

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA DE CAMPINAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

*Este exemplar corresponde à redação final
da tese defendida por Carlos A.F. Murari
e aprovada pela comissão julgadora 27/5/86
Alcir Monticelli*

ESTIMAÇÃO DE ESTADO E ANÁLISE DE OBSERVABILIDADE
EM REDES DE ENERGIA ELÉTRICA UTILIZANDO
TRANSFORMAÇÃO ORTOGONAL

CARLOS ALBERTO FAVARIN MURARI

ORIENTADOR: PROF. ALCIR JOSÉ MONTICELLI

TESE APRESENTADA À FACULDADE DE ENGENHARIA DE CAMPINAS - UNICAMP
COMO PARTE DOS REQUISITOS EXIGIDOS PARA A OBTENÇÃO DO
TÍTULO DE DOUTOR EM ENGENHARIA ELÉTRICA.

MAIO DE 1986

UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL

RECONHECIMENTO

Sem o incentivo, a orientação e a dedicação de
Alcir J. Monticelli;

a colaboração prestimosa de Ariovaldo V. Garcia;

o apoio dos colegas e

a compreensão da família;

este trabalho não teria atingido o seu objetivo.

DEDICATORIA

A

IDANI

RODRIGO

LUCIANA

SINOPSE

A estimação de estado em sistemas de energia elétrica é formulada como um problema de Quadrados Mínimos Ponderados (QMP), cuja solução tem sido obtida pelo Método das Equações Normais. Porém, as equações normais podem apresentar situações de mau condicionamento com resultados insatisfatórios. Métodos baseados em Transformações Ortogonais superam este mau condicionamento numérico mas não apresentam um grau de esparsidade tão bom quanto o das Equações Normais. Visando aliar a superior estabilidade numérica das técnicas de ortogonalização à esparsidade das equações normais, elaborou-se o Método Híbrido para a Estimação de Estado [22]. Este método resolve iterativamente as equações normais, sendo que a fatoração triangular é realizada por meio de transformações ortogonais. Um programa convencional que soluciona o problema QMP usando equações normais, pode ser facilmente modificado, alterando-se as subrotinas de formação e fatoração triangular da matriz ganho.

Testes realizados evidenciam a estabilidade e a robustez numérica do Método Híbrido, sem prejuízo da esparsidade. Diante da boa eficiência deste método, neste trabalho propõe-se a sua aplicação à Análise de Observabilidade em redes de energia elétrica, visto que a estimação de estado é viável desde que hajam medidas não só em quantidade suficiente, mas distribuídas convenientemente, caso contrário, o estado estimado comprometerá toda e qualquer outra análise do sistema: fluxos de potência, análise de contingências, estudos de curto-circuito, etc..

Há duas abordagens para a análise de observabilidade:

- . métodos combinatórios ou topológicos
- . métodos baseados em fatoração triangular (numéricos)

Neste trabalho optou-se pelos métodos baseados em fatoração triangular, procurando-se aproveitar os algoritmos desenvolvidos para a Estimação de Estado com base em Transformação Ortogonal. A extensão dos métodos Híbrido e/ou Transformações Ortogonais à análise de observabilidade não é trivial, uma vez que a matriz ganho não é formada explicitamente nos algoritmos de estimação de estado baseados nestes métodos. A abordagem que se propõe, é um teste de observabilidade durante a fatoração ortogonal da matriz Jacobiana. Se existentes, as medidas redundantes são separadas do conjunto de medidas e as ilhas observáveis são identificadas pela aplicação de um estimador DC. O algoritmo de observabilidade que utiliza subrotinas existentes em programas baseados em transformação ortogonal, é testado em diferentes configurações, confirmando a eficiência esperada.

NOTAÇÃO

As matrizes estão representadas por letras maiúsculas com ou sem índices e símbolos do tipo: \hat{A} , \tilde{A} , \bar{A} .

Os vetores estão representados por letras maiúsculas ou minúsculas sublinhadas, com ou sem índices e símbolos acima.

As grandezas escalares estão representadas por letras dos alfabetos Grego e Romano, com ou sem índices.

O símbolo $\| \cdot \|$ refere-se tanto à norma matricial consistente no $R^{N \times N}$ satisfazendo a $\| I \| = 1$ (I - matriz identidade) como à norma vetorial no R^N consistente com a norma matricial [37 pág.187]. Na literatura [38] é denominada de norma "spectral".

O símbolo $\| \cdot \|_2$ refere-se à norma-2 cujas propriedades particulares [37 pág.180] constam do Apêndice III.

A n-ésima medida de fluxo ou injeção de potência ativa é representada por s_n .

ÍNDICE

PÁG.

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO	- - - - -	1.1
1.1. Estimação de Estado	- - - - -	1.6
1.2. Análise de Observabilidade	- - - - -	1.12
1.3. Conteúdo	- - - - -	1.14

CAPÍTULO 2

QUADRADOS MÍNIMOS PONDERADOS	- - - - -	2.1
2.1. Método das Equações Normais	- - - - -	2.1
2.2. Mau Condicionamento	- - - - -	2.7
2.3. Exemplos de Mau Condicionamento	- - - - -	2.9
2.4. Sinopse	- - - - -	2.13

CAPÍTULO 3

TRANSFORMAÇÕES ORTOGONAIS	- - - - -	3.1
3.1. Matriz Ortogonal	- - - - -	3.1
3.2. Transformação Ortogonal Aplicada ao Problema QMP		3.2
3.3. Esparsidade da Matriz Q	- - - - -	3.6
3.4. Transformação de Householder	- - - - -	3.8
3.5. Transformação de Givens	- - - - -	3.10
3.6. Householder vs Givens	- - - - -	3.13
3.7. Esquemas de Ordenação	- - - - -	3.17
3.8. Sinopse	- - - - -	3.19

CAPÍTULO 4

MÉTODO HÍBRIDO	4.1
4.1. Descrição do Método	4.1
4.2. Exemplos	4.4
4.3. Esquema de Ordenação	4.7
4.4. Técnica de Agrupamento de Medidas	4.9
4.5. Sinopse	4.13

CAPÍTULO 5

ANÁLISE DE OBSERVABILIDADE	5.1
5.1. Observabilidade	5.1
5.2. Rede Não-Observável	5.8
5.3. Análise de Observabilidade via Transformação Ortogonal	5.11
5.4. Determinação de Ilhas Observáveis	5.14
5.5. Algoritmo A	5.19
5.6. Exemplos	5.21
5.7. Medidas Redundantes	5.28
5.8. Algoritmo B	5.32
5.9. Exemplo Detalhado	5.34
5.10. Exemplos	5.39
5.11. Sinopse	5.44

CAPÍTULO 6

COMENTÁRIOS E CONCLUSÕES	6.1
--------------------------	-----

CAPÍTULO 1

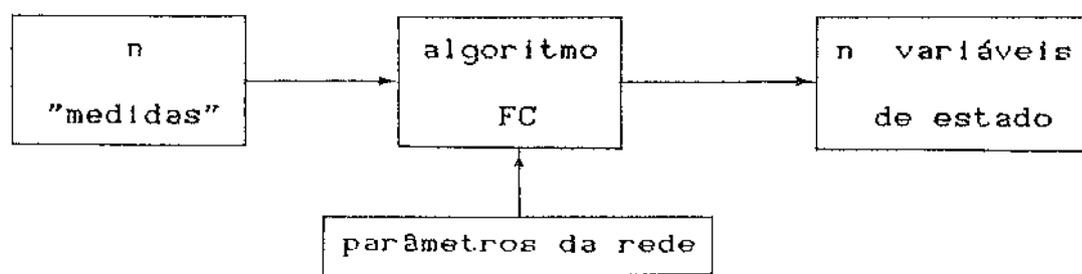
INTRODUÇÃO

A realização de funções avançadas de controle em tempo-real em redes de energia elétrica, via centros de controle, está condicionada à formação de bancos de dados que contenham informações sobre a configuração, os parâmetros (resistências, reatâncias, etc.) e o estado (magnitudes e ângulos das tensões nodais) da rede. Portanto, é essencial a existência de algoritmos que forneçam a configuração (configurador) e o estado (estimador) dando suporte à execução das funções normalmente executadas em um centro de supervisão e controle. Reportando-se ao estimador de estado, a ele compete:

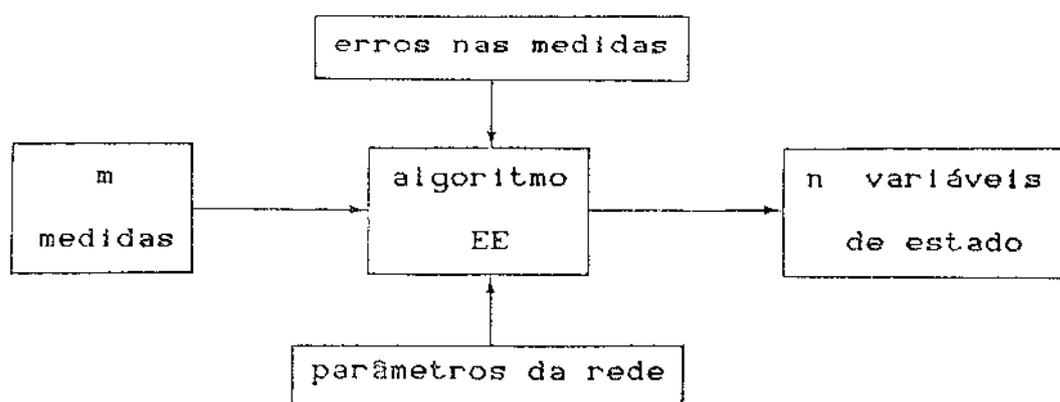
- . fornecer a melhor estimativa do estado;
- . detectar, identificar e suprimir medidas com erros inaceitáveis (erros grosseiros);
- . estimar valores de grandezas cujas medidas não são realizadas ou então eliminadas em virtude de erros grosseiros.

Estas atribuições são possíveis de se realizar devido a um fator primordial, qual seja: a quantidade de medidas ser superior (1,5 a 2,5 vezes) ao mínimo necessário para se obter o estado da rede. Isto permite a implementação de um processo de filtragem que viabiliza a detecção, identificação e eliminação de medidas com erros grosseiros, assegurando uma alta confiabilidade dos valores das grandezas que direta ou indiretamente podem ser obtidas a partir dos resultados do estimador de estado.

A existência de informação redundante bem como a capacidade de filtragem constituem as diferenças básicas entre um algoritmo EE (Estimador de Estado) e um algoritmo FC (Fluxo de Carga). Uma comparação entre os aspectos fundamentais destes algoritmos é apresentada na figura 1.1 [36]. Deve-se observar que no caso do algoritmo EE, as medidas são obtidas em tempo real, enquanto que no algoritmo FC as "medidas" são de fato, estimativas ou extrapolações utilizadas em estudos "off-line" como é o caso do planejamento da operação e da expansão de redes de energia elétrica.



a) Fluxo de Carga



b) Estimador de Estado

Fig. 1.1 - Comparação básica entre EE e FC

Contudo, além da quantidade, há um outro aspecto igualmente importante que é a distribuição das medidas (locais de medição), pois a estimação de estado em toda a rede é possível se há uma distribuição uniforme das medidas. Sob este enfoque, classifica-se como observável uma rede de energia elétrica cujo conjunto de medidas viabiliza a estimação do estado, sendo que a observabilidade depende da quantidade e de uma distribuição uniforme de medidas, o que pode ser expresso em termos de redundância global e redundância local. O grau de redundância global (GR) de uma rede é dado por:

$$GR = \frac{m}{n} \quad (1.1)$$

onde m é o número de medidas e n é o número de variáveis de estado.

$GR = 2$ é em geral condição necessária para se garantir uma boa qualidade de filtragem, incluindo a eliminação de erros grosseiros. Porém, não é condição suficiente pois é igualmente importante que as medidas estejam uniformemente distribuídas em toda a rede, o que implica em se ter redundâncias locais em torno de 2. Entenda-se por redundância local, o GR calculado para qualquer subconjunto dos nós da rede associado a um respectivo subconjunto das medidas.

Neste trabalho, quando se menciona que uma rede é observável refere-se à rede que é totalmente observável e no caso de não ser observável, ela pode apresentar [13]:

- . ilhas observáveis - conjuntos de nós entre os quais o fluxo em qualquer ligação pode ser determinado;
- . ilhas não-observáveis - conjuntos de nós entre os quais os fluxos nas ligações não podem ser determinados.

Embora, de modo geral, as redes sejam projetadas para serem observáveis em diversas condições de operação, elas podem tornar-se temporariamente não-observáveis devido a alterações topológicas ou falhas no sistema de telecomunicações. Neste contexto, as seguintes questões se fazem presentes:

- . há suficientes medidas em tempo-real tornando possível a estimação do estado ?
- . se não há, em que partes da rede pode-se obter o estado com as medidas disponíveis ?
- . como estimar o estado nas ilhas observáveis ?
- . como seleccionar medidas adicionais (pseudo-medidas) a serem incluídas no conjunto de medidas, viabilizando a estimação do estado, ou seja, tornando a rede observável ?
- . como garantir que a inclusão de pseudo-medidas não deteriore a qualidade do estado estimado ?

Neste trabalho são expostos os fundamentos teóricos que conduzem às respostas a estas perguntas e à elaboração de algoritmos contendo testes de observabilidade, identificação de ilhas observáveis e localização de medidas, compondo o que se denomina de Análise de Observabilidade.

Antes de se detalhar o conteúdo e a contribuição deste trabalho, nos itens a seguir apresenta-se uma suscinta revisão bibliográfica sobre Estimação de Estado e Análise de Observabilidade.

1.1. Estimação de Estado (EE)

Os primeiros estudos em EE publicados em periódicos internacionais como o IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, ocorreram em 1970 [1 a 7].

Schweppe, Wildes e Rom [1-3] elaboraram os conceitos básicos que norteiam a EE em redes de energia elétrica e propuseram algoritmos para a Estimação Estática de Estado (EEE). Eles formularam a EEE como um problema de Quadrados Mínimos Ponderados (QMP) cuja matriz de ponderações é a inversa da matriz covariância dos erros nas medidas. A solução é obtida mediante um procedimento iterativo conhecido na literatura como Método das Equações Normais.

Larson, Tinney e outros [4,5] confirmaram que a formulação QMP garantia a mais precisa estimativa do estado da rede, pois ela faz uso da modelagem da rede, das medidas e, ocasionalmente, do conhecimento prévio dos valores de algumas variáveis. Eles evidenciaram a importância de se ter uma quantidade de medidas superior ao mínimo necessário para a obtenção do estado, viabilizando a implementação de um processo de detecção, identificação e filtragem de medidas com erros anormais. Nos casos em que a quantidade é insuficiente, a estimação do estado poderá ser realizada complementando-se com grandezas cujos valores são previsíveis como por exemplo, barras cujas potências ativa e reativa são nulas (barras sem carga). Tais grandezas são denominadas pseudo-medidas.

Stagg, Dopazo e outros [6-8] em seus estudos de técnicas para o cálculo do fluxo de potência em tempo-real, incluíram os aspectos práticos do sistema de telemedição. Eles também ressaltaram a necessidade de se ter medidas redundantes para se assegurar uma boa qualidade dos resultados, pois falhas ocorrem tanto nos medidores como nos sistemas de comunicações. Eles analisaram dois métodos para obter o fluxo de potência [6]:

- . Quadrados Mínimos Ponderados (QMP)
- . Equações Independentes (EI)

O método EI consiste de soluções sucessivas das equações de fluxo de potência e obtenção de uma matriz de sensibilidade para a análise dos erros nos fluxos nas ligações e o cálculo das grandezas desconhecidas. Segundo os autores, EI é compatível com o Método Newton-Raphson para o cálculo do fluxo de potência, sendo que a matriz de sensibilidade é um subproduto deste método. Entretanto, EI requer uma boa qualidade das grandezas necessárias à solução das equações e na prática, um bom condicionamento das medidas é algo infactível. Neste aspecto, o método QMP não necessita de dados precisos mas, a característica dos erros é uma informação necessária para se determinar valores adequados para os fatores de ponderação.

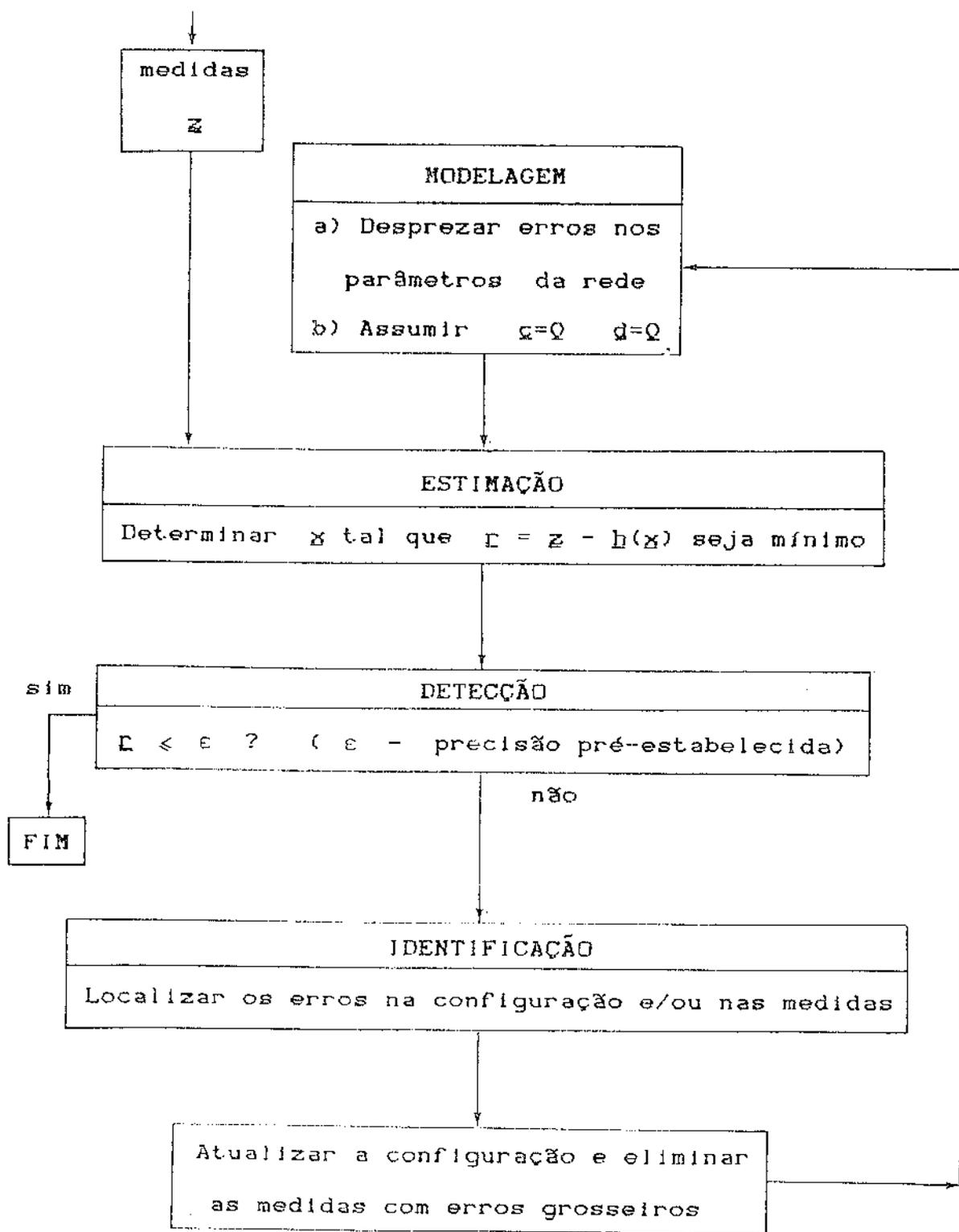
Em um apêndice da ref. [6], eles apontaram as dificuldades numéricas encontradas com o método QMP devido ao mau condicionamento das equações. Em [7], propuseram uma outra metodologia para a solução do problema de fluxo de potência em tempo-real: o uso

de medidas de fluxos nas ligações entre barras que segundo eles, não apresentou as desvantagens até então inerentes aos métodos QMP e EI. Em [8], além de descreverem uma solução numérica para este tipo de abordagem, comentam alguns assuntos correlatos: a escolha dos fatores de ponderação relativos às medidas de fluxos; um método para se determinar com que periodicidade calcular o estado estimado e aspectos das medidas das tensões nodais.

Schwepe e Handschin [10] revisaram a bibliografia referente à EE no período de 1968 a 1973 e caracterizaram o estimador como um processo constituído dos seguintes passos (figura 1.2):

- 1 - Modelagem matemática da rede
- 2 - Estimação do estado: magnitude e ângulo das tensões nas barras
- 3 - Detecção de erros na configuração e/ou nas medidas
- 4 - Identificação dos erros na configuração e/ou das medidas com erros grosseiros

Em [10] estão descritos e analisados métodos de solução para cada passo.



c - erros na configuração d - erros nas medidas

Fig. 1.2 - Operações Básicas em um Estimador de Estado

Horisberger, Richard e Rossier propuseram-se a elaborar um novo algoritmo para a EE. A metodologia que eles adotaram para a solução do estimador formulado como um problema QMP, consistia no desacoplamento $P-\theta / Q-V$ e soluções alternadas das equações não-lineares relativas às partes ativa e reativa.

Garcia, Monticelli e Abreu [12] testaram dois tipos de "Estimador Rápido Desacoplado" (ERD), com uma metodologia muito similar à adotada por Stott e Alsac [9] na solução do problema de fluxo de potência. Além de ressaltarem a superioridade do ERD em relação às rotinas até então propostas para a solução do problema QMP, eles evidenciaram a eficiência do novo estimador na detecção de medidas com erros grosseiros. Garcia [13] verificou que os métodos desacoplados são tão confiáveis quanto o método clássico (QMP via equações normais) e devem ser preferidos em relação a este, por apresentarem uma programação bem mais simples, serem mais rápidos e ainda exigirem um esforço computacional menor. Um outro aspecto também abordado por Garcia, foi a confiabilidade da identificação e recuperação de medidas com erros grosseiros via matrizes covariâncias aproximadas (desacoplamento $P-\theta / Q-V$), constatando que mesmo em condições críticas, o processamento de erros grosseiros teve bom desempenho.

Allemon, Radu e Sasson [14] testaram 26 alternativas de abordagem do problema QMP que consistiram na aplicação de hipóteses simplificadoras no algoritmo QMP proposto por Schweppe, Wildes e Rom [1-3]. Após o estudo destes métodos em 9 redes com características distintas entre si, eles concluíram que a melhor

versão de ERD era a que já havia sido implementada no centro de controle de Furnas (1980), em extensão às pesquisas desenvolvidas em [12,13] (Machado, Stott e Monticelli [14-discussões]).

Simões-Costa e Quintana [15-17] cientes de que o problema QMP resolvido pelo Método das Equações Normais tende a situações de mau condicionamento numérico, propuseram a aplicação de métodos de Transformação Ortogonal (TO) em EE. Em [15], eles fundamentaram-se no método de Golub [18] para a elaboração de um algoritmo mais eficiente do ponto de vista numérico. O método consiste de sucessivas aplicações das matrizes de transformação ortogonal de Householder [19] as quais são muito bem condicionadas. Em [16,17] eles estenderam os métodos TO a Estimadores Sequenciais cuja característica básica é o processamento das medidas uma por vez. Foi desenvolvida uma metodologia para EE baseada na transformação ortogonal de Givens [20].

Wang e Quintana [21] elaboraram um algoritmo EE visando aproveitar as vantagens dos algoritmos desacoplados e as dos algoritmos baseados em transformação ortogonal, quais sejam: rapidez e confiabilidade, respectivamente.

Tendo como objetivo conciliar a robustez numérica dos métodos TO com a boa esparsidade peculiar do Método Iterativo das Equações Normais, Monticelli, Murari e Wu [22] propuseram o Estimador Híbrido, de fácil implementação (poucas modificações em um Estimador QMP) e numericamente robusto e estável. Os testes realizados em algumas redes confirmaram estes aspectos.

versão de ERD era a que já havia sido implementada no centro de controle de Furnas (1980), em extensão às pesquisas desenvolvidas em [12,13] (Machado, Stott e Monticelli [14-discussões]).

Simões-Costa e Quintana [15-17] cientes de que o problema QMP resolvido pelo Método das Equações Normais tende a situações de mau condicionamento numérico, propuseram a aplicação de métodos de Transformação Ortogonal (TO) em EE. Em [15], eles fundamentaram-se no método de Golub [18] para a elaboração de um algoritmo mais eficiente do ponto de vista numérico. O método consiste de sucessivas aplicações das matrizes de transformação ortogonal de Householder [19] as quais são muito bem condicionadas. Em [16,17] eles estenderam os métodos TO a Estimadores Sequenciais cuja característica básica é o processamento das medidas uma por vez. Foi desenvolvida uma metodologia para EE baseada na transformação ortogonal de Givens [20].

