

defendida por IRÊNIO DE JESUS SILVA JUNIOR
e aprovada pela Comissão
Julgada em 19 / 09 / 2002
Orientador Dr. Carlos Alberto Favarin Murari



Universidade Estadual de Campinas
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação
Departamento de Sistemas de Energia Elétrica

Avaliação de Desempenho de Diferentes Matrizes de Sensibilidade na Modelagem do Equivalente Ward Estendido

Autor: Irênio de Jesus Silva Junior
Orientador: Prof. Dr. Carlos Alberto Favarin Murari

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da UNICAMP como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. André Luiz Morelato França	FEEC/UNICAMP
Prof. Dr. Carlos Alberto de Castro Junior	FEEC/UNICAMP
Prof. Dr. Carlos Alberto Favarin Murari	FEEC/UNICAMP
Prof. Dr. Geraldo Roberto Martins da Costa	EESC/USP

Campinas, Setembro de 2002.

UNIDADE	BC
Nº CHAMADA	TI UNICAMP
	538a
V	EX
TOMBO BC/	52204
PROC.	124103
C	☐
D	☒
PREÇO	R\$ 11,00
DATA	13/02/03
Nº CPD	

CM00180078-5

BIBID 283806

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

Si38a Silva Junior, Irênio de Jesus

Avaliação de desempenho de diferentes matrizes de sensibilidade na modelagem do equivalente Ward estendido / Irênio de Jesus Silva Junior.--Campinas, SP: [s.n.], 2002.

Orientador: Carlos Alberto Favarin Murari.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação.

1. Sistema de energia elétrica. 2. Redes elétricas. 3. Matrizes (Matemática). I. Murari, Carlos Alberto Favarin. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. III. Título.

Resumo

Sendo um dos modelos de equivalentes externos mais utilizados atualmente por centros de controle de sistemas de energia elétrica, o modelo Ward Estendido representa uma potente ferramenta em estudos de planejamento da expansão e operação das redes elétricas. Visando melhorar a precisão dos resultados obtidos com as redes reduzidas, este trabalho apresenta estudos e testes comparativos realizados para se avaliar o desempenho das matrizes de sensibilidade L_{cric} , L_{eq} , B'' e L na obtenção do equivalente Ward Estendido para redes radiais e malhadas, mostrando que tal equivalente torna-se mais preciso quando formado com a matriz L_{cric} .

Abstract

The Extended Ward Equivalent forms the basis of the external system modeling in several computational programs for power system expansion planning and operation studies at a number of utility control centers. This work presents a comparative study aiming to investigate the performance of the sensitivity matrices, L_{cric} , L_{eq} , B'' and L , to obtain the Extended Ward model for radial and meshed systems, showing that the Extended Ward model becomes more accurated when it is formed with the L_{cric} sensitivity matrix.

20001637

Agradecimentos

- Ao professor Carlos Alberto Favarin Murari pela excelente orientação e estímulo a mim dispensados ao longo destes anos.
- Aos professores André França, Ariovaldo Garcia, Carlos Castro, Carlos Murari, Edson Peixoto e Kléber Freire pelos ensinamentos sobre os Sistemas Elétricos de Potência.
- À Miriam von Zuben por manter a rede computacional do DSEE sempre funcionando e atualizada.
- À Edna Servidone por ser sempre tão prestativa.
- Aos demais amigos da Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da UNICAMP pela amizade e ajuda ao longo destes anos. Em especial: Adriana Scheffer, Arismar Sodré, Ana Carolina Canoas, Hécio Wagner, José Brito, Gustavo Peres, Henrique Marinho, Rogério Prazeres, Teógenes da Nóbrega e Walmir de Freitas.
- Ao amigo Eudemario de Santana pelo companheirismo, apoio e incentivo desde o começo da minha vida acadêmica.
- Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo apoio financeiro.

Dedico este trabalho aos meus pais Irênio e Virgília,
aos meus irmãos Célia, Edson e Bernadete,
e ao meu sobrinho Lucas.

Sumário

1	Introdução	1
2	Equivalentes Externos	2
2.1	Introdução	2
2.2	Equivalente Ward: Modelo Linear [6]	2
2.3	Equivalente Ward: Modelo Não-Linear [6]	4
2.4	Equivalente Ward Estendido [4]	5
3	Revisão Bibliográfica	8
4	Análise de Desempenho das Matrizes de Sensibilidade	12
4.1	Introdução	12
4.2	Sistema REDE1	13
4.2.1	REDE1 com Resistências Nulas	14
4.2.1.1	Equivalente Ward Estendido	15
4.2.1.2	Equivalente Ward	17
4.2.2	REDE1 com 10% de Efeito Resistivo	17
4.2.2.1	Equivalente Ward Estendido	18
4.2.2.2	Equivalente Ward	19
4.2.3	REDE1 com 50% de Efeito Resistivo	20
4.2.3.1	Equivalente Ward Estendido	21
4.2.3.2	Equivalente Ward	22
4.3	Sistema REDE2 [1]	22
4.3.1	Redes Equivalentes	24

4.3.1.1	Equivalente Ward Estendido	25
4.3.1.2	Equivalente Ward	26
4.4	Sistema REDE3	26
4.4.1	Redes Equivalentes	27
4.4.1.1	Equivalente Ward Estendido	29
4.4.1.2	Equivalente Ward	31
4.5	Sistema REDE4	32
4.5.1	Redes Equivalentes	33
4.5.1.1	Equivalente Ward Estendido	35
4.5.1.2	Equivalente Ward	37
4.6	Sistema IEEE-118	38
4.6.1	Redes Equivalentes	38
4.6.1.1	Equivalente Ward Estendido	42
4.6.1.2	Equivalente Ward	45
5	Conclusões	49
A	Determinação das Matrizes de Sensibilidade	50
A.1	Matriz L_{cric} [5]	50
A.2	Matriz L [1]	53
A.3	Matriz L_{eq} [2]	54
A.4	Matriz B'' [4]	54
A.5	Exemplo Numérico	55
B	Dados do Sistema IEEE-118	58

Lista de Figuras

2.1	Rede Completa	3
2.2	Equivalente Ward	3
2.3	Matriz Admitância Nodal	4
2.4	Matriz Admitância Nodal	5
2.5	Equivalente Ward Estendido	6
4.1	REDE1	13
4.2	Equivalente Ward Estendido	13
4.3	Equivalente Ward	14
4.4	REDE2	23
4.5	Equivalente Ward Estendido	24
4.6	Equivalente Ward	24
4.7	REDE3	26
4.8	Equivalente Ward Estendido	28
4.9	Equivalente Ward	28
4.10	REDE4	32
4.11	Equivalente Ward Estendido	34
4.12	Equivalente Ward	34
4.13	Equivalente Ward Estendido	39
4.14	Equivalente Ward	39
A.1	Rede Exemplo	56

Lista de Tabelas

4.1	Dados de barras	14
4.2	Cargas nas barras	14
4.3	Dados de linhas	15
4.4	Estado da barra 2	15
4.5	Admitância y_{25} e estado da barra 2 incluindo o <i>shunt</i> da rede externa	15
4.6	Admitância y_{25} e estado da barra 2 incluindo o <i>shunt</i> da rede externa	16
4.7	Admitância y_{25} e estado da barra 2 excluindo o <i>shunt</i> da rede externa	16
4.8	Admitância y_{25} e estado da barra 2 excluindo o <i>shunt</i> da rede externa	16
4.9	Admitância y_{sh} e estado da barra 2	17
4.10	Dados de barras	17
4.11	Cargas nas barras	18
4.12	Dados de linhas	18
4.13	Estado da barra 2	18
4.14	Admitância y_{25} e estado da barra 2 incluindo o <i>shunt</i> da rede externa	18
4.15	Admitância y_{25} e estado da barra 2 incluindo o <i>shunt</i> da rede externa	19
4.16	Admitância y_{25} e estado da barra 2 excluindo o <i>shunt</i> da rede externa	19
4.17	Admitância y_{25} e estado da barra 2 excluindo o <i>shunt</i> da rede externa	19
4.18	Admitância y_{sh} e estado da barra 2	19
4.19	Dados de barras	20
4.20	Cargas nas barras	20
4.21	Dados de linhas	20
4.22	Estado da barra 2	20
4.23	Admitância y_{25} e estado da barra 2 incluindo o <i>shunt</i> da rede externa	21

4.24	Admitância y_{25} e estado da barra 2 incluindo o <i>shunt</i> da rede externa	21
4.25	Admitância y_{25} e estado da barra 2 excluindo o <i>shunt</i> da rede externa	21
4.26	Admitância y_{25} e estado da barra 2 excluindo o <i>shunt</i> da rede externa	22
4.27	Admitância y_{sh} e estado da barra 2	22
4.28	Dados de barras	23
4.29	Cargas nas barras	23
4.30	Dados de linhas	23
4.31	Estado da barra 2	25
4.32	Estado da barra 3	25
4.33	Admitâncias y_{24} e y_{35} e estados das barras 2 e 3	25
4.34	Comparações percentuais de magnitudes e ângulos	26
4.35	Dados de barras	27
4.36	Potências geradas (P_G) e consumidas (P_C)	27
4.37	Dados de linhas	27
4.38	Estado da barra 3	29
4.39	Estado da barra 4	29
4.40	Admitâncias y_{36} e y_{47} e estados das barras 3 e 4 incluindo-se os <i>shunts</i> da rede externa - Contingência 1	29
4.41	Admitâncias y_{36} e y_{47} e estados das barras 3 e 4 incluindo-se os <i>shunts</i> da rede externa - Contingência 2	30
4.42	Admitâncias y_{36} e y_{47} e estados das barras 3 e 4 excluindo-se os <i>shunts</i> da rede externa - Contingência 1	30
4.43	Admitâncias y_{36} e y_{47} e estados das barras 3 e 4 excluindo-se os <i>shunts</i> da rede externa - Contingência 2	30
4.44	Admitâncias y_3^{sh} e y_4^{sh} e estados das barras 3 e 4 - Contingência 1	31
4.45	Admitâncias y_3^{sh} e y_4^{sh} e estados das barras 3 e 4 - Contingência 2	31
4.46	Dados de barras	32
4.47	Potências geradas (P_G) e consumidas (P_C)	33
4.48	Dados de linhas	33
4.49	Estados das barras - Rede Completa sem Contingência	34
4.50	Estados das barras - Rede Completa com Contingência 1	35

4.51 Estados das barras - Rede Completa com Contingência 2	35
4.52 Admitâncias $y_{(4-60)}$ e $y_{(5-70)}$ e estados das barras internas e de fronteira - Contingência 1	36
4.53 Admitâncias $y_{(4-60)}$ e $y_{(5-70)}$ e estados das barras internas e de fronteira - Contingência 2	36
4.54 Estados e variações percentuais para as barras 2, 3, 4 e 5 - Contingência 2	37
4.55 Estados das barras da rede interna e da fronteira	41
4.56 Valores das impedâncias entre as barras de fronteira	42
4.57 Valores das admitâncias - Situação 1	42
4.58 Valores das admitâncias - Situação 2	43
4.59 Valores das admitâncias - Situação 3	43
4.60 Máximas variações percentuais em magnitude de tensão - Situação 1	43
4.61 Máximas variações percentuais em magnitude de tensão - Situação 2	43
4.62 Máximas variações percentuais em magnitude de tensão - Situação 3	44
4.63 Valores de fluxos de potência - Situação 1	44
4.64 Valores de fluxos de potência - Situação 2	44
4.65 Valores de fluxos de potência - Situação 3	45
4.66 Valores das impedâncias entre as barras de fronteira	46
4.67 Valores das admitâncias <i>shunt</i>	46
4.68 Máxima variação percentual das magnitudes das tensões - Situação 1	46
4.69 Máxima variação percentual das magnitudes das tensões - Situação 2	46
4.70 Máxima variação percentual das magnitudes das tensões - Situação 3	47
4.71 Valores de fluxos de potência - Situação 1	47
4.72 Valores de fluxos de potência - Situação 2	47
4.73 Valores de fluxos de potência - Situação 3	47
A.1 Dados de barras	56
A.2 Cargas nas barras	56
A.3 Dados de linhas	56
B.1 Dados de barras	58
B.2 Dados de linhas	62

Capítulo 1

Introdução

Com o crescimento dos sistemas interligados de geração e transmissão de energia elétrica, as empresas do setor passaram a utilizar, com maior frequência, técnicas de simplificação das redes elétricas para a realização de estudos operacionais e de planejamento. O objetivo disto é garantir a continuidade e a qualidade do serviço de atendimento de cargas.

Os sistemas interligados contemplam um grande número de subestações e linhas de transmissão pertencentes a várias companhias que fornecem energia às cargas distribuídas por extensas áreas, e dessa forma a execução de determinadas funções de controle e planejamento só é viabilizada com o uso de modelos equivalentes para representar as partes dos sistemas interligados que não são totalmente observáveis pelos centros de controle.

O Equivalente Ward Estendido é um dos modelos de equivalentes bastante utilizado pelos centros de controle. Este trabalho tem como objetivo testar novas matrizes de sensibilidade para a obtenção deste equivalente para redes radiais e malhadas, de pequeno e grande porte, com o intuito de melhorar a precisão dos resultados obtidos.

No Capítulo 2 é feita uma revisão bibliográfica sobre o assunto comentando os últimos trabalhos realizados sobre o tema com propostas de melhorias realizadas por alguns pesquisadores.

No Capítulo 3 se faz uma breve revisão sobre a teoria de equivalentes externos, em especial sobre os equivalentes Ward e Ward Estendido.

No Capítulo 4 são apresentadas as redes bem como os respectivos testes realizados. Neste capítulo são feitas comparações entre os resultados encontrados por meio de cada uma das matrizes de sensibilidade utilizada.

No Capítulo 5 são apresentadas as considerações finais acerca deste trabalho.

No *Apêndice A* tem-se as leis de formação para cada matriz de sensibilidade e apresenta-se um exemplo numérico para uma rede teste.

No *Apêndice B* tem-se os dados da rede IEEE-118.

Capítulo 2

Equivalentes Externos

2.1 Introdução

Em estudos de planejamento da expansão e da operação de sistemas de energia elétrica, partes da rede podem ser representadas pelos equivalentes externos [6] [4] [1] visando-se a redução das dimensões dos problemas de análise e consequentemente do esforço computacional. Para problemas que exigem soluções repetidas de casos semelhantes, como por exemplo, a análise de contingências por perda de linhas e transformadores, a redução das dimensões da rede pela utilização de equivalentes apresenta vantagens computacionais significativas.

Por outro lado, em aplicações ligadas à supervisão e ao controle em tempo real, a necessidade de equivalentes externos se deve também à falta de informações completas e atualizadas sobre o estado atual de toda a rede de transmissão. Um centro de operação regional geralmente só dispõe de informações atualizadas sobre o estado da parte monitorada da rede e portanto, neste tipo de aplicação é oportuna a representação aproximada das regiões não monitoradas através de redes equivalentes.

Um requisito importante é a precisão dos resultados provenientes das redes reduzidas, sendo que nos estudos de contingências, por exemplo, análise de contingências por perdas de linhas e transformadores, tal precisão é muito bem tolerada em estudos de planejamento, mas pode ser menos aceitável para análises em tempo real.

Atualmente, um dos modelos de equivalentes externos mais utilizados por centros de controle é o modelo Ward-Estendido [4]. Neste capítulo faz-se uma revisão deste tipo de equivalente para que se possa, posteriormente, entender a proposta desta pesquisa.

2.2 Equivalente Ward: Modelo Linear [6]

Este modelo baseia-se em redução de circuitos por eliminação de barras. Assim, dada uma configuração de rede é obtido o equivalente, eliminando-se um a um os nós ou barras da rede e consequentemente criando-se novas ligações entre os nós remanescentes. Desta forma, para o sistema

de equações nodais da rede, a redução significa eliminar uma a uma as equações, modificando as que restam de forma que o novo conjunto de equações forneça o mesmo resultado.

Um sistema elétrico pode ser dividido em três partes: rede interna, fronteira e rede externa. A rede interna, juntamente com a fronteira, constitui a área de interesse na supervisão e no controle em tempo real.

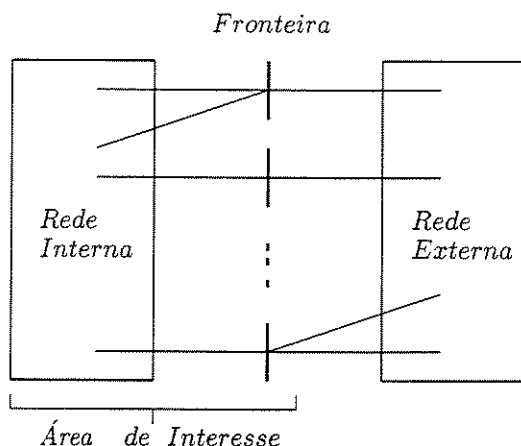


Figura 2.1: Rede Completa

O equivalente Ward é obtido de tal forma que as barras da rede interna e da fronteira sejam preservadas e as barras da rede externa são excluídas pelo método da Eliminação de Gauss [1], que provoca o surgimento de ligações equivalentes e elementos *shunt* nas barras de fronteira.

O processo de eliminação das barras, ou das equações, é repetido até que restem somente as barras que compõem a área de interesse, ou as equações referentes a estas barras.

A forma geral do equivalente Ward é ilustrada na figura 2.2.

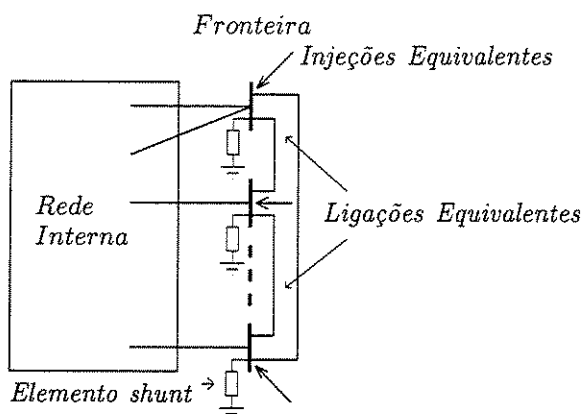


Figura 2.2: Equivalente Ward

A obtenção do equivalente Ward pode ser feita em duas etapas: na primeira, é determinada a rede equivalente (*shunts* e admitâncias equivalentes entre as barras de fronteira) e na segunda, são calculadas as injeções equivalentes de potência ativa e reativa nas barras de fronteira.

O método clássico de determinação do equivalente Ward baseia-se no fato de uma rede poder ser representada por um modelo linear do tipo:

$$Y\mathbf{\underline{E}} = \mathbf{\underline{I}} \quad (2.1)$$

sendo Y a matriz admitância nodal, $\mathbf{\underline{E}}$ o vetor das tensões complexas dos nós e $\mathbf{\underline{I}}$ o vetor das injeções nodais de corrente. Neste tipo de modelo, cargas e geradores podem ser representados por corrente constante, admitância constante, ou ambos; sendo as correntes incluídas no vetor $\mathbf{\underline{I}}$ e as admitâncias na diagonal principal da matriz Y .

A matriz admitância nodal Y^{eq} da rede reduzida (rede interna mais equivalente), é mostrada na figura 2.3.

$$Y^{eq} = \begin{array}{|c|c|} \hline Y_{FF}^{eq} & Y_{FI} \\ \hline Y_{IF} & Y_{II} \\ \hline \end{array}$$

Figura 2.3: Matriz Admitância Nodal

Na matriz Y^{eq} tem-se:

- Y_{FF}^{eq} é a submatriz equivalente da matriz admitância nodal para as barras de fronteira da rede equivalente.
- Y_{FI} e Y_{IF} são as submatrizes da matriz admitância nodal para as barras de fronteira e barras da rede interna da rede equivalente.
- Y_{II} é a submatriz da matriz admitância nodal para as barras da rede interna da rede equivalente.

