


UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA  
DEPTO. DE MÁQUINAS, COMPONENTES E SISTEMAS INTELIGENTES

**DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS FUNCIONAIS  
DE MOTORES DE INDUÇÃO  
A PARTIR DE CATÁLOGOS DE FABRICANTES**

**Autor : CLOVIS GOLDEMBERG**

**Orientador : Prof. Dr. YARO BURIAN JR. †**

Este exemplar corresponde à redação final da tese defendida por Clovis Goldemberg e aprovada pela Comissão Julgadora em 22/06/92.  
  
Orientador

**Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica da Universidade Estadual de Campinas, como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA ELÉTRICA.**

**JUNHO - 1992**

*"The subject which I now have the pleasure of bringing to your notice is a novel system of electric distribution, and transmission of power by means of alternate currents, affording peculiar advantages, particularly in the way of motors, which I am confident will at once establish the superior adaptability of these currents to the transmission of power and will show that many results heretofore unattainable can be reached by their use; results which are very much desired in the practical operation of such systems and which cannot be accomplished by means of continuous currents."*

*Nikola Tesla , em 16 de maio 1888  
"A new system of alternate current motors  
and transformers"*

# **AGRADECIMENTOS**

**Ao amigo e orientador Prof. Dr. Yaro Burian Jr. pela contribuição e apoio dados em incontáveis ocasiões.**

**Ao amigo e Prof. Dr. Orlando Silvio Lobosco pelo incentivo e apoio.**

**A meu pai José Goldemberg pelo brilho e coragem.**

**A minha esposa Bernadette e a minha filha Diana, pelo amor e (im)paciência cotidianas.**

## **RESUMO**

Estudos estáticos e dinâmicos de motores de indução requerem o estabelecimento de um circuito equivalente. Entretanto, as informações necessárias para compor este circuito raramente estão disponíveis para os usuários de motores de indução.

Neste trabalho mostra-se que é possível determinar um circuito equivalente para motores de indução utilizando somente as informações apresentadas nos catálogos dos fabricantes. Combinando-se um processo analítico e numérico de cálculo, resulta um circuito equivalente que reproduz adequadamente os valores declarados pelos fabricantes. Tal procedimento foi verificado para vários motores comparando-se dados de ensaios com valores calculados através da metodologia proposta.

Os parâmetros determinados através da metodologia proposta também podem ser utilizados para simular o comportamento dinâmico dos motores de indução.

Aplicando-se esta metodologia a uma população de motores de indução, procurou-se leis de formação e comportamentos característicos para este tipo de máquina.

## **ABSTRACT**

Static and dynamic studies of induction motors require the establishment of an equivalent circuit. The information that is necessary to compose this circuit is usually not available for application engineers.

This work shows that it is possible to determine an equivalent circuit for induction machines using only the information presented in manufacturer data sheets. Combining analytical and numerical calculation procedures results an equivalent circuit that reproduces accurately the values declared by the manufacturer. This procedure was verified for several motors comparing test results with the values calculated from the proposed method.

The parameters thus obtained can also be used to simulate the dynamic behaviour of induction motors.

Applying this methodology to a population of induction machines, we looked for the scaling laws and typical characteristics for this kind of machine.

# SUMÁRIO

RESUMO

ABSTRACT

1	INTRODUÇÃO	1
2	CIRCUITO EQUIVALENTE PARA MOTORES DE INDUÇÃO	3
3	SOLUÇÃO ANALÍTICA	6
3.1	Dados fornecidos pelos fabricantes	6
3.2	Delineamento da solução analítica	6
3.3	Procedimentos de cálculo preliminares	7
3.4	Determinação do circuito equivalente para condições próximas à nominal	9
3.4.1	Determinação dos valores de $r_1$ e $r_M$	9
3.4.2	Determinação dos valores de $x_1$ e $x'_2$	10
3.4.3	Determinação dos valores de $x_M$	12
3.4.4	Determinação de $r'_2$	15
3.5	Avaliação dos cálculos dos parâmetros	15
3.6	Determinação do circuito equivalente para condições de rotor bloqueado	17
3.6.1	Determinação dos valores de $\Delta x_1$ e $\Delta x'_2$	18
3.6.2	Determinação do valor de $\Delta r'_2$	19
4	PARÂMETROS VARIÁVEIS	20
4.1	Introdução	21
4.2	Leis de variação de $\Delta r'_2$ e $\Delta x'_2$	22
4.2.1	Variação de parâmetros para gaiola retangular profunda	23
4.2.2	Variação de parâmetros para motores com dupla gaiola	25
4.3	Saturação magnética	26
4.4	Estudos experimentais sobre parâmetros variáveis	30
4.5	Funções de interpolação propostas	31
4.6	Avaliação das funções de interpolação	32

5	SOLUÇÃO NUMÉRICA	34
5.1	Introdução	34
5.2	Delineamento da solução numérica	36
5.3	Métodos de minimização	37
5.4	Cálculo do Gradiente e do Hessiano	38
5.5	Método de Levenberg-Marquardt	41
5.6	Visualização gráfica do processo numérico	43
5.7	Restrições físicas	46
6	RESULTADOS	47
7	ANÁLISE ESTATÍSTICA DOS PARÂMETROS DE MOTORES DE INDUÇÃO	55
7.1	Análise do comportamento de $r'_2$	55
7.2	Análise do comportamento de $x_M$	58
7.3	Análise do comportamento de $x_1$ e $x'_2$	60
7.4	Análise do comportamento de $\Delta r'_2$	61
7.5	Análise do comportamento de $\Delta x_1$ e $\Delta x'_2$	62
7.6	Análise do comportamento do "goodness factor"	63
7.7	Análise da constante de tempo do rotor	68
7.8	Análise da constante de inércia	70
7.9	Análise dos motores de indução através do passo polar	72
8	TRABALHOS ANTERIORES	74
8.1	Waters e Willoughby (1983)	74
8.2	Ansuji, Shokooh e Schinzinger (1989)	74
8.3	Sá (1989)	75
8.4	Lindsay e Barton (1972/73)	75
8.5	Goldemberg e Lobosco (1990/92)	76
9	SIMULAÇÃO DINÂMICA DE MOTORES DE INDUÇÃO	77
9.1	Introdução	77
9.2	Equacionamento matemático	77

9.3	Simuladores computacionais	80
9.4	Resultados	80
10	CONCLUSÃO	82
Anexo I	Motor utilizado para exemplificar a metodologia proposta	83
Anexo II	Dados principais dos motores considerados na análise	88
Anexo III	Análise de motor de alta potência	89
Anexo IV	Análise de motor de baixa potência	94
Anexo V	Expressão teórica de $r'_2$ em função da potência	98
Anexo VI	Relação entre potência e dimensões lineares de motores	100
Anexo VII	Formulário F3 da IEEE 112 - Solução do circuito equivalente	102
	BIBLIOGRAFIA	104



# 1. INTRODUÇÃO

Vários tipos de modelos têm sido utilizados para estudar o comportamento dos motores de indução [3]. Entre estes, diagramas vetoriais, equações diferenciais e circuitos equivalentes são os mais significativos.

Estudos estáticos e dinâmicos de motores de indução usualmente requerem o estabelecimento de um circuito equivalente. Entretanto, as informações necessárias para compor este circuito raramente estão disponíveis para os usuários de motores de indução.

Este trabalho tem os seguintes objetivos:

a) Apresentar uma metodologia que permite estabelecer um circuito equivalente para o cálculo das características de motores de indução, utilizando somente as informações apresentadas nos catálogos dos fabricantes.

b) Estudar o comportamento estatístico de uma população de motores de indução, buscando leis de formação ("scaling laws") características.

c) Simular o comportamento dinâmico dos motores de indução utilizando os parâmetros obtidos através da metodologia proposta.

Normas técnicas [1,20] estabelecem os procedimentos, instrumentos, equipamentos, instalações e métodos de cálculo para a determinação experimental do circuito equivalente de motores de indução. Apenas fabricantes e grandes laboratórios têm a aparelhagem necessária para testar os motores de acordo com essas normas. Além disso, seria necessário testar um lote significativo de motores de modo a definir valores médios para cada parâmetro do circuito equivalente. Infelizmente, usuários de motores não possuem laboratórios sofisticados ou amostras de motores. Às vezes esses motores sequer foram especificados, sendo ainda objeto de estudos de engenharia preliminares.

Os catálogos comerciais dos fabricantes apresentam um conjunto de dados técnicos que, apesar de não serem valores garantidos, são bastante representativos dos motores fabricados.

O estabelecimento de um circuito equivalente a partir de dados de catálogo, usando-se uma solução analítica, pode ser facilmente executado, uma vez que o número de

equações que podem ser escritas é usualmente maior que o número de incógnitas. Entretanto, a solução assim obtida é imprecisa e será considerada apenas uma aproximação grosseira do circuito equivalente final. Para se obter este circuito equivalente final, os valores de todos os parâmetros são submetidos a um tratamento numérico até que se consiga reproduzir, o mais fielmente possível, os valores característicos declarados no catálogo. Visto por outro ângulo, procuram-se os parâmetros **funcionais** que representem adequadamente um conjunto limitado de dados (afetado de tolerâncias e imprecisões) de catálogos (ou experimentais).

Tal procedimento foi verificado para vários motores comparando-se dados de ensaios com valores calculados através da metodologia proposta. Quando não houver referência explícita, os gráficos e dados referem-se ao motor apresentado no Anexo I.

A determinação de parâmetros do circuito equivalente já foi objeto de trabalhos de outros autores [6,39,44] e também deste autor [16,17,18]. As diferenças entre tais abordagens serão discutidas em capítulo específico. A identificação experimental dos parâmetros dos motores de indução também têm merecido estudos [8,19,29,30].

Todos os trabalhos enumerados acima foram publicados nos últimos 20 anos, apesar de existirem trabalhos mais antigos. Entretanto, a identificação e modelagem dos motores de indução ganhou relevância nas últimas décadas pelas seguintes razões:

- as dificuldades de implementação e o alto custo de montagens experimentais que permitam estudar o comportamento dos motores de indução;
- a disponibilidade de ferramentas computacionais (hardware e software [14,35]), permitindo que a dinâmica dos motores de indução seja facilmente simulada, utilizando-se as transformações de Park;
- o uso de motores de indução em regimes intermitentes de trabalho; o uso destes motores em acionamentos de velocidade variável, empregando-se eventualmente técnicas de controle sofisticadas, associada a conversores eletrônicos de potência [28];
- a necessidade de otimização do projeto dos motores de indução.

## 2. CIRCUITO EQUIVALENTE PARA MOTORES DE INDUÇÃO

O circuito equivalente por fase apresentado na Fig. 2.1 é frequentemente utilizado [15,5] para o estudo de motores de indução, sendo desnecessário deduzí-lo neste contexto. Tal circuito vale basicamente para condições próximas ao ponto de operação nominal.

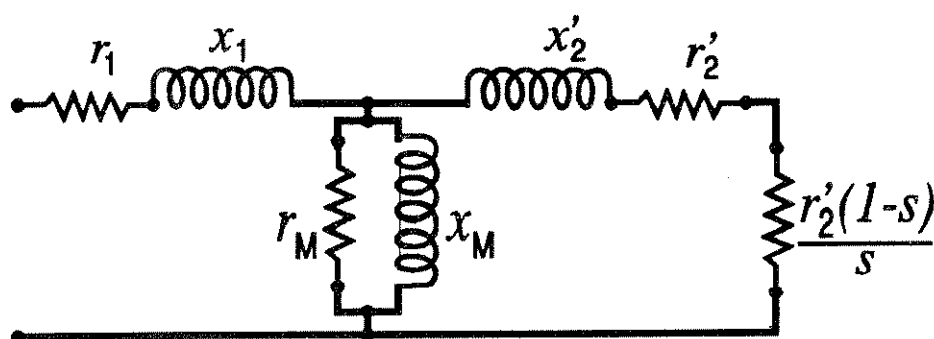


Fig. 2.1 - Circuito equivalente de motor de indução, válido para condições próximas ao ponto de operação nominal.

As perdas por atrito, ventilação e as perdas adicionais não aparecem no modelo dado acima, o que não afeta em muito os cálculos utilizando-se deste modelo, uma vez que tais perdas são pequenas. Uma primeira consequência de tal aproximação é que nos cálculos com o motor em vazio este atinge a rotação síncrona, o que não ocorre na prática.

Normalmente, os parâmetros do circuito equivalente são tratados como constantes, desprezando-se os vários efeitos físicos que afetam as características do motor. A temperatura afeta  $r_1$  e  $r'_2$ . Uma elevação de 80°C em um enrolamento de cobre provoca um acréscimo de 30% sobre os valores de resistência a 25 °C. A resistência  $r'_2$  e a reatância  $x'_2$  são afetadas significativamente pelo efeito pelicular. A saturação magnética afeta todas as reatâncias do circuito equivalente.

Ao longo deste trabalho adotaremos as seguintes hipóteses:

- 1)  $r_1$ ,  $r_M$  e  $x_M$  são constantes;
- 2)  $x_1$  e  $x'_2$  são afetados pelos efeitos de saturação;
- 3)  $r'_2$  e  $x'_2$  são afetados pelo efeito pelicular;

4) A temperatura de operação do motor é considerada constante (apesar desta não ser fornecida entre os dados de catálogo).

Também definimos:

$\Delta r'_2$  - acréscimo de resistência do rotor  $r'_2$  nas condições de rotor bloqueado (%)

$\Delta x_1$  - decréscimo da reatância  $x_1$  nas condições de rotor bloqueado (%)

$\Delta x'_2$  - decréscimo da reatância  $x'_2$  nas condições de rotor bloqueado (%)

Portanto, o circuito equivalente do motor de indução nas condições de rotor bloqueado tem alguns de seus parâmetros modificados, sendo representado pela Fig. 2.2.

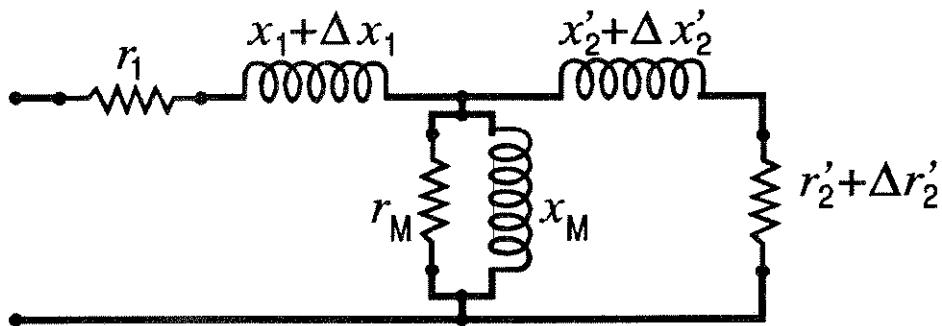


Fig. 2.2 - Circuito equivalente para condições de rotor bloqueado.

Desse modo, para caracterizar um circuito equivalente temos 9 parâmetros a determinar:

$$r_1, r'_2, x_1, x'_2, r_M, x_M, \Delta r'_2, \Delta x_1 \text{ e } \Delta x'_2.$$

As seguintes hipóteses adicionais serão adotadas, além daquelas mencionadas anteriormente:

5) A relação entre as reatâncias de dispersão será:

$$x_1 = x'_2 \quad (2.1)$$

As normas técnicas [1,2,19] mencionam que esta relação seria  $x_1 = 2/3 \cdot x'_2$  para motores classe B (NEMA) ou categoria N (ABNT). Entretanto, não há uma forma inequívoca de discriminar quanto é a dispersão de cada lado do ramo magnetizante. É possível [18] obter uma boa adequação do circuito equivalente à prática considerando qualquer distribuição de dispersão, desde que a impedância do ramo magnetizante seja relativamente elevada.

6) Consideramos que o decréscimo na reatância do rotor é maior que o decréscimo na reatância do estator (uma vez que o rotor é afetado tanto pela saturação como pelo efeito pelicular). Admitiremos que estes decréscimos guardam a seguinte relação:

$$\Delta x_1 = \frac{\Delta x'_2}{2} \quad (2.2)$$

7) O conjugado é proporcional ao escorregamento para cargas inferiores à nominal.

Mesmo considerando as relações dadas em (2.1) e (2.2), restam ainda 7 parâmetros a serem determinados para a caracterização de um circuito equivalente.

### 3. SOLUÇÃO ANALÍTICA

#### 3.1 DADOS FORNECIDOS PELOS FABRICANTES

Os catálogos de fabricantes de motores de indução usualmente fornecem o seguinte conjunto de dados característicos:

$V_{\text{Linha}}$	:	Tensão nominal (Tensão de linha)
$P_{100}$	:	Potência nominal
$\omega_{100}$	:	Rotação nominal
$I_{100}, I_{\text{LR}}$	:	Corrente nominal e de rotor bloqueado
$T_{100}, T_{\text{LR}}$	:	Conjugado nominal e de rotor bloqueado
$T_{\text{MAX}}$	:	Conjugado máximo
$\eta_{100}, \eta_{75}, \eta_{50}$	:	Eficiência a 100%, 75% e 50% de $P_{100}$
$\cos(\varphi)_{100}, \cos(\varphi)_{75}, \cos(\varphi)_{50}$	:	$\cos(\varphi)$ a 100%, 75% e 50% de $P_{100}$

#### 3.2 DELINEAMENTO DA SOLUÇÃO ANALÍTICA

O procedimento para o cálculo analítico dos parâmetros do circuito equivalente envolve diversas aproximações, recorrendo-se a circuitos equivalentes **simplificados**. Várias manipulações algébricas podem ser utilizadas na determinação destes parâmetros, já que existem mais equações do que incógnitas.

O procedimento descrito a seguir possui duas vantagens: é simples e produz resultados bastante satisfatórios. Verificou-se que, mesmo que tivesse sido adotada uma manipulação algébrica mais "rigorosa", seria necessário algum tipo de tratamento numérico de ajuste de parâmetros, que será tratado no Capítulo 5. Entretanto, no processo numérico a ser descrito será utilizado o circuito equivalente completo sem nenhum tipo de aproximação (Fig. 2.1, mas considerando os parâmetros  $r'_2$ ,  $x_1$  e  $x'_2$  variáveis).

A Fig. 3.1 resume o conjunto das 17 equações que podem ser utilizadas para a determinação de 9 parâmetros.

## EQUAÇÕES OBTIDAS A PARTIR DO CATÁLOGO

	100%	75%	50%	MÁXIMO	PARTIDA
CONJUGADO	✓	✓	✓	✓	✓
CORRENTE	✓	✓	✓		✓
FATOR DE POTÊNCIA	✓	✓	✓		
RENDIMENTO	✓	✓	✓		

## EQUAÇÕES ENTRE PARÂMETROS

$x_1 = x'_2$
$\Delta x_1 = \Delta x'_2 / 2$

Fig. 3.1 - Conjunto de equações utilizadas na determinação analítica do circuito equivalente.

Destas equações, 14 referem-se a condições próximas à região nominal de operação, onde os parâmetros do circuito equivalente, dado pela Fig. 2.1, podem ser considerados constantes (excetuam-se as 2 equações referentes à partida e a equação que relaciona as variações  $\Delta x_1$  e  $\Delta x'_2$ ). A separação em dois grupos de equações permite determinar-se os parâmetros em duas etapas.

Na primeira etapa da resolução tem-se 14 equações com somente 6 incógnitas, sendo possível encontrar uma solução analítica. Mais ainda, é possível fazer várias determinações dos mesmos parâmetros e obter valores médios.

Na segunda etapa da resolução, são encontrados os parâmetros  $\Delta r'_2$ ,  $\Delta x_1$  e  $\Delta x'_2$  a partir das 3 equações restantes (conjugado de rotor bloqueado, corrente de rotor bloqueado e da relação  $\Delta x_1 = \Delta x'_2 / 2$ ). Não há necessidade de supor a priori nenhuma lei de variação para estes parâmetros, já que se busca o quanto variam e não como se dá tal variação.

### 3.3 PROCEDIMENTOS DE CÁLCULO PRELIMINARES

Serão definidas as seguintes variáveis:

$\omega_s$	: Velocidade síncrona
$P_{75}, P_{50}$	: Potência de saída a 75% e 50% de $P_{100}$
$s_{100}, s_{75}, s_{50}$	: Escorregamento a 100%, 75% e 50% de $P_{100}$
$T_{75}, T_{50}$	: Conjugado a 75% e 50% de $P_{100}$
$I_{75}, I_{50}$	: Corrente de linha a 75% e 50% de $P_{100}$

Os valores de  $\omega_s$  e  $s_{100}$  são dados de forma explícita no catálogo. O cálculo das variáveis restantes é descrito a seguir.

Levando-se em conta que:

$$P_{100} = T_{100} \times \omega_s \times (1 - s_{100}) \quad (3.1)$$

$$P_{75} = 0.75 \times P_{100} = T_{75} \times \omega_s \times (1 - s_{75}) \quad (3.2)$$

$$P_{50} = 0.50 \times P_{100} = T_{50} \times \omega_s \times (1 - s_{50}) \quad (3.3)$$

e considerando-se que o conjugado é proporcional ao escorregamento para cargas inferiores a  $P_{100}$ , podemos escrever:

$$\frac{T_{75}}{T_{100}} = \frac{s_{75}}{s_{100}} \quad (3.4)$$

$$\frac{T_{50}}{T_{100}} = \frac{s_{50}}{s_{100}} \quad (3.5)$$

Combinando as equações (3.1), (3.2), (3.3), (3.4) e (3.5) temos:

$$\frac{P_{75}}{P_{100}} = 0.75 = \frac{s_{75}}{s_{100}} \times \frac{(1 - s_{75})}{(1 - s_{100})} \quad (3.6)$$

$$\frac{P_{50}}{P_{100}} = 0.50 = \frac{s_{50}}{s_{100}} \times \frac{(1 - s_{50})}{(1 - s_{100})} \quad (3.7)$$

A partir de (3.6), (3.7) pode-se calcular  $s_{75}$  e  $s_{50}$ , pois conhecemos  $s_{100}$ . Substituindo em (3.4) e (3.5) obtém-se  $T_{75}$  e  $T_{50}$ .



Também é possível calcular a corrente de linha a 75 e 50% de  $P_{100}$ :

$$I_{75} = \frac{0.75 \times P_{100}}{\sqrt{3} \cdot V_{Linha} \cdot \cos \varphi_{75} \cdot \eta_{75}} \quad (3.8)$$

$$I_{50} = \frac{0.50 \times P_{100}}{\sqrt{3} \cdot V_{Linha} \cdot \cos \varphi_{50} \cdot \eta_{50}} \quad (3.9)$$

É simples decompor estes valores de corrente nas suas componentes ativa e reativa, pois são conhecidos os fatores de potência.

### 3.4 DETERMINAÇÃO DO CIRCUITO EQUIVALENTE PARA CONDIÇÕES PRÓXIMAS À NOMINAL

#### 3.4.1 DETERMINAÇÃO DOS VALORES DE $r_1$ E $r_M$

A equação de balanço de energia é:

$$W_{Entrada} = W_{Entreferro} + 3 \cdot r_1 \cdot I_1^2 + W_{Ferro} \quad (3.10)$$

Esta equação pode ser reescrita como:

$$3 \cdot r_1 \cdot I_1^2 + W_{Ferro} = W_{Entrada} - W_{Entreferro} \quad (3.11)$$

As perdas ferro, consideradas constantes, são dadas por:

$$W_{Ferro} = 3 \cdot \frac{V_{Fase}^2}{r_M} \quad (3.12)$$

A potência disponível no entreferro, dada por:

$$P_{Entreferro} = \omega_s \times T \quad (3.13)$$

é conhecida, pois  $\omega_s$  e conjugado a 100%, 75% e 50% de  $P_{100}$  são conhecidos.

A potência de entrada também pode ser calculada a partir da tensão, corrente e fator de potência a 100%, 75% e 50% de  $P_{100}$ , utilizando-se a expressão:

$$W_{Entrada} = \sqrt{3} \cdot V_{Linha} \cdot I_1 \cdot \cos\varphi \quad (3.14)$$

A equação (3.11) pode ser escrita para 100%, 75% e 50% da potência nominal, produzindo 3 equações com duas incógnitas:  $r_1$  e  $W_{Ferro}$ . O procedimento adotado para a determinação destas incógnitas pode ser visualizado na Fig. 3.2, onde plotamos as perdas no estator como função de  $I_1^2$ . Os 3 pontos representados por asteriscos são os valores obtidos através do catálogo. Uma regressão linear produz a reta apresentada, da qual podemos extrair os valores de  $r_1$  e  $W_{Ferro}$ . Utilizando a equação (3.12) obtém-se  $r_M$ .

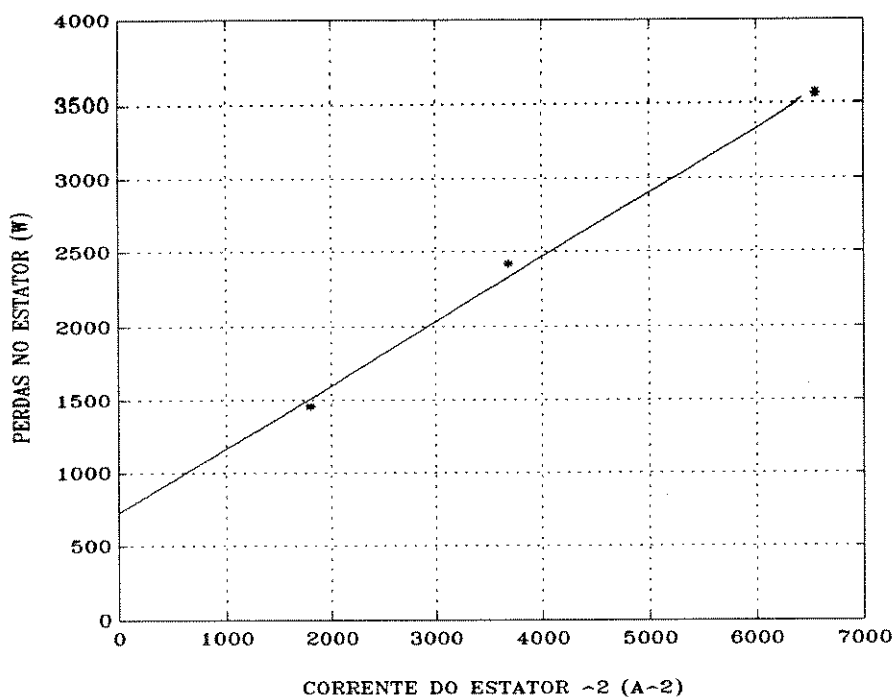


Fig. 3.2 - Visualização do procedimento de determinação de  $r_1$  e  $W_{Ferro}$ .

### 3.4.2 DETERMINAÇÃO DOS VALORES DE $x_1$ E $x'_2$

É possível exprimir o conjugado de um motor de indução através dos parâmetros do circuito equivalente e escorregamento. Isto é feito usualmente para um circuito no qual se considera  $x_M$  e  $r_M$  diretamente conectados aos terminais do motor, tal como apresentado na Fig. 3.3.

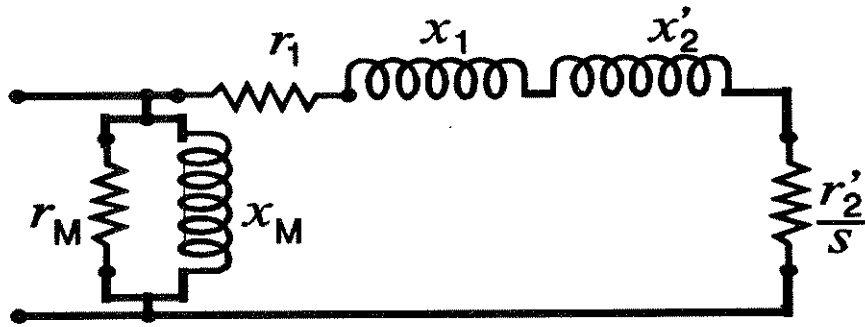


Fig. 3.3 - Circuito equivalente aproximado, com ramo magnetizante conectado aos terminais do motor.

A expressão geral do conjugado, tomando-se em conta o circuito equivalente simplificado dado na Fig. 3.3, é:

$$T = \left( \frac{3}{\omega_s} \right) \times \frac{(V_{Fase})^2 \cdot \left( \frac{r'_2}{s} \right)}{\left( r_1 + \frac{r'_2}{s} \right)^2 + (x_1 + x'_2)^2} \quad (3.15)$$

Um procedimento algébrico usualmente desenvolvido [15,23,33] permite calcular o conjugado máximo em função dos parâmetros de circuito, resultando numa equação que não depende de  $r'_2/s$  :

$$T_{MAX} = \left( \frac{3}{\omega_s} \right) \times \frac{\frac{1}{2} \cdot (V_{Fase})^2}{r_1 + \sqrt{(r_1)^2 + (x_1 + x'_2)^2}} \quad (3.16)$$

Assim, usando-se o valor de  $r_1$ , e considerando a relação (2.1), podemos determinar  $x_1$  e  $x'_2$ . Esta equação pode ser usada uma vez que supomos (por ora) que a saturação e efeito pelicular são desprezíveis na condição de máximo conjugado. Poder-se-ia questionar o uso da equação de conjugado máximo, uma vez que várias outras equações estão disponíveis para a determinação de  $x_1$  e  $x'_2$ , particularmente as equações de corrente e conjugado a 100%, 75% e 50% da potência nominal, onde a saturação e efeito pelicular podem efetivamente ser desprezados. Este argumento é correto de um ponto de vista puramente teórico, mas o valor de numérico de  $r'_2/s$  nestas condições é muito maior que

$x_1$  e  $x'_2$ , tornando tal determinação imprecisa. Outra forma de notar tal fato é analisando o diagrama de círculo apresentado na Fig. 3.4.

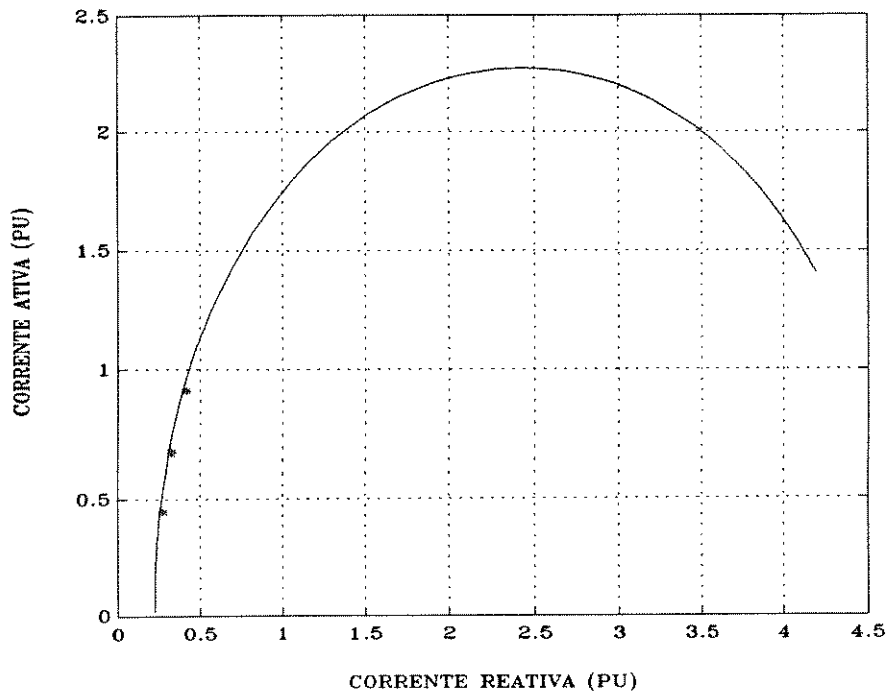


Fig. 3.4 - Diagrama de círculo.

Os pontos de 100%, 75% e 50% de carga são tão próximos (e afetados por erros numéricos), que encontrar o raio do círculo (que corresponde ao valor  $x_1 + x'_2$ ) é quase impraticável. Por isto preferimos usar a equação de conjugado máximo para a determinação de  $(x_1 + x'_2)$ , apesar de suas limitações.

### 3.4.3 DETERMINAÇÃO DE $x_M$

O circuito equivalente utilizado na determinação de  $x_M$  é:

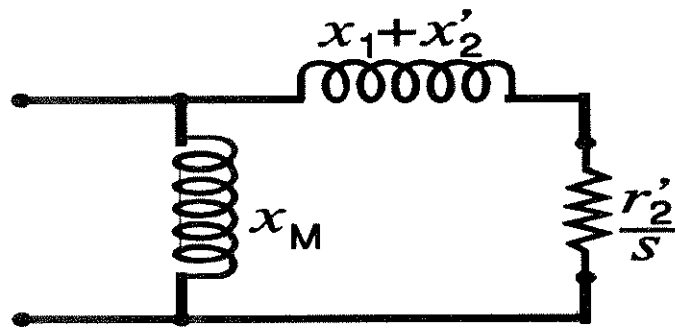


Fig. 3.5 - Circuito equivalente utilizado para a determinação de  $x_M$ .

Temos as componentes ativa e reativa da corrente do estator para os pontos de operação a 100%, 75% e 50% de  $P_{100}$ . O procedimento adotado para a determinação de  $x_M$  pode ser visualizado na Fig. 3.6, que corresponde ao diagrama de círculo onde estão indicados estes pontos. A posição usual dos eixos foi invertida para facilitar a compreensão do procedimento.

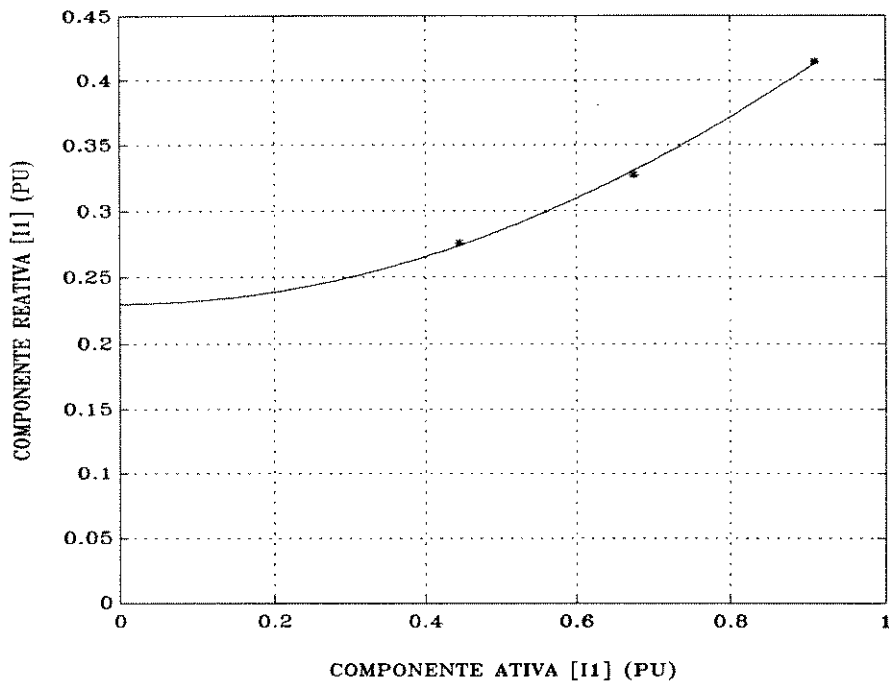


Fig. 3.6 - Processo de interpolação/extrapolação do diagrama de círculo utilizado para determinação do valor de  $x_M$ .

É necessário interpolar os três pares conhecidos de corrente ativa e reativa por uma equação de um círculo ou similar (no caso, parabólica). Extrapolando a equação obtida determina-se o cruzamento com o eixo da corrente reativa ou seja, o valor da corrente reativa com a máquina "em vazio". A equação que utilizamos para efetuar o procedimento de interpolação/extrapolação é:

$$(I_1 \text{ Reativa}) = (I_1 \text{ Reativa Fixa}) + k \times (I_1 \text{ Ativa})^2 \quad (3.17)$$

A Fig. 3.7 apresenta os pares conhecidos  $[ I_1 \text{ Reativa} ; (I_1 \text{ Ativa})^2 ]$ , juntamente com a reta obtida através de uma regressão linear.

