



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO

DEPARTAMENTO DE SISTEMAS E CONTROLE DE ENERGIA

**ANÁLISE ELETROMAGNÉTICA DO MOTOR DE PARTIDA ATRAVÉS  
DA APLICAÇÃO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS**

**DALGO AFONSO MIGLIOLO JUNIOR**

**Orientador : Prof. Dr. Edson Bim**

Este exemplar representa a redação final da tese  
defendida por Dalgo Afonso Migliolo Junior  
e aprovada pela Comissão  
Julgadora em 25 / Abril / 1997.  
 Orientador

Dissertação apresentada à  
Faculdade de Engenharia  
Elétrica e de Computação  
da Universidade Estadual  
de Campinas como parte  
dos requisitos exigidos para  
a obtenção do título de  
*Mestre em Engenharia  
Elétrica.*

Abril/1997



1143066

UNIDADE	BC
N.º CHAMADA:	F/Unicamp
	M 588a
V.	Ex.
TOMBO BC/	30846
PROC.	28/1/97
C	<input type="checkbox"/>
D	<input checked="" type="checkbox"/>
PREÇO	R\$ 11,00
DATA	19/06/97
N.º CPD	

CM-00098472-6

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

M588a Migliolo Junior, Dalgo Afonso  
Análise eletromagnética do motor de partida através da aplicação do método dos elementos finitos / Dalgo Afonso Migliolo Junior.--Campinas, SP: [s.n.], 1997.

Orientador: Edson Bim.  
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação.

1. Motores elétricos - Corrente contínua. 2. Ímãs permanentes. 3. Método dos elementos finitos. I. Bim, Edson. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. III. Título.

*Este trabalho é dedicado  
aos meus pais Dalgo e  
Claudia.*

## AGRADECIMENTOS

À Robert Bosch Ltda. que, através de seu programa de trabalho conjunto entre universidade e empresa, denominado Uniemp, forneceu os recursos computacionais e de laboratório necessários para a realização desta tese de mestrado;

Ao meu orientador Prof. Dr. Edson Bim pelo incentivo, pelos conselhos e pelo acompanhamento acadêmico ao longo de todo o trabalho;

Ao Sr. José Luis Barboza pela idealização do projeto Uniemp;

Aos Sr. Gerhard Jaekel, Sr. Heleno Penachin e Sr. Jair Pasquini pela compreensão e sensibilidade ao trabalho acadêmico;

Aos colegas Luis Moreira, Henrique Betanho e Gilberto Manoel pelos ensinamentos sobre o Motor de Partida;

Aos colegas Jefferson Simoni, Paulo Pomaleski e Edilson Cecconi pela suporte e incentivo ao trabalho acadêmico;

Aos colegas Dirlei Kuhne, Sérgio Cruz e Rodrigo Silva pelo auxílio nos ensaios de laboratório;

Aos colegas da Equipe de Simulação de Fenômenos Eletromagnéticos da Escola Politécnica da USP, coordenada pelo Prof. Dr. José Roberto Cardoso, pelos cursos sobre Elementos Finitos aplicados ao eletromagnetismo;

À UNICAMP que viabilizou este trabalho conjunto entre universidade e empresa;

E agradeço, finalmente, aos meus pais, familiares e amigos pelo incentivo e motivação.

# SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

RESUMO

ABSTRACT

CAPÍTULO 1 : INTRODUÇÃO..... 1

CAPÍTULO 2 : MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS : CONCEITO E  
APLICAÇÃO ÀS MÁQUINAS ELÉTRICAS..... 4

2.1 Introdução..... 4

2.2 Arquitetura de um “Software” Baseado no MEF ..... 5

2.2.1 Pré-processamento ..... 6

2.2.2 Processamento..... 9

2.2.3 Pós-processamento..... 10

2.3 Formulação Matemática..... 10

2.3.1 Equações de Maxwell..... 10

2.3.2 Potencial Vetorial Magnético  $\mathbf{A}$ ..... 11

2.3.3 Condições de Contorno..... 14

2.3.4 Implementação Computacional..... 15

2.3.5 Cálculo das Grandezas Magnéticas a partir do Vetor Potencial  $\mathbf{A}$ ..... 18

2.4 Revisão Bibliográfica da Aplicação do MEF à Análise de Máquinas Elétricas..... 21

2.4.1 Motor de relutância..... 22

2.4.2 Motor à ímãs permanentes..... 22

2.4.3 Alternador..... 23

**CAPÍTULO 3 : MOTOR DE PARTIDA PARA VEÍCULOS AUTOMOTIVOS :  
CARACTERÍSTICAS E PARÂMETROS.....25**

3.1	Introdução.....	25
3.2	Caracterização do Motor de Partida.....	26
3.3	Obtenção dos Parâmetros Elétricos do MP.....	28
3.3.1	Ensaio Rotor Bloqueado.....	28
3.3.2	Ensaio Gerador em Vazio.....	29
3.3.3	Ensaio Motor em Vazio.....	30
3.3.4	Ensaio Motor com Carga.....	31
3.4	Modelo do Motor Elétrico.....	33
3.4.1	Parâmetros Magnéticos.....	33
3.4.2	Força Eletromotriz e Resistência das Escovas.....	35
3.4.3	Cálculo da Velocidade Mecânica.....	36
3.5	Comentários.....	37

---

**CAPÍTULO 4 : MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS APLICADO À  
ANÁLISE O MOTOR DE PARTIDA.....39**

4.1	Introdução.....	39
4.2	Modelagem do Comprimento do Ímã.....	40
4.3	Modelo Bidimensional em Elementos Finitos do MP.....	44
4.4	Validação do Modelo em Elementos Finitos do MP.....	47
4.4.1	Conjugado Magnético.....	48
4.4.2	Fluxo Magnético no Entreferro.....	49
4.4.3	Velocidade Mecânica.....	50
4.4.4	Comentários sobre os resultados.....	51
4.5	Resultados Gráficos de Simulação.....	51
4.5.1	Linhas de Fluxo Magnético.....	51
4.5.2	Distribuição da Densidade de Fluxo Magnético.....	56
4.6	Resultados Numéricos de Simulação.....	60

4.6.1 Densidade de Fluxo Magnético no Entreferro.....	60
4.6.2 Campo Magnético na Carcaça.....	61
4.6.3 Intensidade de Campo Magnético no Ímã.....	63
4.6.4 Comentários Sobre os Resultados.....	64

**CAPÍTULO 5 : ANÁLISE DE ALTERAÇÕES NA GEOMETRIA DO MP  
 ATRAVÉS DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS..... 65**

5.1 Introdução.....	65
5.2 Alteração na Espessura do Entreferro.....	66
5.3 Alteração na Espessura da Carcaça.....	68
5.4 Alteração no Comprimento do Ímã.....	70
5.5 Nova Configuração.....	71
5.5.1 Conjugado Magnético.....	72
5.5.2 Velocidade Mecânica.....	72
5.5.3 Fluxo Magnético Normal ao Entreferro.....	75
5.5.4 Densidade de Fluxo Magnético na Carcaça.....	75
5.5.5 Linhas de Fluxo Magnético.....	76
5.5.6 Distribuição da Densidade de Fluxo Magnético.....	77
5.6 Comentários.....	82

**CAPÍTULO 6 : CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS..... 84**

**APÊNDICE**

A.1 Componentes Principais do MP.....	87
A.1.1 Generalidades.....	87
A.1.2 Funcionamento do Sistema de Partida.....	88
A.2 Valores Numéricos nos Ensaios de Laboratório.....	89

A.2.1 Ensaio Rotor Bloqueado.....	89
A.2.2 Ensaio Gerador em Vazio.....	90
A.2.3 Ensaio Motor em Vazio.....	92
A.2.4 Ensaio Motor com Carga.....	94
A.3 Valores de Simulação Referentes às Alterações Geométricas no MP.....	96
A.3.1 Alteração na Espessura do Entreferro.....	96
A.3.2 Alteração na Espessura da Carcaça.....	97
A.3.3 Alteração no Comprimento do Ímã.....	98
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>99</b>

# LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 - Modelagem dos elementos na interface de materiais: (a) incorreta e (b) correta.....	7
Figura 2.2 - Modelagem da malha de Elementos Finitos: (a) incorreta e (b) correta.....	7
Figura 2.3 - Etapas do módulo de pré-processamento.....	9
Figura 3.1 - Motor de Partida a ímãs permanentes em corte.....	26
Figura 3.2 - Seção transversal do MP a ímãs permanentes.....	28
Figura 4.1 - Seção lateral do MP.....	40
Figura 4.2 - Modelo em Elementos Finitos da seção lateral do MP.....	41
Figura 4.3 - Linhas de fluxo magnético : (a) situação 1 : comprimento do ímã maior que o do pacote; (b) situação (2) : comprimento do ímã igual ao do pacote.....	43
Figura 4.4 - Linhas de fluxo magnético em detalhe no entreferro : (a) situação 1 : comprimento do ímã maior que o do pacote; (b) situação (2) : comprimento do ímã igual ao do pacote.....	43
Figura 4.5 - Modelo bidimensional do MP.....	44
Figura 4.6 - Direção de magnetização dos ímãs permanentes.....	45
Figura 4.7 - Malha de Elementos Finitos do modelo bidimensional do MP.....	46
Figura 4.8 - Curva de magnetização típica dos materiais do MP.....	47
Figura 4.9 - Linhas de fluxo magnético para $I_a = 0$ A.....	52
Figura 4.10 - Linhas de fluxo magnético para $I_a = 300$ A.....	53
Figura 4.11 - Linhas de fluxo magnético para $I_a = 600$ A.....	54
Figura 4.12 - Linhas de fluxo magnético, em detalhe, para : (a) $I_a = 0$ A, (b) $I_a = 300$ A e (c) $I_a = 600$ A.....	55

Figura 4.13 - Distribuição da densidade de fluxo magnético para $I_a = 0$ A .....	57
Figura 4.14 - Distribuição da densidade de fluxo magnético para $I_a = 300$ A.....	58
Figura 4.15 - Distribuição da densidade de fluxo magnético para $I_a = 600$ A.....	59
Figura 4.16 - Distribuição da componente normal de <b>B</b> no entreferro, sob um ímã, para $I_a = 0, 300$ e $600$ A.....	60
Figura 4.17 - Valores de <b>B</b> na carcaça para um passo polar.....	62
Figura 4.18 - Valores de <b>H</b> na carcaça para um passo polar .....	62
Figura 5.1 - Influência da espessura do entreferro nos valores do conjugado magnético.....	67
Figura 5.2 - Influência da espessura do entreferro nos valores da componente normal da densidade de fluxo magnético, em um passo polar, para $I_a = 300$ A.....	67
Figura 5.3 - Influência da espessura da carcaça nos valores do conjugado magnético..	69
Figura 5.4 - Influência da espessura da carcaça nos valores da componente normal da densidade de fluxo magnético, em um passo polar, para $I_a = 300$ A.....	69
Figura 5.5 - Influência da largura dos ímãs nos valores do conjugado magnético.....	70
Figura 5.6 - Influência da largura dos ímãs nos valores da amplitude da densidade de fluxo magnético na carcaça, em um passo polar, para $I_a = 300$ A.....	71
Figura 5.7 - Densidade de fluxo magnético normal ao entreferro para o MP atual e modificado, em um passo polar, para $I_a = 300$ A.....	75
Figura 5.8 - Densidade de fluxo magnético na carcaça para o MP atual e modificado, em um passo polar, para $I_a = 300$ A.....	76
Figura 5.9 - Linhas de fluxo magnético para $I_a = 0$ A : (a) MP atual e (b) MP modificado.....	78

Figura 5.10 - Linhas de fluxo magnético para $I_a = 600$ A : (a) MP atual e (b) MP modificado.....	79
Figura 5.11 - Densidade de fluxo magnético para $I_a = 0$ A : (a) MP atual e (b) MP modificado.....	80
Figura 5.12 - Densidade de fluxo magnético para $I_a = 600$ A : (a) MP atual e (b) MP modificado.....	81
Figura 5.13 - Ponto de operação magnético do MP em função da linha de carga.....	82
Figura A.2.1 - Comparação dos valores de $T_p$ experimentais e da expressão A.2.1.....	93

---

## LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 - Valores do ensaio motor em carga tendo como referência a corrente de armadura.....	32
Tabela 3.2 - Valores de conjugado e do fluxo magnéticos em função da corrente de armadura.....	34
Tabela 3.3 - Valores da força eletromotriz, tensão nos terminais do motor, queda de tensão e resistência das escovas em função da corrente de armadura.....	36
Tabela 3.4 - Valores medidos e calculados para a velocidade mecânica do MP.....	37
<hr/>	
Tabela 4.1 - Valores experimentais e de simulação para o conjugado magnético.....	48
Tabela 4.2 - Valores experimentais e de simulação para o fluxo magnético no entreferro.....	49
Tabela 4.3 - Valores experimentais e de simulação para a velocidade mecânica do MP.	50
Tabela 4.4 - Valores máximos da densidade de fluxo magnético <b>B</b> na carcaça e na armadura.....	61
Tabela 4.5 - Valores máximos da intensidade de campo magnético <b>H</b> no ímã em função de $I_a$ .....	63
<hr/>	
Tabela 5.1 - Valores de simulação para o conjugado magnético para o MP atual e modificado.....	73
Tabela 5.2 - Valores de simulação para a velocidade mecânica para o MP atual e modificado.....	74

Tabela A.2.1 - Valores experimentais para o ensaio rotor bloqueado.....	89
Tabela A.2.2 - Valores experimentais para o ensaio gerador em vazio.....	91
Tabela A.2.3 - Valores experimentais para o ensaio motor em vazio.....	92
Tabela A.2.4 - Valores experimentais para o ensaio motor com carga.....	94
Tabela A.3.1 - Valores de simulação do conjugado magnético referentes a seis configurações de espessura do entreferro.....	96
Tabela A.3.2- Valores de simulação do conjugado magnético referentes a quatro configurações de espessura da carcaça.....	97
Tabela A.3.3- Valores de simulação do conjugado magnético referentes a três configurações de largura do ímã.....	98

## RESUMO

Este trabalho realiza a análise eletromagnética do Motor de Partida através da aplicação do Método dos Elementos Finitos bidimensional. Para a simulação, é utilizado o "software" comercial FLUX 2D, dedicado à análises de fenômenos magnéticos. O motor em estudo é de corrente contínua, seu estator apresenta ímãs permanentes e desenvolve uma potência nominal de 1,1 KW.

A essência do método consiste em transformar equações diferenciais em um conjunto de equações algébricas através da discretização da geometria do dispositivo em pequenos elementos geométricos. Os valores referentes às perdas rotacionais do motor, resistência elétrica de armadura e das escovas constituem-se em dados de entrada para o modelo e foram obtidas através de ensaios de laboratório. O método fornece características eletromagnéticas do motor tais como : conjugado e fluxo magnéticos, densidade de fluxo e intensidade de campo. O modelo bidimensional sofre ajustes a fim de compensar as diferenças de comprimento entre armadura e ímãs.

Para a validação do modelo em Elementos Finitos foram realizados ensaios em laboratório que, confrontados com os obtidos em simulação, apresentaram resultados concordantes. Uma vez validado, foi possível a análise das grandezas magnéticas do motor, identificando-se as regiões de saturação magnética.

Ao final, investiga-se a influência de alterações geométricas no desempenho do motor. A partir dos resultados de simulação, constata-se que a espessura do entreferro pouco altera o conjugado magnético do motor, enquanto que o aumento da espessura da carcaça e da largura do ímã provocam melhoras significativas no desempenho do mesmo.

**Palavras-chave :** Motores elétricos - Corrente contínua, Ímãs permanentes, Método dos elementos finitos.

## ABSTRACT

This work has the aim of making an electromagnetic analysis of the Starting Motor using a two-dimension Finite Element Method application. For computer calculation, a commercial magnetic analysis software called FLUX 2D is employed. The Starting Motor is a direct current motor with permanent magnets on the stator and its nominal power is 1.1 KW.

The method essence consists on transforming differential equations on an algebraic equation set using a device geometry discretization on small geometric elements. The values concerning to the motor rotational losses, armature electrical and brushes resistance constitute input data for the model and they had gotten from laboratory tests. The method gives motor electromagnetic characteristics such as : magnetic torque and flux, flux density and magnetic field. The two-dimension model were regulated to correct the armature and magnets length differences.

To validated the Finite Element model, laboratory tests were done, their results were compared to simulated ones and they were closed. After that, it was possible to analyse the motor's magnetic characteristics and to identify magnetic saturation regions.

At the end, geometric changes influences on motor performance were investigated. Using the calculates results, we notice the air gap thickness does not alter magnetic torque, otherwise increasing on housing thickness and magnets width provokes significant improvement on motor performance.

**Key words** : Electrical Motor, Permanent Magnets, Finite Element Method.

# CAPÍTULO 1

## INTRODUÇÃO

O projeto de máquinas elétricas apresenta-se, até os dias de hoje, como um grande desafio para aqueles que se propõem a dimensioná-las. Em muitos casos, recorre-se à experiência e ao método da tentativa e erro, na qual, através de resultados de ensaios em laboratórios em protótipos, obtêm-se os valores para ajustar as dimensões e parâmetros do projeto.

A teoria desenvolvida sobre os fenômenos eletromagnéticos, cujo expoente máximo foi James Clerk Maxwell, descreve quantitativamente estes fenômenos através de um equacionamento diferencial-integral. A aplicação pura e direta das equações de Maxwell na análise magnética de máquinas elétricas torna-se inviável, devido ao grande esforço matemático, analítico e algébrico exigido. Assim, faz-se necessário a criação de métodos alternativos que visem, de uma maneira mais simplificada, analisar os fenômenos eletromagnéticos presentes em máquinas elétricas.

Classicamente, emprega-se um modelo baseado em circuitos elétricos equivalente ao circuito magnético de máquinas elétricas para a determinação das dimensões do projeto. Através destes circuitos elétricos, chega-se aos parâmetros magnéticos da máquina, sem para isso resolver diretamente as equações de Maxwell. Porém, este método apresenta algumas limitações, tais como a avaliação quantitativa de perdas, fluxos dispersos e saturação magnética, além de se exigir uma considerável demanda de tempo na construção do modelo.

Mais recentemente, métodos de cálculos numéricos vêm sendo utilizados para se chegar a uma solução coerente de modelos físicos, bem como de projeto de máquinas elétricas. Dentre os métodos desenvolvidos, o Método dos Elementos Finitos vem apresentando resultados mais expressivos quanto a sua implementação computacional e os

resultados obtidos através de simulações.

A aplicação conjunta de métodos numéricos e técnicas gráficas de computação constituem a base de “softwares” de auxílio à projetos em engenharia, conhecida pela sigla em inglês : CAE (Computer Aide Engineering). Com a utilização desta metodologia são obtidos resultados referentes às grandezas físicas de interesse. Em problemas da engenharia elétricas, são calculados, em geral, os valores de campo magnético.

No âmbito industrial, a aplicação de pacotes de análises numéricas de fenômenos eletromagnéticas tem importância suprema na estratégia de empresas em atender às exigências cada vez maiores de qualidade em produtos, reduzir custos de fabricação e atingir um grau superior de previsão dos projetos, diminuindo, assim, o tempo de desenvolvimento de novos produtos.

O objetivo deste trabalho é avaliar a aplicação da metodologia CAE, baseada no Método dos Elementos Finitos, para o eletromagnetismo, na análise, projeto e otimização do Motor de Partida comercial. Através da elaboração de um modelo em Elementos Finitos, busca-se um melhor entendimento dos fenômenos eletromagnéticos e avaliação da influência de alterações geométricas no desempenho do motor.

No capítulo 2, são apresentados os conceitos e uma breve formulação matemática referentes ao Método dos Elementos Finitos. Não constitui objetivo deste trabalho, a demonstração matemática completa do método. A preocupação principal neste capítulo é a familiarização aos termos normalmente utilizados em texto científicos da área e a discussão da aplicação do método em análises de máquinas elétricas.

As principais propriedades do dispositivo em estudo, o Motor de Partida, são apresentados no capítulo 3, no qual as características de perdas rotacionais, resistências e grandezas magnéticas são obtidas através de ensaios de laboratório. Os procedimentos neste capítulo visam dar subsídios ao modelo em Elementos Finitos, seja através de dados de entrada, seja através de resultados para a comparação com os valores da simulação.

O capítulo 4 apresenta o modelo em Elementos Finitos do Motor de Partida, no qual os valores de simulação referentes as grandezas magnéticas são comparados aos medidos em laboratório. Busca-se a validação do modelo em Elementos Finitos.

No capítulo 5, são avaliadas as influências de alterações geométricas no motor. O

objetivo é melhorar o conjugado magnético para uma dada corrente de armadura. É proposta uma nova configuração para o Motor de Partida, na qual obtém-se uma melhora significativa em seu desempenho.

## CAPÍTULO 2

# MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS : CONCEITO E APLICAÇÃO ÀS MÁQUINAS ELÉTRICAS

### 2.1 Introdução

A construção de modelos matemáticos que descrevem os fenômenos da natureza é realizada baseando-se em princípios da física teórica. Estes princípios empregados para descrever tais fenômenos foram postulados, principalmente, a partir de leis de equilíbrio : conservação da energia, do trabalho e da massa. Embora esta formulação teórica descreva com rigor os fenômenos da natureza, sua implementação e solução matemática envolvem dificuldades. No que concerne o eletromagnetismo, James Clerk Maxwell [01] foi o expoente máximo, formulando a teoria na qual os efeitos elétricos e magnéticos resultam de campos formados por linhas de força envolvendo condutores e ímãs permanentes.

A formulação de uma solução analítica, realizada geralmente através de equações diferenciais, é um trabalho exaustivo e extremamente complexo mesmo para casos idealizados. Além disso, ela apresenta simplificações que restringem seu uso genérico. A solução matemática torna-se impraticável para problemas com geometria sofisticada. As dificuldades aumentam ainda mais quando as não linearidades devem ser consideradas, o que ocorre frequentemente na caracterização magnética dos materiais utilizados na construção de máquinas elétricas.

Diante desses fatos, surgiu a necessidade de se criar métodos numéricos que fossem de rápida construção do modelo e que apresentassem resultados condizentes com a teoria já existente. Seguindo este objetivo, vários métodos foram implementados visando minimizar os esforços de uma solução analítica. Entre os vários métodos criados, o Método dos

Elementos Finitos (MEF) [02] é aquele que vem apresentando melhores resultados na modelagem de fenômenos físicos, bem como de máquinas elétricas [03].

O MEF é um método matemático que transforma equações diferenciais em um conjunto de equações algébricas na forma de matriz, possibilitando a utilização de ferramentas computacionais em sua aplicação e solução. Neste método, a geometria do dispositivo é discretizada em pequenos elementos geométricos (triângulos e quadriláteros para casos bidimensionais) não infinitesimais, daí o nome ao método.

Os princípios do MEF já são conhecidos há mais de meio século. Foram os engenheiros mecânicos os pioneiros a utilizar tal método em cálculos estruturais. Na engenharia elétrica, os estudos iniciaram na década de 70 [04]. Porém, sua utilização em grande escala, tanto em âmbito científico como industrial é mais recente, datando da década de 80 com a redução de custos e aumento do desempenho dos recursos computacionais.

Não é objetivo deste capítulo apresentar uma descrição detalhada da formulação matemática do método, uma vez que a proposta deste trabalho é sua aplicação na análise eletromagnética do Motor de Partida de automóveis. São apresentados aspectos gerais do método tais como: estrutura de “software” baseado no MEF, uma breve demonstração matemática e estudos de aplicações práticas em máquina elétricas, permitindo uma maior familiarização aos conceitos empregados.

## 2.2 Arquitetura de um “Software” Baseado no MEF

A estrutura de um “software” baseado no MEF pode ser dividida em três etapas assim classificadas [05] [06]:

- pré-processamento ou módulo de entrada;
- processamento ou módulo de cálculos e
- pós-processamento ou módulo de saída.

### 2.2.1 Pré-processamento

Neste primeiro módulo é realizada a descrição da geometria do dispositivo em análise. O MEF restringe-se a solução de problemas de domínio fechado, ou seja, deve sempre existir uma interface a partir da qual o domínio de estudo é limitado. Em estudos de máquinas elétricas, costuma-se adotar a hipótese de que o campo magnético fique confinado ao interior do dispositivo [07]. Assim, o modelo em Elementos Finitos se limita apenas ao interior da máquina.

Embora, na realidade, os problemas sejam todos tridimensionais, o método permite uma simplificação do modelo para dispositivos cuja geometria da seção transversal seja constante. Este é o caso de máquinas elétricas que apresentam repetição da geometria ao longo de seu eixo mecânico. Com esta simplificação, o modelo fica reduzido, diminuindo-se o tempo de concepção do mesmo.

Com a geometria definida, o passo seguinte é a discretização do domínio em Elementos Finitos. O conjunto dos elementos recebe o nome de malha. Para análises em duas dimensões, a discretização é feita através de triângulos e quadriláteros [08] [09]. Já as análises em três dimensões, os elementos mais utilizados são os tetraedros; além dele são empregados também elementos hexaédricos e prismáticos [10] [11].

A criação da malha de Elementos Finitos consiste na etapa mais importante de todo o processo de criação do modelo. É ela que garante a precisão dos resultados a serem calculados. A malha deve respeitar os limites do domínio e as fronteiras entre regiões de diferentes materiais, de modo que as interfaces coincidam com as arestas dos elementos, como ilustrado na Figura 2.1, e os vértices sejam compartilhados por elementos adjacentes, exemplificado na Figura 2.2.

As incógnitas a serem calculadas encontram-se nos nós da malha. Para elementos de primeira ordem, os nós localizam-se nos vértices dos elementos trigonométricos. Existem elementos de ordem superior formados por nós localizados também no ponto médio de suas arestas. Estes elementos são empregados para melhorar a precisão dos resultados sem aumentar o número de elementos da malha. Esta estratégia tem grande importância na definição da malha no entreferro de máquinas elétricas, cujas dimensões reduzidas em comparação ao tamanho total da máquina, dificultam a geração de uma malha mais adequada.

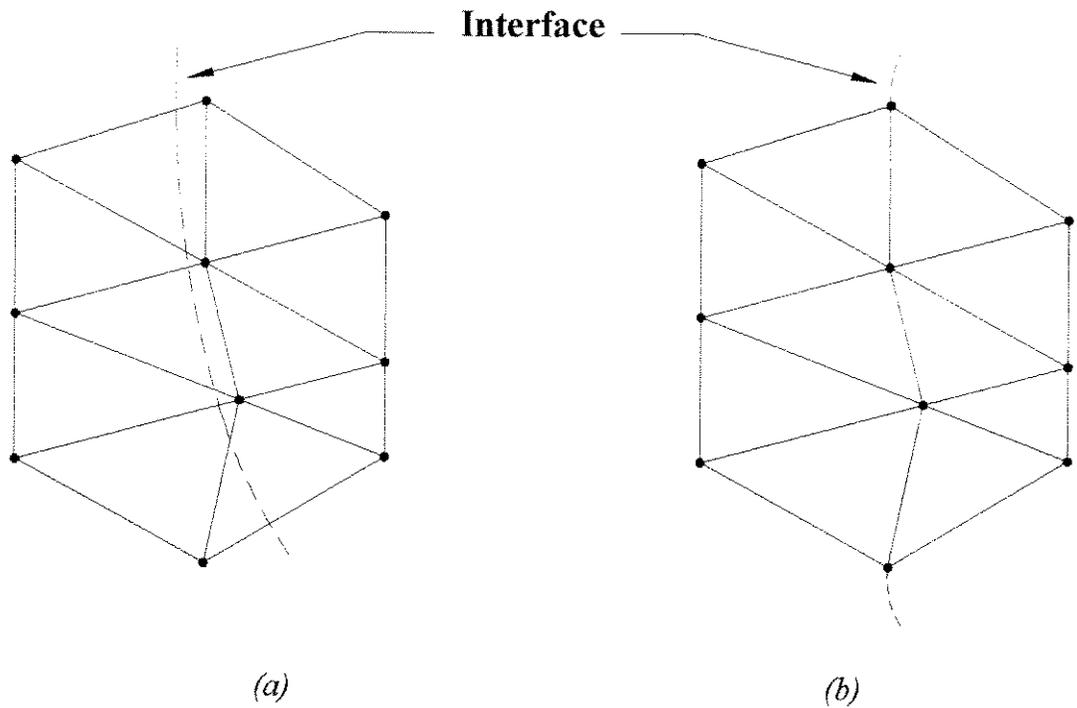


Figura 2.1 - Modelagem dos elementos na interface de materiais: (a) incorreta e (b) correta.

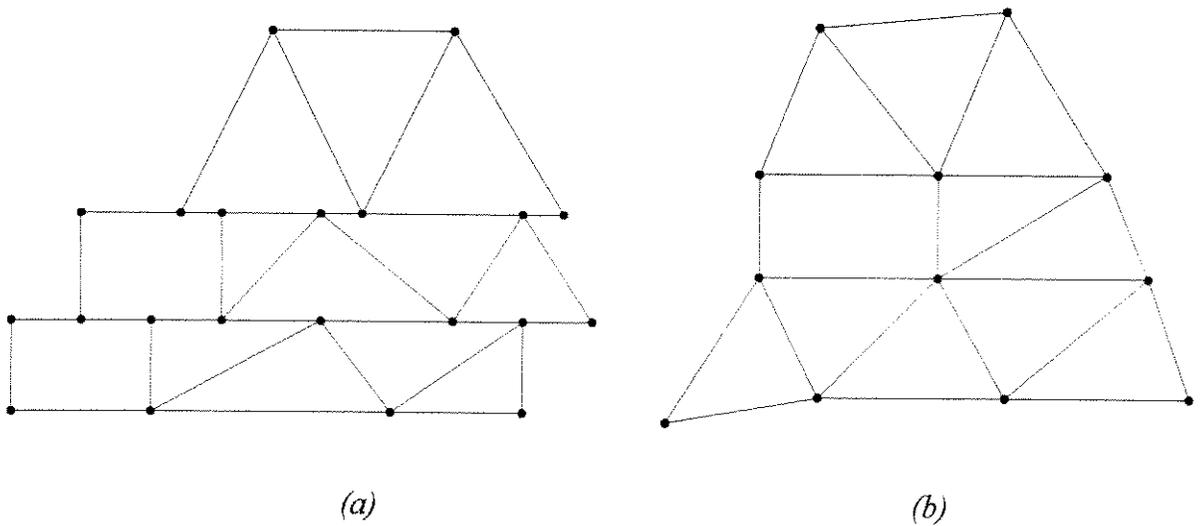


Figura 2.2 - Modelagem da malha de elementos finitos: (a) incorreta e (b) correta.

