



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO

DEPARTAMENTO DE SISTEMAS E CONTROLE DE ENERGIA

**MODELO E ANÁLISE DO MOTOR DE INDUÇÃO BIFÁSICO  
ASSIMÉTRICO COM O ESTATOR CONECTADO EM T**

VALMIR MACHADO PEREIRA

Orientador: Prof. Dr. EDSON BIM

Este exemplar é o original da tese  
defendida por VALMIR MACHADO PEREIRA  
Julgadora em 27 06 96

*Edson Bim*

Dissertação apresentada à  
Faculdade de Engenharia  
Elétrica e de Computação da  
Universidade Estadual de  
Campinas como parte dos  
requisitos exigidos para a  
obtenção do título de *Mestre  
em Engenharia Elétrica*

Junho/1996

UNICAMP  
P414m  
V. \_\_\_\_\_ Ex. \_\_\_\_\_  
TOMSO BC/ 28453  
PROC. 667/96  
C  D   
PREÇO R\$ 11,00  
DATA 04/09/96  
N.º CPD \_\_\_\_\_

CM-00091844-8

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

P414m Pereira, Valmir Machado  
Modelo e análise do motor de indução bifásico  
assimétrico com o estator conectado em T / Valmir  
Machado Pereira.--Campinas, SP: [s.n.], 1996.

Orientador: Edson Bim  
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de  
Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de  
Computação.

1. Motores elétricos de indução. 2. Motores elétricos -  
Enrolamentos. 3. Modelos matemáticos - Motores. I.  
Bim, Edson. II. Universidade Estadual de Campinas.  
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. III.  
Título.

*Este trabalho é dedicado*

*Aos meus pais,*

*À minha esposa Marcia*

*e aos meus filhos*

*Lariane e Lucas*

# AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, agradeço a meu pai Deoclécio (in memorian) e a minha mãe Conceição que sempre me incentivaram na dedicação aos estudos e a minha esposa Marcia pela compressão e pelo estímulo durante todo o curso de mestrado;

Ao Prof. Dr. Edson Bim pela confiança demonstrada, pelos conselhos valiosos e pelo trabalho de orientação ao longo de todo o mestrado;

Aos professores do Departamento de Engenharia Elétrica (DEL) da UFMS, pelo apoio ao afastamento integral das minhas atividades naquele departamento, permitindo assim dedicação exclusiva à elaboração deste trabalho;

Aos colegas do LCEE (Laboratório de Condicionamento de Energia Elétrica) e do LABSIM (Laboratório de Simulações), do Departamento de Sistema e Controle de Energia (DSCE) que de alguma forma contribuíram para tornar possível esta dissertação.

Às várias pessoas que, de uma forma ou outra, colaboraram para realização deste trabalho;

À Universidade Federal de Mato Grosso do Sul e ao programa PICD/CAPES pelo apoio financeiro.

# SUMÁRIO

<b>LISTA DE FIGURAS</b>	<b>VIII</b>
<b>LISTA DE TABELAS</b>	<b>XI</b>
<b>RESUMO</b>	<b>XII</b>
<b>ABSTRACT</b>	<b>XIII</b>
<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
<b>2 PANORAMA DOS MOTORES DE INDUÇÃO EM OPERAÇÃO DESEQUILIBRADA .....</b>	<b>5</b>
<b>2.1 Introdução .....</b>	<b>6</b>
<b>2.2 Motores Monofásicos .....</b>	<b>7</b>
2.2.1 Operação, Histórico e Classificação .....	7
2.2.2 Arranjos Especiais de Enrolamentos de Estator .....	13
<b>2.3 Motores de Enrolamento Trifásico Operando com Alimentação Monofásica .....</b>	<b>18</b>
<b>2.4 Motores Bifásicos .....</b>	<b>22</b>
2.4.1 Servomotores .....	22
2.4.2 Motores Assimétricos com Enrolamentos Conectados em T .....	24
<b>3 CARACTERÍSTICAS DE FUNCIONAMENTO DO MOTOR DE INDUÇÃO BIFÁSICO ASSIMÉTRICO COM O ESTATOR CONECTADO EM T .....</b>	<b>27</b>
<b>3.1 Introdução .....</b>	<b>28</b>

3.2	Obtenção de um motor equivalente com dois enrolamentos eletricamente desconectados .....	29
3.3	Equações básicas nas variáveis naturais da máquina.....	34
3.4	Equações básicas no sistema de referência estacionário .....	38
3.5	Análise em regime permanente.....	48
3.6	Equações para simulação de transitórios .....	61
<b>4</b>	<b>DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS .....</b>	<b>65</b>
4.1	Introdução .....	66
4.2	Ensaio de rotor bloqueado .....	67
4.3	Determinação do valor efetivo da relação de espiras .....	70
4.4	Ensaio à vazio.....	72
4.5	Determinação do momento de inércia .....	75
<b>5</b>	<b>RESULTADOS EXPERIMENTAIS E DE SIMULAÇÕES COMPUTACIONAIS ..</b>	<b>78</b>
5.1	Introdução .....	79
5.2	Testes experimentais da operação com carga em regime permanente.....	80
5.3	Resultados da simulação para o motor em regime permanente .....	82
5.4	Efeito da variação da relação de espiras nas características de operação do motor .....	85
5.5	Operação em vazio - resultados das simulações e dos testes.....	90
5.5.1	Tensões .....	90
5.5.2	Correntes.....	91
5.5.3	Partida .....	94

<b>6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS.....</b>	<b>98</b>
<b>6.1 Conclusões .....</b>	<b>99</b>
<b>6.2 Sugestões para Futuros Trabalhos .....</b>	<b>100</b>
<b>APÊNDICE A: Configuração dos enrolamentos do motor de indução bifásico assimétrico com o estator conectado em T.....</b>	<b>101</b>
<b>APÊNDICE B: Conexões do enrolamento de fase e a impedância de entrelaçamento.</b>	<b>104</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>108</b>

# LISTA DE FIGURAS

2.1	Motor de indução monofásico de fase dividida .....	9
2.2	Motores com capacitor: (a) ...de partida, (b) ...permanente, (c) ...duplo capacitor.....	12
2.3	Motor de indução de pólos sombreados.....	13
2.4	Motor de indução monofásico de dupla tensão (a) diagrama esquemático geral, (b) conexão para 220 V, (c) conexão para 110 V.....	14
2.5	Motor de indução monofásico com capacitor permanente conectado em L (a) tipo extra-principal, (b) tipo extra-auxiliar .....	16
2.6	Motor de indução monofásico com capacitor permanente conectado em T .....	17
2.7	Esquema geral para os enrolamentos de estator de motores de indução trifásicos alimentados por sistema monofásico .....	19
2.8	Motor trifásico com um conversor de fase estático simples.....	20
2.9	Conexões para um motor trifásico de indução com enrolamentos de estator assimétricos alimentado por sistema monofásico: (a) estrela, (b) delta.....	21
2.10	Motor de indução trifásico alimentado por sistema monofásico, utilizando dois conversores .....	22
2.11	Diagrama esquemático de um servomotor .....	23
2.12	(a) Diagrama esquemático do motor assimétrico de enrolamentos conectados em T; (b) Diagrama fasorial de tensões do motor.....	25
3.1	MIBAET: (a) Diagrama esquemático, (b) Modelo para análise das relações de corrente e tensão .....	30
3.2	Circulação da corrente de neutro $I_N$ no MIBAET .....	32



3.3	Configuração equivalente do enrolamento de neutro.....	33
3.4	Diagrama esquemático do motor bifásico equivalente.....	33
3.5	Máquina de indução bifásica assimétrica de 2 pólos.....	34
3.6	Circuitos e eixos magnéticos da máquina de indução bifásica assimétrica.....	35
3.7	Sistema de referência estacionário.....	39
3.8	Circuito equivalente do motor bifásico assimétrico ( $N_P$ e $N_N$ espiras).....	44
3.9	Circuito equivalente para operação em regime permanente de um motor de indução bifásico assimétrico.....	56
3.10	Circuito equivalente pela teoria dos campos girantes para o MIBAET (a)enrolamento de fase (b) enrolamento de neutro.....	57
4.1	Circuito equivalente para rotor bloqueado (RB), (a) Enr. de fase (b) Enr. de neutro ....	68
4.2	Circuito equivalente para condição $s = 0$ (enrolamento de fase).....	73
4.3	Determinação do momento de inércia de um rotor.....	76
5.1	Correntes calculadas e medidas para o MIBAET.....	82
5.2	Correntes calculadas e medidas para o MIBAET - velocidades de operação.....	83
5.3	Características estáticas torque eletromagnético desenvolvido x velocidade.....	84
5.4	Varição da amplitude do fator de desbalanceamento ( $\delta$ ) com a relação de espiras $a$ ...	85
5.5	Efeito da variação de $a$ na potência de entrada para a carga nominal ( $s=0,031$ ).....	86
5.6	Relação da eficiência com a relação de espiras.....	86
5.7	Efeito da variação de $a$ no conjugado de partida <i>sem</i> transposição: (a) $I_P$ e $I_N$ , ( $s = 1$ ), (b) seno da diferença de fase, (c) Conjugado de partida.....	87
5.8	Efeito da variação de $a$ no conjugado de partida <i>com</i> transposição (a) $I_P$ e $I_N$ , ( $s = 1$ ), (b) seno da diferença de fase, (c) Conjugado de partida.....	88

5.9	Efeito da variação de $\alpha$ nas correntes dos enrolamentos do estator .....	89
5.10	Formas de onda das tensões medidas nos enrolamentos de estator do MIBAET .....	90
5.11	Ensaio em sincronismo ( $s = 0$ ), (a) valores medidos, (b) valores calculados.....	92
5.12	Teste de rotor bloqueado, (a) valores medidos, (b) valores calculados .....	93
5.13	Curvas de aceleração do MIBAET, <i>sem</i> transposição, à vazio .....	95
5.14	Curvas de aceleração do MIBAET, <i>com</i> transposição, à vazio.....	96
5.15	Conjugados eletromagnéticos para o motor à vazio .....	97
5.16	Características à vazio velocidade x conjugado.....	97
A.1	Diagrama dos enrolamentos do estator .....	102
B.1	Diagramas esquemáticos do enrolamento de fase.....	105
B.2	Diagrama esquemático da circulação de $I_N$ no MIBAET sem transposição .....	106
B.3	Diagrama esquemático da circulação de $I_N$ no MIBAET com transposição .....	107

# LISTA DE TABELAS

3.1	Variáveis do rotor referidas.....	44
4.1	Resultados do ensaio de rotor bloqueado.....	70
4.2	Resultados do ensaio à vazio.....	74
4.3	Impedâncias dos enrolamentos de estator e do rotor.....	75
5.1	Correntes, potências, tensões e velocidade para o arranjo sem transposição.....	80
5.2	Correntes, potências, tensões e velocidade para o arranjo com transposição.....	81
5.3	Valores calculados de $I_P$ , usando (3.1) e valendo-se das tabelas 5.1 e 5.2.....	81

## RESUMO

Esta dissertação tem o objetivo de determinar um modelo matemático para o motor de indução bifásico assimétrico com os enrolamentos de estator conectados em T e investigar algumas propriedades tais como aceleração livre, característica estática conjugado-velocidade e as correntes em regime permanente. Este motor é projetado para ser alimentado a partir de duas fases e do neutro, e requer um valor particular para a relação de espiras entre os enrolamentos do estator.

Inicialmente, uma transformação de variáveis é realizada com a finalidade de encontrar um motor equivalente que não possua nenhum ponto condutivo comum entre os enrolamentos e que apresente a mesma f.m.m do motor original. Fazendo uso do conceito de circuitos acoplados são obtidas as equações básicas. A seguir, essas variáveis são escritas no sistema de referência estacionário e um circuito equivalente é obtido.

Utilizando esse circuito equivalente, são apresentados resultados de simulação computacional e resultados de testes experimentais. A comparação dos mesmos exibiram uma boa concordância, mostrando que o modelo matemático é adequado.

**Palavras-chave:** Motor de Indução Bifásico, Enrolamentos Assimétricos, Modelo Matemático, Circuito Equivalente.

# ABSTRACT

This dissertation has the aim of determining a mathematical model for asymmetrical two-phase induction motor with T-connected stator windings and to investigate some properties such as free acceleration, steady-state torque-speed characteristic and steady-state currents. This motor is designed to operate from supply of two phases and neutral, and a particular value for the stator turns ratio is required.

First, a transformation of variables is accomplished to obtain an equivalent motor that do not have electric connection and that presents the same m.m.f. of original motor. Making use of the concept couple circuits, the basic equations are derived. Second, these variables are written in the stationary reference frame and an equivalent circuit is obtained.

By using this equivalent circuit, computer simulation is presented and compared with experimental results. The tests exhibited a good agreement, showing that the mathematical model is adequate.

Key words: Two-phase Induction Motor, Asymmetrical Windings, Mathematical Model, Equivalent Circuit.

# **CAPÍTULO 1**

## **INTRODUÇÃO**

## 1. INTRODUÇÃO

Os motores elétricos estão presentes em todos os processos industriais, nos automóveis, nos aviões, nos sistemas aeroespaciais, etc. O número deles em uma residência média é hoje provavelmente um mínimo de 10 e talvez possa exceder a 50.

Há três classes principais de motores elétricos: corrente contínua, indução e síncrono. Os motores de indução são os de uso mais comum. São largamente utilizados tanto na indústria como em residências e escritórios e constituem-se na carga mais significativa para o sistema elétrico de potência. Os motores de indução são simples, robustos e duráveis, o que explica sua grande aceitação.

Desde a invenção do motor de indução, no final do século passado, o desenvolvimento tecnológico destes motores tem sido crescente, buscando principalmente uma menor relação peso - potência. Atualmente muitos tipos de motores estão padronizados no projeto e fabricação. Isso poderia significar que a indústria de motores elétricos estaria satisfazendo as necessidades da sociedade com uma pequena necessidade de pesquisa ou desenvolvimento avançado. No entanto, esse aparente sossegado e estático estado da arte na manufatura de motores deve mudar drasticamente num futuro próximo. Em um recente esforço para a melhoria da eficiência de pequenos motores de indução usados em residências, escritórios e indústrias estimou-se que 1 a 2 milhões de barris de óleo por dia poderiam ser economizados nos Estados Unidos pelo aumento de 20% na eficiência desses motores. Esse esforço, em particular, fez uso da mudança no tamanho do capacitor e das conexões dos enrolamentos em motores de indução monofásicos.

Pesquisas tem sido feitas para melhorar a eficiência dos motores de indução por meio de melhores materiais e projetos, sempre tendo em conta a disponibilidade dos materiais, os

efeitos adversos para o meio ambiente na produção e uso dos materiais e o custo energético da produção desses materiais.

Além das mudanças na fabricação e operação dos motores convencionais que estão começando a ocorrer devido a necessidade de economizar energia e de preservar o ambiente, há muitas aplicações interessantes para novas configurações de máquinas, para a operação não usual de configurações antigas e para o controle eletrônico sofisticado de todos os tipos de máquinas.

No Brasil é comum as concessionárias de distribuição de energia elétrica ligarem instalações consumidoras por meio de um sistema a três fios, composto de duas fases e do neutro do sistema trifásico convencional. A característica desse sistema a três fios de poder fornecer duas tensões em quadratura foi aproveitada para o projeto de um motor de indução bifásico assimétrico com os enrolamentos de estator conectados em T, à semelhança da conexão “Scott” utilizada em transformadores. Estudos experimentais comparativos mostraram que o motor assim implementado pode substituir, com vantagens, os motores de indução monofásicos onde haja disponibilidade de duas fases e do neutro da rede trifásica.

O principal objetivo deste trabalho é desenvolver um circuito equivalente, a partir do qual as características do motor de indução bifásico assimétrico com os enrolamentos conectados em T (MIBAET) possam ser determinadas. A estrutura geral do trabalho é descrita nos parágrafos a seguir.

No capítulo 2 é apresentado um panorama geral dos vários tipos de motores de indução que são alimentados por um sistema não equilibrado e que portanto operam sob a condição de tensões e/ou correntes desequilibradas. São relacionados e comentados os trabalhos de diversos autores que dedicaram-se ao desenvolvimento desses motores.



No capítulo 3 é, inicialmente, realizada uma transformação de variáveis com a finalidade de encontrar um motor equivalente ao MIBAET, mas que não possua nenhum ponto condutivo comum entre os enrolamentos. Na seqüência, são estabelecidas as equações básicas e os circuitos equivalentes correspondentes, o quais permitem a análise da operação em regime permanente e no transitório.

No capítulo 4 é apresentada a determinação dos parâmetros do protótipo de MIBAET utilizado neste trabalho, obtidos a partir dos tradicionais ensaios de rotor bloqueado e à vazio. A determinação do momento de inércia do rotor por intermédio de um método experimental é também apresentada.

No capítulo 5 é verificada a validade do circuito equivalente desenvolvido através da apresentação de estudos comparativos entre os resultados das simulações e os provenientes de ensaios.

No capítulo 6 são apresentadas as conclusões sobre o estudo desenvolvido neste trabalho. Tópicos que poderão ser objetos de estudo e que poderão dar prosseguimento à presente dissertação estão citados também neste capítulo.

## **CAPÍTULO 2**

# **PANORAMA DOS MOTORES DE INDUÇÃO EM OPERAÇÃO DESEQUILIBRADA**

## 2.1. INTRODUÇÃO

De todos os tipos de motores elétricos, o motor de indução com rotor gaiola de esquilo é o tipo mais usado. Essa enorme popularidade deve-se especialmente porque ele é um motor de construção simples, robusto, barato e sua velocidade é substancialmente independente da carga dentro do ciclo normal de trabalho. Embora a maioria dos motores de indução operem com alimentação e carga equilibradas, há um grande número de situações nas quais os motores de indução operam, temporária ou permanentemente, em condição não-equilibrada.

Os motores monofásicos de indução são amplamente utilizados em instalações domésticas e comerciais de pequeno porte, nas quais normalmente a alimentação de energia elétrica é feita por meio de sistemas monofásicos e também em numerosas instalações comerciais e industriais, nas quais são usados motores de potência inferior a 1 CV (motores fracionários) em equipamentos como furadeiras, esmerilhos, aspiradores, condicionadores de ar, máquinas de costura, pequenos compressores, bombas hidráulicas, etc.

Os motores de indução bifásicos tem uso restrito, sendo projetados principalmente para sistemas de controle realimentados. Basicamente o estator desses motores tem 2 enrolamentos em quadratura no espaço e devem ser alimentados por duas tensões em quadratura no tempo. Entretanto, é possível ter motores de indução bifásicos que utilizando a conexão T para os enrolamentos do estator podem ser alimentados por um sistema a três fios, composto de duas fases e do neutro do sistema trifásico a 4 fios.

Quando o suprimento trifásico é disponível os motores de indução trifásicos são preferíveis devido a seu desempenho superior: alta eficiência, baixo ruído, reduzidos problemas de manutenção, etc. Se apenas o sistema monofásico for disponível, existe a alternativa de usar-

mos motores similares aos trifásicos, porém alimentados diretamente pela rede monofásica em combinação com um dispositivo para criar um campo girante no entreferro.

Este capítulo pretende dar uma visão geral dos vários tipos de motores de indução que são alimentados por um sistema não equilibrado e que portanto operam sob a condição de tensões e/ou correntes desequilibradas. São relacionados e comentados os trabalhos de diversos autores que dedicaram-se ao desenvolvimento desses motores.

## 2.2 MOTORES MONOFÁSICOS

### 2.2.1 OPERAÇÃO, HISTÓRICO E CLASSIFICAÇÃO

No motor de indução monofásico há a necessidade do uso de técnicas e/ou dispositivos auxiliares para criar um campo magnético girante, produzindo assim conjugado de partida. Uma vez que o motor esteja operando pode-se retirar o sistema auxiliar empregado na partida. Na literatura encontramos duas teorias para explicar a operação do motor de indução com apenas uma fase no estator. Os métodos analíticos resultantes são conhecidos como a teoria de campos girantes e a teoria de campos cruzados.

De acordo com a teoria de campos cruzados, se assumirmos que o rotor esteja girando, teremos no rotor além da tensão de transformador, uma outra tensão gerada devido ao efeito da sua rotação no campo estacionário e pulsante de estator. Pode-se mostrar [1] que essa tensão rotacional induzida no rotor irá produzir um fluxo pulsante de rotor em quadratura com o campo pulsante principal. O efeito do campo magnético pulsante produzido pelas correntes de rotor, conhecido como campo cruzado, é similar ao efeito que seria produzido por um segundo

enrolamento, em quadratura, no estator. Portanto, um campo girante será estabelecido no motor monofásico, tal como o campo girante de um motor bifásico, e sua rotação se dará no mesmo sentido daquela do rotor. Esta teoria foi usada por Branson [2] em seu clássico trabalho (1912) em que ele desenvolveu um diagrama de círculo para o motor monofásico e foi usada por H. R. West [3] para desenvolver as equações necessárias para calcular a performance de motores de indução monofásicos.

A teoria mais aceita é a dos campos girantes, segundo a qual duas ou mais fases deslocadas no espaço produzem um campo magnético girante no entreferro entre o estator e o rotor do motor de indução. Como o campo magnético é girante ele “corta” os condutores do rotor induzindo tensões nesses condutores. Essas tensões originarão correntes que interagem com o campo no entreferro para produzir o conjugado. A explicação para o funcionamento do motor monofásico é dada, supondo que o campo monofásico alternado é produzido por dois campos girantes, de amplitudes iguais a metade da amplitude do campo original e que giram com a mesma velocidade, mas em sentidos contrários. Quando o rotor está parado ele sofre a ação destes dois campos rotativos, produzindo conjugados de mesmo valor, mas agindo em sentidos contrários, conseqüentemente o conjugado líquido é nulo. Movimentando-se o rotor, num determinado sentido, ele continuará rodando nesse sentido, pois o campo rotativo nesse sentido predominará sobre o campo de sentido inverso. Esse enfoque é usado por Morrill [4,5] em seu clássico trabalho sobre a teoria de motores com capacitor (1929), assim como para mostrar a determinação do desempenho do motor monofásico para qualquer carga (1941).

Os motores de indução monofásicos são classificados de acordo com os métodos de partida [1] e são usualmente conhecidos pelos nomes descritivos destes métodos, a saber: motor de fase dividida, motor com capacitor e motor de pólos sombreados.

Os dois primeiros tipos de motor recebem dois enrolamentos de estator - um principal e outro auxiliar - deslocados um do outro de  $90^\circ$  elétricos, ambos ligados em paralelo à mesma fonte CA monofásica. O conjugado de partida é obtido mediante um ajuste da impedância do enrolamento auxiliar de modo a obter uma defasagem adequada no tempo da corrente desse enrolamento em relação a corrente do enrolamento principal.

No motor de fase dividida (fig. 2.1) o defasamento no tempo entre as correntes é obtido projetando o enrolamento auxiliar com um fio de menor seção e com menos espiras que o enrolamento principal, resultando uma relação de resistência / reatância mais alta do que aquela do enrolamento principal. É possível obter, através da adequada proporção entre a resistência e a reatância dos dois enrolamentos, correntes defasadas no tempo de aproximadamente  $30^\circ$ . A composição de defasagens no tempo e no espaço produz campo girante obtendo torque de partida para a máquina. O enrolamento auxiliar é desligado por uma chave centrífuga quando o motor está com suficiente torque monofásico, o que ocorre aproximadamente entre 75 a 80% da velocidade síncrona.

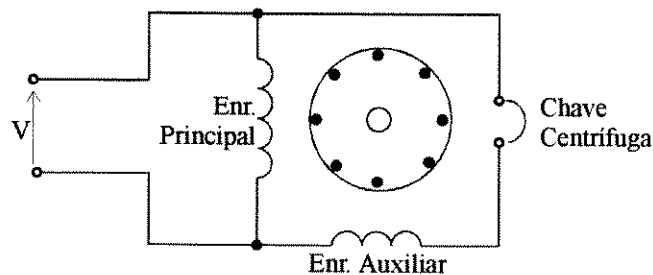


Fig 2.1 - Motor de indução monofásico de fase dividida

No motor com capacitor o deslocamento de fase no tempo entre as duas correntes é obtido por meio da ligação de um capacitor em série com o enrolamento auxiliar. O uso de

capacitores melhora o desempenho na partida ou em funcionamento normal ou em ambos, dependendo da capacitância e das ligações utilizadas.

A operação de motores de indução monofásicos utilizando capacitores foi estabelecida no final do século passado, por intermédio de estudos como os de Steinmetz [6]. Somente cerca de 30 anos mais tarde a indústria foi capaz de desenvolver capacitores de baixo custo e pequeno tamanho. O surgimento de capacitores baratos e confiáveis incentivou a apresentação de vários trabalhos culminando na famosa Convenção de Inverno de 1929 do American Institute of Electrical Engineers (AIEE), na qual os clássicos artigos de Bailey [7], Spech [8] e Morril [4] foram apresentados.

Bailey [7] mostrou a necessidade da variação da capacitância, e apresentou curvas mostrando o desempenho em operação do motor com capacitor. Spech [8] apresentou a teoria fundamental do motor com capacitor, por meio de equações e gráficos, e comentou a respeito das variáveis envolvidas para o projeto completo do motor com capacitor para qualquer desempenho desejado. Morril [4] utilizando a Teoria dos Campos Girantes derivou equações para um motor bifásico desbalanceado e as utilizou no estudo do motor com capacitor. Morril também discutiu os principais fatores que afetam o projeto do motor com capacitor e comparou as características de desempenho deste motor com aquelas do motor de indução com partida a repulsão, concluindo que o motor com capacitor apresentava vantagens importantes que justificariam o seu uso de forma extensiva.

A partir de 1930 muitos procedimentos de cálculo e análise foram apresentados buscando a otimização do projeto e do desempenho do motor de indução monofásico com capacitor. Dentre valiosos trabalhos pode-se citar:

- Os trabalhos de Veinott [9,10] apresentando métodos de cálculo do desempenho de motores monofásicos mediante algoritmos que otimizavam o projeto do enrolamento auxiliar e do capacitor.
- O trabalho de Lyon e Kingsley [11] usando o método das componentes simétricas [12], até então aplicado apenas para máquinas polifásicas simétricas sob condições de operação desbalanceadas, na análise de máquinas de indução assimétricas tais como motores com capacitor em que os enrolamentos de estator não estão em quadratura no espaço.
- O artigo de Suhr [13] aplicando o método das componentes simétricas mostrou que o motor monofásico é um caso particular do motor bifásico assimétrico. Pelo uso do método ele explanou a teoria de funcionamento do motor monofásico como um simples caso da teoria do motor polifásico balanceado.
- Os artigos de Thacker e Gopalakrishna [14,15] baseados no trabalho de Suhr desenvolveram procedimentos matemáticos para encontrar a melhor proporção das constantes do circuito auxiliar para um dado conjunto de especificações.
- O trabalho de Krause [16] estabeleceu as equações que descrevem o comportamento para regimes transitório e permanente de máquinas de indução bifásicas assimétricas, e a partir delas desenvolveu a representação para simulação, por computador analógico, de máquinas monofásicas assimétricas como o motor de fase dividida e o motor com partida por capacitor.

O desenvolvimento da teoria do motor de indução monofásico com capacitor levou a existência de três tipos distintos de ligação de capacitores, resultando motores com diferentes características. O motor com capacitor de partida (Fig. 2.2a) utiliza o enrolamento auxiliar e o capacitor somente durante a partida. Uma chave centrífuga colocada em série com o enrolamento auxiliar e o capacitor desliga-os da fonte monofásica quando o motor atinge



aproximadamente 80% da sua velocidade nominal. O capacitor utilizado é do tipo eletrolítico e dimensionado para que o motor obtenha alto torque de partida. Um valor de capacitor típico para um motor de 0,5 HP é 300  $\mu\text{F}$ . O motor com capacitor permanente (Fig. 2.2b) mantém o enrolamento auxiliar e o capacitor após a partida, operando como um motor de indução bifásico. Portanto ele não requer chave centrífuga ou relé de tempo. O capacitor utilizado é do tipo a óleo e seu valor é baseado nas condições ideais de funcionamento, implicando que o motor tenha um torque de partida relativamente pequeno. Um valor típico para um motor de 0,5 HP é um capacitor na ordem de 20 a 50  $\mu\text{F}$ . O motor a duplo capacitor (Fig. 2.2c) associa a característica de alto torque de partida do motor com capacitor de partida com a característica de ótimo desempenho do motor com capacitor permanente. Na partida é usado um capacitor eletrolítico e em operação um capacitor a óleo dimensionado para atender as condições ótimas de funcionamento.

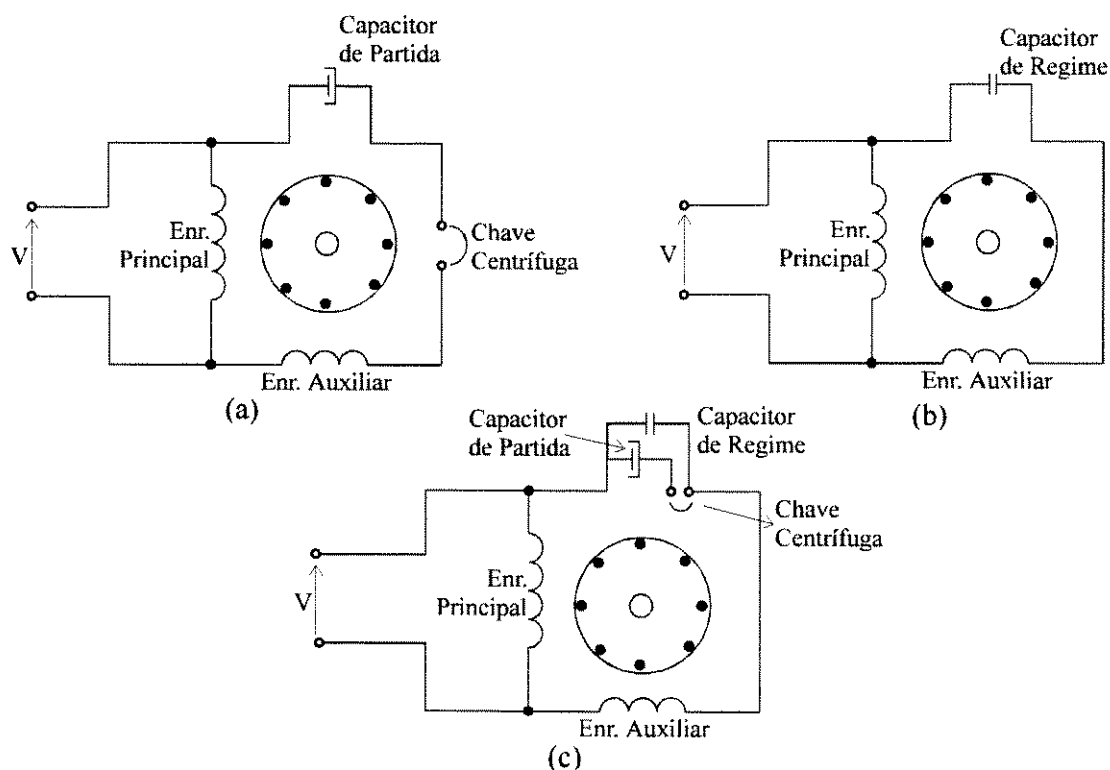


Fig 2.2 - Motores com capacitor: (a) ... de partida, (b) ... permanente, (c) duplo capacitor

O motor de pólos sombreados é empregado usualmente para potências que não superem 1/20 de CV. O estator é do tipo com pólos salientes. Em cada pólo existe uma ranhura no qual é colocado um dos lados de uma bobina curto-circuitada, como mostrado na Fig. 2.3. A corrente induzida nesta bobina gera um fluxo magnético que está defasado em relação ao fluxo principal. A existência dos dois fluxos tem como efeito a produção de um campo magnético girante obtendo assim conjugado de partida.

