

Este exemplar corresponde a redação final da tese
defendida por _____ e aprovada pela Comissão
Julgada em _____
Orientador

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO
DEPARTAMENTO DE COMUNICAÇÕES

Desempenho de Sistemas CDMA com Detector Multi-usuário Descorrelacionador

Autor

Gabriel Moura da Silva

Orientador

Prof. Dr. Celso de Almeida

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Celso de Almeida (FEEC/UNICAMP)

Prof. Dr. Taufik Abrão (DEEL-CTU/UEL)

Prof. Dr. Jaime Portugheis (FEEC/UNICAMP)

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Campinas, Novembro de 2002

UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL
SEÇÃO CIRCULANTE

200306961

UNIDADE	BC
Nº CHAMADA	7/UNICAMP Si 38d
V	EX
TOMBO BC/	52545
PROC.	16-124/03
C	<input type="checkbox"/>
D	<input checked="" type="checkbox"/>
PREÇO	14,00
DATA	13/03/03
Nº CPD	

CM001B0510-B

BIB ID 284902

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

Si38d Silva, Gabriel Moura
 Desempenho de sistemas CDMA com detector multi-
 usuário descorrelacionador.--Campinas, SP: [s.n.], 2002.

 Orientador: Celso de Almeida.
 Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de
 Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de
 Computação.

 1. Sistemas de comunicação móvel. 2. Sistema de
 recepção (Telecomunicações). 3. Comunicações digitais.
 4. Telefonia celular. I. Almeida, Celso de.. II.
 Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de
 Engenharia Elétrica e de Computação. III. Título.

Dedico este trabalho aos meus pais Lúcia e Benedito e
às minhas avós Ercília e Cida.

Agradecimentos

Gostaria de manifestar meus sinceros votos de agradecimentos à todos aqueles que direta ou indiretamente me auxiliaram, não só nesta fase que agora se encerra, mas em todos os momentos de minha vida.

Agradeço aos meus pais, pela compreensão e amor incondicionais; à minha eterna irmãzinha Thaís, sempre companheira e divertida; à Livinha, amor da minha vida; aos amigos-irmãos André, Cuellar, Fabinho, Gabriel, Gustavo e Victor; aos amigos Joe, Sol, Panazio e Zanatta; aos meus familiares; ao professor Celso de Almeida pela orientação e confiança; aos amigos da graduação; à todos os amigos do DSPCom; aos funcionários da FEEC, em particular ao pessoal da CPG.

Resumo

Neste trabalho, são obtidas expressões simples e precisas para a eficiência assintótica multi-usuário média síncrona e assíncrona de sistemas CDMA com detectores multi-usuário descorrelacionador (MUD-D). Também são obtidas expressões para o ganho da relação sinal-ruído mais interferência (RSRI) em relação ao detector convencional, tanto em canal AWGN, quanto em canal com desvanecimento Rayleigh plano e seletivo em frequência. O emprego das expressões obtidas é ilustrado através do estudo comparativo de desempenho de sistemas CDMA com detector convencional e MUD-D.

Abstract

In this study, simple and precise expressions for the mean asymptotic multiuser efficiency of synchronous and asynchronous CDMA systems using multiuser decorrelating detection (MUD-D) are obtained. Expressions for the signal-interference plus noise ratio (SINR) gain of MUD-D in relation to the conventional detection on AWGN and frequency-selective and non frequency-selective fading channels are also achieved. To illustrate the value of the obtained expressions, the performance of conventional detector and MUD-D is evaluated using the results of the study.

Sumário

1	Introdução	1
2	Introdução Teórica	3
2.1	Introdução a Comunicação Sem Fio	3
2.2	CDMA	6
2.2.1	Modelo Básico de Canal Aditivo para Sistemas CDMA - Caso Síncrono	6
2.2.2	Modelo Básico de Canal Aditivo para Sistemas CDMA - Caso Assíncrono	7
2.2.3	Seqüências de Assinatura	10
2.2.4	Desenvolvimento de $E[\rho^2]$	11
2.2.5	Expressão de Desempenho de CDMA com Detecção Convencional para Canal AWGN	14
2.2.6	Expressão de Desempenho de CDMA usando Detecção Convencional para Canal com Desvanecimento	18
2.3	AME - Eficiência Assintótica Multi-usuário	23
2.3.1	Energia Efetiva $e_k(\sigma)$ e Eficiência Multi-Usuário	24
2.3.2	Eficiência Assintótica Multi-usuário e Resistência Near-Far	24
2.4	Detecção Multi-Usuário	25
2.4.1	MUD-D Síncrono em RF	26
2.4.2	MUD-D Assíncrono em RF	29

3	Detector Convencional x MUD-D	32
3.1	AME Média - Caso Síncrono	33
3.2	AME Média - Caso Assíncrono	34
3.3	Ganho de RSRI Média	37
3.3.1	RSRI em Canal AWGN	38
3.3.2	RSRI em Canal com Desvanecimento Rayleigh	39
3.4	Probabilidade de Erro de Bit Média	39
3.4.1	Probabilidade de Erro de Bit Média em Canal AWGN	40
3.4.2	Probabilidade de Erro de Bit Média em Canal com Desvanecimento Rayleigh	41
4	Resultados	43
4.1	Análise da AME Média	43
4.2	Curvas do Ganho de Relação Sinal-Ruído mais Interferência	45
4.2.1	Caso Síncrono	46
4.2.2	Caso Assíncrono	47
4.3	Comparação de Desempenho.	48
4.3.1	Canal AWGN	49
4.3.2	Canal com Desvanecimento Rayleigh	50
5	Conclusões e Trabalhos Futuros	59
A	Método de Simulação	62
B	Artigo Resultante do Trabalho	64

Lista de Figuras

2.1	Representação dos atrasos entre os usuários.	7
2.2	Diagrama explicativo da correlação cruzada entre os usuários k e l	9
2.3	Banco de Filtros Casados - Caso Síncrono RF.	15
2.4	Banco de Filtros Casados - Caso Assíncrono RF.	17
2.5	Receptor tipo Rake.	20
2.6	Diagrama em blocos do receptor para MUD-D Síncrono.	26
2.7	Diagrama em blocos do receptor para MUD-D Assíncrono.	30
3.1	Comportamento da relação $\frac{4\rho_{12}^2\rho_{21}^2}{[1-(\rho_{12}^2+\rho_{21}^2)]^2}$ em função do ganho de processamento G	35
3.2	Comportamento da relação $\frac{2\rho_{12}^2\rho_{21}^2}{1-(\rho_{12}^2+\rho_{21}^2)}$ em função do ganho de processamento G	36
4.1	AME média - Caso Síncrono	44
4.2	AME média - Caso Assíncrono	45
4.3	AME média - Casos Síncrono e Assíncrono	46
4.4	Ganho de RSRI - Caso Síncrono	47
4.5	Ganho de RSRI - Caso Assíncrono	48
4.6	Ganho de RSRI - Casos Síncrono e Assíncrono	49
4.7	Probabilidade de Erro de Bit Média - Caso Síncrono AWGN	50
4.8	Probabilidade de Erro de Bit Média - Caso Assíncrono AWGN	51

4.9	Probabilidade de Erro de Bit - Caso Síncrono e Assíncrono AWGN	52
4.10	Probabilidade de Erro de Bit Média em Canal com Desvanecimento Rayleigh Plano - Caso Síncrono	53
4.11	Probabilidade de Erro de Bit Média em Canal com Desvanecimento Rayleigh Plano - Caso Assíncrono	54
4.12	Probabilidade de Erro de Bit Média em Canal com Desvanecimento Rayleigh Plano - Casos Síncrono e Assíncrono	55
4.13	Probabilidade de Erro de Bit Média em Canal com Desvanecimento Rayleigh Seletivo em Frequência - Caso Síncrono	56
4.14	Probabilidade de Erro de Bit Média em Canal com Desvanecimento Rayleigh Seletivo em Frequência - Caso Assíncrono	57
4.15	Probabilidade de Erro de Bit Média em Canal com Desvanecimento Rayleigh Seletivo em Frequência - Casos Síncrono e Assíncrono	58

Abreviaturas

2G: Telefonia celular de segunda geração

2,5G: Telefonia celular de transição entre a segunda e terceira gerações

3G: Telefonia celular de terceira geração

AM: Amplitude Modulation

AME: Eficiência assintótica multi-usuário

BPSK: Binary Pulse Shift Keying

CDMA: Code Division Multiple Access

DS: Direct Sequence

FCC: Federal Communications Commission

FH: Frequency Hopping

FM: Frequency Modulation

IMTS: Improved Mobile Telephone Service

MLSE: Maximum Likelihood Sequence Estimation

MMSE: Minimum Mean Square Error

MUD-D: Multi User Detection - Decorrelator

PIC: Parallel Interference Cancellation

PN: Pseudo-Noise

SIC: Successive Interference Cancellation

TDMA: Time Division Multiple Access

ZF-DF: Zero Forcing Decision Feedback

Variáveis

α - Desvanecimento Rayleigh

A - Amplitude do sinal transmitido

A_k - Amplitude do sinal transmitido do k -ésimo usuário

b_k - Bit $\{-1, +1\}$ de informação do k -ésimo usuário

d_k - Bit $\{-1, +1\}$ do k -ésimo chip

η - AME

$\bar{\eta}$ - AME média

η' - Resistência Near-Far

$e_k(\sigma)$ - Energia efetiva do k -ésimo usuário

E_b - Energia por bit

\mathcal{G} - Ganho médio de RSRI.

\mathcal{G}_{max} - Ganho médio máximo de RSRI.

G - Ganho de processamento

$g_1(t_s)$ - Interferência múltiplos percursos devido ao próprio usuário de interesse

$g_2(t_s)$ - Interferência múltiplos percursos devido aos outros usuários

$h(\tau, t)$ - Resposta ao impulso de um canal com desvanecimento Rayleigh

ℓ - carga do sistema

L - Número de caminhos resolvíveis

N - Número de usuários

N_0 - Densidade espectral do ruído

$n(t)$ - Ruído aditivo Gaussiano branco

ϕ - Fase inicial do sinal transmitido

P - Probabilidade de erro de bit

p_{T_c} - Pulso retangular (chip) utilizado na formação da sequência de assinatura.

\mathbf{R} - Matriz de correlação cruzada.

$[\mathbf{R}^{-1}]_{kk}$ - Elemento da k -ésima linha e k -ésima coluna da matriz de correlação cruzada inversa.

ρ_{kj} - Correlação cruzada.

$R_p(\tau)$ - Autocorrelação de p_{T_c} .

$RSRI$ - Relação Sinal-Ruído mais Interferência.

\overline{RSRI} - Relação Sinal-Ruído mais Interferência média.

$\mathbf{S}(e^{j\omega})$ - Matriz de correlação cruzada do caso assíncrono.

$s_k(t)$ - Seqüência de assinatura do k -ésimo usuário

σ - Desvio padrão da variável aleatória Gaussiana

σ^2 - Energia do ruído

σ_i^2 - Energia dos interferentes

τ - Atraso

T - Período de bit

T_c - Período de chip

$y(t)$ - Sinal que chega ao receptor

Capítulo 1

Introdução

Nas últimas décadas do século passado, a área de telecomunicação móvel passou por um período revolucionário. Muitas das tecnologias que antes só eram possíveis teoricamente, ou que eram inviáveis economicamente, puderam ser implementadas. Como consequência disso, uma ampla variedade de novos serviços foi criada seduzindo o mercado econômico. Talvez a tecnologia mais significativa neste processo tenha sido a da telefonia celular.

No Brasil, o impacto da telefonia celular ocorreu na segunda metade da década de 90, quando foram leiloadas faixas do espectro de frequência para operadoras concorrentes. No início, com apenas a tecnologia analógica disponível, era possível apenas o oferecimento de serviços de voz. Porém, com a entrada da tecnologia digital, segunda geração (2G), foi possível diferenciar os serviços e explorar as capacidades dos sistemas CDMA e TDMA. No estado de São Paulo em particular, a Telesp Celular apostou no CDMA enquanto Tess e BCP investiram na tecnologia TDMA.

A opção que Tess e BCP fizeram pelo TDMA foi determinada pela robustez que o sistema oferecia na época. O sistema CDMA ainda era uma incógnita em termos de operação, apesar de na teoria se mostrar muito melhor que o sistema TDMA. Agora, com a demanda por novos serviços (2,5G), é preciso se aumentar

as taxas de transferência de dados. Diante disso, a adaptação a este novo cenário se mostra muito mais suave para as operadoras que optaram pelo sistema CDMA e tudo indica que os serviços que necessitem de taxas dentro das definidas pela terceira geração serão fornecidos por sistemas baseados em CDMA.

Assim, tanto nos laboratórios de pesquisa e desenvolvimento de empresas, quanto de universidades, há um grande esforço em se propor técnicas que melhorem o desempenho dos sistemas atuais e compreender melhor as novas alternativas. Este trabalho pode ser considerado parte deste esforço, pois nele é realizado um estudo comparativo do desempenho de sistemas CDMA com detecção convencional e detecção multi-usuário descorrelacionadora (MUD-D). Esta análise é idealizada através das expressões de desempenho pertinentes a cada método de detecção. O desempenho é avaliado através da probabilidade de erro de bit. A expressão de probabilidade de erro de bit média para a detecção convencional já é conhecida [1], e a expressão teórica para o detectores multi-usuários é dada em [2]. O diferencial aqui, é que foram desenvolvidas expressões simplificadas e precisas para a probabilidade de erro de bit média do MUD-D. Estas expressões facilitam a análise e auxiliam na compreensão do comportamento do MUD-D.

No capítulo 2, é feita uma introdução teórica que fornece os requisitos básicos para se compreender o desenvolvimento e as análises realizadas neste estudo. O capítulo 3 trata do desenvolvimento das expressões de desempenho média e o capítulo 4 apresenta os resultados e análises do comportamento dos detectores em estudo com o auxílio das expressões desenvolvidas neste trabalho. O capítulo 5 agrega os resultados obtidos, dando uma visão geral do estudo e propondo direções que podem ser tomadas em trabalhos futuros.

Capítulo 2

Introdução Teórica

2.1 Introdução a Comunicação Sem Fio

Um rádio pode ser definido como um transmissor ou receptor de ondas eletromagnéticas radiadas em uma faixa de frequência definida. Seu propósito principal é conduzir informação à longas distâncias dispensando o uso de fios. Os primeiros rádios foram desenvolvidos no final do século XIX. Depois de décadas de aperfeiçoamento nos equipamentos de transmissão e recepção, a tecnologia de rádio logo alterou a cultura moderna permitindo a expansão comercial do rádio e televisão.

Nos séculos anteriores ao surgimento da comunicação via rádio ou celular, muitos dos princípios científicos sobre os quais estes meios de comunicação se baseiam já haviam sido descobertos. Foi Isaac Newton que em 1680 estudou, observou e foi o primeiro a sugerir o conceito de um espectro para a luz visível. Em 1831, Michael Faraday fez um avanço baseado na teoria de Newton e demonstrou que a luz, eletricidade e o magnetismo eram todos relacionados.

Dois desenvolvimentos críticos na história do rádio logo surgiram. Em 1864, James Clerk Maxwell provou matematicamente a existência de ondas eletromagnéticas. Então, em 1877, Heinrich Hertz demonstrou que a velocidade das ondas de rádio eram iguais a da luz e desenvolveu um aparato para gerá-las.

Estas descobertas foram revolucionárias, contudo, não se acreditava que in-

formações pudessem ser transmitidas através de ondas eletromagnéticas, até que em 1895 um jovem italiano, Guglielmo Marconi, inventou um dispositivo que podia enviar código Morse a longas distâncias. Este dispositivo foi patenteado como o primeiro rádio. Marconi continuou a aperfeiçoar e promover benefícios de sua invenção até sua morte em 1937.

Muitos dos experimentos de Marconi com rádio no início do século passado, se concentraram no estabelecimento de comunicação com embarcações em alto-mar. Durante a primeira guerra mundial, o rádio foi usado extensivamente a bordo de embarcações militares.

Em 1920, a KDKA em Pittsburgh, se tornou a primeira estação comercial de radiodifusão dos Estados Unidos. O constante aperfeiçoamento técnico e a grande demanda de consumo logo fizeram do receptor de rádio (fenômeno que ocorreu particularmente nos EUA) um item doméstico padrão.

O primeiro sistema operacional de comunicação móvel (unidirecional) foi ao ar em 07 de abril de 1928, e era usado pelo departamento de polícia de Detroit em seus carros de patrulha. Este sistema de rádio usava modulação por amplitude (AM), a qual se mostrou impraticável, pois prédios altos e terrenos irregulares impediam a recepção.

Em 1935, uma grande solução tecnológica surgiu quando Edwin H. Armstrong inventou a modulação por frequência (FM). Esta nova tecnologia disponibilizava um aumento na qualidade de voz e requeria muito menos potência que a modulação AM, além de ser mais resistente aos problemas de propagação.

O envolvimento americano na segunda Guerra Mundial criou uma necessidade urgente de aperfeiçoamento tecnológico. Companhias americanas como a AT&T, Motorola e General Electric, começaram a concentrar suas pesquisas na implementação de melhorias na área de comunicação móvel e de portabilidade do sistema. Este esforço originou produtos que hoje em dia são comuns ao uso civil como os

Walkie-Talkie e Handie-Talkie da Motorola.

Em 1946, a AT&T criou o "Improved Mobile Telephone Service" (IMTS), o primeiro sistema rádio móvel a se conectar com a rede telefônica pública. O IMTS consistia de um transmissor de alta potência que cobria uma área com 50 milhas de raio. Ele foi inicialmente operado em St. Louis, Missouri, e se espalhou rapidamente por 25 cidades.

O ano de 1947 pode ser considerado como o marco do nascimento teórico da telefonia celular, quando engenheiros da AT&T decidiram procurar um meio de utilizar de forma mais eficiente o espaço a partir do uso de vários transmissores de baixa potência por toda uma área urbana. As chamadas seriam repassadas de um transmissor a outro a medida que o usuário fosse se locomovendo (hand-off).

A divisão de uma determinada área em células, permitiria que mais usuários acessassem a rede móvel de comunicação, e onde houvesse a necessidade de redimensionamento da rede bastaria que a área servida por um transmissor fosse dividida. No entanto, a tecnologia para efetuar o hand-off com eficiência não esteve disponível nos 20 anos seguintes à introdução do IMTS.

A comunicação móvel foi finalmente impulsionada quando em 1977, a FCC (Federal Communications Commission - agência do governo responsável pela regulamentação das telecomunicações nos EUA) aprovou duas licenças experimentais. Em 1981, a FCC reservou 50 MHz de espectro na faixa de 800 MHz. Para estimular a competição, este espectro foi dividido em duas bandas de 25 MHz, sendo que em cada uma delas 12,5 MHz eram para o enlace direto e os outros 12,5 MHz para o enlace reverso.

Inicialmente, muitos previram que a telefonia celular teria um mercado estritamente de negócios. Porém, a queda no custo das taxas de transmissão aérea e de outros custos finais, aliado ao desejo dos usuários de obterem as vantagens da comunicação móvel, promoveram um crescimento assombroso da telefonia celu-

lar norte-americana, crescimento este, que com alguns anos de atraso, também foi observado aqui no Brasil.

2.2 CDMA

Nesta seção serão vistos alguns conceitos interessantes para o entendimento de sistemas CDMA. São eles: o modelo contínuo de canal aditivo de sistemas CDMA síncrono e assíncrono, seqüências de assinatura, desenvolvimento do valor quadrático médio da correlação cruzada, expressões de desempenho e conceitos de detecção multi-usuário.

2.2.1 Modelo Básico de Canal Aditivo para Sistemas CDMA - Caso Síncrono

O sinal que chega ao receptor de um sistema CDMA com N usuários e canal aditivo é definido pela soma dos sinais de cada usuário, como mostra a expressão:

$$y(t) = \sum_{n=1}^N A_n b_n s_n(t), \quad t \in [0, T] \quad (2.1)$$

onde T é o período de bit, definido pelo inverso da taxa de bits, A_n é a amplitude recebida do sinal do n -ésimo usuário, $b_n \in \{-1, +1\}$ é o bit de informação transmitido pelo n -ésimo usuário e $s_n(t)$ é a seqüência de assinatura determinística atribuída ao n -ésimo usuário, normalizada de forma a ter energia unitária, ou seja:

$$\|s_n\|^2 = \frac{1}{T} \int_0^T s_n^2(t) dt = 1 \quad (2.2)$$

As formas de onda de assinatura são consideradas iguais a zero fora do intervalo $[0, T]$, e desta forma não há interferência intersimbólica.

Um parâmetro muito importante no desempenho é o grau de "semelhança" entre as seqüências de assinatura; este grau é medido através da correlação cruzada, definida como:

$$\rho_{ij} = \langle s_i, s_j \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T s_i(t) s_j(t) dt \quad (2.3)$$

Através da desigualdade de Cauchy-Schwarz e da expressão em (2.2):

$$|\rho_{ij}| = |\langle s_i, s_j \rangle| \leq \|s_i\| \|s_j\| = 1$$

Isso garante que $-1 \leq \rho_{ij} \leq +1$.

2.2.2 Modelo Básico de Canal Aditivo para Sistemas CDMA - Caso Assíncrono

O modelo de canal CDMA para o caso síncrono considera que todos os bits estão temporalmente alinhados no receptor. Em sistemas celulares, o projeto do link reverso (sinal da estação rádio-móvel para a estação rádio-base) representa o caso mais crítico, por sua característica assíncrona, uma vez que as estações móveis não têm comunicação direta entre si, e portanto, transmitem de maneira não ordenada.

O canal do link reverso garante o assincronismo e desta forma não há alinhamento entre os bits que chegam ao receptor. Para representar matematicamente esta diferença temporal entre os bits, introduz-se atrasos nos tempos de bit. Estes atrasos serão representados por $\tau_n \in [0, T)$, $n = 1, \dots, N$ como mostra a Figura 2.1

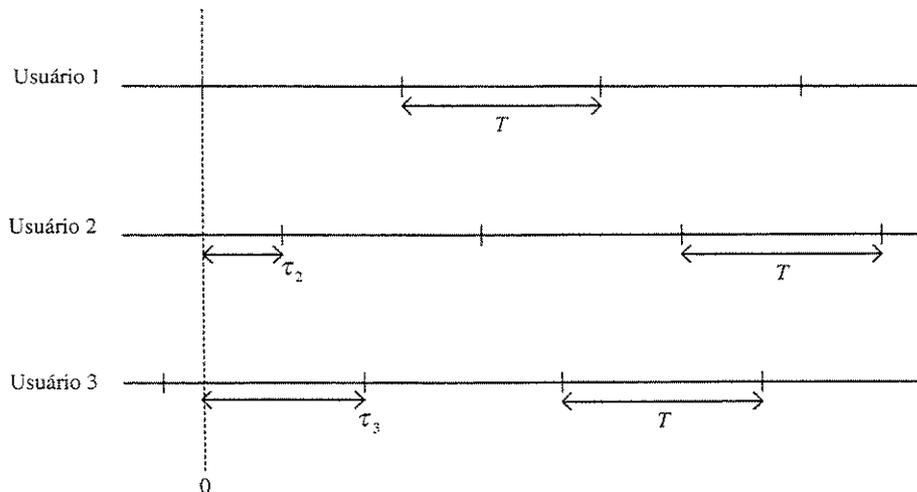


Figura 2.1: Representação dos atrasos entre os usuários.

