

Universidade Estadual de Campinas  
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação  
Departamento de Comunicações

# **Um Modelo Multifractal Aplicado à Predição de Tráfego de Redes – Proposta e Avaliação**

**Autor: Gabriel Rocon Bianchi**  
**Orientador: Prof. Dr. Lee Luan Ling**

**Dissertação de Mestrado** apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica. Área de concentração: **Telecomunicações e Telemática.**

## Banca Examinadora

Prof. Dr. Lee Luan Ling ..... DECOM/FEEC/UNICAMP  
Prof. Dr. Dalton Soares Arantes ..... DECOM/FEEC/UNICAMP  
Prof. Dr. Nelson Luis Saldanha da Fonseca ..... DSC/IC/UNICAMP

Campinas, 22 de junho de 2005

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

B47m	<p>Bianchi, Gabriel Rocon Um modelo multifractal aplicado à predição de tráfego de redes-proposta e avaliação / Gabriel Rocon Bianchi. -- Campinas, SP: [s.n.], 2005.</p> <p>Orientador: Lee Luan Ling Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação.</p> <p>1. Redes de computação. 2. Telecomunicações de tráfego. 3. Fractais. 4. Previsão. I. Lee, Luan Ling. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. III. Título.</p>
------	--

Titulo em Inglês: A multifractal traffic model with application in network traffic prediction -  
proposal and evaluation.

Palavras-chave em Inglês: Computer networks, Telecommunication traffic, Fractal,  
Forecasting

Área de concentração: Telecomunicações e Telemática

Titulação: Mestre em Engenharia Elétrica

Banca examinadora: Dalton Soares Arantes e Nelson Luis Saldanha da Fonseca.

Data da defesa: 22/06/2005

## Resumo

A utilização de esquemas dinâmicos de controle de tráfego possibilita uma maior eficiência na utilização dos recursos da rede. A estrutura de correlação do tráfego fractal das modernas redes de comunicação pode ser explorada a fim de se implementar esquemas dinâmicos de controle de tráfego. Indispensáveis aos esquemas dinâmicos de controle, os preditores de tráfego podem ser obtidos a partir de modelos estatísticos que descrevam as características do tráfego das redes reais. Inicialmente, o presente trabalho inova ao propor uma extensão ao amplamente utilizado modelo tráfego Browniano fracionário, tornando-o apto a descrever não somente as características auto-similares, mas também as características multifractais do tráfego. Em seguida, supondo-se que as estatísticas do tráfego sejam modeladas através da extensão proposta ao modelo tráfego Browniano fracionário, uma proposta original de preditor de tráfego é apresentada. As avaliações realizadas mostram que a extensão proposta ao modelo tráfego Browniano fracionário é capaz de descrever o comportamento multifractal existente no tráfego das redes, proporcionando ganhos de modelagem e conduzindo a resultados de predição mais precisos.

## Abstract

Dynamic traffic control mechanisms can improve network resource utilization. The fractal traffic correlation structure can be exploited for designing dynamic network control mechanisms. Playing the most important role in the dynamic control mechanisms, traffic predictors can be accomplished from statistic traffic models able to describe the network traffic behavior. Firstly, this work proposes an extension to the widely used fractional Brownian traffic model, making it able to describe not only the self-similar, but also the multifractal traffic characteristics. In the following, assuming that the traffic statistic behavior can be modeled by the extended fractional Brownian traffic model, a novel traffic predictor is proposed. Experimental investigations show that the extended fractional Brownian traffic can match the multifractal traffic behavior, leading to modeling improvements and better prediction results.

# Agradecimentos

Gostaria de agradecer ao Prof. Dr Lee Luan Ling pela orientação e apoio dispensado durante a execução deste trabalho.

Agradeço aos amigos Carlos, Cleison, Davison, Fernando, Gilmar, Juliano, Magali, Miguel, Pepe, Stela e Tatiana pelo carinho, auxílio e companheirismo. Em especial, gostaria de expressar minha eterna gratidão ao amigo Flávio Henrique Teles Vieira pelo companheirismo e pela expressiva contribuição a este trabalho.

Meus sinceros agradecimentos ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq e à Ericsson Telecomunicações SA pelo suporte financeiro ao longo deste trabalho.

Aos meus pais e minha irmã por todo o amor, carinho e compreensão. Vocês são os grandes responsáveis por esta conquista.

Agradeço a Deus.

# Sumário

1	Introdução.....	1
2	A característica multifractal .....	5
2.1	Introdução.....	5
2.2	Processos monofractais e multifractais .....	7
2.2.1	Primeira definição de multifractais .....	8
2.2.2	Segunda definição de multifractais .....	9
2.3	Estimação da característica multifractal.....	12
2.3.1	Estimação da função de partição .....	12
2.3.2	Estimação do espectro multifractal .....	14
2.4	O expoente de Hölder e o tráfego de redes .....	17
2.5	Modelagem de tráfego multifractal .....	18
2.5.1	Modelo wavelet multifractal .....	19
2.5.2	Modelo multiplicador Gaussiano de variância variável.....	20
2.5.3	Movimento Browniano multifracionário .....	21
2.6	Considerações finais.....	22
3	O tráfego Browniano fracionário estendido .....	23
3.1	Introdução.....	23
3.2	O movimento Browniano fracionário .....	24
3.3	O tráfego Browniano fracionário .....	26
3.4	O movimento Browniano multifracionário .....	27
3.5	Estimação da função Hölder .....	29
3.5.1	Estimador paramétrico do expoente de regularidade .....	30
3.6	Síntese do movimento Browniano multifracionário .....	31
3.7	Tráfego Browniano fracionário estendido.....	32
3.8	Geração de tráfego através do modelo tráfego Browniano fracionário estendido .....	34
3.9	Considerações finais.....	35

4	Preditor linear adaptativo baseado em características multifractais .....	37
4.1	Introdução .....	37
4.2	Filtros de Wiener .....	38
4.3	Preditor linear adaptativo baseado em características multifractais .....	42
4.4	Considerações finais .....	44
5	Avaliação do modelo proposto .....	45
5.1	Introdução .....	45
5.2	Experimentos de validação .....	46
5.2.1	A influência da gaussianidade .....	46
5.2.2	Estimação do parâmetro de Hurst.....	56
5.2.3	A característica multifractal.....	57
5.2.3	O comportamento de fila .....	59
5.3	Considerações finais .....	65
6	Avaliação do preditor proposto .....	67
6.1	Introdução .....	67
6.2	Medidas de desempenho do preditor .....	67
6.3	Ordem e precisão do filtro .....	69
6.4	Análise de desempenho do preditor proposto.....	72
6.4.1	Os preditores utilizados nas comparações .....	73
6.4.2	Avaliação através de Tráfego Sintético .....	76
6.4.3	Avaliação através de Tráfego Real .....	83
6.5	Alocação dinâmica de taxa .....	90
6.5.1	O esquema de alocação dinâmica de taxa.....	90
6.5.2	Investigação experimental e avaliação de desempenho.....	92
6.6	- Considerações finais.....	94
7	Conclusões.....	97
	Referências .....	99
	Artigos publicados .....	105
	Apêndice A .....	107

## Lista de Figuras

<b>Figura 2.1</b> -	Conjunto de Cantor com cinco iterações.....	5
<b>Figura 2.2</b> -	Estimação das funções $\tau(q)$ e $c(q)$ .....	13
<b>Figura 2.3</b> -	(a) Soma partição da série representativa do tamanho em bytes dos quadros de vídeo codificado MPEG-4 do filme <i>Silence of the Lambs</i> . (b) Função partição $\tau(q)$ obtida para a seqüência de vídeo codificado MPEG-4 considerada.....	14
<b>Figura 2.4</b> -	Convergência entre o espectro de Legendre e espectro de grandes desvios em diferentes resoluções.....	17
<b>Figura 2.5</b> -	Regularidade local do traço de tráfego DIAL 3 representada em diferentes tons de cinza. (escuros) Expoentes de Hölder pequenos. (claros) Expoente de Hölder grandes.....	18
<b>Figura 2.6</b> -	Processo de construção do MWM.....	20
<b>Figura 2.7</b> -	Processo de construção da cascata multiplicativa ( $r=2/3$ ) .....	21
<b>Figura 3.1</b> -	(a) Função Hölder degrau. (b) Síntese do mBm para a função Hölder degrau.....	28
<b>Figura 3.2</b> -	Procedimento de geração de tráfego através do tráfego Browniano fracionário estendido. (a) tráfego original; (b) série normalizada; (c) função Hölder estimada; (d) soma acumulada; (e) mBm gerado; (f) tráfego sintético gerado.....	36
<b>Figura 4.1</b> -	Filtro linear transversal.....	39
<b>Figura 5.1</b> -	Traço de tráfego dec-pkt-1.tcp na escala de tempo de 10ms: (a) Traço de tráfego. (b) Histograma do traço de tráfego.....	48
<b>Figura 5.2</b> -	Síntese do traço de tráfego dec-pkt-1.tcp na escala de tempo de 10ms: (a) Síntese do traço de tráfego. (b) Histograma da síntese do traço de tráfego.....	49
<b>Figura 5.3</b> -	Traço de tráfego dec-pkt-1.tcp na escala de tempo de 100ms: (a) Traço de tráfego. (b) Histograma do traço de tráfego.....	49
<b>Figura 5.4</b> -	Síntese do traço de tráfego dec-pkt-1.tcp na escala de tempo de 100ms: (a) Síntese do traço de tráfego. (b) Histograma da síntese do traço de tráfego.....	49
<b>Figura 5.5</b> -	Traço de tráfego dec-pkt-1.tcp na escala de tempo de 512ms: (a) Traço de tráfego. (b) Histograma do traço de tráfego.....	50
<b>Figura 5.6</b> -	Síntese do traço de tráfego dec-pkt-1.tcp na escala de tempo de 512ms: (a) Síntese do traço de tráfego. (b) Histograma da síntese do traço de tráfego.....	50
<b>Figura 5.7</b> -	Seqüência de vídeo codificado MPEG-4 do filme <i>Silence of the Lambs</i> na escala de tempo de 40ms. (a) Seqüência de vídeo codificado. (b) Histograma da seqüência de vídeo codificado.....	52

<b>Figura 5.8</b> - Síntese da seqüência de vídeo codificado MPEG-4 do filme <i>Silence of the Lambs</i> na escala de tempo de 40ms. (a) Síntese da seqüência de vídeo codificado. (b) Histograma da síntese da seqüência de vídeo codificado. ....	52
<b>Figura 5.9</b> - Seqüência de vídeo codificado MPEG-4 do filme <i>Silence of the Lambs</i> na escala de tempo de 80ms. (a) Seqüência de vídeo codificado. (b) Histograma da seqüência de vídeo codificado. ....	52
<b>Figura 5.10</b> - Síntese da seqüência de vídeo codificado MPEG-4 do filme <i>Silence of the Lambs</i> na escala de tempo de 80ms. (a) Síntese da seqüência de vídeo codificado. (b) Histograma da síntese da seqüência de vídeo codificado. ....	53
<b>Figura 5.11</b> - Seqüência de vídeo codificado MPEG-4 do filme <i>Silence of the Lambs</i> na escala de tempo de 200ms. (a) Seqüência de vídeo codificado. (b) Histograma da seqüência de vídeo codificado. ....	53
<b>Figura 5.12</b> - Síntese da seqüência de vídeo codificado MPEG-4 do filme <i>Silence of the Lambs</i> na escala de tempo de 200ms. (a) Síntese da seqüência de vídeo codificado. (b) Histograma da síntese da seqüência de vídeo codificado. ....	53
<b>Figura 5.13</b> - Espectro multifractal de Legendre para o traço de tráfego dec-pkt-1.tcp real e sintético. ....	58
<b>Figura 5.14</b> - Espectro multifractal de Legendre para o traço de tráfego dec-pkt-2.tcp real e sintético. ....	58
<b>Figura 5.15</b> - Espectro multifractal de Legendre para os traços de tráfego dec-pkt-3.tcp real e sintético. ....	58
<b>Figura 5.16</b> - Espectro multifractal de Legendre para as seqüências de vídeo MPEG-4 real e sintética obtidas do filme <i>Silence of the Lambs</i> . ....	59
<b>Figura 5.17</b> - Espectro multifractal de Legendre para as seqüências de vídeo MPEG-4 real e sintética obtidas do filme <i>Star Wars IV</i> . ....	59
<b>Figura 5.18</b> - Ocupação média da fila para o traço de tráfego dec-pkt-1.tcp (sólida), síntese através do modelo proposto (pontilhada) e síntese através do fBt (tracejada). ....	60
<b>Figura 5.19</b> - Ocupação média da fila para o traço de tráfego dec-pkt-2.tcp (sólida), síntese através do modelo proposto (pontilhada) e síntese através do fBt (tracejada). ....	61
<b>Figura 5.20</b> - Ocupação média da fila para o traço de tráfego dec-pkt-3.tcp (sólida), síntese através do modelo proposto (pontilhada) e síntese através do fBt (tracejada). ....	61
<b>Figura 5.21</b> - Ocupação média da fila para a seqüência de vídeo MPEG-4 obtida do filme <i>Silence of the Lambs</i> (sólida), síntese através do modelo proposto (pontilhada) e síntese através do fBt (tracejada). ....	61
<b>Figura 5.22</b> - Ocupação média da fila para a seqüência de vídeo MPEG-4 obtida do filme <i>Star Wars IV</i> (sólida), síntese através do modelo proposto (pontilhada) e síntese através do fBt (tracejada). ....	62
<b>Figura 5.23</b> - Perda versus capacidade da fila para o traço de tráfego WAN TCP/IP dec-pkt-1.tcp (sólida), síntese através do modelo proposto (pontilhada) e síntese através do fBt (tracejada). ....	62

<b>Figura 5.24</b> - Perda versus capacidade da fila para o traço de tráfego WAN TCP/IP dec-pkt-2.tcp (sólida), síntese através do modelo proposto (pontilhada) e síntese através do fBt (tracejada).....	63
<b>Figura 5.25</b> - Perdas versus capacidade da fila para o traço de tráfego WAN TCP/IP dec-pkt-3.tcp (sólida), síntese através do modelo proposto (pontilhada) e síntese através do fBt (tracejada).....	63
<b>Figura 5.26</b> - Perda versus capacidade da fila para a seqüência de vídeo codificado MPEG-4 obtida do filme <i>Silence of the Lambs</i> (sólida), síntese através do modelo proposto (pontilhada) e síntese através do fBt (tracejada).....	63
<b>Figura 5.27</b> - Perdas versus capacidade da fila para a seqüência de vídeo codificado MPEG-4 obtida do filme <i>Star Wars IV</i> (sólida), síntese através do modelo proposto (pontilhada) e síntese através do fBt (tracejada).....	64
<b>Figura 6.1</b> - (a) Função Hölder constante em 0,85. (b) Tráfego sintetizado a partir do modelo proposto utilizando-se a função Hölder constante. ....	78
<b>Figura 6.2</b> - (a) Função Hölder sigmoidal. (b) Tráfego sintetizado a partir do modelo proposto utilizando-se a função Hölder sigmoidal.....	79
<b>Figura 6.3</b> - (a) Função Hölder rampa. (b) Tráfego sintetizado a partir do modelo proposto com a função Hölder rampa. ....	81
<b>Figura 6.4</b> - (a) Função Hölder rampa. (b) Tráfego sintetizado a partir do modelo proposto com a função Hölder parabólica. ....	82
<b>Figura 6.5</b> - (a) Função Hölder obtida para as primeiras 2048 amostras do traço dec-pkt-1.tcp na escala de tempo de agregação de 512ms. (b) Traço de tráfego dec-pkt-1.tcp e resposta do preditor proposto. ....	84
<b>Figura 6.6</b> - (a) Função Hölder obtida para as primeiras 2048 amostras do traço dec-pkt-2.tcp na escala de tempo de agregação de 512ms. (b) Traço de tráfego dec-pkt-2.tcp e resposta do preditor proposto. ....	85
<b>Figura 6.7</b> - (a) Função Hölder obtida para as primeiras 2048 amostras do traço dec-pkt-3.tcp na escala de tempo de agregação de 512ms. (b) Traço de tráfego dec-pkt-3.tcp e resposta do preditor proposto. ....	86
<b>Figura 6.8</b> - (a) Função Hölder obtida para as primeiras 2048 amostras da seqüência de vídeo MPEG-4 do filme <i>Silence of the Lambs</i> , na escala de tempo de agregação de 40ms. (b) Seqüência de vídeo codificado MPEG-4 e resposta do preditor proposto. ....	88
<b>Figura 6.9</b> - (a) Função Hölder obtida para as primeiras 2048 amostras da seqüência de vídeo MPEG-4 do filme <i>Star Wars IV</i> . (b) Seqüência de vídeo codificado MPEG-4 e resposta do preditor proposto. ....	89
<b>Figure 6.10</b> - Esquema de alocação dinâmica de taxa .....	91
<b>Figure 6.11</b> - Esquema de predição de taxa .....	92
<b>Figura 6.12</b> - Perda percentual de bytes x Tamanho da fila para os traços (a) dec-pkt-1.tcp e (b) dec-pkt-2.tcp. (linha sólida) Alocação dinâmica de taxa. (linha tracejada) Alocação estática de taxa. ....	94
<b>Figura A.1</b> - Traço de tráfego dec-pkt-2.tcp na escala de tempo de 10ms: (a) Traço de tráfego. (b) Histograma do traço de tráfego. ....	107

<b>Figura A.2</b> - Síntese do traço de tráfego dec-pkt-2.tcp na escala de tempo de 10ms: (a) Síntese do traço de tráfego. (b) Histograma da síntese do traço de tráfego. ....	108
<b>Figura A.3</b> - Traço de tráfego dec-pkt-2.tcp na escala de tempo de 100ms: (a) Traço de tráfego. (b) Histograma do traço de tráfego. ....	108
<b>Figura A.4</b> - Síntese do traço de tráfego dec-pkt-2.tcp na escala de tempo de 100ms: (a) Síntese do traço de tráfego. (b) Histograma da síntese do traço de tráfego. ....	108
<b>Figura A.5</b> - Traço de tráfego dec-pkt-2.tcp na escala de tempo de 512ms: (a) Traço de tráfego. (b) Histograma do traço de tráfego. ....	109
<b>Figura A.6</b> - Síntese do traço de tráfego dec-pkt-2.tcp na escala de tempo de 512ms: (a) Síntese do traço de tráfego. (b) Histograma da síntese do traço de tráfego. ....	109
<b>Figura A.7</b> - Traço de tráfego dec-pkt-3.tcp na escala de tempo de 10ms: (a) Traço de tráfego. (b) Histograma do traço de tráfego. ....	110
<b>Figura A.8</b> - Síntese do traço de tráfego dec-pkt-3.tcp na escala de tempo de 10ms: (a) Síntese do traço de tráfego. (b) Histograma da síntese do traço de tráfego. ....	111
<b>Figura A.9</b> - Traço de tráfego dec-pkt-3.tcp na escala de tempo de 100ms: (a) Traço de tráfego. (b) Histograma do traço de tráfego. ....	111
<b>Figura A.10</b> - Síntese do traço de tráfego dec-pkt-3.tcp na escala de tempo de 100ms: (a) Síntese do traço de tráfego. (b) Histograma da síntese do traço de tráfego. ....	111
<b>Figura A.11</b> - Traço de tráfego dec-pkt-3.tcp na escala de tempo de 512ms: (a) Traço de tráfego. (b) Histograma do traço de tráfego. ....	112
<b>Figura A.12</b> - Síntese do traço de tráfego dec-pkt-3.tcp na escala de tempo de 512ms: (a) Síntese do traço de tráfego. (b) Histograma da síntese do traço de tráfego. ....	112
<b>Figura A.13</b> - Seqüência de vídeo codificado MPEG-4 do filme <i>Star Wars IV</i> na escala de tempo de 40ms. (a) Seqüência de vídeo codificado. (b) Histograma da seqüência de vídeo codificado. ....	113
<b>Figura A.14</b> - Síntese da seqüência de vídeo codificado MPEG-4 do filme <i>Star Wars IV</i> na escala de tempo de 40ms. (a) Síntese da seqüência de vídeo codificado. (b) Histograma da síntese da seqüência de vídeo codificado. ....	114
<b>Figura A.15</b> - Seqüência de vídeo codificado MPEG-4 do filme <i>Star Wars IV</i> na escala de tempo de 80ms. (a) Seqüência de vídeo codificado. (b) Histograma da seqüência de vídeo codificado. ....	114
<b>Figura A.16</b> - Síntese da seqüência de vídeo codificado MPEG-4 do filme <i>Star Wars IV</i> na escala de tempo de 80ms. (a) Síntese da seqüência de vídeo codificado. (b) Histograma da síntese da seqüência de vídeo codificado. ....	114
<b>Figura A.17</b> - Seqüência de vídeo codificado MPEG-4 do filme <i>Star Wars IV</i> na escala de tempo de 200ms. (a) Seqüência de vídeo codificado. (b) Histograma da seqüência de vídeo codificado. ....	115
<b>Figura A.18</b> - Síntese da seqüência de vídeo codificado MPEG-4 do filme <i>Star Wars IV</i> na escala de tempo de 200ms. (a) Síntese da seqüência de vídeo codificado. (b) Histograma da síntese da seqüência de vídeo codificado. ....	115

## Lista de Tabelas

<b>Tabela 5.1</b> – Traços de tráfego WAN TCP/IP .....	46
<b>Tabela 5.2</b> – Seqüências de vídeo codificado MPEG-4 .....	46
<b>Tabela 5.3</b> – Características do traço dec-pkt-1.tcp em diferentes escalas de agregação .....	48
<b>Tabela 5.4</b> – Características da seqüência de vídeo codificado MPEG-4 em diferentes escalas de agregação.....	51
<b>Tabela 6.1</b> – EQMN1 simulado e teórico para predição de 1 e 5 passos do processo de incrementos do mbm com função hölder constante e igual a 0,8, para diferentes números de entradas.....	71
<b>Tabela 6.2</b> – EQMN's simulados para predição de 1 passo do processo de incrementos do mBm cujas funções Hölder são constantes e iguais a diferentes valores de $H$ . .....	72
<b>Tabela 6.3</b> – Taxa média e variância do volume de tráfego para as 2048 primeiras amostras do traço de tráfego dec-pkt-1.tcp na escala de tempo de 512ms.....	77
<b>Tabela 6.4</b> – Resultados de desempenho do preditor proposto e dos outros três preditores lineares quando aplicados a um traço de tráfego sintético com função Hölder constante e igual a 0,85.....	78
<b>Tabela 6.5</b> – Resultados de desempenho do preditor proposto e de outros três preditores lineares quando aplicados a um traço de tráfego sintético com função Hölder sigmoidal.....	80
<b>Tabela 6.6</b> – Resultados de desempenho do preditor proposto e de outros três preditores lineares quando aplicados a um traço de tráfego sintético com função Hölder rampa.....	81
<b>Tabela 6.7</b> – Resultados de desempenho do preditor proposto e de outros três preditores lineares quando aplicados a um traço de tráfego sintético com função Hölder parabólica.....	83
<b>Tabela 6.8</b> – Resultados de desempenho do preditor proposto e dos outros três preditores lineares quando aplicados ao traço de tráfego real dec-pkt-1.tcp.....	84
<b>Tabela 6.9</b> – Resultados de desempenho do preditor proposto e de outros três preditores lineares quando aplicados ao traço de tráfego real dec-pkt-2.tcp.....	85
<b>Tabela 6.10</b> – Resultados de desempenho do preditor proposto e dos outros três preditores lineares quando aplicados ao traço de tráfego real dec-pkt-3.tcp.....	87
<b>Tabela 6.11</b> – Resultados de desempenho do preditor proposto e dos outros três preditores lineares quando aplicados a sequencia de vídeo codificado MPEG-4 do filme Silence of the Lambs. Predição de 1 passo. ....	88

<b>Tabela 6.12</b> – Resultados de desempenho do preditor proposto e dos outros três preditores lineares quando aplicados a sequencia de vídeo codificado MPEG-4 do filme Star Wars IV. Predição de 1 passo.....	90
<b>Tabela 6.13</b> – Erros quadráticos médios normalizados para os traços de tráfego dec-pkt-1.tcp e dec-pkt-2.tcp na predição de 4 passos a frente. ....	92
<b>Tabela 6.14</b> – Perda de bytes .....	93
<b>Tabela 6.15</b> – Estatísticas de ocupação da fila .....	93
<b>Tabela A.1</b> – Características do traço dec-pkt-2.tcp em diferentes escalas de agregação.....	107
<b>Tabela A.2</b> – Características do traço dec-pkt-3.tcp em diferentes escalas de agregação.....	110
<b>Tabela A.3</b> – Características da seqüência de vídeo codificado MPEG-4 do filme Star Wars IV em diferentes escalas de agregação .....	113

# Glossário

ATM	Asynchronous Transfer Mode
DEC	Digital Equipment Corporation
EQM	Erro Quadrático Médio
EQMN	Erro Quadrático Médio Normalizado
fBm	Fractional Brownian Motion
fBt	Fractional Brownian Traffic
FDDI	Fiber Distributed Data Interface
fGn	Fractional Gaussian noise
IP	Internet Protocol
ISO	International Organization for Standardization
LAN	Local Area Network
LMS	Least Mean Square
LRD	Long Range Dependence
mBm	Multifractional Brownian Motion
MPEG	Moving Picture Experts Group
MWM	Multifractal Wavelet Model
RMD	Random Midpoint Displacement
TCP	Transmission Control Protocol
VVGMM	Variable Variance Gaussian Multiplier Model
WAN	Wide Area Network
WFQ	Weighted Fair Queueing
WWW	World Wide Web

# Capítulo 1

## Introdução

As modernas redes de comunicação suportam aplicações de diferentes tipos, algumas das quais, exigindo rígidas características de desempenho da rede em termos de vazão, perda, atraso e variação do atraso. A fim de suportar modelos de serviço que atendam às exigências de tais aplicações, comumente as redes utilizam-se de mecanismos de controle de tráfego, tais como controle de admissão, policiamento de tráfego e escalonamento de pacotes.

Mecanismos de controle de tráfego devem buscar um adequado equilíbrio entre a utilização dos recursos da rede e a provisão da qualidade de serviço requerida. Políticas de controle muito conservativas podem comprometer a utilização da rede. Por outro lado, obter elevada utilização através do aumento do número de usuários atendidos pela rede, pode deteriorar a qualidade do serviço prestado, causando insatisfação aos usuários. Este compromisso entre utilização e qualidade de serviço é ainda mais importante em redes que integram diferentes tipos de serviços em uma única arquitetura de rede, tais como as redes ATM (*Asynchronous Transfer Mode*) e a arquitetura de serviços diferenciados (*Differentiated Services*, diffserv).

A banda efetiva é um descritor de tráfego que indica o mínimo valor de banda a ser alocada para uma fonte de tráfego, a fim de satisfazer certos critérios de qualidade de serviço [KEL 96]. A teoria de banda efetiva vem sendo extensivamente utilizada no dimensionamento de mecanismos estáticos de controle de tráfego em sistemas de telecomunicações que possuem algum requisito de qualidade de serviço. Entretanto, certas condições de comportamento do tráfego devem ser satisfeitas para que a teoria de banda efetiva seja aplicada [GA2 01]. Às vezes, tais condições podem fazer com que a teoria de banda efetiva seja incompatível com alguns dos mais realistas modelos estatísticos descritores de tráfego, podendo tornar ineficientes os mecanismos de controle de tráfego nela baseados.

Alternativamente, ao invés de se alocar estaticamente os recursos para cada tipo de tráfego, mecanismos dinâmicos de controle de tráfego podem proporcionar melhor aproveitamento dos recursos da rede.

Diversos trabalhos propõem esquemas dinâmicos e preditivos de controle de tráfego. Gallardo e Makrakis [GA1 01] propõem uma versão dinâmica e preditiva do escalonador de tráfego WFQ (*Weighted Fair Queueing*) aplicada a uma arquitetura de serviços diferenciados. Neste trabalho, a extensão proposta ao WFQ baseia-se em técnicas de predição, e sua natureza dinâmica proporciona desempenho superior ao de outros algoritmos de escalonamento analisados. Em [FRI 00] e [GA2 01] é mostrado como algoritmos de controle de admissão e policiamento baseados em técnicas que proporcionem o conhecimento prévio do comportamento do tráfego, podem aumentar a eficiência da utilização dos recursos da rede, assim como, melhorar os parâmetros de qualidade de serviço associados aos diferentes tipos de tráfego suportados.

Em mecanismos dinâmicos e preditivos de controle de tráfego, o preditor de tráfego desempenha um papel fundamental. Nestes casos, o desempenho dos mecanismos de controle está intimamente ligado à precisão dos preditores de tráfego neles empregados. A utilização de modelos estatísticos descritores de tráfego no projeto de preditores, pode proporcionar melhor desempenho de predição, sendo este desempenho fortemente dependente de quão preciso é o modelo em capturar as reais propriedades estatísticas do tráfego.

Após a divulgação do trabalho de Leland et al. [LEL 94], iniciou-se uma nova abordagem de modelagem de tráfego denominada modelagem fractal. Leland et al. constataram experimentalmente que o tráfego LAN Ethernet coletado no *Bellcore Morristown Research and Engineering Center* possuía comportamento auto-similar, apresentando alternância de períodos de surtos de tráfego em diversas escalas de tempo. Estudos posteriores mostraram que este comportamento em escala, impossível de ser reproduzido pelos clássicos modelos estocásticos markovianos utilizados até então, não era restrito apenas às redes LAN Ethernet [WIL 96] e que influenciava fortemente o desempenho das redes [PAR 00]. Devido principalmente a sua relativa simplicidade, o movimento Browniano fracionário (*fractional Brownian motion* - fBm), e seu processo de incrementos denominado ruído Browniano fracionário (*fractional Gaussian noise* - fGn), tornaram-se os mais amplamente utilizados modelos para tráfegos de redes com características fractais.

Pesquisas realizadas por Riedi et al. [RI1 97], seguidos por Feldmann et al. [FE1 98] possibilitaram uma descrição mais completa do comportamento do tráfego de redes WAN. Mostrou-se que o

comportamento em escala do tráfego de redes WAN pode ser dividido em duas principais regiões. Em grandes escalas de tempo (da ordem de centenas de milissegundos e maior) o comportamento em escala é caracterizado pelo fenômeno da auto-similaridade, enquanto que, em pequenas escalas de tempo (da ordem de centenas de milissegundos e menor), o tráfego WAN é mais bem descrito através da análise multifractal.

A análise multifractal generaliza e refina de uma forma natural o comportamento auto-similar observado no tráfego de redes. Processos auto-similares ou, mais genericamente, monofractais, apresentam regularidade e comportamento em escala constantes no tempo, e normalmente dependem apenas de um único parâmetro, o parâmetro de Hurst. Já processos multifractais permitem que tais características variem no tempo, portanto, possibilitando maior flexibilidade em descrever fenômenos irregulares que são localizados no tempo.

Modelos estatísticos derivados de processos multifractais são capazes de representar de forma mais completa e precisa o real comportamento do tráfego de redes. Embora a pesquisa sobre multifractais não seja tão recente, poucos modelos multifractais foram desenvolvidos até então. Dentre os modelos multifractais existentes, destaque deve ser dado ao *Multifractal Wavelet Model* (MWM) proposto por Riedi et al. [RIE 99], ao *Variable Variance Gaussian Multiplier Model* (VVGMM) proposto por Krishna et al. [KRI 03], e ao movimento Browniano multifracionário (*multifractional Brownian motion*, mBm) [PEL 95]. Este último generaliza a definição do movimento Browniano fracionário com expoente  $H$ , para o caso onde  $H$  não é mais uma constante, mas sim, uma função dependente do tempo.

Como contribuição original, propõe-se no presente trabalho um novo modelo de tráfego capaz de representar não apenas as propriedades auto-similares, mas também as características multifractais existentes no tráfego das modernas redes de comunicação. O modelo proposto pode ser visto como uma extensão ao clássico e amplamente utilizado modelo tráfego Browniano fracionário (*fractional Brownian traffic* - fBt) [NOR 95], substituindo o processo movimento Browniano fracionário (fBm) originalmente utilizado na definição, pelo correspondente movimento Browniano multifracionário (mBm). Além disso, outra importante contribuição deste trabalho é um preditor de tráfego, cujos coeficientes são obtidos a partir da estrutura de correlação da extensão proposta ao modelo tráfego Browniano fracionário.

Os demais capítulos deste trabalho apresentam a seguinte organização. No Capítulo 2 é discutida a característica multifractal. São apresentadas as definições de processos multifractais, mostrando como estes processos podem ser vistos como uma generalização dos processos monofractais. São exibidas as

grandezas que quantificam a característica irregular dos processos multifractais, seus métodos de estimação e como estas são interpretadas no contexto de tráfego de redes. Ao final do capítulo são apresentados os principais modelos estatísticos multifractais existentes na literatura.

No Capítulo 3 um inovador modelo de tráfego é proposto como contribuição original. O modelo de tráfego proposto consiste em uma extensão ao clássico modelo tráfego Browniano fracionário. Inicialmente, o Capítulo 3 apresenta as definições relacionadas ao modelo tráfego Browniano fracionário e, em seguida, introduz o processo movimento Browniano multifracionário. Denominado tráfego Browniano fracionário estendido, o modelo de tráfego proposto é definido no final do capítulo.

O Capítulo 4 expõe como a modelagem mais precisa do tráfego, obtida através do modelo tráfego Browniano fracionário estendido, pode ser aplicada em benefício da predição de tráfego. Descreve-se a predição linear de séries temporais utilizando a filtragem de Wiener e, em seguida, são apresentadas as equações que descrevem a estrutura de correlação do modelo tráfego Browniano fracionário estendido. A partir da estrutura de correlação do modelo de tráfego proposto, também como contribuição original, uma nova abordagem de predição de tráfego é proposta no final do capítulo.

No Capítulo 5 são apresentados os resultados de experimentos que visam avaliar o modelo tráfego Browniano fracionário estendido. São avaliadas a influência da característica Gaussiana do modelo proposto, e sua capacidade de reproduzir o comportamento das estatísticas de segunda ordem e características multifractais do tráfego a ser modelado. Ao final do Capítulo, simulações avaliam a resposta de um sistema de fila simples ao ser submetido a traços de tráfego gerados a partir do modelo de tráfego proposto.

O Capítulo 6 apresenta um conjunto de análises a respeito da abordagem de predição de tráfego proposta. Inicialmente, a influência da ordem do filtro na precisão da predição é avaliada. Utilizando-se traços de tráfego reais e sintéticos, é realizada uma análise comparativa entre o desempenho do preditor de tráfego proposto e de outros diferentes preditores anteriormente apresentados na literatura. Um esquema de alocação dinâmica de taxa finaliza o capítulo apresentando uma aplicação prática para o preditor de tráfego proposto. Por fim, no Capítulo 7 são apresentadas as conclusões e possíveis extensões a este trabalho.

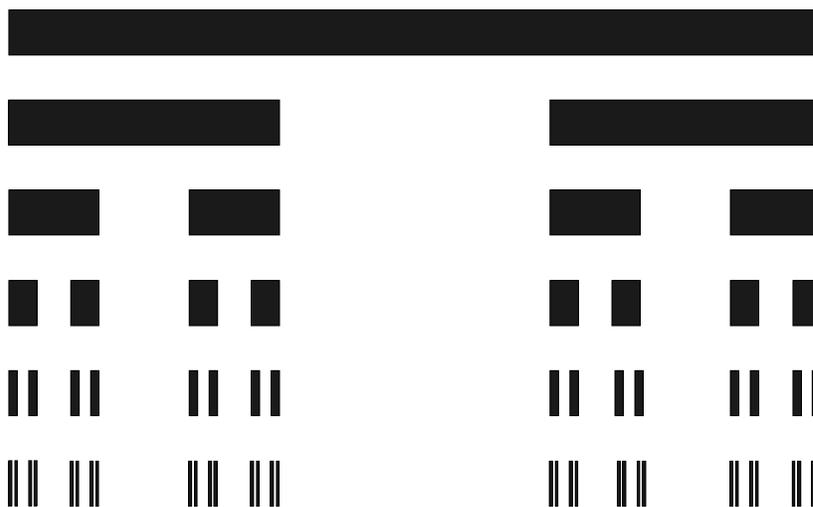
## Capítulo 2

# A característica multifractal

### 2.1 Introdução

Com origem no Latim *fractus*, significando quebrado, a palavra fractal foi originalmente utilizada por Beinoit Mandelbrot [MAN 82] para descrever objetos que eram muito irregulares para se adequarem à geometria euclidiana tradicional. Num sentido determinístico, uma forma geométrica é fractal ou auto-similar, caso preserve a mesma aparência quando observada sobre todas as escalas no espaço ou no tempo. O conjunto de Cantor é um fractal. A Figura 2.1 ilustra cinco iterações da construção recursiva e infinita do conjunto de Cantor, de acordo com as seguintes regras:

1. Seja um segmento no intervalo  $[0,1]$ ;
2. Divida o segmento anterior em três partes iguais e remova a parte central;
3. A cada nova iteração, remova a parte central dos segmentos resultantes do passo anterior.



**Figura 2.1** - Conjunto de Cantor com cinco iterações.

Num passado recente, conjuntos que não eram suficientemente suaves ou regulares, tais como os fractais, tendiam a ser ignorados por serem considerados objetos matemáticos pouco merecedores de estudo. Assim como o interesse pela geometria euclidiana foi estimulado por suas aplicações nas ciências naturais, a geometria dos conjuntos fractais também ganhou importância a partir de trabalhos que mostraram que diversos objetos naturais são mais bem descritos quando vistos como fractais. Exemplos típicos são a superfície das nuvens, superfícies topográficas, turbulência em fluidos, etc. [MAN 82]. Ao perceber-se que conjuntos irregulares provêm uma representação melhorada de diversos fenômenos naturais, houve uma mudança de atitude por parte da comunidade científica e compreendeu-se a importância da matemática dos conjuntos fractais. A geometria fractal provê, portanto, um sistema geral para o estudo de conjuntos irregulares.

As pesquisas sobre tráfego de redes encontraram-se com a teoria dos fractais a partir da publicação do trabalho de Leland, Taqqu, Willinger e Wilson [LEL 94]. Leland et al. constataram experimentalmente que o tráfego coletado na rede Ethernet do *Bellcore Morristown Research and Engineering Center* exibia propriedades fractais tais com auto-similaridade e dependência de longa duração. Após ter sido evidenciada por Leland et al., estudos posteriores constataram a presença de propriedades fractais também no tráfego gerado por transmissão de vídeo a taxa variável [GAR 94, BER 95], tráfego em redes *Wide Area Networks* [PAX 95], tráfego *World-Wide Web* [CRO 96], dentre outros. Foi constatado que tais propriedades, com destaque para a dependência de longa duração, influenciam fortemente no desempenho das redes [MOR 95, PAR 96], não sendo adequadamente modeladas por processos estocásticos markovianos. Inúmeros estudos abordaram a medida e a modelagem da característica de dependência de longo prazo existente nos dados. Constatou-se que a dependência de longo prazo é uma importante característica do tráfego, possuindo relevantes implicações em diversas áreas, tais como teoria de filas [NOR 94, NOR 95] e projeto de redes. A distribuição de cauda pesada (*heavy tail*) da duração ou tamanho das sessões ou conexões que originam o tráfego agregado é apontada como causa da característica auto-similar observada [CRO 96, PAR 00].