2.3 Equivalente Ward: Modelo Não-Linear [6]

Em virtude de os algoritmos de fluxo de carga, em sua maioria, adotarem modelos não-lineares em que as gerações e as cargas são representadas por injeções de potência ativa e reativa, foi desenvolvida a versão não-linear do equivalente Ward [6].

Para que a rede equivalente reproduza o estado correspondente ao da rede completa, são calculadas injeções de potência ativa e reativa nas barras de fronteira:

$$P_k^{eq} = V_k^0 \sum_{m \in K} V_m^0 (G_{km}^{eq} \cos \theta_{km}^0 + B_{km}^{eq} \sin \theta_{km}^0) \quad (2.2)$$

$$Q_k^{eq} = V_k^0 \sum_{m \in K} V_m^0 (G_{km}^{eq} \sin \theta_{km}^0 - B_{km}^{eq} \cos \theta_{km}^0) \quad (2.3)$$

em que V^0 e θ^0 são as variáveis de estado correspondentes ao caso básico, K é o conjunto de barras de fronteira e internas vizinhas à barra k (incluindo a própria barra k , e $G_{km}^{eq} + jB_{km}^{eq}$ são os elementos da matriz admitância nodal Y^{eq} da rede reduzida (rede interna mais equivalente), como mostra a figura 2.4.

$$Y^{eq} = \begin{array}{|c|c|} \hline Y_{FF}^{eq} & Y_{FI} \\ \hline Y_{IF} & Y_{II} \\ \hline \end{array}$$

Figura 2.4: Matriz Admitância Nodal

A redução da matriz admitância nodal do sistema externo pode provocar o aparecimento de elementos *shunt* nas barras de fronteira com admitâncias anormalmente elevadas. Quando isto ocorre, as injeções equivalentes calculadas pelas expressões 2.2 e 2.3 podem ter valores muito elevados, sendo que este tipo de problema ocorre frequentemente quando as cargas externas são modeladas por admitâncias constantes ou devido à existência dos próprios elementos *shunt* da rede (reatores, capacitores, *shunts* de linhas de transmissão, etc.). Valores anormais de injeções e admitâncias *shunt* nas barras de fronteira, além de deteriorarem a qualidade do equivalente, podem provocar dificuldades de convergência dos programas de fluxo de carga.

Quando utilizado na análise de perturbações na rede de interesse, o equivalente Ward geralmente apresenta boa precisão para a parte ativa (fluxos de potência ativa) e resultados ruins para a parte reativa (magnitudes das tensões e fluxos de potência reativa). A origem das dificuldades na representação das reações reativas do equivalente Ward reside basicamente no fato de ele não considerar o efeito das barras *PV* do sistema externo, ou seja, as barras são tratadas da mesma forma que as barras *PQ*.

Entretanto uma barra *PV* do sistema externo localizada nas proximidades da fronteira pode ser responsável por um suporte de reativos significativo durante uma contingência. Se o equivalente externo não considerar este fato, em geral os resultados são bastante imprecisos.

2.4 Equivalente Ward Estendido [4]

Este equivalente é uma extensão da versão não-linear do equivalente Ward, obtida pela introdução de um dispositivo de ajuste das injeções de potência reativa nas barras de fronteira que visa

representar as reações das barras *PV* externas eliminadas durante o processo de redução. Isso significa que, apesar de eliminadas, as barras *PV* externas têm seu efeito aproximadamente representado pelo dispositivo de ajuste das injeções reativas nas barras de fronteira, que consiste na inserção de barras *PV*-fictícias conectadas às barras de fronteira.

A forma geral do equivalente Ward Estendido está ilustrada na figura 2.5, sendo que as admitâncias equivalentes que interligam as barras de fronteira entre si e as injeções equivalentes na fronteira são obtidas da mesma forma que no equivalente Ward.

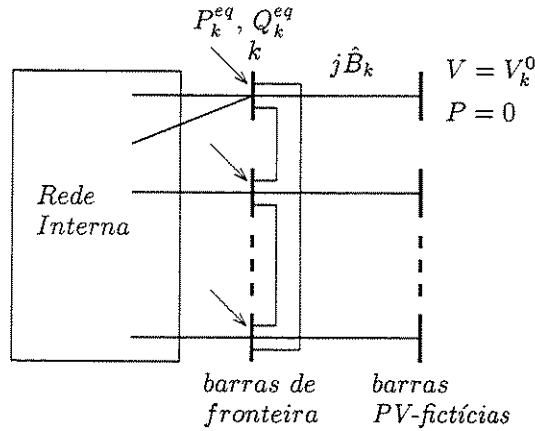


Figura 2.5: Equivalente Ward Estendido

As magnitudes das tensões especificadas para as barras *PV*-fictícias são as mesmas das barras de fronteira correspondentes ao caso básico ($V = V_k^0$), sendo as potências ativas especificadas nulas ($P=0$). Assim sendo, os fluxos nas respectivas ligações são nulos no caso básico e as reações das barras *PV*-fictícias só ocorrem diante de alterações no estado das barras de fronteira provocadas, por exemplo, por uma contingência na rede de interesse. Nessas situações, isto é, quando a magnitude da tensão de uma barra de fronteira varia, a barra *PV*-fictícia correspondente injeta (ou retira) reativos que representam aproximadamente o efeito sobre a fronteira das barras *PV* externas eliminadas. Essas injeções de potência reativa são dadas por:

$$\Delta Q_k = V_k \hat{B}_k \Delta V_k \quad (2.4)$$

em que ΔV_k é a variação na tensão da barra de fronteira em relação ao caso básico.

O significado e o modo de obtenção das susceptâncias $\hat{B}_k$ são discutidos a seguir.

A reação reativa do sistema externo (incluindo o efeito das barras *PV*) a uma perturbação interna é dada aproximadamente por:

$$\underline{\Delta Q^{red}}/V = B_{red}'' \underline{\Delta V} \quad (2.5)$$

em que $\underline{\Delta Q^{red}}$ é o vetor das alterações nas injeções de potência reativa nas barras de fronteira

provenientes do sistema externo; $\Delta \underline{V}$ é o vetor dos desvios nas magnitudes das tensões das barras de fronteira; e B''_{red} é a matriz B'' (método desacoplado rápido) do sistema externo reduzida até a fronteira.

A reação reativa externa dada pela expressão 2.5 pode ser subdividida em duas componentes:

- a primeira devida às susceptâncias equivalentes entre as barras de fronteira que correspondem aos elementos de fora da diagonal principal da matriz B''_{red} e
- a segunda componente dada pelas susceptâncias $\hat{B}_k$ que são uma parcela das susceptâncias que aparecem na diagonal principal da matriz B''_{red} ($\hat{B}_k$ é dado pela soma algébrica de todos os elementos da linha k da matriz B''_{red}).

Capítulo 3

Revisão Bibliográfica

Desde seu desenvolvimento, o Equivalente Ward Estendido não sofreu qualquer alteração. Alguns pesquisadores tentaram alterar de alguma forma o modelo tentando melhorar seus resultados mas tais trabalhos não obtiveram o resultado desejado [7] [8] [9].

No Equivalente Ward Estendido, o efeito PV , que é a reação reativa das barras PV 's do sistema externo numa situação de contingência na rede interna para a rede completa, é representado separadamente para cada barra de fronteira. No sistema completo, no entanto, pode existir um efeito cruzado entre as barras de fronteira, pelo fato de não serem solicitadas igualmente no caso de contingências perto da fronteira.

Em 1979, Sigmar Deckmann [7] propôs uma versão do equivalente Ward Estendido que leva em conta este efeito cruzado.

No modelo Ward, as variações de tensão e potência reativa podem ser relacionadas por:

$$\left(\frac{\Delta Q_W}{|V_F|} \right) = (B''_W) \cdot (\Delta |V_F|) \quad (3.1)$$

onde B''_W é a matriz B'' calculada para a rede equivalente Ward.

Do modelo Ward, quando as reações ativas e reativas podem ser representadas separadamente, é observado que, levando-se em conta as barras PV externas, a relação correspondente a 3.1 é dada por:

$$\left(\frac{\Delta Q_F}{|V_F|} \right) = (B''_{red}) \cdot (\Delta |V_F|) \quad (3.2)$$

onde B''_{red} corresponde à matriz B'' reduzida. Portanto, as reações do modelo Ward devem ser corrigidas pela diferença:

$$\left(\frac{\Delta Q_C}{|V_F|} \right) = (B''_{red} - B''_W) \cdot (\Delta |V_F|) \equiv (\Delta B''_F) \cdot (\Delta |V_F|) \quad (3.3)$$

Para suprir essas injeções adicionais, interpreta-se a matriz $\Delta B''_F = B''_{red} - B''_W$ através de um circuito equivalente complementar:

$$\Delta B''_{kl} = -\frac{1}{\Delta X''_{kl}} \quad \text{para a ligação série k-l} \quad (3.4)$$

$$\frac{1}{2} \sum_{l \in k} \Delta B''_{kl} = -B_k^{sh} \quad \text{para a ligação "shunt" k} \quad (3.5)$$

O circuito complementar só é utilizado para calcular a potência reativa, resultando um modelo Ward Estendido com efeito cruzado.

Os resultados do Ward Estendido cruzado são ligeiramente melhores do que para o Ward Estendido convencional. Isto porque, além do efeito *PV* ser representado através dos elementos *shunt*, existe uma compensação reativa cruzada, devido às ligações complementares $\Delta X''$. A representação do circuito série complementar exige a modificação dos programas de fluxo de carga, o que é uma desvantagem. Desprezando-se as ligações complementares série ($\Delta X''$), resulta o próprio modelo Ward Estendido com ligações *PV* para a "terra". A correção cruzada é dada por:

$$\left(\frac{\Delta Q_K}{|V_k|} \right) = \Delta B''_{kl} (\Delta |V_k| - \Delta |V_l|) \quad (3.6)$$

e, portanto, é um efeito de segunda ordem. Quando a ligação entre duas barras de fronteira $k - l$ é forte, as tensões correspondentes variam conjuntamente, resultando $(\Delta |V_k| - \Delta |V_l|) \simeq 0$. Ao contrário, se a ligação for fraca, tem-se $(\Delta B''_{kl}) \simeq 0$. Nos dois casos, o efeito cruzado pode ser ignorado, ficando-se com um modelo simplificado Ward Estendido.

Em 1980, Adriano Alber [8] propôs um modelo para o Equivalente Ward Estendido com calibração. A idéia básica deste modelo é manter-se a filosofia do Ward Estendido, através das barras fictícias, modificando-se somente os valores das admitâncias dos ramos fictícios, com o objetivo de se conseguir que os incrementos de potência injetados ou absorvidos por esses ramos façam com que os fluxos no sistema estejam mais próximos dos valores exatos.

Essa idéia vem do fato de que as admitâncias dos ramos fictícios melhoram os valores dos fluxos, porém sem eliminar totalmente os erros existentes, levando a pensar-se sobre quais valores das admitâncias eliminariam esses erros. Em outras palavras, procura-se uma forma de calibrar os valores das admitâncias dos ramos fictícios de tal maneira que melhore o desempenho do equivalente.

A idéia de obter valores de admitâncias que tornem os fluxos exatos, leva a pensar sobre as medidas do acerto destes valores, que podem ser feitas pelos próprios erros nos fluxos. Também a

medição destes erros pode ser feita tanto nos fluxos de reativos somente, como nos fluxos de ativos e reativos, isto é, pode-se calibrar os ramos fictícios baseando-se somente nos erros dos reativos ou dos ativos e reativos.

A calibração é feita fora do caso base, ou seja, é baseada no desempenho do Equivalente Ward Estendido em uma contingência, ou em uma situação tal que a reação do sistema externo seja significativa. Nesta situação determinam-se os erros nos fluxos, isto é, a diferença entre os valores exatos e os fornecidos pelo Ward Estendido.

Logo, para a calibração, é necessário dispor dos valores exatos dos fluxos de potência, bem como dos valores de fluxos fornecidos pelo equivalente Ward Estendido. Isto implica em obter os fluxos exatos através de um fluxo de carga do sistema completo ou por telemedição, enquanto os do Ward Estendido são obtidos sem dificuldades já que se tem todos os dados necessários.

Uma vez que os ramos fictícios estão ligados às barras de fronteira, a calibração irá afetar diretamente os fluxos injetados nestas barras e portanto a correção dos fluxos, ou a medição dos erros, deverá ser feita nas outras linhas também ligadas a estas barras, que são linhas de interligação e as ligações entre as barras de fronteira, tanto as do equivalente como as pré-existentes.

De posse do erro, em termos de fluxo, para cada barra fronteira, calcula-se qual deverá ser a variação da admitância do ramo fictício correspondente, capaz de fornecer ao sistema um fluxo igual ao erro medido, sendo esta variação incorporada ao ramo fictício. Em outras palavras, calcula-se um novo ramo fictício em cada barra de fronteira, em paralelo com o original, que injete no sistema um fluxo igual ao erro e em seguida somam-se as admitâncias, ficando-se somente com o ramo fictício original mas com a admitância modificada.

Este modelo pode ser adaptado com facilidade a programas comuns de fluxo de carga e seu desempenho pode ser considerado bom. Entretanto, o mesmo apresenta dificuldades para ser obtido e limitações quanto à sua utilização. Uma das dificuldades é quanto à escolha da contingência que servirá como base para a calibração. Outro problema é a limitação, em princípio, a um uso em aplicações “off-line”, tipo planejamento e estudos, em virtude da dificuldade de se obter os fluxos exatos que permitam efetuar as medições de erros.

Em 1987, Paulo Cezar Tavares [9] propôs um algoritmo para a obtenção de um novo modelo para o equivalente Ward Estendido, com uma nova proposta de modelagem das barras *PV* e dos elementos *shunt* e tal modelo foi chamado de “Ward Estendido em Uma Etapa”. O objetivo principal deste algoritmo consistiu em introduzir melhorias computacionais para a obtenção do equivalente Ward Estendido convencional.

O processo básico proposto para a obtenção do Ward Estendido em Uma Etapa é o seguinte:

- Formação da matriz admitância nodal do sistema externo incluindo as barras de fronteira. O ponto essencial é a partição, para fins de eliminação ordenada, do sistema externo em dois conjuntos: um das barras *PQ* externas e outro das barras *PV* externas.
- Eliminação Gaussiana [1] das barras *PQ* externas. Pode-se neste ponto obter os *shunts* equivalentes do modelo Ward Estendido em Uma Etapa, observando que ele é constituído da soma de duas parcelas, a saber:

1 Parcela dos *shunts* equivalentes devido à reflexão de ligações para “terra” em função da

redução das barras PQ . A soma de todos os elementos da linha i da matriz admitância nodal fornece o valor *shunt* equivalente da barra i , após a eliminação das barras PQ externas.

2 Parcela dos *shunts* equivalentes devido às barras PV externas. Com relação à obtenção dos *shunts* equivalentes pode-se fazer as seguintes observações:

- Computacionalmente as componentes 1 e 2 são calculadas simultaneamente.
 - Quando não existem *shunts* associados às barras PQ externas, a componente 1 é nula. Quando não existem barras PV no sistema externo, a componente 2 é nula.
 - Na maioria dos sistemas elétricos a componente devida à parcela dos *shunts* equivalentes devido à reflexão de ligações para “terra” em função da redução das barras PQ é maior que a componente devida à parcela dos *shunts* equivalentes devido às barras PV externas.
 - Ao se eliminar as barras PQ , uma parcela das ligações *shunt* foi refletida para as barras PV externas. Uma vez que, por definição, a tensão dessas barras não muda, a presença dessas ligações *shunt* não produz nenhuma influência sobre as barras de fronteira.
- Eliminação Gaussiana [1] das barras PV externas.
 - Da mesma forma que no modelo Ward Estendido, calcular as injeções equivalentes na fronteira, de modo a ajustar o sistema reduzido às condições do caso base disponível.

Pela formulação do Ward Estendido em Uma Etapa, a obtenção da rede equivalente necessita de apenas uma formação e decomposição triangular da matriz admitância nodal do sistema externo. O modelo Ward Estendido convencional, propõe a formação e a redução duas vezes da matriz admitância nodal do sistema externo.

Em sistemas que não apresentam *shunts* elevados a componente 1 do equivalente é praticamente nula. Neste caso os parâmetros obtidos com o Ward Estendido em Uma Etapa ou Ward Estendido convencional são praticamente iguais.

Capítulo 4

Análise de Desempenho das Matrizes de Sensibilidade

4.1 Introdução

Neste capítulo investiga-se o desempenho das matrizes de sensibilidade B'' , L , L_{cric} e L_{eq} na obtenção do Equivalente Ward Estendido [4] em redes radiais e malhadas. São apresentadas comparações entre os resultados, incluindo-se os obtidos com o Equivalente Ward [4, 6].

A matriz B'' [4] é uma aproximação da submatriz L da matriz Jacobiana, representando a sensibilidade da magnitude da tensão em relação à potência reativa e que na sua formação considera apenas os dados topológicos da rede.

A versão da matriz de sensibilidade B'' proposta por van Amerongen [10] também foi testada, porém, a mesma não apresentou resultados satisfatórios, não sendo os mesmos apresentados neste trabalho. Isto se deve ao fato da mesma não incluir, na sua formação, o efeito resistivo das linhas. Isto pode ser visto na respectiva lei de formação:

$$\begin{aligned} B''_{kk} &= \sum_{m \in \Omega_k} x_{km}^{-1} - 2 \cdot (b_k^{sh} + \sum_{m \in \Omega_k} b_{km}^{sh}) \\ B''_{km} &= -x_{km}^{-1} \\ B''_{mk} &= B''_{km} \end{aligned}$$

A matriz L representa a sensibilidade da magnitude da tensão em relação à potência reativa e na sua formação contempla os dados topológicos e o estado de operação da rede, sendo uma matriz exata, ou seja, sem aproximações.

A matriz L_{cric} representa a sensibilidade da magnitude da tensão em relação à potência reativa quando a potência ativa é considerada constante, incluindo na sua formação os dados topológicos e o estado de operação da rede.

A matriz L_{eq} também é uma matriz exata, ou seja, sem aproximações, e a mesma representa

todas as sensibilidades possíveis da magnitude e do ângulo da tensão em relação as potências ativa e reativa, pois a mesma deriva de uma operação das submatrizes H , M , N , e L da matriz Jacobiana, levando em consideração, na sua formação, os dados topológicos e o estado de operação da rede.

A formulação completa das matrizes L_{cric} , L_{eq} , B'' e L é descrita no Apêndice A.

4.2 Sistema REDE1

Trata-se de uma rede elétrica radial com quatro barras designada por REDE1, cujo diagrama é apresentado na figura 4.1.

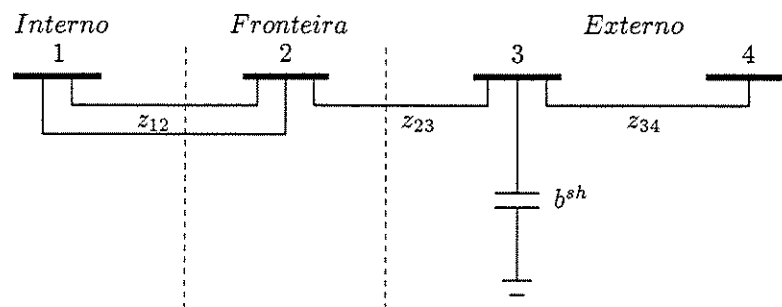


Figura 4.1: REDE1

Os valores das impedâncias das ligações (z_{12} , z_{23} e z_{34}) bem como o valor da susceptância do *shunt* de barra (b^{sh}) são fornecidos em cada uma das simulações realizadas. Nesta rede não há *shunts* de linha.

