CONTRIBUIÇÃO AO ESTUDO DO GERADOR DE INDUÇÃO AUTO-EXCITADO

EDSON BIM
Orientador : YARO BURIAN JUNIOR

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia - FEC - UNICAMP, como parte dos requisitos exigidos para obtenção do título de MESTRE EM CIÊNCIAS.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA DE CAMPINAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA
MAIO 1981

UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL

DEDICATÓRIA

A minha esposa:
Thadeusa

Aos meus filhos:
Thais
Clarissa e
Eduardo

AGRADECIMENTOS:

Ao amigo Yaro Burian Junior, pela orientação,

Aos amigos Carlos R. Souza e André L.M. França pela leitura crítica do texto,

a Olga Regina S.S.Morales pelo esmero datilográfico,

a Edna Pfeifer pela colaboração prestada na organização da bibliografia.

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

CAPÍTULO I

A perspectiva do esgotamento das fontes convencionais de energia e o aumento contínuo do consumo de energia tem aberto campo ao aproveitamento de formas de energia até então não consideradas, como também a consideração do aproveitamento de fontes que forneçam pequenas escalas de energia.

Nestas circuntâncias, a geração de energia elétrica a partir de pequenas quedas d'água e dos ventos, por exemplo, colocam a questão do tipo do gerador a ser utilizado. Quando a quantidade de energia a ser explorada é de pequena escala a máquina deve ser barata e de fácil operação.

A utilização do gerador síncrono requer que a velocidade seja constante e que se faça a sua sincronização. Neste caso, o controle de velocidade pode significar um elevado custo de operação.

O gerador de corrente contínua embora não tenha as restrições do síncrono, tem um preço elevado como também exige uma manutenção permanente.

Já o gerador de indução (tipo gaiola de esquilo) tem como atrativos sua simplicidade e robustez que resultam entre outras coisas em menores custos de operação e manutenção. Nestas máquinas não surgem problemas do controle de velocidade, sincronização ou de manutenção. Como o gerador de indução não difere em nada, em termos construtivos, do motor de indução, a sua compra é facilitada.

No presente trabalho procura-se dar uma contribuição à máquina de indução, operando como gerador, com excitação capacitiva.

No capítulo II, com a máquina representada por um grupo de circuitos acoplados, são obtidas as expressões de tensão para cada fase do estator e do rotor. Como estas expressões contém coeficientes dependentes do tempo, são realizadas transformações de

variáveis que resultam em equações de tensão a coeficientes constantes. Finalmente, é obtido o circuito equivalente.

No capítulo III são apresentadas as regiões de funcionamento, definidas pelo escorregamento e torque eletromagnético, para a máquina alimentada pelo estator e/ou rotor.

No capítulo IV discute-se inicialmente, a excitação capacitiva e a relação tensão gerada-velocidade para o gerador em vazio e em carga. Em seguida são apresentados resultados experimentais: tensão final na auto-excitação, curvas tensão e freqüência geradas em função da velocidade, característica tensão gerada-corrente de carga. São apresentadas também a compensação da tensão gerada, como também o gerador de indução operando em paralelo com uma bateria.

CAPÍTULO II

A MÁQUINA DE INDUÇÃO E SUAS RELAÇÕES BÁSICAS

CAPÍTULO II

II.1 - INTRODUÇÃO

Diferenciando-se basicamente nos seus enrolamentos de rotor, as máquinas de indução dividem-se em dois tipos principais. Se o rotor possui enrolamento similar ao de estator, com cada um dos seus terminais conectados a um dos anéis fixos ao eixo da máquina, tem-se o tipo rotor bobinado. Neste caso, podem-se alterar as características elétricas de rotor, introduzindo através dos anéis, resistências ou tensão na freqüência de escorregamento. Por outro lado, se barras condutoras (de cobre ou de alumínio) são fundidas nas ranhuras do rotor e curto-circuitadas permanentemente, a máquina é do tipo gaiola. Ele é essencialmente um enrolamento polifásico simétrico, com o mesmo número de pólos do estator, sendo portanto, eletricamente equivalente a um rotor bobinado com características invariáveis [1] (ou fixas).

As relações gerais da máquina derivam da equação de tensão aplicada a um dado circuito, ou seja

$$v = ri + p(\lambda) \qquad (2.1)$$

onde

v = tensão instantânea aplicada ao circuito, em volts
i = corrente instantânea no circuito, em ampères
λ = fluxo concatenado instantâneo, em weber
r = resistência do circuito, em ohms
p = operador diferencial, indicando derivação no tempo.

O fluxo concatenado λ é função das correntes dos diversos circuitos acoplados magneticamente. Se se ignora o fenômeno da histerese e o comportamento não linear dos materiais magnéticos, para os quais acréscimos iguais na corrente não produzem acréscimos iguais no fluxo, os fluxos concatenados tornam-se funções lineares das correntes. Neste caso, pode-se escrever que $\lambda = Li$ onde L é a indutância do circuito em henrys. Para um conjunto de n circuitos acoplados magneticamente, tem-se

$$\begin{aligned}
\lambda_1 &= L_{11}\, i_1 + L_{12}\, i_2 + L_{13}\, i_3 + \ldots\ldots + L_{1n}\, i_n \\
&\vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \\
\lambda_n &= L_{n1}\, i_1 + L_{n2}\, i_2 + \ldots\ldots\ldots\ldots + L_{nn}\, i_n
\end{aligned} \tag{2.2}$$

onde

$$L_{jj} = \frac{\lambda_j}{i_j} \quad , \; i_K = 0 \; , \; K \neq j$$

$$L_{jr} = \frac{\lambda_j}{i_r} \quad , \; i_K = 0 \; , \; K \neq r$$

Para o presente estudo será considerada a máquina de indução trifásica. Portanto, ter-se-ão seis circuitos: três no estator e outros três no rotor. Sem perda de generalidade, será considerada uma máquina de dois pólos.

Os enrolamentos são apresentados esquematicamente na Figura 2.1, onde as posições das várias bobinas representam as posições geométricas dos eixos magnéticos de seus respectivos enrolamentos. Tanto os três circuitos de estator como os de rotor estão defasados de 120º entre si. O ângulo Θ , mostrado na figura é o ângulo mecânico instantâneo em radianos entre as fases correspondentes de estator e rotor. Quando o rotor gira, o ângulo varia com o tempo, ou seja

$$\Theta = \omega_m t - \delta \quad \text{radianos} \tag{2.3}$$

onde ω_m é a velocidade angular do rotor em radianos por segundo , suposta aqui ser constante e no sentido anti-horário.

As bobinas de rotor vêem o campo girante criado pelas correntes de estator, com uma velocidade $\omega_{sin} - \omega_m$, onde ω_{sin} é a velocidade síncrona angular do campo magnético girante. Esta diferença, que é a freqüência da tensão induzida nos enrolamentos de rotor, é expressa geralmente em termos do escorregamento s :

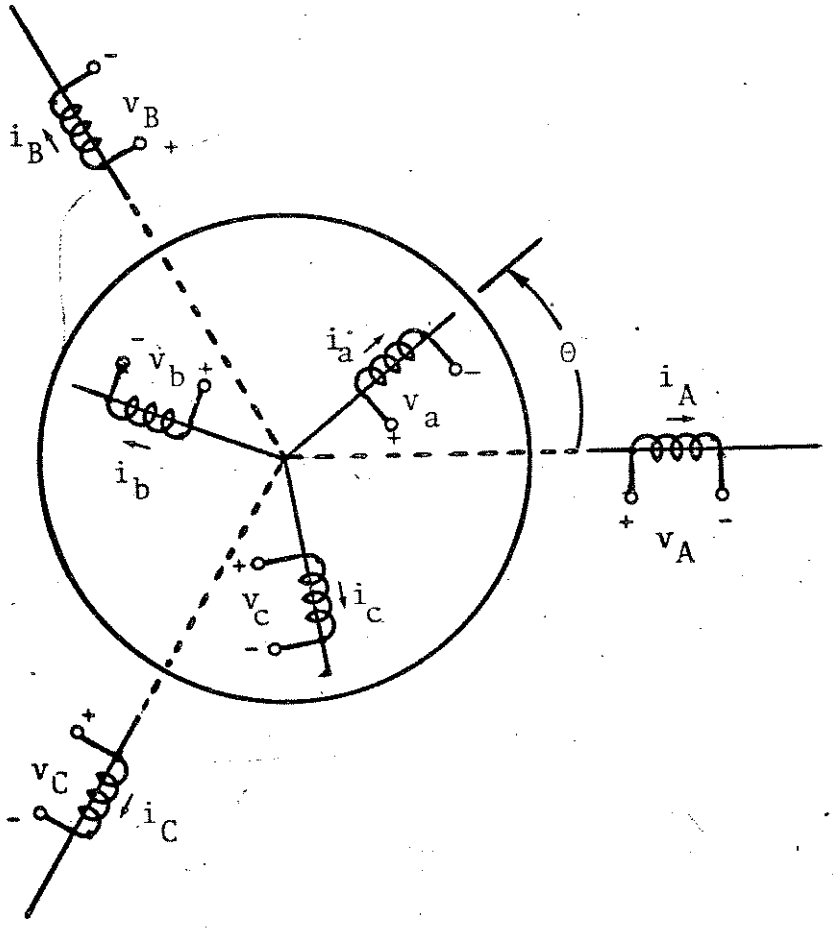


Fig. 2.1 - Representação da máquina trifásica de indução, modelo circuitos acoplados.

$$s = \frac{\omega_{sin} - \omega_m}{\omega_{sin}} \qquad (2.4)$$

Como, a máquina em estudo é de dois pólos, $\omega_{sin} = \omega_e$, para ω_e sendo a freqüência angular das correntes de estator. Para o caso de se ter p pólos, $\omega_{sin} = \frac{2}{p}\ \omega_e$.

II.2 - PARÂMETROS DA MÁQUINA

Indutância é um fator de proporcionalidade entre fluxo concatenado e corrente. Decorre da expressão (2.2), que indutância mútua é o fluxo concatenado com um enrolamento e produzido por uma corrente de um ampère circulando no outro. A indutância própria difere da mútua, pelo fato do fluxo ser produzido pela corrente que circula no próprio enrolamento.

Em consequência da ausência de saliência entre estator e rotor (despreza-se o efeito das ranhuras), o circuito magnético do fluxo concatenado permanece o mesmo, e portanto as indutâncias próprias de cada fase de estator ou de rotor são constantes. As indutâncias mútuas entre duas fases quaisquer do estator ou entre duas fases de rotor são também constantes, já que a posição entre os enrolamentos em questão, é fixa. Contudo, isto já não ocorre com uma dada fase de estator e outra de rotor. A indutância mútua entre uma fase de estator e de rotor depende da posição relativa entre os seus respectivos eixos magnéticos. Quando os eixos magnéticos de uma fase do estator e de rotor estiverem paralelos ($\theta = 0$), a indutância mútua é máxima e positiva; se estiverem anti-paralelos ela é máxima negativa ($\theta = \pi$). Quando os respectivos eixos estão defasados de $\frac{\pi}{2}$ radianos, o fluxo concatenado é zero e a mútua é zero. Por construção dos enrolamentos procura-se fazer com que a indutância mútua varie com o cosseno do ângulo elétrico entre os eixos magnéticos dos enrolamentos.

Considerando finalmente que as bobinas de estator são idênticas, e o mesmo ocorrendo para as de rotor, por inspeção da Figura 2.1, escrevem-se as indutâncias da máquina de indução trifásica.

$$
\begin{aligned}
L_{AA} &= L_{BB} = L_{CC} = L_{ee} \\
L_{aa} &= L_{bb} = L_{cc} = L_{rr} \\
L_{AB} &= L_{AC} = L_{BC} = M_e \\
L_{ab} &= L_{ac} = L_{bc} = M_r \\
L_{Aa} &= L_{Bb} = L_{Cc} = L_{er} \cos \Theta \\
L_{Ab} &= L_{Bc} = L_{Ca} = L_{er} \cos \left(\Theta + \frac{2\pi}{3} \right) \\
L_{Ac} &= L_{Ba} = L_{Cb} = L_{er} \cos \left(\Theta - \frac{2\pi}{3} \right)
\end{aligned}
\qquad (2.5)
$$

Finalmente as resistências de cada fase de estator e de rotor são consideradas constantes e iguais (despreza-se as variações devido ao aquecimento).

$$
\begin{aligned}
R_A &= R_B = R_C = R_e \\
R_a &= R_b = R_c = R_r
\end{aligned}
\qquad (2.6)
$$

II.3 - EQUAÇÕES DE TENSÃO DA MÁQUINA

As correntes trifásicas do estator e do rotor são suspostas senoidais e equilibradas.

$$
\begin{aligned}
i_A(t) &= \sqrt{2}\, I_e \operatorname{sen} \omega_e t \\
i_B(t) &= \sqrt{2}\, I_e \operatorname{sen} \left(\omega_e t - \frac{2\pi}{3} \right) \\
i_C(t) &= \sqrt{2}\, I_e \operatorname{sen} \left(\omega_e t + \frac{2\pi}{3} \right) \\
i_a(t) &= \sqrt{2}\, I_r \operatorname{sen} (\omega_r t) \\
i_b(t) &= \sqrt{2}\, I_r \operatorname{sen} \left(\omega_r t - \frac{2\pi}{3} \right) \\
i_c(t) &= \sqrt{2}\, I_r \operatorname{sen} \left(\omega_r t + \frac{2\pi}{3} \right)
\end{aligned}
\qquad (2.7)
$$

onde

ω_e , ω_r - freqüências angulares das correntes de estator e de rotor respectivamente.

I_e, I_r - valores eficazes das correntes de estator e rotor respectivamente.

Tomando a equação 2.2 para cada um dos seis circuitos mostrados na Figura 2.1, tem-se o fluxo concatenado por fase:

Estator:

$$\lambda_A(t) = L_{ee}\, i_A + M_e\, i_B + M_e\, i_C + L_{er} \cos\Theta\, i_a + L_{er} \cos(\Theta + \tfrac{2\pi}{3})\, i_b + L_{er} \cos(\Theta - \tfrac{2\pi}{3})\, i_c \qquad (2.8a)$$

$$\lambda_B(t) = M_e\, i_A + L_{ee}\, i_B + M_e\, i_C + L_{er} \cos(\Theta - \tfrac{2\pi}{3})\, i_a + L_{er} \cos\Theta\, i_b + L_{er} \cos(\Theta + \tfrac{2\pi}{3})\, i_c \qquad (2.8b)$$

$$\lambda_C(t) = M_e\, i_A + M_e\, i_B + L_{ee}\, i_C + L_{er} \cos(\Theta + \tfrac{2\pi}{3})\, i_a + L_{er} \cos(\Theta - \tfrac{2\pi}{3})\, i_b + L_{er} \cos\Theta\, i_c \qquad (2.8c)$$

Rotor:

$$\lambda_a(t) = L_{er} \cos\Theta\, i_A + L_{er} \cos(\Theta - \tfrac{2\pi}{3})\, i_B + L_{er} \cos(\Theta + \tfrac{2\pi}{3})\, i_C + L_{rr}\, i_a + M_r\, i_b + M_r\, i_c \qquad (2.8d)$$

$$\lambda_b(t) = L_{er} \cos(\Theta + \tfrac{2\pi}{3})\, i_A + L_{er} \cos\Theta\, i_B + L_{er} \cos(\Theta - \tfrac{2\pi}{3})\, i_C + M_r\, i_a + L_{rr}\, i_b + M_r\, i_c \qquad (2.8e)$$

$$\lambda_c(t) = L_{er} \cos(\Theta - \tfrac{2\pi}{3})\, i_A + L_{er} \cos(\Theta + \tfrac{2\pi}{3})\, i_B + L_{er} \cos\Theta\, i_C + M_r\, i_a + M_r\, i_b + L_{rr}\, i_c \qquad (2.8f)$$

Com as equações de tensão da máquina real definidas na expressão (2.1), e com os fluxos concatenados das expressões (2.8), as tensões para cada fase de estator e de rotor são escritas na expressão (2.9).

O comportamento tanto em regime permanente como no transitório pode ser obtido, resolvendo estas equações. Mas a presença nestas equações, de coeficientes dependentes do ângulo θ, que é função do tempo (equação 2.3), torna a solução muito dificultosa. Em vista disto, são usadas transformações de variáveis, demodo que os coeficientes das equações nas novas variáveis sejam constantes, para os casos de se ter velocidades constantes.

II.4 - TRANSFORMAÇÃO TRIFÁSICO-DIFÁSICO

O problema consiste em encontrar uma transformação de coordenadas que converta a máquina trifásica real em uma equivalente difásica. Tanto corrente, tensão, fluxo concatenado serão referidos a dois eixos ortogonais α, β estacionários em relação ao estator. Além desta existem as possibilidades de escolher os eixos girando à velocidade síncrona |2| , ou ainda fixos no rotor (girando à velocidade do rotor).

Na transformação, o número total de espiras de estator e rotor (N_e,N_r respectivamente) será mantido. O resultado é que as espiras são agrupadas de tal maneira que o novo modelo α,β difásicos, tenha em cada fase a metade das espiras do enrolamento em questão, e a máquina equivalente difere da real apenas no rearranjo das espiras | 3 | .

Considere primeiramente a transformação das grandezas de estator em relação aos eixos α_e, β_e fixos em relação ao estator. A Figura 2.2 mostra o enrolamento trifásico de estator e os correspondentes enrolamentos do modelo α, β.

Por conveniência, é assumido que a fase A de estator é coincidente com o eixo α_e.

Decompondo as ondas de f.m.m. das bobinas do estator,ao longo dos novos eixos tem-se

$$
\begin{bmatrix} v_A \\ v_B \\ v_C \\ v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} =
\left[\begin{array}{ccc|ccc}
R_e+L_{ee}\,p & M_e\,p & M_e\,p & L_{er}\cos\theta\,p & L_{er}\cos(\theta+\frac{2\pi}{3})\,p & L_{er}\cos(\theta-\frac{2\pi}{3})\,p \\
 & & & -L_{er}\,\mathrm{sen}\,\theta\,p\theta & -L_{er}\,\mathrm{sen}(\theta+\frac{2\pi}{3})\,p\theta & -L_{er}\,\mathrm{sen}(\theta-\frac{2\pi}{3})\,p\theta \\
\hline
M_e\,p & R_e+L_{ee}\,p & M_e\,p & L_{er}\cos(\theta-\frac{2\pi}{3})\,p & L_{er}\cos\theta\,p\theta & L_{er}\cos(\theta+\frac{2\pi}{3})\,p \\
 & & & -L_{er}\,\mathrm{sen}(\theta-\frac{2\pi}{3})\,p\theta & -L_{er}\,\mathrm{sen}\,\theta\,p\theta & -L_{er}\,\mathrm{sen}(\theta+\frac{2\pi}{3})\,p\theta \\
\hline
M_e\,p & M_e\,p & R_e+L_{ee}\,p & L_{er}\cos(\theta+\frac{2\pi}{3})\,p & L_{er}\cos(\theta-\frac{2\pi}{3})\,p & L_{er}\cos\theta\,p \\
 & & & -L_{er}\,\mathrm{sen}(\theta+\frac{2\pi}{3})\,p\theta & -L_{er}\,\mathrm{sen}(\theta-\frac{2\pi}{3})\,p\theta & -L_{er}\,\mathrm{sen}\,\theta\,p\theta \\
\hline
L_{er}\cos\theta\,p & L_{er}\cos(\theta-\frac{2\pi}{3})\,p & L_{er}\cos(\theta+\frac{2\pi}{3})\,p & R_r+L_{rr}\,p & M_r\,p & M_r\,p \\
-L_{er}\,\mathrm{sen}\,\theta\,p\theta & -L_{er}\,\mathrm{sen}(\theta-\frac{2\pi}{3})\,p\theta & -L_{er}\,\mathrm{sen}(\theta+\frac{2\pi}{3})\,p\theta & & & \\
\hline
L_{er}\cos(\theta+\frac{2\pi}{3}) & L_{er}\cos\theta\,p & L_{er}\cos(\theta-\frac{2\pi}{3})\,p & M_r\,p & R_r+L_{rr}\,p & M_r\,p \\
-L_{er}\,\mathrm{sen}(\theta+\frac{2\pi}{3})\,p & -L_{er}\,\mathrm{sen}\,\theta\,p\theta & -L_{er}\,\mathrm{sen}(\theta-\frac{2\pi}{3})\,p\theta & & & \\
\hline
L_{er}\cos(\theta-\frac{2\pi}{3})\,p & L_{er}\cos(\theta+\frac{2\pi}{3})\,p & L_{er}\cos\theta\,p & M_r\,p & M_r\,p & R_r+L_{rr}\,p \\
-L_{er}\,\mathrm{sen}(\theta-\frac{2\pi}{3})\,p\theta & -L_{er}\,\mathrm{sen}(\theta+\frac{2\pi}{3})\,p\theta & -L_{er}\,\mathrm{sen}\,\theta\,p\theta & & &
\end{array}\right]
\begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \\ i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}
$$

(2.9)

