

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO

Firmiano Ramos Perlingeiro

Estudo de Tráfego e Alocação de Banda  
para Redes Multiserviço

Campinas, SP  
2006

Firmiano Ramos Perlingeiro

## **Estudo de Tráfego e Alocação de Banda para Redes Multiserviço**

Tese de Doutorado apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica. Área de concentração: Engenharia de Computação.

Orientador: Prof. Dr. Lee Luan Ling

Campinas, SP  
2006

Firmiano Ramos Perlingeiro

## **Estudo de Tráfego e Alocação de Banda para Redes Multiserviço**

Tese de Doutorado apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica. Área de concentração: Engenharia de Computação.

Aprovação em 18/12/2006

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Dalton Soares Arantes

Prof. Dr. Lee Luan Ling

Prof. Dr. Nelson Luis Saldanha da Fonseca

Prof. Dr. Paulo Cardieri

Prof. Dr. Renato Baldini Filho

Profa. Dra. Tereza Cristina Melo de Brito Carvalho

Campinas, SP  
2006

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA — BAE — UNICAMP

P421e Perlingeiro, Firmiano Ramos  
Estudo de tráfego e alocação de banda  
para redes multiserviço / Firmiano Ramos Perlingeiro.  
— Campinas, SP: [s.n.], 2006.

Orientador: Lee Luan Ling.  
Tese (doutorado) — Universidade Estadual de Campinas,  
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação.

1. Multiplexação. 2. Compressão de dados  
(Computação). 3. Voz. 4. Fractais 5. Garantia de  
qualidade. 6. Multifractais. I. Lee, Luan Ling.  
II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de  
Engenharia Elétrica e de Computação. III. Título

Título em Inglês:	Traffic study and bandwidth allocation for multiservice networks
Palavras-chave em Inglês:	Multifractals, Quality of service, Bandwidth, IP Networks
Área de concentração:	Telecomunicações e Telemática
Titulação:	Doutor em Engenharia Elétrica
Banca examinadora:	Tereza Cristina Melo de Brito Carvalho, Nelson Luis Saldanha da Fonseca, Paulo Cardieri, Renato Baldini Filho e Dalton Soares Arantes
Data da defesa:	18/12/2006
Programa de Pós-Graduação:	Engenharia Elétrica

Prof. Dr. Lee Luan Ling (Presidente): Lee Luan Ling  
Prof. Dra. Tereza Cristina Melo de Brito Carvalho: Tereza Cristina Melo de Brito Carvalho  
Prof. Dr. Nelson Luis Saldanha da Fonseca: Nelson Luis Saldanha da Fonseca  
Prof. Dr. Paulo Cardieri: Paulo Cardieri  
Prof. Dr. Dalton Soares Arantes: Dalton Soares Arantes  
Prof. Dr. Renato Baldini Filho: Renato Baldini Filho

# Resumo

O provisionamento de QoS garantida é de extrema importância no desenvolvimento das futuras redes. Os recentes avanços tecnológicos em comutação e em transmissão permitem a implementação de redes com velocidades extremamente altas que podem transportar grandes quantidades de tráfego geradas por aplicações mais sensíveis aos requisitos de qualidade de serviço. A próxima geração de redes deverá suportar novas aplicações multimídia em um ambiente global e disponibilizar novos serviços em plataformas flexíveis sem necessidade de alteração da infra-estrutura. Isto requer uma nova arquitetura de redes capaz de oferecer serviços de transporte e de processamento para aplicações de comunicação com fortes requisitos de QoS.

No amplo escopo da engenharia de tráfego de redes e do provimento de serviços com qualidade assegurada, esta tese se dedica a propor algumas soluções para os problemas de alocação de recursos de rede, em especial soluções para a estimação da banda efetiva. Para tanto, se utiliza de forma intensiva a caracterização de tráfego, métodos analíticos, heurísticos e de simulação.

Os métodos propostos de alocação de banda neste estudo estão fundamentados na Teoria dos Grandes Desvios, aproximação Gaussiana e de caracterização de tráfego. Em termos de caracterização de tráfego, além de vários parâmetros já adotados na literatura é abordada a teoria fractal, incluindo *mono* e *multifractais* em seus diferentes aspectos, e ainda, é introduzido um novo parâmetro de tráfego que inclui as características *mono* e *multifractal*. Adicionalmente são consideradas as restrições de atraso e *jitter*, através de adoção de critérios para validação da estimação da banda efetiva, para tráfego em tempo real. A validação da metodologia proposta neste trabalho foi efetivada através de exaustivos testes de simulação com arquivos de tráfego real.

## *Abstract*

*The assured QoS provisioning has great importance in the development of future networks. Recently, the technological advances in transmission and switching has allowed the implementation of very high speed networks which can transport a huge amount of traffic generated by QoS sensitive applications. The next generation networks must support new multimedia applications in a global environment and deliver new services over flexible platforms without the need of change in the infrastructure. That means that the new network architecture has to be able to transport and process information with strong QoS requirements.*

*Under the wide scope of teletraffic engineering and assured quality of service provisioning, this thesis proposes solutions for some open problems of network resource allocation, especially bandwidth allocation. In order to get reliable solutions, we use intensive traffic characterization, analytical and heuristical methods and simulations.*

*The proposed bandwidth allocation methods in this study are based on the Large Deviation Theory, Gaussian Approximation and traffic characterization. In terms of traffic characterization, in addition to the well known traffic parameters, the fractal theory, including mono and multifractals, are considered. Besides, we introduce a new traffic parameter that takes the mono and multifractal characteristics into account. The proposed bandwidth estimation approaches were tested with real real time traffic under both delay and jitter criteria. All proposed methodologies in this work have been validated by exhaustive simulation tests with real traffic traces.*

# Agradecimentos

À minha esposa Belinda, e filhas Gisele, Bruna e Gabriela pelo apoio e compreensão durante a realização deste trabalho.