Quanto mais refinada for a malha, maior será a precisão dos resultados, porém o aumento do número de nós e elementos provoca um crescimento do tempo computacional para solução do problema. Cabe ao usuário definir regiões de maior concentração de elementos: regiões que apresentam maior variação de campo devem ser discretizadas com

um maior número de elementos. Em máquinas elétricas, a região do entreferro deve possuir malha mais refinada uma vez que o processo de conversão eletromecânica de energia ocorre nesta região [12] [13].

Um outro fator importante, que deve ser levado em consideração na elaboração da malha, é que os elementos não devem ter formas muito distantes das formas regulares das entidades geométricas de referência (triângulos ou tetraedros equiláteros, por exemplo), uma vez que elementos distorcidos trazem imprecisões aos cálculos.

Os elementos devem ser agrupados em regiões geométricas com propriedades físicas semelhantes. As propriedades físicas requeridas variam de acordo com o tipo de análise e são, geralmente, armazenadas na forma de banco de dados. Para fenômenos eletromagnéticos, três propriedades são suficientes para caracterizar os materiais: permeabilidade magnética, resistividade elétrica e constante dielétrica.

A curva de magnetização que caracteriza os materiais, fornece a relação entre a excitação  $\mathbf{H}$  (intensidade de campo magnético) e o campo  $\mathbf{B}$  (densidade de fluxo magnético). Em análises pelo MEF, emprega-se a curva normal de magnetização, que relaciona os valores de  $\mathbf{B}$  e  $\mathbf{H}$  na extremidade de cada ciclo de histerese, para descrever o material. Esta curva apresenta não linearidade, uma vez que o material satura após ultrapassado um determinado valor de excitação. O MEF considera em sua formulação esta não linearidade, resolvendo o modelo através de um método iterativo.

Os ímãs permanentes são descritos pela curva de desmagnetização, ou seja, pela parte do ciclo de histere localizado no segundo quadrante. No MEF, utiliza-se geralmente uma aproximação linear desta curva para caracterizá-los, sendo que os valores de densidade de fluxo remanente e do campo coercitivo constituem-se nos dados de entrada.

Como descrito anteriormente, na primeira etapa do pré-processamento define-se a geometria do dispositivo a ser analisado. Em seguida, discretiza-se este domínio em Elementos Finitos aos quais são atribuídos propriedades físicas, respeitando-se a divisão de regiões com comportamento semelhante. As fontes de energia devem ser definidas neste módulo; para o estudo de máquinas elétricas, podem ser fonte de tensão, de corrente ou ímãs permanentes.

Neste estágio, a matriz de solução que descreve o modelo poderia ser resolvida a

menos de um aspecto: esta apresentaria infinitas soluções. Por isso, faz-se necessário a definição de condições de contorno para restringir o problema a uma única solução. As condições de contorno empregadas no eletromagnetismo são em número de duas:

- condições de contorno de Dirichlet e
- condições de contorno de Neumann ou naturais.

A Figura 2.3 apresenta um fluxograma com as etapas realizadas no módulo de pré-processamento.

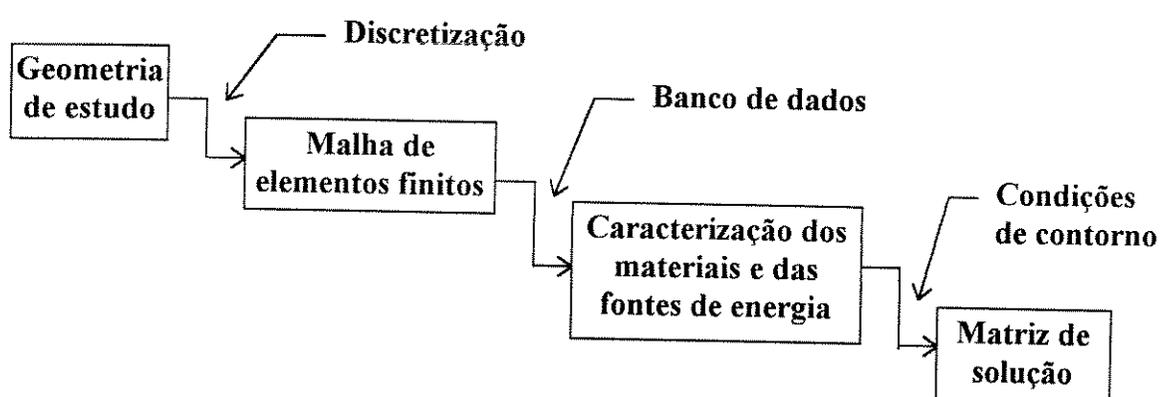


Figura 2.3 - Etapas do módulo de pré-processamento.

### 2.2.2 Processamento

No módulo de processamento é realizada uma importante etapa do processo: a resolução do sistema de equações. Ele recebe na entrada o domínio discretizado, os elementos da malha caracterizado por suas propriedades físicas, as fontes de energia e as condições de contorno. Como resposta, ele fornece para cada nó da malha, os valores das grandezas procuradas. Para o caso eletromagnético, as grandezas são : o potencial escalar elétrico e potencial escalar ou vetorial magnético.

Os recursos computacionais são decisivos no tempo de solução do problema. Além da capacidade de processamento da máquina, a disponibilidade de memória e espaço em disco determinam o quão rápida atingir-se-á a solução.

Para casos não lineares, o MEF utiliza um método iterativo [04] no qual a solução é alcançada após o teste de convergência : se o resultado apresenta desvio superior ao valor previamente estabelecido, realiza-se um novo cálculo do sistema até que a convergência seja

atingida.

### 2.2.3 Pós-processamento

Após o cálculo, a variável obtida para cada nó da malha de Elementos Finitos encontra-se descrita de uma forma matemática e não física, ou seja, são obtidos os valores do vetor potencial magnético para cada nó da malha. Para que os resultados sejam de utilidade aos usuários da ferramenta, faz-se necessário a existência de um módulo que interprete os valores e forneça na forma gráfica ou numérica, o comportamento das grandezas físicas que caracterizam o estado do dispositivo analisado.

## 2.3 Formulação Matemática

A formulação matemática do MEF, que é apresentada nesta seção, não tem o objetivo de esgotar o assunto através de uma demonstração rigorosa. Trata-se de uma formulação simplificada que tem como objetivo permitir, ao leitor que não é da área, a familiarização com a linguagem normalmente empregada, partindo-se das equações de Maxwell e chegando a uma formulação matricial implementável computacionalmente. A demonstração é formulada para fenômenos magnéticos estáticos (magnetostática) que tem os campos gerados por corrente contínua ou provenientes de ímãs permanentes. As não linearidades magnéticas dos materiais também são consideradas.

### 2.3.1 Equações de Maxwell

A lei de Ampère [14], em sua forma integral, relaciona a intensidade do campo magnético  $\mathbf{H}$  com a densidade de corrente de condução  $\mathbf{J}$  e de deslocamento  $\partial\mathbf{D}/\partial t$ , ou seja:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}. \quad (2.1)$$

Na magnetostática, as correntes de deslocamento  $\partial \mathbf{D} / \partial t$  devido a variação do campo elétrico no tempo podem ser desconsideradas e a equação (2.1) transforma-se em:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}. \quad (2.2)$$

A intensidade do campo relaciona-se com a densidade de fluxo magnético  $\mathbf{B}$  através da expressão:

$$\mathbf{B} = \mu \cdot \mathbf{H}, \quad (2.3)$$

na qual  $\mu$  é a permeabilidade magnética do meio.

Assim, a expressão (2.2) torna-se:

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mathbf{J} \cdot \mu. \quad (2.4)$$

Sabe-se também [14], que o divergente da densidade de fluxo magnético é nula, ou seja:

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0. \quad (2.5)$$

### 2.3.2 Potencial Vetorial Magnético A

O equacionamento, descrito anteriormente, é formulado em termos dos vetores campo magnético  $\mathbf{B}$  e  $\mathbf{H}$  e apresenta inconvenientes para sua implementação computacional através do MEF. A primeira dificuldade refere-se a descontinuidade destes vetores nas fronteiras dos materiais. Pode-se mostrar [14] que as descontinuidades são tais que a intensidade do campo é tangencialmente contínua e a densidade de fluxo normalmente contínua. O segundo inconveniente refere-se ao acoplamento das equações de campo, obrigando a uma resolução simultânea dos vetores  $\mathbf{B}$  e  $\mathbf{H}$ . A solução de equações acopladas através de métodos numéricos leva a um sistema no qual o número de equações supera o número de incógnitas [15] [16]. Como resultado, nenhum dos vetores fica exatamente determinado.

Com a formulação matemática em termos do campo magnético, a solução do problema envolve sempre o cálculo de um vetor, o que constitui em uma terceira dificuldade. Para cada ponto do modelo discretizado, deve-se obter mais de uma componente para o campo, ou seja, duas para casos bidimensionais e três para tridimensionais.

Para contornar estas dificuldades, utiliza-se o potencial vetor magnético  $\mathbf{A}$  que se relaciona com a densidade de fluxo magnético  $\mathbf{B}$  através da expressão (2.6). Assim, as descontinuidades nas fronteiras apresentadas pelos vetores  $\mathbf{B}$  e  $\mathbf{H}$  não ocorrem e o número de equações fica reduzido a um, não havendo mais equações acopladas. Para análises com simetria bidimensional, deve-se obter apenas uma componente do potencial  $\mathbf{A}$  ao invés de duas requeridas para caracterizar os vetores campo magnético. Apenas para análises nas quais não existe simetria bidimensional, há a necessidade de se obter as três componentes.

Com estas facilidades, a formulação de fenômenos magnéticos é feita através do potencial vetor magnético que é definido pela expressão:

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}. \quad (2.6)$$

Substituindo-se a expressão (2.6) em (2.4), obtém-se, para meios lineares:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{J} \cdot \mu. \quad (2.7)$$

Para que o vetor  $\mathbf{A}$  seja único e determinado [15], define-se convenientemente que seu divergente é nulo, ou seja:

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = 0. \quad (2.8)$$

A partir da identidade vetorial [14]:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} \equiv \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \cdot \mathbf{A} = -\nabla^2 \cdot \mathbf{A}, \quad (2.9)$$

a expressão (2.7) pode ser rescrita como:

$$\nabla^2 \cdot \mathbf{A} = -\mathbf{J} \cdot \mu. \quad (2.10)$$

A formulação matemática do MEF está baseada na expressão (2.10) na qual  $\mathbf{A}$  e  $\mathbf{J}$  são grandezas vetoriais. Como mencionado anteriormente, a demonstração é restrita a casos com simetria bidimensional na qual algumas hipóteses simplificadoras são empregadas.

Assumindo, por exemplo, que o caso em análise apresente simetria ao longo da direção  $z$ , o campo magnético fica restrito ao plano  $xy$  [16], não havendo variação em relação a direção  $z$ , ou seja:

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial z} = 0. \quad (2.11)$$

Isto significa que, para análises de máquinas elétricas em duas dimensões, os efeitos das indutâncias de cabeça de bobina não são consideradas no cálculo do fluxo magnético [07], provocando uma redução da precisão dos resultados.

A leitura da expressão (2.4) mostra que apenas a componente do vetor  $\mathbf{J}$  na direção  $z$  pode assumir valores diferentes de zero. Rescrevendo-a, tem-se que:

$$\left( \frac{\partial B_z}{\partial y} - \frac{\partial B_y}{\partial z} \right) \mathbf{a}_x + \left( \frac{\partial B_x}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial x} \right) \mathbf{a}_y + \left( \frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y} \right) \mathbf{a}_z = \mathbf{J} \cdot \mu. \quad (2.12)$$

Como a componente  $B_z$  é nula e  $B_x$  e  $B_y$  não variam na direção  $z$ , ou seja:

$$\frac{\partial B_z}{\partial x} = \frac{\partial B_z}{\partial y} = \frac{\partial B_x}{\partial z} = \frac{\partial B_y}{\partial z} = 0, \quad (2.13)$$

a expressão (2.12) torna-se:

$$\left( \frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y} \right) \mathbf{a}_z = J_z \cdot \mu. \quad (2.14)$$

Assim, para análises bidimensionais, o campo magnético fica restrito ao plano de estudo ( $xy$ ) e a corrente flui apenas na direção perpendicular ao mesmo. Apenas a componente  $z$  de  $\mathbf{A}$  pode assumir valores diferentes de zero para análises em duas dimensões. Pode-se demonstrar que [14], para coordenadas cartesianas, é válida a seguinte identidade vetorial:

$$\nabla^2 \cdot \mathbf{A} \equiv \nabla^2 \cdot A_x \mathbf{a}_x + \nabla^2 \cdot A_y \mathbf{a}_y + \nabla^2 \cdot A_z \mathbf{a}_z. \quad (2.15)$$

Da equação (2.14), observa-se que existe apenas a componente  $z$  da densidade de corrente  $\mathbf{J}$  e este fato levado em consideração na expressão (2.10), conclui-se, pela identidade vetorial (2.15), que o vetor potencial magnético  $\mathbf{A}$  terá apenas a componente  $z$ , ou seja:

$$\nabla^2 \cdot A_z = -J_z \cdot \mu. \quad (2.16)$$

### 2.3.3. Condições de Contorno

Para se resolver um sistema pelo MEF, deve-se restringir as dimensões do modelo através de superfícies limitadoras. A estas superfícies, faz-se necessário a definição de condições de contorno para que a sistema tenha solução única. Para fenômenos eletromagnéticos são utilizados dois tipos de condições de contorno [17] : Dirichlet e Neumann.

As superfícies limitantes não sofrem os efeitos dos fenômenos magnéticos internos ao modelo, uma vez que estão muito distantes das fontes de campo, ou seja, na superfície distante do dispositivo em análise, onde nenhum campo pode ser sentido. Com isso, pode-se dizer que esta superfície está a um potencial constante (geralmente nulo) onde define-se a referência para o sistema. Isto é condizente com a definição de potencial, pois o mesmo tende a zero quando a distância em relação à fonte tende ao infinito. Este tipo de condição de contorno recebe o nome de Condição de Contorno de Dirichlet.

A Condição de Contorno de Neumann estabelece que a derivada do potencial magnética em relação à componente normal à superfície é conhecida. Assim, para o campo

magnético, a Condição de Dirichlet determina que o fluxo magnético flui ao longo da superfície e a de Neumann define que o fluxo incidirá perpendicularmente a mesma.

Utilizando-se estas condições de contorno, pode-se reduzir as dimensões do modelo definindo-se condições periódicas. Quando o dispositivo em análise possui um motivo que se repete ao longo de sua seção, a análise desta parte repetitiva é suficiente para se obter o comportamento total do equipamento [07]. Assim, o número de incógnitas do modelo em Elementos Finitos torna-se menor, otimizando-se a potencialidade dos recursos computacionais.

As condições de contorno de Dirichlet, Neumann e periódicas para problemas em duas dimensões podem ser, respectivamente, expressas matematicamente por:

$$\mathbf{A} = 0 \quad , \quad (2.17)$$

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \mathbf{n}} = 0 \quad (2.18)$$

e

$$\mathbf{A}(\rho, \theta) = -\mathbf{A}(\rho, \rho + \theta)^1, \quad (2.19)$$

na qual  $\mathbf{n}$  é o vetor unitário normal à superfície limite e  $\rho$  representa um passo polar.

### 2.3.4 Implementação Computacional

Nesta seção, a implementação computacional do MEF é apresentada para análises em duas dimensões. O objetivo é delinear um procedimento para se chegar a um “software” baseado no MEF.

Em sua forma mais simplificada, o elemento finito em duas dimensões é um triângulo com as incógnitas localizadas em seus vértices e apresenta uma variação linear destas incógnitas dentro do elemento e, por isso, é dito de primeira ordem. O elemento pode assumir várias formas e tamanhos, exceto que, por motivos de precisão, ele não deve

---

<sup>1</sup> em coordenadas cilíndricas.

se distanciar de sua forma regular, ou seja, do triângulo equilátero.

A malha pode ser formada também por elementos de ordem superior e com um número maior de incógnitas por elemento. Sabonnadière e Coulomb [05] apresentam uma descrição dos elementos de ordem superior utilizados na definição da malha para problemas em duas e três dimensões.

A expressão do potencial magnético dentro de um elemento triangular de primeira ordem é, para o problema definido no plano  $xy$  [17]:

$$A_z(x,y) = p + q \cdot x + r \cdot y, \quad (2.20)$$

na qual  $p$ ,  $q$  e  $r$  são constantes que dependem das dimensões do elemento.

Sendo  $l$ ,  $m$  e  $n$  os vértices do triângulo, o potencial magnético dentro do elemento pode ser representado, em relação ao potencial dos vértices, pela seguinte somatória:

$$A_z(x,y) = \sum_{k=l,m,n} \frac{1}{\Delta} \cdot A_k(p_k + q_k \cdot x + r_k \cdot y), \quad (2.21)$$

na qual  $\Delta$  representa a área do triângulo e as constantes valem:

$$p_l = x_m \cdot y_n - y_m \cdot x_n, \quad (2.22)$$

$$q_l = y_m - y_n \quad e \quad (2.23)$$

$$r_l = x_m - x_n \quad (2.24)$$

Para se obter os demais coeficientes de  $p$ ,  $q$  e  $r$  deve-se fazer a rotação cíclica de seus índices [17].

Aplicando-se a expressão (2.21) na definição (2.6), obtém-se a expressão para o cálculo da densidade de fluxo magnético dentro do elemento:

$$\mathbf{B}(x, y) = \sum_{k=l, m, n} [q_k \cdot A_k \mathbf{a}_x + r_k \cdot A_k \mathbf{a}_y], \quad (2.25)$$

na qual  $\mathbf{a}_x$  e  $\mathbf{a}_y$  são os vetores unitário nas direções x e y, respectivamente.

Portanto, a densidade de fluxo magnético  $\mathbf{B}$  é constante dentro de um elemento triangular de primeira ordem. Sabe-se também que a permeabilidade magnética  $\mu$  do material é constante dentro de cada elemento.

Retornando às equações, para problemas magnetostáticos em duas dimensões, o método deve resolver simultaneamente as equações (2.16) a (2.19), sendo que (2.17) e (2.18) devem valer nas superfícies onde condições de contorno de Dirichlet e Neumann, são definidas, respectivamente.

Pode-se demonstrar [04] que a solução correta para a expressão (2.16) é dada pela minimização da seguinte funcional de energia não linear  $F$ :

$$F = \int_R \left[ \int_0^B H \cdot dB - \int_0^A J \cdot dA \right] dR, \quad (2.26)$$

na qual o primeiro termo representa a energia magnética armazenada, o segundo a energia de entrada no sistema e  $R$  é região de integração.

Assim, tomando  $\partial F / \partial A = 0$  em (2.26) e utilizando a expressão do elemento finito dada por (2.21), obtém-se um sistema algébrico representado pelas matrizes:

$$[\mathbf{S}] \cdot [\mathbf{A}] = [\mathbf{I}], \quad (2.27)$$

$$\text{na qual } [\mathbf{S}] = \frac{1}{4 \cdot \Delta \cdot \mu} \begin{vmatrix} q_l \cdot q_l + r_l \cdot r_l & q_m \cdot q_l + r_m \cdot r_l & q_n \cdot q_l + r_n \cdot r_l \\ q_l \cdot q_m + r_l \cdot r_m & q_m \cdot q_m + r_m \cdot r_m & q_n \cdot q_m + r_n \cdot r_m \\ q_l \cdot q_n + r_l \cdot r_n & q_m \cdot q_n + r_m \cdot r_n & q_n \cdot q_n + r_n \cdot r_n \end{vmatrix}, \quad (2.28)$$

$$[\mathbf{A}] = \begin{vmatrix} A_1 \\ A_m \\ A_n \end{vmatrix} \quad e \quad (2.29)$$

$$[\mathbf{I}] = \frac{\Delta}{3} \cdot \begin{vmatrix} J \\ J \\ J \end{vmatrix} \quad (2.30)$$

Esta formulação matricial pode ser expandida para todos os elementos da malha. Para um problema com  $N$  nós, o processo é repetido para cada elemento, obtendo-se uma matriz  $[\mathbf{S}]$  global de  $N$  colunas e  $N$  linhas. As matrizes  $[\mathbf{A}]$  e  $[\mathbf{I}]$  representam vetores coluna de  $N$  linhas.

### 2.3.5 Cálculo de Grandezas Magnéticas a partir do Vetor Potencial A

Nesta seção, é apresentada a formulação no MEF para se obter os principais resultados de uma análise magnética. Com a solução da matriz (2.27), calcula-se o valor da componente  $z$  do potencial vetor magnético  $\mathbf{A}$  para todos os nós da malha de Elementos Finitos. Deve-se agora manipular estes valores para se chegar às grandezas de interesse.

#### - contorno do potencial

Uma maneira rápida e eficiente de se constatar a validade do modelo em Elementos Finitos é a verificação das linhas equipotenciais. Desta maneira, pode-se observar se as condições de contorno foram bem definidas. Para o caso em duas dimensões, a densidade das equipotenciais é diretamente proporcional a densidade de fluxo magnético  $\mathbf{B}$ . Estas linhas mostram o caminho magnético, onde pode-se visualizar, por exemplo, o fluxo disperso e o concatenado.

#### - densidade de fluxo magnético

A densidade de fluxo magnético para cada elemento é obtido através da expressão (2.25), rescrita abaixo por conveniência. Os programas desenvolvidos baseados no MEF

apresentam, geralmente, uma carta de cores com a distribuição de  $\mathbf{B}$  em todo o domínio de estudo. Assim, pode-se detectar as regiões com maior saturação magnética dos materiais que são indesejáveis em projetos de máquinas elétricas.

$$\mathbf{B}(x,y) = \sum_{k=l,m,n} [q_k \cdot A_k \mathbf{a}_x + r_k \cdot A_k \mathbf{a}_y]. \quad (2.31)$$

### - fluxo magnético

Através do cálculo do fluxo magnético pode-se chegar às grandezas de interesse em projetos de máquinas elétrica tais como indutância e tensão induzida. Aplicando-se o teorema de Stokes [14] à expressão do fluxo, dada por:

$$\Psi = \iint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = \iint \nabla \times \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S}, \quad (2.32)$$

obtem-se:

$$\Psi = \oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l}, \quad (2.33)$$

na qual  $\Psi$  é o fluxo magnético através da área  $S$ .

Para análises bidimensionais, o fluxo entre dois pontos a e b é dado pela diferença do potencial magnético nos pontos multiplicado pela profundidade do modelo  $d$ , ou seja:

$$\Psi_{ab} = (A_a - A_b) \cdot d. \quad (2.34)$$

### - energia

A energia armazenada no campo magnético  $W_m$  é dada pela integral de volume [14]:

$$W_m = \iiint \frac{1}{2\mu} \cdot \mathbf{B}^2 \, dv. \quad (2.35)$$

Sabendo-se que o vetor densidade de fluxo magnético  $\mathbf{B}$  é obtido da expressão (2.25) e que a permeabilidade relativa do material  $\mu$  é constante dentro do elemento, pode-se determinar a energia em cada elemento da malha e proceder uma somatória para se chegar a energia total do sistema.

Calculando-se a energia, determina-se a indutância através da expressão [14]:

$$W_t = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2, \quad (2.36)$$

na qual  $W_t$  é a energia total do sistema,  $L$  é o valor da indutância e  $I$  é a corrente que circula pelo condutor.

#### - força magnética

A força magnética segundo a direção  $x$ , denotada por  $F_x$ , pode ser obtida pela expressão [16] :

$$F_x(x) = \frac{\partial W_r}{\partial x}, \quad (2.37)$$

na qual  $W_r$  é a energia na região de cálculo.

Para uma variação incremental  $\Delta x$ , a expressão (2.37) transforma-se em :

$$F_x(x) = \frac{W_r(x + \Delta x) - W_r(x)}{\Delta x}. \quad (2.38)$$

O objeto sobre o qual deseja-se calcular a força é deslocado de um pequeno  $\Delta x$  na direção da componente da força em questão. Pelo MEF, o deslocamento é realizado movimentando-se os nós ou trocando-se o material dos elementos, ou seja, defini-se ao redor do objeto uma camada de elementos de material diferente, normalmente adotando-se o ar. A energia é obtida para ambas as posições do objeto e substitui-se estes valores na expressão (2.38) determinando-se, assim, o valor da força magnética.

O mesmo procedimento é adotado na determinação das demais componentes da força magnética.

#### - conjugado magnético

Através do método do trabalho virtual, pode-se chegar a uma expressão para o conjugado magnético [16]:

$$T(\theta) = \frac{\partial W_c}{\partial \theta} \quad (2.39)$$

na qual  $W_c$  é o valor da coenergia magnética na região de cálculo.

Para uma variação incremental  $\Delta\theta$ , a expressão acima, transforma-se em:

$$T(\theta) = \frac{W_c(\theta + \Delta\theta) - W_c(\theta)}{\Delta\theta} \quad (2.40)$$

Da mesma forma, a coenergia deve ser calculada em duas posições e os valores substituídos na expressão acima.

## 2.4 Revisão Bibliográfica da Aplicação do MEF à Análise de Máquinas Elétricas

Esta seção é dedicada à avaliação do MEF na análise, desenvolvimento e otimização de máquinas elétricas, através de estudos envolvendo aplicações reais. São analisados estudos referentes a motor de relutância chaveado, motor de ímãs permanentes e alternador de automóveis.

### 2.4.1 Motor de Relutância

O motor de relutância chaveado é constituído por um rotor e um estator com números desiguais de pólos. No estator, de pólos salientes, as bobinas são semelhantes àquelas dos motores de corrente contínua; enquanto o rotor não apresenta nem bobinas nem ímãs permanentes. Este tipo de motor desenvolve unicamente conjugado de relutância, no qual os pólos do rotor se alinham com o eixo de excitação do estator, ou seja, os pólos tendem a se alinhar ao eixo de menor relutância.

Os sinais de controle de excitação das bobinas de estator são gerados por sensores de posição do rotor. Assim, bobinas diametralmente opostas são excitadas simultaneamente e em instantes apropriados. A velocidade é controlada pela frequência de chaveamento da corrente nas bobinas e o conjugado é controlado tanto pela frequência quanto pela duração do chaveamento.

As referências [07] [08] [12] [18] apresentam análises deste tipo de motor utilizando-se o MEF. Em todas as análises é adotado um modelo simplificado em duas dimensões no qual o campo magnético fica limitado ao interior do motor e não sofre variação na direção axial. São avaliadas várias posições do rotor buscando-se determinar o fluxo magnético e assim, obter o valor do conjugado em função da posição do rotor.

As bobinas do estator diametralmente opostas devem ser excitadas na posição do rotor para a qual o conjugado é máximo [07] [12]. O MEF permite a determinação desta posição e assim auxiliar também a elaboração da lógica de controle da máquina.

De Paula [18], projetou e construiu um motor de relutância para desenvolver um conjugado de 0,5 N.m a 3000 rpm, auxiliado pelo MEF. De acordo com os dados de laboratório, os valores para o conjugado estático obtido pelo MEF apresentaram uma desvio de 5% em relação aos dados experimentais, o que demonstra a grande potencialidade do método.

### 2.4.2 Motor de Ímãs Permanentes

O surgimento de ímãs permanentes com remanência cada vez maior e a expansão da eletrônica de potência aplicada ao controle de motores trouxe uma maior difusão de motores elétricos a ímãs permanentes. Entre as aplicações utilizadas, pode-se destacar os

motores de corrente contínua sem escovas (“brushless”) [09] [19], as máquinas síncronas [20] e o motor de partida de veículos automotivos [21].

No projeto de motores a ímãs permanentes, procura-se minimizar o volume de ímã empregado, pois este constitui na parcela mais dispendiosa do projeto, sem, porém, trazer prejuízos a sua potência de saída.

A utilização de simulações computacionais através do MEF permite que sejam avaliadas várias formas geométricas para o ímã [20]. Fatores como a variação de temperatura [09] e forma geométrica do rotor [19], que influenciam significativamente o desempenho do equipamento, podem ser avaliadas, também, pelo método.

Uma aplicação de grande importância industrial é em motores que auxiliam a partida de veículos impulsionados por motores de combustão. Este tipo de aplicação exige que ímãs apresentem altos valores de campo coercitivo, em torno de 300 KA/m, para suportar as elevadas correntes de partida. A substituição das sapatas polares e bobinas de campo por ímãs, trouxe uma redução de até 40 % no peso total do motor de partida [21]. A avaliação magnética de um Motor de Partida com ímãs permanentes através do MEF é o objetivo deste trabalho.

### 2.4.3 Alternador

Com o aumento da demanda de energia elétrica em veículos, o equipamento responsável pelo suprimento de energia, o alternador, passou a ser cada vez mais exigido quanto ao fornecimento de corrente elétrica para a bateria e equipamentos elétricos. Paralelamente a este fato, o grande nível de produção de alternadores justifica as tentativas de minimização de materiais e de redução de custos de produção.

No que concerne o MEF, a modelagem do alternador constitui um trabalho cuidadoso que exige a construção de um modelo em três dimensões devido a forma em garra do rotor [10] [11] [22] [23]. Neste caso, o campo magnético sofre variação em todas as direções e as hipóteses simplificadoras aplicadas à análises em duas dimensões não são válidas.

Na construção do modelo tridimensional, utiliza-se condições de contorno periódicas semelhantes as apresentadas na expressão (2.19) da seção 2.3.2, para reduzir o

tamanho do modelo [11]. Em análises em três dimensões, deve-se aplicar a expressão (2.19) às três componentes do vetor potencial magnético  $A$ .