Os atrasos das seqüências têm como referência o atraso da seqüência do usuário 1, ou seja, $\tau_1 = 0$. Além disso, as taxas de transmissão de dados de todos os usuários são todas consideradas iguais a $1/T$, sendo que em casos reais, mesmo as taxas sendo padronizadas, podem haver pequenas variações.

Uma vez que o desempenho médio será avaliado de acordo com os atrasos relativos, assume-se que eles sejam independentes e uniformemente distribuídos em $[0, T)$.

No caso síncrono, não há necessidade de se fazer a modelagem do canal para um intervalo de tempo maior que a duração de um bit, T , pois a modelagem utilizada em um se aplica aos outros bits. Já no caso assíncrono, é preciso analisar uma janela temporal de vários bits.

$$b_n[-M], \dots, b_n[0], \dots, b_n[M]$$

tendo-se que considerar a influência dos bits de intervalos distintos daquele em análise. Foi assumido, sem perda de generalidade, que o tamanho da janela temporal de cada usuário é igual a $(2M + 1)$. Neste estudo, assumiu-se $M = 1$.

Generalizando a expressão (2.1) para o caso assíncrono tem-se

$$y(t) = \sum_{n=1}^N \sum_{i=-M}^M A_n b_n(iT) s_n(t - iT - \tau_n) \quad (2.4)$$

Foi mencionado anteriormente, que um parâmetro importante no desempenho de um sistema CDMA é a correlação cruzada das seqüências de assinatura. Para o caso assíncrono, a correlação cruzada é dada pela expressão:

$$\begin{aligned} \rho_{kl}(\tau) &= \frac{1}{T} \int_{\tau_l}^{\tau_k+T} s_k(t - \tau_k) s_l(t - \tau_l) dt \\ \rho_{lk}(\tau) &= \frac{1}{T} \int_{\tau_k}^{\tau_l} s_k(t - \tau_k) s_l(t - \tau_l + T) dt \end{aligned} \quad (2.5)$$

com $k < l$, $\tau_l \geq \tau_k$, $\tau = \tau_l - \tau_k$ e $\tau \in [0, T]$. Como se pode ver, foram definidas duas expressões para a correlação cruzada para um mesmo par de formas de onda

de assinatura. Para melhor compreender este fato, segue explicação, que deve ser acompanhada com o auxílio da Figura 2.2. Considere uma situação hipotética onde a referência de tempo é em relação ao usuário k , e o usuário l tem um atraso τ em relação ao usuário k ; no intervalo de duração T do bit [0] do usuário k , há dois bits do usuário l que interferem parcialmente em sua seqüência: a porção final da seqüência do bit [-1] e a porção inicial da seqüência do bit [0].

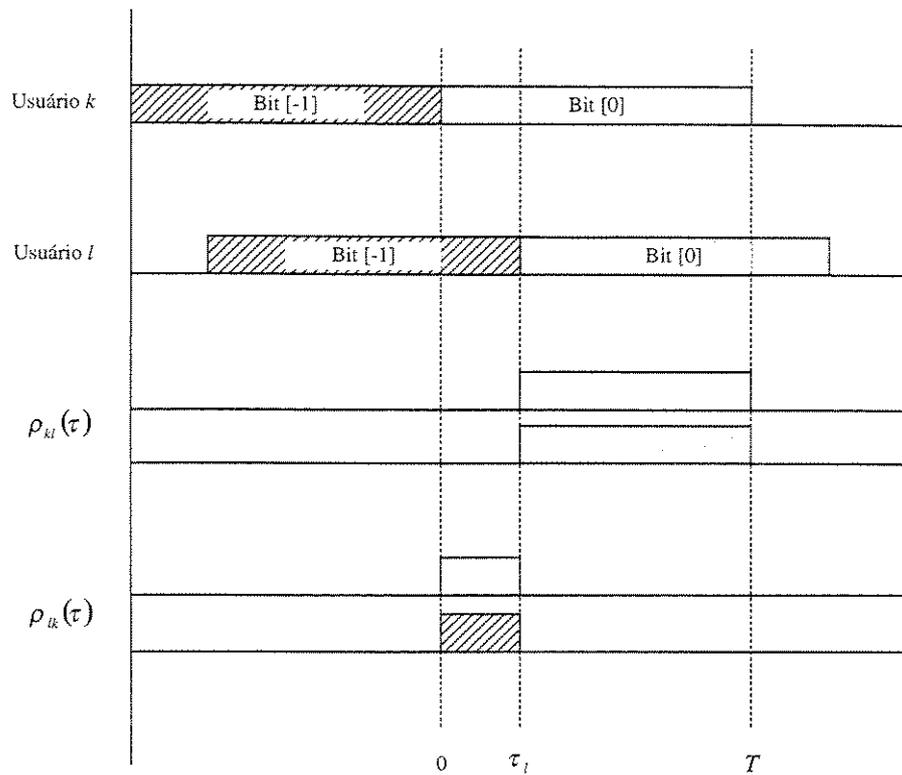


Figura 2.2: Diagrama explicativo da correlação cruzada entre os usuários k e l .

Assim, as expressões em (2.5) podem ser consideradas como correlações parciais.

2.2.3 Seqüências de Assinatura

A seqüência de assinatura faz parte da técnica de espalhamento espectral que caracteriza os sistemas CDMA. Este espalhamento pode ser realizado principalmente de duas maneiras: seqüência direta (DS - Direct Sequence) e pulso em freqüência (FH - Frequency Hopping). Neste estudo, o sistema utilizado é o DS-CDMA.

O espalhamento espectral por seqüência direta é caracterizado basicamente por uma seqüência de pulsos retangulares, denominados chips, cada um deles com duração T_c e definidos por,

$$p_{T_c} = \begin{cases} 1 & \text{se } 0 \leq t \leq T_c \\ 0 & \text{demais situações} \end{cases} \quad (2.6)$$

A seqüência de chips de cada usuário é modulada por uma seqüência de $\{-1, +1\}$ no transmissor, a qual é conhecida pelo receptor, de maneira que este possa realizar a recepção correta. O número de chips por bit de informação de uma seqüência de assinatura é determinado pelo ganho de processamento G . Este parâmetro será relacionado com a correlação cruzada das seqüências dos usuários, como será visto posteriormente. Assim, a duração da seqüência de assinatura é $GT_c = T$. Vale lembrar que essa igualdade só é válida para os casos de códigos curtos. Como neste trabalho são considerados apenas códigos curtos, então é apropriada a adoção da igualdade.

Tanto o número de chips por bit, G , como a forma de onda destes chips, são iguais para todos os usuários. Cada uma dessas seqüências multiplicará um bit de cada usuário. Nas simulações e nas considerações analíticas foram adotadas seqüências de assinatura binárias aleatórias (ver Apêndice A).

Existem seqüências de assinatura que são geradas de maneira que minimizem o valor da correlação cruzada, como as seqüências de Gold (empregadas nos sistemas CDMA 2,5G da Telesp Celular) e Kasami. No entanto, determinar o desempenho utilizando seqüências de assinatura aleatórias facilita a análise e não representa um

caso discrepante da realidade de sistemas CDMA 2G, que utilizam seqüências PN.

2.2.4 Desenvolvimento de $E[\rho^2]$

Agora será feita a demonstração da obtenção de $E[\rho^2]$ para os casos síncrono e assíncrono. Antes, porém, serão realizadas algumas definições preliminares sobre a seqüência de assinatura e a autocorrelação de p_{T_c} .

A seqüência de assinatura do k -ésimo usuário é definida como

$$s_k(t) = \sum_{i=1}^G d_{k,i} p_{T_c}(t - iT_c + T_c) \quad (2.7)$$

para $k = 1, \dots, N$, onde $d_{ki} \in \{-1, +1\}$ são independentes e igualmente distribuídos.

A função de autocorrelação de p_{T_c} é dada por

$$R_p(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} p_{T_c}(t) p_{T_c}(t - \tau) dt \quad (2.8)$$

Da maneira que p_{T_c} foi definido em (2.6), sua função de autocorrelação é dada por:

$$R_p(\tau) = \left(1 - \frac{\tau}{T_c}\right) T_c, \quad -T_c \leq \tau \leq T_c \quad (2.9)$$

e portanto,

$$R_p(nT_c) = 0, \quad n \neq 0$$

Assim, é possível se reescrever (2.5) em função das definições das seqüências de assinatura e da função de autocorrelação de p_{T_c} .

$$\begin{aligned} \rho_{jk}(\tau) &= \frac{1}{T} \int_{\tau_k}^{\tau_j+T} \sum_{i=1}^G \sum_{m=1}^G d_{j,i} d_{k,m} p_{T_c}(t - \tau_j - iT_c + T_c) \\ &\quad \times p_{T_c}(t - \tau_k - mT_c + T_c) dt \end{aligned} \quad (2.10)$$

e passando a operação de integração para dentro do somatório,

$$\begin{aligned} \rho_{jk}(\tau) &= \frac{1}{T} \sum_{i=1}^G \sum_{m=1}^G d_{j,i} d_{k,m} \\ &\quad \times \int_{\tau_k}^{\tau_j+T} p_{T_c}(t - \tau_j - iT_c + T_c) p_{T_c}(t - \tau_k - mT_c + T_c) dt \end{aligned} \quad (2.11)$$

De (2.8) tem-se que,

$$R_p[\tau_k - \tau_j + (m - i) T_c] = \int p_{T_c}(t - \tau_j - iT_c + T_c) p_{T_c}(t - \tau_k - mT_c + T_c) dt \quad (2.12)$$

Substituindo-se (2.12) em (2.11)

$$\rho_{jk}(\tau) = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^G \sum_{m=1}^G d_{ji} d_{km} R_p[\tau + (m - i) T_c]$$

com $\tau = \tau_k - \tau_j$.

Uma vez que $\{d_{ki} \in \{-1, +1\}, k = 1, \dots, N; i = 1, \dots, G\}$ são independentes e igualmente distribuídos, então a média de $\rho_{jk}(\tau)$ é nula para $j \neq k$. O momento de segunda ordem da função de correlação cruzada é

$$\begin{aligned} E[\rho_{jk}^2(\tau)] &= \frac{1}{T^2} \sum_{i=1}^G \sum_{m=1}^G \sum_{h=1}^G \sum_{n=1}^G E[d_{ji} d_{km} d_{jh} d_{kn}] \\ &\quad \times R_p[\tau + (m - i) T_c] R_p[\tau + (n - h) T_c] \end{aligned}$$

Fazendo-se $i = h$ e $m = n$, pois caso contrário $E[\rho^2] = 0$, temos que

$$E[\rho_{jk}^2(\tau)] = \frac{1}{T^2} \sum_{i=1}^G \sum_{m=1}^G E[d_{ji}^2 d_{km}^2] R_p^2[\tau + (m - i) T_c]$$

e portanto,

$$E[\rho_{jk}^2(\tau)] = \frac{1}{T^2} \sum_{i=1}^G \sum_{m=1}^G R_p^2[\tau + (m - i) T_c] \quad (2.13)$$

uma vez que $d_{ji}^2 = d_{km}^2 = 1$.

Para o caso síncrono, não há atrasos e portanto $\tau = 0$. Substituindo $\tau = 0$ na expressão (2.13), e fazendo $m = i$, obtém-se a expressão do momento de segunda ordem da correlação cruzada para o caso síncrono

$$E[\rho^2] = E[\rho_{jk}^2(0)] = \frac{1}{G} \quad (2.14)$$

onde usou-se que $R_p[0] = T_c$, consideração justificada por (2.9). A obtenção de uma expressão final para o caso assíncrono nos moldes do caso síncrono é conseguida

calculando-se a média da expressão (2.13) com relação ao atraso τ uniformemente distribuído em $[0, T]$.

$$E [\rho_{jk}^2] = \frac{1}{T_c} \int_0^{T_c} E [\rho_{jk}^2(\tau)] d\tau \quad (2.15)$$

$$= \frac{1}{T_c T^2} \sum_{i=1}^G \sum_{m=1}^G \int_0^{T_c} R_p^2(\tau + (m-i)T_c) d\tau \quad (2.16)$$

O desenvolvimento da expressão (2.16) pôde ser simplificado pois $R_p(\tau) = 0$ para $|\tau| \geq T_c$. Então, fazendo-se $m = i$, a expressão (2.16) fica

$$\begin{aligned} \frac{1}{T_c} \int_0^{T_c} E [\rho_{jk}^2(\tau)] d\tau &= \frac{1}{T_c T^2} \sum_{i=1}^G \int_0^{T_c} R_p^2(\tau) d\tau \\ &= \frac{1}{T_c^3 G} \int_0^{T_c} R_p^2(\tau) d\tau \end{aligned}$$

A partir disso, a expressão para o momento de segunda ordem da correlação cruzada para o caso assíncrono é dada por:

$$\begin{aligned} \frac{1}{T_c} \int_0^{T_c} E [\rho_{jk}^2(\tau)] d\tau &= \frac{1}{G} \int_0^1 (1-x)^2 dx \\ &= \frac{1}{3G} \end{aligned}$$

onde $x = \frac{\tau}{T_c}$. Este é o resultado do momento de segunda ordem de $\rho_{jk}(\tau)$. Há que se lembrar que é necessário realizar o mesmo procedimento para $\rho_{kj}(\tau)$. No entanto, este desenvolvimento não será demonstrado aqui, pois os passos e o resultado são os mesmos. Estes momentos de segunda ordem da correlação cruzada são considerados parciais (Figura 2.2). Assim, tem-se:

$$E [\rho_{jk}^2] = E [\rho_{kj}^2] = \frac{1}{3G} \quad (2.17)$$

O momento de segunda ordem da correlação cruzada total é obtido a partir da soma das correlações cruzadas parciais, ou seja,

$$E [\rho^2] = E [\rho_{jk}^2] + E [\rho_{kj}^2] = \frac{2}{3G} \quad (2.18)$$

2.2.5 Expressão de Desempenho de CDMA com Detecção Convencional para Canal AWGN

A expressão de desempenho médio de um sistema CDMA com detecção convencional e modulação BPSK é dada por [1]

$$P_b = Q\left(\sqrt{2\overline{RSRI}}\right) \quad (2.19)$$

sendo que \overline{RSRI} é a relação sinal-ruído mais interferência média e Q é a função de erro complementar Gaussiana. Para melhor compreensão, vamos antes detalhar o procedimento de recepção para os casos de transmissão síncrona e assíncrona.

Transmissão Síncrona

Na detecção convencional, quando o sinal transmitido chega ao receptor da ERB, ele passa por um banco de filtros casados conforme mostra a Figura 2.3. A expressão do sinal que chega ao receptor é dada por:

$$y(t) = \sum_{k=1}^N A_k b_k s_k(t) \cos(2\pi f_0 t + \phi_k) \quad (2.20)$$

Após passar pelo banco de filtros casado, o resultado para cada usuário é dado por:

$$\begin{aligned} y_1(T) &= \frac{1}{T} \int_0^T [y(t) + n(t)] \cos(2\pi f_0 t + \phi_1) s_1(t) dt, \\ &\vdots \\ y_k(T) &= \frac{1}{T} \int_0^T [y(t) + n(t)] \cos(2\pi f_0 t + \phi_k) s_k(t) dt. \end{aligned} \quad (2.21)$$

onde $n(t)$ é o ruído aditivo Gaussiano branco.

Para o caso síncrono, $\phi_1 = \phi_2 = \dots = \phi_N$. Supondo-se o usuário 1 como o de interesse, e substituindo-se (2.20) em (2.21), tem-se,

$$y_1(T) = \frac{A_1 b_1}{2} + \frac{1}{2} \sum_{j=2}^N A_j b_j \rho_{j1} + n_1(T) \quad (2.22)$$

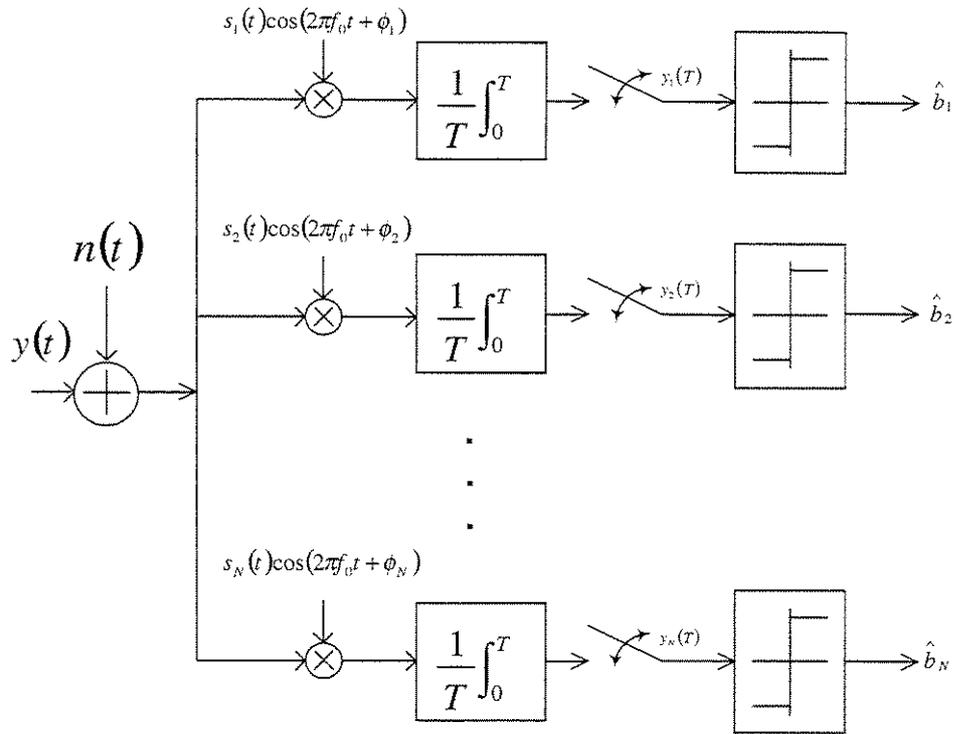


Figura 2.3: Banco de Filtros Casados - Caso Síncrono RF.

onde

$$n_1(T) = \frac{1}{T} \int_0^T n(t) \cos(2\pi f_0 t + \phi_1) s_1(t) dt$$

A média de y_1 , considerando $b_1 = 1$, é dada por

$$m_{y_1} = \frac{A_1}{2} \quad (2.23)$$

e a variância,

$$\sigma_{y_1}^2 = E \left[\frac{1}{4} \sum_{j=2}^N A_j^2 b_j^2 \rho_{j1}^2 + n_1^2 \right] \quad (2.24)$$

Se o controle de potência for perfeito, ou seja, $A_1 = \dots = A_n = A$ e sabendo que $b_j^2 = 1$, então,

$$\sigma_{y_1}^2 = \frac{A^2}{4} \sum_{j=2}^N E[\rho_{j1}^2] + E[n_1^2] \quad (2.25)$$

Substituindo (2.14) em (2.25), tem-se

$$\sigma_{y_1}^2 = \frac{A^2 (N-1)}{4G} + \frac{N_0}{4T} \quad (2.26)$$

Escrevendo-se agora a expressão da \overline{RSRI} ,

$$\frac{m_{y_1}^2}{2\sigma_{y_1}^2} = \overline{RSRI} = \frac{1}{\frac{2(N-1)}{G} + \frac{N_0}{E_b}} \quad (2.27)$$

onde $\frac{E_b}{N_0} = \frac{A^2 T}{2N_0}$, é a relação sinal-ruído em RF. Escrevendo (2.27) em função da carga do sistema $\ell = \frac{N-1}{G}$, tem-se

$$\overline{RSRI} = \frac{1}{2\ell + \frac{N_0}{E_b}} \quad (2.28)$$

Transmissão Assíncrona

A Figura 2.4 mostra o diagrama em blocos do receptor para o caso assíncrono. O sinal que chega à ERB é dado por:

$$y(t) = \sum_{k=1}^N A_k b_k s_k(t - \tau_k) \cos(2\pi f_0 t + \phi_k) \quad (2.29)$$

e a saída dos filtros casados é

$$\begin{aligned} y_1(T + \tau_1) &= \frac{1}{T} \int_{\tau_1}^{T+\tau_1} [y(t) + n(t)] \cos(2\pi f_0 t + \phi_1) s_1(t - \tau_1) dt \\ &\vdots \\ y_N(T + \tau_N) &= \frac{1}{T} \int_{\tau_N}^{T+\tau_N} [y(t) + n(t)] \cos(2\pi f_0 t + \phi_N) s_N(t - \tau_N) dt \end{aligned} \quad (2.30)$$

Substituindo (2.29) em (2.30) e considerando que o usuário 1 seja o de interesse, seu sinal na saída do do filtro casado é

$$y_1(T + \tau_1) = \frac{A_1 b_1}{2} + \frac{1}{2} \sum_{j=2}^N A_j b_j \cos(\phi_k - \phi_1) \rho + n_1(T + \tau_1) \quad (2.31)$$

com

$$n_1(T + \tau_1) = \frac{1}{T} \int_{\tau_1}^{T+\tau_1} n(t) s_1(t - \tau_1) \cos(2\pi f_0 t + \phi_1) dt$$

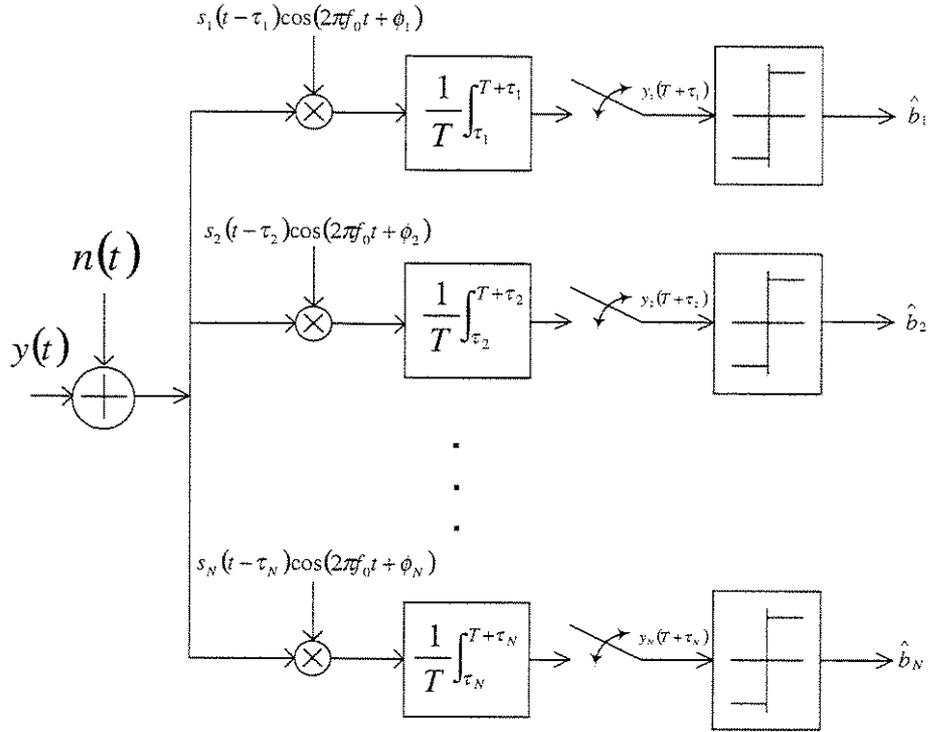


Figura 2.4: Banco de Filtros Casados - Caso Assíncrono RF.