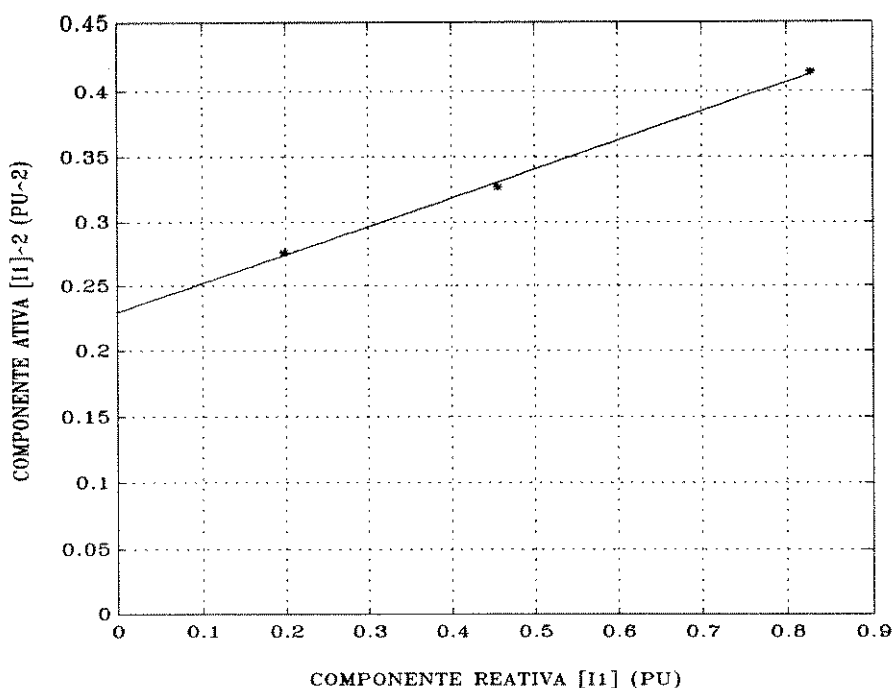


Fig. 3.7 - Gráfico ilustrativo da regressão linear utilizada para a determinação de  $x_M$ .

A partir do valor de  $I_1 \text{ Reativa Fixa}$ , extraído da Fig. 3.7, calculamos:

$$x_M = \frac{V_{Fase}}{I_1 \text{ Reativa Fixa}} \quad (3.18)$$

### 3.4.4 DETERMINAÇÃO DE $r'_2$

Para a determinação de  $r'_2$  utilizamos o circuito apresentado na Fig. 3.8. Ao adotar este circuito estamos considerando que as perdas do estator, tanto no ferro como no cobre, podem ser desprezadas. Todo o consumo de corrente ativa é feito pelo rotor, que transforma esta potência elétrica em mecânica, e no qual se concentra também toda a ineficiência do motor. Além disso o circuito do rotor não consome potência reativa.

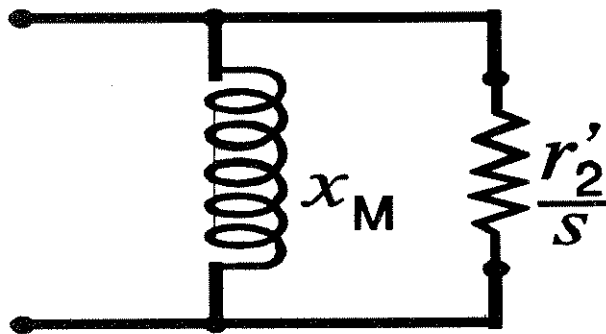


Fig. 3.8 - Circuito equivalente simplificado utilizado para a determinação de  $r'_2$ .

Podem ser feitas 3 determinações de  $r'_2$  a partir da equação (3.19), adotando-se a média aritmética dos valores :

$$r'_2 = \frac{s}{1-s} \frac{\omega_s \times T}{3} \frac{1}{(I_1 \times \cos \phi)^2} \quad (3.19)$$

### 3.5 AVALIAÇÃO DOS CÁLCULOS DOS PARÂMETROS

Antes de prosseguir nos cálculos é conveniente mostrar que, apesar das diversas aproximações efetuadas, os parâmetros obtidos são capazes de reproduzir os valores originais fornecidos pelo fabricante, para a região próxima ao ponto nominal de operação.

Neste cálculo utilizamos o circuito equivalente completo dado pela Fig. 2.1, sem nenhum tipo de aproximação. O procedimento de cálculo reproduz o indicado nas normas técnicas [1,20], exceto pelo fato de ser efetuado em unidades PU.

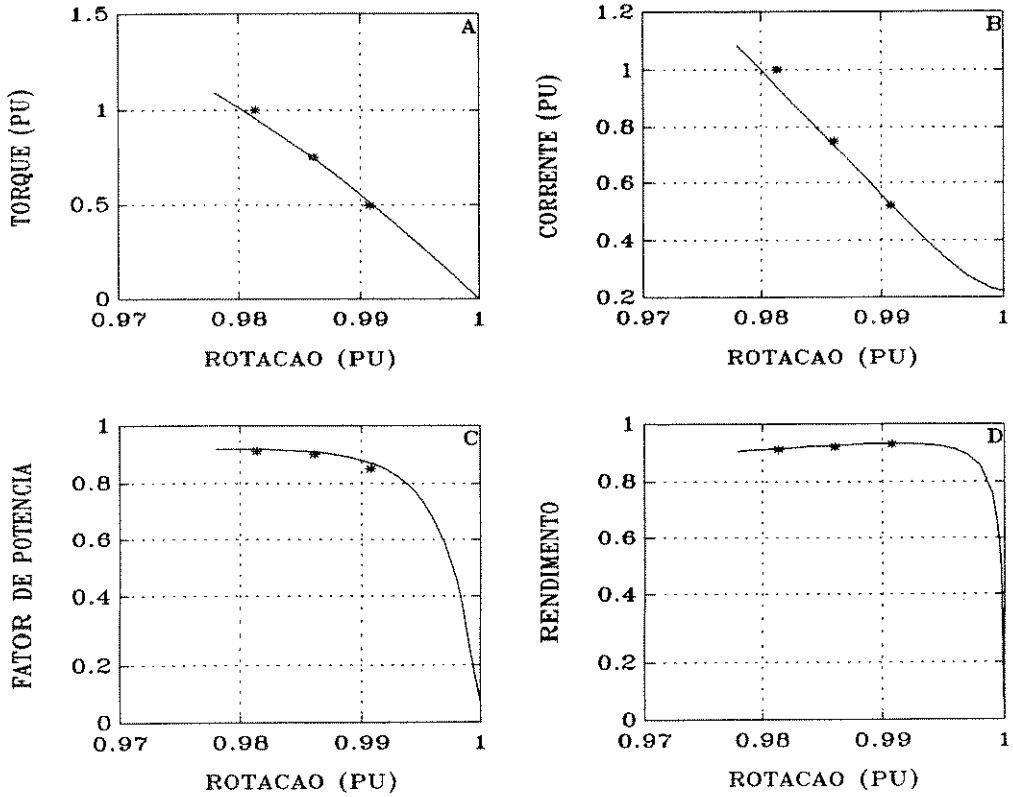


Fig. 3.9 - Resultados obtidos através da solução analítica (sem parâmetros variáveis). (A) Torque, (B) Corrente, (C) Fator de potência e (D) Rendimento versus rotação na região próxima ao sincronismo.

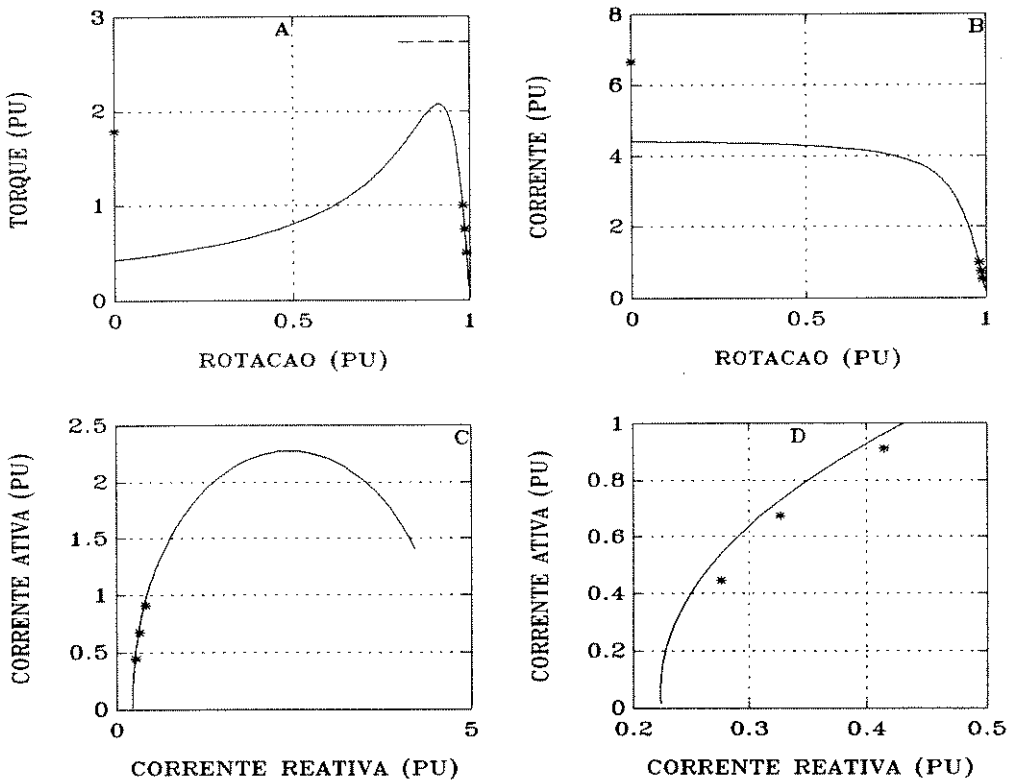


Fig. 3.10 - Resultados obtidos através da solução analítica (sem parâmetros variáveis). (A) Torque, (B) Corrente e (C) Diagrama de círculo versus rotação, variando de 0 a 1 PU. (D) "Zoom" do Diagrama de círculo.



Estes resultados estão sintetizados nas Figs. 3.9 e 3.10, onde os dados originais fornecidos pelo fabricante estão representados por asteriscos. A indicação do conjugado máximo (Fig. 3.10-A) é feita através de uma reta horizontal pontilhada, próxima a rotação síncrona, uma vez que o fabricante não indica em qual rotação ocorre este máximo.

A correspondência entre os valores calculados e os dados originais do fabricante é significativa, a não ser para as curvas calculadas para valores altos de escorregamento, para o diagrama de círculo e para o valor de conjugado máximo.

O "mismatch" observado para altos valores de escorregamento justifica novamente a necessidade de algum tipo de adaptação de parâmetros. No caso do diagrama de círculo e do conjugado máximo, o "mismatch" tem origem nas diversas aproximações efetuadas durante o cálculo analítico de parâmetros.

### 3.6 DETERMINAÇÃO DO CIRCUITO EQUIVALENTE PARA CONDIÇÕES DE ROTOR BLOQUEADO

Vamos utilizar o circuito equivalente aproximado dado na Fig. 3.11 para as condições de rotor bloqueado, trazendo o ramo magnetizante para os terminais do motor e considerando os parâmetros variáveis:

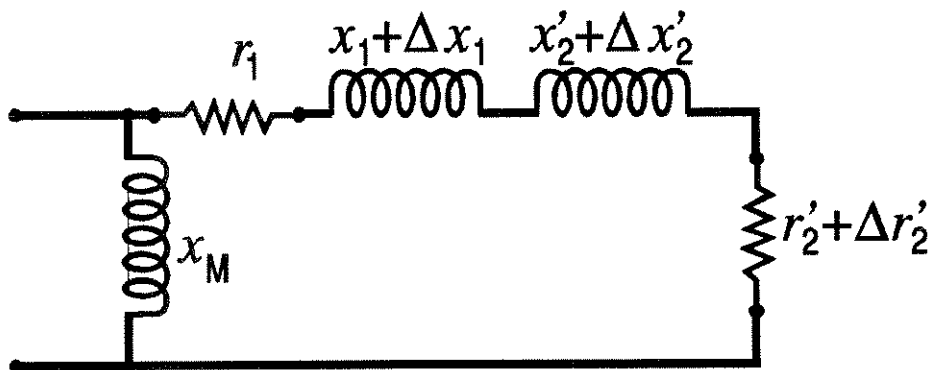


Fig. 3.11 - Circuito equivalente aproximado para condições de rotor bloqueado.

### 3.6.1 DETERMINAÇÃO DOS VALORES DE $\Delta x_1$ E $\Delta x'_2$

É possível calcular a corrente de rotor bloqueado considerando que as reatâncias são muito maiores do que as resistências no circuito dado na Fig. 3.11, o que corresponde ao circuito equivalente simplificado:

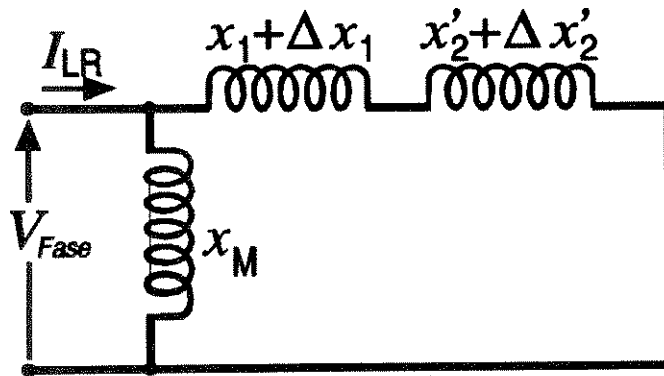


Fig. 3.12 - Circuito equivalente simplificado utilizado para determinação de  $\Delta x_1$  e  $\Delta x'_2$ .

Do circuito dado na Fig. 3.12 resulta (em módulo):

$$I_{LR} = I_{Magnetizante} + I_{Rotor} = \left( \frac{V_{Fase}}{x_M} \right) + \left( \frac{V_{Fase}}{x_1 + \Delta x_1 + x'_2 + \Delta x'_2} \right) \quad (3.20)$$

Reordenando (3.20) e considerando a relação  $\Delta x_1 = \Delta x'_2/2$  obtém-se:

$$\Delta x'_2 = \frac{2}{3} \times \left[ \frac{1}{\left( \frac{I_{LR}}{V_{Fase}} \right) - \left( \frac{1}{x_M} \right)} - (x_1 + x'_2) \right] \quad (3.21)$$

### 3.6.2 DETERMINAÇÃO DO VALOR DE $\Delta r'_2$

O conjugado de partida pode ser calculado utilizando-se o circuito equivalente aproximado da Fig. 3.13 :

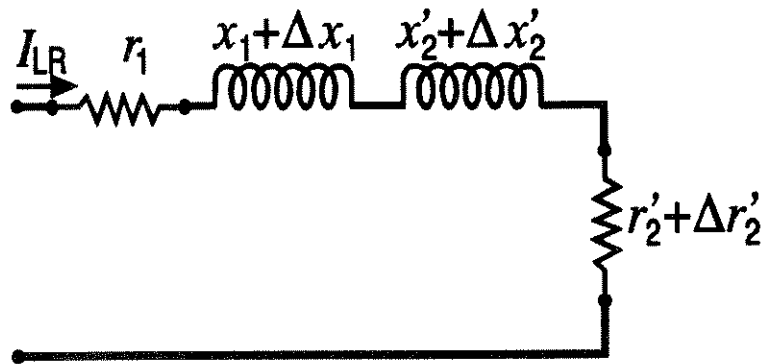


Fig. 3.13 - Circuito equivalente aproximado utilizado para a determinação de  $\Delta r'_2$ .

Deduz-se de forma imediata que:

$$T_{LR} = \left( \frac{3}{\omega_s} \right) \times (r'_2 + \Delta r'_2) \times I_{LR}^2 \quad (3.22)$$

obtendo-se o valor de  $\Delta r'_2$  através de:

$$\Delta r'_2 = \frac{T_{LR} \times \omega_s}{3 \times I_{LR}^2} - r'_2 \quad (3.23)$$

## 4. PARÂMETROS VARIÁVEIS

### 4.1 INTRODUÇÃO

Já foram mencionadas algumas das causas da variação de  $r'_2$ ,  $x_1$  e  $x'_2$  e também como determinar  $\Delta r'_2$ ,  $\Delta x_1$  e  $\Delta x'_2$ . O objetivo deste capítulo é estabelecer como tais parâmetros variam de  $r'_2$  a  $(r'_2 + \Delta r'_2)$ , de  $x_1$  a  $(x_1 + \Delta x_1)$  e de  $x'_2$  a  $(x'_2 + \Delta x'_2)$ . Em outras palavras, buscamos funções de interpolação entre os valores limites relacionados acima, uma vez que não são dadas (nos catálogos dos fabricantes) informações que possam nos indicar as leis de variação destes parâmetros. Tais funções de interpolação deverão ter como variável independente unicamente o escorregamento  $s$ .

Consequentemente, o circuito equivalente do motor de indução passará a ser representado pela Fig. 4.1, que combina os circuitos válidos para condições próximas à região nominal de operação (Fig. 2.1) e para as condições de partida (Fig. 2.2).

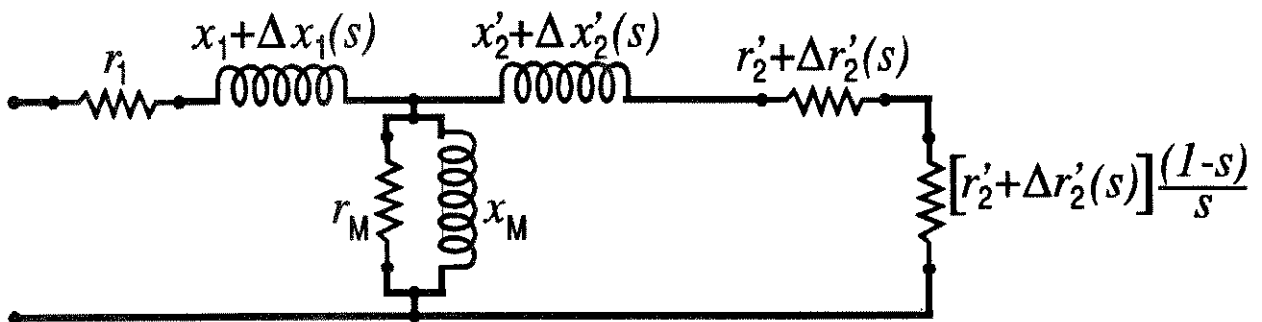


Fig. 4.1 - Circuito equivalente para motor de indução considerando parâmetros variáveis.

Dentre os catálogos de motores analisados, existem alguns [40,41] que merecem referência especial, pois definem no total 27 classes de curvas de conjugado  $\times$  rotação. Cada um dos motores apresentados é enquadrado dentro de uma destas classes. Apresentamos na Fig. 4.2 alguns exemplos destas curvas:

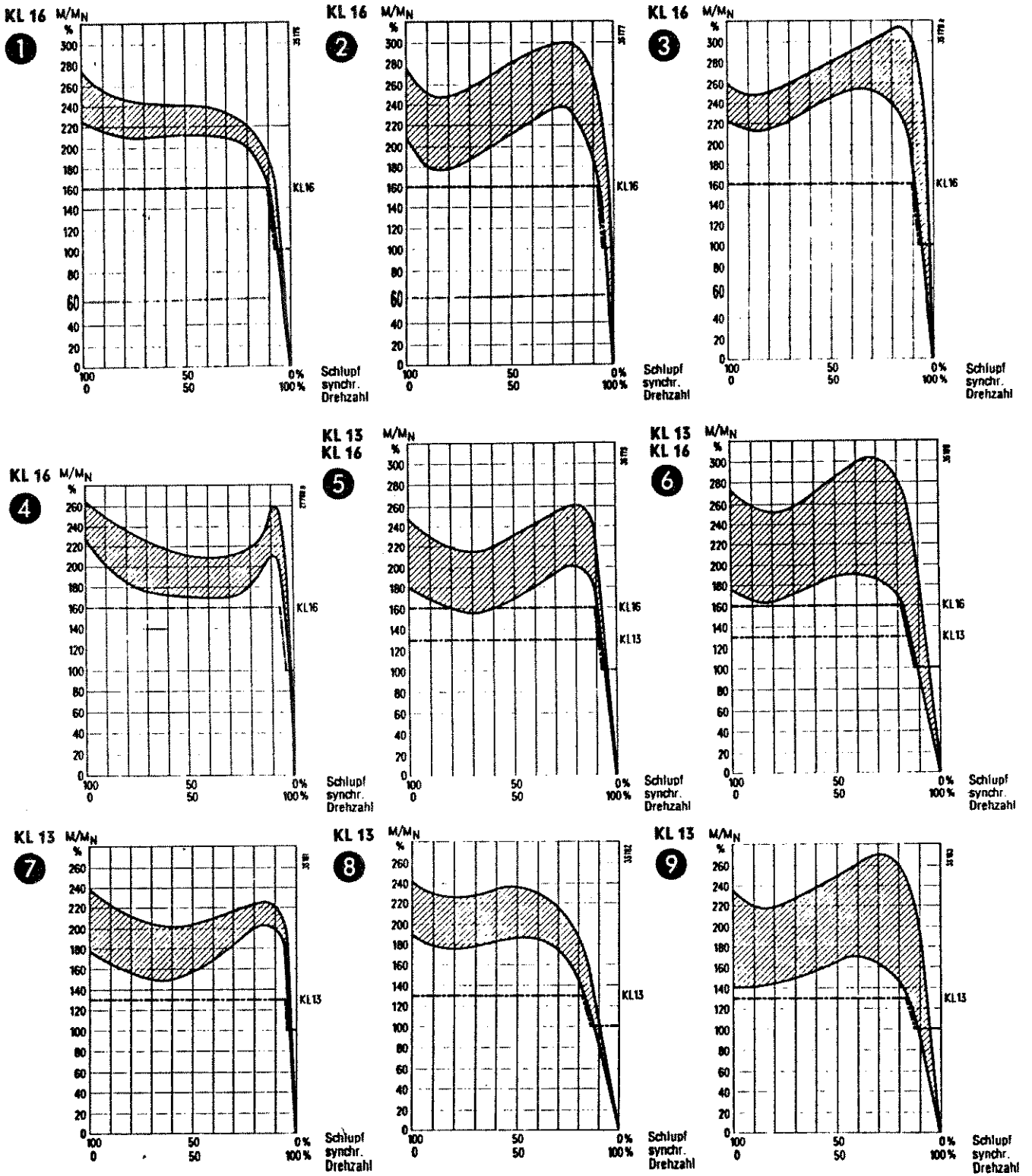


Fig. 4.2 Exemplos de classes de curvas conjugado  $\times$  rotação dados em catálogo [40].

Notar na Fig. 4.2 que a dispersão de valores apresentada em algumas das curvas de conjugado  $\times$  rotação é elevada. Além disso, quando este fabricante declara um determinado conjugado de partida ou conjugado máximo, tal valor não se situa necessariamente no ponto médio da faixa indicada.

O fabricante em questão certamente conhece **todos** os dados construtivos de seus motores e possui excelentes laboratórios de teste. Entretanto, existem variações possíveis nas diversas etapas do processo de fabricação que provocam alterações no desempenho final dos motores de indução (inclusive dentro de um mesmo lote). Além disso, as normas técnicas ABNT admitem tolerâncias bastante amplas para os valores de conjugado máximo, conjugado de partida e corrente de partida.

Considerando o exposto acima, quais seriam as leis de variação de parâmetros para os motores indicados? O que se busca mostrar é que não se deve tratar o problema da variação de parâmetros de uma forma determinística. Mesmo que fosse possível estabelecer as leis de variação de parâmetros para um motor específico de um lote, que garantia teríamos de que esta lei representaria precisamente o comportamento dos outros motores do mesmo lote? Isto não quer dizer que não seja possível estabelecer leis de variação de parâmetros, mas apenas caracterizar que o problema exposto possui um grande número de variáveis em jogo (mesmo quando se conhece de forma **total** a geometria do sistema).

Apresentaremos inicialmente algumas das abordagens conhecidas para este problema. Em seguida, iremos propor pragmaticamente algumas leis de interpolação para os parâmetros do motor de indução, demonstrando que tais leis são "aceitáveis", considerando-se as margens de tolerâncias envolvidas.

#### 4.2 LEIS DE VARIAÇÃO DE $\Delta r'_2$ E DE $\Delta x'_2$

A resistência  $r'_2$  é afetada pelo efeito pelicular. Tal efeito depende da geometria e do material das barras do rotor, da temperatura e da frequência das correntes no rotor. A reatância  $x'_2$  depende do efeito pelicular e também da saturação.

#### 4.2.1 VARIAÇÃO DE PARÂMETROS PARA GAIOLA RETANGULAR PROFUNDA

A Fig. 4.3 mostra o fluxo de dispersão e a distribuição de corrente para o caso de uma gaiola do tipo "retangular profunda", que é uma configuração bastante estudada na literatura técnica [3,23,31,32].

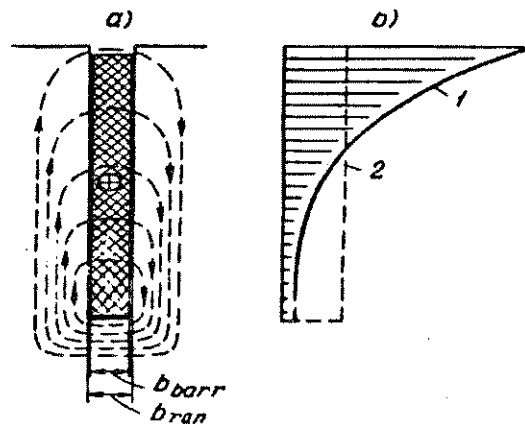


Fig. 4.3 (a) Fluxo de dispersão na ranhura do rotor de um motor.  
(b) Distribuição de corrente no condutor do rotor.

As leis de variação de parâmetros para esta configuração são:

$$r'_2 = k_r (r'_2)_{Ranhura} + (r'_2)_{Anel\ de\ curto-circuito} \quad (4.1)$$

$$x'_2 = k_x (x'_2)_{Ranhura} + (x'_2)_{Anel\ de\ curto-circuito} \quad (4.2)$$

onde se considera que as resistências e reatâncias do anel de curto-circuito apresentam distribuição homogênea de corrente (e portanto não variam). As constantes  $k_r$  e  $k_x$  são dadas por:

$$k_r = \xi \cdot \frac{\sinh(2\xi) + \sin(2\xi)}{\cosh(2\xi) - \cos(2\xi)} \quad (4.3)$$

$$k_x = \frac{3}{2\xi} \cdot \frac{\sinh(2\xi) - \sin(2\xi)}{\cosh(2\xi) - \cos(2\xi)} \quad (4.4)$$

onde  $\xi$  é definido como:

$$\xi = h \sqrt{\pi \mu_0 \frac{b_{barr}}{b_{ran}} \frac{f_1 s}{\rho}} \quad (4.5)$$

Na expressão acima definem-se (unidades SI):

$h$  - altura da barra

$\mu_0$  - permeabilidade magnética do ar

$b_{barr}$ ,  $b_{ran}$  - largura da barra e ranhura, respectivamente (Fig. 4.3)

$\rho$  - resistividade específica da barra (corrigida pela temperatura)

$f_1$  - frequência elétrica do estator

$s$  - escorregamento

Vale a pena ressaltar que, nesta abordagem, o comportamento magnético do ferro é considerado linear, mesmo para elevadas correntes rotóricas. Ou seja, a saturação magnética não teria efeito algum na variação dos parâmetros do rotor. Além disso existe uma vinculação completa entre as variações de resistência e reatância.

A utilização destas leis de variação no processo de determinação de parâmetros a partir dos catálogos dos fabricantes seria impossível pois praticamente nenhum dos parâmetros físicos ou geométricos envolvidos está acessível a um usuário de motores. Entretanto, poderia ser sugerida a utilização de "cálculos reversos" do tipo:

a) "Conhecendo-se  $\Delta r'_2$  e arbitrando um percentual de distribuição de resistência  $r'_2$  entre a ranhura e anel de fechamento, estima-se o valor de  $\xi$  usando a expressão (4.3)."

b) "Conhecendo-se  $\Delta x'_2$  e arbitrando um percentual de distribuição de reatância  $x'_2$  entre a ranhura e anel de fechamento, estima-se o valor de  $\xi$  usando a expressão (4.4)."

Todavia, essas duas estimativas de  $\xi$  (a partir dos dados de catálogo) não produzem necessariamente o mesmo valor. Existe também a necessidade de estipular os percentuais de distribuição de resistência e reatância mencionados.



## 4.2.2 VARIAÇÃO DE PARÂMETROS PARA MOTORES COM DUPLA GAIOLA

A configuração de um rotor com dupla-gaiola geralmente é estudada [3,10,44] através do circuito equivalente apresentado na Fig. 4.4, onde os índices A e B se referem às gaiolas externa e interna, respectivamente.

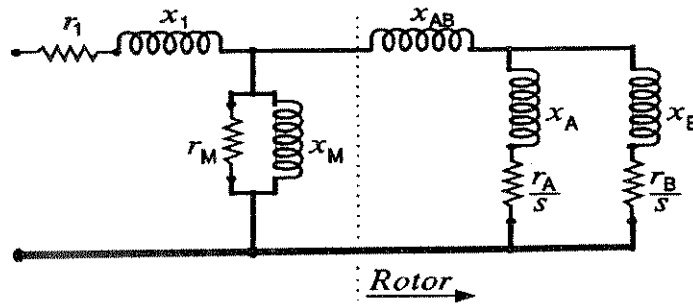


Fig. 4.4 - Circuito equivalente para análise de motores de indução com dupla gaiola.

As leis de variação para os parâmetros do rotor são:

$$r'_2(s) = \frac{R_A \cdot R_B \cdot (R_A + R_B) + s^2 \cdot (R_A \cdot X_B^2 + R_B \cdot X_A^2)}{(R_A + R_B)^2 + s^2 \cdot (X_A + X_B)^2} \quad (4.6)$$

$$x'_2(s) = X_{AB} + \frac{s^2 \cdot X_A \cdot X_B \cdot (X_A + X_B) + X_A \cdot R_B^2 + X_B \cdot R_A^2}{(R_A + R_B)^2 + s^2 \cdot (X_A + X_B)^2} \quad (4.7)$$

Nas condições de sincronismo perfeito teríamos:

$$R_0 = r'_2(0) = \frac{R_A \cdot R_B}{R_A + R_B} \quad (4.8)$$

$$X_0 = x'_2(0) = X_{AB} + \frac{R_A^2 \cdot X_B + R_B^2 \cdot X_A}{(R_A + R_B)^2} \quad (4.9)$$

e nas condições de rotor bloqueado teríamos:

$$R_{LR} = r'_2(1) = \frac{R_A \cdot R_B \cdot (R_A + R_B) + R_A \cdot X_B^2 + R_B \cdot X_A^2}{(R_A + R_B)^2 + (X_A + X_B)^2} \quad (4.10)$$

$$X_{LR} = x'_2(1) = X_{AB} + \frac{X_A \cdot X_B \cdot (X_A + X_B) + X_A \cdot R_B^2 + X_B \cdot R_A^2}{(R_A + R_B)^2 + (X_A + X_B)^2} \quad (4.11)$$

Através do sistema de equações (4.8) até (4.11) podemos calcular  $r'_2$ ,  $x'_2$ ,  $\Delta r'_2$  e  $\Delta x'_2$ . Entretanto, o "cálculo reverso" não é possível pois existem 5 incógnitas ( $R_A$ ,  $R_B$ ,  $X_A$ ,  $X_B$ ,  $X_{AB}$ ) para apenas 4 equações. Caso se considere que a gaiola externa (hipótese usual) tenha reatância nula ( $X_A=0$ ), tal sistema de equações poderá ser resolvido numericamente.

Nesta abordagem os valores de  $\Delta r'_2$  e  $\Delta x'_2$  são quase que totalmente independentes. Isto ocorre não apenas ao nível matemático (como exposto nas equações acima), mas fisicamente também. A configuração de dupla gaiola dá ao projetista de motores grande grau de liberdade na configuração do circuito rotórico e, conseqüentemente, no desempenho do motor na partida.

### 4.3 SATURAÇÃO MAGNÉTICA

A norma IEEE 112 [20] menciona, no item referente aos ensaios de rotor bloqueado, que: *"Sempre que possível, as leituras devem ser feitas à tensão e frequência nominais, uma vez que a corrente não é diretamente proporcional à tensão, devido às mudanças na reatância causadas pela saturação dos caminhos de dispersão"*.

Nosso objetivo, ao reproduzir de forma abreviada a discussão técnica sobre a saturação magnética, é:

- a) mostrar que o fenômeno tem relevância qualitativa e quantitativa;
- b) todas as abordagens exigem um conhecimento da geometria do motor;
- c) existe uma interação complexa entre o efeito pelicular e a saturação.

Um questionamento possível seria: *"Se uma parte significativa da trajetória percorrida pelos fluxos de dispersão do motor é feita pelo ar, como é possível que a saturação magnética do ferro tenha um papel?"*.

Diversos trabalhos discutem esta questão, mas o pioneiro parece ter sido NORMAN [37], que em 1934 escrevia:

*... "raramente a corrente de partida (de um motor de indução) é exatamente proporcional à tensão aplicada e, caso fosse plotada em função da tensão aplicada, geralmente se verificaria que esta aumenta numa taxa superior ao aumento da tensão."*

*"A causa desta curvatura na curva de corrente de partida é devida à saturação dos caminhos percorridos pelo fluxo de dispersão"...*

NORMAN ainda manifesta a idéia de que o melhor conhecimento da saturação pode conduzir ao projeto de motores com melhor desempenho e mais econômicos. As componentes do fluxo de dispersão "saturáveis" seriam o fluxo "zig-zag" e de "tooth-tip", como indicado na Fig. 4.5, extraída de seu trabalho.

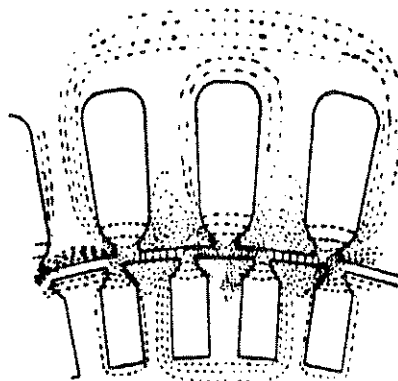


Fig. 4.5 - Componentes saturáveis do fluxo de dispersão, "zig-zag" e "tooth-tip", segundo ilustração de NORMAN [37].

No mesmo trabalho, o autor estabelece equações para várias geometrias de ranhura possíveis. Os trabalhos posteriores considerados [4,5,11] aprimoram as expressões analíticas para a saturação, considerando várias geometrias para as ranhuras do motor.

Em trabalho mais recente [9], CHALMERS e DODGSON, além proporem uma nova metodologia de cálculo levando em conta os efeitos da saturação, apresentam ao final um conjunto de dados experimentais que indicam a relevância qualitativa e quantitativa do fenômeno.

Estes autores testaram 18 máquinas de diversas potências e nº de polos. O teste consistia em medir a impedância do motor com rotor bloqueado aplicando-se uma tensão suficientemente baixa de modo a fazer circular 0.5 PU de corrente nominal. O valor medido era adotado como sendo o valor de impedância "não-saturada". A seguir, aplicava-se tensão nominal ainda nas condições de rotor bloqueado, medindo-se novamente a impedância e

tomando-se os cuidados necessários para evitar aquecimento da máquina. Esta nova medida correspondia ao valor "saturado" da impedância. Os resultados obtidos estão reproduzidos na Fig. 4.6, onde se mostra também os valores calculados teoricamente através do procedimento proposto pelos autores. A forma típica pela qual variava a impedância de rotor bloqueado, em função do nível de corrente, está reproduzida na Fig. 4.7.

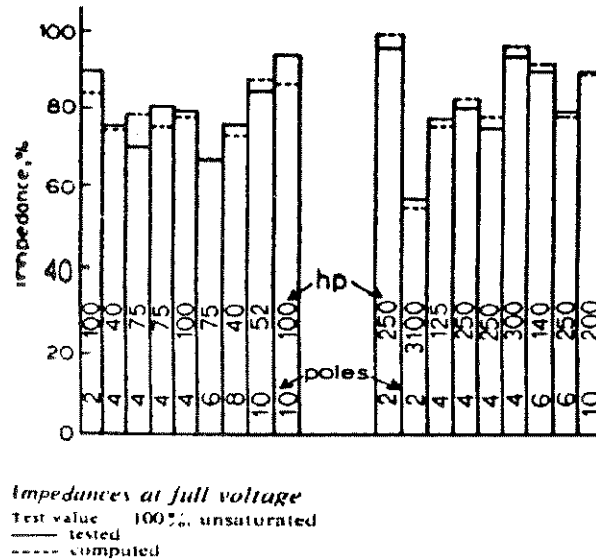


Fig. 4.6 - Relação entre o valor "saturado" e "não saturado" da impedância com rotor bloqueado [9].