A curva da corrente de saída pela velocidade é empregada para caracterizar o alternador quando este funciona em carga. Henneberge e Block [22] apresentam uma forma de se obter esta curva através do diagrama fasorial da máquina. O MEF é utilizado para a determinação dos valores de fluxo magnético para cada valor de velocidade.

## CAPÍTULO 3

# MOTOR DE PARTIDA PARA VEÍCULOS AUTOMOTIVOS : CARACTERÍSTICAS E PARÂMETROS

### 3.1. Introdução

Os motores de combustão interna empregados em automóveis em geral necessitam de um sistema especial de partida, uma vez que são incapazes por si só de atingir a rotação mínima necessária para garantir o início de seu funcionamento.

Quando da partida do motor de combustão, uma resistência apreciável de compressão e de atrito dos pistões, como também dos rolamentos, deve ser vencida. Esta resistência depende essencialmente de características do motor tais como : tipo, tamanho, número de cilindros, óleo lubrificante. A temperatura também é um fator importante, pois, a baixas temperaturas, as resistências mecânicas tornam-se maiores.

Assim, faz-se necessário um motor auxiliar, denominado Motor de Partida (MP) [24] [25], para girar o motor de combustão a uma rotação mínima (rotação de partida) que, após as primeiras ignições e aumento da velocidade, o mesmo seja capaz de se sustentar em funcionamento pelo menos em regime de marcha lenta.

Para simplificar a nomenclatura, o motor de combustão será chamado apenas de motor, enquanto que o motor de partida será referenciado pela sigla MP.

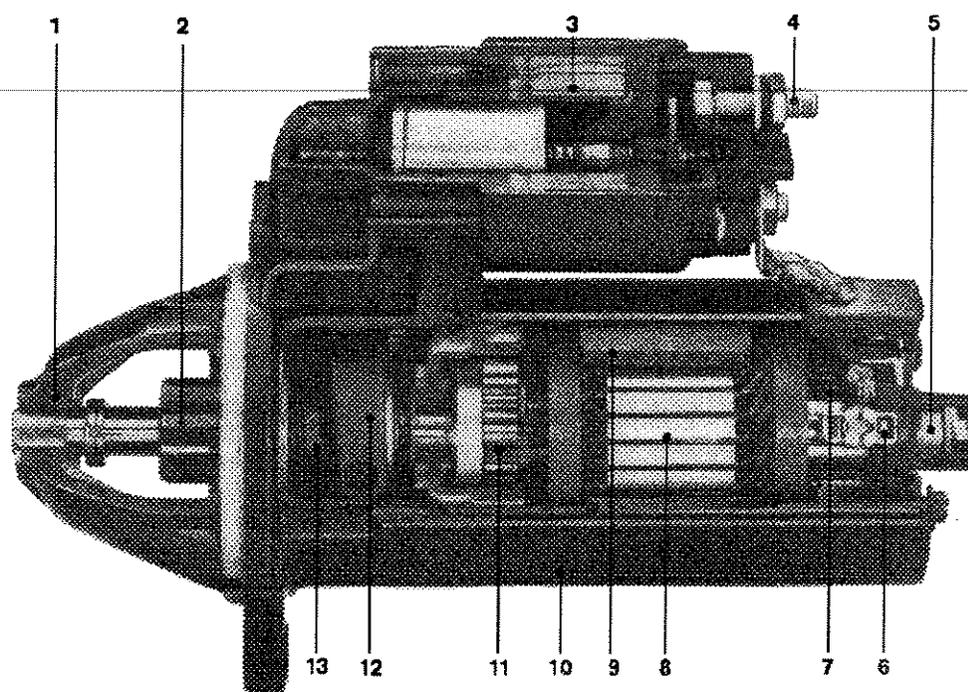
O MP é um motor elétrico de corrente contínua, alimentado pela bateria do próprio veículo, que desenvolve conjugado eletromagnético capaz de superar as resistências à partida e acelerar as massas mecânicas do motor. A elevada taxa de transmissão, normalmente entre 11 e 15:1 entre o pinhão do MP e a coroa dentada do motor, faz com que o MP possa ser dimensionado para baixo conjugado e elevada rotação. Isto torna

possível a concepção de um projeto mais enxuto, com dimensões e peso reduzidos.

Como as condições básicas para a partida são muito diferenciadas, dependendo de fatores tais como: tipo de motor, temperatura, carga da bateria; o MP deve ser considerado como parte integrante do sistema elétrico, devendo estar em perfeita harmonia com os outros componentes elétricos do veículo.

Este capítulo apresenta os aspectos funcionais do MP a ímãs permanentes mostrado na Figura 3.1, assim como, a caracterização de seus principais componentes e a determinação de seus parâmetros elétricos e mecânicos, com a finalidade de se construir um modelo representativo do motor elétrico. Maiores detalhes sobre os componentes e funcionamento do MP encontram-se no apêndice 1.

### 3.2. Características do Motor de Partida



- |                                    |                      |                |
|------------------------------------|----------------------|----------------|
| 1. Bucha do mancal                 | 5. Bucha do mancal   | 10. Carcaça    |
| 2. Pinhão                          | 6. Escovas de carvão | 11. Planetário |
| 3. Enrolamentos da chave magnética | 7. Coletor           | 12. Alavanca   |
| 4. Terminais do circuito principal | 8. Rotor             | 13. Roda livre |
|                                    | 9. Ímãs              |                |

*Figura 3.1 - Motor de partida a ímãs permanentes em corte.*

O MP é um dispositivo que opera de maneira especial, pois trabalha apenas durante alguns segundos, auxiliando a partida do motor de combustão de veículos e, permanece inerte no período restante. Neste processo de partida, o seu desempenho é importante, pois demanda elevadas correntes, fazendo com que ele se constitua no principal consumidor de energia a ser considerado no dimensionamento da bateria.

No projeto do sistema de partida, o MP deve ser robusto para suportar as forças no engrenamento e no acionamento do motor, vibrações, umidade, efeitos de maresia e variações de temperatura. Deve apresentar também dimensões reduzidas para facilitar sua instalação, ter alta durabilidade e mínima manutenção a fim de viabilizar economicamente seu projeto.

O ponto crítico de funcionamento de um MP é determinado pela mínima temperatura de acionamento do motor que é definida pelas condições climáticas do local onde será utilizado. Quanto menor a temperatura, maior a velocidade necessária para a partida do motor. Além disso, a baixas temperaturas, as resistências internas da bateria aumentam, provocando uma diminuição da tensão fornecida ao MP.

O motor elétrico de corrente contínua do sistema de partida, até algum tempo atrás, apresentava apenas sapatas polares com bobinas de campo no estator. Com o desenvolvimento de novos materiais, surgiram ímãs permanentes de ferrite mais baratos e com altos valores de campo coercitivo que viabilizaram sua aplicação em MP, no qual as correntes de desmagnetização atingem grandes valores, chegando a 730 A no tipo avaliado neste trabalho. A tendência atual é de se substituir a configuração com bobinas de campo por motores a ímãs permanentes para aplicações de baixa potência. A grande vantagem da substituição é a considerável redução no peso : entre 35 e 40% [21].

Entretanto, o motor a ímãs permanentes apresenta maior complexidade funcional e de fabricação, o que justifica os estudos que vem sendo realizados para a criação de um modelo que facilite seu dimensionamento. Na próxima seção, os parâmetros do motor elétrico são obtidos a partir de ensaios em laboratório. Um modelo para cálculo da velocidade de saída no eixo é criado a partir destes parâmetros.

### 3.3 Obtenção dos Parâmetros Elétricos do MP

Para a caracterização do motor elétrico foram realizados ensaios de laboratório. Com os resultados obtidos, defini-se um modelo que descreve o comportamento elétrico e mecânico do motor.

O MP, em questão, possui os seguintes dados nominais : 1,1 KW, 12V, 6 pólos. O induzido é laminado, apresentando 28 ranhuras e 7 alívios. O enrolamento de armadura é do tipo ondulado simples com dois condutores por ranhura. O estator é formado por seis ímãs igualmente distribuídos e uma carcaça de ferro maciço. Esta configuração pode ser melhor observada na Figura 3.2 na qual é apresentada a seção transversal do MP.

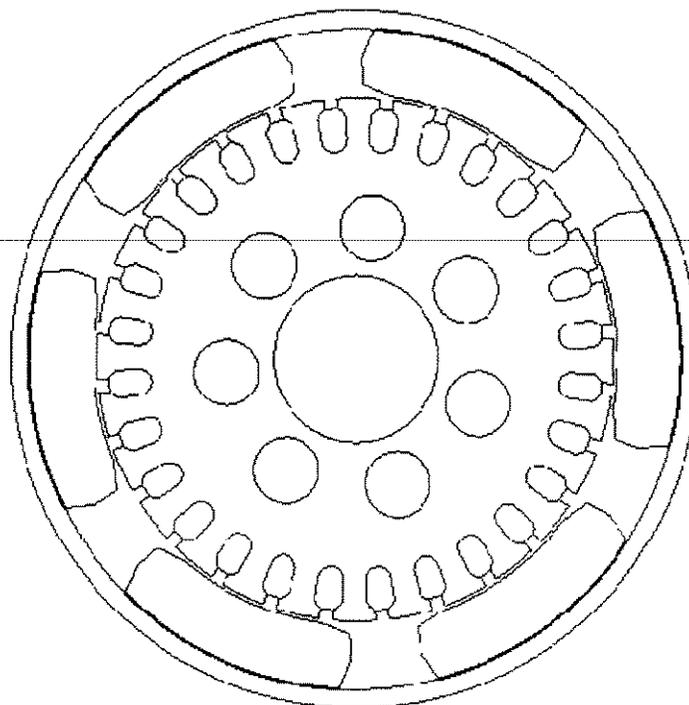


Figura 3.2 - Seção transversal do MP a ímãs permanentes.

#### 3.3.1 Ensaio Rotor Bloqueado

Este ensaio tem por objetivo obter o valor da resistência do enrolamento de armadura  $R_a$ .

A expressão da força eletromotriz para o motor de corrente contínua é dada pela expressão [26]:

$$E_a = K_a \cdot \phi \cdot \omega_m = V_t - R_a \cdot I_a, \quad (3.1)$$

na qual :  $E_a$  é a força eletromotriz,  
 $K_a$  é a constante do motor de corrente contínua,  
 $\phi$  é o fluxo magnético no entreferro,  
 $\omega_m$  é a velocidade angular do motor em rad/seg,  
 $V_t$  é a tensão aplicada aos terminais do motor,  
 $R_a$  é a resistência do enrolamento de armadura e  
 $I_a$  é a corrente de armadura.

Na situação de rotor bloqueado,  $E_a$  é nula e a resistência de armadura é obtida pela expressão:

$$R_a = \frac{V_t}{I_a} \quad (3.2)$$

Desta forma, o ensaio de rotor bloqueado consiste em medir valores da corrente de armadura variando-se a tensão aplicada aos terminais do motor. Os valores medidos neste ensaio e o tratamento estatístico dos resultados são apresentados no apêndice 2.1.

O valor médio encontrado para  $R_a$  e adotado no modelo do motor é 9,39149 mΩ.

### 3.3.2 Ensaio Gerador em Vazio

Este ensaio propicia a obtenção do valor do fluxo magnético fornecido pelo ímã permanente sem considerar a reação de armadura.

Com a operação em vazio,  $I_a$  é nulo e a tensão aplicada aos terminais do motor  $V_t$  fica igual a força eletromotriz  $E_a$  e a expressão (3.1) torna-se :

$$E_a = V_t = K_a \cdot \phi \cdot \omega_m. \quad (3.3)$$

Devido a problemas no pinhão do MP, não foi possível realizar o ensaio com o MP

funcionando como gerador através de um acoplamento mecânico. O ensaio é realizado com o MP funcionando como motor: após o desligamento da fonte de alimentação de 12V, o MP trabalha durante um pequeno período com gerador e, assim, mede-se a tensão nos terminais em função da velocidade no eixo.

Para chegar ao fluxo, deve-se obter o valor da constante  $K_a$  dado pela expressão:

$$K_a = \frac{P \cdot Z_a}{2\pi a}, \quad (3.4)$$

na qual :  $P$  é o número de pólos,

$Z_a$  é o número total de condutores nas ranhuras e

$a$  é o número de caminhos paralelos.

Para o motor em estudo,  $K_a$  vale 26,7380.

Finalmente, o fluxo magnético é obtido pela expressão :

$$\phi = 0,3571 \cdot \frac{E_a}{n} \quad [\text{Wb}] , \quad (3.5)$$

na qual  $n$  é a velocidade do motor em rpm.

Como no item anterior, os valores obtidos no ensaio e o método estatístico utilizado são mostrados no apêndice 2.2. O valor médio encontrado para o fluxo magnético no ímã sem a reação de armadura é de 0,2510 mWb.

### 3.3.3 Ensaio Motor em Vazio

Com o motor funcionando em vazio, são obtidos os valores do conjugado de perdas rotacionais  $T_p$ , em função da velocidade, a partir da expressão da potência de perdas  $P_p$ :

$$V_t \cdot I_a = R_a \cdot I_a^2 + P_p, \quad (3.6)$$

na qual  $V_t \cdot I_a$  é a potência de entrada do motor.

Como  $P_p = T_p \cdot \omega_m$ , o conjugado das perdas  $T_p$  pode ser obtido por:

$$T_p = \frac{I_a \cdot (V_t - R_a \cdot I_a)}{\omega_m} \quad (3.7)$$

Variando-se a velocidade, mede-se a tensão nos terminais do motor  $V_t$  e a corrente de armadura  $I_a$ . O valor de  $T_p$  é obtido pela substituição dos valores na expressão (3.7), sabendo-se que o valor de  $R_a$  já fora obtido do item 3.3.1. A Tabela A.2.3 no apêndice A.2.3 apresenta os valores numéricos.

Devido a variação linear do conjugado das perdas em relação a velocidade, apresentado na Figura A.2.1 no apêndice 2.2.3, é definido uma expressão que relaciona linearmente estas grandezas :

$$T_p = 0,8955 + 0,14547 \cdot 10^{-3} \cdot n. \quad (3.8)$$

### 3.3.4 Ensaio do Motor com Carga

Através deste ensaio, obtém-se a curva característica do MP que fornece os valores de saída : conjugado mecânico  $T_{mec}$ , velocidade  $n$  e potência  $P_{mec}$ . Neste ensaio, o MP é colocado em condições próximas às de funcionamento no veículo. Os resultados do ensaio encontram-se no apêndice A.2.4.

No caso em estudo, o MP é alimentado por uma fonte de tensão com resistência interna de  $6,5 \text{ m}\Omega$ , que simula os efeitos de queda de tensão na bateria ( $5,5 \text{ m}\Omega$ ) e nos cabos de conexões ( $1 \text{ m}\Omega$ ). O teste é realizado a uma temperatura de  $20^\circ \text{C}$  e pode-se assumir que a mesma permanece constante durante todo o ensaio, devido ao curto tempo de duração. Os valores de conjugado e velocidade são obtidos no pinhão do MP, ou seja, após o planetário que tem a função de multiplicador de conjugado. Assim, os valores de  $T_{mec}$  e  $n$  do motor elétrico podem ser obtidos, multiplicando-se a velocidade e dividindo-se o conjugado no pinhão por 4,36. Para maiores informações sobre o planetário, consultar apêndice A.1.

Como o modelo Elementos Finitos do MP se utiliza dos valores da corrente de armadura como referência no cálculo das grandezas magnéticas, é conveniente expressar o conjugado de perdas, dado pela expressão (3.8), em função desta corrente.

Desta forma, elabora-se uma nova expressão que relaciona  $T_p$  com  $I_a$ , através dos valores de velocidade medidos no ensaio em motor com carga. A cada valor de velocidade obtido no ensaio do motor com carga, é associado um valor de corrente e, assim, defini-se a expressão 3.9. A Tabela 3.1 apresenta os valores de conjugado magnético e de perdas rotacionais, velocidade e potência em função da corrente de armadura.

$$T_p = 1,4835 - 0,9009 \cdot 10^{-3} \cdot I_a. \quad (3.9)$$

A expressão (3.9) é válida somente para o MP funcionando com carga aplicada.

Tabela 3.1 - Valores do ensaio motor com carga tendo como referência a corrente de armadura.

$I_a$ [A]	$n$ [rpm]	$T_p$ [N.m]	$T_{mec}$ [N.m]	$Pot$ [Kw]
100	3220	1,3934	1,60	0,54
150	2920	1,3484	2,90	0,85
200	2610	1,3033	4,30	1,16
250	2340	1,2583	5,70	1,36
300	2070	1,2132	7,00	1,51
350	1810	1,1682	8,30	1,57
400	1570	1,1231	9,70	1,57
450	1310	1,0781	10,80	1,49
500	1060	1,0330	12,00	1,35
550	810	0,9880	13,10	1,14
600	590	0,9429	14,30	0,89
650	360	0,8979	15,50	0,60
700	150	0,8529	16,70	0,27
730	0	0,8258	17,40	0,00

### 3.4. Modelo do Motor Elétrico

Com os parâmetros elétricos e mecânicos do MP pode-se construir um modelo para a obtenção de parâmetros magnético tais como: conjugado e fluxo magnéticos, considerando a reação da armadura, valores da força eletromotriz e queda de tensão nas escovas; úteis para a caracterização do motor e para a validação do modelo computacional em Elementos Finitos.

Estes resultados são comparados, no capítulo 4, aos obtidos através das simulações baseadas no MEF, uma vez que o método é incapaz de considerar perdas mecânicas e quedas de tensão em seus cálculos.

#### 3.4.1 Parâmetros Magnéticos

Para se chegar ao valor do conjugado eletromagnético gerado pelo MP, considerando-se os efeitos de reação de armadura, utilizou-se o seguinte modelo :

$$T_{mec} = T_{mag} - T_p, \quad (3.10)$$

na qual :  $T_{mec}$  é conjugado mecânico fornecido pelo motor e medido em laboratório,

$T_{mag}$  é conjugado eletromagnético e

$T_p$  é o conjugado de perdas rotacionais.

Pode-se também chegar aos valores do fluxo magnético no entreferro, considerando-se os efeitos da reação de armadura, através da expressão do conjugado eletromagnético para o motor de corrente contínua [27] :

$$T_{mag} = K_a \cdot \phi \cdot I_a, \quad (3.11)$$

na qual :  $\phi$  é o fluxo magnético no entreferro e

$K_a$  é a constante do motor calculada no item 3.3.2.

A Tabela 3.2 apresenta os valores de  $T_{mag}$  e  $\phi$  em função da corrente.

A partir da observação dos valores do fluxo magnético, constata-se que o mesmo apresenta um comportamento linear em relação a corrente e pode ser descrito pela expressão :

$$\phi = 0,2510 - 0,0520 \cdot 10^{-3} \cdot I_a \quad (3.12)$$

Para corrente nula, utiliza-se o valor de fluxo magnético fornecido pelo ímã e calculado no item 3.3.2 e o coeficiente angular representa os efeitos da reação de armadura no valor total do fluxo.

A Tabela 3.2 apresenta os valores de  $T_{mag}$ , obtidos pela expressão 3.10, e do fluxo magnético, calculado pela expressão 3.12, em função da corrente de armadura.

*Tabela 3.2 - Valores de conjugado e do fluxo magnéticos em função da corrente de armadura.*

$I_a$ [A]	$T_{mag}$ [N.m]	$\phi$ [m Wb]
100	2,9770	0,2554
150	4,2322	0,2420
200	5,5863	0,2396
250	6,9463	0,2383
300	8,2064	0,2346
350	9,4679	0,2320
400	10,8324	0,2323
450	11,8939	0,2267
500	13,0569	0,2240
550	14,1199	0,2202
600	15,2873	0,2186
650	16,4533	0,2171
700	17,6222	0,2159
730	18,3000	0,2150

### 3.4.2 Força Eletromotriz e Resistência das Escovas

A força eletromotriz aplicada ao motor de corrente contínua pode ser obtida pela equação abaixo :

$$Ea = Ka \cdot \phi \cdot \omega_m = Vt - Ra \cdot Ia \quad (3.13)$$

na qual :  $Ea$  é a força magnetomotriz e

$Vt$  é a tensão aplicada aos terminais do motor,

A tensão aplicada aos terminais do motor é definida pela tensão fornecida pela bateria  $V_{bat}$  menos as quedas de tensão na própria bateria  $R_{bat}$ , nas conexões  $R_{conex}$  e nas escovas  $\Delta V_{esc}$  e pode ser representada pela expressão :

$$Vt = V_{bat} - R_{bat} \cdot Ia - R_{conex} \cdot Ia - \Delta V_{esc} \quad (3.14)$$

Para o motor em análise, a bateria fornece 12 V e apresenta uma resistência interna de 5,5 m $\Omega$  e as resistência das conexões e condutores entre a bateria e o MP valem 1 m $\Omega$ .

O valor da força magnetomotriz pode ser calculado substituindo-se os valores de fluxo magnético e velocidade na primeira parte da expressão (3.13). Após este cálculo, obtêm-se os valores de queda de tensão das escovas  $\Delta V_{esc}$  em função da corrente de armadura. Assim, determina-se um parâmetro importante do motor elétrico que é a resistência das escovas.

A Tabela 3.3 apresenta os valores da força eletromotriz  $Ea$ , a tensão nos terminais do motor  $Vt$ , a queda de tensão nas escovas  $\Delta V_{esc}$ , bem como a resistência das escovas  $R_{esc}$  em função da corrente de armadura.

Tabela 3.3 - Valores da força eletromotriz, tensão nos terminais do motor, queda de tensão e resistência das escovas em função da corrente de armadura.

$I_a$ [A]	$E_a$ [V]	$V_t$ [V]	$\Delta V_{esc}$ [V]	$R_{esc}$ [m $\Omega$ ]
100	9,67	10,61	0,74	7,40
150	8,67	10,08	0,95	6,31
200	7,67	9,54	1,16	5,78
250	6,80	9,15	1,23	4,91
300	5,95	8,77	1,28	4,28
350	5,14	8,43	1,29	3,70
400	4,41	8,17	1,23	3,08
450	3,64	7,87	1,21	2,69
500	2,91	7,61	1,14	2,29
550	2,20	7,36	1,06	1,93
600	1,58	7,22	0,88	1,47
650	0,95	7,06	0,72	1,10
700	0,39	6,97	0,48	0,69
730	0,00	6,86	0,40	0,55

### 3.4.3 Cálculo da Velocidade Mecânica

A partir dos parâmetros do motor elétrico obtidos nos itens anteriores, pode-se calcular a velocidade mecânica do MP através da expressão [27]:

$$n = \left( \frac{2\pi}{60} \cdot \frac{V_t}{K_a \cdot \phi} \right) - \left( \frac{R_a \cdot T_{mag}}{(K_a \cdot \phi)^2} \right) \quad (3.15)$$

Trata-se de uma aplicação do modelo criado para caracterizar o motor elétrico e que permite o cálculo da velocidade do motor também a partir dos valores de simulação pelo MEF do próximo capítulo.

A Tabela 3.4 mostra a comparação entre os valores medidos em laboratório e os

calculados pela expressão (3.15). Nota-se que o desvio é baixo o que comprova a validade do modelo.

*Tabela 3.4 - Valores medidos e calculados para a velocidade mecânica do MP.*

<i>I<sub>a</sub></i> [A]	<i>n calculada</i> [rpm]	<i>n medida</i> [rpm]	<i>Desvio</i> [%]
100	3211	3223	0,38
150	2922	2920	-0,08
200	2613	2610	-0,10
250	2339	2340	0,05
300	2073	2070	-0,15
350	1814	1810	-0,21
400	1558	1570	0,78
450	1316	1310	-0,45
500	1068	1060	-0,71
550	829	810	-2,30
600	602	590	-2,01
650	361	360	-0,20
700	134	150	10,50
730	-25	0	-

### 3.5. Comentários

O MP é um motor elétrico de corrente contínua que tem a função específica de auxiliar a partida do motores de combustão. Embora seu período de funcionamento seja pequeno, em média 1,7 segundos, o MP ainda é um equipamento indispensável ao sistema elétrico de veículos.

A implementação de MP à ímãs permanentes traz consideráveis reduções de peso, porém aumenta a complexidade de projeto e fabricação. A fim de viabilizar seu dimensionamento através de simulações baseadas no MEF, faz-se necessário o conhecimento prévio de parâmetros elétricos e mecânicos que não são possíveis de ser obtidos através de simulações.

A resistência de armadura  $R_a$  e das escovas  $R_{esc}$  são parâmetros que dependem das características elétricas dos materiais empregados, bem como da área da seção transversal do fio condutor da armadura. As perdas rotacionais  $P_p$  são características mecânicas referentes aos rolamentos e às fixações do eixo mecânico do motor. Estes parâmetros se constituem em dados de entrada para o modelo em Elementos Finitos do MP.

Já os valores de conjugado e fluxo magnéticos com e sem a reação de armadura são parâmetros que podem ser comparados com os valores de simulação, auxiliando a verificação da validade do modelo em Elementos Finitos.

A aplicação dos parâmetros na obtenção da velocidade mecânica mostra que seus valores são coerentes e podem ser empregados na construção do modelo em Elementos Finitos.

Os resultados dos ensaios em laboratório apresentam boa representatividade numérica, comprovada pelo tratamento estatístico, no qual o desvio padrão indica pequena variabilidade dos valores. As diferenças encontradas são originadas, principalmente, devido as variações de temperatura durante as medições e as imprecisões e ruídos nos equipamentos de medição.

## *CAPÍTULO 4*

# *MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS APLICADO À ANÁLISE DO MOTOR DE PARTIDA*

### **4.1 Introdução**

Este capítulo trata da construção do modelo em Elementos Finitos do MP a ímãs permanentes. Os resultados obtidos na simulação através do MEF são comparados aos valores do MP medidos e calculados nos ensaios de laboratório, descritos no capítulo 3. Busca-se a validação do modelo para futuras análises de alterações na geometria do motor, como relatado no capítulo 5.

Os parâmetros referentes a resistência de armadura, perdas rotacionais e queda de tensão nas escovas não são possíveis de serem obtidos através de simulações baseadas no MEF. Assim, para a construção do modelo, utiliza-se estes parâmetros como dados de entrada para o modelo em Elementos Finitos.

Para simular o motor em carga, são definidos valores de corrente nas ranhuras da armadura dentro da faixa de operação do motor : de 0 a 730 A. Deve-se definir também a sentido da corrente, lembrando que esta deve ser sempre perpendicular ao plano definido pela seção transversal do motor. Para cada valor de corrente de armadura, são obtidos os valores correspondentes das grandezas magnéticas em regime permanente.

Como mencionado anteriormente, os dados referentes aos valores mais baixo de corrente, de 0 a 100 A, apresentam problemas de precisão nas medições. Assim, estes valores não constituem informação relevante para a comparação com os dados obtidos pelo MEF.

Para efeito de validação do modelo, são realizadas simulações para valores entre 100 e 730 A. Na investigação dos campos magnéticos, toda a faixa de operação do motor é calculada, sempre variando-se a corrente em intervalos de 50 A.

A validação do modelo esta baseada na comparação dos valores de laboratório e de simulação para três características do MP : conjugado magnético, fluxo magnético no entreferro com reação de armadura e velocidade mecânica.

Os efeitos de saturação magnética dos materiais, a desmagnetização dos ímãs permanentes, a reação de armadura e as linhas de fluxo constituem-se nos principais pontos na análise do campo magnético no motor.

## 4.2 Modelagem do Comprimento do Ímã

Antes da construção do modelo bidimensional do MP em Elementos Finitos, um aspecto geométrico do motor deve ser analisado : o MP em questão apresenta diferenças nos comprimentos do pacote de lamelas da armadura em relação aos ímãs permanentes e a carcaça, como ilustrado na Figura 4.1. O comprimento dos ímãs é maior que o da pacote da armadura, porém é menor que o da carcaça.

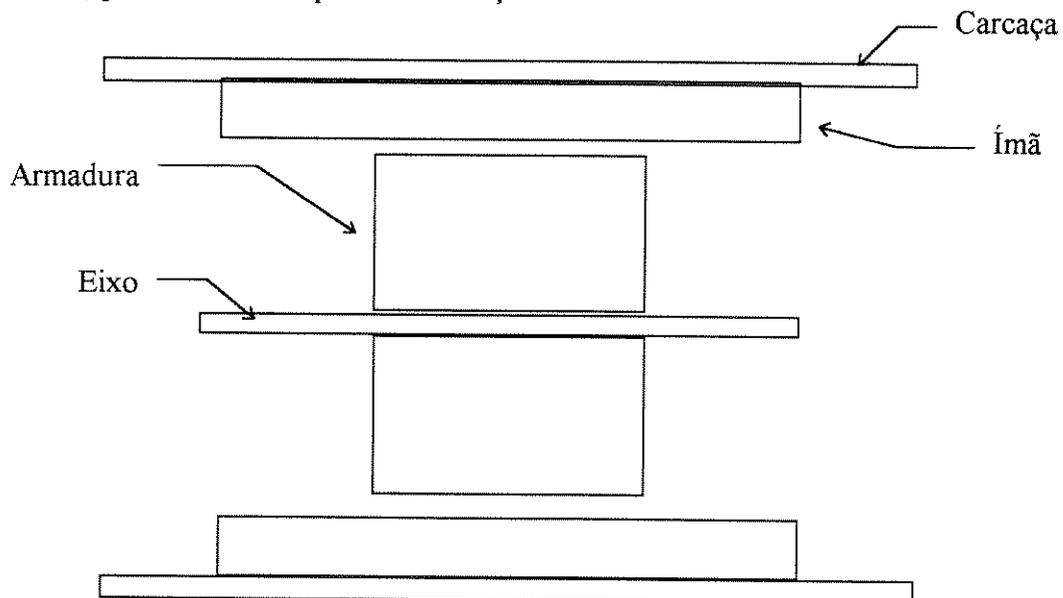
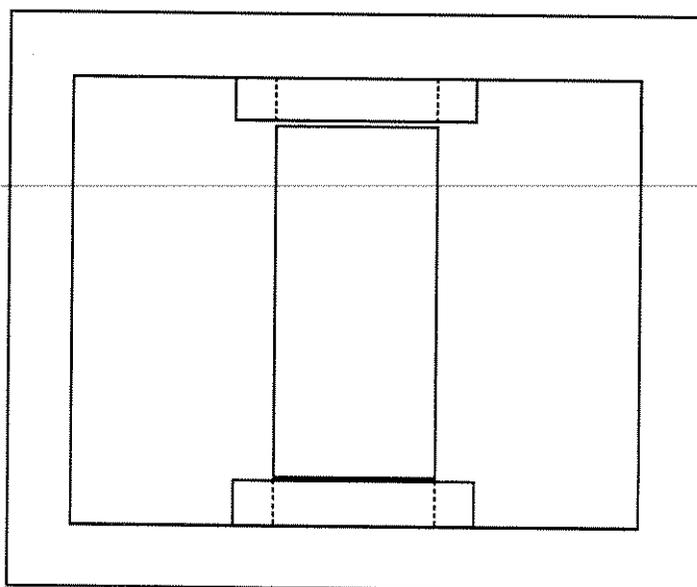


Figura 4.1 - Seção lateral do MP.

