

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA  
DEPARTAMENTO DE COMPUTAÇÃO E AUTOMAÇÃO INDUSTRIAL

## CONTROLE DO NÍVEL DO AÇO DE UMA MÁQUINA DE LINGOTAMENTO CONTÍNUO

Exemplar corresponde à redação final da tese  
elaborada por Ricardo Augusto Martinele  
Loureiro e aprovada pela Comissão  
 julgada em 02/09/94.  
Orientador

Por: Ricardo Augusto Martinele Loureiro  
Orientador: Wagner Caradori do Amaral

Tese apresentada à Faculdade de  
Engenharia Elétrica FEE - UNICAMP, como  
parte dos requisitos exigidos para a  
obtenção do título de MESTRE EM  
ENGENHARIA

Campinas Setembro - 1994

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
BIBLIOTECA CENTRAL

UNIDADE	BC
N.º CHAMADA:	UNICAMP
	L934c
V. ....	E. ....
TIPO DE B. ....	29.231
PROC.	66.7/96
C <input type="checkbox"/>	D <input checked="" type="checkbox"/>
PNTCO	R\$ 11,00
DATA	03/12/96
** (PQ)	

CM-00095029-5

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

L934c

Loureiro, Ricardo Augusto Martineli

Controle adaptativo do nível do aço de uma máquina de lingotamento contínuo / Ricardo Augusto Martineli Loureiro.--Campinas, SP: [s.n.], 1994.

Orientador: Wagner Caradori do Amaral.  
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica.

1. Siderurgia - Automação. 2. Lingotamento contínuo.  
3. Controle de processo. 4. Sistemas de controle digital.  
5. Controle automático. 6. Simulação (Computadores digitais). 7. Sistemas de controle ajustável. I. Amaral, Wagner Caradori do. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica. III. Título.

## Agradecimentos

Gostaria de agradecer a todos que colaboraram de forma direta ou indireta com este trabalho, bem como aqueles que foram companheiros e amigos durante todo este tempo. Assim agradeço aos meus pais que me incentivaram e me perturbaram para concluir este trabalho. A todos os companheiros da escada, corredores, laboratório e cantina, mas especialmente ao Lüders, Ruben e Gustavo que ajudaram em muito nos problemas encontrados. E agradeço principalmente ao Wagner pela sua compreensão, apoio e paciência, sem as quais não seria possível executar este trabalho.

## Resumo

Este trabalho analisa a utilização de controladores adaptativos no controle do nível do aço no molde de uma máquina de lingotamento contínuo. São utilizados dois tipos de controladores adaptativos: o controlador de variância mínima generalizada (GMV) e o controlador preditivo generalizado (GPC). O desempenho destes controladores são comparados com o controlador proporcional-integral-derivativo (PID) que apresenta parâmetros fixos. É apresentada uma breve explicação sobre o processo de lingotamento contínuo e a importância do controle do nível do aço para a qualidade dos lingotes produzidos, bem como segurança e produtividade do sistema. Apresenta-se as características do processo que motivam a utilização de controladores adaptativos, tais como: não-linearidades, parâmetros variantes no tempo, presenças de ruído e atrasos de transporte. É desenvolvido o modelo do processo e apresentado o simulador desenvolvido neste trabalho para o estudo dos diferentes controladores. São apresentados os controladores GMV e GPC com o desenvolvimento matemático de cada um, bem como os algoritmos implementados. São apresentados os resultados de simulações para diferentes situações que ilustram as características dos controladores perante fatores importantes ao sistema controlado, tais como: sobre-elevação inicial, variância do nível de aço no molde, efeito do rompimento de escória nas válvulas de controle, variação do sinal de controle, presença de ruído no sistema de controle, etc.

# Índice

1- Introdução .....	1
1.1 Objetivos e Comentários Iniciais .....	1
1.2 Organização do Trabalho .....	2
2 - O Simulador de Lingotamento Contínuo .....	3
2.1 Introdução .....	3
2.2 O Sistema de Lingotamento Contínuo .....	3
2.3 O Simulador de Lingotamento Contínuo .....	5
2.3.1 Introdução .....	5
2.3.2 Estrutura do Simulador .....	6
2.3.3 Utilização do Simulador .....	8
2.4 Modelos Matemáticos .....	12
2.4.1 Vazões .....	13
2.4.2 Balanços de Massa .....	14
2.4.2.a Panela .....	14
2.4.2.b Distribuidor .....	14
2.4.2.c Molde .....	14
2.4.2.d Sensor de Nível .....	15
2.4.3 Sistema Hidráulico .....	15
2.4.4 Válvula Gaveta .....	16
2.4.5 Controlador PID .....	17
2.4.6 Backlash .....	18
2.4.7 Perturbações .....	18
2.4.7.a No nível do molde .....	18
2.4.7.b Obstrução da válvula submersa .....	18
2.5 Controladores .....	18
2.5.1 Controlador com Zona Morta .....	19
3 - Controlador de Variância Mínima Generalizado .....	20
3.1 Introdução .....	20
3.2 Lei de Controle .....	20
3.3 Estimação de Parâmetros .....	24
3.3.1 Estimação de Parâmetros Independente da Função de Custo .....	26
3.4 Funções de Transferência em Malha Fechada .....	28
3.5 Alocação de Pólos em Malha Fechada .....	30
3.6 Síntese do Algoritmo Implementado .....	33
3.6.1 Algoritmos de Estimação .....	34
4 - Controlador Preditivo Generalizado .....	36
4.1 Introdução .....	36
4.2 O Modelo do Sistema .....	36
4.3 Previsão da Saída .....	37
4.3.1 Previsão pela Equação de Diophantine .....	37
4.3.2 Previsão a Múltiplos Passos .....	38
4.4 Decomposição da Previsão da Saída .....	39
4.5 A Função de Custo Generalizada .....	42
4.5.1 A Lei de Controle .....	43

4.6 Função de Transferência em Malha Fechada .....	45
4.7 Configuração do GPC.....	47
4.7.1 Horizontes de Previsão e Controle .....	47
4.7.2 Filtros de Sinais .....	49
4.7.2.1 Filtro P .....	49
4.7.2.2 Filtro R .....	50
4.7.2.3 Filtro Q .....	50
4.7.3 Eliminação de Perturbações Não Brancas.....	50
4.8 Implementação .....	52
5- Resultados Experimentais .....	53
5.1 Introdução .....	53
5.2 Influência do sistema do distribuidor no sistema do molde .....	54
5.3 Influência da velocidade de lingotamento.....	56
5.4 Desempenho do Controlador GMV.....	58
5.5 Características das Simulações .....	59
5.5.1 Sistema do molde sem atrasos no atuador , e medidor de nível, bem como sem backlash desprezível. Ausência de ruído.....	59
5.5.1.a Controlador PID para o nível de aço no molde.....	59
5.5.1.b Controlador GPC para o nível de aço no molde .....	60
5.5.1.c Comparações entre o desempenho dos controladores PID e GPC.....	61
5.5.1.d Análise da influência dos parâmetros de sintonia do controlador GPC.....	62
5.5.2 Sistema do molde sem atrasos no atuador e no medidor de nível, bem como backlash desprezível. Presença de ruído.....	68
5.5.2.a Controlador PID para o nível de aço no molde.....	68
5.5.2.b Controlador GPC para o nível de aço no molde .....	69
5.5.2.c Comparações entre o desempenho dos controladores PID e o GPC.....	69
5.5.3 Sistema do molde sem atrasos no atuador, e medidor de nível, com backlash. ....	71
5.5.3.a Controlador PID para o nível de aço no molde.....	71
5.5.3.b Controlador GPC para o nível de aço no molde .....	71
5.5.3.c Comparações entre o desempenho dos controladores PID e o GPC .....	72
5.5.4 Sistema do molde sem atrasos no atuador, e medidor de nível, com backlash, desprezível e variação da velocidade de lingotamento.....	74
5.5.4.a Controlador PID para o nível de aço no molde.....	74
5.5.4.b Controlador GPC para o nível de aço no molde .....	75
5.5.4.c Comparações entre o desempenho dos controladores PID e o GPC .....	75
5.5.5 Sistema do molde com atrasos no atuador , e medidor de nível, com backlash e presença de ruído .....	78
5.5.5.a Controlador PID para o nível de aço no molde.....	78
5.5.5.b Controlador GPC para o nível de aço no molde .....	79
5.5.5.c Comparações entre o desempenho dos controladores PID e o GPC .....	79
5.5.6 Sistema do molde com atrasos no atuador , e medidor de nível, backlash, presença de ruído e entupimento da válvula de controle .....	81

5.5.6.a Controlador PID para o nível de aço no molde.....	81
5.5.6.b Controlador GPC para o nível de aço no molde.....	82
5.5.6.c Comparações entre o desempenho dos controladores PID e o GPC.....	82
5.5.7 Sistema do molde com atrasos no atuador , e medidor de nível, backlash, presença de ruído e rompimento na válvula de controle.....	84
5.5.7.a Controlador PID para o nível de aço no molde.....	84
5.5.7.b Controlador GPC para o nível de aço no molde.....	85
5.5.7.c Comparações entre o desempenho dos controladores PID e o GPC.....	85
6 - Conclusões.....	87
6.1 Síntese do Trabalho.....	87
6.2 Conclusões e Recomendações.....	87

---

# 1- Introdução

---

## 1.1. Objetivos e Comentários Iniciais

O objetivo deste trabalho é analisar a utilização de controladores adaptativos em um caso próximo ao encontrado em situações reais. Selecionou-se o processo do controle do nível de aço no molde de uma máquina de lingotamento contínuo, pois este processo apresenta não-linearidades, atrasos de transporte, ruído e variações do modelo, o que o torna um processo de difícil controle, especialmente quando os requisitos para o sistema são rigorosos. Devido ao grande consumo de energia, risco de acidentes e necessidades de melhoria da qualidade dos produtos siderúrgicos, processos como este tem se tornado foco de atenções por parte de vários trabalhos. O ponto principal deste trabalho é o estudo dos controladores adaptativos em sistemas complexos, sendo o processo de lingotamento contínuo um exemplo prático que apresenta estas características.

Comumente utiliza-se em processos industriais, como o do lingotamento contínuo, controladores de parâmetros fixos, normalmente o PI e o PID, que obtêm resultados satisfatórios quando os requisitos de desempenho não são tão rigorosos no que diz respeito à eficiência, qualidade dos lingotes produzidos ou mesmo capacidade de tratar perturbações. Assim na maioria dos casos práticos estes processos exigem uma constante supervisão humana e para permitir o uso dos controladores de parâmetros fixos, são impostas condições que diminuem a eficiência do processo. A utilização de controladores mais elaborados permite uma maior eficiência e qualidade do produto final. No caso do lingotamento contínuo, poderia se operar a máquina de lingotamento em velocidades mais elevadas, o que traria um melhor rendimento para o sistema, tendo uma melhor qualidade do lingote produzido. A utilização de controladores complexos no controle do nível de aço no molde permite reduzir as oscilações do nível de aço o que melhora a qualidade do lingote produzido, bem como reduz a possibilidade de ocorrência de acidentes por ruptura da crosta do lingote durante o resfriamento. Normalmente para permitir que os controladores de parâmetros fixos possam controlar o processo mesmo na presença de diferentes perturbações que são inerentes do mesmo, a velocidade de lingotamento é mantida em valores baixos, pois assim a dinâmica torna-se mais lenta e o sistema torna-se mais facilmente controlável. Contudo esta diminuição da velocidade de lingotamento, faz com que seja necessário um estoque intermediário entre o lingotamento e a laminação, pois a máquina de lingotamento não consegue abastecer a laminação com um regime mínimo viável para a operação. Este estoque intermediário é indesejável, principalmente porque é necessário reaquecer os lingotes para que estes possam ser laminados. Em uma situação ideal um lingote produzido na máquina de lingotamento contínuo seria enviado diretamente para a laminação, reduzindo-se de maneira acentuada a energia consumida para reaquecer os lingotes antes da laminação. Assim muito tem-se pesquisado para se aumentar a velocidade de lingotamento das máquinas de lingotamento contínuo, e sistemas de controle mais eficientes são extremamente interessantes para contribuir neste objetivo.

O processo de lingotamento contínuo também é bastante interessante para a utilização de controladores adaptativos, tendo em vista a presença de perturbações estocásticas, variação de características do processo ao longo do tempo e requisitos de controle de variância da variável controlada. Desta forma este trabalho estuda a

utilização de dois tipos de controladores adaptativos: o GMV (Controlador de Variância Mínima Generalizado) e o GPC (Controlador Preditivo Generalizado). Para estabelecer uma comparação de desempenho com os controladores adaptativos é utilizado o PID (Controlador Proporcional Integral Derivativo) que é um controlador de parâmetros fixos.

De forma a permitir o estudo dos controladores foi desenvolvido um simulador do processo de lingotamento, para analisar-se o comportamento dos controladores para as diferentes situações de interesse.

## **1.2. Organização do Trabalho**

No Capítulo 2 apresenta-se a descrição do sistema de lingotamento contínuo, juntamente com o simulador do processo e os modelos matemáticos presentes no simulador.

No Capítulo 3 apresenta-se o Controlador de Variância Mínima Generalizado, com a dedução da sua lei de controle, discutida a estimação dos parâmetros do modelo para utilização no controle, obtida as funções de transferência em malha fechada e apresentados os algoritmos do controlador e do estimador.

No Capítulo 4 apresenta-se o Controlador Preditivo Generalizado, apresentando o desenvolvimento para a previsão da saída, a função de custo generalizada e a dedução da lei de controle e obtida as funções de transferência em malha fechada. A seguir são apresentados os diferentes parâmetros do controlador e os algoritmos implementados.

No Capítulo 5 apresenta-se os resultados de simulações para os casos de maior interesse. São apresentados resultados que mostram o desacoplamento entre o sistema do molde e do distribuidor. A seguir é analisado o desempenho do controlador GMV. Em seguida são apresentados diferentes simulações que mostram o comportamento do sistema com os controladores PID e GPC para diferentes combinações das características do processo.

No Capítulo 6 apresenta-se as conclusões obtidas com as simulações e são apresentados pontos que possam ser de interesse em trabalhos futuros nesta área.

---

## 2 - O Simulador de Lingotamento Contínuo

---

### 2.1. Introdução

Para realizar-se os estudos sobre o comportamento de alguns controladores nos sistemas de lingotamento contínuo, foi necessário inicialmente, desenvolver-se um programa computacional para simular as características do sistema. Uma vez que não se dispunha de uma máquina de lingotamento contínuo e também o uso desta levaria a um grande custo, sendo assim inviável.

No item 2.2 discute-se o sistema de lingotamento contínuo de forma a tornar mais claro o entendimento do simulador; no item 2.3 descreve-se o simulador para o sistema de lingotamento contínuo; no item 2.4 apresenta-se os modelos matemáticos utilizados no simulador e no item 2.5 descreve-se os controladores.

### 2.2. O Sistema de Lingotamento Contínuo

O sistema de lingotamento contínuo foi inicialmente desenvolvido no século XIX, mas só a partir de 1940 é que foi colocado em operação em siderúrgicas. A partir de então, vem se tornando um dos principais métodos de produção de aço, passando de 5 % da produção mundial de aço bruto em 1970 para 47 % em 1984, sendo de 63,3 % nos países ocidentais e mais de 90 % no Japão, e vem tendendo a atingir quase 100 % no futuro[15].

Esta tendência deve-se às inúmeras características que o sistema apresenta, entre as quais podem-se citar:

- Melhor rendimento.
- Economia de mão-de-obra e energia.
- Melhoria na qualidade e consistência do produto.
- Menores emissões nocivas para o meio ambiente e operadores.
- Redução do níveis de estoque.
- Menores tempos de transporte.

O sistema opera basicamente como descrito a seguir: grandes reservatórios refratários, denominados painelas, recebem o aço líquido direto do convertedor da aciaria e são transportados por pontes rolantes até o topo da máquina de lingotamento. A panela é posicionada sobre um reservatório denominado distribuidor, ou em posição de espera, pois em cada instante sobre a máquina de lingotamento tem-se duas painelas, uma vazando aço e outra em posição de espera, ambas presas a uma ponte giratória, que troca as painelas de posição quando o nível de aço da panela que estiver vazando for baixo. A existência de duas painelas na máquina de lingotamento permite que a produção não seja interrompida quando a panela se esvaziar. As funções do distribuidor são: distribuir o aço líquido entre os múltiplos veios de lingotamento e suprir os moldes com um fluxo ininterrupto de aço, que é conseguido através da troca das painelas.

O controle da vazão para o distribuidor é realizado através de uma válvula gaveta situada na saída da panela. Abaixo do distribuidor tem-se os diferentes veios de lingotamento, sendo que o número depende de cada máquina. Cada veio tem logo abaixo do distribuidor um tubo ligeiramente curvo, denominado molde. Entre o distribuidor e os moldes existem várias válvulas gavetas que controlam a vazão de aço para o molde.

Utiliza-se também um sistema de válvula tampão no distribuidor, de forma a controlar a vazão do aço através da variação da abertura ou fechamento do orifício através da válvula tampão. Neste trabalho utiliza-se apenas referências à utilização de válvula gaveta, pois esta apresenta características mais favoráveis para controle e vêm gradativamente substituindo o sistema de válvula tampão que vinha sendo utilizado desde o início da operação dos sistemas de lingotamento contínuo.

No molde, o aço é resfriado através de um fluxo contínuo de água, formando uma casca sólida sobre o veio líquido de aço. Esta casca sustenta o veio, quando da sua saída do molde, onde fica suspenso no ar para receber o resfriamento secundário através de jatos de água. Para que o veio solte-se do molde, este possui uma oscilação permanente, bem como um sistema de lubrificação. No molde, o veio toma uma forma ligeiramente curva e mantém esta forma até passar pelos rolos tracionadores que irão aplainá-lo. Estes rolos também controlam a velocidade de extração do veio. Em seqüência, o aço continua a ser arrastado até que esteja totalmente sólido, quando é cortado e levado até um pátio onde é deixado em constante rolagem para evitar que ocorra algum empenamento enquanto não se resfria totalmente e seja levado para o armazenamento ou para laminação. A figura 2.1 apresenta a visão de uma máquina de lingotamento contínuo, onde são apresentados os diversos componentes citados anteriormente.

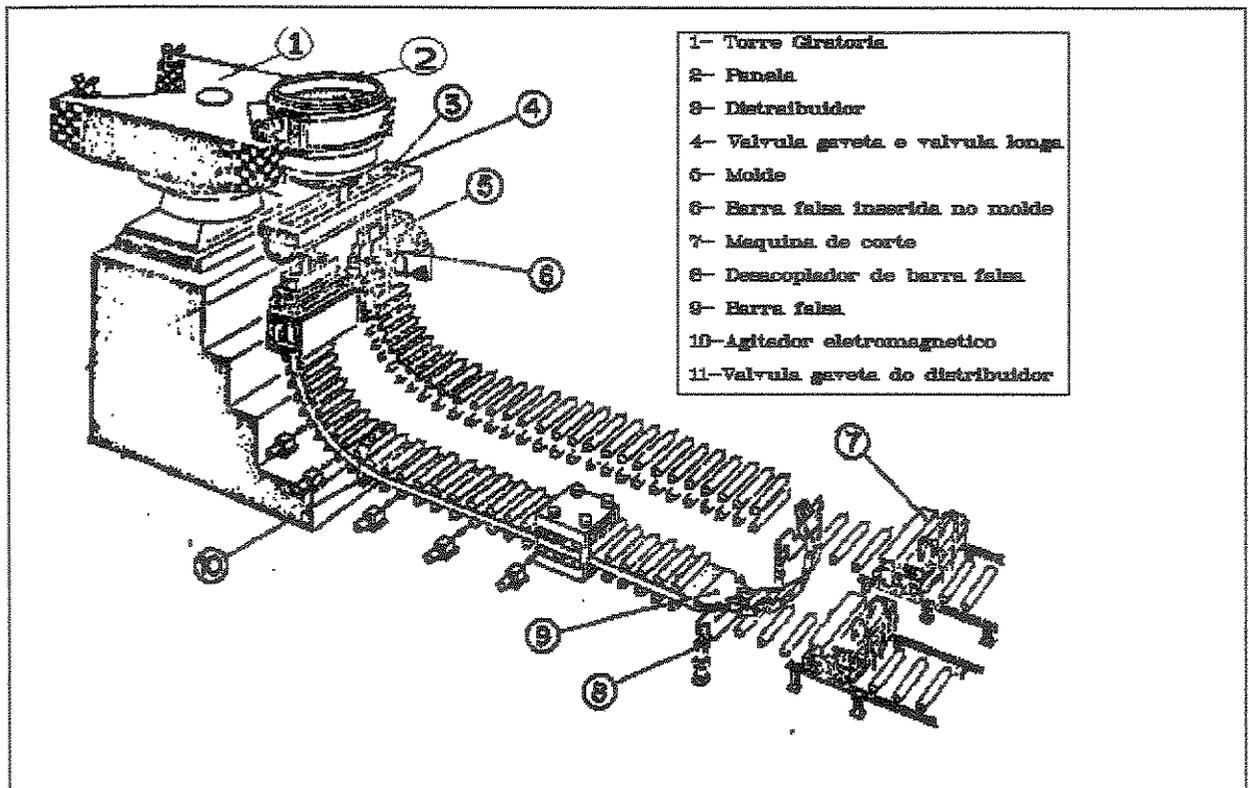


Fig. 2.1 - Máquina de lingotamento contínuo

O controle do nível no molde tem grande importância, pois além de evitar o transbordamento do aço no molde, deve reduzir ao máximo as oscilações no nível, pois quanto menores forem elas, melhor será a qualidade do lingote produzido e menor será a possibilidade de rompimento da casca sólida, que representa um grave acidente. É estabelecido que as variações devem estar na faixa de  $\pm 10$  mm, sendo que quanto menor a faixa de variação melhor será a qualidade do lingote produzido [15].

A seguir é apresentada uma tabela reproduzida de [13], aonde são apresentados os efeitos da variação de nível relacionados com o índice de defeitos superficiais, e que evidencia a importância do controle de nível no molde.

Controle	Automático				Manual
Variações	± 3 mm	± 5 mm	± 10 mm		± 15 mm
<b>Defeitos</b>					
Trinca Longitudinal	0.9 %	1.1 %	0.4 %	0.9 %	1.0 %
Trinca Transversal	0.4 %	0.4 %	0.5 %	0.4 %	1.0 %
Porosidades	0.2 %	0.0 %	2.5 %	0.5 %	1.0 %
Incrustações de Escória	0.5 %	0.8 %	1.1 %	0.6 %	1.0 %
Total de Área Escarfada	0.7 %	0.8 %	0.8 %	0.7 %	1.0 %
Número de Placas	232	51	18	301	310

Existem dois métodos "clássicos" citados na literatura [1] para se controlar o nível no molde:

- a) Controle pela variação da velocidade de extração do veio.
- b) Controle da vazão do aço pela válvula gaveta do distribuidor.

No controle do nível do aço no molde, a estratégia *b* é normalmente a principal ação de controle, ficando o método *a* para ser utilizado em situações de emergência em que o controle de vazão não consiga manter o nível do aço dentro de valores limites [2]. Isto deve-se ao fato de que o método *a* implica em uma queda da qualidade do aço produzido, bem como apresenta problemas devido ao deslizamento da placa ou lingote em relação aos rolos tracionadores, sendo assim deixada como sistema "stand-by", atuando em casos de emergência (como por exemplo, no funcionamento irregular da válvula gaveta do distribuidor) ou em sistemas em que não se requeira uma alta qualidade do lingote produzido[11].

Assim o controle do nível de aço no molde é feito através de dois subsistemas de controle, um que controla o nível do aço no distribuidor e outro que controla no molde. O controle de nível no distribuidor evita que impurezas entrem no fluxo de aço para o molde, causadas por um nível muito baixo no distribuidor, e facilita o controle do nível de aço no molde.

## 2.3. O Simulador de Lingotamento Contínuo

### 2.3.1. Introdução

O simulador de lingotamento contínuo tem como objetivo criar um ambiente para o estudo do comportamento do sistema com os diferentes controladores a serem estudados (PID, GMV e GPC). Este simulador permite a análise da viabilidade de implantação dos mesmos, bem como o estudo das sintonias necessárias em cada algoritmo.

O simulador apresenta facilidades de uso e também permite a inclusão de não-linearidades e atrasos de transporte, para reproduzir a realidade de operação do sistema. Ele apresenta como resultados para o usuário as seguintes variáveis do processo:

- os níveis de aço no molde e no distribuidor;
- os controles dos níveis de aço no molde e no distribuidor;
- a velocidade de extração do veio.

Os parâmetros do sistema que podem ser modificados pelo usuário, para configurar a situação desejada, são:

- parâmetros dos controladores de nível do molde e do distribuidor;
- parâmetros das válvulas-gavetas, estas válvulas possuem atrasos de transporte, limitação de atuação e "backlash", isto é, folgas em conexões mecânicas que são responsáveis por pequenas diferenças entre o deslocamento do cilindro comandado pelo algoritmo de controle e o deslocamento efetivamente realizado;
- parâmetros dos sensores;
- diferentes situações de velocidade de lingotamento, tais como: partida da máquina, troca do tubo submerso, troca do distribuidor, parada da máquina de lingotamento e um padrão escolhido pelo usuário. Estas situações são caracterizadas no simulador por uma tabela de velocidade versus tempo;
- os desvios padrão dos sinais de perturbação introduzidos no sistema.

Para facilitar a utilização do simulador por parte do usuário, foi dada ênfase a interface com o usuário, de forma a facilitar as modificações nos parâmetros e criar facilidades para a visualização e obtenção dos resultados de forma clara, fácil e rápida. Desta forma decidiu-se utilizar telas gráficas, tanto na entrada dos parâmetros como na exibição dos resultados, valendo-se dos recursos gráficos da placa EGA (640 x 350 pontos, com 16 cores).

O simulador apresenta as seguintes etapas para utilização: inicialmente o usuário seleciona dos parâmetros do sistema, ou utiliza os valores armazenados anteriormente; após isto inicia a simulação; após a simulação ter sido realizada, o usuário dispõe de todos os resultados e pode escolher as variáveis a serem visualizadas, em seguida ele passa para a tela de saídas gráficas, aonde são apresentados as curvas de saída, juntamente com os valores quantitativos. O usuário pode em seguida, selecionar novamente as variáveis de observação, ou então realizar uma nova simulação.

### **2.3.2. Estrutura do Simulador**

O simulador foi desenvolvido para um ambiente IBM-PC utilizando uma placa EGA colorida, de forma a facilitar a interface com o usuário. Foi desenvolvido na linguagem PASCAL, utilizando-se o compilador Turbo Pascal 5.5. Ele é composto de 11 arquivos descritos a seguir:

#### **1- SIM3.PAS**

Arquivo do programa principal e que contém apenas as chamadas dos procedimentos definidos nos outros módulos e algumas inicializações.

#### **2- DEFIN.PAS**

Arquivo que contém as declarações das variáveis globais do sistema.

#### **3- Arquivos \*.sis**

Arquivos que contém dados numéricos e parâmetros utilizados para efeito de simulação. O operador pode carregar qualquer destes arquivos previamente gravados ou preencher todos os campos de variáveis do sistema. O operador pode também gravar a qualquer instante as variáveis do sistema para uma posterior utilização.

#### **4- TELAS\_ENTR**

Arquivo que contém a declaração dos procedimentos para geração das telas de entrada de dados.

#### 5- TELA\_SIMUL

Arquivo que contém a declaração dos procedimentos para a geração da tela de simulação, com a obtenção dos tempos de simulação, início da simulação, escolha das variáveis que se deseja observar e geração da tela com os gráficos de saída.

#### 6- TEL\_DEF

Arquivo que contém a declaração dos procedimentos para a geração da tela de definição do coeficiente de escoamento do molde e do arquivo de dados a ser utilizado para a leitura ou escrita.

#### 7- ARQ

Arquivo que contém a declaração dos procedimentos de leitura e escrita dos arquivos \*.sis que contém as variáveis do sistema.

#### 8- PROC\_GRF

Arquivo que contém a declaração dos procedimentos utilizados para a geração das telas gráficas.

#### 9- IO\_GRF

Arquivo que contém a declaração dos procedimentos para leitura e escrita dos valores entrados no modo gráfico.

#### 10- SIMPCD

Arquivo que contém os procedimentos dos modelos matemáticos do processo.

#### 11- POPUPS

Arquivo que contém a declaração dos procedimentos para criação de "menus" e janelas em modo texto.

Na figura 1.2 é apresentado o fluxograma da rotina de simulação do processo de lingotamento, mostrando a seqüência dos eventos.

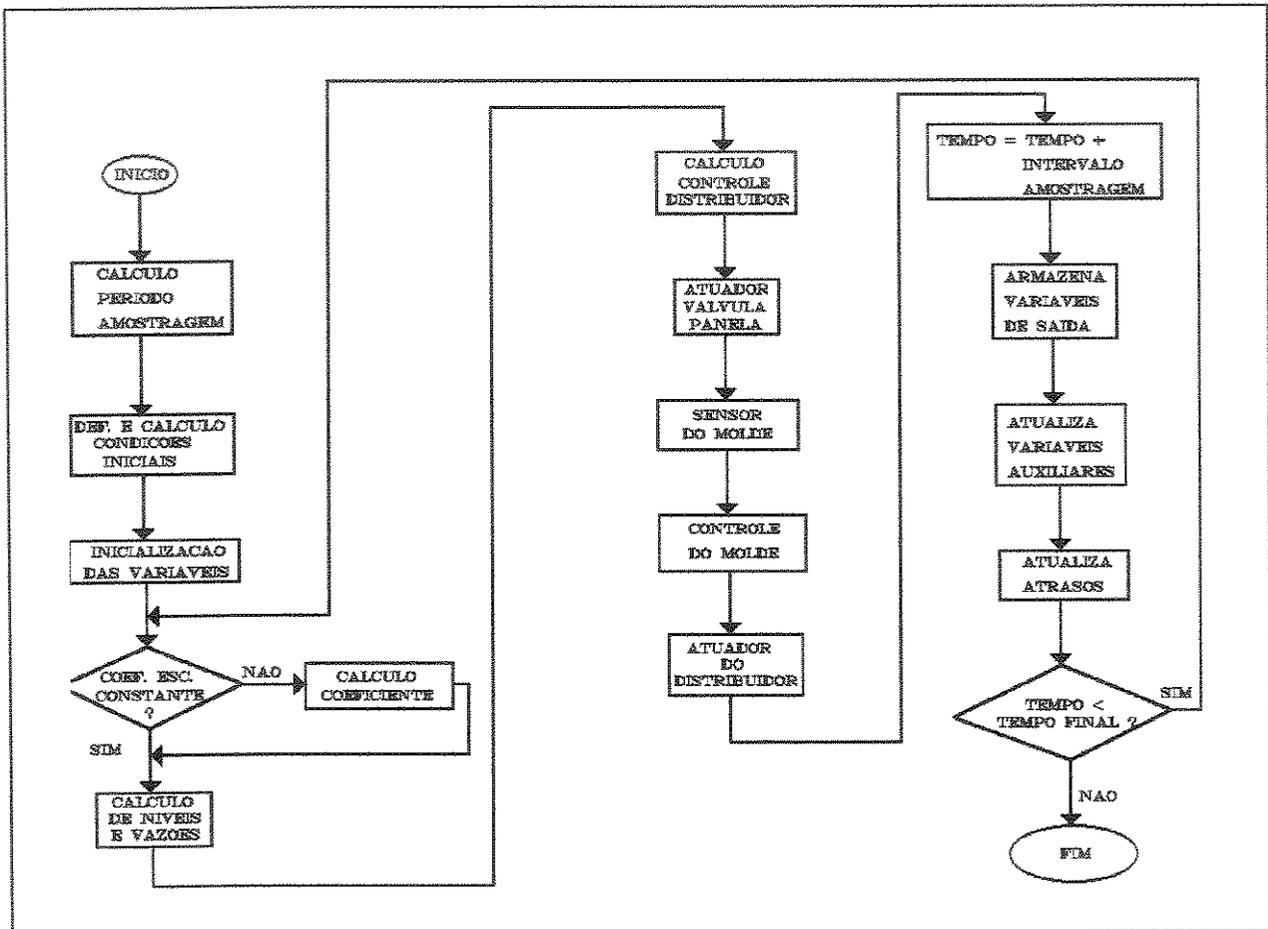


Fig. 2.2 - Fluxograma da rotina principal do simulador

### 2.3.3. Utilização do Simulador

O simulador é carregado digitando-se SNM3. A seguir a tela principal é apresentada. O usuário pode selecionar uma das seguintes opções:

- 1- Molde
- 2- Distribuidor
- 3- Velocidade de Extração
- 4- Simulação
- 5- Definições
- 6- Fim

A seguir são descritas cada uma destas opções.