Na figura 4.2 tem-se o diagrama da rede equivalente para o modelo Ward Estendido, onde a barra 5 é a barra *PV*-fictícia e y_{25} é a admitância da respectiva ligação com a barra de fronteira.

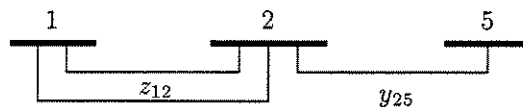


Figura 4.2: Equivalente Ward Estendido

Na figura 4.3 tem-se o diagrama da rede equivalente para o modelo Ward, onde y^{sh} é a admitância *shunt* resultante do processo de obtenção do Equivalente Ward.

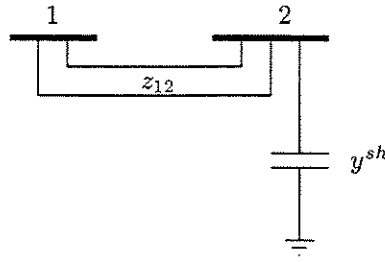


Figura 4.3: Equivalente Ward

Enquanto a matriz B'' só depende dos parâmetros da rede, as outras três dependem também do estado da rede e optamos por realizar testes com as matrizes L_{cric} , L_{eq} e L em duas situações:

- Situação 1 - Formação das matrizes com o estado da rede obtido via fluxo de carga.
- Situação 2 - Formação das matrizes na condição de *flat start PQ*, que corresponde a atribuírmos magnitude 1,0 *p.u.* e ângulo 0 *rad.* a todas as barras do tipo *PQ*.

A contingência analisada para esta rede foi a perda de uma ligação do circuito duplo 1-2.

4.2.1 REDE1 com Resistências Nulas

Nesta configuração da REDE1, os efeitos resistivos das linhas de transmissão são anulados. Para este caso tem-se:

Tabela 4.1: Dados de barras

Barra	Tipo	Tensão (<i>p.u.</i>)	Ângulo (<i>rad.</i>)	Shunt (<i>p.u.</i>)
1	$V\theta$	1,000	0,0	-
2	PQ	1,000	0,0	-
3	PQ	1,000	0,0	$j0,1$
4	PV	1,050	0,0	-

Tabela 4.2: Cargas nas barras

Barra	P_C (<i>p.u.</i>)	Q_C (<i>p.u.</i>)
2	0,05	0,70
3	0,20	0,40
4	0,20	-

Tabela 4.3: Dados de linhas

Linha	Impedância ($p.u.$)
1 – 2	$j0,050$
1 – 2	$j0,050$
2 – 3	$j0,050$
3 – 4	$j0,050$

Executando-se um programa de fluxo de carga (versão Newton-Raphson) obteve-se os seguintes valores de magnitude e ângulo da tensão na barra 2:

Tabela 4.4: Estado da barra 2

	Tensão ($p.u.$)	Ângulo ($rad.$)
Rede Completa	0,9928	-0,0113
Rede Contingenciada	0,9878	-0,0228

4.2.1.1 Equivalente Ward Estendido

Nas tabelas 4.5 a 4.8 são apresentados os valores obtidos para y_{25} bem como os valores da magnitude V_2 e do ângulo θ_2 para a rede reduzida (modelo Ward Estendido) contingenciada. Para os valores de y_{25} das tabelas 4.5 e 4.6, as respectivas matrizes de sensibilidade foram formadas considerando-se o *shunt* da rede externa. Nas tabelas 4.7 e 4.8 tem-se os valores de y_{25} obtidos a partir das matrizes de sensibilidade em que o *shunt* da rede externa foi desconsiderado. Nestas tabelas tem-se também as variações percentuais dos valores da magnitude e do ângulo da tensão na barra de fronteira em relação aos valores exatos obtidos na situação de contingência para a rede completa.

Tabela 4.5: Admitância y_{25} e estado da barra 2 incluindo o *shunt* da rede externa

		L_{cric}	L_{eq}	B''	L
Situação 1	$y_{25}(p.u.)$	$-j9,371428$	$-j9,372300$	$-j9,949749$	$-j9,103867$
	$V_2(p.u.)$	0,9878	0,9878	0,9879	0,9877
	$\theta_2(rad.)$	-0,0227	-0,0227	-0,0227	-0,0227
	$\Delta V_2(\%)$	0,00	0,00	0,01	0,01
	$\Delta \theta_2(\%)$	0,44	0,44	0,44	0,44

Tabela 4.6: Admitância y_{25} e estado da barra 2 incluindo o *shunt* da rede externa

		L_{cric}	L_{eq}	B''	L
Situação 2	$y_{25}(p.u.)$	$-j9,690722$	$-j9,690722$	$-j9,949749$	$-j9,690722$
	$V_2(p.u.)$	0,9878	0,9878	0,9879	0,9878
	$\theta_2(rad.)$	-0,0227	-0,0227	-0,0227	-0,0227
	$\Delta V_2(\%)$	0,00	0,00	0,01	0,00
	$\Delta \theta_2(\%)$	0,44	0,44	0,44	0,44

Tabela 4.7: Admitância y_{25} e estado da barra 2 excluindo o *shunt* da rede externa

		L_{cric}	L_{eq}	B''	L
Situação 1	$y_{25}(p.u.)$	$-j9,422092$	$-j9,411945$	$-j10,000000$	$-j9,440404$
	$V_2(p.u.)$	0,9878	0,9878	0,9879	0,9878
	$\theta_2(rad.)$	-0,0227	-0,0227	-0,0227	-0,0227
	$\Delta V_2(\%)$	0,00	0,00	0,01	0,00
	$\Delta \theta_2(\%)$	0,44	0,44	0,44	0,44

Tabela 4.8: Admitância y_{25} e estado da barra 2 excluindo o *shunt* da rede externa

		L_{cric}	L_{eq}	B''	L
Situação 2	$y_{25}(p.u.)$	$-j9,743590$	$-j9,743590$	$-j10,000000$	$-j9,743590$
	$V_2(p.u.)$	0,9878	0,9878	0,9879	0,9878
	$\theta_2(rad.)$	-0,0227	-0,0227	-0,0227	-0,0227
	$\Delta V_2(\%)$	0,00	0,00	0,01	0,00
	$\Delta \theta_2(\%)$	0,44	0,44	0,44	0,44

Podemos observar que na Situação 2 os valores obtidos a partir das matrizes L_{cric} , L_{eq} e L para a admitância y_{25} são iguais. Isso se deve ao fato de tais matrizes serem iguais para este caso, pois, de acordo com as equações que se encontram no Apêndice A, para a situação de *flat start* e resistências das linhas nulas elas possuem leis de formação idênticas. Formadas para a rede externa mais fronteira, incluindo o *shunt*, tem-se:

$$L_{cric} = L_{eq} = L = \begin{matrix} & \begin{matrix} 2 & 3 & 4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 20,0000 & -20,0000 & 0 \\ -20,0000 & 38,8000 & -21,0000 \\ 0 & -20,0000 & 10^{20} \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Obs.: Assim como na matriz Jacobiana, também nestas matrizes usa-se o artifício de se colocar um número muito grande (10^{20}) na posição da diagonal referente à barra PV com o intuito de se eliminar a linha e a coluna referentes a este tipo de barra.

Para a rede externa mais fronteira, excluindo o *shunt*, tem-se:

$$L_{cric} = L_{eq} = L = \begin{matrix} & \begin{matrix} 2 & 3 & 4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 20,0000 & -20,0000 & 0 \\ -20,0000 & 39,0000 & -21,0000 \\ 0 & -20,0000 & 10^{20} \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Pelos resultados mostrados nas tabelas 4.7 e 4.8 observamos que as matrizes de sensibilidade praticamente tiveram o mesmo desempenho. Com a matriz B'' tem-se um pequeno erro percentual para a magnitude da tensão na barra 2 que pode ser considerado irrelevante.

4.2.1.2 Equivalente Ward

Na tabela 4.9 tem-se os valores obtidos para y^{sh} e para a magnitude e o ângulo da tensão na barra 2 para a rede reduzida (modelo Ward) contingenciada, incluindo-se as variações percentuais dos valores da magnitude e do ângulo em relação aos valores exatos obtidos na situação de contingência para a rede completa.

Tabela 4.9: Admitância y_{sh} e estado da barra 2

$y^{sh}(p.u.)$	$V_2(p.u.)$	$\theta_2(rad.)$	$\Delta V_2(\%)$	$\Delta \theta_2(\%)$
$j0,100503$	0,9853	-0,0228	0,25	0,00

Comparando os resultados obtidos nas tabelas 4.5 a 4.9 conclui-se que o equivalente Ward apresentou um pior resultado para a magnitude da tensão na barra 2 quando comparado com o equivalente Ward Estendido. No entanto o mesmo apresentou um melhor resultado para o ângulo da tensão e isso se deve ao fato de tal rede equivalente possuir apenas uma linha, que não possui resistência, não provocando assim uma variação do ângulo na barra de fronteira. Isso não vale para o equivalente Ward Estendido pelo fato de que quando há uma contingência no sistema interno a PV-fictícia reage injetando um fluxo de reativo pela ligação fictícia pois existe uma pequena sensibilidade de Q em relação a θ que provoca uma pequena variação angular para a barra de fronteira.

4.2.2 REDE1 com 10% de Efeito Resistivo

Nesta configuração da REDE1, o efeito resistivo das linhas de transmissão corresponde a 10% do valor da reatância em cada linha.

Tabela 4.10: Dados de barras

Barra	Tipo	Tensão (p.u.)	Ângulo (rad.)	Shunt (p.u.)
1	$V\theta$	1,000	0,0	-
2	PQ	1,000	0,0	-
3	PQ	1,000	0,0	$j0,1$
4	PV	1,050	0,0	-

Tabela 4.11: Cargas nas barras

Barra	P_C (p.u.)	Q_C (p.u.)
2	0,05	0,70
3	0,20	0,40
4	0,20	-

Tabela 4.12: Dados de linhas

Linha	Impedância (p.u.)
1 – 2	$0,005 + j0,050$
1 – 2	$0,005 + j0,050$
2 – 3	$0,005 + j0,050$
3 – 4	$0,005 + j0,050$

Executando o programa de fluxo de carga tem-se:

Tabela 4.13: Estado da barra 2

	Tensão (p.u.)	Ângulo (rad.)
Rede Completa	0,9924	-0,0108
Rede Contingenciada	0,9872	-0,0220

4.2.2.1 Equivalente Ward Estendido

Nas tabelas 4.14 a 4.17 são apresentados os valores obtidos para y_{25} bem como os valores da magnitude V_2 e do ângulo θ_2 para a rede reduzida (modelo Ward Estendido) contingenciada. Para os valores de y_{25} das tabelas 4.14 e 4.15, as respectivas matrizes de sensibilidade foram formadas considerando-se o *shunt* da rede externa. Nas tabelas 4.16 e 4.17 tem-se os valores de y_{25} obtidos a partir das matrizes de sensibilidade em que o *shunt* da rede externa foi desconsiderado. Nestas tabelas tem-se também as variações percentuais dos valores da magnitude e do ângulo da tensão na barra de fronteira em relação aos valores exatos obtidos na situação de contingência para a rede completa.

Tabela 4.14: Admitância y_{25} e estado da barra 2 incluindo o *shunt* da rede externa

		L_{cric}	L_{eq}	B''	L
Situação 1	$y_{25}(p.u.)$	-j9,329241	-j9,337448	-j9,850701	-j9,256908
	$V_2(p.u.)$	0,9871	0,9871	0,9872	0,9871
	$\theta_2(rad.)$	-0,0220	-0,0220	-0,0220	-0,0220
	$\Delta V_2(\%)$	0,01	0,01	0,00	0,01
	$\Delta \theta_2(\%)$	0,00	0,00	0,00	0,00

Tabela 4.15: Admitância y_{25} e estado da barra 2 incluindo o *shunt* da rede externa

		L_{cric}	L_{eq}	B''	L
Situação 2	$y_{25}(p.u.)$	$-j9,690722$	$-j9,852162$	$-j9,850701$	$-j9,594248$
	$V_2(p.u.)$	0,9871	0,9872	0,9872	0,9871
	$\theta_2(rad.)$	-0,0220	-0,0220	-0,0220	-0,0220
	$\Delta V_2(\%)$	0,00	0,00	0,00	0,01
	$\Delta \theta_2(\%)$	0,00	0,00	0,00	0,00

Tabela 4.16: Admitância y_{25} e estado da barra 2 excluindo o *shunt* da rede externa

		L_{cric}	L_{eq}	B''	L
Situação 1	$y_{25}(p.u.)$	$-j9,379902$	$-j9,498658$	$-j9,901001$	$-j9,307496$
	$V_2(p.u.)$	0,9871	0,9871	0,9872	0,9871
	$\theta_2(rad.)$	-0,0220	-0,0220	-0,0220	-0,0220
	$\Delta V_2(\%)$	0,01	0,01	0,00	0,01
	$\Delta \theta_2(\%)$	0,00	0,00	0,00	0,00

Tabela 4.17: Admitância y_{25} e estado da barra 2 excluindo o *shunt* da rede externa

		L_{cric}	L_{eq}	B''	L
Situação 2	$y_{25}(p.u.)$	$-j9,743590$	$-j9,904278$	$-j9,901001$	$-j9,647119$
	$V_2(p.u.)$	0,9872	0,9872	0,9872	0,9871
	$\theta_2(rad.)$	-0,0220	-0,0220	-0,0220	-0,0220
	$\Delta V_2(\%)$	0,00	0,00	0,00	0,01
	$\Delta \theta_2(\%)$	0,00	0,00	0,00	0,00

Comparando-se os resultados nota-se que as matrizes continuam tendo o mesmo desempenho. São observados pequenos erros na magnitude da tensão na barra 2 que podem ser desconsiderados.

4.2.2.2 Equivalente Ward

Na tabela 4.18 tem-se os valores obtidos para y^{sh} e para a magnitude e o ângulo da tensão na barra 2 para a rede reduzida (modelo Ward) contingenciada, incluindo-se também as variações percentuais dos valores da magnitude e do ângulo em relação aos valores exatos obtidos na situação de contingência para a rede completa.

Tabela 4.18: Admitância y_{sh} e estado da barra 2

$y^{sh}(p.u.)$	$V_2(p.u.)$	$\theta_2(rad.)$	$\Delta V_2(\%)$	$\Delta \theta_2(\%)$
$0,000251 + j0,100503$	0,9845	-0,0218	0,27	0,91

Através da comparação dos resultados das tabelas 4.14 a 4.18 observa-se novamente um pior desempenho do equivalente Ward em relação ao equivalente Ward Estendido, não apenas para a magnitude da tensão, mas também para o ângulo e isso se deve à inserção de uma pequena resistência nas linhas da rede em estudo. Temos agora um fluxo de potência ativa passando pelo ramo da rede interna, o que aumenta a sensibilidade de P em relação a θ , e temos também fluxos de reativos nos dois ramos da rede equivalente o que acentua a sensibilidade de Q em relação a V .

4.2.3 REDE1 com 50% de Efeito Resistivo

Nesta configuração da REDE1, o efeito resistivo das linhas de transmissão corresponde a 50% do valor da reatância em cada linha.

Tabela 4.19: Dados de barras

Barra	Tipo	Tensão (<i>p.u.</i>)	Ângulo (<i>rad.</i>)	Shunt (<i>p.u.</i>)
1	$V\theta$	1,000	0,0	-
2	PQ	1,000	0,0	-
3	PQ	1,000	0,0	$j0,1$
4	PV	1,050	0,0	-

Tabela 4.20: Cargas nas barras

Barra	P_C (<i>p.u.</i>)	Q_C (<i>p.u.</i>)
2	0,05	0,70
3	0,20	0,40
4	0,20	-

Tabela 4.21: Dados de linhas

Linha	Impedância (<i>p.u.</i>)
1 – 2	$0,025 + j0,050$
1 – 2	$0,025 + j0,050$
2 – 3	$0,025 + j0,050$
3 – 4	$0,025 + j0,050$

Executando o programa de fluxo de carga tem-se:

Tabela 4.22: Estado da barra 2

	Tensão (<i>p.u.</i>)	Ângulo (<i>rad.</i>)
Rede Completa	0,9909	-0,0108
Rede Contingenciada	0,9844	-0,0235

4.2.3.1 Equivalente Ward Estendido

Nas tabelas 4.23 a 4.26 são apresentados os valores obtidos para y_{25} bem como os valores da magnitude V_2 e do ângulo θ_2 para a rede reduzida (modelo Ward Estendido) contingenciada. Para os valores de y_{25} das tabelas 4.23 e 4.24, as respectivas matrizes de sensibilidade foram formadas considerando-se o *shunt* da rede externa. Nas tabelas 4.25 e 4.26 tem-se os valores de y_{25} obtidos a partir das matrizes de sensibilidade em que o *shunt* da rede externa foi desconsiderado. Nestas tabelas tem-se também as variações percentuais dos valores da magnitude e do ângulo da tensão na barra de fronteira em relação aos valores exatos obtidos na situação de contingência para a rede completa.

Tabela 4.23: Admitância y_{25} e estado da barra 2 incluindo o *shunt* da rede externa

		L_{cric}	L_{eq}	B''	L
Situação 1	$y_{25}(p.u.)$	$-j9,009056$	$-j9,121300$	$-j7,949701$	$-j7,227964$
	$V_2(p.u.)$	0,9844	0,9845	0,9842	0,9840
	$\theta_2(rad.)$	-0,0232	-0,0232	-0,0231	-0,0230
	$\Delta V_2(\%)$	0,00	0,01	0,02	0,04
	$\Delta \theta_2(\%)$	1,28	1,28	1,70	2,13

Tabela 4.24: Admitância y_{25} e estado da barra 2 incluindo o *shunt* da rede externa

		L_{cric}	L_{eq}	B''	L
Situação 2	$y_{25}(p.u.)$	$-j9,690722$	$-j9,696500$	$-j7,949701$	$-j7,741935$
	$V_2(p.u.)$	0,9846	0,9846	0,9842	0,9841
	$\theta_2(rad.)$	-0,0233	-0,0233	-0,0231	-0,0231
	$\Delta V_2(\%)$	0,02	0,02	0,02	0,03
	$\Delta \theta_2(\%)$	0,85	0,85	1,70	1,70

Tabela 4.25: Admitância y_{25} e estado da barra 2 excluindo o *shunt* da rede externa

		L_{cric}	L_{eq}	B''	L
Situação 1	$y_{25}(p.u.)$	$-j9,059846$	$-j9,236265$	$-j8,000000$	$-j7,278662$
	$V_2(p.u.)$	0,9845	0,9845	0,9842	0,9840
	$\theta_2(rad.)$	-0,0232	-0,0232	-0,0231	-0,0230
	$\Delta V_2(\%)$	0,01	0,01	0,02	0,04
	$\Delta \theta_2(\%)$	1,28	1,28	1,70	2,13

Tabela 4.26: Admitância y_{25} e estado da barra 2 excluindo o *shunt* da rede externa

		L_{cric}	L_{eq}	B''	L
Situação 2	$y_{25}(p.u.)$	$-j9,743590$	$-j9,846677$	$-j8,000000$	$-j7,794872$
	$V_2(p.u.)$	0,9846	0,9846	0,9842	0,9842
	$\theta_2(rad.)$	-0,0233	-0,0233	-0,0231	-0,0231
	$\Delta V_2(\%)$	0,02	0,02	0,02	0,02
	$\Delta \theta_2(\%)$	0,85	0,85	1,70	1,70

Constata-se que as matrizes L_{cric} e L_{eq} apresentam melhores resultados que as demais, principalmente quando são formadas com o estado convergido da rede. Tal vantagem se deve ao fato destas matrizes possuírem uma sensibilidade mais apurada do que a L : a L_{cric} representa a sensibilidade da potência reativa em relação a tensão quando a potência ativa é considerada constante e a L_{eq} representa todas as sensibilidades possíveis das potências ativa e reativa em relação à magnitude e ao ângulo da tensão. Acrescente-se o fato da B'' não levar em consideração, na sua formação, o estado convergido da rede e o efeito resistivo das linhas, sendo que este último é bastante expressivo neste exemplo.