Diferentes modelos matemáticos foram propostos na literatura com o objetivo de representar a característica auto-similar constatada no tráfego de redes. Identificado como o modelo que de maneira mais simples incorpora matematicamente as características auto-similares observadas no tráfego, o modelo tráfego Browniano fracionário (*fractional Brownian traffic*, fBt) tornou-se amplamente utilizado. Entretanto, observou-se que enquanto em escalas de tempo da ordem de centenas de

milissegundos e maiores, o comportamento do tráfego era bem representado por modelos auto-similares, em escalas de tempo da ordem de centenas de milissegundos e menores, as características de tais modelos afastavam-se das apresentadas pelo tráfego real. Tal constatação motivou a busca por modelos de tráfego mais abrangentes, que possibilitassem uma descrição mais completa do tráfego de redes.

Investigações envolvendo tráfego WAN TCP/IP [RIE 97, FE1 98] constataram que as diferentes propriedades do tráfego observadas em pequenas escalas de tempo eram convenientemente descritas utilizando-se a análise multifractal. Tais propriedades, presentes em pequenas escalas de tempo, são oriundas da ação dos protocolos predominantes nas redes em questão, e dos mecanismos fim-a-fim de controle de congestionamento existentes, determinantes no comportamento do fluxo de informações entre diferentes camadas na hierarquia de protocolos TCP/IP [FE2 98].

Ao variar-se a escala temporal de observação de processos auto-similares, o comportamento observado é único e invariante no tempo, ou seja, tais processos apresentam um comportamento em escala monofractal. Por outro lado, processos multifractais são vistos como uma generalização dos processos monofractais, possibilitando leis de comportamento em escala variantes no tempo e, portanto, proporcionando uma melhor descrição de processos irregulares. São apresentadas no presente capítulo as definições de processos monofractais e multifractais, seus parâmetros descritores e métodos de estimação. O capítulo termina com a breve descrição de três modelos multifractais de destaque.

## 2.2 Processos monofractais e multifractais

Pontos singulares são pontos onde uma equação, curva, superfície, etc. possui transições bruscas ou torna-se degenerada. Singularidades não isoladas aparecem em sinais complexos tais como os sinais fractais. Por singularidades não isoladas podemos entender que tais singularidades existem em quase todos os pontos do sinal.

Para caracterizar as estruturas singulares presentes em um sinal  $f(t)$ , é necessário quantificar precisamente a sua regularidade. O expoente de Lipschitz provê medidas uniformes de regularidade sobre intervalos de tempo, mas também em qualquer ponto isolado. Se  $f(t)$  possui uma singularidade no ponto  $v$ , significando que esta função é não diferenciável em  $v$ , então o expoente de Lipschitz, também conhecido como expoente de Hölder, caracteriza este comportamento singular [MAL 99].

Processos multifractais caracterizam-se por possuírem momentos com comportamento em escala não lineares, e por possuírem regularidade  $\alpha_t$ , dependentes de  $t$ , de uma maneira imprevisível. Estas duas características dos processos multifractais dão origem a duas definições distintas.

### 2.2.1 Primeira definição de multifractais

A primeira definição de multifractais aborda o comportamento em escala dos momentos do processo. Tal definição é uma generalização da definição de processos monofractais.

**Definição 2.1** - Um processo  $Z(t)$  é dito monofractal se sua característica multi-escala é descrita pela relação

$$Z(ct) \stackrel{d}{=} c^H Z(t), \quad (2.1)$$

onde  $0 < H < 1$  e o símbolo  $\stackrel{d}{=}$  representa igualdade em distribuição.

A teoria de multifractais generaliza a definição anterior e examina relações multi-escalas mais gerais, dadas por

$$Z(ct) \stackrel{d}{=} M(c)Z(t), \quad (2.2)$$

onde  $Z(t)$  e  $M(c)$  são processos estocásticos independentes. O fator de escalonamento  $M(c)$  é uma variável aleatória cuja distribuição não depende de  $t$ . Percebe-se que para processos monofractais, tem-se  $M(c) = c^H$ . Por analogia, defini-se o índice generalizado  $H(c) = \log_c M(c)$ , reescrevendo a Equação 2.2 como

$$Z(ct) \stackrel{d}{=} c^{H(c)} Z(t). \quad (2.3)$$

Em contraste com processos monofractais, o índice  $H(c)$  é agora uma função de  $c$ , e não mais uma constante. Portanto, se comparados com processos monofractais, processos multifractais permitem uma maior variedade de comportamentos em escala.

O comportamento em escala descrito pela Equação 2.3 impõe restrições à distribuição do processo  $Z(t)$ , conduzindo à primeira definição de multifractais.

**Definição 2.2** – Um processo estocástico  $Z(t)$  é dito multifractal se satisfaz

$$E(|Z(t)|^q) = c(q)t^{\tau(q)+1}, \quad \forall t \in T, q \in Q, \quad (2.4)$$

onde  $T$  e  $Q$  são intervalos de números reais, e  $\tau(q)$  e  $c(q)$  são funções com o domínio  $Q$ . Além disso, assume-se que  $T$  e  $Q$  possuem comprimentos não nulos, e que  $0 \in T$ ,  $[0,1] \subseteq Q$ . A função  $\tau(q)$  é chamada de função de escalonamento do processo multifractal ou função partição. Trata-se de uma função côncava com  $\tau(0) = -1$  [CAL 97].

Um processo monofractal  $X(t)$ ,  $t \geq 0$ , com índice  $H$ , satisfaz  $X(t) \stackrel{d}{=} t^H X(1)$ , e portanto  $E(|X(t)|^q) = t^{Hq} E(|X(1)|^q)$ . Assim, utilizando-se a Equação 2.4, para processos monofractais teremos

$$\tau(q) = Hq - 1 \quad e \quad c(q) = E(|X(1)|^q). \quad (2.5)$$

Ou seja, para o caso especial de um processo monofractal, a função de escalonamento  $\tau(q)$  é linear e completamente determinada pelo índice  $H$ .

### 2.2.2 Segunda definição de multifractais

Na primeira definição, os multifractais são definidos através da propriedade de escalonamento dos momentos do processo sobre diferentes incrementos de tempo. Portanto, trata-se de uma definição global, sem atentar à heterogeneidade da variabilidade do processo no tempo. A segunda definição de multifractais é baseada no expoente de Hölder, com a atenção voltada às características multi-escalas locais de um processo em qualquer ponto  $t$ .

**Definição 2.3** - Seja uma função  $Z(t)$ . A função  $Z(t)$  é dita pertencer ao conjunto  $C_x^a$  caso exista um polinômio  $P$  de grau menor que  $a$  e uma constante  $C$  tal que

$$|Z(y) - P(y)| < C|y - x|^a. \quad (2.6)$$

Então, o expoente de Hölder local  $\alpha(x)$  de  $Z(t)$  em  $x$  é dado por

$$\alpha(x) = \text{Sup}\{a : Z \text{ pertença a } C_x^a\}. \quad (2.7)$$

Denominado apenas expoente de Hölder daqui por diante, o expoente de Hölder local caracteriza o comportamento da função  $Z(t)$  na vizinhança do ponto  $x$ . A partir da Definição 2.3 pode-se deduzir que caso a função  $Z(t)$  seja limitada mas descontínua em  $x$ , então, esta função possui  $\alpha(t)$  igual a 0 em  $x$ . Se o expoente de Hölder  $\alpha(x) < 1$ , então  $Z(t)$  é não diferenciável em  $x$ , e  $\alpha(x)$  caracteriza o tipo de singularidade.

## Espectro Multifractal

O espectro multifractal, representado por  $f(\alpha)$ , é uma conveniente representação para a distribuição dos expoentes de Hölder em um processo.

Considerando as Equações 2.6 e 2.7, verifica-se que para uma realização fixa de um determinado processo  $Z(t)$ , suas variações infinitesimais nas proximidades de  $t$  são descritas por

$$|Z(t + \Delta t) - Z(t)| \sim C_t (\Delta t)^{\alpha(t)}, \quad (2.8)$$

onde  $C_t$  é chamado de prefator. Percebe-se através da Equação 2.8 que  $\alpha(t)$  pode ser visto como um fator de escalonamento local em  $t$ .

Manipulando-se a Equação 2.8 tem-se que o expoente de Hölder da realização de um processo contínuo, em um instante  $t$ , é dado por

$$\alpha(t) = \text{Sup}\left\{ \alpha : \alpha = \frac{\ln |Z(t + \Delta t) - Z(t)|}{\ln \Delta t} \text{ quando } \Delta t \rightarrow 0 \right\}. \quad (2.9)$$

A partir da Equação 2.9, na Definição 2.4 apresenta-se um estimador para o expoente de Hölder de um processo  $Z(t)$ .

**Definição 2.4** - Seja uma processo  $Z(t)$  com suporte no intervalo  $[0, T]$ . Subdivida iterativamente o intervalo  $[0, T]$  em  $b^k$  partes de mesmo tamanho, onde  $k$  identifica o estágio na seqüência de subdivisões. Calculando-se o valor  $|Z(t_i + b^{-k}T) - Z(t_i)|$  para cada  $b^k$  subdivisões, o expoente Hölder grosseiro (*coarse Hölder exponent*) é definido por:

$$\alpha_k(t_i) \equiv \frac{\ln|Z(t_i + b^{-k}T) - Z(t_i)|}{\ln b^{-k}}. \quad (2.10)$$

A Equação 2.10 conduz a um método para estimar a probabilidade de que um ponto aleatoriamente escolhido no intervalo  $[0, T]$  tenha um dado expoente de Hölder. Divida a faixa de  $\alpha$ 's em pequenos intervalos não sobrepostos,  $(\bar{\alpha}_j, \bar{\alpha}_j + \Delta\alpha]$ , e faça  $N_k(\bar{\alpha}_j)$  o número de expoentes Hölder grosseiros  $\alpha_k(t_i)$  contidos em cada intervalo  $(\bar{\alpha}_j, \bar{\alpha}_j + \Delta\alpha]$ . Quando  $k \rightarrow \infty$ , a razão  $N_k(\alpha)/b^k$  converge para a probabilidade que um ponto  $t$  aleatoriamente escolhido possua expoente Hölder igual a  $\alpha$  [CAL 97].

Nos processos multifractais, embora exista um valor de expoente de Hölder  $\alpha_0$  mais freqüente, outros valores de expoentes de Hölder também ocorrem. Tais expoentes de Hölder com valores diferentes de  $\alpha_0$  são bastante importantes, uma vez que a maior parte das variações em uma função multifractal encontra-se em instantes com expoente Hölder diferentes de  $\alpha_0$ . A ocorrência de diferentes valores de expoentes de Hölder no processo permite discriminar multifractais de monofractais, dando origem à Definição 2.5.

**Definição 2.5** – Seja  $N_k(\alpha)$  o número de expoentes de Hölder grosseiros iguais a  $\alpha$  que ocorrem ao subdividir-se o processo  $Z(t)$  em  $b^k$  partes de mesmo tamanho. Então, o espectro multifractal, representado por  $f(\alpha)$ , é definido por:

$$f(\alpha) \equiv \lim \left\{ \frac{\ln N_k(\alpha)}{\ln b^k} \right\} \text{ para } k \rightarrow \infty. \quad (2.11)$$

Caso o limite da Equação 2.11 exista e  $f(\alpha)$  seja definido e positivo em um suporte maior que um único ponto, diz-se que  $Z(t)$  é multifractal. Processos cujo espectro  $f(\alpha)$  é definido para apenas um ponto, apresentando um único valor de expoente de Hölder, são classificados como monofractais.

## 2.3 Estimação da característica multifractal

Assim como as definições de multifractais apresentadas anteriormente, a estimação da característica multifractal apresenta também duas abordagens. A primeira abordagem é baseada na estimação da função de partição do processo, enquanto a segunda está ligada a estimação da regularidade do processo, ou seja, ao seu espectro multifractal.

### 2.3.1 Estimação da função de partição

A partir da Definição 2.2 percebe-se que a descrição de um processo multifractal envolve tanto o conhecimento da função  $c(q)$  quanto da função  $\tau(q)$ . A seguir, apresenta-se um método simples para testar a característica multi-escala do processo, assim como estimar as funções  $c(q)$  e  $\tau(q)$ .

Considere os dados  $(Z_i)_{i=1}^N$  com suporte no intervalo  $[0, T]$ , em uma escala  $\delta = T/N$ . Defina-se a soma partição como

$$S_m^Z(q) = \sum_{k=1}^{N/m} (\bar{Z}_k^{(m)})^q, \quad (2.12)$$

onde

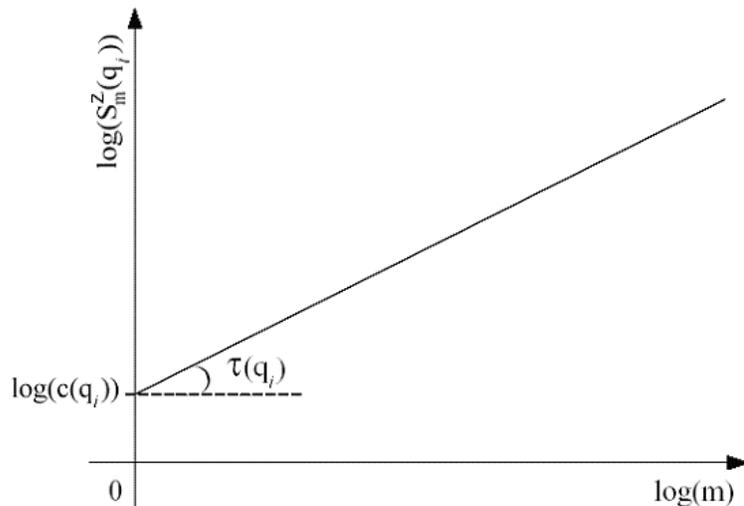
$$\bar{Z}_k^{(m)} = \sum_{l=1}^m Z_{(k-1)m+l} \quad (2.13)$$

é o processo original observado em uma escala de agregação  $\delta = \frac{T \cdot m}{N}$ .

Para um valor fixo de  $q_i$ , variam-se os valores de  $m$  em uma faixa apropriada, obtendo-se um conjunto de pontos no plano  $\log m \times \log S_m^Z(q_i)$ . Caso  $\log S_m^Z(q_i)$  seja aproximadamente linearmente

dependente de  $\log m$ , diz-se que os dados apresentam escalonamento multifractal. O coeficiente angular da reta obtida através da aproximação por mínimos quadrados é denominado  $\tau(q_i)$ , sendo  $c(q_i)$  igual ao ponto de interseção entre o eixo das ordenadas e a reta em questão. A Equação 2.14 e a Figura 2.2 ilustram melhor a forma de obtenção dos valores de  $\tau(q_i)$  e  $c(q_i)$ .

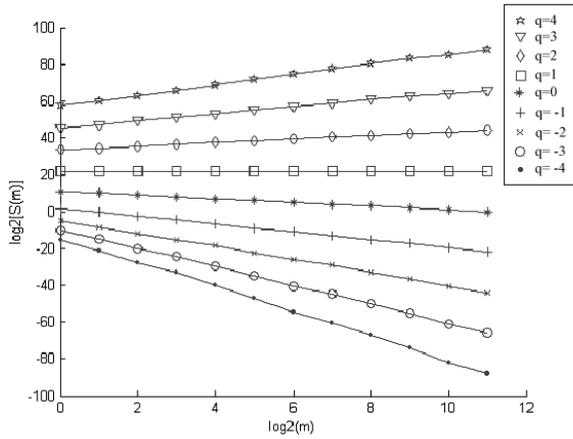
$$\log S_m^Z(q_i) \cong \tau(q_i) \cdot \log m + \log c(q_i) \quad (2.14)$$



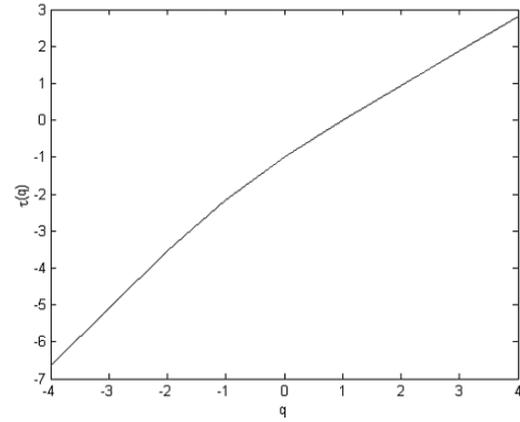
**Figura 2.2** – Estimação das funções  $\tau(q)$  e  $c(q)$

Uma vez conhecidos  $\tau(q_i)$  e  $c(q_i)$  para diferentes valores de  $q_i$ , obtém-se então as funções  $\tau(q)$  e  $c(q)$ . A Figura 2.3(a) mostra a curva da função soma partição obtida para a série representativa do número de bytes por quadro de vídeo codificado MPEG-4 do filme *Silence of the Lambs* [FIT 00]. Neste exemplo, para a obtenção da função soma partição foram considerados valores de  $q_i \in [-4;4]$  e  $m \in [1;2048]$ . A Figura 2.3(b) exibe a curva correspondente à função  $\tau(q)$  obtida a partir dos diferentes valores de  $\tau(q_i)$  para a soma partição da seqüência de vídeo considerada.

Para processos multifractais a função  $\tau(q)$  é não linear. Tipicamente, o valor da derivada da função  $\tau(q)$  varia muito pouco, estando normalmente no intervalo  $[1/2;2]$ , levando o gráfico de  $\tau(q)$  parecer quase linear. Sendo assim, uma análise feita apenas através de inspeção visual da função  $\tau(q)$  pode levar a falhas, portanto, a análise feita através do espectro multifractal é geralmente mais informativa.



(a)



(b)

**Figura 2.3** – (a) Soma partição da série representativa do tamanho em bytes dos quadros de vídeo codificado MPEG-4 do filme *Silence of the Lambs*. (b) Função partição  $\tau(q)$  obtida para a seqüência de vídeo codificado MPEG-4 considerada.

### 2.3.2 Estimação do espectro multifractal

A função  $f(\alpha)$  tal como apresentada na Definição 2.5 é chamada de espectro de granularidade grosseira (*coarse graining spectrum*) ou também espectro de grandes desvios (*large deviation spectrum*). Além do espectro multifractal de grandes desvios, o espectro de Hausdorff e o espectro de Legendre também merecem destaque [FAL 90].

Basicamente, qualquer um dos três espectros provê informações sobre quais singularidades ocorrem em um sinal, e quais são as singularidades que predominam. O espectro é uma curva unidimensional, normalmente com um perfil côncavo, onde a abscissa representa os expoentes de Hölder que efetivamente existem no sinal, e a ordenada está relacionada com a quantidade de pontos onde uma dada singularidade será encontrada. Por exemplo, se um espectro multifractal  $f(\alpha)$  de um dado sinal possui apenas um máximo em  $\alpha = a$ , com  $f(a) = 1$ , então ao selecionarmos aleatoriamente um ponto deste sinal, este ponto possuirá quase certamente (*almost surely*) o expoente de Hölder com valor igual a  $a$ . O valor de  $\alpha$  quando  $f(\alpha) = 1$  é chamada de valor “quase certo” de um sinal, ou seja, trata-se do valor de expoente de Hölder com maior probabilidade de ocorrência neste sinal. Por outro lado, caso  $\alpha = b$  tal que  $f(b) = 0$ , então existirá um conjunto muito esparsa de pontos para os quais teremos expoente Hölder igual a  $b$ , ou seja, será pequena a probabilidade de ocorrência deste valor de expoente de Hölder no sinal. Para o caso onde  $\alpha = c$  tal que  $f(c) = -\infty$ , não ocorrerão no sinal expoentes de Hölder com valores iguais a  $c$ .

A breve descrição de espectro apresentada anteriormente é apenas uma visão superficial do conceito de espectro multifractal. Na realidade, existem diferenças essenciais entre os três espectros multifractais citados anteriormente, conforme as definições apresentadas a seguir.

Das mais variadas dimensões fractais em uso, a dimensão de Hausdorff é provavelmente a mais importante. A dimensão de Hausdorff tem a vantagem de ser definida para qualquer conjunto, e é matematicamente conveniente [FAL 90].

Seja  $\{U_i\}$  uma coleção finita de conjuntos com diâmetro de no máximo  $\delta$ , que cobre um subconjunto  $\mathbf{F}$  em  $\mathbb{R}^n$ . Neste caso, chamamos  $\{U_i\}$  de coleção de conjuntos de cobertura  $\delta$  de  $\mathbf{F}$ .

**Definição 2.6** - Seja  $|U_i|$  o diâmetro do conjunto  $U_i$ . Defini-se  $H_\delta^s(F)$  para algum  $\delta > 0$  como:

$$H_\delta^s(F) = \inf \left\{ \sum_{i=1}^{\infty} |U_i|^s : \{U_i\} \text{ seja uma coleção de conjuntos de cobertura } \delta \text{ de } F \right\}. \quad (2.15)$$

A medida de Hausdorff  $s$ -dimensional de  $\mathbf{F}$  é definida como limite de  $H_\delta^s(F)$  quando  $\delta$  tende a zero.

Ou seja,

$$H^s(F) = \lim_{\delta \rightarrow 0} H_\delta^s(F). \quad (2.16)$$

O limite que define a medida de Hausdorff existe para qualquer subconjunto  $\mathbf{F}$  em  $\mathbb{R}^n$ , sendo seu o valor usualmente igual a 0 ou  $\infty$ .

**Definição 2.7** – O valor crítico de  $s$  para o qual a medida Hausdorff  $s$ -dimensional  $H^s(F)$  muda instantaneamente de  $\infty$  para 0 é definido como dimensão de Hausdorff de  $\mathbf{F}$ .

Normalmente, o conjunto dos pontos com um mesmo grau de singularidade  $\alpha$  constituem um conjunto fractal. Tal conjunto fractal possui sua geometria fractal precisamente descrita através de sua dimensão de Hausdorff. Assim, o espectro de Hausdorff provê a informação geométrica pertinente à dimensão fractal dos conjuntos de pontos que possuem um dado expoente de Hölder em um sinal.

**Definição 2.8** – Seja  $K_\alpha$  o conjunto dos pontos de um sinal  $Z(t)$  que apresentem valor de expoente de Hölder igual a  $\alpha$ . Ou seja,

$$K_\alpha := \{x \in R^d : \alpha(x) := \alpha\}. \quad (2.17)$$

O espectro de Hausdorff de  $Z(t)$  é dado por

$$f_H(\alpha) := \dim(K_\alpha), \quad (2.18)$$

onde  $\dim(K_\alpha)$  é a dimensão de Hausdorff do conjunto  $K_\alpha$ .

Do ponto de vista matemático, o espectro de Hausdorff é o espectro multifractal mais preciso, sendo também o mais difícil de ser estimado.

Apresentado anteriormente na Definição 2.5, o espectro de grandes desvios provê informações estatísticas relacionadas à probabilidade de se encontrar em um sinal, um ponto com um dado expoente grosseiro de Hölder. A partir da Definição 2.5 observa-se que ao variar-se o valor de  $k$ , o espectro de grandes desvios nos permite obter informações relativas à probabilidade de se encontrar aleatoriamente um ponto com um expoente de Hölder específico, em diferentes escalas de resolução.

Embora o espectro de grandes desvios não seja exatamente a densidade de probabilidade correspondente aos  $\alpha$ 's, mas sim uma dupla normalização logarítmica desta densidade, a estimação do espectro de grandes desvios exige a aplicação de ferramentas de estimação de densidade de probabilidade. Neste caso, para a estimação da densidade de probabilidade normalmente são empregadas ferramentas clássicas como o método de kernel duplo [DEV 89].

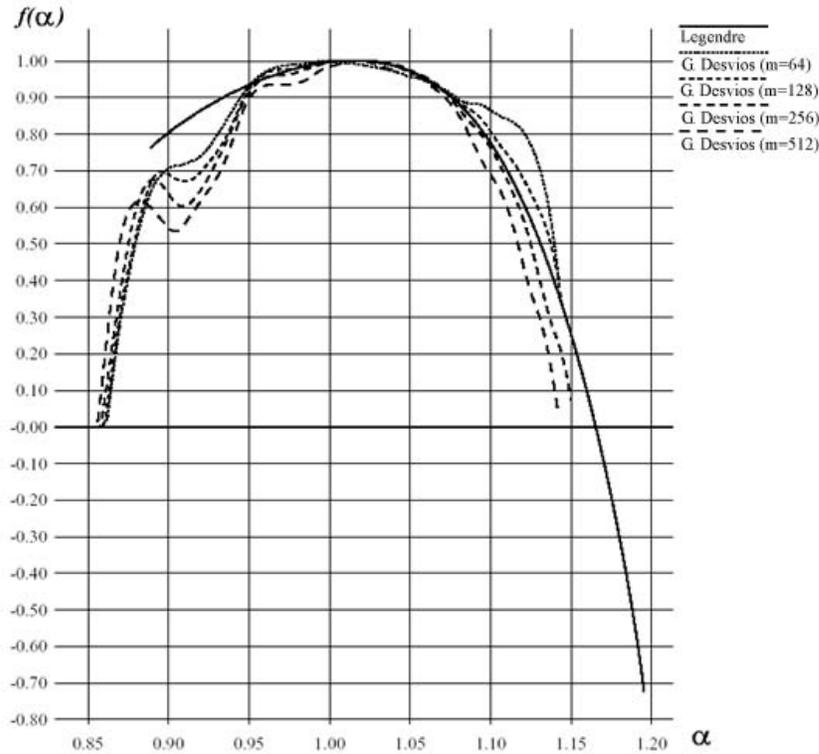
O espectro de Legendre é uma aproximação côncava do espectro de grandes desvios. O espectro de Legendre é de grande interesse, pois, normalmente permite estimar o espectro multifractal de maneira mais simples e robustas, embora para alguns sinais específicos [RE1 97], o espectro de Legendre omita algumas informações possíveis de serem obtidas através do espectro de grandes desvios. A mencionada simplicidade de estimação do espectro de Legendre decorre de sua definição.

**Definição 2.9** - Seja  $\tau(q)$  a função partição de um sinal  $Z(t)$ . O espectro de Legendre de  $Z(t)$  é dado por

$$f_L(\alpha) := \tau^*(\alpha), \quad (2.19)$$

onde  $\tau^*(\alpha)$  é a transformada de Legendre da função partição  $\tau(q)$ , dada por  $\tau^*(\alpha) = \inf_q (q\alpha - \tau(q))$ .

Em decorrência de sua robustez e por ser o mais atrativo espectro multifractal do ponto de vista da estimação numérica, o espectro de Legendre foi o espectro multifractal utilizado neste trabalho. A Figura 2.4 ilustra a convergência entre o espectro multifractal de Legendre e o espectro multifractal de grandes desvios em diferentes resoluções  $m$ 's.



**Figura 2.4** – Convergência entre o espectro de Legendre e espectro de grandes desvios em diferentes resoluções.

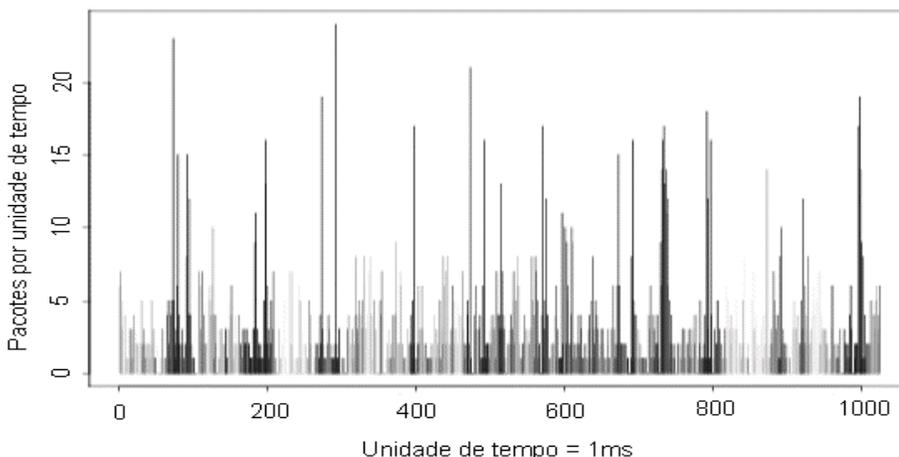
## 2.4 O expoente de Hölder e o tráfego de redes

Apresentado na Definição 2.3, o expoente de Hölder de um sinal em um ponto particular no tempo  $t_0$  está relacionado à regularidade do sinal neste ponto. No contexto de tráfego de redes, tais variações locais são quantificadas a partir do processo de taxa de tráfego, dado pelo número de bytes ou de pacotes em um intervalo  $[t_0; t_0 + \Delta t]$  de tamanho  $\Delta t$  em  $t_0$ .

Como mostrado na Equação 2.8, o expoente de Hölder  $\alpha$  pode ser interpretado como um número real que controla o comportamento multi-escala local de um processo. O tráfego de rede possui comportamento multi-escala local com expoente de Hölder  $\alpha(t_0)$  no tempo  $t_0$ , se o processo taxa de tráfego comporta-se como  $(\Delta t)^{\alpha(t_0)}$  quando  $\Delta t \rightarrow 0$ . Considerando-se o comportamento do tráfego,

percebe-se que quanto mais próximos de zero são os valores de  $\alpha(t_0)$ , maior é a intensidade dos surtos na região de  $t_0$ . Por outro lado, valores de  $\alpha(t_0)$  próximos ou superiores a 1, correspondem a instantes de baixa intensidade de tráfego ou pequenas variações locais.

A Figura 2.5 indica através de escala de tons de cinza, as magnitudes do expoente Hölder em diferentes pontos do traço de tráfego DIAL 3. O traço de tráfego DIAL 3 representa o número de pacotes que a cada 1 milissegundo atravessam um anel FDDI (*Fiber Distributed Data Interface*) de um dos laboratório de pesquisas da AT&T [FE2 98]. Na Figura 2.5 quanto menor for o expoente de Hölder, ou equivalentemente, quanto mais intensos forem os surtos de tráfego, mais escuros serão os tons de cinza utilizados. Em contrapartida, tons mais claros de cinza são empregados para indicar regiões com ocorrência de surtos de baixa intensidade, ou seja, expoentes de Hölder com magnitudes mais elevadas.



**Figura 2.5** – Regularidade local do traço de tráfego DIAL 3 representada em diferentes tons de cinza. (escuros) Expoentes de Hölder pequenos. (claros) Expoente de Hölder grandes.

## 2.5 Modelagem de tráfego multifractal

Modelos de tráfego precisos capturam importantes características do tráfego, melhorando sua compreensão e permitindo o estudo dos efeitos dos parâmetros do modelo no desempenho das redes. A constatação da presença da auto-similaridade no tráfego de redes [LEL 94], inadequadamente descrita por modelos clássicos, tais como, modelos Markovianos e Poissonianos, foi seguida imediatamente pelo desenvolvimento de modelos fractais de tráfego. O movimento Browniano fracionário (fBm) e seu processo de incrementos, denominado ruído Gaussiano fracionário (fGn), tornaram-se os processos

mais amplamente utilizados na modelagem do tráfego auto-similar. Entretanto, principalmente em escalas de tempo reduzidas, os sinais de tráfego exibem auto-similaridade e dependência de longa duração, mas também correlações de curta duração e comportamento multi-escala, que são fenômenos incoerentes com modelos monofractais. Neste sentido, foram propostos modelos mais completos, baseados na análise multifractal, dentre os quais podem ser destacados: o modelo wavelet multifractal (*Multifractal Wavelet Model*, MWM), o modelo multiplicador Gaussiano de variância variável (*Variable Variance Gaussian Multiplier Model*, VVGMM) e movimento Browniano multifracionário (*multifractional Brownian motion*, mBm).

### 2.5.1 Modelo wavelet multifractal

O MWM é um modelo baseado na transformada *wavelet* [MAL 99], desenvolvido por Riedi et. al. [RIE 99] para modelar dados positivos, estacionários e com dependência de longa duração. O MWM utiliza a *wavelet* Haar e garante que o sinal de saída seja positivo através da modelagem dos coeficientes *wavelets* dada por

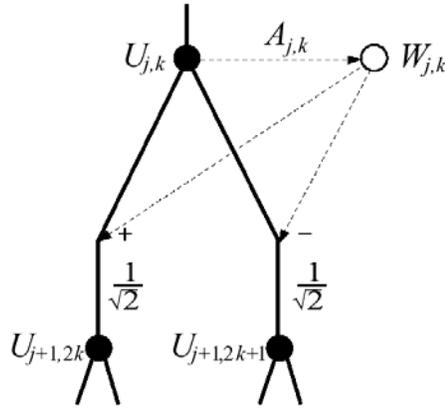
$$W_{j,k} = A_{j,k} U_{j,k}, \quad j, k = 0, 1, 2, \dots, \quad (2.20)$$

onde  $j$  indica a escala de análise,  $k$  é o índice de translação,  $W_{j,k}$  é o coeficiente *wavelet*,  $U_{j,k}$  é o coeficiente de escala e  $A_{j,k}$  é uma variável aleatória independente com suporte no intervalo  $[-1;1]$ .

Seja  $X(t)$  o sinal a ser modelado. Na síntese do MWM, após a escolha apropriada do coeficiente de escala na escala primitiva  $U_{0,0}$ , e da variância dos multiplicadores  $A_{j,k}$  em cada escala, a aproximação de  $X(t)$  na resolução  $2^{-(j+1)}$ , dada por  $U_{j+1}$ , é obtida a partir de recursivas somas e diferenças de  $U_{j,k}$  e  $W_{j,k}$  sujeitas as equações

$$\begin{cases} U_{j+1,2k} = 2^{-1/2} (U_{j,k} + W_{j,k}) \\ U_{j+1,2k+1} = 2^{-1/2} (U_{j,k} - W_{j,k}) \end{cases} \quad (2.21)$$

Este processo recursivo é repetido até que se atinja a resolução desejada ou equivalentemente, até que se obtenha o número desejado de amostras. A Figura 2.6 ilustra este processo.



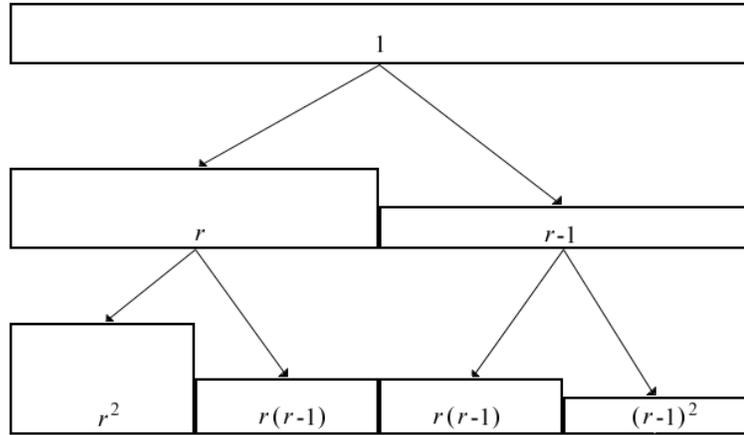
**Figura 2.6** – Processo de construção do MWM

Assim como os modelos baseados no fBm/fGn, o MWM pode precisamente modelar a dependência de longa duração de um conjunto de dados. Entretanto, o MWM proporciona ganhos de modelagem, pois diferente dos modelos baseados no fBm/fGn, também é capaz de capturar características multi-escalas mais ricas. Além disso, o custo computacional envolvido na síntese do MWM também é menor que custo da maioria dos métodos de síntese do fBm/fGn [RIE 99].

### 2.5.2 Modelo multiplicador Gaussiano de variância variável

Uma cascata é um processo em que um dado conjunto é dividido em porções sucessivamente menores obedecendo a uma regra geométrica, e ao mesmo tempo, a medida associada a este mesmo conjunto é dividida de acordo com uma outra regra aleatória.

A Figura 2.7 ilustra as primeiras iterações para a criação de uma cascata. Considere um conjunto inicial  $I$  com suporte no intervalo  $[0;1]$ , cuja medida associada a este intervalo seja  $\mu(I)=1$ . O conjunto anterior é dividido em dois novos conjuntos  $I_0 \in [0;1/2]$  e  $I_1 \in [1/2;1]$ , onde, para  $0 < r < 1$  as medidas associadas a estes dois novos conjuntos são dadas por  $\mu(I_0) = r \cdot \mu(I)$  e  $\mu(I_1) = (1 - r) \cdot \mu(I)$ , tal que a medida inicial é preservada. Na próxima iteração, este processo é repetido para ambos os conjuntos  $I_0$  e  $I_1$ , dando origem a quatro novos conjuntos  $I_{00}$ ,  $I_{01}$ ,  $I_{10}$  e  $I_{11}$  tais que a soma das medidas relativas a estes conjuntos seja preservada. Este processo se repete  $k$  vezes até que seja obtida a resolução desejada.



**Figura 2.7** – Processo de construção da cascata multiplicativa ( $r=2/3$ )

Cascatas multiplicativas possuem natureza multifractal. O valor do multiplicador  $r$  determina a distribuição do processo dado pela medida dos conjuntos em uma dada resolução. O modelo multiplicador Gaussiano de variância variável proposto por Krishna et al. [KRI 03] é uma cascata multiplicativa multifractal, na qual os valores dos multiplicadores em cada estágio  $i$  são amostras de uma distribuição Gaussiana  $f_i(r)$ . A média da distribuição normal dos multiplicadores é 0,5, portanto, tanto  $r$  quanto  $1-r$  possuem distribuição de probabilidade  $N(0,5;\sigma_i^2)$ , onde  $\sigma_i^2$  é a variância dos multiplicadores em cada estágio  $i$ , estimadas a partir do processo original a ser modelado.

Os experimentos realizados por Krishna et al. [KRI 02, KRI 03] evidenciam que traços de tráfego sintetizados através do modelo multiplicador Gaussiano de variância variável, apresentam distribuição do comprimento da fila, atraso, perda de pacote e valor de banda efetiva, bastante próximos dos obtidos para o traço de tráfego original. A fácil estimação dos parâmetros do modelo VVGMM, ou seja, a estimação da variância dos multiplicadores em cada estágio  $i$ , apresenta-se como a principal vantagem do modelo.

### 2.5.3 Movimento Browniano multifracionário

O movimento Browniano multifracionário foi proposto por Peltier e Véhel [PEL 95] como uma generalização do movimento Browniano fracionário. Diferente do fBm, no mBm é permitido que o expoente de Hölder varie no tempo, sendo descrito por uma função  $H(t)$ , ao invés de um único parâmetro  $H$ . O movimento Browniano multifracionário será descrito em maiores detalhes no

Capítulo 3. Como contribuição original do presente trabalho, no Capítulo 3 o movimento Browniano multifracionário é utilizado em uma proposta de modelo de tráfego, obtido a partir da extensão do modelo tráfego Browniano fracionário [NOR 94].

## 2.6 Considerações finais

A evolução dos estudos de modelagem de tráfego das redes de comunicação foi apresentada no presente capítulo. Neste contexto, os modelos multifractais são apresentados como os que melhor representam o real comportamento do tráfego das modernas redes de comunicação. As diferentes definições apresentadas ao longo do capítulo demonstram como os processos multifractais podem ser vistos como uma generalização dos modelos monofractais. Embora sejam melhores descritores do comportamento do tráfego, os modelos de tráfego multifractais apresentam maior complexidade matemática se comparado com outras classes de modelos. Portanto, em ocasiões onde os ganhos com uma modelagem mais precisa sejam reduzidos, a maior complexidade matemática dos modelos multifractais torna pouco atrativa a utilização de tais modelos. Esta e outras questões serão abordadas nos capítulos subseqüentes.