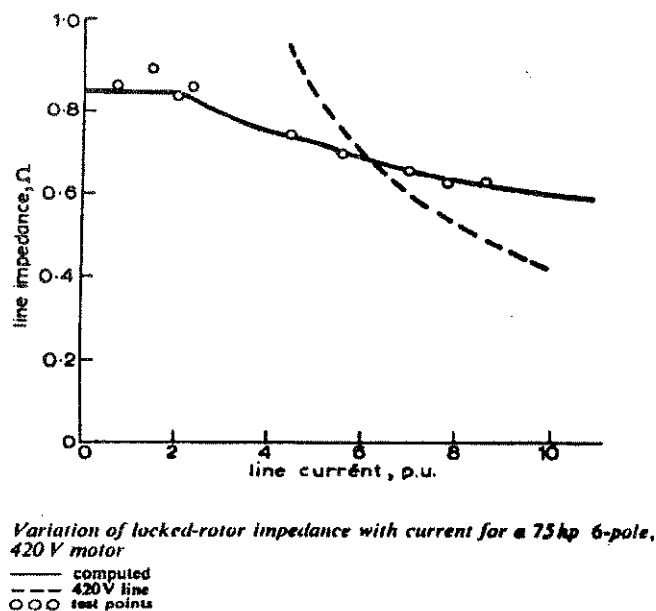


Fig. 4.7 - Curva típica de variação da impedância de rotor bloqueado em função da corrente [9].

Tanto a Fig. 4.6 como a 4.7 mostram que a saturação não é um fenômeno que possa ser desprezado quantitativamente. Além disso, pode ser estimada com relativa precisão, desde que se conheça a geometria do rotor.

Na discussão suscitada por este artigo [12], CONCEICAO levantou uma questão relacionada com a interação entre o efeito pelicular e a saturação magnética, indicando que os dois fenômenos não atuavam sempre de forma independente.

A Fig. 4.8 ilustra os argumentos de CONCEICAO.

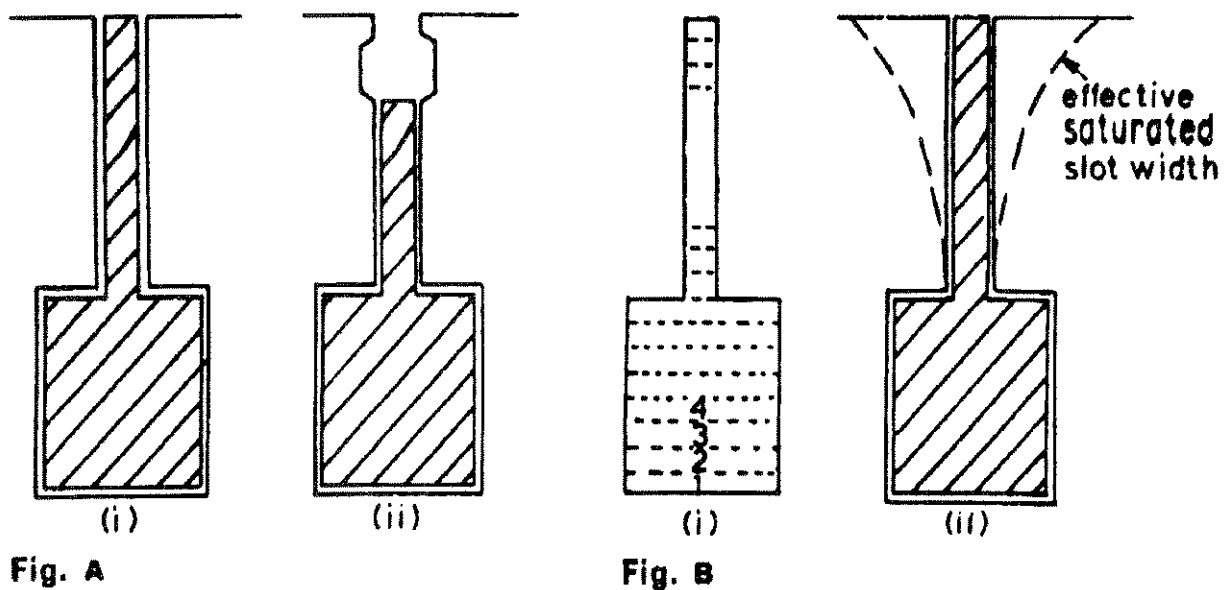


Fig. 4.8 - Figuras utilizadas por CONCEICAO [12] em sua argumentação.

CONCEICAO diz:

"O método de NORMAN (para o cálculo da saturação) foi incorporado em um programa de computador utilizado no projeto de motores de indução. Para testar o programa foram ensaiadas 150 máquinas de todos os tamanhos, velocidades e tensões de 5 a 5000 HP, de 400 a 11000 V, de 2 a 24 polos. Em 92% dos casos a correlação foi ótima, apesar das limitações do método de NORMAN. As máquinas que produziram os piores resultados foram invariavelmente as que possuíam a geometria indicada pela Fig. A(i), seguida pela Fig. A(ii)."

"... concluiu-se que o cálculo da resistência e reatância das barras do rotor, considerando o efeito pelicular, feito através da subdivisão da barra em diversos sub-elementos [Fig. B(i)], não estava produzindo resultados corretos. Ao analisar melhor os resultados tornou-se aparente

que o fenômeno indicado pela Fig. B(ii) estava ocorrendo com elevados níveis de corrente rotórica."

Em outras palavras, a largura efetiva da ranhura variava de acordo com o nível de corrente. Na resposta a CONCEICAO, CHALMERS e DODGSON [12] reconhecem que:

"... para altos valores de corrente (acima de 5 PU, de acordo com a experiência deles) a inibição do efeito pelicular se torna importante..."

#### 4.4 ESTUDOS EXPERIMENTAIS SOBRE PARÂMETROS VARIÁVEIS

Existem alguns estudos experimentais recentes [8,19,29,30] que tentam identificar os parâmetros do motor e suas variações. Estes resultados são reproduzidos com o objetivo de mostrar vários padrões de comportamento possíveis, fato ilustrado anteriormente através da Fig. 4.2.

No trabalho de GRANTHAM [19], a montagem feita permitiu variar a frequência e a tensão do estator em uma larga faixa, mas só era possível trabalhar com correntes da ordem de 1 PU dos motores considerados. Apresentamos na Fig. 4.10 alguns resultados reproduzidos de seu trabalho. A máquina de dupla gaiola tinha 4 polos e 5.2 kW. O motor utilizado nos testes de gaiola simples e gaiola retangular profunda tinha 4 polos, 7.5 kW.

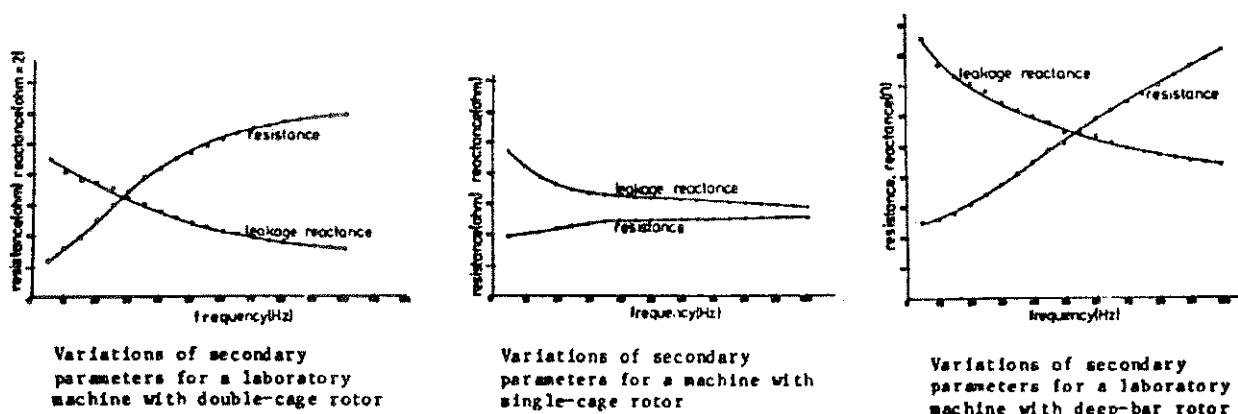


Fig. 4.9 - Medidas de variação de parâmetros feitas para diferentes motores [19].

## 4.5 FUNÇÕES DE INTERPOLAÇÃO PROPOSTAS

Neste trabalho vamos assumir um ponto de vista pragmático, supondo que a variação  $\Delta r'_2$  é uma função apenas do escorregamento  $s$ , dada pela equação:

$$\Delta r'_2(s) = \Delta r'_2(1) \times |s|^{3/2} \quad (4.12)$$

A reatância  $x'_2$  depende do efeito pelicular e também da saturação. Uma vez que não temos informações suficientes para estabelecer quanto de  $\Delta x'_2$  é devido a cada um destes efeitos, vamos assumir que a combinação destes efeitos pode ser expressa como função apenas do escorregamento, sendo dada por:

$$\Delta x'_2(s) = \Delta x'_2(1) \times (1 - e^{-5|s|})^2 \quad (4.13)$$

As razões para este pragmatismo são:

a) O usuário de motores não conhece os detalhes construtivos do rotor e, ainda que os tivesse, não poderia tratar o problema como sendo determinístico. Em outras palavras, as abordagens conhecidas para considerar a variação de parâmetros não levam em conta toda a complexidade do mundo real.

b) A necessidade de uma função de interpolação simples. Vale lembrar que os valores de  $\Delta r'_2$  e  $\Delta x'_2$  que possuímos até o momento foram obtidos a partir de uma solução analítica, aproximada, a partir de dados de catálogo que nem sempre são consistentes. Estes valores de  $\Delta r'_2$  e  $\Delta x'_2$  serão submetidos a um processo de ajuste posterior, assim como todos os outros parâmetros do motor. Caso optássemos por algum tipo de "cálculo reverso" (possível, adotando-se determinadas hipóteses) isto acarretaria um custo computacional bastante elevado.

A escolha da lei de variação proposta em (4.13) merece algumas considerações:

- 1) A função deve ser contínua, decrescente e possuir derivada contínua;
- 2) Os valores de  $\Delta x'_2(s)$  devem ser nulos para  $s=0$ .

Notar que também existe um certo grau de pragmatismo presente nas normas da ABNT [1] onde se lê:

"... seria admitido medir a reatância total do motor e a resistência do rotor com rotor bloqueado realizando ensaios à frequência nominal, à metade da frequência nominal e em alguma outra frequência igual ou inferior a 25% da nominal, sempre nas condições de corrente nominal. As medidas seriam extrapoladas linearmente para obter as reatâncias em outras frequências de escorregamento. "

#### 4.6 AVALIAÇÃO DAS FUNÇÕES DE INTERPOLAÇÃO

Para mostrar que as leis de interpolação propostas são "aceitáveis" adotaremos uma determinada configuração de gaiola retangular profunda, ou seja, calcularemos  $\Delta r'_2$  e  $\Delta x'_2$  a partir de um valor de  $\xi$ . Com estes valores determinamos através de um procedimento de "cálculo reverso", qual seria a dupla gaiola que produziria o mesmo efeito para as condições de rotor bloqueado. Por fim, iremos aplicar as leis de variação propostas neste trabalho. Procedendo deste modo, construímos as Figs. 4.10, 4.11 e 4.12 para barras retangulares de alumínio a 100°C, frequência 60 Hz, e alturas 2, 4 e 6 cm, respectivamente.

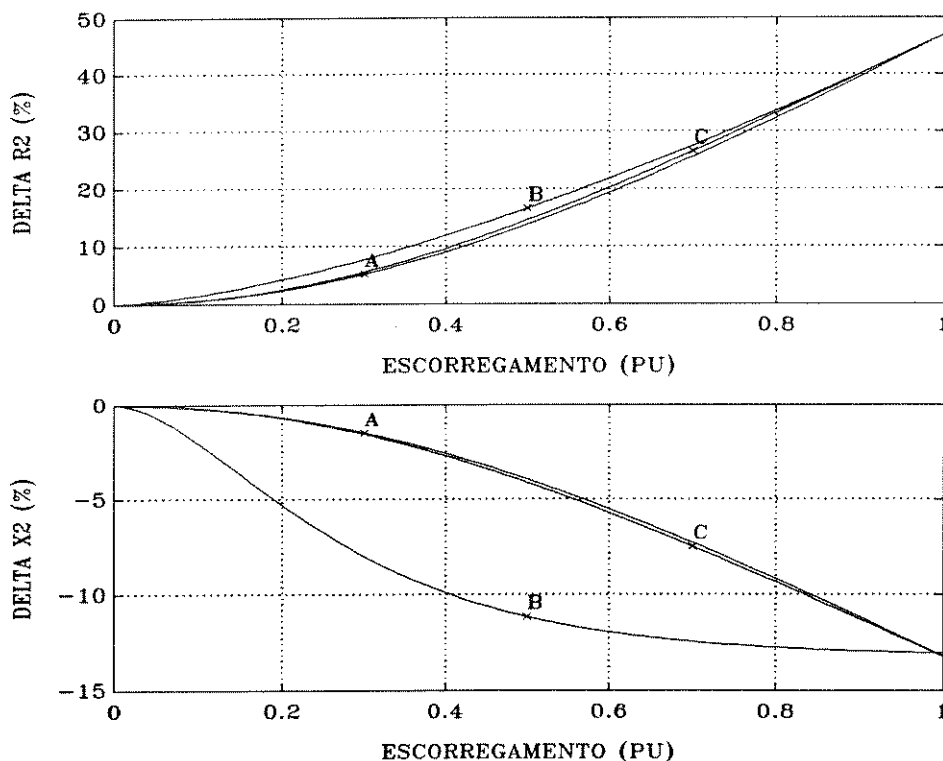


Fig. 4.10 - Variação de parâmetros do rotor considerando (A) Gaiola retangular de 2 cm de altura; (B) Leis de variação dadas em (4.12) e (4.13); (C) Dupla gaiola.



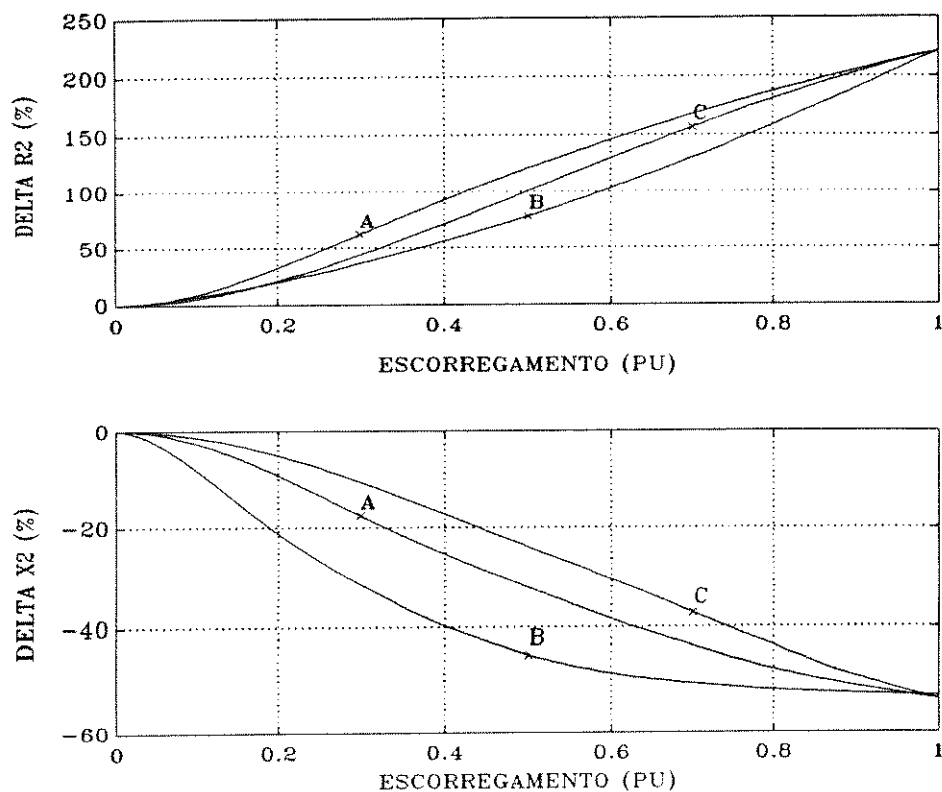


Fig. 4.11 - Variação de parâmetros do rotor considerando (A) Gaiola retangular de 4 cm de altura; (B) Leis de variação propostas em (4.12) e (4.13); (C) Dupla gaiola.

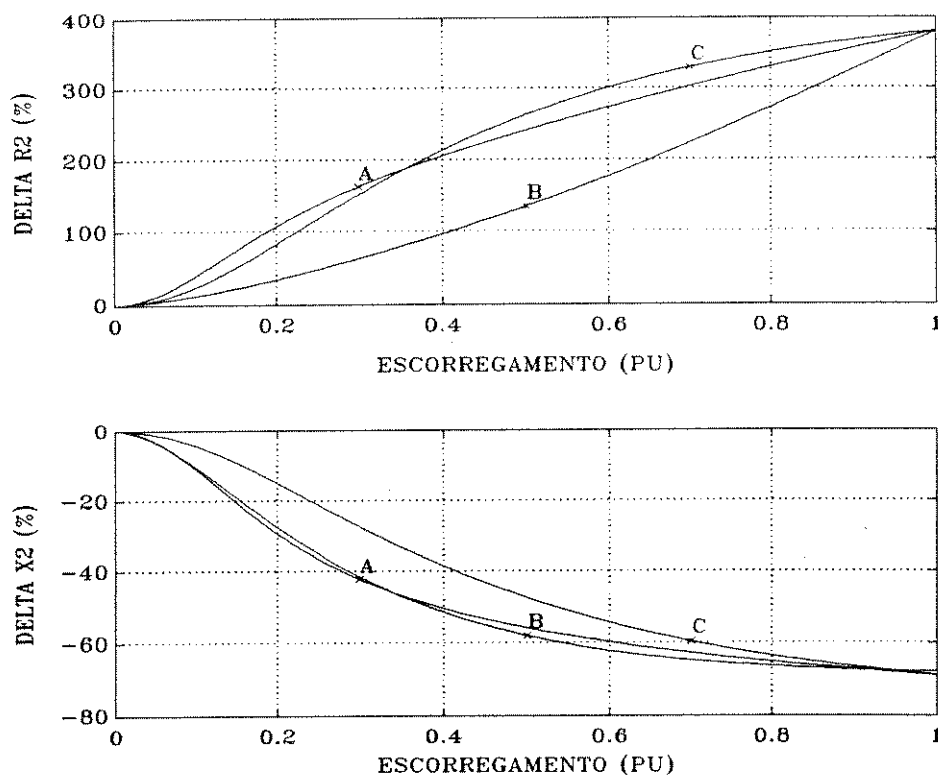


Fig. 4.12 - Variação de parâmetros do rotor considerando (A) Gaiola retangular de 6 cm de altura; (B) Leis de variação propostas em (4.12) e (4.13); (C) Dupla gaiola.

## 5. SOLUÇÃO NUMÉRICA

### 5.1 INTRODUÇÃO

A abordagem analítica tem uma limitação que não pode ser superada: não se pode garantir que as curvas calculadas a partir dos parâmetros determinados sejam aquelas que mais se aproximam dos pontos declarados pelo fabricante. Apresentamos nas Figs. 5.1 e 5.2 algumas das curvas características que seriam obtidas utilizando-se os parâmetros obtidos unicamente através da solução analítica e levando-se em conta a variação de parâmetros sugerida no capítulo anterior.

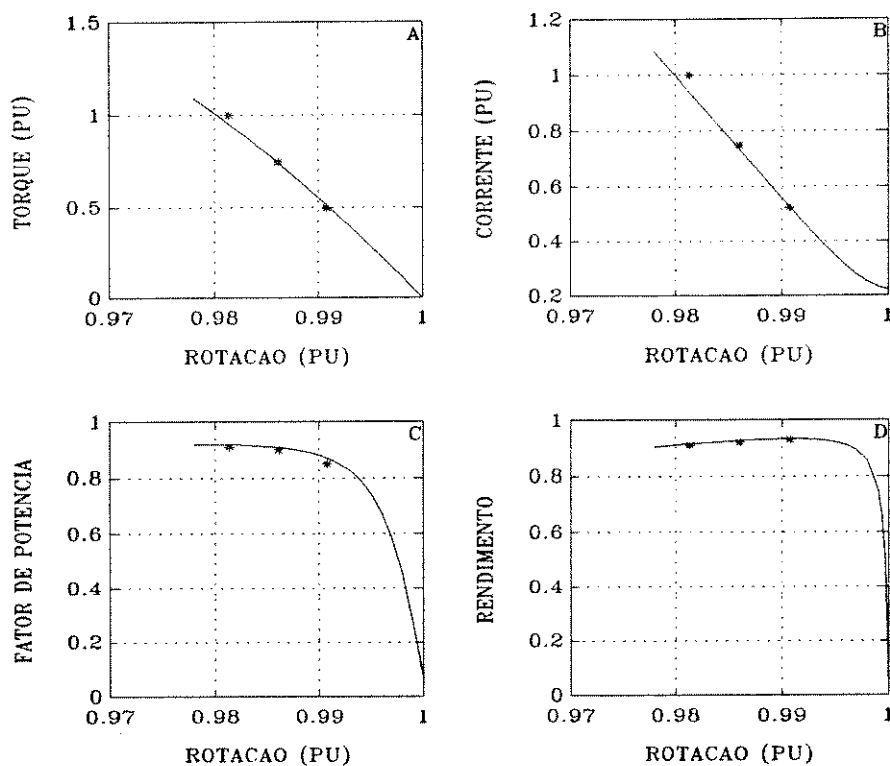


Fig. 5.1 - Curvas calculadas através da metodologia analítica (com parâmetros variáveis). (A) Torque, (B) Corrente, (C) Fator de potência e (D) Rendimento versus rotação em condições próximas à nominal.

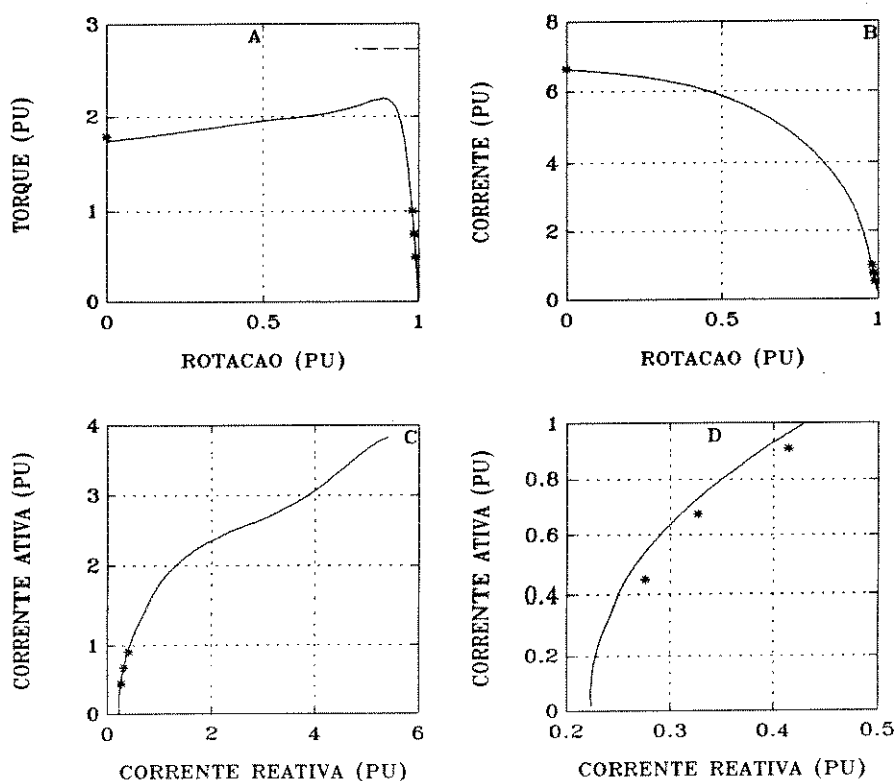


Fig. 5.2 - Curvas calculadas através da metodologia analítica (com parâmetros variáveis). (A) Torque, (B) Corrente e (C) Diagrama de círculo versus rotação, variando de 0 a 1 PU. (D) "Zoom" do Diagrama de círculo.

Algumas das curvas apresentadas (corrente versus rotação, por exemplo) apresentam uma boa correspondência entre os valores recalculados e os dados de catálogo originais. Entretanto, em outras curvas (diagrama de círculo, conjugado versus rotação, fator de potência versus rotação) as discrepâncias são visíveis. Existem três razões para tais diferenças.

Em primeiro lugar, deve-se levar em conta que as curvas características dos motores de indução são extremamente sensíveis ao valor adotado para  $r'_2$  e, em grau menor, aos valores adotados por  $x_M$ ,  $x_1$  e  $x'_2$ .

Em segundo lugar, a solução analítica proposta envolve uma série de aproximações.

Por fim, temos a questão principal: os próprios dados fornecidos pelos fabricantes em seus catálogos estão afetados por tolerâncias e erros. Todavia, imaginemos por um momento que tivéssemos acesso direto aos resultados de ensaios efetuados pelo fabricante ou efetuados por um laboratório de ensaios independente, utilizando-se da melhor

instrumentação possível. Mesmo tais medidas estariam afetadas por algum tipo de erro experimental.

O problema colocado é determinar, a partir de um conjunto de dados (limitado e afetado de erros), os parâmetros do circuito equivalente do motor de indução que minimizem as divergências entre o modelo adotado e os dados experimentais (ou de catálogo). Em outras palavras, quais os parâmetros **funcionais** para o motor de indução?

## 5.2 DELINEAMENTO DA SOLUÇÃO NUMÉRICA

Os valores obtidos a partir da solução analítica são utilizados apenas como ponto de partida de um processo numérico que ajusta os parâmetros do circuito equivalente. Tal ajuste é feito de modo a minimizar o desvio entre os valores declarados pelo fabricante e os valores calculados pelo formulário F-3 (Solução do circuito equivalente) da IEEE 112 (Anexo VII).

Algumas perguntas possíveis seriam: "Quanto se deve alterar um parâmetro específico de modo a alcançar um melhor circuito equivalente?" ou "Como evitar a destruição do trabalho de convergência já realizado quando se altera um determinado parâmetro?".

Existem diversos processos numéricos de minimização que poderiam ser aplicados. Dentre estes optamos pelo método de Levenberg-Marquardt [38], que combina os processos de minimização denominados de "Gradiente máximo" ("steepest descent") e "Direções conjugadas" ("conjugate directions") na bibliografia técnica.

Definimos inicialmente vários "erros parciais" para conjugado, corrente, potência, corrente ativa, corrente reativa, eficiência, fator de potência, conjugado máximo, conjugado de partida e corrente de partida. Tais "erros parciais" são definidos como sendo a soma quadrática dos desvios (entre modelo e os dados fornecidos pelo fabricante) de cada uma destas variáveis. Também definimos um "erro global" que é uma somatória destes "erros parciais" e que indica quanto os valores calculados se aproximam daqueles declarados pelo fabricante.

O método numérico aplica pequenas perturbações aos parâmetros do circuito

equivalente e examina o efeito destas variações sobre os "erros". Se houver um decréscimo isto indica uma convergência progressiva em direção a um melhor circuito equivalente. Tal processo continua até que um mínimo global seja encontrado.

Cada um dos "erros parciais" tem diferentes sensibilidades em relação aos parâmetros do circuito equivalente. Por exemplo, uma mudança em  $r'_2$  tem efeito significativo no "erro de conjugado" enquanto que mudanças em  $x_M$  atuam principalmente sobre o "erro de fator de potência". Tais sensibilidades são levadas em conta durante a execução do algoritmo.

### 5.3 MÉTODOS DE MINIMIZAÇÃO

Considere que temos um modelo não linear com M parâmetros e que tenha sido definida uma função de mérito  $\chi^2$  que indica a adequação do modelo a um conjunto de dados. A partir de um conjunto de parâmetros iniciais, desenvolvemos um procedimento que reduz a função de mérito, repetindo o processo até que  $\chi^2$  cesse de diminuir.

Se estivermos suficientemente próximos do ponto de mínimo, podemos considerar que a função  $\chi^2$  seja representada por uma função quadrática:

$$\chi^2([a]) \approx \gamma - [d] \cdot [a] + \frac{1}{2} \cdot [a]^T \cdot [D] \cdot [a] \quad (5.1)$$

onde:

$[a]$  - vetor contendo M parâmetros

$[d]$  - vetor de dimensão M

$[D]$  - matriz de dimensão M×M

O Gradiente de (5.1) é:

$$\nabla \chi^2([a]) = -[d] + [D] \cdot [a] \quad (5.2)$$

No ponto de mínimo (ainda desconhecido) sabemos que o Gradiente se anula e portanto:

$$[D] \cdot [a]_{\text{Mínimo}} = [d] \quad (5.3)$$

No ponto atual (conhecido) sabemos que:

$$[D] \cdot [a]_{Atual} = \nabla \chi^2([a]_{Atual}) + [d] \quad (5.4)$$

Subtraindo (5.3) e (5.4) obtemos:

$$[D] \cdot ([a]_{Mínimo} - [a]_{Atual}) = -\nabla \chi^2([a]_{Atual}) \quad (5.5)$$

que pode ser simplificada para:

$$[a]_{Mínimo} = [a]_{Atual} + [D]^{-1} [-\nabla \chi^2([a]_{Atual})] \quad (5.6)$$

Se a aproximação sugerida em (5.1) for adequada, utilizando (5.6) sabemos como chegar no ponto de mínimo em apenas 1 iteração, desde que sejam conhecidos o Gradiente  $\nabla[\chi^2([a]_{atual})]$  e  $[D]^{-1}$ . A expressão (5.6) mostra que o ponto de mínimo será atingido quando o produto  $D^{-1} \cdot (-\nabla[\chi^2([a]_{atual})])$  for nulo, correspondendo à idéia de direções conjugadas.

Entretanto, a aproximação (5.1) pode não ser válida. Neste caso, o máximo que podemos fazer é acompanhar o Gradiente, como seria feito no método do Gradiente máximo. Em outras palavras:

$$[a]_{Mínimo} = [a]_{Atual} - Constante \cdot [-\nabla \chi^2([a]_{Atual})] \quad (5.7)$$

Onde o valor da constante é suficientemente pequeno para não esgotar a tendência decrescente.

#### 5.4 CÁLCULO DO GRADIENTE E DO HESSIANO

Considere uma função vetorial

$$y = y([a]) \quad (5.8)$$

onde a estrutura do vetor  $y$  (de dimensão 24) é:

$$y = \begin{bmatrix} P_{100} \\ P_{75} \\ P_{50} \\ T_{100} \\ T_{75} \\ T_{50} \\ T_{Max} \\ T_{LR} \\ I_{100} \\ I_{75} \\ I_{50} \\ I_{LR} \\ \cos\varphi_{100} \\ \cos\varphi_{75} \\ \cos\varphi_{50} \\ \eta_{100} \\ \eta_{75} \\ \eta_{50} \\ I_{100} \cdot \cos\varphi_{100} \\ I_{100} \cdot \sin\varphi_{100} \\ I_{75} \cdot \cos\varphi_{75} \\ I_{75} \cdot \sin\varphi_{75} \\ I_{50} \cdot \cos\varphi_{50} \\ I_{50} \cdot \sin\varphi_{50} \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

sendo que o vetor de parâmetros  $[a]$  (de dimensão 7) é dado por:

$$[a] = [r_1 \ r'_2 \ x'_2 \ x_M \ r_M \ \Delta r'_2 \ \Delta x'_2]^T \quad (5.10)$$

O vetor  $\bar{y}$  contém os valores fornecidos no catálogo do fabricante.

Definimos a função de mérito  $\chi^2$  :

$$\chi^2([a]) = \sum_{i=1}^{24} \left[ \frac{\bar{y}_i - y_i([a])}{\bar{y}_i} \right]^2 \quad (5.11)$$

Eventualmente podemos atribuir um peso específico a cada uma das componentes da função de mérito  $\chi^2$ , caso se desejar privilegiar a convergência em relação a algum aspecto particular, tal como o valor do conjugado máximo.

O gradiente de  $\chi^2$  com respeito aos parâmetros  $[a]$  tem as componentes:

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial a_k} = -2 \cdot \sum_{i=1}^{24} \left( \frac{\bar{y}_i - y_i([a])}{\bar{y}_i} \right) \cdot \frac{\partial y([a])}{\partial a_k} \quad k = 1, \dots, 7 \quad (5.12)$$

Tomando-se uma derivada parcial adicional temos:

$$\frac{\partial^2 \chi^2}{\partial a_k \partial a_l} = 2 \cdot \sum_{i=1}^{24} \left[ \frac{\partial y([a])}{\partial a_k} \cdot \frac{\partial y([a])}{\partial a_l} - \left( \frac{\bar{y}_i - y_i([a])}{\bar{y}_i} \right) \cdot \frac{\partial^2 y([a])}{\partial a_l \partial a_k} \right] \quad \begin{array}{l} k = 1, \dots, 7 \\ l = 1, \dots, 7 \end{array} \quad (5.13)$$

É usual remover os fatores 2 definindo-se:

$$\beta_k = -\frac{1}{2} \cdot \frac{\partial \chi^2}{\partial a_k} \quad \alpha_{kl} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 \chi^2}{\partial a_l \partial a_k} \quad (5.14)$$

Desta forma a equação (5.5) pode ser reescrita como um sistema de equações lineares:

$$\sum_{l=1}^7 \alpha_{kl} \delta a_l = \beta_k \quad (5.15)$$

Este sistema é resolvido para determinar os incrementos  $\delta a_l$ , que, somados ao valor presente de  $[a]$ , produz a próxima aproximação dos parâmetros do motor de indução.

Por outro lado, a equação (5.7) representativa do "steepest descent" se traduz em:

$$\delta a_l = \text{Constante} \times \beta_l \quad (5.16)$$

Existem razões numéricas [38] para que a derivada de segunda ordem indicada em (5.13) seja desprezada, obtendo-se:



$$\alpha_{kl} = \sum_{i=1}^{24} \left[ \frac{\partial y([a])}{\partial a_k} \cdot \frac{\partial y([a])}{\partial a_l} \right] \quad (5.17)$$

É importante salientar que esta aproximação feita na matriz  $[\alpha]$  não afeta o conjunto final de parâmetros  $[a]$  que será obtido, afetando apenas a trajetória pelo qual este é alcançado. Temos  $\beta_k=0$  para qualquer  $k$  na condição de  $\chi^2$  mínimo, independentemente da forma pela qual se define  $[\alpha]$ .

O cálculo de  $\beta_k$  utilizando a expressão (5.12) apresenta problemas, pela existência de uma derivada parcial  $\partial y([a])/\partial a_k$ , que é de difícil formulação analítica. Portanto, o cálculo dos termos  $\beta_k$  do Gradiente será feito numericamente através de:

$$\beta_k = -\frac{1}{2} \frac{\partial \chi^2}{\partial a_k} \approx -\frac{1}{2} \frac{\chi^2([a + \delta a_k]) - \chi^2([a])}{\delta a_k} \quad (5.18)$$

desde que seja assegurado  $\delta a_k$  pequeno.

Pelas mesmas razões o cálculo dos termos  $\alpha_{kl}$  do Hessiano também será feito numericamente através de uma expressão derivada de (5.17):

$$\alpha_{kl} = \sum_{i=1}^{24} \left[ \frac{y_i([a + \delta a_k]) - y_i([a])}{\delta a_k} \cdot \frac{y_i([a + \delta a_l]) - y_i([a])}{\delta a_l} \right] \quad (5.19)$$

adotando-se  $\delta a_k$  e  $\delta a_l$  pequenos.

## 5.5 MÉTODO DE LEVENBERG-MARQUARDT

Entretanto, cabem duas perguntas: qual é a natureza da constante incluída em (5.7) e (5.16)? Qual é a sua ordem de grandeza? A resposta não pode ser buscada no Gradiente, pois este indica apenas a inclinação local e não dá nenhuma indicação sobre a região de alcance desta inclinação. Entretanto, os componentes da matriz Hessiana, mesmo que não possam ser usados de uma forma precisa, contém *alguma* informação que pode ajudar a responder as perguntas formuladas. Segundo o método de Levenberg-Marquardt, os termos da diagonal principal do Hessiano contém esta informação. A constante procurada será, de

alguma forma, proporcional aos termos  $\alpha_{ii}$ . Temos então:

$$\text{Constante} = \lambda \cdot \alpha_{ii} \quad (5.20)$$

onde  $\lambda$  é uma constante de proporcionalidade adimensional arbitrária (por ora).