4.2.3.2 Equivalente Ward

Na tabela 4.27 tem-se os valores obtidos para y^{sh} e para a magnitude e o ângulo da tensão na barra 2 para a rede reduzida (modelo Ward) contingenciada, incluindo-se também as variações percentuais dos valores da magnitude e do ângulo em relação aos valores exatos obtidos na situação de contingência para a rede completa.

Tabela 4.27: Admitância y_{sh} e estado da barra 2

$y^{sh}(p.u.)$	$V_2(p.u.)$	$\theta_2(rad.)$	$\Delta V_2(\%)$	$\Delta \theta_2(\%)$
$0,000253 + j0,100503$	0,9814	-0,0218	0,31	7,23

Comparando-se os resultados das tabelas 4.23 a 4.26 com a tabela 4.27 conclui-se que o equivalente Ward continua apresentando piores resultados que o equivalente Ward Estendido, principalmente nos ângulos das tensões devido ao aumento significativo nos valores das resistências das linhas.

4.3 Sistema REDE2 [1]

REDE2 corresponde a uma rede elétrica com quatro barras e quatro ligações cujo diagrama é apresentado na figura 4.4.

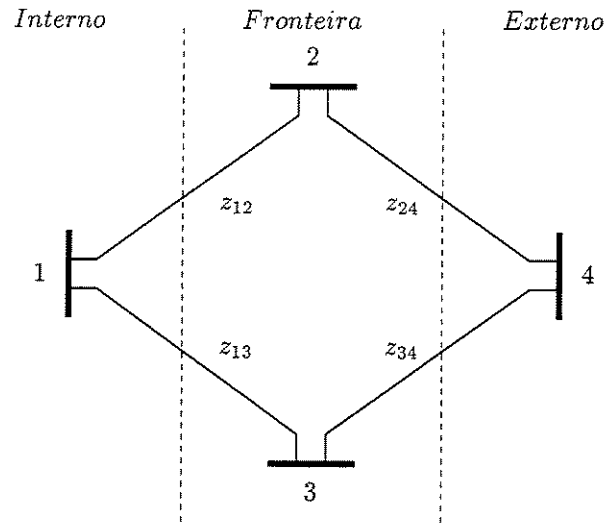


Figura 4.4: REDE2

Tem-se a seguinte configuração:

Tabela 4.28: Dados de barras

Barra	Tipo	Tensão (<i>p.u.</i>)	Ângulo (<i>rad.</i>)
1	$V\theta$	1,000	0,0
2	PQ	1,000	0,0
3	PQ	1,000	0,0
4	PV	1,000	0,0

Tabela 4.29: Cargas nas barras

Barra	$P_C(p.u.)$	$Q_C(p.u.)$
2	0,15	0,05
3	0,30	0,10
4	0,20	-

Tabela 4.30: Dados de linhas

Linha	Impedância (<i>p.u.</i>)
1 – 2	$0,1 + j0,5$
1 – 3	$0,1 + j0,5$
2 – 4	$0,1 + j0,5$
3 – 4	$0,1 + j0,5$

4.3.1 Redes Equivalentes

Na figura 4.5 tem-se o diagrama da rede equivalente para o modelo Ward Estendido onde as barras 4 e 5 são as barras *PV*-fictícias, sendo y_{24} e y_{35} as admitâncias das ligações entre as barras de fronteira e as barras *PV*-fictícias.

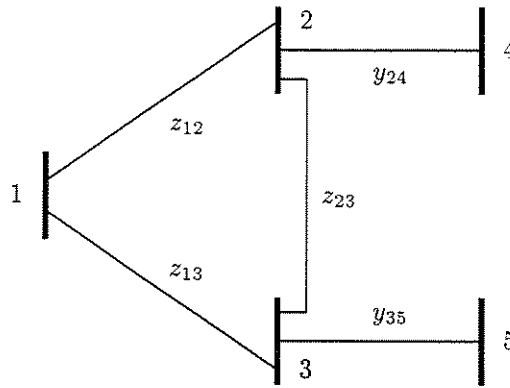


Figura 4.5: Equivalente Ward Estendido

Na figura 4.6 tem-se o diagrama da rede equivalente para o modelo Ward. Devido à “simetria” e configuração “peculiar” deste sistema, e também pelo fato do mesmo não possuir *shunts* de barra e de linha, não há admitâncias *shunt* nas barras de fronteira 2 e 3 para este equivalente.

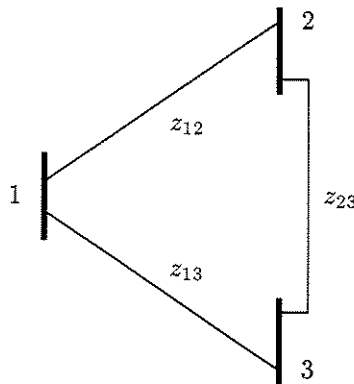


Figura 4.6: Equivalente Ward

A contingência analisada para esta rede foi a perda completa da carga na barra 2.

Foram obtidos para as barras 2 e 3 os seguintes valores de tensão e ângulo:

Tabela 4.31: Estado da barra 2

	Tensão (<i>p.u.</i>)	Ângulo (<i>rad.</i>)
Rede Completa	0,9718	-0,1544
Rede Contingenciada	0,9954	-0,0957

Tabela 4.32: Estado da barra 3

	Tensão (<i>p.u.</i>)	Ângulo (<i>rad.</i>)
Rede Completa	0,9481	-0,1925
Rede Contingenciada	0,9506	-0,1698

4.3.1.1 Equivalente Ward Estendido

As matrizes L_{cric} , L_{eq} , B'' e L foram formadas com o estado convergido do sistema para a parte externa e fronteira da rede e pela redução da respectiva matriz Y determinamos o valor da admitância da ligação entre as barras de fronteira 2 e 3, ou seja, $z_{23} = 0,200 + j1,000 \text{ p.u.}$

Na tabela 4.33 são apresentados os valores obtidos para y_{24} e y_{35} bem como os valores das magnitudes V_2 e V_3 e dos ângulos θ_2 e θ_3 para a rede reduzida (modelo Ward Estendido) contingenciada. Nestas tabelas tem-se também as variações percentuais dos valores das magnitudes e dos ângulos das tensões nas barras de fronteira em relação aos valores exatos obtidos na situação de contingência para a rede completa.

Tabela 4.33: Admitâncias y_{24} e y_{35} e estados das barras 2 e 3

	L_{cric}	L_{eq}	B''	L
$y_{24}(p.u.)$	-j1,8501	-j1,8533	-j1,9231	-j1,7896
$y_{35}(p.u.)$	-j1,7749	-j1,7793	-j1,9231	-j1,7085
$V_2(p.u.)$	0,9922	0,9922	0,9919	0,9925
$V_3(p.u.)$	0,9537	0,9537	0,9534	0,9538
$\theta_2(rad.)$	-0,0949	-0,0949	-0,0949	-0,0949
$\theta_3(rad.)$	-0,1708	-0,1708	-0,1708	-0,1708
$\Delta V_2(\%)$	0,32	0,32	0,35	0,29
$\Delta V_3(\%)$	0,33	0,33	0,30	0,34
$\Delta \theta_2(\%)$	0,84	0,84	0,84	0,84
$\Delta \theta_3(\%)$	0,59	0,59	0,59	0,59

Diante dos resultados obtidos para esta rede que possui uma configuração “peculiar”, não foi possível distinguir uma matriz que apresentasse vantagens sobre as demais. Para todas as matrizes os resultados foram considerados satisfatórios para a contingência testada.

4.3.1.2 Equivalente Ward

Pela redução da matriz Y correspondente à rede externa $\oplus$ fronteira, determinamos o valor da admitância da ligação entre as barras de fronteira 2 e 3, ou seja, $z_{23} = 0,200 + j1,000$ p.u..

Na tabela 4.34 tem-se os valores obtidos para as magnitudes V_2 e V_3 e dos ângulos θ_2 e θ_3 para a rede reduzida (modelo Ward) contingenciada, incluindo-se também as variações percentuais dos valores das magnitudes e dos ângulos das tensões nas barras de fronteira em relação aos valores exatos obtidos na situação de contingência para a rede completa.

Tabela 4.34: Comparações percentuais de magnitudes e ângulos

$V_2(p.u.)$	1,0073
$V_3(p.u.)$	0,9624
$\theta_2(rad.)$	-0,0970
$\theta_3(rad.)$	-0,1705
$\Delta V_2(\%)$	1,20
$\Delta V_3(\%)$	1,24
$\Delta \theta_2(\%)$	1,36
$\Delta \theta_3(\%)$	0,41

Comparando os resultados das tabelas 4.33 e 4.34 constata-se mais uma vez que o equivalente Ward é superado pelo equivalente Ward Estendido.

4.4 Sistema REDE3

REDE3 é uma rede elétrica malhada com cinco barras e sete ligações, cujo diagrama é apresentado na figura 4.7 e cujos dados estão nas tabelas 4.35 a 4.37.

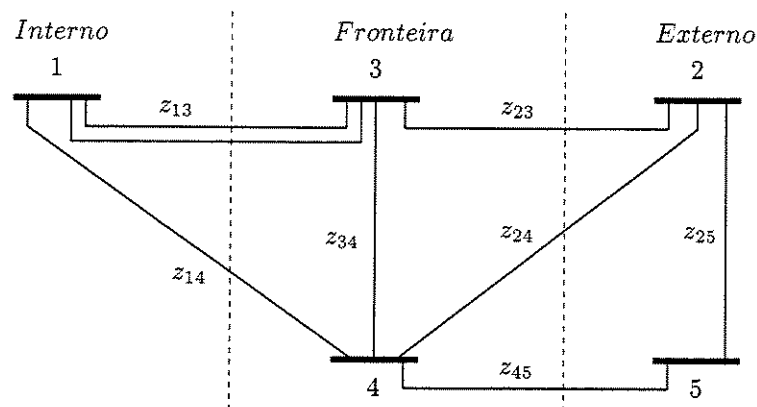


Figura 4.7: REDE3

Tabela 4.35: Dados de barras

Barra	Tipo	Tensão (<i>p.u.</i>)	Ângulo (<i>rad.</i>)
1	$V\theta$	1,060	0,0
2	PV	1,000	0,0
3	PQ	1,000	0,0
4	PQ	1,000	0,0
5	PQ	1,000	0,0

Tabela 4.36: Potências geradas (P_G) e consumidas (P_C)

Barra	$P_G(p.u.)$	$Q_G(p.u.)$	$P_C(p.u.)$	$Q_C(p.u.)$
2	0,40	0,30	0,20	0,10
3	-	-	0,45	0,15
4	-	-	0,40	0,05
5	-	-	0,60	0,10

Tabela 4.37: Dados de linhas

Linha	Impedância (<i>p.u.</i>)	Shunt (<i>p.u.</i>)
1 – 3	$0,16 + j0,48$	$j0,0125$
1 – 3	$0,16 + j0,48$	$j0,0125$
1 – 4	$0,02 + j0,06$	$j0,0300$
2 – 3	$0,01 + j0,03$	$j0,0100$
2 – 4	$0,06 + j0,18$	$j0,0200$
2 – 5	$0,04 + j0,12$	$j0,0250$
3 – 4	$0,02 + j0,06$	$j0,0300$
4 – 5	$0,20 + j0,60$	$j0,0150$

Obs.: Nesta rede não há *shunts* de barra.

4.4.1 Redes Equivalentes

Na figura 4.8 tem-se o diagrama da rede equivalente para o modelo Ward Estendido onde as barras 6 e 7 são as barras *PV*-fictícias ligadas às barras de fronteira através das admitâncias y_{36} e y_{47} .

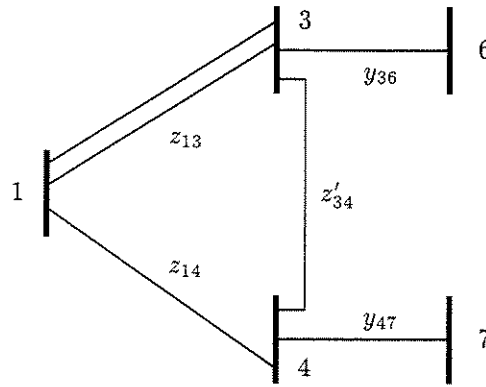


Figura 4.8: Equivalente Ward Estendido

Na figura 4.9 tem-se o diagrama da rede equivalente para o modelo Ward onde as admitâncias *shunt* y_3^{sh} e y_4^{sh} resultam do processo de obtenção deste modelo de rede reduzida.

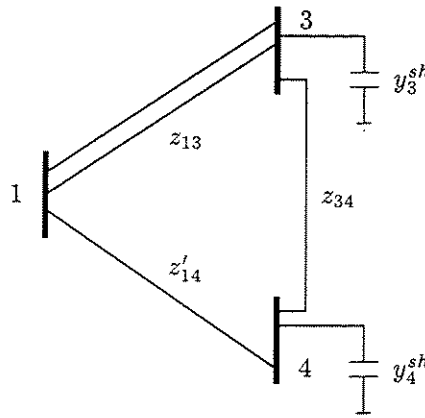


Figura 4.9: Equivalente Ward

São analisadas duas contingências para esta rede:

- Contingência 1 : Perda de uma ligação do circuito duplo 1-3.
- Contingência 2 : Perda completa da carga na barra 3.

Estas contingências foram escolhidas pelo fato de exigirem uma reação significativa da rede externa.

Foram obtidos para as barras 3 e 4 os seguintes valores:

Tabela 4.38: Estado da barra 3

	Tensão (<i>p.u.</i>)	Ângulo (<i>rad.</i>)
Rede Completa	1,0075	-0,0616
Rede com Contingência 1	1,0047	-0,0751
Rede com Contingência 2	1,0142	-0,0289

Tabela 4.39: Estado da barra 4

	Tensão (<i>p.u.</i>)	Ângulo (<i>rad.</i>)
Rede Completa	1,0241	-0,0479
Rede com Contingência 1	1,0227	-0,0556
Rede com Contingência 2	1,0272	-0,0292

4.4.1.1 Equivalente Ward Estendido

As matrizes L_{cric} , L_{eq} , B'' e L foram formadas para a rede externa e fronteira com o estado obtido via fluxo de carga e pela redução da respectiva matriz Y obtém-se o valor da admitância da ligação entre as barras de fronteira 3 e 4, ou seja, $z'_{34} = 0,01485 + j0,04459 \text{ p.u.}$.

Nas tabelas 4.40 a 4.43 são apresentados os valores obtidos para y_{36} e y_{47} bem como os valores das magnitudes V_3 e V_4 e dos ângulos θ_3 e θ_4 para a rede reduzida (modelo Ward Estendido) contingenciada. Para os valores de y_{36} e y_{47} das tabelas 4.40 e 4.41, as respectivas matrizes de sensibilidade foram formadas considerando-se os *shunts* da rede externa. Nas tabelas 4.42 e 4.43 tem-se os valores de y_{36} e y_{47} obtidos a partir das matrizes de sensibilidade em que os *shunts* da rede externa foram desconsiderados. Nestas tabelas tem-se também as variações percentuais dos valores das magnitudes e dos ângulos das tensões nas barras de fronteira em relação aos valores exatos obtidos na situação de contingência para a rede completa.

Tabela 4.40: Admitâncias y_{36} e y_{47} e estados das barras 3 e 4 incluindo-se os *shunts* da rede externa - Contingência 1

	L_{cric}	L_{eq}	B''	L
$y_{36}(p.u.)$	$-j33,44644$	$-j33,46797$	$-j29,92000$	$-j30,24049$
$y_{47}(p.u.)$	$-j7,37797$	$-j7,33223$	$-j6,11780$	$-j6,51129$
$V_3(p.u.)$	1,0048	1,0048	1,0045	1,0046
$V_4(p.u.)$	1,0226	1,0226	1,0224	1,0224
$\theta_3(rad.)$	-0,0751	-0,0751	-0,0751	-0,0751
$\theta_4(rad.)$	-0,0556	-0,0556	-0,0555	-0,0556
$\Delta V_3(\%)$	0,01	0,01	0,02	0,01
$\Delta V_4(\%)$	0,01	0,01	0,03	0,03
$\Delta \theta_3(\%)$	0,00	0,00	0,00	0,00
$\Delta \theta_4(\%)$	0,00	0,00	0,18	0,00

Tabela 4.41: Admitâncias y_{36} e y_{47} e estados das barras 3 e 4 incluindo-se os *shunts* da rede externa - Contingência 2

	L_{cric}	L_{eq}	B''	L
$y_{36}(p.u.)$	$-j33,44644$	$-j33,46797$	$-j29,92000$	$-j30,24049$
$y_{47}(p.u.)$	$-j7,37797$	$-j7,33223$	$-j6,11780$	$-j6,51129$
$V_3(p.u.)$	1,0139	1,0139	1,0145	1,0144
$V_4(p.u.)$	1,0275	1,0275	1,0279	1,0277
$\theta_3(rad.)$	-0,0288	-0,0288	-0,0289	-0,0289
$\theta_4(rad.)$	-0,0292	-0,0292	-0,0293	-0,0293
$\Delta V_3(\%)$	0,03	0,03	0,03	0,02
$\Delta V_4(\%)$	0,03	0,03	0,07	0,05
$\Delta \theta_3(\%)$	0,35	0,35	0,00	0,00
$\Delta \theta_4(\%)$	0,00	0,00	0,34	0,34

Tabela 4.42: Admitâncias y_{36} e y_{47} e estados das barras 3 e 4 excluindo-se os *shunts* da rede externa - Contingência 1

	L_{cric}	L_{eq}	B''	L
$y_{36}(p.u.)$	$-j33,52705$	$-j33,52376$	$-j30,00000$	$-j30,32109$
$y_{47}(p.u.)$	$-j7,51347$	$-j7,46814$	$-j6,25000$	$-j6,64674$
$V_3(p.u.)$	1,0048	1,0048	1,0048	1,0046
$V_4(p.u.)$	1,0226	1,0226	1,0226	1,0225
$\theta_3(rad.)$	-0,0751	-0,0751	-0,0752	-0,0751
$\theta_4(rad.)$	-0,0556	-0,0556	-0,0556	-0,0556
$\Delta V_3(\%)$	0,01	0,01	0,01	0,01
$\Delta V_4(\%)$	0,01	0,01	0,01	0,02
$\Delta \theta_3(\%)$	0,00	0,00	0,13	0,00
$\Delta \theta_4(\%)$	0,00	0,00	0,00	0,00

Tabela 4.43: Admitâncias y_{36} e y_{47} e estados das barras 3 e 4 excluindo-se os *shunts* da rede externa - Contingência 2

	L_{cric}	L_{eq}	B''	L
$y_{36}(p.u.)$	$-j33,52705$	$-j33,52376$	$-j30,00000$	$-j30,32109$
$y_{47}(p.u.)$	$-j7,51347$	$-j7,46814$	$-j6,25000$	$-j6,64674$
$V_3(p.u.)$	1,0139	1,0139	1,0138	1,0144
$V_4(p.u.)$	1,0275	1,0275	1,0275	1,0278
$\theta_3(rad.)$	-0,0288	-0,0288	-0,0287	-0,0289
$\theta_4(rad.)$	-0,0292	-0,0292	-0,0292	-0,0293
$\Delta V_3(\%)$	0,03	0,03	0,04	0,02
$\Delta V_4(\%)$	0,03	0,03	0,03	0,06
$\Delta \theta_3(\%)$	0,35	0,35	0,69	0,00
$\Delta \theta_4(\%)$	0,00	0,00	0,00	0,34

Continua-se a observar melhores resultados com as matrizes L_{cric} e L_{eq} , também em redes malhadas, para os dois tipos de contingências propostos. Os motivos de tal fato decorrem destas matrizes apresentarem melhores sensibilidades em relação as matrizes L e B'' : a L_{cric} representa a sensibilidade da potência reativa em relação a tensão quando a potência ativa é considerada constante e a L_{eq} representa todas as sensibilidades possíveis das potências ativa e reativa em relação à magnitude e ao ângulo da tensão.

