



Adailton Antônio Galiza Nunes

PROJETO E ANÁLISE DE DESEMPENHO DE SIMULADORES  
PARA CANAIS DE DESVANECIMENTO ALPHA-MU

Campinas  
2013



Universidade Estadual de Campinas  
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação

Adailton Antônio Galiza Nunes

PROJETO E ANÁLISE DE DESEMPENHO DE SIMULADORES PARA CANAIS DE  
DESVANECIMENTO ALPHA-MU

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação da Engenharia Elétrica da Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica. Área de concentração: Telecomunicações e Telemática.

Orientador: Prof. Dr. José Cândido Silveira Santos Filho

Este exemplar corresponde à versão final da tese defendida pelo aluno Adailton Antônio Galiza Nunes, e orientada pelo Prof. Dr. José Cândido Silveira Santos Filho

---

Campinas  
2013

Ficha catalográfica  
Universidade Estadual de Campinas  
Biblioteca da Área de Engenharia e Arquitetura  
Rose Meire da Silva - CRB 8/5974

N922p Nunes, Adailton Antônio Galiza, 1988-  
Projeto e análise de desempenho de simuladores para canais de desvanecimento alpha-mu / Adailton Antônio Galiza Nunes. – Campinas, SP : [s.n.], 2013.

Orientador: José Cândido Silveira Santos Filho.  
Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação.

1. Sistema de comunicação sem fio. 2. Rádio - Transmissores e Transmissão - Desvanecimento. I. Santos Filho, José Cândido Silveira, 1979-. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. III. Título.

Informações para Biblioteca Digital

**Título em inglês:** Design and performance analysis of simulators for alpha-mu fading channels

**Palavras-chave em inglês:**

Wireless communication system

Radio - Transmitters and Transmission - Fading

**Área de concentração:** Telecomunicações e Telemática

**Titulação:** Mestre em Engenharia Elétrica

**Banca examinadora:**

José Cândido Silveira Santos Filho [Orientador]

Michel Daoud Yacoub

Rausley Adriano Amaral de Souza

**Data de defesa:** 27-05-2013

**Programa de Pós-Graduação:** Engenharia Elétrica

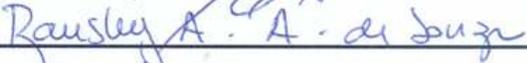
## COMISSÃO JULGADORA - TESE DE MESTRADO

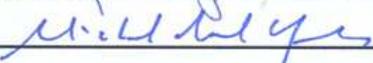
**Candidato:** Adailton Antônio Galiza Nunes

**Data da Defesa:** 27 de maio de 2013

**Título da Tese:** "Projeto e Análise de Desempenho de Simuladores para Canais de Desvanecimento Alpha-mu"

Prof. Dr. José Candido Silveira Santos Filho (Presidente):  \_\_\_\_\_

Prof. Dr. Rausley Adriano Amaral de Souza:  \_\_\_\_\_

Prof. Dr. Michel Daoud Yacoub:  \_\_\_\_\_

*Aos meus pais Adalberto e Ana Maria.*

# Agradecimentos

Uma valiosa oportunidade surgiu com a possibilidade de estudar na Unicamp. Muitos não acreditaram em minha capacidade, tive motivos para desistir. Entretanto, há muitas pessoas que conseguem enxergar aquilo que ainda não somos, não se prendem no presente. . .

Agradeço, assim ao meu orientador José Cândido, o qual acima de todos os seus títulos, me ajudou a acreditar nas qualidades que eu mesmo não via, teve paciência em minhas limitações, deu-me tempo para amadurecer em minha aprendizagem. Enfim, me auxiliou a capacitar o melhor que há em mim.

Ao professor Michel Yacoub, pelo auxílio, atenção e disponibilidade, e cujas atividades de pesquisa formaram as bases deste trabalho.

A todos os meus professores desta caminhada, à FEEC/UNICAMP e ao CNPq pelo apoio e estrutura para que se pudesse concretizar esta vitória.

Aos amigos que compartilharam as dificuldades, preocupações, incertezas e vitórias. Eles foram fundamentais nesta jornada.

Ao meu bem mais precioso, minha família, que com paciência infinita esteve sempre comigo em minhas angústias, conquistas e formação. Para ela, incontáveis agradecimentos e minha eterna gratidão.

Finalmente, todas estas conquistas foram graças Àquele em quem confiei, o meu Deus, o qual repousei minha fé e que assim me permitiu que alcançasse todos estes feitos.

(...) Só quem soube duvidar  
Pôde enfim acreditar...  
(...) Quem no pouco se encontrou  
Aprendeu multiplicar,  
Descobriu o dom de eternizar...  
(...) E assim viu grandeza na miséria,  
Descobriu que é no limite  
(...) Que a vida faz crescer.

*Padre Fábio de Melo (Contrários)*

# Resumo

A distribuição  $\alpha$ - $\mu$  é um modelo estatístico generalizado que representa o efeito conjunto de dois fenômenos de desvanecimento cruciais em sistemas de comunicação sem fio: o agrupamento de ondas de multipercurso e a não-linearidade do meio de propagação. Nessa distribuição, o agrupamento de ondas é representado pelo parâmetro  $\mu > 0$ . Dependendo do valor de  $\mu$ , a simulação do modelo  $\alpha$ - $\mu$  pode ser um desafio. Apenas para casos muito limitados, em que  $\mu$  é inteiro ou múltiplo de meio, o próprio modelo original de desvanecimento  $\alpha$ - $\mu$  pode ser usado como um esquema de simulação. De fato, ao que nos consta, não existe nenhum esquema de simulação para canais de desvanecimento  $\alpha$ - $\mu$  que permita valores de  $\mu$  não inteiros ou não múltiplos de meio. Neste trabalho, são projetadas e analisadas diferentes soluções para esse problema, explorando-se uma estreita relação entre os modelos de desvanecimento  $\alpha$ - $\mu$  e Nakagami. Os simuladores projetados acomodam valores reais arbitrários de  $\mu$ .

Palavras-chave: canais de desvanecimento, desvanecimento  $\alpha$ - $\mu$ , simulação.

# Abstract

The  $\alpha$ - $\mu$  distribution is a generalized statistical model that accounts for the joint effect of two fundamental radio-fading phenomena: the clustering of multi-path waves and the non-linearity of the propagation medium. In this distribution, the clustering of multi-path waves is represented by the parameter  $\mu > 0$ . Depending on the value of  $\mu$ , the simulation of the  $\alpha$ - $\mu$  model may be a challenge. Only for the very limited cases in which  $\mu$  is integer or half integer the original  $\alpha$ - $\mu$  fading model can be used as a simulation scheme. In fact, to the best of our knowledge, no simulation scheme for  $\alpha$ - $\mu$  fading channels exists that allows for non-integer or non-half-integer values of  $\mu$ . In this work, we design and analyze different solutions to this problem, by exploiting a close relationship between the  $\alpha$ - $\mu$  and Nakagami fading models. The designed simulators allow for arbitrary real values of  $\mu$ .

Key-words: fading channels,  $\alpha$ - $\mu$  fading, simulation.

# Lista de Figuras

1.1	O sistema de comunicação. . . . .	2
1.2	A propagação de multipercurso. . . . .	3
1.3	Tipos básicos de desvanecimento. . . . .	4
1.4	Desvanecimento de larga escala vs. desvanecimento de pequena escala. . . . .	4
1.5	Clusters de Ondas de Multipercurso. . . . .	5
1.6	Experimento aleatório, variável aleatória e processo estocástico. . . . .	7
1.7	Sinal de desvanecimento, nos tempos discreto e contínuo. . . . .	8
2.1	A PDF $\alpha$ - $\mu$ . . . . .	12
2.2	A CDF $\alpha$ - $\mu$ . . . . .	12
2.3	Transformação de envoltória Nakagami em $\alpha$ - $\mu$ . . . . .	15
3.1	Simulador clássico. . . . .	18
3.2	Simulador <i>rank-matching</i> . . . . .	19
3.3	Amostras que compõem o simulador <i>rank-matching</i> . . . . .	20
3.4	Amostras Nakagami reordenadas. . . . .	20
3.5	Equivalência entre o métodos <i>rank-matching</i> e o método da inversão. . . . .	21
3.6	Simulador <i>random-mixture</i> . . . . .	24
3.7	Processos Nakagami de entrada do simulador <i>random-mixture</i> . . . . .	24
3.8	Processo Nakagami resultante do simulador <i>random-mixture</i> . . . . .	25
3.9	Simulador $RM^2$ . . . . .	27
3.10	Relação entre processos Nakagami no simulador $RM^2$ . . . . .	27
4.1	Taxa de cruzamento de nível para o simulador <i>rank-matching</i> . . . . .	33
4.2	Duração média de desvanecimento para o simulador <i>rank-matching</i> . . . . .	33
4.3	Taxa de cruzamento de nível para o simulador <i>random-mixture</i> . . . . .	34
4.4	Duração média de desvanecimento para o simulador <i>random-mixture</i> . . . . .	35
4.5	Taxa de cruzamento de nível para o simulador $RM^2$ . . . . .	35
4.6	Duração média de desvanecimento para o simulador $RM^2$ . . . . .	36

# Lista de Acrônimos

ACF	Função de Autocorrelação ( <i>Autocorrelation Function</i> )
AFD	Duração Média de Desvanecimento ( <i>Average Fade Duration</i> )
BAN	<i>Body Area Network</i>
CDF	Função Distribuição de Probabilidade ( <i>Cumulative Distribution Function</i> )
GPS	Sistema de Posicionamento Global ( <i>Global Positioning System</i> )
i.i.d.	independentes e identicamente distribuídos
LCR	Taxa de Cruzamento de Nível ( <i>Level Crossing Rate</i> )
PDF	Função Densidade de Probabilidade ( <i>Probability Density Function</i> )
RM <sup>2</sup>	<i>Random-Mixture Rank-Matching</i>

# Lista de Símbolos

$\alpha$	Parâmetro arbitrário de potência
$\mu$	Parâmetro de desvanecimento $\alpha$ - $\mu$
$X(.,.)$	Função associada a uma realização estocástica
$\zeta$	Resultado de um espaço amostral
$S$	Espaço amostral
$m$	Parâmetro de desvanecimento Nakagami- $m$
$f_Z(z)$	Função Densidade de Probabilidade da variável aleatória $Z$
$\sigma$	Desvio-Padrão de uma variável aleatória
$E(.)$	Média de uma variável aleatória
$V(.)$	Variância de uma variável aleatória
$P[Z \leq z]$	Probabilidade da variável aleatória $Z$ estar abaixo do valor $z$
$F_Z(z)$	Função Distribuição de Probabilidade da variável aleatória $Z$
$\Phi(.)$	Função Distribuição de Probabilidade de uma variável aleatória Gaussiana
$R$	Envoltória $\alpha$ - $\mu$
$R_Z$	Envoltória de uma distribuição $Z$
$\dot{R}$	Derivada temporal da envoltória $\alpha$ - $\mu$
$\dot{R}_Z$	Derivada temporal da envoltória $Z$
$f_{Z,\dot{Z}}(z, \dot{z})$	Função Densidade de Probabilidade conjunta das variáveis $Z$ e $\dot{Z}$
$\hat{r}$	Valor da raiz $\alpha$ -ésima média de referência da envoltória $\alpha$ - $\mu$
$\Gamma(.)$	Função Gama de um dado valor
$\Gamma(.,.)$	Função Gama Incompleta de um dado valor
$\omega$	Frequência angular de uma onda
$f_D$	Frequência de desvio Doppler
$v$	Velocidade do móvel
$\lambda$	Comprimento de onda
$N_Z(z)$	Taxa de Cruzamento de Nível da variável aleatória $Z$
$T_Z(z)$	Duração Média de Desvanecimento da variável aleatória $Z$
$\delta(\tau)$	Coefficiente de correlação de uma variável aleatória
$I_v(.)$	Função de Bessel modificada de primeiro tipo e ordem $v$
$\rho_2(\tau)$	Coefficiente de autocorrelação de potência de uma dada componente

$C(.,.)$	Operador de covariância
$A_Z(z)$	Função de autocorrelação da variável aleatória $Z$
${}_2F_1(.,.;.;.)$	Função hipergeométrica de Gauss
$\Omega$	Valor da raiz média quadrática da envoltória Nakagami-m
$J(.)$	Parâmetro Jacobiano de transformação
$F_Z^{-1}$	Função Distribuição de Probabilidade inversa da variável aleatória $Z$
$p(\mu)$	Probabilidade de mistura
$\mu_L$	Parâmetro de desvanecimento menor ou igual a $\mu$
$\mu_U$	Parâmetro de desvanecimento maior que $\mu$
$Q^{-1}(.,.)$	Função Gama Incompleta Regularizada
$h(.)$	Função equivalente ao método de inversão
$h'(.)$	Derivada da função equivalente ao método de inversão

# Publicação

A. A. Galiza Nunes e J. C. S. Santos Filho, “Design and Analysis of an Efficient Simulation Scheme for  $\alpha$ - $\mu$  Fading Channels”, em *Proc. International Workshop on Telecommunications (IWT)*, 06–09 Maio, Santa Rita do Sapucaí, Brasil, 2013.

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
1.1	O Sistema de Comunicações . . . . .	1
1.2	O Canal sem Fio . . . . .	2
1.3	Desvanecimento . . . . .	3
1.4	Agrupamento de Ondas . . . . .	5
1.5	Simulação . . . . .	6
1.6	Modelagem . . . . .	7
1.7	Motivação e Objetivos . . . . .	8
1.8	Estrutura da Dissertação . . . . .	10
<b>2</b>	<b>O Modelo de Desvanecimento <math>\alpha</math>-<math>\mu</math></b>	<b>11</b>
2.1	Introdução . . . . .	11
2.2	A Distribuição $\alpha$ - $\mu$ . . . . .	11
2.3	O Modelo Físico $\alpha$ - $\mu$ . . . . .	13
2.4	Relação entre os Modelos $\alpha$ - $\mu$ e Nakagami . . . . .	14
2.5	Relação entre as Estatísticas $\alpha$ - $\mu$ e Nakagami . . . . .	15
2.6	Conclusões . . . . .	17
<b>3</b>	<b>Simuladores <math>\alpha</math>-<math>\mu</math></b>	<b>18</b>
3.1	Introdução . . . . .	18
3.2	Simulador Clássico . . . . .	18
3.3	Simulador <i>Rank-Matching</i> . . . . .	19
3.3.1	Estrutura . . . . .	19
3.3.2	Estatísticas Nakagami . . . . .	21
3.3.3	Estatísticas $\alpha$ - $\mu$ . . . . .	23
3.4	Simulador <i>Random-Mixture</i> . . . . .	24
3.4.1	Estrutura . . . . .	24
3.4.2	Estatísticas Nakagami . . . . .	25
3.4.3	Estatísticas $\alpha$ - $\mu$ . . . . .	26
3.5	Simulador $RM^2$ . . . . .	26
3.5.1	Estrutura . . . . .	26

3.5.2	Estatísticas Nakagami . . . . .	27
3.5.3	Estatísticas $\alpha$ - $\mu$ . . . . .	29
3.6	Conclusões . . . . .	30
<b>4</b>	<b>Resultados Numéricos e Comparações de Desempenho</b>	<b>32</b>
4.1	Introdução . . . . .	32
4.2	Simulador <i>Rank-Matching</i> . . . . .	32
4.3	Simulador <i>Random-Mixture</i> . . . . .	34
4.4	Simulador $RM^2$ . . . . .	35
4.5	Conclusões . . . . .	36
<b>5</b>	<b>Considerações Finais</b>	<b>37</b>
	<b>Referência Bibliográfica</b>	<b>39</b>

# Introdução

Durante as décadas de 60 e 70, as telecomunicações apresentaram um avanço enorme, sobretudo como meio de aperfeiçoar a transmissão de informações confidenciais entre forças militares no período da Guerra Fria. Foi nesse período que os Estados Unidos, a fim de se proteger de possíveis ataques soviéticos a seus sistemas de comunicação, criaram a Arpanet. Tratava-se de uma rede de telecomunicações bastante sofisticada, com tecnologia semelhante à da Internet, hoje onipresente [1].

Apesar do avanço contínuo das tecnologias e sistemas de comunicações, muitos desafios permanecem inalterados, como as restrições severas impostas pelo meio de transmissão. Seja em sistemas cabeados, seja em sistemas sem fio, o meio de transmissão sempre atenua e distorce em certo grau o sinal transmitido, dificultando o entendimento da mensagem recebida. Em particular, os sistemas sem fio estão hoje em alta, por conta da grande mobilidade inerente a esses sistemas e do baixo custo associado à produção e comercialização em larga escala.

O modo como o meio de transmissão afeta o processo de comunicação é aleatório por natureza. Aliás, por isso mesmo é que se faz difícil combater os seus efeitos. Em sistemas sem fio, por exemplo, no caminho entre transmissor e receptor, há uma infinidade de obstáculos que influenciam no nível e na distorção do sinal recebido, quase sempre imprevisíveis. Por conta disso, esse processo é tratado de forma estatística. E, quanto melhor o entendimento da natureza estatística das intempéries, mais eficazes os métodos desenvolvidos para combatê-las.

## 1.1 O Sistema de Comunicações

Basicamente, o processo de comunicação e seus respectivos elementos podem ser representados como descrito na Fig. 1.1 [2]. A fonte de informação, ou simplesmente informação, pode ser exemplificada por um sinal de voz a ser transmitido, por uma imagem, um vídeo, dentre outros. Após ser processada de forma adequada pelo sistema de comunicação, a informação original é então denominada de sinal de mensagem, ou simplesmente sinal.

Em todo sistema de comunicação, há três elementos indispensáveis: transmissor, canal e receptor. O transmissor converte o sinal, destinado ao receptor, num formato adequado para transmissão através do canal. Em uma rede celular, por exemplo, esse formato é uma onda eletromagnética apropriada. Para esse exemplo, na operação de *downlink*, o transmissor está

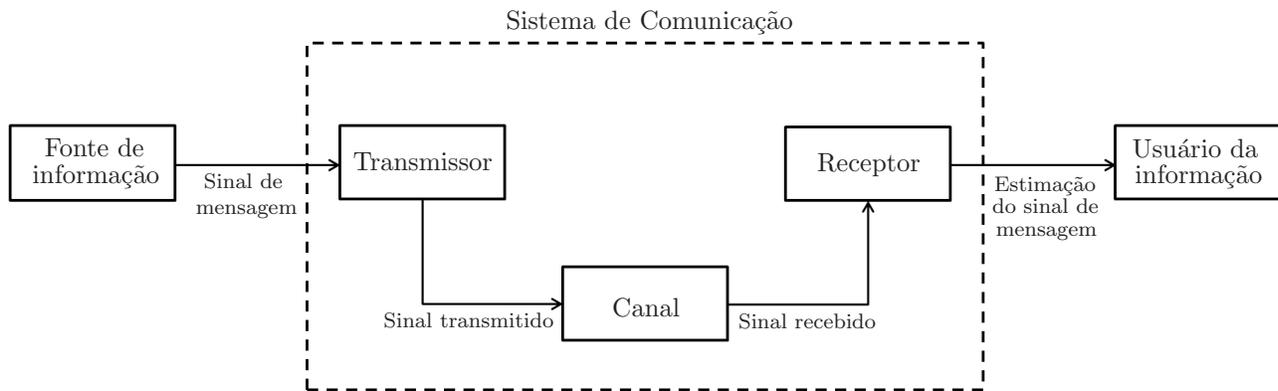


Fig. 1.1: O sistema de comunicação.

representado por uma estação rádio-base.