## Capítulo 3

# O tráfego Browniano fracionário estendido

### 3.1 Introdução

O tráfego Browniano fracionário (*fractional Brownian traffic*, fBt) é um modelo de tráfego parcimonioso capaz de representar matematicamente a característica auto-similar observada no tráfego de redes. Proposto por Norros [NOR 94], no fBt uma realização devidamente normalizada do processo movimento Browniano fracionário é sobreposta à taxa média de tráfego. O fBm é conhecidamente monofractal, caracterizando-se por possuir regularidade constante e igual ao valor do parâmetro de Hurst. A rigidez imposta pela regularidade constante do fBm limita a utilização do fBt na modelagem de tráfego onde seja determinante considerar as variações de regularidade.

A variação da regularidade constatada em alguns conjuntos de dados reais motivou o desenvolvimento de modelos onde tal variação seja permitida. Peltier e Véhel [PEL 95] estenderam a definição do fBm, propondo um processo com características de regularidade mais ricas. Denominado movimento Browniano multifracionário (*multifractional Brownian motion*, mBm), este processo permite a variação da regularidade, sendo esta controlada por uma função no domínio de tempo denominada função Hölder.

Buscando incorporar a vantajosa característica da regularidade do processo mBm na modelagem de tráfego, uma extensão original ao modelo tráfego Browniano fracionário é proposta neste capítulo. Denominado modelo tráfego Browniano fracionário estendido, a proposta consiste em substituir pelo mBm o processo fBm originalmente utilizado no fBt. O presente capítulo inicialmente apresenta a descrição do processo fBm e do modelo de tráfego fBt dele derivado. A seguir, descreve-se o processo mBm e a extensão proposta ao fBt. Também são abordados aspectos relacionados à estimação da

função Hölder, assim como o processo de síntese do mBm e do modelo tráfego Browniano fracionário estendido.

### 3.2 O movimento Browniano fracionário

Introduzido por Mandelbrot [MAN 68], o movimento Browniano fracionário provou ser de considerável interesse em diversas áreas das ciências físicas, tais como, hidrologia, processamento de sinais e matemática financeira. O movimento Browniano fracionário pode ser definido a partir do movimento Browniano, como dado pelas definições a seguir.

**Definição 3.1** – Um processo aleatório  $\{B(t), t \in [0, T]\}$  é um movimento Browniano se:

1. Para cada  $t > 0$  e  $u > 0$ , os incrementos  $B(t+u) - B(t)$  possuem distribuição normal com média 0 e variância  $u$ .
2.  $B(t+u) - B(t)$  é independente de  $B(t)$ .
3.  $B(t)$  é uma função contínua no tempo e  $B(0) = 0$ .

**Definição 3.2** – Seja  $B(t)$  o movimento Browniano [MAN 68]. O movimento Browniano fracionário com expoente  $H \in (0;1)$  é definido como

$$Z(t) = \frac{1}{\Gamma(H+1/2)} \left\{ \int_{-\infty}^0 [(t-s)^{H-1/2} - (-s)^{H-1/2}] dB(s) + \int_0^t (t-s)^{H-1/2} dB(s) \right\}, \quad (3.1)$$

com  $Z(0) = 0$ , e onde  $\Gamma$  é a função gamma.

Algumas das propriedades do movimento Browniano podem ser apontadas:

- i.  $Z(t)$  é Gaussiano.
- ii.  $Z(t)$  é um processo contínuo.
- iii.  $Z(t)$  possui incrementos estacionários.
- iv.  $E[Z(t)] = 0$ .
- v.  $E[Z(t)^2] = \sigma^2 t^{2H}$ .

Obtida a partir das propriedades acima, a autocorrelação de  $Z(t)$  é dada por

$$R_Z(s, t) = \frac{\sigma^2}{2} \left( |s|^{2H} + |t|^{2H} - |s-t|^{2H} \right), \quad (3.2)$$

ou seja, trata-se de um processo não-estacionário. Se  $\sigma^2 = 1$ ,  $Z(t)$  é chamado de movimento Browniano fracionário padrão. Para  $H = 0,5$  e  $\sigma^2 = 1$ ,  $Z(t)$  é simplesmente o movimento Browniano padrão, como incrementos independentes e estacionários.

Dado um processo fBm  $Z(t)$ , pode-se definir um processo de incrementos em tempo discreto  $\mathbf{X} = \{X_n\}_{n=0}^{\infty}$  onde

$$X_n = Z(n+1) - Z(n). \quad (3.3)$$

O processo  $\mathbf{X}$  definido anteriormente é denominado ruído Gaussiano fracionário (*fractional Gaussian noise*, fGn). A definição precisa do fGn é dada a seguir.

**Definição 3.3** - O processo  $\mathbf{X} = \{X_n\}_{n=0}^{\infty}$ , é denominado ruído Gaussiano fracionário com parâmetro  $H$ , se  $\mathbf{X}$  é o processo de incrementos do fBm com parâmetro  $H$ .

O processo  $\mathbf{X}$  é estacionário, Gaussiano, com média  $E[X_n] = 0$ , variância  $E[X_n^2] = \sigma^2 > 0$ , e função de autocorrelação dada por

$$R_X(k) = \frac{\sigma^2}{2} \left( |k+1|^{2H} + |k|^{2H} - |k-1|^{2H} \right). \quad (3.4)$$

Para  $H = 1/2$ , o fGn reduz-se ao ruído Gaussiano branco, portanto,  $\mathbf{X}$  torna-se completamente decorrelacionado. Caso  $\sigma^2 = 1$ , o processo  $\mathbf{X}$  é denominado ruído Gaussiano fracionário padrão.

Por suas características, no contexto da modelagem de tráfego, o fBm é utilizado para descrever o volume acumulado de tráfego até um dado instante  $t$ . Já o seu processo de incrementos, o fGn, é utilizado para descrever o volume de tráfego que atravessa um determinado ponto da rede em

intervalos regulares de tempo. Utilizando o processo fBm, Norros [NOR 94] propôs o mais amplamente utilizado modelo de tráfego auto-similar: o modelo tráfego Browniano fracionário.

### 3.3 O tráfego Browniano fracionário

Norros [NOR 95] propôs um parcimonioso modelo de tráfego denominado tráfego Browniano fracionário (*fractional Brownian traffic*, fBt), capaz de representar matematicamente a característica auto-similar observada nos dados de tráfego. O fBt é definido a seguir.

**Definição 3.4** – Denomina-se modelo tráfego Browniano fracionário o processo  $A_t$  que descreve o volume de tráfego acumulado até o instante de tempo  $t$ , definido por

$$A_t = mt + \sigma Z_{t/t_u}, \quad t \in \mathbb{R}, \quad (3.5)$$

onde  $m$  é a taxa média de chegada do tráfego,  $\sigma$  é o desvio padrão do volume de tráfego de chegada em uma unidade de tempo, e o processo  $(Z_t)_{t \in \mathbb{R}}$  é o movimento Browniano fracionário normalizado com parâmetro de Hurst igual a  $H \in [1/2; 1)$ .

Para o caso de  $H=1/2$  o modelo é chamado de tráfego Browniano. O processo  $Z(t)$  e seu parâmetro  $t$  são adimensionais, motivo pelo qual se escreve no modelo de tráfego  $Z(t/t_u)$ , onde  $t$  é o tempo físico e  $t_u$  é a unidade de tempo físico.

Em certas situações, mais conveniente que descrever o volume de tráfego acumulado até um dado instante de tempo  $t$ , é descrever o volume de tráfego a cada intervalo de tempo. Para tais situações, mais importante que o próprio modelo fBt, é seu processo de incrementos.

O processo incremental do tráfego Browniano fracionário é dado por:

$$I_n = A_{(n+1)t_u} - A_{nt_u} = m.t_u + \sigma(Z_{n+1} - Z_n), \quad n = 0, 1, 2, \dots, \infty \quad (3.6)$$

onde  $X_n = Z_{n+1} - Z_n$  é o ruído Gaussiano fracionário padrão.

A capacidade do fBt de representar adequadamente o tráfego auto-similar, sobretudo na representação do tráfego resultante da agregação de várias fontes independentes, é mostrada em diversos estudos. Norros [NOR 95] mostra que o fBt é adequado à modelagem do tráfego Ethernet

local à LAN do *Bellcore Morristown Research and Engineering Center* [LEL 94]. O mesmo estudo mostra que o modelo tráfego Browniano fracionário não é adequado à representação do tráfego existente entre o *Bellcore* e o resto do mundo, uma vez que este tráfego se mostrar fortemente não gaussiano, indicando não ser suficientemente agregado.

### 3.4 O movimento Browniano multifracionário

O fBm é um processo auto-similar capaz de descrever convenientemente sinais irregulares que ocorrem em diversas situações, e sua regularidade é constante e igual ao parâmetro de Hurst em todos os pontos. Entretanto, alguns conjuntos de dados reais possuem regularidade variável e, para tais casos, um único parâmetro  $H$  pode não prover uma descrição adequada da regularidade do conjunto. Para superar as limitações existentes no fBm, Peltier e Véhel [PEL 95] introduziram o movimento Browniano multifracionário (*multifractional Brownian motion*, mBm). Diferente do fBm, no mBm é permitido que a regularidade do processo varie ao longo da trajetória, sendo descrita por uma função no tempo  $H(t)$  ao invés de um único número  $H$ . Tal característica é muito útil quando se faz necessário modelar processos em que a regularidade varie no tempo, tais como o tráfego Internet.

**Definição 3.5** - Sejam  $(X, d_X)$  e  $(Y, d_Y)$  dois espaços métricos. Uma função  $f: X \rightarrow Y$  é denominada uma função Hölder com expoente  $\beta > 0$ , se para cada  $x, y \in X$  tal que  $d_X(x, y) < 1$  tenha-se

$$d_Y(f(x), f(y)) \leq c \cdot d_X(x, y)^\beta, \quad (3.7)$$

para alguma constante  $c > 0$ .

**Definição 3.6** - Seja  $H: [0, \infty) \rightarrow [a, b] \subset (0, 1)$  uma função Hölder com expoente  $\beta > 0$ . Para  $t \geq 0$ , denomina-se movimento Browniano multifracionário com função  $H(t)$ , a função aleatória

$$W(t) = \int_{-\infty}^0 \left[ (t-s)^{H(t)-1/2} - (-s)^{H(t)-1/2} \right] dB(s) + \int_0^t (t-s)^{H(t)-1/2} dB(s), \quad (3.8)$$

onde  $B$  é o movimento Browniano.

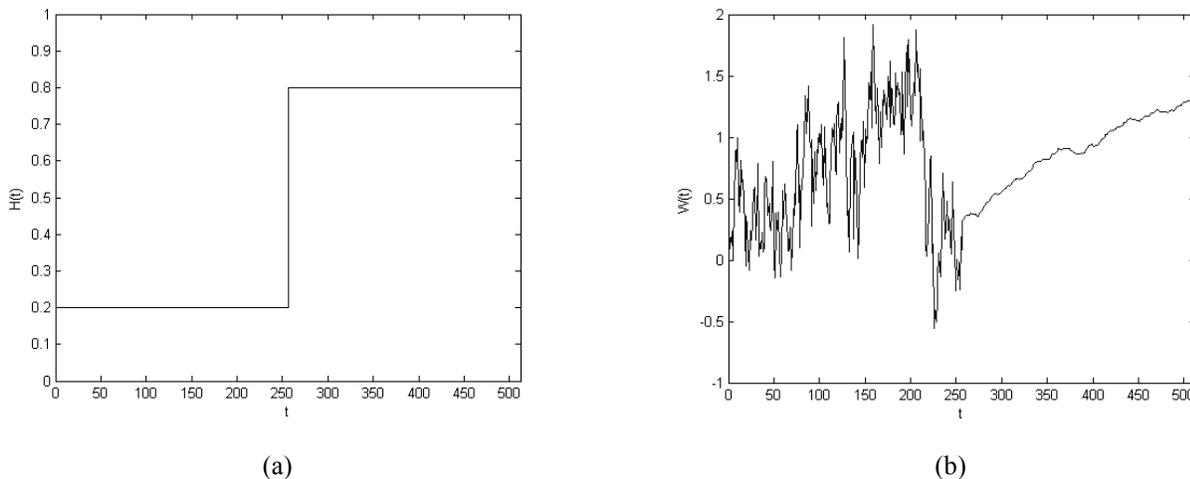
**Definição 3.7** – O processo  $W(t)$ ,  $t \geq 0$ , é chamado de movimento Browniano multifracionário padrão se for verificada a propriedade

$$\text{var} \left( \frac{W(t+h) - W(t)}{h^{H(t)}} \right) \xrightarrow{h \rightarrow 0} 1, \quad (3.9)$$

onde  $H(t)$  é a função Hölder do processo  $W(t)$ .

Por ser uma generalização do fBm, quando  $H(t)=H$  para todo  $t$ , o mBm é o próprio fBm com expoente  $H$ . O movimento Browniano multifracionário perde algumas das propriedades do fBm, e embora seja um processo gaussiano, seu processo de incrementos em geral não é estacionário. Outra importante propriedade do mBm diz respeito à regularidade do processo descrita pelo expoente de Hölder. Para o mBm, em cada ponto  $t_0 \geq 0$ , o expoente de Hölder  $\alpha(t_0)$  é dado pelo valor da função Hölder do processo naquele ponto, ou seja,  $\alpha(t_0)=H(t_0)$ .

Como apresentado no Capítulo 2, uma função  $X(t)$  que possua um expoente de Hölder grande no ponto  $s$ , será suave neste ponto. Já para  $\alpha(s)$  próximos a zero tem-se um comportamento irregular de  $X(t)$  em  $s$ . A fim de ilustrar o comportamento da regularidade do processo mBm em função do valor da função Hölder, a Figura 3.1(b) exibe o gráfico da síntese do processo mBm cuja função Hölder, apresentada na Figura 3.1(a), é um degrau com valores 0,2 e 0,8.



**Figura 3.1** – (a) Função Hölder degrau. (b) Síntese do mBm para a função Hölder degrau.

Observando-se a Figura 3.1 vê-se claramente a diferença de regularidade apresentada pelas duas metades do processo mBm. Para  $H(t)=0,2$  a síntese do processo mBm apresenta-se bastante irregular, enquanto, para  $H(t)=0,8$  a função encontra-se mais suave.

Ayache e Véhel [AYA 00] obtiveram expressões explícitas para a estrutura de correlação do mBm. Seja  $W(t)$  um processo mBm padrão com função  $H(t)$ . A autocorrelação de  $W(t)$  é dada por

$$cor_w(t, s) = D(H(t), H(s)) \left( t^{H(t)+H(s)} + s^{H(t)+H(s)} - |t - s|^{H(t)+H(s)} \right), \quad (3.10)$$

onde

$$D(x, y) = \frac{\sqrt{\Gamma(2x+1)\Gamma(2y+1)\text{sen}(\pi x)\text{sen}(\pi y)}}{2\Gamma(x+y+1)\text{sen}(\pi(x+y)/2)}, \quad (3.11)$$

com  $\Gamma$  sendo a função gama.

A estimação da função Hölder não é uma tarefa trivial e, quando comparada com a estimação do parâmetro  $H$  para o caso do fBm, apresenta maior complexidade. Neste trabalho utilizou-se o robusto estimador proposto em [BEN 97]. Descrito na seção seguinte, o estimador proposto em [BEN 97] permite obter boa precisão para sinais reais.

### 3.5 Estimação da função Hölder

Foram desenvolvidos diversos métodos para se estimar a função Hölder, porém, nenhum dos quais apresenta resultados satisfatórios para todos os casos [BEN 97, VEH 96, GUI 98, CAN 98]. De fato, estimar o índice de regularidade de um sinal a partir de um conjunto de amostras, sem uma consideração a priori a respeito do comportamento do sinal, é uma tarefa difícil.

Mais numerosos, normalmente os métodos não paramétricos apenas apresentam estimações corretas quando uma série de considerações é satisfeita. Embora não seja o mais preciso, dentre os métodos de estimação não paramétricos, o método baseado na transformada *wavelet* contínua [CAN 98] é provavelmente o mais conhecido e também o mais utilizado.

Uma maneira de se obter resultados de estimação robustos é utilizar uma abordagem paramétrica. Métodos de estimação paramétricos foram desenvolvidos principalmente para o caso do fBm e suas extensões, tais como o mBm. No presente trabalho, utilizou-se o método de estimação paramétrico baseado no trabalho de Benassi et al. [BEN 97]. Desenvolvido para estimar a função Hölder de processos Gaussianos multifracionários, tal método de estimação se mostrou o mais apropriado à modelagem de tráfego proposta e será descrito a seguir.

### 3.5.1 Estimador paramétrico do expoente de regularidade

Proposto por Benassi, Cohen e Istaş [BEN 97], o método descrito a seguir tem por objetivo identificar a função Hölder de processos Gaussianos multifracionários. O movimento Browniano multifracionário é um caso particular de processo Gaussiano multifracionário. Neste método a função Hölder é estimada através de observações discretas das amostras do processo, analisando-se seu comportamento assintótico, conforme descrito a seguir.

Seja o processo  $X(t)$  observado em pontos de amostragem  $\frac{p}{N}, p = 0, \dots, N$ , o processo ao qual se deseja estimar a função Hölder. Para  $t \in (0, 1)$ ,  $\varepsilon > 0$  e  $N > 0$  definem-se intervalos de vizinhança de  $t$ , em função dos parâmetros  $\varepsilon$  e  $N$ , dados por

$$v_{\varepsilon, N}(t) = \left\{ p \in \mathbb{Z}, \left| \frac{p}{N} - t \right| \leq \varepsilon \right\}. \quad (3.12)$$

E a variação generalizada local, dada por

$$V_{\varepsilon, N}(t) = \sum_{p \in v_{\varepsilon, N}(t)} \left( X\left(\frac{p+1}{N}\right) - 2X\left(\frac{p}{N}\right) + X\left(\frac{p-1}{N}\right) \right)^2. \quad (3.13)$$

Então, um estimador da função Hölder  $\alpha(t)$  é definido como

$$\hat{\alpha}_{\varepsilon, N}(t) = \frac{1}{2} \left( \log_2 \frac{V_{\varepsilon, N/2}(t)}{V_{\varepsilon, N}(t)} + 1 \right). \quad (3.14)$$

Mostra-se em [BEN 97] que para  $\varepsilon = N^{-\beta}$  com  $0 < \beta < 1/2$ , quando  $N \rightarrow \infty$ ,

$$\hat{\alpha}_{\varepsilon, N}(t) \rightarrow \alpha(t). \quad (3.15)$$

Apontado em [BEN 97] como o valor ótimo, neste trabalho utilizou-se  $\beta = 1/3$ .

### 3.6 Síntese do movimento Browniano multifracionário

Soluções analíticas para alguns problemas envolvendo o movimento Browniano multifracionário podem não ser possíveis de serem obtidas. A obtenção de resultados por meio de simulações pode ser uma alternativa para estes casos, fazendo-se necessária a síntese artificial do processo mBm. O mais usual método de síntese do mBm é baseado no seguinte teorema [PEL 95]:

**Teorema 3.1** – Seja  $(B_H(t))_{t \geq 0}$  um fBm com índice  $H$ . Então, para algum intervalo  $[a, b] \subset (0, 1)$  e  $K > 0$  tem-se quase certamente (*almost surely*) que

$$\lim_{h \rightarrow 0} \sup_{\substack{a \leq H, H' \leq b \\ |H' - H| < h}} \sup_{t \in [0, K]} |B_H(t) - B_{H'}(t)| = 0. \quad (3.16)$$

O Teorema 3.1 permite interpretar cada instante  $t$  de um processo mBm com função Hölder  $H(t)$ , como um processo fBm com parâmetro de Hurst igual ao valor da função Hölder no mesmo instante  $t$ . A partir deste resultado, é possível gerar amostras de um processo mBm  $W(t)$ , para  $t \in [t_0, t_1]$ , através das seguintes etapas:

1. Denote o vetor função Hölder  $H_i = H(t_i)$  para  $t_i = t_0 + (t_1 - t_0) \frac{i}{N}$ ,  $i = 0 \dots N$ , onde  $N + 1$  é o número de amostras que deve ser gerada.
2. Gere  $N + 1$  processos fBm's  $B_{H_i}$  com parâmetro  $H_i$ , no intervalo  $[t_0, t_1]$ .
3. Então, obtenha o movimento Browniano multifracionário fazendo  $W(t_i) = B_{H_i}(t_i)$ .

A síntese de  $N$  amostras do mBm requer que sejam gerados tantos fBm's quantas forem as  $N$  amostras. Qualquer método pode ser usado para gerar os processos fBm's. Considerando que os métodos de geração de processos fBm podem ser algumas vezes lentos, o tempo despendido na síntese do mBm pode se tornar bastante elevado para um número grande de amostras.

A síntese do processo fBm normalmente é obtida a partir da acumulação da síntese de seu processo de incrementos, ou seja, da síntese do fGn. Diversos métodos de síntese do fGn foram propostos na literatura. Entre estes métodos incluem-se o deslocamento do ponto médio aleatório (*random midpoint*

*displacement*, RMD) [NOR99], a decomposição de Cholesky e seus aperfeiçoamentos [DAN 97], síntese espectral [KAP 96] e métodos baseados em *wavelets* [WOR 96].

O método de síntese do fGn empregado neste trabalho é apresentado em [LUN 86]. Trata-se de um método exato de síntese do fGn, ou seja, reproduz as estatísticas de segunda ordem sem erro em relação ao seu valor teórico. Este método utiliza a conhecida covariância do fGn e a fatoração de Cholesky para a síntese de uma realização fGn. O método consiste em obter uma matriz de covariância  $R_{X_H}$  do tipo Toeplitz, formada a partir da conhecida covariância do fGn, dada por

$$r_{X_H}(\tau) = \frac{\sigma_X^2}{2} \left[ |\tau+1|^{2H} + |\tau-1|^{2H} - 2|\tau|^{2H} \right], \quad 0 < H < 1, \quad (3.17)$$

onde  $\sigma_X^2$  é a variância do processo fGn a ser gerado.

Obtida a matriz  $R_{X_H}$ , esta é decomposta em  $R_{X_H} = QQ^T$  através do algoritmo de Levinson-Durbin [HAY 96].

Ao final, o processo fGn desejado é obtido através da expressão  $X_H(t) = QV$  com  $V$  sendo um vetor ruído branco Gaussiano.

### 3.7 Tráfego Browniano fracionário estendido

Apresentado na seção 3.3, o tráfego Browniano fracionário incorpora a característica auto-similar observada no tráfego de redes, através da utilização do processo movimento Browniano fracionário em sua formulação. Como já descrito, embora o fBm seja capaz de convenientemente representar diversos tipos de dados, tal processo possui índice de regularidade constante e igual ao parâmetro  $H$ . Tal característica do fBm, limita a utilização do fBt quando se deseja uma modelagem mais precisa de séries representativas de tráfego de rede que apresentem diferentes índices de regularidade. Com o objetivo de superar as limitações relativas à regularidade do modelo fBt, como contribuição original, o presente trabalho propõe um modelo de tráfego estendendo a definição do fBt [BI2 04, BI3 04].

Denominado tráfego Browniano fracionário estendido, o modelo de tráfego proposto consiste na substituição do processo fBm padrão  $(Z_t)_{t \in \mathbb{R}}$ , presente na formulação do tráfego Browniano

fracionário (Equação 3.5), pelo processo movimento Browniano fracionário padrão  $(W_t)_{t \in \mathbb{R}}$  (Equação 3.8), mantendo-se inalterados os parâmetros  $m$  e  $\sigma$ .

**Definição 3.8** – Denomina-se modelo tráfego Browniano fracionário estendido, o processo  $E_t$  que descreve o volume de tráfego acumulado até o instante de tempo  $t$ , definido por

$$E_t = mt + \sigma W_{t/t_u}, \quad t \in \mathbb{R}, \quad (3.18)$$

onde  $m$  é a taxa média de chegada do tráfego,  $\sigma$  é o desvio padrão do volume de tráfego de chegada em uma unidade de tempo e o processo  $(W_t)_{t \in \mathbb{R}}$  é o movimento Browniano multifracionário com função Hölder  $H(t) \in (0,1)$ . O processo  $W(t)$  e seu parâmetro  $t$  são adimensionais, motivo pelo qual se escreve no modelo de tráfego  $W(t/t_u)$ , onde  $t$  é o tempo físico e  $t_u$  é a unidade de tempo físico.

O modelo tráfego Browniano fracionário estendido apresenta as seguintes propriedades:

- i.  $E_t$  é Gaussiano.
- ii.  $E_t$  é um processo contínuo.
- iii.  $E_t$  possui incrementos Gaussianos e não estacionários.
- iv.  $E[E_t] = mt$ .

No modelo tráfego Browniano fracionário estendido, variações do mBm devidamente normalizadas são sobrepostas à taxa média de tráfego. Sendo o mBm uma generalização do fBm, para uma função  $H(t)$  constante, o modelo de tráfego proposto torna-se idêntico ao modelo tráfego Browniano fracionário. O modelo proposto, quando comparado com o fBt, é menos parcimonioso, uma vez que ao invés de necessitar de apenas um único parâmetro  $H$ , agora se faz necessário uma função Hölder dependente do tempo. Entretanto, conforme será exibido do Capítulo 5, o modelo tráfego Browniano fracionário estendido proporciona ganhos de modelagem, sendo capaz de capturar não apenas as estatísticas de segunda ordem (dependência de longo prazo), mas também características multifractais descritas através do espectro multifractal.

### 3.8 Geração de tráfego através do modelo tráfego Browniano fracionário estendido

Seja  $X_n$ ,  $n = 1, 2, \dots, N$ , uma seqüência numérica positiva discreta no tempo, representando o volume de tráfego atravessando a rede em intervalos de tempo de duração  $\Delta t$ , onde  $\Delta t$  é a escala de tempo considerada. A utilização do modelo tráfego Browniano fracionário estendido para a geração de um traço de tráfego sintético a partir da seqüência  $X_n$  é ilustrada na Figura 3.2 e segue os procedimentos descritos a seguir.

1. Estime a média e o desvio padrão da seqüência  $X_n$

$$m_X = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N X_n \qquad \sigma_X = \frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^N X_n - m_X .$$

2. Obtenha a seqüência normalizada  $Q_n$ , subtraindo da seqüência  $X_n$  o valor da média, e divida o resultado pelo desvio padrão estimado

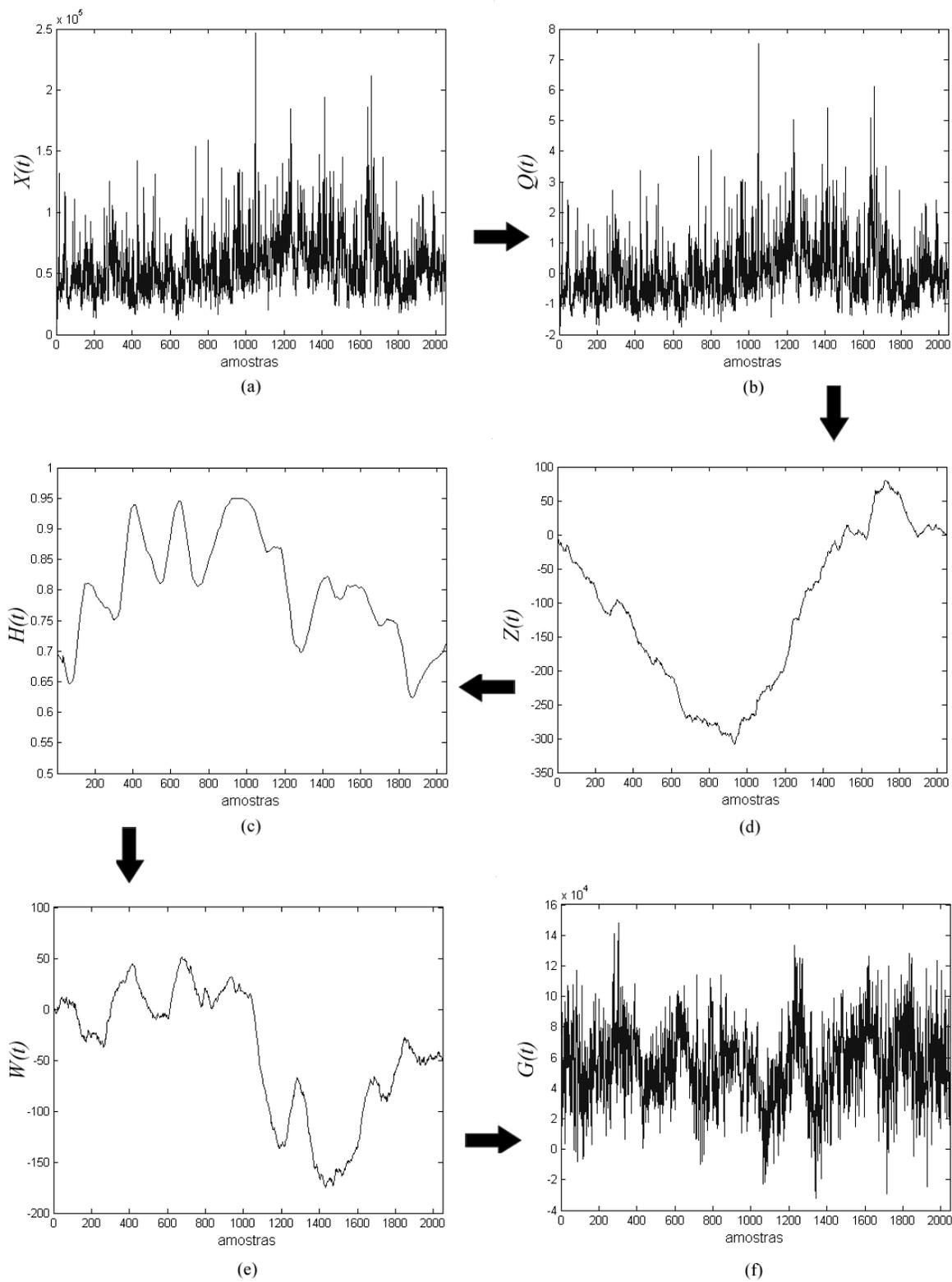
$$Q_n = \frac{1}{\sigma_X} (X_n - m_X) .$$

3. Através da acumulação da seqüência  $Q_n$ , obtenha o processo  $Z_i = \sum_{n=1}^i Q_n$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ .
4. Estime a função Hölder  $H_i$  da seqüência  $Z_i$ .
5. A partir da função  $H_i$  estimada, gere uma realização do processo movimento Browniano multifracionário padrão  $W_i$ .
6. Então, a síntese da seqüência  $X_n$  obtida através do modelo tráfego Browniano fracionário estendido é dada por

$$C_i = m_X + \sigma_X (W_{i+1} - W_i), \quad i = 1, 2, \dots, N .$$

### 3.9 Considerações finais

O modelo tráfego Browniano fracionário coloca-se como o modelo matemático de menor complexidade capaz de representar a característica auto-similar existente no tráfego das modernas redes de comunicação. Embora para uma diversidade de situações o fBt conduza a bons resultados de modelagem, o modelo falha ao representar situações onde a consideração da variação da regularidade do tráfego seja determinante. A fim de generalizar o fBt, tornando-o apto a representar o comportamento não uniforme das singularidades do tráfego, como contribuição original, o presente capítulo estende a definição do fBt propondo um novo modelo de tráfego. Destaque deve ser dado à característica Gaussiana do modelo de tráfego proposto. Abordada mais detalhadamente nos capítulos seguintes, a característica Gaussiana pode limitar a utilização do modelo de tráfego proposto. Para casos onde as amostras de tráfego real não possuam distribuição Gaussiana, a extensão proposta ao fBt pode vir a apresentar resultados pouco satisfatórios. Ademais, ao comparar o modelo tráfego Browniano fracionário estendido com o fBt, percebe-se claramente o aumento da complexidade matemática do modelo.



**Figura 3.2** – Procedimento de geração de tráfego através do tráfego Browniano fracionário estendido. (a) tráfego original; (b) série normalizada; (c) função Hölder estimada; (d) soma acumulada; (e) mBm gerado; (f) tráfego sintético gerado.

## Capítulo 4

# Preditor linear adaptativo baseado em característica multifractais

### 4.1 Introdução

A predição de tráfego futuro quando devidamente aplicada a mecanismos de controle, pode vir a proporcionar ganhos de desempenho e melhor eficiência na utilização dos recursos da rede. Tais ganhos tornam-se ainda mais desejáveis em situações onde há escassez de recursos.

A constatação da auto-similaridade no tráfego de diferentes ambientes de rede [WIL 96] despertou o interesse dos pesquisadores em saber como esta característica poderia ser utilizada na predição de tráfego. Gripenberg e Norros [GRI 96] apresentam um preditor ótimo em tempo contínuo para o fBm. Este trabalho teórico a respeito da predição do fBm constata que a porção do passado relevante para a predição é determinada pela porção do futuro que se deseja predizer. Ou seja, devemos predizer o valor do processo no próximo segundo através do valor do processo no último segundo, o valor no próximo minuto através do valor no último minuto etc. No mesmo trabalho, os autores também mostram que a presença da auto-similaridade não torna mais precisos os resultados da predição, e sim, apenas faz com que seja possível a realização de predição em diferentes escalas temporais.

Os resultados apresentados por Gripenberg e Norros são baseados em um preditor ótimo em tempo contínuo, e embora sejam bastante interessantes, na prática apenas amostras do processo fBm estão disponíveis. Para a predição de processos discretos são necessários preditores em tempo discreto. Hirschorn e Arantes apresentam em [HIR 98] um preditor linear em tempo discreto para o ruído Gaussiano fracionário. Esse trabalho propõe como preditor linear ótimo o preditor de Wiener e reafirma através de resultados teóricos e simulados as constatações apresentadas por Gripenberg e

Norros. Considerando a característica multi-escala do tráfego de redes e sua possível não estacionaridade, Mannersalo [MAN 02] propõe um robusto preditor linear que combina um estimador de taxa média variável, com a estrutura de correlação fixa dada pelo fBm.

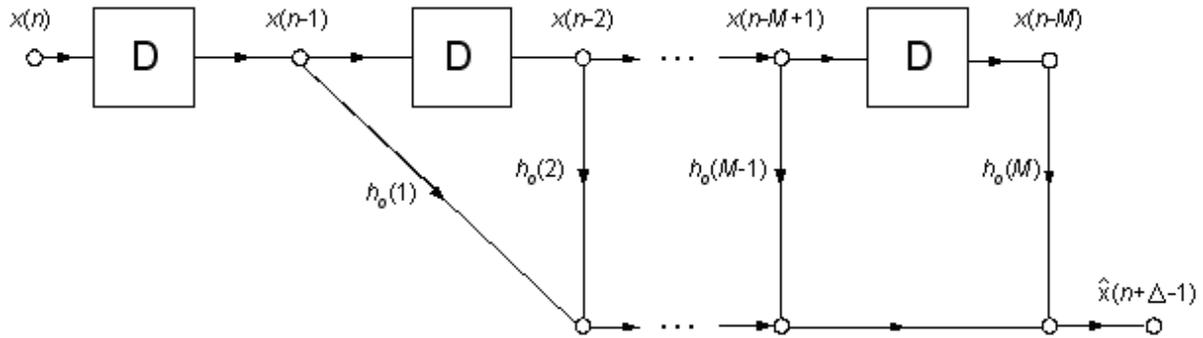
Baseado na estrutura de correlação do modelo tráfego Browniano fracionário estendido, o presente capítulo propõe uma inovadora abordagem de previsão de tráfego. Inicialmente, o capítulo apresenta a teoria e o conjunto de equações utilizadas para a obtenção dos coeficientes ótimos do filtro de Wiener. Na seqüência, são apresentadas as equações que descrevem a estrutura de correlação do fBt estendido, seguidas por sua utilização no projeto de um preditor de tráfego adaptativo em tempo discreto.

## 4.2 Filtros de Wiener

O objetivo da filtragem consiste em reduzir o efeito do ruído presente no sinal de entrada, produzindo na saída do filtro o sinal de interesse. Ótimo no sentido do mínimo erro quadrático médio, o filtro de Wiener minimiza o valor quadrático médio do sinal de erro, definido como a diferença entre o sinal de saída do filtro e o sinal desejado. Uma importante característica do filtro de Wiener é que este requer apenas o conhecimento das estatísticas de primeira e segunda ordens do sinal de interesse.

Predição é um assunto de especial interesse em processamento de sinais, e consiste em prever o valor de um processo em determinado tempo futuro, dado um conjunto de valores passados amostrados do processo. Tendo como sinal desejado o valor futuro do sinal, a predição consiste em um caso particular de filtragem, sendo o filtro projetado para tal fim denominado filtro preditor. Então, o projeto de um preditor linear ótimo que minimize o erro quadrático médio de estimação, consiste em encontrar um filtro de Wiener discreto, que a partir da combinação linear de amostras do sinal de entrada  $x(n-1)$ ,  $x(n-2)$ , ...,  $x(n-M)$ , estime o valor da amostra  $x(n+\Delta-1)$ , onde  $M$  é número de entradas do filtro e  $\Delta$  é o número de passos futuros.

Conforme ilustrado na Figura 4.1, o preditor de Wiener é um filtro linear transversal cujos coeficientes são otimizados objetivando-se minimizar o valor do erro quadrático médio.



**Figura 4.1** – Filtro linear transversal

Pode-se descrever a relação entrada-saída do filtro através da soma convolução

$$\hat{x}(n + \Delta - 1) = \sum_{k=1}^M h_o(k)x(n - k), \quad (4.1)$$

onde  $h_o(k)$ ,  $k=1,2,3,\dots,M$  e  $x(n-k)$  são o vetor de coeficientes ótimos do filtro e o conjunto de amostras  $k$ -passos anteriores, respectivamente, e  $\hat{x}(n + \Delta - 1)$  é a saída do filtro correspondente a estimação da resposta desejada  $x(n + \Delta - 1)$ .

O erro de estimação consiste na diferença entre a resposta desejada e a saída do preditor, ou seja

$$e(n + \Delta - 1) = x(n + \Delta - 1) - \hat{x}(n + \Delta - 1). \quad (4.2)$$

Seja  $\varepsilon = E[e(n + \Delta - 1)]^2$  o erro quadrático médio. O erro quadrático médio atinge seu valor mínimo quando suas derivadas em relação a  $h(k)$  para  $k = 1,2,3,\dots,M$  são simultaneamente zero. Ou seja,

$$\frac{\delta \varepsilon}{\delta h(k)} = 0 \quad (4.3)$$

para  $k = 1,2,3,\dots,M$ .

Fazendo a derivada de  $\varepsilon$  em relação a  $h(k)$  igual a zero, obtém-se a equação para os coeficientes ótimos do filtro em tempo discreto. Tal equação é uma versão em tempo discreto da equação de *Wiener-Hopf* [HEY 89], sendo dada por

$$\sum_{m=1}^M h_o(m)r_x(k-m) = r_{dx}(k), \quad k = 1,2,3,\dots,M, \quad (4.4)$$

onde  $r_x(k-m)$  é a correlação entre os valores nas entradas do filtro, descrita como

$$r_x(k-m) = E[x(n-m)x(n-k)], \quad k, m = 1,2,3,\dots,M, \quad (4.5)$$

e  $r_{dx}(k)$  é a correlação cruzada entre a resposta desejada  $x(n+\Delta-1)$  e as entradas do filtro, descrita por

$$r_{dx}(k) = E[x(n+\Delta-1)x(n-k)], \quad k = 1,2,3,\dots,M. \quad (4.6)$$

Obtidos os coeficientes ótimos do filtro a partir da Equação 4.4, o mínimo erro quadrático médio produzido por esse filtro é dado por

$$\varepsilon_{\min} = r_d(0) - \sum_{k=1}^M h_o(k)r_{dx}(k). \quad (4.7)$$

A Equação 4.4 é comumente chamada na literatura de *sistema de equações normais*. Este sistema de equações pode ser expresso de uma maneira compacta através da utilização de notação matricial. Para tal fim, sejam as definições seguir.