O fluxo magnético produzido pela porção do ímã, que não se localiza abaixo do pacote de lamelas, contribui, através de sua componente normal ao entreferro, para a formação do conjugado eletromagnético. Como o comprimento do ímã é, aproximadamente, 1,5 vezes o comprimento do pacote, sua parcela no conjugado total é significativa.

Em uma análise pelo MEF utilizando-se simetria bidimensional, não se considera as diferenças de geometria em relação ao eixo normal, mesmo que seja apenas no comprimento. Assim, cria-se um modelo, o qual é apresentado na Figura 4.2, que possa verificar as distorções criadas pelas diferenças de comprimento. Através dos resultados de fluxo magnético, altera-se o comprimento do pacote, buscando-se corrigir o modelo em duas dimensões.



*Figura 4.2 - Modelo em elementos finitos da seção lateral do MP.*

Com este modelo, pode-se obter o fluxo magnético produzido pela porção do ímã que não se localiza abaixo do pacote, através da comparação entre duas situações :

- situação 1 : comprimento do ímã maior que o do pacote e
- situação 2 : comprimento do ímã igual ao do pacote (linha tracejada na Figura 4.2).

A situação 2 representa o modelo bidimensional de simulação pelo MEF, enquanto que a 1 representa as diferenças reais nos comprimentos do ímã e da armadura.

Para este modelo, apenas a situação de corrente de armadura nula pode ser simulada, ou seja, sem considerar os efeitos da reação de armadura, uma vez que, no MEF, somente corrente normal ao plano pode ser aplicada ao modelo bidimensional. Neste caso, as ranhuras com os condutores estão paralelos ao plano do modelo.

Compara-se os valores do fluxo magnético no raio médio do entreferro para as duas situações. A diferença relativa entre os valores de fluxo nas situações 1 e 2 indica de quanto deve ser ajustado o comprimento do modelo, para que seja considerado o referido fluxo no cálculo do conjugado magnético. Isto porque, em análises bidimensionais pelo MEF, os valores de fluxo magnético são diretamente proporcionais ao comprimento do modelo.

O modelo de simulação é apenas representativo, uma vez que as condições de fluxo magnético na carcaça não são reais. Para considerar os efeitos do maior comprimento da carcaça, deve-se construir um modelo Elementos Finitos em três dimensões. Este procedimento não foi realizado, porém representa uma proposta para futuros estudos.

Os valores calculados para o fluxo magnético ao longo do raio médio do entreferro para as duas situações são :

Situação 1 : 0,250 m Wb

Situação 2 : 0,233 m Wb.

Os resultados mostram uma diferença percentual de 7,30 %.

Na análise bidimensional pelo MEF, os valores de conjugado e fluxo magnético são diretamente proporcionais ao comprimento do modelo. Assim para compensar o fluxo magnético criado pela porção do ímã que não está abaixo do pacote, deve-se corrigir o valor do comprimento, multiplicando o valor original, que é igual ao do pacote do rotor, por 1,0730.

As Figuras 4.3 e 4.4 apresentam as linhas de fluxo magnético para as duas situações, em tamanho normal e em detalhe, respectivamente. Nota-se a que o fluxo magnético da porção que não está abaixo do ímã contribui para a formação do fluxo na armadura.

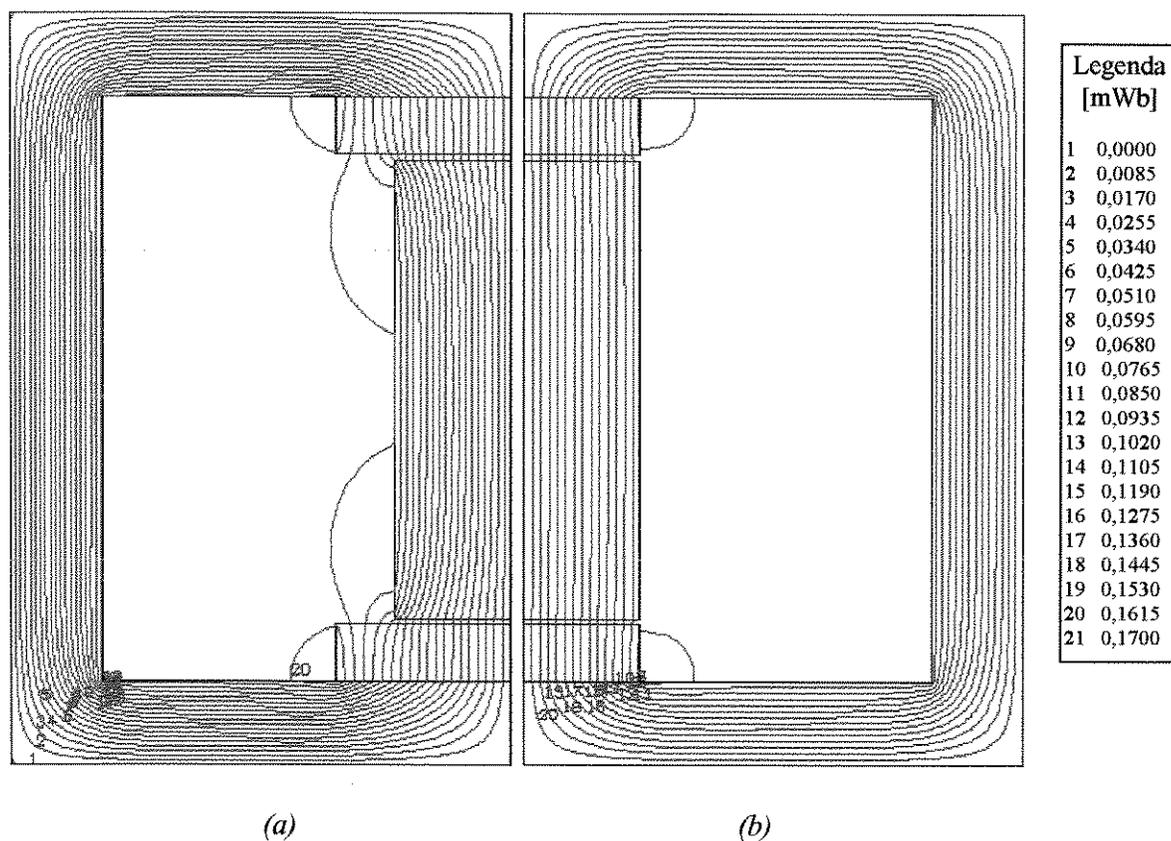


Figura 4.3 - Linhas de fluxo magnético : (a) situação 1 : comprimento do ímã maior que o do pacote; (b) situação 2 : comprimento do ímã igual ao do pacote.

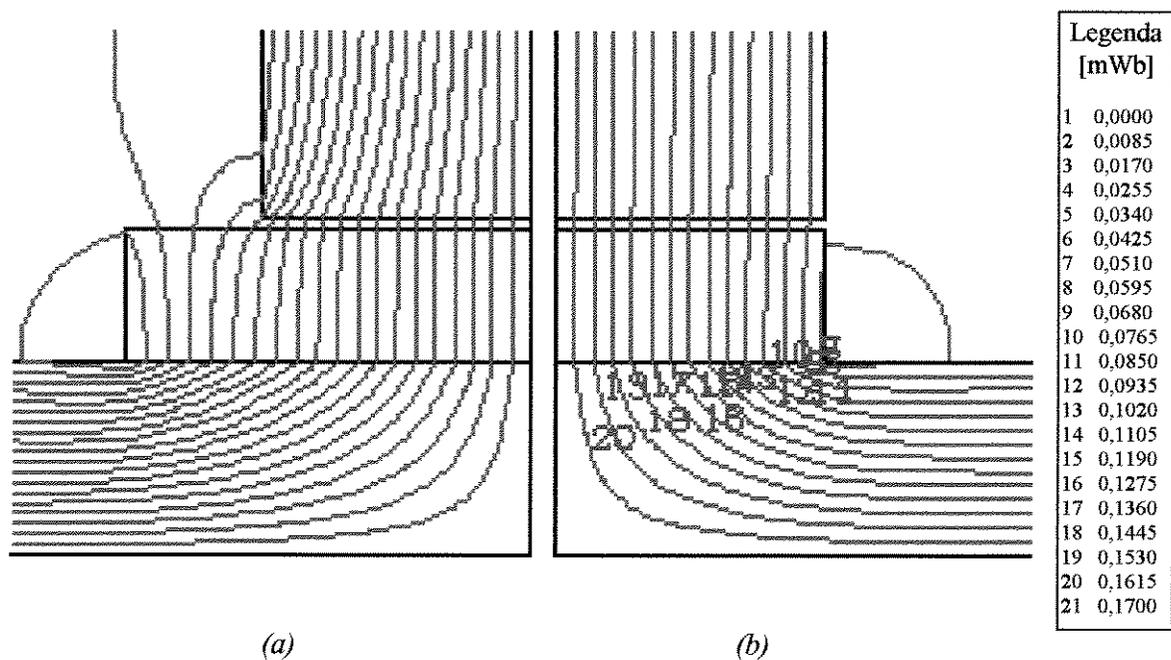
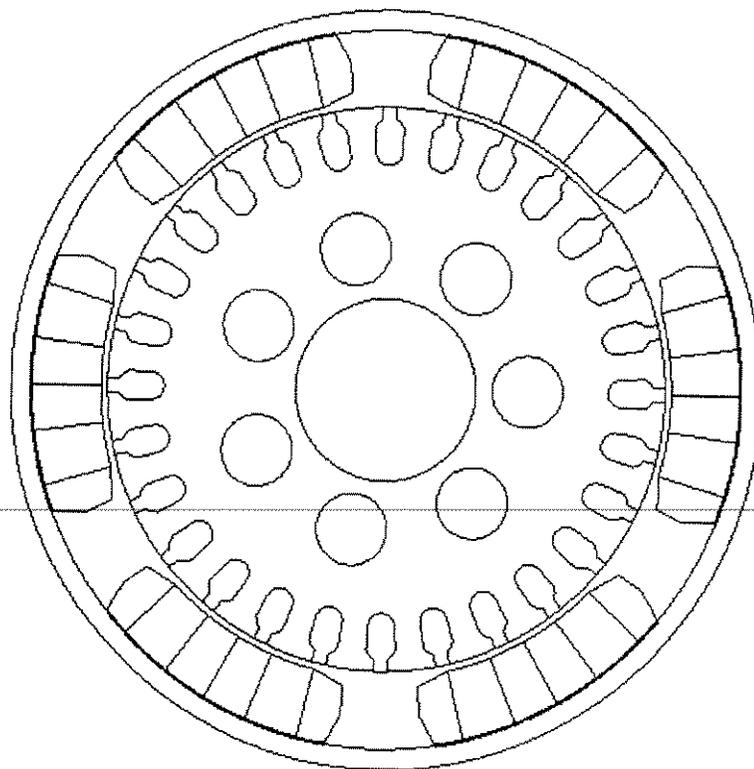


Figura 4.4 - Linhas de fluxo magnético em detalhe no entreferro : (a) situação 1 : comprimento do ímã maior que o do pacote; (b) situação 2 : comprimento do ímã igual ao do pacote.

### 4.3 Modelo Bidimensional em Elementos Finitos do MP

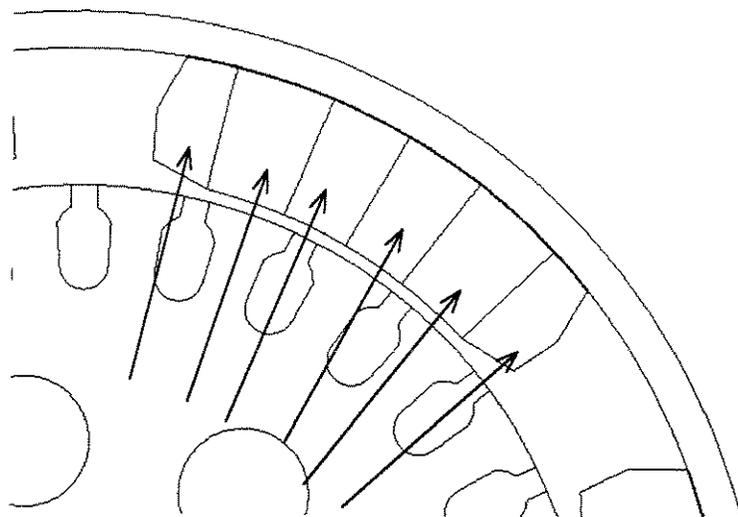
Utiliza-se um modelo em Elementos Finitos em duas dimensões para representar o MP, como ilustrado na Figura 4.5, pois, apesar das diferenças de comprimento entre carcaça, ímãs e pacote da armadura, a seção transversal do motor é constante ao longo da direção axial.



*Figura 4.5 - Modelo bidimensional do MP.*

O ímã permanente é definido no MEF pelo seus valores de campo remanente, campo coercitivo e pela direção de magnetização [29]. O ímã empregado no MP tem o sentido de magnetização radial, ou seja, paralelo às linhas centradas num ponto distante do ímã igual ao seu centro de curvatura, e o sentido varia de acordo com a polaridade magnética. Para minimizar as imprecisões no modelo em Elementos Finitos, os ímãs são segmentados e a cada parcela é adotado uma direção e um sentido de magnetização, conforme ilustrado na Figura 4.6. Com este procedimento, busca-se, de uma maneira discretizada, considerar as direções de magnetização nos cálculos. Foram testados várias configurações, sendo que a

divisão do ímã em seis partes é a que apresentou melhor relação entre resultados calculados e tempo de solução e de elaboração do modelo.



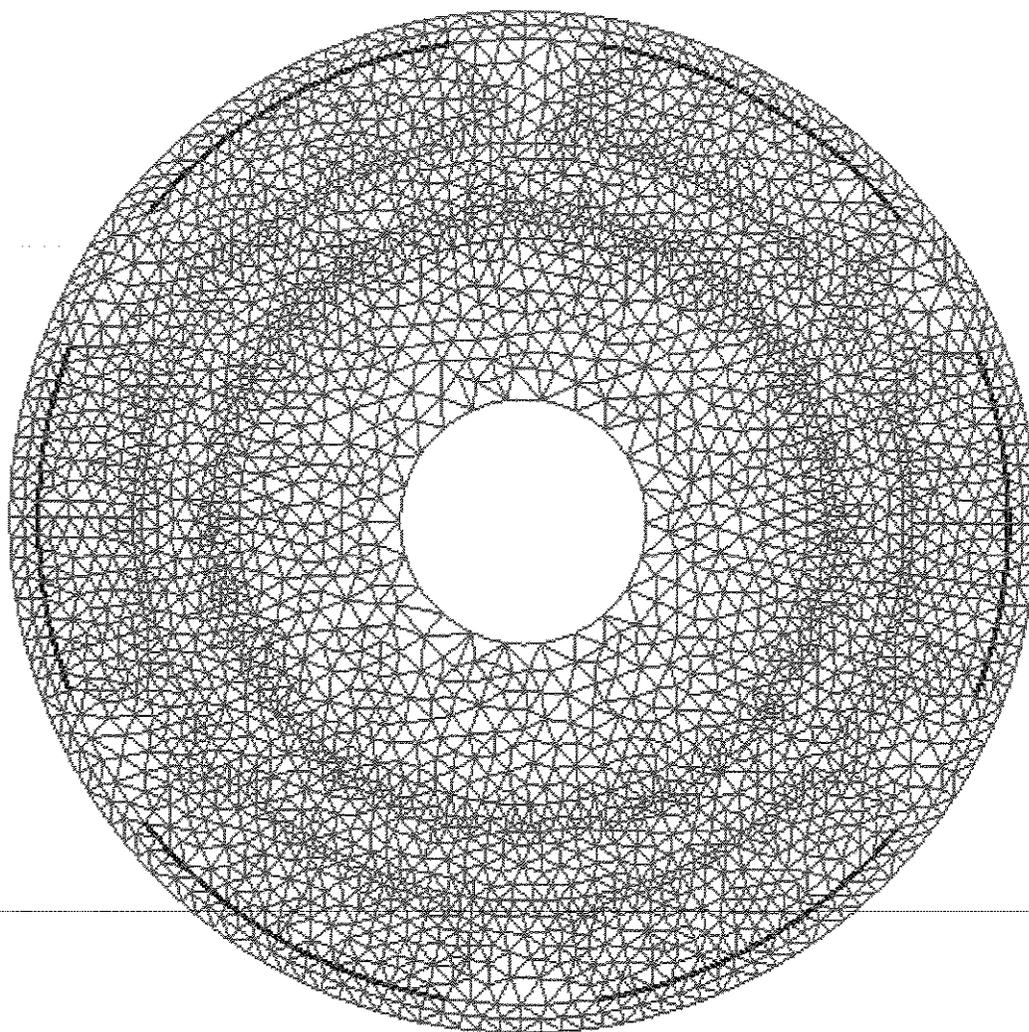
*Figura 4.6 - Direção de magnetização dos ímãs permanentes.*

A malha de Elementos Finitos, apresentada na Figura 4.7, é formada por elementos triangulares de primeira ordem e é constituída por 10800 nós e 5600 elementos, aproximadamente. A modelagem em Elementos Finitos é feita no software FLUX 2D [29] [30].

Para melhorar a precisão dos resultados de simulação, a malha possui regiões com maiores concentrações de elementos, tais como : o entreferro e a carcaça. Quanto mais densa a malha, mais precisos são os resultados. Nota-se também, que as regiões das bases dos dentes da armadura possuem grande densidade de elementos. Isto ocorre pois, além de ser uma região de grande concentração de campo, a geometria desta região exige mais elementos para que não sejam criados elementos distorcidos.

O eixo mecânico do motor é desconsiderado nos cálculos, pois existe um entreferro de ar, na forma de ranhuras entre as lamelas e o eixo, suficiente para obstruir a passagem do fluxo magnético.

São aplicadas condições de contorno de Dirichlet aos raios interno da armadura e externo na carcaça, sendo o valor do potencial magnético igual a zero.



*Figura 4.7 - Malha de elementos finitos do modelo bidimensional do MP.*

Os materiais ferromagnéticos são descritos pela curva normal de magnetização que relaciona a densidade de fluxo magnético  $\mathbf{B}$  com a intensidade de campo  $\mathbf{H}$  nos extremos dos ciclos de histerese. Devido às dificuldades de se medir as curvas de magnetização, são adotados valores típicos para os materiais do MP [31]. Este procedimento pode acarretar em imprecisões aos resultados. A Figura 4.8 apresenta a curva de magnetização que é empregada no modelo para os materiais da carcaça e da armadura. Nota-se que o material da armadura apresenta melhor qualidade em relação ao da carcaça.

Para simular o MP em carga, são definidos valores de densidade de corrente nas ranhuras da armadura, adotando-se um sentido para a corrente. Os valores variam na faixa de operação do motor : entre 0 e 730 A.

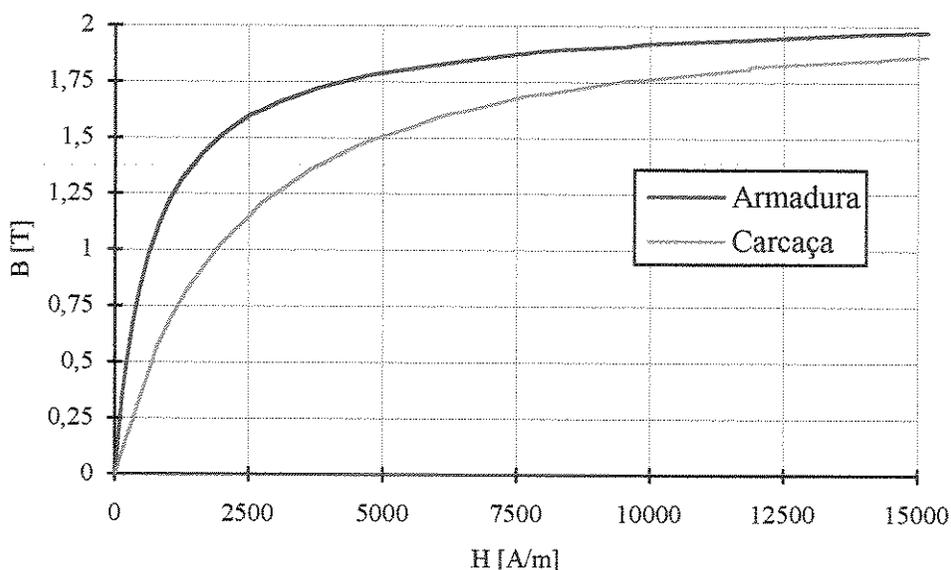


Figura 4.8 - Curva de magnetização típica dos materiais do MP.

De uma maneira sintética, pode-se observar que o modelo tem como entrada : a geometria dividida em Elementos Finitos, os elementos agrupados em propriedades magnéticas iguais, a magnetização dos ímãs, os valores e sentidos das correntes e as condições de contorno. Os valores referentes à resistência dos condutores, perdas rotacionais e queda de tensão nas escovas também constituem dados de entrada para o modelo, uma vez que estes não podem ser calculados pelo MEF. Após a solução, obtém-se os valores do vetor potencial magnético  $A$  em todos os nós da malha. E, finalmente, utiliza-se os procedimentos descritos na seção 2.3.5 para se chegar às grandezas magnéticas de interesse.

#### 4.4 Validação do Modelo em Elementos Finitos do MP

Os valores de conjugado magnético, fluxo magnético no entreferro e velocidade mecânica obtidos através de simulações no MEF são comparados com aqueles medidos em

laboratório. Através destes valores, pode-se verificar a validade do modelo em Elementos Finitos, bem como das considerações de simetria e condições de contorno.

#### 4.4.1 Conjugado Magnético

Os valores para o conjugado magnético são calculados pelo MEF através da expressão (2.40), enquanto que os valores experimentais estão baseados no modelo da expressão (3.10). A Tabela 4.1 mostra a comparação entre estes valores. Nota-se que, exceto para a corrente de 100 A, o desvio é inferior a 6,3%. A maior discordância ocorre para o valor mais baixo de conjugado, no qual o sistema de medição em laboratório apresenta menor precisão. Com o aumento dos valores de conjugado, o desvio diminui, tendendo a zero.

Tabela 4.1 - Valores experimentais e de simulação para o conjugado magnético.

<i>Corrente</i>	<i>T<sub>mag</sub></i> <i>experimental</i>	<i>T<sub>mag</sub></i> <i>MEF</i>	<i>Desvio</i>
<i>[A]</i>	<i>[N.m]</i>	<i>[N.m]</i>	<i>[%]</i>
100	2,9614	2,6398	10,86
150	4,2176	3,9536	6,26
200	5,5728	5,2603	5,61
250	6,9337	6,5577	5,42
300	8,1947	7,8443	4,28
350	9,4571	9,1182	3,58
400	10,8224	10,3779	4,11
450	11,8849	11,6220	2,21
500	13,0487	12,8487	1,53
550	14,1126	14,0559	0,40
600	15,2808	15,2401	0,27
650	16,4475	16,3946	0,32
700	17,6172	17,5078	0,62
730	18,2955	18,1534	0,78

As diferenças encontradas estão num nível aceitável, uma vez que, além do modelo em Elementos Finitos não considerar o comprimento total da carcaça, existem imprecisões nas medições de laboratório.

#### 4.4.2 Fluxo Magnético no Entreferro

O fluxo magnético calculado pelo MEF através da expressão (2.34) é comparado ao obtido pelo modelo da expressão (3.12) e os valores são mostrados na Tabela 4.2. Os valores de fluxo são obtidos levando-se em consideração os efeitos da reação de armadura. O desvio médio é próximo ao do item anterior. As justificativas para os desvios encontrados também são as mesmas do item anterior.

Tabela 4.2 - Valores experimentais e de simulação para o fluxo magnético no entreferro.

<i>Corrente</i>	<i>Fluxo experimental</i>	<i>Fluxo MEF</i>	<i>Desvio</i>
<i>[A]</i>	<i>[m Wb]</i>	<i>[m Wb]</i>	<i>[%]</i>
100	0,2458	0,2270	7,65
150	0,2432	0,2270	6,66
200	0,2406	0,2260	6,07
250	0,2380	0,2257	5,18
300	0,2354	0,2250	4,42
350	0,2328	0,2240	3,78
400	0,2302	0,2233	2,98
450	0,2276	0,2220	2,46
500	0,2250	0,2210	1,78
550	0,2224	0,2200	1,08
600	0,2198	0,2187	0,52
650	0,2172	0,2177	-0,21
700	0,2146	0,2160	-0,65
730	0,2130	0,2153	-1,08

#### 4.4.3 Velocidade Mecânica

Emprega-se o mesmo modelo da expressão (3.15) para o cálculo da velocidade do motor, utilizando-se agora os valores de conjugado e fluxo magnéticos obtidos pelo MEF. A queda de tensão nas escovas e a resistência de armadura, obtidos em ensaios descritos no capítulo 3, constituem dados de entrada para o modelo. Os valores são apresentados na Tabela 4.3. Novamente, os desvios estão compatíveis com as imprecisões do modelo e das medição. Por conveniência, a expressão da velocidade é repetida abaixo :

$$n = \left( \frac{2\pi}{60} \cdot \frac{V_t}{K_a \cdot \phi} \right) - \left( \frac{R_a \cdot T_{mag}}{(K_a \cdot \phi)^2} \right) \quad (4.1)$$

Tabela 4.3 - Valores experimentais e de simulação para a velocidade mecânica do MP.

<i>Corrente</i> [A]	<i>n</i> <i>experimental</i> [rpm]	<i>n</i> <i>MEF</i> [rpm]	<i>Desvio</i> [%]
100	3223	3490,76	-8,31
150	2920	3130,42	-7,21
200	2610	2779,78	-6,50
250	2340	2470,37	-5,57
300	2070	2168,90	-4,78
350	1810	1883,93	-4,08
400	1570	1623,08	-3,38
450	1310	1346,28	-2,77
500	1060	1083,67	-2,23
550	810	825,66	-1,93
600	590	600,63	-1,80
650	360	373,05	-3,62
700	150	165,82	-10,55
730	0	24,46	-

#### 4.4.4 Comentários Sobre os Resultados

Os maiores desvios entre os resultados de laboratório e os calculados pelo MEF ocorrem para os valores mais baixos de corrente no qual o conjugado é baixo e a velocidade, alta. Para esta situação, a precisão dos aparelhos de medição no laboratório é mais baixa, o que aumenta os erros.

No modelo em Elementos Finitos, a diferença no comprimento da carcaça em relação aos ímãs e a armadura não foi considerada. Além disso, o efeito das indutâncias de cabeça de bobina, do ciclo de histerese dos materiais ferromagnéticos e das correntes parasitas, que não são calculados em análises bidimensionais magnetostáticas no MEF, provocam desvios nos resultados. Além disso, os valores de simulação são obtidos em regime permanente, não considerando os efeitos transitórios do motor.

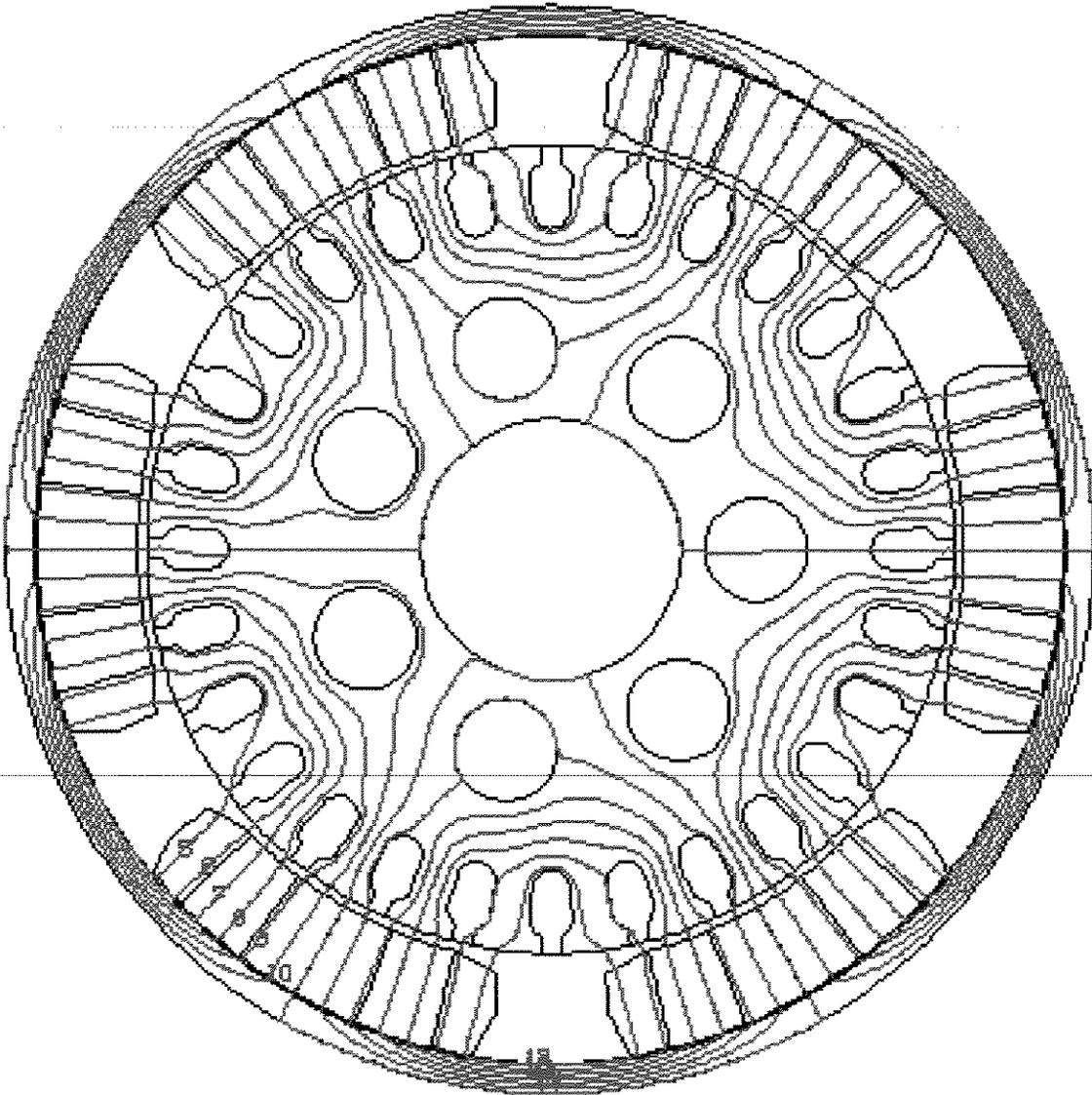
Como o desvio médio é da ordem de 6 %, pode-se concluir que os resultados de simulação são compatíveis com os de laboratório e o modelo em Elementos Finitos fornece uma boa representação do comportamento eletromagnético do MP. Assim, o modelo está validado e pode ser utilizado com referência em análises de alterações no projeto original.