4.4.1.2 Equivalente Ward

Pela redução da matriz Y formada para a rede externa e fronteira, além de se obter o valor da admitância da ligação entre as barras de fronteira 3 e 4, $z'_{34} = 0,01485 + j0,04459 \text{ p.u.}$, também são obtidos os valores das admitâncias *shunt* do modelo Ward.

Nas tabelas 4.44 e 4.45 tem-se os valores obtidos para y_3^{sh} e y_4^{sh} e para as magnitudes e ângulos das tensões nas barras 3 e 4 para a rede reduzida (modelo Ward) contingenciada, incluindo-se também as variações percentuais dos valores das magnitudes e dos ângulos em relação aos valores exatos obtidos nas situações de contingência para a rede completa.

Tabela 4.44: Admitâncias y_3^{sh} e y_4^{sh} e estados das barras 3 e 4 - Contingência 1

$y_3^{sh}(p.u.)$	$0,0001 + j0,1134$
$y_4^{sh}(p.u.)$	$j0,0870$
$V_3(p.u.)$	0,9958
$V_4(p.u.)$	1,0171
$\theta_3(rad.)$	-0,0730
$\theta_4(rad.)$	-0,0546
$\Delta V_3(\%)$	0,89
$\Delta V_4(\%)$	0,55
$\Delta \theta_3(\%)$	2,80
$\Delta \theta_4(\%)$	1,80

Tabela 4.45: Admitâncias y_3^{sh} e y_4^{sh} e estados das barras 3 e 4 - Contingência 2

$y_3^{sh}(p.u.)$	$0,0001 + j0,1134$
$y_4^{sh}(p.u.)$	$j0,0870$
$V_3(p.u.)$	1,0314
$V_4(p.u.)$	1,0383
$\theta_3(rad.)$	-0,0338
$\theta_4(rad.)$	-0,0321
$\Delta V_3(\%)$	1,70
$\Delta V_4(\%)$	1,08
$\Delta \theta_3(\%)$	16,96
$\Delta \theta_4(\%)$	9,93

Também em redes malhadas o equivalente Ward apresenta resultados insatisfatórios, comparados aos resultados obtidos pelo equivalente Ward Estendido.

4.5 Sistema REDE4

REDE4 é uma rede elétrica malhada com nove barras e onze ligações, cujo diagrama é apresentado na figura 4.10 e cujos dados estão nas tabelas 4.46 a 4.48.

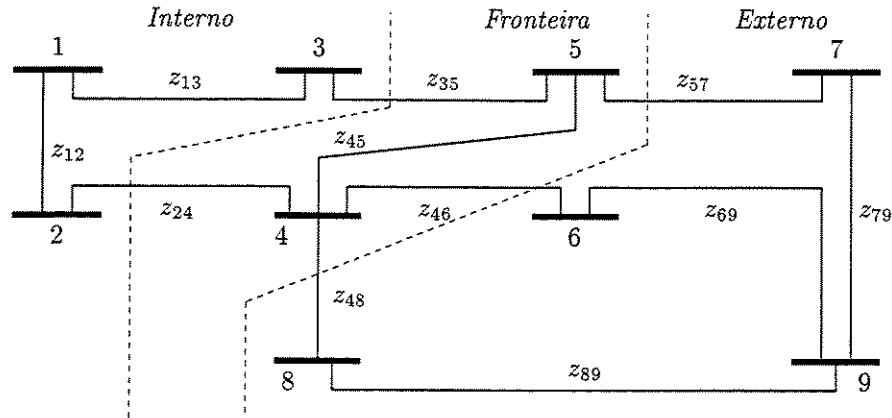


Figura 4.10: REDE4

Tabela 4.46: Dados de barras

Barra	Tipo	Tensão (p.u.)	Ângulo (rad.)
1	V θ	1,050	0,0
2	PQ	1,000	0,0
3	PQ	1,000	0,0
4	PQ	1,000	0,0
5	PQ	1,000	0,0
6	PQ	1,000	0,0
7	PQ	1,000	0,0
8	PQ	1,000	0,0
9	PV	1,030	0,0

Tabela 4.47: Potências geradas (P_G) e consumidas (P_C)

Barra	$P_G(p.u.)$	$Q_G(p.u.)$	$P_C(p.u.)$	$Q_C(p.u.)$
2	-	-	0,10	0,04
3	-	-	0,10	0,04
4	-	-	0,20	0,10
5	-	-	0,08	0,03
6	-	-	0,15	0,05
7	-	-	0,10	0,05
8	-	-	0,12	0,03
9	-	-	0,20	0,00

Tabela 4.48: Dados de linhas

Linha	Impedância ($p.u.$)
1 – 2	$0,08 + j0,4$
1 – 3	$0,08 + j0,4$
2 – 4	$0,08 + j0,4$
3 – 5	$0,08 + j0,3$
4 – 5	$0,02 + j0,1$
4 – 6	$0,04 + j0,2$
4 – 8	$0,04 + j0,2$
5 – 7	$0,04 + j0,2$
6 – 9	$0,04 + j0,2$
7 – 9	$0,04 + j0,2$
8 – 9	$0,04 + j0,2$

Obs.: Nesta rede não há *shunts* de barra e nem de linha.

4.5.1 Redes Equivalentes

Na figura 4.11 tem-se o diagrama da rede equivalente para o modelo Ward Estendido onde as barras 60 e 70 são as barras *PV*-fictícias ligadas às barras de fronteira através das admitâncias $y_{(4-60)}$ e $y_{(5-70)}$.

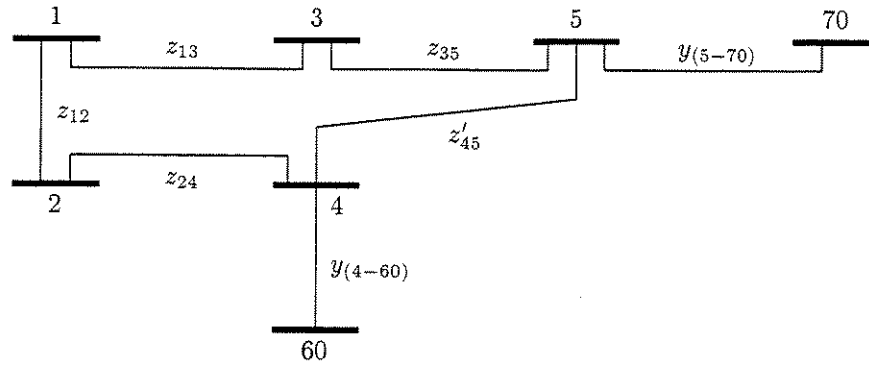


Figura 4.11: Equivalente Ward Estendido

Na figura 4.12 tem-se o diagrama da rede equivalente para o modelo Ward onde não existem as admitâncias *shunt* nas barras de fronteira devido ao fato das ligações da rede externa possuírem o mesmo valor de impedância.

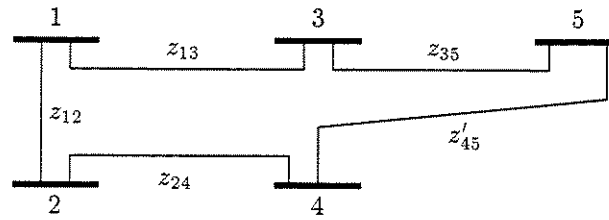


Figura 4.12: Equivalente Ward

São analisadas duas contingências para esta rede:

- Contingência 1 : Perda da ligação 2-4.
- Contingência 2 : Perda completa da carga na barra 4.

Estas contingências foram escolhidas pelo fato de exigirem uma reação significativa da rede externa.

Foram obtidos para as barras 2, 3, 4 e 5 os valores mostrados nas tabelas 4.49 a 4.51:

Tabela 4.49: Estados das barras - Rede Completa sem Contingência

Barra	Tensão (<i>p.u.</i>)	Ângulo (<i>rad.</i>)
2	0,9826	-0,2064
3	0,9865	-0,2217
4	0,9782	-0,3892
5	0,9780	-0,3720

Tabela 4.50: Estados das barras - Rede Completa com Contingência 1

Barra	Tensão (<i>p.u.</i>)	Ângulo (<i>rad.</i>)
2	1,0260	-0,0342
3	0,8671	-0,5147
4	0,9290	-0,9933
5	0,9042	-0,9235

Tabela 4.51: Estados das barras - Rede Completa com Contingência 2

Barra	Tensão (<i>p.u.</i>)	Ângulo (<i>rad.</i>)
2	1,0032	-0,1611
3	1,0044	-0,1743
4	1,0027	-0,2929
5	0,9990	-0,2848

4.5.1.1 Equivalente Ward Estendido

As matrizes L_{cric} , L_{eq} , B'' e L foram formadas para a rede externa e fronteira com o estado obtido via fluxo de carga e pela redução da respectiva matriz Y obtém-se o valor da admitância da ligação entre as barras de fronteira 4 e 5, ou seja, $z'_{45} = 0,0171 + j0,0857$ *p.u.*.

Nas tabelas 4.52 e 4.53 são apresentados os valores obtidos para $y_{(4-60)}$ e $y_{(5-70)}$ bem como os valores das magnitudes V_2 , V_3 , V_4 e V_5 e dos ângulos θ_2 , θ_3 , θ_4 e θ_5 para a rede reduzida (modelo Ward Estendido) contingenciada. Nestas tabelas tem-se também as variações percentuais dos valores das magnitudes e dos ângulos das tensões nas barras da rede interna e da fronteira em relação aos valores exatos obtidos na situação de contingência para a rede completa.

Tabela 4.52: Admitâncias $y_{(4-60)}$ e $y_{(5-70)}$ e estados das barras internas e de fronteira - Contingência

1

	L_{cric}	L_{eq}	B''	L
$y_{(4-60)}(p.u.)$	$-j4,5794$	$-j4,5931$	$-j4,8077$	$-j4,5092$
$y_{(5-70)}(p.u.)$	$-j2,2754$	$-j2,2815$	$-j2,4038$	$-j2,1520$
$V_2(p.u.)$	1,0260	1,0260	1,0260	1,0260
$V_3(p.u.)$	0,8802	0,8803	0,8823	0,8786
$V_4(p.u.)$	0,9318	0,9320	0,9344	0,9302
$V_5(p.u.)$	0,9126	0,9128	0,9154	0,9107
$\theta_2(rad.)$	$-0,0342$	$-0,0342$	$-0,0342$	$-0,0342$
$\theta_3(rad.)$	$-0,4930$	$-0,4929$	$-0,4917$	$-0,4939$
$\theta_4(rad.)$	$-0,9478$	$-0,9476$	$-0,9440$	$-0,9507$
$\theta_5(rad.)$	$-0,8804$	$-0,8802$	$-0,8770$	$-0,8829$
$\Delta V_2(\%)$	0,00	0,00	0,00	0,00
$\Delta V_3(\%)$	1,51	1,52	1,75	1,33
$\Delta V_4(\%)$	0,30	0,32	0,58	0,13
$\Delta V_5(\%)$	0,93	0,95	1,24	0,72
$\Delta \theta_2(\%)$	0,00	0,00	0,00	0,00
$\Delta \theta_3(\%)$	4,22	4,24	4,47	4,04
$\Delta \theta_4(\%)$	4,58	4,60	4,96	4,29
$\Delta \theta_5(\%)$	4,67	4,69	5,04	4,40

Tabela 4.53: Admitâncias $y_{(4-60)}$ e $y_{(5-70)}$ e estados das barras internas e de fronteira - Contingência

2

	L_{cric}	L_{eq}	B''	L
$y_{(4-60)}(p.u.)$	$-j4,5794$	$-j4,5931$	$-j4,8077$	$-j4,5092$
$y_{(5-70)}(p.u.)$	$-j2,2754$	$-j2,2815$	$-j2,4038$	$-j2,1520$
$V_2(p.u.)$	1,0032	1,0032	1,0028	1,0034
$V_3(p.u.)$	1,0045	1,0045	1,0041	1,0048
$V_4(p.u.)$	1,0028	1,0028	1,0020	1,0033
$V_5(p.u.)$	0,9995	0,9995	0,9987	1,0000
$\theta_2(rad.)$	$-0,1619$	$-0,1619$	$-0,1619$	$-0,1619$
$\theta_3(rad.)$	$-0,1752$	$-0,1752$	$-0,1752$	$-0,1752$
$\theta_4(rad.)$	$-0,2944$	$-0,2944$	$-0,2945$	$-0,2944$
$\theta_5(rad.)$	$-0,2864$	$-0,2864$	$-0,2865$	$-0,2864$
$\Delta V_2(\%)$	0,00	0,00	0,04	0,02
$\Delta V_3(\%)$	0,01	0,01	0,03	0,04
$\Delta V_4(\%)$	0,01	0,01	0,07	0,06
$\Delta V_5(\%)$	0,05	0,05	0,03	0,10
$\Delta \theta_2(\%)$	0,50	0,50	0,50	0,50
$\Delta \theta_3(\%)$	0,52	0,52	0,52	0,52
$\Delta \theta_4(\%)$	0,51	0,51	0,55	0,51
$\Delta \theta_5(\%)$	0,56	0,56	0,60	0,56

Também para esta rede, continua-se a observar melhores resultados com as matrizes L_{cric} , L_{eq} e L para os dois tipos de contingências propostas. Os motivos de tal fato, conforme comentado anteriormente, decorrem de tais matrizes apresentarem melhores sensibilidades em relação a matriz B'' : a L_{cric} representa a sensibilidade da potência reativa em relação à tensão quando a potência ativa é considerada constante; a L_{eq} representa todas as sensibilidades possíveis das potências ativa e reativa em relação à magnitude e ao ângulo da tensão e a L representa a sensibilidade da potência reativa em relação à magnitude da tensão.

4.5.1.2 Equivalente Ward

Pela redução da matriz Y , formada para a rede externa e fronteira, obtém-se o valor da admitância da ligação entre as barras de fronteira 4 e 5, $z'_{45} = 0,0171 + j0,0857 \text{ p.u.}$. Os valores das admitâncias *shunt* obtidas para o modelo Ward são nulas, em virtude dos valores das impedâncias das ligações da rede externa serem iguais.

Na tabela 4.54 tem-se os valores das magnitudes e ângulos das tensões nas barras 2, 3, 4 e 5 para a rede reduzida (modelo Ward) com a contingência 2, incluindo-se também as variações percentuais dos valores das magnitudes e dos ângulos em relação aos valores exatos obtidos nas situações de contingência para a rede completa. O modelo Ward não converge quando é simulada a contingência 1.

Tabela 4.54: Estados e variações percentuais para as barras 2, 3, 4 e 5 - Contingência 2

$V_2(p.u.)$	1,0330
$V_3(p.u.)$	1,0369
$V_4(p.u.)$	1,0619
$V_5(p.u.)$	1,0559
$\theta_2(rad.)$	-0,1634
$\theta_3(rad.)$	-0,1756
$\theta_4(rad.)$	-0,2910
$\theta_5(rad.)$	-0,2834
$\Delta V_2(\%)$	2,97
$\Delta V_3(\%)$	3,24
$\Delta V_4(\%)$	5,90
$\Delta V_5(\%)$	5,70
$\Delta \theta_2(\%)$	1,43
$\Delta \theta_3(\%)$	0,75
$\Delta \theta_4(\%)$	0,65
$\Delta \theta_5(\%)$	0,49

Mais uma vez, em redes malhadas, o equivalente Ward apresenta resultados insatisfatórios, comparados aos obtidos pelo equivalente Ward Estendido.

4.6 Sistema IEEE-118

Este sistema foi subdividido em 79 barras externas e 35 barras internas: 1 a 23, 25 a 32, 113 a 115 e 117, sendo barras de fronteira: 24, 33, 34 e 38. As barras de fronteira 24 e 34 foram classificadas como sendo do tipo PQ visando-se evidenciar as reações reativas externas. A barra 1 foi escolhida para ser a barra de referência (tipo $V\theta$). Nos testes foram simuladas três contingências simples em linhas:

- Contingência 1: Perda da linha 30-38.
- Contingência 2: Perda da linha 26-30.
- Contingência 3: Perda da linha 23-25.

Estas contingências foram escolhidas pelo fato de exigirem uma reação significativa da rede externa.

Os dados de linhas e barras deste sistema encontram-se no *Apêndice B*.

4.6.1 Redes Equivalentes

Na figura 4.13 tem-se uma parte do diagrama da rede equivalente para o modelo Ward Estendido representando apenas as barras de fronteira e as barras PV -fictícias, numeradas de 200 a 203 sendo $y_{(24-200)}$, $y_{(33-201)}$, $y_{(34-202)}$ e $y_{(38-203)}$ as admitâncias das ligações destas barras com as barras de fronteira. E na figura 4.14 tem-se uma parte do diagrama da rede equivalente para o modelo Ward representando apenas as barras de fronteira, as ligações equivalentes (z_1 a z_6) e as admitâncias *shunt*: y_{24}^{sh} , y_{33}^{sh} , y_{34}^{sh} e y_{38}^{sh} .

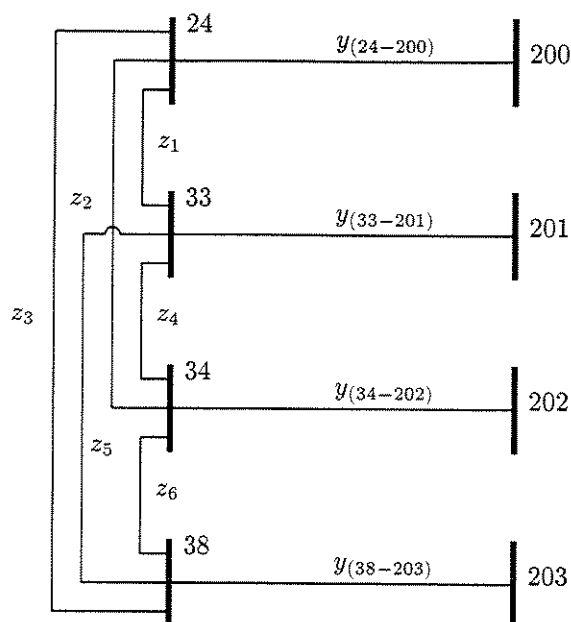


Figura 4.13: Equivalente Ward Estendido

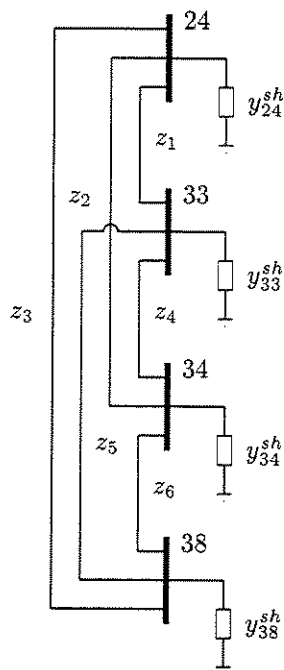


Figura 4.14: Equivalente Ward

Na tabela 4.55 tem-se os valores das magnitudes e dos ângulos das tensões obtidos para as barras da rede interna e da fronteira, para a rede completa sem contingência e para a rede completa

com cada uma das contingências citadas.