**Definição 4.1-** Defini-se o *vetor coeficiente* como uma matriz  $M \times 1$  dada por

$$\mathbf{h}_o = \begin{bmatrix} h_o(1) \\ h_o(2) \\ \vdots \\ h_o(M) \end{bmatrix}. \quad (4.8)$$

**Definição 4.2** - Defini-se o *vetor de correlação cruzada* como uma matriz  $M \times 1$ , na qual seus elementos consistem nas correlações entre a resposta desejada  $x(n+\Delta-1)$  e o valor presente nas entradas do filtro,  $x(n-1), x(n-2), \dots, x(n-M)$ , dada por

$$\mathbf{r}_{dx} = \begin{bmatrix} r_{dx}(1) \\ r_{dx}(2) \\ \vdots \\ r_{dx}(M) \end{bmatrix}. \quad (4.9)$$

**Definição 4.3** – Defini-se a *matriz de correlação* como uma matriz  $M \times M$  onde os elementos consistem nos valores quadráticos médios das entradas do filtro,  $x(n-1), x(n-2), \dots, x(n-M)$ , assim como as correlações entre essas entradas. A matriz de correlação é dada por

$$\mathbf{R}_x = \begin{bmatrix} r_x(0) & r_x(1) & \cdots & r_x(M-1) \\ r_x(1) & r_x(0) & \cdots & r_x(M-2) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ r_x(M-1) & r_x(M-2) & \cdots & r_x(0) \end{bmatrix}. \quad (4.10)$$

Assim, utilizando-se as Definições 4.1, 4.2 e 4.3 pode-se reescrever as equações normais (Equação 4.4) na forma matricial

$$\mathbf{R}_x \mathbf{h}_o = \mathbf{r}_{dx}. \quad (4.11)$$

Portanto, desde que a matriz  $\mathbf{R}_x$  seja não singular, o vetor de coeficientes ótimos do filtro pode ser obtido através da solução da seguinte equação matricial:

$$\mathbf{h}_o = \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{r}_{dx}. \quad (4.12)$$

A expressão do mínimo erro quadrático médio (Equação 4.7) também pode ser reescrita na forma matricial

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{\min} = r_d(0) - \mathbf{r}_{dx}^T \mathbf{h}_o, \quad (4.13)$$

onde o  $T$  sobrescrito significa a operação de transposição de matriz.

A característica dos filtros de Wiener de requerer apenas o conhecimento das estatísticas de primeira e segunda ordens do sinal de interesse é confirmada através da observação das equações 4.4 e 4.12. Nestas equações, apenas o valor quadrático médio dos valores presentes nas entradas, a correlação entre estes valores e a correlação cruzada entre o valor desejado e os valores nas entradas do filtro são necessários para a obtenção dos coeficientes.

### 4.3 Preditor linear adaptativo baseado em características multifractais

A presente seção propõe uma nova abordagem de predição de tráfego, obtida através da consideração de que o tráfego de redes seja modelado através do modelo tráfego Browniano fracionário estendido. Proposto no Capítulo 3, o modelo tráfego Browniano fracionário estendido é definido como

$$E_t = mt + \sigma W_{t/t_u}, \quad t \in \mathbb{R}, \quad (4.14)$$

onde  $m$  é a taxa média de chegada do tráfego,  $\sigma$  é o desvio padrão do volume de tráfego de chegada em uma unidade de tempo e o processo  $(W_t)_{t \in \mathbb{R}}$  é o movimento Browniano multifracionário com função Hölder  $H(t) \in (0,1)$ .

A autocorrelação do processo de incrementos do modelo tráfego Browniano fracionário estendido é igual à autocorrelação do processo de incrementos do movimento Browniano multifracionário. Portanto, uma vez conhecida a estrutura de correlação do processo de incrementos do mBm, conhece-se a estrutura de correlação do processo de incrementos do modelo tráfego Browniano fracionário estendido.

Neste trabalho, o objeto de interesse a ser predito é o volume de tráfego em intervalos de tempo  $[t_i, t_{i+1}]$ ,  $i \in Z$ , portanto, o projeto do filtro preditor deve considerar o processo de incrementos do modelo tráfego Browniano fracionário estendido. Uma vez conhecida a autocorrelação do processo movimento Browniano multifracionário  $W(t)$ , é possível obter a autocorrelação de seu processo de incrementos  $Y(t) = W(t+1) - W(t)$ .

Por definição, a autocorrelação do processo de incrementos  $Y(t)$  em função da autocorrelação do seu processo acumulado  $W(t)$  é

$$cor_Y(t,s) = cor_W(t+1,s+1) - cor_W(t+1,s) - cor_W(t,s+1) + cor_W(t,s). \quad (4.15)$$

Denominado preditor linear adaptativo baseado em características multifractais, o preditor de tráfego proposto consiste em assumir que o volume de tráfego em intervalos de tempo  $[t_i, t_{i+1}]$ ,  $i \in Z$ , seja modelado pelo processo de incrementos do modelo tráfego Browniano fracionário estendido. Os coeficientes do filtro preditor são obtidos a partir da estimação da função  $H(t)$ , da autocorrelação do processo de incrementos do modelo tráfego Browniano fracionário estendido (Equações 3.10, 3.11 e 4.15) e da versão em tempo discreto da Equação de *Wiener-Hopf*.

Já mencionado no capítulo anterior, com exceção para o caso onde se tenha uma função  $H(t)$  constante, o processo de incrementos do mBm, e conseqüentemente do fBt estendido, é não estacionário. Portanto, a predição desse tipo de processo requer versões adaptativas de filtros, de forma que o mesmo acompanhe as variações estatísticas que ocorrem quando se opera neste tipo de ambiente. A característica adaptativa do preditor proposto decorre do fato de a função de autocorrelação do processo de incrementos do modelo tráfego Browniano fracionário estendido ser dependente da função  $H(t)$ , a qual é permitido que varie no tempo. Obtida então a função Hölder  $H(t)$  em cada instante de tempo discreto  $t$ , através da Equação de *Wiener-Hopf*, é possível se obter para cada instante  $t$  os coeficientes do filtro preditor.

### Procedimento de Predição

Seja  $X_n$ ,  $n = 1, 2, \dots, N$ , uma seqüência numérica positiva discreta no tempo, representando o volume de tráfego atravessando a rede em intervalos de tempo de duração  $\Delta t$ . A predição de tráfego através do preditor linear adaptativo baseado em características multifractais obedece ao procedimento descrito pelos passos a seguir:

1. Através da acumulação da seqüência  $X_n$ , obtenha o processo  $Z_i = \sum_{n=1}^i X_n$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ .
2. Estime a função Hölder  $H_i$  a partir do processo acumulado  $Z_i$  devidamente normalizado.
3. A partir da função  $H_i$ ,  $i = M, M + 1, \dots, N - \Delta$ , utilize a Equação 4.15 e obtenha vetores de correlação cruzada  $\mathbf{r}_{i_{dx}}$  de dimensões  $M \times 1$  (Equação 4.9), e matrizes de correlação  $\mathbf{R}_{i_{dx}}$  de dimensões  $M \times M$  (Equação 4.10), onde  $M$  é o número de entradas do filtro e  $\Delta$  é o número de passos de predição a frente.

4. Obtidos os vetores de correlação cruzada e as matrizes de autocorrelação, através da solução matricial das equações normais (Equação 4.12), obtenha os vetores coeficientes  $\mathbf{h}_i$ ,  $i = M, M + 1, \dots, N - \Delta$ , do filtro preditor.
5. Seja  $\mathbf{X}_n = [X_n, X_{n-1}, \dots, X_{n-M-1}]$  o vetor de entradas de dimensões  $1 \times M$ . Então, a estimação do valor  $X_{n+\Delta}$  é dada pela forma matricial da soma-convolução apresentada na Equação 4.1, ou seja,

$$X_{n+\Delta} = \mathbf{X}_n \cdot \mathbf{h}_i. \quad (4.19)$$

#### 4.4 Considerações finais

O abordagem de predição proposta é baseado no modelo fBt estendido, cuja estrutura de correlação é dependente da função  $H(t)$ . Portanto, tanto a precisão do modelo em representar as reais características do tráfego, quanto a precisão dos métodos de estimação da função  $H(t)$  influenciam na qualidade da predição. A imprecisa estimação da função  $H(t)$  pode acarretar em resultados de predição pouco satisfatórios, ainda que o modelo proposto se ajuste perfeitamente ao tráfego em questão. A influência dos fatores anteriormente mencionados fica evidenciada no Capítulo 6, onde a abordagem de predição proposta é avaliada através de uma série de análises comparativas.

## Capítulo 5

# Avaliação do modelo proposto

### 5.1 Introdução

O presente capítulo apresenta os resultados de uma seqüência de experimentos que visam avaliar a capacidade do modelo tráfego Browniano fracionário estendido em reproduzir o comportamento do tráfego de redes reais. Utilizado-se traços de tráfego WAN TCP/IP e seqüências de vídeo codificado MPEG-4, são realizadas investigações experimentais que buscam avaliar:

- i. O impacto da característica gaussiana do modelo de tráfego proposto.
- ii. A capacidade do modelo de tráfego proposto de capturar a característica auto-similar e multifractal dos traços de tráfego e seqüências de vídeo reais analisadas.
- iii. O comportamento de um sistema fila/servidor quando submetido às sínteses dos traços de tráfego e seqüências de vídeo obtidos através do modelo de tráfego proposto.

Descritos na Tabela 5.1, os traços WAN TCP/IP utilizados nos experimentos correspondem ao registro do tráfego de pacotes IP transmitidos em períodos de uma hora, entre a *Digital Equipment Corporation* e o resto do mundo [MOG 95]. A escolha de tais traços de tráfego WAN TCP/IP justifica-se por terem sido empregados em outros trabalhos relacionados à característica fractal do tráfego [RIE 97, ERR 00, VIA 03, PER 03], portanto, servindo bem ao propósito de comparação.

É esperado que num futuro próximo, o tráfego de vídeo codificado MPEG-4 ocupe uma grande porção do volume de tráfego nas redes de comunicação, portanto, a utilização de seqüências de vídeo codificado MPEG-4 na validação do modelo de tráfego proposto torna-se importante. Descritas na Tabela 5.2, as seqüências de vídeo consideradas correspondem aos 60 primeiros minutos dos filmes

*Silence of the Lambs* e *Star Wars IV*, codificados com alto nível de qualidade através do padrão MPEG-4 versão 2 [ISO 14496]. Tais seqüências de vídeo possuem 89998 amostras, correspondentes ao tamanho em bytes de um quadro de vídeo. Os quadros são gerados a uma taxa de 25 quadros por segundo, portanto, cada amostra representa o volume de tráfego que atravessa a rede durante um intervalo de 40ms. As seqüências de vídeo codificado MPEG-4 empregadas nos experimentos também foram utilizadas em outros trabalhos relacionados à característica fractal [JIA 00, FEI 03, KRI 02].

**Tabela 5.1-** Traços de tráfego WAN TCP/IP

TRAÇO	DATA DE AQUISIÇÃO	NÚMERO DE PACOTES
dec-pkt-1.tcp	08 de março de 1995	2,15 milhões
dec-pkt-2.tcp	09 de março de 1995	2,6 milhões
dec-pkt-3.tcp	09 de março de 1995	4,3 milhões

**Tabela 5.2 -** Seqüências de vídeo codificado MPEG-4

SEQÜÊNCIA DE VÍDEO	DATA DA CODIFICAÇÃO	NUMERO DE QUADROS
Silence of the Lambs	Outubro de 2000	89.998 quadros
Star Wars IV	Outubro de 2000	89.998 quadros

## 5.2 Experimentos de validação

### 5.2.1 A influência da gaussianidade

Apresentado no Capítulo 3, o modelo tráfego Browniano fracionário estendido é um processo gaussiano, portanto, considerando-se a distribuição de probabilidade, trata-se de um modelo mais adequado à modelagem de processos que apresentem distribuições de probabilidade gaussianas.

Séries representativas de tráfegos de redes são estritamente positivas. Conseqüência direta da sua distribuição gaussiana, quando o modelo de tráfego proposto é aplicado à síntese de dados cuja razão entre média e desvio padrão seja reduzida, os dados sintetizados apresentarão um elevado número de elementos negativos, portanto, sem sentido prático algum no contexto de tráfego de redes. Esta seção

objetiva estabelecer experimentalmente condições apropriadas nas quais o modelo tráfego Browniano fracionário estendido possa ser adequadamente utilizado para modelagem de traços de tráfego real e geração de tráfego sintético.

Nas Figuras 5.1(a), 5.3(a) e 5.5(a) são exibidos os gráficos do traço de tráfego WAN TCP/IP dec-pkt-1.tcp nas escalas de agregação de 10, 100 e 512ms, respectivamente. As Figuras 5.1(b), 5.3(b) e 5.5(b) apresentam os histogramas do traço dec-pkt-1.tcp nas escalas de agregação de 10, 100 e 512ms, respectivamente. Observando-se os histogramas apresentados nas Figuras 5.1(b), 5.3(b) e 5.5(b) percebe-se visualmente que o aumento da escala de agregação leva os histogramas do tráfego a ganhar contornos mais gaussianos. A fim de se julgar o quão bem os histogramas se ajustam a uma distribuição normal, utilizou-se o somatório apresentado na Equação 5.1.

$$s = \sum_{i=1}^K \frac{(e_i - o_i)^2}{e_i} \quad (5.1)$$

onde

$e_i$  - Valor esperado de amostras considerando-se a distribuição normal, com valores dentro do subintervalo  $i$  do histograma.

$o_i$  - Valor real observado de amostras com valores dentro do subintervalo  $i$  do histograma.

$K$  - Número total de subintervalos existentes no histograma.

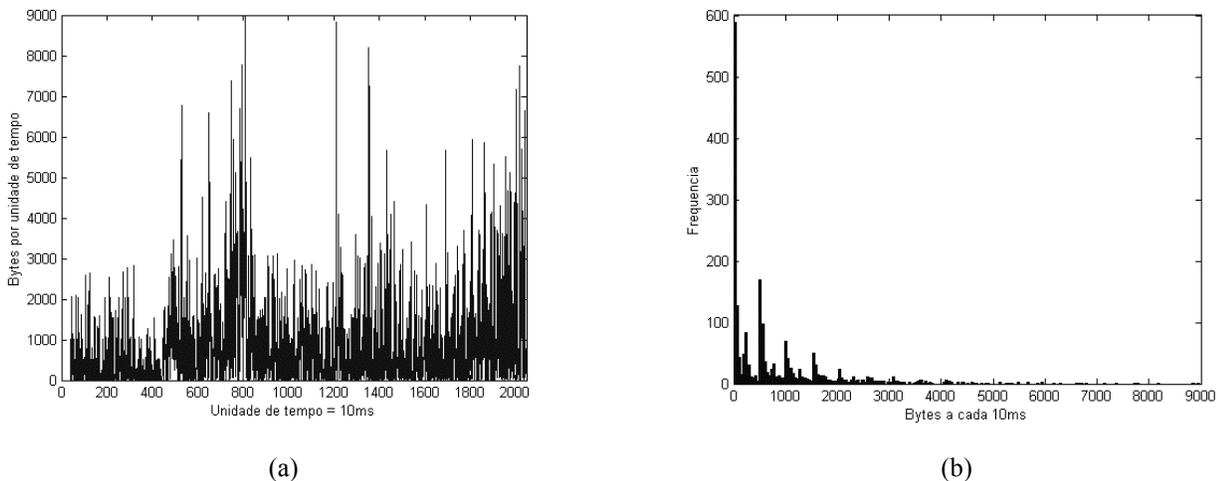
Quanto maior o valor de  $s$ , maior a diferença entre o histograma esperado para uma distribuição normal e o histograma observado a partir da seqüência numérica analisada. O somatório  $s$  apresentado na Equação 5.1 também é utilizado no teste de aderência e hipótese de distribuição de probabilidade do chi-quadrado (*chi-square goodness of fit*) [WAL 02].

A Tabela 5.3 apresenta a média ( $m$ ), a variância ( $\sigma^2$ ), a razão entre média e desvio padrão ( $m/\sigma$ ), assim como o somatório  $s$  obtidos para o traço dec-pkt-1.tcp nas três diferentes escalas de tempo de agregação consideradas.

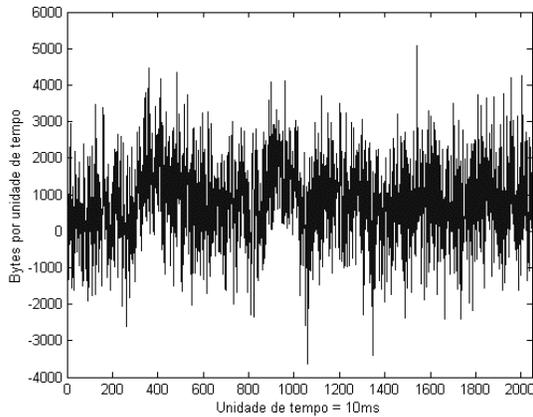
**Tabela 5.3** – Características do traço dec-pkt-1.tcp em diferentes escalas de agregação

AGREGAÇÃO	$m$ (bytes)	$\sigma^2$ (bytes <sup>2</sup> )	$m/\sigma$	$s$
10ms	823,66	$1,29 \times 10^6$	0,723	$2,32 \times 10^3$
100ms	$9,30 \times 10^3$	$3,48 \times 10^7$	1,577	543,65
512ms	$5,63 \times 10^4$	$6,44 \times 10^8$	2,218	311,19

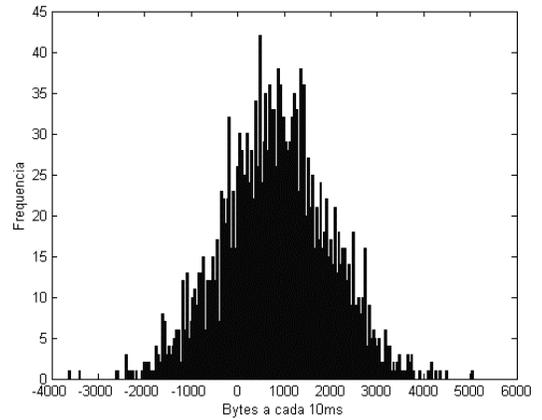
Por limitações práticas relacionadas ao custo computacional do algoritmo de síntese do processo mBm, os experimentos realizados restringiram-se a análise das primeiras 2048 amostras dos traços de tráfego WAN TCP/IP e seqüências de vídeo codificados MPEG-4. As Figuras 5.2(a), 5.4(a) e 5.6(a) mostram as sínteses do traço dec-pkt-1.tcp obtidas a partir do modelo tráfego Browniano fracionário estendido. As Figuras 5.2(b), 5.4(b) e 5.6(b) apresentam os histogramas dos traços de tráfego sintéticos obtidos a partir das características do traço dec-pkt-1.tcp nas escalas de agregação de 10, 100 e 512ms, respectivamente.



**Figura 5.1** – Traço de tráfego dec-pkt-1.tcp na escala de tempo de 10ms: (a) Traço de tráfego. (b) Histograma do traço de tráfego.

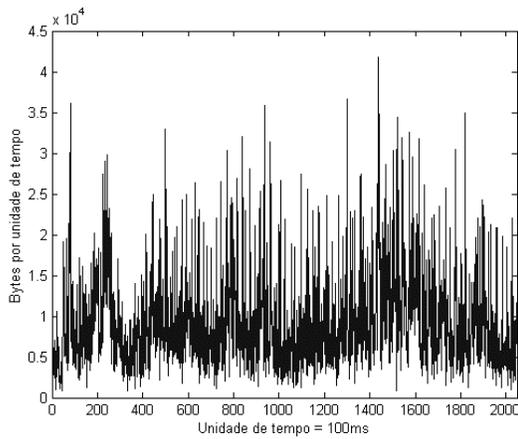


(a)

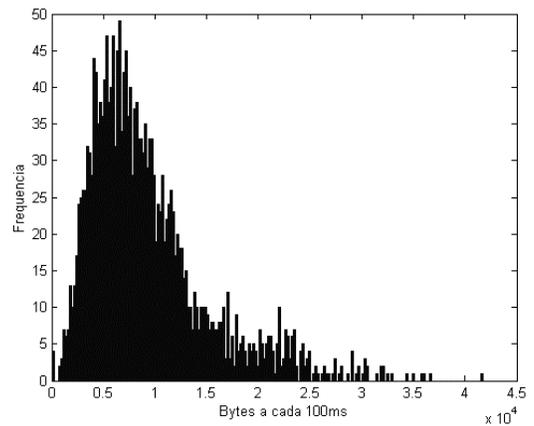


(b)

**Figura 5.2** – Síntese do traço de tráfego dec-pkt-1.tcp na escala de tempo de 10ms: (a) Síntese do traço de tráfego. (b) Histograma da síntese do traço de tráfego.

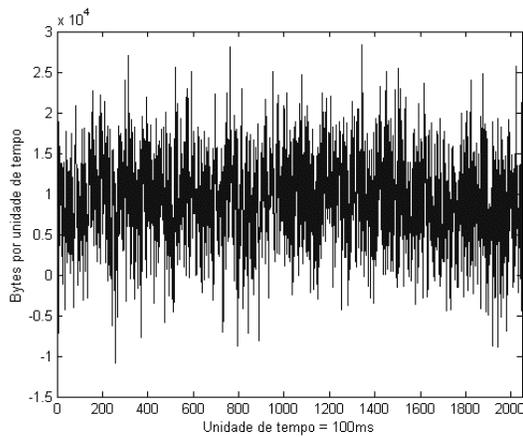


(a)

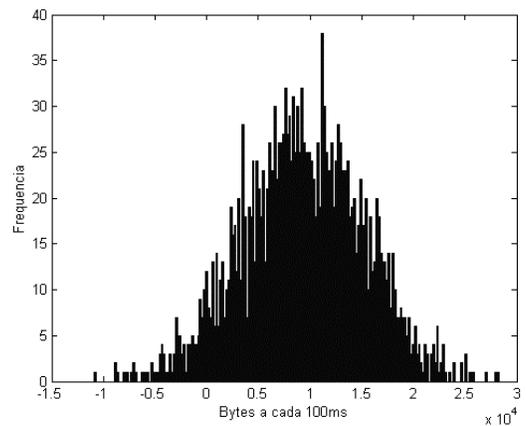


(b)

**Figura 5.3** – Traço de tráfego dec-pkt-1.tcp na escala de tempo de 100ms: (a) Traço de tráfego. (b) Histograma do traço de tráfego.

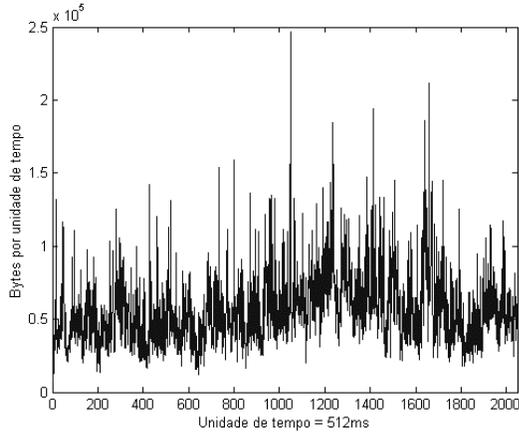


(a)

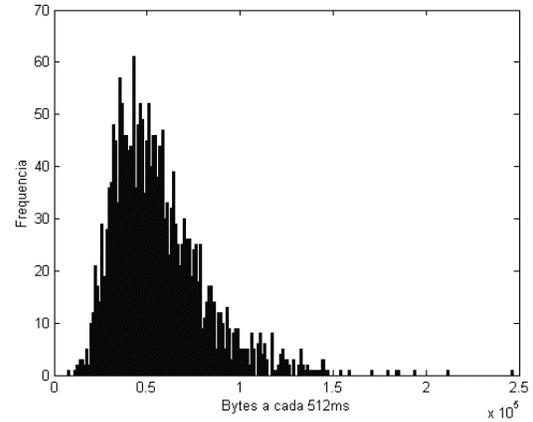


(b)

**Figura 5.4** – Síntese do traço de tráfego dec-pkt-1.tcp na escala de tempo de 100ms: (a) Síntese do traço de tráfego. (b) Histograma da síntese do traço de tráfego.

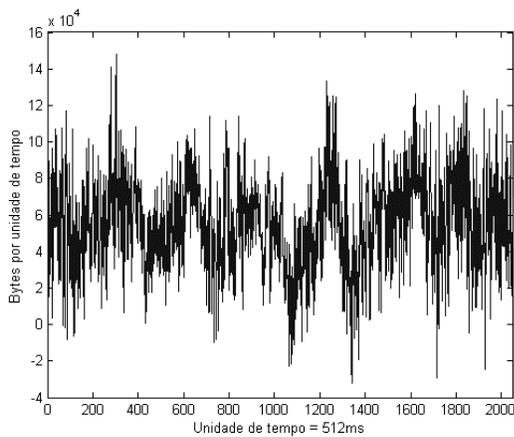


(a)

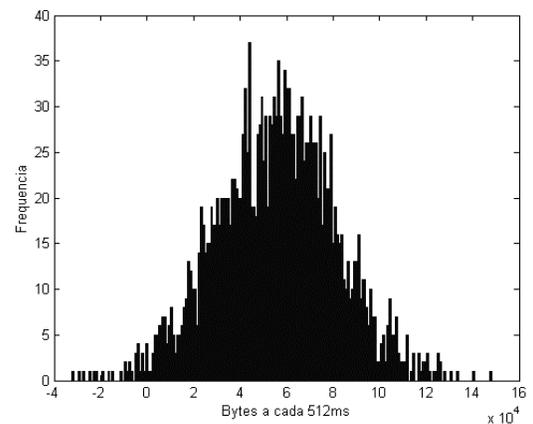


(b)

**Figura 5.5** – Traço de tráfego dec-pkt-1.tcp na escala de tempo de 512ms: (a) Traço de tráfego. (b) Histograma do traço de tráfego.



(a)



(b)

**Figura 5.6** – Síntese do traço de tráfego dec-pkt-1.tcp na escala de tempo de 512ms: (a) Síntese do traço de tráfego. (b) Histograma da síntese do traço de tráfego.

A partir dos histogramas apresentados nas Figuras 5.1(b), 5.3(b) e 5.5(b) e dos valores do somatório  $s$  apresentados na Tabela 5.3, observa-se que o aumento da escala temporal de agregação faz com que a distribuição de probabilidade dos traços de tráfego torne-se mais próxima de uma Gaussiana. Percebe-se também através das Figuras 5.2(b), 5.4(b) e 5.6(b) que os histogramas dos traços sintéticos obtidos através do modelo proposto, para as diferentes escalas de temporais de observação, sempre apresentam um perfil gaussiano. Portanto, no que se refere à distribuição de probabilidade para o traço de tráfego WAN TCP/IP dec-pkt-1.tcp, o modelo tráfego Browniano fracionário estendido é mais bem adaptado às escalas de tempo de observação mais elevadas.

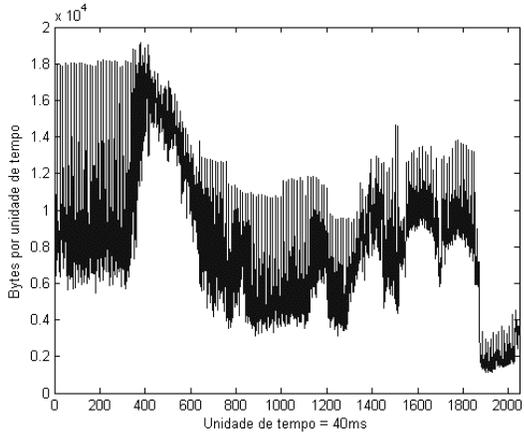
A mesma análise quando aplicada às seqüências de vídeo codificado MPEG-4 apresenta comportamento distinto. As Figuras 5.7, 5.9 e 5.10 apresentam a seqüência de vídeo codificado MPEG-4 do filme *Silence of the Lambs* e seu respectivo histograma, nas escalas de agregação de 40, 80 e 200ms respectivamente. A Tabela 5.4 apresenta a média ( $m$ ), a variância ( $\sigma^2$ ), a razão entre média e desvio padrão ( $m/\sigma$ ), assim como o somatório  $s$  obtidos para a seqüência de vídeo codificado MPEG-4 do filme *Silence of the Lambs* nas escalas de agregação de 40, 80 e 200ms.

**Tabela 5.4** – Características da seqüência de vídeo codificado MPEG-4 em diferentes escalas de agregação

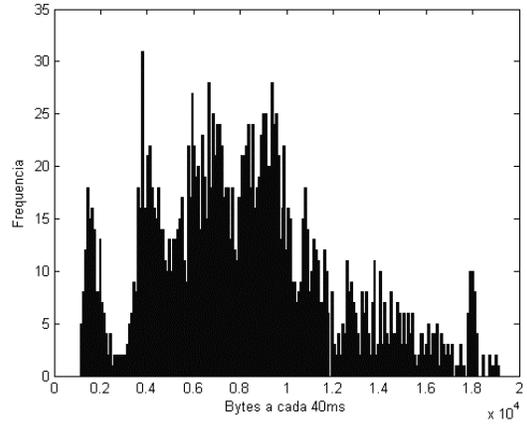
AGREGAÇÃO	$m$ (bytes)	$\sigma^2$ (bytes <sup>2</sup> )	$m/\sigma$	$s$
40ms	$8,16 \times 10^3$	$1,51 \times 10^7$	2,101	145,68
80ms	$1,62 \times 10^4$	$6,09 \times 10^7$	2,074	267,33
200ms	$2,70 \times 10^4$	$3,11 \times 10^8$	1,530	728,48

Diferente do caso para o traço dec-pkt-1.tcp, observa-se a partir dos histogramas apresentados nas Figuras 5.7(b), 5.9(b) e 5.10(b) e dos valores do somatório  $s$  apresentados na Tabela 5.4, que ao se aumentar a escala de tempo de observação para as seqüências de vídeo codificado MPEG-4, os histogramas se afastam do comportamento de uma Gaussiana. Portanto, tendo em vista a distribuição de probabilidade, o modelo tráfego Browniano fracionário estendido se apresenta mais adequado à modelagem da seqüência de vídeo codificado MPEG-4 do filme *Silence of the Lambs* em escalas de tempo reduzidas.

O Apêndice A exhibe tabelas e figuras descritivas a respeito dos traços dec-pkt-2.tcp e dec-pkt-3.tcp e da seqüência de vídeo codificado MPEG-4 do filme *Star Wars IV*. Percebe-se no Apêndice A que os traços de tráfego dec-pkt-2.tcp e dec-pkt-3.tcp apresentam comportamento bastante semelhante ao apresentado anteriormente para o traço de tráfego dec-pkt-1.tcp. A seqüência de vídeo codificado MPEG-4 do filme *Star Wars IV* também apresenta comportamento semelhante ao obtido anteriormente para a seqüência de vídeo codificado do filme *Silence of the Lambs*.

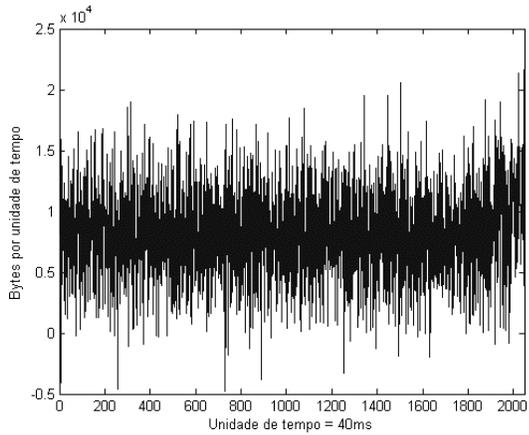


(a)

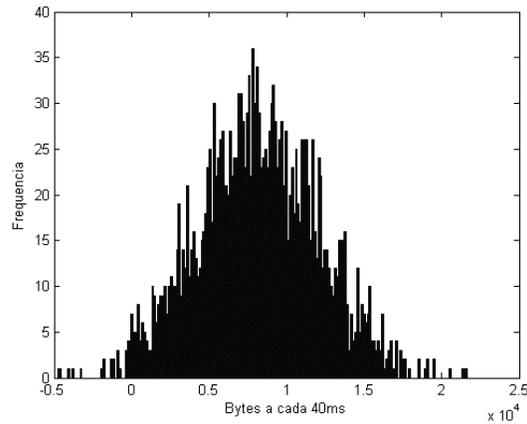


(b)

**Figura 5.7** – Seqüência de vídeo codificado MPEG-4 do filme *Silence of the Lambs* na escala de tempo de 40ms. (a) Seqüência de vídeo codificado. (b) Histograma da seqüência de vídeo codificado.

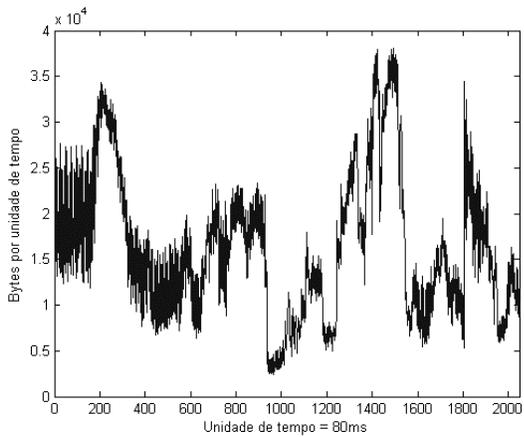


(a)

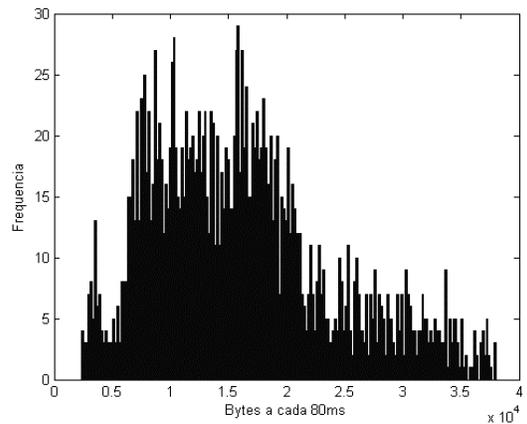


(b)

**Figura 5.8** – Síntese da seqüência de vídeo codificado MPEG-4 do filme *Silence of the Lambs* na escala de tempo de 40ms. (a) Síntese da seqüência de vídeo codificado. (b) Histograma da síntese da seqüência de vídeo codificado.

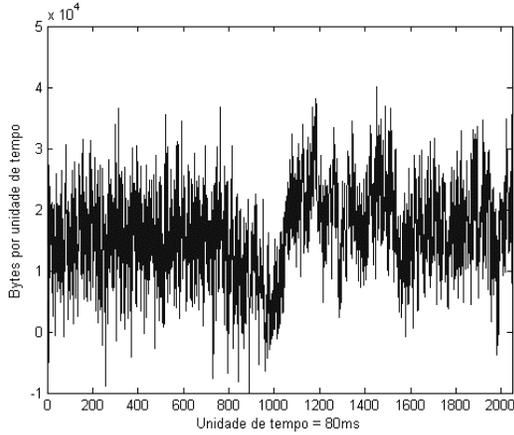


(a)

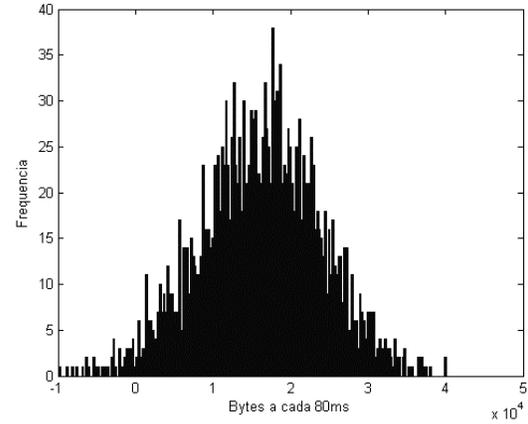


(b)

**Figura 5.9** – Seqüência de vídeo codificado MPEG-4 do filme *Silence of the Lambs* na escala de tempo de 80ms. (a) Seqüência de vídeo codificado. (b) Histograma da seqüência de vídeo codificado.

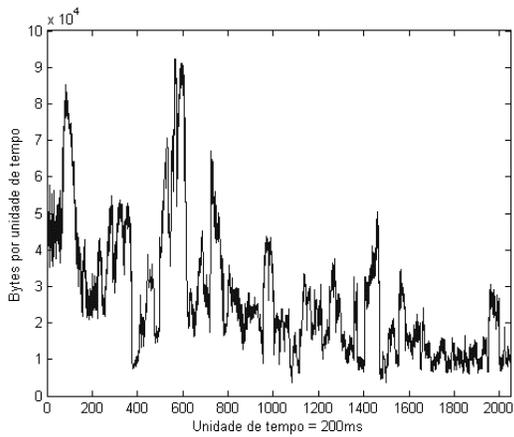


(a)

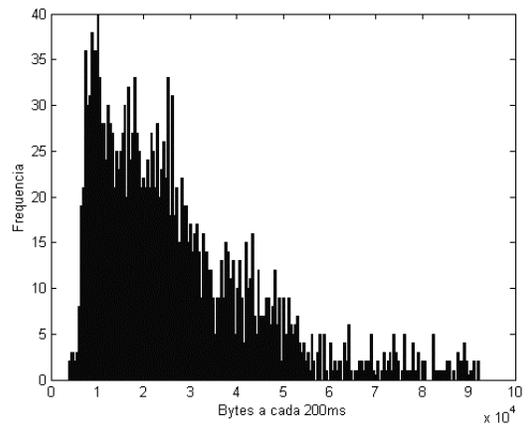


(b)

**Figura 5.10** – Síntese da seqüência de vídeo codificado MPEG-4 do filme *Silence of the Lambs* na escala de tempo de 80ms. (a) Síntese da seqüência de vídeo codificado. (b) Histograma da síntese da seqüência de vídeo codificado.

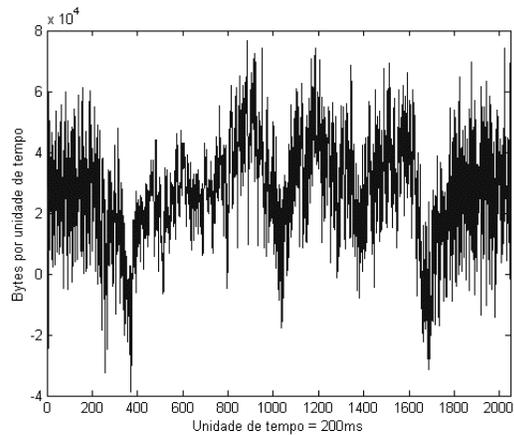


(a)

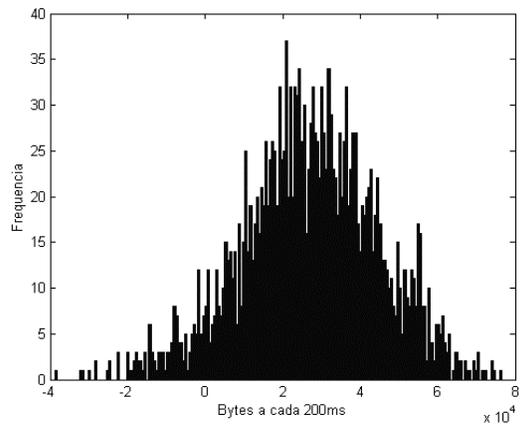


(b)

**Figura 5.11** – Seqüência de vídeo codificado MPEG-4 do filme *Silence of the Lambs* na escala de tempo de 200ms. (a) Seqüência de vídeo codificado. (b) Histograma da seqüência de vídeo codificado.