A média de $y_1(T + \tau_1)$, considerando $b_1 = 1$, é dada por

$$m_{y_1} = \frac{A_1}{2} \quad (2.32)$$

e a variância,

$$\sigma_{y_1}^2 = \frac{1}{4} \sum_{j=2}^N A_j^2 b_j^2 E[\cos^2(\phi_j - \phi_1)] E[\rho^2] + E[n_1^2(T + \tau_1)] \quad (2.33)$$

Considerando controle perfeito de potência e sabendo que $b_j^2 = 1$ e $E[\cos^2(\phi_j - \phi_i)] = \frac{1}{2}$,

$$\sigma_{y_1}^2 = \frac{A^2}{8} \sum_{j=2}^N E[\rho^2] + E[n_1^2(T + \tau_1)] \quad (2.34)$$

Substituindo (2.18) em (2.34), tem-se

$$\sigma_{y_1}^2 = \frac{A^2(N-1)}{4 \cdot 3G} + \frac{N_0}{4T} \quad (2.35)$$

Escrevendo-se agora a expressão da \overline{RSRI} ,

$$\frac{m_{y_1}^2}{2\sigma_{y_1}^2} = \overline{RSRI} = \frac{1}{\frac{2(N-1)}{3G} + \frac{N_0}{E_b}} \quad (2.36)$$

onde $\frac{E_b}{N_0} = \frac{A^2 T}{2N_0}$, é a relação sinal-ruído em RF. Escrevendo (2.36) em função da carga do sistema $\ell = \frac{N-1}{G}$, tem-se

$$\overline{RSRI} = \frac{1}{\frac{2\ell}{3} + \frac{N_0}{E_b}} \quad (2.37)$$

2.2.6 Expressão de Desempenho de CDMA usando Detecção Convencional para Canal com Desvanecimento

Nos casos reais, a amplitude A_k do sinal transmitido e sua sequência de assinatura s_k chegam ao receptor diferentes de como foram transmitidas, devido basicamente a dois fenômenos do canal: atenuação e distorção. Neste estudo, dois tipos de canais com desvanecimento serão abordados: canal com desvanecimento plano em frequência e canal com desvanecimento seletivo em frequência

O canal com desvanecimento plano em frequência introduz alterações apenas na amplitude do sinal transmitido, fazendo com que o sinal chegue com uma potência menor ao receptor, porém não distorce a forma de onda de assinatura. Já o desvanecimento seletivo em frequência afeta o sinal recebido tanto na amplitude quanto na forma de onda de assinatura. Neste caso, existe mais de um caminho entre o transmissor e o receptor devido a presença de superfícies que refletem e atenuam o sinal transmitido.

São várias as funções de densidade de probabilidade que modelam o tipo de desvanecimento que o canal introduz, porém será estudado apenas o desvanecimento do tipo Rayleigh. A função densidade de probabilidade Rayleigh é dada por:

$$f_\alpha(\alpha) = \alpha e^{-\alpha^2/2}$$

e seu momento de primeira ordem é,

$$E[\alpha] = \sqrt{\frac{\pi}{2\sigma^2}}$$

onde σ representa o desvio padrão do processo estatístico com distribuição Gaussiana, gerador do processo aleatório de Rayleigh. O momento de segunda ordem da variável Rayleigh é dado por

$$\begin{aligned} E[\alpha^2] &= \int_0^{\infty} \alpha^2 f_{\alpha}(\alpha) d\alpha \\ &= 2\sigma^2 \end{aligned} \quad (2.38)$$

A resposta ao impulso de um canal com desvanecimento Rayleigh é [6]

$$h(\tau, t) = \sum_{l=1}^L \alpha_l(t) \cos[2\pi f_0 t + \phi_l(t)] \delta(\tau - lT_c)$$

onde $\alpha_l(t)$ é um processo aleatório Rayleigh e $\phi_l(t)$ é um processo aleatório uniformemente distribuído em $[0, 2\pi)$, $L = \lfloor f_s / (\Delta f)_c \rfloor$ é o número de caminhos resolvíveis, $f_s \approx 1/T_c$ é a largura de banda do sinal passa-faixa real transmitido, $(\Delta f)_c = 1/T_m$ é a largura de banda de coerência do canal e T_m é o tempo de espalhamento do sinal devido aos múltiplos percursos. Este é representado pelo tempo que a luz leva para percorrer a distância dada pela diferença entre o maior caminho e o menor caminho. Se a duração do símbolo for muito menor que o tempo de coerência do sinal, então o desvanecimento e a fase são constantes dentro de um símbolo, ou seja, $\alpha_l(t) \cos(2\pi f_0 t + \phi_l(t)) = \alpha_l \cos(2\pi f_0 t + \phi_l)$.

O sinal que chega ao receptor é dado por [6]:

$$y(t) = \sum_{l=1}^L \sum_{k=1}^N A_k b_k s_k(t - lT_c) \alpha_{lk} \cos(2\pi f_0 t + \phi_{lk})$$

A Figura 2.5 mostra o esquema de recepção para o usuário 1; a variável $t_s = lT_c + T$ mostrada na figura, é o tempo de amostragem. Se o usuário 1 for o de

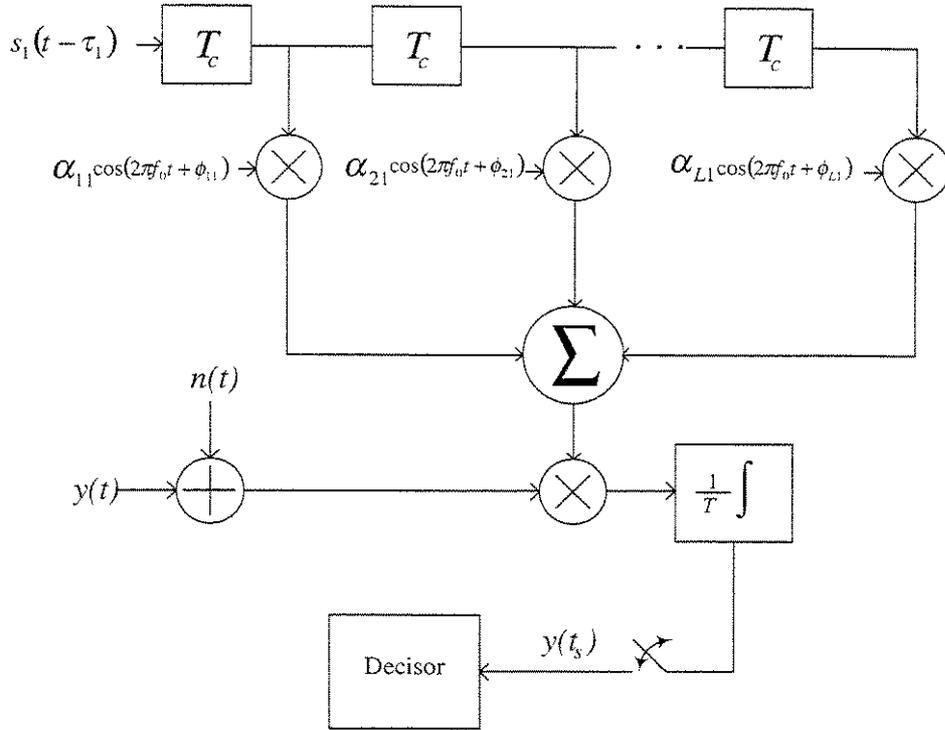


Figura 2.5: Receptor tipo Rake.

interesse e supondo que $b_1 = 1$, então, o sinal desejado é:

$$\begin{aligned}
 y(t_s) &= \sum_{l=1}^L \sum_{k=1}^N \alpha_{lk} \cos(2\pi f_0 t + \phi_{lk}) A_k b_k \sum_{n=1}^L \alpha_{n1} \cos(2\pi f_0 t + \phi_{n1}) \\
 &\quad \times \frac{1}{T} \int_{nT_c}^{T+nT_c+\tau_1} s_k(t - lT_c) s_1(t - nT_c - \tau_1) dt + n(t_s) \\
 &= \frac{1}{2} \sum_{n=1}^L \alpha_{n1} \sum_{l=1}^L \sum_{k=1}^N \alpha_{lk} A_k b_k \cos(\phi_{lk} - \phi_{n1}) \rho_{k,l,n}(t_s, \tau_k) + n(t_s) \quad (2.39)
 \end{aligned}$$

onde T é o tempo de duração de um bit e

$$n(t_s) = \sum_{n=1}^L \alpha_{n1} \cos(2\pi f_0 t + \phi_{n1}) \frac{1}{T} \int_{nT_c+\tau_1}^{T+nT_c+\tau_1} n(t) s_1(t - nT_c - \tau_1) dt$$

é o ruído após a recepção, condicionado aos pesos dos ramos do receptor. Então,

reescrevendo (2.39),

$$y(t_s) = \frac{A}{2} \sum_{n=1}^L \alpha_{n1}^2 + g_1(t_s) + g_2(t_s) + n(t_s) \quad (2.40)$$

O primeiro termo de (2.40), correspondente ao usuário $k = 1$ e caminho $l = n$, e é o termo de interesse. O termo $g_1(t_s)$, correspondente a $k = 1$ e $l \neq n$, é dado por

$$g_1(t_s) = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^L \sum_{l \neq k} \alpha_{n1} \alpha_{l1} A \rho_{1,l,n}(t_s) \cos(\phi_{n1} - \phi_{l1})$$

representa a interferência de múltiplos percursos devido ao próprio usuário de interesse. O termo $g_2(t_s)$ se refere a $k \neq 1$ e é dado por

$$g_2(t_s) = \frac{1}{2} \sum_{k \neq 1}^N \sum_{n=1}^L \alpha_{n1} \sum_{l=1}^L \alpha_{lk} A \rho_{k,l,n}(t_s, \tau_k) \cos(\phi_{lk} - \phi_{n1})$$

onde $\rho_{k,l,n}$ é definido em (2.5). Este termo representa a interferência de múltiplos percursos gerada pelos outros usuários. Quando o número de usuários N é muito maior que 1, o termo $g_1(t_s)$ é muito menor que $g_2(t_s)$, pois se refere a interferência de múltiplos percursos devido a apenas um usuário, enquanto o termo $g_2(t_s)$ representa a interferência de múltiplos percursos devido aos $N - 1$ usuários. Assim, daqui em diante o termo $g_1(t_s)$ será desconsiderado. Além disso, como cada usuário tem um desvanecimento independente, o termo $g_2(t_s)$ é uma soma (sobre o número de usuários) de variáveis aleatórias independentes. Pode-se mostrar que cada uma destas variáveis têm o momento central de terceira ordem finito, e de acordo com a versão do teorema central do limite de Berry-Esseen [4], com o aumento do número de usuários N , o termo $g_2(t_s)$ é assintoticamente Gaussiano com média nula.

Através das considerações feitas sobre o termo $g_2(t_s)$, e fazendo-se controle

perfeito de potência, calcula-se sua variância:

$$\begin{aligned}\sigma_{g_2}^2 &= \frac{A^2}{4} \sum_{n=1}^L \alpha_{n1}^2 \sum_{k \neq 1}^N \sum_{l=1}^L E \{ \alpha_{lk}^2 \} E \{ \cos^2 (\phi_{lk} - \phi_{n1}) \} \\ &\quad \times E \{ \rho_{k,l,n}^2 (t_s, \tau_k) \} \\ &= \frac{1}{12G} A^2 \sum_{n=1}^L \alpha_{n1}^2 \sum_{k \neq 1}^N \sum_{l=1}^L E \{ \alpha_{lk}^2 \}\end{aligned}$$

onde utilizou-se $E \{ \cos^2 (\phi_{lk} - \phi_{n1}) \} = \frac{1}{2}$ e $E \{ \rho_{k,l,n}^2 (t_s, \tau_k) \} = \frac{2}{3G}$.

Considerando que todos os usuários sofrem um desvanecimento com distribuição igual, pode-se dizer que $E \{ \alpha_{lk}^2 \} = E \{ \alpha_l^2 \}$, e então

$$\sigma_{g_2}^2 = \frac{1}{12G} A^2 \sum_{n=1}^L \alpha_{n1}^2 \sum_{l=1}^L E \{ \alpha_l^2 \} (N - 1)$$

Considerando o sinal $y(t_s)$ como sendo assintoticamente Gaussiano [6],

$$y(t_s) \sim N(m, \sigma^2)$$

onde $N(m, \sigma^2)$ representa uma Gaussiana de média m e variância σ^2 , então,

$$\begin{aligned}m_{y_1} &\triangleq \frac{A}{2} \sum_{n=1}^L \alpha_{n1}^2 \\ \sigma_{y_1}^2 &\triangleq A^2 \frac{(N-1)}{12G} \sum_{l=1}^L E \{ \alpha_l^2 \} \sum_{n=1}^L \alpha_{n1}^2 + \frac{N_0}{4T} \sum_{n=1}^L \alpha_{n1}^2\end{aligned}$$

A probabilidade de erro condicionada ao desvanecimento devido aos múltiplos percursos é dada por [1]

$$P \left(\text{erro} / \sum_{n=1}^L \alpha_{n1}^2 \right) = Q \left(\sqrt{2RSRI} \right) \quad (2.41)$$

sendo que $RSRI$ é a relação sinal-ruído mais interferência, e é representada por

$$\frac{m_{y_1}^2}{2\sigma_{y_1}^2} = RSRI = \frac{\sum_{n=1}^L \alpha_{n1}^2}{2 \frac{(N-1)}{3G} \sum_{l=1}^L E \{ \alpha_l^2 \} + \frac{2N_0}{A^2 T}} \quad (2.42)$$

Considerando que $E\{\alpha_l^2\} = E\{\alpha^2\}$ para todo l , ou seja, todos os L raios têm o mesmo valor quadrático médio, temos que,

$$RSRI = \frac{\sum_{n=1}^L \alpha_{n1}^2}{\frac{4L(N-1)\sigma^2}{3G} + \frac{2N_0}{A^2T}} \quad (2.43)$$

O objetivo é obter a probabilidade de erro média. Para tanto, é necessário descorrelacionar a expressão da probabilidade definida em (2.41) através do cálculo da esperança com relação a α , como mostrado a seguir

$$\overline{P_e} = \int_0^\infty Q\left(\sqrt{2RSRI}\right) f_\alpha(\alpha) d\alpha$$

A resolução desta equação é dada por [1]

$$\overline{P_e} = \left(\frac{1 - \sqrt{\frac{\overline{RSRI}}{\overline{RSRI}+1}}}{2}\right)^L \sum_{j=0}^{L-1} \binom{L-1+j}{j} \left(\frac{1 + \sqrt{\frac{\overline{RSRI}}{\overline{RSRI}+1}}}{2}\right)^j \quad (2.44)$$

onde \overline{RSRI} , que representa a $RSRI$ média para o caso assíncrono, é dada por

$$\overline{RSRI} = \frac{1}{\frac{2(N-1)}{3G} + \frac{N_0}{A^2T\sigma^2L}}$$

onde $\frac{E_b}{N_0} = \frac{A^2T\sigma^2L}{N_0}$. Escrevendo em função da carga do sistema $\ell = \frac{N-1}{G}$, tem-se

$$\overline{RSRI} = \frac{1}{\frac{2\ell}{3} + \frac{N_0}{E_b}} \quad (2.45)$$

Esta expressão define a \overline{RSRI} para o caso em RF.

O caso síncrono utiliza a mesma expressão em (2.44), e sua \overline{RSRI} tem o mesmo desenvolvimento do caso assíncrono e é dada por

$$\overline{RSRI} = \frac{1}{2\ell + \frac{N_0}{E_b}} \quad (2.46)$$

2.3 AME - Eficiência Assintótica Multi-usuário

Para se compreender a definição da AME, serão seguidos alguns passos. Primeiro será feita a introdução do conceito de energia efetiva e da eficiência multi-usuário para então se definir a AME. Também será apresentado o efeito near-far e a definição da resistência ao efeito near-far.

2.3.1 Energia Efetiva $e_k(\sigma)$ e Eficiência Multi-Usuário

A energia efetiva do usuário k , $e_k(\sigma)$, é definida como sendo a energia que ele precisaria em um sistema CDMA com um único usuário, para que sua probabilidade de erro neste sistema fosse igual a probabilidade de erro que ele tem no sistema CDMA com N usuários em canal aditivo Gaussiano. Esta probabilidade é dada por

$$P_b = Q\left(\sqrt{\frac{e_k}{\sigma^2}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{A_k^2}{\sigma^2 + \sigma_i^2}}\right) \quad (2.47)$$

onde σ^2 e σ_i^2 são, respectivamente, a energia do ruído e a energia dos usuários interferentes.

A eficiência multi-usuário, definida como sendo a razão entre a energia efetiva e a energia real transmitida, $0 \leq e_k(\sigma)/A_k^2 \leq 1$, representa uma grandeza quantitativa da perda de desempenho devido a existência de outros usuários no canal, e é uma maneira alternativa de se analisar o desempenho de um sistema. Esta eficiência dependerá das seqüências de assinatura empregadas, da relação sinal-ruído recebida e do tipo de detector utilizado.

2.3.2 Eficiência Assintótica Multi-usuário e Resistência Near-Far

A eficiência assintótica multi-usuário é dada por:

$$\eta_k = \lim_{\sigma \rightarrow 0} \frac{e_k(\sigma)}{A_k^2} \quad (2.48)$$

e pode ser interpretada como sendo a eficiência multi-usuário em um sistema onde a influência da interferência dos outros usuários seja muito maior que a do ruído ($\sigma \rightarrow 0$).

O efeito near-far ocorre porque os móveis estão distribuídos aleatoriamente a distâncias diferentes da ERB (Estação Rádio Base). Isso faz com que os sinais dos móveis mais próximos cheguem a ERB com uma potência maior que os daqueles mais

distantes. Ao usuário com sinal mais fraco, o usuário mais próximo representará uma interferência de múltiplo acesso que poderá até mesmo impedir a recepção do sinal do usuário mais fraco. Esse efeito também pode ser observado mesmo que os móveis estejam a distâncias semelhantes da ERB, caso um deles transmita sob condições de sombreamento muito forte.

Devido a importância do efeito, é fundamental a caracterização da resistência de um sistema ao efeito near-far. A resistência ao efeito near-far do usuário de interesse é definida como sendo a eficiência assintótica multi-usuário de pior caso, minimizada sobre as energias recebidas de todos os outros usuários. Assim,

$$\eta'_k = \inf_{A_j > 0} \eta_k \quad (2.49)$$

com $j \neq k$. A resistência near-far depende da seqüência de assinatura usada e do demodulador empregado.

2.4 Detecção Multi-Usuário

Em um sistema CDMA convencional, todos os usuários interferem entre si. Assim, se fosse possível a eliminação da interferência devido aos outros usuários, haveria uma melhora substancial, tanto na capacidade do sistema, quanto na resistência near-far. Uma maneira de se realizar esta tarefa é através do uso da detecção multi-usuário (MUD).

Este método de detecção considera ser possível conhecer os sinais de todos os outros usuários, de maneira que se pode eliminá-los ficando apenas com o sinal do usuário de interesse. Existem diversos métodos que utilizam o conceito do MUD. Estes diferentes métodos possuem uma relação de complexidade/desempenho bem variada e os estudos na área estão normalmente concentrados na otimização desta relação.

Um destes métodos é o do MUD ótimo, definido por um banco de filtros

casados cuja saída alimenta um detector de seqüência de máxima verossimilhança, MLSE (Maximum Likelihood Sequence Estimation) [2]. Os detectores sub-ótimos podem ser lineares ou não-lineares. No caso dos não-lineares tem-se o detector SIC (Successive Interference Cancellation), o PIC (Parallel Interference Cancellation) e o detector por decisão realimentada ZF-DF (Zero Forcing Decision Feedback). No caso dos lineares tem-se o MUD-MMSE (Minimum Mean-Square Error) [2] e o MUD-D [2] que é o objeto de estudo deste trabalho. Este é um detector sub-ótimo linear, representando uma estratégia simples para se eliminar a interferência de múltiplo acesso.

2.4.1 MUD-D Síncrono em RF

A Figura 2.6 mostra o diagrama em blocos do receptor MUD-D para o caso síncrono.

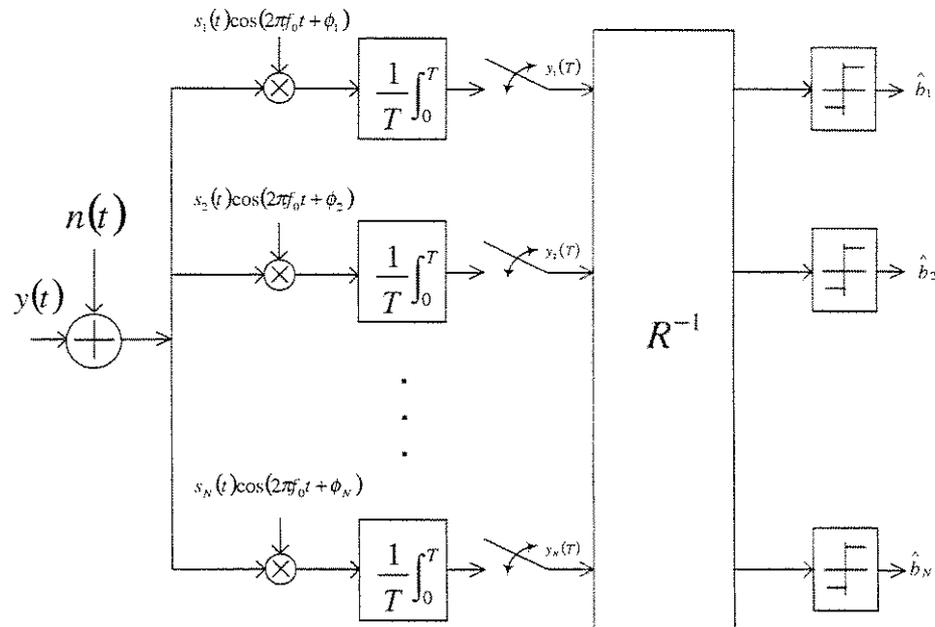


Figura 2.6: Diagrama em blocos do receptor para MUD-D Síncrono.

Os sinais que saem do banco de filtros casado podem ser escritos na forma

vetorial,

$$\mathbf{y} = \frac{1}{2}\mathbf{R}\mathbf{A}\mathbf{b} + \mathbf{n} \quad (2.50)$$

onde \mathbf{n} é um vetor aleatório Gaussiano com média zero e matriz de covariância $\sigma^2\mathbf{R}$ e \mathbf{R} é a matriz de correlação cruzada; seus elementos são dados por:

$$R_{jk} = \begin{cases} 1 & \text{se } j = k \\ \rho_{jk} & \text{se } j \neq k \end{cases}$$

Para se motivar a demonstração do desenvolvimento do MUD-D, vale lembrar que no caso do detector convencional, mesmo na ausência de ruído, ele pode tomar a decisão errada, uma vez que há a presença dos sinais dos outros usuários, que representam interferência para o usuário de interesse,

$$\hat{b}_k = \text{sgn} \left[\left(\frac{1}{2}\mathbf{R}\mathbf{A}\mathbf{b} \right)_k \right] \neq b_k$$

onde $\text{sgn}(x)$ representa a função sinal que é dada por

$$\text{sgn}(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$$

Assim, seria interessante um receptor simples que fosse capaz de, ao menos na ausência de ruído, fazer a detecção sem erro, dispensando o conhecimento prévio das amplitudes dos sinais enviados. Para tanto, considere que a matriz \mathbf{R} seja inversível. Multiplicando-se o vetor de saída do banco de filtros casados, na ausência de ruído, por \mathbf{R}^{-1} tem-se,

$$\mathbf{R}^{-1}\mathbf{y} = \frac{1}{2}\mathbf{A}\mathbf{b}$$

Aplicando-se esta operação, a interferência exercida pelos outros usuários sobre o usuário de interesse fica eliminada e a decisão fica livre de erros,

$$\begin{aligned} \hat{b}_k &= \text{sgn} [(\mathbf{R}^{-1}\mathbf{y})_k] \\ &= \text{sgn} \left[\left(\frac{1}{2}\mathbf{A}\mathbf{b} \right)_k \right] \\ &= b_k \end{aligned} \quad (2.51)$$

Se as seqüências de assinatura forem linearmente independentes, o detector em (2.51) é ótimo na demodulação de qualquer usuário ativo.