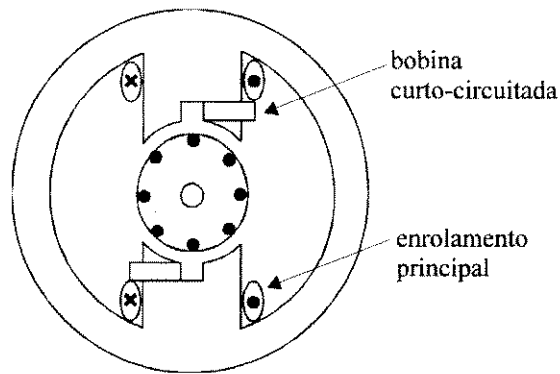


Fig. 2.3 - Motor de indução com pólos sombreados

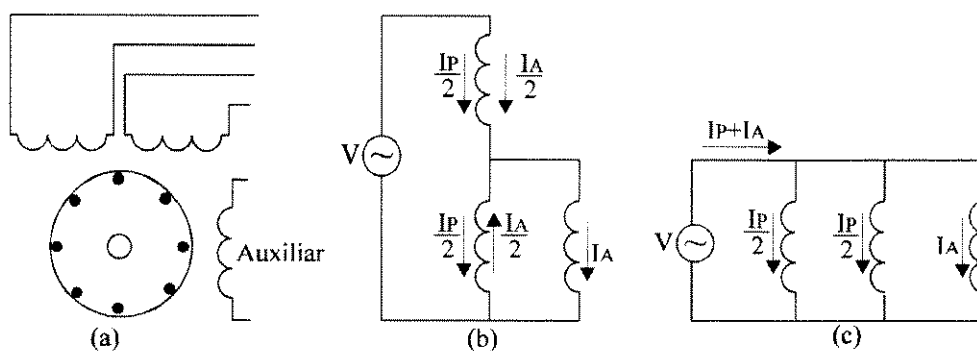
### 2.2.2 ARRANJOS ESPECIAIS DE ENROLAMENTOS DE ESTATOR

Motores de indução monofásicos de potência nominal de 1/3 de CV ou maior são usualmente enrolados para dupla tensão, de modo que eles possam ser operados em 110 ou 220 volts. É preferível ligar motores dessas potências em circuito de 220 volts para minimizar, no instante da partida, as oscilações nos circuitos de iluminação, ligados na mesma rede.

Outros tipos de arranjos especiais são utilizados em motores de indução com capacitor permanente com a finalidade de variar a tensão aplicada por espira do enrolamento principal (ou auxiliar), conseqüentemente variando o fluxo magnético, tornando possível o controle da velocidade de operação desses motores.

a) Motores de dupla tensão: [1]

Os enrolamentos para motores tipo capacitor de dupla tensão usam um arranjo especial como mostrado na Fig. 2.4. O enrolamento principal é dividido em duas seções enroladas sobre o mesmo eixo magnético. O enrolamento auxiliar de uma única seção é deslocado  $90^\circ$  elétricos do enrolamento principal.



Para 110 V, as duas seções do enrolamento principal e o enrolamento auxiliar (incluindo capacitor e chave centrífuga, se for o caso) são conectados em paralelo.

Para 220 V, as duas seções do enrolamento principal são conectadas em série, porém o enrolamento auxiliar é ligado através de uma seção do enrolamento principal, ao invés de ser conectado através da linha de alimentação. Esse arranjo evita a divisão do enrolamento auxiliar e capacitor em duas seções, mas na partida obriga o enrolamento principal a cumprir a sua função inerente, como também a de atuar como um autotransformador.

Por causa dessa segunda função o enrolamento série-paralelo para esse tipo de motor tem que ser projetado com o objetivo de se obter um acoplamento magnético perfeito entre as

duas seções do enrolamento principal. Pode-se citar quatro técnicas para dividir o enrolamento principal em duas seções:

(1) *Dois fios em paralelo*: o enrolamento principal é enrolado como um enrolamento monofásico convencional, exceto que dois fios são enrolados em paralelo e posteriormente são ligados como duas seções independentes.

(2) *Enrolamentos Principais completos em duas Camadas*: Dois enrolamentos principais completos, são enrolados separadamente e inseridos isoladamente nas ranhuras, formando duas camadas.

(3) *Uso da Metade dos Pólos em cada Seção*: enrola-se todos os pólos como para um motor de tensão única, porém conecta-se metade dos pólos em uma seção e a metade restante na segunda seção. Em geral, pólos alternados são ligados juntos para formar uma seção.

(4) *Divisão dos Elementos de um Grupo de Pólos*: este método é algumas vezes usado para motores de dois pólos com quatro bobinas para cada grupo de pólos. As duas bobinas internas de um polo são ligadas em série com as duas bobinas externas do outro grupo, e vice-versa.

#### b) Motores com “Taps” nos Enrolamentos de Estator [1, 17, 18, 19]

São motores do tipo capacitor permanente, capazes de trabalhar em diferentes velocidades, utilizados principalmente no acionamento de ventiladores e exaustores. Essencialmente o controle de velocidade é obtido pelo controle do fluxo, o qual é efetivado através da variação dos Volts/espira aplicados ao enrolamento. Neste caso, a variação dos Volts/espira é realizada pela mudança do número de condutores em série no enrolamento.

Um motor com “taps” (derivações) nos enrolamentos de duas velocidades tem três enrolamentos: principal, extra ou intermediário e auxiliar. Para mais que duas velocidades o

enrolamento extra é construído com taps. Os três enrolamentos e o capacitor podem ser conectados comumente por dois sistemas diferentes: conexão L e conexão T.

### Conexão L:

Há dois tipos de arranjos, os quais se diferenciam pela maneira com que o enrolamento extra é conectado [17]. Em um tipo o enrolamento extra é colocado em fase no espaço com o enrolamento principal (Fig 2.5a) e no outro é colocado em fase com o enrolamento auxiliar (Fig 2.5b). Em ambos, o enrolamento auxiliar é conectado através dos “taps” de baixa velocidade. As correntes em cada um dos três enrolamentos, e suas direções para conexão de alta velocidade são indicadas na Fig. 2.5 com linhas cheias.

Para derivar as equações características, Tozune [17] considerou o motor com capacitor conectado em L como um motor de indução bifásico com ambas as fases sendo as mesmas do enrolamento principal do motor com capacitor conectado em L. As f.m.m. de cada enrolamento do motor bifásico devem ser igualadas: (1) a f.m.m. devida ao enrolamento auxiliar, (2) a f.m.m. produzida pelos enrolamentos principal e extra do motor com capacitor conectado em L.

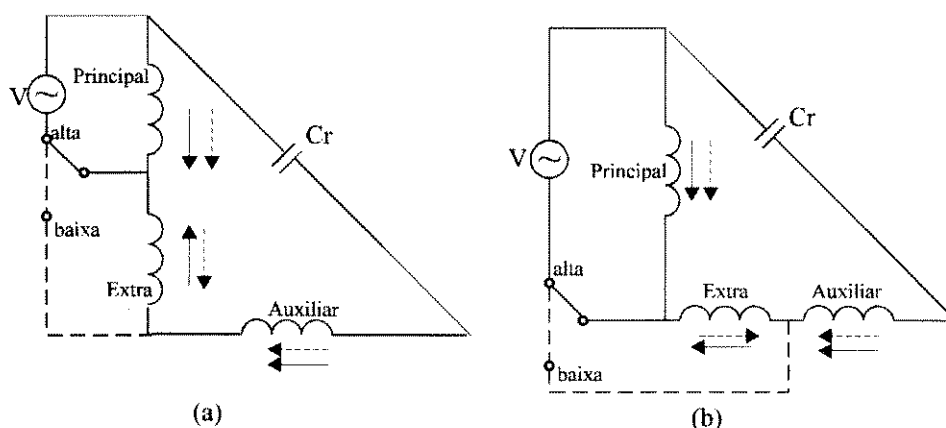


Fig 2.5 - Motor de indução monofásico com capacitor permanente conectado em L

(a) tipo extra-principal (b) tipo extra-auxiliar

### Conexão T:

Este arranjo recebe o nome de conexão T pelo fato de que a fase auxiliar é conectada no ponto comum dos enrolamentos principal e extra, formando um T. Neste sistema o enrolamento auxiliar é conectado através dos ‘taps’ de alta velocidade como mostrado na Fig. 2.6. A conexão em T é usada, principalmente, para motores de 230 V [17]. Isto pode ser explicado como segue. Considere-se, por exemplo, que a tensão de 115 V é aplicada no enrolamento *principal* de um motor conectado em L ligado no “tap” de alta velocidade, como mostrado na Fig 2.5a. Supondo que o número de condutores dos enrolamentos *principal* e *extra* sejam iguais, então quase a mesma tensão será induzida no enrolamento *extra*. Supondo que o número de condutores do enrolamento *auxiliar* seja o dobro do número de condutores do enrolamento *principal*, então a tensão induzida no enrolamento *auxiliar* será aproximadamente igual a soma das tensões através dos enrolamentos *principal* e *extra* (115 + 115 volts). Como resultado a tensão através do capacitor resultaria igual a  $230 \times \sqrt{2} = 325$  Volts. Se o motor conectado em L fosse de 230 V, a tensão através do capacitor resultaria igual a  $230 \times 2 \times \sqrt{2} = 650$  V. Entretanto, utilizando um motor conectado em T (Fig. 2.6) de 230 V a tensão através do capacitor resultaria somente igual  $230 \times \sqrt{2} = 325$  V, visto que a tensão induzida no enrolamento auxiliar para conexão de alta velocidade, é aproximadamente a mesma do enrolamento principal.

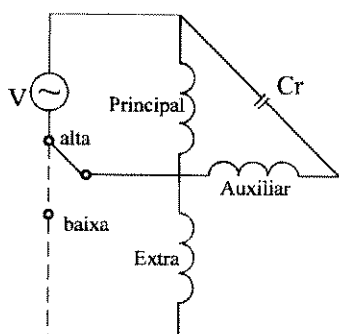


Fig 2.6 - Motor de indução monofásico com capacitor permanente conectado em T

Diversos trabalhos apresentaram estudos sobre os motores que utilizam “taps” nos enrolamentos de estator. Em 1977, Veinott [18], usando o trabalho de Morril [4], desenvolveu equações a partir das quais o desempenho desses motores poderia ser calculado para qualquer velocidade. Em 1987, Yokozuka [19] derivou as principais equações de performance do motor com capacitor com “taps” no enrolamento *auxiliar* aplicando o método das componentes simétricas. A posição ótima do “tap” e condições simétricas, efeitos dos parâmetros do circuito equivalente sobre o conjugado, curva velocidade-conjugado para regime permanente e a eficiência são discutidas, a partir dessas equações. O motor é comparado com aqueles de “taps” no enrolamento *principal*, conectados em T ou L. Em 1989, Tozune [17] utilizando o método das componentes simétricas bifásicas derivou as equações de performance dos motores com capacitor com “taps” nos enrolamentos. Baseado nos resultados analíticos ele sugere um procedimento de projeto para estes motores.

Os motores com capacitor permanente conectados em T e L, providos de “taps” no enrolamento *principal* são usados amplamente na América do Norte e na Europa, enquanto aqueles com “taps” no enrolamento *auxiliar* tem sido usados principalmente no Japão [19].

### 2.3. MOTORES DE ENROLAMENTO TRIFÁSICO OPERANDO COM ALIMENTAÇÃO MONOFÁSICA

A instalação de redes de distribuição trifásicas encontra dificuldades técnicas e econômicas, particularmente na zona rural por causa da baixa densidade de carga e das grandes distâncias envolvidas.

O ponto de partida é portanto instalar uma rede monofásica com dois condutores ou quando viável o sistema monofásico com retorno pela terra (MRT) para atender cargas como iluminação, bombeamento de água e eletrodomésticos como geladeira.

Num segundo estágio para atender cargas superiores a 10 CV é necessário instalar a rede trifásica ou então partir para soluções alternativas, tais como a instalação de conversores mono-trifásicos, ou o uso de motores de indução similares aos trifásicos, que operam alimentados diretamente da rede monofásica em combinação com uma provisão para criar um campo girante no entreferro.

Em muitas aplicações operar um motor de indução trifásico alimentado por uma fonte monofásica torna-se a melhor opção [20]. Tal situação aparece, por exemplo, com equipamentos elétricos portáteis para agricultura, tais como bombas de água em que é feita provisão para operação desses equipamentos para qualquer que seja o suprimento disponível - trifásico ou monofásico.

A forma mais freqüente de criar um campo girante num motor de indução trifásico alimentado por uma fonte monofásica é obtido pela conexão de um capacitor através de duas das fases do estator como mostrado na Fig 2.7. Vários trabalhos de pesquisa foram realizados para determinação do desempenho dos motores nesta condição de operação. Dentre eles, pode-se citar:

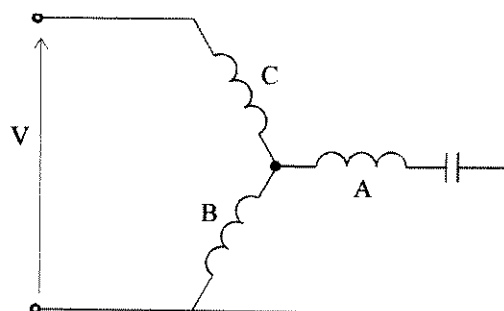


Fig 2.7 - Esquema geral para os enrolamentos de estator de motores de indução trifásicos alimentados por sistema monofásico



- O trabalho de Habermann [21] mostrando um estudo das características de desempenho da operação monofásica de um motor trifásico com um “*simple converter de fase estático*” (Fig 2.8). O conversor de fase apresentado consistia de dois capacitores, um para a partida e outro para regime e um relé sensível a tensão que fazia a transferência de um para outro quando o motor já estivesse com velocidade apropriada. Habermann apresentou um circuito equivalente para o motor e concluiu que o conjugado máximo desenvolvido para operação monofásica seria cerca de 60% daquele obtido com alimentação trifásica equilibrada.

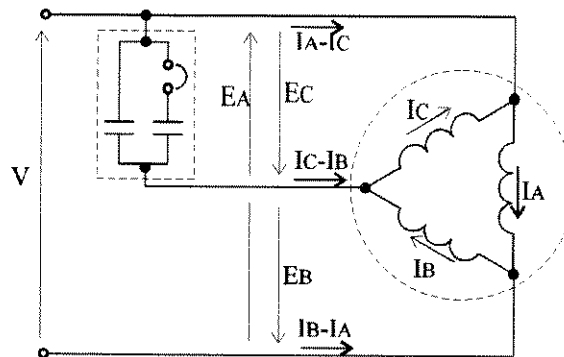


Fig 2.8 - Motor trifásico com um conversor de fase estático simples

- O trabalho de Brown e Jha [22] que incluiu um estudo do desempenho na partida de um motor de indução trifásico conectado em um sistema de alimentação monofásico. As tensões trifásicas requeridas para o arranque, não necessariamente equilibradas, são derivadas do sistema monofásico de alimentação pela ação de um conversor de fase estático conectado entre o terminal livre da máquina e um dos terminais alimentados, como mostrado nas Figuras 2.7 e 2.8. Utilizando a teoria de componentes simétricas foi expressada a relação entre os conjugados de arranque para suprimento monofásico e para suprimento trifásico equilibrado mediante dois parâmetros dimensionáveis, os quais correspondiam ao módulo e o ângulo do

conversor de fase. É mostrado que o melhor desempenho na partida seria dado pelo conversor que simula condições trifásicas equilibradas na máquina.

- O trabalho de Mohamadein e outros [20] determinando a capacitância apropriada do capacitor em função do conjugado e fator de potência máximos. Os resultados obtidos foram comparados com aqueles que seriam obtidos considerando um desequilíbrio de tensões mínimo ou uma tensão de seqüência negativa zero ou mínima.
- O trabalho de Tozune [23] que avaliou analiticamente o desempenho de um motor de indução tendo três enrolamentos de estator, de diferentes números de espiras, ligados em estrela ou delta, e alimentados por uma fonte monofásica (Fig. 2.9). As condições para operação equilibrada foram discutidas, mostrando que existem muitas combinações de número de espiras e valores de capacitor que satisfazem as condições equilibradas.

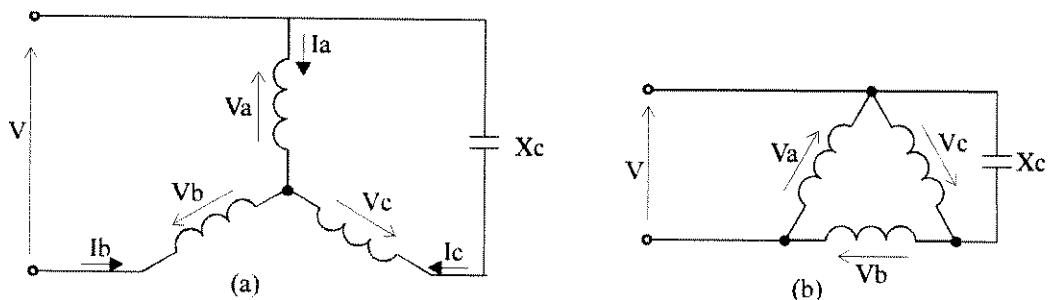


Fig 2.9 - Conexões para um motor trifásico de indução com enrolamentos de estator assimétricos alimentado por sistema monofásico: (a) estrela (b) delta

- O trabalho de El-Maghraby e outros [24] analisando a operação de um motor de indução trifásico alimentado por um sistema monofásico usando dois conversores (Fig. 2.10).

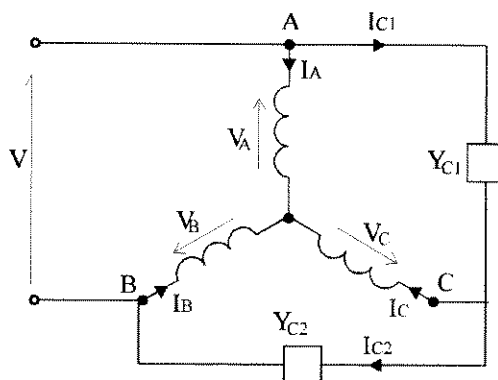


Fig. 2.10 - Motor de indução trifásico alimentado por sistema monofásico, utilizando dois conversores.

Vários autores [20,21,22,23,24] analisaram a operação do motor trifásico com alimentação monofásica. Os resultados obtidos mostram que uma operação completamente balanceada pode ser obtida, mas isso requereria um complexo e caro circuito de controle.

## 2.4. MOTORES BIFÁSICOS

### 2.4.1. SERVOMOTORES

Os servomotores, também chamados de motores de controle, são motores especialmente projetados e construídos para uso em sistemas de controle realimentados.

Um servomotor AC é definido como um motor de indução com dois enrolamentos primários deslocados de  $90^\circ$  elétricos e utilizando rotor em gaiola (Fig. 2.11). Este rotor possui uma pequena relação entre diâmetro-altura com a finalidade de minimizar o momento de inércia e obter uma boa característica de aceleração, dando um curva velocidade-torque substancialmente linear desde o ponto de repouso até a velocidade a vazio. Ele é projetado para operação com uma tensão constante aplicada em um dos enrolamentos, chamado de fase

fixa, enquanto uma tensão variável é aplicada no outro enrolamento que é chamado de fase de controle. Para garantir um conjugado alto para velocidades próximas a zero e para impedir que o motor gire normalmente com uma só fase quando a tensão de controle é reduzida para zero, é usado um rotor de alta resistência [25].

O servomotor deve ser alimentado por uma fonte de alimentação bifásica e neste caso ele opera como motor bifásico. Se não for disponível uma fonte bifásica, o enrolamento de fase fixa pode ser ligado em série com um capacitor a uma fonte de potência monofásica. Neste caso o servomotor opera como um motor monofásico de capacitor permanente. Em ambos os casos, a tensão é mantida constante na fase fixa e variável na fase de controle.

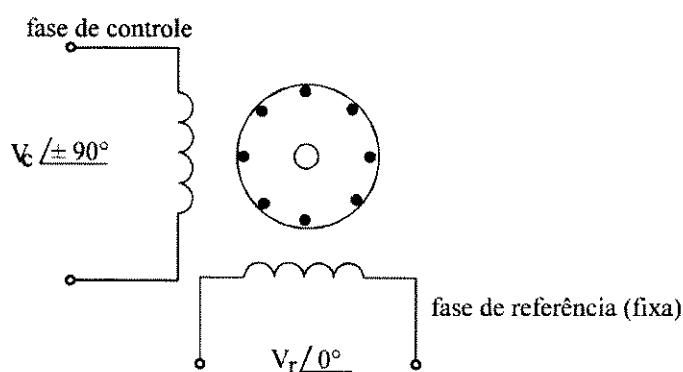


Fig. 2.11 - Diagrama esquemático de um servomotor

Desde que a tensão de referência (fase fixa) é constante, o torque e a velocidade angular também são funções da tensão de controle. Se as variações na tensão de controle são lentas comparadas com a frequência da fonte CA, o torque desenvolvido pelo motor, para qualquer valor de escorregamento é diretamente proporcional a variação de tensão de controle.

O tratamento analítico do servomotor alimentado com tensões desbalanceadas pode ser convenientemente obtido pelo uso da teoria de componentes simétricas [25].

## 2.4.2. MOTORES ASSIMÉTRICOS COM ENROLAMENTOS CONECTADOS EM T

No Brasil é comum as concessionárias de distribuição de energia elétrica ligarem instalações consumidoras por meio de um sistema a três fios, composto de duas fases e do neutro do sistema trifásico convencional, permitindo que as cargas sejam alimentadas por tensões de linha (220 V) ou de fase (127 V). Com a finalidade de aproveitar esse sistema a três fios foi projetado um motor de indução bifásico assimétrico, rotor em gaiola, com os enrolamentos de estator conectados em T (MIBAET) [26, 27<sup>1</sup>, 28<sup>2</sup>, 29<sup>3</sup>].

O arranjo proposto para os enrolamentos do estator do MIBAET consiste de dois enrolamentos assimétricos deslocados de 90° elétricos no espaço e sua característica distintiva em relação aos motores bifásicos convencionais é que seus enrolamentos do estator são conectados de maneira similar a conexão T usada em transformadores. O enrolamento de fase P ( $N_P$  espiras) é executado com um “tap” central, no qual é conectado um dos terminais do enrolamento de neutro N ( $N_N$  espiras). O diagrama esquemático das conexões é mostrado na Fig. 2.12a. Os terminais F1 e F2 são conectados em duas fases quaisquer e o terminal N é conectado ao ponto neutro do sistema elétrico. Na Fig. 2.12b é mostrado o diagrama de tensões do sistema alimentador consistindo de duas fases, F1 e F2, e do neutro N. As tensões de fase  $V_{F1N}$  e  $V_{F2N}$  estão defasadas entre si de 120 graus elétricos, enquanto a tensão de linha  $V_{F1F2}$  está deslocada de 30 e 150 graus elétricos das tensões  $V_{F1N}$  e  $V_{F2N}$ , respectivamente. As tensões resultantes no estator, denotadas por  $V_P$  e  $V_N$ , formam um sistema bifásico em quadratura que

<sup>1</sup> “Paper” a ser apresentado no “*IEE JAPAN Power and Energy Society Annual Conference (Power & Energy '96)*”, a ser realizado de 7 a 9 de agosto de 1996, em Osaka - Japan.

<sup>2</sup> “Paper” a ser apresentado no “*International Conference on Electrical Machines and Applications (ICEMA '96)*”, a ser realizado de 1º a 3 de setembro de 1996, em Harbin - China.

<sup>3</sup> Artigo a ser apresentado no “*XI Congresso Brasileiro de Automática (XI CBA)*”, a ser realizado de 2 a 6 de setembro de 1996, em São Paulo-SP - Brasil.

alimentando o motor estabelece um campo girante e, conseqüentemente, o motor apresenta torque de partida.

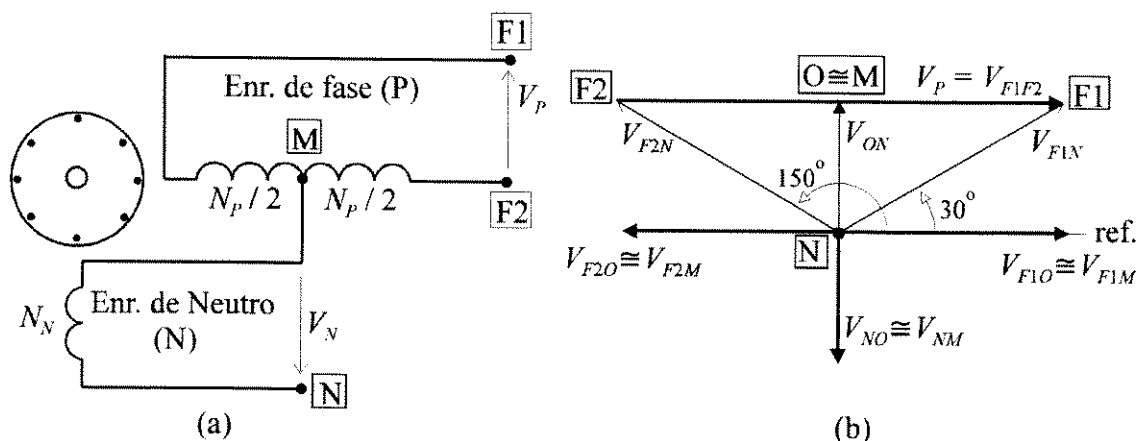


Fig. 2.12 - (a) Diagrama esquemático do motor assimétrico de enrolamentos conectados em T;  
(b) Diagrama fasorial de tensões do motor.

Do diagrama fasorial mostrado na fig. 2.12b, pode-se escrever que a o valor eficaz da tensão através dos terminais M e N é  $V_N = V_{F2N} \cos(\pi/3) = V_P/2\sqrt{3} \cong 0,29V_P$ . No caso ideal quando a tensão de linha for igual a 220 volts, a tensão no enrolamento de neutro resultará igual a 63,5 volts.

Para eliminar ou diminuir possíveis desequilíbrios magnéticos ou elétricos e para minimizar o valor da reatância de dispersão pode-se fazer uma subdivisão no enrolamento de fase de tal forma que ele possa ser ligado de maneira convencional (sem transposição) ou intervalada (com transposição). Nos apêndices A e B são apresentados mais detalhes dos arranjos de ligação do enrolamento de fase do protótipo estudado neste trabalho.

O trabalho apresentado por Bim [30] mostrou por intermédio de resultados experimentais comparativos do MIBAET com o motor monofásico convencional que o motor proposto tem bom desempenho e pode substituir, com vantagens, os motores de indução monofásicos onde haja disponibilidade de duas fases e do neutro da rede trifásica.

## **CAPÍTULO 3**

# **CARACTERÍSTICAS DE FUNCIONAMENTO DO MOTOR DE INDUÇÃO BIFÁSICO ASSIMÉTRICO COM O ESTATOR CONECTADO EM T**



### 3.1. INTRODUÇÃO

Este capítulo tem o propósito de estabelecer as equações básicas e o circuito equivalente correspondente que possibilitem a análise da operação em regime permanente e no transitório do motor de indução bifásico assimétrico com os enrolamentos conectados em T (MIBAET).

Foi citado no capítulo anterior que a operação do motor de indução é explicada tradicionalmente por duas teorias, designadas por teoria dos campos cruzados e teoria dos campos girantes. Uma terceira abordagem conhecida como circuitos acoplados ou circuitos dinâmicos tem-se tornado usual. Por este enfoque, a máquina é analisada por intermédio de um conjunto de circuitos dinamicamente acoplados, e o desempenho é determinado estabelecendo e resolvendo as equações para esses circuitos. Esta será a técnica utilizada para obter o modelo matemático do MIBAET.

Antes de determinar as expressões de tensão e conjugado é realizada uma transformação de variáveis com a finalidade de encontrar um motor equivalente ao MIBAET, mas que não possua nenhum ponto condutivo comum entre os enrolamentos. O conceito de equivalência de f.m.m. entre enrolamentos é utilizado com este objetivo.

Após obtidas as equações de tensão e conjugado nas variáveis naturais da máquina, é realizada uma transformação de variáveis para o sistema estacionário DQ, no qual o eixo Q é definido pelo enrolamento de fase equivalente P e o eixo D é definido pelo enrolamento de neutro N.

### 3.2. OBTENÇÃO DE UM MOTOR EQUIVALENTE COM DOIS ENROLAMENTOS ELETRICAMENTE DESCONECTADOS

Com o objetivo de facilitar a análise, o motor de indução bifásico assimétrico com os enrolamentos de estator conectados em T (MIBAET) é transformado em um motor de indução bifásico assimétrico equivalente em que os enrolamentos do estator estão em quadratura no espaço e não apresentam conexão elétrica.

Um diagrama esquemático do MIBAET é mostrado na Fig. 3.1a. O sentido positivo das correntes nos enrolamentos, arbitrariamente adotados, é aquele em que as correntes entram pelos terminais **F1**, **F2** e **N**. Estes terminais são ligados a duas fases quaisquer e o terminal **N** é conectado ao ponto de neutro da rede. As tensões resultantes sobre os dois enrolamentos,  $V_P$  e  $V_N$ , estarão aproximadamente em quadratura no tempo.

