

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO
DEPARTAMENTO DE COMUNICAÇÕES

SOLUÇÕES ADAPTATIVAS PARA EQUALIZAÇÃO AUTODIDATA MULTICANAL

Autor

Maurício Sol de Castro

Orientador

Prof. Dr. João Marcos Travassos Romano

Banca Examinadora:

Prof. Dr. João Marcos Travassos Romano (FEEC/UNICAMP)

Prof. Dr. Luiz Antonio Baccalá (EP/USP)

Prof. Dr. Amauri Lopes (FEEC/UNICAMP)

Prof. Dr. Michel Daoud Yacoub (FEEC/UNICAMP)

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Campinas, Agosto de 2002

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

C279s	Castro, Maurício Sol de Soluções adaptativas para equalização autodidata multicanal / Maurício Sol de Castro.--Campinas, SP: [s.n.], 2002. Orientador: João Marcos Travassos Romano. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. 1. Processamento de sinal adaptativo. 2. Filtros adaptativos. 3. Antenas ajustáveis. I. Romano, João Marcos Travassos. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. III. Título.
-------	--

Resumo

Este trabalho considera a equalização adaptativa autodidata multicanal. Faz-se uma discussão a respeito de estratégias de equalização autodidata com base nas estatísticas de segunda ordem do sinal recebido a partir do modelo multicanal, de acordo com a abordagem de predição linear. Neste contexto, uma solução de equalização autodidata é proposta. Diversos algoritmos adaptativos derivados desta abordagem são apresentados. São propostas então duas soluções adaptativas: uma versão adaptativa da proposta de solução autodidata baseada em predição linear e uma versão adaptativa de uma estrutura de preditores em cascata. O desempenho de tais algoritmos é verificado em simulações computacionais e comparado com o do CMA, que também pode ser utilizado na abordagem multicanal. Os algoritmos derivados de predição linear apresentam desempenho superior no que diz respeito à velocidade de convergência. No entanto, os resultados de simulação sugerem que estes algoritmos têm seu desempenho comprometido em situações de baixa SNR.

Abstract

This work concerns blind adaptive multichannel equalization. Departing from a multichannel model and in accordance with a linear prediction approach, a discussion on blind equalization strategies based on second-order statistics of the received signal is carried out. Within such a context, a blind equalization solution is proposed. Some adaptive algorithms derived from this approach are presented. Two adaptive solutions are then proposed: an adaptive version of the previously proposed blind equalization solution and an adaptive version of a cascade structure of predictors. The performance of these algorithms is assessed through computer simulations and compared with that of CMA, which can also be applied to a multichannel situation. As far as speed of convergence is concerned, those algorithms derived from linear prediction present a superior performance. On the other hand, simulation results suggest that such a superior performance does not hold in low SNR conditions.

*Aos meus pais,
Olga e João Carlos*

Ao professor Max Gerken
in memoriam

Agradecimentos

Aos meus queridos pais, João Carlos e Olga, por todo o carinho e compreensão.

Aos meus familiares, pelo incentivo e zelo.

Ao professor João Marcos Travassos Romano, pela orientação, pela dedicação e pela confiança.

Ao professor Luiz Antonio Baccalá, pela disponibilidade e pelo rigor ao elaborar suas críticas e sugestões.

Ao professor Amauri Lopes, por suas contribuições cuidadosas.

Ao professor Michel Daoud Yacoub, por sua atenção e colaboração.

Aos amigos do Laboratório de Processamento de Sinais para Comunicações - DSPCom, pela ajuda e pela união.

Aos funcionários da FEEC, pelo apoio indispensável.

Aos amigos da turma de graduação EE95, pelo companheirismo, desde os tempos de faculdade até hoje.

À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo - FAPESP, pelo apoio financeiro.

Sumário

1	Introdução	1
1.1	Objetivo e Contribuições	3
1.2	Organização da Dissertação	4
2	Equalização e Filtragem Adaptativa	5
2.1	O Problema da Equalização	6
2.2	Filtragem Ótima e Equações de Wiener-Hopf	9
2.3	Equalização Supervisionada	12
2.3.1	Algoritmo LMS	12
2.3.2	Algoritmo RLS	13
2.4	Equalização Autodidata	14
3	Modelo Multicanal e Equalização Autodidata	19
3.1	Cicloestacionariedade de Segunda Ordem	20
3.2	Superamostragem e Modelo Multicanal	22
3.3	Equalização Fracionária	28
3.4	Identidade de Bezout e Critério Zero Forcing	31
3.5	Arranjo de Antenas e Modelo Multicanal	33
3.5.1	Modelo de Canal de Multipercursos	34
3.6	Discussão	38
4	Métodos de Segunda Ordem	39
4.1	Métodos de Subespaços	39
4.2	Métodos de Predição Linear	45
4.2.1	Método Baseado em Predição Linear Progressiva	46

4.2.2	Método Baseado em Preditores Progressivo e Regressivo com Estrutura em Cascata	49
4.3	Proposta de Solução ZF por Predição Linear	53
4.4	Discussão	54
5	Algoritmos Adaptativos	57
5.1	Predição Linear	58
5.1.1	Solução ZF de atraso 0	58
5.1.2	Proposta de Solução ZF de atraso 0	60
5.1.3	Predição Progressiva e Predição Regressiva	61
5.1.4	Dois Problemas de Predição Progressiva	62
5.1.5	Estrutura de Treliça	64
5.1.6	Proposta de Implementação Adaptativa da Cascata de Preditores	66
5.2	CMA em Equalização Multicanal	68
5.3	Discussão	71
6	Desempenho em Equalização Multicanal	73
6.1	Equalização de Estrutura Multicanal	74
6.1.1	Parâmetros de Simulação	74
6.1.2	Equalizador ZF de Atraso 0 e Cascata de Preditores	78
6.1.3	Demais Estratégias de Atraso de Equalização Arbitrário	81
6.1.4	Desempenho do Algoritmo com Estrutura em Treliça	87
6.1.5	CMA em Equalização de Estrutura Multicanal	87
6.1.6	Discussão	91
6.2	Equalização com Arranjo de Antenas	92
6.2.1	Parâmetros de Simulação	92
6.2.2	Resultados	93
6.2.3	Discussão	94
6.3	Discussão geral dos resultados	97
7	Conclusões e Perspectivas	99
A	Versão Adaptativa da Solução de Atraso 0	101
B	Controle de Ganho e Correção de Fase	103

<i>SUMÁRIO</i>	xiii
C Artigo Publicado	105
Bibliografia	113

Lista de Figuras

2.1	Modelo simplificado de um sistema de comunicações digitais	6
2.2	Modelo do sinal amostrado à taxa de símbolo	7
2.3	Modelo do canal – filtro linear transversal	8
2.4	Modelo do equalizador	9
2.5	Esquema de equalização supervisionada	12
2.6	Esquema de equalização autodidata	14
3.1	Superamostragem e cicloestacionariedade	23
3.2	Relação entre a superamostragem e o modelo multicanal	24
3.3	Modelo multicanal com subcanais e subequalizadores	31
3.4	Correspondência entre modelo multicanal e arranjo de antenas	34
3.5	Arranjo de antenas linear uniforme	36
4.1	Predição linear progressiva	47
4.2	Cascata de preditores progressivo e regressivo	52
5.1	Adaptação do preditor de atraso 0	60
5.2	Estágio da estrutura de treliça	66
5.3	Adaptação da cascata de preditores progressivo e regressivo	67
6.1	Diagrama de zeros de estrutura multicanal	75
6.2	Curvas de taxa de erro de símbolo para constelações QAM	77
6.3	Equalizador ZF de atraso 0, adaptação com o RLS	79
6.4	Equalizador ZF de atraso 0 e cascata de preditores, adaptação com o RLS	81
6.5	Evolução do erro quadrático médio - detalhe	82
6.6	Cascata de preditores, adaptação com o RLS e o LMS	83

6.7	Dois problemas de predição progressiva, atraso = 4, adaptação com o RLS	84
6.8	Dois problemas de predição progressiva, atrasos 0 e 4, adaptação com o RLS	85
6.9	Dois problemas de predição progressiva, atraso = 4, adaptação com o RLS e com o LMS	86
6.10	Predição progressiva e regressiva, atraso = 4, adaptação com o RLS .	88
6.11	Estrutura de treliça, atraso = 0	89
6.12	CMA, diferentes estratégias de inicialização, 60000 iterações	90
6.13	Influência do passo de adaptação para a convergência do CMA	91
6.14	Arranjo de antenas - algoritmos de predição linear Multicanal	95
6.15	Arranjo de antenas - resultados com o CMA	96

Lista de Tabelas

5.1	Algoritmo adaptativo para obtenção de equalizador de atraso 0	59
5.2	Versão adaptativa da proposta de equalizador de atraso 0	61
5.3	Versão adaptativa da solução de atraso arbitrário a partir de predição progressiva e regressiva	62
5.4	Versão adaptativa da solução de atraso arbitrário a partir de dois problemas de predição progressiva	65
5.5	Proposta de implementação adaptativa de cascata de preditores . . .	67
6.1	Zeros dos subcanais	74
6.2	Coefficientes do canal normalizados para $\text{SNR} = 25 \text{ dB}$	75
6.3	Raízes comuns dos subcanais associados a cada antena	93
6.4	Coefficientes dos subcanais normalizados para $\text{SNR} = 30 \text{ dB}$	93

Abreviaturas

CM:	<i>Constant Modulus</i> – Módulo Constante
CMA:	<i>Constant Modulus Algorithm</i> – Algoritmo do Módulo Constante
DD:	<i>Decision-Directed</i> – Controlado por Decisões (ou “Decisão direta”)
DOA:	<i>Direction of Arrival</i> – Direção de Chegada
EO2:	Estatísticas (ou Momentos) de Segunda Ordem
EOE:	Estatísticas (ou Momentos) de Ordem Elevada
EQM:	Erro Quadrático Médio
FIR:	<i>Finite Impulse Response</i> – Resposta ao Impulso Finita
IIS:	Interferência Intersimbólica
LMS:	<i>Least-Mean-Square</i>
MSE:	<i>Mean Squared Error</i> – Erro Quadrático Médio
MMSE:	<i>Minimum Mean Squared Error</i> – Erro Quadrático Médio Mínimo
MIMO:	<i>Multiple-Input Multiple-Output</i> – Várias Entradas e Várias Saídas
MUSIC:	<i>Multiple Signal Classification</i> – Classificação de Sinais Múltiplos
QAM:	<i>Quadrature Amplitude Modulation</i> – Modulação de Amplitude em Quadratura
RLS:	<i>Recursive Least-Squares</i>
SER:	<i>Symbol Error Rate</i> – Taxa de Símbolos Errados
SIMO:	<i>Single-Input Multiple-Output</i> – Uma Entrada e Várias Saídas
SNR:	<i>Signal-to-Noise Ratio</i> – Relação Sinal Ruído
ZF:	<i>Zero Forcing</i>

1

Introdução

A implementação e a utilização cada vez mais intensa de sistemas de comunicações digitais exigem a busca por técnicas de processamento de sinais capazes de oferecer melhorias tais como aumento das taxas de transmissão e uma robustez maior a erros de recepção. Em particular, as soluções relacionadas à *equalização* assumem posição de destaque e são objeto de intenso esforço de pesquisa.

Em essência, a equalização corresponde à etapa de recepção responsável por compensar as degradações impostas ao sinal de comunicação pelo meio de transmissão. Um dos principais efeitos de degradação do sinal é o fenômeno conhecido como *interferência intersimbólica* – IIS, provocado pela natureza dispersiva dos meios de transmissão. O dispositivo que realiza a equalização, ou simplesmente equalizador, tem como principal tarefa a diminuição ou remoção da IIS.

Idealmente, o projeto de um equalizador é feito a partir do conhecimento exato das características do meio de transmissão ou canal de comunicação. Na prática, tais características do canal são desconhecidas, ou ainda, variam ao longo do tempo. Assim, faz-se necessária a *equalização adaptativa*: o equalizador é ajustado de uma forma iterativa, de acordo com um determinado critério de otimização.

Uma abordagem muito difundida para a realização da equalização adaptativa

é a que faz uso de sequência de treinamento – *equalização supervisionada*. Em muitos sistemas, uma parte do sinal transmitido é composta de uma sequência pré-estabelecida de símbolos digitais enviada periodicamente. Na presença desta sequência, o equalizador é ajustado convenientemente.

No entanto, o envio periódico de seqüências de treinamento representa uma desvantagem para sistemas com restrição de espectro disponível. Em sistemas tais como redes multiponto ou sistemas de radiodifusão, o uso de uma seqüência de treinamento é indesejável. Assim, existe uma motivação prática por uma abordagem que torne possível a equalização sem o uso de treinamento.

Tal abordagem é conhecida como *equalização autodidata* ou cega, ou ainda, não-assistida. A adaptação do equalizador é realizada a partir do sinal recebido e de alguma descrição estatística do sinal transmitido. Dentre os trabalhos pioneiros a respeito da equalização autodidata, podem ser destacados os de Lucky (Lucky, 1965), Sato (Sato, 1975), Godard (Godard, 1980) e Treichler e Agee (Treichler & Agee, 1983).

Há diversas implementações práticas de equalizadores digitais autodidatas (Treichler et al., 1998). No entanto, a difusão de equalizadores autodidatas em aplicações comerciais e práticas é reduzida em comparação aos equalizadores supervisionados. Algumas das razões que podem ser apontadas para este fato são a baixa velocidade de convergência dos equalizadores autodidatas, o que dificulta o seu emprego em aplicações de tempo real, e a diferença de desempenho dos equalizadores autodidatas atuais comparados aos esquemas supervisionados (Ding & Li, 2001).

Dentre as diversas soluções possíveis para o problema da equalização autodidata, destacam-se os chamados *algoritmos de Bussgang*. Estes são algoritmos adaptativos que se apóiam nas *estatísticas de ordem elevada* – EOE – do sinal recebido (ordem superior a 2), ainda que de uma forma implícita. Destes, o *algoritmo do módulo constante* – CMA – é o mais estudado e utilizado algoritmo de equalização autodidata.

Uma abordagem recentemente introduzida para o problema da equalização autodidata consiste em considerar os esquemas de múltiplos canais – *modelo multicanal*. Neste modelo, é possível obter soluções para a equalização autodidata a partir das *estatísticas* ou *momentos de segunda ordem* – EO2 – do sinal recebido. Esta abordagem está relacionada à característica de *cicloestacionariedade* dos sinais envolvidos. Tais soluções podem ser divididas em dois grandes grupos: aquelas baseadas na *decomposição em subespaços* e as baseadas em *predição linear*. É possível derivar

versões adaptativas destas soluções, sobretudo no que diz respeito à abordagem de predição linear.

O modelo multicanal é derivado de uma operação de superamostragem do sinal recebido – amostragem a uma taxa maior que a taxa de símbolos transmitidos – ou da recepção do sinal por um arranjo de sensores – por exemplo, um arranjo de antenas.

A utilização de equalizadores em esquemas de superamostragem esteve originalmente atrelada a características tais como menor sensibilidade a erros de amostragem e à amplificação de ruído (Li & Ding, 1996).

O caso em que a modelagem multicanal corresponde à recepção do sinal por um arranjo de antenas é particularmente interessante, devido ao seu potencial de utilização em esquemas de “smart antennas”. A utilização emergente de antenas inteligentes em sistemas de comunicação sem fio significa uma motivação adicional para uma maior investigação a respeito de soluções de equalização autodidata em ambiente multicanal.

1.1 Objetivo e Contribuições

O objetivo desta dissertação é investigar soluções adaptativas para equalização autodidata de acordo com o modelo multicanal. Os fundamentos da abordagem multicanal para a equalização autodidata são reunidos. As principais técnicas de equalização autodidata relacionadas ao uso de EO2 são destacadas. O desempenho de algoritmos adaptativos baseados em predição linear na equalização multicanal é verificado por simulações computacionais e comparado com o do CMA, que também pode ser utilizado nesta abordagem, conforme discutiremos adiante.

A tentativa de se estabelecer uma abordagem unificada para a equalização multicanal e o interesse em reunir num mesmo trabalho as técnicas adaptativas para equalização autodidata multicanal baseadas em predição linear e o CMA podem ser enumerados como contribuições deste trabalho. E ainda, a proposta de derivação de uma solução de equalização autodidata baseada em predição linear e a proposta de implementação adaptativa de uma solução de equalização autodidata, também baseada em predição linear, podem ser colocadas como contribuições mais específicas relacionadas ao trabalho.

1.2 Organização da Dissertação

No capítulo 2, o problema da equalização, o modelo considerado e a notação usada ao longo da dissertação são introduzidos. O conceito de equalização supervisionada e os algoritmos clássicos LMS (“Least-Mean-Square”) e RLS (“Recursive Least-Squares”) são apresentados. O problema da equalização autodidata é tratado em seguida, com o destaque para as técnicas que são objeto de interesse desta dissertação.

O modelo de múltiplos canais é analisado com detalhe no capítulo 3. Primeiramente, este modelo é associado à superamostragem do sinal recebido. O conceito de equalização perfeita à luz do modelo multicanal é discutido a partir do resultado fornecido pela Identidade de Bezout. O modelo de equalizadores correspondente também é derivado como resultado de uma operação de decimação. A associação entre o modelo multicanal e a recepção do sinal por um arranjo de antenas é verificada com base em um modelo usualmente considerado para um ambiente de comunicação sem fio.

No capítulo 4, são vistas as principais abordagens relacionadas à equalização multicanal baseadas nas estatísticas de segunda ordem do sinal recebido: a abordagem derivada da decomposição em *subespaços* e a derivada da operação de *predição linear* sobre o sinal recebido.

Os algoritmos adaptativos derivados da abordagem de predição linear são descritos brevemente no capítulo 5. É apresentada a questão da utilização do algoritmo do módulo constante (CMA) na abordagem de múltiplos canais, com o destaque dos principais resultados apontados pela literatura.

Os resultados obtidos por simulação relativos aos diversos algoritmos autodidatas em estudo em um problema de equalização associado ao modelo multicanal são apresentados e analisados no capítulo 6. Os resultados de simulação referentes aos algoritmos em estudo, no contexto de recepção do sinal por meio de um arranjo de antenas, também são colocados neste capítulo. São abordadas questões a respeito das limitações da abordagem multicanal com relação ao modelo considerado e da tentativa de superação de tais limitações com o emprego de um arranjo de antenas.

O capítulo 7 traz as conclusões e aponta perspectivas de trabalhos futuros.

2

Equalização e Filtragem Adaptativa

A filtragem de um sinal de comunicação tem por objetivo tornar possível a recuperação da informação contida nele, uma vez que tal sinal está sujeito a degradações impostas pelo meio físico de transmissão. O filtro empregado na recepção do sinal deve contrabalançar os efeitos causados pelo meio de transmissão, ou canal de comunicação. Assim, tal filtro é denominado *equalizador*.

Um filtro é dito linear se a sua saída é função linear da entrada e também é dito invariante no tempo se os seus parâmetros e a sua estrutura são fixos. Por outro lado, um filtro *adaptativo* tem seus parâmetros variados ao longo de seu período de operação. A base de operação de um filtro adaptativo é o algoritmo adaptativo usado para a atualização dos seus parâmetros. Tal algoritmo opera no sentido de buscar a satisfação de um determinado *critério de otimização*.

Em um esquema de *equalização supervisionada*, um sinal de treinamento é enviado de tempos em tempos e uma cópia deste sinal é conhecida no receptor. A presença do sinal de treinamento faz com que os parâmetros do equalizador sejam adaptados convenientemente. A *equalização autodidata* dispensa a sequência de treinamento.

Neste capítulo, são vistos conceitos essenciais relativos à equalização e ao modelo

considerado para o canal e para o equalizador. As Equações de Wiener-Hopf são derivadas a partir do critério de otimização baseado no erro quadrático médio. Os algoritmos clássicos de equalização supervisionada *LMS* e *RLS* são apresentados. Por fim, comenta-se sobre os principais métodos de equalização autodidata, com o intuito de situar aqueles que são estudados em mais detalhes nesta dissertação.

2.1 O Problema da Equalização

Em um sistema de comunicações, a operação de equalização deve compensar os efeitos de distorção do sinal causados pelo canal ou meio de transmissão. O emprego de um dispositivo que realiza a equalização, em conjunto com um dispositivo de decisão, tem por objetivo permitir a recuperação confiável da mensagem transmitida. A Figura 2.1 apresenta um esquema bastante simplificado de um sistema de comunicações digitais, com o devido destaque para o canal, o dispositivo de equalização e o dispositivo de decisão ou decisor.

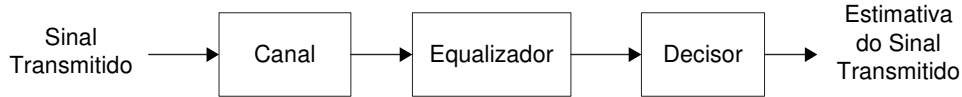


Figura 2.1: Modelo simplificado de um sistema de comunicações digitais

O modelo de sinal considerado nesta dissertação é o modelo em banda base (Haykin, 1989). O sinal transmitido é composto por uma cadeia de *símbolos* $x(i)$ derivados de uma *constelação*. O símbolo $x(i)$ é emitido pela fonte no instante de tempo iT , sendo T o *intervalo de símbolo*. O termo $h(t)$ compreende os efeitos dos filtros de transmissão e recepção e do canal de transmissão e é denominado simplesmente como *canal*. O sinal resultante da convolução da seqüência transmitida com a resposta ao impulso do canal é somado a um outro sinal $v(t)$, que representa o ruído aditivo. O ruído aditivo é modelado como um processo branco de média zero e de distribuição gaussiana. O sinal recebido em tempo contínuo é portanto dado pela seguinte equação:

$$u(t) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} x(i)h(t - iT) + v(t) \quad (2.1)$$

A amostragem do sinal recebido em instantes de tempo kT dá origem à seqüência $\{u(kT)\}$. Por simplicidade, o índice temporal kT será denotado por k sempre que

possível. Assim, a seqüência de amostras recebidas será dada por $\{u(k)\}$ e a sua equação é:

$$\begin{aligned} u(k) &= u(kT) = \\ &= u(t) \Big|_{t=T_0+kT} = \\ &= \sum_{i=-\infty}^{+\infty} x(i)h(k-i) + v(k) \end{aligned} \quad (2.2)$$

sendo T_0 um *offset*, o qual é assumido constante. A Figura 2.2 ilustra o modelo considerado:

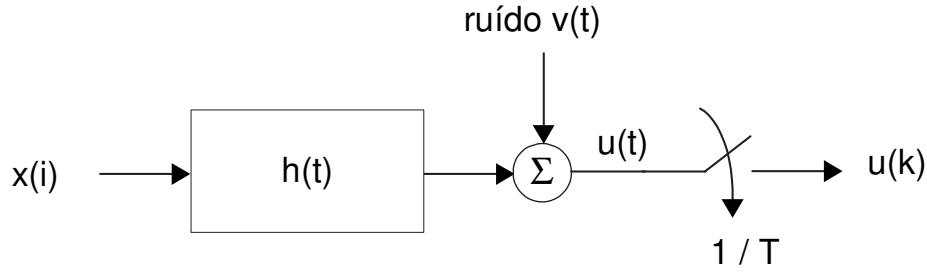


Figura 2.2: Modelo do sinal amostrado à taxa de símbolo

O canal é modelado como um filtro linear transversal de *resposta ao impulso finita* – FIR - “finite impulse response”. Os coeficientes do filtro são obtidos da amostragem à taxa de símbolo da função correspondente ao canal em tempo contínuo. A expressão dos coeficientes é:

$$h(i) = h(iT) = h(t) \Big|_{t=T_0+iT} \quad (2.3)$$

A Figura 2.3 representa tal modelo de canal. Na figura 2.3, L_c é o número de coeficientes considerados para formar a resposta ao impulso do canal. A amostra de ruído aditivo correspondente é $v(k)$. Os coeficientes do canal formam o seguinte vetor $\mathbf{h}$:

$$\mathbf{h} = [h(0) \quad h(1) \quad \cdots \quad h(L_c - 1)]^T \quad (2.4)$$

No vetor $\mathbf{h}$ em (2.4), dois elementos consecutivos têm um atraso relativo igual a um intervalo de símbolo, T . Ao se definir o canal como um filtro linear transversal

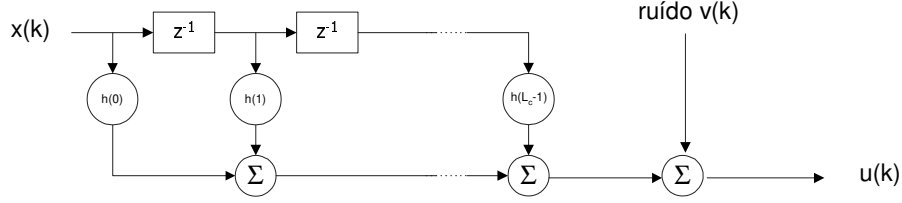


Figura 2.3: Modelo do canal – filtro linear transversal

de comprimento finito, (2.2) pode ser reescrita como:

$$u(k) = \sum_{i=0}^{L_c-1} h(i)x(k-i) + v(k) \quad (2.5)$$

E ainda, a função de transferência do canal no domínio da transformada Z é dada por:

$$H(z) = \sum_{i=0}^{L_c-1} h(i) z^{-i} \quad (2.6)$$

O canal é caracterizado pela resposta em amplitude e pela resposta em fase da função de transferência associada.

O equalizador também é modelado como um filtro *FIR* de L_e coeficientes: a amostra de saída do filtro no instante k , $y(k)$, é a soma de L_e amostras atrasadas da sequência recebida ponderadas pelos coeficientes do filtro. O sinal $y(k)$ sofre a atuação de dispositivos de *controle automático de ganho* e de *correção de fase* (Machi, 1996). O sinal passa então por um *dispositivo de decisão*, decisor ou quantizador, para recuperação da potência. A Figura 2.4 ilustra a estrutura do equalizador, com destaque para o decisor:

Após o decisor, tem-se uma estimativa atrasada do sinal transmitido $\hat{x}(k-d)$, sendo d o chamado *atraso de equalização*.

O vetor $\mathbf{f}$ formado pelos coeficientes do equalizador é dado por:

$$\mathbf{f} = [f(0) \ f(1) \ \cdots \ f(L_e - 1)]^T \quad (2.7)$$

No vetor $\mathbf{f}$ em (2.7), dois elementos adjacentes têm um atraso relativo de um intervalo de símbolo, tal como no vetor $\mathbf{h}$. E finalmente, a função de transferência

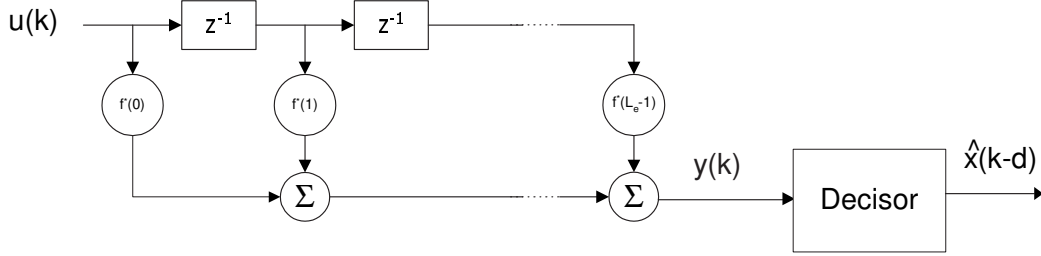


Figura 2.4: Modelo do equalizador

do equalizador associada é:

$$F(z) = \sum_{i=0}^{L_e-1} f(i) z^{-i} \quad (2.8)$$

A expressão da amostra $y(k)$ é dada por:

$$y(k) = \sum_{i=0}^{L_e-1} f^*(i) u(k-i) \quad (2.9)$$

onde o operador $*$ denota *conjugação complexa*.

Um esquema de *identificação* dos parâmetros do canal envolve a estimativa do vetor de coeficientes do canal, a qual é utilizada no projeto do equalizador. Para tanto, é necessário estipular o comprimento do vetor de coeficientes do canal que torne tal estimativa representativa dos efeitos do meio de transmissão. Por outro lado, em um esquema de *equalização direta*, os parâmetros do equalizador são obtidos sem que a estimativa do canal seja calculada. Os algoritmos adaptativos de interesse nesta dissertação realizam a equalização direta.

2.2 Filtragem Ótima e Equações de Wiener-Hopf

Na maioria das aplicações, os parâmetros correspondentes ao canal não são conhecidos *a priori* e ainda, estes podem variar ao longo do tempo. Assim, faz-se necessária a *equalização adaptativa*.

As equações de Wiener-Hopf são a base de toda a teoria de filtragem adaptativa. Estas equações serão deduzidas a seguir a partir do exemplo do filtro linear transversal como equalizador.

Em notação vetorial, (2.9) torna-se:

$$y(k) = \mathbf{f}^H \mathbf{u}(k) \quad (2.10)$$

onde o operador H denota *transposição hermitiana* e $\mathbf{u}(k) = [u(k) \ u(k-1) \ \dots \ u(k-L_e+1)]^T$ é o vetor de amostras na entrada do equalizador no instante k .

Define-se o *signal de erro* entre a saída do filtro $y(k)$ e um *signal de referência* ou *signal desejado* $d(k)$:

$$e(k) = d(k) - y(k) \quad (2.11)$$

O sinal desejado é uma versão do sinal transmitido: $d(k) = x(k-d)$. O sinal $e(k)$ é por vezes considerado como *erro de estimação* do sinal desejado, uma vez que a saída do filtro pode ser tomada como a estimativa do sinal desejado. O critério de otimização adotado é o *erro quadrático médio* – EQM – ou MSE, “mean-squared error”. Denotando a função custo por J_{EQM} , temos:

$$J_{EQM} = E[e(k)e^*(k)] = E[|e(k)|^2] \quad (2.12)$$

Fazendo

$$\mathbf{R}_u = E[\mathbf{u}(k)\mathbf{u}^H(k)] \quad (2.13)$$

$$\mathbf{r}_{du} = E[\mathbf{u}(k)d^*(k)] \quad (2.14)$$

temos que $\mathbf{R}_u$ é a matriz de autocorrelação do vetor na entrada do equalizador $\mathbf{u}(k)$, e $\mathbf{r}_{du}$ é o vetor de correlação cruzada entre o sinal de referência $d(k)$ e o vetor na entrada do equalizador. E ainda, $E[|d(k)|^2] = \sigma_d^2 = \sigma_x^2$ é a variância do sinal desejado.

Substituindo (2.13) e (2.14) em (2.12) após as devidas manipulações, vem:

$$J_{EQM} = \sigma_d^2 - \mathbf{f}^H \mathbf{r}_{du} - \mathbf{r}_{du}^H \mathbf{f} + \mathbf{f}^H \mathbf{R}_u \mathbf{f} \quad (2.15)$$

O problema consiste em minimizar a função custo, ou seja, deve-se encontrar o *erro quadrático médio mínimo* – ou MMSE, “minimum mean squared error”. Para tanto, tomamos o *vetor gradiente* da função custo, que é a derivada de J com respeito ao vetor de coeficientes $\mathbf{f}$ (Haykin, 1996):

$$\nabla_{\mathbf{f}} J = \frac{\partial J_{EQM}}{\partial \mathbf{f}^*} = -2\mathbf{r}_{du} + 2\mathbf{R}_u \mathbf{f} \quad (2.16)$$

Encontrar o valor mínimo da função custo corresponde a igualar o vetor gradiente ao vetor nulo: $\partial J_{EQM}/\partial \mathbf{f}^* = \mathbf{0}$. Logo, o valor ótimo do vetor de coeficientes $\mathbf{f}_o$ é dado por:

$$\mathbf{R}_u \mathbf{f}_o = \mathbf{r}_{du} \quad (2.17)$$

O sistema (2.17) é a forma matricial das *equações de Wiener-Hopf*. Portanto, o vetor com os valores ótimos dos coeficientes é: $\mathbf{f}_o = \mathbf{R}_u^{-1} \mathbf{r}_{du}$, desde que $\mathbf{R}_u$ seja inversível. Esta solução, que pode ser chamada de *solução de Wiener*, minimiza o critério (2.12) e o valor mínimo da função de custo $J_{\min}$, o qual é por vezes chamado de erro de Wiener, é dado por:

$$J_{\min} = \sigma_d^2 - \mathbf{r}_{du}^H \mathbf{R}_u^{-1} \mathbf{r}_{du} \quad (2.18)$$

A *superfície de erro* associada à função de custo J_{EQM} tem o formato de um parabolóide, possuindo portanto apenas um ponto de mínimo – mínimo global. No entanto, vale lembrar que a função de custo J_{EQM} está associada a um sinal de referência $d(k) = x(k - d)$. Desta forma, a cada valor de atraso de equalização d está relacionada uma função de custo diferente. Portanto, o valor mínimo do erro quadrático médio depende do atraso de equalização escolhido.

O cálculo do filtro ótimo pelas equações de Wiener-Hopf pode apresentar dificuldades computacionais, uma vez que requer a inversão da matriz de autocorrelação, cuja ordem é igual ao tamanho do filtro.

Um método iterativo para se chegar à solução de Wiener sem o cálculo da inversa da matriz de autocorrelação é o *método da descida mais íngreme* – “steepest descent”. O vetor gradiente aponta para a direção de maior crescimento da função custo J_{EQM} . A busca pelo mínimo da função se dá na direção oposta à do vetor gradiente, da seguinte forma:

$$\mathbf{f}(k+1) = \mathbf{f}(k) - \frac{1}{2} \mu \nabla_{\mathbf{f}} J(k) \quad (2.19)$$

sendo μ um *passo de adaptação*. Retomando a expressão (2.16), temos que o vetor gradiente no instante k é dado por:

$$\nabla_{\mathbf{f}} J(k) = -2 \mathbf{r}_{du} + 2 \mathbf{R}_u \mathbf{f}(k) \quad (2.20)$$

Combinando (2.19) e (2.20), a expressão final de atualização do vetor de coeficientes a cada instante de tempo k de acordo com o método da descida mais íngreme torna-se:

$$\mathbf{f}(k+1) = \mathbf{f}(k) + \mu [\mathbf{r}_{du} - \mathbf{R}_u \mathbf{f}(k)] \quad (2.21)$$

O processo iterativo converge para a solução de Wiener. Contudo, ainda persiste a dificuldade de ordem prática no que diz respeito à obtenção de estimativas das quantidades $\mathbf{R}_u$ e $\mathbf{r}_{du}$. Os algoritmos clássicos de equalização supervisionada *LMS* e *RLS*, que serão apresentados na próxima seção, derivam de aproximações estocásticas do critério J_{EQM} .