Agora, considerando o ruído, e fazendo-se mais uma vez a multiplicação de \mathbf{R}^{-1} pela saída do banco de filtros casados, tem-se

$$\mathbf{R}^{-1}\mathbf{y} = \frac{1}{2}\mathbf{A}\mathbf{b} + \mathbf{R}^{-1}\mathbf{n} \quad (2.52)$$

Como se pode concluir de (2.52), a componente do k -ésimo usuário continua livre da interferência dos $N - 1$ usuários restantes. A única fonte de imperfeição agora é o ruído de fundo.

O processo para a obtenção da expressão de desempenho para o MUD-D é o mesmo aplicado ao detector convencional, ou seja, baseado no cálculo da média e variância do sinal presente na entrada do decisor do receptor.

A média do sinal na entrada do decisor é dada por:

$$\mathbf{m} = E[\mathbf{R}^{-1}\mathbf{y}] = \frac{\mathbf{A}\mathbf{b}}{2} \quad (2.53)$$

e a matriz de covariância:

$$\sigma^2 = E[(\mathbf{R}^{-1}\mathbf{n})(\mathbf{R}^{-1}\mathbf{n})^T] = \frac{N_0}{4T}\mathbf{R}^{-1} \quad (2.54)$$

Considerando controle perfeito de potência ($A_1 = \dots = A_N = A$), tomando-se mais uma vez o usuário 1 como o de interesse e fazendo-se $b_1 = 1$:

$$\begin{aligned} m_1 &= \frac{A}{2} \\ \sigma_1^2 &= \frac{N_0}{4T} [\mathbf{R}^{-1}]_{11} \end{aligned}$$

onde $[\mathbf{R}^{-1}]_{11}$ é o elemento da primeira linha e primeira coluna da matriz de correlação cruzada inversa, e portanto, a *RSRI* para o MUD-D síncrono em RF é:

$$RSRI = \frac{m_1^2}{2\sigma_1^2} = \frac{E_b}{N_0 [\mathbf{R}^{-1}]_{11}} \quad (2.55)$$

sendo $\frac{E_b}{N_0} = \frac{A^2 T}{2N_0}$.

A expressão da \overline{RSRI} é dada por

$$\overline{RSRI} = \frac{E_b}{N_0} \overline{\eta}^{syn} \quad (2.56)$$

sendo $\overline{\eta}^{syn} = \frac{1}{E[\mathbf{R}^{-1}]_{kk}}$ a AME média, cuja expressão será desenvolvida no próximo capítulo.

2.4.2 MUD-D Assíncrono em RF

A Figura 2.7 mostra o esquema do MUD-D, para o caso assíncrono. Os sinais que saem do banco de filtros casado podem ser escritos na forma vetorial da mesma maneira que em (2.50):

$$\mathbf{y} = \frac{1}{2} \mathbf{S} \mathbf{A} \mathbf{b} + \mathbf{n} \quad (2.57)$$

onde \mathbf{S} é a matriz de correlação cruzada. Porém, agora ela é composta por três matrizes, cada uma levando em conta a influência dos bits anterior, atual e posterior de todos os usuários sobre o usuário de interesse. Para simplificar, pode-se escrever,

$$\mathbf{S}^{-1} (e^{j\omega}) = [\mathbf{R}^T [1] e^{j\omega} + \mathbf{R} [0] + \mathbf{R} [1] e^{-j\omega}]^{-1} \quad (2.58)$$

onde os elementos de \mathbf{R} são definidos por:

$$R_{jk} [0] = \begin{cases} 1 & \text{if } j = k \\ \rho_{jk} \cos(\phi_k - \phi_j) & \text{if } j < k \\ \rho_{kj} \cos(\phi_k - \phi_j) & \text{if } j > k \end{cases}$$

$$R_{jk} [1] = \begin{cases} 0 & \text{if } j \geq k \\ \rho_{kj} \cos(\phi_k - \phi_j) & \text{if } j < k \end{cases}$$

sendo ρ_{jk} e ρ_{kj} definidos em (2.5). O termo $\cos(\phi_k - \phi_j)$ presente na definição das matrizes é devido ao batimento da portadora que chega ao receptor com o termo local $s_k(t - \tau_k) \cos(2\pi f_0 + \phi_k)$ do k -ésimo usuário. No caso síncrono, $\cos(\phi_k - \phi_j)$ também estava presente, no entanto, $\phi_k = \phi_j = \phi$ e assim, $\cos(\phi_k - \phi_j) = 1$. Desta maneira, pode-se definir:

$$(\rho_{jk})_{\text{RF}} = \rho_{jk} \cos(\phi_k - \phi_j) \quad (2.59)$$

Esta definição tem reflexo direto no valor quadrático médio da correlação cruzada, calculado em (2.17). Assim, o valor quadrático médio da correlação cruzada para o caso assíncrono RF é dado por:

$$E [(\rho_{jk})_{\text{RF}}^2] = E [\rho_{jk}^2] E [\cos^2 (\phi_k - \phi_j)]$$

Usando a definição de (2.17) e sabendo que $E [\cos^2 (\phi_k - \phi_j)] = \frac{1}{2}$, então:

$$E [(\rho_{jk})_{\text{RF}}^2] = \frac{1}{6G} \quad (2.60)$$

$$\begin{aligned} E [(\rho)_{\text{RF}}^2] &= E [(\rho_{jk})_{\text{RF}}^2] + E [(\rho_{jk})_{\text{RF}}^2] \\ &= \frac{1}{3G} \end{aligned} \quad (2.61)$$

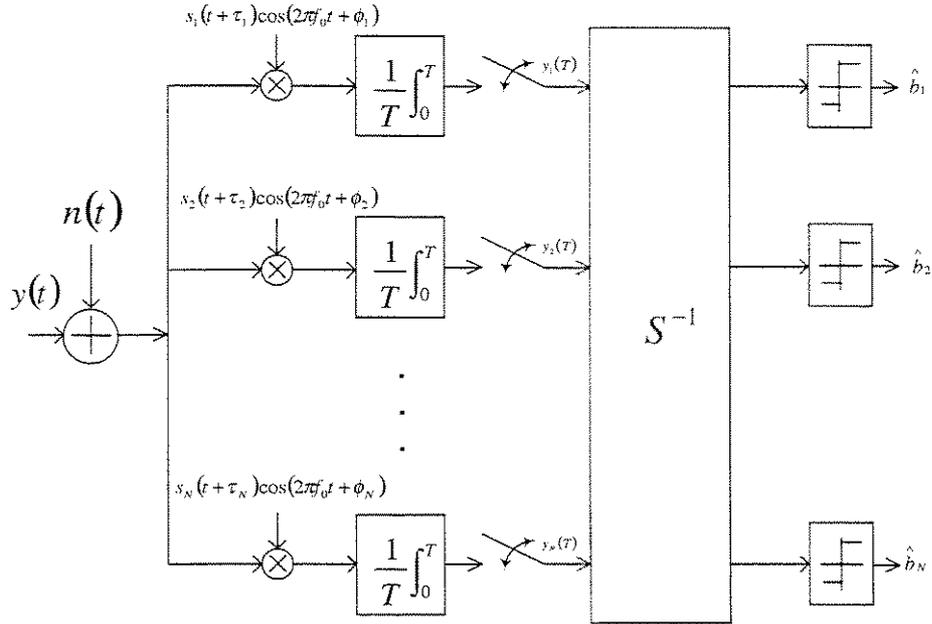


Figura 2.7: Diagrama em blocos do receptor para MUD-D Assíncrono.

Da mesma maneira que no caso síncrono, existindo a inversa de $\mathbf{S}(e^{j\omega})$, é possível eliminar a interferência devido ao múltiplo acesso. Sendo este o caso, e seguindo-se os mesmos passos do caso síncrono, a expressão para a *RSRI* do usuário

1 em um sistema com controle perfeito de potência, é

$$\frac{m_1^2}{2\sigma_1^2} = RSRI = \frac{E_b}{N_0 [\mathbf{S}^{-1}]_{11}} \quad (2.62)$$

com $\frac{E_b}{N_0} = \frac{A^2 T}{2N_0}$

A expressão da \overline{RSRI} é dada por

$$\overline{RSRI} = \frac{E_b}{N_0} \overline{\eta}^{asy} \quad (2.63)$$

sendo $\overline{\eta}^{asy} = \frac{1}{E[(\mathbf{S}^{-1})_{kk}]}$ a AME média, cuja expressão será desenvolvida no próximo capítulo.

As expressões de desempenho para o MUD-D em canal com desvanecimento são as mesmas apresentadas em (2.44) bastando apenas substituir a \overline{RSRI} do MUD-D para o caso síncrono ou assíncrono, como se desejar.

Capítulo 3

Detector Convencional x MUD-D

Antes de se iniciar a análise de desempenho do MUD-D será obtida a expressão da eficiência assintótica multi-usuário (AME) média, que é uma das variáveis da probabilidade de erro de bit média. A AME é definida por [2]

$$AME_{kk} = \frac{1}{[\mathbf{R}^{-1}]_{kk}}$$

onde $[\mathbf{R}^{-1}]_{kk}$ é o elemento da k -ésima linha e k -ésima coluna da matriz de correlação inversa. Como se pode ver, o cálculo da AME envolve uma operação de inversão de matriz. Esta é uma tarefa com grande carga computacional e sua complexidade se torna maior com o aumento do número de usuários. Seria interessante então que houvesse uma expressão que definisse a AME média para os casos síncrono e assíncrono e que tivesse um bom grau de precisão para poder ser utilizada na comparação de desempenho entre os detectores convencional e MUD-D.

A estratégia empregada para se chegar a essa expressão mais simples foi partir da expressão da AME instantânea para o caso de dois usuários, calcular o valor médio e então estender essa definição para um número qualquer de usuários N . Este procedimento será descrito a seguir.

3.1 AME Média - Caso Síncrono

Para o caso de dois usuários, a AME instantânea é definida como [2]

$$\eta_2^{syn} = 1 - \rho_{12}^2$$

onde ρ_{12} é definida em (2.3). Aplicando-se o operador esperança tem-se que

$$\overline{\eta_2^{syn}} = 1 - \overline{\rho_{12}^2} \quad (3.1)$$

Sabe-se de (2.14), que o valor quadrático médio dos elementos da matriz de correlação para $j \neq k$ é $\overline{\rho_{jk}^2} = \frac{1}{G'}$ para o caso de seqüências de espalhamento aleatórias [2]. Substituindo $\overline{\rho_{jk}^2} = \frac{1}{G'}$ em (3.1) chega-se a expressão da AME média em função do ganho de processamento G do sistema

$$\overline{\eta_2^{syn}} = 1 - \frac{1}{G'} \quad (3.2)$$

Para finalizar, é preciso estender a definição da AME média para N usuários. Isto pode ser realizado considerando-se que a relação de carga do sistema $\frac{N-1}{G} = \frac{N'-1}{G'}$ precisa se manter constante. Fazendo-se $N' = 2$ nesta relação de carga do sistema obtém-se

$$G' = \frac{G}{N-1} \quad (3.3)$$

Substituindo (3.3) em (3.2) chega-se a uma expressão exata da AME média para o caso síncrono em função de G e N como é mostrado abaixo

$$\overline{\eta^{syn}} = \frac{G - N + 1}{G} \quad (3.4)$$

Uma forma mais interessante de apresentar esta expressão seria considerar a carga do sistema $\ell = \frac{N-1}{G}$, pois o comportamento da AME média é descrito de modo mais geral. Substituindo-se $\frac{N-1}{G}$ por ℓ na expressão (3.4) tem-se:

$$\overline{\eta^{syn}} = 1 - \ell \quad (3.5)$$

3.2 AME Média - Caso Assíncrono

A obtenção da AME média para o caso assíncrono não é imediata como no caso síncrono e serão necessárias algumas aproximações para se chegar à expressão final. Se por um lado estas aproximações simplificam a expressão final, por outro incorrem na não exatidão da expressão. No entanto, como será visto posteriormente, a expressão final aproximada obtida tem uma margem de erro pequena, permitindo seu emprego com segurança na análise de desempenho.

Para o caso de dois usuários, a AME instatânea é dada por [2]:

$$\eta_2^{asy} = \sqrt{[1 - (\rho_{12} + \rho_{21})^2] [1 - (\rho_{12} - \rho_{21})^2]}$$

O cálculo do valor médio da expressão neste ponto tornaria o desenvolvimento mais complexo. Assim, optou-se pela adoção de uma expressão aproximada. As aproximações adotadas serão descritas a seguir. Expandindo-se a expressão obtém-se

$$\eta_2^{asy} = \sqrt{[1 - (\rho_{12}^2 + \rho_{21}^2)]^2 - 4\rho_{12}^2\rho_{21}^2}$$

Sabe-se que para $\epsilon \ll x^2$ pode-se afirmar que $\sqrt{x^2 - \epsilon} \cong x - \frac{\epsilon}{2}$. Esta aproximação poderia ser útil desde que a relação de desigualdade

$$4\rho_{12}^2\rho_{21}^2 \ll [1 - (\rho_{12}^2 + \rho_{21}^2)]^2 \quad (3.6)$$

fosse verdadeira. Para se verificar a validade desta desigualdade foram realizadas algumas simulações. Para o caso de dois usuários e um ganho de processamento G variando de 8 a 128 foram calculados os valores instantâneos de $4\rho_{12}^2\rho_{21}^2$ e $[1 - (\rho_{12}^2 + \rho_{21}^2)]^2$ e para cada valor de G determinou-se um valor relativo dado por $\frac{4\rho_{12}^2\rho_{21}^2}{[1 - (\rho_{12}^2 + \rho_{21}^2)]^2}$, os quais foram plotados e seu comportamento está ilustrado na Figura 3.1.

Como se pode observar pela figura, os valores de $\frac{4\rho_{12}^2\rho_{21}^2}{[1 - (\rho_{12}^2 + \rho_{21}^2)]^2}$ decrescem proporcionalmente ao aumento do ganho de processamento. No pior caso, que é $G = 8$,

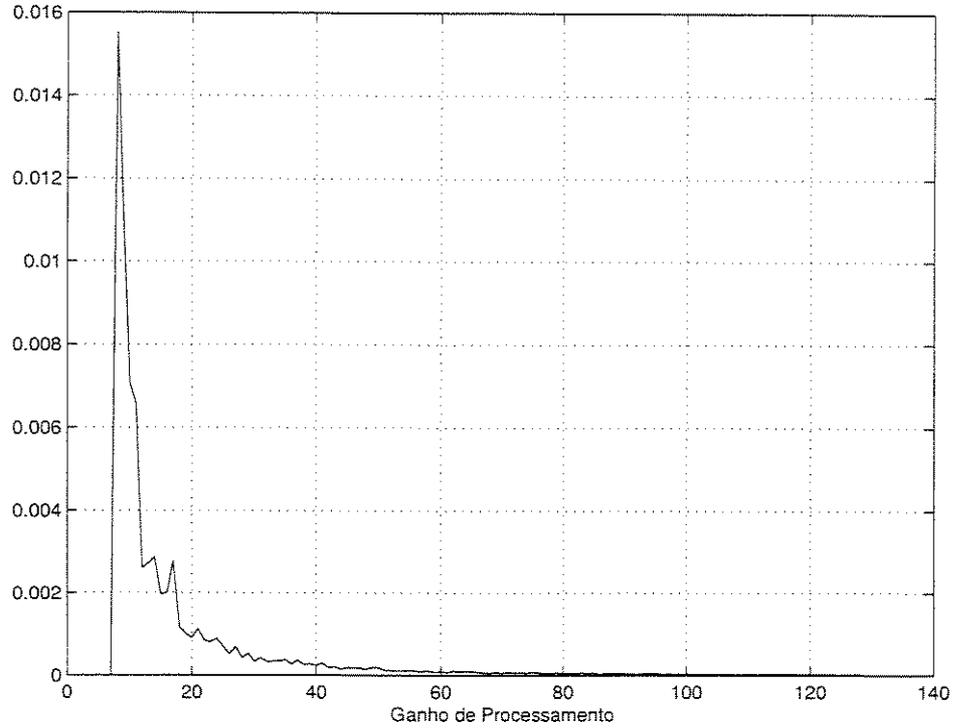


Figura 3.1: Comportamento da relação $\frac{4\rho_{12}^2\rho_{21}^2}{[1-(\rho_{12}^2+\rho_{21}^2)]^2}$ em função do ganho de processamento G .

$4\rho_{12}^2\rho_{21}^2$ representa menos de 1,6% do valor de $[1 - (\rho_{12}^2 + \rho_{21}^2)]^2$ que já indica um valor de $4\rho_{12}^2\rho_{21}^2$ pouco representativo em relação a $[1 - (\rho_{12}^2 + \rho_{21}^2)]^2$. Para $G = 20$, o valor de $4\rho_{12}^2\rho_{21}^2$ representa menos de 0,2% de $[1 - (\rho_{12}^2 + \rho_{21}^2)]^2$. Isto valida a desigualdade descrita em (3.6) e permite que a aproximação seja empregada, resultando em uma expressão aproximada da AME assíncrona para o caso de dois usuários como a descrita a seguir

$$\eta_2^{asy} \cong 1 - (\rho_{12}^2 + \rho_{21}^2) - 2\rho_{12}^2\rho_{21}^2 \quad (3.7)$$

Aplicando-se o operador esperança em (3.7) chega-se a expressão da AME média

$$\bar{\eta}_2^{asy} \cong 1 - (\bar{\rho}_{12}^2 + \bar{\rho}_{21}^2) - 2\bar{\rho}_{12}^2\bar{\rho}_{21}^2$$

Uma outra aproximação empregada na obtenção da expressão final foi a desconsideração do termo $\overline{2\rho_{12}^2\rho_{21}^2}$. Antes, porém, analisou-se sua relevância em relação ao termo $1 - (\overline{\rho_{12}^2} + \overline{\rho_{21}^2})$ mais uma vez com o auxílio de simulações, as quais foram realizadas através da variação do ganho de processamento G , calculando-se os valores de ρ_{12}^2 , ρ_{21}^2 e $2\rho_{12}^2\rho_{21}^2$ para cada G . Isso foi realizado várias vezes para cada G e então um valor médio foi obtido. De posse dos valores médios foi calculada a relação $\frac{\overline{2\rho_{12}^2\rho_{21}^2}}{1 - (\overline{\rho_{12}^2} + \overline{\rho_{21}^2})}$ e seu comportamento está descrito na Figura 3.2.

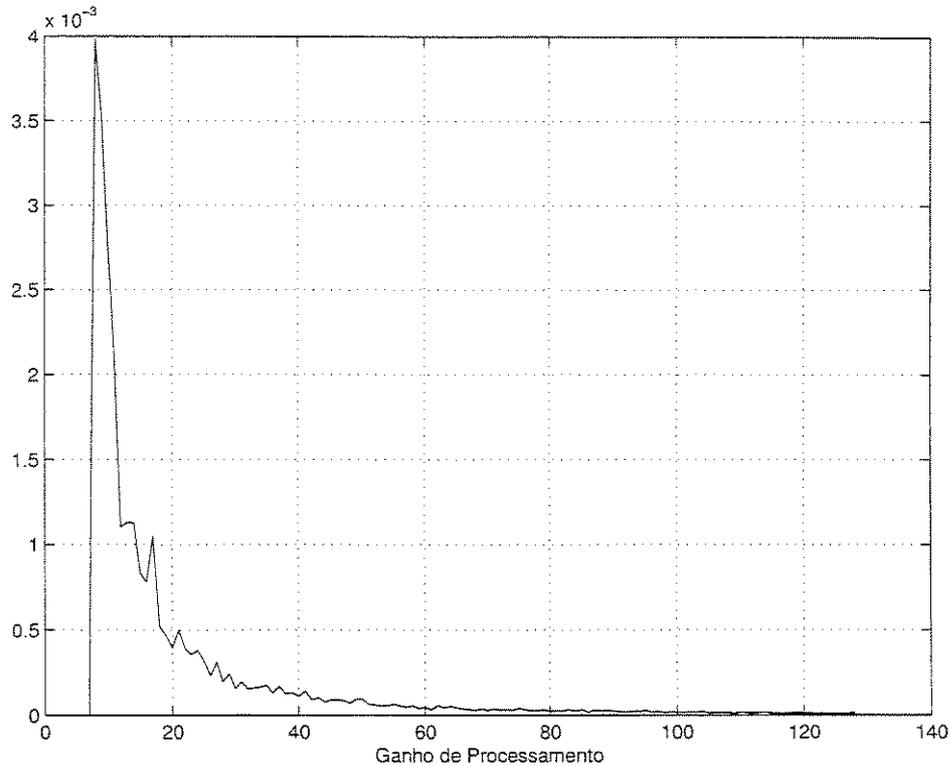


Figura 3.2: Comportamento da relação $\frac{\overline{2\rho_{12}^2\rho_{21}^2}}{1 - (\overline{\rho_{12}^2} + \overline{\rho_{21}^2})}$ em função do ganho de processamento G .

O caso onde $\overline{2\rho_{12}^2\rho_{21}^2}$ tem sua maior relevância é o de $G = 8$ e seu valor representa menos de 0,4% do termo $1 - (\overline{\rho_{12}^2} + \overline{\rho_{21}^2})$. Uma vez que a participação relativa torna-se cada vez menor com o aumento do ganho de processamento, desprezando-se

o termo $2\overline{\rho_{12}^2\rho_{21}^2}$ obtém-se a seguinte expressão para a AME média

$$\overline{\eta}_2^{asy} \cong 1 - \overline{\rho_{12}^2} - \overline{\rho_{21}^2}$$

De (2.60), o valor quadrático médio dos elementos da matriz de correlação para $i \neq j$ é $\overline{\rho_{ij}^2} = \frac{1}{6G}$, para o caso de seqüências de espalhamento aleatórias [2]. Da mesma maneira que foi feito com o caso síncrono, é possível reescrever a expressão da AME média em função do ganho de processamento G .

$$\overline{\eta}_2^{asy} \cong 1 - \frac{1}{3G}$$

e estendendo para N usuários

$$\overline{\eta}^{asy} \cong \frac{3G - N + 1}{3G}$$

Finalmente, reescrevendo em função da carga $\ell = \frac{N-1}{G}$ do sistema tem-se

$$\overline{\eta}^{asy} \cong 1 - \frac{\ell}{3} \quad (3.8)$$

Como se pode notar, as expressões obtidas para a eficiência assintótica multi-usuário média, são bem simples e de emprego imediato. No próximo capítulo, será verificada a validade destas expressões graficamente.

