

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE SISTEMAS

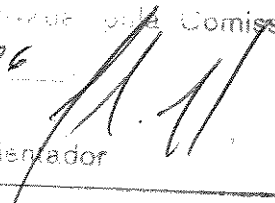
PLANEJAMENTO DA REDE DE DUTOS PARA
CABOS TRONCOS EM REDES URBANAS
DE TELECOMUNICAÇÕES

AUTOR: José Rodrigues dos Santos Filho

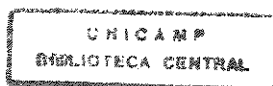
ORIENTADOR: Christiano Lyra Filho

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, da Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP - como parte dos requisitos exigidos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Este trabalho corresponde à redação final da tese de defesa de José Rodrigues dos Santos Filho e é aprovada pela Comissão Julgadora em 10 / 6 / 96


Orientador

Janeiro/97



805016

UNIDADE BC
 N.º CHAMADA TI/UNICAMP
Sa 59p
 V. 5 E. 5
 TOMBO BC/ 30454
 PROC. 281193
 C ☐ D ☒
 PREÇO R\$ 11,00
 DATA 23/05/93
 N.º CPD

CM-00098731-8

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
 BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

Sa59p

Santos Filho, José Rodrigues dos

Planejamento da rede de dutos para cabos troncos em
 redes urbanas de telecomunicações / José Rodrigues dos
 Santos Filho.--Campinas, SP: [s.n.], 1996.

Orientador: Christiano Lyra Filho.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de
 Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de
 Computação.

1. Telecomunicações. 2. Engenharia de sistemas. 3.
 Processo decisório por critério múltiplo. 4. Processo
 decisório - Modelos matemáticos. 5. Algoritmo. I. Lyra
 Filho, Christiano. II. Universidade Estadual de Campinas.
 Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. III.
 Título

Este trabalho contou com o apoio de:

Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq

Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo - FAPESP

DEDICATÓRIA

A José e Apolônia, meus pais,
a Eloísa, minha irmã,
a Leonice, minha esposa,
e a Taís Cristina, minha filha,

pela dedicação constante, compreensão e carinho em todos os momentos.

A Deus, por tudo que me proporcionou.

AGRADECIMENTOS

A Christiano Lyra Filho pela orientação dedicada e, principalmente, pela compreensão e amizade ao longo deste período.

A toda minha família pela confiança depositada e incentivo constante.

A Cláudio, Glauco, Hamilton, Welfane, Nádia, Sirlene, Julimara, Michelle e a todos os Amigos do DENSIS e da FEE pelos agradáveis momentos de convívio.

A Hermano, a Saulo e a Marcos Carneiro pelas informações sobre a rede de telecomunicações da região metropolitana de São Paulo.

A Paulo de Barros Correia, a Aurélio R. L. Oliveira e a Paulo J. Fogaça pelos códigos de programa utilizados no desenvolvimento do trabalho.

A Walcir e a Márcia pelo apoio técnico-administrativo.

A todos os professores do DENSIS.

A todos os companheiros da Companhia Energética de São Paulo pelo incentivo.

E a todas as pessoas que de alguma forma contribuíram para a realização deste trabalho.

RESUMO

Este trabalho apresenta uma metodologia para o problema de planejamento da rede de dutos para cabos troncos de telecomunicações implantados em áreas urbanas. Este é um problema com mais de um objetivo, onde se procura ao mesmo tempo minimizar custos e conseguir as melhores condições de segurança e flexibilidade para manutenção e operação da rede. A metodologia proposta para o problema de planejamento é composta de duas fases.

Na primeira fase, métodos de otimização monobjetivo, baseados em minimização de custos, são aplicados na resolução do problema de ampliação da capacidade da rede de dutos. Soluções alternativas de ampliação são também geradas, utilizando-se um algoritmo de K caminhos mínimos. As alternativas de ampliação são, então, ponderadas pela equipe de planejamento, segundo critérios de segurança e flexibilidade de operação da rede de dutos. Nessa ponderação a equipe utiliza sua experiência no gerenciamento das redes em estudo.

Na segunda fase, um algoritmo de “programação alvo” (técnica de programação multiobjetivo) é utilizado para selecionar e classificar as alternativas de ampliação mais favoráveis sob os aspectos de segurança e flexibilidade de operação da rede.

PLANNING DUCT NETWORKS TO LAY TRUNK CABLES IN URBANS TELECOMMUNICATION NETWORKS

ABSTRACT

This work presents a methodology to the planning problem of duct networks to lay trunk cables of telecommunication networks in urban areas. This is a multiple criteria optimization problem that must consider not only minimization of costs, but security and flexibility of maintenance and operation. The proposed methodology is composed of two phases.

In the first phase, monobjective optimization methods are applied to define a subset of solutions with acceptable costs. A minimum cost network flow code and a K shortest loopless paths algorithm are used in this phase. Solutions with acceptable costs are evaluated by the planning team, considering security and flexibility criteria. In carrying on this evaluation the planning team uses its experience in the management of the network.

In the second phase, a goal programming algorithm (a multiple criteria optimization technic) is used to select and classify the expansion alternatives with best compromises.

ÍNDICE

Capítulo 1 - Planejamento da Rede de Dutos para Cabos Troncos

1.1 - Introdução	1
1.2 - Redes de Telecomunicações Urbanas	3
1.3 - Densidade de Informações nos Cabos Troncos	5
1.4 - Aspectos do Planejamento da Rede de Dutos para Cabos Troncos	6
1.5 - Evolução da Rede de Dutos	8
1.6 - Categorização do Planejamento da Rede de Dutos	8
1.7 - Desenvolvimento do Trabalho	10

Capítulo 2 - Metodologia para o Planejamento da Rede de Dutos para Cabos Troncos

2.1 - Introdução	12
2.2 - O Problema Multicritério de Planejamento da Rede de Dutos para Cabos Troncos	13
2.3 - Problemas de Otimização Multicritério	14
2.4 - Solução em Duas Fases do Problema Multiobjetivo de Planejamento da Rede de Dutos	19

Capítulo 3 - Definição do Universo de Soluções Economicamente Factíveis

3.1 - Introdução	22
3.2 - Ampliação da Capacidade a Custo Mínimo	23
3.2.1 - Ampliação em um Cluster	23
3.2.2 - Ampliação de Backbones	24
3.3 - Modelo de Grafos para Rede de Dutos	25
3.4 - Ampliação da Capacidade Uniproducto	27
3.4.1 - Método Simplex	28
3.4.2 - Especialização do Método Simplex para Problemas de Fluxo de Custo Mínimo	34
3.4.3 - Estrutura de Dados para Implementação de Problemas de Fluxo de Custo Mínimo	38
3.5 - Ampliação da Capacidade Multiproducto	40
3.5.1 - Métodos de Pontos Interiores	42
3.5.2 - Método Dual-Afim	44

3.6 - O Problema de K Caminhos Mínimos	46
3.6.1 - Conceituação Matemática	47
3.6.2 - Implementação Computacional do Algoritmo de Busca de K Caminhos Mínimos	52
3.7 - Comentários	53
 Capítulo 4 - Solução do Problema Multiobjetivo	
4.1 - Introdução	55
4.2 - O Método Multiobjetivo Programação Alvo	56
4.3 - Programação Alvo Linear	58
4.3.1 - Método dos Pesos	61
4.3.2 - Método de Ordenação Preemptiva	64
4.4 - Planejamento da Rede de Dutos com Otimização Multiobjetivo	71
 Capítulo 5 - Aplicação da Metodologia Proposta	
5.1 - Introdução	72
5.2 - Exemplos Didáticos Ilustrativos da Metodologia Desenvolvida Para o Planejamento da Rede de Dutos	73
5.2.1 - Exemplo Didático de Ampliação da Capacidade no Interior de um Cluster	73
5.2.2 - Exemplo Didático de Ampliação da Capacidade da Rede de Backbones	83
5.3 - Exemplos de Ampliação da Rede de Dutos na Região Metropolitana de São Paulo.....	90
5.3.1 - Ampliação no Interior de um Cluster	90
5.3.2 - Ampliação da Interligação de Clusters	96
5.4 - Comentários	103
 Capítulo 6 - Conclusões	 105
 Bibliografia	 107
 Apêndice - Cálculo dos Potenciais dos Nós de uma Árvore Enraizada	

CAPÍTULO 1

PLANEJAMENTO DA REDE DE DUTOS PARA CABOS TRONCOS

1.1 - Introdução

O presente trabalho procura dar uma contribuição ao planejamento de sistemas urbanos de telecomunicações, abordando especificamente o problema de planejamento da rede de dutos para cabos trancos. Desenvolveu-se uma metodologia de planejamento multiobjetivo através da implementação de rotinas computacionais articuladas, que buscam alternativas de solução para o problema, com os melhores compromissos entre aspectos técnicos e econômicos.

Os sistemas urbanos de telecomunicações têm assumido uma função cada vez mais importante nas sociedades modernas, onde a circulação de informações vem ganhando importância estratégica e econômica vitais. A demanda por novos serviços de telecomunicações vem crescendo em ritmo alto, num processo que caminha lado a lado com a expansão da informatização.

O processo de planejamento das redes urbanas de telecomunicações, devido à sua complexidade, é geralmente desenvolvido em etapas. Definição da zona de filiação de novos assinantes, localização de centrais de comutação, cálculo do número de cabos trancos para interligação de centrais, roteamento e ampliação da rede de dutos são algumas das etapas do planejamento da rede de telecomunicações. O planejamento de sistemas urbanos de telecomunicações deve considerar ainda a presença de novas tecnologias em telecomunicações como multiplexação de sinais, modularização de equipamentos e transmissão em fibras óticas.

É fundamental que o planejamento da ampliação das redes de telecomunicações seja executado com uma boa qualidade técnica (em todas as suas etapas) procurando-se, ao mesmo tempo, evitar o desperdício dos recursos investidos na ampliação. Decisões errôneas no processo de planejamento, quando implementadas, dificilmente podem ser reparadas, e seus efeitos tendem a se acumular com o passar dos anos (França, Fernandes e Tavares, 1987).

Na literatura internacional é grande a quantidade de trabalhos que abordam as diversas etapas do planejamento das redes de telecomunicações. No entanto, trabalhos específicos sobre o problema planejamento da rede de dutos para cabos troncos são escassos. Lyra e Correia (1991b) constataram que existem poucas referências a este problema na literatura sobre planejamento de redes de telecomunicações, embora ele seja considerado implicitamente na etapa de roteamento de cabos troncos entre centrais. De fato, tudo indica que o problema é peculiar aos sistemas de telecomunicações de grandes centros urbanos onde existe a necessidade de expansão muito rápida dos serviços de telecomunicações, para suprir demandas reprimidas.

O presente trabalho foi motivado pelo problema de expansão da rede de dutos para a cidade de São Paulo, tendo como principais referências os trabalhos desenvolvidos por Lyra e Correia (1991a, 1991b, 1991c, 1992). Destaca-se que o sistema de telecomunicações urbana da cidade de São Paulo possui mais de 90 centros de fios (estações de comutação), um grande volume de informações trafegando em seus cabos troncos e uma rede de dutos com algumas centenas de quilômetros de extensão.

Neste capítulo, descreve-se em linhas gerais a estrutura usual das redes urbanas de telecomunicações que caracteriza as etapas de planejamento da mesma. Comenta-se a metodologia em duas fases desenvolvida para o planejamento da rede de dutos para cabos troncos, originalmente proposta por Lyra e Correia (1991a, 1991b, 1991c, 1992). Comenta-se também o desenvolvimento do trabalho nos capítulos seguintes.

1.2 - Redes de Telecomunicações Urbanas

Em linhas gerais, denomina-se rede de telecomunicações urbana (ou rede local de telecomunicações) ao conjunto de equipamentos e instalações físicas por onde são processados os serviços de telecomunicações de determinada localidade urbana. Cada usuário encontra-se conectado a uma central de telecomunicação através de um par de fios, agrupados em cabos. As centrais, por sua vez, possuem equipamentos de comutação que efetuam as ligações telefônicas entre os usuários. Estas centrais (ou estações de comutação) estão interconectadas através de cabos, denominados cabos troncos.

Para efeito de análise da rede local, pode-se considerá-la como sendo a composição de três redes distintas interligadas: rede primária, rede secundária e rede de cabos troncos (ligações entre centrais). A Figura 1.1 ilustra uma rede local genérica, com seus principais componentes.

A rede secundária é a rede que faz a ligação entre os usuários e o respectivo ponto de controle, utilizando um par de fios. Ponto de controle é um nó da rede onde são instalados armários de controle para uma determinada zona de filiação; a partir deste faz-se a interligação da rede secundária com a rede primária. Geralmente, a rede secundária é aérea e, do ponto de vista da ampliação, não apresenta muitas alternativas de rotas que possibilitem redução de custo (França, Fernandes e Tavares, 1987).

A rede primária faz a interligação dos pontos de controle com as estações de comutação da rede. Em geral, é constituída por um grande número de pares de fios enfeixados em cabos, normalmente acomodados em dutos plásticos ou cerâmicos, construídos em galerias subterrâneas.

A rede de cabos troncos faz a interligação das diversas estações de comutação da rede. Atualmente, a implantação deste tipo de rede é quase sempre feita com cabos de fibras óticas, onde cada par de fibras transmite um número elevado de canais multiplexados. De forma semelhante às redes primárias, estes cabos também são acomodados em dutos dispostos em galerias subterrâneas.

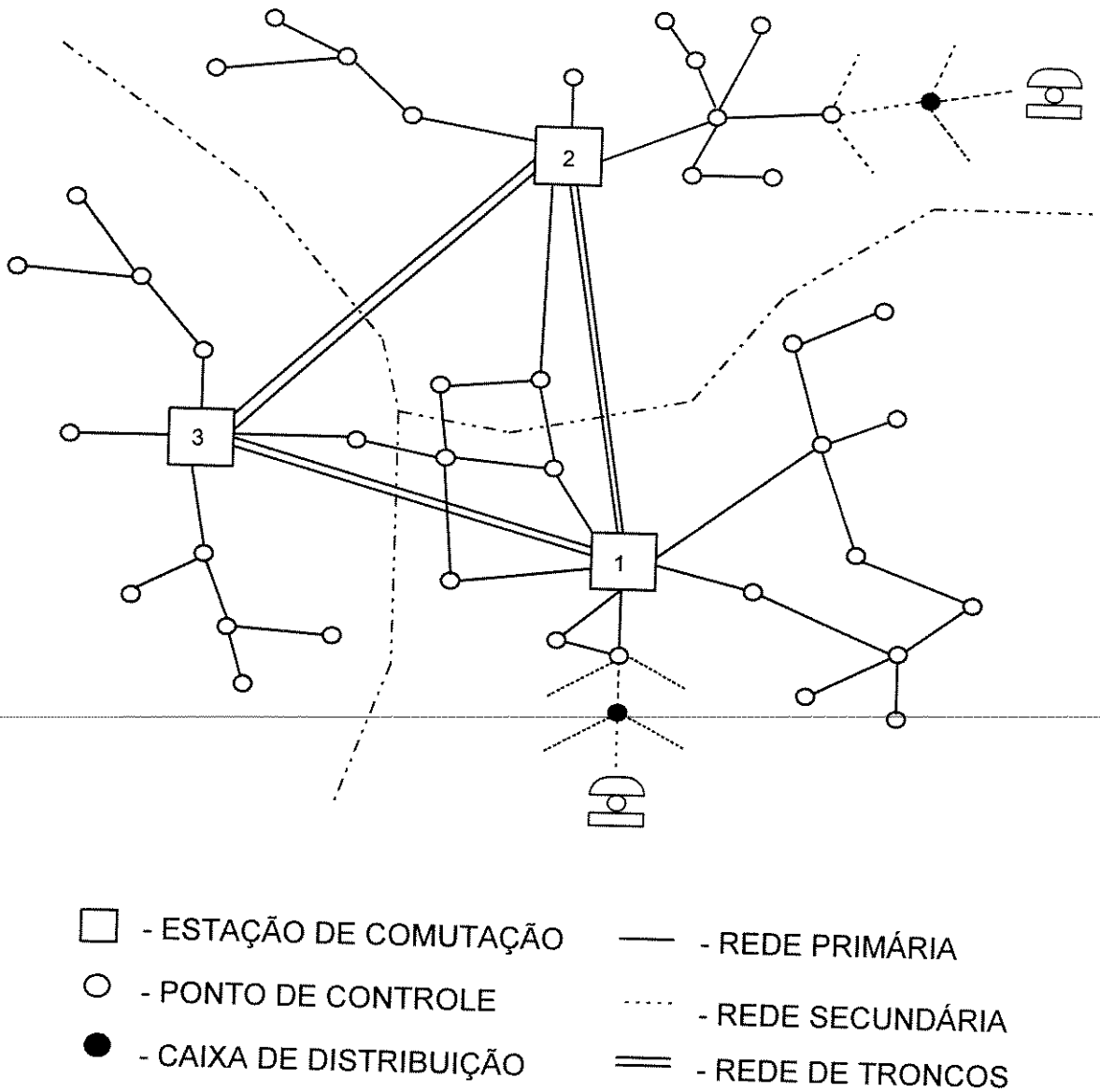


Figura 1.1 - Exemplo de Rede Local

O planejamento da rede de cabos troncos exige cuidados especiais com os aspectos de segurança e confiabilidade, pois, em geral, existe um fluxo intenso de informações trafegando por esta rede - principalmente em áreas densamente povoadas (grandes centros urbanos).

Conhecida a matriz de demanda de tráfego entre as estações de comutação da rede, calcula-se a quantidade de ligações entre centrais que atenda à estas demandas, considerando-se requisitos

de qualidade de serviço e características técnicas dos meios de transmissão. Esta etapa é denominada de cálculo do entroncamento da rede (Garcia, 1987).

A etapa seguinte no processo de planejamento da rede de telecomunicações é o roteamento. Nesta etapa, define-se como “escoar” através da rede física as ligações entre centrais, calculadas na etapa do entroncamento. Para cada conjunto de troncos deve ser determinado o número de conexões físicas ligando as estações de comutação origem e destino, o meio (par de fios em cabo coaxial ou fibras óticas) e a respectiva taxa de transmissão de dados utilizada. Cada associação “conexão-meio de transmissão” define uma rota entre um par de estações de comutação (Garcia e Bortolon, 1990).

O planejamento da ampliação da capacidade da rede de dutos para cabos troncos, objeto de discussão deste trabalho, é a última etapa no processo de planejamento das rede de telecomunicações urbanas. Nele, define-se a topologia (caminho físico) da rede de dutos para a acomodação dos cabos troncos que atenda a demanda de conexões entre as estações de comutação da rede, definida na etapa de roteamento. Considera-se a rede de dutos existente e identifica-se os trechos de galerias de dutos que devam ser ampliados.

1.3 - Densidade de Informações nos Cabos Troncos

O avanço tecnológico tem contribuído cada vez mais para o aumento da demanda de tráfego nos sistemas urbanos de telecomunicações. Serviços como telex, telefax, video-texto e transmissão de dados são exemplos típicos de serviços que têm levado ao aumento de utilização das redes de telecomunicações.

Assim, torna-se necessária a utilização de equipamentos e cabos com uma maior capacidade de transmissão de dados. A tecnologia de transmissão digital vem também evoluindo. As fibras óticas proporcionam meios de transmissão de alta capacidade a um custo relativamente baixo, com diferentes hierarquias de transmissão de dados (Garcia e Bortolon, 1990). O conceito de hierarquia de transmissão está relacionado com a capacidade (número de canais) e a velocidade (taxa) de

transmissão de dados pelo meio físico. Em termos de custos, atualmente estes estão mais concentrados nos equipamentos terminais, instalados nas estações de comutação.

A Tabela 1.1 apresenta as taxas de transmissão digital do padrão PDH (Hierarquia Digital Plesiócrons) adotado no Brasil, de origem européia (Garcia e Bortolon, 1990) - a quinta hierarquia, com taxa de transmissão de 565 Mbps, por ser recente, não constou do trabalho citado. Ressalta-se que existem outros padrões internacionais de transmissão digital como o PDH e o SDH (Hierarquia Digital Síncrona), de origem norte-americana.

Atualmente dispõem-se de cabos com 6 a 96 pares de fibras óticas. Um único cabo de 96 pares, por exemplo, utilizando a quinta hierarquia, pode escoar em torno de 800 mil canais simultaneamente. Logo, é necessário que se tome cuidados especiais com os cabos troncos, e consequentemente, com a rede de dutos para sua acomodação.

Tabela 1.1 - Taxas de Transmissão Digital - Padrão PDH europeu

Hierarquia	nº canais	taxa de transmis.
1 ^a	30	2 Mbps
2 ^a	120	8 Mbps
3 ^a	480	34 Mbps
4 ^a	1920	140 Mbps
5 ^a	7680	565 Mbps

Obs.: 1 Mbps = 10⁶ bits por segundo

1.4 - Aspectos do Planejamento da Rede de Dutos para Cabos Troncos

O planejamento da rede de dutos para cabos troncos é a última etapa no processo de planejamento de uma rede urbana de telecomunicações. O problema consiste basicamente em projetar uma rede de dutos a um custo aceitável, capaz de atender as demandas de furos para acomodar os cabos troncos de interligação das diversas estações de comutação definidas na etapa de roteamento, observando restrições de segurança. Deve considerar ainda fatores relacionados com

a operação, manutenção e flexibilidade para a ampliação da rede. Em suma, procura-se um compromisso adequado entre minimização de custos, segurança e flexibilidade operacional.

Em relação aos aspectos de segurança e flexibilidade no planejamento da rede de dutos, pode-se destacar alguns pontos importantes:

- é desaconselhável que dois caminhos logicamente disjuntos ligando centrais (caminhos alternativos de encaminhamento de uma chamada telefônica), definidos na etapa de roteamento, compartilhem trechos de uma mesma rede de dutos;
- por questões de segurança, deve-se desviar a rede de dutos de regiões de subsolo congestionadas por redes de gás e/ou energia elétrica;
- deve-se evitar expor a rede a riscos de interrupção e desgaste precoce (devido à infiltração), desviando-a de áreas excessivamente úmidas e da proximidade de redes de esgoto e/ou de escoamento de águas pluviais
- deve-se evitar ainda a colocação da rede de dutos sob ruas de grande tráfego de veículos, e reduzir ao máximo o número de cruzamentos com grandes avenidas, pois estes fatores, mesmo não trazendo consequências diretas à segurança, dificultam os procedimentos de fiscalização e manutenção, ou intervenções de emergência.

A expansão da rede de dutos pode ser realizada pela construção de novas linhas de dutos, ou em princípio, pelo aumento da capacidade das linhas de dutos já existentes. A hipótese de aumento da capacidade das linhas de dutos já existentes, seja pela substituição de cabos ou inclusão de novos dutos adjacentes aos antigos, não deve ser descartada; porém, como este procedimento expõe a rede de cabos troncos em operação a riscos de interrupção acidental, ele só se justifica quando for economicamente muito atraente, ou em regiões onde a construção de novas galerias de dutos seja impraticável.

1.5 - Evolução da Rede de Dutos

Em geral, realiza-se o planejamento da rede de dutos para cabos troncos num horizonte de 20 (ou 30) anos, discretizado em intervalos de 5 anos. Portanto, o problema do planejamento inclui a determinação da rede de dutos adequada ao “ano horizonte” (final do horizonte de estudos) e o processo de evolução ao longo dos intervalos discretizados, de acordo com o crescimento da demanda de cabos entre as estações. No entanto, as características da rede de dutos fazem com que a determinação da configuração da rede no ano horizonte seja o aspecto mais importante a ser considerado (Lyra e Correia, 1992).

Devido aos altos custos de interrupção de vias públicas e de escavações em áreas urbanas com alta densidade populacional, a modularização da implantação de um determinado trecho de linha de dutos torna-se muito cara. Com esta restrição, geralmente implantam-se as adições dos trechos de linhas na totalidade, no estágio do planejamento em que se fizerem necessárias. (Lyra e Correia, 1992).

Quando a equipe de planejamento trabalha com restrições fortes de capital para investimentos, às vezes, torna-se impossível implantar todos os trechos de linhas de dutos necessários durante um certo estágio. Assim, deve-se definir critérios de prioridade para implantação. Um critério adequado é a ordenação das obras de ampliação segundo um índice de confiabilidade que reflita a importância do investimento em relação ao faturamento esperado pela empresa, i.e., sobre o número de chamadas que serão atendidas com a ampliação. A análise/síntese do critério de ordenação deve ser realizada em conjunto com os estudos da etapa de roteamento, pois nessa etapa são definidas as rotas para atendimento das demandas de ligações físicas entre cada par de centrais.

1.6 - Categorização do Planejamento da Rede de Dutos

As características dos equipamentos de última geração para transmissão em sistemas de telecomunicações fazem com que as melhores relações custo/segurança sejam alcançadas com

centros de fios agrupados em **clusters** (agrupamentos), interligados através de redes de transmissão de alta hierarquia, denominadas **backbones** (Tavares, Ribeiro e Bortolon, 1992) - essa categorização inexistia nas redes tradicionais, com equipamentos analógicos. No interior de um **cluster**, as estações de comutação são normalmente ligadas a uma única estação, com a qual têm grande interesse de tráfego, denominada estação **hub**; esta estação faz também a conexão do **cluster** com a rede de alta hierarquia (**backbones**).

A Figura 1.2 ilustra esta nova arquitetura de interligação entre as estações de comutação em áreas urbanas.

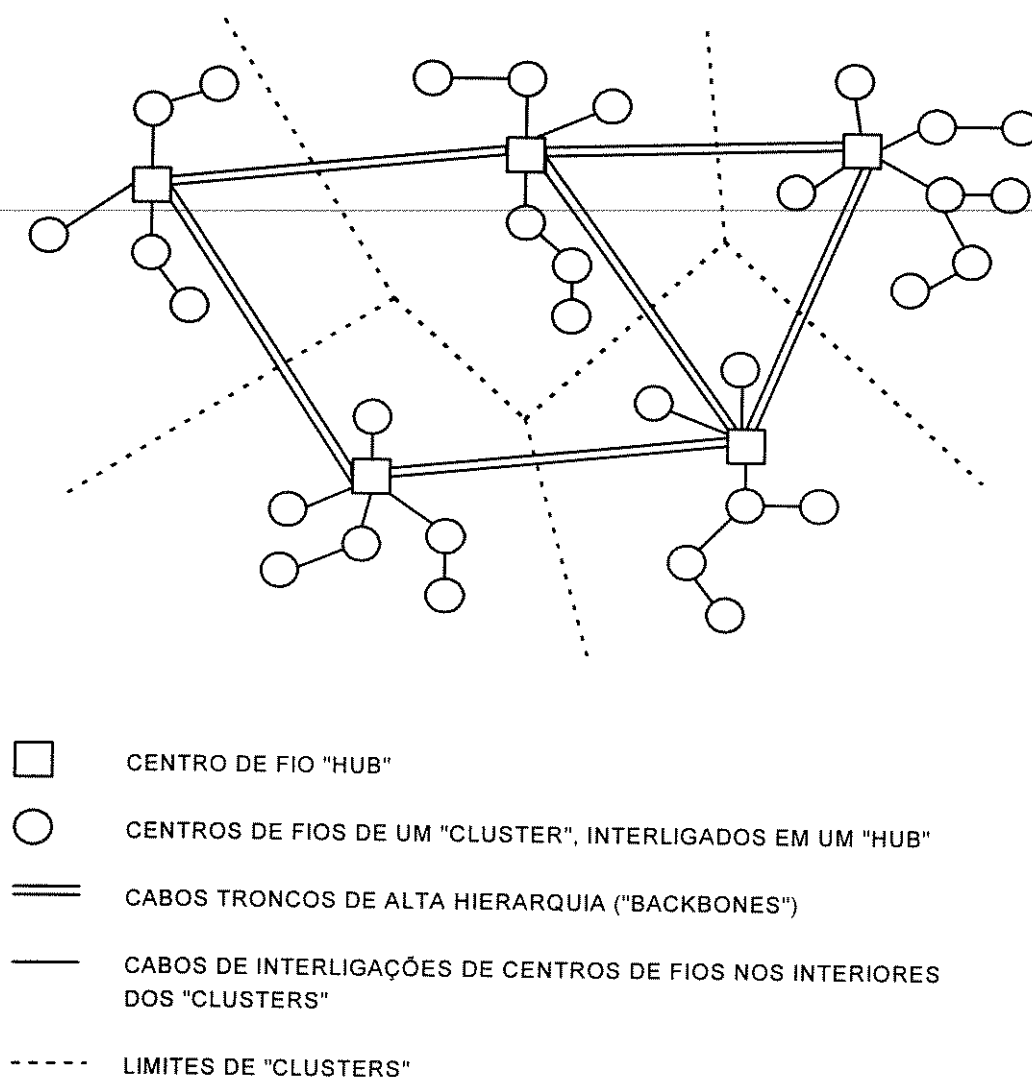


Figura 1.2 - Arquitetura de interligação entre Estações de Comutação

A característica de interligação entre as estações de comutação leva a uma categorização natural do planejamento da rede de dutos para cabos troncos, onde os *backbones* devem merecer atenção redobrada em termos de segurança. O planejamento pode ser realizado em dois níveis. No primeiro são avaliadas e estabelecidas as redes de dutos para cabos troncos nas regiões definidas por cada um dos *clusters*. No segundo nível, é feito o planejamento da rede de dutos para a interligação dos *clusters* entre si, através de *backbones*. A Figura 1.3 ilustra esta categorização do planejamento.

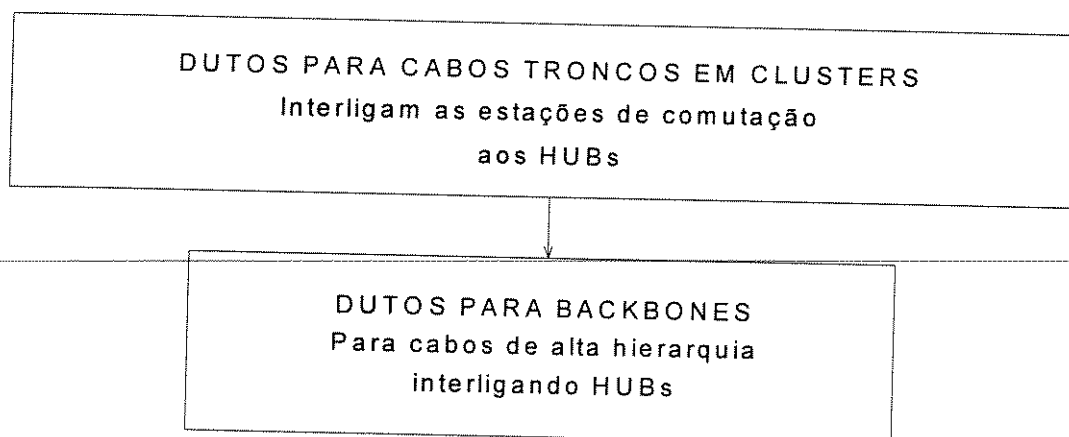


Figura 1.3 - Categorização do Planejamento da Rede de Dutos para Cabos Troncos

Os resultados obtidos no planejamento da rede de dutos no interior de um *cluster* são transferidos como dados de entrada para o planejamento da rede de dutos dos *backbones*. Ressalta-se ainda que os aspectos de segurança, e o custo de furo/distância da rede de dutos, crescem à medida que o planejamento evolui da rede interna aos *clusters* até os *backbones* de alta hierarquia.