Reescrevemos então (5.16):

$$(\lambda \cdot \alpha_{ii}) \cdot \delta a_i = \beta_i \quad (5.21)$$

Marquardt verificou que as equações (5.15) e (5.21) poderiam ser combinadas desde que fosse definida uma nova matriz  $[\alpha]'$ :

$$\begin{aligned} \alpha'_{jj} &= \alpha_{jj} (1 + \lambda) & (j=k) \\ \alpha'_{jk} &= \alpha_{jk} & (j \neq k) \end{aligned} \quad (5.22)$$

Resulta:

$$\sum_{l=1}^7 \alpha'_{kl} \delta a_l = \beta_k \quad (5.23)$$

Quando  $\lambda$  for muito grande, a matriz  $[\alpha]'$  será forçada a se transformar em diagonal dominante, fazendo com que (5.23) se aproxime de (5.21). Por outro lado, à medida que  $\lambda$  tende a zero, (5.23) se aproxima de (5.15). Em outras palavras, dependendo do valor de  $\lambda$  estaremos transitando do "Gradiente máximo" para "Direções conjugadas" como métodos de minimização.

Dado um vetor de parâmetros inicial  $[a]$ , a sequência recomendada para a execução do método é:

- 1) Calcule  $\chi^2([a])$  ;
- 2) Inicialize  $\lambda$  com um valor pequeno, por exemplo, 0.001 ;
- 3) Resolva o sistema de equações lineares (5.23), determinando  $\delta a$  ;
- 4) Calcule  $\chi^2([a + \delta a])$  ;
- 5) Se  $\chi^2([a + \delta a]) \geq \chi^2([a])$  então aumente  $\lambda$  de um fator 10 (ou outro qualquer) e volte à etapa 4 ;
- 6) Se  $\chi^2([a + \delta a]) < \chi^2([a])$  então diminua  $\lambda$  de um fator 10 , atualize o vetor de parâmetros  $[a] \leftarrow [a] + [\delta a]$  e volte à etapa 4.

Entretanto, é necessário uma condição de término do algoritmo situada dentro da etapa 6. Por exemplo, se a convergência for muito lenta ou se  $\chi^2([a])$  já tiver atingido um valor suficientemente baixo, deve-se interromper a execução do "loop".

## 5.6 VISUALIZAÇÃO GRÁFICA DO PROCESSO NUMÉRICO

Uma forma simples de compreender o processo numérico utilizado é verificar o comportamento do erro quando variam os parâmetros do circuito equivalente. O algoritmo utilizado opera em um espaço de 7 dimensões. Para que seja possível uma visualização gráfica estamos restritos a um espaço bidimensional, trabalhando com pares de parâmetros.

A Fig. 5.3 apresenta uma imagem "tridimensional" do erro em função dos pares de parâmetros  $(r'_2; x_M)$  e  $(r'_2; x'_2)$ . Nota-se que a topologia é aquela de um vale, que admite a aproximação parabólica utilizada pelo algoritmo. A Fig. 5.4 apresenta as curvas de nível correspondentes às topologias dadas na Fig. 5.3, juntamente com a trajetória seguida pelo algoritmo no processo de minimização. O ponto 1 da trajetória representa os valores resultantes da solução analítica, enquanto que os pontos seguintes mostram a progressão do algoritmo em direção ao mínimo.

Uma imagem simplificada do algoritmo é a de que com erros grandes, o "gradiente máximo" é usado como método de minimização. Na medida em que o erro diminui o método das "direções conjugadas" passa a ser utilizado como método de minimização, uma vez que o próprio gradiente estaria se anulando. O método de Levenberg-Marquardt, ao introduzir o termo  $\lambda$ , está combinando estes dois processos numéricos.

As Figs. 5.5 e 5.6 mostram a evolução de cada um dos parâmetros do circuito equivalente a cada passo da iteração, confirmando a rápida convergência. São apresentados também a evolução do erro e do termo  $\lambda$ , que se torna pequeno, sinalizando uma utilização das "direções conjugadas" como método de minimização.

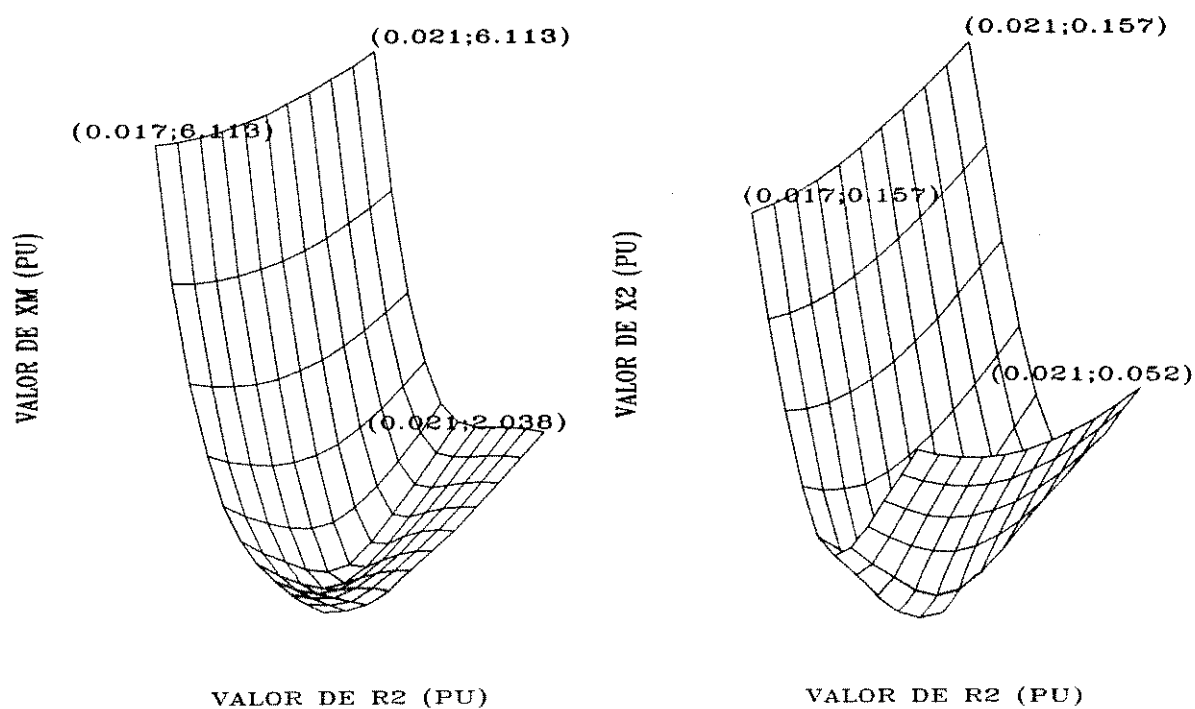


Fig. 5.3 - Variação do erro em função dos pares de parâmetros  $(r'_2; x_M)$  e  $(r'_2; x'_2)$ .

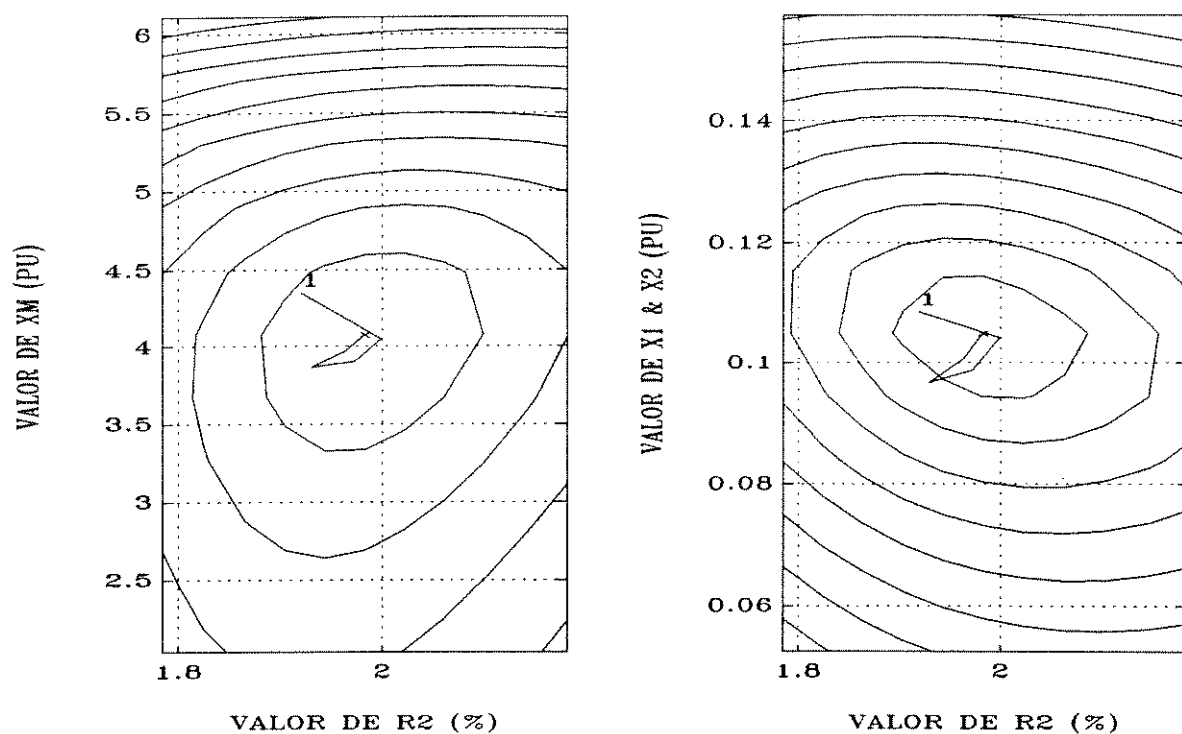


Fig. 5.4 - Curvas de nível do erro em função dos pares de parâmetros  $(r'_2; x_M)$  e  $(r'_2; x'_2)$ , incluindo a trajetória de minimização adotada pelo algoritmo.

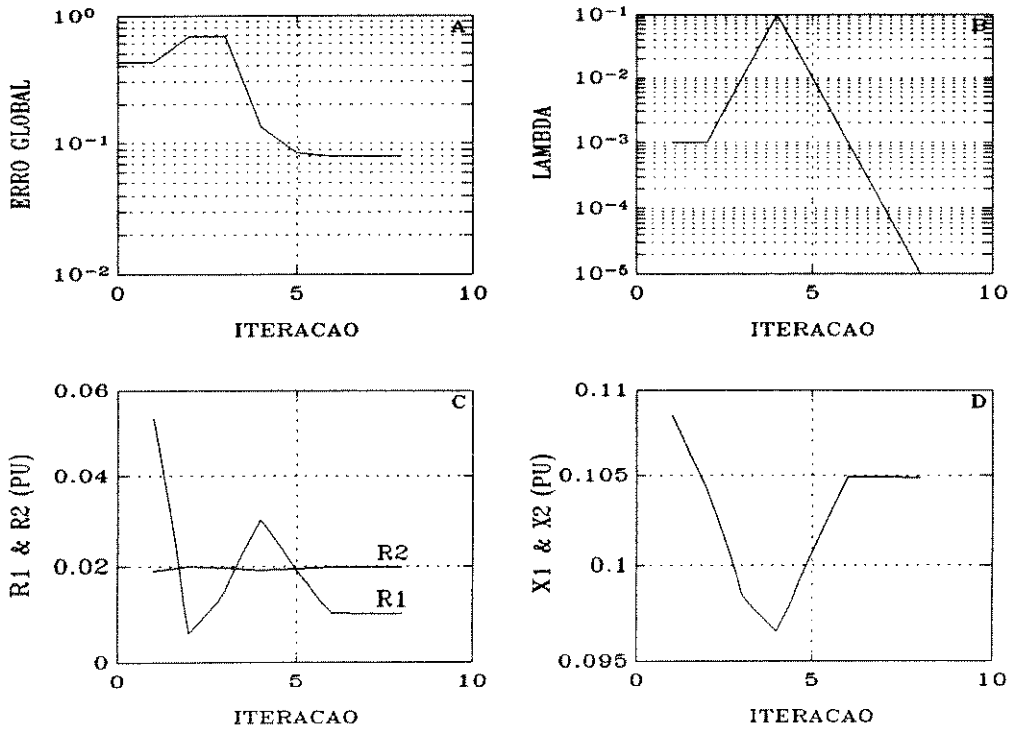


Fig. 5.5 - Evolução do erro global (A); do fator  $\lambda$  utilizado pelo algoritmo (B); de  $r_1$  e  $r'_2$  (C) e de  $x_1$  e  $x'_2$  (D) durante o transcorrer do algoritmo.

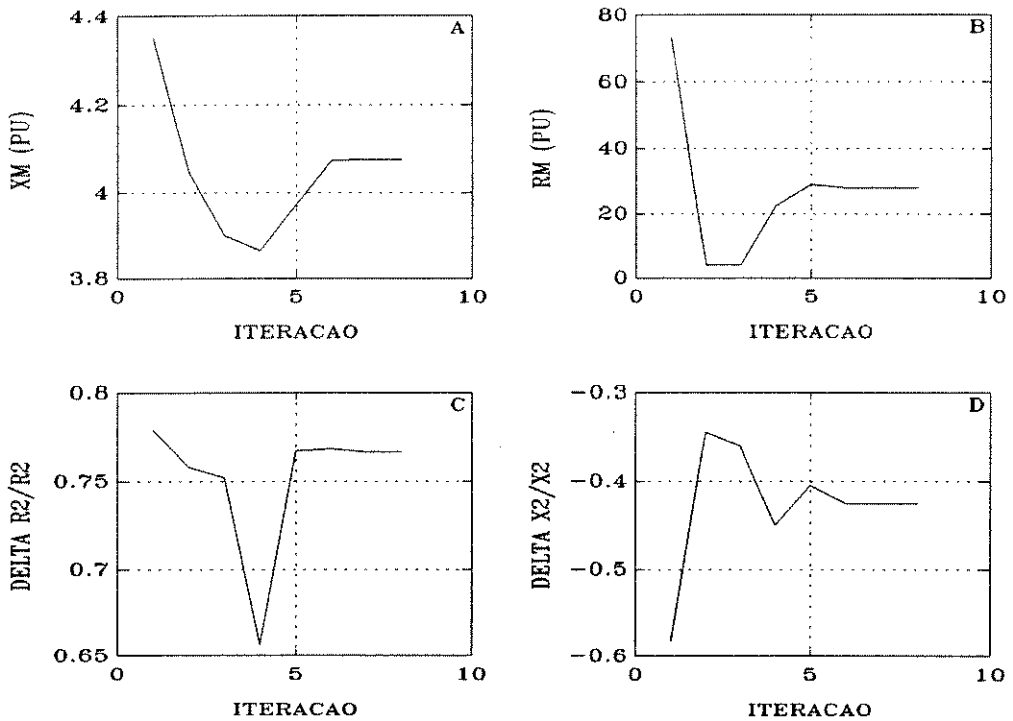


Fig. 5.6 - Evolução de  $x_M$  (A); de  $r_M$  (B); de  $\Delta r'_2$  (C) e de  $\Delta x'_2$  (D) durante o transcorrer do algoritmo.

## 5.7 RESTRIÇÕES FÍSICAS

Foram estabelecidas várias restrições físicas para impedir que o algoritmo tente convergir utilizando conjuntos de parâmetros fisicamente inaceitáveis.

Adotaram-se as seguintes restrições:

- 1) a relação  $r_1/r'_2$  não pode exceder os limites entre 1/3 e 3, correspondendo a perdas Joule de mesma ordem de grandeza no estator e rotor ;
- 2)  $\Delta r'_2$  só pode ser positivo ;
- 3)  $\Delta x'_2$  só pode ser negativo, estando limitado entre -100% e 0% do valor original de  $x'_2$  ;
- 4)  $x_M$  deve ser superior a 1 PU ;
- 5)  $r_M$  deve ser superior a 1 PU ;

O estabelecimento dessas barreiras mostrou-se necessário ao se analisar alguns catálogos de fabricantes, onde foram encontrados alguns motores com dados parcialmente inconsistentes. Entretanto, a incorporação destas barreiras físicas no processo numérico deve ser feita de forma cuidadosa para evitar problemas de convergência.

## 6. RESULTADOS

O resultado final do procedimento de identificação de parâmetros descrito está representado nas Figs. 6.1 e 6.2 . Esse tipo de curva já havia sido apresentado anteriormente em duas ocasiões, em etapas intermediárias do processo de cálculo:

1) ao final do processo analítico de cálculo, sem considerar nenhum tipo de variação de parâmetros, nas Figs. 3.9 e 3.10 ;

2) ao final do processo analítico de cálculo, considerando parâmetros variáveis, nas Figs. 5.1 e 5.2 .

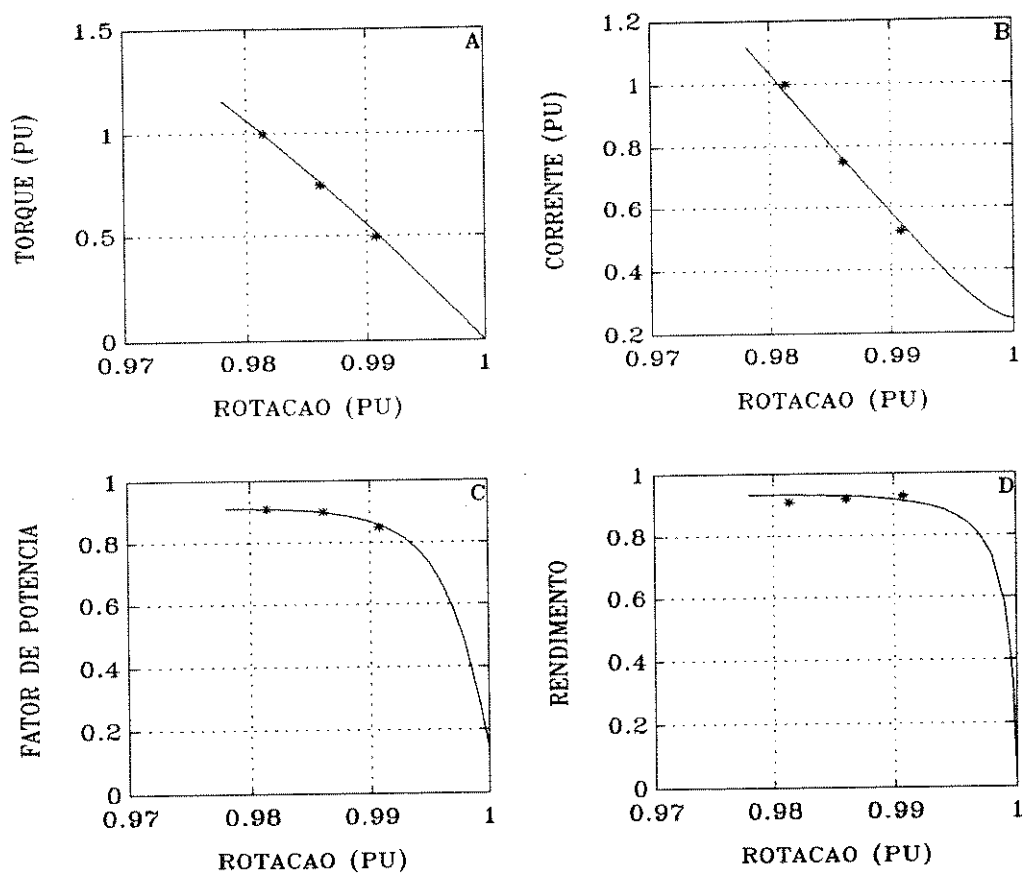


Fig. 6.1 - Curvas características obtidas ao final do processo de identificação de parâmetros. (A) Torque; (B) Corrente; (C) Fator de potência e (D) Rendimento versus rotação em condições próximas à nominal.

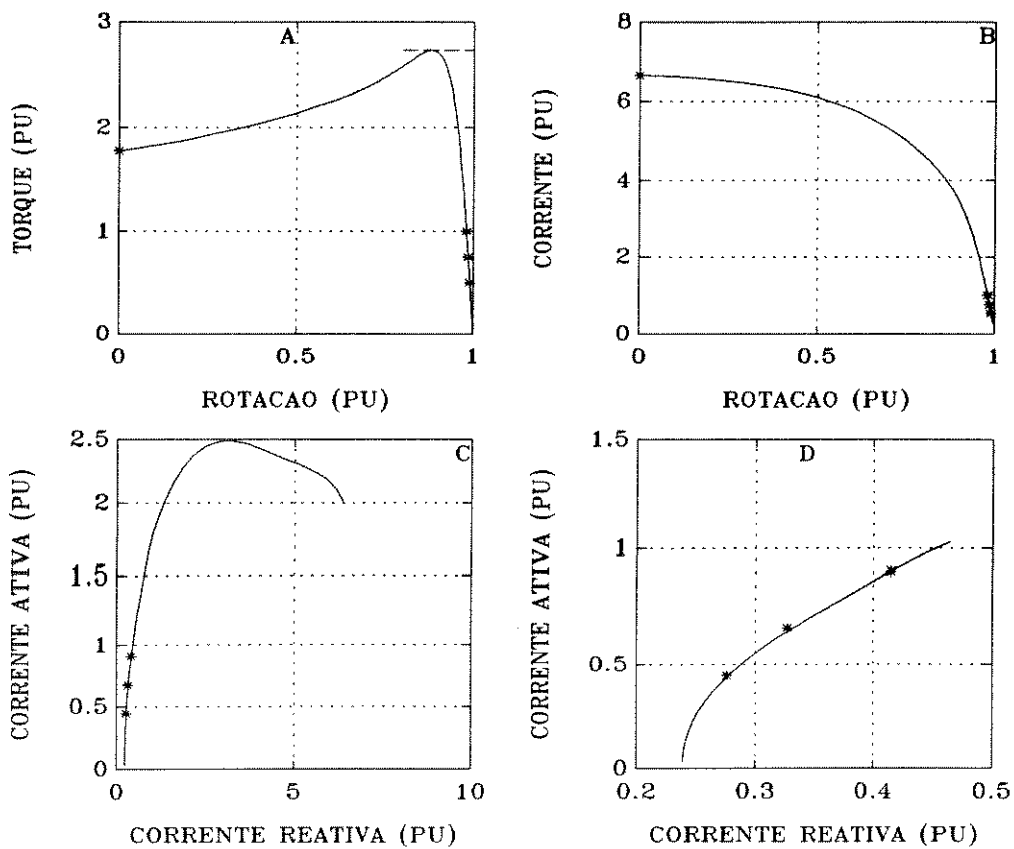


Fig. 6.2 - Curvas características obtidas ao final do processo de identificação de parâmetros. (A) Torque; (B) Corrente e (C) Diagrama de círculo versus rotação, variando de 0 a 1 PU. (D) "Zoom" do Diagrama de círculo.

Os desvios verificados nas etapas intermediárias do processo foram efetivamente minimizados. Em outras palavras, fomos capazes de determinar os parâmetros de um circuito equivalente que reproduz adequadamente as informações originalmente fornecidas pelo fabricante. Vale lembrar que neste caso particular, estamos trabalhando com dados de ensaio (Anexo I).



Para esse motor específico podemos efetuar ainda as seguintes comparações (dados extraídos do Anexo I) apresentadas na Tabela 6.1 . As medidas a 25% e 125% de carga nominal não haviam sido utilizadas até o momento no processo de estimativa dos parâmetros do motor de indução. Observa-se que existe uma boa correspondência entre os valores apresentados.

Tabela 6.1 - Dados experimentais e calculados nas condições de 25 e 125% de carga.

	25% de $P_N$		125% de $P_N$	
	Cálculo	Experimental	Cálculo	Experimental
Conjugado (N.m)	29.9	30	149.9	152
Corrente (A)	28.2	28	98.7	102.4
Fator de Potência (%)	69.6	69	90.9	91
Rendimento (%)	85.1	87	93.3	87
Rotação (RPM)	3584.3	3584	3512.8	3500

A comparação entre os valores de  $r_1$  e os valores obtidos a partir do ensaio em vazio do motor é feita na Tabela 6.2. A análise dos dados indica discrepâncias entre os valores de  $r_1$  e as perdas, apesar de se conseguir estimar relativamente bem a corrente do motor em vazio.

Tabela 6.2 - Medidas de  $r_1$ , corrente e perdas com motor em vazio.

	Cálculo	Experimental
Resistência $r_1$ (m $\Omega$ )	31	56 @ 20°C
Corrente (A)	19.6	20.5
Perdas (W)	1844	1348

Existe uma dificuldade (real) para identificar corretamente os valores de  $r_1$  e  $r_M$  que são, em última análise, extraídos a partir das informações de eficiência do motor (a 50, 75 e 100% de carga) e da rotação nominal.

A Fig. 6.3 apresenta as curvas de conjugado e corrente do motor considerando-se ou não a variação de parâmetros. Nota-se que para baixos valores de escorregamento as curvas são idênticas enquanto que para valores elevados as diferenças são muito acentuadas.

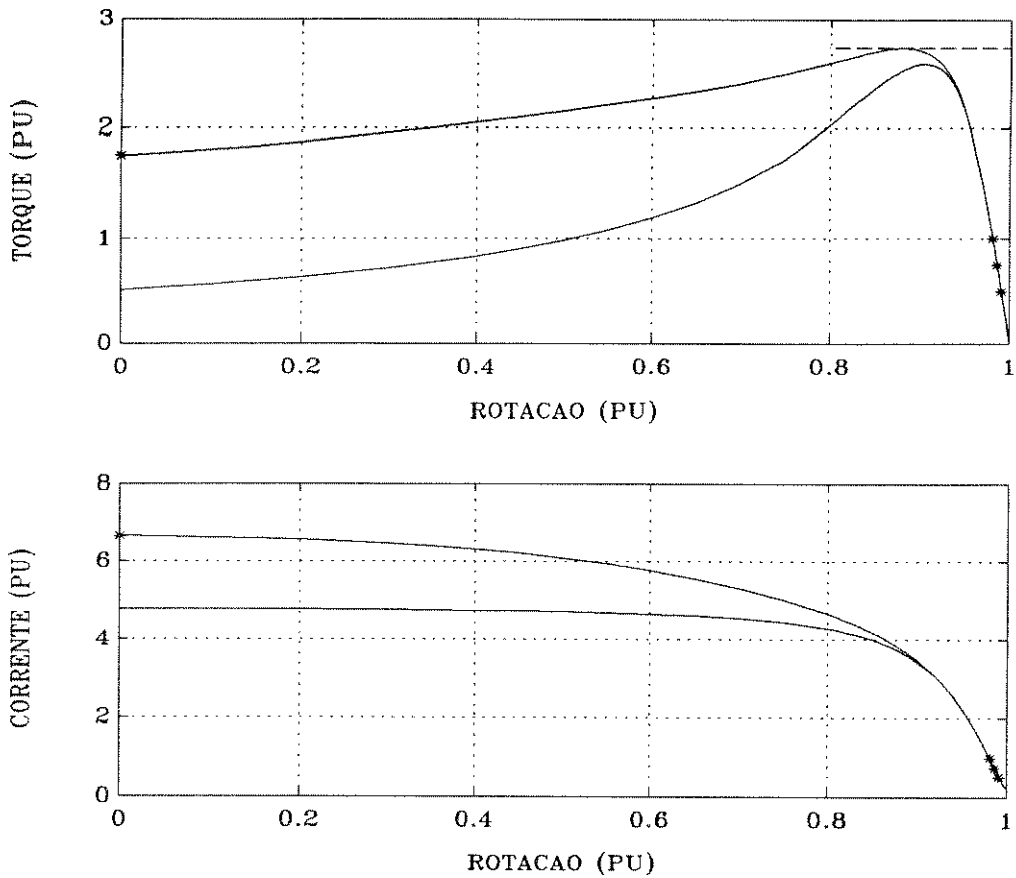


Fig. 6.3 - Curva de torque e corrente considerando ou não parâmetros variáveis.

A variação de parâmetros considerada para este motor é dada pela Fig. 6.4 .

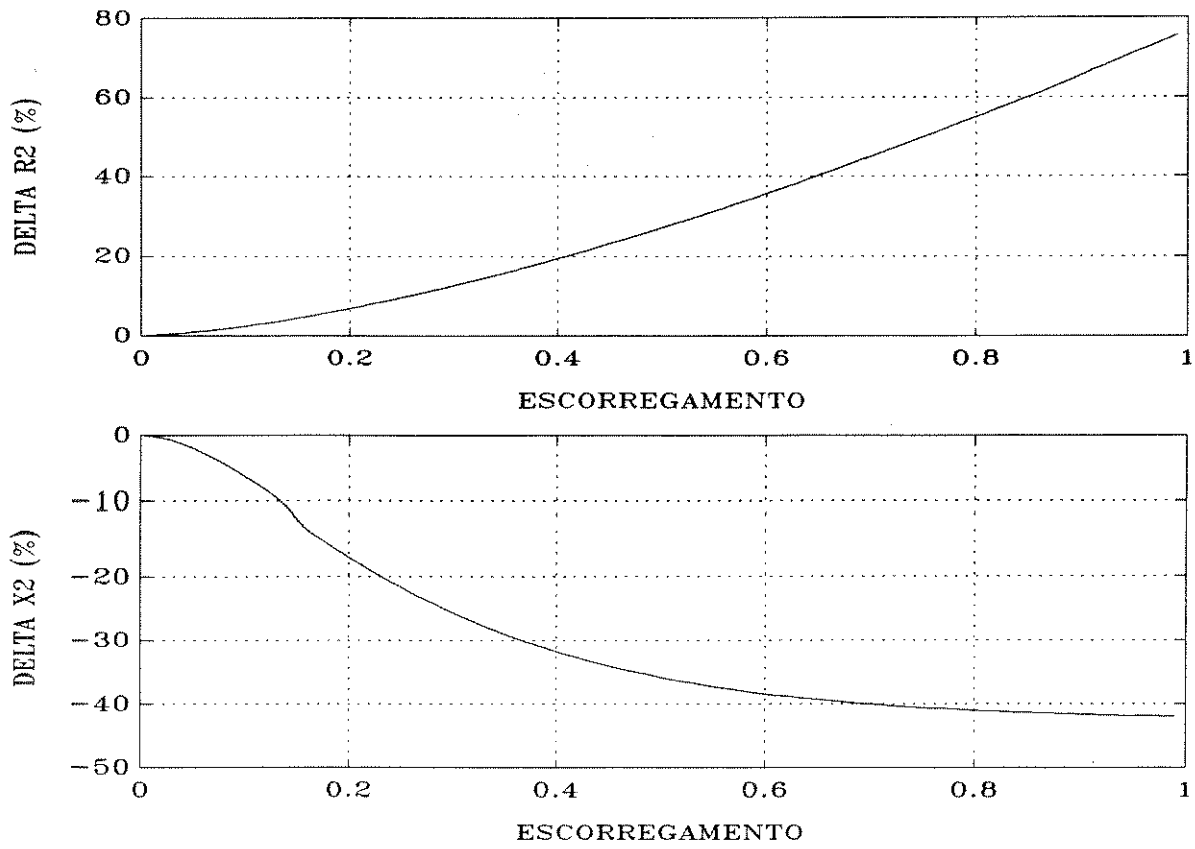


Fig. 6.4 - Variação de parâmetros  $r'_2$  e  $x'_2$  considerada para motor do Anexo I.

O programa de cálculo desenvolvido permite produzir as curvas características na forma normalmente utilizada pelos fabricantes e usuários de motores. As Figs. 6.5 e 6.6 apresentam essas curvas em função da rotação e da potência, respectivamente. Notar nessas figuras que a corrente nominal não ocorre exatamente nas mesmas condições de conjugado nominal, como esperado. Esta pequena diferença é provocada pelo fato do algoritmo não conseguir alcançar uma adequação **completa** aos dados originais do fabricante.

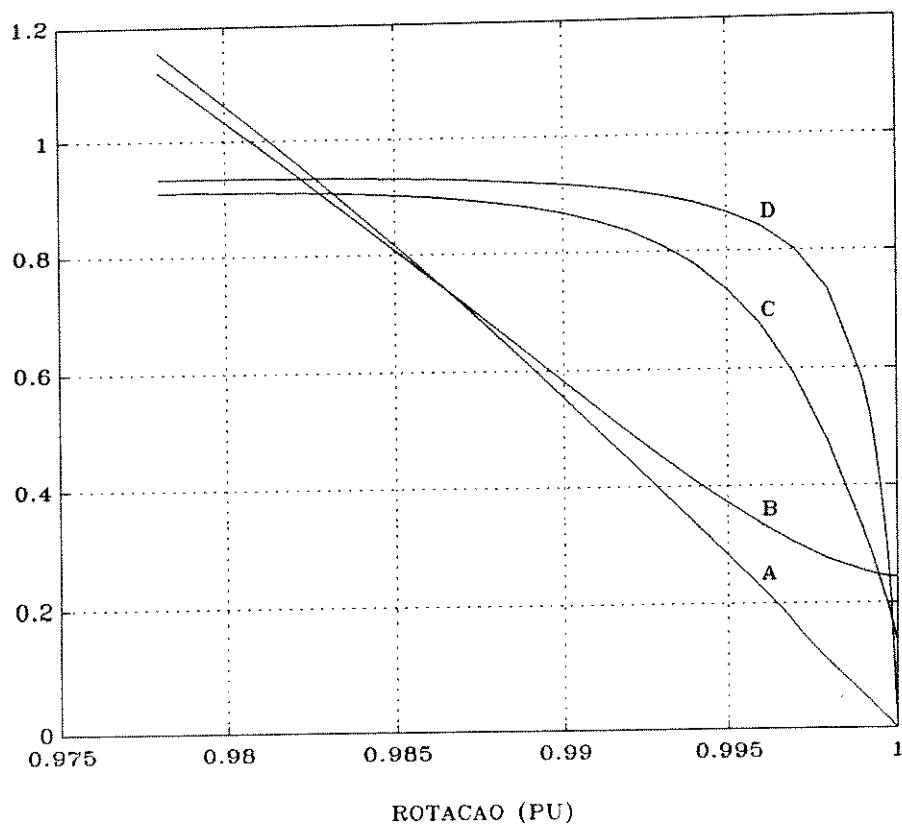


Fig. 6.5 Curvas de (A) conjugado, (B) corrente, (C) fator de potência e (D) rendimento versus rotação.

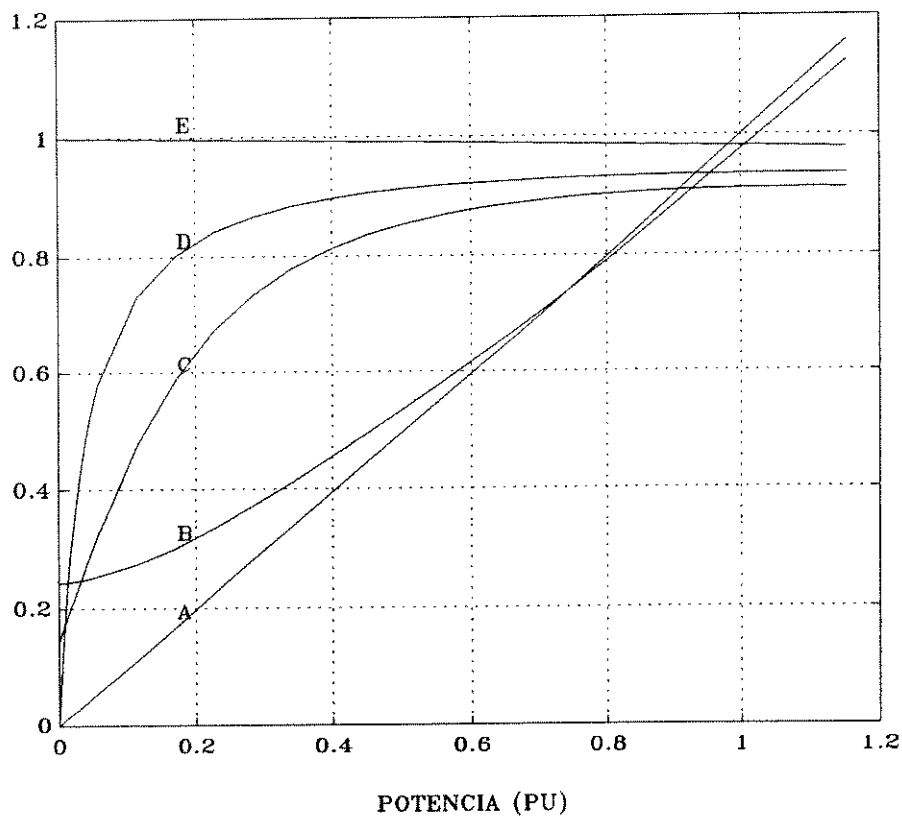


Fig. 6.6 Curvas de (A) conjugado, (B) corrente, (C) fator de potência, (D) rendimento e (E) rotação versus potência.