#### 1- Molde

Selecionando esta opção, o usuário tem a possibilidade de definir/alterar os dados referentes ao subsistema de controle do molde. Numa primeira etapa podem ser alterados os dados do limitador da válvula-gaveta, da função de transferência da válvula-gaveta, do efeito de Backlash e da função de transferência do sensor de nível. Pressionando-se a tecla <<ESC>>, o usuário poderá definir os dados do controlador.

A mudança dos campos que podem ser preenchidos na tela é feita através da tecla <<ENTER>>, se algum algarismo ou os caracteres <<+>>, <<->> e <<.>> for teclado, automaticamente o campo aonde estiver o retângulo vermelho será modificado ( por exemplo na figura 2.4 este está sobre o ganho proporcional do PID, no caso com o valor de 3.0), mas com a ressalva que apenas algarismos e os símbolos citados anteriormente

poderão ser entradas e apenas no padrão decimal definido a priori no programa fonte. Qualquer tentativa de se entrar com um valor inválido será recusada juntamente com a emissão de um sinal sonoro. A figura 2.3 apresenta a tela do simulador aonde são definidos os parâmetros dos medidores e atuadores do sistema de controle do molde e na figura 2.4 tem-se a tela do simulador aonde define-se os parâmetros do controlador PID On-Off do sistema de controle do molde.

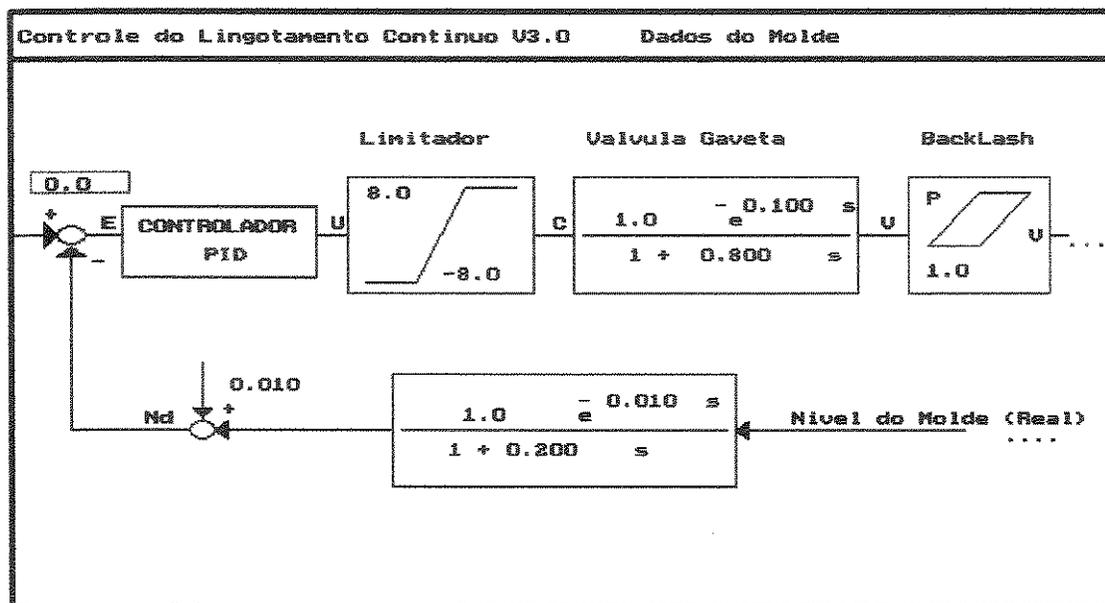


Fig. 2.3 - Tela do sistema de controle do molde

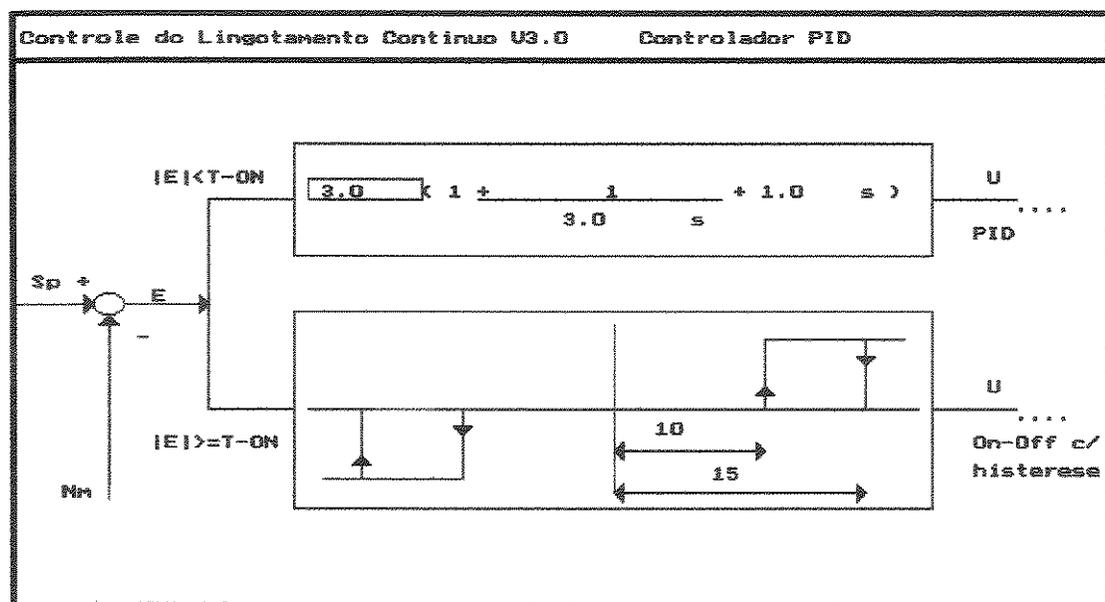


Fig. 2.4 - Tela do esquema do controlador PID

### 2- Distribuidor

Esta opção é análoga a anterior, sendo que agora os dados correspondem ao controle do distribuidor e a dinâmica do elemento de medição é suposta desprezível.

A figura 2.5 apresenta a tela do simulador para a definição dos parâmetros dos medidores e atuadores do sistema de controle do nível do distribuidor. Os parâmetros do controlador PID On-Off do sistema do distribuidor são definidos em uma tela igual à do sistema do controle do nível do molde (figura 2.4).

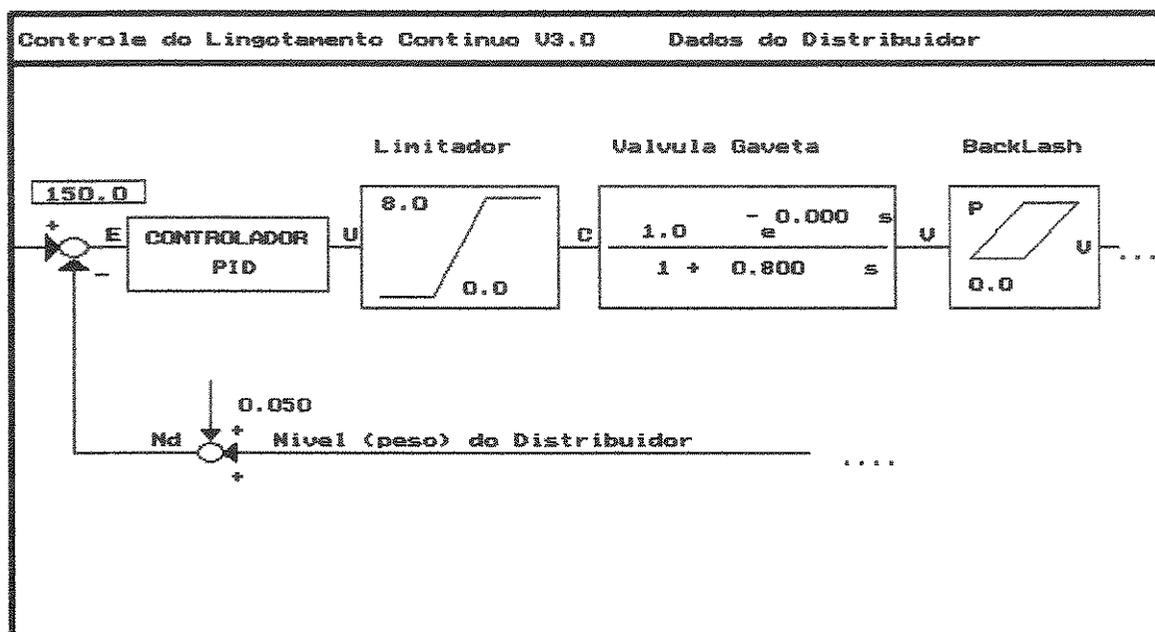


Fig. 2.5 - Tela do sistema de controle do distribuidor

### 3- Velocidade de Extração

Esta opção possui um "menu" com as seguintes possibilidades:

- [1] Partida da Máquina
- [2] Troca do Tubo Submerso
- [3] Troca do Distribuidor
- [4] Parada da Máquina
- [5] Padrão Genérico

Em cada opção está associada uma seqüência de 10 pontos ( tempo(s) versus velocidade(m/min) ) que caracteriza cada um dos eventos mencionados. O item Padrão Genérico permite ao usuário definir uma seqüência arbitrária, não necessariamente relacionada aos eventos anteriores. A opção é utilizada como valor pré-definido na inicialização do simulador.

A figura 2.6 apresenta a tela do simulador utilizada para a definição da velocidade de extração do veio de lingotamento.

Controle do Lingotamento Contínuo V3.0		Velocidade X Tempo
<b>Sequencia Caracteristica</b>		
Instante	Tempo(s)	Velocidade(m/min)
1	0.0	0.20
2	1.0	0.30
3	1.1	0.50
4	1.2	0.40
5	1.3	0.50
6	1.4	0.40
7	1.5	0.40
8	1.6	0.00
9	1.7	0.00
10	1.8	0.00

Fig. 2.6 - Tela da definição da velocidade de extração

#### 4- Simulação

Nesta tela o usuário tem um "menu" horizontal com 3 opções :

- Simulação: com 2 opções:
  - Temp. simul.: nesta opção define-se o tempo desejado para a simulação.
  - Simulação: inicia-se a simulação, a seguir é apresentada uma janela indicando o tempo de simulação já decorrido.

- Sel. das Variáveis: nesta opção o usuário seleciona as variáveis que são visualizadas na tela de saída, podendo no máximo selecionar quatro variáveis. Para selecionar ou retirar uma variável da lista de exibição basta posicionar a barra colorida sobre a variável desejada e pressionar a tecla <<ENTER>>, quando as letras tiverem a cor amarela a variável está selecionada, caso contrário as letras são brancas.

- Gráficos: nesta opção o usuário passa para a tela de saídas gráficas e as curvas das variáveis selecionadas são traçadas. Nesta tela existem várias teclas com funções especiais:

- F1: apresenta o nome da variável 1 como título escrito na cor da curva 1, bem como a escala da variável 1.
- F2: apresenta o nome da variável 2 como título escrito na cor da curva 2, bem como a escala da variável 2.
- F3: apresenta o nome da variável 3 como título escrito na cor da curva 3, bem como a escala da variável 3.
- F4: apresenta o nome da variável 4 como título escrito na cor da curva 4, bem como a escala da variável 4.
- F8: passa para o módulo de análise quantitativa. Uma barra vertical amarela aparece no centro da região dos gráficos e os valores das curvas na interseção com a barra amarela são mostrados em uma tabela no lado direito da tela. Com as teclas das setas para a direita e esquerda movimentam-se a barra amarela até o ponto desejado. Com a barra de espaço modifica-se o passo de deslocamento da barra amarela. Existem 3 passos possíveis, no passo 1 desloca-se 10% do número de iterações, no passo 2, 20% e no passo 3 apenas uma iteração. O valor do passo é apresentado na tabela do lado direito da tela. Teclando-se ESC

ou F8 novamente, a barra amarela e os valores da tabela desaparecem, saindo-se do modo de análise quantitativa.

- ESC: volta-se a tela de simulação.

A figura 2.7 apresenta a tela de exibição dos resultados da simulação, nota-se que tem-se apenas a exibição de uma variável (nível do molde) e ao lado tem-se os valores dos eixos  $x$  e  $y$ .

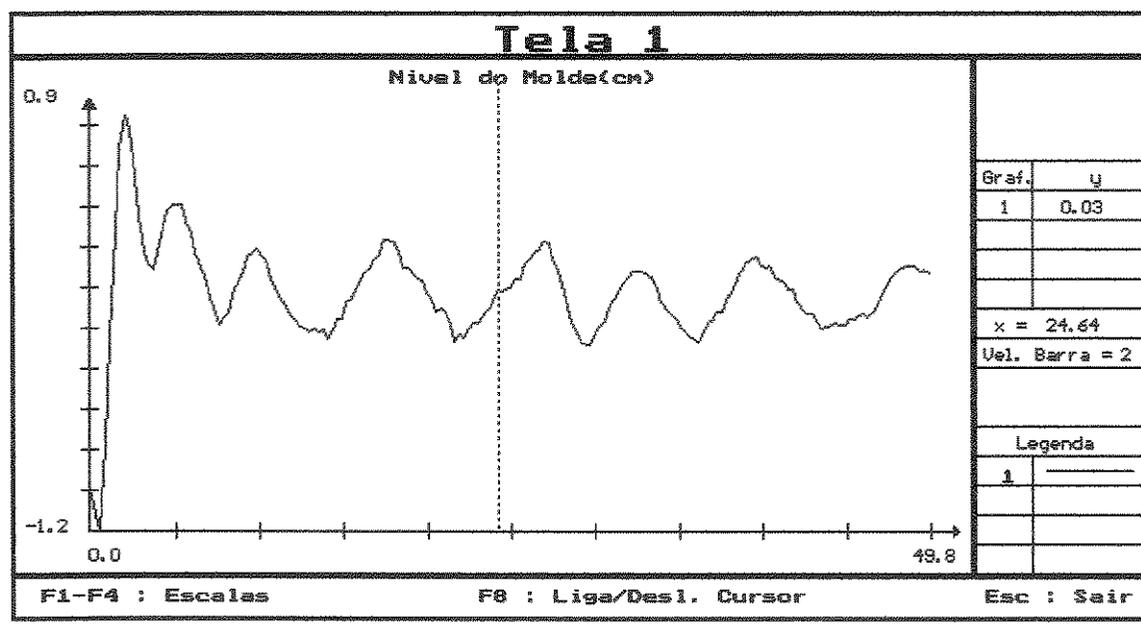


Fig. 2.7 - Tela dos resultados da simulação

### 5- Definições

Nesta opção o usuário conta com 2 opções:

- Arquivos: nesta opção o usuário conta com 3 possibilidades: leitura de um arquivo de dados do sistema, gravado anteriormente; gravação dos valores atuais das variáveis do sistema e exibição dos arquivos de dados já existentes.
- Escoamento: nesta opção o usuário pode escolher entre um coeficiente de escoamento da válvula do distribuidor constante ou modelado com uma função dente de serra. Na opção para coeficiente constante, será pedido o valor do coeficiente e na opção variável serão necessário os valores mínimo, máximo e o período da função. Para maiores detalhes sobre o coeficiente variável veja no item modelos matemáticos.

### 6- Fim

Esta operação encerra a execução do simulador.

## 2.4. Modelos Matemáticos

Nesta seção são discutidos os modelos matemáticos utilizados para a simulação dos sistemas do distribuidor e molde e dos medidores e controladores. Como tenta-se reproduzir o comportamento de um sistema físico real, a modelagem é parte importante do projeto, pois dela depende a validade dos resultados. Assim representou-se o sistema do modo mais completo possível, incluindo-se atrasos de transporte, folgas, ruídos e variação de coeficientes. A modelagem descrita neste trabalho foi baseada nos trabalhos desenvolvidos anteriormente na Usiminas, UNICAMP e UFMG [11] e [13]; e na Cosipa e CTI [14].

O problema é semelhante a um sistema de vasos comunicantes, aonde o nível da panela parte de um valor máximo inicial e tende a zero à medida que o aço é vazado da panela. Por razões operacionais e metalúrgicas tenta-se manter os níveis do distribuidor e do molde constantes. Sendo que o controle do nível do distribuidor é menos crítico, por causa da sua variação mais lenta, que é resultado da suas dimensões físicas serem bem maiores, e à sua faixa de tolerância bem maior.

#### 2.4.1. Vazões

As vazões de aço líquido nos sistemas de panela-distribuidor e distribuidor-molde são aproximadas através do teorema de Bernoulli. Em função do tempo tem-se:

$$q(t) = C(t) \cdot S(t) \cdot \sqrt{2g \cdot h(t)}$$

onde:

$q(t)$ : vazão no instante  $t$  (m/s) ;

$C(t)$ : coeficiente de escoamento no instante  $t$ ;

$S(t)$ : área de escoamento no instante  $t$ ;

$g$ : aceleração da gravidade (9.81 m/s) ;

$h(t)$ : diferença de nível da panela (distribuidor) em relação ao distribuidor (molde) (m).

Nota: o coeficiente de escoamento depende somente da geometria do orifício através do qual o aço flui (por exemplo, para orifício circular  $C(t) = C = 0.62$ ). Sabe-se entretanto que a geometria do orifício de escoamento de uma válvula tipo gaveta, por exemplo, varia com o tempo e está sujeita a obstruções parciais (efeitos de estrangulamento) durante o lingotamento [14]. Por razões óbvias este tipo de efeito é de difícil modelagem, pois observações feitas [13] indicam que o coeficiente de escoamento reduzia-se progressivamente a partir do começo do lingotamento em virtude das incrustações nas tubulações, até que a pressão do aço forçasse o desprendimento das incrustações e aumentasse de forma repentina o coeficiente de escoamento. Desta forma o coeficiente de escoamento foi modelado como uma função dente de serra (como na figura 2.8), onde o usuário pode escolher os valores mínimo, máximo e o período da função; ou ainda selecionar esta função como constante.

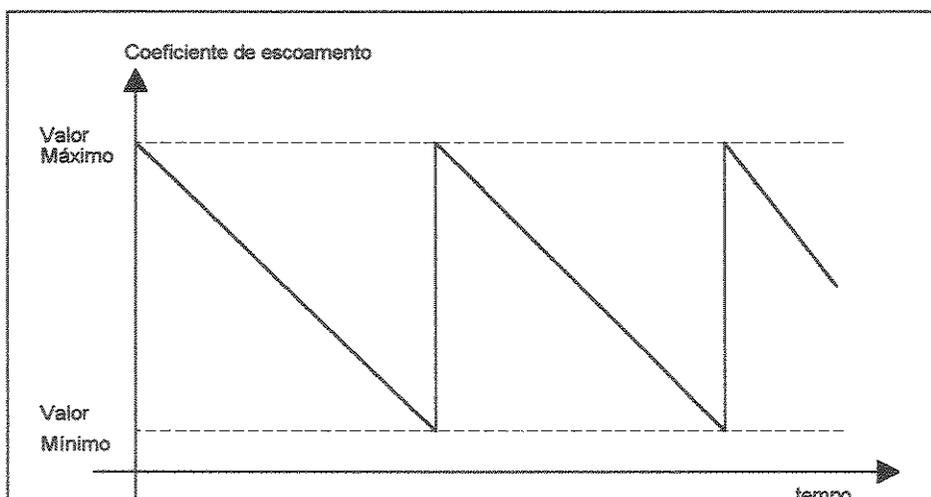


Fig. 2.8 - Representação da variação do coeficiente de escoamento

### 2.4.2. Balanços de Massa

#### 2.4.2.a. Painela

Aplicando-se o princípio da conservação de massa à painela, tem-se a equação a seguir, pois na painela tem-se apenas a saída de aço durante o lingotamento.

$$\frac{dV_{sp}}{dt} = -q_{sp}(t)$$

$V_{sp}$ : volume interno útil da painela ( $m^3$ )

$q_{sp}$ : vazão do aço que sai da painela no instante  $t$  ( $m^3/s$ )

#### 2.4.2.b. Distribuidor

Aplicando-se novamente o princípio da conservação de massa ao distribuidor, tem-se a equação a seguir, aonde tem-se que a variação de volume é dada pela diferença entre a vazão da entrada pela vazão da saída.

$$\frac{dV_d}{dt} = q_{ed}(t) - q_{sd}(t)$$

$V_d$ : volume útil do distribuidor ( $m^3$ )

$q_{ed}(t)$ : vazão de entrada do distribuidor no instante  $t$

( $q_{ed}(t) = q_{sp}(t)$ )

$q_{sd}(t)$ : vazão de saída do distribuidor no instante  $t$  ( $m^3/s$ )

#### 2.4.2.c. Molde

$$\frac{dV_m}{dt} = q_{em}(t) - q_{sm}(t)$$

$V_m$ : volume de aço no molde ( $m^3$ )

$q_{em}(t)$ : vazão de entrada do molde no instante  $t$  ( $m^3/s$ )

( $q_{em}(t) = q_{sm}(t)$ )

$q_{sm}(t)$ : vazão de aço de saída do molde no instante  $t$  ( $m^3/s$ )

Esta última vazão pode ser aproximada por :

$$q_{sm}(t) = \bar{S} \cdot V(t)$$

onde:

$\bar{S}$  : é a seção média do molde

$V(t)$  é a velocidade de extração do veio.

As variações de nível de painela, distribuidor e molde são obtidas aproximando-se o volume do recipiente considerado por :

$$V(t) = \bar{S} \cdot h(t)$$

onde:

$V$ : volume do recipiente ( $m^3$ )

$\bar{S}$  : seção média do recipiente ( $m^2$ )

$h(t)$  = altura do recipiente (m)

Tem-se então que :

$$\frac{d}{dt} [\bar{S} \cdot h(t)] = \bar{S} \frac{dh(t)}{dt}$$

Para o nível de molde, a equação acima tomaria a forma :

$$\frac{dh_m(t)}{dt} = \frac{1}{S_m} [q_{em}(t) - \bar{S} \cdot V_{ex}(t)]$$

ou

$$\frac{dh_m(t)}{dt} = \frac{1}{S_m} q_{em}(t) - V_{ex}(t)$$

#### 2.4.2.d. Sensor de Nível

Para o sensor de nível utiliza-se um modelo de primeira ordem:

$$\frac{N_m(s)}{N_r(s)} = \frac{e^{-T_m s}}{1 + \tau_m s}$$

onde:

$N_m(s)$ : nível medido pelo sensor (m)

$N_r(s)$ : nível real (m)

$\tau_m$ : constante de tempo do sensor

$T_m$ : atraso de transporte

Esta equação representa satisfatoriamente o funcionamento da maioria dos sensores utilizados industrialmente (por termopares, por raios gama e por correntes parasitas) [13].

No domínio do tempo, a variação de nível medido pelo sensor é dada por:

$$\frac{dN_m(t)}{dt} = \frac{1}{\tau_m} [N_r(t - T_m) - N_m(t)] + w_m(t)$$

onde  $w_m(t)$  representa o valor de uma variável aleatória  $w_m$  introduzida de modo a refletir os erros de medida aos quais o sensor está sujeito.

A discretização da equação pode ser calculada pelo método de Euler, obtendo-se:

$$N_m(k) = \frac{\tau_m}{\tau_m + T_0} N_m(k-1) + \frac{T_0}{\tau_m + T_0} N_r(k - T_m) + \frac{\tau_m T_0}{\tau_m + T_0} w(k)$$

#### 2.4.3. Sistema Hidráulico

A função de transferência do sistema hidráulico é representada por:

$$\frac{P(s)}{C(s)} = k \frac{e^{-T_h s}}{1 + \tau_h s} + w_h(s)$$

onde:

$C(s)$ : comando para o posicionamento do cilindro

$P(s)$ : posição alcançada pelo cilindro

$k$ : ganho proporcional

$T_h$ : atraso de transporte

$\tau_h$ : constante de tempo do sistema

Como no caso do sensor de nível previu-se também a possibilidade de introdução de um erro de posicionamento via variável aleatória  $w_h(s)$ . E também obtém-se a mesma forma de equação que a obtida para o sensor de nível.

#### 2.4.4. Válvula Gaveta

O sistema de válvula gaveta é constituído por placas de material refratário com orifícios pelos quais flui o aço líquido. Uma destas placas é móvel, sendo deslocada no sentido longitudinal, variando a área de escoamento. A figura 2.9 mostra este esquema:

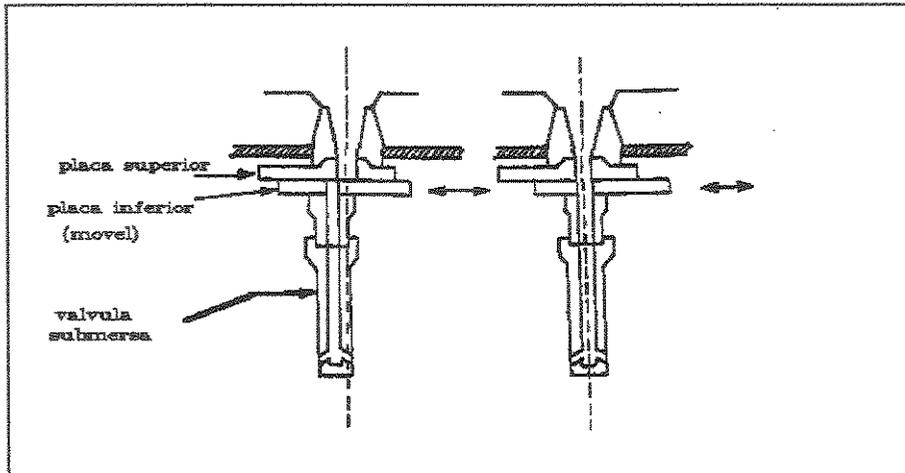


Fig. 2.9 - Funcionamento da válvula gaveta

A posição do cilindro e a área do orifício do escoamento de uma válvula gaveta estão relacionadas pela expressão:

$$S = \frac{1}{2} \left[ D^2 \left( \cos^{-1} \left( \frac{P}{D} \right) - P \sqrt{D^2 - P^2} \right) \right]$$

onde:

P: posição do cilindro

D: diâmetro dos orifícios

S: área de escoamento

A figura 2.10 mostra a variação da área de escoamento em função do deslocamento da placa móvel.

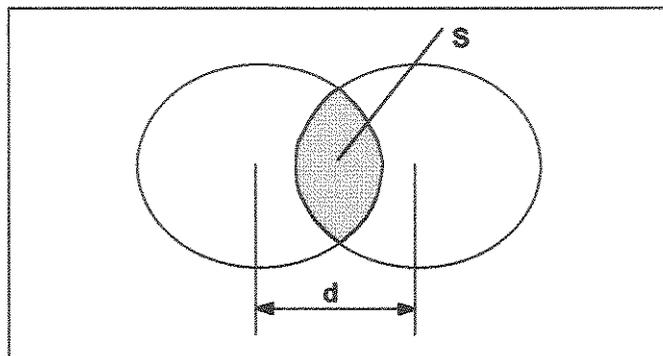


Fig. 2.10 - Posição da placa móvel em relação à fixa

#### 2.4.5. Controlador PID

O sinal de comando para a abertura ou fechamento da válvula gaveta do distribuidor é obtido a partir do processamento do erro de nível, pela seguinte expressão genérica de um controlador tipo PID.

$$c(t) = K_p \left[ e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(t) dt + T_d e(t) \right]$$

onde:

$c(t)$ : sinal de controle

$e(t)$ : erro de nível

$K_p$ : ganho proporcional do controlador

$T_i$ : tempo integral do controlador

$T_d$ : tempo derivativo do controlador

A equação acima foi transformada em uma equação à diferenças, aproximando-se os termos integral e derivativo por:

$$\frac{1}{T_i} \int_0^t e(t) dx \approx \frac{T_0}{T_i} \sum_{i=1}^{kT_0} e(i) \quad , \quad t = kT_0 \quad \text{(integração retangular)}$$

$$\frac{d e(t)}{dt} = \lim_{T_0 \rightarrow 0} \frac{e(t+t_0) - e(t)}{T_0} \approx \frac{e(i) - e(i-1)}{T_0} \quad \text{(método de Euler)}$$

Resultando na seguinte expressão:

$$\begin{aligned} u(k) &= K_p \left\{ e(k) + \frac{T_0}{T_i} \sum_{i=1}^{kT_0} e(i) + \frac{T_d}{T_0} [e(k) - e(k-1)] \right\} \\ &= G_p e(k) + G_i \sum_{i=1}^k e(i) + G_d [e(k) - e(k-1)] \end{aligned}$$

onde:

$G_p = K_p$  : ganho proporcional

$G_i = K_p \frac{T_0}{T_i}$  : ganho integral

$G_d = K_p \frac{T_d}{T_0}$  : ganho derivativo

$T_0$  : período de amostragem

Deve-se notar que a variável de controle  $u(k)$  representa o grau de abertura de uma válvula-gaveta, isto é:

$$0 \leq u(k) \leq \text{DiaOriEsc}$$

onde DiaOriEsc corresponde ao diâmetro da válvula-gaveta na posição totalmente aberta.