3.3 Ganho de RSRI Média

A RSRI representa a relação sinal-ruído mais interferência e vai ser usada como parâmetro de avaliação de ganho entre os detectores convencional e MUD-D. A análise é feita para um sistema operando em dois tipos de canais: AWGN e com desvanecimento tipo Rayleigh. Assim, o estudo do ganho da relação sinal-ruído mais interferência será feito separadamente para os dois tipos de canais. Para ambos, o ganho da relação sinal-ruído mais interferência é definido pela razão entre as \overline{RSRIs} . O ganho médio da relação sinal-ruído mais interferência é definido por

$$G = \frac{\overline{RSRI}_{MUD-D}}{\overline{RSRI}_{Convencional}} \quad (3.9)$$

3.3.1 RSRI em Canal AWGN

A expressão que define a *RSRI* média para um sistema CDMA com detecção convencional em um canal AWGN é dada por [3]

$$\overline{RSRI} = \begin{cases} \frac{1}{2\ell + \frac{N_0}{E_b}} & \text{caso síncrono} \\ \frac{1}{\frac{2}{3}\ell + \frac{N_0}{E_b}} & \text{caso assíncrono} \end{cases} \quad (3.10)$$

onde E_b/N_0 é a relação sinal-ruído e ℓ a carga do sistema. Para um sistema CDMA com MUD-D, a expressão da \overline{RSRI} é dada por

$$\begin{cases} \frac{E_b}{N_0} \overline{\eta}^{syn} & \text{caso síncrono} \\ \frac{E_b}{N_0} \overline{\eta}^{asy} & \text{caso assíncrono} \end{cases}$$

Substituindo $\overline{\eta}^{syn}$ e $\overline{\eta}^{asy}$ pelas expressões obtidas em (3.5) e (3.8), respectivamente, tem-se as seguintes expressões para a \overline{RSRI} do MUD-D

$$\overline{RSRI} = \begin{cases} \frac{E_b(1-\ell)}{N_0} & \text{caso síncrono} \\ \frac{E_b(3-\ell)}{3N_0} & \text{caso assíncrono} \end{cases} \quad (3.11)$$

Utilizando-se a definição de ganho dada em (3.9), obtém-se as expressões de ganho em função da carga do sistema e da relação sinal ruído

$$\mathcal{G} = \begin{cases} (1-\ell) \left(2\ell \frac{E_b}{N_0} + 1 \right) & \text{caso síncrono} \\ \frac{(3-\ell) \left(2\ell \frac{E_b}{N_0} + 3 \right)}{9} & \text{caso assíncrono} \end{cases} \quad (3.12)$$

A partir da análise das expressões acima, conclui-se que sistemas com MUD-D têm uma \overline{RSRI} melhor que os sistemas com detecção convencional, desde que a carga do sistema respeite o seguinte intervalo

$$0 \leq \ell \leq \begin{cases} 1 - \frac{1}{2\frac{E_b}{N_0}} & \text{caso síncrono} \\ 3 - \frac{3}{2\frac{E_b}{N_0}} & \text{caso assíncrono} \end{cases}$$

onde o limite superior, quando $\frac{E_b}{N_0} \gg 1$, tende a 1 no caso síncrono e no caso assíncrono, tende a 3. O ganho máximo ocorre quando $\ell \simeq 0,5$ para o caso síncrono e quando $\ell \simeq 1,5$ para o caso assíncrono, e é dado em ambos os casos por

$$\mathcal{G}_{max} \simeq \frac{\frac{E_b}{N_0} + 1}{2}$$

Vale ressaltar, que o ganho máximo depende da relação sinal-ruído $\frac{E_b}{N_0}$. Próximo à capacidade, do canal AWGN, que ocorre com $\frac{E_b}{N_0} = \ln 2 \simeq 1$, o ganho máximo é dado por $\mathcal{G} = 1$. Isto significa que a detecção convencional com uma codificação de canal apropriada pode ter um desempenho equivalente ao do MUD-D.

3.3.2 RSRI em Canal com Desvanecimento Rayleigh

A análise para o canal com desvanecimento Rayleigh é exatamente a mesma utilizada para o canal AWGN. Como a \overline{RSRI} Rayleigh é igual à \overline{RSRI} AWGN, quando os L raios têm o mesmo valor quadrático médio, o ganho observado é o mesmo do obtido para o canal AWGN bem como o intervalo em que o MUD-D é melhor que a detecção convencional e a expressão para o ganho máximo, respeitada a hipótese de MIP constante.

3.4 Probabilidade de Erro de Bit Média

Foi visto anteriormente que o uso do MUD-D apresenta um ganho de \overline{RSRI} em relação à detecção convencional, seja em um canal AWGN ou em um canal com desvanecimento Rayleigh. Agora será apresentado o procedimento empregado na análise de desempenho, que traduz o ganho de \overline{RSRI} observado anteriormente em termos de probabilidade de erro de bit média.

Para realizar a comparação de desempenho entre o detector convencional e o MUD-D, foram utilizadas expressões de probabilidade de erro de bit média. Para o caso de detecção convencional essas expressões já são conhecidas da literatura porém para o caso MUD-D elas foram obtidas a partir das expressões da AME média desenvolvidas nas seções 3.1 e 3.2. Mais uma vez a análise foi realizada para dois tipos de canal: AWGN e com desvanecimento.

3.4.1 Probabilidade de Erro de Bit Média em Canal AWGN

A probabilidade de erro de bit média para um sistema CDMA com modulação BPSK e utilizando detecção convencional em um canal AWGN é dada por

$$P_b = Q\left(\sqrt{2\overline{RSRI}}\right) \quad (3.13)$$

onde $Q(x)$ é a função de erro complementar Gaussiana e \overline{RSRI} é a relação sinal-ruído mais interferência média. As expressões que definem a \overline{RSRI} para os casos síncrono e assíncrono são descritas em (3.10).

Para um sistema CDMA com MUD-D, a probabilidade de erro de bit média é a mesma de (3.13) mudando apenas a expressão que define a \overline{RSRI} e que é dada por (3.11).

Substituindo-se estas expressões de \overline{RSRI} em (3.13) obtém-se a probabilidade de erro de bit média para os casos síncrono e assíncrono.

1. Caso Síncrono Convencional

$$P_b = Q\left(\sqrt{\frac{2}{2\ell + \frac{N_0}{E_b}}}\right) \quad (3.14)$$

2. Caso Síncrono MUD-D

$$P_b = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b(1-\ell)}{N_0}}\right) \quad (3.15)$$

3. Caso Assíncrono Convencional

$$P_b = Q\left(\sqrt{\frac{2}{\frac{2\ell}{3} + \frac{N_0}{E_b}}}\right) \quad (3.16)$$

4. Caso Assíncrono MUD-D

$$P_b = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b(3-\ell)}{3N_0}}\right) \quad (3.17)$$

Através destas expressões foram obtidas as curvas de probabilidade de erro de bit, permitindo a comparação de desempenho entre um sistema CDMA com detecção convencional e um sistema com MUD-D.

3.4.2 Probabilidade de Erro de Bit Média em Canal com Desvanecimento Rayleigh

A probabilidade de erro de bit média para um sistema CDMA em um canal com desvanecimento seletivo em frequência Rayleigh é dada por

$$P_b = \left[\frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{\overline{RSRI}}}} \right) \right]^L \sum_{j=0}^{L-1} \binom{L-1+j}{j} \left[\frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{\overline{RSRI}}}} \right) \right]^j \quad (3.18)$$

onde L é o número de caminhos resolvíveis. Essa expressão vale tanto para sistemas usando detecção convencional, como para sistemas usando MUD-D. O que difere um método de detecção de outro é o parâmetro \overline{RSRI} . As expressões de \overline{RSRI} para detecção convencional (síncrona e assíncrona) e MUD-D (síncrono e assíncrono) são as mesmas das apresentadas para o caso do canal AWGN. Substituindo-se as expressões de \overline{RSRI} obtém-se

1. Caso Síncrono Convencional

$$P_b = \left[\frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{2\ell + \frac{N_0}{E_b}}}}} \right) \right]^L \times \sum_{j=0}^{L-1} \binom{L-1+j}{j} \left[\frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{2\ell + \frac{N_0}{E_b}}}}} \right) \right]^j \quad (3.19)$$

2. Caso Síncrono MUD-D

$$P_b = \left[\frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{E_b(3-\ell)} \frac{1}{N_0}}} \right) \right]^L \times \sum_{j=0}^{L-1} \binom{L-1+j}{j} \left[\frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{E_b(3-\ell)} \frac{1}{N_0}}} \right) \right]^j \quad (3.20)$$

3. Caso Assíncrono Convencional

$$P_b = \left[\frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{\frac{2\ell}{3} + \frac{N_0}{E_b}}} \frac{1}{E_b}}} \right) \right]^L \times \sum_{j=0}^{L-1} \binom{L-1+j}{j} \left[\frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{\frac{2\ell}{3} + \frac{N_0}{E_b}}} \frac{1}{E_b}}} \right) \right]^j \quad (3.21)$$

4. Caso Assíncrono MUD-D

$$P_b = \left[\frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{E_b(3-\ell)} \frac{1}{3N_0}}} \right) \right]^L \times \sum_{j=0}^{L-1} \binom{L-1+j}{j} \left[\frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{E_b(3-\ell)} \frac{1}{3N_0}}} \right) \right]^j \quad (3.22)$$

Assim como para o canal AWGN, foram obtidos gráficos a partir das expressões acima, permitindo a avaliação de desempenho dos receptores. As análises serão realizadas no próximo capítulo.

Capítulo 4

Resultados

Antes de se iniciar a análise de desempenho de sistemas CDMA utilizando detecção convencional e MUD-D em canal AWGN e em canal com desvanecimento Rayleigh, será feita a validação das expressões analíticas que definem a AME média síncrona e assíncrona, uma vez que elas fazem parte da análise de desempenho.

4.1 Análise da AME Média

Para se determinar a validade das expressões analíticas foram feitas simulações (Apêndice A) da eficiência assintótica multi-usuário média empregando-se seqüências aleatórias e ganho de processamento $G = 128$. As curvas estão todas em função da carga do sistema. A Figura 4.1 mostra as curvas analítica e simulada do caso síncrono para a AME média.

Como se pode notar pela figura, o comportamento da curva analítica é exato em relação à curva simulada, validando o procedimento empregado no desenvolvimento da expressão analítica.

A Figura 4.2 mostra as curvas analítica e simulada do caso assíncrono para a AME média. Ela mostra que há uma divergência entre a curva analítica e a simulada a medida que a carga do sistema aumenta. Isso se explica pelo fato de a expressão analítica ser uma expressão aproximada da AME média. Mesmo com essa

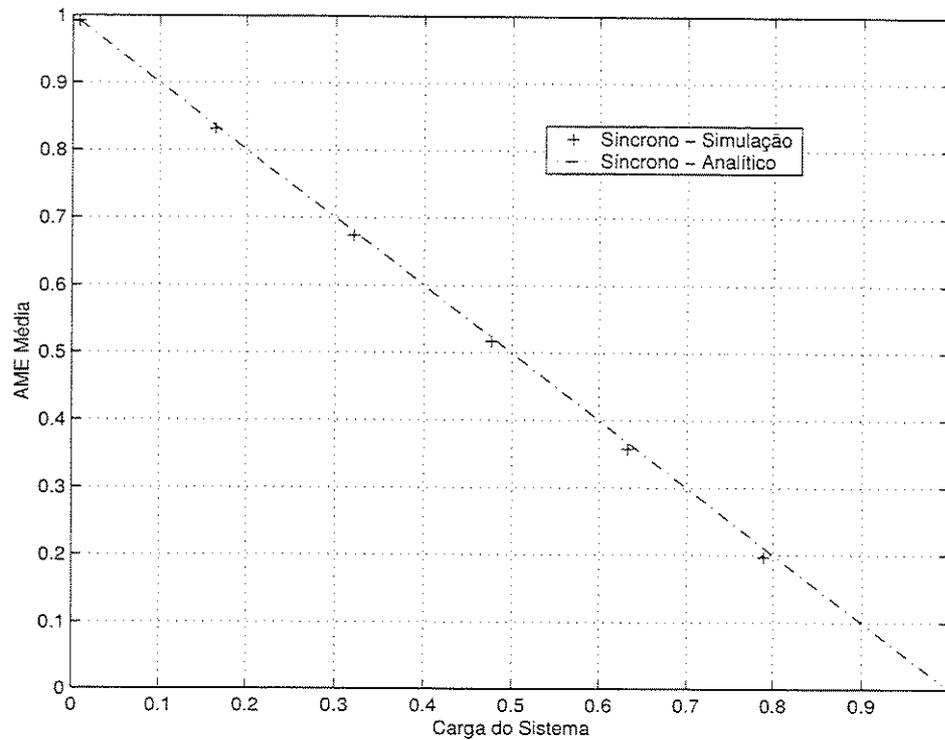


Figura 4.1: AME média - Caso Síncrono

discrepância, a expressão analítica do caso assíncrono para a AME média pode ser empregada com segurança desde que as análises sejam feitas em sistemas com cargas de até 100%, isto é, número de usuários igual ao ganho de processamento, pois neste caso o erro observado entre as duas curvas não passa de 5%. Considerando-se que normalmente as análises são feitas com não mais que 50% de carga do sistema, há uma boa margem de segurança, o que justifica o uso da AME média analítica.

A Figura 4.3 mostra as curvas da AME média obtidas através de simulação e da expressão analítica para os casos síncrono e assíncrono.

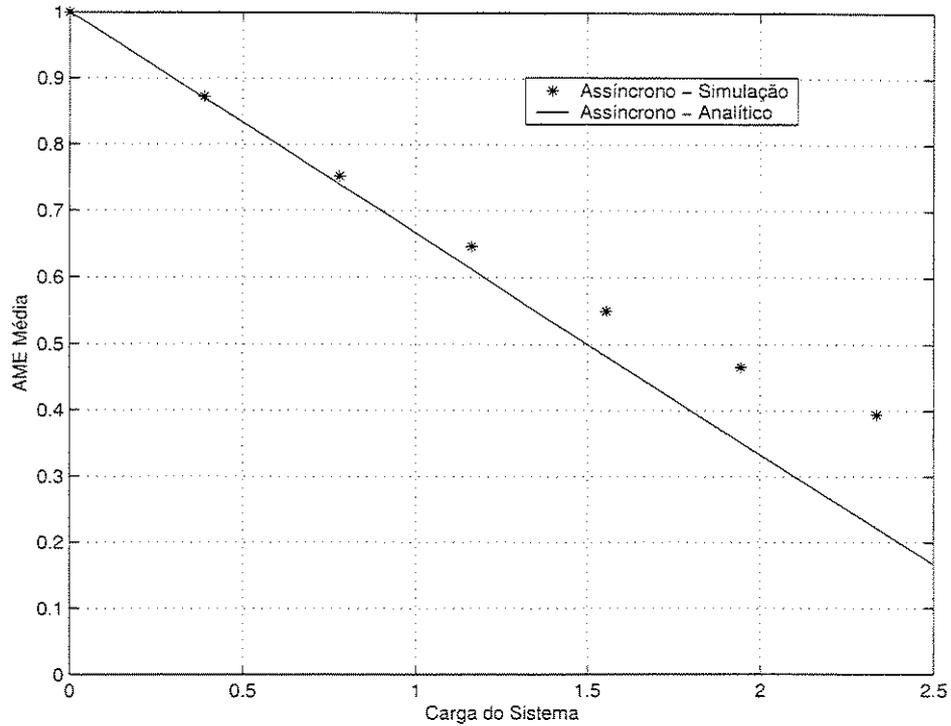


Figura 4.2: AME média - Caso Assíncrono

4.2 Curvas do Ganho de Relação Sinal-Ruído mais Interferência

Os gráficos do ganho de $RSRI$ para os casos síncrono e assíncrono foram obtidos a partir das expressões em (3.12). Para cada caso foram traçadas duas curvas, uma para $E_b/N_0 = 4$ e outra para $E_b/N_0 = 10$. Esses dois valores de E_b/N_0 foram utilizados com a intenção de demonstrar que as expressões que caracterizam o ganho de $RSRI$ se aplicam com precisão para qualquer valor de E_b/N_0 . Para relembrar, o ganho máximo e o intervalo em que o MUD-D tem \overline{RSRI} melhor que a detecção convencional são:

1. Ganho máximo

$$\mathcal{G}_{max} \simeq \frac{\frac{E_b}{N_0} + 1}{2} \quad (4.1)$$

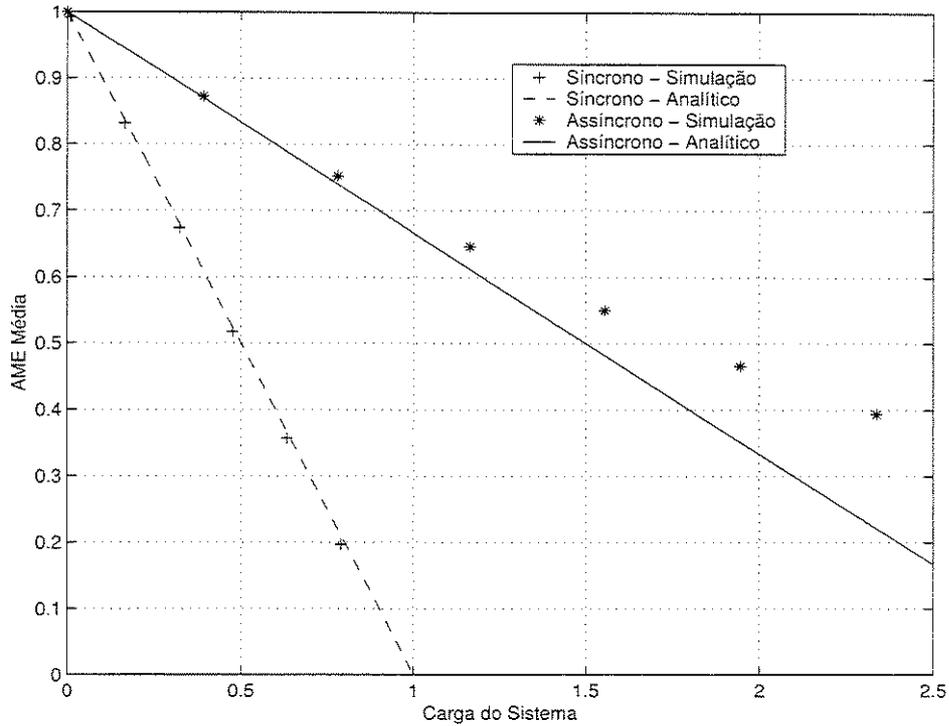


Figura 4.3: AME média - Casos Síncrono e Assíncrono

2. Intervalo em que o MUD-D é melhor que a detecção convencional

$$0 \leq \ell \leq \begin{cases} 1 - \frac{1}{2 \frac{E_b}{N_0}} & \text{caso síncrono} \\ 3 - \frac{3}{2 \frac{E_b}{N_0}} & \text{caso assíncrono} \end{cases} \quad (4.2)$$

A seguir serão analisadas as curvas do ganho de $RSRI$ de cada um dos casos, síncrono e assíncrono.

4.2.1 Caso Síncrono

A Figura 4.4 mostra as curvas do ganho de $RSRI$ para o caso síncrono.

Como se pode notar, quanto maior E_b/N_0 , maior o ganho. Pela expressão de ganho máximo, para $E_b/N_0 = 4$, o ganho máximo deveria ser de aproximadamente 2,5 e para uma $E_b/N_0 = 10$ o ganho máximo deveria ser 5,5. A Figura 4.4 confirma esses valores previstos.

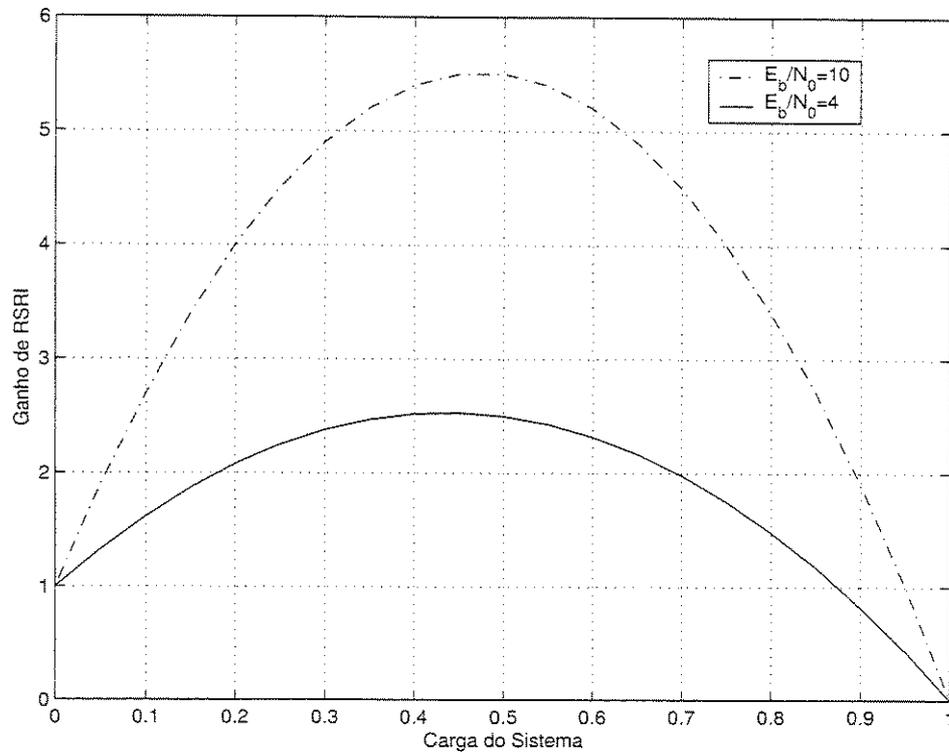


Figura 4.4: Ganho de RSRI - Caso Síncrono

De acordo com o intervalo definido pela expressão (4.2), o receptor MUD-D seria melhor para cargas do sistema que respeitassem o intervalo $0 \leq \ell \leq 0,875$ para $E_b/N_0 = 4$ e $0 \leq \ell \leq 0,95$ para $E_b/N_0 = 10$. Observando-se a Figura 4.4, nota-se que realmente é isso que ocorre e à medida que o valor de E_b/N_0 aumenta o limite superior do intervalo tende a 1.

4.2.2 Caso Assíncrono

A Figura 4.5 contém as curvas de ganho de *RSRI* para o caso assíncrono.