(a)



(b)

**Figura 5.12** - Síntese da seqüência de vídeo codificado MPEG-4 do filme *Silence of the Lambs* na escala de tempo de 200ms. (a) Síntese da seqüência de vídeo codificado. (b) Histograma da síntese da seqüência de vídeo codificado.

Por ser o modelo de tráfego proposto gaussiano, a síntese de processos que apresentem baixa razão entre média e desvio padrão dá origem a amostras negativas, e, portanto, sem sentido real. As Tabelas 5.5 e 5.6 exibem como se comporta o número de amostras com valores negativos ao variar-se a escala de tempo de agregação para os traços de tráfego WAN TCP/IP e para as seqüências de vídeo codificado MPEG-4.

**TABELA 5.5** - PERCENTUAL DE AMOSTRAS NEGATIVAS EM FUNÇÃO DA ESCALA DE AGREGAÇÃO PARA OS TRAÇOS DE TRÁFEGO WAN

ESCALA DE TEMPO DE AGREGAÇÃO	PERCENTUAL DE AMOSTRAS NEGATIVAS		
	DEC-PKT-1.TCP	DEC-PKT-2.TCP	DEC-PKT-3.TCP
10ms	22,97%	23,56%	11,97%
100ms	6,06%	9,09%	0,39%
512ms	1,51%	2,39%	0%

**TABELA 5.6** - PERCENTUAL DE AMOSTRAS NEGATIVAS EM FUNÇÃO DA ESCALA DE AGREGAÇÃO PARA AS SEQÜÊNCIAS DE VÍDEO CODIFICADO MPEG-4

ESCALA DE TEMPO DE AGREGAÇÃO	PERCENTUAL DE AMOSTRAS NEGATIVAS	
	SILENCE OF THE LAMBS	STAR WARS IV
40ms	1,27%	3,42%
80ms	2,15%	3,97%
200ms	6,74%	3,08%

Comparando-se as Tabelas 5.5 e 5.6 percebe-se que enquanto para o caso dos tráfegos WAN TCP/IP o percentual de amostras negativas decresce com o aumento da escala de agregação, para o caso das seqüências de vídeo codificados MPEG-4, este mesmo percentual é crescente (*Silence of the Lambs*) ou aproximadamente estável (*Star Wars IV*). As Figuras 5.7(a), 5.9(a) e 5.11(a) mostram que a agregação da seqüência de vídeo codificado MPEG-4 do filme *Silence of the Lambs* origina surtos de tráfego ainda mais intensos que na seqüência original. Esta maior intensidade dos surtos faz com que a razão entre média e variância decresça, acarretando no acréscimo do número de amostras negativas na síntese de tráfego através do modelo proposto.

As discussões preliminares mostram que a aptidão do modelo tráfego Browniano fracionário em representar as reais características do tráfego está intimamente relacionada à escala de tempo de agregação considerada. Ou seja, enquanto para algumas escalas de tempo de agregação o modelo fBt estendido pode vir a representar satisfatoriamente o real comportamento do tráfego, para outras escalas os resultados de análises realizadas a partir do modelo podem vir a apresentar resultados bastante diferentes da realidade.

Em [CRO 96] mostra-se que a utilização do fBm como modelo de tráfego é melhor adaptada para casos onde a distribuição marginal do processo de contagem de pacotes, células, bytes, etc. seja representada por uma distribuição de probabilidade gaussiana e também que a influência dos mecanismos de controle de fluxo não seja significativa. Tais condições impostas à aplicação do fBm como modelo de tráfego, apenas são satisfeitas ao considerar-se a análise do tráfego a partir de uma dada escala de agregação conhecida como *fBm-lower-cut-off timescale* [FE1 98].

A *fBm lower cut-off timescale* pode também ser interpretada como a escala de tempo de transição entre a aplicabilidade de modelos auto-similares e multifractais, embora alguns estudos mostrem que as características multifractais também se manifestem em escalas de tempo ainda superiores a *fBm lower cut-off timescale* [MOL 00]. A escala de tempo *fBm-lower-cut-off* é empiricamente observada como sendo da ordem do RTT (*rond-trip-time*), que para os traços DEC é de aproximadamente 512ms [ERR 00].

As características multifractais do tráfego manifestam-se principalmente em escalas de tempo de agregação reduzidas. Portanto, espera-se que quanto menores forem as escalas de tempo de agregação consideradas, maiores serão os ganhos de modelagem proporcionados pelo modelo tráfego Browniano fracionário estendido. Entretanto, uma vez que o modelo proposto é gaussiano, a escala de tempo a ser considerada não deve ser tão pequena a ponto de sua distribuição marginal se afastar muito de uma gaussiana e também que a síntese de tráfego obtida através do modelo proposto origine um grande número de amostras negativas.

Considerando-se os aspectos apresentados anteriormente, para os traços de tráfego WAN TCP/IP, a escala de agregação de 512ms merece destaque. Para estes traços, a escala de 512ms é o valor aproximado da *fbm-lower-cut-off* e, portanto, apresentam características multifractais nesta escala. Como observado anteriormente, a escala temporal de agregação de 512ms é a que apresenta distribuição de probabilidade mais próxima de uma Gaussiana para os três traços de tráfego WAN TCP/IP considerados. A Tabela 5.5 mostra também que na escala de 512ms, o número de amostras

negativas sintetizadas é bastante reduzindo, podendo estas serem desconsideradas sem que se afete substancialmente o comportamento estatístico do modelo proposto.

No que diz respeito às seqüências de vídeo codificado MPEG-4, uma vez que a agregação das seqüências analisadas não as levou a possuírem uma distribuição de probabilidade mais próxima de uma gaussiana, destaque deve ser dado à escala original de 40ms. Como pode ser observado na Tabela 5.6, na escala de 40ms o número de amostras negativas sintetizadas também é reduzido. Então, nos demais experimentos apresentados a seguir, utilizou-se 512ms e 40ms como escalas de tempo de agregação para os traços de tráfego WAN TCP/IP e para as seqüências de vídeo codificado MPEG-4, respectivamente.

### 5.2.2 Estimação do parâmetro de Hurst

O objetivo desta seção é avaliar a capacidade do modelo tráfego Browniano fracionário estendido em capturar as características de segunda ordem dos traços de tráfego e seqüências de vídeo analisadas, descritas através do parâmetro de Hurst. Embora processos multifractais sejam caracterizados pelo parâmetro de Hölder em qualquer ponto  $t$ , a estimação do parâmetro de Hurst se justifica, pois provê uma medida global da característica fractal do processo.

Há diversos métodos de estimação do parâmetro de Hurst: estimador de Whittle [CRO 96], método Higuchi [HIG 88], método da variância [ERR 96], estatística R/S [MAN 69], análise de multiresolução no domínio wavelet [ABR 98], etc. A representação do processo no domínio wavelet é muito eficiente no estudo de processos auto-similares e multifractais, e o estimador baseado em análise de multiresolução normalmente proporciona maior precisão na estimação do parâmetro de Hurst [PAT 03]. Por ser preciso, robusto e apresentar intervalos de confiança para o valor estimado do parâmetro de Hurst, o estimador baseado na análise de multiresolução proposto por Abry e Veitch [ABR 98] foi o utilizado neste trabalho.

A Tabela 5.7 exhibe os valores estimados e os intervalos de confiança de 95% do parâmetro de Hurst, para os traços de tráfego WAN TCP/IP e para as seqüências de vídeo codificado MPEG-4. A Tabela 5.7 mostra também os valores estimados e os intervalos de confiança de 95% do parâmetro de Hurst para traços de tráfego sintéticos obtidos através do modelo de tráfego proposto, para os traços de tráfego WAN TCP/IP e seqüências de vídeo MPEG-4 consideradas.

**TABELA 5.7** - ESTIMAÇÃO DO PARÂMETRO DE HURST PARA OS TRAÇOS DE TRÁFEGO E SEQUÊNCIAS DE VÍDEO CODIFICADO MPEG-4

	REAL		SINTÉTICO	
	VALOR ESTIMADO	INTERVALO DE CONFIANÇA DE 95%	VALOR ESTIMADO	INTERVALO DE CONFIANÇA DE 95%
dec-pkt-1.tcp	0.835	[0.798-0.872]	0.880	[0.843-0.917]
dec-pkt-2.tcp	0.704	[0.667-0.741]	0.786	[0.728-0.843]
dec-pkt-3.tcp	0.806	[0.769-0.843]	0.852	[0.795-0.909]
S. of the Lambs	0.535	[0.498-0.572]	0.450	[0.393-0.507]
Star Wars IV	0.494	[0.457-0.531]	0.484	[0.427-0.542]

Na Tabela 5.7 observa-se que os valores estimados de  $H$  para os casos reais e sintéticos de cada uma das séries analisadas apresentam-se próximos. Consta-se também que em todos os casos analisados, os intervalos de confiança da estimação do parâmetro de Hurst, para os traços de tráfego reais e sintéticos, apresentam pontos de interseção. Portanto, pode-se concluir que para os traços de tráfego WAN TCP/IP e seqüências de vídeo codificado MPEG-4 considerados, o modelo proposto é capaz de satisfatoriamente reproduzir o comportamento das estatísticas de segunda ordem descritas através do parâmetro de Hurst.

### 5.2.3 A característica multifractal

A presente seção avalia a capacidade do modelo proposto em reproduzir as características multifractais presentes nos traços de tráfego WAN TCP/IP e nas seqüências de vídeo codificado MPEG-4 consideradas. Como mencionado anteriormente no Capítulo 2, a característica multifractal de uma dada série pode ser estimada tanto através da análise da curvatura da função de partição  $\pi(q)$ , quanto através da estimação de seu espectro multifractal. Tipicamente o valor da curvatura da função de partição  $\pi(q)$  varia muito pouco, dificultando assim a análise da característica multifractal através da curvatura da função de partição. Neste trabalho foi utilizado o espectro de Legendre como forma de estimar a característica multifractal dos traços de tráfego WAN TCP/IP e das seqüências de vídeo codificado MPEG-4 analisadas. Nas Figuras 5.13 a 5.17 são mostrados os espectros obtidos a partir dos traços de tráfego WAN TCP/IP e seqüências de vídeo MPEG-4, juntamente com os espectros obtidos para suas respectivas sínteses obtidas através do modelo tráfego Browniano fracionário estendido.

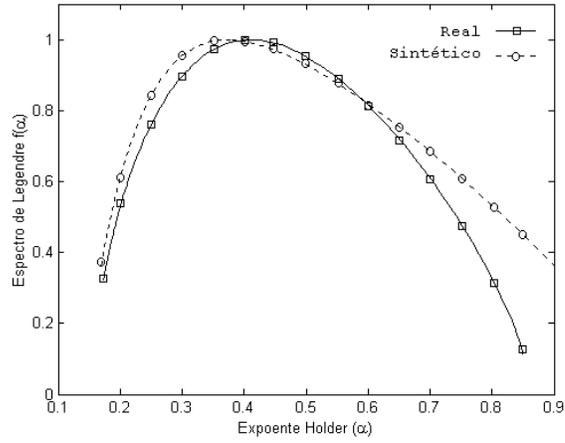


Figura 5.13 – Espectro multifractal de Legendre para o traço de tráfego dec-pkt-1.tcp real e sintético.

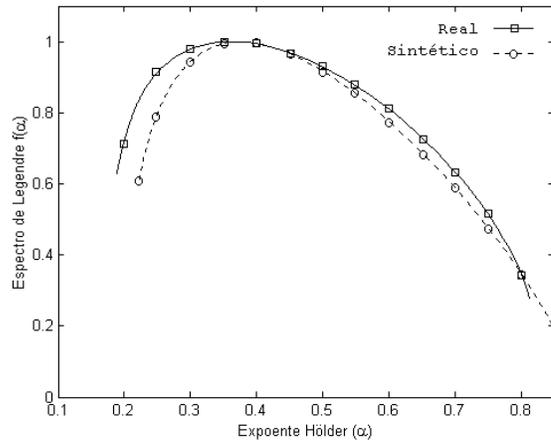


Figura 5.14 – Espectro multifractal de Legendre para o traço de tráfego dec-pkt-2.tcp real e sintético.

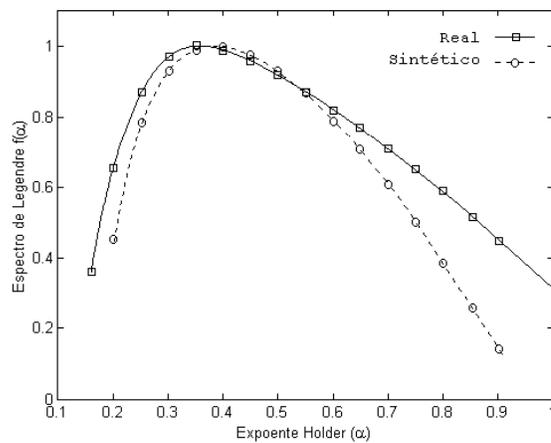
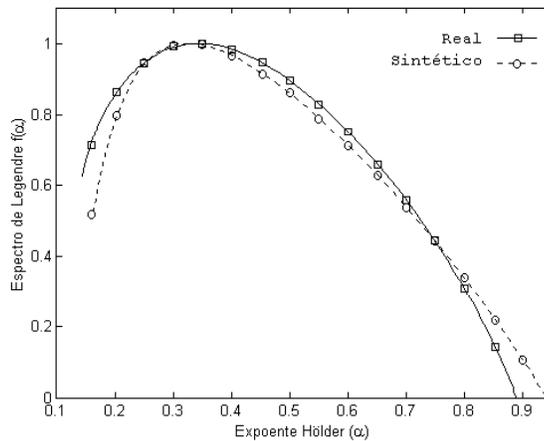
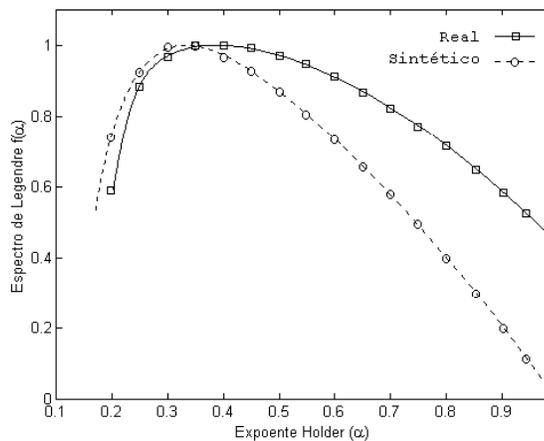


Figura 5.15 – Espectro multifractal de Legendre para os traços de tráfego dec-pkt-3.tcp real e sintético.



**Figura 5.16** – Espectro multifractal de Legendre para as seqüências de vídeo MPEG-4 real e sintética obtidas do filme *Silence of the Lambs*.



**Figura 5.17** – Espectro multifractal de Legendre para as seqüências de vídeo MPEG-4 real e sintética obtidas do filme *Star Wars IV*.

A partir das figuras anteriores percebe-se que para os traços de tráfego WAN TCP/IP e seqüências de vídeo codificado MPEG-4 analisadas, os espectros de Legendre obtidos a partir das séries reais e sintéticas apresentam comportamento bastante similar. Portanto, pode-se concluir que o modelo proposto é capaz de capturar satisfatoriamente as características multifractais presentes nos traços de tráfego WAN TCP/IP e seqüências de vídeo codificado MPEG-4 consideradas.

### 5.2.3 O comportamento de fila

A presente seção busca avaliar as estatísticas de ocupação e perda de um sistema simples fila/servidor quando alimentado por traços de tráfego sintéticos obtidos a partir do modelo tráfego Browniano

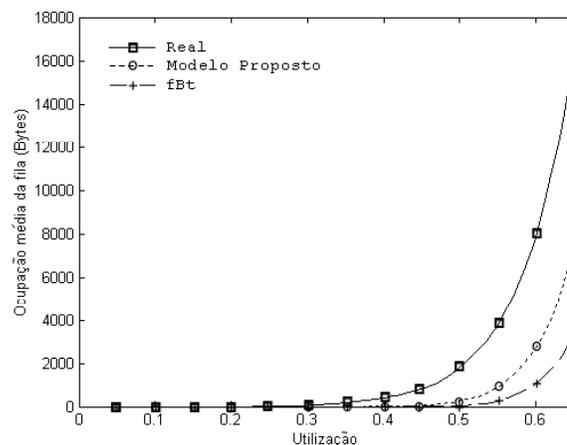
fracionário estendido. A fim de se avaliar os ganhos proporcionados por uma modelagem mais precisa, estas estatísticas são comparadas com as obtidas quando o sistema fila/servidor é alimentado por traços de tráfego reais e sintéticos obtidos a partir do modelo tráfego Browniano fracionário (fBt) proposto por Norros [NOR 95].

Para a análise do comportamento em fila, duas abordagens foram consideradas. A primeira abordagem utiliza a ocupação média da fila em bytes, como um indicador de desempenho da mesma. Para tal, seja a utilização do servidor da fila definida como

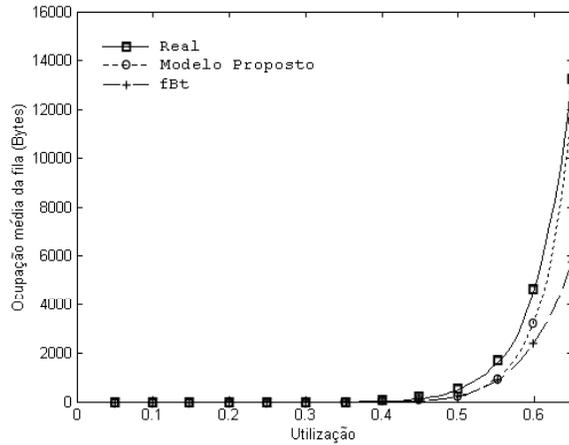
$$\rho = \frac{C_R}{C_T}, \quad (5.1)$$

onde  $C_T$  é o capacidade máxima em bytes possível de ser servida durante todo o tempo de simulação e  $C_R$  é a capacidade em bytes efetivamente servida pela fila neste mesmo tempo. A capacidade efetivamente servida pela fila é igual à capacidade máxima, descontada o volume de tráfego em bytes que poderia ter sido servido durante o tempo em que o servidor da fila esteve em estado de ociosidade.

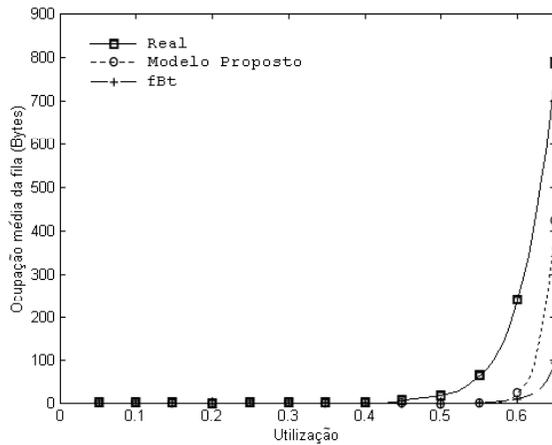
Nas Figuras 5.18 a 5.22 são apresentados os gráficos da ocupação média da fila versus a utilização do servidor para os traços de tráfego WAN TCP/IP e seqüência de vídeo codificado MPEG-4 reais e sintéticas. Nas simulações realizadas, a taxa de serviço de uma fila infinita é variada de forma a se ajustar a utilização para que varie entre 0% e 65%.



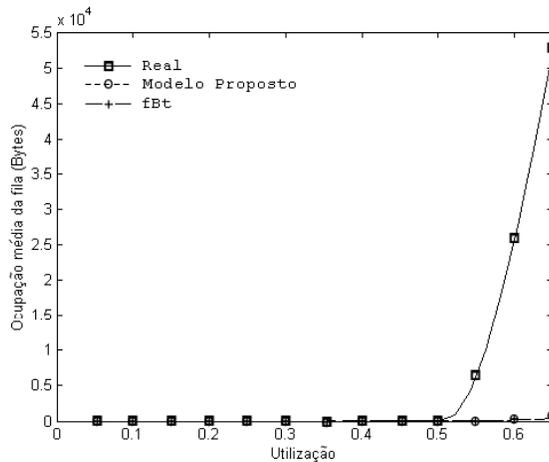
**Figura 5.18** – Ocupação média da fila para o traço de tráfego dec-pkt-1.tcp (sólida), síntese através do modelo proposto (pontilhada) e síntese através do fBt (tracejada).



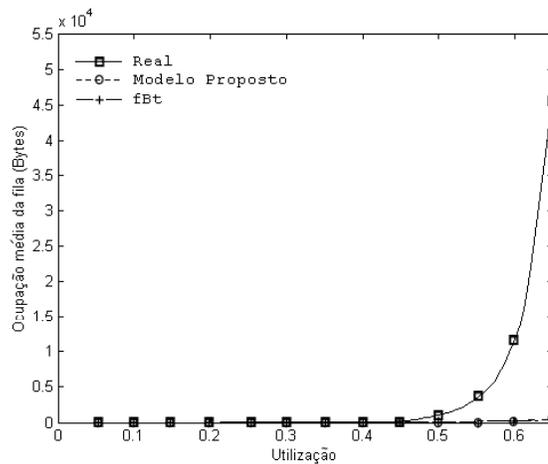
**Figura 5.19** – Ocupação média da fila para o traço de tráfego dec-pkt-2.tcp (sólida), síntese através do modelo proposto (pontilhada) e síntese através do fBt (tracejada).



**Figura 5.20** – Ocupação média da fila para o traço de tráfego dec-pkt-3.tcp (sólida), síntese através do modelo proposto (pontilhada) e síntese através do fBt (tracejada).



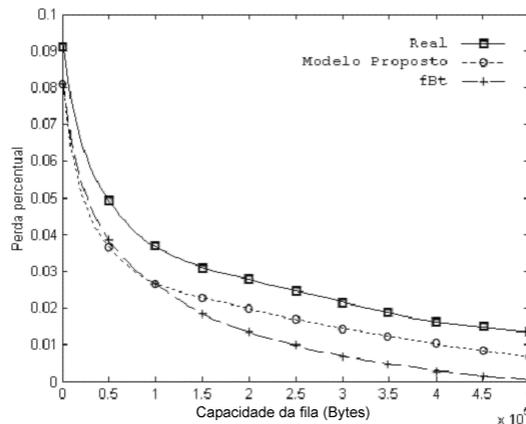
**Figura 5.21** – Ocupação média da fila para a seqüência de vídeo MPEG-4 obtida do filme *Silence of the Lambs* (sólida), síntese através do modelo proposto (pontilhada) e síntese através do fBt (tracejada).



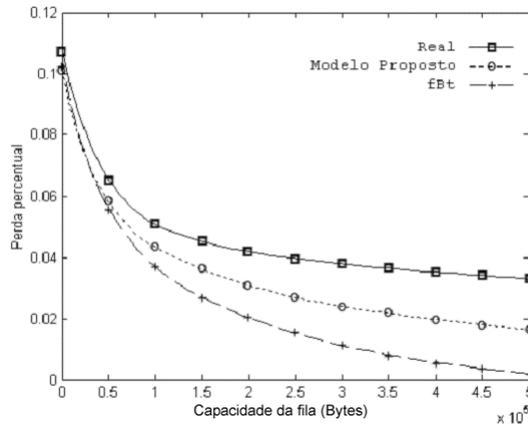
**Figura 5.22** – Ocupação média da fila para a seqüência de vídeo MPEG-4 obtida do filme *Star Wars IV* (sólida), síntese através do modelo proposto (pontilhada) e síntese através do fBt (tracejada).

Percebe-se que para uma utilização superior a 50% a ocupação média da fila cresce bastante rápido. Embora se tenha limitado a utilização em 65%, comportamento semelhante foi observado para valores de utilização superiores.

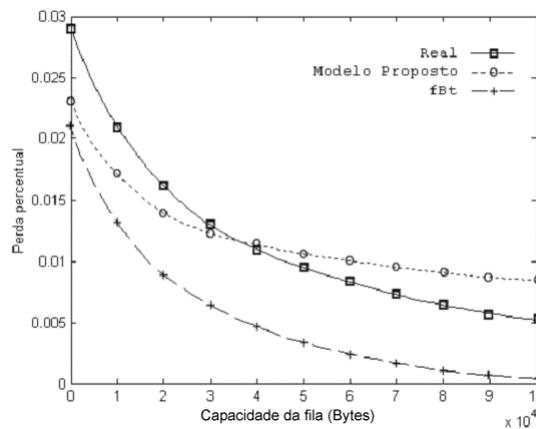
A segunda abordagem analisa o comportamento da perda percentual de bytes em função da capacidade da fila. Compara-se o comportamento da perda para traços de tráfego reais e sintéticos obtidos através do modelo proposto e do modelo tráfego Browniano fracionário. As Figuras 5.23 a 5.27 exibem os gráficos da perda em bytes percentual versus a capacidade da fila para as séries analisadas.



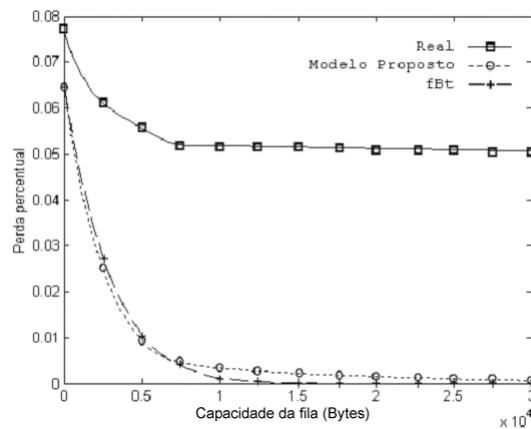
**Figura 5.23** – Perda versus capacidade da fila para o traço de tráfego WAN TCP/IP dec-pkt-1.tcp (sólida), síntese através do modelo proposto (pontilhada) e síntese através do fBt (tracejada).



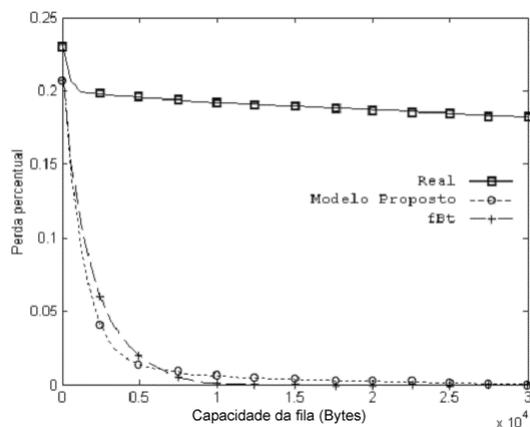
**Figura 5.24** – Perda versus capacidade da fila para o traço de tráfego WAN TCP/IP dec-pkt-2.tcp (sólida), síntese através do modelo proposto (pontilhada) e síntese através do fBt (tracejada).



**Figura 5.25** – Perdas versus capacidade da fila para o traço de tráfego WAN TCP/IP dec-pkt-3.tcp (sólida), síntese através do modelo proposto (pontilhada) e síntese através do fBt (tracejada).



**Figura 5.26** – Perda versus capacidade da fila para a seqüência de vídeo codificado MPEG-4 obtida do filme *Silence of the Lambs* (sólida), síntese através do modelo proposto (pontilhada) e síntese através do fBt (tracejada).



**Figura 5.27** – Perdas versus capacidade da fila para a seqüência de vídeo codificado MPEG-4 obtida do filme *Star Wars IV* (sólida), síntese através do modelo proposto (pontilhada) e síntese através do fBt (tracejada).

Constata-se através das figuras apresentadas nesta seção que as estatísticas de ocupação e perdas para as séries sintéticas estão quase sempre aquém das estatísticas da fila para as séries reais. Também se percebe que os traços de tráfego sintéticos obtidos através do modelo proposto, quando comparados com os obtidos através do fBt, apresentam estatísticas de ocupação e perdas mais próximas das obtidas para o traço de tráfego real.

Para os traços de tráfego WAN TCP/IP percebe-se que o modelo proposto, ao incorporar características multifractais, é capaz de melhor representar o real comportamento de um sistema simples fila/servidor. Entretanto, para as seqüências de vídeo codificado MPEG-4, tanto para as sínteses obtidas através modelo proposto, quanto para as obtidas através do fBt, as estatísticas do sistema fila/servidor mantiveram-se bastante afastadas das obtidas para as seqüências de vídeo reais. Observa-se então que embora o modelo proposto consiga reproduzir satisfatoriamente as estatísticas de segunda ordem descritas através do parâmetro de Hurst e as características multifractais descritas através do espectro de Legendre, o mesmo não foi capaz de reproduzir o comportamento em fila das seqüências de vídeo codificado MPEG-4 consideradas. Uma vez que os modelos tráfego Browniano fracionário estendido e fBt são gaussianos, uma provável explicação para o comportamento de fila observado, talvez seja a característica extremamente não gaussiana das distribuições de probabilidade das seqüências de vídeo codificado MPEG-4 consideradas neste trabalho.

### 5.3 Considerações finais

O presente capítulo apresentou os resultados obtidos através de uma seqüência de experimentos realizados com o objetivo de se avaliar o modelo tráfego Browniano fracionário estendido. O modelo proposto mostrou-se capaz de reproduzir de forma bastante satisfatória as estatísticas de segunda ordem descritas através do parâmetro de Hurst, assim como as características multifractais descritas através do espectro de Legendre. Apontou-se a importância da escolha de uma escala de tempo de agregação apropriada e constatou-se que o modelo proposto se mostra vantajoso quando há um compromisso entre a gaussianidade e a característica multifractal. No que diz respeito ao comportamento de fila, o tráfego Browniano fracionário estendido mostrou-se mais apropriado aos traços de tráfego WAN TCP/IP, e menos apropriado às seqüências de vídeo codificado MPEG-4. Tal constatação aponta a utilização de modelos gaussianos na modelagem de processos não gaussianos como causa principal do comportamento em fila não satisfatório para as seqüências de vídeo codificado MPEG-4.

A literatura mostra que modelos multiplicativos, tais como o MWM [RIE 99] e o VVGMM [KRI 03], são mais gerais e adequados à modelagem de processos multifractais não gaussianos. Deve-se realçar que não se busca neste trabalho propor um modelo de tráfego de melhor desempenho que os modelo multiplicativos já propostos. Busca-se sim, estender o fBt a fim de que este incorpore características multifractais. Para tal fim, considerando-se os resultados obtidos nos experimentos realizados no presente capítulo, o modelo proposto se mostrou bastante satisfatório.



## Capítulo 6

# Avaliação do preditor proposto

### 6.1 Introdução

O presente capítulo busca avaliar o preditor proposto anteriormente no Capítulo 4. São realizadas avaliações comparativas entre o desempenho do preditor proposto e o desempenho de outros três diferentes tipos de preditores, quando aplicados a traços de tráfegos reais e sintéticos. Inicialmente, são descritas as medidas de desempenho de predição e os outros três diferentes tipos de preditores utilizados nas análises comparativas. A seguir, são exibidos os resultados de desempenho obtidos, juntamente com suas respectivas análises. O capítulo termina com um exemplo prático da utilização do preditor de tráfego proposto, empregando-o na alocação dinâmica de taxa de transmissão e mostrando como essa abordagem pode ser eficiente na melhoria dos parâmetros de qualidade de serviço das redes.

### 6.2 Medidas de desempenho do preditor

O presente trabalho utiliza a mais comumente usada medida de desempenho de predição: o erro quadrático médio.

**Definição 6.1** – Seja  $\hat{x}_i$  o valor predito da amostra de um processo  $X$  em um determinado instante e  $x_i$  o valor desejado para esta amostra. O erro quadrático médio (EQM) é igual ao valor médio dos desvios do valor predito  $\hat{x}_i$  em relação ao seu valor desejado, descrito por

$$EQM = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (\hat{x}_i - x_i)^2. \quad (6.1)$$

O erro quadrático médio é uma medida de erro absoluto, portanto, sofre fortemente a influência da amplitude do sinal predito. Para evitar esse problema, deve-se utilizar medidas de erro relativas. O preditor proposto foi avaliado utilizando-se duas medidas relativas de erro. Conhecidas como erros quadráticos médios normalizados (EQMN), a primeira medida consiste em normalizar o EQM em relação à variância da série predita, enquanto a segunda medida consiste em normalizar o EQM em relação ao erro quadrático médio do preditor ótimo para o processo passeio aleatório (*random walk*). As definições dos EQMN's são dadas a seguir.

**Definição 6.2** - Seja  $\sigma_x^2$  a variância do processo  $X$ , dada por  $\sigma_x^2 = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (\mu - x_i)^2$  onde  $\mu$  é a média do processo  $X$ , define-se o erro quadrático médio normalizado do tipo 1 como

$$EQMN1 = \frac{EQM}{\sigma_x^2} = \frac{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (\hat{x}_i - x_i)^2}{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (\mu - x_i)^2}. \quad (6.2)$$

Pode-se interpretar a normalização EQMN1 como uma razão entre os EQM's de dois preditores. No numerador o valor predito é dado por  $\hat{x}_i$ , enquanto no denominador o valor predito é dado pela média do processo. Isso nos leva a concluir que um preditor que apresente o valor de EQMN1 igual ou inferior a 1 possuirá desempenho igual ou superior a um preditor que apenas estime o valor futuro como sendo igual a média do processo.

Considere o preditor simplificado descrito pela equação a seguir:

$$\hat{x}_{i+1} = x_i. \quad (6.3)$$

Neste caso, o valor predito é considerado igual ao valor da amostra imediatamente anterior. Para o processo passeio aleatório (*random walk*) [PAP 91], este é o preditor ótimo no sentido do erro quadrático médio.

**Definição 6.2** – Seja  $\hat{x}_i^{pa}$  o valor predito da amostra  $x_i$  do processo  $X$ , estimado através do simplificado preditor descrito na Equação 6.3. Define-se o erro quadrático médio normalizado do tipo 2 como

$$EQMN2 = \frac{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (\hat{x}_i - x_i)^2}{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (\hat{x}_i^{pa} - x_i)^2}. \quad (6.4)$$

Para um EQMN2 próximo a 1, teremos que o preditor analisado apresentará desempenho próximo ao de um preditor que estime o valor futuro com sendo igual ao valor da amostra imediatamente anterior. A partir das considerações anteriores, nota-se que o desempenho de um determinado preditor apenas pode ser considerado satisfatório quando tanto as medidas de desempenho EQMN1 e EQMN2 sejam inferiores a 1.

### 6.3 Ordem e precisão do filtro

Esta seção busca avaliar a influência que a ordem do filtro possui no desempenho do preditor proposto e quão próximo dos valores teóricos estão os resultados de desempenho obtidos. Objetivando suportar as avaliações do preditor proposto realizadas nas seções subseqüentes, uma breve análise a respeito do desempenho dos preditores em função do valor do parâmetro de Hurst é apresentada ao final da presente seção.

Para se avaliar a influência da ordem do filtro preditor, o mesmo foi aplicado em séries sintéticas do processo de incrementos do mBm com função Hölder constante. O fBm é um caso particular do mBm para o qual a função Hölder é constante e igual ao parâmetro de Hurst, portanto, para estes casos, o processo de incrementos do mBm é o próprio fGn. Através da utilização de uma função Hölder constante, as expressões de autocorrelação do processo de incrementos do mBm tornam-se mais simples, possibilitando a obtenção de uma expressão analítica para o erro quadrático médio do tipo 1, tornando possível a comparação entre os valores reais e teóricos dos EQMN1's obtidos. Para uma função Hölder constante e igual a  $H$ , o processo de incrementos do mBm torna-se estacionário e sua função de autocorrelação é dada pela equação

$$R_i(k) = \frac{\sigma^2}{2} \left( -|k|^{2H} + |k-1|^{2H} + |k+1|^{2H} - |k|^{2H} \right), \quad (6.5)$$

onde  $\sigma^2$  é a variância do processo.

Para o filtro de Wiener, o erro quadrático médio ótimo é dado pela expressão

$$EQM = \sigma^2 - c^o r. \quad (6.6)$$

Portanto, o mínimo erro quadrático médio normalizado do tipo 1 (EQMN1) é dado por

$$EQMN1 = 1 - \frac{c^o r}{\sigma^2}, \quad (6.7)$$

onde  $\sigma^2$  é a variância do processo,  $c^o$  é o vetor de coeficientes ótimos do filtro e  $r$  é o vetor de correlação cruzada.

Dada a estacionaridade do processo de incrementos do mBm para uma função Hölder constante e igual a  $H$ , teremos que o vetor de coeficientes ótimos do preditor proposto não variará, sendo constante em todos os instantes de predição. Portanto, utilizando-se a expressão de correlação apresentada na Equação 6.5 e o sistema de equações normais, é possível calcular  $r$ ,  $c^o$  e conseqüentemente o  $EQMN1$  teórico para um dado número de entradas do filtro preditor de Wiener.

Utilizando-se o método de síntese descrito na seção 3.6 e implementado na ferramenta computacional FracLab [FRA 01], uma seqüência de 2048 amostras do processo de incrementos do mBm com função Hölder constante e igual a 0,8 foi gerada. Simulou-se o erro quadrático médio normalizado (EQMN1) obtido em predições de 1 e 5 passos a frente, considerando números diferentes de entradas. A Tabela 6.1 apresenta os valores teóricos e simulados do erro quadrático médio normalizado do tipo 1, para diferentes números de entradas.

Analisando-se os resultados apresentados na Tabela 6.1, percebe-se que os valores simulados e teóricos do EQMN1 apresentam-se bastante próximos, dando uma clara indicação da precisão do preditor proposto. A diferença apresentada entre os valores simulados e teóricos é atribuída ao limitado número de amostras utilizadas, ao erro de estimação da função  $H(t)$ , além de o método de síntese não reproduzir exatamente uma realização do processo de incrementos do mBm, portanto, gerando erros de predição ligeiramente maiores que os valores teóricos esperados.

Através da Tabela 6.1 podemos observar também que para ambos os passos de predição considerados, é relativamente pequena a diferença existente no desempenho do preditor para os diferentes números de entradas. Esta característica também é observada por Norros em [NOR 95]. Embora o desempenho do preditor melhore, o custo computacional e o atraso de processamento também crescem com o aumento no número de entradas. Portanto, a escolha do número de entradas a ser utilizada no preditor deve buscar um compromisso entre o desempenho e o custo computacional envolvido. Nas análises de desempenho do preditor apresentadas nas seções subseqüentes, o número de entradas considerado foi 10.

**TABELA 6.1** - EQMN1 SIMULADO E TEÓRICO PARA PREDIÇÃO DE 1 E 5 PASSOS DO PROCESSO DE INCREMENTOS DO MBM COM FUNÇÃO HÖLDER CONSTANTE E IGUAL A 0,8, PARA DIFERENTES NÚMEROS DE ENTRADAS.