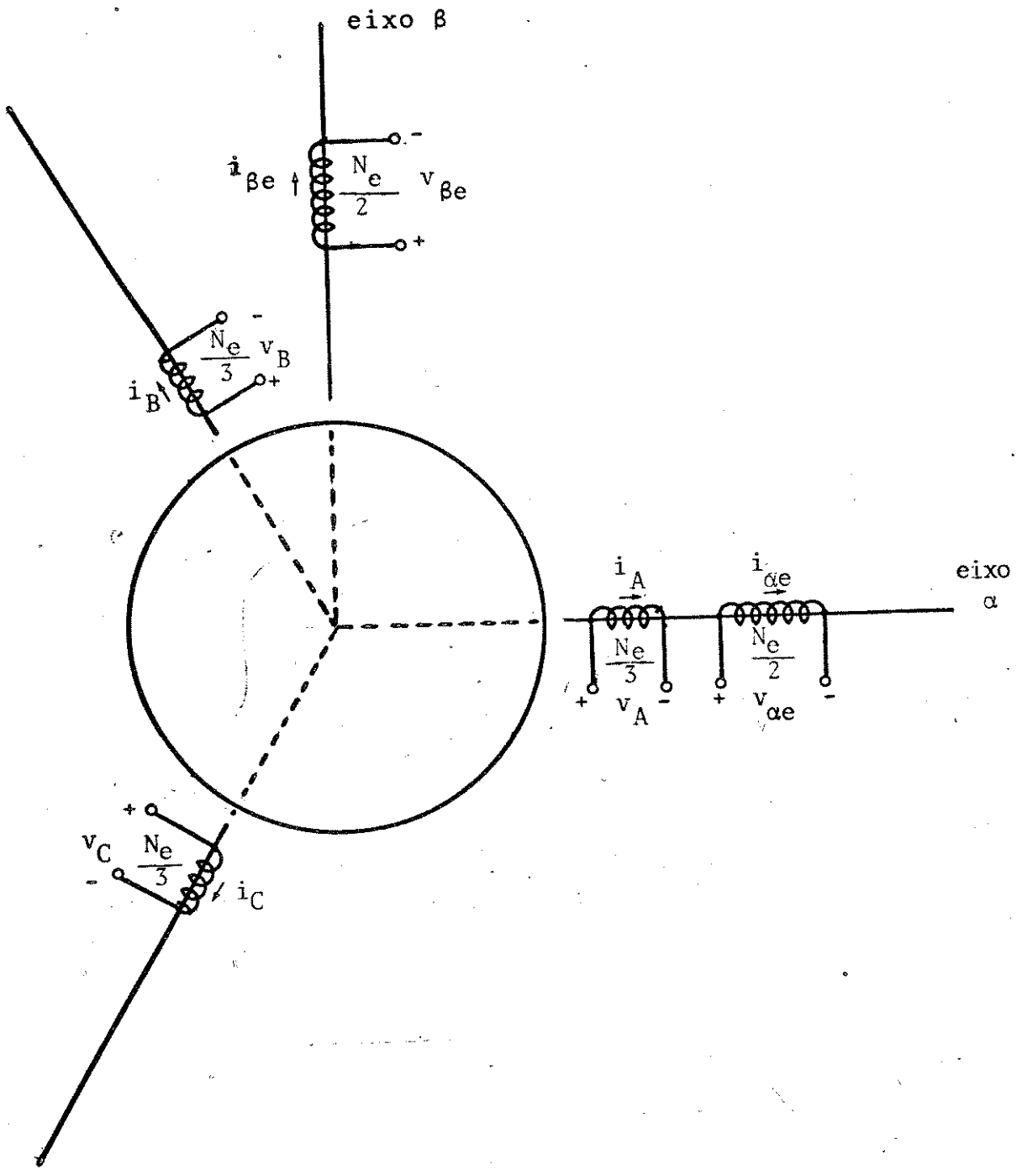


Fig. 2.2 - Enrolamento trifásico de estator com o correspondente α, β .

$$f.m.m_{\alpha e} = \frac{N_e}{2} \; i_{\alpha e}(t) = \frac{N_e}{3}\left[i_A(t) \cos 0 + i_B(t) \cos \frac{2\pi}{3} + i_C(t)\cos - \frac{2\pi}{3}\right] \quad (2.10a)$$

$$f.m.m_{\beta e} = \frac{N_e}{2} \; i_{\beta e}(t) = \frac{N_e}{3} \left[i_A(t) \text{ sen } 0 + i_B(t) \text{ sen } \frac{2\pi}{3} + \right.$$

$$\left. i_C(t) \text{ sen } - \frac{2\pi}{3} \right] \quad (2.10b)$$

As novas correntes de estator $i_{\alpha e}$, $i_{\beta e}$ dadas pela transformação são

$$i_{\alpha e}(t) = \frac{2}{3}\left[i_A(t) \cos 0 + i_B(t) \cos \frac{2\pi}{3} + i_C(t) \cos - \frac{2\pi}{3}\right] \quad (2.11a)$$

$$i_{\beta e}(t) = \frac{2}{3}\left[i_A(t) \text{ sen } 0 + i_B(t) \text{ sen } \frac{2\pi}{3} + i_C(t)\text{sen} - \frac{2\pi}{3}\right] \quad (2.11b)$$

Na forma matricial

$$\begin{bmatrix} i_{\alpha e}(t) \\ \\ i_{\beta e}(t) \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos 0 & \cos \frac{2\pi}{3} & \cos - \frac{2\pi}{3} \\ \\ \text{sen } 0 & \text{sen } \frac{2\pi}{3} & \text{sen } - \frac{2\pi}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A(t) \\ i_B(t) \\ i_C(t) \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Dadas as correntes trifásicas $i_A(t)$, $i_B(t)$, $i_C(t)$ existe um único par de correntes $i_{\alpha_e}(t)$, $i_{\beta_e}(t)$. Porém na transformação inversa (difásico-trifásico), é necessária mais uma variável independente para que exista um único conjunto de correntes trifásicas obtido a partir do modelo difásico. Define-se então uma nova corrente i_o, chamada de seqüência zero por

$$i_o = K\,(i_A(t) + i_B(t) + i_C(t)) \quad (2.13)$$

Contudo, se são consideradas condições equilibradas , $i_o = 0$, duas das três correntes (tensões), definem o conjunto trifásico, ou seja

$$i_A(t) + i_B(t) = -i_C(t) \tag{2.14a}$$

$$v_A(t) + v_B(t) = -v_C(t) \tag{2.14b}$$

e a terceira variável não é então mais necessária.

A transformação inversa é obtida das expressões (2.12) e (2.14a),

$$\begin{bmatrix} i_A(t) \\ i_B(t) \\ i_C(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos 0 & \operatorname{sen} 0 \\ \cos \frac{2\pi}{3} & \operatorname{sen} \frac{2\pi}{3} \\ \cos - \frac{2\pi}{3} & \operatorname{sen} \frac{-2\pi}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{\alpha e}(t) \\ \\ i_{\beta e}(t) \end{bmatrix} \tag{2.15}$$

Na transformação foi considerada invariância nas distribuições de corrente (equação 2.10), e , portanto, a distribuição original do fluxo ϕ , no entreferro, fica inalterada. Logo, este pode ser decomposto em duas componentes, $\phi_{\alpha e}$, $\phi_{\beta e}$, ao longo dos eixos α e β respectivamente, [3] e as tensões do difásico, desprezando a queda nas resistências, são

$$v_{\alpha e}(t) = \frac{N_e}{2} \; p \left[\phi_{\alpha e} \right] \tag{2.16}$$

$$v_{\beta e}(t) = \frac{N_e}{2} \; p \left[\phi_{\beta e} \right] \tag{2.17}$$

As tensões do trifásico estão relacionadas com as componentes do fluxo total $\phi_{\alpha e}$, $\phi_{\beta e}$ por

$$v_A(t) = \frac{N_e}{3} \; p \left[\phi_{\alpha e} \cos 0 + \phi_{\beta e} \operatorname{sen} 0 \right] \tag{2.18a}$$

$$v_B(t) = \frac{N_e}{3} \; p \left[\phi_{\alpha e} \cos \frac{2\pi}{3} + \phi_{\beta e} \operatorname{sen} \frac{2\pi}{3} \right] \tag{2.18b}$$

$$v_C(t) = \frac{N_e}{3} \; p \left[\phi_{\alpha e} \cos - \frac{2\pi}{3} + \phi_{\beta e} \operatorname{sen} - \frac{2\pi}{3} \right] \tag{2.18c}$$

Destas equações e de (2.16) e (2.17) resultam que

$$v_A(t) = \frac{2}{3}\left(v_{\alpha e}(t)\cos 0 + v_{\beta e}(t)\,\text{sen}\,0\right) \qquad (2.19a)$$

$$v_B(t) = \frac{2}{3}\left(v_{\alpha e}(t)\cos\frac{2\pi}{3} + v_{\beta e}(t)\,\text{sen}\,\frac{2\pi}{3}\right) \qquad (2.19b)$$

$$v_C(t) = \frac{2}{3}\left(v_{\alpha e}(t)\cos\frac{2\pi}{3} + v_{\beta e}(t)\,\text{sen}-\frac{2\pi}{3}\right) \qquad (2.19c)$$

Escrevendo na forma matricial

$$\begin{bmatrix} v_A(t) \\ v_B(t) \\ v_C(t) \end{bmatrix} = \frac{2}{3}\begin{bmatrix} \cos 0 & \text{sen}\,0 \\ \cos\frac{2\pi}{3} & \text{sen}\,\frac{2\pi}{3} \\ \cos-\frac{2\pi}{3} & \text{sen}-\frac{2\pi}{3} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v_{\alpha e}(t) \\ v_{\beta e}(t) \end{bmatrix} \qquad (2.20)$$

A transformação inversa é dada por

$$\begin{bmatrix} v_{\alpha e}(t) \\ v_{\beta e}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos 0 & \cos\frac{2\pi}{3} & \cos-\frac{2\pi}{3} \\ \text{sen}\,0 & \text{sen}\,\frac{2\pi}{3} & \text{sen}-\frac{2\pi}{3} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v_A(t) \\ v_B(t) \\ v_C(t) \end{bmatrix} \qquad (2.21)$$

Para fazer a transformação das quantidades de rotor em relação aos eixos fixos α_r, β_r, procede-se de uma maneira análoga ao que foi feito para o estator.

Seja Θ o ângulo entre a fase a de rotor e o eixo α_r (Fig. 2.3). Se o rotor está girando à velocidade ω_m, a bobina a está avançando continuamente em relação ao eixo α, com relação ω_m, ou seja

$$\frac{d\Theta}{dt} = \omega_m \quad \text{radianos/seg.} \qquad (2.22)$$

As ondas de f.m.m. das bobinas de rotor a,b,c se decompõem nos novos eixos como segue.

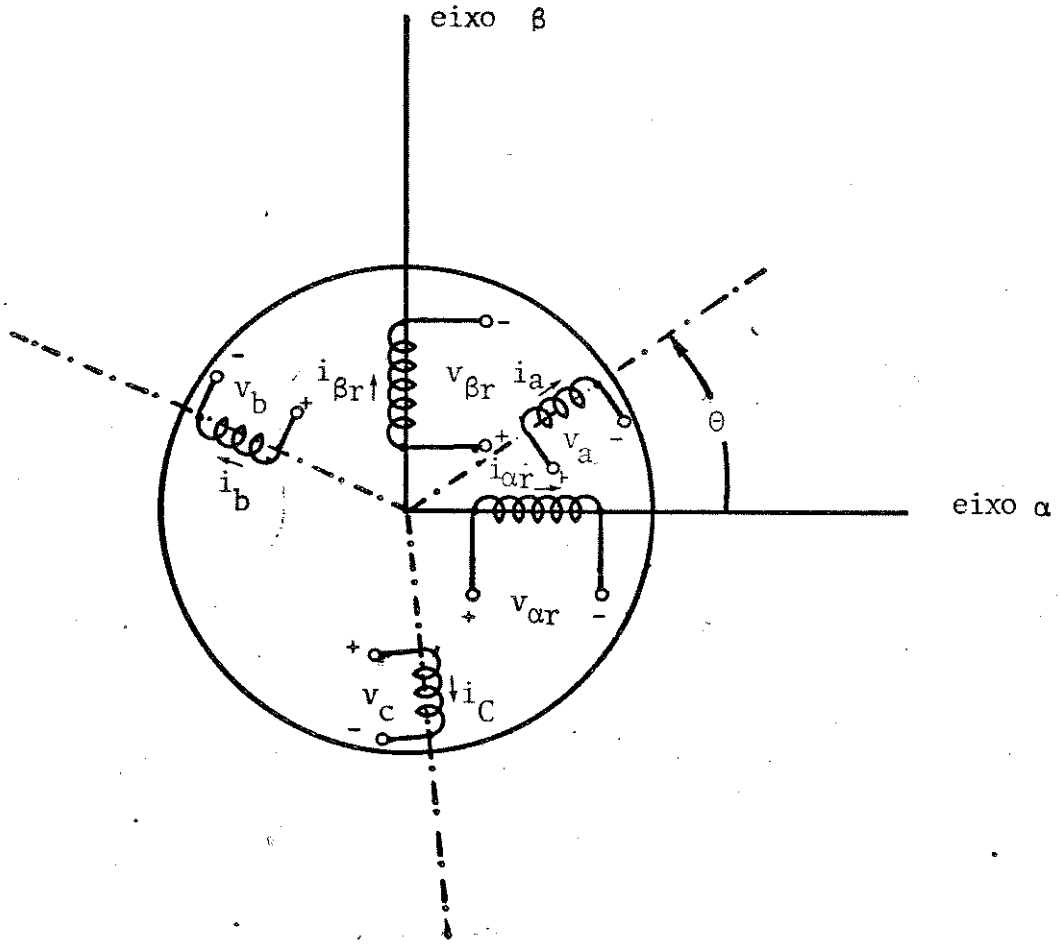


Fig. 2.3 - Enrolamento trifásico de rotor com o correspondente α, β .

$$f.m.m._{\alpha r} = \frac{N_r}{2}\, i_{\alpha r}(t) = \frac{N_r}{3}\left[i_a(t)\cos\theta + i_b(t)\cos(\theta+\frac{2\pi}{3}) + i_c(t)\cos(\theta-\frac{2\pi}{3})\right] \tag{2.23a}$$

$$f.m.m._{\beta r} = \frac{N_r}{2}\, i_{\beta r}(t) = \frac{N_r}{3}\left[i_a(t)\operatorname{sen}\theta + i_b(t)\operatorname{sen}(\theta+\frac{2\pi}{3}) + i_c(t)\operatorname{sen}(\theta-\frac{2\pi}{3})\right] \tag{2.23b}$$

Disto resulta que as correntes de rotor, no modelo α, β são

$$i_{\alpha r}(t) = \frac{2}{3}\left[i_a(t)\cos\theta + i_b(t)\cos(\theta+\frac{2\pi}{3}) + i_c(t)\cos(\theta-\frac{2\pi}{3})\right] \tag{2.24a}$$

$$i_{\beta r}(t) = \frac{2}{3}\left[i_a(t)\operatorname{sen}\theta + i_b(t)\operatorname{sen}(\theta+\frac{2\pi}{3}) + i_c(t)\operatorname{sen}(\theta-\frac{2}{3})\right] \tag{2.24b}$$

Com as mesmas considerações feitas anteriormente para o caso do estator, a relação de correntes difásico-trifásico para o rotor é

$$\begin{bmatrix} i_a(t) \\ i_b(t) \\ i_c(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \operatorname{sen}\theta \\ \cos(\theta+\frac{2\pi}{3}) & \operatorname{sen}(\theta+\frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta-\frac{2\pi}{3}) & \operatorname{sen}(\theta-\frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{\alpha r}(t) \\ \\ i_{\beta r}(t) \end{bmatrix} \tag{2.25}$$

Para as tensões, de maneira análoga ao procedimento efetuado para o estator, obtem-se que

$$\begin{bmatrix} v_a(t) \\ v_b(t) \\ v_c(t) \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos\theta & \operatorname{sen}\theta \\ \cos(\theta+\frac{2\pi}{3}) & \operatorname{sen}(\theta+\frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta-\frac{2\pi}{3}) & \operatorname{sen}(\theta-\frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{\alpha t}(t) \\ \\ v_{\beta r}(t) \end{bmatrix} \tag{2.26}$$

E a transformação inversa é dada por

$$\begin{bmatrix} v_{\alpha r}(t) \\ \\ v_{\beta r}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \cos(\theta+\frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta-\frac{2\pi}{3}) \\ \\ \operatorname{sen}\theta & \operatorname{sen}(\theta+\frac{2\pi}{3}) & \operatorname{sen}(\theta-\frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_a(t) \\ v_b(t) \\ v_c(t) \end{bmatrix} \qquad (2.27)$$

Resta agora, o cálculo da potência instantânea para o estator e rotor nas novas variáveis do modelo α, β .

A potência instantânea trifásica de estator, é dada por

$$p_e(t) = v_A(t)i_A(t)+v_B(t)i_B(t)+v_C(t)i_C(t) \qquad (2.28)$$

A substituição nesta equação, das relações de tensão e corrente obtidas na transformação trifásico-difásico, fornecidas pelas expressões (2.15) e (2.20), leva à expressão da potência instantânea em função das variáveis do novo modelo α, β, ou seja,

$$p_e(t)= \frac{2}{3} v_{\alpha e}(t)i_{\alpha e}(t)+ \frac{2}{3} (v_{\alpha e}(t)\cos\frac{2\pi}{3} + v_{\beta e}(t)\operatorname{sen}\frac{2\pi}{3}) \cdot$$

$$\cdot (i_{\alpha e}(t)\cos\frac{2\pi}{3} + i_{\beta e}(t)\operatorname{sen}\frac{2\pi}{3}) +$$

$$+ \frac{2}{3}(v_{\alpha e}(t)\cos-\frac{2\pi}{3} + v_{\beta e}(t)\operatorname{sen}-\frac{2\pi}{3}) \cdot$$

$$\cdot (i_{\alpha e}(t)\cos-\frac{2\pi}{3} + i_{\beta e}(t)\operatorname{sen}-\frac{2\pi}{3}) \qquad (2.29)$$

Após algumas operações trigonométricas tem-se que

$$p_e(t) = v_{\alpha e}(t)\, i_{\alpha e}(t) + v_{\beta e}(t)\, i_{\beta e}(t) \qquad (2.30)$$

Para o rotor de uma maneira análoga,

$$p_r(t) = v_a(t)i_a(t)+v_b(t)i_b(t)+v_c(t)i_c(t)=$$

$$= v_{\alpha r}(t)i_{\alpha r}(t)+v_{\beta r}(t)i_{\beta r}(t) \qquad (2.31)$$

ÍNDICE

CAPÍTULO I 01
CAPÍTULO II 03
II.1 - Introdução 03
II.2 - Parâmetros da Máquina 06
II.3 - Equações de Tensão da Máquina 07
II.4 - Transformação Trifásico-Difásico 09
II.5 - Equações de Tensão do Modelo Difásico 19
II.6 - Circuito Equivalente 23
II.7 - Torque 26
CAPÍTULO III 28
CAPÍTULO IV 38
IV.1 - Excitação 38
IV.2 - Relação Tensão Gerada x Velocidade 40
IV.3 - Resultados Experimentais 44
IV.4 - Compensação da tensão gerada 55
IV.5 - Gerador em paralelo com uma bateria 64
CAPÍTULO V 66
APÊNDICE A 68
APÊNDICE B 70
BIBLIOGRAFIA 71

Como se observa, por estas duas últimas expressões, na transformação, a potência instantânea é invariante, o que está consonante com a condição do fluxo de entreferro ser o mesmo tanto para o modelo trifásico como para o difásico, feita no início deste item. |2|

O novo modelo pode ser representado na Figura 2.4.

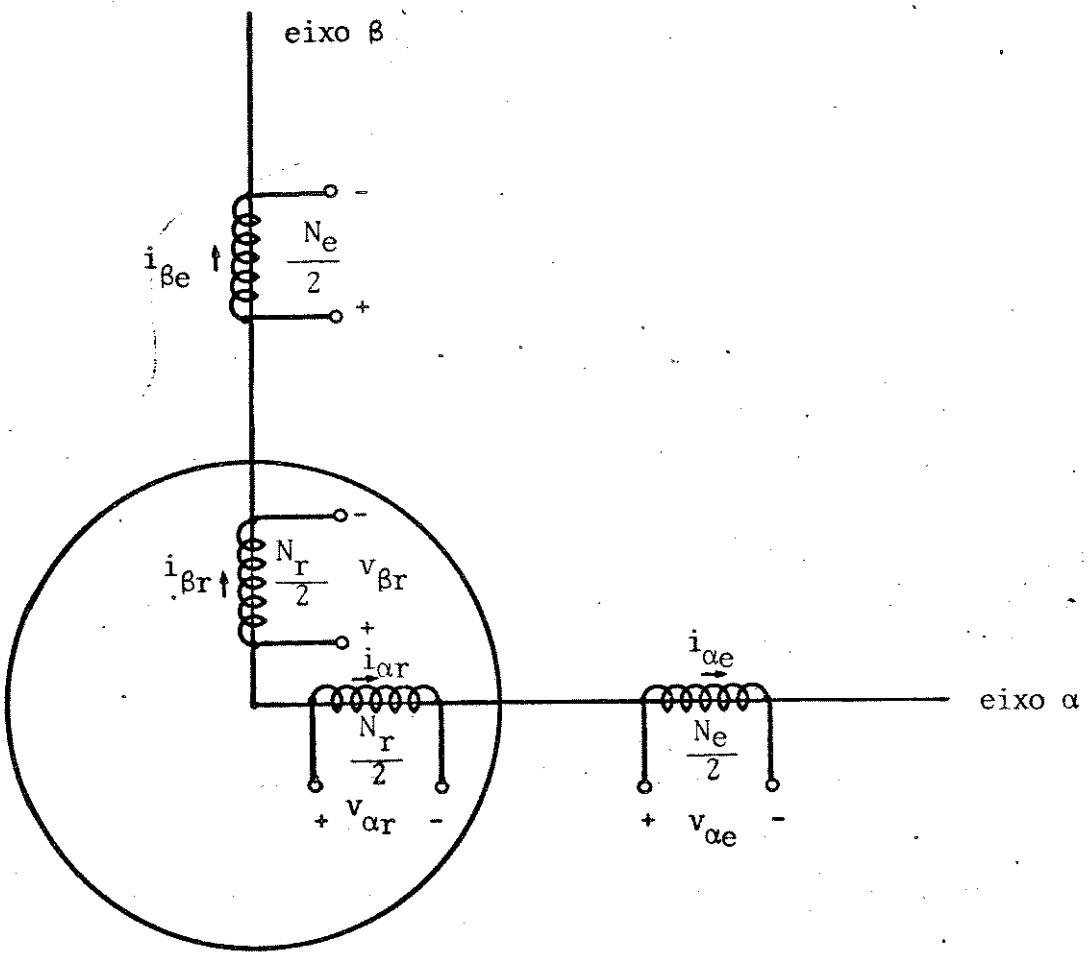


Fig. 2.4 - Modelo α,β da máquina de indução.

