

CÁLCULO DE CAMPO EM ALTA TENSÃO COM  
DOIS MEIOS DIELÉTRICOS PELO MÉTODO NUMÉRICO  
DE SIMULAÇÃO DE CARGAS

JOSÉ PISSOLATO FILHO

Orientador: IOSHIAKI DOI

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia de Campinas, da Universidade Estadual de Campinas, UNICAMP, como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de MESTRE EM CIÊNCIAS.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA DE CAMPINAS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

UNICAMP  
BIBLIOTECA CENTRAL

Aos meus pais,  
ã Nice e  
ã memória do meu tio.

## AGRADECIMENTOS

Meus sinceros agradecimentos às pessoas que direta ou indiretamente me ajudaram na elaboração deste trabalho, e em especial ao IOSHIAKI DOI pelo incentivo e dedicada orientação: à FRANCISCA, pelas discussões nas fases deste trabalho; aos colegas da FEC, ROSSI, ÂNGELO, ROBERTO, MATSUOKA, GLÓRIA, ZANIN, SÉRGIO e ÁLVARO, pela convivência diária; ao PETER pela amizade e à M.JÚLIA pelo trabalho datilográfico.

---

Este trabalho de pesquisa contou com o suporte financeiro do Convênio Nacional de Desenvolvimento - CNPq - e da Financiadora de Estudos e Projetos - FINEP.

## ÍNDICE

RESUMO

|  |    |
|--|----|
| CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO .....  | 1  |
| CAPÍTULO II - CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES SOBRE CAMPO ELÉTRICO E GEOMETRIA DO SISTEMA DE ELETRODO ..... | 6  |
| II.1 - CAMPO HOMOGÊNEO .....   | 7  |
| II.2 - CAMPO NÃO HOMOGÊNEO .....   | 8  |
| II.2.1 - Associações Cilíndricas .....   | 8  |
| II.2.2 - Associações Esféricas .....   | 9  |
| CAPÍTULO III - EXPOSIÇÃO DOS PROBLEMAS E MÉTODOS DE CÁLCULO CONHECIDOS .....                           | 12 |
| III.1 - ASPECTO FÍSICO-MATEMÁTICO .....  | 13 |
| III.2 - ESCOLHA DE UM MÉTODO DE CÁLCULO APROPRIADO .....   | 14 |
| CAPÍTULO IV - APLICAÇÃO DO MÉTODO DE SIMULAÇÃO DE CARGAS EM SISTEMAS COM DOIS MEIOS DIELÉTRICOS .....  | 18 |
| IV.1 - CONSIDERAÇÕES GERAIS .....  | 19 |
| IV.2 - DESENVOLVIMENTO DO SISTEMA DE CÁLCULO .....   | 29 |
| CAPÍTULO V - ASPECTOS COMPUTACIONAIS .....   | 40 |
| V.1 - CÁLCULO DE ERRO .....  | 41 |
| CAPÍTULO VI - RESULTADOS DISCUSSÕES .....  | 44 |
| VI.1 - DO CÁLCULO COMPUTACIONAL .....  | 45 |
| VI.1.1 - Variações do Potencial e do Campo Elétrico .....  | 45 |
| VI.1.2 - Influência de $V_e$ .....   | 47 |
| VI.1.3 - Influência de $d'$ ( $d/r_E$ ) .....  | 48 |

.../.

|  |    |
|--|----|
| VI.1.4 - Influência da forma geométrica do dielétrico .....                                    | 49 |
| VI.1.5 - Influência de $r_E$ .....   | 49 |
| VI.1.6 - Influência do Raio ( $R_{DC}$ ) e da altura ( $Z_{DC}$ ) do material dielétrico ..... | 50 |
| VI.2 - DA VERIFICAÇÃO EXPERIMENTAL .....   | 51 |
| VI.2.1 - Aparelhagem de laboratório ..   | 51 |
| VI.2.2 - Determinação da tensão inicial  | 51 |
| VI.2.3 - Experiência com associação série ar-dielétrico sólido ....                            | 52 |
| VI.2.4 - Resultados da experiência ...   | 52 |
| CAPÍTULO VII - CONCLUSÃO .....   | 70 |
| APÊNDICE I .....   | 73 |
| APÊNDICE II .....  | 75 |
| REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....   | 85 |

## RESUMO

Neste trabalho é feito um estudo do fator de aproveitamento de uma configuração esfera-placa, utilizando-se como meio de isolamento ar-sólido. O campo elétrico é determinado numéricamente pelo método de simulação de cargas. É realizada também uma verificação experimental do mesmo a partir da medição da tensão de início de corona.

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

Na Tecnologia de Alta Tensão, a tensão disruptiva representa uma das formas de caracterização do meio de isolamento adotado. Este meio pode ser constituído por uma ou várias camadas dielétricas, dependendo do nível de isolamento desejado. Na prática, porém, dificilmente encontramos equipamentos elétricos de alta tensão constituídos somente por um único meio de isolação são utilizadas associações do tipo ar-sólido ou líquido - sôlido. Este fato faz com que, em Alta Tensão, as pesquisas dielétricas de associações compostas por vários tipos de meios dielétricos tenham um particular interesse. A razão para isso é que, embora a princípio, o nível de isolamento do todo o sistema possa aparentar estar comprometido pelo meio de menor rigidez dielétrica, na prática o comportamento dessas associações é muito mais complexo. Este fato torna-se muito mais acentuado quanto maior for a tensão do nível de isolamento desejado.

Quando o meio de isolamento é constituído por materiais dielétricos diferentes, portanto de constantes dielétricas diferentes, o seu nível de isolamento é prejudicado pela ocorrência de Descargas Parciais. Estas Descargas Parciais são provocadas pelas diferentes formas de atuação do Campo Elétrico sobre o material dielétrico, seja na superfície do material, no dielétrico pela presença de cavidades nos seus interstícios ou nas camadas limítrofes entre os dois meios. Um dos processos atuantes na formação de Descargas Parciais é o acúmulo de cargas que ocorre na superfície do material. Este fenômeno leva à concentração das linhas de força do Campo Elétrico em determinados locais, produzindo portanto pontos eletricamente fracos, o que leva à formação de Descargas Parciais. Como consequência, estas descargas superficiais que podem ser simplesmente audíveis ou visíveis em forma de corona de pouca intensidade, levam à disruptura de todo o sistema dielétrico, reduzindo assim o nível do seu isolamento.

Um dos critérios adotados para o dimensionamento da isolação necessária de um equipamento elétrico de Alta Tensão, assim como para a verificação da sua qualidade, é o conhecimento ou medida do nível de tensão em que surgem os primeiros sinais de descarga elétrica, denominados de corona visual.

O parâmetro que permite este tipo de avaliação é o fator de aproveitamento ou utilização de Campo introduzido em Alta Tensão por SCHWAIGER<sup>[1]</sup>. Este fator  $\eta$ , de uma associação ou configuração de eletrodos é definido como relação entre o campo homogêneo (placas paralelas) e o campo elétrico máximo, ou seja, do Campo Elétrico do ponto de menor curvatura do sistema de eletrodos utilizado, na mesma distância e tensão aplicada (equação 1).

$$U_d = E_m \cdot a \cdot \eta \quad (1)$$

onde:  $U_d$  → tensão aplicada

$E_m$  → campo elétrico máximo

$a$  → distância entre os eletrodos

$\eta$  → fator de aproveitamento

O fator de aproveitamento (equação 1) é um meio simples e eficaz de reconhecimento da rigidez dielétrica, calculado em função da configuração geométrica do sistema de eletrodos adotado. Em vista disso, permite uma comparação dos diversos sistemas de eletrodos, face às suas exigências elétricas.

O fator de aproveitamento de um sistema de eletrodos pode ser determinado teoricamente, a partir do cálculo de campo elétrico, ou experimentalmente, pela medição da tensão de início de corona, ou diretamente do seu campo elétrico. Experimentalmente, a tensão de início de corona é determinada através das medidas de rádio ruído, descargas parciais, ou ainda por meio da detecção de corona visual. Em relação ao cálculo de campo elétrico, este pode ser realizado por meio de diversos processos numéricos conhecidos, como método das diferenças finitas, elementos finitos, método dos momentos, simulação de cargas, etc.

Este trabalho é um estudo do fator de aproveitamento de uma configuração esfera-placa, utilizando-se como meio de isolação a associação ar-sólido. A escolha da configuração esférica consiste no fato de encontrarmos, na prática, inúmeras aplicações em equipamentos elétricos de Alta Tensão, além de se

rem restritas as pesquisas de Campo Elétrico com simetria rotacional, especialmente com mais de um meio dielétrico. Para cálculo do Campo Elétrico, foi utilizado o método de simulação de cargas, dando prosseguimento aos estudos deste método pelo Grupo de Alta Tensão da UNICAMP<sup>[2]</sup>. Assim, este trabalho, além das finalidades acima expostas, teve também como propósito verificar a flexibilidade do método de simulação de cargas no cálculo de Campo Elétrico com simetria rotacional e com duas camadas dielétricas.

O programa computacional implementado permite determinar o fator de aproveitamento de um sistema de eletrodos com qualquer relação de constantes dielétricas, tendo como parâmetro a distância entre os eletrodos.

A parte experimental foi realizada com a aplicação de tensão alternada em 60 Hz, utilizando-se duas amostras de materiais de constantes dielétricas diferentes: PVC e cerâmica, variando as suas espessuras e formas geométricas no ponto mais próximo do eletrodo energizado.

No Capítulo II deste trabalho é dada uma visão geral sobre relação de campo e geometria do sistema de eletrodos, tanto no campo homogêneo como no campo não homogêneo.

No Capítulo III são dadas algumas considerações físico-matemáticas, os requisitos básicos para a resolução numérica do campo elétrico, e as idéias básicas de alguns métodos numéricos usuais.

No Capítulo IV é desenvolvido o método de simulação de cargas implementado a dois meios dielétricos, tendo como parte básica a formulação da matriz de coeficientes de potencial e a determinação do sistema de equações.

No Capítulo V são mostrados alguns aspectos do programa computacional, das suas variáveis e sub-rotinas utilizadas e no Apêndice II são apresentados os detalhes dos mesmos.

No Capítulo VI são mostrados os resultados obtidos por cálculo e experimentalmente, sendo seus resultados discutidos e analisados.

Finalmente, no Capítulo VII, é dada a conclusão sobre os resultados obtidos para fator de aproveitamento, assim como do método numérico utilizado.

CAPÍTULO II

CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES SOBRE CAMPO ELÉTRICO  
E GEOMETRIA DO SISTEMA DE ELETRODO

Sobre a relação entre força de campo inicial e geometria do eletrodo existem inúmeros trabalhos [3, 4] desenvolvidos, sendo que a maioria deles preocupa-se somente com associações de eletrodos cujo campo eletrostático é calculável por meio analítico simples. As interferências de campo por meio de corpos nas imediações e a montagem dos circuitos não apresentavam muita importância, assim como: associações de cilindros circulares, associações de esferas com pequenas distâncias, etc.

Considerando a extensão do assunto, neste trabalho é dado somente uma visão geral sobre as dependências do esforço de campo inicial, da forma dos eletrodos e da geometria da associação.

## II.1 - CAMPO HOMOGENEO

A força de campo inicial no campo homogêneo, placas paralelas, é de interesse especial para este trabalho, uma vez que as concepções usadas posteriormente para o cálculo da força de campo inicial baseiam-se numa comparação do campo homogêneo. Assim, a única grandeza geométrica envolvida é a distância entre as placas. As medidas experimentais realizadas [4,5] com as distâncias  $a=0,05\text{cm}$  e  $a=20\text{cm}$  mostram que na associação de placas com campo homogêneo, a dependência entre a força de campo inicial e distância pode ser dada pela equação:

$$E_{0H_i} = \alpha_H \delta + \beta_H \sqrt{\delta/a} \quad (2)$$

onde  $\alpha_H$  e  $\beta_H$  são constantes.

$\delta$  - densidade relativa do ar a 760 mmHg e 20°C

É evidente que para essa experiência, o sistema de eletrodo utilizado, deve ter bordas tais que permitam as descargas ocorrerem no espaço do campo homogêneo.

Segundo as experiências de LAU [6], as constantes  $\alpha_H$  e  $\beta_H$  da equação 2 assumem os valores:

$$E_{0_{H_i}} = 24,4 \delta + 6,53 \sqrt{\delta/a} \quad (3)$$

onde  $E_{0_{H_i}}$  - força de campo inicial dado em [KV/cm]  
 $a$  - distância entre os eletrodos [cm]  
 $\delta$  - densidade relativa do ar, sem dimensão

Posteriormente, SCHRODER<sup>[6]</sup> estabeleceu que para esta equação quando a distância entre os eletrodos for  $2\text{cm} < a < 9\text{cm}$  em condições normais ( $\delta=1$ ), resulta

$$E_{0_{H_i}} = 24,36 + 6,72/\sqrt{a} \quad (4)$$

Observou-se também que o valor da força de campo inicial obtida por meio desta equação apresentava uma variação de apenas 0,15% do valor medido.

## II.2 - CAMPO NÃO HOMOGÊNIO

### II.2.1 - Associações Cilíndricas

Existem diversos trabalhos sobre associação de dois cilindros coaxiais<sup>[5, 7]</sup> com interesse técnico e físico, cujo campo eletrostático é facilmente calculável por meio analítico simples. Os resultados das pesquisas com essa associação mostram que a força de campo inicial é independente do raio do cilindro externo. Desta forma, a grandeza geométrica que apresenta maior influência é o raio do cilindro externo. A expressão aproximada adotada pela maioria dos autores<sup>[5]</sup> é:

$$E_{0_{NH}} = \alpha_z \cdot \delta + \beta_z \sqrt{\delta T \rho} \quad (5)$$

onde  $\alpha_z$  e  $\beta_z$  - constantes

$\rho$  - raio do cilindro interno

$\delta$  - densidade relativa do ar

Mesmo numa associação excêntrica do cilindro interno, o raio do cilindro externo não tem influência sobre a força de campo inicial se a distância entre eles não for muito pequena.

### II.2.2 - Associações Esféricas

Para a solução do campo eletrostático de duas esferas com diâmetros iguais, colocadas uma na frente da outra, existem vários trabalhos com soluções numéricas. Neste tipo de associação, um dos eletrodos pode estar aterrado<sup>[5, 8]</sup>. Na prática, interessam dois casos: um, quando as tensões de cada esfera são iguais, porém de sinais contrários, e outro quando uma das esferas é aterrada. No primeiro, há um campo simétrico entre as esferas e as forças de campo têm importâncias iguais em ambas as superfícies da esfera. No segundo, o campo é assimétrico, com esforço de campo máximo na superfície da esfera na qual a tensão é aplicada.

Segundo HEYDWEILLER<sup>[6]</sup>, quando uma das esferas é aterrada, a relação entre força de campo inicial e o raio da esfera  $\rho$ , pode ser dada por:

$$E_e = \alpha_K + \frac{\beta_K}{\sqrt{\rho}} \quad (6)$$

onde  $\alpha_K$  e  $\beta_K$  são constantes

Baseando-se nos trabalhos de HEYDWEILLER, TOPLER<sup>[8, 9]</sup> faz referência às configurações de esferas com uma delas aterrada, partindo da tensão inicial  $U_a$  de uma esfera livre no espaço, a qual é alcançada assintoticamente quando as duas esferas ficam afastadas cada vez mais uma da outra. Neste caso, a tensão inicial  $U_a$  fica dependente da distância  $a$  e o valor limite  $U_a$  pode ser escrito por meio de uma função que só depende da relação da

distância  $a$  e raio  $\rho$  da esfera

$$U_a = U_{a\infty} \cdot f(a/\rho) \quad (7)$$

Para a tensão inicial, ou seja, força de campo inicial da esfera livre no espaço, TOPLER obteve empiricamente a expressão:

$$U_{a\infty} = E_{a\infty} \cdot \rho = 0,6 \left( 96 + \frac{64}{\sqrt{2\rho}} \right) \rho \quad (8)$$

(nas condições de  $P=745$  TORR,  $T=18^\circ\text{C}$ ,  $\rho$  em cm e  $U_{a\infty}$  em KV)

A equação 7 pode ser escrita na forma:

$$U_a = E_{a\infty} \cdot a\psi'(a/\rho) \quad (7a)$$

com  $\psi'(a/\rho) = \rho/a \cdot \psi(a/\rho)$

Assim, de acordo com TOEPLER, expressão 7a, a tensão inicial é igual ao produto de uma força de campo inicial, dependente apenas de  $\rho$ , da distância e uma grandeza  $\psi'$  função de  $a/\rho$ . Estudos posteriores têm mostrado que a expressão 8 não é válida para casos gerais, uma vez que é afetada pela distribuição do campo.

As associações esféricas foram também estudadas experimentalmente por PEEK, que obteve uma expressão empírica semelhante à de Töpler, dada por:

$$E_a = 27,2\delta \left( 1 + \frac{0,54}{\sqrt{\delta \cdot \rho}} \right) \quad (9)$$

onde  $E_a$  - força de campo inicial [KV/cm]

$\rho$  - raio da esfera [cm]

$\delta$  - densidade relativa do ar (nas condições de 760 TORR e  $25^\circ\text{C}$ )

A expressão acima é válida para distância entre as esferas de  $0,54\sqrt{\delta} < a < 2\rho$ , tanto para associação simétrica como também para associação aterrada num polo.

Os estudos efetuados por RYAN, associação esfera - esfera, mostram que a força de campo inicial é dependente do raio da esfera, isto é,  $E_a$  é maior quanto menor for o raio da esfera<sup>[10]</sup>.

A expressão de PEEK fica reduzida a

$$E_a = 24(1+1/\sqrt{\rho}) \quad (10)$$

onde  $E_a$  é dado em KV/cm e  $\rho$  em cm, com uma distância de validade entre  $0,5 < \rho < 12,5$ .

Portanto, a força de campo inicial é praticamente independente da distância, sendo só dependente do raio da esfera.

CAPÍTULO III

EXPOSIÇÃO DOS PROBLEMAS E  
MÉTODOS DE CÁLCULO CONHECIDOS

### III.1 - ASPECTO FÍSICO-MATEMÁTICO

Mesmo com o crescimento da importância do uso de materiais sintéticos e de gases eletronegativos para fins de isolamento, o ar atmosférico é ainda o mais importante meio de isolamento na técnica da alta tensão. As propriedades de isolamento desse meio são, por isso, objeto de inúmeras pesquisas físicas e técnicas. Isto tem permitido esclarecer os processos físicos fundamentais e os mecanismos que levam à ocorrência de descargas elétricas no ar, do ponto de vista qualitativo. Apesar deste fato, os processos físicos envolvidos serem bastante complexos, os mecanismos que levam à ruptura ainda não são muito claros, dificultando o dimensionamento do isolamento. Esta dificuldade tem-se observado particularmente em gaps longos, assim como para tensões do tipo manobra.

Como foi visto no capítulo anterior, até o surgimento dos métodos numéricos, os estudos das características dielétricas eram feitos em bases empíricas. Estes resultados permitiam entretanto, na época, um dimensionamento razoável do isolamento.

Uma determinação confiável de uma associação na técnica de alta tensão tem que resultar em um cálculo exato, tomando por base o campo elétrico existente. Outros métodos, como a pesquisa do comportamento da descarga ou o uso de papel condutor, seriam dispendiosos demais para a determinação dos valores necessários aos projetos de isolamento elétrico de alta tensão:

Todos os métodos de cálculo do campo eletrostático encontram uma solução na equação de POISSON:

$$\text{div}(\epsilon \text{ grad } \phi) = -\rho \quad (11)$$

sendo  $\epsilon$  - permissividade

$\phi$  - potencial

$\rho$  - densidade de cargas

Nos meios lineares e homogêneos, a equação assume a forma mais simples:

$$\nabla^2 \phi = \frac{-\rho}{\epsilon}$$

ou

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (12)$$

que é a equação de LAPLACE com simetria de rotação.

Normalmente, em cálculo de campo, pode-se partir da a ceitação de carga espacial livre no espaço até que não haja m mudança no campo por causa de descargas anteriores. Com respeito à carga espacial, ela é praticamente possível na maioria dos sis temas de cálculo, mas exigiria um conhecimento exato da distri buição das cargas.

### III.2 - ESCOLHA DE UM MÉTODO DE CÁLCULO APROPRIADO

Os métodos de cálculo devem ser pesquisados cri teriosamente, tanto sob o aspecto sistemático como para o cálculo de as sociações práticas.

Os requisitos básicos são:

a) uso geral

O método deve, por princípio, ser aplicável para as sociações translatórias, associação de rotação simétrica espacial, e também para associações assimétrica espaciais, para um e mais dielétricos, devendo ter também a possibilidade para os casos i solados  $\epsilon \rightarrow \infty$  e  $\epsilon \rightarrow 0$ .

b) confiabilidade e exatidão

O método deve fornecer os resultados das associações com boa confiabilidade e precisão, permitindo um controle da exa tidão pré-estabelecida.

c) facilidade de aplicação

A idéia básica deve ser facilmente aplicável a proble

mas complexos e deve possibilitar o uso do sistema, mesmo por pesquisadores inexperientes, levando a resultados positivos.

d) tempo de cálculo

O método deve, quando empregado em computadores digitais, exigir pouco tempo na programação e cálculo. Além disso, deve ser possível usar o sistema também em computadores menores.

Em princípio, seriam desejáveis soluções numéricas de qualquer tipo, enquanto que o número de métodos com soluções adequadas é pequeno para problemas assimétricos-espaciais e com rotação simétrica, especialmente esfera-plano e esfera-esfera. Com dois dielétricos, as resoluções existentes se limitam, com uma única exceção, nas associações nas quais a superfície dielétrica tem o caráter de uma superfície com potencial constante, ou seja, não consideram a força de campo tangencial, portanto não considerando com isso, a quebra ocorrida nas linhas de campo. O único exemplo que justifica tal fato é o do dielétrico com forma esférica, o qual pode ser colocado como sendo um caso geral para a solução da associação com dois dielétricos.

Um método numérico bem conhecido é o das diferenças finitas. Seu princípio consiste na substituição da equação diferencial de POISSON ou LAPLACE, por uma equação da diferença. Nisto sobrepõe-se uma rede de malhas no espaço do campo e entre o potencial discreto (pontos de nós).

Este tipo de discreção, com a determinação de contornos de eletrodo e superfícies limitantes dielétricas, torna o método menos apropriado para contornos curvos e força o desenvolvimento e aplicação de expressões complicadas e um cuidado especial na aplicação em superfícies limitantes curvas. A facilidade e entendimento básico desse método são contrapostos pela aplicação prática. Além disso o cálculo primário fornece apenas o potencial, sendo que os esforços de campo são determinados com a ajuda da diferenciação numérica.

Outro método conhecido é o método de elementos finitos,

que parte de uma minimização da energia dentro dos elementos de volume. Análogo ao método das diferenças finitas, fica implícita uma dependência linear do potencial das coordenadas no contexto geral.

Este método mostra, com exceção de uma adaptação melhor em contornos curvos, proveniente do cálculo de problemas mecânicos, características similares às do método das diferenças finitas. Explicações e detalhes desses métodos clássicos podem ser encontrados, por exemplo, em HARRINGTON e ZIENKIEWICZ, entre outros [2,6,12,13].

Para se obter um método apropriado, de uso geral para a técnica de alta tensão, Steinbigler introduziu a concepção do método da superposição de cargas fictícias, denominado "método de simulação de cargas". As cargas são espalhadas na superfície do eletrodo por meio de um número finito de pontos de carga, ou seja, cargas discretas dentro do eletrodo. Dessa forma, o efeito da carga de superfície só é substituído na superfície do eletrodo e no espaço de campo fora do eletrodo. No espaço interno ao eletrodo os pontos de carga formariam polos, enquanto que na realidade, este espaço é desprovido de campo.