Wang e Quintana [21] elaboraram um algoritmo EE visando aproveitar as vantagens dos algoritmos desacoplados e as dos algoritmos baseados em transformação ortogonal, quais sejam: rapidez e confiabilidade, respectivamente.

Tendo como objetivo conciliar a robustez numérica dos métodos TO com a boa esparsidade peculiar do Método Iterativo das Equações Normais, Monticelli, Murari e Wu [22] propuseram o Estimador Híbrido, de fácil implementação (poucas modificações em um Estimador QMP) e numericamente robusto e estável. Os testes realizados em algumas redes confirmaram estes aspectos.

1.2. Análise de Observabilidade

Schweppe e Wildes [1] também estudaram o problema da observabilidade. Eles comentaram a influência que a localização (além do tipo, precisão e quantidade) dos medidores pode exercer no desempenho do estimador.

Como relatado por Simões-Costa, Quintana e Mandel [17,28], métodos do tipo tentativa e erro; avaliações do sistema de medição via número de condicionamento; critérios do tipo eliminação sequencial das medidas que não afetam significativamente a qualidade do estado estimado; formulações baseadas na teoria de controle linear, em programação não-linear, etc., e algumas outras abordagens foram investigadas e propostas no sentido de equacionar o problema da observabilidade em redes de energia elétrica.

Basicamente há duas abordagens para a análise de observabilidade:

- . métodos combinatórios ou topológicos
- . métodos baseados em fatoração triangular

Cientes de que o problema da observabilidade está relacionado com o posto ("rank") da matriz Jacobiana e que o seu cálculo é um procedimento computacional demorado, mesmo em situações de matrizes bem condicionadas, Clements, Krumpholz e Davis [23-27] propuseram algoritmos de observabilidade com base na teoria de grafos.

Argumentando que os métodos baseados em cálculos em ponto flutuante demandavam muito tempo (inadequados para aplicações em tempo-real) e que não permitiam localizar a causa da não observabilidade, Simões-Costa, Quintana e Mandel [17,28] também optaram por desenvolver algoritmos topológicos.

Monticelli e Wu sugeriram um método de análise de observabilidade baseado na fatoração triangular da matriz ganho [29,30] e da matriz Jacobiana [31]. Este método é de fácil implementação pois utiliza subrotinas já existentes em programas da EE. Além disso possibilita um tratamento unificado para os problemas de análise de observabilidade topológica e observabilidade numérica.

A seguir descreve-se o conteúdo deste trabalho, procurando-se visualizar o contexto no qual ele se insere.

1.3. Conteúdo

No Capítulo 2 apresenta-se o estimador de estado formulado como um problema de Quadrados Mínimos Ponderados (QMP) e um estudo sobre o mau condicionamento numérico existente em determinadas situações, quando da abordagem do problema QMP via Método das Equações Normais. Com exemplos ilustrativos procura-se caracterizar estas situações.

No Capítulo 3 discorre-se sobre os métodos de Transformação Ortogonal (TO) aplicados ao problema QMP, os quais apresentam uma robustez numérica superior mas em prejuízo da esparsidade. São descritos e comparados entre si, os métodos de transformação de Householder e de Givens.

No Capítulo 4 descreve-se o Método Híbrido proposto por Monticelli, Murari e Wu [22]. Este método concilia a robustez numérica dos métodos TO com a esparsidade peculiar do Método das Equações Normais. Os exemplos do Capítulo 2 são retomados, proporcionando uma avaliação do comportamento do Método Híbrido em situações de mau condicionamento numérico e, com redes reais, mostra-se como o Método Híbrido dotado de um esquema de ordenação adequado, apresenta uma esparsidade tão boa quanto a do Método das Equações Normais.

No Capítulo 5 apresenta-se o conceito de observabilidade e a caracterização das redes de energia elétrica em observáveis e não-observáveis; a aplicação dos métodos TO na análise de obser-

vabilidade e transcreve-se o algoritmo proposto por Monticelli e Wu [31] (Algoritmo A). É neste capítulo que se encontra a contribuição maior deste trabalho, qual seja: com base no Algoritmo A, propõe-se o Algoritmo B que além das funções desempenhadas pelo outro, tem o recurso da classificação das medidas em básicas e redundantes.

No Capítulo 6 encontram-se as conclusões e o que, no momento, visualizam-se como possíveis aplicações para os estudos realizados.

Nos Apêndices são apresentados resumos sobre os seguintes assuntos:

- (I) eliminação de Gauss e decomposição de Cholesky;
- (II) expressões para obter os elementos da matriz Jacobiana e algumas versões de estimadores desacoplados;
- (III) expressões relativas a número de condicionamento;
- (IV) expressões relativas à transformação de Householder;
- (V) um estudo preliminar sobre detecção e identificação de medidas com erros grosseiros.

CAPÍTULO 2

QUADRADOS MÍNIMOS PONDERADOS

Apresenta-se uma revisão suscinta da Estimação de Estado formulada como um problema de Quadrados Mííimos Ponderados (QMP) e de sua soluçáo através do Método das Equaçóes Normais. O eventual mau condicionamento das Equaçóes Normais é analisado via número de condicionamento e exemplificado, visando-se uma melhor caracterização deste aspecto.

2.1. Método das Equaçóes Normais

O conjunto de medidas, o estado verdadeiro e os erros de medição podem ser relacionados através de uma expressão não-linear do tipo:

$$\underline{z} = \underline{h}(\underline{x}) + \underline{w} \quad (2.1)$$

sendo

- \underline{z} - vetor de medidas ($m \times 1$)
- $\underline{h}()$ - vetor de funções não-lineares ($m \times 1$)
- \underline{x} - vetor das variáveis de estado ($n \times 1$)
- \underline{w} - vetor dos erros nas medidas ($m \times 1$)
- n - número de variáveis de estado ($n = 2.NB-1$)
- NB - número de barras (nós) na rede
- m - número de medidas

Note-se que w não inclui outros tipos de erros: topológico, de parâmetros, etc., o que caracteriza a adoção de um modelo determinístico para a representação da rede elétrica. Exclui-se do vetor x o ângulo da barra de referência.

O vetor do estado x é definido como sendo

$$x = \begin{bmatrix} \underline{\theta} \\ \underline{v} \end{bmatrix} \begin{array}{l} \rightarrow \text{ângulos das tensões nodais} \\ \rightarrow \text{magnitudes das tensões nodais} \end{array} \quad (2.2)$$

O vetor de medidas pode ser colocado na forma:

$$z = [T^{\text{med}} \quad P^{\text{med}} \quad U^{\text{med}} \quad Q^{\text{med}} \quad V^{\text{med}}]^t \quad (2.3)$$

onde o índice med indica as grandezas medidas:

$$T_i^{\text{med}} = P_{k\ell} \rightarrow \text{fluxo de potência ativa da barra } k \text{ para } \ell$$

$$P_i^{\text{med}} \rightarrow \text{injeção de potência ativa na barra } i$$

$$U_i^{\text{med}} = Q_{k\ell} \rightarrow \text{fluxo de potência reativa da barra } k \text{ para } \ell$$

$$Q_i^{\text{med}} \rightarrow \text{injeção de potência reativa na barra } i$$

$$V_i^{\text{med}} \rightarrow \text{magnitude da tensão na barra } i$$

O estado estimado (\hat{x}) é determinado de forma a minimizar a função $J(x)$:

$$J(x) = [z - h(x)]^t \cdot W \cdot [z - h(x)] \quad (2.4)$$

onde W é uma matriz de ponderações dada pela inversa da matriz covariância dos erros nas medidas:

$$W = [E(w \cdot w^t)]^{-1} \quad (2.5)$$

e ainda, t indica transposição e $E(\cdot)$ é a esperança matemática.

A solução é obtida tomando-se o gradiente de $J(x)$ em relação a x e igualando-o a zero:

$$\nabla J(x) = -2 \cdot H^t(x) \cdot W \cdot [z - h(x)] = 0 \quad (2.6)$$

onde $H(x)$ é a matriz Jacobiana:

$$H(x) = \frac{\partial h(x)}{\partial x} \quad (2.7)$$

Assim, o problema de minimizar $J(x)$ reduz-se à solução do sistema de equações não-lineares (2.6).

Em virtude das não-linearidades em $h(x)$, a solução é obtida via procedimento iterativo, linearizando-se $h(x)$ em torno de um ponto x^k :

$$h(x) = h(x^k) + H(x^k) \cdot \Delta x^k \quad (2.8)$$

Substituindo-se (2.9) em (2.6) tem-se a recorrência:

$$H^t(x^k) \cdot W \cdot H(x^k) \cdot \Delta x^k = H^t(x^k) \cdot W \cdot [z - h(x^k)] \quad (2.9)$$

Definindo-se como matriz ganho $G(x^k)$:

$$G(x^k) = H^t(x^k) \cdot W \cdot H(x^k) \quad (2.10)$$

tem-se:

$$G(x^k) \cdot \Delta x^{k+1} = H^t(x^k) \cdot W \cdot [z - h(x^k)] \quad (2.11)$$

$$x^{k+1} = x^k + \Delta x^{k+1}$$

para $k = 1, 2, 3, \dots$ até que seja obtida convergência.

O processo de obtenção de x é baseado nesta recorrência. Assume-se um valor inicial x^0 ($k=0$) e o processo iterativo finda quando $|\Delta x_i^{k+1}| \leq \epsilon$ ($i = 1, \dots, n$), com a tolerância ϵ fixada a priori. Pode-se iniciar o processo com o perfil plano ("flat start"), isto é, todas as magnitudes das tensões iguais a 1,0 pu e todos os ângulos iguais a zero, a menos que se conheça um melhor valor para x^0 .

As equações (2.11) são as Equações Normais para o problema QMP na forma linearizada [37, págs. 220-221]:

$$\min J(\Delta x) = [\Delta z - H(x) \cdot \Delta x]^t \cdot W \cdot [\Delta z - H(x) \cdot \Delta x] \quad (2.12)$$

Uma solução única para o sistema linear (2.11) será obtida se a matriz $G(x)$ for não-singular, o que equivale a afirmar-se que a rede elétrica deve ser observável ou ainda, que existem medidas suficientes e adequadamente distribuídas, tornando possível a determinação do estado em todas as barras. Sob outro ângulo, isto corresponde a exigir que o posto de $H(x)$ seja máximo, isto é, igual ao número de colunas. Este aspecto é abordado em detalhes no Capítulo 3.

A matriz $G(x)$ é esparsa (número reduzido de elementos não-nulos), possibilitando o uso de técnicas de esparsidade para resolver o sistema (2.11) - somente os elementos não-nulos são armazenados e operados. Verifica-se ainda, que a matriz $G(x)$ varia pouco de iteração para iteração, o que permite mantê-la constante [33] durante algumas iterações, reduzindo o esforço computacional necessário para a estimação do estado. Em particular, nos métodos desacoplados rápidos [11,12] a matriz $G(x)$ é mantida constante durante todo o processo iterativo.

A abordagem do problema QMP via equações normais (2.11), tem como primeiro passo a fatoração triangular da matriz $G(x)$ via método de eliminação de Gauss ou método de Cholesky (vide Apêndice 1).

Tendo-se $G(x)$ na forma fatorada, três versões são possíveis:

- a) Dado que H e G são funções de x (vetor estado), a cada iteração, H e G são formadas e G é fatorada [1-3].

- b) Mantém-se $H(x)$ constante por algumas iterações e recalculando-a quando, por algum critério, se julgar necessário [1-3].
- c) Aplica-se o método desacoplado e $H(x)$ é mantida constante em todo o processo iterativo [12,13].

A adoção de um dos procedimentos: b) ou c), é bastante interessante, visto que em testes com sistemas reais constata-se que a matriz $G(x)$ varia pouco durante o processo iterativo, o que torna possível a utilização dos mesmos fatores triangulares. Com o desenvolvimento de estimadores desacoplados (opção c), conciliou-se a simplicidade e a rapidez à confiabilidade. Ressalte-se que pelo fato de os fatores triangulares das matrizes ganho desacopladas permanecerem constantes, o maior esforço computacional na solução do sistema (2.11) está na obtenção de $[z - h(x^k)]$.

As expressões de $h(x)$, os elementos de $H(x)$ (derivadas de $h(x)$ em relação a x) e uma síntese sobre estimadores desacoplados rápidos constam do Apêndice II.

No item a seguir ressaltam-se o aspecto de as equações normais poderem apresentar um mau condicionamento que compromete a qualidade dos resultados ou, por se tratar de um processo iterativo, incorre em um elevado número de iterações para convergir, podendo até mesmo não convergir, isto é, não satisfazer um critério de convergência mínimo. O assunto é realçado com exemplos.

2.2. Mau Condicionamento

Considere-se o sistema de equações $A y = b$ onde:

A - matriz $n \times n$ não singular

y - vetor de variáveis dependentes ($n \times 1$)

b - vetor de variáveis independentes ($n \times 1$)

A solução de um sistema de equações do tipo $A y = b$, dependente de A^{-1} e sujeita a erros introduzidos em A e em b durante o processo de solução, envolve a seguinte pergunta ([37] pág.184):

De quanto $(A+E)^{-1} \cdot b$ ou $A^{-1} (b+e)$ difere da solução correta $A^{-1} \cdot b$?

E - matriz de erros ($n \times n$) ; e - vetor de erros ($n \times 1$)

Se a diferença for acentuada, diz-se que a matriz é mal-condicionada. Uma medida do mau condicionamento da matriz A é dada pelo número de condicionamento (cn), definido como o produto da norma de A pela norma de A^{-1} [37].

$$cn(A) = \| A \| \cdot \| A^{-1} \| \quad (2.13)$$

Se $cn(A)$ for grande, a inversa de A é sensível a pequenas perturbações em A ou seja, diz-se que A é mal-condicionada.

O sistema (2.9) é do tipo $A^t A \underline{x} = A^t \underline{b}$ e portanto a sua solução é dependente de $(A^t A)^{-1}$. Detalhe: A tem dimensão $m \times n$ e $A^t A$ tem dimensão $n \times n$.

Conforme deduzido no apêndice III:

$$cn(A^t A) = cn^2(A) \quad (2.14)$$

Conclui-se que se A for mal-condicionada ($cn(A)$ grande), $A^t A$ também o será e com maior razão.

Portanto, se $H(\underline{x})$ for uma matriz mal-condicionada, a matriz ganho $(H^t.W.H)$ também o será, e por conseguinte, diz-se que as equações normais (2.11) são mal-condicionadas, o que implicará em erros significantes na solução $\Delta \underline{x}^{k+1}$. Uma outra consequência é o número elevado de iterações ou até mesmo a dificuldade em se obter convergência do algoritmo de solução das equações (2.11).

2.3. Exemplos de Mau Condicionamento

São apresentados dois exemplos de mau condicionamento da matriz ganho [22].

EXEMPLO 1 :

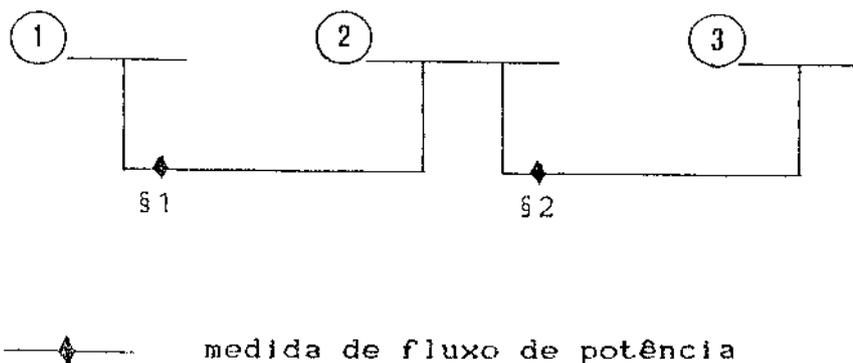


Fig. 2.1 - Rede com linha longa

A barra 1 é a barra de referência.

A linha 1-2 é uma linha longa com impedância $0 + j 1$ p.u.

A linha 2-3 é uma linha curta com impedância $0 + j\epsilon$ p.u.

Por simplicidade, aos fluxos P_{12} e P_{23} atribui-se fatores de ponderação unitários e à rede aplica-se um estimador DC [29].

A matriz Jacobiana e a matriz ganho resultam:

$$H = \begin{array}{cc|c} -1 & 0 & s1 \\ \epsilon^{-1} & -\epsilon^{-1} & s2 \end{array} \quad G = H^t H = \begin{array}{cc|c} 1+\epsilon^{-2} & -\epsilon^{-2} & 2 \\ -\epsilon^{-2} & \epsilon^{-2} & 3 \\ 2 & 3 & \end{array}$$

Ao se resolver este problema em um computador com palavra de 32 bits, para $\epsilon < 10^{-4}$ pu, a matriz G será armazenada na forma:

$$G = \begin{bmatrix} \epsilon^{-2} & -\epsilon^{-2} \\ -\epsilon^{-2} & \epsilon^{-2} \end{bmatrix}$$

Portanto, G se torna uma matriz singular. Note-se que neste exemplo não há medidas de injeção nem altos fatores de ponderação

EXEMPLO 2 :

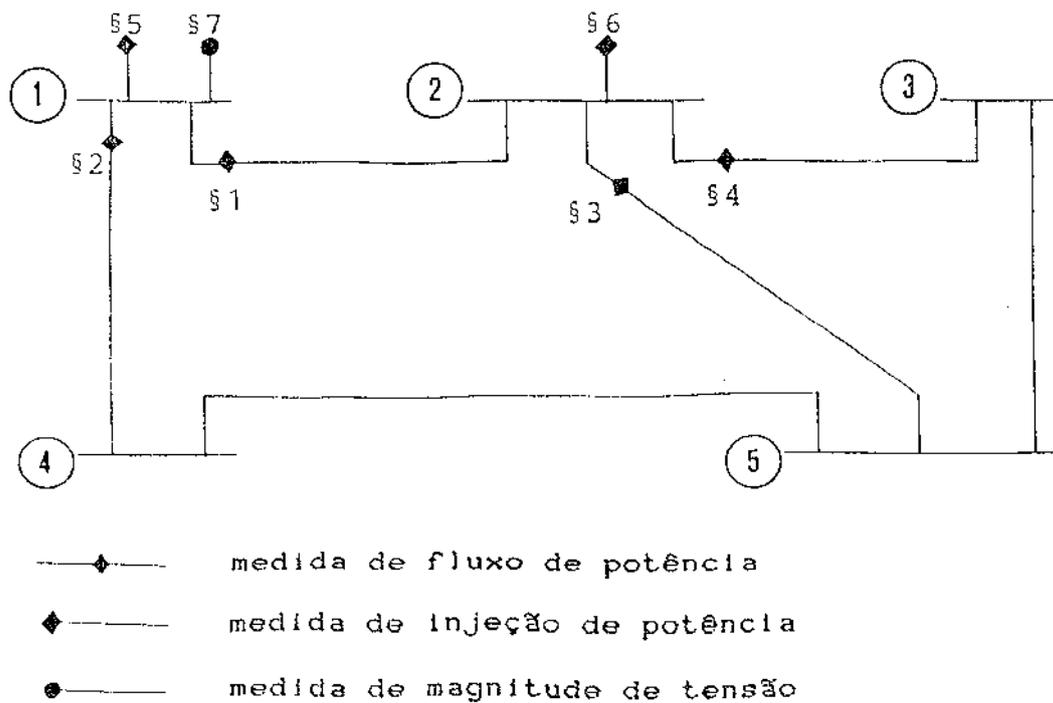


Fig. 2.3 - Rede com impedância e fator de ponderação variáveis

A barra 1 é a barra de referência. Todas as linhas tem a mesma impedância $0 + j 1$ p.u.; exceto a linha 2-3 cuja impedân-

cia é $0 + j x_{23}$ p.u..

Medidas realizadas:

$$\begin{array}{lll} S_1 = 20 + j 0 & S_{12} = 10 + j 0 & S_{14} = 10 + j 0 \\ S_2 = 0 + j 0 & S_{23} = 5 + j 0 & S_{25} = 5 + j 0 \end{array}$$

Todos os fatores de ponderação são unitários, exceto para a medida §6 (w_6). Com um estimador rápido desacoplado (tolerância 10^{-4} em γ e em θ), em um computador com palavra de 32 bits, pode-se formar a tabela 2.1 na qual tem-se o número de iterações em função de x_{23} e w_6 , sendo que $w_6 = 0$ significa que não há medida e $w_6 = 1$ implica em que a medida §6 tem a mesma ponderação das demais.

$x_{23} \backslash w_6$	0	10^0	10^1	10^2	10^3
10^0	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5
10^{-1}	2,5	2,5	2,5	2,5	3
10^{-2}	2,5	2,5	2,5	3	10
10^{-3}	2,5	5	7	9	---
10^{-4}	---	---	---	---	---

Tabela 2.1 - Exemplo 2 : número de iterações

Constata-se que para $x_{23} = 1$ p.u. a convergência é normal até mesmo para w_6 maiores (p.ex. 10^6) não incluídos na tabela. Por outro lado, quando $x_{23} = 0,001$ p.u., a convergência torna-se difícil e até mesmo impossível de se obter ($w_6 > 10^3$). Portanto, condições críticas surgem quando x_{23} é pequena e/ou w_6 é grande.

Estes dois exemplos evidenciam os seguintes aspectos:

- . problemas relativos ao condicionamento da matriz, surgem em virtude de arredondamentos ocorridos na formação e/ou na fatoração.
- . a conexão de uma linha longa (alta impedância) com uma linha curta (baixa impedância) pode causar mau condicionamento e o problema agrava-se com fatores de ponderação elevados;
- . com ponderações normais e apenas medidas de fluxo, já é possível a ocorrência de mau condicionamento, isto é, medidas de injeção nem sempre são causadoras de mau condicionamento da matriz ganho;

2.4. Sinopse

Métodos baseados na solução de sistemas lineares, envolvendo a matriz ganho (solução do problema QMP), podem encontrar dois tipos de obstáculos :

- . Arredondamentos numéricos na formação da matriz ganho podem causar perda de informação, resultando em uma matriz singular.
- . Problemas numéricos na fatoração da matriz ganho via eliminação de Gauss ou Cholesky que, apesar de potencialmente serem métodos eficientes, podem resultar em soluções sem razoável precisão ou demandar muitas iterações para obtê-las, podendo até mesmo não convergir, isto é, não satisfazer um critério de convergência pré-estabelecido.

Visando contornar tais situações, no Capítulo 3 são apresentados métodos baseados em Transformação Ortogonal que além de evitarem a formação da matriz ganho, apresentam uma robustez numérica razoavelmente superior mas em prejuízo da esparsidade, como ali salientado.

CAPÍTULO 3

TRANSFORMAÇÕES ORTOGONAIS

Recentemente [15-22], métodos alternativos para a estimação de estado tem sido propostos, apresentando um comportamento numérico mais estável, isto é, atuando satisfatoriamente onde as equações normais são mal-condicionadas. Tais métodos baseiam-se em transformações ortogonais. Neste capítulo são apresentados os métodos: Transformação de Householder [19] e Transformação de Givens [20], com exemplos e comparações entre estes métodos, salientando-se a deficiência dos métodos de transformação ortogonal com relação à esparsidade.

3.1. Matriz Ortogonal [37,38]

Se Q é uma matriz $m \times m$ ortogonal então:

$$Q^t \cdot Q = Q \cdot Q^t = I$$

onde I é a matriz identidade.

Caracteriza-se que, assim definida, uma matriz ortogonal é não-singular e a sua transposta é a sua inversa ($Q^t = Q^{-1}$).

Outra particularidade da matriz ortogonal:

$$\|A \cdot Q\| = \|A\| \quad \text{com} \quad A \in R^{m \times n}$$

3.2. Transformação Ortogonal Aplicada ao Problema QMP

A expressão (2.12):

$$\min J(\Delta \mathbf{x}) = [\Delta \mathbf{z} - \mathbf{H}(\mathbf{x}), \Delta \mathbf{x}]^t \cdot \mathbf{W} \cdot [\Delta \mathbf{z} - \mathbf{H}(\mathbf{x}), \Delta \mathbf{x}]$$

pode ser posta na forma:

$$\min J(\Delta \mathbf{x}) = \| \Delta \tilde{\mathbf{z}} - \tilde{\mathbf{H}}(\mathbf{x}) \cdot \Delta \mathbf{x} \|^2 \quad (3.1)$$

sendo

$$\begin{aligned} \Delta \tilde{\mathbf{z}} &= \mathbf{W}^{1/2} \cdot \Delta \mathbf{z} & (\Delta \tilde{\mathbf{z}} \text{ e } \Delta \mathbf{z} \text{ têm dimensão } m \times 1) \\ \tilde{\mathbf{H}}(\mathbf{x}) &= \mathbf{W}^{1/2} \cdot \mathbf{H}(\mathbf{x}) & (\tilde{\mathbf{H}}(\mathbf{x}) \text{ e } \mathbf{H}(\mathbf{x}) \text{ têm dimensão } m \times n) \end{aligned}$$

Uma vez que a norma de uma matriz não se altera quando multiplicada por uma matriz ortogonal, seja \mathbf{Q} ($m \times m$) a matriz ortogonal tal que:

$$\mathbf{Q} \cdot \tilde{\mathbf{H}}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \mathbf{R} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

onde \mathbf{R} é uma matriz $n \times n$ triangular superior.