II.5 - EQUAÇÕES DE TENSÃO DO MODELO DIFÁSICO

As relações entre os fluxos concatenados da máquina trifásica e o seu equivalente, modelo difásico α, β são idênticas |2| às de tensões (equações 2.21 e 2.27),

$$\begin{bmatrix} \lambda_{\alpha e}(t) \\ \\ \lambda_{\beta e}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos 0 & \cos \frac{2\pi}{3} & \cos -\frac{2\pi}{3} \\ \\ \operatorname{sen} 0 & \operatorname{sen} \frac{2\pi}{3} & \operatorname{sen} -\frac{2\pi}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_A(t) \\ \lambda_B(t) \\ \lambda_C(t) \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

$$\begin{bmatrix} \lambda_{\alpha r}(t) \\ \\ \lambda_{\beta r}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \Theta & \cos(\Theta + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\Theta - \frac{2\pi}{3}) \\ \\ \operatorname{sen} \Theta & \operatorname{sen}(\Theta + \frac{2\pi}{3}) & \operatorname{sen}(\Theta - \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_a(t) \\ \lambda_b(t) \\ \lambda_c(t) \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

As relações de fluxo nas variáveis do modelo α, β são escritas, substituindo nas expressões dos fluxos concatenados da máquina trifásica, equações (2.8), as expressões das correntes transformadas, equações (2.15) e (2.25), e as resultantes são utilizadas em (2.32) e (2.33).

Estator

$$\lambda_{\alpha e}(t) = L_e i_{\alpha e}(t) + M_{er} i_{\alpha r}(t) \quad (2.34a)$$

$$\lambda_{\beta e}(t) = L_e i_{\beta e}(t) + M_{er} i_{\beta r}(t) \quad (2.34b)$$

Rotor

$$\lambda_{\alpha r}(t) = L_r i_{\alpha r}(t) + M_{er} i_{\alpha e}(t) \quad (2.35a)$$

$$\lambda_{\beta r}(t) = L_r i_{\beta r}(t) + M_{er} i_{\beta e}(t) \quad (2.35b)$$

onde

$$L_e = \frac{3}{2}(L_{ee} - M_e) \quad (2.36a)$$

$$L_r = \frac{3}{2}(L_{rr} - M_r) \quad (2.36b)$$

$$M_{er} = \frac{3}{2} \left(\frac{3}{2} L_{er} \right) \qquad (2.36c)$$

Como se observa nas expressões (2.34) e (2.35) os fluxos concatenados são funções lineares das correntes nos enrolamentos α e β do modelo.

Derivando as expressões de $\lambda_{\alpha e}$, $\lambda_{\beta e}$, equações (2.32), obtem-se

$$p\lambda_{\alpha e}(t) = p\lambda_A(t) + \cos \frac{2\pi}{3} p\lambda_B(t) + \cos - \frac{2\pi}{3} p\lambda_C(t) \qquad (2.37a)$$

$$p\lambda_{\beta e}(t) = \operatorname{sen} \frac{2\pi}{3} p\lambda_B(t) + \operatorname{sen} - \frac{2\pi}{3} p\lambda_C(t) \qquad (2.37b)$$

Tomando as expressões de $p\lambda = v - ri$, para cada fase de estator e substituindo-as nas expressões (2.37), escreve-se que

$$p\lambda_{\alpha e}(t) = v_A(t) - R_e i_A(t) + \cos \frac{2\pi}{3} \left[v_B(t) - R_e i_B(t) \right] +$$

$$+ \cos - \frac{2\pi}{3} \left[v_C(t) - R_e i_C(t) \right]$$

$$= v_A(t) + \cos \frac{2\pi}{3} v_B(t) + \cos - \frac{2\pi}{3} v_C(t) - R_e$$

$$(i_A(t) + i_B(t) \cos \frac{2\pi}{3} + i_C(t) \cos - \frac{2\pi}{3}) \qquad (2.38a)$$

$$p\lambda_{\beta e}(t) = \operatorname{sen} \frac{2\pi}{3} \left[v_B(t) - R_e i_B(t) \right] + \operatorname{sen} - \frac{2\pi}{3} \left[v_C(t) - R_e i_C(t) \right]$$

$$= v_B(t) \operatorname{sen} \frac{2\pi}{3} + v_C(t) \operatorname{sen} - \frac{2\pi}{3} - R_e$$

$$(i_B(t) \operatorname{sen} \frac{2\pi}{3} + i_C(t) \operatorname{sen} - \frac{2\pi}{3}) \qquad (2.38b)$$

Na expressão (2.38a), os três termos de tensão são identificados como $v_{\alpha e}$ e os outros três de correntes como $\frac{3}{2} i_{\alpha e}$. Para a expressão (2.38b), da mesma maneira são vistos os termos $v_{\beta e}$ e $i_{\beta e}$. Assim, pode-se escrever que

$$p\lambda_{\alpha e}(t) = v_{\alpha e}(t) - R_e \frac{3}{2} i_{\alpha e}(t) \qquad (2.39a)$$

$$p\lambda_{\beta e}(t) = v_{\beta e}(t) - R_e \frac{3}{2} i_{\beta e}(t) \qquad (2.39b)$$

ou que

$$v_{\alpha e}(t) = r_{\alpha e}\, i_{\alpha e}(t) + p\lambda_{\alpha e}(t) \qquad (2.40a)$$

$$v_{\beta e}(t) = r_{\beta e}\, i_{\beta e}(t) + p\lambda_{\beta e}(t) \qquad (2.40b)$$

para

$$r_{\alpha e} = r_{\beta e} = \frac{3}{2} R_e$$

Para o rotor tem-se que

$$p\lambda_{\alpha r}(t) = \left[\cos\Theta\, p\lambda_a(t) + \cos(\Theta + \tfrac{2\pi}{3}) p\lambda_b(t) + \cos(\Theta - \tfrac{2\pi}{3})\, p\lambda_c(t)\right] - \left[\operatorname{sen}\Theta\, \lambda_a(t) + \operatorname{sen}(\Theta + \tfrac{2\pi}{3})\, \lambda_b(t) + \operatorname{sen}(\Theta - \tfrac{2\pi}{3})\, \lambda_c(t)\right] p\Theta \qquad (2.41a)$$

$$p\lambda_{\beta r}(t) = \left[\operatorname{sen}\Theta\, p\lambda_a(t) + \operatorname{sen}(\Theta + \tfrac{2\pi}{3}) p\lambda_b(t) + \operatorname{sen}(\Theta - \tfrac{2\pi}{3})\, p\lambda_c(t)\right] + \left[\cos\Theta\, \lambda_a(t) + \cos(\Theta + \tfrac{2\pi}{3})\, \lambda_b(t) + \cos(\Theta - \tfrac{2\pi}{3}) \lambda_c(t)\right] p\Theta \qquad (2.41b)$$

ou ainda, tomando a expressão $p\lambda = v - r_i$, para cada fase de rotor, e susbtituindo-a em (2.41).

$$p\lambda_{\alpha r}(t) = \left[\cos\Theta\, v_a(t) + \cos(\Theta + \tfrac{2\pi}{3})\, v_b(t) + \cos(\Theta - \tfrac{2\pi}{3})\, v_c(t)\right] - R_r\left[\cos\Theta\, i_a(t) + \cos(\Theta + \tfrac{2\pi}{3})\, i_b(t) + \cos(\Theta - \tfrac{2\pi}{3}) i_c(t)\right] - \left[\operatorname{sen}\Theta\, \lambda_a(t) + \operatorname{sen}(\Theta + \tfrac{2\pi}{3})\, \lambda_b(t) + \operatorname{sen}(\Theta - \tfrac{2\pi}{3}) \lambda_c(t)\right] . p\Theta \qquad (2.42.a)$$

$$p\lambda_{\beta r}(t) = [\operatorname{sen}\Theta v_a(t) + \operatorname{sen}(\Theta+\tfrac{2\pi}{3})\, v_b(t) + \operatorname{sen}(\Theta-\tfrac{2\pi}{3})\, v_c(t)]$$

$$-R_r\,[\cos\Theta\, i_a(t) + \cos(\Theta+\tfrac{2\pi}{3})\, i_b(t) + \cos(\Theta-\tfrac{2\pi}{3})\, i_c(t)] +$$

$$+\,[\cos\Theta\lambda_a(t) + \cos(\Theta+\tfrac{2\pi}{3})\lambda_b(t) + \cos(\Theta-\tfrac{2\pi}{3})\lambda_c(t)]\, p\Theta \qquad (2.42b)$$

Nestas equações são facilmente identificados, através das equações de tensão (2.27), de corrente (2.24) e de fluxos (2.33) os termos $v_{\alpha r}(t)$, $i_{\alpha r}(t)$, $\lambda_{\alpha r}(t)$, $v_{\beta r}(t)$, $i_{\beta r}(t)$, $\lambda_{\beta r}(t)$. Pode-se escrever então, que

$$v_{\alpha r}(t) = r_{\alpha r}\, i_{\alpha r}(t) + p\lambda_{\alpha r}(t) + \lambda_{\beta r}(t)\, p\,[\Theta] \qquad (2.43a)$$

$$v_{\beta r}(t) = r_{\beta r}\, i_{\beta r}(t) + p\,\lambda_{\beta r}(t) - \lambda_{\alpha r}(t)\, p\,[\Theta] \qquad (2.43b)$$

para $r_{\alpha r} = r_{\beta r} = \frac{3}{2} R_r$.

A substituição das expressões do fluxo concatenado - (2.34), (2.35), nas equações de tensão (2.40), (2.43), tem como resultado que

$$\begin{bmatrix} v_{\alpha e}(t) \\ v_{\beta e}(t) \\ v_{\alpha r}(t) \\ v_{\beta r}(t) \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|c|c|c} (r_{\alpha e} + L_e p) & 0 & M_{er}\, p & 0 \\ \hline 0 & r_{\beta e} + L_e\, p & 0 & M_{er}\, p \\ \hline M_{er}\, p & M_{er}\, p|\Theta| & (r_{\alpha r} + L_r p) & L_r\, p|\Theta| \\ \hline -M_{er}\, p|\Theta| & M_{er}\, p & -L_r\, p|\Theta| & (r_{\beta r} + L_r p) \end{array}\right] \cdot \begin{bmatrix} i_{\alpha e}(t) \\ i_{\beta e}(t) \\ i_{\alpha r}(t) \\ i_{\beta r}(t) \end{bmatrix}$$

(2.44)

Estas equações especificam as relações entre tensões, correntes terminais e velocidade do rotor. Observa-se também que as

transformações de variáveis efetuadas, levaram a equações de tensão, que possuem coeficientes constantes, para velocidade de rotor constante.

II.6 - CIRCUITO EQUIVALENTE

Em regime de funcionamento normal da máquina as tensões de rotor e estator são senoidais, de freqüências adequadas (isto é, relacionada com a velocidade mecânica da máquina). Nestas condições o método fasorial |4| é o mais conveniente para obtenção do regime permanente senoidal, solução particular das equações (2.44).

Neste método, grandezas que sejam funções senoidais do tempo, são substituídas por funções complexas e as soluções reais são obtidas tomando-se as partes reais (ou imaginárias) destas exponenciais.

Observa-se que, se por exemplo

$$v_{\alpha e}(t) = V_e \cos(\omega_e t + \phi_e)$$

$$v_{\beta e}(t) = V_e \cos(\omega_e t - \phi_e - 90^\circ)$$

obtem-se para a combinação linear

$$v_{\alpha e}(t) + j\, v_{\beta e}(t) = \hat{V}_e \exp(j\, \omega_e t)$$

Esta combinação linear consiste em associar ao plano de rotação da força magnetomotriz e do fluxo da máquina um plano complexo.

Escreve-se então, para as tensões e correntes de fase de estator e de rotor que

$$v_e(t) = v_{\alpha e}(t) + j\, v_{\beta e}(t) \qquad (2.45a)$$

$$v_r(t) = v_{\alpha r}(t) + j\, v_{\beta r}(t) \qquad (2.45b)$$

$$i_e(t) = i_{\alpha e}(t) + j\, i_{\beta e}(t) \qquad (2.45c)$$

$$i_r(t) = i_{\alpha r}(t) + j\, i_{\beta r}(t) \qquad (2.45d)$$

De (2.44) e (2.45a)e (2.45b); para $r_{\alpha e} = r_{\beta e} = r_e$ e $r_{\alpha r} = r_{\beta r} = r_r$,

$$v_e(t) = (r_e + L_r p)\left[i_{\alpha e}(t) + j\, i_{\beta e}(t)\right] + M_{er}\, p\left[i_{\alpha r}(t) + j i_{\beta r}(t)\right] \tag{2.46a}$$

$$v_r(t) = M_{er}\, p\left[i_{\alpha e}(t) + j\, i_{\beta e}(t)\right] + p[\theta]\, M_{er}\left[i_{\beta e}(t) - j i_{\alpha e}(t)\right] + \\ + (r_r + L_r\, p)\left[i_{\alpha r}(t) + j\, i_{\beta r}(t)\right] + p[\theta]\, L_r\left[i_{\beta r}(t) - j\, i_{\alpha r}(t)\right] \tag{2.46b}$$

Com a substituição de (2.45c),(2.45d) nas expressões (2.46), e lembrando que

$$(i_{\beta e}(t) + j\, i_{\alpha e}(t)) = -\, j\, i_e(t)$$

$$(i_{\beta r}(t) - j\, i_{\alpha r}(t)) = -\, j\, i_r(t)$$

obtem-se que

$$v_e(t) = (r_e + L_e\, p)\, i_e(t) + M_{er}\, p\, [i_r(t)] \tag{2.47a}$$

$$v_r(t) = M_{er}\, p\, [i_e(t)] - j\, p[\theta]\, M_{er}\, i_e(t) + (r_r + L_r p) i_r(t) - \\ - j\, p[\theta]\, L_r\, i_r(t) \tag{2.47b}$$

Em regime permanente, tanto as correntes como as tensões de estator e rotor, estão na freqüência de estator ω_e, quando vistas dos eixos α, β estacionários no espaço (apêndice A) e $p[\theta] = \omega_m$.

Se as tensões das duas fases tem mesma amplitude e estão defasadas de 90°, escrevemos as expressões (2.47) na forma fasorial:

$$\hat{V}_e = (r_e + j\omega_e L_e)\hat{I}_e + j\omega_e\, M_{er}\, \hat{I}_r \tag{2.48a}$$

$$\hat{V}_r = j(\omega_e - \omega_m)\, M_{er}\, \hat{I}_e + [r_r + j(\omega_e - \omega_m)\, L_r]\, \hat{I}_r \qquad (2.48b)$$

Lembrando que $\omega_e - \omega_m$ é a freqüência de escorregamento ω_r, e que

$$\omega_r = s\omega_e$$

tem-se que

$$\hat{V}_e = (r_e + j\omega_e L_e)\, \hat{I}_e + j\, \omega_e\, M_{er}\, \hat{I}_r \qquad (2.49a)$$

$$\hat{V}_r = js\omega_e\, M_{er}\, \hat{I}_e + (r_r + js\omega_e L_r)\, \hat{I}_r \qquad (2.49b)$$

ou ainda que

$$\frac{\hat{V}_r}{s} = j\, \omega_e\, M_{er}\, \hat{I}_e + \left(\frac{r_r}{s} + j\, \omega_e\, L_r\right) \hat{I}_r \qquad (2.50)$$

Somando e subtraindo $j\omega_e M_{er}\, \hat{I}_e$ a expressão de tensão de estator (2.49a), e $j\omega_e M_{er}\, \hat{I}_r$ a de rotor, e referindo todas as quantidades ao estator

$$\hat{V}_e = [\, r_e + j\, \omega_e (L_e - M_{er})]\, \hat{I}_e + j\, \omega_e\, M_{er}\, (\hat{I}'_r + \hat{I}_e) \qquad (2.51a)$$

$$\frac{\hat{V}_r}{s} = j\omega_e\, M_{er}(\hat{I}_e + \hat{I}'_r) + \left[\frac{r_{r'}}{s} + j\, \omega_e (L'_r - M_{er})\right] \hat{I}'_r \qquad (2.51b)$$

e o circuito equivalente satisfazendo estas eqüações é o da Figura 2.5,

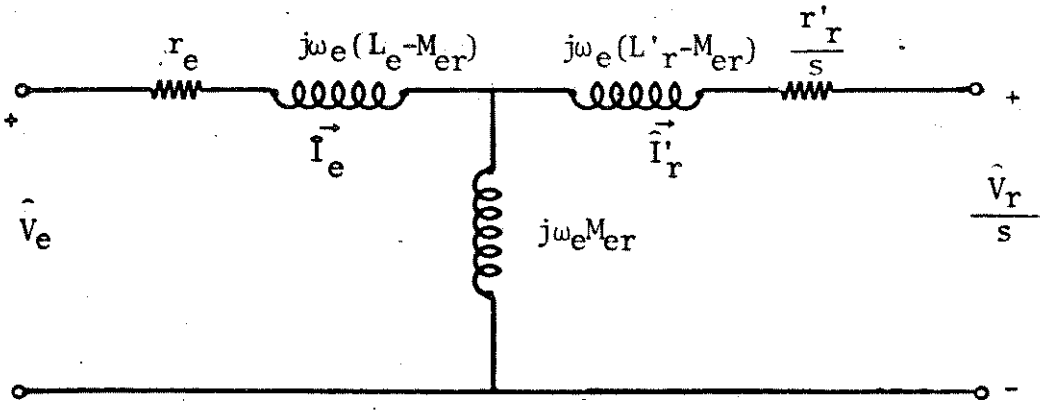


Fig. 2.5 - Circuito Equivalente da máquina de indução

onde

r_e - resistência de fase do estator

r'_r - resistência de fase do rotor transferida ao estator

$\omega_e(L_e - M_{er}) = x_e$ - reatância de dispersão por fase do estator

$\omega_e(L'_r - M_{er}) = x'_r$ - reatância de dispersão por fase do rotor referida ao estator

$\omega_e M_{er} = X_m$ - componente da reatância própria do estator devido ao fluxo mútuo.

O circuito equivalente da Fig. 2.5 representa qualquer uma das duas fases da máquina simétrica com tensões equilibradas.

II.7 - TORQUE

A inspeção do circuito equivalente da figura 2.5, mostra que parte da potência elétrica entregue aos terminais do estator é dissipada nos seus enrolamentos e a potência restante $(\hat{I}'_r)^2 \frac{r'_r}{s}$ é transferida ao rotor através do campo eletromagnético girante. Uma parcela desta, é dissipada na resistência do rotor r'_r e a outra é potência elétrica convertida em mecânica*. Logo pode-se escrever , alternativamente

$$\frac{r'_r}{s} = r'_r + \frac{r'_r\ (1 - s)}{s}$$

onde a perda na resistência fictícia $r' \frac{(1-s)}{s}$ está associada a potência mecânica. Para as três fases pode-se escrever

$$P_m = 3\ \hat{I}'^2_r\ \frac{r'_r\ (1-s)}{s} \qquad (2.52)$$

* *Por simplicidade, aqui não são consideradas as perdas no ferro, atrito e ventilação.*

Desde que potência é igual ao produto torque pela velocidade angular, o torque desenvolvido pela máquina é dado por

$$T_e = 3\ \hat{I}'^{2}_r \frac{r'_r\ (1-s)}{s} \quad \frac{1}{\omega_m} \tag{2.53}$$

Levando-se em conta que $\frac{\omega_m}{1-s} = \omega_{sin}$, escreve-se que

$$T_e = 3\ \hat{I}'^{2}_r \quad \frac{r'_r}{s\ \omega_{sin}}$$

ou ainda

$$T_e\ \omega_{sin} = 3\ \hat{I}'^{2}_r \quad \frac{r'_r}{s} \tag{2.54}$$

que é a potência que atravessa o entreferro (potência do campo girante).

CAPÍTULO III

REGIÕES DE FUNCIONAMENTO DA MÁQUINA DE INDUÇÃO

CAPÍTULO III

Para enfatizar o aspecto de conversão eletromecânica de energia, a máquina de indução é vista através de três terminais | 5 | : estator, rotor , eixo. A figura 3.1 esquematiza tal fato. As setas indicam o sentido positivo das potências envolvidas: Quando a potência é entregue à máquina, esta é positiva.

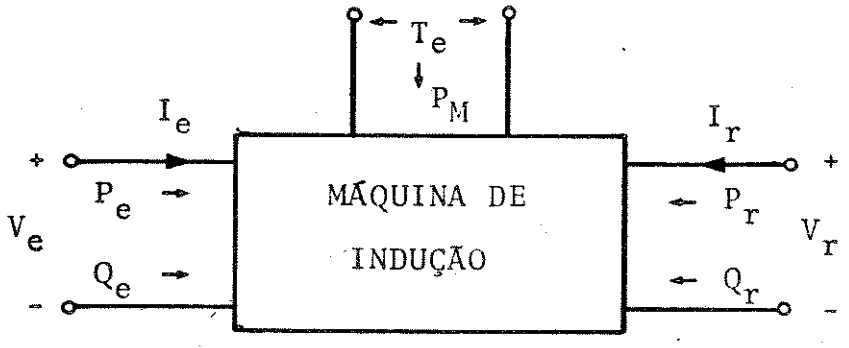


Fig. 3.1 - Diagrama de bloco, ressaltando as grandezas terminais da máquina.

Um circuito equivalente que melhor caracteriza esta representação terminal é representado na fig.3.2 , e é obtido a partir do circuito equivalente da fig. 2.5. A relação entre as espiras de rotor e estator é k.

