

## Análise e Otimização de Desempenho da Manhattan Street Network

Tese submetida à Faculdade de Engenharia Elétrica da Uni-  
versidade Estadual de Campinas, Departamento de Comu-  
nicações, como parte dos requisitos exigidos para a obtenção  
do título de

Mestre em Engenharia Elétrica.

POR

**Antonio Augusto Teixeira Pinto de Moraes**  
Engenheiro Eletrônico pela UFU em 1993

Orientador

**Prof. Dr. Lee Luan Ling**  
Ph.D, Cornell University - 1991

Campinas, 29 de fevereiro de 1996.



UNIDADE	BC
N.º CHAMADA:	T/UNICAMP
	M791a
V.	E
T.º	B/29024
PROJ.	667/96
C	<input type="checkbox"/>
D	<input checked="" type="checkbox"/>
PREÇO	R\$ 11,00
DATA	05/11/96
N.º CPD	CM:00093835-3

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

M791a Moraes, Antonio Augusto T. P.  
Análise e otimização de desempenho da Manhattan  
Street Network / Antonio Augusto T. P. Moraes.--  
Campinas, SP: [s.n.], 1996.

Orientador: Lee Luan Ling.  
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de  
Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica.

1. Redes de comunicação. 2. Redes de computadores.  
3. Redes locais de computadores. 4. Redes de regiões  
metropolitanas (Computação). 5. Teoria das filas.  
I. Lee, Luan Ling. II. Universidade Estadual de Campinas.  
Faculdade de Engenharia Elétrica. III. Título.

## Abstract

We propose the use of buffers in the Manhattan Street Network (MSN) either to avoid or minimize packet losses and perform the packet loss analysis for the network with or without buffering. To have better understanding about the packet loss in MSN, we introduce a statistical model for the MSN with buffering. The model provides a probabilistic relationship between network link utilization and buffer occupation. In the experimental studies, we compute some network statistics by solving the model as well as simulation. The results of the comparison among these statistics validates our approach. With the intention of optimizing the performance of The Manhattan Street Network, we propose a new routing algorithm. This algorithm is based on the Maxemchuk's routing algorithms and takes advantage of the use of queues to avoid the packet losses. We called *Queueing Manhattan Street Network (QMSN)* the MSN with queues and the new routing algorithm. In order to evaluate the gain in performance obtained, we introduce a statistical model for QMSN, the One Node Model for QMSN, based on the One Node Model suggested by Greenberg e Goodman. Based on our model, we derive expressions for network performance statistics. In experimental studies, we solved the model and obtained the performance statistics. The results, confirmed by simulations, prove that QMSN is a variant of MSN with better performance. A new concepts of network capacity and capacity rate are introduced to the Manhattan Street Network. An upper bound is found for the network capacity rate, which enables us to classify MSN into two categories: the normal operation region and the collapse region. The results from the packet loss analysis suggest that setting MSN to operate below the network capacity rate guarantees the best trade-off among a high network throughput, low packet delay and light packet losses.

## Sumário

Propomos o uso de buffers na Manhattan Street Network (MSN) para evitar ou minimizar a perda de pacotes e realizamos a análise da perda de pacotes para a rede com e sem filas. A fim de entender melhor o fenômeno da perda de pacotes, introduzimos um modelo estatístico para a MSN com e sem filas. O modelo fornece a relação probabilística entre a utilização de enlace e a ocupação do buffer. Experimentalmente, obtivemos algumas estatísticas da rede, através da resolução do modelo e de simulações. Comparações entre essas estatísticas validam nossa proposta. Objetivando otimizar o desempenho da Manhattan Street Network, sugerimos um novo algoritmo de roteamento. Esse algoritmo é baseado nos algoritmos de Maxemchuk e tira melhor proveito do uso de filas para evitar a perda de pacotes. Chamamos de *Queueing Manhattan Street Network (QMSN)* a MSN com filas e o novo algoritmo. A fim de avaliarmos o ganho em desempenho obtido, introduzimos um modelo estatístico para a QMSN, o Modelo de Nó Único para a QMSN, baseado no Modelo de Nó Único sugerido por Greenberg e Goodman. Baseando-nos em nosso modelo, derivamos expressões para as estatísticas de desempenho da rede. Experimentalmente, resolvemos o modelo e obtivemos as estatísticas de desempenho. Os resultados, confirmados por simulações, provam que a QMSN é uma variante da MSN com desempenho superior. Os conceitos de capacidade da rede e taxa de capacidade são introduzidos para a Manhattan Street Network. Um limite superior é encontrado para a taxa de capacidade da rede, o que habilita-nos a classificar a MSN em duas categorias: região de operação normal e região de colapso. Os resultados da análise da perda de pacotes sugerem que ajustando-se a MSN para operar abaixo da taxa de capacidade, garante-se um melhor compromisso entre uma alta vazão, baixo atraso e perda de pacotes tolerável.

# Agradecimentos

Agradeço ao meu orientador, Professor Doutor Lee Luan Ling, cientista extremamente criativo e altamente disciplinado. Sua contribuição foi de grande valia para a concretização desta obra e seu exemplo fundamental para meu amadurecimento como pesquisador. Obrigado pela extrema paciência nas horas certas e pela palavra mais dura, também nas horas certas. Sobretudo, obrigado pelo ombro amigo quando lhe procurei nas horas mais difíceis.

O meu sincero agradecimento a todos os amigos do Departamento de Comunicações, professores, alunos e funcionários, pelas inúmeras contribuições e por proporcionarem um ambiente sempre alegre, descontraído e de sinceridade. Uma menção especial se faz justa para Rodrigo Pinto Lemos e José Edson Vargas Bautista, por sua amizade sincera e os bons conselhos nos momentos de dificuldade. Saibam que estarei pronto a retribuí-los quando forem necessários.

Sou profundamente grato a meus pais, por terem sustentado minha formação desde minha infância. Sem eles, certamente esse trabalho jamais teria se realizado. Agradeço a meu pai, Warly, por ter me ensinado a sonhar e perseguir esses sonhos, a acreditar que ainda há lugar no mundo para idealistas. À minha mãe, Carol, expressei minha gratidão por seu exemplo sempre firme, de caráter inabalável, fundamental para formação de minha personalidade.

Aos meus queridos filhos Vanessa, Priscila e Pedro Augusto, minha imensa gratidão. Com seus sorrisos de criança, me dão energia para enfrentar quaisquer adversidades. Sem vocês também, essa obra jamais teria sido concluída. Sem dúvida, vocês são a maior razão da minha vida.

Por fim, gostaria de expressar minha profunda gratidão ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, CNPq, pelo apoio financeiro que permitiu a concretização desse trabalho.

# Conteúdo

<b>I</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
I.1	Redes de Comunicações .....	1
I.1.1	Rede Telefônica .....	2
I.1.2	Rede de Cominicações de Dados Geograficamente Distribuídas .....	2
I.1.3	LAN's .....	2
I.1.4	MAN's .....	3
I.1.5	RDSI .....	3
I.1.6	Redes Baseadas em Sistemas de Rádio .....	3
I.1.7	Redes de Satélite .....	3
I.1.8	Redes de Comunicações Móveis .....	4
I.1.8.1	Telefonia Celular .....	4
I.1.8.2	Redes de Comunicações de Pacotes (PCN) .....	4
I.1.9	Televisão a Cabo .....	4
I.2	Objetivos dessa Obra .....	4
I.3	Resumo dos Capítulos .....	5
<b>II</b>	<b>MSN e Trabalhos Relacionados</b>	<b>7</b>
II.1	A Manhattan Street Network .....	7
II.2	Algoritmos de Roteamento para a MSN .....	9
II.2.1	Algoritmo Puramente Aleatório .....	9
II.2.2	Algoritmo Aleatório Hierárquico .....	9
II.2.3	Algoritmo de Menor Caminho (“Shortest Path”) .....	9

II.3	O Modelo de Nó Único .....	11
II.3.1	Isotropia .....	12
II.3.2	Independência .....	14
II.3.3	O Modelo .....	14
II.3.4	Resolução Numérica do Modelo .....	18
<b>III</b>	<b>Otimização do Desempenho</b> .....	<b>20</b>
III.1	A MSN de Maxemchuk com Filas .....	21
III.1.1	Modelo Matemático parra o Sistema de Filas .....	23
III.1.2	Modelo de Nó Único com Fila para a MSN .....	29
III.1.3	Resolução do Modelo .....	38
III.2	A QMSN .....	44
III.2.1	O Novo Algoritmo de roteamento para a MSN .....	45
III.2.2	Modelo Matemático parra o Sistema de Filas da QMSN .....	54
III.2.3	Modelo de Nó Único para a QMSN .....	59
III.2.4	Resolução do Modelo .....	61
<b>IV</b>	<b>Análise de Desempenho</b> .....	<b>63</b>
IV.1	Estatísticas de Desempenho .....	63
IV.2	Limites de Desempenho .....	65
IV.3	Análise da Perda de Pacotes .....	69
IV.3.1	A Perda de Pacotes na MSN sem Filas .....	69
IV.3.1.1	A Perda de Pacotes na Região de Operação Norrmal .....	70
IV.3.1.2	A Perda de Pacotes na Região de Colapso .....	70
IV.3.2	A Perda de Pacotes na MSN com Filas .....	72
IV.3.3	A Perda de Pacotes na QMSN .....	73
IV.4	Resultados Experimentais .....	73
IV.4.1	MSN com Filas .....	73
IV.4.2	QMSN .....	88

<b>V</b>	<b>Conclusões e Sugestões</b>	<b>98</b>
V.1	Resumo .....	98
V.2	Conclusões .....	99
V.3	Sugestões para Trabalhos Futuros .....	100
	<b>Bibliografia</b>	<b>101</b>

# Lista de Figuras

1	MSN 4x4 ou de ordem 4 .....	8
2	Um nó da MSN com Filas .....	22
3	Detalhe da fila em cada nó da MSN com filas .....	23
4	Diagrama de estados relativo a distribuição do número de pacotes no buffer do nó $(i,j)$ no instante $t$ , considerando filas de tamanho infinito e algoritmos de roteamento de Maxemchuk .....	25
5	Diagrama de estados relativos à distribuição do número de pacotes no buffer do nó $(i,j)$ no instante $t$ , considerando filas de tamanho finito $b$ e algoritmos de roteamento de Maxemchuk .....	27
6	Diagrama de estados para o caso particular onde $b = 1$ .....	28
7	Diagrama de estados relativo a distribuição do número de pacotes no buffer do nó $(i,j)$ no instante $t$ , considerando filas de tamanho infinito e novo algoritmo de roteamento .....	55
8	Diagrama de estados relativo a distribuição do número de pacotes no buffer do nó $(i,j)$ no instante $t$ , considerando filas de tamanho finito $b$ e novo algoritmo de roteamento .....	57
9	Diagrama de estados para o caso particular onde $b = 2$ .....	58
10	Taxa de capacidade com relação ao crescimento de $n$ .....	68
11	Limite inferior para $g_r$ , com respeito a $g$ .....	71
12	Comparação de utilização de enlace para a MSN 8x8 sem buffers e com buffers de tamanho 100 .....	76
13	Comparação de vazão para a MSN 8x8 sem buffers e com buffers de tamanho 100 .....	77
14	Comparação de atraso para a MSN 8x8 sem buffers e com buffers de tamanho 100 .....	78
15	Utilização de enlace para MSNs de várias ordens com buffers de tamanho 100 .....	79
16	Utilização de enlace para MSN 4x4 com buffers de tamanho 5 e 100 .....	80
17	Vazão para MSNs de várias ordens com buffers de tamanho 100 .....	81

18	Vazão para MSN 4x4 com buffers de tamanho 5 e 100 .....	82
19	Atraso médio para MSNs de várias ordens com buffers de tamanho 100 .....	83
20	Atraso médio para MSN 4x4 com buffers de tamanho 5, 10, 20, 50 e 100 .....	84
21	Taxa de perda de pacotes para MSNs de várias ordens com buffers de tamanho 100 .....	85
22	Taxa de perda de pacotes para MSN 4x4 com buffers de tamanho 5, 10 e 20 .....	86
23	Comparação de utilização de enlace entre MSN com Filas e QMSN, ambas de ordem 4 e com buffers de tamanho 5 .....	89
24	Comparação de utilização de enlace entre MSN com Filas e QMSN, ambas de ordem 4 e com buffers de tamanho 100 .....	90
25	Comparação de vazão entre MSN com Filas e QMSN, ambas de ordem 4 e com buffers de tamanho 5 .....	91
26	Comparação de vazão entre MSN com Filas e QMSN, ambas de ordem 4 e com buffers de tamanho 100 .....	92
27	Comparação de atraso entre MSN com Filas e QMSN, ambas de ordem 4 e com buffers de tamanho 5 .....	93
28	Comparação de atraso entre MSN com Filas e QMSN, ambas de ordem 4 e com buffers de tamanho 100 .....	94
29	Comparação de taxa de perda de pacotes entre MSN com Filas e QMSN, ambas de ordem 4 e com buffers de tamanho 5 .....	95
30	Comparação de taxa de perda de pacotes entre MSN com Filas e QMSN, ambas de ordem 4 e com buffers de tamanho 100 .....	96

# Lista de Tabelas

1	Estatísticas de desempenho obtidas para uma MSN 8x8 pura e para uma MSN 8x8 com buffers de tamanho 9 .....	74
2	Estatísticas de desempenho obtidas resolvendo o Modelo de Nó Único com Fila e através de Simulações para uma MSN 8x8 com buffers de tamanho 100 .....	75

# Lista de Abreviaturas

Eq.	.....	Equação
Eqs.	.....	Equações
Fig.	.....	Figura
Figs.	.....	Figuras
Tab.	.....	Tabela
Tabs.	.....	Tabelas

# I

## Introdução

### I.1 Redes de Comunicações

Pode-se definir *rede de comunicações* como um conjunto de dispositivos, mecanismos e procedimentos que capacitam equipamentos terminais de usuário trocar informações significantes. As funções típicas incluem: um caminho para transmissão de sinais elétricos, um mecanismo para conversão de bits em sinais elétricos e vice-versa, um modo de dar significado a grupos de bits (quadros, pacotes ou mensagens), métodos para superar deficiências no caminho do sinal elétrico e técnicas para seleccionar e manter um caminho através da rede para realizar as funções anteriores.

O crescente aumento da capacidade de processamento e um custo cada vez mais baixo tem levado a um incremento em diversidade e sofisticação dos computadores, colocando-os cada vez mais próximos de qualquer lugar e de fazer qualquer coisa. Conseqüentemente, tem crescido a necessidade de redes de telecomunicações para transportar as informações contidas nestes dispositivos. Devido à diversidade da natureza destas informações, deve-se prover transporte com vários graus de velocidade, segurança e confiabilidade. Adicionalmente, os dispositivos devem suportar protocolos de comunicação em comum.

Diferentes tipos de redes de comunicações existem hoje [16]. A seguir, descreveremos sucintamente os tipos mais comuns.

### I.1.1 Rede Telefônica

Seus componentes principais são:

- **Equipamento de propriedade do usuário (CPE):** inclui telefones, modems e outros.
- **Facilidades de Transmissão:** dividem-se em *loop de assinante* e *linhas tronco*.
  - **Loop de assinante:** conecta o CPE com o posto de comutação da companhia telefônica.
  - **Linhas tronco:** conectam dois sistemas de comutação.
- **Facilidades de Comutação:** interconectam circuitos e roteia tráfego através da rede. Classificam-se em dois grupos: sistemas de comutação local, chamados *central de comutação local*, e sistemas de comutação tandem, ou simplesmente *central de comutação tandem*.
  - **Central de comutação local (CO):** conectam loops de assinantes entre si ou loops de assinantes a troncos.
  - **Central de comutação tandem:** conectam troncos a troncos ou um CO a outro. Um comutador toll é um comutador tandem que serve a uma rede de longa distância.

### I.1.2 Redes de Comunicações de Dados Geograficamente Distribuídas

São redes públicas de dados, utilizando comutação de pacotes. Consistem de CPE, nós de comutação de pacotes e facilidades de transmissão.

### I.1.3 LAN's (Local Area Networks)

São redes de comunicação de dados, limitadas geograficamente. Compõem-se de *elementos de hardware* e *elementos de software*.

- **Elementos de hardware:** classificam-se em três categorias: *meio de transmissão*, *mecanismo para controle de transmissão* e *interface para a rede*.

- **Elementos de Software:** o conjunto de protocolos.

#### I.1.4 MAN's (Metropolitan Area Networks)

Como as LAN's, também são redes de dados. Cobrem uma área geográfica de poucos quilômetros à poucas centenas de quilômetros. A taxa de dados pode variar de poucos Kbps a poucos Gbps.

#### I.1.5 RDSI (Rede Digital de Serviços Integrados)

Permite a transmissão de uma variedade de serviços como voz, dados, imagem e vídeo. Sinalização por canal comum é seu ingrediente chave.

#### I.1.6 Redes Baseadas em Sistemas de Rádio

Classificam-se em dois tipos: redes de *único salto* e redes de *múltiplos saltos*.

- **Único salto:** todas as estações estão dentro do raio de alcance umas das outras.
- **Múltiplos saltos:** o sinal transmitido por uma estação é recebido somente por um subconjunto de todas as estações. Um problema a ser considerado é o de *multi-percursos*, que ocorre quando o sinal transmitido se propaga através de caminhos de diferentes comprimentos. Isto pode resultar na redução do nível do sinal recebido.

#### I.1.7 Redes de Satélite

Novos exemplos de aplicações para comunicações por satélite são *redes VSAT (Very Small Aperture Terminal)* e *DBS (Direct Broadcast Satellite)*.

- **Redes VSAT:** um VSAT é uma antena adequada para instalação na propriedade do usuário, que disponibiliza uma ampla escala de serviços de telecomunicações (voz, vídeo, etc.) entre este e uma estação central ou entre este e outro VSAT.
- **DBS:** satélites de espalhamento direto proporcionam programação televisiva com múltiplos canais a usuários em áreas não servidas por estações locais de TV nem por sistemas de TV a cabo.

Outras aplicações são: rádio móvel em terra, localização de posição, controle de tráfego aéreo, monitoramento remoto e comunicação de dados usando comutação de pacotes.

## **I.1.8 Redes de Comunicações Móveis**

Exemplos de redes móveis são: telefonia móvel, “radio paging”, rádio móvel terrestre privado e redes de comunicações pessoais (PCN).

### **I.1.8.1 Telefone Celular**

Utiliza comutação de circuitos. A área total é dividida em células hexagonais. Há uma *estação rádio base (ERB)* em cada célula, funcionando como uma interface entre o telefone móvel e a rede telefônica pública. As ERB's em cada célula são controlados por um controlador central chamado *posto de comutação de telefonia móvel (MTSO)*.

### **I.1.8.2 Redes de Comunicações Pessoais (PCN)**

Sistema digital de micro-células, com raios de 600 pés, que opera a altas frequências (1,7 a 2,3 GHz). Permite uso de telefones de menor potência e menor custo que a tecnologia celular convencional.

## **I.1.9 Televisão a Cabo**

Iniciou-se com os sistemas de antena de televisão comunitária (CATV), os quais podem levar mais de 100 canais de TV até poucas dezenas de milhas.

## **I.2 Objetivos dessa Obra**

As MAN's constituem uma classe de redes das quais espera-se que estenda a uma área metropolitana a maioria das características atrativas das LAN's. Algumas dessas características são alta velocidade, flexibilidade, reconfigurabilidade e custo relativamente baixo. O custo de uma MAN é reduzido se topologias e protocolos para as LAN's forem adaptados para uma área metropolitana. Todavia, como a vazão por usuário em topologias como anel e barramento decresce linearmente

com o número de usuários, quase sempre torna-se inviável essa adaptação [6]. Adicionalmente, a confiabilidade também torna-se pequena para essas topologias quando estendidas a uma área metropolitana [18].

Redes com topologia em malha são populares para MAN's porque a existência de múltiplos caminhos entre os nós aumenta a confiabilidade e a vazão. Além disso, essas redes estão em sintonia com o comportamento ponto-a-ponto das fibras ópticas, que serão o meio de comunicação do futuro.

A Manhattan Street Network (MSN) é uma rede com topologia em malha regular, duplamente conectada com enlaces unidirecionais. Essa rede foi proposta para ser utilizada como uma MAN, sendo útil para a integração de LAN's em diferentes pontos de uma cidade. Recentemente, Maxemchuk demonstrou que a MSN apresenta desempenho superior a topologias mais populares sugeridas para MAN's, como FDDI e DQDB [14].

Da forma como a MSN foi proposta por Maxemchuk, novos pacotes gerados por um nó podem ser perdidos caso não haja enlace de saída disponível para a transmissão dos mesmos. Negligenciar a perda de pacotes pode causar resultados inaceitáveis. Assim, nosso objetivo nessa obra consiste em analisar e otimizar o desempenho da MSN, nos concentrando principalmente em minimizar ou suprimir a perda de pacotes. Para isso, propomos inicialmente o *uso de filas na MSN* à luz dos algoritmos de roteamento de Maxemchuk [12]. Adicionalmente, em sintonia com a nova estratégia proposta, sugerimos um *novo algoritmo de roteamento*, o qual leva em conta a possibilidade da presença de mais que um pacote disponível para transmissão devido ao uso de filas.

### **I.3 Resumo dos Capítulos**

No Capítulo II, inicialmente apresentamos a Manhattan Street Network. Em seguida, expomos os principais algoritmos de roteamento propostos para a MSN. Ainda nesse capítulo, descrevemos o Modelo de Nó Único proposto por Greenberg e Goodman para facilitar a análise da MSN [3]. O Capítulo II tem por objetivo dar a sustentação necessária para a compreensão da teoria introduzida

nos capítulos seguintes.

O Capítulo III é o principal e mais extenso, sendo o coração desta obra. É dedicado à formulação da teoria proposta para otimizar o desempenho da MSN. Primeiramente, é formalizada a proposta de uso de filas para *melhorar* o desempenho da rede. Após, um novo algoritmo de roteamento é sugerido visando a *otimização* do desempenho da MSN. Para cada uma das propostas, é introduzido um modelo estatístico a fim de dar sustentação à análise de desempenho no Capítulo IV.

O Capítulo IV é dedicado à análise de desempenho proporcionada pela teoria apresentada no Capítulo III. No início, são explicitadas as estatísticas de desempenho a serem utilizadas na análise. Alguns limites no desempenho da MSN em seguida são encontrados. São introduzidos os conceitos de *capacidade* e *taxa de capacidade* para a MSN. Na seqüência, é levada a cabo a análise da perda de pacotes para a MSN pura, a MSN com filas e para a MSN com filas e o novo algoritmo de roteamento. Por fim, são apresentados os resultados dos experimentos realizados para comprovar a teoria apresentada nessa obra.

Finalmente, no Capítulo V, faremos um resumo do que foi exposto nesse trabalho, bem como algumas conclusões e sugestões para trabalhos futuros serão apresentadas.

## II

# MSN e Trabalhos Relacionados

No decorrer desse Capítulo, apresentaremos a Manhattan Street Network e analisaremos alguns trabalhos relacionados, os quais são de fundamental importância para o entendimento dessa obra. Inicialmente apresentaremos a MSN. Então, exporemos os principais algoritmos de roteamento propostos. Por fim detalharemos o Modelo de Nó Único sugerido por Greenberg e Goodman para facilitar a análise da MSN.

### II.1 A Manhattan Street Network

A Manhattan Street Network é classificada como uma rede com topologia em malha regular, duplamente conectada com enlaces unidirecionais. Essa denominação vem do fato da disposição dos nós e enlaces na MSN lembrar as ruas e avenidas de Manhattan, como pode ser visto na Fig. 1.

Cada nó da rede é identificado por um par ordenado, contendo os números da linha e da coluna correspondentes a sua posição no grafo.

Os nós na MSN possuem dois enlaces de comunicação unidirecionais de entrada, denominados enlace de entrada de linha e enlace de entrada de coluna, bem como dois de saída, denominados enlace de saída de linha e enlace de saída de coluna.

Todos os nós na MSN operam de uma forma segmentada em tempo discreto. Em cada instante de tempo  $t = 0, 1, 2, \dots$ , cada nó recebe no máximo um pacote de cada um de seus dois enlaces de entrada e tenta transmití-los através de seus dois enlaces de saída durante o segmento de tempo seguinte  $(t, t + 1)$ . É requerido que cada enlace de saída possa transmitir apenas um pacote em cada segmento de tempo. Por outro lado, cada nó pode absorver até dois pacotes, oriundos de seus

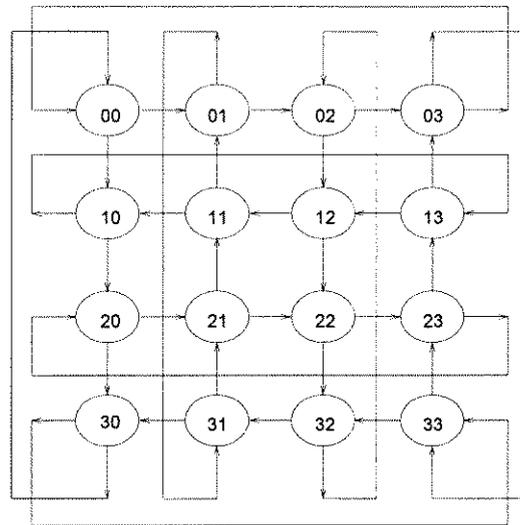


Figura 1: MSN 4x4 ou de ordem 4

enlaces de entrada.

A fim de que cheguem corretamente aos seus destinos, os pacotes são roteados através da rede obedecendo a certos *algoritmos de roteamento de pacotes*. Os principais algoritmos de roteamento para a MSN foram sugeridos por seu criador, N. F. Maxemchuk. Esses requerem que os nós comutem pacotes para os enlaces de saída que proporcionarem o menor caminho até os destinos [12]. Todavia, no instante  $t$  dois pacotes podem preferir o mesmo enlace de saída. Como resultado, o nó declara um estado de conflito e invoca uma *regra de resolução de conflito local*, que resolve o impasse assinalando enlaces apropriados aos pacotes em disputa.

Adicionalmente à execução da regra de resolução de conflito, cada nó da rede pode gerar um novo pacote em um instante de tempo  $t$  e transmiti-lo através de um dos seus enlaces de saída no intervalo de tempo  $(t, t + 1)$ . Nesse caso, deve haver pelo menos um enlace de saída não solicitado por pacotes recebidos pelos enlaces de entrada, pois todas as regras de resolução de conflito propostas por Maxemchuk estabelecem que novos pacotes gerados por um nó têm menor prioridade para transmissão, sendo sacrificados quando necessário [12].

## **II.2 Algoritmos de Roteamento para a MSN**

Na presente seção, apresentaremos os principais algoritmos de roteamento de pacotes para a MSN. Serão expostos os algoritmos puramente aleatório, aleatório hierárquico, e de menor caminho. Os algoritmos propostos por Maxemchuk são algoritmos de menor caminho.

### **II.2.1 Algoritmo Puramente Aleatório**

Nessa estratégia, todas os enlaces de saída são igualmente preferidos por pacotes em trânsito. O roteamento é realizado de uma forma puramente aleatória. Essa técnica é muito pobre em termos de desempenho.

### **II.2.2 Algoritmo Aleatório Hierárquico**

Um esquema de endereçamento hierárquico é introduzido. Mais precisamente, a rede é vista como sendo organizada em diferentes estruturas de anel em dois níveis: ruas e avenidas. As ruas constituem o anel de nível baixo (L) e as avenidas constituem o anel de nível alto (H).

O algoritmo verifica para cada pacote que chega em um determinado nó se o endereço do anel H destino casa com o endereço do nó. Se isso ocorre, o enlace de saída preferido é aquele levando ao anel L, caso contrário é aquele que leva ao anel H. Em caso de conflito, ou seja, dois pacotes preferindo o mesmo enlace de saída, um dos pacotes é redirecionado para o enlace de saída não preferido.

### **II.2.3 Algoritmo de Menor Caminho (“Shortest Path”)**

Nessa técnica, os nós selecionam os menores caminhos possíveis para um dado nó destino, ou seja, o algoritmo determina os enlaces de saída preferidos como aqueles levando ao destino através dos menores caminhos. No caso de dois nós preferirem o mesmo enlace de saída, uma regra de resolução de conflito é invocada, a qual assinala os enlaces aos pacotes em contenda.

Os algoritmos introduzidos por Maxemchuk são algoritmos de menor caminho e são os melhores dentre os propostos para a MSN, levando a um melhor desempenho. Esses algoritmos diferem apenas quanto à regra de resolução de conflito utilizada.

Inicialmente, quando os pacotes chegam a um determinado nó, as preferências de roteamento são computadas. Essas preferências podem ser:

- **“don’t care”**, se ambos os enlaces de saída levam ao menor caminho até o destino;
- **“row”**, se somente o enlace de saída de linha leva ao menor caminho até o destino;
- **“column”**, se somente o enlace de saída de coluna leva ao menor caminho até o destino.