2.3 Equalização Supervisionada

Em um esquema de equalização supervisionada, faz-se necessária a transmissão de uma seqüência de treinamento de tempos em tempos. Tal seqüência de treinamento está presente no receptor e faz as vezes do sinal de referência $d(k)$. Durante a presença da seqüência de treinamento na transmissão, os coeficientes do equalizador são adaptados de forma a compensar os efeitos do canal e tornar o sinal de saída do equalizador o mais próximo possível do sinal de referência. O erro entre o sinal à saída do equalizador e o sinal de referência é utilizado pelo algoritmo adaptativo. Com isto, a saída do equalizador deve se tornar uma estimativa do sinal transmitido. Durante a fase de treinamento, portanto, não há transmissão efetiva de informação.

O esquema de equalização supervisionada está ilustrado na Figura 2.5.

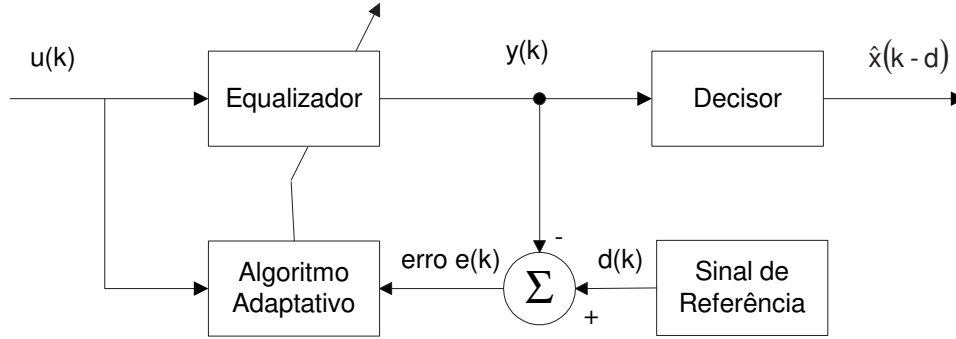


Figura 2.5: Esquema de equalização supervisionada

2.3.1 Algoritmo LMS

O algoritmo LMS –“Least-Mean-Square”– é derivado de uma aproximação estocástica do método da descida mais íngreme. As matrizes $\mathbf{R}_u$ e $\mathbf{r}_{du}$ são substituídas

por suas aproximações instantâneas:

$$\hat{\mathbf{R}}_u = \mathbf{u}(k) \mathbf{u}^H(k) \quad (2.22)$$

$$\hat{\mathbf{r}}_{du} = \mathbf{u}(k) d^*(k) \quad (2.23)$$

A estimativa instantânea do vetor gradiente (2.20) torna-se:

$$\hat{\nabla}_{\mathbf{f}} J(k) = -2\mathbf{u}(k) d^*(k) + 2\mathbf{u}(k) \mathbf{u}^H(k) \mathbf{f}(k) \quad (2.24)$$

Substituindo (2.24) na expressão de atualização dos coeficientes (2.21), vem:

$$\mathbf{f}(k+1) = \mathbf{f}(k) + \mu \mathbf{u}(k) [d^*(k) - \mathbf{u}^H(k) \mathbf{f}(k)] \quad (2.25)$$

O termo entre colchetes em (2.25) é o conjugado do sinal de erro $e(k)$. O algoritmo LMS é então apresentado na sua forma clássica, como mostra o par de equações (2.26):

$$\begin{aligned} e(k) &= d(k) - \mathbf{f}^H(k) \mathbf{u}(k) \\ \mathbf{f}(k+1) &= \mathbf{f}(k) + \mu \mathbf{u}(k) e^*(k) \end{aligned} \quad (2.26)$$

A aproximação empregada impede o algoritmo de convergir para o ponto fixado pela solução de Wiener; porém, em situação de convergência, os valores dos coeficientes oscilam em torno dos valores ótimos. Diz-se que o LMS converge em média para a solução de Wiener.

2.3.2 Algoritmo RLS

O algoritmo RLS – “Recursive Least-Squares” – envolve uma minimização recursiva de uma aproximação estocástica da função custo (2.12):

$$J = \sum_{i=1}^k \lambda^{k-i} |e(i)|^2 \quad (2.27)$$

sendo λ o *fator de esquecimento*. O RLS envolve a estimativa da inversa da matriz de autocorrelação. Entretanto, o cálculo da inversão é evitado graças ao *lema de inversão de matrizes* (Haykin, 1996), o que permite reduzir a complexidade computacional. No entanto, tal complexidade ainda é alta em relação ao LMS.

O RLS em sua forma convencional é implementado de acordo com o seguinte conjunto de equações:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{K}(k) &= \frac{\lambda^{-1} \mathbf{Q}(k-1) \mathbf{u}(k)}{1 + \lambda^{-1} \mathbf{u}^H(k) \mathbf{Q}(k-1) \mathbf{u}(k)} \\
 \xi(k) &= d(k) - \mathbf{f}^H(k-1) \mathbf{u}(k) \\
 \mathbf{f}(k) &= \mathbf{f}(k-1) + \mathbf{K}(k) \xi^*(k) \\
 \mathbf{Q}(k) &= \lambda^{-1} \mathbf{Q}(k-1) - \lambda^{-1} \mathbf{K}(k) \mathbf{u}^H(k) \mathbf{Q}(k-1)
 \end{aligned} \tag{2.28}$$

Em (2.28), temos que $\mathbf{Q}(k)$ é a estimativa da inversa da matriz de autocorrelação, $\mathbf{K}(k)$ é um vetor de ganho e $\xi(k)$ é o *erro de estimação a priori*. O erro de estimação *a priori* é, em geral, diferente do erro de estimação *a posteriori* $e(k) = d(k) - \mathbf{f}^H(k) \mathbf{u}(k)$, tal como na expressão do LMS (2.26). O erro de estimação *a priori* é calculado a partir do vetor de coeficientes no instante $k-1$, enquanto o erro de estimação *a posteriori* utiliza o valor corrente do vetor de coeficientes. Cabe notar que o critério a partir do qual se obtém o RLS envolve a minimização do erro de estimação *a posteriori* $e(k)$ e não de $\xi(k)$.

2.4 Equalização Autodidata

A Equalização Autodidata é assim chamada por propiciar a adaptação dos parâmetros do equalizador sem a presença de uma sequência de treinamento. A Figura 2.5 ilustra o esquema de equalização autodidata.

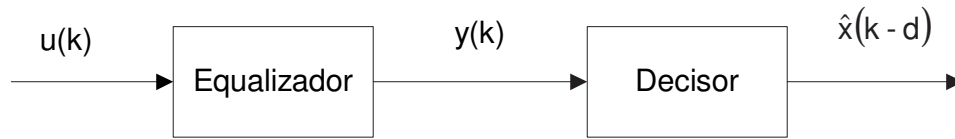


Figura 2.6: Esquema de equalização autodidata

Algumas das possíveis abordagens para o problema da equalização autodidata são as seguintes:

- Técnicas que se baseiam nas *estatísticas de ordem elevada* do sinal recebido de uma forma explícita.

- Técnicas que se baseiam nas estatísticas de ordem elevada do sinal recebido de uma forma implícita. Incluem-se nesta categoria os *algoritmos de Bussgang*.
- Técnicas baseadas na *cicloestacionariedade* de ordem 2 do sinal recebido, as quais permitem a identificação dos parâmetros do canal ou a equalização direta a partir das estatísticas ou momentos de segunda ordem – EO2 – do sinal recebido.

É possível obter a estimação dos parâmetros do canal ou a equalização autodidatas a partir de técnicas baseadas explicitamente em estatísticas de ordem elevada do sinal recebido. Tais técnicas se apóiam no cálculo dos *cumulantes* do sinal recebido, ou nas suas transformadas de Fourier chamadas de *poliespectros*, e apresentam vantagens como a possibilidade de recuperação da informação de fase e de magnitude da função de transferência do canal e insensibilidade assintótica a ruído gaussiano. Contudo, o cálculo das estimativas dos cumulantes apresenta elevada complexidade computacional.

Os algoritmos de Bussgang incluem-se nas técnicas que usam as estatísticas de ordem elevada do sinal recebido de uma forma implícita. Destes, são destacados a seguir o algoritmo do módulo constante (CMA) e o algoritmo “decision-directed” – DD. O CMA é um caso especial dos chamados algoritmos de Godard.

Os algoritmos de Godard obedecem à minimização do seguinte critério:

$$J_G = E \left[(|y(k)|^p - R_p)^2 \right] \quad (2.29)$$

sendo R_p uma constante definida por:

$$R_p = \frac{E [|x(k)|^{2p}]}{E [|x(k)|^p]} \quad (2.30)$$

A atualização dos coeficientes é feita de acordo com o algoritmo do gradiente estocástico, tal como o LMS:

$$\mathbf{f}(k+1) = \mathbf{f}(k) + \mu \mathbf{u}(k) e_G^*(k) \quad (2.31)$$

sendo μ um passo de adaptação e $e_G(k)$ um sinal de erro definido por:

$$e_G(k) = y(k) |y(k)|^{p-2} (R_p - |y(k)|^p) \quad (2.32)$$

O *Algoritmo do Módulo Constante* (CMA - “Constant Modulus Algorithm”) é um caso particular do algoritmo de Godard, com o parâmetro $p = 2$. Este nome foi atribuído pela primeira vez em (Treichler & Agee, 1983). A função custo neste caso também é denominada *critério CM*:

$$J_{CM} = E \left[(|y(k)|^2 - R_2)^2 \right] \quad (2.33)$$

A expressão de atualização dos coeficientes do CMA é:

$$\mathbf{f}(k+1) = \mathbf{f}(k) + \mu \mathbf{u}(k) (R_2 - |y(k)|^2) y^*(k) \quad (2.34)$$

A superfície de erro associada à função J_{CM} é *multimodal*, ou seja, apresenta diversos pontos de mínimo – mínimo global e mínimos locais. O processo de adaptação pelo CMA pode atingir uma situação de convergência, fazendo com que o vetor de coeficientes oscile em torno de um dos pontos de mínimo. A convergência para um mínimo local pode representar um desempenho insatisfatório em termos do valor da função custo – erro quadrático médio associado alto.

A *inicialização* do vetor de coeficientes – atribuição de valores iniciais aos coeficientes, antes do processo de adaptação – também assume importância para o desempenho do algoritmo, pois pode fazer com que a convergência se dê em torno de um mínimo local indesejado. Um procedimento geralmente adotado é a inicialização “center-spike”: o valor inicial de um dos coeficientes é igual à unidade, enquanto o valor inicial dos demais coeficientes é zero.

O *Algoritmo “Decision-directed”* – DD (Lucky, 1965) toma a saída do decisor como o próprio sinal de referência. Definindo a saída do decisor como $dec(\cdot)$, o sinal de erro é dado por:

$$e_{DD}(k) = dec(y(k)) - y(k) \quad (2.35)$$

A expressão de atualização de coeficientes de acordo com o algoritmo do gradiente estocástico é então:

$$\mathbf{f}(k+1) = \mathbf{f}(k) + \mu \mathbf{u}(k) e_{DD}^*(k) \quad (2.36)$$

A expressão acima também é conhecida como algoritmo LMS-DD. Em um esquema de equalização supervisionada, após o período de treinamento, a adaptação dos coeficientes pode ser transferida para um algoritmo LMS-DD – modo DD. No caso de canais variantes no tempo, a adaptação com o LMS-DD deve ser capaz de rastrear as variações do canal após a adaptação com a sequência de treinamento.

Em um esquema de equalização autodidata, o algoritmo autodidata considerado pode ser usado no início do processo de adaptação até que o erro na saída do receptor seja reduzido a um nível satisfatório para a transferência ao modo DD. Ou ainda, pode-se dizer que o algoritmo autodidata deve tornar o *diagrama de olho* do equalizador (Proakis, 1995) aberto o suficiente para permitir a transferência ao LMS-DD.

Para esta dissertação, o interesse recai sobretudo nos algoritmos que levam em conta as estatísticas cicloestacionárias do sinal recebido. Dentre eles, são considerados os que exploram a característica de cicloestacionariedade de uma forma implícita, de acordo com o modelo multicanal. A título de complementação, também é estudado o comportamento de um algoritmo de Bussgang, especificamente o CMA, no contexto multicanal.

Assim, no capítulo seguinte, passamos a abordar o modelo multicanal.

3

Modelo Multicanal e Equalização Autodidata

Os métodos de identificação e equalização autodidata de canais baseados nas estatísticas de segunda ordem exploram a característica de cicloestacionariedade do sinal recebido. Tal propriedade se preserva quando o sinal recebido é amostrado a uma taxa maior que a taxa de símbolo. A superamostragem do sinal recebido associa-se a um modelo de múltiplos canais – *modelo multicanal*. Este modelo corresponde a um sistema com uma entrada e várias saídas – modelo SIMO, “single-input multiple-output”. Desta forma, considerar o modelo multicanal significa explorar a característica de cicloestacionariedade de uma forma implícita. O mesmo modelo também pode ser obtido por um arranjo de antenas. O sinal em cada antena pode ser amostrado à taxa de símbolo ou a uma taxa superior à de símbolo.

Neste capítulo, a derivação do modelo multicanal a partir da superamostragem do sinal recebido e da recepção por arranjo de antenas será vista com detalhe. E ainda, um modelo associado à propagação do sinal em um ambiente de comunicação sem fio será tratado em associação com o modelo multicanal derivado do arranjo de antenas.

3.1 Cicloestacionariedade de Segunda Ordem

Os métodos de equalização e identificação autodidatas baseados nas estatísticas de segunda ordem do sinal recebido exploram a característica de *cicloestacionariedade* do sinal recebido. Um sinal é dito *cicloestacionário no sentido amplo* se as suas funções de média e de autocorrelação exibem periodicidade.

Gardner (Gardner, 1991a),(Gardner, 1991b) parece ter sido o primeiro a reconhecer a característica de cicloestacionariedade de sinais modulados e a possibilidade de recuperação da fase de um canal de comunicações com base nas estatísticas de segunda ordem. No entanto, a idéia de identificação dos parâmetros do canal e equalização autodidatas com o uso de cicloestacionariedade é atribuída a Tong et al. (Tong et al., 1991),(Tong et al., 1993),(Tong et al., 1994).

A fim de se demonstrar a característica de cicloestacionariedade, parte-se da equação do sinal recebido em tempo contínuo, em banda base.

$$u(t) = \sum_i x(i)h(t - iT) + v(t) \quad (3.1)$$

Em (3.1), temos que $\{x_i\}$ é a seqüência de símbolos transmitidos, T é o tempo de duração do símbolo, $h(t)$ compreende os efeitos do canal combinados aos dos filtros de transmissão e de recepção, e $\{v(t)\}$ é um ruído aditivo de média nula.

A função de autocorrelação do sinal recebido $u(t)$ é expressa por:

$$R_u\left(t + \frac{\tau}{2}, t - \frac{\tau}{2}\right) = E\left[u\left(t + \frac{\tau}{2}\right)u^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right)\right] \quad (3.2)$$

Supondo que as seqüências $\{x_i\}$ e $\{v(t)\}$ são estacionárias no sentido amplo e de média nula, tem-se que a média de $u(t)$ também é nula e a sua autocorrelação é periódica em t de período T para qualquer valor de τ :

$$R_u\left(t + \frac{\tau}{2}, t - \frac{\tau}{2}\right) = R_u\left(t + \frac{\tau}{2} + T, t - \frac{\tau}{2} + T\right) \quad (3.3)$$

O sinal $u(t)$ é então dito *cicloestacionário no sentido amplo*. Como a função de autocorrelação de $u(t)$ é periódica, ela pode ser expressa como uma *série de Fourier*. O n -ésimo coeficiente da série de Fourier correspondente é dado por:

$$\left(\begin{array}{c} n - \text{ésimo} \\ \text{coeficiente} \end{array}\right) = \int_{-T/2}^{T/2} R_u\left(t + \frac{\tau}{2}, t - \frac{\tau}{2}\right) \exp\left(-j2\pi\frac{n}{T}t\right) dt \quad (3.4)$$

sendo $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Em (3.4), a razão $\frac{n}{T}$ é definida como a *freqüência cíclica* α . O n -ésimo coeficiente da série de Fourier pode então ser definido como a *função de correlação cíclica* associada à freqüência cíclica $\alpha = \frac{n}{T}$:

$$R_u^\alpha(\tau) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} R_u\left(t + \frac{\tau}{2}, t - \frac{\tau}{2}\right) \exp(-j2\pi\alpha t) dt \quad (3.5)$$

Para sinais estacionários cuja função de autocorrelação não é periódica, a função de correlação cíclica é identicamente nula para qualquer valor de α não nulo, ou seja, $R_u^\alpha(\tau) \equiv 0, \forall \alpha \neq 0$. Para sinais cicloestacionários de segunda ordem – ou simplesmente cicloestacionários, a função de correlação cíclica pode assumir valores não-nulos para alguns valores de α não-nulos.

Define-se ainda a função *densidade espectral de correlação* $S_u^\alpha(f)$ como a transformada de Fourier da função de autocorrelação cíclica: $R_u^\alpha(\tau) \Leftrightarrow S_u^\alpha(f)$. Tal correspondência é análoga à existente entre a função de autocorrelação convencional e a função densidade espectral de potência.

É possível obter a seguinte expressão da densidade espectral de correlação $S_u^\alpha(f)$ (Ding & Li, 2001):

$$S_u^\alpha(f) = H\left(f + \frac{\alpha}{2}\right) H^*\left(f - \frac{\alpha}{2}\right) \sigma_x^2 + \sigma_v^2 \delta(\alpha T) \quad (3.6)$$

sendo σ_x^2 e σ_v^2 , respectivamente, as potências do sinal transmitido x_i e do ruído aditivo $v(t)$.

Para $\alpha = 0$, (3.6) se reduz à expressão da densidade espectral de potência do sinal $u(t)$.

$$S_u(f) = \sigma_x^2 |H(f)|^2 + \sigma_v^2 \quad (3.7)$$

Neste caso, não é possível obter a informação de fase da função de transferência do canal a partir da densidade espectral de potência do sinal recebido. Assim, reescrevendo (3.6) para $\alpha = \pm 1/T, \pm 2/T, \dots$, vem:

$$S_u^\alpha(f) = H\left(f + \frac{\alpha}{2}\right) H^*\left(f - \frac{\alpha}{2}\right) \sigma_x^2 \quad (3.8)$$

A partir de (3.8), é possível recuperar a informação de fase da função de transferência do canal a partir da densidade espectral de correlação do sinal recebido. Portanto, é possível em certos casos identificar tanto a resposta de amplitude como

a resposta de fase da função de transferência de um canal com base apenas nas estatísticas de segunda ordem do sinal recebido, contanto que este apresente a característica de cicloestacionariedade.

A preservação da cicloestacionariedade em uma sequência discreta resultante da amostragem do sinal recebido acontece apenas quando a taxa de amostragem é maior que a taxa de símbolo. A superamostragem do sinal recebido dá origem ao modelo de múltiplos canais, como será visto a seguir.

3.2 Superamostragem e Modelo Multicanal

A equação (2.2), a qual expressa o sinal recebido amostrado à taxa de símbolo, é repetida aqui por conveniência:

$$u(kT) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} x(i) h((k-i)T) + v(kT) \quad (3.9)$$

O sinal recebido pode ser *superamostrado*, ou seja, amostrado a uma taxa P vezes maior que a taxa de símbolo. A nova taxa de amostragem é igual a

$$\frac{1}{T_s} = P \frac{1}{T} \quad (3.10)$$

Ao se amostrar o sinal recebido a uma taxa $1/T_s$, a sequência resultante é da forma:

$$u(kT_s) = u\left(k\frac{T}{P}\right) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} x(i) h\left(k\frac{T}{P} - iT\right) + v\left(k\frac{T}{P}\right) \quad (3.11)$$

Fazendo $T = PT_s$, (3.11) pode ser reescrita como:

$$u(kT_s) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} x(i) h(kT_s - iPT_s) + v(kT_s) \quad (3.12)$$

Desta forma, temos que duas amostras consecutivas de $\{u(kT_s)\}$ estão espaçadas entre si de uma fração do intervalo de símbolo.

Em (Papadias, 1995), é demonstrado que, para uma sequência discreta apresentar cicloestacionariedade, o fator P deve ser maior que 1, isto é, apenas as sequências derivadas de superamostragem são cicloestacionárias. As sequências discretas resultantes da amostragem à taxa de símbolo são estacionárias. A Figura 3.1 ilustra tal propriedade.

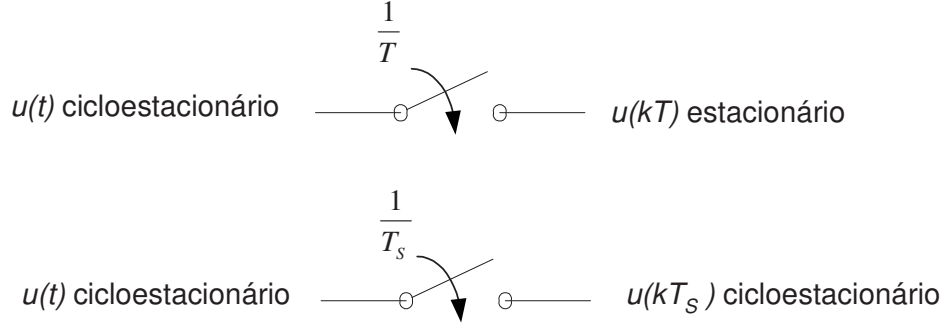


Figura 3.1: Superamostragem e cicloestacionariedade

A seguir, demonstra-se como chegar ao modelo multicanal a partir do sinal superamostrado em um receptor. Para fins de demonstração, considera-se o caso sem ruído – $v(kT_s) = v(kT/P) = 0$:

$$u(kT_s) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} x(i) h\left(k\frac{T}{P} - iT\right) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} x(i) h((k - Pi)T_s) \quad (3.13)$$

É possível extrair P seqüências do sinal superamostrado, cada uma delas à taxa de símbolo. Por exemplo, as amostras $u(0), u(T), \dots$ formam a seqüência $\{u(kT)\}$ e as amostras $u(T_s), u(T_s + T), \dots$ formam a seqüência $\{u(kT + T_s)\}$.

Assim, as amostras da p -ésima seqüência $\{u_p(k)\}, p = 0, \dots, P - 1$ são da forma:

$$u_p(kT) = u\left(kT + \frac{pT}{P}\right) = u((kP + p)T_s) \quad (3.14)$$

Desenvolvendo a expressão (3.14), vem:

$$u\left(kT + \frac{pT}{P}\right) = \sum_i x(i) h\left(kT - iT + \frac{pT}{P}\right) \quad (3.15)$$

Observa-se que as amostras da resposta ao impulso do canal envolvidas na composição da p -ésima seqüência $\{u_p(k)\}$ formam uma seqüência à taxa de símbolo. A cada um dos sinais $u_p(k)$, corresponde uma seqüência de amostras da resposta ao impulso do canal. Assim, cada uma destas seqüências corresponde a um dos P *subcanais* associados ao canal h .

Os coeficientes do p -ésimo subcanal são denotados pela amostragem da função correspondente à resposta do canal em tempo contínuo:

$$h_p(kT) = h(t) \Big|_{t=T_0+kT+\frac{p-1}{P}T}, p = 0, \dots, P-1 \quad (3.16)$$

Portanto, temos que a p -ésima seqüência de amostras recebidas $\{u_p(kT)\}$ é dada por:

$$u_p(kT) = \sum_i x(i) h_p(kT - iT) \quad (3.17)$$

A partir da convolução da mesma seqüência de símbolos de entrada $\{x(i)\}$ com P canais derivados do modelo associado à superamostragem, são obtidos P sinais. O sistema multicanal resultante é do tipo SIMO.

A Figura 3.2 ilustra a derivação do modelo de múltiplos canais de superamostragem, a partir da divisão do sinal superamostrado em P seqüências à taxa de símbolo. Cabe notar que os vetores correspondentes a cada um dos subcanais estão representados de acordo com o modelo SIMO (3.23), como será visto a seguir.

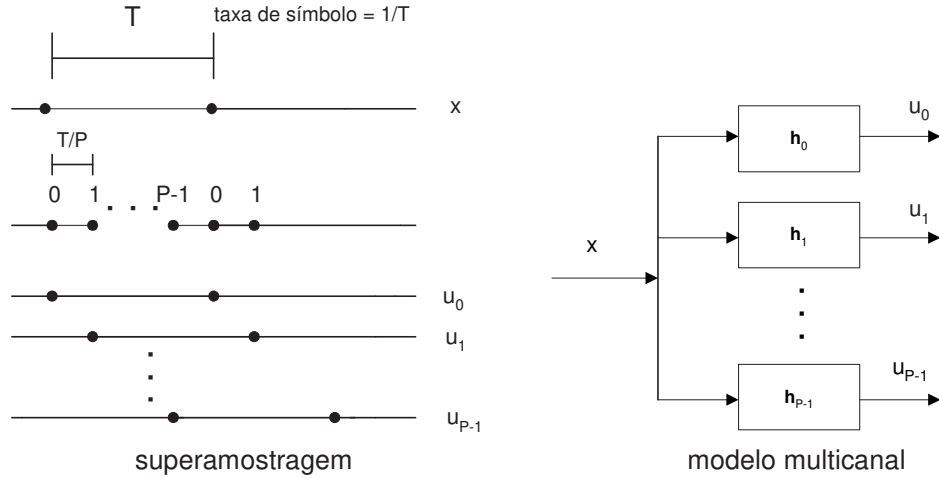


Figura 3.2: Relação entre a superamostragem e o modelo multicanal

Na Figura 3.2, são representados os símbolos transmitidos pertencentes à seqüência $\{x(kT)\}$. Logo abaixo, é representada a obtenção da seqüência superamostrada $\{u(kT_s)\}$ e a sua divisão em P seqüências $\{u_p(kT)\}$ à taxa de símbolo. Em seguida, é ilustrada a equivalência com o modelo multicanal, de acordo com o qual cada uma das P seqüências obtidas provém de um subcanal.

Ao se modelar cada subcanal como um filtro FIR de N coeficientes, o sinal $u_p(kT)$ será dado por:

$$u_p(kT) = \sum_{i=0}^{N-1} h_p(i) x(k - i) \quad (3.18)$$

O coeficiente $h_p(i)$ é igual a zero para $i < 0$ ou $i > N - 1$, para qualquer $p = 0, \dots, P - 1$: o subcanal é causal e tem duração finita.

Analogamente, ao considerarmos o ruído aditivo, temos que cada um dos P sinais resultantes $\{u_p(kT)\}$ terá a contribuição de uma parcela de ruído branco de média zero e distribuição gaussiana:

$$v_p(kT) = v\left(kT + \frac{pT}{P}\right) \quad (3.19)$$

Finalmente, a expressão para o sinal correspondente ao p -ésimo subcanal com ruído aditivo é da forma:

$$u_p(k) = \sum_{i=0}^{N-1} h_p(i) x(k - i) + v_p(k) \quad (3.20)$$

Assumindo que cada subcanal corresponde a um filtro FIR de N coeficientes, o vetor $\mathbf{h}$ (2.4) pode ser reescrito para o caso multicanal associado à superamostragem:

$$\mathbf{h} = \left[h(0) \quad h(T_s) \quad h(2T_s) \quad \dots \quad h(T) \quad \dots \quad h((NP - 1)T_s) \right]^T \quad (3.21)$$

Vale lembrar que dois elementos adjacentes do vetor $\mathbf{h}$ têm um atraso relativo igual a uma fração do intervalo de símbolo, T/P . Diz-se então que o canal $\mathbf{h}$ é *fracionário* e, portanto, corresponde a um filtro FIR de NP coeficientes.

Assim, a equação (3.11) do sinal superamostrado $u(kT_s)$ à saída do canal pode ser reescrita como segue:

$$u(kT_s) = \sum_{i=0}^{NP-1} h(iT_s) x(kT - iT_s) + v(kT_s) \quad (3.22)$$

Na equação (3.22), o termo $x(kT - iT_s)$ representa uma seqüência à taxa P/T equivalente à seqüência transmitida à taxa de símbolo $x(kT)$, obtida ao se inserir $P - 1$ zeros entre duas amostras consecutivas de $x(kT)$. Esta equivalência se faz necessária ao se considerar o canal fracionário.

Para a obtenção de M amostras de cada uma das seqüências $u_p(k)$, ou seja, um conjunto de MP amostras, $u_0(k), u_0(k), \dots, u_{P-1}(k-M+1)$, o vetor de símbolos transmitidos correspondente deve conter $M+N-1$ amostras:

$$\mathbf{X}_{M+N-1}(k) = [x(k), x(k-1), \dots, x(k-N-M+2)]^T$$

Dependendo da forma como tais MP amostras recebidas são agrupadas, podem ser obtidas duas representações distintas para o canal resultante de superamostragem: *representação pelo modelo SIMO* e *representação pela Matriz de Sylvester*.

Representação pelo modelo SIMO Neste modo de representar o canal superamostrado, consideram-se as P seqüências resultantes da convolução da mesma entrada $\{x\}$ com P subcanais. Para cada subcanal, o vetor com os respectivos N coeficientes, o vetor com as M amostras do sinal de saída correspondente e o vetor com as M amostras de ruído aditivo são dados por:

$$\mathbf{h}_p = [h_p(0) \ h_p(1) \ \dots \ h_p(N-1)]^T \quad (3.23)$$

$$\mathbf{u}_p(k) = [u_p(k) \ u_p(k-1) \ \dots \ u_p(k-M+1)]^T \quad (3.24)$$

$$\mathbf{v}_p(k) = [v_p(k) \ v_p(k-1) \ \dots \ v_p(k-M+1)]^T \quad (3.25)$$

Em forma matricial, a equação (3.20) escrita para M amostras sucessivas de $u_p(k)$ torna-se:

$$\mathbf{u}_p(k) = \tilde{\mathcal{H}}_{M,p} \mathbf{X}_{N+M-1}(k) + \mathbf{v}_p(k) \quad (3.26)$$

Em (3.26), a matriz de convolução $\tilde{\mathcal{H}}_{M,p}$ ($P \times N+M-1$) é associada ao p -ésimo subcanal e apresenta estrutura de Toeplitz. A estrutura de tal matriz é dada como:

$$\tilde{\mathcal{H}}_{M,p} = \begin{bmatrix} h_p(0) & h_p(1) & \dots & h_p(N-1) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & h_p(0) & \dots & h_p(N-2) & h_p(N-1) & \dots & 0 \\ & & \ddots & & & \ddots & \\ 0 & 0 & \dots & h_p(0) & h_p(1) & \dots & h_p(N-1) \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

Reunindo-se os P vetores de sinais correspondentes a cada subcanal, o seguinte sistema pode ser verificado:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{u}_0(k) \\ \mathbf{u}_1(k) \\ \vdots \\ \mathbf{u}_{P-1}(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathcal{H}}_{M,0} \\ \tilde{\mathcal{H}}_{M,1} \\ \vdots \\ \tilde{\mathcal{H}}_{M,P-1} \end{bmatrix} \mathbf{X}_{N+M-1}(k) + \begin{bmatrix} \mathbf{v}_0(k) \\ \mathbf{v}_1(k) \\ \vdots \\ \mathbf{v}_{P-1}(k) \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

O sistema de equações anterior pode ser escrito de forma compacta:

$$\mathbf{u}_M(k) = \tilde{\mathbf{H}}_M \mathbf{X}_{N+M-1}(k) + \mathbf{v}_M(k) \quad (3.29)$$

A matriz $\tilde{\mathbf{H}}_M (MP \times N + M - 1)$, que representa as P matrizes de convolução associadas aos subcanais empilhadas, desempenha um papel fundamental na derivação do método de identificação baseado na decomposição em subespaços, como será visto adiante.

Representação pela matriz de Sylvester Neste segundo modelo, todos os coeficientes dos P subcanais com o mesmo índice de atraso são agrupados da seguinte forma:

$$\mathbf{h}(n) = [h_0(n) \ h_1(n) \ \cdots \ h_{P-1}(n)]^T \quad (3.30)$$

Para um dado k , as P amostras correspondentes ao sinal recebido e ao ruído associado são escritas em forma dos respectivos vetores:

$$\mathbf{u}(k) = [u_0(k) \ u_1(k) \ \cdots \ u_{P-1}(k)]^T \quad (3.31)$$

$$\mathbf{v}(k) = [v_0(k) \ v_1(k) \ \cdots \ v_{P-1}(k)]^T \quad (3.32)$$

Novamente, a equação (3.20) pode ser escrita para as P amostras de (3.31):

$$\begin{bmatrix} u_0(k) \\ \vdots \\ u_{P-1}(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_0(0) & \cdots & h_0(N-1) \\ \vdots & & \vdots \\ h_{P-1}(0) & \cdots & h_{P-1}(N-1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ \vdots \\ x(k-N+1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_0(k) \\ \vdots \\ v_{P-1}(k) \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

De uma forma compacta, (3.33) pode ser escrita como:

$$\mathbf{u}(k) = \mathbf{H}_N \mathbf{X}_N(k) + \mathbf{v}(k) \quad (3.34)$$

sendo $\mathbf{u}(k)$ ($P \times 1$) o sinal recebido no instante k , formado pelas P amostras correspondentes.

A matriz $\mathbf{H}_N (P \times N)$ pode ser escrita de diferentes formas:

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_N &= \begin{bmatrix} h_0(0) & \cdots & h_0(N-1) \\ \vdots & & \vdots \\ h_{P-1}(0) & \cdots & h_{P-1}(N-1) \end{bmatrix} = \\ &= [\mathbf{h}(0) \ \cdots \ \mathbf{h}(N-1)] = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_0^T \\ \vdots \\ \mathbf{h}_{P-1}^T \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.35)$$

A equação (3.34) pode ser escrita para M vetores de amostras recebidas. O vetor com as M amostras recebidas e o vetor com as amostras de ruído aditivo correspondentes são expressos por:

$$\mathbf{U}_M(k) = [\mathbf{u}(k) \ \cdots \ \mathbf{u}(k - M + 1)]^T \quad (3.36)$$

$$\mathbf{V}_M(k) = [\mathbf{v}(k) \ \cdots \ \mathbf{v}(k - M + 1)]^T \quad (3.37)$$

Chega-se ao seguinte sistema de equações:

$$\mathbf{U}_M(k) = \mathbf{H}_M \mathbf{X}_{M+N-1}(k) + \mathbf{V}_M(k) \quad (3.38)$$

Em (3.38), a matriz $\mathbf{H}_M$ ($MP \times N + M - 1$) é definida por:

$$\mathbf{H}_M = \begin{bmatrix} \mathbf{h}(0) & \mathbf{h}(1) & \cdots & \mathbf{h}(N-1) & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{h}(0) & \cdots & \mathbf{h}(N-2) & \mathbf{h}(N-1) & & \mathbf{0} \\ \vdots & & \ddots & & & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{h}(0) & \mathbf{h}(1) & \cdots & \mathbf{h}(N-1) \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

A matriz $\mathbf{H}_M$, que apresenta uma estrutura de Toeplitz em bloco, é chamada *matriz de Sylvester*, daí a denominação dada a este tipo de representação. Esta matriz desempenha um papel fundamental na derivação do método de equalização baseado em predição linear, como será visto adiante.