#### 2.4.6. Backlash

O "backlash" são as folgas que existem nas conexões mecânicas, que fazem que uma ação em sentido contrário no atuador ao sentido do movimento anterior não ocorra imediatamente na carga, pois a peça mecânica se movimenta na folga sem causar uma ação correspondente até que tenha percorrido toda a folga. Este fenômeno pode ser visto na figura 2.11.

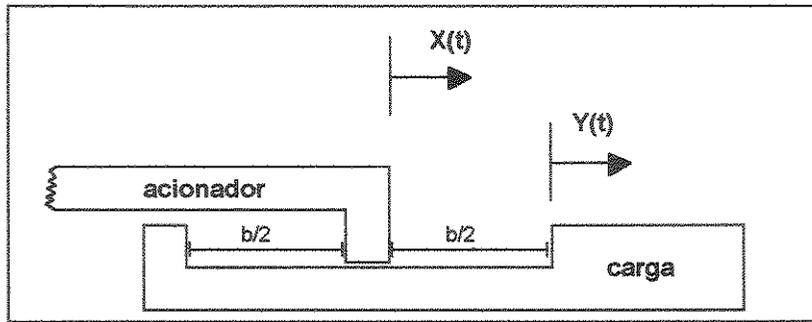


Fig. 2.11 - Diagrama de um "backlash"

Pode-se representar este comportamento através do procedimento da figura 2.12.

```

Procedimento BACKLASH
BEGIN
BackL := FolgaConecc / 2.0;
Difer := DeslocComan.Atual - DeslocReal.Anterior;
Der := DeslocComan.Atual - DeslocComan.Anterior;
IF Der > 0.0 THEN
  BEGIN
  IF Difer < 0.0 THEN Difer := - Difer
  IF Difer < 0.0 THEN
    IF (Difer - BackL) > 0.0 THEN DeslocComan.Atual - BackL;
  END
  ELSE
  IF Der < 0.0 THEN
  BEGIN
  IF Difer < 0.0 THEN Difer := - Difer;
  IF (Difer - BackL) > 0.0 THEN DeslocReal.Atual := DeslocComan.Atual
+BackL;
  END;
  END; { * BACKLASH *}

```

Fig. 2.12 - Procedimento do "backlash"

#### 2.4.7. Perturbações

Existem diversas fontes de perturbações que atuam no processo, dificultando o seu controle, entre as quais podem-se citar:

##### 2.4.7.a. No nível do molde

Os efeitos da oscilação do molde e os erros dos dispositivos de leitura do nível do molde representam no melhor caso, um distúrbio da ordem de 1 mm de variação no nível. Esta perturbação pode ser modelado como um ruído branco de média nula e variância  $1 \text{ mm}^2$ [13].

##### 2.4.7.b. Obstrução da válvula submersa

Este fenômeno é o oposto ao fenômeno anterior, tendendo a diminuir a relação entre a área efetiva e o posicionamento, devido as incrustações de material no interior da válvula. Entretanto ocorrem ocasionalmente desprendimentos do material incrustado devido a pressão da coluna de aço, aumentando repentinamente o fluxo de aço (ver item modelos matemáticos).

## 2.5. Controladores

O simulador apresenta apenas a possibilidade de utilização de três tipos de controlador para o sistema de controle do nível de aço no molde: o controlador PID com

zona morta, o controlador GMV (Variância Mínima Generalizada) e o GPC (Controlador Preditivo Generalizado).

A seleção é feita na tela de definição dos parâmetros do sistema do molde e do distribuidor, quando o usuário termina de preencher os dados tanto do molde como do distribuidor, passa-se automaticamente para a definição dos parâmetros do controlador que foi selecionado.

Na seção seguinte é descrito o controlador PID com zona morta e os controladores GMV e GPC são descritos em detalhe nos capítulos 3 e 4, respectivamente.

### 2.5.1. Controlador com Zona Morta

Este tipo de controlador é na verdade uma mistura de dois tipos de controlador, um controlador PID com um controlador On-Off. O seu princípio de funcionamento é simples: enquanto o erro de nível (diferença entre o valor de "set-point" e o valor medido pelo sensor) for em valor absoluto menor que uma certa tolerância, denominada de  $T_{ON}$ , o esquema de controle contínuo do tipo PID será adotado. Caso contrário, se o erro for maior que  $T_{ON}$  e tender a aumentar ainda mais em valor absoluto, um esquema de controle On-Off é adotado abrindo ou fechando completamente a válvula-gaveta do sistema, dependendo se o nível está caindo abaixo de  $-T_{ON}$  ou alcançando acima de  $+T_{ON}$ . Independentemente do tipo de variação do erro, se este for superior em valor absoluto a  $T_{OFF}$ , o controlador On-Off atuará no sentido de fechar a válvula-gaveta (se o nível estiver acima de  $T_{OFF}$ ) ou abrir a válvula-gaveta (se o nível estiver abaixo de  $-T_{OFF}$ ). Em qualquer outro caso, atuará o controlador PID, conforme está mostrado na figura 2.13.

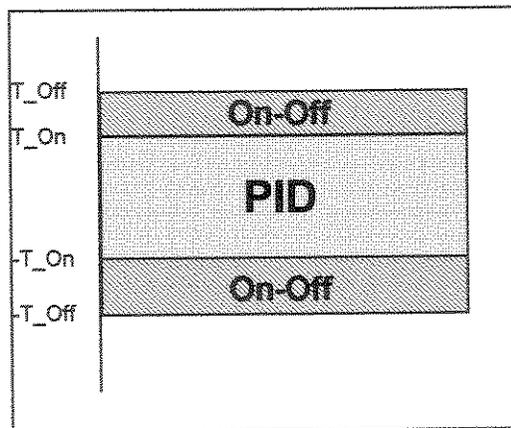


Fig. 2.13 - Esquema das regiões de controle

Na figura 2.14 pode-se observar o diagrama de blocos para o controlador On-Off.

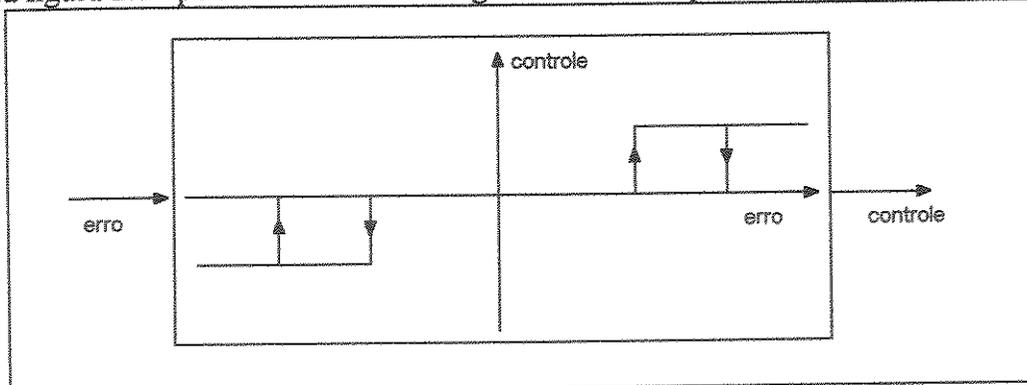


Fig. 2.14 - Controle On-Off com zona morta e histerese

---

## 3 - Controlador de Variância Mínima Generalizado

---

### 3.1. Introdução

Neste capítulo são resumidos os resultados do controlador de variância mínima generalizada desenvolvido por Clarke [8] à partir da generalização do trabalho de Astrom[6].

Apresenta-se no item 3.2 a dedução da lei de controle; no item 3.3 discute-se o problema da estimação dos parâmetros; no item 3.4 discute-se as funções de transferência em malha fechada, no item 3.5 apresenta-se um esquema para alocar-se os pólos do sistema em malha fechada e no item 3.6 são apresentados os algoritmos implementados.

### 3.2. Lei de Controle

O controlador de variância mínima generalizada é utilizado em sistemas descritos por equações à diferenças lineares do tipo dado pela equação (3.1):

$$A(z^{-1})y(t) = z^{-d}B(z^{-1})u(t) + C(z^{-1})\xi(t) \quad (3.1)$$

onde :

$y(t)$ : saída do processo

$u(t)$ : entrada do processo

$\xi(t)$ : perturbação estocástica não correlata com média nula

$d$ : atraso de transporte discreto, expresso como múltiplo do período de amostragem

$t$ : tempo discreto

Os polinômios  $A(z^{-1})$ ,  $B(z^{-1})$  e  $C(z^{-1})$  são expressos em termos do operador deslocamento atrás  $z^{-1}$ , ou seja,  $z^{-1}x(t) = x(t-1)$ .

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1z^{-1} + \dots + a_naz^{-na}$$

$$B(z^{-1}) = 1 + b_1z^{-1} + \dots + b_nbz^{-nb}$$

$$C(z^{-1}) = 1 + c_1z^{-1} + \dots + c_ncz^{-nc}$$

A lei de controle é deduzida, a partir dos parâmetros do sistema a controlar, de modo a minimizar a função de custo dada abaixo :

$$I = \varepsilon \left\{ \left[ P(z^{-1})y(t+d) - R(z^{-1})w(t) \right]^2 + \left[ Q'(z^{-1})u(t) \right]^2 / J_t \right\} \quad (3.2)$$

onde :

$\varepsilon(\circ)$ : operador esperança matemática

$w(t)$ : sinal de referência

$P(z^{-1})$ ,  $R(z^{-1})$  e  $Q'(z^{-1})$ : polinômios de ponderação em  $z^{-1}$

$J_t$ : observação até o instante  $t$ .

A lei de controle é obtida pela minimização da equação (3.2) em relação a  $u(t)$ , isto é:

$$\frac{\partial I}{\partial u_t} = 0$$

Para o desenvolvimento da lei de controle, deve-se estabelecer a dependência da equação (3.2) com a variável de controle  $u(t)$ . A seguir, determinar-se-á a melhor previsão de  $Py(t)$  condicionada à observação  $J_t$ , separando-se a parte independente das medidas da parte dependente das mesmas [16].

Da equação (3.1) tem-se que :

$$y(t+d) = \frac{B}{A}u(t) + \frac{C}{A}\xi(t+d)$$

Multiplicando-se ambos os lados da equação acima pelo polinômio  $P(z^{-1})$  obtém-se :

$$Py(t+d) = \frac{PB}{A}u(t) + \frac{PC}{A}\xi(t+d) \quad (3.3)$$

Observa-se, no lado direito da equação anterior, que apenas a segunda parcela contém termos independentes das medidas realizadas até o instante  $t$ . Para que, nesta parcela, se possa separar a parte dependente das medidas da parte independente das mesmas, utiliza-se a seguinte identidade polinomial descrita pela equação (3.4) abaixo :

$$\frac{PC}{A} = F + z^{-d} \frac{G}{A} \quad (3.4)$$

onde :

$F(z^{-1})$ : polinômio de ordem  $n_f = d - 1$

$G(z^{-1})$ : polinômio de ordem  $n_g = \max \{n_a - 1, n_p + n_c - d\}$

Em [17] é mostrado que existe uma única solução  $F$  e  $G$ , com as ordens acima, que satisfaz a equação (3.4).

Substituindo-se a equação (3.4) na equação (3.3), obtém-se :

$$Py(t+d) = \frac{PB}{A}u(t) + F\xi(t+d) + \frac{G}{A}\xi(t) \quad (3.5)$$

Nesta equação, o termo  $F\xi_{t+d}$  é dado pela equação (3.6):

$$F\xi(t+d) = f_0\xi(t+d) + f_1\xi(t+d-1) + \dots + f_{d-1}\xi(t+1) \quad (3.6)$$

Este termo é independente das medidas disponíveis no instante  $t$ , pois o polinômio  $F$  tem ordem  $d-1$  e  $\xi(t)$  é uma seqüência de variáveis aleatórias não correlatas.

Portanto, a melhor previsão para  $P y(t+d)$ , com o conjunto de medidas disponíveis no instante  $t$ , é dada pela equação (3.7):

$$P\hat{y}(t+d/t) = \frac{PB}{A}u(t) + \frac{G}{A}\xi(t) \quad (3.7)$$

onde:

$P\hat{y}(t+d/t)$  é a previsão desejada, obtida com a informação disponível no instante  $t$ .

Das equações (3.5) e (3.7) resulta a equação (3.8) :

$$Py(t+d) = P\hat{y}(t+d/t) + F\xi(t+d) \quad (3.8)$$

Todos os termos da equação (3.7) são conhecidos no instante  $t$ . A perturbação é obtida a partir da equação do sistema (3.1) e rescrita a seguir:

$$\xi(t) = \frac{A}{C}y(t) - \frac{B}{C}z^{-d}u(t)$$

Substituindo-se a equação anterior na equação (3.7), obtém-se :

$$P\hat{y}(t+d/t) = \frac{G}{C}y(t) + \frac{B}{A}\left[P - \frac{G}{C}z^{-d}\right]u(t)$$

Utilizando-se a identidade descrita pela equação (3.4), obtém-se o seguinte modelo para a previsão de  $P y(t+d)$  condicionada as medidas disponíveis no instante  $t$  :

$$P\hat{y}(t+d/t) = \frac{G}{C}y(t) + \frac{BF}{C}u(t) \quad (3.9)$$

A equação (3.9) fornece a melhor previsão para  $P y(t+d)$  no instante  $t$ , em função das medidas disponíveis neste instante e do controle  $u(t)$ .

A seguir, estabelece-se a dependência entre a função de custo, dada pela equação (3.2) e a variável de controle  $u(t)$ . Substituindo-se a equação (3.8) na equação (3.2) obtém-se :

$$\begin{aligned} I &= \varepsilon\left\{\left[P\hat{y}(t+d/t) + F\xi(t+d) - R w(t)\right]^2 + \left[Q' u(t)\right]^2 / J_t\right\} \\ &= \varepsilon\left\{\left[P\hat{y}(t+d/t) - R w(t)\right]^2 + 2F\xi(t+d)\left[P\hat{y}(t+d/t) - R w(t)\right] + \left[F\xi(t+d)\right]^2 + \left[Q' u(t)\right]^2 / J_t\right\} \\ &= \varepsilon\left\{\left[P\hat{y}(t+d/t) - R w(t)\right]^2 + \left[Q' u(t)\right]^2 / J_t\right\} + \xi\left\{\left[F\xi(t+d)\right]^2 / J_t\right\} + \\ &+ 2\varepsilon\left\{F\xi(t+d)\left[P\hat{y}(t+d/t) - R w(t)\right] / J_t\right\} \end{aligned}$$

Contudo tem-se:

$$a) \varepsilon\left\{\left[P\hat{y}(t+d/t) - R w(t)\right]^2 + \left[Q' u(t)\right]^2 / J_t\right\} = \left[P\hat{y}(t+d/t) - R w(t)\right]^2 + \left[Q' \hat{u}(t)\right]^2$$

pois todas as variáveis da expressão acima são conhecidas no instante  $t$ .

$$b) \varepsilon\left\{F\xi(t+d)\left[P\hat{y}(t+d/t) - R w(t)\right] / J_t\right\} = 0$$

pois a perturbação  $F\xi(t+d)$ , dada pela equação (3.6) é não correlata com qualquer medida disponível no instante  $t$ .

$$c) \xi\left\{\left[F\xi(t+d)\right]^2 / J_t\right\} = \xi\left\{\left[F\xi(t+d)\right]^2\right\}$$

pois a perturbação  $F\xi(t+d)$  é independente da observação  $J_t$ .

Portanto, a função de custo pode ser reescrita como segue :

$$I = \left[P\hat{y}(t+d/t) - R w(t)\right]^2 + \left[Q' u(t)\right]^2 + \varepsilon\left\{\left[F\xi(t+d)\right]^2\right\} \quad (3.10)$$

Derivando-se a equação (3.10) em relação a  $u(t)$  e igualando-a a zero, obtém-se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial I}{\partial u(t)} &= 2\left[P\hat{y}(t+d/t) - R w(t)\right] \frac{\partial \left[P\hat{y}(t+d/t) - R w(t)\right]}{\partial u(t)} + 2Q' u(t) \frac{\partial \left[Q' u(t)\right]}{\partial u(t)} + \\ &+ \frac{\partial \left[\varepsilon\left\{\left[F\xi(t+d)\right]^2\right\}\right]}{\partial u(t)} = 0 \end{aligned}$$

Das equações (3.9) e (3.4) tem-se:

$$\frac{\partial [P\hat{y}(t+d/t) - R w(t)]}{\partial u(t)} = b_0 f_0$$

$$\frac{\partial [Q' u(t)]}{\partial u(t)} = q_0'$$

$$\frac{\partial \left[ \varepsilon \left\{ [F\xi(t+d)]^2 \right\} \right]}{\partial u(t)} = 0$$

Substituindo-se estas derivadas na lei de controle, obtém-se :

$$\frac{\partial I}{\partial u(t)} = 2[P\hat{y}(t+d/t) - R w(t)] b_0 p_0 + 2Q' u(t) q_0' = 0$$

ou,

$$P\hat{y}(t+d/t) - R w(t) + \frac{q_0'}{b_0 p_0} Q' u(t) = 0$$

Definindo :

$$Q(z^{-1}) = \frac{q_0'}{b_0 p_0} Q'$$

obtém-se a lei de controle :

$$P\hat{y}(t+d/t) - R w(t) + Q u(t) = 0 \quad (3.11)$$

A equação (3.11) pode ser reescrita em função das medidas disponíveis no instante  $t$  substituindo-se a equação (3.9) na equação (3.11) :

$$\frac{G}{C} y(t) + \frac{BF}{C} u(t) + Q u(t) - R w(t) = 0$$

Portanto:

$$G y(t) + (BF + QC) u(t) - RC w(t) = 0$$

Definindo-se :

$$H = BF + QC \quad (3.12)$$

$$E = -RC$$

obtém-se o controle  $u$  a partir de :

$G y(t) + H u(t) + E w(t) = 0$	(3.13)
--------------------------------	--------

A equação (3.13) permite o cálculo da variável de controle  $u(t)$  em cada instante de tempo, de modo a minimizar a função de custo dada pela equação (3.2). Esta equação mostra que o controle, em cada instante, é obtido como uma função das medidas da saída, do controle e da referência, em instantes anteriores.

### 3.3. Estimação de Parâmetros

Conforme já foi dito anteriormente, o controlador utiliza os valores estimados dos parâmetros do sistema no lugar dos parâmetros reais do sistema, já que estes não são conhecidos.

Existem dois procedimentos que podem ser adotados: a estimação explícita e a implícita. Na primeira estima-se os parâmetros da equação (3.2) e em seguida são calculados os polinômios F e G, e posteriormente os parâmetros do controlador através das equações (3.4) e (3.12). Na estimação implícita os polinômios H, G e E da lei de controle são estimados diretamente, eliminando-se assim o cálculo dos polinômios F e G. Assim sendo neste trabalho utiliza-se o procedimento de estimação implícita.

Inicialmente define-se a variável auxiliar  $\phi$  dada por:

$$\phi(t+d) = Py(t+d) + Qu(t) - Rw(t) \quad (3.14)$$

Analogamente, define-se a previsão da variável auxiliar condicionada a observação  $J_t$ .

$$\hat{\phi}(t+d) = P\hat{y}(t+d) + Qu(t) - Rw(t) \quad (3.15)$$

Utilizando-se a equação (3.8), pode-se relacionar estes dois últimos valores, como mostrado a seguir:

$$\phi(t+d) = \hat{\phi}(t+d/t) + F\xi(t+d) \quad (3.16)$$

Utilizando-se as equações (3.9) e (3.12), consegue-se escrever a previsão da variável auxiliar como função dos parâmetros do controlador:

$$C\hat{\phi}(t+d/t) = Gy(t) + Hu(t) + Ew(t) \quad (3.17)$$

Como o controle em cada instante é obtido de forma a anular o lado direito da equação anterior, de acordo com a equação (3.13), tem-se que a variável  $\hat{\phi}$  é nula.

Os parâmetros a serem estimados são os coeficientes dos polinômios G, H e E, desta forma define-se o vetor de parâmetros  $\theta$  e o vetor de medidas  $x_t$ .

$$\theta^T = [g_0 \quad g_1 \quad \dots \quad h_0 \quad h_1 \quad \dots \quad e_0 \quad e_1 \quad \dots]$$

$$x^T(t) = [y(t) \quad y(t-1) \quad \dots \quad u(t) \quad u(t-1) \quad \dots \quad w(t) \quad w(t-1) \quad \dots]$$

E a equação (3.17) pode ser rescrita na forma vetorial:

$$\hat{\phi}(t+d/t) = \frac{x^T(t)\theta}{C} \quad (3.18)$$

Substituindo a equação (3.18) na equação (3.16), temos:

$$\phi(t+d) = \frac{x^T(t)\theta}{C} + F\xi(t+d) \quad (3.19)$$

$$C\phi(t+d) = x^T(t)\theta + FC\xi(t+d) \quad (3.20)$$

$$\phi(t+d) = x^T(t)\theta + FC\xi(t+d) + (1-C)\phi(t+d) \quad (3.21)$$

Substituindo-se a equação (3.16) no lado direito da equação acima temos:

$$\phi(t+d) = x^T(t)\theta + FC\xi(t+d) + (1-C)[\hat{\phi}(t+d) + F\xi(t+d)] \quad (3.22)$$

$$\phi(t+d) = x^T(t)\theta + [(1-C)\hat{\phi}(t+d) + F\xi(t+d)] \quad (3.23)$$

Como o controle é calculado de forma a anular em todos os instantes de tempos  $\hat{\phi}(t+d)$  (ver equação (3.13)), tem-se que:

$$\phi(t+d) = x^T(t)\theta + F\xi(t+d) \quad (3.24)$$

Como a perturbação  $F\xi(t+d)$  é independente das medidas disponíveis no instante  $t$ , e utilizando-se a lei de controle descrita pela equação (3.13), tem-se que a perturbação na equação (3.23) também é independente das medidas  $x_t$ .

Desta forma os parâmetros do controlador são obtidos através do estimador de mínimos quadrados que utiliza a equação (3.25) dada a seguir:

$$\phi(t) = x^T(t-d)\theta + F\xi(t) \quad (3.25)$$

Em [18], prova-se que neste caso o estimador dos parâmetros é assintoticamente não polarizado. Caso não se utilize a lei de controle descrita pela equação (3.13), a perturbação na equação (3.23) é correlata com o vetor de medidas  $x_t$  e o estimador torna-se polarizado.

O estimador de mínimos quadrados recursivo é apresentado em [19]. Assim tem-se as seguintes equações para o estimador:

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + K(t)[\phi(t) - x^T(t-d)\hat{\theta}(t-1)] \quad (3.26)$$

$$K(t) = \frac{P(t-1)x(t-d)}{\frac{1}{\mu} + x^T(t-d)P(t-1)x(t-d)} = P(t)\lambda(t)\mu(t)x(t-d)$$

$$P(t) = \frac{1}{\lambda(t)}[P(t) - K(t)x(t-d)P(t-1)]$$

As diferentes maneiras de se organizar os cálculos acima têm grande influência sobre as propriedades numéricas do algoritmo de estimação. Como propriedades numéricas podem-se citar:

- i. Tempo computacional requerido para a execução das equações (3.26).
- ii. Memória requerida para o armazenamento das variáveis.
- iii. Precisão numérica e estabilidade (propagação de erros) relacionada com os erros de truncamento e outros tipos de erros.

Para obter uma maior eficiência do estimador utiliza-se neste trabalho o algoritmo dos mínimos quadrados com fatoração UD conforme apresentado em [20]. Este algoritmo baseia-se no fato que a matriz  $P(t)$  é definida positiva e desta forma pode ser decomposta, por exemplo utilizando-se a fatoração UD. Assim a matriz  $P(t)$  pode ser escrita da seguinte forma:

$$P(t) = U(t) \cdot D(t) \cdot U^T(t)$$

onde:

$U(t)$ : é uma matriz triangular superior com todos os elementos da diagonal iguais a 1.

$D(t)$ : é uma matriz diagonal.

Utilizando-se a fatoração para a computação de  $P(t)$ , garante-se que esta continua definida positiva. Em [20] é citado que extensivos experimentos para o caso do filtro de Kalman mostraram que a fatoração UD tem boa estabilidade numérica e não é afetada significativamente pelos erros de truncamento. Desta forma implementou-se neste trabalho o algoritmo de fatoração UD conforme está descrito a seguir.

Quando se lida com sistemas variantes no tempo utiliza-se o fator de esquecimento  $\lambda$ , para que as medidas mais antigas tenham um peso menor que as medidas mais recentes. Além do fator de esquecimento utilizam-se outros métodos que mantêm a capacidade de adaptação do algoritmo, limitando os elementos da matriz de covariância  $P(t)$ , tais como: janela retangular, limitação do traço da matriz de covariância, fator de esquecimento variável, reinicialização da matriz de covariância, "random walk", etc.

Neste trabalho utiliza-se o método do traço constante por ser de fácil implementação e garantir resultados satisfatórios. Neste método deve-se fornecer o valor do traço mínimo desejado, sendo que este valor deve ser ajustado para cada caso, de modo que em regime o estimador apresente pequena variância em torno do valor estimado. Esta variância deve permitir uma adaptação as variações nos parâmetros a serem estimados.

### 3.3.1. Estimação de Parâmetros Independente da Função de Custo

No esquema de estimação implícita, utilizado neste trabalho, os parâmetros do controlador (polinômios G, H e E) são estimados diretamente através das equações (3.26). Porém estes polinômios dependem da ponderação da função de custo dada pela equação (3.2), conforme pode ser visto pelas equações (3.4) e (3.12) rescritas a seguir:

$$\frac{PC}{A} = F + z^{-d} \frac{G}{A} \quad \therefore G = z^{+d}(PC - AF)$$

$$H = BF + QC$$

$$E = -RC$$

Como neste trabalho utiliza-se o esquema de alocação de pólos do sistema em malha fechada, o que permite uma alteração "on-line" dos polinômios da função de custo. Isto pode comprometer a convergência do estimador dado pelas equações (3.26).

A seguir realiza-se uma alteração no polinômio P, ponderação da saída na função de custo, para permitir uma estimação independente dos polinômios da função de custo.

Supõe-se que o polinômio P tem a seguinte forma:

$$P = 1 + z^{-d} P^* \tag{3.27}$$

Em [16] é mostrado que esta condição não restringe a alocação dos pólos do sistema em malha fechada.

Rescrevendo-se a equação (3.4) com o polinômio dado por (3.27), obtém-se:

$$\frac{(1 + z^{-d} P^*)C}{A} = F + z^{-d} \frac{G}{A}$$

$$\frac{C}{A} = F + z^{-d} \left[ \frac{G - P^*C}{A} \right]$$

Definindo-se:

$$G' = G - P^*C \tag{3.28}$$

Tem-se:

$$\frac{C}{A} = F + z^{-d} \frac{G'}{A} \quad (3.29)$$

A equação (3.29) mostra que os polinômios  $G'$  e  $F$  dependem apenas dos polinômios  $C$  e  $A$  e desta forma são independentes dos polinômios  $P$ ,  $Q$  e  $R$  da função de custo.

Deve-se modificar a equação utilizada para a estimação, de modo que esta seja independente dos polinômios da função de custo. Isto é feito da seguinte maneira:

Rescreve-se a variável auxiliar dada pela equação (3.25) com os valores dos vetores de medidas e parâmetros.

$$\phi_t = Gy_{t-d} + Hu_{t-d} + Ew_{t-d} + F\xi$$

Substituindo-se  $G$  pela equação (3.28) e,  $H$  e  $E$  pelas equações (3.12) tem-se:

$$\phi_t = G' y(t-d) + BFu(t-d) + C[P^* y(t-d) + Qu(t-d) - R w(t-d)] + F\xi(t)$$

Definindo-se:

$$V_{t-d} = P^* y(t-d) + Qu(t-d) - R w(t-d) \quad (3.30)$$

Obtém-se:

$$\phi_t = G' y(t-d) + BFu(t-d) + CV_{t-d} + F\xi(t) \quad (3.31)$$

Com a equação (3.31) pode-se estimar os parâmetros do controlador independentemente dos polinômios da função de custo.

Como o termo  $c_0$  do polinômio  $C(z^{-1})$  da é igual a 1, pode-se definir:

$$C' = C - 1 \quad (3.32)$$

Rescrevendo-se a equação (3.31):

$$\phi_t - V_{t-d} = G' y(t-d) + BFu(t-d) + CV_{t-d} + F\xi(t)$$

Substituindo-se  $\phi(t)$  e  $V_{t-d}$  dados por (3.14) e (3.30) respectivamente, tem-se:

$$\phi_t - V_{t-d} = y(t) = G' y(t-d) + BFu(t-d) + C' V_{t-d} + F\xi(t) \quad (3.33)$$

Rescrevendo-se a equação (3.33) na forma vetorial, tem-se:

$$y(t) = x^T(t-d)\theta' + F\xi(t) \quad (3.34)$$

onde:

$$\theta'^T = [g'_0 \quad g'_1 \quad \dots \quad bf_0 \quad bf_1 \quad \dots \quad c'_1 \quad c'_2 \quad \dots] \quad (3.35)$$

$$x^T(t) = [y(t) \quad y(t-1) \quad \dots \quad u(t) \quad u(t-1) \quad \dots \quad V(t-1) \quad V(t-2) \quad \dots] \quad (3.36)$$

Desta forma utiliza-se a equação (3.34) para o estimador de mínimos quadrados discutido anteriormente.

Observa-se que o vetor de parâmetros dado pela equação (3.35) é independente dos polinômios da função de custo, sendo que estes influenciam apenas no vetor de medidas (equação 3.36) através de  $V(t)$ , isto é feito através da condição imposta ao polinômio  $P$ , dada pela equação (3.27). Desta forma pode-se alterar os polinômios da função de custo durante a evolução do processo, sem resultar na estimação de parâmetros variantes no tempo.

Deve-se reescrever a lei de controle em função do novo vetor de parâmetros. Assim definindo-se as equações (3.12) e (3.28) na lei de controle (equação 3.13), obtém-se:

$$G' y(t) + BFu(t) + C[P' y(t) + Qu(t) - R w(t)] = 0 \quad (3.37)$$

Substituindo-se a equação (3.30) na equação (3.37) tem-se:

$$G' y(t) + BFu(t) + CV(t) = 0$$

Substituindo-se o polinômio C dado pela equação (3.32), tem-se:

$$G' y(t) + BFu(t) + C'V(t) + V(t) = 0$$

Desta forma a lei de controle pode ser reescrita utilizando-se as equações (3.34) e (3.35):

$$x'^T(t)\theta' + V(t) = 0 \quad (3.38)$$

### 3.4. Funções de Transferência em Malha Fechada

Nesta seção são deduzidas, para o sistema em malha fechada, as funções de transferência entre os sinais de saída e controle e os sinais de referência e ruído. A partir das funções de transferência apresentadas, determina-se a equação característica do sistema em malha fechada, que permite analisar a relação entre os polinômios P, Q e R da função de custo e os pólos do sistema em malha fechada.