A idéia básica na superposição de cargas fictícias é a seguinte: não se deve calcular uma quantidade grande demais de pontos de carga por meio das cargas imagens, mas sim, uma quantidade limitada de pontos de carga através da equação básica. A uma quantidade finita de cargas  $N_e$  dentro do eletrodo é fornecida uma quantidade igual de pontos de contorno  $N_e$  na superfície do eletrodo. Nos pontos de contorno o potencial é igual ao potencial do eletrodo, no caso sem dimensão e igual a 1. Como cada uma das cargas desconhecidas fornece, em cada ponto de contorno, um acréscimo ao potencial, isto leva à formação de um sistema com  $N_e$  equações lineares e  $N_e$  incógnitas. A solução do sistema de equações fornece os valores das incógnitas, ou seja, a grandeza das cargas.

Na formulação matemática resulta:

$$A \cdot X = b$$

(13)

onde  $A$  é a matriz dos coeficientes de potencial, que fornecem o potencial da superposição das cargas em um ponto de contorno. Da sua multiplicação com o vetor de carga  $X$  resulta o vetor potencial  $b$ . Após o cálculo do vetor de cargas, por meio da resolução do sistema de equações, deve ser testado se o contorno do eletrodo possui potencial  $\phi=1$  (dado), entre os pontos de contorno. Em pontos denominados pontos de controle ou pontos de teste, situados entre os pontos de contorno do eletrodo, calcula-se o valor do potencial usando os valores das cargas calculadas previamente. O desvio desse potencial do valor 1 é uma relação da exatidão alcançada. Não atingida a tolerância pré-fixada, novos valores de potenciais são determinados, fornecendo novos pontos de controle.

As vantagens do método de simulação de cargas consistem na fácil aplicabilidade a qualquer tipo de configuração de eletrodo. Não há limitações quanto a contornos retos ou para as associações de contornos fechados como ocorre no sistema das diferenças. Além disso, os esforços de campo podem ser calculados diretamente, através da soma das partes da força de campo de suas diversas cargas discretas, evitando assim a diferenciação numérica do potencial. Ainda, numa comparação de tempo de cálculo entre o método de simulação de cargas e método das diferenças finitas<sup>[11]</sup> verificou-se uma redução de fator 4.

CAPÍTULO IV

APLICAÇÃO DO MÉTODO DE SIMULAÇÃO DE CARGAS EM  
SISTEMAS COM DOIS MEIOS DIELÉTRICOS

#### IV.1 - CONSIDERAÇÕES GERAIS

O desenvolvimento do método de simulação de carga tem como base o arranjo de cargas conforme Steinbliger<sup>[6]</sup> com uma camada dielétrica, posteriormente estendida por Weiss no cálculo de sistemas com dois dielétricos.

Na Fig. 1 é mostrado o arranjo de cargas para um único dielétrico e com base no exemplo de associação simples de um eletrodo esférico com a alimentação (fornecimento) de um bastão em relação a uma placa aterrada.

Para fins de visualização, usa-se uma carga em ponto, duas cargas em anel e duas cargas em linha para a simulação do contorno do eletrodo (Fig. 1). Ressalta-se que a infinita carga superficial distribuída na superfície do eletrodo fica substituída por um número infinito de cargas discretas dentro do eletrodo. A influência da placa aterrada fica substituída por uma reflexão que cada carga em ponto, anel ou linha recebe com uma carga igual e do mesmo tipo, mas com sinal contrário. A influência da placa aterrada é substituída no cálculo por seu efeito no desenvolvimento do campo, por um eletrodo equivalente com polaridade contrária, que surge por meio da imagem desta placa.

O arranjo, conforme a Fig. 2, com um dielétrico em forma de meia-esfera, colocado entre o eletrodo e a placa aterrada; é chamado de associação série, definido por Weiss<sup>[14]</sup>.

Do dielétrico II com uma constante dielétrica  $\epsilon_{rII}$  e do dielétrico I com  $\epsilon_{rI}$ , resulta a relação:

$$V_{\epsilon} = \frac{\epsilon_{rII}}{\epsilon_{rI}} \quad (14)$$

A introdução de  $V_{\epsilon}$  resulta no efeito de uma superfície limitante dielétrica, que na aplicação do sistema de cargas é possível de se obter por meio de cálculo.

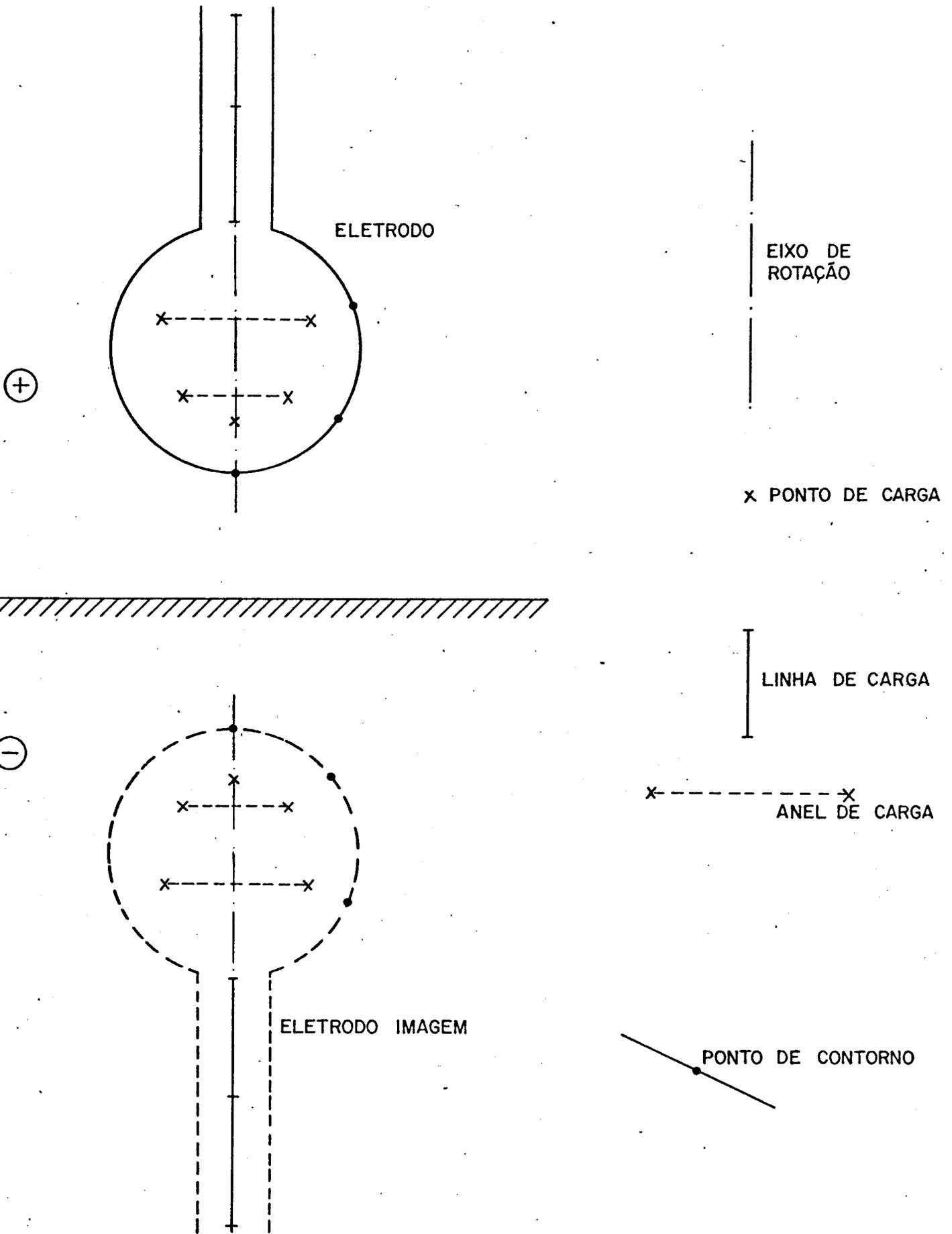


Fig. 1

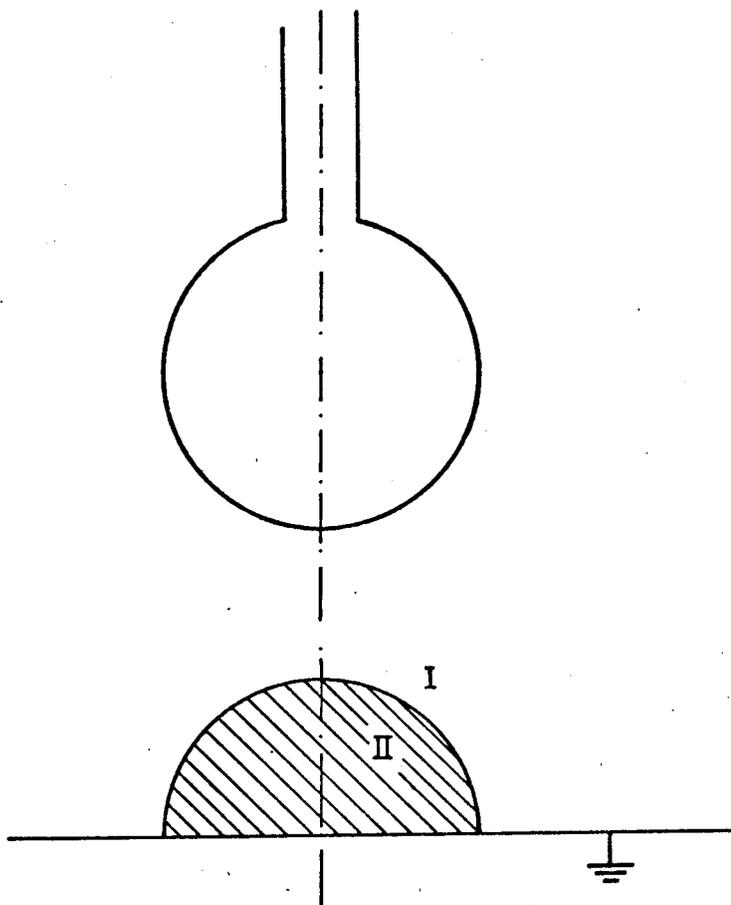


Fig. 2

Quando na equação 14,  $V_e > 1$ , significando  $\epsilon_{rII} > \epsilon_{rI}$ , a superfície limitante dielétrica tem certos efeitos no campo, conforme Fig. 2, com relação à associação de eletrodos sem superfície limitante ( $\epsilon_{rII} = \epsilon_{rI}$ ). No meio I a grandeza do campo é aumentada, enquanto no meio II é reduzida. Supondo-se a polaridade no eletrodo como positiva, o efeito da superfície limitante sobre o sistema em relação à grandeza do campo é o mesmo que o de uma superfície de carga com polaridade negativa, que também aumenta a grandeza do campo no meio I e diminui no meio II.

Este comportamento do campo eletrostático pode ser escrito como:

$$D = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot E \quad (15)$$

O efeito da superfície limitante em relação à grandeza de campo, assim como a variação brusca de  $\epsilon_r$ , também pode resultar de uma variação brusca dielétrica D, em função de uma carga de superfície. Do ponto de vista físico, a polarização de um meio com  $\epsilon_r > 1$  está fundamentado no direcionamento dos dipolos, cujo efeito se mostra no interior do meio, mas que aparece na superfície limitante como carga de superfície. Para o cálculo, pode-se usar uma carga de superfície fictícia para simular o efeito da superfície limitante dielétrica.

Portanto, o procedimento é idêntico ao realizado na simulação calculada no eletrodo. A diferença essencial consiste somente na substituição da carga de superfície por uma carga discreta, enquanto que na superfície dielétrica substitui-se uma carga de superfície fictícia por uma discreta. Disso resulta uma enorme diferença no sistema. Num eletrodo, a superfície do eletrodo em si e o espaço ao redor ficam substituídos por cargas discretas que estão colocadas em ordem dentro do eletrodo. O cálculo do campo dentro do eletrodo não é possível com isto e também não é desejado, uma vez que no espaço dentro do contorno do eletrodo o campo é nulo. Assim, em referência à carga de superfície de um eletrodo, ela pode ser substituída por uma carga discreta somente de um lado. Em contrapartida, no contorno do dielétrico a carga de superfície fictícia deve ser simulada em ambos os lados. O problema consiste agora numa associação, com efeito, das cargas discretas, que substituem a carga de superfície fictícia no contorno do dielétrico.

Uma associação discreta das cargas de superfície limitante no contorno do dielétrico (Fig. 3.a) possibilitaria o cálculo do campo eletrostático. O cálculo é especialmente interessante sob o aspecto das distâncias eletrodo-dielétrico, da intensidade do campo e da atenuação da descarga no limite do dielétrico. Enquanto isto não é possível, uma vez que no contorno do dielétrico as cargas formam polos.

Uma associação das cargas discretas do limite do dielétrico no Meio II (Fig. 3.b), possibilitaria um cálculo do campo

no Meio I e no limite do dielétrico, não sendo possível no Meio II, uma vez que lá as cargas formam polos. Finalmente, uma associação das cargas discretas do limite do dielétrico no Meio I (Fig. 3.c) permitiria um cálculo do campo só no Meio II, mas não no Meio I, pois lá as cargas formam polos. Além disso, as três possibilidades citadas não permitiriam a uma equação matemática, que levaria ao cálculo da grandeza da carga discreta. São associadas cargas discretas em cada lado dessa superfície de cargas, as quais valem respectivamente para a superfície e para o outro lado. Isto significa para o limite do dielétrico que, como na Fig. 3.b, são associadas cargas discretas no Meio II, que valem para o Meio I e também, como na Fig. 3.c, cargas discretas no Meio I, que valem para o Meio II. Com isso, é possível calcular o espaço do campo completo, ou seja, Meio I e Meio II, assim como na superfície limitante.

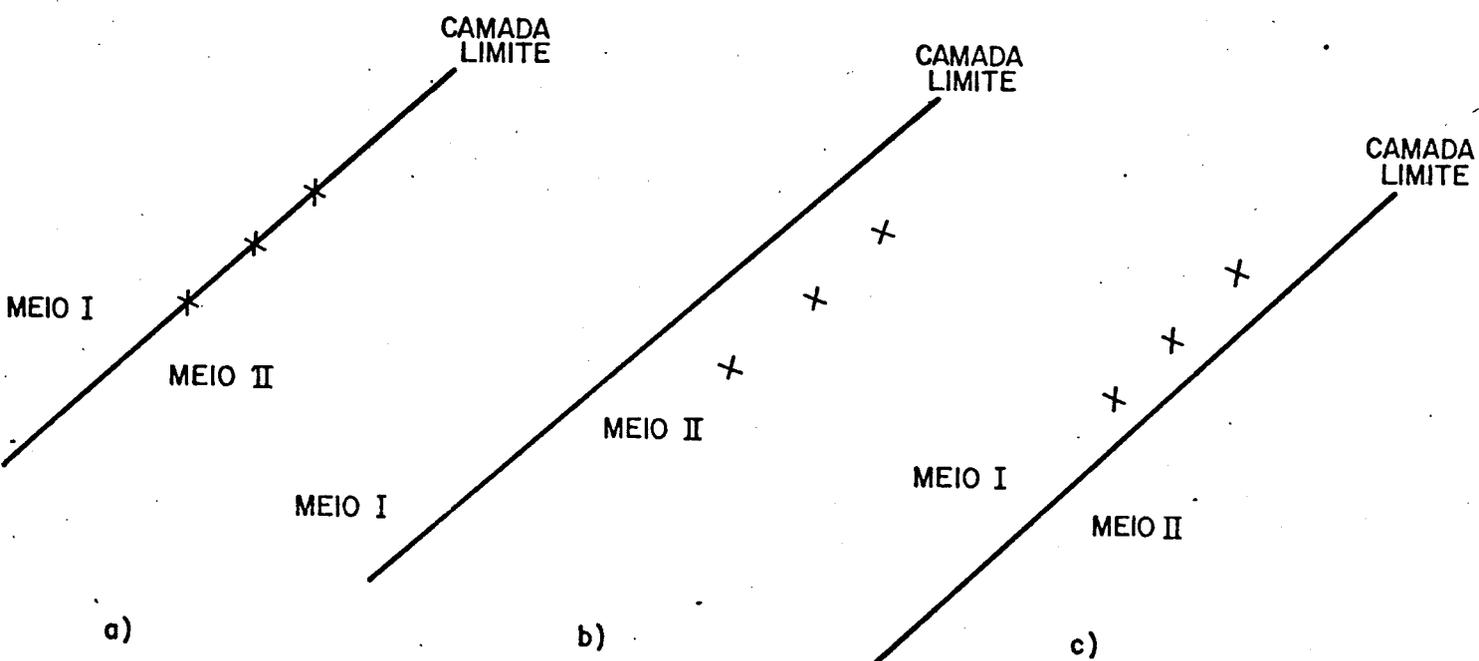


Fig. 3

Já que a superfície limitante, é calculada como parte do Meio I e do Meio II, só podem ser estabelecidas equações matemáticas que permitem uma definição da grandeza das cargas da superfície limitante. Deve-se fixar que, primeiramente, as cargas discretas aqui mencionadas valem para ambos os meios e para a superfície dielétrica. Resumindo, a carga de superfície no eletrodo fica substituída por cargas discretas dentro do eletrodo. Uma superfície dielétrica que se encontra no espaço do campo tem o efeito de uma carga de superfície. Esta fica substituída por cargas discretas para ambos os lados da superfície dielétrica, que respectivamente, valem para ambos os lados da superfície dielétrica em si, e para o outro lado.

O próximo problema consiste na formulação das equações matemáticas que permitam, com a ajuda das condições do campo eletrostático em uma superfície limitante, calcular a grandeza das cargas discretas. Três condições [1,11,14] são conhecidas em relação às intensidades de campo e potencial na superfície dielétrica:

#### 1. Continuidade do potencial:

O potencial tem que ser constante quando da passagem da superfície limitante dielétrica, por isso, seu valor não deve se alterar subitamente quando da mudança do Meio I para o Meio II, e deve ser em cada ponto da superfície dielétrica:

$$\phi_I = \phi_{II} \quad (16)$$

sendo  $\phi_I$  - potencial no Meio I

e  $\phi_{II}$  - potencial no Meio II

#### 2. Intensidade de campo tangencial constante:

As intensidades das componentes tangenciais do vetor campo na superfície limitante dielétrica não devem mudar bruscamente quando da passagem do Meio I para o Meio II e tem que ser em cada ponto da superfície limitante:

$$E_{t_I} = E_{t_{II}} \quad (17)$$

sendo  $E_{t_I}$  - intensidade de campo tangencial no Meio I

$E_{t_{II}}$  - intensidade de campo tangencial no Meio II

### 3. Relação do vetor campo normal:

A componente normal do vetor campo na superfície dielétrica tem que dar um salto quando da mudança do Meio I para o Meio II, tal que corresponda à relação invertida da constante dielétrica, ou seja:

$$\frac{E_{n_I}}{E_{n_{II}}} = \frac{\epsilon_{r_{II}}}{\epsilon_{r_I}} = V_\epsilon \quad (18)$$

sendo  $E_{n_I}$  - intensidade de campo normal no Meio I

$E_{n_{II}}$  - intensidade de campo normal no Meio II

Estas três condições são satisfeitas por enquanto enquanto pelos pontos de contorno e pela superfície limitante. Depois disso, é preciso controlar o erro do valor calculado entre dois pontos de contorno.

As cargas devem ser colocados na superfície limitante de modo que satisfaçam a equação 18 acima. Em relação a isso, na da se falou se uma determinada carga discreta de superfície limitante  $q_{d_I}$ , a qual se encontra no Meio I próximo à superfície limitante, tem que corresponder à carga  $q_{d_{II}}$  no Meio II que lhe é perpendicular. Primeiramente, é de se supor que ambas as cargas possam ter grandezas iguais, assim, quando tiverem a mesma distância da superfície limitante, resultem partes do potencial iguais, com a qual a condição 1 estaria satisfeita. Deve ser mostrado que isto não vale para a maioria dos casos. Daí, tiram-se três situações.

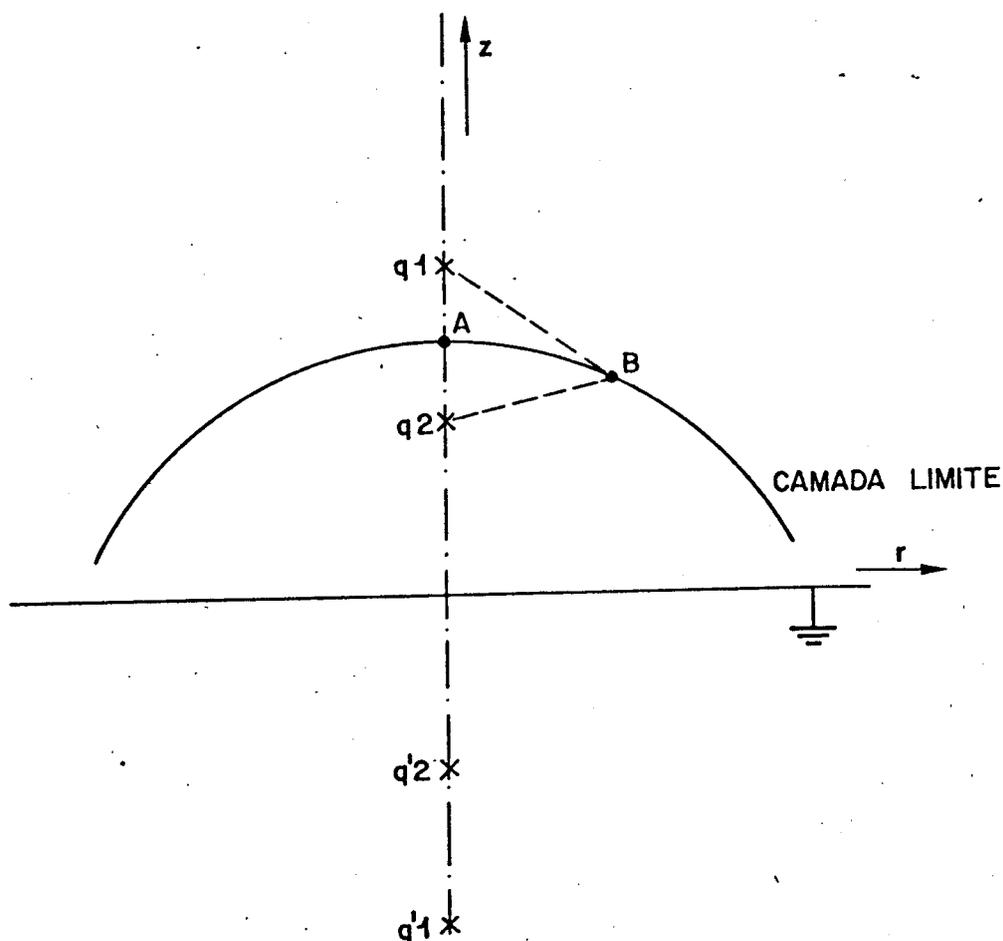


Fig. 4

Na Fig. 4 são exemplificadas duas cargas em ponto,  $q_1$  e  $q_2$  no eixo de rotação. Elas devem ter a mesma grandeza e ter a mesma distância até o ponto A. Com isto, os potenciais dessas cargas são iguais no ponto A. Contra isso elas têm, em relação ao ponto B na superfície limitante, diferentes distâncias e com isso potenciais diferentes. A condição de continuidade do potencial é satisfeita por  $q_1$  e  $q_2$  em A, mas não em B. Além disso, as cargas imagens  $q'_1$  e  $q'_2$ , que representam a influência da placa aterrada no campo, tanto para A como também para B, tem distâncias diferentes e com isso a condição 1 (continuidade do potencial) não é satisfeita. A isso se junta que as duas cargas em anel  $q_3$  e  $q_4$  tem potenciais diferentes como mostra a Fig. 5, quando tem a mesma distância até o ponto c.