3.3 Equalização Fracionária e Modelo de Múltiplos Equalizadores

Na seção anterior, foi demonstrada a obtenção do modelo multicanal a partir da superamostragem do sinal recebido. Agora, será demonstrado como se obter o modelo de múltiplos equalizadores correspondente. Neste modelo, cada uma das p seqüências $u_p(kT)$ associadas a um subcanal é filtrada por um *subequalizador*.

Define-se o equalizador $\mathbf{f}$ como um filtro linear transversal de comprimento LP :

$$\mathbf{f} = [f(0) \ f(T_s) \ f(2T_s) \ \cdots \ f(T) \ \cdots \ f((LP-1)T_s)]^T \quad (3.40)$$

Em $\mathbf{f}$, dois elementos adjacentes também têm atraso relativo de uma fração do intervalo de símbolo. Diz-se então que o equalizador é *fracionário*. A saída do

equalizador fracionário é, portanto, igual a:

$$y(kT_s) = \sum_{l=0}^{LP-1} f(lT_s) u(kT_s - lT_s) \quad (3.41)$$

Deseja-se obter um modelo de múltiplos equalizadores, de forma que cada subequalizador contenha L coeficientes.

A seqüência de saída do equalizador deve sofrer uma operação de *decimação*, de modo que a seqüência resultante esteja à taxa de símbolo e seja, enfim, uma estimativa da seqüência original.

Ao se aplicar a decimação sobre a seqüência $y(kT_s)$, seleciona-se uma seqüência de amostras que estejam espaçadas entre si de um intervalo de símbolo, enquanto as amostras restantes são simplesmente desconsideradas. Desta forma, podem ser selecionadas P seqüências à taxa de símbolo, dadas por:

$$y_i(kT) = y\left(kT + \frac{iT}{P}\right), \quad i = 0, \dots, P-1 \quad (3.42)$$

De acordo com (3.41), temos que a i -ésima seqüência à taxa de símbolo é dada por:

$$y_i(kT) = \sum_{l=0}^{LP-1} f\left(\frac{lT}{P}\right) u\left(kT + \frac{iT}{P} - \frac{lT}{P}\right) \quad (3.43)$$

Os coeficientes $f(lT_s)$ também podem ser agrupados em P seqüências, cada uma delas à taxa de símbolo, como por exemplo, $f(0), f(T), \dots$. Cada uma destas seqüências forma um *subequalizador*. Define-se então a expressão do coeficiente associado ao p -ésimo subequalizador:

$$f_n(lT) = f\left(lT + \frac{p}{P}T\right) = f((lP + n)T_s) \quad \begin{matrix} l = 0, \dots, L-1 \\ n = 0, \dots, P-1 \end{matrix} \quad (3.44)$$

Substituindo (3.44) em (3.41), vem:

$$\begin{aligned} y_i(kT) &= \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{n=0}^{P-1} f_n(lT) u\left(kT + i\frac{T}{P} - \left(lT + n\frac{T}{P}\right)\right) = \\ &= \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{n=0}^{P-1} f_n(lT) u((k-l)T + (i-n)T_s) \end{aligned} \quad (3.45)$$

Assim, dependendo da seqüência escolhida $\{y_i(kT)\}$, os coeficientes associados ao n -ésimo subequalizador, $n = 0, 1, \dots, P-1$, recebem seqüências $\{u_p(kT)\}$ diferentes.

Por exemplo, ao se escolher a seqüência $y_{P-1}(kT)$, o subequalizador $\{f_0(kT)\}$ corresponde ao sinal $\{u_{P-1}(kT)\}$, $\{f_1(kT)\}$ corresponde a $\{u_{P-2}(kT)\}$ e assim por diante.

Define-se então a seguinte representação para o modelo multicanal, a qual será considerada daqui para diante ao longo do texto:

$$y(kT) = y_{P-1}(kT) = \sum_{n=0}^{P-1} \sum_{l=0}^{L-1} f_n(lT) u((k-l+1)T + (n+1)T_s) \quad (3.46)$$

De acordo com a representação multicanal (3.46), define-se o vetor de coeficientes do equalizador como:

$$\mathbf{F}_L = [\mathbf{f}^H(0) \quad \mathbf{f}^H(1) \quad \dots \quad \mathbf{f}^H(L-1)]^H \quad (3.47)$$

onde o vetor $P \times 1$ $\mathbf{f}(l)$, $l = 0, 1, \dots, L-1$ é definido como:

$$\mathbf{f}(l) = \begin{bmatrix} f_{P-1}(l) \\ f_{P-2}(l) \\ \vdots \\ f_0(l) \end{bmatrix}, \quad l = 0, \dots, L-1 \quad (3.48)$$

A obtenção do equalizador ótimo segundo o critério EQM envolve as *equações de Wiener-Hopf* (2.17), que aqui são reescritas para o modelo multicanal:

$$\mathbf{R}_L^U \mathbf{F}_L^{opt} = \mathbf{p} \Rightarrow \mathbf{F}_L^{opt} = (\mathbf{R}_L^U)^{-1} \mathbf{p} \quad (3.49)$$

onde a matriz de correlação do sinal recebido é calculada como

$$\mathbf{R}_L^U = E[\mathbf{U}_L(k) \mathbf{U}_L^H(k)]$$

e o vetor de correlação cruzada entre o sinal desejado e o sinal recebido é

$$\mathbf{p} = E[\mathbf{U}_L(k) x^*(k-d)]$$

O sinal recebido $\mathbf{U}_L(k)$ é dado por:

$$\mathbf{U}_L(k) = \mathbf{H}_L \mathbf{X}_{L+N-1}(k) + \mathbf{V}_L(k) \quad (3.50)$$

O vetor de correlação cruzada corresponde à $(d+1)$ -ésima coluna da matriz de convolução do canal $\mathbf{H}_L$:

$$\mathbf{p} = \sigma_x^2 \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{1 \times P} & \cdots & \mathbf{0}_{1 \times P} & \mathbf{h}^H(N-1) & \cdots & \mathbf{h}^H(0) & \mathbf{0}_{1 \times P} & \cdots & \mathbf{0}_{1 \times P} \end{bmatrix}^H \quad (3.51)$$

onde o vetor $\mathbf{h}(i)$ é tal como definido em (3.30).

Por fim, a Figura 3.3 ilustra o modelo multicanal, com os P subcanais e os P subequalizadores associados, de acordo com a representação O ruído aditivo é representado pelos sinais $v_p(k)$ correspondentes a cada subcanal.

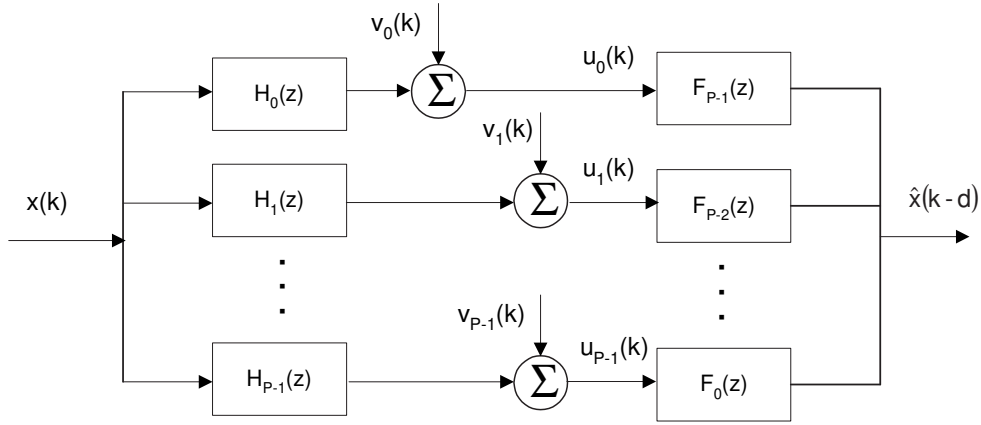


Figura 3.3: Modelo multicanal com subcanais e subequalizadores

3.4 Identidade de Bezout e Critério Zero Forcing

No contexto de equalização multicanal autodidata, um resultado fundamental conhecido como identidade de Bezout será discutido.

Define-se o *vetor polinomial* correspondente ao canal da seguinte forma:

$$H(z) = \sum_{i=0}^{N-1} \mathbf{h}(i) z^{-i} = \begin{bmatrix} H_0(z) \\ H_1(z) \\ \vdots \\ H_{P-1}(z) \end{bmatrix} \quad (3.52)$$

onde o vetor $\mathbf{h}(i)$ novamente é tal como definido em (3.30).

Analogamente, o *vetor polinomial* correspondente ao equalizador é dado por:

$$F(z) = \sum_{i=0}^{L-1} \mathbf{f}(i) z^{-i} = \begin{bmatrix} F_{P-1}(z) \\ F_{P-2}(z) \\ \vdots \\ F_0(z) \end{bmatrix} \quad (3.53)$$

onde o vetor $\mathbf{f}(i)$ é tal como definido em (3.48).

Nas expressões anteriores, $H_p(z)$ e $F_p(z)$, $p = 0, \dots, P-1$, são, respectivamente, os polinômios em z correspondentes ao p -ésimo subcanal e ao p -ésimo subequalizador.

A partir das equações (3.52) e (3.53), enuncia-se o resultado conhecido como *Identidade de Bezout* (Kailath, 1980):

Sejam $H_p(z)$ polinômios que não possuem raízes em comum. Então, existem polinômios $F_p(z)$ tais que

$$F^H(z)H(z) = 1 \quad (3.54)$$

De acordo com a notação de (3.52) e (3.53), isto equivale a:

$$\sum_{p=0}^{P-1} F_{P-1-p}^*(z) H_p(z) = 1 \quad (3.55)$$

E ainda, a identidade acima (3.54) pode ser generalizada para:

$$F^H(z)H(z) = z^{-d} \quad (3.56)$$

No domínio do tempo, temos a seguinte expressão:

$$\mathbf{F}_L^H(k) \boldsymbol{\mathcal{H}}_L = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \quad (3.57)$$

onde a matriz de convolução $\boldsymbol{\mathcal{H}}_L$ é tal como definida anteriormente (3.39).

O vetor $(L+N-1 \times 1)$ $\mathbf{c} = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}^T$ é a *resposta combinada canal-equalizador ideal* na ausência de ruído aditivo. O elemento 1 está na $(d+1)$ -ésima posição do vetor $\mathbf{c}$. Logo, $\mathbf{F}_L$ se constitui em uma solução para o critério ZF – “zero forcing”, o que corresponde à chamada condição de *equalização perfeita*:

$$\mathbf{F}_L^H(k) \mathbf{U}_L(k) = \mathbf{F}_L^H(k) \boldsymbol{\mathcal{H}}_L \mathbf{X}_{L+N-1}(k) = x(k-d) \quad (3.58)$$

O equalizador $\mathbf{F}_L$ que atende (3.58) também é chamado solução ZF. Tem-se que (3.57) é um sistema de $L+N-1$ equações e LP incógnitas. Neste sistema, $L+N-1$ é

o número de posições na resposta combinada canal-equalizador e LP é o número de coeficientes do equalizador. Como o número de incógnitas deve ser igual ao número de equações – sistema determinado – ou maior que isto – sistema indeterminado, vem:

$$LP \geq L + N - 1 \Rightarrow L \geq \left\lceil \frac{N - 1}{P - 1} \right\rceil \quad (3.59)$$

A condição (3.59) determina o tamanho do subequalizador (Papadias & Slock, 1999). Vale notar que, de acordo com a Identidade de Bezout, é possível obter uma solução ZF com equalizadores FIR de comprimento finito. O mesmo não é válido quando o sistema está na taxa de símbolo — $P = 1$: em (3.59), quando $P \rightarrow 1$, $L \rightarrow \infty$. Isto significa que não é possível obter um equalizador FIR de comprimento finito cuja função de transferência é igual ao inverso da função de transferência de um canal modelado como um filtro FIR.

3.5 Arranjo de Antenas e Modelo Multicanal

Foi visto o modelo referente à superamostragem do sinal em um único receptor. Este esquema pode facilmente ser estendido para o caso em que as múltiplas amostras são conseguidas por meio de um arranjo de antenas. O sinal recebido em cada antena pode ser amostrado à taxa de símbolo ou ainda sofrer superamostragem.

O modelo de propagação do sinal por um canal de multipercursos é considerado neste trabalho para ilustrar a abordagem multicanal associada ao uso de arranjo de antenas.

Para determinadas configurações de canal, como alguns canais de multipercursos, não é possível realizar a identificação e equalização autodidatas baseadas nas estatísticas de segunda ordem do sinal superamostrado (Tugnait, 1993), (Ding, 1996). Todavia, é possível demonstrar (Reddy et al., 1997) que tais configurações de canal admitem em princípio a identificação e equalização autodidatas baseadas em EO2 quando a superamostragem é combinada ao uso de arranjo de antenas.

O sinal recebido em cada antena, em tempo contínuo, pode ser dado pela seguinte equação:

$$u_l(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} x(i) h_l(t - iT) + v_l(t) \quad , \quad l = 0, \dots, K - 1 \quad (3.60)$$

sendo K o número de antenas no arranjo. A cada antena, está associado um canal. Primeiro, é considerado o caso correspondente à superamostragem do sinal em um

único receptor. O i -ésimo coeficiente do l -ésimo canal associado à l -ésima antena é dado por:

$$h_l(i) = h_l(t) \Big|_{t=T_0+iT} \quad (3.61)$$

A Figura 3.4 ilustra a associação entre o modelo de múltiplas antenas e o modelo de múltiplos canais.

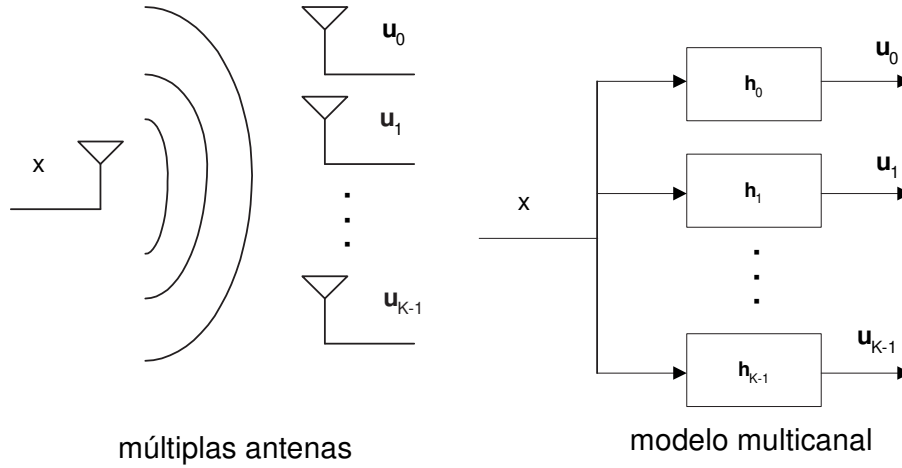


Figura 3.4: Correspondência entre modelo multicanal e arranjo de antenas

A partir desta analogia entre o modelo de múltiplas antenas e o modelo multicanal, pode-se dizer que cada canal correspondente a uma antena pode ser tomado como um subcanal.

Ao se superamostrar o sinal de cada antena por um fator P , resulta que a cada antena estarão associados P subcanais. O número total de subcanais é então KP . O i -ésimo coeficiente de um subcanal é:

$$h_{lp}(k) = h_l(t) \Big|_{t=T_0+iT+\frac{p-1}{P}T} \quad \begin{matrix} l = 0, \dots, K-1 \\ p = 0, \dots, P-1 \end{matrix} \quad (3.62)$$

3.5.1 Modelo de Canal de Multipercursos

Como um exemplo do modelo multicanal para múltiplas antenas, considera-se o modelo de um canal de multipercursos, conforme apresentado em (Reddy et al., 1997). Este modelo leva em conta a hipótese de sinal de banda estreita: em um determinado instante, pode-se considerar que o sinal presente em cada antena corresponde a um mesmo símbolo digital, a menos da diferença de fase provocada pela

distância entre as antenas. A distância entre as antenas é assumida tal que exista correlação entre os sinais das antenas. Assim, é possível distinguir a direção de chegada dos sinais ao arranjo de antenas.

O modelo de múltiplos percursos é usualmente associado à transmissão sem fio. O sinal que chega ao receptor é a soma de vários sinais, resultantes da ocorrência de fenômenos de espalhamento do sinal original. Tais fenômenos se devem à presença de obstáculos presentes entre a fonte – transmissor – e o receptor. O resultado é a chegada ao receptor de diversas réplicas do sinal original, provenientes de diferentes percursos possíveis entre o transmissor e o receptor, caracterizando-se assim a propagação por multipercursos. As cópias de multipercurso chegam ao receptor com amplitudes e fases diferenciadas.

A resposta ao impulso de um canal de multipercursos é dada por:

$$c(t) = \sum_{q=0}^{Q-1} \alpha_q \delta(t - \tau_q) \quad (3.63)$$

onde Q é o número de percursos do sinal, α_q é a atenuação associada ao q -ésimo multipercurso e τ_q , o respectivo atraso de propagação. O formato de pulso, denotado por $g(\cdot)$, representa os efeitos dos filtros de transmissão e de recepção. A resposta ao impulso final é dada pela convolução entre $c(\cdot)$ e $g(\cdot)$ e é representada por

$$h(t) = \sum_{q=0}^{Q-1} \alpha_q g(t - \tau_q) \quad (3.64)$$

A estrutura considerada é o *arranjo de antenas linear uniforme* com K antenas. As K antenas estão igualmente espaçadas entre si e o sinal correspondente ao q -ésimo percurso é recebido com um azimute de θ_q e uma elevação qualquer, uma vez que o arranjo só é seletivo no plano azimutal. A diferença de percurso do sinal incidente entre duas antenas adjacentes, espaçadas de d , é de $d \sin(\theta_q)$. Essa diferença de percurso entre as antenas gera uma defasagem entre os sinais recebidos por duas antenas adjacentes de $2\pi d \sin(\theta_q) / \lambda$. Na expressão anterior, λ é o comprimento de onda da portadora. A Figura 3.5 ilustra um dos percursos do sinal, representado por uma frente de onda de ângulo de incidência θ_q , incidindo em um arranjo de antenas linear uniforme.

Considerando o arranjo linear uniforme, a resposta de cada subcanal associado

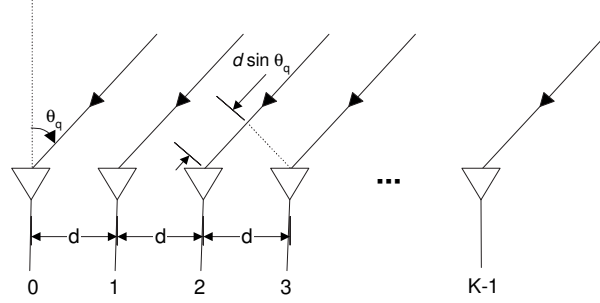


Figura 3.5: Arranjo de antenas linear uniforme

a cada antena é dada por:

$$h_l(t) = \sum_{q=0}^{Q-1} \alpha_q \exp \left(-j2\pi \frac{d}{\lambda} l \sin \theta_q \right) g(t - \tau_q) \quad l = 0, \dots, K-1 \quad (3.65)$$

onde θ_q é o ângulo de incidência do q -ésimo multipercurso e o termo $2\pi (l) d \sin(\theta_q) / \lambda$ é o atraso de fase para a l -ésima antena do arranjo linear uniforme – $l = 0, \dots, K-1$.

Fazendo $\gamma_{lq} = \alpha_q \exp \left(-j2\pi l \frac{d}{\lambda} \sin(\theta_q) \right)$, (3.65) pode ser reescrita como:

$$h_l(t) = \sum_{q=0}^{Q-1} \gamma_{lq} g(t - \tau_q) \quad (3.66)$$

E ainda, o sinal de cada antena pode ser superamostrado, como em (3.62), multiplicando KP subcanais. O i -ésimo coeficiente de um subcanal é dado por:

$$h_{lp}(k) = h_l(t) \Big|_{t=T_0+iT+\frac{p-1}{P}T} = \sum_{q=0}^{Q-1} \gamma_{lq} g_p(iT - \tau_q) \quad (3.67)$$

sendo $g_p(iT) = g(t) \Big|_{t=T_0+iT+\frac{p-1}{P}T}$.

Um exemplo de canal de multipercursos que não pode ser identificado de forma autodidata com base nas estatísticas de segunda ordem do sinal superamostrado é o canal cujos atrasos são múltiplos do intervalo de símbolo T (Tugnait, 1993), (Ding, 1996), da forma:

$$c(t) = \sum_{q=0}^{Q-1} \alpha_q \delta(t - qT) \quad (3.68)$$

Combinando (3.64) e (3.68), a expressão do coeficiente associado ao p -ésimo subcanal derivado da superamostragem em um único receptor é:

$$h_p(i) = \sum_{q=0}^{Q-1} \alpha_q g_p(iT - qT) \quad (3.69)$$

No domínio da transformada Z, temos que (3.69) se torna:

$$H_p(z) = \left(\sum_{q=0}^{Q-1} \alpha_q z^{-q} \right) G_p(z) \quad (3.70)$$

Portanto, todos os P subcanais compartilham o termo comum $\sum_{q=0}^{Q-1} \alpha_q z^{-q}$. Isto significa que os subcanais têm zeros em comum, o que viola a condição sobre os zeros dos subcanais que permite a equalização perfeita.

Outro exemplo de canal de multipercursos que conduz a um problema semelhante é o canal em que os atrasos são múltiplos inteiros de $T/2$ e o fator de superamostragem P é par (Tugnait, 1993).

De acordo com (Reddy et al., 1997), a recepção por arranjo de antenas torna possível a identificação e equalização autodidatas baseadas em EO2 aos canais apontados em (Ding, 1996): o modelo de subcanais resultante é tal que os subcanais não possuem zeros em comum.

A fim de se observar tal propriedade, considera-se novamente o modelo de canal de multipercursos (3.68). Combinando (3.69) e (3.67), chega-se à expressão do subcanal resultante no domínio da transformada Z:

$$H_{lp}(z) = \left(\sum_{q=0}^{Q-1} \gamma_{lq} z^{-q} \right) G_p(z) \quad (3.71)$$

Para um mesmo p , o fator $\sum_{q=0}^{Q-1} \gamma_{lq} z^{-q}$ não é mais um termo comum entre os subcanais associados, a menos que os ângulos de incidência dos percursos sejam iguais ou representem uma ambigüidade para o arranjo de antenas (Reddy et al., 1997). O conjunto dos KP subcanais resultantes não apresenta um zero em comum.

No entanto, para o modelo de (3.68), caso o sinal de cada antena seja amostrado à taxa de símbolo, o subcanal associado à cada antena será da seguinte forma:

$$H_l(z) = \left(\sum_{q=0}^{Q-1} \gamma_{lq} z^{-q} \right) G(z) \quad (3.72)$$

Embora o termo $\sum_{q=0}^{Q-1} \gamma_{lq} z^{-q}$ seja diferente para cada subcanal, estes compartilham o termo em comum $G(z)$. Portanto, para que os subcanais resultantes do modelo (3.68) não possuam zero em comum, é necessária a utilização conjunta da superamostragem e do arranjo de antenas.

3.6 Discussão

Neste capítulo, o modelo multicanal foi visto com detalhe. A partir da característica de cicloestacionariedade, é possível em princípio realizar a equalização autodidata a partir de EO2. A consideração do modelo multicanal para a equalização autodidata com base em EO2 se apóia na cicloestacionariedade de uma forma implícita. E ainda, de acordo com o modelo multicanal, verifica-se a possibilidade de equalização ZF com base na Identidade de Bezout. No capítulo seguinte, trataremos das abordagens de equalização e identificação autodidata a partir de EO2 para o caso multicanal.

4

Abordagens Baseadas em Estatísticas de Segunda Ordem

As várias abordagens possíveis para o problema da equalização autodidata multicanal a partir unicamente de EO2 dividem-se classicamente entre as baseadas na *decomposição em subespaços* e em *predição linear*. Neste capítulo, são colocadas as principais características associadas às duas abordagens em questão. Finalmente, é apresentada uma proposta de derivação de solução *Zero-Forcing* baseada na estratégia de predição linear multicanal.

4.1 Métodos de Subespaços

A técnica de identificação autodidata de canal baseada em subespaços é assim chamada por se basear na decomposição da matriz de autocorrelação de um conjunto de amostras do sinal recebido em estruturas de subespaços correspondentes ao sinal e ao ruído aditivo (Tong et al., 1991). A partir daí, vários trabalhos trataram do tema da equalização autodidata com métodos de segunda ordem, envolvendo decomposição em autovalores e obtenção de subespaços. Alguns trabalhos são destacados

a seguir. Em (Tong et al., 1994), é proposto um método de identificação baseado na decomposição em autovalores de matrizes de autocorrelação do sinal recebido e na exploração da estrutura do subespaço de sinal decorrente. Neste método, não há uma restrição quanto à distribuição de probabilidade dos símbolos transmitidos.

Em (Tong et al., 1995), é feita uma abordagem do problema no domínio da frequência (domínio da transformada Z), na qual são trabalhados os conceitos de função de autocorrelação cíclica do canal e “cyclic spectra”. São colocadas certas condições sobre a função de transferência do canal tal que seja possível a sua identificação. Por fim, é proposto um algoritmo de identificação no domínio da frequência.

Um outro algoritmo de identificação é proposto em (Xu et al., 1995), proveniente de uma abordagem de mínimos quadrados. Não se necessita do conhecimento do modelo estatístico do sinal de entrada; portanto, este método pode ser considerado determinístico. Tal proposta se baseia na chamada *cross-relation* entre as saídas de dois subcanais quaisquer. No trabalho mencionado, são apresentadas as condições suficiente e necessária para a identificação do canal. O algoritmo envolve a minimização de uma forma quadrática; para tanto, é necessário estimar a ordem do canal através da decomposição da matriz associada às amostras da saída do canal em autovalores.

O método proposto e descrito em (Moulines et al., 1995) também se apóia na decomposição em autovalores de uma matriz de autocorrelação do sinal recebido. Contudo, tal proposta se ressalta por explorar mais convenientemente a *relação de ortogonalidade* existente entre o subespaço associado ao ruído e o subespaço associado ao sinal de entrada. A partir desta relação, obtém-se uma forma quadrática cuja minimização fornece as estimativas correspondentes aos coeficientes dos subcanais. A demonstração da técnica de subespaços a seguir se baseia nesta proposta.

O problema consiste em se obter uma estimativa do vetor $NP \times 1$ formado por todos os coeficientes dos P subcanais, dispostos da seguinte forma:

$$\mathbf{h}_S = [\mathbf{h}_0 \quad \mathbf{h}_1 \quad \cdots \quad \mathbf{h}_{P-1}]^T \quad (4.1)$$

Tal estimativa deve ser obtida a partir do conjunto de M observações $\mathbf{u}_M(k)$ do sinal recebido. O método se vale do seguinte teorema (Tong et al., 1993), o qual pode ser enunciado desta forma (Haykin, 1996):

Teorema: a matriz de convolução $\tilde{\mathcal{H}}_M$ associada ao canal tem *posto segundo colunas* completo se e somente se as seguintes condições se verificam:

- os polinômios formados pelos coeficientes de cada subcanal não têm zeros em comum;
- pelo menos 1 dos polinômios tem o grau máximo $N - 1$;
- o tamanho do vetor de amostras de saída de cada subcanal M deve ser tal que $M > N - 1$.

É assumido que o vetor de símbolos de entrada $\mathbf{X}_{N+M-1}(k)$ e o vetor de ruído $\mathbf{v}_M(k)$ são obtidos de processos estacionários no sentido amplo independentes. O sinal transmitido tem média zero e matriz de correlação definida como $\mathbf{R}_{N+M-1}^X = E [\mathbf{X}_{N+M-1}(k) \mathbf{X}_{N+M-1}^H(k)]$. A matriz $\mathbf{R}_{N+M-1}^X$, cuja ordem é $N+M-1 \times N+M-1$, tem posto segundo colunas completo. O vetor $MP \times 1$ de amostras de ruído tem média zero e matriz de correlação dada por $\mathbf{R}_M^v = E [\mathbf{v}_M(k) \mathbf{v}_M^H(k)] = \sigma_V^2 \mathbf{I}_M$, sendo σ_V^2 a variância do ruído, conhecida.

A identificação é baseada na matriz de correlação do sinal recebido, definida por:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_M^u &= E [\mathbf{u}_M(k) \mathbf{u}_M^H(k)] = \\ &= E [(\tilde{\mathcal{H}}_M \mathbf{X} + \mathbf{v})(\tilde{\mathcal{H}}_M \mathbf{X} + \mathbf{v})^H] = \\ &= E [\tilde{\mathcal{H}}_M \mathbf{X} \mathbf{X}^H \tilde{\mathcal{H}}_M^H] + E [\mathbf{v} \mathbf{v}^H] = \\ &= \tilde{\mathcal{H}}_M \mathbf{R}_{N+M-1}^X \tilde{\mathcal{H}}_M^H + \mathbf{R}_M^v \end{aligned} \quad (4.2)$$

A matriz $\mathbf{R}_M^u$, cuja ordem é $MP \times MP$ pode ser reescrita a partir de seus autovetores:

$$\mathbf{R}_M^u = \sum_{i=0}^{MP-1} \lambda_i \mathbf{q}_i \mathbf{q}_i^H \quad (4.3)$$

onde os autovalores λ_i estão em ordem decrescente: $\lambda_0 \geq \lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_{MP-1}$.

Analogamente, o *espaço* varrido pelos autovetores da matriz $\mathbf{R}_M^u$ pode ser dividido em dois *subespaços*:

- subespaço de sinal S , varrido pelos autovetores associados aos autovalores $\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_{N+M-2}$, os quais são dados por $\mathbf{s}_i = \mathbf{q}_i$, $i = 0, \dots, N + M - 2$

- subespaço de ruído N , varrido pelos autovetores associados aos autovalores $\lambda_{N+M-1}, \dots, \lambda_{MP-1}$, os quais são dados por $\mathbf{g}_i = \mathbf{q}_{N+M+i-1}$, $i = 0, \dots, MP - N - M$.

O subespaço de ruído é o complemento ortogonal do subespaço de sinal. O subespaço de sinal também é o espaço varrido pelas colunas da matriz de convolução $\tilde{\mathcal{H}}_M$. Logo, as colunas de $\tilde{\mathcal{H}}_M$ são ortogonais a qualquer vetor no subespaço de ruído, o que implica:

$$\tilde{\mathcal{H}}_M^H \mathbf{g}_i = \mathbf{0}, \quad i = 0, \dots, MP - N - M \quad (4.4)$$

O resultado acima também pode ser verificado de outra forma. Por definição, temos:

$$\mathbf{R}_M^{\mathcal{U}} \mathbf{g}_i = \sigma_V^2 \mathbf{g}_i, \quad i = 0, \dots, MP - N - M \quad (4.5)$$

Substituindo (4.2) em (4.5) e fazendo $\mathbf{R}_M^{\mathcal{V}} = \sigma^2 \mathbf{I}_M$, vem:

$$\tilde{\mathcal{H}}_M \mathbf{R}_{N+M-1}^X \tilde{\mathcal{H}}_M^H \mathbf{g}_i = \mathbf{0}, \quad i = 0, \dots, MP - N - M \quad (4.6)$$

Como ambas as matrizes $\mathbf{R}_{N+M-1}^X$ e $\tilde{\mathcal{H}}_M$ têm posto segundo colunas completo, (4.6) implica (4.4). A equação (4.4) é a base do método de decomposição em subespaços proposto por Moulines et al. (Moulines et al., 1995), método este que se constrói a partir das seguintes características:

- conhecimento dos autovetores associados aos $MP - N - M + 1$ menores autovalores da matriz de correlação das amostras do sinal recebido $\mathcal{U}_M(k)$;
- ortogonalidade entre as colunas da matriz de convolução do canal $\tilde{\mathcal{H}}_M$ (desconhecida) e o subespaço de ruído.

Para se chegar ao problema de minimização desejado, o *princípio de ortogonalidade* expresso por (4.4) é reescrito em sua forma escalar:

$$\left\| \tilde{\mathcal{H}}_M^H \mathbf{g}_i \right\|^2 = \mathbf{g}_i^H \tilde{\mathcal{H}}_M \tilde{\mathcal{H}}_M^H \mathbf{g}_i = 0, \quad i = 0, \dots, MP - N - M \quad (4.7)$$

Em seguida, fazendo uma analogia com a estrutura “modular” da matriz $\tilde{\mathcal{H}}_M$, o autovetor $MP \times 1$ $\mathbf{g}_i$ pode ser particionado da seguinte maneira:

$$\mathbf{g}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{g}_{i,0}^T & \mathbf{g}_{i,1}^T & \cdots & \mathbf{g}_{i,P-1}^T \end{bmatrix}^T \quad (4.8)$$

onde $\mathbf{g}_{i,p}$, $p = 0, \dots, P-1$ é um vetor $M \times 1$. Com base na mesma estrutura da matriz de convolução de cada subcanal $\tilde{\mathcal{H}}_{M,p}$, define-se a seguinte matriz $N \times N + M - 1$ associada ao vetor $\mathbf{g}_{i,p}$:

$$G_{i,p} = \begin{bmatrix} g_{i,p}(0) & \cdots & g_{i,p}(M-1) & \mathbf{0} \\ & \ddots & & \ddots \\ \mathbf{0} & & g_{i,p}(0) & \cdots & g_{i,p}(M-1) \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

E ainda, define-se a matriz $NP \times N + M - 1$ $\mathcal{G}_i$:

$$\mathcal{G}_i = \begin{bmatrix} G_{i,0} \\ G_{i,1} \\ \vdots \\ G_{i,P-1} \end{bmatrix}, \quad i = 0, \dots, MP - N - M \quad (4.10)$$

Finalmente, pode ser demonstrado (Moulines et al., 1995) que:

$$\mathbf{g}_i^H \tilde{\mathcal{H}}_M \tilde{\mathcal{H}}_M^H \mathbf{g}_i = \mathbf{h}_S^H \mathcal{G}_i \mathcal{G}_i^H \mathbf{h}_S \quad (4.11)$$

Portanto, a relação de ortogonalidade (4.7) pode ser reescrita como:

$$\mathbf{h}_S^H \mathcal{G}_i \mathcal{G}_i^H \mathbf{h}_S = 0, \quad i = 0, \dots, MP - N - M \quad (4.12)$$

Na prática, apenas estão disponíveis estimativas $\hat{\mathbf{g}}_i$ dos autovetores associados ao subespaço de ruído. A estimativa do vetor de coeficientes do canal $\mathbf{h}_S$ é então obtida a partir da *minimização* da seguinte *forma quadrática*:

$$q(\mathbf{h}_S) = \sum_{i=0}^{MP-N-M} \left\| \tilde{\mathcal{H}}_M^H \hat{\mathbf{g}}_i \right\|^2 = \mathbf{h}_S^H \mathcal{Q} \mathbf{h}_S \quad (4.13)$$

sendo $\mathcal{Q}$ uma matriz $NP \times NP$ dada por:

$$\mathcal{Q} = \sum_{i=0}^{MP-N-M} \hat{\mathcal{G}}_i \hat{\mathcal{G}}_i^H \quad (4.14)$$

Por sua vez, a matriz $\hat{\mathcal{G}}_i$ é definida por (4.8), (4.9) e (4.10), onde os autovetores de ruído são substituídos pelas estimativas.