Obtém-se o diagrama de blocos do sistema controlado a partir da lei de controle dada pela equação (3.13) e do modelo do sistema descrito pela equação (3.1). Estas equações são reescritas a seguir e o diagrama de blocos é dado na figura 3.1.

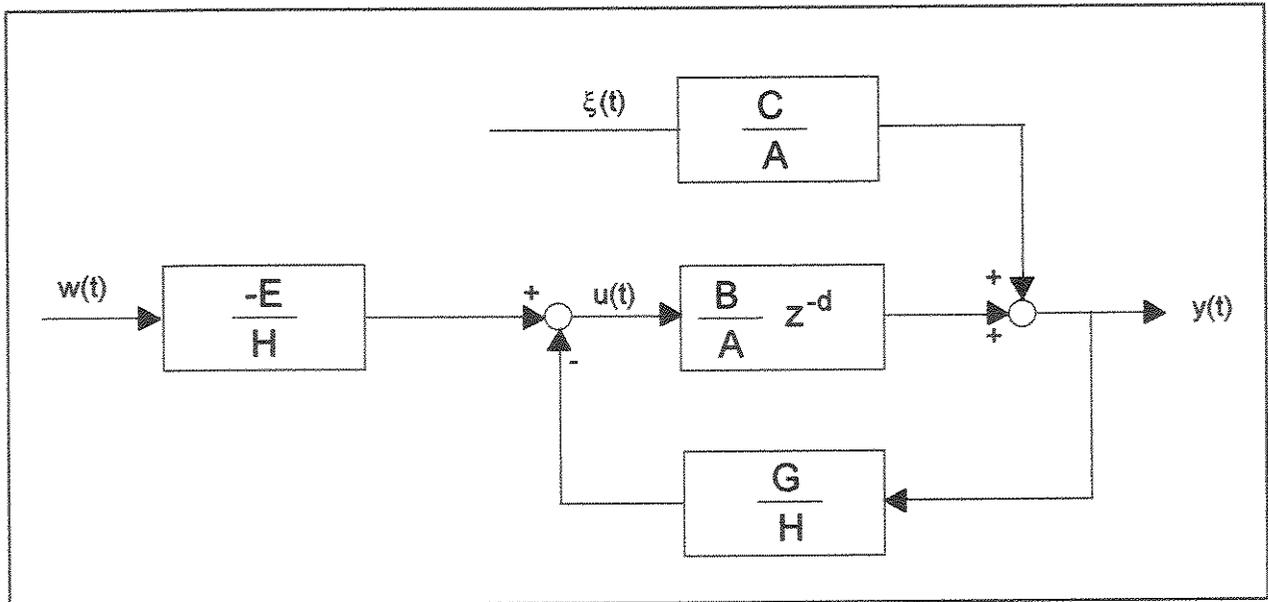


Fig. 3.1 Diagrama de Blocos do Sistema Controlado

$$u(t) = -\frac{G}{H} y(t) - \frac{E}{H} w(t)$$

$$y(t) = \frac{B}{A} z^{-d} u(t) + \frac{C}{A} \xi(t)$$

Para o cálculo das funções de transferência entre o sinal de saída e o sinal de referência e o ruído, substitui-se a lei de controle (equação (3.13)) na equação do sistema (3.1), conforme descrito a seguir :

$$Ay(t) = Bz^{-d} \left[ -\frac{G}{H} y(t) - \frac{E}{H} w(t) \right] + C\xi(t)$$

Multiplicando-se ambos os lados da equação anterior pelo polinômio H, obtém-se:

$$AHy(t) = z^{-d} [-BGy(t) - BEw(t)] + HC\xi(t)$$

$$(AH + z^{-d}BG)y(t) = z^{-d}BEw(t) + HC\xi(t) \quad (3.39)$$

O termo do lado esquerdo da equação (3.39) pode ser rescrito em função dos polinômios P e Q da função de custo, como se segue :

$$AH + z^{-d}BG = A(BF + QC) + B(PC - AF) = C(BP + AQ) \quad (3.40)$$

Substituindo-se a equação (3.40) na equação (3.39) obtém-se :

$$C(BP + AQ)y(t) = -z^{-d}BEw(t) + HC\xi(t) \quad (3.41)$$

Finalmente, substituindo-se o polinômio E dado pela equação (3.12) na equação acima, obtém-se as funções de transferência conforme a equação (3.42):

$$y(t) = \frac{BR}{BP + AQ} z^{-d}w(t) + \frac{H}{BP + AQ} \xi(t) \quad (3.42)$$

As funções de transferência entre o sinal de controle e o sinal de referência e o ruído são obtidas de maneira análoga. Substituindo-se a equação (3.1) que modela o sistema na lei de controle dada pela equação (3.13) obtém-se :

$$Hu(t) = -G \left[ \frac{B}{A} z^{-d}u(t) + \frac{C}{A} \xi(t) \right] - Ew(t) \quad (3.43)$$

Multiplicando-se ambos os lados da equação anterior pelo polinômio A, obtém-se :

$$AHu(t) = -z^{-d}GBu(t) - GC\xi(t) - AEw(t)$$

$$(AH + z^{-d}GB)u(t) = -GC\xi(t) - AEw(t) \quad (3.44)$$

Finalmente, substituindo-se o termo do lado esquerdo da equação anterior de acordo com a equação (3.40) e o polinômio E de acordo com a equação (3.12), obtém-se as funções de transferência conforme a equação (3.45):

$$u(t) = \frac{AR}{BP + AQ} w(t) - \frac{G}{BP + AQ} \xi(t) \quad (3.45)$$

É importante observar que as funções de transferência dadas pelas equações (3.42) e (3.45) são escritas em função do operador atraso  $z^{-1}$ . Para que os pólos e zeros destas funções possam ser definidos é necessário que estas equações sejam rescritas em função do operador avanço  $z$ .

Esta transformação é obtida multiplicando-se o numerador e o denominador de uma função de transferência por  $z^{n1}$  onde  $n1$  é a maior ordem entre os polinômios do numerador e do denominador. Após a transformação, o polinômio de menor ordem apresentará  $n1-n2$

zeros na origem, onde  $n_2$  é a menor ordem entre os polinômios do numerador e do denominador.

Portanto, as funções de transferência dadas pelas equações (3.42) e (3.45) apresentam os seguintes pólos em malha fechada:

i) os valores de  $z$  que anulam a equação algébrica dada pela equação (3.46) a seguir:

$$B(z^{-1})P(z^{-1}) + A(z^{-1})Q(z^{-1}) = 0 \quad (3.46)$$

ii) Pólos na origem em número que depende das ordens do numerador e do denominador da função de transferência.

Os pólos localizados na origem têm influência somente no atraso da resposta do sistema. Entretanto, apesar da resposta do sistema possuir atraso, visto que este está presente na malha de realimentação e portanto não pode ser eliminado, não há qualquer atraso na equação característica em malha fechada ( $BP+AQ$ ). Esta é uma característica da utilização de uma previsão de uma saída sobre um horizonte de igual valor do atraso. A presença do atraso na saída sobre um horizonte de igual valor do atraso. A presença do atraso na equação característica contribui para a degeneração da condição de estabilidade do sistema. Portanto, considerar-se-á como equação de alocação dos pólos do sistema em malha fechada a equação polinomial (3.47) escrita a seguir:

$$B(z^{-1})P(z^{-1}) + A(z^{-1})Q(z^{-1}) = T(z^{-1}) \quad (3.47)$$

onde:  $T(z^{-1})$  é um polinômio tal que os valores de  $z$  que o anulam são os pólos desejados em malha fechada.

As equações (3.42) e (3.45) mostram a influência dos polinômios da função de custo sobre as variáveis de saída e de controle do sistema. Os pólos do sistema em malha fechada localizados fora da origem são dados pela solução da equação algébrica (3.46) e portanto, os polinômios  $P$  e  $Q$  devem ser escolhidos de modo a satisfazer a equação polinomial (3.47).

### 3.5. Alocação de Pólos em Malha Fechada

Nesta seção desenvolve-se um esquema que permite a escolha da posição dos pólos do sistema em malha fechada a ser controlado com o GMV. Inicialmente estabelece-se algumas condições sobre os polinômios  $P$ ,  $Q$  e  $R$  da função de custo.

Primeiramente o polinômio  $P$  deve satisfazer a condição dada pela equação (3.27), de modo que se tenha uma estimação dos parâmetros do controlador independente dos parâmetros da função de custo, conforme foi visto no item 3.3.1.

Outra condição imposta é que se tenha o erro de regime nulo para uma referência tipo degrau. Esta condição implica em:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (y_t - w_t) = 0 \quad \text{para uma referência tipo de grau}$$

Como a saída  $y_t$  é dado pela equação (3.42), têm-se:

$$y(t) = \frac{BR}{BP + AQ} z^{-d} w(t) + \frac{H}{BP + AQ} \xi(t)$$

Como  $\xi(t)$  é suposto um sinal aleatório com média zero, isto implica que a parte estocástica de (3.42) desaparece quando  $t$  tende a infinito, logo tem-se:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \left[ \frac{BR}{BP + AQ} z^{-d} w(t) \right]$$

Utilizando-se o teorema do valor final para a transformada Z, mostrado à seguir, tem-se o resultado desejado.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{z-1}{z} X(Z) \quad (\text{teorema do valor final})$$

onde:  $X(z)$  é a transformada Z de  $x(t)$ .

Assim:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{z-1}{z} Y(Z) = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{z-1}{z} z^{-d} \frac{BR}{BP + AQ} W(z)$$

A transformada Z do sinal de referência, que é um degrau de amplitude ### é dada por:

$$W(z) = \alpha \frac{z}{z-1}$$

Logo:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{z-1}{z} z^{-d} \frac{BR}{BP + AQ} \alpha \frac{z}{z-1} = \lim_{z \rightarrow 1} \alpha z^{-d} \frac{BR}{BP + AQ}$$

Impondo que o polinômio Q tem a seguinte forma:

$$Q = (1 - z^{-1}) Q^* \quad (3.48)$$

Logo:

$$Q(1) = 0$$

E assim obtém-se que:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{z \rightarrow 1} \alpha z^{-d} \frac{BR}{BP} = \alpha \frac{R(1)}{P(1)}$$

Conforme pode ser visto nas equações (3.42) e (3.45), o polinômio R não influencia nos pólos do sistema em malha fechada, nem no comportamento estocástico dos sinais de saída e de controle. Este influencia apenas na definição dos zeros das funções de transferência entre os sinais de saída e controle e o sinal de referência. Desta forma pode-se escolher uma forma simples para o polinômio R, como por exemplo uma constante, como foi implementado neste trabalho.

$$R(z) = \text{constante} = P(1) \quad (3.49)$$

Logo as condições para que se tenha erro de regime nulo para um sinal de referência tipo degrau são:

$$Q = (1 - z^{-1}) Q^*$$

$$R(z) = \text{constante} = P(1)$$

Além das condições anteriores, neste trabalho impõe-se também que:

$$P = 1 + z^{-d} P^*$$

Desta forma necessita-se apenas determinar os polinômios  $P^*$  e  $Q^*$  de maneira a determinar-se a posição dos pólos do sistema em malha fechada, pois os polinômios  $P$ ,  $Q$  e  $R$  podem ser determinados a partir dos dois primeiros. Rescrevendo-se a equação de alocação de pólos (equação 3.47) para os polinômios  $P^*$  e  $Q^*$  tem:

$$BP + AQ = T$$

$$B(1 + z^{-d}P^*) + A(1 - z^{-1})Q^* = T$$

$$z^{-d}BP^* + A(1 - z^{-1})Q^* = T - B \quad (3.50)$$

Como utiliza-se neste trabalho o esquema de estimação implícita, deve-se modificar a equação (3.50) para a obtenção da mesma em função dos polinômios estimados do  $G'$ ,  $BF$  e  $C$ . Assim multiplicando-se os dois lados da equação (3.50) pelo polinômio  $F$  tem:

$$z^{-d}BFP^* + AF(1 - z^{-1})Q^* = FT - FB \quad (3.51)$$

Rescrevendo-se a equação (3.41):

$$AF = C - z^{-d}G'$$

Substituindo-se a equação anterior na equação (3.51), tem:

$$z^{-d}BFP^* + [(C - z^{-d}G')(1 - z^{-1})Q^*] = FT - FB \quad (3.52)$$

Definindo-se:

$$S = (C - z^{-d}G')(1 - z^{-1}) \quad (3.53)$$

$$\tilde{F} = F - 1 \quad (3.54)$$

Substituindo-se as equações (3.53) e (3.54) na equação (3.52) tem:

$$z^{-d}BP^* + SQ^* - T\tilde{F} = T - BF \quad (3.55)$$

Com a equação (3.55) pode-se obter os polinômios  $P^*$  e  $Q^*$  e  $\tilde{T}$  a partir dos polinômios estimados  $BF$ ,  $G'$  e  $C$  e do polinômio  $T$  especificado pelo projetista da estratégia de controle.

### 3.6. Síntese do Algoritmo Implementado

Pode-se resumir o algoritmo desenvolvido neste trabalho da seguinte maneira:

1) Inicialização do vetor de parâmetros estimados  $\theta_0$  e da matriz de covariância  $P_0$ .  
Obtenção do traço mínimo da matriz de covariância  $P_0$  e do polinômio T de alocação de pólos .

2) Aquisição da saída  $y(t)$ .

3) Estimação dos parâmetros do controlador através do estimador de mínimos quadrados com fatoração UD e traço constante.

4) Cálculo dos polinômios  $P^*$  e  $Q^*$  através da equação (3.55):

5) Cálculo do controle  $u(t)$  através da lei de controle (equação 3.38).

$$x^T(t) \cdot \theta + V(t) = 0 \quad (3.38)$$

6) Volta ao passo 2.

### 3.6.1. Algoritmos de Estimação

Inicializa-se  $U(0)$  e  $D(0)$  no instante  $t=0$  de tal forma que:

$$P(0) = U(0) \cdot D(0) \cdot U^T(0)$$

Para cada instante de tempo  $t$  executa-se dos passo 1 até o passo 6:

1. Calcule:

$$f = U^T(t-1) \cdot x(t-d)$$

$$g = D(t-1) \cdot f$$

$$\beta_0 = \frac{1}{\mu(t)}$$

3. Para  $j=1, \dots, n$  execute do passo 3 até 5: (onde  $n = \dim[\hat{\theta}]$ )

3. Calcule

$$\beta_j = \beta_{j-1} + f_j \cdot g_j$$

$$D_{jj}(t) = \frac{\beta_{j-1} D_{jj}(t-1)}{\beta_j \lambda(t)}$$

$$v_j = g_j$$

$$\mu_j = -\frac{f_j}{\beta_{j-1}}$$

4. Para  $j=1, \dots, n$  execute do passo 3 até 5, caso  $j$  seja diferente de 1

5. Calcule

$$U_{jj}(t) = U_{jj}(t-1) + v_j \cdot \mu_j$$

$$v_i = v_i + U_{ij}(t-1) \cdot v_j$$

6. Calcule

$$\bar{K}(t) = \begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_d \end{bmatrix}$$

$$K(t) = \frac{\bar{K}(t)}{\beta_d}$$

Algoritmo de Fatoração UD

Definindo-se:

$$\bar{P}(t) = P(t-1) - \frac{P(t-1) \cdot x(t-d) \cdot x^T(t-d) \cdot P(t-1)}{1 + x^T(t-d) \cdot P(t-1) \cdot x(t-d)}$$

$tr_{min}$ : traço mínimo desejado

Calculando-se o traço de  $\bar{P}(t)$  realiza-se o seguinte procedimento:

1. Se o traço de  $\bar{P}(t < tr_{min})$ , então o coeficiente de esquecimento é dado por:

$$\lambda = \frac{\text{traço } \bar{P}(t)}{tr_{min}}$$

$$P(t) = \frac{\bar{P}(t)}{\lambda(t)}$$

3. Se o traço de  $\bar{P}(t \geq tr_{min})$ , então:

$$P(t) = \bar{P}(t)$$

Algoritmo do Traço Constante

---

## 4. - Controlador Preditivo Generalizado

---

### 4.1 Introdução

Os primeiros controladores adaptativos, tais como o de variância mínima proposto por Astrom em 1973 e o GMV visto no capítulo anterior, necessitavam da previsão da saída  $d$  passos a frente, onde  $d$  representa o atraso de transporte do sistema. Assim estes controladores exigem o conhecimento a priori do atraso do sistema e também que este não se modifique ao longo do tempo.

O Controlador Preditivo Generalizado (GPC) surgiu como uma modificação do GMV, onde se utiliza uma função de custo mais geral e realiza-se uma previsão da saída para um horizonte de tempo maior que o atraso de transporte do sistema. Este trabalho surgiu em 1984 proposto por Clarke et al.[5] como uma modificação dos controladores preditivos de horizonte estendido surgidos a partir do final da década de 70.

O GPC, como a maioria dos controladores preditivos, consiste de um preditor, uma função de custo, uma lei de controle que minimiza a função de custo estabelecida e no caso adaptativo de um identificador, que estima os parâmetros do sistema a cada intervalo de amostragem. A função de custo utilizada no GPC é dada por:

$$J = \varepsilon \left\{ \left[ \sum_{i=N_1}^{N_2} \left( P(z^{-1}) \cdot y(t+i) - R(z^{-1}) \cdot w(t+i) \right)^2 + \sum_{i=1}^{N_u} \lambda \cdot \Delta u(t+i-1)^2 \right] / t \right\}$$

Como este controlador utiliza um horizonte de previsão para que a saída atinja o valor de referência, ele permite obter esforços de controle menores que o GMV, acarretando uma diminuição da possibilidade de saturação dos atuadores.

O GPC vem mostrando-se de grande utilidade para sistemas aonde o atraso de transporte seja desconhecido ou variante no tempo, bastando-se ter um conhecimento do intervalo em que este se encontra. Desta forma este controlador tem mostrado bons resultados para diferentes sistemas([23], [24], [25], etc.) e desta forma é utilizado neste trabalho para superar os problemas encontrados com GMV.

Este capítulo está assim organizado: no item 4.2 é apresentado o modelo do sistema utilizado para a dedução do controlador; no item 4.3 é apresentado a dedução do preditor da saída utilizada no cálculo da lei de controle; no item 4.4 realiza-se a decomposição da previsão da saída em duas partes uma livre e outra forçada; no item 4.5 é apresentado a função de custo e deduzida a lei de controle; no item 4.6 apresenta-se a função de transferência em malha fechada do sistema controlado; no item 4.7 é realizada uma discussão sobre a influência dos parâmetros do GPC no desempenho do sistema e no item 4.8 é apresentado o algoritmo implementado neste trabalho.

### 4.2 Modelo do Sistema

Para o GPC utilizar-se-á o modelo CARIMA (dado pela equação 4.1) no lugar do modelo CARMA utilizado para o GMV, pois este controlador quando implementado na forma incremental apresenta vantagens muito significativas sobre a forma posicional [21], onde se utiliza o modelo, pois a forma incremental não apresenta problemas de "off-set" da saída causados pela escolha do horizonte de controle, da imprecisão da estimação de parâmetros e do valor de  $\lambda$ , ponderação do controle na função de custo; que ocorrem no GPC posicional.

Desta forma o sistema ser modelado pela equação 4.1, onde toda a equação 4.1 do modelo CARMA é multiplicada pelo operador  $\Delta$ .

$$\alpha(z^{-1}) \cdot y(t) = B(z^{-1}) \cdot \Delta u(t-d) + C \cdot \xi(t) \quad (4.1)$$

Onde:

$d$  é o atraso de transporte discreto do sistema

$\Delta$  é operador incremental definido por  $\Delta = 1 - z^{-1}$

$$\alpha(z^{-1}) = \Delta A(z^{-1})$$

$\xi(t) = \frac{1}{\Delta} \cdot x(t)$ , que representa a perturbação do sistema, esta

forma de representação pode representar perturbações como movimento browniano, degraus de amplitude aleatória ocorrendo em instantes aleatórios, etc.

### 4.3 Previsão da Saída

Para a obtenção da lei de controle, necessita-se da previsão da saída filtrada, sendo a saída filtrada dada por:

$$y_f(t) = P(z^{-1}) \cdot y(t) \quad (4.2)$$

Existem dois métodos para a obtenção da previsão da saída filtrada. O primeiro que tem maior importância para análises do comportamento em malha fechada do sistema, e segundo, que possui uma utilidade maior para o cálculo computacional do algoritmo. Desta forma, a seguir são apresentados os dois métodos.

#### 4.3.1 Previsão pela Equação de Diophantine

Substituindo-se a previsão da saída filtrada (eq. 4.2) na equação do sistema (eq. 4.1), tem:

$$y_f(t) = \frac{PB}{\alpha} \cdot \Delta u(t-d) + \frac{PC}{\alpha} \cdot \xi(t) \quad (4.3)$$

Como deseja-se a previsão da saída filtrada  $j$  passos a frente, tem:

$$y_f(t+j) = \frac{PB}{\alpha} \cdot \Delta u(t-d+j) + \frac{PC}{\alpha} \cdot \xi(t+j) \quad (4.4)$$

Utiliza-se a equação de Diophantine, dada pela equação (4.5), para a separação da perturbação nas medidas passadas e nas medidas futuras.

$$\frac{PC}{\alpha} = F_j + z^{-j} \frac{G_j}{\alpha} \quad (4.5)$$

onde:

$F_j$  é um polinômio de ordem  $j-1$

$G_j$  é um polinômio de ordem  $= \text{Max}(n_a, n_c + n_p - j)$

Substituindo (4.5) em (4.4) obtém-se:

$$y_f(t+j) = \frac{PB}{\alpha} \cdot \Delta u(t-d+j) + F_j \cdot \xi(t+j) + \frac{G_j}{\alpha} \cdot \xi(t) \quad (4.6)$$

Desta forma a melhor previsão de  $y_f(t+j)$  no instante  $t$  é dada por:

$$\hat{y}_f(t+j/t) = \frac{PB}{\alpha} \cdot \Delta u(t-d+j) + \frac{G_j}{\alpha} \cdot \xi(t) \quad (4.7)$$

Sendo o erro de previsão calculado por:

$$e(t+j/t) = F_j \cdot \xi(t+j) \quad (4.8)$$

Da equação (4.1) obtém-se:

$$\xi(t) = \frac{\alpha}{C} \cdot y(t) - \frac{B}{C} \cdot \Delta u(t-d) \quad (4.9)$$

Substituindo (4.9) em (4.7) tem:

$$\hat{y}_f(t+j/t) = \frac{PB}{\alpha} \cdot \Delta u(t-d+j) + \frac{G_j}{\alpha} \cdot \left[ \frac{\alpha}{C} \cdot y(t) - \frac{B}{C} \cdot \Delta u(t-d) \right] \quad (4.10)$$

$$\hat{y}_f(t+j/t) = \frac{PB}{\alpha} \cdot \Delta u(t-d+j) + \frac{G_j}{C} \cdot y(t) - \frac{BG_j}{\alpha C} \cdot \Delta u(t-d) \quad (4.11)$$

$$\hat{y}_f(t+j/t) = \frac{G_j}{C} \cdot y(t) + \Delta u(t-d+j) + \left[ \frac{PB}{\alpha} - z^{-j} \frac{BG_j}{\alpha C} \right] \quad (4.12)$$

Multiplicando (4.5) por B/C:

$$\frac{PB}{\alpha} = \frac{BF_j}{C} + z^{-j} \frac{BG_j}{\alpha C} \quad (4.13)$$

$$\frac{BF_j}{C} = \frac{PB}{\alpha} - z^{-j} \frac{BG_j}{C} \quad (4.14)$$

Substituindo (4.14) em (4.12), obtém-se a previsão da saída filtrada do sistema  $j$  passos a frente:

$$\hat{y}_f(t+j/t) = \frac{G_j}{C} \cdot y(t) + \frac{BF_j}{C} \Delta u(t-d+j) \quad (4.15)$$

Utilizando-se a equação (4.15) pode-se calcular a previsão da saída filtrada para todo o intervalo de previsões necessário ao GPC. Contudo, para cada previsão será necessário resolver a equação de Diophantine (4.5) de forma a encontrar os polinômios  $F_j$  e  $G_j$ , o que requer um considerável esforço computacional. Este esforço pode ser minimizado através do cálculo recursivo dos polinômios  $F_j$  e  $G_j$ , conforme foi demonstrado em [27].

#### 4.3.2 Previsão a Múltiplos Passos

Neste trabalho utiliza-se a "previsão a múltiplos passos" proposto por [23], onde utilizando-se uma decomposição especial do polinômio  $C$  e uma interação da equação do modelo do sistema (4.3) obtém-se as previsões da saída filtrada do sistema de forma recursiva para os diferentes passos a frente desejados. Este método apresenta-se muito mais eficiente do ponto de vista computacional quando tem previsões para horizontes longos e por isto foi utilizado neste trabalho. O método dado pela equação (4.15) é utilizado para a análise do comportamento de malha fechada do sistema, no qual é muito mais apropriado. A seguir será apresentado o método da previsão a múltiplos passos:

Decompondo o polinômio C na soma de dois termos:

$$C = \Gamma = \bar{\Gamma}_j + z^{-j} \cdot \tilde{\Gamma}_j \quad (4.16)$$

$$\bar{\Gamma}_j = 1 + \Gamma_1 z^{-1} + \dots + \Gamma_{j-1} z^{-j+1}$$

$$\bar{\Gamma}_j = \begin{cases} \Gamma_j + \Gamma_{j+1} z^{-1} + \dots + \Gamma_{n\Gamma} z^{-n\Gamma+j} & \text{para } j \leq n\Gamma \\ 0 & \text{para } j > n\Gamma \end{cases}$$

Desta forma, pode-se rescrever a equação (4.4) como:

$$\alpha y_f(t+j) = PB\Delta u(t-d+j) + \bar{\Gamma}_j P \xi(t+j) + \tilde{\Gamma}_j P \xi(t) \quad (4.17)$$

Logo, a melhor previsão da saída filtrada  $j$  passos à frente é dada por:

$$\alpha \hat{y}_f(t+j) = PB\Delta u(t-d+j) + \tilde{\Gamma}_j P \xi(t) \quad (4.18)$$

Definindo-se:

$$\beta = PB$$

$$P \xi(t) = y_f(t) - \hat{y}_f(t/t-1)$$

A melhor previsão da saída filtrada (eq. 4.17) pode ser rescrita da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \hat{y}_f(t+j/t) = & - \sum_{i=1}^{n\alpha} \alpha_i \hat{y}_f(t+j-i/t) + \sum_{i=0}^{n\beta} \beta_i \Delta u(t+j-i-d) + \\ & + \sum_{i=0}^{n\Gamma-j} \Gamma_{i+j} [y_f(t-i) - \hat{y}_f(t-i/t-i-d)] \end{aligned} \quad (4.19)$$

Aonde utiliza-se :

$$\hat{y}_f(t+j-i/t) = y_f(t+j-i) \quad \text{se } i \geq j$$

#### 4.4 Decomposição da Previsão da Saída

Pode-se notar que as previsões de saída dadas pelas equações (4.15) e (4.19) podem ser decompostas em duas partes: um termo que depende dos sinais de controles já exercidos ( $j \ll i+d$ ) e um termo que depende dos sinais de controle a serem calculados até o instante " $t+j-d$ ". Desta forma pode-se decompor a previsão da saída filtrada da seguinte forma:

$$\hat{y}_f(t+j/t) = \hat{y}_{ff}(t+j/t) + \hat{y}_n(t+j/t) \quad (4.20)$$

onde:

$\hat{y}_{ff}$  : é a previsão da saída filtrada forçada, que é função dos incrementos futuros do sinal de controle  $[\Delta u(t), \dots, \Delta u(t+N_u)]$ .

$\hat{y}_n$  : é a previsão da saída filtrada livre, que é função dos incrementos passados do sinal de controle  $[\Delta u(t-1), \Delta u(t-2), \dots]$ ; do estado do processo no instante  $t$   $[y_f(t), y_f(t-1), \dots]$  e dos erros de previsão anteriores ao instante  $t$ .