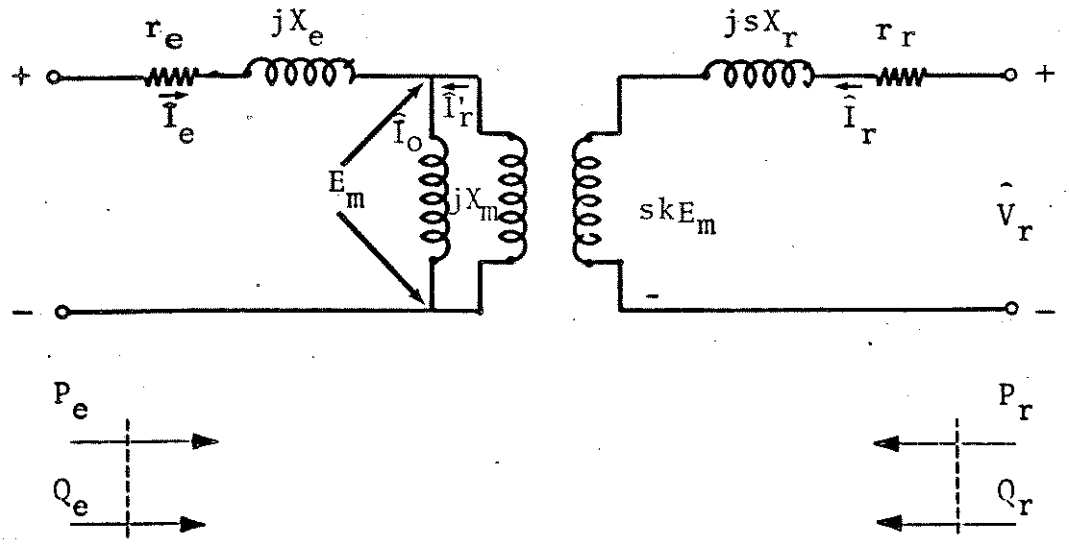


Fig. 3.2 - Circuito equivalente da máquina de indução

As potências da máquina são definidas, como:

$$\hat{S}_e = \hat{V}_e \hat{I}_e^* \tag{3.1a}$$

$$\hat{S}_r = \hat{V}_r \hat{I}_r^* \tag{3.1b}$$

$$P_e = \mathrm{Re}\ (\hat{V}_e \hat{I}_e^*) \tag{3.1c}$$

$$P_r = \mathrm{Re}\ (\hat{V}_r \hat{I}_r^*) \tag{3.1d}$$

$$Q_e = \mathrm{Im}\ (\hat{V}_e \hat{I}_e^*) \tag{3.1e}$$

$$Q_r = \mathrm{Im}\ (\hat{V}_r \hat{I}_r^*) \tag{3.1f}$$

onde $\hat{S}$, P, Q significam potência complexa, ativa e reativa, respectivamente. Os índices e, r definem se estas potências são de estator ou de rotor. O complexo conjugado das correntes de estator e rotor são escritos como $\hat{I}_e^*$, $\hat{I}_r^*$ respectivamente.

Considerando, por simplicidade, as resistências de estator e de rotor iguais a zero, em termos de grandezas terminais, as equações (2.49) tornam-se

$$\hat{V}_e = jX_e \hat{I}_e + jX_m k \hat{I}_r \tag{3.2}$$

$$\hat{V}_r = jskX_m \hat{I}_e + jsX_r \hat{I}_r \tag{3.3}$$

e substituindo-as nas expressões 3.1, tem-se

$$\hat{S}_e = jX_e |\hat{I}_e|^2 + jX_m k \hat{I}_e^* \hat{I}_r \tag{3.4}$$

$$\hat{S}_r = jskX_m \hat{I}_e \hat{I}_r^* + jsX_r |\hat{I}_r|^2 \tag{3.5}$$

$$P_e = kX_m \mathrm{Re}\ [j\hat{I}_e^* \hat{I}_r] \tag{3.6}$$

$$P_r = skX_m \mathrm{Re}\ [j\hat{I}_e \hat{I}_r^*] \tag{3.7}$$

Lembrando que:

$$\mathrm{Re}\ [j\hat{I}_e \hat{I}_r^*] = \mathrm{Re}\ [-j\hat{I}_e^* \hat{I}_r]$$

a potência ativa de rotor fica

$$P_r = sk X_m \mathrm{Re}\ [-j\hat{I}_e^* \hat{I}_r] = -sP_e \qquad (3.8)$$

A potência mecânica é dada por

$$P_m = -T_e \omega_m = -T_e(1-s)\omega_{sin} =$$

$$= \frac{-P_e}{\omega_{sin}} (1-s)\ \omega_{sin} = -(1-s)P_e$$

$$P_m = -P_e + sP_e \qquad (3.9)$$

Substituindo a equação (3.8) em (3.9),

$$P_m = -P_e - P_r$$

ou seja,

$$P_m + P_e + P_r = 0 \qquad (3.10)$$

que expressa a conservação da potência ativa.

Da definição de potência reativa (expressões 3.1e, 3.1f) e das equações (3.2) e (3.3) tem-se

$$Q_e = \mathrm{Im}[\, jX_e |\hat{I}_e|^2 + jX_m \hat{I}_e^* k \hat{I}_r] = X_e |\hat{I}_e|^2 + X_m \mathrm{Im}\,[j\hat{I}_e^* k \hat{I}_r] \qquad (3.11)$$

$$Q_r = \mathrm{Im}[jsX_r |\hat{I}_r|^2 + jsX_m \hat{I}_e k \hat{I}_r^*] = sX_r |\hat{I}_r|^2 + sX_m \mathrm{Im}\,[j\hat{I}_e k \hat{I}_r^*] \qquad (3.12)$$

A potência reativa total por fase é escrita como

$$Q_e + \frac{Q_r}{s} = X_e |\hat{I}_e|^2 + X_r |\hat{I}_r|^2 + X_m I_m [\, j\hat{I}_e^* k \hat{I}_r] + X_m \mathrm{Im}\,[j\hat{I}_e k \hat{I}_r^*] =$$

.../.

$$= X_e |\hat{I}_e|^2 + X_r |\hat{I}_r|^2 + 2X_m \text{ Im } [j\hat{I}_e^* k\hat{I}_r] =$$

$$= X_e |\hat{I}_e|^2 + X_r |\hat{I}_r|^2 + 2X_m \text{ Re } [\hat{I}_e^* k\hat{I}_r] \qquad (3.13)$$

Levando-se em conta que

$x_e + X_m = X_e$ (reatância própria de estator)

$x_r + k^2 X_m = X_r$ (reatância própria de rotor)

a potência reativa total é

$$Q_e + \frac{Q_r}{s} = x_e |\hat{I}_e|^2 + x_r |\hat{I}_r|^2 + X_m(|\hat{I}_e|^2 + k^2 |\hat{I}_r|^2 + 2\text{Re } [\hat{I}_e^* k\hat{I}_r])$$

$$Q_e + \frac{Q_r}{s} = x_e |\hat{I}_e|^2 + x_r |\hat{I}_r|^2 + X_m |\hat{I}_o|^2 = Q_o$$

$$Q_e + \frac{Q_r}{s} = Q_o \qquad (3.14)^*$$

onde Q_o é facilmente identificada como sendo a potência reativa devido as reatâncias de dispersão e de magnetização da máquina.

Como no rotor tem-se que a freqüência elétrica é a de escorregamento ω_r, uma análise interessante de ser feita é a influência do capacitor quando colocado não no lado do estator, mas no do rotor. Neste caso a corrente de rotor é

$$\hat{I}_r = - j\omega_r C_r \hat{V}_r = -js\omega_e C_r \hat{V}_r$$

* *Alternativamente, pode-se escrever esta equação como:* $sQ_e + Q_r = sQ_0$. *No caso da máquina síncrona em que* $s=0$, *resulta que* $Q_r=0$, *e que a potência reativa do estator,* Q_e *é indeterminada.*

com o seu conjugado

$$\hat{I}_r^* = js\omega_e C_r \hat{V}_r$$

Portanto, da expressão (3.1f)

$$Q_r = \text{Im}\,[\hat{V}_r\, js\omega_e C_r \hat{V}_r] = s\omega_e C_r [\hat{V}_r]^2 \qquad (3.15)$$

Da expressão da potência reativa total, a contribuição do rotor é

$$\frac{Q_r}{s} = \omega_e C_r [\hat{V}_r]^2$$

Disto resulta que em termos de freqüência, tanto faz colocar o capacitor no estator ou no rotor. A única diferença que existe é no valor de capacitor refletido ao estator, pois há a dependência da relação de espiras estator-rotor.

Portanto, a utilização de transformador, com o objetivo de refletir capacitância, pode ser mais interessante economicamente do que ter uma máquina de indução de rotor bobinado.

As relações entre as potências da máquina podem ser resumidas:

1 - *Conversão da potência ativa*

$$P_e + P_r + P_m = 0$$

onde

$$P_r = -sP_e$$

2 - *Transformação de potência reativa*

$$Q_e + \frac{Q_r}{s} = Q_0$$

As características terminais, em regime permanente, são completadas pelas relações:

3 - *Transformação de freqüência estator-rotor*

$$\omega_r = s\omega_e$$

4 - *Transformação de tensão estator-rotor*

1:s

Considerando nestas quatro relações o fluxo de potência e o valor de escorregamento, distinguem-se seis regiões básicas de funcionamento, definidas pelo escorregamento e pelo torque eletro - magnético. A máquina de indução é vista como um conversor eletromecânico absorvendo (ou fornecendo) potência elétrica no estator, convertendo (ou recebendo) a fração 1-s da sua potência mecânica, e transformando (ou absorvendo) a fração s como potência elétrica no rotor com uma correspondente mudança de freqüência.

Como se observa na figura 3.3, é possível trabalhar com a máquina de indução tanto como motor ou gerador, a qualquer valor de escorregamento. Em algumas situações é necessário acesso externo ao rotor.

A seguir, são discutidas as seis regiões básicas de funcionamento | 5 |.

REGIÃO 1: *Motor super-síncrono*, $s < 0$, $T_e > 0$

A potência elétrica é fornecida à máquina através dos terminais de estator e de rotor. Portanto, é necessário se ter acesso externo ao rotor através de anéis. A amplitude da tensão injetada no rotor deve ser maior que a f.e.m induzida no mesmo, e a uma freqüência igual à de escorregamento. Se se deseja controlar o fator de potência, a fase da tensão injetada deve ser modificada. Isto pode ser visto pela relação do ângulo do fator de potência Θ_e, ou seja

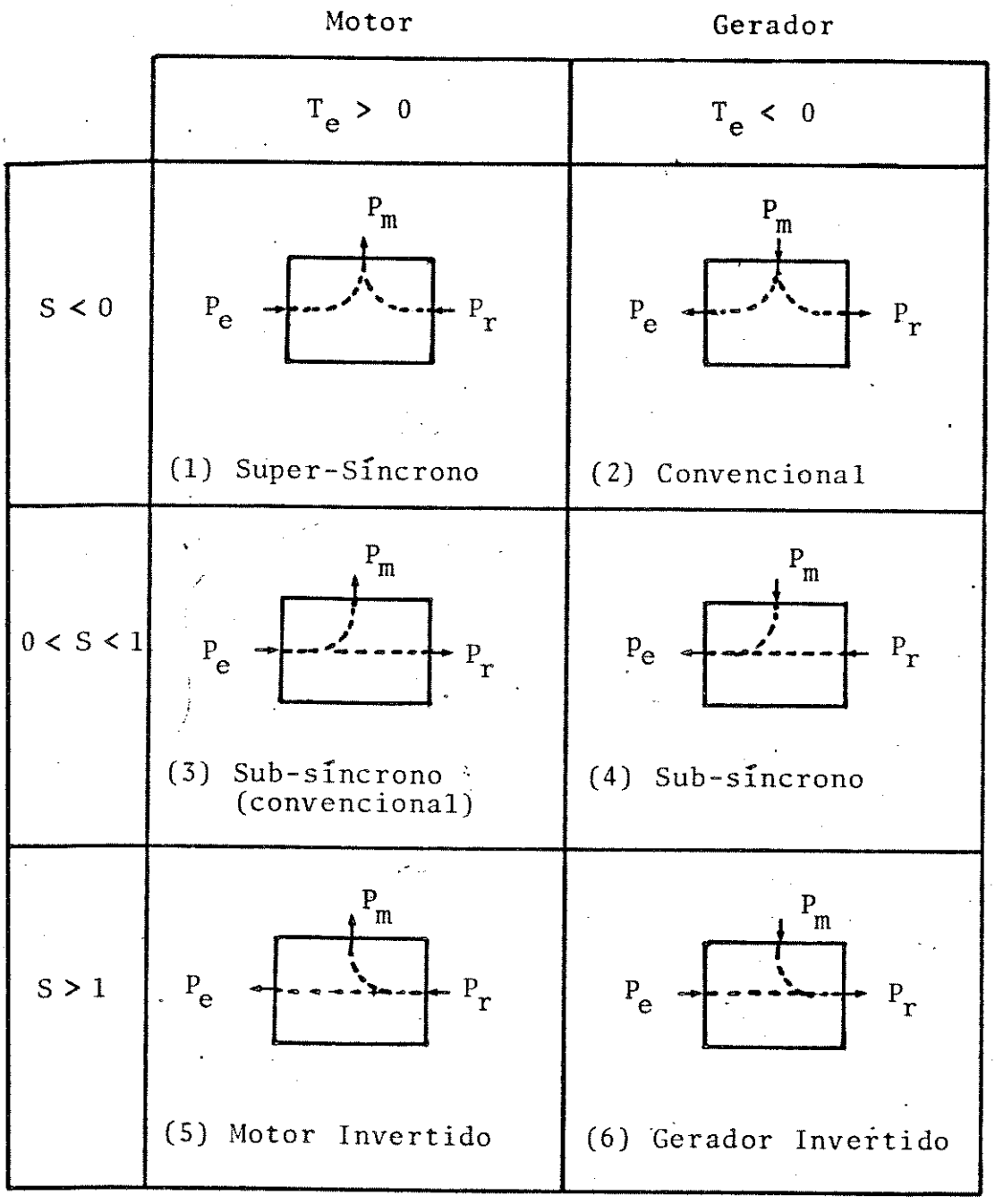


Fig. 3.3 - Regiões de funcionamento: motor, gerador.

$$\theta_e = \tan^{-1} \frac{Q_e}{P_e} = \tan^{-1} \frac{Q_0 - \frac{Q_r}{s}}{-\frac{P_r}{s}} = \tan^{-1} \frac{sQ_0 - Q_r}{-P_r}$$

Assim, fator de potência adiantado é obtido quando Q_r é negativo e maior que $[sQ_0]$.

REGIÃO 2: *Gerador convencional (super-síncrono), $s < 0$, $T_e < 0$*

Este é o caso da máquina funcionando como gerador, na faixa de escorregamento usual, ou seja, com escorregamento negativo. O rotor é acionado mecanicamente a uma velocidade angular maior que a do campo girante. Uma vez que P_r é negativo (Fig. 3.3), não é necessário acesso ao rotor.

O gerador convencional tem os seus enrolamentos de rotor curto-circuitados. A fonte de reativos necessários à magnetização da máquina, assim como a carga externa são ligadas aos terminais de estator. A potência reativa exigida pela carga, como também a potência reativa Q_0 da máquina pode ser fornecida pelo sistema em que ela é ligada, ou por capacitadores em paralelo, quando o gerador opera isoladamente. A eficiência na conversão de potência é dada pela relação

$$\eta = \frac{-P_e}{P_m} = \frac{-P_e}{-(1-s)P_e} = \frac{1}{1-s}$$

Como se observa a eficiência decresce com o aumento do escorregamento.

REGIÃO 3: *Motor convencional (sub-síncrono), $0 < s < 1, T_e > 0$*

Esta situação define a operação do motor com velocidades abaixo da síncrona. Neste caso, também não há a necessidade do acesso ao rotor. Se ele for do tipo bobinado, um circuito ativo ou passivo pode ser incorporado ao rotor, com o intuito de controlar

a velocidade e o fator de potência. Um método eficiente é a injeção de tensão no rotor |6|.

Para o motor gaiola de esquilo a eficiência da conversão de energia é dada por:

$$\eta = \frac{-P_m}{P_e} = 1-s$$

O ângulo de fator de potência é

$$\theta_e = \tan^{-1} \frac{Q_e}{P_e} = \tan^{-1} \frac{sQ_0}{-P_r}$$

REGIÃO 4: *Gerador sub-síncrono, $0 < s < 1, T_e < 0$*

Neste caso, potência elétrica é fornecida à maquina pelos terminais do rotor, enquanto o estator fornece potência elétrica a uma carga. É necessário, então para funcionamento como gerador sub-síncrono que se tenha acesso externo ao rotor.

O balanço de energia do gerador é caracterizado por uma fração s de potência (em p.u) sendo fornecida ao circuito de rotor e 1-s ao eixo da máquina (potência de acionamento P_m) produzindo 1 p.u de potência elétrica no estator.

REGIÃO 5: *Motor invertido, $s > 1$, $T_e > 0$*

Esta região de funcionamento da máquina como motor, é equivalente ao da região 3, só que com funções de estator e rotor invertidas. O escorregamento, que é definido em relação ao estator, torna-se maior que a unidade já que a frequência de escorregamento é a freqüência da tensão induzida no estator, ou seja

$$s = \frac{\omega_r}{\omega_e} > 1$$

para ω_r, ω_e sendo as freqüências angulares das tensões de rotor e estator. O escorregamento com respeito ao rotor é $\frac{1}{s}$.

A utilização do motor nesta região apresenta o inconveniente da necessidade de transferência de alta potência por meio de anéis.

REGIÃO 6: *Gerador Invertido*, $s > 1$, $T_e < 0$.

Esta região define a operação do gerador de uma maneira similar à região 4 (gerador sub-síncrono) só que com as funções do estator e rotor invertidas. Há a necessidade de se fornecer potência elétrica ao estator e de se tirar potência elétrica do rotor. As considerações feitas a respeito do escorregamento e do sentido de rotação no caso anterior se repetem aqui.

Na prática esta região pode ser usada como freio dinâmico ("plugging"): inverte-se a sequência de fase do estator de um motor para se reduzir rapidamente a velocidade. A potência elétrica transferida e convertida para o rotor é inteiramente dissipada neste.

CAPÍTULO IV

RESULTADOS EXPERIMENTAIS

CAPÍTULO IV

IV.1 - Excitação

A potência reativa magnetizante necessária para o gerador de indução, operado isoladamente (auto-excitado) é obtida ligando-se à armadura, capacitores de um valor apropriado. A freqüência de operação e a tensão gerada são afetadas pela velocidade, carga e capacitância. Os capacitores não só fornecem os reativos magnetizantes, como também podem atender a demanda de potência reativa de cargas indutivas.

A condição para que se tenha a auto-excitação é que a máquina tenha magnetismo residual. Assim, a tensão gerada crescerá de maneira similar a do gerador de corrente contínua auto-excitado ("shunt"). O campo remanente faz com que apareça uma pequena tensão alternada na armadura, e esta tensão aplicada ao capacitor, faz com que circule uma corrente magnetizante nos enrolamentos de estator. A circulação desta corrente leva a um fluxo de entreferro maior, aumentando assim a tensão, e, o processo de auto-excitação é estabelecido. O estado permanente é determinado pela curva de saturação e pela reatância capacitiva do capacitor conectado ao estator.

A figura 4.1 mostra, no caso de velocidade da máquina constante, a curva de magnetização e a conexão dos capacitores ilustrando o processo da auto-excitação. A reta $X_C I$ representa a tensão no capacitor e como se observa, na analogia com o gerador "shunt" , a reatância capacitiva corresponde à resistência do campo.

Se o valor da reatância capacitiva for excessivo (caso de X''_C , na figura) não haverá auto-excitação.

Convém ressaltar algumas diferenças em relação à máquina "shunt" DC:

- As curvas de saturação descrevem a máquina de forma aproximada, pois não levam em conta a distorção das tensões e correntes.

- Além disto, elas não levam em conta as perdas no material magnético ou nos fios. Não é possível, de maneira simples, in

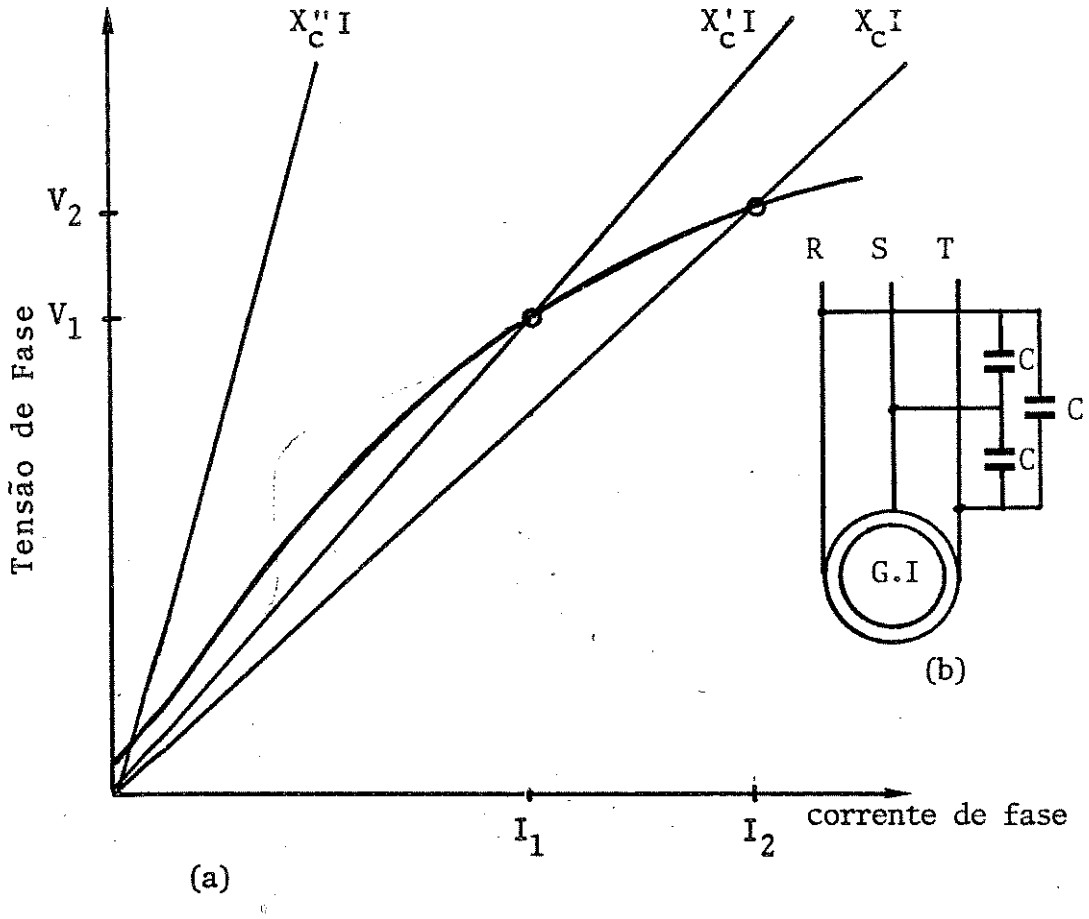


Fig. 4.1(a) - Curva de saturação e a tensão final em função da excitação capacitiva

(b) - Capacitores ligados ao estator.

cluir estas perdas apenas adicionando convenientemente tensões e/ou correntes, pois elas não estão em fase.