ENTRADAS	1 PASSO		5 PASSOS	
	EQMN1 SIMULADO	EQMN1 TEÓRICO	EQMN1 SIMULADO	EQMN1 TEÓRICO
1	0,7685	0,7340	0,9530	0,9362
2	0,7651	0,7198	0,9473	0,9213
3	0,7572	0,7118	0,9430	0,9122
4	0,7532	0,7076	0,9439	0,9122
5	0,7482	0,7050	0,9401	0,9016
10	0,7472	0,6993	0,9358	0,8900
15	0,7486	0,6974	0,9352	0,8850
50	0,7467	0,6946	0,9297	0,8764

Outra importante análise a ser considerada é a da influência do parâmetro de Hurst no desempenho do preditor. Com este objetivo, processos de incrementos do mBm com 2048 amostras e funções Hölder constantes foram utilizados na análise de desempenho do preditor proposto. A Tabela 6.2 exhibe os resultados dos erros quadráticos médios normalizados obtidos na predição de 1 passo, para diferentes valores de  $H$ , através de filtros preditores com 10 entradas.

A qualidade da predição é proporcional à correlação existente entre as amostras da série. A análise dos valores do EQMN1 em função do  $H$  apresentados na Tabela 6.2 mostra que, para processos com  $H \in [0, 1/2)$ , uma vez que amostras são fracamente correlacionadas, os resultados de desempenho da predição são ruins. Para  $H=1/2$ , as amostras do processo são completamente descorrelacionadas e o

resultado de desempenho descrito pelo EQMN1 deve ser necessariamente igual a 1. Para  $H \in [1/2, 1)$  a série será um processos de memória longa (*long range dependence*). A queda lenta das correlações age em benefício da qualidade da predição, entretanto, processos que apresentem memória longa não necessariamente apresentam elevada dependência entre amostras [BER 94]. Os dados apresentados na Tabela 6.2 mostram claramente este comportamento, onde o EQMN1 somente se apresenta satisfatório para valores elevados de  $H$ . Nestes casos, teremos que o processo além de apresentar memória longa, também apresentará forte correlação entre as amostras do processo.

**TABELA 6.2** – EQMN’S SIMULADOS PARA PREDIÇÃO DE 1 PASSO DO PROCESSO DE INCREMENTOS DO MBM CUJAS FUNÇÕES HÖLDER SÃO CONSTANTES E IGUAIS A DIFERENTES VALORES DE  $H$ .

PARÂMETRO DE HURST	EQMN1 SIMULADO
0,10	1,0101
0,20	0,8674
0,30	0,9254
0,40	0,9794
0,50	0,9995
0,55	0,9966
0,60	0,9692
0,65	0,9401
0,70	0,8920
0,75	0,7823
0,80	0,7699
0,85	0,6009
0,90	0,5202
0,95	0,2879

## 6.4 Análise de desempenho do preditor proposto

Nesta seção são realizadas comparações de desempenho entre o preditor proposto e três outros preditores lineares também fundamentados na teoria de Wiener, quando aplicados a traços de tráfegos

reais e sintéticos. As subseções seguintes descrevem os preditores utilizados nas comparações e apresentam os resultados de desempenho obtidos para os traços de tráfego reais e sintéticos, assim como a devida análise dos resultados obtidos.

### 6.4.1 Os preditores utilizados nas comparações

Descrito anteriormente no Capítulo 4, o filtro preditor de Wiener é dito ótimo no sentido do erro quadrático médio e seu projeto requer apenas o conhecimento das estatísticas de primeira e segunda ordens do sinal a ser predito. Utilizando-se a notação matricial apresentada no Capítulo 4, observa-se que para o cálculo dos coeficientes ótimos do filtro preditor de Wiener, apenas se faz necessário o conhecimento da matriz de correlação  $\mathbf{R}_x$  e do vetor de correlação cruzada  $\mathbf{r}_{dx}$ . Portanto, a determinação da matriz de correlação  $\mathbf{R}_x$  e do vetor de correlação cruzada  $\mathbf{r}_{dx}$  desempenham um papel de fundamental importância e a forma como são determinados seus valores está fortemente ligado ao desempenho do preditor obtido.

#### 6.4.1.1 Preditor de Wiener clássico

Denomina-se neste trabalho de preditor de Wiener clássico, o preditor cuja matriz de correlação e o vetor de correlação cruzada, empregados no cálculo de seus coeficientes, são estimados a partir do próprio conjunto das amostras da série a ser predita. Ou seja, para a matriz de correlação e para o vetor de correlação cruzada, dados respectivamente por

$$\mathbf{R}_x = \begin{bmatrix} r_x(0) & r_x(1) & \cdots & r_x(M-1) \\ r_x(1) & r_x(0) & \cdots & r_x(M-2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_x(M-1) & r_x(M-2) & \cdots & r_x(0) \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \mathbf{r}_{dx} = \begin{bmatrix} r_{dx}(1) \\ r_{dx}(2) \\ \vdots \\ r_{dx}(M) \end{bmatrix}, \quad (6.8)$$

seus elementos são obtidos a partir das expressões

$$r_x(s) = \frac{1}{N-s} \sum_{i=1}^{N-s} x(i).x(i+s), \quad s = 0,1,2,\dots,M-1, \text{ e} \quad (6.9)$$

$$r_{dx}(s) = \frac{1}{N-s-\Delta+1} \sum_{i=1}^{N-s-\Delta+1} x(i)x(i+s+\Delta-1), \quad s = 0,1,2,\dots,M-1, \quad (6.10)$$

onde  $x(i)$  é a amostra do sinal predito no instante  $i$ ,  $\Delta$  é o número de passos de predição e  $N$  é o número de amostras do sinal.

O preditor de Wiener clássico trata-se então de um filtro linear invariante no tempo, onde a estrutura de correlação do processo, utilizada no projeto do filtro, é estimada a partir das amostras deste mesmo processo.

#### 6.4.1.2 Preditor de Wiener auto-similar

Descrito no Capítulo 3, o modelo tráfego Browniano fracionário proposto por Norros [NOR 95] utiliza o processo movimento Browniano fracionário como forma de representar matematicamente a característica auto-similar observada nos dados de tráfego. O processo incremental do tráfego Browniano fracionário é dado por

$$I_i = m.t_u + \sigma(Z_i - Z_{i-1}), \quad i \in \mathbb{Z}, \quad (6.11)$$

onde  $Z_i - Z_{i-1}$  é o ruído Gaussiano fracionário padrão.

O ruído Gaussiano fracionário é um processo estacionário, com média nula e função de autocorrelação dada por

$$r(k) = \frac{1}{2} \left( |k+1|^{2H} - 2|k|^{2H} + |k-1|^{2H} \right). \quad (6.12)$$

O preditor de Wiener auto-similar é fundamentado no trabalho de Hirchoren e Arantes [HIR 98], que propuseram um preditor linear ótimo em tempo discreto para o fGn. Neste trabalho, após estimado o parâmetro de Hurst, obtém-se as matrizes de correlação e de correlação cruzada a partir da expressão analítica para a função de autocorrelação do fGn (Equação 6.12). Obtidas as matrizes de correlação e correlação cruzada, através do sistema de equações normais, são obtidos os coeficientes ótimos do filtro. Portanto, supondo-se o processo incremental do fBt como um modelo válido, é possível obter um

preditor linear invariante no tempo a partir da conhecida estrutura de correlação do fGn e da estimação do parâmetro de Hurst.

### 6.4.1.3 Preditor adaptativo LMS

A implementação de filtros de Wiener utiliza as equações normais no cálculo dos coeficientes do filtro, sendo necessário o conhecimento da correlação entre as entradas do filtro e também a correlação cruzada entre as entradas do filtro e a resposta desejada. Entretanto, quando o filtro é utilizado em um ambiente desconhecido, versões adaptativas, capazes de aprender com o ambiente e de ajustarem seus coeficientes de uma maneira recursiva, devem ser buscadas.

Conhecido como LMS, o algoritmo *least mean-square* é uma implementação adaptativa do filtro de Wiener, proporcionando uma solução recursiva para as equações normais. Ele é obtido através da variação dos coeficientes do filtro no tempo, de uma maneira recursiva dada por

$$h(k, n+1) = h(k, n) - \frac{1}{2} \mu \nabla_k(n) \quad , \quad (6.13)$$

onde  $\mu$  é uma constante e  $\nabla_k(n)$  é o gradiente da superfície de desempenho de erro em relação ao  $k$ -ésimo coeficiente do filtro. Ou seja,

$$\nabla_k(n) = \frac{\partial \varepsilon(n)}{\partial h(k, n)} \quad , \quad (6.14)$$

onde  $\varepsilon(n) = E[e^2(n)]$  e  $e(n)$  é o sinal erro.

A derivada da função custo  $\varepsilon(n)$  em relação aos coeficientes do filtro é

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial h(k)} = -2E[e(n)x(n-k)] = -2r_{ex}(k) \quad , \quad (6.15)$$

onde  $r_{ex}(k)$  é a correlação cruzada entre o sinal erro  $e(n)$  e as entradas do filtro. Portanto, pode-se reescrever 6.13 como

$$h(k, n+1) = h(k, n) + \mu r_{ex}(k) . \quad (6.16)$$

A equação 6.16 mostra então que se pode obter o novo valor do  $k$ -ésimo coeficiente do filtro aplicando-se uma correção ao seu valor anterior  $h(k, n)$ . Idealmente, o termo de correção em 6.16 deve se aproximar de zero quando o número de iterações  $n$  se aproxima de infinito.

Para a implementação do filtro adaptativo, utiliza-se uma estimação instantânea para a correlação cruzada  $r_{ex}(k)$ , dada por

$$\hat{r}_{ex}(k) = e(n)x(n-k) . \quad (6.17)$$

Seja  $\hat{h}(k, n)$  a correspondente estimativa do coeficiente do filtro  $h(k, n)$ . Escreve-se o algoritmo LMS como

$$\hat{h}(k, n+1) = \hat{h}(k, n) + \mu e(n)x(n-k) , \quad k=1, 2, \dots, M , \quad (6.18)$$

onde o fator  $\mu$  é chamado de parâmetro de adaptação e o sinal erro  $e(n)$  utilizado em 6.18 é definido por

$$e(n) = d(n) - \sum_{k=1}^M \hat{h}(k, n)x(n-k) , \quad k=1, 2, \dots, M , \quad (6.19)$$

onde  $d(n)$  é o valor desejado.

Neste trabalho, todos os coeficientes do filtro no tempo  $n=0$  são estabelecidos iguais a zero. Quanto ao valor estabelecido ao parâmetro de adaptação  $\mu$ , este deve ser tal que se garanta a convergência do algoritmo LMS. O valor do parâmetro de adaptação do algoritmo LMS é dependente da série em que o filtro é aplicado.

#### 6.4.2 Avaliação através de Tráfego Sintético

Esta seção apresenta comparações entre o desempenho do preditor proposto e o desempenho dos outros três preditores lineares descritos anteriormente, quando empregados em traços de tráfego sintéticos obtidos a partir do modelo tráfego Browniano fracionário estendido, com características de regularidade distintas e controladas. O controle da regularidade dos traços de tráfego sintéticos é obtido

através da utilização de quatro diferentes funções Hölder: constante, sigmoidal, rampa e parábola. Os parâmetros média e variância do volume de tráfego, utilizados como entradas para o modelo tráfego Browniano fracionário estendido, foram especificados iguais aos valores obtidos para as 2048 primeiras amostras do traço dec-pkt-1.tcp na escala de agregação de 512ms. Estes valores são apresentados na Tabela 6.3.

**TABELA 6.3** – TAXA MÉDIA E VARIÂNCIA DO VOLUME DE TRÁFEGO PARA AS 2048 PRIMEIRAS AMOSTRAS DO TRAÇO DE TRÁFEGO DEC-PKT-1.TCP NA ESCALA DE TEMPO DE 512ms.

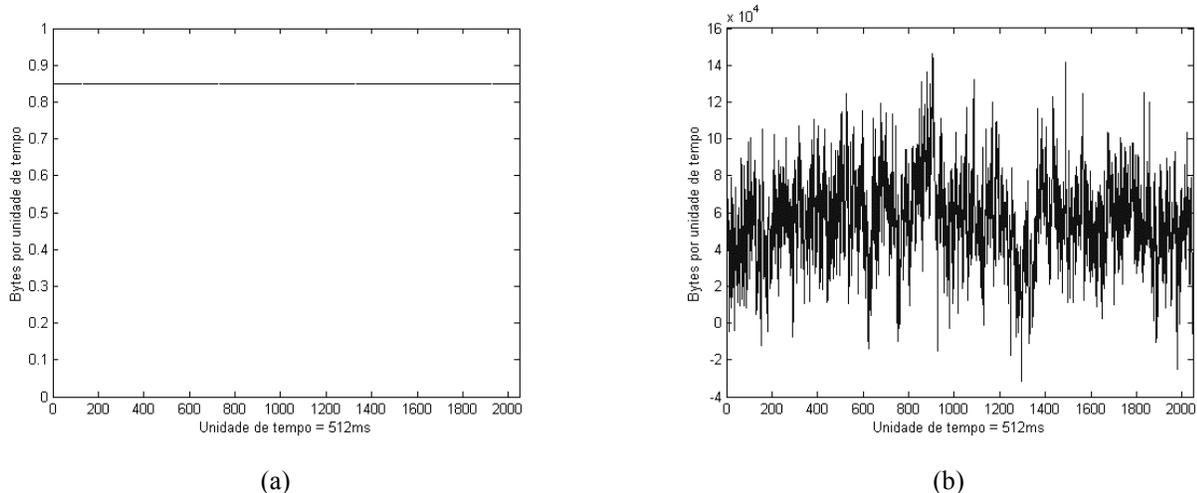
MÉDIA ( $m$ )	5,630e+04
VARIÂNCIA ( $\sigma^2$ )	6,444e+08

#### 6.4.2.1 Função Hölder constante

A utilização de uma função Hölder constante resulta na síntese de um traço de tráfego com características monofractais, proporcionando resultados interessantes de desempenho. A função Hölder utilizada possui valor constante e igual a 0,85, portanto, o traço de tráfego sintético possui dependência de longo prazo. A Figura 6.1 mostra os gráficos da função  $H(t)$  e da síntese de tráfego obtida através do modelo tráfego Browniano fracionário estendido. A função Hölder utilizada é expressa pela expressão

$$H(t) = 0,85, \quad t \in [0, 2047]. \quad (6.20)$$

O preditor de Wiener auto-similar necessita do conhecimento do valor do parâmetro de Hurst. Por se tratar de uma função Hölder constante, a síntese do mBm utilizada na obtenção do tráfego sintético é exatamente igual a síntese do fBm. Portanto, o valor do parâmetro de Hurst do traço de tráfego sintético é igual ao valor da função Hölder, ou seja, 0,85. O parâmetro de adaptação utilizado no preditor adaptativo LMS é estabelecido de forma experimental a fim de se obter o menor EQMN1 possível. Para a síntese de tráfego sintético utilizado nesta seção, o valor do parâmetro de adaptação que minimizou o EQMN1 foi de  $2,4e-12$ . A Tabela 6.4 exhibe os resultados de desempenho da predição de passo unitário obtidos para o preditor proposto e para os outros três preditores considerados.



**Figura 6.1** – (a) Função Hölder constante em 0,85. (b) Tráfego sintetizado a partir do modelo proposto utilizando-se a função Hölder constante.

**TABELA 6.4** – RESULTADOS DE DESEMPENHO DO PREDITOR PROPOSTO E DOS OUTROS TRÊS PREDITORES LINEARES QUANDO APLICADOS A UM TRAÇO DE TRÁFEGO SINTÉTICO COM FUNÇÃO HÖLDER CONSTANTE E IGUAL A 0,85.

PREDITOR	EQMN1	EQMN2
Proposto	0,7000	0,8110
Wiener clássico	0,6752	0,7822
Wiener auto-similar (H=0,85)	0,6557	0,7597
Wiener adaptativo LMS ( $\mu=2,4e-12$ )	0,7715	0,8913

Por ser o tráfego sintético obtido a partir do processo de incrementos do mBm com função Hölder constante, já era esperado que o preditor de Wiener auto-similar obtivesse os melhores resultados de desempenho, uma vez que os coeficientes do filtro preditor são obtidos diretamente a partir da expressão matemática para a correlação do fGn. Por ser o fGn um processo estacionário, é bem verdade que os preditores de Wiener clássico e Wiener adaptativo LMS deveriam apresentar resultados bastante próximos do obtido para o preditor de Wiener auto-similar. Entretanto, dado o número de amostras utilizadas, percebe-se que as estimações de correlação e correlação cruzadas utilizadas na obtenção dos coeficientes do preditor Wiener clássico não foram exatamente iguais às do fGn. Quanto ao preditor Wiener adaptativo LMS, as diferenças de desempenho se devem ao fato de os coeficientes do filtro demorarem um certo número de amostra até que ocorra a convergência para seus valores ótimos. Em

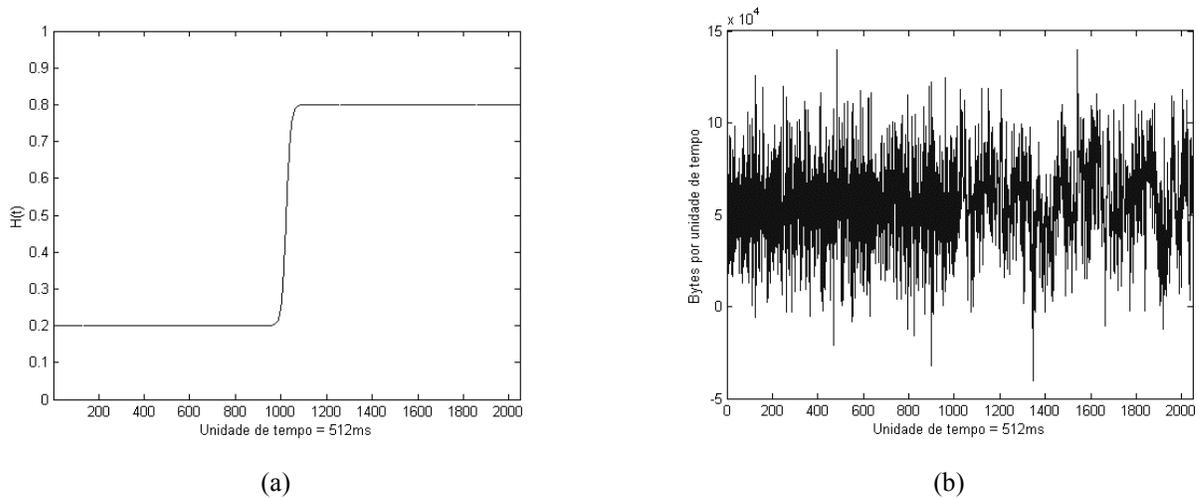
relação ao preditor proposto, a não tão precisa estimação da função  $H(t)$  é o principal motivo que leva os resultados de desempenho a ficarem aquém dos resultados obtidos para o preditor de Wiener auto-similar. Por ser o tráfego gerado monofractal, não existirão ganhos de desempenho proporcionados pela consideração das características multifractais do tráfego, portanto, a não tão precisa estimação da função  $H(t)$  conduz à perda de desempenho observada.

### 6.4.2.2 Função Hölder sigmoidal

A função Hölder sigmoidal utilizada na presente seção é descrita pela expressão

$$H(t) = 0,6 \left( \frac{1}{1 + e^{-0,1(t-1023)}} \right) + 0,2, \quad t \in [0, 2047]. \quad (6.21)$$

A Figura 6.2 exibe o gráfico da função Hölder e o correspondente tráfego sintetizado a partir desta função.



**Figura 6.2** – (a) Função Hölder sigmoidal. (b) Tráfego sintetizado a partir do modelo proposto utilizando-se a função Hölder sigmoidal.

Utilizando-se o método Abry-Veitch [ABR 98] para a estimação do parâmetro de Hurst necessário ao preditor de Wiener auto-similar, o valor obtido foi 0,226 com intervalo de confiança de 95% igual a [0,169-0,284]. O parâmetro de adaptação utilizado para o preditor adaptativo LMS foi estabelecido igual a  $1,8e-12$ . A Tabela 6.5 apresenta os resultados de desempenho obtidos pelo preditor proposto e para os outros três preditores considerados.

**TABELA 6.5** – RESULTADOS DE DESEMPENHO DO PREDITOR PROPOSTO E DE OUTROS TRÊS PREDITORES LINEARES QUANDO APLICADOS A UM TRAÇO DE TRÁFEGO SINTÉTICO COM FUNÇÃO HÖLDER SIGMOIDAL.

PREDITOR	EQMN1	EQMN2
Proposto	0,8430	0,4570
Wiener Clássico	1,0018	0,5431
Wiener Auto-Similar ( $H_{\text{Abry Veitch}}=0.226$ )	1,2674	0,6869
Wiener Adaptativo LMS ( $\mu=1,8e-12$ )	1,0637	0,5765

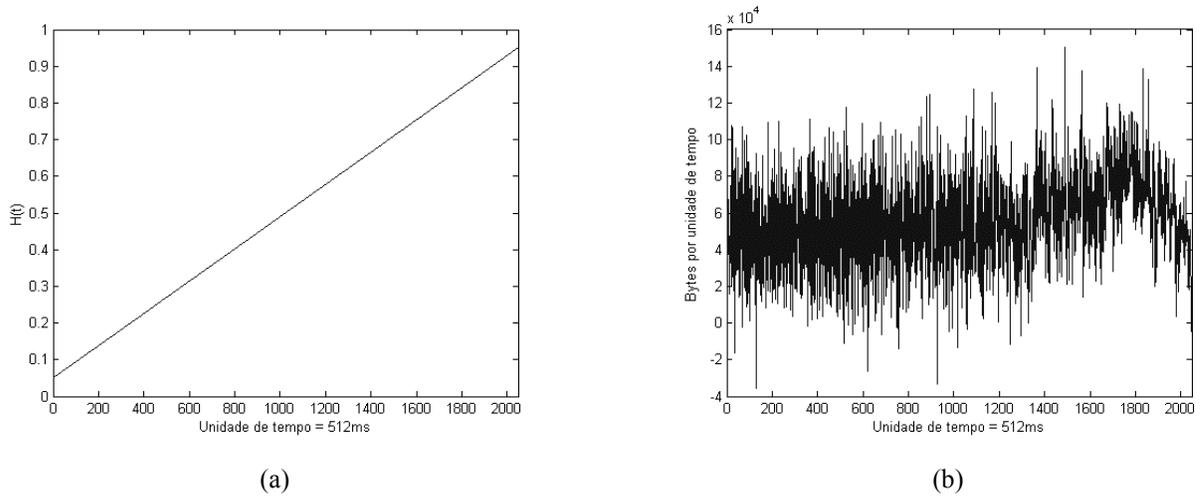
O traço de tráfego sintético apresenta em uma de suas metades a função  $H(t)$  com valor constante e igual a 0,2. Como pode ser observado na Tabela 6.2, o desempenho do preditor proposto para séries cujos valores de  $H$  sejam inferiores a  $1/2$  é baixo. A baixa correlação entre as amostras existentes na primeira metade do tráfego sintético faz com que o desempenho de todos os preditores seja muito ruim nesta parte. Já a segunda metade do tráfego sintético apresenta  $H(t)$  constante e igual a 0,8, caracterizando-se por possuir dependência de longo prazo e maior correlação entre amostras. É esta segunda metade do tráfego a responsável pela diferença de desempenho observada entre o preditor proposto e os outros três preditores. O preditor proposto é capaz de adaptar os coeficientes do filtro de forma que se ajustem à nova condição de regularidade do tráfego. Os preditores de Wiener clássico e Wiener auto-similar são obtidos através da estimação de medidas globais, ou seja, medidas obtidas a partir de toda a série, portanto, não ajustados a traços que apresentem comportamentos de regularidade tão distintos quanto o do tráfego sintético presente nesta seção. Embora o preditor LMS também seja adaptativo, percebe-se que a adaptação do filtro não ocorre a uma taxa tal que o desempenho do preditor seja satisfatório.

### 6.4.2.3 Função Hölder rampa

A função Hölder rampa utilizada é descrita pela expressão

$$H(t) = \frac{0,9}{2047}t + 0,05, \quad t \in [0, 2047]. \quad (6.22)$$

A Figura 6.3 a seguir exhibe o gráfico da função Hölder rampa e o correspondente tráfego sintetizado a partir desta função.



**Figura 6.3** – (a) Função Hölder rampa. (b) Tráfego sintetizado a partir do modelo proposto com a função Hölder rampa.

Para o traço de tráfego sintético obtido a partir da função Hölder rampa, o valor estimado através do método Abry-Veitch [ABR 98] para o parâmetro de Hurst foi 0,283 com intervalo de confiança de 95% igual a [0,226-0,340]. Já o parâmetro de adaptação utilizado para o preditor Wiener LMS foi ajustado em  $1,5e-12$ . A seguir, a Tabela 6.5 apresenta os resultados de desempenho obtidos pelo preditor proposto, assim como para os outros três preditores considerados.

**TABELA 6.6** – RESULTADOS DE DESEMPENHO DO PREDITOR PROPOSTO E DE OUTROS TRÊS PREDITORES LINEARES QUANDO APLICADOS A UM TRAÇO DE TRÁFEGO SINTÉTICO COM FUNÇÃO HÖLDER RAMPA.

PREDITOR	EQMN1	EQMN2
Proposto	0,9956	0,5864
Wiener Clássico	0,9147	0,5387
Wiener Auto-Similar ( $H_{\text{Abry Veitch}}=0,283$ )	1,2987	0,7649
Wiener Adaptativo LMS ( $\mu=1,5e-12$ )	0,9766	0,5736

Os dados apresentados na Tabela 6.6 mostram que os resultados de desempenho descritos pelo EQMN1 foram bastante próximos da unidade, portanto, os preditores apresentaram um desempenho fraco. Por possuir crescimento linear, a função  $H(t)$  apresenta apenas uma pequena parcela de valores de  $t$  para os quais o valor de  $H(t)$  é tal que a correlação entre as amostras possibilite bons resultados de

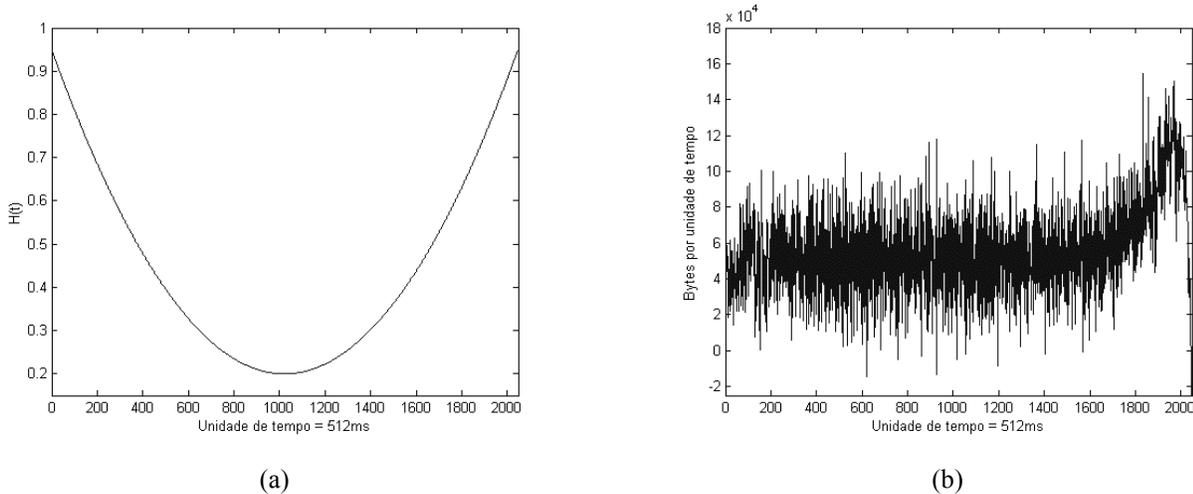
predição. Ou seja, para a grande maioria do domínio  $t$ , a correlação entre as amostras de tráfego é muito baixa, fazendo com que os resultados de predição sejam ruins.

#### 6.4.2.4 Função Hölder parabólica

A função Hölder parabólica utilizada é descrita pela expressão

$$H(t) = \frac{0,75}{1023,5^2}t^2 - \frac{1,5}{1023,5}t + 0,95, \quad t \in [0, 2047]. \quad (6.23)$$

A Figura 6.4 a seguir exibe o gráfico da função Hölder parabólica e o correspondente tráfego sintetizado a partir desta função.



**Figura 6.4** – (a) Função Hölder rampa. (b) Tráfego sintetizado a partir do modelo proposto com a função Hölder parabólica.

Para o traço de tráfego sintético obtido a partir da função Hölder parabólica, o valor estimado do parâmetro de Hurst através do método Abry-Veitch [ABR 98] foi 0,496 com intervalo de confiança de 95% igual a [0,439-0,553]. O parâmetro de adaptação utilizado no preditor adaptativo LMS foi  $1,9e-12$ . A seguir, a Tabela 6.7 apresenta os resultados de desempenho de predição obtidos.

**TABELA 6.7** – RESULTADOS DE DESEMPENHO DO PREDITOR PROPOSTO E DE OUTROS TRÊS PREDITORES LINEARES QUANDO APLICADOS A UM TRAÇO DE TRÁFEGO SINTÉTICO COM FUNÇÃO HÖLDER PARABÓLICA.

PREDITOR	EQMN1	EQMN2
Proposto	0,6900	0,5226
Wiener Clássico	0,7356	0,5571
Wiener Auto-Similar ( $H_{\text{Abry Veitch}}=0,496$ )	1,0091	0,7643
Wiener Adaptativo LMS ( $\mu=1,9e-12$ )	0,7370	0,5543

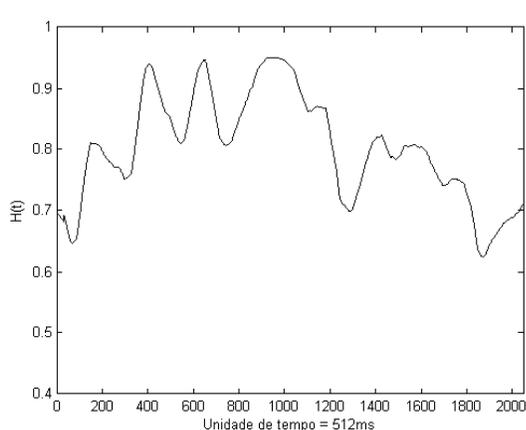
A partir dos resultados apresentados na Tabela 6.7, nota-se que o preditor proposto apresentou o melhor desempenho entre os preditores analisados. Uma vez que o valor estimado para o parâmetro de Hurst da série sintética é muito próximo de 0,5, o preditor de Wiener auto-similar considera que todas as amostras do tráfego são descorrelacionadas, resultando em um EQMN1 próximo a 1. Os outros três preditores apresentam resultados de desempenho bastante próximos do preditor proposto, entretanto, dado sua natureza adaptativa e baseada na regularidade, a maior alternância na regularidade do tráfego sintético possibilita que o preditor proposto apresente o melhor desempenho entre os três.

### 6.4.3 Avaliação através de Tráfego Real

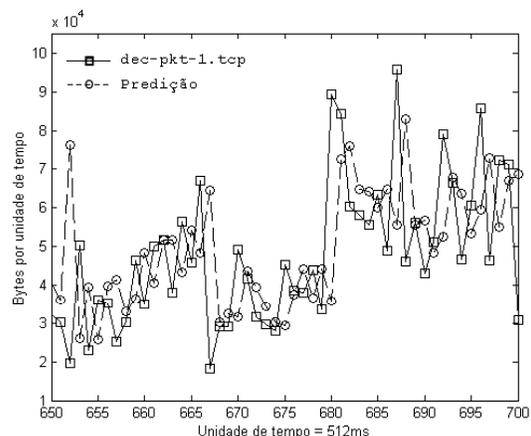
As séries reais utilizadas nesta seção são os mesmos traços de tráfegos WAN TCP/IP e seqüências de vídeo codificado MPEG-4 utilizadas no Capítulo 5. As escalas de tempo de agregação das séries analisadas também foram as mesmas consideradas no Capítulo 5, ou seja, 512ms e 40ms para os traços de tráfego WAN TCP/IP e seqüências de vídeo codificado MPEG-4, respectivamente. Assim como nas análises precedentes, foram considerados preditores com 10 entradas e passo de predição unitário.

#### 6.4.3.1 Traço dec-pkt-1.tcp

A Figura 6.5(a) exhibe a função Hölder estimada para as 2048 primeiras amostras do traço WAN TCP/IP dec-pkt-1.tcp na escala de tempo de agregação de 512ms. A Figura 6.5(b) exhibe a resposta do preditor de tráfego proposto, para amostras compreendidas no intervalo entre 650 e 700.



(a)



(b)

**Figura 6.5** – (a) Função Hölder obtida para as primeiras 2048 amostras do traço dec-pkt-1.tcp na escala de tempo de agregação de 512ms. (b) Traço de tráfego dec-pkt-1.tcp e resposta do preditor proposto.

A função Hölder  $H(t)$  apresentada na Figura 6.5(a) apresenta valores que oscilam dentro do intervalo  $[0,62,0,95]$  com valor médio igual a 0,80. A Figura 6.5(b) visualmente demonstra a capacidade do preditor proposto em acompanhar as variações presentes no traço de tráfego real. A Tabela 6.8 exhibe os resultados de desempenho obtidos para o preditor proposto assim como para os outros preditores utilizados na análise comparativa.

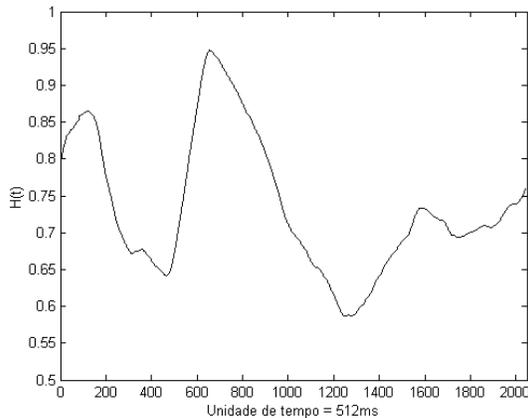
**TABELA 6.8** – RESULTADOS DE DESEMPENHO DO PREDITOR PROPOSTO E DOS OUTROS TRÊS PREDITORES LINEARES QUANDO APLICADOS AO TRAÇO DE TRÁFEGO REAL DEC-PKT-1.TCP.

PREDITOR	EQMN1	EQMN2
Proposto	0,6878	0,7102
Wiener Clássico	0,7075	0,7240
Wiener Auto-Similar ( $H_{\text{Abry Veitch}}=0,835$ )	0,7200	0,7643
Wiener Adaptativo LMS ( $\mu=1,9e-12$ )	0,8016	0,8200

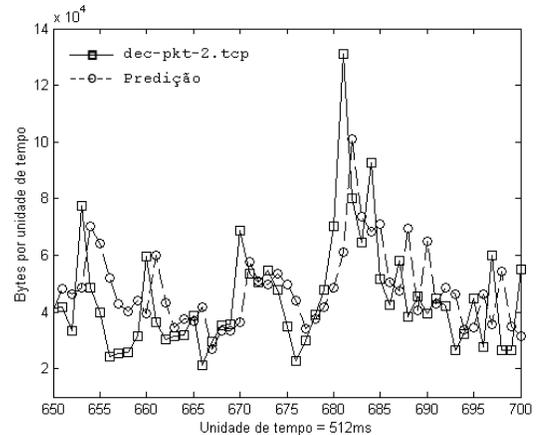
Observando-se os resultados apresentados na Tabela 6.8 vê-se que o preditor proposto apresentou o melhor desempenho entre os preditores analisados. Estes resultados indicam que quando aplicado a traços de tráfego com diferentes valores de regularidade, a consideração das características multifractais conduz a ganhos de desempenho.

### 6.4.3.2 Traço dec-pkt-2.tcp

A Figura 6.6(a) mostra o gráfico da função Hölder estimada a partir das 2048 primeiras amostras do traço de tráfego dec-pkt-2.tcp na escala de tempo de agregação de 512ms. A Figura 6.6(b) mostra a resposta do preditor proposto para o intervalo de amostras compreendido entre as amostras 650 e 700 do traço de tráfego dec-pkt-2.tcp.



(a)



(b)

**Figura 6.6** – (a) Função Hölder obtida para as primeiras 2048 amostras do traço dec-pkt-2.tcp na escala de tempo de agregação de 512ms. (b) Traço de tráfego dec-pkt-2.tcp e resposta do preditor proposto.

A função Hölder  $H(t)$  apresentada na Figura 6.6(a) possui valores compreendidos no intervalo  $[0,58;0,94]$  e valor médio igual a 0,7351. Observando-se a Figura 6.6(b) percebe-se que o preditor proposto acompanha as variações presentes no traço de tráfego dec-pkt-2.tcp. A Tabela 6.9 a seguir exhibe os resultados de desempenho para os preditores considerados.

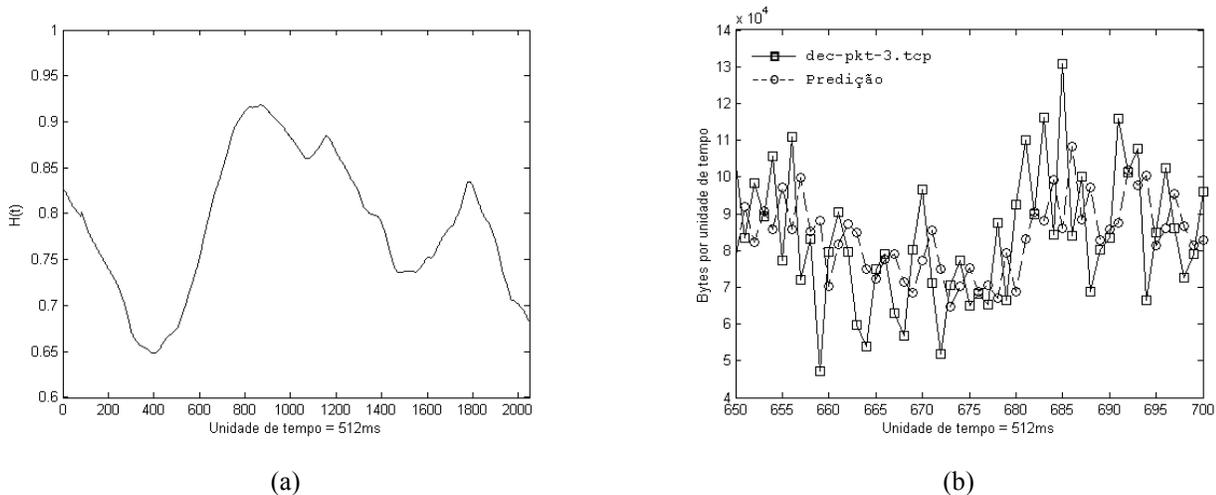
**TABELA 6.9** – RESULTADOS DE DESEMPENHO DO PREDITOR PROPOSTO E DE OUTROS TRÊS PREDITORES LINEARES QUANDO APLICADOS AO TRAÇO DE TRÁFEGO REAL DEC-PKT-2.TCP.

PREDITOR	EQMN1	EQMN2
Proposto	0,5635	0,6431
Wiener Clássico	0,5711	0,6671
Wiener Auto-Similar ( $H_{\text{Abry Veitch}}=0,704$ )	0,6182	0,7220
Wiener Adaptativo LMS ( $\mu=5e-13$ )	0,6154	0,7188

Embora a diferença entre o desempenho dos preditores seja pouco expressiva, novamente o preditor proposto apresentou o melhor desempenho. Ou seja, mais uma vez o ganho de modelagem proporcionado pelo modelo tráfego Browniano fracionário estendido, quando aplicado à predição de tráfego, proporcionou melhores resultados de predição.