Outro tipo de resultado se refere à performance do procedimento de identificação de parâmetros proposto. Este método foi aplicado a um universo de mais de 1000 motores de catálogos de diversos fabricantes, apresentados no Anexo II.

A Fig. 6.7 apresenta o erro antes e após a utilização do procedimento numérico.

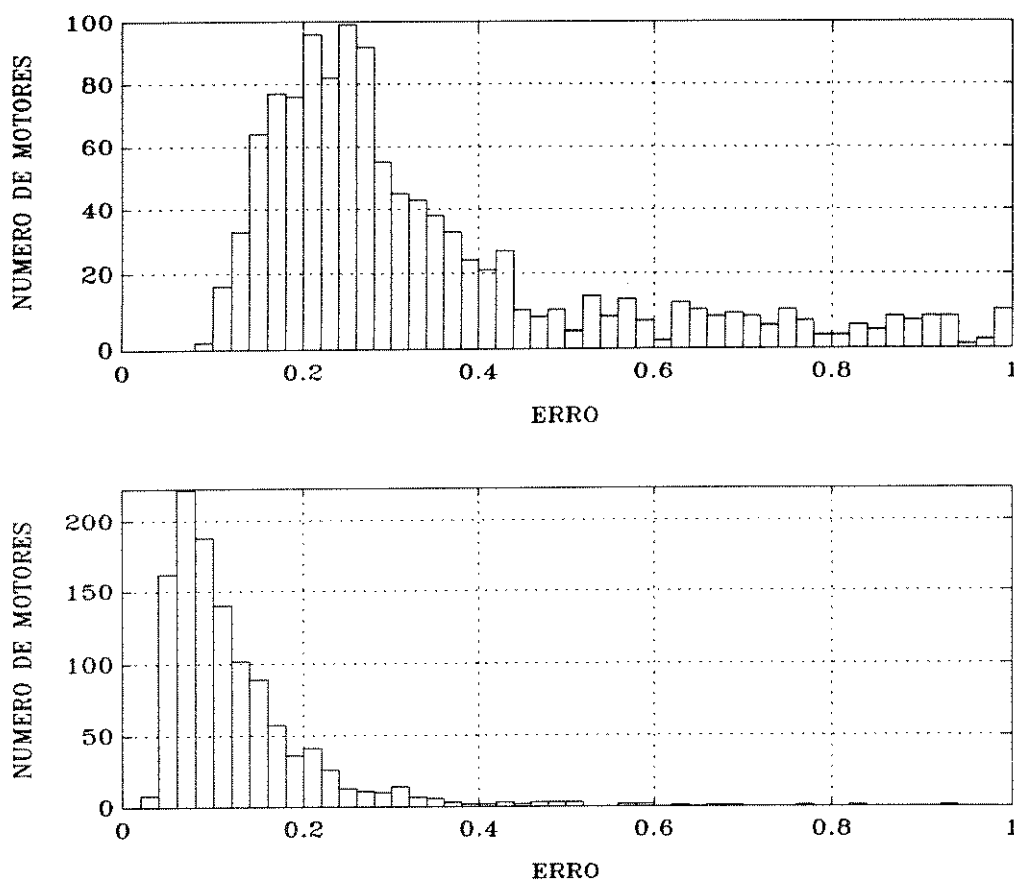


Fig. 6.7 Superior - "Erros" antes da aplicação do processo numérico de minimização.  
Inferior - "Erros" após o processo numérico.

Podemos definir um ganho para o algoritmo:

$$\text{Ganho do algoritmo} = \frac{\text{Erro antes do processo numerico}}{\text{Erro apos o processo numerico}} \quad (6.1)$$

A Fig. 6.8 apresenta esse ganho para o universo de motores estudados, confirmando-se a eficácia do algoritmo na obtenção de um modelo mais adequado para cada um dos motores. Como esperado, o ganho é sempre superior a 1, o que significa que o algoritmo nunca piora a adequação conseguida através da solução analítica. Percebe-se também que

a solução analítica proposta não é muito ruim, pois o "pico" verificado na Fig. 6.8 se encontra perto do ganho 2. Além disso existe um número reduzido de motores para os quais o procedimento analítico já seria adequado, dispensando o uso de um processo numérico (os motores para os quais o "ganho" do algoritmo = 1).

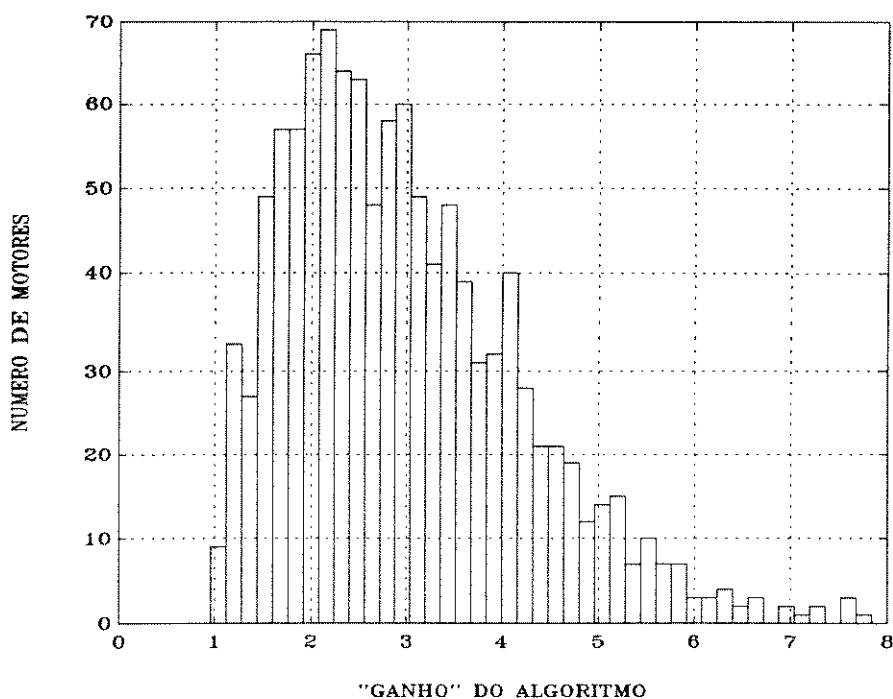


Fig. 6.8 - "Ganho" do algoritmo , ou seja, capacidade de minimizar "mismatches".

O tempo de processamento numérico para cada um dos motores é de 5 a 10 segundos, sendo dependente do computador e linguagem de programação utilizados (PC-MATLAB [35]).

O número de iterações típico se situa entre 5 e 10, notando-se que o progresso numérico obtido após a 5ª iteração é sempre muito pequeno. Isso porque o "fundo do vale" (Fig. 5.3) não é uma região perfeitamente lisa, possuindo irregularidades que dificultam a convergência do algoritmo. Tais dificuldades são agravadas pelo fato dos cálculos do Gradiente e do Hessiano serem efetuados através de aproximações numéricas.

A análise de um motor de alta potência (860 CV) e de um motor de baixa potência (1 CV) são apresentadas nos Anexos III e IV, respectivamente.

## 7. ANÁLISE ESTATÍSTICA DOS PARÂMETROS DE MOTORES DE INDUÇÃO

Já foi mencionado que o procedimento de identificação de parâmetros de motores de indução foi aplicado a um universo amplo de motores. Neste capítulo tentaremos identificar algumas tendências gerais de comportamento para os parâmetros de motores de indução.

### 7.1 ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DE $r'_2$

Sabe-se que motores de indução de baixa potência apresentam baixo rendimento. Isto pode ser verificado facilmente ao plotarmos a eficiência em condições de carga nominal contra a potência, tal como indicado na Fig. 7.1 .

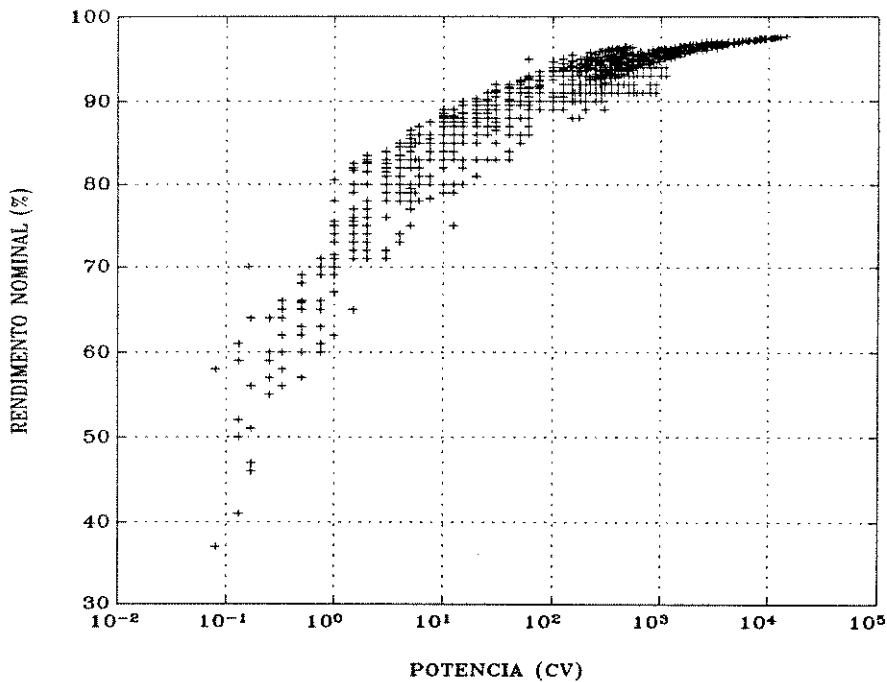


Fig. 7.1 - Rendimento nominal versus potência.

Esta mesma tendência pode ser observada ao plotarmos o escorregamento nominal versus potência, tal como apresentado na Fig. 7.2. O escorregamento nominal é uma excelente indicação da eficiência de um motor e também do valor de  $r'_2$ .

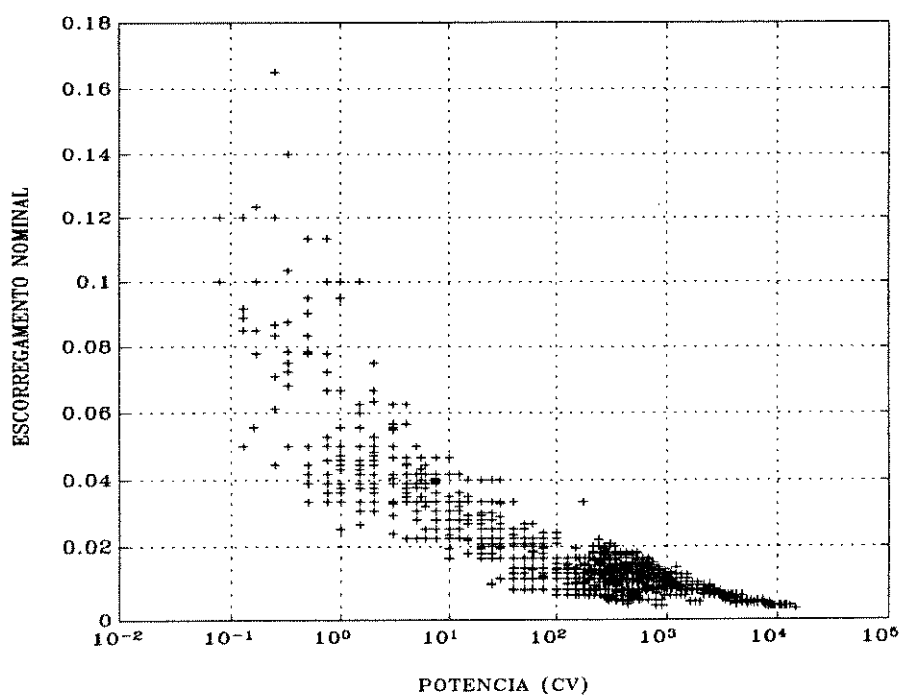


Fig. 7.2 - Escorregamento nominal versus potência.

Entretanto, podemos visualizar o escorregamento nominal, utilizando-se de uma escala logarítmica, como apresentado na Fig. 7.3 .

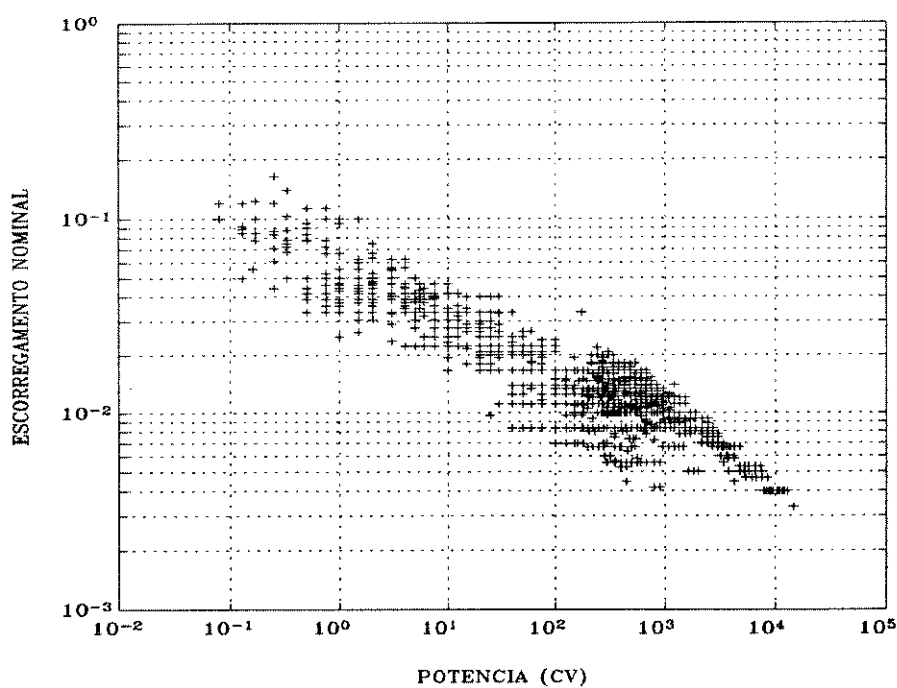


Fig. 7.3 - Escorregamento nominal versus potência (em escala log-log).



A Fig. 7.3 sugere claramente a existência de uma lei de comportamento para o valor de  $r'_2$  em função da potência.

A Fig. 7.4 mostra os valores de  $r'_2$  (determinados através da metodologia proposta) em função da potência do motor e a reta adicional obtida através de uma regressão linear destes valores, representada pela equação :

$$r'_2 (PU) = 0.06 \times [\text{Potencia}(CV)]^{-0.27} \quad \text{com} \quad \sigma = 30\% \quad (7.1)$$

A dispersão apresentada deve ser interpretada como um multiplicador, uma vez que estamos trabalhando em escala logarítmica.

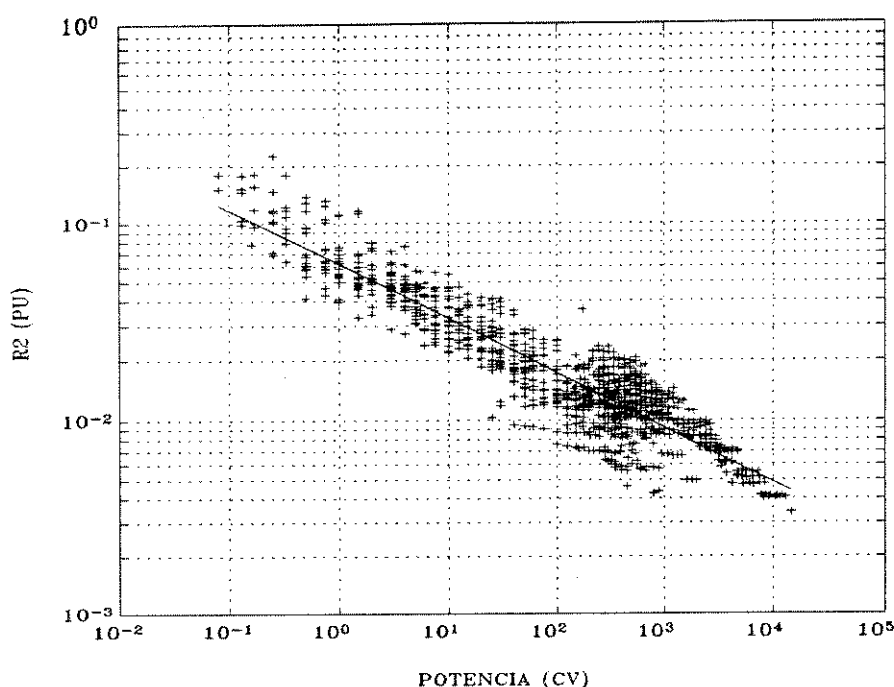


Fig. 7.4 - Resistência rotórica versus potência.

O Anexo V contém um raciocínio extremamente simplificado que permite confirmar de forma independente o expoente da expressão (7.1), chegando-se teoricamente ao valor de -0.25.

## 7.2 ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DE $x_M$

Um gráfico que pode ser facilmente construído é o do fator de potência nominal em função da potência do motor, como é dado na Fig. 7.5 .

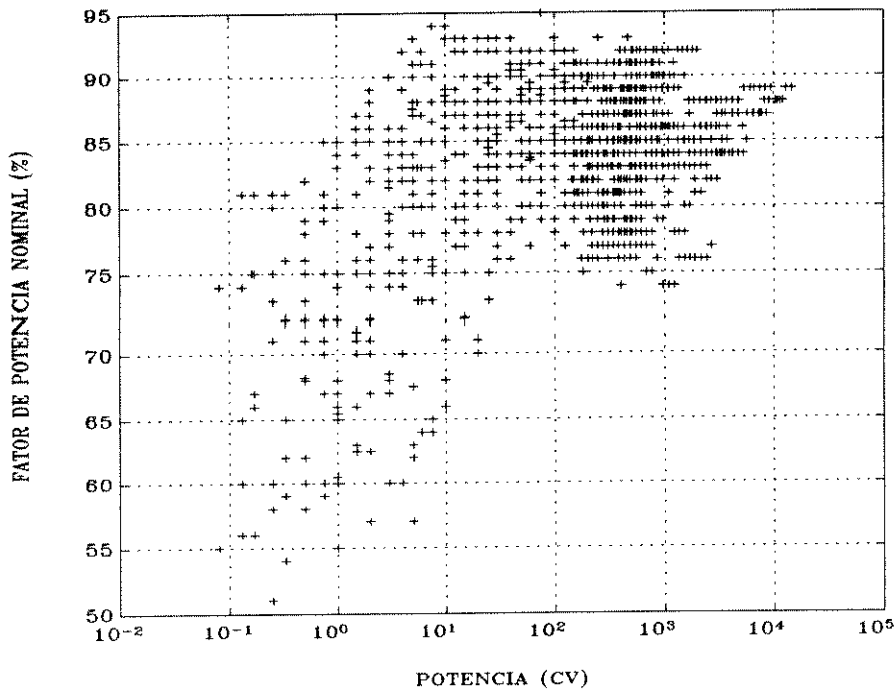


Fig. 7.5 - Fator de potência nominal versus potência.

Entretanto, tal figura fornece pouca informação, pois inclui de forma indistinta motores de diversos número de polos. Fica visível apenas uma tendência de crescimento do fator de potência em função da potência do motor. Os dados apresentados na figura anterior podem ser organizados por número de polos, obtendo-se a Fig. 7.6 .

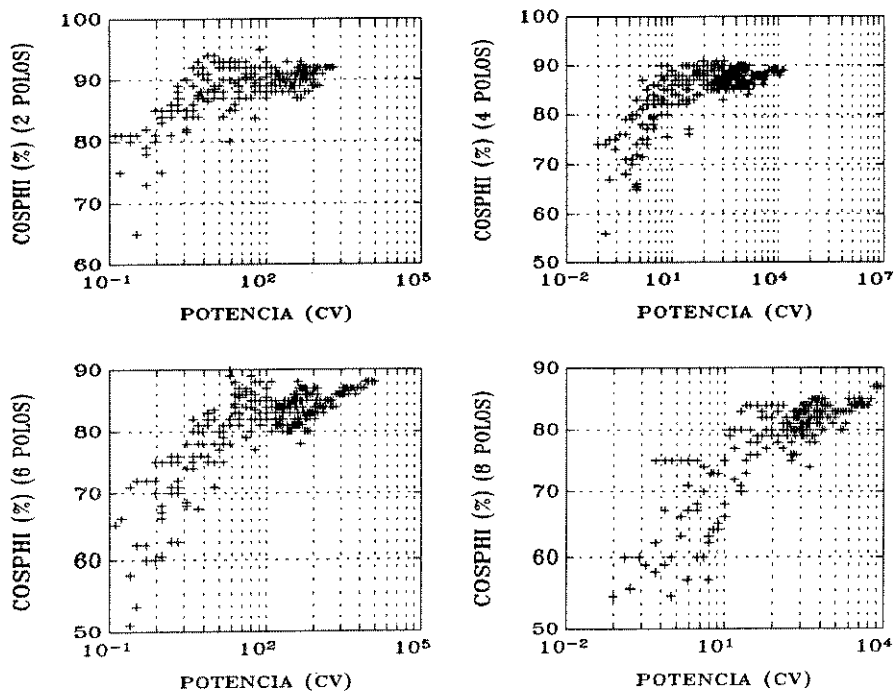


Fig. 7.6 - Fator de potência nominal versus potência para diversos números de polos.

A Fig. 7.7 apresenta os valores de  $x_M$  (determinados através da metodologia proposta) em função da potência do motor.

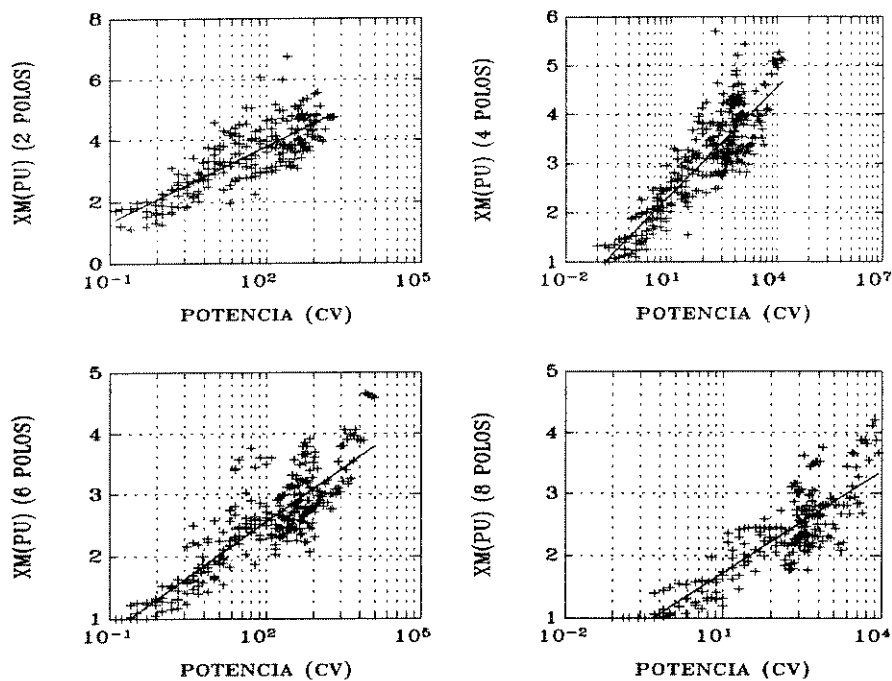


Fig. 7.7 - Reatância  $x_M$  versus potência para diversos número de polos.

Na Fig. 7.7 , juntamente com cada um dos gráficos calculados estão plotadas as retas obtidas através de uma regressão linear, cujas equações correspondentes são:

$$2 \text{ Polos} : x_M(PU) = 2.16 + 0.36 \times \log[\text{Potencia}(CV)] \quad \text{com} \quad \sigma = 0.63 PU \quad (7.2)$$

$$4 \text{ Polos} : x_M(PU) = 1.64 + 0.32 \times \log[\text{Potencia}(CV)] \quad \text{com} \quad \sigma = 0.50 PU \quad (7.3)$$

$$6 \text{ Polos} : x_M(PU) = 1.37 + 0.26 \times \log[\text{Potencia}(CV)] \quad \text{com} \quad \sigma = 0.40 PU \quad (7.4)$$

$$8 \text{ Polos} : x_M(PU) = 1.17 + 0.24 \times \log[\text{Potencia}(CV)] \quad \text{com} \quad \sigma = 0.37 PU \quad (7.5)$$

### 7.3 ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DE $x_1$ E $x'_2$

A Fig. 7.8 apresenta os valores de  $x_1$  e  $x'_2$  (determinados através da metodologia proposta) em função da potência do motor.

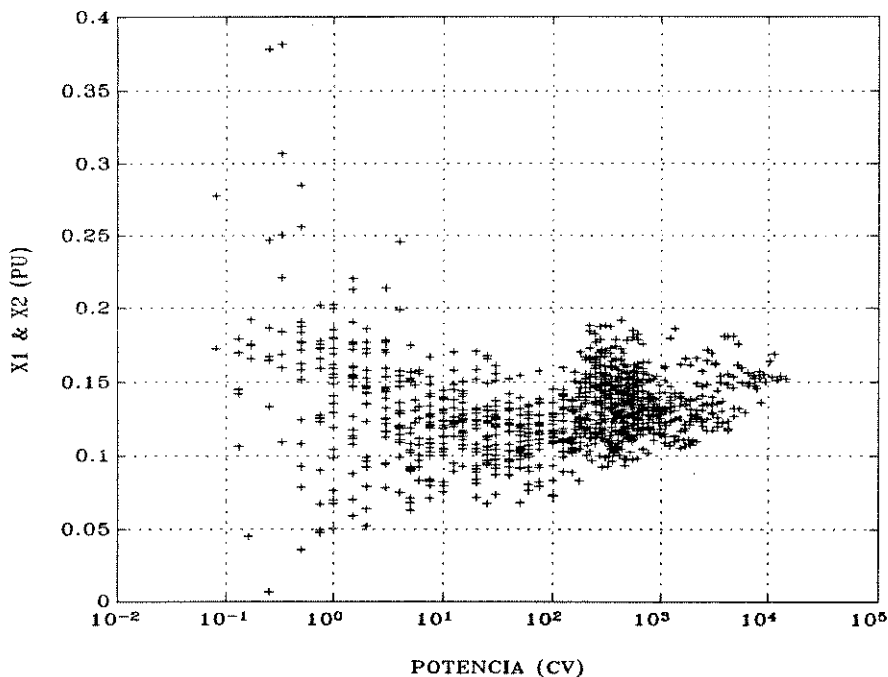


Fig. 7.8 - Reatância  $x_1$  e  $x'_2$  versus potência.

Desta figura observamos que os valores das reatâncias de dispersão são praticamente constantes ao longo de toda a faixa de potência considerada, notando-se uma pequena

tendência de crescimento para potências elevadas. Percebe-se também a existência de vários pontos "fora da curva" típica, no caso de motores fracionários, evidenciando valores inconsistentes fornecidos pelos fabricantes.

Esta constância dos valores de  $x_1$  e  $x'_2$  se deve ao fato de que as normas técnicas estabelecem, de forma rigorosa, os valores de corrente de partida e conjugado máximo, valores vinculados às reatâncias de dispersão.

#### 7.4 ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DE $\Delta r'_2$

A Fig. 7.9 apresenta os valores de  $\Delta r'_2$  em função da potência do motor.

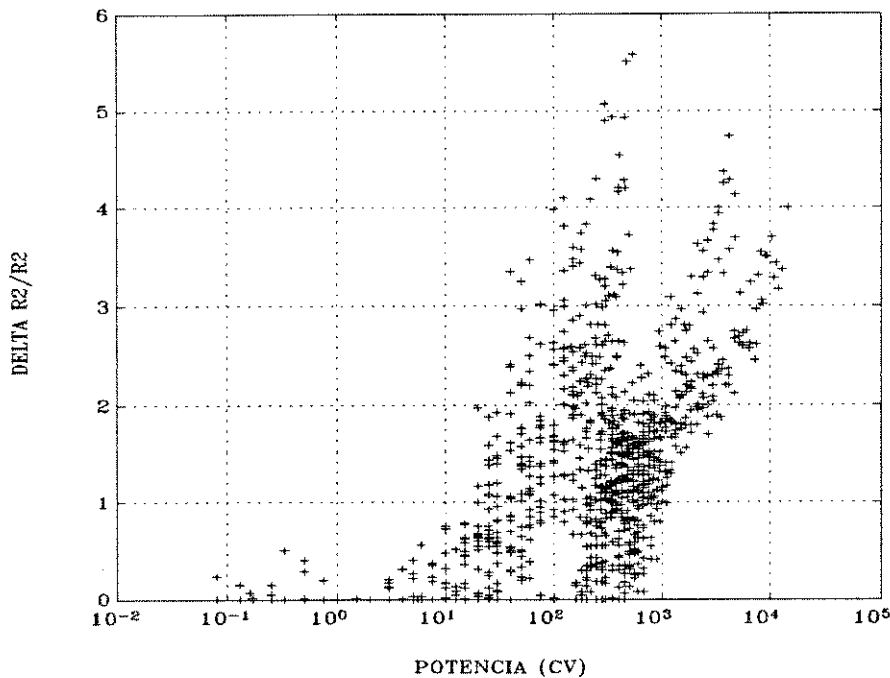


Fig. 7.9 - Variação  $\Delta r'_2$  versus potência.

Desta figura observamos que os valores de  $\Delta r'_2$  apresentam tendência de crescimento em função da potência. Entretanto, tal tendência é marcada por uma dispersão elevada. Este comportamento pode ser interpretado da seguinte forma: "motores de potência elevada possuem valores de  $r'_2$  baixos, diminuindo o conjugado de partida. Portanto torna-se necessário o uso de geometrias de barras rotóricas que ofereçam um alto ganho, sinalizado por altos valores de  $\Delta r'_2$ ."

No caso de motores de baixa potência, nota-se um número significativo de casos para os quais  $\Delta r'_2 = 0$ , mostrando que as barreiras físicas impostas ao algoritmo numérico foram utilizadas.

As tolerâncias admitidas pelas normas são de +20% para a corrente de rotor bloqueado, sem limite inferior. Por outro lado, o valor de conjugado de partida admite tolerâncias de -15%, sem limite superior. Tais tolerâncias incidem sobre valores **garantidos** sendo que os dados de catálogo têm caráter informativo e podem ser valores de projeto, valores típicos ou valores médios esperados. Conseqüentemente, os fabricantes preferem indicar em seus catálogos valores altos de corrente de partida e valores baixos de conjugado, de forma a se resguardar. O resultado disto é que o algoritmo tenta convergir para um valor de  $r'_{2 \text{ Partida}}$  inferior ao valor de  $r'_2$  observado para baixos valores escorregamento.

## 7.5 ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DE $\Delta x_1$ E $\Delta x'_2$

A Fig. 7.10 apresenta os valores de  $\Delta x'_2$  em função da potência do motor.

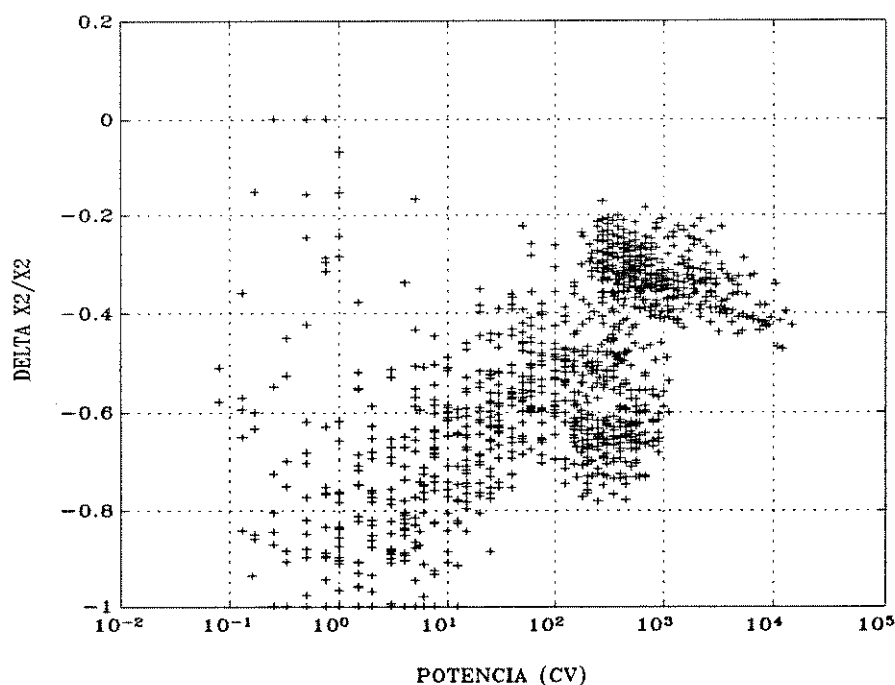


Fig. 7.10 - Variação  $\Delta x'_2$  versus potência.

Desta figura observamos que os valores de  $\Delta x'_2$  apresentam uma leve tendência de crescimento em função da potência do motor, apesar da alta dispersão. Novamente encontramos valores de  $\Delta x'_2$  para os quais os limites físicos do algoritmo foram atingidos, indicando inconsistências nos valores de catálogo para motores de baixa potência.

## 7.6 ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DO "GOODNESS FACTOR"

O Prof. Laithwaite, em dois de seus trabalhos [26,27] sugere a criação de um "goodness factor" para os vários tipos de máquinas elétricas. O trecho abaixo, em itálico, é quase integralmente de sua autoria tendo sido abreviadas apenas algumas passagens:

*...qualquer máquina elétrica consiste basicamente de um circuito elétrico e magnético interligados como mostrado na Fig. 7.11, para o qual é relativamente simples responder à pergunta: "O que é um bom circuito?"*

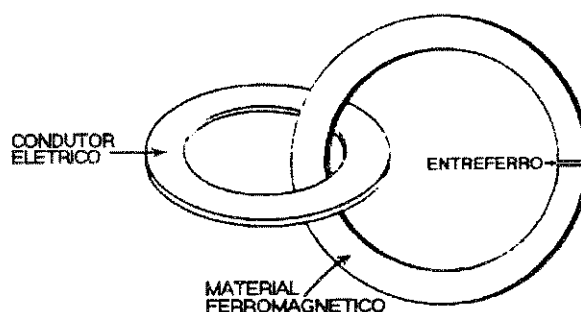


Fig. 7.11 - Estrutura básica de todas as máquinas eletromagnéticas.

*A quantidade que quase sempre nos interessa é a potência de uma máquina. Potência é o produto de força e velocidade. Força é o produto de fluxo magnético e corrente elétrica. O "melhor" circuito é aquele que produz a maior corrente para uma dada f.e.m. , isto é, aquele que tem a menor resistência. O "melhor" circuito magnético é aquele que produz o maior fluxo para uma dada f.m.m, isto é, aquele que tem a menor relutância.*

*Claramente nossos inimigos são resistência e relutância. Já que nós multiplicamos corrente e fluxo para produzir força e potência, podemos multiplicar resistência e relutância para obter um fator que deve estar relacionado de alguma forma com todas as más qualidades*

de uma máquina. De fato, podemos escrever:

$$\text{"Badness factor"} \propto \text{Resistencia} \times \text{Relutancia} \quad (7.6)$$

E também:

$$\text{"Goodness factor"} = \frac{1}{\text{"Badness factor"}} \quad (7.7)$$

Obtivemos assim uma relação para o nosso "Goodness factor". Entretanto o produto de resistência pela relutância não é uma grandeza adimensional. Torna-se conveniente multiplicá-la pela frequência  $\omega$  para tornar o "Goodness factor" adimensional.