Considerando um rotor equivalente ao original tendo dois enrolamentos idênticos e em quadratura - **Ra** e **Rb** -, e fazendo a hipótese de que não ocorra nenhuma assimetria elétrica ou magnética nas duas metades do enrolamento **F1F2**, o MIBAET pode ser representado pelo esquema mostrado na Fig. 3.1b.

A relação entre as correntes  $I_{F1}$ ,  $I_{F2}$  e  $I_N$  pode ser obtida utilizando um procedimento similar ao empregado por Blume [31] na análise das relações de corrente para a Conexão Scott de transformadores. A hipótese adotada na análise é que as correntes nos enrolamentos **Ra** e **Rb** são independentes. Desta forma, a corrente  $I_{Ra}$  no enrolamento de rotor **Ra** está relacionada somente com a corrente *equivalente*  $I_P$  do enrolamento de fase **P**. Por sua vez, a corrente  $I_{Rb}$  está diretamente relacionada com a corrente  $I_N$  do enrolamento de neutro **N**. Pelo fato de existir um “tap” central no enrolamento de fase, a corrente  $I_N$  subdividir-se-á igualmente neste ponto, circulando então, nos dois circuitos dos enrolamentos **MF1** e **MF2**. Os efeitos magnéti-

cos destas correntes ( $I_N/2$ ) no eixo do enrolamento de fase se cancelam, visto que elas circulam em direções opostas e sendo assim, elas não terão correntes equivalentes no enrolamento de rotor **Ra**. As correntes referentes ao circuito formado pelos enrolamentos **N** e **Rb** são mostradas na Fig 3.1b com setas tracejadas.

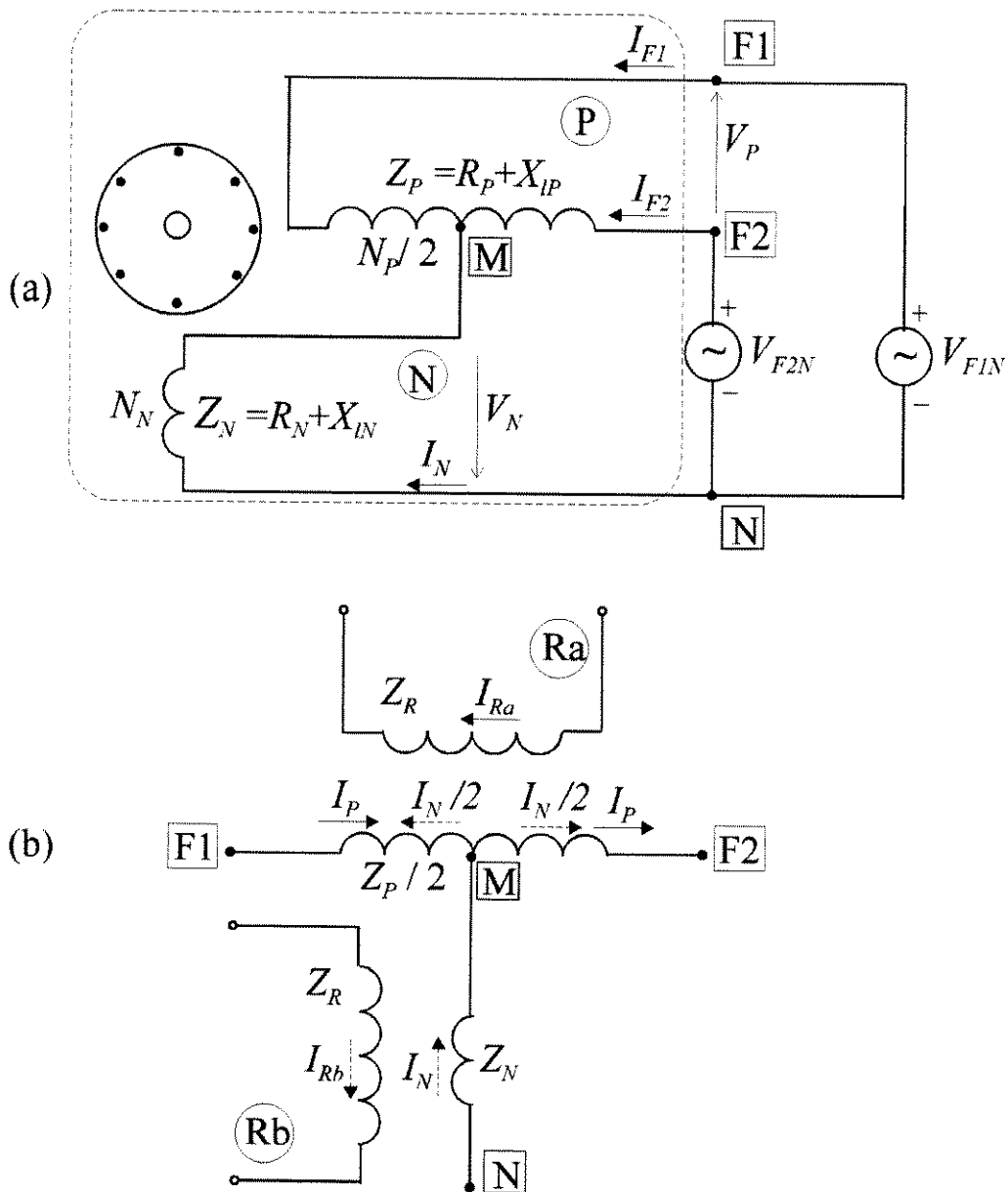


Fig 3.1 - MIBAET: (a) Diagrama esquemático,

(b) Modelo para análise das relações de corrente e tensão

O primeiro passo para obter o motor equivalente será eliminar o “tap” central do enrolamento de fase **P**. Fazendo uso da equivalência de f.m.m.’s [17,19] pode-se escrever que a f.m.m. produzida pelas correntes  $I_{F1}$  e  $I_{F2}$  circulando nos enrolamentos de  $N_P/2$  espiras pode ser produzida por uma corrente equivalente  $I_P$  circulando em um enrolamento equivalente de  $N_P$  espiras, ou seja,

$$N_P \hat{I}_P = \frac{N_P}{2} (\hat{I}_{F1} - \hat{I}_{F2}) \quad \Rightarrow \quad \hat{I}_P = \frac{(\hat{I}_{F1} - \hat{I}_{F2})}{2} \quad (3.1)$$

O segundo passo consiste em determinar as tensões que resultarão nos enrolamentos de fase e de neutro equivalentes. Se nos reportarmos à Fig. 3.1b, para uma carga no enrolamento **Ra**, a impedância de perdas para o circuito formado pelos enrolamento **P** e **Ra** pode ser calculada independentemente da carga no circuito formado pelos enrolamentos **N** e **Rb**, portanto a tensão do enrolamento **P** não é dependente da corrente de neutro. No entanto, assumindo plena carga no enrolamento **Rb**, e nenhuma carga no enrolamento **Ra**, há duas impedâncias para serem consideradas na determinação das quedas de tensão no circuito formado pelos enrolamentos **N** e **Rb**. Ou seja, há (1) uma queda de tensão na impedância de perdas própria do circuito e (2) uma queda de tensão na impedância de perdas dos enrolamentos **F1M** e **MF2** (enrolamento **P**) em razão da circulação da corrente  $I_N/2$  por eles. Esta impedância é conhecida como impedância de entrelaçamento<sup>1</sup> e será denotada neste trabalho por  $Z_i$ .

A impedância total que afeta a tensão  $V_N$  é soma das impedâncias dos enrolamentos **N** e **Rb** com a impedância de entrelaçamento  $Z_i$ . A queda de tensão na impedância entre os terminais **F1** e **F2** causada pela corrente  $I_N$  não afeta a tensão  $V_P$ .

Para incluir  $Z_i$  em uma representação equivalente para o enrolamento de neutro **N** deve-se obter a relação entre as tensões aplicadas  $V_{F1N}$  e  $V_{F2N}$  e a corrente  $I_N$ . Essa relação é

---

<sup>1</sup>interlacing impedance [27]

obtida de maneira similar à utilizada por Langsdorf [32] na obtenção das relações de tensões e correntes da conexão em T de sistemas trifásicos. A circulação da corrente  $I_N$  é mostrada na Fig. 3.2, em que o enrolamento N é representado através da impedância  $Z_N$  em série com a impedância secundária  $Z_{2N}$ , a qual representa a impedância do enrolamento **Rb** e a magnetização.

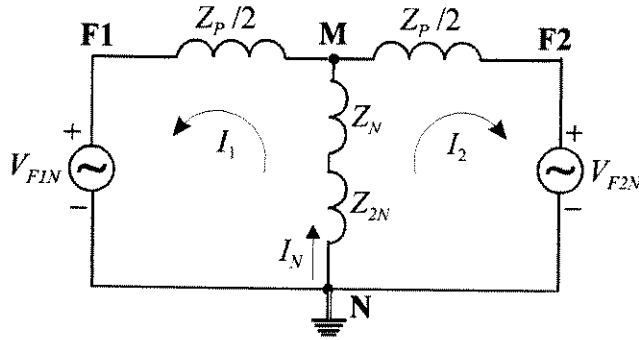


Fig 3. 2 - Circulação da corrente de neutro  $I_N$  no MIBAET

O método das malhas aplicado as malhas fechadas **NMF1** e **NMF2** resulta em

$$(\hat{I}_1 + \hat{I}_2) \cdot (Z_N + Z_{2N}) + \hat{I}_1 \cdot \frac{Z_P}{2} + \hat{V}_{F1N} = 0 \quad (3.2)$$

$$(\hat{I}_1 + \hat{I}_2) \cdot (Z_N + Z_{2N}) + \hat{I}_2 \cdot \frac{Z_P}{2} + \hat{V}_{F2N} = 0 \quad (3.3)$$

Pela lei dos nós:  $\hat{I}_N = \hat{I}_1 + \hat{I}_2$ , segue que

$$\hat{I}_N = \frac{-(\hat{V}_{F1N} + \hat{V}_{F2N})}{(Z_P/2) + 2(Z_N + Z_{2N})} \quad (3.4)$$

Considerando a Fig. 2.12b pode-se escrever que  $\hat{V}_{F1F2} = \hat{V}_P = V \angle 0^\circ$ . Então

$$\hat{V}_{F1N} = \frac{V}{\sqrt{3}} \angle 30^\circ = \left(0,5 + j \frac{1}{2\sqrt{3}}\right)V \quad (3.5a)$$

$$\hat{V}_{F2N} = \frac{V}{\sqrt{3}} \angle 150^\circ = \left(-0,5 + j \frac{1}{2\sqrt{3}}\right)V \quad (3.5b)$$

$$\hat{V}_{F1N} + \hat{V}_{F2N} = \frac{jV}{\sqrt{3}} = 2 \cdot \hat{V}_{ON} \quad (3.6)$$

Substituindo (3.6) em (3.4), obtém-se

$$\hat{I}_N = \frac{-jV/\sqrt{3}}{2(Z_N + Z_{2N}) + Z_P/2} = \frac{\hat{V}_{NO}}{Z_N + Z_{2N} + Z_i} \quad (3.7)$$

em que  $Z_i = Z_P/4$  é a impedância de entrelaçamento. No apêndice B é mostrada a diferença dos valores de  $Z_i$  para os dois tipos de arranjo do enrolamento de fase - *sem* e *com* transposição (equações B3 e B6, respectivamente).

O circuito equivalente mostrado na Fig. 3.3 representa a equação (3.7).

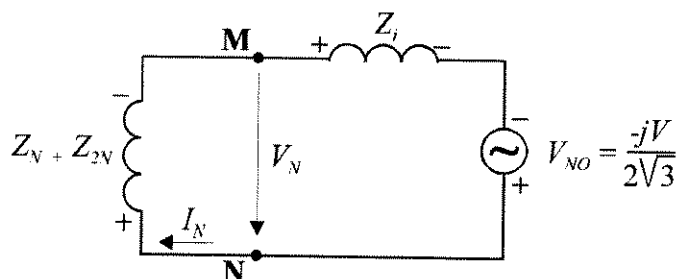


Fig.3.3 - Configuração equivalente do enrolamento de neutro.

Considerando a configuração equivalente para o circuito de neutro mostrada na Fig. 3.3, pode-se escrever que a tensão  $\hat{V}_N$  aplicada nos terminais M e N do enrolamento de neutro é dada por:

$$\hat{V}_N = V_{NO} - Z_i \cdot \hat{I}_N = \frac{V}{2\sqrt{3}} \angle -90^\circ - Z_i \cdot \hat{I}_N \quad (3.8)$$

Da análise anterior, o MIBAET pode ser representado pela configuração equivalente mostrada na Fig. 3.4. Na transformação, as grandezas  $\hat{V}_P$  e  $\hat{I}_N$  se mantêm constantes e as grandezas  $\hat{I}_P$  e  $\hat{V}_N$  são dadas pelas equações (3.1) e (3.8), respectivamente.

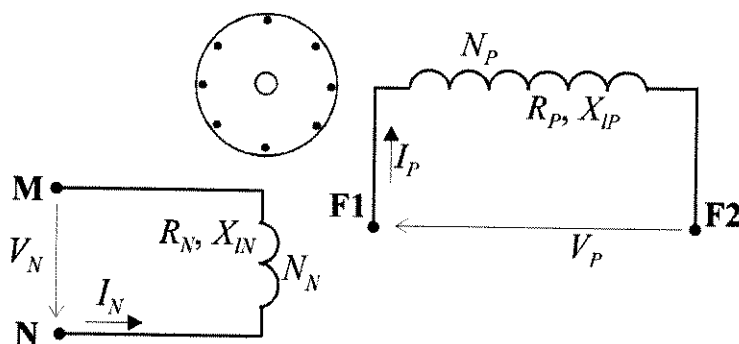


Fig 3.4 - Diagrama esquemático do motor bifásico equivalente.

Desde que os dois enrolamentos - P (fase) e N (neutro) - permanecem com diferentes números de espiras em série e diferentes parâmetros de impedância, o motor bifásico equivalente permanece assimétrico.

### 3.3. EQUAÇÕES BÁSICAS NAS VARIÁVEIS NATURAIS DE MÁQUINA

A máquina de indução bifásica com enrolamentos assimétricos, mostrada na Fig. 3.4 e considerada, por simplicidade, como uma máquina de 2 pólos, pode ser representada pelo esquema geral mostrado na Fig 3.5. Os enrolamentos distribuídos de maneira à produzir ondas de f.m.m. senoidais são representados por uma única bobina equivalente. Os enrolamentos de estator equivalentes, denotados por P e N, estão em quadratura no espaço e são assimétricos. Os enrolamentos do rotor estão em quadratura e são idênticos. As equações que descrevem o desempenho para regime permanente e transitório de uma máquina bifásica assimétrica podem ser estabelecidas considerando a máquina elementar mostrada na Fig. 3.5.

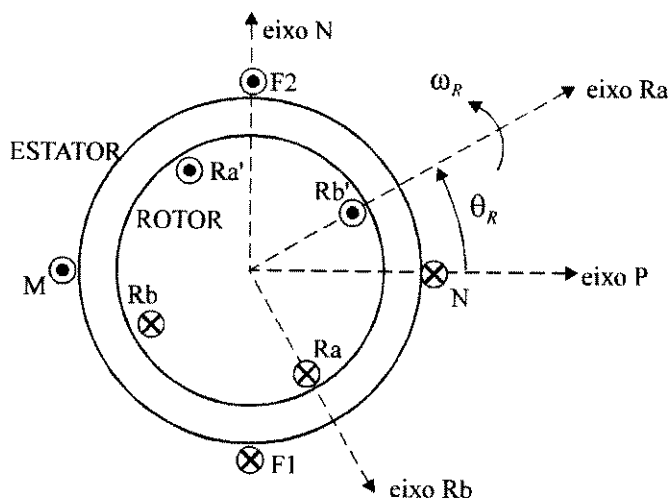


Fig. 3.5 - Máquina de indução bifásica assimétrica de 2 pólos

A representação desta máquina por meio de circuitos acoplados é mostrada na Fig. 3.6. Os enrolamentos de estator tem resistências ( $R_P$  e  $R_N$ ) e número de espiras diferentes ( $N_P$  e  $N_N$ ). Cada enrolamento de rotor tem  $N_R$  espiras efetivas com resistência  $R_R$ . A direção positiva dos eixos magnéticos de cada enrolamento é coincidente com a direção positiva das correntes nas respectivas bobinas. As bobinas de estator são estacionárias, enquanto as de rotor giram com a velocidade  $\omega_R$ .

Tomando-se por base a Fig 3.6, as equações de tensão de cada enrolamento da máquina são apresentadas a seguir, nas quais  $\lambda$  é o fluxo total concatenado. Os subíndices referem-se a grandezas de estator ( $P, N$ ) e de rotor ( $R_a, R_b$ ) e  $p$  é o operador  $d/dt$ .

$$v_P = R_P i_P + p \lambda_P \quad (3.9)$$

$$v_N = R_N i_N + p \lambda_N \quad (3.10)$$

$$v_{Ra} = R_R i_{Ra} + p \lambda_{Ra} \quad (3.11)$$

$$v_{Rb} = R_R i_{Rb} + p \lambda_{Rb} \quad (3.12)$$

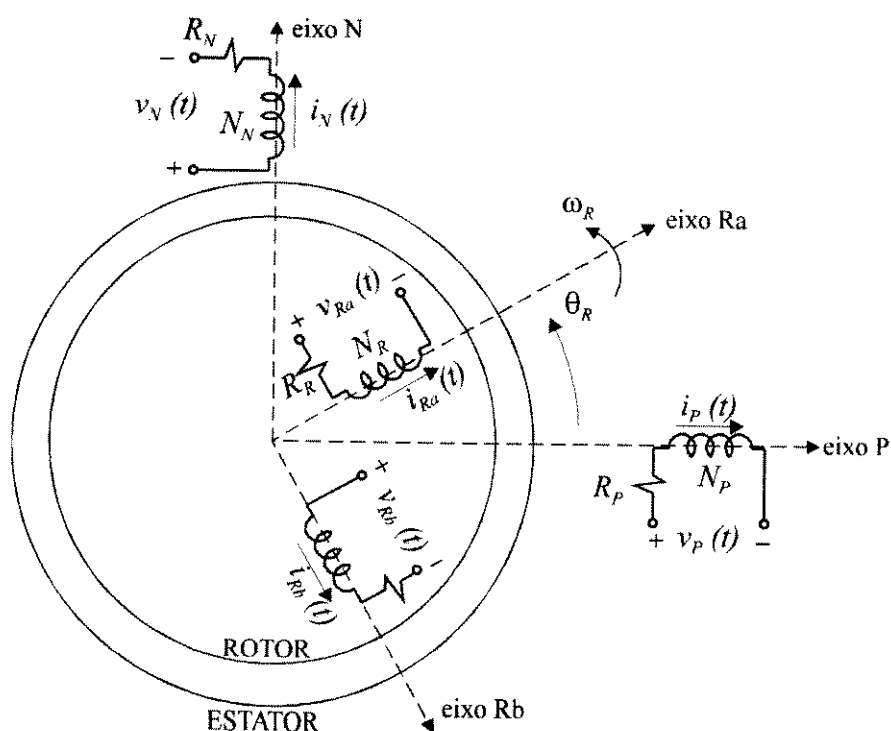


Fig. 3.6 - Circuitos e eixos magnéticos da máquina de indução bifásica assimétrica.



Supondo que a máquina não apresente saturação magnética, o sistema torna-se linear e os fluxos concatenados podem ser expressos em função de correntes e indutâncias. Representando os enrolamentos com distribuição senoidal de condutores por solenóides, conforme mostrado na Fig. 3.6, o acoplamento mútuo entre bobinas equivalentes pode ser expresso como uma função senoidal do ângulo de defasagem entre seus eixos magnéticos.

Por inspeção, da Fig. 3.6, conclui-se que não há acoplamento magnético entre as bobinas de estator, bem como entre as bobinas de rotor. Entretanto, como os enrolamentos de estator e de rotor estão em movimento relativo, ocorrerá um acoplamento entre eles, que é função da posição angular  $\theta_R$  dos eixos magnéticos dos enrolamentos do rotor em relação aos eixos magnéticos dos enrolamentos do estator. Logo, as equações de fluxos concatenados podem ser expressas por

$$\lambda_P = L_P \cdot i_P + M_{PR} \cos\theta_R \cdot i_{Ra} + M_{PR} \operatorname{sen}\theta_R \cdot i_{Rb} \quad (3.13)$$

$$\lambda_N = L_N \cdot i_N + M_{NR} \operatorname{sen}\theta_R \cdot i_{Ra} - M_{NR} \cos\theta_R \cdot i_{Rb} \quad (3.14)$$

$$\lambda_{Ra} = M_{PR} \cos\theta_R \cdot i_P + M_{NR} \operatorname{sen}\theta_R \cdot i_N + L_R \cdot i_{Ra} \quad (3.15)$$

$$\lambda_{Rb} = M_{PR} \operatorname{sen}\theta_R \cdot i_P - M_{NR} \cos\theta_R \cdot i_N + L_R \cdot i_{Rb} \quad (3.16)$$

nas quais

$\theta_R$  é o deslocamento angular entre os eixos do estator e do rotor, expresso em radianos elétricos,

$M_{PR}$  ( $M_{NR}$ ) é amplitude da indutância mútua entre o enrolamento P (N) e os enrolamentos de rotor (Ra e Rb),

$L_P$ ,  $L_N$  e  $L_R$  são as indutâncias próprias dos enrolamentos P, N e Ra (Rb), respectivamente, sendo

$$L_P = L_{IP} + L_{mP} \quad (3.17)$$

$$L_N = L_{lN} + L_{mN} \quad (3.18)$$

$$L_R = L_{lR} + L_{mR} \quad (3.19)$$

em que  $L_{lP}$ ,  $L_{lN}$ ,  $L_{lR}$  e  $L_{mP}$ ,  $L_{mN}$ ,  $L_{mR}$  correspondem as indutâncias de dispersão e de magnetização dos enrolamentos P,N e Ra (Rb), respectivamente.

Substituindo os valores das indutâncias próprias (expressões 3.17 a 3.19) nas equações de fluxo concatenado (expressões 3.13 a 3.16) e adotando uma notação em que  $\mathbf{f}_{PN} = [f_P \ f_N]^T$  e  $\mathbf{f}_{Rab} = [f_{Ra} \ f_{Rb}]^T$ , nas quais  $\mathbf{f}$  refere-se a qualquer grandeza elétrica da máquina, pode-se escrever em forma compacta que

$$\begin{bmatrix} \lambda_{PN} \\ \lambda_{Rab} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{PN} & \mathbf{L}_{SR} \\ (\mathbf{L}_{SR})^T & \mathbf{L}_{Rab} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{PN} \\ \mathbf{i}_{Rab} \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

em que

$$\mathbf{L}_{PN} = \begin{bmatrix} L_{lP} + L_{mP} & 0 \\ 0 & L_{lN} + L_{mN} \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

$$\mathbf{L}_{Rab} = \begin{bmatrix} L_{lR} + L_{mR} & 0 \\ 0 & L_{lR} + L_{mR} \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

$$\mathbf{L}_{SR} = \begin{bmatrix} M_{PR} \cos\theta_R & M_{PR} \sin\theta_R \\ M_{NR} \sin\theta_R & -M_{NR} \cos\theta_R \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

Como pode ser observado no equacionamento acima, as indutâncias mútuas entre os enrolamentos de estator e rotor, representadas pela matriz  $\mathbf{L}_{SR}$ , variam de acordo com a posição do rotor. Portanto, existem coeficientes variáveis na equação (3.20) que expressa os fluxos em função das correntes. Assim conclui-se que as equações diferenciais de tensão - equações (3.9) a (3.12) - são equações diferenciais que apresentam coeficientes variáveis.

### Conjugado eletromagnético

A expressão para o conjugado eletromagnético  $T_e$ , nas variáveis naturais da máquina, é dada por [27]

$$T_e = \left(\frac{P}{2}\right) (\mathbf{i}_{Rab})^T \frac{\partial}{\partial \theta_R} [(\mathbf{L}_{SR})^T] \mathbf{i}_{PN} \quad (3.24)$$

em que  $P$  é o número de pólos.

Em forma expandida, (3.24) que é positiva para ação motora torna-se:

$$T_e = \left(\frac{P}{2}\right) [M_{NR} i_N (i_{Ra} \cos \theta_R + i_{Rb} \sin \theta_R) - M_{PR} i_P (i_{Ra} \sin \theta_R - i_{Rb} \cos \theta_R)] \quad (3.25)$$

A equação eletromecânica nas variáveis naturais de máquina é obtida relacionando o torque eletromagnético ( $T_e$ ), o torque da carga ( $T_C$ ) e a velocidade de rotação do motor ( $\omega_R$ ).

Assim

$$T_e = J \left(\frac{2}{P}\right) p \omega_R + T_C \quad (3.26)$$

em que  $J$  é a soma das inércias do rotor e da carga conectada.

### 3.4. EQUAÇÕES BÁSICAS NO SISTEMA DE REFERÊNCIA ESTACIONÁRIO

Para diminuir a complexidade da análise de uma máquina de indução, é necessário realizar uma transformação de variáveis que elimine a variação das indutâncias mútuas estator-rotor que ocorre devido ao movimento relativo entre os enrolamentos.

Embora existam inúmeros tipos de transformações de sistemas de referências, Krause [16] estabelece que se o estator (ou o rotor) de uma máquina for assimétrico, os coeficientes variáveis das equações de tensão somente poderão ser eliminados se o sistema a ser usado estiver fixado na máquina onde a assimetria exista. Portanto, no caso da máquina de indução bifásica assimétrica será conveniente fazer uma transformação de variáveis para um sistema de referência (eixos D e Q) fixo nas bobinas de estator N e P. O eixo Q será fixado no enrolamento de fase P e como consequência o eixo D será definido pelo eixo magnético do enrolamento de neutro N. A transformação pode ser ilustrada por uma relação angular dos eixos como mostrado na Fig. 3.7.

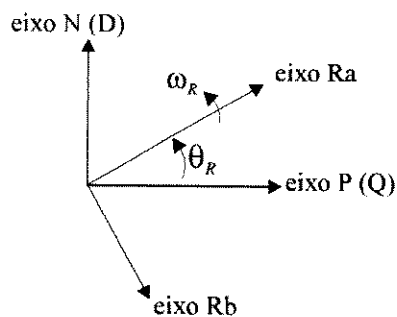


Fig. 3.7 - Sistema de referência estacionário

No novo sistema, as grandezas de estator não são alteradas e somente aquelas de rotor devem ser transformadas pelo fato de que as bobinas de rotor tem uma velocidade relativa  $\omega_R$  em relação ao sistema DQ. Deste modo, a mudança de variáveis que transformará as tensões e correntes do estator e do rotor para um sistema de referência fixo no estator são expressas a seguir

estator

$$f_{qs} = f_P \quad (3.27)$$

$$f_{ds} = f_N \quad (3.28)$$

rotor

$$f_{qr} = f_{Ra} \cos \theta_R + f_{Rb} \sin \theta_R \quad (3.29)$$

$$f_{dr} = f_{Ra} \sin \theta_R - f_{Rb} \cos \theta_R \quad (3.30)$$

nas quais a variável  $f$  pode representar qualquer uma das variáveis tensão, corrente e fluxo.

Adotando a notação  $\mathbf{f}_{qdr} = [f_{qr} \quad f_{dr}]^T$ , as expressões (3.29) e (3.30) podem também

ser representadas na forma de matriz como:

$$\mathbf{f}_{qdr} = \mathbf{K}_r \mathbf{f}_{Rab} \quad (3.31)$$

em que

$$\mathbf{K}_r = \begin{bmatrix} \cos \theta_R & \sin \theta_R \\ \sin \theta_R & -\cos \theta_R \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

A transformação inversa é dada por

$$\mathbf{f}_{Rab} = \mathbf{K}_r^{-1} \mathbf{f}_{qdr} \quad (3.33)$$

em que

$$\mathbf{K}_r^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \theta_R & \sin \theta_R \\ \sin \theta_R & -\cos \theta_R \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

Utilizando as equivalências (3.27) a (3.34) para transformar as grandezas do estator e do rotor para o sistema estacionário, as seguintes expressões são obtidas:

estator

Tomando (3.9) e (3.10) e utilizando as equivalências (3.27) e (3.28) obtém-se:

$$v_{qs} = R_p i_{qs} + p \lambda_{qs} \quad (3.35)$$

$$v_{ds} = R_N i_{ds} + p \lambda_{ds} \quad (3.36)$$

As expressões para os fluxos concatenados são determinadas tomando os valores fornecidos pelas equações (3.13) e (3.14) referidos ao sistema de referência estacionário, ou seja:

$$\lambda_{qs} = L_P \cdot i_{qs} + M_{PR} \cdot i_{qr} \quad (3.37)$$

$$\lambda_{ds} = L_N \cdot i_{ds} + M_{NR} \cdot i_{dr} \quad (3.38)$$

### rotor

Tomando (3.11) e (3.12) na forma matricial e aplicando (3.34) obtém-se:

$$\begin{bmatrix} \cos\theta_R & \text{sen}\theta_R \\ \text{sen}\theta_R & -\cos\theta_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{qr} \\ v_{dr} \end{bmatrix} = R_R \begin{bmatrix} \cos\theta_R & \text{sen}\theta_R \\ \text{sen}\theta_R & -\cos\theta_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{qr} \\ i_{dr} \end{bmatrix} + P \begin{bmatrix} \cos\theta_R & \text{sen}\theta_R \\ \text{sen}\theta_R & -\cos\theta_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{qr} \\ \lambda_{dr} \end{bmatrix}$$

segue que

$$\begin{bmatrix} v_{qr} \\ v_{dr} \end{bmatrix} = R_R \begin{bmatrix} i_{qr} \\ i_{dr} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos\theta_R & \text{sen}\theta_R \\ \text{sen}\theta_R & -\cos\theta_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p\lambda_{qr} \cos\theta_R - \lambda_{qr} \text{sen}\theta_R p\theta_R & p\lambda_{dr} \text{sen}\theta_R + \lambda_{dr} \cos\theta_R p\theta_R \\ p\lambda_{qr} \text{sen}\theta_R + \lambda_{qr} \cos\theta_R p\theta_R & -p\lambda_{dr} \cos\theta_R + \lambda_{dr} \text{sen}\theta_R p\theta_R \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

Assumindo, que no instante  $t=0$ , os eixos P, Ra e Q, mostrados na Fig 3.7, coincidem, ou seja,  $\theta_R(0)=0$ , pode-se rescrever (3.39) como:

$$v_{qr} = R_R i_{qr} + \omega_R \lambda_{dr} + p\lambda_{qr} \quad (3.40)$$

$$v_{dr} = R_R i_{dr} - \omega_R \lambda_{qr} + p\lambda_{dr} \quad (3.41)$$

em que

$\omega_R = p \theta_R$  é a velocidade de rotação do motor (rad/s).