1.7- Desenvolvimento do Trabalho

O planejamento da rede de dutos para cabos troncos pode ser caracterizado como um problema multiobjetivo, onde procura-se encontrar o melhor compromisso entre minimização de

custos, aspectos de segurança e restrições operacionais. Estas características levaram a uma abordagem do problema através de otimização multiobjetivo.

No Capítulo 2 são apresentadas as principais características do planejamento da rede de dutos para cabos troncos, destacando-se a conceituação matemática utilizada no modelamento e aspectos da abordagem multiobjetivo adotada.

A metodologia desenvolvida no presente trabalho para o problema multiobjetivo de ampliação da rede de dutos é essencialmente composta de duas fases. A primeira fase é executada por algoritmos que produzem soluções “atraentes” sob o ponto de vista de minimização de custos. As soluções economicamente atraentes, obtidas na primeira fase, são classificadas na segunda fase de acordo com ponderações e critérios estabelecidos pela equipe de planejamento. Assim, criam-se oportunidades para a equipe de planejamento (decisor) tirar proveito da experiência acumulada na gestão da rede, orientando a busca de uma solução segura e flexível, de baixo custo.

Os métodos de otimização utilizados para gerar soluções na primeira fase da metodologia são descritos no Capítulo 3.

A segunda fase é executada com a técnica *Goal Programming* (Programação Alvo) para resolução de problemas multiobjetivos. Esta técnica e sua utilização no planejamento da rede de dutos para cabos troncos são discutidas no Capítulo 4.

O Capítulo 5 discute a aplicação da metodologia em casos baseados na rede da cidade de São Paulo.

Conclusões sobre a implementação da metodologia desenvolvida para o problema de planejamento da rede de dutos para cabos troncos e propostas objetivando a continuidade deste trabalho são apresentadas no Capítulo 6.

CAPÍTULO 2

METODOLOGIA PARA O PLANEJAMENTO DA REDE DE DUTOS PARA CABOS TRONCOS

2.1 - Introdução

O problema de planejamento da ampliação da rede de dutos para cabos troncos, objeto deste trabalho, é a última etapa do processo de planejamento da rede local, e tem como dados de entrada os resultados obtidos na etapa de roteamento dos cabos troncos. Segundo Garcia (1987), o problema de otimização do roteamento define a necessidade de ligações físicas (número de cabos de cobre e de fibras óticas) entre cada par de centrais de comutação, para viabilizar os requisitos de ligações lógicas entre as mesmas (calculadas na etapa de entroncamento). Ao final da etapa de roteamento, consegue-se visualizar quais os trechos da rede de dutos devem ser ampliados.

Conforme comentado no Capítulo 1, na etapa de planejamento da rede de dutos para cabos troncos, a equipe de planejamento deve considerar a presença de múltiplos critérios como minimização de custos, maximização dos aspectos de segurança da rede e maximização das facilidades de manutenção/fiscalização da rede. A rede de dutos planejada para o ano horizonte deve atender a evolução da demanda e apresentar as melhores relações de compromisso entre os critérios acima mencionados.

No presente capítulo são apresentadas as características do planejamento da rede de dutos para cabos troncos através de uma abordagem multicritério. Discute-se conceitos da teoria de otimização multicritério aplicados ao problema e apresenta-se a implementação da metodologia em duas fases desenvolvida para a resolução do problema.

2.2 - O Problema Multicritério de Planeamento da Rede de Dutos para Cabos Troncos

O problema de planeamento da rede de dutos para cabos troncos consiste basicamente em determinar rotas físicas (galerias de dutos) para os cabos troncos interligando estações de comutação da rede de telecomunicações urbana. Estas rotas devem apresentar um compromisso adequado entre minimização de custos, segurança e flexibilidade de operação, considerando-se o escoamento da demanda por cabos troncos entre estações de comutação, calculada na etapa de roteamento.

A presença de múltiplos objetivos a considerar no problema de planeamento da rede de dutos para cabos troncos leva a uma formulação apropriada através de conceitos de otimização multicritério (Steuer, 1986; Chankong e Haimes, 1983). Seja o problema de planeamento da rede de dutos para cabos troncos contendo **n** variáveis de decisão, **p** funções objetivo e **q** restrições funcionais. Formalmente, pode-se caracterizar este problema multicritério da seguinte forma:

$$\begin{aligned} &\text{Min } \{f_1(\mathbf{x})\} \\ &\text{Min } \{f_2(\mathbf{x})\} \\ &\quad \vdots \\ &\text{Min } \{f_p(\mathbf{x})\} \end{aligned} \tag{2.1}$$

sujeito a

$$\mathbf{x} \in S \tag{2.2}$$

$$S = \left\{ \mathbf{x} : g_i(\mathbf{x}) \leq 0, \quad i = 1, \dots, q \right\} \tag{2.3}$$

onde:

x - vetor com n variáveis de decisão

S - região factível (espaço de decisões) ($S \subset \mathbb{R}^n$)

f_i(x) - valor assumido pela i-ésima função objetivo do problema ($i = 1, \dots, p, \quad p \geq 2$)

A região factível S representa o conjunto de todos os caminhos possíveis entre os diversos pares de estações de comutação da rede. As funções objetivo $f_i(x)$ estão relacionadas com os aspectos de minimização de custos, maximização das condições de segurança e maximização da flexibilidade operacional da rede.

O problema de planejamento da rede de dutos para cabos troncos, assim como a maioria dos problemas de otimização multicritério, é “mal-definido”, ou seja, dificilmente consegue-se obter um ponto no espaço de soluções (decisões) que otimize simultaneamente todos os objetivos considerados. Por exemplo, o caminho na rede de dutos de menor custo (menor comprimento) interligando um par de estações de comutação não é, necessariamente, o de menor risco - considerando os aspectos de segurança da rede - ou o de maior facilidade de manutenção/fiscalização. Caminhos mais caros (de maior comprimento) podem ser mais seguros.

Em geral, as técnicas de resolução de problemas multicritério buscam soluções de compromisso entre os objetivos, onde a degradação do valor de um determinado objetivo traga melhoras sensíveis ao valor associado a um (ou a mais de um) dos outros objetivos.

2.3 - Problemas de Otimização Multicritério

Situações envolvendo mais de um aspecto (objetivo) a considerar são comuns em problemas de planejamento. Em gerenciamento de reservatórios, planejamento energético, seleção de alternativas de investimento, gerenciamento de florestas e problemas de transporte, por exemplo, é quase sempre necessário considerar mais de um objetivo a otimizar.

Na maioria das vezes, os objetivos envolvidos num processo de tomada de decisão possuem caráter conflitante, disputando entre si recursos limitados. A Figura 2.1 ilustra um exemplo simples de um problema de minimização multicritério com dois objetivos (problema bi-critério ou bi-objetivo).

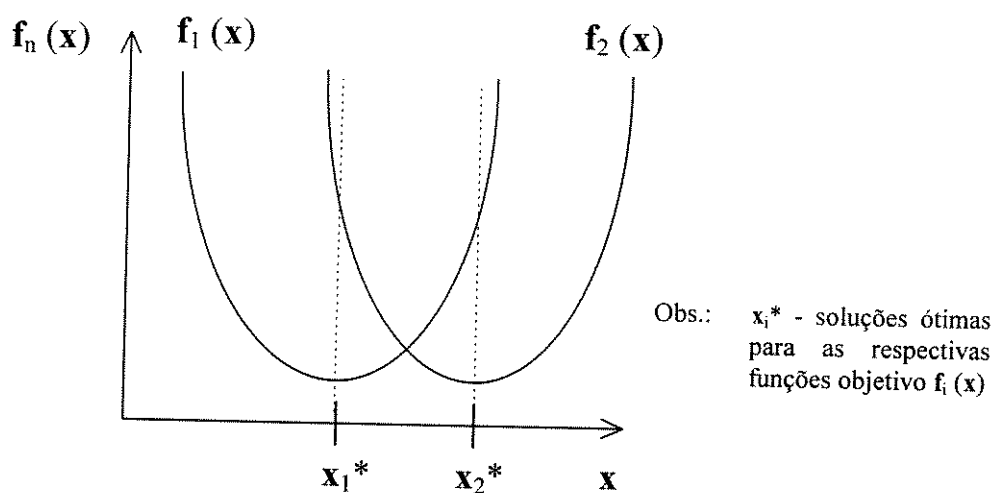


Figura 2.1 - Exemplo de Problema de Minimização Bi-critério

Conforme comentado anteriormente, a maioria dos problemas de otimização multicritério é “mal-definida”. Dificilmente existe uma “solução utópica” na região factível do espaço de decisões que otimize simultaneamente todos os objetivos. A Figura 2.2 ilustra a solução utópica para um exemplo genérico de problema de minimização bi-critério.

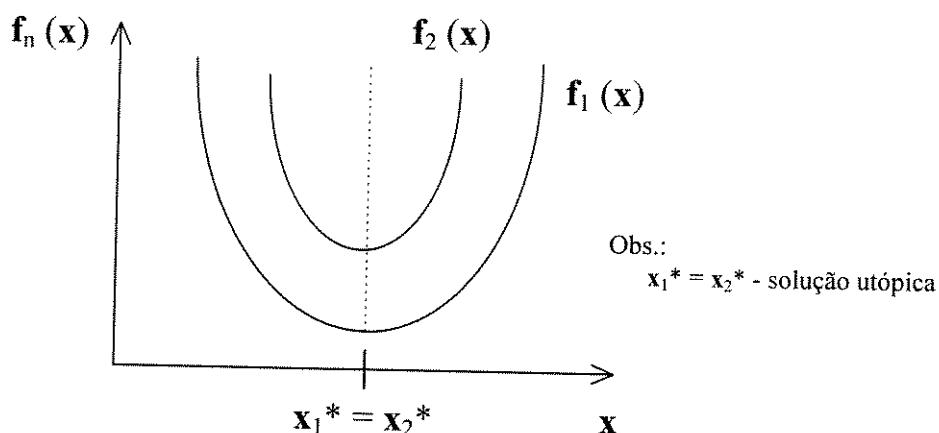


Figura 2.2 - Exemplo de Solução Utópica

Para a caracterização de “soluções” de compromisso em problemas de otimização multicritério utiliza-se frequentemente o conceito de *eficiência*. Em um problema de minimização multicritério, um ponto $x^* \in S$ é eficiente se não existe em sua vizinhança algum outro ponto $x \in S$

tal que $f(x) \leq f(x^*)$ e $f(x) \neq f(x^*)$, onde $f(x)$ e $f(x^*)$ representam os valores do vetor das funções objetivo aplicado aos pontos x e $x^* \in S$, respectivamente (Steuer, 1986).

Em outras palavras, um ponto $x^* \in S$ é eficiente se, a partir de x^* não é possível mover-se factivamente diminuindo o valor de um dos objetivos, sem necessariamente aumentar o valor de pelo menos um dos outros objetivos. A Figura 2.3 exemplifica o conjunto de soluções eficientes (S^*) para o problema de minimização bi-critério representado na Figura 2.1.

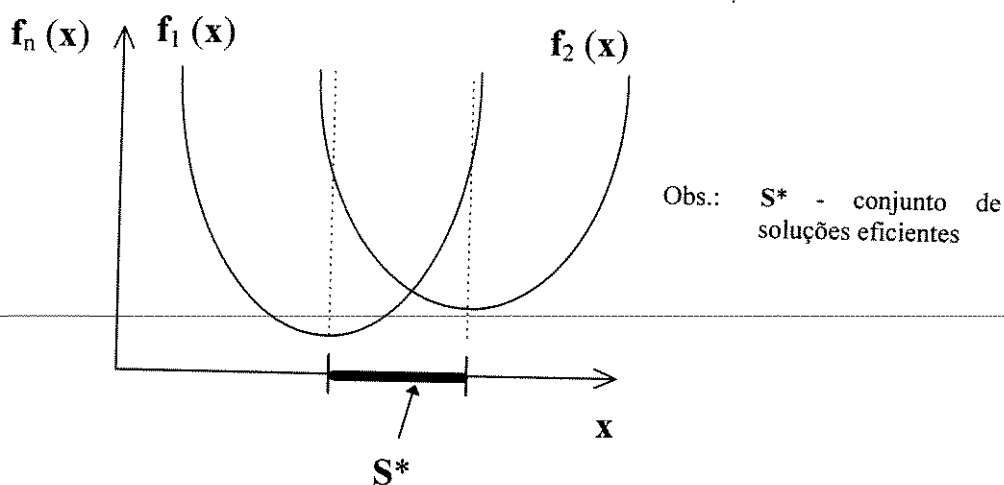


Figura 2.3 - Exemplo de Conjunto de Soluções Eficientes

O espaço dos critérios é o conjunto formado pelas imagens das funções objetivo aplicadas a todos os pontos $x \in S$. A projeção do conjunto de soluções eficientes no espaço dos objetivos é denominada **curva de trade-off** (substituição). Esta curva é uma informação suficiente para a resolução (i.e para encontrar soluções de compromisso) de problemas de otimização multicritério, pois ela mostra os ganhos ou degradações em todos os objetivos, quando se troca de solução eficiente. No entanto, a obtenção prática desta curva nem sempre é um procedimento simples, principalmente para problemas com grande número de objetivos a considerar. Esta dificuldade advém do fato de que, geralmente, não é fácil gerar o conjunto de soluções eficientes e, conseqüentemente, a curva de trade-off para um problema de otimização multicritério. Além disto, a análise da curva de trade-off torna-se complicada quando não é possível visualizar a superfície que a descreve - geralmente torna-se necessário a resolução de um problema de otimização monocritério para este fim (Goicoechea, Hansen e Duckstein, 1982).

Uma outra alternativa para a análise de problemas multicritério é a técnica denominada “Goal Programming” (Programação Alvo ou Programação Por Metas). Este método baseia-se fundamentalmente na idéia de se aproximar ao máximo o valor dos objetivos a um conjunto de metas mínimas previamente estabelecidas para cada um destes objetivos (Steuer, 1986). O estabelecimento de metas mínimas é uma maneira de se “aproximar” do conjunto de soluções eficientes para o problema considerado.

A Figura 2.4 ilustra um exemplo de problema de programação linear bi-critério (maximização) com duas variáveis, representado no espaço das decisões (S). Vale recordar que para este tipo de problema os componentes do vetor de critérios (z) podem ser descritos como $z_i = c^i x$, onde c^i é o vetor linha de coeficientes (custo) para a i -ésima função objetivo e x é o vetor com duas variáveis de decisão.

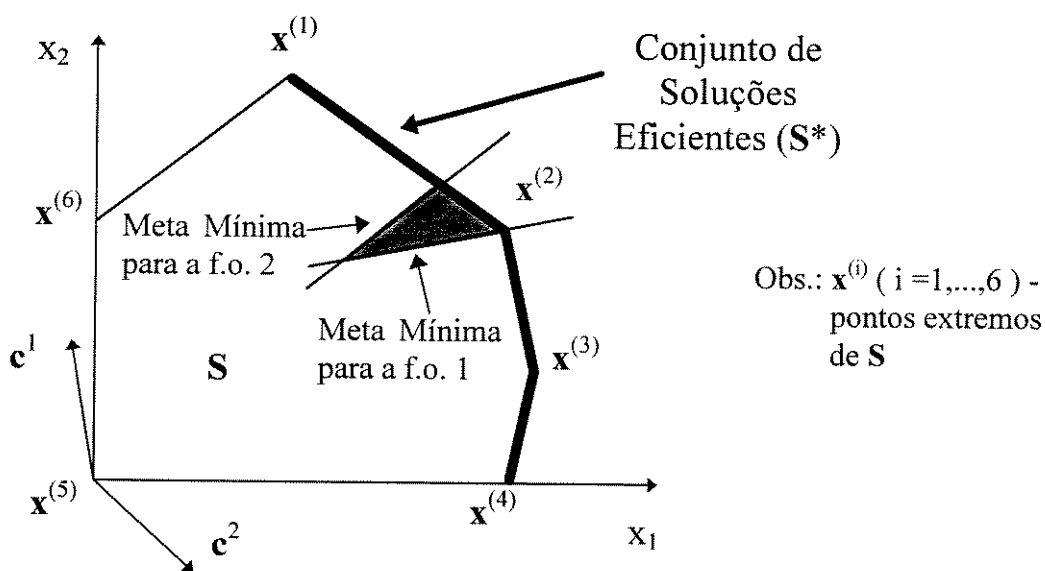


Figura 2.4 - Exemplo de um Problema de Programação Linear Bi-Critério de Maximização - Representação no Espaço de Decisões (S)

A Figura 2.5 ilustra a curva de trade-off para o problema de maximização bi-critério da Figura 2.4.

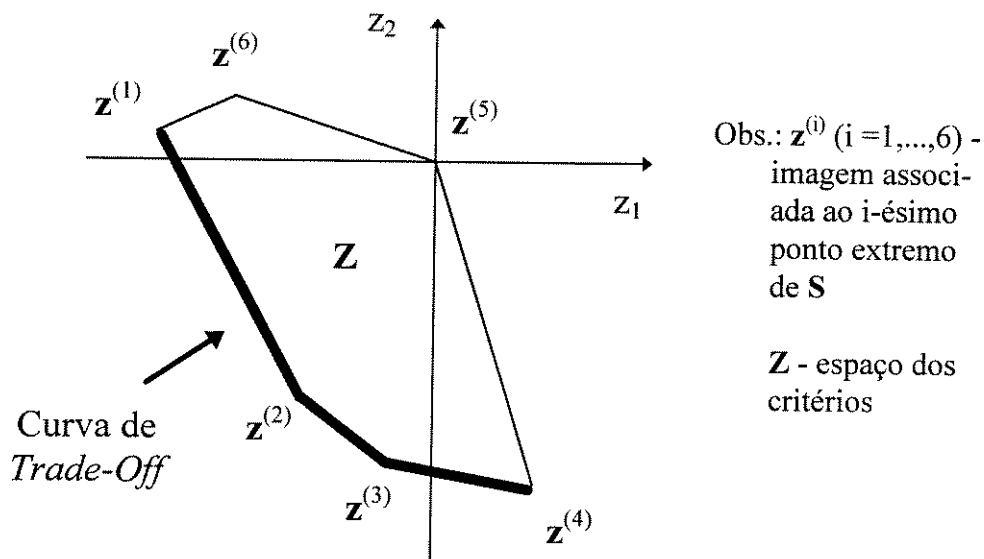


Figura 2.5 - Curva de Trade-Off para o Problema de Maximização Bi-Critério da Figura 2.4

A estrutura de preferência para um problema de otimização multicritério está relacionada com a importância atribuída pela equipe de planejamento (decisor) aos diversos objetivos; ela reflete os níveis de prioridade que cada um dos objetivos do problema assume, ou seja, a ordenação na qual os objetivos devem ser satisfeitos.

A escolha da estrutura de preferências do decisor é uma das etapas mais difíceis na modelagem de um problema de otimização multicritério, pois, às vezes, os valores associados a um dado objetivo somente podem ser mensurados em escalas subjetivas. Especificamente para o problema de planejamento da rede de dutos para cabos troncos, tem-se que o custo dos K caminhos interligando estações de comutação é uma função objetivo bem definida, sendo mensurada em termos do comprimento do caminho e recursos já existentes. No entanto, os objetivos relacionados com condições de segurança para a rede de dutos e aspectos de flexibilidade operacional possuem uma definição de escalas de medida bastante subjetiva, variando de um planejador para outro. Desta forma, deve-se considerar a existência de dificuldades de comparação destes objetivos entre si e entre o aspecto de minimização de custos.

Os métodos de solução dos problemas de otimização multicritério podem ser classificados de acordo com o estágio de indicação das preferências do decisor em métodos sem indicação das preferências, métodos com indicação a-priori, métodos com indicação progressiva e métodos com indicação a-posteriori. Por exemplo, para os métodos de indicação a-priori, o decisor (equipe de planejamento) indica as suas preferências para cada um dos objetivos do problema, antes que o problema multicritério seja efetivamente resolvido.

As características do problema multicritério de planejamento da rede de dutos para cabos troncos levaram à utilização de um método de indicação das preferências a-priori onde a definição de caminhos economicamente atraentes tem mais importância - de fato, apenas as soluções que satisfazem requisitos mínimos de custos são avaliadas sob os outros critérios.

2.4 - Solução em Duas Fases do Problema Multiobjetivo de Planejamento da Rede de Dutos

O problema multicritério de planejamento da rede de dutos para cabos troncos tem como dados de entrada os resultados obtidos na etapa de roteamento dos cabos troncos. Na etapa de roteamento são definidas as quantidades de cabos troncos necessários para interligar cada par de estações de comutação. Ao final desta etapa, define-se a quantidade de furos (dutos) necessária à interligação do respectivo par de estações.

No entanto, nem sempre dispõe-se de dutos implantados em quantidade suficiente para a colocação de novos cabos troncos (necessários para o atendimento da demanda de ligações inter-estações). Deve-se, então, encontrar uma solução de ampliação da capacidade da rede de dutos a um baixo custo, que contemple o atendimento da demanda para cabos troncos inter-estações de comutação e satisfaça os requisitos de segurança e operacionalidade exigidos na rede de dutos, citados no Capítulo 1 (Lyra e Correia, 1992).

Neste trabalho, a solução de problemas de caminhos mínimos (Gondran e Minoux, 1984) e de K caminhos mínimos (Minieka, 1978; Perko, 1986) é utilizada para gerar os caminhos alternativos entre as estações. Através da geração de caminhos atraentes (alternativos) entre cada par de estações de comutação, consegue-se reduzir o universo de soluções que serão utilizadas numa segunda etapa, onde procura-se soluções que melhor satisfaçam os requisitos de segurança e operacionalidade.

O procedimento inicial, onde são obtidas as soluções atraentes segundo critérios econômicos (minimização de custos) é denominado “Primeira Fase”. As soluções obtidas na “Primeira Fase” são avaliadas, relacionadas e ponderadas pela equipe de planejamento, considerando aspectos de segurança da rede e restrições operacionais.

Na “Segunda Fase”, um algoritmo para solução de problemas multiobjetivos baseado na técnica “Goal Programming” executa nova etapa de otimização, onde as soluções obtidas na “Primeira Fase” são classificadas de acordo com as ponderações estabelecidas pela equipe de planejamento (segundo aspectos operacionais e de segurança). A metodologia em duas fases para o planejamento da rede de dutos para cabos troncos proposta neste trabalho é ilustrada na Figura 2.6.

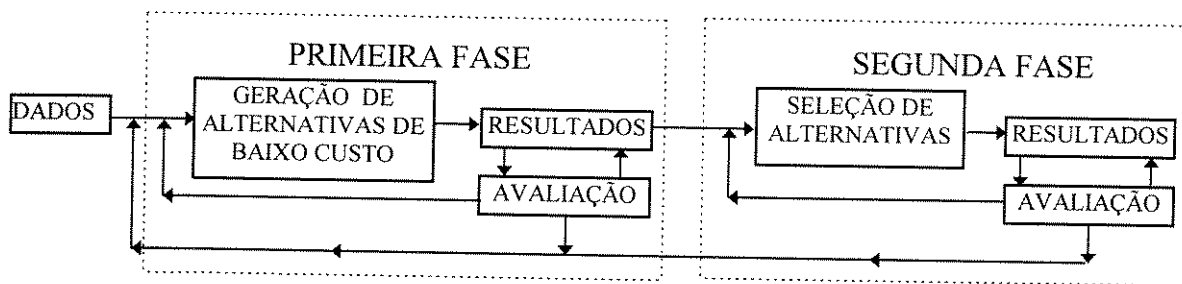


Figura 2.6 - Metodologia para o Planejamento da Rede de Dutos

As soluções obtidas após a execução das duas fases são novamente avaliadas. Caso os resultados obtidos não sejam satisfatórios, executa-se novamente o procedimento da segunda fase da metodologia, reavaliando-se as ponderações adotadas para os caminhos alternativos obtidos na primeira fase. Com isto, a solução do problema multicritério de planejamento da rede de dutos para cabos troncos torna-se um processo iterativo de avaliações, onde a equipe de planejamento tem a

oportunidade de aplicar a experiência adquirida no gerenciamento operacional da rede, buscando as “melhores” alternativas de compromisso entre os diversos objetivos do problema.

A implementação da metodologia proposta acima é desenvolvida nos capítulos seguintes, onde são detalhados os métodos e conceitos utilizados nas duas fases de otimização do problema.

No Capítulo 3, discute-se a adoção e implementação dos métodos utilizados na primeira fase, cujo enfoque principal está relacionado à minimização de custos para a expansão da rede de dutos para cabos tronco. Os procedimentos de ampliação da capacidade da rede de dutos levam em consideração a hierarquização da rede de dutos em *clusters* e *backbones*, mencionada no Capítulo 1.

No Capítulo 4 são discutidas características e formulações do método de otimização multicritério “*Goal Programming*” utilizado para a seleção de alternativas na “Segunda Fase”. São apresentados os dois modos de abordagem e implementação deste método: método dos pesos e método preemptivo.

CAPÍTULO 3

DEFINIÇÃO DO UNIVERSO DE SOLUÇÕES ECONOMICAMENTE FACTÍVEIS

3.1 - Introdução

Os capítulos anteriores descreveram as características do problema de planeamento da rede de dutos para cabos troncos e a metodologia em duas fases proposta para sua resolução.

Neste capítulo são apresentados os métodos utilizados para determinação das alternativas de expansão a baixo custo da rede de dutos, discutindo-se os motivos que levaram à adoção dos mesmos. Comenta-se também os principais aspectos da implementação computacional destes métodos.

São apresentadas as características de problemas de ampliação da capacidade no interior de um *cluster* de estações de comutação e de ampliação da capacidade da rede de *backbones*. Discute-se a formulação dos métodos de ampliação da capacidade de uma rede, considerando o escoamento de um único produto (uniproduto), mais adequado para o estudo dos *clusters*, e de múltiplos produtos (multiproduto), adotada para os *backbones*. Apresenta-se também a formulação do problema de K caminhos mínimos, utilizado para gerar outras alternativas de baixo custo para a expansão da rede de dutos para cabos troncos, tanto no interior dos *clusters* como na rede de *backbones*.

3.2 - Ampliação da Capacidade a Custo Mínimo

Problemas de ampliação da capacidade de uma rede surgem quando existe a necessidade de se escoar, por uma rede já existente, um fluxo de produtos superior aqueles para os quais esta rede foi projetada.

No planejamento das redes urbanas de telecomunicações, a ampliação da capacidade de interligação entre as estações de comutação torna-se necessária conforme vai crescendo o número de novos assinantes e/ou serviços de telecomunicações oferecidos, gerando um aumento no fluxo de informações circulante pela rede de telecomunicações.

No planejamento da rede de dutos para cabos troncos, o problema de ampliação da capacidade pode ser desmembrado em dois níveis, conforme a categorização do planejamento da rede de dutos em *clusters* e *backbones*, comentada no Capítulo 1. Num primeiro nível, considera-se apenas a rede de dutos no interior de um *cluster*, enquanto que em um segundo nível, considera-se a rede de interligação dos vários *clusters*, denominada rede de *backbones*.

Os algoritmos utilizados para abordagem do problema de ampliação da capacidade para o interior de um *cluster* e para a rede de *backbones* são distintos. A seguir são comentados os principais aspectos do problema de ampliação da capacidade para a rede de dutos, considerando-se a categorização da mesma.

3.2.1 - Ampliação em um Cluster

Conforme comentado no primeiro Capítulo, um *cluster* é um agrupamento de estações de comutação da rede urbana de telecomunicações; todas as estações do cluster estão ligadas, direta ou indiretamente, a uma das estações de comutação, denominada estação *hub*, com a qual têm grande interesse de tráfego. A estação *hub* se interliga com outras do mesmo tipo através de uma rede de alta hierarquia de transmissão de dados, denominada rede de *backbones*.

No interior de um *cluster*, pode-se abordar o problema de ampliação da capacidade da rede de dutos por um algoritmo que considere o escoamento de um único produto pela rede. O produto a ser escoado pela rede de dutos é definido como sendo a quantidade de furos (dutos) necessários para alocar novos cabos troncos de interligação, de cada estação de comutação, com a estação *hub* do *cluster* em estudo.

Portanto, para a abordagem do problema de ampliação da capacidade uniproducto no interior de um *cluster*, pode-se adotar um algoritmo de resolução para problemas de fluxo de custo mínimo (PFCM) em redes capacitadas (Kennington e Helgason, 1980; Luenberger, 1984). No item 3.4, discute-se com mais detalhes a formulação e a implementação deste algoritmo.

3.2.2 - Ampliação de Backbones

Em um sistema urbano de telecomunicações, a rede de *backbones* tem a função de interligar as diversas estações de comutação do tipo *hub* (e, conseqüentemente, todas as estações dos *clusters* associadas aos *hubs*) presentes na rede de telecomunicações. Geralmente, a taxa de transmissão de dados nos cabos dos *backbones* é muito elevada (quase sempre superior aquela presente nos cabos troncos localizados no interior dos *clusters* de estações de comutação).

Na rede de galerias para os *backbones*, os produtos a serem escoados são definidos pelas quantidades de furos (dutos) necessários para alocar os novos cabos troncos de interligação entre cada par de estações *hub* da rede. Estes produtos são distintos entre si, pois apesar de poderem compartilhar a mesma galeria, as demandas de interligações (quantidade de furos) entre as diversas estações *hub* são diferenciadas.

Portanto, para a rede de *backbones*, o problema de ampliação da capacidade da rede de dutos deve considerar o escoamento de diversos produtos. Ou seja, utiliza a estrutura de problemas de fluxo multiproducto, onde o fluxo de produtos distintos têm de compartilhar arcos capacitados de uma rede (Kennington, 1978; Minoux, 1989).

Neste trabalho, para a abordagem do problema de ampliação da capacidade da rede de *backbones* utilizou-se um algoritmo baseado no método de pontos interiores Dual-Afim para a resolução de problemas de programação linear (Oliveira, 1989). As características deste método são discutidas no item 3.5.