Fazendo-se a mesma análise realizada para o caso síncrono e utilizando as expressões (4.1) e (4.2) tem-se que o ganho máximo de *RSRI* deveria ser de 2,5 e 5,5 para $E_b/N_0 = 4$ e $E_b/N_0 = 10$, respectivamente. Como se pode ver, não há mudança em relação ao ganho máximo do caso síncrono. Quanto ao intervalo em

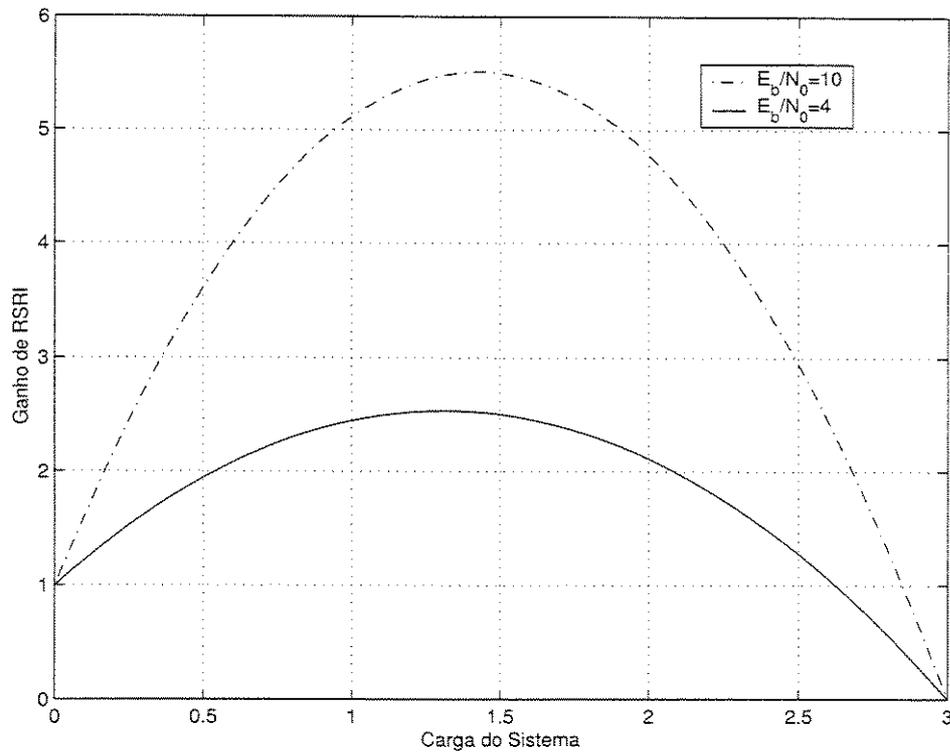


Figura 4.5: Ganho de RSRI - Caso Assíncrono

que o MUD-D tem ganho maior que 1 em relação ao receptor convencional tem-se que os seguintes limites: $0 \leq \ell \leq 2,625$ para $E_b/N_0 = 4$ e $0 \leq \ell \leq 2,85$ para $E_b/N_0 = 10$. Mais uma vez, a observação da Figura 4.5 comprova esses valores.

Apenas para se ter uma visualização do comportamento das curvas de ganho dos casos síncrono e assíncrono, elas foram traçadas juntas na Figura 4.6.

4.3 Comparação de Desempenho.

Já foi visto que o MUD-D tem um ganho de RSRI em relação à detecção convencional em um intervalo de carga do sistema. Através das expressões de probabilidade de erro de bit apresentadas anteriormente é possível visualizar o desempenho superior do MUD-D. Serão apresentados primeiro os resultados referentes ao canal

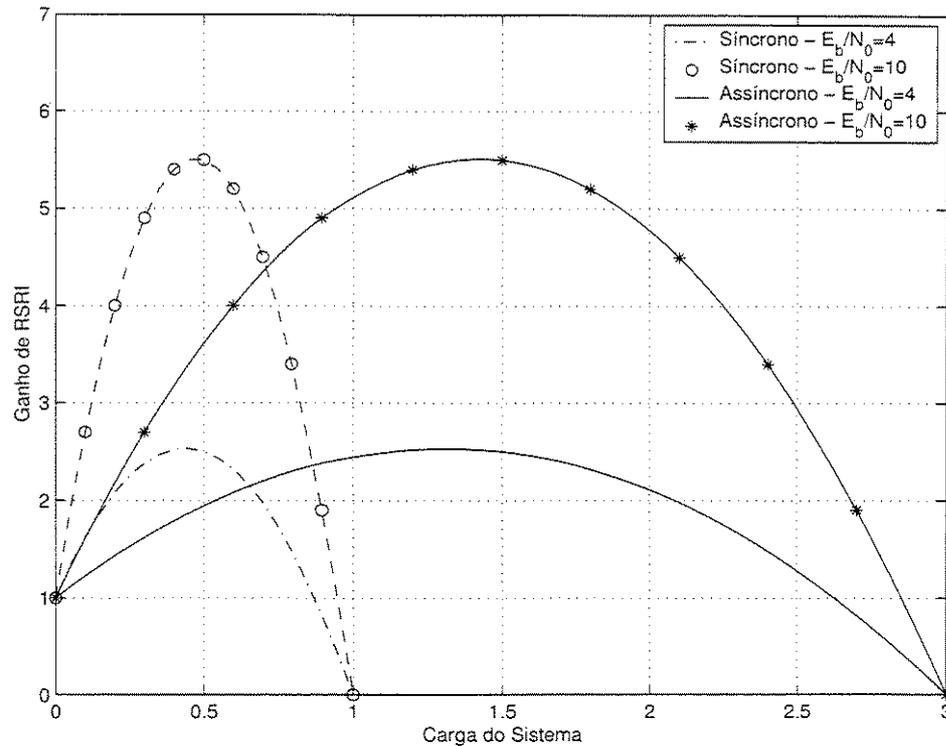


Figura 4.6: Ganho de RSRI - Casos Síncrono e Assíncrono

AWGN e em seguida os resultados referentes ao canal com desvanecimento Rayleigh. Em todos os casos, foi usado $E_b/N_0 = 10$. Em todos os casos, nota-se que a transmissão assíncrona tem uma probabilidade de erro de bit média menor que a transmissão síncrona.

4.3.1 Canal AWGN

As Figuras 4.7 e 4.8 mostram as curvas de probabilidade de erro de bit do detector convencional e do MUD-D para o caso síncrono e assíncrono, respectivamente. Estas curvas foram obtidas a partir das expressões em (3.14), (3.15), (3.16) e (3.17). O desempenho do MUD-D se mostra melhor no intervalo definido por (4.2).

Para efeito comparativo, foram traçadas em um mesmo gráfico, mostrado na

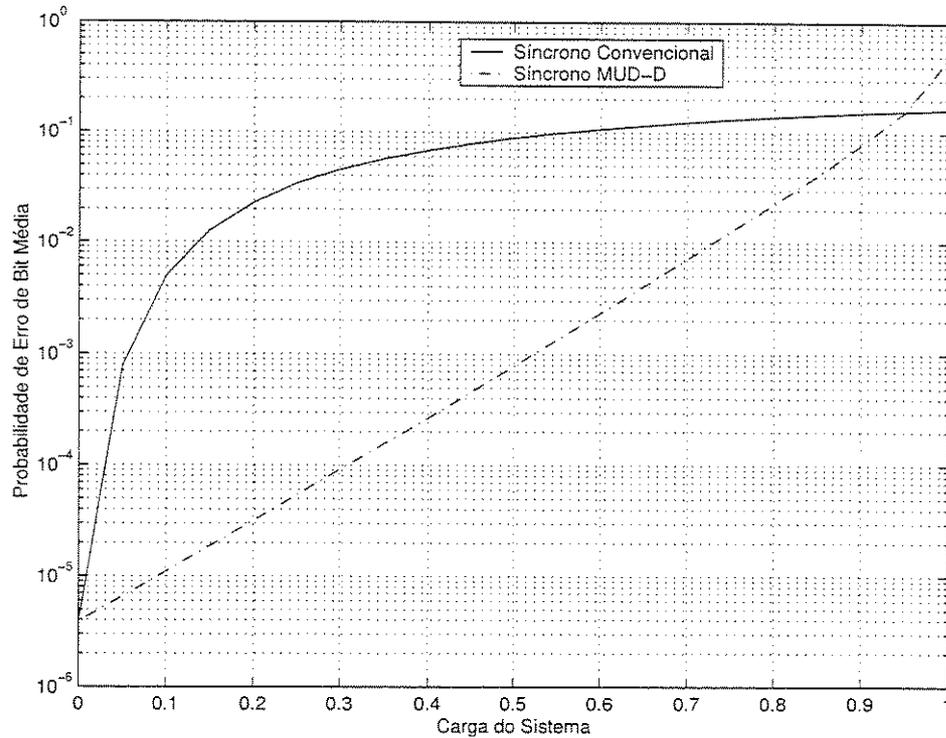


Figura 4.7: Probabilidade de Erro de Bit Média - Caso Síncrono AWGN

Figura 4.9, as curvas dos casos síncrono e assíncrono.

4.3.2 Canal com Desvanecimento Rayleigh

Este caso com desvanecimento Rayleigh permite que se faça uma análise em dois cenários diferentes: canal plano e canal seletivo em frequência. O canal com desvanecimento plano é modelado quando se considera $L = 1$ em (3.18). Já o canal com desvanecimento seletivo em frequência é modelado quando se considera $L > 1$.

Mais uma vez, o estudo da probabilidade de erro de bit média foi realizado para os casos síncrono e assíncrono, e os valores usados para os parâmetros utilizados foram $L = 4$ (canal com desvanecimento seletivo em frequência) e $E_b/N_0 = 10$.

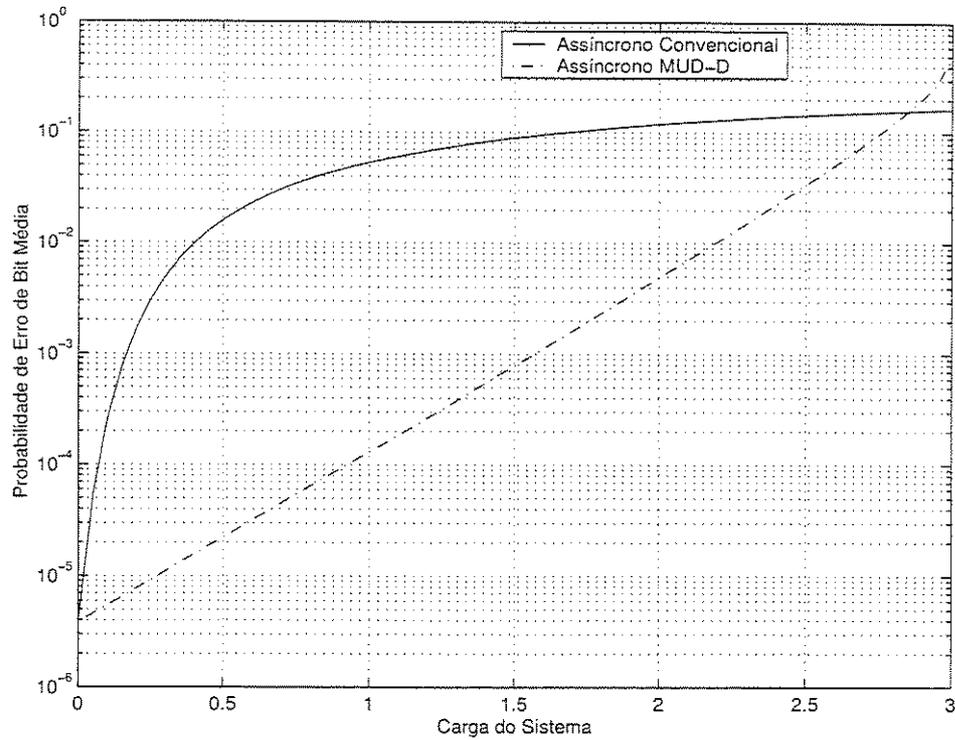


Figura 4.8: Probabilidade de Erro de Bit Média - Caso Assíncrono AWGN

Canal com Desvanecimento Plano As expressões de probabilidade de erro de bit média para o caso síncrono em canal com desvanecimento plano foram obtidas a partir de (3.19) e (3.20), fazendo-se $L = 1$, e são dadas por

$$P_b = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + 2\ell + \frac{N_0}{E_b}}} \right) \text{ Convencional}$$

$$P_b = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{E_b(1-\ell)}{N_0}}} \right) \text{ MUD-D}$$

A Figura 4.10 mostra a probabilidade de erro de bit média em função da carga para a detecção convencional e MUD-D operando no modo síncrono.

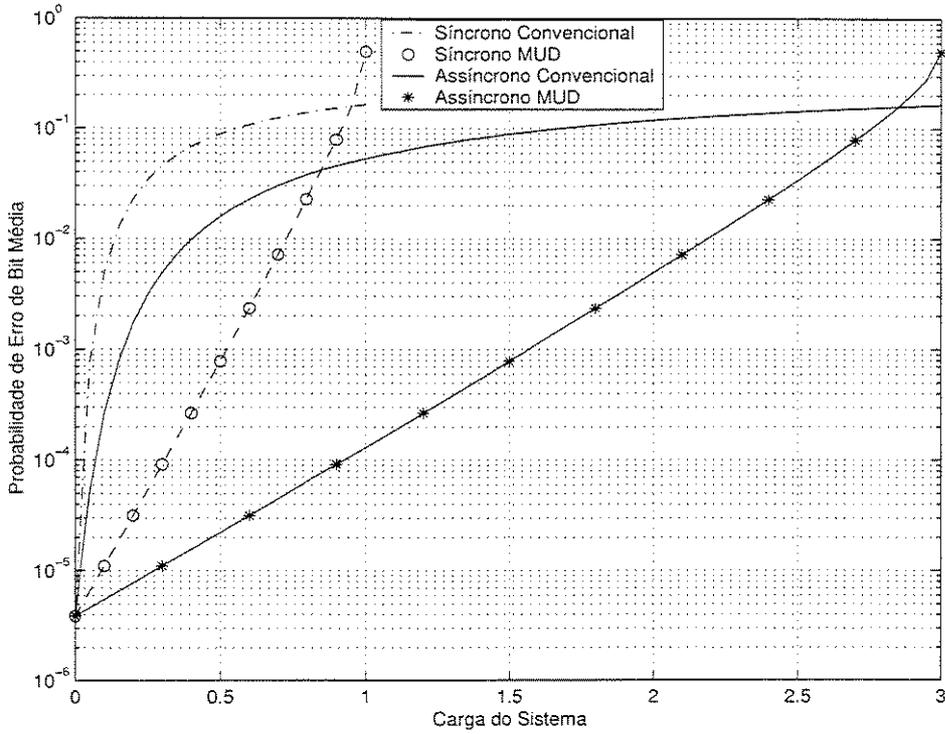


Figura 4.9: Probabilidade de Erro de Bit - Caso Síncrono e Assíncrono AWGN

A probabilidade de erro de bit média para o caso assíncrono pode ser obtida de (3.21) e (3.22), fazendo-se $L = 1$, e são dadas por

$$P_b = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{2\ell}{3} + \frac{N_0}{E_b}}} \right) \text{ Convencional}$$

$$P_b = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{\frac{E_b(3-\ell)}{3N_0}}}} \right) \text{ MUD-D}$$

A Figura 4.11 mostra a probabilidade de erro de bit média em função da carga para a detecção convencional e MUD-D operando no modo assíncrono.

A Figura 4.12 agrega as curvas dos casos síncrono e assíncrono e permite visualizar a diferença de desempenho entre estes dois casos.

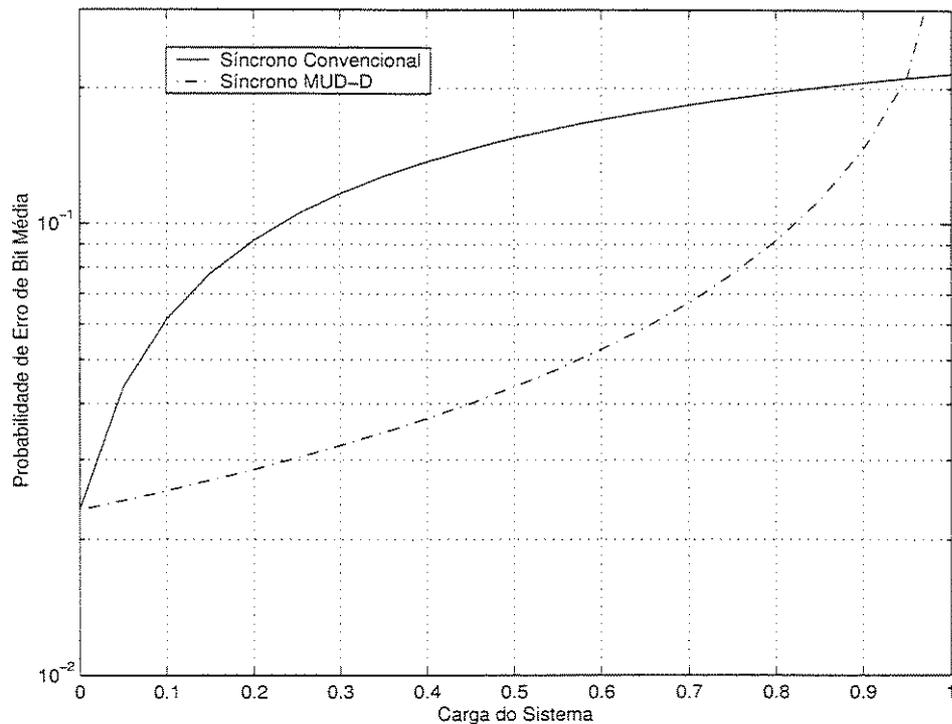


Figura 4.10: Probabilidade de Erro de Bit Média em Canal com Desvanecimento Rayleigh Plano - Caso Síncrono

Canal com Desvanecimento Seletivo em Frequência As Figuras 4.13 e 4.14 mostram as curvas de probabilidade de erro de bit média dos detectores convencional e MUD-D em canal com desvanecimento seletivo em frequência. A Figura 4.13 é referente ao caso síncrono e a Figura 4.14 ao caso assíncrono. As curvas foram obtidas a partir das expressões (3.19) e (3.20) para o caso síncrono e (3.21) e (3.22) para o caso assíncrono.

Assim como foi realizado para o canal AWGN, as curvas dos casos síncrono e assíncrono foram traçadas em um mesmo gráfico e o resultado pode ser observado na Figura 4.15.

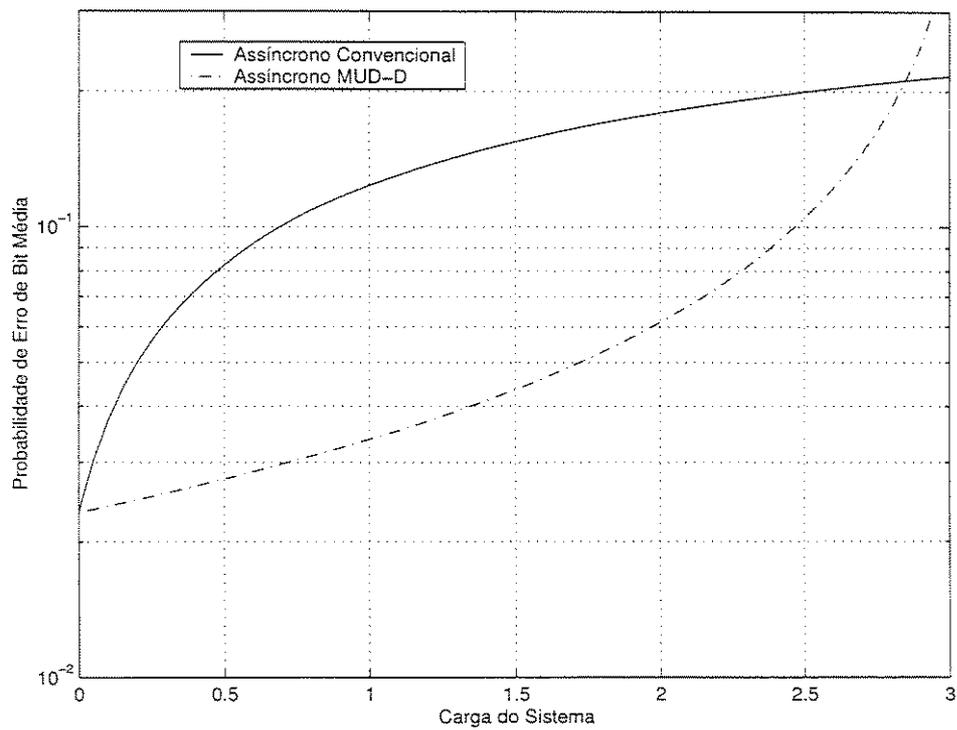


Figura 4.11: Probabilidade de Erro de Bit Média em Canal com Desvanecimento Rayleigh Plano - Caso Assíncrono

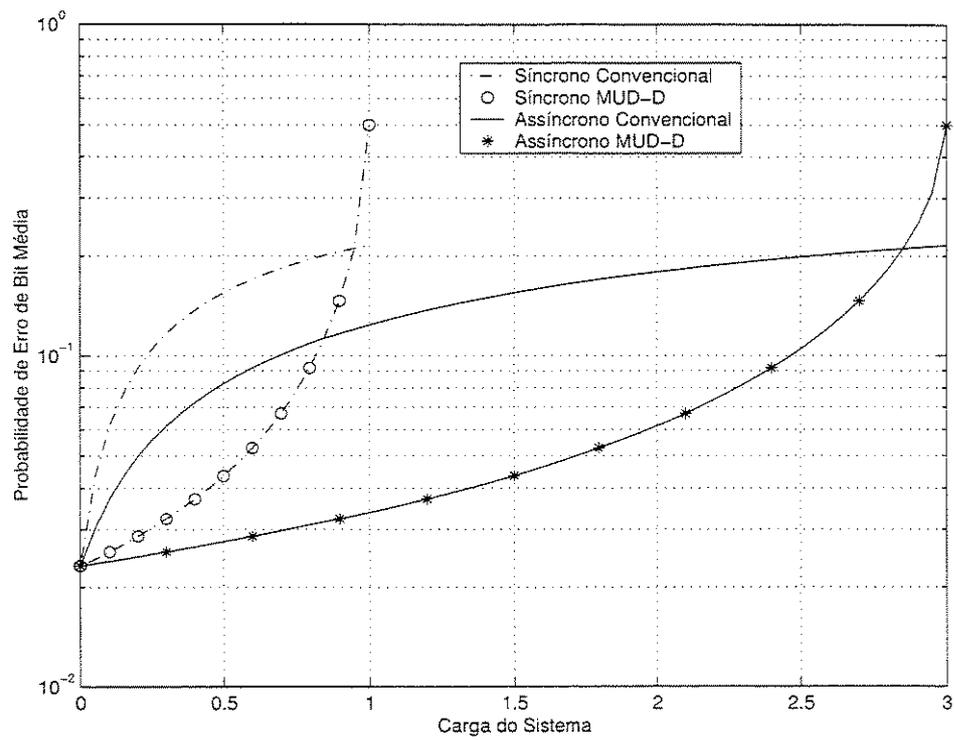


Figura 4.12: Probabilidade de Erro de Bit Média em Canal com Desvanecimento Rayleigh Plano - Casos Síncrono e Assíncrono