O problema de minimização deve ser sujeito a uma restrição apropriada, a fim de se evitar a solução trivial $\mathbf{h}_S = \mathbf{0}$. Em (Moulines et al., 1995), são sugeridos os seguintes critérios:

- restrição quadrática: minimizar $q(\mathbf{h}_S)$ sujeito a $\|\mathbf{h}_S\| = 1$. A solução é o cálculo do autovetor de norma unitária associado ao menor autovalor da matriz $\mathcal{Q}$.
- restrição linear: minimizar $q(\mathbf{h}_S)$ sujeito a $\mathbf{l}^H \tilde{\mathcal{H}}_M = 1$, onde $\mathbf{l}$ é um vetor $NP \times 1$.

Sobre os dois critérios, pode-se dizer que o primeiro parece mais “natural”, embora envolva uma maior complexidade computacional, devido ao cálculo de um autovetor adicional; por outro lado, o segundo critério apresenta custo computacional menor, uma vez que envolve a solução de um sistema linear, embora dependa da escolha apropriada de um vetor arbitrário $\mathbf{c}$ – a solução é proporcional a $\mathcal{Q}^{-1}\mathbf{l}$.

O procedimento descrito até aqui é semelhante ao método MUSIC (“Multiple Signal Classification” – Classificação de Sinais Múltiplos) para estimação de *direção de chegada* (DOA – “direction of arrival”) de sinais, por explorar uma condição de ortogonalidade entre o subespaço de ruído e o espaço formado pelas colunas de $\tilde{\mathcal{H}}_M$. Assim como o MUSIC apresenta variações, uma alternativa possível para o procedimento de identificação de canal é baseado no *subespaço de sinal*.

A forma quadrática (4.13) possui o seguinte equivalente em função dos autovetores associados ao subespaço de sinal:

$$\begin{aligned}
 q(\mathbf{h}_S) &= M \|\mathbf{h}_S\|^2 - \sum_{i=0}^{N+M-2} \left\| \tilde{\mathcal{H}}_M^H \hat{\mathbf{s}}_i \right\|^2 = \\
 &= M \|\mathbf{h}_S\|^2 - \mathbf{h}_S^H \left(\sum_{i=0}^{N+M-2} \hat{\mathbf{S}}_i \hat{\mathbf{S}}_i^H \right) \mathbf{h}_S = \\
 &= M \|\mathbf{h}_S\|^2 - \mathbf{h}_S^H \tilde{\mathcal{Q}} \mathbf{h}_S
 \end{aligned} \tag{4.15}$$

onde $\hat{\mathbf{S}}_i$ é a matriz de convolução associada à estimativa do autovetor do subespaço de sinal. A minimização de (4.15) sujeita à restrição de norma quadrática $\|\mathbf{h}_S\| = 1$ é equivalente à maximização de:

$$\tilde{q}(\mathbf{h}_S) = \mathbf{h}_S^H \tilde{\mathcal{Q}} \mathbf{h}_S \quad \text{sujeito a} \quad \|\mathbf{h}_S\| = 1 \tag{4.16}$$

Para a restrição de norma quadrática, ambas as formas quadráticas (4.13) e (4.16) fornecem a mesma solução. No entanto, o cálculo de (4.16) envolve $N + M - 1$ termos, enquanto o cálculo de (4.13) envolve $MP - N - M + 1$ termos, o que pode favorecer o uso da estimativa baseada em subespaço de sinal.

Em se tratando da simulação ou da implementação do método, o procedimento pode ser resumido da seguinte forma: primeiro, obtém-se uma estimativa da matriz de autocorrelação do sinal recebido; realiza-se uma decomposição desta estimativa em autovalores; calcula-se a forma quadrática, a qual deve ser minimizada de acordo com o critério escolhido – restrição de norma quadrática ou restrição linear. Por fim, a equalização pode ser realizada a partir do cálculo da pseudo-inversa da estimativa da matriz $\tilde{\mathcal{H}}_M$.

A principal dificuldade apontada em (Moulines et al., 1995) a respeito deste método corresponde ao caso em que todos os subcanais têm zeros muito próximos, o que compromete as premissas sobre as quais o método se apóia.

4.2 Métodos de Predição Linear

Segundo (Haykin, 1996), a abordagem de identificação e equalização autodidata baseada em predição linear decorre da *Identidade de Bezout Generalizada* (3.56). Por conveniência de apresentação, a equação (3.56) é repetida, com $d = 0$.

$$F^H(z)H(z) = 1$$

Se consideramos $\{x(k)\}$ um ruído branco, temos que o vetor de saída dos P subcanais $\mathbf{u}(k) = [u_0(k) \cdots u_{P-1}(k)]^T$ é um vetor de processos MA – “moving average”, dado pela operação:

$$\mathbf{u}(k) = H(z) \{x(k)\} \quad (4.17)$$

Pela Identidade de Bezout, temos que $\mathbf{u}(k)$ também é um vetor de processos AR – autoregressivos – de ordem finita, da forma:

$$\sum_{p=0}^{P-1} F_{P-1-p}^*(z) \{u_p(k)\} = x(k) \quad (4.18)$$

Ou ainda, de (3.53):

$$F(z) \{\mathbf{u}(k)\} = x(k) \quad (4.19)$$

Assim, o vetor polinomial $F(z)$ representa tanto um *filtro de erro de predição progressiva* como um equalizador “zero-forcing”.

Slock (Slock, 1994) foi o primeiro a propor uma abordagem baseada em um problema de predição. Papadias, em sua tese de doutoramento (Papadias, 1995), apresenta vários esquemas de equalizadores baseados em filtros de erro de predição. Abed-Meraim et al. (Meraim et al., 1997) propõem um método de identificação do canal a partir do cálculo de um filtro de erro de predição.

O método proposto em (Meraim et al., 1997) pode ser resumido pelas seguintes linhas gerais: obtém-se a estimativa da matriz de autocorrelação do sinal recebido, retira-se a contribuição de ruído da mesma; por meio das equações de Yule-Walker, são obtidos coeficientes de predição, os quais, por sua vez, participam na obtenção da matriz do erro de predição associado ao sinal recebido; a partir desta matriz, é obtido um filtro de erro de predição que finalmente permite a identificação do canal.

Neste método, não é necessário o conhecimento exato da ordem do canal, a qual pode ser superestimada. Isto é apontado em (Meraim et al., 1997) como uma vantagem do método baseado em predição linear em relação aos demais métodos que se apóiam em decomposição de subespaços. No entanto, também é destacada uma desvantagem deste método: se $\|\mathbf{h}(0)\|$ for pequeno, o desempenho da estimativa do canal é comprometido. É feita uma análise de desempenho do estimador baseado no método de predição.

Slock e Papadias (Papadias & Slock, 1999) propõem técnicas para equalização autoidadada baseadas em predição linear com a obtenção de equalizadores tanto ZF como baseados no critério EQM.

4.2.1 Método Baseado em Predição Linear Progressiva

Em (Papadias & Slock, 1999), é descrito o seguinte procedimento para a obtenção de um equalizador ZF de atraso 0 a partir de um problema de predição linear progressiva.

O problema de predição considerado consiste em se obter uma estimativa do vetor recebido $\mathbf{u}(k)$ a partir de uma combinação linear dos vetores $\mathbf{u}(k-1) \dots \mathbf{u}(k-L+1)$, ou seja, a partir dos componentes do vetor $\mathbf{U}_{L-1}(k-1)$. A estimativa pode ser escrita como:

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{u}}(k) &= \mathbf{A}_{L-1,1}^H \mathbf{u}(k-1) + \dots + \mathbf{A}_{L-1,L-1}^H \mathbf{u}(k-L+1) = \\ &= \mathbf{A}_{L-1}^H \mathbf{U}_{L-1}(k-1)\end{aligned}\tag{4.20}$$

onde $\mathbf{A}_{L-1}$ é a matriz $P(L-1) \times P$ formada pelas $L-1$ matrizes $P \times P$ com os coeficientes de predição: $\mathbf{A}_{L-1} = [\mathbf{A}_{L-1,1}^H \dots \mathbf{A}_{L-1,L-1}^H]^H$. O erro de predição

progressiva – “forward” – é dado por

$$\mathbf{e}_f(k) \Big|_{\mathbf{U}_{L-1}(k-1)} = \mathbf{u}(k) - \hat{\mathbf{u}}(k) \Big|_{\mathbf{U}_{L-1}(k-1)} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_P & -\mathbf{A}_{L-1}^H \end{bmatrix} \mathbf{U}_L(k) \quad (4.21)$$

A operação de predição linear progressiva está ilustrada na Figura 4.1.

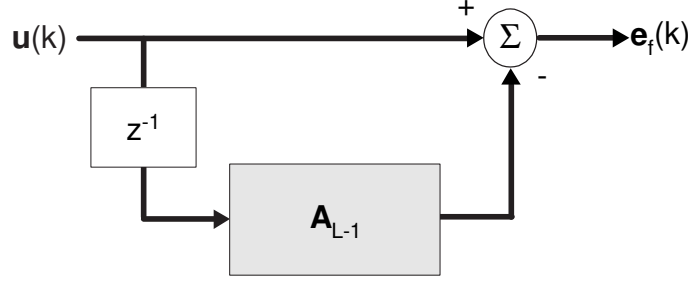


Figura 4.1: Predição linear progressiva

A matriz $P \times P$ com a *variância do erro de predição progressiva* é definida como:

$$\sigma_{e_f}^2 = E[\mathbf{e}_f(k) \mathbf{e}_f^H(k)] = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_P & -\mathbf{A}_{L-1}^H \end{bmatrix} \mathbf{R}_L^U(k) \begin{bmatrix} \mathbf{I}_P & -\mathbf{A}_{L-1}^H \end{bmatrix}^H \quad (4.22)$$

sendo a matriz de autocorrelação do vetor de sinal recebido dada por $\mathbf{R}_L^U(k) = E[\mathbf{U}_L(k) \mathbf{U}_L^H(k)]$. A minimização da variância do erro de predição conduz ao seguinte problema de otimização:

$$\min_{\mathbf{A}_{L-1}} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_P & -\mathbf{A}_{L-1}^H \end{bmatrix} \mathbf{R}_L^U(k) \begin{bmatrix} \mathbf{I}_P & -\mathbf{A}_{L-1}^H \end{bmatrix}^H = \sigma_{e_f}^2 \quad (4.23)$$

o que resulta, pelas equações de Yule-Walker, em

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_P & -\mathbf{A}_{L-1}^H \end{bmatrix} \mathbf{R}_L^U(k) = \begin{bmatrix} \sigma_{e_f}^2 & \mathbf{0}_P & \cdots & \mathbf{0}_P \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

A matriz de correlação apresenta estrutura de Toeplitz; portanto, pode ser particionada da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_P & -\mathbf{A}_{L-1}^H \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{r}_0 & \mathbf{r} \\ \mathbf{r}^H & \mathbf{R}_{L-1}^U \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{e_f}^2 & \mathbf{0}_P & \cdots & \mathbf{0}_P \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

Finalmente, chegamos às equações que permitem a obtenção dos coeficientes de predição e da variância do erro de predição a partir das estatísticas de segunda ordem do sinal recebido:

$$\begin{cases} \sigma_{e_f}^2 = \mathbf{r}_0 - \mathbf{r} (\mathbf{R}_{L-1}^U)^{-1} \mathbf{r}^H \\ \mathbf{A}_{L-1} = (\mathbf{R}_{L-1}^U)^{-1} \mathbf{r}^H \end{cases} \quad (4.26)$$

Agora, obtém-se a expressão do equalizador *Zero Forcing* – ZF com atraso de equalização zero; a derivação é feita para o caso ideal sem ruído aditivo. Para tanto, a equação (3.50) é reescrita aqui, por conveniência:

$$\mathbf{U}_L(k) = \mathcal{H}_L \mathbf{X}_{L+N-1}(k) \quad (4.27)$$

A estimação do erro de predição em termos de $\mathbf{U}_{L-1}(k-1)$ passa a ser feita em termos de $\mathbf{X}_{L+N-2}(k-1)$:

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_f(k) \Big|_{\mathbf{U}_{L-1}(k-1)} &= \mathbf{e}_f(k) \Big|_{\mathbf{X}_{L+N-2}(k-1)} = \\ &= \mathbf{u}(k) - \hat{\mathbf{u}}(k) \Big|_{\mathbf{X}_{L+N-2}(k-1)} = \\ &= \sum_{i=0}^{N-1} \mathbf{h}(i) x(k-i) - \sum_{i=0}^{N-1} \mathbf{h}(i) \hat{x}(k-i) \Big|_{\mathbf{X}_{L+N-2}(k-1)} = \\ &= \mathbf{h}(0) \tilde{x}(k) \Big|_{\mathbf{X}_{L+N-2}(k-1)} \end{aligned} \quad (4.28)$$

sendo $\tilde{x}(k)$ o erro de predição ao se estimar $x(k)$ com as amostras do vetor $\mathbf{X}_{L+N-2}(k-1)$.

Substituindo o último membro de (4.28) na expressão de esperança matemática de (4.22), obtém-se:

$$\sigma_{e_f}^2 = \sigma_x^2 \mathbf{h}(0) \mathbf{h}^H(0) \quad (4.29)$$

Com o conhecimento da variância do sinal de entrada, pode-se chegar ao vetor de coeficientes $\mathbf{h}(0)$ $P \times 1$, a menos de uma constante.

Considera-se o problema de predição para os símbolos recebidos:

$$\hat{x}(k) \Big|_{\mathbf{X}_{L+N-2}(k-1)} = \mathbf{Q}_{L+N-2}^H \mathbf{X}_{L+N-2}(k-1) \quad (4.30)$$

$$\tilde{x}(k) \Big|_{\mathbf{X}_{L+N-2}(k-1)} = \begin{bmatrix} 1 & -\mathbf{Q}_{L+N-2}^H \end{bmatrix} \mathbf{X}_{L+N-1}(k) \quad (4.31)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -\mathbf{Q}_{L+N-2}^H \end{bmatrix} \mathbf{R}_{L+N-1}^X = \sigma_x^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

Combinando (4.21), (4.27), (4.28) e (4.31), vem:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_P & -\mathbf{A}_{L-1}^H \end{bmatrix} \mathcal{H}_L = \mathbf{h}(0) \begin{bmatrix} 1 & -\mathbf{Q}_{L+N-2}^H \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

Considera-se apenas o caso em que a sequência de entrada é descorrelacionada: $\mathbf{R}_{L+N-1}^X = \sigma_x^2 \mathbf{I}_{L+N-1}$. Substituindo em (4.32), vem

$$\mathbf{Q}_{L+N-2} = \mathbf{0}_{L+N-2 \times 1}, \quad \sigma_{\tilde{x}}^2 = \sigma_x^2 \quad (4.34)$$

Combinando (4.34) e (4.33), chega-se a:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_P & -\mathbf{A}_{L-1}^H \end{bmatrix} \mathcal{H}_L = \mathbf{h}(0) \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

Pode-se notar que:

$$\frac{\mathbf{h}^H(0)}{\|\mathbf{h}(0)\|^2} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_P & -\mathbf{A}_{L-1}^H \end{bmatrix} \mathcal{H}_L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

O termo mais à direita de (4.36) é de fato a resposta combinada canal-equalizador ideal na ausência de ruído aditivo, com atraso de equalização $d = 0$. Logo, identifica-se a fórmula do equalizador ZF com atraso zero, através de predição linear:

$$\mathbf{F}_{L,0} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_P \\ -\mathbf{A}_{L-1} \end{bmatrix} \frac{\mathbf{h}(0)}{\|\mathbf{h}(0)\|^2} \quad (4.37)$$

4.2.2 Método Baseado em Preditores Progressivo e Regressivo com Estrutura em Cascata

A estratégia descrita de forma sucinta na seção 4.2 conduz a um equalizador com atraso de equalização 0. No entanto, o ajuste do atraso de equalização pode melhorar o desempenho do equalizador, no sentido de permitir um erro quadrático médio de regime menor.

Além disso, a implementação do equalizador ZF de atraso 0 demonstrado anteriormente envolve a estimativa do vetor de coeficientes do canal $\mathbf{h}(0)$ (4.37). No entanto, de acordo com (Papadias & Slock, 1999), o desempenho do equalizador seria comprometido se os coeficientes a serem estimados fossem nulos ou de pequena magnitude.

Torna-se interessante a escolha de uma outra estratégia capaz de acomodar um atraso de equalização variável e realizar a estimativa de um outro vetor de coeficientes de canal diferente de $\mathbf{h}(0)$. A seguir, serão apresentados os passos para a obtenção de um equalizador ZF de atraso arbitrário a partir da implementação de uma estrutura de um preditor progressivo e um preditor regressivo em *cascata*, tal como proposto por (Papadias & Slock, 1999).

Primeiro, retoma-se a equação (4.28), ou seja, a expressão da predição linear

progressiva a um passo, sendo $x(k)$ uma sequência descorrelacionada.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{e}_f(k) \Big|_{\mathbf{U}_{L-1}(k-1)} &= \mathbf{e}_f(k) \Big|_{X_{L+N-2}(k-1)} = \\
 &= \sum_{i=0}^{N-1} \mathbf{h}(i) x(k-i) - \sum_{i=0}^{N-1} \mathbf{h}(i) \hat{x}(k-i) \Big|_{X_{L+N-2}(k-1)} = \\
 &= \mathbf{h}(0) \tilde{x}(k) \Big|_{X_{L+N-2}(k-1)} = \\
 &= \mathbf{h}(0) x(k)
 \end{aligned} \tag{4.38}$$

Para se obter o equalizador ZF com atraso d , deve-se partir para a predição linear progressiva a $d_f + 1$ passos (“multistep”), ou seja, predizer $\mathbf{u}(k)$ com base nas amostras de $\mathbf{U}_{L_f}(k - d_f - 1)$:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{e}_f(k) &= \mathbf{u}(k) - \left[\mathbf{A}_{L_f,1}^H \mathbf{u}(k - d_f - 1) + \dots + \mathbf{A}_{L_f,L_f}^H \mathbf{u}(k - d_f - L_f) \right] = \\
 &= \mathbf{u}(k) - \mathbf{A}_{L_f}^H \mathbf{U}_{L_f}(k - d_f - 1)
 \end{aligned} \tag{4.39}$$

Com a predição progressiva a $d_f + 1$ passos, a expressão do erro de predição progressiva em função dos coeficientes do canal é:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{e}_f(k) \Big|_{\mathbf{U}_{L_f}(k-d_f-1)} &= \mathbf{e}_f(k) \Big|_{X_{L_f+N-1}(k-d_f-1)} = \\
 &= \sum_{i=0}^{N-1} \mathbf{h}(i) x(k-i) - \sum_{i=0}^{N-1} \mathbf{h}(i) \hat{x}(k-i) \Big|_{X_{L_f+N-1}(k-d_f-1)} = \\
 &= \mathbf{h}(0) x(k) + \mathbf{h}(1) x(k-1) + \dots + \mathbf{h}(d_f) x(k-d_f)
 \end{aligned} \tag{4.40}$$

O erro de predição progressiva pode ser considerado como a saída de um *canal truncado*, cujo comprimento de cada subcanal é $d_f + 1$. O sinal $\mathbf{e}_f(k)$ pode ser representado, então, por um “novo” sinal $\mathbf{u}(k)$:

$$\mathbf{u}(k) = \sum_{i=0}^{d_f} \mathbf{h}(i) x(k-i) \tag{4.41}$$

Agora, é aplicada uma predição linear regressiva – “backward” – de ordem M_b

ao sinal de erro de predição regressiva:

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_b(k) &= \mathbf{e}_f(k - M_b) - [\mathbf{B}_{M_b,1}^H \mathbf{e}_f(k) + \dots + \mathbf{B}_{M_b,M_b}^H \mathbf{e}_f(k - M_b + 1)] = \\ &= \mathbf{e}_f(k - M_b) - \mathbf{B}_{M_b}^H \begin{bmatrix} \mathbf{e}_f(k) \\ \mathbf{e}_f(k - 1) \\ \vdots \\ \mathbf{e}_f(k - M_b + 1) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.42)$$

Considerando a representação de (4.41) para o sinal $\mathbf{e}_f(k)$, o erro de predição regressiva pode ser descrito por:

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_b(k) &= \mathbf{u}(k - M_b) - \hat{\mathbf{u}}(k - M_b) \Big|_{U_{M_b}(k)} \\ &= \mathbf{u}(k - M_b) - \hat{\mathbf{u}}(k - M_b) \Big|_{X_{M_b+d_f}(k)} \\ &= \mathbf{h}(0)x(k - M_b) + \dots + \mathbf{h}(d_f - 1)x(k - M_b - d_f + 1) + \\ &= \mathbf{h}(d_f)x(k - M_b - d_f) - \left(\mathbf{h}(0)x(k - M_b) \Big|_{X_{M_b+d_f}(k)} + \dots \right. \\ &\quad \left. + \mathbf{h}(d_f - 1)x(k - M_b - d_f + 1) \Big|_{X_{M_b+d_f}(k)} + \dots \right. \\ &\quad \left. + \mathbf{h}(d_f)x(k - M_b - d_f) \Big|_{X_{M_b+d_f}(k)} \right) \end{aligned} \quad (4.43)$$

O sinal de erro de predição regressiva é dado por:

$$\mathbf{e}_b(k) = \mathbf{h}(d_f)x(k - d_f - M_b) \quad (4.44)$$

As operações de predição progressiva e regressiva estão ilustradas na Figura 4.2. A partir da figura, é possível observar a cascata de preditores progressivo e regressivo.

Uma estimativa do vetor de coeficientes $\mathbf{h}(d_f)$ pode ser calculada por um procedimento semelhante a (4.29):

$$\sigma_{e_b}^2 = \sigma_x^2 \mathbf{h}(d_f) \mathbf{h}^H(d_f) \quad (4.45)$$

Para se chegar ao equalizador ZF, parte-se do erro $\mathbf{e}_f(k)$ (4.39):

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_f(k) &= \mathbf{u}(k) - \mathbf{A}_{L_f}^H \mathbf{U}_{L_f}(k - d_f - 1) = \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{I}_P & \mathbf{0}_{P \times P d_f} & -\mathbf{A}_{L_f}^H \end{bmatrix} \mathbf{U}_{L_f+d_f+1}(k) \end{aligned} \quad (4.46)$$

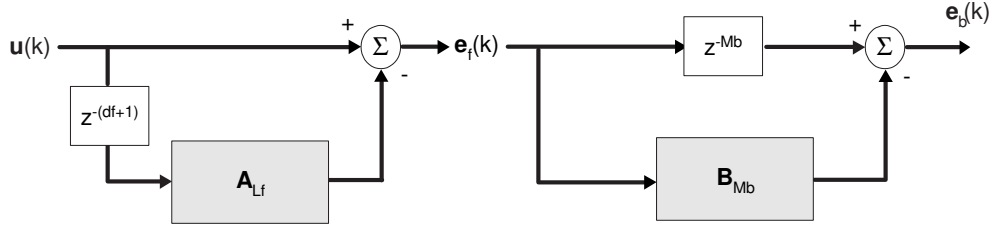


Figura 4.2: Cascata de preditores progressivo e regressivo

Da mesma forma, o erro $\mathbf{e}_b(k)$ é dado por:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{e}_b(k) &= \mathbf{e}_f(k - M_b) - \mathbf{B}_{M_b}^H \begin{bmatrix} \mathbf{e}_f(k) \\ \mathbf{e}_f(k-1) \\ \vdots \\ \mathbf{e}_f(k - M_b + 1) \end{bmatrix} = \\
 &= \begin{bmatrix} -\mathbf{B}_{M_b}^H & \mathbf{I}_P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{e}_f(k) \\ \vdots \\ \mathbf{e}_f(k - M_b) \end{bmatrix} = \\
 &= \begin{bmatrix} -\mathbf{B}_{M_b}^H & \mathbf{I}_P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_P & \mathbf{0}_{P \times Pd_f} & -\mathbf{A}_{L_f}^H & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \ddots & \mathbf{I}_P & \mathbf{0}_{P \times Pd_f} & -\mathbf{A}_{L_f}^H \end{bmatrix} \mathbf{U}_L(k)
 \end{aligned} \tag{4.47}$$

sendo $L = d_f + L_f + M_b + 1$. O termo (4.47) expressa a convolução entre os filtros de predição regressiva e de predição progressiva.

Finalmente, obtém-se a expressão do equalizador ZF de atraso $d = d_f + M_b$ e comprimento $L = d_f + L_f + M_b + 1$:

$$\mathbf{F}_{L,d} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_P & \mathbf{0} \\ \mathbf{0}_{Pd_f \times P} & \ddots & \vdots \\ -\mathbf{A}_{L_f} & \mathbf{I}_P \\ \vdots & \ddots & \mathbf{0}_{Pd_f \times P} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{A}_{L_f} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\mathbf{B}_{M_b} \\ \mathbf{I}_P \end{bmatrix} \frac{\mathbf{h}(d_f)}{\|\mathbf{h}(d_f)\|^2} \tag{4.48}$$

A solução ZF (4.48) permite a recuperação do sinal transmitido $x(k-d) = x(k-d_f-M_b)$.

Toda a dedução anterior foi feita a partir da suposição de um canal sem ruído aditivo. Uma análise do desempenho desta estrutura é feita em (Mannerkoski & Taylor, 2001), com a dedução de uma expressão que indica o erro em regime na presença de ruído aditivo. A dedução é feita a partir da condição da ortogonalidade entre o erro de predição progressivo $\mathbf{e}_f(k)$ e o sinal de saída do canal $\mathbf{u}(k)$, que se verifica quando o filtro de erro de predição progressiva é ótimo de acordo com o critério de mínimos quadrados.

Na ausência de ruído aditivo, a saída do filtro de erro de predição progressiva pode ser modelada como a saída de um canal truncado, ou seja, o preditor “multistep” atua no sentido de reduzir a interferência intersimbólica. Ao se considerar a presença de ruído aditivo em $\mathbf{u}(k)$, observa-se que a saída do filtro de erro de predição progressiva é acrescida de interferência intersimbólica residual e de *ruído colorido* (Mannerkoski & Taylor, 2001).

4.3 Proposta de Derivação de Solução ZF baseada em Predição Linear

A estratégia descrita anteriormente para obtenção de uma solução ZF de atraso 0 depende dos coeficientes de predição progressiva e também da matriz de variância do erro de predição. A estratégia aqui proposta para obtenção de uma solução ZF de atraso 0 evita a necessidade de se estimar a matriz de covariância de erro de predição, o que permite uma redução na complexidade computacional envolvida.

A estratégia proposta consiste das seguintes etapas:

- obter os coeficientes de predição progressiva $\mathbf{A}_{L-1}$, de acordo com (4.26);
- fazer o primeiro coeficiente de cada subequalizador igual a 1:

$$\mathbf{f}(0) = [1 \quad 1 \quad \dots \quad 1]^T \quad (4.49)$$

- finalmente, os demais coeficientes do equalizador são dados pela soma das colunas da matriz de coeficientes de predição $\mathbf{A}_{L-1}$, tal como demonstrado abaixo.

A expressão do vetor de coeficientes do equalizador $\mathbf{F}_L$ é repetida por conveniência:

$$\mathbf{F}_L = [\mathbf{f}^H(0) \quad \mathbf{f}^H(1) \quad \dots \quad \mathbf{f}^H(L-1)]^H \quad (4.50)$$

A equação (4.35) também é repetida:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_P & -\mathbf{A}_{L-1}^H \end{bmatrix} \boldsymbol{\mathcal{H}}_L = \mathbf{h}(0) \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \quad (4.51)$$

Temos que $\mathbf{A}_{L-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_0 & \mathbf{a}_1 & \cdots & \mathbf{a}_{P-1} \end{bmatrix}$, sendo $\mathbf{a}_p$ a p -ésima coluna de $\mathbf{A}_{L-1}$. Portanto, os coeficientes $\mathbf{f}(1), \dots, \mathbf{f}(L-1)$ são dados pela soma das colunas de $\mathbf{A}_{L-1}$ da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{f}(1) \\ \vdots \\ \mathbf{f}(L-1) \end{bmatrix} = - \sum_{p=0}^{P-1} \mathbf{a}_p \quad (4.52)$$

Ou ainda,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{f}^H(1) & \cdots & \mathbf{f}^H(L-1) \end{bmatrix} = - \sum_{p=0}^{P-1} \mathbf{a}_p^H \quad (4.53)$$

Podemos observar, a partir de (4.50), (4.49) e (4.52), que $\mathbf{F}_L$ resulta da soma das P colunas da matriz $\begin{bmatrix} \mathbf{I}_P \\ \mathbf{A}_{L-1} \end{bmatrix}$. Ao identificarmos tal matriz no termo à esquerda de (4.51), podemos verificar a seguinte igualdade:

$$\mathbf{F}_{L,0}^H \boldsymbol{\mathcal{H}}_L = \begin{bmatrix} \left(\sum_{p=0}^{P-1} h_p(0) \right) & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \quad (4.54)$$

sendo $\mathbf{F}_{L,0}$ um equalizador ZF a menos de uma constante.

Com relação ao procedimento descrito na Seção 4.2 para a obtenção de um equalizador ZF, a proposta evita o cálculo da matriz variância do erro de predição progressiva, necessária para a estimativa de $\mathbf{h}(0)$ (4.29).

4.4 Discussão

Este capítulo tratou das abordagens para equalização autodidata a partir de EO2, dentro da divisão clássica em métodos de subespaços e métodos de predição linear. A discussão sobre a abordagem de predição linear envolveu a dedução de soluções ZF a partir de predição linear progressiva e também de uma combinação de predição progressiva e regressiva com uma estrutura de preditores em cascata. E ainda, apresentou-se uma proposta de obtenção de solução ZF baseada na abordagem de predição linear progressiva.

O capítulo seguinte apresenta os algoritmos adaptativos de interesse inspirados na abordagem de predição linear. E também, o comportamento do CMA em ambiente multicanal é discutido.

5

Algoritmos Adaptativos

No capítulo 4, foram abordadas as técnicas de identificação e equalização auto-didatas baseadas na decomposição em subespaços e na predição linear multicanal. Um certo número de publicações recentes na literatura descreve versões adaptativas destes métodos, sobretudo no que diz respeito à abordagem de predição linear.

O algoritmo do módulo constante (CMA), descrito na seção 2.3, também pode ser empregado em um modelo multicanal. Dentre as interessantes propriedades que decorrem desta aplicação, destaca-se a possibilidade de convergência global do CMA na ausência de ruído aditivo.

Neste capítulo, propõem-se duas técnicas adaptativas, sendo uma delas uma versão adaptativa da proposta apresentada na seção 4.3. Para situá-las dentre os trabalhos existentes na literatura, tais técnicas são aqui inseridas no contexto de um apanhado geral de outras soluções de interesse baseadas em predição linear. Discute-se também o comportamento do CMA em ambiente multicanal, a título de comparação com os métodos baseados em EO2.

5.1 Soluções Adaptativas baseadas em Predição Linear

Em (Slock & Papadias, 1995) (Papadias & Slock, 1999), Papadias e Slock apresentam a dedução de diversos equalizadores ZF. Estes trabalhos, no entanto, não envolviam a questão da implementação adaptativa de tais soluções. Conforme já comentado, além do equalizador ZF de atraso 0, tais trabalhos também apresentam a dedução de um equalizador ZF com atraso ajustável a partir de uma cascata de um preditor progressivo “multistep” e um preditor regressivo de um passo.

Uma outra forma de dedução de um equalizador ZF com atraso de equalização ajustável é proposta em (Li & Fan, 2000), a partir da solução de dois problemas de predição. Esta referência apresenta a adaptação dos coeficientes de predição com algoritmos LMS e RLS.

No presente trabalho, uma implementação adaptativa do preditor em cascata (Slock & Papadias, 1995) (Papadias & Slock, 1999) pôde então ser obtida, com base nas estratégias de adaptação dos coeficientes de predição observadas em (Li & Fan, 2000).

Uma outra solução ZF baseada em dois problemas de predição progressiva é proposta em (Li & Fan, 1999) (Li & Fan, 2001b), a qual também realiza a adaptação dos coeficientes de predição envolvidos por meio do algoritmo LMS ou do RLS.

Uma versão do filtro de erro de predição em estrutura de treliça em ambiente multicanal é proposta em (Mannerkoski, 1999) (Mannerkoski & Taylor, 1999). É possível demonstrar uma equivalência desta estrutura com soluções autodidatas baseadas em predição linear multicanal.

5.1.1 Implementação Adaptativa de Solução ZF de atraso 0 com Predição Multicanal Progressiva (Li & Fan, 2000)

A versão adaptativa da solução apresentada em (Slock, 1994) permite a obtenção de uma estimativa de solução ZF de atraso 0. A cada iteração do algoritmo adaptativo, calculam-se os coeficientes do preditor progressivo multicanal e os coeficientes do equalizador. Os coeficientes do preditor são adaptados recursivamente. Tal adaptação pode ser realizada com o LMS ou com o RLS.

Ao se utilizar o LMS ou o RLS para a adaptação dos coeficientes do *preditor*, o vetor de erro de predição progressiva multicanal $\mathbf{e}_f(k)$ (4.21) faz as vezes do sinal de

erro de estimação. E o vetor de amostras do sinal sobre o qual é realizada a predição (4.20) é tomado como o sinal de “entrada” do algoritmo de adaptação.