Assim, (3.1) pode ser reescrita na forma:

$$\min J(\Delta \mathbf{x}) = \| \mathbf{Q} \cdot \Delta \tilde{\mathbf{z}} - \mathbf{Q} \cdot \tilde{\mathbf{H}}(\mathbf{x}) \cdot \Delta \mathbf{x} \|^2 \quad (3.3)$$

Particionando-se a matriz \mathbf{Q} :

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_1 \\ \mathbf{Q}_2 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

sendo \mathbf{Q}_1 ($n \times m$) e \mathbf{Q}_2 ($(m-n) \times m$).

A solução do problema QMP equacionado em (3.1) é dada por:

$$\mathbf{R} \cdot \Delta \mathbf{x} = \mathbf{Q}_1 \cdot \Delta \tilde{\mathbf{z}} \quad (3.5)$$

Retomando-se a matriz ganho :

$$\begin{aligned}
 G(\underline{x}) &= H^t(\underline{x}) \cdot W \cdot H(\underline{x}) = \tilde{H}^t(\underline{x}) \cdot \tilde{H}(\underline{x}) \\
 G(\underline{x}) &= \tilde{H}^t(\underline{x}) \cdot Q^t \cdot Q \cdot \tilde{H}(\underline{x}) = [Q \cdot \tilde{H}(\underline{x})]^t \cdot [Q \cdot \tilde{H}(\underline{x})] \\
 G(\underline{x}) &= R^t \cdot R \qquad (3.6)
 \end{aligned}$$

Comparando-se (3.6) com a fatoração triangular resultante da aplicação do método de Gauss ou de Cholesky às equações normais (matriz $G(\underline{x})$) e, levando-se em conta que existe uma única matriz triangular superior, com diagonal positiva, que satisfaz a relação (3.6) [37, págs. 140,141], conclui-se que $R = U = L^t$.

Na literatura [37-39] salienta-se a estabilidade numérica apresentada pelos métodos baseados em transformações ortogonais.

Considere-se o sistema de equações:

$$A^t \cdot A \cdot \underline{x} = A^t \cdot \underline{b}$$

onde

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ \varepsilon^{-1} & -\varepsilon^{-1} \end{bmatrix} \quad \underline{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad A^t \cdot A = \begin{bmatrix} 1+\varepsilon^{-2} & -\varepsilon^{-2} \\ -\varepsilon^{-2} & \varepsilon^{-2} \end{bmatrix} \quad A^t \cdot \underline{b} = \begin{bmatrix} -1+\varepsilon^{-1} \\ -\varepsilon^{-1} \end{bmatrix}$$

cuja solução é:

$$\underline{x} = \begin{bmatrix} -1 \\ -1-\varepsilon \end{bmatrix}$$

Entretanto, como salientado no Capítulo 2, sendo $\varepsilon \ll 1$, (p.ex., $\varepsilon = 10^{-4}$), em um computador com palavra de 32 bits, $1 + \varepsilon^{-2}$ equivale a ε^{-2} , ou seja, a matriz $A^t \cdot A$ se torna singular.

Aplicando-se transformação ortogonal:

$$Q = \begin{bmatrix} -a & a.\epsilon^{-1} \\ a.\epsilon^{-1} & a \end{bmatrix} \quad a = \frac{1}{1 + \epsilon^{-2}}$$

obtida pelo método de Givens (sem aproximações).

Considerando-se $\epsilon < 10^{-4}$:

$$Q = \begin{bmatrix} -\epsilon & 1 \\ 1 & \epsilon \end{bmatrix} \quad R = Q.A = \begin{bmatrix} \epsilon^{-1} & -\epsilon^{-1} \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \epsilon^{-1} & -\epsilon^{-1} \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\epsilon & 1 \\ 1 & \epsilon \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$R \cdot \underline{x} = Q \cdot \underline{b}$$

$$\underline{x} = \begin{bmatrix} -1 \\ -1-\epsilon \end{bmatrix}$$

Similar à abordagem do problema QMP via equações normais, quanto ao fato de se manter a matriz $H(x)$ constante ou não, são possíveis três diferentes implementações das técnicas de transformação ortogonal:

a) A cada iteração, transformação ortogonal é aplicada simultaneamente em $\tilde{H}(x)$ (eq.(3.2)) e em $\Delta\tilde{z}$ (eq (3.5)).

$$\begin{array}{|c|} \hline Q \\ \hline \end{array} \cdot \begin{array}{|c|c|} \hline \tilde{H} & \Delta\tilde{z} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline R & Y_1 \\ \hline 0 & Y_2 \\ \hline \end{array}$$

$$R \cdot \Delta x = Y_1 \quad (3.7)$$

Obs.:

- a) Não é necessário armazenar a matriz Q e a expressão (3.7) envolve somente a fase de substituição ("backward substitution"). $\tilde{H}(x)$ é formada a cada iteração.
- b) Mantém-se $\tilde{H}(x)$ constante por algumas iterações, recalculando-a quando, por algum critério, se julgar necessário.
- c) Aplicando-se o método desacoplado rápido, $\tilde{H}(x)$ é mantida constante em todo o processo iterativo.

Note-se que nas opções b) e c), a matriz Q ou seus fatores triangulares têm de ser armazenados para que se possa usá-los a cada iteração e portanto, estas versões deixam de ser interessantes porque a matriz Q tende a ser não-esparsa, especialmente em redes com alta redundância de medidas. No item a seguir, o aspecto esparsidade é analisado.

3.3. Esparsidade da Matriz Q

Retomando-se a expressão (3.2):

$$Q \cdot \bar{H}(\underline{x}) = \begin{bmatrix} R \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Sendo Q uma matriz ortogonal ($Q^t \cdot Q = I$):

$$\bar{H}(\underline{x}) = Q^t \cdot \begin{bmatrix} R \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

Inserindo-se o particionamento da matriz Q:

$$\bar{H}(\underline{x}) = [Q_1^t \vdots Q_2^t] \cdot \begin{bmatrix} R \\ 0 \end{bmatrix} = Q_1^t \cdot R \quad (3.10)$$

Portanto:

$$Q_1 = (R^t)^{-1} \cdot \bar{H}^t(\underline{x}) \quad (3.11)$$

Sendo $R = U = L^t$:

$$Q_1 = L^{-1} \cdot \bar{H}^t(\underline{x}) \quad (3.12)$$

Como salientado no Apêndice I, L^{-1} é uma matriz cheia e conseqüentemente Q_1 também o é e portanto, em relação ao método da eliminação de Gauss, no método de transformação ortogonal a

esparsidade é negativamente afetada . Note-se que, sendo R^t uma matriz triangular inferior, a esparsidade de Q_1 é idêntica à da matriz obtida após as operações de eliminação ("forward substitutions") aplicadas a cada coluna de $\tilde{H}^t(x)$.

O procedimento: armazenar somente os fatores ortogonais da matriz Q , nas opções b) e c) do item anterior, também não é razoável pois, para redes com altas quantidades de medidas, o número de transformações elementares necessárias pode ser muito grande.

A seguir, são apresentados dois métodos de transformação ortogonal: Transformação de Householder (item 3.4) e Transformação de Givens (item 3.5). No item 3.6 faz-se uma comparação entre estes dois métodos e no item 3.7 apresentam-se resultados numéricos, realçando-se o aspecto da esparsidade.

3.4. Transformação de Householder

Considere-se a figura [44]:

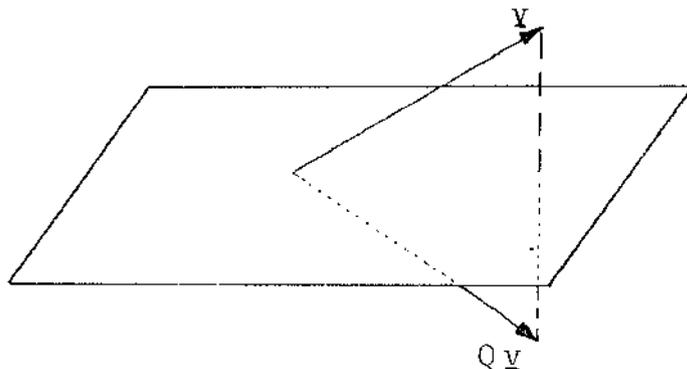


Fig. 3.1 - Reflexão Elementar

onde

$\underline{y} = (y_1, y_2, \dots, y_m)^t$ é o vetor a ser "refletido"
 $Q \cdot \underline{y} = (-\sigma, 0, \dots, 0)^t$ é o "vetor reflexão" de \underline{y}

Problema: determinar a matriz Q ($m \times m$) matriz de "reflexão elementar", que caracteriza o "plano de reflexão", tal que $Q \underline{y}$ seja a "reflexão" de \underline{y} no primeiro eixo de coordenadas (no eixo correspondente à coordenada y_1).

Uma aplicação desse tipo de transformação linear, denominada Transformação de Householder [19], é a obtenção da matriz de transformação ortogonal Q .

Seja [38] :

$$Q = I_m - \frac{2 \underline{u} \underline{u}^t}{\|\underline{u}\|^2} \quad (3.13)$$

com

$\underline{u} = \underline{y} + \sigma \|\underline{y}\| \underline{e}_1$; $\|\underline{u}\|^2 = \underline{u}^t \cdot \underline{u}$; \underline{u} tem dimensão m
 $\underline{y} = (y_1, y_2, \dots, y_m)^t$ não-nulo

$$\sigma = \begin{cases} +1 & \text{se } v_1 \geq 0 \\ -1 & \text{se } v_1 < 0 \end{cases}$$

$$e_1 = (1, 0, 0, \dots, 0)^t \quad \text{com dimensão } m$$

Aplicando-se (3.13) no vetor y :

$$Q y = I_m \cdot y - \frac{2 \underline{u} \underline{u}^t}{\underline{u}^t \underline{u}} \cdot y$$

e inserindo-se $\underline{u} = y + \sigma \|y\| e_1$ (vide apêndice IV):

$$Q y = -\sigma \|y\| e_1$$

Examinando-se a formação da matriz Q :

$$Q = I_m - \frac{2}{\|\underline{u}\|^2} \underline{u} \underline{u}^t$$

$$(\underline{u} \underline{u}^t)^t = (\underline{u}^t)^t \cdot \underline{u}^t = \underline{u} \underline{u}^t$$

Sendo $\underline{u} \underline{u}^t$ uma matriz simétrica, constata-se que a matriz Q é simétrica, pois é a soma algébrica de duas matrizes simétricas.

Calculando-se $Q^t Q$ (vide apêndice IV), verifica-se que a matriz Q expressa em (3.13) é ortogonal.

Portanto, conclui-se que, dado um vetor y não-nulo, existe uma matriz Q ortogonal tal que

$$Q y = -\sigma \|y\| e_1 \quad (3.14)$$

sendo $Q y$ o "vetor reflexão" de y no eixo de coordenadas v_1 .

3.5. Transformação de Givens [20,38]

Seja :

$$Q = \begin{bmatrix} c & s \\ s & -c \end{bmatrix}$$

com

$$c = \frac{v_1}{\|y\|} ; \quad s = \frac{v_2}{\|y\|} ; \quad y = [v_1 \quad v_2]^t ; \quad v_1 \neq 0 ; \quad v_2 \neq 0$$

Calculando :

$$Q^t Q = \begin{bmatrix} c^2 + s^2 & 0 \\ 0 & c^2 + s^2 \end{bmatrix}$$

Portanto, Q é ortogonal se $c^2 + s^2 = 1$.

Assim sendo :

$$Q y = \begin{bmatrix} c v_1 + s v_2 \\ s v_1 - c v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{v_1^2}{\|y\|} + \frac{v_2^2}{\|y\|} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \|y\| \\ 0 \end{bmatrix}$$

Satisfaz:

$$Q y = -\sigma \|y\| e_1$$

com

$$\sigma = -1 ; \quad e_1 = [1 \quad 0]^t$$

Conclui-se que

$$Q = \begin{bmatrix} c & s \\ s & -c \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

é uma matriz do tipo Transformação de Householder. Na literatura [20,38] é denominada Transformação de Givens.

Dados os vetores:

$$\begin{matrix} 0 & \dots & 0 & r_i & r_{i+1} & \dots & r_k & \dots \\ 0 & \dots & 0 & h_i & h_{i+1} & \dots & h_k & \dots \end{matrix} \quad (3.16)$$

Após a aplicação da transformação de Givens em (3.16) tem-se

$$\begin{matrix} 0 & \dots & 0 & r'_i & r'_{i+1} & \dots & r'_k & \dots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & h'_{i+1} & \dots & h'_k & \dots \end{matrix} \quad (3.17)$$

com

$$\begin{aligned} r'_k &= c r_k + s h_k \\ h'_k &= -s r_k + c h_k \end{aligned} \quad (3.18)$$

$$r'_i = (r_i^2 + h_i^2)^{1/2}$$

$$c = \frac{r_i}{r'_i} \quad ; \quad s = \frac{h_i}{r'_i} \quad ; \quad c^2 + s^2 = 1 \quad ; \quad k = i+1, \dots, n$$

A transformação realizada corresponde à atualização de R quando uma nova medida é introduzida ou uma linha de $H(x)$ está sendo processada, anulando-se os elementos posicionados abaixo da diagonal. Como se pode notar, a cada elemento processado corresponde uma operação de raiz quadrada, o que pode ser evitado se ao

Invés de se obter R , calcular-se U (eq.(1.15)):

$$R = D^{1/2} \cdot L^t = \bar{D}^{1/2} \cdot U \quad (3.19)$$

Neste caso, os vetores sob transformação de Givens são:

$$\begin{aligned} 0 \dots 0 \quad \sqrt{d} \dots \quad \sqrt{d} \cdot u_k \dots \\ 0 \dots 0 \quad \sqrt{\delta} \cdot h_i \dots \quad \sqrt{\delta} \cdot h_k \dots \end{aligned} \quad (3.20)$$

Após a transformação :

$$\begin{aligned} 0 \dots 0 \quad \sqrt{d'} \dots \quad \sqrt{d'} \cdot u'_k \dots \\ 0 \dots 0 \quad 0 \dots \quad \sqrt{\delta'} \cdot h'_k \dots \end{aligned} \quad (3.21)$$

com

$$\begin{aligned} d' &= d + \delta \cdot h_i^2 \\ \delta' &= d \cdot \delta / d' \\ u'_k &= c' \cdot u_k + s' \cdot h_k \\ h'_k &= h_k - h_i \cdot u_k \\ c' &= d / d' ; \quad s' = \delta \cdot h_i / d' \end{aligned} \quad (3.22)$$

Saliente-se que as raízes quadradas em (3.20) e (3.21) não são calculadas explicitamente, além do que U tem diagonal unitária, sendo aproveitada para armazenar os valores atualizados de D . Desta forma, D e U não ocupam espaço maior que R e a formulação (3.22) não só evita o cálculo de raízes quadradas como também apresenta uma redução de 1/4 em multiplicações.

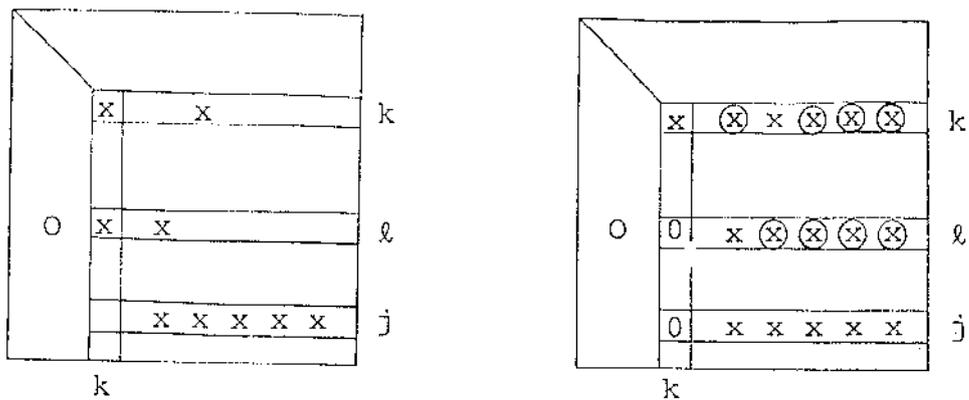
3.6. Householder vs Givens

A fatoração ortogonal pode ser realizada através do método de Transformação de Householder (TH) ou do método de Transformação de Givens (TG), com variações no algoritmo e/ou na programação segundo critérios do tipo: tempo de execução, precisão, memória, complexidade da programação, etc..

Como propostos originalmente, TH anula os elementos de uma coluna em uma única operação, enquanto que TG anula um por vez, ficando em aberto a sequência de eliminação dos elementos da matriz. Gentleman [20] propôs uma modificação no método TG que eliminou a raiz quadrada calculada a cada elemento eliminado. Também sugeriu a aplicação do método TG por linha da matriz, pois em sistemas de grande porte as matrizes são grandes (1000 linhas/colunas) o que inviabiliza a inserção de toda a matriz na memória principal do computador. No caso da matriz $H(x)$, corresponde a se processar as medidas uma por vez.

Um outro fato, explorando-se a esparsidade, é que com o método TG é possível reduzir-se os custos aritméticos desde que se estabeleça uma sequência ótima de eliminação dos elementos a cada linha a ser processada.

Na fig. 3.2 (a), k é a coluna a ser processada via TH, em um certo estágio do processo de fatoração. (l, k) e (j, k) são os elementos não-nulos a serem eliminados.



(a)

(b)

⊗ → novos elementos ("fill-ins")

Fig. 3.2 - Transformação de Householder

A matriz de transformação que anula os elementos (ℓ, k) e (j, k) , tem a forma:

$$\begin{array}{ccc}
 & k & \ell & j \\
 \left[\begin{array}{ccc}
 x & x & x \\
 x & x & x \\
 x & x & x
 \end{array} \right] & k & \ell & j \\
 & & & (3.23)
 \end{array}$$

Pré-multiplicando a matriz (a) da fig. 3.2, pela matriz (3.23), resultam elementos \otimes nas posições indicadas na matriz (b) da mesma figura. Note-se que o aparecimento dos elementos \otimes nas linhas k , ℓ e j , em qualquer uma das colunas restantes, é garantido pela existência de ao menos um elemento não-nulo em qualquer uma das três linhas (k, ℓ, j) , em uma mesma coluna. Neste exemplo, os elementos não-nulos existentes na linha j (fig. 3.2 (a)) são suficientes para garantir o preenchimento total das linhas k e ℓ (fig. 3.2 (b)). Note-se também, que os elementos \otimes independem da ordem das linhas.

Enquanto TH elimina os elementos não-nulos da coluna k em um único passo, TG anula-os um a um. A matriz de transformação que elimina o elemento (ℓ, k) tem a forma:

$$\begin{array}{ccc} & k & \ell & j \\ \left[\begin{array}{ccc} x & x & \\ x & x & \end{array} \right] & k & \ell & j \end{array} \quad (3.24)$$

Pré-multiplicando a matriz (a) da figura 3.3, pela matriz (3.24), resultam elementos \otimes nas posições indicadas na matriz (b) da figura 3.3.

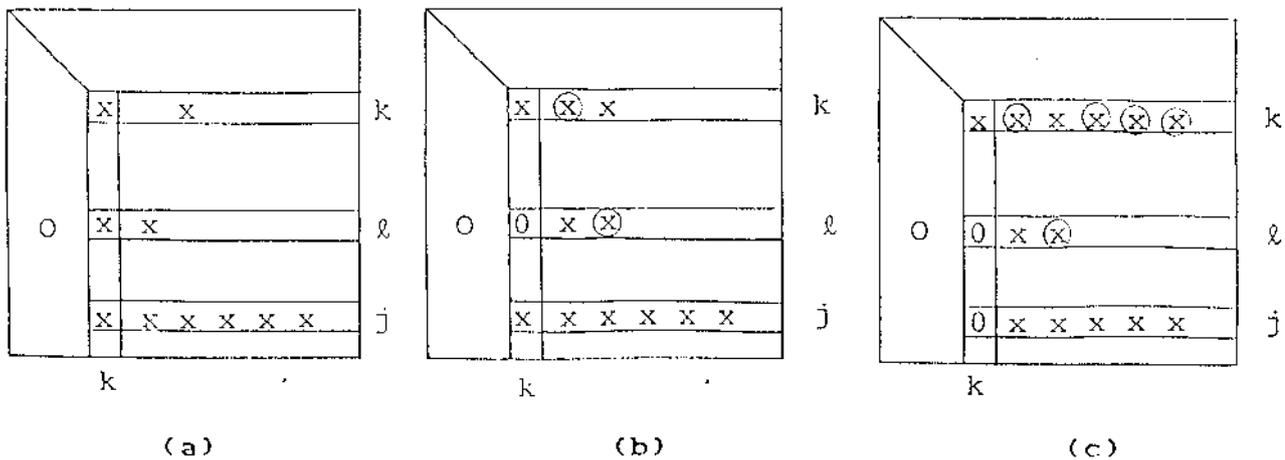


Fig. 3.3 - Transformação de Givens

A matriz de transformação que elimina o elemento (j, k) tem a forma :

$$\begin{array}{ccc} & k & \ell & j \\ \left[\begin{array}{ccc} x & & x \\ & & \\ x & & x \end{array} \right] & k & \ell & j \end{array} \quad (3.25)$$

Pré-multiplicando a matriz (b) da figura 3.3, pela matriz (3.25), resultam elementos \otimes nas posições indicadas na matriz (c) da mesma figura.

A figura 3.4 apresenta a transformação de Givens aplicada em ordem contrária, ou seja, primeiramente é eliminado o elemento (j, k) e depois o elemento (l, k) . Note-se que a matriz (c) da figura 3.4 coincide com a matriz (b) da figura 3.2.

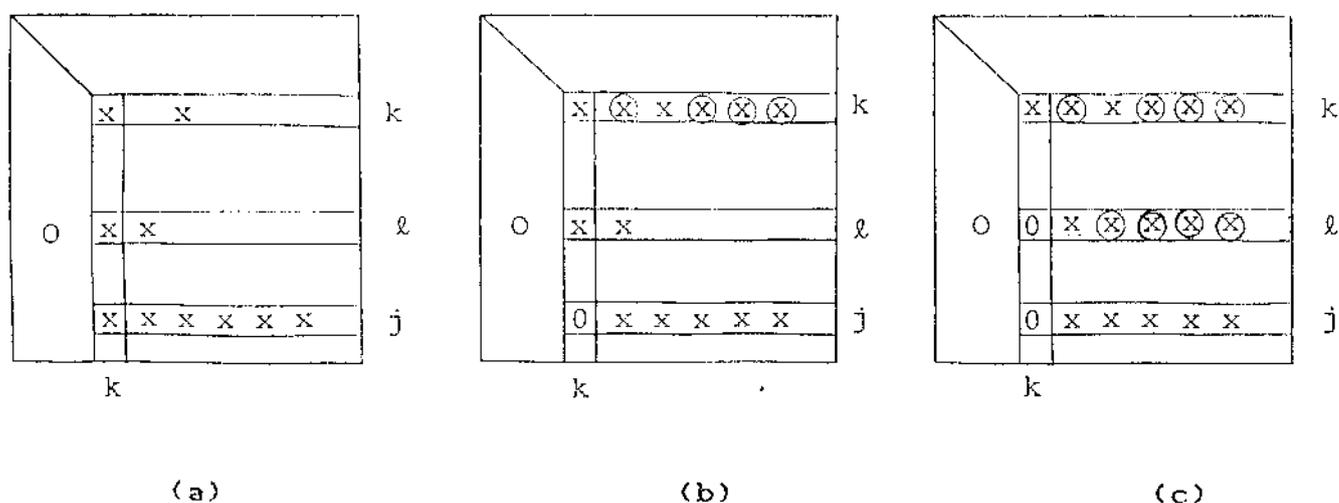


Fig. 3.4 - Transformação de Givens

Conclui-se que no método de Givens, a esparsidade depende da ordem em que se anulam os elementos da coluna k e portanto, é evidente que a Transformação de Givens, com sequência ótima das linhas, produz menos elementos \otimes durante o processo de fatoração. Neste sentido, três esquemas de ordenação e exemplos que permitem uma comparação quanto ao número de elementos não-nulos na matriz R , são apresentados no item 3.7. Saliente-se que o método TG tem sido recomendado para transformações ortogonais [16,21,22,35].