$v_{qr} = v_{dr} = 0$  (para máquinas com rotor gaiola de esquilo)

As expressões para os fluxos concatenados presentes nas expressões (3.40) e (3.41) são determinadas tomando os valores fornecidos pelas equações (3.15) e (3.16) referidos ao sistema de referência estacionário, ou seja:

$$\lambda_{qr} = M_{PR} \cdot i_{qs} + L_R \cdot i_{qr} \quad (3.42)$$

$$\lambda_{dr} = M_{NR} \cdot i_{ds} + L_R \cdot i_{dr} \quad (3.43)$$

Para obtenção do circuito equivalente de máquinas de indução é usual referir todas as quantidades para o circuito do estator. No caso de máquinas assimétricas os enrolamentos de estator não possuem o mesmo número de espiras efetivas e, conseqüentemente, há duas opções: escolher um dos circuitos de estator como referência ou escolher os dois circuitos de estator como referência.

Adotando a segunda opção, determina-se que todas as variáveis do eixo Q do rotor serão referidas ao enrolamento P, e todas as variáveis do eixo D serão referidas ao enrolamento N. A vantagem desta alternativa, é que não há necessidade de redefinir as variáveis de estator e por conseguinte, as tensões e correntes de estator são grandezas que podem ser medidas diretamente no motor.

Se todas as variáveis Q do rotor são referidas ao enrolamento P, com  $N_P$  espiras, e todas as variáveis D são referidas ao enrolamento N, de  $N_N$  espiras, as novas equações de tensão da máquina são dadas por

$$v_{qs}^P = R_P i_{qs}^P + p \lambda_{qs}^P \quad (3.44)$$

$$v_{ds}^N = R_P i_{ds}^N + p \lambda_{ds}^N \quad (3.45)$$

$$v_{qr}^P = 0 = R_R i_{qr}^P + \frac{N_P}{N_N} \omega_R \lambda_{dr}^N + p \lambda_{qr}^P \quad (3.46)$$

$$v_{dr}^N = 0 = R_R^N i_{dr}^N - \frac{N_N}{N_P} \omega_R \lambda_{qr}^P + P \lambda_{dr}^N \quad (3.47)$$

em que

$$\lambda_{qs}^P = L_{lP} \cdot i_{qs}^P + L_{mP} (i_{qs}^P + i_{qr}^P) \quad (3.48)$$

$$\lambda_{ds}^N = L_{lN} \cdot i_{ds}^N + L_{mN} (i_{ds}^N + i_{dr}^N) \quad (3.49)$$

$$\lambda_{qr}^P = L_{lR} \cdot i_{qr}^P + L_{mP} (i_{qs}^P + i_{qr}^P) \quad (3.50)$$

$$\lambda_{dr}^N = L_{lR} \cdot i_{dr}^N + L_{mN} (i_{ds}^N + i_{dr}^N) \quad (3.51)$$

Nas equações (3.44) - (3.51), os índices  $P$  e  $N$  indicam que as grandezas são referidas aos circuitos de fase e de neutro, respectivamente. Embora a mudança de notação para as quantidades do estator não fosse obrigatória, é conveniente expressar os índices  $P$  e  $N$  tanto para as variáveis de estator como as de rotor.

As quantidades referidas do rotor são definidas na Tabela 3.1. Pode também ser mostrado que:

$$L_{mP} = \frac{N_P}{N_R} M_{PR} \quad (3.52)$$

$$L_{mN} = \frac{N_N}{N_R} M_{NR} \quad (3.53)$$

$$L_{mN} = \left( \frac{N_N}{N_P} \right)^2 L_{mP} \quad (3.54)$$

$$L_{mP} = \left( \frac{N_P}{N_R} \right)^2 L_{mR} \quad (3.55)$$

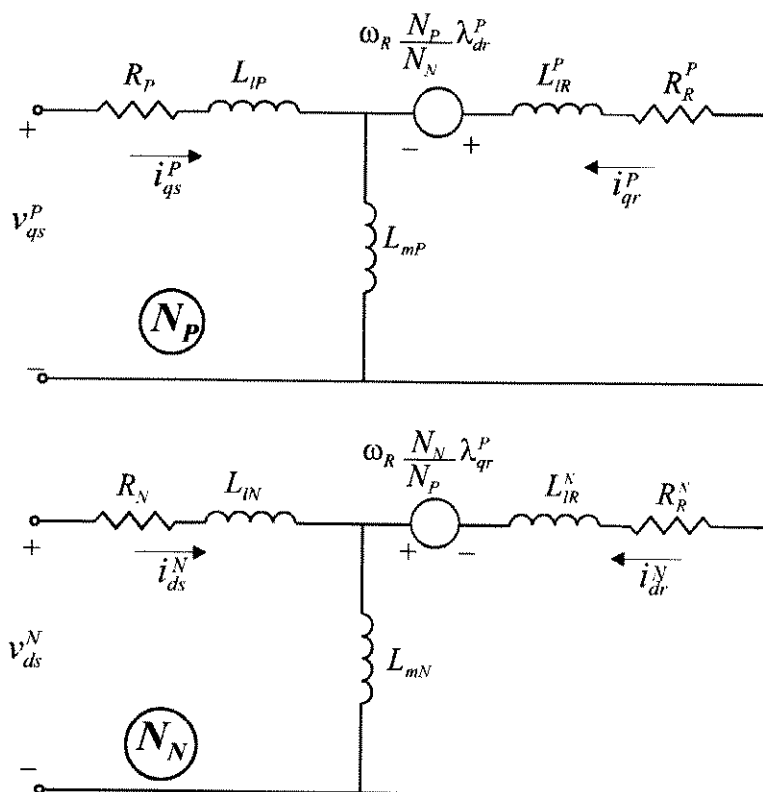
$$L_{mN} = \left( \frac{N_N}{N_R} \right)^2 L_{mR} \quad (3.56)$$



Tabela 3.1 - Variáveis do rotor referidas

variável referida	variável física	variável referida	variável física
$v_{qr}^P$	$\left(\frac{N_P}{N_R}\right) v_{qr}$	$v_{dr}^N$	$\left(\frac{N_N}{N_R}\right) v_{dr}$
$i_{qr}^P$	$\left(\frac{N_R}{N_P}\right) i_{qr}$	$i_{dr}^N$	$\left(\frac{N_R}{N_N}\right) i_{dr}$
$\lambda_{qr}^P$	$\left(\frac{N_P}{N_R}\right) \lambda_{qr}$	$\lambda_{dr}^N$	$\left(\frac{N_N}{N_R}\right) \lambda_{dr}$
$R_R^P$	$\left(\frac{N_P}{N_R}\right)^2 R_R$	$R_R^N$	$\left(\frac{N_N}{N_R}\right)^2 R_R$
$L_{lR}^P$	$\left(\frac{N_P}{N_R}\right)^2 L_{lR}$	$L_{lR}^N$	$\left(\frac{N_N}{N_R}\right)^2 L_{lR}$

Combinando as equações (3.44) - (3.51), pode-se representar as equações resultantes pelo circuito equivalente mostrado na Fig. 3.8.

Fig. 3.8 - circuito equivalente do motor bifásico assimétrico ( $N_P$  e  $N_N$  espiras)

Desde que os parâmetros da máquina são quase sempre dados em ohms é conveniente expressar as equações de tensão e de fluxo concatenado - equações (3.44) a (3.51) - em função de reatâncias ao invés de indutâncias. Para isso basta multiplicar as equações de fluxo pela frequência angular de base  $\omega_b$  que corresponde a frequência nominal de operação da máquina. As equações de fluxo concatenado são agora escritas em termos de fluxo concatenado por segundo ( $\psi$ ). Deste modo, multiplicando as equações (3.48)-(3.51) por  $\omega_b$ , pode-se escrever que

$$\Psi_{qs}^P = \omega_b \cdot \lambda_{qs}^P = X_{IP} \cdot i_{qs}^P + X_{mP} (i_{qs}^P + i_{qr}^P) \quad (3.57)$$

$$\Psi_{ds}^N = \omega_b \cdot \lambda_{ds}^N = X_{IN} \cdot i_{ds}^N + X_{mN} (i_{ds}^N + i_{dr}^N) \quad (3.58)$$

$$\Psi_{qr}^P = \omega_b \cdot \lambda_{qr}^P = X_{IR}^P \cdot i_{qr}^P + X_{mP} (i_{qs}^P + i_{qr}^P) \quad (3.59)$$

$$\Psi_{dr}^N = \omega_b \cdot \lambda_{dr}^N = X_{IR}^N \cdot i_{dr}^N + X_{mN} (i_{ds}^N + i_{dr}^N) \quad (3.60)$$

nas quais

$X_{IP} = \omega_b L_{IP}$  reatância de dispersão do estator, referente ao enrolamento de fase P.

$X_{IN} = \omega_b L_{IN}$  reatância de dispersão do estator, referente ao enrolamento de neutro.

$X_{mP} = \omega_b L_{mP}$  reatância de magnetização do estator, referente ao enrolamento P.

$X_{mN} = \omega_b L_{mN}$  reatância de magnetização do estator, referente ao enrolamento N.

$X_{IR}^P = \omega_b L_{IR}^P$  reatância de dispersão do rotor, referida ao enrolamento de fase P.

$X_{IR}^N = \omega_b L_{IR}^N$  reatância de dispersão do rotor, referida ao enrolamento de neutro N.

De acordo com as equações (3.57) a (3.60), as equações de tensão podem ser rescritas como

$$v_{qs}^P = R_P i_{qs}^P + \frac{P}{\omega_b} \Psi_{qs}^P \quad (3.61)$$

$$v_{ds}^N = R_N i_{ds}^N + \frac{P}{\omega_b} \psi_{ds}^N \quad (3.62)$$

$$v_{qr}^P = 0 = R_R^P i_{qr}^P + \frac{N_P}{N_N} \frac{\omega_R}{\omega_b} \psi_{dr}^N + \frac{P}{\omega_b} \psi_{qr}^P \quad (3.63)$$

$$v_{dr}^N = 0 = R_R^N i_{dr}^N - \frac{N_N}{N_P} \frac{\omega_R}{\omega_b} \psi_{qr}^P + \frac{P}{\omega_b} \psi_{dr}^N \quad (3.64)$$

Definindo

$$a = \frac{N_N}{N_P} \quad (3.65)$$

$$X_{PP} = X_{lP} + X_{mP} \quad (3.66)$$

$$X_{NN} = X_{lN} + X_{mN} \quad (3.67)$$

$$X_{RR}^P = X_{lR}^P + X_{mP} \quad (3.68)$$

$$X_{RR}^N = X_{lR}^N + X_{mN} \quad (3.69)$$

Combinando as expressões (3.61)-(3.69) pode-se então escrever as equações de tensões em função das correntes como:

$$\begin{bmatrix} v_{qs}^P \\ v_{ds}^N \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_P + \frac{P}{\omega_b} X_{PP} & 0 & \frac{P}{\omega_b} X_{mP} & 0 \\ 0 & R_N + \frac{P}{\omega_b} X_{NN} & 0 & \frac{P}{\omega_b} X_{mN} \\ \frac{P}{\omega_b} X_{mP} & \frac{1}{a} \frac{\omega_R}{\omega_b} X_{mN} & R_R^P + \frac{P}{\omega_b} X_{RR}^P & \frac{1}{a} \frac{\omega_R}{\omega_b} X_{RR}^N \\ -a \frac{\omega_R}{\omega_b} X_{mP} & \frac{P}{\omega_b} X_{mN} & -a \frac{\omega_R}{\omega_b} X_{RR}^P & R_R^N + \frac{P}{\omega_b} X_{RR}^N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{qs}^P \\ i_{ds}^N \\ i_{qr}^P \\ i_{dr}^N \end{bmatrix} \quad (3.70)$$

### Conjugado Eletromagnético

Aplicando as expressões que transformam as correntes do estator e do rotor para o sistema DQ estacionário, dadas por (3.27) - (3.30), na equação do conjugado eletromagnético instantâneo, dada por (3.25), obtém-se

$$T_e = \left(\frac{P}{2}\right) \cdot \left[ M_{NR} i_{ds} i_{qr} - M_{PR} i_{qs} i_{dr} \right] \quad (3.71)$$

Se na equação (3.71) são aplicadas as equações (3.52), (3.53) e (3.54) e se todas as correntes dos eixos Q e D são referidas aos enrolamentos P e N, respectivamente, pode-se finalmente escrever que

$$T_e = \left(\frac{P}{2}\right) \cdot \left(\frac{N_N}{N_P}\right) L_{mP} \left[ i_{qr}^P i_{ds}^N - i_{dr}^N i_{qs}^P \right] \quad (3.72)$$

As características completas em transitório e regime permanente de uma máquina de indução bifásica assimétrica idealizada são descritas por (3.70) e por (3.72). Entretanto, analisando a equação (3.70) verifica-se que cada equação de tensão contém duas derivadas de corrente e portanto essa equação não é a mais adequada para simulação do regime transitório da máquina.

Por conveniência, é deixado para o item 3.6 o desenvolvimento de equações que facilitem a simulação digital de transitórios. A partir da equação (3.70) serão desenvolvidas equações que permitem representar o circuito equivalente da máquina para operação em regime permanente, como mostrado no próximo item.

### 3.5. ANÁLISE EM REGIME PERMANENTE

Se as tensões terminais nos enrolamentos do estator tem uma frequência angular  $\omega_b$ , as equações para regime permanente podem ser obtidas substituindo o operador diferencial  $p$  por  $j\omega_b$  em (3.70), obtendo as seguintes equações fasoriais:

$$\begin{bmatrix} \hat{V}_{qs}^P \\ \hat{V}_{ds}^N \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_P + jX_{PP} & 0 & jX_{mP} & 0 \\ 0 & R_N + jX_{NN} & 0 & jX_{mN} \\ jX_{mP} & \frac{1}{a} \frac{\omega_R}{\omega_b} X_{mN} & R_R^P + jX_{RR}^P & \frac{1}{a} \frac{\omega_R}{\omega_b} X_{RR}^N \\ -a \frac{\omega_R}{\omega_b} X_{mP} & jX_{mN} & -a \frac{\omega_R}{\omega_b} X_{RR}^P & R_R^N + jX_{RR}^N \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{I}_{qs}^P \\ \hat{I}_{ds}^N \\ \hat{I}_{qr}^P \\ \hat{I}_{dr}^N \end{bmatrix} \quad (3.73)$$

Para tornar (3.73) mais compacta, são feitas algumas substituições. Definindo que

$$Z_P = R_P + jX_{PP} \quad (3.74)$$

$$Z_N = R_N + jX_{NN} \quad (3.75)$$

$$Z_R^P = R_R^P + jX_{RR}^P \quad (3.76)$$

$$Z_R^N = R_R^N + jX_{RR}^N \quad (3.77)$$

e considerando que

$$Z_R^N = a^2 Z_R^P \quad (3.78)$$

$$X_{mN} = a^2 X_{mP} \quad (3.79)$$

obtem-se, substituindo as expressões (3.74) a (3.79) na equação (3.73), a seguinte equação

$$\begin{bmatrix} \hat{V}_{qs}^P \\ \hat{V}_{ds}^N \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_P & 0 & jX_{mP} & 0 \\ 0 & Z_N & 0 & ja^2 X_{mP} \\ jX_{mP} & a \frac{\omega_R}{\omega_b} X_{mP} & Z_R^P & a \frac{\omega_R}{\omega_b} X_{RR}^P \\ -a \frac{\omega_R}{\omega_b} X_{mP} & ja^2 X_{mP} & -a \frac{\omega_R}{\omega_b} X_{RR}^P & a^2 Z_R^P \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{I}_{qs}^P \\ \hat{I}_{ds}^N \\ \hat{I}_{qr}^P \\ \hat{I}_{dr}^N \end{bmatrix} \quad (3.80)$$

A equação (3.80) poderia ser usada diretamente em um computador digital e não haveria a necessidade de outras equações para efetuar os cálculos necessários para obter o desempenho em regime permanente. Entretanto, para facilitar a interpretação dos resultados é oportuno obter equações que permitam a representação da máquina por intermédio de um circuito equivalente para operação em regime permanente.

**Equações de tensão na forma de componentes simétricas:**

Por muitos anos, a teoria dos campos girantes [4] tem sido usada para estabelecer um circuito equivalente que tornou-se um padrão para análise da operação em regime permanente de máquinas de indução bifásicas assimétricas. Esse circuito equivalente pode ser derivado de (3.80) usando componentes simétricas bifásicas [33, 34].

A teoria das componentes simétricas torna possível representar qualquer sistema desequilibrado de dois fasores  $\hat{F}_{qs}$  e  $\hat{F}_{ds}$  como a superposição de dois sistemas bifásicos equilibrados, denominados componentes simétricos dos fasores originais. Os conjuntos equilibrados de componentes são: (1) componentes de seqüência positiva, consistindo de dois fasores iguais em módulo, defasados de  $90^\circ$  entre si e tendo a mesma seqüência de fases que os fasores originais; (2) componentes de seqüência negativa, consistindo de dois fasores iguais em módulo, defasados de  $90^\circ$  entre si e tendo a seqüência de fases oposta à dos fasores originais. Sendo cada um dos fasores do sistema desequilibrado original igual à soma de seus componentes, pode-se escrever

$$\hat{F}_{qs} = \hat{F}_{qs}^+ + \hat{F}_{qs}^- \quad (3.81)$$

$$\hat{F}_{ds} = \hat{F}_{ds}^+ + \hat{F}_{ds}^- \quad (3.82)$$

nas quais o fasor  $\hat{F}$  pode representar os fasores tensão ou corrente.

Em (3.81) e (3.82)  $\hat{F}_{qs}^+$  e  $\hat{F}_{ds}^+$  formam o conjunto de seqüência positiva, em que

$$\hat{F}_{ds}^+ = -j\hat{F}_{qs}^+ \quad (3.83)$$

O conjunto de seqüência negativa é por formado  $\hat{F}_{qs}^-$  e  $\hat{F}_{ds}^-$ , em que

$$\hat{F}_{ds}^- = j\hat{F}_{qs}^- \quad (3.84)$$

Combinando as equações (3.81) a (3.84) resulta

$$\begin{bmatrix} \hat{F}_{qs}^+ \\ \hat{F}_{ds}^+ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -j & j \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{F}_{qs}^+ \\ \hat{F}_{qs}^- \end{bmatrix} \quad (3.85)$$

Definindo

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -j & j \end{bmatrix} \quad (3.85a)$$

Segue que

$$\mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & j \\ 1 & -j \end{bmatrix} \quad (3.85b)$$

Pré-multiplicando ambos os membros da equação (3.85) por  $\mathbf{A}^{-1}$ , obtém-se

$$\begin{bmatrix} \hat{F}_{qs}^+ \\ \hat{F}_{qs}^- \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & j \\ 1 & -j \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{F}_{qs}^+ \\ \hat{F}_{ds}^+ \end{bmatrix} \quad (3.86)$$

A equação (3.86) mostra como decompor os dois fasores assimétricos em seus componentes simétricos. Entretanto, quando fenômenos dinâmicos estão envolvidos é necessário garantir que na transformação de variáveis a potência seja invariante em ambos os casos - ve-

lhas e novas variáveis -, tomando o sistema como um todo. Em Hancock [35] é estabelecido que para assegurar a invariância de potência, quando as variáveis são complexas, é necessário que a matriz que realiza a transformação seja unitária, isto é, que a sua inversa seja igual a sua matriz transposta conjugada.

Analisando a matriz de transformação inicial  $\mathbf{A}$  - equação (3.85a), observa-se que a matriz conjugada transposta de  $\mathbf{A}$  - matriz  $(\mathbf{A}^T)^*$  - difere da matriz inversa de  $\mathbf{A}$  - matriz  $\mathbf{A}^{-1}$ , equação (3.85b) - pela presença de um fator 1/2. Para que a potência seja invariante com transformações idênticas para corrente e tensão será necessária a divisão da matriz  $\mathbf{A}$  por  $\sqrt{2}$  obtendo

$$\mathbf{C} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -j & j \end{bmatrix} \quad (3.87)$$

então

$$\mathbf{C}^{-1} = (\mathbf{C}^T)^* = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & j \\ 1 & -j \end{bmatrix} \quad (3.88)$$

Hancock [35] estabelece que quando as transformações de tensão e corrente são especificadas, a transformação de impedância é automaticamente determinada e não pode ser arbitrariamente escolhida. Assim

$$\mathbf{Z}' = (\mathbf{C}^T)^* \mathbf{Z} \mathbf{C} \quad (3.89)$$

Da equação (3.80), a matriz de impedância em regime permanente  $\mathbf{Z}$  é dada por

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} Z_P & 0 & jX_{mP} & 0 \\ 0 & Z_N & 0 & ja^2 X_{mP} \\ jX_{mP} & avX_{mP} & Z_R^P & avX_{RR}^P \\ -avX_{mP} & ja^2 X_{mP} & -avX_{RR}^P & a^2 Z_R^P \end{bmatrix} \quad (3.90)$$



na qual  $v$  é igual a  $\omega_R/\omega_b$

Objetiva-se obter as equações que levem ao circuito equivalente em regime permanente. Para alcançar esse propósito, o primeiro passo é aplicar uma transformação que é equivalente a referir o enrolamento N ( $N_N$  espiras efetivas) para o enrolamento P ( $N_P$  espiras efetivas). Essa transformação é

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1/a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.91)$$

segue que

$$\mathbf{Z}' = \mathbf{C}^T \mathbf{Z} \mathbf{C} = \begin{bmatrix} Z_P & 0 & jX_{mP} & 0 \\ 0 & Z_N / a^2 & 0 & jX_{mP} \\ jX_{mP} & vX_{mP} & Z_R^P & vX_{RR}^P \\ -vX_{mP} & jX_{mP} & -vX_{RR}^P & Z_R^P \end{bmatrix} \quad (3.92)$$

O segundo passo é aplicar a matriz de transformação para componentes simétricas. Tomando a equação (3.87), considerando que ela deve ser aplicada separadamente para os eixos do estator e do rotor e desde que não há transformação entre esses eixos, os espaços remanescentes da matriz de transformação deverão ser preenchidos com zeros. Assim

$$\mathbf{C} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ -j & j & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -j & j \end{bmatrix} \quad (3.93)$$

segue que

$$\mathbf{Z}'' = (\mathbf{C}^T)^* \mathbf{Z}' \mathbf{C}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & j & 0 & 0 \\ 1 & -j & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & j \\ 0 & 0 & 1 & -j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_P & 0 & jX_{mP} & 0 \\ 0 & Z_N / a^2 & 0 & jX_{mP} \\ jX_{mP} & vX_{mP} & Z_R^P & vX_{RR}^P \\ -vX_{mP} & jX_{mP} & -vX_{RR}^P & Z_R^P \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ -j & j & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -j & j \end{bmatrix}$$

Substituindo em  $\mathbf{Z}''$  o valor de  $Z_R^P$ , dado em (3.76) e efetuando as operações indicadas temos

$$\mathbf{Z}'' = \begin{bmatrix} Z_P + Z_D & Z_D & jX_{mP} & 0 \\ Z_D & Z_P + Z_D & 0 & jX_{mP} \\ jsX_{mP} & 0 & R_R + jsX_{RR} & 0 \\ 0 & j(2-s)X_{mP} & 0 & R_R + j(2-s)X_{RR} \end{bmatrix} \quad (3.94)$$

em que

$$Z_D = \frac{1}{2} \left( \frac{R_N}{a^2} - R_P \right) + j \frac{1}{2} \left( \frac{X_{IN}}{a^2} - X_{IP} \right),$$

$s = (1 - v)$  é o escorregamento (por unidade) e

$$(2 - s) = 1 + v$$

É importante observar que de acordo com a equação (3.76), os parâmetros do rotor em (3.94) deveriam apresentar o índice P. No entanto, ele foi omitido para simplificar a notação.

Utilizando o método de partição de matrizes, a matriz  $\mathbf{Z}''$  é dividida em submatrizes 2x2, ou seja

$$\mathbf{Z}'' = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & \mathbf{D} \end{bmatrix} \quad (3.95)$$

Considerando que os terminais dos circuitos do rotor são curto-circuitados, as tensões nos terminais do rotor são iguais a zero e conseqüentemente as equações correspondentes na expressão (3.95) podem ser eliminadas. A matriz de impedância reduzida resultante é dada por

$$\mathbf{Z}''' = \mathbf{A} - \mathbf{BD}^{-1}\mathbf{C} \quad (3.96)$$

Expandindo a expressão (3.96) obtém-se

$$\mathbf{Z}^m = \begin{bmatrix} Z_P + Z_D & Z_D \\ Z_D & Z_P + Z_D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} jX_{mP} & 0 \\ 0 & jX_{mP} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{R_R + jsX_{RR}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_R + j(2-s)X_{RR}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} jsX_{mP} & 0 \\ 0 & j(2-s)X_{mP} \end{bmatrix}$$

então

$$\mathbf{Z}^m = \begin{bmatrix} Z_P + Z_D + \frac{X_{mP}^2}{R_R/s + jX_{RR}} & Z_D \\ Z_D & Z_P + Z_D + \frac{X_{mP}^2}{R_R/(2-s) + jX_{RR}} \end{bmatrix} \quad (3.97)$$

A matriz  $\mathbf{Z}^m$  é uma matriz simétrica, portanto é adaptável para obtenção de um circuito equivalente. Para isso, é necessário desenvolver as expressões das impedâncias. Assim

$$Z_P + \frac{X_{mP}^2}{R_R/s + jX_{RR}} = \frac{(R_P + jX_{IP} + jX_{mP})(R_R/s + jX_{IR} + jX_{mP}) + X_{mP}^2}{(R_R/s + jX_{IR} + jX_{mP})}$$

$$Z_P + \frac{X_{mP}^2}{R_R/s + jX_{RR}} = R_P + jX_{IP} + \frac{jX_{mP} \cdot (R_R/s + jX_{mP})}{jX_{mP} + (R_R/s + jX_{mP})} \quad (3.98)$$

Na expressão (3.98) claramente é identificada a associação paralela das impedâncias  $(jX_{mP})$  e  $(R_R/s + jX_{IR})$ . Desse modo, a impedância total, vista dos terminais, para a corrente de seqüência positiva é  $(R_P + jX_{IP})$  em série com a associação de  $(R_R/s + jX_{IR})$  e  $(jX_{mP})$  em paralelo. O circuito de seqüência negativa é o mesmo, exceto que  $s$  é substituído por  $(2-s)$ . O elemento  $Z_D$  é comum aos circuitos de seqüência positiva e negativa.

Lembrando que as tensões nos terminais do motor são dadas por  $V_{qs}^P = V_P$  e  $V_{ds}^N = V_N$ ,

as tensões em componentes simétricas podem ser expressas por:

$$\begin{bmatrix} V^+ \\ V^- \end{bmatrix} = \mathbf{C}^{-1} \begin{bmatrix} V_P \\ V_N \end{bmatrix} \quad (3.99)$$

na qual  $\mathbf{C}^{-1}$  é dado pela expressão (3.88). Assim, referindo a tensão  $V_N$  para o enrolamento P ( $N_P$  espiras) obtém-se

$$\begin{bmatrix} V^+ \\ V^- \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & j \\ 1 & -j \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1/a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_P \\ V_N \end{bmatrix} \quad (3.100)$$

$$V^+ = \frac{1}{\sqrt{2}} (V_P + jV_N/a) \quad (3.101)$$

$$V^- = \frac{1}{\sqrt{2}} (V_P - jV_N/a) \quad (3.102)$$

De maneira análoga, as correntes são expressas por

$$I^+ = \frac{1}{\sqrt{2}} (I_P + jaI_N) \quad (3.103)$$

$$I^- = \frac{1}{\sqrt{2}} (I_P - jaI_N) \quad (3.104)$$

O circuito equivalente completo é mostrado na Fig. 3.9. As equações correspondentes ao circuito da Fig. 3.9 são expressas por

$$V^+ = I^+ (Z_P + Z_f) + (I^+ - I^-) Z_D \quad (3.105)$$

$$V^- = I^- (Z_P + Z_b) - (I^+ - I^-) Z_D \quad (3.106)$$

em que  $Z_f$  e  $Z_b$  são as impedâncias de  $jX_{mP}$  em paralelo com  $R_R/s + jX_{IR}$  e  $R_R/(2-s) + jX_{IR}$ , respectivamente.