3.3 - Modelo de Grafos para Rede de Dutos

A rede de dutos para cabos troncos pode ser associada a um modelo de grafo não direccionado $G=(\mathcal{N}, \mathcal{A})$, onde $\mathcal{N}$ é conjunto de n nós (ou vértices) e $\mathcal{A}$ é o conjunto de m arcos do grafo - supõe-se ainda que os arcos de $\mathcal{A}$ são arcos capacitados e que $m \geq n$, a fim de evitar complicações triviais (Gondran e Minoux, 1984). As estações de comutação da rede de telecomunicações, as caixas de passagem e os pontos de inspeção são representados pelos nós do grafo ($\mathcal{N}$), enquanto que as linhas de dutos (galerias) interligando estes elementos da rede são representados pelos arcos do grafo ($\mathcal{A}$). A Figura 3.1 ilustra um exemplo de representação da rede de dutos por um modelo de grafos:

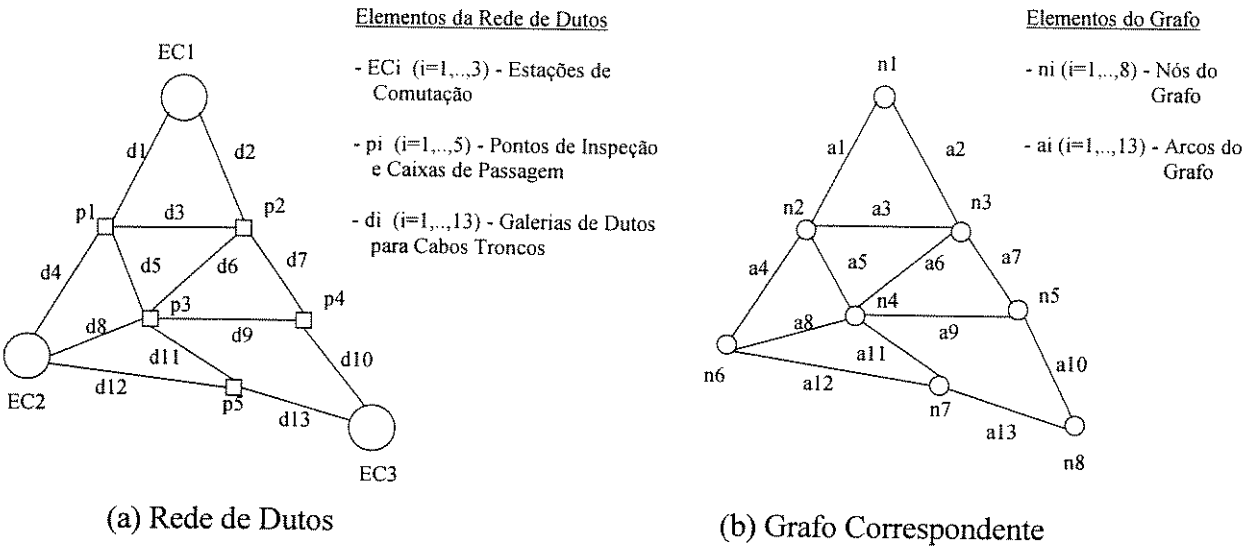


Figura 3.1 - Exemplo de Representação da Rede de Dutos por Modelo de Grafo

Para os problemas de ampliação da capacidade (uniproduto e multiproduto), o fluxo circulante nos arcos do grafo (galerias) é interpretado como sendo a quantidade de furos “fluindo” entre dois nós da rede (furos escoados pela galeria). O custo de um arco existente k_e (c_{ke}) representa o custo de lançamento de cabos troncos por seus furos; o custo de um arco de ampliação k_a (c_{ka}) representa o custo de implantação da respectiva galeria de dutos (custo de construção da galeria). A capacidade de um arco existente k_e (h_{ke}) é a quantidade máxima de furos que podem ser escoados pela respectiva galeria. É natural considerar que os custos de arcos existentes sejam bem menores que dos arcos de ampliação; a capacidade dos arcos de ampliação pode ser considerada infinita (uma grande quantidade de furos).

Para o problema de K caminhos mínimos, os arcos do grafo **G** representam trechos de ruas na região em estudo (região no interior de um *cluster* ou região contendo os *backbones*), enquanto que os nós do grafo representam estações de comutação e esquinas entre as ruas. Neste caso, os arcos não são capacitados, sendo que seus custos são os comprimentos (em metros) dos respectivo trechos de ruas que eles representam.

Normalmente os algoritmos para ampliação da capacidade da rede de dutos (uniproduto e multiproduto), e para determinação de K caminhos mínimos, necessitam que os arcos do grafo sejam direcionados (conhecimento do sentido do fluxo no arco). Desta forma, cada arco não-direcionado é representado por um par de arcos com sentidos opostos, porém com custo e capacidade iguais ao do arco não-direcionado que lhes deu origem, conforme ilustrado abaixo (Figura 3.2).

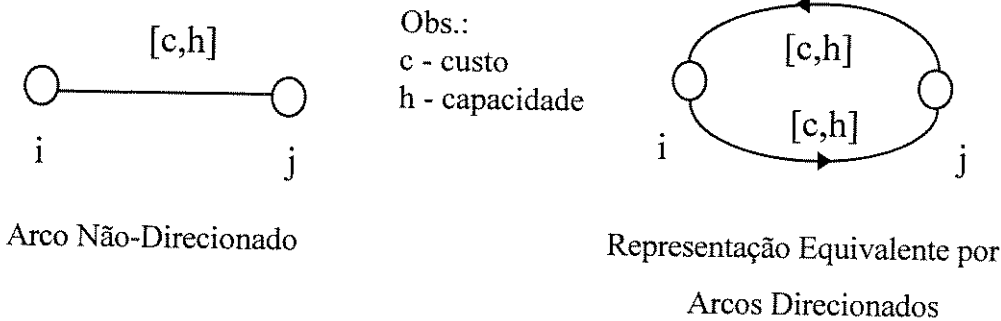


Figura 3.2 - Representação de Arcos Não-Direcionados

3.4 - Ampliação da Capacidade Uniproduto

O problema de ampliação da capacidade da rede de dutos no interior de um *cluster* pode ser caracterizado da seguinte forma: conhecendo-se a capacidade de escoamento de fluxo (furos) da rede existente, os custos de ampliação da rede de dutos e o acréscimo de fluxo a ser escoado pelos arcos, determine a configuração da rede de dutos que atenda o escoamento de fluxo (furos) solicitado pelas estações de comutação, com o menor custo total possível. O custo total é composto pela somatória do custo de escoamento por arcos existentes (trechos onde existem galerias) e o custo de ampliação dos arcos da rede (onde é necessário construir galerias e implantar dutos).

O problema de ampliação da capacidade uniproduto de uma rede, representada pelo grafo $G=(\mathcal{N}, \mathcal{A})$ (item 3.3), pode ser descrito como,

$$\text{Min} \sum_{k \in \mathcal{A}} (c_k x_k + d_k y_k) \quad (3.1)$$

sujeito a

$$\sum_{k \in \mathcal{A}_n^+} (x_k + y_k) - \sum_{k \in \mathcal{A}_n^-} (x_k + y_k) = b_n, \forall n \in \mathcal{N} \quad (3.2)$$

$$0 \leq x_k \leq h_k, \forall k \in \mathcal{A} \quad (3.3)$$

$$0 \leq y_k, \forall k \in \mathcal{A} \quad (3.4)$$

$$x_k < h_k \rightarrow y_k = 0 \quad (3.5)$$

onde,

c_k - custo unitário do arco $k \in \mathcal{A}$ já existente.

x_k - fluxo (quantidade de furos) escoado pelo arco $k \in \mathcal{A}$.

d_k - custo unitário de ampliação do arco $k \in \mathcal{A}$.

y_k - fluxo (quantidade de furos) escoado pela ampliação do arco $k \in \mathcal{A}$.

b_n - demanda/recurso (disponibilidades) do nó $n \in \mathcal{N}$.

h_k - capacidade do arco $k \in \mathcal{A}$.

$\mathcal{A}_n^+ \subseteq \mathcal{A}$ - conjunto dos arcos destinados ao nó $n \in \mathcal{N}$.

$\mathcal{A}_n^- \subseteq \mathcal{A}$ - conjunto dos arcos originados no nó $n \in \mathcal{N}$.

Os custos de utilização dos arcos existentes (c_k) são menores que os custos de ampliação dos arcos (d_k), visto que a ampliação de um arco leva em conta os custos adicionais de implantação (construção) do arco (Lyra e Correia, 1991). Assim, a restrição (3.5) é atendida na solução ótima sem a necessidade de considerá-la explicitamente no processo de solução - esta propriedade evita a exigência de se utilizar os trabalhosos métodos de otimização mista (Garfinkel e Nemhauser, 1972).

Para a resolução do problema de ampliação da capacidade uniproduto pode-se utilizar um algoritmo de fluxo de custo mínimo em redes (PFCM), adaptado para o tratamento de funções objetivo com custos lineares por partes. Outra maneira de resolução, mais usual, é utilizar o algoritmo de fluxo de custo mínimo com uma duplicação dos arcos do grafo, ou seja, um arco representa o arco capacitado existente com custo c_k , enquanto que o outro arco representa a ampliação do arco existente, utilizando-se o custo de ampliação d_k . Nesta situação a dimensão do problema é duplicada, porém isto normalmente não leva a um aumento considerável no tempo de convergência, visto que não houve duplicação do número de nós da rede.

A seguir são feitas considerações sobre o algoritmo utilizado para a resolução de problemas de fluxo de custo mínimo (PFCM). Este baseia-se no Método Simplex para Grafos (Kennington e Helgason, 1980), cujos fundamentos serão discutidos nos próximos itens.

3.4.1 - Método Simplex

O método Simplex de Dantzig (Luenberger, 1984) é a abordagem mais usual para a resolução de problemas de programação linear (PPL's). Normalmente tem boa performance

computacional e dispõe de facilidades para análise de sensibilidade dos resultados, quando se modifica algum parâmetro do problema original.

Seja um PPL, descrito em sua *forma padrão*;

$$\text{Min } \mathbf{cx} \quad (3.6)$$

sujeito a

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b} \quad (3.7)$$

$$\mathbf{x} \geq \mathbf{0} \quad (3.8)$$

onde,

$\mathbf{A}$ - matriz de coeficientes tecnológicos (matriz de restrições do problema). (μ linhas por v colunas).

$\mathbf{x}$ - vetor das variáveis de decisão (v linhas por 1 coluna).

$\mathbf{c}$ - vetor de custos associados às variáveis de decisão (1 linha por v colunas).

$\mathbf{b}$ - vetor de demandas (μ linhas por 1 coluna).

Ressalta-se que nem sempre os PPL's se apresentam em sua forma padrão. Em geral, problemas com restrições de desigualdade podem ser facilmente colocados na forma padrão pelo acréscimo de variáveis de "folga" (Luenberger, 1984).

O procedimento do método Simplex é baseado no teorema fundamental da programação linear (Luenberger, 1984), apresentado a seguir.

"Dado um problema de programação linear em sua forma padrão, onde $\mathbf{A}$ tem posto (*rank*) de valor igual ao seu número de linhas, pode-se afirmar que:

- (i) Se existe uma solução factível, então existe uma solução básica factível.
- (ii) Se existe uma solução ótima factível, então existe uma solução básica ótima factível."

Usando a informação do teorema fundamental, o método Simplex, dada uma solução básica factível (base inicial), procura uma outra solução básica factível, cujo valor da função objetivo é melhor que o valor anterior. Assim, evolui entre soluções básicas factíveis até o momento em que não é mais possível melhorar o valor da função objetivo - neste momento, foi encontrada a solução básica factível ótima.

Solução básica factível é uma solução particular do sistema $Ax = b$ (equação 3.7), com $x \geq 0$. A matriz A pode ter suas colunas rearranjadas de modo que $A = [B, N]$, onde $B_{\mu \times \mu}$ é uma matriz inversível - B é chamada de matriz básica (ou base) e N é chamada de matriz não-básica. A solução do sistema (3.7) pode ser escrita como $x = [x_B, x_N]$, onde x_B e x_N são os vetores cujos componentes correspondem às colunas agrupadas em B e N , respectivamente. Uma solução x para o sistema (3.7) é denominada solução básica, quando $x_B = B^{-1}b$ e $x_N = 0$; se $x_B \geq 0$, x é chamada de solução básica factível do sistema. Mostra-se que uma solução básica factível representa um ponto extremo do polítopo descrito pelas restrições do problema (equações 3.7 e 3.8) (Luenberger, 1984).

A forma padrão do PPL (equações 3.6, 3.7 e 3.8) pode ser representada em termos de elementos básicos e não-básicos.

$$\begin{aligned} & \text{Min} \quad C_B X_B + C_N X_N \\ & \text{sujeito a} \\ & B X_B + N X_N = b \\ & X_B \geq 0 \\ & X_N \geq 0 \end{aligned} \tag{3.9}$$

Fazendo $x_B = B^{-1}b - B^{-1}N x_N$, tem-se que o problema (3.9) pode ser reescrito da forma a seguir.

$$\text{Min } c_B B^{-1} b + (c_N - c_B B^{-1} N) x_N$$

sujeito a

$$B^{-1} b + B^{-1} N x_N \geq 0 \quad (3.10)$$

$$x_N \geq 0$$

Para uma solução básica factível x , com $x_B = B^{-1} b$ e $x_N = 0$, tem-se que o valor da função objetivo é dado por $z_0 = c_B B^{-1} b$. Portanto, para um valor da função objetivo (z) dado em (3.10), tem-se,

$$\begin{aligned} z &= c x \\ &= c_B B^{-1} b + (c_N - c_B B^{-1} N) x_N \\ &= z_0 + (c_N - c_B B^{-1} N) x_N \\ &= z_0 + \sum_{j \in R} (c_j - r_j) x_j \end{aligned} \quad (3.11)$$

onde $r_j = c_B B^{-1} A^j$, R é conjunto dos índices das variáveis não-básicas e A^j é a j -ésima coluna da matriz A .

O valor da função objetivo é melhorado se, para algum j (com $c_j - r_j < 0$), aumentando-se x_j de zero para um valor positivo, o custo total decresce, tornando $z < z_0$.

Com o crescimento de x_j , os valores das variáveis básicas alteram-se. A primeira variável básica que chegar a zero é chamada de variável de bloqueio, pois esta impede o crescimento de x_j . Assim, a variável de bloqueio deve deixar a base e x_j passará a pertencer a base. O processo se repete até que $c_j - r_j \geq 0, \forall j \in R$.

Pode-se resumir o método Simplex na sequência de passos a seguir.

Algoritmo 3.1 - Método Simplex

1 - Dada uma solução básica factível $\mathbf{x}$ ($\mathbf{x}_B \geq \mathbf{0}$, $\mathbf{x}_N = \mathbf{0}$), resolva o sistema $\mathbf{B}\mathbf{x}_B = \mathbf{b}$.

$$\mathbf{x}_B = \mathbf{B}^{-1} \mathbf{b}, \mathbf{x}_N = \mathbf{0} \text{ e } z = \mathbf{c}_B \mathbf{x}_B$$

2 - Encontre o vetor de variáveis duais π , através da solução do sistema $\pi\mathbf{B} = \mathbf{c}_B$. Calcule para todas as variáveis não-básicas o custo relativo,

$$c_j - r_j = c_j - \pi\mathbf{A}^j$$

Verifique se para algum j , $c_j - \pi\mathbf{A}^j < 0$. Caso não exista nenhum, pare. A solução é ótima. Caso contrário, selecione para entrar na base uma variável (x_k) para a qual o custo relativo é negativo (normalmente, o mais negativo).

3 - Resolva o sistema $\mathbf{B}\hat{\mathbf{A}}^k = \mathbf{A}^k$. Se $\hat{A}_i^k \leq 0$, para todos os elementos i do vetor $\hat{\mathbf{A}}^k$, pare, pois a solução é ilimitada. Se existir pelo menos um $\hat{A}_i^k > 0$, vá para o próximo passo.

4 - Faça x_k entrar na base e identifique a variável de bloqueio que sai da base, através do seguinte teste

$$\text{Min } (b_i / A_i^k, \text{ tal que } A_i^k > 0)$$

Reorganize a base e vá para o passo 1.

O maior esforço computacional empregado neste algoritmo concentra-se na solução dos sistemas $\pi\mathbf{B} = \mathbf{c}_B$ e $\mathbf{B}\hat{\mathbf{A}}^k = \mathbf{A}^k$. Os algoritmos especializados para grafos aproveitam a estrutura especial da base para resolver esses sistemas com mais eficiência. Neles, a determinação das variáveis duais e atualização da coluna são organizadas através de índices, eliminando-se a necessidade de operações matriciais, normalmente dispendiosas em esforço computacional. Tem-se

ainda que o algoritmo Simplex pode ser facilmente adaptado para o tratamento de variáveis canalizadas (com limites superior e inferior).

O procedimento de convergência do método Simplex é ilustrado na Figura 3.3, para um exemplo de problema de programação linear de maximização com duas variáveis. As setas descrevem a trajetória de resolução do problema, evoluindo entre soluções básicas factíveis (base), até alcançar a solução básica factível ótima (representada na figura 3.3 pelo ponto extremo $\mathbf{x}^{(5)}$).

Em alguns casos, para encontrar uma base inicial factível para o PPL, torna-se necessário executar um procedimento denominado Fase 1 do Simplex (seta tracejada na Figura 3.3). Este procedimento consiste em adicionar variáveis artificiais à matriz $\mathbf{A}$ do problema original, de modo que as colunas associadas a estas variáveis formem uma base inicial para o problema. Substitui-se a função objetivo original por uma função objetivo composta pela somatória das variáveis artificiais e executa-se um procedimento de minimização, até que a função objetivo artificial atinja o valor nulo. Caso isto não ocorra, o PPL em questão é infactível. Quando encontra-se uma solução inicial factível, procede-se à aplicação do método Simplex com a função objetivo original - Fase 2 do processo de resolução.

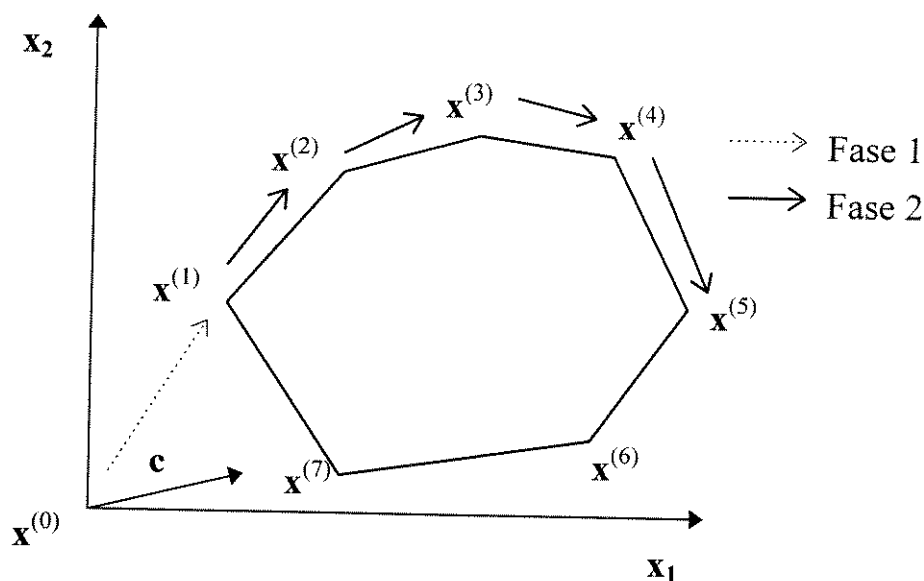


Figura 3.3 - Ilustração do Processo de Convergência do Método Simplex

3.4.2 - Especialização do Método Simplex para Problemas de Fluxo de Custo Mínimo

Problemas de fluxo de custo mínimo em uma rede (PFCM's), representada por um modelo de grafo, apresentam uma formulação característica de problemas de programação linear (PPL's). No entanto, devido às peculiaridades dos grafos, torna-se conveniente especializar o método Simplex, obtendo-se um algoritmo da ordem de cem vezes mais rápido do que o Simplex genérico (Kennington e Helgason, 1980; Jensen e Barnes, 1980).

Considere a representação de uma rede por um modelo de grafo $G=(\mathfrak{N}, \mathfrak{A})$ (item 3.3). Um PFCM tem a seguinte formulação,

$$\text{Min} \sum_{k \in \mathfrak{A}} (c_k x_k) \quad (3.12)$$

sujeito a

$$\sum_{k \in \mathfrak{A}_n^+} x_k - \sum_{k \in \mathfrak{A}_n^-} x_k = b_n, \forall n \in \mathfrak{N} \quad (3.13)$$

$$0 \leq x_k \leq h_k, \forall k \in \mathfrak{A} \quad (3.14)$$

onde,

c_k - custo unitário do arco $k \in \mathfrak{A}$.

x_k - fluxo escoado pelo arco $k \in \mathfrak{A}$.

h_k - capacidade do arco $k \in \mathfrak{A}$.

b_n - demanda/recurso do nó $n \in \mathfrak{N}$.

$\mathfrak{A}_n^+ \subseteq \mathfrak{A}$ - conjunto dos arcos destinados ao nó $n \in \mathfrak{N}$.

$\mathfrak{A}_n^- \subseteq \mathfrak{A}$ - conjunto dos arcos originados no nó $n \in \mathfrak{N}$.

Cada coluna da matriz de restrições A (matriz de incidência nó-arco), associada ao PFCM, representa um arco da rede. Essas colunas têm apenas dois elementos não nulos; “+1” na linha

correspondente ao nó origem do arco e “-1” na linha correspondente ao nó destino. Assim, é fácil verificar que há uma redundância nas restrições do PFCM (Kennington e Helgason, 1980).

Para se eliminar essa redundância acrescenta-se uma coluna à matriz A com apenas um elemento unitário (+1) em uma das linhas (l) - geralmente a primeira ou a última (Kennington e Helgason, 1980) - esta coluna fará parte de qualquer base associada a matriz A . O nó do grafo correspondente a linha l (no qual foi acrescentado o elemento unitário da nova coluna) é denominado *raiz* do grafo.

A variável associada a coluna adicional tem limite superior e inferior igual a zero. Ou seja, necessariamente terá fluxo nulo, não modificando as características do PFCM original.

A caracterização do algoritmo Simplex especializado à resolução do PFCM usa alguns conceitos e definições relacionados com a Teoria de Grafos (Gondran e Minoux, 1984), relacionados abaixo.

- (i) *Caminho*: Sequência ordenada e finita de nós e arcos em um grafo. Os arcos de um caminho são distintos entre si.
- (ii) *Ciclo*: Caminho onde o nó inicial coincide com o nó final do mesmo (caminho fechado).
- (iii) *Árvore*: Subgrafo $T=(\mathcal{N}', \mathcal{U})$ de $G=(\mathcal{N}, \mathcal{U})$ ($\mathcal{N}' \subseteq \mathcal{N}$) que contém n nós e $n-1$ arcos. Uma árvore T é um subgrafo de G , conexo e acíclico. A conexidade é caracterizada pelo fato de que entre cada par de nós de T (i e j) existe um único caminho, contido em T , ligando esses nós (o nó i ao nó j). O termo acíclico significa que em uma árvore T não existe a presença de ciclos.

Em Kennington e Helgason (1980), demonstra-se que toda base para o PFCM está associada a uma árvore T_B (árvore básica).

Descreve-se a seguir o algoritmo de fluxo de custo mínimo utilizado neste trabalho para a resolução do problema de ampliação da capacidade uniproduto.

Algoritmo 3.2 - Problema de Fluxo de Custo Mínimo (PFCM)

- 1 - Seja $G=(\mathcal{N}, \mathcal{U})$ um grafo e $\mathbf{x} = [\mathbf{x}_B, \mathbf{x}_N]$ uma solução básica factível para o PFCM, correspondendo a uma árvore básica T_B . Calcule os potenciais (π_i) de todos os nós da árvore a partir do nó raiz;
- 2 - Escolha um arco k do grafo G não pertencente à árvore básica atual (variável não básica) que esteja em uma das seguintes situações:
 - 2.1 - O arco k está ocioso ($x_k = 0$) e a diferença de potencial entre seu nó destino (nd_k) e seu nó origem (no_k) é maior que o seu custo unitário c_k ;
 - 2.2 - O arco k está com fluxo em sua capacidade máxima ($x_k = h_k$) e a diferença de potencial entre seu nó destino (nd_k) e seu nó origem (no_k) é menor que o seu custo unitário c_k ;

Caso não exista algum arco k do grafo G não pertencente à árvore básica atual que atenda 2.1 ou 2.2, acima, termine o procedimento - a solução básica atual ($\mathbf{x}$) é ótima; caso contrário, selecione um dos arcos que atende 2.1 ou 2.2 (arco candidato k) e vá para o passo 3;
- 3 - Na árvore básica atual T_B , considere o caminho P que liga os nós origem e destino do arco candidato k , selecionado no passo 2. A junção deste caminho P com o arco candidato k forma um ciclo. Percorra cada arco deste ciclo, seguindo o sentido do arco candidato k . Seja Δ_k o valor do fluxo máximo que pode ser escoado pelo arco candidato k .

- 3.1 - Faça $\Delta_d = \min_{j \in K_d} \{h_j - x_j\}$, onde K_d é o conjunto de índices correspondentes aos arcos

com a mesma orientação de k no ciclo.

3.2 - Faça $\Delta_c = \min_{i \in K_c} \{ x_i \}$, onde K_c é o conjunto de índices correspondentes aos arcos com orientação contrária a k no ciclo.

3.3 - Faça $\Delta_{MAX} = \min \{ \Delta_k, \Delta_d, \Delta_c \}$; seja s o índice do arco que definiu a máxima variação de fluxo (Δ_{MAX}).

Vá para o passo **4**;

4 - Faça $x_k = x_k + \Delta_{MAX}$, e atualize o fluxo escoado pelos arcos do caminho P :

4.1 - Faça $x_j = x_j + \Delta_{MAX}$, se a orientação do arco j concorda com o sentido de percurso do ciclo;

4.2 - Faça $x_i = x_i - \Delta_{MAX}$, se a orientação do arco i discorda do sentido de percurso do ciclo;

Se $\Delta_{MAX} = \Delta_k$, volte ao passo **1**;

5 - Na árvore básica atual, troque o arco s pelo arco k , e atualize os potenciais de seus nós. Volte ao passo **1**

No algoritmo 3.2, o cálculo dos “potenciais” dos nós da árvore básica T_B (ver Apêndice), realizada nos passos 1 e 5, corresponde ao cálculo das variáveis duais π do PPL (resolução do sistema $\pi B = c_B$) no método Simplex (se c_{ij} for o custo associado ao arco a_{ij} é fácil ver que $\pi_j = \pi_i - c_{ij}$ ou $\pi_j = \pi_i + c_{ij}$ dependendo do sentido do arco). O passo 2 corresponde à escolha da variável candidata a entrar na base (variável j , com $c_j - r_j < 0$), enquanto que no passo 3 define-se qual variável básica irá sair da base (variável de bloqueio), tornando-se não-básica. A atualização dos fluxos (passo 4) nada mais é do que o cálculo da nova solução básica para o problema.

Quando não se dispõe de uma solução básica factível para o PFCM, deve-se utilizar um procedimento análogo ao da Fase 1 para o método Simplex, citado anteriormente. Para isso, cria-se um nó artificial e liga-se todos os outros nós a este, através de arcos artificiais com custo unitário e capacidade infinita - esses arcos caracterizam uma base factível inicial para a Fase 1. Para a realização da Fase 1, modifica-se o custo de todos os arcos originais do grafo G para um valor nulo (Jensen e Barnes, 1980) e executa-se o Algoritmo 3.1, até encontrar uma solução básica inicial para o PFCM original.

3.4.3 - Estrutura de Dados para Implementação de Problemas de Fluxo de Custo Mínimo

Na implementação computacional do método Simplex para grafos é necessário uma estrutura de dados especializada para o tratamento das informações sobre as redes. Descreve-se abaixo duas dessas estruturas, importantes na implementação do algoritmo para resolução do PFCM.

Seja $T=(\mathcal{N}', \mathcal{U})$ ($\mathcal{N}' \subseteq \mathcal{N}$) uma árvore associada a uma base para o PFCM e escolha um nó ℓ como raiz da árvore. Considere o caminho $P(i)$ na árvore T que liga o nó $i \neq \ell$ ao nó ℓ . O nó i será um descendente de um nó n , se n estiver contido em $P(i)$. O conjunto de descendentes do nó n é denotado por $U(n)$, e o número de descendentes do nó n é denotado por t_n (Kennington e Helgason, 1980).

Define-se o índice denominado **pai** (pai_i) pela seguinte atribuição:

$$\text{pai}_i = 0 \text{ , se } i = \ell$$

ou

$$\text{pai}_i = j \text{ , se } j \text{ é o predecessor mais próximo a } i, \text{ em } P(i)$$

A partir de qualquer nó da árvore T , através da estrutura *pai*, consegue-se “caminhar” facilmente pela mesma, até alcançar o seu nó raiz (ℓ).

Outro índice importante da estrutura de dados utilizada pelo método Simplex para grafos é denominado **fio** (fio_i). O índice fio associado a um nó i (fio_i) aponta prioritariamente para um descendente do nó i (um nó j é descendente de i quando i é um predecessor de j). Se um determinado nó não tem descendentes, o fio aponta para o descendente do ancestral mais próximo, que ainda não tenha sido tocado pelo fio; aponta para a raiz se todos os nós já foram tocados. Este índice permite explorar com rapidez todos os nós da árvore T (Fox, 1980). É usado, por exemplo, para atualização dos potenciais, no Algoritmo 3.2. A Figura 3.4 ilustra uma árvore enraizada com os respectivos “fios” e “pais”.

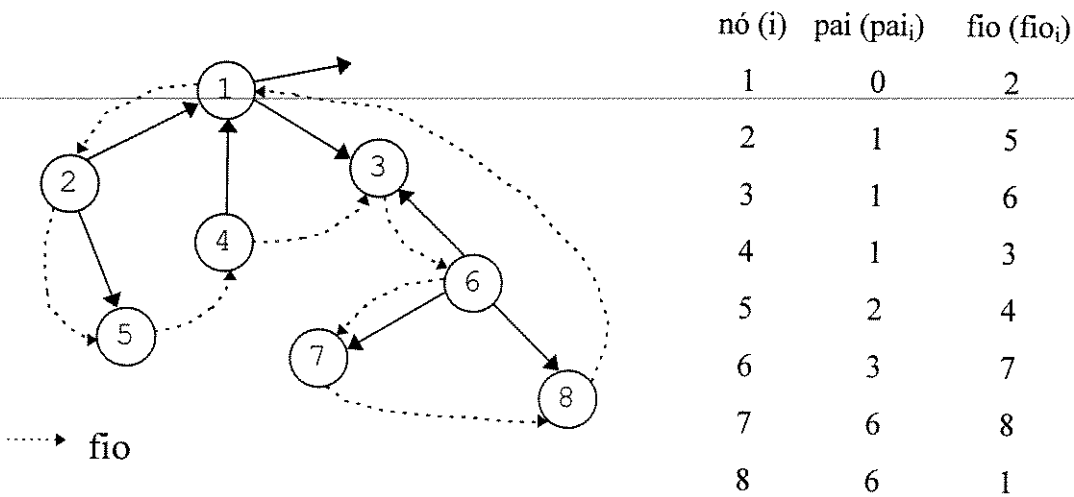


Figura 3.4 - Exemplo de Árvore Enraizada

Se desejássemos calcular os potenciais π_n para a árvore representada na Figura 3.4, bastaria seguir o fio a partir do nó raiz. Assim teríamos:

$$\begin{aligned}\pi_1 &= 0 \\ \pi_2 &= \pi_1 + c_{12} \\ \pi_5 &= \pi_2 - c_{25} \\ \pi_4 &= \pi_1 + c_{14} \\ \pi_3 &= \pi_1 - c_{13} \\ \pi_6 &= \pi_3 + c_{36}\end{aligned}$$

$$\pi_7 = \pi_6 - c_{67}$$

$$\pi_8 = \pi_6 - c_{68}$$

É fácil ver que o potencial do nó pai já está definido, quando um nó filho é apontado pelo fio.

3.5 - Ampliação da Capacidade Multiproduto

O problema de ampliação da capacidade da rede de dutos para a rede de *backbones* pode ser definido da seguinte forma: conhecendo-se a capacidade de escoamento de fluxo (furos) da rede de dutos existente (entre os pares de estações *hub*), os custos de ampliação da rede de dutos e o acréscimo de fluxo a ser escoado pelos arcos, determine a configuração da rede de dutos para os *backbones* que atenda o escoamento de fluxo (furos) solicitado pelas estações de comutação *hub*, ao menor custo total possível. Da mesma forma que no caso de ampliação uniproduto, o custo total é composto pela somatória do custo de escoamento por arcos existentes (trechos onde existem galerias) e o custo de ampliação dos arcos da rede (onde é necessário construir galerias e implantar dutos).