O canal é o meio de propagação propriamente dito, que permite estabelecer a conexão entre transmissor e receptor [2, 3]. Em sistemas sem fio, por exemplo, o canal é a interface aérea, onde a informação trafega entre transmissor e receptor por meio de radiação eletromagnética [4]. Ao longo do canal, o sinal pode sofrer perdas consideráveis. Em ambientes sem fio, o sinal está sujeito à perda de percurso [5, 6] e a fenômenos como espalhamento, reflexão e difração [4, 6, 7]. Esses fenômenos alteram a natureza do sinal e, muitas vezes, comprometem a recepção adequada.

Por fim, o receptor é o elemento responsável por reconstruir, a partir do sinal atenuado e distorcido na saída do canal, o sinal originalmente transmitido, tornando-o inteligível para o usuário final da informação [2]. No *downlink* de sistemas celulares, por exemplo, o receptor está representado por um dispositivo móvel.

## 1.2 O Canal sem Fio

Considere, como exemplo de sistema de comunicação sem fio, uma rede celular. Nela, a escolha da localização das estações base e dos níveis de potência a serem utilizados no sistema são questões críticas [4]. O percurso do sinal entre transmissor e receptor pode ser uma simples linha de visada direta ou conter severas obstruções, representadas por folhagens, construções e montanhas [7]. Em geral, as antenas móveis estão próximas ao nível do solo [6], aumentando a probabilidade de surgimento de alguns obstáculos que dissipam energia e reduzem a amplitude do sinal recebido. Têm-se ainda as perdas de espaço livre, as quais estão relacionadas à distância entre transmissor e receptor [5, 6].

Após transmitido, além da redução em seu nível médio ao longo da distância, o sinal pode sofrer fenômenos deletérios como espalhamento, reflexão e difração, por conta dos diversos obstáculos em seu caminho. O espalhamento ocorre quando o comprimento de onda do sinal é menor que o obstáculo (folhagens, por exemplo) [5, 6, 7]. A reflexão ocorre por conta de variações na constante dielétrica do meio, sendo influenciada pela textura e rugosidade do obstáculo ou terreno [5, 6]. Quando a ordem de grandeza de um obstáculo é a mesma do comprimento de onda do sinal, ocorre a difração. Devido a todos esses fenômenos, o sinal alcança a estação móvel como um grande número de ondas espalhadas, refletidas e difratadas, oriundas de caminhos

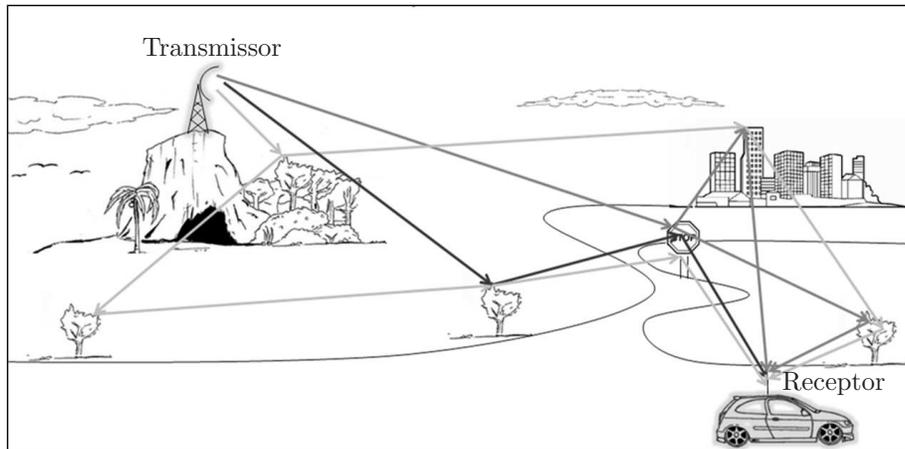


Fig. 1.2: A propagação de multipercursos.

diversos, com amplitudes e fases também diversas. É a chamada propagação de multipercursos, como ilustra a Fig. 1.2.

Desse modo, em seu trajeto aéreo entre transmissor e receptor, o sinal está sujeito a uma infinidade de fatores, em boa parte imprevisíveis, que podem comprometer a qualidade da informação. Devido à natureza caótica e aleatória desses fatores, ferramentas estatísticas são normalmente utilizadas para modelá-los. Esses modelos estatísticos são uma tentativa de traduzir o caos e a aleatoriedade do meio de propagação numa teoria matematicamente tratável, ainda que complexa, e que permita a construção de sistemas reais mais confiáveis e eficientes [8]. Segundo [7], modelar um canal de rádio tem sido, historicamente, uma das mais difíceis ações de projeto em sistemas rádio-móvel.

### 1.3 Desvanecimento

Num ambiente sem fio, o sinal transmitido raramente terá uma linha de visada direta para o receptor. Quase sempre, esse sinal será a soma de componentes de onda espalhadas por obstruções aleatórias no trajeto entre transmissor e receptor, impondo diferentes atenuações e fases ao sinal resultante [5]. Dois fatores determinam a propagação em sistemas sem fio: perda de percurso e multipercursos. Por um lado, a perda de percurso faz com que a amplitude das componentes de onda desvaneça à medida que a distância entre o transmissor e o receptor aumenta [5, 7]; seja pelo espaço livre, seja pelos obstáculos no caminho. Por outro lado, a propagação multipercursos faz com que as componentes de onda estejam ora em fase, somando-se construtivamente, ora em oposição de fase, somando-se destrutivamente [5].

Como resultado da combinação de perda de percurso e propagação multipercursos, a amplitude e a fase do sinal recebido flutuam aleatoriamente ao longo do tempo. Essa flutuação é conhecida como desvanecimento. Mesmo que o terminal receptor esteja parado, o sinal recebido ainda pode desvanecer, devido ao movimento de objetos no ambiente do canal de rádio [7]. O desvanecimento do sinal é uma das principais causas da degradação de desempenho em sistemas rádio-móvel [5].

Pode-se combater o desvanecimento tirando-se vantagem da própria natureza aleatória desse

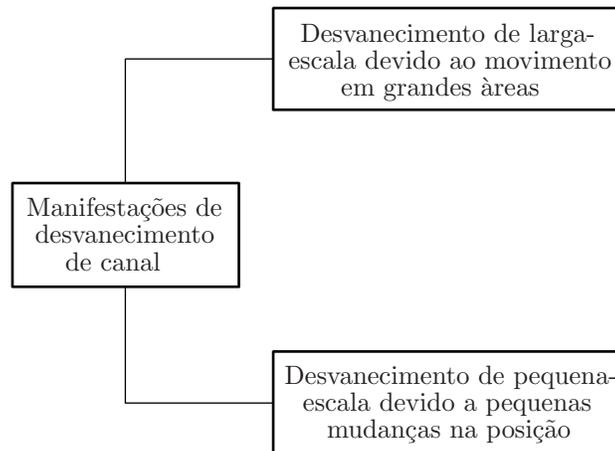


Fig. 1.3: Tipos básicos de desvanecimento.

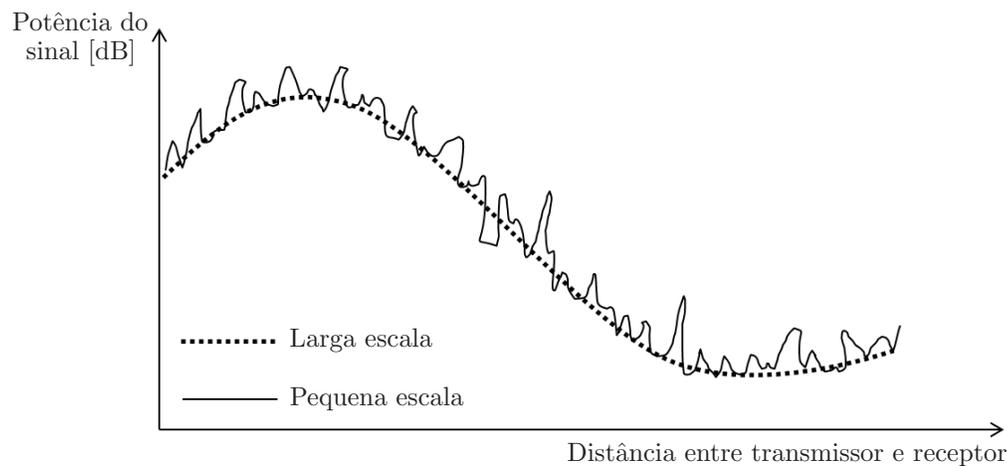


Fig. 1.4: Desvanecimento de larga escala vs. desvanecimento de pequena escala.

fenômeno. A ideia central é que os desvanecimentos que afetam canais independentes são também estatisticamente independentes. Assim, ao se transmitir a informação de forma redundante, através de múltiplos canais independentes, a probabilidade de que esta seja afetada por um desvanecimento muito severo, ocorrendo ao mesmo tempo em todos os canais, é baixa [5]. Essa estratégia de recepção é conhecida como diversidade.

Como indicado na Fig. 1.3, há dois tipos básicos de desvanecimento: desvanecimento de larga escala (ou de longo prazo) e desvanecimento de pequena escala (ou de pequeno prazo). A relação entre eles é ilustrada na Fig. 1.4.

O desvanecimento de larga escala é decorrente de obstruções de grande porte, e representa a flutuação da potência média do sinal quando há movimento sobre grandes áreas (centenas ou milhares de metros) [3, 7]. Obstruções como florestas, construções, montanhas e colinas podem ocasionar desvanecimentos dessa natureza. Terminais móveis em ambientes assim podem experimentar uma comunicação ruim e, algumas vezes, pode ocorrer perda completa do sinal [5]. Fala-se então em sombreamento no receptor [3]. A forma de combater esse tipo de

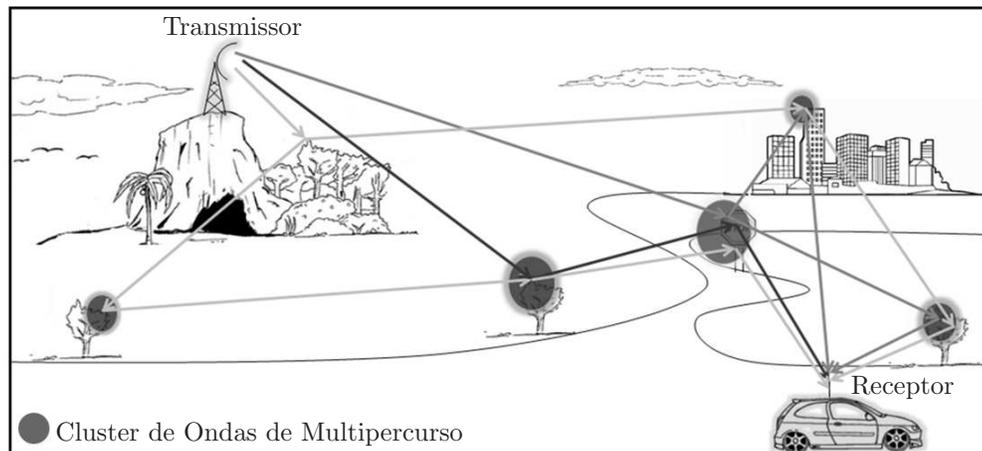


Fig. 1.5: Clusters de Ondas de Multipercorso.

desvanecimento é driblar as grandes obstruções, tendo, por exemplo, várias estações base estrategicamente posicionadas, tal que os terminais móveis tenham um percurso de comunicação sem muitas obstruções para ao menos uma das estações. Essa estratégia é denominada diversidade macroscópica [5]. A distribuição lognormal é um bom modelo estatístico para esse tipo de desvanecimento [9].

O desvanecimento de pequena escala é decorrente da propagação multipercorso, e se refere às flutuações drásticas na amplitude e fase do sinal sobre uma curta distância ou um curto período de tempo. Esse fenômeno é observado com pequenas mudanças (tão pequenas quanto um comprimento de onda) na posição do transmissor e receptor [7, 3]. Esse desvanecimento pode ser combatido por meio da diversidade microscópica, onde a informação é repetida através de percursos independentes, minimizando os efeitos deletérios no sinal recuperado [5]. Um modelo estatístico simples e popular para o desvanecimento de pequena escala é a distribuição Rayleigh. Trata-se de um bom modelo para os assim chamados ambientes ricamente espalhados, sem componente predominante de linha de visada [3]. Outros modelos comuns incluem as distribuições Rice, Nakagami, Weibull e Hoyt [9].

## 1.4 Agrupamento de Ondas

O fenômeno de multipercorso pode levar à formação de agrupamentos de ondas — os chamados *clusters* de onda. Cada componente de multipercorso é caracterizada por sua potência, fase, ângulo de partida, de chegada e atraso [10, 11]. Os *clusters* de onda são então definidos como acumulações de componentes de multipercorso que possuem parâmetros espaço-temporais similares [12]. Ou seja, as ondas espalhadas geralmente não ocorrem de modo uniforme em todo o ambiente de transmissão, mas em grupos ou blocos. Esse comportamento é encontrado em praticamente qualquer ambiente sem fio [13]. A Fig. 1.5 ilustra o processo.

Cada *cluster* se associa a determinado histórico de reflexões, espalhamentos e difrações no trajeto entre transmissor e receptor [12]. Dependendo da extensão do *cluster*, poderá haver um maior ou menor atraso envolvido, e a dispersão angular correspondente pode comprometer na comunicação em alguns sistemas [11]. Cada ambiente terá um comportamento característico

do agrupamento de ondas espalhadas, como em ambientes urbanos ou rurais, devido à não uniformidade do meio [11].

## 1.5 Simulação

Diante da complexidade dos sistemas modernos, ferramentas de simulação se tornaram essenciais em engenharia [14]. Quando um determinado fenômeno é estudado e nele se encontram limitações para a realização de testes de campo, por exemplo, o uso de simulação pode servir de suporte aos resultados obtidos, tornando a investigação mais robusta e confiável.

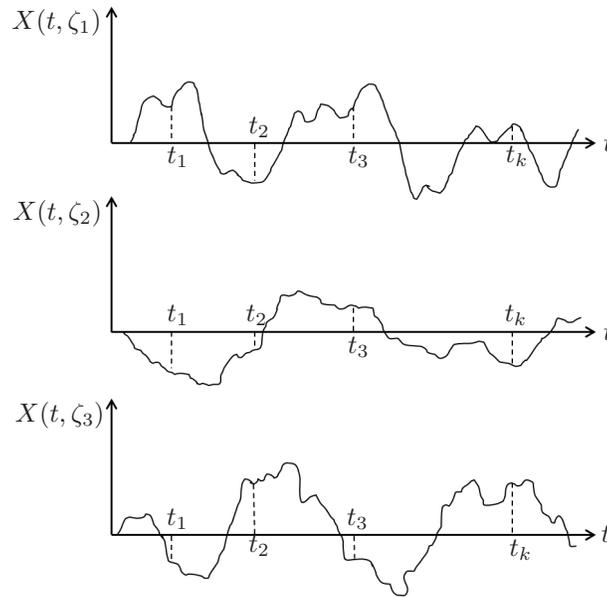
Um simulador permite representar características reais de um ambiente, e a tarefa de simulação é alcançada geralmente por meio de um *software*, descrito pelo modelo em análise [15]. No caso de interesse deste trabalho, por exemplo, a simulação é usada para emular um ambiente de desvanecimento do tipo  $\alpha$ - $\mu$  [9], contendo muitos dos fenômenos de propagação já mencionados. Em qualquer caso, o *software* para simulação deve produzir amostras que retratem o comportamento dos sistemas reais. Para que, a partir disso, possam ser levantadas estatísticas de tais amostras, na intenção de descrever o desempenho do sistema. O trabalho em [16], por exemplo, descreve geradores altamente eficientes de sequências aleatórias para as distribuições de desvanecimento  $\kappa$ - $\mu$ ,  $\eta$ - $\mu$  [17] e  $\alpha$ - $\mu$  [9], modelos generalizados para ambientes sem fio. Tais geradores serão úteis em estudos que irão permitir avanços na busca por comunicação mais confiável e eficiente nesses ambientes de propagação. Em particular, a distribuição  $\alpha$ - $\mu$ , além de modelar um ambiente móvel sem fio terrestre, apresenta também bom ajuste para dados empíricos de sinais de GPS (*Global Positioning System*) propagando em ambiente com cintilação [18], de redes BAN (*Body Area Network*) [19], e ainda de sinais acústicos submersos [20].

Neste trabalho, o estudo é direcionado ao desenvolvimento e análise de simuladores referentes à envoltória do canal de desvanecimento. A envoltória corresponde ao módulo ou amplitude do sinal [5]. Através do projeto e da análise aqui realizados, serão viabilizadas inúmeras estatísticas do canal, que auxiliarão na descrição apropriada de um sinal ao se propagar num ambiente sem fio.

Grande parte das distribuições estatísticas empregadas para descrever o comportamento do canal sem fio estão associadas a modelos físicos subjacentes. É, portanto, possível implementar um simulador com uso direto desses modelos. Simuladores assim são comumente chamados de *clássicos*. Eles carregam a motivação de terem sido inspirados nos próprios modelos físicos de cada ambiente de desvanecimento, muitas vezes já validados por medidas de campo.

Todavia, algumas vezes, a estrutura dos simuladores clássicos não é suficientemente flexível para acomodar a faixa de parâmetros observados nos sistemas reais. Nas distribuições  $\kappa$ - $\mu$ ,  $\eta$ - $\mu$  e  $\alpha$ - $\mu$ , por exemplo, o parâmetro  $\mu$  é um número real positivo, e isso é o que se observa também na prática quando se estima esse parâmetro. No entanto, nesses casos, os simuladores clássicos só acomodam valores de  $\mu$  inteiros ou múltiplos de meio.

Em casos assim, usar simuladores alternativos, que não os clássicos, torna-se a única solução. Contudo, pode haver efeitos colaterais sobre diversas das estatísticas do canal. Em cada caso, deve-se então mensurar o quão viável é a escolha do simulador alternativo, sobretudo relativamente ao impacto sobre métricas importantes de desempenho.



**Fig. 1.6:** Experimento aleatório, variável aleatória e processo estocástico.

A investigação deste trabalho lida, essencialmente, com comparações entre o simulador clássico do canal  $\alpha$ - $\mu$ , conhecido, e outros simuladores a serem aqui propostos. As comparações se baseiam em uma série de estatísticas de segunda ordem, deduzidas para cada esquema proposto.

## 1.6 Modelagem

Um experimento aleatório é aquele cujo resultado varia de forma imprevisível, quando, sobre as mesmas condições, tal experimento é repetido diversas vezes [8]. Uma variável aleatória é uma função real ou complexa definida num espaço amostral de todas as possibilidades do experimento aleatório. E um processo estocástico é uma coleção indexada de variáveis aleatórias.

O experimento aleatório, a variável aleatória e o processo estocástico podem ser ilustrados como na Fig. 1.6 [2, 8]. Nessa figura, cada um dos gráficos representa uma função amostra, experimento aleatório ou realização do processo estocástico, dado que  $\zeta$  represente resultados do espaço amostral  $S$ . Assim, para cada  $\zeta \in S$ , tem-se uma realização associada, ou uma função  $X(t, \zeta)$ . Cada tempo fixo  $t_k$  determina uma variável aleatória dentro da realização referente.