3.7. Esquemas de Ordenação [22]

Nos três esquemas de ordenação apresentados a seguir, a escolha da próxima coluna de $H(x)$ a ser processada, é o que os difere entre si. Entenda-se como coluna de $H(x)$ a ser processada, aquela na qual serão eliminados os elementos posicionados abaixo da diagonal.

Esquema A

- a) A próxima coluna de $H(x)$ a ser processada, será a que contiver o menor número de elementos não-nulos, considerando-se apenas as linhas que não foram processadas.
- b) O próximo elemento a eliminar, será o que pertencer à linha com menor número de elementos não-nulos, dentre as linhas restantes.

Esquema B

- a) A próxima coluna de $H(x)$ a ser processada, será a que apresentar menor quantidade (total) de elementos não-nulos pertencentes às linhas que têm elemento não-nulo na coluna candidata.
- b) Como no item b) do esquema A.

Esquema C

a) A próxima coluna de $H(x)$ a ser processada, será a que implicar em menor quantidade de elementos \otimes em R .

b) Como no item b) do esquema A.

Para três diferentes rêsdes, a tabela 3.1 apresenta a quantidade de elementos não-nulos na matriz R .

Rêsdes testadas	Método eq. normais	Método Givens		
		A	B	C
30 barras	120	135	134	120
66 barras	191	203	198	190
116 barras	304	324	314	305

Tabela 3.1 - Número de elementos não-nulos na matriz R .

Como se pode notar, o esquema C é o único que apresenta o mesmo desempenho que o método das equações normais. Entretanto, apresenta um custo computacional elevado pois requer, a cada passo, a simulação de todas as alternativas possíveis.

3.8. Sinopse

Neste capítulo ressaltou-se a estabilidade numérica dos métodos de transformação ortogonal na solução do problema QMP; comparou-se os métodos de Householder e de Givens; analisou-se a esparsidade da matriz de transformação ortogonal (Q) e em relação a este aspecto, resultados numéricos foram apresentados, mostrando-se a deficiência dos métodos de transformação ortogonal com relação à esparsidade.

No Capítulo 4, visando aliar a robustez numérica dos métodos baseados em transformação ortogonal, à esparsidade das equações normais, é apresentado o Método Híbrido [22], no qual se aplica Transformação de Givens. Com o Método Híbrido é proposto um quarto esquema de ordenação que se mostrou igualmente competitivo e que por ser simples e eficiente, não apresenta alto custo computacional.

CAPÍTULO 4

MÉTODO HÍBRIDO

Neste capítulo é apresentado o Método Híbrido [22]. Pela ordem tem-se: uma descrição do método; os exemplos do Capítulo 2 resolvidos pelo Método Híbrido; um quarto esquema de ordenação e uma técnica de agrupamento de medidas.

4.1. Descrição do Método

No item 3.2, via transformação ortogonal, a matriz $G(\underline{x})$ foi transformada num produto de matrizes triangulares $(R^t R)$, com a constatação de que $R = U = L^t$, ou seja, idêntica ao resultado da fatoração triangular na aplicação do método de Gauss às equações normais. Ainda no capítulo 3, apontou-se o aspecto negativo com relação à esparsidade nos métodos de transformação ortogonal. Então, com o objetivo de conciliar a esparsidade das equações normais com a robustez numérica da transformação ortogonal, propôs-se o seguinte método [22]:

a) Aplicar transformação ortogonal na matriz $\tilde{H}(\underline{x})$

$$Q \cdot \tilde{H}(\underline{x}) = \begin{bmatrix} R \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

de tal modo que R seja triangular superior com diagonal positiva.

b) Resolver as equações normais :

$$R^t \cdot R \cdot \Delta x = H^t(x) \cdot W \cdot \Delta z \quad (4.2)$$

Retomando-se o particionamento da matriz Q :

$$Q = \begin{bmatrix} Q_1 \\ \hline Q_2 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

a equação (4.1) pode ser transformada em :

$$Q_1 \cdot \tilde{H}(x) = R \quad (4.4)$$

$$Q_2 \cdot \tilde{H}(x) = 0 \quad (4.5)$$

A equação (4.2) pode ser reescrita na forma :

$$R^t \cdot R \cdot \Delta x = \tilde{H}^t(x) \cdot \Delta \tilde{z} \quad (4.6)$$

(lembrete: $\Delta \tilde{z} = W^{1/2} \cdot \Delta z$; $\tilde{H}(x) = W^{1/2} \cdot H(x)$)

Inserindo (4.4) em (4.6) obtém-se :

$$R \cdot \Delta x = Q_1 \cdot \Delta \tilde{z}$$

que é a equação (3.5), ou seja, (4.2) e (3.5) são equivalentes.

Portanto:

a) O Método Híbrido, equações (4.1) e (4.2), é equivalente ao método de transformação ortogonal, eqs. (3.2) e (3.5).

b) A matriz R , eq. (4.1), é idêntica à matriz dos fatores triangulares U que se obtém na fatoração da matriz $G(x)$ via Gauss ou Cholesky (Cap.3, item 3.2).

Apesar de obtida via transformação ortogonal, R contém a mesma informação necessária à transformação de $G(x)$ em U ou de $H^t(x)$. $\bar{W} \cdot \Delta z$ em Δx , através do métodos de Gauss ou de Cholesky. Note-se que os elementos fora da diagonal, na matriz R , são os mesmos das matrizes elementares T_i do método de eliminação de Gauss :

$$T_n \dots T_1 \dots (T_2 (T_1 \cdot G(x))) = U = R \quad (4.7)$$

Obs.: Para se garantir diagonal positiva na matriz R , é suficiente multiplicar por (-1) todos os elementos da linha que contém o elemento da diagonal negativo.

A seguir, com o objetivo de ilustrar a aplicação do Método Híbrido e avaliar o seu desempenho em situações críticas, retomam-se o Exemplo 1 e o Exemplo 2 do Capítulo 2 (item 2.3).

4.2. Exemplos

EXEMPLO 1 :

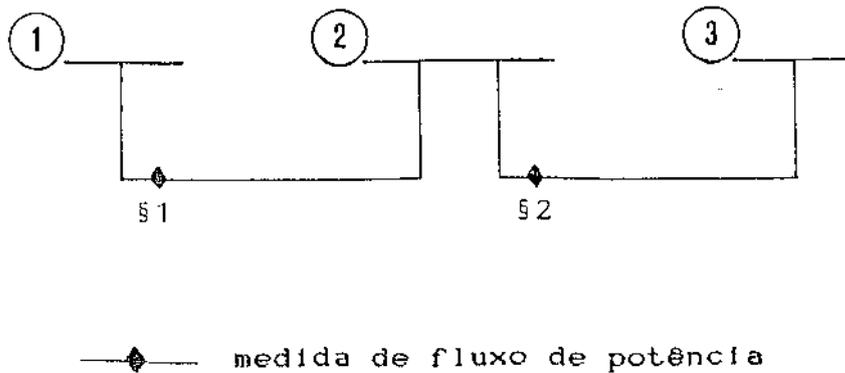


Fig. 4.1 - Rede com linha longa

A barra 1 é a barra de referência.

A linha 1-2 é uma linha longa com impedância $0 + j 1$ pu.

A linha 2-3 é uma linha curta com impedância $0 + j \epsilon$ pu.

$$H = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ \epsilon^{-1} & -\epsilon^{-1} \end{bmatrix} \begin{matrix} s1 \\ s2 \end{matrix} \quad G = \begin{bmatrix} 1 + \epsilon^{-2} & -\epsilon^{-2} \\ -\epsilon^{-2} & \epsilon^{-2} \end{bmatrix} \begin{matrix} 2 \\ 3 \end{matrix}$$

Fatorando-se a matriz G , via método de Cholesky, sem arredondamentos ("forma exata"), tem-se :

$$R_C = \begin{bmatrix} (1 + \epsilon^{-2})^{1/2} & -\frac{\epsilon^{-2}}{(1 + \epsilon^{-2})^{1/2}} \\ 0 & \frac{\epsilon^{-1}}{(1 + \epsilon^{-2})^{1/2}} \end{bmatrix}$$

Fatorando-se a matriz H , via transformação ortogonal :

$$R_O = \begin{bmatrix} \varepsilon + \varepsilon^{-1} & -\varepsilon^{-1} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Para $\varepsilon = 10^{-5}$, em um computador com palavra de 32 bits :

$$R_C \equiv R_O \equiv \begin{bmatrix} 10^5 & -10^5 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Saliente-se, novamente, que com transformação ortogonal não ocorrem os erros oriundos de arredondamentos como na formação da matriz G (item 2.3), inclusive tornando-a singular.

EXEMPLO 2 :

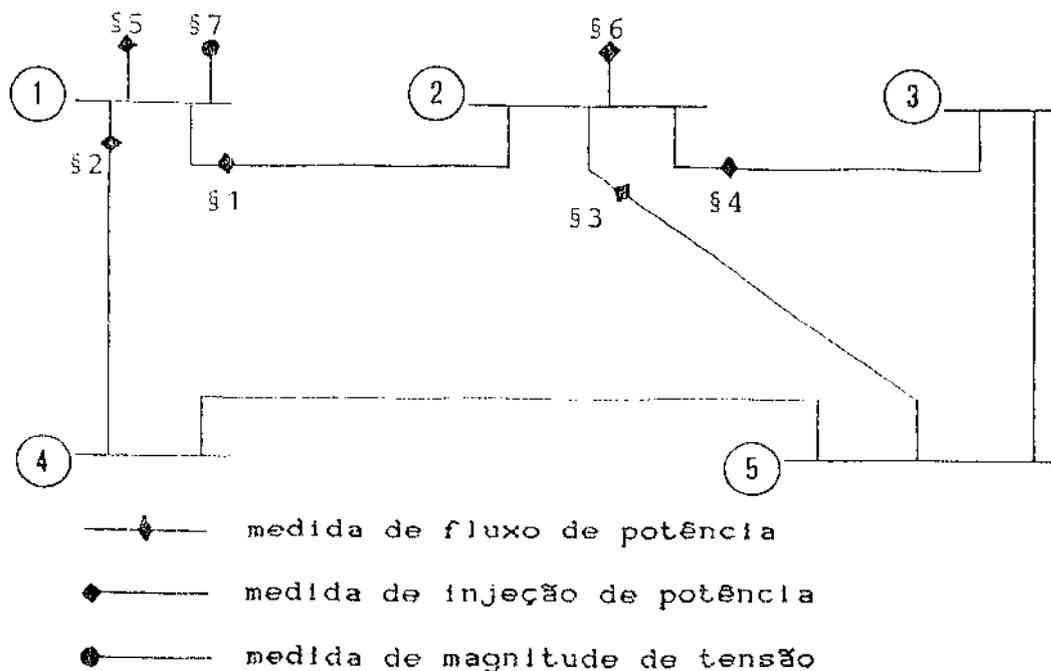


Fig. 4.2 - Rede com impedância e fator de ponderação variáveis

A barra 1 é a barra de referência.

Todas as linhas tem a mesma impedância $0 + j 1$ pu, exceto a linha 2-3 cuja impedância é $0 + j x_{23}$ pu. Todos os fatores de ponderação são unitários, exceto para a medida δ_6 (w_6).

Medidas realizadas :

$$\begin{array}{lll} S_1 = 20 + j 0 & S_{12} = 10 + j 0 & S_{14} = 10 + j 0 \\ S_2 = 0 + j 0 & S_{23} = 5 + j 0 & S_{25} = 5 + j 0 \end{array}$$

Na Tabela 4.1 tem-se o número de iterações em função de x_{23} e w_6 , ao aplicar-se o Método Híbrido conexo a um estimador rápido desacoplado. Comparando-se a Tabela 2.1 com a Tabela 4.1 nota-se um melhor desempenho do Método Híbrido sobre o método das equações normais.

$x_{23} \backslash w_6$	0	10^0	10^1	10^2	10^3
10^0	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5
10^{-1}	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5
10^{-2}	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5
10^{-3}	2,5	2,5	2,5	2,5	3,5
10^{-4}	2,5	2,5	2,5	7	9

Tabela 4.1 - N° de iterações nas mesmas condições da Tabela 2.1

4.3. Esquema de Ordenação

Com o Método Híbrido, elaborou-se um 4º esquema de ordenação.

Esquema D

- a) Determinar a estrutura de $H^t.H$ (sem valores numéricos).
Aplicar o esquema II de ordenação proposto por Tinney e Hart [32], simulando a fatoração de $H^t.H$. Usar o mesmo esquema para fatorar H com os valores numéricos.
- b) O próximo elemento a ser eliminado, será o que pertencer à linha com menor número de elementos não-nulos, dentre as linhas restantes (como nos esquemas do item 3.7).

Inserindo-se este 4º esquema na tabela 3.1, tem-se :

Rêdes testadas	Método eq. normais	Esquemas			
		A	B	C	D
30 barras	120	135	134	120	120
66 barras	191	203	198	190	191
116 barras	304	324	314	305	304

Tabela 4.2 - Número de elementos não nulos na matriz R

Comparações :

- a) O Método Híbrido com o esquema D apresenta o mesmo desempenho do Método das Equações Normais.
- b) O esquema D em relação ao esquema C que também tem bom desempenho, é mais simples, eficiente, podendo ser realizado por coluna ou por linha.
- c) A aplicação por linha, viabiliza a aplicação do método de Givens sem raiz quadrada [20], evitando-se o armazenamento de estágios intermediários da matriz H durante a sua fatoração.
- d) Com o Método Híbrido em um estimador desacoplado rápido a matriz H não é formada explicitamente.

Por estas razões, sugere-se a aplicação do esquema D nos algoritmos de estimação de estado e de análise de observabilidade.

4.4. Técnica de Agrupamento de Medidas

No Método Híbrido a matriz H é necessária para se obter R :

$$Q \cdot \tilde{H}(x) = \begin{bmatrix} R \\ 0 \end{bmatrix} \quad \leftarrow \text{eq. (4.1)}$$

e na solução das equações normais

$$R^t R \Delta x = H^t(x) W \Delta z \quad \leftarrow \text{eq. (4.2)}$$

Tanto o armazenamento como o número de transformações de Givens necessário para fatorar H , crescem com o aumento do número de medidas. Ao se conjugar o Método Híbrido com o método desacoplado, muitas linhas da matriz H podem ser combinadas (agrupadas) ao se fatorá-la, mas conservando-a na sua forma original no lado direito da eq. (4.2). O exemplo a seguir, ilustra a técnica de agrupamento.

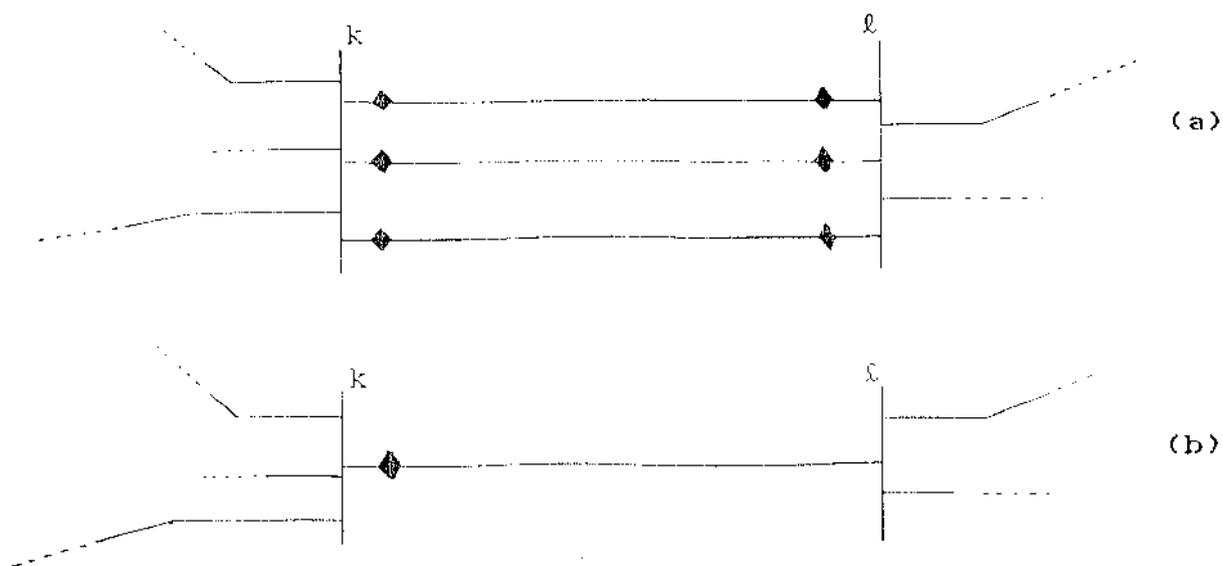


Fig. 4.3 - a) Seis medidas de fluxos de potência

b) Uma única medida equivalente

A matriz H pode ser esquematizada na seguinte forma (vide apêndice 11):

$$H = \begin{array}{|c|c|} \hline H_{P\theta} & H_{PV} \\ \hline H_{Q\theta} & H_{QV} \\ \hline \end{array} \quad (4.8)$$

sendo

$H_{P\theta}$ - derivadas das variáveis: medidas de fluxos e injeções de potência ativa, em relação a θ .

$H_{Q\theta}$ - derivadas das variáveis: medidas de fluxos e injeções de potência reativa e magnitudes de tensão, em relação a θ .

H_{PV} - derivadas das variáveis: medidas de fluxos e injeções de potência ativa, em relação a V .

H_{QV} - derivadas das variáveis: medidas de fluxos e injeções de potência reativa e magnitudes de tensão, em relação a V .

Considere-se a i -ésima linha ($i = 1,6$) da matriz $H_{P\theta}$:

$$H_{P\theta} = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} & k & & l \\ & \vdots & & \vdots \\ \dots & h_i & \dots & -h_i & \dots \\ & \vdots & & \vdots \\ & \vdots & & \vdots \\ & \vdots & & \vdots \end{array} & i \end{array} \quad (4.9)$$

sendo h_i o valor da derivada de uma das medidas de fluxo de potência ativa em relação a θ .

A contribuição desta i -ésima medida de fluxo, na formação da matriz ganho, corresponde a

$$\Delta G_i = \begin{bmatrix} & k & & l & & \\ & \vdots & & \vdots & & \\ \dots & a_i & \dots & -a_i & \dots & \\ & \vdots & & \vdots & & \\ \dots & -a_i & \dots & a_i & \dots & \\ & \vdots & & \vdots & & \end{bmatrix} \begin{matrix} k \\ \\ \\ l \end{matrix} \quad (4.10)$$

sendo $a_i = w_i h_i^2$.

A contribuição total das seis medidas de fluxos, na formação da matriz G , corresponde a

$$\begin{bmatrix} & k & & l & & \\ & \vdots & & \vdots & & \\ \dots & a & \dots & -a & \dots & \\ & \vdots & & \vdots & & \\ \dots & -a & \dots & a & \dots & \\ & \vdots & & \vdots & & \end{bmatrix} \begin{matrix} k \\ \\ \\ l \end{matrix} \quad (4.11)$$

sendo $a = \sum_1^6 a_i = \sum_1^6 w_i h_i^2$.

Se tivéssemos uma única linha entre k e l (Fig. 4.3 b), a contribuição seria:

$$\Delta G = \begin{bmatrix} & k & & l & & \\ & \vdots & & \vdots & & \\ \dots & \alpha & \dots & -\alpha & \dots & \\ & \vdots & & \vdots & & \\ \dots & -\alpha & \dots & \alpha & \dots & \\ & \vdots & & \vdots & & \end{bmatrix} \begin{matrix} k \\ \\ \\ l \end{matrix} \quad (4.12)$$

sendo $\alpha = w h^2$.

Confrontando-se (4.12) com (4.11):

$$\alpha = a \quad ; \quad w h^2 = \sum_1^6 w_i h_i^2$$

$$a) \text{ Se } w = 1 \rightarrow h = a^{1/2}$$

$$b) \text{ Se } h = 1 \rightarrow w = a$$

Em qualquer uma destas condições, sugere-se a equivalência das seis medidas (reduzir seis linhas de H em uma só). Sendo \bar{H} a matriz resultante da aplicação da técnica de agrupamento de linhas e \bar{W} a respectiva matriz de ponderações :

$$G = H^t W H = \bar{H}^t \bar{W} \bar{H} \quad (4.13)$$

Sabendo-se que existe uma única matriz triangular superior, com diagonal positiva, satisfazendo a relação $G = R^t R$ (item 3.2) é certo que o mesmo resultado será obtido ao se fatorar H ou \bar{H} .

A técnica de agrupamento de medidas foi delineada levando-se em conta que $h_{ik} = -h_{il}$, o que é válido para medidas de fluxos de potência ativa mas não para medidas de fluxos de potência reativa ($h_{ik} \neq -h_{il}$). Então, para que se possa aplicá-la, deve-se recorrer à aproximação $h_{ik} \approx -h_{il}$, o que equivale a ignorar os "shunts" de linhas e considerar "tap = 1" nos transformadores na formação da matriz H , tanto para o lado esquerdo como para o lado direito da equação (4.2). Até o momento, não se tem observado efeitos negativos na convergência e na precisão dos resultados. Portanto, é conveniente adotar-se a técnica de agrupamento de medidas ("row packing technique" [22]), reduzindo-se o armazenamento temporário requerido no processamento de H e o número de transformações necessárias para se obter R .

4.5. Sinopse

Nos Capítulos 2, 3 e 4 foram descritos os métodos: Equações Normais, Transformações Ortogonais e híbrido, respectivamente.

Com relação ao método das Equações Normais, ressaltou-se o eventual mau condicionamento deste método e procurou-se através de exemplos, caracterizar em que condições este aspecto ocorre.

Os métodos de Transformação Ortogonal aplicados ao problema QMP constituem-se em uma abordagem alternativa para a Estimação de Estado. Estes métodos tem um comportamento numérico estável, conforme se constatou ao aplicá-lo nos mesmos exemplos, que resolvidos pelo método das Equações Normais, apresentavam problemas de mau condicionamento numérico.

Visto que há perda de esparsidade com Transformação Ortogonal, o Método Híbrido representa uma alternativa conciliadora da robustez numérica da Transformação Ortogonal com a boa esparsidade das Equações Normais.

O Método Híbrido apresenta as seguintes características :

- . o mesmo comportamento numérico estável da Transformação Ortogonal;
- . o mesmo grau de esparsidade das Equações Normais;

- . é de fácil implementação em estimadores de estado programados com base no método das Equações Normais, bastando alterar-se as subrotinas de formação e fatoração triangular da matriz ganho;
- . e em termos de tempo de CPU, os testes realizados em redes com 30, 66 e 116 barras, em situações onde o método das Equações Normais tem bom desempenho, revelaram que o Método Híbrido demanda um tempo pouco maior que o método das Equações Normais (no máximo: 10%).

CAPÍTULO 5

ANÁLISE DE OBSERVABILIDADE

Neste capítulo, é apresentada uma extensão dos métodos Híbrido e/ou Transformações Ortogonais à análise de observabilidade, o que não é trivial, pois a matriz ganho não é formada explicitamente. A abordagem que se propõe, é um teste de observabilidade durante a fatoração ortogonal da matriz Jacobiana. Se existentes, ilhas observáveis são identificadas pela aplicação de um estimador DC. O algoritmo de observabilidade, que utiliza sub-rotinas existentes em programas baseados nos métodos de transformação ortogonal, é testado em diferentes configurações de medidas em algumas redes, confirmando a eficiência esperada.

5.1. Observabilidade [29,30]

A teoria de observabilidade apresentada a seguir, faz uso de um estimador DC e portanto limita-se à modelagem de fluxos de potência ativa, o que facilita a apresentação. Saliente-se que, para a modelagem de potência reativa, a metodologia é similar e eventuais significantes diferenças entre ambas são apontadas.

Em função do vetor estado verdadeiro $\underline{\theta}$, o conjunto de medidas pode ser expresso por:

$$\underline{z} = H \cdot \underline{\theta} \quad (5.1)$$

CAPÍTULO 5

ANÁLISE DE OBSERVABILIDADE

Neste capítulo, é apresentada uma extensão dos métodos Híbrido e/ou Transformações Ortogonais à análise de observabilidade, o que não é trivial, pois a matriz ganho não é formada explicitamente. A abordagem que se propõe, é um teste de observabilidade durante a fatoração ortogonal da matriz Jacobiana. Se existentes, ilhas observáveis são identificadas pela aplicação de um estimador DC. O algoritmo de observabilidade, que utiliza subrotinas existentes em programas baseados nos métodos de transformação ortogonal, é testado em diferentes configurações de medidas em algumas redes, confirmando a eficiência esperada.