Consideremos a situação na qual um nó recebe apenas um pacote para retransmissão e este não possui preferência “don’t care”. Nesse caso, o mesmo é emitido de acordo com sua preferência. Caso contrário, se o pacote recebido não possuir preferência “row” ou “column”, uma escolha aleatória equiprovável determina o enlace de saída.

Seja a situação na qual um nó recebe dois pacotes para retransmissão. Caso as preferências dos dois pacotes sejam diferentes entre si e diferentes de “don’t care”, cada pacote é emitido de acordo com sua preferência. Caso contrário, o nó invoca uma regra de resolução de conflito. A regra de resolução de conflito adotada nessa obra é a chamada “random/deferring”, sugerida em [3]. Essa regra pode ser enunciada como segue:

*“Se um pacote tem preferência de roteamento “don’t care” e o outro tem preferência de roteamento “row” ou “column”, o último é transmitido pelo enlace preferido (de linha ou de coluna) e o primeiro pelo outro enlace (de coluna ou de linha). Caso contrário, uma escolha aleatória equiprovável direciona os dois pacotes para os dois enlaces de saída”.*

É importante notar que, paralelamente a essa regra, um novo pacote gerado sempre tem menor prioridade com respeito a pacotes em trânsito. Em outras palavras, caso um nó receba dois pacotes para retransmissão, qualquer novo pacote gerado pelo mesmo será descartado. A entrada de um novo pacote na rede só é permitida quando houver pelo menos um enlace de saída disponível, ou

seja, não solicitado por um pacote em trânsito.

## II.3 O Modelo de Nó Único

É muito difícil descrever analiticamente o comportamento estocástico da Rede MSN, não havendo até então fórmulas fechadas nesse sentido. A fim de simplificar a análise da MSN, Greenberg & Goodman introduziram algumas suposições e, baseando-se nessas suposições e nos algoritmos de roteamento propostos por Maxemchuk, desenvolveram um modelo matemático solucionável através de um método numérico iterativo, que descreve muito aproximadamente o comportamento da rede: O modelo de Nó Único (One Node Model) [3].

As suposições de Greenberg & Goodman simplificam enormemente a análise da MSN, pois considera-se que cada nó se comporta da mesma forma que os outros na rede. Em outras palavras, basta analisar o comportamento de um nó para conhecer o comportamento estocástico dos outros, e conseqüentemente o da rede. Mais especificamente, duas suposições foram feitas: *isotropia*, a qual significa, por exemplo, que os destinos de novos pacotes são escolhidos de forma aleatória uniformemente e independentemente com respeito aos nós não coincidindo suas fontes, e *independência*, a qual leva a uma solução aproximada.

Segundo os algoritmos de Maxemchuk para roteamento de pacotes na MSN  $n \times n$ , a cada instante de tempo  $t$ , cada nó  $(i, j)$  deve rodar o algoritmo de roteamento, e emitir em  $t+1$  pacotes que chegam nos seus enlaces de entrada. Assume-se que a cada instante  $t$ , cada  $(i, j)$  gera um novo pacote independentemente com probabilidade  $g$ , com destinos escolhidos independentemente e obedecendo à alguma distribuição de probabilidade que satisfaça a suposição de isotropia, o qual possui menor prioridade que os pacotes já sendo roteados através da rede. Dessa forma, caso  $(i, j)$  tenha recebido dois pacotes para retransmissão, um novo pacote gerado em  $t$  será bloqueado; caso  $(i, j)$  tenha recebido apenas um pacote, um novo pacote gerado poderá ser transmitido, porém o pacote já sendo roteado tem prioridade na escolha dos enlaces de saída; caso  $(i, j)$  não tenha recebido pacotes para retransmissão, um novo pacote poderá ser transmitido em qualquer um dos enlaces de saída,

escolhido aleatoriamente.

### II.3.1 Isotropia

A definição de isotropia pode ser dada da seguinte maneira: *a distribuição de probabilidade descrevendo os pacotes emitidos por um nó é invariante sob todos os automorfismos da rede*. Para tornar mais precisa essa definição, é necessário introduzir primeiramente alguma notação e após fazer uma suposição acerca da escolha dos destinos de novos pacotes.

Seja

$$A_{i,j}(u, v) = (w, x) \quad (\text{II.1})$$

o automorfismo do nó  $(u, v)$  em relação ao nó  $(i, j)$ , dado por

$$w = \begin{cases} (u - i) \bmod n, & \text{se } j \text{ é par} \\ (i - u) \bmod n, & \text{se } j \text{ é ímpar,} \end{cases} \quad (\text{II.2})$$

$$x = \begin{cases} (v - j) \bmod n, & \text{se } i \text{ é par} \\ (j - v) \bmod n, & \text{se } i \text{ é ímpar.} \end{cases} \quad (\text{II.3})$$

$A_{i,j}(u, v)$  renumera a rede, colocando  $(i, j)$  na origem ( $i = 0$  e  $j = 0$ ), sendo  $(w, x)$  o nó correspondente a  $(u, v)$  após a renumeração. A renumeração não altera as relações (disposição dos enlaces) entre os nós da rede, simplesmente ocorre uma translação do nó  $(i, j)$  para a origem, acompanhada por todos os outros nós e enlaces da rede.

Para simplificar a notação, um pacote destinado ao nó  $(i, j)$  será chamado simplesmente de pacote  $(i, j)$ .

Seja  $R_{i,j}^t$  e  $C_{i,j}^t$ , denotando os pacotes emitidos pelos enlaces de saída de linha e de coluna, respectivamente, do nó  $(i, j)$  no instante  $t$ . Então,

$$R_{i,j}^t = \begin{cases} (u, v), & \text{se o nó } (i, j) \text{ emite um pacote } (u, v) \text{ em seu enlace de saída de linha} \\ (i, j), & \text{se o nó } (i, j) \text{ não emite pacotes em seu enlace de saída de linha,} \end{cases} \quad (\text{II.4})$$

$$C_{i,j}^t = \begin{cases} (u, v), & \text{se o nó } (i, j) \text{ emite um pacote } (u, v) \text{ em seu enlace de saída de coluna} \\ (i, j), & \text{se o nó } (i, j) \text{ não emite pacotes em seu enlace de saída de coluna.} \end{cases} \quad (\text{II.5})$$

As definições  $R_{i,j}^t = (i, j)$  e  $C_{i,j}^t = (i, j)$  são consistentes, dado que  $(i, j)$  nunca emite um pacote para si mesmo, podendo também ser interpretadas como representando a emissão de pacotes nulos.

Os pacotes que o nó  $(i, j)$  recebe no instante  $t$  são representados por  $X_{i,j}^t$ , definido por

$$X_{i,j}^t = (R_{u,v}^t, C_{w,x}^t), \quad (\text{II.6})$$

onde  $(u, v)$  e  $(w, x)$  são os nós cujos enlaces de saída de linha e de coluna, respectivamente, levam ao nó  $(i, j)$ , dados por

$$(u, v) = \begin{cases} (i, (j - 1) \bmod n), \\ (i, (j + 1) \bmod n), \end{cases} \quad (\text{II.7})$$

e

$$(w, x) = \begin{cases} ((i - 1) \bmod n, j), \\ ((i + 1) \bmod n, j), \end{cases} \quad (\text{II.8})$$

De posse da notação introduzida, pode-se definir isotropia de maneira mais formal, como segue:

*“A distribuição de probabilidade descrevendo os destinos de novos pacotes é tal que*

$$\Pr \{R_{i,j}^t = (u, v)\} = \Pr \{R_{0,0}^t = A_{i,j}^t(u, v)\} \quad (\text{II.9})$$

e

$$\Pr \{C_{i,j}^t = (u, v)\} = \Pr \{C_{0,0}^t = A_{i,j}^t(u, v)\}, \quad (\text{II.10})$$

com  $0 \leq i, j, u, v \leq n - 1$  e  $t \geq 0$ .”

ou,

*“A probabilidade que o nó  $(i, j)$  emita um pacote  $(u, v)$  em seu enlace de saída de linha (coluna) é a mesma probabilidade que o nó  $(0, 0)$  emita um pacote  $A_{i,j}(u, v)$  em seu enlace de saída de linha (coluna).”*

ou ainda, como definido anteriormente,

*“A distribuição de probabilidade descrevendo os pacotes emitidos por um nó é invariante sob todos os automorfismos da rede.”*

Uma maneira concreta de satisfazer a suposição é considerar os destinos dos novos pacotes uniformemente distribuídos entre os  $n - 1$  nós não coincidentes com suas fontes, como já dito anteriormente.

### II.3.2 Independência

A suposição de independência significa que a recepção de pacotes nos enlaces de entrada de linha e de coluna de um nó são eventos independentes. Considerando a suposição de isotropia, matematicamente equivale dizer que:

*“A probabilidade que, no instante  $t$ , o nó  $(0,0)$  receba um pacote  $(u,v)$  em seu enlace de entrada de linha e um pacote  $(w,x)$  em seu enlace de entrada de coluna é o produto dessas duas probabilidades, ou seja,*

$$\Pr \{X_{0,0}^t = ((u,v), (w,x))\} = \Pr \{R_{0,n-1}^t = (u,v), C_{n-1,0}^t = (w,x)\} \quad (\text{II.11})$$

$$= \Pr \{R_{0,n-1}^t = (u,v)\} \cdot \Pr \{C_{n-1,0}^t = (w,x)\}, \quad (\text{II.12})$$

*para todo  $0 \leq u, v, w, x \leq n-1$  e  $t \geq 0$ .”*

### II.3.3 O Modelo

A suposição de isotropia torna possível analisar o sistema focalizando-se apenas um nó. Os outros nós se comportam da mesma forma. Assim, é possível formular *vazão* e *atraso* no estado estacionário como função apenas do comportamento do nó  $(0,0)$ .

Seja as probabilidades de emissão e recepção de pacotes pelo nó  $(0,0)$  no instante  $t$ , dadas por

$$r^t(i,j) = \Pr \{R_{0,0}^t = (i,j)\}, \quad (\text{II.13})$$

$$c^t(i,j) = \Pr \{C_{0,0}^t = (i,j)\} \quad (\text{II.14})$$

e

$$x^t(u,v,w,x) = \Pr \{X_{0,0}^t = ((u,v), (w,x))\}, \quad (\text{II.15})$$

descrevendo o comportamento do nó nesse instante.

A suposição de independência, juntamente com a suposição de isotropia, determinam um *sistema bilinear de equações a diferença*, de tamanho manuseável, que descrevem as distribuições  $r^t(i,j)$  e  $c^t(i,j)$ . Para definição das equações utiliza-se a função  $L$ , que descreve o comportamento

probabilístico da regra de resolução de conflito usada pelo algoritmo de roteamento, dada por

$$L_{i,j}(u, v, w, x) = \begin{bmatrix} \Pr \{ R_{0,0}^{t+1} = (i, j) | X_{0,0}^t = [(u, v), (w, x)] \} \\ \Pr \{ C_{0,0}^{t+1} = (i, j) | X_{0,0}^t = [(u, v), (w, x)] \} \end{bmatrix}. \quad (\text{II.16})$$

Assim,  $L_{i,j}(u, v, w, x)$  é um vetor que descreve a probabilidade que um pacote  $(i, j)$  seja emitido pelo nó  $(0, 0)$  no instante  $t + 1$  dado que no instante  $t$  o nó  $(0, n - 1)$  emitiu um pacote  $(u, v)$  em seu enlace de saída de linha, levando ao nó  $(0, 0)$  e o nó  $(n - 1, 0)$  emitiu um pacote  $(w, x)$  em seu enlace de saída de coluna, também levando ao nó  $(0, 0)$ . É importante notar que  $L_{i,j}(u, v, w, x)$  não depende apenas da regra de resolução de conflito, mas também da taxa  $g$  de geração de novos pacotes, pois se o nó  $(0, 0)$ , por exemplo, absorver um pacote, um novo pacote gerado poderá ser transmitido.

Observando-se com atenção a Eq. (II.16), nota-se que a maioria dos  $n^4$  vetores  $L_{i,j}$  serão nulos. Pode-se calcular exatamente o número de  $L_{i,j}(u, v, w, x)$  nulos e não nulos, considerando os valores de  $(u, v)$  e  $(w, x)$  que o anulam. São necessárias as seguintes condições para anular  $L_{i,j}(u, v, w, x)$ :

$$(u, v) \neq (i, j) \quad (\text{II.17})$$

$$\neq (0, 0) \quad (\text{II.18})$$

$$\neq (0, n - 1) \quad (\text{II.19})$$

e

$$(w, x) \neq (i, j) \quad (\text{II.20})$$

$$\neq (0, 0) \quad (\text{II.21})$$

$$\neq (n - 1, 0) \quad (\text{II.22})$$

As condições (II.17), (II.18) e (II.19) restringem o número de valores que  $(u, v)$  pode assumir a  $n^2 - 3$ , o mesmo ocorrendo com as condições (II.20), (II.21) e (II.22) e  $(w, x)$ . Logo, o número de vetores  $L_{i,j}$  nulos é dado por

$$n_{L_{\text{nulos}}} = (n^2 - 3) \cdot (n^2 - 3) = n^4 - 6.n^2 + 9, \quad (\text{II.23})$$

e, conseqüentemente, o número de  $L_{i,j}$  não nulos é

$$n_{L_{\text{não-nulos}}} = n^4 - n^4 - 6.n^2 + 9 = 6.n^2 - 9. \quad (\text{II.24})$$

Definida a função  $L$ , pode-se determinar o sistema de equações. Inicialmente, das Eqs. (II.13) e (II.14), tem-se que

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} r^{t+1}(i, j) \\ c^{t+1}(i, j) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \Pr \{ R_{0,0}^{t+1} = (i, j) \} \\ \Pr \{ C_{0,0}^{t+1} = (i, j) \} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \Pr \{ \text{nó } (0,0) \text{ enviar pacote } (i, j) \text{ pela linha em } t+1 \} \\ \Pr \{ \text{nó } (0,0) \text{ enviar pacote } (i, j) \text{ pela coluna em } t+1 \} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (\text{II.25})$$

Do conceito de probabilidade marginal, obtém-se

$$\begin{bmatrix} r^{t+1}(i, j) \\ c^{t+1}(i, j) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{u,v,w,x=0}^{n-1} \Pr \{ \text{enviar } (i, j) \text{ pela linha em } t+1, \\ \text{[receber } (u, v) \text{ pela linha e } (w, x) \text{ pela coluna em } t] \} \\ \sum_{u,v,w,x=0}^{n-1} \Pr \{ \text{enviar } (i, j) \text{ pela coluna em } t+1, \\ \text{[receber } (u, v) \text{ pela linha e } (w, x) \text{ pela em } t] \} \end{bmatrix} \quad (\text{II.26})$$

$$\begin{aligned} &= \sum_{u,v,w,x=0}^{n-1} \begin{bmatrix} \Pr \{ \text{enviar } (i, j) \text{ pela linha} | [\text{recebeu } (u, v) \\ \text{pela linha e } (w, x) \text{ pela coluna}] \} \\ \Pr \{ \text{enviar } (i, j) \text{ pela coluna} | [\text{recebeu } (u, v) \\ \text{pela linha e } (w, x) \text{ pela coluna}] \} \end{bmatrix} \\ &\cdot \Pr \{ [\text{receber } (u, v) \text{ pela linha e } (w, x) \text{ pela coluna}] \}, \end{aligned} \quad (\text{II.27})$$

o que, através da definição de  $L_{i,j}(u, v, w, x)$  Eq. (II.16) e das Eqs. (II.6), (II.7) e (II.8), corresponde

a

$$\begin{bmatrix} r^{t+1}(i, j) \\ c^{t+1}(i, j) \end{bmatrix} = \sum_{u,v,w,x=0}^{n-1} \begin{bmatrix} \Pr \{ R_{0,0}^{t+1} = (i, j) | X_{0,0}^t = [(u, v), (w, x)] \} \\ \Pr \{ C_{0,0}^{t+1} = (i, j) | X_{0,0}^t = [(u, v), (w, x)] \} \end{bmatrix} \quad (\text{II.28})$$

$$\cdot \Pr \{ X_{0,0}^t = [(u, v), (w, x)] \} \quad (\text{II.29})$$

$$= \sum_{u,v,w,x=0}^{n-1} L_{i,j}(u, v, w, x) \cdot \Pr \{ X_{0,0}^t = [(u, v), (w, x)] \} \quad (\text{II.30})$$

$$= \sum_{u,v,w,x=0}^{n-1} L_{i,j}(u, v, w, x) \cdot \Pr \{ R_{0,n-1}^t = (u, v), C_{n-1,0}^t(w, x) \}. \quad (\text{II.31})$$

Finalmente, utilizando-se as suposições de independência Eq. (II.11) e isotropia Eqs. (II.9) e (II.10), o sistema é reduzido a

$$\begin{bmatrix} r^{t+1}(i, j) \\ c^{t+1}(i, j) \end{bmatrix} = \sum_{u,v,w,x=0}^{n-1} L_{i,j}(u, v, w, x) \cdot \Pr \{ R_{0,n-1}^t = (u, v) \} \cdot \Pr \{ C_{n-1,0}^t(w, x) \} \quad (\text{II.32})$$

$$= \sum_{u,v,w,x=0}^{n-1} L_{i,j}(u, v, w, x) \cdot r^t(A_{0,n-1}(u, v)) \cdot c^t(A_{n-1,0}(w, x)). \quad (\text{II.33})$$

Observando-se a Eq. (II.33), comprova-se a enorme simplificação na análise proporcionada pelo modelo, pois sem as suposições de isotropia, teria-se um total de  $(2.n^2).n^2 = 2.n^4$  equações ( $2.n^2$  para cada nó da rede) em vez de apenas  $2.n^2$  (duas para cada nó da rede) para representar o comportamento estocástico da MSN. Levando-se em conta que cada equação contém um total de  $6.n^2 - 9$  termos, correspondentes aos elementos  $L_{i,j}$  não nulos, obter-se-ia um sistema de tamanho muito maior para representar estocasticamente a MSN. Adicionalmente, desconsiderando-se a suposição de independência, o fator  $\Pr \{ X_{0,0}^t = (u, v, w, x) \}$  na Eq. (II.28) teria definição bastante complicada, dado que a chegada de pacotes pelos enlaces de entrada de linha e de coluna de um nó seriam eventos correlacionados, tornando mais difícil ainda a resolução do sistema.

Teoricamente, no limite quando  $t \rightarrow \infty$  obtêm-se os valores correspondentes no estado estacionário,

$$\bar{r}(i, j) = \lim_{t \rightarrow \infty} r^t(i, j), \quad (\text{II.34})$$

$$\bar{c}(i, j) = \lim_{t \rightarrow \infty} c^t(i, j), \quad (\text{II.35})$$

e

$$\bar{x}(u, v, w, x) = \lim_{t \rightarrow \infty} x^t(u, v, w, x). \quad (\text{II.36})$$

### II.3.4 Resolução Numérica do Modelo

A Eq. (II.33) sugere um método numérico iterativo e recursivo para encontrar as distribuições de probabilidade no estado estacionário  $\bar{r}(i, j)$  e  $\bar{c}(i, j)$ . Adotando-se como condições iniciais

$$\begin{bmatrix} r^0(i, j) \\ c^0(i, j) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (\text{II.37})$$

calcula-se sucessivamente  $r^{t+1}(i, j)$  e  $c^{t+1}(i, j)$  como funções de  $r^t(i, j)$  e  $c^t(i, j)$  segundo a Eq. (II.33) para  $t = 0, 1, \dots, t_p$ , onde  $t_p$  é tal que as mudanças no sistema de  $t_p - 1$  para  $t_p$  são suficientemente pequenas. Assim, os valores no estado estacionário são dados por

$$\begin{bmatrix} \bar{r}(i, j) \\ \bar{c}(i, j) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r^{t_p}(i, j) \\ c^{t_p}(i, j) \end{bmatrix}. \quad (\text{II.38})$$

Mais detalhadamente, as condições de parada escolhidas, ou seja, as condições que devem ser satisfeitas para que mudanças suficientemente pequenas tenham ocorrido no sistema de  $t$  para  $t + 1$ , indicando que o sistema alcançou o estado estacionário, são

$$|O^{t+1} - I^{t+1}| < 10^{-3}, \quad (\text{II.39})$$

$$|O^{t+1} - O^t| < 10^{-3} \quad (\text{II.40})$$

e

$$|I^{t+1} - I^t| < 10^{-3}, \quad (\text{II.41})$$

onde  $I$  e  $O$  representam a taxa de entrada de novos pacotes no sistema e a taxa de saída (absorção) de pacotes do sistema, respectivamente.

Satisfeitas as três condições simultaneamente, obtêm-se as distribuições  $\bar{r}(i, j)$  e  $\bar{c}(i, j)$  pela Eq. (II.38) com  $t_p = t + 1$ . De posse desses valores, obtêm-se facilmente as estatísticas de desempenho no estado estacionário [3].

Greenberg & Goodman calcularam computacionalmente as distribuições de probabilidade dadas pela Eq. (II.38) considerando vários valores para taxa  $g$  de geração de novos pacotes e redes de tamanho  $4 \times 4$ ,  $8 \times 8$ , e  $12 \times 12$ . Com base nesses resultados foram calculadas também as estatísticas de desempenho para o sistema. Também foram realizadas simulações a fim de comprovar os resultados obtidos resolvendo o modelo, sendo que as mesmas consumiram 10 a 20 vezes mais tempo. Os erros relativos entre simulação e modelo não ultrapassam a 2%, o que comprova portanto a eficiência do modelo de nó único. Tanto para a resolução do modelo quanto nas simulações, consideraram-se as regra de resolução de conflito “random/deferring” [12], bem como a escolha dos destinos de novos pacotes gerados em um dado nó como sendo distribuída uniformemente sobre todos os outros nós da rede, a fim de satisfazer a suposição de isotropia.

# III

## Otimização do Desempenho

Como visto na Seção II.2, todas as regras de resolução de conflito propostas por Maxemchuk estabelecem que novos pacotes gerados por um nó têm menor prioridade para transmissão, sendo sacrificados quando necessário [11]. Sob esta formulação, um comportamento de roteamento “estacionário” sempre pode ocorrer. Em outras palavras, dependendo da taxa  $g$  de geração de novos pacotes, a entrada de pacotes na rede pode se tornar um *evento raro* ou pouco provável. Este fato compromete sensivelmente o desempenho da MSN [2].

Na Seção II.3 foi apresentado e analisado o Modelo de Nó Único proposto por Greenberg e Goodman [3]. Em concordância com os algoritmos de roteamento introduzidos por Maxemchuk [12], a entrada de novos pacotes na rede foi modelada por um processo de Bernoulli com bloqueio. Assim proposto, o sistema descarta novos pacotes caso esses não sejam transmitidos com sucesso.

A *perda de pacotes* é sempre indesejável. Negligenciá-la pode causar resultados inaceitáveis caso o serviço que esteja fazendo uso da rede não tolere perda de informação. Em transferências de dados, por exemplo, a perda de pacotes é quase sempre intolerável, pois significa a perda de informações importantes. Isto intui a necessidade da concepção de uma nova estratégia para o processo de entrada de novos pacotes na rede, que seja capaz de suprimir ou minimizar esta perda de informação e, conseqüentemente, determinar as prováveis influências de pacotes rejeitados no desempenho da Manhattan Street Network.

Nesse capítulo, inicialmente propomos o *uso de filas* na MSN à luz dos algoritmos de roteamento de Maxemchuk, objetivando suprimir ou minimizar a perda de pacotes e assim *melhorar* seu desempenho. Para possibilitar a avaliação do desempenho da nova MSN proposta, bem como para melhor compreendermos o fenômeno da perda de pacotes, introduzimos um modelo estatístico

para a MSN com filas, baseado no Modelo de Nó Único de Greenberg e Goodman. No Capítulo IV, a partir do modelo proposto, derivaremos expressões que explicitamente fornecem informações importantes a respeito do desempenho da rede, como vazão e atraso médio no estado estacionário.

Adicionalmente, em sintonia com a nova estratégia proposta e com o intuito de *otimizar* o desempenho da rede, desenvolvemos nesse capítulo um *novo algoritmo de roteamento*. Como para a MSN de Maxemchuk, introduzimos um modelo estatístico para a MSN com filas e o novo algoritmo de roteamento. Baseados nesse modelo, no Capítulo IV encontraremos expressões representativas do desempenho da rede.

A composição das duas propostas apresentadas, a utilização de filas e o novo algoritmo de roteamento, resulta em uma variante da MSN de desempenho superior, batizada QMSN.

### III.1 A MSN de Maxemchuk com Filas

A necessidade de conservar informação sugere que o novo modelo de MSN seja capaz de acoplar uma memória a cada nó da rede, funcionando como um buffer entre o *processo de geração de novos pacotes em cada nó* e o *processo de entrada de novos pacotes na rede* ou processo de roteamento. Além disso, o princípio operacional da MSN, dado pelas regras de roteamento contidas na Seção II.2, não deve ser alterado. Intuitivamente, sob essa nova formulação, embora a geração de novos pacotes em cada nó continue a representar um processo de Bernoulli puro, a entrada de novos pacotes na rede não mais pode ser modelada por um processo de Bernoulli com bloqueio, pois agora depende também do estado dos buffers. Temos portanto uma fila denominada B/N/1 em cada nó da rede, na qual há um processo de chegadas de Bernoulli (B), um processo de serviço FCFS ou “First-Come-First-Serve” (N) e um único servidor (1) <sup>1</sup>. O processo de chegadas corresponde ao processo de geração de novos pacotes em cada nó e o processo de serviço corresponde ao processo relativo à disponibilidade de enlaces de saída para a entrada de novos pacotes na rede. Assim, na prática, qualquer novo pacote que não puder ser transmitido é colocado no buffer, permanecendo assim até

---

<sup>1</sup>É importante notar que a denominação B/N/1, por questão de simplicidade, não segue a notação de Kendall [7].

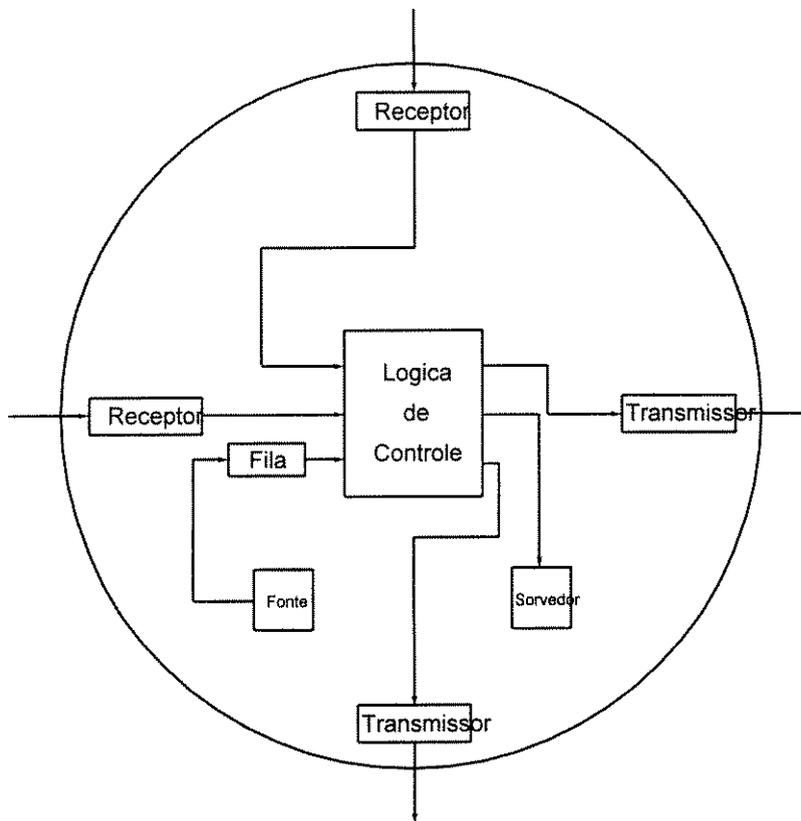


Figura 2: Um nó da MSN com Filas

que surja uma oportunidade para sua transmissão. As Figs. 2 e 3 ilustram estes conceitos, mostrando o novo modelo de nó para a MSN com filas e detalhando a fila em cada nó, respectivamente.

Nessa seção, desenvolveremos primeiramente um modelo matemático para o nosso sistema de filas. Em seguida, derivaremos algumas expressões que estabelecem a relação probabilística entre este modelo e o Modelo de Nó Único de Greenberg e Goodman, construindo assim um *Modelo de Nó Único com Fila para a MSN*.