- Por outro lado, ao contrário dos geradores "shunt", caso ocorra a auto-excitação ela ocorre para qualquer sentido de rotação.

IV.2 - Relação Tensão Gerada x Velocidade

IV.2.1 - Sem Carga

Para obter a tensão gerada em função da velocidade, em vazio, parte-se do circuito equivalente aproximado da figura 4.2 . Neste circuito R_m representa as perdas no ferro.

Em aberto a corrente externa (entregue pelo conjunto máquina e capacitores) é nula. Se a tensão não é nula, a impedância entre os terminais é infinita ou a admitância é nula.

$$\left(\frac{1}{R_m} + \frac{s}{R'_r}\right) + j\left(\omega_e C - \frac{1}{\omega_e L_m}\right) = 0 \qquad (4.1)$$

Nesta equação ω_e representa a freqüência elétrica gerada. Em lugar de X_m, impedância de magnetização, coloca-se $\omega_e L_m$, com L_m sendo a indutância de magnetização.

Da equação (4.1) vem

$$s = -\frac{R'_r}{R_m} \qquad (4.2)$$

$$\omega_e = \sqrt{\frac{1}{L_m C}} \qquad (4.3)$$

Esta última expressão é a condição de ressonância do capacitor e indutância de magnetização.

Lembrando que o escorregamento é dado por

$$s = 1 - \frac{\omega_m}{\frac{2}{p}\,\omega_e} \qquad (4.4)$$

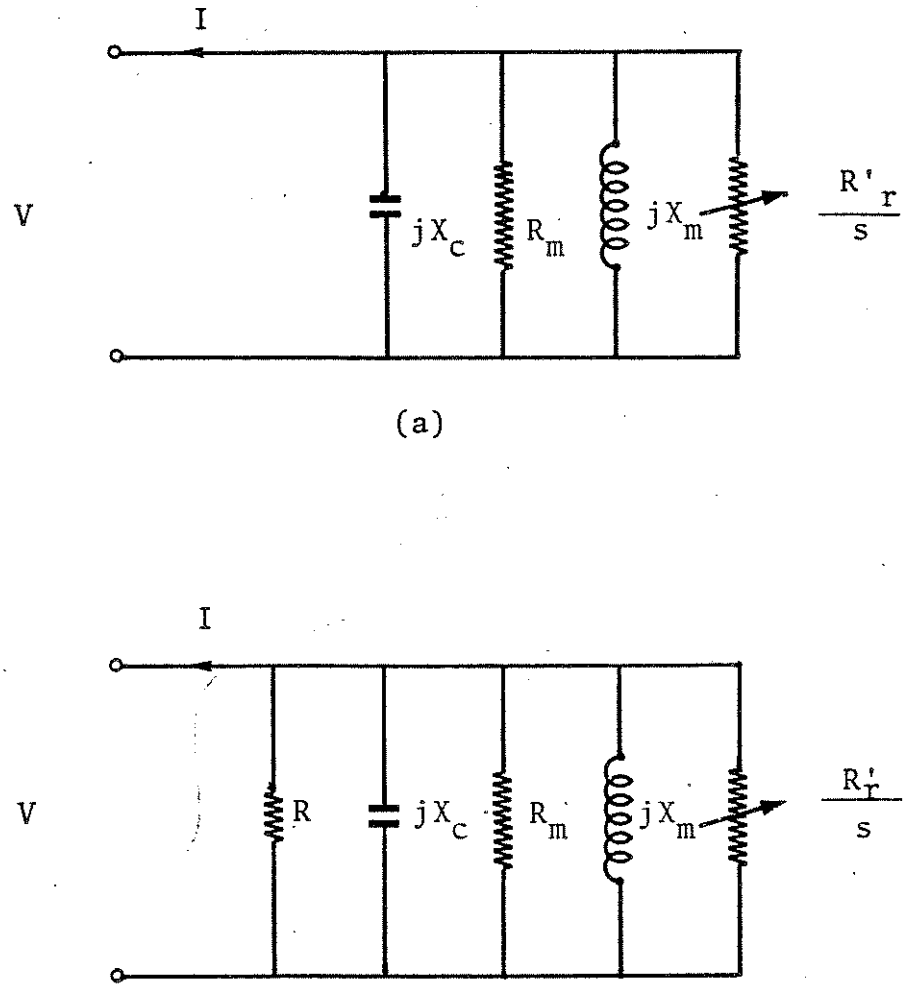


Fig. 4.2 (a) - Circuito equivalente aproximado para a máquina em vazio e

(b) - para a máquina com carga resistiva

obtem-se de (4.2) e (4.3)

$$\omega_m = (1 + \frac{R'_r}{R_m}) \quad \frac{2}{p} \quad \sqrt{\frac{1}{L_m C}} \tag{4.5}$$

As expressões anteriores podem ser simplificadas pela consideração dos valores de R_m, usualmente muito maiores que os de R'_r. Assim, em lugar de (4.1) vem

$$\frac{s}{R'_r} + j \left(\omega_e C - \frac{1}{\omega_e L_m} \right) = 0 \tag{4.6}$$

e, em lugar de (4.5)

$$\omega_m = \frac{2}{p} \sqrt{\frac{1}{L_m C}} \tag{4.7}$$

Levando-se em conta o comportamento de L_m em função da tensão, esboçada na figura 4.3, tem-se para a tensão gerada em função da velocidade o gráfico esboçado na figura 4.4.

Observa-se nesta figura, a existência da não-unicidade do valor da tensão gerada.

Aplicando-se o critério de Loeb | 7 | à equação (4.6) encontra-se como condição de estabilidade do regime permanente*.

$$\frac{\partial L_m}{\partial V} < 0 \tag{4.8}$$

Em termos da velocidade angular ω_m esta condição se escreve

$$\frac{\partial V}{\partial \omega_m} > 0 \tag{4.9}$$

* *Esta condição pode ser aplicada à equação (4.1) obtendo-se, após mais cálculos, o mesmo resultado (4.9).*

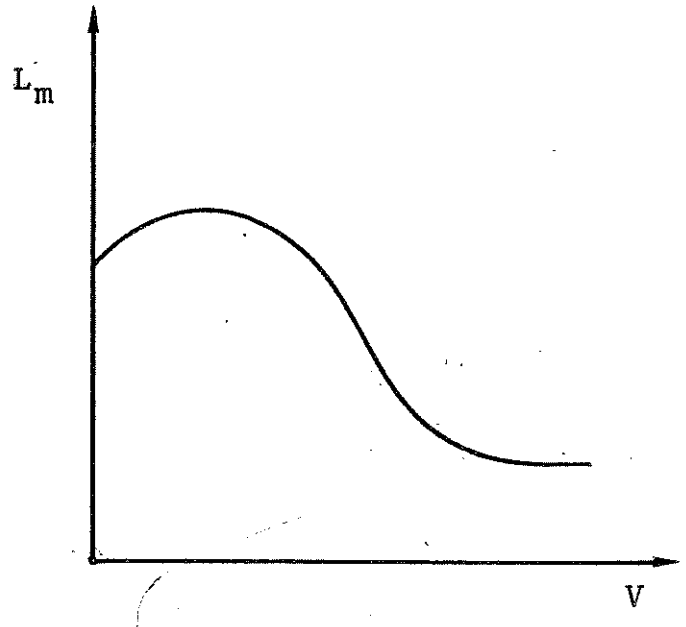


Fig. 4.3 - Variação da indutância de magnetização com a tensão de estator V.

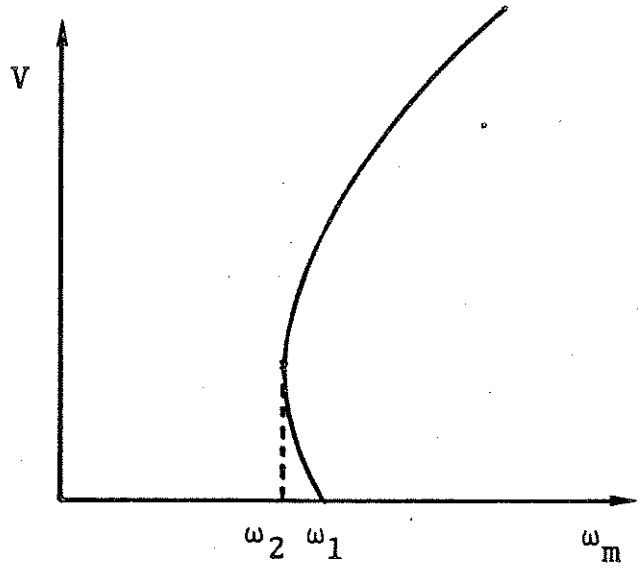


Fig. 4.4 - Tensão gerada no gerador de indução em vazio em função da velocidade.

Nestas condições, ao se aumentar progressivamente a velocidade da máquina, deve aparecer bruscamente uma tensão ao se passar da velocidade ω_1. Em seguida, se esta velocidade for reduzida mas permanecer superior a ω_2, a tensão gerada permanece não nula.

IV.2.2 - Com Carga

De maneira análoga ao caso sem carga, pode-se escrever para o gerador com carga resistiva R (fig. 4.2.b), que

$$s = \frac{-R'_r}{R} \qquad (4.10)$$

Com a substituição de (4.3) e (4.10) em (4,4), escreve-se que

$$\omega_m = \left(1 + \frac{R'_r}{R}\right) \frac{2}{p} \sqrt{\frac{1}{L_m C}} \qquad (4.11)$$

Quando se compara esta expressão com a do caso sem carga (expressão 4.7), conclui-se que para se ter a mesma tensão do gerador em vazio, é necessária uma velocidade maior.

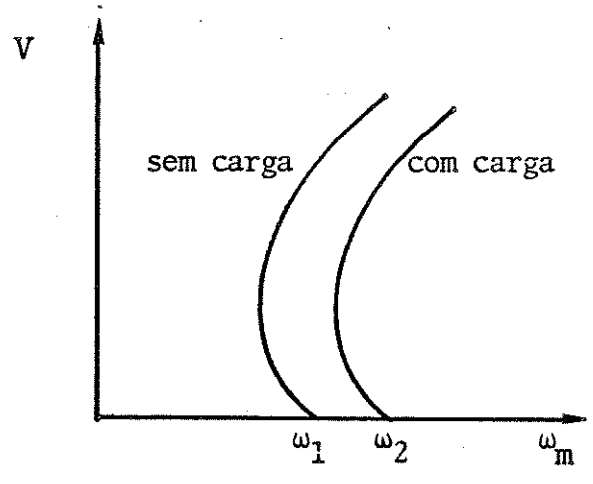


Fig. 4.5 - Influência da carga na características tensão-velocidade da máquina

IV.3 - Resultados Experimentais

Foi utilizada uma máquina de indução trifásica tendo

rotor bobinado de 3 HP, 4 pólos, 60 Hz.

Para os casos em que se necessitava acioná-la à velocidade síncrona, foi acoplado , um motor síncrono. Para velocidades variáveis, utilizou-se um motor de corrente contínua.

IV.3.1 - Tensão final na auto-excitação

Com a máquina sendo acionada à velocidade síncrona, e variando a tensão aplicada aos terminais de estator obteve-se a curva de saturação (Fig. 4.6).

Para um capacitor de 22 μF ligado ao estator, a tensão final do gerador seria de aproximadamente 210 volts, como mostrado na figura 4.6. O valor experimental obtido no laboratório foi de 200 volts. Para um outro valor de capacitor, 33μF, o valor na curva seria de 264 volts, e o obtido experimentalmente foi 256 volts. Como se verifica, os resultados obtidos estão próximos daqueles da curva de saturação.

IV.3.2 - Curvas, tensão e freqüência, em função da velocidade do gerador de carga

A excitação foi feita para dois valores de capacitância 22 e 44μF. Com o estator ligado em delta, a velocidade do gerador foi sendo aumentada gradativamente através do motor C.C. acoplado a ele.

A tensão nos terminais do estator surge repentinamente a uma determinada velocidade, dependendo do valor da capacitância , quanto maior a capacitância menor é a velocidade em que se tem a tensão (Fig. 4.7). O que ocorre é que a freqüência de ressonância $\frac{1}{\sqrt{LC}}$, ou seja a freqüência para a qual a reatância capacitiva se iguala a de magnetização, é menor. Com o capacitor de 22μF, a rotação em que se teve a tensão gerada foi, de aproximadamente 2000 rpm. Para 44μF, a rotação foi de 1630 rpm aproximadamente.

Abaixo destas velocidades, só há tensão gerada, para o caso em que a velocidade do gerador está sendo decrescida. Verifica-se aqui, a histerese da máquina.

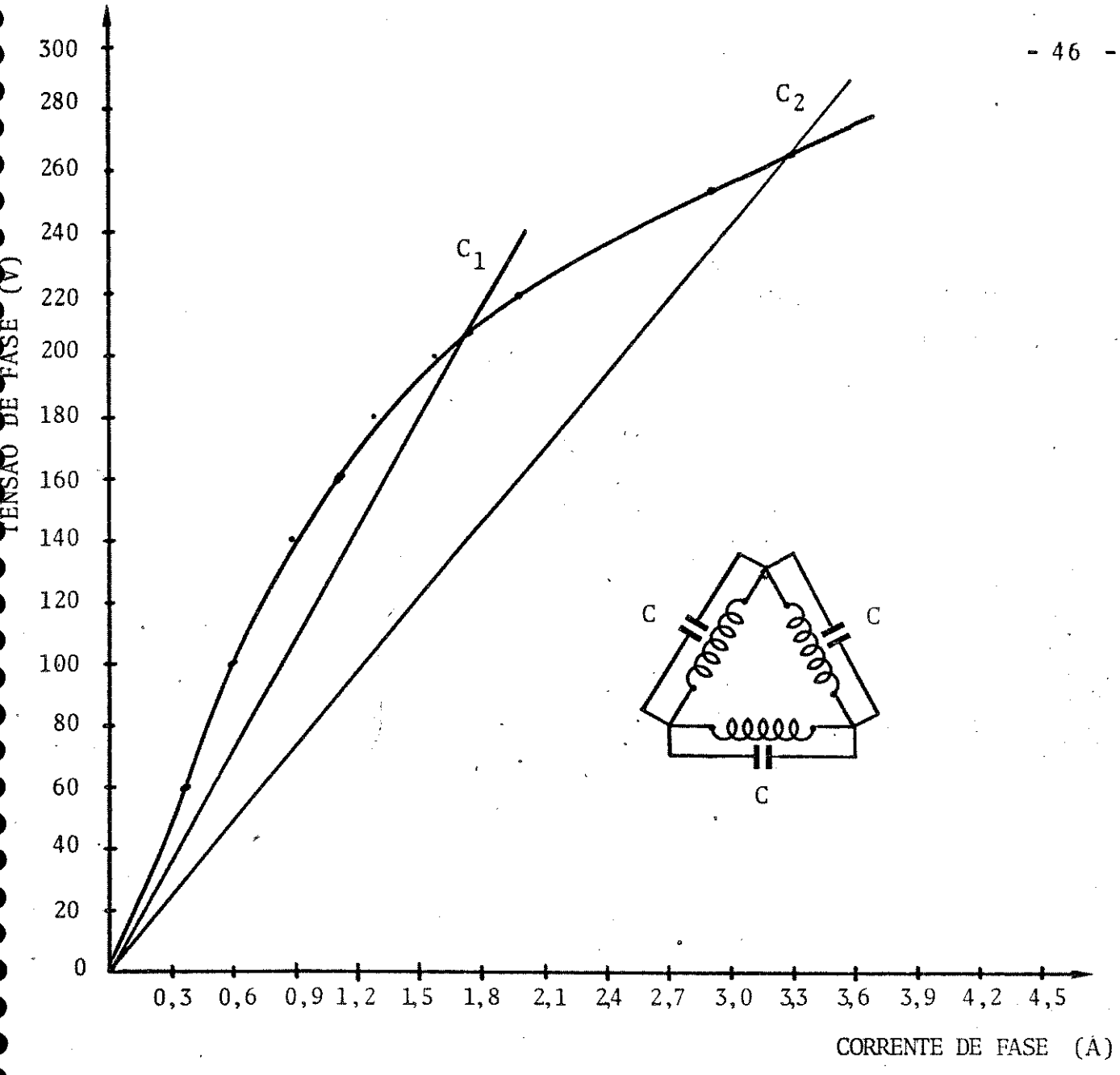


Fig. 4.6 - Tensão final na auto-excitação
C_1 = 22μF e C_2 = 33μF

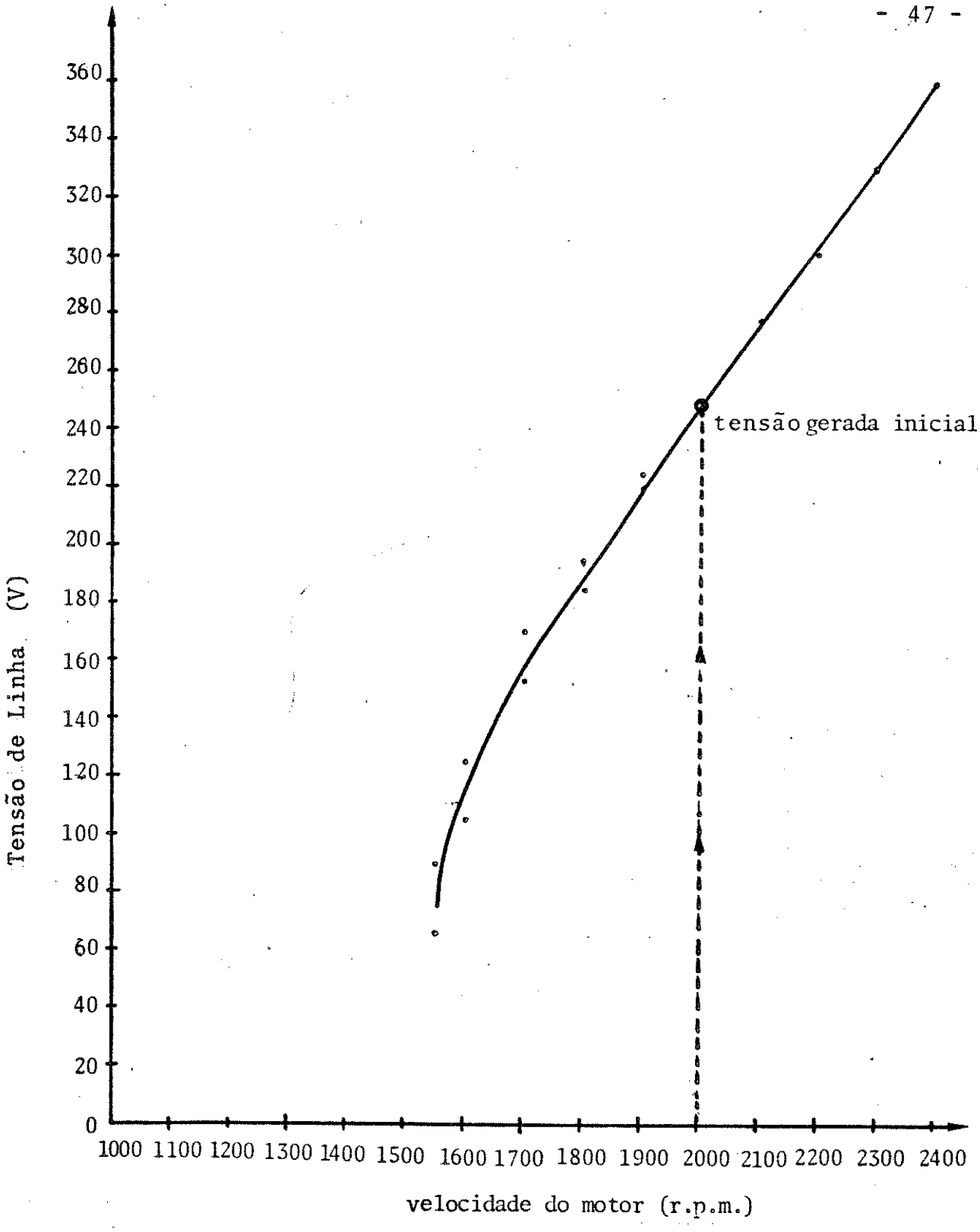


Fig. 4.7(a) - Variação da tensão gerada com a velocidade de acionamento, em vazio. C= 22 μF.