O problema de ampliação da capacidade da rede de dutos para os *backbones* possui a formulação de um problema de fluxo multiproduto a custo mínimo. De fato, as necessidades de furos para interligação dos pares de estações de comutação *hub* são diferenciadas. Em alguns trechos das galerias, existe a necessidade de se compartilhar furos interligando pares de estações *hub* diferentes. Uma vez que as galerias existentes são capacitadas (o número de furos existentes é limitado), deve-se executar um procedimento de otimização que encontre o melhor escoamento do fluxo de vários produtos (furos entre pares de estações *hubs*) pelas galerias, com o menor custo possível. A Figura 3.5 ilustra um exemplo representativo da rede de dutos para *backbones*, considerando-se a presença de dois produtos a serem escoados por uma rede de galerias capacitadas. Nessa figura, supõe-se a existência de uma demanda de furos P1, para implantação de cabos troncos ligando as estações EC1 e EC4; supõe-se também a existência de uma demanda de furos P2, para implantação de cabos troncos ligando as estações EC2 e EC3.

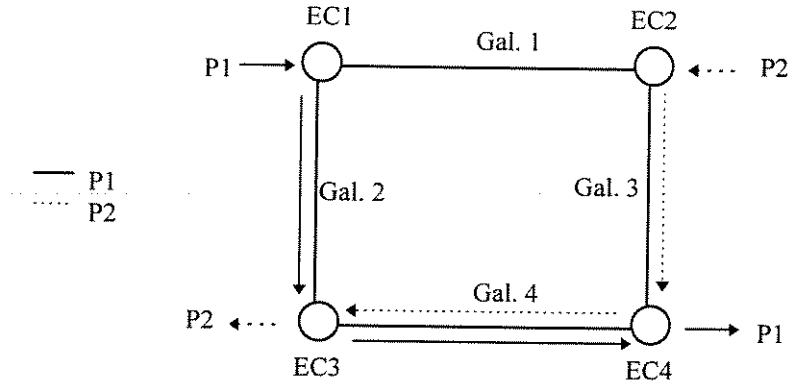


Figura 3.5 - Grafo Representativo da Rede de Dutos com Fluxo Multiproduto

Para o exemplo da Figura 3.5, considere os fluxos (quantidade de furos) dos produtos P1 e P2 escoados pela galeria 4 - a soma desses fluxos deve ser menor que a capacidade dessa galeria.

Considere um grafo $G=(\mathcal{N}, \mathcal{E})$, conforme definido no item 3.3. Formalmente, o problema de ampliação da capacidade multiproduto para implantação da rede de dutos para cabos troncos pode ser caracterizado na forma a seguir.

$$\text{Min} \sum_{k \in \mathcal{E}} \sum_{p \in \mathcal{P}} (c_k^p x_k^p + d_k^p y_k^p) \quad (3.15)$$

sujeito a

$$\sum_{k \in \mathcal{E}_n^+} (x_k^p + y_k^p) - \sum_{k \in \mathcal{E}_n^-} (x_k^p + y_k^p) = b_n^p, \forall n \in \mathcal{N}, \forall p \in \mathcal{P} \quad (3.16)$$

$$\sum_{p \in \mathcal{P}} x_k^p \leq h_k, \forall k \in \mathcal{E} \quad (3.17)$$

$$\sum_{p \in \mathcal{P}} y_k^p \leq y_k, \forall k \in \mathcal{E} \quad (3.18)$$

$$x_k^p \geq 0, y_k^p \geq 0, \forall k \in \mathcal{E}, \forall p \in \mathcal{P} \quad (3.19)$$

$$\sum_{p \in \mathcal{P}} x_k^p < h_k \rightarrow y_k = 0 \quad (3.20)$$

onde,

c_k^p - custo unitário do arco $k \in \mathcal{M}$ para o escoamento de furos da interligação $p \in \mathcal{P}$ (entre estações hub).

x_k^p - fluxo (quantidade de furos) da interligação $p \in \mathcal{P}$ escoado pelo arco $k \in \mathcal{M}$.

d_k - custo unitário de ampliação do número de furos do arco $k \in \mathcal{M}$.

y_k - fluxo total (quantidade de furos) escoado pela ampliação do arco $k \in \mathcal{M}$.

y_k^p - fluxo (quantidade de furos) da interligação $p \in \mathcal{P}$ escoado pela ampliação do arco $k \in \mathcal{M}$.

b_n^p - demanda/recurso de furos da interligação $p \in \mathcal{P}$ disponível no nó $n \in \mathcal{N}$.

h_k - capacidade do arco $k \in \mathcal{M}$.

$\mathcal{M}_n^+ \subseteq \mathcal{M}$ - conjunto dos arcos destinados ao nó $n \in \mathcal{N}$.

$\mathcal{M}_n^- \subseteq \mathcal{M}$ - conjunto dos arcos originados no nó $n \in \mathcal{N}$.

Problemas de fluxo multiproduto em redes são, estruturalmente, problemas de programação linear (PPL's) e, como tais, podem ser resolvidos através do método Simplex. No entanto, existem técnicas específicas, mais eficientes, propostas para este tipo de problema, como por exemplo, as técnicas de decomposição em subproblemas (*Price-Directive* e *Resource-Directive*) e os métodos de particionamento da base (Kennington, 1978; Kennington and Helgason, 1980; Minoux, 1989). Estas técnicas contemplam as características da matriz de restrições deste tipo de problema.

Outra alternativa de solução mais atual é utilizar os métodos de pontos interiores para solução de problemas lineares. Neste trabalho, para resolver o problema ampliação da capacidade multiproduto, adotou-se o método de pontos interiores denominado Dual-Afim (Oliveira, 1989).

3.5.1 - Métodos de Pontos Interiores

Ao contrário do Simplex, os algoritmos de pontos interiores procuram a solução ótima através de pontos interiores à região factível, em sucessivas transformações (Oliveira e Lyra, 1991).

A Figura 3.6 exemplifica o processo de convergência desenvolvido pelos métodos de pontos interiores, para um problema com duas variáveis. Normalmente, os métodos de pontos interiores convergem para um ponto interior (ponto $x^{(10)}$ na Figura 3.6) muito próximo do ponto extremo ótimo do polítopo formado pelo conjunto de restrições (ponto $x^{(5)}$ na Figura 3.6).

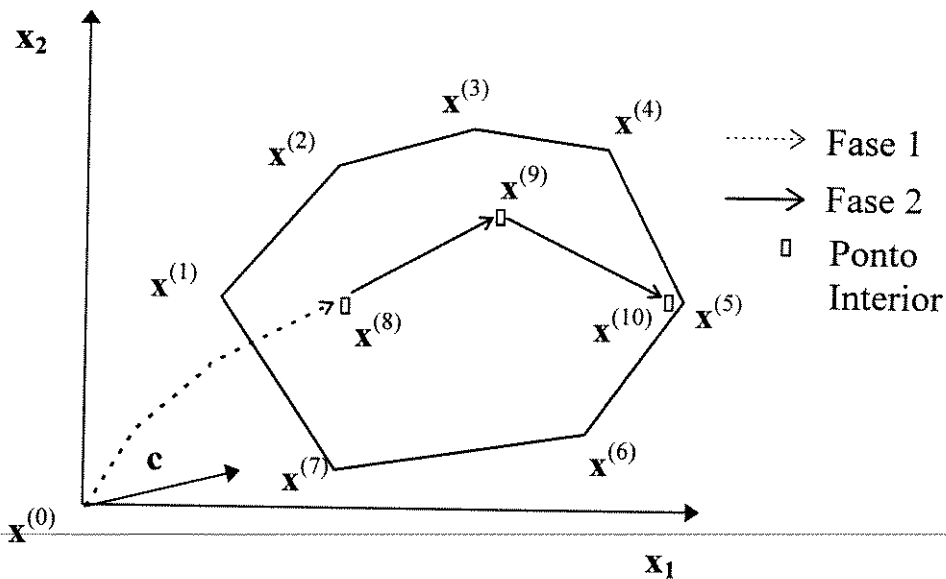


Figura 3.6 - Ilustração do Processo de Convergência dos Métodos de Pontos Interiores

O método Dual-Afim é uma variante do conceito de pontos interiores proposto inicialmente por Karmakar (1984). Foi proposto originalmente por Dikin (1967) e difundido a partir do trabalho de Adler, Karmakar, Resende e Veiga (1986). Trabalha com o dual da forma padrão do PPL (equações (3.6), (3.7) e (3.8)) e utiliza transformadas afins para reescalar as variáveis do problema. Normalmente é mais eficiente que o Simplex para problemas grandes (Adler, Karmakar, Resende e Veiga, 1986; Oliveira, 1989).

No presente trabalho, utilizou-se os conceitos e algoritmos para o método Dual-Afim desenvolvidos nos trabalhos de Oliveira (1989) e de Oliveira e Lyra (1991).

3.5.2 - Método Dual-Afim

Considere o PPL primal em sua forma padrão (equações (3.6),(3.7) e (3.8)). Seu problema dual é definido por (Luenberger, 1984):

$$\text{Max } \mathbf{b}^t \mathbf{u} \quad (3.21)$$

sujeito a:

$$\mathbf{A}^t \mathbf{u} \leq \mathbf{c}^t \quad (3.22)$$

$$\mathbf{u} \text{ (livre)} \quad (3.23)$$

onde: $\mathbf{u}$ - vetor de variáveis de decisão duais (dimensão μ linhas com 1 coluna).

$\mathbf{A}^t$ - matriz transposta de coeficientes tecnológicos.

$\mathbf{b}^t$ - vetor transposto de recursos/demandas.

$\mathbf{c}^t$ - vetor transposto de custos.

Supondo que ambos os problemas (primal e dual) possuam solução ótima finita $\mathbf{x}^*$ e $\mathbf{u}^*$, respectivamente, pelo teorema da dualidade (Luenberger, 1984) sabe-se que os valores das funções objetivo no ótimo serão iguais - e qualquer destas pode ser obtida a partir da outra. Portanto, basta resolver um dos problemas para se obter a solução de ambos. O método Dual-Afim resolve o PPL na forma dual e sua dedução pode ser baseada na minimização do desvio da condição das folgas complementares (Oliveira, 1989).

Introduzindo-se as variáveis de folga $\mathbf{v}$ no problema dual, obtém-se,

$$\begin{aligned} & \text{Max } \mathbf{b}^t \mathbf{u} \\ \text{sujeito a} & \\ & \mathbf{A}^t \mathbf{u} + \mathbf{v} = \mathbf{c}^t \quad (3.24) \\ & \mathbf{v} \geq \mathbf{0} \quad (3.25) \\ & \mathbf{u} \text{ (livre)} \end{aligned}$$

Da equação (3.24) obtem-se $\mathbf{v} = \mathbf{c}^t - \mathbf{A}^t \mathbf{u}$.

Portanto, pela condição das folgas complementares (Luenberger, 1984), no ponto ótimo tem-se:

$$\mathbf{x}^*(\mathbf{c}^t - \mathbf{A}^t \mathbf{u}^*) = \mathbf{0} \rightarrow \mathbf{x}^* \mathbf{v}^* = \mathbf{0} \quad (3.26)$$

O algoritmo Dual-Afim (aplicado ao problema na forma dual) pode ser resumido na sequência de passos a seguir (Adler, Karmakar, Resende e Veiga, 1986; Oliveira, 1989):

Algoritmo 3.3 - Método Dual-Afim

Seja $\mathbf{u}^0$ um ponto inicial factível e $\beta \in [0,1]$

$$\mathbf{i} \leftarrow 0$$

repita {

$$\mathbf{v} \leftarrow \mathbf{c}^t - \mathbf{A}^t \mathbf{u}^i$$

$$\mathbf{D} \leftarrow \text{Diag} (1/v_1, \dots, 1/v_n)$$

$$\mathbf{d}_u \leftarrow (\mathbf{A} \mathbf{D}^2 \mathbf{A}^t)^{-1} \mathbf{b}$$

$$[\mathbf{x} \leftarrow \mathbf{D}^2 \mathbf{A}^t \mathbf{d}_u]$$

$$\mathbf{d}_v \leftarrow \mathbf{A}^t \mathbf{d}_u$$

$$\alpha \leftarrow \beta \min \{ -v_j^i / d_{vj}^i, \text{ t.q. } d_{vj}^i < 0 \}$$

$$\mathbf{u}^{i+1} \leftarrow \mathbf{u}^i + \alpha \mathbf{d}_u$$

$$\mathbf{i} \leftarrow \mathbf{i} + 1$$

} até convergir

onde,

$\mathbf{d}_u$ - direção de busca da variável dual $\mathbf{u}$ na iteração i .

$\mathbf{d}_v$ - direção de busca da variável de folga $\mathbf{v}$ na iteração i .

α - tamanho do passo máximo na direção de busca $\mathbf{d}_u$ na iteração i .

β - percentual do passo máximo utilizado na iteração i .

Neste algoritmo o cálculo das variáveis primais (entre colchetes) é opcional em cada iteração, exceto se o valor da função objetivo primal for utilizado como critério de convergência (Oliveira, 1989).

Da mesma forma que o método Simplex, o método Dual-Afim também pode ser especializado para o tratamento explícito de problemas com variáveis primais canalizadas e livres (Oliveira, 1989).

Geralmente, os métodos de pontos interiores encontram a solução de PPL's em um número reduzido de iterações quando comparado com o método Simplex. No entanto, cada iteração dos métodos de pontos interiores envolve um esforço computacional muito maior do que uma iteração do Simplex (Oliveira e Lyra, 1991). A maior parcela de esforço computacional do algoritmo Dual-Afim (e em todos os métodos de pontos interiores) está concentrada na inversão da matriz $\mathbf{AD}^2\mathbf{A}'$.

3.6 - O Problema de K Caminhos Mínimos

Problemas envolvendo a determinação de caminhos mínimos são muito comuns em procedimentos de análise e de síntese de redes de transporte e de telecomunicações. Nestas aplicações, às vezes é desejável ter conhecimento do primeiro, segundo, terceiro e, sucessivamente, do K -ésimo caminho mínimo - ao invés de, unicamente, o conhecimento do primeiro caminho mínimo (ou seja, do caminho de menor custo). Esta informação permite avaliar a sensibilidade da solução à escolha de caminhos sub-ótimos alternativos.

Em alguns problemas de otimização, quando se modificam condições iniciais ou são postas condições adicionais ao problema, soluções de custo mínimo (caminhos mínimos) podem se tornar infactíveis ou de custo muito alto. Nestes casos, alternativas factíveis e aceitáveis podem ser escolhidas entre as alternativas de soluções (caminhos quase mínimos) calculados para o problema em questão.

3.6.1 - Conceituação Matemática

Considere o grafo $G=(\mathcal{N}, \mathcal{U})$, conforme item 3.3. O problema de K caminhos mínimos pode ser enunciado da seguinte forma:

“Dados dois nós quaisquer n_s e n_t do grafo G , determine os K primeiros caminhos mínimos distintos, se existirem, que interligam os nós n_s e n_t , utilizando arcos e nós de G .”

Este tipo de problema pode ser classificado em duas classes: a primeira, permite caminhos com ciclos; e a segunda não permite tais ciclos, ou seja, requer “caminhos simples”. Em (Katoh, Ibaraki and Mine, 1982) e em (Perko, 1986) são indicadas referências a respeito da solução de problemas em cada uma dessas classes.

Caso seja requerido um pequeno número de caminhos mínimos, os métodos desenvolvidos por Shier são bastante eficientes (Shier, 1976). No entanto os procedimentos de armazenamento de dados adotados nos algoritmos apresentados tornam-se impraticáveis para redes de grande porte. Caso haja necessidade de um grande número de caminhos mínimos sem ciclos, pode-se utilizar métodos descendentes do algoritmo de desvios desenvolvido por Hoffman e Pavley (Perko, 1986).

O método desenvolvido por Katoh et al. (1982) apresenta os melhores resultados em termos de complexidade computacional, para o pior caso, entre todos os algoritmos conhecidos. Porém sua implementação computacional (codificação) é bastante complexa.

Neste trabalho adotou-se o algoritmo de K caminhos mínimos proposto por Perko (1986), devido à sua facilidade de implementação e à sua característica de complexidade polinomial ($O(kn^3)$).

O algoritmo desenvolvido para o problema de K caminhos mínimos é aplicado a um grafo representativo das ruas e avenidas da região onde se deseja conhecer os K primeiros caminhos de baixo custo (constituídos por trechos de ruas) interligando certos pares de estações de comutação da rede de telecomunicações. Como o custo dos arcos representando trechos de ruas são proporcionais aos comprimentos dos respectivos trechos de ruas (custos estritamente positivos), adotou-se a abordagem do tipo K caminhos mínimos sem ciclos.

A Figura 3. 7 ilustra um grafo $G=(\mathcal{N}, \mathcal{A})$, onde o conjunto de arcos ($\mathcal{A}$) representa trechos de ruas na região em estudo e o conjunto de nós ($\mathcal{N}$) representa pontos de cruzamento das ruas (esquinas) ou estações de comutação.

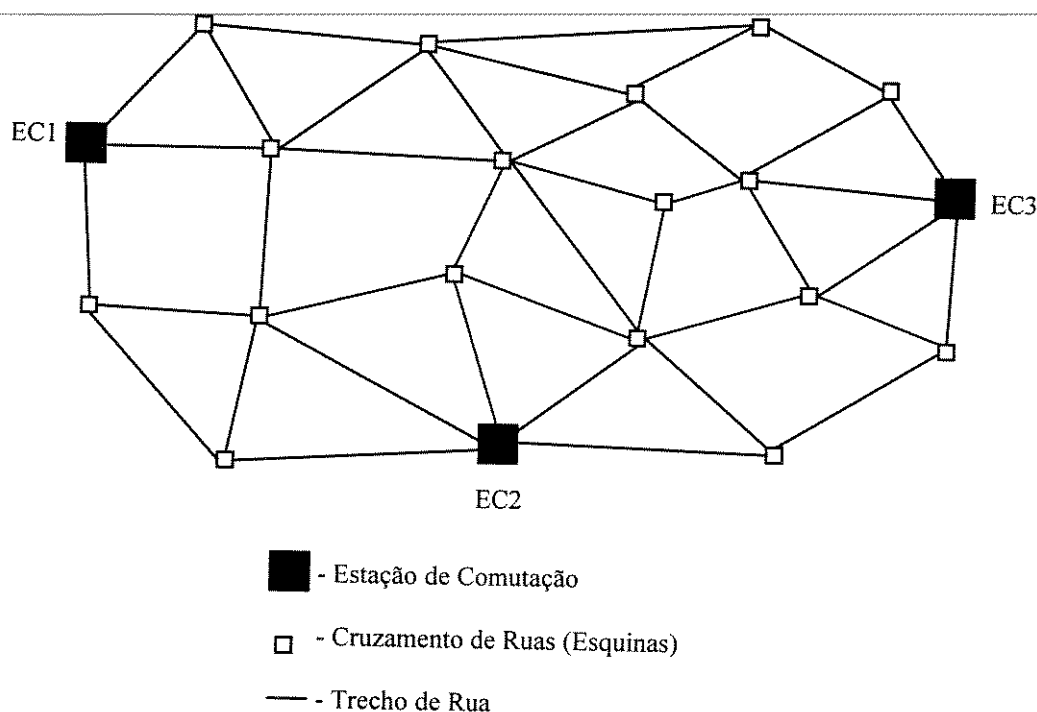


Figura 3.7 - Grafo Representativo das Ruas de uma Região

Conhecidos os nós origem (**no**) e destino (**nd**) para a determinação dos K-ésimos primeiros caminhos mínimos, constrói-se a árvore dos caminhos mínimos enraizada no nó origem. O primeiro caminho mínimo ligando os nós origem e destino pertence a árvore dos caminhos mínimos. Para o grafo da Figura 3.7, escolheu-se a estação de comutação EC1 como nó origem e a estação EC3 como nó destino. A Figura 3.8 representa a árvore dos caminhos mínimos para o grafo da Figura 3.7.

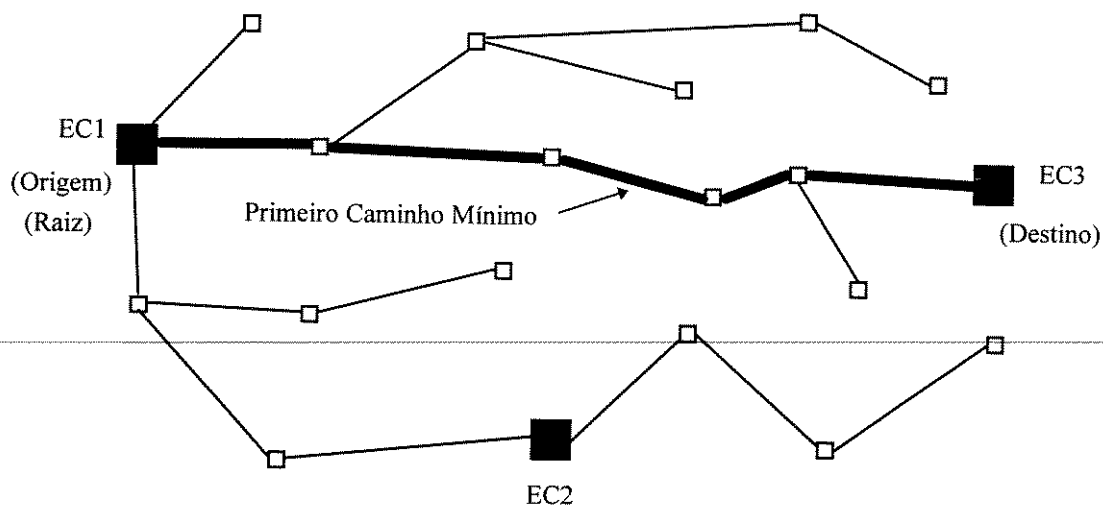


Figura 3.8 - Árvore Enraizada para o Grafo de Ruas da Figura 3.7

A partir da geração da árvore de caminhos mínimos (e consequente determinação do “primeiro” caminho mínimo), o algoritmo de K caminhos mínimos gera todos os desvios - caminhos que incluem uma parte do primeiro caminho mínimo, denominado caminho pai. Os desvios são armazenados em uma fila (Q), ordenando pelos valores crescentes do comprimento dos mesmos. O segundo caminho mínimo será o desvio do primeiro caminho mínimo com o menor comprimento (podendo, inclusive, incluir partes do primeiro caminho mínimo, exemplificado na Figura 3.9). Gera-se, em seguida, todos os desvios do segundo caminho mínimo, intercalando-os na fila de desvios, de acordo com os seus comprimentos. O terceiro caminho mínimo será o desvio contido na fila Q com o menor comprimento, e assim em diante. Os desvios são gerados através de procedimentos de marcas (Perko, 1986), a partir de cada nó de um certo caminho.

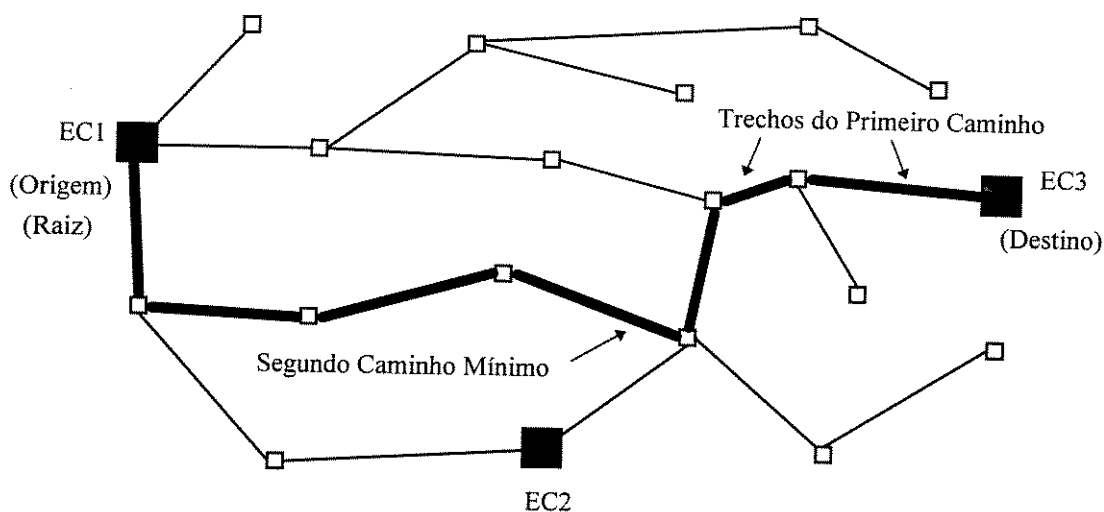


Figura 3.9 - Exemplo de Obtenção do Segundo Caminho

O algoritmo procede desta forma até que sejam encontrados os K primeiros caminhos mínimos entre os nós origem (**no**) e destino (**nd**). Caso não existam K caminhos mínimos interligando os nós origem e destino, o algoritmo converge quando encontra os i-ésimos primeiros caminhos mínimos interligando estes dois nós ($i < K$).

Pode-se gerar, ainda, caminhos mínimos disjuntos (sem trechos comuns), associando-se aos arcos já utilizados em algum caminho um custo muito alto - ou utilizando-se uma marca específica para estes arcos. Desta forma, estes arcos são ignorados na busca dos caminhos filhos (desvios) dos caminhos já formados. Geralmente obtém-se um número pequeno de caminhos mínimos disjuntos em um grafo.

Em resumo, o algoritmo de Perko (1986) para determinação dos K caminhos mínimos pode ser descrito pelos passos a seguir.

Algoritmo3.4- Problema de K Caminhos Mínimos

- 1 - Entrada de dados: nós origem (**no**) e destino (**nd**), estrutura da rede utilizada (modelo de grafo), número de caminhos mínimos desejados (**K**);

- 2 - Determinação da árvore (**T**) dos caminhos mínimos, enraizada no nó origem **no**;
- 3 - Inicialização das filas de caminhos prontos (**LP**) e caminhos candidatos (**Q**) (filas vazias);
- 4 - Faça θ ser o caminho mínimo do nó origem **no** ao nó destino **nd** contido na árvore **T**;
- 5 - Faça $i=0$;
- 6 - Repita {
 - 6.1 - Faça $i=i+1$;
 - 6.2 - Insira o caminho θ no final da fila de caminhos prontos **LP**;
 - 6.3 - Se $i = K$, vá para o passo 7;
 - 6.4 - Gere todos os desvios (caminhos filhos) do caminho θ (caminho pai), que não contenham ciclos, e armazene-os na fila de prioridades ascendentes **Q**;
 - 6.5 - Se a fila de prioridades **Q** estiver vazia, vá para o passo 7;
 - 6.6 - Selecione o desvio de menor comprimento contido na fila de prioridades **Q** e faça θ ser o desvio de menor comprimento;} enquanto $i < K$;
- 7 - Imprima os resultados para os **i-ésimos** caminhos encontrados e finalize o procedimento.

3.6.2 - Implementação Computacional do Algoritmo de Busca de K Caminhos Mínimos

O algoritmo descrito no item anterior gera caminhos a partir do conhecimento da árvore de caminhos mínimos (**T**) do grafo do problema, enraizada no nó origem **no**. A árvore **T** é construída por uma subrotina de geração da arborescência mínima para um grafo (Minieka, 1978).

O procedimento de geração de desvios descrito no item 6.4 do algoritmo foi implementado com a metodologia de Yen, descrita em Perko (1986). Esta metodologia consiste basicamente em construir uma árvore parcial para cada nó de ramificação de desvios (do caminho pai) de forma que seus elementos (arcos e nós) não pertençam a desvios gerados anteriormente (Perko, 1986).

O armazenamento de caminhos prontos e caminhos candidatos é feito através de listas encadeadas, onde cada célula da lista armazena um arco (e seu respectivo custo) presente no caminho, na sequência em que o mesmo se encontra neste caminho. A Figura 3.10 ilustra a representação de um dado caminho com quatro arcos, através de uma lista encadeada.

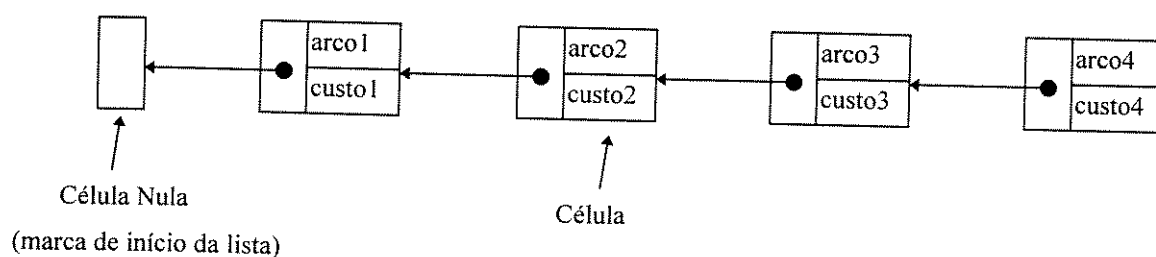


Figura 3.10 - Estrutura de Dados para Armazenamento de Caminhos

A fila de prioridades ascendentes (**Q**), utilizada para armazenar os caminhos candidatos, é priorizada em função do comprimento dos caminhos (desvios) ali contidos. Cada célula da fila de prioridades (Figura 3.11) contém um ponteiro para o início de um desvio.

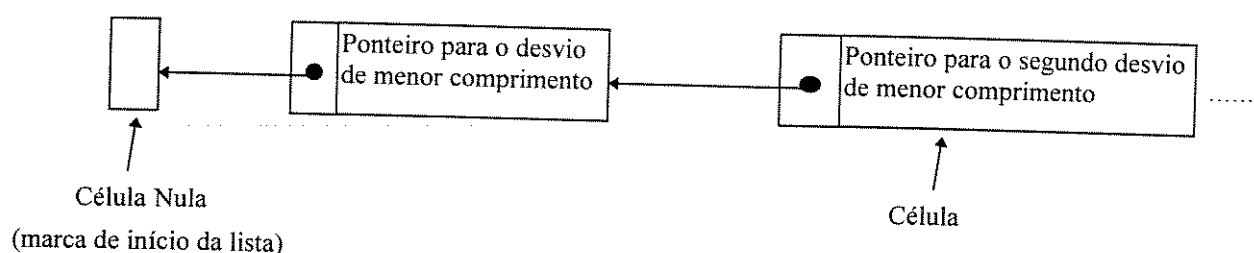


Figura 3.11 - Estrutura de Dados para Fila de Prioridades Ascendentes

As estruturas acima mencionadas (lista encadeada e de fila de prioridades ascendentes) foram implementadas de acordo com os esquemas propostos por Berlioux e Bizard (1990) e Tenenbaum, Langsam e Augenstein (1990).

3.7 - Comentários

Neste Capítulo, foram discutidas as principais características dos métodos de otimização utilizados na “Primeira Fase” da metodologia de resolução do problema de ampliação da capacidade da rede de dutos. Todos os algoritmos implementados neste trabalho foram codificados em linguagem de programação “C”, aproveitando-se das características de portabilidade e rapidez de execução inerentes a esta linguagem. Atualmente os algoritmos são executados em ambiente com sistema operacional Unix®, instalado em estações de trabalho SUN®.

Durante a “Primeira Fase”, executa-se procedimentos de otimização que consideram apenas critérios de minimização de custos para a determinação de alternativas de expansão da rede de dutos a um baixo custo. Ao final destes procedimentos, obtém-se um conjunto de alternativas de ampliação economicamente atraentes, que serão avaliadas pela equipe de planejamento, de acordo com critérios de segurança e flexibilidade operacional da rede.

Na etapa de avaliação, a equipe de planejamento pode atribuir ponderações às diversas características desejáveis (ou indesejáveis) numa solução. Por exemplo, as ponderações devem penalizar a passagem da rede de dutos por regiões de subsolo congestionado por redes de gás e/ou

energia elétrica. Deve também penalizar áreas excessivamente úmidas, proximidade de redes de água e esgoto (riscos de infiltração) e a colocação da rede de dutos sob ruas de tráfego intenso (dificuldades de fiscalização/manutenção).