Se expressarmos a resistência e a relutância em termos de dimensões físicas e das propriedades dos dois circuitos, obteremos nosso "Goodness factor" como:

$$\text{"Goodness factor"} = \frac{\omega}{\frac{l_e}{\sigma A_e} \times \frac{l_m}{\mu A_m}} \quad (7.8)$$

Onde:  $l_e$ ,  $l_m$  - comprimento do condutor elétrico e magnético, respectivamente

$A_e$ ,  $A_m$  - secção do condutor elétrico e magnético, respectivamente

$\sigma$  - condutividade do material elétrico

$\mu$  - permeabilidade do material magnético

$\omega$  - frequência angular da rede elétrica

Reagrupando esta equação teremos:

$$\text{"Goodness factor"} = (\omega \mu \sigma) \left( \frac{A_e A_m}{l_e l_m} \right) \quad (7.9)$$

No caso de uma máquina girante com um "gap" que domina o termo de relutância,  $\mu$  é  $\mu_0$  e  $l_m$  é o comprimento do entreferro. Os termos incluídos no primeiro parênteses da equação (7.9) são os materiais com que nós devemos lidar - as "dádivas da natureza" como talvez pudessem ser chamados. O termo incluído no segundo parêntesis descreve de forma efetiva o tamanho e a forma de qualquer máquina elétrica que já foi ou será construída. É dentro dos limites do segundo termo que o projetista pode usar sua habilidade de modo a produzir melhores formas de máquina que explorem melhor os fenômenos do eletromagnetismo.



Que informação útil podemos derivar de uma expressão tão geral como a (7.9) ?

É surpreendente o quanto podemos aprender sobre uma máquina sem sabermos sequer seu tamanho e forma. Por exemplo, suponha que queremos saber os efeitos de um aumento nas dimensões da máquina. Se temos uma máquina específica e desejamos construir outra exatamente do mesmo tipo e forma mas com o dobro das dimensões lineares, a segunda máquina será quatro vezes "melhor", já que o segundo termo da equação (7.8) contém duas áreas divididas por dois comprimentos. Portanto, podemos dizer que: *máquinas eletromagnéticas se tornam "melhores" à medida que crescem.*

Uma outra definição possível para o "Goodness factor" é [26]:

$$\text{"Goodness Factor"} \approx \frac{x_M}{r_2^2}$$

Vamos apresentar na Fig. 7.12 o "Goodness factor" para o universo de máquinas consideradas:

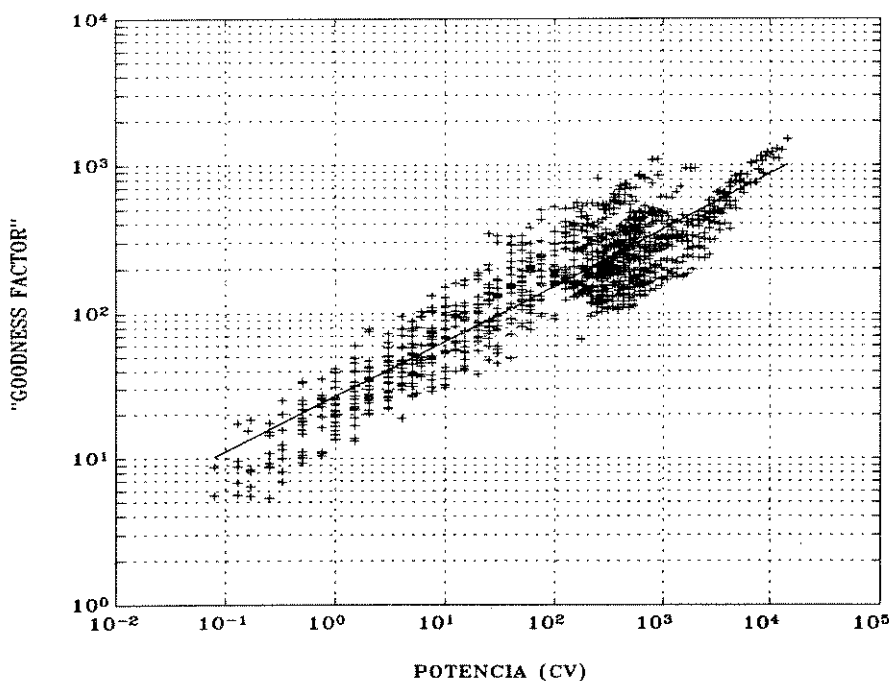


Fig. 7.12 - "Goodness factor" versus potência (todos os motores, independentemente do número de polos).

A reta apresentada foi obtida a partir de uma regressão linear, sendo expressa por:

$$\text{"Goodness Factor"} = 26.70 \times [\text{Potencia(CV)}]^{0.38} \quad \text{com} \quad \sigma = 57\% \quad (7.11)$$

Se utilizarmos o critério de "Goodness factor"  $\geq 100$ , sugerido pelo Prof. Laithwaite, para considerarmos um motor como sendo uma "boa máquina", incluiremos quase todos os motores com potência nominal acima de 20 CV. Todavia este critério nos parece um tanto restritivo.

A Fig. 7.13 apresenta o "Goodness factor" versus a potência, mas discriminando o número de polos dos motores. Tal separação se justifica pois sabe-se que máquinas com elevado número de polos sempre apresentam fatores de potência relativamente baixos, resultando em um "Goodness factor" baixo.

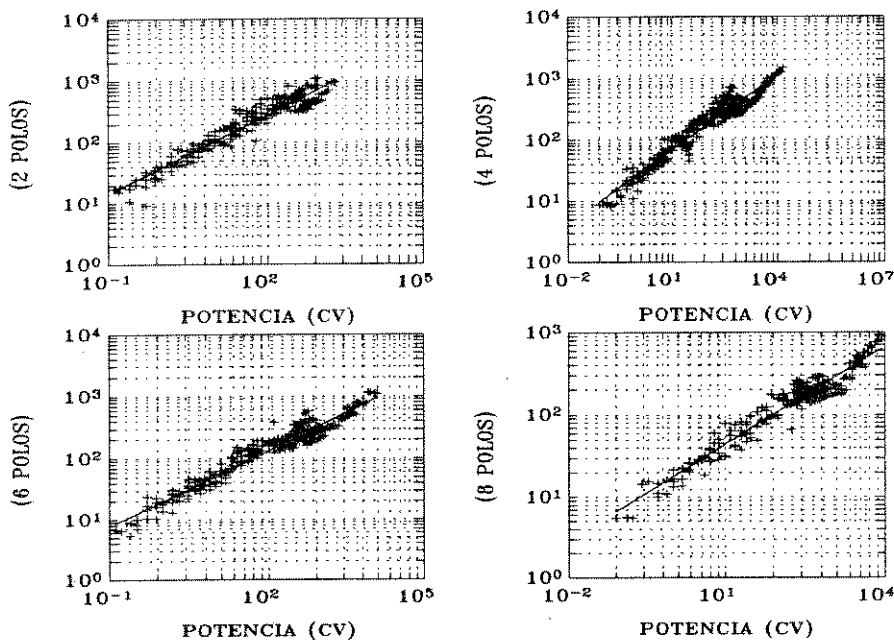


Fig. 7.13 - "Goodness factor" versus potência para motores de 2, 4, 6 e 8 polos.

As regressões lineares produzem os seguintes resultados:

$$2 \text{ Polos: "Goodness Factor"} = 38.43 \times [\text{Potencia}(CV)]^{0.43} \quad \text{com} \quad \sigma = 32 \% \quad (7.12)$$

$$4 \text{ Polos: "Goodness Factor"} = 27.40 \times [\text{Potencia}(CV)]^{0.40} \quad \text{com} \quad \sigma = 32 \% \quad (7.13)$$

$$6 \text{ Polos: "Goodness Factor"} = 19.82 \times [\text{Potencia}(CV)]^{0.41} \quad \text{com} \quad \sigma = 30 \% \quad (7.14)$$

$$8 \text{ Polos: "Goodness Factor"} = 17.86 \times [\text{Potencia}(CV)]^{0.39} \quad \text{com} \quad \sigma = 27 \% \quad (7.15)$$

Entretanto, o Prof. Laithwaite, quando menciona que o "goodness factor" melhora à medida que as máquinas crescem, está se referindo à dimensão linear e não à potência! Mas, é possível considerar que a potência em máquinas elétricas varia de forma proporcional a  $[L]^4$  (Anexo VI). Portanto podemos definir uma dimensão linear estimada dada por:

$$\text{Dimensão linear estimada} = \text{Potencia}^{1/4} \quad (7.16)$$

Usando esta dimensão linear estimada construímos a Fig. 7.13:

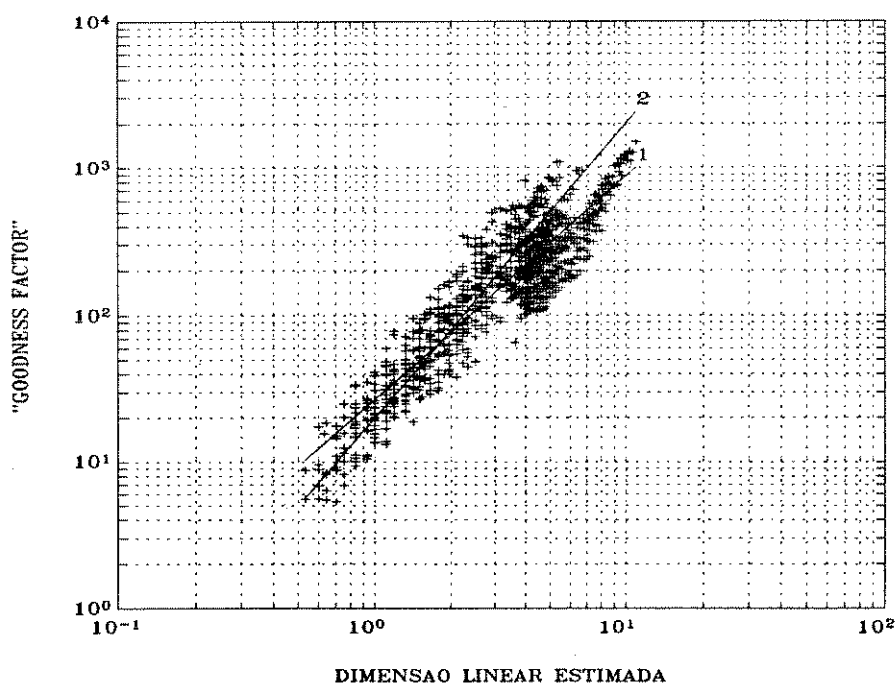


Fig. 7.14 - "Goodness factor" versus dimensão linear estimada.

Na Fig. 7.13 estão indicadas também duas retas. A reta 1 é resultado de uma regressão linear, sendo expressa por:

$$\text{"Goodness factor"} = 26.70 \times (\text{Dimensao linear estimada})^{1.52} \quad \text{com} \quad \sigma = 57\% \quad (7.17)$$

A reta 2 representa uma equação do tipo (7.9) na qual temos uma variação dada por [dimensão linear estimada]<sup>2</sup>, confirmando a visão do Prof. Laithwaite.

## 7.7 ANÁLISE DA CONSTANTE DE TEMPO DO ROTOR

O uso de técnicas de controle vetorial para motores de indução tem sido objeto de inúmeros estudos e já encontra aplicação em grande número de acionamentos industriais [28]. Um dos requisitos para sua utilização é o conhecimento da constante de tempo rotórica, definida como:

$$\tau_R = \frac{L_R}{r'_2} = \frac{(x_M + x'_2)}{\omega \times r'_2} \quad (7.18)$$

A necessidade de se conhecer este parâmetro tem dado origem a uma série de técnicas engenhosas de identificação "on-line" [28].

A partir dos parâmetros do motor de indução obtidos através do procedimento proposto e utilizando-se (7.18) podemos criar a Fig. 7.15 na qual apresentamos a constante de tempo  $\tau_R$  em função da potência do motor.

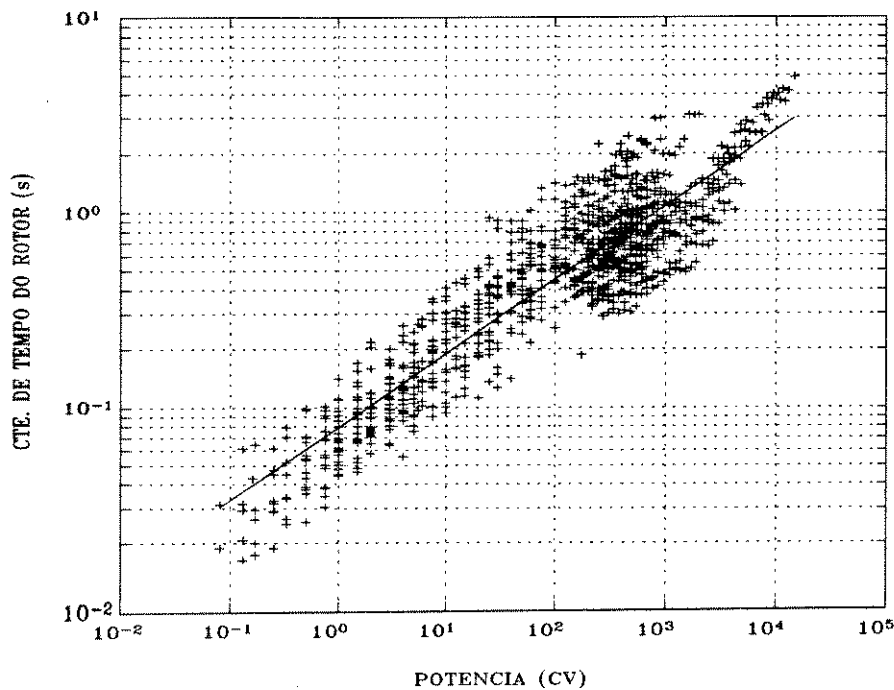


Fig. 7.15 - Constante de tempo do rotor versus potência (todos os motores, independentemente do número de polos).

A reta apresentada foi obtida através de uma regressão linear, sendo dada por:

$$\tau_R (s) = 0.08 \times [\text{Potencia}(CV)]^{0.38} \quad \text{com} \quad \sigma = 53\% \quad (7.19)$$

É fácil justificar e entender esta tendência de crescimento para  $\tau_R$  para potências crescentes. O valor de  $r'_2$  cai muito mais rapidamente do que o aumento de  $x_M$  observado em figuras anteriores. Entretanto, existe uma razão ainda mais profunda, que pode ser analisada comparando-se a definição do "Goodness factor" (7.10) com  $\tau_R$  (7.18). Temos:

$$\tau_R = \frac{L_R}{r'_2} = \frac{(x_M + x'_2)}{\omega \times r'_2} \approx \frac{x_M}{\omega \times r'_2} = \frac{\text{"Goodness factor"}}{\omega} \quad (7.20)$$

que indica que as duas grandezas são proporcionais, aplicando-se a mesma discussão proposta pelo Prof. Laithwaite.

Podemos discriminar a constante de tempo rotórica em função do número de polos dos motores. Obtém-se desta forma a Fig. 7.16 que representa de maneira mais precisa o comportamento de  $\tau_r$ .

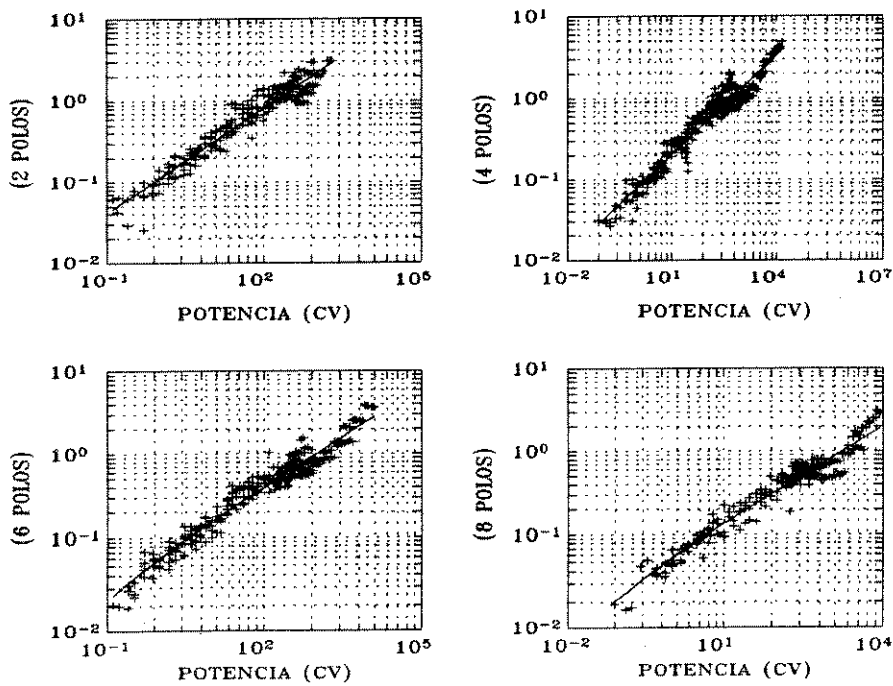


Fig. 7.16 - Constante de tempo do rotor versus potência para motores de 2, 4, 6 e 8 polos.

As equações correspondentes são:

$$2 \text{ Polos: } \tau_R (s) = 0.111 \times [\text{Potencia}(CV)]^{0.43} \quad \text{com } \sigma = 29\% \quad (7.21)$$

$$4 \text{ Polos: } \tau_R (s) = 0.080 \times [\text{Potencia}(CV)]^{0.41} \quad \text{com } \sigma = 29\% \quad (7.22)$$

$$6 \text{ Polos: } \tau_R (s) = 0.059 \times [\text{Potencia}(CV)]^{0.41} \quad \text{com } \sigma = 27\% \quad (7.23)$$

$$8 \text{ Polos: } \tau_R (s) = 0.055 \times [\text{Potencia}(CV)]^{0.39} \quad \text{com } \sigma = 25\% \quad (7.24)$$

## 7.8 ANÁLISE DA CONSTANTE DE INÉRCIA

A constante de inércia fornece uma boa indicação da performance dinâmica e é definida como:

$$H = \frac{J \omega_N}{2 T_N} \quad [s] \quad (7.25)$$

onde:

- $J$  - Inércia total do acionamento (motor + carga) [kg.m<sup>2</sup>]
- $\omega_N$  - Rotação nominal do acionamento (aproximadamente  $\omega_s$ ) [rd/s]
- $T_N$  - Conjugado nominal do motor [N.m]

Tais dados estão disponíveis em catálogo, com exceção da inércia da carga. Entretanto, podemos calcular  $H$  para a máquina em vazio, representando o caso em que a constante de inércia seria a menor possível, produzindo a melhor performance dinâmica.

A Fig. 7.17 apresenta o comportamento da constante de inércia em função da potência do motor.

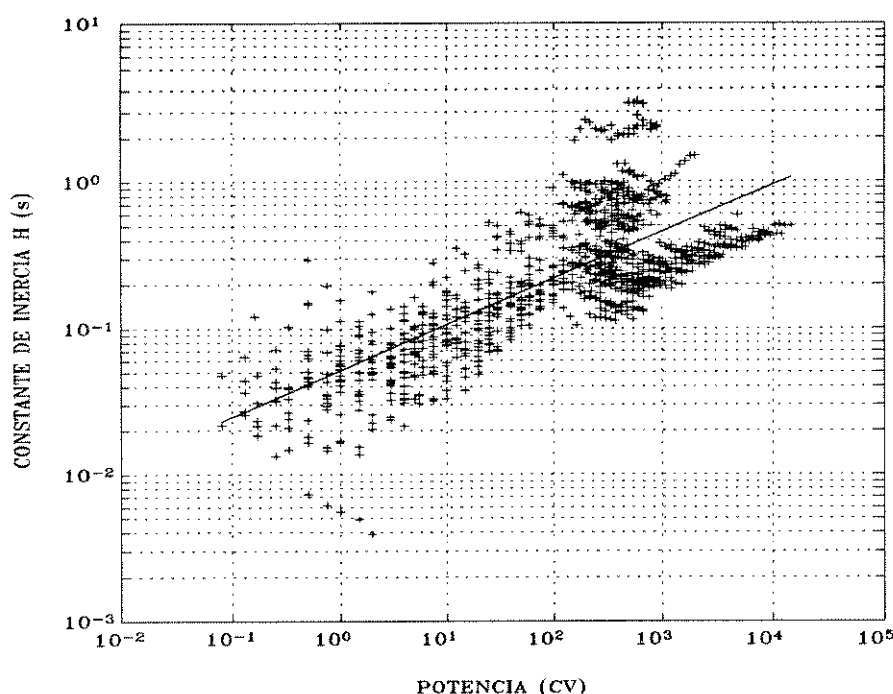


Fig. 7.17 - Constante de inércia (para motor em vazio) em função da potência.

A conclusão que pode ser extraída desta figura é que motores de elevada potência apresentam elevada constante de inércia.

Agrupando-se as considerações apresentadas nas Figs. 7.12 até 7.17 concluímos que:

- máquinas de elevada potência são "good machines", mas possuem elevada constante de inércia e elevada constante de tempo rotórica, degradando sua performance dinâmica;
- máquinas de baixa potência são "bad machines", apesar de possuírem baixa constante de inércia e baixa constante de tempo rotórica, o que permitiria uma boa performance dinâmica.

A reta apresentada na Fig. 7.17 foi obtida através de uma regressão linear, sendo dada por:

$$H(s) = 0.05 \times [\text{Potencia}(CV)]^{0.32} \quad \text{com} \quad \sigma = 140\% \quad (7.26)$$

Apesar da elevada dispersão na Fig. 7.17, percebe-se que a constante de inércia cresce com a potência.

Fixando-se a rotação e analisando a expressão (7.25) nota-se que:

- o conjugado  $T_N$  é proporcional a  $L^4$  (já que a potência também é proporcional a  $L^4$ );
- a inércia  $J_N$  é proporcional a  $L^5$  pois (supondo densidade volumétrica do rotor aproximadamente constante):

$$\begin{aligned} J_N &= (\text{Massa}) L^2 \\ &= (\text{Densidade volumetrica}) (\text{Volume}) L^2 \\ &= (\text{Densidade volumetrica}) L^5 \end{aligned} \quad (7.27)$$

Agrupando tais idéias na equação (7.25) conclui-se que a constante de inércia  $H$  é proporcional à  $L$ . Por conseguinte a constante de inércia  $H$  também seria proporcional à  $\text{Potencia}^{0.25}$ , cujo expoente é comparável ao expoente 0.32 encontrado na Eq. 7.26 .

## 7.9 ANÁLISE DOS MOTORES DE INDUÇÃO ATRAVÉS DO PASSO POLAR

A análise feita até agora confirma a existência de leis gerais para os motores de indução. O Prof. JONG [21] sugere o uso do passo polar  $\tau_p$  como base para o estudo das leis de escala de motores de indução pois trata-se da dimensão linear que inclui, de forma intrínseca, o número de polos. Ao invés de utilizar uma dimensão linear estimada genérica como foi feito através da equação (7.16), seria adotado o passo polar  $\tau_p$  como dimensão linear básica. As expressões deduzidas por JONG para alguns dos parâmetros do motor são:

$$r_2' [PU] = \frac{5 \times 10^{-3}}{\tau_p [m]} \quad (7.28)$$

$$x_m [PU] = 7 \sqrt{\tau_p [m]} \quad (\text{para motores de 4 polos}) \quad (7.29)$$

O valor do passo polar  $\tau_p$  era conhecido para apenas alguns motores (13) do universo estudado. A Fig. 7.18 compara os valores de  $r_2'$  e  $x_m$  calculados com as expressões



(7.28) e (7.29). Apesar das curvas não apresentarem uma concordância sensível com as expressões, acreditamos que o assunto mereça melhor estudo, abrangendo um universo mais significativo de motores.

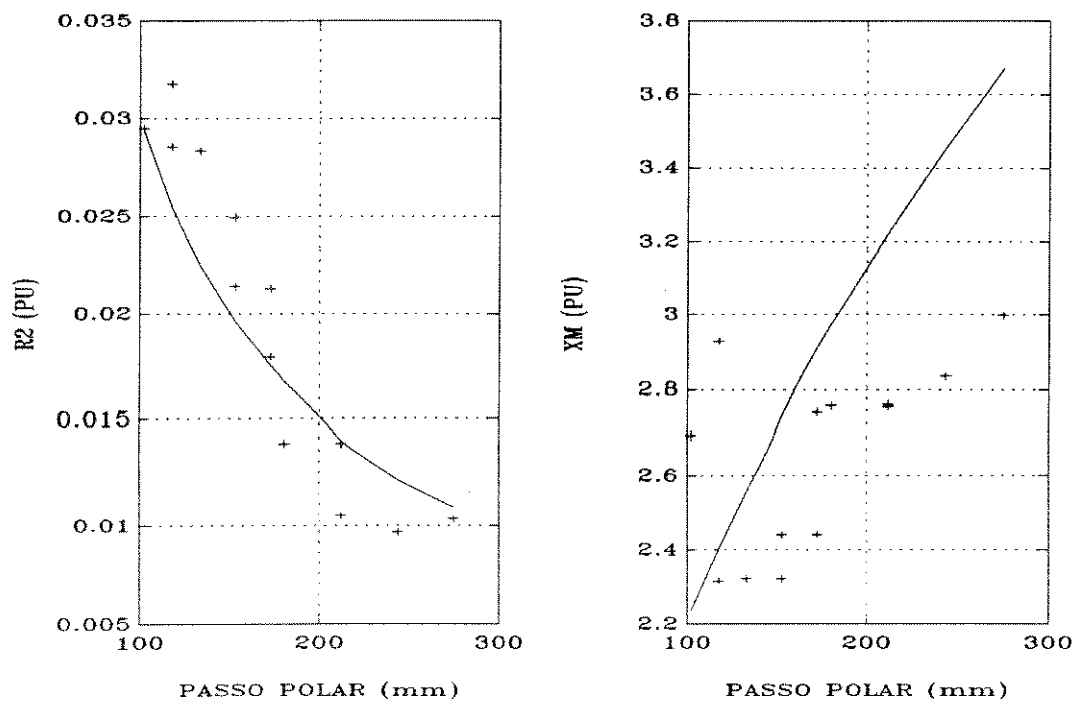


Fig. 7.18 - Parâmetros  $r'_2$  e  $x_M$  em função do passo polar, comparados com as expressões desenvolvidas por JONG.

## 8. TRABALHOS ANTERIORES

Neste capítulo iremos discutir alguns trabalhos relacionados com o temário desta dissertação, citados anteriormente.

### 8.1 WATERS e WILLOUGHBY (1983) [44]

Estes autores utilizam um modelo de dupla gaiola para o motor de indução e determinam o circuito equivalente a partir dos seguintes dados:

- Condição nominal: Potência, conjugado, corrente, rotação,  $\cos(\varphi)$  e  $\eta$
- Rotor bloqueado : Conjugado e corrente
- Conjugado máximo
- Resistência  $r_1$  e reatância de dispersão  $x_1$

Apresenta-se uma metodologia analítica para obtenção de uma solução inicial para os parâmetros do circuito equivalente. A seguir, utiliza-se um processo iterativo até convergir em relação aos dados de catálogo.

O aspecto questionável deste trabalho é a necessidade de conhecer  $r_1$  e  $x_1$ , o que nem sempre é possível.

### 8.2 ANSUJ, SHOKOOH e SCHINZINGER (1989) [6]

Este artigo se propõe a estimar os parâmetros de motores de indução a partir dos seguintes dados:

- Condição nominal: Potência, conjugado, corrente, rotação,  $\cos(\varphi)$  e  $\eta$
- Rotor bloqueado : Conjugado, corrente e  $\cos(\varphi)$
- Conjugado máximo e escorregamento correspondente ao conjugado máximo

O trabalho considera  $x'_2$  e  $r'_2$  variáveis, utilizando leis de variação de parâmetros lineares. Além de propor uma solução analítica usando os parâmetros acima, os autores utilizam uma metodologia numérica para melhorar a adequação do circuito equivalente aos

dados do fabricante. Tal metodologia numérica é do tipo "Gradiente máximo" ("steepest descent"), sendo que os autores desenvolvem explicitamente as derivadas parciais ("sensitivity equations") que compõem o Gradiente.

O aspecto questionável deste trabalho é o emprego do  $\cos(\varphi)$  nas condições de rotor bloqueado e o uso do escorregamento correspondente ao conjugado máximo, dados que não estão disponíveis em catálogos de fabricantes. Além disso, o uso de leis de variação de parâmetros lineares corresponde a uma simplificação exagerada do problema.

### 8.3 SÁ (1989) [39]

Apesar do objetivo principal deste autor ser o estudo do comportamento térmico de motores de indução, era necessário determinar um circuito equivalente, o que foi feito utilizando os seguintes dados:

- Condição nominal: Potência, conjugado, corrente, rotação,  $\cos(\varphi)$  e  $\eta$
- Rotor bloqueado : Conjugado e corrente
- Conjugado máximo

Este trabalho considera os parâmetros variáveis segundo expressões desenvolvidas para uma configuração do tipo "gaiola retangular profunda", e a determinação dos parâmetros é feita de forma **estritamente** analítica. Apesar de não exigir que o fabricante forneça o escorregamento correspondente ao conjugado máximo este valor é calculado através da aproximação de Kloos [15,23].

### 8.4 LINDSAY e BARTON (1972/73) [29,30]

Estes trabalhos determinam experimentalmente o circuito equivalente do motor de indução a partir de ensaios, utilizando instrumental para aquisição de dados. O aspecto relevante é o uso de métodos de minimização, tanto do tipo "Gradiente máximo" ("steepest descent") como "Direções conjugadas" ("conjugate directions"), para fazer com que o circuito equivalente (foram utilizados vários modelos) reproduza os dados experimentais.

## 8.5 GOLDEMBERG e LOBOSCO (1990/92) [16,17,18]

Existem inúmeras semelhanças entre estes trabalhos e o desenvolvimento desta dissertação. São utilizados os seguintes dados para produzir uma solução analítica:

- Condição nominal : Potência, conjugado, corrente, rotação,  $\cos(\varphi)$  e  $\eta$
- Condições a 75% e 50% da carga nominal :  $\cos(\varphi)$  e  $\eta$
- Rotor bloqueado : Conjugado e corrente
- Conjugado máximo

A metodologia numérica apresentada no primeiro trabalho (1990) [16] era muito rudimentar quando comparada com os trabalhos posteriores, onde se emprega o método de Levenberg-Marquardt. As leis de variação de  $x'_2$  utilizadas neste primeiro trabalho também são diferentes, sendo basicamente interpolações **lineares**.

A análise estatística dos parâmetros dos motores de indução só está presente no artigo mais recente [18].

## 9. SIMULAÇÃO DINÂMICA DE MOTORES DE INDUÇÃO

### 9.1 INTRODUÇÃO

O estudo do comportamento dinâmico de um motor de indução geralmente é feito através do uso das transformações de Park, resultando um sistema de equações diferenciais não lineares [2,42]. Até o advento do analisador diferencial mecânico no início da década de 1940, não havia maneira simples de resolver o problema [34]. Entretanto, com o surgimento dos simuladores analógicos e digitais, tornou-se comum o estudo dinâmico dos motores de indução.

Existem várias formas de estabelecer as equações para fins de simulação.

O desenvolvimento matemático apresentado a seguir [24,25] não estipula a priori nenhum referencial para os eixos d-q, que podem ser associados ao estator, rotor ou campo girante.

### 9.2 EQUACIONAMENTO MATEMÁTICO

Temos:

$$v_{qs} = r_s i_{qs} + \omega \lambda_{ds} + \frac{d\lambda_{qs}}{dt} \quad (9.1)$$

$$v_{ds} = r_s i_{ds} - \omega \lambda_{qs} + \frac{d\lambda_{ds}}{dt} \quad (9.2)$$

$$v_{qr} = r_s i_{qr} + (\omega - \omega_r) \lambda_{dr} + \frac{d\lambda_{qr}}{dt} \quad (9.3)$$

$$v_{dr} = r_s i_{dr} - (\omega - \omega_r) \lambda_{qr} + \frac{d\lambda_{dr}}{dt} \quad (9.4)$$

Onde as expressões dos fluxos concatenados são:

$$\lambda_{qs} = L_{ls} i_{qs} + M(i_{qs} + i_{qr}) \quad (9.5)$$

$$\lambda_{ds} = L_{ls} i_{ds} + M(i_{ds} + i_{dr}) \quad (9.6)$$

$$\lambda_{qr} = L_{lr} i_{qr} + M(i_{qs} + i_{qr}) \quad (9.7)$$

$$\lambda_{dr} = L_{lr} i_{dr} + M(i_{ds} + i_{dr}) \quad (9.8)$$

Como usualmente as impedâncias do motor são expressas em ohms (a uma dada frequência de base  $\omega_b$ ) as equações (9.5) a (9.8) são redefinidas em função dos fluxos concatenados por segundo:

$$\psi_{qs} = X_{ls} i_{qs} + X_M(i_{qs} + i_{qr}) \quad (9.9)$$

$$\psi_{ds} = X_{ls} i_{ds} + X_M(i_{ds} + i_{dr}) \quad (9.10)$$

$$\psi_{qr} = X_{lr} i_{qr} + X_M(i_{qs} + i_{qr}) \quad (9.11)$$

$$\psi_{dr} = X_{lr} i_{dr} + X_M(i_{ds} + i_{dr}) \quad (9.12)$$

Tal mudança permite facilmente simular o comportamento do motor de indução em sistemas com frequência de alimentação variável. Conseqüentemente as equações (9.1) a (9.4) se tornam:

$$v_{qs} = r_s i_{qs} + \frac{\omega}{\omega_b} \psi_{ds} + \frac{1}{\omega_b} \frac{d\psi_{qs}}{dt} \quad (9.13)$$

$$v_{ds} = r_s i_{ds} - \frac{\omega}{\omega_b} \psi_{qs} + \frac{1}{\omega_b} \frac{d\psi_{ds}}{dt} \quad (9.14)$$

$$v_{qr} = r_s i_{qr} + \frac{(\omega - \omega_r)}{\omega_b} \psi_{dr} + \frac{1}{\omega_b} \frac{d\psi_{qr}}{dt} \quad (9.15)$$

$$v_{dr} = r_s i_{dr} - \frac{(\omega - \omega_r)}{\omega_b} \psi_{qr} + \frac{1}{\omega_b} \frac{d\psi_{dr}}{dt} \quad (9.16)$$

Entretanto, as expressões (9.13) a (9.16) resultantes não estão arranjadas na forma mais apropriada para que se possa utilizar programas de simulação computacional. Definimos:

$$\Psi_{mq} = X_M(i_{qs} + i_{qr}) \quad (9.17)$$

$$\Psi_{md} = X_M(i_{ds} + i_{dr}) \quad (9.18)$$

A partir das equações (9.13) a (9.18) podemos expressar as correntes em função dos fluxos concatenados por segundo:

$$i_{qs} = \frac{1}{X_{ls}}(\Psi_{qs} - \Psi_{mq}) \quad (9.19)$$

$$i_{ds} = \frac{1}{X_{ls}}(\Psi_{ds} - \Psi_{md}) \quad (9.20)$$

$$i_{qr} = \frac{1}{X_{lr}}(\Psi_{qr} - \Psi_{mq}) \quad (9.21)$$

$$i_{dr} = \frac{1}{X_{lr}}(\Psi_{dr} - \Psi_{md}) \quad (9.22)$$

Portanto:

$$\Psi_{mq} = \left( \frac{1}{X_M} + \frac{1}{X_{ls}} + \frac{1}{X_{lr}} \right)^{-1} \left( \frac{\Psi_{qs}}{X_{ls}} + \frac{\Psi_{qr}}{X_{lr}} \right) \quad (9.23)$$

$$\Psi_{md} = \left( \frac{1}{X_M} + \frac{1}{X_{ls}} + \frac{1}{X_{lr}} \right)^{-1} \left( \frac{\Psi_{ds}}{X_{ls}} + \frac{\Psi_{dr}}{X_{lr}} \right) \quad (9.24)$$

Substituindo (9.19) a (9.22) nas (9.13) a (9.16) e isolando a derivada obtemos as equações diferenciais que serão utilizadas para descrever o comportamento dinâmico do motor:

$$\frac{d\Psi_{qs}}{dt} = \omega_b \left[ v_{qs} - \frac{\omega}{\omega_b} \Psi_{ds} + \frac{r_s}{X_{ls}}(\Psi_{mq} - \Psi_{qs}) \right] \quad (9.25)$$

$$\frac{d\Psi_{ds}}{dt} = \omega_b \left[ v_{ds} + \frac{\omega}{\omega_b} \Psi_{qs} + \frac{r_s}{X_{ls}}(\Psi_{md} - \Psi_{ds}) \right] \quad (9.26)$$

$$\frac{d\Psi_{qr}}{dt} = \omega_b \left[ v_{qr} - \left( \frac{\omega - \omega_r}{\omega_b} \right) \Psi_{dr} + \frac{r_r}{X_{lr}}(\Psi_{mq} - \Psi_{qr}) \right] \quad (9.27)$$

$$\frac{d\Psi_{dr}}{dt} = \omega_b \left[ v_{dr} + \left( \frac{\omega - \omega_r}{\omega_b} \right) \Psi_{qr} + \frac{r_r}{X_{lr}}(\Psi_{mq} - \Psi_{dr}) \right] \quad (9.28)$$

O conjugado elétrico é dado por:

$$T_{el} = \psi_{ds} i_{qs} - \psi_{qs} i_{ds} \quad (9.29)$$

A equação mecânica será expressa por:

$$\frac{d\omega_r}{dt} = \frac{1}{2H} (T_{el} - T_{mec}) \quad (9.30)$$

Onde :

$H$  - Constante de inércia do sistema mecânico (motor + carga)

$T_{Mec} = T_{Mec}(\omega, t)$  - Conjugado resistente da carga que é uma função qualquer da rotação  $\omega$  e do tempo

Nas equações (9.23) a (9.28), os parâmetros  $X_{ls}$ ,  $X_{lr}$  e  $r_r$  são funções do escorregamento, como mencionado anteriormente no Capítulo 4.