### 4.5 Resultados Gráficos de Simulação

Através do MEF, pode-se obter a representação gráfica de grandezas importantes em projetos de máquinas elétricas. A visualização destes resultados permite a verificação qualitativa do modelo e das condições de contorno adotados. São apresentados resultados referentes a distribuição das linhas de fluxo magnético e da densidade de fluxo magnético.

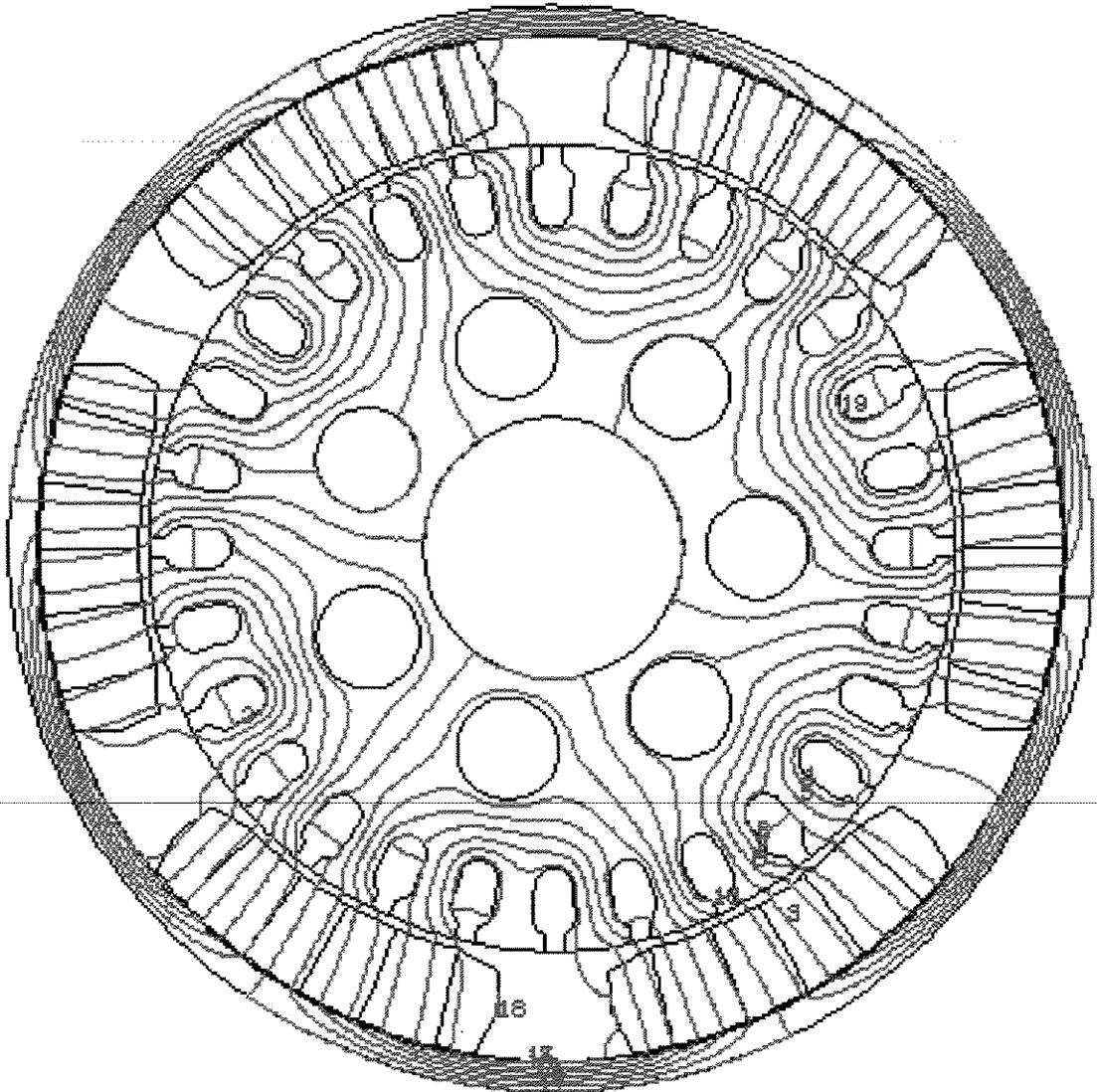
#### 4.5.1 Linhas de Fluxo Magnético

Com a distribuição das linhas de fluxo magnético, tem-se a visualização do caminho magnético do fluxo dentro do motor. Pode-se observar o fluxo magnético concatenado e disperso, bem como os efeitos da reação de armadura provocados pelo aumento da corrente. As Figuras 4.9 a 4.11 mostram as linhas de fluxo para três valores de corrente : 0, 300 e 600 A.



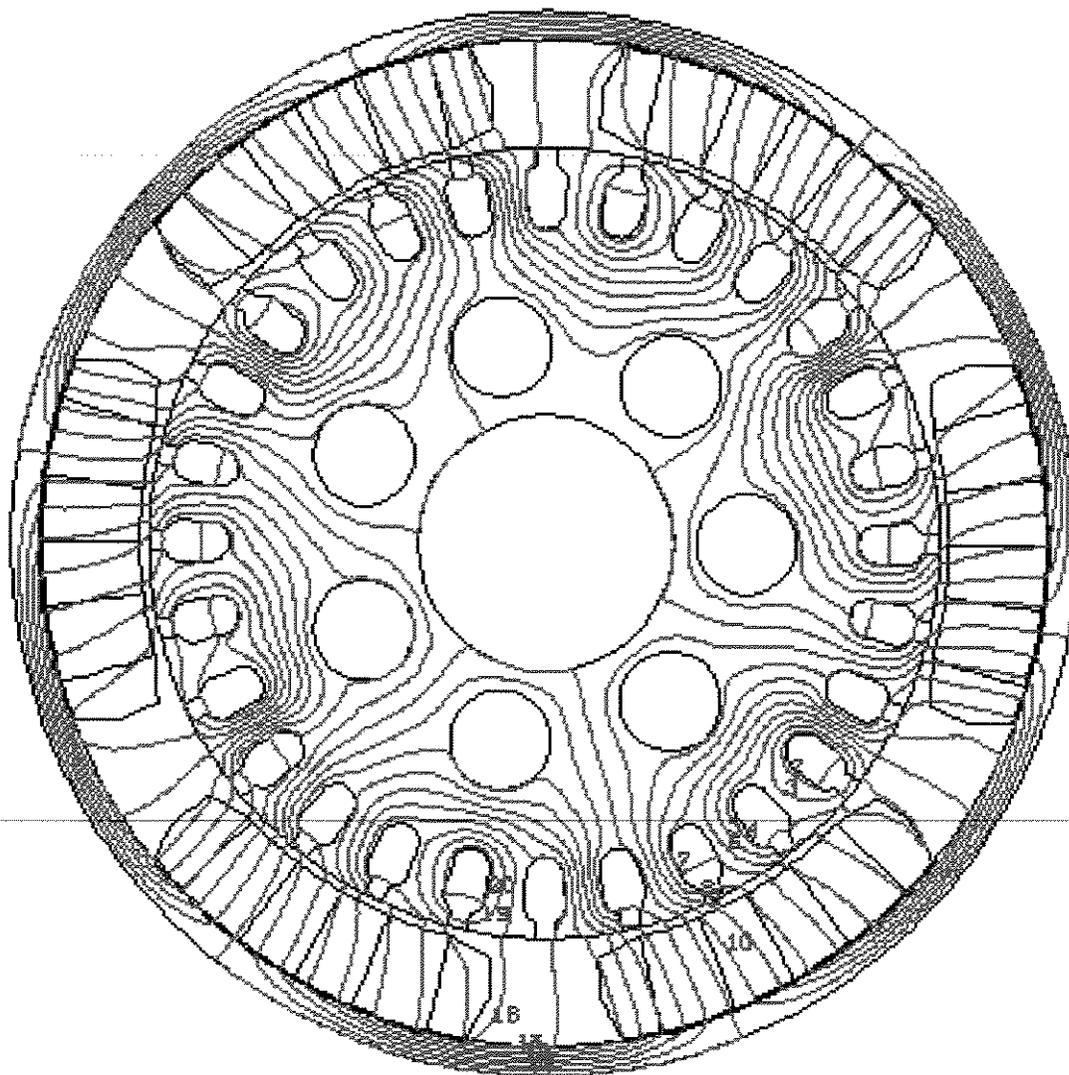
Legenda [mWb]					
1 0,180	2 0,162	3 0,144	4 0,126	5 0,108	6 0,090
7 0,072	8 0,054	9 0,036	10 0,018	11 0,000	12 -0,018
13 -0,036	14 -0,054	15 -0,072	16 -0,090	17 -0,108	18 -0,126
19 -0,144	20 -0,162	21 -0,180			

Figura 4.9 - Linhas de fluxo magnético para  $I_a = 0 A$ .



Legenda [mWb]					
1 0,180	2 0,162	3 0,144	4 0,126	5 0,108	6 0,090
7 0,072	8 0,054	9 0,036	10 0,018	11 0,000	12 -0,018
13 -0,036	14 -0,054	15 -0,072	16 -0,090	17 -0,108	18 -0,126
19 -0,144	20 -0,162	21 -0,180			

Figura 4.10 - Linhas de fluxo magnético para  $I_a = 300 A$ .



Legenda [mWb]					
1 0,180	2 0,162	3 0,144	4 0,126	5 0,108	6 0,090
7 0,072	8 0,054	9 0,036	10 0,018	11 0,000	12 -0,018
13 -0,036	14 -0,054	15 -0,072	16 -0,090	17 -0,108	18 -0,126
19 -0,144	20 -0,162	21 -0,180			

Figura 4.11 - Linhas de fluxo magnético para  $I_a = 600 A$ .

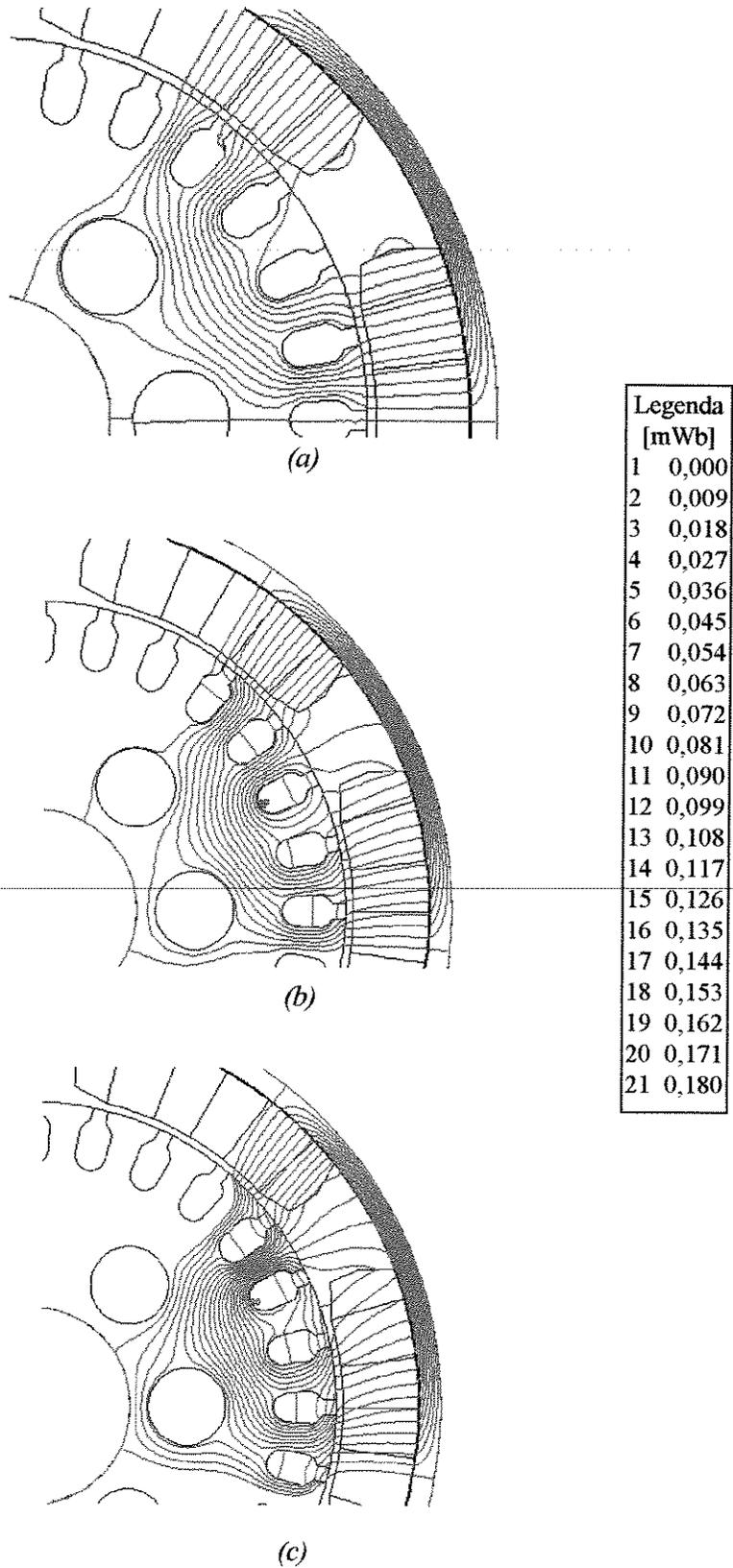


Figura 4.12 - Linhas de fluxo magnético, em detalhe, para :

(a)  $I_a = 0 A$ , (b)  $I_a = 300 A$  e (c)  $I_a = 600 A$ .

Com o aumento da corrente, a distribuição do fluxo torna-se menos homogênea, criando regiões de maior concentração de campo magnético, notadamente na carcaça e nas bases dos pólos da armadura. Além disso, há um aumento do fluxo disperso da armadura, como pode ser visto nas Figuras 12 (a), (b) e (c). Estes efeitos são provocados pelo que se denomina reação de armadura.

#### 4.5.2 Densidade de Fluxo Magnético

As distribuições da densidade de fluxo magnético para valores de corrente de armadura iguais a 0, 300 e 600 A são apresentadas nas Figuras 4.13 a 4.15, respectivamente. Com estas informações, localizam-se os pontos de maior concentração de campo magnético, ou ainda, os pontos que indicam uma saturação magnética, que é indesejável na operação de motores elétricos.

No caso em estudo, a carcaça encontra-se com altos valores de densidade de fluxo magnético mesmo para valores baixos de corrente. Com o aumento da corrente, nota-se que o crescimento da saturação magnética na lamela do rotor é mais significativo que o crescimento na carcaça.

Uma possível solução para este problema é o aumento da quantidade de material na carcaça, por exemplo, através do aumento de sua espessura. Por outro lado, os locais com baixos valores de  $\mathbf{B}$ , cor azul, indicam que há pouca passagem de fluxo magnético. Isto justifica a criação de alívios na lamela em regiões próximas ao eixo.

Uma outra região de grande concentração de campo magnético é a base dos dentes da armadura. Neste local, ocorre o afunilamento das linhas de fluxo pela diminuição de espessura do dente. Nota-se que esta saturação não ocorre em todos os dentes e que o ponto de maior concentração varia com a corrente.

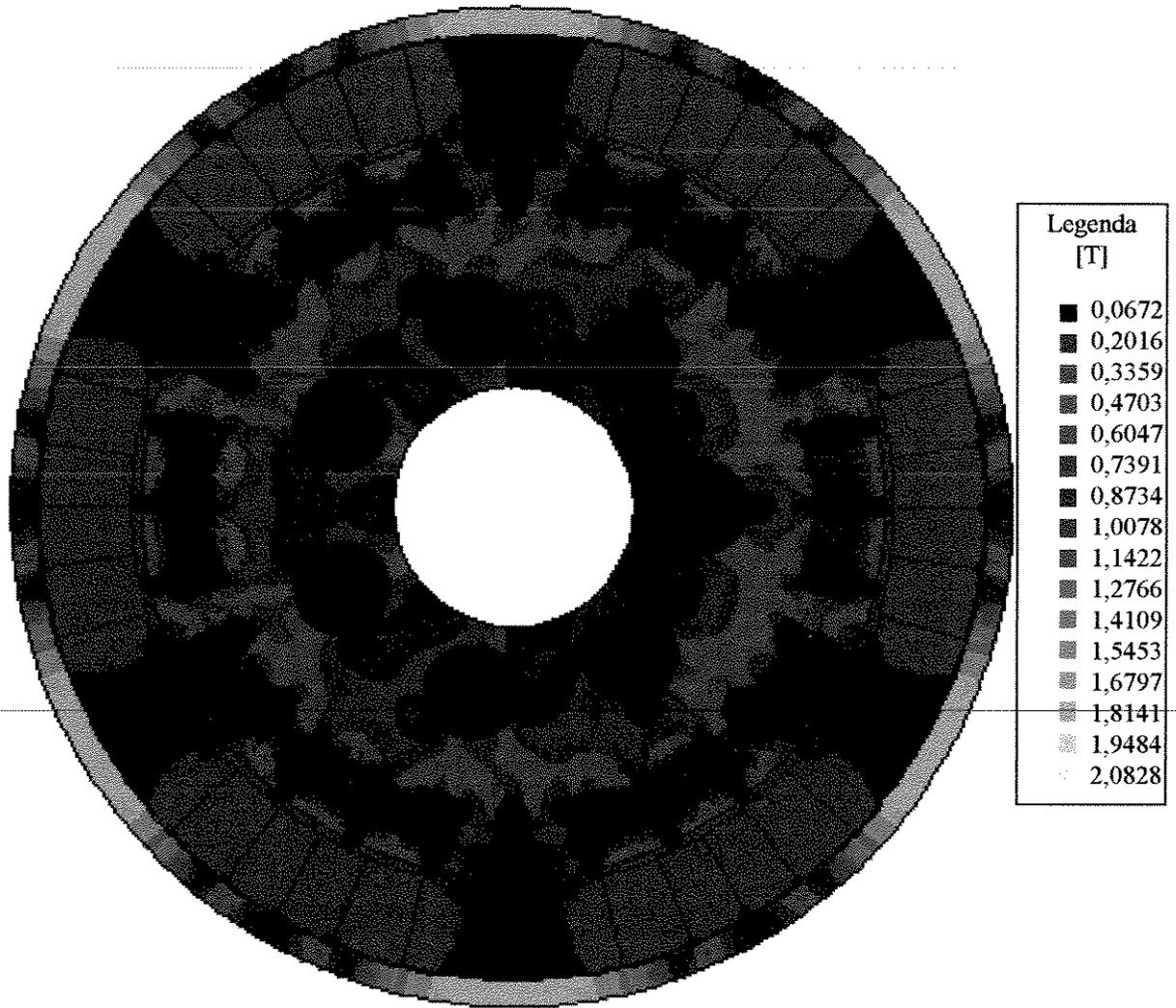


Figura 4.13 - Distribuição da densidade de fluxo magnético para  $I_a = 0$  A.

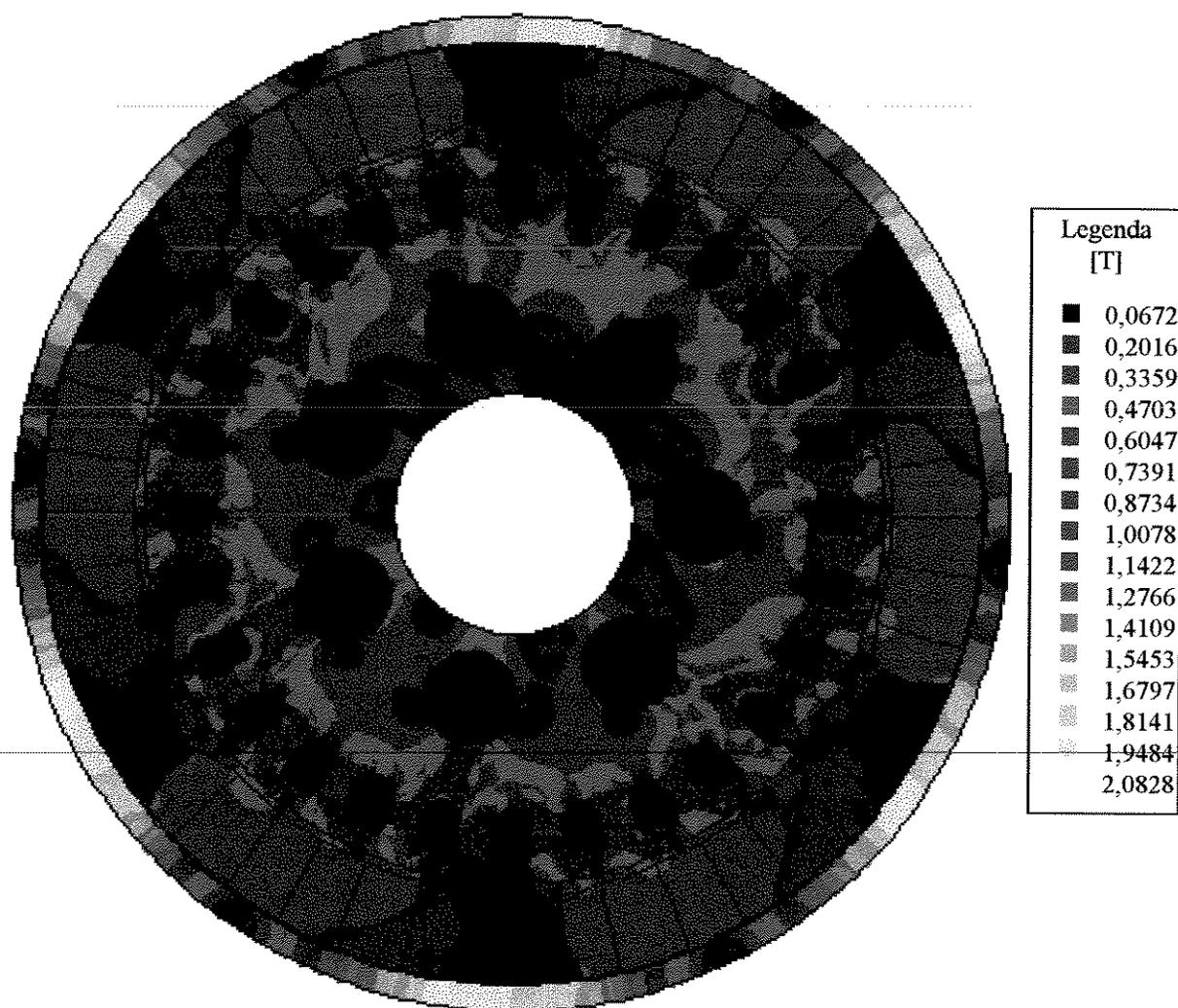


Figura 4.14 - Distribuição da densidade de fluxo magnético para  $I_a = 300$  A.

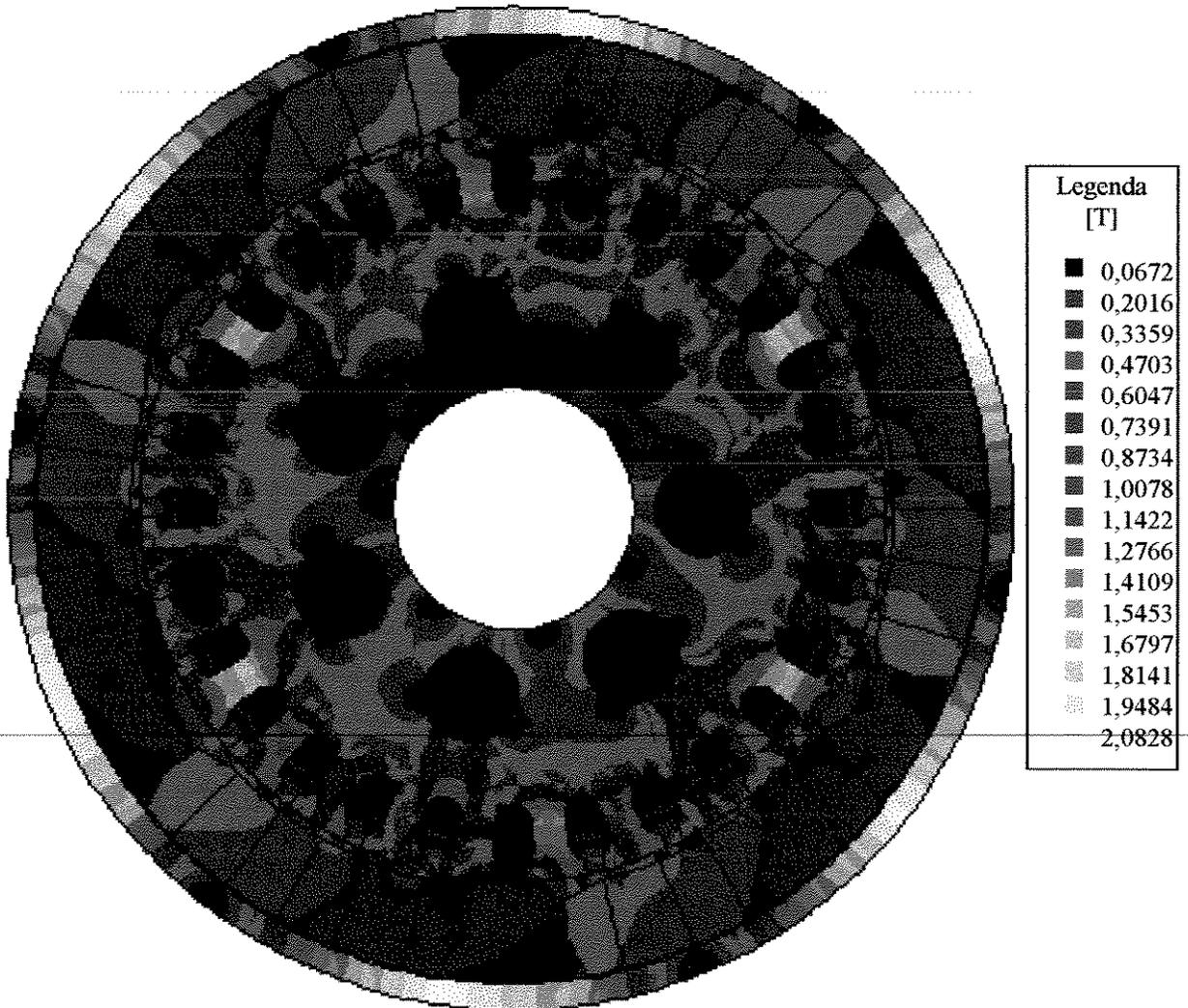


Figura 4.15 - Distribuição da densidade de fluxo magnético para  $I_a = 600$  A.

## 4.6 Resultados Numéricos de Simulação

Além dos valores de conjugado e fluxo magnéticos, são obtidos resultados referentes à densidade de fluxo magnético normal ao entreferro, ao campo magnético na carcaça e à magnetização dos ímãs, como apresentados na seqüência.

### 4.6.1 Densidade de Fluxo Magnético Normal ao Entreferro

As informações referentes a componente normal da densidade de fluxo magnético no entreferro permitem a avaliação dos efeitos da reação de armadura na distribuição do fluxo e no deslocamento da linha neutra. A Figura 4.16 mostra os valores de  $B$  normal ao longo do entreferro, sob um ímã, para três valores de corrente : 0, 300 e 600 A.

Com o aumento da corrente e conseqüente aumento da reação de armadura, nota-se que a distribuição do fluxo torna-se mais irregular, ocorrendo picos de grande amplitude. O aumento da corrente provoca também o deslocamento da linha neutra na direção de rotação do motor. Este deslocamento causa aumento do faiscamento nas escovas, provocando um maior desgaste das mesmas. O efeito da abertura das ranhuras é notado pelos vales encontrados na distribuição do fluxo.