Um processo estocástico pode ser classificado em discreto no tempo ou contínuo no tempo. O processo discreto no tempo é definido como uma sequência de variáveis aleatórias indexadas por um índice inteiro. Já o processo contínuo no tempo é indexado por uma variável real. O sinal de fala, por exemplo, é originalmente um processo estocástico contínuo no tempo, mas, ao sofrer amostragem, se torna um processo discreto no tempo. Da mesma forma, um sinal característico de desvanecimento pode ser representado de forma discreta ou contínua no tempo, como visto na Fig. 1.7.

O comportamento de variáveis aleatórias é descrito de forma probabilística, por meio de funções estatísticas. Mais especificamente, por meio da chamada função densidade de probabilidade (PDF, do inglês *probability density function*) ou, equivalentemente, de sua integral, a

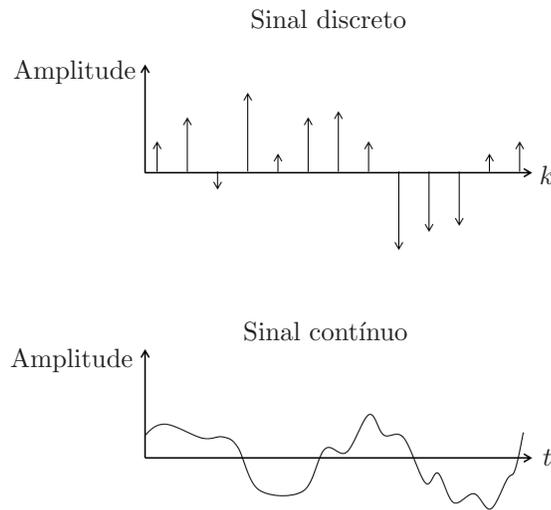


Fig. 1.7: Sinal de desvanecimento, nos tempos discreto e contínuo.

função de distribuição acumulada (CDF, do inglês *cumulative distribution function*). É comum se referir a essas funções de forma genérica, como distribuições estatísticas.

Várias distribuições estatísticas são empregadas para descrever o fenômeno de desvanecimento em sistemas sem fio. O desvanecimento de longo prazo é geralmente modelado pela distribuição lognormal. Quanto ao desvanecimento de curto prazo, modelos mais simples incluem as distribuições Rayleigh, Rice, Nakagami, Weibull e Hoyt [9]. Modelos mais sofisticados incluem as distribuições  $\kappa$ - $\mu$ ,  $\eta$ - $\mu$  [17] e  $\alpha$ - $\mu$  [9].

As variáveis aleatórias podem ter relações entre si. Por exemplo, a soma de duas variáveis gaussianas, uma em fase (componente real), outra em quadratura (componente imaginária), resulta num processo do tipo Rayleigh, cuja envoltória segue a distribuição Rayleigh e cuja fase segue uma distribuição uniforme. Outro exemplo: a soma de quadrados de variáveis Rayleigh independentes e identicamente distribuídas (i.i.d.) resulta no quadrado de uma variável Nakagami. Relações desse tipo podem ser utilizadas para simplificar a descrição de variáveis mais sofisticadas, em termos das características de variáveis mais simples. Neste trabalho, faz-se uso de uma relação estreita entre a variável Nakagami e a variável  $\alpha$ - $\mu$ , objeto deste estudo.

## 1.7 Motivação e Objetivos

A simulação do canal de desvanecimento  $\alpha$ - $\mu$  pode ser um desafio, dependendo do valor do parâmetro  $\mu > 0$ . Originalmente, no modelo físico de desvanecimento por trás da dedução da distribuição  $\alpha$ - $\mu$ , o sinal resultante é uma soma de  $2\mu$  *clusters* de multipercurso do tipo gaussiano, mutuamente independentes [9]. Assim, em princípio, só faria sentido considerar valores inteiros ou múltiplos de meio para o parâmetro  $\mu$ . E, nesse caso, o modelo de desvanecimento original  $\alpha$ - $\mu$  poderia ser usado como próprio esquema de simulação. Neste trabalho, esse esquema é chamado de simulador clássico  $\alpha$ - $\mu$ .

Por outro lado, existem diversas razões para se considerar valores não inteiros ou não múltiplos de meio para o parâmetro  $\mu$ , incluindo as que seguem. Em primeiro lugar, as muitas expressões estatísticas decorrentes do modelo de desvanecimento original  $\alpha$ - $\mu$  não possuem ne-

nhuma restrição matemática para serem usadas com qualquer valor real de  $\mu > 0$ . Em segundo, na prática, se o parâmetro  $\mu$  é estimado empiricamente por meio de medidas de campo, valores reais de  $\mu$  certamente ocorrerão. Em terceiro, o modelo de desvanecimento  $\alpha$ - $\mu$ , como qualquer outro modelo de desvanecimento disponível, possui limitações inerentes, por ser de fato uma solução aproximada para o chamado problema de fase aleatória. E estas limitações podem ser feitas menos restritivas ao se permitir valores reais para  $\mu$ . Finalmente, valores não inteiros de *clusters* de multipercurso têm sido relatados extensivamente na literatura (veja, por exemplo, [13] e referências lá citadas).

Contudo, como argumentado anteriormente, quando  $\mu$  é não inteiro ou não múltiplo de meio, o modelo de desvanecimento original  $\alpha$ - $\mu$  não pode ser usado como esquema de simulação. De fato, para o nosso conhecimento, nenhum esquema de simulação para canais de desvanecimento  $\alpha$ - $\mu$  tem sido relatado até o momento, o qual permita valores reais arbitrários de  $\mu$ . Esse é ainda um problema em aberto.

Neste trabalho, projeta-se uma solução para o problema em questão, explorando-se uma relação simples entre os modelos  $\alpha$ - $\mu$  e Nakagami. Como será detalhado no próximo capítulo, no modelo  $\alpha$ - $\mu$ , a envoltória recebida, elevada à  $\alpha$ -ésima potência, é igual à soma de  $2\mu$  componentes gaussianas quadradas i.i.d de média nula [9]. De forma semelhante, como se sabe, no modelo Nakagami com parâmetro de desvanecimento  $m$ , o quadrado da amplitude do sinal recebido é igual à soma de  $2m$  componentes gaussianas quadradas i.i.d. de média nula [9, 21]. Portanto, elevando-se um processo Nakagami com  $m = \mu$  à potência  $2/\alpha$ , obtém-se um processo  $\alpha$ - $\mu$  com parâmetros  $\alpha$  e  $\mu$ . Como resultado, por meio dessa simples transformação, pode-se tirar proveito de esquemas de simulação já existentes para canais de desvanecimento Nakagami, a fim de se construir esquemas correspondentes de simulação para canais de desvanecimento  $\alpha$ - $\mu$ . Isso é feito neste trabalho.

Em princípio, as relações mencionadas permitem o uso de qualquer simulador de envoltória Nakagami disponível como base para o simulador de envoltória  $\alpha$ - $\mu$  associado. Naturalmente, espera-se que, quanto melhor o simulador Nakagami adotado, tanto melhor o simulador  $\alpha$ - $\mu$  obtido. Em particular, foi proposto recentemente em [22] um simulador Nakagami altamente eficiente que (i) permite o uso de valores reais arbitrários para o parâmetro de desvanecimento  $m$ , (ii) corresponde exatamente às estatísticas de primeira ordem Nakagami, (iii) e se aproxima estreitamente das estatísticas de segunda ordem Nakagami. Esse esquema é baseado na combinação de dois outros simuladores Nakagami, denominados *random-mixture* [23] e *rank-matching* [24]. Correspondentemente, o esquema é chamado de simulador Nakagami *random-mixture-rank-matching* (RM<sup>2</sup>). Ao que sabemos, o simulador RM<sup>2</sup> provê a melhor solução atualmente disponível para simulação de canais de desvanecimento Nakagami.

Por conta disso, é proposto neste trabalho o uso do simulador Nakagami RM<sup>2</sup> como base de projeto para um simulador  $\alpha$ - $\mu$  eficiente que (i) permite valores reais arbitrários para os parâmetros de desvanecimento  $\alpha$  e  $\mu$ , (ii) corresponde exatamente às estatísticas de primeira-ordem do modelo  $\alpha$ - $\mu$ , (iii) e se aproxima estreitamente das estatísticas de segunda ordem do modelo  $\alpha$ - $\mu$ . Cada uma das características enumeradas são herdadas de características correspondentes do simulador Nakagami RM<sup>2</sup>. Além do projeto do simulador, provê-se uma análise detalhada das estatísticas de primeira e segunda ordem associadas. Para termo de comparação, simulado-

res  $\alpha$ - $\mu$  com base nos simuladores Nakagami *random-mixture* e *rank-matching*, separadamente, são também apresentados e avaliados. Mais especificamente, para cada esquema investigado (*random-mixture*, *rank-matching* e  $RM^2$ ), são deduzidas expressões em forma-fechada para estatísticas importantes do canal, a saber: taxa de cruzamento de nível (LCR - *Level Crossing Rate*), duração média de desvanecimento (AFD - *Average Fade Duration*), PDF de primeira ordem, PDF de segunda ordem e PDF conjunta da envoltória e sua derivada temporal. A função de autocorrelação (ACF - *Autocorrelation Function*) é também obtida, mas em forma integral. Exemplos numéricos são fornecidos para ilustrar o desempenho dos simuladores *random-mixture* e *rank-matching*, bem como a superioridade do simulador  $RM^2$ .

## 1.8 Estrutura da Dissertação

O restante desta dissertação está estruturado da seguinte forma:

**Capítulo 2** - Revisão da distribuição  $\alpha$ - $\mu$  e suas principais estatísticas; revisão do simulador clássico  $\alpha$ - $\mu$ ; apresentação de uma relação fundamental entre os processos  $\alpha$ - $\mu$  e Nakagami, com dedução de relações importantes entre suas estatísticas de segunda ordem;

**Capítulo 3** - Proposta de três novos esquemas de simulação para canais  $\alpha$ - $\mu$ : *random-mixture*, *rank-matching* e  $RM^2$ ; análise das principais estatísticas de primeira e segunda ordens de cada esquema proposto;

**Capítulo 4** - Exemplos numéricos e comparações de desempenho entre os esquemas clássico, *random-mixture*, *rank-matching* e  $RM^2$ , em termos de estatísticas de segunda ordem representativas (LCR e AFD);

**Capítulo 5** - Considerações finais e propostas de novos trabalhos.

## O Modelo de Desvanecimento $\alpha$ - $\mu$

### 2.1 Introdução

A distribuição  $\alpha$ - $\mu$  é uma distribuição generalizada de desvanecimento de curto prazo, originalmente proposta em [9]. Seu modelo estatístico descreve o efeito conjunto de dois fenômenos fundamentais em sistemas sem fio: a não-linearidade do meio de propagação ( $\alpha > 0$ ) e o agrupamento (*clusters*) de ondas de multipercurso ( $\mu > 0$ ). Por meio dos parâmetros  $\alpha$  e  $\mu$ , a distribuição  $\alpha$ - $\mu$  cobre uma vasta gama de condições de propagação, indo do desvanecimento leve ao moderado ao severo. Essa distribuição inclui, como casos especiais, as distribuições Gaussiana unilateral, Rayleigh, Nakagami e Weibull.

Este capítulo revisita a distribuição  $\alpha$ - $\mu$  e suas principais estatísticas, bem como seu modelo físico original. Como será visto, apenas quando  $\mu$  é inteiro ou múltiplo de  $1/2$  esse modelo pode ser prontamente utilizado como esquema de simulação, então denominado de simulador  $\alpha$ - $\mu$  clássico. Além disso, apresenta-se uma relação simples e fundamental entre o processo  $\alpha$ - $\mu$  e o processo Nakagami [21]. A partir dessa relação, deduzem-se uma série de relações correspondentes entre as estatísticas de segunda ordem dos dois processos. Essas relações servirão de base para o projeto e a análise de novos simuladores mais gerais e flexíveis para o canal  $\alpha$ - $\mu$ , apresentados no próximo capítulo. Os novos simuladores acomodam valores reais arbitrários de  $\mu$ .

### 2.2 A Distribuição $\alpha$ - $\mu$

Considerando-se um sinal desvanecido com envoltória  $R$ , um parâmetro arbitrário de não-linearidade do ambiente  $\alpha > 0$ , e um valor médio de raiz  $\alpha$ -ésima  $\hat{r} = \sqrt[\alpha]{E(R^\alpha)}$ , como descrito em [9], a PDF da distribuição  $\alpha$ - $\mu$  é então escrita como

$$f_R(r; \alpha, \mu, \hat{r}) = \frac{\alpha \mu^\mu r^{\alpha\mu-1}}{\hat{r}^{\alpha\mu} \Gamma(\mu)} \exp\left(-\mu \frac{r^\alpha}{\hat{r}^\alpha}\right), \quad (2.1)$$

em que  $\Gamma(\cdot)$  é a função gama, dada por  $\Gamma(z) = \int_0^\infty t^{z-1} \exp(-t) dt$ , e  $\mu > 0$  é o inverso da variância normalizada de  $R^\alpha$ , isto é,

$$\mu = \frac{E^2(R^\alpha)}{V(R^\alpha)}, \quad (2.2)$$

sendo  $E(\cdot)$  o operador de esperança e  $V(\cdot)$  de variância. Correspondentemente, a CDF de  $R$  é obtida como [9]

$$F_R(r; \alpha, \mu, \hat{r}) = 1 - \frac{\Gamma(\mu, \mu r^\alpha / \hat{r}^\alpha)}{\Gamma(\mu)}, \quad (2.3)$$

em que  $\Gamma(\cdot, \cdot)$  é a função gama incompleta, dada por  $\Gamma(z, y) = \int_y^\infty t^{z-1} \exp(-t) dt$ . As Figs. 2.1 e 2.2 ilustram a PDF e a CDF da variável  $\alpha$ - $\mu$  para alguns valores de parâmetros.

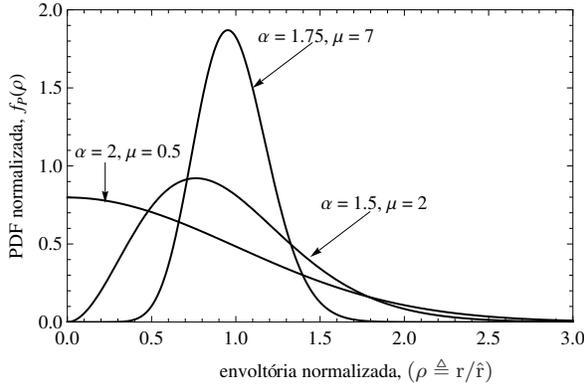


Fig. 2.1: A PDF  $\alpha$ - $\mu$ .

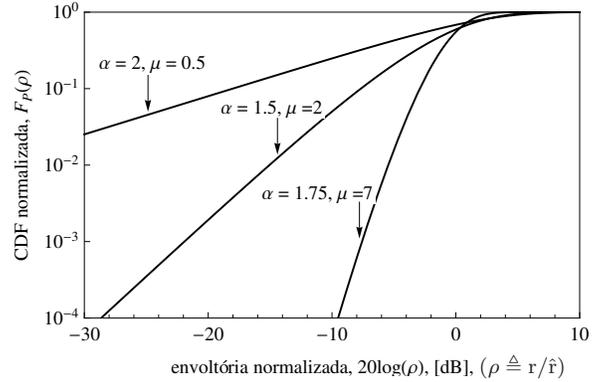


Fig. 2.2: A CDF  $\alpha$ - $\mu$ .

Neste trabalho, discutem-se também importantes estatísticas de segunda ordem da envoltória do canal, tais como LCR, AFD, PDF de segunda ordem de  $R$ , PDF conjunta de  $R$  e sua derivada temporal  $\dot{R}$ , e ACF de  $R$ . Em particular, considera-se um cenário com espalhamento isotrópico e recepção omnidirecional. Nesse cenário, a PDF conjunta de  $R$  e  $\dot{R}$  pode ser calculada como [9]

$$f_{R, \dot{R}}(r, \dot{r}; \alpha, \mu, \hat{r}) = \frac{\alpha^2 \mu^{\mu+0.5} r^{\alpha(\mu+0.5)-2}}{\sqrt{2\pi} \omega \hat{r}^{\alpha\mu+0.5} \Gamma(\mu)} \exp\left(\frac{-\mu \alpha^2 r^{\alpha-2} \dot{r}^2}{2\omega^2 \hat{r}^\alpha} - \frac{\mu r^\alpha}{\hat{r}^\alpha}\right), \quad (2.4)$$

em que  $\omega = 2\pi f_D$  é o desvio Doppler máximo em radianos por segundo e  $f_D = v/\lambda$ , sendo  $v$  a velocidade do móvel e  $\lambda$  o comprimento de onda.

A partir da PDF conjunta  $f_{R, \dot{R}}(r, \dot{r})$ , pode-se encontrar a LCR e a AFD do canal, escritas respectivamente como [25]

$$N_R(r) = \int_0^\infty \dot{r} f_{R, \dot{R}}(r, \dot{r}) d\dot{r} \quad (2.5)$$

$$T_R(r) = \frac{F_R(r)}{N_R(r)}. \quad (2.6)$$

A LCR mede quantas vezes um sinal cruza um dado nível, no sentido positivo ou negativo. Usando-se (2.4) em (2.5), a LCR da distribuição  $\alpha$ - $\mu$  é obtida como [9]

$$N_R(r; \alpha, \mu, \hat{r}) = \frac{\omega \mu^{\mu-0.5} r^{\alpha(\mu-0.5)}}{\sqrt{2\pi} \Gamma(\mu) \hat{r}^{\alpha(\mu-0.5)} \exp\left(\mu \frac{r^\alpha}{\hat{r}^\alpha}\right)}, \quad (2.7)$$

a AFD, por sua vez, mede o tempo médio que o sinal permanece abaixo de um certo nível. Usando-se (2.3) e (2.7) em (2.6), a AFD da distribuição  $\alpha$ - $\mu$  é obtida como [9]

$$T_R(r; \alpha, \mu, \hat{r}) = \frac{\sqrt{2\pi} \Gamma(\mu, \mu \frac{r^\alpha}{\hat{r}^\alpha}) \exp\left(\mu \frac{r^\alpha}{\hat{r}^\alpha}\right) \hat{r}^{\alpha(\mu-0.5)}}{\omega \mu^{\mu-0.5} r^{\alpha(\mu-0.5)}}. \quad (2.8)$$

Essas duas estatísticas, LCR e AFD, são fundamentais para o correto dimensionamento de técnicas de combate às flutuações do canal sem fio, como, por exemplo, na definição de tamanho de bloco e profundidade de entrelaçamento em códigos corretores de erro.