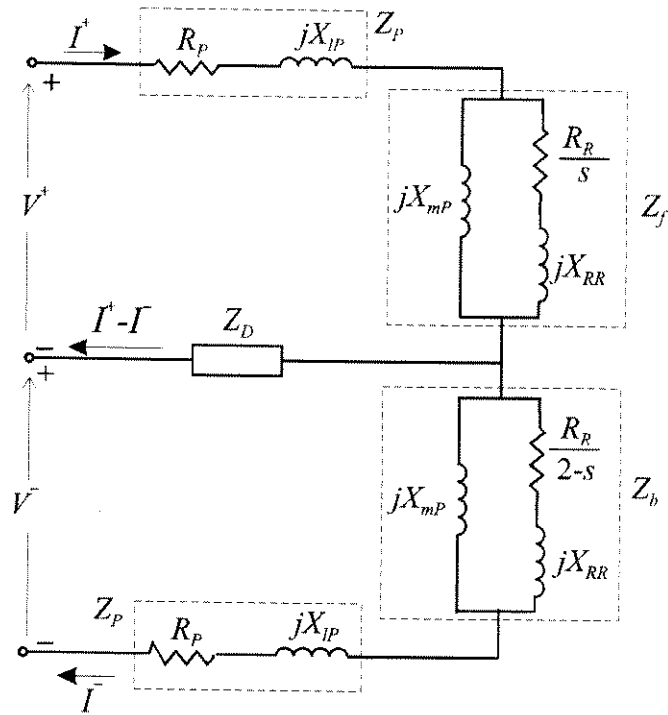


Fig. 3.9 - Circuito equivalente para operação em regime permanente de um motor de indução bifásico assimétrico

Para obter as equações das tensões e correntes nos dois enrolamentos do motor equivalente é necessário combinar as equações (3.101)-(3.106), obtendo-se

$$V_P = I_P \left( Z_P + \frac{Z_f}{2} + \frac{Z_b}{2} \right) + jaI_N \left( \frac{Z_f - Z_b}{2} \right) \quad (3.107)$$

$$V_N = -jaI_P \left( \frac{Z_f - Z_b}{2} \right) + I_N \left( Z_N + \frac{\alpha^2 Z_f}{2} + \frac{\alpha^2 Z_b}{2} \right) \quad (3.108)$$

Essas equações podem ser rescritas como

$$V_P = I_P \left( Z_P + \frac{Z_f}{2} + \frac{Z_b}{2} \right) + j \frac{E_{fN}}{a} - \frac{jE_{bN}}{a} \quad (3.109)$$

$$V_N = I_N \left( Z_N + \frac{\alpha^2 Z_f}{2} + \frac{\alpha^2 Z_b}{2} \right) - jaE_{fP} + jaE_{fN} \quad (3.110)$$

em que  $(jE_{fN}/a)$ ,  $(-jE_{bN}/a)$ ,  $(-jaE_{fp})$  e  $(jaE_{fn})$  são as tensões geradas em cada enrolamento devido aos fluxos “forward” e “backward” estabelecidos pelo outro enrolamento. E  $E_{fN}=I_N\alpha^2Z_f/2$ ,  $E_{bN}=I_N\alpha^2Z_b/2$ ,  $E_{fp}=I_PZ_f/2$  e  $E_{fn}=I_PZ_b/2$  são as tensões geradas nos enrolamentos de neutro e de fase pelos seus próprios fluxos “forward” e “backward”.

As equações (3.109) e (3.110) permitem representar o circuito equivalente tradicional de um motor de indução bifásico assimétrico operando em regime permanente. Este circuito também pode ser derivado utilizando a teoria dos campos girantes, como mostrado por Morrill [4]. Os dois enrolamentos são representados por um circuito equivalente como mostra a Fig. 3.10. Nele, as tensões induzidas num enrolamento, pelos fluxos girantes “forward” e “backward” do outro enrolamento, são mostradas como tensões internas.

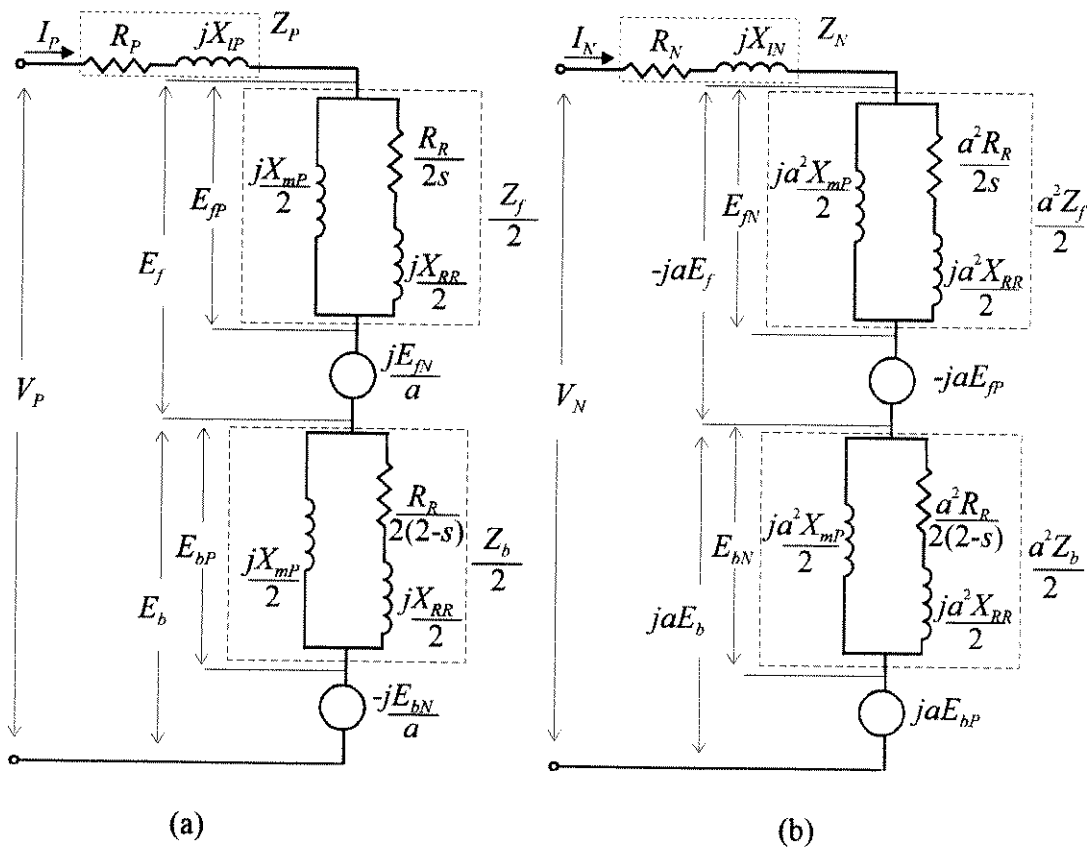


Fig. 3.10 - Circuito equivalente pela teoria dos campos girantes para o MIBAET

(a) enrolamento de fase (b) enrolamento de neutro

Tomando as equações (3.107) e (3.108) e definindo

$$z_1 = Z_P + 0,5(Z_f + Z_b) \quad (3.111)$$

$$z_2 = j0,5\alpha(Z_f - Z_b) \quad (3.112)$$

$$z_3 = -j0,5\alpha(Z_f - Z_b) \quad (3.113)$$

$$z_4 = Z_N + 0,5\alpha^2(Z_f + Z_b) \quad (3.114)$$

as correntes nos dois enrolamentos podem então ser expressas por:

$$\hat{I}_P = \frac{z_4\hat{V}_P - z_2\hat{V}_N}{z_1z_4 - z_2z_3} \quad (3.115)$$

$$\hat{I}_N = \frac{z_1\hat{V}_N - z_3\hat{V}_P}{z_1z_4 - z_2z_3} \quad (3.116)$$

Uma vez calculadas as correntes  $\hat{I}_P$  e  $\hat{I}_N$ , pode-se determinar as correntes naturais  $\hat{I}_{F1}$  e  $\hat{I}_{F2}$  na máquina. Considerando a Fig. 3.1 (ver item 3.2), tem-se no ponto M que

$$\hat{I}_{F1} + \hat{I}_{F2} + \hat{I}_N = 0 \quad (3.117)$$

Aplicando a equação (3.1) em (3.117), pode-se escrever que

$$\hat{I}_{F1} = \hat{I}_P - \hat{I}_N/2 \quad (3.118)$$

$$\hat{I}_{F2} = -\hat{I}_P - \hat{I}_N/2 \quad (3.119)$$

O torque interno em regime permanente produzido pelo motor pode ser obtido do circuito equivalente mostrado na Fig. 3.10. Considerando que  $P_{gf}$  e  $P_{gb}$  são as potências entregues

pelos enrolamentos de estator devido aos fluxos “forward” e backward”, respectivamente, ou seja:

$$P_{gf} = \text{real}(\hat{E}_f \hat{I}_P^* - ja \hat{E}_f \hat{I}_N^*) \quad (3.120)$$

$$P_{gb} = \text{real}(\hat{E}_b \hat{I}_P^* + ja \hat{E}_b \hat{I}_N^*) \quad (3.121)$$

a expressão para o torque eletromagnético  $T_e$  será dada por

$$T_e = \frac{P_{gf} - P_{gb}}{\omega_s} \quad (3.122)$$

em que  $\omega_s$  é a velocidade síncrona em rad/s.

A equação (3.122) pode ser simplificada para a seguinte forma:

$$T_e = \frac{1}{\omega_s} \left( (I_P^2 + a^2 I_N^2) (R_f - R_b) + a I_P I_N (R_f + R_b) \text{sen}(\theta_P - \theta_N) \right) \quad (3.122a)$$

em que

$$R_f = \text{real}(Z_f) \quad \text{e} \quad R_b = \text{real}(Z_b),$$

$$\hat{I}_P = I_P \angle \theta_P \quad \text{e} \quad \hat{I}_N = I_N \angle \theta_N$$

Na partida,  $s = 1$  e  $R_f = R_b \cong R_R$ . Da equação (3.122a) o torque de partida  $T_{st}$  é dado

por

$$T_{st} = \frac{2aR_R I_P I_N \text{sen}(\theta_P - \theta_N)}{\omega_s} \quad (3.122b)$$



### Fator de desbalanceamento

É conveniente expressar o grau de desbalanceamento presente no MIBAET sob qualquer condição de operação. O fator de desbalanceamento  $\delta$  é definido como a relação entre as componentes de corrente de seqüência negativa e positiva do enrolamento de fase, isto é

$$\hat{\delta} = \frac{I^-}{I^+} \quad (3.123)$$

Substituindo os valores de  $V^+$  e  $V^-$ , fornecidos pelas equações (3.101) e (3.102), nas expressões (3.105) e (3.106) correspondentes ao circuito equivalente da Fig. 3.9, e então adicionando e subtraindo as equações resultantes, as seguintes expressões são obtidas

$$\sqrt{2}\hat{V}_P = (Z_P + Z_f)I^+ + (Z_P + Z_b)I^- \quad (3.124)$$

$$j\sqrt{2}\frac{\hat{V}_N}{a} = I^+(Z_P + Z_f + 2Z_D) - I^-(Z_P + Z_b + 2Z_D) \quad (3.125)$$

O valor de  $\hat{V}_N$  é obtido da equação (3.8). Por conveniência, ela é rescrita a seguir

$$\hat{V}_N = -j\frac{1}{2\sqrt{3}}\hat{V}_P - \frac{Z_P}{4}\hat{I}_N \quad (3.126)$$

Empregando o conceito de componentes simétricas, a corrente  $\hat{I}_N$  em (3.126) pode ser escrita como uma função das componentes de corrente de seqüência positiva e negativa. Resolvendo as equações (3.103) e (3.104) para  $\hat{I}_N$ , obtém-se

$$\hat{I}_N = \frac{1}{a\sqrt{2}}(-jI^+ + jI^-) \quad (3.127)$$

Combinando as equações (3.125), (3.126) e (3.127), pode-se escrever que

$$\sqrt{2}\hat{V}_P = 2a\sqrt{3}\left(Z_P + Z_f + 2Z_D + \frac{Z_P}{4a^2}\right)I^+ - 2a\sqrt{3}\left(Z_P + Z_b + 2Z_D + \frac{Z_P}{4a^2}\right)I^- \quad (3.128)$$

Combinando-se as equações (3.124), (3.128) e (3.123), obtém-se

$$\hat{\delta} = \frac{Z_\delta + (1 - 1/2a\sqrt{3}) \cdot (Z_P + Z_f)}{Z_\delta + (1 + 1/2a\sqrt{3}) \cdot (Z_P + Z_b)} \quad (3.129)$$

em que  $Z_\delta = 2Z_D + \frac{Z_P}{4a^2}$

### 3.6. EQUAÇÕES PARA SIMULAÇÃO DE TRANSITÓRIOS

Analisando a expressão (3.70), em que as correntes foram escolhidas com variáveis de estado, verifica-se que cada equação de tensão contém duas derivadas de corrente. A escolha do fluxo concatenado como variável de estado resulta em equações de tensão com apenas uma derivada de fluxo. Esta propriedade facilita a implementação da simulação digital.

Os fluxos concatenados podem ser vistos como consistindo de duas partes: uma que corresponde ao fluxo de dispersão e outra que corresponde ao fluxo de entreferro. A partir disto pode-se definir nas expressões (3.61)-(3.64) que

$$\Psi_{mq}^P = X_{mP} \left( i_{qs}^P + i_{qr}^P \right) \quad (3.130)$$

$$\Psi_{md}^N = X_{mN} \left( i_{qs}^N + i_{dr}^N \right) \quad (3.131)$$

Substituindo as equações (3.130) e (3.131) nas expressões (3.61)-(3.64), pode-se então rescrever as equações de fluxo como

$$\Psi_{qs}^P = X_{IP} i_{qs}^P + \Psi_{mq}^P \quad (3.132)$$

$$\Psi_{ds}^N = X_{IN} i_{ds}^N + \Psi_{md}^N \quad (3.133)$$

$$\Psi_{qr}^P = X_{IR} i_{qr}^P + \Psi_{mq}^P \quad (3.134)$$

$$\Psi_{dr}^N = X_{IR} i_{dr}^N + \Psi_{md}^N \quad (3.135)$$

Para eliminar as correntes como variáveis nas expressões de tensão, deve-se colocar as correntes em função dos fluxos concatenados. De (3.132) - (3.136) obtém-se

$$i_{qs}^P = \frac{1}{X_{IP}} (\Psi_{qs}^P - \Psi_{mq}^P) \quad (3.136)$$

$$i_{ds}^N = \frac{1}{X_{IN}} (\Psi_{ds}^N - \Psi_{md}^N) \quad (3.137)$$

$$i_{qr}^P = \frac{1}{X_{IR}^P} (\Psi_{qr}^P - \Psi_{mq}^P) \quad (3.138)$$

$$i_{dr}^N = \frac{1}{X_{IR}^N} (\Psi_{dr}^N - \Psi_{md}^N) \quad (3.139)$$

Substituindo as equações (3.136), (3.137), (3.138) e (3.139) para as correntes nas expressões (3.57), (3.58), (3.59), (3.60), (3.130) e (3.131) e então resolvendo para os fluxos, as seguintes equações computacionais são obtidas

$$p\Psi_{qs}^P = \omega_b \left[ \frac{R_P}{X_{IP}} (\Psi_{mq}^P - \Psi_{qs}^P) + v_{qs} \right] \quad (3.140)$$

$$p\Psi_{ds}^N = \omega_b \left[ \frac{R_N}{X_{IN}} (\Psi_{md}^N - \Psi_{ds}^N) + v_{ds} \right] \quad (3.141)$$

$$p\Psi_{qr}^P = \omega_b \frac{R_R^P}{X_{IR}^P} (\Psi_{mq}^P - \Psi_{qr}^P) - \frac{1}{a} \omega_R \Psi_{dr}^P \quad (3.142)$$

$$p\Psi_{dr}^N = \omega_b \frac{R_R^N}{X_{IR}^N} (\Psi_{md}^N - \Psi_{dr}^N) + \alpha \omega_R \Psi_{qr}^P \quad (3.143)$$

nas quais

$$\Psi_{mq}^P = X_{qP} \left( \frac{\Psi_{qs}^P}{X_{IP}^P} + \frac{\Psi_{qr}^P}{X_{IR}^P} \right) \quad (3.144)$$

$$\Psi_{md}^N = X_{dN} \left( \frac{\Psi_{ds}^N}{X_{IN}^N} + \frac{\Psi_{dr}^N}{X_{IR}^N} \right) \quad (3.145)$$

em que

$$X_{qP} = \left( \frac{1}{X_{mP}} + \frac{1}{X_{IP}^P} + \frac{1}{X_{IR}^P} \right)^{-1} \quad (3.146)$$

$$X_{dN} = \left( \frac{1}{X_{mN}} + \frac{1}{X_{IN}^N} + \frac{1}{X_{IR}^N} \right)^{-1} \quad (3.147)$$

Obtidos os fluxos ( $\Psi$ ) - equações (3.140) a (3.143) - as correntes podem ser obtidas através das equações (3.136) - (3.139). Considerando que  $i_{qs} = I_P(t)$  e  $i_{ds} = I_N(t)$ , as correntes naturais  $I_{F1}(t)$  e  $I_{F2}(t)$  podem ser obtidas. De (3.118) e (3.119), por analogia, pode-se escrever que

$$I_{F1}(t) = I_P(t) - I_N(t)/2 \quad (3.148)$$

$$I_{F2}(t) = -I_P(t) - I_N(t)/2 \quad (3.149)$$

O conjugado eletromagnético instantâneo  $T_e$  expresso nas variáveis DQ referidas é dado pela equação (3.72). A equação (3.26) permite calcular a velocidade de rotação do motor ( $\omega_R$ ). Por conveniência esta expressões são rescritas a seguir

$$T_e = \left( \frac{P}{2} \right) \cdot \left( \frac{N_N}{N_P} \right) L_{mP} \left[ i_{ds}^N i_{qr}^P - i_{qs}^P i_{dr}^N \right] \quad (150)$$

$$T_e = J \cdot \left( \frac{2}{P} \right) \cdot p\omega_R + T_C \quad (151)$$

Observação:

Krause [16] desenvolve uma expressão alternativa para obter o torque instantâneo  $T_e$ , na simulação computacional, em função dos fluxos concatenados por segundo ( $\psi$ ). Essa expressão pode ser derivada tomando-se por base a equação (3.71). Das equações (3.42) e (3.43) obtém-se

$$i_{qs} = \frac{\lambda_{qr}}{M_{PR}} - \frac{L_R}{M_{PR}} i_{qr} \quad (3.152a)$$

$$i_{ds} = \frac{\lambda_{dr}}{M_{NR}} - \frac{L_R}{M_{NR}} i_{dr} \quad (3.152b)$$

Combinando as equações (3.71), (3.152a) e (3.152b) e utilizando a Tabela 3.1 para referir as grandezas do rotor, pode-se escrever que

$$T_e = \frac{P}{2} \left( \frac{1}{a} \cdot i_{qr}^P \cdot \lambda_{dr}^N - a \cdot i_{dr}^N \cdot \lambda_{qr}^P \right) \quad (3.153)$$

A equação (3.153) em função do fluxo concatenado por segundo ( $\psi$ ) pode ser rescrita como

$$T_e = \frac{P}{2} \frac{1}{\omega_b} \left( \frac{1}{a} \cdot i_{qr}^P \cdot \psi_{dr}^N - a \cdot i_{dr}^N \cdot \psi_{qr}^P \right) \quad (3.154)$$

## **CAPÍTULO 4**

### **DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS**

## 4.1. INTRODUÇÃO

O desempenho da máquina é descrito por um conjunto de equações diferenciais de primeira ordem como foi mostrado no capítulo anterior. As correntes nos enrolamentos e a velocidade do rotor são variáveis dependentes, ao passo que os parâmetros da máquina são coeficientes constantes. Neste capítulo são apresentados os ensaios à vazio e de rotor bloqueado, a partir dos quais os parâmetros do circuito equivalente são obtidos. É também apresentada a determinação experimental do momento de inércia do rotor.

Na literatura existem várias propostas para determinação dos parâmetros do circuito equivalente de motores de indução monofásicos [36, 37, 38]. Os métodos diferem bastante quanto aos procedimentos utilizados para fazer as medidas na máquina e também no cálculo dos parâmetros com base nessas medidas. Neste trabalho é adotado, em princípio, o método desenvolvido por Suhr [37] para o motor monofásico com a seguinte alteração: durante os ensaios de rotor bloqueado e à vazio, as medidas de tensão, corrente e potências ativas absorvidas pelo motor são realizadas com os dois enrolamentos energizados simultaneamente. Os procedimentos gerais relativos a conexão dos instrumentos de medida e as respectivas leituras foram tomados observando a normas do “Institute of Electrical and Electronics Engineers” (IEEE) referente ao ensaio de motores de indução [39, 40].

Na obtenção dos parâmetros são adotadas as seguintes hipóteses [4, 36, 37, 38]:

- (1) Todas as harmônicas espaciais são ignoradas;
- (2) Os efeitos da saturação magnética são negligenciados;
- (3) As perdas no núcleo são desprezadas;

(4) A reatância de dispersão secundária é feita igual a reatância de dispersão primária;

O protótipo do motor de indução bifásico utilizado para os testes experimentais consistiu de um motor de 0,5 CV, 230 Volts, 2 pólos. Os procedimentos adotados na obtenção dos parâmetros dos circuitos da Fig. 3.10 são detalhados a seguir:

#### 4.2. ENSAIO DE ROTOR BLOQUEADO ( $s = 1$ )

Considerando o circuito equivalente da Fig. 3.10 e  $s=1$ , então  $Z_f = Z_b$ . Pode-se então rescrever as equações (3.107) e (3.108) como mostrado em (4.1a) e (4.1b).

$$V_{PB} = \left( Z_P + \frac{Z_f}{2} + \frac{Z_b}{2} \right) I_{PB} \quad (4.1a)$$

$$V_{NB} = \left( Z_N + \frac{a^2 Z_f}{2} + \frac{a^2 Z_b}{2} \right) I_{NB} \quad (4.1b)$$

nas quais  $V_{PB}$ ,  $I_{PB}$ ,  $V_{NB}$  e  $I_{NB}$  são os valores medidos no teste de rotor bloqueado ( $s = 1$ )

Considerando ainda a Fig. 3.10, nota-se que  $0,5jX_m \gg (0,5R_R + 0,5jX_{IR})$ , então:

$$\frac{Z_f}{2} + \frac{Z_b}{2} = R_R + j \cdot X_{IR} \quad (4.2)$$

Substituindo a expressão (4.2) em (4.1a) e (4.1b) pode-se escrever que

$$V_{PB} = (R_P + jX_{IP} + R_R + jX_{IR}) I_{PB} \quad (4.3a)$$

$$V_{NB} = (R_N + jX_{IN} + R_R + jX_{IR}) I_{NB} \quad (4.3b)$$



O circuito equivalente para rotor bloqueado (RB) que representa as equações (4.3) é mostrado na Fig. 4.1.

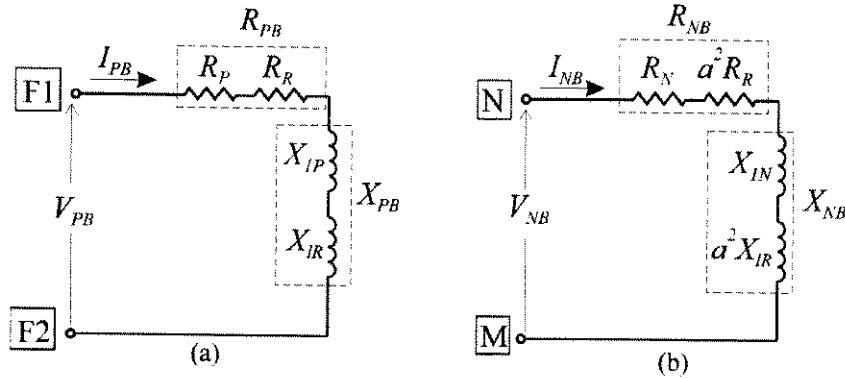


Fig. 4.1 - Circuito equivalente para rotor bloqueado (RB):

(a) Enr. de fase, (b) Enr. de neutro

Torna-se claro que a amplitude da impedância total do enrolamento de fase para RB ( $Z_{PB}$ ) é dada por

$$Z_{PB} = R_{PB} + jX_{PB} = V_{PB}/I_{PB} \quad (4.4)$$

O valor da resistência total do enrolamento de fase ( $R_{PB}$ ) é dado por

$$R_{PB} = R_P + R_R = P_{PB}/(I_{PB})^2 \quad (4.5)$$

em que  $R_P$  é a resistência do enrolamento de fase medida em corrente contínua e  $P_{PB}$  é a potência absorvida pelo enrolamento de fase equivalente durante o teste de rotor bloqueado, então

$$R_R = P_{PB}/(I_{PB})^2 - R_P \quad (4.6)$$

O valor de reatância total do enrolamento de fase ( $X_{PB}$ ) é dado por:

$$X_{PB} = X_{IP} + X_{IR} = \sqrt{Z_{PB}^2 - R_{PB}^2} \quad (4.7)$$

Assumindo que  $X_{IP} = X_{IR}$ , obtém-se

$$X_{IP} = X_{IR} = \sqrt{Z_{PB}^2 - R_{PB}^2} / 2 \quad (4.8)$$

O procedimento para determinar os parâmetros do enrolamento de neutro é similar ao do enrolamento de fase. O valor de  $R_N$  é medido diretamente no enrolamento e a determinação de  $X_{IN}$  leva em consideração os valores já determinados para o rotor, referidos ao enrolamento de fase, assim

$$Z_{NB} = R_{NB} + jX_{NB} = V_{NB} / I_{NB} \quad (4.9)$$

$$R_{NB} = R_N + a^2 R_R \quad (4.10)$$

$$X_{INB} = \sqrt{Z_{NB}^2 - R_{NB}^2} \quad (4.11)$$

$$X_{IN} = X_{INB} - a^2 \cdot X_{IR} \quad (4.12)$$

nas quais,  $R_N$  é o valor medido e  $a$  é obtido pelo teste apresentado a seguir, no item 4.3.

Antes da realização do teste de RB foram tomadas as leituras das resistências dos enrolamentos de fase e de neutro, as quais resultaram em  $R_p = 4,2 \Omega$  e  $R_N = 1,4 \Omega$ , respectivamente.

Durante o ensaio de rotor bloqueado (RB) o motor foi alimentado com tensão nominal. Foram tomadas leituras de tensão ( $V_{PB}$  e  $V_{NB}$ ), corrente ( $I_{PB}$  e  $I_{NB}$ ) e potência ( $P_{PB}$  e  $P_{NB}$ ), simultaneamente em ambos os enrolamentos - fase e neutro. Os resultados obtidos referentes ao MIBAET com e sem transposição são apresentados na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 - Resultados do ensaio de rotor bloqueado

	$I_{F1B}$	$I_{F2B}$	$I_{PB}$	$I_{NB}$	$V_{F1MB}$	$V_{F2MB}$	$V_{PB}$	$V_{NB}$	$P_{F1MB}$	$P_{F2MB}$	$P_{PB}$	$P_{NMB}$
Sem transp.	19,8	20,3	20,0	12,8	110	118	220	28,5	1550	1750	3300	350
Com transp.	17,2	23,4	20,1	17,5	114,2	109,4	219	38,1	1650	1650	3300	680

A aplicação da metodologia para RB resultou nos seguintes parâmetros

*sem transposição*:  $X_{IP} = X_{IR} = 3,64 \Omega$ ;  $R_R = 4,01 \Omega$ ;

*com transposição*:  $X_{IP} = X_{IR} = 3,60 \Omega$ ;  $R_R = 3,99 \Omega$ ;

#### 4.3 DETERMINAÇÃO DO VALOR EFETIVO DA RELAÇÃO DE ESPIRAS

Este teste visa obter o valor da relação entre o número efetivo de espiras do enrolamento de neutro ( $N_N$ ) e o número efetivo de espiras do enrolamento de fase ( $N_P$ ). O teste é realizado com o motor funcionando a vazio ( $s \cong 0$ ), conforme o método descrito por Veinott [1, 38]. Aplicando somente a tensão nominal do enrolamento de fase -  $V_P$  - é medido o valor da tensão induzida no enrolamento de neutro,  $E'_N$ . Repete-se o procedimento para o enrolamento de neutro - aplicando  $V_N$  e medindo  $E'_P$ .

As expressões para as tensões induzidas podem ser obtidas usando as leis de Faraday da indução. O valor rms (eficaz) de uma tensão induzida é dado por  $E_{rms} = 4,44.f.N.\Phi_p$ , na qual  $f$  é a frequência em hertz,  $\Phi_p$  é o fluxo por polo e  $N$  é o número efetivo de espiras do enrolamento.

Assim, as tensões induzidas  $E'_P$  e  $E'_N$  são definidas por  $E'_P = k \cdot N_P$  e  $E'_N = k \cdot N_N$  nas quais  $k = 4,44.f.\Phi_p$  é considerado constante.

Considerando a Fig. 3.10 e definindo  $E_P = E_f + E_b$  e  $E_N = |-jaE_f + jaE_b|$ , as equações para tensões podem ser expressas por

$$V_P = Z_P I_P + E_P \quad \text{ou} \quad E_P = V_P - Z_P I_P \quad (4.13)$$

$$V_N = Z_N I_N + E_N \quad \text{ou} \quad E_N = V_N - Z_N I_N \quad (4.14)$$

Assim, aplicando  $V_P$ , com  $I_N = 0$  e medindo  $I_P$  e  $E'_N$  obtém-se

$$E_P = kN_P = V_P - Z_P I_P \quad \text{e} \quad E'_N = kN_N \Rightarrow E'_N = \frac{N_N}{N_P} (V_P - Z_P I_P)$$

segue que

$$a = \frac{N_N}{N_P} = \frac{E'_N}{V_P - Z_P I_P} \quad (4.15)$$

De maneira análoga, aplicando  $V_N$  e medindo  $E'_P$ , obtém-se

$$a = \frac{V_N - Z_N I_N}{E'_P} \quad (4.16)$$

Combinando as equações (4.15) e (4.16), a relação de espiras efetiva é dada por

$$a = \sqrt{\frac{E'_N \cdot (V_N - Z_N I_N)}{(V_P - Z_P I_P) \cdot E'_P}} \quad (4.17)$$

em que  $Z_P$  é determinado pelo dados obtidos durante o ensaio de RB e  $Z_N$  é calculado aproximadamente a partir dos dados disponíveis, ou seja

$$Z_P = |R_P + j \cdot X_{IP}|$$

$$Z_N = |R_N + j \cdot \sqrt{(V_{NB}/I_{NB})^2 - (P_{NB}/I_{NB}^2)^2}|$$

Para  $V_P = 224$  V e  $I_P = 2,0$  A, aplicados no enrolamento de fase, resultou uma tensão induzida, no enrolamento de neutro,  $E'_N = 64,7$  V. Para  $V_N = 70,3$  V e  $I_N = 5,6$  A, aplicados no

enrolamento de neutro, resultou uma tensão induzida  $E'_p = 190$  V. Utilizando esses valores na equação (4.17) resulta em  $\alpha = 0,31$ .

Aplicando esse valor na equação (4.12) resulta nos seguintes parâmetros

*sem transposição*:  $X_{IN} = 0,98 \Omega$ ;

*com transposição*:  $X_{IN} = 0,90 \Omega$ ;

#### 4.4. ENSAIO A VAZIO (ou EM SINCRONISMO - $s = 0$ )

O MIBAET foi acoplado mecanicamente a um motor de corrente contínua e este foi levado à velocidade síncrona ( $s = 0$ ). Aplicando aos terminais do motor em teste duas fases e o neutro da rede de alimentação (220/127V) foram feitas as leituras das correntes e potências absorvidas pelos enrolamentos de fase e de neutro. Para determinar o valor da reatância de magnetização ( $X_m$ ), é tomado apenas o circuito equivalente do enrolamento de fase (Fig. 3.10a). Como os efeitos das correntes -  $I_P$  e  $I_N$  - estão presentes em ambos os enrolamentos, não é necessário trabalhar com o enrolamento de neutro.