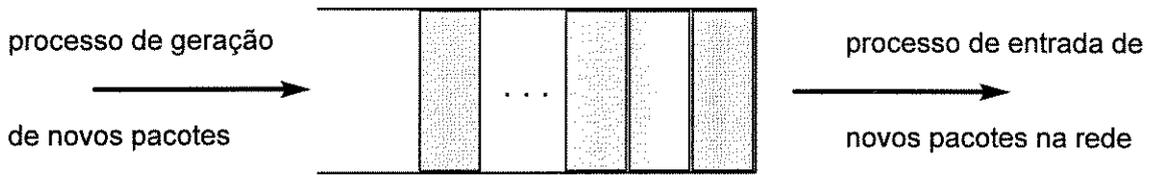


Figura 3: Detalhe da fila em cada nó da MSN com filas

### III.1.1 Modelo Matemático para o Sistema de Filas

Tomemos uma fila B/N/1 de tamanho infinito. Seja  $S^t$  o número de pacotes na fila e  $\pi^t(k)$  a probabilidade de haver  $k$  pacotes na fila, no instante  $t$ . Então

$$\pi^t(k) = \Pr \{S^t = k\}, \quad (\text{III.1})$$

para  $k = 0, 1, 2, \dots$ . Representemos por  $p^t(k_0, k_1)$  a probabilidade de transição de haver  $k_1$  pacotes na fila no instante  $t + 1$  dado que havia  $k_0$  pacotes na fila no instante  $t$ , ou seja,

$$p^t(k_0, k_1) = \Pr \{S^{t+1} = k_1 \mid S^t = k_0\}, \quad (\text{III.2})$$

com  $k_0, k_1 = 0, 1, 2, \dots$ . Logo, a probabilidade de  $k_1$  pacotes estarem armazenados na fila no instante  $t + 1$  é dada por

$$\pi^{t+1}(k_1) = \pi^t(k_0) \cdot p^t(k_0, k_1). \quad (\text{III.3})$$

Agora consideremos o vetor  $\Pi^t$ , de dimensão infinita, o qual contém as probabilidades  $\pi^t(k)$ . Assim,

$$\Pi^t = [\pi^t(0), \pi^t(1), \pi^t(2) \dots]. \quad (\text{III.4})$$

É importante notar que  $\Pi^t$  é uma distribuição de probabilidades [4], logo

$$\sum_{k=0}^{\infty} \pi^t(k) = 1. \quad (\text{III.5})$$

Definamos então  $P^t$  como uma matriz de ordem infinita ( $\infty \times \infty$ ), cujos elementos são dados pela Eq. (III.2). Explicitamente,

$$P^t = \begin{pmatrix} p^t(0,0) & p^t(0,1) & p^t(0,2) & \dots \\ p^t(1,0) & p^t(1,1) & p^t(1,2) & \dots \\ p^t(2,0) & p^t(2,1) & p^t(2,2) & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix}. \quad (\text{III.6})$$

Portanto,  $P^t$  é a *matriz de transição de probabilidades* que leva  $\Pi^t$  a  $\Pi^{t+1}$ . Em outras palavras, com as definições da distribuição  $\Pi^t$  e da matriz  $P^t$ , a seguinte relação se mantém [13]:

$$\Pi^{t+1} = \Pi^t \cdot P^t. \quad (\text{III.7})$$

Acoplemos agora uma fila B/N/1 em cada nó de uma MSN de ordem  $n$ . As distribuições de probabilidades relativas às filas não são necessariamente iguais. Isto é devido ao fato de que o processo de serviço de cada fila, o qual é especificado pela distribuição do tempo de espera no buffer, depende fortemente da condição probabilística de toda a rede, ou seja, da utilização dos enlaces por pacotes em trânsito ou disponibilidade dos enlaces para transmissão de novos pacotes, que não são necessariamente as mesmas para cada nó. Assim, representemos por  $\pi_{i,j}^t(k)$  a probabilidade de  $k$  pacotes estarem armazenados no buffer do nó  $(i, j)$  no instante  $t$ , com  $k = 0, 1, 2, \dots$  e  $i, j = 0, 1, 2, \dots, n - 1$ . Adicionalmente, denotemos por

$$\Pi_{i,j}^t = [\pi_{i,j}^t(0), \pi_{i,j}^t(1), \pi_{i,j}^t(2) \dots] \quad (\text{III.8})$$

e

$$P_{i,j}^t = [p_{i,j}^t(k0, k1)] \quad (\text{III.9})$$

o vetor distribuição de probabilidades e a matriz de transição de probabilidades relativos a fila do nó  $(i, j)$  no instante  $t$ , respectivamente. Notemos que cada linha da matriz  $P_{i,j}^t$  representa uma distribuição de probabilidades, logo

$$\sum_{k1=0}^{\infty} p_{i,j}^t(k0, k1) = 1. \quad (\text{III.10})$$

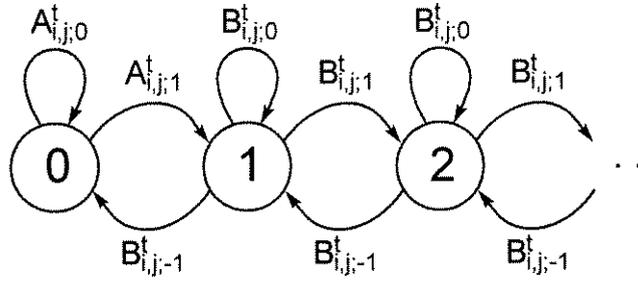


Figura 4: Diagrama de estados relativo a distribuição do número de pacotes no buffer do nó  $(i, j)$  no instante  $t$ , considerando fila de tamanho infinito e algoritmos de roteamento de Maxemchuk.

Considerando a MSN, como proposta por Maxemchuk, para cada nó a rede aceita no máximo um pacote do buffer e este por sua vez recebe no máximo um novo pacote, em cada segmento de tempo [1]. Logo, em cada segmento o número de pacotes no buffer varia de no máximo 1, ou seja, podem ocorrer apenas os eventos decremento de um, incremento de um, ou inalteração do número de pacotes na fila. A ocorrência de um destes eventos é determinada exclusivamente pela geração ou não de um novo pacote, pela existência ou não de pacotes no buffer e pela disponibilidade ou não de enlaces de saída, independentemente do número de pacotes no buffer quando esse não está vazio. A Fig. 4 apresenta o diagrama de transição de estados relativos ao número de pacotes na fila. O número associado a cada estado corresponde ao número de pacotes no buffer. As probabilidades de transição de estados são representadas por  $A_{i,j;0}^t$ ,  $A_{i,j;+1}^t$ ,  $B_{i,j;-1}^t$ ,  $B_{i,j;0}^t$  e  $B_{i,j;+1}^t$ , onde os índices  $-1$ ,  $0$  e  $+1$  denotam respectivamente decremento de 1, inalteração e incremento de 1 no número de pacotes no buffer. Observando-se a Fig. 4, nota-se que as probabilidades de transição de estados são  $B_{i,j;-1}^t$ ,  $B_{i,j;0}^t$  e  $B_{i,j;+1}^t$  para qualquer estado, a não ser para o estado 0. Nesse caso, estas são dadas por  $A_{i,j;0}^t$  e  $A_{i,j;+1}^t$ , pois não pode haver diminuição do número de pacotes quando a fila está vazia. Portanto, embora cada elemento da matriz  $P_{i,j}^t$  possa assumir qualquer valor entre 0 e 1, temos que as entradas  $p_{i,j}^t(k_0, k_1)$  de  $P_{i,j}^t$  são todas nulas, exceto

$$p_{i,j}^t(0, 0) = A_{i,j;0}^t, \tag{III.11}$$

$$p_{i,j}^t(0,1) = A_{i,j,+1}^t, \quad (\text{III.12})$$

$$p_{i,j}^t(1,0) = p_{i,j}^t(2,1) = \dots = p_{i,j}^t(k,k-1) = \dots = B_{i,j,-1}^t, \quad (\text{III.13})$$

$$p_{i,j}^t(1,1) = p_{i,j}^t(2,2) = \dots = p_{i,j}^t(k,k) = \dots = B_{i,j,0}^t, \quad (\text{III.14})$$

e

$$p_{i,j}^t(1,2) = p_{i,j}^t(2,3) = \dots = p_{i,j}^t(k,k+1) = \dots = B_{i,j,+1}^t. \quad (\text{III.15})$$

Conseqüentemente, as matrizes  $P_{i,j}^t$  para todas as regras de resolução de conflito introduzidas por Maxemchuk ficam restritas a um padrão similar, como na Eq. (III.16).

$$P_{i,j}^t = \begin{bmatrix} A_{i,j,0}^t & A_{i,j,+1}^t & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ B_{i,j,-1}^t & B_{i,j,0}^t & B_{i,j,+1}^t & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & B_{i,j,-1}^t & B_{i,j,0}^t & B_{i,j,+1}^t & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & B_{i,j,-1}^t & B_{i,j,0}^t & B_{i,j,+1}^t & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots \end{bmatrix}. \quad (\text{III.16})$$

Observando a Eq. (III.16), vemos que a matriz  $P_{i,j}^t$  fica completamente determinada uma vez que os valores de  $A_{i,j,0}^t$ ,  $A_{i,j,+1}^t$ ,  $B_{i,j,-1}^t$ ,  $B_{i,j,0}^t$  e  $B_{i,j,+1}^t$  são obtidos. Estes valores são dados por

$$\begin{aligned} A_{i,j,0}^t &= (1-g) + g \cdot (1 - Q_{i,j,0}^t) \\ &= 1 - g \cdot Q_{i,j,0}^t, \end{aligned} \quad (\text{III.17})$$

$$\begin{aligned} A_{i,j,+1}^t &= 1 - A_{i,j,0}^t \\ &= g \cdot Q_{i,j,0}^t, \end{aligned} \quad (\text{III.18})$$

$$\begin{aligned} B_{i,j,-1}^t &= 1 - B_{i,j,0}^t - B_{i,j,+1}^t \\ &= (1-g) \cdot (1 - Q_{i,j,0}^t), \end{aligned} \quad (\text{III.19})$$

$$\begin{aligned} B_{i,j,0}^t &= (1-g) \cdot Q_{i,j,0}^t + g \cdot (Q_{i,j,1}^t + Q_{i,j,2}^t) \\ &= (1-g) \cdot Q_{i,j,0}^t + g \cdot (1 - Q_{i,j,0}^t), \end{aligned} \quad (\text{III.20})$$

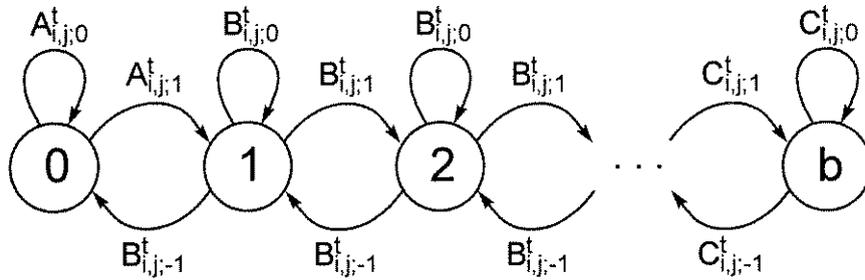


Figura 5: Diagrama de estados relativos à distribuição do número de pacotes no buffer do nó  $(i, j)$  no instante  $t$ , considerando fila de tamanho finito  $b$  e algoritmos de roteamento de Maxemchuk.

e

$$\begin{aligned}
 B_{i,j;n+1}^t &= A_{i,j;n+1}^t \\
 &= g \cdot Q_{i,j;0}^t,
 \end{aligned}
 \tag{III.21}$$

onde  $g$  é a taxa de geração de novos pacotes e  $Q_{i,j;0}^t$ ,  $Q_{i,j;1}^t$  e  $Q_{i,j;2}^t$  são respectivamente as probabilidades de no instante  $t$  não haver enlace de saída disponível, haver apenas um enlace de saída disponível e ambos os enlaces de saída estarem disponíveis para a transmissão do pacote no topo da fila do nó  $(i, j)$ .

A suposição de um buffer de tamanho infinito é útil para introduzir a análise do sistema de filas da MSN, pois adotá-la significa simplesmente que nunca haverá perda de pacotes, não existindo portanto preocupação em analisar esta perda nem tão pouco com o tamanho do buffer a ser utilizado para evitá-la ou minimizá-la. Todavia, na prática será utilizado um buffer de tamanho finito, devendo haver uma forte preocupação com a escolha do tamanho de buffer adequado para evitar ou minimizar a perda de pacotes. Assim, faz-se necessária a modificação do modelo apresentado para adequá-lo à realidade de filas de tamanho finito. Consideremos então uma fila de tamanho finito  $b$  acoplada a cada nó de uma MSN de ordem  $n$ . A Fig. 5 mostra o diagrama de transição de estados para tais filas. As probabilidades de transição de estado são iguais àquelas para o caso da MSN com filas de

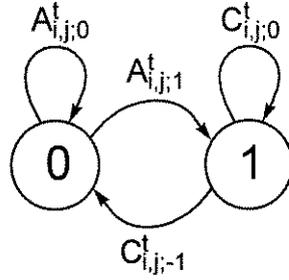


Figura 6: Diagrama de estados para o caso particular onde  $b = 1$ . tamanho infinito, exceto para o estado  $b$ , nesse caso sendo dadas por

$$\begin{aligned}
 C_{i,j;-1}^t &= B_{i,j;-1}^t \\
 &= (1 - g) \cdot (1 - Q_{i,j;0}^t).
 \end{aligned} \tag{III.22}$$

e

$$\begin{aligned}
 C_{i,j;0}^t &= B_{i,j;0}^t + B_{i,j;+1}^t \\
 &= g + (1 - g) \cdot Q_{i,j;0}^t
 \end{aligned} \tag{III.23}$$

Isto se deve ao fato de que esse estado representa a situação na qual o buffer está cheio e, somente nessa situação, não pode haver incremento do número de pacotes armazenados. Portanto, a matriz de transição de probabilidades torna-se

$$P_{i,j}^t = \begin{bmatrix}
 A_{i,j;0}^t & A_{i,j;+1}^t & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\
 B_{i,j;-1}^t & B_{i,j;0}^t & B_{i,j;+1}^t & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\
 0 & B_{i,j;-1}^t & B_{i,j;0}^t & B_{i,j;+1}^t & 0 & 0 & \dots & 0 \\
 \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & B_{i,j;-1}^t & B_{i,j;0}^t & B_{i,j;+1}^t \\
 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & C_{i,j;-1}^t & C_{i,j;0}^t
 \end{bmatrix}. \tag{III.24}$$

Ao considerarmos filas de tamanho finito, observamos ainda a ocorrência de um caso particular, para  $b = 1$ . Nessa situação, o diagrama de estados e a matriz de transição de probabilidades ficam

reduzidos a formas mais simples, dadas pela Fig. 6 e Eq. (III.25), respectivamente.

$$P_{i,j}^t = \begin{bmatrix} A_{i,j;0}^t & A_{i,j;+1}^t \\ C_{i,j;-1}^t & C_{i,j;0}^t \end{bmatrix}. \quad (\text{III.25})$$

Observando-se as Eqs. (III.17), (III.18), (III.19), (III.20), (III.21), (III.22) e (III.23), nota-se que o estado das filas em cada nó depende basicamente da situação em que se encontra a rede no relativo segmento de tempo, ou seja, de  $Q_{i,j;0}^t$ ,  $Q_{i,j;1}^t$  e  $Q_{i,j;2}^t$ . Devido atualmente não haver fórmulas fechadas que descrevam o comportamento probabilístico exato da Manhattan Street Network, a forte influência da rede no sistema de filas causa muitas dificuldades na análise da proposta apresentada. Desta forma, para possibilitar a definição  $Q_{i,j;0}^t$ ,  $Q_{i,j;1}^t$  e  $Q_{i,j;2}^t$  e portanto viabilizar essa análise, na próxima subseção introduziremos uma ferramenta que aproxima o comportamento exato da MSN com filas: O Modelo de Nó Único com Fila.

### III.1.2 Modelo de Nó Único com Fila para a MSN

O comportamento estocástico exato da MSN é altamente complexo, sendo de difícil resolução pela via analítica. Sendo assim, é mais conveniente procurar outras estratégias para estimar esse comportamento, ainda que levem a soluções aproximadas. Uma solução apresentada, a qual traduz de forma muito aproximada o comportamento real da MSN, é o *Modelo de Nó Único* proposto por Greenberg e Goodman [3]. Baseados em algumas suposições, estes pesquisadores concluíram que pode-se extrair toda a informação a respeito do comportamento probabilístico da rede analisando-se apenas um único nó.

Seguindo a trilha deixada por Greenberg e Goodman, desenvolveremos nessa subseção um modelo estatístico para a nossa proposta de MSN, o *Modelo de Nó Único com Fila*. Da mesma forma que com o Modelo de Nó Único, apoiados nesse modelo podemos avaliar o comportamento do sistema observando a conduta de apenas um único nó.

Inicialmente, recordemos algumas definições apresentadas na Seção II.3, as quais também adotaremos na formulação de nosso modelo. Para denotar os pacotes que deixam um nó  $(i, j)$  da rede,

seja

$$R_{i,j}^t = (u, v) \quad (\text{III.26})$$

o pacote  $(u, v)$  emitido pelo enlace de saída linha e

$$C_{i,j}^t = (w, x) \quad (\text{III.27})$$

o pacote  $(w, x)$  emitido pelo enlace de saída de coluna, no instante  $t$ . Adicionalmente, para representar os pacotes que chegam ao nó  $(i, j)$ , consideremos

$$X_{i,j}^t = (R_{u,v}^t, C_{w,x}^t) \quad (\text{III.28})$$

como os pacotes  $R_{u,v}^t$  e  $C_{w,x}^t$  recebidos pelos enlaces de entrada de linha e de coluna, respectivamente, no instante  $t$ . Nesse caso,  $(u, v)$  e  $(w, x)$  representam os nós com seus enlaces de saída de linha e de coluna, respectivamente, direcionados para o nó  $(i, j)$ , podendo ser obtidos pelas Eqs. (II.7) e (II.8). Dado que agora estamos considerando uma fila acoplada a cada nó da rede, acrescentaremos mais uma a estas definições, explicitando o pacote presente no buffer do nó  $(i, j)$  disponível para transmissão. Assim, tomemos

$$H_{i,j}^t = (y, z) \quad (\text{III.29})$$

para denotar o pacote  $(y, z)$  no topo da fila do nó  $(i, j)$  no instante  $t$ . Em adição, assumamos que  $H_{i,j}^t = (i, j)$  representa a situação na qual não há pacote na cabeça da fila e, conseqüentemente, a mesma está vazia. Notemos que essa convenção é consistente, pois não há sentido em um nó gerar um pacote destinado a si mesmo.

Consideremos agora o fato de que a MSN é um exemplo de *redes toroidais* [15]. As redes que pertencem a classe de redes toroidais apresentam *topologia isotrópica*, o que significa que cada nó tem uma estrutura similar de conexão. Informalmente, podemos afirmar que cada nó “enxerga” a rede da mesma forma. Em outras palavras, para qualquer nó de uma MSN  $n \times n$ , a disposição dos outros  $n^2 - 1$  nós e seus respectivos enlaces em relação a este é idêntica. Conseqüentemente, dados dois nós quaisquer  $(i, j)$  e  $(u, v)$ , existem outros  $n^2 - 1$  pares de nós na rede cuja disposição no

grafo é igual a de  $(u, v)$  em relação a  $(i, j)$ . Um destes pares é formado pelos nós  $(0, 0)$  e  $(w, x)$ , onde  $(w, x)$  é o nó que apresenta-se disposto em relação ao nó  $(0, 0)$  de forma idêntica ao nó  $(u, v)$  relativamente a  $(i, j)$ . Nesse caso, diz-se que o nó  $(w, x)$  é o *automorfismo* do nó  $(u, v)$  em relação ao nó  $(i, j)$ , denotado por  $A_{i,j}(u, v)$ , ou seja,

$$(w, x) = A_{i,j}(u, v). \quad (\text{III.30})$$

Explicitamente,  $w$  e  $x$  são dados pelas Eqs. (II.2) e (II.3), respectivamente. Portanto, concluimos que, do ponto de vista topológico, para analisarmos a relação existente entre os nós da MSN, podemos considerar apenas o nó  $(0, 0)$  e relacionarmos os outros nós relativamente ao mesmo, pois qualquer outro caso pode ser reduzido a esse pela Eq. (III.30).

A fim de reduzir a conduta probabilística da MSN de uma forma extremamente complexa para uma forma mais simples e facilmente analisável, Grennberg e Goodman introduziram imperativamente as suposições de *isotropia e independência*. A suposição de isotropia consiste em nada mais do que estender a isotropia topológica, a qual é uma característica intrínseca da MSN, também a uma “isotropia de tráfego”. Mais precisamente, assume-se que as distribuições de probabilidades relacionadas ao tráfego fluindo através de um nó  $(i, j)$  com destino a qualquer outro nó são as mesmas para o mapeamento automórfico desse em relação a  $(i, j)$ . Assim, não apenas do ponto de vista topológico, mas também do comportamento probabilístico, pode-se analisar a MSN observando-se apenas o comportamento de um único nó, dito nó  $(0, 0)$ . Formalmente, a suposição de isotropia significa que

$$\Pr \{R_{i,j}^t = (u, v)\} = \Pr \{R_{0,0}^t = A_{i,j}(u, v)\} \quad (\text{III.31})$$

e

$$\Pr \{C_{i,j}^t = (w, x)\} = \Pr \{C_{0,0}^t = A_{i,j}(w, x)\}. \quad (\text{III.32})$$

A suposição de independência, por outro lado, significa que a recepção de pacotes pelos enlaces de entrada de linha e de coluna de um dado nó  $(i, j)$  são eventos não correlacionados, isto é,

$$\Pr \{X_{i,j}^t = (R_{u,v}^t, C_{w,x}^t)\} = \Pr \{R_{u,v}^t\} \cdot \Pr \{C_{w,x}^t\}. \quad (\text{III.33})$$

Mais adiante, quando definirmos as equações representativas do modelo, ficará mais claro o porquê desta suposição. Em todo caso, ambas as suposições são apresentadas com mais detalhes na Seção II.3.

Considerando as suposições de isotropia e independência, focalizemos agora apenas o nó  $(0, 0)$ . Inicialmente, podemos eliminar os índices  $i$  e  $j$  nas notações introduzidas na Seção III.1.1 para as distribuições de probabilidades relativas ao sistema de filas e as relacionadas à disponibilidade de enlaces para a transmissão de pacotes no buffer. Sendo assim, estas notações ficam reduzidas a

$$\pi^t(k) = \pi_{0,0}^t(k), \quad (\text{III.34})$$

$$\Pi^t = \Pi_{0,0}^t \quad (\text{III.35})$$

e

$$P^t = P_{0,0}^t, \quad (\text{III.36})$$

para o sistema de filas e

$$Q_0^t = Q_{0,0;0}^t, \quad (\text{III.37})$$

$$Q_1^t = Q_{0,0;1}^t \quad (\text{III.38})$$

e

$$Q_2^t = Q_{0,0;2}^t, \quad (\text{III.39})$$

para a disponibilidade de enlaces. Obviamente, pelas Eqs. (III.36) e (III.24), também devemos considerar

$$A_0^t = A_{0,0;0}^t, \quad (\text{III.40})$$

$$A_{+1}^t = A_{0,0;+1}^t, \quad (\text{III.41})$$

$$B_{-1}^t = B_{0,0;-1}^t, \quad (\text{III.42})$$

$$B_0^t = B_{0,0;0}^t, \quad (\text{III.43})$$

$$B_{+1}^t = B_{0,0;+1}^t, \quad (\text{III.44})$$

$$C_{-1}^t = C_{0,0;-1}^t \quad (\text{III.45})$$

e, finalmente,

$$C_0^t = C_{0,0;0}^t. \quad (\text{III.46})$$

Em adição a estas simplificações, assinalemos notação especial para as distribuições de probabilidades relativas aos enlaces e a disponibilidade de um pacote no topo da fila do nó  $(0, 0)$  em um instante  $t$ . Então, em relação aos enlaces de saída, sejam

$$r^t(i, j) = \Pr \{R_{0,0}^t = (i, j)\} \quad (\text{III.47})$$

e

$$c^t(i, j) = \Pr \{C_{0,0}^t = (i, j)\}, \quad (\text{III.48})$$

denotando as probabilidades do nó  $(0, 0)$  emitir um pacote  $(i, j)$  através de seus enlaces de saída de linha e de coluna, respectivamente. Para os enlaces de entrada, tomemos

$$x^t(u, v, w, x) = \Pr \{X_{0,0}^t = ((u, v), (w, x))\}, \quad (\text{III.49})$$

para representar a probabilidade do nó  $(0, 0)$  receber os pacotes  $(u, v)$  e  $(w, x)$  em seus respectivos enlaces de entrada de linha e de coluna. Consideremos também

$$h^t(y, z) = \Pr \{H_{0,0}^t = (y, z)\} \quad (\text{III.50})$$

como a probabilidade de haver um pacote  $(y, z)$  no topo da fila do nó  $(0, 0)$ . Nesse caso,  $h^t(y, z)$  é dado por

$$\begin{aligned} h^t(y, z) &= \begin{cases} \Pr \left\{ \begin{array}{l} \text{não haver pacotes na fila e o} \\ \text{nó não gerar um novo pacote} \end{array} \right\}, & \text{se } (y, z) = (0, 0); \\ \Pr \left\{ \begin{array}{l} \text{haver pacote } (y, z) \text{ no topo da} \\ \text{fila ou fila estar vazia e o nó} \\ \text{gerar um novo pacote } (y, z) \end{array} \right\}, & \text{se } (y, z) \neq (0, 0); \end{cases} \\ &= \begin{cases} (1 - g) \cdot \pi^t(0), & \text{se } (y, z) = (0, 0); \\ \frac{[1 - (1 - g) \cdot \pi^t(0)]}{n^2 - 1}, & \text{se } (y, z) \neq (0, 0). \end{cases} \end{aligned} \quad (\text{III.51})$$

Sejam as probabilidades condicionais de, no instante  $t + 1$ , o nó  $(0, 0)$  emitir um pacote  $(i, j)$  em seu enlace de saída de linha e em seu enlace de saída de coluna, dada a recepção, no instante  $t$ , de pacotes  $(u, v)$  e  $(w, x)$  através dos seus respectivos enlaces de entrada de linha e de coluna, bem como a presença de um pacote  $(y, z)$  no topo de sua fila. Representemos por  $L_{i,j}(u, v, w, x, y, z)$  o vetor contendo estas probabilidades. Logo,

$$L_{i,j}(u, v, w, x, y, z) = \begin{bmatrix} \Pr \{ R_{0,0}^{t+1} = (i, j) \mid [X_{0,0}^t = (u, v, w, x), H_{0,0}^t = (y, z)] \} \\ \Pr \{ C_{0,0}^{t+1} = (i, j) \mid [X_{0,0}^t = (u, v, w, x), H_{0,0}^t = (y, z)] \} \end{bmatrix}. \quad (\text{III.52})$$

Notemos que o vetor  $L_{i,j}(u, v, w, x, y, z)$ , assim como a matriz  $P^t$ , depende basicamente do algoritmo de roteamento utilizado, sendo calculado analisando-se esse algoritmo e os valores de  $i, j, u, v, w, x, y$  e  $z$ . Com base na definição de  $L_{i,j}(u, v, w, x, y, z)$ , podemos agora definir as distribuições de probabilidades  $r^{t+1}(i, j)$  e  $c^{t+1}(i, j)$ , relativas aos enlaces de saída do nó  $(0, 0)$  no instante  $t + 1$ . Em concordância com a Eq. (III.52), sejam estas distribuições contidas em um vetor. Então, temos que

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} r^{t+1}(i, j) \\ c^{t+1}(i, j) \end{bmatrix} &= \sum_{u,v,w,x,y,z=0}^{n-1} L_{i,j}(u, v, w, x, y, z) \cdot \Pr \left\{ \begin{array}{l} X_{0,0}^t = (u, v, w, x), \\ H_{0,0}^t = (y, z) \end{array} \right\} \\ &= \sum_{u,v,w,x,y,z=0}^{n-1} L_{i,j}(u, v, w, x, y, z) \cdot \Pr \{ X_{0,0}^t = (u, v, w, x) \} \cdot \Pr \{ H_{0,0}^t = (y, z) \} \\ &= \sum_{u,v,w,x,y,z=0}^{n-1} L_{i,j}(u, v, w, x, y, z) \cdot \Pr \left\{ \begin{array}{l} R_{0,n-1}^t = (u, v), \\ C_{n-1,0}^t = (w, x) \end{array} \right\} \cdot h^t(y, z). \end{aligned}$$

Considerando a suposição de independência, dada pela Eq. (III.33), vemos que

$$\begin{bmatrix} r^{t+1}(i, j) \\ c^{t+1}(i, j) \end{bmatrix} = \sum_{u,v,w,x,y,z=0}^{n-1} L_{i,j}(u, v, w, x, y, z) \cdot \Pr \{ R_{0,n-1}^t = (u, v) \} \cdot \Pr \{ C_{n-1,0}^t = (w, x) \} \cdot h^t(y, z). \quad (\text{III.53})$$

Finalmente, pela suposição de isotropia, sintetizada nas Eqs. (III.31) e (III.32), obtemos

$$\begin{bmatrix} r^{t+1}(i, j) \\ c^{t+1}(i, j) \end{bmatrix} = \sum_{u,v,w,x,y,z=0}^{n-1} L_{i,j}(u, v, w, x, y, z) \cdot r^t(A_{0,n-1}(u, v)) \cdot c^t(A_{n-1,0}(w, x)) \cdot h^t(y, z). \quad (\text{III.54})$$

para  $i, j = 0, 1, 2, \dots, n - 1$ . Portanto, a partir das distribuições de probabilidades relacionadas à emissão de pacotes pelos enlaces de saída do nó  $(0, 0)$  no instante  $t$ , obtemos as distribuições relativas ao instante de tempo seguinte  $t + 1$ , ou seja, de  $r^t$  e  $c^t$  vem  $r^{t+1}$  e  $c^{t+1}$ .