Tabela 4.55: Estados das barras da rede interna e da fronteira

Barra	TIPO	Rede Completa		Rede com Cont. 1		Rede com Cont. 2		Rede com Cont. 3	
		$V(p.u.)$	$\theta(rad.)$	$V(p.u.)$	$\theta(rad.)$	$V(p.u.)$	$\theta(rad.)$	$V(p.u.)$	$\theta(rad.)$
1	$V\theta$	0,9550	-0,3315	0,9550	-0,3315	0,9550	-0,3315	0,9550	-0,3315
2	PQ	0,9714	-0,3221	0,9714	-0,3236	0,9715	-0,3335	0,9714	-0,3260
3	PQ	0,9677	-0,3161	0,9677	-0,3164	0,9677	-0,3258	0,9677	-0,3181
4	PV	0,9980	-0,2512	0,9980	-0,2510	0,9980	-0,2779	0,9980	-0,2553
5	PQ	1,0020	-0,2435	1,0020	-0,2430	1,0018	-0,2707	1,0020	-0,2473
6	PV	0,9900	-0,2910	0,9900	-0,2920	0,9900	-0,3139	0,9900	-0,2961
7	PQ	0,9893	-0,2988	0,9893	-0,3003	0,9893	-0,3199	0,9893	-0,3043
8	PV	1,0150	-0,1558	1,0150	-0,1529	1,0150	-0,1933	1,0150	-0,1583
9	PQ	1,0429	-0,0292	1,0429	-0,0263	1,0429	-0,0667	1,0429	-0,0316
10	PV	1,0500	-0,1031	1,0500	0,1060	1,0500	0,0656	1,0500	0,1007
11	PQ	0,9851	-0,2960	0,9850	-0,2980	0,9852	-0,3170	0,9850	-0,3020
12	PV	0,9900	-0,3050	0,9900	-0,3074	0,9900	-0,3233	0,9900	-0,3112
13	PQ	0,9683	-0,3200	0,9682	-0,3256	0,9684	-0,3381	0,9682	-0,3294
14	PQ	0,9836	-0,3176	0,9835	-0,3240	0,9836	-0,3332	0,9835	-0,3276
15	PV	0,9700	-0,3227	0,9700	-0,3406	0,9700	-0,3311	0,9700	-0,3438
16	PQ	0,9839	-0,3103	0,9844	-0,3142	0,9823	-0,3260	0,9838	-0,3197
17	PQ	0,9951	-0,2788	0,9966	-0,2859	0,9901	-0,2889	0,9947	-0,2951
18	PV	0,9730	-0,3174	0,9730	-0,3317	0,9730	-0,3235	0,9730	-0,3401
19	PV	0,9630	-0,3257	0,9630	-0,3476	0,9630	-0,3264	0,9630	-0,3546
20	PQ	0,9578	-0,3104	0,9575	-0,3316	0,9444	-0,2634	0,9506	-0,3772
21	PQ	0,9584	-0,2827	0,9579	-0,3034	0,9384	-0,1994	0,9458	-0,3770
22	PQ	0,9695	-0,2382	0,9689	-0,2582	0,9466	-0,1125	0,9497	-0,3630
23	PQ	0,9997	-0,1523	0,9989	-0,1714	0,9843	0,0401	0,9639	-0,3239
24	PQ	0,9920	-0,1546	0,9904	-0,1825	0,9772	0,0115	0,9669	-0,3104
25	PV	1,0500	-0,0313	1,0500	-0,0407	1,0500	0,2687	1,0500	0,0775
26	PV	1,0150	-0,0002	1,0150	-0,0049	1,0150	0,3769	1,0150	0,0782
27	PV	0,9680	-0,2507	0,9680	-0,2621	0,9680	-0,0920	0,9680	-0,2710
28	PQ	0,9616	-0,2808	0,9616	-0,2917	0,9609	-0,1484	0,9615	-0,3074
29	PQ	0,9632	-0,2981	0,9632	-0,3086	0,9633	-0,1951	0,9633	-0,3318
30	PQ	0,9855	-0,1909	0,9895	-0,1834	0,9765	-0,2480	0,9810	-0,1902
31	PV	0,9670	-0,2961	0,9670	-0,3064	0,9670	-0,2035	0,9670	-0,3323
32	PV	0,9640	-0,2605	0,9640	-0,2727	0,9640	-0,1297	0,9640	-0,3170
33	PQ	0,9716	-0,3336	0,9674	-0,3837	0,9707	-0,3467	0,9715	-0,3560
34	PQ	0,9860	-0,3224	0,9804	-0,4069	0,9847	-0,3398	0,9858	-0,3468
38	PQ	0,9620	-0,2247	0,9419	-0,3261	0,9577	-0,2502	0,9607	-0,2449
113	PV	0,9930	-0,2788	0,9930	-0,2862	0,9930	-0,2730	0,9930	-0,3003
114	PQ	0,9607	-0,2662	0,9607	-0,2780	0,9605	-0,1237	0,9604	-0,3075
115	PQ	0,9605	-0,2663	0,9605	-0,2781	0,9604	-0,1218	0,9603	-0,3050
117	PQ	0,9738	-0,3319	0,9738	-0,3343	0,9738	-0,3502	0,9738	-0,3381

4.6.1.1 Equivalente Ward Estendido

As matrizes de sensibilidade L_{cric} , L_{eq} , B'' e L bem como a matriz Y foram formadas com o estado convergido da rede completa sem contingência para a fronteira e a rede externa em três situações:

- Situação 1: Considerando-se os *shunts* da rede externa e da fronteira.
- Situação 2: Desconsiderando-se os *shunts* da rede externa e da fronteira.
- Situação 3: Considerando-se apenas os *shunts* da primeira vizinhança da fronteira.

Pela redução da matriz Y determinamos os valores das impedâncias das ligações entre as barras de fronteira. Estes valores estão na tabela 4.56.

Tabela 4.56: Valores das impedâncias entre as barras de fronteira

	Situação 1	Situação 2	Situação 3
$z_{(24-33)}(p.u.)$	$2,6807 + j18,5887$	$13,7830 + j39,4298$	$13,1820 + j38,3925$
$z_{(24-34)}(p.u.)$	$0,0605 + j0,6294$	$0,4123 + j1,3620$	$0,3920 + j1,3202$
$z_{(24-38)}(p.u.)$	$-0,0206 + j0,2318$	$0,0474 + j0,5022$	$0,0433 + j0,4844$
$z_{(33-34)}(p.u.)$	$0,0621 + j0,1814$	$0,0626 + j0,1822$	$0,0627 + j0,1824$
$z_{(33-38)}(p.u.)$	$0,0479 + j0,6989$	$0,0557 + j0,7337$	$0,0560 + j0,7335$
$z_{(34-38)}(p.u.)$	$0,0018 + j0,0387$	$0,0025 + j0,0421$	$0,0025 + j0,0420$

Na tabela 4.57 são apresentados os valores obtidos para as admitâncias das ligações entre as barras de fronteira e as barras *PV*-fictícias na situação 1, utilizando-se as matrizes de sensibilidade L_{cric} , L_{eq} , B'' e L .

Tabela 4.57: Valores das admitâncias - Situação 1

	L_{cric}	L_{eq}	B''	L
$y_{(24-200)}(p.u.)$	$-j7,4024$	$-j7,3311$	$-j7,0835$	$-j7,1050$
$y_{(33-201)}(p.u.)$	$-j0,9071$	$-j0,9046$	$-j0,9909$	$-j0,8433$
$y_{(34-202)}(p.u.)$	$-j54,5743$	$-j54,5049$	$-j50,6191$	$-j49,9086$
$y_{(38-203)}(p.u.)$	$-j15,1450$	$-j15,4998$	$-j11,6752$	$-j15,8659$

Na tabela 4.58 são apresentados os valores obtidos para as admitâncias das ligações entre as barras de fronteira e as barras *PV*-fictícias na situação 2, utilizando-se as matrizes de sensibilidade L_{cric} , L_{eq} , B'' e L .

Tabela 4.58: Valores das admitâncias - Situação 2

	L_{cric}	L_{eq}	B''	L
$y_{(24-200)}(p.u.)$	$-j7,5520$	$-j7,4807$	$-j7,2343$	$-j7,2546$
$y_{(33-201)}(p.u.)$	$-j0,9301$	$-j0,9276$	$-j1,0149$	$-j0,8666$
$y_{(34-202)}(p.u.)$	$-j54,5234$	$-j54,4546$	$-j50,5706$	$-j49,8611$
$y_{(38-203)}(p.u.)$	$-j16,1005$	$-j16,4563$	$-j12,6660$	$-j16,8188$

Na tabela 4.59 são apresentados os valores obtidos para as admitâncias das ligações entre as barras de fronteira e as barras PV-fictícias na situação 3, utilizando-se as matrizes de sensibilidade L_{cric} , L_{eq} , B'' e L .

Tabela 4.59: Valores das admitâncias - Situação 3

	L_{cric}	L_{eq}	B''	L
$y_{(24-200)}(p.u.)$	$-j7,4024$	$-j7,3311$	$-j7,0835$	$-j7,1050$
$y_{(33-201)}(p.u.)$	$-j0,9102$	$-j0,9076$	$-j0,9938$	$-j0,8462$
$y_{(34-202)}(p.u.)$	$-j54,6827$	$-j54,6143$	$-j50,7292$	$-j50,0171$
$y_{(38-203)}(p.u.)$	$-j15,1774$	$-j15,5126$	$-j11,6884$	$-j15,8788$

Na tabela 4.60 são apresentadas as máximas variações percentuais em magnitude de tensão obtida a partir do equivalente Ward Estendido, utilizando-se as matrizes de sensibilidade para a situação 1.

Tabela 4.60: Máximas variações percentuais em magnitude de tensão - Situação 1

	Barra	L_{cric}	L_{eq}	B''	L
Contingência 1	24	0,63	0,63	0,68	0,64
Contingência 2	24	0,79	0,79	0,83	0,82
Contingência 3	24	1,40	1,40	1,37	1,38

Na tabela 4.61 são apresentadas as máximas variações percentuais em magnitude de tensão obtida a partir do equivalente Ward Estendido, utilizando-se as matrizes de sensibilidade para a situação 2.

Tabela 4.61: Máximas variações percentuais em magnitude de tensão - Situação 2

	Barra	L_{cric}	L_{eq}	B''	L
Contingência 1	24	0,26	0,26	0,29	0,27
Contingência 2	24	0,18	0,19	0,22	0,21
Contingência 3	24	0,51	0,50	0,47	0,48

Na tabela 4.62 são apresentadas as máximas variações percentuais em magnitude de tensão obtida a partir do equivalente Ward Estendido, utilizando-se as matrizes de sensibilidade para a situação 3.

Tabela 4.62: Máximas variações percentuais em magnitude de tensão - Situação 3

	Barra	L_{cric}	L_{eq}	B''	L
Contingência 1	24	0,28	0,28	0,32	0,29
Contingência 2	24	0,22	0,23	0,25	0,25
Contingência 3	24	0,52	0,51	0,48	0,49

Nas tabelas 4.63, 4.64 e 4.65 encontram-se, respectivamente, os valores dos fluxos de potência na vizinhança de uma determinada barra k que apresentou maior variação angular para cada uma das contingências analisadas em cada uma das situações propostas. Nestas tabelas apresentam-se também as matrizes de sensibilidade que fornecem esta maior variação angular.

Tabela 4.63: Valores de fluxos de potência - Situação 1

		Rede Completa Contingenciada		Rede Equivalente		
	Linha ($k - m$)	$P_{km}(p.u.)$	$Q_{km}(p.u.)$	$P_{km}(p.u.)$	$Q_{km}(p.u.)$	Matrizes
Contingência 1	26 - 25	1,0398	0,2214	1,0637	0,2222	L_{cric} e L_{eq}
	26 - 30	2,1002	-0,1769	2,0763	-0,1807	L_{cric} e L_{eq}
Contingência 2	24 - 23	-0,5541	-0,0049	-0,7840	-0,0309	L
Contingência 3	24 - 23	0,2531	-0,0323	0,4341	0,0192	L e B''

Tabela 4.64: Valores de fluxos de potência - Situação 2

		Rede Completa Contingenciada		Rede Equivalente		
	Linha ($k - m$)	$P_{km}(p.u.)$	$Q_{km}(p.u.)$	$P_{km}(p.u.)$	$Q_{km}(p.u.)$	Matrizes
Contingência 1	26 - 25	1,0398	0,2214	1,0411	0,2214	Todas
	26 - 30	2,1002	-0,1769	2,0989	-0,1770	Todas
Contingência 2	24 - 23	-0,5541	-0,0049	-0,5554	-0,0231	L_{cric} e L_{eq}
Contingência 3	9 - 8	4,4525	0,2443	4,4525	0,2443	Todas
	9 - 10	-4,4525	-0,2443	-4,4525	-0,2443	Todas

Tabela 4.65: Valores de fluxos de potência - Situação 3

	Linha ($k - m$)	Rede Completa Contingenciada		Rede Equivalente		Matrizes
		$P_{km}(p.u.)$	$Q_{km}(p.u.)$	$P_{km}(p.u.)$	$Q_{km}(p.u.)$	
Contingência 1	26 - 25	1,0398	0,2214	1,0420	0,2214	Todas
	26 - 30	2,1002	-0,1769	2,0980	-0,1772	Todas
Contingência 2	24 - 23	-0,5541	-0,0049	-0,5654	-0,0238	L_{cric}, L_{eq}
Contingência 3	9 - 8	4,4525	0,2443	4,4525	0,2443	Todas
	9 - 10	-4,4525	-0,2443	-4,4525	-0,2443	Todas

Temos que para este sistema as matrizes L_{cric} e L_{eq} apresentam resultados melhores que as demais, para as magnitudes das tensões, quando analisadas as contingências 1 e 2. Fato curioso é o da matriz B'' apresentar um melhor desempenho para a contingência 3. Observa-se também que conforme proposto em [1] os resultados melhores são obtidos quando se desconsidera os *shunts* da rede externa na formação das matrizes de sensibilidade. No que diz respeito aos ângulos das tensões, como as variações em sua maioria são muito pequenas, podemos dizer que as matrizes obtiveram o mesmo desempenho para efeito de comparação. Em outras sete contingências (“menos fortes”) testadas para este sistema, a matriz L_{cric} obteve melhor resultado em seis delas, a matriz L_{eq} também obteve melhor resultado em seis das contingências, a matriz L apresentou melhor resultado em quatro das contingências testadas e a matriz B'' obteve melhores resultados em apenas três das contingências do total das sete analisadas, as matrizes foram formadas desconsiderando-se os *shunts* da rede externa.

4.6.1.2 Equivalente Ward

Assim como no equivalente Ward Estendido, a matriz Y foi formada para a fronteira e a rede externa em três situações:

- Situação 1: Considerando-se os *shunts* da rede externa e da fronteira.
- Situação 2: Desconsiderando-se os *shunts* da rede externa e da fronteira.
- Situação 3: Considerando-se apenas os *shunts* da primeira vizinhança da fronteira.

Pela redução da matriz Y determinamos os valores das impedâncias das ligações entre as barras de fronteira, bem como os valores das admitâncias *shunt* nas barras de fronteira. Estes valores estão, respectivamente, nas tabelas 4.66 e 4.67.

Tabela 4.66: Valores das impedâncias entre as barras de fronteira

	Situação 1	Situação 2	Situação 3
$z_{(24-33)}(p.u.)$	$2,6807 + j18,5887$	$13,7830 + j39,4298$	$13,1820 + j38,3925$
$z_{(24-34)}(p.u.)$	$0,0605 + j0,6294$	$0,4123 + j1,3620$	$0,3920 + j1,3202$
$z_{(24-38)}(p.u.)$	$-0,0206 + j0,2318$	$0,0474 + j0,5022$	$0,0433 + j0,4844$
$z_{(33-34)}(p.u.)$	$0,0621 + j0,1814$	$0,0626 + j0,1822$	$0,0627 + j0,1824$
$z_{(33-38)}(p.u.)$	$0,0479 + j0,6989$	$0,0557 + j0,7337$	$0,0560 + j0,7335$
$z_{(34-38)}(p.u.)$	$0,0018 + j0,0387$	$0,0025 + j0,0421$	$0,0025 + j0,0420$

Tabela 4.67: Valores das admitâncias *shunt*

	Situação 1	Situação 2	Situação 3
$y_{24}^{sh}(p.u.)$	$0,7893 + j4,5282$	$-0,0122 + j0,1280$	$-0,0110 + j0,3453$
$y_{33}^{sh}(p.u.)$	$-0,0038 + j0,2299$	$-0,0063 + j0,0872$	$-0,0063 + j0,0988$
$y_{34}^{sh}(p.u.)$	$0,1760 + j5,5158$	$-0,0853 + j1,6546$	$-0,0915 + j1,6332$
$y_{38}^{sh}(p.u.)$	$2,5867 + j8,2768$	$0,1132 - j1,8659$	$0,1210 - j1,0408$

Na tabela 4.68 são apresentadas as máximas variações percentuais para as magnitudes de tensão obtida a partir do equivalente Ward para situação 1.

Tabela 4.68: Máxima variação percentual das magnitudes das tensões - Situação 1

	Barra	$\Delta V(\%)$
Contingência 1	38	6,51
Contingência 2	34 e 38	11,30
Contingência 3	34	5,46

Na tabela 4.69 são apresentadas as máximas variações percentuais para as magnitudes de tensão obtidas a partir do equivalente Ward para situação 2.

Tabela 4.69: Máxima variação percentual das magnitudes das tensões - Situação 2

	Barra	$\Delta V(\%)$
Contingência 1	34	6,49
Contingência 2	24	1,38
Contingência 3	24	1,24

Na tabela 4.70 são apresentadas as máximas variações percentuais para as magnitudes de tensão obtidas a partir do equivalente Ward para situação 3.

Tabela 4.70: Máxima variação percentual das magnitudes das tensões - Situação 3

	Barra	$\Delta V(\%)$
Contingência 1	38	8,30
Contingência 2	24	1,59
Contingência 3	24	1,59

Nas tabelas 4.71, 4.72 e 4.73 encontram-se, respectivamente, os valores dos fluxos de potência na vizinhança de uma determinada barra k que possua maior variação angular para cada uma das contingências analisadas em cada uma das situações propostas.

Tabela 4.71: Valores de fluxos de potência - Situação 1

		Rede Completa		Rede Equivalente	
	Linha ($k - m$)	$P_{km}(p.u.)$	$Q_{km}(p.u.)$	$P_{km}(p.u.)$	$Q_{km}(p.u.)$
Contingência 1	26 - 25	1,0417	0,2214	1,1462	0,2254
	26 - 30	2,0983	-0,1772	1,9938	-0,1883
Contingência 2	24 - 23	-0,5530	0,0866	-0,9570	0,4211
Contingência 3	9 - 8	4,4525	0,2443	4,4525	0,2443
	9 - 10	-4,4525	-0,2443	-4,4525	-0,2443

Tabela 4.72: Valores de fluxos de potência - Situação 2

		Rede Completa		Rede Equivalente	
	Linha ($k - m$)	$P_{km}(p.u.)$	$Q_{km}(p.u.)$	$P_{km}(p.u.)$	$Q_{km}(p.u.)$
Contingência 1	26 - 25	1,0417	0,2214	1,0259	0,2209
	26 - 30	2,0983	-0,1772	2,1141	-0,1746
Contingência 2	24 - 23	-0,5530	0,0866	-0,5481	-0,0558
Contingência 3	9 - 8	4,4525	0,2443	4,4525	0,2443
	9 - 10	-4,4525	-0,2443	-4,4525	-0,2443

Tabela 4.73: Valores de fluxos de potência - Situação 3

		Rede Completa		Rede Equivalente	
	Linha ($k - m$)	$P_{km}(p.u.)$	$Q_{km}(p.u.)$	$P_{km}(p.u.)$	$Q_{km}(p.u.)$
Contingência 1	26 - 25	1,0417	0,2214	1,0202	0,2207
	26 - 30	2,0983	-0,1772	2,1198	-0,1736
Contingência 2	24 - 23	-0,5530	0,0866	-0,5560	-0,1617
Contingência 3	9 - 8	4,4525	0,2443	4,4525	0,2443
	9 - 10	-4,4525	-0,2443	-4,4525	-0,2443

Também para esta rede mostra-se que os resultados obtidos com o equivalente Ward, tanto em redes radiais quanto em redes malhadas, são sempre piores do que os resultados obtidos com o

equivalente Ward Estendido, principalmente no que diz respeito às magnitudes das tensões.