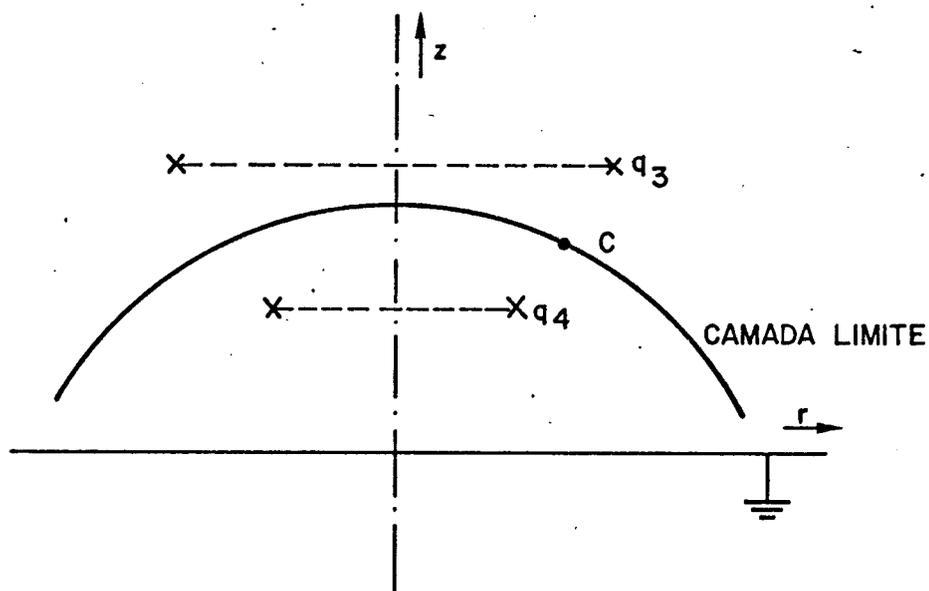


Fig. 5

Finalmente, existe para superfícies limitantes de con tornos verticais um problema especial, que consiste por exemplo, num dielétrico cilíndrico conforme a Fig. 6.

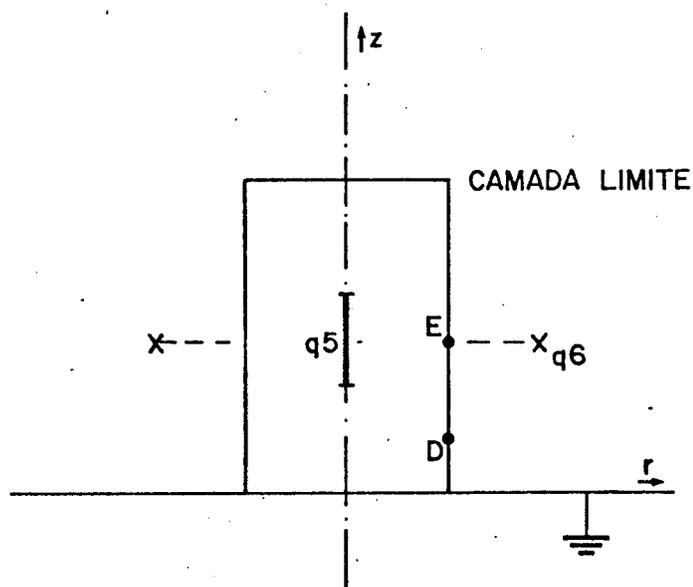


Fig. 6

No ponto E, na superfície limitante é mostrada uma carga em linha  $q_5$  no eixo de rotação, no Meio I e no outro meio (Meio II) ocorre o mesmo, só que uma carga em anel  $q_6$ . Ambas as cargas  $q_5$  e  $q_6$  possuem igual valor de carga, mesmo no caso de igual distância até o ponto E, mas potenciais diferentes tanto em E como D, não satisfazendo com isso a continuidade do potencial. Resulta da observação desses três exemplos que, mesmo com distância igual de duas cargas da superfície limitante, a condição de continuidade do potencial conforme a equação 16, não é satisfeita na maioria das vezes. Por isso, também deve ser levado em consideração na equação, a necessidade da estabilidade do potencial. Duas cargas que são perpendiculares à superfície limitante, não precisam ser iguais quanto ao valor e ao sinal.

Finalmente, deve ser visto que a condição 2, equação 17, pode ser deduzida da condição 1 para a estabilidade do potencial.

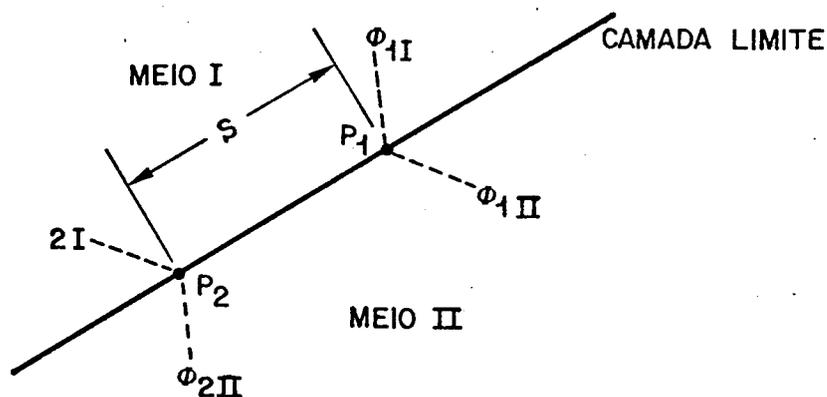


Fig. 7

Dois pontos  $P_1$  e  $P_2$  devem ser associados como na Fig.7, na superfície limitante, satisfazendo para ambos a condição de

continuidade do potencial conforme a equação 16, ou seja:

$$\phi_{1_I} = \phi_{1_{II}}$$

e

$$\phi_{2_I} = \phi_{2_{II}}$$

Disto resulta que em primeira aproximação também as componentes tangenciais de campo com

$$E_{t_I} = \frac{\phi_{1_I} - \phi_{2_I}}{S}$$

e

$$E_{t_{II}} = \frac{\phi_{1_{II}} - \phi_{2_{II}}}{S}$$

são constantes.

A grandeza das cargas da superfície limitante nos Meios I e II é determinada com a ajuda de uma equação matemática de modo que as condições, continuidade do potencial, equação 16, e relação das componentes de campo normais, equação 18, sejam satisfeitas.

#### IV.2 - DESENVOLVIMENTO DO SISTEMA DE CÁLCULO

Na construção de um sistema de equações, são assumidas as seguintes condições:

1.  $\phi = U_e$  nos pontos de contorno do eletrodo, com  $U_e =$  potencial do eletrodo.
2. continuidade do potencial nos pontos de contorno da superfície limitante, equação 16.

3. relação dos vetores campo normais no contorno da superfície limitante, equação 18.

Este problema leva matematicamente à construção de uma matriz de coeficientes, cuja multiplicação pelas cargas desconhecidas é igual ao potencial do eletrodo. Essa matriz de coeficientes se diferencia da matriz de Steinbigler<sup>[6]</sup>, uma vez que é necessário formular três diferentes condições físico-matemáticas.

Uma vez que a versão a ser apresentada a seguir não é única para a montagem da matriz, essa deve ser encarada como uma variante. Outras variantes possíveis são: arranjo com eletrodo tangenciando a camada limite dielétrica (tangencial) e eletrodo embutido na superfície dielétrica (arranjo paralelo).

A Fig. 8 mostra uma associação em série de dois dielétricos com o total de 5 pontos de contorno e 7 cargas. Por motivos de visualização são colocados ao lado das grandezas, entre parênteses, os valores dos números e índices.

No eletrodo se encontram  $\eta_E (=3)$  cargas (1-3) e  $\eta_E (=3)$  pontos de contorno respectivos. As cargas nos eletrodos valem para ambos os Meios, I e II. Na superfície limitante se encontram  $\eta_d (=2)$  pontos de contorno (4-5). Estes  $\eta_d (=2)$  pontos de contorno na superfície limitante são respectivamente:

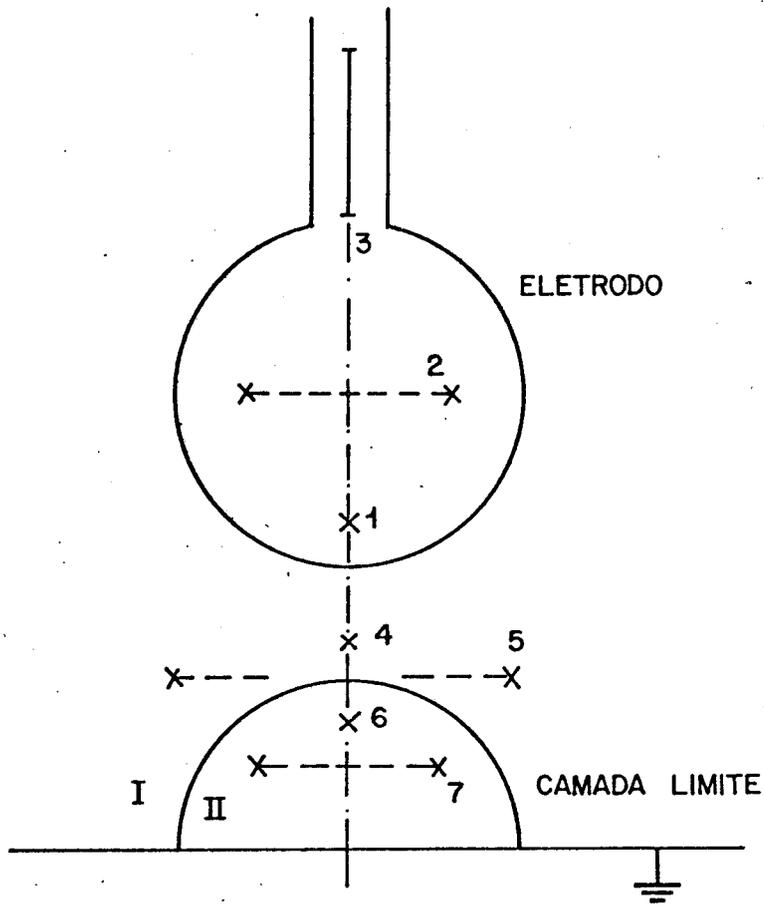
$\eta_d (=2)$  cargas (4-5) no Meio I

$\eta_d (=2)$  cargas (6-7) no Meio II

O número total  $\eta_T$  das cargas é dado por:

$$\eta_T = \eta_E + 2\eta_d \quad (19)$$

No eletrodo resultam nos  $\eta_E (=3)$  pontos de contorno, com relação à condição 1,  $\eta_E (=3)$  equações. Na superfície limitante resultam, satisfazendo as condições 2 e 3, duas equações para cada ponto de contorno. O número total  $\eta_c$  das equações é portanto:



CÁLCULO PARA

MEIO I

MEIO II

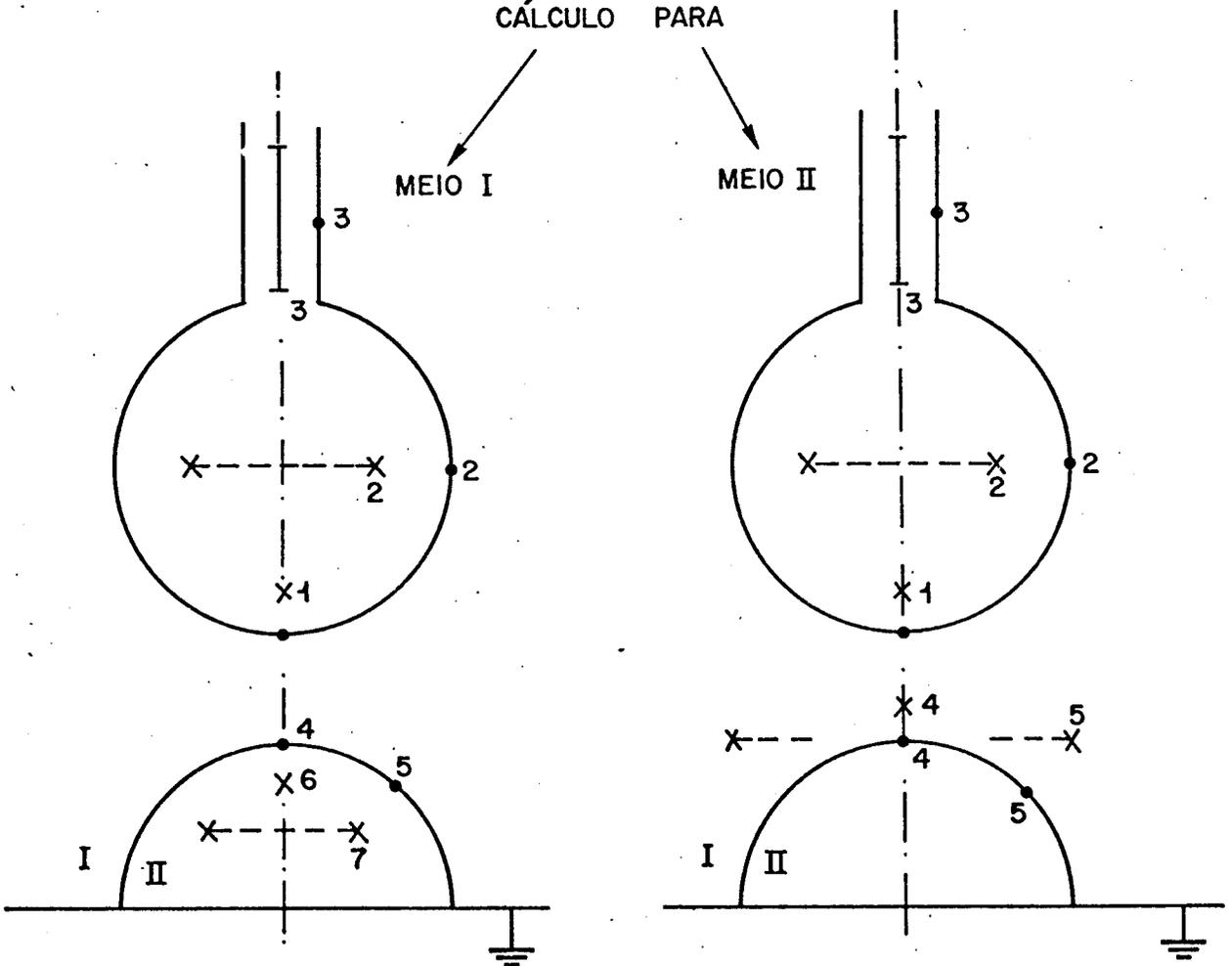


Fig. 8

$$\eta_c = \eta_E + 2\eta_d$$

Com isso, o número de cargas  $\eta_T (=7)$  é igual ao número de equações  $\eta_c (=7)$ , portanto o sistema é resolvido.

Para a construção do sistema de equações, deve-se satisfazer primeiramente a condição 1.

Em cada um dos  $\eta_E (=3)$  pontos de contorno (1-3) no eletrodo, o potencial tem que ser igual ao potencial do eletrodo  $U_E$ , valendo então para o  $i$ -ésimo ponto de contorno no eletrodo,  $\eta_E (=3)$ :

$$\sum_{K=1}^{\eta_E} q_{E_K} \cdot P_{i,K} + \sum_{K=\eta_E+\eta_d+1}^{\eta_E+2\eta_d} q_d \cdot P_{i,K} = U_E \quad (20)$$

p/  $i=1 \dots \eta_E$

Esta condição é  $\eta$ -vezes ( $=3$ ) satisfeita para todos os pontos de contorno do eletrodo, sendo  $q_{E_K}$  a  $K$ -ésima carga do eletrodo,  $q_{dI_K}$  a  $K$ -ésima carga no Meio I (válida para o Meio II) e  $q_{dII_K}$  a  $K$ -ésima carga no Meio II (válida para o Meio I).

No lado direito do sistema, é assumido o valor até  $\eta_E$  ser preenchido com o potencial do eletrodo  $\eta_E$ .

A contagem índice das cargas tem a seguinte ordem:

$$1 \dots \eta_E \quad \eta_E+1 \dots \eta_E+\eta_d \quad \eta_E+\eta_d+1 \dots \eta_E+2\eta_d$$

onde  $q_E$  cargas no eletrodo válidas para o Meio I e II

$q_{dI}$  cargas no Meio I válidas para o Meio II

$q_{dII}$  cargas no Meio II válidas para o Meio I

Conforme a definição, para o Meio I apenas as cargas

no eletrodo e Meio II são válidas, faltando na equação 20 as cargas  $\eta_{E+1}$  até  $\eta_{E+\eta_d}$  (4-5) no Meio I.

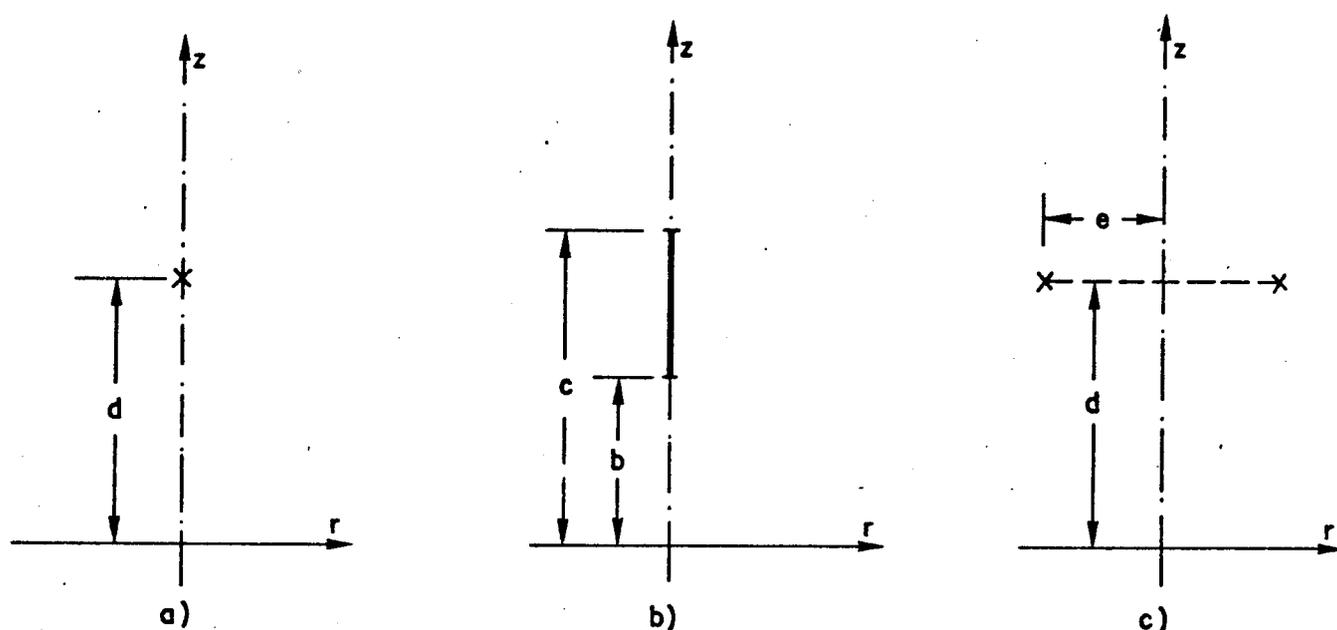


Fig. 9

Na equação 20 o coeficiente é  $P_{i,K}$ , cuja multiplicação pela K-ésima carga resulta no potencial do i-ésimo ponto de contorno. Para uma carga em ponto (índice K) como mostra a Fig. 9.a e um ponto de contorno (índice i) com coordenadas  $r_i$  e  $z_i$  o coeficiente de potencial vale:

$$P_{i,K} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \left[ \frac{1}{\sqrt{r_i^2 + (z_i - d_K)^2}} - \frac{1}{\sqrt{r_i^2 + (z_i + d_K)^2}} \right] \quad (21)$$

Com a omissão dos índices por motivo de visualização a equação abaixo mostra o coeficiente de potencial de uma carga em linha (índice K) como mostra a Fig. 9.b para um ponto de contorno (índice i) com coordenadas  $r_i$  e  $z_i$

$$P_{i,K} = \frac{1}{4\pi\epsilon(c-d)} \cdot \ln \left\{ \frac{[c-z+\sqrt{r^2+(c-z)^2}][b+z+\sqrt{r^2+(b+z)^2}]}{[b-z+\sqrt{r^2+(b-z)^2}][c+z+\sqrt{r^2+(c+z)^2}]} \right\} \quad (22)$$

Para  $c \rightarrow \infty$ , isto é, uma linha de carga semi-infinita, o início da linha  $z=b$  nos dá no limite

$$P_{i,K} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \ln \left[ \frac{b+z+\sqrt{r^2+(b+z)^2}}{b-z+\sqrt{r^2+(b-z)^2}} \right] \quad (22a)$$

Num ponto de contorno com coordenadas  $r$  e  $z$ , e para uma carga em anel como mostra a Fig. 9.c o coeficiente de potencial vale:

$$P_{i,K} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{2}{\pi} \left[ \frac{K(K_1)}{\sqrt{(r+e)^2+(z-d)^2}} - \frac{K(K_2)}{\sqrt{(r+e)^2+(z+d)^2}} \right] \quad (23)$$

onde  $K$  é a integral elíptica completa de 1ª espécie com argumentos:

$$K_1 = \sqrt{\frac{4er}{(r+e)^2+(z-d)^2}}$$

$$K_2 = \sqrt{\frac{4er}{(r+e)^2+(z+d)^2}}$$

Com isto, fica formulada matematicamente a condição de que o potencial nos pontos de contorno do eletrodo deve ser igual a  $U_e$ .

Deve ser mostrado também, como as duas condições em

relação aos pontos de contorno da superfície limitante tem efeito na construção do sistema de equações e a influência na matriz coeficiente de potencial. Em primeiro lugar, deve ser preenchida, na matriz, a condição do potencial constante nos pontos de contorno da superfície limitante. Também aí nada se diz sobre a grandeza desse potencial, sendo exigência para que dois pontos próximos e de potenciais desconhecidos na superfície limitante sejam iguais. O potencial no  $i$ -ésimo (4-5) ponto de contorno na superfície limitante é resultado da soma dos potenciais devido às cargas situadas no eletrodo ( $\eta_E=3$ ) no Meio I ( $\eta_d=2$ ), pois, conforme a definição dos setores, resulta:

$$\sum_{K=1}^{\eta_E} q_{e_K} \cdot P_{i,K} + \sum_{K=\eta_E+\eta_d+1}^{\eta_E+2\eta_d} q_{d_{II}} \cdot P_{i,K} = \phi_{I_i} \quad (24)$$

Considerando-se o mesmo ponto de contorno ( $i$ -ésimo 4-5) na superfície limitante, com cargas situadas no eletrodo ( $\eta_E=3$ ) e no Meio II ( $\eta_d=2$ ), respeitando a definição de setores, resulta na soma do potencial com os índices:

$$\sum_{K=1}^{\eta_E} q_{e_K} \cdot P_{i,K} + \sum_{K=\eta_E+1}^{\eta_E+\eta_d} q_{d_{IK}} \cdot P_{i,K} = \phi_{II_i} \quad (25)$$

Ambos os potenciais, conforme a equação 3, devem ser iguais. Com as equações 24 e 25 tendo  $\phi_{I_i} = \phi_{II_i}$ , temos:

$$\sum_{K=1}^{\eta_E} q_{e_K} \cdot P_{i,K} + \sum_{K=\eta_E+\eta_d+1}^{\eta_E+2\eta_d} q_{d_{IIK}} \cdot P_{i,K} =$$

$$\sum_{K=1}^{\eta_E} q_{e_K} \cdot P_{i,K} + \sum_{K=\eta_E+1}^{\eta_E+\eta_d} q_{d_{IK}} \cdot P_{i,K}$$

resultando

$$\sum_{K=\eta_E+1}^{\eta_E+\eta_d} q_{I,K} \cdot P_{i,K} + \sum_{K=\eta_E+\eta_d+1}^{\eta_E+2\eta_d} q_{d_{II},K} \cdot P_{i,K} = 0 \quad (26)$$

Com isto fica formulado o sistema de equações para os pontos de contorno no limite do dielétrico, sendo que o lado direito do sistema fica ocupado com zeros.