Os valores de  $r^t(i, j)$  e  $c^t(i, j)$  resumem a condição probabilística da rede no instante  $t$ . Definidos estes valores, determinemos agora a influência da rede no sistema de filas, explicitando em função destes a matriz  $P^t$ . Como já dissemos anteriormente,  $P^t$  fica completamente definida uma vez que determinamos  $A_0^t, A_1^t, B_{-1}^t, B_0^t, B_{+1}^t, C_{-1}^t$  e  $C_0^t$ . Estes por sua vez dependem de  $Q_0^t, Q_1^t$  e  $Q_2^t$ , que, portanto, devemos encontrar primeiramente. Dessa forma, temos que

$$\begin{aligned} Q_0^t &= \Pr \left\{ \begin{array}{l} \text{nenhum enlace de saída do nó } (0, 0) \\ \text{disponível para um novo pacote no instante } t \end{array} \right\} \\ &= \Pr \left\{ \begin{array}{l} \text{nó } (0, 0) \text{ receber} \quad \text{nó } (0, 0) \text{ receber} \\ \text{para retransmissão} \quad \text{para retransmissão} \\ \text{um pacote por seu} \quad \text{e um pacote por seu} \\ \text{enlace de entrada} \quad \text{enlace de entrada} \\ \text{de linha em } t \quad \text{de coluna em } t \end{array} \right\} \\ &= \left[ 1 - \Pr \left\{ \begin{array}{l} \text{nó } (0, 0) \text{ não receber pacote} \\ \text{ou receber um pacote destinado a si} \\ \text{por seu enlace de entrada de linha em } t \end{array} \right\} \right] \\ &= \left[ 1 - \Pr \left\{ \begin{array}{l} \text{nó } (0, 0) \text{ não receber pacote} \\ \text{ou receber um pacote destinado a si} \\ \text{por seu enlace de entrada de coluna em } t \end{array} \right\} \right] \\ &= \left\{ 1 - \left[ \Pr \{ R_{0,n-1}^t = (0, n-1) \} + \Pr \{ R_{0,n-1}^t = (0, 0) \} \right] \right\}. \end{aligned}$$

$$\left\{ 1 - \left[ \Pr \left\{ C_{n-1,0}^t = (n-1, 0) \right\} + \Pr \left\{ C_{n-1,0}^t = (0, 0) \right\} \right] \right\}.$$

Daí, pela suposição de isotropia e pelas Eqs. (II.2) e (II.3), vem

$$\begin{aligned} Q_0^t &= \left\{ 1 - \left[ \Pr \left\{ R_{0,0}^t = A_{0,n-1}(0, n-1) \right\} + \Pr \left\{ R_{0,0}^t = A_{0,n-1}^t(0, 0) \right\} \right] \right\} \cdot \\ &\quad \left\{ 1 - \left[ \Pr \left\{ C_{0,0}^t = A_{n-1,0}(n-1, 0) \right\} + \Pr \left\{ C_{0,0}^t = A_{n-1,0}^t(0, 0) \right\} \right] \right\} \\ &= \left[ 1 - r^t(0, 0) - r^t(0, 1) \right] \cdot \left[ 1 - c^t(0, 0) - c^t(1, 0) \right]. \end{aligned} \quad (\text{III.55})$$

Analogamente,  $Q_1^t$  e  $Q_2^t$  são dados por

$$\begin{aligned} Q_1^t &= \Pr \left\{ \begin{array}{l} \text{nó } (0, 0) \text{ receber} \\ \text{para retransmissão} \\ \text{um pacote por seu} \\ \text{enlace de entrada} \\ \text{de linha em } t \end{array} \right\} \cdot \Pr \left\{ \begin{array}{l} \text{nó } (0, 0) \text{ não receber} \\ \text{para retransmissão} \\ \text{um pacote por seu} \\ \text{enlace de entrada} \\ \text{de coluna em } t \end{array} \right\} + \\ &\quad \Pr \left\{ \begin{array}{l} \text{nó } (0, 0) \text{ não receber} \\ \text{para retransmissão} \\ \text{um pacote por seu} \\ \text{enlace de entrada} \\ \text{de linha em } t \end{array} \right\} \cdot \Pr \left\{ \begin{array}{l} \text{nó } (0, 0) \text{ receber} \\ \text{para retransmissão} \\ \text{um pacote por seu} \\ \text{enlace de entrada} \\ \text{de coluna em } t \end{array} \right\} \\ &= \left[ 1 - r^t(0, 0) - r^t(0, 1) \right] \cdot \left[ c^t(0, 0) + c^t(1, 0) \right] + \\ &\quad \left[ r^t(0, 0) + r^t(0, 1) \right] \cdot \left[ 1 - c^t(0, 0) - c^t(1, 0) \right] \end{aligned} \quad (\text{III.56})$$

e

$$\begin{aligned} Q_2^t &= \Pr \left\{ \begin{array}{l} \text{nó } (0, 0) \text{ não receber} \\ \text{para retransmissão} \\ \text{um pacote por seu} \\ \text{enlace de entrada} \\ \text{de linha em } t \end{array} \right\} \cdot \Pr \left\{ \begin{array}{l} \text{nó } (0, 0) \text{ não receber} \\ \text{para retransmissão} \\ \text{um pacote por seu} \\ \text{enlace de entrada} \\ \text{de coluna em } t \end{array} \right\} \\ &= \left[ r^t(0, 0) + r^t(0, 1) \right] \cdot \left[ c^t(0, 0) + c^t(1, 0) \right]. \end{aligned} \quad (\text{III.57})$$

De posse dos valores de  $Q_0^t$ ,  $Q_1^t$  e  $Q_2^t$ , os valores de  $A_0^t$ ,  $A_1^t$ ,  $B_{-1}^t$ ,  $B_0^t$ ,  $B_{+1}^t$ ,  $C_{-1}^t$  e  $C_0^t$  são dados por:

$$\begin{aligned} A_0^t &= 1 - g.Q_0^t \\ &= 1 - g. [1 - r^t(0,0) - r^t(0,1)] . [1 - c^t(0,0) - c^t(1,0)], \end{aligned} \quad (\text{III.58})$$

$$\begin{aligned} A_{+1}^t &= g.Q_0^t \\ &= g. [1 - r^t(0,0) - r^t(0,1)] . [1 - c^t(0,0) - c^t(1,0)], \end{aligned} \quad (\text{III.59})$$

$$\begin{aligned} B_0^t &= (1 - g).Q_0^t + g.(1 - Q_0^t) \\ &= (1 - g). [1 - r^t(0,0) - r^t(0,1)] . [1 - c^t(0,0) - c^t(1,0)] + \\ &\quad g. \{1 - [1 - r^t(0,0) - r^t(0,1)] . [1 - c^t(0,0) - c^t(1,0)]\}, \end{aligned} \quad (\text{III.60})$$

$$\begin{aligned} B_{+1}^t &= g.Q_0^t \\ &= g. [1 - r^t(0,0) - r^t(0,1)] . [1 - c^t(0,0) - c^t(1,0)], \end{aligned} \quad (\text{III.61})$$

$$\begin{aligned} B_{-1}^t &= (1 - g).(1 - Q_0^t) \\ &= (1 - g). \{1 - [1 - r^t(0,0) - r^t(0,1)] . [1 - c^t(0,0) - c^t(1,0)]\}, \end{aligned} \quad (\text{III.62})$$

$$\begin{aligned} C_0^t &= g + (1 - g).Q_0^t \\ &= g + (1 - g). [1 - r^t(0,0) - r^t(0,1)] . [1 - c^t(0,0) - c^t(1,0)] \end{aligned} \quad (\text{III.63})$$

e

$$\begin{aligned} C_{-1}^t &= (1 - g).(1 - Q_0^t) \\ &= (1 - g). \{1 - [1 - r^t(0,0) - r^t(0,1)] . [1 - c^t(0,0) - c^t(1,0)]\}. \end{aligned} \quad (\text{III.64})$$

Portanto, está definida completamente a matriz  $P^t$  para o segmento de tempo  $[t, t + 1)$ , em função das distribuições  $r^t(i, j)$  e  $c^t(i, j)$  encontradas através da Eq. (III.54). Pode-se agora obter o valor de  $\Pi^{t+1}$ , através da equação linear de diferença:

$$\Pi^{t+1} = \Pi^t \cdot P^t, \quad (\text{III.65})$$

ficando então determinada a influência da rede no sistema de filas. Essa influência está sintetizada nas definições das distribuições  $Q_0^t$ ,  $Q_1^t$  e  $Q_2^t$ , as quais estabelecem o relacionamento entre as Eqs. (III.54) e (III.65), que por sua vez resumem o Modelo de Nó Único Com Fila para a MSN.

Ao deixarmos  $t \rightarrow \infty$ , temos que  $r^t(i, j)$ ,  $c^t(i, j)$ ,  $x^t(u, v, w, x)$ ,  $\Pi^t$  e  $h^t(y, z)$  tornam-se as distribuições estacionárias  $\bar{r}(i, j)$ ,  $\bar{c}(i, j)$ ,  $\bar{x}(u, v, w, x)$ ,  $\bar{\Pi}$  e  $\bar{h}(y, z)$ , respectivamente, as quais são utilizadas para a avaliação do desempenho do sistema, como é detalhado no Capítulo IV. No entanto, na prática, a condição  $t \rightarrow \infty$  é obviamente inviável e portanto não se pode utilizá-la para a obtenção das distribuições estacionárias, fazendo-se necessária a adoção de outra estratégia.

### III.1.3 Resolução do Modelo

Os valores extraídos com o auxílio das Eqs. (III.54) e (III.65) resumem o estado do sistema no instante  $t + 1$ , através daqueles representativos do estado do sistema no instante  $t$ . Todavia, as distribuições obtidas não correspondem a uma situação definitiva para  $r^t(i, j)$ ,  $c^t(i, j)$  e  $\Pi^t$ . Estes valores representam uma situação transitória, que evolui a partir de um estado inicial em  $t = 0$ , convergindo ou não para um estado estacionário, com o crescimento de  $t$ . O estado inicial é representado por condições iniciais arbitradas para  $r^t(i, j)$ ,  $c^t(i, j)$  e  $\Pi^t$ . Por outro lado, assume-se que o estado estacionário é alcançado quando alguns critérios de convergência são satisfeitos. Em outras palavras, se houver convergência, à medida que  $t$  cresce as distribuições de probabilidade obtidas pelas Eqs. (III.54) e (III.65) se aproximam de um valor constante, o qual teoricamente só é alcançado quando  $t \rightarrow \infty$ . Através destas distribuições, pode-se então extrair informações e concluir sobre o estado da rede, ou seja, decidir se as distribuições estão próximas o suficiente de um valor constante ou não. Resolver o modelo, portanto, significa prover condições iniciais apropriadas para

o instante  $t = 0$ , obter iterativamente  $r^t(i, j)$ ,  $c^t(i, j)$  e  $\Pi^t$  utilizando as Eqs. (III.54) e (III.65) e interromper o procedimento iterativo quando os critérios de convergência forem satisfeitos.

Inicialmente, é plausível supor-se como uma condição inicial o fato de que não há pacotes em transmissão através dos enlaces em  $t = 0$ , já que esse instante corresponde ao início da operação da rede. Isto implica que em  $t = 0$  as probabilidades de emissão de pacotes pelos enlaces de saída de um dado nó são nulas, ou que as probabilidades de um dado nó não emitir pacotes em seus enlaces de saída são iguais a 1. Explicitamente, essa condição corresponde a

$$\begin{bmatrix} r^0(i, j) \\ c^0(i, j) \end{bmatrix} = \begin{cases} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, & \text{se } (i, j) = (0, 0); \\ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, & \text{se } (i, j) \neq (0, 0). \end{cases} \quad (\text{III.66})$$

A título de esclarecimento para a Eq. (III.66), relembremos a convenção adotada segundo a qual  $r^t(0, 0) = c^t(0, 0) = 0$  representa a não emissão de pacotes pelos enlaces de saída no instante  $t$ , pois não há sentido no fato de um nó emitir um pacote destinado a si mesmo.

Como segunda condição inicial, pode-se considerar as filas de cada nó estando vazias em  $t = 0$ . Essa condição é coerente, dado o início da operação do sistema. Também, está em concordância com a condição anterior, pois se não há pacotes em transmissão através dos enlaces, obviamente não há pacotes nos buffers à espera de transmissão. Como consequência, as probabilidades dos buffers conterem pacotes são nulas e as probabilidades dos buffers estarem vazios correspondem a unidade, ou seja,

$$\begin{aligned} \Pi^0 &= \begin{bmatrix} \pi^0(0) & \pi^0(1) & \pi^0(2) & \pi^0(3) & \cdots & \pi^0(b) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (\text{III.67})$$

Alternativamente, outras condições iniciais podem ser estabelecidas. Porém, as apresentadas são as que melhor se identificam com o comportamento real da rede, pois no início da operação espera-se que não haja pacotes, tanto em transmissão através dos enlaces quanto nos buffers.

Como dito anteriormente, supor-se que o sistema entra em regime quando  $t \rightarrow \infty$  é impraticável. Na prática, alguns critérios de parada são pré-estabelecidos para interromper o procedimento iterativo e então declarar o estado estacionário alcançado. Estes critérios são baseados em comparações entre medidas que resumem a situação na qual se encontra o sistema em determinado instante de tempo. Pelo resultado das comparações, é possível avaliar se o estado estacionário foi alcançado ou não. Inicialmente, definamos as medidas envolvidas, para em seguida apresentarmos os critérios de convergência.

Denotemos por  $I^t$  o número médio de pacotes entrando na rede no instante  $t$ , ou seja, o número médio de pacotes que deixam as filas em  $t$ . Então,  $I^t$  é obtido multiplicando-se o número de nós ( $n^2$ ) pelo número médio de pacotes de cada nó que entram na rede em  $t$ . Explicitamente, temos que

$$I^t = n^2 \cdot \sum_{k=0}^2 k \cdot \Pr \{ \text{entrarem } k \text{ pacotes na rede em } t \}. \quad (\text{III.68})$$

Lembremos que, como a capacidade de transmissão de cada nó da MSN está limitada a 2 enlaces de saída e cada enlace pode transmitir apenas um pacote em cada segmento de tempo, o número máximo de pacotes que podem entrar na rede em um dado segmento é 2. Daí o limitante superior para a somatória na Eq. (III.68) ser igual a 2. Contudo, os algoritmos de roteamento de Maxemchuk impõem que apenas um novo pacote pode entrar na rede em cada segmento de tempo [12]. Logo,

$$\begin{aligned} I^t &= n^2 \cdot \Pr \{ \text{entrar um pacote na rede em } t \} \\ &= n^2 \cdot \Pr \left\{ \begin{array}{l} \text{haver em } t \text{ pacote disponível} \\ \text{na fila para transmissão} \end{array} \text{ , } \begin{array}{l} \text{haver em } t \text{ enlace de saída} \\ \text{disponível para transmissão} \end{array} \right\} \\ &= n^2 \cdot \Pr \left\{ \begin{array}{l} \text{haver em } t \text{ pacote disponível} \\ \text{na fila para transmissão} \end{array} \right\} \cdot \Pr \left\{ \begin{array}{l} \text{haver em } t \text{ enlace de saída} \\ \text{disponível para transmissão} \end{array} \right\} \\ &= n^2 \cdot [1 - (1 - g) \cdot \pi^t(0)] \cdot (Q_1^t + Q_2^t). \end{aligned} \quad (\text{III.69})$$

Substituindo as Eqs. (III.56) e (III.57) na Eq. (III.69), obtemos

$$I^t = n^2 \cdot [1 - (1 - g) \cdot \pi^t(0)].$$

$$\begin{aligned}
& \left\{ \begin{array}{l} [1 - r^t(0,0) - r^t(0,1)] \cdot [c^t(0,0) + c^t(1,0)] + \\ [r^t(0,0) + r^t(0,1)] \cdot [1 - c^t(0,0) - c^t(1,0)] + \\ [r^t(0,0) + r^t(0,1)] \cdot [c^t(0,0) + c^t(1,0)] \end{array} \right\} \\
= & n^2 \cdot [1 - (1-g) \cdot \pi^t(0)] \cdot \left\{ \begin{array}{l} [r^t(0,0) + r^t(0,1) + c^t(0,0) + c^t(1,0)] - \\ [r^t(0,0) + r^t(0,1)] \cdot [c^t(0,0) + c^t(1,0)] \end{array} \right\}. \quad (\text{III.70})
\end{aligned}$$

Seja  $O^t$  o número médio de pacotes deixando o sistema no instante  $t$ . Em outras palavras,  $O^t$  é o número médio de pacotes absorvidos pelos nós ou que chegam a seus destinos. Então, multiplicando-se novamente o numero de nós pela contribuição de cada nó, obtém-se

$$O^t = n^2 \cdot \sum_{k=1}^2 k \cdot \Pr \{ \text{saiem } k \text{ pacotes da rede em } t \}. \quad (\text{III.71})$$

Notemos agora que, como proposto por Maxemchuk, um nó pode absorver *dois* pacotes da rede em um dado segmento de tempo [10]. Portanto, utilizando a Eq. (III.49), temos

$$\begin{aligned}
O^t &= n^2 \cdot \left\{ \begin{array}{l} 1. \Pr \{ \text{absorção de apenas 1 pacote em } t \} + \\ 2. \Pr \{ \text{absorção de 2 pacotes em } t \} \end{array} \right\} \\
&= n^2 \cdot \left\{ \begin{array}{l} 1. \Pr \left\{ \begin{array}{l} \text{absorção de apenas 1 pacote} \\ \text{oriundo de enlace de linha em } t \\ \text{ou} \\ \text{absorção de apenas 1 pacote} \\ \text{oriundo de enlace de coluna em } t \end{array} \right\} + \\ 2. \Pr \left\{ \begin{array}{l} \text{absorção de 1 pacote} \\ \text{oriundo de enlace de linha em } t \\ \text{e} \\ \text{absorção de 1 pacote} \\ \text{oriundo de enlace de coluna em } t \end{array} \right\} \end{array} \right\} \\
&= n^2 \cdot \left\{ \begin{array}{l} 1. \Pr \{ X_{0,0}^t = ((0,0), (w,x)) \} + 1. \Pr \{ X_{0,0}^t = ((u,v), (0,0)) \} + \\ 2. \Pr \{ X_{0,0}^t = ((0,0), (0,0)) \} \end{array} \right\}
\end{aligned}$$

$$= n^2 \cdot \{x^t(0, 0, w, x) + x^t(u, v, 0, 0) + 2x^t(0, 0, 0, 0)\}, \quad (\text{III.72})$$

onde  $(u, v) \neq (0, 0)$  e  $(w, x) \neq (0, 0)$ . Das Eqs. (III.28), (III.26) e (III.27), vem

$$O^t = n^2 \cdot \left\{ \begin{array}{l} \Pr \{R_{0,n-1}^t = (0, 0), C_{n-1,0}^t \neq (0, 0)\} + \\ \Pr \{R_{0,n-1}^t \neq (0, 0), C_{n-1,0}^t = (0, 0)\} + \\ 2 \cdot \Pr \{R_{0,n-1}^t = (0, 0), C_{n-1,0}^t = (0, 0)\} \end{array} \right\}. \quad (\text{III.73})$$

Então, aplicando a suposição de independência, obtemos

$$\begin{aligned} O^t &= n^2 \cdot \left\{ \begin{array}{l} \Pr \{R_{0,n-1}^t = (0, 0)\} \cdot \Pr \{C_{n-1,0}^t \neq (0, 0)\} + \\ \Pr \{R_{0,n-1}^t \neq (0, 0)\} \cdot \Pr \{C_{n-1,0}^t = (0, 0)\} + \\ 2 \cdot \Pr \{R_{0,n-1}^t = (0, 0)\} \cdot \Pr \{C_{n-1,0}^t = (0, 0)\} \end{array} \right\} \\ &= n^2 \cdot \left\{ \begin{array}{l} \Pr \{R_{0,n-1}^t = (0, 0)\} \cdot [1 - \Pr \{C_{n-1,0}^t = (0, 0)\}] + \\ [1 - \Pr \{R_{0,n-1}^t = (0, 0)\}] \cdot \Pr \{C_{n-1,0}^t = (0, 0)\} + \\ 2 \cdot \Pr \{R_{0,n-1}^t = (0, 0)\} \cdot \Pr \{C_{n-1,0}^t = (0, 0)\} \end{array} \right\} \\ &= n^2 \cdot \{\Pr \{R_{0,n-1}^t = (0, 0)\} + \Pr \{C_{n-1,0}^t = (0, 0)\}\}. \end{aligned} \quad (\text{III.74})$$

Da suposição de isotropia e das Eqs. (II.2), (II.3), (III.47) e (III.48), enfim surge

$$\begin{aligned} O^t &= n^2 \cdot \{\Pr \{R_{0,0}^t = A_{0,n-1}(0, 0)\} + \Pr \{C_{0,0}^t = A_{n-1,0}(0, 0)\}\} \\ &= n^2 \cdot \{\Pr \{R_{0,0}^t = (0, 1)\} + \Pr \{C_{0,0}^t = (1, 0)\}\} \\ &= n^2 \cdot \{r^t(0, 1) + c^t(1, 0)\}. \end{aligned} \quad (\text{III.75})$$

Finalmente, tomemos  $B^t$  para denotar a terceira e última medida representativa da situação em que se encontra o sistema, o número médio de pacotes armazenados nas filas no instante  $t$ . Assim como  $I^t$  e  $O^t$ ,  $B^t$  também é obtido multiplicando-se o número de nós pela contribuição de cada nó. Portanto,

$$B^t = n^2 \cdot \sum_{k=0}^b k \cdot \Pr \{\text{haver } k \text{ pacotes na fila de um nó}\} \quad (\text{III.76})$$

$$= n^2 \cdot \sum_{k=0}^b k \cdot \pi^t(k). \quad (\text{III.77})$$

Imaginemos agora o sistema no estado estacionário. É fácil concluir que, nessa situação, o número de pacotes presentes na rede torna-se estável e, conseqüentemente, a disponibilidade de enlaces de saída para novos pacotes também. Dessa forma, não deve haver variação no número médio  $I^t$  de novos pacotes entrando na rede de um instante de tempo  $t$  para o instante consecutivo  $t + 1$ . Logicamente, isto implica que o número médio de pacotes absorvidos  $O^t$  deva ser igual a  $I^t$ , bem como que, obviamente,  $O^t$  não deva variar de  $t$  para  $t + 1$ , pois do contrário o número de pacotes presentes na rede manteria-se instável. Adicionalmente, dado que a taxa de geração de novos pacotes é constante e visto que  $I^t$  não deve variar, o tamanho médio das filas também deve se manter constante. Assim, o número total  $B^t$  de pacotes armazenados nos buffers deve permanecer inalterado. Evidentemente, estas conclusões são válidas apenas do ponto de vista teórico, quando  $t \rightarrow \infty$ . Na prática, todavia, o estado estacionário fica caracterizado quando as variações em  $I^t$ ,  $O^t$  e  $B^t$  forem pequenas o suficiente de  $t$  para  $t + 1$ . Sintetizando o que foi posto, podemos dizer que o sistema está no estado estacionário quando

$$I^t \simeq I^{t+1},$$

$$O^t \simeq O^{t+1},$$

$$I^{t+1} \simeq O^{t+1}$$

e

$$B^t \simeq B^{t+1}.$$

Como critérios de convergência para satisfazer estas condições, assumimos as seguintes desigualdades:

$$|I^t - I^{t+1}| < 10^{-3}, \quad (\text{III.78})$$

$$|O^t - O^{t+1}| < 10^{-3}, \quad (\text{III.79})$$

$$|I^{t+1} - O^{t+1}| < 10^{-3} \quad (\text{III.80})$$

e

$$|B^t - B^{t+1}| < 10^{-3}. \quad (\text{III.81})$$

Portanto, satisfeitas ao mesmo tempo as desigualdades contidas nas Eqs. (III.78), (III.79), (III.80) e (III.81) em um instante  $t_s$ , o procedimento iterativo pode ser interrompido e o estado estacionário declarado. Então, as distribuições estacionárias  $\bar{r}(i, j)$ ,  $\bar{c}(i, j)$  e  $\bar{\Pi}$  correspondem aquelas obtidas pelas Eqs. (III.54) e (III.65) para  $t_s$ , ou seja,

$$\begin{bmatrix} \bar{r}(i, j) \\ \bar{c}(i, j) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r^{t_s}(i, j) \\ c^{t_s}(i, j) \end{bmatrix} \quad (\text{III.82})$$

e

$$\bar{\Pi} = \Pi^{t_s}. \quad (\text{III.83})$$

Os valores de  $\bar{r}(i, j)$ ,  $\bar{c}(i, j)$  e  $\bar{\Pi}$  dados pelas Eqs. (III.82) e (III.83) definem completamente o comportamento probabilístico do sistema, rede e fila, no estado estacionário, pois representam as distribuições de probabilidades relativas aos enlaces e ao buffer de cada nó. Com o auxílio destas distribuições, muitas informações importantes relacionadas ao desempenho da MSN com filas podem ser extraídas, as quais são fundamentais para avaliarmos o ganho em desempenho com relação a MSN pura, como será visto no Capítulo IV.

Na próxima seção, com o intuito de tirar melhor proveito do uso de filas, mais especificamente da possibilidade de haver mais que um pacote disponível para ser introduzido na rede, propomos um novo algoritmo de roteamento para a MSN com filas. Espera-se que a MSN com filas e o novo algoritmo de roteamento, denominada QMSN, apresente desempenho superior com relação a proposta apresentada nessa seção.

## III.2 A QMSN

Como sabemos, com os algoritmos de roteamento de Maxemchuk, somente um pacote pode entrar na rede em cada segmento de tempo [12]. Isto se deve ao fato de que estes algoritmos foram propostos para a MSN convencional, sem filas. Neste caso, como cada nó pode gerar somente um novo pacote a cada segmento de tempo, sempre haverá no máximo um pacote disponível para entrar na rede. Assim, mesmo que os dois enlaces de saída de um dado nó estejam disponíveis, entrará

apenas um pacote na rede, se esse for gerado. Foi em sintonia com estes algoritmos que, na Seção III.1, propusemos o uso de filas na MSN. Todavia, ao introduzirmos uma fila em cada nó da MSN, não raramente haverá mais que um pacote na fila e, em consequência, mais que um pacote disponível para entrada na rede. Nessa situação, quando os dois enlaces de saída não forem requisitados por pacotes em trânsito, é plausível inserir dois novos pacotes na rede, visto que um melhor desempenho pode ser obtido. Intuitivamente, obteremos uma maior vazão, pois aumentará o número de pacotes na rede. Também, haverá menos pacotes armazenados no buffer e, conseqüentemente, menores serão o atraso médio e a probabilidade de perda de pacotes. Pensando dessa forma, nessa seção propomos o uso de filas na MSN operando sob um novo algoritmo de roteamento, o qual leva em conta a possibilidade da presença de mais que um pacote disponível para transmissão. Denominamos essa proposta de “*Queueing Manhattan Street Network*” ou *QMSN*. Inicialmente, descreveremos o novo algoritmo de roteamento. Em seqüência, apresentaremos o modelo matemático para o sistema de filas sujeito às novas regras de roteamento, bem como formularemos um modelo estatístico para aproximar a conduta real da QMSN, chamado *Modelo de Nó Único para a QMSN*. Por fim, concluindo esse capítulo, detalharemos a resolução desse modelo.

### **III.2.1 O Novo Algoritmo de Roteamento para a MSN**

A idéia básica do novo algoritmo de roteamento é preservar as principais características dos algoritmos de Maxemchuk, já que estes são os melhores para a MSN convencional [5], introduzindo algumas novas propriedades a fim de obtermos um algoritmo mais apropriado ao uso de filas. Mais precisamente, estas novas propriedades visam tirar melhor proveito da disponibilidade de pacotes proporcionada pelo uso de um buffer, permitindo a utilização de toda a capacidade de transmissão de cada nó quando for possível.