Para se realizar a implementação adaptativa da solução ZF, faz-se necessária a estimativa recursiva da matriz $\mathbf{E}_f(k)$ de variância do erro de predição progressiva (4.22). Isto é feito da seguinte maneira:

$$\mathbf{E}_f(k) = \lambda \mathbf{E}_f(k-1) + (1-\lambda) \mathbf{e}_f(k) \mathbf{e}_f^H(k) \quad (5.1)$$

A cada iteração, uma estimativa do vetor $\mathbf{h}(0)$ é obtida a partir da coluna de $\mathbf{E}_f(k)$ com a maior norma (Li & Fan, 2000).

O procedimento para obtenção do algoritmo adaptativo correspondente está resumido na Tabela 5.1:

Tabela 5.1: Algoritmo adaptativo para obtenção de equalizador de atraso 0

-
- Inicialização: $k = 0$:
 - Inicializar a estimativa da matriz variância de erro de predição: $\mathbf{E}_f(0) = \delta \mathbf{I}_P$, sendo δ uma constante pequena;
 - Para cada iteração $k = 1, 2, 3 \dots$
 - Adaptar a matriz com os coeficientes de predição progressiva $\mathbf{A}_{L-1}(k)$ e obter o erro de predição progressiva $\mathbf{e}_f(k)$ com o RLS ou com o LMS;
 - Atualizar a estimativa de $\mathbf{E}_f(k)$ (5.1);
 - Obter a estimativa $\hat{\mathbf{h}}(0)$ tomando-se a coluna de $\mathbf{E}_f(k)$ com a maior norma;
 - calcular os coeficientes do equalizador $\mathbf{F}_{L,0}(k)$ como em (4.37), sendo $\mathbf{h}(0)$ substituído por sua estimativa $\hat{\mathbf{h}}(0)$. Nas iterações iniciais, o valor de $\|\hat{\mathbf{h}}(0)\|$ é pequeno. Assim, optou-se usar $\|\hat{\mathbf{h}}(0)\|$ ao invés de $\|\hat{\mathbf{h}}(0)\|^2$ para o cálculo do equalizador em (4.37), para evitar problemas de divergência.
-

A Figura 5.1 ilustra a etapa de obtenção adaptativa dos coeficientes do preditor $\mathbf{A}_{L_f}$ e do vetor com o erro de predição progressiva $\mathbf{e}_f$.

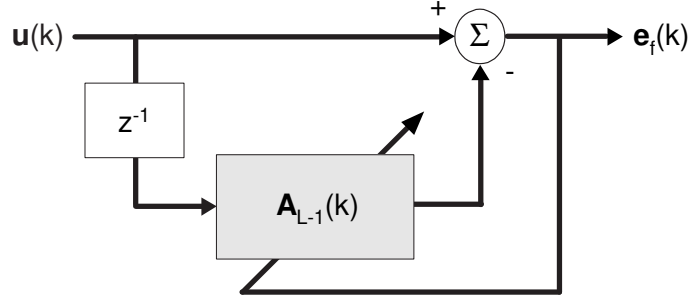


Figura 5.1: Adaptação do preditor de atraso 0

O apêndice A descreve com maiores detalhes a implementação do algoritmo adaptativo correspondente à solução ZF de atraso 0 descrito na tabela 5.1.

5.1.2 Implementação Adaptativa da Proposta de Solução ZF de atraso 0, com Predição Multicanal Progressiva

A proposta de derivação de solução ZF de atraso 0 apresentada na seção 4.3 também permite a derivação de uma versão adaptativa, tal como a solução ZF de atraso 0 (Slock, 1994).

A implementação adaptativa segue a anterior, à exceção dos passos intermediários de obtenção recursiva da estimativa da matriz de variância de erro de predição progressiva $\mathbf{E}_f(k)$ e obtenção da estimativa $\hat{\mathbf{h}}(0)$.

O procedimento para a derivação do algoritmo adaptativo é resumido na Tabela 5.2:

Pode-se observar que a implementação adaptativa da proposta de solução ZF de atraso 0 envolve uma complexidade computacional menor, uma vez que não há a estimação recursiva da matriz de variância de erro de predição e os coeficientes do equalizador são obtidos a cada iteração de uma forma mais simples que a apresentada na subseção 5.1.1.

Tabela 5.2: Versão adaptativa da proposta de equalizador de atraso 0

-
- Inicialização: $k = 0$:
 - Inicializar a estimativa da matriz variância de erro de predição: $\mathbf{E}_f(0) = \delta \mathbf{I}_P$, sendo δ uma constante pequena;
 - Para cada iteração $k = 1, 2, 3 \dots$
 - Adaptar a matriz com os coeficientes de predição progressiva $\mathbf{A}_{L-1}(k)$ e o erro de predição progressiva $\mathbf{e}_f(k)$ com o RLS ou com o LMS;
 - Obter o equalizador ZF $\mathbf{F}_{L,0}$ diretamente a partir de (4.54).
-

5.1.3 Solução ZF de atraso arbitrário a partir de um problema de Predição Progressiva e um de Predição Regressiva (Li & Fan, 2000)

O algoritmo proposto em (Li & Fan, 2000) permite a obtenção de uma estimativa de equalizador ZF de atraso arbitrário, a partir da combinação de dois problemas de predição linear: predição progressiva e predição regressiva. A primeira etapa diz respeito ao problema de predição progressiva: é obtido um equalizador ZF de atraso 0 de acordo com o esquema apresentado na subseção 5.1.1. A segunda etapa permite a obtenção do equalizador ZF de atraso arbitrário d , a partir de um problema de predição regressiva.

É definido o seguinte sinal de *erro de predição regressiva* sobre o sinal recebido:

$$\mathbf{E}_b(k) = \mathbf{U}_L(k-d) - \mathbf{B}_L^H(k) \mathbf{U}_L(k) \quad (5.2)$$

É demonstrado em (Li & Fan, 2000) que a estimativa do equalizador ZF de atraso arbitrário d pode ser obtida a partir da estimativa do equalizador ZF de atraso 0 e da matriz com os coeficientes de predição regressiva $\mathbf{B}_L$:

$$\mathbf{F}_{L,d}(k) = \mathbf{B}_L(k) \mathbf{F}_{L,0}(k) \quad (5.3)$$

A implementação adaptativa é feita de tal forma que ambas as etapas empregam ou o RLS ou o LMS para a adaptação dos coeficientes dos preditores.

O algoritmo descrito em (Li & Fan, 2000) pode ser resumido pela Tabela 5.3:

Tabela 5.3: Versão adaptativa da solução de atraso arbitrário a partir de predição progressiva e regressiva

-
- Inicialização: $k = 0$:
 - Inicializar a estimativa da matriz variância de erro de predição: $\mathbf{E}_f(0) = \delta \mathbf{I}_P$, sendo δ uma constante pequena;
 - Para cada iteração $k = 1, 2, 3 \dots$
 - Obter a estimativa do equalizador ZF de atraso 0 conforme descrito anteriormente na subseção 5.1.1;
 - Adaptar a matriz com os coeficientes de predição progressiva $\mathbf{B}_L(k)$ e obter o erro de predição progressiva $\mathbf{E}_b(k)$ com o RLS ou com o LMS;
 - Calcular a estimativa do equalizador ZF de atraso d com (5.3)
-

Cabe notar que o procedimento correspondente à solução ZF de atraso 0 pode ser simplificado utilizando-se o algoritmo proposto 5.1.2.

5.1.4 Solução ZF de atraso arbitrário a partir de dois problemas de Predição Progressiva (Li & Fan, 1999)

O algoritmo proposto em (Li & Fan, 1999) permite a derivação de uma solução ZF de atraso arbitrário d envolvendo dois problemas de predição progressiva. São definidos dois sinais de erro de predição progressiva sobre o sinal recebido:

$$\mathbf{e}_1(k) = \mathbf{U}_L(k) - \mathbf{A}_1^H \mathbf{U}_L(k-d) \quad (5.4)$$

$$\mathbf{e}_2(k) = \mathbf{U}_L(k) - \mathbf{A}_2^H \mathbf{U}_L(k-d-1) \quad (5.5)$$

São definidos ainda dois outros sinais de erro:

$$\mathbf{e}_3(k) = \mathbf{U}_L(k) - \mathbf{e}_2(k) \quad (5.6)$$

$$\mathbf{e}_4(k) = \mathbf{e}_2(k) - \mathbf{e}_1(k) \quad (5.7)$$

A matriz de convolução do canal é dividida em:

$$\mathcal{H}_L = \begin{bmatrix} H_1 & H_2 & H_3 \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

de tal modo que H_2 corresponda ao vetor de correlação cruzada $\mathbf{p}$, tal como em (3.51):

$$\begin{aligned} H_2 &= \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{1 \times P} & \cdots & \mathbf{0}_{1 \times P} & \mathbf{h}^H(N-1) & \cdots & \mathbf{h}^H(0) & \mathbf{0}_{1 \times P} & \cdots & \mathbf{0}_{1 \times P} \end{bmatrix}^H = \\ &= \frac{1}{\sigma_x^2} \mathbf{p} \end{aligned} \quad (5.9)$$

O sinal recebido também pode ser dividido:

$$\mathbf{U}_L(k) = \mathcal{H}_L \mathbf{X}_{L+N-1}(k) = \begin{bmatrix} H_1 & H_2 & H_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X}_d(k) \\ x(k-d) \\ \mathbf{X}_{L+N-d-2}(k-d-1) \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

É possível demonstrar as seguintes igualdades:

$$\mathbf{e}_1(k) = H_1 \mathbf{X}_d(k) \quad (5.11)$$

$$\mathbf{e}_3(k) = H_3 \mathbf{X}_{L+N-d-2}(k-d-1) \quad (5.12)$$

$$\mathbf{e}_4(k) = H_2 x(k-d) \quad (5.13)$$

Definem-se as seguintes matrizes:

$$\mathbf{E}_1(k) = E \left[\mathbf{e}_1(k) \mathbf{e}_1(k)^H \right] = \sigma_x^2 H_1 H_1^H \quad (5.14)$$

$$\mathbf{E}_3(k) = E \left[\mathbf{e}_3(k) \mathbf{e}_3(k)^H \right] = \sigma_x^2 H_3 H_3^H \quad (5.15)$$

$$\mathbf{E}_4(k) = E \left[\mathbf{e}_4(k) \mathbf{e}_4(k)^H \right] = \sigma_x^2 H_2 H_2^H \quad (5.16)$$

Com isto, é possível deduzir a expressão do equalizador ZF de atraso d . A partir de $\mathbf{E}_4(k)$, pode ser obtida uma estimativa do vetor H_2 . Tal estimativa é dada pelo vetor $LP \times 1 \mathbf{l}$, o vetor de $\mathbf{E}_4(k)$ com a maior norma.

O problema envolve então a minimização da seguinte expressão:

$$\min_{\mathbf{F}_L} \mathbf{F}_L^H \mathbf{E}_1(k) \mathbf{F}_L + \mathbf{F}_L^H \mathbf{E}_3(k) \mathbf{F}_L + \alpha \|\mathbf{1}^H \mathbf{F}_L - 1\|^2 \quad (5.17)$$

sendo α uma constante.

Para a implementação adaptativa desta proposta, é necessário calcular a estimativa das matrizes com as variâncias dos sinais de erro a cada iteração, o que também pode ser feito de uma forma recursiva:

$$\mathbf{E}_i(k) = \lambda \mathbf{E}_i(k-1) + (1-\lambda) \mathbf{e}_i(k) \mathbf{e}_i^H(k) \quad , \quad i = 1, 3, 4 \quad (5.18)$$

A exemplo das propostas anteriores, as matrizes com os coeficientes de predição $\mathbf{A}_1(k)$ e $\mathbf{A}_2(k)$ podem ser adaptadas a cada iteração tanto com o LMS quanto com o RLS.

Nesta proposta, os coeficientes do equalizador também são adaptados recursivamente a cada iteração. Nas propostas anteriores, apenas os coeficientes dos preditores são adaptados, enquanto o equalizador é “recalculado” a cada iteração. A expressão de adaptação dos coeficientes do equalizador ZF pode ser obtida de duas formas distintas – com o uso das matrizes $\mathbf{E}_i(k)$ (5.19) ou com as suas aproximações instantâneas (5.20):

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_L(k) = \mathbf{F}_L(k-1) - \mu [\mathbf{E}_1(k) \mathbf{F}_L(k-1) + \mathbf{E}_3(k) \mathbf{F}_L(k-1) + \\ + \alpha (\mathbf{1}^H(k) \mathbf{F}(k-1) - 1) \mathbf{1}(k)] \end{aligned} \quad (5.19)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_L(k) = \mathbf{F}_L(k-1) - \mu [\mathbf{e}_1(k) \mathbf{e}_1^H(k) \mathbf{F}_L(k-1) + \mathbf{e}_3(k) \mathbf{e}_3^H(k) \mathbf{F}_L(k-1) + \\ + \alpha (\mathbf{1}^H(k) \mathbf{F}(k-1) - 1) \mathbf{1}(k)] \end{aligned} \quad (5.20)$$

O procedimento para a implementação do algoritmo adaptativo correspondente pode ser então resumido de acordo com a Tabela 5.4

5.1.5 Solução ZF baseada na Estrutura de Treliça (Mannerkoski & Koivunen, 2000)

O algoritmo adaptativo baseado na estrutura de treliça (Mannerkoski, 1999), (Mannerkoski & Koivunen, 2000) fornece uma solução ZF de atraso 0 (4.37). Considera-se uma treliça de $L-1$ estágios, sendo L o comprimento do equalizador equivalente. Os vetores com os erros de predição progressiva $\mathbf{e}_{f,m}(k)$ e regressiva

Tabela 5.4: Versão adaptativa da solução de atraso arbitrário a partir de dois problemas de predição progressiva

-
- Inicialização: $k = 0$:
 - $\mathbf{E}_i(0) = \delta \mathbf{I}_P$, $i = 1, 3, 4$; sendo δ uma constante pequena;
 - Para cada iteração $k = 1, 2, 3 \dots$
 - Adaptar as matrizes com os coeficientes de predição $\mathbf{A}_1(k)$ e $\mathbf{A}_2(k)$ e obter os erros $\mathbf{e}_1(k)$ e $\mathbf{e}_2(k)$ com o LMS ou com o RLS;
 - Calcular os erros $\mathbf{e}_3(k)$ (5.6) e $\mathbf{e}_4(k)$ (5.7);
 - Atualizar as matrizes $\mathbf{E}_i(k)$, $i = 1, 3, 4$ (5.18);
 - Obter o vetor $\mathbf{l}(k)$ a partir da coluna de $\mathbf{E}_4(k)$ com a maior norma;
 - Adaptar os coeficientes do equalizador $\mathbf{F}_L(k)$ com (5.19) ou (5.20).
-

$\mathbf{e}_{b,m}(k)$ correspondentes ao m -ésimo estágio da treliça são calculados de acordo com o seguinte conjunto de equações:

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_{f,m}(k) &= \mathbf{k}_{f,m}(k) \mathbf{e}_{b,m-1}(k-1) + \mathbf{e}_{f,m-1}(k) \\ \mathbf{e}_{b,m}(k) &= \mathbf{k}_{b,m}(k) \mathbf{e}_{f,m-1}(k) + \mathbf{e}_{b,m-1}(k) \end{aligned} \quad m = 1, \dots, L-1 \quad (5.21)$$

Nas equações (5.21), as matrizes $(P \times P)$ $\mathbf{k}_{f,m}(k)$ e $\mathbf{k}_{b,m}(k)$ são, respectivamente, as matrizes com os *coeficientes de reflexão* progressiva e regressiva do m -ésimo estágio da treliça. A inicialização da treliça a cada iteração é $\mathbf{e}_{f,0} = \mathbf{e}_{b,0} = \mathbf{u}(k)$.

A estimativa do vetor de coeficientes do canal $\mathbf{h}(0)$ é feita através de um procedimento de “eigen-pair tracking”. O primeiro estágio da treliça é ilustrado na Figura 5.2.

A estrutura fornece a estimativa da *saída* do equalizador ZF de atraso 0:

$$\hat{x}(k) = \frac{\hat{\mathbf{h}}(0)}{\|\hat{\mathbf{h}}(0)\|} \mathbf{e}_{f,L-1}(k) \quad (5.22)$$

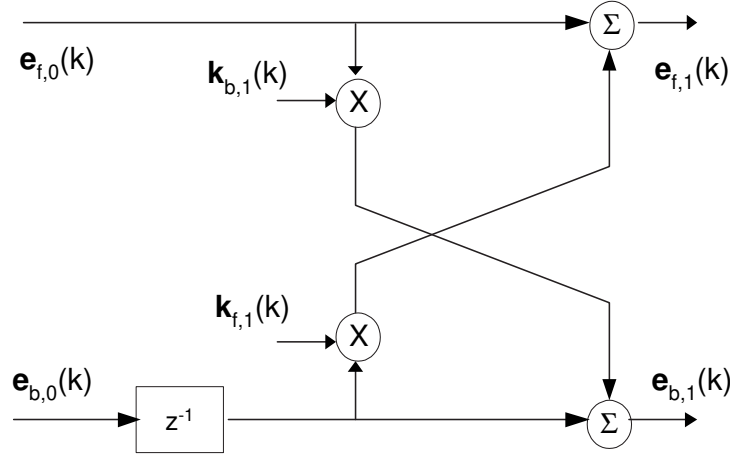


Figura 5.2: Estágio da estrutura de treliça

Cabe notar que a estrutura de treliça não fornece diretamente os coeficientes de predição $\mathbf{A}_{L-1}$ (4.37).

5.1.6 Proposta de Implementação Adaptativa da Cascata de Preditores

A estrutura de cascata de preditores progressivo e regressivo (Slock, 1994), (Pappas & Slock, 1999) permite a obtenção de uma solução ZF de atraso de equalização arbitrário, o que pode ser uma vantagem em relação à solução ZF de atraso 0. Propõe-se então uma versão adaptativa de tal estrutura. A cada iteração, as matrizes $\mathbf{A}_{L_f}(k)$ $\mathbf{B}_{M_b}(k)$ são adaptadas com o RLS ou com o LMS.

A implementação adaptativa requer a estimativa recursiva da matriz com a variância do erro de predição regressiva (4.45):

$$\mathbf{E}_b(k) = \lambda \mathbf{E}_b(k-1) + (1-\lambda) \mathbf{e}_b(k) \mathbf{e}_b^H(k) \quad (5.23)$$

A cada iteração, a estimativa $\hat{\mathbf{h}}(d_f)$ é obtida a partir da coluna de $\mathbf{E}_b(k)$ com a maior norma.

O algoritmo adaptativo é resumido na Tabela 5.5.

Por fim, uma ilustração da obtenção dos preditores de forma adaptativa e dos erros de predição progressiva e regressiva é dada pela Figura 5.3.

Tabela 5.5: Proposta de implementação adaptativa de cascata de preditores

-
- Inicialização: $k = 0$:
- Inicializar a estimativa da matriz variância de erro de predição regressiva: $\mathbf{E}_b(0) = \delta \mathbf{I}_P$, sendo δ uma constante pequena;
- Para cada iteração $k = 1, 2, 3 \dots$
- Adaptar a matriz com os coeficientes de predição progressiva $\mathbf{A}_{L_f}(k)$ e obter o erro de predição progressiva $\mathbf{e}_f(k)$ com o RLS ou com o LMS;
 - Realizar a predição regressiva sobre $\mathbf{e}_f(k)$, com a atualização de $\mathbf{B}_{M_b}(k)$ e do erro de predição regressiva $\mathbf{e}_b(k)$;
 - Atualizar a estimativa de $\mathbf{E}_b(k)$ (5.23);
 - Obter a estimativa $\hat{\mathbf{h}}(d_f)$ a partir da coluna de $\mathbf{E}_b(k)$ com a maior norma (4.45);
 - calcular os coeficientes do equalizador $\mathbf{F}_{L,d}(k)$ como em (4.48), sendo $\mathbf{h}(d_f)$ substituído por sua estimativa $\hat{\mathbf{h}}(d_f)$. Também neste caso, o termo $\|\hat{\mathbf{h}}(d_f)\|^2$ é substituído por $\|\hat{\mathbf{h}}(d_f)\|$ no sentido de evitar problemas de divergência na implementação adaptativa do algoritmo.
-

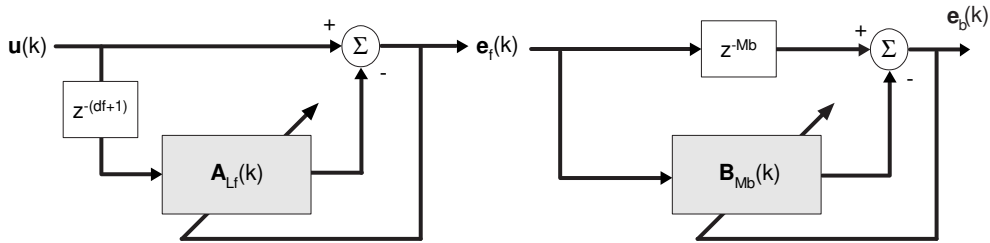


Figura 5.3: Adaptação da cascata de preditores progressivo e regressivo

5.2 CMA em Equalização Multicanal

A expressão de atualização do vetor de coeficientes do CMA (2.34) pode ser reescrita para o caso multicanal:

$$\mathbf{F}_L(k+1) = \mathbf{F}_L(k) + \mu \mathbf{U}_L(k) (R_2 - |y(k)|^2) y^*(k) \quad (5.24)$$

Inicialmente, o estudo do CMA em equalizadores fracionários era pautado pelas características geralmente atribuídas a estes equalizadores, tais como menor sensibilidade à amplificação de ruído. Recentemente, a consideração do modelo multicanal associado à operação de superamostragem tornou possível determinar outras características do comportamento do CMA. A análise do comportamento do CMA em ambiente multicanal ocorre na literatura paralelamente ao desenvolvimento de estratégias de identificação de canal e equalização autodidatas a partir de EO2 de acordo com a abordagem multicanal.

A principal característica associada ao uso do CMA em ambiente multicanal é a possibilidade de convergência global, dentro de determinadas condições ideais. Essencialmente, a convergência global para o CMA é a contrapartida do resultado de equalização perfeita obtido pela Identidade de Bezout: na ausência de ruído aditivo e dado que os subcanais não tenham zeros em comum e que a condição sobre o comprimento do subequalizador seja atendida, todos os pontos de mínimo da superfície de erro da função de custo CM correspondem a soluções ZF.

Cabe notar que, para um equalizador fracionário, a solução ZF pode ser atingida para equalizadores de comprimento finito. Por outro lado, para equalizadores à taxa de símbolo, o comprimento do equalizador deve tender a infinito para que possa se aproximar de uma solução ZF.

A seguir, serão destacadas as contribuições de alguns trabalhos na literatura a este respeito.

Em (Li & Ding, 1996), é apresentada uma prova da convergência global do CMA. É demonstrado que todas as soluções possíveis para o equalizador de acordo com o critério CM são mínimos globais, dadas as condições comentadas mais acima. A análise é baseada na correspondência entre o equalizador e a resposta combinada canal-equalizador.

Uma breve consideração foi feita quanto à presença de ruído aditivo, o que representa uma violação a uma das condições estabelecidas para a obtenção de equalizadores ZF: afirma-se que, para quantidades “modestas” de ruído, os pontos de mínimo

do CMA ainda permaneceriam próximos aos correspondentes para a situação ideal sem ruído.

A discussão a respeito da convergência global do CMA é ampliada em (Ding, 1997). São introduzidos os conceitos de pontos de equilíbrio associados às funções de custo dos diferentes algoritmos de Bussgang. Tais pontos de equilíbrio são divididos em dependentes do canal e dependentes do algoritmo. Estes últimos se relacionam à função de custo correspondente ao algoritmo de Bussgang. O CMA não apresenta pontos de equilíbrio instáveis dependentes do algoritmo.

Uma vez respeitadas as condições para equalização perfeita, o CMA não apresenta pontos de equilíbrio dependentes do canal. Para fontes de módulo constante, todos os pontos de equilíbrio do algoritmo correspondem a mínimos globais.

As relações entre os equalizadores obtidos a partir do critério CM e os obtidos a partir do critério EQM (ou soluções de Wiener) são investigadas em (Zeng et al., 1998) para o caso multicanal. É considerado como exemplo o modelo de 2 subcanais – $P = 2$. A análise é feita com base em uma abordagem geométrica.

Basicamente, a idéia consiste em definir uma região na superfície da função custo CM de tal maneira que esta região apresente pelo menos um mínimo local. Define-se uma solução de Wiener que esteja próxima a esta região. É possível demonstrar com base na abordagem geométrica que o vetor correspondente ao mínimo da função CM é uma aproximação do vetor correspondente à solução de Wiener. São derivados limites para a localização dos mínimos associados à função de custo CM.

Outros trabalhos baseados na abordagem geométrica são (Gu & Tong, 1999) e (Zeng et al., 1999), nos quais as associações entre as soluções do critério CM e as soluções de Wiener são ampliadas.

Em (Johnson et al., 1998), os resultados presentes na literatura a respeito da utilização do CMA em um equalizador fracionário são organizados na forma de um tutorial. Este tutorial examina as condições sob as quais ocorre a equalização perfeita, tanto para o equalizador fracionário como para o equalizador à taxa de símbolo. Discutem-se os efeitos causados pela violação destas condições. A análise empregada pelo tutorial está fortemente atrelada à visualização da superfície de erro da função custo CM para um caso de 2 subcanais.

Dentro de certas condições ideais, a minimização do critério CM equivale à equalização perfeita - critério ZF. Tais condições são as seguintes:

- condição sobre o comprimento do equalizador: para o equalizador à taxa de símbolo, o comprimento deve tender a infinito; para o equalizador fracionário,

a condição sobre o comprimento de cada subequalizador é a colocada em (3.59);

- ausência de ruído aditivo;
- condição sobre os zeros da função de transferência associada ao canal: para o equalizador à taxa de símbolo, tal condição impõe ausência de zeros sobre o círculo unitário (nulos espectrais); para o caso fracionário, vale a restrição de não ocorrência de zeros em comum entre os subcanais;
- o sinal emitido pela fonte deve ser de média zero, branco, de módulo constante e subgaussiano.

Novamente, observa-se que é possível obter uma solução ZF com equalizadores de comprimento finito para o caso fracionário – multicanal.

O efeito das violações das condições para equalização perfeita é discutido com o auxílio da superfície de erro associada à função de custo CM. A utilização de fontes que não possuem módulo constante – por exemplo, uma constelação 16-QAM – provocaria um “achatamento” e uma “elevação” da superfície de erro, o que implica uma menor velocidade de convergência e um maior erro quadrático médio associado.

A presença de ruído aditivo, por sua vez, causaria uma “deformação” da superfície de erro no sentido de afastar os pontos de mínimo da posição correspondente aos mínimos “ideais”. Assim, não haveria mais uma equivalência perfeita entre os mínimos do critério CM e as soluções de Wiener; entretanto, os mínimos do critério CM ainda poderiam ser considerados “próximos” às soluções de Wiener e o seu desempenho no que diz respeito ao erro quadrático após a convergência poderia ser de certa forma comparado ao erro quadrático médio mínimo fornecido pela solução de Wiener.

E quanto à violação da condição sobre os zeros dos subcanais, coloca-se que isto pode acarretar uma maior sensibilidade a ruído e outras violações das condições de convergência global. No caso em que os diversos subcanais apresentam um zero em comum, os subequalizadores combinam-se com a parte “não-comum” dos subcanais no sentido de formar uma aproximação à resposta inversa da componente comum aos subcanais.

Dentre os vários pontos discutidos em (Johnson et al., 1998), coloca-se a existência de *pontos de sela* associados à superfície de erro, o que é apontado como uma possível causa da baixa velocidade de convergência normalmente atribuída ao CMA. E ainda, formula-se uma conjectura acerca da relação entre as soluções que

podem ser obtidas pelo CMA e as soluções de Wiener: as possíveis soluções obtidas pelo CMA seriam as melhores em um sentido de mínimos quadrados.

Por fim, uma outra questão discutida em (Johnson et al., 1998) diz respeito à característica de robustez do CMA frente às violações das condições de convergência global. Por exemplo, na presença de ruído aditivo, a solução atingida pelo CMA estaria em certo sentido “próxima” à solução de Wiener correspondente.

Os resultados de simulação apresentados nesta dissertação relativos ao CMA em ambiente multicanal verificarão o desempenho deste algoritmo com relação ao erro quadrático médio atingido em situação de convergência na presença de ruído aditivo e com a utilização de uma fonte que não apresenta a característica de módulo constante.

5.3 Discussão

Este capítulo apresentou duas técnicas adaptativas propostas baseadas em predição linear multicanal. Uma destas técnicas corresponde à proposta de implementação adaptativa de uma estrutura de preditores progressivo e regressivo em cascata, enquanto a outra técnica é uma versão adaptativa da proposta de solução ZF apresentada anteriormente. Outras técnicas de interesse inspiradas na abordagem de predição linear também foram apresentadas. E ainda, o comportamento do CMA em ambiente multicanal foi discutido, com o destaque para a sua característica de convergência global.

Além das soluções aqui discutidas, existem outras soluções possíveis baseadas em EO2, dentre as quais destacamos a apresentada em (Gesbert et al., 1997) e as relativas à minimização da variância de saída do equalizador (Xu & Tsatsanis, 1999).

Em (Gesbert et al., 1997), é apresentada uma técnica baseada no uso de vários equalizadores ZF, cada qual com um atraso de equalização diferente, de modo que a saída de um filtro atue como o sinal de treinamento de outro (MRE - “mutually referenced equalizers”). O problema pode ser modificado de modo a acomodar a minimização de um critério quadrático. A consideração de uma restrição linear permite a resolução do problema de acordo com técnicas de predição linear. Uma crítica que pode ser apresentada à técnica MRE diz respeito à elevada complexidade computacional envolvida, devida ao grande número de parâmetros a serem adaptados, uma vez que são considerados vários filtros conjuntamente.

Uma outra solução possível (Xu & Tsatsanis, 1999) envolve a minimização da variância de saída do equalizador sujeita a restrições. Nesta referência, são derivadas técnicas de adaptação do tipo gradiente estocástico e baseadas no RLS.

O capítulo 6 discute o desempenho de algoritmos autodidatas a partir de resultados de simulação, os quais se restringem às técnicas compreendidas nas seções 5.1 e 5.2.

6

Desempenho de Algoritmos Adaptativos Autodidatas em Equalização Multicanal

Neste capítulo, são exibidos e analisados os resultados de simulação referentes ao desempenho dos algoritmos adaptativos de equalização autodidata em dois exemplos de ambiente multicanal. O primeiro exemplo apresenta uma estrutura multicanal que pode ser associada à superamostragem. O segundo exemplo leva em conta o modelo associado à recepção por arranjo de antenas com um canal de multipercursos. É considerado o caso em que os atrasos dos percursos são múltiplos do intervalo de símbolo, o que torna interessante a utilização do arranjo de antenas em combinação com a superamostragem.

A dedução das estratégias que envolvem a predição linear multicanal supõe a ausência de ruído aditivo, ou seja, todas conduzem a soluções ZF. Assim, uma das questões principais relativas ao desempenho das respectivas versões adaptativas é a robustez destas à presença de ruído aditivo. Quanto à utilização do CMA em equalização multicanal, os resultados permitem verificar o seu desempenho frente a violações das condições de convergência global, principalmente no que diz respeito à presença de ruído aditivo e ao uso de fonte que não apresenta módulo constante.

6.1 Equalização de Estrutura Multicanal

Esta seção traz alguns resultados representativos de simulação relativos aos algoritmos autodidatas estudados na equalização de dois subcanais. Primeiramente, o desempenho da versão adaptativa da proposta de solução ZF de atraso 0 (subseção 5.1.2) é comparado com o da versão que leva em conta a estimação da variância do erro de predição progressiva (subseção 5.1.1). Em seguida, a influência do atraso de equalização é verificada com a utilização da versão adaptativa da cascata de preditores (subseção 5.1.6). Também são verificados os demais algoritmos que permitem o atraso de equalização variável (subseções 5.1.3 e 5.1.4), assim como o algoritmo derivado da estrutura de treliça (subseção 5.1.5). Por fim, são apresentados os resultados relativos ao CMA.

6.1.1 Parâmetros de Simulação

A sequência transmitida de símbolos equi-prováveis e independentes foi obtida de uma constelação 16-QAM de variância unitária. A estrutura consiste de 2 subcanais – $P = 2$, cada um dos quais de comprimento $N = 4$.

Os zeros associados aos dois 2 subcanais são dados a seguir pela Tabela 6.1.

Zeros dos subcanais	
$H_0(z)$	$H_1(z)$
$-0,5000 + j0,6000$	$-1,2461 + j0,5077$
$0,9000 - j0,8000$	$1,2614 + j1,0880$
$0,3000 - j0,6000$	$0,4848 + j0,2793$

Tabela 6.1: Zeros dos subcanais

O comprimento de cada subequalizador é feito $L = 8$. É considerado ruído aditivo complexo com distribuição gaussiana em todas as simulações, com *relações sinal-ruído* – SNR – variando entre 10 e 40 dB. A SNR é medida em relação ao sinal transmitido. Para cada valor de SNR, é realizada uma simulação Monte Carlo com 50 ensaios.

Para cada valor de SNR empregado, os coeficientes dos subcanais são normalizados (Endres, 1997), (Pozidis et al., 1999) de forma que a variância do sinal à saída do canal, $\sigma^2 = \mathbf{h}^H \mathbf{h} \frac{\sigma_x^2}{P} + \sigma_v^2$ (antes da adição do ruído gaussiano), seja igual a um.

Desta maneira, com $\sigma_x^2 = 1$, vem:

$$\mathbf{h}^H \mathbf{h} = P (1 - \sigma_V^2) \quad (6.1)$$

Por exemplo, os coeficientes dos subcanais normalizados para uma SNR de 25 dB são dados pela Tabela 6.2:

índice do coeficiente i	$h_0(i)$	$h_1(i)$
0	0,4219	0,3375
1	-0,2953 + j0,3375	-0,1688 - j0,6329
2	0,0127 + j0,2700	-0,8649 + j0,0211
3	-0,2418 - j0,1114	0,2801 + j0,3173

Tabela 6.2: Coeficientes do canal normalizados para SNR = 25 dB

O diagrama de zeros dos subcanais da estrutura considerada está na Figura 6.1. Os zeros do primeiro subcanal são representados por $\circ$ e os zeros do segundo subcanal são representados por $*$.