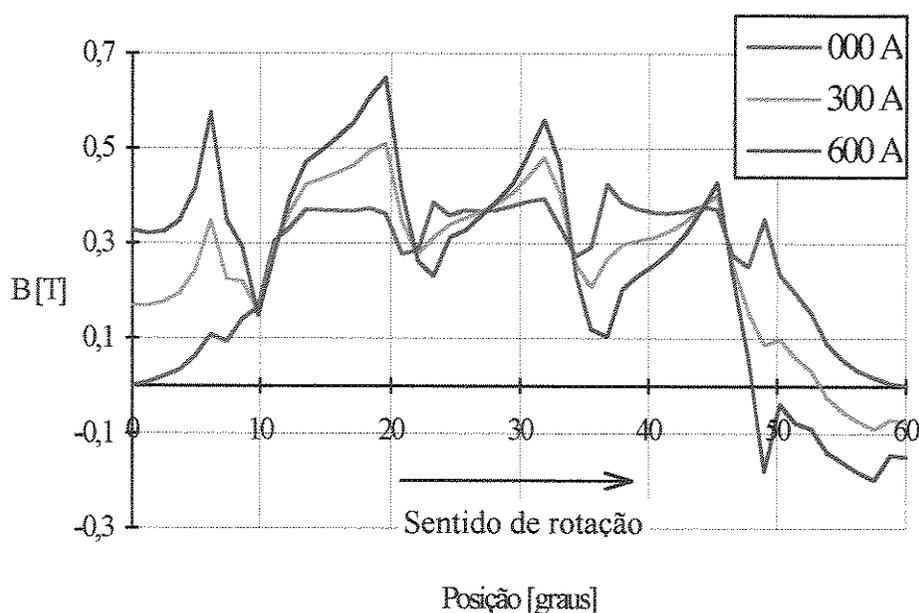


Figura 4.16 - Distribuição da componente normal de  $B$  no entreferro, sob um ímã, para  $I_a = 0, 300$  e  $600$  A.

#### 4.6.2 Campo Magnético na Carcaça

Pelas informações das figuras 4.13 a 4.15, tem-se que a carcaça apresenta os mais elevados valores de densidade de fluxo magnético. Mesmo para corrente nula, a carcaça está saturada magneticamente. A Tabela 4.4 apresenta os valores máximos da densidade de fluxo magnético **B** na carcaça e na armadura em função da corrente dentro da faixa de operação do MP. Nota-se que a variação dos valores máximos de **B** na carcaça é pequena 8,6 %, se comparada com a variação na armadura 86,9 %. Este resultado comprova a grande saturação magnética da carcaça.

Tabela 4.4 - Valores máximos da densidade de fluxo magnético **B** na carcaça e na armadura.

<i>Corrente</i> [A]	<i>B máx</i> <i>Carcaça</i> [T]	<i>B máx</i> <i>Armadura</i> [T]
100	1,9305	0,9177
150	1,9411	0,9256
200	1,9538	0,9700
250	1,9657	1,0223
300	1,9771	1,0760
350	1,9879	1,1311
400	1,9981	1,1966
450	2,0091	1,2703
500	2,0220	1,3479
550	2,0342	1,4228
600	2,0455	1,4945
650	2,0561	1,5657
700	2,0657	1,6414
730	2,0710	1,6954

Para melhor visualização dos efeitos da saturação magnética na carcaça, são apresentados gráficos dos valores de **B** e **H** em função da localização, em graus, para um passo polar, Figuras 4.17 e 4.18, respectivamente. Mais uma vez constata-se que há pouca

variação de  $B$  ao longo da carcaça, mesmo para um grande aumento de  $H$ .

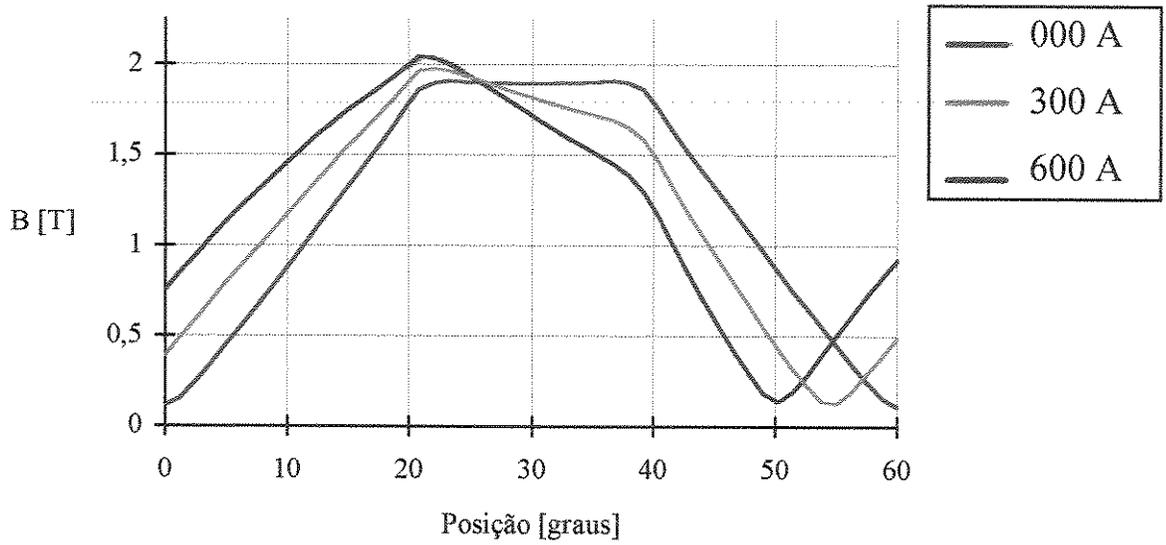


Figura 4.17 - Valores de  $B$  na carcaça para uma passo polar.

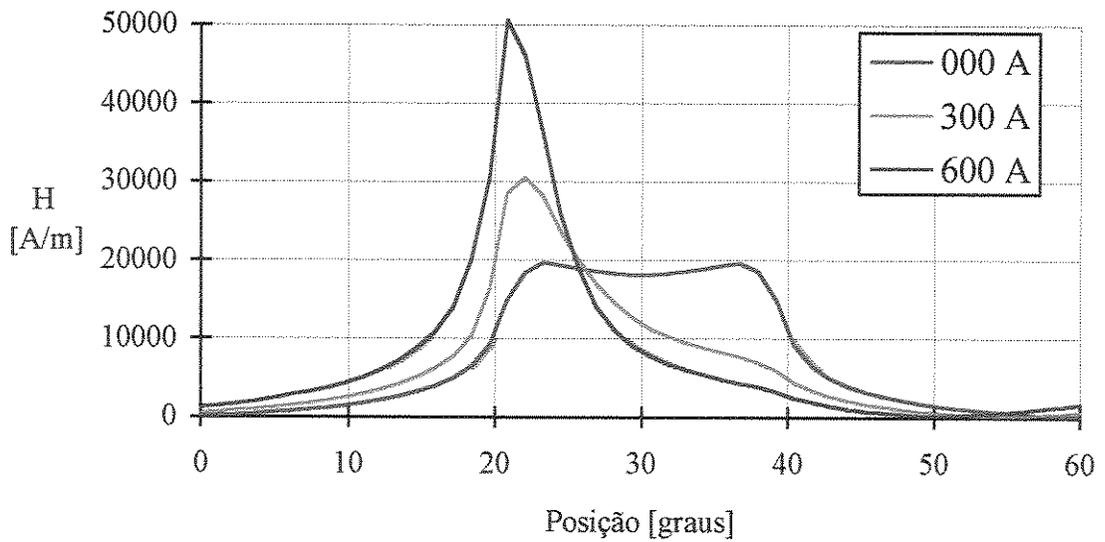


Figura 4.18 - Valores de  $H$  na carcaça para uma passo polar.

#### 4.6.3 Intensidade de Campo Magnético nos Ímãs

O ímã pode sofrer desmagnetização permanente caso seja aplicado um campo magnético  $H$  negativo próximo ao campo coercitivo máximo admitido por ele. No caso em análise, as especificações de projeto do material estabelecem que o campo coercitivo deve ser maior que 320 KA/m.

A avaliação da desmagnetização de ímãs é feita no MEF, medindo-se os valores máximos de  $H$  em função da corrente, apresentados na Tabela 4.5. Através da leitura dos resultados, conclui-se que para o MP em questão não há problemas de desmagnetização dos ímãs, pois o valor de campo coercitivo máximo não é atingido para os valores de corrente da faixa de operação do motor.

Tabela 4.5 - Valores máximos da intensidade de campo magnético  $H$  no ímã em função de  $I_a$ .

<i>Corrente</i> [A]	<i>H máx</i> <i>Ímã</i> [A/m]
100	87865
150	97411
200	107133
250	116968
300	126870
350	136799
400	146727
450	156622
500	166460
550	176216
600	187057
650	201387
700	214759
730	222036

#### 4.6.4 Comentários Sobre os Resultados

Com os resultados obtidos pelo MEF, pode-se ver detalhadamente o comportamento das grandezas magnéticas dentro do MP. Algumas destas grandezas podem ser mensuradas através de ensaios em laboratório. O fluxo magnético no entreferro, por exemplo, pode ser medido através de sondas de efeito Hall, porém este procedimento é de difícil realização e não fornece resultados detalhados como os apresentados na Figura 4.16.

Assim, o MEF torna-se um procedimento viável para se obter as grandezas magnéticas em máquinas elétricas que só podem ser calculadas por métodos numéricos ou analíticos.

A distribuição da densidade de fluxo magnético normal ao entreferro, ilustrada na Figura 4.16, mostra que o melhor posicionamento das escovas, para uma comutação mais eficiente, depende do valor da corrente na armadura no ponto de operação do motor.

A avaliação da saturação magnética nos materiais ferromagnéticos é um ponto importante para a otimização de material empregado na construção do MP. Onde existe grandes valores de  $\mathbf{B}$ , como por exemplo na carcaça, mais material deve ser colocado para reduzir a saturação. Com isso, o fluxo magnético pode ser maior, melhorando o desempenho da máquina. Para locais onde o fluxo é pequeno, pode-se retirar material o que traz reduções de custo e de peso.

O ímã permanente é um componente que desperta grande interesse pois seu mal dimensionamento pode trazer sérias conseqüências ao funcionamento da máquina. A determinação dos valores máximos da intensidade de campo magnético  $\mathbf{H}$  em seu interior, apresentados na Tabela 4.5, permite verificar se o mesmo pode sofrer desmagnetização permanente pelo simples funcionamento do motor, ou seja, pelos valores de corrente de armadura.

Para o próximo capítulo, que trata da análise de alterações no projeto do MP, são utilizados os resultados deste capítulo como referência para a avaliação das modificações.

## *CAPÍTULO 5*

# *ANÁLISE DE ALTERAÇÕES NA GEOMETRIA DO MP ATRAVÉS DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS*

### **5.1 Introdução**

Neste capítulo, são analisados os efeitos de alterações geométricas no desempenho do MP. O objetivo é verificar o potencial do MEF na avaliação destas alterações, fornecendo informações sobre o motor, mesmo sem a existência de protótipos. Assim, é possível avaliar de maneira rápida e simples as modificações no projeto inicial.

As alterações propostas não apresentam nenhum compromisso com sua implementação industrial. Trata-se apenas de uma investigação, baseada, principalmente, nos resultados de simulação do capítulo 4.

São analisadas as influências de alterações nas espessuras do entreferro e da carcaça e na largura dos ímãs permanentes. Atenção especial é dada aos valores de conjugado magnético, pois esta é a característica mais importante em um projeto de motor elétrico. Os valores de simulação, apresentados no capítulo 4, referentes MP atual são as referências para as comparações.

Ao final, é apresentado uma nova configuração geométrica do MP, baseada nos resultados dos itens anteriores.

## 5.2 Alteração na Espessura do Entreferro

O entreferro é uma região de grande importância em máquinas elétricas, pelo fato do processo de conversão de energia eletromecânica estar diretamente ligado a ele. Sob o ponto de vista de relutância magnética, é ele que apresenta os maiores valores e, sendo assim, sua espessura deve ser, sempre que possível, minimizada.

No MP, devido ao tipo de ímãs permanentes empregados (ferrite) [32], cuja permeabilidade magnética é próxima a do ar, a redução da espessura do entreferro não provoca alterações significativas nos valores de conjugado magnético.

São analisadas situações na qual apenas a espessura do entreferro é modificada. As demais cotas, tais como : raio do rotor, espessura dos ímãs e da carcaça, não são alteradas. São avaliadas seis configurações : 0,35 ; 0,50 ; 0,65 ; 0,80 0,95 e 1,10 mm, sendo que no projeto atual, o entreferro tem 0,65 mm de espessura. O raio externo do rotor não foi modificado.

A Figura 5.1 mostra uma comparação gráfica dos valores de conjugado magnético. Por motivos de visualização, são apresentados apenas os resultados referentes a três situações 0,35 ; 0,65 e 1,10 mm. Nota-se que a variação, em relação a situação atual, é pequena : a redução do entreferro traz um ganho de conjugado da ordem de 2,8 %, enquanto que o aumento do mesmo reduz o conjugado em 4,5 %. Os valores numéricos referentes a estas seis situações encontram-se no apêndice A.3.1.

Observando-se os valores da componente normal da densidade de fluxo magnético no entreferro em função da posição para um passo polar, apresentada na Figura 5.2, nota-se que as variações são pequenas. Como esperado, o fluxo magnético diminui com o aumento do entreferro, pois a linha de carga é inversamente proporcional ao comprimento do entreferro.

Assim, a espessura do entreferro é um parâmetro do projeto do motor que pode apresentar um grau de variação grande, da ordem de 45%, sem provocar alterações importantes nos valores do conjugado magnético, não ultrapassando os 3,5 %.

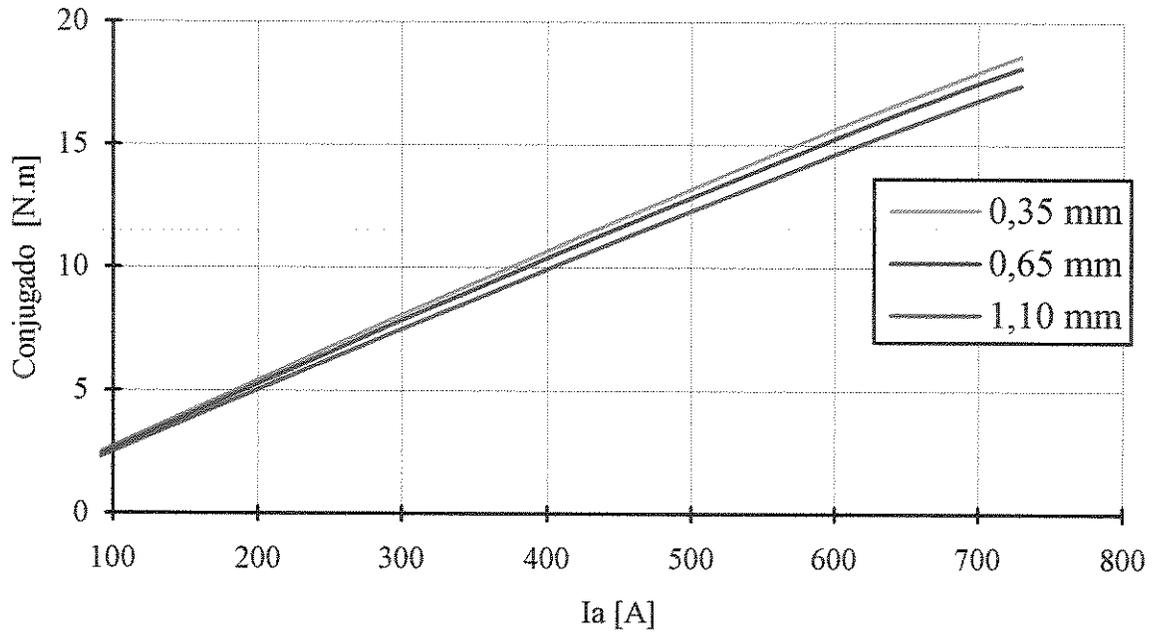


Figura 5.1 - Influência da espessura do entreferro nos valores do conjugado magnético.

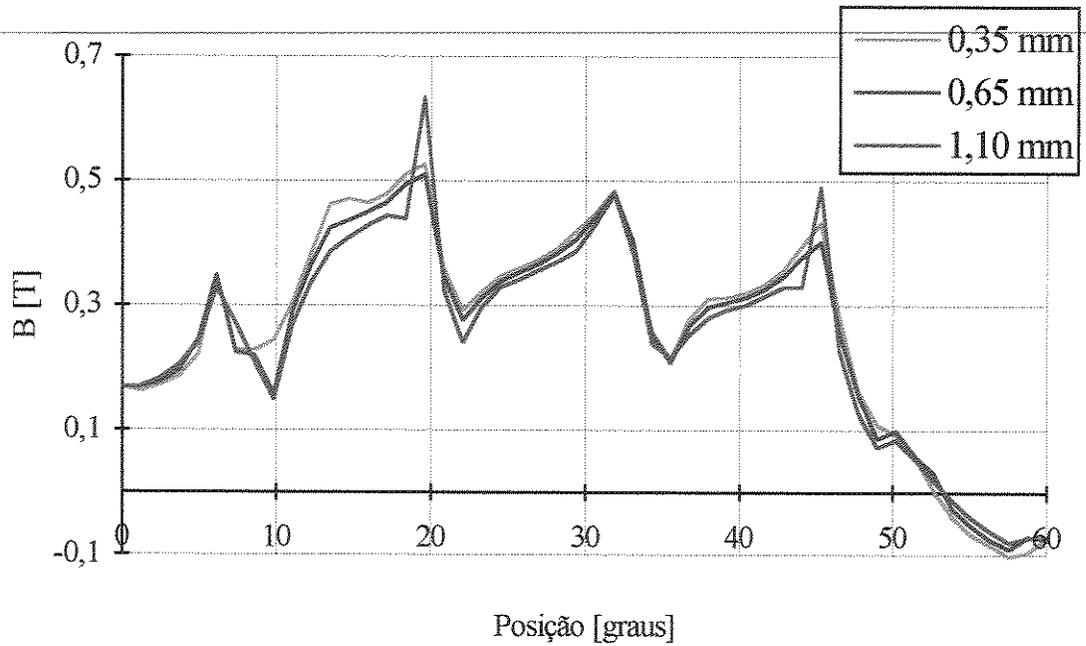


Figura 5.2 - Influência da espessura do entreferro nos valores da componente normal da densidade de fluxo magnético em um passo polar, para  $I_a = 300$  A.

### 5.3 Alteração na Espessura da Carcaça

Através da leitura das Figuras 4.13 a 4.15, observa-se que a carcaça do MP encontra-se com valores elevados de densidade de fluxo magnética. Para diminuir a saturação magnética, sem alterar a faixa de corrente de armadura de operação do MP, aumenta-se a espessura da carcaça. Assim, o fluxo magnético na carcaça é maior, melhorando o conjugado magnético.

São avaliadas quatro espessuras da carcaça : 2,0 ; 2,2 ; 2,6 e 3,0 mm. No MP atual, a carcaça encontra-se com uma espessura de 2,0 mm. Este caso, o ganho no conjugado magnético é mais significativo, chegando a 7,5% na situação 2,6 mm para os maiores valores de corrente. Encontra-se no apêndice A.3.2, a tabela com todos os valores calculados.

Na Figura 5.3, é apresentado uma comparação gráfica dos valores de conjugado magnético para as três primeiras situações. Nota-se que o aumento no conjugado não é linear, uma vez que a saturação magnética passa a ser menos significativa para maiores valores de espessura da carcaça. Assim, existe um valor mais apropriado no qual o ganho no conjugado compense o aumento do peso da carcaça e, conseqüentemente, seu custo.

Para melhor avaliar as alterações da saturação magnética na carcaça, elabora-se um gráfico com os valores da amplitude da densidade de fluxo magnético para uma passo polar em função da posição para as quatro configurações de carcaça. Através da observação do Figura 5.4, na qual a corrente de armadura vale 300 A, comprova-se que a saturação magnética reduz, de maneira não linear, com o aumento da espessura da carcaça. Os valores máximos da amplitude de **B** para cada situação, respectivamente é : 1,98 ; 1,84 ; 1,55 e 1,35 T.

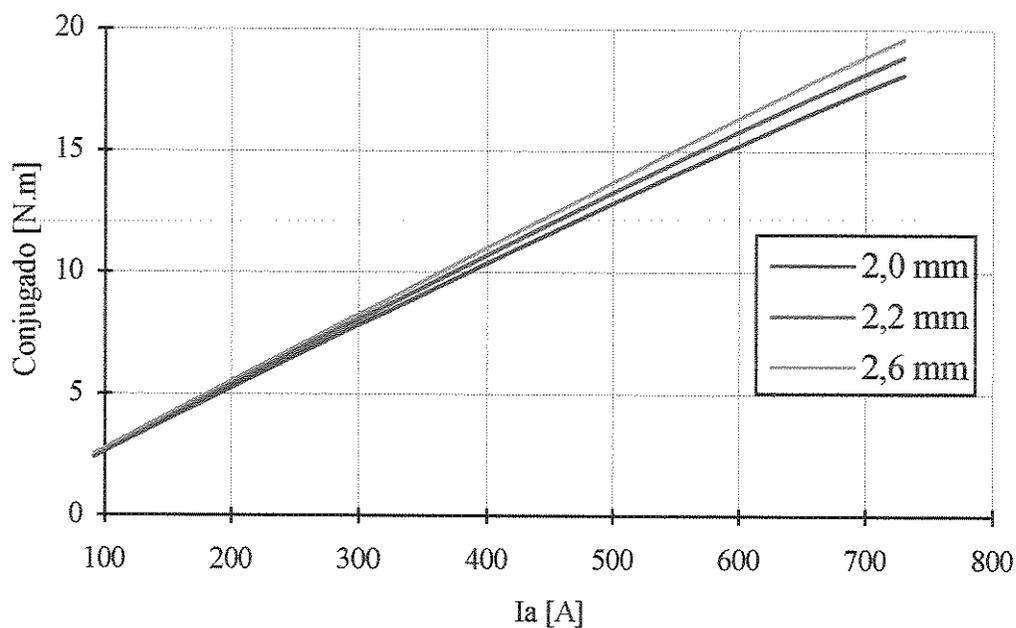


Figura 5.3 - Influência da espessura da carcaça nos valores do conjugado magnético.

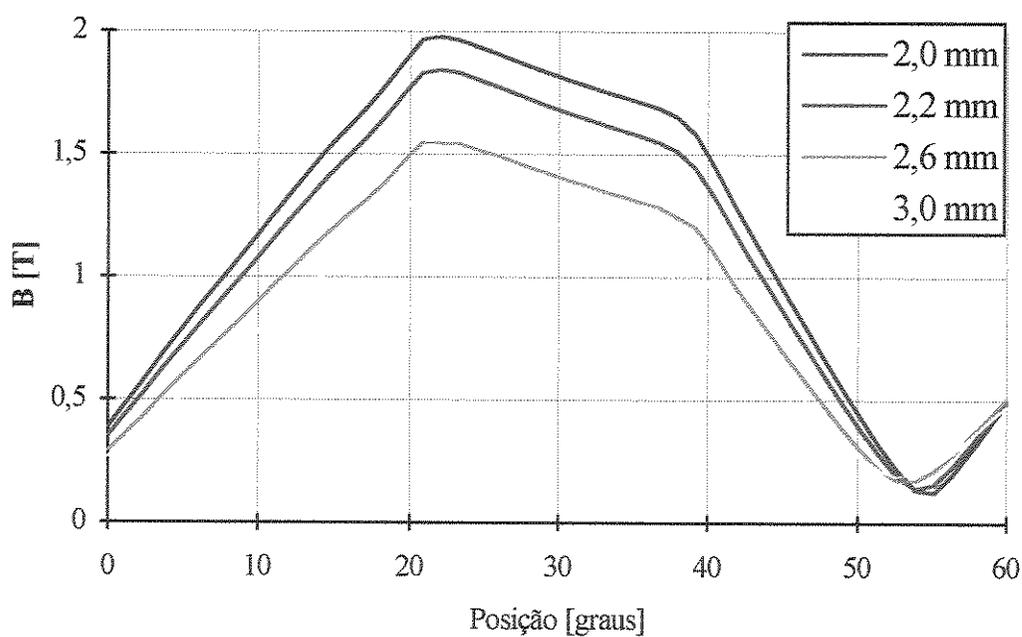


Figura 5.4 - Influência da espessura da carcaça nos valores da amplitude da densidade de fluxo magnético na carcaça, em um passo polar, para  $I_a = 300$  A.

## 5.4 Alteração na Largura do Ímã

O objetivo principal desta seção é avaliar a relação entre a largura dos ímãs permanentes e o conjugado magnético. Para isso, são analisadas três configurações : 21,8 ; 24,9 e 28,0 mm, sendo que na situação atual o MP apresenta 24,9 mm de largura média para os ímãs.

A Figura 5.5 apresenta os valores de conjugado magnético para as três situações investigadas. Observa-se que a redução do ímã traz prejuízos maiores ao conjugado do motor, na ordem de 11,3%, se comparado com um aumento na mesma proporção, próximo a 6,0 %. Os valores numéricos das simulações são apresentados no apêndice A.3.3.

O aumento do ímã como solução para a melhora no desempenho, traz um aumento de custo e peso ao MP, aspectos estes indesejáveis em projetos industriais em larga escala de produção.

Investigando-se a amplitude da densidade de fluxo magnético na carcaça, apresentada na Figura 5.6, observa-se que o aumento da espessura do ímã provoca um aumento da saturação magnética na mesma, e vice-versa. Isto ocorre, pois fluxo magnético

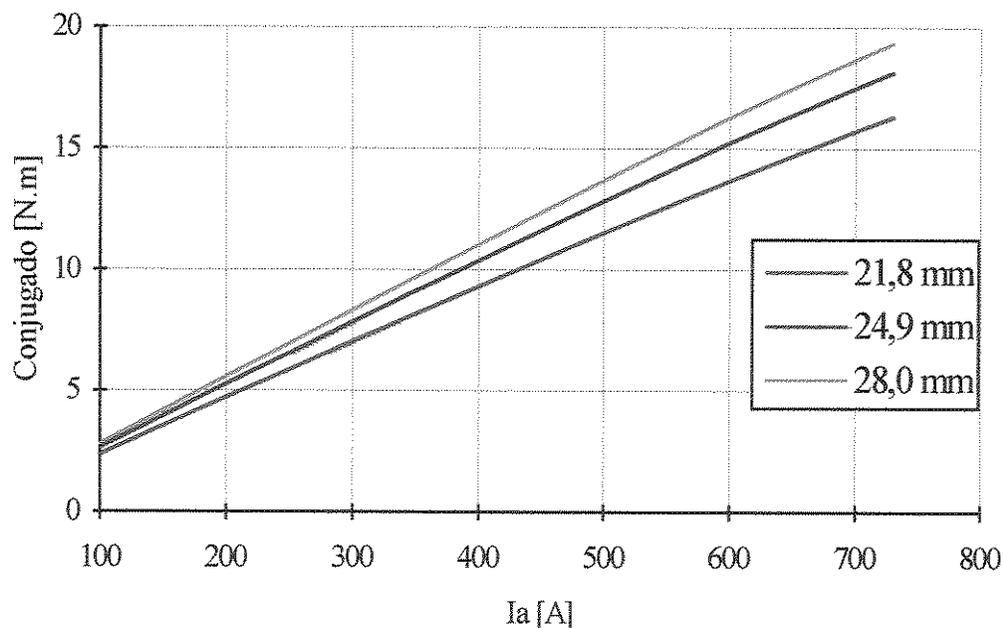


Figura 5.5 - Influência da largura dos ímãs nos valores do conjugado magnético.

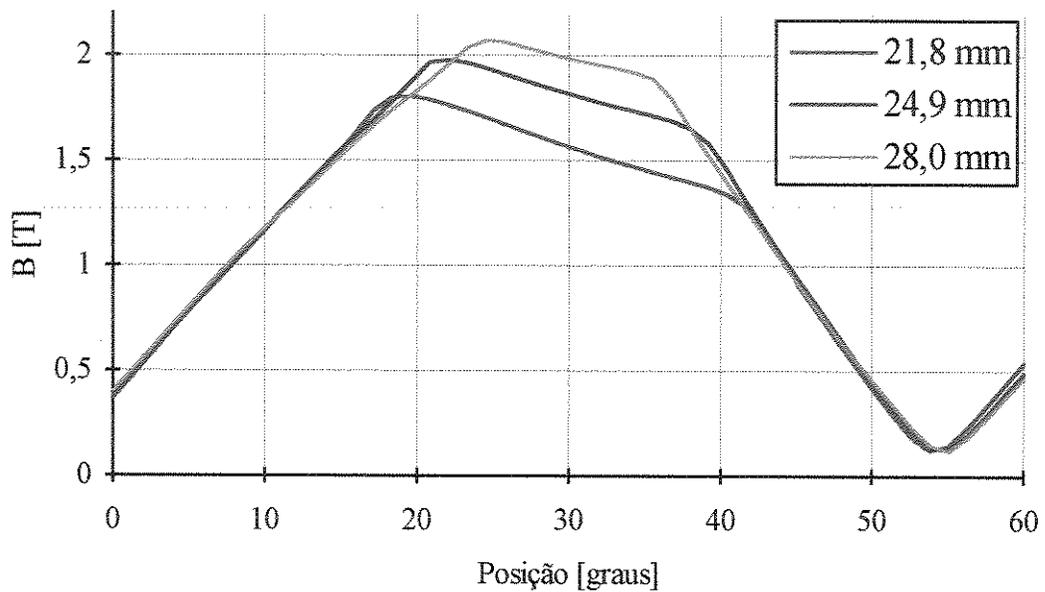


Figura 5.6 - Influência da largura dos ímãs nos valores da amplitude da densidade de fluxo magnético na carcaça, em um passo polar, para  $I_a = 300 A$ .

adicional é dado pelos ímãs, devido ao seu maior volume, enquanto que a carcaça mantém-se a mesma. São os seguintes os valores máximos de  $B$  para cada situação, respectivamente: 1,80 ; 1,98 e 2,07 T.

## 5.5 Nova Configuração

Utilizando-se os resultados dos itens anteriores, são implementadas alterações na geometria do MP, buscando um melhor desempenho em relação ao conjugado magnético.

A configuração inicial é alterada em dois locais : aumenta-se a espessura da carcaça em 0,6 mm e a largura do ímã em 3,1 mm. Nenhuma modificação na espessura do entreferro é realizada, pois este provoca pouca alteração nos valores do conjugado magnético.