Para a condição de  $s = 0$ , a equação (3.109) pode ser rescrita como

$$V_{P0} = I_{P0} \left( Z_P + \frac{Z_{f0}}{2} + \frac{Z_{b0}}{2} \right) + j \frac{E_{fN0}}{a} - j \frac{E_{bN0}}{a} \quad (4.18)$$

em que:

$$\left. \begin{aligned} E_{fN0} &= a^2 Z_{f0} I_{N0} / 2 \\ E_{bN0} &= a^2 Z_{b0} I_{N0} / 2 \end{aligned} \right\} \quad (4.19)$$

$V_{P0}$ ,  $I_{P0}$ ,  $Z_{f0}$ , etc... são os valores para condição  $s=0$ .

Considerando o circuito equivalente da Fig. 3.10a e  $s=0$ , obtém-se

$$\frac{Z_{f0}}{2} = \frac{j \cdot X_{mP}}{2} \quad (4.20)$$

e desde que  $0,5jX_{mP} \gg [(R_R / 4) + j(X_{IR} / 2)]$ , então

$$\frac{Z_{b0}}{2} = \frac{R_R}{4} + \frac{j \cdot X_{IR}}{2} \quad (4.21)$$

A Fig. 4.2 mostra o circuito equivalente aproximado resultante para condição em sincronismo ( $s = 0$ ).

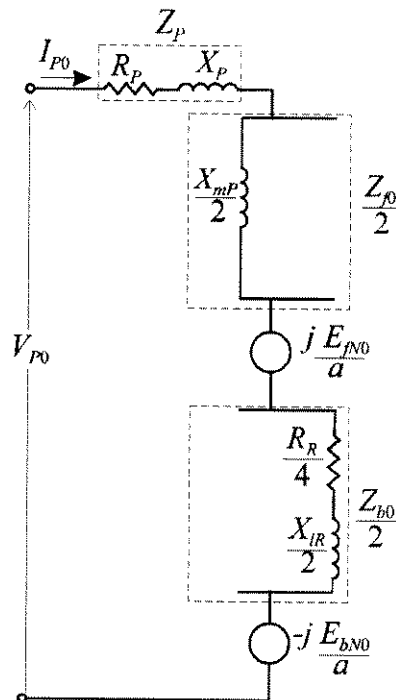


Fig. 4.2 - Circuito equivalente para condição  $s = 0$  (enrolamento de fase)

Substituindo as equações (4.15), (4.16) e (4.17) em (4.14) resulta

$$V_{P0} = I_{P0} \left[ Z_P + \left( \frac{jX_{mP}}{2} \right) + \left( \frac{R_R}{4} + \frac{jX_{IR}}{2} \right) \right] + jaI_{N0} \left( \frac{jX_{mP}}{2} \right) - jaI_{N0} \left( \frac{R_R}{4} + \frac{jX_{IR}}{2} \right) \quad (4.22)$$

Isolando o valor de  $X_{mP}$  em (4.22) obtém-se

$$X_{mP} = 2 \cdot \text{imag} \left[ \frac{V_{P0} - I_{P0} Z_P - (I_{P0} - jaI_{N0}) \cdot (0,25R_R + 0,5jX_{IR})}{I_{P0} + jaI_{N0}} \right] \quad (4.23)$$

Os resultados obtidos na realização do ensaio de sincronismo ( $s = 0$ ) são apresentados na Tabela 4.2.

Tabela 4.2 - Resultados do ensaio à vazio

	$I_{F10}$	$I_{F20}$	$I_{P0}$	$I_{N0}$	$V_{F1M0}$	$V_{F2M0}$	$V_{P0}$	$V_{N0}$	$P_{F1M0}$	$P_{F2M0}$	$P_{P0}$	$P_{N0}$
Sem transp.	2,24	1,75	1,99	0,57	115,5	112,4	227	65	55	30	85	-30
Com transp.	2,08	1,63	1,83	0,80	113,6	112,2	225	65,2	80	8	88	-28

A aplicação da metodologia para  $s = 0$  resultou nos seguintes parâmetros

*sem transposição*:  $X_{mP} = 206 \Omega$ ;

*com transposição*:  $X_{mP} = 211 \Omega$ ;

Aplicando a metodologia desenvolvida conjuntamente com os dados apresentados nas tabelas 4.1 e 4.2 foram calculados todos os parâmetros do circuito equivalente do motor. Os valores resultantes, referidos ao enrolamento de fase **P**, são mostrados agora de forma compacta na Tabela 4.3, na qual  $R_P$ ,  $X_{IP}$ ,  $R_N$  e  $X_{IN}$  representam, respectivamente, as resistências e reatâncias de dispersão dos enrolamentos de fase e de neutro,  $R_R$  e  $X_{IR}$  são a resistência e reatância de dispersão do rotor e  $X_{mP}$  é a reatância de magnetização.

Os parâmetros referidos ao enrolamento de neutro **N** -  $R_R^N$ ,  $X_{IR}^N$  e  $X_{mN}$  - foram obtidos a partir dos parâmetros referidos ao enrolamento **P**, considerando a tabela 3.1 (ver item 3.3), a equação 3.79 e o valor de  $\alpha$  obtido por teste.

Tabela 4. 3 - Impedâncias dos enrolamentos do estator e do rotor

	Constantes do motor, $\Omega$									
	$R_P$	$X_{IP}$	$R_N$	$X_{IN}$	$R_R$	$X_{IR}$	$X_{mP}$	$R_R^N$	$X_{IR}^N$	$X_{mN}$
Sem transposição	4,20	3,64	1,40	0,98	4,01	3,64	206	0,39	0,35	19,8
Com transposição	4,20	3,60	1,40	0,90	3,99	3,60	211	0,38	0,35	20,2

#### 4.5. DETERMINAÇÃO DO MOMENTO DE INÉRCIA

O momento de inércia do rotor  $J$  é o coeficiente que compõe o termo referente ao conjugado acelerante na equação (3.26) que expressa o equilíbrio de conjugados no movimento rotacional. O torque acelerante aparece somente durante processos transitórios, quando a velocidade varia de um valor para outro, como por exemplo durante a partida. Neste caso, o momento de inércia define o tempo de aceleração do motor.

Se as dimensões do rotor são conhecidas, um valor aproximado para o momento de inércia pode ser obtido por cálculo direto. Se a densidade  $\rho$  do núcleo e do eixo são consideradas iguais, Jevons [41] apresenta a seguinte equação para o momento de inércia

$$J = \left( \frac{\pi\rho}{2} \right) \left[ (l_1 - l_2)r_1^4 + l_2r_2^4 \right] \quad (4.24)$$

em que  $l_1$ ,  $r_1$  e  $m_1$  são o comprimento, o raio e a massa do eixo do rotor, respectivamente.  $l_2$ ,  $r_2$ ,  $m_2$  são as dimensões correspondentes para o núcleo do rotor. Todas as dimensões devem estar expressas em unidades m.k.s.



O valor obtido por esse método é sujeito a erros por causa da presença de ranhuras, enrolamentos, ventilador no rotor, etc. Jevons [41] apresenta, então, um método experimental para determinação do momento de inércia. O equipamento necessário é mostrado na Fig. 4.3. O rotor é suspenso em um suporte bifilar composto de dois longos fios separados por uma distância  $2d$ . Os períodos para pequenas oscilações do suporte e rotor ( $T_1$ ) e para o suporte sem o rotor ( $T_2$ ) são medidos. O momento de inércia é obtido por

$$J = 0,249 \left( \frac{d^2}{l} \right) \left[ m_2 T_1^2 + m_1 (T_1^2 - T_2^2) \right] \quad (4.25)$$

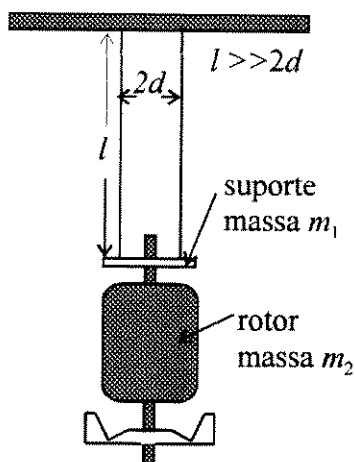


Fig. 4. 3 - Determinação do momento de inércia de um rotor

As medidas efetuadas no rotor resultaram nas seguintes dimensões:

*eixo* -  $r_1 = 0,008$  m e  $l_1 = 0,35$  m,

*núcleo* -  $r_2 = 0,03575$  m e  $l_2 = 0,0742$  m,

Considerando  $\rho = 7786$  kg/m<sup>3</sup> e executando as substituições na equação (4.19) resulta no momento de inércia  $J = 0,0015$  kg/m<sup>2</sup>.

Para o equipamento representado na Fig. 4.3 foram obtidos os seguintes resultados:

*massas* -  $m_1 = 0,155$  kg e  $m_2 = 2,095$  kg

*periodos* -  $T_1 = 1,1$  s e  $T_2 = 0,5$  s.

Efetuando as substituições em (4.20) resulta em  $J = 0,0013$  kg/m<sup>2</sup>.

O segundo resultado, por ser o mais preciso, foi o valor adotado para o momento de inércia nas simulações de regime transitório.

## **CAPÍTULO 5**

# **RESULTADOS EXPERIMENTAIS E DE SIMULAÇÕES COMPUTACIONAIS**

## 5.1. INTRODUÇÃO

O desenvolvimento teórico apresentado nos capítulos anteriores é avaliado neste capítulo em função de testes experimentais, visando verificar a aplicabilidade e exatidão do modelo desenvolvido. Para tanto, são apresentados estudos comparativos entre os resultados obtidos por intermédio de simulação digital e os provenientes de ensaios.

Obtido o modelo, para que as simulações pudessem ser realizadas e também comprovadas experimentalmente, inicialmente foram determinados os parâmetros do circuito equivalente e o momento de inércia do rotor de um motor de indução bifásico assimétrico com os enrolamentos conectados em T, como mostrado no capítulo 4. Conhecidos os parâmetros do circuito equivalente tornou-se possível calcular as características da máquina em regime permanente e transitório desde a partida até a operação em regime permanente, como também investigar o efeito da variação da relação de espiras nas características de operação do motor. Para realizar as diversas simulações que são apresentadas neste capítulo foi utilizado o “pacote” *Matlab/Simulink*.

Com a finalidade de verificar os resultados das simulações são também apresentados testes realizados com diferentes valores de carga, nos quais foram obtidos os valores da velocidade de operação, das potências absorvidas pelo motor e das correntes nos enrolamentos. Da mesma forma são mostradas formas de onda das tensões e correntes e a característica de aceleração à vazio.

## 5.2. TESTES EXPERIMENTAIS DA OPERAÇÃO COM CARGA EM REGIME PERMANENTE

Estes testes foram realizados com o objetivo de comparar os resultados das simulações computacionais com resultados experimentais. Para realização dos testes foi utilizada como carga do MIBAET um gerador de corrente contínua alimentando uma carga resistiva. A carga foi regulada de tal forma que os valores de corrente lidos para o circuito mais carregado do MIBAET fossem iguais a 2,0 - 2,5 - 3,0 - 3,5 ampères.

Com o motor alimentado a partir da rede de alimentação com tensão de linha de aproximadamente 220 volts foram realizadas medidas das potências absorvidas da rede pelo motor, das correntes e tensões nos enrolamentos do estator e da velocidade. Os resultados obtidos no ensaio em carga são mostrados nas tabelas 5.1 e 5.2. Na Tabela 5.1 são apresentados os resultados para o arranjo *sem* transposição e na Tabela 5.2 para o arranjo *com* transposição. Nestas tabelas  $P_{DC}$  representa a potência fornecida pelo gerador de corrente contínua à carga resistiva.

Tabela 5. 1 - Correntes, potências, tensões e velocidade para o arranjo *sem* transposição

$P_{DC}$	CORRENTES (A)			POTÊNCIAS (W)			TENSÕES (V)				$n$
watts	$I_{F1}$	$I_{F2}$	$I_N$	$P_{F1}$	$P_{F2}$	$P_N$	$V_{F1M}$	$V_{F2M}$	$V_{F1F2}$	$V_{NM}$	rpm
46	2,07	<b>2,00</b>	0,26	112	90	0	112	111	223	63,6	3560
165	2,20	<b>2,50</b>	0,51	162	160	28	111	112	223	63,0	3540
280	2,50	<b>3,00</b>	0,88	218	225	52	110	113	223	62,6	3520
315	2,86	<b>3,50</b>	1,22	266	290	71	109	114	223	62,0	3490

Tabela 5. 2 - Correntes, potências, tensões e velocidade para o arranjo *com* transposição

$P_{DC}$	CORRENTES (A)			POTÊNCIAS (W)			TENSÕES (V)				$n$
watts	$I_{F1}$	$I_{F2}$	$I_N$	$P_{F1}$	$P_{F2}$	$P_N$	$V_{F1M}$	$V_{F2M}$	$V_{F1F2}$	$V_{NM}$	rpm
40	2,03	<b>2,00</b>	0,40	150	75	5	112	111	223	63,9	3560
148	2,06	<b>2,50</b>	0,56	146	145	32	112	111	223	63,5	3550
235	2,20	<b>3,00</b>	0,99	179	205	56	111	112	223	62,9	3535
320	2,41	<b>3,50</b>	1,35	217	265	77	111	112	223	62,2	3510

O circuito equivalente obtido para o MIBAET está em função das correntes  $I_N$  e  $I_P$  (ver equação (3.1) - item 3.2). Para facilitar o estudo comparativo entre os valores medidos e calculados, são apresentados na Tabela 5.3 os valores de  $I_P$  calculados com base nas tabelas 5.1 e 5.2. O valor de fase refere-se a defasagem entre  $I_P$  e a tensão  $V_P (=V_{F1F2})$ , considerando-se a fase de  $V_{F1F2}$  como referência.

Tabela 5. 3 - Valores calculados de  $I_P$ , usando (3.1) e valendo-se das Tabelas 5.1 e 5.2.

Módulo de $I_{F2}$ (A)	2,0		2,5		3,0		3,5	
Módulo/fase de $I_P$	A	fase (°)	A	fase (°)	A	fase (°)	A	fase (°)
<i>sem</i> transposição	2,03	-63,6	2,34	-52,1	2,74	-43,4	3,16	-37,9
<i>com</i> transposição	1,96	-59,1	2,27	-55,1	2,59	-48,4	2,94	-42,5

### 5.3. RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES PARA O MOTOR EM REGIME

#### PERMANENTE

De posse dos valores dos parâmetros do circuito equivalente da Fig. 3.10, as correntes dos enrolamentos do estator podem ser calculadas, para qualquer valor de escorregamento, pelas equações (3.115) e (3.116). É importante observar que nessas equações  $V_P$  corresponde ao valor da tensão de linha (entre fases) do sistema alimentador à três fios e  $V_N$  é o valor obtido por intermédio da equação (3.8). Os valores computados são então comparados com os valores medidos apresentados nas tabelas 5.1, 5.2 e 5.3.

Nas figuras 5.1 e 5.2 são traçadas as características das correntes  $I_P$  e  $I_N$  em função da velocidade, obtidas mediante cálculos utilizando o circuito equivalente e também de resultados de laboratório. A comparação das curvas mostra uma boa concordância entre os valores calculados e medidos. O que se destaca nestes resultados é que o valor da corrente de neutro  $I_N$  é maior em toda a faixa de velocidade quando é adotada a transposição. Na partida, por causa da saturação, o valor de  $I_N$  medido é inferior ao valor calculado.

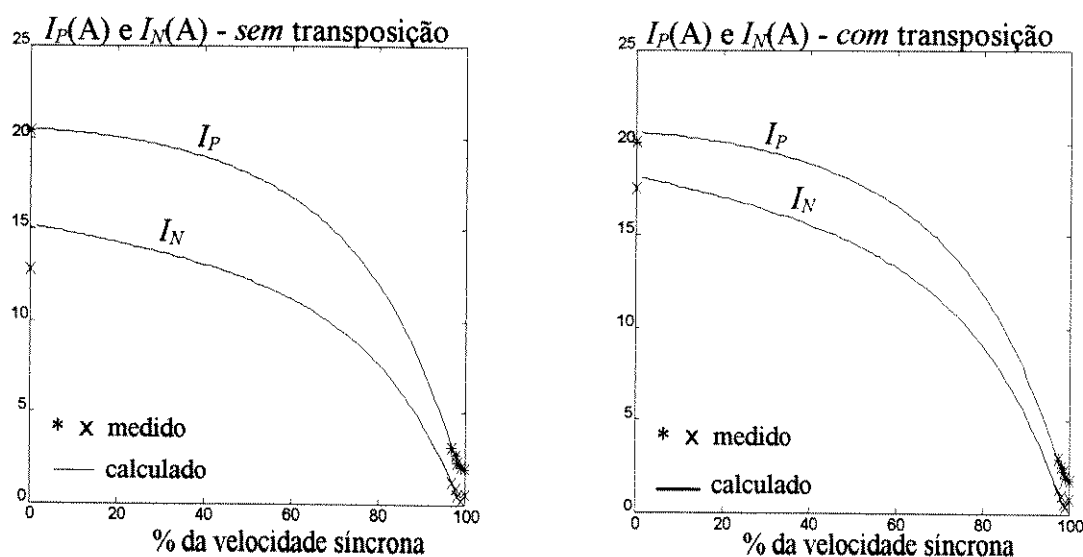


Fig. 5. 1 - Correntes calculadas e medidas para o MIBAET

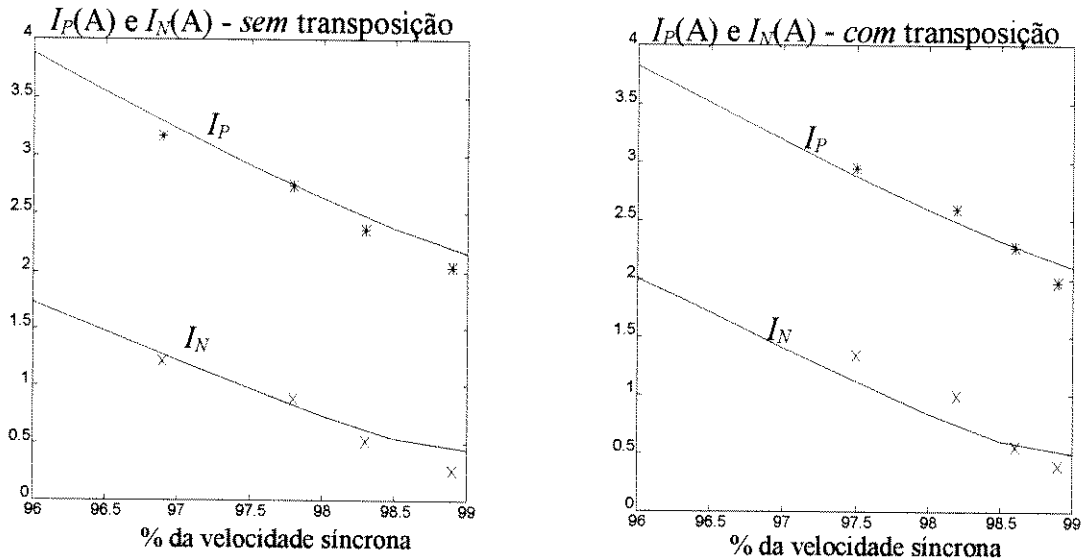


Fig. 5. 2 - Correntes calculadas e medidas para o MIBAET - velocidades de operação  
linha contínua - valores calculados; símbolos - valores medidos

O conjugado, em regime permanente, desenvolvido pelo motor assimétrico transformado, em função do escorregamento ( $s$ ), pode ser obtido, por meio de simulação, empregando a equação (3.122). As características estáticas Conjugado-Velocidade, para o protótipo, para os arranjos *sem* e *com* transposição, são apresentadas na Fig. 5.3 juntamente com a característica para o torque desenvolvido considerando somente o enrolamento de fase energizado (motor monofásico puro). Os resultados da simulação digital mostraram o desempenho superior do MIBAET no que concerne a produção de conjugado quando comparado com o motor monofásico. Entre os dois arranjos de estator do motor bifásico, aquele com transposição apresentou um torque superior, sobretudo na faixa de velocidade compreendida entre a partida e 80% da velocidade síncrona. Conforme o modelo, este desempenho superior do motor *com* transposição deve-se ao menor valor da impedância de entrelaçamento que é obtido quando é feita a ligação das bobinas do estator com transposição (ver apêndice B).



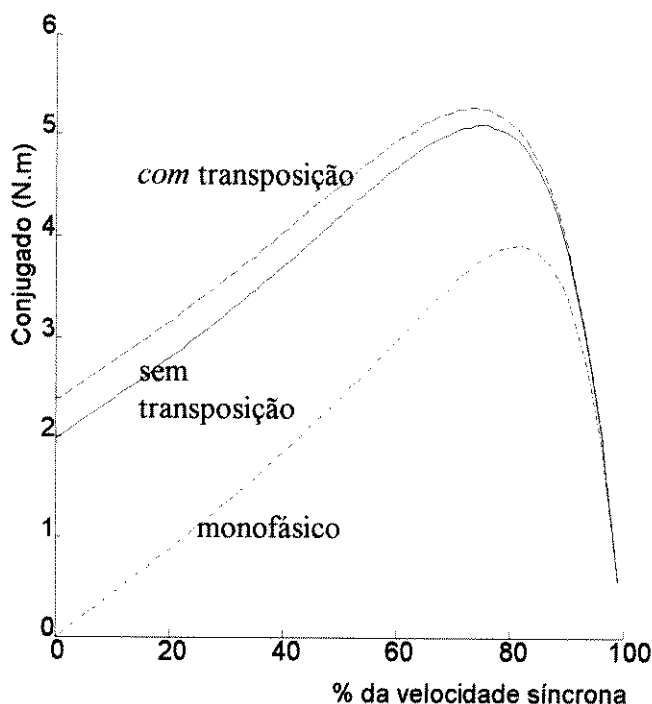


Fig. 5. 3 - Características estáticas torque eletromagnético desenvolvido x velocidade

#### 5.4 EFEITO DA VARIAÇÃO DA RELAÇÃO DE ESPIRAS NAS CARACTERÍSTICAS DE OPERAÇÃO DO MOTOR

Por intermédio de simulações procurou-se verificar o efeito da variação da relação de espiras nas características de desempenho do MIBAET. São apresentadas simulações para determinar as condições sob as quais o desbalanceamento na operação fosse mínimo, a eficiência fosse máxima ou que o motor apresentasse conjugado de partida máximo. O efeito da variação de  $a$  nas correntes dos enrolamentos do estator também é verificado. Nessas simulações o valor da impedância  $Z_N$  é assumido ser uma função linear da impedância  $Z_P$  e da relação de espiras  $a$ , isto é,  $Z_N = aZ_P$ , o que é uma hipótese razoável considerando os valores determinados para os parâmetros por meio dos testes de rotor bloqueado e em vazio.

Adotando valores típicos de escorregamento, e usando a equação (3.129), a amplitude do fator de desbalanceamento  $\delta$  para o arranjo *sem* transposição é calculada em função da relação de espiras  $\alpha$ , como mostrado na Fig. 5.4. Observa-se que para  $\alpha \approx 0,29$ , o fator de desbalanceamento é constante e não sofre mudança com a variação da carga, ou equivalentemente com variação do escorregamento  $s$ . Para valores de  $\alpha$  maiores que 0,29 ocorrerá um aumento do desbalanceamento para escorregamentos de valor próximo ao valor do escorregamento nominal, o qual no caso do arranjo *sem* transposição corresponde a  $s = 0,031$ .

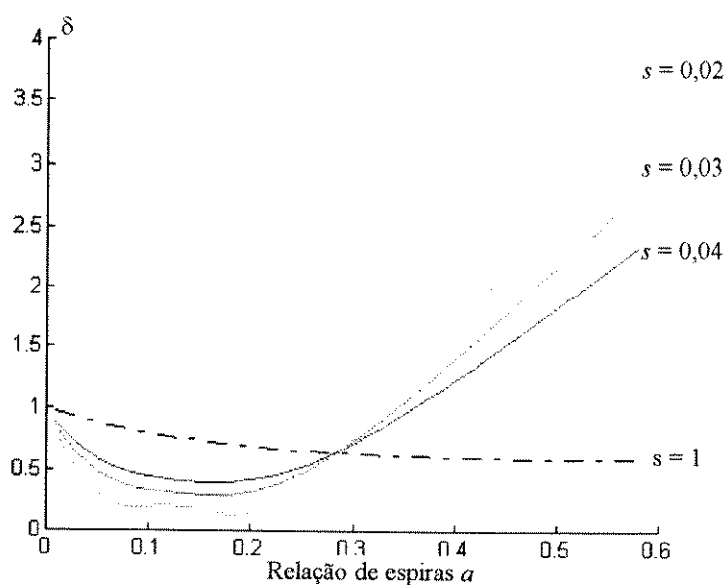


Fig. 5. 4 - Variação da amplitude do fator de desbalanceamento ( $\delta$ ) com a relação de espiras  $\alpha$ .

A Fig. 5.5 mostra a potência de entrada em função da relação de espiras  $\alpha$ . Verifica-se claramente que para uma carga próxima da nominal, correspondente a um escorregamento  $s = 0,031$  (*sem* transposição), a menor potência de entrada ocorrerá quando a relação de espiras efetiva  $\alpha$  for feita aproximadamente igual 0,36.

Na Fig. 5.6 é traçada a eficiência como função da relação de espiras  $\alpha$ , considerando o arranjo *sem* transposição. Nota-se que o valor da relação de espiras associado com a maior

eficiência é aproximadamente 0,29. Este valor está de acordo com o conceito de mesmo volt por espira originalmente adotado no projeto dos dois enrolamentos do estator, isto é

$$\alpha = \frac{N_N}{N_P} = \frac{V_N}{V_P} = \frac{1}{2\sqrt{3}} \cong 0,29 \quad (5.1)$$

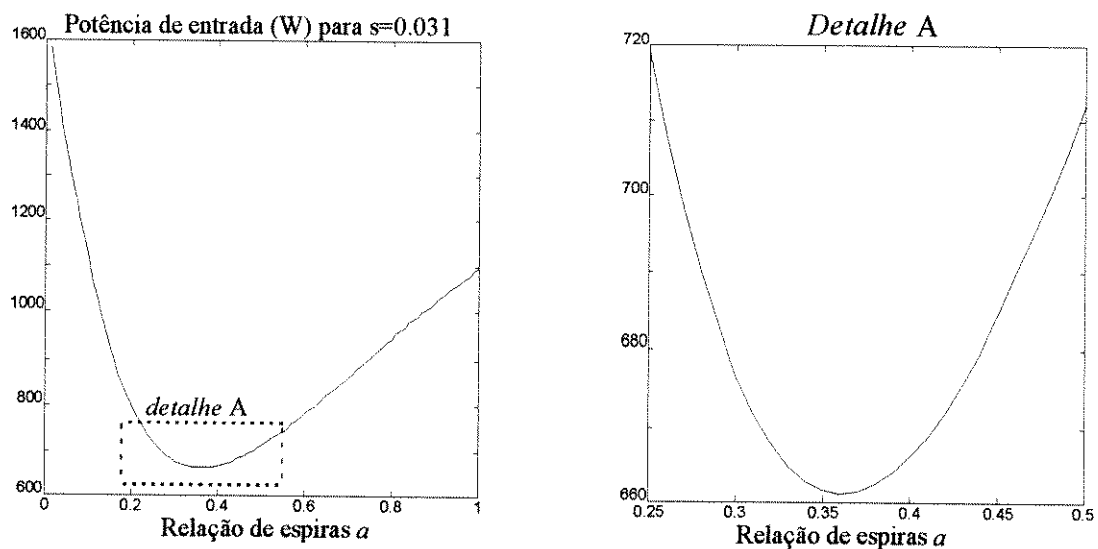


Fig. 5. 5 - Efeito da variação de  $\alpha$  na potência de entrada para a carga nominal ( $s=0,031$ ).

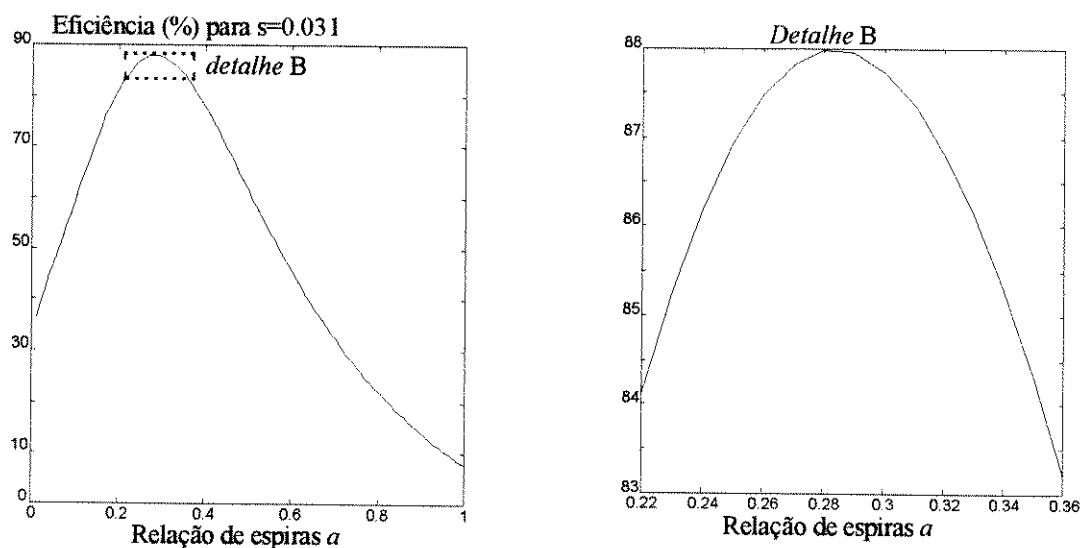


Fig. 5. 6 - Relação da eficiência com a relação de espiras

São mostrados nas figuras 5.7 e 5.8 o efeito da variação da relação de espiras  $a$  nas correntes e no conjugado do MIBAET para a condição de partida. O conjugado de partida do motor é diretamente proporcional as magnitudes das correntes  $I_P$  e  $I_N$ , e também ao seno da diferença de fase entre elas, como mostrado pela equação (3.122b). Os resultados da simulação mostram que para o motor *sem* transposição (Fig 5.7), o maior conjugado de partida ocorrerá quando  $a \approx 0,6$ . Para o motor *com* transposição, a Fig. 5.8 mostra que o maior conjugado de partida ocorrerá quando  $a \approx 0,5$ .