Ainda deve ser mostrado como se reflete a condição das componentes normais de campo, equação 18, na montagem do sistema de equações. Como a condição potencial constante (equação 16), também não existe nada sobre a grandeza das forças normais de campo. Para as forças normais de campo, conforme equação 18 no i-ésimo (4-5) ponto de contorno da superfície limitante, resulta:

1. Para o Meio I e para a superfície limitante, com as cargas no eletrodo ( $\eta_E=3$ ) e as cargas no Meio II

$$E_{\eta_{I_i}} = \sum_{K=1}^{\eta_E} q_{E,K} \cdot f_{i,K} + \sum_{K=\eta_E+\eta_d+1}^{\eta_E+2\eta_d} q_{d_{II},K} \cdot f_{i,K} \quad (27)$$

2. para o Meio II e para a superfície limitante, com as cargas no eletrodo ( $\eta_E=3$ ) e as cargas no Meio I

$$E_{\eta_{II_i}} = \sum_{K=1}^{\eta_E} q_{E,K} \cdot f_{i,K} + \sum_{K=\eta_E+1}^{\eta_E+\eta_d} q_{d_{I},K} \cdot f_{i,K} \quad (28)$$

Respeitando a condição da equação 5 ( $E_{\eta_I} / E_{\eta_{II}} = V_\epsilon$ )

vem:

$$\frac{\sum_{K=1}^{\eta_E} q_{e_K} \cdot f_{i,K} + \sum_{K=\eta_E+\eta_d+1}^{\eta_E+2\eta_d} q_{d_{IIK}} \cdot f_{i,K}}{\sum_{K=1}^{\eta_E} q_{e_K} \cdot f_{i,K} + \sum_{K=\eta_E+1}^{\eta_E+\eta_d} q_{d_{IK}} \cdot f_{i,K}} = V_\epsilon$$

simplificando

$$(V_\epsilon - 1) \sum_{K=1}^{\eta_E} q_{e_K} \cdot f_{i,K} + V_\epsilon \sum_{K=\eta_E+1}^{\eta_E+\eta_d} q_{d_{IK}} \cdot f_{i,K} - \sum_{K=\eta_E+\eta_d+1}^{\eta_E+2\eta_d} q_{d_{IIK}} \cdot f_{i,K} = 0 \quad (29)$$

Deve ser incluído o fator  $f_{i,K}$  comumente chamado de coeficiente de campo, definido a seguir.

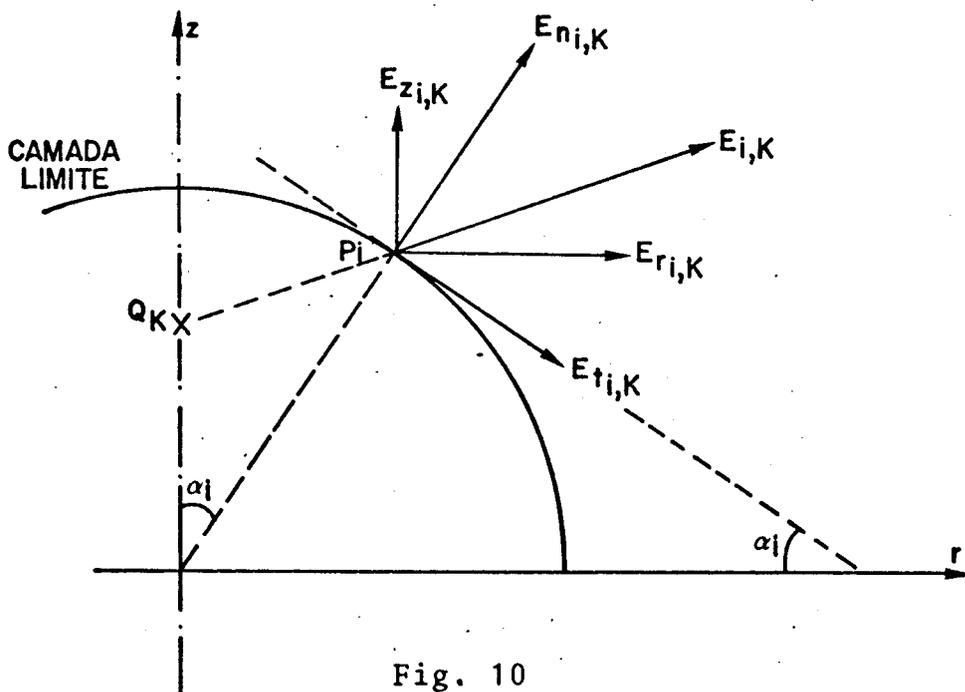


Fig. 10

No  $i$ -ésimo ponto de contorno  $P_i$  na superfície limitante (Fig. 10), a tangente da superfície limitante com a abcissa define um ângulo  $\alpha_i$  que tem sinal positivo no sentido horário. São também mostradas as componentes radiais, axiais, tangenciais e normais do esforço de campo na superfície limitante, sendo definido também o coeficiente de campo no ponto de contorno  $P_i$  e obedecidos os sentidos positivos dos vetores como mostrado. Assim, resulte para  $f_{i,K}$ :

$$f_{i,K} = E_{\eta_{i,K}} = E_{r_{i,K}} \cdot \sin\alpha_i + E_{z_{i,K}} \cdot \cos\alpha_i \quad (30)$$

As expressões  $E_r$  e  $E_z$  resultam da diferenciação em  $r$  e  $z$  das expressões dos coeficientes de potencial para ponto, linha e anel de carga, respectivamente. Elas estão apresentadas no Apêndice I. Com isso, estão formuladas as equações no eletrodo ( $\eta_E=3$ ) e as equações da superfície limitante ( $2\eta_d=4$ ).

O lado direito, como no sistema de cargas, deve ser denominado vetor de potencial  $U$ , mesmo que só esteja ocupado com o potencial do eletrodo  $U_e$ . Desta forma, a matriz de coeficiente e a construção do sistema de equação na forma matricial resulta em

Matriz de coeficientes

|   |                    |                      |            |
|---|--------------------|----------------------|------------|
| 1 |                    |                      |            |
| 2 | $P_{i,K}$          | 0                    | $P_{i,K}$  |
| 3 |                    |                      |            |
| 4 | 0                  | $-P_{i,K}$           | $-P_{i,K}$ |
| 5 |                    |                      |            |
| 6 | $(V_e - 1)f_{i,K}$ | $-V_e \cdot f_{i,K}$ | $-f_{i,K}$ |
| 7 |                    |                      |            |

Vetor de Cargas      Vetor de Potencial

$$\begin{matrix}
 \begin{matrix} \text{---} \\ q_E \\ \text{---} \end{matrix} \\
 \times \\
 \begin{matrix} \text{---} \\ -q_{dI} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ -q_{dII} \\ \text{---} \end{matrix}
 \end{matrix}
 =
 \begin{matrix}
 \begin{matrix} \text{---} \\ U_e \\ \text{---} \end{matrix} \\
 \begin{matrix} \text{---} \\ \text{---} \\ -0 \\ \text{---} \\ \text{---} \\ -0 \\ \text{---} \end{matrix}
 \end{matrix}$$

A resolução da equação  $A\mathbf{X} = \mathbf{b}$  no sistema de equações fornece os valores para as cargas discretas. Quando a associação de cargas e pontos de contorno for assim realizada, podem ser calculados os esforços de campo, grandeza e direção, num ponto desejado no eletrodo, no Meio I ou no Meio II. Para se ter a componente de campo no Meio I valem os efeitos da parcela de todas as cargas que estão no eletrodo e no Meio II. Analogamente, podem ser calculados em um ponto escolhido no Meio II que é executado por meio da soma dos efeitos das cargas  $q_E$  no eletrodo e das cargas  $q_{dI}$  no Meio I. O arranjo, conforme a Fig. 8, não fornece resultados suficientemente exatos, sendo escolhido para possibilitar uma melhor visualização do problema.

CAPÍTULO V

ASPECTOS COMPUTACIONAIS

O programa foi elaborado na linguagem de programação FORTRAN IV<sup>[15,17]</sup>, e processado no computador PDP-10 da UNICAMP. A constituição básica deste programa encontra-se no Apêndice II, juntamente com um exemplo de cálculo e explicações quanto aos dados de entrada e saída. Basicamente, o programa determina a matriz de coeficientes (P) e resolve o sistema de equações, fornecendo como resultados os potenciais e o campo elétrico dos pontos desejados.

### V.1 - CÁLCULO DE ERRO

Para a verificação da precisão ou da exatidão do valor alcançado, é utilizado neste trabalho o método dos mínimos quadrados, sobre o desvio do potencial. Este desvio de potencial é resultante da superposição do potencial do eletrodo ao longo do contorno dado. Assim, para o erro do potencial  $\delta\phi_i$  no ponto  $A_i(r_i, z_i)$  na superfície do eletrodo tem-se:

$$\delta\phi_i = \sum_{K=1}^{NTC} Q_K P_{i,K} - \phi_i \quad (31)$$

sendo  $\phi_i$  o potencial do eletrodo

Uma medida quantitativa dessa aproximação é o total do erro do potencial ao longo da superfície do eletrodo. Entretanto, tendo em vista as contribuições de sinais opostos do erro do potencial, para a sua avaliação deve ser considerada a soma dos quadrados dos desvios. Usando-se como referência a soma dos quadrados dos erros em uma série de pontos de controle distribuídos sobre a superfície do eletrodo, obtém-se, para o erro dos mínimos quadrados, a expressão:

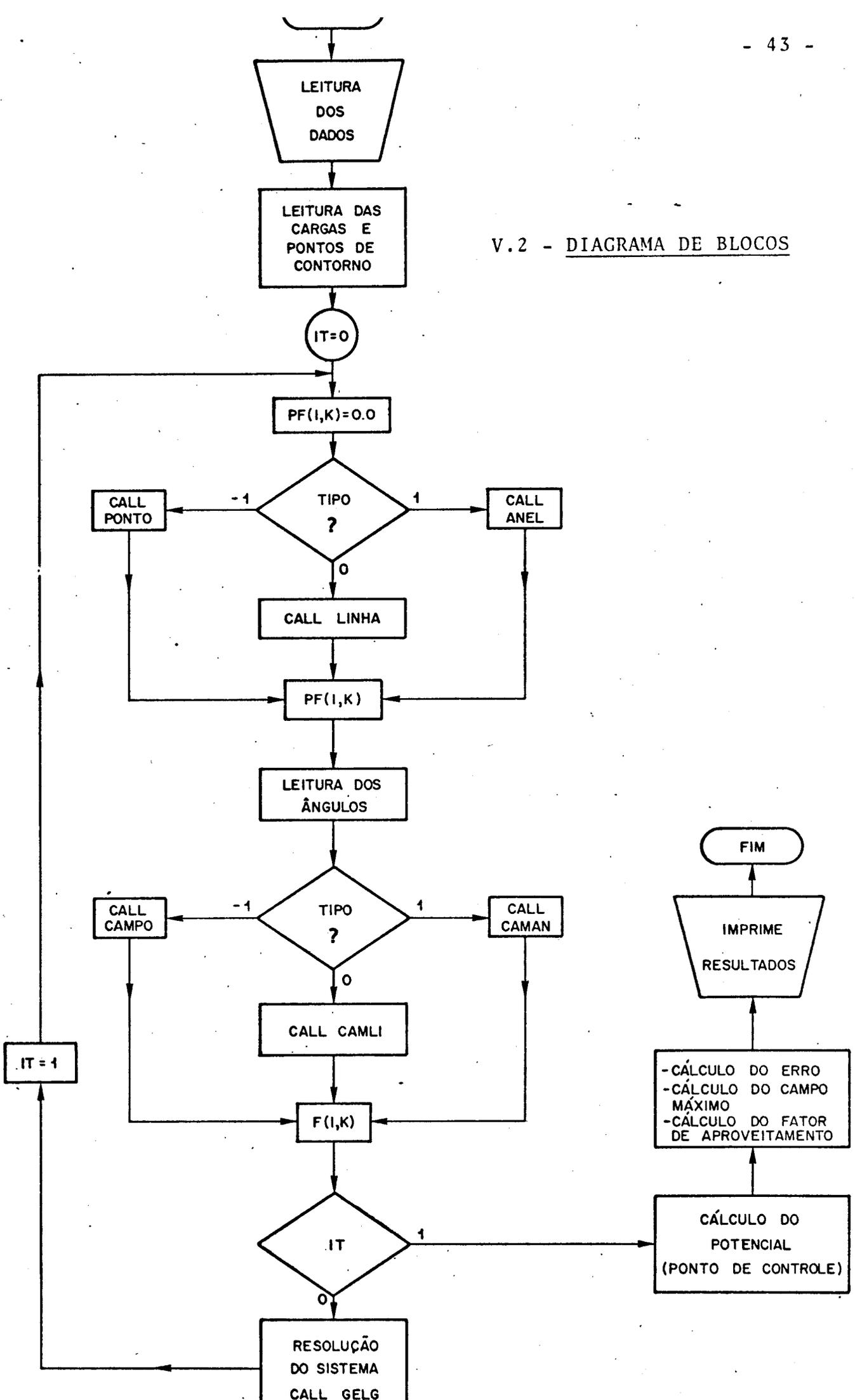
$$\frac{1}{NPCE} \sum_{i=1}^{NPCE} \delta\phi_i = \frac{1}{NPCE} \sum_{i=1}^{NPCE} \left\{ \sum_{K=1}^{NTC} Q_K P_{i,K} - \phi_i \right\} \quad (32)$$

Na Tabela I, é mostrado o potencial no ponto de controle localizado a meia distância entre dois pontos de contorno, em vista deste ser o ponto em que se espera o menor erro do potencial<sup>[2,16]</sup>. O potencial do eletrodo é tomado com valor 1, e o erro do potencial, denotado por DIFE, pode assumir tanto valor negativo quanto positivo. Quanto à magnitude do erro, este varia também com a localização do ponto de controle, em relação aos pontos de contorno. Estes efeitos não foram analisados neste trabalho, admitindo-se que o processo de escolha da localização do ponto de controle tenha sido o melhor possível.

TABELA I

| PONTO DE<br>CONTORNO | POTENCIAL<br>TESTE | DIFE      |
|----------------------|--------------------|-----------|
| 1                    | 1.000003           | 0.000003  |
| 2                    | 1.000006           | 0.000006  |
| 3                    | 0.999994           | -0.000006 |
| 4                    | 1.000005           | 0.000005  |
| 5                    | 1.000001           | 0.000001  |
| 6                    | 0.999993           | -0.000007 |
| 7                    | 1.000003           | 0.000003  |
| 8                    | 1.000004           | 0.000004  |
| 9                    | 1.000006           | 0.000006  |
| 10                   | 0.999994           | -0.000006 |
| 11                   | 0.999999           | -0.000001 |
| 12                   | 1.000006           | 0.000006  |
| 13                   | 0.999998           | -0.000002 |
| 14                   | 1.000007           | 0.000007  |
| 15                   | 0.999982           | -0.000018 |
| 16                   | 1.000044           | 0.000044  |
| 17                   | 0.999811           | -0.000189 |
| 18                   | 1.000755           | 0.000755  |
| 19                   | 0.996043           | -0.003957 |
| 20                   | 1.001396           | 0.001396  |
| 21                   | 0.999706           | -0.000294 |
| 22                   | 1.000452           | 0.000452  |
| 23                   | 0.999661           | -0.000339 |
| 24                   | 1.001579           | 0.001579  |
| 25                   | 1.000830           | 0.000830  |
| 26                   | 0.997085           | -0.002915 |
| 27                   | 0.989151           | -0.010849 |
| 28                   | 0.981404           | -0.018596 |
| 29                   | 0.972688           | -0.027312 |
| 30                   | 0.972688           | -0.027312 |

V.2 - DIAGRAMA DE BLOCOS



CAPÍTULO VI

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo são mostrados e discutidos os resultados obtidos através do cálculo computacional, assim como experimental. Para a sua realização foi utilizada a configuração de eletrodos na forma esfera-placa, como definida na Fig. 11, com a placa aterrada e esfera energizada. Dois tipos de dielétricos foram estudados, um com a forma esférica (meia-esfera) e outro na forma cilíndrica, Fig. 11.a e 11.b, respectivamente.

## VI.1 - DO CÁLCULO COMPUTACIONAL

O cálculo do campo elétrico e fator de aproveitamento, foi efetuado conforme o método de cálculo descrito no Capítulo IV. Para esses estudos foram variados a relação das constantes dielétricas, espaçamento entre os eletrodos, dimensão e forma do dielétrico.

### VI.1.1 - Variação do Potencial e do Campo Elétrico

Na tabela II são apresentados os resultados de potencial e do campo elétrico, calculados ao longo do eixo z para  $\epsilon = 0,4$ , com dielétrico de forma esférica. Seus resultados mostram que a rigidez elétrica é máxima na superfície do eletrodo energizado, decrescendo com a diminuição da distância de separação entre os eletrodos. Esta característica pode ser verificada mais claramente na Fig. 12. A menos da presença do dielétrico, que distorce a distribuição do campo nas regiões limítrofes do dielétrico, a característica observada é análoga ao dos gases. Entretanto, devido ao dielétrico de constante diferente, nas proximidades da separação entre dielétrico-ar, as forças de campo dessa região são distorcidas pelas cargas superficiais da camada dielétrica, aumentando assim a intensidade do campo  $E_z$ . Este fato ocorre no caso analisado (Fig. 12) para Z em torno de 13 cm, alcançando a intensidade máxima na superfície do dielétrico (10 cm). Na transição da superfície limitante ar-dielétrico, verifica-se uma redução abrupta na rigidez dielétrica. Esta descontinuidade na curva característica de  $E_z$  é causada pela resistência que o mate

com  $V_\epsilon$ , em torno de 40%. Aumentando mais o  $d'$ , por exemplo, para  $d'=9.0$ ,  $\eta$  reduz-se para 10%, tornando-se constante em todo o do m $\grave{a}$ nio de  $V_\epsilon$ .

Os comportamentos de  $\eta$  mencionados anteriormente podem ser explicados a partir da eq. 1. Qualquer altera $\tilde{c}$ o em  $d'$  significa alterar tamb $\acute{e}$ m o comportamento do campo el $\acute{e}$ trico produzido no sistema esfera-placa (Fig. 15). Note-se que a varia $\tilde{c}$ o de  $E_z$   $\acute{e}$  bastante acentuada em fun $\tilde{c}$ o de  $V_\epsilon$  para  $d=0.0$ , diminuindo  $\tilde{e}$  medida que  $d$  aumenta, mostrando existir um certo  $d$  em que  $E_z$   $\acute{e}$  constante para qualquer  $V_\epsilon$ .

No caso do sistema de eletrodos utilizado, o campo el $\acute{e}$ trico produzido com um meio  $V_\epsilon=1$  (ar) pode ser considerado como homog $\tilde{e}$ neo, para dist $\tilde{a}$ ncias de separa $\tilde{c}$ o entre eletrodos  $a/\phi < 1.2$ , onde  $\phi=2r_E$ .  $\tilde{A}$  medida que se distancia desta rela $\tilde{c}$ o, o campo torna-se cada vez mais n $\tilde{a}$ o homog $\tilde{e}$ neo. Esta  $\tilde{e}$  a raz $\tilde{a}$ o das caracter $\tilde{i}$ sticas observadas na Fig. 13. Assim, para  $d'=0.0$ , quando  $V_\epsilon < 1.0$ , o campo  $\acute{e}$  aproximadamente homog $\tilde{e}$ neo, apresentando caracter $\tilde{i}$ sticas n $\tilde{a}$ o homog $\tilde{e}$ neas  $\tilde{a}$  medida que  $V_\epsilon$  cresce. No caso de  $d'=1.0$ , a dist $\tilde{a}$ ncia de separa $\tilde{c}$ o encontra-se al $\tilde{e}$ m do limite, sendo perturbada ligeiramente pela presen $\tilde{c}$ a do diel $\acute{e}$ trico, fato que n $\tilde{a}$ o leva  $\tilde{a}$  uma varia $\tilde{c}$ o acentuada de  $\eta$  em rela $\tilde{c}$ o a  $V_\epsilon$ . Quando a rela $\tilde{c}$ o  $d'$   $\acute{e}$  muito grande, como  $\acute{e}$  o caso de  $d'=9.0$ , o campo  $\acute{e}$  totalmente n $\tilde{a}$ o homog $\tilde{e}$ neo, o valor de  $\eta$   $\acute{e}$  bastante pequeno, e pelo fato da dist $\tilde{a}$ ncia de separa $\tilde{c}$ o entre os eletrodos ser muito grande, n $\tilde{a}$ o mais influi na distribu $\tilde{c}$ o do campo, portanto tamb $\acute{e}$ m no fator  $\eta$ , o que explica a caracter $\tilde{i}$ stica observada.

$\tilde{E}$  interessante observar, por outro lado, que quando  $V_\epsilon \rightarrow \infty$ , na pr $\tilde{a}$ tica, o sistema de eletrodos comporta-se como se a placa aterrada tivesse se deslocado at $\tilde{e}$  a superf $\tilde{i}$ cie limitante entre os dois meios diel $\acute{e}$ tricos, devido ao aumento de cargas na superf $\tilde{i}$ cie diel $\acute{e}$ trica. Desta forma, no calculo de  $\eta$ , seria mais correto adotar a dist $\tilde{a}$ ncia  $d$ , em vez de utilizar a dist $\tilde{a}$ ncia  $a$ , de separa $\tilde{c}$ o entre os eletrodos.

Para pequenos valores de  $d'$ , a for $\tilde{c}$ a de campo pode ser

rial dielétrico apõe ã penetração das linhas de força no interior do material, através do processo dissociativo das cargas espaciais acumuladas nas proximidades da superfície de separação entre os dois meios dielétricos.

No interior do material dielétrico, embora  $E_z$  seja reduzido a valores próximos de zero, ainda não é totalmente anulado.

O valor de  $E_z$  é reduzido com o aumento de  $V_\epsilon$ , como mostram os resultados calculados para  $V_\epsilon \rightarrow \infty$ , o qual é da ordem de  $10^{-6}$  V/cm, portanto aproximadamente zero, dentro da prática utilizada em alta tensão.

### VI.1.2 - Influência de $V_\epsilon$

A influência de  $V_\epsilon$  (relação de constante dielétrica) sobre o fator de aproveitamento  $\eta$ , é mostrada na Fig. 13, tendo como parâmetro a relação  $d'=d/r_E$ . A fim de analisar o comportamento de  $\eta$  em todo o domínio de  $V_\epsilon$ , desde  $V_\epsilon=0$  até  $V_\epsilon \rightarrow \infty$ , é usada também uma escala sub-dividida numa divisão linear da abcissa por  $k$ , fazendo  $k=V_\epsilon/V_\epsilon+1$ .

Dos resultados obtidos, verifica-se que  $\eta$  de dielétricos com forma esférica apresenta um comportamento que varia bastante com o  $d'$  escolhido. A característica típica é que  $\eta$  possui um valor máximo em  $V_\epsilon$  pequeno, para dado  $d'$ , decrescendo com o aumento de  $V_\epsilon$ .

Três situações merecem destaque,  $d'=0.0$ ,  $d'=1.0$  e  $d'=9.0$ , onde  $\eta$  varia acentuadamente com  $V_\epsilon$ , aproximadamente constante e constante em todo o domínio de  $V_\epsilon$ . No caso de  $d'=0.0$ , o eletrodo energizado encontra-se em contato com a superfície do meio dielétrico de separação entre os eletrodos. Neste caso,  $\eta$  apresenta um valor máximo (100%) em  $V_\epsilon=0.67$  e um mínimo para  $V_\epsilon \rightarrow \infty \in 1.0\%$ . Aumentando  $d'$ , o valor máximo de  $\eta$  desloca-se para menores valores de  $V_\epsilon$ , enquanto que o  $\eta$  para  $V_\epsilon \rightarrow \infty$  aumenta. Para  $d'=1.0$ , a curva característica de  $\eta=f(V_\epsilon)$  torna-se praticamente constante

calculada por  $U/a$ , sendo  $U$  a tensão aplicada e  $a$ , distância entre os eletrodos, a qual na superfície do eletrodo resulta em:

$$E' = \frac{a}{d'}$$

portanto, se  $d' \rightarrow 0$ ,  $E' \rightarrow \infty$ .

O comportamento de  $\eta$  em função de  $V_\epsilon$  foi estudado também por Wiess<sup>[ ]</sup> para  $d'=0.0$ ,  $d'=1.0$  e  $d'=10.0$ , e as características obtidas concordam plenamente com as da Fig. 13.