Considerando que o processo de desvanecimento é estacionário, a PDF de segunda ordem da distribuição  $\alpha$ - $\mu$  é dada por [9]

$$f_{R(t),R(t+\tau)}(r_1, r_2; \alpha, \mu, \hat{r}) = \frac{\alpha^2 \mu^{\mu+1} r_1^{\frac{\alpha}{2}(\mu+1)-1} r_2^{\frac{\alpha}{2}(\mu+1)-1}}{(1 - \delta(\tau)) \delta(\tau)^{\frac{\mu-1}{2}} \Gamma(\mu) \hat{r}^{\alpha(\mu+1)}} \times \exp\left(-\mu \frac{r_1^\alpha + r_2^\alpha}{(1 - \delta(\tau)) \hat{r}^{2\alpha}}\right) I_{\mu-1}\left(2\mu \frac{\sqrt{\delta(\tau) r_1^\alpha r_2^\alpha}}{(1 - \delta(\tau)) \hat{r}^\alpha}\right), \quad (2.9)$$

em que  $I_v(\cdot)$  é a função de Bessel modificada de primeiro tipo e ordem  $v$  [26], e  $\delta(\tau)$  é o coeficiente de autocorrelação da  $\alpha$ -ésima potência de  $R$ , definido por

$$\delta(\tau) = \frac{C(R^\alpha(t), R^\alpha(t + \tau))}{\sqrt{V(R^\alpha(t))V(R^\alpha(t + \tau))}}, \quad (2.10)$$

em que  $C(\cdot, \cdot)$  denota covariância. A estrutura funcional de  $\delta(\tau)$  depende das condições de espalhamento do ambiente de propagação considerado [27]. Em particular, para espalhamento isotrópico e recepção omnidirecional,  $\delta(\tau) = J_0^2(\omega\tau)$ , em que  $J_0(\cdot)$  é a função de Bessel de primeiro tipo e ordem zero [26].

Finalmente, a ACF de  $R$ , definida como  $A_R(\tau) \triangleq E[R(t)R(t + \tau)]$ , pode ser obtida para a distribuição  $\alpha$ - $\mu$  a partir de (2.9), obtendo-se [9]

$$A_R(\tau; \alpha, \mu, \hat{r}) = \frac{\hat{r}^2 \Gamma^2\left(\mu + \frac{1}{\alpha}\right)}{\mu^{\frac{2}{\alpha}} \Gamma^2(\mu)} {}_2F_1\left(-\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\alpha}; \mu; \delta(\tau)\right), \quad (2.11)$$

em que  ${}_2F_1(\cdot, \cdot; \cdot; \cdot)$  é a função hipergeométrica de Gauss [26, Eq. (15.1.1)].

A seção seguinte apresenta o modelo físico original da envoltória  $\alpha$ - $\mu$ , aqui também chamado de modelo clássico  $\alpha$ - $\mu$ . De fato, por terem sido obtidas direta ou indiretamente a partir desse modelo, as estatísticas que acabaram de ser apresentadas são também denominadas de estatísticas clássicas da envoltória  $\alpha$ - $\mu$ . Da mesma forma, o esquema de simulação implementado segundo a estrutura do modelo clássico é igualmente chamado de simulador clássico  $\alpha$ - $\mu$ .

## 2.3 O Modelo Físico $\alpha$ - $\mu$

O modelo originalmente proposto para a distribuição  $\alpha$ - $\mu$  considera um sinal composto por  $2\mu$  componentes de multipercurso, e que a envoltória resultante é uma função não linear do módulo da soma dessas componentes [9]. Mais especificamente, essa não-linearidade ocorre na forma de um parâmetro de potência  $\alpha$ , de modo que a envoltória é representada como

$$R = \sqrt[\alpha]{\sum_{i=1}^{2\mu} X_i^2}, \quad (2.12)$$

em que as variáveis  $X_i$ ,  $i \in \{1, \dots, 2\mu\}$ , denotam componentes de multipercorso gaussianas, i.i.d., de média nula e variância  $\hat{r}^\alpha/2\mu$ . Como já mencionado, a partir de (2.12) é possível obter todas as funções estatísticas apresentadas na última seção.

Note em (2.12) que, para valores inteiros ou múltiplos de 1/2 do parâmetro  $\mu$ , a própria estrutura do modelo físico  $\alpha$ - $\mu$  pode ser prontamente explorada como um esquema de simulação, a partir da geração e soma apropriada das  $2\mu$  componentes gaussianas. Esse é o chamado esquema clássico de simulação. No entanto, para valores não inteiros ou não múltiplos de 1/2 do parâmetro  $\mu$ , o esquema clássico obviamente não se aplica.

Como visto no último capítulo, sobram razões para se considerar valores reais arbitrários de  $\mu$ , incluindo estas: (i) as muitas expressões estatísticas decorrentes do modelo de desvanecimento original  $\alpha$ - $\mu$  não possuem nenhuma restrição matemática para serem usadas com qualquer valor real de  $\mu > 0$ ; (ii) na prática, se o parâmetro  $\mu$  deve ser estimado empiricamente por meio de medidas de campo, valores reais de  $\mu$  certamente ocorrerão; (iii) o modelo de desvanecimento  $\alpha$ - $\mu$ , como qualquer outro modelo de desvanecimento disponível, possui limitações por ser uma solução aproximada para o chamado problema de fase aleatória, e essas limitações podem ser feitas menos restritivas ao se permitir valores reais para  $\mu$ ; (iv) valores não inteiros de *clusters* de multipercorso têm sido relatados extensivamente na literatura (veja, por exemplo, [13] e referências lá citadas).

Não existe, contudo, um esquema de simulação para canais de desvanecimento  $\alpha$ - $\mu$  que permita valores reais arbitrários de  $\mu$ . Esse é ainda um problema em aberto. Neste trabalho, projeta-se uma solução para esse problema, explorando-se uma relação simples entre os modelos  $\alpha$ - $\mu$  e Nakagami. Essa relação é detalhada a seguir.

## 2.4 Relação entre os Modelos $\alpha$ - $\mu$ e Nakagami

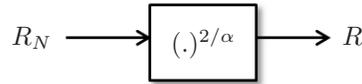
Como mostrado na última seção, no modelo  $\alpha$ - $\mu$  com parâmetros  $\alpha$ ,  $\mu$  e  $\hat{r}$ , a  $\alpha$ -ésima potência da envoltória do sinal é igual à soma dos quadrados de  $2\mu$  componentes de multipercorso gaussianas i.i.d. de média nula e variância  $\hat{r}^\alpha/2\mu$ . Similarmente, sabe-se que, no modelo físico de Nakagami com parâmetros  $m$  e  $\Omega$ , o quadrado da envoltória é igual à soma dos quadrados de  $2m$  componentes de multipercorso gaussianas i.i.d. de média nula e variância  $\Omega/(2m)$ , ou seja,

$$R_N = \sqrt{\sum_{i=1}^{2m} X_i^2}, \quad (2.13)$$

em que  $R_N$  denota a envoltória Nakagami,  $\Omega = E(R_N^2)$  é potência média e  $m = E(R_N^2)/V(R_N^2)$  é o chamado parâmetro de desvanecimento de Nakagami. Note que, similarmente ao modelo  $\alpha$ - $\mu$ , o modelo em (2.13) só se aplica a valores inteiros ou múltiplos de 1/2 do parâmetro  $m$ . Nesses casos, tal modelo pode ser usado como esquema de simulação, então denominado de simulador Nakagami clássico.

Comparando-se (2.13) e (2.12), nota-se que há uma estreita relação entre a envoltória  $R$  da distribuição  $\alpha$ - $\mu$  e a envoltória  $R_N$  da distribuição Nakagami, dada por [9]

$$R^\alpha = R_N^2, \quad (2.14)$$



**Fig. 2.3:** Transformação de envoltória Nakagami em  $\alpha$ - $\mu$ .

ou, expressando-se  $R$  em termos de  $R_N$ ,

$$R = R_N^{2/\alpha}, \quad (2.15)$$

ou ainda, expressando-se  $R_N$  em termos de  $R$ ,

$$R_N = R^{\alpha/2}. \quad (2.16)$$

Nota-se, portanto, que o quadrado de uma envoltória Nakagami com parâmetros

$$m = \mu \text{ e } \Omega = \hat{r}^\alpha \quad (2.17)$$

é igual à  $\alpha$ -ésima potência de uma envoltória  $\alpha$ - $\mu$  com parâmetros  $\alpha$ ,  $\mu$  e  $\hat{r}$ . Essa é uma relação central para este trabalho.

Em particular, com base em (2.16), pode-se aproveitar qualquer esquema existente para a simulação de canais Nakagami a fim de construir prontamente um esquema de simulação correspondente para canais  $\alpha$ - $\mu$ . Basta elevar à  $\alpha$ -ésima potência as amostras de envoltória geradas pelo simulador Nakagami. A fim de obter uma envoltória  $\alpha$ - $\mu$  com parâmetros  $\alpha$ ,  $\mu$  e  $\hat{r}$ , os parâmetros do simulador Nakagami devem ser ajustados para  $m = \mu$  e  $\Omega = \hat{r}^\alpha$ . A Fig. 2.3 ilustra esse esquema geral de transformação entre  $R_N$  e  $R$ .

No próximo capítulo, esse esquema geral será utilizado para projetar novos simuladores  $\alpha$ - $\mu$  com base em três simuladores Nakagami disponíveis na literatura: *random-mixture* [23], *rank-matching* [24] e *RM<sup>2</sup>* [22]. Em cada caso, a análise das estatísticas de segunda ordem resultantes para o simulador  $\alpha$ - $\mu$  pode ser realizada diretamente a partir das estatísticas correspondentes para o simulador Nakagami, já conhecidas. Para tanto, fazem-se necessárias relações gerais entre as estatísticas de segunda ordem da envoltória Nakagami e aquelas da envoltória  $\alpha$ - $\mu$ , gerada como na Fig. 2.3. Essas relações são deduzidas na próxima seção.

## 2.5 Relação entre as Estatísticas $\alpha$ - $\mu$ e Nakagami

A seguir, estatísticas importantes (PDF conjunta da envoltória e sua derivada temporal, LCR, AFD, PDF de segunda ordem e ACF) para o processo  $\alpha$ - $\mu$ ,  $R$ , implementado como na Fig. 2.3, são obtidas genericamente em termos das estatísticas correspondentes do processo Nakagami utilizado,  $R_N$ .

A PDF conjunta de  $R$  e sua derivada temporal  $\dot{R}$ ,  $f_{R,\dot{R}}(r, \dot{r}; \alpha, \mu, \hat{r})$ , pode ser obtida em termos da PDF conjunta de  $R_N$  e sua derivada temporal  $\dot{R}_N$ ,  $f_{R_N,\dot{R}_N}(r, \dot{r}; m, \Omega)$ , utilizando-se a relação em (2.16) e sua derivada temporal

$$\dot{R}_N = \frac{\alpha}{2} R^{\frac{\alpha-2}{2}} \dot{R} \quad (2.18)$$

para realizar uma transformação de variáveis convencional entre  $(R_N, \dot{R}_N)$  e  $(R, \dot{R})$ . O Jacobiano da transformação,  $J$ , pode ser calculado como

$$J = \frac{\alpha^2}{4} r^{\alpha-2}, \quad (2.19)$$

de modo que, após algumas manipulações algébricas, a transformação resulta em

$$f_{R,\dot{R}}(r, \dot{r}; \alpha, \mu, \hat{r}) = \frac{\alpha^2}{4} r^{\alpha-2} f_{R_N, \dot{R}_N} \left( r^{\frac{\alpha}{2}}, \frac{\alpha}{2} r^{\frac{\alpha-2}{2}} \dot{r}; \mu, \hat{r}^\alpha \right). \quad (2.20)$$

Note que, na transformação de variável, a relação (2.17) deve ser atendida, ou seja, os parâmetros Nakagami devem ajustados para  $m = \mu$  e  $\Omega = \hat{r}^\alpha$ . Esse ajuste pode ser observado na PDF conjunta Nakagami em (2.20), bem como nas demais estatísticas Nakagami apresentadas a seguir.

A LCR de  $R$ ,  $N_R(r; \alpha, \mu, \hat{r})$ , pode ser obtida diretamente a partir da LCR de  $R_N$ ,  $N_{R_N}(r; m, \Omega)$ , como segue. Nota-se em (2.15) que o mapeamento entre  $R_N$  e  $R$  é do tipo sem memória. Como resultado, o processo de saída  $R$  cruzará um certo nível  $r$  à mesma taxa com que o processo de entrada  $R_N$  cruza o nível  $r^{\alpha/2}$ . Em outras palavras, isso resulta diretamente em

$$N_R(r; \alpha, \mu, \hat{r}) = N_{R_N}(r^{\frac{\alpha}{2}}; \mu, \hat{r}^\alpha). \quad (2.21)$$

Obviamente, a mesma relação é também válida para a AFD, tal que

$$T_R(r; \alpha, \mu, \hat{r}) = T_{R_N}(r^{\frac{\alpha}{2}}; \mu, \hat{r}^\alpha). \quad (2.22)$$

A PDF de segunda ordem de  $R$ ,  $f_{R(t), R(t+\tau)}(r_1, r_2; \alpha, \mu, \hat{r})$ , pode ser obtida em termos da PDF de segunda ordem de  $R_N$ ,  $f_{R_N(t), R_N(t+\tau)}(r_1, r_2; m, \Omega)$ , utilizando-se a relação em (2.16) nos instantes de tempo  $t$  e  $t + \tau$ , para realizar uma transformação de variáveis convencional entre  $(R_N(t), R_N(t + \tau))$  e  $(R(t), R(t + \tau))$ . O Jacobiano da transformação,  $J$ , pode ser calculado como

$$J = \frac{\alpha^2}{4} (r_1 r_2)^{\frac{\alpha}{2}-1}. \quad (2.23)$$

de modo que, após algumas manipulações algébricas, a transformação resulta em

$$f_{R(t), R(t+\tau)}(r_1, r_2; \alpha, \mu, \hat{r}) = \frac{\alpha^2}{4} (r_1 r_2)^{\frac{\alpha}{2}-1} f_{R_N(t), R_N(t+\tau)}(r_1^{\frac{\alpha}{2}}, r_2^{\frac{\alpha}{2}}; \mu, \hat{r}^\alpha). \quad (2.24)$$

Diferentemente das demais estatísticas consideradas aqui, a ACF de  $R$  não pode ser obtida a partir da ACF de  $R_N$ . No entanto, usando-se a definição de ACF, é possível escrevê-la em termos da PDF de segunda ordem de  $R$ , obtida em (2.24), obtendo-se

$$A_R(\tau; \alpha, \mu, \hat{r}) = \int_0^\infty \int_0^\infty r_1 r_2 f_{R(t), R(t+\tau)}(r_1, r_2; \alpha, \mu, \hat{r}) dr_1 dr_2. \quad (2.25)$$

A depender do processo Nakagami utilizado na geração do processo  $\alpha$ - $\mu$ , pode não ser possível encontrar uma solução em forma fechada para a ACF  $\alpha$ - $\mu$  dada em (2.25).

As relações gerais (2.20), (2.21), (2.22), (2.24), (2.25) serão de extrema valia na análise dos simuladores  $\alpha$ - $\mu$  propostos no próximo capítulo.

## 2.6 Conclusões

Neste capítulo, a distribuição  $\alpha$ - $\mu$  foi revisitada, além de suas principais estatísticas e de seu modelo físico original. Em particular, verificou-se que esse modelo serve como esquema de simulação apenas para valores inteiros ou múltiplos de  $1/2$  do parâmetro  $\mu$ . É o chamado simulador clássico. Ou seja, quando  $\mu$  é um número real arbitrário — o que é comum em ambientes reais — o simulador clássico não se aplica.

No intuito de contornar essa limitação do simulador clássico, apresentou-se uma relação simples e essencial entre os processos Nakagami e  $\alpha$ - $\mu$ . Essa relação permite obter prontamente um esquema de simulação para canais  $\alpha$ - $\mu$  a partir de qualquer esquema existente de simulação para canais Nakagami. Além disso, por meio dessa relação, foi possível estabelecer transformações que permitem obter as estatísticas de segunda ordem do processo  $\alpha$ - $\mu$  em termos daquelas do processo Nakagami. O capítulo seguinte põe todas essas relações e transformações em prática, projetando e analisando novos simuladores  $\alpha$ - $\mu$  a partir de simuladores Nakagami existentes. Os novos simuladores possibilitarão o uso de valores reais para o parâmetro  $\mu$ .

## Simuladores $\alpha$ - $\mu$

### 3.1 Introdução

Conforme mencionado no capítulo anterior, quando o valor do parâmetro de desvanecimento  $\mu$  não é inteiro ou múltiplo de  $1/2$ , o modelo físico original para o desvanecimento  $\alpha$ - $\mu$  não está definido e, portanto, o chamado esquema clássico de simulação não pode ser usado. A fim de contornar essa limitação, este capítulo propõe três alternativas ao simulador clássico, com base na relação entre os processos  $\alpha$ - $\mu$  e Nakagami, apresentada no último capítulo. Cada simulador proposto se baseia em um simulador Nakagami existente, a saber: *rank-matching*, *random-mixture* e o híbrido  $RM^2$ . Esses novos simuladores são aqui denominados de não-clássicos. A seguir, descrevem-se os seus esquemas de simulação, bem como as principais estatísticas associadas. Antes disso, o simulador clássico é revisitado brevemente.

### 3.2 Simulador Clássico

A Fig. 3.1 apresenta a estrutura do simulador clássico para a envoltória  $\alpha$ - $\mu$ . Essa estrutura se baseia na reprodução direta do modelo físico (2.12) proposto originalmente em [9]. Nela,

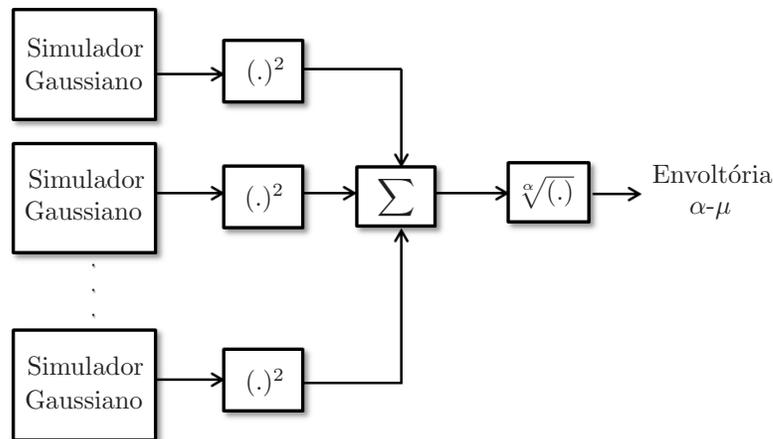
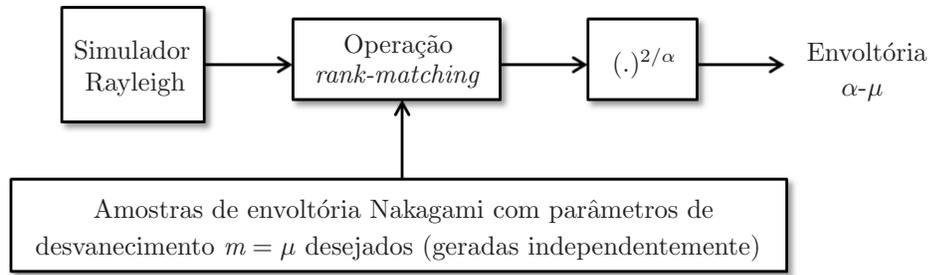


Fig. 3.1: Simulador clássico.

Fig. 3.2: Simulador *rank-matching*.

observa-se que cada amostra  $\alpha$ - $\mu$  de saída é obtida a partir de  $2\mu$  amostras gaussianas de entrada. Portanto, esse esquema é obviamente limitado a valores de  $\mu$  inteiros ou múltiplos de  $1/2$ .