Para se conseguir esta decomposição, utiliza-se a seguinte identidade polinomial:

$$BF_j = CH_j + z^{-j}I_j \quad (4.21)$$

onde:

$$\begin{aligned} H_j &= \text{polinômio de ordem } j-1 \\ I_j &= \text{polinômio de ordem } \max(nb+nj-1, nc-1) \end{aligned}$$

Desta forma pode-se reescrever a equação(4.15), como:

$$\hat{y}_f(t+j/t) = \frac{G_j}{C} \cdot y(t) + H_j \Delta u(t-d+j) + \frac{I_j}{C} \Delta u(t-d) \quad (4.22)$$

Fazendo-se a decomposição da saída filtrada:

$$\hat{y}_f(t+j-d/t) = H_j \Delta u(t-d+j) \quad (4.23)$$

$$\hat{y}_f(t+j/t) = \frac{G_j}{C} \cdot y(t) + \frac{I_j}{C} \Delta u(t-d) \quad (4.24)$$

Para obter-se a decomposição da saída filtrada pelo o método da previsão a múltiplos passos, rescrever-se a equação (4.19) para os instantes  $j=1$  até o horizonte máximo de previsão (N2):

$$\begin{aligned} \hat{y}_f(t+1/t) &= -\alpha_1 y_f(t) - \dots - \alpha_{n\alpha} y_f(t-n\alpha+1) + \\ &\quad + \beta_0 \Delta u(t+1-d) + \dots + \beta_{n\beta} \Delta u(t+1-n\beta-d) + \end{aligned}$$

$$+ \Gamma_1 [y_f(t) - \hat{y}_f(t/t-d)] + \dots + \Gamma_{n\Gamma} [y_f(t-n\Gamma+1) - \hat{y}_f(t-n\Gamma+1/t-n\Gamma+1-d)] \quad (4.25.1)$$

Até:

$$\begin{aligned} \hat{y}_f(t+N2/t) &= -\alpha_1 y_f(t+N2-1/t) - \dots - \alpha_{n\alpha} y_f(t-n\alpha+N2/t) + \\ &\quad + \beta_0 \Delta u(t+N2-d) + \dots + \beta_{n\beta} \Delta u(t+N2-n\beta-d) + \\ &\quad + \Gamma_{N2} [y_f(t) - \hat{y}_f(t/t-d)] + \dots + \Gamma_{n\Gamma} [y_f(t-n\Gamma+N2) - \hat{y}_f(t-n\Gamma+N2/t-n\Gamma+N2-d)] \end{aligned} \quad (4.25.N2)$$

Realizando-se a decomposição da previsão da saída filtrada nos termos livre e forçado, tem-se:

Previsão da saída filtrada livre:

$$\begin{aligned} \hat{y}_f(t+1/t) &= -\alpha_1 y_f(t) - \dots - \alpha_{n\alpha} y_f(t-n\alpha+1) + \\ &\quad + \beta_1 \Delta u(t-d) + \dots + \beta_{n\beta} \Delta u(t+1-n\beta-d) + \end{aligned}$$

$$+ \Gamma_1 [y_f(t) - \hat{y}_f(t/t-1)] + \dots + \Gamma_{n\Gamma} [y_f(t-n\Gamma+1) - \hat{y}_f(t-n\Gamma+1/t-n\Gamma+1-d)] \quad (4.26.1)$$

Até:

$$\begin{aligned} \hat{y}_f(t + N2/t) = & -\alpha_1 \hat{y}_f(t + N2 - 1/t) - \dots - \alpha_{n\alpha} \hat{y}_f(t - n\alpha + N2/t) + \\ & + \beta_0 \Delta u(t + N2 - d) + \dots + \beta_{n\beta} \Delta u(t + N2 - n\beta - d) + \\ & + \Gamma_{N2} [y_f(t) - \hat{y}_f(t/t - d)] + \dots + \Gamma_{n\Gamma} [y_f(t - n\Gamma + N2) - \hat{y}_f(t - n\Gamma + N2/t - n\Gamma + N2 - d)] \end{aligned} \quad (4.26.N2)$$

Previsão da saída filtrada forçada:

$$\hat{y}_f(t + 1/t) = \beta_0 \Delta u(t + 1 - d) \quad (4.27.1)$$

$$\begin{aligned} \hat{y}_f(t + 2/t) = & -\alpha_1 \hat{y}_f(t + 1/t) + \beta_0 \Delta u(t + 1) + \beta_1 \Delta u(t) \\ & \vdots \\ & \vdots \\ \hat{y}_f(t + N2/t) = & -\alpha_1 \hat{y}_f(t + N2 - 1/t) - \dots - \alpha_{n\alpha} \hat{y}_f(t - n\alpha + N2/t) + \\ & + \beta_0 \Delta u(t + N2 - 1) + \dots + \beta_{N2-1} \Delta u(t) \end{aligned} \quad (4.27.N2)$$

Rescrevendo as previsões da saída forçada  $\hat{y}_f(t + j/t)$  em função das previsões anteriores  $\hat{y}_f(t + j - 1/t)$ , tem:

$$\begin{aligned} \hat{y}_f(t + 2/t) = & (\beta_1 - \beta_0 \alpha_1) \Delta u(t) + \beta_0 \Delta u(t + 1) \\ = & m_1 \Delta u(t) + m_0 \Delta u(t + 1) \end{aligned} \quad (4.28.2)$$

$$\begin{aligned} \hat{y}_f(t + 3/t) = & -\alpha_1 [(\beta_1 - \beta_0 \alpha_1) \Delta u(t) + \beta_0 \Delta u(t + 1)] - \alpha_2 [\beta_0 \Delta u(t)] + \\ & + \beta_2 \Delta u(t) + \beta_1 \Delta u(t + 1) + \beta_0 \Delta u(t + 2) \\ = & (\beta_2 - \alpha_1 m_1 - \alpha_2 m_0) \Delta u(t) + m_1 \Delta u(t + 1) + m_0 \Delta u(t + 2) \\ = & m_2 \Delta u(t) + m_1 \Delta u(t + 1) + m_0 \Delta u(t + 2) \end{aligned}$$

$$\hat{y}_f(t + N2/t) = m_{N2-1} \Delta u(t) + \dots + m_0 \Delta u(t + N2 - 1) \quad (4.28.N2)$$

onde:

$$m_0 = \beta_0 = b_0 p_0 \quad (4.29.a)$$

$$m_j = \beta_j - \sum_{i=1}^{\min(n\alpha, j)} \alpha_i m_{j-i} \quad (4.29.b)$$

Pode-se provar que os coeficientes  $m_j$  são as ordenadas da resposta ao impulso unitário do sistema:

$$\frac{B(z^{-1})P(z^{-1})}{\alpha(z^{-1})}$$

Escrevendo-se as previsões na forma vetorial, tem:

$$\hat{y}_f = [\hat{y}_f(t + 1/t) \quad \dots \quad \hat{y}_f(t + N2/t)]^T$$

$$\hat{y}_f = [\hat{y}_f(t+1/t) \quad \dots \quad \hat{y}_f(t+N2/t)]^T$$

$$\hat{y}_f = [\hat{y}_f(t+1/t) \quad \dots \quad \hat{y}_f(t+N2/t)]^T$$

Escrevendo-se também os incrementos do sinal de controle e os coeficientes  $m_j$  na forma vetorial:

$$\delta u = [\Delta u(t) \quad \dots \quad \Delta u(t+N2-1)]^T$$

$$M = \begin{bmatrix} m_0 & 0 & \vdots & \vdots \\ \vdots & m_0 & 0 & \vdots \\ \vdots & \vdots & m_0 & 0 \\ m_{N2-1} & \vdots & \vdots & m_0 \end{bmatrix}$$

Desta forma pode-se escrever vetorialmente a previsão da saída forçada:

$$\hat{y}_f = M\delta u \quad (4.30)$$

Da mesma forma tem-se a previsão da saída filtrada:

$$\hat{y}_f = M\delta u + \hat{y}_f \quad (4.31)$$

#### 4.5 Função de Custo Generalizada

Conforme já foi mencionado, o GPC utiliza-se da minimização de uma função de custo, como a maioria dos controladores adaptativos existentes. A função de custo é uma generalização da função de custo utilizada no GMV, pois utiliza-se neste caso da previsão para um horizonte futuro e não mais para apenas um instante de tempo igual ao atraso de transporte discreto do processo. Assim a função de custo para o GPC é dada por:

$$J = \varepsilon \left\{ \left[ \sum_{i=N1}^{N2} (y_f(t+i) - y_m(t+i))^2 + \sum_{i=1}^{Nu} \lambda \cdot \Delta u(t+i-1)^2 \right] / t \right\} \quad (4.32)$$

onde:

$$y_m(t) = R(z^{-1}) \cdot w(t) \quad (4.33)$$

$\lambda$  = ponderação do incremento do sinal de controle

$N1$  = é o horizonte de previsão inicial

$N2$  = é o horizonte de previsão máximo

$Nu$  = é o horizonte de controle, sendo que  $Nu \leq N2$ , indicando que são disponíveis apenas  $Nu$  sinais de controle para levar a saída até a referência

Um fato interessante a observar-se no GPC é que este utiliza valores de referência futuros, o que é observado nas equações 4.32 e 4.33. Desta forma, caso tenha-se a priori os valores futuros da referência é possível utilizá-los de forma a calcular os valores do controle para levar a saída mais rapidamente até o valor desejado. Neste caso, dá-se o nome de *referência pré-especificada*, que é comumente utilizada em controle de robôs. Para os casos em que não se dispõe dos valores futuros

da referência, utiliza-se o último valor disponível como os valores futuros, para este caso denomina-se de *referência normal*.

Utilizando-se o horizonte de controle  $N_u$ , obtém-se as seguintes modificações no vetor de incrementos do sinal de controle e na matriz  $M$ :

$$\delta u = [\Delta u(t) \quad \dots \quad \Delta u(t + N_u - 1)]^T$$

$$M = \begin{bmatrix} m_0 & 0 & \vdots \\ \vdots & m_0 & 0 \\ \vdots & \vdots & m_0 \\ m_{N-2} & \vdots & m_{N-2-N_u} \end{bmatrix}$$

Desta maneira a equação 4.31 pode ser reescrita como:

$$\hat{y}_f = M_1 \delta u + \hat{y}_f \quad (4.34)$$

#### 4.5.1 Lei de Controle

A lei de controle para o GPC é obtida pela minimização da função de custo em relação ao vetor de incremento dos sinais de controle. A seguir, por simplicidade é utilizado o valor do atraso de transporte igual a 1.

Aplicando as propriedades da esperança matemática para se desenvolver a equação 4.32, obtém-se:

$$J = \sum_{i=N_1}^{N_2} \varepsilon \left\{ [y_f(t+i) - y_m(t+i)]^2 / t \right\} + \sum_{i=1}^{N_u} \varepsilon \left\{ \lambda \cdot \Delta u(t+i-1)^2 / t \right\} \quad (4.35)$$

A seguir desenvolve-se o primeiro termo da equação 4.35, substituindo a saída filtrada pela soma entre a previsão da saída filtrada mais o erro de previsão:

$$\begin{aligned} \varepsilon \left\{ [y_f(t+i) - y_m(t+i)]^2 / t \right\} &= \varepsilon \left\{ [\hat{y}_f(t+i/t) + F_i \xi - y_m(t+i)]^2 / t \right\} = \\ &= \varepsilon \left\{ [\hat{y}_f(t+i) - y_m(t+i)]^2 - F_i \xi [\hat{y}_f(t+i/t) + F_i \xi - y_m(t+i)] + F_i \xi (t+i)^2 \right\} = \\ &= \varepsilon \left\{ [\hat{y}_f(t+i) - y_m(t+i)]^2 / t \right\} - \varepsilon \left\{ 2F_i \xi [\hat{y}_f(t+i/t) + F_i \xi - y_m(t+i)] / t \right\} + \varepsilon \left\{ [F_i \xi (t+i)]^2 / t \right\} = \end{aligned} \quad (4.36)$$

Pode-se simplificar a equação (4.36) utilizando-se de algumas hipóteses:

i) A perturbação atuante no processo é considerada não-correlata com o sinal de controle, nem com a saída ou o sinal de referência, logo:

$$\varepsilon \left\{ 2F_i \xi [\hat{y}_f(t+i/t) + F_i \xi - y_m(t+i)] / t \right\} = 0 \quad (4.37)$$

ii) Como tem que a ordem do polinômio  $F_i$  é  $i-1$ , logo:

$$= \varepsilon \left\{ [F_i \xi (t+i)]^2 / t \right\} = \varepsilon \left\{ [F_i \xi (t+i)]^2 \right\} \quad (4.38)$$

iii) Utilizando-se a definição de  $\hat{y}_f(\circ)$  dada pela equação (4.22), obtém-se:

$$\varepsilon \left\{ \left[ \hat{y}_f(t+i) - y_m(t+i) \right]^2 / t \right\} = \varepsilon \left\{ \left[ \frac{G_i}{C} y(t) + H_i \Delta u(t+i-1) + \frac{I_i}{C} \Delta u(t-1) - y_m(t+i) \right]^2 / t \right\} \quad (4.39)$$

Como pode-se observar, todos os termos a exceção de  $H_i \Delta u(t+i-1)$  são conhecidos no instante de tempo  $t$ . Logo a esperança matemática desses termos é dada pelo próprio valor dos mesmos. Quanto ao termo  $H_i \Delta u(t+i-1)$ , pode-se observar que o mesmo é determinístico. Assim tem:

$$\varepsilon \left\{ \left[ \hat{y}_f(t+i) - y_m(t+i) \right]^2 / t \right\} = \left[ \hat{y}_f(t+i) - y_m(t+i) \right]^2 \quad (4.40)$$

Realizando-se as substituições das equações (4.37), (4.38) e (4.40) na equação (4.35), tem:

$$J = \sum_{i=N1}^{N2} \left[ \hat{y}_f(t+i) - y_m(t+i) \right]^2 + \sum_{i=1}^{Nu} \lambda \Delta u(t+i-1)^2 + \varepsilon \left\{ \left[ F_i \xi(t+1) \right]^2 \right\} \quad (4.41)$$

Fazendo por simplicidade  $N1=1$  e definindo-se os vetores a seguir:

$$F \xi = \left[ F_1 \xi(t+1) \quad \dots \quad F_1 \xi(t+N2) \right]^T$$

$$y_m = \left[ R w(t+1) \quad \dots \quad R w(t+N2) \right]^T$$

Rescrevendo a função de custo (4.41) na forma vetorial, tem:

$$J = (\hat{y}_f - y_m)^T (\hat{y}_f - y_m) + \lambda \Delta u^T \Delta u + \varepsilon \left\{ F \xi^T F \xi \right\} \quad (4.42)$$

Substituindo-se a equação (4.34) em (4.42), obtém-se:

$$J = \left( M_1 \Delta u + \hat{y}_f - y_m \right)^T \left( M_1 \Delta u + \hat{y}_f - y_m \right) + \lambda \Delta u^T \Delta u + \varepsilon \left\{ F \xi^T F \xi \right\} \quad (4.43)$$

Diferenciando-se o critério  $J$  em relação a  $\Delta u$  e igualando a zero, de forma a ter-se a minimização da equação de custo, obtém-se:

$$\frac{\partial J}{\partial \Delta u} = 2 M_1^T M_1 \Delta u + 2 M_1^T (\hat{y}_f - y_m) + 2 \lambda \Delta u + \frac{\partial}{\partial \Delta u} \varepsilon \left\{ F \xi^T F \xi \right\} = 0 \quad (4.44)$$

Como:

$$\frac{\partial}{\partial \Delta u} \varepsilon \left\{ F \xi^T F \xi \right\} = 0$$

Logo a equação (4.44) torna-se:

$$2 M_1^T M_1 \Delta u + 2 M_1^T (\hat{y}_f - y_m) + 2 \lambda \Delta u = 0 \quad (4.45)$$

Desta forma o vetor de controle é dado por:

$$\Delta u = \left( M_1^T M_1 + \lambda I \right)^{-1} M_1^T (y_m - \hat{y}_f) \quad (4.46)$$

onde:

$I$  é a matriz identidade de ordem  $(Nu \times Nu)$

A cada instante de amostragem é obtido um vetor de incrementos de controle que fornece os incrementos do instante  $t$  até o instante  $t+Nu$ , mas no GPC utiliza-se apenas o incremento do instante  $t$  e no próximo intervalo de amostragem a lei de controle é recalculada, esta estratégia de controle é denominada de deslocamento de horizonte ("receding horizon" ou "open-loop feedback"). Desta forma, é necessário calcular-se apenas o primeiro elemento do vetor  $\Delta u$  e para isto define-se a matriz  $V$  como sendo:

$$V = (M_1^T M_1 + \lambda I)^{-1} M_1^T \quad (4.47)$$

Chamando-se de  $v_i$  a primeira linha da matriz  $V$ , obtém-se o incremento do sinal de controle para o instante  $t$  como sendo:

$$\Delta u(t) = v_1^T (y_m - \hat{y}_\beta) \quad (4.48)$$

#### 4.6 Função de Transferência em Malha Fechada

Para se obter a função de transferência em malha fechada do sistema deve-se inicialmente rescrever a equação 4.48:

$$\Delta u(t) = \sum_{i=N1}^{N2} v_{1i}^T [(y_m(t+i) - \hat{y}_\beta(t+i/t))] \quad (4.48.a)$$

onde:

$v_{ij}$  representa o elemento da linha  $i$  e coluna  $j$  da matriz  $V$

Substituindo 4.24 e 4.32 em 4.48.a e multiplicando por  $C$ , tem:

$$C\Delta u(t) = \sum_{i=N1}^{N2} v_{1i}^T [RCw(t+i) - G_i y(t) - I_i \Delta u(t-d)] \quad (4.49)$$

Considerando-se que a referência é "normal", tem-se:

$$\left( RC \sum_{i=N1}^{N2} v_{1i} \right) w(t) - \left( \sum_{i=N1}^{N2} v_{1i} G_i \right) y(t) - \left( C + z^{-d} \sum_{i=N1}^{N2} v_{1i} I_i \right) \Delta u(t) \quad (4.50)$$

Fazendo-se:

$$E_{eq} = RC \sum_{i=N1}^{N2} v_{1i} \quad (4.51.a)$$

$$G_{eq} = \sum_{i=N1}^{N2} v_{1i} G_i \quad (4.51.b)$$

$$H_{eq} = C + z^{-d} \sum_{i=N1}^{N2} v_{1i} I_i \quad (4.51.c)$$

Desta forma tem-se:

$$G_{eq} y(t) + H_{eq} \Delta u(t) - E_{eq} w(t) = 0 \quad (4.52)$$

Substituindo-se a equação 4.52 na equação do sistema (eq. 4.1) tem:

$$\alpha H_{eq} y(t) = -z^{-d} B G_{eq} y(t) + z^{-d} B E_{eq} w(t) + C H_{eq} \xi(t) \quad (4.53)$$

Assim, a equação do sistema em malha fechada é dada por:

$$y(t) = \frac{z^{-d} B E_{eq} w(t)}{\alpha H_{eq} + z^{-d} B G_{eq}} + \frac{C H_{eq} \xi(t)}{\alpha H_{eq} + z^{-d} B G_{eq}} \quad (4.54)$$

O polinômio característico do sistema é dado por:

$$\alpha H_{eq} + z^{-1} B G_{eq} = \alpha \left( C + z^{-d} \sum_{i=N1}^{N2} v_{1i} I_i \right) + z^{-d} B \sum_{i=N1}^{N2} v_{1i} G_i \quad (4.55)$$

Substituindo  $G_i$  dado pela equação 4.5 na equação 4.55

$$\alpha H_{eq} + z^{-1} B G_{eq} = \alpha \left( C + z^{-d} \sum_{i=N1}^{N2} v_{1i} I_i \right) + z^{-d} B \sum_{i=N1}^{N2} v_{1i} z^i (P C - \alpha F_i) \quad (4.56)$$

Substituindo  $B F_i$  dado pela equação 4.21 na equação 4.56 e rearranjando, obtém-se:

$$\alpha H_{eq} + z^{-1} B G_{eq} = P B C \sum_{i=N1}^{N2} v_{1i} z^{i-d} + \alpha C \left( 1 - \sum_{i=N1}^{N2} v_{1i} z^{i-d} H_i \right) \quad (4.57)$$

Como pode-se observar, a equação característica é uma função complexa dos horizontes  $N1$ ,  $N2$  e  $Nu$ , pois os elementos  $v_{ij}$  também são função destes horizontes. Para certas condições particulares a equação 4.57 pode ser simplificada:

$$N1 = 1$$

$$N2 = \text{qualquer valor}$$

$$Nu = N2$$

$$\lambda = 0$$

$$d=1$$

Nestas condições a matriz  $M_1$  torna-se quadrada e de ordem ( $N2 \times N2$ ), assim pós-multiplicando a matriz  $V$  ( $N2 \times N2$ ) tem-se:

$$V M_1 = (M_1^T M_1)^{-1} M_1^T M_1 = I$$

Resolvendo-se o sistema  $V M=I$ , de forma a obter a primeira linha da matriz  $V$ , tem:

$$v_1 = [v_{11} \quad v_{12} \quad \dots \quad v_{1N2}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ m_0 & & & \end{bmatrix}$$

Como  $m_0 = \beta_0$ , tem:

$$v_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ \beta_0 & & & \end{bmatrix}$$

Rescrevendo a equação 4.43, tem:

$$y(t) = \frac{BCR\left(\frac{1}{\beta_0}\right)w(t-1)}{PBC\left(\frac{1}{\beta_0}\right) + \alpha C\left(1 - \frac{h}{\beta_0}\right)} + \frac{C\left[C + Bf_1\left(\frac{1}{\beta_0}\right) - Ch_1\left(\frac{1}{\beta_0}\right)\right]\xi(t)}{PBC\left(\frac{1}{\beta_0}\right) + \alpha C\left(1 - \frac{h}{\beta_0}\right)} \quad (4.58)$$

Através das equações 4.23 e 4.36 pode-se verificar que os coeficientes  $h_{i+1}$  correspondem aos coeficientes  $m_i$ . Assim  $h_i = \beta_0$ , logo a parte determinística da equação 4.58 torna-se:

$$y(t) = \frac{R}{P}w(t-1) \quad (4.59)$$

Desta forma, o GPC torna-se um controlador do tipo "dead-beat" quando impõem-se que  $N1$  seja igual 1,  $N2$  qualquer,  $Nu$  igual a  $N2$ ,  $\lambda$  igual a zero e o atraso igual 1, tem-se que  $R/P$  torna-se o modelo de referência para o sistema.

#### 4.7 Configuração do GPC

O GPC apresenta diversos parâmetros que devem ser definidos pelo projetista do controle para atender as especificações desejadas para o sistema. Estes parâmetros são:  $N1$ , horizonte inicial de previsão;  $N2$ , horizonte final de previsão;  $Nu$ , horizonte de controle; filtros  $P$ ,  $R$ ,  $T$  e o fator  $\lambda$  de ponderação do controle. Ao contrário do controlador GMV, a estabilidade do sistema em malha fechada não é necessariamente dada pelos filtros, podendo ser conseguida através de uma escolha correta dos horizontes  $N1$ ,  $N2$ ,  $Nu$ . Aos filtros são deixadas as funções de satisfação de requisitos de desempenho determinístico e diminuição dos efeitos das perturbações.

Neste controlador tem uma dificuldade na obtenção de expressões algébricas simples que relacionem os diferentes parâmetros com o comportamento do sistema em malha fechada, conforme pode ser observado na seção da função de transferência em malha fechada. Outro problema encontrado neste controlador é a redundância de ajustes, ou seja, diferentes ajustes de diferentes parâmetros causam o mesmo efeito no comportamento do sistema. Assim, os ajustes dos diferentes parâmetros não é uma tarefa simples, sendo necessário possuir-se um determinado conhecimento do sistema e sobre o próprio controlador, além da necessidade da realização de várias simulações com os diferentes ajustes.

Desta forma apresentar-se-á a seguir regras para o auxílio ao ajuste dos parâmetros, sendo que algumas são regras empíricas e necessitam de comprovação teórica. Estas regras baseiam-se principalmente nos trabalhos de [21] e [22].

##### 4.7.1 Horizontes de Previsão e Controle

A escolha correta dos horizontes  $N1$ ,  $N2$  e  $Nu$  garantem a estabilidade do sistema e permitem que se configure o GPC a comportar-se como outros controladores, como por exemplo o "dead-beat" (ver seção 4.6). A seguir são apresentados os comentários para cada um dos horizontes:

- **$N1$ :** O horizonte de previsão inicial não apresenta grandes efeitos sobre o comportamento do sistema, normalmente o valor de  $N1$  deve ser igual ou menor ao valor mínimo do atraso de transporte do sistema. Para sistemas onde se desconhece o valor do atraso, normalmente sugere-se colocar o valor 1 para  $N1$ . Para sistemas em que se conheça o valor do atraso e esta seja constante, deve-se fixar o valor do atraso para  $N1$ , de forma a diminuir os cálculos das previsões de saída.

- **N2:** O horizonte de previsão final deve englobar o tempo para o desaparecimento do efeito de uma excitação na entrada, devendo assim ser superior ao valor máximo do atraso de transporte do sistema. Deve-se observar que o valor de N2 influencia diretamente o tempo de cálculo das previsões de saída.

- **Nu:** O horizonte de controle influencia diretamente no tempo de cálculo do algoritmo, pois aumenta a ordem da matriz  $(M_1^T M_1 + \lambda I)$  e assim aumenta o tempo de cálculo da sua matriz inversa. O horizonte de controle refere-se ao número de intervalos que se dispõe para levar a saída até a referência desejada, podendo refletir a complexidade do processo a ser controlado, isto é, para sistemas mais complexos utiliza-se horizontes maiores. Lambert sugere que Nu seja igual ao número de pólos instáveis do sistema ou fracamente amortecidos do sistema. Um fato importante a ser ressaltado é que a diferença (N2-Nu) é responsável pela velocidade de resposta do sistema, bem como pela amplitude do controle a ser exercido, ou seja, quanto maior a diferença, mais lenta será a resposta do sistema e menor será a amplitude dos sinais de controle.

Em [22] são apresentadas regras para os ajustes iniciais dos horizontes, para isto divide-se os sistemas em sistemas de fase mínima e sistemas estáveis de fase não mínima. Estas regras foram deduzidas a partir de exaustivas simulações, sendo que estudos teóricos estão sendo desenvolvidos no DCA/FEE/UNICAMP, de forma a se obter as deduções teóricas destas regras, o que não é objetivo deste trabalho.

### Sistemas de Fase Mínima

Para estes sistemas são apresentadas três conjuntos possíveis de ajustes:

1)

$$\begin{cases} N1 < d \\ N2 \geq d \\ Nu = N2 - d + 1 \end{cases}$$

2)

$$\begin{cases} N1 = d \\ Nu \geq d \\ N2 - d + 1 \leq Nu \leq N2 \end{cases}$$

3)

$$\begin{cases} N1 = 1 \\ Nu = N2 \\ N2 \geq 2d - 1 \end{cases}$$

Para os ajustes posteriores do comportamento do sistema são apresentadas as seguintes regras:

- Aumentar o valor de N2 para tornar a resposta do sistema mais suave;
- Colocar  $Nu = N2 - d + 1$ , ou aumentar Nu quando o tempo de crescimento é menor que o desejado, em vez de diminuir N2, já que desta forma evita-se o risco de instabilizar o sistema.

### Sistemas Estáveis em Malha Aberta e de Fase Não Mínima

Os sistemas de fase não mínima são os que apresentam as maiores dificuldades para a seleção dos valores dos horizontes, assim são sugeridas as seguintes escolhas:

$$\begin{cases} N1 = d + nza \\ Nu \geq na + 1 \\ N2 \geq nza \end{cases}$$

onde:

$nza$  = número de zeros em malha aberta que estão fora do círculo unitário.

Também é sugerido  $N1 = 1$  para sistemas em que não se possua grandes conhecimentos sobre os mesmos. Caso as sugestões anteriores não estabilizem o sistema sugere-se aumentar o valor de  $N2$ .

#### 4.7.2 Filtros de Sinais

Conforme já foi dito anteriormente os filtros no GPC não são imprescindíveis para garantir a estabilidade do sistema em malha fechada, tendo como principais funções modificar a resposta do sistema de forma a garantir os critérios de desempenho desejados e diminuir os efeitos das perturbações. Da mesma forma que os horizontes, não se consegue expressões simples que relacionem os valores dos filtros com o comportamento em malha fechada do sistema. Assim, novamente utiliza-se regras baseadas em experimentações realizadas em [21] e [22] e análise para casos mais simples de escolhas dos filtros, de forma a ter-se um auxílio na escolha dos filtros do controlador.

##### 4.7.2.1 Filtro P

O filtro P é incorporado ao GPC de forma a realizar uma filtragem da saída do sistema, de forma a utilizar-se sempre uma saída auxiliar em vez da saída do sistema. Existem duas visões possíveis para a utilização do filtro P: utilizando-o conjuntamente com o filtro R de forma a obter-se um modelo de referência para o sistema e com  $1/P(z^{-1})$  sendo um filtro passa-baixa de forma a reduzir os sobrepicos e a velocidade do sistema:

**i) Modelo de Referência:** para as condições apresentadas na seção 4.6, o GPC torna-se um controlador "dead-beat", com o comportamento em malha fechada dado pela equação 4.48 e desta forma  $R(z^{-1})/P(z^{-1})$  torna-se o modelo de referência do sistema. Assim escolhendo-se  $P(z^{-1})$  como o polinômio denominador da função de malha fechada desejada e fazendo o filtro R garantir o ganho unitário para a fração  $R(z^{-1})/P(z^{-1})$ , ou seja,  $R(1)/P(1) = 1$ .

**ii) Filtro para Redução de Sobrepicos e Velocidade:** em [22] é sugerido que o filtro P seja escolhido de maneira a colocar um limite superior para a banda de passagem do sistema em malha aberta. No caso em que o GPC estiver configurado como um controlador "dead-beat", o filtro P pode ser visto como uma generalização do termo derivativo do controlador PID. Assim, ajustando-se o filtro  $1/P(z^{-1})$  como um filtro passa-baixa, reduz os sobrepicos e a velocidade do sistema, desta forma, uma estrutura possível para o filtro P seria um polinômio de primeira ordem e ganho unitário, como dado a seguir:

$$P(z^{-1}) = \frac{1}{1-\alpha}(1-\alpha z^{-1}) \quad 0 \leq \alpha \leq 1$$

#### 4.7.2.2 Filtro R

Como já visto anteriormente o filtro R pode compor com o filtro P o modelo de referência do GPC, quando este estiver comportando-se como um controlador "dead-beat". Assim a fração  $R(z^{-1})/P(z^{-1})$  deve apresentar ganho unitário, isto é,  $R(1)/P(1) = 1$ . Logo uma escolha simples neste caso para o filtro R será:

$$\text{Filtro R} = \text{polinômio de ordem zero e } r_0 = P(1)$$

O filtro R também pode ser escolhido para suavizar as variações da referência do sistema.

#### 4.7.2.3 Filtro Q

O filtro Q é incorporado ao GPC de forma a realizar uma filtragem dos sinais de controle. Como utiliza-se neste trabalho o GPC incremental, com a função de custo dada pela equação 4.32, tem-se que a forma do filtro Q é dada por:

$$Q(z^{-1}) = \lambda \Delta = \lambda(1-z^{-1})$$

É utilizada esta simplificação por causa da dificuldade de interpretação do efeito de estruturas mais complexas; ausência de mudanças significativas no comportamento dos sistemas para estruturas mais complexas e aumento da complexidade e tempo de cálculo computacional.

Assim o filtro Q resume-se ao escalar  $\lambda$ , pois o fato  $\Delta$  já está presente no vetor de incremento do sinal de controle. Quanto a escolha de  $\lambda$ , este deve ser maior que zero, pois valores negativos não fazem sentido na função de custo e deve ser diferente de zero para garantir a inversão da matriz  $(M_1^T M_1 + \lambda I)$ , pois  $V = (M_1^T M_1 + \lambda I)^{-1} M_1^T$ .

O fator  $\lambda$  apresenta como função, a possibilidade de diminuição dos transitórios negativos nos sistema de fase não mínima, o que também pode ser conseguido com a alteração de Nu.

#### 4.7.3 Eliminação de Perturbações Não Brancas

De forma a eliminar perturbações não brancas atuantes no processo, causadas por erros de modelagem devido a erros de estimação, dinâmicas negligenciadas e não linearidades; incorpora-se o filtro T ao GPC. Assim o filtro T tem um importante papel na estabilidade do sistema em malha fechada, reduzindo a sensibilidade do mesmo às perturbações presentes no processo. Um outro papel do filtro T pode ser o aumento da robustez do sistema, mas este ponto não será tratado neste trabalho.

Desta forma, o filtro é incorporado tanto na estimação como no controle e para isto filtra-se os sinais de saída e controle com o filtro  $1/T(z^{-1})$ , conforme pode ser visto a seguir:

$$\alpha \frac{P}{T} y(t+j) = \frac{PB}{T} \Delta u(t+j-1) + \frac{P}{T} \xi(t+j)$$

E desta forma realiza-se a decomposição em parte livre e forçada como já visto anteriormente, apenas tem que realizar a "deconvolução" das previsões livres com o filtro T de modo a retirar-se a influência do mesmo, sem acarretar mais nenhuma

modificação no algoritmo do controlador, assim realiza-se a seguinte operação de "deconvolução":

$$\hat{y}_f = y'_f T(z^{-1})$$

onde o sub-índice  $f$  indica sinal filtrado por  $P(z^{-1})$  e o sinal " ' ", sinal filtrado por  $1/T(z^{-1})$ .