Inicialmente, relembremos sucintamente os algoritmos de Maxemchuk. Todos os algoritmos estão fundamentados em três regras básicas:

- Dois pacotes em trânsito têm igual prioridade na disputa por enlaces de saída.

- Um novo pacote tem menor prioridade que pacotes em trânsito na disputa por enlaces de saída, sendo descartado se necessário.
- Em caso de conflito, ou seja, se dois pacotes recebidos não apresentarem preferências por diferentes enlaces, uma regra de resolução de conflito local é invocada, assinalando os enlaces apropriados aos pacotes em contenda.

A diferença entre os algoritmos reside unicamente na regra de resolução de conflito utilizada. Portanto, podemos sumarizar os algoritmos de roteamento da seguinte maneira:

1. Para cada nó, são calculadas as preferências de roteamento dos pacotes recebidos, bem como do novo pacote, caso esse seja gerado.
2. Então, são assinalados os enlaces de saída a cada pacote obedecendo-se às três regras acima e a regra de resolução de conflito adotada.

Os algoritmos propostos por Maxemchuk são apresentados de maneira formal na Seção II.2.

Considerando a regra de resolução de conflito “random/defferring”, podemos destacar a ocorrência dos seguintes eventos e tomadas de decisão quando da execução do algoritmo de roteamento:

- $E_1$  Dois pacotes são recebidos para retransmissão: Qualquer novo pacote gerado será descartado, pois tem menor prioridade com respeito a pacotes em trânsito. Caso os pacotes recebidos tenham preferências por enlaces diferentes, ambos são roteados de acordo com suas preferências. Caso contrário, é invocada a regra de resolução de conflito.
- $E_2$  Apenas um pacote é recebido para retransmissão: O pacote em trânsito tem prioridade na escolha do enlace de saída, sendo roteado de acordo com sua preferência. Um novo pacote gerado será transmitido pelo enlace restante.
- $E_3$  Nenhum pacote é recebido para retransmissão: Um novo pacote gerado será transmitido de acordo com sua preferência.



Nossa proposta modifica a tomada de decisão relativa ao evento  $E3$  acima, possibilitando a entrada de dois pacotes na rede, se estes houverem. Demos início então a descrição de nosso algoritmo. Começamos dizendo que está fundamentado em quatro regras básicas, em vez das três relativas aos de Maxemchuk, a saber:

- Pacotes em trânsito têm mesma prioridade na disputa por enlaces de saída.
- Pacotes armazenados no buffer tem menor prioridade que pacotes em trânsito na disputa por enlaces de saída, sendo mantidos no buffer caso sua entrada na rede não seja possível.
- O pacote na cabeça da fila tem maior prioridade na disputa por enlaces de saída que o pacote na segunda posição.
- Em caso de conflito, é invocada a regra de resolução de conflito “random/defferring”, assinalando os enlaces apropriados aos pacotes em contenda.

Então, podemos resumir nosso algoritmo assim:

1. Para cada nó, são calculadas as preferências de roteamento dos pacotes recebidos e dos pacotes na primeira e segunda posição da fila, caso estes existam.
2. Em seguida, são assinalados enlaces de saída aos pacotes de acordo com as quatro regras acima.

Portanto, os eventos e tomadas de decisão correspondentes são os seguintes:

- $E'_1$  Dois pacotes são recebidos para retransmissão: Pacotes armazenados no buffer são mantidos no buffer, pois têm menor prioridade com respeito a pacotes em trânsito. Caso os pacotes recebidos tenham preferências por diferentes enlaces, são roteados de acordo com suas preferências. Caso contrário, é invocada a regra “random/defferring”.
- $E'_2$  Apenas um pacote é recebido para retransmissão: O pacote em trânsito tem prioridade, sendo roteado de acordo com sua preferência. O pacote na cabeça da fila, se existir,

será transmitido pelo enlace restante.

$E'_3$  Nenhum pacote é recebido para retransmissão: Se houver pacote na cabeça da fila, esse tem prioridade, sendo roteado de acordo com sua preferência. O pacote na segunda posição da fila, se existir, será transmitido pelo enlace restante.

Estes eventos sintetizam o novo algoritmo de roteamento. A seguir, apresentaremos na íntegra o algoritmo para um nó  $(i, j)$ . Para tornar a apresentação mais sintética, adotemos as seguintes notações:

- PEEL: Pacote recebido pelo enlace de entrada de linha;
- PEEC: Pacote recebido pelo enlace de entrada de coluna;
- PPPF: Pacote na primeira posição da fila;
- PSPF: Pacote na segunda posição da fila;
- EEL: Enlace de entrada de linha;
- EEC: Enlace de entrada de coluna;
- ESL: Enlace de saída de linha;
- ESC: Enlace de saída de coluna.

### **Algoritmo de Roteamento:**

1. **SE**  $(i, j)$  receber através de seu EEL um pacote para roteamento
  - 1.1. **SE**  $(i, j)$  receber através de seu EEC um pacote para roteamento
    - Executa sub-algoritmo 1;*
  - 1.2. **SE NÃO**

*Executa sub-algoritmo 2;*

## **2. SE NÃO**

**2.1. SE**  $(i, j)$  receber através de seu EEC um pacote para roteamento

*Executa sub-algoritmo 3;*

**2.2. SE NÃO**

*Executa sub-algoritmo 4;*

### **Sub-algoritmo 1:**

**1. SE** PEEL tem preferência de roteamento “row”

**1.1. SE** PEEC tem preferência de roteamento “column”

*PEEL é emitido pelo ESL e PEEC pelo ESC;*

**1.2. SE NÃO**

**1.2.1. SE** PEEC tem preferência de roteamento “row”;

*Escolha aleatória equiprovável determina os enlaces para PEEL e PEEC;*

**1.2.2. SE NÃO**

*PEEL é emitido pelo ESL e PEEC pelo enlace restante (ESC);*

## **2. SE NÃO**

**2.1. SE** PEEL tem preferência de roteamento “column”

**2.1.1. SE** PEEC tem preferência de roteamento “row”

*PEEL é emitido pelo ESC e PEEC pelo ESL;*

**2.1.2. SE NÃO**

**2.1.2.1. SE** PEEC tem preferência de roteamento “column”

*Escolha aleatória equiprovável determina os enlaces para PEEL e PEEC;*

**2.1.2.2. SE NÃO**

*PEEL é emitido pelo ESC e PEEC pelo enlace restante (ESL);*

**2.2. SE NÃO**

**2.2.1. SE** PEEC tem preferência de roteamento “row”

*PEEC é emitido pelo ESL e PEEL pelo enlace restante (ESC);*

**2.2.2. SE NÃO**

**2.2.2.1. SE** PEEC tem preferência de roteamento “column”

*PEEC é emitido pelo ESC e PEEL pelo enlace restante (ESL);*

**2.2.2.2. SE NÃO**

*Escolha aleatória equiprovável determina os enlaces para PEEL e PEEC;*

**Sub-algoritmo 2:**

**1. SE** PEEL tem preferência de roteamento “row”

*PEEL é emitido pelo ESL;*

**1.1. SE** houver PPPF

*PPPF é emitido pelo enlace restante (ESC);*

## **2. SE NÃO**

### **2.1. SE PEEL tem preferência de roteamento “column”**

*PEEL é emitido pelo ESC;*

#### **2.1.1. SE houver PPPF**

*PPPF é emitido pelo enlace restante (ESL);*

### **2.2. SE NÃO**

#### **2.2.1. SE houver PPPF**

##### **2.2.1.1. SE PPPF tem preferência de roteamento “row”**

*PPPF é emitido pelo ESL e PEEL pelo enlace restante (ESC);*

##### **2.2.1.2. SE NÃO**

###### **2.2.1.2.1. SE PPPF tem preferência de roteamento “column”**

*PPPF é emitido pelo ESC e PEEL pelo enlace restante (ESL);*

###### **2.2.1.2.2. SE NÃO**

*Escolha aleatória equiprovável determina os enlaces para PPPF e PEEL;*

### **2.2.2. SE NÃO**

*Escolha aleatória equiprovável determina o enlace para PEEL;*

## **Sub-algoritmo 3:**

### **1. SE PEEC tem preferência de roteamento “row”**

*PEEC é emitido pelo ESL;*

**1.1. SE** houver PPPF

*PPPF é emitido pelo enlace restante (ESC);*

**2. SE NÃO**

**2.1 SE** PEEC tem preferência de roteamento “column”

*PEEC é emitido pelo ESC;*

**2.1.2. SE** houver PPPF

*PPPF é emitido pelo enlace restante (ESL);*

**2.2. SE NÃO**

**2.2.1. SE** houver PPPF

**2.2.1.1. SE** PPPF tem preferência de roteamento “row”

*PPPF é emitido pelo ESL e PEEC pelo enlace restante (ESC);*

**2.2.1.2. SE NÃO**

**2.2.1.2.1. SE** PPPF tem preferência de roteamento “column”

*PPPF é emitido pelo ESC e PEEC pelo enlace restante (ESL);*

**2.2.1.2.2. SE NÃO**

*Escolha aleatória equiprovável determina os enlaces para PPPF e PEEC;*

**2.2.2. SE NÃO**

*Escolha aleatória equiprovável determina o enlace para PEEC;*

**Sub-algoritmo 4:**

**1. SE houver PPPF**

**1.1. SE PPPF tem preferência de roteamento “row”**

*PPPF é emitido pelo ESL;*

**1.1.1. SE houver PSPF**

*PSPF é emitido pelo enlace restante (ESC);*

**1.2. SE NÃO**

**1.2.1. SE PPPF tem preferência de roteamento “column”**

*PPPF é emitido pelo ESC;*

**1.2.1.1. SE houver PSPF**

*PSPF é emitido pelo enlace restante (ESL);*

**1.2.2. SE NÃO**

**1.2.2.1. SE houver PSPF**

**1.2.2.1.1. SE PSPF tem preferência de roteamento “row”**

*PSPF é emitido pelo ESL e PPPF pelo enlace restante (ESC);*

**1.2.2.1.2. SE NÃO**

**1.2.2.1.2.1. SE PSPF tem preferência de roteamento “column”**

*PSPF é emitido pelo ESC e PPPF pelo enlace restante (ESL);*

**1.2.2.1.2.2. SE NÃO**

*Escolha aleatória equiprovável determina os enlaces para PSPF e PPPF;*

**1.2.2.2. SE NÃO**

*Escolha aleatória equiprovável determina o enlace para PPPF;*

Conclu' da a defini'ção do novo algoritmo de roteamento, fica caracterizada uma rede que corresponde à Manhattan Street Network dotada com filas e as novas regras de roteamento. Batizamos essa variante da MSN de "Queueing Manhattan Street Network" ou QMSN. Na pr'xima subse'ção, introduziremos um modelo matemático para sustentar a análise do sistema de filas da nova rede.

### III.2.2 Modelo Matemático para o Sistema de Filas da QMSN

Ao modificarmos as regras segundo as quais pacotes deixam as filas e entram na rede, a taxa de entrada de pacotes na rede é alterada e, conseqüentemente, as distribui'ções de probabilidades relativas às filas em cada nó também. Assim, conclu'imos que o algoritmo de roteamento exerce forte influênci'a no comportamento do sistema de filas da MSN. Portanto, para representar matematicamente o sistema de filas sujeito ao novo algoritmo de roteamento proposto, impõe-se a formula'ção de um novo modelo.

A influênci'a do algoritmo no sistema de filas está sintetizada na matriz de transi'ção de probabilidades  $P_{i,j}^t$ , que leva  $\Pi_{i,j}^t$  a  $\Pi_{i,j}^{t+1}$ . Dessa forma, na constru'ção do novo modelo matemático para o sistema de filas necessitamos apenas explicitar os elementos da matriz  $P_{i,j}^t$  relativa ao novo algoritmo de roteamento. As demais equaç'ões para o modelo apresentadas na Se'ção III.1.1 continuam válidas.

A Fig. 7 mostra o diagrama de transi'ção de estados relativo ao número de pacotes em uma fila de tamanho infinito, considerando-se o novo algoritmo de roteamento. Notamos agora, além de  $A_{i,j;0}^t$ ,  $A_{i,j;+1}^t$ ,  $B_{i,j;-1}^t$ ,  $B_{i,j;0}^t$  e  $B_{i,j;+1}^t$ , as probabilidades de transi'ção de estados  $C_{i,j;-2}^t$ ,  $C_{i,j;-1}^t$ ,  $C_{i,j;0}^t$  e  $C_{i,j;+1}^t$ , pois nesse caso dois pacotes podem deixar o buffer em um mesmo segmento de tempo. Portanto, temos que as entradas  $p_{i,j}^t(k0, k1)$  de  $P_{i,j}^t$  são nulas, a exce'ção de

$$p_{i,j}^t(0, 0) = A_{i,j;0}^t, \quad (\text{III.84})$$

$$p_{i,j}^t(0, 1) = A_{i,j;+1}^t, \quad (\text{III.85})$$

$$p_{i,j}^t(1, 0) = B_{i,j;-1}^t, \quad (\text{III.86})$$

$$p_{i,j}^t(1, 1) = B_{i,j;0}^t, \quad (\text{III.87})$$

$$p_{i,j}^t(1, 2) = B_{i,j;+1}^t, \quad (\text{III.88})$$

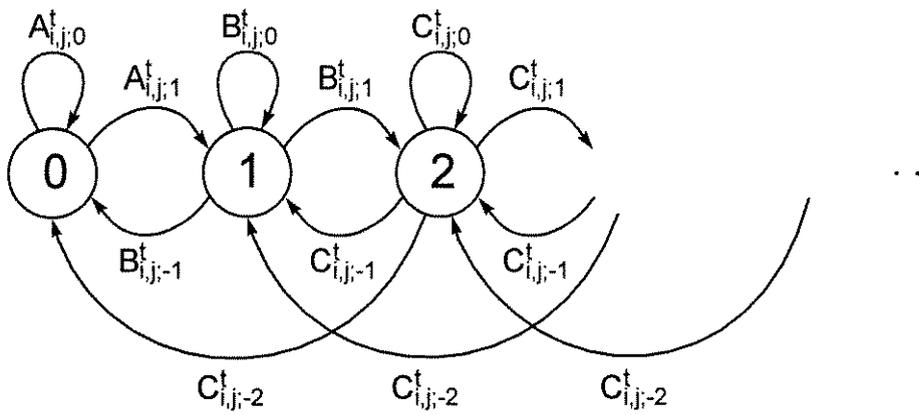


Figura 7: Diagrama de estados relativo a distribuição do número de pacotes no buffer do nó  $(i, j)$  no instante  $t$ , considerando fila de tamanho infinito e novo algoritmo de roteamento.

$$p_{i,j}^t(2,0) = p_{i,j}^t(3,1) = \dots = p_{i,j}^t(k, k-2) = \dots = C_{i,j;-2}^t, \quad (\text{III.89})$$

$$p_{i,j}^t(2,1) = p_{i,j}^t(3,2) = \dots = p_{i,j}^t(k, k-1) = \dots = C_{i,j;-1}^t, \quad (\text{III.90})$$

$$p_{i,j}^t(2,2) = p_{i,j}^t(3,3) = \dots = p_{i,j}^t(k, k) = \dots = C_{i,j;0}^t, \quad (\text{III.91})$$

e

$$p_{i,j}^t(1,2) = p_{i,j}^t(2,3) = \dots = p_{i,j}^t(k, k+1) = \dots = C_{i,j;+1}^t. \quad (\text{III.92})$$

Logo, as matrizes de transição de probabilidades para o novo algoritmo de roteamento apresentam um padrão similar a

$$P_{i,j}^t = \begin{bmatrix} A_{i,j;0}^t & A_{i,j;+1}^t & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ B_{i,j;-1}^t & B_{i,j;0}^t & B_{i,j;+1}^t & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ C_{i,j;-2}^t & C_{i,j;-1}^t & C_{i,j;0}^t & C_{i,j;+1}^t & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & C_{i,j;-2}^t & C_{i,j;-1}^t & C_{i,j;0}^t & C_{i,j;+1}^t & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & C_{i,j;-2}^t & C_{i,j;-1}^t & C_{i,j;0}^t & C_{i,j;+1}^t & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots \end{bmatrix}. \quad (\text{III.93})$$

Explicitemos os elementos de  $P_{i,j}^t$  em função de  $Q_{i,j;0}^t$ ,  $Q_{i,j;0}^t$  e  $Q_{i,j;0}^t$ , similarmente a Seção III.1.1.

Sendo assim,

$$\begin{aligned} A_{i,j;0}^t &= (1-g) + g.(1 - Q_{i,j;0}^t) \\ &= 1 - g.Q_{i,j;0}^t, \end{aligned} \quad (\text{III.94})$$

$$\begin{aligned} A_{i,j;+1}^t &= 1 - A_{i,j;0}^t \\ &= g.Q_{i,j;0}^t, \end{aligned} \quad (\text{III.95})$$

$$B_{i,j;-1}^t = (1-g).(1 - Q_{i,j;0}^t), \quad (\text{III.96})$$

$$\begin{aligned} B_{i,j;0}^t &= (1-g).Q_{i,j;0}^t + g.(Q_{i,j;1}^t + Q_{i,j;2}^t) \\ &= (1-g).Q_{i,j;0}^t + g.(1 - Q_{i,j;0}^t), \end{aligned} \quad (\text{III.97})$$

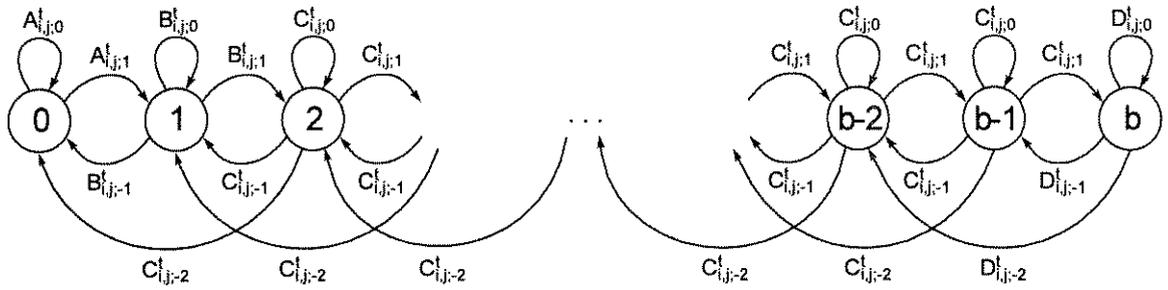


Figura 8: Diagrama de estados relativo a distribuição do número de pacotes no buffer do nó  $(i, j)$  no instante  $t$ , considerando fila de tamanho finito  $b$  e novo algoritmo de roteamento.

$$\begin{aligned} B_{i,j;+1}^t &= A_{i,j;+1}^t \\ &= g \cdot Q_{i,j;0}^t, \end{aligned} \quad (\text{III.98})$$

$$C_{i,j;-2}^t = (1 - g) \cdot Q_{i,j;2}^t, \quad (\text{III.99})$$

$$C_{i,j;-1}^t = (1 - g) \cdot Q_{i,j;1}^t + g \cdot Q_{i,j;2}^t, \quad (\text{III.100})$$

$$C_{i,j;0}^t = (1 - g) \cdot Q_{i,j;0}^t + g \cdot Q_{i,j;1}^t, \quad (\text{III.101})$$

e

$$\begin{aligned} C_{i,j;+1}^t &= B_{i,j;+1}^t \\ &= g \cdot Q_{i,j;0}^t. \end{aligned} \quad (\text{III.102})$$

Consideremos a realidade de filas de tamanho finito  $b$ . Então, o diagrama de transição de estados relativo ao número de pacotes no buffer torna-se aquele apresentado na Fig. 8. Observemos que para o estado  $b$  as probabilidades de transição correspondem a

$$\begin{aligned} D_{i,j;0}^t &= C_{i,j;0}^t + C_{i,j;+1}^t \\ &= Q_{i,j;0}^t + g \cdot Q_{i,j;1}^t, \end{aligned} \quad (\text{III.103})$$

$$\begin{aligned} D_{i,j;-1}^t &= C_{i,j;-1}^t \\ &= (1 - g) \cdot Q_{i,j;1}^t + g \cdot Q_{i,j;2}^t \end{aligned} \quad (\text{III.104})$$

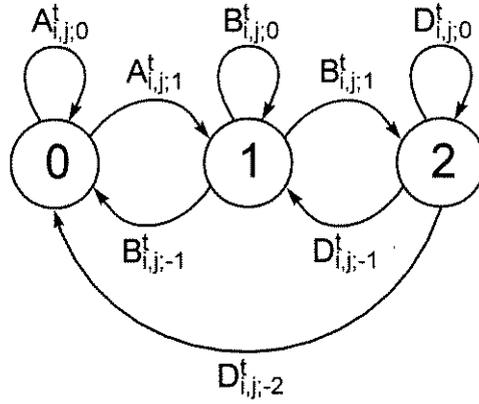


Figura 9: Diagrama de estados para o caso particular onde  $b = 2$ .

e

$$\begin{aligned}
 D_{i,j;-2}^t &= B_{i,j;-2}^t \\
 &= (1-g) \cdot Q_{i,j;2}^t,
 \end{aligned} \tag{III.105}$$

pois não pode haver incremento no número de pacotes no buffer quando o mesmo está cheio. Portanto, as matrizes de transição de probabilidades para o caso de buffers de tamanho  $b$  são matrizes de ordem  $b + 1$ , dadas por

$$P_{i,j}^t = \begin{bmatrix}
 A_{i,j;0}^t & A_{i,j;+1}^t & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\
 B_{i,j;-1}^t & B_{i,j;0}^t & B_{i,j;+1}^t & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\
 C_{i,j;-2}^t & C_{i,j;-1}^t & C_{i,j;0}^t & C_{i,j;+1}^t & 0 & 0 & \dots & 0 \\
 0 & C_{i,j;-2}^t & C_{i,j;-1}^t & C_{i,j;0}^t & C_{i,j;+1}^t & 0 & \dots & 0 \\
 \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & \dots & C_{i,j;-2}^t & C_{i,j;-1}^t & C_{i,j;0}^t & C_{i,j;+1}^t \\
 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & D_{i,j;-2}^t & D_{i,j;-1}^t & D_{i,j;0}^t
 \end{bmatrix}. \tag{III.106}$$

Destaquemos a situação particular na qual temos um buffer de tamanho 2, cujo diagrama de

estados é mostrado na Fig. 9. Nessa situação, a matriz  $P_{i,j}^t$  toma a forma

$$P_{i,j}^t = \begin{bmatrix} A_{i,j;0}^t & A_{i,j;+1}^t & 0 \\ B_{i,j;-1}^t & B_{i,j;0}^t & B_{i,j;+1}^t \\ D_{i,j;-2}^t & D_{i,j;-1}^t & D_{i,j;0}^t \end{bmatrix}. \quad (\text{III.107})$$

Ressaltemos o fato de que não há sentido em aplicarmos o novo algoritmo de roteamento a uma MSN utilizando buffer de tamanho 1. Em virtude disto, não iremos considerar essa situação particular.

Na próxima subseção formularemos o Modelo de Nó Único com Fila para a QMSN. Através desse modelo, podemos obter os valores de  $Q_{i,j;0}^t$ ,  $Q_{i,j;1}^t$  e  $Q_{i,j;2}^t$  e, conseqüentemente, a matriz  $P_{i,j}^t$ .

### III.2.3 Modelo de Nó Único para a QMSN

A maioria das notações, suposições e resultados contidos na Seção III.1.2, podem ser mantidos para essa subseção. Sendo assim, para não sermos redundantes, redefiniremos somente o necessário. Então, seja

$$H_{i,j}^t = ((y, z), (y', z')) \quad (\text{III.108})$$

os pacotes  $(y, z)$  e  $(y', z')$ , presentes na primeira e segunda posição da fila do nó  $(i, j)$ , respectivamente, no instante  $t$ . Adicionalmente, consideremos

$$h^t(y, z, y', z') = \Pr \{H_{0,0}^t = ((y, z), (y', z'))\} \quad (\text{III.109})$$

como a probabilidade do nó  $(0, 0)$  possuir os pacotes  $(y, z)$  e  $(y', z')$  na primeira e segunda posição

de sua fila, no instante  $t$ . Logo,

$$h^t(y, z, y', z') = \left\{ \begin{array}{l} \Pr \left\{ \begin{array}{l} \text{fila estar vazia} \\ \text{e não ser gerado} \\ \text{novo pacote} \end{array} \right\}, \quad \begin{array}{l} \text{se } (y, z) = (0, 0) \\ \text{e } (y', z') = (0, 0); \end{array} \\ \Pr \left\{ \begin{array}{l} \text{não haver pacote na} \\ \text{cabeça da fila e haver} \\ \text{pacote } (y', z') \text{ na 2}^{\text{a}} \\ \text{posição (impossível!)} \end{array} \right\}, \quad \begin{array}{l} \text{se } (y, z) = (0, 0) \\ \text{e } (y', z') \neq (0, 0); \end{array} \\ \Pr \left\{ \begin{array}{l} \text{haver apenas um} \\ \text{pacote } (y, z) \text{ na fila ou} \\ \text{fila estar vazia e ser} \\ \text{gerado novo pacote } (y, z) \end{array} \right\}, \quad \begin{array}{l} \text{se } (y, z) \neq (0, 0) \\ \text{e } (y', z') = (0, 0); \end{array} \\ \Pr \left\{ \begin{array}{l} \text{haver pacote } (y, z) \text{ na} \\ \text{cabeça e pacote } (y', z') \\ \text{na 2}^{\text{a}} \text{ posição da fila} \end{array} \right\}, \quad \begin{array}{l} \text{se } (y, z) \neq (0, 0) \\ \text{e } (y', z') \neq (0, 0). \end{array} \end{array} \right. \quad (\text{III.110})$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} (1-g) \cdot \pi^t(0), \quad \text{se } (y, z) = (0, 0) \text{ e } (y', z') = (0, 0); \\ 0, \quad \text{se } (y, z) = (0, 0) \text{ e } (y', z') \neq (0, 0); \\ \frac{(1-g) \cdot \pi^t(1) + g \cdot \pi^t(0)}{n^2 - 1}, \quad \text{se } (y, z) \neq (0, 0) \text{ e } (y', z') = (0, 0); \\ \frac{1 - [\pi^t(0) + (1-g) \cdot \pi^t(1)]}{(n^2 - 1)^2}, \quad \text{se } (y, z) \neq (0, 0) \text{ e } (y', z') \neq (0, 0). \end{array} \right. \quad (\text{III.111})$$

Assim como a matriz  $P^t$ , o vetores  $L_{i,j}$  resumem toda a informação a respeito do algoritmo de roteamento utilizado. Então, redefinamos  $L_{i,j}$  como

$$L_{i,j}(u, v, w, x, y, z, y', z') = \left[ \begin{array}{l} \Pr \left\{ R_{0,0}^{t+1} = (i, j) \mid \left[ \begin{array}{l} X_{0,0}^t = (u, v, w, x), \\ H_{0,0}^t = ((y, z), (y', z')) \end{array} \right] \right\} \\ \Pr \left\{ C_{0,0}^{t+1} = (i, j) \mid \left[ \begin{array}{l} X_{0,0}^t = (u, v, w, x), \\ H_{0,0}^t = ((y, z), (y', z')) \end{array} \right] \right\} \end{array} \right]. \quad (\text{III.112})$$

Com a definição de  $L_{i,j}(u, v, w, x, y, z, y', z')$ , podemos deduzir o vetor contendo  $r^{t+1}(i, j)$  e  $c^{t+1}(i, j)$ ,

de maneira semelhante àquela utilizada na Seção III.1.2. Fazendo isto, obtemos

$$\begin{bmatrix} r^{t+1}(i, j) \\ c^{t+1}(i, j) \end{bmatrix} = \sum_{u,v,w,x,y,z,y',z'=0}^{n-1} L_{i,j}(u, v, w, x, y, z, y', z') \cdot \begin{matrix} r^t(A_{0,n-1}(u, v)) \\ c^t(A_{n-1,0}(w, x)) \cdot h^t(y, z, y', z') \end{matrix}. \quad (\text{III.113})$$

De posse de  $r^{t+1}(i, j)$  e  $c^{t+1}(i, j)$ , obtém-se as distribuições  $Q_0^t$ ,  $Q_1^t$  e  $Q_2^t$  e, em consequência, a matriz  $P^t$ . Para isto, utiliza-se as equações correspondentes apresentadas na Seção III.1.2, que aqui continuam válidas. Definida completamente a matriz  $P^t$ , da mesma forma que com o Modelo de Nó Único com Fila para a MSN, obtemos  $\Pi^{t+1}$  pela equação

$$\Pi^{t+1} = \Pi^t \cdot P^t, \quad (\text{III.114})$$

a qual, juntamente com a Eq. (III.113), sintetiza o Modelo de Nó Único para a QMSN.