Apesar de tal limitação, o simulador clássico (ou, equivalente, o modelo físico original) permite obter uma série de estatísticas importantes para a envoltória  $\alpha$ - $\mu$ , denominadas de estatísticas clássicas. Diferentemente do modelo e simulador associados, essas estatísticas não apresentam qualquer restrição matemática para serem usadas com valores reais arbitrários de  $\mu > 0$ . As estatísticas clássicas da envoltória  $\alpha$ - $\mu$  já foram apresentadas na seção 2.2, e servirão de referência de desempenho para os novos simuladores propostos a seguir.

### 3.3 Simulador *Rank-Matching*

#### 3.3.1 Estrutura

O simulador *rank-matching* foi originalmente proposto em [24], para a distribuição Nakagami. Usando-se a transformação (2.15), a sua forma estendida para a distribuição  $\alpha$ - $\mu$  pode ser obtida como na Fig. 3.2.

No esquema *rank-matching*, inicialmente, amostras de um processo Rayleigh (autocorrelacionado) são geradas, por meio de qualquer simulador Rayleigh existente, como na Fig. 3.3a. Essas amostras servirão de referência para o simulador. Além dessas, um outro conjunto de amostras também faz parte do simulador *rank-matching*, agora do tipo Nakagami. As amostras Nakagami podem ser geradas independentemente, como indicado na Fig. 3.3b. Além disso, devem ter parâmetros  $m = \mu$  e  $\Omega = \hat{r}^\alpha$ , de acordo com (2.17). Em Matlab, um vetor de amostras Nakagami independentes pode ser facilmente obtido por meio da função `gamrnd(.)`. Já as amostras Rayleigh de referência podem ser geradas com simuladores Rayleigh disponíveis na literatura. Esses dois vetores de amostras serão aqui denotados por `nakagami` e `rayleigh`, respectivamente.

Tendo sido gerados os dois processos, a próxima etapa é utilizar o *ranking* das amostras Rayleigh autocorrelacionadas como referência para rearranjar as amostras Nakagami independentes. Essa operação é chamada de *rank-matching*. O procedimento, por ser um mero rearranjo, não altera as estatísticas de primeira ordem das amostras, mas tem impacto direto sobre as estatísticas de ordem superior [14]. Em outras palavras, o rearranjo irá ocasionar uma certa autocorrelação para as amostras Nakagami, inicialmente independentes. Nas Figs. 3.3a e 3.3b, como exem-

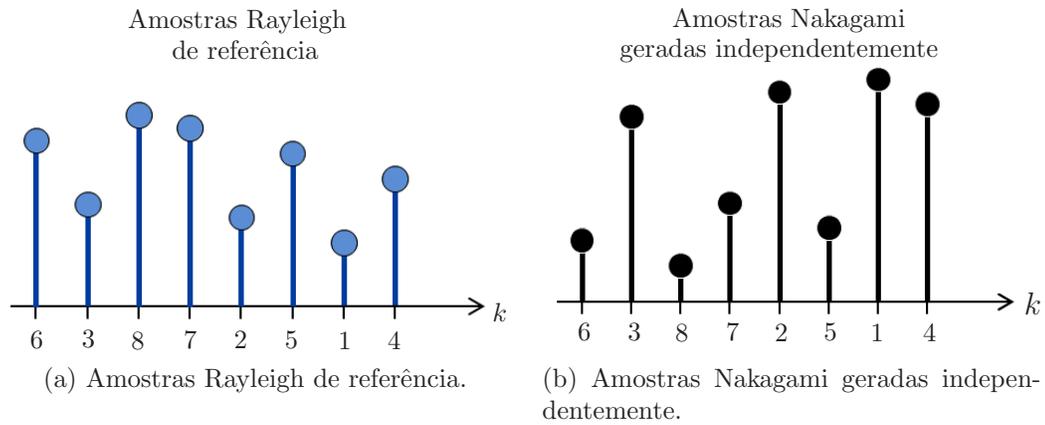


Fig. 3.3: Amostragens que compõem o simulador *rank-matching*.

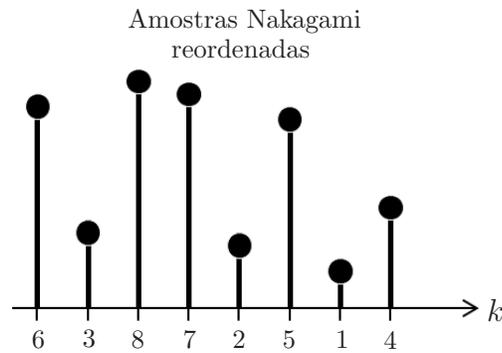


Fig. 3.4: Amostragens Nakagami reordenadas.

plô, o *ranking* das amostras Rayleigh de referência e das amostras Nakagami independentes é mostrado abaixo do eixo  $k$ .

A operação de *rank-matching* pode ser implementada facilmente em Matlab, como segue. Inicialmente, através do comando

```
[rayleigh,index]=sort(rayleigh),
```

colocam-se em ordem crescente as amostras do vetor `rayleigh` e, na variável `index`, armazenam-se o *ranking* original de tais amostras. A seguir, colocam-se também em ordem crescente as amostras independentes do vetor `nakagami`, por meio do comando

```
nakagami=sort(nakagami).
```

Finalmente, o comando

```
nakagami(index)=nakagami
```

resulta num novo vetor `nakagami`, contendo as mesmas amostras originais, mas agora reordenadas de acordo com o *ranking index* das amostras do vetor `rayleigh` de referência.

O resultado dessa operação é ilustrado na Fig. 3.4. Nota-se que a amostra de valor mínimo do processo Nakagami é realocada para a mesma posição da amostra de valor mínimo do processo Rayleigh de referência. Da mesma forma, a segunda amostra de valor mínimo do processo

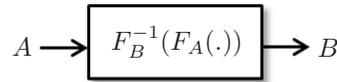


Fig. 3.5: Equivalência entre o métodos *rank-matching* e o método da inversão.

Nakagami é realocada para a mesma posição da segunda amostra de valor mínimo do processo Rayleigh de referência. E assim por diante, até que todas as amostras Nakagami sejam rearranjadas, de acordo com o *ranking* da sequência Rayleigh [14]. Como já mencionado, por conta do rearranjo, as amostras Nakagami, inicialmente independentes, formam agora uma sequência autocorrelacionada.

Finalmente, submetendo-se essas amostras Nakagami, com parâmetros  $m = \mu$  e  $\Omega = \hat{r}^\alpha$ , à transformação descrita em (2.15), obtém-se uma sequência de amostras  $\alpha$ - $\mu$ , autocorrelacionada, com parâmetros  $\alpha$ ,  $\mu$  e  $\hat{r}$  desejados. Note que, nesse esquema, o parâmetro  $\mu$  pode assumir qualquer valor real positivo.

### 3.3.2 Estatísticas Nakagami

Em [14], mostra-se que gerar um processo  $B$  a partir de um dado processo  $A$  de referência, através do método *rank-matching*, é equivalente, em termos estatísticos, a gerar um processo  $B$  a partir de  $A$  através do chamado método de transformação inversa, ou simplesmente método da inversão [28, Eq.(7-157)]. Nesse método, o processo  $B$  é gerado a partir de uma transformação não-linear sem memória do processo  $A$ , como

$$B = F_B^{-1}(F_A(A)) \triangleq h^{-1}(A), \quad (3.1)$$

em que  $F_B^{-1}(\cdot)$  é a CDF inversa de  $B$ ,  $F_A(\cdot)$  é a CDF de  $A$  e  $h^{-1}(\cdot)$  denota a função inversa de  $h(\cdot)$ , definida como

$$h(b) \triangleq F_A^{-1}(F_B(b)), \quad (3.2)$$

em que  $F_A^{-1}(\cdot)$  é a CDF inversa de  $A$  e  $F_B(\cdot)$  é a CDF de  $B$ . A equivalência entre o método *rank-matching* e o método de inversão é representada na Fig. 3.5. A seguir, essa equivalência é utilizada para se analisar as estatísticas de segunda ordem do método *rank-matching*.

Em nosso caso, o processo  $A$  é uma envoltória Rayleigh,  $R_{\text{Ray}}$ , e o processo  $B$ , uma envoltória Nakagami,  $R_N$ , tal que a transformação por inversão em (3.1) pode ser escrita como

$$R_N = F_{R_N}^{-1}(F_{R_{\text{Ray}}}(R_{\text{Ray}})), \quad (3.3)$$

em que  $F_{R_N}^{-1}(\cdot)$  é a CDF inversa de Nakagami e  $F_{R_{\text{Ray}}}(\cdot)$  é a CDF de Rayleigh. Para a análise que segue, é conveniente utilizar a relação inversa àquela em (3.3), explicitando-se  $R_{\text{Ray}}$  em termos de  $R_N$ , como [29]

$$R_{\text{Ray}} = F_{R_{\text{Ray}}}^{-1}(F_{R_N}(R_N)) \triangleq h(R_N), \quad (3.4)$$

em que  $F_{R_{\text{Ray}}}^{-1}(\cdot)$  é a CDF inversa de Rayleigh e  $F_{R_N}(\cdot)$  é a CDF de Nakagami. Aqui, sem perda de generalidade, considera-se um processo Rayleigh com potência média unitária, tal que [29]

$$F_{R_{\text{Ray}}}^{-1}(r) = \sqrt{-\ln(1-r)}. \quad (3.5)$$

Além disso, a CDF de Nakagami é dada por [21, 22]

$$F_{R_N}(r; m, \Omega) = \frac{1 - \Gamma\left(m, \frac{mr^2}{\Omega}\right)}{\Gamma(m)}. \quad (3.6)$$

Substituindo-se (3.5) e (3.6) em (3.4), a função  $h(\cdot)$  pode ser então obtida como [29]

$$h(r) = \sqrt{-\ln\left(\frac{\Gamma\left(m, \frac{mr^2}{\Omega}\right)}{\Gamma(m)}\right)}. \quad (3.7)$$

Outra relação importante para a análise das estatísticas de segunda ordem é aquela entre  $(R_{\text{Ray}}, \dot{R}_{\text{Ray}})$  e  $(R_N, \dot{R}_N)$ . Essa relação pode ser obtida derivando-se (3.4) em relação ao tempo, o que fornece

$$\dot{R}_{\text{Ray}} = h'(R_N)\dot{R}_N, \quad (3.8)$$

em que  $h'(\cdot)$  denota a derivada primeira de  $h(\cdot)$ , calculada como [29]

$$h'(r) = \frac{m^m r^{2m-1} \exp\left(-\frac{mr^2}{\Omega}\right)}{\Omega^m \Gamma\left(m, \frac{mr^2}{\Omega}\right) \sqrt{-\ln\left(\frac{\Gamma\left(m, \frac{mr^2}{\Omega}\right)}{\Gamma(m)}\right)}}. \quad (3.9)$$

Com base nas relações apresentadas, pode-se agora encontrar as estatísticas de segunda ordem da envoltória Nakagami para o simulador *rank-matching*, a partir das estatísticas correspondentes da envoltória Rayleigh de referência, já conhecidas. Isso é feito utilizando-se (3.4) e (3.8) para realizar transformações de variáveis convencionais entre  $(R_{\text{Ray}}, \dot{R}_{\text{Ray}})$  e  $(R_N, \dot{R}_N)$ , conforme necessário. Apenas os resultados desse procedimento são reproduzidos a seguir.

A PDF conjunta de  $R_N$  e sua derivada temporal  $\dot{R}_N$  é obtida como [29]

$$f_{R_N, \dot{R}_N}(r, \dot{r}; m, \Omega) = \frac{\sqrt{2} m^{2m} r^{4m-2} \exp\left(-\frac{2mr^2}{\Omega} + \frac{m^{2m} r^{4m-2} \exp\left(-\frac{2mr^2}{\Omega}\right) \dot{r}^2}{2\pi^2 f_D^2 \Omega^{2m} \Gamma\left(m, \frac{mr^2}{\Omega}\right)^2 \ln\left(\frac{\Gamma\left(m, \frac{mr^2}{\Omega}\right)}{\Gamma(m)}\right)}\right)}{\pi^{\frac{3}{2}} f_D \Omega^{2m} \Gamma(m) \Gamma\left(m, \frac{mr^2}{\Omega}\right) \sqrt{-\ln\left(\frac{\Gamma\left(m, \frac{mr^2}{\Omega}\right)}{\Gamma(m)}\right)}}, \quad (3.10)$$

a LCR e AFD de  $R_N$  como [29]

$$N_{R_N}(r; m, \Omega) = \frac{\sqrt{2\pi} f_D \Gamma\left(m, \frac{mr^2}{\Omega}\right) \sqrt{-\ln\left(\frac{\Gamma\left(m, \frac{mr^2}{\Omega}\right)}{\Gamma(m)}\right)}}{\Gamma(m)} \quad (3.11)$$

$$T_{R_N}(r; m, \Omega) = \frac{\Gamma(m) - \Gamma\left(m, \frac{mr^2}{\Omega}\right)}{\sqrt{2\pi} f_D \Gamma\left(m, \frac{mr^2}{\Omega}\right) \sqrt{-\ln\left(\frac{\Gamma\left(m, \frac{mr^2}{\Omega}\right)}{\Gamma(m)}\right)}} \quad (3.12)$$

e a PDF de segunda ordem de  $R_N$  como [29]

$$f_{R_N(t), R_N(t+\tau)}(r_1, r_2; m, \Omega) = \frac{4m^{2m}(r_1 r_2)^{2m-1}}{\Omega^{2m}(1-\delta(\tau))\Gamma(m)^{\frac{2}{1-\delta(\tau)}}} \exp\left(-\frac{m(r_1^2 + r_2^2)}{\Omega}\right) \\ \times \left( \Gamma\left(m, \frac{mr_1^2}{\Omega}\right) \Gamma\left(m, \frac{mr_2^2}{\Omega}\right) \right)^{\frac{\delta(\tau)}{1-\delta(\tau)}} I_0 \left( \frac{2\sqrt{\delta(\tau)}}{1-\delta(\tau)} \sqrt{\ln\left(\frac{\Gamma\left(m, \frac{mr_1^2}{\Omega}\right)}{\Gamma(m)}\right) \ln\left(\frac{\Gamma\left(m, \frac{mr_2^2}{\Omega}\right)}{\Gamma(m)}\right)} \right). \quad (3.13)$$

Usando-se sua definição, a ACF de  $R_N$  pode ser escrita em termos de (3.13) como

$$A_{R_N}(\tau; m, \Omega) = \int_0^\infty \int_0^\infty r_1 r_2 f_{R_N(t), R_N(t+\tau)}(r_1, r_2; m, \Omega) dr_1 dr_2. \quad (3.14)$$

Não há solução em forma fechada para a ACF de  $R_N$ .

### 3.3.3 Estatísticas $\alpha$ - $\mu$

Agora, substituindo-se as estatísticas de Nakagami descritas em (3.10), (3.11), (3.12) e (3.13) nas relações gerais entre as estatísticas de Nakagami e as estatísticas  $\alpha$ - $\mu$ , descritas em (2.20), (2.21), (2.22) e (2.24), respectivamente, então as estatísticas correspondentes  $\alpha$ - $\mu$  são obtidas, para o simulador *rank-matching*, como

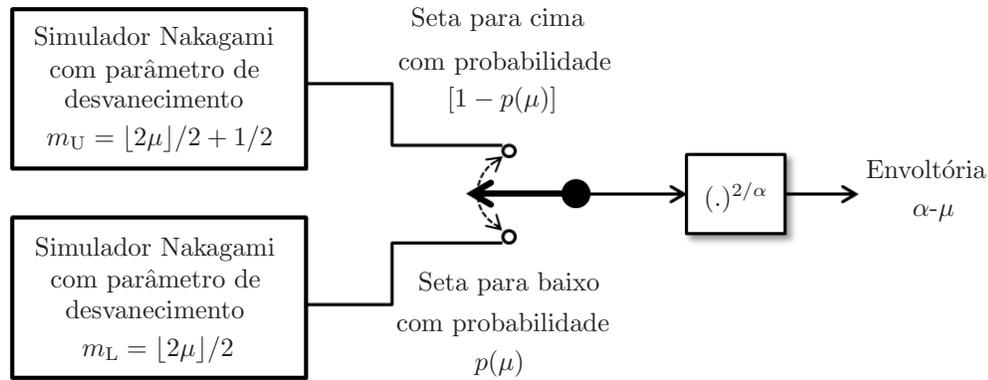
$$f_{R, \hat{R}}(r, \hat{r}; \alpha, \mu, \hat{r}) = \frac{\sqrt{2\pi}\alpha^2 \mu^{2\mu} r^{2(\alpha\mu-1)} \exp\left(-2\mu \frac{r^\alpha}{\hat{r}^\alpha} + \frac{\exp(-2\mu \frac{r^\alpha}{\hat{r}^\alpha}) \alpha^2 \mu^{2\mu} r^{2(\alpha\mu-1)} \hat{r}^2}{2\omega^2 \hat{r}^{2\alpha\mu} \Gamma^2(\mu, \mu \frac{r^\alpha}{\hat{r}^\alpha}) \ln\left(\frac{\Gamma(\mu, \mu \frac{r^\alpha}{\hat{r}^\alpha})}{\Gamma(\mu)}\right)}\right)}{2\pi\omega \hat{r}^{2\alpha\mu} \Gamma(\mu, \mu \frac{r^\alpha}{\hat{r}^\alpha}) \sqrt{-\ln\left(\frac{\Gamma(\mu, \mu \frac{r^\alpha}{\hat{r}^\alpha})}{\Gamma(\mu)}\right)}} \quad (3.15)$$

$$N_R(r; \alpha, \mu, \hat{r}) = \frac{\sqrt{2\pi} f_D \Gamma(\mu, \mu \frac{r^\alpha}{\hat{r}^\alpha}) \sqrt{-\ln\left(\frac{\Gamma(\mu, \mu \frac{r^\alpha}{\hat{r}^\alpha})}{\Gamma(\mu)}\right)}}{\Gamma(\mu)} \quad (3.16)$$

$$T_R(r; \alpha, \mu, \hat{r}) = \frac{\Gamma(\mu) - \Gamma(\mu, \mu \frac{r^\alpha}{\hat{r}^\alpha})}{\sqrt{2\pi} f_D \Gamma(\mu, \mu \frac{r^\alpha}{\hat{r}^\alpha}) \sqrt{-\ln\left(\frac{\Gamma(\mu, \mu \frac{r^\alpha}{\hat{r}^\alpha})}{\Gamma(\mu)}\right)}} \quad (3.17)$$

$$f_{R(t), R(t+\tau)}(r_1, r_2; \alpha, \mu, \hat{r}) = \frac{\alpha^2 \mu^{2\mu} (r_1 r_2)^{\alpha\mu-1}}{\hat{r}^{2\alpha\mu} (1-\delta(\tau)) \Gamma(\mu)^{\frac{2}{1-\delta(\tau)}}} \exp\left(-\frac{\mu(r_1^\alpha + r_2^\alpha)}{\hat{r}^\alpha}\right) \\ \times \left( \Gamma\left(\mu, \mu \frac{r_1^\alpha}{\hat{r}^\alpha}\right) \Gamma\left(\mu, \mu \frac{r_2^\alpha}{\hat{r}^\alpha}\right) \right)^{\frac{\delta(\tau)}{1-\delta(\tau)}} I_0 \left( \frac{2\sqrt{\delta(\tau)}}{1-\delta(\tau)} \sqrt{\ln\left(\frac{\Gamma\left(\mu, \mu \frac{r_1^\alpha}{\hat{r}^\alpha}\right)}{\Gamma(\mu)}\right) \ln\left(\frac{\Gamma\left(\mu, \mu \frac{r_2^\alpha}{\hat{r}^\alpha}\right)}{\Gamma(\mu)}\right)} \right), \quad (3.18)$$

A ACF, por sua vez, é obtida em forma integral, substituindo-se (3.18) em (2.25). Não há solução em forma fechada para a ACF. Vale ressaltar que a PDF do simulador *rank-matching* é a PDF exata de uma variável  $\alpha$ - $\mu$ , dada em (2.1) [22].