### 9.3 SIMULADORES COMPUTACIONAIS

O uso de simuladores digitais para o estudo de sistemas físicos generalizou-se na última década com o surgimento de "hardware" e "software" mais poderosos. Usou-se neste trabalho um aplicativo denominado SIMNON ("Simulation of non-linear systems") [14], cujas características permitem criar um software versátil para a simulação de sistemas com motores de indução.

### 9.4 RESULTADOS

Simulando-se o sistema de equações dinâmicas descrito previamente e usando os parâmetros para o motor de indução dados no ANEXO I (na frequência de 50 Hz), obtem-se o resultado dado na Fig. 9.1. Nesta figura estão sobrepostos os dados experimentais extraídos de um registro oscilográfico da partida direta deste motor. O modelo obtido mostra-se capaz de reproduzir de forma aproximada a dinâmica da máquina de indução.



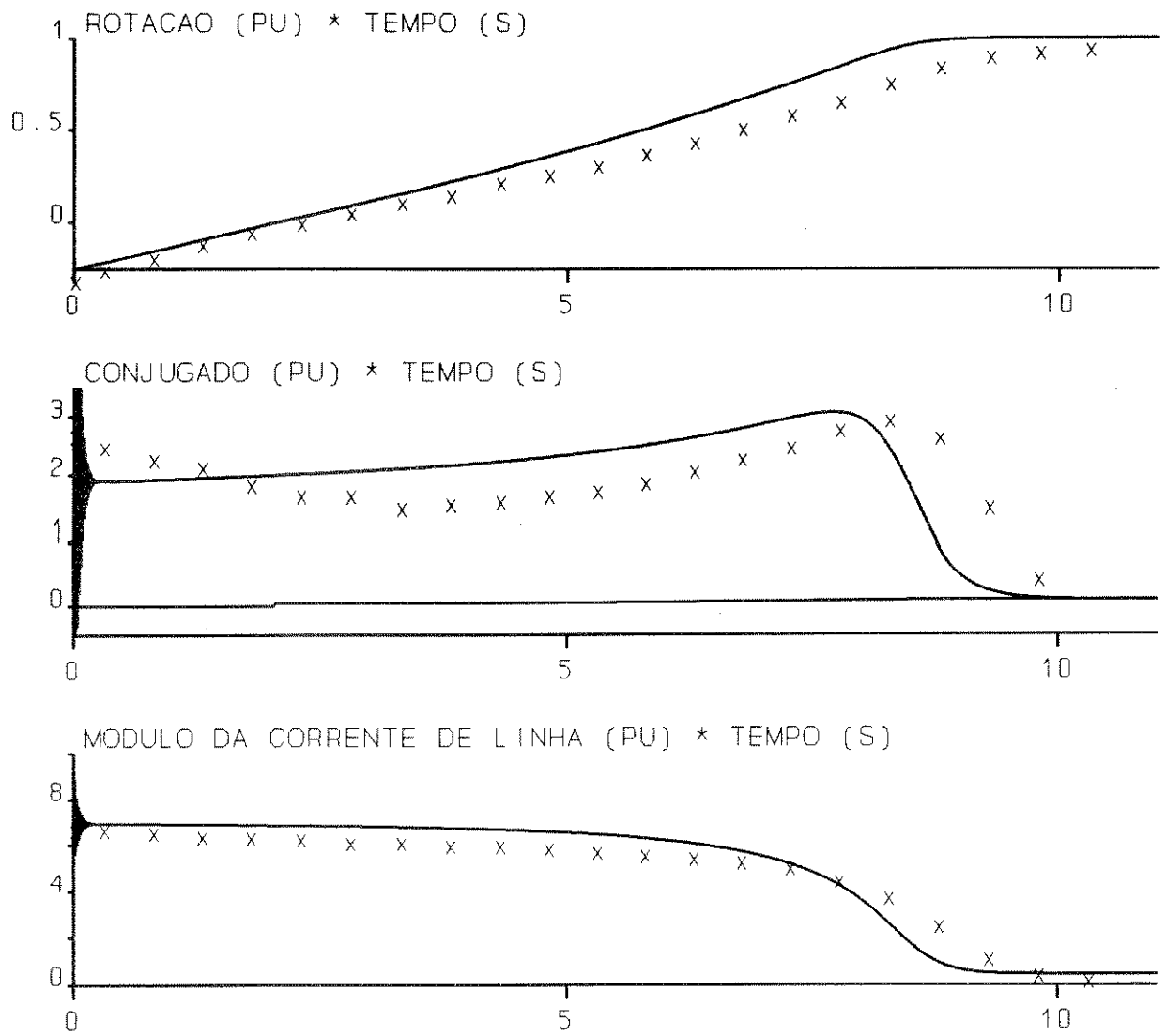


Fig. 9.1 - Partida direta de motor de indução. As cruces indicam os pontos obtidos experimentalmente para o motor dado no ANEXO I.

## 10. CONCLUSÃO

Neste trabalho mostrou-se que é possível determinar um circuito equivalente para motores de indução utilizando somente as informações apresentadas nos catálogos dos fabricantes. A metodologia utilizada para tal determinação combina um processo analítico e numérico de cálculo, resultando em um circuito equivalente que reproduz adequadamente os valores declarados pelos fabricantes. Tal procedimento foi verificado para vários motores comparando-se dados de ensaios com valores calculados através da metodologia proposta.

Os parâmetros determinados através da metodologia proposta, além de reproduzir o comportamento estático dos motores, também podem ser utilizados para simular o comportamento dinâmico dos motores de indução.

Aplicando-se esta metodologia a uma população de motores de indução, procurou-se leis de formação e comportamentos característicos para este tipo de máquina. Desta análise conclui-se que motores de baixa potência e/ou elevado número de polos são máquinas elétricas que não apresentam "goodness factors" elevados.

Uma consequência desta análise é que o uso de máquinas de indução em acionamentos de velocidade variável deve ser melhor ponderado pois, mesmo que seja possível controlar adequadamente a dinâmica deste motor, a sua natureza intrínseca (fator de potência e rendimento baixos) compete desfavoravelmente com outros tipos de máquinas, particularmente os motores síncronos de imã permanente, que apresentam como vantagem adicional o fato de poderem ser controlados de forma extremamente simples.

Em qualquer caso, a discussão das virtudes e defeitos específicos de cada tipo de máquina elétrica não terminará jamais. Citando novamente LAITHWAITE, vale a pena perguntar: "What constitutes a *good* machine ?"

## ANEXO I

### MOTOR UTILIZADO PARA EXEMPLIFICAR A METODOLOGIA PROPOSTA

Os dados de ensaio de um fabricado pela ARNO e testado pela SIEMENS alemã são:

Potência nominal	: 60 CV
Nº de polos	: 2
Tensão nominal	: 380 V
Frequência	: 60 Hz
Corrente nominal	: 80 A
Conjugado nominal	: 123 N.m
Corrente de partida	: 532 A
Corrente em vazio	: 20.5 A
Conjugado máximo	: 336 N.m
Conjugado partida	: 220 N.m
$r_1$	: 0.056 $\Omega$ /fase @ 20°C
Perdas em vazio	: 1348 W
Inércia	: 0.156 Kg.m <sup>2</sup>

Tabela I.1 - Dados dos ensaios de carga.

Condição de carga (% de $P_N$ )	25%	50%	75%	100%	125%
Conjugado (N.m)	30	60	91	123	152
Corrente (A)	28.0	44.0	60.8	80.0	102.4
Fator de Potência (%)	69	85	90	91	91
Rendimento (%)	87	93	92	91	87
Rotação (RPM)	3584	3571	3553	3533	3500

Através do procedimento de cálculo proposto obtemos o circuito equivalente dado na Tabela I.2. As curvas características calculadas estão apresentadas nas Figs. 6.1 e 6.2.

Tabela I.2 - Parâmetros do circuito equivalente ( $Z_{Base} = 2.71 \Omega$ )

$r_1$ (PU)	0.0112
$r'_2$ (PU)	0.0198
$x_1$ (PU)	0.105
$x'_2$ (PU)	0.105
$x_M$ (PU)	4.08
$r_M$ (PU)	28.0
$\Delta r'_2$ (% de $r'_2$ )	76.7
$\Delta x'_2$ (% de $x'_2$ )	-42.5

Este mesmo motor foi ensaiado a 50 Hz, tendo sido obtidos os seguintes valores:

Potência nominal	: 60 CV
Nº de polos	: 2
Tensão nominal	: 380 V
Rotação nominal	: 2945 RPM
Frequência	: 50 Hz
Corrente nominal	: 90.6 A = 1 PU
Corrente em vazio	: 42 A
cos( $\varphi$ ) em vazio	: 0.1
Conjugado nominal	: 145 N.m = 1 PU
Corrente de partida	: 7.14 PU
Conjugado máximo	: 3.35 PU
Conjugado partida	: 2.18 PU

Tabela I.3 - Dados dos ensaios de carga.

Condição de carga (% de $P_N$ )	50%	75%	100%
Fator de Potência (%)	69	79	83.7
Rendimento (%)	88.5	89.5	89.5

Através do procedimento de cálculo proposto obtemos o circuito equivalente dado na Tabela I.4. As curvas características calculadas estão apresentadas nas Figs. I.1 e I.2.

Tabela I.4 - Parâmetros do circuito equivalente ( $Z_{Base} = 2.43 \Omega$ )

$r_1$ (PU)	0.0163
$r'_2$ (PU)	0.0212
$x_1$ (PU)	0.090
$x'_2$ (PU)	0.090
$x_M$ (PU)	2.254
$r_M$ (PU)	20.23
$\Delta r'_2$ (% de $r'_2$ )	+61.7
$\Delta x'_2$ (% de $x'_2$ )	-36.1

A comparação entre os valores de  $r_1$  e os valores obtidos a partir do ensaio em vazio do motor é feita na Tabela I.5. Analisando os dados apresentados notam-se discrepâncias entre os valores de  $r_1$  e as perdas, apesar de se conseguir estimar relativamente bem a corrente do motor em vazio.

Tabela I.5 - Medidas de  $r_1$ , corrente e perdas com motor em vazio.

	Cálculo	Experimental
Resistência $r_1$ (m $\Omega$ )	40	56 @ 25°C
Corrente (A)	38.8	42
Perdas (W)	2900	2700

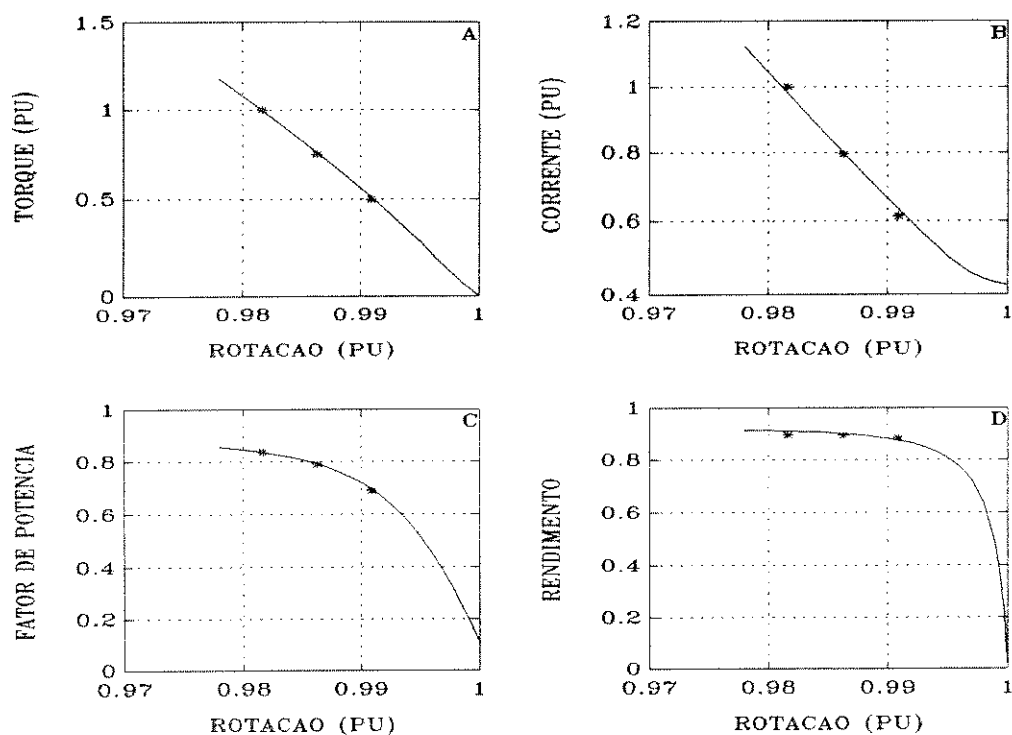


Fig. I.1 - Curvas características obtidas ao final do processo de identificação de parâmetros. (A) Torque; (B) Corrente; (C) Fator de potência e (D) Rendimento versus rotação em condições próxima à nominal.

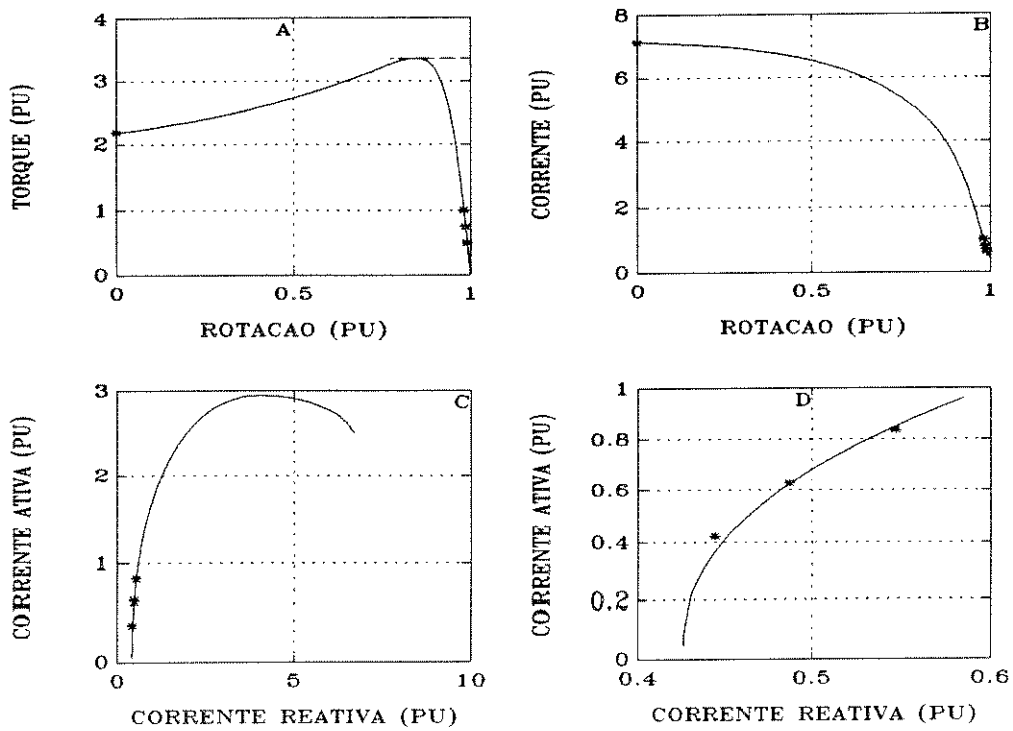


Fig. I.2 - Curvas características obtidas ao final do processo de identificação de parâmetros. (A) Torque; (B) Corrente e (C) Diagrama do círculo versus rotação, variando de 0 a 1 PU. (D) "Zoom" do Diagrama do círculo.

As Figs. I.3 e I.4 apresentam as curvas de conjugado e corrente respectivamente, considerando e desconsiderando a variação de parâmetros. Nota-se que para baixos valores de escorregamento as curvas são idênticas enquanto que para valores elevados de escorregamento as diferenças entre as curvas são muito acentuadas. Os pontos experimentais estão indicados através de cruzes. Observa-se que a lei de variação de parâmetros proposta produz resultados razoáveis.

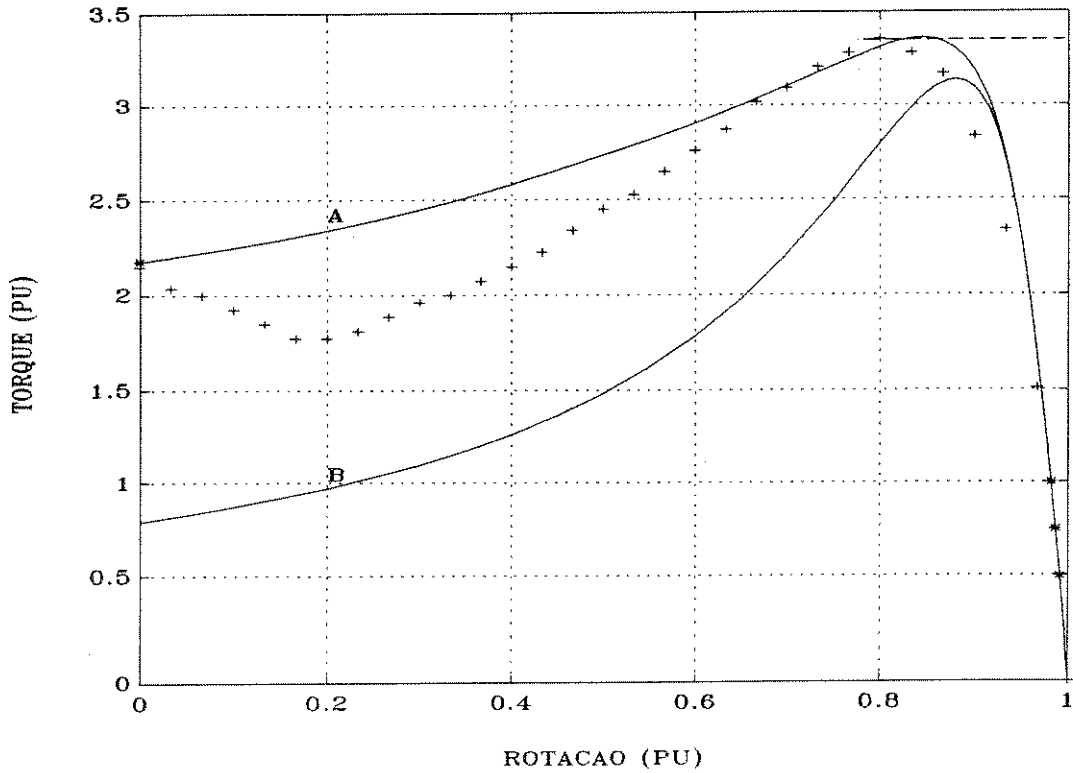


Fig. I.3 - Curvas características conjugado  $\times$  rotação (A) considerando parâmetros variáveis; (B) sem considerar parâmetros variáveis; Pontos experimentais indicados por cruze e asteriscos.

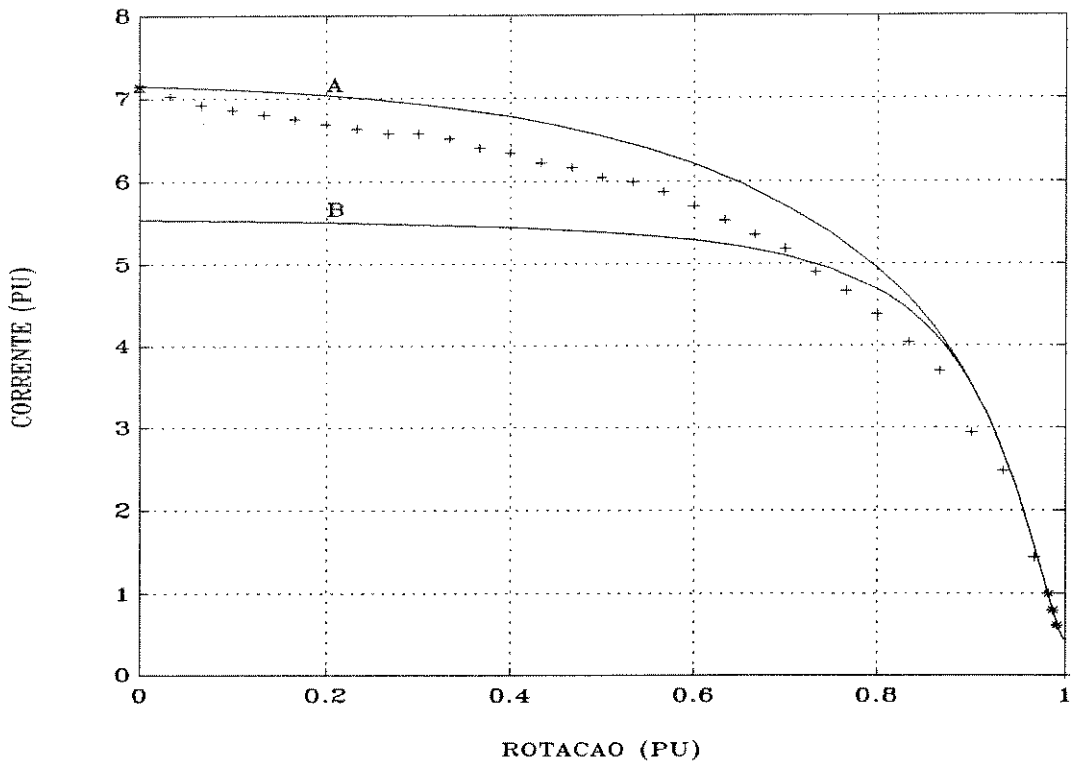


Fig. I.4 - Curvas características corrente  $\times$  rotação (A) considerando parâmetros variáveis; (B) sem considerar parâmetros variáveis; Pontos experimentais indicados por cruze e asteriscos.

## ANEXO II

### DADOS PRINCIPAIS DOS MOTORES CONSIDERADOS NA ANÁLISE

Os seguintes fabricantes e catálogos foram considerados no desenvolvimento deste trabalho, totalizando 1168 motores.

Fabricante	Número motores	Catálogo	Proteção	Polos	Tensão Min. (V)	Tensão Max. (V)	Frequência (Hz)	Potência Min.(CV)	Potência Max.(CV)
SIEMENS	136	[40]	IP54	2 / 8	380	380	50	0.08	545
SIEMENS	142	[41]	IP54	2 / 8	3000	5000	50	180	14600
ASEA	241	[7]	IP54	2 / 12	380	4160	50/60	217	4820
WEG	115	[47]	IP54	2 / 8	220	220	60	0.5	500
WEG	87	[45]	IP54	2 / 8	220	220	60	0.5	200
WEG	190	[46]	IP54	2 / 8	440	6600	60	160	1120
EBERLE	118	[13]	IP54	2 / 8	220	220	60	0.08	300
KOLBACH	67	[22]	IP54	2 / 6	220	220	60	0.25	150
MORSE	55	[36]	IP54	2 / 6	460	460	60	1	200
ARNO	17	(1)	IP54	2 / 4	220	380	50/60	0.5	60

#### NOTAS:

(1) Dados de ensaios.



## ANEXO III

### ANÁLISE DE MOTOR DE ALTA POTÊNCIA

Os dados de ensaio de um motor fabricado por Industrias Villares são:

Potência nominal	: 632.1 kW = 858 CV
Nº de polos	: 4
Tensão nominal	: 4 kV
Frequência	: 60 Hz
Corrente nominal	: 102 A
Conjugado nominal	: 3381.5 N.m
Corrente de partida	: 634 A
Corrente em vazio	: 16.3 A
Conjugado máximo	: 8099 N.m
Conjugado partida	: 3496 N.m
$r_1$	: 0.270 $\Omega$ /fase @ 25.5°C
Perdas em vazio	: 19.2 kW
Inércia	: 5.52 Kg.m <sup>2</sup>

Tabela III.1 - Dados dos ensaios de carga.

Condição de carga (% de $P_N$ )	25%	50%	75%	100%	125%
Potência (kW)	161.7	317.9	475.2	632.1	788.5
Conjugado (N.m)	860.3	1694.2	2537.8	3381.5	4225.2
Corrente (A)	31.2	52.8	76.2	102	130.2
Fator de Potência (%)	83.2	93.0	93.8	92.7	91.8
Rendimento (%)	88.6	93.2	94.3	94.7	94.6
Rotação (RPM)	1798	1795	1791	1788	1785

Através do procedimento de cálculo proposto obtemos o circuito equivalente dado na Tabela III.2 e as curvas características das Figs. III.1 e III.2 .

Tabela III.2 - Parâmetros do circuito equivalente ( $Z_{Base} = 22.25 \Omega$ )

$r_1$ (PU)	0.0049
$r'_2$ (PU)	0.0069
$x_1$ (PU)	0.1127
$x'_2$ (PU)	0.1127
$x_M$ (PU)	6.43
$r_M$ (PU)	31.3
$\Delta r'_2$ (% de $r'_2$ )	249
$\Delta x'_2$ (% de $x'_2$ )	-40

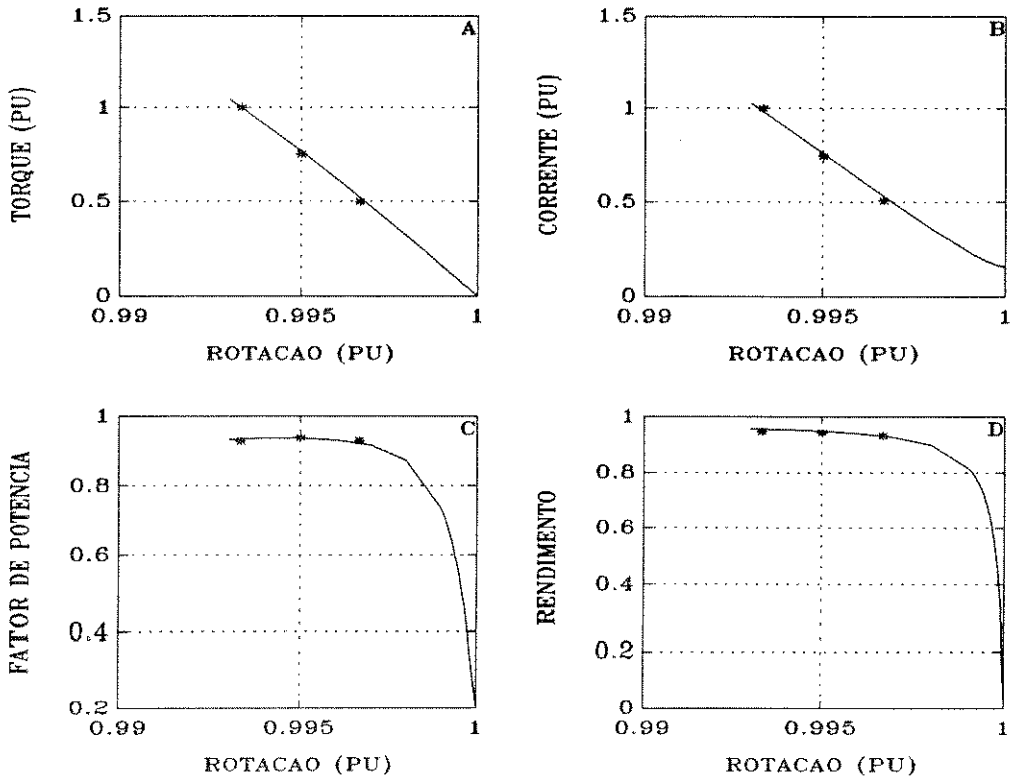


Fig. III.1 - Curvas características obtidas ao final do processo de identificação de parâmetros. (A) Torque; (B) Corrente; (C) Fator de potência e (D) Rendimento versus rotação em condições próxima à nominal.

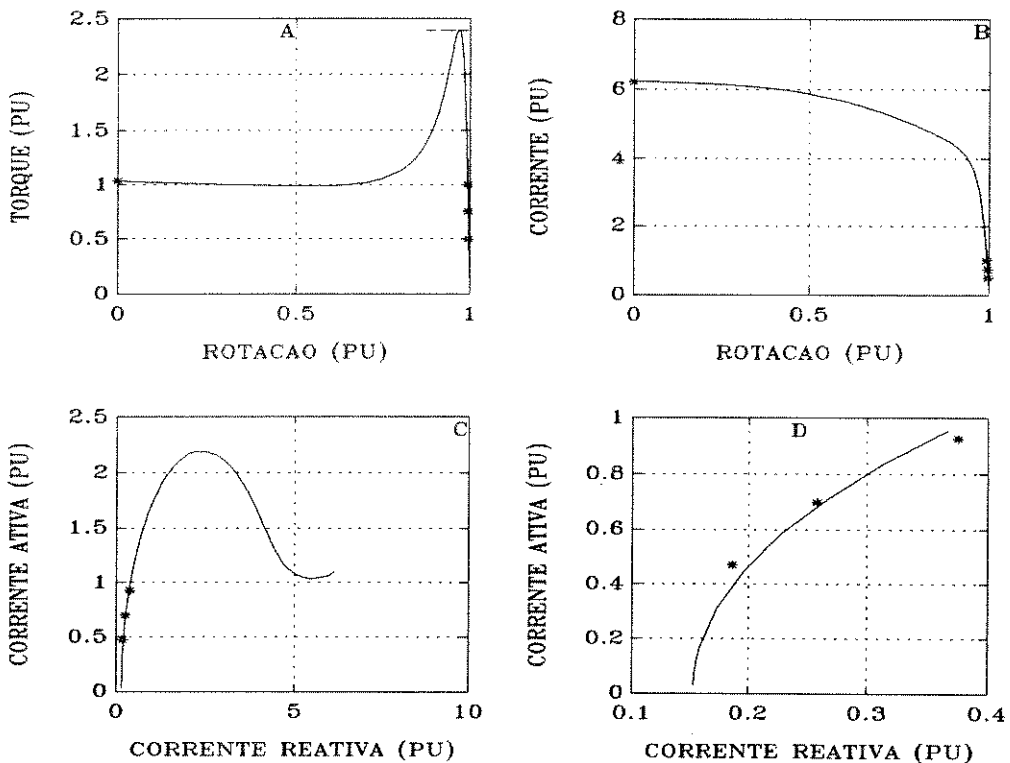


Fig. III.2 - Curvas características obtidas ao final do processo de identificação de parâmetros. (A) Torque; (B) Corrente e (C) Diagrama de círculo versus rotação, variando de 0 a 1 PU. (D) "Zoom" do Diagrama de círculo.

Para este motor específico podemos efetuar ainda as comparações apresentadas na Tabela III.3 . As medidas a 25% e 125% de carga nominal não haviam sido utilizadas em momento algum no processo de estimativa dos parâmetros do motor de indução. Observa-se que existe uma boa correspondência entre os valores apresentados.

Tabela III.3 - Dados experimentais e calculados nas condições de 25 e 125% de carga.

	25% de $P_N$		125% de $P_N$	
	Cálculo	Experimental	Cálculo	Experimental
Conjugado (N.m)	838.7	860.3	4222.9	4225.2
Corrente (A)	31.5	31.2	128.3	130.2
Fator de Potência (%)	81.5	83.2	92.5	91.8
Rendimento (%)	86.3	88.6	96.0	94.6
Rotação (RPM)	1797.2	1798	1784.4	1785

A comparação entre os valores de  $r_1$  e os valores obtidos a partir do ensaio em vazio do motor é feita na Tabela III.4. Analisando os dados apresentados notam-se discrepâncias entre os valores de  $r_1$  e as perdas, apesar de se conseguir estimar relativamente bem a corrente do motor em vazio.

Tabela III.4 - Medidas de  $r_1$ , corrente, fator de potência e perdas com motor em vazio.

	Cálculo	Experimental
Resistência $r_1$ (m $\Omega$ )	109	270 @ 25.5°C
Corrente (A)	16.2	16.3
Perdas (kW)	22.35	19.2

A Fig. III.3 apresenta a curva de conjugado e corrente do motor considerando e desconsiderando a variação de parâmetros. Nota-se que para baixos valores de escorregamento as curvas são idênticas enquanto que para valores elevados de escorregamento as diferenças entre as curvas são muito acentuadas mas não temos dados suficientes para avaliar se a correção de parâmetros proposta é acertada.

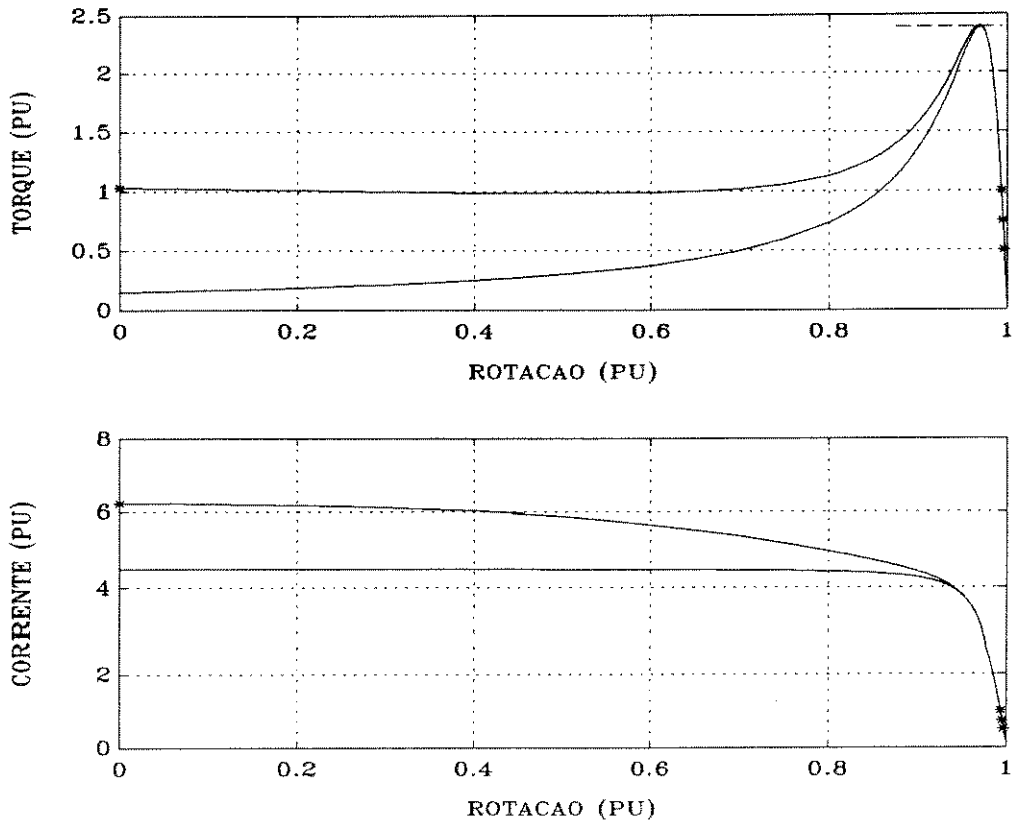


Fig. III.3 - Curva de torque e corrente considerando ou não parâmetros variáveis.

A variação de parâmetros considerada para este motor é dada pela Fig. III.4 .