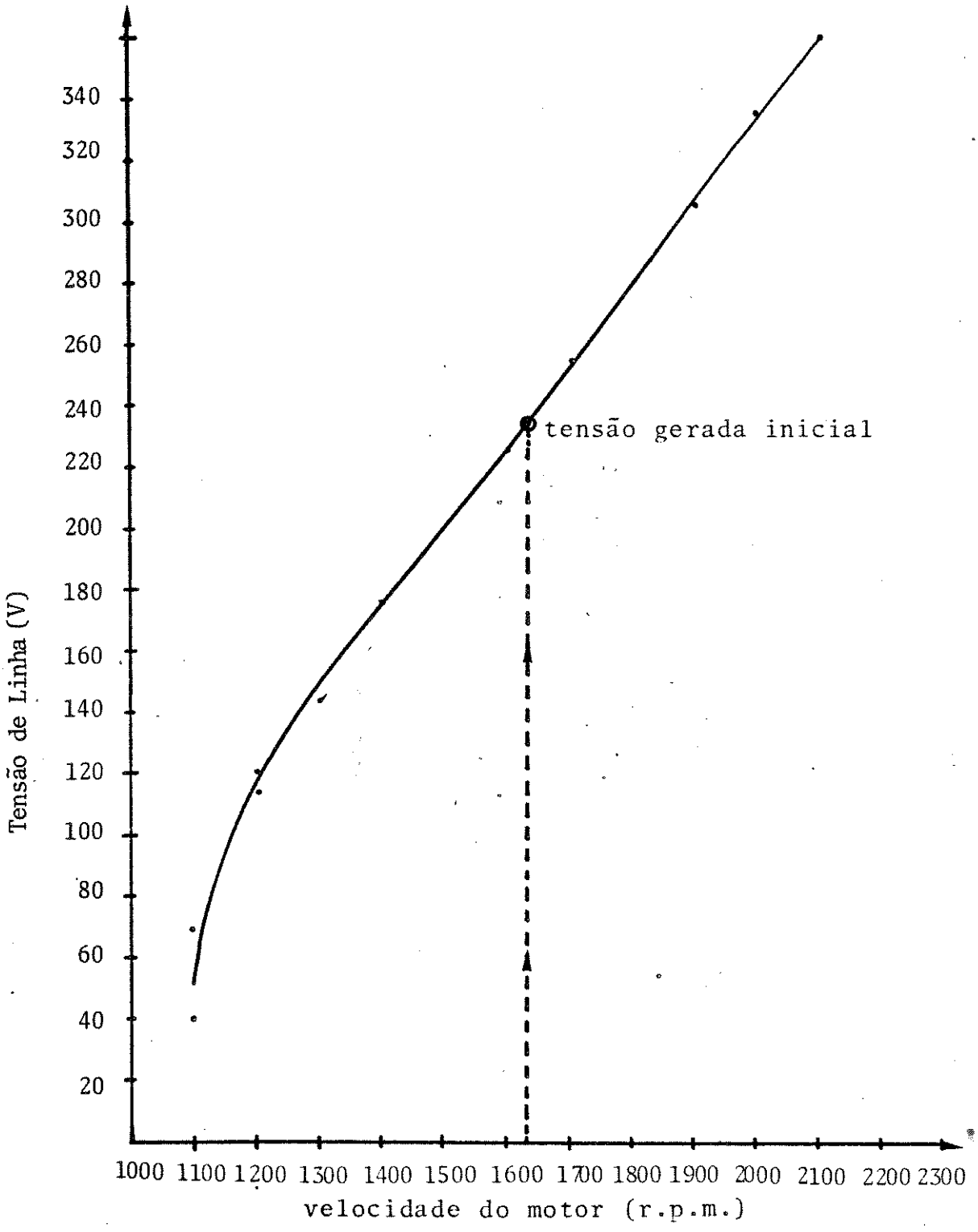


Fig. 4.7(b) - Variação da tensão gerada com velocidade de acionamento, em vazio.
C = 44μF.

Observa-se ainda, que a menor tensão obtida foi de aproximadamente 70 volts, para os dois valores de capacitor. Para qualquer decréscimo de velocidade, a partir deste ponto, não se tem mais geração (a tensão se anula). Se agora, aumenta-se a velocidade, o início da geração se dá naquelas velocidades verificadas anteriormente (1630 e 2000 rpm). Esta reversibilidade é possível, pelo fato do magnetismo remanente não se anular.

Para se construir a curva tensão x velocidade, como mostrado no item IV.2, os parâmetros R_m, X_m, R_r' precisam ser determinados.

A resistência de rotor é determinada por medição direta através dos seus anéis e referindo-a ao estator. Tanto a resistência como a reatância de magnetização são determinadas acionando a máquina à velocidade síncrona e, variando a tensão aplicada ao estator, mede-se potência elétrica, corrente bem como a tensão. Basicamente, a potência entregue à máquina, nestas condições, representa as perdas no cobre do estator e no ferro . Aqui é feita uma aproximação: desprezam-se as perdas nos enrolamentos de estator e toda potência de entrada é associada às perdas no ferro (resistência R_m).

As curvas experimentais obtidas são mostradas nas figuras 4.8(a) e 4.8(b).

Na figura 4.9 tem-se as curvas experimental e calculada.

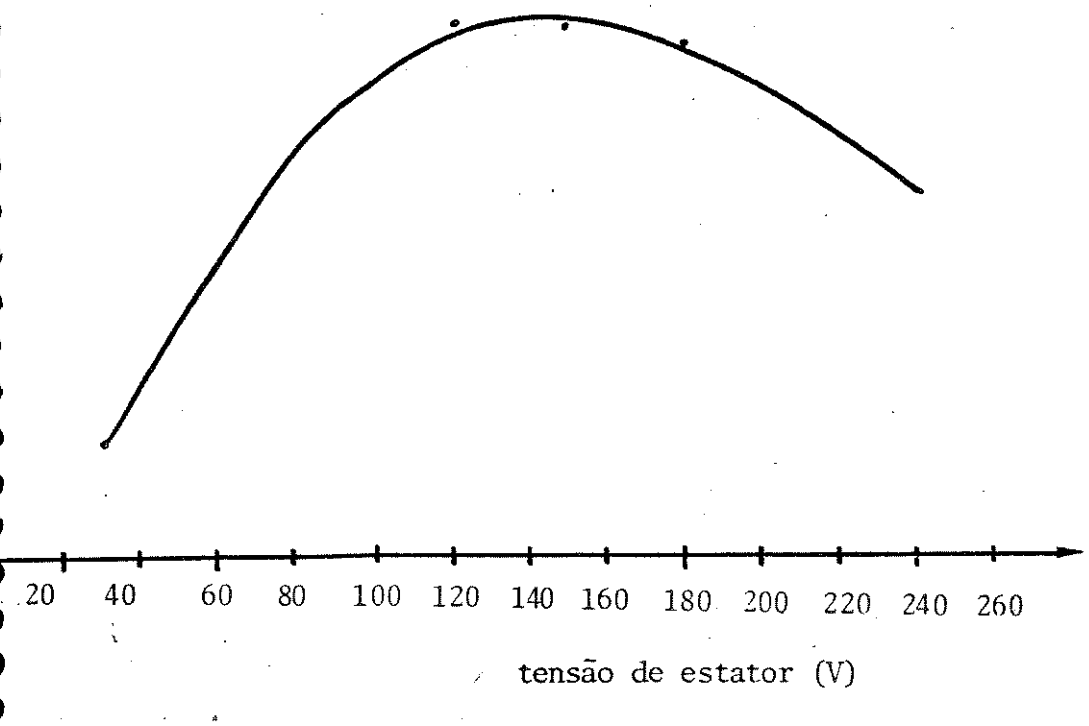
A freqüência de saída é diretamente proporcional à velocidade de rotor, quando o gerador está sem carga (Fig. 4.10).

IV.3.3 - Característica externa tensão-corrente

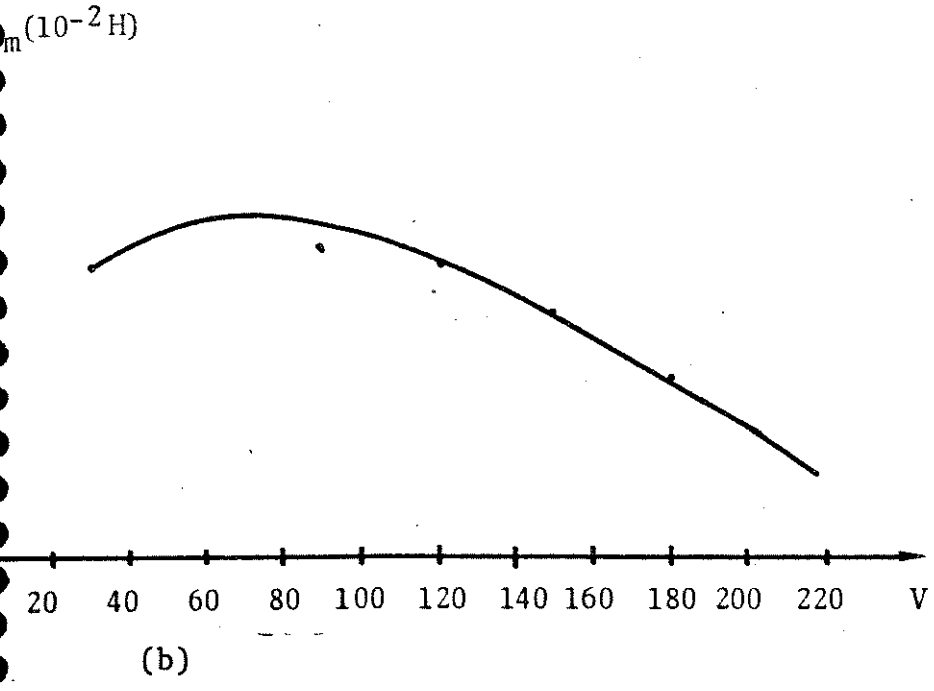
Esta curva foi obtida experimentalmente retificando-se a corrente gerada pela máquina por meio de uma ponte de diodos em onda completa.

Desta forma foi simplificado o problema de obtenção de uma carga trifásica variável. Além disto, nesta forma o gerador de indução pode ser considerado uma alternativa ao gerador de corrente contínua auto-excitado.

As curvas obtidas estão ilustradas na fig. 4.11.



(a)



(b)

Fig. 4.8 - Curvas experimentais de resistência (a) e reatância de magnetização (b) em função da tensão de estator.

UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL

394818C

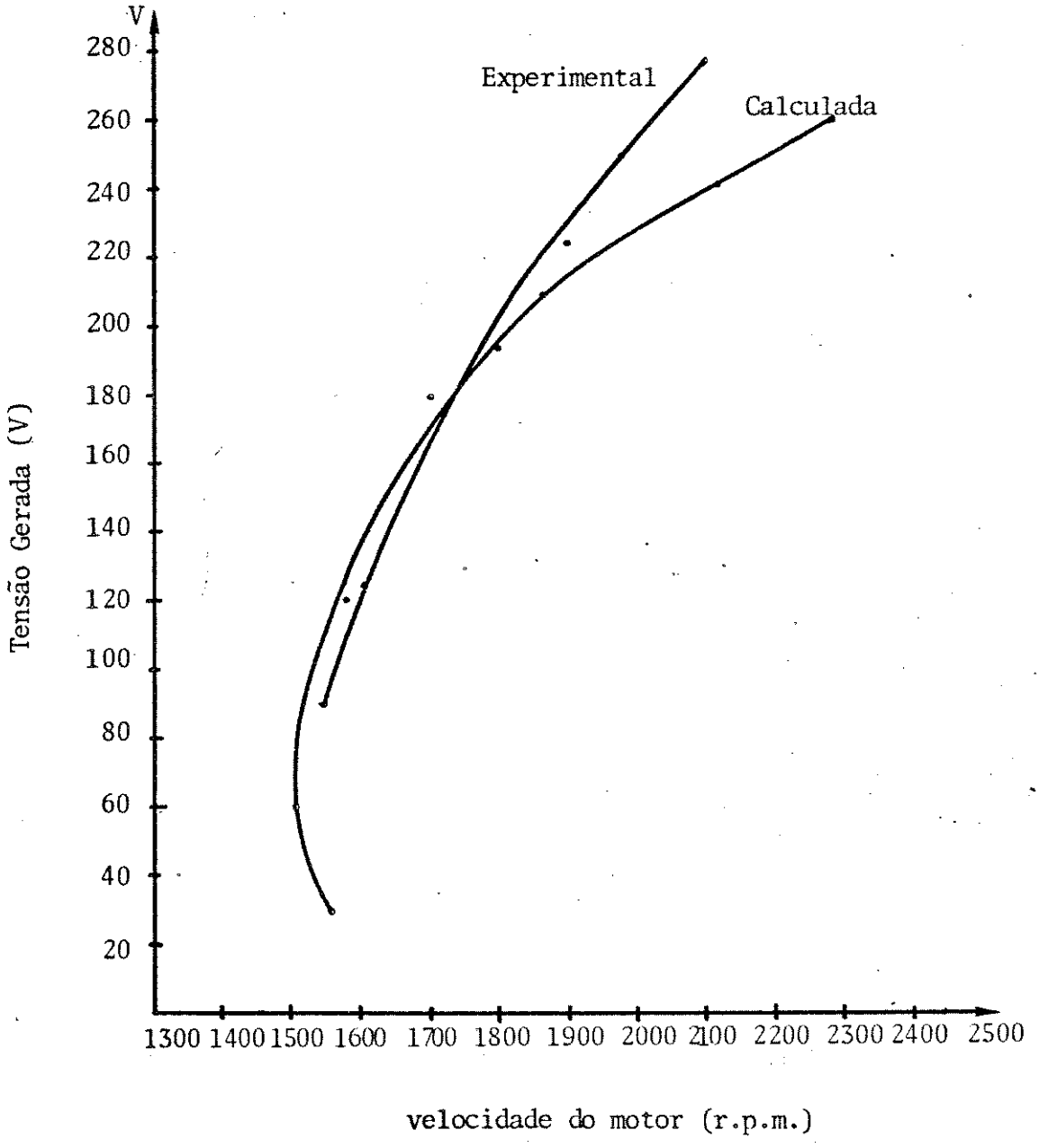


Fig. 4.9(a) - Comparação das curvas (tensão x velocidade) experimental e calculada.

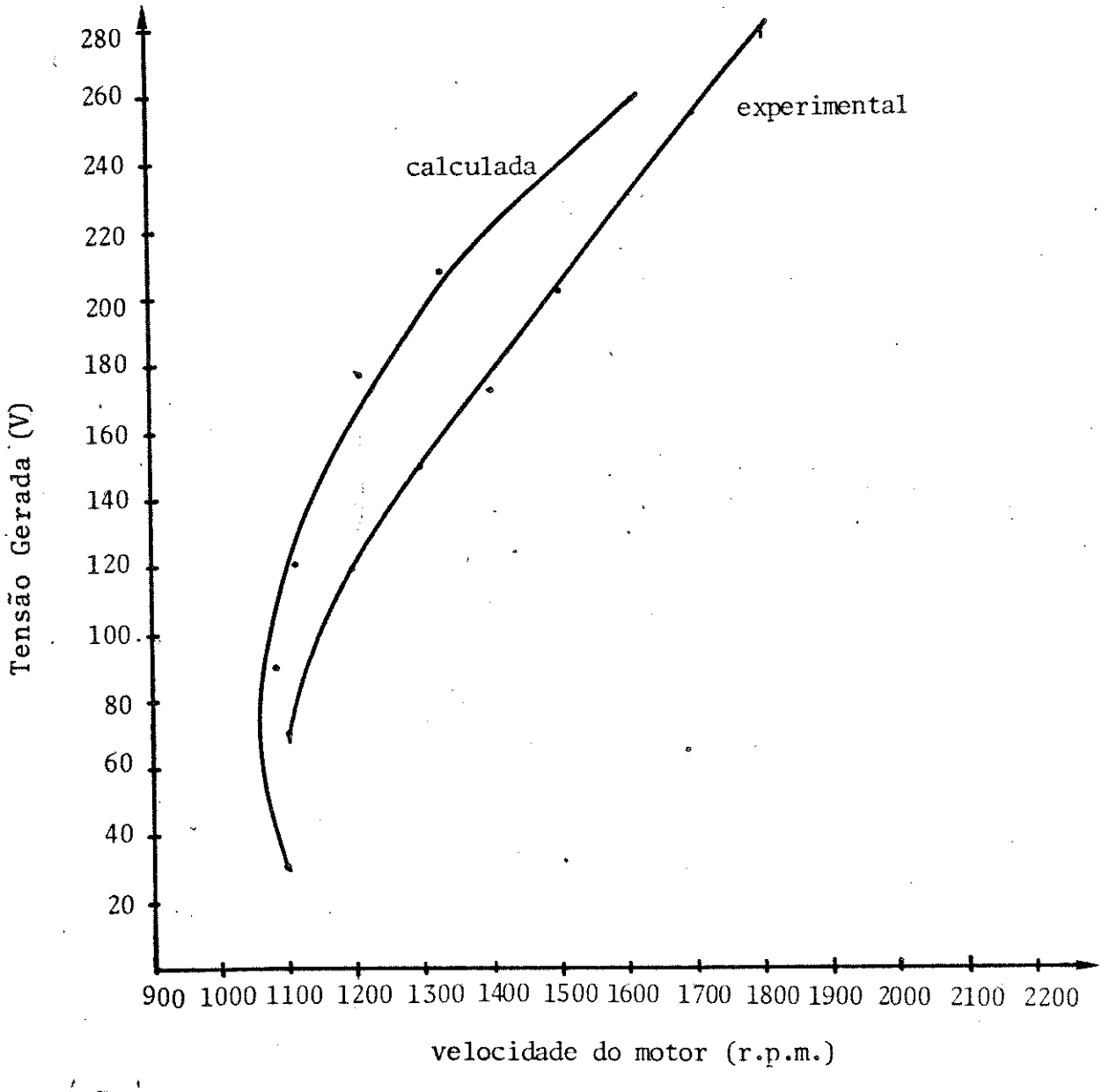


Fig. 4.9(b) - Comparação das curvas experimental e calculada.

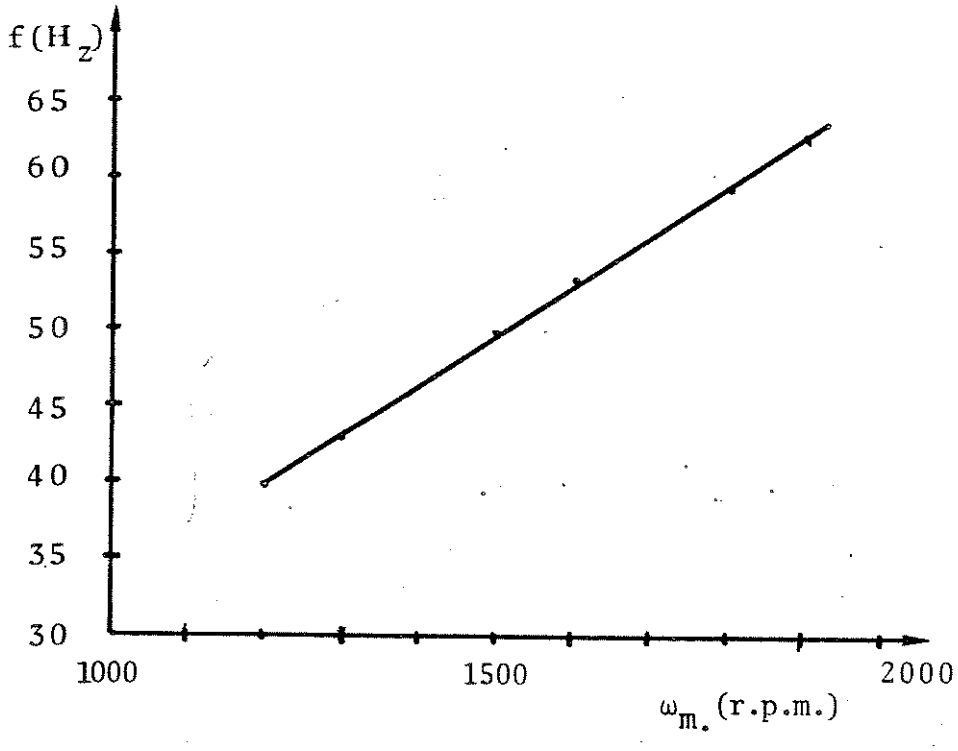


Fig. 4.10 - Frequência elétrica x velocidade, com o gerador sem carga.

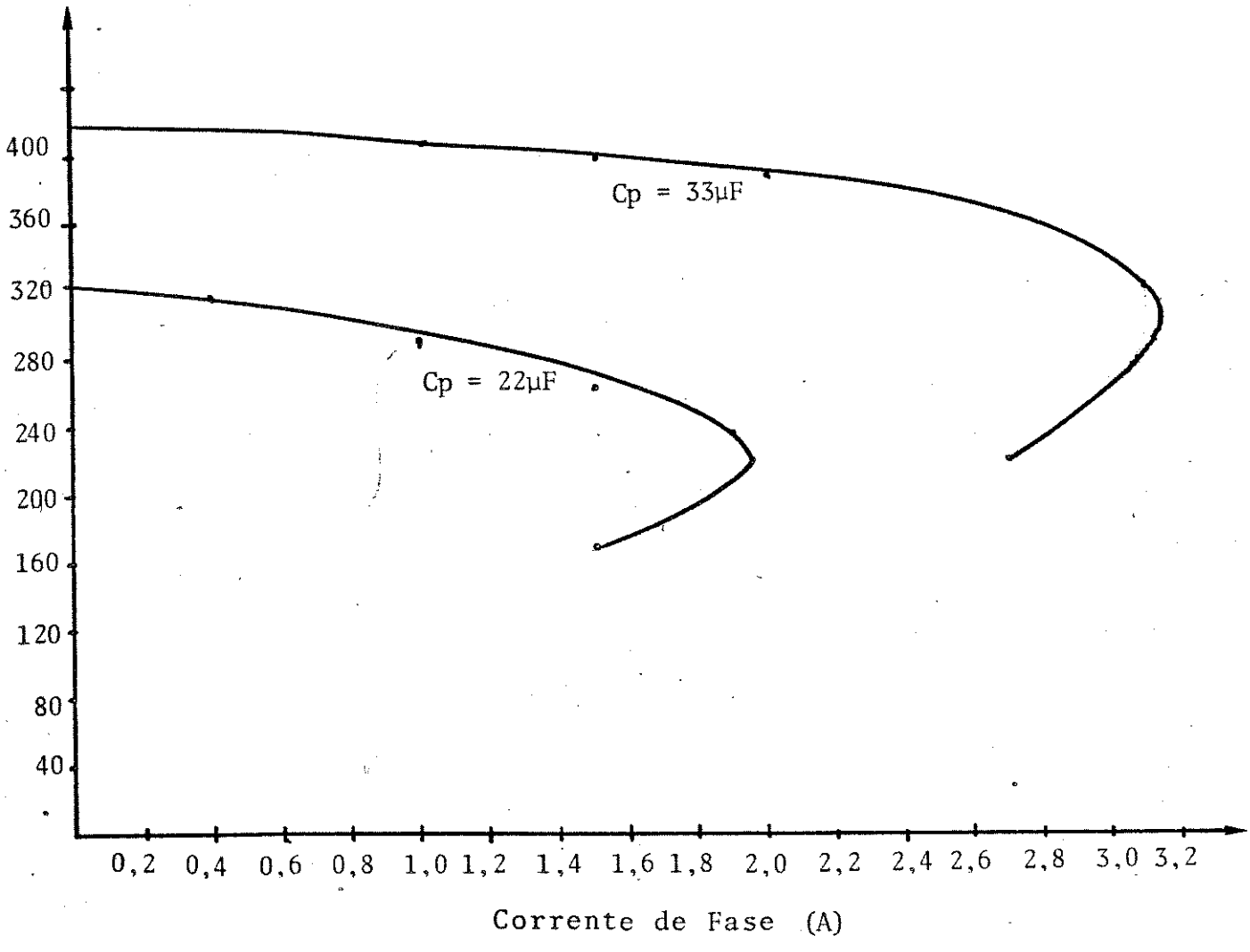


Fig. 4.11 - Característica externa tensão x corrente

Como se constata a característica tensão-corrente obtida é, em parte, semelhante à do gerador "shunt" de corrente contínua, não tendo uma boa regulação de tensão.