 Fig. 3.6: Simulador *random-mixture*.

## 3.4 Simulador *Random-Mixture*

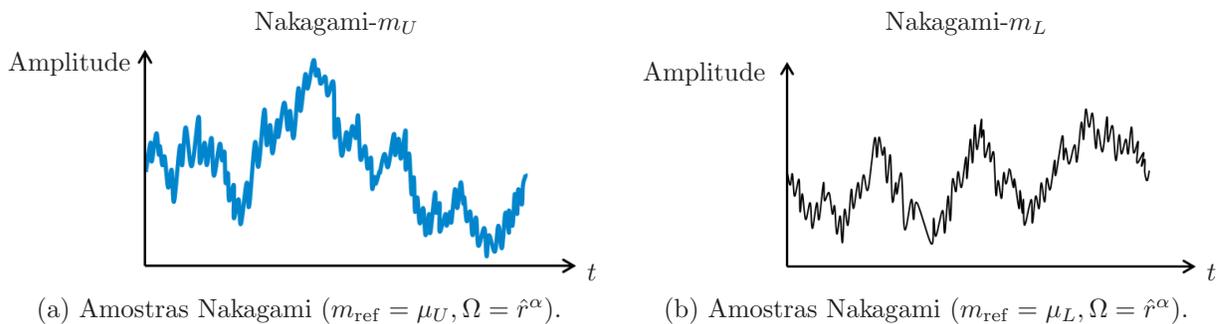
### 3.4.1 Estrutura

O simulador *random-mixture* foi proposto em [23] para a distribuição Nakagami. Usando-se a transformação (2.15), a sua forma estendida para a distribuição  $\alpha$ - $\mu$  pode ser vista na Fig. 3.6. Primeiramente, dados certos valores desejados dos parâmetros  $\alpha$ ,  $\mu$  e  $\hat{r}$ , um processo Nakagami é obtido sorteando-se dentre dois processos Nakagami com parâmetros de desvanecimento  $m_L$  e  $m_U$ . A potência média de ambos os processos é  $\Omega = \hat{r}^\alpha$ . Quanto a  $m_L$  e  $m_U$ , correspondem aos números inteiro ou múltiplo de 1/2 imediatamente menor ou igual ( $m_L$ ) e imediatamente maior ( $m_U$ ) que o parâmetro  $m = \mu$  desejado, ou seja, [23]

$$m_L = \mu_L = \frac{\lfloor 2m \rfloor}{2} = \frac{\lfloor 2\mu \rfloor}{2} \quad (3.19)$$

$$m_U = \mu_U = \frac{\lfloor 2m \rfloor}{2} + \frac{1}{2} = \frac{\lfloor 2\mu \rfloor}{2} + \frac{1}{2}, \quad (3.20)$$

em que  $\lfloor \cdot \rfloor$  é a função *floor*. Note que  $\mu_L \leq \mu < \mu_U$ . Por exemplo, se  $\mu = 1,3$ , então  $m_L = \mu_L = 1,0$  e  $m_U = \mu_U = 1,5$ . A Fig. 3.7 ilustra dois processos Nakagami com parâmetros  $m_L$  e  $m_U$ . A princípio, esses processos podem ser gerados por qualquer método disponível de simulação Nakagami. Neste trabalho, considera-se que eles são gerados através do simulador clássico. (Note que o simulador clássico se aplica nesse caso, pois  $m_L$  e  $m_U$  são inteiros ou múltiplos de 1/2.)


 Fig. 3.7: Processos Nakagami de entrada do simulador *random-mixture*.

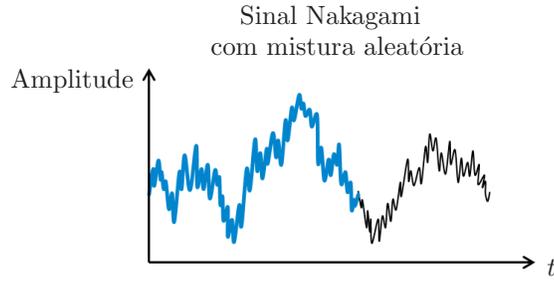


Fig. 3.8: Processo Nakagami resultante do simulador *random-mixture*.

Nota-se na Fig. 3.6 que o processo Nakagami com menor parâmetro  $m_L$  é sorteado com probabilidade  $p(\mu)$ , e que o processo Nakagami com maior parâmetro  $m_U$  é sorteado com probabilidade  $[1 - p(\mu)]$ . Essas são as chamadas probabilidades de mistura. No esquema *random-mixture*, uma tarefa central é projetar uma probabilidade de mistura  $p(\mu)$  apropriada, que renda ao esquema uma boa aproximação em relação a determinada estatística de interesse do processo Nakagami clássico. Em [23], essa tarefa foi realizada com base em um ajuste de momentos de baixa ordem, chegando-se a

$$p(\mu) = \frac{2\mu_L(\mu_U - \mu)}{\mu}. \quad (3.21)$$

Discussões adicionais sobre  $p(\mu)$ , referentes a outros critérios de ajuste com base em estatísticas de ordem superior, podem ser encontradas em [22]. A Fig. 3.8 ilustra o processo Nakagami resultante do procedimento de mistura aleatória. Finalmente, submetendo-se essas amostras Nakagami à transformação descrita em (2.15), obtém-se as amostras para o processo  $\alpha$ - $\mu$ . Note que, nesse esquema, o parâmetro  $\mu$  pode assumir qualquer valor real positivo. Todavia, como a mistura aleatória das amostras Nakagami com parâmetros  $m_L$  e  $m_U$  não segue a PDF exata Nakagami com parâmetro desejado  $m$ , então a transformação em (2.15) não segue a PDF exata da envoltória  $\alpha$ - $\mu$ .

### 3.4.2 Estatísticas Nakagami

No esquema *random-mixture*, toda estatística de saída é uma mera soma ponderada das estatísticas correspondentes dos processos de entrada, com os pesos sendo dados pelas probabilidades de mistura. Assim, tem-se que

$$f_{R_N}(r; m, \Omega) = p(m)f_{R_N}(r; m_L, \Omega) + [1 - p(m)]f_{R_N}(r; m_U, \Omega) \quad (3.22)$$

$$f_{R_N, \dot{R}_N}(r, \dot{r}; m, \Omega) = p(m)f_{R_N, \dot{R}_N}(r, \dot{r}; m_L, \Omega) + [1 - p(m)]f_{R_N, \dot{R}_N}(r, \dot{r}; m_U, \Omega) \quad (3.23)$$

$$N_{R_N}(r; m, \Omega) = p(m)N_{R_N}(r; m_L, \Omega) + [1 - p(m)]N_{R_N}(r; m_U, \Omega) \quad (3.24)$$

$$T_{R_N}(r; m, \Omega) = p(m)T_{R_N}(r; m_L, \Omega) + [1 - p(m)]T_{R_N}(r; m_U, \Omega) \quad (3.25)$$

$$f_{R_N(t), R_N(t+\tau)}(r_1, r_2; m, \Omega) = p(m)f_{R_N(t), R_N(t+\tau)}(r_1, r_2; m_L, \Omega) \\ + [1 - p(m)]f_{R_N(t), R_N(t+\tau)}(r_1, r_2; m_U, \Omega) \quad (3.26)$$

$$A_{R_N}(\tau; m, \Omega) = p(m)A_{R_N}(\tau; m_L, \Omega) + [1 - p(m)]A_{R_N}(\tau; m_U, \Omega). \quad (3.27)$$

Nas expressões acima, as estatísticas  $f_{R_N}(r; m, \Omega)$ ,  $f_{R_N, \dot{R}_N}(r, \dot{r}; m, \Omega)$ ,  $N_{R_N}(r; m, \Omega)$ ,  $T_{R_N}(r; m, \Omega)$ ,  $f_{R_N(t), R_N(t+\tau)}(r_1, r_2; m, \Omega)$  e  $A_{R_N}(\tau; m, \Omega)$ , à direita da igualdade, são aquelas de um processo Nakagami clássico, dadas respectivamente por (2.1), (2.4), (2.7), (2.8), (2.9) e (2.11), com  $\mu = m$ ,  $\alpha = 2$  e  $\hat{r}^\alpha = \Omega$ .

### 3.4.3 Estatísticas $\alpha$ - $\mu$

Agora, usando-se as estatísticas de Nakagami descritas em (3.22), (3.23), (3.24) e (3.25) e (3.26), em conjunto com as relações gerais entre as estatísticas de Nakagami e as estatísticas  $\alpha$ - $\mu$ , descritas em (2.20), (2.21), (2.22) e (2.24), então as estatísticas correspondentes  $\alpha$ - $\mu$  são obtidas, para o simulador *random-mixture*, como

$$f_R(r; \alpha, \mu, \hat{r}) = p(\mu)f_R(r; \alpha, \mu_L, \hat{r}) + [1 - p(\mu)]f_R(r; \alpha, \mu_U, \hat{r}) \quad (3.28)$$

$$\begin{aligned} f_{R, \dot{R}}(r, \dot{r}; \alpha, \mu, \hat{r}) &= \left( \frac{\alpha^2}{4} r^{(\alpha-2)} \right) \left( p(\mu) f_{R_N, \dot{R}_N} \left( r^{\frac{\alpha}{2}}, \frac{\alpha}{2} r^{\frac{\alpha-2}{2}} \dot{r}; \mu_L, \hat{r}^\alpha \right) \right) \\ &+ \left( \frac{\alpha^2}{4} r^{(\alpha-2)} \right) \left( [1 - p(\mu)] f_{R_N, \dot{R}_N} \left( r^{\frac{\alpha}{2}}, \frac{\alpha}{2} r^{\frac{\alpha-2}{2}} \dot{r}; \mu_U, \hat{r}^\alpha \right) \right) \end{aligned} \quad (3.29)$$

$$N_R(r; \alpha, \mu, \hat{r}) = p(\mu)N_{R_N}(r^{\frac{\alpha}{2}}; \mu_L, \hat{r}^\alpha) + [1 - p(\mu)]N_{R_N}(r^{\frac{\alpha}{2}}; \mu_U, \hat{r}^\alpha) \quad (3.30)$$

$$T_R(r; \alpha, \mu, \hat{r}) = p(\mu)T_{R_N}(r^{\frac{\alpha}{2}}; \mu_L, \hat{r}^\alpha) + [1 - p(\mu)]T_{R_N}(r^{\frac{\alpha}{2}}; \mu_U, \hat{r}^\alpha) \quad (3.31)$$

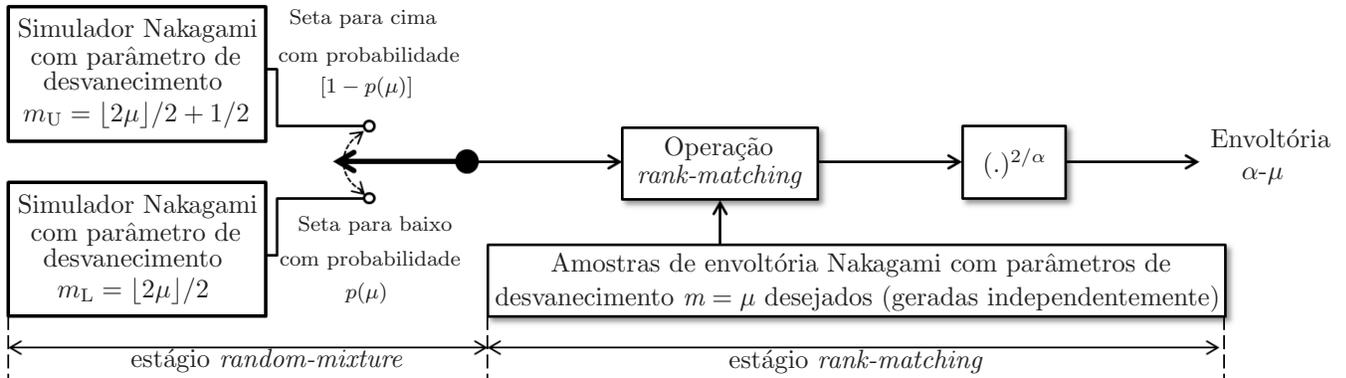
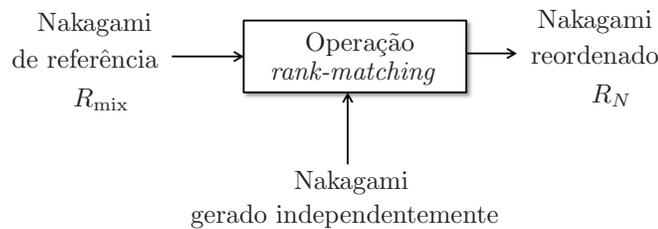
$$\begin{aligned} f_{R(t), R(t+\tau)}(r_1, r_2; \alpha, \mu, \hat{r}) &= \left( \frac{\alpha^2}{4} (r_1 r_2)^{\left(\frac{\alpha}{2}-1\right)} \right) \left( p(\mu) f_{R_N(t), R_N(t+\tau)} \left( r_1^{\frac{\alpha}{2}}, r_2^{\frac{\alpha}{2}}; \mu_L, \hat{r}^\alpha \right) \right) \\ &+ \left( \frac{\alpha^2}{4} (r_1 r_2)^{\left(\frac{\alpha}{2}-1\right)} \right) \left( [1 - p(\mu)] f_{R_N(t), R_N(t+\tau)} \left( r_1^{\frac{\alpha}{2}}, r_2^{\frac{\alpha}{2}}; \mu_U, \hat{r}^\alpha \right) \right). \end{aligned} \quad (3.32)$$

Em (3.28), as PDFs à direita da igualdade são aquelas de uma envoltória  $\alpha$ - $\mu$ , dadas em (2.1). Além disso, nas demais expressões, as estatísticas  $f_{R_N, \dot{R}_N}(r, \dot{r}; m, \Omega)$ ,  $N_{R_N}(r; m, \Omega)$ ,  $T_{R_N}(r; m, \Omega)$  e  $f_{R_N(t), R_N(t+\tau)}(r_1, r_2; m, \Omega)$ , à direita da igualdade, são aquelas de um processo Nakagami clássico, dadas respectivamente por (2.4), (2.7), (2.8) e (2.9), com  $\mu = m$ ,  $\alpha = 2$  e  $\hat{r}^\alpha = \Omega$ . A ACF, por sua vez, é obtida em forma integral, substituindo-se (3.32) em (2.25). Vale ressaltar que a PDF do simulador *random-mixture* não é a PDF exata de uma variável  $\alpha$ - $\mu$ .

## 3.5 Simulador $RM^2$

### 3.5.1 Estrutura

O simulador  $RM^2$  foi proposto recentemente em [22], para a distribuição Nakagami. Usando-se a transformação (2.15), a sua forma estendida para a distribuição  $\alpha$ - $\mu$  pode ser vista na Fig. 3.9. Como ficará evidente, o simulador  $\alpha$ - $\mu$   $RM^2$  é superior aos demais esquemas propostos, pois (i) permite valores reais arbitrários para o parâmetro de desvanecimento  $\mu$ , (ii) corresponde às estatísticas exatas de primeira-ordem  $\alpha$ - $\mu$ , (iii) e provê uma boa aproximação para as estatísticas de segunda ordem  $\alpha$ - $\mu$ . Cada uma dessas características é herdada de uma característica correspondente do simulador Nakagami  $RM^2$  [22].


 Fig. 3.9: Simulador  $RM^2$ .

 Fig. 3.10: Relação entre processos Nakagami no simulador  $RM^2$ .

Como se observa na Fig. 3.9, o esquema  $RM^2$  é baseado na combinação em cascata das técnicas *random-mixture* e *rank-matching*. O primeiro estágio, *random-mixture*, opera exatamente como descrito na seção anterior. A novidade é que agora, a saída desse estágio provê a entrada para um segundo estágio, do tipo *rank-matching*. Nesse segundo estágio, uma sequência Nakagami de saída é então obtida reordenando-se um conjunto de amostras independentes Nakagami, de acordo com o *ranking* das amostras Nakagami fornecidas pelo estágio *random-mixture*. Essa operação de rearranjo se dá exatamente como descrito para o simulador *rank-matching*. Finalmente, submetendo-se as amostras Nakagami resultantes à transformação descrita em (2.15), obtêm-se as amostras para o processo  $\alpha$ - $\mu$ . Note que, nesse esquema, o parâmetro  $\mu$  pode assumir qualquer valor real positivo.

Observe que, no esquema proposto, devido ao estágio *random-mixture*, a sequência de referência de entrada é uma mistura aleatória de um processo Nakagami com  $m_L = \mu_L$  — o que ocorre com probabilidade  $p(\mu)$  — e de um processo Nakagami com  $m_U = \mu_U$  — o que ocorre com probabilidade  $[1 - p(\mu)]$ . Além disso, observe que, para atender a parâmetros desejados  $\mu$ ,  $\alpha$  e  $\hat{r}$  para a sequência  $\alpha$ - $\mu$  de saída, as amostras Nakagami independentes devem ser geradas segundo os parâmetros  $m = \mu$  e  $\Omega = \hat{r}^\alpha$ . Devido ao estágio *rank-matching*, a sequência final de saída é obtida com PDF  $\alpha$ - $\mu$  exata.

### 3.5.2 Estatísticas Nakagami

Considere  $R_{mix}$  (Fig.3.10) como sendo a envoltória resultante da etapa *random-mixture*, com parâmetro  $m_{ref} = \mu_L$  ou  $m_{ref} = \mu_U$ , conforme o sorteio, e  $R_N$  como sendo o processo Nakagami

na saída da operação de *rank-matching*. Como já mencionado, sabe-se que a geração de  $R_N$  a partir de  $R_{\text{mix}}$  via *rank-matching* é estatisticamente equivalente à geração de  $R_N$  a partir de  $R_{\text{mix}}$  via método da inversão. Assim, para fins de análise estatística, pode-se usar que

$$R_N = F_{R_N}^{-1}(F_{R_N}(R_{\text{mix}}; m_{\text{ref}}, \Omega); m, \Omega), \quad (3.33)$$

em que  $F_{R_N}^{-1}(u; m, \Omega)$  é a CDF inversa da envoltória Nakagami e  $F_{R_N}(r; m, \Omega)$  é a CDF da envoltória Nakagami. A CDF da envoltória Nakagami é dada em (3.6), e sua inversa é dada por [21, 22]

$$F_{R_N}^{-1}(u; m, \Omega) = \sqrt{\frac{\Omega}{m} Q^{-1}(m, 1 - u)}, \quad (3.34)$$

em que  $Q^{-1}(m, u)$  é a função gama incompleta regularizada, isto é, fornece a solução para  $z$  em  $u = \Gamma(m, z)/\Gamma(m)$ . Essa função pode ser calculada no *software* MATHEMATICA por meio de `InverseGammaRegularized[m, u]`.