Capítulo 5

Conclusões

Este trabalho teve como objetivo principal a representação de “partes externas” de sistemas de energia elétrica por meio de equivalentes externos. Dois modelos foram utilizados, o Equivalente Ward e o Equivalente Ward Estendido.

Desde a sua elaboração, o modelo Ward Estendido tem sido considerado como um método de alta qualidade por agregar boas características de precisão, eficiência computacional e simplicidade em sua obtenção. A experiência de utilização deste equivalente mostra, no entanto, que em algumas situações ocorrem erros de precisão na reação do modelo.

Buscando-se uma melhoria na modelagem do Equivalente Ward Estendido, enfocando-se a análise de contingências, outras matrizes de sensibilidade foram implementadas.

Podemos observar pelos resultados obtidos, nas redes testadas, que em quase na totalidade dos casos, os resultados encontrados a partir do Equivalente Ward Estendido formado com a matriz B'' são menos precisos que os resultados encontrados com o mesmo equivalente formado a partir das outras matrizes de sensibilidade: L , L_{cric} e L_{eq} , sendo que o equivalente formado com a matriz L_{cric} é o que apresenta melhores resultados.

Podemos observar também que quanto mais “reais” são as redes testadas, melhores são os resultados encontrados com o equivalente Ward Estendido formado com estas matrizes.

Comprovamos também a superioridade do equivalente Ward Estendido em relação ao equivalente Ward, e comprovamos também que os *shunts* possuem um efeito local, ou seja, não se deve considerar os *shunts* externos na obtenção da rede equivalente [4]. Como pode ser visto, quando os *shunts* externos são considerados, nós temos uma precisão menor para a reação da rede equivalente.

Neste trabalho foi dada maior ênfase às contingências de linhas de transmissão, por considerarmos que estas se constituem em testes mais rígidos para se verificar o desempenho de circuitos equivalentes.

Apêndice A

Determinação das Matrizes de Sensibilidade

A.1 Matriz L_{cric} [5]

Os fluxos de potência ativa e reativa em linhas de transmissão, transformadores em fase, defasadores puros e defasadores, obedecem as seguintes expressões gerais [1] :

$$P_{km} = (a_{km}V_k)^2 g_{km} - a_{km}V_kV_m[g_{km} \cdot \cos(\theta_{km} + \varphi_{km}) + b_{km} \cdot \sin(\theta_{km} + \varphi_{km})] \quad (A.1)$$

$$Q_{km} = -(a_{km}V_k)^2(b_{km} + b_{km}^{sh}) + a_{km}V_kV_m[b_{km} \cdot \cos(\theta_{km} + \varphi_{km}) - g_{km} \cdot \sin(\theta_{km} + \varphi_{km})] \quad (A.2)$$

onde

- $a_{km} \rightarrow$ relação de transformação entre as magnitudes das tensões nodais (transformador);
- $\varphi_{km} \rightarrow$ ângulo inserido na defasagem entre as tensões nodais (defasador);
- $g_{km} \rightarrow$ condutância da ligação $k - m$;
- $b_{km} \rightarrow$ susceptância da ligação $k - m$;
- $b_{km}^{sh} \rightarrow$ susceptância *shunt* do equivalente π da linha de transmissão $k - m$.

Definindo-se:

$$\alpha_{km} = \arctan \left(\frac{r_{km}}{x_{km}} \right)$$
$$y_{km} = g_{km} - j b_{km}$$

onde r_{km} e x_{km} são, respectivamente, a resistência e a reatância da ligação $k - m$, pode-se estabelecer as seguintes expressões:

$$g_{km} = |y_{km}| \sin \alpha_{km} \quad (A.3)$$

$$b_{km} = -|y_{km}| \cos \alpha_{km} \quad (A.4)$$

Substituindo-se (A.3) e (A.4) em (A.1) e (A.2) chega-se a:

$$P_{km} = (a_{km}V_{km})^2 \cdot y_{km} \cdot \sin \alpha_{km} + (a_{km}V_k)V_m \cdot y_{km} \cdot \sin(\theta_{km} + \varphi_{km} - \alpha_{km}) \quad (\text{A.5})$$

$$Q_{km} = -(a_{km}V_{km})^2(b_{km} + b_{km}^{sh}) - (a_{km}V_k)V_m \cdot y_{km} \cdot \cos(\theta_{km} + \varphi_{km} - \alpha_{km}) \quad (\text{A.6})$$

onde:

$$\sin(\theta_{km} + \varphi_{km} - \alpha_{km}) = -\sin \alpha_{km} \cdot \cos(\theta_{km} + \varphi_{km}) + \cos \alpha_{km} \cdot \sin(\theta_{km} + \varphi_{km})$$

$$\cos(\theta_{km} + \varphi_{km} - \alpha_{km}) = \cos \alpha_{km} \cdot \cos(\theta_{km} + \varphi_{km}) + \sin \alpha_{km} \cdot \sin(\theta_{km} + \varphi_{km})$$

Dividindo-se a expressão (A.5) por $a_{km}y_{km}$ chega-se a:

$$\frac{P_{km}}{a_{km}y_{km}} = a_{km} \cdot V_{km}^2 \cdot \sin \alpha_{km} + V_k \cdot V_m \cdot \sin(\theta_{km} + \varphi_{km} - \alpha_{km}) \quad (\text{A.7})$$

e definindo-se:

$$A_{km} = \frac{P_{km}}{a_{km}y_{km}}$$

$$\beta_{km} = a_{km} \cdot \sin \alpha_{km}$$

pode-se reescrever a expressão (A.7) da seguinte maneira:

$$A_{km} = V_k^2 \cdot \beta_{km} + V_k \cdot V_m \cdot \sin(\theta_{km} + \varphi_{km} - \alpha_{km})$$

então:

$$\sin(\theta_{km} + \varphi_{km} - \alpha_{km}) = \frac{A_{km} - V_k^2 \beta_{km}}{V_k V_m} \quad (\text{A.8})$$

$$\cos(\theta_{km} + \varphi_{km} - \alpha_{km}) = \sqrt{1 - \sin^2(\theta_{km} + \varphi_{km} - \alpha_{km})} \quad (\text{A.9})$$

que são funções apenas das magnitudes das tensões quando P_{km} é considerado constante (pois A_{km} é constante).

Substituindo-se (A.9) em (A.6) tem-se:

$$Q_{km} = -(a_{km} \cdot V_k)^2(b_{km} + b_{km}^{sh}) - (a_{km} \cdot V_k)V_m \cdot y_{km} \sqrt{1 - \sin^2(\theta_{km} + \varphi_{km} - \alpha_{km})} \quad (\text{A.10})$$

A injeção líquida de potência reativa na barra k pode ser expressa por:

$$Q_k(\underline{V}, \underline{\theta}) = -V_k^2 b_k^{sh} + \sum_{m \in \Omega_k} Q_{km} \quad (\text{A.11})$$

onde b_k^{sh} é a susceptância do elemento em derivação (*shunt*) na barra k . Substituindo-se (A.10) em (A.11) tem-se:

$$Q_k(\underline{V}, \underline{\theta}) = -V_k^2 B_{kk} - \sum_{m \in \Omega_k} (a_{km} V_k) V_m \cdot y_{km} \cdot \sqrt{1 - \sin^2(\theta_{km} + \varphi_{km} - \alpha_{km})} \quad (\text{A.12})$$

Considerando-se os fluxos de potência ativa constantes, tem-se que $\sin(\theta_{km} + \varphi_{km} - \alpha_{km})$ passa a ser função apenas de V_k e V_m e assim a injeção de potência reativa pode ser escrita como função apenas da magnitude da tensão ($\underline{V}$):

$$Q_k(\underline{V}, \underline{\theta}) = Q_k(\underline{V})$$

$$Q_k(\underline{V}) = -V_k^2 B_{kk} - \sum_{m \in \Omega_k} (a_{km} V_k) V_m \cdot y_{km} \cdot \sqrt{1 - \sin^2(\theta_{km} + \varphi_{km} - \alpha_{km})} \quad (\text{A.13})$$

Os elementos da matriz L_{cric} são obtidos derivando-se a expressão (A.13) em relação à magnitude da tensão, ou seja, para $k \neq m$:

$$\begin{aligned} L_{km} &= \frac{\partial Q_k(\underline{V})}{\partial V_m} \\ L_{kk} &= \frac{\partial Q_k(\underline{V})}{\partial V_k} \end{aligned}$$

Após algumas manipulações chega-se a:

$$\begin{aligned} L_{km} &= \frac{-y_{km}^2 a_{km} V_k}{-b_{km} \cos(\theta_{km} + \varphi_{km}) + g_{km} \sin(\theta_{km} + \varphi_{km})} \\ L_{kk} &= -2B_{kk} V_k - \sum_{m \in \Omega_k} \left[\frac{y_{km}^2 a_{km} V_m - 2a_{km} V_k g_{km} [b_{km} \sin(\theta_{km} + \varphi_{km}) + g_{km} \cos(\theta_{km} + \varphi_{km})]}{-b_{km} \cos(\theta_{km} + \varphi_{km}) + g_{km} \sin(\theta_{km} + \varphi_{km})} \right] \end{aligned}$$

Para simplificar esta expressão, assume-se que todos os transformadores estão representados pelo seu equivalente π [1] e que os ângulos dos defasadores são nulos ($\varphi_{km} = 0, \forall k, m$). Nestas condições, a matriz de sensibilidade, agora designada por S , resultante é:

$$\begin{aligned} S_{km} &= \frac{-|Y_{km}|^2 V_k}{B_{km} \cos \theta_{km} - G_{km} \sin \theta_{km}} \\ S_{kk} &= -2B_{kk} V_k - \sum_{m \in \Omega_k} \left[\frac{|Y_{km}|^2 V_m - 2V_k G_{km} [B_{km} \sin \theta_{km} + G_{km} \cos \theta_{km}]}{B_{km} \cos \theta_{km} - G_{km} \sin \theta_{km}} \right] \end{aligned}$$

onde Y_{km} é o elemento (k, m) da matriz admitância nodal. Analisando-se esta expressão, observa-se que os elementos da matriz de sensibilidade S , quando calculados desta forma, são funções do estado ($\underline{V}, \underline{\theta}$).

A.2 Matriz L [1]

A matriz L (submatriz que compõe a matriz Jacobiana), é definida [1] como sendo:

$$L = \frac{\partial(Q)}{\partial V}$$

Ou seja, ela corresponde a uma sensibilidade da potência reativa em relação à magnitude da tensão.

Temos que a equação da potência reativa em uma certa barra k é dada por:

$$Q_k = V_k \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \cdot \sin \theta_{km} - B_{km} \cdot \cos \theta_{km}) \quad (\text{A.14})$$

$$Q_k = -B_{kk} V_k^2 + V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m (G_{km} \cdot \sin \theta_{km} - B_{km} \cdot \cos \theta_{km}) \quad (\text{A.15})$$

A equação (A.15) corresponde a uma separação dos termos correspondentes à própria barra k . Logo, a somatória contém agora somente as barras vizinhas da barra k .

- O elemento fora da diagonal L_{km} é dado pela derivada da potência Q_k em relação à magnitude da tensão de uma certa barra vizinha m :

$$\begin{aligned} L_{km} &= \frac{\partial Q_k}{\partial V_m} \\ L_{km} &= V_k (G_{km} \cdot \sin \theta_{km} - B_{km} \cdot \cos \theta_{km}) \end{aligned}$$

- O elemento fora da diagonal L_{mk} é dado pela derivada da potência Q_m em relação à magnitude da tensão de uma certa barra vizinha k :

$$\begin{aligned} L_{mk} &= \frac{\partial Q_m}{\partial V_k} \\ L_{mk} &= V_m (G_{km} \cdot \sin \theta_{km} + B_{km} \cdot \cos \theta_{km}) \end{aligned}$$

- O elemento da diagonal L_{kk} é dado pela derivada da potência Q_k em relação à magnitude da tensão da própria barra k :

$$\begin{aligned} L_{kk} &= \frac{\partial Q_k}{\partial V_k} \\ L_{kk} &= -B_{kk} V_k + \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \cdot \sin \theta_{km} - B_{km} \cdot \cos \theta_{km}) \end{aligned}$$

A.3 Matriz L_{eq} [2]

Sendo as equações básicas de fluxo de carga pelo método de Newton:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ M & L \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix}$$

ou

$$\Delta P = H \cdot \Delta \theta + N \cdot \Delta V \quad (\text{A.16})$$

$$\Delta Q = M \cdot \Delta \theta + L \cdot \Delta V \quad (\text{A.17})$$

Pré-multiplicando (A.16) por $(-MH^{-1})$ e somando com (A.17) tem-se:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q - MH^{-1}\Delta P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ 0 & L - MH^{-1}N \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix}$$

ou

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q - MH^{-1}\Delta P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ 0 & L_{eq} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix}$$

E portanto, a matriz L_{eq} tem a seguinte lei de formação:

$$L_{eq} = L - MH^{-1}N \quad (\text{A.18})$$

A.4 Matriz B'' [4]

Considere a matriz diagonal V , sendo seu elemento V_n o valor da magnitude da tensão de uma certa barra n :

$$V = \begin{bmatrix} V_1 & & & \\ & V_2 & 0 & \\ & 0 & \ddots & \\ & & & V_n \end{bmatrix}$$

A matriz L (definida em A.2) pode ser escrita da seguinte forma:

$$L = V \cdot L' \quad (\text{A.19})$$

onde os elementos de L' são dados por:

$$L'_{kk} = \frac{Q_k}{V_k^2} - B_{kk} \quad (\text{A.20})$$

$$L'_{km} = (G_{km} \cdot \sin \theta_{km} - B_{km} \cdot \cos \theta_{km}) \quad (\text{A.21})$$

$$L'_{mk} = -(G_{km} \cdot \sin \theta_{km} + B_{km} \cdot \cos \theta_{km}) \quad (\text{A.22})$$

Temos a matriz B'' definida como sendo uma aproximação da matriz L' , ou seja:

$$B''_{kk} \approx L'_{kk}$$

Esta aproximação pressupõe que a abertura angular entre as barras k e m seja muito pequena, e assim $\cos \theta_{km} \approx 1$ e $B_{km} \gg G_{km} \sin \theta_{km}$. Com estas aproximações inseridas em A.21 e A.22 tem-se:

$$\begin{aligned} B''_{km} &= -B_{km} \\ B''_{mk} &= -B_{mk} \end{aligned}$$

Para o elemento da diagonal da matriz L' tem-se:

$$\begin{aligned} L'_{kk} &= -B_{kk} + \frac{Q_k}{V_k^2} \\ &= -\sum_{m \in \Omega_k} b_{km} - (b_k^{sh} + \sum_{m \in \Omega_k} b_{km}^{sh}) + \\ &\quad \frac{1}{V_k} \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \cdot \sin \theta_{km} - B_{km} \cdot \cos \theta_{km}) \end{aligned}$$

Considerando-se $\cos \theta_{km} \approx 1$; $B_{km} \gg G_{km} \sin \theta_{km}$ e $V_k \approx 1$ resulta:

$$\begin{aligned} L'_{kk} &= -\sum_{m \in \Omega_k} b_{km} - (b_k^{sh} + \sum_{m \in \Omega_k} b_{km}^{sh}) - \sum_{m \in K} B_{km} \\ &= -\sum_{m \in \Omega_k} b_{km} - (b_k^{sh} + \sum_{m \in \Omega_k} b_{km}^{sh}) - (B_{kk} + \sum_{m \in \Omega_k} B_{km}) \\ &= -\sum_{m \in \Omega_k} b_{km} - (b_k^{sh} + \sum_{m \in \Omega_k} b_{km}^{sh}) - \\ &\quad \left[\sum_{m \in \Omega_k} b_{km} + (b_k^{sh} + \sum_{m \in \Omega_k} b_{km}^{sh}) - \sum_{m \in \Omega_k} b_{km} \right] \\ &= -\sum_{m \in \Omega_k} b_{km} - 2(b_k^{sh} + \sum_{m \in \Omega_k} b_{km}^{sh}) \end{aligned}$$

Ou seja:

$$B''_{kk} = -\sum_{m \in \Omega_k} b_{km} - 2(b_k^{sh} + \sum_{m \in \Omega_k} b_{km}^{sh})$$

Esta versão foi proposta por Alcir Monticelli em [4].

A.5 Exemplo Numérico

Dada a rede:

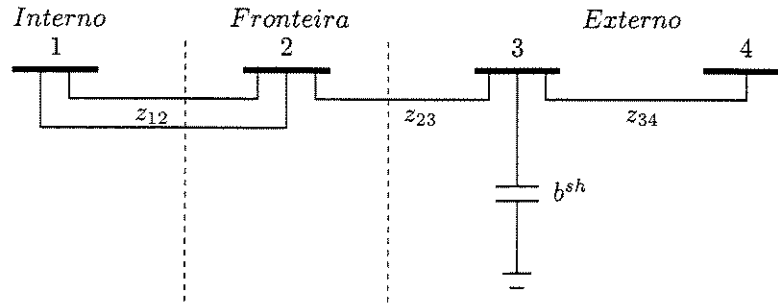


Figura A.1: Rede Exemplo

onde:

Tabela A.1: Dados de barras

Barra	Tipo	Tensão (p.u.)	Ângulo (rad.)	Shunt (p.u.)
1	V θ	1,000	0,0	-
2	PQ	1,000	0,0	-
3	PQ	1,000	0,0	$j0,1$
4	PV	1,050	0,0	-

Tabela A.2: Cargas nas barras

Barra	P_C (p.u.)	Q_C (p.u.)
2	0,05	0,70
3	0,20	0,40
4	0,20	-

Tabela A.3: Dados de linhas

Linha	Impedância (p.u.)
1 – 2	$0,025 + j0,050$
1 – 2	$0,025 + j0,050$
2 – 3	$0,025 + j0,050$
3 – 4	$0,025 + j0,050$

Para o estado convergido e considerando o *shunt* da rede externa temos:

$$L_{cric} = \begin{bmatrix} 19,075 & -19,477 & 0 \\ -20,587 & 39,833 & -19,893 \\ 0 & -21,351 & 10^{20} \end{bmatrix}$$

$$L_{eq} = \begin{bmatrix} 19,166 & -19,425 & -0,139 \\ -20,461 & 39,826 & -19,893 \\ 0,107 & -21,289 & 10^{20} \end{bmatrix}$$

$$B'' = \begin{bmatrix} 16,000 & -16,000 & 0 \\ -16,000 & 31,800 & -16,000 \\ 0 & -16,000 & 10^{20} \end{bmatrix}$$

$$L = \begin{bmatrix} 15,266 & -16,131 & 0 \\ -15,856 & 31,823 & -16,409 \\ 0 & -16,524 & 10^{20} \end{bmatrix}$$

Apêndice B

Dados do Sistema IEEE-118

Nas tabelas B.1 e B.2 tem-se, respectivamente, os dados de barras e de linhas do sistema IEEE-118. Para os tipos de barra temos:

- Tipo 2 : Barra de referência.
- Tipo 0 : Barra PQ .
- Tipo 1 : Barra PV .