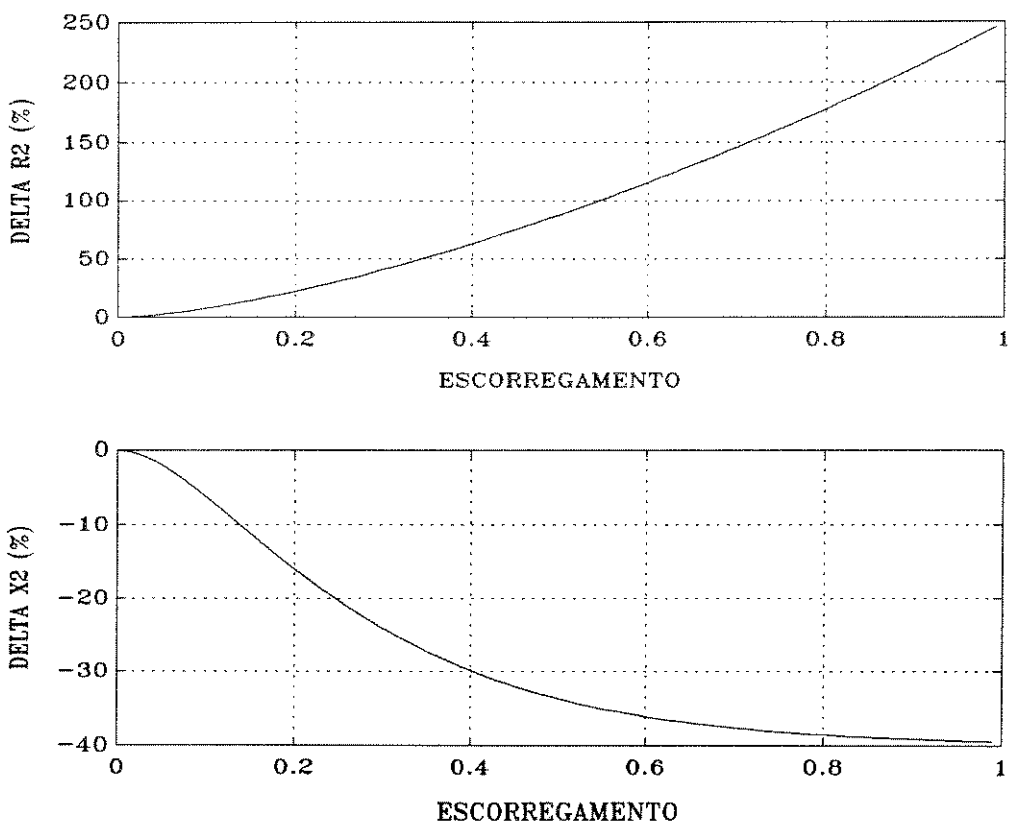


Fig. III.4 - Variação de parâmetros  $r'_2$  e  $x'_2$  considerada.

Podemos acrescentar os seguintes comentários relacionados com este motor:

a) Trata-se de um motor com excelentes características, com bom rendimento e fator de potência. O baixo valor de corrente em vazio (0.16 PU) sinaliza um alto valor de  $x_M$ , e o baixo escorregamento nominal sinaliza um baixo valor de  $r'_2$ . De fato, o "goodness factor" desta máquina seria 932.

b) As características de partida deste motor são bastante típicas. Como  $r'_2$  é bastante baixo, torna-se necessário o uso de uma geometria de gaiola rotórica que produza um "ganho" elevado para as condições de partida ( $\Delta r'_2 = 249\%$ ). Mesmo assim o conjugado de partida continua sendo da ordem de 1 PU (Fig. III.3).

## ANEXO IV

### ANÁLISE DE MOTOR DE BAIXA POTÊNCIA

Os dados de ensaio de um motor testado pela ARNO S.A. são:

Potência nominal	: 736 W = 1.00 CV
Nº de polos	: 4
Tensão nominal	: 220 V
Frequência	: 60 Hz
Corrente nominal	: 4.2 A
Conjugado nominal	: 0.398 kgf = 3.90 N.m = 1 PU
Corrente de partida	: 23.5 A
Corrente em vazio	: 3.1 A
Conjugado máximo	: 1.54 kgf = 3.87 PU
Conjugado partida	: 1.42 kgf = 3.57 PU
$r_1$	: 6.297 $\Omega$ /(3 fases) = 2.099 $\Omega$ /fase @ 25°C
Perdas em vazio	: 180 W

Tabela IV.1 - Dados dos ensaios de carga.

Condição de carga (% de $P_N$ )	25%	50%	75%	100%	125%
Potência (W)	184.1	368.2	552.3	736.5	920.5
Conjugado (N.m)	0.95	1.90	2.89	3.90	4.95
Corrente (A)	3.2	3.4	3.7	4.2	4.6
Fator de Potência (%)	32.0	46.0	56.0	65.0	73.0
Rendimento (%)	48.5	63.5	70.0	71.4	72.2
Rotação (RPM)	1785	1770	1750	1730	1703

Através do procedimento de cálculo proposto obtemos o circuito equivalente dado na Tabela IV.2 e as curvas características das Figs. IV.1 e IV.2 .

Tabela IV.2 - Parâmetros do circuito equivalente ( $Z_{Base} = 30.54 \Omega$ )

$r_1$ (PU)	0.0874
$r'_2$ (PU)	0.0570
$x_1$ (PU)	0.1459
$x'_2$ (PU)	0.1459
$x_M$ (PU)	1.22
$r_M$ (PU)	9.86
$\Delta r'_2$ (% de $r'_2$ )	0.8
$\Delta x'_2$ (% de $x'_2$ )	-86

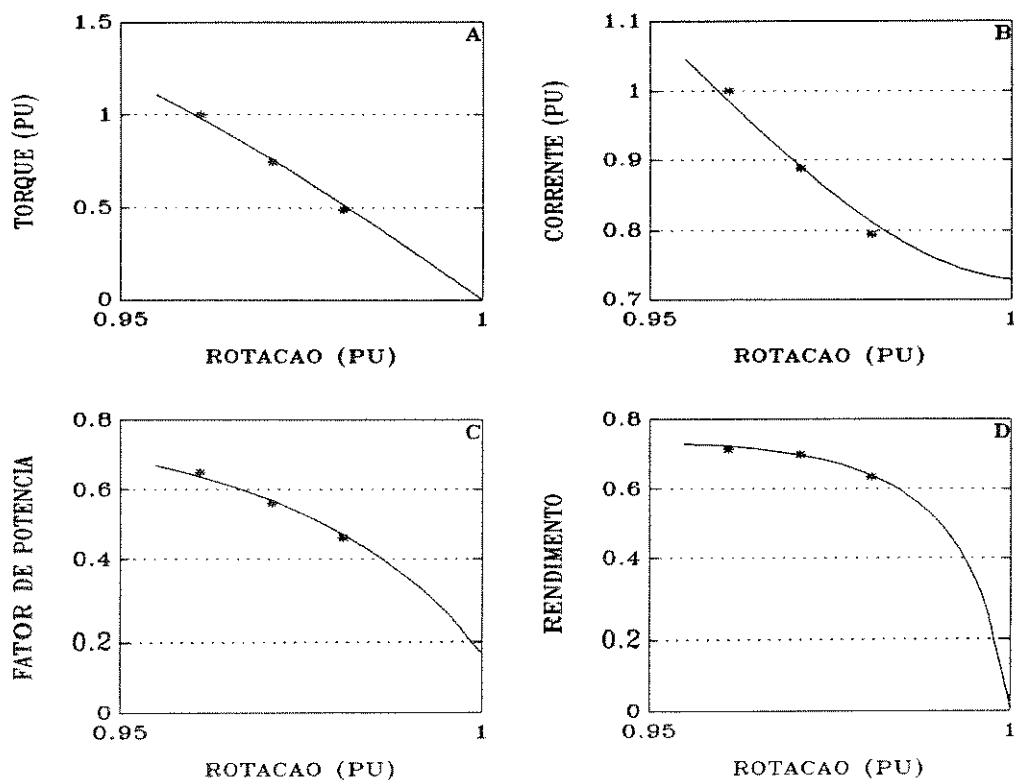


Fig. IV.1 - Curvas características obtidas ao final do processo de identificação de parâmetros. (A) Torque; (B) Corrente; (C) Fator de potência e (D) Rendimento versus rotação em condições próxima à nominal.

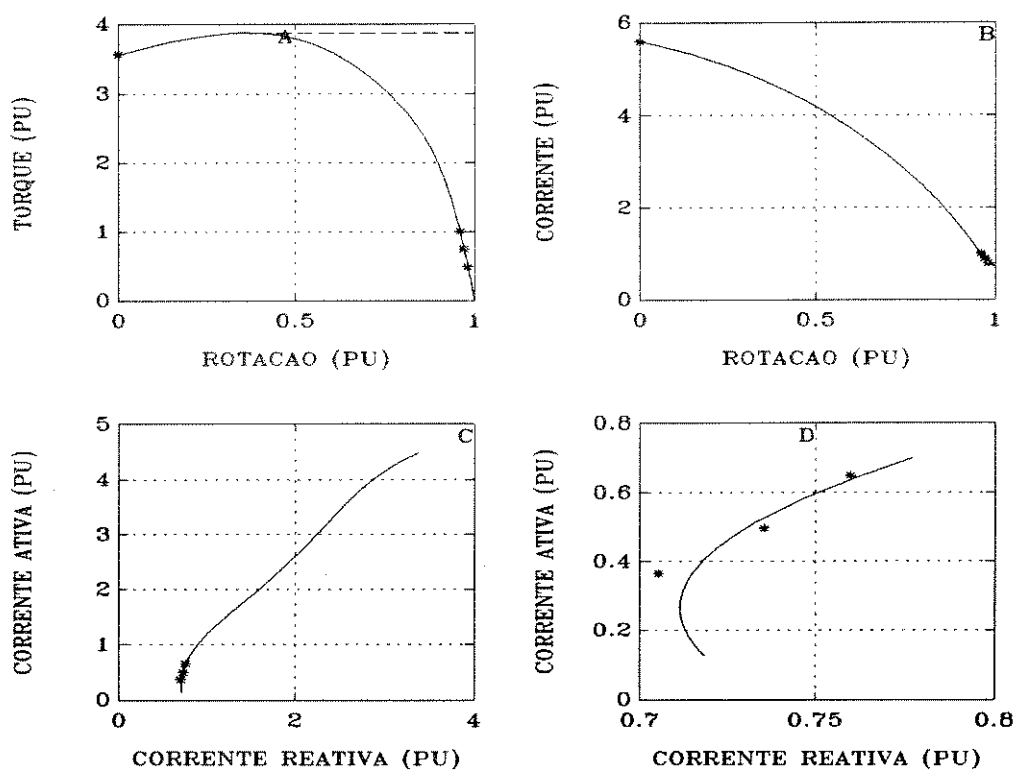


Fig. IV.2 - Curvas características obtidas ao final do processo de identificação de parâmetros. (A) Torque; (B) Corrente e (C) Diagrama de círculo versus rotação, variando de 0 a 1 PU. (D) "Zoom" do Diagrama de círculo.

Para este motor específico podemos efetuar ainda efetuar as seguintes comparações apresentadas na Tabela IV.3 . As medidas a 25% e 125% de carga nominal não haviam sido utilizadas em momento algum no processo de estimativa dos parâmetros do motor de indução. Observa-se que existe uma boa correspondência entre os valores apresentados, validando assim o modelo calculado para as condições de carga.

Este motor possui baixo fator de potência e rendimento. O alto valor de corrente em vazio (0.74 PU) sinaliza um baixo valor de  $x_M$ , e o alto escorregamento nominal sinaliza um alto valor de  $r'_2$ . De fato, o "goodness factor" desta máquina seria apenas 21.

Tabela IV.3 - Dados experimentais e calculados nas condições de 25 e 125% de carga.

	25% de $P_N$		125% de $P_N$	
	Calculo	Experimental	Calculo	Experimental
Conjugado (N.m)	0.984	0.95	5.15	4.95
Corrente (A)	3.13	3.2	4.71	4.6
Fator de Potência (%)	32.45	32	70.0	73
Rendimento (%)	47.48	48.5	73.2	72.2
Rotação (RPM)	1784.3	1785	1704.1	1703

A comparação entre os valores de  $r_1$  e os valores obtidos a partir do ensaio em vazio do motor é feita na Tabela IV.4. Analisando os dados apresentados notam-se discrepâncias entre os valores de  $r_1$  e as perdas, apesar de se conseguir estimar relativamente bem a corrente do motor em vazio.

Tabela IV.4 - Medidas de  $r_1$ , corrente, fator de potência e perdas com motor em vazio.

	Cálculo	Experimental
Resistência $r_1$ (m $\Omega$ )	2.67	2.099 @ 25°C
Corrente (A)	3.03	3.1
Perdas (W)	199.5	180



A Fig. IV.3 apresenta a curva experimental de conjugado do motor. Também estão sobrepostas as curvas calculadas considerando e desconsiderando a variação de parâmetros. Nota-se que para baixos valores de escorregamento as curvas (B) e (C) são idênticas enquanto que para valores elevados de escorregamento as diferenças entre as curvas são muito acentuadas. Além disso, fica evidente que a correção de parâmetros (particularmente para  $x'_2$ ) adotada não é adequada para este tipo de motor. Também parece existir uma inconsistência entre os dados originais do fabricante, que ao traçar a curva completa de conjugado rotação não respeitou os dados obtidos anteriormente no ensaio de carga (pontos indicados por asteriscos), posicionando a condição de conjugado máximo em um valor de escorregamento relativamente baixo.

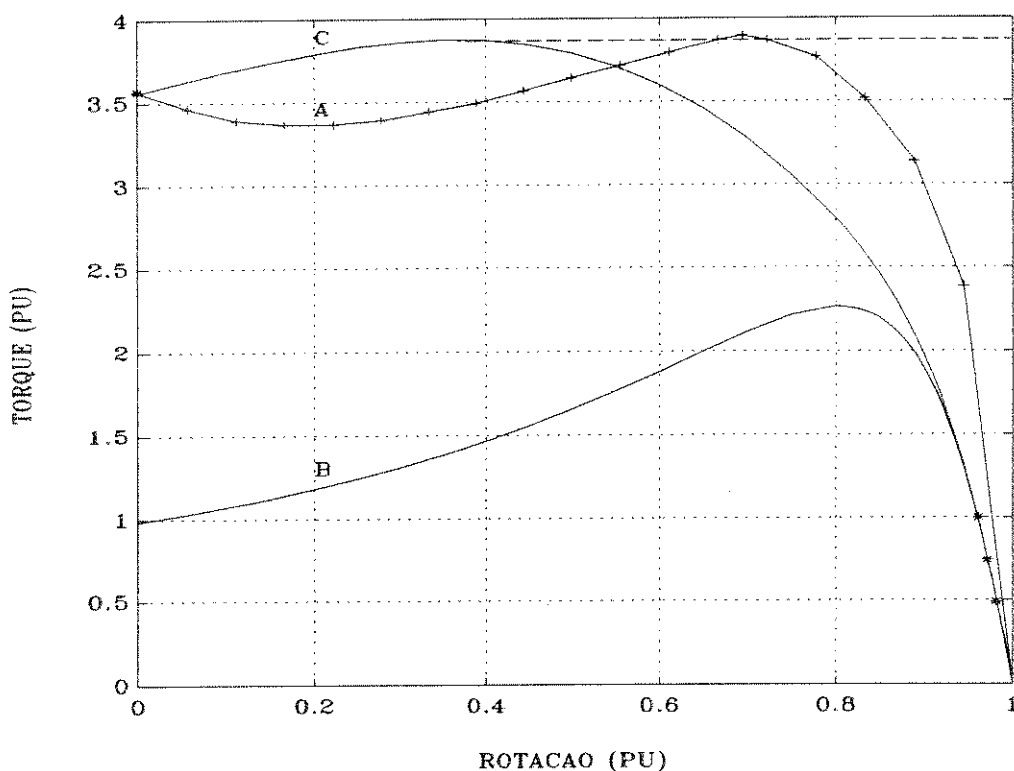


Fig. IV.3 - Curva conjugado  $\times$  rotação (A) Experimental; (B) Sem considerar parâmetros variáveis; (C) Considerando parâmetros variáveis.

## ANEXO V

### EXPRESSÃO TEÓRICA DE $r'_2$ EM FUNÇÃO DA POTÊNCIA

Para simplificar a análise do problema vamos considerar a geometria de um transformador com entreferro dada na Fig. V.1 no qual está indicado apenas o enrolamento primário. Apesar da discussão adiante se referir ao primário, ela se aplica também ao secundário.

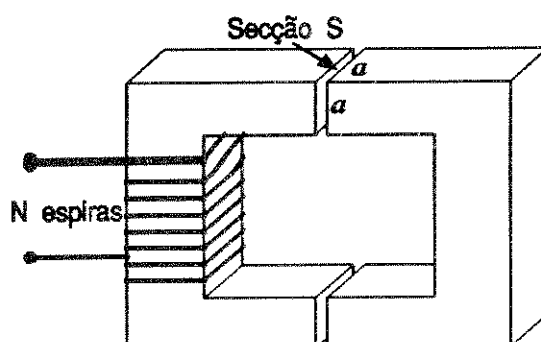


Fig. V.1 - Transformador com gap idealizado.

Temos que a resistência elétrica do condutor é dada por:

$$R_e(\Omega) = \frac{\rho l}{S} \quad (\text{V.1})$$

onde  $\rho$  - resistividade específica do material ( $\Omega m$ )

$l$  - comprimento do condutor ( $m$ )

$S$  - secção do condutor ( $m^2$ )

Mas  $Z_{Base} = V_{Base} / I_{Base}$  e portanto podemos escrever:

$$R_e(PU) = \frac{R_e(\Omega)}{Z_{Base}(\Omega)} = \frac{\rho l}{S} \times \frac{I_{Base}}{V_{Base}} \quad (\text{V.2})$$

Além disso temos a densidade de corrente nas condições nominais:

$$\delta_N [A/m^2] = \frac{I_{Base} [A]}{S [m^2]} \quad (\text{V.3})$$

Agrupando (V.3) e (V.2) resulta:

$$R_e(PU) = \rho \delta_N \frac{l}{V_{Base}} \quad (V.4)$$

A tensão  $V_{Base}$  pode ser dada por:

$$V_{Base} \approx E = 4.44 N f B_{Ferro} S_{Ferro} \quad (V.5)$$

Onde  $f$  - frequência da rede (Hz)

$N$  - Número de espiras

$S_{Ferro}$  - Secção efetiva do ferro ( $m^2$ )

$B_{Ferro}$  - Densidade de fluxo efetiva no ferro ( $Wb/m^2$ )

Agrupando as equações (V.4) e (V.5) obtemos:

$$R_e(PU) = \rho \delta_N \frac{l}{4.44 N f B_{Ferro} S_{Ferro}} = \left( \frac{\rho \delta_N}{4.44 f B_{Ferro}} \right) \frac{l}{N S_{Ferro}} = K_M \frac{l}{N S_{Ferro}} \quad (V.6)$$

onde o termo entre parêntesis pode ser representado por uma constante  $K_M$  pois os materiais elétricos ( $\rho$ ), os materiais magnéticos ( $B_{Ferro}$ ), a densidade de corrente ( $\delta_N$ ) e a frequência elétrica ( $f$ ) são relativamente constantes.

Se considerarmos que o núcleo do transformador seja um quadrado de aresta  $a$  então  $S_{Ferro} = a^2$ . Por sua vez, o comprimento do condutor com  $N$  espiras deverá ser grosseiramente  $4Na$ . Substituindo em (V.6) obteremos:

$$R_e(PU) \approx K_M \frac{4 N a}{N a^2} = \frac{4K_M}{a} \quad (V.7)$$

Ocorre que a potência deste transformador (motor) pode ser expressa de forma aproximada por (ver Anexo VI) :

$$Potencia \approx K_P a^4 \quad (V.8)$$

Combinando (V.7) e (V.8) de forma a eliminar a dimensão linear  $a$  obteremos:

$$R_e(PU) = (4K_M K_P^{0.25}) Potencia^{-0.25} \quad (V.9)$$

## ANEXO VI

### RELAÇÃO ENTRE POTÊNCIA E DIMENSÕES LINEARES DE MOTORES

O trabalho de WOLL [48] retrata as várias etapas do desenvolvimento tecnológico associado aos motores de indução, mostrando que existe uma evolução no sentido de aumentar a relação potência/volume dos motores. Na Fig. VI.1, extraída de seu trabalho, são apresentadas várias gerações tecnológicas de motores e as respectivas classes térmicas, sendo que a previsão para 1980 se baseia na generalização do uso de motores Classe F.

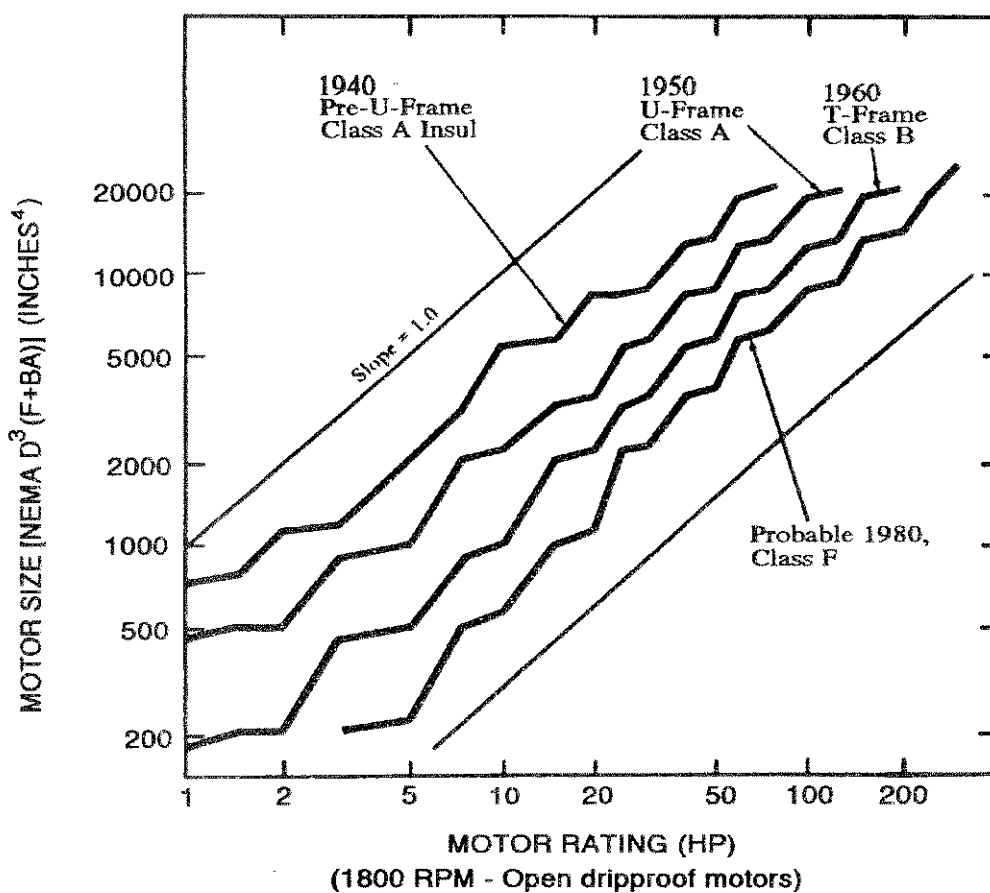


Fig. VI.1 - Relação entre potência do motor e dimensões do motor, extraído de WOLL [48].

Entretanto, esta figura mostra que a proporcionalidade existente é do tipo :

$$\text{Potência} \propto D^3 \times (F + BA) \propto (\text{Dimensão linear})^4$$

onde as dimensões NEMA utilizadas podem ser vistas na Fig. VI.2 .

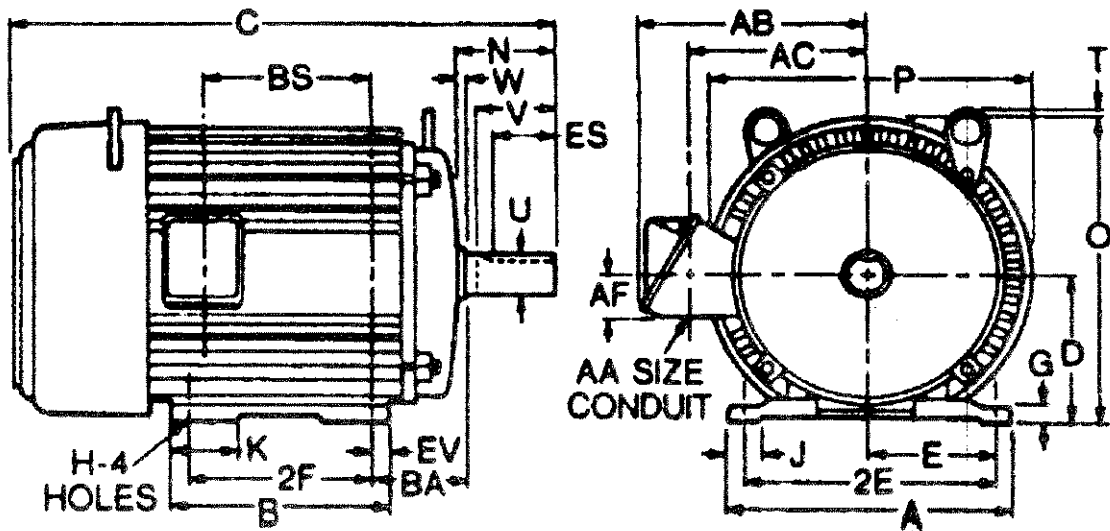


Fig. VI.2 - Dimensões de motores de indução, conforme NEMA.

A proporcionalidade entre potência e [dimensão linear]<sup>4</sup> pode ser também comprovada da forma descrita a seguir :

"Fixadas a densidade de corrente, a densidade de fluxo magnético e a frequência, a potência, que é proporcional ao produto fluxo × corrente será proporcional à [dimensão linear]<sup>4</sup> ".

## ANEXO VII

### FORMULARIO F3 DA IEEE 112 [20] - SOLUÇÃO DO CIRCUITO EQUIVALENTE

ITEM	DESCRIÇÃO	NOTAS
1	$s = \text{escorregamento em p.u.}$	
2	$r_2'/s$	1
3	$x_2'$	1
4	$Z_2^2 = (2)^2 + (3)^2$	
5	$g_2 = (2)/(4)$	
6	$g_{fe}$	
7	$g = (5) + (6)$	
8	$-b_2 = (3)/(4)$	
9	$-b_M$	
10	$-b = (8) + (9)$	
11	$Y^2 = (7)^2 + (10)^2$	
12	$r_g = (7)/(11)$	
13	$r_1 = \text{resistencia por fase}$	
14	$r = (12) + (13)$	
15	$x_g = (10)/(11)$	
16	$x_1$	1
17	$x = (15) + (16)$	
18	$Z = \sqrt{(14)^2 + (17)^2}$	
19	$I_1 = V/(18)$	
20	$I_2 = I_1/\sqrt{(4) \times (11)}$	
21	$\text{Potencia absorvida} = m \times (19)^2 \times (14)$	
22	$\text{Potencia absorvida pelo enrolamento secundario} = m \times (20)^2 \times (2)$	
23	$\text{Perdas } I^2R \text{ no estator} = m \times (19)^2 \times (13)$	
24	$\text{Perdas no ferro} = m \times (19)^2 \times (6)/(11)$	
25	$\text{Perdas } I^2R \text{ no enrolamento secundario} = (1) \times (22)$	
26	$\text{Perdas por atrito e ventilacao}$	2
27	$\text{Perdas adicionais } W_{LL} = W_{LL}' \times [(20)/I_1]^2$	2, 3
28	$\text{Perdas} = \sum (23) \text{ a } (27)$	
29	$\text{Watts saida} = (21) - (28)$	
30	$\text{Eficiencia (\%)} = 100 \times [1 - (28)/(21)]$	
31	$\text{Fator de potencia (\%)} = 100 \times (14)/(18)$	
32	$\text{HP saida} = (29)/746$	
33	$\text{Velocidade [rpm]} = [1 - (1)] \times \text{Velocidade sincrona}$	
34	$\text{Torque} = 9.549 \times (29)/(33) \text{ [N.m]}$	

**NOTAS**

A Tabela dada na página anterior reproduz fielmente o formulário original da Norma IEEE 112. As notas abaixo são de responsabilidade do autor:

- 1) Os valores de  $r'_2$ ,  $x_1$  e  $x'_2$  são corrigidos como função do escorregamento, na forma exposta no Capítulo 4 desta dissertação. Além disso valem as equações (2.1) e (2.2).
- 2) Estas perdas foram consideradas nulas, em função do exposto no parágrafo 2 da página 3, onde se diz que as perdas por atrito, ventilação e as perdas adicionais não aparecem no circuito equivalente dado na Fig. 2.1, mas que isto não afeta os cálculos utilizando-se deste modelo, uma vez que tais perdas são pequenas.
- 3) O valor de  $I_r$  seria obtido durante os ensaios para determinação das perdas adicionais na forma especificada pela Norma. Nesta dissertação isto não será necessário pois as perdas adicionais foram consideradas nulas.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] ABNT NBR-5383 Máquinas polifásicas de indução - Determinação das características - Método de ensaio.
- [2] ADKINS, B.; *The general theory of electrical machines*. London, Chapman & Hall Ltd., 1964.
- [3] ALGER, P.L.; *Induction Machines - Their behavior and uses*. 2.ed. New York, Gordon and Breach Science Publishers, 1970.
- [4] ALGER, P.L.; AGARWAL, P.D.; *Saturation factors for leakage reactance of induction motors*. AIEE Transactions, Vol. 80, pp. 1037-42, 1961.
- [5] ANGST, G.; *Saturation factors for leakage reactance of induction motors with skewed rotors*. AIEE Transactions, Vol. 82, pp. 716-25, 1963.
- [6] ANSUJ, S.; SHOKOOH, F.; SCHINZINGER, R.; *Parameter estimation for induction machines based on sensitivity analysis*. Trans. on Industry Applications, Vol. 25, nº 6, Nov./Dec., 1989.
- [7] ASEA; *Induction motor catalogue B10-3000E*, 1984.
- [8] BROWN, J.E.; GRANTHAM, C.; *Determination of the parameters and parameter variations of a 3-phase induction motor having a current displacement rotor*. Proc. IEE, Vol. 122, nº 9, pp 919-921, 1975.
- [9] CHALMERS, B.J.; DODGSON, R.; *Saturated leakage reactances of cage induction motors*. Proc. IEE, Vol. 116, nº 8, pp. 1395-1404, 1969
- [10] CHALMERS, B.J.; MULKI, A.S.; *Design synthesis of double-cage induction motors*. Proc. IEE, Vol. 117, nº 7, pp. 1257-63, July, 1970.
- [11] CHANG, S.S.L.; LLOYD, T.C.; *Saturation effect of leakage reactance*. AIEE Transactions, Vol. 68, pp. 1144-1147, 1949.
- [12] CONCEICAO, P.H.; *Discussion on 'Saturated leakage reactances of cage induction motors'*. Proc. IEE, Vol. 117, nº 7, pp. 1298-99, 1970.
- [13] EBERLE; *Motores elétricos para uso industrial*. Catálogo nº 00196401/482H-5.
- [14] ELMQVIST, H. et al.; *SIMNON - User's guide for MS-DOS computers Version 3.0*. Göteborg, Suécia, SSPA Systems, 1990.
- [15] FITZGERALD, A.E.; KINGSLEY, C.; KUSKO, A.; *Electric Machinery*. 3.ed. McGraw-Hill, 1971.
- [16] GOLDEMBERG, C.; LOBOSCO, O.S.; *Determination of induction motor characteristics from manufacturer data sheets*. ICEM - International Conference on electrical machines, Cambridge, USA, pp. 458-463, 1990.
- [17] GOLDEMBERG, C.; LOBOSCO, O.S.; *Determinação do circuito equivalente para análise estática e dinâmica de motores de indução a partir de catálogos de fabricantes*. II SIMEAR - Seminário Internacional de motores elétricos e acionamentos reguláveis, São Paulo, Vol. 4, pp. 25-40, 1991.



- [18] GOLDEMBERG, C.; LOBOSCO, O.S.; **Non-linear fitting method for obtaining induction motor characteristics from manufacturer data sheets.** SPEEDAM - "Symposium on Power Electronics, Electrical Drives, Advanced Electrical Motors", pp. 133-138, Positano, Italia, 19-21/Maio/1992.
- [19] GRANTHAM, C.; **Determination of induction motor parameter variations from a variable frequency standstill test.** Electric Machines and Power Systems, 10, pp. 239-248, 1985.
- [20] IEEE Std. 112-1978 **Standard test procedure for polyphase induction motors and generators.**
- [21] JONG, H.C.J.; **A.C. motor design with conventional and converter supplies.** Oxford, Clarendon Press, 1976.
- [22] KOLBACH; **Motores Trifásicos - Proteção IP54.** Catálogo nº 09/1988.
- [23] KOSTENKO, M.P.; PIOTROVSKI, L.M.; **Máquinas eléctricas.** 2.ed. Moscou, Editorial MIR, 1979.
- [24] KRAUSE, P.C.; THOMAS, C.H.; **Simulation of symmetrical induction machinery.** IEEE Trans. PAS-84, nº 11, pp. 1038-53, Nov., 1965.
- [25] KRAUSE, P.C.; **Analysis of electric machinery.** New York, McGraw-Hill, 1986.
- [26] LAITHWAITE, E.R.; **Induction machines for special purposes.** London, George Newnes Limited, 1966.
- [27] LAITHWAITE, E.R.; **Exciting electrical machines.** Wheaton/Pergamon Press, 1974.
- [28] LEONHARD, W.; **Control of electrical drives.** Berlim, Springer-Verlag, 1985.
- [29] LINDSAY, J.F.; BARTON, T.H.; **A modern approach to induction machine parameter identification.** IEEE Trans. PAS, Vol. 91, pp. 1493-1500, 1972.
- [30] LINDSAY, J.F.; BARTON, T.H.; **Parameter identification for squirrel cage induction machines.** IEEE Trans. PAS, Vol. 92, pp. 1287-1291, 1973.
- [31] LIWSCHITZ-GARIK, M.M.; **Skin-effect bars of squirrel-cage rotors.** AIEE Transactions, Vol. 73, pp. 255-58, 1954.
- [32] LIWSCHITZ-GARIK, M.M.; **Computation of skin effect in bars of squirrel-cage rotors.** AIEE Transactions, Vol. 74, pp. 768-71, 1955.
- [33] LOBOSCO, O.S.; DIAS, J.L.P.C.; **Seleção e aplicação de motores elétricos.** 2 Volumes, São Paulo, McGraw-Hill/Siemens, 1988.
- [34] LYON, W.V.; **Transient analysis of alternating current machinery.** New York, MIT Press/John Wiley & Sons, 1954.
- [35] MOLER, C. et al.; **PC-MATLAB for MS-DOS personal computers.** Sherborn, USA, The Mathworks Inc., 1986.
- [36] MORSE; **Three-phase high-efficiency TEFC induction motors.** Catálogo sem referência e data especificadas.
- [37] NORMAN, H.M.; **Induction motor locked saturation curves.** AIEE Transactions, Vol. 53, pp. 536-541, 1934.

- [38] PRESS, W.H. et al.; **Numerical recipes - The art of scientific computing**. Capítulo 14 : "Modelling of data - Nonlinear models", pp. 521-28, Cambridge, Cambridge University Press, 1986.
- [39] SÁ, J.S.; **Contribuição à análise do comportamento térmico de motores de indução trifásicos com rotor do tipo gaiola**. Campinas, 1989. Tese de doutorado - Faculdade de Engenharia Elétrica, UNICAMP.
- [40] SIEMENS; **Drehstrommotoren für Niederspannung. Katalog M1-1978**.
- [41] SIEMENS; **High voltage three-phase motors. Katalog M21-1980**.
- [42] STANLEY, H.C.; **An analysis of the induction machine**. AIEE Transactions, Vol. 57, pp. 751-57, 1938.
- [43] TESLA, N.; **A new system of alternate current motors and transformers**. AIEE Transactions, Vol. 5, pp.308-327, Sept. 1887 to Oct. 1888. Reprinted in Proceedings of the IEEE, Vol. 72, nº 2, pp. 165-173, Feb. 1984
- [44] WATERS, S.S.; WILLOUGHBY, R.D.; **Modelling induction motors for system studies**. Trans. on Industry Applications, Vol. 19, nº 5, pp. 875-78, 1983.
- [45] WEG; **Motor trifásico de alto rendimento**. Catálogo nº 251/01/0389 Revisão 21.02.89.
- [46] WEG; **Motores trifásicos aletados de alta tensão linha "A"**. Catálogo nº 614.04/11, 1988.
- [47] WEG; **Motores trifásicos a prova de explosão**. Catálogo nº 041.14/06, 1989.
- [48] WOLL, R.F.; **The integral-horsepower AC electric motor, 1890 to 1980**. Westinghouse Engineer, pp. 120-25, July 1971.