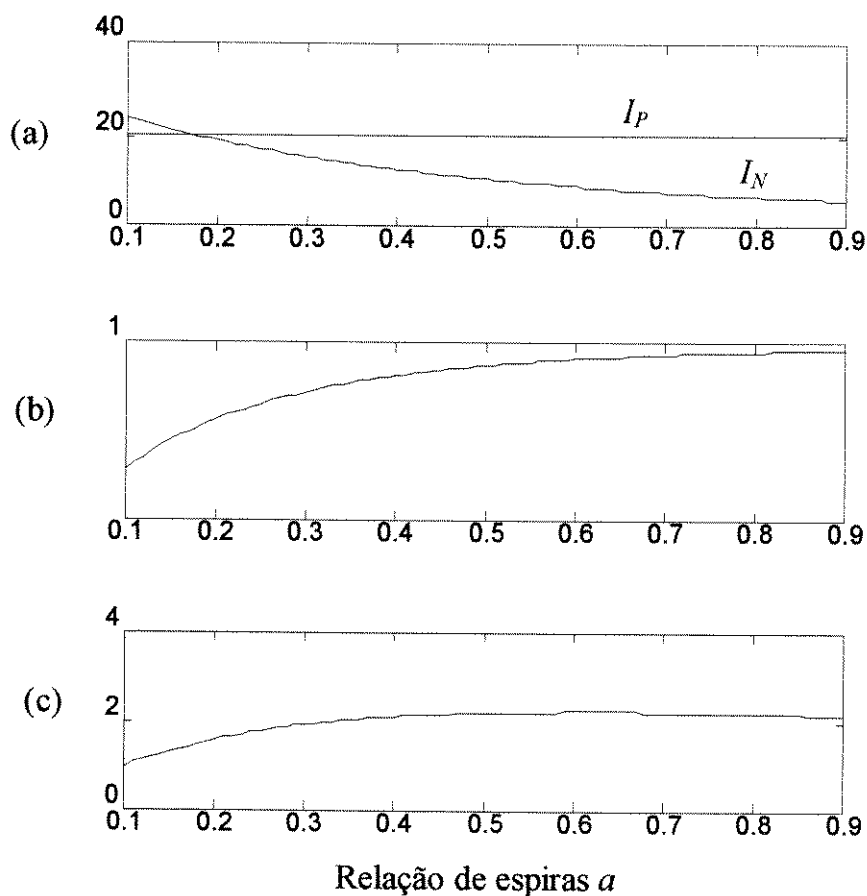


Fig. 5. 7 - Efeito da variação de  $a$  na partida do motor *sem* transposição:

(a)  $I_P$  e  $I_N$ , ( $s=1$ ), (b) seno da diferença de fase, (c) Conjugado de partida

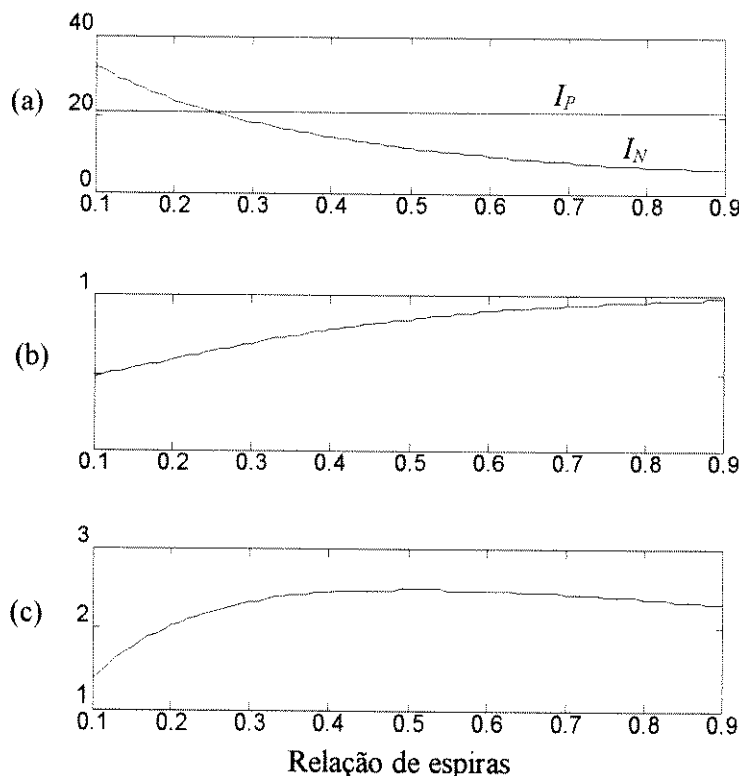


Fig. 5. 8 - Efeito da variação de  $\alpha$  no conjugado de partida *com* transposição:

(a)  $I_P$  e  $I_N$ , ( $s=1$ ), (b) seno da diferença de fase, (c) Conjugado de partida

Considerando que o motor esteja operando no seu escorregamento nominal, o efeito da variação de  $\alpha$  (70 a 130%) nas correntes  $I_P$  e  $I_N$ , é mostrado na Fig 5.9. Para o motor *sem* transposição, o valor da corrente  $I_N$  varia inversamente com o aumento do valor de  $\alpha$  para valores de  $\alpha$  entre 0,22 e 0,34 e a igualdade entre a corrente equivalente  $I_P$  e a corrente  $I_N$ , ocorrerá quando  $\alpha \approx 0,27$ . No motor *com* transposição  $I_N$  varia inversamente com o aumento do valor de  $\alpha$  para valores de  $\alpha$  compreendidos entre 0,22 e 0,33 e a igualdade entre  $I_P$  e  $I_N$ , ocorrerá quando  $\alpha \approx 0,28$ .

Para o protótipo usado neste trabalho o valor medido da relação de espiras efetivas resultou  $\alpha = 0,31$ , como mostrado no capítulo 4. Os valores das correntes calculadas apresentaram uma boa concordância com os valores experimentais como foi demonstrado na Fig 5.2.

O protótipo usado no trabalho de Bim [42] apresentava o mesmo enrolamento de fase, porém o valor da relação de espiras era  $a \approx 0,29$ . Se o modelo matemático desenvolvido aqui for aplicado aos testes experimentais realizados naquele protótipo, para a condição de escorregamento nominal, os seguintes valores eficazes de correntes equivalentes são obtidos: (a) *sem* transposição:  $I_P = 3,0$  e  $I_N = 2,1$  e (b) *com* transposição:  $I_P = 2,7$  e  $I_N = 2,4$ . Observa-se que esses valores também apresentam uma boa concordância com os valores calculados para  $a = 0,29$  apresentados na Fig. 5.9. Destes resultados conclui-se que o aumento no número de espiras do enrolamento de neutro, variando de  $a \approx 0,29$  para  $a = 0,31$  resultou em menores correntes no enrolamento de neutro e uma maior diferença entre os valores das correntes equivalentes  $I_P$  e  $I_N$ .

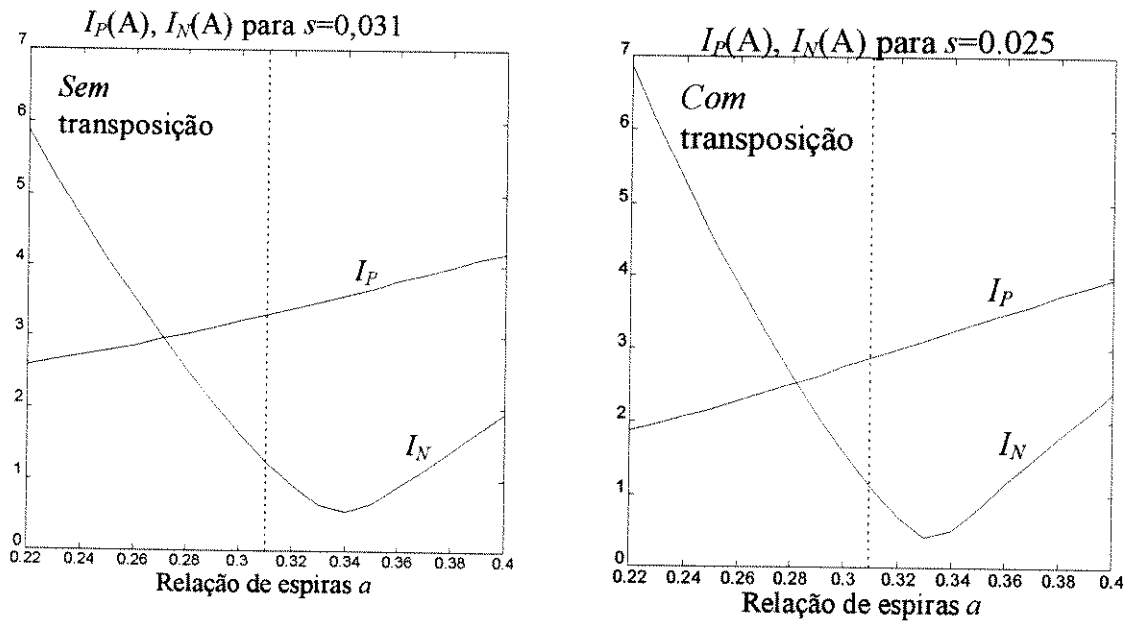


Fig. 5. 9 - Efeito da variação de  $a$  nas correntes dos enrolamentos do estator (carga nominal):

## 5.5 OPERAÇÃO EM VAZIO - RESULTADOS EXPERIMENTAIS E SIMULAÇÕES

São apresentados os resultados de simulação no tempo da operação do motor em regime permanente e transitório. São utilizadas as equações diferenciais derivadas no item 3.6. Os parâmetros do circuito equivalente estão listados na Tabela 4.3.

### 5.5.1 TENSÕES

As formas de onda das tensões medidas através dos enrolamentos do estator conectado em T, *sem* transposição para o motor operando em vazio ( $s \approx 0$ ) são mostradas na Fig. 5.10. Claramente, as tensões aplicadas,  $V_{FIN}$  e  $V_{F2N}$ , estão deslocadas de  $120^\circ$  uma da outra, enquanto a tensão  $V_{MN}$  está deslocada aproximadamente de  $60^\circ$  com relação as outras duas tensões. Este resultado comprova o diagrama fasorial mostrado na Fig. 2.12 (ver página 25).

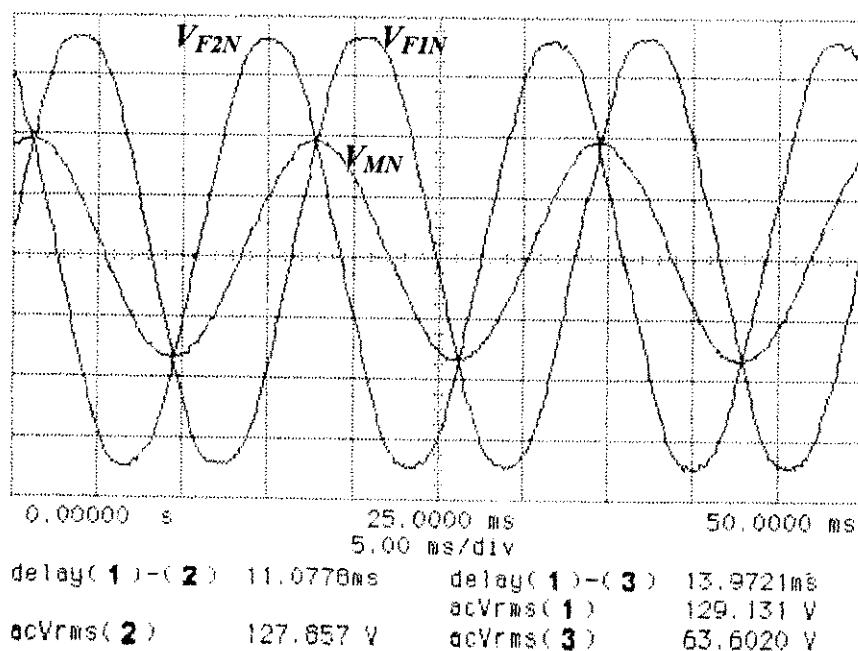


Fig. 5.10 - Formas de onda das tensões medidas nos enrolamentos de estator do MIBAET

### 5.5.2 CORRENTES

As figuras 5.11 e 5.12 permitem comparar os resultados de simulação computacional (no tempo) com as formas de onda das correntes no estator obtidas nos ensaios de rotor bloqueado ( $s = 1$ ) e em sincronismo ( $s = 0$ ). Ambos os resultados referem-se ao arranjo *com* transposição. A tensão de fase  $V_{FIN}$  é usada para relacionar as fases das correntes com o sistema de alimentação. Como mostrado no diagrama fasorial da Fig. 2.12 esta tensão está adiantada  $30^\circ$  da tensão de linha  $V_{FIF2}$  ( $=V_P$ ). A comparação dos resultados mostra uma boa concordância entre eles.

Tomando como referência a corrente  $I_{F1}$ , a leitura das figuras 5.11a e 5.12a indica que a corrente  $I_{F2}$  está atrasada de  $196^\circ$  para  $s = 0$  e  $233^\circ$  para  $s = 1$ , a corrente  $I_N$  está atrasada de  $142^\circ$  para  $s = 0$  e  $95^\circ$  para  $s = 1$  e a tensão  $V_{FIN}$  está adiantada de  $108^\circ$  para  $s = 0$  e  $41^\circ$  para  $s = 1$ .

As figuras 5.11b e 5.12b apresentam as formas de onda simuladas no computador para o MIBAET com transposição. As formas de onda calculadas mostram uma razoável aproximação com aquelas medidas. Elas são perfeitamente senoidais na simulação, porém não são nos testes experimentais. A razão dessa diferença é que modelo do MIBAET usa um modelo DQ, que não considera os efeitos dos harmônicos e da saturação.



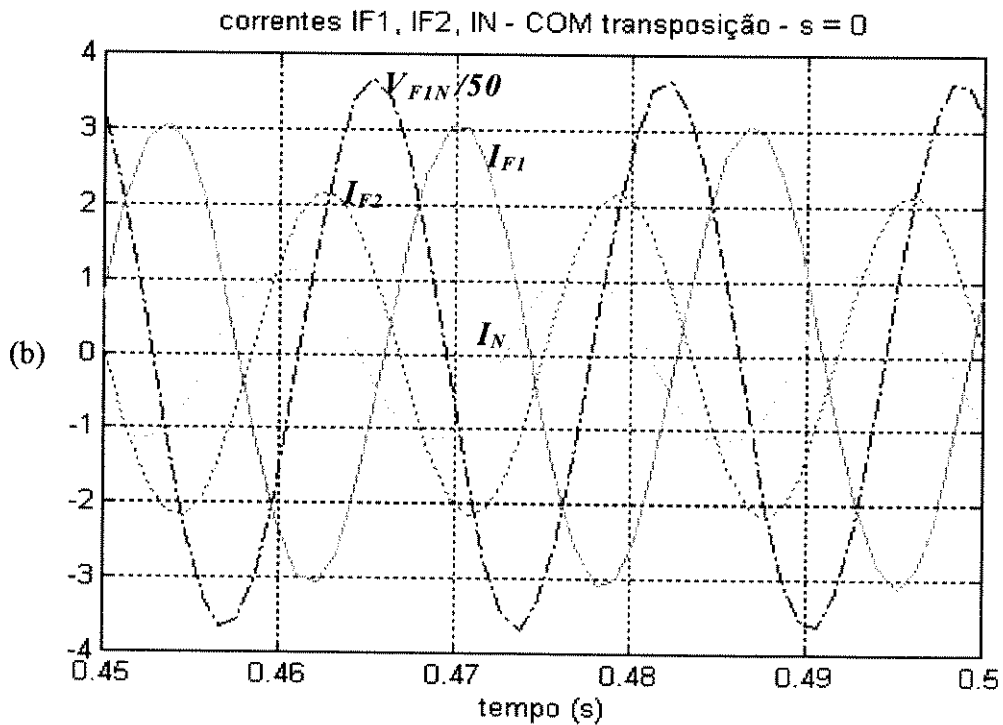
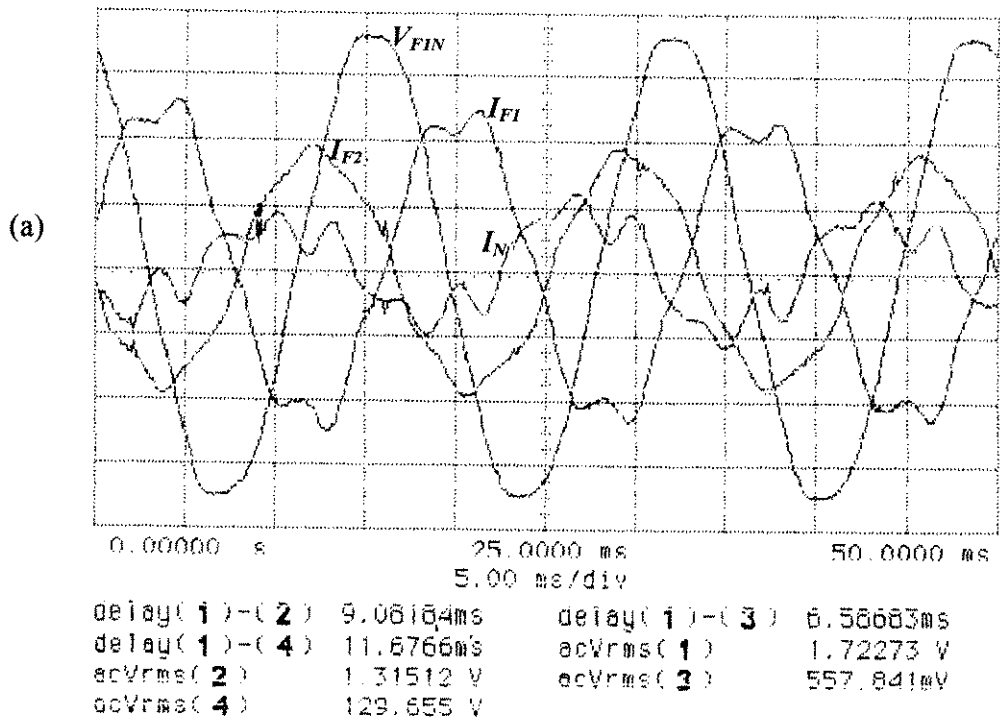


Fig. 5.11 - Ensaio em sincronismo ( $s = 0$ ),

(a) valores medidos, (b) valores calculados

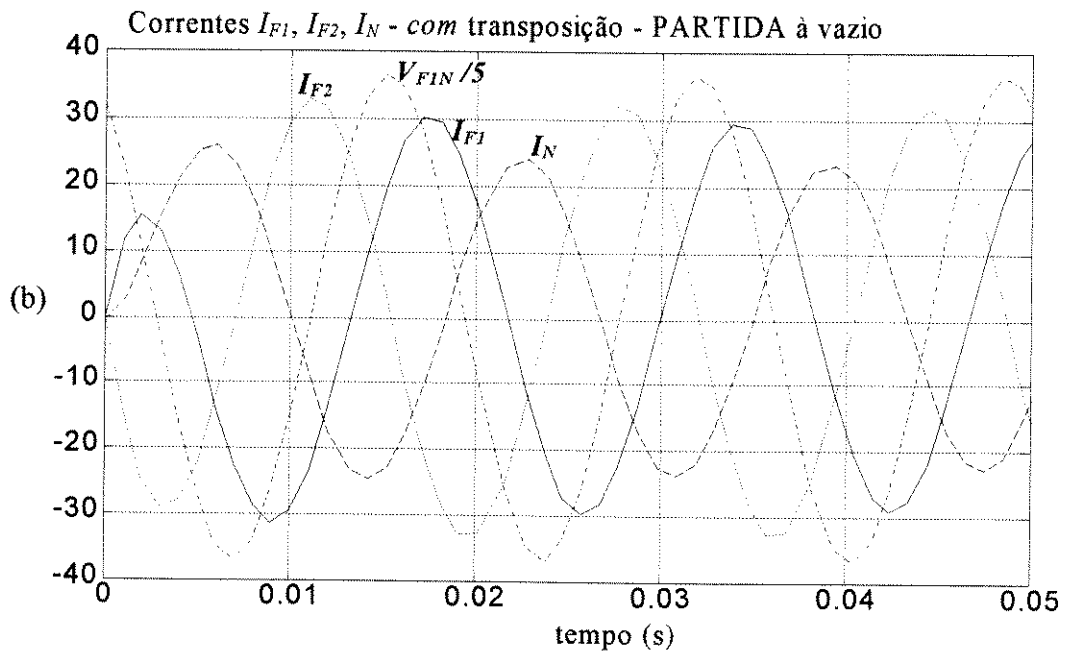
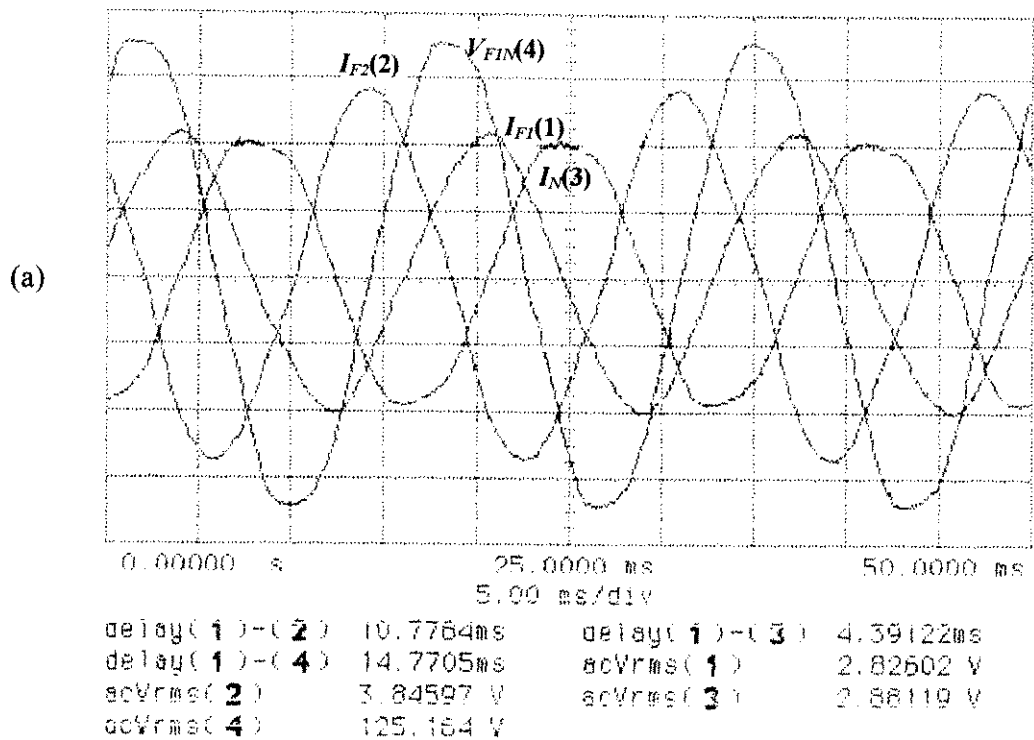


Fig. 5.12 - Teste de rotor bloqueado,

(a) valores medidos, (b) valores calculados

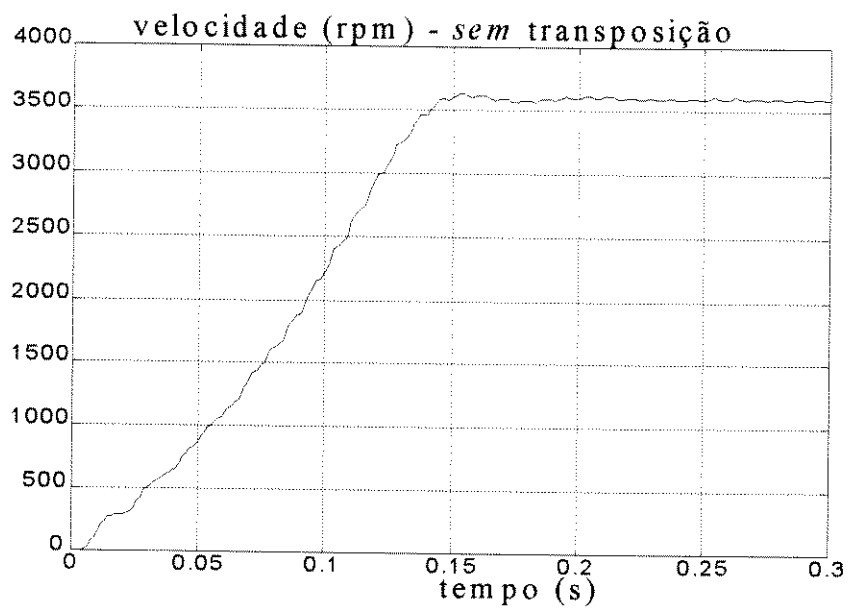
### 5.5.3 PARTIDA À VAZIO

A simulação da partida do protótipo de um MIBAET é mostrada nas figuras (5.13) e (5.16). As características são obtidas para a condição a vazio, desprezando as perdas por atrito e ventilação.

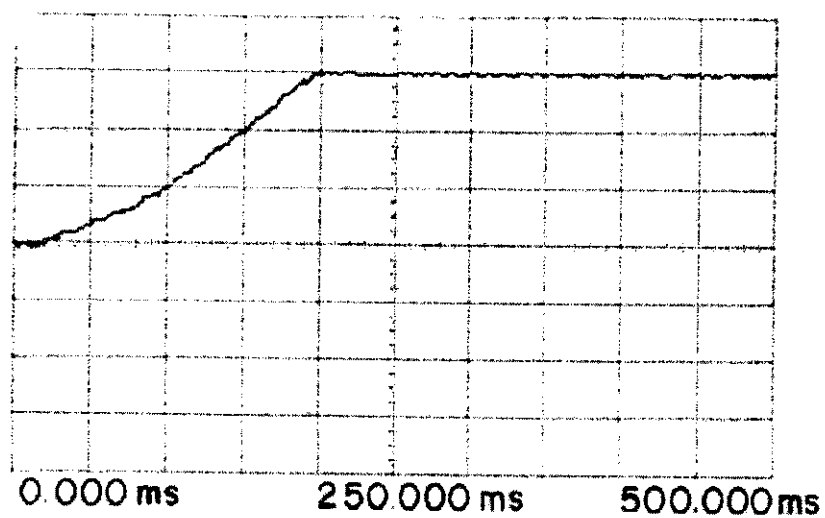
As curvas de aceleração do MIBAET à vazio, *com* e *sem* transposição, obtidas por meio de simulação digital e de medidas em laboratório são apresentadas nas figuras (5.13) e (5.14). O MIBAET *sem* transposição (Fig. 5.13) apresenta um tempo de aceleração levemente maior do que aquele obtido no MIBAET *com* transposição (Fig. 5.14).

O conjugado eletromagnético instantâneo é mostrado nas figura 5.15. Desde que não há carga, o conjugado médio é nulo para o funcionamento em regime permanente. A amplitude do torque oscilatório, que pulsa com o dobro da frequência da linha é praticamente igual para os dois tipos de arranjo dos enrolamentos do estator.

A Fig 5.16 mostra as características à vazio conjugado instantâneo x velocidade. Com base nestas curvas o valor médio (ou estático) dos conjugados em função da velocidade também podem ser derivados, obtendo-se curvas semelhantes aquelas mostradas na Fig. 5.3.