5.1. Observabilidade [29,30]

A teoria de observabilidade apresentada a seguir, faz uso de um estimador DC e portanto limita-se à modelagem de fluxos de potência ativa, o que facilita a apresentação. Saliente-se que, para a modelagem de potência reativa, a metodologia é similar e eventuais significantes diferenças entre ambas são apontadas.

Em função do vetor estado verdadeiro $\underline{\theta}$, o conjunto de medidas pode ser expresso por:

$$\underline{z} = H \cdot \underline{\theta} \quad (5.1)$$

Em se tratando de modelagem de potência ativa, há dois tipos de medidas:

a) Fluxo entre nós

Se a i -ésima medida é um fluxo entre as barras k e l :

$$z_i = \begin{bmatrix} h_i & -h_i \end{bmatrix} \underline{\theta} \quad (5.2)$$

b) Injeção no nó

Se a i -ésima medida é uma injeção na barra k , à qual se ligam as barras j , l e p :

$$z_i = \begin{bmatrix} -h_j & \Sigma & -h_l & -h_p \end{bmatrix} \underline{\theta} \quad (5.3)$$

onde $\Sigma = h_j + h_l + h_p$

Para a modelagem de potência reativa há um terceiro tipo de medida:

c) Magnitude da tensão

Se a i -ésima medida é a magnitude da tensão na barra k :

$$z_i = \begin{bmatrix} \dots & 1 & \dots \end{bmatrix} \underline{\theta} \quad (5.4)$$

Portanto, \underline{z} é formado pelas medidas de injeção e de fluxo de potência ativa. Dimensão de \underline{z} : $m \times 1$ onde m é o número de medidas.

A matriz H é formada pelas derivadas das variáveis correspondentes às medidas de fluxo e de injeção de potência ativa, em relação a $\underline{\theta}$. H tem dimensão $m \times (n'+1)$, sendo n' o número de barras na rede, excluindo-se a barra de referência ($n' = NB-1$). Portanto, a matriz H inclui a referência angular. Se a rede é observável, basta eliminar a coluna de H correspondente ao nó referência. Se não é observável, o algoritmo de observabilidade identifica as ilhas e quais são os nós de referência angular cujas respectivas colunas na matriz H serão eliminadas.

Se para a observabilidade de uma rede, é suficiente investigar se todos os fluxos podem ser quantificados com base nas medidas efetuadas e dado que $\underline{\theta}$ é o vetor estado verdadeiro, o fluxo de potência entre dois nós (k e ℓ) pode ser obtido por $1/x_{k\ell} \cdot (\theta_k - \theta_\ell)$. Como só interessa saber se o fluxo é quantificável ou não, independentemente de seu valor atual, por simplicidade assume-se $x_{k\ell} = 1$. Assim, o "fluxo" passa a ser apenas a diferença angular:

$$\delta_{k\ell} = \theta_k - \theta_\ell \quad (5.5)$$

Usando-se a matriz incidência de circuito (A):

$$\delta = A^t \underline{\theta} \quad (5.6)$$

$$\delta_{k\ell} = \begin{bmatrix} k & \ell \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \underline{\theta} \quad (5.7)$$

As expressões (5.1) e (5.6) permitem a elaboração das seguintes definições:

. Uma rede é observável se, para todo e qualquer $\underline{\theta}$, $H \underline{\theta} = \underline{0}$ implica em $A^t \underline{\theta} = \underline{0}$, isto é, se todas as medidas forem nulas, os fluxos também o serão.

. Para o vetor estado $\underline{\theta}'$ tal que $H \underline{\theta}' = \underline{0}$ e $A^t \underline{\theta}' \neq \underline{0}$, este é classificado como um estado não-observável, isto é, apesar de se ter todas as medidas iguais a zero, há em algumas ligações da rede, fluxos não nulos: $\delta' = A^t \underline{\theta}'$ com $\delta'_i \neq 0$, o que caracteriza a existência de um ramo não-observável.

Exemplificando:

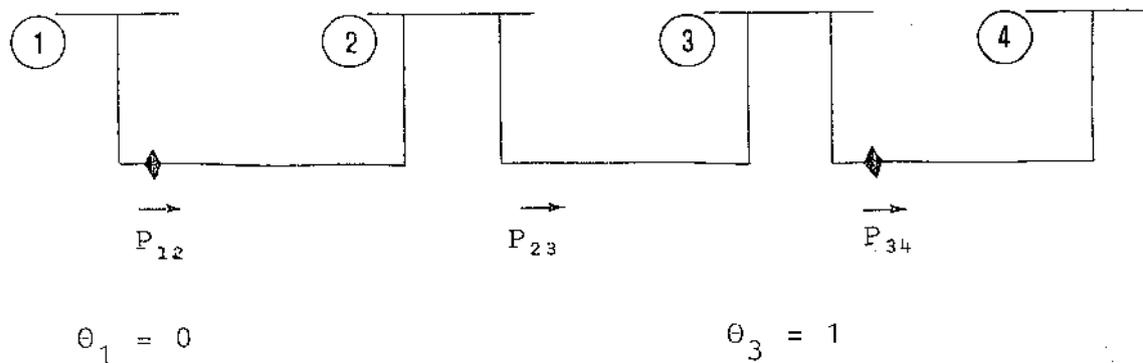


Fig. 5.1 - Exemplo

São medidos apenas os fluxos nas ligações 1-2 e 3-4.

Atribuindo-se às barras 1 e 3 referências angulares distintas ($\theta_1 = 0$ e $\theta_3 = 1$) e fazendo $P_{12} = P_{34} = 0$, obtém-se:

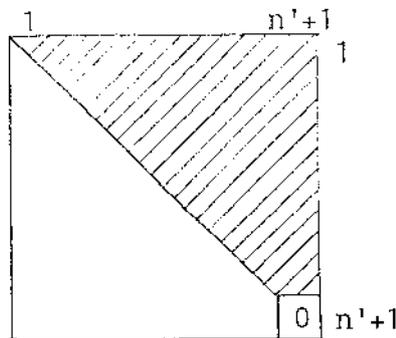
$$\theta_2 = 0 \quad \theta_4 = 1 \quad P_{23} \neq 0$$

Portanto, apesar de as medidas serem nulas, nem todos os fluxos o são, caracterizando-se a não-observabilidade do ramo 2-3.

Estas definições permitem o estabelecimento do seguinte teorema:

Teorema 1

Supondo-se que não há medidas de tensão, uma rede é observável se e somente se \bar{H} ($m \times n'$) - obtida de H suprimindo-se uma coluna - apresenta posto igual a n' e portanto, a fatoração triangular reduz a matriz ganho ($G = H^t H$) à forma :



(5.8)

onde a área hachurada corresponde a possíveis elementos não-nulos.

Prova :

Para sistema observável, $H \underline{\theta} = \underline{0}$ implica em $A^t \underline{\theta} = \underline{0}$. Porém, $A^t \underline{\theta} = \underline{0}$ implica em $\underline{\theta} = \alpha \underline{\mathbb{1}}$ onde α é um número real e $\underline{\mathbb{1}}$ é o vetor $[1, 1, \dots, 1]$. Tem-se então, que a rede é observável se e somente se $H \underline{\theta} = \underline{0}$ para $\underline{\theta} = \alpha \underline{\mathbb{1}}$. Sendo a soma das colunas de H igual a zero, tem-se $\bar{H} \underline{\mathbb{1}} = -\underline{h}$, onde \underline{h} é a k -ésima coluna de H a ser eliminada, correspondente ao nó referência (ângulo θ_k).

Ou ainda :

$$\begin{aligned} \underline{h} &= -\bar{H} \underline{\mathbb{1}} \\ \bar{H} \underline{h} &= -\bar{H}^t \bar{H} \underline{\mathbb{1}} \end{aligned} \quad (5.9)$$

$$\begin{aligned} (\bar{H}^t \bar{H})^{-1} \bar{H}^t \underline{h} &= -(\bar{H}^t \bar{H})^{-1} \cdot (\bar{H}^t \bar{H}) \cdot \underline{\mathbb{1}} \\ (\bar{H}^t \bar{H})^{-1} \bar{H}^t \underline{h} &= -\underline{\mathbb{1}} \end{aligned}$$

Na hipótese de $H \underline{\varrho} = \underline{Q}$ ou $\bar{H} \underline{\varrho} + \theta_k \underline{h} = \underline{Q}$, tem-se :

$$\begin{aligned} \bar{H} \underline{\varrho} &= -\theta_k \underline{h} \\ \underline{\varrho} &= -\theta_k (\bar{H}^t \bar{H})^{-1} \cdot \bar{H}^t \cdot \underline{h} \\ \underline{\varrho} &= \theta_k \cdot \underline{\mathbb{1}} \end{aligned}$$

Isto reforça o fato de $H \underline{\varrho} = \underline{Q}$ para $\underline{\varrho} = \alpha \underline{\mathbb{1}}$.

Seja $\underline{\varrho}'$ tal que $\bar{H} \underline{\varrho}' = \underline{Q}$. \bar{H} é obtida suprimindo-se a k-ésima coluna de H e ainda $\underline{\varrho} = (\underline{\varrho}', \underline{Q})$. Ora, se $\underline{\varrho} = \alpha \underline{\mathbb{1}} = (\underline{\varrho}', \underline{Q})$ então $\alpha = \underline{Q}$ e conseqüentemente $\underline{\varrho}' = \underline{Q}$ (única solução), indicando que \bar{H} tem posto igual a n' .

Isto completa a prova de que uma rede é observável quando \bar{H} apresenta posto igual a n' .

Inserindo-se $H = [\bar{H} \quad \underline{h}]$ em $G = H^t H$:

$$G = \begin{bmatrix} \bar{H}^t \bar{H} & \bar{H}^t \underline{h} \\ \underline{h}^t \bar{H} & \underline{h}^t \underline{h} \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

sendo que $[\bar{h}^t \bar{H} \quad \underline{h}^t \underline{h}]$ e $[\bar{H}^t \underline{h} \quad \underline{h}^t \underline{h}]^t$ correspondem à k-ésima coluna de H . Então, o algoritmo de redução atua somente sobre a

matriz $\bar{H}^t \bar{H}$, a qual não é singular se e somente se a fatoração triangular reduzi-la a uma matriz triangular, o que transforma G na forma (5.8). Note-se que \bar{H} tem posto máximo se e somente se $\bar{H}^t \bar{H}$ não é singular, condição necessária para que o estimador tenha solução única.

Concluindo, o teorema estabelece que uma rede é observável se e somente se o estimador de estado apresentar uma única solução.

Nota: Quando houver medidas de tensão, a matriz \bar{H} será substituída pela matriz H que apresenta posto máximo.

5.2. Rede Não-Observável [29]

Quando a rede não é observável, tem-se como objetivo encontrar uma solução para $H \underline{\theta} = \underline{Q}$, denominada estado não-observável. Sabe-se que a solução de $H \underline{\theta} = \underline{Q}$ é sensível aos valores numéricos dos elementos de H , bem como aos erros introduzidos durante a resolução da equação [37, págs. 317,318]. Um procedimento alternativo para solucionar $H \underline{\theta} = \underline{Q}$ está no lema :

$$H \underline{\theta} = \underline{Q} \text{ se e somente se } (H^t H) \underline{\theta} = \underline{Q} .$$

Prova :

Pré-multiplicando $H \underline{\theta} = \underline{Q}$ por H^t :

$$H^t H \underline{\theta} = \underline{Q}$$

Pré-multiplicando $(H^t H) \underline{\theta} = \underline{Q}$ por $\underline{\theta}^t$:

$$\underline{\theta}^t H^t H \underline{\theta} = \underline{Q}$$

$$(\underline{H \underline{\theta}})^t (\underline{H \underline{\theta}}) = \underline{Q}$$

resulta

$$\| \underline{H \underline{\theta}} \|^2 = \underline{Q}$$

o que, forçosamente, implica em $H \underline{\theta} = \underline{Q}$.

Portanto, $H \underline{\theta} = \underline{Q}$ se e somente se $(H^t H) \underline{\theta} = \underline{Q}$.

Desta forma, a obtenção do estado não-observável é a solução de $G \underline{\theta} = \underline{Q}$ ($G = H^t H$). Por outro lado, a fatoração triangular de G com pivoteamento completo [37, págs. 126,127], considerando-se rede não-observável (posto = $r < n'$), reduz $G \underline{\theta} = \underline{Q}$ a:

$$\begin{array}{|c|c|} \hline 1 & n'+1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & r \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline \theta_a & \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline 0 & \\ \hline \end{array} \quad (5.11)$$

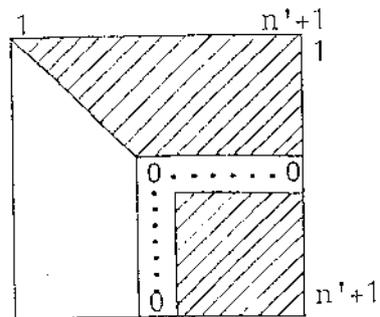
A solução (θ_a, θ_b) obtida para um θ_b arbitrário, caracteriza um estado não-observável. Este mesmo estado pode também ser obtido fazendo-se iguais a 1 todos os elementos da diagonal da sub-matriz inferior e $\theta_b = (0, 1, 2, 3, \dots)^t$:

$$\begin{array}{|c|c|} \hline 1 & n'+1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & r \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline \theta_a & \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline 0 & \\ \hline \end{array} \quad (5.12)$$

A fatoração triangular com pivoteamento completo envolve permutações entre linhas e/ou colunas de G com os respectivos rearranjos do vetor θ . Entretanto, o teorema a seguir, aponta o fato de que tal pivoteamento é desnecessário quando o objetivo é um teste de observabilidade.

Teorema 2

Se durante a fatoração triangular da matriz G , surgir um pivô zero, então os elementos das respectivas linha e coluna são nulos, isto é, G estará reduzida a :



(5.13)

A prova deste teorema está na ref. [29], julgando-se desnecessário reproduzi-la. Mais importante é a sua implicação:

Qualquer que seja o esquema de ordenação para a redução da matriz G , sempre que se encontrar um pivô zero, ao respectivo elemento de \mathcal{Q} atribuir-se-á um valor arbitrário (estado não-observável). Isto equivale a, na equação básica do estimador de estado, atribuir valores arbitrários (pseudo-medidas) aos ângulos das barras correspondentes ao vetor \mathcal{Q}_b e igualar a zero as medidas não processadas.

5.3. Análise de Observabilidade via Transformação Ortogonal [31]

Como já citado, a análise de observabilidade baseada em fatoração triangular [29,30] utiliza subrotinas existentes em um programa convencional de estimação de estado: método das equações normais e fatores triangulares da matriz ganho. O que se propõe, é a realização da análise de observabilidade via estimador de estado baseado no Método Híbrido, o qual requer transformação ortogonal para fatorar a matriz Jacobiana H .

Também neste item, a matriz H tem dimensão $m \times (n'+1)$ ou seja, inclui o nó referência angular.

Quando a rede não é observável, o posto de H é igual a $r < n'$. Neste caso, a transformação ortogonal reduzirá H à forma:

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline m \\ \hline \end{array} \\
 \begin{array}{|c|} \hline m \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline Q \\ \hline \end{array}
 \end{array}
 \quad \cdot \quad
 \begin{array}{c}
 \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline n+1 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline n'+1 \\ \hline \end{array} \\
 \begin{array}{|c|} \hline H \\ \hline \end{array}
 \end{array}
 \quad \cdot \quad
 \begin{array}{c}
 \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} \\
 \begin{array}{|c|} \hline r \\ \hline \end{array} \\
 \begin{array}{|c|} \hline n+1 \\ \hline \end{array} \\
 \begin{array}{|c|} \hline m \\ \hline \end{array}
 \end{array}
 \quad (5.14)$$

A rede é observável se e somente se posto de $H = n'$. Neste caso, a transformação ortogonal reduzirá H à forma:

(5.15)

Note-se que:

- . o zero na posição $(n'+1, n'+1)$ indica: posto de $H = n'$;
- . ao se introduzir uma pseudo-medida, por ex.: $\theta_n = 0^0$, assegura-se posto máximo a H , o que contribui para a existência de uma única solução, com H incluindo o nó referência na equação básica do estimador DC :

$$J(\theta) = [z - H \theta]^t W [z - H \theta] \quad (5.16)$$

- . a inserção desta pseudo-medida corresponde a se considerar a barra n como barra de referência com $\theta_n = 0^0$.
- . no Capítulo 3 estabeleceu-se:

$$Q \cdot H = \begin{bmatrix} R \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

e se agora H contém o nó referência, deve-se introduzir a pseudo-medida ou então, eliminar de H a coluna correspondente a este nó.

Durante a fatoração via transformação ortogonal, a permutação das colunas se faz necessária com o objetivo de se evitar pivô zero. Então, deve-se multiplicar H por uma matriz permutação P :

$$\begin{array}{c} \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline m \\ \hline \end{array} \\ \hline \end{array} Q \cdot \begin{array}{c} \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline n+1 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline n'+1 \\ \hline \end{array} \\ \hline \end{array} H \cdot P = \begin{array}{c} \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline r \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline n+1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline m \\ \hline \end{array} \quad (5.18)$$

Note-se que :

- . o lado direito de (5.17) é obtido para $r < n'+1$;
- . ao se introduzir $(n'+1 - r)$ pseudo-medidas, o estimador apresentará uma única solução.

5.4. Determinação de Ilhas Observáveis

Retomando o fato de que a rede é observável se e somente se todas as medidas igualadas a zero implicarem em fluxos nulos, tem-se que, nesta situação, não importa qual o valor atribuído à pseudo-medida referente ao nó referência angular, pois a única solução será todos os ângulos iguais, para que todos os fluxos sejam nulos. Porém, quando a rede não é observável, o fato de todas as medidas serem iguais a zero implica em que somente alguns ângulos serão iguais entre si, com a formação de distintos grupos de nós tendo o mesmo ângulo, podendo até existir grupo unitário, isto é, uma barra cujo ângulo difere de todos os outros. Tais grupos são denominados ilhas observáveis. Nesta situação, os fluxos nas ligações entre grupos não são observáveis e as medidas de injeção nos nós extremos destas ligações são classificadas como medidas irrelevantes, pois elas não contribuem para a estimação do estado das partes observáveis.

Um esquema para se determinar as ilhas observáveis, consiste no seguinte:

- a) Faça todas as medidas iguais a zero;
- b) Estabeleça pseudo-medidas com valores diferentes entre si (0, 1, 2, 3,);
- c) Resolva as equações da estimação de estado.

O resultado será a constatação de grupos de nós com o mesmo ângulo, constituindo as ilhas observáveis. É certo que este esquema pressupõe o prévio conhecimento dos pontos da rede onde devem ser adicionadas pseudo-medidas, o que pode ser obtido via equação (5.17).

A existência da matriz P , eq. (5.18), implica em se dispor de um esquema específico de ordenação das colunas da matriz H , o qual pode conflitar com o esquema de ordenação de linhas e colunas relativo à esparsidade de H . Entretanto, coloca-se a seguinte questão:

É necessária a aplicação da matriz P para apenas se determinar onde adicionar as pseudo-medidas?

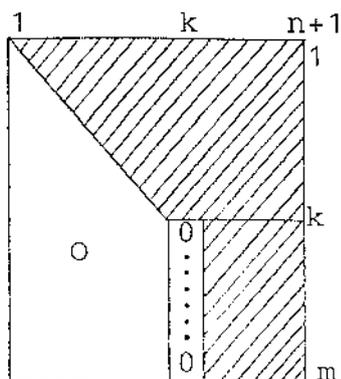
Visando responder a esta pergunta, duas versões de transformação ortogonal são analisadas:

- a) eliminação por colunas
- b) eliminação por linhas

Na versão por colunas, durante o processo de transformação ortogonal da matriz H , quando um pivô nulo for encontrado (sendo nulos os demais elementos da coluna), ao respectivo nó será atribuída uma pseudo-medida. Na outra versão, realizada a transformação ortogonal de H , pseudo-medidas são atribuídas aos nós correspondentes a elementos nulos na diagonal da matriz R .

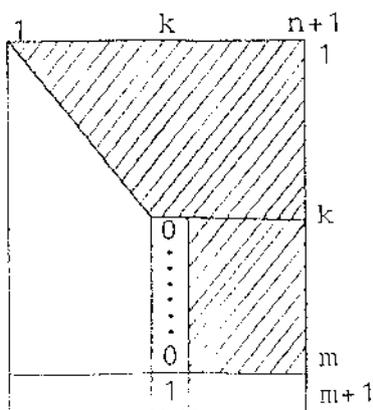
a) Eliminação Por Colunas

No k -ésimo passo do processo de fatoração :



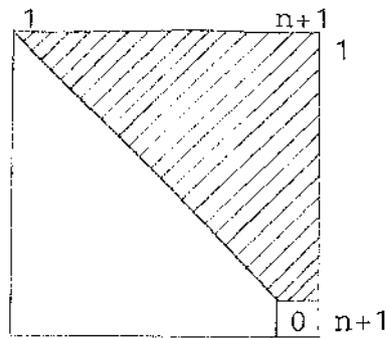
(5.19)

tem-se todos os elementos da coluna k iguais a zero (os que ainda não foram processados). O procedimento imediato seria a permutação das colunas a partir da coluna k e, se necessária, a adição de pseudo-medida neste nó. Entretanto, se neste passo, introduzirmos uma pseudo-medida no nó k , a matriz H assume a forma:



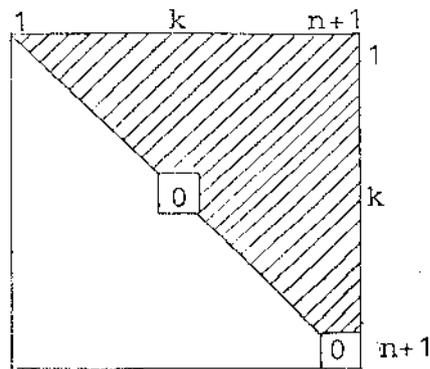
(5.20)

É certo que a inserção desta pseudo-medida não afeta os resultados oriundos dos passos anteriores. Mostra-se também, que não afeta o restante da fatoração de H .



(5.22)

e quando não é observável, R tem a forma:



(5.23)

ou seja, além do zero na posição $(n'+1, n'+1)$, outros zeros aparecem na diagonal.

Outra implicação dos teoremas: pivô zero na diagonal indica a necessidade de uma pseudo-medida.

5.5. Algoritmo A [31]

O algoritmo A é baseado nas propriedades apresentadas anteriormente e pode ser usado para testar a observabilidade de uma rede e, quando esta não é observável, identificar as ilhas observáveis, as ligações não-observáveis e as medidas irrelevantes. Em seguida, a partir das medidas originais mais as pseudo-medidas, quando estas forem disponíveis, realiza-se a estimação do estado das ilhas observáveis.

Uma outra aplicação deste algoritmo é a seleção de medidas adicionais que tornam a rede observável. Isto pode ser efetuado sequencialmente, isto é, inserindo-se uma medida por vez até se garantir a observabilidade do sistema. São candidatas a medidas adicionais: fluxos em ligações não-observáveis e injeções em barras conectadas a elas.

Passos do algoritmo A :

1. Inicializar a rede de potência com todos os nós e todas as ligações entre nós.
2. Considerar como conjunto inicial de medidas, todas as disponíveis.
3. Na rede de potência, descartar as ligações às quais não está vinculada alguma medida de fluxo nem uma medida de injeção em pelo menos um dos seus nós terminais.

4. Formar a matriz H com todos os nós da rede.
5. Fatorar H via esquema D de ordenação, combinado com o método de Givens por linha.
6. Vincular uma pseudo-medida a cada nó correspondente a um elemento nulo existente na diagonal da matriz R .
Se apenas uma pseudo-medida for inserida, a rede é observável. Caso contrário, siga adiante.
7. Executar um estimador DC assumindo todas as medidas iguais a zero, exceto as pseudo-medidas com valores diferentes entre si: 0, 1, 2, 3,
8. Calcular os fluxos nas ligações da rede de potência resultante no passo 3. Se todos os fluxos resultarem nulos, a rede apresenta uma quantidade de ilhas observáveis igual ao número de pseudo-medidas. Caso contrário, siga adiante.
9. Na rede de potência, descartar as ligações com fluxos não nulos (não-observáveis).
10. Atualizar o conjunto de medidas descartando as medidas de injeção de potência existentes em nós terminais das ligações eliminadas no passo 9 (medidas irrelevantes).
11. Retornar ao passo 3.

5.6. Exemplos [31]

Visando-se a simplicidade da apresentação, a fatoração da matriz H (passo 5) é realizada via esquema A de ordenação combinado com o método de Givens por linha, apesar de este esquema não ser o mais eficiente do ponto de vista computacional.