### VI.1.3 - Influência de $d'$ ( $d/rE$ )

Da análise da Fig. 13 observa-se que  $d'$  também influi sobre o fator de aproveitamento. A variação de  $\eta$  com  $d'$  pode ser mais facilmente identificada a partir da Fig. 14, onde encontram-se os resultados de  $\eta$  calculados em função do parâmetro  $V_\epsilon, V_\epsilon \geq 1$ , para dielétricos de forma esférica. Duas características são observadas, uma para  $V_\epsilon=1$  e outra para  $V_\epsilon > 1$ . Quando  $V_\epsilon=1$ , ou seja, quando os dois meios dielétricos são de constantes iguais, observa-se que  $\eta$  possui um valor máximo para  $d'=0$ , decrescendo à medida que este aumenta, alcançando o mínimo em torno de  $d'=1$ , onde apresenta tendência a tornar-se constante para valores  $d' > 1$ . O comportamento desse resultado pode, com certeza, ser estendido também para  $V_\epsilon < 1$ .

Para  $V_\epsilon > 1$ , a característica de  $\eta$  em relação a  $d'$  é completamente diferente daquelas observadas para os casos em que se tem  $V_\epsilon \leq 1$ . Nestes casos,  $\eta$  tem um mínimo em  $d'$  pequeno, aumentando com o aumento de  $d'$ . Para todos os casos de  $V_\epsilon > 1$  estudados,  $\eta$  torna-se aproximadamente constante em torno de  $d'=0.6$ , mostrando uma tendência de convergir a um único valor, num ponto de  $d' > 1$ .

Estas características observadas são concordantes com os resultados anteriormente obtidos de que  $\eta$  torna-se constante para um espaçamento eletrodo-dielétrico muito grande, em vista da distribuição do campo elétrico.

Comparando os resultados obtidos com os calculados por Weiss<sup>[ ]</sup>, nas mesmas condições para  $V_\epsilon=1; 2; 6$  e  $V_\epsilon \rightarrow \infty$ , as características observadas na Fig. 14, assim como os valores de  $\eta$  determinados, são totalmente concordantes.

#### VI.1.4 - Influência da forma geométrica do dielétrico

Para os estudos de  $\eta$  foram tomados dois tipos particulares de superfície dielétrica, como mostrados na Fig. 11.a e 11.b, forma esférica e cilíndrica, respectivamente. Os valores de  $\eta$  e  $E_z$  calculados para estas formas geométricas encontram-se nas tabelas III, IV e V, respectivamente com as condições  $r_E = r_D$ ,  $r_E = 0.5 r_D$  e  $r_E = 2 r_D$ , para  $d'=0.0, 0.2, 0.8$  e  $1.0$ , e  $V_\epsilon = 2.0, 4.0, 8.0$  e  $20.0$ .

Dos resultados obtidos, verifica-se que os efeitos da forma geométrica escolhida sobre o fator  $\eta$ , tem maior influência para valores de  $d'$  menores, praticamente inexistindo para  $d'=1.0$ , se  $V_\epsilon$  também é pequeno. O seu efeito se acentua com o aumento de  $V_\epsilon$ , para todos os casos de  $d'$  estudados. Nos casos de  $d'=0.8$  e  $1.0$ , os efeitos da forma geométrica se fazem sentir a partir de  $V_\epsilon \approx 0.7$ , como pode ser notado pela Fig. 16.

Nos casos de  $d'$  pequenos, a influência da forma geométrica sobre o fator de aproveitamento é maior, uma vez que nestas distâncias, independente do valor de  $V_\epsilon$ , qualquer alteração na superfície dielétrica pode modificar consideravelmente o comportamento do campo elétrico.

#### VI.1.5 - Influência de $r_E$

A dimensão do eletrodo energizado também influi sobre o fator de aproveitamento  $\eta$ . Este fato pode ser facilmente observado pela simples análise da eq. 1, em que  $\eta$  depende do campo  $E_z$ .

Dos resultados das tabelas III, IV e V e da Fig. 16, ve

rifica-se que  $r_E$  tem uma influência apreciável sobre o valor de  $\eta$ . A sua influência é semelhante tanto para dielétricos de superfície esférica quanto para cilíndrica. E em relação a  $d'$ , como no caso da influência da forma geométrica do dielétrico, os efeitos de  $r_E$  são maiores para valores de  $d'$  menores. Estes resultados observados podem ser explicados em função do fluxo de linhas de campo que alcançam a superfície do dielétrico. A quantidade de fluxo de linhas de campo produzido pelo sistema é maior quanto maior for a dimensão  $r_E$ . Portanto, o efeito de  $r_E$  sobre  $\eta$  depende da distância de separação entre os eletrodos e do tamanho do dielétrico. Em outras palavras, isto implica em apresentar uma região maior ou menor, em que o campo elétrico produzido pelo sistema de eletrodos é homogêneo ou não. Este fato justifica a característica da Fig. 16, em que o valor de  $\eta$  aumenta com o aumento de  $r_E$ . Da mesma forma, quando as dimensões do dielétrico são determinadas e fixas, se o campo é não homogêneo, para distâncias  $d'$  grandes, o efeito de  $r_E$  sobre  $\eta$  é pequeno. Ao contrário, para  $d'$  pequenos, qualquer variação em  $r_E$  ou na forma da superfície dielétrica afeta sensivelmente o valor de  $\eta$ .

VI.1.6 - Influência do Raio ( $R_{DC}$ ) e da altura ( $Z_{DC}$ ) do material dielétrico

Assim como a separação entre os eletrodos e a forma geométrica dos dielétricos afetam os valores de  $\eta$ , é de se supor que o raio  $R_{DC}$  e a altura  $Z_{DC}$  do dielétrico também influenciam sobre o valor do fator de aproveitamento.

A influência de  $R_{DC}$  pode ser vista na tabela VI, cujos resultados foram calculados com a condição  $r_E = Z_D = 10$ , para  $d'=0.2$  e  $d'=1.0$ , e com  $V = 2.0, 4.0, 8.0$  e  $20.0$ . Dos resultados obtidos, verifica-se que uma vez fixado  $r_E = Z_D = 10$ , a variação no raio  $R_{DC}$  praticamente não influi no valor de  $\eta$ , para cada  $d'$  e  $V_e$ . Esta variação mínima se observa pelo fato de, uma vez fixados os parâmetros do sistema, o aumento no raio  $R_{DC}$  não altera a homogeneidade do mesmo.

A variação na altura ZDC ao contrário, como pode se observar pelos resultados da tabela VII, obtidos com  $r_E = r_D = 10$  cm, para  $d'=0.2$  e  $d'=1.0$ , e  $V_e=2.0, 4.0, 8.0$  e  $20.0$ , influi substancialmente no valor de  $\eta$ . O aumento na altura ZDC reduz o fator de aproveitamento. Esta redução é compreensível, pois com o aumento de ZDC, reduzem-se as linhas de campo que atingem perpendicularmente a superfície dielétrica, portanto alterando a homogeneidade do sistema.

## VI.2 - DA VERIFICAÇÃO EXPERIMENTAL

Para a verificação experimental dos valores obtidos por método numérico, foram construídos e testados um sistema de eletrodos esfera-placa e diversas amostras em PVC e porcelana. A análise de ambos os resultados é feita a partir do valor de tensão de início do corona, visual ou audível.

### VI.2.1 - Aparelhagem de laboratório

As experiências foram executadas no laboratório de Alta Tensão da FEC/UNICAMP, utilizando os equipamentos HAEFELY.

Para se obter a tensão, foi usado o transformador elevador de 350 KV, alternada, 60 Hz, acoplado a um regulador de tensão, o qual permite uma elevação gradual e lenta da tensão.

A tensão aplicada foi medida através do divisor de 1000 pF, fazendo-se a leitura por meio de um voltímetro de pico.

O circuito experimental do mesmo, assim como a montagem, encontram-se na Fig. 1 e na foto 1.

### VI.2.2 - Determinação da tensão inicial

São várias as possibilidades de determinação da tensão

inicial<sup>[18,19]</sup>, dentre as quais foram adotados nesta experiência os métodos visual e audível sem instrumento.

Após determinada a tensão inicial, usou-se um fator de correção<sup>[20,21]</sup> às condições normais, dado por:

$$\delta = \frac{0.289 \cdot b}{273 + t} \quad (33)$$

sendo  $b$  - pressão atmosférica [mbar]

$t$  - temperatura [°C]

### VI.2.3 - Experiência com associação série ar-dielétrico sólido

Usando-se amostras de PVC e porcelana, de duas formas, cilíndricas e esféricas, foi determinada a tensão inicial e com parada com o valor calculado. Em todos os casos foi utilizado um eletrodo em forma de bastão com uma esfera de 15 cm de diâmetro na extremidade, cuja montagem pode ser vista na foto 1.

As constantes dielétricas, assim como a rigidez dielétrica do material fornecida pela fabricante, são as seguintes:

PVC microfino  $\epsilon = 6.5$

$E = 20 \text{ KV/cm}$

Porcelana processo líquido

$\epsilon = 6.0$

$E = 35 \text{ KV/cm}$

### VI.2.4 - Resultados da experiência

A tensão de início de corona foi detetada por método visual e acústico. As medidas foram tomadas aumentando a tensão até um valor pré-determinado de ocorrência de corona por meio acima especificado. Não sendo constatada a ocorrência do mesmo,

a tensão foi aumentada de mais um degrau, onde novamente era feita a constatação da ocorrência do corona, e assim sucessivamente até a observação, podendo ser esta primeiramente visível ou simplesmente audível. Esta experiência foi feita numa sala totalmente escura e realizada no período noturno, a fim de se ter facilidades na visibilidade e audição do corona.

Nas fotos 2 a 7 é mostrada a sequência de ocorrência e os níveis de corona, registrados com acréscimo de tensão. Nesta sequência, não é mostrado o início de corona real, pela dificuldade na sua detecção, assim como não foi possível registrá-lo fotograficamente devido à pouca intensidade luminosa. Dessa forma, a foto 2 mostra o corona com uma tensão mínima superior à do seu início.

Na tabela VIII é mostrado o valor medido e calculado da tensão de início de corona, para as várias amostras com diferentes distâncias.

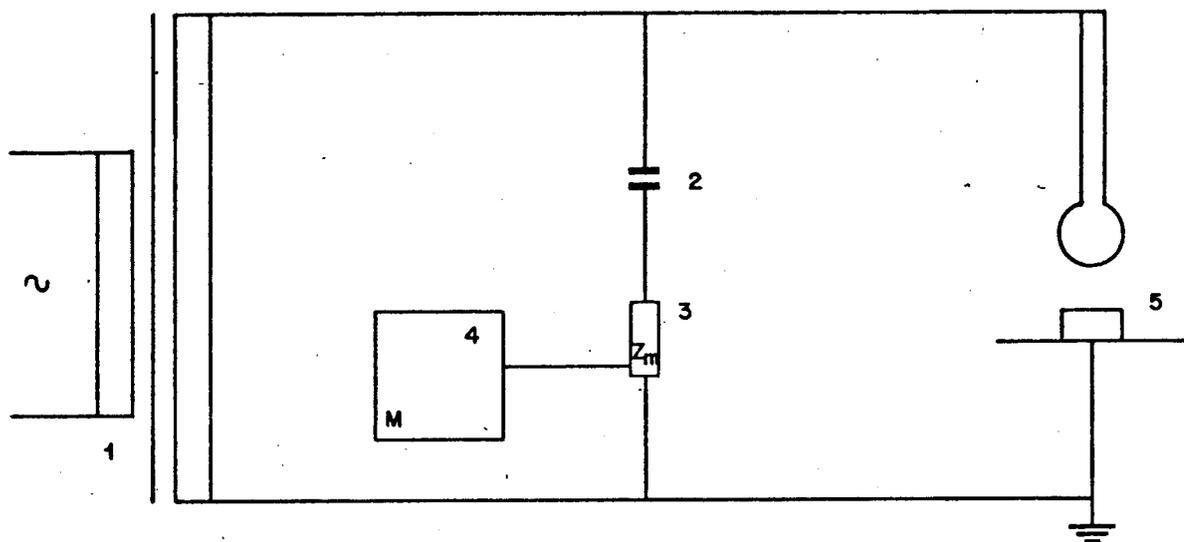
Pode-se notar uma razoável coincidência entre o cálculo e a experiência. A diferença que ocorre entre ambos os resultados pode ser atribuída aos seguintes fatores:

- a) erro de medida
- b) material dielétrico impuro
- c) cavidades de ar no material
- d) superfície do dielétrico não-uniforme
- e) acoplamento imperfeito entre o dielétrico e a placa aterrada

Os itens acima especificados influem de forma complexa, podendo aumentar ou diminuir os níveis de tensão, falseando o valor de tensão de início de corona medido. Durante a execução das medidas, foi verificado, principalmente para distâncias maiores de gaps de ar, a ocorrência de corona por períodos, isto é, a descarga corona iniciava e se extinguia perfazendo um determinado período, o que dificultava a detecção real do início de corona. Por outro lado, também para gaps de ar maiores, verificou-se que uma vez iniciado o corona, imediatamente era levado à disruptura.

TABELA VIII

|  | d (cm) | Medido                          |                | Calculado                       | $\Delta U_d$ |
|--|--------|---------------------------------|----------------|---------------------------------|--------------|
|  |        | Tensão de início de corona [KV] |                | Tensão de início de corona [KV] | %            |
|  |        | $U_{d_{med.}}$                  | $U_{d_{cor.}}$ | $U_d$                           |              |
| Amostra 1<br>$Z_{DC} = 5$ cm<br>PVC        | 1.0    | 20.5                            | 19.6           | 21.26                           | 8.5          |
|  | 3.2    | 49.5                            | 46.03          | 51.55                           | 12           |
| Amostra 2<br>$Z_{DC} = 10$ cm<br>PVC       | 1.0    | 19.6                            | 18.42          | 20.91                           | 13.5         |
|  | 3.0    | 54.5                            | 51.23          | 56.86                           | 11.0         |
| Amostra 3<br>$Z_{DC} = 4.4$ cm<br>CERÂMICA | 1.0    | 31.5                            | 29.6           | 32.41                           | 9.5          |
|  | 2.0    | 49.2                            | 46.24          | 52.7                            | 14           |
| Amostra 4<br>$Z_{DC} = 8.8$ cm<br>CERÂMICA | 1.0    | 39.1                            | 36.7           | 41.6                            | 13.5         |
|  | 2.0    | 56.9                            | 53.48          | 61.5                            | 15           |
| Amostra 5<br>$R_D = 7.5$ cm<br>CERÂMICA    | 1.0    | 21.7                            | 20.4           | 22.03                           | 8            |
|  | 3.0    | 52.5                            | 49.4           | 54.34                           | 10           |



- 1 TRANSFORMADOR ELEVADOR
- 2,3 DIVISOR DE TENSÃO
- 3 IMPEDÂNCIA DE MEDIÇÃO
- 4 MESA DE CONTROLE E MEDIÇÃO
- 5 DIELÉTRICO