Tabela B.1: Dados de barras

Barra	Tipo	Tensão($p.u.$)	Ângulo($rad.$)	$P_G(p.u.)$	$Q_G(p.u.)$	$P_C(p.u.)$	$Q_C(p.u.)$	$b^{sh}(p.u.)$
1	2	0.955	-0.3315	0	0	0.51	0.27	0
2	0	1.000	0	0	0	0.20	0.09	0
3	0	1.000	0	0	0	0.39	0.10	0
4	1	0.998	0	0	0	0.39	0.12	0
5	0	1.000	0	0	0	0	0	-0.40
6	1	0.990	0	0	0	0.52	0.22	0
7	0	1.000	0	0	0	0.19	0.02	0
8	1	1.015	0	0	0	0.28	0	0
9	0	1.000	0	0	0	0	0	0
10	1	1.050	0	4.50	0	0	0	0
11	0	1.000	0	0	0	0.70	0.23	0
12	1	0.990	0	0.85	0	0.47	0.10	0
13	0	1.000	0	0	0	0.34	0.16	0
14	0	1.000	0	0	0	0.14	0.01	0
15	1	0.970	0	0	0	0.90	0.30	0
16	0	1.000	0	0	0	0.25	0.10	0
17	0	1.000	0	0	0	0.11	0.03	0

Barra	Tipo	Tensão(p.u.)	Ângulo(rad.)	$P_G(p.u.)$	$Q_G(p.u.)$	$P_C(p.u.)$	$Q_C(p.u.)$	$b^{sh}(p.u.)$
18	1	0.973	0	0	0	0.60	0.34	0
19	1	0.963	0	0	0	0.45	0.25	0
20	0	1.000	0	0	0	0.18	0.03	0
21	0	1.000	0	0	0	0.14	0.08	0
22	0	1.000	0	0	0	0.10	0.05	0
23	0	1.000	0	0	0	0.07	0.03	0
24	0	1.000	0	0	0	0.13	0.154	0
25	1	1.050	0	2.20	0	0	0	0
26	1	1.015	0	3.14	0	0	0	0
27	1	0.968	0	0	0	0.71	0.13	0
28	0	1.000	0	0	0	0.17	0.07	0
29	0	1.000	0	0	0	0.24	0.04	0
30	0	1.000	0	0	0	0	0	0
31	1	0.967	0	0.07	0	0.43	0.27	0
32	1	0.964	0	0	0	0.59	0.23	0
33	0	1.000	0	0	0	0.23	0.09	0
34	0	1.000	0	0	0	0.59	0.328	0.14
35	0	1.000	0	0	0	0.33	0.09	0
36	1	0.980	0	0	0	0.31	0.17	0
37	0	1.000	0	0	0	0	0	-0.25
38	0	1.000	0	0	0	0	0	0
39	0	1.000	0	0	0	0.27	0.11	0
40	1	0.970	0	0	0	0.66	0.23	0
41	0	1.000	0	0	0	0.37	0.10	0
42	1	0.985	0	0	0	0.96	0.23	0
43	0	1.000	0	0	0	0.18	0.07	0
44	0	1.000	0	0	0	0.16	0.08	0.10
45	0	1.000	0	0	0	0.53	0.22	0.10
46	1	1.005	0	0.19	0	0.28	0.10	0.10
47	0	1.000	0	0	0	0.34	0	0
48	0	1.000	0	0	0	0.20	0.11	0.15
49	1	1.025	0	2.04	0	0.87	0.30	0
50	0	1.000	0	0	0	0.17	0.04	0
51	0	1.000	0	0	0	0.17	0.08	0
52	0	1.000	0	0	0	0.18	0.05	0
53	0	1.000	0	0	0	0.23	0.11	0
54	1	0.955	0	0.48	0	1.13	0.32	0
55	1	0.952	0	0	0	0.63	0.22	0
56	1	0.954	0	0	0	0.84	0.18	0
57	0	1.000	0	0	0	0.12	0.03	0
58	0	1.000	0	0	0	0.12	0.03	0
59	1	0.985	0	1.55	0	2.77	1.13	0
60	0	1.000	0	0	0	0.78	0.03	0

Barra	Tipo	Tensão(p.u.)	Ângulo(rad.)	$P_G(p.u.)$	$Q_G(p.u.)$	$P_C(p.u.)$	$Q_C(p.u.)$	$b^{sh}(p.u.)$
61	1	0.995	0	1.60	0	0	0	0
62	1	0.998	0	0	0	0.77	0.14	0
63	0	1.000	0	0	0	0	0	0
64	0	1.000	0	0	0	0	0	0
65	1	1.005	0	3.91	0	0	0	0
66	1	1.050	0	3.92	0	0.39	0.18	0
67	0	1.000	0	0	0	0.28	0.07	0
68	0	1.000	0	0	0	0	0	0
69	1	1.035	0	5.1345	0	0	0	0
70	1	0.984	0	0	0	0.66	0.20	0
71	0	1.000	0	0	0	0	0	0
72	1	0.980	0	0	0	0.12	0	0
73	1	0.991	0	0	0	0.06	0	0
74	1	0.958	0	0	0	0.68	0.27	0.12
75	0	1.000	0	0	0	0.47	0.11	0
76	1	0.943	0	0	0	0.68	0.36	0
77	1	1.006	0	0	0	0.61	0.28	0
78	0	1.000	0	0	0	0.71	0.26	0
79	0	1.000	0	0	0	0.39	0.32	0.20
80	1	1.040	0	4.77	0	1.30	0.26	0
81	0	1.000	0	0	0	0	0	0
82	0	1.000	0	0	0	0.54	0.27	0.20
83	0	1.000	0	0	0	0.20	0.10	0.10
84	0	1.000	0	0	0	0.11	0.07	0
85	1	0.985	0	0	0	0.24	0.15	0
86	0	1.000	0	0	0	0.21	0.10	0
87	1	1.015	0	0.04	0	0	0	0
88	0	1.000	0	0	0	0.48	0.10	0
89	1	1.005	0	6.07	0	0	0	0
90	1	0.985	0	0	0	1.63	0.42	0
91	1	0.980	0	0	0	0.10	0	0
92	1	0.993	0	0	0	0.65	0.10	0
93	0	1.000	0	0	0	0.12	0.07	0
94	0	1.000	0	0	0	0.30	0.16	0
95	0	1.000	0	0	0	0.42	0.31	0
96	0	1.000	0	0	0	0.38	0.15	0
97	0	1.000	0	0	0	0.15	0.09	0
98	0	1.000	0	0	0	0.34	0.08	0
99	1	1.010	0	0	0	0.42	0	0
100	1	1.017	0	2.52	0	0.37	0.18	0
101	0	1.000	0	0	0	0.22	0.15	0
102	0	1.000	0	0	0	0.05	0.03	0
103	1	1.001	0	0.40	0	0.23	0.16	0

Barra	Tipo	Tensão(p.u.)	Ângulo(rad.)	$P_G(p.u.)$	$Q_G(p.u.)$	$P_C(p.u.)$	$Q_C(p.u.)$	$b^{sh}(p.u.)$
104	1	0.971	0	0	0	0.38	0.25	0
105	1	0.965	0	0	0	0.31	0.26	0.20
106	0	1.000	0	0	0	0.43	0.16	0
107	1	0.952	0	0	0	0.50	0.12	0.06
108	0	1.000	0	0	0	0.02	0.01	0
109	0	1.000	0	0	0	0.08	0.03	0
110	1	0.973	0	0	0	0.39	0.30	0.06
111	1	0.980	0	0.36	0	0	0	0
112	1	0.975	0	0	0	0.68	0.13	0
113	1	0.993	0	0	0	0.06	0	0
114	0	1.000	0	0	0	0.08	0.03	0
115	0	1.000	0	0	0	0.22	0.07	0
116	1	1.005	0	0	0	1.84	0	0
117	0	1.000	0	0	0	0.20	0.08	0
118	0	1.000	0	0	0	0.33	0.15	0

Tabela B.2: Dados de linhas

Barra de saída	Barra de chegada	$R(p.u.)$	$X(p.u.)$	$b^{sh}(p.u.)$	TAP
1	2	0.0303	0.0999	0.0127	
1	3	0.0129	0.0424	0.0054	
4	5	0.00176	0.00798	0.0011	
3	5	0.0241	0.108	0.0142	
5	6	0.0119	0.054	0.0071	
6	7	0.00459	0.0208	0.0028	
8	9	0.00244	0.0305	0.5810	
8	5	0.000	0.0267	0.0000	1.0152
9	10	0.00258	0.0322	0.6150	
4	11	0.0209	0.0688	0.0087	
5	11	0.0203	0.0682	0.0087	
11	12	0.00595	0.0196	0.0025	
2	12	0.0187	0.0616	0.0079	
3	12	0.0484	0.160	0.0203	
7	12	0.00862	0.034	0.0044	
11	13	0.02225	0.0731	0.0094	
12	14	0.0215	0.0707	0.0091	
13	15	0.0744	0.2444	0.0313	
14	15	0.0595	0.195	0.0251	
12	16	0.0212	0.0834	0.0107	
15	17	0.0132	0.0437	0.0222	
16	17	0.0454	0.1801	0.0233	
17	18	0.0123	0.0505	0.0065	
18	19	0.01119	0.0493	0.0057	
19	20	0.0252	0.117	0.0149	
15	19	0.012	0.0394	0.0051	
20	21	0.0183	0.0849	0.0108	
21	22	0.0209	0.097	0.0123	
22	23	0.0342	0.159	0.0202	
23	24	0.0135	0.0492	0.0249	
23	25	0.0156	0.080	0.0432	
26	25	0.000	0.0382	0.0000	1.0417
25	27	0.0318	0.163	0.0882	
27	28	0.01913	0.0855	0.0108	
28	29	0.0237	0.0943	0.0119	
30	17	0.000	0.0388	0.0000	1.0417
8	30	0.00431	0.0504	0.2570	
26	30	0.00799	0.086	0.4540	
17	31	0.0474	0.1563	0.0200	
29	31	0.0108	0.0331	0.0042	

Barra de saída	Barra de chegada	$R(p.u.)$	$X(p.u.)$	$b^{sh}(p.u.)$	TAP
23	32	0.0317	0.1153	0.0587	
31	32	0.0298	0.0985	0.0126	
27	32	0.0229	0.0755	0.0096	
15	33	0.038	0.1244	0.0160	
19	34	0.0752	0.247	0.0316	
35	36	0.00224	0.0102	0.0013	
35	37	0.011	0.0497	0.0066	
33	37	0.0415	0.142	0.0183	
34	36	0.00871	0.0268	0.0028	
34	37	0.00256	0.0094	0.0049	
38	37	0.000	0.0375	0.0000	1.0695
37	39	0.0321	0.106	0.0135	
37	40	0.0593	0.168	0.0210	
30	38	0.00464	0.054	0.2110	
39	40	0.0184	0.0605	0.0078	
40	41	0.0145	0.0487	0.0061	
40	42	0.0555	0.183	0.0233	
41	42	0.041	0.135	0.0172	
43	44	0.0608	0.2454	0.0303	
34	43	0.0413	0.1681	0.0211	
44	45	0.0224	0.0901	0.0112	
45	46	0.040	0.1356	0.0166	
46	47	0.038	0.127	0.0158	
46	48	0.0601	0.189	0.0236	
47	49	0.0191	0.0625	0.0080	
42	49	0.0715	0.323	0.0430	
42	49	0.0715	0.323	0.0430	
45	49	0.0684	0.186	0.0222	
48	49	0.0179	0.0505	0.0063	
49	50	0.0267	0.0752	0.0094	
49	51	0.0486	0.137	0.0171	
51	52	0.0203	0.0588	0.0070	
52	53	0.0405	0.1635	0.0203	
53	54	0.0263	0.122	0.0155	
49	54	0.073	0.289	0.0369	
49	54	0.0869	0.291	0.0365	
54	55	0.0169	0.0707	0.0101	
54	56	0.00275	0.00955	0.0037	
55	56	0.00488	0.0151	0.0019	
56	57	0.0343	0.0966	0.0121	
50	57	0.0474	0.134	0.0166	
56	58	0.0343	0.0966	0.0121	

Barra de saída	Barra de chegada	$R(p.u.)$	$X(p.u.)$	$b^{sh}(p.u.)$	TAP
59	58	0.0255	0.0719	0.0089	
54	59	0.0503	0.2293	0.0299	
56	59	0.0825	0.251	0.0285	
56	59	0.0803	0.239	0.0268	
55	59	0.04739	0.2158	0.0282	
59	60	0.0317	0.145	0.0188	
59	61	0.0328	0.150	0.0194	
60	61	0.00264	0.0135	0.0073	
60	62	0.0123	0.0561	0.0073	
61	62	0.00824	0.0376	0.0049	
63	59	0.000	0.0386	0.0000	1.0417
63	64	0.00172	0.020	0.1080	
64	61	0.000	0.0268	0.0000	1.0152
38	65	0.00901	0.0986	0.5230	
64	65	0.00269	0.0302	0.1900	
49	66	0.0180	0.0919	0.0124	
49	66	0.0180	0.0919	0.0124	
62	66	0.0482	0.218	0.0289	
62	67	0.0258	0.117	0.0155	
65	66	0.000	0.037	0.0000	1.0695
66	67	0.0224	0.1015	0.0134	
65	68	0.00138	0.016	0.3190	
47	69	0.0844	0.2778	0.0355	
49	69	0.0985	0.324	0.0414	
68	69	0.000	0.037	0.0000	1.0695
69	70	0.030	0.127	0.0610	
24	70	0.00221	0.4115	0.0510	
70	71	0.00882	0.0355	0.0044	
24	72	0.0488	0.196	0.0244	
71	72	0.0446	0.180	0.0222	
71	73	0.00866	0.0454	0.0059	
70	74	0.0401	0.1323	0.0168	
70	75	0.0428	0.141	0.0180	
69	75	0.0405	0.122	0.0620	
74	75	0.0123	0.0406	0.0052	
76	77	0.0444	0.148	0.0184	
69	77	0.0309	0.101	0.0519	
75	77	0.0601	0.1999	0.0249	
77	78	0.00376	0.0124	0.0063	
78	79	0.00546	0.0244	0.0032	
77	80	0.017	0.0485	0.0236	
77	80	0.0294	0.105	0.0114	

Barra de saída	Barra de chegada	$R(p.u.)$	$X(p.u.)$	$b^{sh}(p.u.)$	TAP
79	80	0.0156	0.0704	0.0094	
68	81	0.00175	0.0202	0.4040	
81	80	0.000	0.037	0.0000	1.0695
77	82	0.0298	0.0853	0.0409	
82	83	0.0112	0.03665	0.0190	
83	84	0.0625	0.132	0.0129	
83	85	0.043	0.148	0.0174	
84	85	0.0302	0.0641	0.0062	
85	86	0.035	0.123	0.0138	
86	87	0.02828	0.2074	0.0223	
85	88	0.020	0.102	0.0138	
85	89	0.0239	0.173	0.0235	
88	89	0.0139	0.0712	0.0097	
89	90	0.0518	0.188	0.0264	
89	90	0.0238	0.0997	0.0530	
90	91	0.0254	0.0836	0.0107	
89	92	0.0099	0.0505	0.0274	
89	92	0.0393	0.1581	0.0207	
91	92	0.0387	0.1272	0.0163	
92	93	0.0258	0.0848	0.0109	
92	94	0.0481	0.158	0.0203	
93	94	0.0223	0.0732	0.0094	
94	95	0.0132	0.0434	0.0056	
80	96	0.0356	0.182	0.0247	
82	96	0.0162	0.053	0.0272	
94	96	0.0269	0.0869	0.0115	
80	97	0.0183	0.0934	0.0127	
80	98	0.0238	0.108	0.0143	
80	99	0.0454	0.206	0.0273	
92	100	0.0648	0.295	0.0236	
94	100	0.0178	0.058	0.0302	
95	96	0.0171	0.0547	0.0074	
96	97	0.0173	0.0885	0.0120	
98	100	0.0397	0.179	0.0238	
99	100	0.018	0.0813	0.0108	
100	101	0.0277	0.1262	0.0164	
92	102	0.0123	0.0559	0.0073	
101	102	0.0246	0.112	0.0147	
100	103	0.016	0.0525	0.0268	
100	104	0.0451	0.204	0.0271	
103	104	0.0466	0.1584	0.0204	
103	105	0.0535	0.1625	0.0204	

Barra de saída	Barra de chegada	$R(p.u.)$	$X(p.u.)$	$b^{sh}(p.u.)$	TAP
100	106	0.0605	0.229	0.0310	
104	105	0.00994	0.0378	0.0049	
105	106	0.014	0.0547	0.0072	
105	107	0.053	0.183	0.0236	
105	108	0.0261	0.0703	0.0092	
106	107	0.053	0.183	0.0236	
108	109	0.0105	0.0288	0.0038	
103	110	0.03906	0.1813	0.0231	
109	110	0.0278	0.0762	0.0101	
110	111	0.022	0.0755	0.0100	
110	112	0.0247	0.064	0.0310	
17	113	0.00913	0.0301	0.0038	
32	113	0.0615	0.203	0.0259	
32	114	0.0135	0.0612	0.0081	
27	115	0.0164	0.0741	0.0099	
114	115	0.0023	0.0104	0.0014	
68	116	0.00034	0.00405	0.0820	
12	117	0.0329	0.140	0.0179	
75	118	0.0145	0.0481	0.0060	
76	118	0.0164	0.0544	0.0068	

Referências Bibliográficas

- [1] A. J. Monticelli. *Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica*. Editora Edgard Blücher Ltda, São Paulo, 1983.
- [2] Monticelli, A., Garcia, A., Saavedra, O. R.. “Fast Decoupled Load Flow: Hypothesis, Derivations and Testing”, 89 WM 172-8 IEEE/PES 1989 *Winter Meeting*, New York, January-February 1989.
- [3] Deckmann, S., Pizzolante, A., Monticelli, A., Stott, B., Alsac, O.. “Numerical Testing of Power System Load Flow Equivalents”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-99, pp.2292-2300, 1980.
- [4] Monticelli, A., Deckmann, S., Garcia, A. e Stott, B. - “Real-Time External Equivalents for Static Security Analysis”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-98, 498-508, New York, 1979.
- [5] Carpentier, J. L.. “CRIC, A New Active Reactive Decoupling Process in Load Flows, Optimal Power Flow and System Control”, *Proc. IFAC Conference on Power Systems and Plan Control*, 1986.
- [6] Ward, J. B. - “Equivalent Circuits for Power Flow Studies”, *AIEE Transactions* 68, 373-382, New York, 1949.
- [7] Sigmar Maurer Deckmann. *Equivalentes Estáticos Para Sistemas de Energia Elétrica*. Tese de Doutorado Apresentada na UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS, Dezembro de 1979.
- [8] Adriano Alber de França Mendes Carneiro. *Estudo de Equivalentes Externos na Operação de Sistemas Interligados*. Tese de Mestrado Apresentada na ESCOLA FEDERAL DE ENGENHARIA DE ITAJUBÁ, Junho de 1980.
- [9] Paulo Cezar Coelho Tavares. *Equivalente Estático Reduzido; Uma Revisão Crítica do Modelo Ward-Estendido*. Tese de Mestrado Apresentada na UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS, Setembro de 1987.
- [10] van Amerongen, R. A. M., “A General-Purpose Version of the Fast Decoupled Load Flow”, *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 4, pp. 760-770, 1989.