Uma diferença importante ocorre no ramo inferior da curva: para resistência de carga suficientemente pequena o gerador perde excitação e a tensão e corrente geradas caem a zero. Além disto, ocorre desmagnetização do rotor: a máquina não mais funciona como gerador auto-excitado, a menos que seja temporariamente ligada a uma tensão externa.

Estes fenômenos podem ser explicados da forma seguinte: desprezando-se as perdas (de magnetização e no estator) a equação (4.11) mostra que uma diminuição da resistência de carga exige, para velocidade mecânica constante da máquina, um maior valor de L_m (e portanto menor freqüência elétrica). Ora, pela Fig. 4.8(b) observa-se que maiores valores de L_m correspondem a valores decrescentes de tensão. Existe uma tensão limite, como foi visto anteriormente, abaixo da qual a geração é instável.

Nota-se uma divergência quantitativa. Deveria ser possível obter tensões até da ordem de 70V (que corresponde ao valor máximo de L_m). Na prática as medidas ficam muito difíceis a partir de certo ponto, havendo oscilações muito grandes.

Quanto à desmagnetização do rotor, nota-se que nesta situação (em que o gerador perde excitação) circulam pela máquina correntes alternadas de amplitude tendendo a zero, reproduzindo a sistemática às vezes utilizada na desmagnetização de materiais.

A diminuição da freqüência gerada à medida que se aumenta a carga foi também medida, obtendo-se a fig. 4.12. Na prática esta freqüência não foi sensível ao valor do capacitor em paralelo.

IV.4 - Compensação da tensão gerada

É possível utilizar o mecanismo de compensação de reativos por reator saturável para estabilizar em certa medida a tensão produzida.

Esta compensação é ilustrada pelo circuito da Fig.4.13.

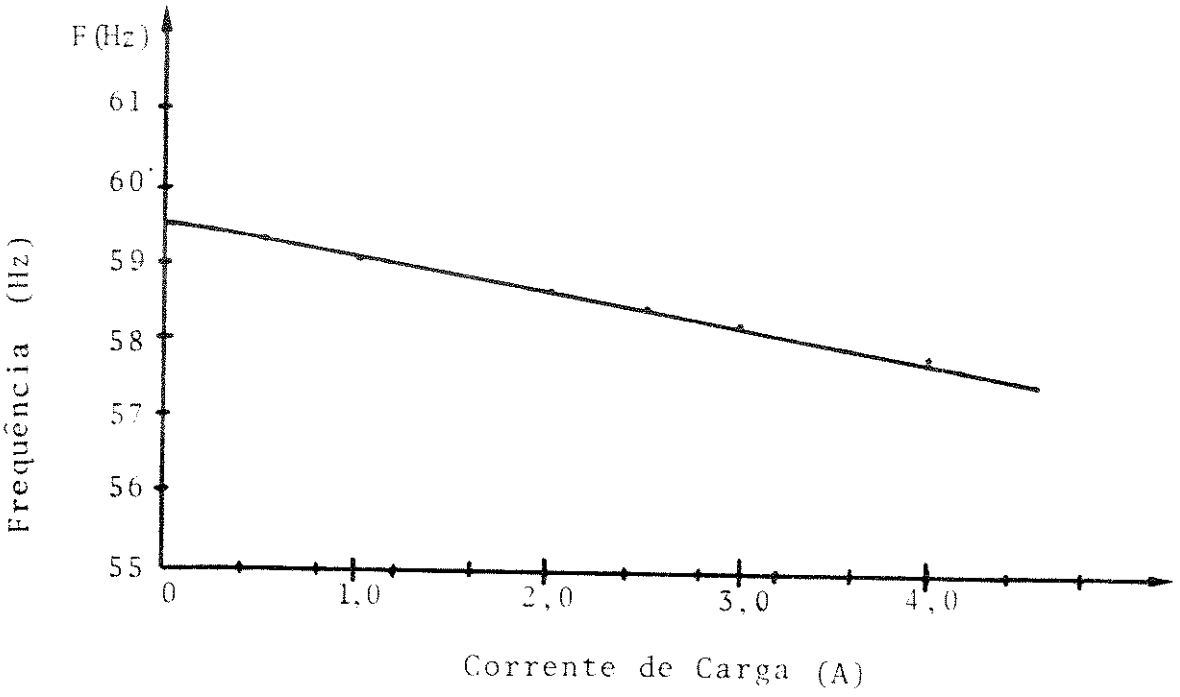


Fig. 4.12 - Frequência elétrica x corrente de carga.

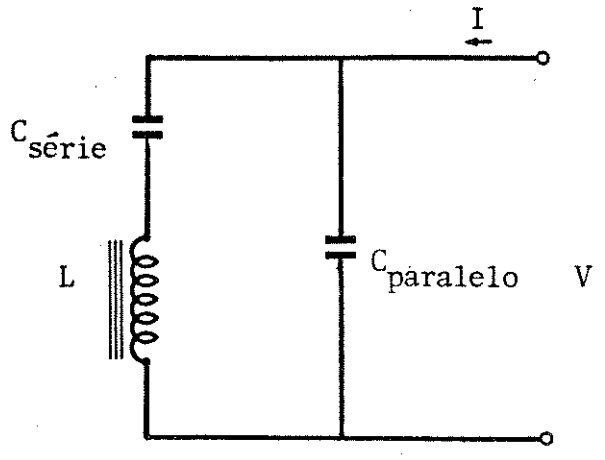


Fig. 4.13 - Reator saturável com capacitor série e paralelo.

Admite-se, por exemplo, que a característica não-linear do indutor possa ser representada por um modelo linear por partes, Fig. 4.14.

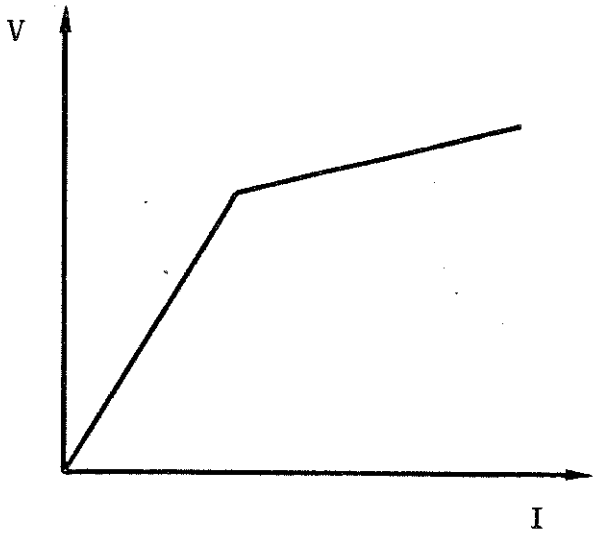


Fig. 4.14 - Característica do indutor

Nesta figura, I e V representam, respectivamente as componentes fundamentais da corrente e tensão. Se se desprezam as perdas, pode-se ainda supor que a corrente está atrasada 90º em relação à tensão.

A relação entre as amplitudes de corrente e tensão no

capacitor série e paralelo, linear, será dada pela Fig. 4.15, onde se man-

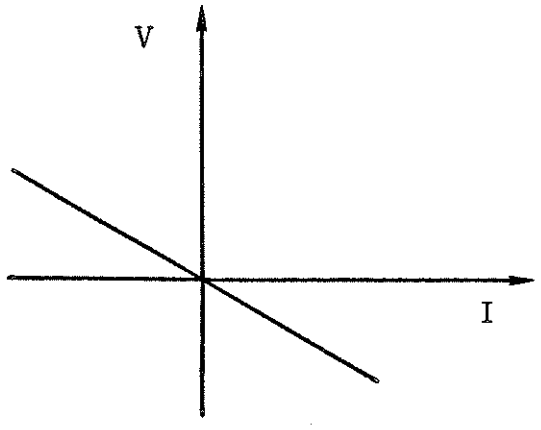


Fig. 4.15 - Característica tensão corrente do capacitor série e paralelo.

têm a convenção de fase adotada na figura anterior: nesta convenção um valor negativo para a corrente traduz uma defasagem adicional de 180º.

A associação série C_s - indutor terá sua característica construída, a partir das duas anteriores, por adição das ordenadas correspondentes a cada abcissa, conforme ilustrado na figura 4.16(a). É possível obter, nesta característica, um trecho plano por escolha adequada da reatância do capacitor série C_s.

Finalmente, com consideração da característica do capacitor paralelo, linear, representada na figura 4.15 pode ser construída a característica da associação completa. Agora, adicionam-se as abcissas correspondentes a cada ordenada. A Fig. 4.16 (b) ilustra este fato.

A característica da associação completa, mostra que o conjunto fornece ou absorve reativos dentro de uma faixa, estabilizando a tensão.

Na prática diversas outras considerações precisam ser feitas :

- a característica do indutor não será linear por partes , mas uma curva. Em consequência o valor da capa

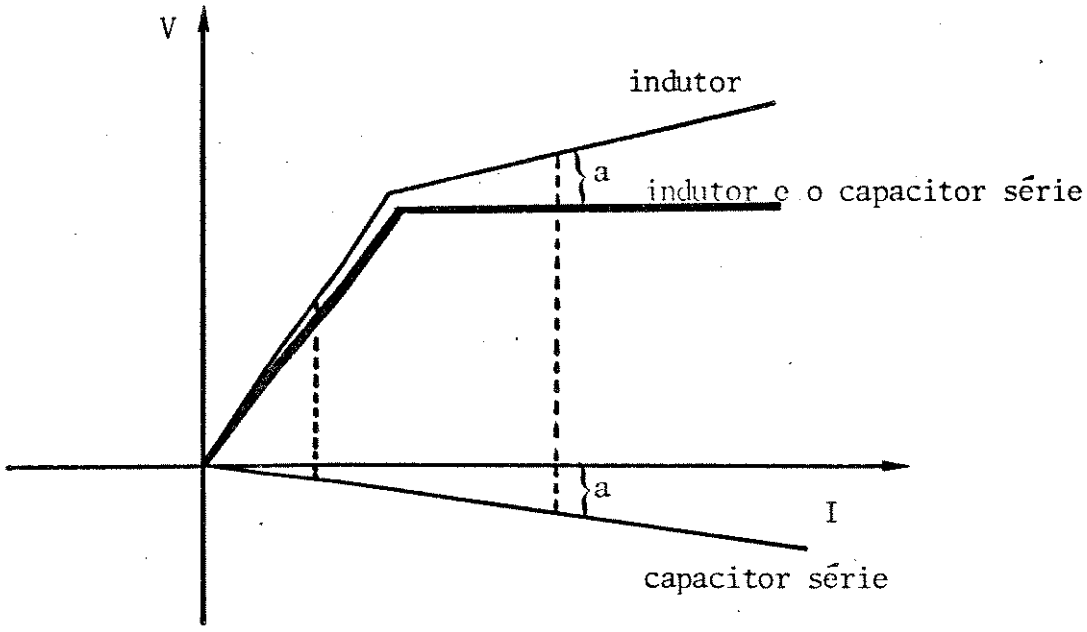


Fig. 4.16(a) - Característica resultante indutor e capacitor série.

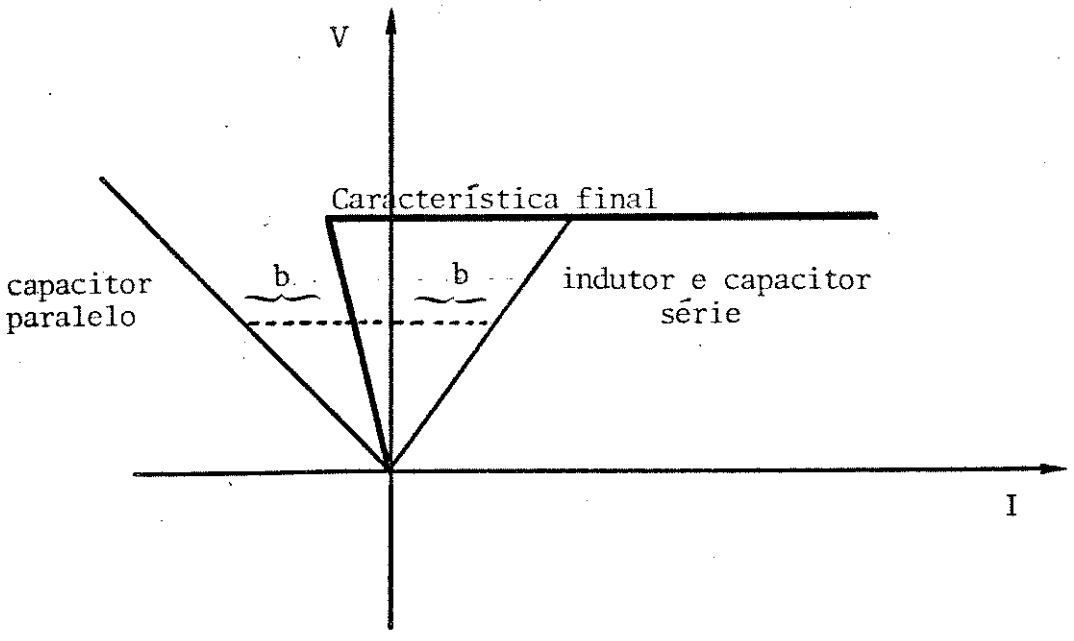


Fig. 4.16 (b) - Característica final: indutor, capacitor série e paralelo.

citância série deverá ser escolhida pela tangente a um ponto da curva e a tensão entre terminais não será rigorosamente constante.

- As harmônicas introduzidas pela não-linearidade influirão de forma dificilmente controlável.

O mecanismo pode ser usado para melhorar em certa medida a regulação de tensão gerada. Para isto será utilizado, como reator saturável, a própria indutância de magnetização da máquina.

Aparecem mais diferenças em relação ao compensador de reativos: o gerador pode, normalmente, fornecer potência ativa . Em termos de circuito equivalente isto seria representado por uma resistência negativa $\frac{R_r}{s}$ em paralelo com a indutância de magnetização e uma componente de corrente externa em fase com a tensão.

O cálculo feito a partir da curva de saturação experimental, para os capacitores em série e paralelo é ilustrado nas figuras 4.17 e 4.18 respectivamente.

O teste feito com carga é apresentado na figura 4.19. Como se constata, a regulação de tensão obtida foi melhorada, apresentando uma queda de tensão de aproximadamente três por cento.