Essas ponderações são utilizadas na “Segunda Fase” da metodologia de resolução para seleccionar as soluções que apresentem o melhor compromisso entre os aspectos de minimização de custos, segurança e flexibilidade operacional da rede. No próximo Capítulo, são discutidas as características do algoritmo de Programação Alvo, utilizado para seleccionar as alternativas (de baixo custo) para a expansão da rede de dutos.

CAPÍTULO 4

SOLUÇÃO DO PROBLEMA MULTIOBJETIVO

4.1 - Introdução

Conforme comentado anteriormente, o problema de planejamento da rede de dutos para cabos troncos é um problema de otimização multicritério - nem sempre o caminho de menor distância (menor custo) entre estações de comutação será o caminho fisicamente mais seguro ou mais acessível pelas equipes de manutenção da rede. A metodologia adotada para a resolução deste problema é essencialmente composta de duas etapas. Na primeira etapa, executa-se procedimentos de otimização que geram alternativas de ampliação da rede de dutos considerando aspectos de minimização de custos. As alternativas geradas na primeira etapa são avaliadas e ponderadas pela equipe de planejamento, sob o ponto de vista de segurança e flexibilidade operacional da rede. Na segunda etapa, seleciona-se as alternativas de ampliação que possuam as melhores relações de compromisso entre os aspectos de minimização de custos da primeira etapa e os aspectos de segurança e flexibilidade operacional da rede, definidas pela equipe de planejamento.

Para a seleção de alternativas de compromisso, realizada na segunda etapa da metodologia de resolução, adotou-se a técnica de programação multiobjetivo denominada Programação Alvo ou Programação por Metas (*Goal Programming*)(Steuer, 1986; Chankong e Haimes, 1983), cujas características de formulação e implementação computacional são descritas nos itens a seguir.

4.2 - O Método Multiobjetivo Programação Alvo

A escolha da técnica mais conveniente para resolução de problemas multicritério deve ser baseada no conhecimento das características inerentes ao problema considerado (por exemplo, mensurabilidade dos níveis dos objetivos, tipo das funções objetivo, estrutura de preferência do decisor, etc.).

Seja a formulação do problema multiobjetivo (PMO) descrita no Capítulo 2:

$$\begin{array}{ll} \text{Min } \{f_1(\mathbf{x})\} \\ \text{Min } \{f_2(\mathbf{x})\} \\ \vdots \\ \text{Min } \{f_p(\mathbf{x})\} & \text{(PMO)} \\ \text{sujeito a} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \mathbf{x} \in S \\ S = \left\{ \mathbf{x} : g_i(\mathbf{x}) \leq 0, \quad i = 1, \dots, q \right\} \end{array}$$

Quando o decisor possui metas para os objetivos e uma estrutura de preferência caracterizada pela atribuição de pesos ou prioridades a esses objetivos, pode-se definir a seguinte estratégia de resolução para o PMO:

“Conhecendo-se os respectivos pesos ou prioridades para as diferentes funções objetivo $f_1(\mathbf{x})$, $f_2(\mathbf{x})$, ..., $f_n(\mathbf{x})$, escolha uma alternativa de solução para o problema multiobjetivo que leve aos mínimos desvios ponderados dos objetivos em relação às suas respectivas metas $\underline{f}_1$, $\underline{f}_2$, ..., $\underline{f}_n$.”

Conceitualmente, existem várias formas de se definir a medida de distância (d_p) para a caracterização de desvios em relação às metas estipuladas. Em geral, utiliza-se uma norma ponderada do tipo l_p ($1 \leq p \leq \infty$). Formalmente,

$$d_p(\mathbf{f}(\mathbf{x}), \underline{\mathbf{f}}) = \left(\sum_{j=1}^n w_j |f_j(\mathbf{x}) - \underline{f}_j|^p \right)^{1/p} \quad (4.1)$$

onde,

$f_j(\mathbf{x})$ - valor do j -ésimo objetivo.

$\underline{f}_j$ - meta associada ao j -ésimo objetivo.

w_j - peso atribuído ao j -ésimo objetivo ($w_j \geq 0, \forall j$).

$d_p(\cdot, \cdot)$ - distância entre $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ (valor do objetivo) e $\underline{\mathbf{f}}$ (valor da meta) medido com a norma l_p .

Se a equação 4.1 for utilizada como medida de desvio entre o objetivo $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ e sua respectiva meta $\underline{\mathbf{f}}$, tem-se que o PMO poderá assumir uma formulação geral dada por:

$$\text{Min } \left\{ d_p(\mathbf{f}(\mathbf{x}), \underline{\mathbf{f}}) = \left(\sum_{j=1}^n w_j |f_j(\mathbf{x}) - \underline{f}_j|^p \right)^{1/p} \right\} \quad (4.2)$$

sujeito a

$$\mathbf{x} \in S \quad (4.3)$$

onde $S = \left\{ \mathbf{x} : g_i(\mathbf{x}) \leq 0, \quad i = 1, \dots, q \right\}$ é a região factível do problema.

A formulação acima do PMO recebe a denominação de Programação Alvo (*Goal Programming*). A idéia básica do método multiobjetivo Programação Alvo é a de se aproximar ao máximo o valor dos objetivos do conjunto de suas respectivas metas previamente estabelecidas (Steuer, 1986) - ou seja, diminuir a distância d_p .

A formulação da Programação Alvo dada pelas equações (4.2) e (4.3) pode ser especializada, dependendo do tipo da norma l_p utilizada para a medição dos desvios ($1 \leq p \leq \infty$) e do tipo das funções objetivo e restrições do problema (funções lineares, funções não-lineares, funções com variáveis inteiras, etc.). Para o desenvolvimento de algoritmos específicos, mais eficientes, divide-se a formulação da Programação Alvo dada pelas equações (4.2) e (4.3) em classes de problemas, como, por exemplo, programação alvo linear, programação alvo inteira, programação alvo não-linear (Chankong e Haimes, 1983).

Diante das características do problema de planejamento da rede de dutos para cabos troncos, adotou-se neste trabalho a abordagem da Programação Alvo Linear (*Linear Goal Programming*), mais especificamente, programação alvo linear com variáveis inteiras, cujas características são descritas no próximo item.

4.3 - Programação Alvo Linear

Programação Alvo Linear é a especialização mais simplificada do método multiobjetivo Programação Alvo (*Goal Programming*). Nesta especialização, todas as funções objetivos e restrições do problema são funções lineares e a norma l_p com $p = 1$ (função valor absoluto) é utilizada como medida de desvio dos objetivos em relação às suas metas.

Para um problema de Programação Alvo Linear, tem-se:

$$\text{(funções objetivo)} \quad \mathbf{f}_i(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^n \mathbf{c}_{ij} \mathbf{x}_j, \quad i = 1, \dots, p \quad (4.4)$$

$$\text{(região factível)} \quad \mathbf{S} = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \mid \mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}, \mathbf{x} \geq \mathbf{0} \right\} \quad (4.5)$$

onde $\mathbf{A}$ é a matriz de restrições ($m \times n$) e $\mathbf{b}$ é um vetor de constantes ($m \times 1$). Substituindo $p = 1$ no objetivo (4.2), obtém-se a seguinte formulação para a Programação Alvo Linear,

$$\text{Min} \quad \sum_{j=1}^n \mathbf{w}_j \mid \mathbf{f}_j(\mathbf{x}) - \underline{\mathbf{f}}_j \mid \quad (4.6)$$

sujeito a

$$\mathbf{A} \mathbf{x} = \mathbf{b} \quad (4.7)$$

$$\mathbf{x} \geq \mathbf{0} \quad (4.8)$$

A formulação dada pelas equações (4.6) a (4.8) caracteriza a forma padrão de um PPL, exceto pela sua função objetivo (4.6) (Steuer, 1986, Chankong e Haimes, 1983). No entanto, pode-se converter a função (4.6) para uma função linear equivalente, de modo que o método Simplex possa ser aplicado na resolução do problema. Para isto, basta introduzir na função (4.6) as variáveis ξ_j^+ e ξ_j^- , que caracterizam as distâncias (positiva e negativa) do valor dos objetivos em relação às metas.

$$\xi_j^+ = \frac{1}{2} \{ |f_j(\mathbf{x}) - \underline{f}_j| + [f_j(\mathbf{x}) - \underline{f}_j] \} \quad (4.9)$$

$$\xi_j^- = \frac{1}{2} \{ |f_j(\mathbf{x}) - \underline{f}_j| - [f_j(\mathbf{x}) - \underline{f}_j] \} \quad (4.10)$$

Considerando as definições acima, é imediato mostrar as seguintes relações:

$$\xi_j^+ + \xi_j^- = |f_j(\mathbf{x}) - \underline{f}_j| \quad (4.11)$$

$$\xi_j^+ - \xi_j^- = f_j(\mathbf{x}) - \underline{f}_j \quad (4.12)$$

$$\xi_j^+ \cdot \xi_j^- = 0 \quad (4.13)$$

$$\xi_j^+ \geq 0 \quad , \quad \xi_j^- \geq 0$$

Assim, o problema de Programação Alvo pode ser caracterizado pelo conjunto de equações a seguir.

$$\text{Min} \quad \sum_{j=1}^n w_j (\xi_j^+ + \xi_j^-) \quad (4.14)$$

sujeito a

$$f_j(x) - \xi_j^+ + \xi_j^- = \underline{f}_j, \quad j = 1, \dots, n \quad (4.15)$$

$$\mathbf{A} \mathbf{x} = \mathbf{b} \quad (4.16)$$

$$\xi_j^+ \cdot \xi_j^- = 0, \quad j = 1, \dots, n \quad (4.17)$$

$$\mathbf{x} \in [0,1], \quad \xi_j^+ \geq 0, \quad \xi_j^- \geq 0 \quad (4.18)$$

O problema de Programação Alvo Linear dado pelas equações (4.14) a (4.18), embora não possua a estrutura de um PPL, devido à restrição não-linear (4.17), pode ser resolvido pelo método Simplex. A equação (4.17), desprezada no processo de solução, é satisfeita implicitamente, não é necessário considerá-la na programação do código para resolução do Simplex.

De fato, pela definição das variáveis ξ_j^+ e ξ_j^- , nota-se que quando uma destas variáveis assume um valor positivo, a outra assume necessariamente o valor nulo. Em outras palavras, quando ξ_j^+ estiver presente em uma base, ξ_j^- será uma variável não-básica, e vice-versa.

A importância relativa das diferentes metas na implementação de um algoritmo de Programação Alvo Linear, poderá ser estabelecida de duas formas: através de uma ponderação das metas (método dos pesos) ou por meio de uma ordenação explícita das prioridades das metas a serem cumpridas (método de ordenação preemptiva). A seguir, discutem-se as características de cada uma destas abordagens.

4.3.1 - Método dos Pesos

No método dos pesos, também conhecido como modelo Arquimedeano para Programação Alvo (Steuer, 1986), resolve-se um PPL cuja função objetivo é uma soma ponderada das variáveis de desvio (ξ_j^+ e ξ_j^-) das metas estipuladas a-priori para cada objetivo. Conceitualmente, a formulação do método dos pesos é aquela descrita pelas equações (4.14) a (4.18). No entanto, o decisor pode atribuir pesos diferenciados para os desvios positivo e negativo de um determinado objetivo. Nesses casos, modifica-se a equação 4.14, que assume a forma,

$$\text{Min} \quad \sum_{j=1}^n w_j^+ \xi_j^+ + w_j^- \xi_j^- \quad (4.19)$$

onde,

w_j^+ - peso associado ao desvio positivo (ξ_j^+) da j -ésima função objetivo.

w_j^- - peso associado ao desvio negativo (ξ_j^-) da j -ésima função objetivo

As variáveis de desvio positivo (ξ_j^+) e desvio negativo (ξ_j^-) para cada objetivo fornecem uma indicação de quanto o valor do respectivo objetivo excedeu ($\xi_j^+ \geq 0$) ou ficou abaixo ($\xi_j^- \geq 0$) da meta estipulada. A Figura 4.1 ilustra este aspecto através das três situações possíveis para a j -ésima função objetivo: (1) desvio positivo ($\xi_j^+ \geq 0 \rightarrow \xi_j^- = 0$), (2) desvio negativo ($\xi_j^- \geq 0 \rightarrow \xi_j^+ = 0$) e (3) desvios positivo e negativo nulos ($\xi_j^+ = \xi_j^- = 0$).

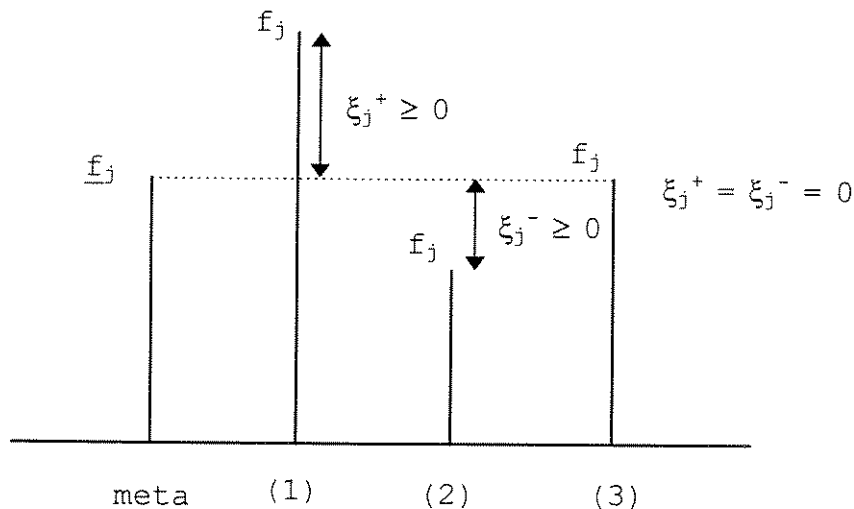


Figura 4.1 - Situações possíveis para o desvio da j -ésima função objetivo

O exemplo numérico a seguir ilustra o Método dos Pesos para a Programação Alvo Linear.

Exemplo 4.1 - Considere o seguinte problema multobjetivo linear com duas variáveis.

(Objetivos) $f_1(\mathbf{x}) = x_1$

$f_2(\mathbf{x}) = x_2$

(restrições) $S = \{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^2 / -x_1 + 2x_2 \leq 8 ; x_1 + x_2 \leq 10 ; \mathbf{x} \geq 0 \}$

(vetor de metas) $\mathbf{z} = [z_1 ; z_2] = [8 ; 7]$

Pode-se formular o respectivo problema de programação alvo linear do seguinte modo:

$$\text{Min } \{ w_1^+ \xi_1^+ + w_1^- \xi_1^- + w_2^+ \xi_2^+ + w_2^- \xi_2^- \}$$

sujeito a

$$x_1 - \xi_1^+ + \xi_1^- = 8$$

$$x_2 - \xi_2^+ + \xi_2^- = 7$$

$$-x_1 + 2x_2 \leq 8$$

$$x_1 + x_2 \leq 10$$

$$\xi_j^+ * \xi_j^- = 0, \quad j=1, 2$$

$$\mathbf{x} \geq 0, \quad \xi_j^+ \geq 0, \quad \xi_j^- \geq 0$$

Para simplificação da análise, suponha que $w_1^+ = w_1^-$ e $w_2^+ = w_2^-$. Neste caso, pode-se imaginar duas situações limites para ilustrar a sensibilidade da solução em relação aos pesos.

(1) $w_1^+ \gg w_2^+$ - Ao final do procedimento de otimização, os desvios para o objetivo 1 deverão assumir valores bem menores que os desvios para o objetivo 2. Neste caso, obtem-se a seguinte solução,

(variáveis de decisão do problema) $x_1 = 8, x_2 = 2$

(variáveis de desvio)

$$\xi_1^+ = \xi_1^- = 0, \xi_2^+ = 0, \xi_2^- = 5$$

(vetor de critérios associado à solução do problema) $\mathbf{z}^1 = [8, 2]$

A Figura 4.2 ilustra esta situação.

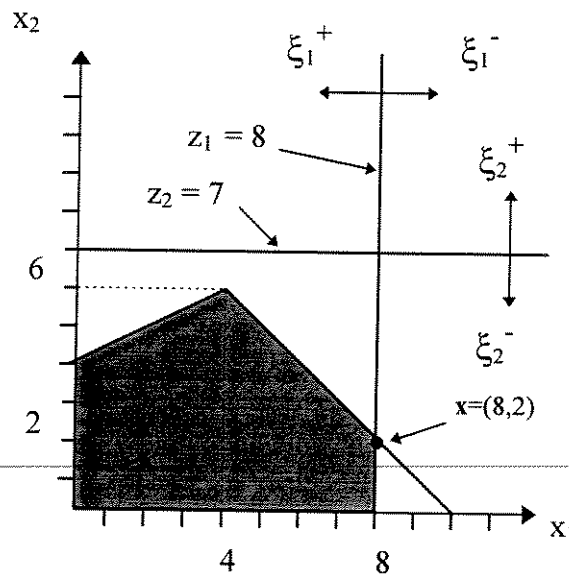


Figura 4.2 - Solução do Exemplo 4.1 para $w_1 \gg w_2$

(2) $w_2^+ \gg w_1^+$ - Ao final do procedimento de otimização, os desvios para o objetivo 2 deverão assumir valores bem menores que os desvios para o objetivo 1. Neste caso, obtem-se a seguinte solução,

(variáveis de decisão do problema) $x_1 = 4, x_2 = 6$

(variáveis de desvio)

$$\xi_1^+ = 0, \xi_1^- = 4, \xi_2^+ = 0, \xi_2^- = 1$$

(vetor de critérios associado à solução do problema) $\mathbf{z}^2 = [4, 6]$

A Figura 4.3 ilustra esta situação.

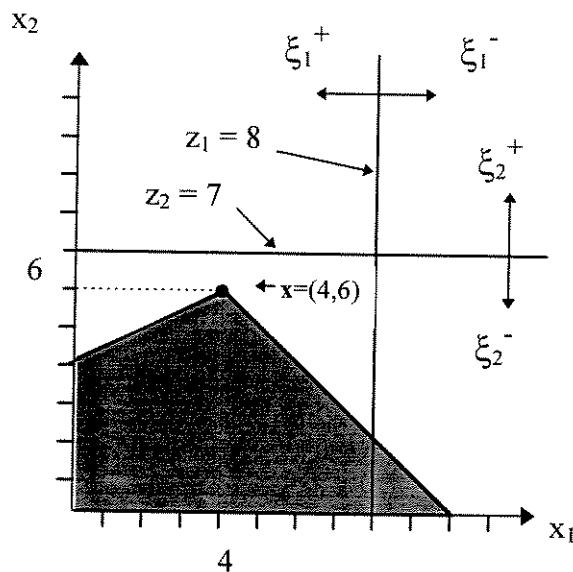


Figura 4.3 - Solução do Exemplo 4.1 para $w_2 \gg w_1$

Observa-se que a solução do problema de programação alvo linear, utilizando a abordagem do método dos pesos, é bastante sensível às ponderações atribuídas para as variáveis de desvio dos objetivos. Caso a solução encontrada não agrade ao decisor, o mesmo poderá atribuir ponderações diferentes para as variáveis de desvio, buscando novas soluções para o problema de programação alvo linear.

4.3.2 - Método da Ordenação Preemptiva

Em algumas aplicações da programação alvo linear, a medida da importância relativa dos diversos objetivos é realizada através de uma escala de ordenação. Geralmente, os objetivos $f_1(\mathbf{x})$, $f_2(\mathbf{x})$, ..., $f_p(\mathbf{x})$ são divididos em L classes distintas de prioridades, com $1 \leq L \leq p$. A λ -ésima classe ($\lambda=1, \dots, L$) tem a λ -ésima prioridade para satisfação de metas (Chankong e Haimes, 1983). Este tipo de ordenação recebe a denominação de preemptiva ou lexicográfica; se o objetivo $f_j(\mathbf{x})$ está na λ -ésima classe de prioridades, ele tem prioridade menor do que os objetivos que estão nas classes de prioridades anteriores.

De maneira simplificada, pode-se entender o método de ordenação preemptiva (preemptivo) para a programação alvo linear como sendo a resolução de uma sequência de problemas de programação linear (em geral monobjetivos), onde as funções lineares dos desvios são otimizadas de acordo com prioridades estabelecidas previamente pelo decisor. O problema de programação alvo linear é resolvido em L etapas, executando-se o procedimento de otimização para uma função objetivo de modo a não degradar as soluções obtidas para as funções objetivo com prioridade superior.

O método de ordenação preemptiva tem essencialmente a mesma formulação dada para o método dos pesos (função objetivo 4.19 e restrições 4.15 a 4.18). Para cada classe de prioridade, existe uma função objetivo - análoga a função (4.19) - que representa todas as funções objetivo pertencentes à classe.

$$\begin{aligned}
 \text{Min} \quad & \sum_{j \in J_1} (w_j^+ \xi_j^+ + w_j^- \xi_j^-) \quad , \quad \lambda = 1 \\
 \text{Min} \quad & \sum_{j \in J_2} (w_j^+ \xi_j^+ + w_j^- \xi_j^-) \quad , \quad \lambda = 2 \\
 & \vdots \\
 \text{Min} \quad & \sum_{j \in J_L} (w_j^+ \xi_j^+ + w_j^- \xi_j^-) \quad , \quad \lambda = L
 \end{aligned} \tag{4.20}$$

sujeito às restrições (4.15), (4.16), (4.17) e (4.18).

onde, $J_\lambda \neq \emptyset$ é o conjunto de índices das funções objetivo na λ -ésima classe de prioridades.

Pode-se imaginar que as restrições de um PPL são metas a serem atendidas. Quando isto acontece, as respectivas equações de desvios deverão ter a mais alta prioridade de satisfação, de modo que a solução de compromisso esteja na região factível do problema considerado. A título de ilustração, considere o seguinte PPL de maximização com duas variáveis (P1),

$$\begin{array}{ll}
 \text{Max } f(\mathbf{x}) & \\
 \text{s.a} & \\
 \dots\dots\dots & g_1(\mathbf{x}) \leq 0 \quad (P1) \\
 & g_2(\mathbf{x}) \leq 0 \\
 & \mathbf{x} \geq 0
 \end{array}$$

A representação geométrica deste problema esta ilustrado na Figura 4.4 abaixo.

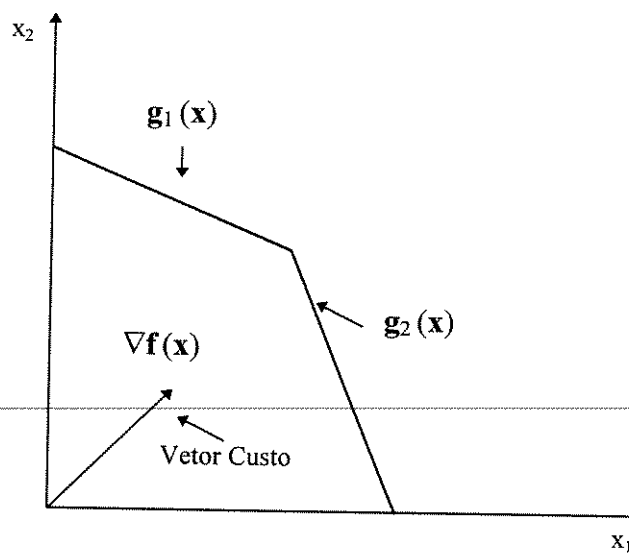


Figura 4.4 - Representação Geométrica do Problema P1

Associando-se uma meta $\underline{f}$ ao objetivo $f(\mathbf{x})$, e considerando que as restrições g_1 e g_2 devem ser atendidas (primeira prioridade), pode-se formular o problema de programação alvo linear (P2) a seguir.

$$\begin{array}{ll}
 \text{Min } \xi_1^+ + \xi_2^+ & (\lambda = 1) \\
 \text{Min } \xi_3^- & (\lambda = 2) \\
 \text{s.a} & \\
 & g_1(\mathbf{x}) - \xi_1^+ + \xi_1^- = 0 \\
 & g_2(\mathbf{x}) - \xi_2^+ + \xi_2^- = 0 \\
 & f(\mathbf{x}) - \xi_3^+ + \xi_3^- = \underline{f} \\
 & \xi_j^+ \cdot \xi_j^- = 0, \quad j = 1, 2 \\
 & \mathbf{x} \geq 0, \quad \xi^+ \geq 0, \quad \xi^- \geq 0
 \end{array} \quad (P2)$$

A Figura 4.5 representa a interpretação geométrica para a solução do problema acima.

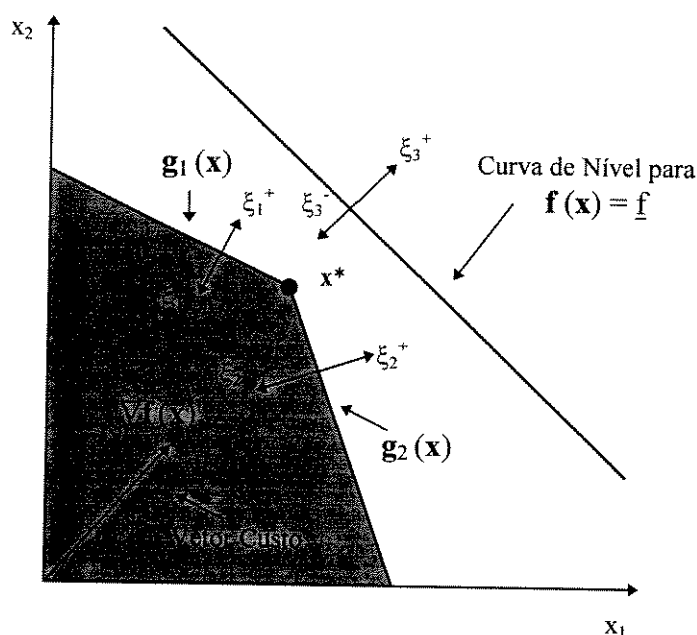


Figura 4.5 - Interpretação Geométrica da Solução do Problema P2

Na Figura 4.5, a região escura (região factível) representa o atendimento da primeira prioridade de P2, ou seja, qualquer ponto nesta região possui a característica $\xi_1^+ = 0$ e $\xi_2^+ = 0$, simultaneamente. O atendimento da segunda prioridade leva ao ponto $\mathbf{x}^*$, que atende a primeira prioridade e possui o menor desvio ξ_3^- (mais próximo à curva de nível da meta $\underline{f}$).

O exemplo a seguir ilustra os principais conceitos do método de ordenação preemptiva para a Programação Alvo Linear.

Exemplo 4.2 - Considere o problema multiobjetivo linear com duas variáveis:

(objetivos)

$$\begin{aligned} f_1(\mathbf{x}) &= 5x_1 - 4x_2 \\ f_2(\mathbf{x}) &= -2x_1 - 7x_2 \\ f_3(\mathbf{x}) &= -4x_1 - x_2 \end{aligned}$$

(restrições) $S = \{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^2 / x_1 + 2x_2 \leq 8 ; x_1 + x_2 \leq 10 ; x_1 \leq 9 ; \mathbf{x} \geq 0 \}$

(vetor de metas) $\mathbf{z} = [z_1 ; z_2 ; z_3] = [5 ; -35 ; -28]$

(prioridades) $(\lambda = 1)$ - O objetivo $f_1(\mathbf{x})$ não deve exceder a meta $z_1 = 5$

$(\lambda = 2)$ - Os objetivos $f_2(\mathbf{x})$ e $f_3(\mathbf{x})$ não devem exceder as metas $z_2 = -35$ e $z_3 = -28$. Considera-se ainda que o objetivo $f_2(\mathbf{x})$ é quatro vezes mais importante do que o objetivo $f_3(\mathbf{x})$.

Para satisfazer as condições estabelecidas nas prioridades, pode-se atribuir os seguintes valores para os pesos w_j das variáveis de desvio:

(i) $w_j^- = 0$, para $j = 1, 2, 3$ (i.e, as metas para f_1 , f_2 e f_3 devem ser atingidas)

(ii) $w_1^+ = 1$, $w_2^+ = 4$, $w_3^+ = 1$ (f_2 é quatro vezes mais importante do que f_3)

Considerando as características relacionadas acima, obtem-se a formulação para o problema de programação alvo linear a seguir.

$$\text{Min } \xi_1^+ \quad (\lambda = 1)$$

$$\text{Min } 4 \xi_2^+ + \xi_3^+ \quad (\lambda = 2)$$

sujeito a

$$5x_1 - 4x_2 - \xi_1^+ + \xi_1^- = 5$$

$$-2x_1 - 7x_2 - \xi_2^+ + \xi_2^- = -35$$

$$-4x_1 - x_2 - \xi_3^+ + \xi_3^- = -28$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 8$$

$$x_1 + x_2 \leq 10$$

$$x_1 \leq 9$$

$$\xi_j^+ * \xi_j^- = 0, \quad j = 1, 2, 3$$

$$\mathbf{x} \geq 0, \quad \xi^+ \geq 0, \quad \xi^- \geq 0$$

Aplicando-se o método de ordenação preemptiva ao problema formulado acima, obtém-se a seguinte solução,

(variáveis de decisão do problema) $x_1 = 5, x_2 = 5$

(variáveis de desvio) $\xi_1^+ = \xi_1^- = 0, \xi_2^+ = 0, \xi_2^- = 10, \xi_3^+ = 3, \xi_3^- = 0$

(vetor de critérios associado à solução do problema) $z = [5, -45, -25]$

Portanto, na a solução acima, a meta do objetivo $f_3(x)$ não foi satisfeita integralmente. A representação do problema é ilustrada na Figura 4.6, onde a região escura representa a satisfação da primeira prioridade ($\xi_1^+ = 0$). A satisfação da segunda prioridade, sem degradação da primeira, leva ao ponto x_A , solução deste problema.

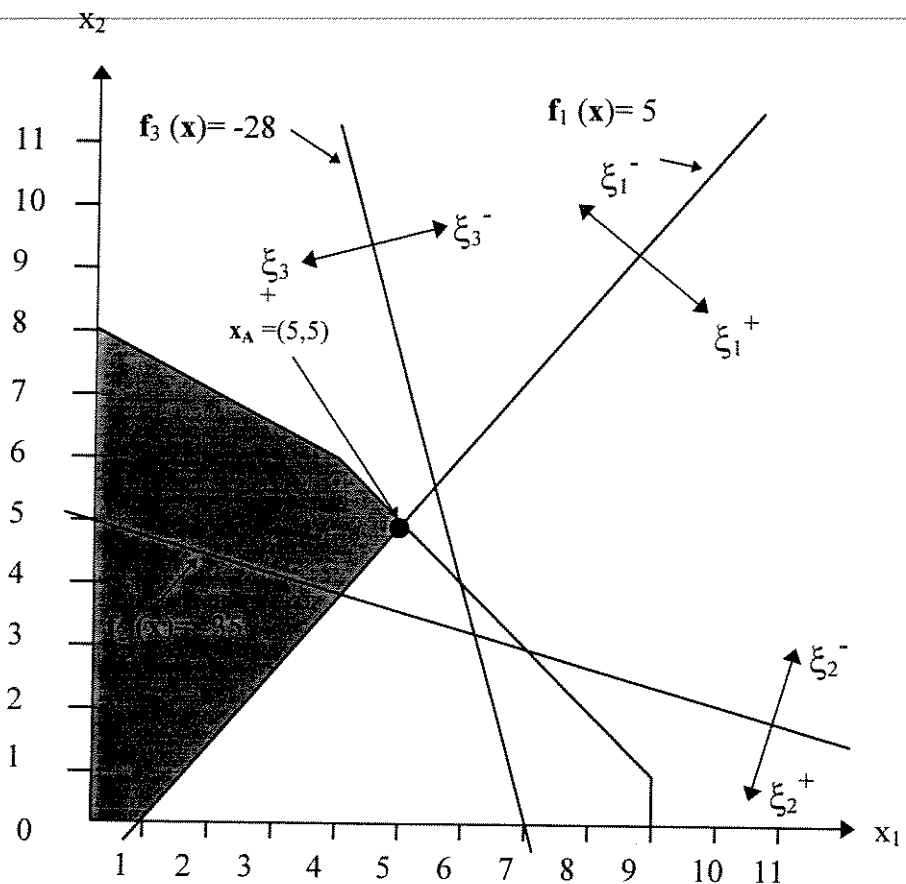


Figura 4.6 - Representação Geométrica do Exemplo 4.2

Caso a meta do objetivo $f_3(x)$ fosse considerada como primeira prioridade ($\lambda = 1$), ficando as metas dos objetivos $f_1(x)$ e $f_2(x)$ como segunda prioridade ($\lambda = 2$), obter-se-ia a seguinte solução:

(variáveis de decisão do problema) $x_1 = 6, x_2 = 4$

(variáveis de desvio) $\xi_1^+ = 9, \xi_1^- = 0, \xi_2^+ = 0, \xi_2^- = 5, \xi_3^+ = \xi_3^- = 0$

(vetor de critérios associado à solução do problema) $z = [14, -40, -28]$

A Figura 4.7 ilustra esta solução. A região escura representa a satisfação da primeira prioridade ($\xi_3^+ = 0$). A consideração da segunda prioridade ($\xi_1^+ + \xi_2^+$), respeitando a satisfação da primeira prioridade, levaria ao ponto x_B .