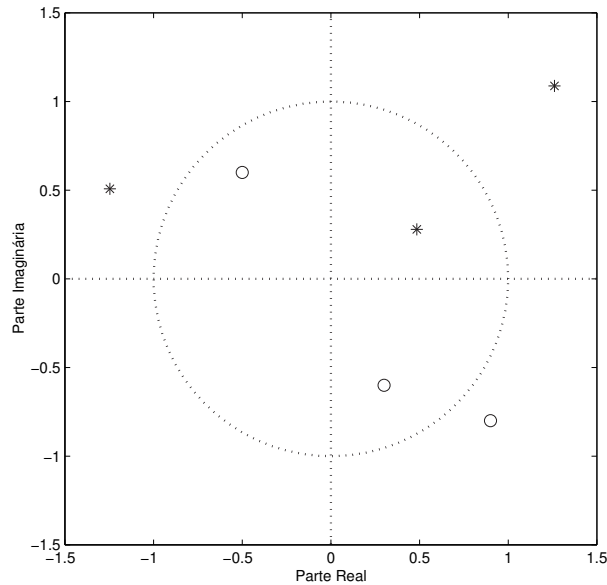


Figura 6.1: Diagrama de zeros de estrutura multicanal

As curvas de *erro quadrático médio* são obtidas a partir de uma média de 50 realizações da curva de erro quadrático entre o sinal transmitido $x(k-d)$ e o sinal re-

cuperado pelo equalizador $\hat{x}(k-d)$, obtido após a aplicação de controle automático de ganho e correção de fase em $y(k)$.

As operações de controle automático de ganho e correção de fase implementadas nas simulações são descritas com maiores detalhes no apêndice B.

A evolução da curva de EQM permite avaliar a velocidade de convergência do algoritmo autodidata. O valor final de EQM ao final de 30000 iterações é exibido nas curvas $EQM \times SNR$. Para as curvas do CMA, o número de iterações em cada realização foi aumentado para 60000 e o valor de EQM ao final destas 60000 iterações é tomado para as curvas $EQM \times SNR$.

Para alguns casos, também será exibida a curva de *interferência intersimbólica residual*. Esta quantidade é calculada da seguinte forma:

$$IIS = \frac{\sum_{i=0}^{N+L-2} |c(i)|^2 - \max |c(i)|^2}{\max |c(i)|^2} \quad (6.2)$$

sendo $c(i), i = 0, \dots, N+L-2$ o i -ésimo elemento da resposta combinada canal-equalizador $\mathbf{c}$. Na ausência de ruído aditivo, a interferência intersimbólica residual é a medida de quão próxima a solução final está de uma solução ideal ZF.

O critério descrito em (Pozidis et al., 1999), (Endres, 1997) é adotado para auxiliar a análise dos resultados: no momento em que o algoritmo autodidata faz a taxa de símbolos errados (SER - “symbol error rate”) cair em torno de $10^{-2} - 10^{-1}$, é possível transferir a operação de equalização para um modo DD. É possível deduzir uma relação aproximada (Proakis, 1995) entre a SER e o erro quadrático médio – EQM. Define-se um nível de EQM correspondente à SER estipulada. Considera-se que o algoritmo autodidata cumpre seu papel quando consegue levar o EQM ao nível desejado.

A Figura 6.2 (Endres, 1997) mostra as curvas de SER em função da SNR na entrada do decisor para várias constelações QAM de variância unitária. A SNR na entrada no decisor é definida como $SNR = 10 \log(\sigma_x^2/\sigma_e^2)$, sendo σ_e^2 o erro quadrático médio ou a variância do “ruído” equivalente na entrada do decisor:

$$\sigma_e^2 = \sigma_x^2 (\mathbf{F}_L^H \mathbf{H}_L - \mathbf{c}^H) (\mathbf{F}_L^H \mathbf{H}_L - \mathbf{c}^H)^H + \sigma_V^2 \mathbf{F}_L^H \mathbf{F}_L \quad (6.3)$$

Em (6.3), o primeiro termo do lado direito da igualdade corresponde à *interferência intersimbólica residual*, ou seja, a medida de quanto a resposta combinada canal-equalizador $\mathbf{c}$ está distante da resposta ideal – solução ZF. O segundo termo

do lado direito da igualdade corresponde à *amplificação da potência do ruído aditivo* pela norma quadrática do equalizador – “noise enhancement”.

O valor de EQM desejado para a transferência para o DD pode ser extraído da Figura 6.2. Nas simulações, adota-se como o valor de referência o valor de EQM = 0,08, o que corresponde a uma SER de 0,0377 (reta tracejada) para a constelação 16-QAM. Como a variância do sinal transmitido é unitária, o EQM desejado de 0,08 é igual à própria variância do “ruído” equivalente.

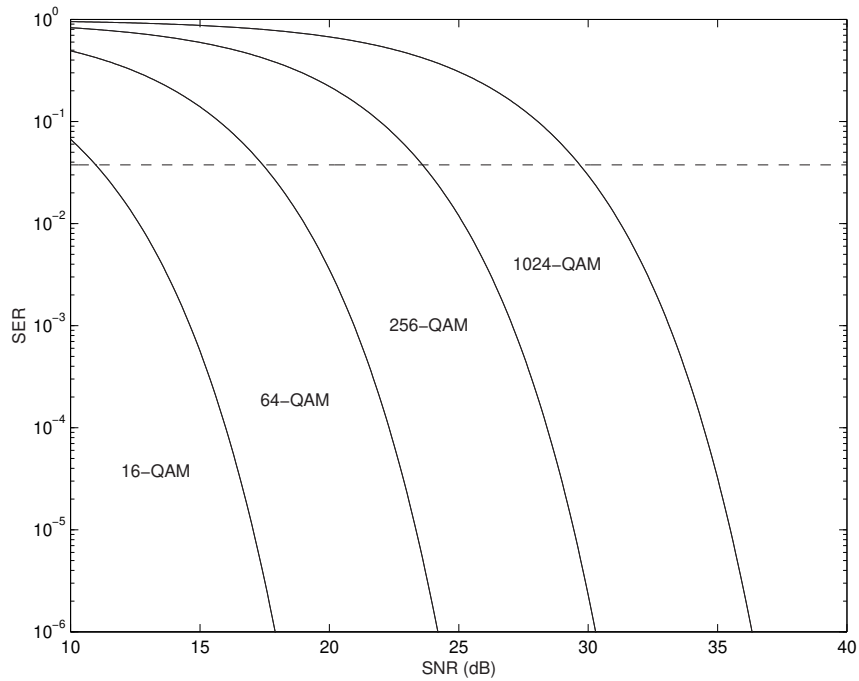


Figura 6.2: Curvas de taxa de erro de símbolo para constelações QAM

Portanto, as curvas de EQM permitem verificar a velocidade com que o nível de EQM estipulado é alcançado. Esta medida adicional pode ser considerada como um indicativo da velocidade de convergência do algoritmo autodidata. E ainda, nas curvas de $EQM \times SNR$, a observação do nível de EQM estipulado com base no critério anterior pode auxiliar a verificação da robustez do algoritmo autodidata à presença de ruído aditivo, determinando-se a partir de qual valor de SNR o algoritmo atinge o EQM estipulado ao final da convergência.

Nas simulações, os parâmetros de simulação correspondentes a passos de adaptação e fatores de esquecimento foram ajustados no sentido de representar um

compromisso razoável entre a velocidade de convergência e o mínimo erro quadrático médio possível.

6.1.2 Desempenho dos Algoritmos Propostos: Equalizador ZF de Atraso 0 e Cascata de Preditores

Primeiramente as duas versões adaptativas do algoritmo de equalização ZF de atraso 0 são confrontadas: a baseada na estratégia proposta na subseção 5.1.2 e a baseada nas estimativas da matriz de variância do erro de predição do vetor de coeficientes $\mathbf{h}(0)$ a cada iteração (Li & Fan, 2000).

Na Figura 6.3, estão as curvas $EQM \times SNR$ para o equalizador ZF de atraso 0, para o qual a adaptação dos preditores é feita com o RLS. O fator de esquecimento empregado para o RLS é 0,999. Vale notar que o erro *a priori* do RLS é tomado como o erro de predição. O EQM final é medido ao final da convergência em 30000 iterações. Também está nesta Figura a curva de convergência para esta solução adaptativa, para uma SNR de 25 dB. Para maior clareza, apenas as 10000 primeiras amostras da curva de convergência foram apresentadas.

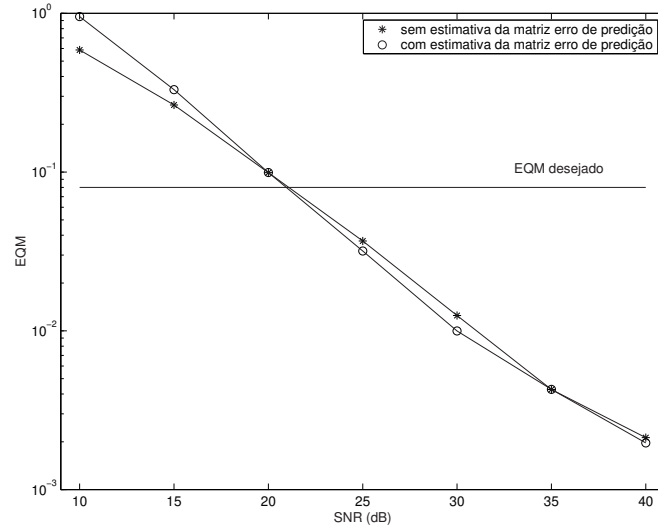
A Figura 6.3(a) mostra as curvas $EQM \times SNR$ para as duas estratégias de adaptação. Ambas possuem desempenho semelhante no que diz respeito ao valor final de EQM e o EQM desejado – 0,08 – é atingido para valores de SNR maiores que 20 dB.

A Figura 6.3(b) mostra as curvas de convergência de EQM para SNR = 25 dB. Ambas as estratégias de adaptação têm desempenho semelhante no que diz respeito à velocidade de convergência e alcançam o nível de EQM desejado em menos de 1000 iterações, embora atinjam o erro de regime em cerca de 10000 iterações. Embora a estratégia proposta alcance o EQM desejado em menos iterações, ela conduz a um nível ligeiramente maior de EQM final.

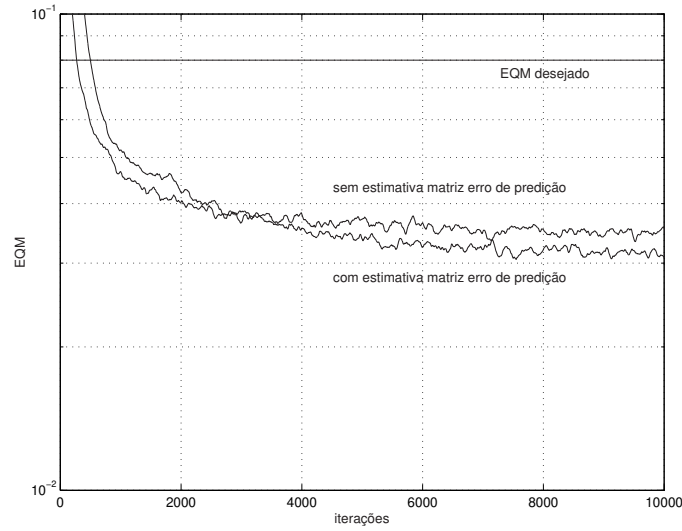
Vale notar que o EQM mínimo nestas condições de acordo com o critério de mínimos quadrados – erro de Wiener – é igual a 0,0166, enquanto o EQM final atingido fica ligeiramente acima de 0,03.

A versão adaptativa da estratégia proposta para obtenção de um equalizador ZF de atraso 0 teve desempenho comparável à estratégia que envolve a estimativa da matriz de erro de predição.

Passamos agora à verificação do desempenho da implementação adaptativa da estrutura de cascata de preditores. O comprimento de cada subequalizador também



(a) Erro quadrático médio final



(b) SNR = 25 dB, curva de convergência

Figura 6.3: Equalizador ZF de atraso 0, adaptação com o RLS

é $L = 8$. Os ordens dos preditores progressivo e regressivo são, respectivamente, $L_f = 3$ e $M_b = 2$. O parâmetro d_f do preditor progressivo é $d_f = 2$. O atraso de equalização é portanto $d = d_f + M_b = 4$. O desempenho da cascata de preditores é comparado com o equalizador ZF de atraso 0 com estimativa da variância do

erro de predição. O fator de esquecimento usado tanto para a adaptação do RLS como para a adaptação da estimativa das matrizes de erros de predição envolvidas é $\lambda = 0,9999$.

A Figura 6.4(a) mostra as curvas $EQM \times SNR$ para o equalizador ZF de atraso 0 com estimativa da variância de erro de predição e para o equalizador ZF obtido com a estrutura cascata, de atraso $d = 4$. O equalizador ZF de atraso $d = 4$ provoca uma EQM final mais baixo e alcança o nível desejado de EQM para uma SNR menor.

A Figura 6.4(b) mostra as curvas de convergência de EQM para ambos os equalizadores para uma SNR de 25 dB. O equalizador derivado da estrutura cascata conduz a um EQM final mais baixo, atinge o EQM desejado em um número menor de iterações e tem velocidade de convergência maior. No entanto, o valor de EQM mínimo atingido com a cascata para 25 dB de SNR está em torno de 2×10^{-2} , enquanto o erro mínimo de Wiener para $d = 4$ é 0,0035.

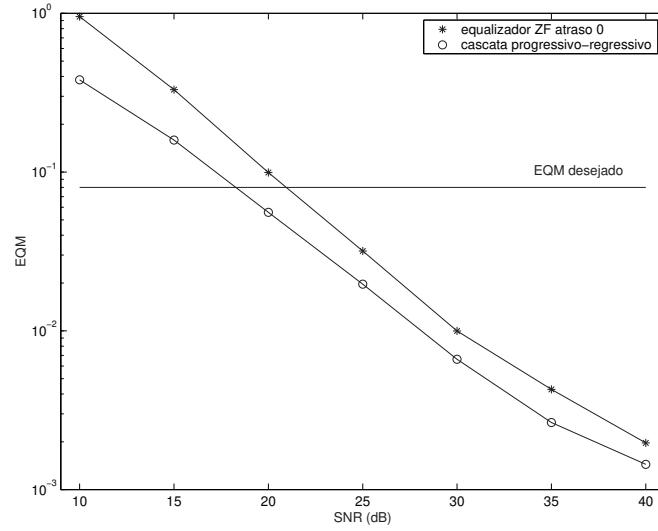
A Figura 6.4(b) é vista em mais detalhe a seguir (Figura 6.5): o EQM desejado é atingido em cerca de 200 iterações para a cascata de preditores, enquanto o equalizador ZF de atraso 0 leva cerca de 500 iterações.

Agora, o desempenho da implementação adaptativa da cascata de preditores é verificado para as duas formas de adaptação dos coeficientes dos preditores: com o RLS e com o LMS.

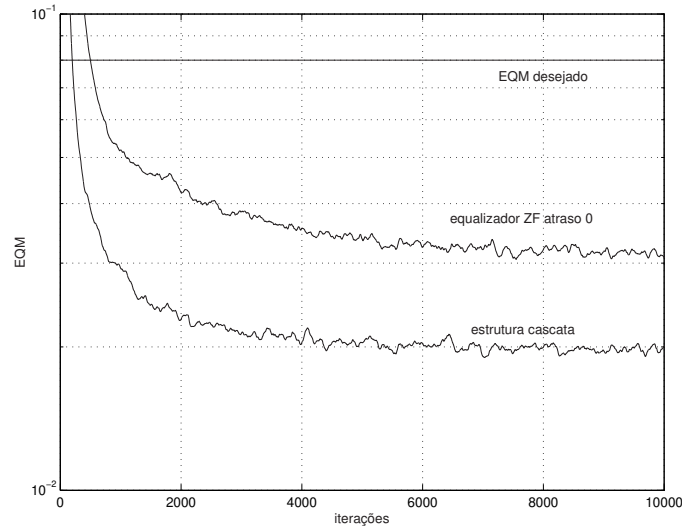
A Figura 6.6(a) mostra as curvas de $EQM \times SNR$ para o equalizador ZF derivado da estrutura cascata com os preditores adaptados ora com RLS, ora com LMS. O passo de adaptação usado na adaptação dos preditores progressivo e regressivo com o LMS é igual a $\mu = 0,0055$. A Figura 6.6(b) compara as curvas de convergência de EQM para a estrutura de cascata com adaptação feita pelo RLS e pelo LMS a uma SNR de 25 dB.

Quando os preditores são adaptados com o LMS, a velocidade de convergência e o EQM final são severamente afetados. O desempenho com relação ao EQM poderia ser melhorado às custas de uma velocidade de convergência ainda menor.

Os resultados anteriores apontaram para um melhor desempenho da estrutura de cascata de preditores com relação ao erro quadrático médio de regime.



(a) Erro quadrático médio final



(b) SNR = 25 dB, curva de convergência

Figura 6.4: Equalizador ZF de atraso 0 e cascata de preditores, adaptação com o RLS

6.1.3 Demais Estratégias de Atraso de Equalização Arbitrário

Observam-se agora os resultados relativos às demais estratégias baseadas em predição linear multicanal que permitem o ajuste do atraso de equalização. Agora,

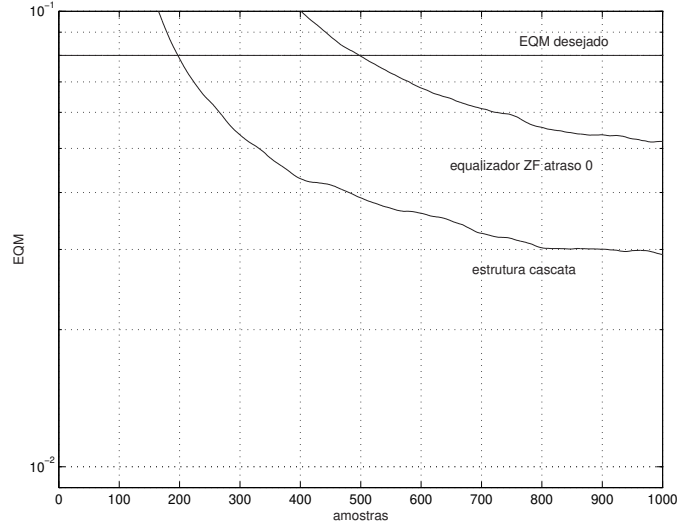


Figura 6.5: Evolução do erro quadrático médio - detalhe

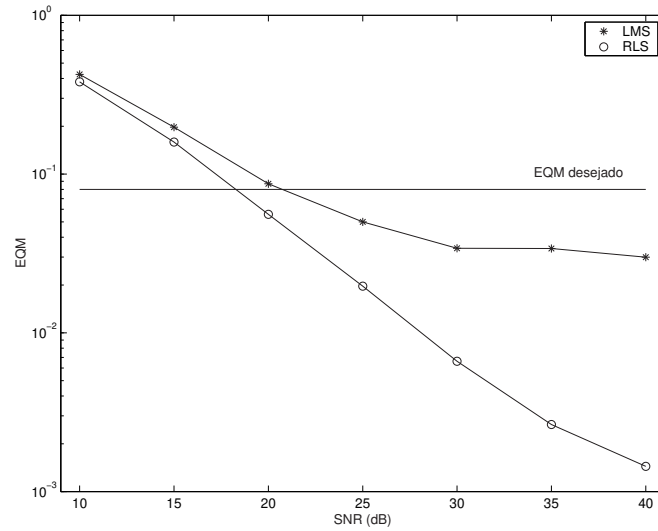
as curvas com a evolução de EQM passam a conter 30000 amostras.

Primeiramente, considera-se o algoritmo que se baseia em dois problemas de predição progressiva (subseção 5.1.4), com uma comparação entre as soluções obtidas com a estimativa recursiva das matrizes de erro de predição envolvidas (5.19) e as obtidas com a estimativa instantânea destas matrizes (5.20). A adaptação dos preditores é feita com o RLS e o atraso de equalização é feito novamente $d = 4$. O fator de esquecimento usado tanto para a adaptação do RLS como para a adaptação da estimativa das matrizes de erro de predição é $\lambda = 0,999$. O passo de adaptação para a atualização dos coeficientes do equalizador é $\mu = 0,08$.

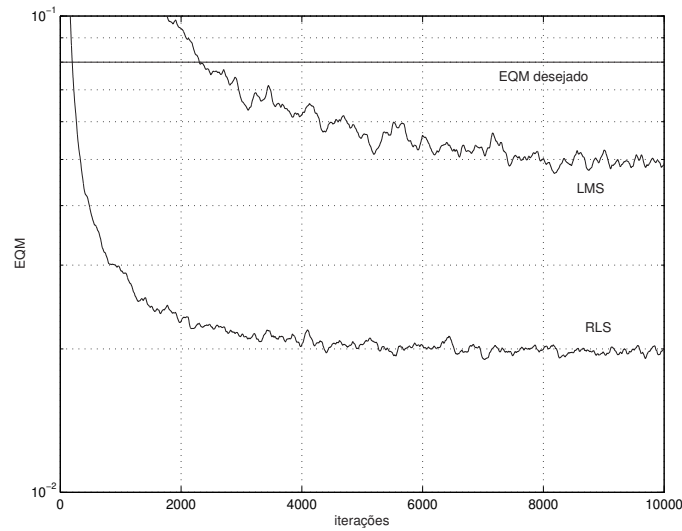
A Figura 6.7(b) permite observar que a estratégia de adaptação do equalizador baseada na estimativa instantânea das matrizes de erro de predição converge mais rapidamente para o erro em regime – em torno de 10000 iterações – e o erro em regime correspondente é menor – em torno de 7×10^{-3} ; não obstante, a estratégia de adaptação do equalizador baseada na estimativa recursiva permitiu o cruzamento do EQM desejado em cerca de 500 iterações, enquanto a outra estratégia leva 1000 iterações.

Em seguida, a Figura 6.8 permite a comparação das curvas para a estratégia baseada na estimativa instantânea das matrizes de erro de predição com os atrasos de equalização 0 e 4.

A exemplo da comparação entre a cascata de preditores e o equalizador ZF de



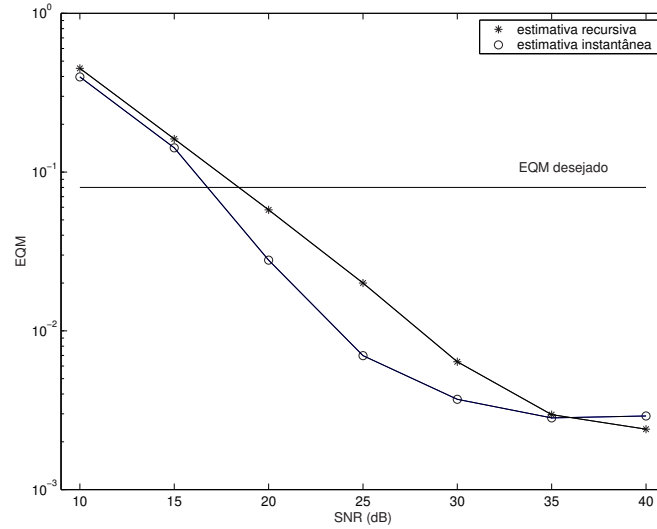
(a) Erro quadrático médio final



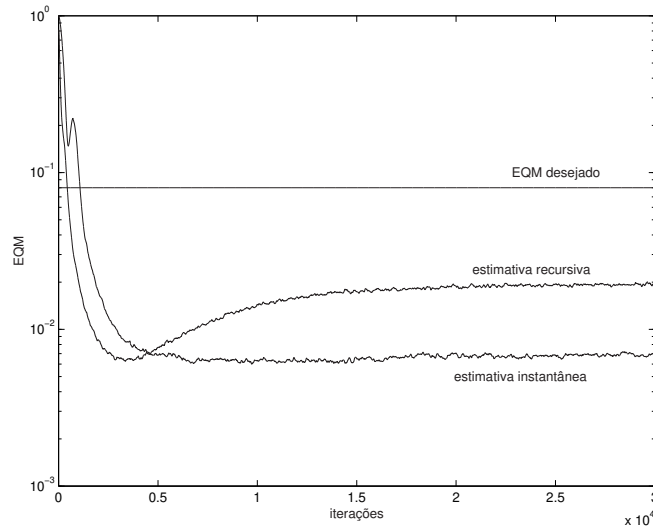
(b) SNR = 25 dB, curva de convergência

Figura 6.6: Cascata de preditores, adaptação com o RLS e o LMS

atraso 0, a consideração de $d = 4$ para este algoritmo também implica um melhor desempenho no que diz respeito à velocidade de convergência e ao EQM em regime (Figura 6.8(a)). Para o atraso 0, o erro em regime é atingido em cerca de 15000 iterações.



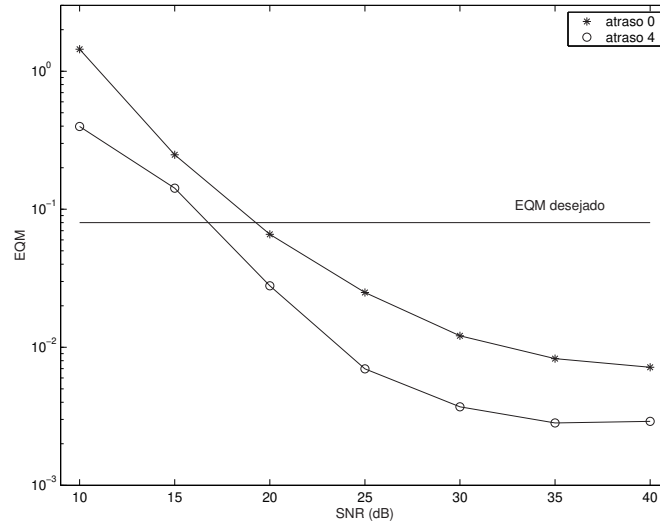
(a) Erro quadrático médio final



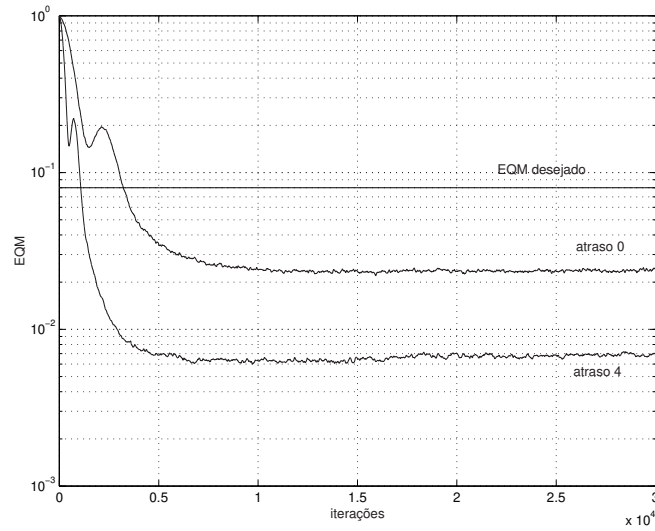
(b) SNR = 25 dB, curva de convergência

Figura 6.7: Dois problemas de predição progressiva, atraso = 4, adaptação com o RLS

Como um último exemplo de verificação de desempenho para o algoritmo baseado em dois problemas de predição progressiva, a Figura 6.9 compara os resultados da estratégia baseada na estimativa instantânea para a adaptação dos coeficientes dos preditores com o RLS e com o LMS. O passo de adaptação para o LMS foi



(a) Erro quadrático médio final

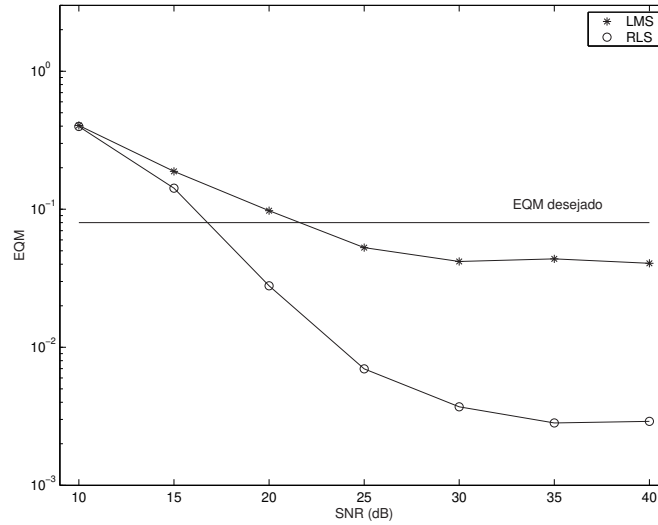


(b) SNR = 25 dB, curva de convergência

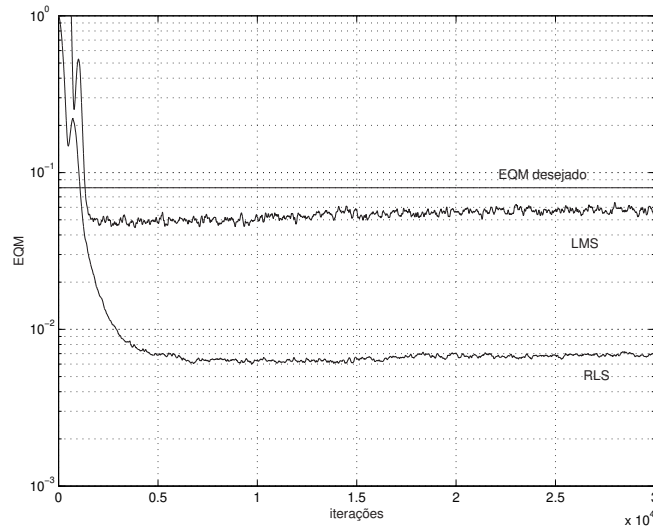
Figura 6.8: Dois problemas de predição progressiva, atrasos 0 e 4, adaptação com o RLS

$\mu = 0,0085$.

A comparação anterior com a cascata de preditores apontou para um pior desempenho com a adaptação dos preditores pelo LMS. Para este algoritmo, as curvas obtidas sugerem que, para os valores de passo de adaptação e fator de esquecimento



(a) Erro quadrático médio final



(b) SNR = 25 dB, curva de convergência

Figura 6.9: Dois problemas de predição progressiva, atraso = 4, adaptação com o RLS e com o LMS

utilizados, a velocidade de convergência do algoritmo para a adaptação dos preditores com o LMS pode ser aumentada às custas de um erro em regime bastante alto, em comparação com o RLS.

As curvas de erro do algoritmo baseado na combinação de predição progressiva

e regressiva (subseção 5.1.3) estão na Figura 6.10. O atraso de equalização também é feito $d = 4$ e a adaptação dos coeficientes dos preditores é realizada com o RLS. O fator de esquecimento usado para a adaptação do RLS e para a adaptação da estimativa das matrizes de erro de predição é $\lambda = 0,9999$. Também são colocadas as curvas de adaptação para o equalizador ZF de atraso 0 (com estimativa da matriz de erro de predição), para efeito de comparação.

O EQM em regime para o equalizador de atraso 4, para o qual o algoritmo converge em cerca de 10000 amostras, é de cerca de $2,5 \times 10^{-2}$, ligeiramente abaixo do obtido com o equalizador de atraso 0. O EQM desejado – 0,08 – é alcançado em cerca de 400 amostras. A partir da Figura 6.10(a), pode ser observado que o desempenho deste algoritmo é comparável ao do equalizador ZF de atraso 0, no que diz respeito ao EQM final.

6.1.4 Desempenho do Algoritmo com Estrutura em Treliça

A Figura 6.11 mostra as curvas de erro quadrático médio para o equalizador baseado na estrutura de treliça.

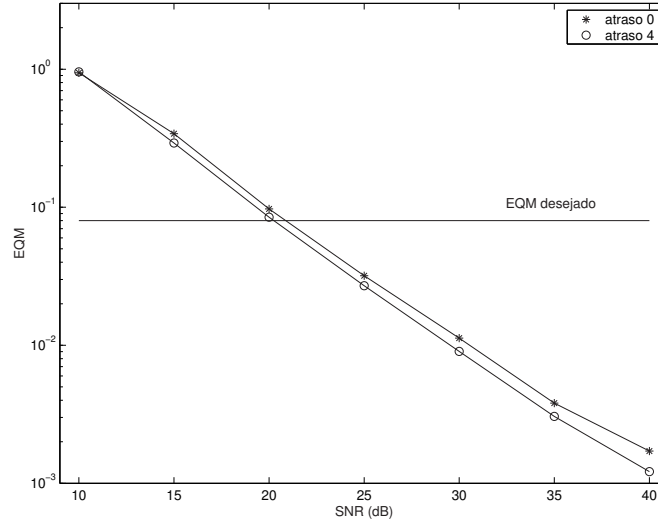
A curva com a evolução do EQM para $\text{SNR} = 25$ dB (Figura 6.10(b)) indica que a convergência se dá em cerca de 15000 amostras, para um valor em torno de 3×10^{-2} . O EQM desejado é atingido em cerca de 800 iterações.

Grosso modo, pode-se dizer que o desempenho deste algoritmo é equivalente ao obtido com a versão adaptativa do equalizador ZF de atraso 0, embora o algoritmo baseado na estrutura de treliça envolva uma maior complexidade computacional.

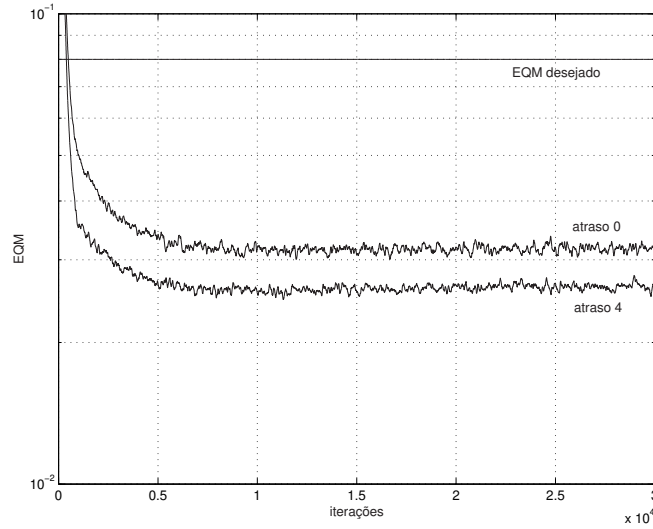
6.1.5 CMA em Equalização de Estrutura Multicanal

Finalmente, são apresentados alguns resultados de simulação representativos do desempenho do CMA na equalização do canal considerado. Em comparação aos algoritmos baseados em predição linear, a característica do CMA que pode ser ressaltada é a maior dificuldade quanto à velocidade de convergência.