Idealmente o polinômio  $T$  deveria ser igual ao polinômio  $C$ , de forma a eliminar completamente as perturbações dos sistema, mas normalmente é muito difícil estimar o polinômio  $C$  corretamente. Logo, prefere-se utilizar o filtro  $T$  para a eliminação do efeito das perturbações, evitando a estimação do polinômio  $C$ . Assim, o filtro  $T$  é normalmente especificado de forma a restringir a banda de passagem sobre a qual o GPC irá realizar as previsões futuras e estimação dos parâmetros do sistema. Para isto, projeta-se normalmente o filtro  $T$  como um filtro passa-baixa para perturbações em que predomina-se um valor de "off-set".

Em [22] é sugerido para sistemas com perturbação predominantemente estocástica a utilização de um filtro  $T$  com a seguinte forma:

$$T(z^{-1}) = (1 - 0.8z^{-1})^2$$

Partindo-se desta configuração inicial, observa-se a variância da saída. Caso esta seja maior que o desejado, sugere-se deslocar o par de pólos do filtro para mais perto do círculo unitário.

Para sistemas com perturbações predominantemente de valor de "off-set" sugere-se a seguinte estrutura como ponto de partida:

$$T(z^{-1}) = 1 - 0.8z^{-1}$$

Caso a variância seja maior que o desejado, sugere-se deslocar o pólo para mais perto da origem do plano  $Z$ .

## 4.8 Implementação

A seguir, é apresentado o algoritmo implementado para o controlador GPC. Neste algoritmo utiliza-se o mesmo estimador utilizado no controlador GMV, apenas realiza-se neste caso uma estimação explícita dos polinômios  $A(z^{-1})$  e  $B(z^{-1})$ .

- Obtenção da saída  $y(t)$  do processo
- Estimação dos polinômios  $\hat{A}(z^{-1})$  e  $\hat{B}(z^{-1})$
- Filtragem de  $y(t)$  e  $\Delta u(t-1)$  com o filtro  $T(z^{-1})$  de modo a obter  $y'(t)$  e  $\Delta u'(t-1)$
- Cálculo de  $\alpha(z^{-1}) = \Delta \hat{A}(z^{-1})$
- Cálculo de  $\beta(z^{-1}) = P(z^{-1})\hat{B}(z^{-1})$
- Cálculo de  $m_i$ , para  $i=0$  até  $N2-1$ ; utilizando as equações (4.29)
- Cálculo de  $v_1$ , utilizando-se a equação (4.47)
- Cálculo de  $\hat{y}'_n(t+i/t)$ , utilizando-se as equações (4.26)
- Cálculo de  $\hat{y}_n(t+i/t) = \hat{y}'_n(t+i/t)T(z^{-1})$
- Cálculo de  $y_m = wR(z^{-1})$
- Cálculo de  $\Delta u(t) = v_1^T (y_m - \hat{y}_n)$

Algoritmo do Controlador GPC

---

## 5 - Resultados Experimentais

---

### 5.1 - Introdução

Para analisar o comportamento dos controladores PID, GMV e GPC no sistema de lingotamento contínuo, foram simuladas diversas condições de operação no ambiente de simulação desenvolvido. Estas simulações visam obter um melhor entendimento do comportamento dos algoritmos de controle do nível do aço no molde em um sistema de lingotamento contínuo.

Os controladores são analisados em diferentes situações do mesmo modelo para o processo principal, modificando-se as variáveis dos atuadores, medidores, velocidade de lingotamento, nível de ruído, entupimento da válvula de controle e ajustes dos controladores.

Os valores utilizados nos diferentes experimentos foram obtidos de [13] Vartuli, que apresenta os seguintes valores típicos:

seção transversal do molde:	250.000 mm <sup>2</sup>
velocidade de extração normal para esta seção	0.9 m/min
coeficiente de escoamento sem entupimento	0.35
variação da constante de tempo do atuador	$0.3 \leq \tau \leq 0.8$
variação da constante de tempo do medidor de nível	$0 \leq \tau \leq 0.4$
backlash	0.0 à 2.0 mm

Na seção 5.2 é verificado o não acoplamento entre o sistema do molde e o sistema do distribuidor. Na seção 5.3 é analisada a influência da velocidade de lingotamento no comportamento do sistema. Na seção 5.4 é analisado o comportamento do controlador GMV no controle do sistema. Na seção 5.5 são analisadas diversas situações para o sistema do molde e o comportamento obtido com os controladores PID e GPC. O sistema do molde é inicialmente apresentado com uma configuração onde os atrasos de transporte, ruído e backlash são desprezíveis e, a seguir, acrescenta-se os atrasos e o backlash de modo a obter-se uma condição de operação próxima a encontrada no processo real.

Devido ao software utilizado para a plotagem dos gráficos, os eixos horizontais de todos os gráficos deste capítulo apresentam o número de interações e não a escala de tempo, mas estes estão relacionados, sendo que 180 interações correspondem a 500 segundos.

## 5.2 - Influência do sistema do distribuidor no sistema do molde

De forma a verificar-se o acoplamento dos dois sistemas de controle (molde e distribuidor), como descrito em [14], foram realizadas algumas análises. Destas simulações pode-se verificar que estes sistemas não são acoplados. Na primeira simulação tem-se as condições descritas nas tabelas de características do sistema do molde e do distribuidor. Na segunda, o valor do backlash da válvula do distribuidor é aumentado para 1.0 mm, introduzido um ruído com variância de 1.0 no sistema do distribuidor, e o ganho e o atraso da válvula gaveta do distribuidor são alterados para 3.0 e 1.0 respectivamente. Conforme pode ser visto nas figuras 5.1, 5.2 e 5.3 e na tabela de resultados, a resposta do sistema do molde não se altera enquanto a resposta do sistema do distribuidor é drasticamente alterada. Desta forma pode-se verificar que realmente os dois sistemas são desacoplados e assim este trabalho irá concentrar a sua atenção no sistema do molde, que é o de maior importância para o sistema global. Assim a configuração do sistema do distribuidor é mantida igual para as análises deste trabalho.

Características do sistema do molde	
constante de tempo do atuador	0.8
atraso de transporte de atuador	0.0
constante de tempo do medidor de nível	0.2
atraso de transporte do medidor de nível	0.0
variância do ruído	0.0

Características do sistema do distribuidor	
constante de tempo do atuador	0.8
atraso de transporte de atuador	0.5
variância do ruído	0.02
backlash	0.2

PID do distribuidor:

$$PID = 3.0 \left( 1 + \frac{1}{10.0s} + 0.0s \right)$$

PID do molde:

$$PID = 4.0 \left( 1 + \frac{1}{18s} + 0.9s \right)$$

Velocidade de lingotamento = 2.0 m/s

Resultados				
	variância do nível do molde	variância do controle do molde	variância do nível do distribuidor	variância do controle do distribuidor
1ª configuração do distribuidor	0.042	0.538	0.220	2.267
2ª configuração do distribuidor	0.042	0.538	0.538	3.557

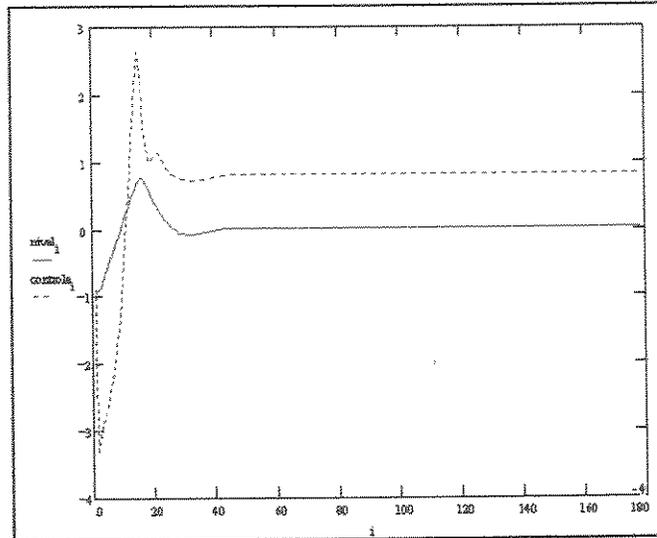


Figura 5.1 - Sistema do molde para as duas configurações

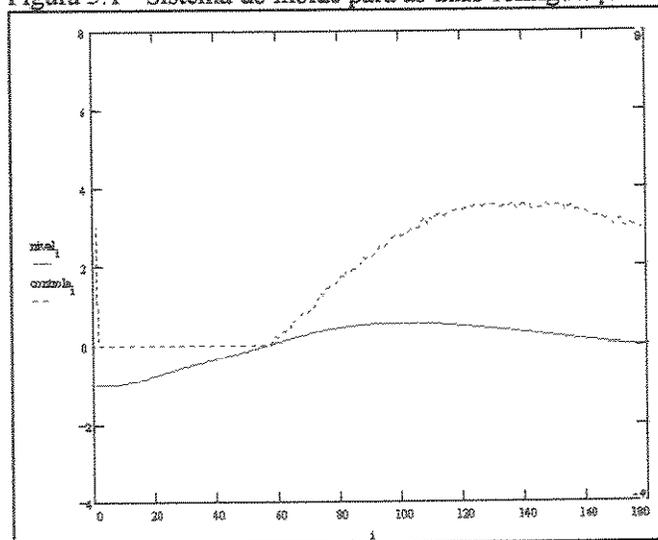


Figura 5.2 - Sistema do distribuidor para a 1ª configuração

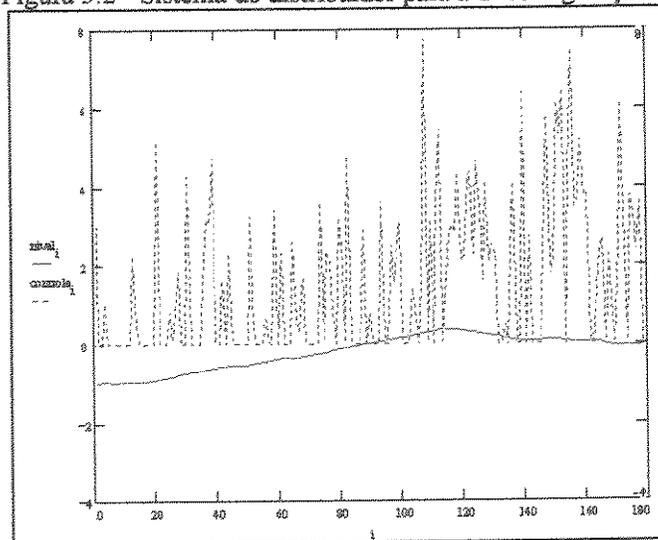


Figura 5.3 - Sistema do distribuidor para a 2ª configuração

### 5.3 - Influência da velocidade de lingotamento

Como já foi dito anteriormente, é interessante que as máquinas de lingotamento operem com a maior velocidade possível para que seja possível um abastecimento contínuo da laminação, que é a próxima etapa do processo siderúrgico. Mas as características do sistema limitam o aumento da velocidade de lingotamento. A seguir, ilustra-se o desempenho do sistema para variações da velocidade de lingotamento. São apresentadas duas simulações onde é utilizado um controlador PID e todos os parâmetros do sistema são mantidos iguais, exceto a velocidade de lingotamento, que é variada de modo a mostrar a sua influência na variação do nível de aço no molde.

Em ambos os casos foram utilizados os seguintes valores para o sistema:

Características do sistema do molde	
constante de tempo do atuador	0.8
atraso de transporte de atuador	0.3
constante de tempo do medidor de nível	0.2
atraso de transporte do medidor de nível	0.0
variância do ruído	0.1
backlash	0.0

Na figura 5.4 pode-se observar o nível do aço para a situação com velocidade de lingotamento igual a 2.0 m/min e na figura 5.5, pode-se observar o nível do aço quando a velocidade de lingotamento é igual 0.5 m/min.

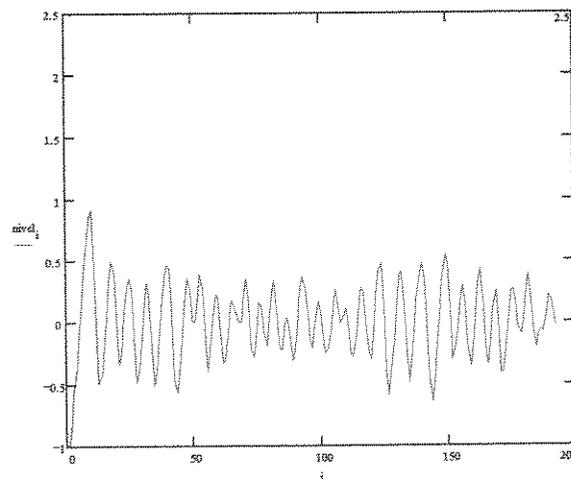


Figura 5.4 - Variação do nível de aço no molde com velocidade de lingotamento igual 2.0 m/min

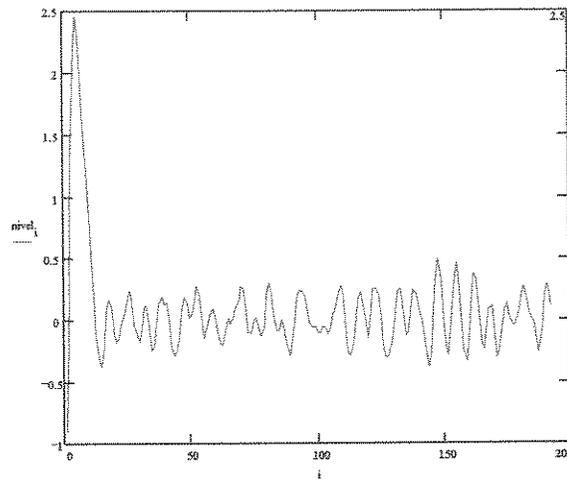


Figura 5.5 - Variação do nível de aço no molde com velocidade de lingotamento igual 0.5 m/min

Na tabela a seguir, são apresentados dados sobre a variação do nível de aço no molde para as duas situações. Pode-se observar que ao se reduzir a velocidade de lingotamento, reduz-se bastante a variação do nível do aço. Assim utiliza-se este fato para se obter variações do nível do aço aceitáveis, quando o controle não consegue um resultado efetivo diante das condições de uma determinada planta. Isto pode ser observado nas simulações dos itens 5.5.5 em diante.

Velocidade de Lingotamento	Variância do Nível	Variância do Controle	Valor Mínimo do Nível	Valor Máximo do Nível
2.0 m/min	0.065	4.117	-0.64 cm	0.53 cm
0.5 m/min	0.0333	2.333	-0.38 cm	0.49 cm

#### 5.4 - Desempenho do Controlador GMV

O controlador GMV não apresentou um desempenho satisfatório. Devido às não linearidades do sistema foi extremamente difícil estabelecer ajustes para a maioria dos casos simulados neste trabalho. Mesmo quando o ajuste foi conseguido, o comportamento obtido para o sistema não foi adequado.

Para ilustrar o desempenho deste controlador analisa-se a situação sem atraso nos medidores, backlash desprezível, ausência de ruído e velocidade de lingotamento igual a 1 m/min, caracterizada pelos valores abaixo para o sistema do molde:

Características do sistema do molde	
constante de tempo do atuador	0.8
atraso de transporte de atuador	0.0
constante de tempo do medidor de nível	0.2
atraso de transporte do medidor de nível	0.0
variância do ruído	0.0

Obteve-se a sintonia do GMV com os seguintes valores:

Ordem de $A(z^{-1})$	4
Ordem de $B(z^{-1})$	5
Ordem de $C(z^{-1})$	0
Atraso	1
Polinômio de alocação de pólos	$1+0.9z^{-1}$
Diagonal inicial	100
Traço	0.0
Variância do ruído	0.001

Como pode-se observar na figura 5.6, o nível de aço só é controlado com uma variação muito alta do sinal de controle, o que não pode ser utilizada em uma implementação real. Deve-se observar que também é necessário utilizar ordens muito elevadas para os polinômios  $A(z^{-1})$  e  $B(z^{-1})$ , o que aumenta o tempo de cálculo do algoritmo.

Pela dificuldade de sintonia e pelo baixa eficiência no controle dos sistemas, decidiu-se não utilizar o controlador GMV nos outros casos simulados, ficando apenas a análise dos controladores PID e GPC.

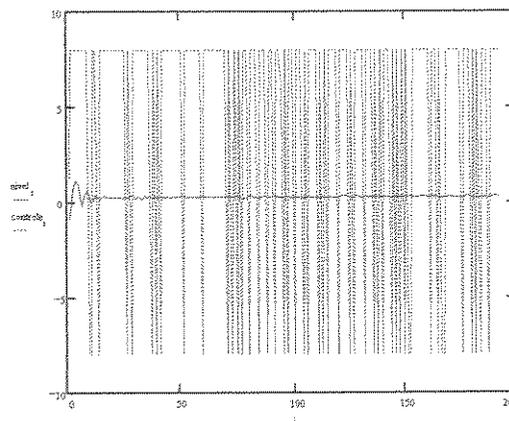


Figura 5.6 - Sistema com o controlador GMV

## 5.5 - Características das Simulações

Nesta seção são apresentadas as situações que ilustram o comportamento do sistema e dos algoritmos de controle PID e GPC. São analisadas desde situações sem a presença de fatores complicadores, como ruído, backlash, atrasos, variações de velocidade de lingotamento e rompimento da escória nas válvulas, até condições críticas onde todos os fatores anteriores estão presentes. Esta abordagem permite analisar fatos importantes sobre cada uma das diferentes variáveis.

A configuração do sistema do distribuidor é mantida constante para todos os casos simulados (como foi visto na seção 5.2 este fato não causa maiores efeitos nas análises) e igual ao valores utilizados na seção 5.2. Assim são utilizados os seguintes valores para o sistema do distribuidor:

Características do sistema do distribuidor	
constante de tempo do atuador	0.8
atraso de transporte de atuador	0.5
variância do ruído	0.02
backlash	0.2

Os controladores PID foram sintonizados através do método de Ziegler-Nichols com uma sintonia fina posterior obtida por meio de simulações, de modo a ter-se o melhor ajuste. Os controladores GPC foram sintonizados através de diversas simulações onde utilizando-se os conceitos do seção 4.7, foram obtidas as melhores condições. Assim os valores apresentados em todos os casos deste trabalho, apresentam os parâmetros finais destes ajustes.

### 5.5.1 Sistema do molde sem atrasos no atuador e medidor de nível, bem como sem backlash desprezível. Ausência de ruído.

Neste caso simulou-se um sistema bastante simples, dificilmente encontrado em situações práticas, mas interessante para servir de modelo para comparação com os outros casos simulados. Neste exemplo, pode-se observar o comportamento principal do sistema de lingotamento, bem como observar o efeito da introdução dos diferentes fatores e as variações introduzidas por cada um deles.

Características do sistema do molde	
constante de tempo do atuador	0.8
atraso de transporte de atuador	0.0
constante de tempo do medidor de nível	0.2
atraso de transporte do medidor de nível	0.0
variância do ruído	0.0

#### 5.5.1.a - Controlador PID para o nível de aço no molde

Com a velocidade de lingotamento igual a 2.0 m/min e o coeficiente de escoamento mantido constante em 0.35, ajustou-se o PID através do método de Ziegler-Nichols e obteve-se após um ajuste fino a seguinte configuração:

$$PID = 4.0 \left( 1 + \frac{1}{1.8s} + 0.9s \right)$$

Nesta situação foram obtidos os seguintes resultados:

Resultados	
Sobrepico	0.76 cm
Tempo de estabilização	11,48
Variância do nível em regime	0.0
Variância do controle em regime	0.0
Valor mínimo do nível em regime	0.0
Valor máximo do nível em regime	0.0

Pode-se observar na figura 5.7 que o controlador leva o nível do molde até a referência em aproximadamente 12 s, com um sobrepico inicial de aproximadamente 0.76 cm e a seguir o nível é mantido exatamente na referência, pois não existem perturbações. Deve lembrar-se que o limite permitido para o sobrepico é uma função do molde utilizado, pois deve-se evitar que haja transbordamento, mas este valor inicial não deve apresentar grandes problemas para a maioria dos casos.

#### 5.5.1.b - Controlador GPC para o nível de aço no molde

Mantendo a velocidade de lingotamento constante e igual a 2.0 m/min e o coeficiente de escoamento igual a 0.35 Ajustou-se o GPC de acordo com a tabela de parâmetros do GPC:

Parâmetros do GPC	
Ordem de $A(z^{-1})$	2
Ordem de $B(z^{-1})$	2
N1	1
N2	10
NU	1
Traço constante	0.1
Diagonal inicial	0.1
Ponderação do controle	$10^{-9}$

$${}^1 \theta_{início} = [-1.39 \quad 0.42 \quad -0.156 \quad -0.0556 \quad -0.0306]$$

Obteve-se os seguintes resultados:

Resultados	
Sobrepico	1.10 cm
Tempo de estabilização	18.2 s
Variância do nível em regime	0.0
Variância do controle em regime	0.0
Valor mínimo do nível em regime	0.0
Valor máximo do nível em regime	0.0

Da mesma forma que o PID, pode-se notar na figura 5.8 que o GPC também leva o nível do molde até a referência após um sobrepico inicial.

<sup>1</sup>  $\theta_{início}$  é o vetor de parâmetros iniciais do estimador e corresponde aos coeficientes dos polinômios  $A(z^{-1})$  e  $B(z^{-1})$  nesta ordem

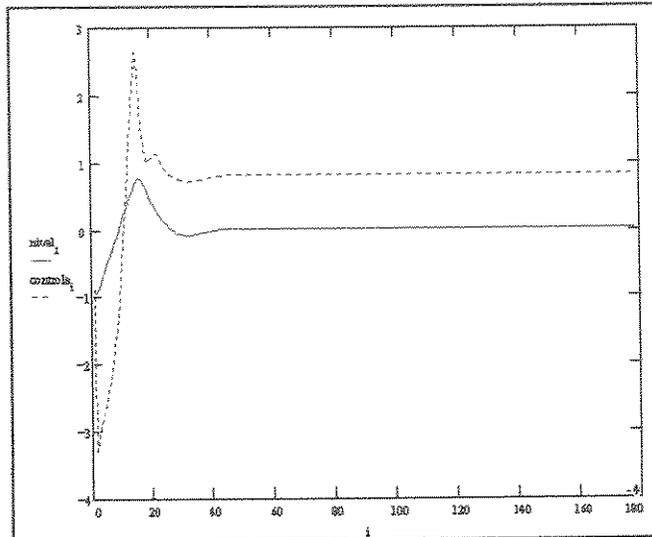


Figura 5.7 - Resposta do sistema do molde com PID

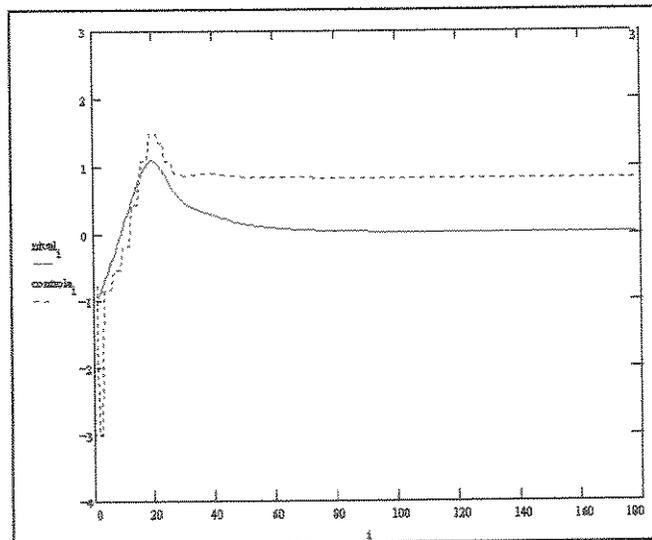


Figura 5.8 - Sistema do molde com GPC

### 5.5.1.c - Comparações entre o desempenho dos controladores PID e GPC

Conforme pode-se notar pelas tabelas de resultados e figuras 5.7 e 5.8, o controlador PID apresenta um sobrepico inicial e tempo de estabilização menores do que os obtidos com o GPC, mas o esforço de controle é muito menor para o sistema com o GPC, já que este considera estas variações no cálculo do sinal de controle. Deve-se lembrar que quanto menor forem as variações no sinal de controle, menores serão os desgastes nas válvulas e o consumo de energia.

O comportamento degradado do GPC nos instantes iniciais é função principalmente da variação dos parâmetros do estimador, pois neste período estes ainda não convergiram.

#### 5.5.1.d - Análise da influência dos parâmetros de sintonia do controlador GPC

De modo a observar-se os efeitos da variação dos diferentes parâmetros do GPC no comportamento do sistema, realizaram-se algumas variações nos mesmos, mantendo-se os outros parâmetros fixos nos valores apresentados anteriormente.

Aumentando-se o valor de  $N1$ , o sistema torna-se mais lento, aumentando-se os sobrepicos e os tempos de resposta, como pode ser observado nas figuras 5.9, 5.10 e 5.11.

Quando aumenta-se  $NU$  para um valor maior que 1, o sistema torna-se instável e não se consegue estabiliza-lo com o ajuste dos outros parâmetros.

A medida que  $N2$  é aumentado, o sistema torna-se mais lento, como seria de se esperar, tendo assim uma maior tempo de estabilização e sobrepico, para valores baixos de  $N2$  existem oscilações indesejáveis. O esforço de controle também diminui com o aumento de  $N2$ . Este fatos podem ser observados nas figuras 5.12 e 5.13.

Aumentando-se o valor do traço mínimo do estimador observa-se que a medida que se diminui o seu valor, o sobrepico e principalmente o tempo de estabilização diminuem, conforme pode ser observado nas figuras 5.14, 5.15 e 5.16.

Aumentando-se o valor da diagonal inicial do estimador, o sobrepico e o tempo de estabilização também aumentam, podendo levar a um transiente inicial muito longo e a um erro de regime (diagonal inicial = 1000). Este caso com uma diagonal inicial alta (igual a 1000) pode ser observado na figura 5.17 e a explicação deve-se ao fato de um valor alto na diagonal fazer com que haja uma grande variação dos parâmetros do estimador para erros pequenos, o que pode levar a convergência para valores errados, causando assim um erro no controle que irá levar a um erro em regime para o valor da variável controlada. O processo do nível do molde apresenta não linearidades, fazendo com que os parâmetros do estimador possam não convergir para valores corretos, sendo necessário inicializar o estimador com valores próximos dos corretos, assim não se pode fazer com que a diagonal inicial seja muito alta, para não levar os parâmetros para valores muito distantes dos valores iniciais. Estes comportamentos podem ser observados nas figuras 5.17, 5.18 e 5.19.

Modificando-se a ordem do polinômio  $A(z^{-1})$  para 3, é necessário modificar-se os parâmetros do controlador para que o sistema tenha uma resposta mais lenta. Assim foi necessário fazer com que  $N1 = 8$  e  $N2 = 13$ , para que o sistema não apresentasse grandes oscilações nos instantes iniciais. Mas deve-se observar na figura 5.20 que o tempo de estabilização e o sobrepico aumentaram consideravelmente.

Aumentando-se a ordem do polinômio  $B(z^{-1})$ , observa-se que os tempos de estabilização e sobrepico aumentam, conforme pode ser observado nas figuras 5.21 e 5.22.

Convém ressaltar que o aumento de  $N2$ ,  $NU$  e das ordens de  $A(z^{-1})$  e  $B(z^{-1})$  leva a um aumento do tempo de processamento do algoritmo, o que pode ser extremamente indesejável, principalmente em aplicações de tempo real.

Por o sistema conter uma não linearidade no processo, no caso a vazão do aço, o sistema apresenta a propriedade de ser muito sensível aos valores iniciais do estimador, resultando em comportamento no transiente bastante diferenciados. Este fato dificultou bastante o ajuste do GPC durante as simulações. Para inicializar o estimador utilizou-se o ambiente do ambiente MIP de identificação de processos [30] para a determinação da estrutura do modelo. Para isto introduziu-se um sinal PRBS no sistema em malha fechada e gerou-se um arquivo com sinais de controle e suas respectivas saídas, que foi introduzido no ambiente MIP, neste obteve-se análises de várias estruturas possíveis e obteve-se a mais apropriada, juntamente com os parâmetros iniciais para o estimador. e também os valores iniciais do estimador.