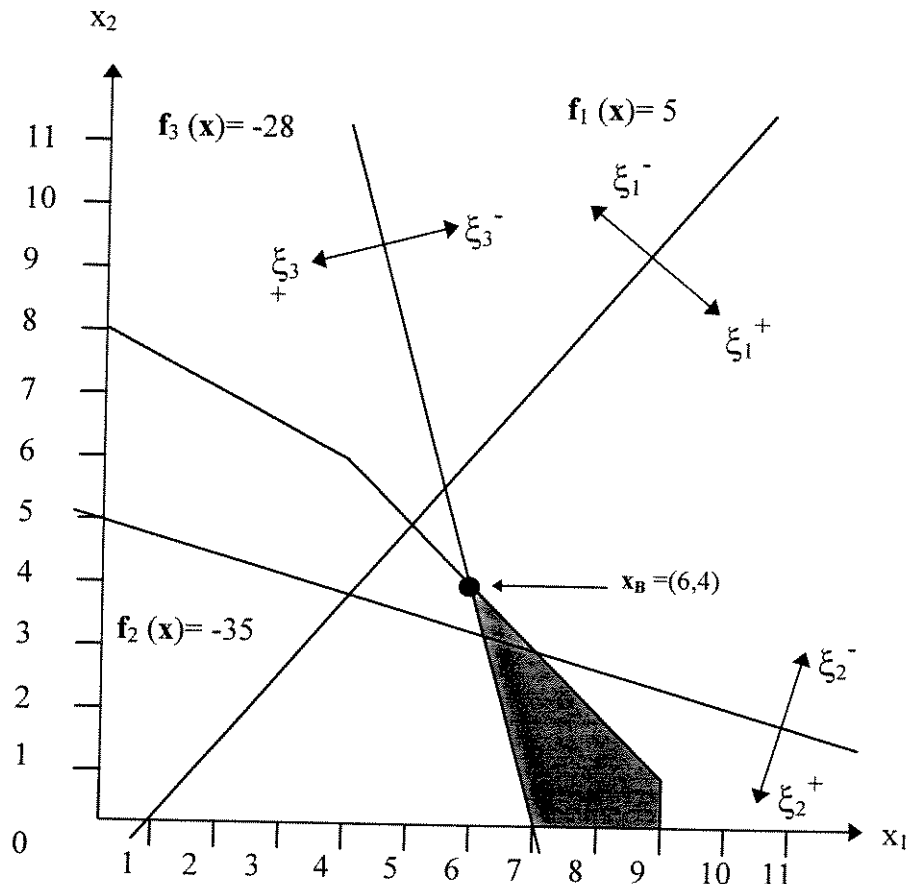


Figura 4.7 - Representação Geométrica do Exemplo 4.2, com f_3 na Primeira Prioridade

O exemplo apresentado ilustra a grande sensibilidade da solução em relação às prioridades dos objetivos. O decisor atua na solução do problema, através da indicação de metas e escolha de prioridades para satisfação dessas metas.

4.4 - Planejamento da Rede de Dutos com Otimização Multiobjetivo

Conforme comentado no Capítulo 2, após a realização dos procedimentos de otimização da “Primeira Fase”, obtém-se um conjunto de soluções de baixo custo para o problema de ampliação da capacidade da rede de dutos para cabos troncos. Estas soluções alternativas são caminhos (linhas de dutos) que interligam os vários pares de estações de comutação da rede.

Na “Segunda Fase” da metodologia de resolução, busca-se os caminhos que melhor satisfaçam os critérios não relacionados com redução de custos, como por exemplo, minimização do número de cruzamentos da rede de dutos com avenidas com alto volume de tráfego de veículos, minimização do número de trechos das galerias de dutos que passam próximas às redes subterrâneas de energia elétrica, minimização do número de trechos de galerias de dutos que estão em regiões próximas a riachos e rios (áreas úmidas), etc.

Conhecendo-se a localização física de redes subterrâneas (como, por exemplo, energia elétrica e esgotos), pode-se identificar os trechos que possuem aspectos indesejáveis do ponto de vista de segurança e flexibilidade operacional. Consegue-se, então, atribuir pesos, de modo a permitir a quantificação de ocorrências de cada tipo de aspecto indesejável presente nos caminhos obtidos na primeira etapa da metodologia de resolução. A seleção de alternativas de baixo custo para a expansão da rede de dutos é realizada através do Método dos Pesos.

No próximo Capítulo estuda-se alguns casos de aplicação da metodologia em duas fases para o planejamento da rede de dutos para cabos troncos.

CAPÍTULO 5

APLICAÇÃO DA METODOLOGIA PROPOSTA

5.1 - Introdução

No presente capítulo descreve-se a aplicação da metodologia em duas fases desenvolvida para o problema de planejamento da rede de dutos para cabos troncos em redes urbanas de telecomunicações. São apresentados quatro exemplos ilustrativos.

Os exemplos discutidos nos itens 5.2.1 e 5.2.2 foram baseados em uma rede fictícia. O primeiro ilustra o problema de planejamento da rede de dutos no interior de um *cluster*. O segundo trata do problema de planejamento da rede de dutos para interligação de *clusters*.

Os exemplos 5.3.1 e 5.3.2 são baseados em dados da rede de telecomunicações da região metropolitana de São Paulo. O exemplo 5.3.1 aborda a aplicação da metodologia de planejamento no interior de um cluster para a cidade de São Paulo, envolvendo as estações de comutação Paraíso, Jardins e Ibirapuera da TELESP - Telecomunicações de São Paulo S.A. O exemplo 5.3.2 ilustra a interligação de cinco *clusters* da região metropolitana, através de estações *hub* - estações de Americanópolis, Lapa, Paraíso, Penha e Osasco. A definição dos *clusters* e *hubs* foi baseada em estudos recentes desenvolvidos por uma equipe da Unicamp.

5.2 - Exemplos Didáticos Ilustrativos da Metodologia Desenvolvida Para o Planejamento da Rede de Dutos

Neste item são apresentados dois exemplos de aplicação da metodologia proposta para o problema de planejamento da rede de dutos para cabos troncos. Nesses exemplos, ilustra-se detalhes da modelagem do problema e analisa-se resultados obtidos com a aplicação da metodologia em redes fictícias. O primeiro exemplo aborda o problema (uniproduto) de ampliação da capacidade da rede de dutos no interior de um cluster. O segundo exemplo lida com a ampliação da capacidade (multiproduto), da rede de backbones que interliga os clusters.

5.2.1 - Exemplo Didático de Ampliação da Capacidade no Interior de um Cluster

O problema de ampliação da capacidade no interior de um cluster (uniproduto), discutido no Capítulo 3, permite identificar quais os trechos das galerias de dutos que serão mais econômicos para uma possível ampliação. Deve-se sintetizar a rede de dutos capaz de escoar o fluxo de cabos troncos necessários para a interligação das estações de comutação com a estação *hub*. Este fluxo de cabos é definido na etapa de roteamento (Garcia, 1987) da rede de telecomunicações no interior do *cluster*.

Deve-se levar em consideração tanto a rede disponível de dutos quanto as possíveis ampliações da mesma. Ou seja, procura-se identificar as galerias de dutos que devem ser ampliadas, ou abertas, para abrigar o lançamento dos cabos troncos necessários à interligação das estações de comutação com a estação *hub*.

A Figura 5.1 representa as ruas de uma região urbana fictícia contendo um *cluster* com quatro estações de comutação (EC1 a EC4). Neste *cluster*, a estação definida como *hub* é EC3. Na configuração existente (já implantada) a estação EC2 se liga ao *hub* EC3 através da estação EC1; a estação EC4 se liga diretamente ao *hub* EC3. Existem duas rotas de cabos troncos ligando cada par

de estações citado (EC1-EC2; EC1-EC3; EC3-EC4). As rotas de dutos que acondicionam os cabos troncos possuem trechos disjuntos em sua maior parte.

Na Figura 5.1 estão também representadas outras redes subterrâneas que concorrem em alocação de espaço com a rede de dutos para cabos troncos. São apresentados ainda índices associados ao volume de tráfego de veículos nas ruas. Para o estudo do problema de ampliação da capacidade uniproduto, representou-se o mapa de ruas da Figura 5.1 através de um modelo de grafo não-direcionado, com 99 nós e 153 arcos, ilustrado na Figura 5.2.

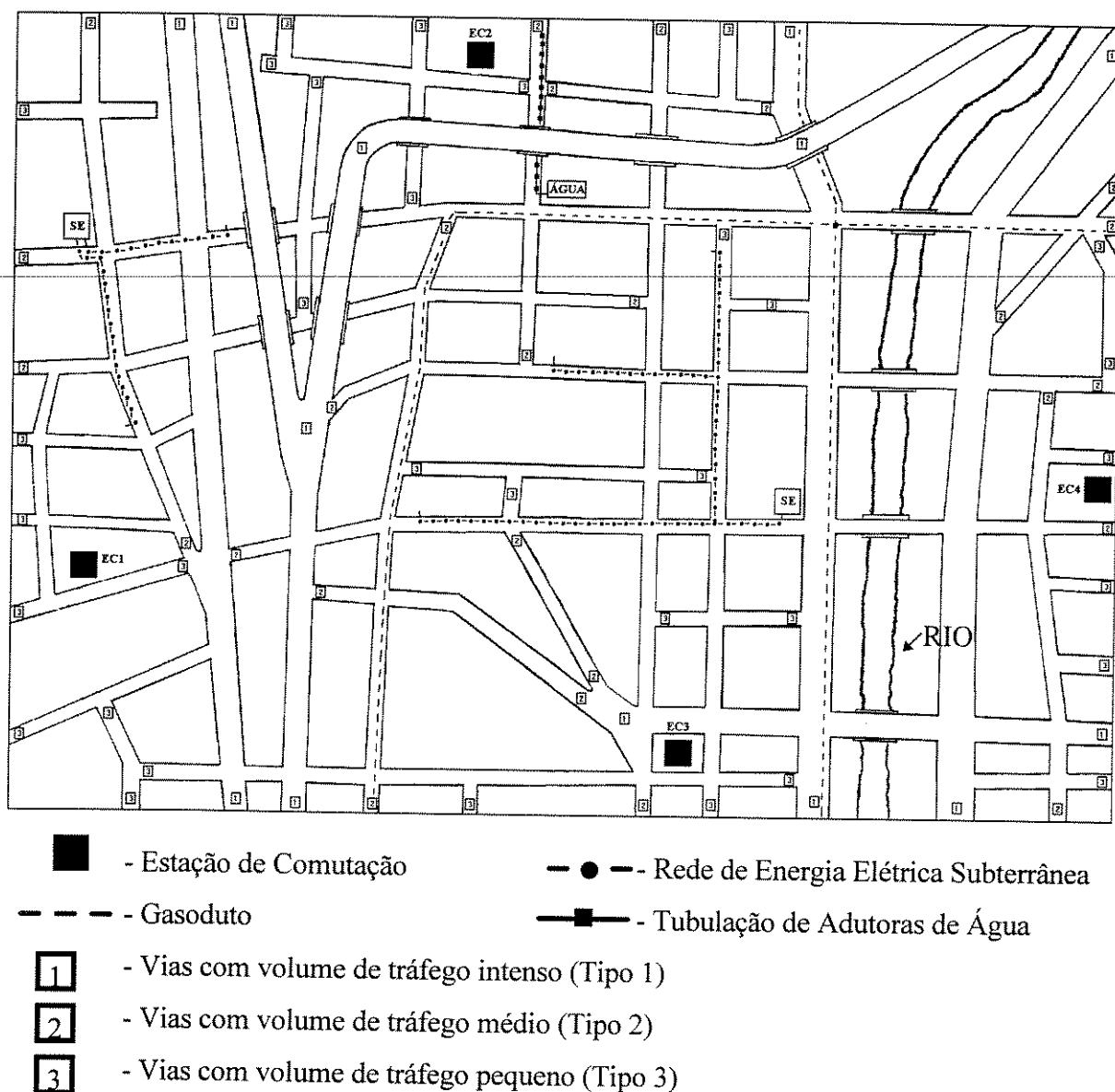


Figura 5.1 - Ruas de uma Região Urbana Fictícia

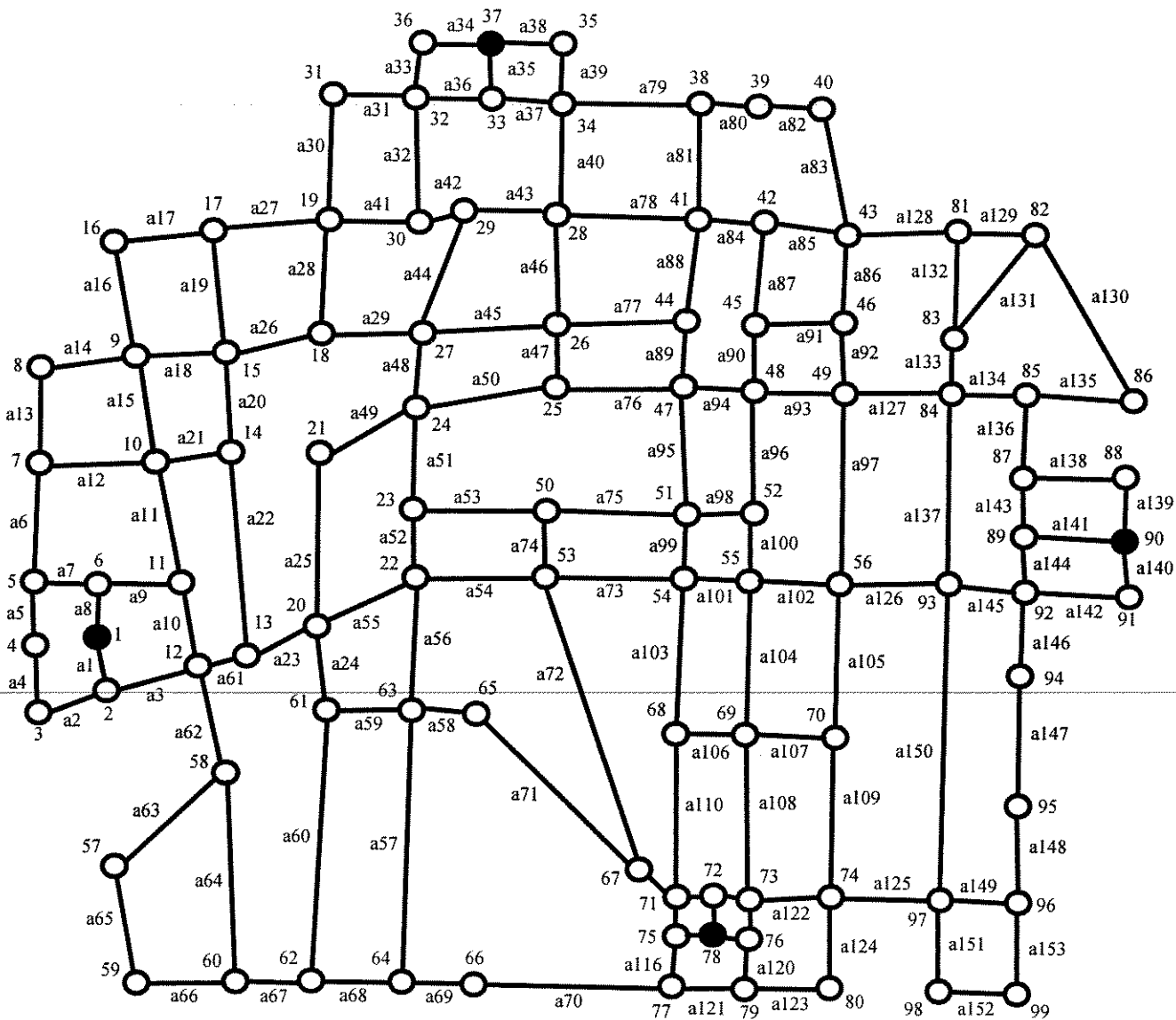


Figura 5.2 - Grafo Representativo do Mapa de Ruas da Figura 5.1

Inicialmente, para a identificação das galerias em estudo, utilizou-se um subgrafo não-direcionado, onde são representados os nós das estações de comutação, os nós de passagem, os arcos correspondentes aos trechos de galerias existentes na região representando a possibilidade de ampliação entre as estações de comutação. Este subgrafo está representado esquematicamente na Figura 5.3 - no exemplo considerado, contém 57 nós e 68 arcos (62 arcos originais e 6 arcos de ampliação).

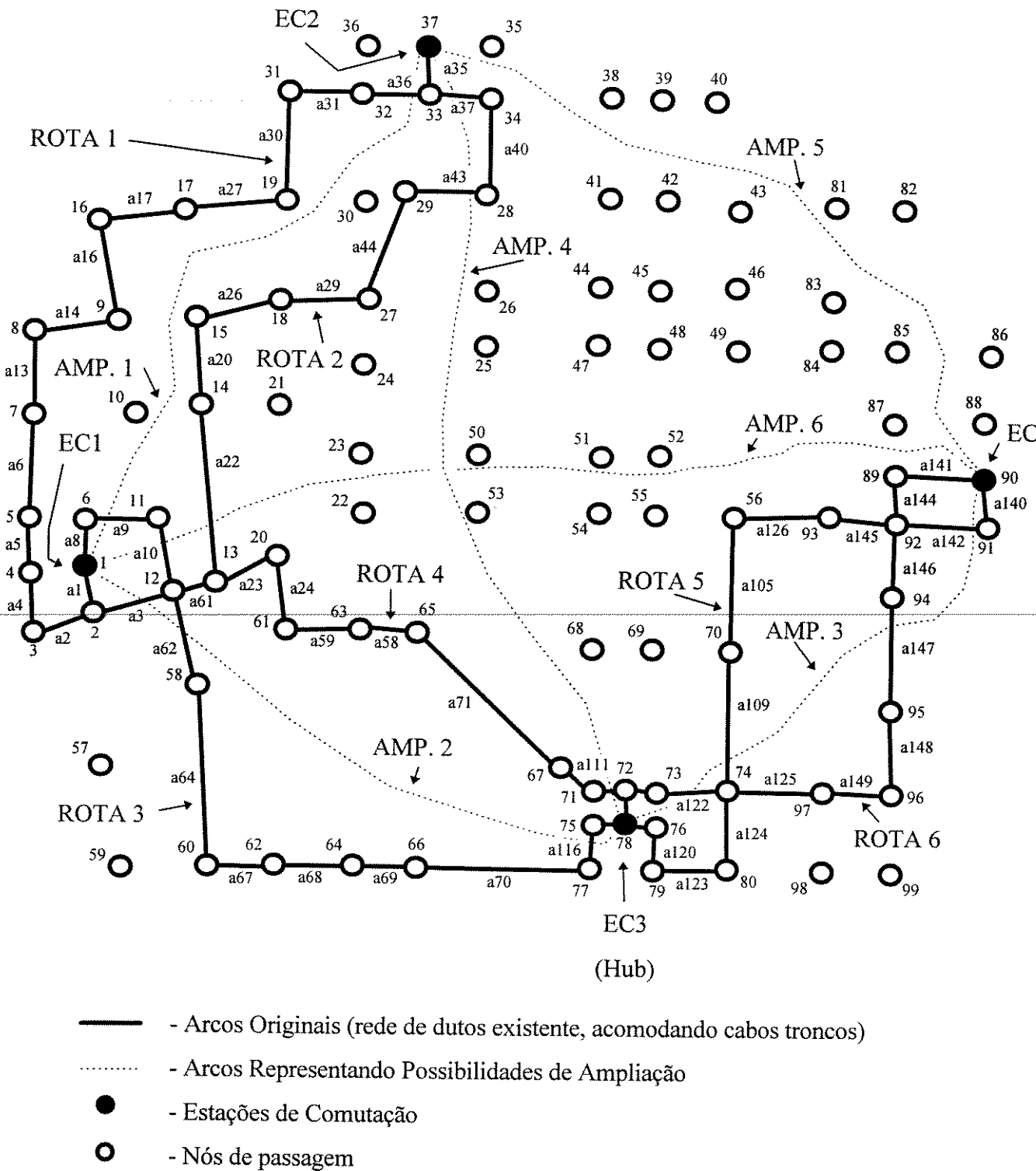


Figura 5.3 - Subgrafo do Mapa de Ruas da Figura 5.1 Representando as Galerias Implantadas na Região do Cluster em estudo

Neste exemplo, supõe-se que, ao final do horizonte de planejamento considerado na etapa de roteamento (para a rede de telecomunicações da Figura 5.1), obteve-se a demanda de furos apresentada na Tabela 5.1. A Tabela 5.2 mostra a possibilidade de aproveitamento das galerias de dutos existentes e o “custo” estimado das ampliações.

Tabela 5.1 - Demanda de Furos Entre Estações de Comutação

Interligação	Demanda de Furos
EC1-EC3	+2
EC2-EC3	+4
EC4-EC3	+2

Tabela 5.2 - Disponibilidades de Furos nas Galerias de Dutos

Arco	Trecho	Situação ₍₁₎	Custo ₍₂₎	Capacidade ₍₃₎
ROTA 1	EC2-EC1(1)	Rot. Exist.	0	1
ROTA 2	EC2-EC1(2)	Rot. Exist.	0	0
ROTA 3	EC1-EC3(1)	Rot. Exist.	0	0
ROTA 4	EC1-EC3(2)	Rot. Exist.	0	1
ROTA 5	EC4-EC3(1)	Rot. Exist.	0	0
ROTA 6	EC4-EC3(2)	Rot. Exist.	0	1
AMP. 1	EC1-EC2	Arco de Ampl.	980	∞
AMP. 2	EC1-EC3	Arco de Ampl.	790	∞
AMP. 3	EC3-EC4	Arco de Ampl.	730	∞
AMP. 4	EC2-EC3	Arco de Ampl.	840	∞
AMP. 5	EC2-EC4	Arco de Ampl.	1020	∞
AMP. 6	EC1-EC4	Arco de Ampl.	1080	∞

Obs.: (1)- As rotas entre estações são classificadas entre existentes e de ampliação.

(2)- O custo das rotas existentes (rotas 1 a 6) foi considerado nulo. O “custo” das rotas de ampliação (amp. 1 a 6) é dado pela distância média entre os respectivos pares de estações (dada em metros).

(3)- A capacidade das rotas existentes é igual ao número de furos não ocupados entre cada par de estações (furo livre, sem cabos lançados). Nos arcos de ampliação, esta capacidade é teoricamente infinita.

Com os dados das Tabelas 5.1 e 5.2, executou-se o procedimento de ampliação da capacidade uniproduto através da aplicação do algoritmo para resolução de problemas de fluxo de custo mínimo (PFCM's). Após a execução do algoritmo, obtem-se os dados da Tabela 5.3, onde visualiza-se a necessidade de ampliação de algumas rotas.

Tabela 5.3 - Resultados do Problema de Ampliação da Capacidade Uniproduto

Arco	Trecho	Situação	Fluxo Escoado	Capacidade
ROTA 4	EC1-EC3(2)	Rot. Exist.	1	1
ROTA 6	EC4-EC3(2)	Rot. Exist.	1	1
AMP. 2	EC1-EC3	Rot. p/ Ampl.	1	∞
AMP. 3	EC3-EC4	Rot. p/ Ampl.	1	∞
AMP. 4	EC2-EC3	Rot. p/ Ampl.	4	∞

Identificadas as necessidades de ampliações, executou-se o procedimento de geração de K caminhos mínimos interligando cada par de estações de comutação para as quais a ampliação da capacidade de furos para lançamento de novos cabos troncos tornou-se necessária. Gerou-se 50 caminhos entre cada par de estações.

Para a escolha das alternativas de ampliação, foram escolhidos os três caminhos com maior número de trechos disjuntos - o algoritmo de K caminhos mínimos implementado gera soluções onde podem existir trechos compartilhados por mais de um caminho. Indicou-se ainda um quarto caminho a ser considerado na etapa de seleção de alternativas, definido a critério do planejador. A Tabela 5.4 apresenta a sequência de arcos dos caminhos considerados na etapa de avaliação das alternativas de expansão.

Tabela 5.4 - Alternativas de Expansão Geradas pelo Algoritmo de K Caminhos Mínimos

Par de Estações	Sequência de Arcos do Grafo Original	Custo ⁽¹⁾
EC1-EC3	(1º Caminho): 1-3-61-23-24-59-58-71-111-115-117	720
	(2º Caminho): 1-3-61-23-55-54-72-111-112-114	752,5
	(3º Caminho): 1-3-62-64-67-68-69-70-116-117	830
	(4º Caminho): 8-9-10-61-23-55-54-73-103-110-112-114	885
EC2-EC3	(1º Caminho): 35-37-40-46-47-76-95-99-103-110-115-117	882,5
	(2º Caminho): 35-37-79-81-88-89-95-99-103-110-115-117	890
	(3º Caminho): 35-37-79-81-84-87-90-96-100-104-108-113-114	957,5
	(4º Caminho): 35-36-32-42-44-48-51-52-56-58-71-111-115-117	987,5
EC4-EC3	(1º Caminho): 118-119-108-104-102-126-145-142-140	670
	(2º Caminho): 118-119-122-125-150-145-142-140	672,5
	(3º Caminho): 114-113-122-109-105-126-145-144-141	685
	(4º Caminho): 114-113-122-125-149-148-147-146-144-143-138-139	785
Obs.: (1) O custo dos caminhos é igual ao comprimento destes em metros.		

A Figura 5.4 ilustra as alternativas de expansão geradas pelo algoritmo de K caminhos mínimos para o grafo da Figura 5.2.

Para a escolha da alternativa de expansão que concilie um baixo custo com os melhores compromissos de segurança e flexibilidade operacional, analisou-se a disposição física dos caminhos (gerados na etapa anterior) no mapa de ruas da região considerada (Figura 5.1). Para cada um dos caminhos gerados, computou-se o número de trechos do caminho que compartilham o subsolo com alguma outra rede subterrânea (gás canalizado, redes de energia, redes de escoamento de esgoto e águas pluviais, etc.) e identificou-se o volume de tráfego circulante pelas ruas, conforme legenda da Figura 5.1. Para cada tipo de objetivo (operacional ou de segurança), adotou-se uma ponderação *w*, utilizada como peso no algoritmo “Goal Programming” (discutido no item 4.3.1). Essas informações estão resumidas na Tabela 5.5.

A Tabela 5.6 apresenta o valor dos objetivos descritos na Tabela 5.5, para os caminhos da Tabela 5.4.

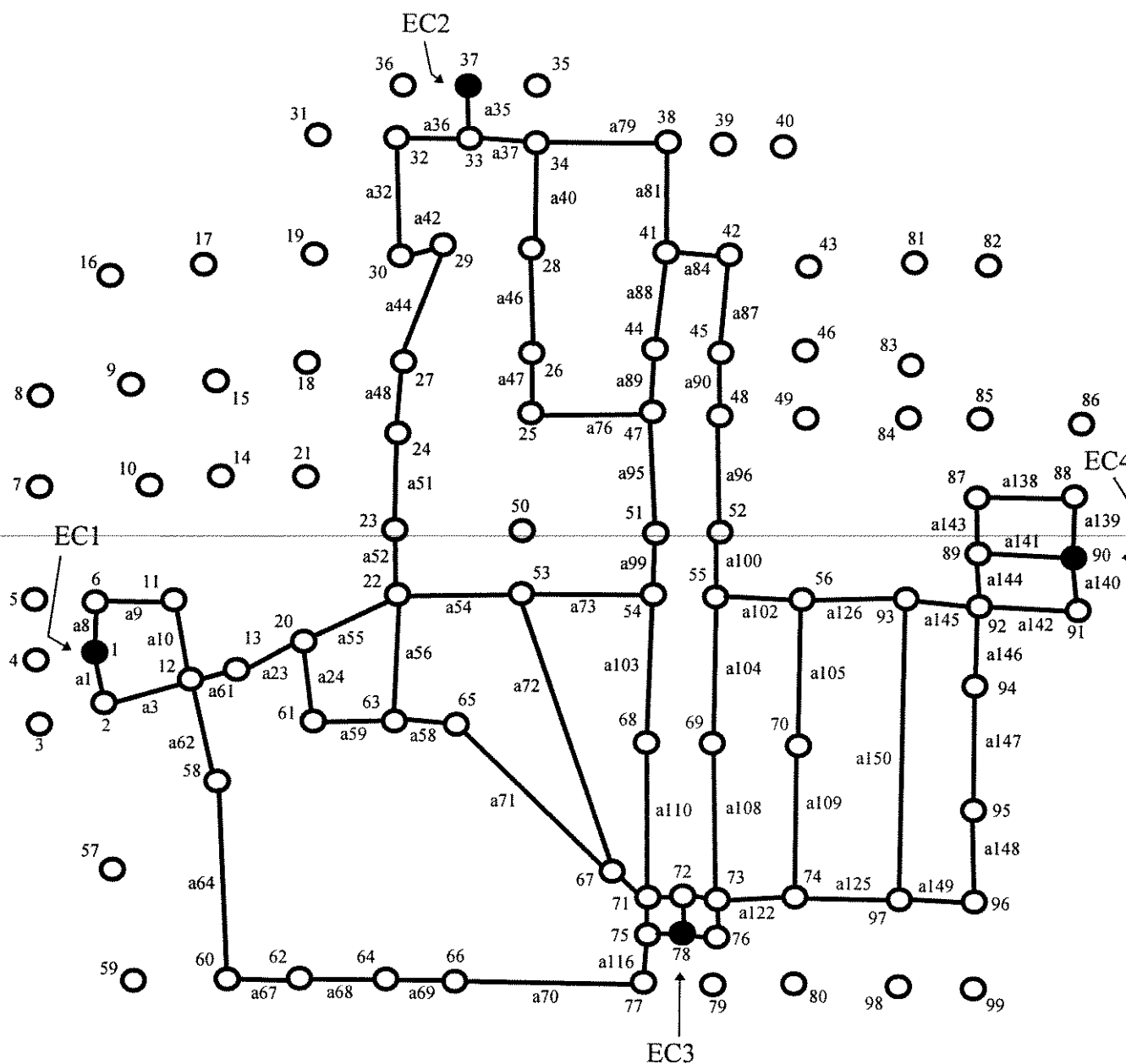


Figura 5.4 - Subgrafo Contendo as Alternativas de Expansão Geradas pelo Algoritmo de K Caminhos Mínimos (ver Tabela 5.4)

Tabela 5.5 - Ponderações Adotadas para os Objetivos

Objetivo	Descrição do Objetivo	Ponderação (pesos w)	Meta
1 ^o	Minimizar cruzamento ou paralelismo de trechos da rede de dutos para cabos troncos com dutos para cabos de energia elétrica	5	1
2 ^o	Minimizar cruzamento ou paralelismo de trechos da rede de dutos para cabos troncos com gasodutos	7	2
3 ^o	Minimizar implantação de trechos da rede de dutos para cabos troncos em vias com volume de tráfego intenso (Tipo 1)	8	2
4 ^o	Minimizar implantação de trechos da rede de dutos para cabos troncos em vias com volume de tráfego médio (Tipo 2)	5	4
5 ^o	Minimizar implantação de trechos da rede de dutos para cabos troncos em vias com volume de tráfego pequeno (Tipo 3)	2	6
6 ^o	Minimizar proximidade de trechos da rede de dutos para cabos troncos com rede de adutoras e rede de esgotos	7	1
7 ^o	Minimizar risco de interrupção devido a escavação de nova linha de dutos próximo às linhas de dutos já existentes	4	4
8 ^o	Minimizar custo dos caminhos (1 ^a fase)	1	100

Cabe ressaltar que os coeficientes da função objetivo de minimização de custos é uma normalização em relação ao comprimento do menor caminho. O coeficiente 100 (100%) corresponde ao caminho de menor comprimento; os coeficientes dos outros caminhos são definidos como o valor do seu comprimento dividido pelo comprimento do menor caminho, e multiplicado por 100.