O procedimento de inicialização “center-spike” para o CMA pode ser estendido para o caso multicanal da seguinte forma (Endres, 1997): o valor inicial i -ésimo coeficiente de cada um dos subequalizadores (3.47) é feito igual a $1 - \mathbf{f}(i) = [1 \ 1 \ \dots \ 1]^T$ – e o restante inicia em 0. Nas simulações, foram realizadas duas inicializações diferentes: em uma, o “spike” (elemento unitário) era



(a) Erro quadrático médio final

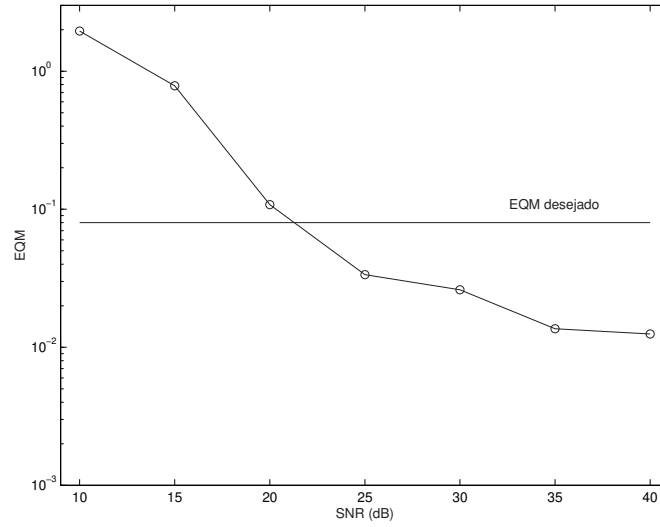


(b) SNR = 25 dB, curva de convergência

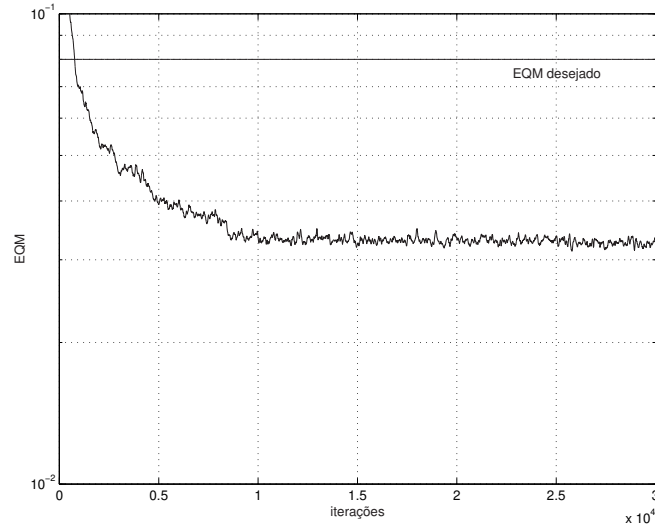
Figura 6.10: Predição progressiva e regressiva, atraso = 4, adaptação com o RLS

colocado na posição $i = 0$ de cada subequalizador – $\mathbf{f}(0) = [1 \ 1 \ \dots \ 1]^T$; em outra, o “spike” era colocado na posição $i = 2$ – $\mathbf{f}(2) = [1 \ 1 \ \dots \ 1]^T$.

Cada uma das duas estratégias de inicialização levou a convergência em torno de soluções com respectivos atrasos de equalização diferentes: a inicialização em $i = 0$



(a) Erro quadrático médio final



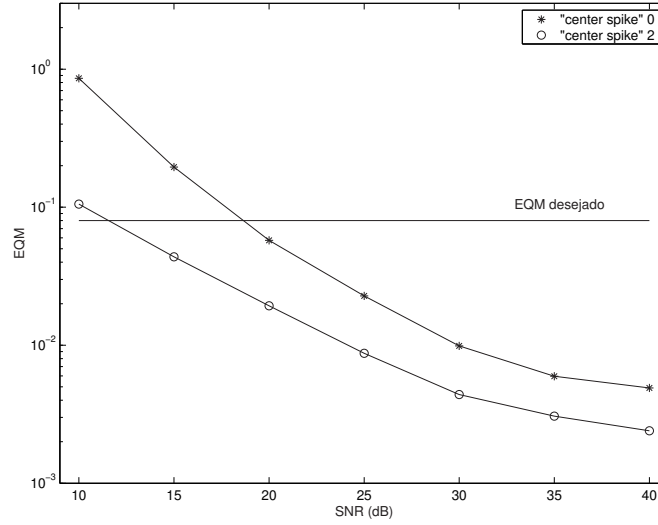
(b) SNR = 25 dB, curva de convergência

Figura 6.11: Estrutura de treliça, atraso = 0

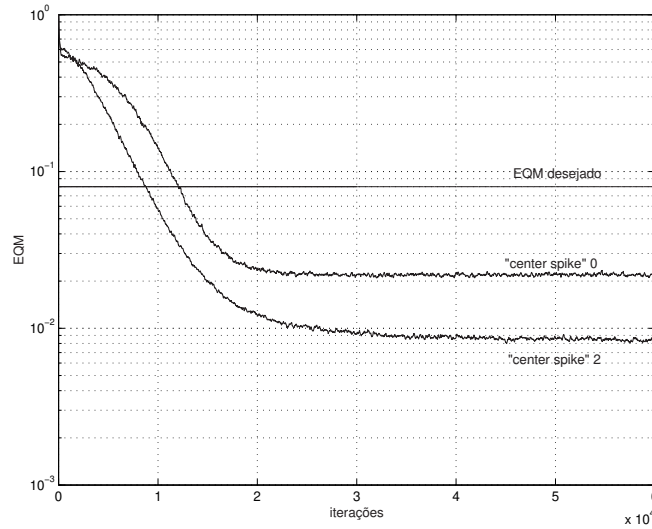
levou a uma solução com $d = 0$, enquanto a inicialização em $i = 2$ levou a uma solução com $d = 4$.

As curvas da Figura 6.12 mostram, como já poderia se esperar, que a inicialização $i = 2$ levou a um melhor desempenho com relação ao EQM em regime, uma vez

corresponde a um atraso de equalização não nulo.



(a) Erro quadrático médio final



(b) SNR = 25 dB, curva de convergência

Figura 6.12: CMA, diferentes estratégias de inicialização, 60000 iterações

O EQM em regime correspondente a $d = 0$ (Figura 6.12(b)) para SNR = 25 dB está em torno de 0,02. O EQM mínimo para uma solução de Wiener é 0,0166. Isto aponta para uma robustez do CMA na presença de ruído aditivo. A solução

atingida é tal que o EQM correspondente se aproxima do erro de Wiener.

Ainda com respeito à Figura 6.12(b), percebe-se que este algoritmo atinge o EQM desejado em cerca de 10000 amostras, o que é bem alto, em comparação aos algoritmos de predição linear, que levam algumas centenas de iterações para atingir tal valor de EQM. Isto ilustra a característica de baixa velocidade atribuída ao CMA.

A Figura 6.13 ilustra a influência do passo de adaptação na evolução do erro quadrático para o CMA. São usados dois passos de adaptação: $\mu = 0,0009$ e $\mu = 0,0015$; e a SNR utilizada nas simulações é 25 dB. Nas duas situações, a inicialização do vetor de coeficientes é $\mathbf{f}(0) = [1 \ 1 \ \cdots \ 1]^T$. O passo de adaptação maior está associado a uma maior velocidade de convergência.

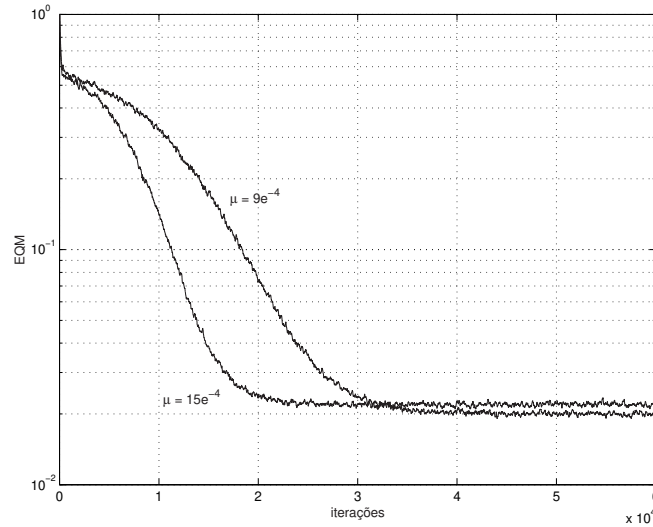


Figura 6.13: Influência do passo de adaptação para a convergência do CMA

6.1.6 Discussão

Os resultados de simulação apresentados acima, longe de representarem uma análise exaustiva do comportamento dos diversos algoritmos autodidatas estudados, permitem a observação de algumas das características mais gerais associadas ao desempenho destes algoritmos.

Com relação à velocidade de convergência, os algoritmos baseados em predição linear apresentam em geral um melhor desempenho quando comparados ao CMA,

especialmente para a velocidade com que se atinge um patamar pré-estabelecido de EQM que, em princípio, permitiria a transferência para o modo DD.

Contudo, a velocidade de convergência para o EQM de regime ainda pode ser considerada baixa para os algoritmos baseados em predição linear. Os algoritmos baseados em predição envolvem uma maior complexidade computacional. E ainda, os resultados sugerem que tais algoritmos podem ter seu desempenho comprometido em situações de baixa SNR.

6.2 Equalização com Arranjo de Antenas

A discussão seguinte diz respeito ao modelo correspondente ao arranjo de antenas descrito na subseção 3.5.1. O canal de multipercursos considerado corresponde ao caso em que os atrasos são múltiplos do intervalo de símbolo (3.68).

6.2.1 Parâmetros de Simulação

Considera-se um canal de dois percursos ($Q = 2$) incidindo em um arranjo linear de duas antenas ($K = 2$). O sinal em cada antena (3.66) sofre superamostragem de $P = 2$. O modelo resultante consiste de quatro subcanais.

A resposta ao impulso (3.66) é amostrada no intervalo $[-3T, 3T]$. Cada um dos subcanais tem, portanto, comprimento $N = 7$. O offset do instante de amostragem T_0 (2.3) pode ser dividido em $T_0 = t_0 + dT$. Para que o canal seja considerado causal, d deve ser negativo. No exemplo, temos que $t_0 = 0.2T$ e $d = -3$. O comprimento de cada subequalizador é feito $L = 7$.

Os coeficientes dos percursos com atrasos 0 e T são, respectivamente, $\alpha_0 = 1$ e $\alpha_1 = 0,5$. Os ângulos de chegada dos percursos são, respectivamente, 0° e 30° .

A cada antena, estão associados dois subcanais. De acordo com (3.71), as duas raízes do termo em comum aos subcanais de cada antena são $-0,5$ para a antena $l = 0$ e $-j0,5$ para a antena $l = 1$. As demais raízes associadas aos subcanais correspondentes a $p = 0$ e $p = 1$ são representadas na Tabela 6.3.

Uma dificuldade do modelo considerado é a presença de raízes próximas nos subcanais: dois dos subcanais apresentam o par de raízes $0,0773 \pm j0,2258$, enquanto os dois outros subcanais apresentam as raízes $0,1502 \pm j0,2400$. Na referência (Johnson et al., 1998), comenta-se a respeito da possibilidade da existência de zeros

Zeros dos subcanais de cada antena	
raízes comuns dos dois subcanais correspondentes a $p = 0$	raízes comuns dos dois subcanais correspondentes a $p = 1$
$-2,0019$	$-0,6521$
$0,0773 \pm j0,2258$	$0,1502 \pm j0,2400$
$2,1420 \pm j3,2361$	$1,4071 \pm j3,3717$

Tabela 6.3: Raízes comuns dos subcanais associados a cada antena

próximos em subcanais em situações realistas, a partir da observação de medidas experimentais de canais de multipercursos.

Os coeficientes dos subcanais associados normalizados para $\text{SNR} = 30$ dB estão na Tabela 6.4.

coeficientes dos subcanais			
antena $l = 0$		antena $l = 1$	
$p = 0$	$p = 1$	$p = 0$	$p = 1$
0,0294	0,0637	0,0294	0,0637
-0,0570	-0,1250	-0,0717 - 0,0147i	-0,1569 - 0,0319i
0,1670	0,7016	0,2028 + 0,0358i	0,7800 + 0,0784i
0,9551	0,7131	0,8536 - 0,1014i	0,3232 - 0,3900i
0,3006	0,0537	-0,1262 - 0,4268i	-0,1078 - 0,1616i
-0,0126	-0,0095	0,0505 + 0,0631i	0,0445 + 0,0539i
0,0253	0,0222	0,0000 - 0,0253i	0,0000 - 0,0222i

Tabela 6.4: Coeficientes dos subcanais normalizados para $\text{SNR} = 30$ dB

A Tabela mostra que alguns dos coeficientes dos subcanais são de pequena magnitude. Em particular, o vetor $\mathbf{h}(0)$ formado pelo primeiro coeficiente de cada um dos subcanais possui valores pequenos. Conforme discutido anteriormente, esta condição representa uma dificuldade para os métodos baseados em predição linear que realizam a estimativa de $\mathbf{h}(0)$.

6.2.2 Resultados

Devido à configuração do canal, um atraso de equalização nulo é inadequado: o erro de Wiener correspondente é alto. Assim, os algoritmos baseados no equalizador

ZF de atraso 0 e na estrutura de treliça foram desconsiderados neste exemplo.

Os demais algoritmos baseados em predição linear foram testados com o atraso de equalização ajustado para $d = 6$. O desempenho de todos eles é drasticamente comprometido na presença de ruído aditivo, mesmo para valores altos de SNR. Apenas o algoritmo baseado em dois problemas de predição progressiva apresenta resultados satisfatórios, e somente para valores de SNR acima de 30 dB. A Figura 6.14 mostra a evolução de curvas de IIS residual e EQM para uma SNR de 30 dB.

A Figura 6.14(a) mostra as curvas de IIS residual para a cascata de preditores e para o algoritmo baseado em dois problemas de predição progressiva (adaptação dos preditores com o RLS). O valor alto de IIS residual indica que a cascata de preditores não atingiu uma situação de equalização. As curvas de IIS residual para as duas versões (5.19) (5.20) do outro algoritmo convergem em torno de 0,01.

A Figura 6.14(b) mostra as curvas de EQM correspondentes às duas versões do algoritmo baseado em dois problemas de predição progressiva para uma SNR de 30 dB. Para as duas versões, o EQM em regime é da ordem de 0,01 é atingido em cerca de 20000 iterações.

A mesma configuração de canal foi testada com o CMA, que mostrou certa robustez à presença de ruído aditivo. Neste exemplo, a inicialização do CMA seguiu o procedimento anterior, sendo que o “spike” foi posicionado no quarto coeficiente de cada subequalizador – $i = 3$. A Figura 6.15 mostra as curvas de IIS residual e EQM para valores de SNR de 10 e 30 dB.

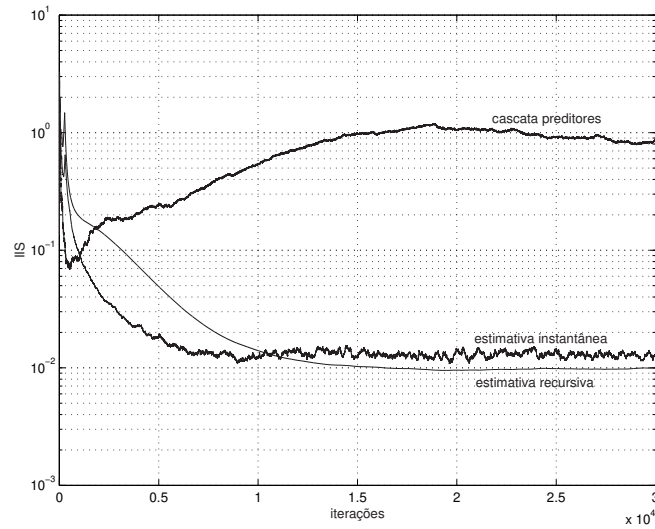
As curvas de IIS (Figura 6.15(a)) para os dois valores de SNR considerados convergem para valores em torno de 0,03. Isto indica que um resultado satisfatório foi atingido, mesmo para a SNR 10 dB.

As curvas de EQM (Figura 6.15(b)) também apontam para um bom resultado. Mesmo para a situação de SNR = 10 dB, o EQM desejado foi atingido.

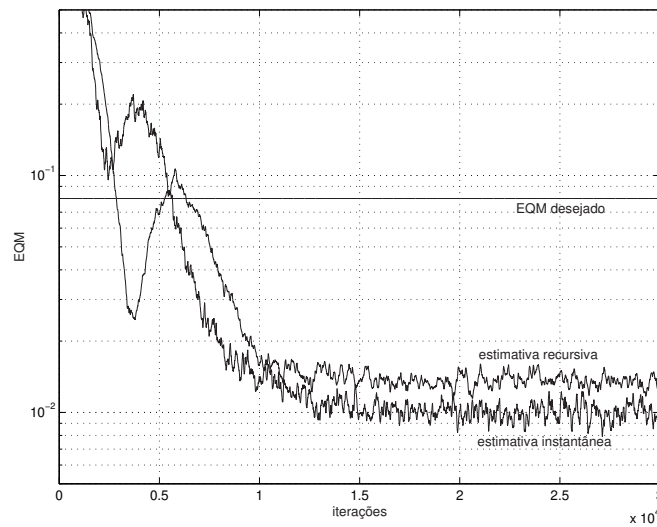
6.2.3 Discussão

O exemplo tratado nesta seção teve por motivação ilustrar a possível associação entre o modelo multicanal e o esquema de recepção baseado em um arranjo de antenas, a partir de uma combinação do uso do arranjo de antenas com uma operação de superamostragem.

No entanto, o modelo adotado para a representação do canal de multipercursos resulta em algumas características que representam dificuldades para a realização



(a) IIS residual

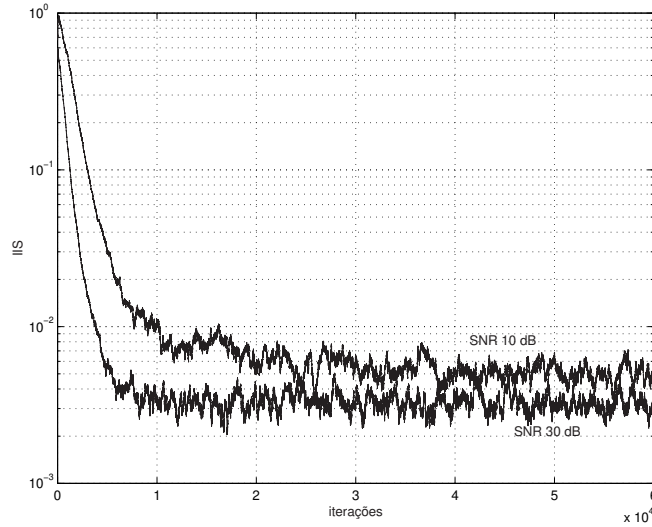


(b) SNR = 30 dB, Evolução do EQM

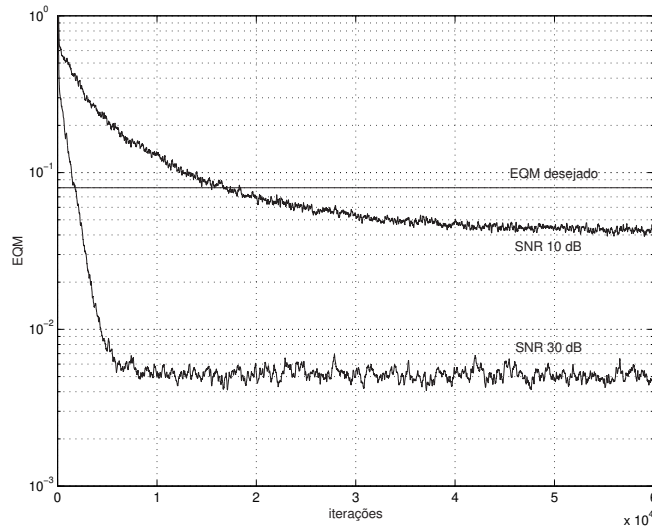
Figura 6.14: Arranjo de antenas - algoritmos de predição linear Multicanal

da equalização autodidata, especialmente para os métodos baseados em predição linear.

Os resultados alcançados sugerem que as soluções adaptativas baseadas em predição linear não são robustas à presença de ruído aditivo para esta configuração



(a) IIS residual



(b) Evolução do EQM

Figura 6.15: Arranjo de antenas - resultados com o CMA

de canal. A presença de ruído aditivo representa uma dificuldade em se realizar a estimativa de alguns dos coeficientes do canal de pequena magnitude.

E ainda, o modelo considerado é tal que os subcanais resultantes apresentam raízes bem próximas. Esta característica do canal de multipercursos não foi obser-

vada em (Reddy et al., 1997) mas foi apontada em (Li & Fan, 2001a).

Dos algoritmos de predição linear, apenas um apresentou resultados satisfatórios, mesmo assim para um valor alto de SNR.

Neste exemplo, o CMA apresentou um bom desempenho no que diz respeito à robustez a ruído aditivo e à presença de raízes próximas nos subcanais. No entanto, as curvas correspondentes também apontam para uma baixa velocidade de convergência.

6.3 Discussão geral dos resultados

Neste capítulo, os resultados de simulação relativos ao desempenho dos algoritmos adaptativos derivados de predição linear foram apresentados e analisados e também comparados com os do CMA. O primeiro conjunto de resultados diz respeito à equalização de uma estrutura de dois subcanais. Como já foi destacado, o conjunto de resultados selecionado permite apreciar as características mais abrangentes do comportamento dos algoritmos. Foram realizadas outras simulações com outras configurações multicanal, e os resultados foram de modo geral semelhantes.

A partir do exemplo selecionado, observou-se a vantagem obtida em termos da redução do erro quadrático médio com o ajuste do atraso de equalização, daí a motivação para estratégias tais como a estrutura de preditores em cascata (Papadias & Slock, 1999) e a baseada na combinação de dois preditores progressivos (Li & Fan, 1999). De uma forma geral, os algoritmos baseados apresentaram uma velocidade de convergência superior em relação à do CMA. No entanto, tais algoritmos apresentam uma certa falta de robustez à presença de ruído aditivo, como pôde se observar nas curvas de erro quadrático médio.

O apêndice C reproduz o artigo “Adaptive Approaches for Blind Equalization Based on Multichannel Linear Prediction” (*International Telecommunications Symposium – ITS’2002*), o qual contém os resultados de simulação relativos à versão adaptativa da solução de equalização de atraso 0 e à proposta de implementação adaptativa da cascata de preditores pertencentes ao primeiro conjunto de resultados.

O segundo conjunto de resultados diz respeito ao modelo de recepção por arranjo de antenas, em um ambiente de multipercursos. Como no caso anterior, foram realizadas outras simulações com outras configurações multicanal, com a variação de parâmetros tais como número de antenas, comprimento do canal e ângulo de

incidência dos multipercursos. Os resultados escolhidos para a discussão são então representativos do desempenho dos algoritmos de equalização autodidata nestas simulações.

Neste caso, a questão da robustez dos algoritmos de predição à presença de ruído aditivo é ainda mais flagrante. De todos os algoritmos em questão, apenas um deles apresentou desempenho satisfatório, ainda assim para valores altos de SNR.

7

Conclusões e Perspectivas

Esta dissertação de mestrado tratou do problema da equalização autodidata em sistemas de comunicações digitais, particularmente da utilização de algoritmos adaptativos para equalização autodidata apoiados no modelo multicanal.

Após uma breve exposição dos conceitos gerais ligados à equalização, o modelo multicanal foi analisado com detalhe no capítulo 3. Foi visto como o modelo multicanal é derivado de uma operação de superamostragem e como pode ser associado à recepção por arranjo de antenas. A partir do modelo multicanal, foi enunciado o resultado fornecido pela Identidade de Bezout relacionado à equalização ZF.

As técnicas para equalização autodidata multicanal baseadas em EO2 são divididas classicamente entre as relacionadas à decomposição em subespaços e as apoiadas em predição linear multicanal. O capítulo 4 apresentou tais técnicas de acordo com esta divisão. Quanto à abordagem de predição linear, deu-se destaque para a obtenção de soluções ZF a partir de predição linear progressiva e da combinação de predição progressiva e regressiva em uma estrutura de cascata. Foi então apresentada uma proposta de obtenção de solução ZF a partir de predição linear progressiva, a qual evita o cálculo da estimativa de uma matriz de erro de predição, reduzindo a complexidade computacional envolvida.

O estudo principal se deteve nos algoritmos adaptativos, sobretudo os oriundos das técnicas EO2 baseadas em predição linear multicanal. Os algoritmos adaptativos estudados foram descritos no capítulo 5. Duas técnicas adaptativas foram propostas, sendo uma delas a versão adaptativa da proposta de solução ZF apresentada no capítulo 4. A outra é uma versão adaptativa da solução ZF obtida por uma estrutura de preditores em cascata. Outras técnicas de interesse apoiadas em predição linear foram apresentadas: destas, uma corresponde a uma estrutura de treliça e as demais envolvem diferentes combinações de problemas de predição progressiva e regressiva. E ainda, o comportamento do CMA em ambiente multicanal foi discutido, com o destaque de sua característica de convergência global.

Os resultados de simulação comparativos envolvendo os diversos algoritmos autoidentificados em estudo foram apresentados no capítulo 6. Com relação à velocidade de convergência, os algoritmos derivados de técnicas de predição linear apresentam um melhor desempenho que o CMA. No entanto, os resultados sugerem que os algoritmos de predição linear têm seu desempenho comprometido em situações de baixa SNR. Esta característica foi especialmente notada para o modelo correspondente à propagação por canal de multipercursos e recepção por arranjo de antenas.

Conforme discutimos anteriormente, há uma motivação adicional para o estudo de soluções adaptativas para a equalização multicanal devido ao seu potencial de aplicação em esquemas de antenas inteligentes para sistemas de comunicação sem fio. Neste contexto, é preciso que soluções mais robustas sejam desenvolvidas.

A melhoria das técnicas adaptativas de predição linear no que diz respeito à presença de ruído aditivo e velocidade de convergência figura como uma perspectiva de trabalhos futuros. Uma outra questão que pode ser investigada é a derivação de técnicas adaptativas a partir do método de subespaços. E ainda, a abordagem multicanal pode se estender a esquemas MIMO – “multiple-input multiple output” ou sistemas com várias entradas e várias saídas. Como um exemplo de trabalho que já aponta nesta direção, a referência (Asmi & Mboup, 2001) aborda a equalização autoidentificada para esquemas MIMO com canais variantes no tempo e não-lineares.



Versão Adaptativa da Solução de atraso 0 baseada em Predição Linear

O capítulo 5 descreveu resumidamente os procedimentos para a obtenção das soluções adaptativas baseadas no método de predição linear multicanal. O algoritmo correspondente à versão adaptativa da solução ZF de atraso 0 baseada em predição linear progressiva (Li & Fan, 2000) será visto agora com mais detalhe: tal versão adaptativa é implementada de acordo com o seguinte conjunto de equações.

— Inicialização: $k = 0$

- Inicializar a estimativa da matriz variância de erro de predição: $\mathbf{E}_f(k)$:

$$\mathbf{E}_f(0) = \delta \mathbf{I}_P \quad (\text{A.1})$$

- Inicializar a matriz com os coeficientes de predição $\mathbf{A}_{L-1}(k)$:

$$\mathbf{A}_{L-1}(0) = \mathbf{0}_{P(L-1) \times P} \quad (\text{A.2})$$

- Inicializar a matriz $\mathbf{Q}(k)$ (para a adaptação com o RLS):

$$\mathbf{Q}(0) \delta^{-1} \mathbf{I}_{P(L-1)} \quad (\text{A.3})$$

— Para cada iteração $k = 1, 2, 3 \dots$

- Calcular o erro de predição progressiva e adaptar a matriz dos coeficientes de predição com o RLS:

$$\begin{aligned} \mathbf{K}(k) &= \frac{\lambda^{-1} \mathbf{Q}(k-1) \mathbf{U}_{L-1}(k-1)}{1 + \lambda^{-1} \mathbf{U}_{L-1}^H(k-1) \mathbf{Q}(k-1) \mathbf{U}_{L-1}(k-1)} \\ \mathbf{e}_f(k) &= [\mathbf{I}_P \quad -\mathbf{A}_{L-1}^H(k-1)] \mathbf{U}_L(k) \\ \mathbf{A}_{L-1}(k) &= \mathbf{A}(k-1) + \mathbf{K}(k) \mathbf{e}_f^*(k) \\ \mathbf{Q}(k) &= \lambda^{-1} \mathbf{Q}(k-1) - \lambda^{-1} \mathbf{K}(k) \mathbf{U}_{L-1}^H(k) \mathbf{Q}(k-1) \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

- Calcular o erro de predição progressiva e adaptar a matriz dos coeficientes de predição com o LMS:

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_f(k) &= [\mathbf{I}_P \quad -\mathbf{A}_{L-1}^H(k)] \\ \mathbf{A}_{L-1}(k+1) &= \mathbf{A}_{L-1}(k) + \mu \mathbf{U}_{L-1}(k-1) \mathbf{e}_f^*(k) \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

- Estimar recursivamente a matriz de variância do erro de predição progressiva:

$$\mathbf{E}_f(k) = \lambda \mathbf{E}_f(k-1) + (1 - \lambda) \mathbf{e}_f(k) \mathbf{e}_f^H(k) \quad (\text{A.6})$$

- Obter a estimativa $\hat{\mathbf{h}}(0)$ a partir da coluna de $\mathbf{E}_f(k)$ com a maior norma;
- Calcular o vetor de coeficientes do equalizador $\mathbf{F}_{L,0}$ ($LP \times 1$):

$$\mathbf{F}_{L,0}(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_P \\ -\mathbf{A}_{L-1}(k) \end{bmatrix} \frac{\hat{\mathbf{h}}(0)}{\|\hat{\mathbf{h}}(0)\|} \quad (\text{A.7})$$

B

Controle Automático de Ganho e Correção de Fase

Antes de passar pela operação de decisão, o sinal recuperado pelo equalizador deve sofrer controle automático de ganho e correção de fase. A seguir, os procedimentos para controle de ganho e correção de fase utilizados nas simulações computacionais são detalhados.

Seja $y(k)$ o sinal recuperado pelo equalizador. O controle automático de ganho sobre $y(k)$ (Macchi et al., 1993) é realizado da seguinte forma: cada amostra recuperada $y(k)$ sofre uma ponderação por um fator $g(k)$, fator este adaptado recursivamente.

$$\begin{aligned}y(k) &= \mathbf{F}_L^H(k) \mathbf{U}_L(k) \\g(k) &= \sqrt{|G(k)|} \\x_g(k) &= g(k) y(k) \\G(k+1) &= G(k) + \mu (\sigma_x^2 - |x_g(k)|^2)\end{aligned}\tag{B.1}$$

O sinal $x_g(k)$ passa então à correção de fase. No conjunto de equações abaixo, $\text{dec}(\cdot)$ representa o decisor, $\hat{x}(k-d)$ é a estimativa do sinal transmitido obtida após

o decisor e $\text{imag}(\cdot)$ representa a parte imaginária. A correção de fase é implementada de acordo com o seguinte conjunto de equações.

$$\begin{aligned}
 x_f(k) &= \exp(-j\theta(k)) x_g(k) \\
 \hat{x}(k-d) &= \text{dec}(x_f(k)) \\
 e_d(k) &= x_f(k) - \hat{x}(k-d) \\
 \theta(k+1) &= \theta(k) + \mu \text{imag}(e_d(k) x_f^*(k))
 \end{aligned} \tag{B.2}$$



Artigo Publicado

M. S. Castro, J. M. T. Romano. Adaptive Approaches for Blind Equalization Based on Multichannel Linear Prediction. *International Telecommunications Symposium 2002*, Natal, Brasil

Este artigo apresenta as duas contribuições mais específicas deste trabalho de mestrado: a proposta de solução ZF baseada na estratégia de predição linear multicanal e a proposta de implementação adaptativa de estrutura de preditores para obtenção de solução ZF.

Adaptive Approaches for Blind Equalization Based on Multichannel Linear Prediction

Maurício Sol de Castro and João Marcos Travassos Romano
State University of Campinas - UNICAMP, Brazil

Abstract – In this work, the problem of blind multichannel equalization is considered. A strategy for saving computation in zero-forcing equalizers design is proposed and its performance is evaluated under an adaptive implementation of an algorithm based on multichannel forward linear prediction. Moreover, a cascade structure based on forward and backward linear prediction is regarded: an adaptive implementation of such a structure is also proposed and its performance is verified through computer simulations.

I. INTRODUCTION

INTERSYMBOL interference (ISI) is a major impairment in digital communications. Equalization is often considered as a suitable countermeasure for ISI. Usually, equalizer coefficients are adapted with a training sequence, which is required to be periodically sent. However, trained equalizers present important drawbacks such as wasted bandwidth and the possibility of fading occurrence during the training period. Blind equalization is then an interesting alternative, so that a training sequence is no longer needed.

Blind algorithms that make use of higher-order statistics (HOS) are divided into explicit HOS-based algorithms and implicit HOS-based algorithms, which include the so-called *Bussgang Algorithms*. Both the implicit and the explicit HOS-based algorithms suffer from a slow convergence rate. Blind algorithms based on second-order statistics (SOS) are believed to overcome such a limitation. SOS-based algorithms exploit the *cyclostationarity* of the received signal. Such a property is preserved when the incoming signal is sampled at a rate higher than the symbol rate. It can be shown that such oversampling leads to a *multichannel model*.

According to the Gardner's pioneer work [4], identification of both magnitude and phase of communication channels with SOS is possible due to the cyclostationary properties of modulated signals. Tong et al. proposed the use of cyclostationary SOS for blind channel identification and equalization [5]. Most of recently SOS-based blind identification and equalization

algorithms deal with a multichannel model, so that cyclostationarity is exploited indeed in an implicit way.

SOS-based blind techniques can be broadly divided into two main approaches, namely the *subspace* methods and the *linear prediction* methods. The linear prediction approach was first proposed by Slock [1]. A zero-forcing (ZF) solution based on multichannel forward linear prediction is proposed in [1] and further elaborated in [2] and [3].

A cascade structure of a multichannel forward prediction filter and a multichannel backward prediction filter [2], [3] also provides a ZF solution. While the ZF equalization based only on forward prediction leads to an equalization delay equal to zero, the use of a cascade structure makes possible the tuning of equalization delay, which may lead to a lower steady-state estimation error.

This paper deals with the linear prediction method for SOS-based blind equalization. Two original contributions are proposed: First, a strategy to calculate a ZF solution based on multichannel linear prediction is derived. Such strategy reduces the computation involved in the ZF equalizer algorithm based on multichannel forward prediction [1-3], since the estimate of a forward prediction error variance matrix is completely avoided. An important issue is that an adaptive version of the algorithm can be straightly derived.