Considerando-se que a análise de observabilidade independe dos valores das impedâncias ($R + j X$) das ligações e das ponderações (w) das medidas, também por simplicidade, nestes exemplos assume-se: $R = 0$; $X = 1,0$ pu e $w = 1,0$ para todas as ligações e medidas, respectivamente.

Exemplo A (rede observável)

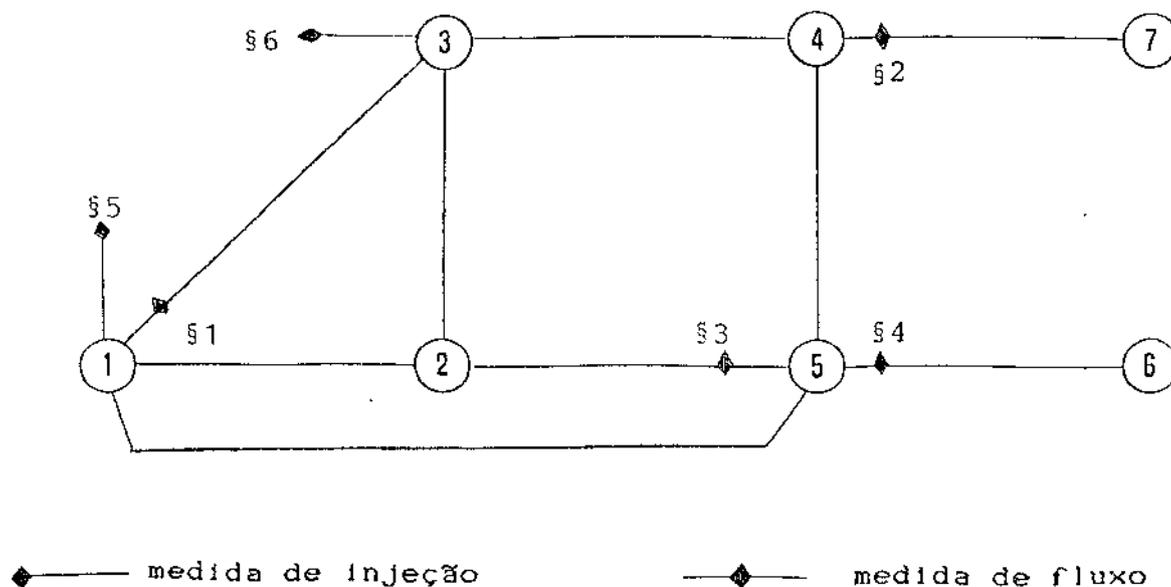


Fig. 5.1 - Exemplo A

Passos :

1. A rede de potência está representada na figura 5.1
2. As medidas são as indicadas na figura 5.1
3. Remover a ligação 4-5
4. Formar H

	1	2	3	4	5	6	7	
1	1		-1					1
2				1			-1	2
3		-1			1			3
4					1	-1		4
5	3	-1	-1		-1			5
6	-1	-1	3	-1				6

5. Fatorar H

	6	7	4	3	1	5	2	
4	1,0					-1,0		4
2		1,0	-1,0					2
6			1,0	-3,0	1,0		1,0	6
1				1,4	-2,8	0,7	0,7	1
5					1,4	-0,7	-0,7	5
3						1,0	-1,0	3

6. Constata-se que a rede é observável: apenas uma pseudo-medida é necessária.

Exemplo B (rede com duas ilhas observáveis)

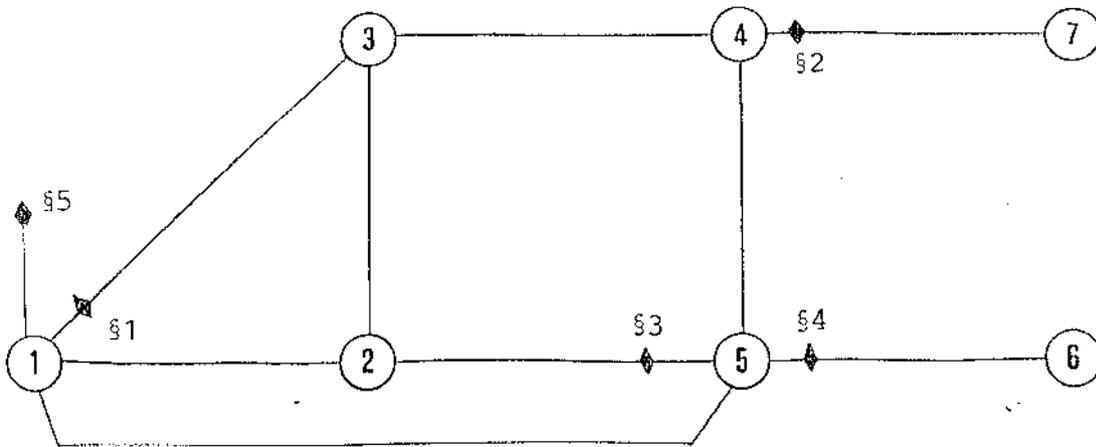


Fig. 5.2 - Exemplo B

Obs.: O exemplo B é o A sem a medida s_6 .

Passos :

1. A rede de potência está representada na figura 5.2
2. As medidas são as indicadas na figura 5.2
3. Remover as ligações 2-3, 3-4 e 4-5
4. Formar H

	1	2	3	4	5	6	7	
1	1		-1					s_1
				1			-1	s_2
		-1			1			s_3
					1	-1		s_4
3		-1	-1		-1			s_5

5. Fatorar H

	6	4	7	2	5	1	3	
	1,0				-1,0			§4
		1,0	-1,0					§2
				1,4		-2,1	0,7	§3
					1,4	-2,1	0,7	§5
						1,0	-1,0	§1

6. Duas pseudo-medidas inseridas (sistema não-observável).

$$\theta_3 = 0 \quad \text{e} \quad \theta_7 = 1,0$$

7. Resolvendo um estimador DC :

$$\theta_4 = \theta_7 = 1,0 \quad \text{e} \quad \theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = \theta_5 = \theta_6 = 0$$

8. Todos os fluxos na rede resultante (passo 3) são nulos.

A rede apresenta uma quantidade de ilhas observáveis igual ao número de pseudo-medidas.

Duas ilhas : [4 , 7] e [1 , 2 , 3 , 5 , 6]

Exemplo C (rede com três ilhas observáveis)

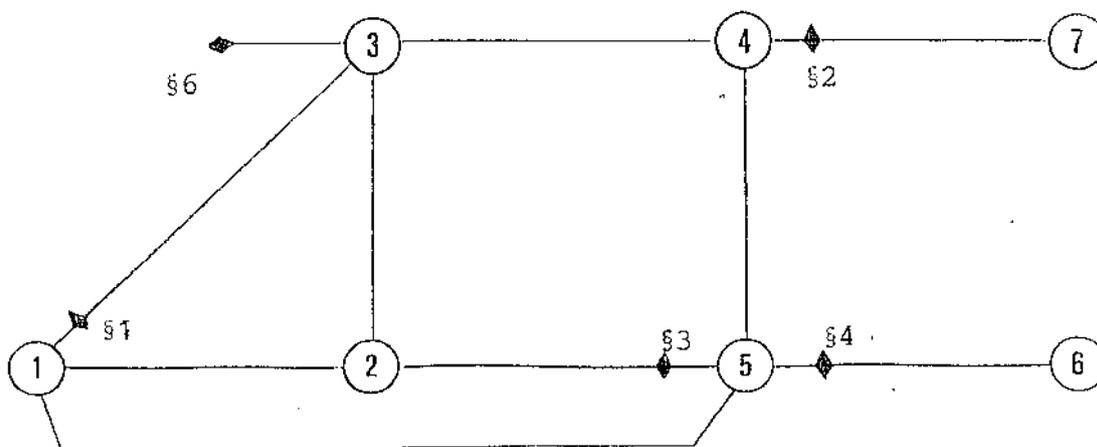


Fig. 5.3 - Exemplo C

Obs.: O exemplo C é o A sem a medida §5

Passos :

1. A rede de potência está representada na figura 5.3
2. As medidas são as indicadas na figura 5.3
3. Remover as ligações 1-2, 1-5 e 4-5
4. Formar H

	1	2	3	4	5	6	7	
§1	1		-1					§1
§2				1			-1	§2
§3		-1			1			§3
§4					1	-1		§4
§6	-1	-1	3	-1				§6

5. Fatorar H

	6	7	3	5	1	4	2	
	1,0			-1,0				§4
		1,0				-1,0		§2
			3,1		-1,3	-0,9	-0,9	§1
				1,0			-1,0	§3
					0,6	-0,3	-0,3	§6

6. Duas pseudo-medidas inseridas (rede não-observável).

$$\theta_2 = 1,0 \qquad \theta_4 = 2,0$$

7. Resolvendo um estimador DC :

$$\theta_1 = \theta_5 = 1,5 \qquad \theta_2 = \theta_5 = \theta_6 = 1,0 \qquad \theta_4 = \theta_7 = 2,0$$

8. Nem todos os fluxos na rede resultante (passo 3) são nulos. Fluxos nas ligações 2-3 e 3-4 são $\neq 0$.

9. Descartar as ligações 2-3 e 3-4

10. A medida §6 é descartada por se tornar irrelevante

11. Retornar ao passo 3

3. Não há mais ligações a descartar

4. Formar H

	1	2	3	4	5	6	7	
§1	1		-1					
§2				1			-1	
§3		-1			1			
§4					1	-1		

5. Fatorar H

	1	2	3	4	5	6	7	
§1	1,0		-1,0					
§3		1,0				-1,0		
§2				1,0			-1,0	
§4					1,0	-1,0		

6. Três pseudo-medidas inseridas

$$\theta_3 = 1,0$$

$$\theta_5 = 2,0$$

$$\theta_7 = 3,0$$

7. Resolvendo um estimador DC :

$$\theta_1 = \theta_3 = 1,0$$

$$\theta_2 = \theta_5 = \theta_6 = 2,0$$

$$\theta_4 = \theta_7 = 3,0$$

8. Todos os fluxos são nulos.

A rede apresenta três ilhas observáveis:

[1, 3]

[2, 5, 6]

[4, 7]

5.7. Medidas Redundantes

Um requisito fundamental na estimação de estado é o número de medidas ser superior (em torno do dobro) ao mínimo necessário para se obter o estado da rede, para viabilizar as atribuições legadas a um estimador de estado.

Como exposta até o item 5.6, a análise de observabilidade tem sido direcionada visando-se responder a:

- para um dado conjunto de medidas, a rede é observável ?
- se não é observável, quantas e quais são as ilhas observáveis ?

Entretanto, se nas redes de energia elétrica, de modo geral, a quantidade de medidas é superior ao necessário, tal fato nos conduz a:

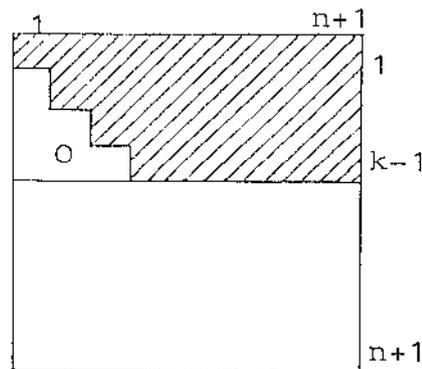
- havendo excesso de medidas e a rede sendo observável ou não, quais são as redundantes ?
- ou, quais são as básicas ?

Entenda-se por medidas básicas aquelas que configuram o conjunto mínimo necessário para se obter o estado estimado.

Retomando o exemplo B com duas medidas a mais:

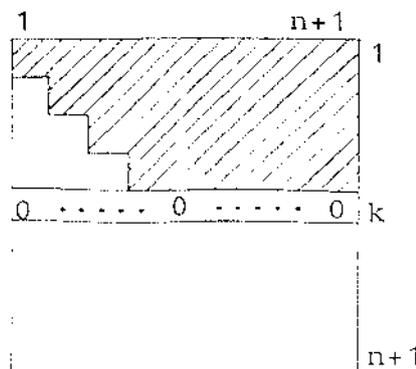
Como se pode notar, o resultado é o mesmo do passo 5 no exemplo B (sem redundância), ou seja, o algoritmo A se aplica a redes sem ou com medidas redundantes mas, sem explicitá-las. Seria possível adaptar o algoritmo A para mais esta finalidade?

No item 5.8, propõe-se o algoritmo B que é basicamente o algoritmo A com alterações no passo 5. As modificações necessárias para que o algoritmo identifique as medidas redundantes, fundamentam-se no fato de que uma medida redundante corresponde a uma linha de H linearmente dependente (l.d.). Considere-se que no k-ésimo passo do processo de fatoração,



(5.24)

$(n'+1) \rightarrow$ todos os nós inclusive a referência a próxima linha de H a ser processada, corresponde a uma medida redundante (linha l.d.). O resultado é uma linha de zeros:



(5.25)

Portanto, a respectiva medida não contribui para a observabilidade da rede, podendo, para fins de observabilidade, ser descartada (incluída na lista das redundantes).

Retomando, como exemplo, a matriz H do exemplo D :

Matriz H

	1	2	3	4	5	6	7	
1			-1					§1
				1			-1	§2
		-1			1			§3
					1	-1		§4
3	-1	-1			-1			§5
					-1	1		§6
				-1			1	§7

Note-se que as linhas de H correspondentes às medidas §2 e §7 são l.d., o mesmo ocorrendo com as medidas §4 e §6. Supondo-se que as medidas §2 e §4 já tenham sido processadas, ao processarmos a §7 e a §6, estas resultam em linhas de zeros, ou, reportando-se ao posto de uma matriz, não contribuem para o incremento do posto. Devem ser incluídas na lista das redundantes

Motivados por estas observações, propõe-se a seguir, um algoritmo que se utiliza da propriedade de dependência linear descrita anteriormente na determinação de medidas redundantes durante o processo de triangularização da matriz H .

5.8. Algoritmo B

O algoritmo B compreende todos os passos do algoritmo A com modificações no passo 5, que passa a ser:

Passo 5

Fatorar H via esquema D de ordenação, combinado com o método de Givens por linha da seguinte forma:

- 5.1. Processar as linhas de H uma a uma segundo uma ordem pré-estabelecida, ou seja, o conjunto de medidas deve estar ordenado mediante algum critério.
- 5.2. A cada linha processada, observar se o resultado é uma linha de zeros. Se for, a correspondente medida é descartada, ou seja, incluída na lista das redundantes.
- 5.3. A fatoração se encerra quando todas as medidas foram processadas, ou, o posto atingiu o valor máximo, sendo que as medidas não processadas são incluídas na lista das redundantes.

Sejam: NM a quantidade de medidas e NB o número total de nós. Ao processo de fatoração da matriz H , independentemente do esquema de ordenação a ser aplicado, vinculam-se as seguintes situações:

Situação I : $NM < (NB-1)$

Certamente, a rede não é observável. Todas as linhas de H serão processadas e as que resultarem em uma linha de zeros, terão suas respectivas medidas descartadas.

Situação II : $NM = NB-1$

A rede pode ser observável. Todas as linhas de H serão processadas e as que resultarem em uma linha de zeros, terão suas respectivas medidas descartadas. Basta existir uma redundante para a rede não ser observável.

Situação III : $NM > (NB-1)$

Pode ser que a rede seja observável e que nem todas as linhas de H sejam processadas. As que durante a fatoração resultarem em uma linha de zeros, terão suas respectivas medidas descartadas e o processamento finda quando o posto de H for igual a $NB-1$ (rede observável), ou, todas as linhas foram processadas sem se conseguir posto máximo (rede não-observável).

Visando exemplificar a aplicação do algoritmo, no item 5.9, retoma-se o exemplo D com o passo 5 exposto em detalhes e, em 5.10, são apresentados mais dois exemplos que caracterizam outras das situações aqui mencionadas. Nestes exemplos também se assume: $R = 0$; $X = 1,0$ pu e $w = 1,0$ para todas as ligações e medidas, respectivamente.

5.9. Exemplo Detalhado

Exemplo D

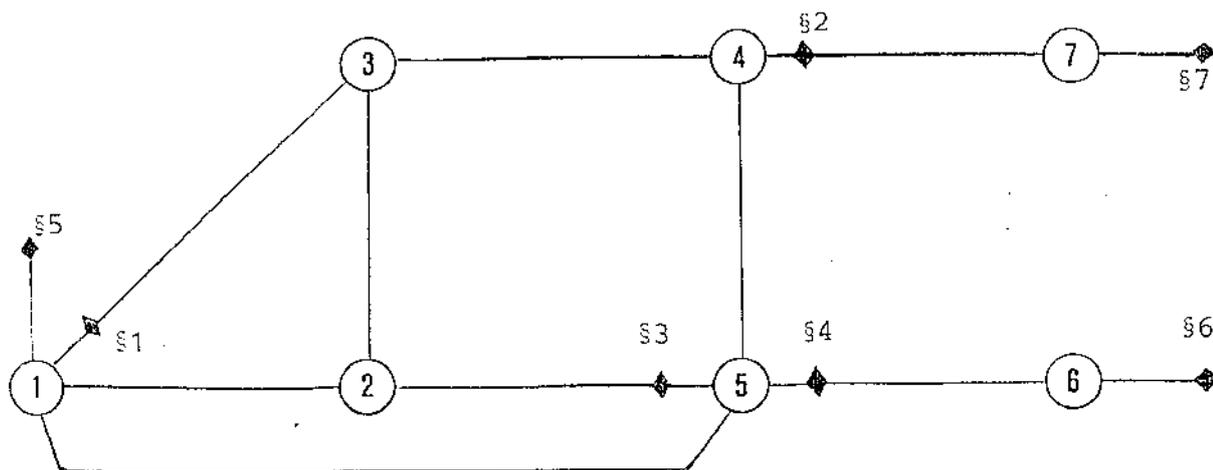


Fig. 5.5 - Exemplo D

Passos :

1. A rede de potência está representada na figura 5.5
2. As medidas são as indicadas na figura 5.5
3. Remover as ligações 2-3, 3-4 e 4-5
4. Formar H

	1	2	3	4	5	6	7	
1			-1					§1
				1			-1	§2
		-1			1			§3
					1	-1		§4
3	-1	-1			-1			§5
					-1	1		§6
				-1			1	§7

	6	4	7	2	5	1	3	
§4	1,4				-1,4			
§2		1,0	-1,0					
§6								
§3				-1,0	1,0			

Resultou em uma linha de zeros. A medida §6 é inserida na lista das redundantes.

h) 6a. medida: §5

	6	4	7	2	5	1	3	
§4	-1,0				1,0			
§2		1,0	-1,0					
§3				-1,0	1,0			
§5				-1,0	-1,0	3,0	-1,0	

	6	4	7	2	5	1	3	
§4	-1,0				1,0			
§2		1,0	-1,0					
§3				1,4		-2,1	0,7	
§5					1,4	-2,1	0,7	

1) 7a. medida: §1

	6	4	7	2	5	1	3	
§4	-1,0				1,0			
§2		1,0	-1,0					
§3				1,4		-2,1	0,7	
§5					1,4	-2,1	0,7	
§1						1,0	-1,0	

Matriz resultante:

	6	4	7	2	5	1	3	
§4	1,0				-1,0			
§2		1,0	-1,0					
§3				1,4		-2,1	0,7	
§5					1,4	-2,1	0,7	
§1						1,0	-1,0	

6. Este exemplo corresponde à situação III: a rede não é observável (duas pseudo-medidas: nós 3 e 7) e apresenta duas medidas redundantes: §6 e §7

Pseudo-medidas: $\theta_3 = 1,0$ e $\theta_7 = 2,0$

7. Resolvendo um estimador DC :

$$\theta_4 = \theta_7 = 2,0 \quad \theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = \theta_5 = \theta_6 = 1,0$$

8. Todos os fluxos na rede resultante (passo 3) são nulos.

A rede apresenta uma quantidade de ilhas observáveis igual ao número de pseudo-medidas.

Duas ilhas: [4, 7] e [1, 2, 3, 5, 6]

5.10. Exemplos

Os exemplos ilustram duas situações:

Exemplo E - rede observável com medidas redundantes

Exemplo F - rede com três ilhas observáveis, medidas redundantes e medidas irrelevantes

Também por simplicidade da apresentação, a fatoração da matriz H (passo 5) é realizada via esquema A de ordenação combinado com o método de Givens por linha e $R = 0 : X = 1,0$ pu e $w = 1,0$ para todas as ligações e medidas, respectivamente.

Exemplo E

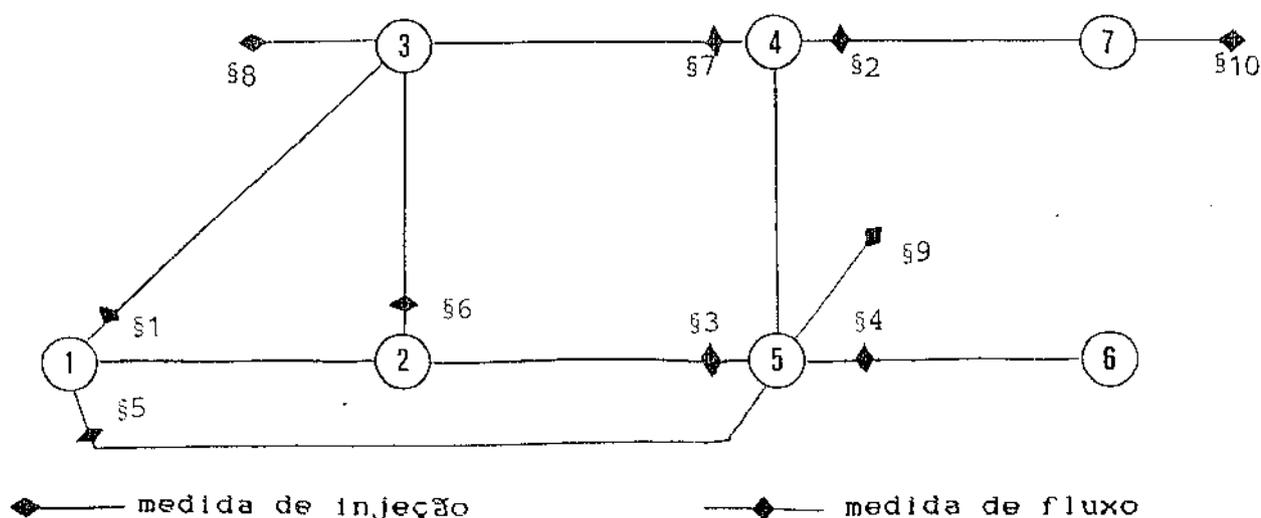


Fig. 5.6 - Exemplo E

Passos :

1. A rede de potência está representada na figura 5.6

2. As medidas são as indicadas na figura 5.6

3. Remover a ligação 1-2

4. Formar H

	1	2	3	4	5	6	7	
1	1		-1					§ 1
2				1			-1	§ 2
3		-1			1			§ 3
4					1	-1		§ 4
5	1				-1			§ 5
6		1	-1					§ 6
7			-1	1				§ 7
8	-1	-1	3	-1				§ 8
9	-1	-1		-1	4	-1		§ 9
10				-1			1	§ 10

5. Fatorar H

	6	7	4	5	3	1	2	
1,4	1,4		0,7	-3,5		0,7	0,7	§ 4
1,4		1,4	-1,4					§ 2
1,6			1,6	-0,9	-2,5	0,9	0,9	§ 7
2,4				2,4	-1,0	-0,7	-0,7	§ 5
2,2					2,2	-1,1	-1,1	§ 1
1,0						1,0	-1,0	§ 6

6. Este exemplo corresponde à situação III, sendo a rede observável (apenas uma pseudo-medida: nó 2) e apresentando quatro medidas redundantes: § 3, § 8, § 9 e § 10.