Na análise que segue, em vez de (3.33), torna-se conveniente utilizar sua relação inversa, na qual  $R_{\text{mix}}$  é escrita em termos de  $R_N$ , ou seja,

$$\begin{aligned} R_{\text{mix}} &= F_{R_N}^{-1}(F_{R_N}(R_N; m, \Omega); m_{\text{ref}}, \Omega) \\ &\triangleq h(R_N; m_{\text{ref}}, m, \Omega). \end{aligned} \quad (3.35)$$

Além disso, para determinar algumas estatísticas de segunda ordem, é também importante escrever a derivada temporal  $\dot{R}_{\text{mix}}$  de  $R_{\text{mix}}$  em termos da derivada temporal  $\dot{R}_N$  de  $R_N$ . Isso é obtido pela diferenciação de (3.35) em relação ao tempo, o que fornece

$$\dot{R}_{\text{mix}} = h'(R_N; m_{\text{ref}}, m, \Omega) \dot{R}_N, \quad (3.36)$$

em que  $h'(\cdot)$  é a primeira derivada da função  $h(\cdot)$  definida em (3.35). Usando-se (3.6) e (3.34) na definição de  $h(\cdot)$ , pode-se obter essa função, após algumas manipulações algébricas, como

$$h(r; m_{\text{ref}}, m, \Omega) = \sqrt{\frac{\Omega}{m_{\text{ref}}} Q^{-1}\left(m_{\text{ref}}, \frac{\Gamma\left(m, \frac{mr^2}{\Omega}\right)}{\Gamma(m)}\right)}, \quad (3.37)$$

e sua primeira derivada como

$$\begin{aligned} h'(r; m_{\text{ref}}, m, \Omega) &= \frac{m^m r^{2m-1} \Gamma(m_{\text{ref}})}{m_{\text{ref}}^{1/2} \Omega^{m-1/2} \Gamma(m)} \exp\left[-\frac{mr^2}{\Omega} + Q^{-1}\left(m_{\text{ref}}, \frac{\Gamma\left(m, \frac{mr^2}{\Omega}\right)}{\Gamma(m)}\right)\right] \\ &\quad \times Q^{-1}\left(m_{\text{ref}}, \frac{\Gamma\left(m, \frac{mr^2}{\Omega}\right)}{\Gamma(m)}\right)^{m_{\text{ref}}+1/2}. \end{aligned} \quad (3.38)$$

Agora, com base em (3.35)–(3.38), por meio de transformações convencionais de variáveis, torna-se possível obter qualquer estatística de  $R_N$  e  $\dot{R}_N$  em termos das estatísticas correspondentes de  $R_{\text{mix}}$  e  $\dot{R}_{\text{mix}}$ , que correspondem àquelas de um simulador Nakagami clássico. De fato, tal procedimento pode ser aplicado para cada um dos processos Nakagami de referência, com

parâmetros  $m_{\text{ref}} = m_L = \mu_L$  e  $m_{\text{ref}} = m_U = \mu_U$ . Então, por conta da mistura aleatória desses processos, as estatísticas resultantes serão somas ponderadas das estatísticas individuais para  $m_{\text{ref}} = m_L = \mu_L$  e  $m_{\text{ref}} = m_U = \mu_U$ , com pesos dados por  $p(\mu)$  e  $[1 - p(\mu)]$ , respectivamente. A seguir, reproduzimos apenas os resultados desse procedimento.

A PDF conjunta de  $R_N$  e sua derivada temporal  $\dot{R}_N$  é obtida como

$$f_{R_N, \dot{R}_N}(r, \dot{r}; m, \Omega) = p(m)f_1 + [1 - p(m)]f_2, \quad (3.39)$$

em que  $f_1$  é dada por

$$f_1 \triangleq h'^2(r; m_L, m, \Omega) f_{R_{\text{ref}}, \dot{R}_{\text{ref}}}(h(r; m_L, m, \Omega), \dot{r} h'(r; m_L, m, \Omega); m_L, \Omega) \quad (3.40)$$

e  $f_2$  é dada por

$$f_2 \triangleq h'^2(r; m_U, m, \Omega) f_{R_{\text{ref}}, \dot{R}_{\text{ref}}}(h(r; m_U, m, \Omega), \dot{r} h'(r; m_U, m, \Omega); m_U, \Omega). \quad (3.41)$$

A LCR e AFD de  $R_N$  são obtidas como

$$N_{R_N}(r; m, \Omega) = p(m)N_{R_{\text{ref}}}(h(r; m_L, m, \Omega); m_L, \Omega) + [1 - p(m)]N_{R_{\text{ref}}}(h(r; m_U, m, \Omega); m_U, \Omega) \quad (3.42)$$

$$T_{R_N}(r; m, \Omega) = p(m)T_{R_{\text{ref}}}(h(r; m_L, m, \Omega); m_L, \Omega) + [1 - p(m)]T_{R_{\text{ref}}}(h(r; m_U, m, \Omega); m_U, \Omega). \quad (3.43)$$

A PDF de segunda ordem de  $R_N$  é obtida como

$$f_{R_N(t), R_N(t+\tau)}(r_1, r_2; m, \Omega) = p(m)f_3 + [1 - p(m)]f_4, \quad (3.44)$$

em que  $f_3$  é dada por

$$f_3 \triangleq h'(r_1; m_L, m, \Omega)h'(r_2; m_L, m, \Omega) f_{R_{\text{ref}}(t), R_{\text{ref}}(t+\tau)}(h(r_1; m_L, m, \Omega), h(r_2; m_L, m, \Omega); m_L, \Omega) \quad (3.45)$$

e  $f_4$  é dada por

$$f_4 \triangleq h'(r_1; m_U, m, \Omega)h'(r_2; m_U, m, \Omega) f_{R_{\text{ref}}(t), R_{\text{ref}}(t+\tau)}(h(r_1; m_U, m, \Omega), h(r_2; m_U, m, \Omega); m_U, \Omega). \quad (3.46)$$

Nas expressões (3.39)–(3.46), as estatísticas com subíndice “ref” são aquelas do processo clássico Nakagami, dadas pelas expressões correspondentes na seção 2.2 com  $\mu = m$ ,  $\alpha = 2$  e  $\hat{r}^\alpha = \Omega$ . Não há solução fechada para a ACF de  $R_N$ .

### 3.5.3 Estatísticas $\alpha$ - $\mu$

Agora, usando-se as estatísticas de Nakagami descritas em (3.39)–(3.46), em conjunto com as relações gerais entre as estatísticas de Nakagami e as estatísticas  $\alpha$ - $\mu$ , descritas em (2.20), (2.21), (2.22) e (2.24), então as estatísticas correspondentes  $\alpha$ - $\mu$  são obtidas, para o simulador  $\text{RM}^2$ . Os resultados são apresentados a seguir.

A PDF conjunta de  $R$  e sua derivada temporal  $\dot{R}$  é obtida como

$$f_{R,\dot{R}}(r, \dot{r}; \alpha, \mu, \hat{r}) = \frac{\alpha^2}{4} r^{\alpha-2} (p(\mu)f_1 + [1 - p(\mu)]f_2), \quad (3.47)$$

em que  $f_1$  é dada por

$$f_1 \triangleq h'^2(r^{\frac{\alpha}{2}}; \mu_L, \mu, \hat{r}^\alpha) f_{R_{\text{ref}}, \dot{R}_{\text{ref}}}(h(r^{\frac{\alpha}{2}}; \mu_L, \mu, \hat{r}^\alpha), \frac{\alpha}{2} r^{\frac{\alpha-2}{2}} \dot{r} h'(r^{\frac{\alpha}{2}}; \mu_L, \mu, \hat{r}^\alpha); \mu_L, \hat{r}^\alpha) \quad (3.48)$$

e  $f_2$  é dada por

$$f_2 \triangleq h'^2(r^{\frac{\alpha}{2}}; \mu_U, \mu, \hat{r}^\alpha) f_{R_{\text{ref}}, \dot{R}_{\text{ref}}}(h(r^{\frac{\alpha}{2}}; \mu_U, \mu, \hat{r}^\alpha), \frac{\alpha}{2} r^{\frac{\alpha-2}{2}} \dot{r} h'(r^{\frac{\alpha}{2}}; \mu_U, \mu, \hat{r}^\alpha); \mu_U, \hat{r}^\alpha). \quad (3.49)$$

A LCR e AFD de  $R$  são obtidas como

$$N_R(r; \alpha, \mu, \hat{r}) = p(\mu) N_{R_{\text{ref}}}(h(r^{\frac{\alpha}{2}}; \mu_L, \mu, \hat{r}^\alpha); \mu_L, \hat{r}^\alpha) + [1 - p(\mu)] N_{R_{\text{ref}}}(h(r^{\frac{\alpha}{2}}; \mu_U, \mu, \hat{r}^\alpha); \mu_U, \hat{r}^\alpha) \quad (3.50)$$

$$T_R(r; \alpha, \mu, \hat{r}) = p(\mu) T_{R_{\text{ref}}}(h(r^{\frac{\alpha}{2}}; \mu_L, \mu, \hat{r}^\alpha); \mu_L, \hat{r}^\alpha) + [1 - p(\mu)] T_{R_{\text{ref}}}(h(r^{\frac{\alpha}{2}}; \mu_U, \mu, \hat{r}^\alpha); \mu_U, \hat{r}^\alpha). \quad (3.51)$$

A PDF de segunda ordem de  $R$  é obtida como

$$f_{R(t), R(t+\tau)}(r_1, r_2; \alpha, \mu, \hat{r}) = \frac{\alpha^2}{4} (r_1 r_2)^{\frac{\alpha}{2}-1} (p(\mu)f_3 + [1 - p(\mu)]f_4), \quad (3.52)$$

em que  $f_3$  é dada por

$$f_3 \triangleq h'(r_1^{\frac{\alpha}{2}}; \mu_L, \mu, \hat{r}^\alpha) h'(r_2^{\frac{\alpha}{2}}; \mu_L, \mu, \hat{r}^\alpha) f_{R_{\text{ref}}(t), R_{\text{ref}}(t+\tau)}(h(r_1^{\frac{\alpha}{2}}; \mu_L, \mu, \hat{r}^\alpha), h(r_2^{\frac{\alpha}{2}}; \mu_L, \mu, \hat{r}^\alpha); \mu_L, \hat{r}^\alpha) \quad (3.53)$$

e  $f_4$  é dada por

$$f_4 \triangleq h'(r_1^{\frac{\alpha}{2}}; \mu_U, \mu, \hat{r}^\alpha) h'(r_2^{\frac{\alpha}{2}}; \mu_U, \mu, \hat{r}^\alpha) f_{R_{\text{ref}}(t), R_{\text{ref}}(t+\tau)}(h(r_1^{\frac{\alpha}{2}}; \mu_U, \mu, \hat{r}^\alpha), h(r_2^{\frac{\alpha}{2}}; \mu_U, \mu, \hat{r}^\alpha); \mu_U, \hat{r}^\alpha). \quad (3.54)$$

Aqui também, nas expressões (3.47)–(3.54), as estatísticas com subíndice “ref” são aquelas do processo clássico Nakagami, dadas pelas expressões correspondentes na seção 2.2 com  $\mu = m$ ,  $\alpha = 2$  e  $\hat{r}^\alpha = \Omega$ . A ACF, por sua vez, é obtida em forma integral, substituindo-se (3.52) em (2.25). Vale ressaltar que a PDF do simulador  $\text{RM}^2$  é a PDF exata de uma variável  $\alpha$ - $\mu$ .

## 3.6 Conclusões

Como alternativa ao simulador clássico, este capítulo propõe três novos simuladores para a envoltória  $\alpha$ - $\mu$ : *rank-matching*, *random-mixture* e  $\text{RM}^2$ . Todos os simuladores propostos acomodam valores reais arbitrários para o parâmetro  $\mu$ , enquanto que o simulador clássico se limita a valores de  $\mu$  inteiros ou múltiplos de  $1/2$ . Além disso, todos se baseiam em simuladores disponíveis para a envoltória Nakagami, com uso de uma transformação simples que mapeia amostras Nakagami em amostras  $\alpha$ - $\mu$ .

Para cada simulador proposto, as seguintes estatísticas de segunda ordem foram obtidas em forma fechada: (i) densidade de probabilidade conjunta da envoltória e sua derivada temporal; (ii) taxa de cruzamento de nível; (iii) duração média de desvanecimento; e (iv) densidade de probabilidade de segunda ordem. Adicionalmente, (vi) a função de autocorrelação foi obtida em forma integral. Dentre os simuladores propostos, o *random-mixture* é o único que não atende à PDF exata da envoltória  $\alpha$ - $\mu$ .

Com base nas expressões aqui deduzidas, o próximo capítulo analisará o desempenho dos simuladores propostos em termos de LCR e AFD, duas das estatísticas de segunda ordem mais representativas. Tais estatísticas serão confrontadas às do simulador clássico.

# Resultados Numéricos e Comparações de Desempenho

## 4.1 Introdução

Neste capítulo, são apresentados alguns exemplos numéricos para as estatísticas dos simuladores propostos, como comparação de desempenho entre esses simuladores e o simulador clássico. As comparações são feitas com a finalidade de investigar quão próximas as estatísticas dos novos simuladores estão daquelas do simulador clássico, tomado como referência de desempenho. Em particular, dentre as várias estatísticas obtidas no último capítulo, são aqui utilizadas a LCR e a AFD, por serem essas muito representativas do comportamento dinâmico do canal. Como suporte às expressões analíticas, são também incluídos resultados de simulação.

Na distribuição  $\alpha$ - $\mu$ , para um mesmo valor fixo do parâmetro  $m$  de Nakagami, os parâmetros  $\alpha$  e  $\mu$  podem assumir uma infinidade de valores [9]. Nos exemplos apresentados a seguir, fixa-se o valor de  $m$  em 1,75. Com  $m = 1,75$ , varia-se então o parâmetro  $\mu$  como sendo 0,75, 1,25, 1,75, 2,25 e 2,75. Note que, intencionalmente, dois valores de  $\mu$  são escolhidos abaixo de  $m$ , dois acima de  $m$  e um igual a  $m$ , a fim de ilustrar os vários casos. Para cada valor de  $\mu$  escolhido, calcula-se um parâmetro  $\alpha$  tal que  $m = 1,75$ . Esse valor de  $\alpha$  é dado pela solução de [9]

$$\beta\mu = \frac{\Gamma^2(\mu + \beta/\alpha)}{\Gamma(\mu)\Gamma(\mu + 2\beta/\alpha) - \Gamma^2(\mu + \beta/\alpha)} \quad (4.1)$$

com  $\beta = 2$ , para o qual se tem  $2\mu = m$ . Usando-se (4.1), os valores aproximados obtidos para  $\alpha$  são 3,14, 2,37, 2, 1,77 e 1,60, respectivamente. Note que, em particular, com  $m = \mu = 1,75$  e  $\alpha = 2$ , tem-se o caso Nakagami. Cabe ressaltar que, como  $\mu$  representa o número de *clusters* de ondas de multipercurso, quanto maior o seu valor, menor a severidade do desvanecimento que afeta a envoltória do canal.

## 4.2 Simulador *Rank-Matching*

As Figs. 4.1 e 4.2 apresentam a LCR em (3.16) e AFD em (3.17) para o simulador *rank-matching*, respectivamente. Os resultados analíticos são mostradas em linhas tracejadas, e os

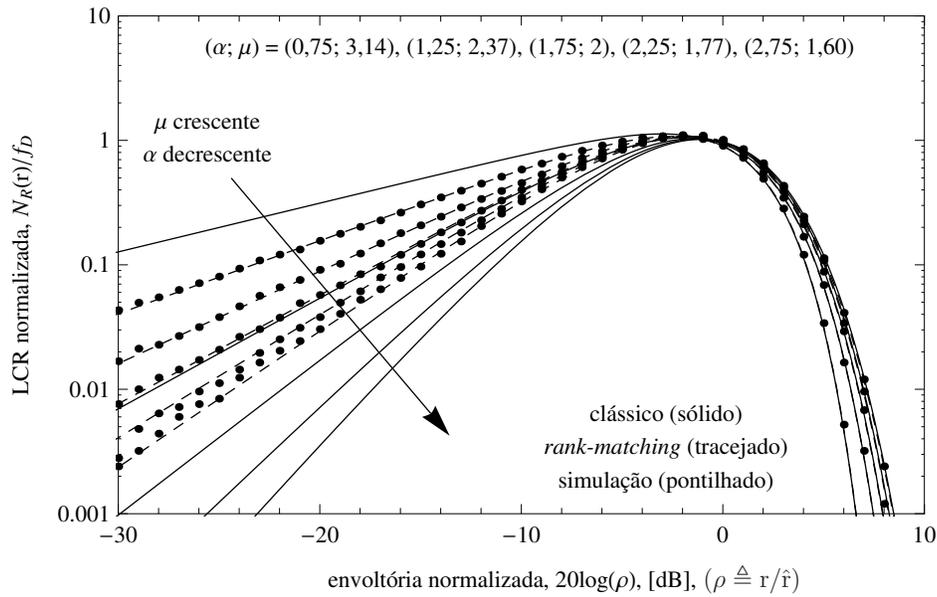


Fig. 4.1: Taxa de cruzamento de nível para o simulador *rank-matching*.

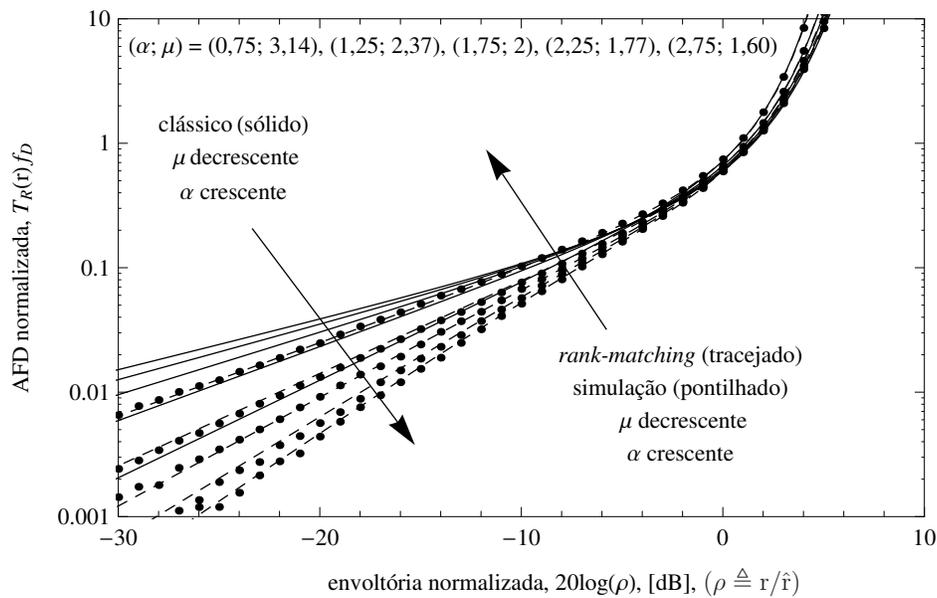


Fig. 4.2: Duração média de desvanecimento para o simulador *rank-matching*.