Resolvemos então o sistema trilinear de equações diferença dado pelas Eqs. (III.113) e (III.114) para obtermos as distribuições estacionárias  $\bar{r}(i, j)$ ,  $\bar{c}(i, j)$  e  $\bar{\Pi}$ . A resolução do sistema é detalhada na próxima subseção.

### III.2.4 Resolução do Modelo

A resolução do Modelo de Nó Único para a QMSN é idêntica à do Modelo de Nó Único com Fila para a MSN, apresentada na Seção III.1.3. São as mesmas as condições iniciais e critérios de parada. Há que se redefinir apenas  $I^t$ , já que o novo algoritmo de roteamento permite que dois pacotes entrem na rede em um mesmo segmento de tempo. Fazemos isto então.

$$I^t = n^2 \cdot \sum_{k=1}^2 k \cdot \Pr \{ \text{entrarem } k \text{ pacotes na rede em } t \} \quad (\text{III.115})$$

$$= n^2 \cdot \left\{ \begin{matrix} \Pr \{ \text{entrar um pacote na rede em } t \} + \\ 2 \cdot \Pr \{ \text{entrar dois pacotes na rede em } t \} \end{matrix} \right\} \quad (\text{III.116})$$

$$\begin{aligned}
&= n^2 \cdot \left( \begin{array}{l} \Pr \left\{ \begin{array}{l} \text{haver em } t \text{ pacote} \\ \text{disponível na fila} \\ \text{para transmissão} \end{array} \right\} \cdot \Pr \left\{ \begin{array}{l} \text{haver em } t \text{ apenas um} \\ \text{enlace de saída disponível} \\ \text{para transmissão} \end{array} \right\} + \\ \Pr \left\{ \begin{array}{l} \text{haver em } t \text{ apenas um} \\ \text{pacote disponível na} \\ \text{fila para transmissão} \end{array} \right\} \cdot \Pr \left\{ \begin{array}{l} \text{haver em } t \text{ dois enlaces} \\ \text{de saída disponíveis} \\ \text{para transmissão} \end{array} \right\} + \\ 2 \cdot \left[ \Pr \left\{ \begin{array}{l} \text{haver em } t \text{ dois ou} \\ \text{mais pacotes na fila} \end{array} \right\} \cdot \Pr \left\{ \begin{array}{l} \text{haver em } t \text{ dois enlaces} \\ \text{de saída disponíveis} \\ \text{para transmissão} \end{array} \right\} \right] \end{array} \right) \\
&= n^2 \cdot \left\{ [1 - (1 - g) \cdot \pi(0)] \cdot Q_1^t + [2 - (2 - g) \cdot \pi(0) - (1 - g) \cdot \pi(1)] Q_2^t \right\}. \quad (\text{III.117})
\end{aligned}$$

Explicitada a resolução do modelo, concluímos a apresentação da QMSN. Com isso encerramos esse capítulo. No capítulo seguinte, procederemos a análise de desempenho das propostas aqui apresentadas.

# IV

## Análise de Desempenho

Concluídas as propostas para incrementar o desempenho da Manhattan Street Network, apresentadas no Capítulo III, procederemos nesse capítulo à análise de desempenho relativa a cada uma delas. Inicialmente, derivaremos algumas expressões para as estatísticas de desempenho que utilizaremos em nossa análise. Em seguida, encontraremos alguns limitantes para o desempenho das redes do tipo MSN. Após, analisaremos a perda de pacotes na MSN pura, na MSN com filas e na QMSN. Finalmente, serão apresentados os resultados dos experimentos realizados, concluindo assim a análise de desempenho.

### IV.1 Estatísticas de Desempenho

O desempenho de uma rede de comunicação em geral é avaliado através de algumas estatísticas ou medidas. Essas estatísticas são úteis para efetuar comparações entre diferentes tipos de redes, bem como na escolha da rede mais adequada para atender a uma determinada especificação de desempenho. Algumas estatísticas comumente empregadas são utilização de enlace, vazão média e atraso médio. Nessa seção, derivaremos as expressões relativas a essas estatísticas baseando-nos no Modelo de Nó Único com Fila para a MSN e no Modelo de Nó Único para a QMSN, apresentados no capítulo anterior. Em outras palavras, utilizaremos as distribuições estacionárias  $\bar{r}(i, j)$ ,  $\bar{c}(i, j)$  e  $\bar{\Pi}$  para obtermos as estatísticas de desempenho relativas a cada uma das propostas apresentadas no Capítulo III.

Consideremos a probabilidade de um nó não emitir um pacote pelo seu enlace de saída de linha, ou seja,  $\bar{r}(0, 0)$ . Obviamente, a probabilidade de emissão de um pacote pelo referido enlace é dada

por  $1 - \bar{r}(0, 0)$ . Lembremos que para todos os algoritmos de roteamento utilizados, cada nó pode transmitir apenas um pacote através de cada um de seus enlaces em um dado segmento de tempo. Assim,  $1 - \bar{r}(0, 0)$  também corresponde ao número médio de pacotes em cada enlace de linha da rede, chamado *utilização média de enlace de linha*  $\bar{l}_r$ . Explicitamente,

$$\bar{l}_r = 1 - \bar{r}(0, 0). \quad (\text{IV.1})$$

O mesmo raciocínio é utilizado para obtermos a *utilização média de enlace de coluna*  $\bar{l}_c$  como

$$\bar{l}_c = 1 - \bar{c}(0, 0). \quad (\text{IV.2})$$

Seja  $\bar{l}$  a *utilização média de enlace*, dada pela média aritmética entre as utilizações médias dos enlaces de linha e de coluna. Então,

$$\bar{l} = \frac{\bar{l}_r + \bar{l}_c}{2} \quad (\text{IV.3})$$

$$= 1 - \frac{\bar{r}(0, 0) + \bar{c}(0, 0)}{2}. \quad (\text{IV.4})$$

Com base na definição de  $\bar{l}$ , é fácil concluir que o *número médio total*  $\bar{N}_l$  *de pacotes em transmissão através dos enlaces da rede* corresponde a

$$\bar{N}_l = 2 \cdot n^2 \cdot \bar{l} \quad (\text{IV.5})$$

$$= n^2 \cdot [2 - \bar{r}(0, 0) - \bar{c}(0, 0)], \quad (\text{IV.6})$$

onde  $2 \cdot n^2$  é o número total de enlaces em uma MSN  $n \times n$ . Consideremos o número médio de pacotes armazenados nos buffers, denotado por  $\bar{B}$ . Pela Eq. (III.77), temos que

$$\bar{B} = n^2 \cdot \sum_{k=1}^b \bar{\pi}(k) \cdot k. \quad (\text{IV.7})$$

Portanto, o *número médio*  $\bar{N}$  *de pacotes no sistema*, a MSN com filas no estado estacionário, corresponde à soma do número de pacotes em transmissão nos enlaces com o número médio de pacotes nas filas, ou seja,  $\bar{N}$  é dado por

$$\bar{N} = \bar{N}_l + \bar{B} \quad (\text{IV.8})$$

$$= n^2 \cdot \left[ 2 - \bar{r}(0, 0) - \bar{c}(0, 0) + \sum_{k=1}^b \bar{\pi}(k) \cdot k \right]. \quad (\text{IV.9})$$

Sejam as probabilidades de determinado nó absorver um pacote por cada um de seus enlaces de entrada em um dado segmento de tempo, dadas por  $\bar{r}(0, 1)$  e  $\bar{c}(1, 0)$  para os enlaces de linha e de coluna, respectivamente. Como cada nó pode receber apenas um pacote por cada um de seus enlaces de entrada em cada segmento de tempo, o *número médio de pacotes absorvidos por um nó* da rede no estado estacionário é dado por

$$\bar{\lambda}_n = \bar{r}(0, 1) + \bar{c}(1, 0). \quad (\text{IV.10})$$

Consequentemente, a *vazão  $\bar{\lambda}$  no estado estacionário*, considerando-a como o número médio de pacotes que deixam o sistema em um dado segmento de tempo, é dada por

$$\bar{\lambda} = n^2 \cdot \bar{\lambda}_n \quad (\text{IV.11})$$

$$= n^2 \cdot [\bar{r}(0, 1) + \bar{c}(1, 0)]. \quad (\text{IV.12})$$

Finalmente, pelo Teorema de Little [13], o *atraso no estado estacionário* é obtido por

$$\bar{D} = \frac{\bar{N}}{\bar{\lambda}} \quad (\text{IV.13})$$

$$= \frac{2 - \bar{r}(0, 0) - \bar{c}(0, 0) + \sum_{k=1}^b \bar{\pi}(k) \cdot k}{\bar{r}(0, 1) + \bar{c}(1, 0)}. \quad (\text{IV.14})$$

Com a definição de atraso no estado estacionário, concluímos a apresentação das estatísticas de desempenho que utilizaremos para procedermos à análise da MSN com filas e da QMSN. Na próxima seção, encontraremos alguns limites de desempenho para redes do tipo MSN.

## IV.2 Limites de Desempenho

Para todas as redes, é possível a modificação de algumas características e ajustes de forma que um melhor desempenho possa ser obtido. Por exemplo, no Capítulo III propusemos um novo algoritmo de roteamento para a MSN visando um ganho em desempenho. Todavia, há limites para esse ganho, ou seja, existem valores para as estatísticas de desempenho que não podem ser suplantados. Esses valores são determinados por características, como topologia, que são intrínsecas ao tipo de rede e

que portanto não podem ser modificadas, caso contrário a rede ficaria descaracterizada. Essa seção é dedicada à análise dos limitantes para estatísticas de desempenho relativas à Manhattan Street Network.

Consideremos o atraso médio  $\bar{D}$  dos pacotes na MSN, ou seja, o número médio de segmentos de tempo necessários para um pacote chegar ao seu destino. Greenberg e Goodman demonstraram que  $\bar{D}$  possui um limite inferior [3], dado por,

$$\bar{D} \geq n/2, \quad (\text{IV.15})$$

onde  $n$  é a ordem da rede.

Recordemos que cada enlace de saída de cada nó pode transmitir apenas um pacote em cada segmento de tempo [10]. Logo, o número médio  $\bar{N}$  de pacotes na MSN é limitado superiormente pelo número de enlaces na rede, ou seja,

$$\bar{N} \leq 2.n^2. \quad (\text{IV.16})$$

Consideremos o teorema de Little [13], segundo o qual a vazão  $\bar{\lambda}$  no estado estacionário é dada por

$$\bar{\lambda} = \frac{\bar{N}}{\bar{D}}. \quad (\text{IV.17})$$

Então, observando as Eqs. (IV.15) e (IV.16), concluímos que  $\bar{\lambda}$  é limitado superiormente por

$$\bar{\lambda} \leq 4.n. \quad (\text{IV.18})$$

Definamos a capacidade da rede  $C$  como a vazão máxima no estado estacionário possível de ser obtida para a MSN. Mais precisamente, definimos explicitamente capacidade da rede como

$$C = \max_{r \in \mathfrak{R}} \{\bar{\lambda}\}, \quad (\text{IV.19})$$

onde  $\mathfrak{R}$  é o conjunto de todos os possíveis algoritmos de roteamento. É importante notar que embora a capacidade da rede corresponda à máxima vazão, isso não significa que  $C$  seja igual ao limitante superior  $4.n$ , como poderia ser erroneamente concluído observando-se a Eq. (IV.18). Na realidade,

ocorre que existe um algoritmo  $r_m$  no conjunto  $\mathfrak{R}$  que proporciona a maior vazão quando comparado a todos os outros do mesmo conjunto. Porém, isso não implica que  $r_m$  leve ao limite  $4.n$  para a vazão. Portanto, a capacidade da rede também é limitada superiormente por

$$C \leq 4.n. \tag{IV.20}$$

Seja o número máximo  $G$  de pacotes que são gerados na rede em um dado segmento de tempo, ou seja, o tráfego oferecido máximo.  $G$  é definido como

$$G = n^2.g, \tag{IV.21}$$

onde  $g$  é a taxa de geração de novos pacotes por um dado nó, em cada segmento de tempo. Uma condição necessária, mas não suficiente, para a rede acomodar  $G$  é

$$C \geq G. \tag{IV.22}$$

Notemos que pode-se considerar a capacidade da rede  $C$  como sendo a somatória das contribuições de cada nó, ou seja,

$$C = n^2.g_c. \tag{IV.23}$$

Portanto, a Eq. (IV.22) é válida se

$$g \leq g_c \leq \frac{4}{n}. \tag{IV.24}$$

Chamamos a taxa  $g_c$  de *taxa de capacidade*. Assumamos que exista um algoritmo de roteamento em  $\mathfrak{R}$  permitindo que  $g_c$  alcance o limite superior,  $\frac{4}{n}$ . Nesse caso, a Figura 10 mostra como  $g_c$  varia com a ordem da rede  $n$ . A curva na Figura 10 divide o conjunto de todos os pares  $(g, n)$  em duas regiões disjuntas, a saber: *região de operação normal* e *região de colapso*. Observemos que a Eq. (IV.24) mostra que a ordem da rede  $n$  é um fator limitante do desempenho da MSN, pois quanto maior for a  $n$  menor será taxa de capacidade, ou seja, menor será a taxa máxima  $g$  na qual cada nó pode operar sem que a capacidade da rede seja vencida.

É importante mencionar que um novo pacote pode ser rejeitado pela rede devido à não disponibilidade de enlaces de saída, esteja a MSN operando na região de operação normal ou na região de

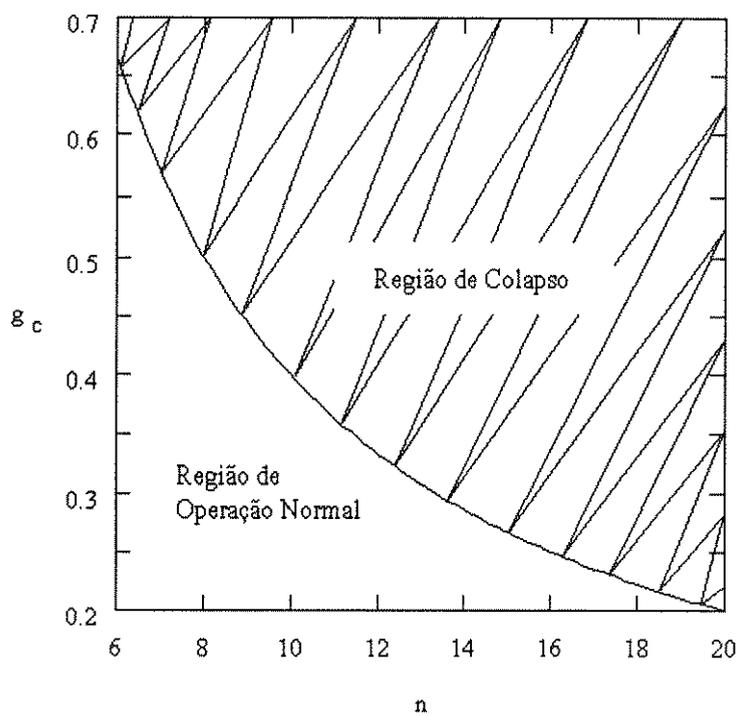


Figura 10: Taxa de capacidade com relação ao crescimento de  $n$ .

colapso. Todavia, a perda de pacotes pode ser minimizada ou controlada quando se opera na região de operação normal. Um buffer pode armazenar pacotes cuja transmissão é impedida, até que os mesmos possam ser introduzidos na rede com sucesso.

### **IV.3 Análise da Perda de Pacotes**

A perda de pacotes na MSN pode ser analisada considerando-se as circunstâncias nas quais ela ocorre. Sob essa ótica, podemos classificá-la em dois tipos, a saber: *perda de pacotes ocasional ou remediável* e *perda de pacotes não ocasional ou irremediável*.

A perda ocasional ocorre eventualmente, quando um pacote gerado é impossibilitado de ser introduzido na rede devido aos dois enlaces de saída do nó que o gerou estarem sendo ocupados por pacotes em trânsito. Em outras palavras, a perda de pacotes ocasional ocorre quando a MSN opera na região de operação normal.

A perda de pacotes não-ocasional ocorre quando a taxa  $g$  de geração de novos pacotes é grande o suficiente para que o tráfego oferecido para a rede exceda a capacidade da mesma. Como consequência, a rede consegue suportar o tráfego oferecido apenas por um curto período de tempo, no início de sua operação, quando o número de pacotes em roteamento é pequeno. Nessa situação, os enlaces de saída estão quase sempre disponíveis para um novo pacote. Quando o sistema entra em regime, a rede torna-se congestionada e a porção do tráfego bloqueada é perdida. Notemos que isso ocorre na região de colapso.

Nessa seção, analisaremos a perda de pacotes na MSN pura, na MSN utilizando filas para minimizar/suprimir essa perda e na QMSN.

#### **IV.3.1 A Perda de Pacotes na MSN sem Filas**

A seguir, equacionaremos a taxa média de perda de pacotes para a MSN sem buffers operando na região de operação normal e na região de colapso.

### IV.3.1.1 A Perda de Pacotes na Região de Operação Normal

Seja  $g_r$  a probabilidade de um novo pacote ser rejeitado pela rede. Então,  $g_r$  é dado por

$$g_r = g \cdot Q_0, \quad (\text{IV.25})$$

onde  $Q_0$  é a probabilidade de não haver enlaces de saída disponíveis no nó em questão. Adicionalmente, a taxa  $g_a$  de aceitação de pacotes pela rede pode ser calculada por

$$g_a = g \cdot (Q_1 + Q_2), \quad (\text{IV.26})$$

onde  $Q_1$  e  $Q_2$  são as probabilidades de apenas um e de ambos os enlaces de saída estarem disponíveis para a transmissão de um novo pacote, respectivamente. Dizemos que a perda de pacotes é *ocasional*, pois nessa região o tráfego na rede  $G$  é menor que a capacidade  $C$ .

### IV.3.1.2 A Perda de Pacotes na Região de Colapso

No caso da MSN operando na região de colapso com  $g_c = \frac{4}{n}$ , a taxa de perda de pacotes  $g_r$  é limitada inferiormente como segue.

$$g_r \geq g - g_c \quad (\text{IV.27})$$

$$\geq g - \frac{4}{n}. \quad (\text{IV.28})$$

O valor  $g - \frac{4}{n}$  é a porção da taxa  $g$  que excede a taxa de capacidade. Classificamos a perda de pacotes como *não-ocasional*, pois estamos operando na região de colapso. A taxa de aceitação de pacotes na MSN é dada pela Eq. (IV.26), tendo como limite superior a taxa de capacidade, isto é,

$$g_a = g(Q_1 + Q_2) \leq g_c. \quad (\text{IV.29})$$

A Eq. (IV.27) mostra que a taxa de perda de pacotes cresce com a ordem da rede  $n$ . A Figura 11 ilustra como o limite inferior para  $g_r$  varia com respeito a  $g$  para MSNs de diferentes ordens.

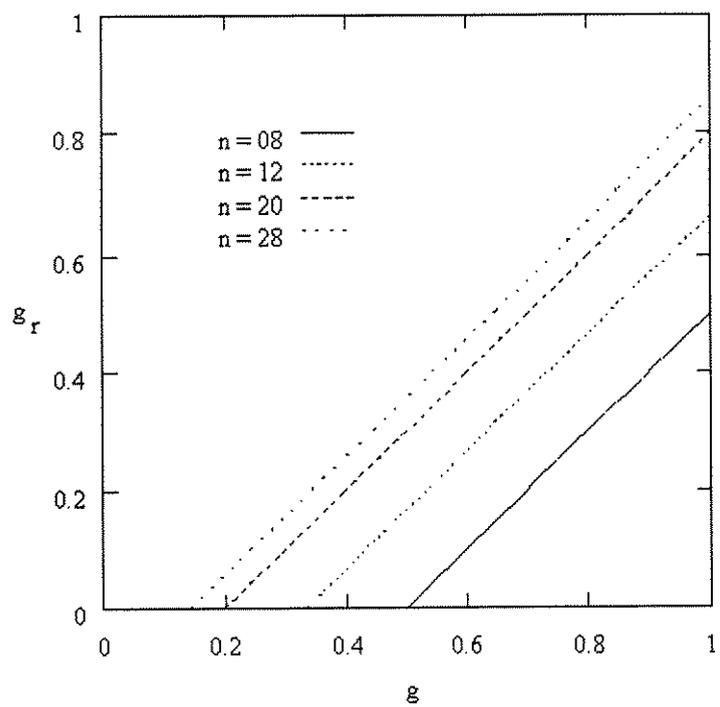


Figura 11: Limite inferior para  $g_r$ , com respeito a  $g$ .

### IV.3.2 A Perda de Pacotes na MSN com Filas

Lembremos que com nosso sistema de filas, chamado B/N/1, temos um processo de chegadas de Bernoulli (B), um processo de serviço FCFS (N), e um único servidor (1). O processo de saída do nosso sistema de filas, o qual é também o processo de entrada de pacotes na rede, pode não ser um processo de Bernoulli, pois agora depende da condição da rede e do estado dos buffers.

Focalizemos um determinado nó da rede. Sejam  $g_b$  e  $g_o$  as taxas de entrada de pacotes no buffer e de entrada de pacotes na rede, respectivamente, no estado estacionário.

A taxa de entrada de pacotes no buffer e a taxa de entrada de pacotes na rede são dadas, respectivamente, por

$$g_b = g \cdot \{Q_0 \cdot [1 - \pi(b)] + (Q_1 + Q_2) \cdot [1 - \pi(0)]\} \quad (\text{IV.30})$$

e

$$g_o = (Q_1 + Q_2) \cdot [g \cdot \pi(0) + 1 - \pi(0)], \quad (\text{IV.31})$$

onde  $\pi(0)$  e  $\pi(b)$  denotam as probabilidades do buffer estar vazio e cheio, respectivamente. Seja  $g_l$  a taxa média de perda de pacotes ou taxa média de rejeição de pacotes pelo sistema, MSN e sistema de filas, em cada segmento de tempo. A taxa  $g_l$  é exatamente o número médio de pacotes descartados em um segmento de tempo e é obtida por

$$g_l = g \cdot Q_0 \cdot \pi(b). \quad (\text{IV.32})$$

### IV.3.3 A Perda de Pacotes na QMSN

A análise da perda de pacotes para a QMSN é semelhante àquela para o caso da MSN com filas, visto na seção anterior. A Eq. (IV.30) para  $g_b$  e a Eq. (IV.32) para  $g_l$  continuam válidas nessa seção. Temos que redefinir apenas a Eq (IV.31) para a taxa  $g_o$  de entrada de pacotes na rede, pois com o novo algoritmo de roteamento é permitido que dois pacotes armazenados no buffer entrem na rede caso haja dois enlaces de saída disponíveis. Fazendo isso, obtemos

$$g_o = (Q_1 + Q_2) \cdot [g \cdot \pi(0) + 1 - \pi(0)] + Q_2 \cdot [1 - \pi(0) - 2 \cdot \pi(1)]. \quad (\text{IV.33})$$

Com isso, encerramos a análise da perda de pacotes. A próxima seção é dedicada aos resultados experimentais que comprovam a teoria apresentada no Capítulo III.

## IV.4 Resultados Experimentais

É uma máxima da ciência o fato de que não há teoria verdadeira sem provas. Sem provas, qualquer teoria é vaga e incerta. Sendo assim, tudo que apresentamos até agora corre o risco de não ser consistente. Com o intuito de eliminar qualquer questionamento, a presente seção dedica-se à comprovação das propostas feitas para a MSN. Nela estão contidos os resultados de extensivos experimentos realizados para esse fim.

### IV.4.1 MSN com Filas

A Tab. 1 sumariza séries de experimentos para uma MSN 8x8 operando sob a regra de resolução de conflito “random/deferring” e as condições de parada definidas na Seção III.1.3. Os índices  $p$  e  $q$  denotam respectivamente MSN pura e com filas. Os valores relativos à MSN pura foram extraídos de [3] e os relativos a MSN com filas foram obtidos pela resolução do Modelo de Nó Único com Fila. Assumimos o tamanho do buffer como sendo finito e igual a 9, isto é, o buffer em cada nó pode armazenar no máximo nove pacotes. Uma vez que o buffer esteja cheio, qualquer novo pacote gerado será perdido.

Como esperado, para uma dada taxa  $g$  de “nascimento” de novos pacotes a vazão média  $\bar{\lambda}_q$  é maior que  $\bar{\lambda}_p$ . Também, o atraso médio  $\bar{D}_q$  é consideravelmente maior que  $\bar{D}_p$ , pois  $\bar{D}_q$  agora inclui o atraso nas filas, o que não ocorria com  $\bar{D}_p$ .

Na Tab. 1 também observa-se que o incremento de  $g$  aproxima as duas redes no que diz respeito a vazão e utilização de enlace, pois a capacidade da rede vai sendo alcançada, não podendo a mesma dar vazão a todos os pacotes armazenados nas filas. Em outras palavras, a taxa de saída de pacotes da fila torna-se menor que a taxa de geração de novos pacotes. Em consequência, o buffer permanece cheio a maior parte do tempo, ocasionando a perda de um número considerável de pacotes. No que

$g$	$\bar{l}_p$	$\bar{l}_q$	$\bar{\lambda}_p$	$\bar{\lambda}_q$	$\bar{D}_p$	$\bar{D}_q$
0,1	0,2859	0,3084	6,0339	6,3960	6,0657	6,2527
0,2	0,5525	0,8063	9,9104	12,7828	7,1354	9,7288
0,3	0,7171	0,9921	11,6723	14,2427	7,9189	40,7855
0,4	0,8129	0,9930	12,5043	14,2486	8,3189	45,8972
0,5	0,8462	0,9930	12,9642	14,2488	8,6152	47,5036
0,6	0,9128	0,9930	13,2465	14,2488	8,8208	48,2656
0,7	0,9417	0,9930	13,4352	14,2487	8,9716	48,7035
0,8	0,9633	0,9930	13,5705	14,2489	9,0862	48,9917
0,9	0,9801	0,9930	13,6727	14,2489	9,1755	49,1964

Tabela 1: Estatísticas de desempenho obtidas para uma MSN 8x8 pura e para uma MSN 8x8 com buffers de tamanho 9.

diz respeito ao atraso, a diferença entre os dois modelos aumenta com o crescimento de  $g$ , dado que o número de pacotes nas filas torna-se cada vez maior, implicando em um atraso nas filas também cada vez maior.

Seja a probabilidade  $g_l$  de um pacote ser rejeitado pelo buffer, no estado estacionário. Para  $g = 0, 1$ , a probabilidade do buffer estar cheio é nula, resultando na não perda de pacotes ( $g_l = 0$ ). Observa-se ainda que para  $g = 0, 1$  o buffer permanece a maior parte do tempo vazio, o que explica a semelhança nos desempenhos dos dois modelos para essa taxa. Para  $g = 0, 2$ , a probabilidade  $g_l$  de pacotes serem perdidos torna-se não nula, embora permanecendo bastante pequena ( $\approx 3, 0 \times 10^{-7}$ ). Para  $g = 0, 3$ , um cálculo simples pode mostrar que a probabilidade do buffer estar cheio é  $\bar{\pi}(9) = 0, 3287$  e o atraso médio para pacotes transmitidos com sucesso experimenta um crescimento agudo, tornando-se 40, 7855 segmentos de tempo. Com base nesse fato, fica evidenciado que a rede torna-se extremamente congestionada a partir de algum valor de  $g$  próximo a essa taxa, mais precisamente entre 0, 2 e 0, 3. Esse congestionamento se deve ao fato da rede não possuir capacidade suficiente, máxima vazão tolerável, para absorver todo o tráfego oferecido ( $G = n^2 \cdot g$ ). Conseqüentemente, a partir de  $t = 0$  o número de pacotes no buffer cresce progressivamente até sua capacidade de

$g$	$\bar{l}_s$	$\bar{l}_q$	$\rho_{\bar{l}}$	$\bar{\lambda}_s$	$\bar{\lambda}_q$	$\rho_{\bar{\lambda}}$	$\bar{D}_s$	$\bar{D}_q$	$\rho_{\bar{D}}$
,1	,3144	,3086	,0184	6,4000	6,3991	,0001	6,3699	6,2522	,0185
,2	,8157	,8078	,0097	12,7780	12,7977	,0015	10,3394	9,7548	,0565
,3	,9928	,9930	,0002	14,1390	14,2489	,0078	452,5919	448,3235	,0094
,4	,9928	,9930	,0002	14,0310	14,2489	,0155	461,7298	454,5206	,0156
,5	,9930	,9930	,0000	14,1020	14,2489	,0104	461,0087	456,1931	,0104
,6	,9930	,9930	,0000	14,1890	14,2489	,0042	458,9567	456,9718	,0043
,7	,9930	,9930	,0000	14,0780	14,2489	,0121	463,0082	457,4235	,0121
,8	,9933	,9930	,0003	14,1280	14,2489	,0086	461,6471	457,7155	,0085
,9	,9932	,9930	,0002	14,0540	14,2489	,0139	464,2825	457,9191	,0137

Tabela 2: Estatísticas de desempenho obtidas resolvendo o Modelo de Nó Único com Fila e através de Simulações para uma MSN 8x8 com buffers de tamanho 100.

armazenamento esgotar-se, permanecendo quase sempre assim no estado estacionário. Isso implica na perda de um grande número de pacotes. Portanto, os resultados experimentais na Tab. 1 sugerem o uso de um buffer de tamanho maior.