Exemplo F

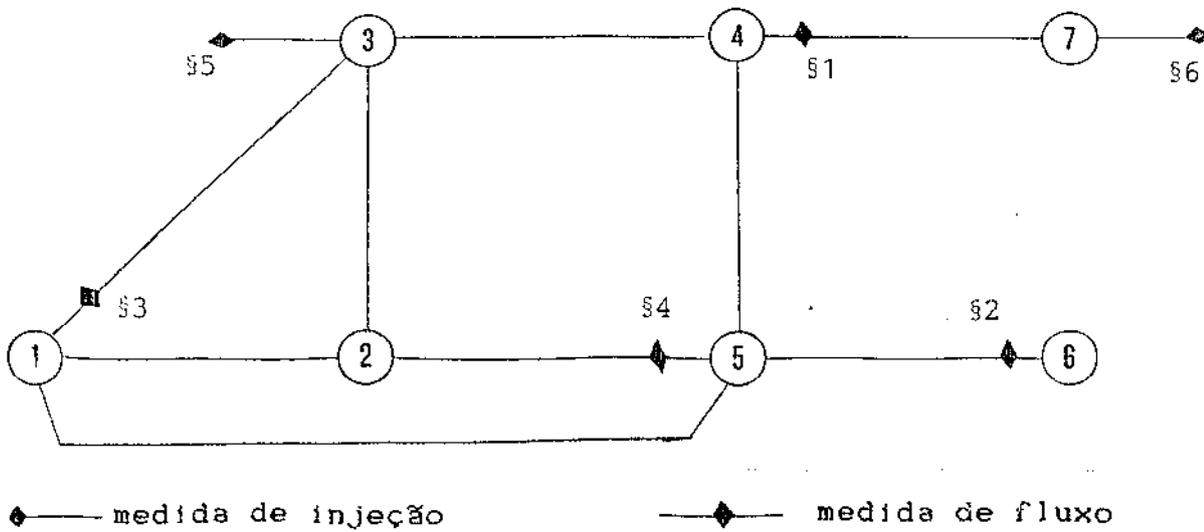


Fig. 5.7 - Exemplo F

Passos :

1. A rede de potência está representada na figura 5.7
2. As medidas são as indicadas na figura 5.7
3. Remover as ligações 1-2, 1-5 e 4-5
4. Formar H

	1	2	3	4	5	6	7	
				1			-1	s1
					-1	1		s2
	1		-1					s3
		-1			1			s4
	-1	-1	3	-1				s5
				-1			1	s6

5. Fatorar H

	6	5	2	3	4	1	7	
	1,0	-1,0						§2
		1,0	-1,0					§4
			1,0	-3,0	1,0	1,0		§5
				1,0		-1,0		§3
					1,4		-1,4	§1

6. Este exemplo corresponde à situação 11, sendo a rede não-observável (duas pseudo-medidas: nós 1 e 7) e apresentando uma medida redundante: §6

Pseudo-medidas: $\theta_1 = 1,0$ e $\theta_7 = 2,0$

7. Resolvendo um estimador DC :

$$\theta_1 = \theta_5 = 1,0 \quad \theta_2 = \theta_3 = \theta_6 = 0 \quad \theta_4 = \theta_7 = 2,0$$

8. Nem todos os fluxos na rede resultante (passo 3) são nulos. Fluxos nas ligações 2-3 e 3-4 são $\neq 0$.

9. Descartar as ligações 2-3 e 3-4.

10. A medida §5 é descartada por se tornar irrelevante.

11. Retornar ao passo 3.

3. Não há mais ligações a descartar.

4. Formar H

	1	2	3	4	5	6	7	
				1			-1	§1
					-1	1		§2
	1		-1					§3
		-1			1			§4

5. Fatorar H

	6	5	2	3	4	1	7	
	1,0	-1,0						§2
		1,0	-1,0					§
			1					:
				1,0		-1,0		§3
					1,0		-1,0	§1
						1		:
							1	:

6. Três pseudo-medidas inseridas:

$$\theta_1 = 1,0 \quad \theta_2 = 2,0 \quad \theta_7 = 3,0$$

7. Resolvendo um estimador DC :

$$\theta_1 = \theta_3 = 1,0 \quad \theta_2 = \theta_5 = \theta_6 = 2,0 \quad \theta_4 = \theta_7 = 3,0$$

8. Todos os fluxos são nulos.

A rede apresenta três ilhas observáveis:

$$[1, 3] \quad [2, 5, 6] \quad [4, 7]$$

5.11. Sinopse

Os seis exemplos apresentados caracterizam as seguintes situações:

. Exemplo A [$NM = NB - 1$]

Rede observável sem medidas redundantes e/ou irrelevantes.

. Exemplo B [$NM = NB - 2$]

Rede com duas ilhas observáveis sem medidas redundantes e/ou irrelevantes.

. Exemplo C [$NM = NB - 2$]

Rede com três ilhas observáveis, medida irrelevante e nenhuma redundante.

. Exemplo D [$NM = NB$]

Rede com duas ilhas observáveis, medidas redundantes e nenhuma irrelevante.

. Exemplo E [$NM = NB + 3$]

Rede observável com medidas redundantes e nenhuma irrelevante.

. Exemplo F [$NM = NB - 1$]

Rede com três ilhas observáveis, medida redundante e medida irrelevante.

Objetivou-se através destes exemplos, mostrar as possibilidades do algoritmo B , quais sejam:

- . detectar se a rede é ou não observável;
- . se não observável, identificar as ilhas observáveis, as ligações não observáveis e as medidas irrelevantes;
- . se observável ou não, classificar as medidas em básicas e redundantes.

CAPÍTULO 6

COMENTÁRIOS E CONCLUSÕES

Dentre as diversas linhas de pesquisa em sistemas de energia elétrica, a Estimaco de Estado é uma das que tem suscitado o desenvolvimento de métodos e algoritmos computacionais, envolvendo diferentes técnicas tanto de modelagem como de tratamento de matrizes. Este último foi objeto de estudo neste trabalho, abordando-se os métodos de transformaco ortogonal de Householder e de Givens (Capítulo 3) para a soluco do problema de Quadrados Míminos Ponderados (QMP) que corresponde à formulaco básica da Estimaco de Estado.

Com o desenvolvimento do Método Híbrido para a Estimaco de Estado, proposto na ref.[22] e descrito no Capítulo 4, a robustez e a superior estabilidade numérica dos métodos de transformaco ortogonal foram conciliados com a boa esparsidade característica do Método das Equaces Normais em uso em programas de estimaco de estado comerciais. Poucas modificaces - apenas nas subrotinas de fatoraco triangular - são necessárias para se dotar estes programas de um ferramental matemático imune às possíveis situaçes de mau condicionamento numérico, como exposto no Capítulo 2.

Um outro tpico abordado neste trabalho, foi a Análise de Observabilidade para a qual se tem conhecimento de duas abordagens básicas: os métodos topológicos e os métodos baseados na fatoraco triangular da matriz ganho ou da matriz Jacobiana.

Além de vantagens como, por exemplo, a facilidade de implementação em programas de estimação de estado que resolvem o problema QMP via Método das Equações Normais e a possibilidade de se tratar o problema de observabilidade como um subproblema da Estimação de Estado, os métodos baseados em fatoração triangular possibilitam um tratamento unificado da Análise de Observabilidade Topológica e da Análise de Observabilidade Numérica.

Ao se analisar uma rede de energia elétrica somente do ponto de vista topológico, nada garante que um programa estimador de estado a ela aplicado, fornecerá resultados satisfatórios ou até mesmo se convergirá, por se tratar de um processo iterativo.

Neste aspecto, a observabilidade numérica é vantajosa pois se for objetivo somente um estudo topológico da rede, basta assumir reatâncias e fatores de ponderação unitários e aplicar o algoritmo sem maiores preocupações de ordem numérica. Porém, se além de se analisar a rede topologicamente, há também o interesse em se avaliar as condições numéricas, a observabilidade numérica torna-se fundamental.

Face a sua robustez e superior estabilidade numérica, a metodologia da transformação ortogonal foi aplicada ao problema da análise de observabilidade (Capítulo 5). Propôs-se um aperfeiçoamento do algoritmo de observabilidade da ref.[31]: dado um conjunto de medidas para uma determinada rede de energia elétrica o novo algoritmo permite classificá-las em dois tipos: básicas e redundantes.

Como exposto no Capítulo 1, uma quantidade de medidas no mínimo o dobro do necessário para se obter o estado da rede, é uma das condições para o bom desempenho de um estimador de estado. Neste contexto, uma separação conveniente das medidas em básicas e em redundantes, é um recurso que permite ao estimador um esforço menor de processamento.

Uma segunda aplicação para este algoritmo, seria a sua inserção, como um ferramental auxiliar, nos programas de detecção e identificação de medidas com erros grosseiros ("Multiple Bad Data Identification"). Uma idéia preliminar é apresentada no Apêndice V.

É também uma aplicação para os estudos realizados neste trabalho, a alocação ótima de medidores para se assegurar a observabilidade da rede.

APÊNDICE I

RESOLUÇÃO DE SISTEMAS LINEARES

A formulação matricial adotada nos diversos problemas da análise de redes de energia elétrica, envolve matrizes altamente esparsas, em geral, acima de 95% de elementos nulos, podendo-se chegar a 99 % ou mais, em redes de grande porte. Com essa característica tem-se, p. ex., a matriz admitância nodal Y [43], a matriz Jacobiana do método de Newton [32], as matrizes B' e B'' do método desacoplado rápido [9] e a matriz ganho do estimador.

Os sistemas de equações que englobam essas matrizes são do tipo:

$$A \cdot x = b \quad (1.1)$$

A - matriz dos coeficientes

x - vetor dependente

b - vetor independente

No caso de soluções repetidas para i vetores independentes com a mesma matriz A , x e b passam a ser matrizes $(n \times i)$.

Uma maneira de se resolver o sistema (1.1) seria pela obtenção da matriz A^{-1} explicitamente. Isto, no entanto, além de ser computacionalmente pouco eficiente, seria impraticável para matrizes com dimensões elevadas pois, apesar de A ser esparsa, a sua inversa A^{-1} em geral é cheia.

Diversas técnicas [34,40] desenvolvidas para a resolução de sistemas lineares, evitam a utilização da matriz A^{-1} operando somente com matrizes fatores (decomposição LDU) que são esparsas. Essas técnicas basicamente, provém armazenamento compacto dos termos não-nulos da matriz A ; determinação ótima da ordem de pivoteamento (processo de redução) e aplicação do método da eliminação de Gauss para a obtenção dos fatores triangulares através dos quais chega-se à solução do sistema para um ou mais vetores independentes. É importante notar que a ordem de pivoteamento é determinada tendo-se como motivação única a esparsidade dos fatores triangulares. A razão para isso é o fato de que tanto o método de Gauss como o de Cholesky são estáveis para matrizes definida positiva como é o caso da matriz G .

1.1. Método da Eliminação de Gauss

O método da eliminação de Gauss consiste em, através de combinações lineares entre as linhas da matriz dos coeficientes, anular os elementos acima (triângulo superior) e abaixo (triângulo inferior) da diagonal principal, com os elementos desta feitos iguais a 1.

Pode-se visualizar três etapas:

- a) tornar nulos os elementos do triângulo inferior, através de combinações lineares das linhas da matriz;
- b) dividir cada linha pelo correspondente elemento da diagonal principal tornando-a unitária;

c) tornar nulos os elementos do triângulo superior (via combinações lineares), o que acaba por transformar a matriz dos coeficientes em uma matriz identidade.

Note-se que as mesmas operações efetuadas com as linhas da matriz A são simultaneamente realizadas com o vetor independente podendo ser interpretadas como operações com matrizes elementares do tipo [43]:

$$T_{ij} = \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & \ddots & & \\ & & c_{ij} & \\ & & & \ddots \\ & & & & 1 \end{bmatrix} \quad T_{ii} = \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & \ddots & & \\ & & c_{ii} & \\ & & & \ddots \\ & & & & 1 \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

Portanto, para anular o elemento (i,j) basta premultiplicar a matriz A pela matriz elementar T_{ij} na qual $c_{ij} = -a_{ij} / a_{jj}$, sendo a_{ij} e a_{jj} os valores atuais dos elementos da matriz A nas posições (i,j) e (j,j) . Para tornar unitário o elemento (i,i) basta premultiplicar a matriz A pela matriz elementar T_{ii} na qual $c_{ii} = 1 / a_{ii}$, sendo a_{ii} o valor atual do elemento da matriz A na posição (i,i) . É certo que essas operações devem ser feitas ordenadamente de modo que uma operação elementar não destrua o efeito produzido pelas operações precedentes. Assim, o método da eliminação de Gauss pode ser entendido como uma sequência de operações com matrizes elementares [43]:

$$T_{\ell} \cdot (T_{\ell-1} \cdot (\dots (T_3 \cdot (T_2 \cdot (T_1 \cdot A)))))) = I \quad (1.3)$$

$$T_{\ell} \cdot (T_{\ell-1} \cdot (\dots (T_3 \cdot (T_2 \cdot (T_1 \cdot \underline{b})))))) = \underline{x}$$

Note-se que os parênteses indicam a ordem das operações que transformam a matriz A em uma matriz identidade I e o vetor independente b no vetor solução x .

Se as operações elementares indicadas em (1.3) forem realizadas em uma sequência tal que primeiro sejam anulados os elementos do triângulo inferior; em seguida, normalizados (feitos = 1) os elementos da diagonal; e por último, anulados os elementos do triângulo superior, então a matriz A pode ser expressa na forma fatorada:

$$A = [L_1 \cdot L_2 \cdot \dots \cdot L_\ell] [D_1 \cdot D_2 \cdot \dots \cdot D_n] [U_1 \cdot U_2 \cdot \dots \cdot U_u] \quad (1.4)$$

em que L_i , D_i e U_i operam, respectivamente, no triângulo inferior, na diagonal e no triângulo superior da matriz dos coeficientes.

Facilmente verifica-se [43] que:

$$L_1 \cdot L_2 \cdot \dots \cdot L_\ell = I + \sum_1^\ell (L_m - I) = L \quad (1.5)$$

ou seja, o produto das matrizes L_m , que correspondem às operações elementares efetuadas no triângulo inferior da matriz A , é uma matriz do tipo triangular inferior L obtida pela superposição das matrizes L_m . Essa mesma propriedade se verifica para as matrizes elementares U_m que operam no triângulo superior:

$$U_1 \cdot U_2 \cdot \dots \cdot U_u = I + \sum_1^u (U_m - I) = U \quad (1.6)$$

em que U é uma matriz do tipo triangular superior obtida pela superposição das matrizes U_m .

No caso das matrizes D_m também é fácil verificar:

$$D_1 \cdot D_2 \cdot \dots \cdot D_n = D \quad (1.7)$$

em que D é uma matriz diagonal obtida pela superposição das matrizes D_m .

Portanto, a expressão (1.4) pode ser reescrita na forma:

$$A = L \cdot D \cdot U \quad (1.8)$$

chegando-se à expressão da fatoração triangular da matriz A , conhecida na literatura como decomposição LDU'.

As matrizes L e U preservam parcialmente a esparsidade da matriz A . Os elementos não-nulos de L e U aparecem nas posições em que a matriz original tinha elementos não-nulos e em algumas outras posições que são ocupadas durante o processo de eliminação (elementos \otimes).

Obs.: Se A for simétrica:

$$\begin{aligned} A^t &= A \\ (L D U)^t &= U^t D L^t = A = L D U \\ L &= U^t \quad \text{ou} \quad U = L^t \end{aligned}$$

Neste caso:

$$A = L D U = L D L^t = U^t D U \quad (1.9)$$

A resolução do sistema $A x = b$ via fatores triangulares é dada por:

$$\begin{aligned} A x &= L D U x = b \\ L^{-1} A x &= D U x = L^{-1} b \\ D^{-1} L^{-1} A x &= U x = D^{-1} L^{-1} b \\ U^{-1} D^{-1} L^{-1} A x &= x = U^{-1} D^{-1} L^{-1} b \end{aligned} \quad (1.10)$$

Portanto, a solução \underline{x} pode ser obtida em três etapas:

$$\underline{x} = U^{-1} \cdot (D^{-1} \cdot (L^{-1} \cdot \underline{b})) \quad (1.11)$$

É fato [43] que as matrizes L^{-1} e U^{-1} são praticamente cheias, o que torna inconveniente calculá-las explicitamente e, desta forma, as operações indicadas em (1.11) são efetuadas via aplicação de matrizes elementares [43]: T_{ij} , T_{ji} e D_{ii} . É certo que todas as informações necessárias para se transformar o vetor \underline{b} no vetor \underline{x} estão contidas nas matrizes L , D e U , pois são constituídas de todos os elementos das matrizes elementares L_m , D_m e U_m .

1.2. Decomposição de Cholesky [41,42]

Seja A ($n \times n$) R uma matriz definida positiva.

A matriz A pode ser decomposta na forma:

$$A = L D L^t \quad (1.12)$$

L - matriz triangular inferior

D - matriz diagonal com elementos estritamente positivos

Desde que D é estritamente positiva :

$$A = L D^{1/2} D^{1/2} L^t = R^t R \quad (1.13)$$

com $R = D^{1/2} L^t$, sendo R uma matriz triangular superior com elementos positivos na diagonal.

A expressão (1.13) corresponde à decomposição de Cholesky

para a matriz A e a matriz R é denominada "fator de Cholesky" ou "raiz quadrada de A " (analogia com o caso escalar).

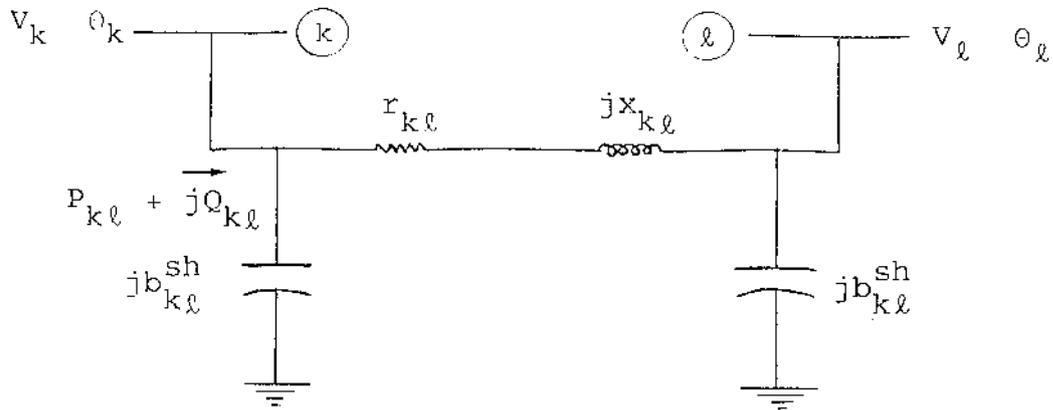
Se no sistema de equações $A \underline{x} = \underline{b}$, A é definida positiva, pode-se resolvê-lo via decomposição de Cholesky, isto é, através de dois sistemas triangulares:

$$R^t \underline{y} = \underline{b} \quad (1.14)$$

$$R \underline{x} = \underline{y} \quad (1.15)$$

Desta forma evita-se o cálculo das raízes quadradas que aparecem no método original de Cholesky.

APÊNDICE II

ELEMENTOS DA MATRIZ $H(\underline{x})$ E ESTIMADORES DESACOPLADOS RÁPIDOSII.1 - Medidas de Fluxos em Linhas (P_{kl}, Q_{kl})Figura II.1 - Modelo π - Equivalente

$$P_{kl}(\underline{x}) = V_k^2 g_{kl} - V_k V_l (g_{kl} \cos \theta_{kl} + b_{kl} \sin \theta_{kl}) \quad (II.1)$$

$$Q_{kl}(\underline{x}) = -V_k^2 (b_{kl} + b_{kl}^{sh}) - V_k V_l (g_{kl} \sin \theta_{kl} - b_{kl} \cos \theta_{kl})$$

onde

$$g_{kl} = \frac{r_{kl}}{r_{kl}^2 + x_{kl}^2} \quad ; \quad b_{kl} = - \frac{x_{kl}}{r_{kl}^2 + x_{kl}^2} \quad ; \quad \theta_{kl} = \theta_k - \theta_l$$

Logo os elementos de $H(\underline{x})$, para as medidas de fluxo são:

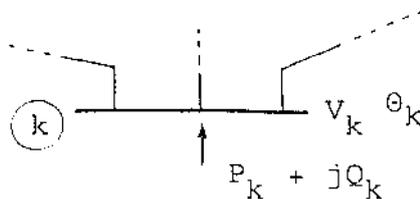
$$\frac{\partial P_{kl}}{\partial \theta_i} = \begin{cases} V_i V_l (-g_{il} \sin \theta_{il} + b_{il} \cos \theta_{il}) & i = k \\ V_k V_i (-g_{ki} \sin \theta_{ki} + b_{ki} \cos \theta_{ki}) & i = l \\ 0 & i \neq k \text{ e } i \neq l \end{cases} \quad (II.2)$$

$$\frac{\partial P_{k\ell}}{\partial V_i} = \begin{cases} 2 V_i g_{i\ell} - V_\ell (g_{i\ell} \cos \theta_{i\ell} + b_{i\ell} \sin \theta_{i\ell}) & i = k \\ -V_k (g_{ki} \cos \theta_{ki} + b_{ki} \sin \theta_{ki}) & i = \ell \\ 0 & i \neq k \text{ e } i \neq \ell \end{cases} \quad (11.3)$$

$$\frac{\partial Q_{k\ell}}{\partial \theta_i} = \begin{cases} -V_i V_\ell (g_{i\ell} \sin \theta_{i\ell} + b_{i\ell} \cos \theta_{i\ell}) & i = k \\ V_k V_i (g_{ki} \sin \theta_{ki} + b_{ki} \cos \theta_{ki}) & i = \ell \\ 0 & i \neq k \text{ e } i \neq \ell \end{cases} \quad (11.4)$$

$$\frac{\partial Q_{k\ell}}{\partial V_i} = \begin{cases} -2 V_i (b_{i\ell} + b_{i\ell}^{sh}) - V_\ell (g_{i\ell} \sin \theta_{i\ell} - b_{i\ell} \cos \theta_{i\ell}) & i = k \\ -V_k (g_{ki} \sin \theta_{ki} - b_{ki} \cos \theta_{ki}) & i = \ell \\ 0 & i \neq k \text{ e } i \neq \ell \end{cases} \quad (11.5)$$

11.2 - Medidas de Injeções (P_k , Q_k)



$$P_k(\underline{x}) = V_k \sum_{\ell \in \mathcal{K}} V_\ell (G_{k\ell} \cos \theta_{k\ell} + B_{k\ell} \sin \theta_{k\ell}) \quad (11.6)$$

$$Q_k(\underline{x}) = V_k \sum_{\ell \in \mathcal{K}} V_\ell (G_{k\ell} \sin \theta_{k\ell} - B_{k\ell} \cos \theta_{k\ell})$$

onde G_k e B_k são os elementos (k, ℓ) da matriz admitância nodal $Y = G + jB$ (não confundir esta matriz G com a matriz ganho do estimador), e \mathcal{K} representa o conjunto de todas as barras vizinhas à barra k ligadas diretamente a k inclusive k .

Os elementos de H correspondentes às medidas de injeção são:

$$\frac{\partial P_k}{\partial \theta_i} = \begin{cases} V_i \sum_{l \in \Omega_k} V_l (-G_{il} \sin \theta_{il} + B_{il} \cos \theta_{il}) & i = k \\ V_i V_k (G_{ki} \sin \theta_{ki} - B_{ki} \cos \theta_{ki}) & i \in \Omega_k \\ 0 & i \notin \kappa \end{cases} \quad (11.7)$$

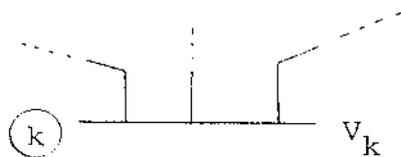
$$\frac{\partial P_k}{\partial V_i} = \begin{cases} 2 V_i G_{ii} + \sum_{l \in \Omega_k} V_l (G_{il} \cos \theta_{il} + B_{il} \sin \theta_{il}) & i = k \\ V_k (G_{ki} \cos \theta_{ki} + B_{ki} \sin \theta_{ki}) & i \in \Omega_k \\ 0 & i \notin \kappa \end{cases} \quad (11.8)$$

$$\frac{\partial Q_k}{\partial \theta_i} = \begin{cases} V_i \sum_{l \in \Omega_k} V_l (G_{il} \cos \theta_{il} + B_{il} \sin \theta_{il}) & i = k \\ -V_k V_i (G_{ki} \cos \theta_{ki} + B_{ki} \sin \theta_{ki}) & i \in \Omega_k \\ 0 & i \notin \kappa \end{cases} \quad (11.9)$$

$$\frac{\partial Q_k}{\partial V_i} = \begin{cases} -2 V_i B_{ii} + \sum_{l \in \Omega_k} V_l (G_{il} \sin \theta_{il} - B_{il} \cos \theta_{il}) & i = k \\ V_k (G_{ki} \sin \theta_{ki} - B_{ki} \cos \theta_{ki}) & i \in \Omega_k \\ 0 & i \notin \kappa \end{cases} \quad (11.10)$$

onde Ω_k é o conjunto κ exclusive a barra k .