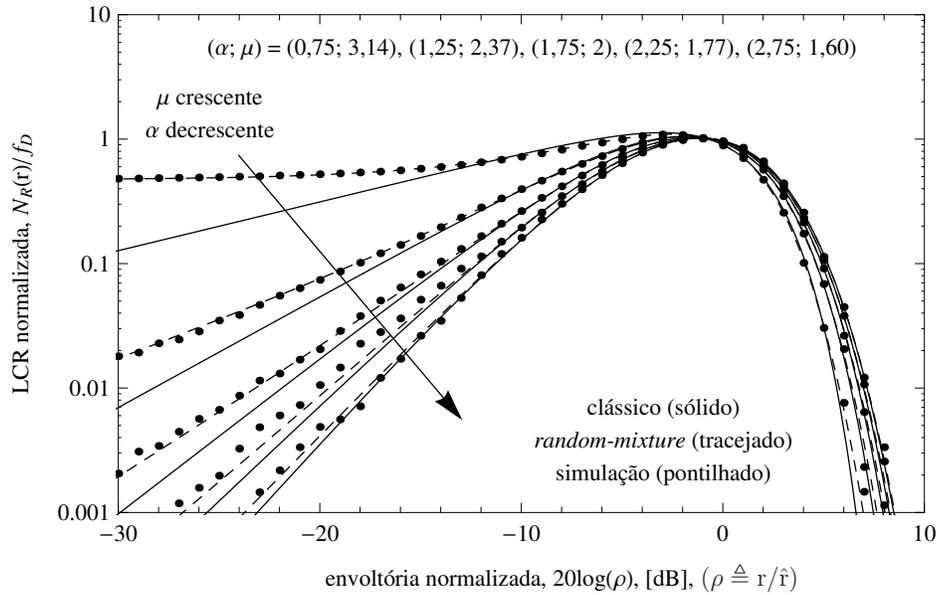


Fig. 4.3: Taxa de cruzamento de nível para o simulador *random-mixture*.

resultados de simulação, em linhas pontilhadas. Além disso, como termo de comparação, as estatísticas do simulador clássico são também apresentadas, em linhas cheias.

No geral, percebe-se que as estatísticas do simulador *rank-matching* podem destoar bastante daquelas do simulador clássico, sobretudo para baixos níveis de envoltória. Em relação à LCR, nota-se que o simulador *rank-matching* tende a ser mais próximo do simulador clássico nos casos com  $\mu < m$  do que nos casos com  $\mu > m$ . Nos exemplos apresentados, com  $m = 1,75$ , observa-se uma melhora para o caso  $\mu = 1,25$ . Um comportamento similar é observado em relação à AFD.

### 4.3 Simulador *Random-Mixture*

As Figs. 4.3 e 4.4 apresentam a LCR em (3.30) e AFD em (3.31) para o simulador *random-mixture*, respectivamente. Os resultados analíticos são mostradas em linhas tracejadas, e os resultados de simulação, em linhas pontilhadas. Além disso, como termo de comparação, as estatísticas do simulador clássico são também apresentadas, em linhas cheias.

No geral, percebe-se que as estatísticas do simulador *random-mixture* são mais próximas às do simulador clássico que as do simulador *rank-matching*. Em relação à LCR, nota-se que o simulador *random-mixture* tende a ser mais próximo do simulador clássico à medida que  $\mu$  aumenta. Em particular, observa-se um excelente desempenho para o caso extremo com  $\mu = 2,75$ . Em relação à AFD, nota-se que o simulador *random-mixture* é praticamente indistinguível do simulador clássico, para qualquer valor de  $\mu$ . No entanto, para altos níveis de envoltória, percebe-se uma leve perda de desempenho.

Apesar do bom desempenho do simulador *random-mixture* em termos de LCR e AFD, vale lembrar que esse simulador, diferentemente dos demais simuladores propostos, não satisfaz a PDF exata da envoltória  $\alpha$ - $\mu$ .

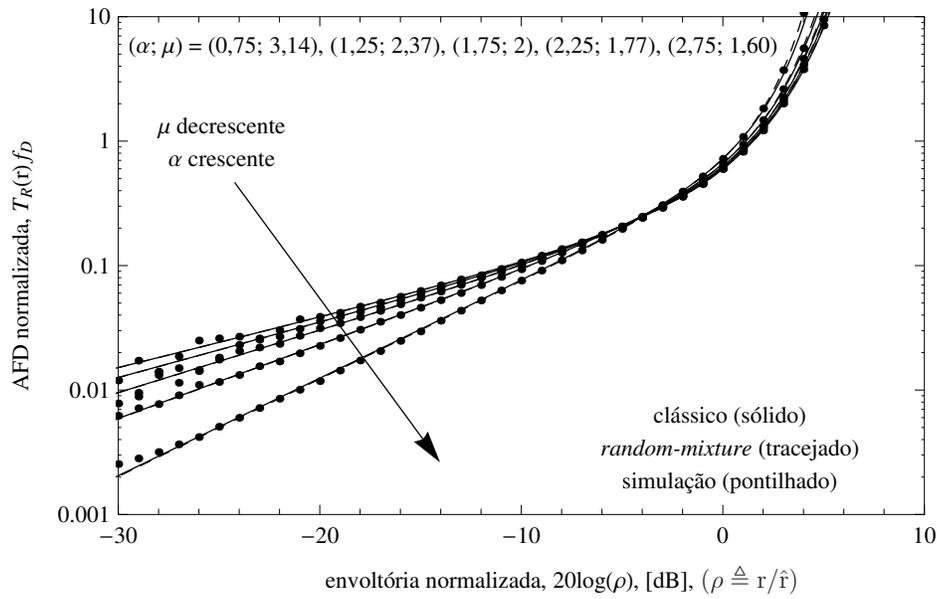


Fig. 4.4: Duração média de desvanecimento para o simulador *random-mixture*.

#### 4.4 Simulador $RM^2$

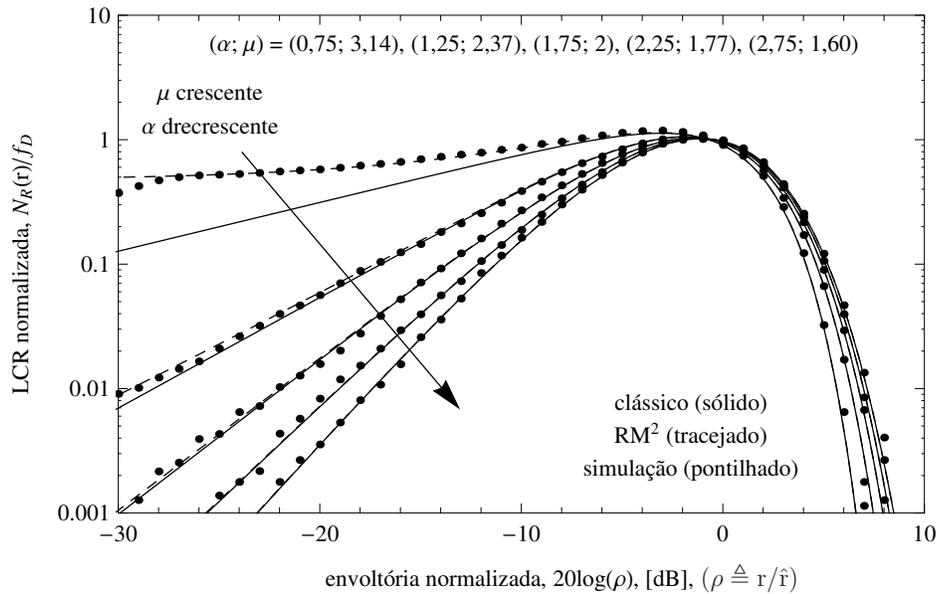


Fig. 4.5: Taxa de cruzamento de nível para o simulador  $RM^2$ .

As Figs. 4.5 e 4.6 apresentam a LCR em (3.50) e AFD em (3.51) para o simulador  $RM^2$ , respectivamente. Os resultados analíticos são mostradas em linhas tracejadas, e os resultados de simulação, em linhas pontilhadas. Além disso, como termo de comparação, as estatísticas do simulador clássico são também apresentadas, em linhas cheias.

Em relação à LCR, o desempenho do simulador  $RM^2$  é notoriamente superior ao dos simuladores *rank-matching* e *random-mixture*. Nota-se que, exceto para valores de  $\mu$  muito pequenos,

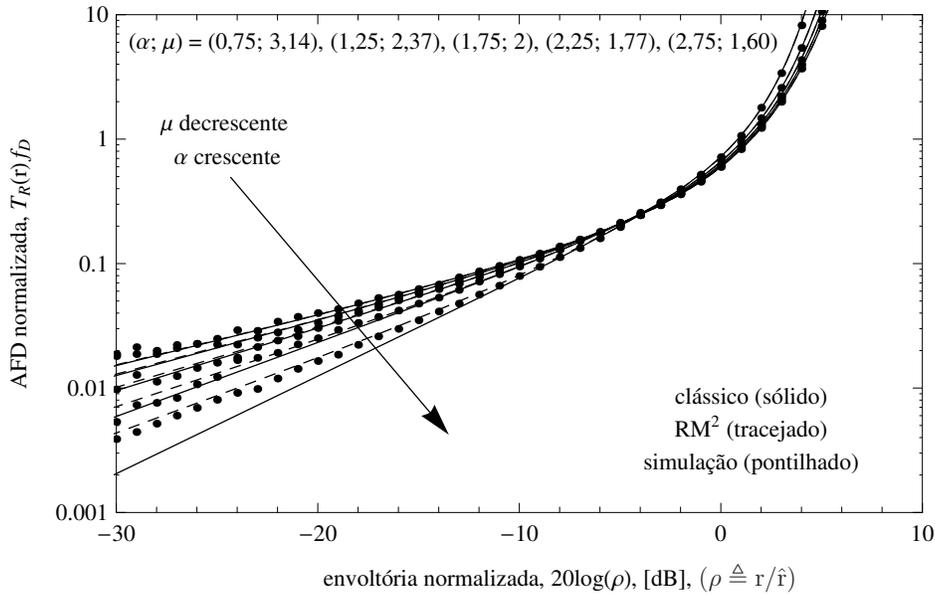


Fig. 4.6: Duração média de desvanecimento para o simulador  $RM^2$ .

a LCR do simulador  $RM^2$  é praticamente indistinguível da LCR do simulador clássico. Em relação à AFD, nota-se que o desempenho do simulador  $RM^2$  é levemente inferior ao do simulador *random-mixture* (particularmente, para baixos níveis de envoltória e  $\mu$  muito pequeno) e superior ao do simulador *rank-matching*. De fato, para altos níveis de envoltória, o desempenho do simulador  $RM^2$  em termos de AFD é levemente superior ao do simulador *random-mixture*.

Levando-se tudo isso em conta, e considerando que a PDF do simulador *random-mixture* não é exata, então o simulador  $RM^2$  é certamente o melhor dentre os simuladores propostos.

## 4.5 Conclusões

Conforme constatado através dos exemplos numéricos e comparações, pode-se concluir que o simulador  $RM^2$  apresenta o melhor desempenho dentre os três simuladores propostos. Ou seja, é ele que mais se aproxima, no balanço geral, das estatísticas do simulador clássico. Além disso, o simulador  $RM^2$ , assim como os demais simuladores propostos, contornam a limitação do simulador clássico a valores de  $\mu$  inteiros ou múltiplos de  $1/2$ .

Em suma, o simulador  $RM^2$  surge como uma alternativa promissora ao simulador clássico para canais  $\alpha$ - $\mu$ , reunindo três características que o tornam superior aos demais simuladores:

- permitir valores reais arbitrários para o parâmetro de desvanecimento  $\mu$ ;
- corresponder às estatísticas exatas de primeira-ordem  $\alpha$ - $\mu$ ;
- prover uma excelente aproximação para as estatísticas de segunda ordem  $\alpha$ - $\mu$ .

## Considerações Finais

Por conta das limitações encontradas no simulador clássico  $\alpha$ - $\mu$ , restrito para valores de  $\mu$  inteiros ou múltiplo de meio, torna-se oportuna a busca por simuladores alternativos que removam essas limitações. Nesse contexto, este trabalho de mestrado propôs três novos simuladores para a envoltória  $\alpha$ - $\mu$ : *rank-matching*, *random-mixture* e  $RM^2$ . Se, por um lado, todos os simuladores propostos se aplicam a valores reais arbitrários de  $\mu$ , por outro, cada um deles afeta diferentemente as estatísticas de segunda ordem originais do processo clássico. A fim de se determinar a extensão desse impacto, expressões analíticas foram obtidas para diversas estatísticas de segunda ordem de cada novo simulador. Comparando-se essas estatísticas às daquelas do simulador clássico, conclui-se o seguinte:

- O simulador *rank-matching* se aplica a valores reais arbitrários do parâmetro  $\mu$  e provê um ajuste exato para as estatísticas de primeira ordem, mas provê um ajuste ruim para as estatísticas de segunda ordem;
- O simulador *random-mixture* se aplica a valores reais arbitrários do parâmetro  $\mu$  e provê um bom ajuste para as estatísticas de segunda ordem, mas provê um ajuste aproximado para as estatísticas de primeira ordem;
- O simulador  $RM^2$  se aplica a valores reais arbitrários do parâmetro  $\mu$ , provê um ajuste exato para as estatísticas de primeira ordem e, além disso, provê um bom ajuste para as estatísticas de segunda ordem.

Por conta disso, o simulador  $RM^2$  é o melhor dentre os simuladores propostos.

## Trabalhos Futuros

Vislumram-se as seguintes possibilidades de desdobramento imediato para este trabalho:

- Otimização das probabilidades de mistura do simulador  $RM^2$ , tendo em vista melhorar o seu desempenho, a exemplo do que foi feito em [22] para o canal Nakagami;
- Inclusão da fase do canal;

- Proposta e análise de simuladores fase-envoltória alternativos (não-clássicos) para outras distribuições generalizadas de desvanecimento, como as distribuições  $\kappa$ - $\mu$  e  $\eta$ - $\mu$  [17].

# Referência Bibliográfica

- [1] A. F. Barbosa, *O Mundo Globalizado: Política, Sociedade e Economia*, 3rd ed. São Paulo: Contexto, 2003.
- [2] S. Haykin, *Communication Systems*, 4th ed. New York, NY: John Wiley, 2001.
- [3] B. Sklar, *Digital Communications: Fundamentals and Applications*, 2nd ed. Upper Saddle River, N. J.: Prentice Hall, 2001.
- [4] D. Tse and P. Viswanath, *Fundamentals of Wireless Communication*. Cambridge: Cambridge University Press, May 2005.
- [5] M. D. Yacoub, *Foundations of Mobile Radio Engineering*. Boca Raton, FL: CRC Press, 1993.
- [6] W. C. Y. Lee, *Mobile Communications Engineering: Theory and Applications*. New York, NY: McGraw-Hill, 1998.
- [7] T. S. Rappaport, *Wireless Communications: Principles and Practice*. Upper Saddle River, N. J.: Prentice-Hall, 1996.
- [8] A. L. Garcia, *Probability, Statistics, and Random Processes for Electrical Engineering*, 3rd ed. Upper Saddle River, N. J.: Pearson/Prentice Hall, 2008.
- [9] M. D. Yacoub, “The  $\alpha$ - $\mu$  distribution: a physical fading model for the Stacy distribution,” *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 56, no. 1, pp. 27–34, Jan. 2007.
- [10] G. S. Dahman, R. H. M. Hafez, and R. J. C. Bultitude, “Utilizing multipath clusters in cognitive radio systems,” *IEEE Veh. Technol. Confer. Fall*, pp. 1–5, Sept. 2010.
- [11] J. Fuhl, A. Molisch, and E. Bonek, “Unified channel model for mobile radio systems with smart antennas,” in *Proc. IEEE Radar, Sonar and Navigation*, vol. 145, no. 1, 1988, pp. 32–41.
- [12] A. Toeltsch, J. Laurila, K. Kalliola, A. F. Molisch, P. Vainikainen, and E. Bonek, “Statistical characterization of urban spatial radio channels,” *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. 20, no. 3, pp. 539–548, Apr. 2002.

- [13] H. Asplund, A. F. Molisch, M. Steinbauer, and N. B. Mehta, "Clustering of scatterers in mobile radio channels - evaluation and modeling in the COST259 direcional channel model," in *Proc. IEEE International Conference on Communications*, vol. 2, New York, 28 Apr.-2 May 2002, pp. 901–905.
- [14] J. C. S. S. Filho and M. D. Yacoub, "Coloring non-gaussian sequences," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 56, no. 12, pp. 5817–5822, Dec. 2008.
- [15] P. J. F. Filho, *Introdução à Modelagem e Simulação de Sistemas com Aplicações em Área*, 2nd ed. Florianópolis, SC: Visual Books, 2008.
- [16] R. Cogliatti, R. A. A. de Souza, and M. D. Yacoub, "Practical, highly efficient algorithm for generating  $\kappa$ - $\mu$  and  $\eta$ - $\mu$  variates and a near-100% efficient algorithm for generating  $\alpha$ - $\mu$  variates," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 16, no. 11, pp. 1768–1771, Nov. 2012.
- [17] M. D. Yacoub, "The  $\kappa$ - $\mu$  distribution and the  $\eta$ - $\mu$  distribution," *IEEE Antennas Propag. Mag.*, vol. 49, no. 1, pp. 68–81, Feb. 2007.
- [18] A. O. Moraes, E. R. de Paula, W. J. Perrella, and F. S. Rodrigues, "On the distribution of GPS signal amplitudes during low-latitude ionospheric scintillation," *GPS Solutions*, pp. 1–12, Sep. 2012.
- [19] A. Michalopoulou, A. Alexandridis, K. Peppas, T. Zervos, F. Lazarakis, K. Dangakis, and D. Kaklamani, "Statistical analysis for on-body spatial diversity communications at 2.45 GHz," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 60, no. 8, pp. 4014–4019, Aug. 2012.
- [20] L. J. Matos, G. P. Ferreira, J. S. G. Panaro, L. M. Barreira, and E. Mainetti, "Time and frequency fading statistics for underwater acoustic signals in shallow water," in *Proc. Underwater Communications: Channel Modelling and Validation - UComms*, 2012, pp. 1–6.
- [21] M. Nakagami, "The  $m$ -distribution - a general formula of intensity distribution of rapid fading," *Statistical Methods in Radio Wave Propagation*, 1960.
- [22] J. C. S. S. Filho, B. Teixeira, M. D. Yacoub, and G. T. F. de Abreu, "The  $RM^2$  Nakagami fading channel simulator," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 12, no. 5, pp. 1–11, 2013.
- [23] G. T. F. de Abreu, "On the moment-determinance and random mixture of Nakagami- $m$  variates," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 58, no. 9, pp. 2561–2575, Sep. 2010.
- [24] J. C. S. S. Filho, M. D. Yacoub, and G. Fraidenraich, "A simple accurate method for generating autocorrelated Nakagami- $m$  envelope sequences," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 11, no. 3, pp. 231–233, Mar. 2007.
- [25] S. O. Rice, "Mathematical analysis of random noise," *Bell System Technical Journal*, vol. 23, pp. 282–332, Jul. 1944.

- 
- [26] M. Abramowitz and I. A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions*, New York: Dover, 1972.
- [27] J. W. C. Jakes, *Microwave Mobile Communications*. New York, NY: John Wiley, 1974.
- [28] A. Papoulis and S. U. Pillai, *Probability, Random Variables and Stochastic Processes*, 4th ed. New York: McGraw-Hill, 2002.
- [29] J. C. S. S. Filho and M. D. Yacoub, “On the second-order statistics of Nakagami fading simulators,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 57, no. 12, pp. 3543–3546, Dec. 2009.