Fig. 17 - Circuito de Medição

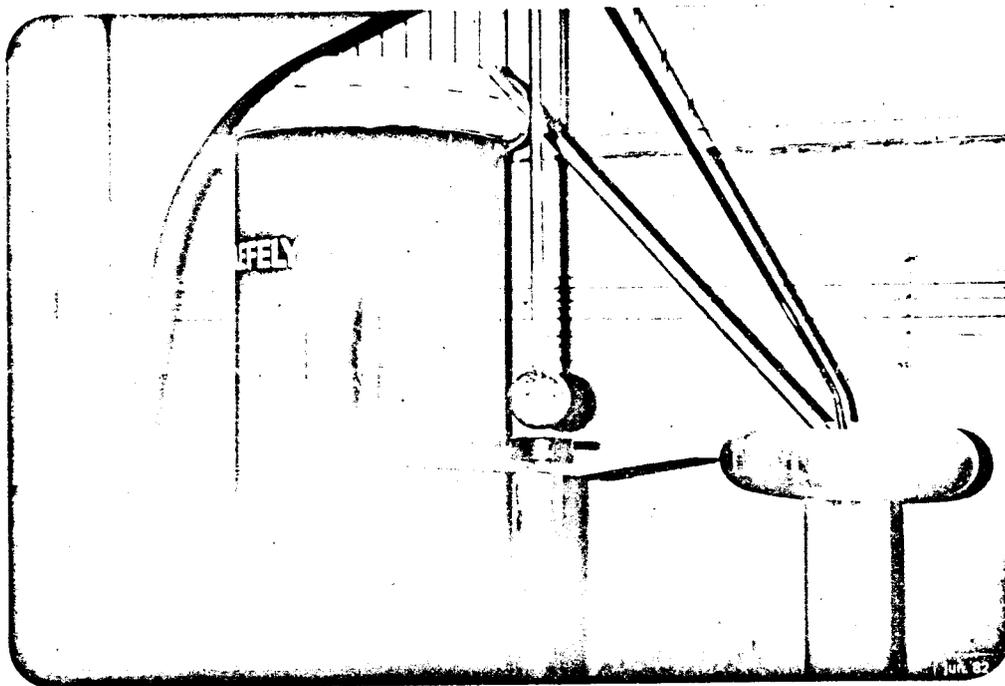


Foto 1 - Vista do circuito de medição

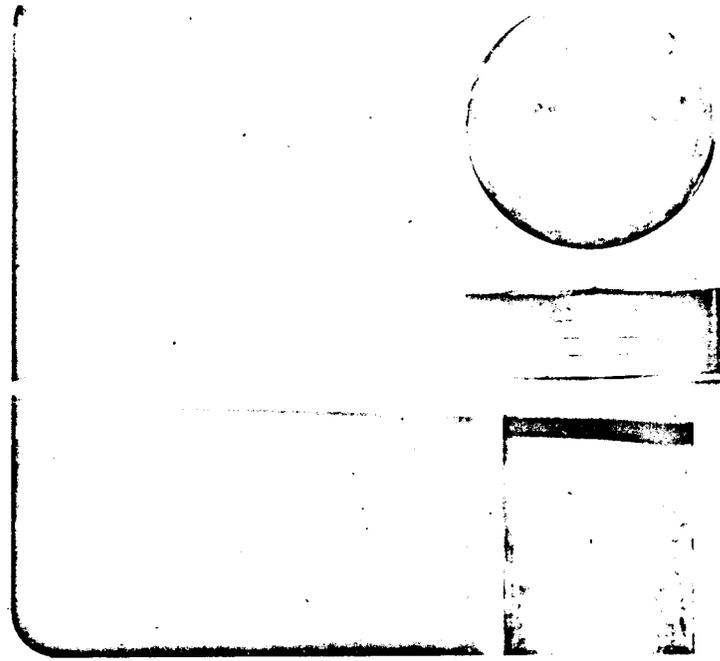


Foto 2

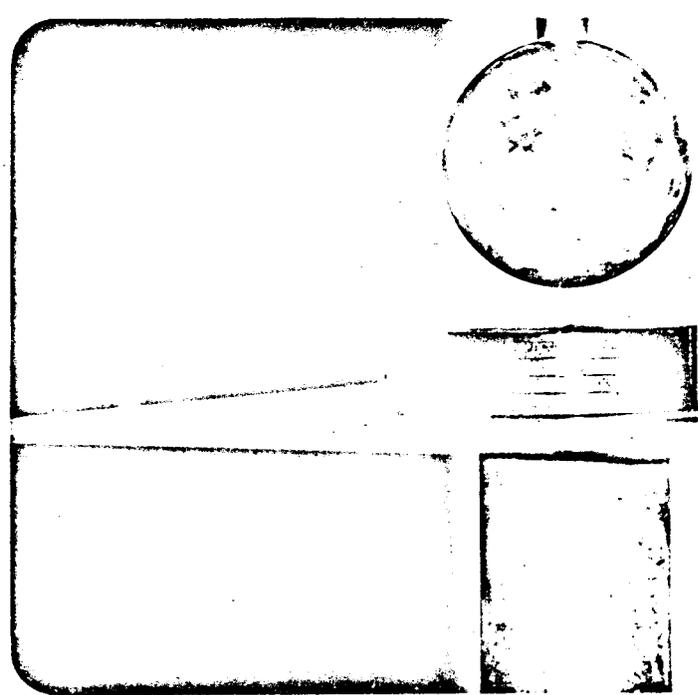


Foto 3

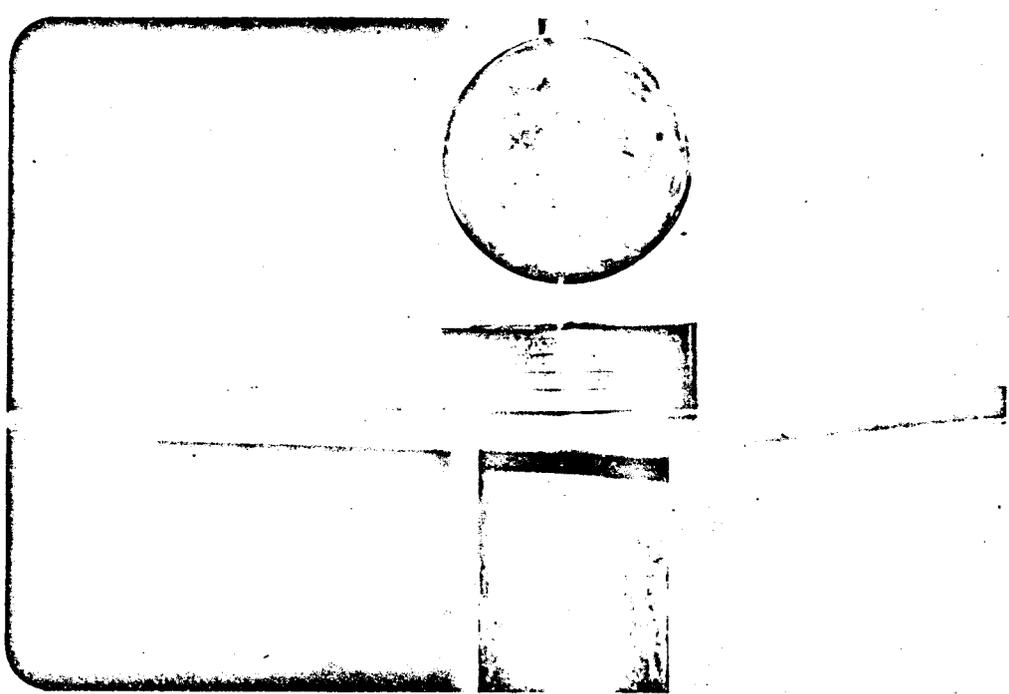


Foto 4

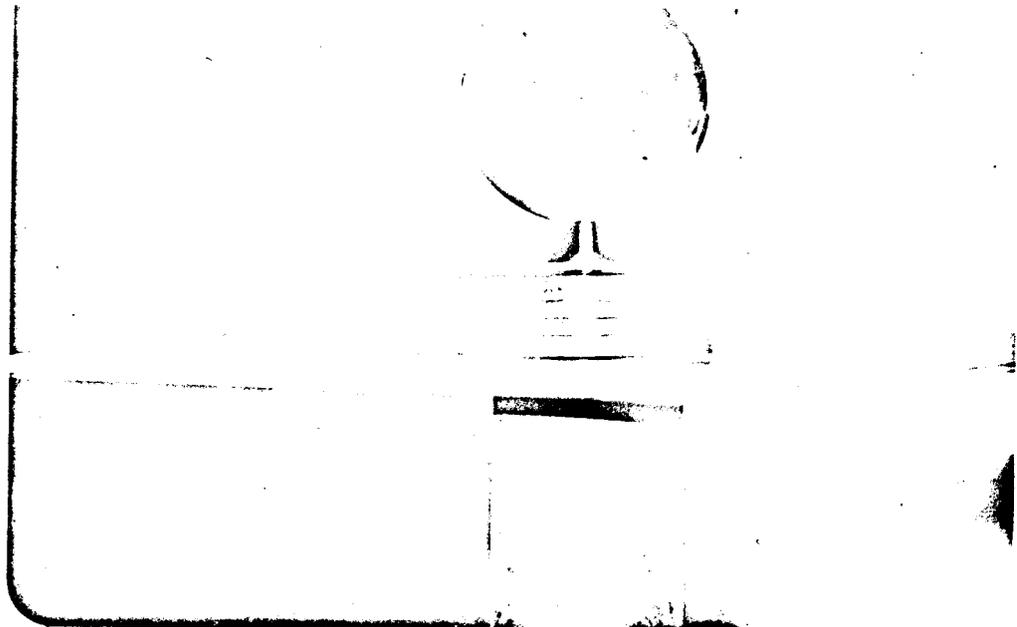


Foto 5

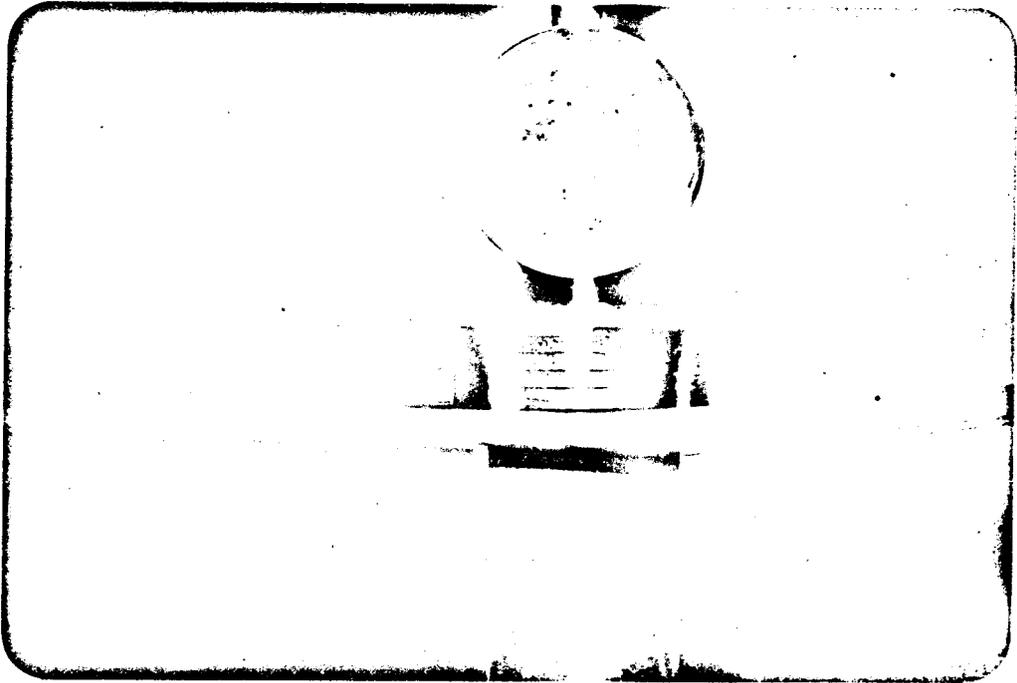


Foto 6

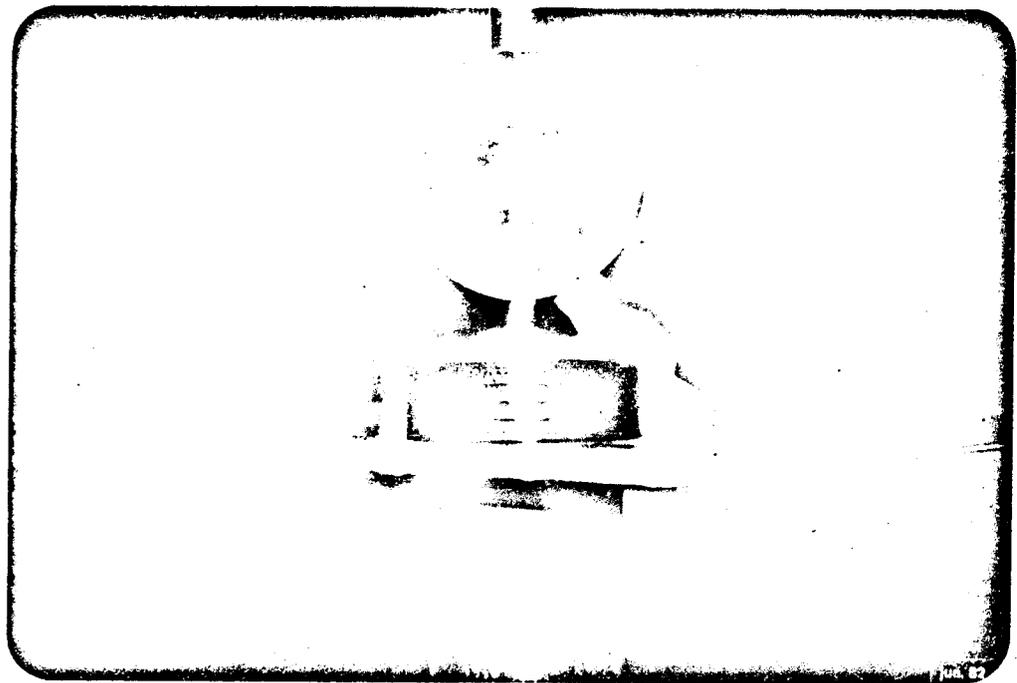


Foto 7

TABELA II

Para  $\epsilon = 4,0$

| R   | Z       | POTENCIAL | CAMPO      |
|-----|---------|-----------|------------|
| 0,0 | 20,0000 | 1,0000    | 0,1423892  |
| 0,0 | 19,7500 | 0,965204  | 0,1358258  |
| 0,0 | 19,4874 | 0,930410  | 0,1292723  |
| 0,0 | 19,2116 | 0,895635  | 0,1229969  |
| 0,0 | 18,9214 | 0,860827  | 0,1169902  |
| 0,0 | 18,6168 | 0,826077  | 0,1112702  |
| 0,0 | 18,2963 | 0,791303  | 0,1058267  |
| 0,0 | 17,9593 | 0,756523  | 0,1006693  |
| 0,0 | 17,6048 | 0,721716  | 0,0957983  |
| 0,0 | 17,2324 | 0,686907  | 0,09122973 |
| 0,0 | 16,8418 | 0,652121  | 0,08697546 |
| 0,0 | 16,4314 | 0,617252  | 0,0830369  |
| 0,0 | 16,0018 | 0,582370  | 0,07943987 |
| 0,0 | 15,5524 | 0,547417  | 0,07620016 |
| 0,0 | 15,0844 | 0,512443  | 0,07334955 |
| 0,0 | 14,5978 | 0,477364  | 0,07091523 |
| 0,0 | 14,0945 | 0,442192  | 0,0689406  |
| 0,0 | 13,5763 | 0,406872  | 0,0674755  |
| 0,0 | 13,0476 | 0,371460  | 0,0665852  |
| 0,0 | 12,5118 | 0,335880  | 0,06634239 |
| 0,0 | 11,9738 | 0,300090  | 0,0668363  |
| 0,0 | 11,4387 | 0,264009  | 0,06817258 |
| 0,0 | 10,9143 | 0,227706  | 0,07046260 |
| 0,0 | 10,4077 | 0,191213  | 0,0738188  |
| 0,0 | 10,0000 | 0,160392  | 0,07769658 |
| 0,0 | 9,0000  | 0,099210  | 0,01831251 |
| 0,0 | 8,0000  | 0,055810  | 0,01742060 |
| 0,0 | 7,0000  | 0,024383  | 0,01668314 |
| 0,0 | 6,0000  | 0,002661  | 0,01607869 |
| 0,0 | 0,0000  | 0,0000    | 0,01455560 |

Para  $\epsilon \rightarrow \infty$

| R   | Z   | CAMPO                |
|-----|-----|----------------------|
| 0,0 | 9,0 | $0,61 \cdot 10^{-6}$ |
| 0,0 | 8,0 | $0,45 \cdot 10^{-6}$ |
| 0,0 | 7,0 | $0,23 \cdot 10^{-6}$ |
| 0,0 | 6,0 | $0,41 \cdot 10^{-8}$ |
| 0,0 | 0,0 | $0,10 \cdot 10^{-5}$ |

TABELA III

|          |    | $V_{\epsilon}=2,0$ |        | $V_{\epsilon}=4,0$ |        | $V_{\epsilon}=8,0$ |        | $V_{\epsilon}=20,0$ |        |
|----------|----|--------------------|--------|--------------------|--------|--------------------|--------|---------------------|--------|
|          |    | $\eta$             | E      | $\eta$             | E      | $\eta$             | E      | $\eta$              | E      |
| $d'=1,0$ | *  | 36,68              | 0,1363 | 35,11              | 0,1424 | 33,93              | 0,1474 | 33,01               | 0,1515 |
|          | ** | 37,98              | 0,1316 | 37,65              | 0,1328 | 37,43              | 0,1335 | 37,27               | 0,1341 |
| $d'=0,8$ | *  | 38,38              | 0,1448 | 35,95              | 0,1545 | 34,18              | 0,1625 | 32,83               | 0,1692 |
|          | ** | 40,41              | 0,1375 | 39,87              | 0,1393 | 39,51              | 0,1406 | 39,25               | 0,1415 |
| $d'=0,2$ | *  | 36,12              | 0,2306 | 26,55              | 0,3139 | 21,26              | 0,3919 | 17,92               | 0,4650 |
|          | ** | 45,16              | 0,1821 | 41,44              | 0,2011 | 38,83              | 0,2146 | 37,08               | 0,2247 |
| $d'=0,0$ | *  | 19,63              | 0,5163 | 6,22               | 1,7189 | 1,97               | 6,2980 | 1,95                | 5,0702 |
|          | ** | 26,94              | 0,3708 | 12,89              | 0,7748 | 12,43              | 0,7959 | 9,26                | 1,0696 |

\* dielétrico esférico

\*\* dielétrico cilíndrico

$$r_E = r_D$$

TABELA IV

|          | $V_{\epsilon}=2,0$ |       | $V_{\epsilon}=4,0$ |       | $V_{\epsilon}=8,0$ |       | $V_{\epsilon}=20,0$ |       |        |
|----------|--------------------|-------|--------------------|-------|--------------------|-------|---------------------|-------|--------|
|          | $\eta$             | E     | $\eta$             | E     | $\eta$             | E     | $\eta$              | E     |        |
| $d'=1,0$ | *                  | 22,59 | 0,2214             | 22,00 | 0,2272             | 21,56 | 0,2319              | 21,20 | 0,2358 |
|          | **                 | 23,05 | 0,2169             | 22,93 | 0,2180             | 22,85 | 0,2188              | 22,79 | 0,2193 |
| $d'=0,8$ | *                  | 24,17 | 0,2299             | 23,23 | 0,2391             | 22,52 | 0,2467              | 21,96 | 0,2530 |
|          | **                 | 24,92 | 0,2229             | 24,72 | 0,2247             | 24,58 | 0,2260              | 24,48 | 0,2269 |
| $d'=0,2$ | *                  | 26,02 | 0,3203             | 20,65 | 0,4036             | 17,44 | 0,4778              | 15,31 | 0,5444 |
|          | **                 | 30,73 | 0,2711             | 28,42 | 0,2932             | 26,98 | 0,3088              | 26,00 | 0,3205 |
| $d'=0,0$ | *                  | 15,03 | 0,6589             | 6,35  | 1,56               | 3,16  | 3,1259              | 1,73  | 5,7323 |
|          | **                 | 20,09 | 0,4929             | 11,83 | 0,8368             | 8,07  | 1,2269              | 5,98  | 1,6535 |

\* dielétrico esférico

\*\* dielétrico cilíndrico

$$r_E = 0,5 r_D$$

TABELA V

|          |    | $V_{\epsilon}=2,0$ |        | $V_{\epsilon}=4,0$ |        | $V_{\epsilon}=8,0$ |        | $V_{\epsilon}=20,0$ |        |
|----------|----|--------------------|--------|--------------------|--------|--------------------|--------|---------------------|--------|
|          |    | $\eta$             | E      | $\eta$             | E      | $\eta$             | E      | $\eta$              | E      |
| $d'=1,0$ | *  | 45,19              | 0,1475 | 44,48              | 0,1499 | 43,93              | 0,1517 | 43,49               | 0,1533 |
|          | ** | 45,75              | 0,1457 | 45,63              | 0,1461 | 45,54              | 0,1464 | 45,64               | 0,1466 |
| $d'=0,8$ | *  | 48,47              | 0,1587 | 47,21              | 0,1629 | 46,23              | 0,1664 | 45,50               | 0,1692 |
|          | ** | 49,50              | 0,1554 | 49,26              | 0,1561 | 49,10              | 0,1567 | 48,98               | 0,1570 |
| $d'=0,2$ | *  | 51,52              | 0,2773 | 41,40              | 0,3451 | 35,30              | 0,4046 | 31,23               | 0,4573 |
|          | ** | 61,78              | 0,2312 | 58,53              | 0,2441 | 56,47              | 0,2530 | 55,05               | 0,2596 |
| $d'=0,0$ | *  | 29,36              | 0,6679 | 12,55              | 1,5626 | 6,31               | 3,1093 | 3,45                | 5,6810 |
|          | ** | 43,37              | 0,4520 | 28,79              | 0,6811 | 21,74              | 0,9018 | 17,65               | 1,1111 |

\* dielétrico esférico

\*\* dielétrico cilíndrico

$$r_E = 2 r_D$$

TABELA VI

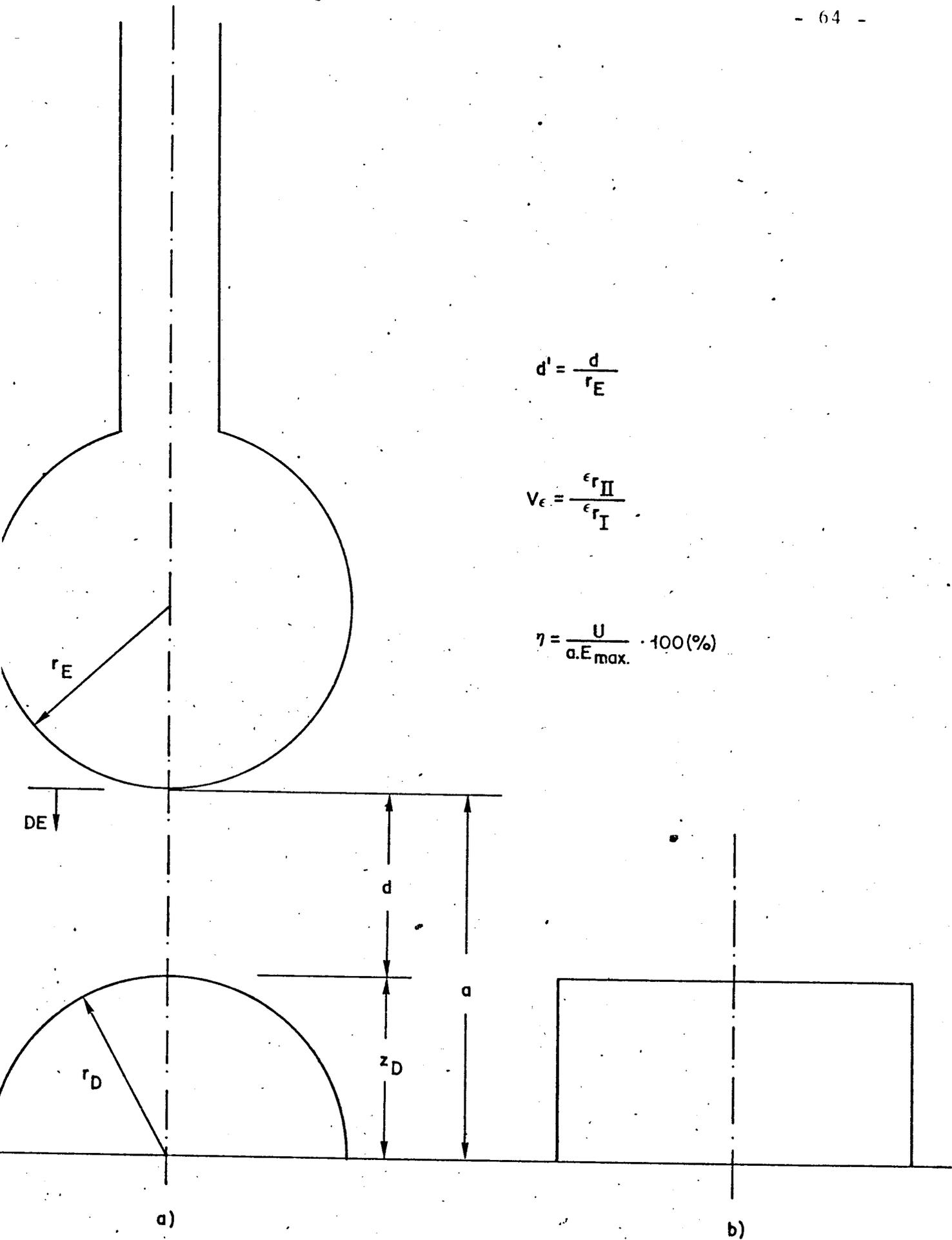
|          |    | $V_{\epsilon}=2,0$ |        | $V_{\epsilon}=4,0$ |        | $V_{\epsilon}=8,0$ |        | $V_{\epsilon}=20,0$ |        |        |
|----------|----|--------------------|--------|--------------------|--------|--------------------|--------|---------------------|--------|--------|
|          |    | RDC                | $\eta$ | E                  | $\eta$ | E                  | $\eta$ | E                   | $\eta$ | E      |
| $d'=1$   | 5  |                    | 38,13  | 0,1311             | 37,92  | 0,1318             | 37,77  | 0,1324              | 37,66  | 0,1327 |
|          | 10 |                    | 37,98  | 0,1316             | 37,65  | 0,1328             | 37,43  | 0,1335              | 37,27  | 0,1341 |
|          | 15 |                    | 37,89  | 0,1319             | 37,51  | 0,1333             | 37,25  | 0,1342              | 37,06  | 0,1349 |
|          | 20 |                    | 37,84  | 0,1321             | 37,41  | 0,1336             | 37,13  | 0,1346              | 36,93  | 0,1354 |
| $d'=0,2$ | 5  |                    | 46,30  | 0,1800             | 42,21  | 0,1974             | 39,67  | 0,2100              | 37,94  | 0,2196 |
|          | 10 |                    | 45,76  | 0,1821             | 41,44  | 0,2011             | 38,83  | 0,2146              | 37,08  | 0,2247 |
|          | 15 |                    | 45,63  | 0,1826             | 41,26  | 0,2020             | 38,64  | 0,2157              | 36,89  | 0,2259 |
|          | 20 |                    | 45,60  | 0,1827             | 41,24  | 0,2021             | 38,62  | 0,2157              | 36,88  | 0,2258 |

|                  |
|------------------|
| $r_E = Z_D = 10$ |
|------------------|

TABELA VII

|          |    | $V_{\epsilon}=2,0$ |        | $V_{\epsilon}=4,0$ |        | $V_{\epsilon}=8,0$ |        | $V_{\epsilon}=20,0$ |        |   |
|----------|----|--------------------|--------|--------------------|--------|--------------------|--------|---------------------|--------|---|
|          |    | ZDC                | $\eta$ | E                  | $\eta$ | E                  | $\eta$ | E                   | $\eta$ | E |
| $d'=1$   | 5  | 45,63              | 0,1461 | 45,41              | 0,1468 | 45,26              | 0,1473 | 45,16               | 0,1476 |   |
|          | 10 | 37,98              | 0,1316 | 37,65              | 0,1328 | 37,43              | 0,1335 | 37,27               | 0,1341 |   |
|          | 15 | 32,48              | 0,1232 | 32,08              | 0,1247 | 31,81              | 0,1257 | 31,61               | 0,1265 |   |
|          | 20 | 28,35              | 0,1176 | 27,91              | 0,1194 | 27,60              | 0,1208 | 27,38               | 0,1218 |   |
| $d'=0,2$ | 5  | 61,37              | 0,2328 | 57,89              | 0,2467 | 55,72              | 0,2564 | 54,24               | 0,2634 |   |
|          | 10 | 45,76              | 0,1821 | 41,44              | 0,2011 | 38,83              | 0,2146 | 37,08               | 0,2247 |   |
|          | 15 | 35,97              | 0,1635 | 31,55              | 0,1864 | 28,94              | 0,2032 | 27,22               | 0,2161 |   |
|          | 20 | 29,44              | 0,1544 | 25,16              | 0,1806 | 22,68              | 0,2004 | 21,07               | 0,2157 |   |

|                  |
|------------------|
| $r_E = r_D = 10$ |
|------------------|