11.3 - Medidas de Tensão (V_k)



Os elementos de H correspondentes às medidas de tensão são:

$$\frac{\partial V_k}{\partial \theta_i} = 0 \quad \text{qualquer } i \quad (11.11)$$

$$\frac{\partial V_k}{\partial V_i} = \begin{cases} 1 & i = k \\ 0 & i \neq k \end{cases} \quad (11.12)$$

11.4. Estimadores Desacoplados Rápidos [12,13]

O estimador desacoplado rápido é obtido introduzindo-se na recorrência (2.11) as mesmas aproximações feitas na obtenção do fluxo de carga desacoplado rápido [19]. Podem ser feitas aproximações tanto na matriz ganho como na matriz Jacobiana. Aproximações em $G(x)$ afetam apenas a convergência do processo iterativo sem alterar a solução, enquanto que aproximações em $H(x)$ provocam alterações na solução, as quais podem ser desprezíveis se a rede em estudo apresenta níveis de tensão elevados (redes EAT, UAT).

Considerando-se as definições de x e z , equações (2.2) e (2.3), a matriz $H(x)$ dada pela eq.(2.7), pode ser posta na forma:

$$H(\underline{\theta}, \underline{V}) = \begin{bmatrix} H_{P\theta} & H_{PV} \\ H_{Q\theta} & H_{QV} \end{bmatrix} \quad (11.13)$$

onde

$H_{P\theta}$ - derivadas das variáveis correspondentes às medidas de

fluxos e injeções de potência ativa, em relação a $\underline{\theta}$
(eqs. (II.2) e (II.7))

$H_{Q\theta}$ - derivadas das variáveis correspondentes às medidas de fluxos e injeções de potência reativa e magnitudes de tensão, em relação a $\underline{\theta}$
(eqs. (II.4), (II.9) e (II.11))

H_{PV} - derivadas das variáveis correspondentes às medidas de fluxos e injeções de potência ativa, em relação a \underline{V}
(eqs. (II.3) e (II.8))

H_{QV} - derivadas das variáveis correspondentes às medidas de fluxos e injeções de potência reativa e magnitudes de tensão, em relação a \underline{V}
(eqs. (II.5), (II.10) e (II.12))

A matriz $G(\underline{x})$ dada pela eq. (2.10), pode ser posta na forma:

$$G(\underline{\theta}, \underline{V}) = \begin{bmatrix} G_{P\theta} & G_{PV} \\ G_{Q\theta} & G_{QV} \end{bmatrix} \quad (II.14)$$

onde

$$\begin{aligned}
 G_{P\theta} &= H_{P\theta}^t W_1 H_{P\theta} + H_{Q\theta}^t W_2 H_{Q\theta} \\
 G_{PV} &= H_{P\theta}^t W_1 H_{PV} + H_{Q\theta}^t W_2 H_{QV} \\
 G_{Q\theta} &= H_{PV}^t W_1 H_{P\theta} + H_{QV}^t W_2 H_{Q\theta} \\
 G_{QV} &= H_{PV}^t W_1 H_{PV} + H_{QV}^t W_2 H_{QV}
 \end{aligned} \tag{II.15}$$

sendo W_1 e W_2 as ponderações correspondentes às medidas "ativas e reativas", respectivamente.

Duas principais categorias de estimadores desacoplados podem ser obtidas conforme o desacoplamento seja aplicado somente na matriz ganho ou também na matriz Jacobiana. No primeiro caso há alteração somente no lado esquerdo da equação (2.11) e no segundo caso altera-se também o lado direito de (2.11). Em ambos os casos a matriz $G(x)$ será do tipo:

$$G(x) = \begin{bmatrix} G_{P\theta} & 0 \\ 0 & G_{QV} \end{bmatrix} \tag{II.16}$$

Inserindo (II.16) em (2.11) e obtendo-se as correções $\Delta \underline{V}^{k+1}$ com os valores atualizados dos ângulos ($\underline{\theta}^{k+1}$) tem-se o algoritmo para os estimadores desacoplados:

$$G_{P\theta} \cdot \Delta \underline{\theta}^{k+1} = \Delta \underline{A}(\underline{\theta}^k, \underline{V}^k) \tag{II.17}$$

$$G_{QV} \cdot \Delta \underline{V}^{k+1} = \Delta \underline{R}(\underline{\theta}^{k+1}, \underline{V}^k) \tag{II.18}$$

onde $\Delta \underline{A}$ e $\Delta \underline{R}$ são vetores obtidos a partir do lado direito da equação (2.11):

$$\Delta \underline{A} = \begin{bmatrix} H_{P\theta}^t & H_{Q\theta}^t \end{bmatrix} W \left[\underline{z} - \underline{h}(\underline{\theta}^k, \underline{V}^k) \right] \quad (11.19)$$

$$\Delta \underline{R} = \begin{bmatrix} H_{PV}^t & H_{QV}^t \end{bmatrix} W \left[\underline{z} - \underline{h}(\underline{\theta}^{k+1}, \underline{V}^k) \right]$$

As aproximações que viabilizam a obtenção dos estimadores desacoplados são:

a) Na obtenção da matriz $G(x)$:

- opção 1: apenas assumir $\underline{V} = \underline{1}$ pu e $\underline{\theta} = \underline{\theta}^0$;
- opção 2: além de $\underline{V} = \underline{1}$ pu e $\underline{\theta} = \underline{\theta}^0$, desprezar as resistências no cálculo de H_{PV} e $H_{Q\theta}$.

b) Na obtenção dos vetores $\Delta \underline{A}$ e $\Delta \underline{B}$ formar as matrizes $H_{P\theta}$,

H_{PV} , $H_{Q\theta}$ e H_{QV} :

- opção 1: sem aproximações e recalculando-as passo a passo;
- opção 2: fazendo $\underline{V} = \underline{1}$ e $\underline{\theta} = \underline{\theta}^0$, desprezando as resistências e mantendo-as constantes em todo o processo iterativo.

Portanto, ao todo tem-se quatro versões de estimadores desacoplados. Em diversos testes realizados [13,14] sobressaiu-se a versão:

- . assumir $\underline{V} = \underline{1}$ pu e $\underline{\theta} = \underline{\theta}^0$;
- . desprezar as resistências no cálculo de H_{12} e H_{21} em ambos os lados da equação (2.11);
- . manter constantes as submatrizes de $H(x)$.

Esta versão foi adotada neste trabalho.

APÊNDICE III

NÚMERO DE CONDICIONAMENTO

Seja A ($m \times n$) uma matriz não-singular. Da ref. [37] pág.180:

$$\|A^t\|_2 = \|A\|_2$$

$$\|A^t A\|_2 = \|A\|_2^2$$

$$cn(A) = \|A\|_2 \cdot \|B\|_2 \quad \text{sendo} \quad B = (A^t \cdot A)^{-1} \cdot A^t$$

e

$$B \cdot B^t = (A^t \cdot A)^{-1}$$

$$B^t \cdot B = (A \cdot A^t)^{-1}$$

Calculando-se $\|B\|_2^2$:

$$\|B\|_2^2 = \|B^t \cdot B\|_2 = \|(B \cdot B^t)^t\|_2 = \|B \cdot B^t\|_2$$

$$\|B \cdot B^t\|_2 = \|[(A^t \cdot A)^{-1} \cdot A^t] \cdot [(A^t \cdot A)^{-1} \cdot A^t]^t\|_2$$

$$\|B \cdot B^t\|_2 = \|[(A^t \cdot A)^{-1} \cdot A^t \cdot A \cdot (A^t \cdot A)^{-1}]^t\|_2$$

I

chega-se a:

$$\|B\|_2^2 = \|(A^t \cdot A)^{-1}\|_2$$

Calculando-se cn para a matriz $A^t A$:

$$cn(A^t A) = \|A^t \cdot A\|_2 \cdot \|(A^t \cdot A)^{-1}\|_2 = \|A\|_2^2 \cdot \|B\|_2^2$$

chega-se a:

$$cn(A^t A) = cn^2(A)$$

APÊNDICE IV

TRANSFORMAÇÃO DE HOUSEHOLDER

Seja [38]:

$$Q = I_m - \frac{2 \underline{u} \underline{u}^t}{\|\underline{u}\|^2}$$

com

$$\underline{u} = \underline{v} + \sigma \|\underline{v}\| \underline{e}_1$$

Calculando-se:

$$\begin{aligned} \underline{u} \underline{u}^t &= (\underline{v} + \sigma \|\underline{v}\| \underline{e}_1) \cdot (\underline{v} + \sigma \|\underline{v}\| \underline{e}_1)^t \\ &= \underline{v} \underline{v}^t + \sigma \|\underline{v}\| \underline{v} \underline{e}_1^t + \sigma \|\underline{v}\| \underline{e}_1 \underline{v}^t + \|\underline{v}\|^2 \underline{e}_1 \underline{e}_1^t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{u}^t \underline{u} &= (\underline{v} + \sigma \|\underline{v}\| \underline{e}_1)^t \cdot (\underline{v} + \sigma \|\underline{v}\| \underline{e}_1) \\ &= \|\underline{v}\|^2 + \sigma v_1 \|\underline{v}\| + \sigma v_1 \|\underline{v}\| + \|\underline{v}\|^2 \\ &= 2 \cdot \|\underline{v}\| \cdot (\|\underline{v}\| + \sigma v_1) \end{aligned}$$

$$\frac{2 \underline{u} \underline{u}^t}{\underline{u}^t \underline{u}} \cdot \underline{v} = \frac{\|\underline{v}\| \underline{v} + \sigma v_1 \underline{v} + \sigma \|\underline{v}\|^2 \underline{e}_1 + v_1 \|\underline{v}\| \underline{e}_1}{\|\underline{v}\| + \sigma v_1}$$

$$\begin{aligned} Q \underline{v} &= I_m \underline{v} - \frac{2 \underline{u} \underline{u}^t}{\underline{u}^t \underline{u}} \cdot \underline{v} \\ &= \underline{v} - \frac{\|\underline{v}\| \underline{v} + \sigma v_1 \underline{v} + \sigma \|\underline{v}\|^2 \underline{e}_1 + v_1 \|\underline{v}\| \underline{e}_1}{\|\underline{v}\| + \sigma v_1} \\ &= - \frac{\sigma \|\underline{v}\|^2 \underline{e}_1 + v_1 \|\underline{v}\| \underline{e}_1}{\|\underline{v}\| + \sigma v_1} \\ &= - \sigma \|\underline{v}\| \underline{e}_1 \cdot \frac{\|\underline{v}\| + v_1}{\|\underline{v}\| + \sigma v_1} = 1 \end{aligned}$$

Portanto:

$$Q \underline{v} = -\sigma \|\underline{v}\| \underline{e}_1$$

Calculando-se:

$$\begin{aligned} Q^t Q &= \left[I_m - 2 \cdot \frac{\underline{u} \underline{u}^t}{\|\underline{u}\|^2} \right]^t \cdot \left[I_m - 2 \cdot \frac{\underline{u} \underline{u}^t}{\|\underline{u}\|^2} \right] \\ &= \left[I_m - \frac{2}{\|\underline{u}\|^2} (\underline{u} \cdot \underline{u}^t)^t \right] \cdot \left[I_m - \frac{2}{\|\underline{u}\|^2} \cdot \underline{u} \cdot \underline{u}^t \right] \\ &= I_m - \frac{2}{\|\underline{u}\|^2} \cdot \left[\underline{u} \cdot \underline{u}^t + \underline{u} \cdot \underline{u}^t - \frac{2}{\|\underline{u}\|^2} \cdot \underline{u} \cdot \underline{u}^t \cdot \underline{u} \cdot \underline{u}^t \right] \\ &= I_m - \frac{2}{\|\underline{u}\|^2} \cdot \left[2 \cdot \underline{u} \cdot \underline{u}^t - \frac{2}{\|\underline{u}\|^2} \cdot \underline{u} \cdot \|\underline{u}\|^2 \cdot \underline{u}^t \right] \end{aligned}$$

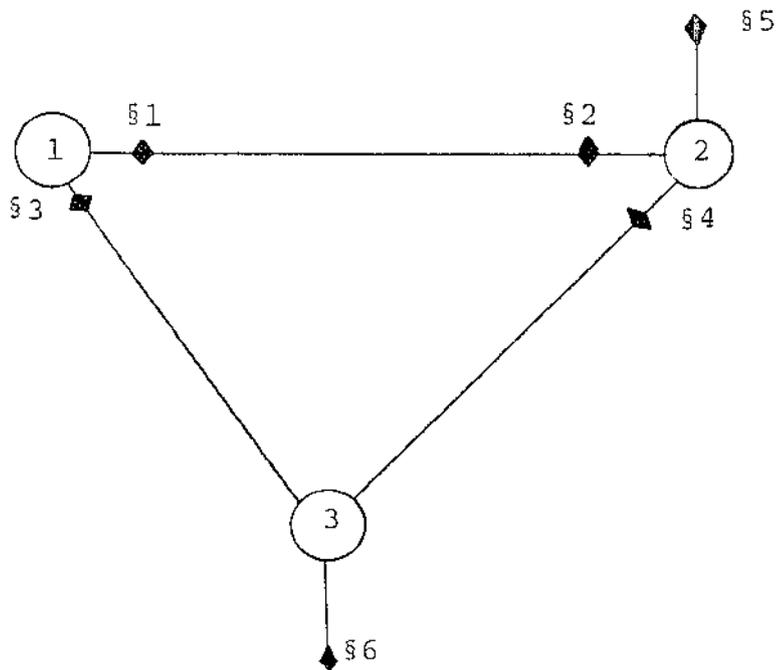
Portanto:

$$Q^t Q = I_m$$

APÊNDICE V

DETECÇÃO E IDENTIFICAÇÃO DE MEDIDAS COM ERROS GROSSEIROS

Visando-se um melhor entendimento das idéias preliminares sobre o assunto, objeto de estudos futuros, analisa-se a rede-exemplo da ref.[45].



◆ — medida de injeção de potência ativa

—◆— medida de fluxo de potência ativa

Fig. V.1 - Rede-exemplo [45]

As três ligações tem a mesma impedância: $0 + j 1,0$ p.u.

É adotada a modelagem DC e o valor real de θ é $[0,0,0]$.
Portanto, as injeções e os fluxos são todos nulos.

Os fatores de ponderação são todos iguais a 10^4 (desvio padrão: $0,01$ p.u.).

A barra 1 é a referência angular.

Excetuando-se o par (ξ_1, ξ_2), qualquer par de medidas constitui o grupo de medidas básicas e as demais o grupo de medidas redundantes.

Suponha que o par (ξ_1, ξ_5) corresponde às básicas e que por um defeito no medidor, a medida ξ_5 resulte no valor $1,0$ p.u. enquanto que tanto a medida ξ_1 como as demais permanecem inalteradas: 0 p.u..

Considerando-se apenas as medidas básicas e aplicando-se um estimador DC a esta rede, nestas condições, têm-se:

Estado:	$\theta_1 = 0$	$\theta_2 = 0$	$\theta_3 = -1,0$	
Fluxos:	$P_{12} = 0$	$P_{13} = 1,0$	$P_{23} = 1,0$	(p.u.)
Injeções:	$P_1 = 1,0$	$P_2 = 1,0$	$P_3 = -2,0$	(p.u.)

Confrontando-se os valores calculados com os medidos, constata-se um erro maior (módulo) em P_3 , correspondente à medida §6. Se no conjunto das básicas substitui-se a §5 pela §6 e reaplica-se o estimador DC à rede com esta nova base, o estado resulta $\underline{\theta} = [0,0,0]$ e as injeções e os fluxos todos nulos, caracterizando que a §5 é uma medida com erro grosseiro.

Suponha ainda, que esta rede-exemplo é uma pequena parte de uma rede interligada. A experiência mostra-nos que medidas com erros grosseiros afetam o estado estimado apenas na vizinhança, isto é, os seus efeitos negativos não se espalham por toda a rede e este aspecto possibilita a identificação e a substituição de medidas com erros grosseiros por medidas situadas próximas a elas e pertencentes ao conjunto das redundantes. Em suma, trata-se de um problema localizado.

BIBLIOGRAFIA

- [1] - F. C. Schweppe e J. Wildes, "Power System Static-State Estimation, Part I: Exact Model", IEEE Trans. on PAS, PAS-89, págs. 120 a 125, Jan/70.
- [2] - F. C. Schweppe e D. B. Rom, "Power System Static-State Estimation, Part II: Approximate Model", IEEE Trans. on PAS, PAS-89, págs. 125 a 130, Jan/70.
- [3] - F. C. Schweppe, "Power System Static-State Estimation, Part III: Implementation", IEEE Trans. on PAS, PAS-89, págs. 130 a 135, Jan/70.
- [4] - R. E. Larson, W. F. Tinney e J. Peschon, "State Estimation in Power Systems, Part I: Theory and Feasibility", IEEE Trans. on PAS, PAS-89, págs. 345 a 352, Mar/70.
- [5] - R. E. Larson, W. F. Tinney, L. P. Hajdu e D. S. Piercy, "State Estimation in Power Systems, Part II: Implementation and Applications", IEEE Trans. on PAS, PAS-89, págs. 353 a 363, Mar/70.
- [6] - G. W. Stagg, J. F. Dopazo, O. A. Klitin e L. S. Vanslyck, "Techniques for the Real-Time Monitoring of Power System Operations", IEEE Trans. on PAS, PAS-89, págs. 545 a 555, Abr/70.

- [7] - J. F. Dopazo, O. A. Klitin, G. W. Stagg e L. S. Van Slyck, "State Calculation of Power Systems From Line Flow Measurements", IEEE Trans on PAS, PAS-89, págs 1698 a 1708 Set-Out/70.
- [8] - J. F. Dopazo, O. A. Klitin e L. S. VanSlyck, "State Calculation of Power Systems From Line Flow Measurements, Part II", IEEE Trans. on PAS, PAS-91, págs. 145 a 151 Jan-Fev/72.
- [9] - B. Stott e O. Alsac, "Fast Decoupled Load Flow", IEEE Trans. on PAS, PAS-93, págs. 859 a 869, Maio-Jun/74.
- [10] - F. C. Schweppe e E. J. Handschin, "Static State Estimation in Electric Power Systems", Proceedings of the IEEE, vol. 62, págs. 972 a 982, Jul/74.
- [11] - H. P. Horisberger, J. C. Richard e C. Rossier, "A Fast Decoupled Static State-Estimator For Electric Power Systems IEEE Trans on PAS, PAS-95, págs 208 a 215, Jan-Fev/76.
- [12] - A. Garcia, A. Monticelli e P. Abreu, "Fast Decoupled State Estimation and Bad Data Processing", IEEE Trans. on PAS, PAS-98, págs. 1645 a 1652, Set-Out/79.
- [13] - A. V. Garcia, "Estimação Estática de Estado em Sistemas de Energia Elétrica", Tese Doutorado, Faculdade de Engenharia de Campinas - UNICAMP, Jan/81.

- [14] - J. J. Allemong, L. Radu e A. M. Sasson, "A Fast and Reliable State Estimation Algorithm for AEP's New Control Center", IEEE Trans. on PAS, PAS-101, págs. 933 a 944, Abr/82.
- [15] - A. Simões-Costa e V. H. Quintana, "A Robust Numerical Technique for Power System State Estimation", IEEE Trans. on PAS, PAS-100, págs. 691 a 698, Fev/81.
- [16] - A. Simões-Costa e V. H. Quintana, "An Orthogonal Row Processing Algorithm for Power System Sequential State Estimation", IEEE Trans. on PAS, PAS-100, págs 3791 a 3800 Ago/81.
- [17] - A. J. A. Simões Costa, "Power System State Estimation: Orthogonal Methods for Estimation and Bad Data Processing, and Techniques for Topological Observability", Tese de Doutorado, University of Waterloo, Ontario, Canadá, 1981.
- [18] - G. Golub, "Numerical Methods for Solving Linear Least Squares Problems", Numerische Mathematik, vol. 7, págs. 206 a 216, Maio/65.
- [19] - A.S. Householder, "Unitary Triangularization of a Nonsymmetric Matrix", Journal of the Association for Computing Machinery, vol. 5, págs. 339 a 342, Out/58.

- [20] - W. M. Gentleman, "Least Squares Computations by Givens Transformations Without Square Roots", Journal of the Institute of Mathematics and Its Applications, vol. 12, págs. 329 a 336, Dez/73.
- [21] - J. W. Wang e V. H. Quintana, "A Decoupled Orthogonal Row Processing Algorithm for Power System State Estimation", IEEE Trans. on PAS, PAS-103, págs. 2337 a 2344, Ago/84.
- [22] - A. Monticelli, C. A. F. Murari e Felix F. Wu, "A Hybrid State Estimator: Solving Normal Equations by Orthogonal Transformations", "paper 85 WM 193-8", apresentado no IEEE PES Winter Meeting, New York, Fev/85.
- [23] - G.R. Krumpholz, K.A. Clements e P.W. Davis, "Power System Observability: A Practical Algorithm Using Network Topology", IEEE Trans. on PAS, PAS-99, págs. 1779 a 1787, Jul-Ago/80.
- [24] - K.A. Clements, G.R. Krumpholz e P.W. Davis, "Power System State Estimation Residual Analysis: An Algorithm Using Network Topology", IEEE Trans. on PAS, PAS-100, págs. 1779 a 1787, Abr/81.
- [25] - K. A. Clements, G. R. Krumpholz e P. W. Davis, "State Estimator Measurement System Reliability Evaluation - An Efficient Algorithm Based on Topological Observability Theory" IEEE Trans on PAS, PAS-101 págs 997 a 1004, Abr/82

- [26] - K.A. Clements, G.R. Krumholz e P.W. Davis, "Power System State Estimation With Measurement Deficiency: An Algorithm That Determines The Maximal Observable Subnetwork", IEEE Trans. on PAS, PAS-101, págs. 3044 a 3052, Set/82.
- [27] - K.A. Clements, G.R. Krumholz e P.W. Davis, "Power System State Estimation With Measurement Deficiency: An Observability/Measurement Placement Algorithm", IEEE Trans on PAS PAS-102, págs. 2012 a 2020, Jul/83.
- [28] - V. H. Quintana, A. Simões-Costa e A. Mandel, "Power System Topological Observability Using a Direct Graph-Theoretic Approach", IEEE Trans. on PAS, PAS-101, págs. 617 a 626, Mar/82.
- [29] - A. Monticelli e Felix F. Wu, "Network Observability: Theory", IEEE Trans. on PAS, PAS-104, págs. 1042 a 1048 Maio/85.
- [30] - A. Monticelli e Felix F. Wu, "Network Observability: Identification of Observable Islands and Measurement Placement", IEEE Trans. on PAS, PAS-104, págs. 1035 a 1041 Maio/85.
- [31] - A. Monticelli e Felix F. Wu, "Observability Analysis for Orthogonal Transformation Based State Estimation" 1985 Power Industry Computer Application Conference, Anais PICA 85, págs. 148 a 153, Maio/85.

- [32] - W.F. Tinney e C.E. Hart, "Power Flow Solution by Newton's Method", IEEE Trans. on PAS, PAS-86, págs. 1449 a 1460 Nov/67.
- [33] - G. H. Couch, "Improved Power System State Estimation With Constant Gain Matrices", Proceedings of the IEEE, vol. 64, págs. 1641 a 1643, Nov/76.
- [34] - W. F. Tinney e J. W. Walker, "Direct Solutions of Sparse Network Equations by Optimally Ordered Triangular Factorization", Proceedings of the IEEE, vol. 55, págs. 1801 a 1809, Nov/67.
- [35] - A. George e M.T. Heath, "Solution of Sparse Linear Least Squares Problems Using Givens Rotations", Linear Algebra And Its Applications, vol. 34, págs. 69 a 83, Dez/80.
- [36] - E. Handschin, "Real-Time Data Processing Using State Estimation in Electric Power Systems", Real-Time Control of Electric Power Systems, Edmund Handschin (ed), Elsevier Publishing Company, 1972.
- [37] - G. W. Stewart, "Introduction to Matrix Computations", Academic Press, 1973.
- [38] - C.L. Lawson e R.J. Hanson, "Solving Least Squares Problems Prentice-Hall, 1974.

- [39] - G. Dahlquist e A. Bjorck, "Numerical Methods"
Prentice-Hall, 1974.
- [40] - J. R. Bunch e D. J. Rose, "Sparse Matrix Computations",
Academic Press, 1976.
- [41] - J. J. Dongarra, C. B. Moler, J. R. Bunch e G. W. Stewart,
"Linpack User's Guide", SIAM - Society for Industrial and
Applied Mathematics, Philadelphia, 1979.
- [42] - P.E. Gill, W. Murray e M.H. Wright, Practical Optimization
Academic Press, 1981.
- [43] - A. J. Monticelli, "Fluxo de Carga em Redes de Energia
Elétrica", Editora Edgard Blucher Ltda, 1983.
- [44] - J.R. Rice, Numerical Methods, Software, and Analysis: IMLS
Reference Edition, McGraw-Hill Book Company, 1983.
- [45] - A. Monticelli, Felix F. Wu e Maosong Yen, "Multiple Bad
Data Identification for State Estimation by Combinatorial
Optimization", 1985 Power Industry Computer Application
Conference, Anais do PICA 85, págs. 452 a 460, Maio/85.