### 6.4.3.3 Traço dec-pkt-3.tcp

O gráfico da função Hölder estimada a partir da seqüência formada pelas 2048 primeiras amostras do traço de tráfego dec-pkt-3.tcp na escala de agregação de 512ms é apresentado na Figura 6.7(a). Para amostras do traço de tráfego dec-pkt-3.tcp compreendidas no intervalo entre 650 e 700, a Figura 6.6(b) mostra a resposta do preditor proposto.



**Figura 6.7** – (a) Função Hölder obtida para as primeiras 2048 amostras do traço dec-pkt-3.tcp na escala de tempo de agregação de 512ms. (b) Traço de tráfego dec-pkt-3.tcp e resposta do preditor proposto.

A função Hölder  $H(t)$  apresentada na Figura 6.7(a) possui valores compreendidos no intervalo  $[0,64;0,91]$  e valor médio igual a 0,78. A Tabela 6.10 apresenta os resultados de desempenho obtidos para as 2048 primeiras amostras do traço de tráfego dec-pkt-3.tcp na escala de agregação de 512ms.

**TABELA 6.10** – RESULTADOS DE DESEMPENHO DO PREDITOR PROPOSTO E DOS OUTROS TRÊS PREDITORES LINEARES QUANDO APLICADOS AO TRAÇO DE TRÁFEGO REAL DEC-PKT-3.TCP.

PREDITOR	EQMN1	EQMN2
Proposto	0,7704	0,6888
Wiener Clássico	0,7853	0,7021
Wiener Auto-Similar ( $H_{\text{Abry Veitch}}=0,806$ )	0,7830	0,7001
Wiener Adaptativo LMS ( $\mu=1e-12$ )	0,9247	0,8268

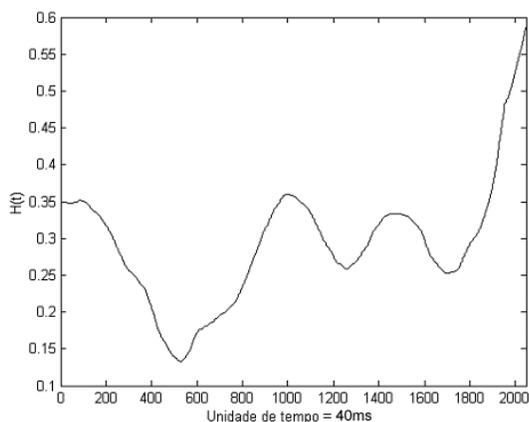
Os dados apresentados na Tabela 6.10 confirmam um padrão de comportamento para os traços de tráfego WAN TCP/IP: embora a melhora de desempenho seja pouco expressiva, o preditor proposto apresenta os menores valores de erro quadrático médio normalizado entre os preditores considerados.

#### 6.4.3.4 Silence of the Lambs - Vídeo codificado MPEG-4

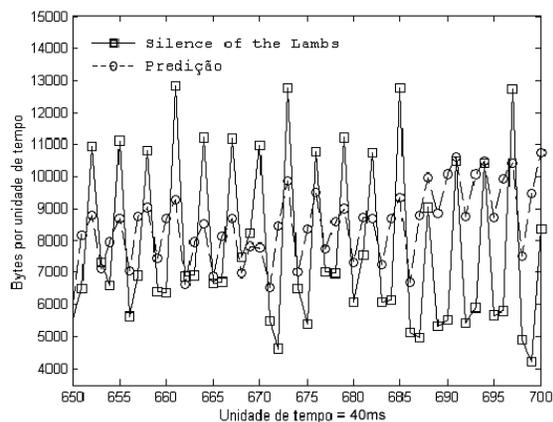
O Capítulo 5 mostra que para os traços de vídeo codificado MPEG-4, o modelo proposto é eficaz na captura das estatísticas de segunda ordem descritas pelo parâmetro de Hurst e das propriedades multifractais descritas pelo espectro de Legendre. Entretanto, dada a característica não Gaussiana das seqüências de vídeo codificado, o modelo proposto falha na representação do comportamento de um sistema simples fila/servidor. A seguir, são comparados os resultados de desempenho do preditor proposto e dos outros três preditores considerados, quando estes são aplicados à seqüência de vídeo codificado MPEG-4 do filme *Silence of the Lambs*.

A Figura 6.8(a) exhibe o gráfico da função Hölder estimada a partir da seqüência formada pelas 2048 primeiras amostras da seqüência de vídeo codificado MPEG-4 do filme *Silence of the Lambs* na escala de tempo de agregação de 40ms. A Figura 6.8(b) apresenta a resposta do preditor proposto quando submetido à seqüência de vídeo codificado no intervalo entre as amostras 650 e 700.

Percebe-se a partir da Figura 6.8(a) que a função Hölder encontra-se, para quase todo o domínio de tempo, com valores inferiores a 1/2. A Figura 6.8(b) mostra que para a seqüência de vídeo em questão, a amplitude do sinal predito é bem inferior à amplitude do sinal real. Ou seja, o preditor proposto não é capaz de acompanhar os picos presentes na seqüência original. A Tabela 6.11 exhibe os resultados de desempenho obtidos para os preditores utilizados nas comparações.



(a)



(b)

**Figura 6.8** – (a) Função Hölder obtida para as primeiras 2048 amostras da seqüência de vídeo MPEG-4 do filme *Silence of the Lambs*, na escala de tempo de agregação de 40ms. (b) Seqüência de vídeo codificado MPEG-4 e resposta do preditor proposto.

**TABELA 6.11** – RESULTADOS DE DESEMPENHO DO PREDITOR PROPOSTO E DOS OUTROS TRÊS PREDITORES LINEARES QUANDO APLICADOS A SEQUENCIA DE VÍDEO CODIFICADO MPEG-4 DO FILME SILENCE OF THE LAMBS. PREDIÇÃO DE 1 PASSO.

PREDITOR	EQMN1	EQMN2
Proposto	3,5117	5,0100
Wiener Clássico	0,2017	0,2880
Wiener Auto-Similar ( $H_{\text{Abry Veitch}}=0,535$ )	0,8559	1,2210
Wiener Adaptativo LMS ( $\mu=2,5e-10$ )	0,2471	0,3526

A partir dos resultados apresentados na Tabela 6.11 observa-se que o preditor proposto apresentou o pior desempenho entre os preditores presentes. Percebe-se também que os preditores Wiener Clássico e Wiener Adaptativo LMS apresentaram resultados de desempenho muito bons. Estes bons desempenhos podem ser explicados pela forte correlação existente entre os quadros de vídeo pertencentes a um mesmo grupo de figuras (*Group of Pictures, GoP*) do padrão MPEG-4 [ISO 14496].

As seqüências de vídeo utilizadas nos experimentos possuem o GoP composto por 12 quadros de vídeo na seqüência IBBPBBPBBPBB. Os quadros do tipo I possuem tamanhos em bytes muito maiores que os quadros do tipo B e P. Para as seqüências consideradas, os quadros do tipo I possuem tamanhos entre 2 a 3 vezes maiores que os tamanhos dos quadros do tipo B e P. Na escala de tempo de 40ms, cada amostra das seqüências de vídeo consideradas correspondem ao tamanho em bytes de um quadro

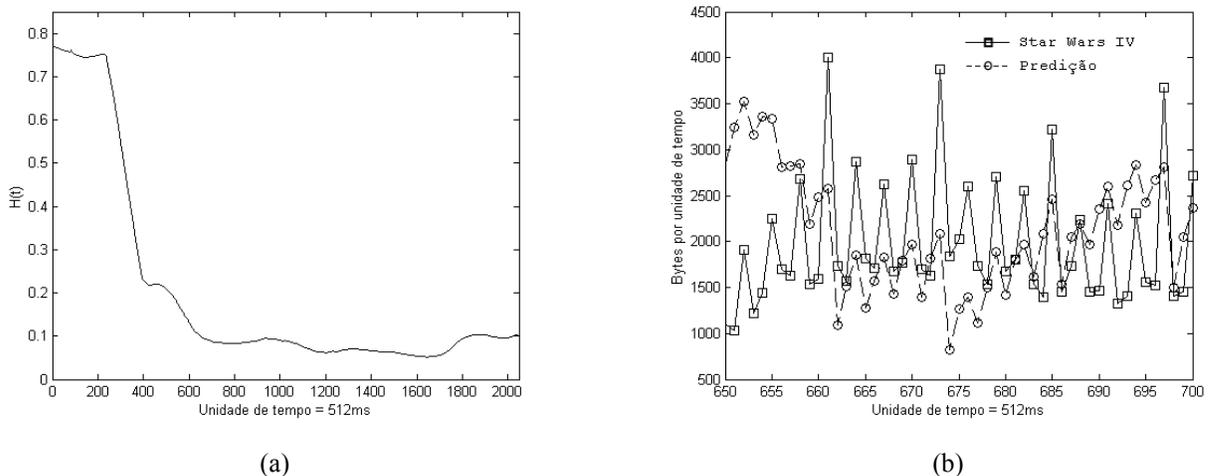
de vídeo. Ao se estimar a função  $H(t)$ , a forte discrepância entre os tamanhos dos quadros é traduzida em valores de  $H(t)$  baixos.

Conforme apresentado na seção 6.2, para valores de  $H(t)$  reduzidos, teremos que o processo mBm apresentará valores reduzidos de correlação ente suas amostras, resultando em desempenho de predição pouco satisfatório. Por ser o preditor proposto baseado no modelo tráfego Browniano fracionário estendido, embora exista uma forte correlação entre as amostras da seqüência de vídeo codificado, a irregularidade presente nestas amostras, representada por baixos valores de  $H(t)$ , conduz a resultados de predição tão ruins quanto os apresentados na Tabela 6.10. Somado a isso, tem-se ainda que a seqüência de vídeo em questão apresenta comportamento não Gaussiano, ou seja, não é bem ajustada ao modelo trafego Browniano fracionário estendido.

#### 6.4.3.4 Star Wars IV - Vídeo codificado MPEG-4

A Figura 6.9(a) exhibe o gráfico da função Hölder estimada a partir da seqüência formada pelas 2048 primeiras amostras da seqüência de vídeo codificado MPEG-4 do filme *Star Wars IV* na escala de tempo de agregação de 40ms. A Figura 6.9(b) apresenta a resposta do preditor proposto quando submetido a esta seqüência de vídeo, para o intervalo entre as amostras 650 e 700.

A partir da Figura 6.9(a), percebe-se que para a seqüência de vídeo em questão, a função  $H(t)$  apresenta valores em sua maioria inferiores a 1/2. A Figura 6.9(b) mostra claramente que a resposta do preditor está distante do valor da série real. Quantitativamente, o fraco desempenho do preditor proposto é dado pelos valores das medidas de desempenho apresentadas na Tabela 6.12.



**Figura 6.9** – (a) Função Hölder obtida para as primeiras 2048 amostras da seqüência de vídeo MPEG-4 do filme *Star Wars IV*. (b) Seqüência de vídeo codificado MPEG-4 e resposta do preditor proposto.

**TABELA 6.12** – RESULTADOS DE DESEMPENHO DO PREDITOR PROPOSTO E DOS OUTROS TRÊS PREDITORES LINEARES QUANDO APLICADOS A SEQUENCIA DE VÍDEO CODIFICADO MPEG-4 DO FILME STAR WARS IV. PREDIÇÃO DE 1 PASSO.

PREDITOR	EQMN1	EQMN2
Proposto	7,7201	10,1282
Wiener clássico	0,0849	0,1114
Wiener auto-similar ( $H_{\text{Abry Veitch}}=0,494$ )	1,0270	1,3482
Wiener adaptativo LMS ( $\mu=2,5e-10$ )	0,1122	0,1472

A partir dos resultados anteriores vê-se que, para o presente caso, pode-se estender as considerações apresentadas para a seqüência de vídeo codificado MPEG-4 obtida a partir do filme *Silence of the Lambs*. Ou seja, para as seqüências de vídeo codificado analisadas neste trabalho, o preditor proposto mostrou-se ineficaz, sendo superiores os desempenhos de preditores mais simples, tais como os preditores de Wiener clássico e Wiener adaptativo LMS.

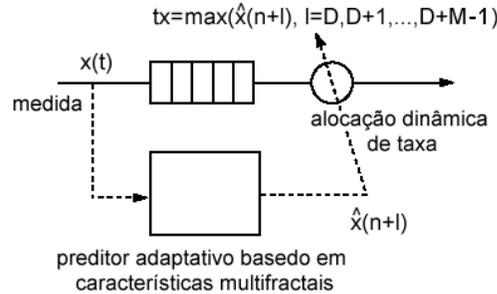
## 6.5 Alocação dinâmica de taxa

Propõe-se na presente seção um esquema de alocação dinâmica de taxa, objetivando apresentar uma aplicação prática para a abordagem de predição proposta neste trabalho. As análises realizadas a seguir avaliam o impacto que o esquema de alocação dinâmica de taxa provoca no desempenho de um sistema simples fila/servidor.

### 6.5.1 O esquema de alocação dinâmica de taxa

Em geral, o tráfego de redes de alta-velocidade é complexo, não linear e não estacionário. Tais características podem causar sérios problemas resultando em transbordo, perda de pacotes e degradação da qualidade de serviço requerida. Uma proposta interessante para minimizar estes problemas é a alocação dinâmica de recursos [BI1 04, VIE 03, CHE 00]. Para tal fim, o preditor de tráfego proposto pode ser aplicado à alocação dinâmica de taxa, onde ao invés de se alocar um valor estático de taxa de

transmissão, baseado na previsão da demanda de tráfego, altera-se adaptativamente a taxa de transmissão. A Figura 6.10 ilustra o esquema proposto de alocação de taxa.



**Figure 6.10** – Esquema de alocação dinâmica de taxa

A variação da largura de banda em uma dada conexão deve ser suportada por mecanismos que atuam junto aos protocolos dos diferentes níveis de camadas de rede. Por exemplo, para protocolos no nível da camada de rede, um esquema de re-roteamento pode ser usado a fim de se obter a largura de banda extra requerida.

Embora se alcance maior eficiência na utilização do enlace de transmissão através de adaptações mais frequentes de taxa, a frequência de adaptação é limitada pelo tempo de processamento dos protocolos e pela carga extra de sinalização gerada. Ou seja, esquemas de alocação dinâmica de taxa devem buscar um compromisso entre a frequência de adaptação de taxa e as limitações impostas pelos protocolos de rede.

O tempo requerido para o processamento dos protocolos de rede pode ser conseguido através de esquemas de previsão. O esquema de alocação dinâmica de taxa apresentado neste trabalho utiliza o preditor de tráfego proposto no Capítulo 4. A Figura 6.11 abaixo apresenta mais informações sobre o funcionamento do esquema de alocação dinâmica de taxa.

No esquema de alocação dinâmica de taxa,  $\Delta$  e  $M\Delta$  denotam o período de amostragem e o intervalo periódico de adaptação, respectivamente. Deve existir um tempo  $D\Delta$  para o cálculo do algoritmo assim como para o processamento dos protocolos de rede. Após este tempo  $D\Delta$ , o valor de taxa é estabelecido igual a

$$tx = \max(\hat{x}(n+l), l = D, D+1, \dots, D+M-1), \quad (6.24)$$

onde  $\hat{x}(n+l)$  é o valor predito  $l$  passos a frente.

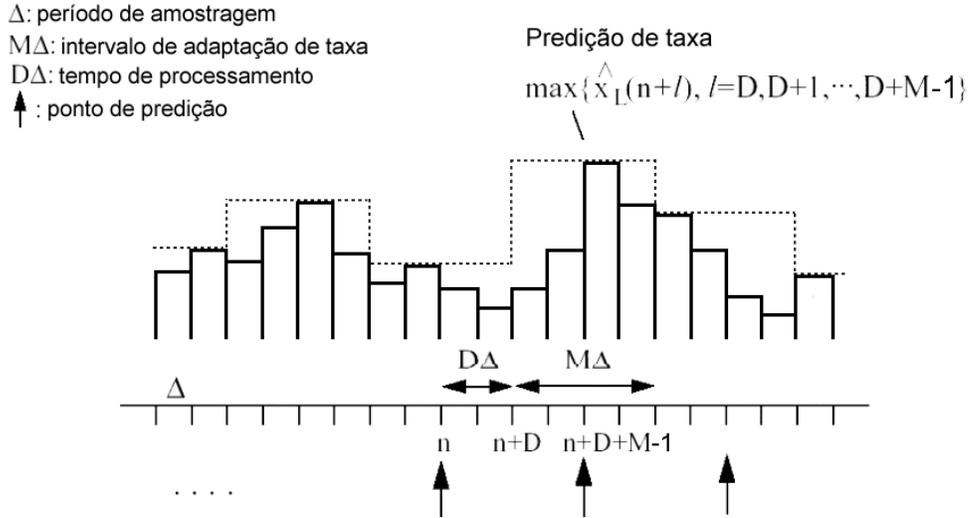


Figure 6.11 – Esquema de predição de taxa

### 6.5.2 Investigação experimental e avaliação de desempenho

Na presente investigação foram utilizados os traços de tráfego WAN TCP/IP dec-pkt-1.tcp e dec-pkt-2.tcp na escala de tempo de agregação de 512ms. Nas simulações do esquema de alocação dinâmica de taxa considerou-se o período de amostragem  $\Delta=512\text{ms}$ , tempo para o cálculo do algoritmo e processamento dos protocolos de rede  $D=1$  e intervalo periódico de adaptação  $M=4$ . Portanto, o preditor proposto deve estimar o valor do tráfego 4 passos a frente. De acordo com 6.24, cada intervalo de adaptação necessita de 4 estimativas futuras do tráfego  $\hat{x}(n+1)$ ,  $\hat{x}(n+2)$ ,  $\hat{x}(n+3)$  e  $\hat{x}(n+4)$ . A taxa de transmissão alocada para o próximo  $M\Delta$  período de tempo será

$$tx = \max(\hat{x}(n+1), \hat{x}(n+2), \hat{x}(n+3), \hat{x}(n+4)). \quad (6.25)$$

A Tabela 6.13 exhibe os valores dos erros quadráticos médios normalizados para o preditor proposto aplicado a predição de 4 passos das primeiras 2048 amostras dos traços de tráfego WAN TCP/IP.

**TABELA 6.13** – ERROS QUADRÁTICOS MÉDIOS NORMALIZADOS PARA OS TRAÇOS DE TRÁFEGO DEC-PKT-1.TCP E DEC-PKT-2.TCP NA PREDIÇÃO DE 4 PASSOS A FRENTE.

	DEC-PKT-1.TCP	DEC-PKT-2.TCP
EQMN1	0,9878	0,6416
EQMN2	1,0113	0,7491

A seguir, os resultados de desempenho para um sistema simples fila/servidor obtidos ao se utilizar o esquema de alocação dinâmica de taxa, são comparados aos resultados obtidos através de um esquema de alocação estática de taxa. Na alocação estática, um valor único de banda é utilizado durante todo o tempo de serviço. Para fins de comparação, este valor de banda é definido igual ao valor médio da taxa alocada dinamicamente.

Foram considerados dois casos distintos: sistema com fila finita e infinita. Faz-se possível então, a análise das perdas de bytes (fila finita), assim como das estatísticas de ocupação da fila (fila infinita). Para o caso de fila finita, a capacidade da fila foi especificada em 120KB para o traço dec-pkt-1.tcp e 140KB para o traço dec-pkt-2.tcp. Tais valores correspondem a aproximadamente 50% do valor da maior amostra entre as 2048 presentes em cada um dos traços considerados. As perdas de bytes para os dois esquemas de alocação são apresentadas na Tabela 6.14. A Tabela 6.15 mostra para o caso de fila infinita os valores da média, variância e máxima ocupação da fila em bytes.

**TABELA 6.14 – PERDA DE BYTES**

	DEC-PKT-1.TCP	DEC-PKT-2.TCP
Dinâmica	$3,411 \times 10^6$	$1,271 \times 10^7$
Estática	$1,136 \times 10^7$	$3,444 \times 10^7$

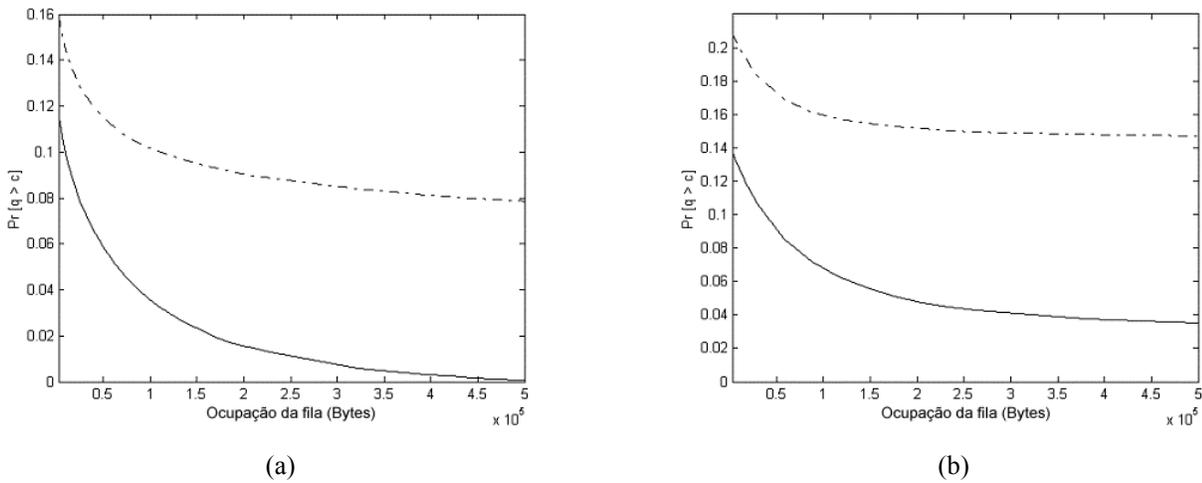
**TABELA 6.15 – ESTATÍSTICAS DE OCUPAÇÃO DA FILA**

	DINÂMICA		ESTÁTICA	
	DEC-PKT-1.TCP	DEC-PKT-2.TCP	DEC-PKT-1.TCP	DEC-PKT-2.TCP
Ocupação média	$6,821 \times 10^4$	$1,935 \times 10^6$	$3,175 \times 10^6$	$7,022 \times 10^6$
Variância	$9,198 \times 10^9$	$5,622 \times 10^{12}$	$1,211 \times 10^{13}$	$8,042 \times 10^{13}$
Ocupação máxima	$5,465 \times 10^5$	$7,525 \times 10^6$	$9,70 \times 10^6$	$3,128 \times 10^7$

Como se pode perceber nas Tabelas 6.13 e 6.14, o esquema de alocação dinâmica de taxa, quando comparado com o esquema de alocação estática com a mesma taxa média, melhora os resultados de desempenho da fila. Uma vez que para o esquema de alocação dinâmica de taxa, as estatísticas de ocupação da fila são menores, pode-se esperar que ao atravessarem a fila, os pacotes também sofrerão menores atrasos.

Para fins de projeto, é conveniente conhecer como as perdas de bytes se comportam quando a capacidade da fila varia. Com este objetivo, a Figura 6.12 provê os gráficos da perda percentual de

bytes versus capacidade da fila, comparando os esquemas de alocação dinâmica e estática de taxa para os dois traços de tráfego considerados. Percebe-se que o esquema de alocação dinâmica de taxa apresenta melhores resultados de desempenho para todas as capacidades de fila consideradas.



**Figura 6.12** – Perda percentual de bytes x Tamanho da fila para os traços (a) dec-pkt-1.tcp e (b) dec-pkt-2.tcp. (linha sólida) Alocação dinâmica de taxa. (linha tracejada) Alocação estática de taxa.

A partir dos resultados apresentados, observa-se que quando comparado ao esquema de taxa constante, o esquema de alocação dinâmica de taxa é capaz de melhorar os parâmetros de desempenho associados ao sistema de fila em que foi aplicado. Pesquisas futuras devem buscar melhor investigar os problemas práticos existentes na implementação do esquema de alocação dinâmica de taxa em redes reais.

## 6.6 - Considerações finais

As análises apresentadas no decorrer do presente capítulo mostram que o preditor adaptativo baseado em características multifractais, quando comparado com os outros três preditores lineares considerados, é capaz de proporcionar ganhos de desempenho quando se fazem presentes variações na regularidade dos processos nos quais são empregados.

O preditor proposto apresentou resultados de desempenho satisfatórios quando foi aplicado aos traços de tráfego WAN TCP/IP considerados. Entretanto, para as seqüências de vídeo codificado MPEG-4 utilizadas neste trabalho, o preditor proposto apresentou resultados de desempenho ruins. A característica não gaussiana apresentada pelas seqüências de vídeo codificado, somada às

particularidades apresentadas pelo tamanho em bytes dos quadros de vídeo do padrão MPEG-4, conduzem a resultados de desempenho de predição pouco satisfatórios para o preditor de tráfego proposto. Tais resultados reafirmam a constatação apresentada no Capítulo 5, onde o modelo de tráfego no qual o preditor se baseia, mostrou-se ineficaz na descrição do comportamento das mesmas seqüências de vídeo MPEG-4.

Embora o preditor proposto possibilite ganhos de desempenho proporcionados pela consideração das características multifractais das séries analisadas, há de se considerar que os ganhos de desempenho não foram tão expressivos. Considerando que o modelo tráfego Browniano fracionário estendido é pouco parcimonioso, a utilização da abordagem de predição proposta deve ser precedida por uma avaliação, onde é verificado se os ganhos de predição proporcionados compensam o aumento da complexidade do modelo no qual o preditor se fundamenta.



## Capítulo 7

# Conclusões

Preditores de tráfego baseados em modelos requerem que estes sejam capazes de representar com precisão as reais características estatísticas do tráfego. Modelos imprecisos podem proporcionar estimações errôneas do tráfego de rede. Dado sua relativa simplicidade, o modelo tráfego Browniano fracionário [NOR 94] tornou-se o modelo mais amplamente utilizado capaz de representar matematicamente a constatada característica auto-similar no tráfego de redes. O modelo tráfego Browniano fracionário é conhecidamente monofractal. Mais recentemente, estudos mostraram que seqüências de vídeo codificado MPEG-4 [KRI 02] e tráfego WAN TCP/IP em escalas de tempo reduzidas [RI1 97, FE1 98] apresentam comportamento estatístico não adequadamente descrito por modelos monofractais, sendo mais bem representados através da análise multifractal.

São duas as principais contribuições deste trabalho: a primeira é a proposta de um modelo de tráfego com características multifractais, obtido a partir da extensão do clássico modelo tráfego Browniano fracionário; a segunda contribuição encontra-se na proposta de uma nova abordagem de predição de tráfego, baseada na estrutura de correlação do modelo tráfego Browniano fracionário estendido. Análises comparativas entre o modelo tráfego Browniano fracionário e a sua extensão proposta mostraram que a incorporação da característica multifractal proporcionou ganhos de modelagem, com o comportamento do modelo estendido tornando-se mais próximo do real comportamento do tráfego. Em consequência da modelagem mais precisa, na maioria das avaliações realizadas, a abordagem de predição baseada no modelo de tráfego Browniano fracionário estendido quase sempre apresentou melhores resultados de desempenho quando comparado com os outros preditores lineares utilizados nas avaliações. Além disso, o emprego do preditor proposto em um

esquema de alocação dinâmica de taxa mostrou-se interessante, possibilitando ganhos nos indicadores de qualidade de serviço da rede.

Uma das possíveis extensões para este trabalho é a realização de avaliações analíticas e comparativas entre o modelo tráfego Browniano fracionário estendido e modelos de tráfego multifractais tais como o MWM e o VVGMM. A fim de superar as restrições impostas pela distribuição Gaussiana do modelo tráfego Browniano fracionário estendido, outra possível extensão seria a utilização de modelos multifractais com distribuições de probabilidades mais gerais. A respeito da abordagem de predição proposta, é possível estender o trabalho através da utilização da estrutura de correlação do tráfego Browniano fracionário estendido, no projeto de outros tipos de filtros preditores. Também como trabalho futuro, seria interessante analisar a sensibilidade do algoritmo de predição com respeito às imprecisões na estimação dos parâmetros do modelo.

## Referências

- [ABR 98] ABRY, P.; VEITCH, D. Wavelet analysis of long range dependence traffic. **IEEE Transactions on Information Theory**, v.4, n.1, p.1-15, 1998.
- [AYA 00] AYACHE, A.; COHEN, S.; VÉHEL, J. L. The covariance structure of multifractional Brownian motion, with application to long range dependence. **Proceedings of ICASSP 2000**, Istanbul, 2000.
- [BEN 97] BENASSI, A.; COHEN, S.; ISTAS, J. Identifying the multifractional function of a Gaussian process, **Statistics and Probability Letters**, n.39, p.377-345, 1997.
- [BER 94] BERAN, J. **Statistics for Long-Memory Processes**. New York: Chapman & Hall, 1994.
- [BER 95] BERAN, J. ET AL.. Long range dependence in VBR video traffic. **IEEE Transactions on Communications**, v.43, p.1566-1579, 1995.
- [CAL 97] CALVET, L.; FISHER, A.; MANDELBROT, B. B. Large deviation theory and the distribution of price changes. **Cowles Foundation Discussion Paper No 1165**, Yale University, 1997.
- [CAN 98] CANUS, C. Robust Large Deviation Multifractal Spectrum Estimation. **Proceedings of International Wavelets Conference**, Tangier, April 1998.
- [CHE 00] CHEN, B.; PENG S.; KU-CHEN. Traffic Modeling, Prediction and Congestion Control for High-Speed Networks: A Fuzzy AR Approach. **IEEE Transactions in Fuzzy Systems**, v.8, n.5, October 2000.
- [CRO 96] CROVELLA, M. E.; BESTAVROS, A. Self-similarity in world wide web traffic - evidence and possible causes. **Proceedings of ACM Sigmetrics**, p.160-169, 1996.
- [DAN 99] DANIEL, M. M.; WILLSKI, A. S. Modeling and estimation of fractional Brownian motion using multiresolution stochastic processes. **Fractals in Engineering**, J. Lévy Véhel, E. Lutton and C. Tricot (Eds). Springer Verlag, 1999.
- [DEV 89] DEVROYE, L. The double kernel method in density estimation. **Anais do Instituto Henri Poincaré**, v.25, p.533-580, 1989.
- [ERR 96] ERRAMILI, A.; NARAYAN, O.; AND WILLINGER, W. Experimental Queueing Analysis with Long-Range Dependent Traffic. **IEEE Transactions Networking**, v.4, n.2, p.209-222, 1996.

- [ERR 00] ERRAMILI, A ET AL.. A. Performance impacts of multi-scaling in area TCP/IP traffic. **Proceedings of IEEE INFOCOM 2000**, p.352-359, 2000.
- [FAL 90] FALCONER, K. J. **Fractal Geometry: Mathematical Foundations and Applications**. John Wiley and Sons, New York, 1990.
- [FEI 03] FEI, H.; ZHIMEI, W. Multifractal Analysis and Model of MPEG-4 Video Traffic. **Proceedings of IEEE International Performance, Computing, and Communications Conference**, p.463-467, April 2003.
- [FE1 98] FELDMANN, A.; GILBERT, A.; WILLINGER, W. AND KURTZ, T. G. The changing nature of network traffic: Scaling phenomena. **ACM Computer Communication Review**, v.28, p.5-29, April 1998.
- [FE2 98] FELDMANN, A.; GILBERT, A.; WILLINGER, W. Data networks as cascades: Explaining the multifractal nature of Internet WAN traffic, **Proceedings of ACM Sigcomm**, p.42-55, September 1998.
- [FEL 99] FELDMANN, A.; GILBERT, A.; HUANG, P. AND WILLINGER, W. Dynamics of IP Traffic: A study of the role of variability and the impact of control. **Proceedings of ACM Sigcomm**, p.301-313, 1999.
- [FIT 00] FITZEK, F. H. P.; REISSLEIN, M. MPEG-4 and H.263 Video Traces for Network Performance Evaluation (Extended Version). **Technical Report TKN-00-06**, Telecommunication Networks Group, Technical University of Berlin, October 2000.
- [FRA 01] VEHEL, J. L. ET AL.. **FracLab: A fractal analysis toolbox for signal and image processing**, version 1.1. INRIA, 2001.
- [FRI 00] FRIEDRICH, M.; HOLLFELDER, S.; ABERER, K. Stochastic Resource Prediction and Admission for Interactive Sessions on Multimedia Servers. **Proceedings of 8th ACM International Conference on Multimedia**, p.117-126, October 2000.
- [GA1 01] GALLARDO, J. R.; MAKRAKIS, D. Dynamic Predictive Weighted Fair Queueing for Differentiated Service. **Proceedings of IEEE International Conference on Communications ICC 2001**, n.1, p.2380-2384, June, 2001.
- [GA2 01] Gallardo, J. R.; Makrakis, D.; Angulo, M. Dynamic Resource Management Considering the Real Behavior of Aggregate Traffic. **IEEE Transactions on Multimedia**, v.3, n.2 , p.177-185, June 2001.
- [GAR 94] GARRET M. W.; WILLINGER, W. Analysis, modeling and generation of self-similar VBR vide traffic. **Proceedings of ACM Sigcomm**, p.269-280, 1994.

- [GIL 98] GILBERT, A.; FRIEDMAN, A.; WILLINGER, W. Data networks as cascades: Explaining the multifractal nature of Internet WAN traffic. **Proceedings of ACM Sigcomm**, p.42-55, 1998.
- [GRI 96] GRIPENBERG, G.; NORROS, I. On the prediction of fractional Brownian motion. *Journal of Applied Probability*, v.33, p.400-410, 1996.
- [GUI 98] GUIHENEUF, B.; LÉVY VÉHEL, J. 2-Microlocal analysis and application in signal processing. **Proceedings of International Wavelets Conference**, Tangier, April, 1998.
- [HAY 96] HAYES, M. H. **Statistical Digital Signal Processing and Modeling**. John Wiley & Sons, 1996.
- [HAY 89] HAYKIN, S. S. **Modern filters**. New York, Macmillan Publishing Company, 1989.
- [HIG 88] HIGUCHI, T. Approach to an irregular time series on the basis of the fractal theory. **Physica D**, v.31, p.277-283, 1988.
- [HIR 98] HIRCHOREN, G. A.; ARANTES, D. S. Predictors for the discrete time fractional Gaussian process. **Proceedings of SBT/IEEE International Telecommunications Symposium ITS '98**, v.1, p.49-53, Aug. 1998.
- [ISO 14496] ISO/IEC INTERNATIONAL STANDARD 14496 (MPEG-4). Information Technology € Coding of Audio-Visual Objects, January 2000.
- [JIA 00] JIANBAO GAO; RUBIN, I. Multifractal analysis and modeling of VBR video traffic. **Electronics Letters**, v.36, p.278-279, Feb. 2000.
- [KAP 96] KAPLAN, L. M.; KUO, C. C. J. An improved method for 2-D self-similar image synthesis, **IEEE Transactions on Image Processing**, n.5, p.754-761, 1996
- [KEL 96] KELLY, F. P. Notes on effective bandwidths. **Stochastic Networks: Theory and Applications**, F. P. Kelly, S. Zachary, and I. B. Ziedins (Eds). Royal Statistical Society Lecture Notes, Oxford Univ. Press, v.4, p.141–168, 1996.
- [KOM 40] KOMOLGOROV, A. N. Wiener'sche Spiralen und einige andere interessante Kurven im Hilbertschen raum. **C. R. (Doklady) Acad. Sci. URSS (N.S.)**, v.26, p.115-118, 1940.
- [KRI 02] KRISHNA, M.; GADRE, V.; DESAI, U. Multiplicative multifractal process based modeling of broadband traffic processes: variable bit rate video traffic. **Proceedings of International Zurich Seminar on Broadband Communications - IZS 2002**, ETH Zurich, p.18-1 – 18-6, Feb. 2002.
- [KRI 03] Krishna, P. M.; Gadre, V. M.; Desai, U. B. **Multifractal based network traffic modeling**, Kluwer Academic Publishers, 2003

- [LEL 94] LELAND, W. E. et al.. On the self similar nature of Ethernet Traffic (extended version). **IEEE/ACM Transactions on Networking**, v.2, n.1, p.1-15, Feb. 1994.
- [LUN 86] LUNDAHL, T.; OHLEY, W. J.; KAY, S. M.; SIFFERT, R. Fractional Brownian motion: A Maximum Likelihood Estimator and Its Application to Image Texture, **IEEE Transactions on medical imaging**, v.MI-5,3, p.152-161, Sept. 1986.
- [MAL 99] MALLAT, S. **A wavelet tour of signal processing**, second Edition. San Diego, Academic Press, 1999.
- [MAN 68] MANDELBROT, B. B.;VAN NESS, J. W. Fractional brownian motions, fractional noises and applications. **SIAM Review**, v.10, p.422-437, Oct. 1968.
- [MAN 69] MANDELBROT, B. B.; AND TAQQU, M. S. Computer experiments with fractional gaussian noises, parts 1, 2 e 3. **Water Resources Research**, v.10, p.228-267, 1969.
- [MAN 72] MANDELBROT, B. B. **Possible refinements of the lognormal Hypothesis concerning the distribution of energy dissipation in intermitent turbulence**. M. Rosenblatt and C. Van Atta eds., Statistical Models and Turbulence, New York: Springer Verlag, 1972.
- [MAN 82] MANDELBROT, B. B. **The fractal geometry of nature**. New York: W. H. Freeman and Company, 1982.
- [MAN 97] MANDELBROT, B. B.; FISHER, A.; CALVET, L. A multifractal model of asset returns. **Cowles Foundation Discussion Paper No 1164**, Yale University, 1997.
- [MAN 02] MANNERSALO, P. Some notes on prediction of teletraffic. **Proceedings of 15th ITC Specialist Seminar**, p.220-229, July 2002.
- [MOG 95] MOGUL, J. Traços de tráfego WAN entre a Digital Equipment Corporation e o resto do mundo. **Internet Traffic Archive**, disponíveis para *download* em <http://ita.ee.lbl.gov/html/contrib/DEC-PKT.html>.
- [MOL 00] MOLNAR, S. AND DANG, T. Scaling Analysis of IP Traffic Components. **Proceedings of ITC Specialist Seminar on IP Traffic Measurement, Modeling and Management**, Monterey, CA, USA, p.18-20, September 2000.
- [NOR 94] NORROS, I. A storage model with self-similar inputs. **Queueing Systems**, v.16, p.387-396, 1994.
- [NOR 95] NORROS, I. On the use of fractional Brownian motion in the theory of connectionless networks. **IEEE Journal on Selected Areas in Communications**, v.13, n.6, p.953-962, 1995.