A Tab. 2 compara o desempenho de uma MSN 8x8 obtido resolvendo o Modelo de Nó Único com Fila àquele obtido através de simulações, utilizando um buffer de tamanho 100 e sob a regra de resolução de conflito “random/deferring”. Aqui,

$$\rho_b = \rho_b(s, q) = |b_s - b_q|/b_s \quad (\text{IV.34})$$

é a diferença relativa entre as medidas. Os índices  $s$  e  $q$  denotam simulação e modelo, respectivamente. O erro relativo para a utilização média de enlace, a vazão média e o atraso médio são menores que 1,9%, 1,6% e 5,7%, respectivamente. Portanto, os resultados contidos na Tab. 2 validam o nosso Modelo de Nó Único com Fila para a MSN.

Comparando as Tabs. 1 e 2, notamos uma diferença muito pequena na utilização média de enlace, vazão média e atraso médio para as duas MSNs 8x8 com tamanhos de buffer diferentes, se  $g$  for pequeno suficiente de forma a não haver perda de pacotes. Adicionalmente, da Tab. 1,

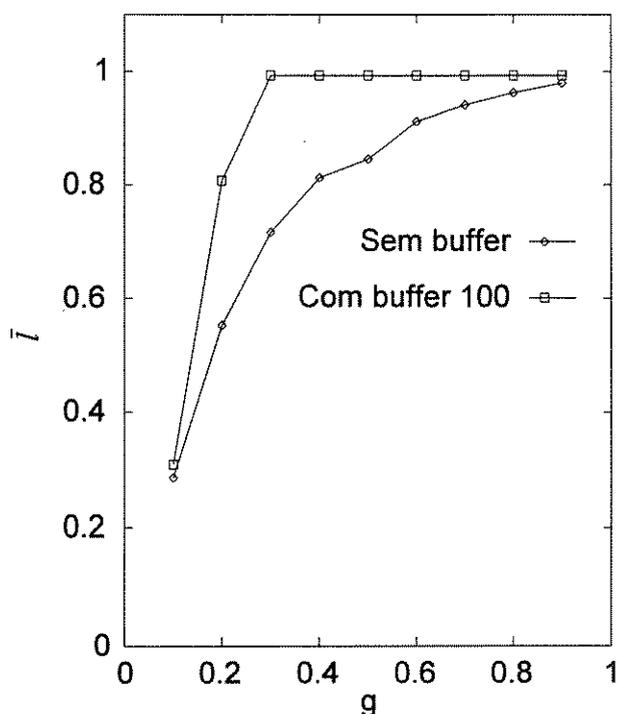


Figura 12: Comparação de utilização de enlace para a MSN 8x8 sem buffers e com buffers de tamanho 100.

concluimos que quando  $g$  é pequeno o atraso médio para a MSN com buffers é muito próximo daquele obtido para a MSN sem buffers. E o que é mais importante, a MSN com filas nunca perde pacotes. Em contraste, quando a probabilidade do buffer estar cheio não é zero, o atraso médio torna-se fortemente influenciado pelo tamanho dos buffers, isto é, quanto maior o buffer, maior é o atraso médio.

As Figs. 12, 13 e 14 comparam os desempenhos obtidos para a MSN 8x8 sem filas e com filas de tamanho igual a 100, no que diz respeito à utilização média de enlace, vazão e atraso médio no estado estacionário, respectivamente. Analisando essas figuras, vemos que para um  $g$  grande, a fim de minimizar ou evitar a perda de pacotes, um buffer de tamanho considerável deveria ser usado, pagando-se o preço de um maior atraso médio.

As Figs. 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21 e 22 mostram estatísticas de desempenho para diversas MSNs

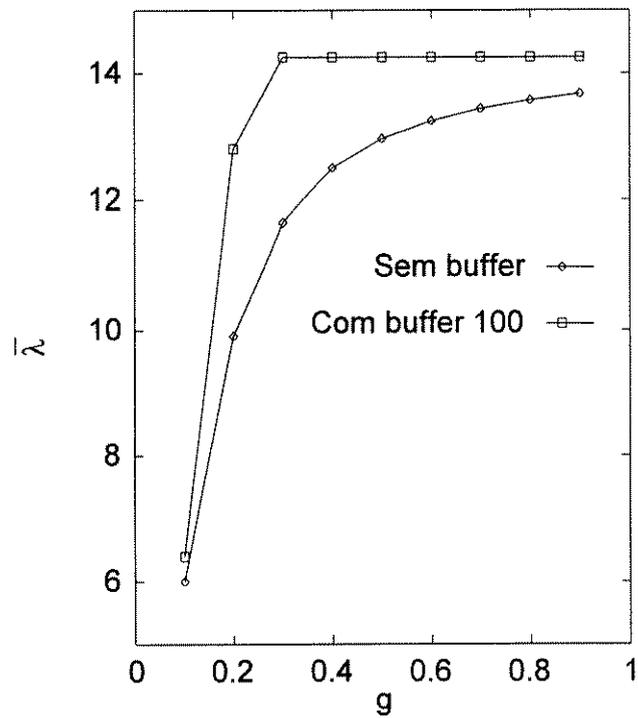


Figura 13: Comparação de vazão para a MSN 8x8 sem buffers e com buffers de tamanho 100.

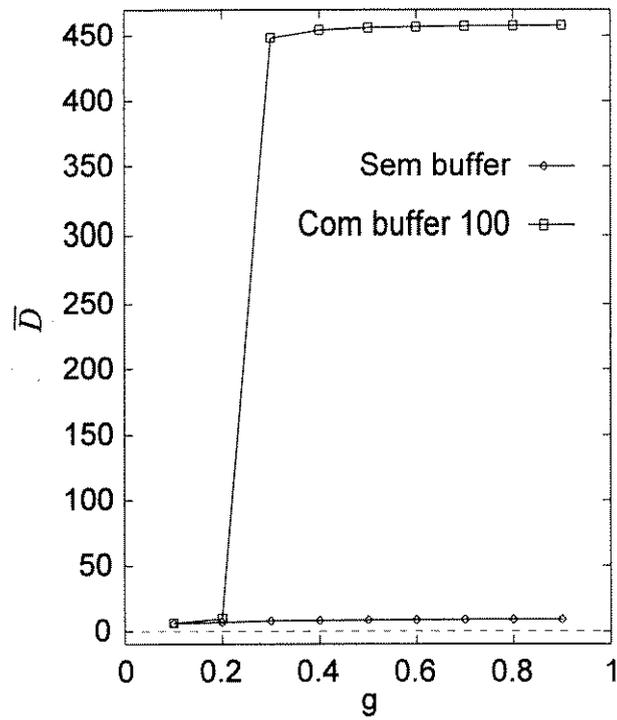


Figura 14: Comparação de atraso para a MSN 8x8 sem buffers e com buffers de tamanho 100.

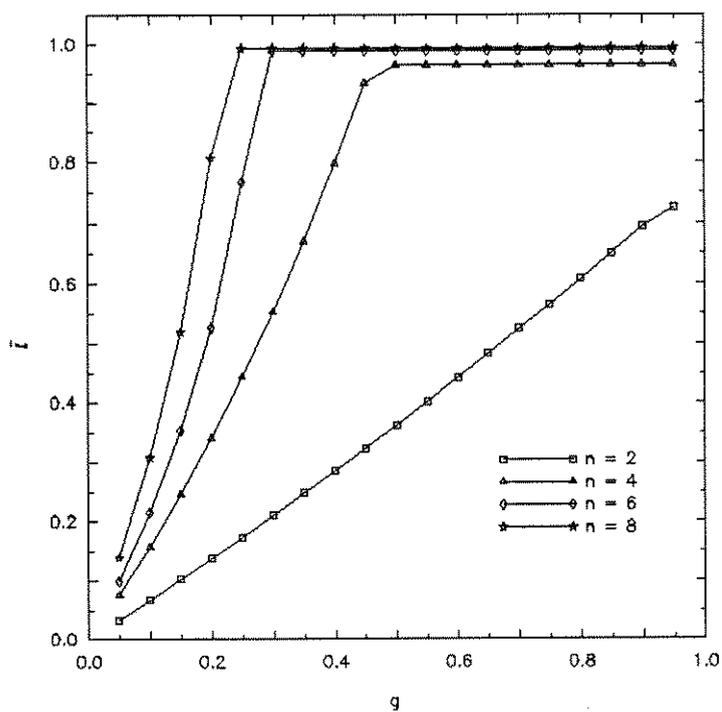


Figura 15: Utilização de enlace para MSNs de várias e ordens com buffers de tamanho 100.

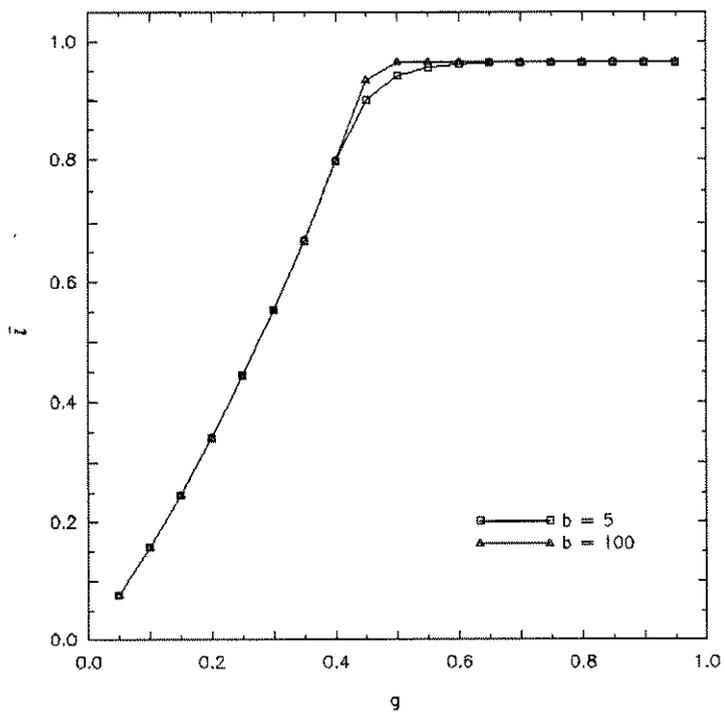


Figura 16: Utilização de enlace para MSN 4x4 com buffers de tamanho 5 e 100.

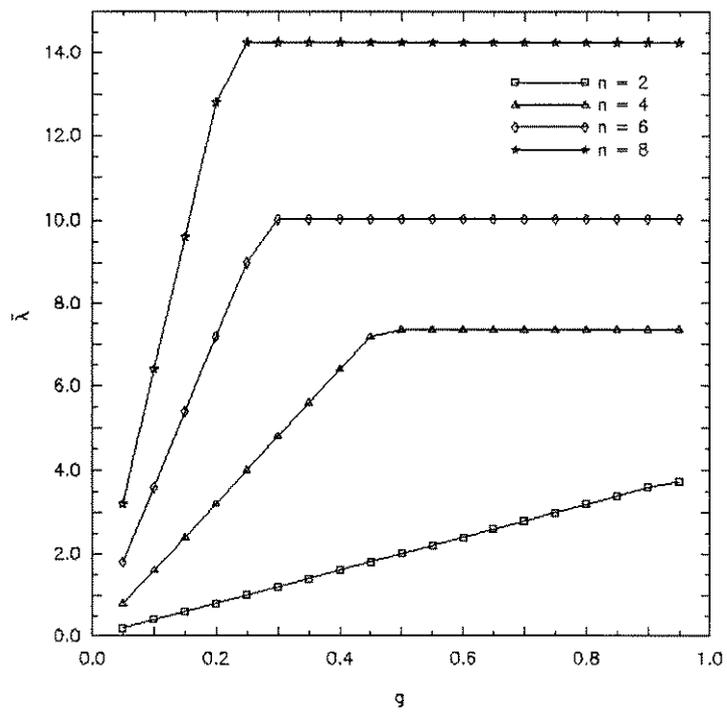


Figura 17: Vazão para MSNs de várias e ordens com buffers de tamanho 100.

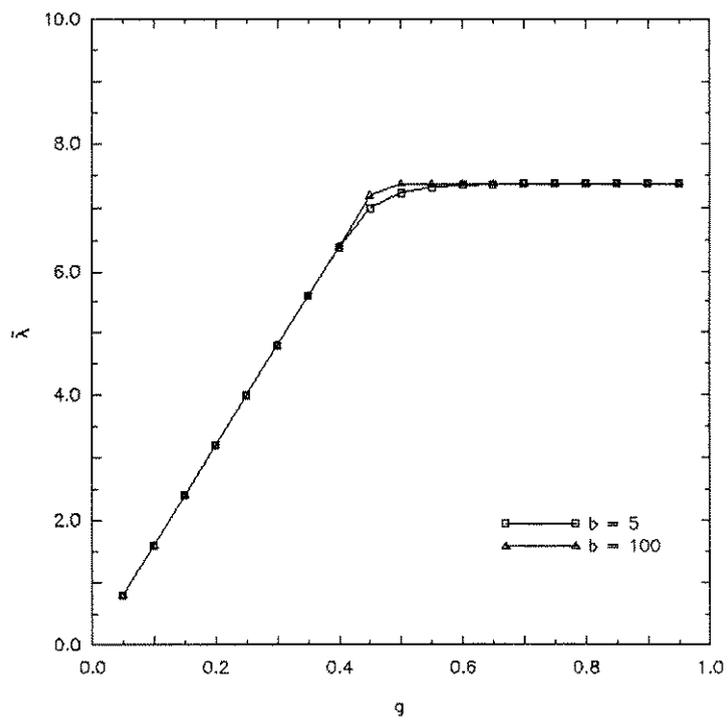


Figura 18: Vazão para MSN 4x4 com buffers de tamanho 5 e 100.

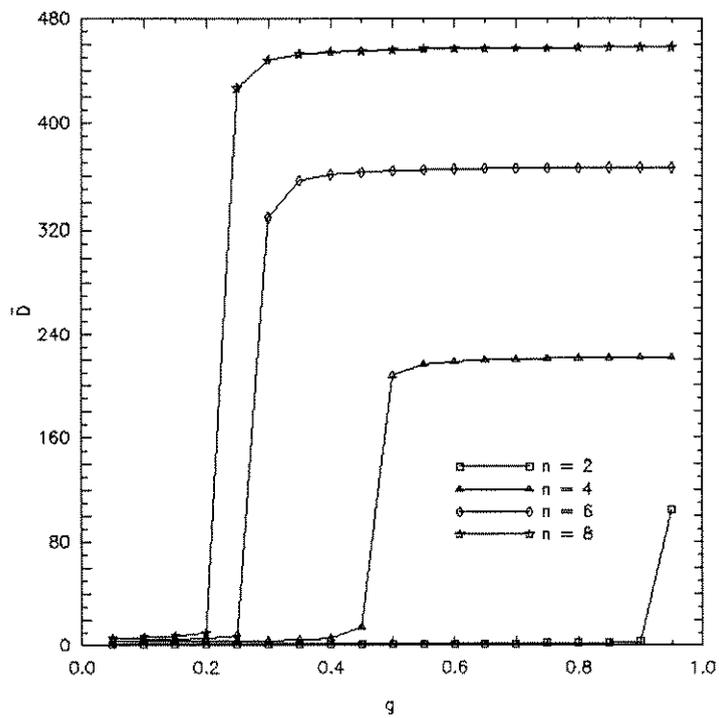


Figura 19: Atraso médio para MSNs de várias e ordens com buffers de tamanho 100.

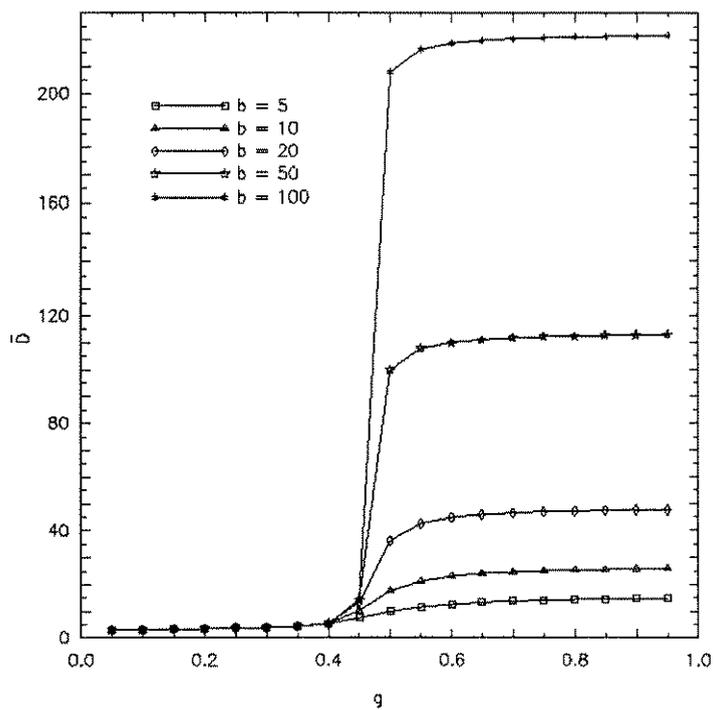


Figura 20: Atraso médio para MSN 4x4 com buffers de tamanho 5, 10, 20, 50 e 100.

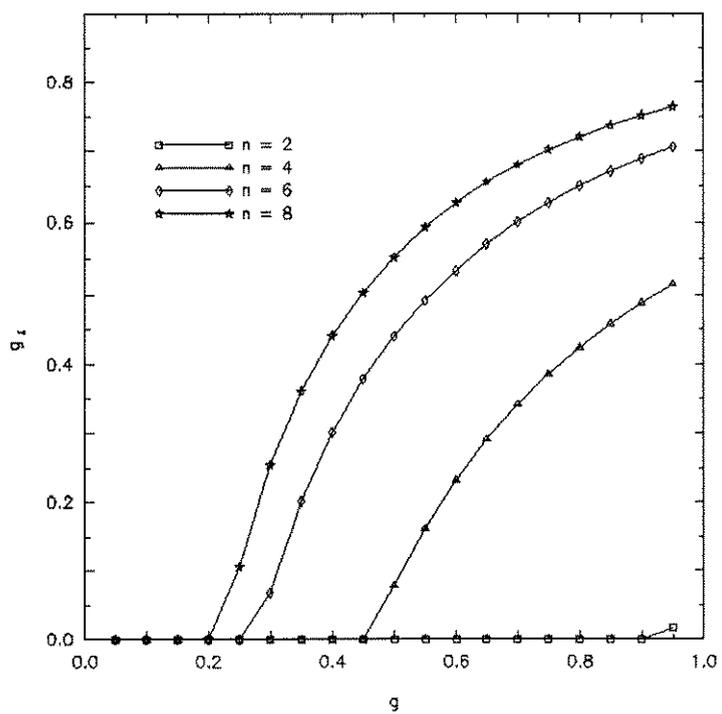


Figura 21: Taxa de perda de pacotes para MSNs de várias e ordens com buffers de tamanho 100.

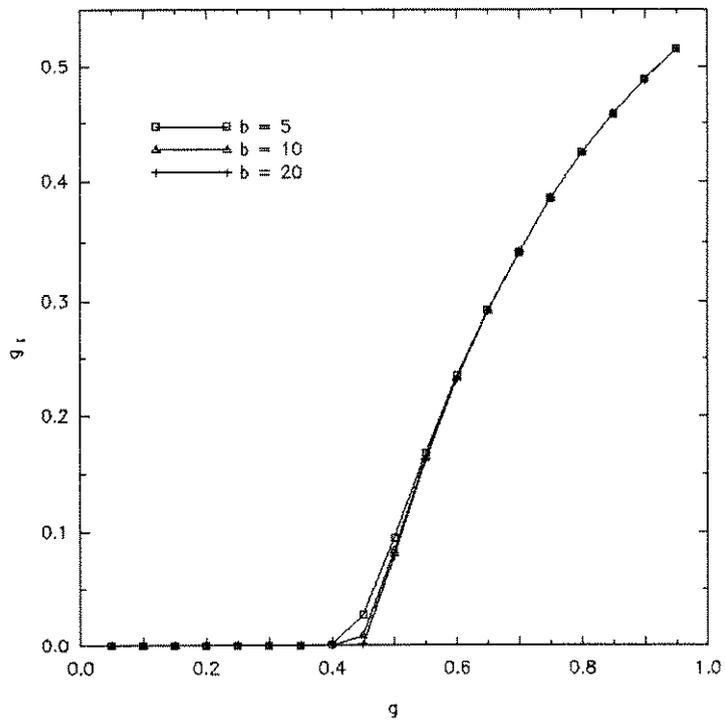


Figura 22: Taxa de perda de pacotes para MSN 4x4 com buffers de tamanho 5, 10 e 20.

com diferentes ordens e tamanhos de buffers, obtidas pela resolução do Modelo de Nó Único com Fila. Observando essas figuras, temos uma melhor noção de como a variação da ordem da rede e do tamanho do buffer influencia o desempenho da MSN com filas, bem como podemos constatar os conceitos de *capacidade* e *taxa de capacidade* da rede.

A Fig. 17 mostra como as curvas de vazão  $\bar{\lambda}$  mudam com a taxa  $g$  para MSNs de diferentes ordens, porém todas com o mesmo tamanho de buffer,  $b = 100$ . Note que  $\bar{\lambda}$  tende a se tornar constante para um valor de  $g$  grande o suficiente, o que caracteriza o congestionamento da rede. Tal valor de  $g$  é a taxa de capacidade ( $g_c$ ), que decresce com o crescimento de  $n$  e é limitada superiormente por  $\frac{4}{n}$ . Comparando a Fig. 15 à Fig. 17, observamos que a utilização média de enlace e a vazão se comportam de maneira semelhante. De fato, a utilização média de enlace é uma outra forma de representar a vazão.

As Figs. 18 e 16 mostram como o tamanho do buffer afeta  $\bar{\lambda}$  e  $\bar{l}$ , respectivamente. Para tamanhos de buffer 5 e 100 as duas curvas de vazão, bem como as duas curvas de utilização de enlace, diferem somente para  $g$  aproximadamente entre 0,4 e 0,55. Na região de colapso quando  $g$  está acima o suficiente da taxa de capacidade ( $g_c \simeq 0,55$ ), o tamanho do buffer exerce pouca influência em  $\bar{\lambda}$  e  $\bar{l}$ . O tamanho do buffer não exerce influência em  $\bar{\lambda}$  e  $\bar{l}$  na região de operação normal quando  $g$  é bem menor que  $g_c$  ( $g < 0,4$ ), devido ao fato do buffer de tamanho 5 ser suficiente para evitar perdas de pacotes. É importante mencionar que a MSN sem buffers sempre iria perder pacotes, mesmo operando com taxas  $g$  muito baixas.

As Figs. 19 e 20 mostram o atraso médio de pacotes para MSNs de diferentes ordens e com diferentes tamanhos de buffers, respectivamente. As Figs. 21 e 22 comparam as taxas médias de perda de pacotes para estas MSNs.

Com os resultados apresentados nessa seção, concluímos que é aconselhável ajustar a MSN para operar na região de operação normal, selecionando adequadamente  $n$ ,  $b$  e  $g$ , a fim de que um bom compromisso entre vazão, atraso e taxa de perda de pacotes possa ser obtido. Assim, consegue-se satisfazer especificações de desempenho de máxima vazão com mínima probabilidade de perda de

pacotes possível e um atraso médio tolerável. Essas especificações variam com os tipos de serviços que estiverem fazendo uso da rede. Por exemplo, transferências de dados não são tolerantes a perdas de pacotes, pois isso representaria a perda de informações importantes, porém são tolerantes a um certo atraso médio; por outro lado transmissões de vídeo de alta definição não toleram atraso, mas são tolerantes a alguma probabilidade de perda de pacotes.

#### IV.4.2 QMSN

Nessa seção, apresentaremos os resultados obtidos para MSN com filas operando sob as novas regras de roteamento propostas no Capítulo III.

Como esperado, a utilização de enlace média  $\bar{l}$  para a QMSN é maior do que para a MSN. Também, a vazão média  $\bar{\lambda}$  é maior para a QMSN. As Figs. 23, 24, 25 e 26 mostram esses resultados. De fato, como já dissemos, a utilização de enlace é outra forma de se interpretar a vazão. Pode-se notar ainda que as curvas estão próximas abaixo de um determinado valor de  $g$  entre 0.4 e 0.45, o qual corresponde a taxa de capacidade, afastando-se cada vez mais uma da outra acima desse valor. Ocorre que acima de  $g_c$ , a rede torna-se congestionada e o novo algoritmo de roteamento proporciona um maior escoamento dos pacotes armazenados nas filas. Abaixo desse valor, a buffers permanecem quase sempre vazios e há pouca diferença entre as duas redes no que diz respeito a vazão e utilização de enlace, pois muito raramente haverá dois pacotes disponíveis no buffer de qualquer nó para que o novo algoritmo possa transmiti-los. Deve-se observar ainda que, acima da taxa de capacidade, o novo algoritmo proporciona uma utilização de enlace de aproximadamente 100%. Em outras palavras, um aproveitamento máximo da capacidade de transmissão de cada nó é alcançado.

No que diz respeito ao atraso  $\bar{D}$ , o mesmo é menor para a QMSN, como pode ser visto nas Figs. 27 e 28. Isto explica-se pelo fato do novo algoritmo de roteamento proporcionar um maior escoamento dos pacotes armazenados nas filas, o que traduz-se em um menor número médio de pacotes nos buffers. Consequentemente, há um menor atraso nas filas, implicando em um menor atraso total. Nota-se um crescimento abrupto do atraso quando  $g$  se aproxima da taxa de capacidade,

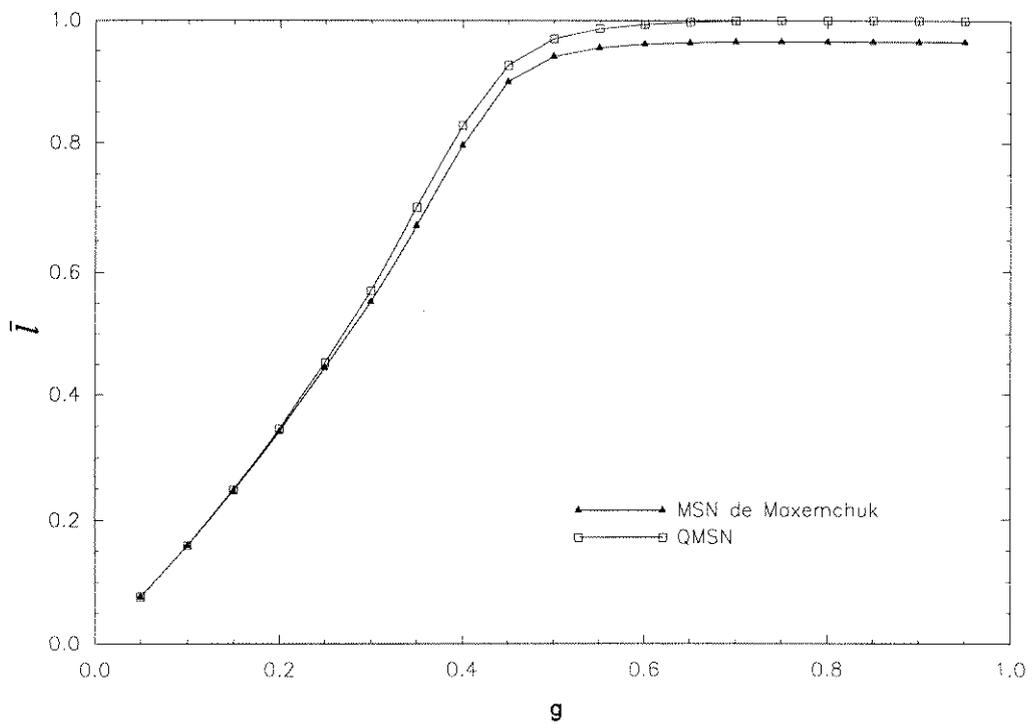


Figura 23: Comparação de utilização de enlace entre MSN com filas e QMSN, ambas de ordem 4 e com buffers de tamanho 5.