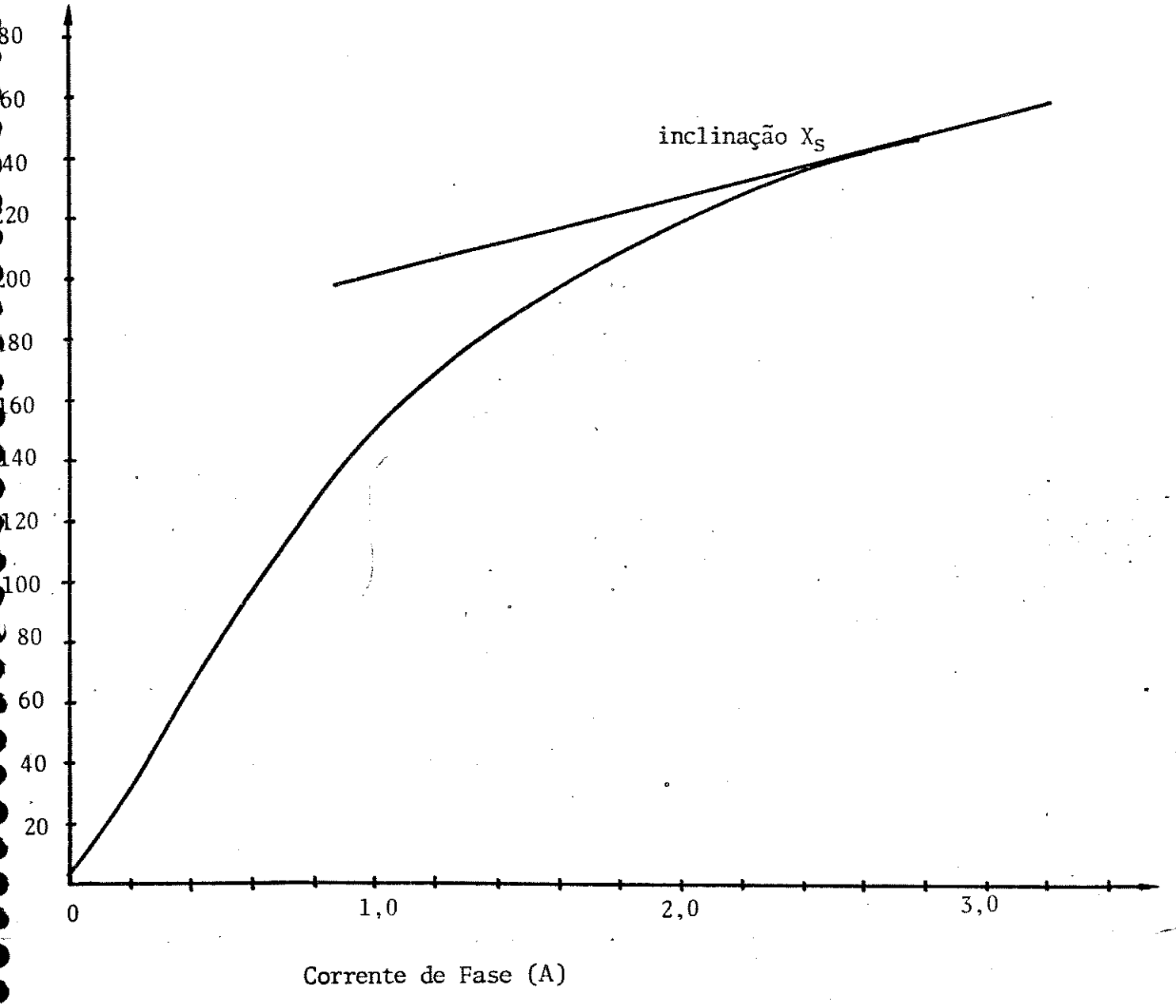


Fig. 4.17 - Cálculo do capacitor série

C_s = 125μF

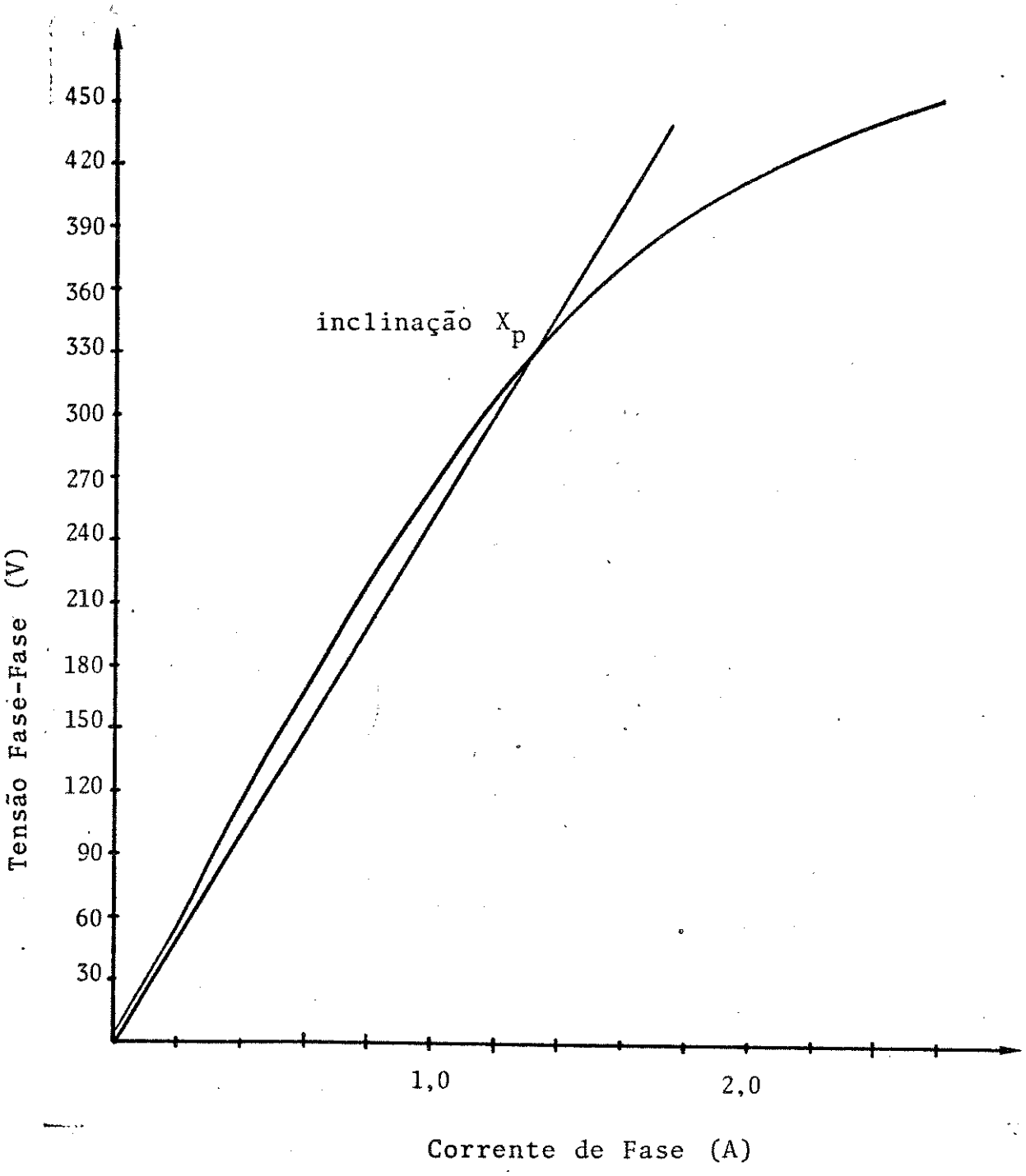


Fig. 4.18 - Cálculo do capacitor em paralelo entre as fases. C_p = 17μF

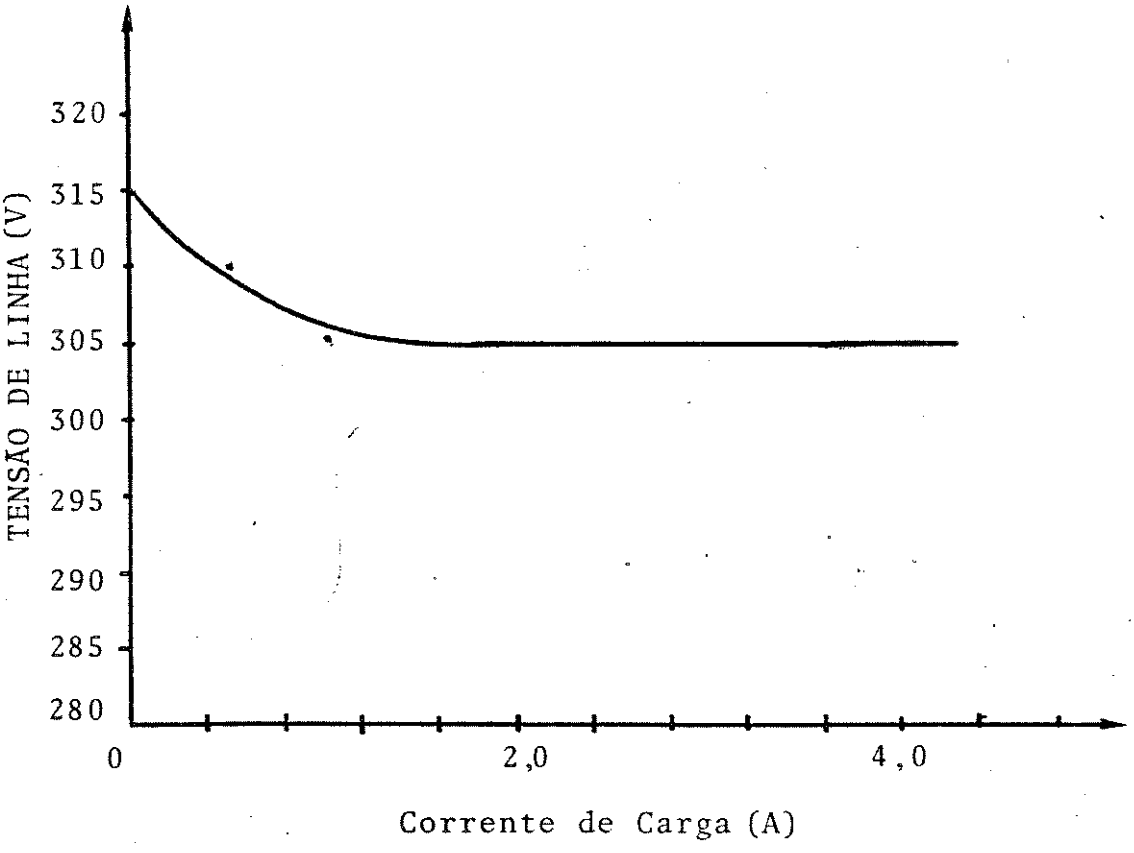


Fig. 4.19 - Característica externa tensão-corrente do gerador, para os capacitores ligados em "shunt" longo.

IV.5 - Gerador em paralelo com uma bateria

Uma aplicação prática possível para o gerador de indução é a carga de baterias de acumuladores associado, naturalmente, com retificadores: veículos automotores, geração eólica.

A bateria mantém uma tensão aproximadamente constante na carga e funciona como "volante" quando o acionamento do gerador de indução se faz à velocidades variáveis.

Para a experiência a bateria e o gerador de indução estão em paralelo alimentando uma resistência de carga. A bateria foi representada no laboratório, por um gerador de corrente contínua, excitação reparada. A tensão terminal de 220 volts, foi mantida constante pelo ajuste da corrente de excitação. Inicialmente a bateria está fornecendo toda a corrente de carga.

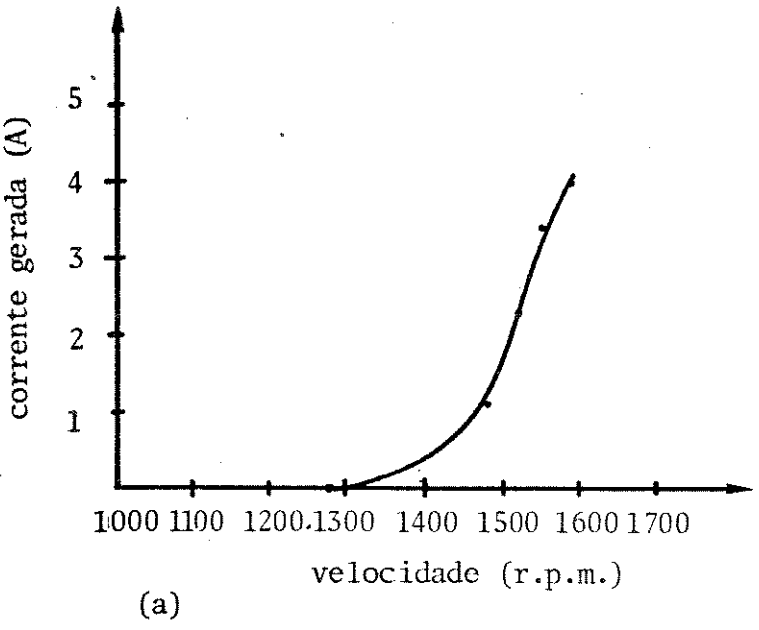
O gerador de indução, acoplado a um motor de corrente contínua, teve sua velocidade controlada. À medida que o gerador tinha sua velocidade aumentada, a corrente gerada crescia, e a corrente fornecida pela bateria à carga era diminuída.

As figuras 4.20(a) e (b) mostram a corrente do gerador (retificada) em função da velocidade mecânica, para dois valores de capacitores ligados ao estator: 33 e 44μF.

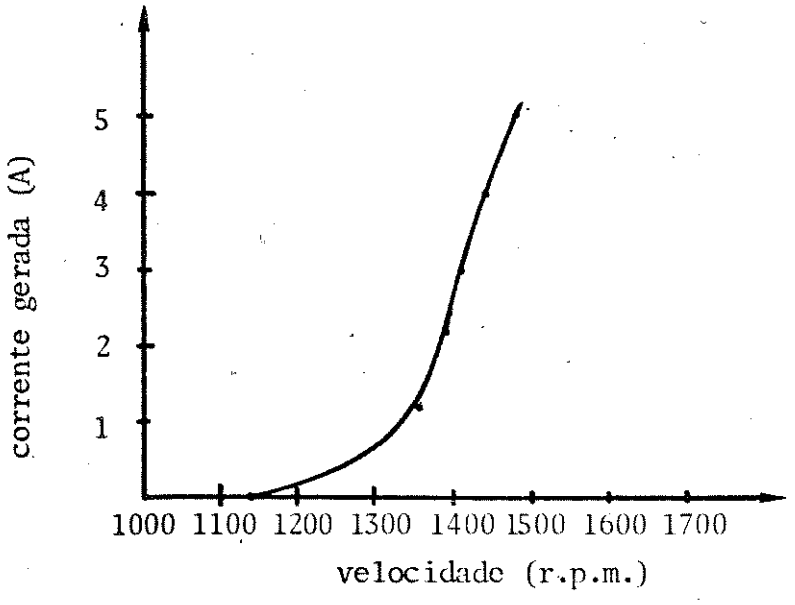
Como se constata, a velocidade em que o gerador começa a fornecer corrente à carga, é menor, para valores de capacitância menor.

CAPÍTULO V

COMENTÁRIOS E CONCLUSÕES



(a)



(b)

Fig. 4.20 - Corrente do gerador retificada em função da velocidade: a) com capacitor de 33 μF e b) com capacitor de 44 μF.

CAPÍTULO V

O grande atrativo para utilização da máquina de indução como gerador é o seu baixo custo (sobretudo as de rotor gaiola)em relação às demais máquinas.

A sua maior limitação, quando comparada com geradores síncronos, é a incapacidade de geração de reativos: sua excitação deve ser fornecida pela carga.

Existem estudos preliminares | 8 | que indicam a possibilidade de controlar a fonte de reativos (no caso, capacitores) a través de tiristores. O custo adicional que isto acarretaria pode ser compensado pelo baixo custo de manutenção da máquina de indução.

Três possibilidades de operar os geradores de indução podem ser apresentadas:

- *Ligados a um sistema:*

Os reativos serão fornecidos pelo sistema, que deverá, por exemplo, dispor de máquina síncrona. Há a possibilidade de se procurar soluções alternativas (ou complementares) com tiristores e capacitores. Dever-se-á trabalhar com pequenos escorregamentos (em módulo) para ter uma boa eficiência. Neste caso não é necessário ter o circuito magnético da máquina com saturação bem definida.

Possivelmente, os geradores de indução, neste particular, tenham condições de absorver impactos com menores problemas de estabilidade. Isto sugere a utilização em energia eólica.

Máquinas de até 5KW, e instalações totalizando 20MW, foram utilizadas em pequenas quedas d'água, aproveitando o excesso de reativos do sistema | 9 |. Turbinas a gás ou a vapor, e as do tipo bulbo |10|, podem ser outras aplicações do gerador de indução ligado ao sistema.

- *Fornecendo energia a cargas isoladas, em AC*

Neste caso há necessidade de se utilizar capacitores

para excitação da máquina.

É desejável utilizar materiais magnéticos com saturação bem definida, os quais, em conjunto com montagem apropriada de capacitores e velocidade mecânica bem regulada levarão à freqüência e tensão razoavelmente constantes.

- *Associados a retificadores e bateria*

Neste caso também há a necessidade de capacitores. Para uma dada máquina, a escolha dos capacitores influi na rotação em que começa a existir geração.

É utilização típica para veículos auto-motores e geradores eólicos independentes, substituindo geradores DC (ou alternadores e retificadores).

APÊNDICE A

A.1 - Freqüência das correntes e tensões de estator no modelo α, β.

As novas correntes $i_{\alpha e}$, $i_{\beta e}$ dadas pela transformação efetuada (expressão 2.12) no capítulo II, podem ser escritas, com os termos trigonométricos nos seus valores numéricos, como

$$i_{\alpha e}(t) = \frac{2}{3}\left[i_A(t) - \frac{1}{2}\left(i_B(t) + i_C(t)\right)\right] \qquad (A.1)$$

$$i_{\beta e}(t) = \frac{1}{\sqrt{3}}\left[i_B(t) - i_C(t)\right] \qquad (A.2)$$

Da hipótese feita de se trabalhar com sistema trifásico equilibrado, $i_B(t) + i_C(t) = -i_A(t)$, a expressão (A.1) fica,

$$i_{\alpha e}(t) = \frac{2}{3}\left[i_A(t) - \frac{1}{2}\left(-i_A(t)\right)\right] =$$

$$= i_A(t) \qquad (A.3)$$

Assim as correntes $i_{\alpha e}(t)$ e $i_{\beta e}(t)$ ficam na frequência angular ω_e das correntes trifásicas.

Para as tensões, da expressão (2.21) e de uma maneira análoga a de corrente, obtem-se que

$$v_{\alpha e}(t) = \frac{3}{2}\ v_A(t)$$

$$v_{\beta e}(t) = \frac{\sqrt{3}}{2}\left[v_B(t) - v_C(t)\right] \qquad (A.4)$$

Como se nota, então, as frequências das tensões de estator $v_{\alpha e}(t)$ e $v_{\beta e}(t)$ também são as de estator ω_e.

A.2 - Freqüência das correntes e tensões do rotor no novo modelo α, β.

Para mostrar que a freqüência das correntes como das tensões de rotor ($i_{\alpha r}(t)$, $i_{\beta r}(t)$, $v_{\alpha r}(t)$, $v_{\beta r}(t)$) estão na de estator

ω_e, basta aplicar o procedimento realizado no item A.1.

Da expressão 2.24, após algumas operações trigonométricas, obtem-se que

$$i_{\alpha r}(t) = \sqrt{2}\, I_r \text{ sen } (\omega_r t + \Theta) \qquad (A.5)$$

$$i_{\beta r}(t) = -\sqrt{2}\, I_r \cos (\omega_r t + \Theta) \qquad (A.6)$$

Lembrando que $\Theta = \omega_m t - \delta$, as expressões (A.5) e (A.6), tornam-se,

$$i_{\alpha r}(t) = \sqrt{2}\, I_r \text{ sen } [(\omega_r t + \omega_m)\, t - \delta]$$

$$i_{\beta r}(t) = -\sqrt{2}\, I_r \cos [(\omega_r + \omega_m)\, t - \delta]$$

O termo $\omega_r + \omega_m$ é identificado como a freqüência ω_e das correntes de estator. Portanto pode-se escrever que

$$i_{\alpha r}(t) = \sqrt{2}\, I_r \text{ sen}(\omega_e t - \delta) \qquad (A.8)$$

$$i_{\beta r}(t) = -\sqrt{2}\, I_r \cos(\omega_e t - \delta) \qquad (A.9)$$

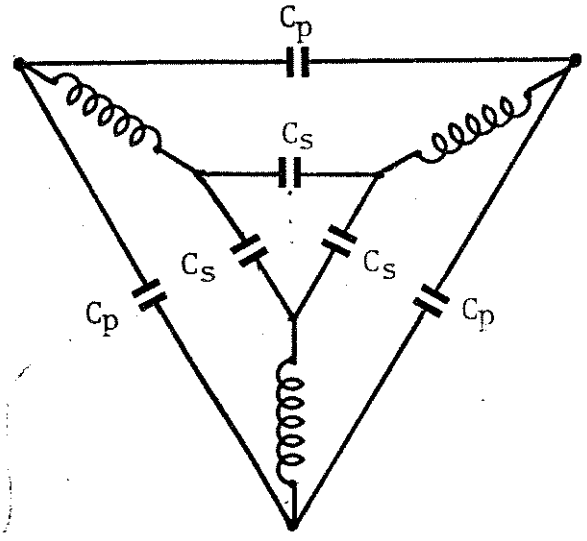
Para as tensões de rotor, com o mesmo procedimento efetuado anteriormente, obtem-se que

$$v_{\alpha r}(t) = \frac{3\sqrt{2}}{2} V_r \text{ sen } (\omega_e t - \delta)$$

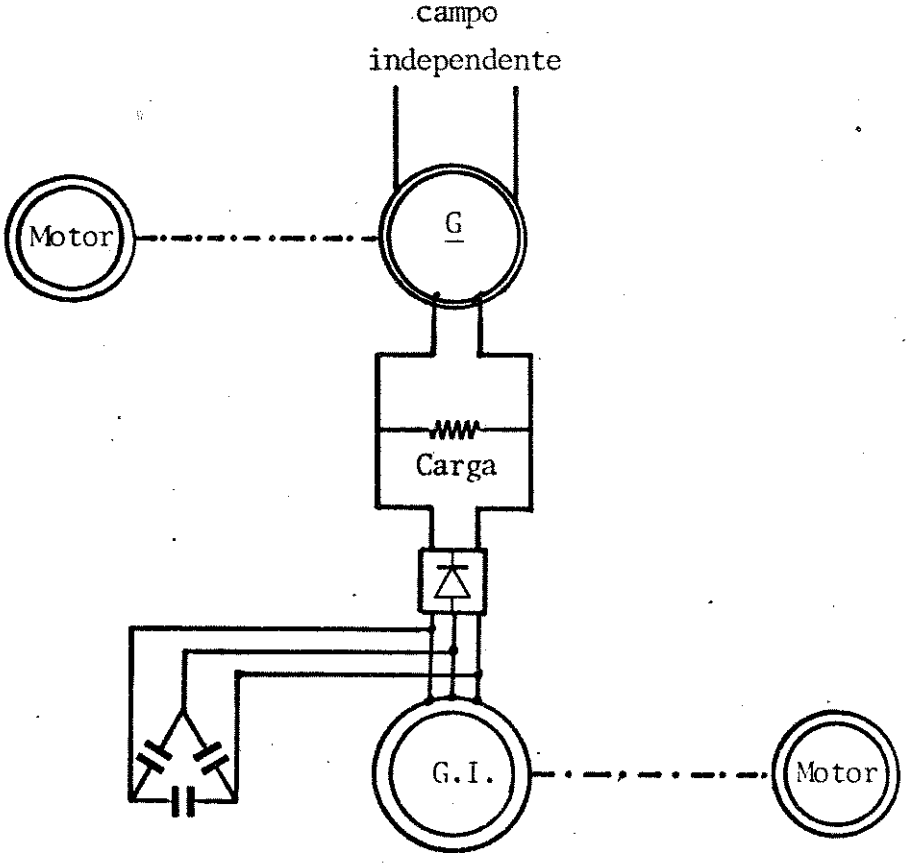
$$v_{\beta r}(t) = -\frac{3\sqrt{2}}{2} V_r \cos (\omega_e t - \delta)$$

APÊNDICE B

B.1 - Esquema, mostrando o gerador de indução em "shunt" longo.



B.2 - Esquema do circuito utilizado para o gerador de indução em paralelo com a bateria.



BIBLIOGRAFIA

|1| . MAJMUDAR,H. Eletromechanical energy converters. Boston , Allyn and Bacon, 1965. Cap.5, p. 294-346.

|2| . FITZGERALD,A.E.,; KINGSLEY,C. & KUSKO,A. Electric Machinery. 2.ed. New York, McGraw-Hill, 1961, Cap.6, p. 286-326.

|3| . ELLISON,A.J. Conversão eletromecânica de energia. São Paulo, Polígono, 1977. Cap. 5 , p.88-112.

|4| . BURIAN JR.,Y. Circuitos Elétricos . Rio de Janeiro, Almeida Neves, 1977. Cap. 9, p. 251-82.

|5| . RIAZ,M. Energy conversion properties of induction machines in variable speed constant-frequency generating systems . AIEE Trans. Pt.2, Appl. Ind. v. 78: 25-30, Mar 1959.

|6| . LIWSCHITZ,M.G & WHIPPLE, C.C. Alternating currente machines. 2.ed. New Jersey, Van Nostrand, 1961. Cap.23, p. 183-93.

|7| . GILLE,J.C.; DECAULINE,P. & PELEGRIN,M. Methodes modernes d'étude des systèmes asservis. Paris Dunod, 1960. Cap.10, p. 176-213.

|8| . MELLO,F.P. Large-scale induction generators for power systems? PTI. Power Technologies Inc. ,N.Y., n.20; jan. 1980 (PTI newsletter)

|9| . ALLAN, C.L.C. Water turbine induction generators. Proc. IEE, London, V. 107 (pt.A): 529-50, Dec. 1960.

|10| . HINDMARSH,J. Electrical machines and their applications 3.ed. New York, Pergamon Pr. 1977. Cap. 7, p.390-98.

|11| . KOSTENKO,M. & PIOTROVSKY,L. Electrical Machines Moscow,MIR Publishers, 1977. v.II Cap. 19, p. 446-50.

|12| . THALER,J.G. & WILCOX,L.M. Máquinas eléctricas México, Limusa, 1974 Cap. 5, p. 191-240.

|13| . BASSET, D.E. & POTTER, M.F. Capacitive excitation for induction generators. AIEE Trans. v. 54:540-43, May 1935.

|14| . BARKLE, E.J. & FERGUSON,W.R. Induction generator theory and aplication. AIEE Trans. Pt. IIIA v. 73:12-19, Feb. 1954

|15| . ERDELYI, E.; KOLATOROWICZ,E.E. & MILLER R.,W The limitations of induction generators in constant-frequency aircraft systems. AIEE Trans. Pt.II. Appl. Ind. v.77 : 348-52, Nov. 1958.

|16| . CHIRGWIN, M.K. & STRATTON, J.L. Variable-speed constant - frequency generator system for aircraft. AIEE Trans. Pt. II Appl. Ind. v.78: 304-10, Nov. 1959.

|17| . CHIRGWIN,M.K. Precise frequency power generation from an unregulated shaft. AIEE Trans. Pt.II Appl.Ind. v. 7 9 : 442-49, Jan. 1961.

|18| . SAY,G.M. Alternating current machines. 4.ed. London, Pitman, 1976, Cap. 8, p. 332-38.