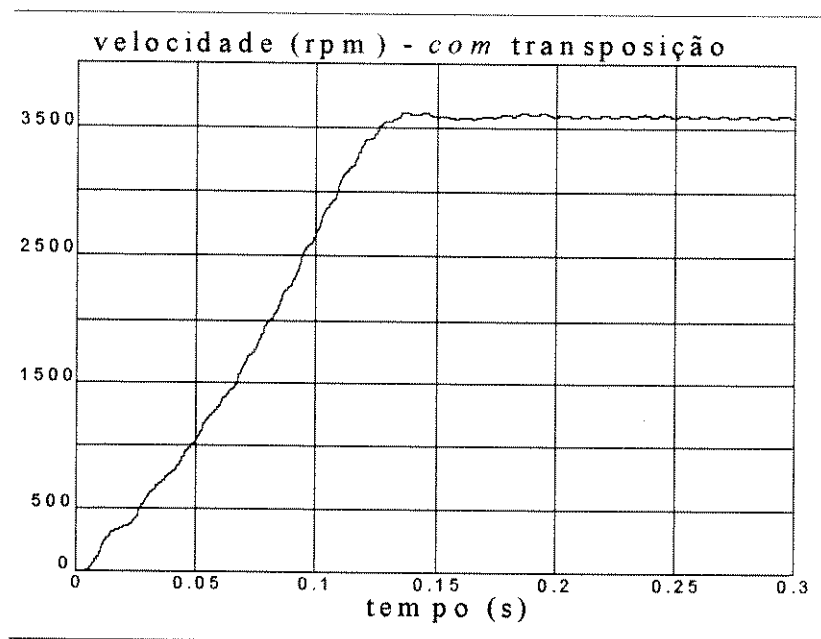
(a)



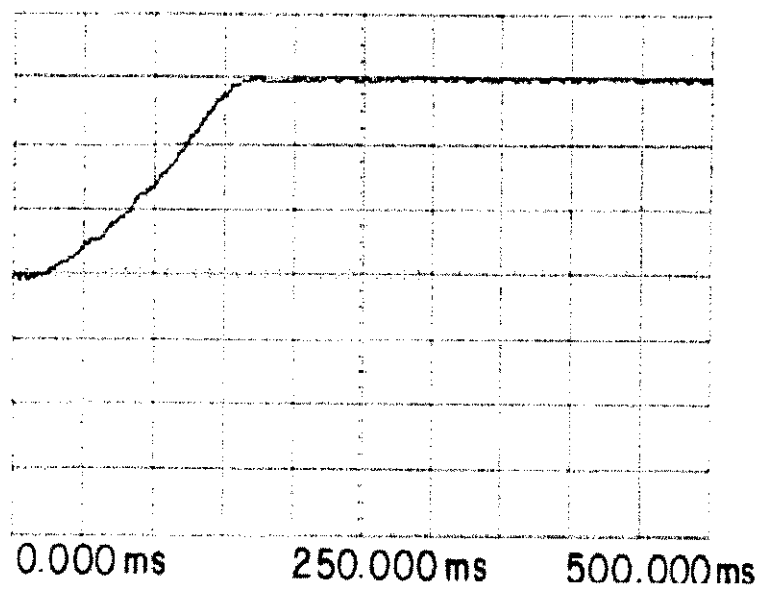
(b)

Fig. 5. 13- Curvas de aceleração do MIBAET, *sem* transposição, à vazio

(a) valores calculados, (b) valores medidos



(a)



(b)

Fig. 5.14 - Curvas de aceleração do MIBAET, com transposição, à vazio

(a) valores calculados, (b) valores medidos

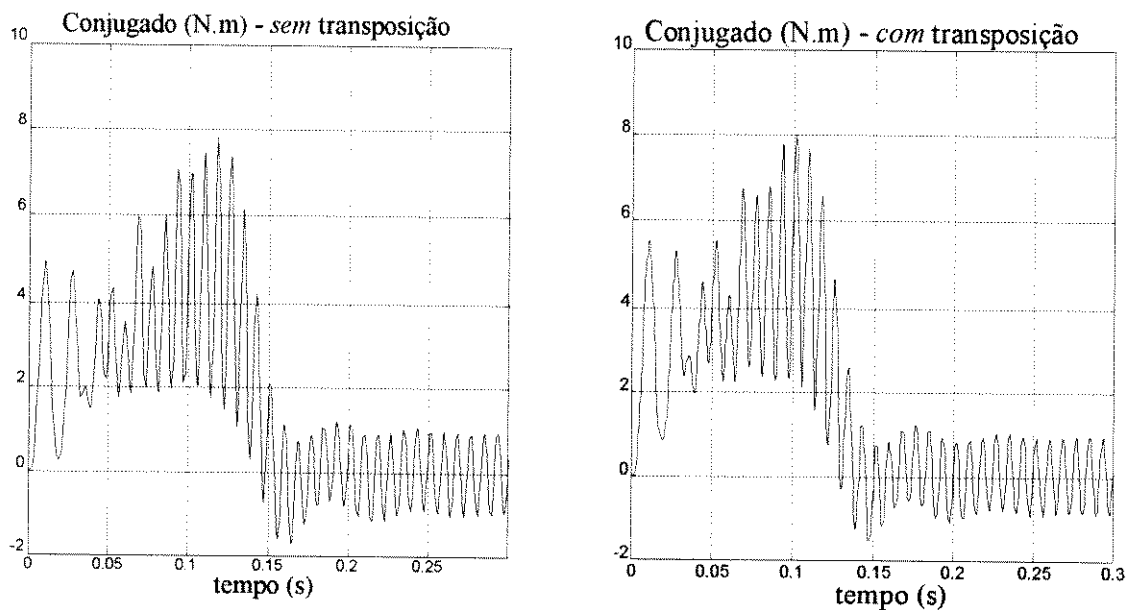


Fig. 5. 15- Conjugados eletromagnéticos para o motor à vazio

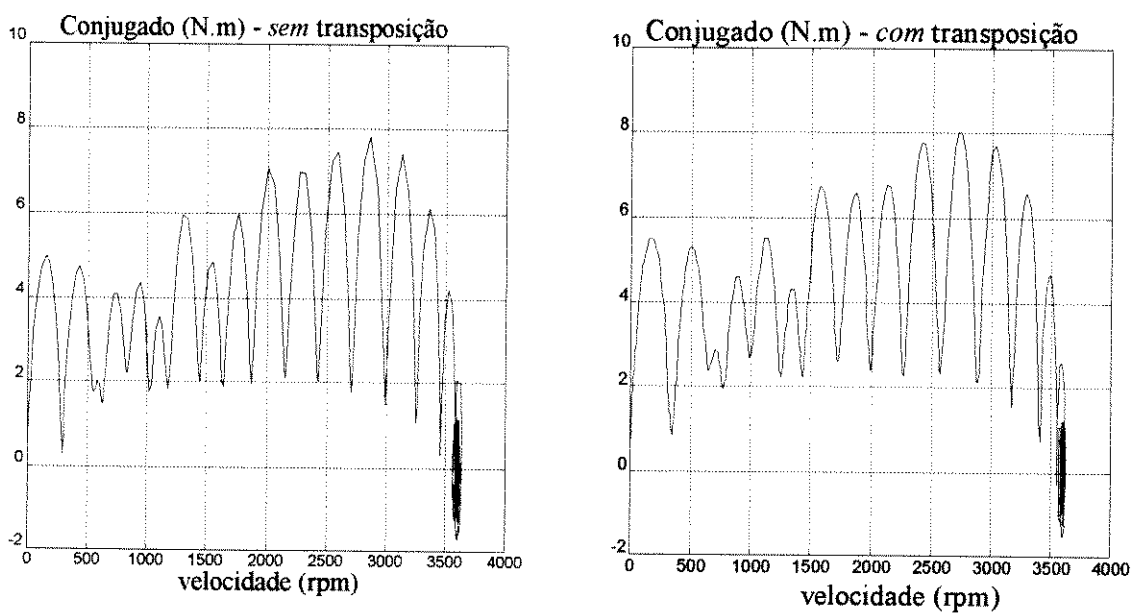


Fig. 5. 16- Características à vazio velocidade x conjugado

## **CAPÍTULO 6**

# **CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS**

## 6.1 CONCLUSÕES

Nesta dissertação foi desenvolvido um modelo matemático para o motor de indução bifásico assimétrico com os enrolamentos de estator conectados em T (MIBAET). O motor original foi transformado em um bifásico equivalente que apresentasse a mesma distribuição de f.m.m. Algumas características foram obtidas através de simulação deste modelo em computador e comparadas com resultados experimentais. Os resultados mostraram que o modelo é adequado para representar o MIBAET.

Na operação em regime permanente do motor, a vazio ou em carga, as correntes medidas e transformadas confirmam os valores obtidos através do modelo matemático do motor equivalente.

Um dos pontos importantes no projeto do motor é a escolha da relação de espiras  $a$  entre os enrolamentos de fase e de neutro. Se  $a \cong 0,29$ , que significa manter o mesmo volt/espira para os dois enrolamentos de estator, obtém-se a maior eficiência e o menor fator de desbalanceamento  $\delta$ , ou, equivalentemente, menores correntes de seqüência negativa, quando o motor opera em regime e com cargas próximas da nominal. Na partida, se o objetivo é produzir um conjugado maior, o valor de  $a$  deve ser aumentado.

No que concerne ao conjugado, ficou claro que o MIBAET apresenta um conjugado maior que o seu equivalente monofásico na faixa que se estende da partida até a 80% da velocidade síncrona. Na região linear da característica conjugado-velocidade houve um desempenho semelhante. Entre os dois arranjos de estator estudados - *com* e *sem* transposição - aquele que apresentou o melhor desempenho foi o motor que tinha as suas bobinas transpostas, pois nesta configuração obtinha-se a menor impedância de entrelaçamento.



As curvas de aceleração livre do motor, do repouso até a velocidade de regime, obtidas através de simulação em computador e as medidas em laboratório mostraram uma boa concordância. Pode-se verificar que o MIBAET *sem* transposição apresenta um tempo de aceleração levemente maior do que obtido no MIBAET *com* transposição.

## 6.2 SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS

Como sugestões ao prosseguimento dos estudos sobre o MIBAET, pode-se propor:

- A determinação experimental da característica estática torque-velocidade, bem como um amplo estudo do comportamento dinâmico do motor;
- A utilização da técnica de mapeamento de fluxo, por elementos finitos, para análise global do desempenho do motor e desenvolvimento de um procedimento para o projeto do motor que leve em conta uma melhor distribuição espacial de forças magnetomotrizes no entreferro.

## **APÊNDICE A**

# **CONFIGURAÇÃO DOS ENROLAMENTOS DO MIBAET**

## A. CONFIGURAÇÃO DOS ENROLAMENTOS DO MIBAET

Os enrolamentos de estator do MIBAET usado neste trabalho foram implementados como está mostrado na Fig. A.1. O enrolamento de fase P é constituído de dois grupos, sendo que cada grupo possui cinco bobinas concêntricas ligadas em série. Por sua vez, cada grupo do enrolamento de fase P é desdobrado em dois subgrupos. As linhas cheias em traço grosso representam as bobinas colocadas na parte superior das bobinas. As linhas cheias em traço fino representam o subgrupo colocado na parte inferior das ranhuras. Cada subgrupo tem  $N_p/4$  do número de espiras do enrolamento de fase P. No modelo em estudo: 28, 25, 20, 17 e 9 espiras. As linhas tracejadas representam as bobinas do enrolamento de neutro N.

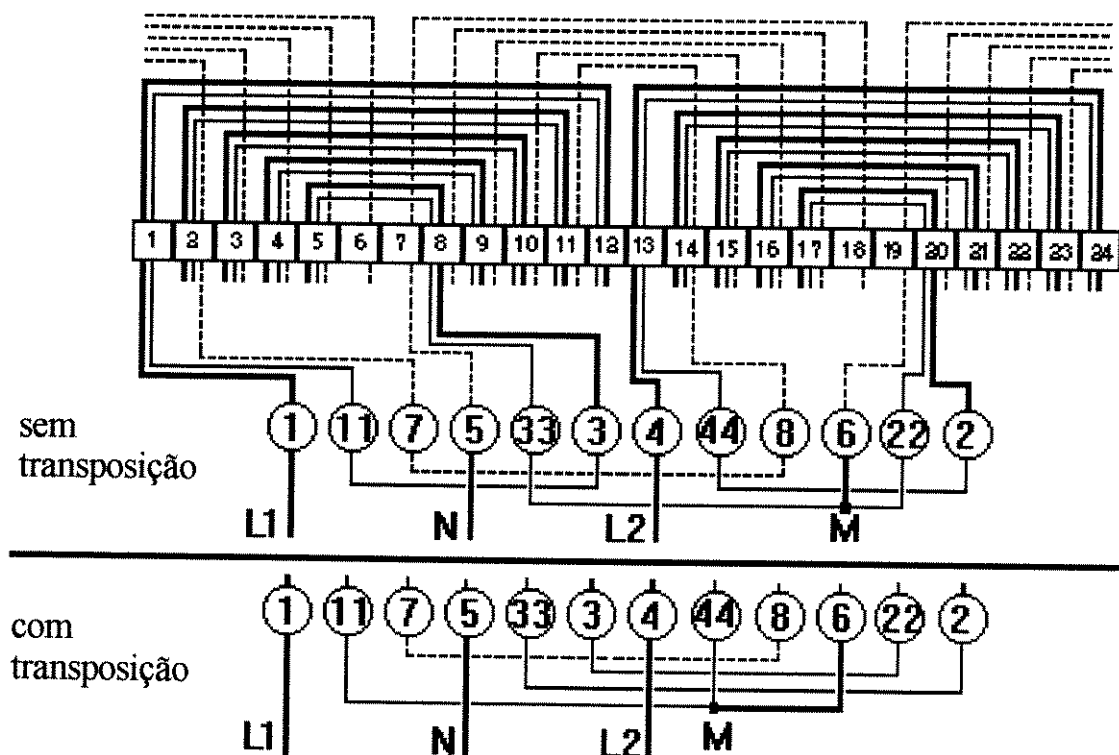


Fig. A 1 - Diagrama dos enrolamentos do estator

O enrolamento de neutro **N** é projetado para ter o mesmo volt/espira do enrolamento de fase **P**. Considerando o diagrama fasorial mostrado na Fig 2.12b, pode ser escrito que os valores eficazes das tensões  $V_{NO}$  e  $V_P (=V_{F1F2})$  são relacionados por  $V_{NO} = 0,29 V_P$ . No entanto, considerando a equação (3.8) verifica-se que  $V_N < V_{NO}$ . Com a finalidade de diminuir a diferença entre os valores das tensões  $V_N (=V_{NM})$  e  $V_{NO}$  é aplicado um fator de correção ao valor da relação ideal entre os números de espiras dos dois enrolamentos, ou seja

$$N_N = 0,29 \cdot c \cdot N_P = 0,32 N_P \quad (\text{A1})$$

onde  $c = 1,1$  foi determinado a partir de testes em um protótipo do MIBAET construído com a relação ideal  $N_N = 0,29 N_P$ .

O número total de *espiras* de um grupo do enrolamento de fase  $N_{Pg}$  é igual a 198, portanto o número de *espiras* de um grupo do enrolamento de neutro deverá ser  $N_{Ng} = 64$ . As bobinas devem ser colocadas nas ranhuras de maneira tal que a distribuição dos condutores ao redor da periferia do estator aproxime uma distribuição senoidal. Como mostrado por Slemon [43], se há  $r$  ranhuras no estator, então o número de *condutores* na ranhura  $q$  do enrolamento de neutro será dada por

$$N_q = \frac{N_{Ng}}{2} \left[ \text{sen}\left(\frac{2\pi q}{r}\right) - \text{sen}\left(\frac{2\pi(q-1)}{r}\right) \right] \quad (\text{A2})$$

onde  $N_{Ng} = 64$  e o número de ranhuras  $q = 24$ . O enrolamento de neutro resultante, conforme a equação (A2) é composto de dois grupos de bobinas concêntricas, cada grupo contendo cinco bobinas com a seguinte distribuição de espiras: 18, 16, 13, 11, 6.

## **APÊNDICE B**

### **CONEXÕES DO ENROLAMENTO DE FASE E A IMPEDÂNCIA DE ENTRELAÇAMENTO**

## B. CONEXÕES DO ENROLAMENTO DE FASE E A IMPEDÂNCIA DE ENTRELAÇAMENTO

A subdivisão de cada uma das duas metades do enrolamento de fase **P** visa permitir a ligação dos enrolamentos de maneira convencional (*sem* transposição) ou intervalada (*com* transposição). As conexões para que sejam obtidas bobinas *com* ou *sem* transposição são mostradas na Fig. B1, onde os números referem-se a notação dos terminais indicada na Fig A1.

O objetivo da ligação *com* transposição é compensar possíveis desbalanços magnéticos ou elétricos nas duas metades do enrolamento de fase e notadamente reduzir o valor da reatância de entrelaçamento [31].

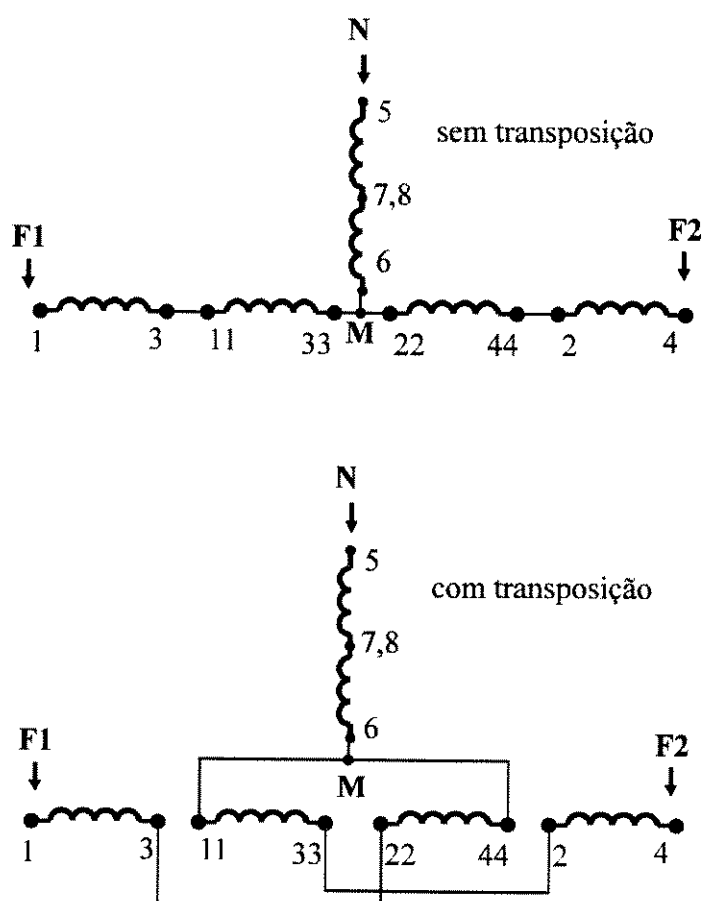


Fig. B1 - Diagramas esquemáticos do enrolamento de fase

Para verificar o valor da impedância de entrelaçamento  $Z_i$  será calculada a seguir a queda de tensão  $V_{Ni}$  devida a circulação da corrente  $I_N/2$  no enrolamento **P**, conforme mostrado nas Fig. B2 e B3. O cálculo do valor de  $V_{Ni}$  é realizado de maneira similar ao procedimento utilizado para determinar as equações de tensão do motor de indução com capacitor conectado em T ou L. É assumido que há perfeito acoplamento das reatâncias de dispersão dos dois subgrupos do enrolamento de fase colocados nas mesmas ranhuras. [17, 18, 19].

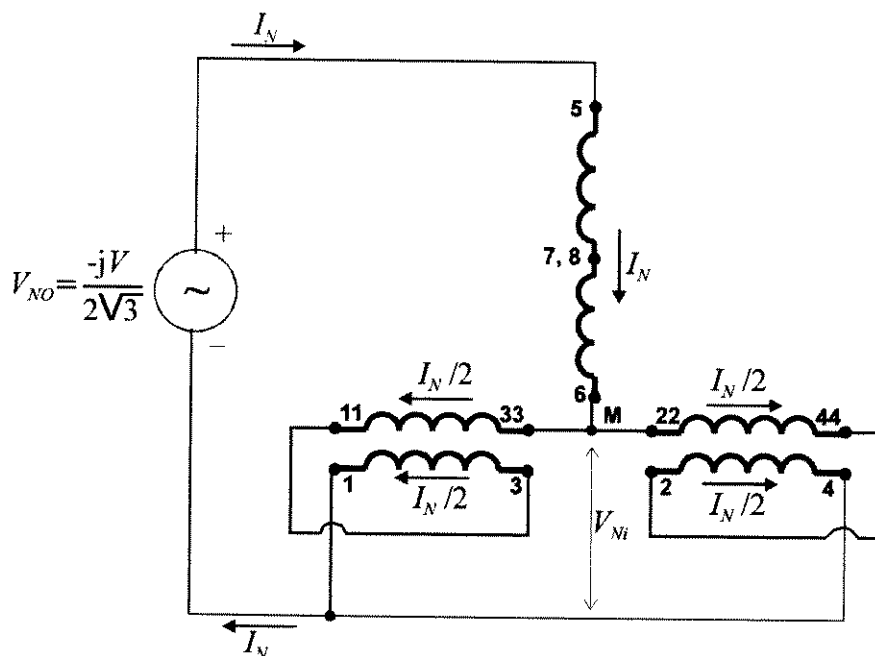


Fig B2 - Diagrama esquemático da circulação de  $I_N$  no MIBAET *sem* transposição

Para o arranjo *sem* transposição  $V_{Ni}$  é expresso por

$$V_{Ni} = 2 \left( \frac{I_N}{2} \right) \left( \frac{R_P + jX_{IP}}{4} \right) + \left( \frac{I_N}{2} \right) \left( \frac{jX_{IP}}{4} \right) + \left( \frac{I_N}{2} \right) \left( \frac{jX_{IP}}{4} \right) \quad (\text{B1})$$

$$V_{Ni} = I_N \left( \frac{R_P}{4} + \frac{jX_{IP}}{2} \right) = I_N \left( \frac{Z_P}{4} + \frac{jX_{IP}}{4} \right) \quad (\text{B2})$$

Na qual o termo  $Z_P/4$  representa a queda de tensão devido a impedância (de dispersão) do enrolamento **P** e o termo  $jX_{IP}/4$  representa a queda de tensão devido ao acoplamento entre

os dois subgrupos do enrolamento **P** colocados nas mesmas ranhuras. Portanto, a impedância de entrelaçamento  $Z_i$  para o arranjo *sem* transposição é definida por

$$Z_i = \frac{R_P}{4} + \frac{jX_{IP}}{2} \quad (\text{B3})$$

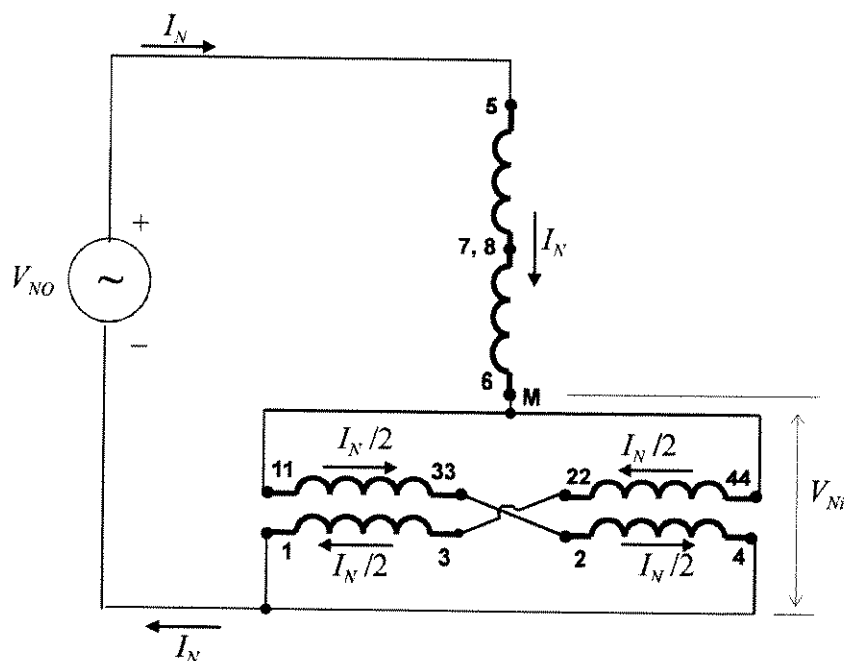


Fig B3 - Diagrama esquemático da circulação de  $I_N$  no MIBAET *com* transposição

Para o arranjo *com* transposição

$$V_{Ni} = 2 \left( \frac{I_N}{2} \right) \frac{(R_P + jX_{IP})}{4} + \left( \frac{I_N}{2} \right) \left( \frac{jX_{IP}}{4} \right) - \left( \frac{I_N}{2} \right) \left( \frac{jX_{IP}}{4} \right) \quad (\text{B4})$$

$$V_{Ni} = I_N \left( \frac{R_P + jX_{IP}}{4} \right) \quad (\text{B5})$$

Segue que, para o arranjo *com* transposição

$$Z_i = \frac{R_P}{4} + \frac{jX_{IP}}{4} \quad (\text{B6})$$



## **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

## Referências Bibliográficas:

- [1] Veinott, Cyril G., "Fractional and Subfractional Horsepower Electric Motors", McGraw-Hill Book Company, 3ª edição, 1970.
- [2] Branson, W. J., "Single-phase Induction Motors", AIEE Transactions, 1912, pág. 1749.
- [3] West, H. R., "The Cross-field Theory de AC Machines", AIEE Transactions, volume 45, 1926, pág. 466.
- [4] Morrill, Wayne J., "The Revolving Field Theory of the Capacitor Motor", AIEE Transactions, volume 48, 1929, pág. 614-629.
- [5] Morrill, Wayne J., "The Apparent-impedance Method of Calculating Single-phase Motor Performance", AIEE Transactions, volume 60, 1941, pág. 1037-1041.
- [6] Steinmetz, Charles P., "Notes on Single-Phase Induction Motors and Self-Starting Condenser Motor", AIEE Transactions, volume 17, 1900, pág. 25-61.
- [7] Bailey, Benjamin F., "The Condenser Motor", AIEE Transactions, volume 48, 1929, pág. 596-606.
- [8] Specht, H. C., "The Fundamental Theory of the Capacitor Motor", AIEE Transactions, volume 48, 1929, pág. 607-613.
- [9] Veinott, C. G., "Performance Calculations on Induction Motors", AIEE Transactions, volume 51, 1932, pág. 743-755.
- [10] Veinott, C. G., "Starting Windings for Single-Phase Induction Motors", AIEE Transactions, volume 63, 1944, pág. 288-294.
- [11] Lyon, W. V. e Kingsley, Charles, "Analysis of Unsymmetrical Machines", AIEE Transactions, volume 55, 1936, pág. 471-76.
- [12] Fortescue, C. L., "Method of Symmetrical Co-ordinates Applied to the Solution of Polyphase Networks", AIEE Transactions, volume 37, 1918, pág. 1027-1115.

- [13] Suhr, F. W., "Symmetrical Components Applied to the Single Phase Induction Motors", AIEE Transactions, volume 64, 1945, pág. 651-66
- [14] Thacker, M. S. e Gopalakrishna, H. V., "Design of Auxiliary Circuits of Single-Phase Induction Motors", AIEE Transactions, volume 68, 1949, pág. 1373-79.
- [15] Thacker, M. S. e Gopalakrishna, H. V., "Suggested Improvements in the Performance Calculations of Single-Phase Induction Motors", AIEE Transactions, volume 69, 1950, pág. 1-7.
- [16] Krause, Paul C., "Simulation of Unsymmetrical 2-Phase induction Machines", IEEE Trans.on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-84, N<sup>o</sup> 11, Nov. 1965, pág. 1025-1037.
- [17] Tozune, A., "Design method for L- and T- connected tapped-winding capacitor motors", IEE Proceedings, Vol. 136, Pt. B, N<sup>o</sup> 1, Jan.1989, pág. 11-18.
- [18] Veinott, Cyril G., "Performance Calculations on L- and T- Connected Tapped- Winding Capacitor Motors", IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-96, N<sup>o</sup> 4, July/Aug.1977, pág. 1137-1144.
- [19] Yokozuka, T., Miyake, H. "Characteristics of 2-windings capacitor motor with tapped auxiliary windings" IEE Proceedings-B, Vol. 134, N<sup>o</sup> 5, September 1987, pág. 261-268.
- [20] Mohamadein, A. L., Ohaly, A., and Bahrani, A., "On the choise of phase-balancer capacitor for induction motors fed from single-phase suply", IEEE trans., 1987, EC-2, (3), pág. 458-464.
- [21] Habermann, R., "Single-phase operation of a 3-phase motor with a simple static phase converter" Trans. AIEE, 1954, 73, pág. 833-837.
- [22] Brown, J. E., and Jha, C.S., "The starting of a 3-phase induction motor connected to a single phase suply system", IEE Proceedings, 1959, pág. 183-190.

- [23] Tozune, A., "Balanced operation of three-phase induction motor with asymmetrical stator windings connected to single-phase supply system", IEE Proceedings-B, Vol. 138, Nº 4, July 1991, pág. 167-174.
- [24] El-Maghraby M.H., Thejel R. H., Ibrahim M.M., "New approach for the analysis of a three-phase induction motor of different ratings connected to a single-phase supply" IEE Proceedings-B, Vol. 139, Nº 3, May 1992, pág. 145-153.
- [25] Fitzgerald, A.E., Kingsley Jr,C. e Kusko, A., "Máquinas Elétricas", Ed. McGraw-Hill do Brasil Ltda, 3ª edição, 1975.
- [26] Szajner, J., Netto Andrade, M. L. e Bim, E. "Motor Bifásico com Enrolamentos Assimétricos", registro I.N.P.I., nº 9202145, 05/maio/1992.
- [27] Bim, Edson e Pereira, Valmir Machado: "*Steady State Operation of Asymmetrical Induction Motor with T-Connected Stator Windings*" a ser apresentado no "*IEE JAPAN Power and Energy Society Annual Conference (Power & Energy '96)*", a ser realizado de 7 a 9 de agosto de 1996.
- [28] Bim, E.; Pereira, V. M.; Szajner, J. e Netto Andrade, M. L. "*An Asymmetrical Two-phase Induction Motor with T-connected Stator Windings*", a ser apresentado no "*International Conference on Electrical Machines and Applications (ICEMA '96)*", a ser realizado de 1º a 3 de setembro de 1996.
- [29] Pereira, Valmir Machado e Bim, Edson "Característica Conjugado-velocidade do Motor de Indução Bifásico Assimétrico com os Enrolamentos de Estator Conectados em T" a ser apresentado no "XI Congresso Brasileiro de Automática (XI CBA)", a ser realizado de 2 a 6 de setembro de 1996.
- [30] Bim, E., "Motor de Indução Bifásico com Enrolamentos Assimétricos", Tese de Doutorado, Univ. Estadual de Campinas, 1993.

- [31] Blume L. F. et al "Transformer Engineering", Jonh Wiley & Sons, 2ª edição, 1951.
- [32] Langsdorf, Alexander S., "Teoria de Las Máquinas de Corriente Alterna", McGraw-hill Book Co., 2ª edição, 1967.
- [33] Krause, Paul C., "Analysis of Electric Machinery", McGraw-Hill Book Co., 1ª edição, 1986.
- [34] Krause, Paul C & Wasynczuk, Oleg., "Eletromechanical Motion Devices", McGraw-Hill Book Co., 1ª edição, 1989.
- [35] Hancock, N.N., "Matrix Analysis of electrical Machinery", Pergamon Press, 2ª edição, 1974.
- [36] Van der Merwe C. e van der Merwe F.S., "A Study of Methods Measure the Parameters of Single-Phase Induction Motors", Trans. IEEE, Energy Conversion, Vol. 10, N0 2, junho de 1995, pág. 248-253.
- [37] Suhr, F.W.: Towards an Accurate Evaluation of Single-Phase Induction Motors Constants", Trans. AIEE Part 3, Power Apparatus and Systems, Vol. 71, janeiro de 1952, pág. 221-227.
- [38] Veinott, C.G.: "Segregations of Losses in Single-Phase Induction Motors", Trans. AIEE, Vol. 54, dezembro de 1935, pág. 1302-1306.
- [39] Institute of Electrical and Electronics Engineers - Test Procedure for Single-Phase Induction Motors - IEEE Std 114-1969.
- [40] Institute of Electrical and Electronics Engineers - Test Procedure for Polyphase Induction Motors and Generators - IEEE Std 112-1978.
- [41] Jevons, Morris "Electrical Machine Theory", Blachie & Son Limited, 1ª edição, 1966

- [42] Bim, E., Andrade Netto, M. L.; e Szajner, J.: “Uma Nova Configuração para o Motor de Indução Bifásico Assimétrico”, 10<sup>o</sup> Congresso Brasileiro de Automática - 6<sup>o</sup> Congresso Latino Americano de Controle Automático, setembro de 1994, pág. 822-824.
- [43] Slemon, Gordon R. e Straghen, A., “Electric Machines”, Addison-Wesley Publishing Company, 1<sup>a</sup> edição.