$$d' = \frac{d}{r_E}$$

$$V_{\epsilon} = \frac{\epsilon_{rII}}{\epsilon_{rI}}$$

$$\eta = \frac{U}{a \cdot E_{max.}} \cdot 100(\%)$$

Fig: 11

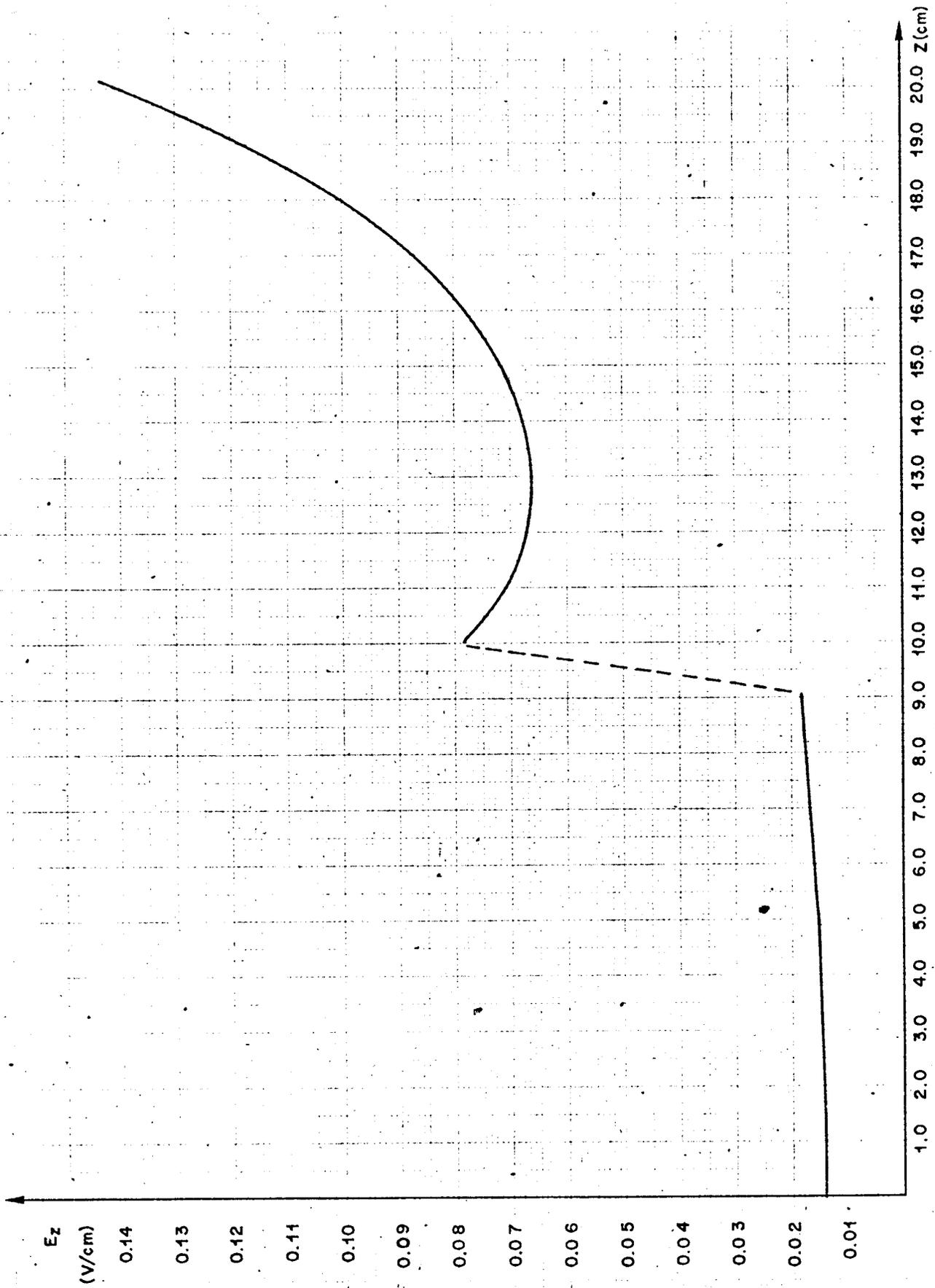


Fig. 12

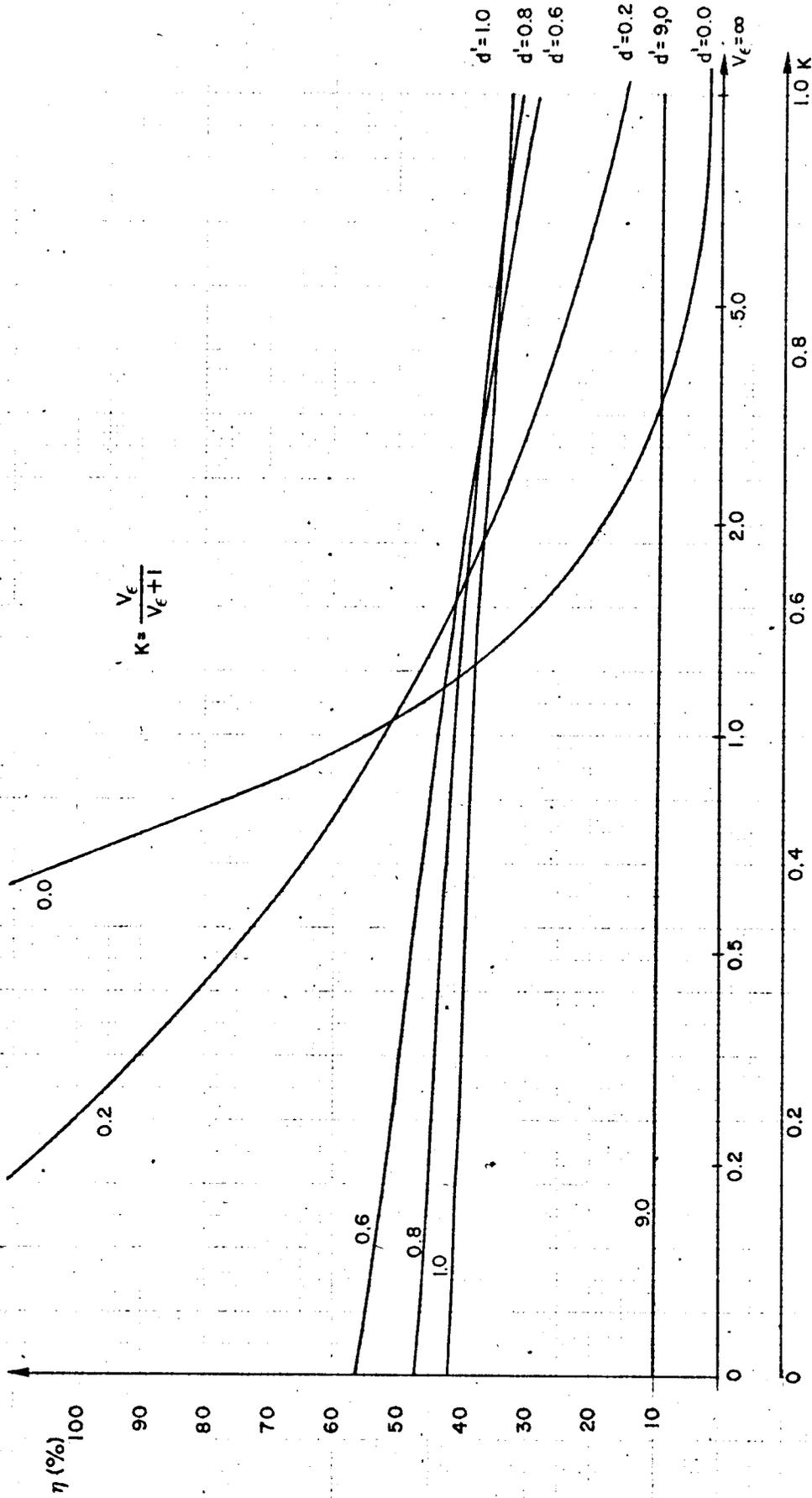


Fig. 13

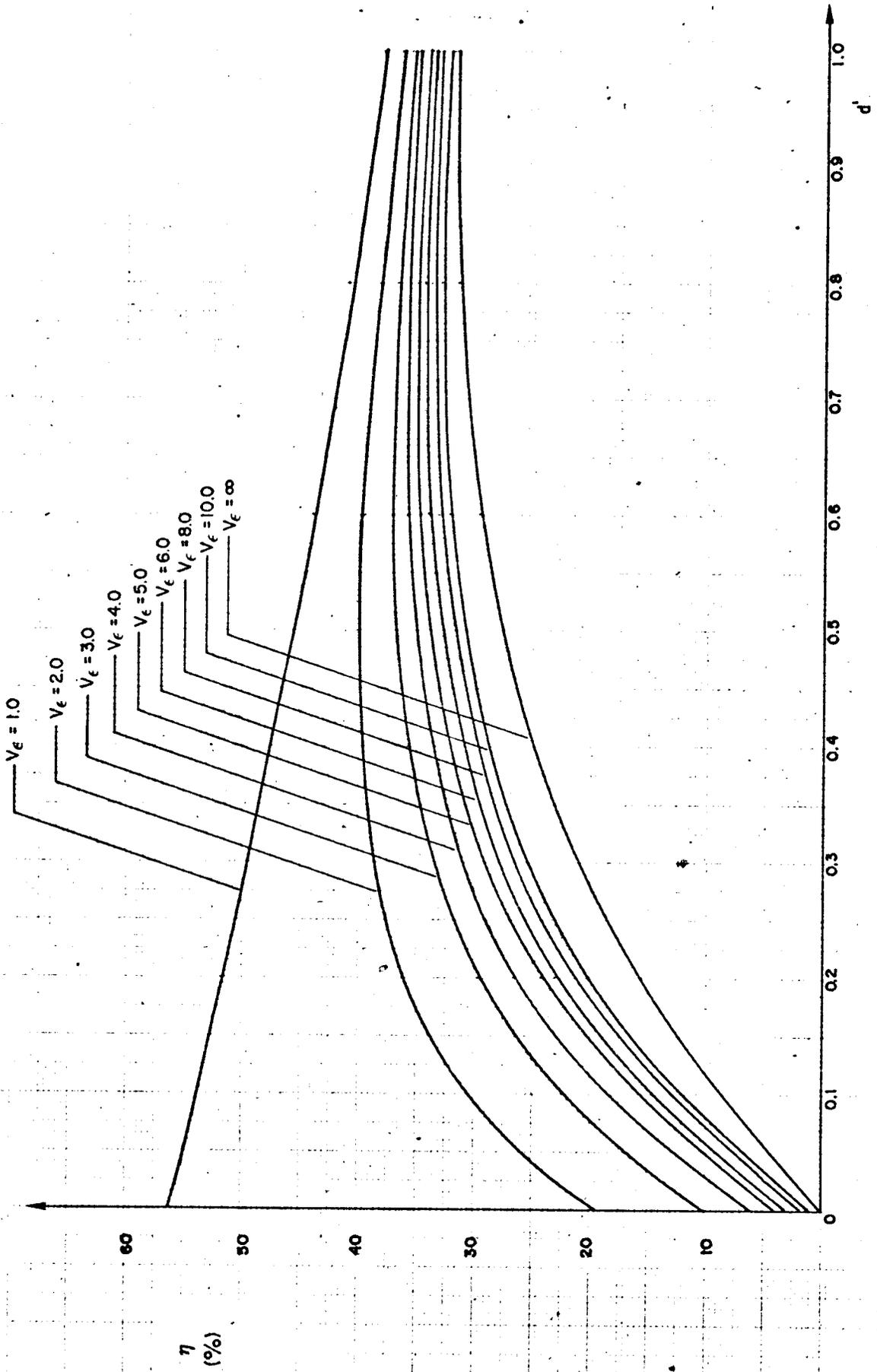


Fig. 14

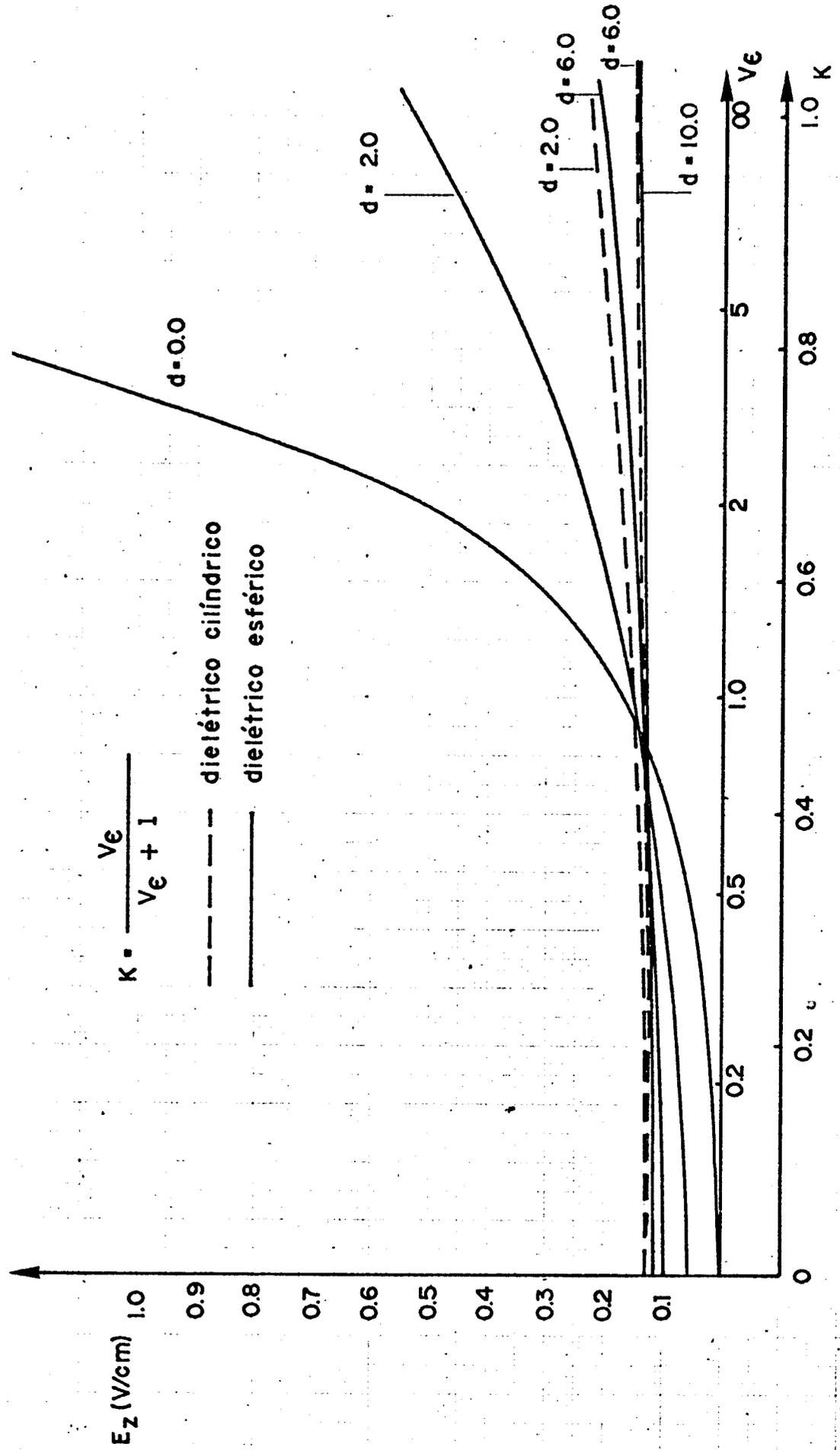


Fig. 15

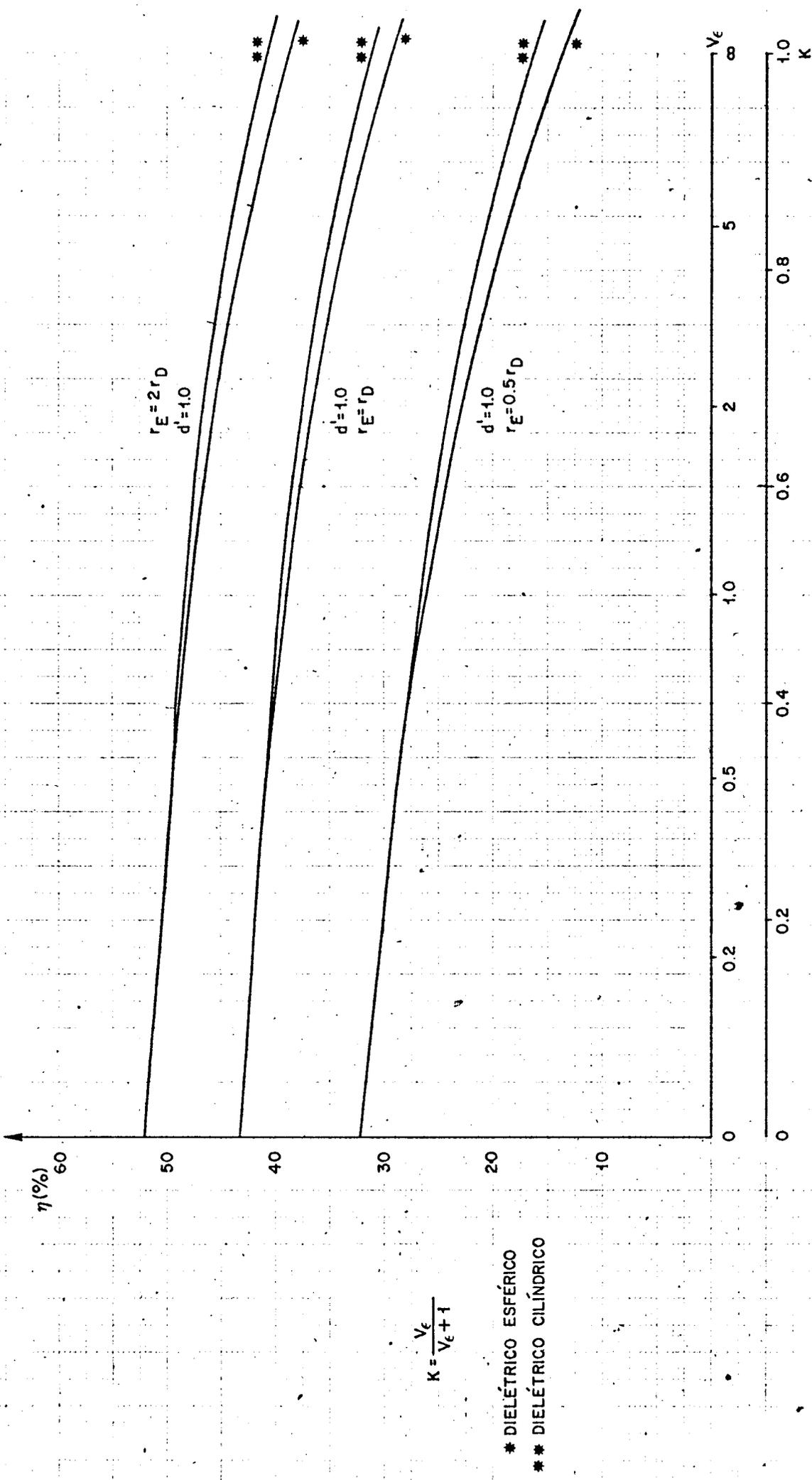


Fig. 16

CAPÍTULO VII

CONCLUSÃO

Analisando os resultados obtidos para o fator de aproveitamento, através do cálculo e experimentalmente através da tensão de início do corona, observou-se uma forte dependência dos seguintes parâmetros:

- a) relação das constantes dielétricas ( $V_E$ )
- b) relação  $d'$  ( $d/r_E$ )
- c) forma geométrica do dielétrico
- d) raio do eletrodo ( $r_E$ )
- e) altura do dielétrico ( $Z_{DC}$ )

Apesar das dificuldades experimentais descritos no item VI.2.4 a comparação com os resultados da tensão de início do corona obtidos a partir dos  $\eta$  calculados numericamente foi satisfatória, o que comprova uma excelente aplicabilidade do método numérico de simulação de cargas em casos com dois meios dielétricos diferentes.

Além das características analisadas neste trabalho, e para se obter um maior conhecimento desta configuração, deixa-se como sugestão para estudos posteriores: variação da forma e tamanho do eletrodo, eletrodo embutido no dielétrico, medida de corrente e medida da tensão inicial do corona com instrumentos de maior precisão.

APÊNDICES

APÊNDICE I

COEFICIENTES DAS COMPONENTES DE CAMPO PARA  
PONTO, LINHA E ANEL DE CARGA

No  $i$ -ésimo ponto de contorno  $P_i$  na superfície limitante dielétrica (Fig. 10) foram definidas as componentes radiais, axiais, tangenciais e normais do esforço de campo. As expressões  $E_{r_{i,K}}$  e  $E_{z_{i,K}}$  aqui apresentadas são resultado da diferenciação em  $r$  e  $z$  das expressões do coeficiente de potencial para ponto, linha e anel de carga, respectivamente. Com a omissão dos índices por motivo de visualização, temos para as componentes radial e axial de uma carga (índice  $K$ ) num ponto de contorno de coordenadas  $r_i$  e  $z_i$  na superfície dielétrica, as seguintes:

1. Para uma carga em ponto com coordenadas conforme Fig. 9.a):

$$E_{r_{i,K}} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \left\{ \frac{r}{[r^2 + (z-d)^2]^{3/2}} - \frac{r}{[r^2 + (z+d)^2]^{3/2}} \right\}$$

$$E_{z_{i,K}} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \left\{ \frac{z-d}{[r^2 + (z-d)^2]^{3/2}} - \frac{z+d}{[r^2 + (z+d)^2]^{3/2}} \right\}$$

2. Para uma carga em linha com coordenadas conforme Fig. 9.b):

$$E_{r_{i,K}} = \frac{1}{4\pi\epsilon(c-b)} \left[ \frac{c-z}{r\sqrt{r^2 + (c-z)^2}} - \frac{b-z}{r\sqrt{r^2 + (b-z)^2}} \right. \\ \left. + \frac{b+z}{r\sqrt{r^2 + (b+z)^2}} - \frac{c+z}{r\sqrt{r^2 + (c+z)^2}} \right]$$

$$E_{z,i,K} = \frac{1}{4\pi\epsilon(c-b)} \left[ \frac{1}{\sqrt{r^2+(c-z)^2}} - \frac{1}{\sqrt{r^2+(b-z)^2}} - \frac{1}{\sqrt{r^2+(b+z)^2}} + \frac{1}{\sqrt{r^2+(c+z)^2}} \right]$$

3. Para uma carga em anel com coordenadas conforme Fig. 9.c):

$$E_{r,i,K} = \frac{-1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{1}{\pi \cdot r} \left\{ \frac{[e^2-r^2+(z-d)^2]E(K_1)-[(r-e)^2+(z-d)^2]K(K_1)}{\sqrt{(r+e)^2+(z+d)^2} \cdot [(r-e)^2+(z-d)^2]} - \frac{[e^2-r^2+(z+d)^2]E(K_2)-[(r-e)^2+(z+d)^2]K(K_2)}{\sqrt{(r+e)^2+(z+d)^2} \cdot [(r+e)^2+(z+d)^2]} \right\}$$

$$E_{z,i,K} = \frac{-1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{2}{\pi} \left\{ \frac{(d-z) \cdot E(K_1)}{\sqrt{(r+e)^2+(z-d)^2} \cdot [(r-e)^2+(z-d)^2]} + \frac{(d+z) \cdot E(K_2)}{\sqrt{(r+e)^2+(z+d)^2} \cdot [(r-e)^2+(z+d)^2]} \right\}$$

com

$$K_1 = \sqrt{\frac{4er}{(r+e)^2+(z-d)^2}}$$

e

$$K_2 = \sqrt{\frac{4er}{(r+e)^2+(z+d)^2}}$$

## APÊNDICE II

### DESCRIÇÃO DO PROGRAMA DE CÁLCULO

O programa é composto de nove subrotinas que são chamadas em um programa principal, desenvolvidos de acordo com o método de cálculo descrito no Capítulo IV. São as seguintes, as subrotinas e as variáveis do programa:

#### SUBROTINAS:

- PONTO - Nessa subrotina são determinados os valores dos coeficientes de potencial de uma carga em ponto.
- LINHA - Nessa subrotina são determinados os valores dos coeficientes de potencial de uma linha de carga. Está dividida através da variante LINI, podendo assumir dois valores: igual a 1 para linha de carga infinita, e igual a 0 para segmentos de carga.
- ANEL - Nessa subrotina são determinados os valores dos coeficientes de potencial de um anel de carga.
- CAMPO - Nessa subrotina são calculados os valores das componentes de campo  $E_r$  e  $E_z$  para um ponto de carga.
- CAMLI - Nessa subrotina são calculados os valores das componentes de campo  $E_r$  e  $E_z$  de uma linha de carga (vale a mesma variante LINI).
- CAMAN - Nessa subrotina são calculados os valores das componentes de campo  $E_r$  e  $E_z$  de uma carga em anel.
- GELG - Resolve o sistema de equações.
- CEL1 - Essa subrotina resolve a integral elíptica do 1º tipo [22].
- CEL2 - Essa subrotina resolve a integral elíptica do 2º tipo [22].