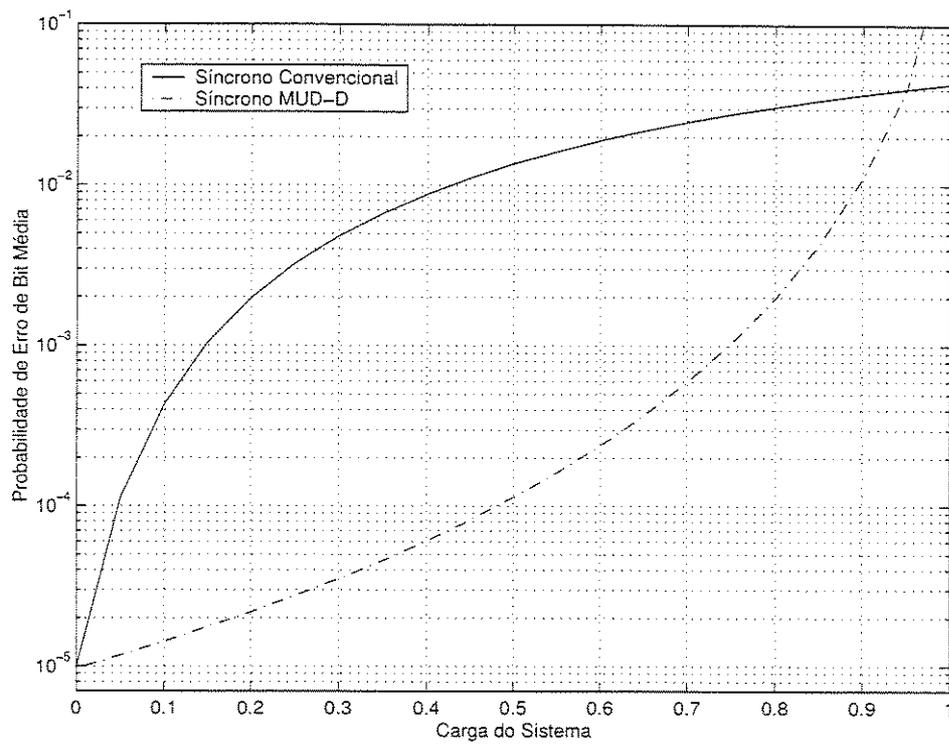


Figura 4.13: Probabilidade de Erro de Bit Média em Canal com Desvanecimento Rayleigh Seletivo em Frequência - Caso Síncrono

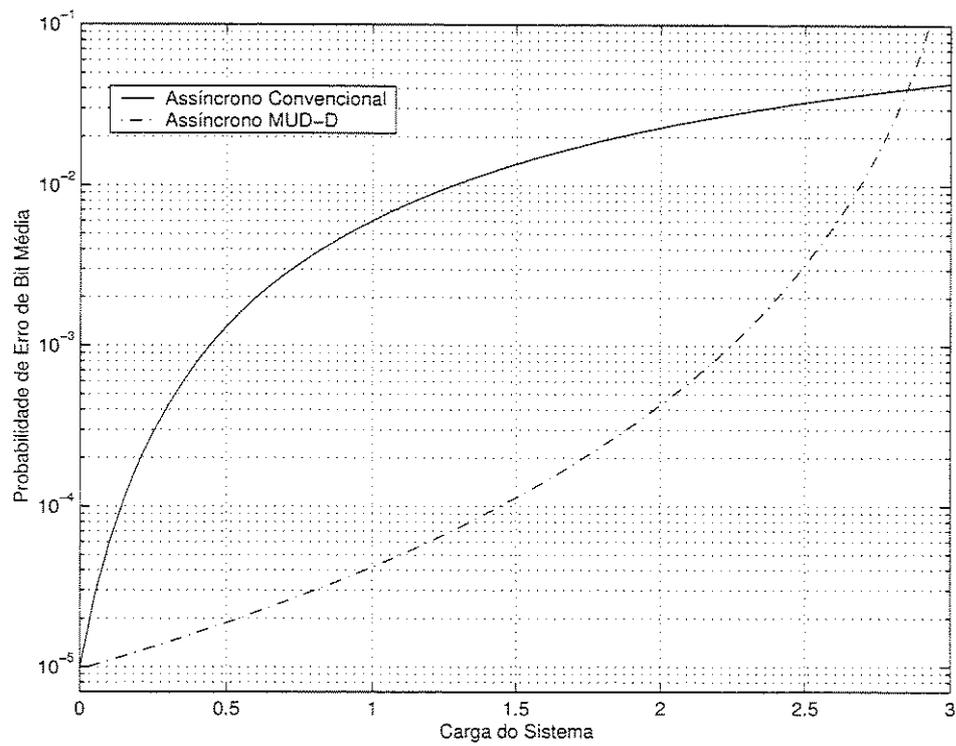


Figura 4.14: Probabilidade de Erro de Bit Média em Canal com Desvanecimento Rayleigh Seletivo em Frequência - Caso Assíncrono

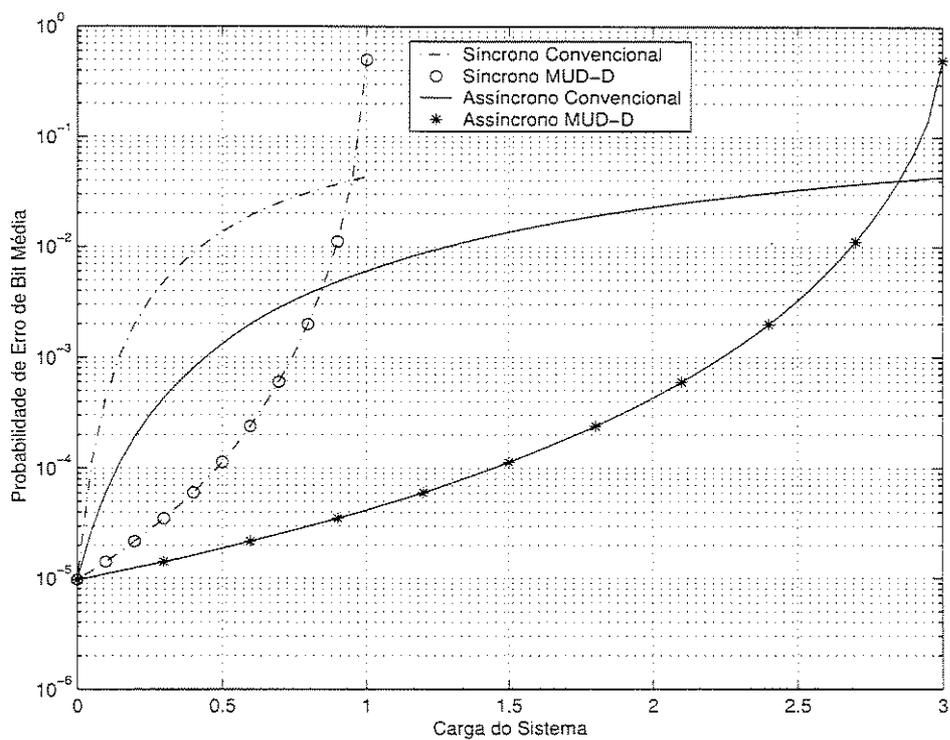


Figura 4.15: Probabilidade de Erro de Bit Média em Canal com Desvanecimento Rayleigh Seletivo em Frequência - Casos Síncrono e Assíncrono

Capítulo 5

Conclusões e Trabalhos Futuros

O objetivo principal deste trabalho era o de obter expressões simplificadas da probabilidade de erro de bit média para o MUD-D considerando-se um sistema CDMA com modulação BPSK. Estas expressões foram obtidas tanto para canais AWGN, como para canais com desvanecimento.

As expressões simplificadas obtidas, baseiam-se na AME média. Assim, a validade destas expressões está relacionada ao grau de precisão das expressões da AME média. Para o caso síncrono os valores da AME média são exatos e a simulação comprovou isto. Isso corrobora para o uso das expressões simplificadas na comparação de desempenho entre o MUD-D e o detector convencional.

No caso assíncrono a AME média obtida apresentou uma certa discrepância com os valores fornecidos pelo simulador quando o número de usuários assume valores maiores que o ganho de processamento. Este fato não invalida as expressões obtidas. Na verdade, isso apenas restringe seu uso até um determinado limite de carga do sistema. O que se observou, foi que para um sistema 100% carregado (número de usuários igual ao ganho de processamento), o erro não ultrapassa os 5%. Este erro se deve às aproximações empregadas na simplificação das expressões. De qualquer maneira, o uso das expressões pode ser feito de forma segura, uma vez que as análises costumam ser realizadas para sistemas com carga de até 50%.

A partir das expressões simplificadas, foram desenvolvidas expressões de ganho médio de RSRI do MUD-D em relação a detecção convencional. Essas expressões são inéditas na literatura e permitem uma conclusão rápida do quanto se ganha ao se optar pelo uso do MUD-D ao invés da detecção convencional. Também foram obtidos intervalos dentro dos quais o MUD-D tem um desempenho melhor que o detector convencional.

Através da análise das figuras de probabilidade de erro de bit média, observa-se em todas elas, que a transmissão assíncrona tem um desempenho melhor que a síncrona. Em um sistema CDMA, como foi visto anteriormente, a transmissão síncrona ocorre no link direto (da ERB para o móvel) enquanto a transmissão assíncrona ocorre no link reverso (do móvel para a ERB). Em sistemas 2G, o limitante das taxas de transmissão é o link reverso. Nos sistemas 3G, o limitante será o link direto. Assim, a partir da constatação de que não importa o método de detecção, a transmissão assíncrona terá melhor desempenho, pode-se sugerir que uma maneira de se expandir o limite que o link direto irá impor ao sistema, é emulando um assincronismo no link direto.

A emulação desse assincronismo representa uma das propostas de trabalhos futuros, e talvez a mais interessante delas. Além dela, poderia se estender a análise de desempenho empregando-se codificação de canal, outras modelagens de desvanecimento além do Rayleigh, modulações diferentes, desenvolvimento semelhante para outros tipos de MUD e até estudos sobre CDMA2000 e WCDMA empregando-se MUD.

Referências Bibliográficas

- [1] J.G.Proakis - "Digital Communications" - 3rd ed. New York: McGraw-Hill, 1994.
- [2] S. Verdu - "Multiuser Detection" - Cambridge Press - 1998.
- [3] R. K. Morrow, JR and J. S. Lehnert - "Bit-to-Bit Error Dependence in Slotted DS/SSMA Packet Systems with Random Signature Sequences " - IEEE Transactions on Communications, Vol. 37, No 10, October 1989.
- [4] A.Papoulis - "Probability, Random Variables and Stochastic Processes" - 2nd ed. New York: McGraw Hill, p.109
- [5] U. Madhow and M. L. Honig - "On the Average Near-Far Resistance for MMSE Detection of Direct Sequence CDMA Signals with Random Spreading " - IEEE Transactions on Information Theory, VOL. 45, NO. 6, September 1999.
- [6] N. Kong and L. B. Milstein - "Error Probability of Multicell CDMA Over Frequency Selective Fading Channels with Power Control Error " IEEE Transactions on Communication, vol. 47, no. 4, pp 608-617 April 1999

Apêndice A

Método de Simulação

A validação das expressões desenvolvidas foi obtida através de simulação utilizando o método de Monte Carlo. O objetivo da simulação é o de calcular a correlação cruzada média de um sistema com N usuários e a partir dela, calcular o valor de AME média.

Para cada conjunto de N usuários é obtido um valor da AME média. Estas simulações foram realizadas para os casos síncrono e assíncrono. Para ambos os casos, considerou-se apenas o cálculo da correlação cruzada para um bit. A seguir serão detalhadas as particularidades para cada um dos casos.

1. Caso Síncrono

O caso síncrono é bem simples, pois os bits estão alinhados temporalmente. O processo de simulação consiste na atribuição de uma seqüência aleatória de tamanho G para cada um dos usuários, com cada chip assumindo os valores $\{-1, +1\}$. Então constrói-se a matriz de correlação cruzada e faz-se a inversão desta. Toma-se os elementos da diagonal da inversa e calcula-se o valor médio em cada iteração. Ao final de todas as iterações obtém-se o valor médio final. Este valor corresponde a AME média. O número de iterações variou de 1000 a 5000.

2. Caso Assíncrono

O processo de sorteio de seqüências de assinatura para cada usuário é o mesmo do caso síncrono. Agora, como os bits não estão alinhados temporalmente, é sorteado para cada usuário um atraso uniformemente distribuído em $[0, \beta G]$, onde β representa o número de amostras por chip. Este recurso foi utilizado para que se pudesse simular o desalinhamento tanto de bit quanto de chip. Nas simulações utilizou-se $\beta = 4$. Além disso, é sorteada uma fase uniformemente distriubuída de $(0, 2\pi)$ para cada usuário.

Então, cada seqüência é deslocada de acordo com seu atraso, sendo que ao usuário 1 é atribuído atraso zero. O cálculo da correlação cruzada entre cada usuário é feito tomando-se o atraso relativo entre as seqüências, deslocando-se ciclicamente uma delas desse atraso relativo (que é positivo) à direita e finalmente, calculando-se a correlação. Procedendo desta maneira, está se considerando a influência dos chips dos bits anterior e posterior sobre o bit atual do usuário de interesse.

Seguido esses passos, o procedimento daqui em diante é o mesmo do caso síncrono.

Apêndice B

Artigo Resultante do Trabalho

On the Performance of CDMA Systems with Multiuser Decorrelating Detectors for Random Sequences on AWGN and Rayleigh Fading Channels

Celso de Almeida and Gabriel Moura da Silva
Departamento de Comunicações
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação
Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP
P. O. Box 6.101 - 13.081-970 - Campinas - S.P. - Brasil
e-mail: celso@decom.fee.unicamp.br

May 10th 2002

Abstract

In this article simple and precise expressions for the asymptotic multiuser efficiency of synchronous and asynchronous CDMA systems using multiuser decorrelating detection are obtained. Expressions for the SINR gain in relation to the conventional detection on AWGN and frequency-selective and non frequency-selective fading channels are also achieved.

1 Introduction

The cellular communications are going through a transition phase to the third generation. The convergence of data and voice is asking for better performance of the access methods and there are many studies going over the issue. In Europe and North America, the CDMA based methods WCDMA [1] and CDMA2000 [2], respectively, are the standards to provide the services required for the third generation.

In CDMA communication systems, the performance is mainly limited by the multiple access interference (MAI) effects. The MAI is a consequence of the fact that the target user sees the other users as interference and increasing users in the system causes a proportional performance degradation. The near/ far resistance is a key point of MAI and consists in users that have a strong signal overcome the users that have a weak signal. The conventional CDMA system technology was very well studied and has reached the edge in dealing with the MAI and near/ far resistance.

2 PRELIMINARIES

2

Many efforts have been made in direction to enhance the capacity of CDMA systems and several techniques have been developed. The multiuser detection [3] is one of these efforts which is showing to be an interesting alternative, useful as an optional feature for third generation systems. The solution presented by the multiuser detection has an optimal and suboptimal receivers, however, the complexity of the receivers using optimal multiuser detection is very high and suboptimal multiuser receivers are being planned to be used in third generation systems. In this article, the multiuser decorrelating detector (MUD-D) which is a linear suboptimal class of receivers is the object of study.

The purpose of this article is to present a less complex way to analyse the performance of CDMA systems using the multiuser decorrelating detector. To accomplish this, simplified expressions for the mean asymptotic multiuser efficiency (AME), synchronous and asynchronous, were developed. The asynchronous mean AME development is new on literature as the other expressions obtained from it. The performance analysis was made between CDMA systems using conventional and the multiuser receivers over AWGN and frequency-selective and non frequency-selective fading channels with BPSK modulation.

Section 2 presents the mean bit error probability for CDMA systems using conventional and multiuser decorrelating receivers over AWGN and frequency-selective and non frequency-selective fading channels (frequency-selective particular case). Besides this, the definition of asymptotic multiuser efficiency and the procedure to obtain the simple expression for the AME is introduced. Section 3 defines the mean signal-to-interference-plus-noise ratio (SINR) for the MUD-D using the results presented on Section 3. Section 4 and 5 use the simple expression for the AME to analyse the performance of multiuser decorrelating receiver.

2 Preliminaries

This section will present some expressions that are fundamental to the understanding of the article.

2 PRELIMINARIES

3

2.1 AWGN Channel

The mean bit error probability for a CDMA system over an AWGN channel is

$$P_b = Q\left(\sqrt{2\bar{\gamma}_b}\right) \quad (1)$$

where $Q(x)$ is the complementary Gaussian error function, $\bar{\gamma}_b$ is the mean signal-to-interference-plus-noise ratio (SINR). The conventional CDMA system has the following expression for the mean SINR [4]

$$\begin{array}{ll} \frac{E_b}{\ell E_b + N_0} & \text{synchronous case} \\ \frac{3E_b}{2\ell E_b + 3N_0} & \text{asynchronous case} \end{array} \quad (2)$$

where E_b is the energy per bit, N_0 is the one-sided power spectral density of the additive white Gaussian noise, $\ell = \frac{N-1}{G}$ is the system load, N is the number of users and G is the processing gain. For the multiuser decorrelating CDMA system, the mean SINR is

$$\begin{array}{ll} \frac{E_b}{N_0} \bar{\eta}^{syn} & \text{synchronous case} \\ \frac{E_b}{N_0} \bar{\eta}^{asy} & \text{asynchronous case} \end{array}$$

and $\bar{\eta} \leq 1$ is the mean asymptotic multiuser efficiency (AME) due the interference of the other users on a particular one [3].

2.2 Frequency-Selective Fading Channel

Here the mean bit error probability has the same expression for both the conventional and the multiuser decorrelating CDMA systems [5].

$$P_b = \left[\frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{\bar{\gamma}_b}}} \right) \right]^L \sum_{j=0}^{L-1} \binom{L-1+j}{j} \left[\frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{\bar{\gamma}_b}}} \right) \right]^j \quad (3)$$

The difference is on the mean SINR $\bar{\gamma}_b$. The variable L is the number of resolvable paths. To understand this it is interesting to go over the development of $\bar{\gamma}_b$. The mean SINR $\bar{\gamma}_b$ is defined as

$$\bar{\gamma}_b = \frac{\sum_{l=1}^L \alpha_l^2}{LI} = \frac{2 \sum_{l=1}^L \sigma_l^2}{LI}$$

where α is a random variable with Rayleigh distribution, σ is the standard deviation of the Gaussian process that generated the Rayleigh variable and I is the mean interference suffered by the target

2 PRELIMINARIES

4

user which is expressed as

$$\begin{aligned} & \overline{2\ell\sigma^2 + \frac{2N_0}{A^2T}} \quad \text{synchronous case} \\ & \overline{\frac{4\ell\sigma^2}{3} + \frac{2N_0}{A^2T}} \quad \text{asynchronous case} \end{aligned}$$

A is the signal amplitude without fading and T is the bit interval. Considering that all the σ 's are the same for all the paths, then the mean SINR for a conventional CDMA system over a frequency-selective channel can be written as

$$\begin{aligned} & \frac{E_b}{\ell E_b + N_0} \quad \text{synchronous case} \\ & \frac{3E_b}{2\ell E_b + 3N_0} \quad \text{asynchronous case} \end{aligned} \quad (4)$$

where the energy per bit $E_b = A^2TL\sigma^2$. These expressions are exactly the same to the ones for the conventional AWGN case.

The mean SINR for the multiuser decorrelating CDMA system over a frequency-selective fading channel is the same to the mean SINR for the AWGN channel case.

2.3 Asymptotic Multiuser Efficiency

2.3.1 Definition

For the decorrelator case the asymptotic multiuser efficiency is given by [3]:

$$\eta = \begin{cases} \frac{1}{R_{ii}^{-1}} & \text{synchronous case} \\ \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} [S(e^{j\omega})]_{ii}^{-1} d\omega \right)^{-1} & \text{asynchronous case} \end{cases} \quad (5)$$

where i denotes the i -th user, R_{ii}^{-1} and $[S(e^{j\omega})]_{ii}^{-1} = [S^T[1]e^{j\omega} + S[0] + S[1]e^{-j\omega}]_{ii}^{-1}$ represent the element of the i -th row and column of the inverse synchronous and asynchronous correlation matrix of R and $S(e^{j\omega})$, respectively, and T denotes transposition.

The synchronous and asynchronous correlation matrices are defined by:

$$\begin{aligned} R_{jk} &= \begin{cases} 1 & \text{if } j = k \\ \xi_{jk} & \text{if } j \neq k \end{cases} \\ S_{jk}[0] &= \begin{cases} 1 & \text{if } j = k \\ \rho_{jk} & \text{if } j < k \\ \rho_{kj} & \text{if } j > k \end{cases} \\ S_{jk}[1] &= \begin{cases} 0 & \text{if } j \geq k \\ \rho_{kj} & \text{if } j < k \end{cases} \end{aligned}$$

2 PRELIMINARIES

5

where the matrices elements can be expressed by

$$\begin{aligned}\xi_{jk} &= \xi_{kj} = \int_0^{T_b} s_j(t) s_k(t) \cos(2\pi f_0 t + \phi_j) \cos(2\pi f_0 t + \phi_k) dt \\ \rho_{jk} &= \int_{\tau_j}^{\tau_j + T_b} s_j(t - \tau_j) s_k(t - \tau_k) \cos(2\pi f_0 t + \phi_j) \cos(2\pi f_0 t + \phi_k) dt \\ \rho_{kj} &= \int_{\tau_j}^{\tau_j + T_b} s_j(t - \tau_j) s_k(t - \tau_k + T_b) \cos(2\pi f_0 t + \phi_j) \cos(2\pi f_0 t + \phi_k) dt \\ s_k(t) &= \sqrt{\frac{2}{T_b}} \sum_{i=1}^G d_{ki} p_{T_c}(t - iT_c + T_c)\end{aligned}$$

and T_b is the bit time interval, T_c is the chip period, $s_k(t)$ is the baseband spreading sequence of the k -th user, $d_{ki} \in \{-1, +1\}$, $k = 1, \dots, N$; $i = 1, \dots, G$, p_{T_c} is the unitary rectangular amplitude chip waveform, G is the processing gain, τ_k is the delay of the k -th sequence, ϕ_k is the initial phase of sequence k and f_0 is the frequency of the carrier.

It is important to mention that these expressions are valid for $\tau_k \geq \tau_j$.