Tabela 5.6 - Valor dos Objetivos nos Caminhos Considerados para Ampliação da Rede de Dutos

Núm. do Obje- tivo	Caminhos entre Pares de Estações											
	EC1-EC3				EC2-EC3				EC4-EC3			
	1º Cam	2º Cam	3º Cam	4º Cam	1º Cam	2º Cam	3º Cam	4º Cam	1º Cam	2º Cam	3º Cam	4º Cam
1	-	1	-	2	1	2	4	-	1	-	-	-
2	1	1	1	1	1	1	1	5	1	1	3	1
3	3	4	3	3	1	1	1	2	4	3	5	5
4	5	5	2	7	9	10	4	7	5	3	3	5
5	1	1	5	1	1	1	10	4	3	2	-	1
6	-	-	-	-	1	2	1	-	-	-	-	-
7	10	8	10	6	4	1	3	7	6	6	9	9
8	100	105	115	123	100	101	108	112	100	100	102	117

Montadas as equações das funções objetivos associadas a cada uma das características operacionais e de segurança, executou-se o Método dos Pesos (procedimento de Goal Programming) para a seleção das alternativas que representam os melhores compromissos entre aspectos econômicos e de segurança e flexibilidade operacional. Os resultados obtidos são expressos na Tabela 5.7.

Tabela 5.7 - Resultados da Seleção de Alternativas de Expansão via Goal Programming

Par de Estações	Caminho Selecionado
EC1-EC3	1º
EC2-EC3	1º
EC4-EC3	2º

Vale lembrar que a classificação dos outros caminhos, de acordo com o processo de seleção do algoritmo de Goal Programming, poderia também ser apresentada.

5.2.2 - Exemplo Didático de Ampliação da Capacidade da Rede de Backbones

O problema de ampliação da capacidade multiproduto da rede de backbones permite identificar quais trechos das galerias de dutos devem ser ampliados, de modo a sintetizar uma rede de dutos capaz de escoar os cabos troncos, necessários à interligação das estações de comutação *hub* da área em estudo. Este fluxo de cabos troncos é resultado da etapa de roteamento no processo de planejamento da rede de telecomunicações. Considera-se tanto a rede disponível de dutos quanto as possíveis ampliações da mesma. Para o desenvolvimento deste exemplo utilizou-se novamente o mapa de ruas representado na Figura 5.1, mas com a hipótese de que todas as estações de comutação representadas são estações *hub* (EC1 a EC4).

Os múltiplos produtos (p_i) considerados no problema são os furos para as interligações entre os pares de estações de comutação. Como existem quatro estações de comutação para este exemplo, existirão 6 produtos “trafegando” simultaneamente pela rede de dutos.

Para a identificação das galerias que devem ser ampliadas, utilizou-se um subgrafo, onde estão representados os nós das estações de comutação os arcos correspondentes aos trechos de galerias implantadas na região em estudo e os arcos representando as possibilidades de ampliações. Este subgrafo, contendo 47 nós e 47 arcos, está esquematizado na Figura 5.5.

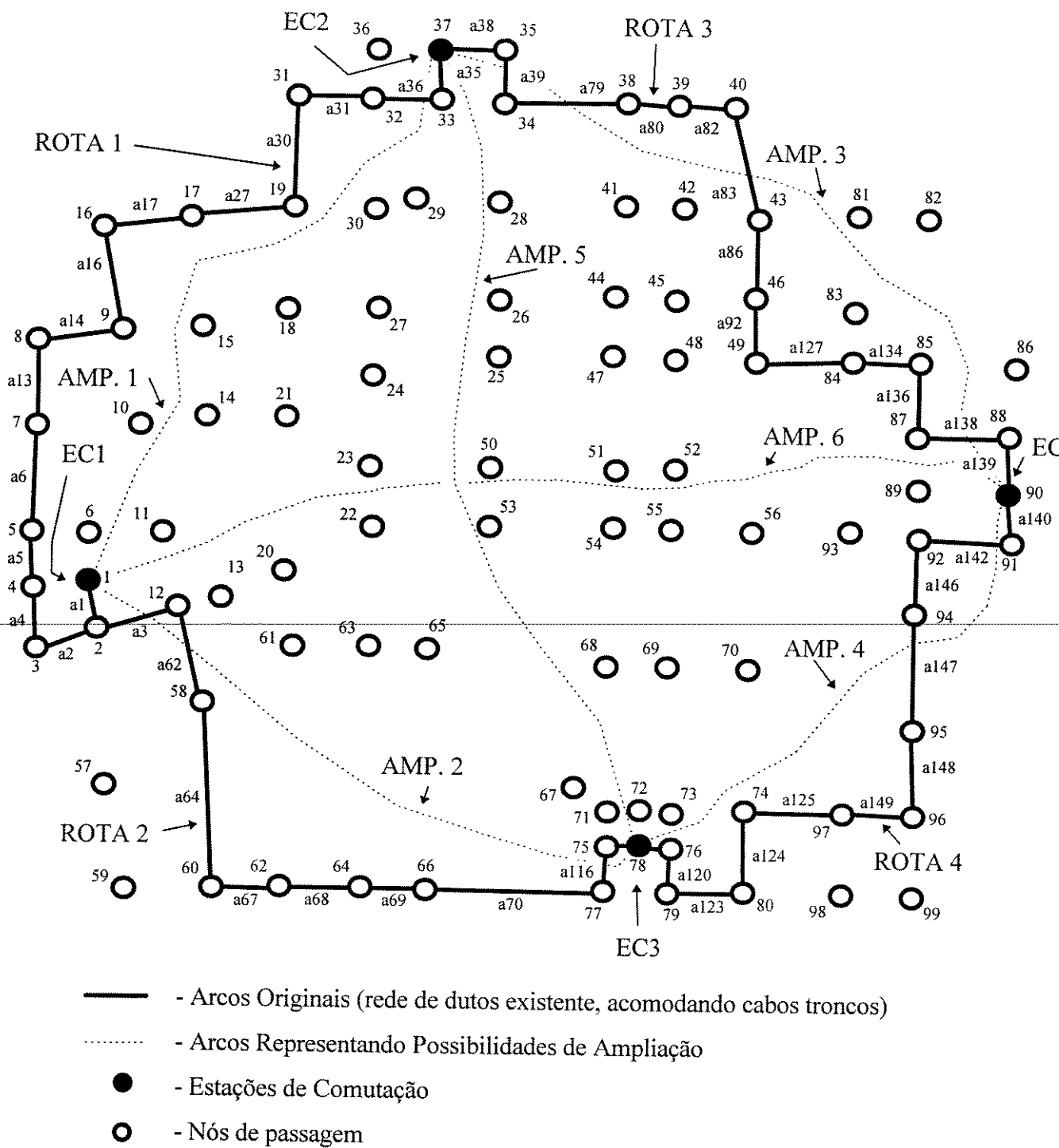


Figura 5.5 - Subgrafo do Mapa de Ruas da Figura 5.1 com as Galerias Implantadas

A Tabela 5.8 apresenta as demandas de furos adicionais entre cada par de estações (produtos), obtidos da etapa de roteamento.

Tabela 5.8 - Demanda Adicional de Furos Entre Estações de Comutação

Interligação	Produto Correspondente	Demanda de Furos
EC1-EC2	p ₁	+1
EC1-EC3	p ₂	+2
EC1-EC4	p ₃	+2
EC2-EC3	p ₄	+1
EC2-EC4	p ₅	+2
EC3-EC4	p ₆	+2

A Tabela 5.9 apresenta as disponibilidades de furos ociosos existentes entre cada par de estações *hub*.

Tabela 5.9 - Disponibilidades de Furos nas Galerias de Dutos

Arco	Trecho	Situação ₍₁₎	Custo ₍₂₎	Capacidade ₍₃₎
ROTA 1	EC1-EC2	Rot. Exist.	0	2
ROTA 2	EC1-EC3	Rot. Exist.	0	1
ROTA 3	EC2-EC4	Rot. Exist.	0	2
ROTA 4	EC3-EC4	Rot. Exist.	0	2
AMP. 1	EC1-EC2	Rot. p/ Ampl.	980	∞
AMP. 2	EC1-EC3	Rot. p/ Ampl.	790	∞
AMP. 3	EC2-EC4	Rot. p/ Ampl.	1020	∞
AMP. 4	EC3-EC4	Rot. p/ Ampl.	730	∞
AMP. 5	EC2-EC3	Rot. p/ Ampl.	840	∞
AMP. 6	EC1-EC4	Rot. p/ Ampl.	1080	∞
Observações (1), (2) e (3) análogas às da Tabela 5.2.				

Executando-se o procedimento de ampliação da capacidade multiproduto - comentado no Capítulo 3 - obteve-se os dados da Tabela 5.10, onde são indicadas as rotas com necessidade de ampliação.

Tabela 5.10 - Resultados do Problema de Ampliação da Capacidade Multiproduto

Arco	Trecho	Situação	Fluxo Escoado	Capacidade
ROTA 1	EC1-EC2	Rot. Exist.	1	2
ROTA 2	EC1-EC3	Rot. Exist.	1	1
ROTA 3	EC2-EC4	Rot. Exist.	2	2
ROTA 4	EC3-EC4	Rot. Exist.	2	2
AMP. 2	EC1-EC3	Rot. p/ Ampl.	1	∞
AMP. 5	EC2-EC3	Rot. p/ Ampl.	1	∞
AMP. 6	EC1-EC4	Rot. p/ Ampl.	2	∞

Após esta etapa, gerou-se de 50 caminhos entre cada par de estações com necessidade de novos furos para lançamento de cabos troncos (através do algoritmo de K caminhos). Da mesma forma que no problema de ampliação da capacidade uniproduto (item 5.2.1), para a seleção das alternativas de ampliação, foram escolhidos os 3 caminhos com menor número de trechos disjuntos, e um quarto caminho a critério do planejador. A Tabela 5.11(a,b) apresenta a sequência de arcos dos caminhos considerados na etapa de avaliação das alternativas de expansão.

Tabela 5.11 - (a) Alternativas de Expansão Geradas pelo Algoritmo de K Caminhos Mínimos para o Problema de Ampliação da Capacidade Multiproduto

Par de Estações	Sequência de Arcos do Grafo Original ₍₁₎	Custo ₍₂₎
EC1-EC3	(1º Caminho): 1-3-61-23-24-59-58-71-111-115-117	720
	(2º Caminho): 1-3-61-23-55-54-72-111-112-114	752,5
	(3º Caminho): 1-3-62-64-67-68-69-70-116-117	830
	(4º Caminho): 8-9-10-61-23-55-54-73-103-110-112-114	885

Tabela 5.11 - (b) Alternativas de Expansão Geradas pelo Algoritmo de K Caminhos Mínimos para o Problema de Ampliação da Capacidade Multiproduto

Par de Estações	Sequência de Arcos do Grafo Original ⁽¹⁾	Custo ⁽²⁾
EC1-EC4	(1º Caminho): 1-3-61-23-55-54-73-101-102-126-145-142-140	1077,5
	(2º Caminho): 8-9-10-61-23-55-52-53-75-98-100-102-126-145-144-141	1225
	(3º Caminho): 1-2-4-5-7-9-10-61-23-55-54-73-101-102-126-145-144-141	1252,5
	(4º Caminho): 1-3-61-23-25-49-50-76-94-93-127-134-136-143-141	1267,5
EC2-EC3	(1º Caminho): 35-37-40-46-47-76-95-99-103-110-115-117	882,5
	(2º Caminho): 38-37-79-81-88-89-95-99-103-110-115-117	890
	(3º Caminho): 35-37-39-81-84-87-90-96-100-104-108-113-114	957,5
	(4º Caminho): 35-36-32-42-44-48-51-52-56-58-71-111-115-117	987,5
Obs.: (1) Os caminhos para os pares de estações EC1-EC3 e EC2-EC3 são iguais aos respectivos da Tabela 5.4.		
(2) O custo dos caminhos é igual ao comprimento destes em metros.		

A Figura 5.6 ilustra as alternativas de expansão geradas pelo algoritmo de K caminhos mínimos para o grafo da Figura 5.2, conforme Tabela 5.11(a,b).

Para a escolha da alternativa de expansão que concilie um baixo custo com os melhores compromissos de segurança e flexibilidade operacional, analisou-se a disposição física dos caminhos mínimos (gerados na etapa anterior) no mapa de ruas da região considerada (Figura 5.1). Para cada um dos caminhos gerados, computou-se o número de trechos do caminho que compartilham o subsolo com alguma outra rede subterrânea (gás canalizado, redes de energia, redes de escoamento de esgoto e águas pluviais, etc.) e identificou-se o tipo de tráfego circulante pelas ruas, conforme legenda da Figura 5.1. As ponderações adotadas para cada tipo de objetivo (operacional ou de segurança) são as mesmas da Tabela 5.5.

A Tabela 5.12 apresenta o valor dos objetivos descritos na Tabela 5.5, para os caminhos apresentados na Tabela 5.11(a,b).

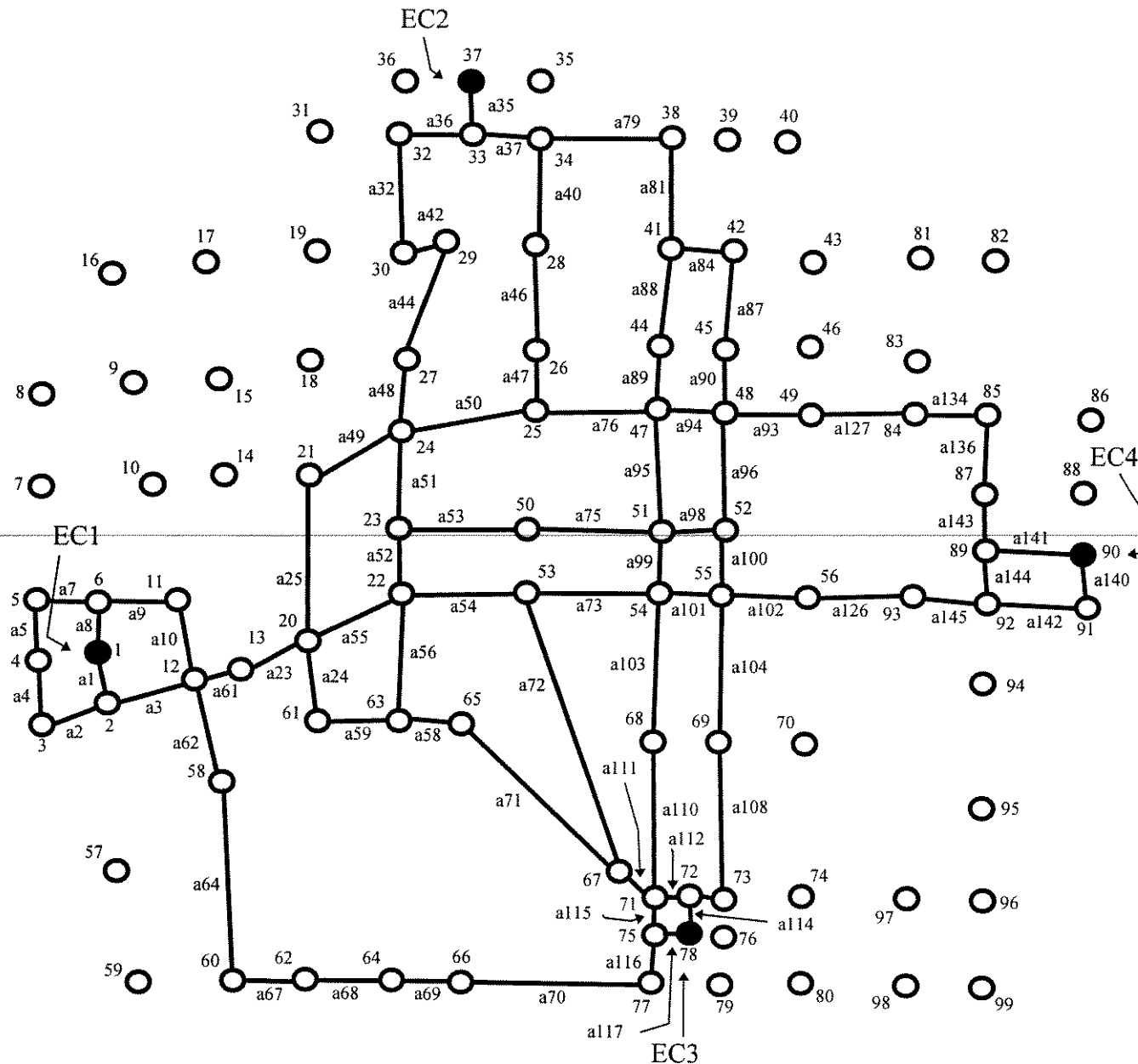


Figura 5.6 - Subgrafo Contendo as Alternativas de Expansão Geradas pelo Algoritmo de K Caminhos Mínimos (ver Tabela 5.11(a,b))

Tabela 5.12 - Valor dos Objetivos nos Caminhos Considerados para Ampliação da Rede de Dutos para Cabos Troncos

Núm. do Objeto	Caminhos entre Pares de Estações											
	EC1-EC3				EC1-EC4				EC2-EC3			
	1º Cam	2º Cam	3º Cam	4º Cam	1º Cam	2º Cam	3º Cam	4º Cam	1º Cam	2º Cam	3º Cam	4º Cam
1	-	1	-	2	4	2	4	2	1	2	4	-
2	1	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	5
3	3	4	3	3	5	4	4	4	1	1	1	2
4	5	5	2	7	3	5	6	10	9	10	4	7
5	1	1	5	1	11	8	15	1	1	1	10	4
6	-	-	-	-	-	-	-	-	1	2	1	-
7	10	8	10	6	8	9	11	8	4	1	3	7
8	100	105	115	123	100	114	116	117	100	101	108	112

Executou-se o Método dos Pesos, selecionando-se as alternativas que representam os melhores compromissos entre aspectos econômicos, de segurança e flexibilidade operacional. Os resultados são expressos na Tabela 5.13.

Tabela 5.13- Seleção de Alternativas de Expansão via Goal Programming

Par de Estações	Caminho Selecionado
EC1-EC3	1º
EC1-EC4	2º
EC2-EC3	1º

Ressalta-se que para os pares de estações de comutação EC1-EC3 e EC2-EC3, o resultado é o mesmo apresentado na Tabela 5.7. Vale lembrar que a classificação dos outros caminhos, de acordo com o processo de seleção do algoritmo de Goal Programming, poderia também ser apresentada.

5.3 - Exemplos de Ampliação da Rede de Dutos na Região Metropolitana de São Paulo

Os exemplos apresentados a seguir são aplicações dos problemas de ampliação da capacidade uniproducto e multiproducto para redes baseadas na rede de telecomunicações da região metropolitana de São Paulo. Deve-se, no entanto, destacar que muitos dos dados relacionados com estes exemplos são hipotéticos.

Devido à dificuldade de se obter dados sobre outras redes subterrâneas (energia elétrica, gás, adutoras de água, etc.) implantadas no subsolo da cidade de São Paulo, estudou-se apenas a presença de objetivos relacionados com a dificuldade de se intervir na rede de dutos em ruas com tráfego de veículos e objetivos relacionados com a proximidade da rede de dutos planejada à rede de dutos já implantada.

5.3.1 - Ampliação no Interior de um Cluster

Este exemplo ilustra a aplicação do problema de ampliação da capacidade uniproducto da rede de dutos para cabos troncos em um cluster formado pelas estações de comutação Ibirapuera (IB), Jardins (JD) e Paraíso (PA) de propriedade da TELESP. A estação Paraíso foi escolhida como estação hub para o cluster. Os dados sobre a rede de dutos e ruas para a região do cluster foram obtidos de alguns mapas elaborados pela TELESP.

A Figura 5.7 ilustra a localização das principais vias da região da cidade de São Paulo onde foi definido o cluster de estações estudado.

O modelo de grafo não-direcionado, construído para este exemplo, possui uma dimensão de 122 nós e 201 arcos.

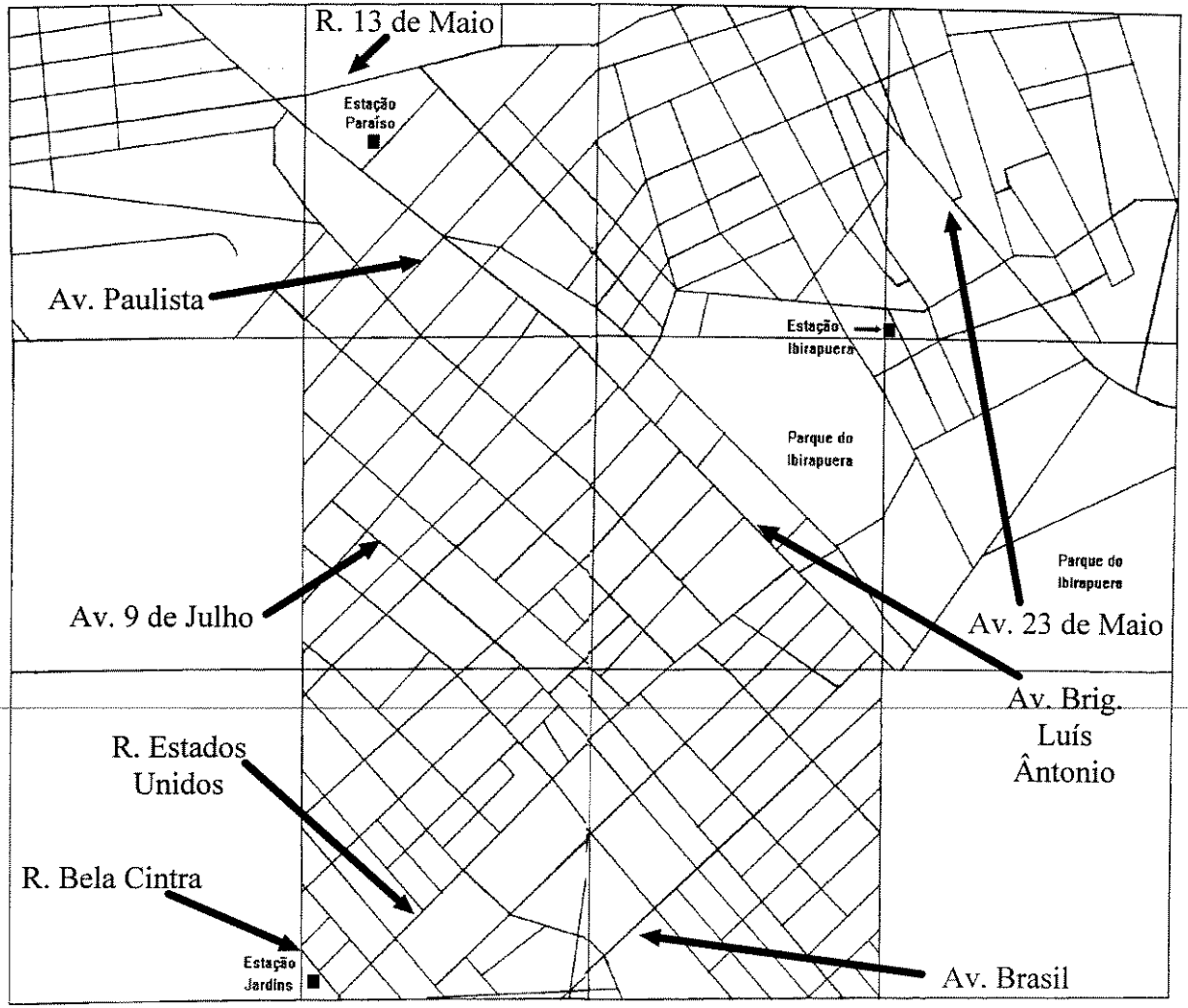


Figura 5.7 - Mapa das Ruas na Região do Cluster

Para a identificação das galerias em estudo, utilizou-se um subgrafo, contendo 46 nós e 49 arcos (46 originais e 3 de ampliação - esquematizado na Figura 5.8), representando as estações de comutação, as rotas existentes e as possibilidades de ampliação entre os pares de estações de comutação do cluster.

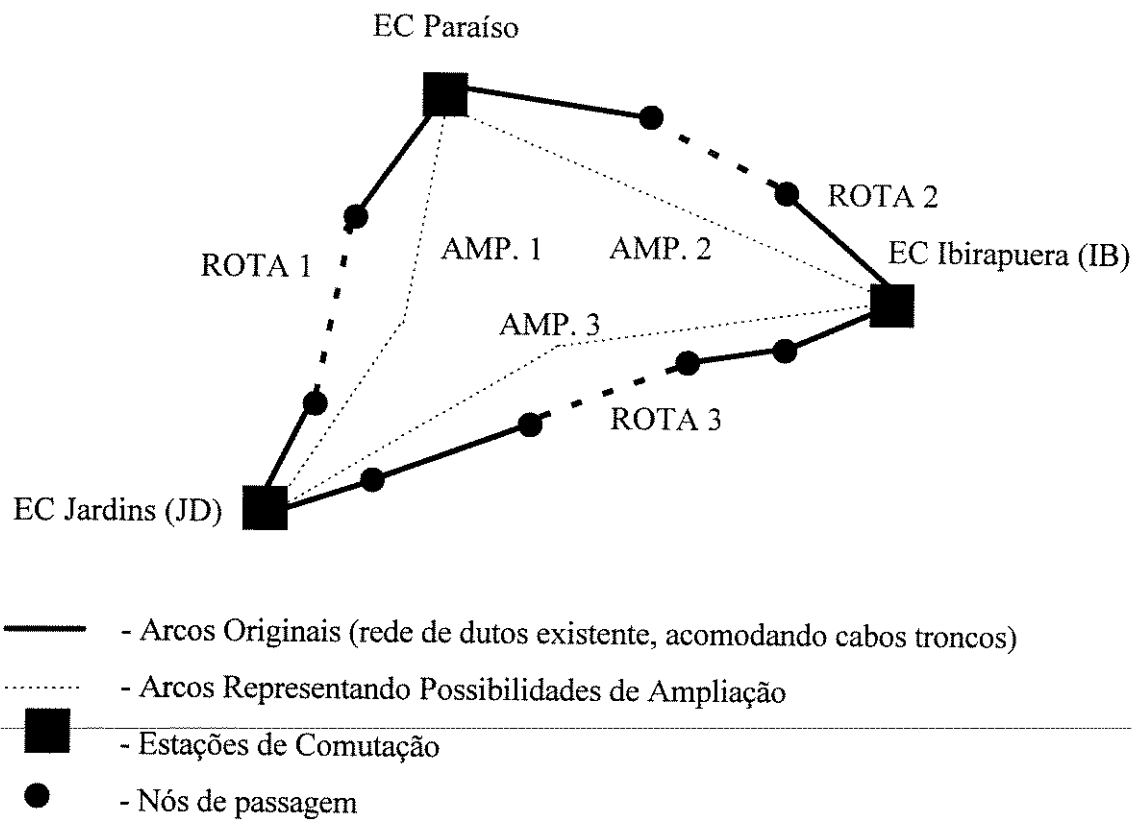


Figura 5.8 - Subgrafo do Mapa de Ruas da Figura 5.7

As Tabelas 5.14 e 5.15 representam os resultados da etapa de roteamento para este exemplo.

Tabela 5.14 - Demanda Adicional de Furos Entre Estações de Comutação

Interligação	Demanda de Furos
PA-JD	+3
PA-IB	+2
IB-JD	+2

Tabela 5.15 - Disponibilidades de Furos nas Galerias de Dutos

Arco	Trecho	Situação ₍₁₎	Custo ₍₂₎	Capacidade ₍₃₎
ROTA 1	PA-JD	Rot. Exist.	0	2
ROTA 2	PA-IB	Rot. Exist.	0	0
ROTA 3	IB-JD	Rot. Exist.	0	1
AMP. 1	PA-JD	Rot. p/ Ampl.	4.248	∞
AMP. 2	PA-IB	Rot. p/ Ampl.	3.534	∞
AMP. 3	IB-JD	Rot. p/ Ampl.	2.420	∞
Observações (1), (2) e (3) análogas às da Tabela 5.2.				

Após a execução do procedimento de ampliação da capacidade uniproduto, com algoritmo para solução do problema de fluxo de custo mínimo, obteve-se os dados da Tabela 5.16.

Tabela 5.16 - Resultados do Problema de Ampliação da Capacidade no Interior de um Cluster

Arco	Trecho	Situação	Fluxo Escorado	Capacidade
ROTA 1	PA-JD	Rot. Exist.	2	2
ROTA 2	PA-IB	Rot. Exist.	0	0
ROTA 3	IB-JD	Rot. Exist.	1	1
AMP. 1	PA-JD	Rot. p/ Ampl.	1	∞
AMP. 2	PA-IB	Rot. p/ Ampl.	2	∞
AMP. 3	IB-JD	Rot. p/ Ampl.	1	∞

Gerou-se a geração de 50 caminhos ligando cada par de estações de comutação através do algoritmo de K caminhos. Para a escolha das alternativas de ampliação, foram escolhidos os 3 caminhos com maior número de trechos disjuntos. Como nos exemplos anteriores, gerou-se também um quarto caminho adicional, a critério do planejador.