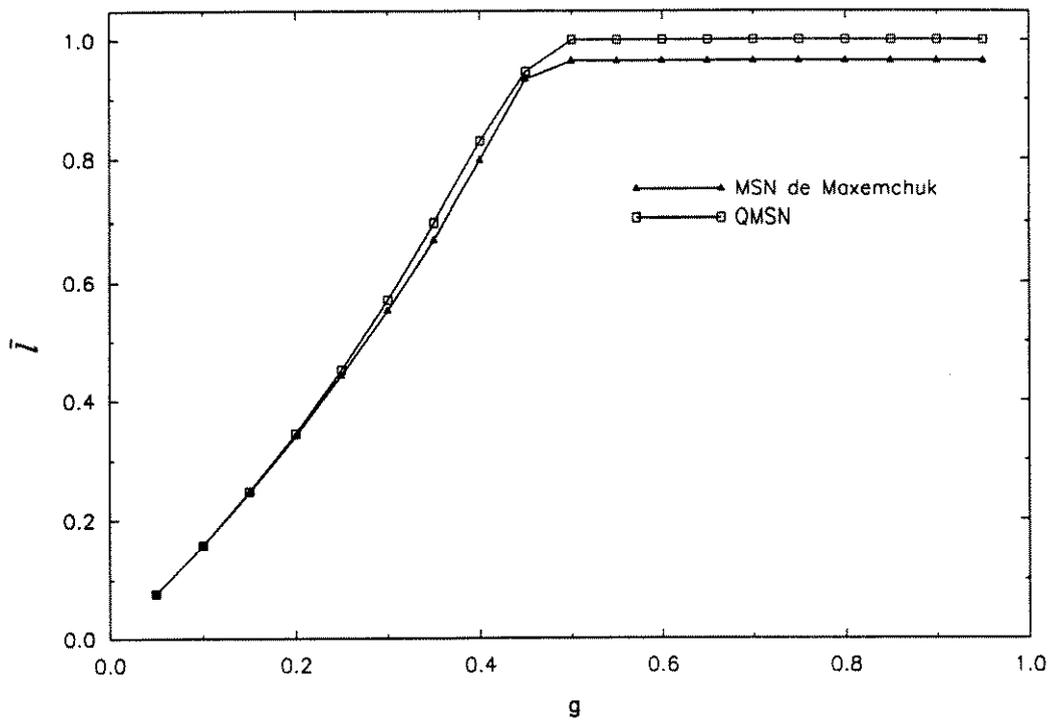


Figura 24: Comparação de utilização de enlace entre MSN com filas e QMSN, ambas de ordem 4 e com buffers de tamanho 100.

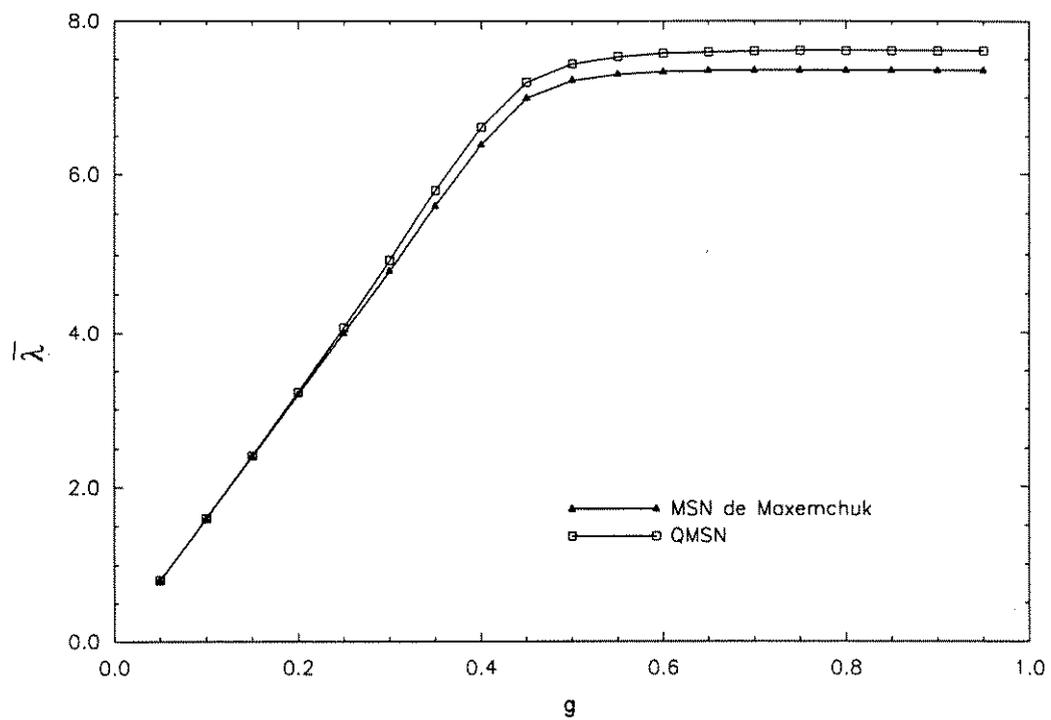


Figura 25: Comparação de vazão entre MSN com filas e QMSN, ambas de ordem 4 e com buffers de tamanho 5.

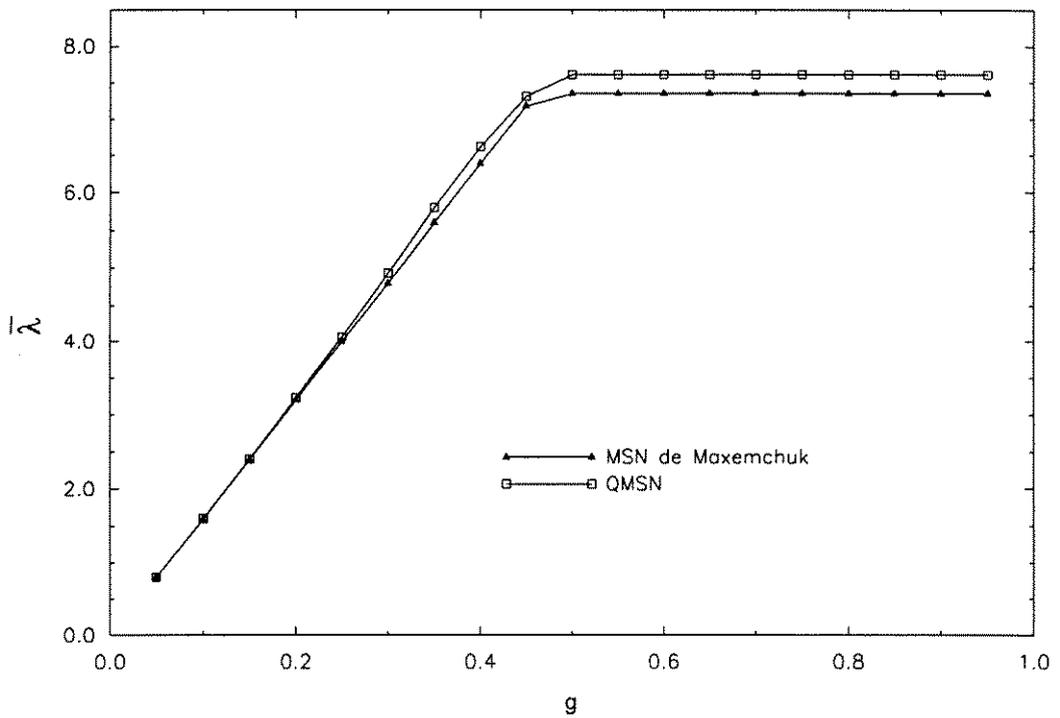


Figura 26: Comparação de vazão entre MSN com filas e QMSN, ambas de ordem 4 e com buffers de tamanho 100.

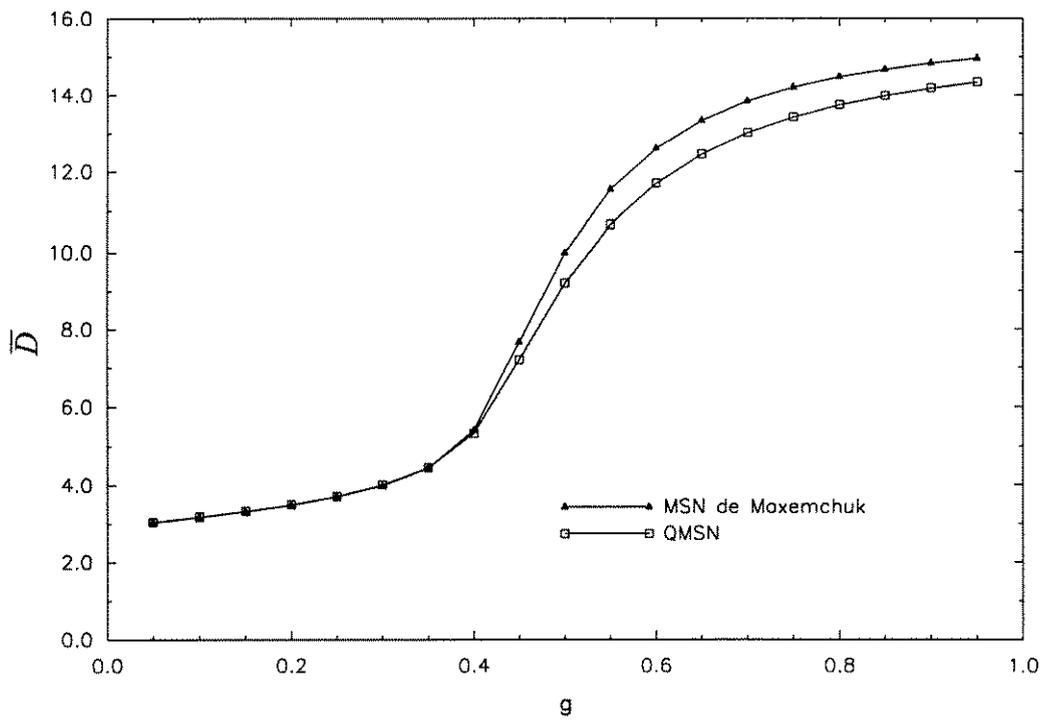


Figura 27: Comparação de atraso entre MSN com filas e QMSN, ambas de ordem 4 e com buffers de tamanho 5.

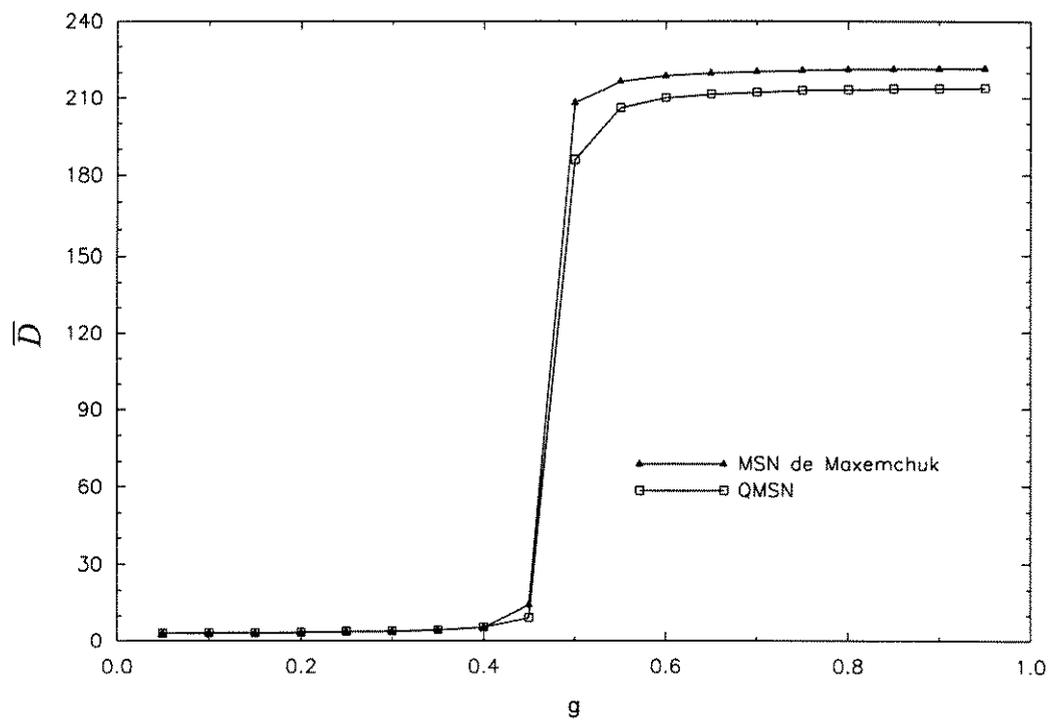


Figura 28: Comparação de atraso entre MSN com filas e QMSN, ambas de ordem 4 e com buffers de tamanho 100.

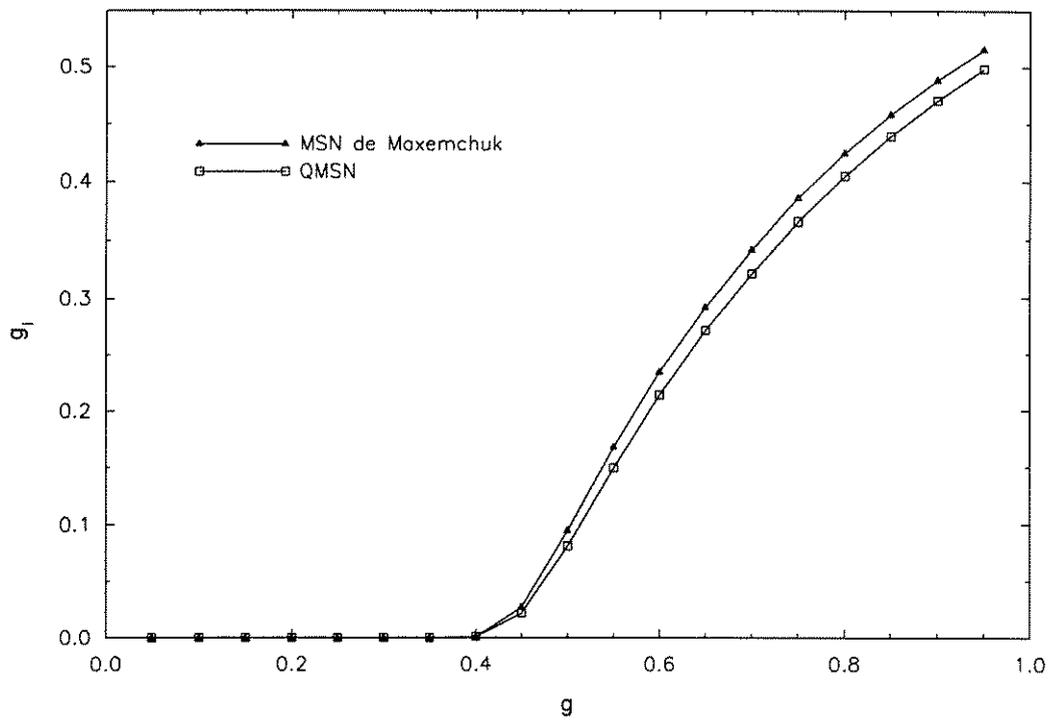


Figura 29: Comparação de taxa de perda de pacotes entre MSN com filas e QMSN, ambas de ordem 4 e com buffers de tamanho 5.

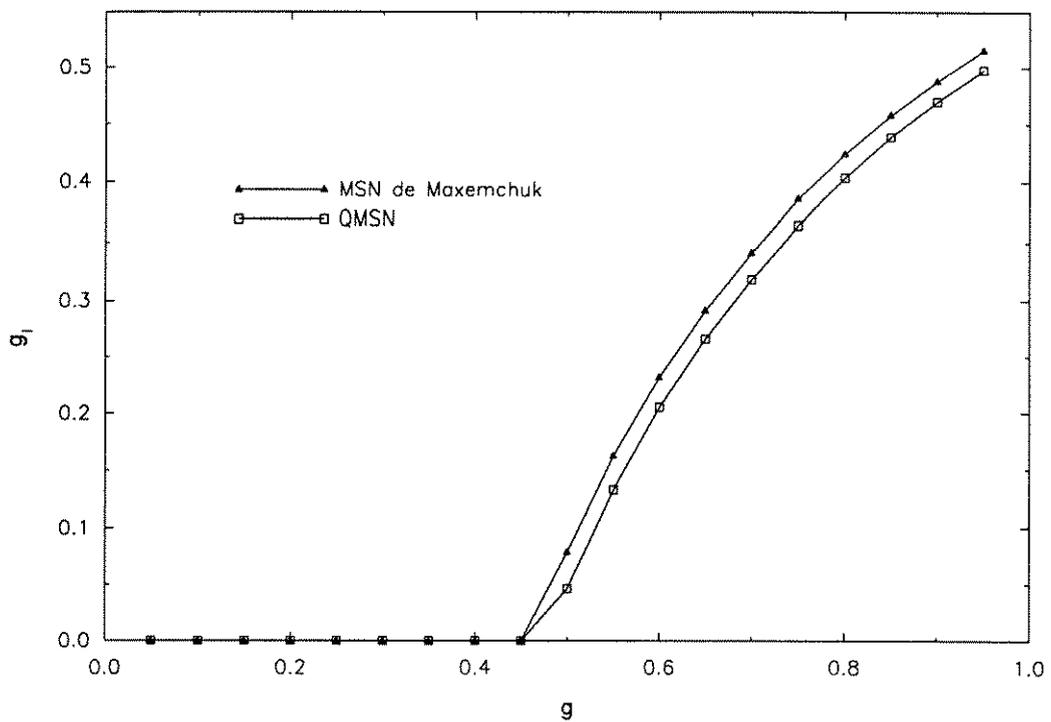


Figura 30: Comparação de taxa de perda de pacotes entre MSN com filas e QMSN, ambas de ordem 4 e com buffers de tamanho 100.

evidenciando novamente o congestionamento da rede. Adicionalmente, acima dessa taxa, percebe-se que o atraso tende a um valor constante. Isto se deve ao fato dos buffers apresentarem-se quase sempre cheios nessa situação.

As Figs. 29 e 30 mostram a variação da probabilidade de perda de pacotes  $g_l$  com o a taxa de geração de novos pacotes  $g$ . Neste caso, um melhor desempenho também foi obtido para a QMSN, com  $g_l$  sempre menor ou no máximo igual ao valor equivalente para a MSN. Novamente, nota-se que para valores de  $g$  abaixo da taxa de capacidade, as duas curvas estão muito próximas entre si e também muito próximas de zero. Isto se deve ao fato da capacidade de armazenamento dos buffers quase nunca se esgotar para essas taxas, não havendo quase perda de pacotes. Por outro lado, acima da taxa de capacidade,  $g_l$  cresce progressivamente com  $g$ , pois a rede vai se tornando cada vez mais congestionada. Em consequência, os buffers apresentam-se cada vez mais frequentemente cheios, ocasionando perdas de pacotes cada vez mais frequentes. Todavia, o novo algoritmo de roteamento proporciona uma probabilidade de perda de pacotes sempre abaixo daquela relativa a MSN.

É importante ressaltar que todos os resultados apresentados nessa seção referentes a QMSN, obtidos através da resolução do modelo, foram ratificados por simulações. Os erros relativos entre simulação e modelo para a utilização média de enlace, a vazão média, o atraso médio e a probabilidade de perda de pacotes foram menores que 0,013, 0,018, 0,034 e 0,021, respectivamente, o que valida o nosso Modelo de Nó Único para a QMSN.

Finalmente, concluímos que a nova proposta de rede apresentada, a QMSN, representa não apenas uma melhora com relação a MSN, mas um *desempenho otimizado*, visto que toda a capacidade de transmissão dos nós é sempre utilizada quando há pacotes disponíveis nas filas. Em outras palavras, o novo algoritmo de roteamento apresentado supera em desempenho os de Maxemchuk, os quais proporcionavam o melhor desempenho até então. Adicionalmente, a implementação de filas na MSN não envolve custo significativo, nem em complexidade nem em termos financeiros, podendo ser realizada a nível de sistema operacional, com o armazenamento dos pacotes na memória de um computador para cada nó.

# V

## Conclusões e Sugestões

### V.1 Resumo

Nessa obra, estudamos a Manhattan Street Network. Explicamos a topologia e o princípio de funcionamento da rede. Apresentamos os principais algoritmos de roteamento utilizados, com ênfase no algoritmo “shortest path” utilizando a regra de resolução de conflito “random/deferring”, sugerido por Maxemchuk [12]. Detalhamos o Modelo de Nó Único proposto por Greenberg e Goodman para simplificar a análise da MSN.

Com o intuito de minimizar ou evitar a perda de pacotes, alvitramos o uso filas na MSN. Formulamos um modelo matemático para representar o sistema de filas da nova estratégia proposta. Baseando-nos nesse modelo e no Modelo de Nó Único de Greenberg e Goodman, concebemos o Modelo de Nó Único com Fila para simplificar a análise da MSN com Filas. Detalhamos a resolução numérica desse modelo.

Visando otimizar o desempenho da MSN com filas, introduzimos um novo algoritmo de roteamento de pacotes, o qual leva em consideração a disponibilidade de mais de um pacote disponível para entrar na rede em um mesmo segmento de tempo. Denominamos de QMSN a Manhattan Street Network com filas e sujeita ao novo algoritmo de roteamento. Formulamos um modelo matemático para o sistema de filas submetido às novas regras de roteamento. Para facilitar a análise da QMSN, construímos o Modelo de Nó Único para a QMSN. Explicamos a resolução numérica do modelo.

Fundamentados nos modelos de nó único propostos, derivamos expressões para as estatísticas de desempenho da rede. Estudamos os limites de desempenho para as MSN's, introduzindo os

conceitos de capacidade e taxa de capacidade. Analisamos o fenômeno da perda de pacotes na MSN pura, na MSN com filas e na QMSN. Apresentamos as estatísticas de desempenho obtidas através de exaustivos experimentos de resolução dos modelos de nó único e de simulações. Com base nessas estatísticas, comparamos os desempenhos da MSN pura, MSN com filas e QMSN.

## V.2 Conclusões

Como vimos, a MSN com filas apresentou um melhor desempenho em termos de vazão, utilização de enlace e probabilidade de perda de pacotes, quando comparada a MSN pura. Todavia, no que diz respeito ao atraso, o mesmo permaneceu acima daquele relativo a MSN pura, experimentando um crescimento abrupto quando a rede operou acima da taxa de capacidade. Então, é preciso encontrar um ponto ótimo de operação, no qual se tenha um compromisso entre a taxa de geração de novos pacotes, o tamanho do buffer e a ordem da rede, de tal forma que especificações de desempenho de máxima vazão com mínima probabilidade de perda de pacotes e um atraso médio tolerável possam ser alcançadas. Essas especificações variam de acordo com o tipo de serviço que estiver fazendo uso da rede. Transferências de dados, por exemplo, é um serviço tolerante a um certo atraso, mas a probabilidade de perda de pacotes deve ser mantida em valores muito pequenos. Por outro lado, transmissões de vídeo de alta definição são tolerantes quanto a perda de pacotes, mas o atraso deve ser reduzido a um mínimo possível.

O novo algoritmo de roteamento proposto mostrou-se muito eficiente, sendo que a QMSN superou em desempenho a MSN com filas. Até onde temos notícia, o algoritmo proposto é o melhor existente hoje, pois superou os de Maxemchuk, que levavam ao melhor desempenho até então. Conseqüentemente, a QMSN é uma variante da MSN de desempenho superior.

Considerando que a capacidade de transmissão de cada nó de uma MSN está limitada a dois enlaces de saída, o novo algoritmo de roteamento explora toda essa capacidade de transmissão, fazendo com que sempre entre o máximo número possível de pacotes na rede. Em conseqüência, o algoritmo é ótimo neste aspecto, não podendo ser superado.

Os conceitos de capacidade e taxa de capacidade são fundamentais na análise da MSN, pois representam limites para o desempenho da rede. Nesse contexto, a ordem da rede é fator restritivo do desempenho da mesma, pois a taxa de capacidade decresce com o aumento da ordem da MSN. Essa conclusão é uma contribuição muito importante deixada por esta obra.

### V.3 Sugestões para Trabalhos Futuros

O ponto de operação ótimo para a MSN utilizando filas ainda permanece obscuro. Em outras palavras, a relação entre a taxa de geração de novos pacotes, o tamanho do buffer e a ordem da rede ainda não foi explicitamente definida. Feito isso, poderemos responder questões como: Qual o tamanho do buffer necessário para proporcionar uma dada probabilidade de perda de pacotes em uma MSN de determinada ordem?

Como vimos, a ordem da MSN é fator limitante do seu desempenho. Intuitivamente, para MSN's multidimensionais [17], a relação de proporcionalidade inversa entre a taxa de capacidade e a ordem da rede parece não se manter. Espera-se que nesse caso a taxa de capacidade cresça com a ordem da rede. Acreditamos que essa possibilidade merece ser investigada. Para isso, a análise da perda de pacotes feita no Capítulo IV deve ser estendida para o caso multidimensional.

As propostas para incrementar o desempenho da MSN feitas nesse trabalho consideraram sempre a rede como possuindo o mesmo número de linhas e de colunas, ou seja, MSN's  $n \times n$ . Seria importante reformular essas propostas para o caso de MSN's  $n \times m$ , pois na prática nem sempre é possível implementar a rede com o mesmo número de linhas e de colunas.

Os modelos de nó único, embora aproximem muito o comportamento estocástico real da MSN, não conseguem exprimir exatamente as relações existentes entre as distribuições de probabilidades envolvidas com o desempenho da rede. Consideramos que um trabalho de grande impacto e até revolucionário, não apenas no que diz respeito às MSN's, mas às redes com topologia tipo malha, seria a obtenção de fórmulas fechadas que relacionassem estas distribuições de probabilidades, desvendando assim o comportamento estocástico exato destas redes.

## Bibliografia

- [1] A. A. Moraes, Lee L. Ling. *Modelo de Nó Único com Fila para a Manhattan Street Network*. 13º Simpósio Brasileiro de Redes de Computadores. 22 a 26 de Maio de 1995. Belo Horizonte - MG.
- [2] A. A. Moraes, Lee L. Ling. *A Análise do Tráfego na MSN*. XI Congreso Chileno de Ingenieria Electrica, Nov. 13-17, 1995. Punta Arenas - Chile.
- [3] A. G. Greenberg, J. Goodman. Sharp approximate Models of adaptive routing in mesh networks. *Teletraffic Analysis Computer Performance Evaluation*. Elsevier Science - (North Holland), pp 255-269, 1986.
- [4] A. Papoulis. *Probability, Random Variables, and Stochastic Processes*. third ed. New York, NY. McGraw-Hill, Inc., 1981.
- [5] F. Borgonovo, E. Cadorin. Routing in the bidirectional Manhattan network. *Third Conference on Data Communications Systems and Their Performance*. June 1987, Rio de Janeiro, Brazil.
- [6] J. L. Hammond, J. O'Reilly. *Performance Analysis of Local Computer Networks*. Addison-Wesley Publishing Company, 1986.
- [7] L. Kleinrock. *Queueing Systems - Computer Applications*. Vol. 2. Chichester: John Wiley, 1979.
- [8] Lee L. Ling, A. A. Moraes. *A Análise da Perda de Pacotes na MSN*. 13º Simpósio Brasileiro de Telecomunicações. 3 a 6 de Setembro de 1995. Águas de Lindóia - SP.
- [9] M. R. Spiegel. *Manual de Fórmulas e Tabelas Matemáticas*. Editora McGraw-Hill do Brasil, 1973.
- [10] N. F. Maxemchuk. The Manhattan street network. *IEEE Global Telecommunication Conference*.

*Conference Record*. IEEE. 1985. New Orleans, LA, USA.

- [11] N. F. Maxemchuk. Regular mesh topologies in local and metropolitan area networks. *AT&T Technical Journal*. Vol. 64, No.7, Sept. 1985. pp 1659-1686.
- [12] N. F. Maxemchuk. Routing in the Manhattan street network. *IEEE Transactions on Communications*. Vol. COM.-35, No. 5, May 1987, pp. 503-514.
- [13] R. B. Cooper, *Introduction to Queueing Theory*, Second ed. (North Holland, New York), 1981.
- [14] R. Krishnan, N. F. Maxemchuk. Is There life beyond linear topologies? A comparison of DQDB and Manhattan street network. *Proceedings of The Conference on Computer Communications (IEEE INFOCON)*. Vol. 1, pp. 690-698. San Francisco, 1993.
- [15] T. G. Robertazzi. Toroidal Networks. *IEEE Communication Magazine*. Vol. 26, No. 6, June 1988. pp. 45-50.
- [16] T. N. Saadawi, M. H. Ammar and A. Hakeen. *Fundamentals of Telecommunication Networks*. John Wiley & Sons, Inc, 1994.
- [17] T. Y. Chung, D. P. Agrawal. Design and Analysis of Multidimensional Manhattan Street Networks. *IEEE Transactions on Communications*. Vol. 41. No 2. February 1993.
- [18] Z. Chen. *Performance Analysis of a Metropolitan Area Network*. PhD dissertation. School of Electrical Engineering, Cornell University, August 1991.