DADOS DE ENTRADA:

- NTC - número total de cargas.
- NCD - número de cargas no dielétrico (dielétrico II).
- NCA - número de cargas no ar (dielétrico I).
- NCE - número de cargas no eletrodo.
- NPCE - número de pontos de contorno no eletrodo.
- NPCT - número de pontos de contorno totais.
- FII - potencial no eletrodo.
- TOLER - tolerância (erro dos mínimos quadrados).
- EPSR - relação das constantes dielétricas relativas.
- NP - variante para problema sem o ângulo do dielétrico.
- DE - variação das coordenadas (eixo z).
- VARD - parâmetro usado para variar as dimensões do dielétrico.
- NCEE - número de carga no eletrodo na parte esférica..
- NCEB - número de carga no eletrodo na parte do bastão.
- NPCEE - número de pontos de contorno na parte do eletrodo esférico.
- NPCEB - número de pontos de contorno na parte do eletrodo bastão.
- VARB - parâmetro usado para variar as dimensões do eletrodo bastão.
- VARE - parâmetro usado para variar as dimensões do eletrodo esférico.
- ZDC - parâmetro usado para variar a altura do dielétrico cilíndrico.
- RDC - parâmetro usado para variar o raio do dielétrico cilíndrico.

```

1 COMMON/TE1/Z(70), D(70), C(70), BB(70), E(70)
2 COMMON/TE2/R(70), I, K, PPO, FLI, PAN, ER, EZ
3 DIMENSION NC(70), DIS(70), SON(70), Q(70)
4 DIMENSION FIPT(70), TP(70), RPT(70), ZPT(70)
5 DIMENSION DIFE(70), QC(70), EZPM(70), EZLM(70), EZAM(70)
6 DIMENSION FI(70), ANG(70), PF(70, 70)
7 DIMENSION RII(70), ZII(70)
8 REAL II, JJ, KK, LL
9 INTEGER S, M, TP
10 S=50
11 M=56
12 READ(S, 10010) NTC, NCD, NCA, NCE, NPCLD, NPCE, NPCT, FII, ITHAX, TOLER, EPS

13 1NF, LINI, DE, VARD, NCEE, NCEB, NPCEE, NPCEB, VARB, VARE, ZDC, RDC
14 DO 10 K=1, NCEE
15 READ(S, 10020) NC(K), TP(K), D(K), C(K), BB(K), E(K)
16 D(K)=D(K)+VARE
17 E(K)=E(K)+VARE
18 D(K)=D(K)-DE
19 CONTINUE
20 10
21 DO 20 K=NCEE+1, NCEB
22 READ(S, 10030) NC(K), TP(K), D(K), C(K), BB(K), E(K)
23 C(K)=C(K)+VARB
24 BB(K)=BB(K)+VARB
25 BB(K)=BB(K)-DE
26 CONTINUE
27 20
28 DO 30 K=NCEB+1, NTC
29 READ(S, 10040) NC(K), TP(K), D(K), C(K), BB(K), E(K)
30 D(K)=D(K)+VARD+ZDC
31 E(K)=E(K)+VARD+RDC
32 CONTINUE
33 30
34 DO 40 I=1, NPCEE
35 READ(S, 10050) R(I), Z(I)
36 R(I)=R(I)+VARE
37 Z(I)=Z(I)+VARE
38 CONTINUE
39 40
40 DO 50 I=NPCEE+1, NPCEB
41 READ(S, 10060) R(I), Z(I)
42 R(I)=R(I)+VARB
43 Z(I)=Z(I)+VARB
44 CONTINUE
45 50
46 DO 60 I=NPCEB+1, NPCT
47 READ(S, 10070) R(I), Z(I)
48 R(I)=R(I)+VARD+RDC
49 Z(I)=Z(I)+VARD+ZDC
50 CONTINUE
51 60
52 DO 70 I=1, NPCE
53 Z(I)=Z(I)-DE
54 CONTINUE
55 70
56 DO 80 I=1, NPCT
57 RII(I)=R(I)
58 ZII(I)=Z(I)
59 CONTINUE
60 80
61 DO 90 I=1, NTC
62 FI(I)=0.0
63 CONTINUE
64 90
65 DO 100 I=1, NPCE
66 FI(I)=FII
67 CONTINUE
68 100
69 IT=0
70 110
71 DO 120 K=1, NTC

```

```

79      DO 120 I=1, NPCT+NCD
80      PF(I, K)=0. 0
81      120  CONTINUE
85      DO 160 I=1, NPCE
86      DO 160 K=1, NCE
87      IF(TP(K))130, 140, 150
88      130  CALL PONTO
89      PF(I, K)=PPO
90      GO TO 160
91      140  CALL LINHA
92      PF(I, K)=PLI
93      GO TO 160
94      150  CALL ANEL
95      PF(I, K)=PAN
96      160  CONTINUE
97      DO 200 I=NPCE+1, NPCT
98      DO 200 K=NCE+1, NCE+NCA
99      IF(TP(K))170, 180, 190
100     170  CALL PONTO
101     PF(I, K)=PPO
102     PF(I, K)=-PF(I, K)
103     GO TO 200
104     180  CALL LINHA
105     PF(I, K)=PLI
106     PF(I, K)=-PF(I, K)
107     GO TO 200
108     190  CALL ANEL
109     PF(I, K)=PAN
110     PF(I, K)=-PF(I, K)
111     200  CONTINUE
112     DO 240 I=1, NPCT
113     DO 240 K=NCE+NCA+1, NTC
114     IF(TP(K))210, 220, 230
115     210  CALL PONTO
116     PF(I, K)=PPO
117     GO TO 240
118     220  CALL LINHA
119     PF(I, K)=PLI
120     GO TO 240
121     230  CALL ANEL
122     PF(I, K)=PAN
123     240  CONTINUE
127     PI=3. 1415926536
128     IF(NP. EQ. 2)GO TO 260
129     DO 260 I=NPCE+1, NPCT
130     DI=SQRT((R(I)**2)+(Z(I)**2))
131     SON(I)=R(I)/DI
132     CIS(I)=Z(I)/DI
133     260  CONTINUE
134     DO 270 I=NPCE+1, NPCT
135     READ(S, 10080)ANG(I)
136     ANG(I)=(ANG(I)+PI/180.)
137     270  CONTINUE
138     DO 280 I=NPCE+1, NPCT
139     SON(I)=SIN(ANG(I))
140     CIS(I)=COS(ANG(I))
141     280  CONTINUE
142     DO 290 I=NPCE+1, NPCT
143     K=I+NCD
144     SON(K)=SON(I)
145     CIS(K)=CIS(I)
146     290  CONTINUE
147     DO 300 I=1, NPCT
148     SON(I)=0. 0
149     CIS(I)=0. 0
150     300  CONTINUE

```

```

151      DO 310 I=NCE+1, NPCT
152      K=I+NCD
153      R(K)=R(I)
154      Z(K)=Z(I)
155 310   CONTINUE
159      DO 380 I=NPCT+1, NPCT+NCD
160      DO 380 K=1, NTC
161      IF(TP(K))320, 330, 340
162 320   CALL CAMPO
163      GO TO 350
164 330   CALL CAMLI
165      GO TO 350
166 340   CALL CANAN
167 350   IF(K. LE. NCE)GO TO 360
168      IF(K. LE. NPCT)GO TO 370
169      PF(I, K)=- (ER*S0N(I)+EZ*DIS(I))
170      GO TO 380
171 360   PF(I, K)=(EPSR-1. )*(ER*S0N(I)+EZ*DIS(I))
172      GO TO 380
173 370   PF(I, K)=(EPSR)*(ER*S0N(I)+EZ*DIS(I))
174 380   CONTINUE
175      IF(IT. GT. 0)GO TO 480
176      M=70
177      N=1
178      EPS=1E-20
179      CALL GELG(FI, PF, M, N, EPS, IER)
180      DO 390 I=1, NTC
181      Q(I)=FI(I)
182 390   CONTINUE
183      DO 400 I=1, NPCT+NCD
184      QC(I)=Q(I)*1. 11261E-14
185 400   CONTINUE
186      GO TO 410
187      WRITE(N, 10090)
188      DO 410 I=1, NPCT+NCD
189      WRITE(N, 10100)QC(I)
190 410   CONTINUE
194 420   DO 430 I=1, NPCEE-1
195      READ(S, 10110)RPT(I), ZPT(I)
196      R(I)=RPT(I)*VARE
197      Z(I)=ZPT(I)*VARE-DE
198      RPT(I)=R(I)
199      ZPT(I)=Z(I)
200 430   CONTINUE
201      DO 440 I=NPCEE, NPCEB
202      READ(S, 10120)RPT(I), ZPT(I)
203      R(I)=RPT(I)*VARB
204      Z(I)=ZPT(I)*VARB-DE
205      RPT(I)=R(I)
206      ZPT(I)=Z(I)
207 440   CONTINUE
208      DO 450 I=NPCEB+1, NPCT
209      READ(S, 10130)RPT(I), ZPT(I)
210      R(I)=RPT(I)
211      R(I)=R(I)+VAR0*RD0
212      Z(I)=ZPT(I)
213      Z(I)=Z(I)+VAR0*ZD0
214      RPT(I)=R(I)
215      ZPT(I)=Z(I)
216 450   CONTINUE
217      GO TO 470
218      WRITE(N, 10140)
219      WRITE(N, 10150)
220      DO 460 I=1, NPCT
221      WRITE(N, 10160)RPT(I), ZPT(I)
222 460   CONTINUE

```

```

226 470 IT=IT+1
227 GO TO 110
228 480 DO 490 K=1, NCE
229 FIPT(K)=0.0
230 490 CONTINUE
231 DO 500 I=1, NPCE
232 FIPT(I)=0.0
233 DO 500 K=1, NTC
234 FIPT(I)=FIPT(I)+PF(I, K)*Q(K)
235 500 CONTINUE
236 GO TO 510
237 WRITE(N, 10170)
238 DO 510 I=1, NPCE
239 WRITE(N, 10180)FIPT(I)
240 510 CONTINUE
241 DO 520 I=1, NPCE
242 FI(I)=0.0
243 520 CONTINUE
244 DO 530 I=1, NPCE
245 FI(I)=FII
246 530 CONTINUE
247 DO 540 I=1, NPCE
248 DIFE(I)=(0.0)
249 540 CONTINUE
250 DO 550 I=1, NPCE
251 DIFE(I)=DIFE(I)+(FIPT(I)-FI(I))
252 550 CONTINUE
253 GO TO 570
254 WRITE(N, 10190)
255 DO 560 I=1, NPCE
256 WRITE(N, 10200)DIFE(I)
257 560 CONTINUE
258 SUM=0.0
259 570 DO 580 I=1, NPCE
260 SUM=SUM+(DIFE(I)**2)
261 580 CONTINUE
262 SUM=SUM/NPCE
263 WRITE(N, 10210)SUM
264 DO 620 K=1, NTC
265 I=1
266 RM=0.0
267 R(I)=RM
268 ZM=ZII(I)
269 Z(I)=ZM
270 IF(TP(K))590, 600, 610
271 590 CALL CAMPO
272 EZPH(K)=EZ
273 GO TO 620
274 600 CALL CAMLI
275 EZLH(K)=EZ
276 GO TO 620
277 610 CALL CAMAN
278 EZAH(K)=EZ
279 620 CONTINUE
280 SUM1=0.0
281 SUM2=0.0
282 SUM3=0.0
283 DO 660 I=1, NCE
284 IF(TP(I))630, 640, 650
285 630 SUM1=SUM1+EZPH(I)*Q(I)
286 GO TO 660
287 640 SUM2=SUM2+EZLH(I)*Q(I)
288 GO TO 660
289 650 SUM3=SUM3+EZAH(I)*Q(I)
290 660 CONTINUE
291 SUME=SUM1+SUM2+SUM3

```

```

297      SUM2=0. 0
298      SUM3=0. 0
299      DO 700 I=NCE+1, NPCT
300      IF(TP(I))670, 680, 690
301  670      SUM1=SUM1+EZPH(I)*Q(I)
302      GO TO 700
303  680      SUM2=SUM2+EZLN(I)*Q(I)
304      GO TO 700
305  690      SUM3=SUM3+EZAM(I)*Q(I)
306  700      CONTINUE
307      SUMA=SUM1+SUM2+SUM3
308      SUM1=0. 0
309      SUM2=0. 0
310      SUM3=0. 0
311      DO 740 I=NPCT+1, NTC
312      IF(TP(I))710, 720, 730
313  710      SUM1=SUM1+EZPH(I)*Q(I)
314      GO TO 740
315  720      SUM2=SUM2+EZLN(I)*Q(I)
316      GO TO 740
317  730      SUM3=SUM3+EZAM(I)*Q(I)
318  740      CONTINUE
319      SUMD=SUM1+SUM2+SUM3
320      SUMEXM=SUME+SUMD
321      WRITE(N, 10220)SUMEXM
322      WRITE(N, 10230)SUME, SUMA, SUMD
323      ANETA=SUMEXM*ZM/(FII+1.00)
324      ANETA=1. /ANETA
325      WRITE(N, 10240)ANETA, ZM, RM
326      IF(IT. EQ. ITHAX)GO TO 750
327      IF((SUM-TOLER). GT. 0)GO TO 420
328  750      GO TO 760
329      WRITE(N, 10250)
330      WRITE(N, 10260)
331      DO 760 I=1, NPCT
332      WRITE(N, 10270)R(I), Z(I)
333  760      CONTINUE
334      WRITE(N, 10280)
335      WRITE(N, 10290)DE, VARD, NCEE, NCEB, NPCEE, NPCEB, VARB, VARE
336      GO TO 770
337      WRITE(N, 10300)
338      WRITE(N, 10310)NTC, NCA, NCE, NPCLD, NPCE, NPCT, FII, ITHAX, TOLER, EPSR
339      WRITE(N, 10320)
340      WRITE(N, 10330)
341      DO 770 K=1, NTC
342      WRITE(N, 10340)ND(K), TP(K), D(K), C(K), BB(K), E(K)
343  770      CONTINUE
344      WRITE(N, 10350)
345      WRITE(N, 10360)
346      DO 780 I=1, NPCT
347      WRITE(N, 10370)RI(I), ZII(I), RPT(I), ZPT(I)
348  780      CONTINUE
349      WRITE(N, 10380)
350      DO 790 I=1, NPCE
351      WRITE(N, 10390)FIPT(I), DIFE(I)
352  790      CONTINUE
353      STOP
354  10010      FORMAT(7I, 6, I, 3G, I, 2G, 4I, 4G)
355  10020      FORMAT(2I, 4G)
356  10030      FORMAT(2I, 4G)
357  10040      FORMAT(2I, 4G)
358  10050      FORMAT(2G)
359  10060      FORMAT(2G)
360  10070      FORMAT(2G)
361  10080      FORMAT(G)

```

```

062 10090 FORMAT(??,10%, ' CARGAS CALCULADAS DO ',??)
063 10100 FORMAT(G)
064 10110 FORMAT(2G)
065 10120 FORMAT(2G)
066 10130 FORMAT(2G)
067 10140 FORMAT(??,10%, ' PONTOS DE TESTE ',??)
068 10150 FORMAT(??,14%, ' RPT ',10%, ' ZPT ',??)
069 10160 FORMAT(F20. 2, F17. 2)
070 10170 FORMAT(??,10%, ' POTENCIAL PTO. DE TESTE'??)
071 10180 FORMAT(F25. 4)
072 10190 FORMAT(??,15%, ' DIFE ',??)
073 10200 FORMAT(10%, F17. 6)
074 10210 FORMAT(??, ' MINIMO ',G)
075 10220 FORMAT(??, ' SUMEXM ',G)
076 10230 FORMAT(3G)
077 10240 FORMAT(??, ' ANETA ',G, ' ZH ',G, ' RM ',G)
078 10250 FORMAT(??,10%, ' LOCALIZACAO DOS PTOS DE CONTOHO'??)
079 10260 FORMAT(??,15%, ' R ',??)
080 10270 FORMAT(2F15. 6)
081 10280 FORMAT(?, 2%, ' DE VARD NCEE NCEB NPCEE NPCEB VARE VARE'??)
082 10290 FORMAT(2F7. 2, 4I4, 2F7. 2)
083 10300 FORMAT(?, 9%, ' NTC NCA NCE NPOLD NPCE NPCT FII ITHAX TOLER EPSR'??)
084 10310 FORMAT(I12, 5I5, F7. 2, I4, 2F11. 2)
085 10320 FORMAT(??,10%, ' LOCALIZACAO DAS CARGAS'??)
086 10330 FORMAT(??,5%, ' NC TP D C B E '??)
087 10340 FORMAT(6G)
088 10350 FORMAT(?,10%, ' PTO DE CONTOHO',10%, ' PTO DE TESTE'??)
089 10360 FORMAT(8%, ' R ',8%, ' Z ',10%, ' R ',8%, ' Z'??)
090 10370 FORMAT(4%, F9. 4, 5%, F9. 4, 12%, F15. 10, 5%, F15. 10)
091 10380 FORMAT(??, 2%, ' POTENCIAL TESTE',8%, ' DIFE '??)
092 10390 FORMAT(3%, F10. 6, 14%, F10. 6)
093 END

```

MINIMO

0.6854491E-04

SUMEXM

-0.1317034

-0.1312562

-0.1122504E-02 -0.4472381E-03

ANETA -37.96409 ZH 20.00000 RM 0.0000000E+00

DE VARD NCCE NCCEB NPCEE NPCEB VARB VARE

0.00 0.50 20 30 20 30 1.00 1.00

NTC NCA NCE NPCLD NPCE NPCT FII ITMAX TOLER EPSR

70 20 30 20 30 50 1.00 1 0.01 4.00

PTO DE CONTORNO

PTO DE TESTE

R

Z

R

Z

|        |          |              |                |
|--------|----------|--------------|----------------|
| 0.0000 | 20.0000  | 0.0273630000 | 24.0000370000  |
| 0.0548 | 20.0001  | 0.0963620000 | 20.0004080000  |
| 0.1200 | 20.0008  | 0.1722280000 | 20.0014830000  |
| 0.2185 | 20.0021  | 0.2786370000 | 20.0038830000  |
| 0.3388 | 20.0057  | 0.4169200000 | 20.0086950000  |
| 0.4950 | 20.0123  | 0.5965640000 | 20.0178100000  |
| 0.6980 | 20.0244  | 0.8298040000 | 20.0344680000  |
| 0.9614 | 20.0463  | 1.1323180000 | 20.0643140000  |
| 1.3029 | 20.0852  | 1.5239810000 | 20.1156080000  |
| 1.7443 | 20.1533  | 2.0294940000 | 20.2081580000  |
| 2.3129 | 20.2712  | 2.6784570000 | 20.3653820000  |
| 3.0402 | 20.4733  | 3.5038280000 | 20.6339340000  |
| 3.9591 | 20.8171  | 4.5361420000 | 21.0681710000  |
| 5.0954 | 21.3955  | 5.7906550000 | 21.8471890000  |
| 6.4461 | 22.3519  | 7.2313680000 | 23.0929520000  |
| 7.9326 | 23.9112  | 8.7054540000 | 25.0741180000  |
| 9.3675 | 26.3435  | 9.8160210000 | 28.0906220000  |
| 9.9995 | 29.9000  | 9.7435430000 | 32.2501920000  |
| 8.9434 | 34.4738  | 7.1667950000 | 36.9740270000  |
| 4.7159 | 38.8182  | 2.0000000000 | 41.1419870000  |
| 2.0000 | 41.4658  | 2.0000000000 | 41.8021450000  |
| 2.0000 | 42.1385  | 2.0000000000 | 42.8111490000  |
| 2.0000 | 43.4838  | 2.0000000000 | 44.8231430000  |
| 2.0000 | 46.1745  | 2.0000000000 | 48.8651410000  |
| 2.0000 | 51.5553  | 2.0000000000 | 56.9371360000  |
| 2.0000 | 62.3185  | 2.0000000000 | 73.9811270000  |
| 2.0000 | 83.8438  | 2.0000000000 | 105.3691160000 |
| 2.0000 | 126.8911 | 2.0000000000 | 169.9450760000 |
| 2.0000 | 212.9957 | 2.0000000000 | 299.0970500000 |
| 2.0000 | 385.1943 | 2.0000000000 | 299.0970500000 |
| 0.0000 | 5.0000   | 0.0000000000 | 5.0000000000   |
| 0.0159 | 4.9999   | 0.0079500000 | 5.0000000000   |
| 0.0305 | 4.9998   | 0.0262000000 | 4.9999500000   |
| 0.0633 | 4.9996   | 0.0499000000 | 4.9997500000   |
| 0.0981 | 4.9991   | 0.0807500000 | 4.9993500000   |

|        |        |              |              |
|--------|--------|--------------|--------------|
| 0.1434 | 4.9987 | 0.1208000000 | 4.9985500000 |
| 0.2023 | 4.9959 | 0.1729000000 | 4.9970000000 |
| 0.2789 | 4.9922 | 0.2406000000 | 4.9942000000 |
| 0.3782 | 4.9857 | 0.3235500000 | 4.9892000000 |
| 0.5071 | 4.9742 | 0.4427000000 | 4.9803500000 |
| 0.0742 | 4.9513 | 0.5907500000 | 4.9650000000 |
| 0.8902 | 4.9251 | 0.7824000000 | 4.9384000000 |
| 1.1685 | 4.8615 | 1.0297500000 | 4.8928000000 |
| 1.5244 | 4.7629 | 1.3473500000 | 4.8150500000 |
| 1.9744 | 4.5937 | 1.7514000000 | 4.6832000000 |
| 2.5315 | 4.3113 | 2.2573500000 | 4.4614500000 |
| 3.1955 | 3.8456 | 2.8729500000 | 4.0922000000 |
| 3.9306 | 3.0901 | 3.5829500000 | 3.4874500000 |
| 4.0212 | 1.9092 | 4.3104500000 | 2.5235500000 |
| 4.9909 | 0.1745 | 4.8806500000 | 1.0580500000 |

POTENCIAL TESTE

DIFE

|          |           |
|----------|-----------|
| 1.000003 | 0.000003  |
| 1.000005 | 0.000005  |
| 0.999995 | -0.000005 |
| 1.000004 | 0.000004  |
| 1.000000 | 0.000000  |
| 0.999994 | -0.000006 |
| 1.000003 | 0.000003  |
| 1.000003 | 0.000003  |
| 1.000005 | 0.000005  |
| 0.999995 | -0.000005 |
| 0.999999 | -0.000001 |
| 1.000005 | 0.000005  |
| 0.999998 | -0.000002 |
| 1.000000 | 0.000000  |
| 0.999902 | -0.000018 |
| 1.000014 | 0.000044  |
| 0.999809 | -0.000191 |
| 1.000764 | 0.000764  |
| 0.995990 | -0.004002 |
| 1.001412 | 0.001412  |
| 0.999793 | -0.000297 |
| 1.000457 | 0.000457  |
| 0.999657 | -0.000343 |
| 1.001593 | 0.001593  |
| 1.000790 | 0.000790  |
| 0.990801 | -0.009199 |
| 0.988713 | -0.011287 |
| 0.980930 | -0.019070 |
| 0.972310 | -0.027690 |
| 0.972310 | -0.027690 |

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] - J.C.MAXWELL, "A Treatise on Eletricity and Magnêtim",  
Rover Publications, Inc., New York, 3rd. edition, at  
the Clarendon Press, 1981.
- [2] - FRANCISCA A.C.PIRES, "Contribuição ao Estudo de Campo Elé  
trico pelo Método Numérico de Simulação de Cargas em  
Configurações de Eletrodos Infinitos", Tese de Mestrado,  
UNICAMP (1981).
- [3] - M.S.ABOU-SEADA; E.NASSER, "Digital Computer Calculation of  
the Potencial and Field of a Rod Gap", Proc. IEEE 56  
(1968), pp. 813-820.
- [4] - F.H.SANDERS, "Measurements of Townsend Coefficients for  
Ionization by Collision", Phys. Rev. 44 (1933).
- [5] - J.M.MEEK; J.D.CRAGS, "Electrical Breakdown of gases",  
New York, 1978.
- [6] - H.STEINBIGLER, "Anfangsfeldstärken und Ausnutzungs-faktoren  
rotationssymmetrischer Elektrodenanordnungen in Luft",  
Diss, TU München, 1969.
- [7] - M.P.SARMA; W.Janischewskyj, "Eletrostatic field of a  
System of parallel cylindrical conductors", IEEE  
Transaction on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-88,  
Nº 7, July/1969, pp. 1069-1079.
- [8] - LEONARD B. LOEB, "Electrical Coronas, Their Basic Physical  
Mechanisms", California, 1965.
- [9] - F.W.PEEK, Jr.; Dielectric Phenomena in High Voltage  
Engineering, McGraw-Hill.
- [10] - YOSHIAKI DOI, "Técnicas de Alta Tensão", Notas de Aula  
(1981).

- [11] - H.SINGER; H.STEINBIGLER; P.WEISS, "A Charge Simulation Method and the Calculation of High Voltage Fields", IEEE Trans. Power Apparatus Syst., PAS-93 (1974).
- [12] - J.M.JANISZEWSKI, "Método dos Elementos finitos aplicado a problemas de campos eletromagnéticos estatísticos", Tese de Doutorado , Poli - USP (1968).
- [13] - O.C.ZIENKIEWICZ, "The Finite Element method in Engineering Science", McGraw-Hill, London (1971).
- [14] - P.WEISS, "Rotationssymmetrische Zweisstoffdielektrika", Diss. TU München, 1972.
- [15] - WILLIAN S. DORN; DANIEL D. MACCRACKEN, "Cálculo Numérico com Estudos de Casos em FORTRAN IV", EDUSP (1978).
- [16] - S.KATO, "An Estimation Method for the electric field error of a charge simulation method", 3º International Symposium on High Voltage Engineering, 11.11 (1979).
- [17] - PAUL F. BYRD; MORRIS D. FRIEDMAN, "Handbook of Elliptic Integrals for Engineers and Scientists", London (1975).
- [18] - HANS VON BEEREN, "Técnica de la Alta Tensión", Labor (1956).
- [19] - DIETER KIND, "An Introduction to High-Voltage Experimental Technique, Wieweg (1978).
- [20] - IEC Recommendation: High-Voltage test techniques Publication 60 (1963).
- [21] - IEC Recommendation: High-Voltage test techniques Publication 60.1 (1963).
- [22] - ROLAND BULIRSCHI, "Numerical Calculation of Elliptic Integrals and Elliptic Functions", Handbook Series Special Functions, 78-90 (1965).