Tabela 5.17 - Alternativas de Expansão Geradas pelo Algoritmo de K Caminhos Mínimos

Par de Estações	Sequência de Arcos do Grafo Original	Custo ₍₁₎
PA-JD	(1º Caminho): 2-5-7-8-14-18-19-25-36-43-50-67-75-85-86-96-106-124	4.248
	(2º Caminho): 2-5-7-8-14-23-29-35-42-49-65-66-67-75-85-86-96-106-124	4.320
	(3º Caminho): 2-5-7-8-14-18-19-25-36-49-65-73-83-93-103-104-105-106-124	4.332
	(4º Caminho): 1-4-10-13-17-23-29-35-48-71-81-82-83-84-94-104-105-123-133-125	5.046
PA-IB	(1º Caminho): 125-133-135-139-140-128-127-126-155-183-184-192	2.420
	(2º Caminho): 124-106-105-112-117-116-115-118-155-183-184-192	2.652
	(3º Caminho): 125-133-132-130-129-128-127-126-155-183-201-188-191	2.700
	(4º Caminho): 124-106-105-112-121-129-128-144-147-153-157-156-174-199-198-194-190-191	3.636
IB-JD	(1º Caminho): 1-4-10-13-22-34-47-54-55-69-88-107-185-186-189-191	3.534
	(2º Caminho): 1-4-10-11-12-21-33-46-53-77-87-97-107-185-186-187-188-191	3.990
	(3º Caminho): 2-5-7-8-14-23-28-34-47-54-55-69-88-107-185-186-189-191	4.002
	(4º Caminho): 1-3-5-7-8-14-23-29-35-48-71-90-99-108-113-185-186-189-191	4.764
Obs.: (1) O custo dos caminhos é igual ao comprimento destes em metros.		

Para cada um dos caminhos gerados, computou-se o número de trechos que passam por ruas com movimentação de veículos com intensidade pequena, média ou grande. Computou-se ainda o número de trechos dos caminhos que passam por ruas onde já existem redes de dutos implantadas. As ponderações para este objetivos são as mesmas adotadas na Tabela 5.5 (funções objetivo 3, 4, 5, 7 e 8). As metas para cada objetivo também são as mesmas apresentadas na Tabela 5.5.

A Tabela 5.18 apresenta os valores dos objetivos descritos na Tabela 5.5 para os caminhos apresentados na Tabela 5.17.

Tabela 5.18 - Valor dos Objetivos nos Caminhos Considerados para Ampliação da Rede de Dutos para Cabos Troncos

Núm. do Objetivo	Caminhos entre Pares de Estações											
	PA-JD				PA-IB				IB-JD			
	1º Cam	2º Cam	3º Cam	4º Cam	1º Cam	2º Cam	3º Cam	4º Cam	1º Cam	2º Cam	3º Cam	4º Cam
3	6	5	8	8	2	3	2	5	14	9	9	6
4	13	10	12	15	13	12	12	7	6	10	9	8
5	4	5	4	3	3	3	3	9	6	6	10	8
7	16	12	10	-	9	4	10	2	16	7	11	5
8	100	102	102	119	100	110	112	150	100	113	113	135

Na segunda fase da metodologia, o procedimento de Goal Programming (Método dos Pesos), selecionou para a implantação caminhos apresentados na Tabela 5.19.

Tabela 5.19- Resultados da Seleção de Alternativas para Expansão via
Método dos Pesos

Par de Estações	Caminho Selecionado
PA-JD	2º
PA-IB	2º
IB-JD	2º ou 4º

Vale lembrar que a classificação dos outros caminhos, de acordo com o processo de seleção do algoritmo de Goal Programming, poderia também ser apresentada.

5.3.2 - Ampliação da Interligação de Clusters

Este exemplo estuda a ampliação da capacidade multiproduto para uma rede de backbones na região metropolitana de São Paulo. Cinco estações de comutação da TELESP foram consideradas estações hub: Americanópolis (AM), Lapa (LP), Paraíso (PA), Penha (PE) e Osasco-Centro (OS). Os múltiplos produtos (p_i) do problema são os furos para as interligações entre os pares dessas estações de comutação. Como foram consideradas cinco estações de comutação *hub*, até 10 produtos podem trafegar simultaneamente pela rede de dutos.

A Figura 5.9 mostra uma representação esquemática das principais vias da região em estudo, apresentando-se também a localização aproximada das 5 estações consideradas.

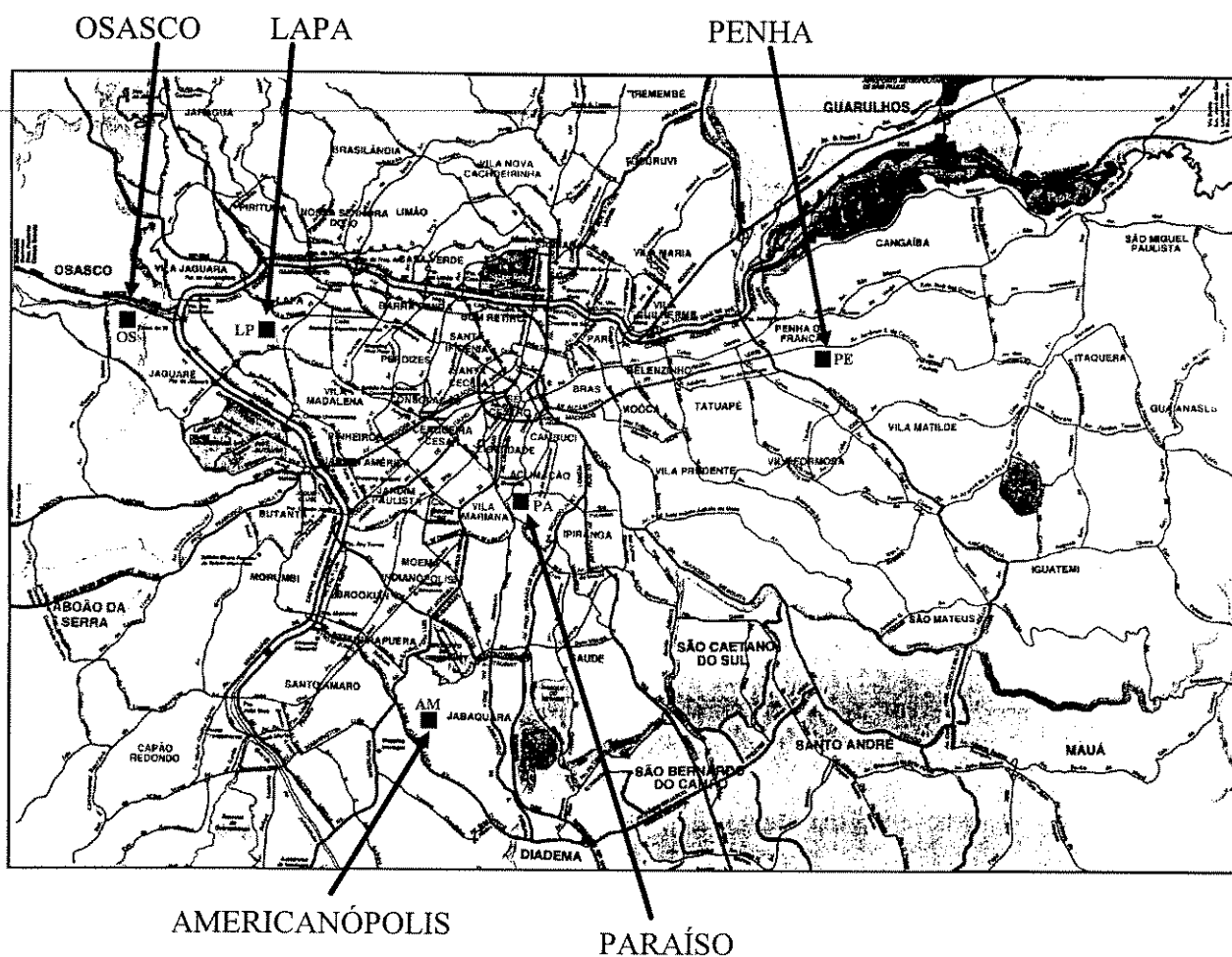


Figura 5.9 - Principais Vias na Região em Estudo

O grafo não-direcionado montado para este exemplo, baseado na rede de dutos para cabos troncos implantada na área metropolitana de São Paulo, possui dimensão de 367 nós e 518 arcos. Para a representação do mapa apresentado na Figura 5.9, deve-se construir o grafo contendo, pelo menos, as principais ruas e avenidas. Neste exemplo ilustrativo, considerou-se apenas um subconjunto dessas vias.

A Figura 5.10 esquematiza o subgrafo utilizado para representar os nós das estações de comutação, os arcos correspondentes aos trechos de galerias implantadas na região em estudo e os arcos representando as possibilidades de ampliação entre as estações de comutação

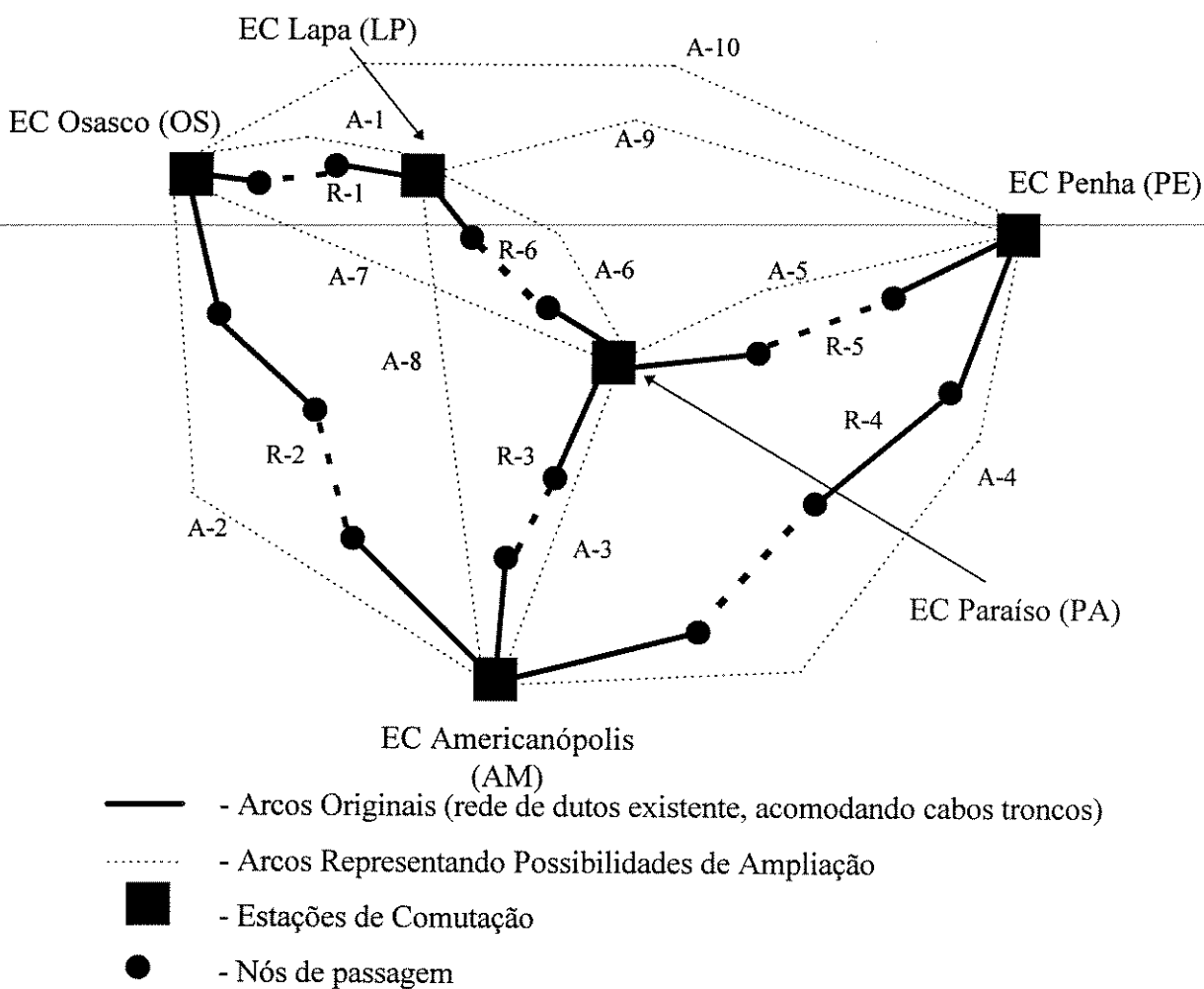


Figura 5.10 - Subgrafo Esquematizando as Rotas de Dutos

As Tabelas 5.20 e 5.21(a,b), a seguir, apresentam os dados de entrada para o problema de ampliação da capacidade multiproduto.

Tabela 5.20 - Demanda Adicional de Furos Entre Estações de Comutação

Interligação	Produto Correspondente	Demanda de Furos
OS-AM	p ₁	+1
OS-LP	p ₂	+2
OS-PA	p ₃	+2
OS-PE	p ₄	+1
AM-LP	p ₅	+2
AM-PA	p ₆	+3
AM-PE	p ₇	+1
LP-PA	p ₈	+1
LP-PE	p ₉	+4
PA-PE	p ₁₀	+2

Tabela 5.21 - (a) Disponibilidades de Furos nas Galerias de Dutos - Rotas Existentes

Arco	Trecho	Situação ₍₁₎	Custo ₍₂₎	Capacidade ₍₃₎
R-1	OS-LP	Rot. Exist.	0	2
R-2	OS-AM	Rot. Exist.	0	2
R-3	AM-PA	Rot. Exist.	0	2
R-4	AM-PE	Rot. Exist.	0	2
R-5	PA-PE	Rot. Exist.	0	3
R-6	LP -PA	Rot. Exist.	0	2

Tabela 5.21 - (b) Disponibilidades de Furos nas Galerias de Dutos - Arcos de Ampliação

Arco	Trecho	Situação ₍₁₎	Custo ₍₂₎	Capacidade ₍₃₎
A-1	OS-LP	Rot. p/ Ampl.	11.500	∞
A-2	OS-AM	Rot. p/ Ampl.	29.500	∞
A-3	AM-PA	Rot. p/ Ampl.	14.000	∞
A-4	AM-PE	Rot. p/ Ampl.	25.000	∞
A-5	PA-PE	Rot. p/ Ampl.	12.500	∞
A-6	LP -PA	Rot. p/ Ampl.	15.000	∞
A-7	OS-PA	Rot. p/ Ampl.	25.500	∞
A-8	LP-AM	Rot. p/ Ampl.	25.500	∞
A-9	LP-PE	Rot. p/ Ampl.	24.500	∞
A-10	OS-PE	Rot. p/ Ampl.	34.000	∞

Observações (1), (2) e (3) análogas às feitas para a Tabela 5.2.

Executando-se o procedimento de ampliação da capacidade multiproduto obteve-se os resultados da Tabela 5.22(a,b).

Tabela 5.22 - (a) Resultados do Problema de Ampliação da Capacidade Multiproduto - Rotas Existentes

Arco	Trecho	Situação	Fluxo Escorado	Capacidade
R-1	OS-LP	Rot. Exist.	2	2
R-2	OS-AM	Rot. Exist.	2	2
R-3	AM-PA	Rot. Exist.	2	2
R-4	AM-PE	Rot. Exist.	2	2
R-5	PA-PE	Rot. Exist.	3	3
R-6	LP -PA	Rot. Exist.	2	2

Tabela 5.22 - (b) Resultados do Problema de Ampliação da Capacidade Multiproduto - Arcos de Ampliação

Arco	Trecho	Situação	Fluxo Escorado	Capacidade
A-3	AM-PA	Rot. p/ Ampl.	1	∞
A-7	OS-PA	Rot. p/ Ampl.	2	∞
A-8	LP-AM	Rot. p/ Ampl.	2	∞
A-9	LP-PE	Rot. p/ Ampl.	3	∞

Após esta etapa, gerou-se 50 K caminhos entre cada par de estações com necessidade de novos furos para lançamento de cabos troncos. Para a seleção das alternativas de ampliação também foram considerados quatro caminhos, como exposto nos exemplos anteriormente discutidos. A Tabela 5.23 (a,b) apresenta a sequência de arcos dos caminhos considerados na etapa de avaliação das alternativas de expansão.

Tabela 5.23 - (a) Alternativas de Expansão Geradas pelo Algoritmo de K Caminhos Mínimos para o Problema de Ampliação da Capacidade Multiproduto

Par de Estações	Sequência de Arcos do Grafo Original	Custo ₍₁₎
AM-PA	(1º Caminho): 348-313-315-413-412-506-509-107	15.200
	(2º Caminho): 349-373-475-318-317-91-109-399-107	18.200
	(3º Caminho): 391-372-371-88-316-77-412-506-510-399-107	21.300
	(4º Caminho): 349-373-74-369-370-357-90-514-92-91-108-112-416	27.000
OS-PA	(1º Caminho): 18-175-129-123-366-365-119-115-111-108-110	18.500
	(2º Caminho): 18-175-129-125-126-122-366-365-119-493-330-329-112-108-110	20.300
	(3º Caminho): 16-15-14-175-129-123-366-365-119-493-330-329-416	21.800
	(4º Caminho): 18-175-130-418-131-432-516-134-139-138-331-402-405	24.000
Obs.: (1) O custo dos caminhos é igual ao comprimento destes em metros.		

Tabela 5.23 - (b) Alternativas de Expansão Geradas pelo Algoritmo de K Caminhos Mínimos para o Problema de Ampliação da Capacidade Multiproduto (continuação)

Par de Estações	Sequência de Arcos do Grafo Original	Custo ₍₁₎
LP-AM	(1º Caminho): 349-373-475-318-89-90-514-407-114-115-513-431	24.000
	(2º Caminho): 349-373-421-422-339-338-64-66-437-67-119-513-431	25.600
	(3º Caminho): 381-48-474-475-318-317-92-117-462-513-431	26.800
	(4º Caminho): 348-313-315-413-412-506-509-107-405-402-331-138-139-134-516-432	27.700
LP-PE	(1º Caminho): 432-516-133-135-137-463-143-259-260-305-307	20.400
	(2º Caminho): 429-170-172-516-133-135-137-463-142-144-350-146-361-163-214-216-457	21.800
	(3º Caminho): 432-172-171-135-137-464-150-364-340-145-146-305-307	22.100
	(4º Caminho): 432-516-134-139-138-331-402-405-545-428-333-332-335-447-306-307	25.500
Obs.: (1) O custo dos caminhos é igual ao comprimento destes em metros.		

Neste exemplo também só se considerou objetivos relacionados com a passagem da rede de dutos por vias com movimentação de veículos e proximidade da mesma com redes já existentes. Estes objetivos são descritos na Tabela 5.5 (funções objetivo 3, 4, 5, 7 e 8). Os valores dos objetivos, para os caminhos da Tabela 5.23(a,b) são apresentados na Tabela 5.24(a,b).

Tabela 5.24 - (a) Valor dos Objetivos nos Caminhos Considerados para Ampliação da Rede de Dutos para Cabos Troncos

Núm. do Obje- tivo	Caminhos entre Pares de Estações							
	AM-PA				OS-PA			
	1º Cam	2º Cam	3º Cam	4º Cam	1º Cam	2º Cam	3º Cam	4º Cam
3	7	3	5	3	2	3	5	3
4	4	5	6	4	5	5	6	4
5	6	6	7	5	6	7	6	4
7	4	3	3	2	3	4	5	3
8	100	120	140	178	100	110	118	130

Tabela 5.24 - (b) Valor dos Objetivos nos Caminhos Considerados para Ampliação da Rede de Dutos para Cabos Troncos (continuação)

Núm. do Obje- tivo	Caminhos entre Pares de Estações							
	LP-AM				LP-PE			
	1º Cam	2º Cam	3º Cam	4º Cam	1º Cam	2º Cam	3º Cam	4º Cam
3	5	4	3	3	4	3	2	5
4	3	2	3	4	4	3	5	7
5	8	6	5	8	7	5	3	4
7	4	5	3	1	5	4	6	5
8	100	107	112	115	100	107	108	125

As alternativas selecionadas para implementação são apresentadas na Tabela 5.25.

Tabela 5.25- Resultados da Seleção de Alternativas de Expansão via Goal Programming

Par de Estações	Caminho Selecionado
AM-PA	2º
OS-PA	1º
LP-AM	3º
LP-PE	2º

Mais uma vez cabe mencionar que a classificação dos outros caminhos, de acordo com o processo de seleção do algoritmo de Goal Programming, poderia também ser apresentada.

5.4 - Comentários

Os exemplos apresentados neste capítulo têm a finalidade de ilustrar a aplicação da metodologia em duas fases para o problema de planejamento da rede de dutos para cabos troncos em áreas urbanas. Muitas das considerações levantadas deverão ser reavaliadas após o amadurecimento da metodologia através de aplicações em problemas reais.

Um aspecto que deve ser explorado com maior riqueza de detalhes é a disposição de outras redes subterrâneas, como por exemplo redes de energia elétrica, gasodutos, adutoras, etc., que competem em alocação de espaço físico com a rede de dutos para cabos troncos. Essas informações interessam não apenas a concessionária de serviços de telecomunicações, mas também às concessionárias de outros serviços, que têm interesse na segurança e operacionalidade de suas respectivas redes.

A rigor, os mapas das vias de circulação de trânsito de uma região urbana devem ser representados integralmente. No entanto, esta representação detalhada de todos os trechos de vias públicas pode levar a redes com dimensões muito grandes sem contribuir de maneira significativa para uma melhor qualidade da solução. Uma boa aproximação pode ser a construção de um grafo representando apenas as principais vias de circulação da região em estudo.

Concluindo, deve-se ressaltar que a seleção de alternativas de expansão tem aspectos bastante subjetivos, dependendo fortemente das ponderações e metas associadas para cada um dos objetivos.

CAPÍTULO 6

CONCLUSÕES

O presente trabalho pretende dar uma contribuição ao estudo das redes de telecomunicações através da abordagem do problema de planejamento da rede de dutos para cabos troncos.

Constatou-se que trabalhos específicos sobre o problema de planejamento da rede de dutos para cabos troncos são escassos na literatura internacional - geralmente este é considerado implicitamente na etapa de roteamento de cabos troncos entre centrais. Isto levou ao desenvolvimento de uma metodologia nova. Tem-se como referência as dificuldades encontradas para abordagem do problema de ampliação das redes de dutos da região metropolitana de São Paulo. Considerou-se também, como referência, metodologias para ampliação de capacidade em redes associadas a sistemas de transmissão de energia, ou mesmo a outras áreas dos sistemas de telecomunicações.

A metodologia desenvolvida envolve duas fases interrelacionadas. A “Primeira Fase” da metodologia desenvolvida considerou o problema de ampliação da capacidade da rede de dutos sob aspectos de minimização de custos. As alternativas de ampliação geradas nesta etapa são avaliadas e ponderadas, de acordo com critérios de segurança e flexibilidade operacional da rede. Na “Segunda Fase” um algoritmo de programação alvo para problemas multiobjetivo classifica as melhores alternativas de ampliação da rede de dutos, considerando os aspectos de segurança e flexibilidade de operação da rede.

A metodologia em duas fases foi aplicada em quatro exemplos. Dois exemplos estão baseados em informações sobre o problema de ampliação da rede de dutos para a região metropolitana de São Paulo.

Esses exemplos ilustram a viabilidade da metodologia.

Desenvolvimentos adicionais da abordagem proposta no trabalho serão definidas a partir da receptividade, críticas e sugestões das equipes de planejamento, nas empresas operadoras do sistema brasileiro de telecomunicações.

BIBLIOGRAFIA

- (01) Adler, I., Karmakar, N., Resende, M.G.C. and Veiga, G. - "An Implementation of Karmakar's Algorithm for Linear Programming" - University of California, Berkeley (1986).
- (02) Berlioux, P. and Bizard, P. - "Data Structures and Search Algorithms" - John Wiley and Sons, Chichester (1990).
- (03) Chankong, V. and Haimes, Y.Y. - "Multiobjective Decision Making Theory and Methodology", Elsevier, (1983).
- (04) Dikin, I.I. - "Iterative Solution of Problems of Linear and Quadratic Programming", Soviet Mathematics Doklady 8, pp. 674-675 (1967).
- (05) Fox, B.L. - "Data Structures and Computer Science Techniques in Operations Research" - Operations Research, vol 26, n. 5, pp. 686-717 (1978).
- (06) França, P.M., Fernandes, J.F.R. e Tavares, H.M.F. - "Expansão de Redes Telefônicas" - SBA: Controle & Automação, vol. 1, n. 3, pp. 207-215, (1987).
- (07) Garcia, A.S. - "Planejamento do Entroncamento em Redes Telefônicas Urbanas em Processo de Digitalização" - Tese de Doutorado, Faculdade de Engenharia Elétrica, UNICAMP (1987).
- (08) Garcia, A.S. e Bortolon, S. - "Um Método Heurístico para Otimização do Roteamento Considerando a Modularidade dos Sistemas de Transmissão" - Anais do 8º Congresso Brasileiro de Automação, vol. 2, pp. 1237-1244, Universidade Federal do Pará (1990).

- (09) Garfinkel, R.S. and Nemhauser, G.L. - "Integer Programming" - John Wiley and Sons, New York, (1972).
- (10) Goicoechea, A., Hansen, D.R. and Duckstein, L. - "Multiobjective Decision Analysis with Engineering and Business Applications" - John Wiley and Sons, (1982).
- (11) Gondran, M and Minoux, M. - "Graphs and Algorithms" - John Wiley, New York (1984).
- (12) Jensen, P.A. and Barnes, J.W. - "Network Flow Programming" - John Wiley and Sons, New York (1980).
- (13) Karmakar, N. - "A New Polynomial-Time Algorithm for Linear Programming" - *Combinatorica*, vol. 4, pp. 373-395 (1984).
- (14) Katoh, N., Ibaraki, T. and Mine, H., "An Efficient Algorithm for K Shortest Simple Paths" - *Networks*, vol. 12, pp. 411-417 (1976).
- (15) Kennington, J.L. - "A Survey of Linear Cost Multicommodity Network Flows" - *Operations Research*, vol. 26, n° 2, pp.209-236 (1978).
- (16) Kennington, J.L. and Helgason, R.V. - "Algorithm for Network Programming" - John Wiley, New York (1980).
- (17) Luenberger, D.G. - "Linear and Nonlinear Programming" - Addison-Wesley Publishing Company (1984).
- (18) Lyra, C. Fº. e Correia, P.B. - "Plano Fundamental de Dutos para Cabos Troncos (PFDCT)" - Relatório Técnico P1 - Publicação RI FEE/DENSIS/02/91, Faculdade de Engenharia Elétrica, UNICAMP (1991a).

- (19) Lyra, C. Fº. e Correia, P.B. - “Plano Fundamental de Dutos para Cabos Troncos (PFDCT)” - Relatório Técnico P2 - Publicação RI FEE/DENSIS/004/91, Faculdade de Engenharia Elétrica, UNICAMP (1991b).
 - (20) Lyra, C. Fº. e Correia, P.B. - “Plano Fundamental de Dutos para Cabos Troncos (PFDCT)” - Relatório Técnico P3 - Publicação RI FEE/DENSIS/05/91, Faculdade de Engenharia Elétrica, UNICAMP (1991c).
 - (21) Lyra, C. Fº. e Correia, P.B. - “Plano Fundamental de Dutos para Cabos Troncos (PFDCT)” - Relatório Técnico P4 - Publicação RI FEE/DENSIS/011/92, Faculdade de Engenharia Elétrica, UNICAMP (1992).
 - (22) Minieka, E. - “Optimization Algorithms for Networks and Graphs” - Marcell Dekker, Inc., New York (1978).
-
- (23) Minoux, M. - “Network Synthesis and Optimum Network Design Problems: Models, Solution Methods and Applications” - Network, vol. 19, n] 3, pp. 313-360 (1989).
 - (24) Oliveira, A.R.L. - “Métodos de Ponto Interior em Programação Linear - Estudo e Implementação” - Tese de Mestrado, Faculdade de Engenharia Elétrica, UNICAMP (1989).
 - (25) Oliveira, A.R.L. e Lyra, C.Fº. - “Implementação de um Método de Pontos Interiores para Programação Linear” - SBA: Controle e Automação, vol. 3, nº 2, pp. 370-382 (1991).
 - (26) Perko, A. - “Implementation of Algorithms for K Shortest Loopless Paths” - Networks, vol. 16, pp.149-160 (1986).
 - (27) Sakarovitch, M. - “Linear Programming” - Springer-Verlag (1983).

- (28) Steuer, R.E. - "Multiple Criteria Optimization: Theory, Computation and Application" - John Wiley and Sons, New York (1986).

 - (29) Shier, D.R. - "Iterative Methods for Determining the K Shortest Paths in a Network" - Networks, vol. 6, pp. 205-229 (1976).

 - (30) Tavares, H.M.F., Ribeiro, R.V. e Bortolon, S. - "Roteamento de Sistemas Digitais (03) - Sistemas de Telecomunicações: Novas Topologias para Áreas Urbanas" - Relatório Técnico 03, Publicação RI FEE/DENSIS/07/92, Faculdade de Engenharia Elétrica, UNICAMP (1992).

 - (31) Tenenbaum, A., Langsam, Y. and Augenstein, M. - "Data Structures Using C" - Prentice Hall Inc., New Jersey (1990).
-

APÊNDICE

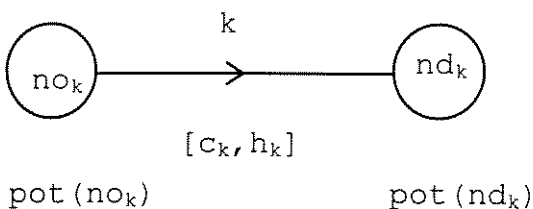
Cálculo dos Potenciais dos Nós de uma Árvore Enraizada

No algoritmo para o Problema de Fluxo de Custo Mínimo (PFCM) é necessário o cálculo dos “potenciais” dos nós da árvore representativa da base atual para o problema. Conforme visto no Capítulo 3, o cálculo dos “potenciais” dos nós corresponde à determinação das variáveis duais (π) do problema.

Considere um grafo $G = (\mathcal{N}, \mathcal{A})$, com $\mathcal{N}$ sendo o conjunto de seus n nós e $\mathcal{A}$ o conjunto de seus m arcos e $T \subseteq G$, uma árvore enraizada no nó ℓ .

Em geral, atribui-se um valor de potencial nulo (0) para o nó raiz da árvore básica, e a partir deste, caminha-se para os outros nós da árvore, computando-se os respectivos potenciais. Uma vez que o PFCM trabalha com arcos orientados (nó origem, nó destino), para o cálculo do potencial de um nó poderá surgir duas situações:

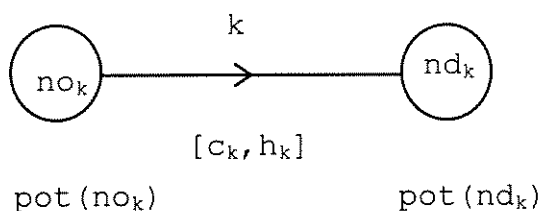
(1) - Conhecendo-se o potencial do nó origem (no_k) do arco k , necessita-se calcular o potencial do nó destino (nd_k). Neste caso, o potencial do nó destino será igual ao potencial do nó origem menos o custo unitário de transporte de fluxo para o arco k (c_k). O esquema abaixo representa esta situação.



$pot (n)$ - potencial do nó n

$$pot (nd_k) = pot (no_k) - c_k$$

(2) - Conhecendo-se o potencial do nó destino (nd_k) do arco k , necessita-se calcular o potencial do nó origem (no_k). Neste caso, o potencial do nó origem será igual ao potencial do nó destino mais o custo unitário de transporte de fluxo para o arco k (c_k). O esquema abaixo representa esta situação.



$pot(n)$ - potencial do nó n

$$pot(no_k) = pot(nd_k) + c_k$$

Utilizando-se a metodologia acima descrita, consegue-se atualizar o valor dos potenciais dos nós da árvore enraizada em cada iteração do algoritmo para o PFCM.