2.3.2 Mean Asymptotic Multiuser Efficiency

According to [3], the asymptotic multiuser efficiency for the synchronous and asynchronous case of two users is

$$\begin{aligned}\eta_2^{syn} &= 1 - \xi_{12}^2 \\ \eta_2^{asy} &= \sqrt{\left[1 - (\rho_{12} + \rho_{21})^2\right] \left[1 - (\rho_{12} - \rho_{21})^2\right]}\end{aligned}$$

The aim here is to obtain a mean expression for the asymptotic multiuser efficiency (AME). Although in the synchronous case this task can be performed directly by applying the expectation operator, the AME for the asynchronous case needs an evaluation. Expanding the asynchronous case AME it turns to

$$\eta_2^{asy} = \sqrt{\left[1 - (\rho_{12}^2 + \rho_{21}^2)\right]^2 - 4\rho_{12}^2\rho_{21}^2}$$

Considering that $\sqrt{x^2 - e} \cong x - \frac{e}{2}$ for $e \ll x^2$ and considering from the average point of view that $\overline{\left[1 - (\rho_{12}^2 + \rho_{21}^2)\right]^2} \gg \overline{4\rho_{12}^2\rho_{21}^2}$ then it is possible to rewrite the previous expression as

$$\eta_2^{asy} \cong 1 - (\rho_{12}^2 + \rho_{21}^2) - 2\rho_{12}^2\rho_{21}^2$$

From the average point of view we can write that $1 - \overline{(\rho_{12}^2 + \rho_{21}^2)} \gg \overline{2\rho_{12}^2\rho_{21}^2}$ which allows to write the asynchronous AME as

$$\eta_2^{asy} \cong 1 - (\rho_{12}^2 + \rho_{21}^2) \tag{6}$$

3 MEAN SINR FOR THE MUD-D

6

Based on this approximated expression for the asynchronous AME and on the exact expression for the synchronous AME the mean expressions are:

$$\overline{\eta_2^{syn}} = 1 - \overline{\xi_{12}^2}$$

$$\overline{\eta_2^{asy}} \cong 1 - \overline{\rho_{12}^2} - \overline{\rho_{21}^2}$$

The mean square value of the correlation matrix elements for $i \neq j$ is $\overline{\xi_{ij}^2} = \frac{1}{2G}$ and $\overline{\rho_{ij}^2} = \overline{\rho_{ji}^2} = \frac{1}{6G}$ [3], for synchronous and asynchronous random spreading sequences, respectively. The synchronous case can be employed on the forward link modelling and the asynchronous case on the reverse link modelling of mobile communication systems. Thus, the mean asymptotic multiuser efficiency can be written as a function of G , as follows:

$$\overline{\eta_2^{syn}} = \frac{2G - 1}{2G} \quad (7)$$

$$\overline{\eta_2^{asy}} \cong \frac{3G - 1}{3G} \quad (8)$$

These expressions were achieved for just two users. However, they can be obtained for any number of users by considering that the load $\frac{N-1}{G} = \frac{N'-1}{G'}$ must be constant, for both synchronous and asynchronous cases. For $N = 2$, we have that $G = \frac{G'}{N'-1}$. Substituting G in (7) and (8) and rewriting to the variables G and N , it is easy to show that:

$$\begin{aligned} \overline{\eta}^{syn} &= \frac{2G - N + 1}{2G} \\ \overline{\eta}^{asy} &\cong \frac{3G - N + 1}{3G} \end{aligned} \quad (9)$$

We can write (9) as a function of the system load $\ell = \frac{N-1}{G}$ resulting in

$$\begin{aligned} \overline{\eta}^{syn} &= \frac{2-\ell}{2} \\ \overline{\eta}^{asy} &= \frac{3-\ell}{3} \end{aligned} \quad (10)$$

3 Mean SINR for the MUD-D

Using this definition for $\overline{\eta}$ it is possible to rewrite the mean SINR $\overline{\gamma_b}$ for the multiuser decorrelating case as

$$\begin{array}{ll} \text{MUD - Decorrelating} & \\ \text{Synchronous} & \frac{E_b(2-\ell)}{2N_0} \\ \text{Asynchronous} & \frac{E_b(3-\ell)}{3N_0} \end{array} \quad (11)$$

4 SINR GAIN BETWEEN DECORRELATING AND CONVENTIONAL RECEIVERS 7

Fig. 1 shows a comparison between the mean analytic asymptotic multiuser efficiency given by (10) for the synchronous and asynchronous with the values obtained through Monte Carlo simulation method for $G = 128$. It is clear from the curves that all the previous assumptions were accurate once the analytical curves are very close to the simulated ones. The curves divergence observed on the asynchronous case as the load grows can be explained by the fact that the asynchronous AME mean expression is an approximation. Other approaches could be used performing a similar deduction for $N \neq 2$, nevertheless they are not as simple, nor precise as this one. On the literature the asymptotic multiuser efficiency for the MMSE receiver (which is exactly the same of the MUD-D case) was obtained for the synchronous case [3], [6]. They have also considered baseband transmission. For the asynchronous case a truncated-window decorrelating detector was considered [6]. This approach produces pessimistic results when compared to the true asynchronous case.

4 SINR Gain Between Decorrelating and Conventional Receivers

4.1 AWGN Channel

Comparing (11) to (2) it is possible to define a signal-to-interference-plus-noise ratio (SINR) gain relation between MUD-D and conventional detection receivers as,

$$\mathcal{G} = \begin{cases} \frac{(2-\ell)\left(\ell\frac{E_b}{N_0}+1\right)}{2} & \text{synchronous case} \\ \frac{(3-\ell)\left(2\ell\frac{E_b}{N_0}+3\right)}{9} & \text{asynchronous case} \end{cases} \quad (12)$$

It is easy to show that MUD-D receivers have better SINR than conventional receivers, if the system load respects the following bound:

$$0 \leq \ell \leq \begin{cases} 2 - \frac{1}{\frac{E_b}{N_0}} & \text{synchronous case} \\ 3 - \frac{3}{2\frac{E_b}{N_0}} & \text{asynchronous case} \end{cases} \quad (13)$$

where the upper limit, for $\frac{E_b}{N_0} \gg 1$, is close to 2 and 3 for synchronous and asynchronous cases, respectively. The maximum SINR gain occurs nearly for $\ell \simeq 1$ for the synchronous case and $\ell \simeq \frac{3}{2}$ for the asynchronous case and is given in both cases by

$$\mathcal{G} \simeq \frac{\frac{E_b}{N_0} + 1}{2} \quad (14)$$

5 MEAN BIT ERROR PROBABILITY

8

Notice that the maximum gain depends on $\frac{E_b}{N_0}$. Near the AWGN channel capacity, that is for $\frac{E_b}{N_0} = \ln 2 \simeq 1$ the maximum gain is $\mathcal{G} = 1$. This means that conventional detection with appropriate channel coding may have equivalent performance to MUD-D receivers.

Fig. 2 shows the SINR gain between MUD-D and conventional receivers using (12) as a function of the system load ℓ for $\frac{E_b}{N_0} = 4$ and $\frac{E_b}{N_0} = 10$.

4.2 Frequency-Selective Fading Channel

For the frequency-selective fading channel case, the SINR gain is obtained comparing (11) with (4) which is exactly the same to (12). Hence, all the conclusions from the mean SINR gain expression are the same.

5 Mean Bit Error Probability

Fig. 3 presents a comparative between the mean bit error probability of MUD-D receiver and conventional receiver over a AWGN channel as a function of the system load for $\frac{E_b}{N_0} = 10$ by substituting (10) and (2) in (1). The results of this figure ratify the expressions presented previously.

Fig. 4 presents a comparative between the mean bit error probability of MUD-D receiver and conventional receiver over a frequency-selective fading channel as a function of the system load ℓ for $L = 4$ and $\frac{E_b}{N_0} = 10$ by substituting (4) and (11) in (3).

6 Conclusions

Simple and precise expressions for the synchronous and asynchronous mean AME were proposed. These expressions allow to compare the performance of CDMA systems using conventional and multiuser receivers on AWGN and frequency-selective. The gain obtained when multiuser decorrelating detection is used was described by the gain expressions. It is important to mention that the asynchronous mean AME and the gain expressions are new on literature.

The synchronous case expression for the multiuser decorrelating mean bit error probability proved to be an exact result. The asynchronous expression is a very good tool for analysis not considering a system load greater than 100% which is a scenario where the error due the approx-

7 ACKNOWLEDGMENT

9

imations comes near to 5%. As in real cases, the ordinary analysis is made for loads not greater than 50%, the asynchronous expression can be used with security in real cases evaluation.

7 Acknowledgment

This work has been partially supported by Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq

References

- [1] E. Dahlman, P. Beming, J. Knutsson, F. Ovesjö, M. Persson and C. Roobol - "WCDMA - The Radio Interface for Future Mobile Multimedia Communications" - IEEE Transactions on Vehicular Technology, Vol. 47, No 4, November 1998.
- [2] Y.S. Rao and A. Kripalani - "CDMA2000 Mobile Radio Access for IMT 2000" - ICPWC, 1999.
- [3] S. Verdu - "Multiuser Detection" - Cambridge Press - 1998.
- [4] R. K. Morrow, JR and J. S. Lehnert - "Bit-to-Bit Error Dependence in Slotted DS/SSMA Packet Systems with Random Signature Sequences" - IEEE Transactions on Communications, Vol. 37, No 10, October 1989.
- [5] J.G.Proakis - "Digital Communications" - 3rd ed. New York: McGraw-Hill, 1994.
- [6] U. Madhow and M. L. Honig - "On the Average Near-Far Resistance for MMSE Detection of Direct Sequence CDMA Signals with Random Spreading" - IEEE Transactions on Information Theory, Vol. 45, No. 6, September 1999.

REFERENCES

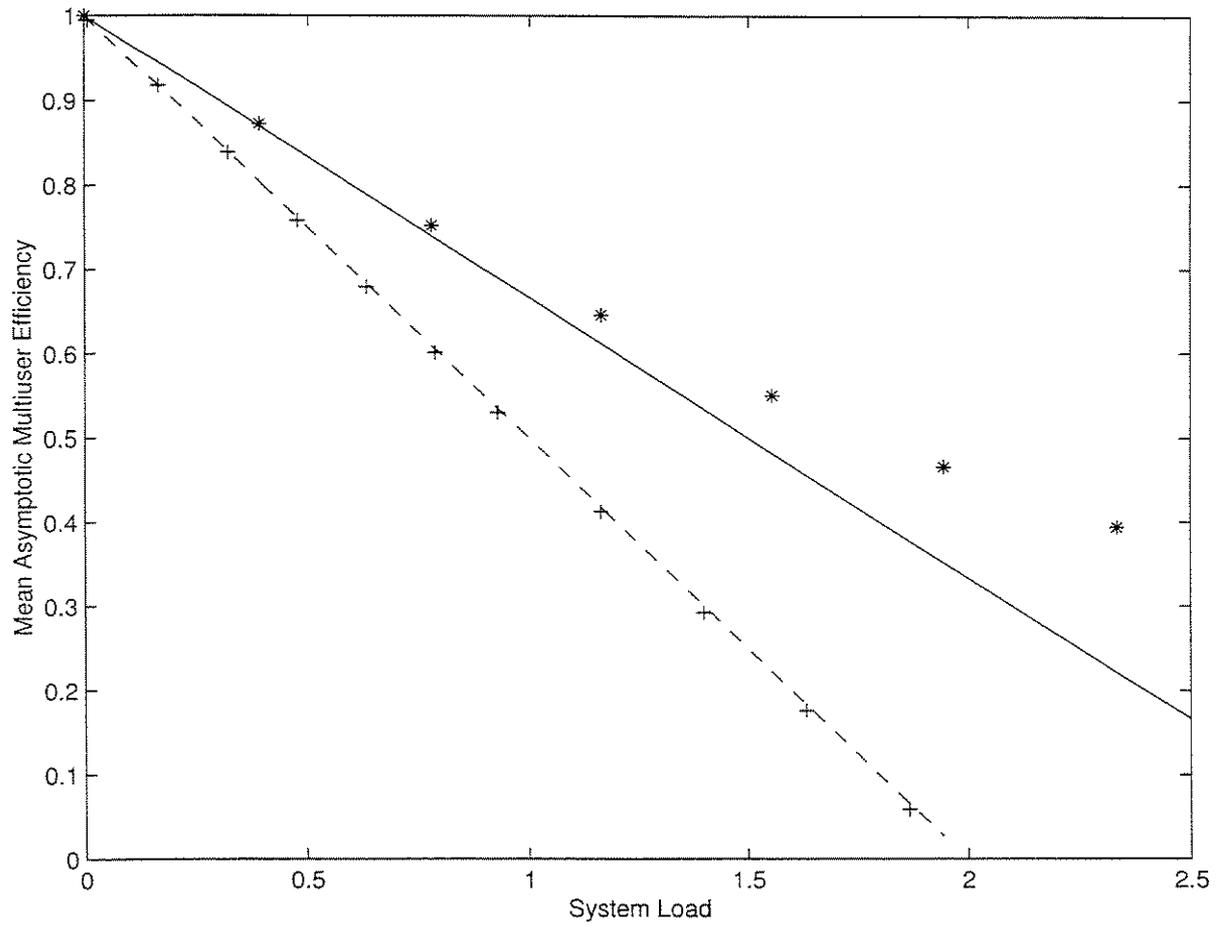


Figure 1: Comparison between the analytic and simulated mean asymptotic multiuser efficiency for synchronous and asynchronous cases as a function of the system load for $G = 128$:
 - - - - synchronous analytic expression + + synchronous simulation * * asynchronous simulation — asynchronous analytic expression.

REFERENCES

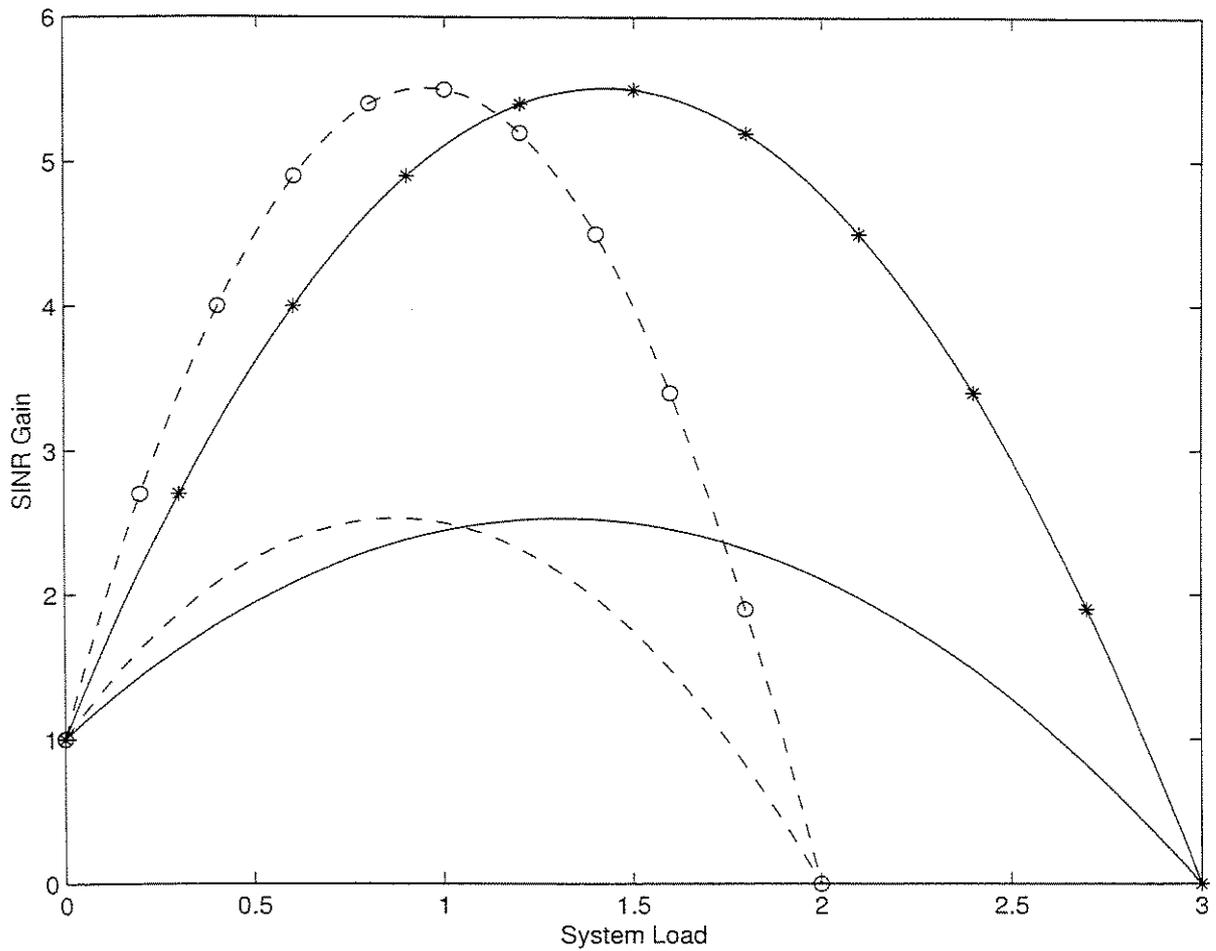


Figure 2: SINR gain between the MUD-D receivers and the conventional receivers as function of the system load ℓ : — synchronous $\frac{E_b}{N_0} = 4$, -+-+ synchronous $\frac{E_b}{N_0} = 10$, - - - asynchronous $\frac{E_b}{N_0} = 4$, -o-o- asynchronous $\frac{E_b}{N_0} = 10$

REFERENCES

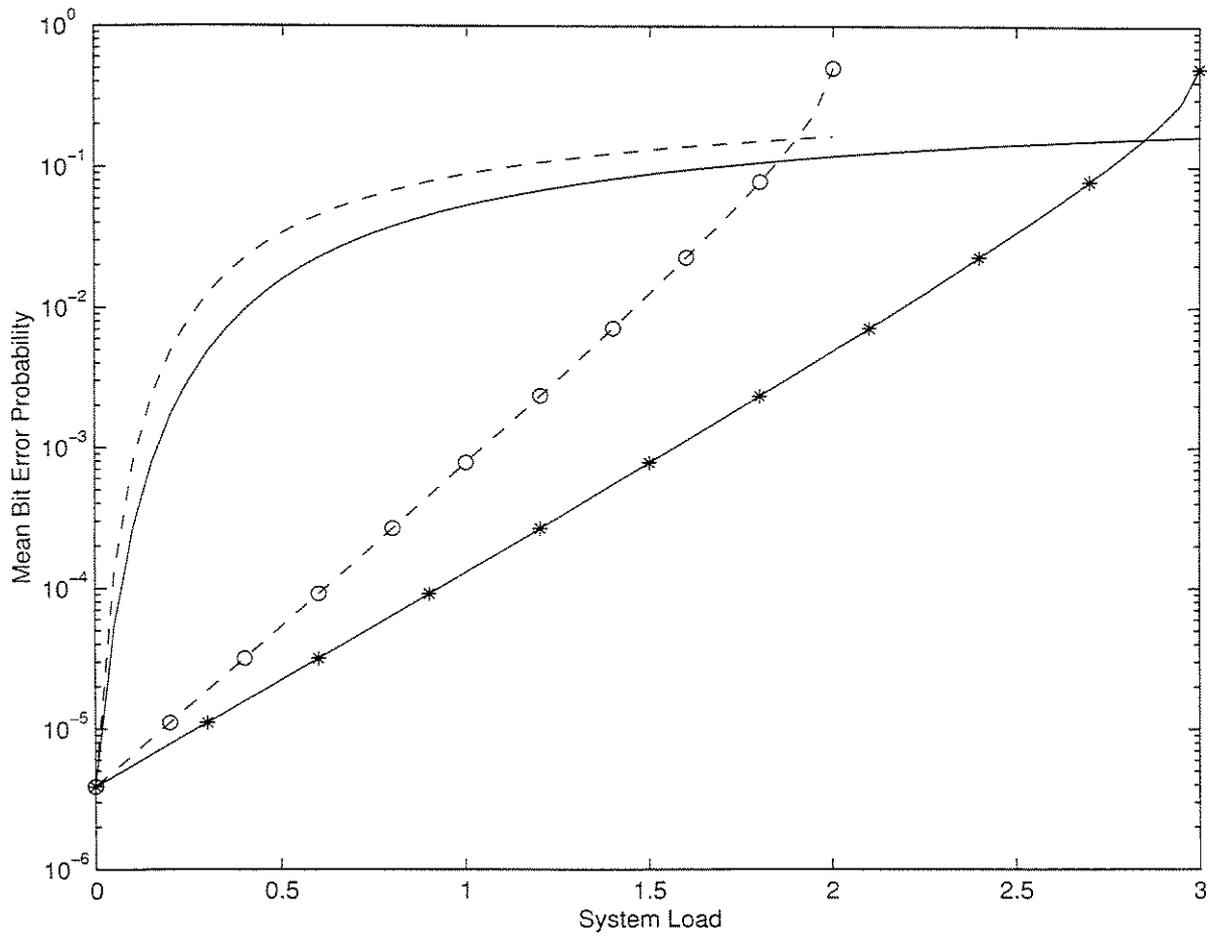


Figure 3: Comparison of the mean bit error probability for MUD-D receivers and conventional receivers for synchronous and asynchronous cases as function of the system load and $\frac{E_b}{N_0} = 10$: — synchronous conventional detection -+--+ synchronous MUD-D ---- asynchronous conventional detection -o-o- asynchronous MUD-D

REFERENCES

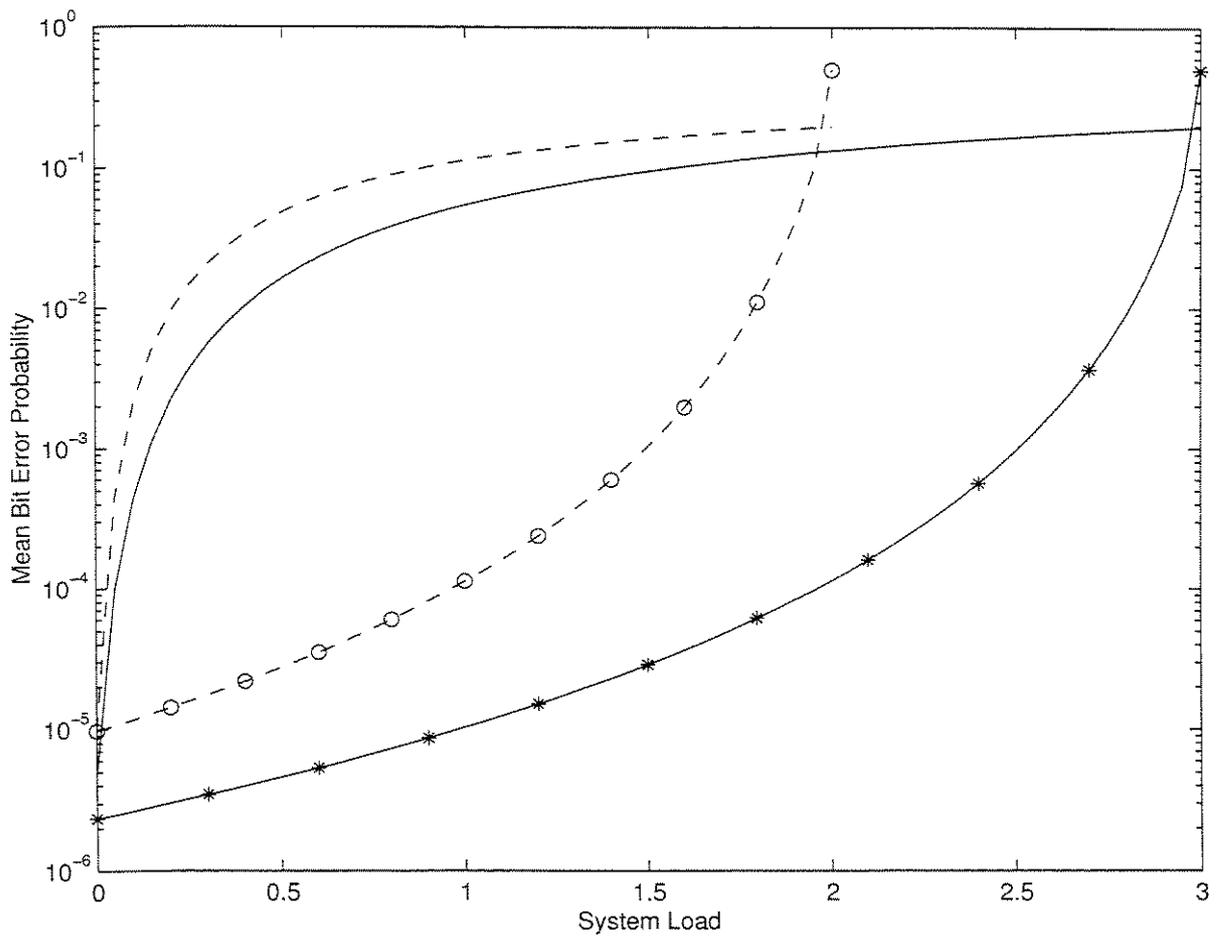


Figure 4: Comparison of the mean bit error probability for MUD-D receivers and conventional receivers for synchronous and asynchronous cases as function of the system load for $L = 4$ and $\frac{E_b}{N_0} = 10$: - - - - - synchronous conventional detection - - o - - o - - synchronous MUD-D ——— asynchronous conventional detection —*—*—* asynchronous MUD-D