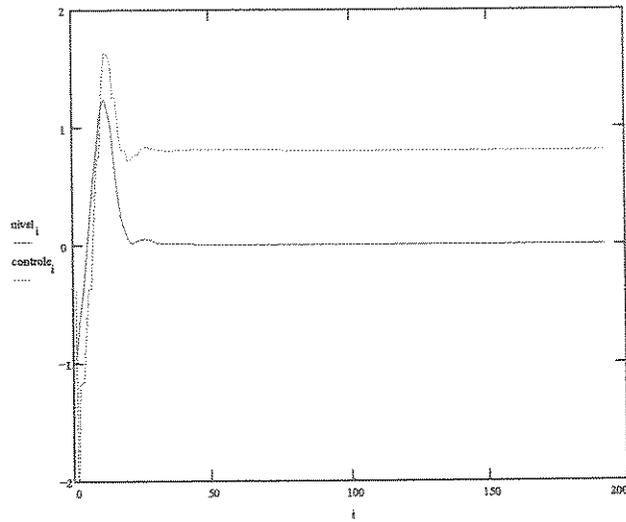


Figura 5.9 - Controlador GPC com  $N_1 = 3$

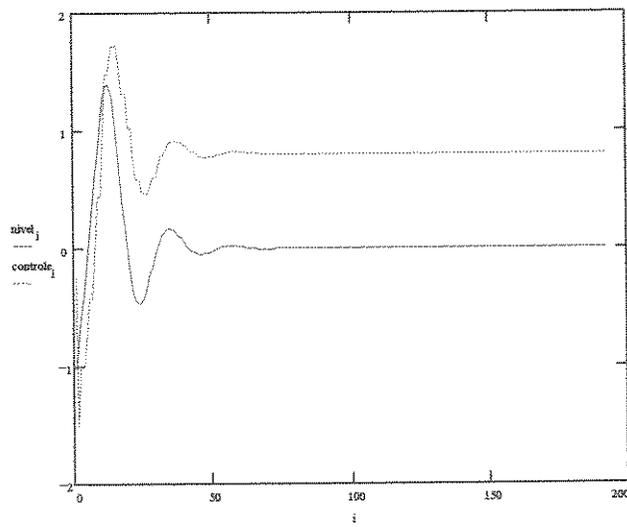


Figura 5.10 - Sistema com controlador GPC -  $N_1=5$

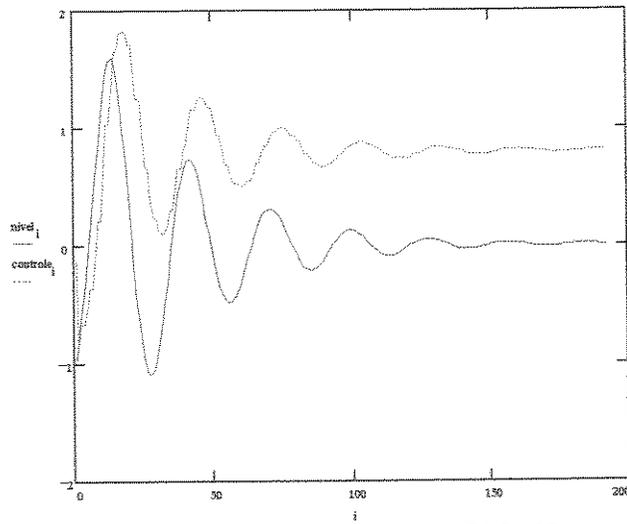


Figura 5.11 - Sistema com controlador GPC -  $N_1=7$

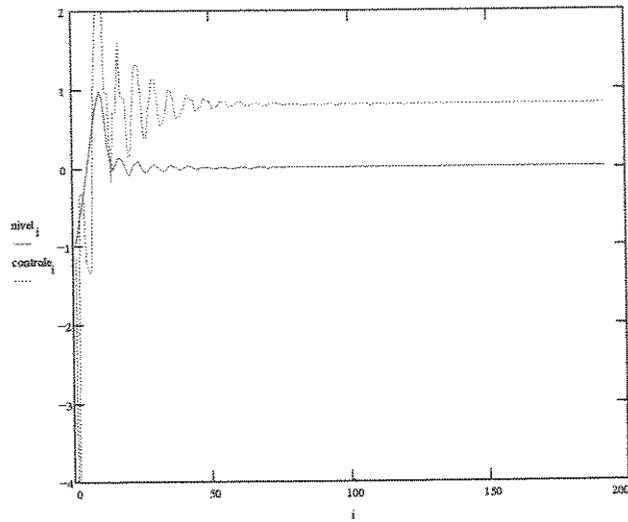


Figura 5.12 - Controlador GPC com  $N2 = 2$

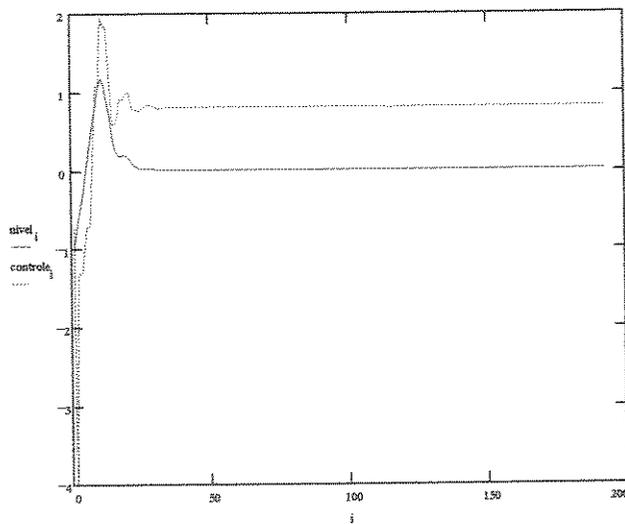


Figura 5.13 - Controlador GPC com  $N2 = 6$

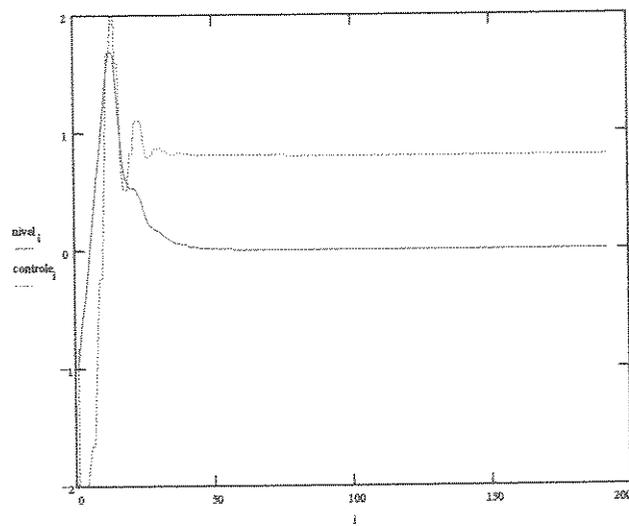


Figura 5.14 - Sistema com controlador GPC - Traço inicial = 0.3

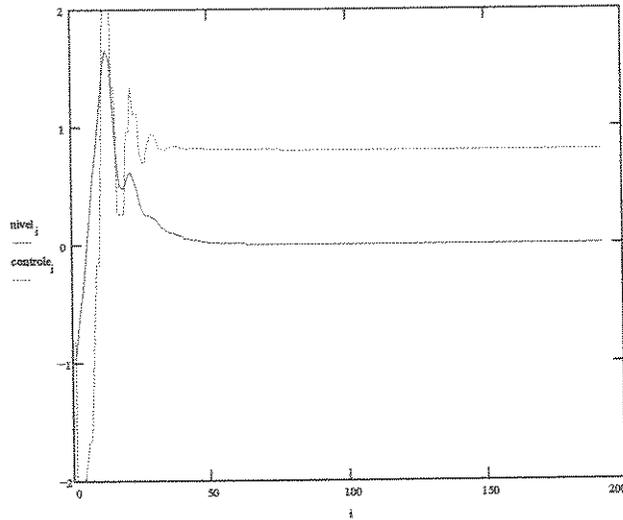


Figura 5.15 - Sistema com controlador GPC - Traço inicial = 0.5

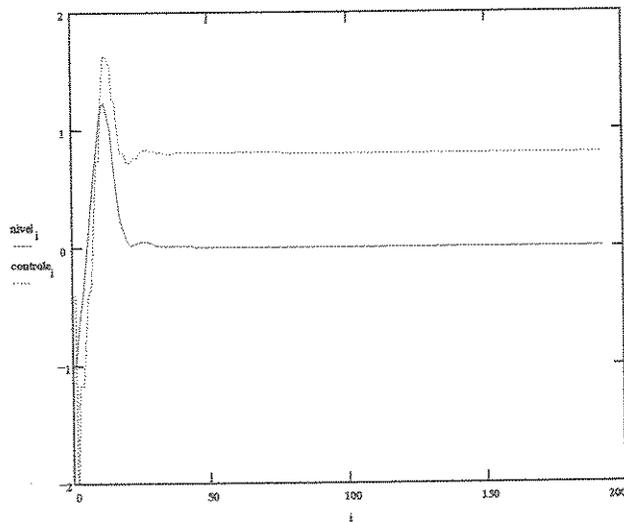


Figura 5.16 - Sistema com controlador GPC - Traço inicial = 1.0

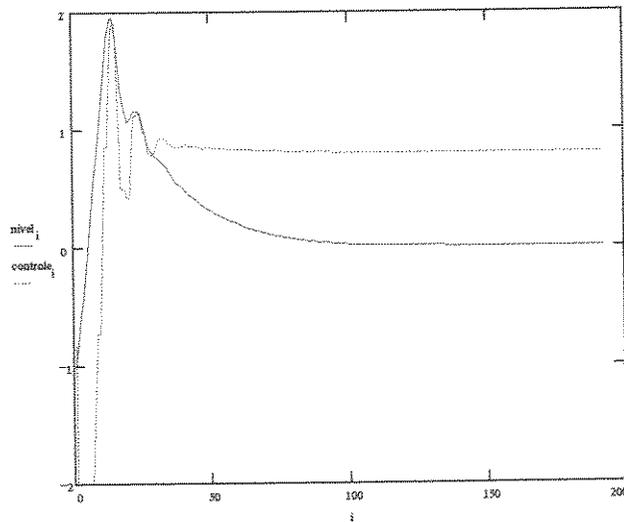


Figura 5.17 - Sistema com controlador GPC - Diagonal inicial = 0.5

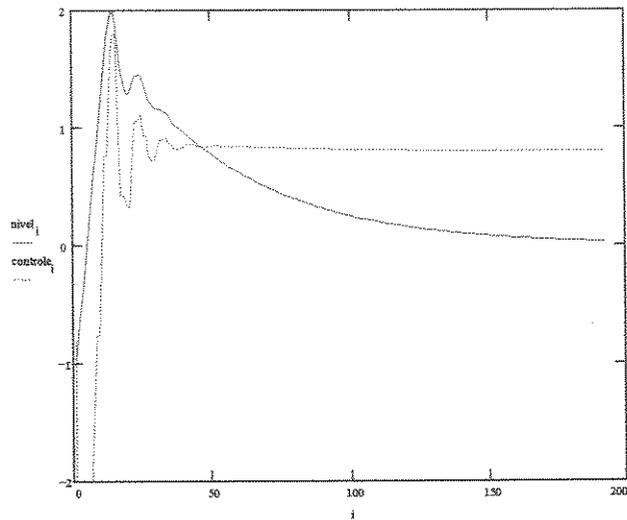


Figura 5.18 - Sistema com controlador GPC - Diagonal inicial = 1.0

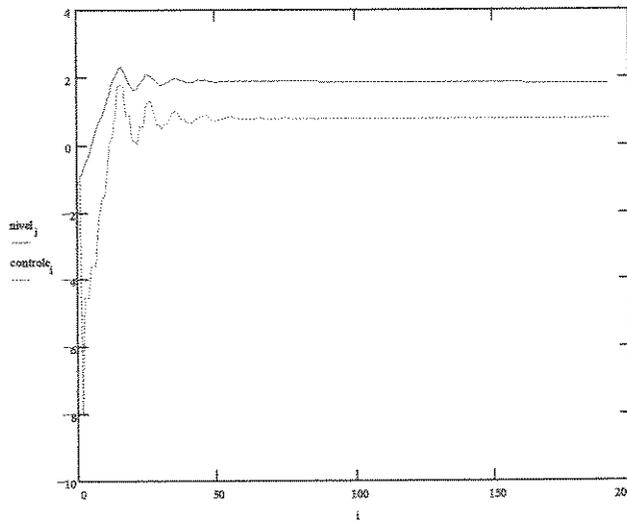


Figura 5.19 - Sistema com controlador GPC - Diagonal inicial = 1.000

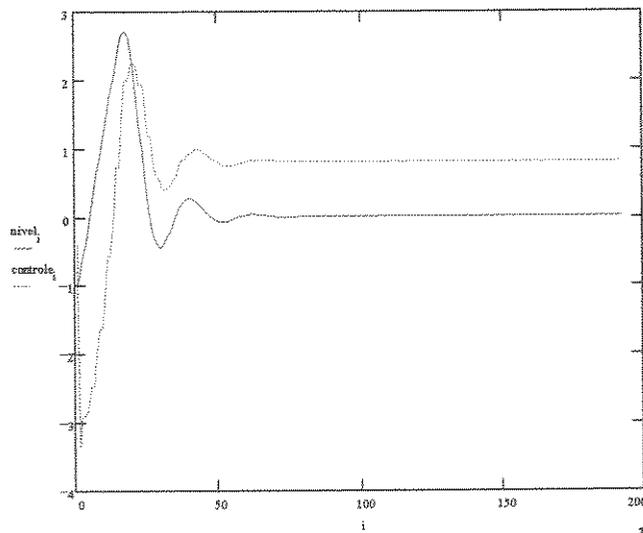


Figura 5.20 - Sistema com controlador GPC - Ordem  $A(z^{-1})=3$   $N1=8$  e  $N2=13$

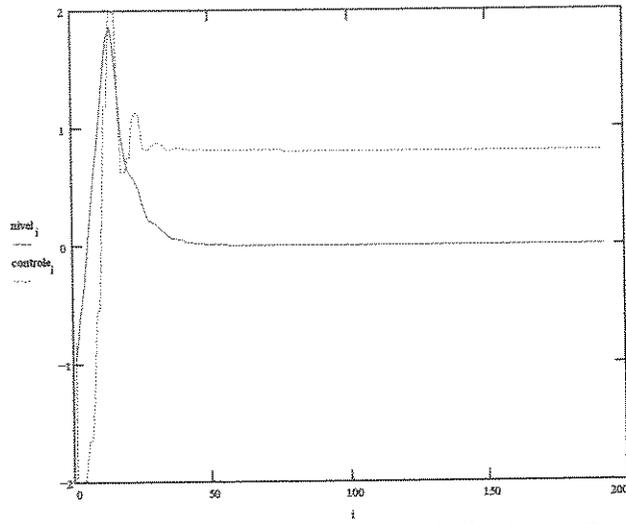


Figura 5.21 - Sistema com controlador GPC - Ordem  $B(z^{-1})=3$

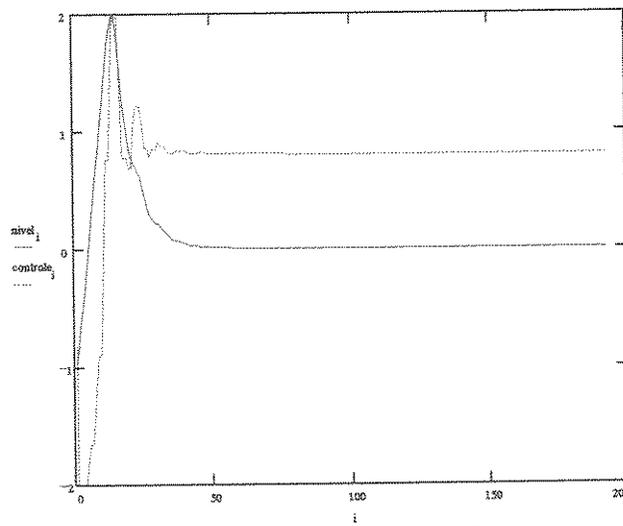


Figura 5.22 - Sistema com controlador GPC - Ordem  $B(z^{-1})=4$

### 5.5.2- Sistema do molde sem atrasos no atuador e no medidor de nível, bem como backlash desprezível. Presença de ruído.

Neste caso foi introduzido um sinal do tipo ruído branco com média zero e variância 0.01, de modo a observar-se o efeito da introdução de uma perturbação estocástica nos dois sistemas.

Características do sistema do molde	
constante de tempo do atuador	0.8
atraso de transporte de atuador	0.0
constante de tempo do medidor de nível	0.2
atraso de transporte do medidor de nível	0.0
variância do ruído	0.01

#### 5.5.2.a - Controlador PID para o nível de aço no molde

Com a velocidade de lingotamento igual a 2.0 m/min e o coeficiente de escoamento mantido constante em 0.35, ajustou-se o PID através do método de Ziegler-Nichols, com um posterior ajuste fino, obtendo-se:

$$PID = 4.0 \left( 1 + \frac{1}{18s} + 0.9s \right)$$

Nesta situação obteve-se os seguintes resultados:

Resultados	
Sobrepico	0.77 cm
Tempo de estabilização	12.04
Variância do nível em regime	0.0
Variância do controle em regime	0.966
Valor mínimo do nível em regime	-0.05
Valor máximo do nível em regime	0.06

Analisando a figura 5.23 e comparando-se com seção 5.4.1 pode-se observar que o sobrepico inicial e o tempo de estabilização são pouco afetados pela presença do ruído. O nível do molde também não apresenta variações muito importantes quando comparado com o caso sem ruído, pois ambos apresentam variâncias próximas de zero, apenas neste caso tem-se variações bastantes reduzidas (entre -0.05 e 0.06 cm), o que não causa grandes problemas na qualidade do lingote produzido, pois como já foi citado, a variação do nível deve ficar entre  $\pm 0.10$  cm para que não se tenha perdas na qualidade do lingote produzido.

### 5.5.2.b - Controlador GPC para o nível de aço no molde

Mantendo a velocidade de lingotamento constante e igual a 2.0 m/min e o coeficiente de escoamento igual a 0.35, implementou-se o GPC com o seguinte conjunto de parâmetros:

Parâmetros do GPC	
Ordem de $A(z^{-1})$	2
Ordem de $B(z^{-1})$	2
N1	1
N2	10
NU	1
Traço constante	0.1
Diagonal inicial	0.1
Ponderação do controle	$10^{-9}$

$$\theta_{inicial} = [-1.39 \quad 0.42 \quad -0.156 \quad -0.0556 \quad -0.0306]$$

Obteve-se os seguintes resultados:

Resultados	
Sobrepico	1.15 cm
Tempo de estabilização	14.84
Variância do nível em regime	0.001
Variância do controle em regime	0.005
Valor mínimo do nível em regime	-0.05
Valor máximo do nível em regime	0.007

Observando-se a figura 5.24 e comparando-se com o seção 5.4.1.b pode-se notar que o sistema não apresenta grandes diferenças nos resultados. Isto significa que o GPC consegue atuar corretamente, corrigindo o efeito do ruído no sistema. Os valores de sobrepico e tempo de estabilização são bastante próximos e o nível do aço apresenta uma variação muito pequena, ficando dentro dos valores permitidos após o transitório inicial. O sinal de controle apresenta uma variação um pouco maior pois necessita-se corrigir o efeito do ruído.

### 5.5.2.c - Comparações entre o desempenho dos controladores PID e o GPC

Pode-se observar que o comportamento do GPC no transitório inicial é pior, conforme já foi explicado no caso 5.4.1.a. Quanto ao comportamento em regime, os dois controladores apresentam basicamente o mesmo resultado no nível do molde, mas um fato que deve ser notado é que o esforço de controle gerada pelo PID é muito maior do que o do GPC. Este fato é importante, pois a grande variação do controle é indesejável por consumir energia e acelerar o processo de desgaste da válvula gaveta. Assim, o GPC neste caso, teria um desempenho melhor que o PID após o transiente inicial.

O comportamento descrito anteriormente manteve-se para valores maiores na variância do ruído.

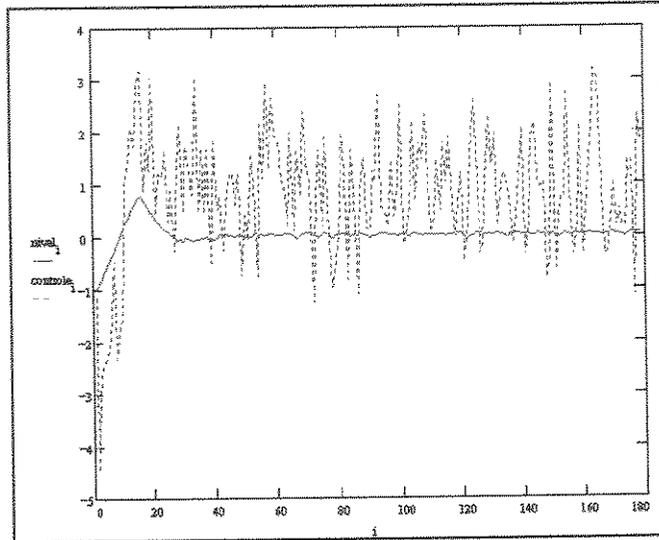


Figura 5.23 Sistema do molde para o PID

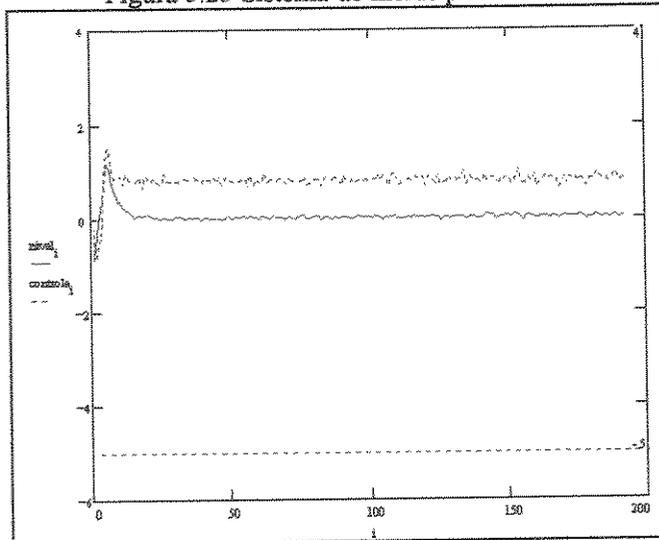


Figura 5.24 - Sistema do molde com o GPC

### 5.5.3 - Sistema do molde sem atrasos no atuador, e medidor de nível, com backlash.

Neste caso observou-se o efeito da introdução de um backlash no sistema.

Características do sistema do molde	
constante de tempo do atuador	0.8
atraso de transporte de atuador	0.0
constante de tempo do medidor de nível	0.2
atraso de transporte do medidor de nível	0.0
variância do ruído	0.0

#### 5.5.3.a - Controlador PID para o nível de aço no molde

Com a velocidade de lingotamento igual a 2.0 m/min e o coeficiente de escoamento mantido constante em 0.35, o PID foi mantido com o ajuste do caso 5.4.2:

$$PID = 4.0 \left( 1 + \frac{1}{1.8s} + 0.9s \right)$$

O comportamento do sistema para esta situação é apresentado na figura 5.25 tendo os seguintes resultados numéricos:

Resultados	
Sobrepico	0.76 cm
Tempo de estabilização	≈ 12 s
Variância do nível em regime	0.0
Variância do controle em regime	0.004
Valor mínimo do nível em regime	-0.02
Valor máximo do nível em regime	0.02

Observando-se a figura 5.25 e comparando-se com o seção 5.4.1.a observa-se que a presença do backlash não causa resultados muito diferentes, apenas pode-se notar a presença de uma oscilação no nível do aço, sendo que esta é função do valor do backlash, mas para valores não muito altos, a variação do nível não causa maiores problemas.

#### 5.5.3.b - Controlador GPC para o nível de aço no molde

Mantendo a velocidade de lingotamento constante e igual a 2.0 m/min e o coeficiente de escoamento igual a 0.35, ajustou-se o GPC com os seguintes parâmetros:

Parâmetros do GPC	
Ordem de $A(z^{-1})$	2
Ordem de $B(z^{-1})$	2
N1	1
N2	10
NU	1
Traço constante	0.1
Diagonal inicial	0.1
Ponderação do controle	$10^{-9}$

$$\theta_{início} = [-1.39 \quad 0.42 \quad -0.156 \quad -0.0556 \quad -0.0306]$$

O comportamento do sistema para esta situação é apresentado na figura 5.26 tendo os seguintes resultados numéricos:

<b>Resultados</b>	
Sobrepico	1.13 cm
Tempo de estabilização	$\approx 14$ s
Variância do nível em regime	0.001
Variância do controle em regime	0.002
Valor mínimo do nível em regime	-0.05
Valor máximo do nível em regime	0.05

Comparando-se com o seção 5.4.1.b pode-se observar que os resultados são bastante próximos, com exceção de oscilações nos sinais do nível e do controle, mas estas não apresentam maiores problemas para o desempenho do sistema.

### **5.5.3.c - Comparações entre o desempenho dos controladores PID e o GPC**

O PID apresentou um desempenho ligeiramente superior ao GPC no que diz respeito às variações no nível do molde, que foram sempre ligeiramente inferiores ao do PID. Quanto a outros aspectos, com exceção do transiente inicial, os resultados não foram significativamente diferentes. Deve-se observar que caso o valor do backlash aumente, as variações nos sinais do nível e do controle irão aumentar também, mas para os valores padrão das válvulas, apenas a presença do backlash não irá causar maiores problemas, o que não é verdade quando tem-se uma associação com outros fatores complicadores, como será mostrado nas seções posteriores.

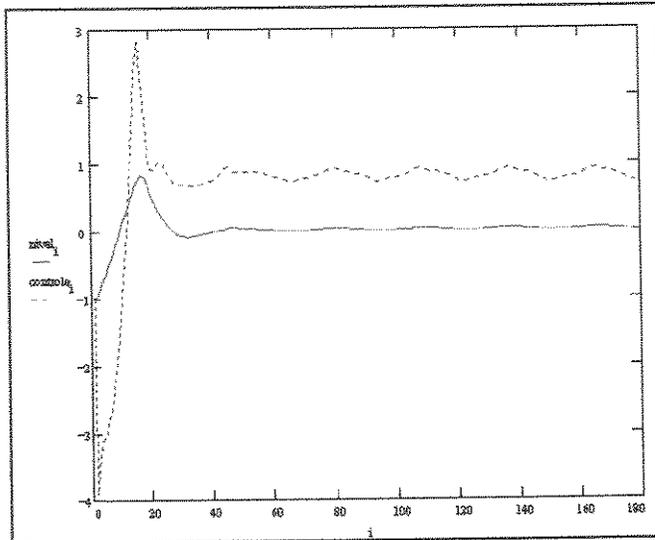


Figura 5.25 - Sistema do molde com PID

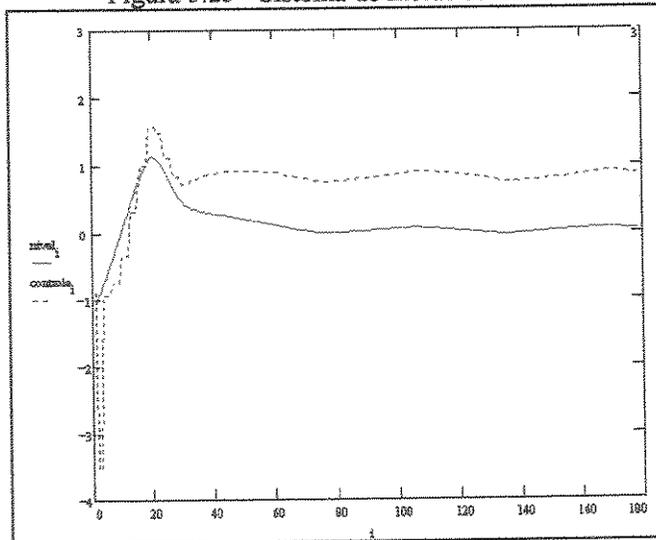


Figura 5.26 - Sistema do molde com GPC

#### 5.5.4 - Sistema do molde sem atrasos no atuador, e medidor de nível, com backlash. desprezível e variação da velocidade de lingotamento

Neste caso procurou-se observar os efeitos da variação de velocidade de lingotamento, tanto no aumento da velocidade quando na diminuição. Desta forma utilizou-se dois tipos de variações de velocidade: um aumento da velocidade de 2.0 m/min para 2.2 m/min e uma diminuição de 2.0 m/min para 1.8 m/min. As velocidades foram variadas após o sistema ter atingido uma situação estável (no instante de tempo 450 s), de forma a garantir que a perturbação será causada apenas pelo efeito da variação da velocidade de lingotamento.

Características do sistema do molde	
constante de tempo do atuador	0.8
atraso de transporte de atuador	0.0
constante de tempo do medidor de nível	0.2
atraso de transporte do medidor de nível	0.0
variância do ruído	0.0

Deve-se observar que quando altera-se a velocidade de lingotamento, tem-se uma mudança no modelo do sistema, pois a velocidade é considerada constante para o mesmo.

##### 5.5.4.a - Controlador PID para o nível de aço no molde

Com a velocidade de lingotamento igual a 2.0 m/min e o coeficiente de escoamento mantido constante em 0.35, ajustou-se o PID através do método de Ziegler-Nichols com um posterior ajuste fino, obtendo-se:

$$PID = 4.0 \left( 1 + \frac{1}{1.8s} + 0.9s \right)$$

Nesta situação foram obtidos os seguintes resultados:

Resultados	
Sobrepico na mudança de velocidade 1.8 para 2.0 m/min	0.14 cm
Tempo de estabilização	9.0 s
Sobrepico na mudança de velocidade 2.0 para 2.2 m/min	0.14 cm
Tempo de estabilização	9.0 s

Conforme pode ser observado nas figuras 5.27 e 5.28, a variação da velocidade causa uma variação no nível do molde, que é corrigida em um aproximadamente 9 s. A amplitude da variação no nível do molde não é tão significativa, mas pode causar algum problema na qualidade do lingote.

**5.5.4.b - Controlador GPC para o nível de aço no molde**

Com o GPC ajustado com os seguintes parâmetros:

Parâmetros do GPC	
Ordem de $A(z^{-1})$	2
Ordem de $B(z^{-1})$	2
N1	1
N2	10
NU	1
Traço constante	0.1
Diagonal inicial	0.1
Ponderação do controle	$10^{-9}$

$$\theta_{início} = [-1.39 \quad 0.42 \quad -0.156 \quad -0.0556 \quad -0.0306]$$

Obteve-se os seguintes resultados:

Resultados	
Sobrepico na mudança de velocidade de 1.8 m/min para 2.0 m/min	0.42 cm
Tempo de estabilização	17.0 s
Sobrepico na mudança de velocidade de 2.0 m/min para 2.2 m/min	0.43 cm
Tempo de estabilização	17.0 s

Conforme pode ser observado nas figuras 5.29 e 5.30, o GPC apresentou variações altas no nível do molde causadas pelas mudanças de velocidade de lingotamento e estas perturbações foram eliminadas em aproximadamente em 17 s. Este nível de variação no nível deve causar problemas na qualidade do lingote produzido.

**5.5.4.c - Comparações entre o desempenho dos controladores PID e o GPC**

Novamente o PID apresenta um melhor desempenho no caso de perturbações que envolvem mudança no modelo do sistema, onde o estimador do GPC tem que novamente convergir para um outro modelo e neste intervalo de tempo o comportamento do sistema degrada-se mais que o do PID que apresenta parâmetros fixos. Caso as variações de velocidade de lingotamento sejam normais, deve-se introduzir um controle antecipativo, já que a decisão de mudança de velocidade é feita pelo operador e assim pode-se introduzir uma compensação. A mudança de velocidade de lingotamento não é normalmente realizada em corridas de um mesmo tipo de placa e/ou aço, sendo utilizadas para o início ou fim de corridas, como sistema de emergência da máquina ou problemas no sistema de controle de velocidade dos rolos tracionadores.