Várias características são analisadas e comparadas com o MP atual : conjugado magnético, velocidade mecânica, densidade de fluxo magnético máximo na carcaça,

densidade de fluxo normal ao entreferro, linhas de fluxo e distribuição da densidade de fluxo. Lembrando-se que os valores do MP atual referem-se aos valores calculados nas simulações e apresentados no capítulo 4.

### 5.5.1 Conjugado Magnético

A Tabela 5.1 apresenta os valores absolutos e relativos do conjugado magnético para as duas configurações analisadas. Da observação da Figura 5.6, tem-se que o aumento da largura do ímã traz um aumento de fluxo na carcaça e, portanto, a necessidade de se aumentar a espessura da mesma. Nota-se que o ganho no conjugado é significativo, chegando a 14,8% para valores mais altos de corrente. O ganho aumenta com o valor da corrente, pois na nova configuração, a saturação magnética na carcaça é menor. Esta informação pode ser melhor observada nas Figuras 5.11 e 5.12, na qual são apresentadas a distribuição da densidade de fluxo magnético para as situações atual e nova.

Assim, com a adequação da espessura da carcaça ao aumento do fluxo magnético, pode-se alcançar expressivo melhoramento no desempenho do motor.

### 5.5.2 Velocidade Mecânica

Para o cálculo da velocidade mecânica é utilizada a expressão (3.15). O MEF fornece os valores de conjugado e fluxo magnéticos, calculadas levando-se em consideração as perdas rotacionais, resistências de armadura e das escovas, em função da corrente de armadura, como descrito no item 3.4.3. Por conveniência, a expressão da velocidade é apresentada novamente :

$$n = \left( \frac{2\pi}{60} \cdot \frac{V_t}{K_a \cdot \phi} \right) - \left( \frac{R_a \cdot T_{mag}}{(K_a \cdot \phi)^2} \right) \quad (5.1)$$

A Tabela 5.2 apresenta uma comparação entre os resultados das duas configurações. Nota-se que a velocidade diminui com as modificações. Este fato era esperado, devido ao aumento do fluxo magnético provocado pelo aumento da largura do ímã.

Tabela 5.1 - Valores do conjugado magnético para o MP atual e modificado.

<i>Ia</i> [A]	<i>MP</i> <i>atual</i> [N.m]	<i>MP</i> <i>modificado</i> [N.m]	<i>Desvio</i> [%]
100	2,6398	3,0454	13,32
150	3,9536	4,5651	13,40
200	5,2603	6,0812	13,50
250	6,5577	7,5926	13,63
300	7,8443	9,0981	13,78
350	9,1182	10,5966	13,95
400	10,3779	12,0866	14,14
450	11,6220	13,5662	14,33
500	12,8487	15,0322	14,53
550	14,0559	16,4790	14,70
600	15,2401	17,8935	14,83
650	16,3946	19,2571	14,86
700	17,5078	20,5672	14,87
730	18,1534	21,3270	14,88

*Tabela 5.2 - Valores da velocidade mecânica para o MP atual e modificado.*

<i>Ia</i> [A]	<i>MP atual</i> [rpm]	<i>MP modificado</i> [rpm]	<i>Desvio</i> [%]
100	3490,76	3003,86	-16,21
150	3130,42	2703,40	-15,80
200	2779,78	2392,55	-16,18
250	2470,37	2124,47	-16,28
300	2168,90	1866,07	-16,23
350	1883,93	1619,54	-16,32
400	1623,08	1392,87	-16,53
450	1346,28	1153,92	-16,67
500	1083,67	927,20	-16,88
550	825,66	704,52	-17,19
600	600,63	512,87	-17,11
650	373,05	319,68	-16,69
700	165,82	158,32	-4,73
730	24,46	37,95	35,55

### 5.5.3 Fluxo Magnético Normal ao Entreferro

Com ímãs maiores, o fluxo magnético produzido no entreferro será maior. A Figura 5.7 apresenta os valores da densidade de fluxo magnético normal ao entreferro para uma corrente de armadura de 300A, onde pode-se constatar que os valores de  $B$  para o motor modificado superam os valores para o MP atual. Esta informação ratifica os valores encontrados para o conjugado magnético e para a velocidade mecânica.

### 5.5.4 Densidade de Fluxo Magnético na Carcaça

Como analisado no capítulo 4, a carcaça do MP é a região de maior saturação magnética. Mesmo com o aumento da espessura da carcaça, na configuração modificada do MP, faz-se necessária a investigação da densidade de fluxo magnética na carcaça, pois há um aumento do fluxo magnético nos ímãs. A Figura 5.8 apresenta estes resultados.

Nota-se que há uma redução significativa da saturação na carcaça, sendo que os valores máximos de  $B$ , para o MP atual e o modificado, são, respectivamente, para o valor de corrente de armadura igual a 300 A : 1,98 e 1,73 T.

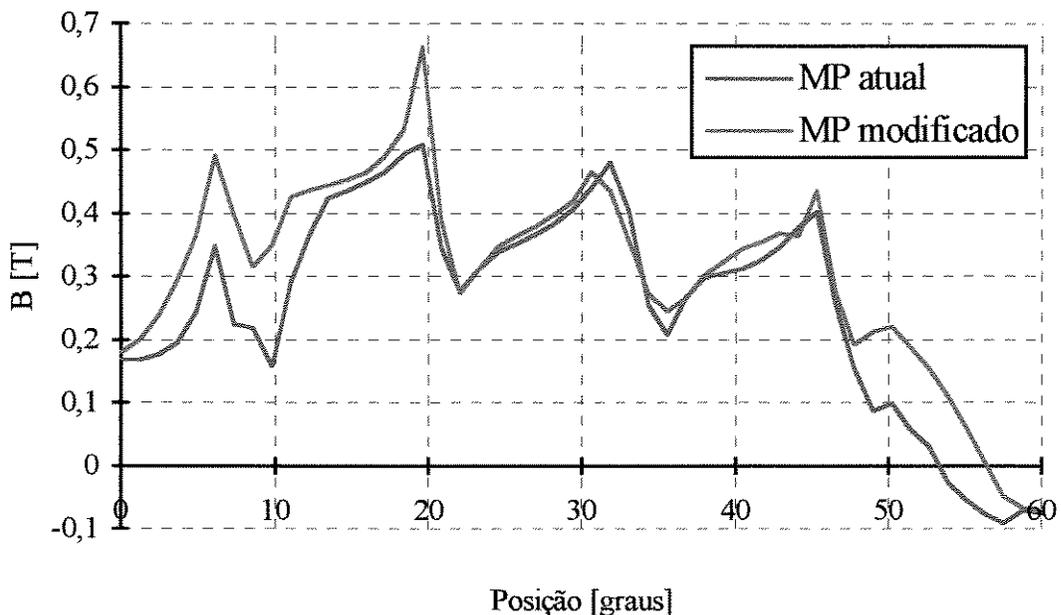
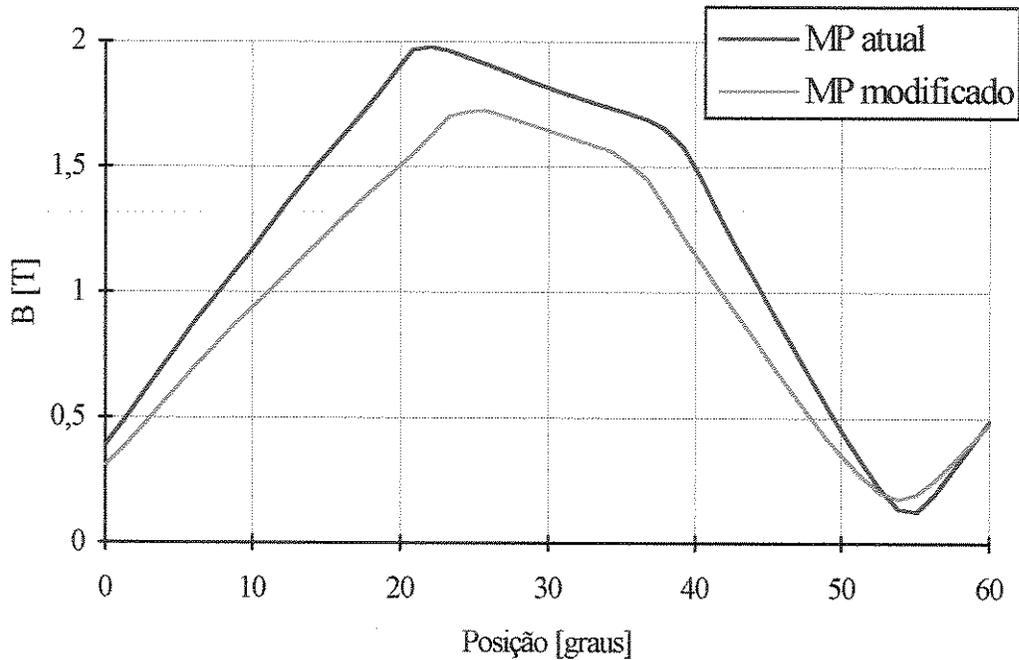


Figura 5.7 - Densidade de fluxo magnético normal ao entreferro para o MP atual e modificado, em um passo polar, para  $I_a = 300$  A.



*Figura 5.8 - Densidade de fluxo magnético na carcaça para o MP atual e modificado, em um passo polar para  $I_a = 300$  A.*

### 5.5.5 Linhas de Fluxo Magnético

A seguir são apresentadas os gráficos das linhas de fluxo magnético para as configurações analisadas para dois valores de corrente de armadura : 0 e 600 A. As Figuras 5.9 e 5.10, respectivamente, apresentam os resultados. Para facilitar a comparação, são mostrados novamente gráficos do capítulo anterior.

Embora haja uma proximidade maior entre os ímãs permanentes, a nova configuração não apresenta aumento do fluxo disperso decorrente deste fato. Nota-se uma grande semelhança entre as distribuições nas duas configurações, sendo que parte do fluxo, no caso atual, que não fechava caminho magnético pelo ímãs, passa agora a fazer parte do fluxo concatenado da máquina.

Os efeitos da reação de armadura também são sentidos na nova configuração. Observa-se na Figura 5.10 (b), o aumento da concentração das linhas de fluxo na carcaça e em pólos específicos da armadura. Pode-se notar também o deslocamento da linha neutra

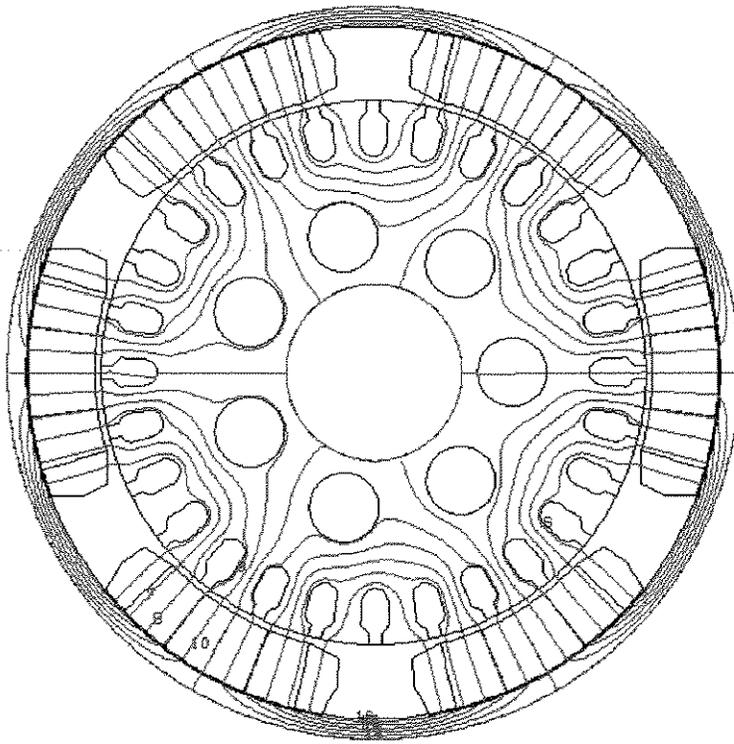
observando-se a existência de linhas de fluxo no carcaça sobre o ponto médio do ímã e na região entre os ímãs.

#### **5.5.6 Distribuição da Densidade de Fluxo Magnético**

O mapa de cores com a distribuição da densidade de fluxo magnético para as configurações analisadas, em dois valores de corrente de armadura : 0 e 600 A, são mostrados nas Figuras 5.11 e 5.12, respectivamente.

Nelas pode-se constatar as observações citadas em itens anteriores sobre a saturação magnética no motor. O aumento da espessura da carcaça proporciona uma redução da saturação magnética na mesma, compensando, inclusive, o aumento de fluxo provocado pelo aumento da largura dos ímãs, como apresentado na Figura 5.8.

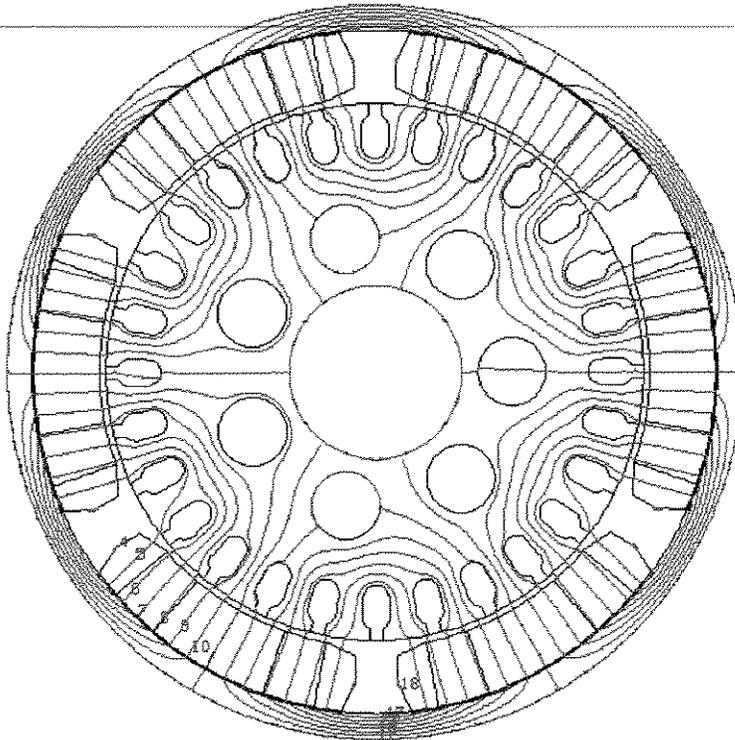
Pela observação das Figuras 5.9 e 5.10, nota-se um aumento da saturação em pólos específicos da armadura. As figuras referentes a distribuição de fluxo mostram este acontecimento através do contraste das cores.



Legenda  
[mWb]

1	-0,200
2	-0,180
3	-0,160
4	-0,140
5	-0,120
6	-0,100
7	-0,080
8	-0,060
9	-0,040
10	-0,020
11	0,000
12	0,020
13	0,040
14	0,060
15	0,080
16	0,100
17	0,120
18	0,140
19	0,160
20	0,180
21	0,200

(a)

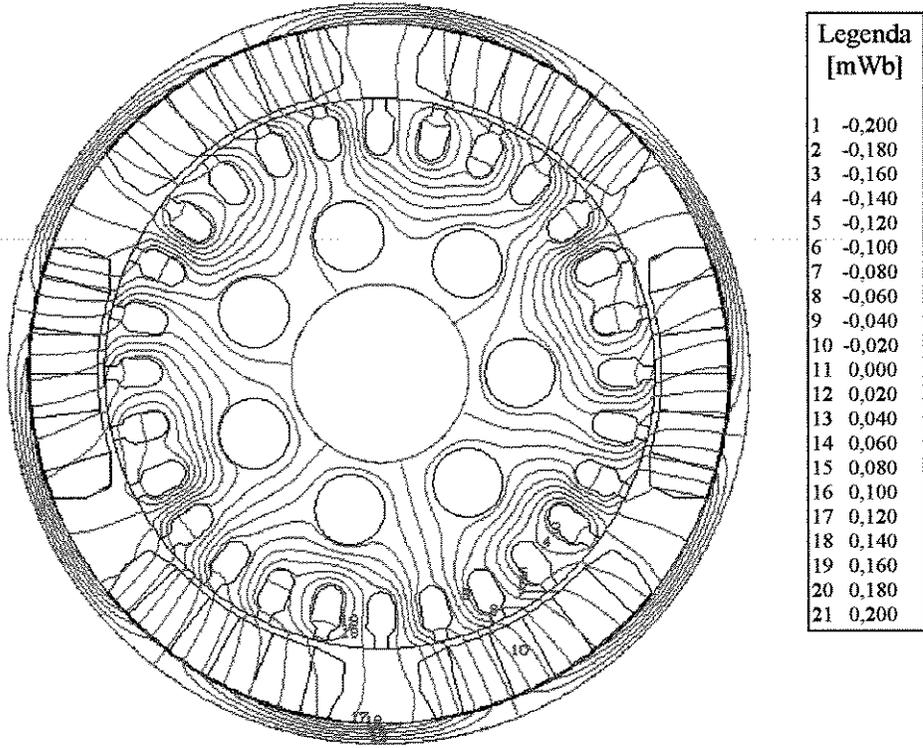


Legenda  
[mWb]

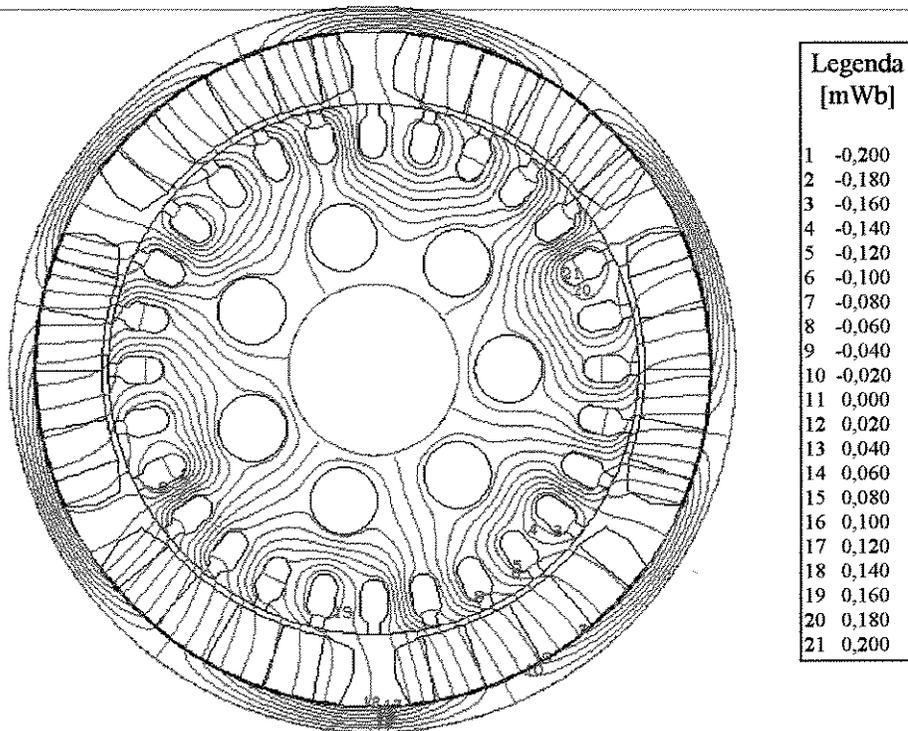
1	-0,200
2	-0,180
3	-0,160
4	-0,140
5	-0,120
6	-0,100
7	-0,080
8	-0,060
9	-0,040
10	-0,020
11	0,000
12	0,020
13	0,040
14	0,060
15	0,080
16	0,100
17	0,120
18	0,140
19	0,160
20	0,180
21	0,200

(b)

Figura 5.9 - Linhas de fluxo magnético para  $l_a = 0$  : (a) MP atual e (b) MP modificado.

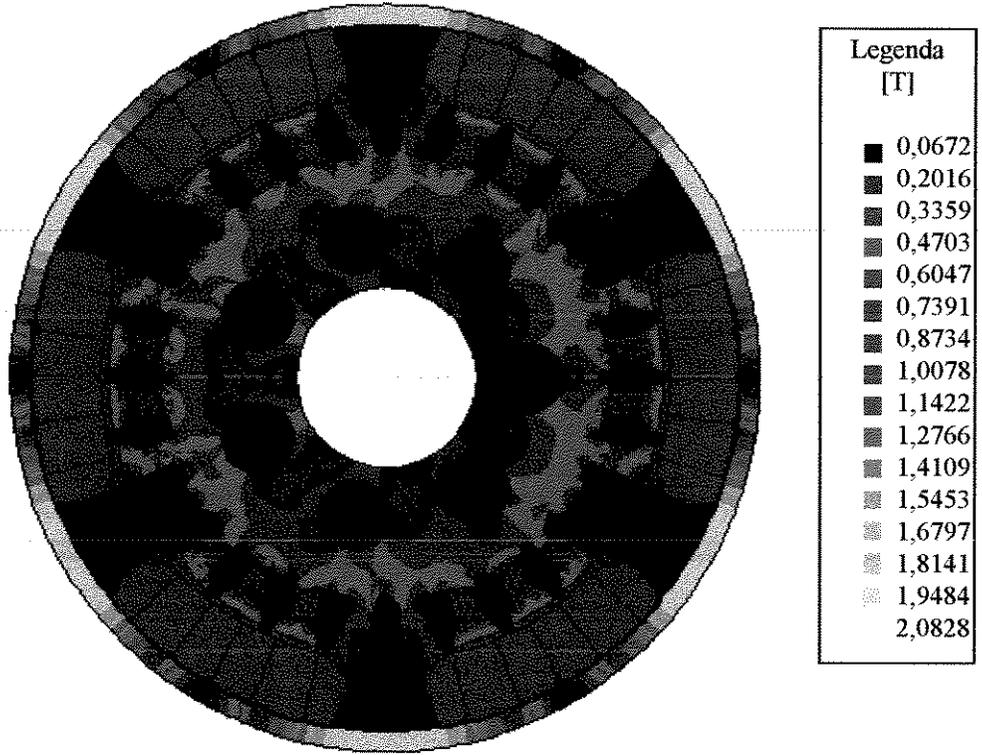


(a)

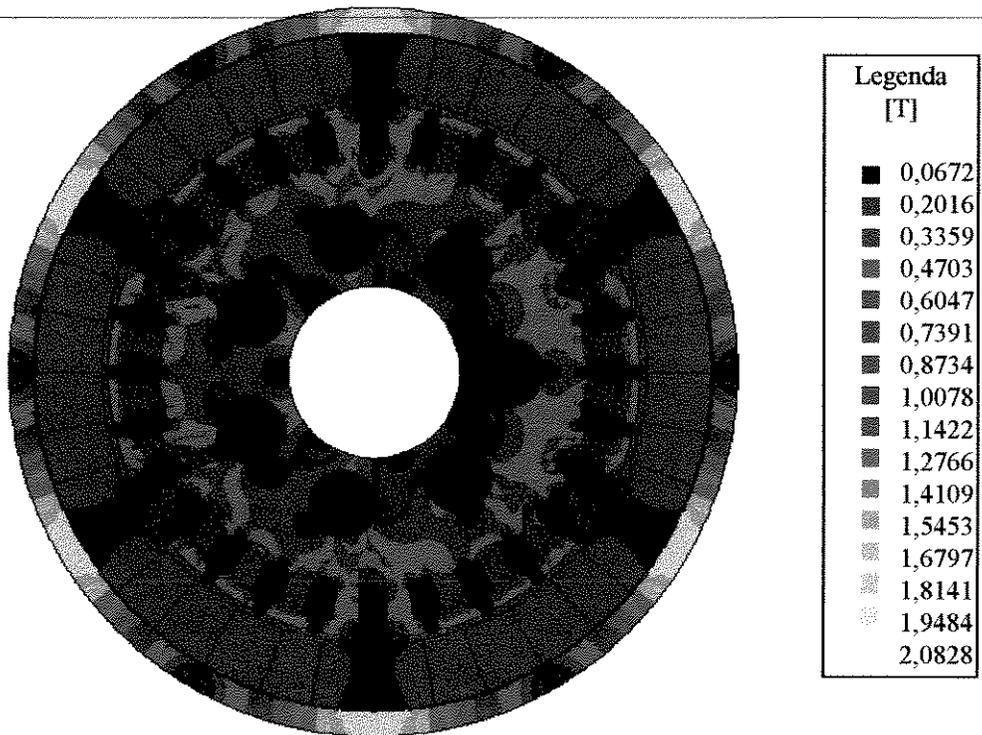


(b)

Figura 5.10 - Linhas de fluxo magnético para  $I_a = 600$  A: (a) MP atual e (b) MP modificado.

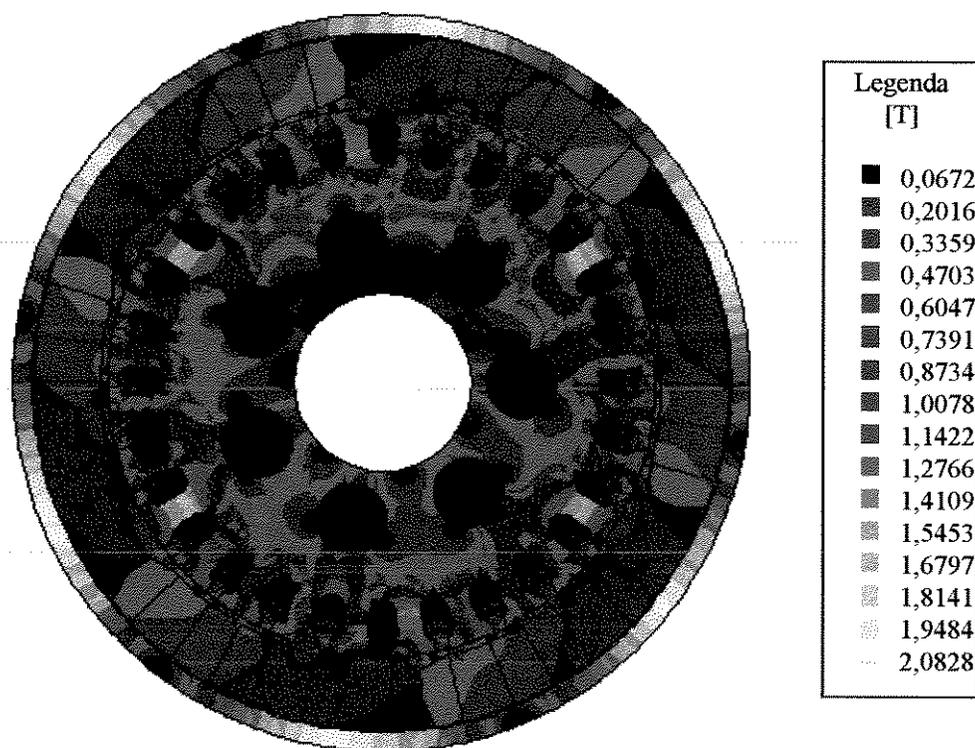


(a)

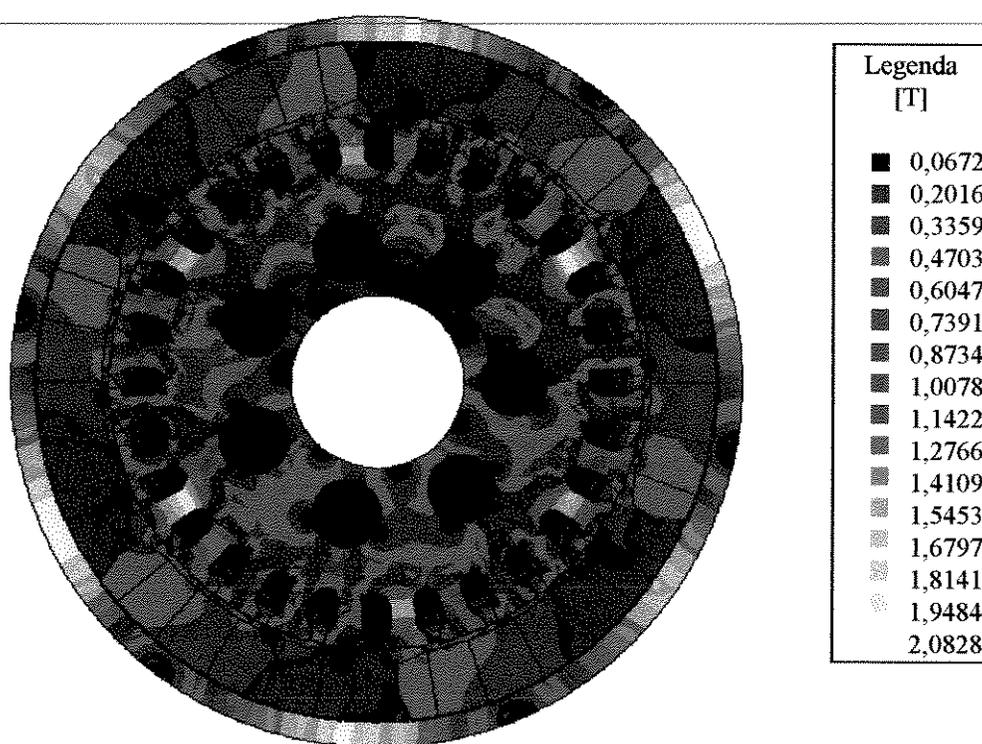


(b)

Figura 5.11 - Densidade de fluxo magnético para  $I_a = 0$  A: (a) MP atual e (b) MP modificado.



(a)



(b)

Figura 5.12 - Densidade de fluxo magnético para  $I_a = 600$  A: (a) MP atual e (b) MP modificado.