The second proposition consists of an adaptive implementation of a multichannel forward/backward cascade structure. As pointed out, such algorithm allows dealing with arbitrary equalization delays. The performance of the proposed technique is evaluated by means of computer simulations.

The remainder of the paper is organized as follows. The multichannel model and used notation are presented in Section II. The original approach for ZF equalizers design based on linear prediction [1]-[3] is briefly presented in Section III. The proposed strategy for ZF equalizers design is presented in Section IV. A description of the adaptive implementation procedure proposed for the forward/backward prediction cascade structure is presented in Section V. Finally, Section VI is devoted to our conclusions.

M. S. Castro and J. M. T. Romano are with the Signal Processing for Communications Laboratory, School of Electrical and Computer Engineering, State University of Campinas (UNICAMP), Brazil CP 6101, CEP 13083970. Phone: +55 19 37883802 Fax: +55 19 32891395 E-mails: {sol,romano}@decom.fee.unicamp.br This work was partially supported by The State of Sao Paulo Research Foundation (FAPESP).

II. BACKGROUND ON MULTICHANNEL EQUALIZATION

The considered baseband model for the received signal uniformly sampled at symbol rate $1/T$ is given by

$$u(kT) = \sum_i h(iT)x(kT - iT) + v(kT), \quad (1)$$

where $\{x(\cdot)\}$ is the transmitted symbol sequence, $\{h(\cdot)\}$ stands for the total channel impulse response comprised of the transmission and reception filters and transmission channel, and $\{v(\cdot)\}$ represents the additive white zero-mean gaussian noise. The channel is modeled as a finite impulse response (FIR) filter.

The received signal uniformly sampled at a rate P times higher than the symbol rate – *oversampling* – is given by:

$$u\left(k\frac{T}{P}\right) = \sum_i h\left(i\frac{T}{P}\right)x\left(kT - i\frac{T}{P}\right) + v\left(k\frac{T}{P}\right) \quad (2)$$

Oversampling is also known as *fractional sampling*. The resulting oversampled or *fractionally-spaced* sequence $\{u(kT/P)\}$ may be divided into P symbol-rate sequences $\{u_p(kT)\}$, $p=0, \dots, P-1$. From now on, the temporal indices kT and iT will be respectively represented by k and i , for the sake of simplicity. The k -th sample of the $(p+1)$ -th sequence is written as

$$u_p(k) = \sum_{i=0}^{N-1} h_p(i)x(k-i) + v_p(k) \quad (3)$$

The fractionally spaced channel impulse response is assumed to have length NP . It is worth noting that the sequence $\{h_p(0) \dots h_p(N-1)\}$ represents the $(p+1)$ -th subchannel, so that the oversampled channel is comprised of P symbol-rate subchannels also modeled as FIR filters. In vector form, (3) can be written as:

$$\mathbf{u}(k) = \sum_{i=0}^{N-1} \mathbf{h}(i)x(k-i) + \mathbf{v}(k), \quad (4)$$

where $\mathbf{u}(k) = [u_0(k) \dots u_{P-1}(k)]^T$ is the vector of P received samples at time k , $\mathbf{v}(k) = [v_0(k) \dots v_{P-1}(k)]^T$ is the corresponding vector of P noise samples and $\mathbf{h}(i) = [h_0(i) \dots h_{P-1}(i)]^T$, $i=0, \dots, N-1$, is a vector with the $(i+1)$ -th samples of each subchannel. Equation (4) describes a *single-input multiple-output* (SIMO) system.

A vector of L successive samples of $\mathbf{u}(k)$ is given by

$$\mathbf{U}_L(k) = \mathbf{H} \mathbf{X}_{L+N-1}(k) + \mathbf{V}_L(k) \quad (5)$$

where $\mathbf{U}_L(k) = [\mathbf{u}^T(k) \dots \mathbf{u}^T(k-L+1)]^T$ is the received signal, $\mathbf{X}_{L+N-1}(k) = [x(k) \dots x(k-L+N+2)]^T$ is the transmitted symbol vector, and

$\mathbf{V}_L(k) = [\mathbf{v}^T(k) \dots \mathbf{v}^T(k-L+1)]^T$ is the associated noise vector. $\mathbf{H}$ is the *channel convolution matrix*, which is a $LP \times L+N-1$ block-Toeplitz matrix given by:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{h}(0) & \dots & \mathbf{h}(N-1) & & \mathbf{0} \\ & \ddots & & \ddots & \\ \mathbf{0} & & \mathbf{h}(0) & \dots & \mathbf{h}(N-1) \end{bmatrix} \quad (6)$$

An estimate of the transmitted sample is then obtained by filtering the received sample vector by a *fractionally spaced equalizer*:

$$\hat{x}(k-d) = \mathbf{F}_L^H(k) \mathbf{U}_L(k), \quad (7)$$

where d is the *equalization delay* and $\mathbf{F}_L(k)$ is the $LP \times 1$ vector with all the equalizer taps at instant k . The operator $(\cdot)^H$ denotes *Hermitian transposition*.

Regarding the multichannel model, each subchannel is associated with a *subequalizer* comprised of L coefficients. The equalizer vector is given by:

$$\mathbf{F}_L = [\mathbf{f}^H(0) \dots \mathbf{f}^H(L-1)]^H, \quad (8)$$

where the $P \times 1$ vector $\mathbf{f}(l)$, $l=0, \dots, L-1$, defined as $\mathbf{f}(l) = [f_0(l) \dots f_{P-1}(l)]^T$, contains the $(l+1)$ -th coefficients of each subequalizer. Fig. 1 illustrates the multichannel model and also the multichannel equalizer.

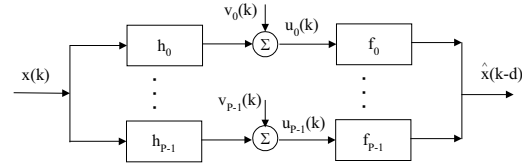


Fig. 1: Multichannel model

In the absence of additive noise ($\mathbf{v}(k)=\mathbf{0}$), perfect equalization is attainable according to the *Bezout Identity* [3], provided that the P subchannels have no common zeros. By generalizing this result, it is possible to obtain a ZF equalizer that leads to a combined channel-equalizer response equal to a delayed Dirac function. This is equivalent to pose:

$$\mathbf{F}_L^H \mathbf{H} = [\mathbf{0}_{1 \times d} \quad 1 \quad \mathbf{0}_{1 \times L+N-d-2}] \quad (9)$$

Indeed, (9) is a linear system of $L+N-1$ equations and LP unknowns [3]. For a solution to exist, the condition $LP > L+N-1$ holds, which imposes a condition to the length L of each subequalizer.

III. ZF EQUALIZATION BASED ON MULTICHANNEL LINEAR PREDICTION

The guidelines for ZF equalizers design based on multichannel linear prediction [1]-[3] are now briefly summarized. First, the deduction of a ZF equalizer with equalization delay equal to zero (*zero-delay equalizer*)

based on multichannel forward linear prediction will be shown. All of the deduction was based on the assumption of absence of additive noise.

A multichannel one-step forward prediction error over the received signal is defined as

$$\mathbf{e}_f(k) = \mathbf{u}(k) - \mathbf{A}_{L-1}^H \mathbf{U}_{L-1}(k-1) = [\mathbf{I}_P \quad -\mathbf{A}_{L-1}^H] \mathbf{U}_L(k) \quad (10)$$

where $\mathbf{A}_{L-1}$ is the $(L-1)P \times P$ matrix with the optimal multichannel forward prediction error coefficients and $\mathbf{I}_P$ is the $P \times P$ identity matrix. The $P \times 1$ forward prediction-error variance matrix is shown [3] to be given by:

$$E[\mathbf{e}_f(k)\mathbf{e}_f^H(f)] = \sigma_x^2 \mathbf{h}(0)\mathbf{h}^H(0), \quad (11)$$

where σ_x^2 is the variance of the transmitted symbol sequence.

Both $\mathbf{A}_{L-1}$ and $E[\mathbf{e}_f(k)\mathbf{e}_f^H(f)]$ can be extracted from the autocorrelation matrix of the received signal $\mathbf{U}_L(k)$. It is shown in [3] that the following relation holds:

$$[\mathbf{I}_P \quad -\mathbf{A}_{L-1}^H] \mathbf{H} = \mathbf{h}(0) [1 \quad 0 \quad \dots \quad 0] \quad (12)$$

Therefore, one may notice that

$$\mathbf{h}^H(0) [\mathbf{I}_P \quad -\mathbf{A}_{L-1}^H] \mathbf{H} = [1 \quad 0 \quad \dots \quad 0] \quad (13)$$

where $\mathbf{h}^H(0) = \mathbf{h}^H(0)/\|\mathbf{h}(0)\|^2$. An estimate of $\mathbf{h}(0)$ may be obtained from (11). The rightmost term of (13) is then indeed the ideal combined channel-equalizer response corresponding to $d=0$. Hence, one can withdraw the ideal ZF equalizer from (13):

$$\mathbf{F}_{ZF,0}^H = \mathbf{h}^H(0) [\mathbf{I}_P \quad -\mathbf{A}_{L-1}^H] \quad (14)$$

An equalization delay equal to zero may lead to a poor steady-state estimation-error performance for some channels. A ZF equalizer obtained from a cascade of a forward predictor and a backward predictor [2],[3] provides an adjustable equalization delay (d -delay equalizer). Once again, absence of additive noise is assumed for deduction of the d -delay ZF equalizer.

A $(d_f + 1)$ -step forward prediction error over the received signal is written as

$$\mathbf{e}_f(k) = \mathbf{u}(k) - \mathbf{A}_{L_f}^H \mathbf{U}_{L_f}(k-1-d_f), \quad (15)$$

where $\mathbf{A}_{L_f}$ is a $PL_f \times P$ matrix with the optimal multichannel forward prediction coefficients. A one-step backward prediction over the *forward prediction error signal* is defined as

$$\mathbf{e}_b(k) = \mathbf{e}_f(k - M_b) - \mathbf{B}_{M_b}^H \begin{bmatrix} \mathbf{e}_f(k) \\ \mathbf{e}_f(k-1) \\ \vdots \\ \mathbf{e}_f(k - M_b + 1) \end{bmatrix} \quad (16)$$

where $\mathbf{B}_{M_b}$ is a $PM_b \times P$ matrix with the optimal multichannel backward prediction coefficients. The $P \times 1$ backward prediction-error variance matrix is shown [3] to equal:

$$E[\mathbf{e}_b(k)\mathbf{e}_b^H(k)] = \sigma_x^2 \mathbf{h}(d_f)\mathbf{h}^H(d_f) \quad (17)$$

The ZF equalizer is then obtained from the convolution of forward and backward prediction-error filters and is expressed by

$$\mathbf{F}_{ZF,d}^H = \mathbf{h}^H(d_f) \begin{bmatrix} \mathbf{I}_P & \mathbf{0}_{P \times P-d_f} & -\mathbf{A}_{L_f}^H & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_P & \mathbf{0}_{P \times P-d_f} & -\mathbf{A}_{L_f}^H & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_P & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_P \end{bmatrix} \quad (18)$$

where $\mathbf{h}^H(d_f) = \mathbf{h}^H(d_f)/\|\mathbf{h}(d_f)\|^2$. An estimate of $\mathbf{h}(d_f)$ may be obtained from (17). The estimate of the transmitted symbol at instant k is given by

$$\hat{x}(k - d_f - M_b) = \mathbf{F}_{ZF,d}^H(k) \mathbf{U}_L(k) \quad (19)$$

The equalization delay is $d = d_f + M_b$. The length of each subequalizer is $L = L_f + M_b + d_f + 1$. Equalization delay depends on an appropriate selection of the orders of the forward and backward predictors.

IV. PROPOSED STRATEGY FOR OBTAINING A ZF SOLUTION BASED ON LINEAR PREDICTION

The aforementioned ZF equalizer based on multichannel forward linear prediction (*zero-delay* equalizer) depends both on the optimal forward prediction coefficients and on the forward prediction error variance matrix. The proposed strategy also leads to a ZF solution based on forward linear prediction and makes possible to avoid estimation of the forward prediction error variance matrix.

A. Proposed Solution

The proposed strategy consists of the following steps:

- the forward-prediction-coefficients matrix is obtained so as to satisfy (10);
- the first coefficient of each subequalizer is set to unity: $\mathbf{f}(0) = [1 \quad \dots \quad 1]^T$ cf. (8);
- finally, the remainder of the equalizer vector is given by the sum of the columns of the forward-

prediction-coefficients matrix: if one defines the optimal forward prediction coefficients matrix as $\mathbf{A}_{L-1} = [\mathbf{a}_0 \ \cdots \ \mathbf{a}_{P-1}]$, therefore

$$\begin{bmatrix} \mathbf{f}(1) \\ \vdots \\ \mathbf{f}(L-1) \end{bmatrix} = -\sum_{p=0}^{P-1} \mathbf{a}_p \quad (20)$$

One may notice that the proposed ZF equalizer is given by summing up the P columns of $\begin{bmatrix} \mathbf{I}_P \\ -\mathbf{A}_{L-1} \end{bmatrix}$. Regarding (12), the above sum-of-columns operation corresponds to summing up the lines of $\begin{bmatrix} \mathbf{I}_P & -\mathbf{A}_{L-1}^H \end{bmatrix}$. Therefore, (12) becomes

$$\mathbf{F}_{ZF,0}^H \mathbf{H} = \begin{bmatrix} \sum_{p=0}^{P-1} h_p(0) & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

$\mathbf{F}_{ZF,0}$ is then a ZF solution up to a gain factor. By obtaining a ZF equalizer with such a procedure, it is no longer necessary to obtain an estimate of a forward prediction error variance matrix (11).

B. Adaptive Implementation

A number of adaptive algorithms based on multichannel linear prediction have been recently proposed. For example, the adaptive algorithm described in [6] involves both a forward and a backward prediction over the received signal in order to provide an estimate of a ZF solution. Another adaptive algorithm [7] estimates a ZF solution from two forward prediction operations over the incoming signal in a similar fashion.

Now, based on the proposed solution described above, an adaptive version of the ZF equalizer algorithm design is implemented and its performance is tested through simulations. The forward prediction error vector is estimated at each iteration and the forward prediction coefficients matrix may be adapted with either the recursive least squares (RLS) or the least mean squares (LMS) algorithm, as in [6] and [7]. For an adaptive implementation of ZF equalizer algorithm, a recursive estimation of the forward prediction-error variance matrix (11) can be carried out at every iteration:

$$E_f(k) = \lambda E_f(k-1) + (1-\lambda) \mathbf{e}_f(k) \mathbf{e}_f^H(k) \quad (22)$$

where $0 < \lambda < 1$ acts as a *forgetting factor*.

An estimate of $\mathbf{h}(0)$ is obtained from (22) by taking the column of (22) with largest norm [6].

The adaptive procedure can be then summarized as follows:

- at each iteration k , the forward prediction error vector is obtained and the forward prediction matrix (10) is adapted with either RLS or LMS algorithm;

- an estimate of $\mathbf{h}(0)$ is calculated from (22) and the ZF equalizer is obtained through (14) or, equivalently;
- an estimate of ZF equalizer is obtained with the proposed strategy (21), therefore avoiding the intermediate step (22) and saving some computation.

C. Simulation Settings

The adaptive version of zero-delay ZF equalizer algorithm is tested through a simulation example of channel equalization. The transmitted symbol sequence is drawn from a unit-variance, uniformly distributed 16-QAM constellation. The multichannel coefficients are shown in Table I. This example consists of two subchannels ($P=2$) each of them with $N=4$. It is worth noting that the channel coefficients were normalized [8] so that the received signal variance is set to unity.

TABLE I
MULTICHANNEL COEFFICIENTS

coefficient index i	$h_0(i)$	$h_1(i)$
0	0.4219	0.3375
1	$-0.2953 + 0.3375i$	$-0.1688 - 0.6329i$
2	$0.0127 + 0.2700i$	$-0.8649 + 0.0211i$
3	$-0.2418 - 0.1114i$	$0.2801 + 0.3173i$

The criterion described in [8] to help evaluate the performance of a blind algorithm is adopted. When a *symbol error rate* (SER) of about 0.04 is achieved, it is possible to transfer to a decision-directed operation mode. For a unit-variance 16-QAM signal, the above SER level corresponds to a *mean-squared error* (MSE) about 0.08 [9]. So, the blind algorithm is considered successful if it is able to achieve such a MSE *transfer level*.

The length of each subequalizer is $L = 8$. Additive white Gaussian-distributed complex noise is applied in all simulations, at transmitted signal-to-noise (SNR) ratios from 10 to 40 dB. Both adaptation strategies are considered – either with or without error variance matrix estimation (proposed strategy). Moreover, phase correction and automatic gain control are applied after equalization [10]. For each adaptation strategy and at each SNR point, a Monte Carlo simulation of 50 trials is performed and the final steady-state MSE at 30000 samples is shown in the MSE x SNR curves.

D. Simulation Results

Fig. 2 shows the MSE x SNR curves for both adaptations strategies with RLS algorithm. Both strategies have similar steady-state MSE performance and reach the transfer level only for SNR values greater than about 20 dB.

Fig. 3 shows the MSE curves for SNR = 25 dB. Both strategies have similar convergence speed performance and reach the transfer level with less than 1000 samples. Although the proposed strategy reaches the transfer level with fewer samples, it leads to a slightly higher steady-state MSE.

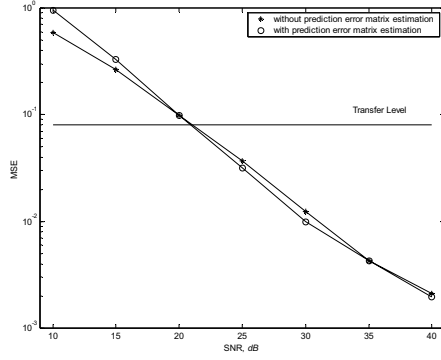


Fig. 2: zero-delay equalizer, adaptation with RLS

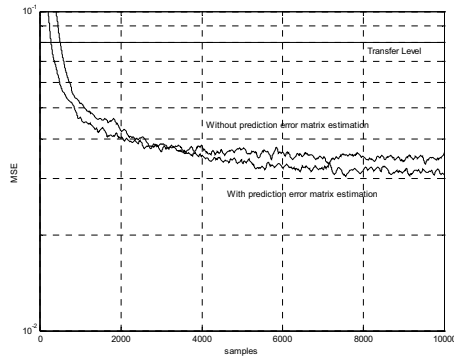


Fig. 3: zero-delay equalizer, adaptation with RLS, SNR = 25 dB

V. PROPOSED ADAPTIVE IMPLEMENTATION OF A ZF SOLUTION

The proposed adaptive implementation of a forward/backward predictor cascade structure follows the same procedure used in the previous section for derivation of an adaptive version of a zero-delay ZF equalizer. The main steps of the procedure are summarized below:

- at each iteration, $\mathbf{A}_{L_f}$ is adapted with either RLS or LMS – forward (d_f+1) -step prediction;
- one-step backward prediction is performed over forward prediction error signal with adaptation of B_{M_b} ;
- an estimate of backward prediction-error variance matrix is calculated as in (21)

$$E_b(k) = \lambda E_b(k-1) + (1-\lambda) \mathbf{e}_b(k) \mathbf{e}_b^H(k) \quad (23)$$

- from (23), an estimate of $\mathbf{h}(d_b)$ is obtained by taking the column of (23) with highest norm;
- an estimate of d -delay ZF equalizer may be obtained with (18).

A. Simulation Settings

All the simulation framework of the previous section is again considered. Once again, the subequalizer length is made $L = 8$. The orders of multichannel forward and backward predictors are $L_f = 3$ and $M_b = 2$, respectively. The forward predictor step parameter is $d_f = 2$, hence the equalization delay is $d = 4$. Either both forward and backward prediction matrices are adapted with RLS or are adapted with LMS. For the sake of comparison, the zero-delay ZF equalizer is employed with estimation of forward prediction-error variance matrix (22).

B. Simulation Results

Fig. 4 shows the MSE x SNR curves for both zero-delay and d -delay (cascade structure) with RLS algorithm. The d -delay equalizer leads to a lower steady-state MSE, and reaches transfer level within a lower SNR condition.

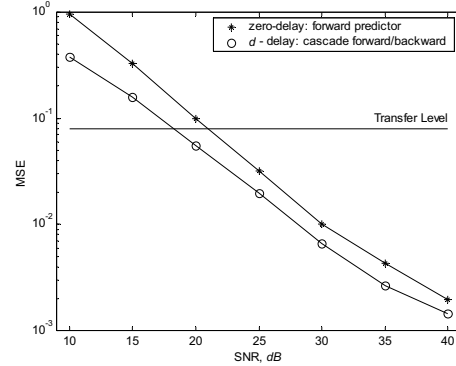


Fig. 4: adaptation with RLS, zero-delay and d-delay ZF equalizers

Fig. 5 shows the convergence curves for both ZF equalizers with RLS at SNR = 25 dB. The d -delay equalizer presents a lower steady-state MSE and a faster convergence. Also, it reaches the transfer level with fewer samples when compared to zero-delay ZF equalizer.

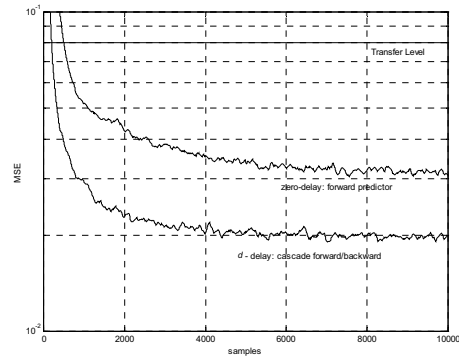


Fig. 5: adaptation with RLS, SNR = 25 dB, zero-delay and d-delay ZF equalizers

Fig. 6 presents the MSE x SNR curves for the cascade structure with adaptation driven by RLS and LMS. Fig. 7 compares the convergence curves for the cascade structure with adaptation of forward and backward predictors, driven by RLS and LMS, both with SNR = 25 dB.

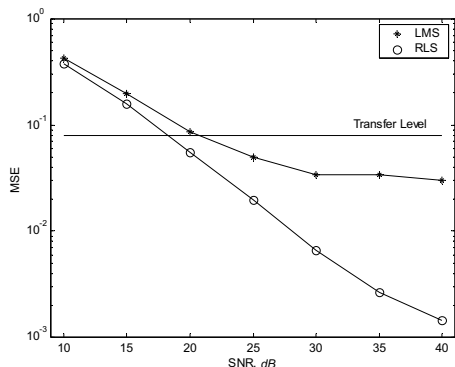


Fig. 6: d-delay equalizer, adaptation with RLS and LMS

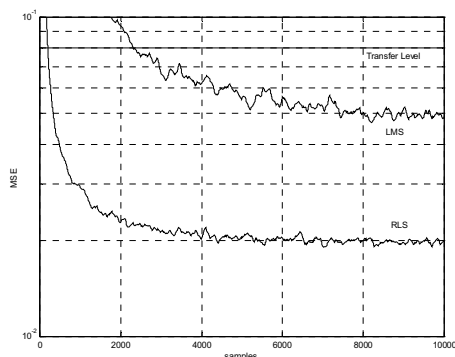


Fig. 7: d-delay equalizer, adaptation with RLS and LMS, SNR = 25 dB

When the predictors are adapted with LMS, both convergence speed and steady-state MSE performances are severely affected. MSE for adaptation with LMS could be somewhat improved at the expense of an even worse convergence speed performance.

VI. CONCLUSIONS

In this paper, a strategy for obtaining a blind ZF equalizer based on multichannel forward linear prediction was proposed and its performance was evaluated under an adaptive implementation. The proposed strategy was shown to save some computation, since it avoids the estimation of a prediction error variance matrix, and leads to an effective adaptive version.

The cascade structure comprised of a forward and a backward multichannel prediction error filters is known to

result in a blind ZF equalizer. An adaptive implementation of such a structure was also proposed and so was its performance evaluated through computer simulations.

The deduction of blind ZF equalizers based on multichannel linear prediction relies on the assumption of absence of additive noise. Simulations suggest that the performance of the above algorithms is to be harmfully affected in low SNR environments. Intense research effort is currently performed in order to improve the performance of such algorithms regarding to robustness to additive noise and convergence speed.

ACKNOWLEDGMENTS

Maurício Sol de Castro thanks The State of São Paulo Research Foundation (FAPESP) for financial support (process no. 00/02206-5).

REFERENCES

- [1] D. T. M. Slock, "Blind Fractionally-Spaced Equalization, Perfect-Reconstruction Filter Banks and Multichannel Linear Prediction", *ProcICASSP'94*, Australia, 1994, vol IV, pp. 585-588.
- [2] D. T. M. Slock and C. B. Papadias, "Further Results on Blind Identification and Equalization of Multiple FIR Channels", *Proc. ICASSP'95*, Detroit, USA, 1995, vol. III, pp. 1964-1967.
- [3] C. B. Papadias and D. T. M. Slock, "Fractionally Spaced Equalization of Linear Polyphase Channels and Related Blind Techniques Based on Linear Prediction", *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 47, No. 3, March 1999, pp. 641-654.
- [4] W. A. Gardner, "Exploitation of Spectral Redundancy in Cyclostationary Signals", *IEEE Signal Processing Magazine*, Vol. 8, April 1991, pp. 14-36.
- [5] L. Tong, G. Xu and T. Kailath, "A New Approach to Blind Identification and Equalization of Multipath Channels", *25th Asilomar Conference on Signal, Syst. and Computers*, Pacific Grove, CA, USA, Vol. 2, November 1991, pp. 856-860.
- [6] X. Li and H. Fan, "Linear Prediction Methods for Blind Fractionally Spaced Equalization", *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 48, No. 6, June 2000, pp. 1667-1675.
- [7] X. Li and H. Fan, "Blind Zero-Forcing Equalization Without Channel Estimation", *33rd Asilomar Conf. on Signal, Syst. and Computers*, Pacific Grove, CA, USA, Vol. 2, October 1999, pp. 1022-1026.
- [8] H. Pozidis, A. P. Petropulu and T. J. Endres, "Comparison between SOS and HOS Methods for Blind Equalization of Microwave Radio Channels", *Proc. IEEE Signal Processing Workshop on Higher-Order Statistics.*, 1999, pp. 39-42.
- [9] J. G. Proakis, "Digital Communications", third edition, McGraw-Hill, 1995.
- [10] O. Macchi, "Adaptive Processing", first edition, Wiley, 1996.

Bibliografia

- Asmi, S. E., & Mboup, M. (2001). On the Equalizability of Nonlinear/Time-Varying Multi-User Channels. In *Proceedings IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing. ICASSP'01* (Vol. 4, p. 2133-2136).
- Ding, Z. (1996). Characteristics of Band-Limited Channels Unidentifiable From Second-Order Statistics. *IEEE Signal Processing Letters*, 3(5), 150-152.
- Ding, Z. (1997). On Convergence Analysis of Fractionally Spaced Adaptive Blind Equalizers. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 45(3), 650-657.
- Ding, Z., & Li, Y. (2001). *Blind Equalization and Identification*. Marcel Dekker.
- Endres, T. J. (1997). *Equalizing with Fractionally-Spaced Constant Modulus and Second-Order Statistics Blind Receivers*. Tese de Doutorado, Cornell University (EUA).
- Gardner, W. A. (1991a). A New Method of Channel Identification. *IEEE Transactions on Communications*, 39(6), 813-817.
- Gardner, W. A. (1991b). Exploitation of Spectral Redundancy in Cyclostationary Signals. *IEEE Signal Processing Letters*, 8, 14-36.
- Gesbert, D., Duhamel, P., & Mayrargue, S. (1997). On-line Blind Multichannel Equalization Based on Mutually Referenced Filters. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 45(9), 2307-2317.
- Godard, D. N. (1980). Self-Recovering Equalization and Carrier Tracking in Two-Dimensional Data Communication Systems. *IEEE Transactions on Communications*, 28(11), 1867-1875.

- Gu, M., & Tong, L. (1999). Geometrical Characterizations of Constant Modulus Receivers. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 47(10), 2745-2756.
- Haykin, S. (1989). *An Introduction to Analog and Digital Communications*. John Wiley & Sons.
- Haykin, S. (1996). *Adaptive Filter Theory* (3^a ed.). Prentice-Hall.
- Johnson, C. R., Schniter, P., Endres, T. J., Behm, J. D., Brown, D. R., & Casas, R. A. (1998). Blind Equalization Using the Constant Modulus Criterion: a Review. *Proceedings of IEEE*, 86(10), 1927-1950.
- Kailath, T. (1980). *Linear Systems*. Prentice Hall.
- Li, X., & Fan, H. (1999). Blind Zero-Forcing Equalization Without Channel Estimation. In *Proceedings 33rd Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers* (p. 1022-1026). Pacific Grove, CA, EUA.
- Li, X., & Fan, H. H. (2000). Linear Prediction Methods for Blind Fractionally Spaced Equalization. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 48(6), 1667-1675.
- Li, X., & Fan, H. H. (2001a). Blind Channel Identification: Subspace Tracking Method without Rank Estimation. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 49(10), 2372-2382.
- Li, X., & Fan, H. H. (2001b). Direct Blind Multiuser Detection for CDMA in Multipath Without Channel Estimation. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 49(1), 63-73.
- Li, Y., & Ding, Z. (1996). Global Convergence of Fractionally Spaced Godard (CMA) Adaptive Equalizers. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 44(4), 818-826.
- Lucky, R. (1965). Automatic Equalization for Digital Communication. *Bell Systems Technical Journal*, 44, 547-588.
- Macchi, O. (1996). *Adaptive Processing*. John Wiley & Sons.
- Macchi, O., Rocha, C. A. F., & Romano, J. M. T. (1993). Égalisation Adaptative Autodidacte par Rétroprediction et Prédiction. In *Proceedings of the GRETSI '93 - Quatorzieme Colloque* (p. 491-494).

- Mannerkoski, J. (1999). *Adaptive Blind Equalization Based on Second-Order Statistics and Multichannel Prediction*. Tese de Doutorado, Tampere University of Technology (Finlândia).
- Mannerkoski, J., & Koivunen, V. (2000). Sensitivity of SIMO Blind Equalizers to the Channel Precursor Magnitude . In *Proceedings 2000 IEEE 51st Vehicular Technology Conference* (Vol. 3, p. 1879-1883).
- Mannerkoski, J., & Taylor, D. (1999). Blind Equalization Using Least-Squares Lattice Prediction. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 47(3), 630-640.
- Mannerkoski, J., & Taylor, D. (2001). Performance bounds on for multistep prediction-based linear prediction. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 49(1), 84-93.
- Meraim, K. A., Moulines, E., & Loubaton, P. (1997). Prediction Error Method for Second-Order Blind Identification. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 45(3), 694-705.
- Moulines, E., Duhamel, P., Cardoso, J. F., & Mayrargue, S. (1995). Subspace Methods for Blind Equalization of FIR Filters. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 43(2), 516-525.
- Papadias, C. B. (1995). *Methods for Blind Equalization and Identification of Linear Channels*. Tese de Doutorado, École Nationale Supérieure des Télécommunications (França).
- Papadias, C. B., & Slock, D. T. M. (1999). Fractionally Spaced Equalization of Linear Polyphase Channels and Related Blind Techniques Based on Multichannel Linear Prediction. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 47(3), 641-654.
- Pozidis, H., Petropulu, A. P., & Endres, T. J. (1999). Comparison between SOS and HOS Methods for Blind Equalization of Microwave Radio Channels. In *Proceedings IEEE Signal Processing Workshop on Higher-Order Statistics* (p. 39-42).
- Proakis, J. G. (1995). *Digital Communications* (3^a ed.). McGraw-Hill.

- Reddy, V. U., Papadidas, C. B., & Paulraj, A. J. (1997). Blind Identifiability of Certain Classes of Multipath Channels from Second-Order Statistics Using Antenna Arrays. *IEEE Signal Processing Letters*, 4(5), 138-141.
- Sato, Y. (1975). A Method for Self-Recovering Equalization. *IEEE Transactions on Communications*, 23(6), 679-682.
- Slock, D. T. M. (1994). Blind Fractionally-Spaced Equalization, Perfect-Reconstruction Filter Banks and Multichannel Linear Prediction. In *Proceedings IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. ICASSP'94* (Vol. 3, p. 585-588).
- Slock, D. T. M., & Papadidas, C. B. (1995). Further Results on Blind Identification and Equalization of Multiple FIR Channels. In *Proceedings IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. ICASSP'95* (Vol. 3, p. 1964-1967).
- Tong, L., Xu, G., Hassibi, B., & Kailath, T. (1995). Blind Identification and Equalization Based on Second-Order Statistics: A Frequency-Domain Approach. *IEEE Transactions on Information Theory*, 41(1), 329-334.
- Tong, L., Xu, G., & Kailath, T. (1991). A New Approach to Blind Identification and Equalization of Multipath Channels. In *Proceedings 25th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers* (Vol. 2, p. 856-860).
- Tong, L., Xu, G., & Kailath, T. (1993). Fast Blind Equalization Via Antenna Arrays. In *Proceedings IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. ICASSP'93* (p. 272-275).
- Tong, L., Xu, G., & Kailath, T. (1994). Blind Identification and Equalization Based on Second-Order Statistics: A Time Domain Approach. *IEEE Transactions on Information Theory*, 40(2), 340-349.
- Treichler, J., & Agee, B. (1983). New Approach to Multipath Correction of Constant Modulus Signals. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 31(2), 459-472.
- Treichler, J. R., Larimore, M. G., & Harp, J. C. (1998). Practical Blind Demodulators for High-Order QAM Signals. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 86(10), 1907-1926.

- Tugnait, J. (1993). On Blind Identifiability of Multipath Channel Using Fractional Sampling and Second-Order Cyclostationary Statistics. In *Proceedings IEEE Global Communications Conference. Globecom'93* (Vol. 3, p. 2001-2005).
- Xu, G., Liu, H., Tong, L., & Kailath, T. (1995). A Least-Squares Approach to Blind Channel Identification. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 43(12), 2982-2993.
- Xu, Z. D., & Tsatsanis, M. K. (1999). Adaptive Minimum Variance Methods for Direct Blind Multichannel Equalization. *Signal Processing*, 73, 125-138.
- Zeng, H. H., Tong, L., & Johnson, C. R., Jr. (1998). Relationships Between The Constant Modulus And Wiener Receivers. *IEEE Transactions on Information Theory*, 44(4), 1523-1538.
- Zeng, H. H., Tong, L., & Johnson, C. R., Jr. (1999). An Analysis of Constant Modulus Receivers. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 47(11), 2990-2999.