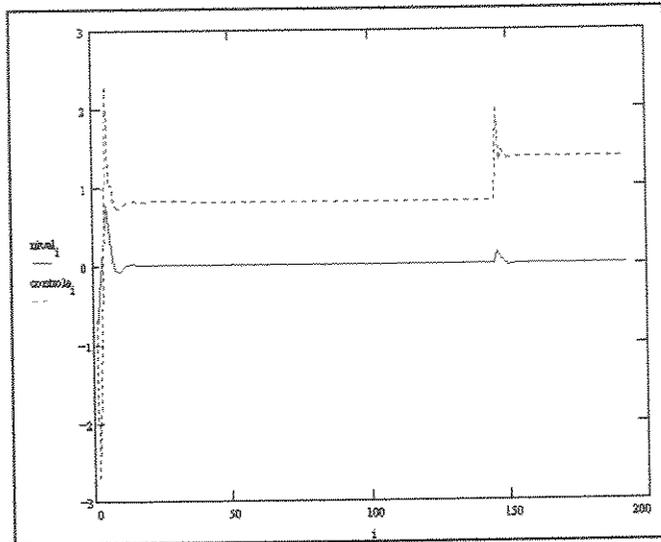


Figura 5.27 Sistema do molde com PID

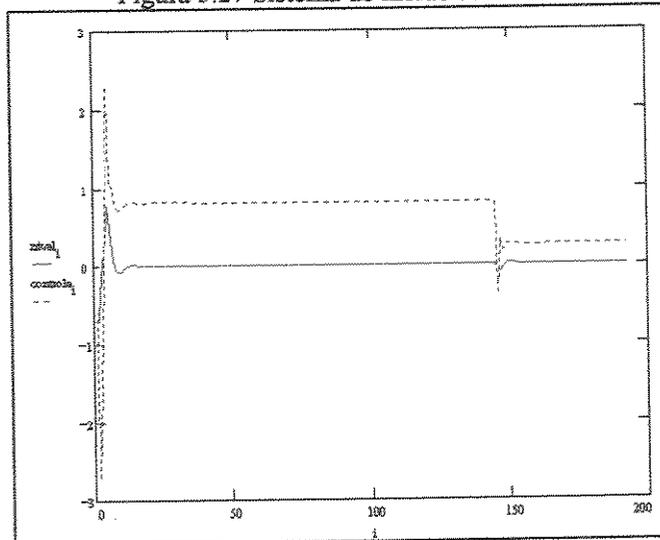


Figura 5.28 Sistema do molde com PID

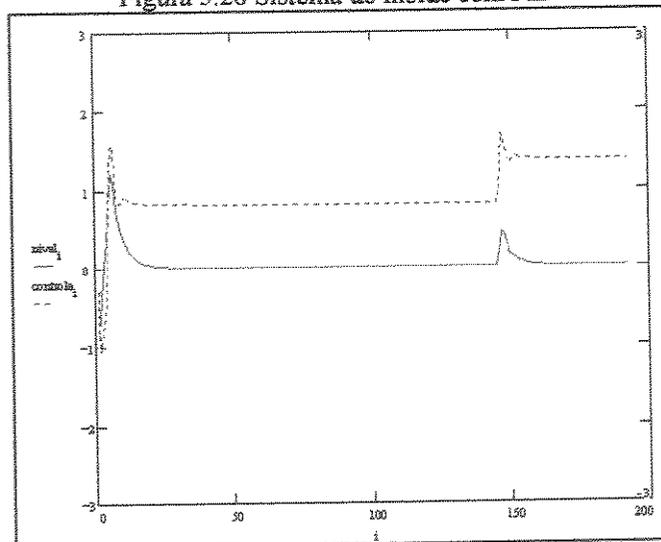


Figura 5.29 Sistema do molde com GPC

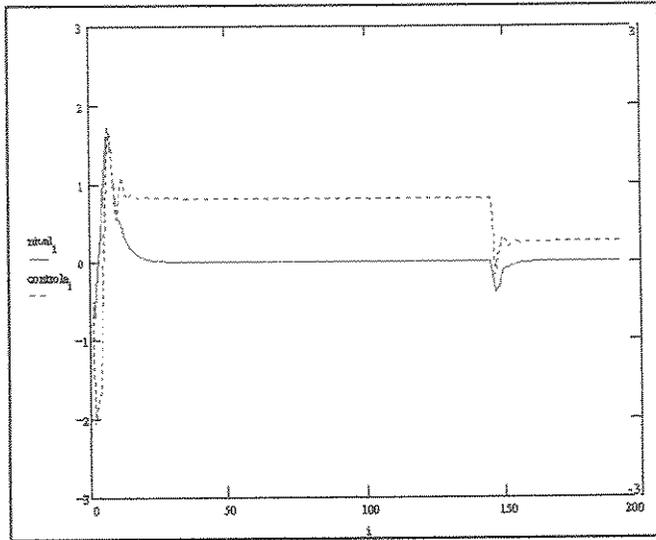


Figura 5.30 Sistema do molde com GPC

### 5.5.5 - Sistema do molde com atrasos no atuador , e medidor de nível, com backlash e presença de ruído

Neste caso o objetivo foi observar o desempenho do sistema quando existe a união dos diferentes fatores complicadores já observados individualmente. Cabe ressaltar que este caso é bastante mais próximo da realidade que os analisados anteriormente.

Características do sistema do molde	
constante de tempo do atuador	0.8
atraso de transporte de atuador	0.5
constante de tempo do medidor de nível	0.2
atraso de transporte do medidor de nível	0.05
variância do ruído	0.01
backlash	0.1

Deve-se ressaltar que foi necessário diminuir a velocidade de lingotamento de 2.0 m/min para 0.9 m/min para que obtivesse sistemas estáveis e com comportamentos adequados para as condições reais de operação, tanto para a situação com o PID como com o GPC.

#### 5.5.5.a - Controlador PID para o nível de aço no molde

Com a velocidade de lingotamento igual a 0.9 m/min e o coeficiente de escoamento mantido constante em 0.35, ajustou-se o PID através do método de Ziegler-Nichols com um posterior ajuste fino, obtendo-se:

$$PID = 1.2 \left( 1 + \frac{1}{10.0s} + 1.8s \right)$$

Nesta situação foram obtidos os seguintes resultados:

Resultados	
Sobrepico	0.76 cm
Tempo de estabilização	Indefinido
Variância do nível em regime	0.036
Variância do controle em regime	0.468
Valor mínimo do nível em regime	-0.52
Valor máximo do nível em regime	0.54

Conforme pode ser observado nos resultados e na figura 5.31, o sistema apresenta após o sobrepico inicial, que é próximo de todos os observados nos casos anteriores, uma oscilação bastante acentuada. Esta variação compromete a qualidade do lingote produzido, pois é bem maior que o limite de  $\pm 0.10$  cm. Um outro fato importante é a alta variância do sinal de controle, o que causa um desgaste maior nos atuadores, bem como um maior gasto de energia.

### 5.5.5.b - Controlador GPC para o nível de aço no molde

Mantendo a velocidade de lingotamento constante e igual a 0.9 m/min e o coeficiente de escoamento igual a 0.35, ajustou-se o GPC com os seguintes parâmetros:

Parâmetros do GPC	
Ordem de $A(z^{-1})$	2
Ordem de $B(z^{-1})$	2
N1	1
N2	8
NU	1
Traço constante	0.1
Diagonal inicial	0.1
Ponderação do controle	$10^{-9}$

$$\theta_{início} = [-1.39 \quad 0.42 \quad -0.156 \quad -0.0556 \quad -0.0306]$$

Obteve-se os seguintes resultados:

Resultados	
Sobrepico	4.2 cm
Tempo de estabilização	Indefinido
Variância do nível em regime	0.003
Variância do controle em regime	0.030
Valor mínimo do nível em regime	-0.14
Valor máximo do nível em regime	0.12

Como pode ser observado nos resultados e figura 5.32, o sistema apresenta um sobrepico inicial muito grande, mas após este período as variações no nível do molde são pequenas, ficando bem próximas do limite de  $\pm 0.10$  cm. A variância do sinal de controle em regime também é baixa.

### 5.5.5.c - Comparações entre o desempenho dos controladores PID e o GPC

Como pode-se notar pelos resultados o GPC apresenta um resultado pior no transiente inicial, mas a sua resposta em regime é muito melhor do que o PID. Em regime a variância do nível e do controle do nível são muito menores com o sistema controlado pelo GPC e além disto, os valores do nível para o GPC encontram-se perto da faixa de  $\pm 10$  mm que é considerada aceitável. O PID apresenta variações de  $\pm 52$  mm, o que aumentaria muito o índice de defeitos do aço produzido. Outro fato importante é a menor variância do sinal de controle no sistema com o GPC (quase 16 vezes menor que a obtida com o PID), isto faz com que tenha-se um desgaste muito maior dos atuadores.

Desta forma o GPC mostra-se bastante interessante para sistema encontrados em situações reais, onde tem-se presença de ruído, backlash e atrasos, desde que as condições encontradas no transitório inicial não sejam críticas.

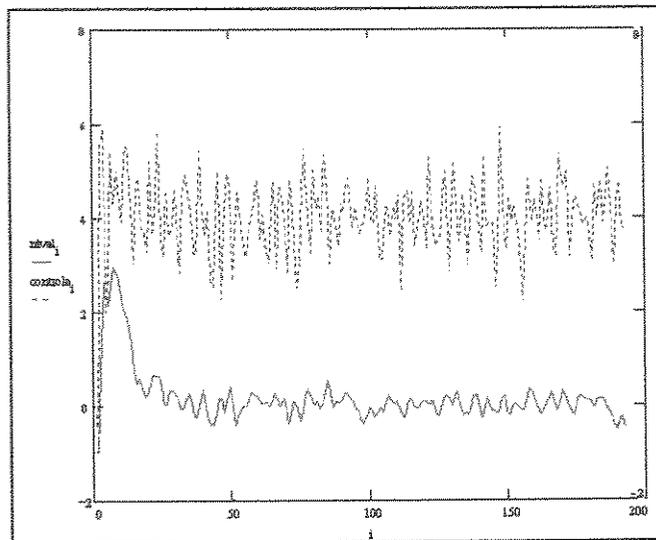


Figura 5.31 - Sistema do molde com PID

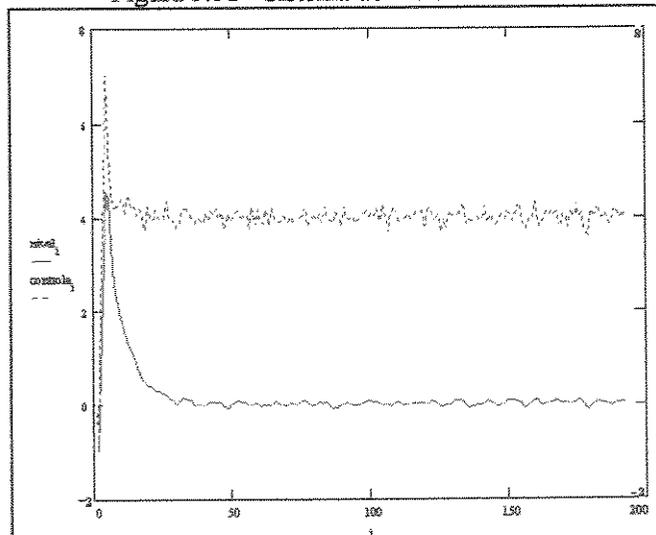


Figura 5.32 - Sistema do molde com GPC

### 5.5.6 - Sistema do molde com atrasos no atuador , e medidor de nível, backlash, presença de ruído e entupimento da válvula de controle

Neste caso o objetivo foi analisar uma situação próxima das situações reais de operação, quando tem-se além dos fatores analisados no seção 5.4.5, a presença de um entupimento na válvula gaveta. O entupimento foi modelado como uma onda dente de serra, conforme o seção 2.4.1, com um período de 450 s. O período da onda foi escolhido pequeno para poder-se observar os resultados com uma boa resolução no gráfico, mas a escolha de períodos maiores não influem nos resultados qualitativos.

Novamente foi necessário reduzir a velocidade de lingotamento, de modo a obter-se sistemas estáveis e valores compatíveis com situações reais.

Características do sistema do molde	
constante de tempo do atuador	0.8
atraso de transporte de atuador	0.5
constante de tempo do medidor de nível	0.2
atraso de transporte do medidor de nível	0.05
variância do ruído	0.01

#### 5.5.6.a - Controlador PID para o nível de aço no molde

Com a velocidade de lingotamento igual a 0.5 m/min e o coeficiente de escoamento variando entre 0.25 e 0.35 segundo uma onda dente de serra, ajustou-se o PID através do método de Ziegler-Nichols com um posterior ajuste fino, obtendo-se:

$$PID = 1.8 \left( 1 + \frac{1}{3.8s} + s \right)$$

Nesta situação foram obtidos os seguintes resultados:

Resultados	
Sobrepico	3.17 cm
Tempo de estabilização	Indefinido
Variância do nível entre 0 e 500 s	0.108
Variância do nível em regime	0.018
Variância do controle em regime	0.332
Valor mínimo do nível em regime	-0.37
Valor máximo do nível em regime	0.40

Conforme pode ser observado nos resultados e na figura 5.33, o sistema apresenta uma variância alta para o nível do aço e para o sinal de controle. Comparando-se com o seção 5.4.5.a, pode-se notar que a variância do nível do aço manteve-se praticamente constante e o esforço de controle aumentou, devido as correções que são necessárias para compensar o entupimento da válvula.

### 5.5.6.b - Controlador GPC para o nível de aço no molde

Mantendo a velocidade de lingotamento constante e igual a 0.5 m/min e o coeficiente de escoamento variando entre 0.25 e 0.35 segundo uma onda dente de serra.

Parâmetros do GPC	
Ordem de $A(z^{-1})$	2
Ordem de $B(z^{-1})$	2
N1	1
N2	8
NU	1
Traço constante	0.1
Diagonal inicial	0.1
Ponderação do controle	$10^{-9}$

$$\theta_{inicial} = [-1.39 \quad 0.42 \quad -0.156 \quad -0.0556 \quad -0.0306]$$

Obteve-se os seguintes resultados:

Resultados	
Sobrepico	6.26 cm
Tempo de estabilização	$\approx 60$ s
Variância do nível em regime	0.002
Variância do controle em regime	0.032
Valor mínimo do nível em regime	-0.11
Valor máximo do nível em regime	0.07

Conforme pode ser observado nos resultados e na figura 5.34, o sistema com o GPC apresenta um bom resultado, as variâncias do nível do aço e do sinal de controle são razoavelmente pequenas e os valores absolutos do nível do aço estão quase dentro da faixa de variação considerada aceitável.

### 5.5.6.c - Comparações entre o desempenho dos controladores PID e o GPC

O sistema controlado com o GPC apresenta um resultado melhor do que o PID, na situação de regime, onde as variâncias do nível e controle são menores e a variação do nível encontra-se perto do valor considerado aceitável ( $\pm 10$  mm), enquanto o sistema com o PID apresenta as variações muito mais altas, bem como variâncias altas para o nível do aço e sinal de controle. Mas no transiente inicial o PID apresenta um menor sobrepico e um tempo de estabilização menor como nos casos anteriores.

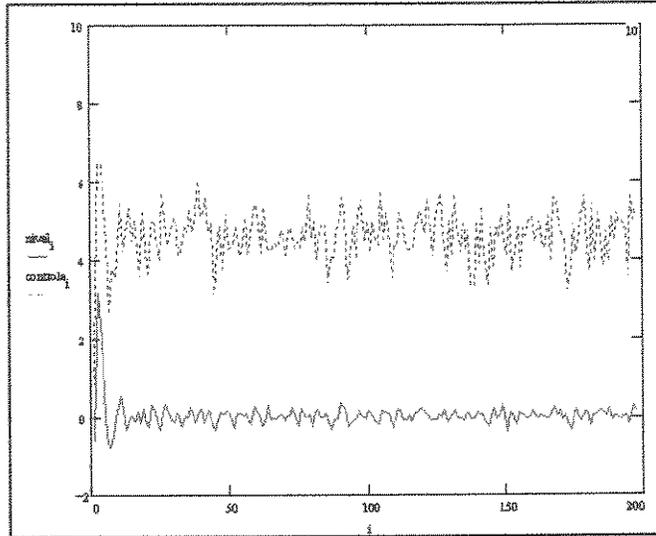


Figura 5.33 - Sistema do molde com PID

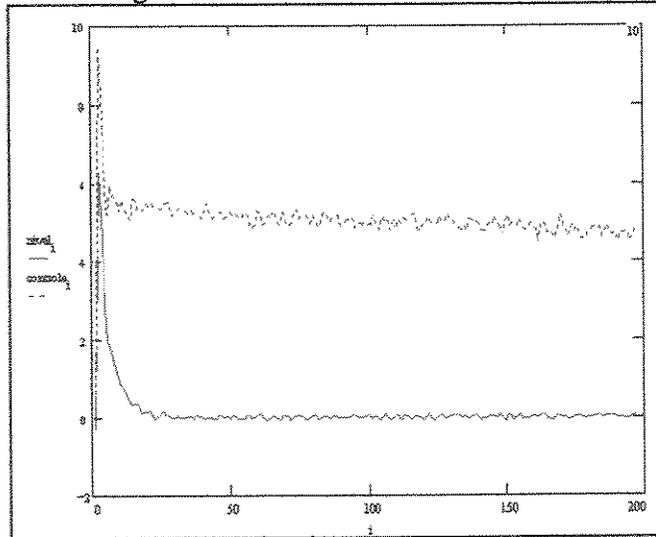


Figura 5.34 - Sistema do molde com GPC

### 5.5.7 - Sistema do molde com atrasos no atuador , e medidor de nível, backlash, presença de ruído e rompimento na válvula de controle

Neste caso o objetivo foi analisar o comportamento do sistema quando da ocorrência de um rompimento da incrustação dentro da válvula gaveta. Este problema é uma perturbação forte, pois causa uma variação muito rápida no modelo do sistema, e pode levar a um transbordamento no molde ou o aparecimento de bolhas no aço, o que prejudica a qualidade do lingote, podendo até provocar um rompimento da casca sólida durante o resfriamento secundário, o que é um acidente de graves consequências. Assim o objetivo foi analisar o comportamento de cada um dos controladores nos instantes posteriores a ocorrência do rompimento, observando o sobrepico causado, bem como o período necessário para se eliminar esta perturbação.

Características do sistema do molde	
constante de tempo do atuador	0.8
atraso de transporte de atuador	0.0
constante de tempo do medidor de nível	0.2
atraso de transporte do medidor de nível	0.0
variância do ruído	0.0

#### 5.5.7.a - Controlador PID para o nível de aço no molde

Com a velocidade de lingotamento igual a 0.5 m/min e o coeficiente de escoamento variando entre 0.25 e 0.35 segundo uma onda dente de serra, ajustou-se o PID através do método de Ziegler-Nichols com um posterior ajuste fino, obtendo-se:

$$PID = 1.8 \left( 1 + \frac{1}{3.8s} + s \right)$$

Nesta situação obteve-se os seguintes resultados:

Resultados	
Sobrepico	0.76 cm
Tempo de estabilização	Indefinido
Variância do nível entre 0 e 500 s	0.169
Variância do nível em regime	0.028
Variância do controle em regime	0.449
Valor mínimo do nível em regime	-0.37
Valor máximo do nível em regime	0.33

Como se pode observar nos resultados e na figura 5.35, as variâncias do nível do aço e do controle são altas, da mesma maneira que no seção 5.4.6.a, apenas agravado pelo rompimento. Devido a esta grande variância não é possível observar efetivamente o efeito do rompimento, pois este fica mascarado pelo ruído presente no sistema.

### 5.5.7.b - Controlador GPC para o nível de aço no molde

Mantendo a velocidade de lingotamento constante e igual a 0.5 m/min e o coeficiente de escoamento variando entre 0.25 e 0.35 segundo uma onda dente de serra.

Parâmetros do GPC	
Ordem de $A(z^{-1})$	2
Ordem de $B(z^{-1})$	2
N1	1
N2	10
NU	1
Traço constante	0.1
Diagonal inicial	0.1
Ponderação do controle	$10^{-9}$

$$\theta_{início} = [-1.39 \quad 0.42 \quad -0.156 \quad -0.0556 \quad -0.0306]$$

Obteve-se os seguintes resultados:

Resultados	
Sobrepico	6.3 cm
Tempo de estabilização	$\approx 14$ s
Variância do nível em regime	0.008
Variância do controle em regime	0.007
Valor mínimo do nível em regime	-0.13
Valor máximo do nível em regime	0.10

Conforme pode ser notado pelos resultados e pela figura 5.36, novamente o sistema com o GPC apresenta uma variância menor após o transitório inicial. Mas no momento do rompimento ( instante de 450 s), ocorre uma grande variação do nível do molde (0.62 cm), a qual desaparece após aproximadamente 24 s. Esta variação é devida a mudança abrupta de modelo, a qual o estimador do GPC não consegue acompanhar, fazendo que o estimador tenha que novamente convergir para o modelo correto, o que faz com que a resposta do sistema seja deteriorada neste período.

### 5.5.7.c - Comparações entre o desempenho dos controladores PID e o GPC

Novamente o GPC apresentou melhores resultados no regime permanente, apresentando menores variâncias do nível e controle, bem como menor variação do nível, ficando perto da variação desejável  $\pm 10$  mm. Mas para perturbações no modelo, o GPC apresenta um resultado pior, isto sendo causado por problemas de estimação. No momento do rompimento da encrustação da válvula gaveta, o GPC apresentou um sobrepico de 0.62 cm voltando a faixa de valores menores que 0.10 cm em aproximadamente 23 s, no caso do PID a variação no momento do rompimento fica mascarada pelas variações no nível, as quais são de valor elevado ( $\pm 0.35$  cm). Caso seja retirado o sinal de ruído, pode-se observar que o PID consegue compensar a perturbação muito mais rapidamente que o GPC, isto pode ser explicado pela necessidade de convergência do estimador do GPC.

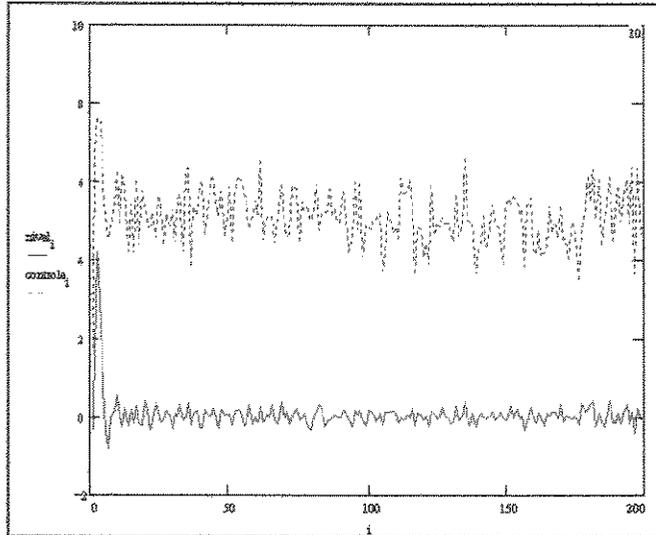


Figura 5.35 - Sistema do molde com PID

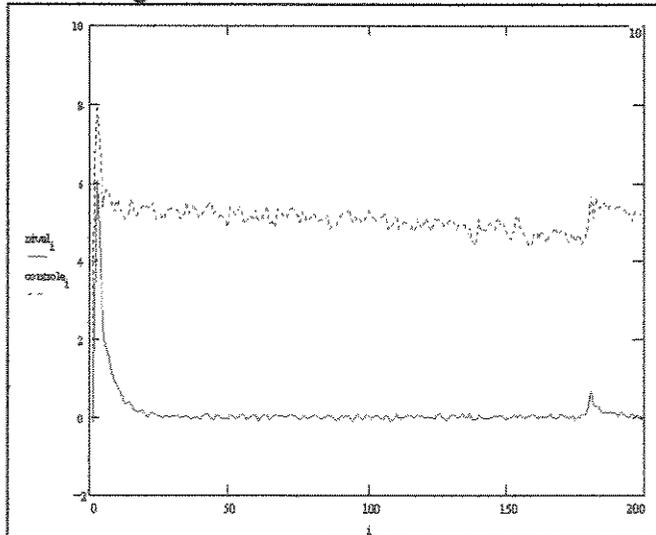


Figura 5.36 - Sistema do molde com GPC

---

## 6. Conclusões

---

### 6.1. Síntese do Trabalho

Neste trabalho estudou-se o comportamento dos controladores adaptativos de variância mínima generalizada (GMV) e preditivo (GPC) e de um algoritmo com parâmetros fixos (PID) no controle do nível de aço no molde de uma máquina de lingotamento contínuo. Estudou-se as características destes controladores de modo a obter o melhor desempenho do sistema em malha fechada.

Para a análise deste sistema, inicialmente desenvolveu-se um simulador do sistema de lingotamento contínuo. Este software apresenta o modelo dos sistemas do distribuidor e molde, possibilitando através de uma interface gráfica alterar-se os valores das variáveis de cada subsistema. Pode-se assim alterar-se: os valores das funções de transferência dos medidores e atuadores, os parâmetros dos controladores; curvas de velocidade da máquina e perturbações do processo (ruído e variação do coeficiente de escoamento). Após executar-se a simulação, os resultados podem ser analisados em gráficos, nos quais pode-se obter os valores numéricos, bem como as variâncias em intervalos determinados.

Também implementou-se os controladores PID, GPC e GMV, para avaliar o desempenho destes algoritmos no controle de um processo siderúrgico.

### 6.2. Conclusões e Recomendações

Dos resultados das simulações realizadas pode-se concluir que:

- i. O controlador de variância mínima generalizada não apresentou desempenho satisfatório, sendo extremamente sensível aos parâmetros de sintonia. Utilizando-se este algoritmo para o controle do nível de aço no molde, o sinal de controle apresentou uma variação elevada, o que pode acarretar desgaste excessivo no sistema de controle.
- ii. O controlador preditivo generalizado apresenta desempenho melhor que o controlador PID quando não ocorrem perturbações bruscas no sistema. Nestas condições, o GPC apresentou sempre uma menor variância no nível de aço e um menor esforço de controle. Estes resultados são importantes para o processo em questão, pois variâncias menores no nível de aço, aumentam a sua qualidade e o menor esforço de controle causa um menor desgaste da válvula de controle e menor consumo de energia.
- iii. Nos instantes de partida da máquina de lingotamento contínuo e rompimento da escória no sistema, que representam grandes variações no modelo, o PID sempre apresentou melhores resultados. O que era esperado devido ao novo transitório no algoritmo de estimação do controlador preditivo.

Para melhorar o desempenho do GPC procurou-se utilizar o algoritmo PID durante as transições de modelo. Contudo este procedimento também apresentou desempenho inferior ao algoritmo PID devido a transição do estimador ao alterar-se o tipo de controlador. Utilizou-se um filtro de primeira ordem no estimador de parâmetros, mas também este procedimento não resultou em um melhor desempenho do controlador GPC. Todas as tentativas de melhor desempenho no instante de mudança do modelo foram infrutíferas, pois a variação do modelo sempre introduzia uma perturbação no nível de aço do molde.

Como trabalhos futuros para melhorar o desempenho do algoritmo de estimação sugere-se a utilização de um detecção de não-estacionaridades para detectar variações rápidas no sistema.

Sugere-se também a análise de controladores preditivos com restrições [29] para garantir que o nível do molde nunca ultrapasse valores limites pré-especificados. Para implementações em plantas industriais é necessário desenvolver-se sistemas para o acompanhamento de performance do controlador, observando aspectos como: segurança, partida e parada de máquina, bem como um controle do resfriamento secundário.

## Bibliografia

- [1] Takuo Uemuro et al "Automatic System of Continuous Slab Casting Machine" The Sumitomo Search n12 November 1974.
- [2] "Automatic Control of Entue Slab Casting Operation at Kashima Steelworks" Report Sumitomo, 1975.
- [3] Kruger, G. "Advanced Mould Level Control for Continuous Casting Plants" Metal and Techno, 1985.
- [4] Bartolini G. et al "Development and Application of Adaptive Control Methods in Continuous Casting Plants" 4 Int. Conf. Trends in On-Line Comp. Cont. Syst. 1982.
- [5] Mohtadi-Haghighi C. "Studies in Advanced Self-Tuning Algorithms" tese de doutorado 1986.
- [6] Astrom, K.J.; Wittenmark, B. "On Self Tuning Regulators". Automatica Vol. 9 pag. 185-199 1973.
- [7] Amaral, W. C.; Gimeno, L.; Arruda, L.V.R.; Favier, G.; Rougerie, C.; Bariani, J.P. "A Comparison of Fault Detection Methods and Adaptive Identification Algorithms". 1988 IFAC Identification.
- [8] Clarke, D.W.; Phil, D.; Gawthrop, B.A. "Self-Tuning Controller". Proc. IEE Vol. 122 n 9 September 1975.
- [9] Clarke, D.W.; Phil, D.; Gawthrop, B.A. "Self-Tuning Control". Proc. IEE Vol. 126 n 6 June 1979.
- [10] Seborg, D.E.; Edgar, T.F.; Shah, S.L. "Adaptive Control Strategies for Process Control: A Survey". AIChE Journal Vol. 32 n 6 June 1988.
- [11] Amaral, W.C. "Controle do Nível de Aço no Molde - Estratégia de Controle" Relatório Interno RT/DCA 004.
- [12] Coelho, A.A.R.; Gomes, F.J.; Amaral, W.C. "Implementation of SISO and MIMO Predictive Control for a Chemical Plant" American Control Conference 1989.
- [13] Vartuli, F.A.A. "Estudo de Reguladores Auto-Ajustáveis para o Controle de Nível do Aço Líquido em Molde de Lingotamento Contínuo de Placas" Tese de Mestrado UFMG 1987.
- [14] Valente, P. "Controle de Molde, Distribuidor e Resfriamento Secundário" Relatório Interno CTI 1989.
- [15] Chevrand, L.J.S.; Reis, G.O.N. "Lingotamento Contínuo de Billets" Relatório Interno Siderúrgica Mendes Junior S.A. 1989.
- [16] Mendes, R.S. "Controlador Auto-Ajustável por Alocação de Polos e Minimização de uma Variância Generalizada" Tese de Mestrado UNICAMP 1984.

- [17] Guillermin, P. "La Commande Adaptive" Tese de Doutorado Université de Nice - France - 1980.
- [18] Eykhoff, P. "Systems Identification; Parameters and State Estimation" 1974.
- [19] Seborg, D.E.; Shah, S.L. and Edgar, T.F. " Adaptive Control Strategies for Process Control: A Survey". AIChe Journal, 32, 88. 1986
- [20] Lyung L. & T. Soderstrom, "Theory and Practice of Recursive Identification" 1983.
- [21] Lambert, M. " Adaptive Control of Flexible Systems". Tese de Doutorado Oxford, 1987.
- [22] Nazzetta, R. M. " Um Sistema Baseado em Conhecimento para Configuração e Supervisão de Algoritmos de Controle Adaptativo ", tese de Mestrado DCA/FEE/UNICAMP, 1991.
- [23] Favier, G. " Self-Tuning Long-Range Predictive Controllers " . 10<sup>th</sup> World Congress IFAC, Munich, July 1987.
- [24] Mohtadi, C. " Studies in Advanced Self-Tuning Algorithms " Ph.D. Thesis . Oxford, 1986.
- [25] Amaral, W.C.; Latre, L.G.; Mendes, R.S. "Determination of Weighting Polynomials in Generalized Minimum Variance Controllers" . IEE Proceedings, Vol. 135, n 1, Janeiro 1988.
- [26] Clarke, D.W.; Mohtadi, C. ; Tuffs, P.S. " Generalized Predictive Control. Part 1: The Basic Algorithm. Part 2 : Extensions and Interpretations. Department of Engineering Science, O.U.E.L. report number 1555/1557. Oxford 1984.
- [27] Clarke, D.W.; Mohtadi, C. " Properties of Generalized Predictive Control" Automatica Vol. 25, n 6 pp 859-875, 1989.
- [28] Oliveira, G. H. C. "Aspectos Teóricos do Controlador Preditivo Generalizado (GPC) e Aplicação em Sistemas Flexíveis", tese de Mestrado DCA/FEE/UNICAMP, 1992.
- [29] Oliveira, G. H. C.; Nazzetta R. M.; Amaral W. C.; Latre L. G. "Análise de Restrições em Sistemas de Controle Preditivo" submetido ao SBA
- [30] Maristela Cogo Castanho, "Métodos para a Determinação da Estrutura de Modelos de Sistemas Monovariáveis, tese de Mestrado DCA/FEE/UNICAMP, 1991".