## 5.6 Comentários

A partir dos resultados mostrados na Figura 5.1, pode-se concluir que alterações na comprimento do entreferro não provocaram alterações significativas no desempenho do motor. Isto se deve ao fato da densidade de fluxo no entreferro não se alterar, como mostrado na Figura 5.13, na qual a operação é definida pelo ponto de intercepção da curva de desmagnetização do ímã [32] com a linha de carga do sistema magnético definida pela seguinte equação [26]:

$$B_m = -\mu_0 \cdot q \cdot \frac{A_g}{A_m} \cdot \frac{l_m}{l_g} \cdot H_m, \quad (5.2)$$

na qual  $B_m$  é densidade de fluxo do ímã,  
 $\mu_0$  é a permeabilidade magnética do ar,  
 $q$  = fluxo no ímã/fluxo no entreferro,  
 $H_m$  é a intensidade de campo magnético no ímã,  
 $A_g, A_m$  são as áreas do entreferro e do ímã, respectivamente,  
 $l_g, l_m$  são as espessuras do entreferro e do ímã, respectivamente.

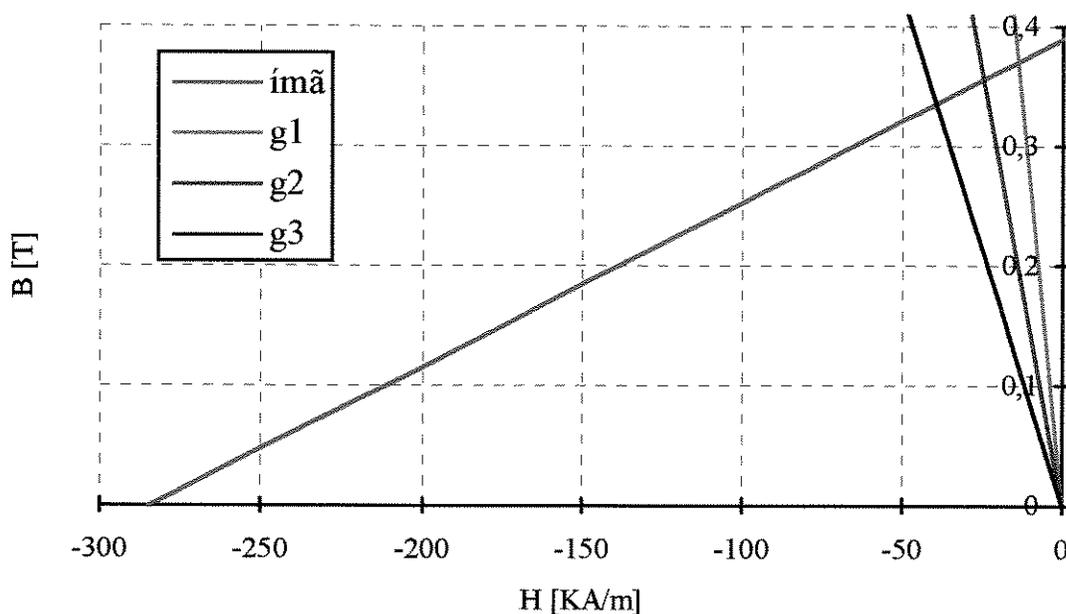


Figura 5.13 - Ponto de operação magnético do MP em função da linha de carga.

Assumindo que  $A_g=A_m$  e  $q = 1,1$ , os valores da densidade de fluxo magnético, em função do comprimento do entreferro,  $g_1 = 0,35$  mm,  $g_2 = 0,65$ mm e  $g_3 = 1,1$  mm, fornecidos pela Figura 5.13 são 0,370 T, 0,355 T e 0,335 T, respectivamente. Estes valores estão em concordância com os resultado obtido pelo MEF da seção 5.2.

Porém, o aumento na espessura da carcaça ou o aumento na largura dos ímãs trazem uma melhora significativa no conjugado magnético em relação a corrente de armadura, como pode ser observado nas Figuras 5.3 e 5.5, respectivamente. O inconveniente destas alterações é o aumento no peso e no custo do MP.

Com base nestes resultados, investigou-se os efeitos das modificações combinadas na espessura da carcaça e na largura do ímã. A carcaça mais espessa permitiu uma melhor distribuição do fluxo magnético fornecido pela nova configuração dos ímãs, como pode ser visto na Figura 5.12. Neste caso, obteve-se um aumento, de até 14,8 %, nos valores do conjugado magnético para uma mesma corrente de armadura.

## CAPÍTULO 6

### CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

#### 6.1 Conclusões

Nesta dissertação foram apresentados os principais aspectos da análise eletromagnética do Motor de Partida através da aplicação do Método dos Elementos Finitos. A utilização de métodos numéricos na avaliação de dispositivos magnéticos apresenta importantes vantagens em relação aos métodos clássicos. O modelo bidimensional em Elementos Finitos sofreu ajuste para considerar as diferenças nos comprimentos do pacote da armadura, dos ímãs e da carcaça. Os valores calculados nas simulações apresentaram boa concordância com os resultados experimentais. Na análise de alterações geométricas no desempenho do motor, a espessura do entreferro não provocou mudança significativa enquanto que alterações na largura dos ímãs e aumento da espessura da carcaça levaram a um melhor desempenho eletromagnético do motor.

A aplicação do MEF à análise de máquinas elétricas, através de um “software” de auxílio à projetos de engenharia, apresenta importantes vantagens em relação aos métodos clássicos e ao método da tentativa e erro. Os resultados de simulação fornecem informações a respeito do comportamento de grandezas magnéticas tais como conjugado e fluxo magnéticos, densidade de fluxo, entre outras, como apresentado nas seções 4.4, 4.5 e 4.6. O fluxo magnético no entreferro pode ser medido através de sondas de efeito Hall, porém sem os detalhes apresentados nos resultados de simulação, como mostrado na Figura 4.16. Com a utilização do MEF, pode-se reduzir o número de protótipos, diminuindo o tempo total de desenvolvimento. O método permite não só detectar falhas

funcionais e de dimensionamento, bem como avaliar as alterações necessárias a correção dos mesmos.

Outra vantagem do método, e que é apresentada neste trabalho, refere-se a análise de alterações geométricas. No capítulo 5, investigou-se a influência de alterações geométricas no desempenho do MP, criando subsídios para uma possível otimização. No caso em estudo, o interesse maior está em melhorar relação conjugado magnético pela corrente de armadura. Com a análise dos resultados de simulação apresentados no item 5.5, conclui-se que um aumento na espessura da carcaça e na largura dos ímãs causou uma melhora significativa no conjugado, atingindo 14,8 %. Enquanto isso, modificações na espessura do entreferro pouco alteraram o comportamento do motor, como mostrado no item 5.6.

Por outro lado, o modelo em Elementos Finitos por si só não leva em consideração nos cálculos os parâmetros mecânicos e de resistência elétrica da máquina. No caso em estudo, a construção do modelo para o MP necessita de dados de entrada referentes às perdas rotacionais e às resistências dos condutores e das escovas, que são obtidos através de ensaios em laboratório descritos no item 3.3. Sem estes parâmetros, os resultados finais de conjugado mecânico e velocidade de saída apresentariam maiores desvios em relação aos resultados experimentais. Além disso, na concepção de um novo projeto, estes valores de entrada não são conhecidos, implicando em maiores desvios.

A adoção de um modelo em duas dimensões implica em uma simplificação do funcionamento do produto, que, para alguns casos, pode levar a distorções significativas nos resultados. No caso do MP, devido às diferenças nos comprimentos do pacote da armadura, dos ímãs permanentes e da carcaça, definiu-se o modelo apresentado na seção 4.2, para ajustar estas diferenças. Porém, este modelo considera somente as diferenças no comprimento da armadura e dos ímãs; para a carcaça, o modelo em três dimensões poderia levar em consideração este fato. Outras limitações do modelo magnetostático bidimensional são a de não considerar os efeitos de cabeça de bobina, nem a laminação dos materiais ferromagnéticos, ou seja, os efeitos das correntes parasitas.

Apesar das limitações e simplificações, a aplicação do MEF bidimensional ao estudo do MP, através de uma análise magnetostática, mostrou-se eficiente e adequada aos requisitos do projeto. As simulações apresentaram valores coerentes e próximos aos

obtidos em laboratório, como apresentado nas Tabelas 4.1 a 4.3. Além disso, a aplicação do método permitiu a investigação de modificações no projeto, possibilitando a otimização funcional e dimensional do motor, sem que houvesse a necessidade de se construir protótipos para cada alteração.

## **6.2 Sugestões para futuros trabalhos**

O modelo em Elementos Finitos tridimensional do MP constitui uma proposta de estudo, uma vez que as diferenças de comprimento na carcaça, ímãs e armadura podem ser analisadas. Além disso, os efeitos de cabeça de bobina e de laminação de materiais ferromagnéticos podem ser considerados nos cálculos.

O método pode ser aplicado a outros tipos de máquinas elétricas e dispositivos magnéticos, auxiliando a compreensão dos fenômenos envolvidos e o melhor dimensionamento.

## APÊNDICE 1

### COMPONENTES PRINCIPAIS DO MP

#### A.1.1 Generalidades

A figura 3.1 apresenta o MP com ímãs permanentes cuja modelagem é o objetivo deste trabalho. Nela pode-se destacar seus principais componentes.

Na parte superior do motor encontra-se um relê denominado Chave Magnética que executa duas funções no sistema de partida : empurrar o pinhão na direção da cremalheira do motor de combustão e fechar os contatos do circuito principal do MP, que leva corrente ao motor elétrico. A chave magnética é constituída por dois enrolamentos : o de atracação e o de retenção.

A fixação do eixo do induzido nos mancais do MP é feita através de duas buchas. Elas são responsáveis pela rápida desaceleração do rotor, característica indispensável num sistema de partida, pois, em caso de insucesso no acionamento do motor, o MP deve rapidamente voltar ao estado de prontidão para a partida, ou seja, com o rotor parado.

O rotor é formado por lamelas de aço justapostas e possui 28 ranhuras com 2 condutores por ranhura. O enrolamento é do tipo ondulado simples. A corrente elétrica é levada aos condutores através de um coletor laminado com escovas. No estator, existem 6 ímãs permanentes e a carcaça é formada por uma lâmina de aço dobrada.

Para se obter um maior valor para o conjugado mecânico de saída, o MP possui uma redução, denominada planetário que, para o tipo de MP analisado neste trabalho, multiplica o conjugado no pinhão por 4,36. O sistema de roda livre impede que o rotor atinja altas velocidades enquanto o MP estiver ainda conectado ao motor de combustão.

### **A.1.2 Funcionamento do Sistema de Partida**

Com o acionamento da chave de partida do veículo, as bobinas da chave magnética são alimentadas e a força magnética criada faz movimentar o induzido da chave. Este movimento é transmitido ao pinhão através da alavanca de comando. Quando o pinhão engrena na cremalheira do motor, os contatos do relê são fechados e o circuito principal energizado.

Com corrente elétrica nos condutores da armadura, o MP começa girar até que motor parta. Após o motor entrar em funcionamento, o sistema de roda livre desfaz a união mecânica entre o pinhão e o eixo do induzido, evitando assim, altas velocidades do rotor que podem danificar o equipamento. E finalmente, um sistema de molas no pinhão e na chave magnética garantem o desligamento do motor elétrico.

---

## APÊNDICE 2

### VALORES NUMÉRICOS MEDIDOS NOS ENSAIOS DE LABORATÓRIO

#### A.2.1 Ensaio Rotor Bloqueado

Os valores obtidos neste ensaio são apresentados na tabela A.2.1. A resistência de armadura é calculada a partir da expressão 3.2.

*Tabela A.2.1 : Valores experimentais para o ensaio rotor bloqueado.*

<i>Corrente</i> <i>[A]</i>	<i>Tensão</i> <i>[V]</i>	<i>Ra</i> <i>[Ω]</i>
321,89	3,00	9,3200
459,71	4,03	8,7664
538,46	4,97	9,2300
607,14	6,06	9,9812
735,00	7,10	9,6599

Através de um tratamento estatístico dos valores de  $R_a$  [32] [33], obtêm-se os seguintes resultados :

Média :	9,39149 mΩ
Desvio padrão :	0,458732
Coefficiente de variação :	0,048845.

Nota-se que a média apresenta-se como uma boa representatividade das amostras, pois o desvio padrão, que verifica a variabilidade dos valores, é pequeno em relação a ela. Além disso, o valor do coeficiente de variação, que está abaixo de 50%, comprova a coerência do valor médio.

As diferenças encontradas nos valores de  $Ra$  ocorrem principalmente devido a variação de temperatura no enrolamento de armadura durante as medições.

### A.2.2 Ensaio Gerador em Vazio

A tabela A.2.2 apresenta os valores de velocidade e tensão medidos no ensaio gerador, assim como o valor do fluxo magnético calculado pela expressão 3.5.

Utilizando-se dos mesmos recursos de estatística do item anterior, nota-se mais uma vez que o valor da média tem boa representatividade dos valores de fluxo magnético, pois a variabilidade é baixo :

Média :	0,2510 m Wb
Desvio padrão :	0,001377
Coeficiente de variação :	0,005487.

O valor assinalado por <sup>(1)</sup> na tabela é desconsiderado nos cálculos pois apresenta-se fora do desvio padrão.

Tabela A.2.2 : Valores experimentais para o ensaio gerador em vazio.

<i>Velocidade</i> <i>[rpm]</i>	<i>Tensão</i> <i>[V]</i>	<i>Fluxo</i> <i>[m Wb]</i>
667	0,50	0,2677 <sup>(1)</sup>
1333	0,95	0,2545
2000	1,40	0,2500
2667	1,88	0,2517
3333	2,36	0,2529
4000	2,80	0,2500
4667	3,30	0,2525
5333	3,75	0,2511
6000	4,20	0,2500
6667	4,68	0,2507
7333	5,15	0,2508
8000	5,65	0,2522
8666	6,10	0,2514
9333	6,58	0,2518
10000	7,02	0,2507
10666	7,50	0,2511
11333	7,98	0,2514
12000	8,45	0,2515
12666	8,90	0,2509
13333	9,33	0,2499
14000	9,80	0,2500
14666	10,22	0,2488
15333	10,65	0,2480

### A.2.3 Ensaio Motor em Vazio

Com o motor funcionando em vazio, calcula-se o conjugado de perdas rotacionais  $T_p$  segundo o procedimento descrito no item 3.3.3. O conjugado de perdas é calculado a partir da expressão 3.7 e os valores encontram-se na tabela A.2.3.

Tabela A.2.3 : Valores experimentais para o ensaio motor em vazio.

<i>Velocidade</i> <i>[rpm]</i>	<i>Ia</i> <i>[A]</i>	<i>Tensão</i> <i>[V]</i>	<i>Tr</i> <i>[N.m]</i>
0	33,33	0,27	0,7416
250	35,33	0,97	0,8613
500	37,20	1,73	0,9809
750	39,06	2,37	0,9962
1000	40,93	3,07	1,0497
1250	42,80	3,73	1,0882
1500	44,67	4,33	1,1121
1750	46,53	5,00	1,1586
2000	48,40	5,63	1,1960
2250	50,27	6,30	1,2434
2500	52,13	6,93	1,2824
2750	54,00	7,60	1,3300
3000	55,33	8,20	1,3527
3250	56,67	8,83	1,3817
3500	58,00	9,43	1,4061
3750	59,34	10,00	1,4269
4000	60,67	10,60	1,4528
4250	62,17	11,27	1,4927
4500	63,67	11,90	1,5270

Pelos valores obtidos, nota-se uma variação linear de  $T_p$  em relação a velocidade, apresentado na Figura A.2.1. Assim, defini-se uma expressão que relaciona estas grandezas através de uma regressão linear, cujos resultados são apresentados abaixo :

Intercepto do modelo : 0,8955

Coefficiente angular : 0,00014547

Coefficiente de Pearson : 0,9922 .

A expressão do conjugado de perdas em função da velocidade é dada por :

$$T_p = 0,8955 + 0,14547 \cdot 10^{-3} \cdot n \quad (\text{A.2.1}),$$

na qual  $n$  é a velocidade mecânica do motor em rpm.

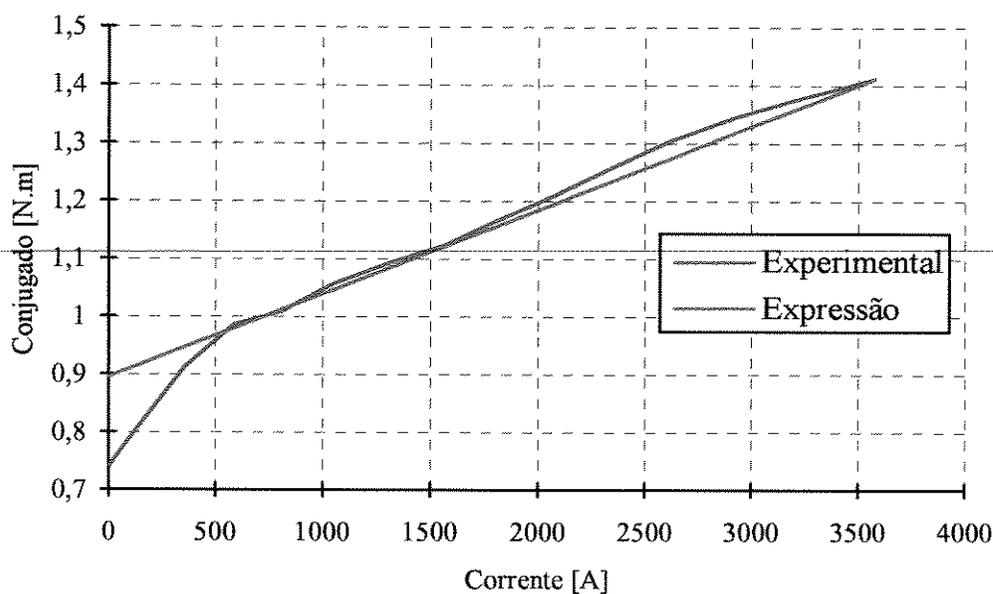


Figura A.2.1 : Comparação dos valores de  $T_p$  experimentais e da expressão A.2.1

O parâmetro coeficiente de Pearson mostra que os valores medidos se aproximam do modelo linear, pois está muito próximo do valor ideal que é 1.

### A.2.4 Ensaio Motor com Carga

Com este ensaio obtêm-se os valores de conjugado mecânico, velocidade e potência de saída referentes ao pinhão do MP. Para se chegar aos valores no induzido do motor, deve-se dividir o conjugado por 4,36 e multiplicar a velocidade pelo mesmo valor, pois existe um redutor (planetário) para elevar o valor do conjugado. A tabela A.2.4 mostra os resultados.

*Tabela A.2.4 : Valores experimentais para o ensaio motor com carga.*

<i>I<sub>a</sub></i> [A]	<i>T<sub>mec</sub></i> [N.m]	<i>n</i> [rpm]	<i>Pot</i> [Kw]
50	0,30	3580	0,11
100	1,60	3220	0,54
150	2,90	2920	0,85
200	4,30	2610	1,16
250	5,70	2340	1,36
300	7,00	2070	1,51
350	8,30	1810	1,57
400	9,70	1570	1,57
450	10,80	1310	1,49
500	12,00	1060	1,35
550	13,10	810	1,14
600	14,30	590	0,89
650	15,50	360	0,60
700	16,70	150	0,27
730	17,40	0	0,00

Os valores da tabela acima são fornecidos por curvas suavizadas dos resultados de medição, ou seja, é realizado um alisamento dos valores para compensar as imprecisões e ruídos dos equipamentos. Os valores referentes a corrente de 50 A são desconsiderados

nas futuras análises pois este ponto é apenas uma extrapolação dos demais valores, uma vez que a precisão do freio utilizado para a medição do conjugado não atinge valores inferiores a 1 N.m.

## APÊNDICE 3

### VALORES DE SIMULAÇÃO REFERENTES ÀS ALTERAÇÕES GEOMÉTRICAS NO MP

#### A.3.1 Alteração na Espessura do Entreferro

A Tabela A.3.1 apresenta os valores numéricos de simulação do conjugado magnético referentes à seis configurações de espessura do entreferro.

*Tabela A.3.1 : Valores de simulação do conjugado magnético referentes a seis configurações de espessura do entreferro.*

<b><i>I<sub>a</sub></i></b> <b><i>[A]</i></b>	<b><i>0,35 mm</i></b> <b><i>[N.m]</i></b>	<b><i>0,50 mm</i></b> <b><i>[N.m]</i></b>	<b><i>0,65 mm</i></b> <b><i>[N.m]</i></b>	<b><i>0,80 mm</i></b> <b><i>[N.m]</i></b>	<b><i>0,95 mm</i></b> <b><i>[N.m]</i></b>	<b><i>1,10 mm</i></b> <b><i>[N.m]</i></b>
100	2,7188	2,6782	2,6398	2,5991	2,5589	2,5182
150	4,0713	4,0120	3,9536	3,8925	3,8324	3,7720
200	5,4160	5,3383	5,2603	5,1790	5,0995	5,0199
250	6,7503	6,6550	6,5577	6,4566	6,3585	6,2603
300	8,0723	7,9601	7,8443	7,7236	7,6076	7,4918
350	9,3801	9,2519	9,1182	8,9785	8,8457	8,7130
400	10,6718	10,5287	10,3779	10,2199	10,0712	9,9226
450	11,9461	11,7890	11,6220	11,4463	11,2825	11,1190
500	13,2012	13,0311	12,8487	12,6559	12,4783	12,3008
550	14,4350	14,2530	14,0559	13,8467	13,6562	13,4658
600	15,6442	15,4512	15,2401	15,0154	14,8130	14,6107
650	16,8221	16,6191	16,3946	16,1552	15,9419	15,7286
700	17,9577	17,7453	17,5078	17,2550	17,0315	16,8081
730	18,6162	18,3984	18,1534	17,8929	17,6635	17,4342

### A.3.2 Alteração na Espessura da Carcaça

Os valores numéricos de simulação do conjugado magnético referentes à quatro configurações de espessura da carcaça são apresentados na Tabela A.3.2.

*Tabela A.3.2 : Valores de simulação do conjugado magnético referentes a quatro configurações de espessura da carcaça.*

<b><i>I<sub>a</sub></i></b> <b><i>[A]</i></b>	<b><i>2,0 mm</i></b> <b><i>[N.m]</i></b>	<b><i>2,2 mm</i></b> <b><i>[N.m]</i></b>	<b><i>2,6 mm</i></b> <b><i>[N.m]</i></b>	<b><i>3,0 mm</i></b> <b><i>[N.m]</i></b>
100	2,6398	2,7143	2,7689	2,7889
150	3,9536	4,0664	4,1519	4,1825
200	5,2603	5,4129	5,5330	5,5751
250	6,5577	6,7525	6,9113	6,9662
300	7,8443	8,0837	8,2860	8,3554
350	9,1182	9,4050	9,6554	9,7422
400	10,3779	10,7150	11,0183	11,1256
450	11,6220	12,0121	12,3735	12,5048
500	12,8487	13,2946	13,7190	13,8777
550	14,0559	14,5600	15,0522	15,2414
600	15,2401	15,8040	16,3676	16,5888
650	16,3946	17,0183	17,6542	17,9065
700	17,5078	18,1904	18,8999	19,1833
730	18,1534	18,8717	19,6279	19,9310

### A.3.3 Alteração na Largura do Ímã

A Tabela A.3.3 apresenta os valores numéricos de simulação do conjugado magnético referentes às três configurações de comprimento do ímã.

*Tabela A.3.3 : Valores de simulação do conjugado magnético referentes a três configurações de largura do ímã.*

<i>I<sub>a</sub></i> [A]	<i>21,83 mm</i> [N.m]	<i>24,94 mm</i> [N.m]	<i>27,98 mm</i> [N.m]
100	2,3666	2,6398	2,7955
150	3,5453	3,9536	4,1885
200	4,7180	5,2603	5,5766
250	5,8828	6,5577	6,9581
300	7,0378	7,8443	8,3315
350	8,1815	9,1182	9,6951
400	9,3122	10,3779	11,0472
450	10,4282	11,6220	12,3857
500	11,5279	12,8487	13,7081
550	12,6098	14,0559	15,0097
600	13,6720	15,2401	16,2823
650	14,7119	16,3946	17,5100
700	15,7262	17,5078	18,6800
730	16,3217	18,1534	19,3545

**REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- [01] Serway, A. R., "Physics for Scientists and Engineers with Modern Physics", Updated Printing, 3<sup>rd</sup> Edition, 1990.
- [02] Silvester, P.P.; Ferrari, R.L., "Finite Element for Electrical Engineers", Cambridge University Press, 1983.
- [03] Rodger, D.; Leonard, P. J.; Lai, H. C.; Allen, N., "Finite Element Modeling Schemes for the Design and Analysis of Electrical Machines", CBmag' 95 - Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo - Florianópolis 1995, pág 372-376.
- [04] Silvester, P.P e Chari, M. V. K., "Finite Element Solution of Saturable Magnetic Field Problems", IEEE Trans. on PAS-89, No. 7, Sep./Oct. 1970, pág. 1642-1651.
- 
- [05] Sabonnadière, J.C.; Coulomb, J.L., "Elementos Finitos e CAE - Aplicações em Engenharia Elétrica", Editora Aleph, São Paulo 1993.
- [06] Cardoso, J. R.; Clabunde, D. R. F.; Abe, N. M.; Passaro, A., "LMAG-2D: Um Software Educacional para Engenheiros Eletricistas Baseado no Método dos Elementos Finitos", CBmag' 95 - Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo - Florianópolis 1995, pág. 69-71.
- [07] Lindsay, J. F et al., "Finite-Element Analysis Characterization of a Switched Reluctance Motor with Multitooth per Stator Pole", IEE Proceeding, Vol. 133, Pt. B, No. 6, Nov/1986, pág. 347-353.
- [08] Arumugam, R. et al., "Magnetic Field Analysis of a Switched Reluctance Motor Using a Two Dimensional Finite Element Model", IEEE Trans. on Mag., Vol. MAG 21, No. 5, Sept/1985, pág. 1883-1885.

- [09] Craiu, O. et al., "Numerical Analysis of Permanent Magnet DC Motor Performance", IEEE Trans. on Mag., Vol. MAG 31, No. 6, Nov/1995, pág. 3500-3052.
- [10] Brauer, J. R. e Zeisler, F.L., "Automotive Alternator Electromagnetic Calculation Using Three Dimensional Finite Elements", IEEE Trans. on Mag., Vol. MAG 21, No. 6, Nov/1985, pág. 2453-2456.
- [11] Brauer, J. R. et al., "3D Finite Element Analysis of Automotive under any Loads" IEEE Trans. on Mag., Vol. MAG 24, No. 1, Jan/1988, pág. 500-503.
- [12] Dawson, G.E. et al., "Switched Reluctance Motor Torque Characteristics : Finite-Element Analysis and Test Results", IEEE Trans. on Ind. Appl., Vol. IA 23, No. 3, May/June 1987,pág. 532-537.
- [13] Nogueira, A.F.L., "Limitações dos Métodos Convencionais para o Cálculo de Forças e Torques em Máquinas Elétricas", CBmag'95-Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo - Florianópolis 1995, pág. 368-371.
- [14] Hayt, W.H.J., "Eletromagnetismo", Livros Técnicos e Científicos Editora - 1983.
- [15] Hoole, S.R.H., "Computer-Aided Analysis and Design of Electromagnetic Devices", Elsevier Science Publishing Co., Inc., 1989.
- [16] Brauer, J.R., "What every Engineer should Know about Finite Element Analysis", Marcel Dekker, Inc., 1988.
- [17] Cardoso, J. R., "Introdução ao Método dos Elementos Finitos", Publicação Independente - São Paulo 1995.
- [18] Paula, P. P. de, "Análise e Projeto de um Motor de Relutância Chaveado com o Auxílio do Método dos Elementos Finitos", São Paulo, EPUSP, 1993. Tese de Mestrado.

- [19] Boblietti, A.; Chiampi M.; Chiarabaglio D.; Tartaglia M., "Finite Element Analysis of Permanent Magnet Motors", IEEE Trans. on Mag., Vol. MAG 25, No. 5, Sept/1989, pág. 3584-3586.
- [20] Russenschuck, S., "Mathematical Optimization Techniques for the Design of Permanent Magnet Synchronous Machines Based on Numerical Field Calculation" IEEE Trans. on Mag., Vol. MAG 26, No. 2, March/1990, pág. 638-641.
- [21] West, J. G. W., "Permanent Magnet Geared Starters", SAE Technical Paper Series , 1985, pág. 43-51.
- [22] Henneberger, G. and Block, R., "Numerical Calculation and Simulation of a Claw-Pole Alternator", ICEM-92, Proceedings, pág. 127-131.
- [23] Henneberger, G. and Küppers, S., "Improvement of the Output Performance of Claw-Pole Alternators by Additional Permanent-Magnets", ICEM-94, Proceedings, Vol 2, Paris, France, Sept. 1994, pág. 472-476.
- [24] Robert Bosch Ltda., "Motores de Partida", Apostila Técnica - 1989.
- [25] Robert Bosch GmbH, "Automotive Electric/Electronic Systems", SAE - 2<sup>nd</sup> Edition - 1995.
- [26] Slemon, G. R.; Straughen A., "Electric Machines", Addison-Wesley Publishing Company - 1981.
- [27] Hindmarsh, J., "Electrical Machines and Their Applications", 3<sup>rd</sup> edition
- [28] Clayton, A. E., "The Performance and Design of Direct Current Machines" London, Sir Isaac Pitman Sons, Ltda, 3<sup>rd</sup> Edition 1956.

- [29] CEDRAT, "FLUX 2D Version 7.1 - CAD Package for Electromagnetic and Thermal Analysis - User's Guide", Grenoble (França), Nov. 1994.
- [30] CEDRAT, "FLUX 2D Version 7.1 - CAD Package for Electromagnetic and Thermal Analysis - Command Reference", Grenoble (França), Nov. 1994.
- [31] ASM- American Society of Metals, "Metal Handbook - Properties and Selection of Ferrous Alloys", 8<sup>th</sup> edition, vol. 1, September/1969.
- [32] Philips Company, "Magnetic Products - Product Selection Guide 1997", Edition - November 1996.
- [33] Hoel, P. G., "Estatística elementar", 1<sup>a</sup> edição, Editora Atlas, São Paulo 1988
- [34] Toledo, G. L.; Ovalle, I. I., "Estatística básica", 2<sup>a</sup> edição, Editora Atlas, São Paulo 1985
-