- [NOR 99] NORROS, I.; MANNERSALO, P.; WANG, J. Simulation of fractional Brownian motion with conditionalized random midpoint displacement. **Adv. Performance Analysis**, v.2, n.1, p.77-101, 1999.
- [PAP 91] PAPOULIS, A. **Probability, Random Variables, and Stochastic Processes**, third edition: McGraw-Hill, New York, 1991.
- [PAT 03] PATAVINA, A.; BREGNI, S.; GALIMBERTI, L. On the analysis tools of traffic fractality. **Proceedings of IEEE GLOBECOM 2003**, S. Francisco, CA, USA, December 2003.
- [PAR 00] PARK, K.; WILLINGER, W. (Eds.). **Self-similar network traffic and performance evaluation**. New York: Wiley, 2000.
- [PAX 95] PAXSON, V.; FLOYD S. Wide area traffic: The failure of poisson modeling. **IEEE/ACM Transactions on Networking**, v.3, n.3, p.226-244, June 1995.
- [PEL 95] PELTIER, R.; VÉHEL, J. L. Multifractional Brownian motion: definition and preliminary results. **Technical Report 2695**, INRIA, 1995.
- [PER 03] PEREIRA, F. M.; FONSECA, N. L. S.; ARANTES, D. S. Modelagem de tráfego utilizando o processo de chegada com limitante Multifractal. **Anais do XX Simpósio Brasileiro de Telecomunicações- SBT'03**, Rio de Janeiro, outubro de 2003.
- [RI1 97] RIEDI, R. H.; LÉVY VÉHEL, J. TCP Traffic is multifractal: A numerical study. **INRIA Research Report**, n.3129, 1997.
- [RI2 97] RIEDI, R. H, Introduction to Multifractals. **Rice University ECE Technical Report**, 1997.
- [RIE 99] RIEDI, R. H. ET AL.. A Multifractal Wavelet Model with Application to Network Traffic. **IEEE Transactions on Information Theory**, v.45, p.992-1018, April 1999.
- [SHA 88] SHANMUGAN, K. S.; BREIPOHL A. M. **Random Signals: Detection, Estimation and Data Analysis**. John Wiley and Sons, New York, 1988.
- [VEH 96] LÉVY VÉHEL, J.; DAOUDI, K. Generalized IFS for signal processing. **Proceedings of IEEE DSP Workshop**, Loen, September, 1996.
- [VIA 03] VIANA MELO, C. A.; FONSECA, N. L. S. Um processo envelope para modelagem de tráfego multifractal. **Anais do XXI Simpósio Brasileiro de Redes de Computadores**, p.87-101, Natal, maio de 2003.
- [VIE 03] VIEIRA, F. H. T.; LEMOS, R. P.; LEE, L. L. Alocação Dinâmica de Taxa de Transmissão em Redes de Pacotes Utilizando Redes Neurais Recorrentes Treinadas com Algoritmos em Tempo Real". **IEEE Latin America**, n.1, November 2003.

- [WAL 02] WALPOLE, R. E. ET AL.. **Probability and Statistics for Engineers and Scientists**, 7th Edition. Prentice Hall, New Jersey, 2002.
- [WIL 96] WILLINGER, W.; TAQQU, M. S.; ERRAMILI, A. A bibliographical guide to self-similar traffic and performance modeling for modern high-speed stochastic networks: Theory and Applications, **Royal Statistical Society Lecture Notes Series**, v.4. Oxford University Press, 1996
- [WIL 97] WILLINGER, W. ET AL.. Self-similar through high-variability: statistical analysis of the Ethernet LAN traffic at source level. **IEEE/ACM Transactions on Networking**, v.5, n.1, p.71-86, February 1997.
- [WOR 96] WORNELL, G. W. **Signal Processing with Fractals**, Prentice Hall, 1996.

## Artigos publicados

- [BI1 04] BIANCHI, G. R.; VIERA, F. H.; LEE, L. L. Predictive Dynamic Bandwidth Allocation based on Multifractal Traffic Characteristic. **Proceedings of 11<sup>th</sup> International Conference on Telecommunications – ICT'2004**. Fortaleza, August, 2004.
- [BI2 04] BIANCHI, G. R.; VIERA, F. H.; LEE, L. L. Um Modelo Multifractal Aplicado à Predição de Tráfego de Redes. **Anais do XXI Simpósio Brasileiro de Telecomunicações - SBT'04**. Belém, Setembro de 2004.
- [BI3 04] BIANCHI, G. R.; VIERA, F. H.; LEE, L. L. A Novel Network Traffic predictor Based on Multifractal Traffic Characteristic. **Proceedings of 2004 Global Telecommunications Conference – GLOBECOM 2004**. Dallas, December, 2004.

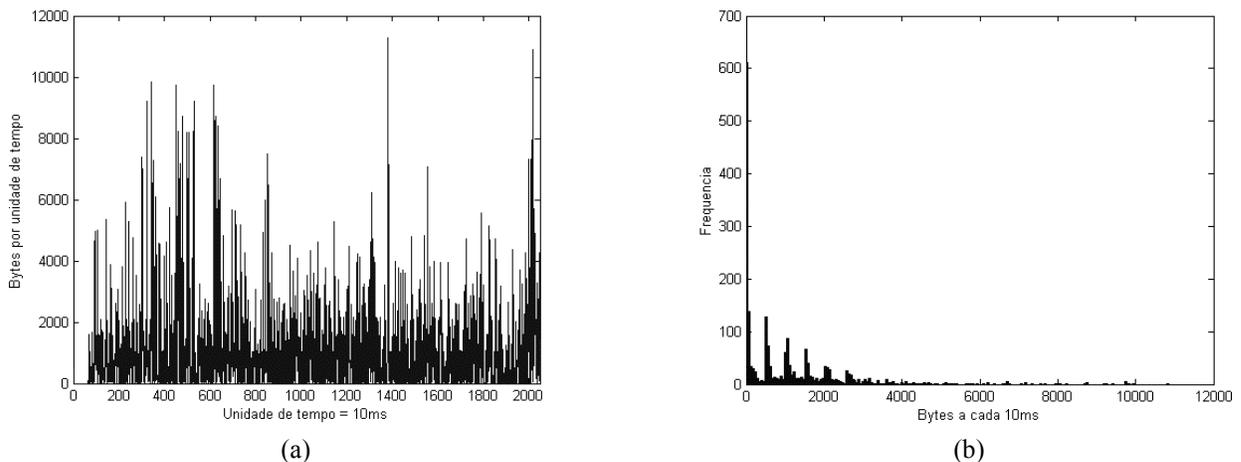
## Apêndice A

A Tabela A.1 apresenta a média ( $m$ ), a variância ( $\sigma^2$ ), a razão entre média e desvio padrão ( $m/\sigma$ ) e o somatório  $S$  obtidos para o traço dec-pkt-2.tcp nas três diferentes escalas de tempo de agregação consideradas.

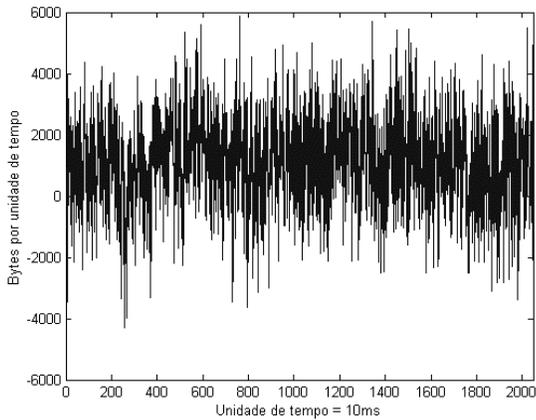
**Tabela A.1** – Características do traço dec-pkt-2.tcp em diferentes escalas de agregação

AGREGAÇÃO	$m$ (bytes)	$\sigma^2$ (bytes <sup>2</sup> )	$m/\sigma$	$S$
10ms	$1,12 \times 10^3$	$2,39 \times 10^6$	0,727	$1,96 \times 10^3$
100ms	$1,48 \times 10^4$	$1,17 \times 10^8$	1,367	827,63
512ms	$1,08 \times 10^5$	$2,54 \times 10^9$	2,149	324,72

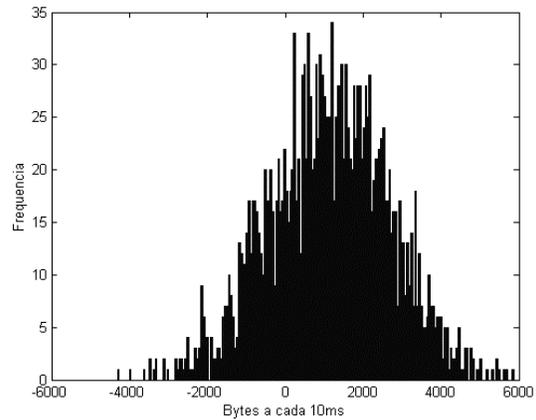
As Figuras A.1, A.3 e A.5 exibem os gráficos e os histogramas do traço de tráfego WAN TCP/IP dec-pkt-2.tcp, nas escalas de agregação de 10, 100 e 512ms, respectivamente. As Figuras A.2, A.4 e A.6 mostram as sínteses do traço dec-pkt-2.tcp obtidas a partir do modelo tráfego Browniano fracionário estendido. As Figuras A.2, A.4 e A.6 também mostram os histogramas das sínteses do traço dec-pkt-2.tcp nas escalas de agregação de 10, 100 e 512ms, respectivamente.



**Figura A.1** – Traço de tráfego dec-pkt-2.tcp na escala de tempo de 10ms: (a) Traço de tráfego. (b) Histograma do traço de tráfego.

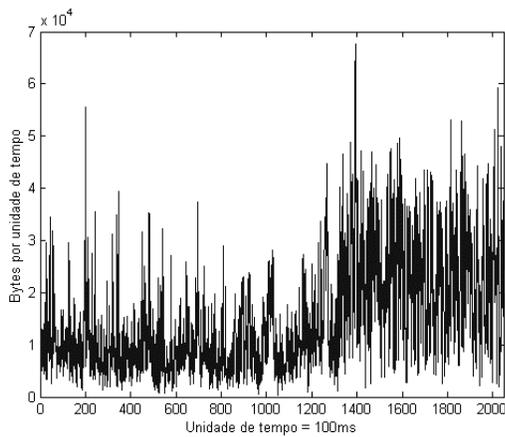


(a)

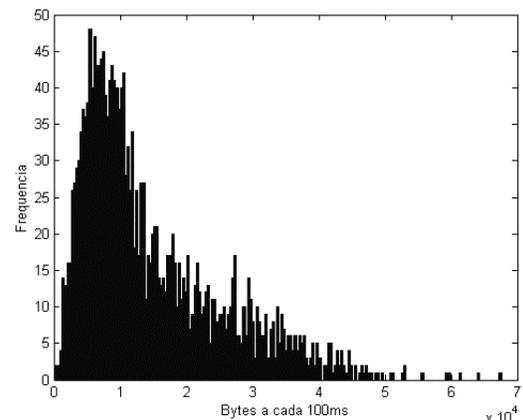


(b)

**Figura A.2** – Síntese do traço de tráfego dec-pkt-2.tcp na escala de tempo de 10ms: (a) Síntese do traço de tráfego. (b) Histograma da síntese do traço de tráfego.

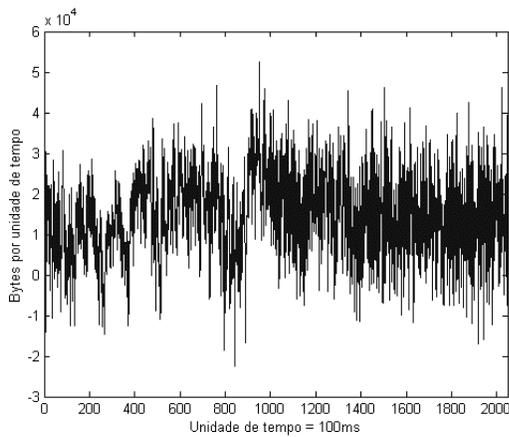


(a)

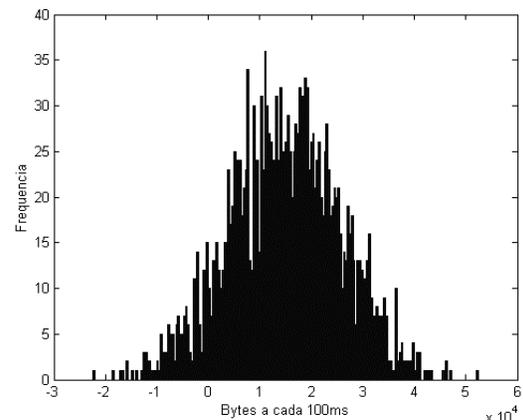


(b)

**Figura A.3** – Traço de tráfego dec-pkt-2.tcp na escala de tempo de 100ms: (a) Traço de tráfego. (b) Histograma do traço de tráfego.

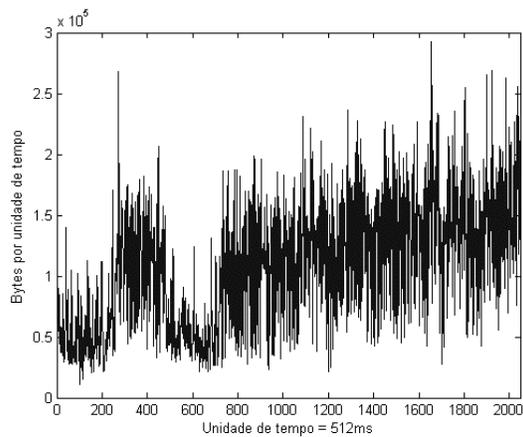


(a)

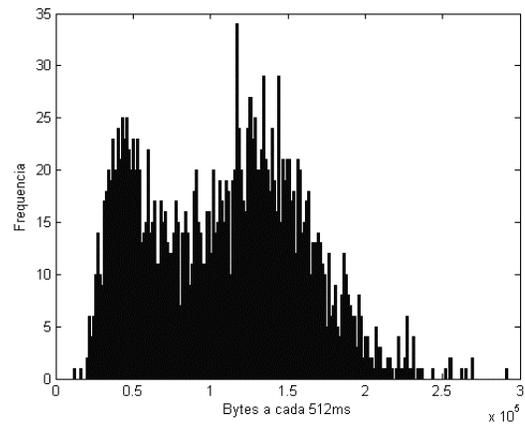


(b)

**Figura A.4** – Síntese do traço de tráfego dec-pkt-2.tcp na escala de tempo de 100ms: (a) Síntese do traço de tráfego. (b) Histograma da síntese do traço de tráfego.

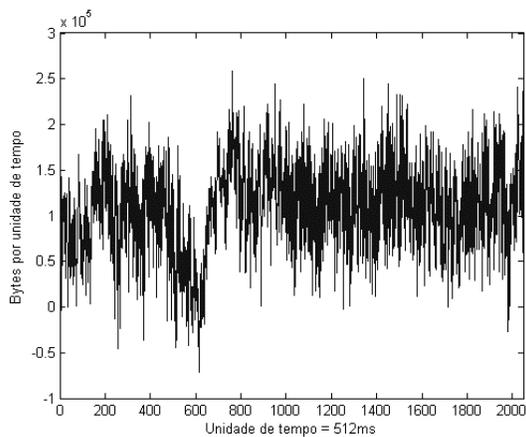


(a)

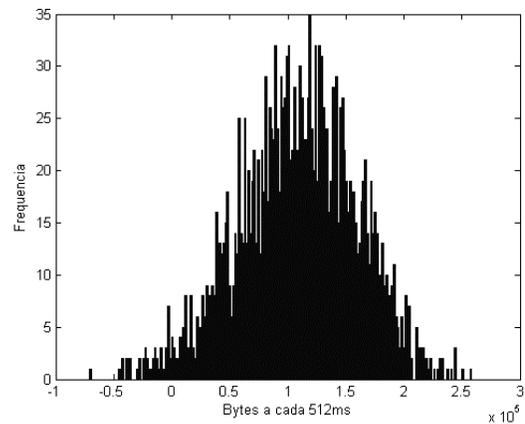


(b)

**Figura A.5** – Traço de tráfego dec-pkt-2.tcp na escala de tempo de 512ms: (a) Traço de tráfego. (b) Histograma do traço de tráfego.



(a)



(b)

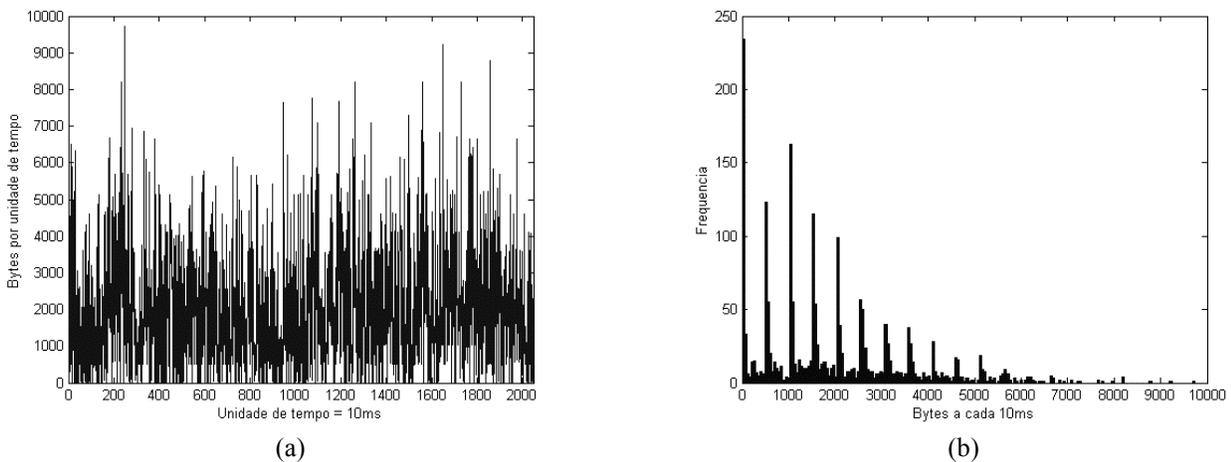
**Figura A.6** – Síntese do traço de tráfego dec-pkt-2.tcp na escala de tempo de 512ms: (a) Síntese do traço de tráfego. (b) Histograma da síntese do traço de tráfego.

A Tabela A.2 apresenta a média ( $m$ ), a variância ( $\sigma^2$ ), a razão entre média e desvio padrão ( $m/\sigma$ ) e o somatório  $s$  obtidos para o traço dec-pkt-3.tcp nas escalas de tempo de agregação de 10, 100 e 512ms.

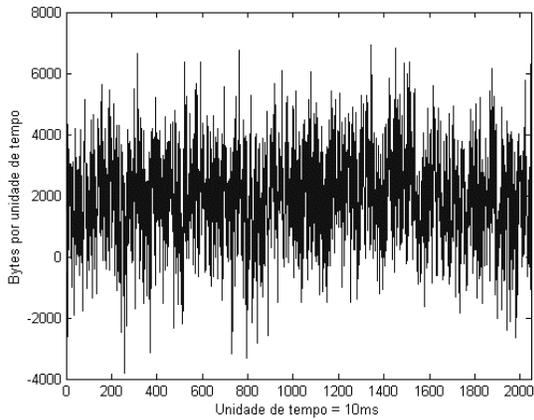
**Tabela A.2** – Características do traço dec-pkt-3.tcp em diferentes escalas de agregação

AGREGAÇÃO	$m$ (bytes)	$\sigma^2$ (bytes <sup>2</sup> )	$m/\sigma$	$S$
10ms	$1,95 \times 10^3$	$2,64 \times 10^6$	1,204	407,61
100ms	$1,94 \times 10^4$	$5,29 \times 10^7$	2,669	122,26
512ms	$9,96 \times 10^4$	$6,67 \times 10^8$	3,858	64,62

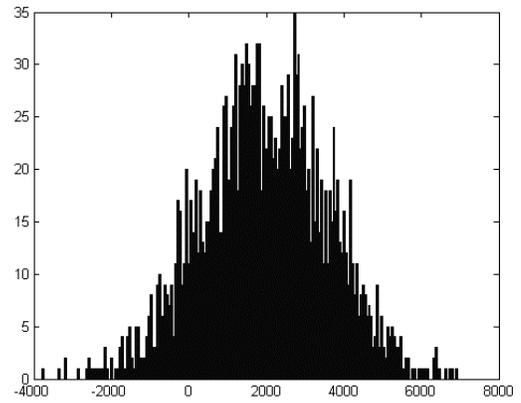
As Figuras A.7, A.9 e A.11 exibem os gráficos e os histogramas do traço de tráfego WAN TCP/IP dec-pkt-3.tcp nas escalas de agregação de 10, 100 e 512ms, respectivamente. As Figuras A.8, A.10 e A.12 mostram as sínteses do traço dec-pkt-3.tcp obtidas a partir do modelo tráfego Browniano fracionário estendido. As Figuras A.8, A.10 e A.12 mostram também os histogramas das sínteses do traço dec-pkt-3.tcp nas escalas de agregação de 10, 100 e 512ms, respectivamente.



**Figura A.7** – Traço de tráfego dec-pkt-3.tcp na escala de tempo de 10ms: (a) Traço de tráfego. (b) Histograma do traço de tráfego.

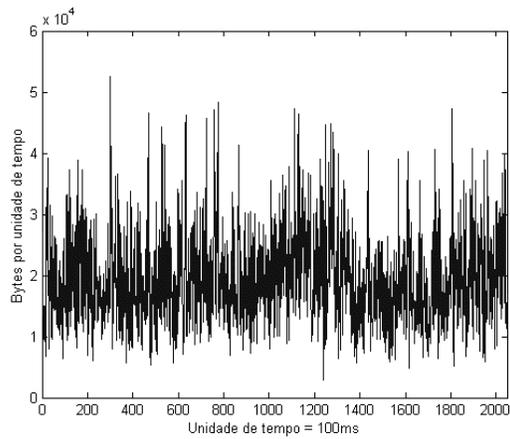


(a)

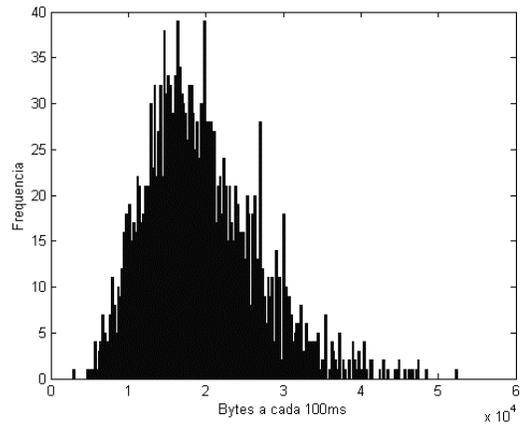


(b)

**Figura A.8** – Síntese do traço de tráfego dec-pkt-3.tcp na escala de tempo de 10ms: (a) Síntese do traço de tráfego. (b) Histograma da síntese do traço de tráfego.

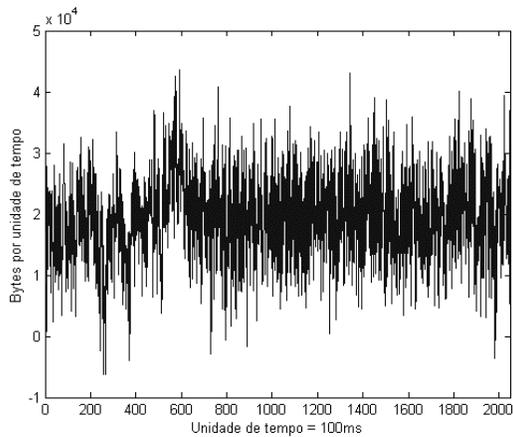


(a)

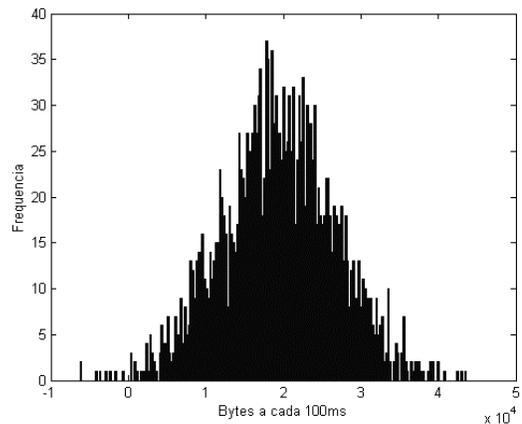


(b)

**Figura A.9** – Traço de tráfego dec-pkt-3.tcp na escala de tempo de 100ms: (a) Traço de tráfego. (b) Histograma do traço de tráfego.

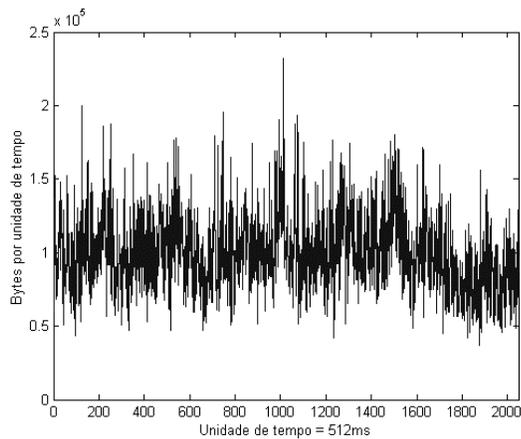


(a)

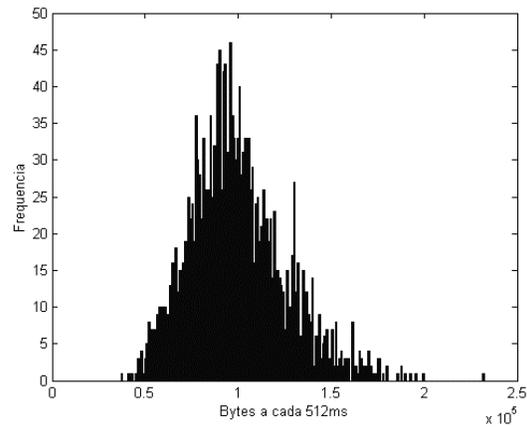


(b)

**Figura A.10** – Síntese do traço de tráfego dec-pkt-3.tcp na escala de tempo de 100ms: (a) Síntese do traço de tráfego. (b) Histograma da síntese do traço de tráfego.

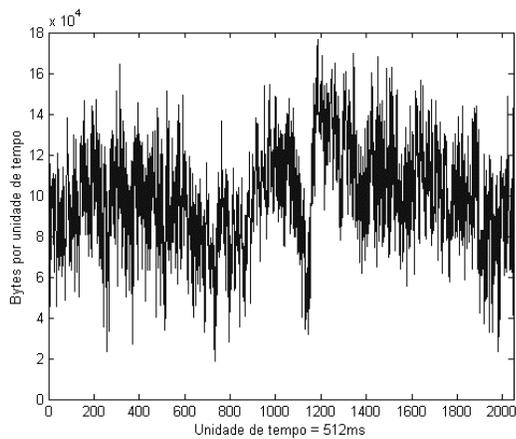


(a)

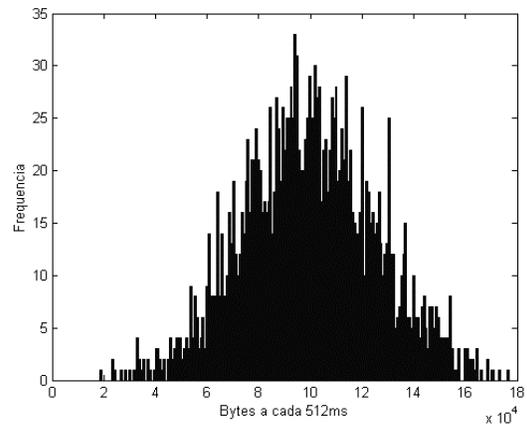


(b)

**Figura A.11** – Traço de tráfego dec-pkt-3.tcp na escala de tempo de 512ms: (a) Traço de tráfego. (b) Histograma do traço de tráfego.



(a)



(b)

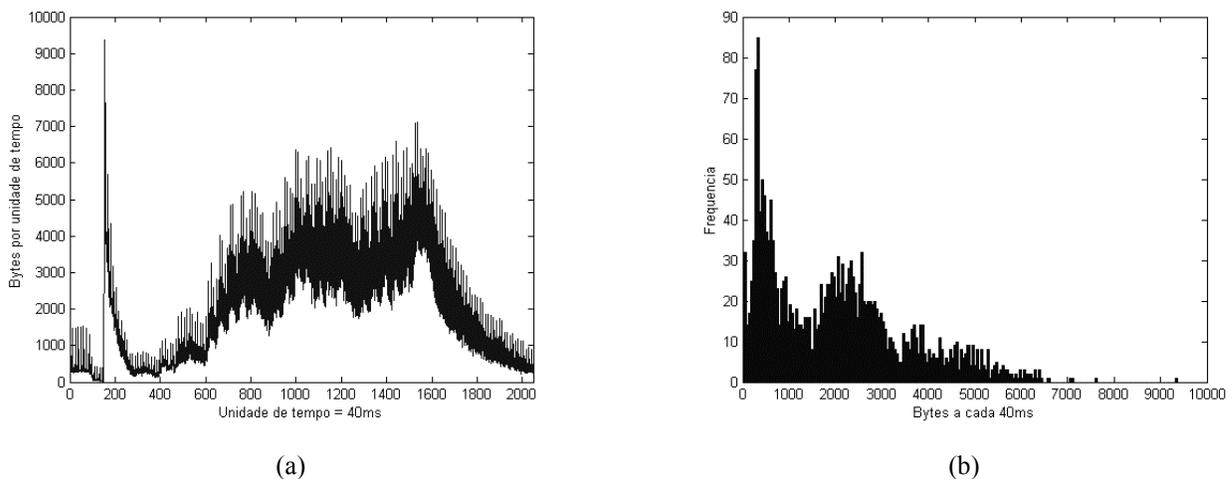
**Figura A.12** – Síntese do traço de tráfego dec-pkt-3.tcp na escala de tempo de 512ms: (a) Síntese do traço de tráfego. (b) Histograma da síntese do traço de tráfego.

A Tabela A.3 apresenta a média ( $m$ ), a variância ( $\sigma^2$ ), a razão entre média e desvio padrão ( $m/\sigma$ ) e o somatório  $s$  obtidos para a seqüência de vídeo codificado MPEG-4 do filme *Star Wars IV* nas escalas de tempo de agregação de 40, 80 e 200ms.

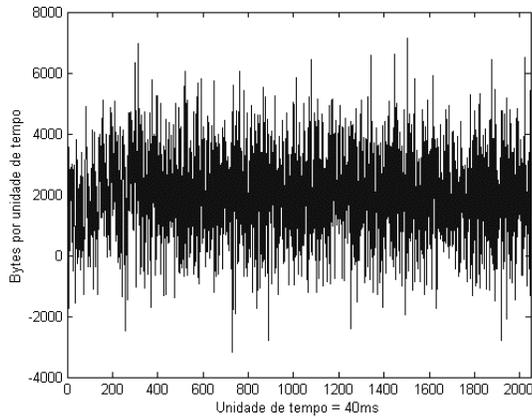
**Tabela A.3** – Características da seqüência de vídeo codificado MPEG-4 do filme *Star Wars IV* em diferentes escalas de agregação

AGREGAÇÃO	$m$ (bytes)	$\sigma^2$ (bytes <sup>2</sup> )	$m/\sigma$	$s$
40ms	$1,99 \times 10^3$	$2,34 \times 10^6$	1,305	955,65
80ms	$3,36 \times 10^3$	$6,31 \times 10^6$	1,338	637,09
200ms	$8,19 \times 10^3$	$2,09 \times 10^7$	1,789	113,04

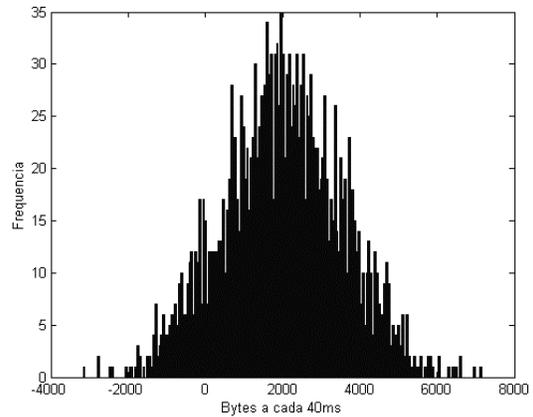
As Figuras A.13, A.15 e A.17 exibem os gráficos e os histogramas da seqüência de vídeo codificado MPEG-4 do filme *Star Wars IV* nas escalas de agregação de 40, 80 e 200ms, respectivamente. As Figuras A.14, A.16 e A.18 mostram as sínteses da seqüência de vídeo codificado MPEG-4 do filme *Star Wars IV*, obtidas a partir do modelo tráfego Browniano fracionário estendido. Também são exibidos nas Figuras A.14, A.16 e A.18 os histogramas das sínteses da seqüência de vídeo codificado MPEG-4 do filme *Star Wars IV*, nas escalas de agregação de 40, 80 e 200ms respectivamente.



**Figura A.13** – Seqüência de vídeo codificado MPEG-4 do filme *Star Wars IV* na escala de tempo de 40ms. (a) Seqüência de vídeo codificado. (b) Histograma da seqüência de vídeo codificado.

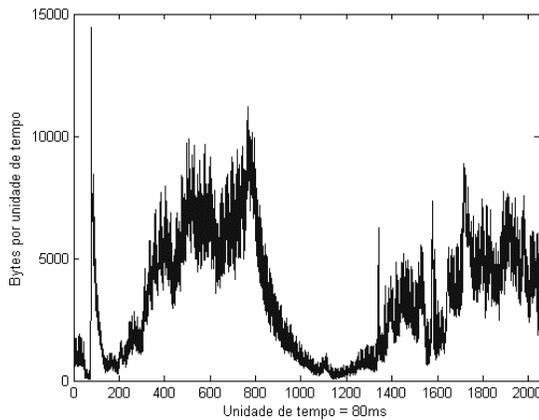


(a)

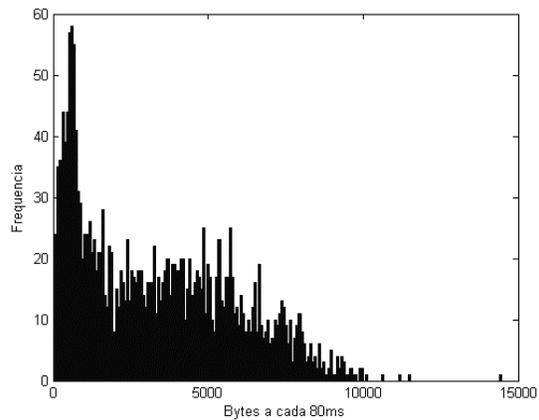


(b)

**Figura A.14** – Síntese da seqüência de vídeo codificado MPEG-4 do filme *Star Wars IV* na escala de tempo de 40ms. (a) Síntese da seqüência de vídeo codificado. (b) Histograma da síntese da seqüência de vídeo codificado.

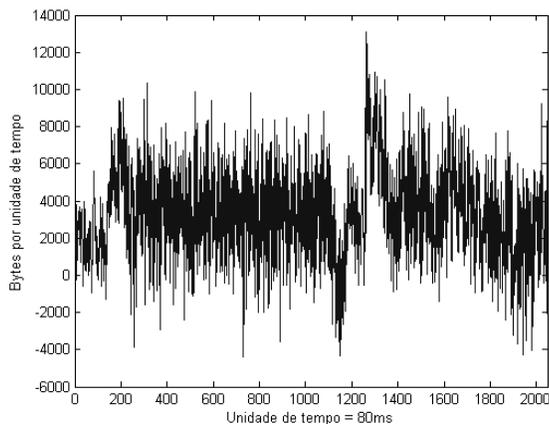


(a)

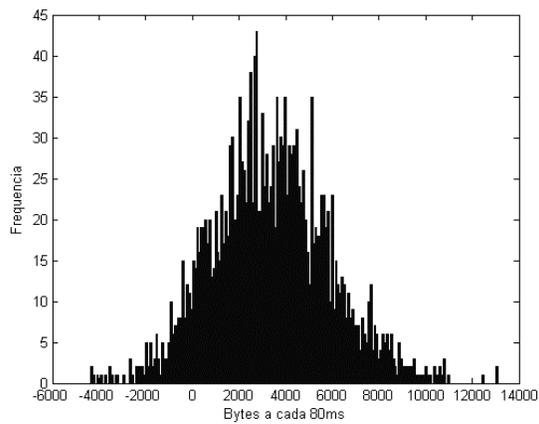


(b)

**Figura A.15** – Seqüência de vídeo codificado MPEG-4 do filme *Star Wars IV* na escala de tempo de 80ms. (a) Seqüência de vídeo codificado. (b) Histograma da seqüência de vídeo codificado.

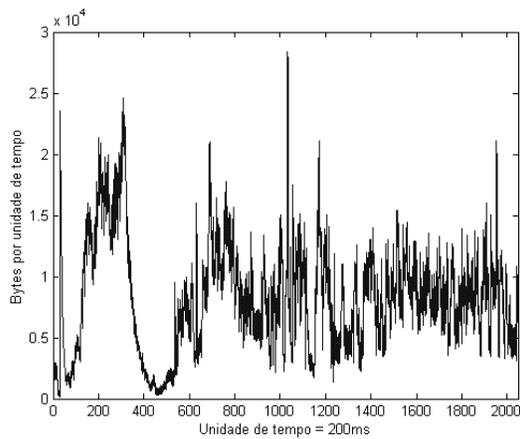


(a)

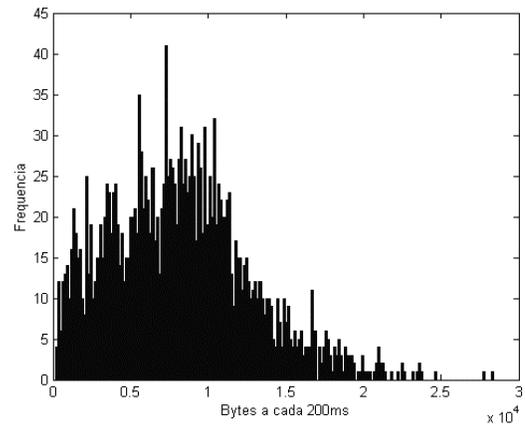


(b)

**Figura A.16** – Síntese da seqüência de vídeo codificado MPEG-4 do filme *Star Wars IV* na escala de tempo de 80ms. (a) Síntese da seqüência de vídeo codificado. (b) Histograma da síntese da seqüência de vídeo codificado.

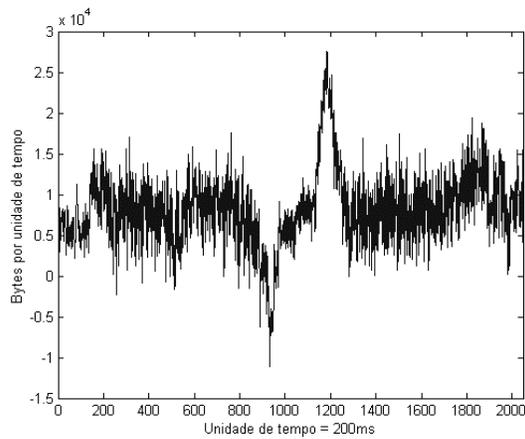


(a)

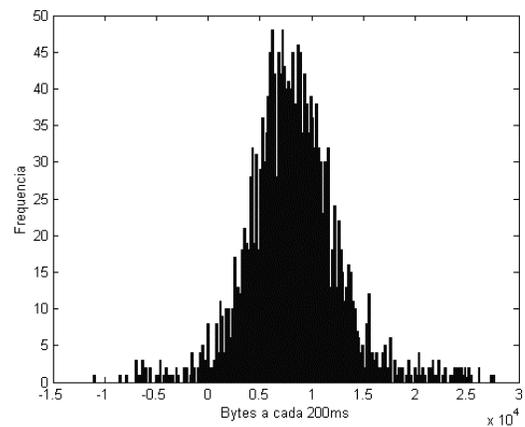


(b)

**Figura A.17** – Seqüência de vídeo codificado MPEG-4 do filme *Star Wars IV* na escala de tempo de 200ms. (a) Seqüência de vídeo codificado. (b) Histograma da seqüência de vídeo codificado.



(a)



(b)

**Figura A.18** – Síntese da seqüência de vídeo codificado MPEG-4 do filme *Star Wars IV* na escala de tempo de 200ms. (a) Síntese da seqüência de vídeo codificado. (b) Histograma da síntese da seqüência de vídeo codificado.