Ao meu pai e minha mãe que possibilitaram e influenciaram a minha formação profissional e de cidadão.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Lee Luan Ling, por sua atenção, ensinamentos e incentivo.

Ao Doutor Jiasu Cao da Ericsson Radio Systems AB, por seu interesse pelo meu trabalho.

Aos colegas do Laboratório de Reconhecimento de Padrões e Redes de Comunicações — LRPRC do DECOM, que participaram do projeto UNI-20 do Convênio Ericsson e Unicamp, em especial Magali Randon por ter implementado os algoritmos propostos desta tese na ferramenta desenvolvida “*SmartBand*” e por sua dedicação e espírito de cooperação.

Aos professores do Departamento de Comunicações, Departamento de Telemática e Departamento de Automação e Computação, por seus valiosos ensinamentos.

À Petrobrás, empresa que impulsionou o meu desenvolvimento profissional.

À Banca Examinadora meu reconhecimento e respeito.

# Sumário

<b>Lista de Figuras</b>	<b>xvii</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>xxi</b>
<b>Siglas e Acrônimos</b>	<b>xxiii</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>25</b>
<b>2 A Teoria “Fractal”</b>	<b>31</b>
2.1 Introdução . . . . .	31
2.2 Conceito de <i>monofractal</i> e <i>multifractal</i> . . . . .	33
2.2.1 Dimensão Fractal . . . . .	33
2.2.2 Dimensão Capacidade ( $D_C$ ) . . . . .	35
2.2.3 Dimensão Correlação ( $D_R$ ) . . . . .	36
2.2.4 Dimensão Informação ( $D_I$ ) . . . . .	37
2.3 Monofractal . . . . .	37
2.3.1 Processo com dependência de longo prazo . . . . .	38
2.3.2 Processo auto-similar . . . . .	39
2.3.3 Movimento Browniano fracionário . . . . .	41
2.3.4 ARIMA fracionário . . . . .	42
2.3.5 Processo “ $\alpha$ -estável” . . . . .	43
2.4 Multifractal . . . . .	45
2.4.1 Expoente de Hölder . . . . .	45
2.4.2 Conceito de expoente de Hölder ordinário granulado . . . . .	46
2.4.3 Análise multifractal . . . . .	46
2.5 O espectro <i>multifractal</i> . . . . .	47
2.5.1 Espectro dos Grandes Desvios ( $f_g$ ) . . . . .	50
2.5.2 Espectro de Legendre ( $f_l$ ) . . . . .	51
2.5.3 Interpretação do espectro dos Grandes Desvios . . . . .	52
2.6 O Conceito de cascata . . . . .	53
2.7 Conclusões . . . . .	56
<b>3 Teoria dos Grandes Desvios e Banda Efetiva</b>	<b>57</b>
3.1 Introdução . . . . .	57
3.2 Flutuações do tráfego de redes e Teoria dos Grandes Desvios . . . . .	58

3.3	Função Taxa . . . . .	60
3.4	Função geradora de momentos e função geradora de momentos logarítmica . . . . .	62
3.5	Entendimento sobre o Princípio dos Grandes Desvios . . . . .	63
3.6	Teorema de Cramér . . . . .	64
3.7	Teorema de Gärtner-Ellis . . . . .	66
3.8	Sistemas de fila e banda efetiva . . . . .	68
3.8.1	A Banda efetiva . . . . .	71
3.8.2	O Efeito auto-similar . . . . .	71
3.9	Conclusões . . . . .	72
<b>4</b>	<b>Caracterização do Tráfego de Redes</b> . . . . .	<b>75</b>
4.1	Processo Gaussiano . . . . .	76
4.2	Tráfego de fonte única . . . . .	77
4.3	Tráfego agregado . . . . .	77
4.3.1	Agregação vertical . . . . .	78
4.3.2	Agregação horizontal . . . . .	79
4.4	Parâmetros de caracterização de tráfego . . . . .	80
4.4.1	Taxa Média ( $r$ ) . . . . .	81
4.4.2	Taxa de Pico ( $p$ ) . . . . .	81
4.4.3	Coefficiente de Surto ( $\beta$ ) . . . . .	81
4.4.4	Coefficiente de Variabilidade ( $C_V$ ) . . . . .	82
4.4.5	Índice de Dispersão ( $IDC$ ) . . . . .	82
4.4.6	Tamanho Máximo de Surto( $L$ ) . . . . .	82
4.4.7	Tempo Médio de Surto ( $\tau$ ) . . . . .	82
4.4.8	Número de fontes de tráfego . . . . .	83
4.4.9	Coefficiente de correlação . . . . .	83
4.4.10	Parâmetros de auto-similaridade . . . . .	83
4.4.11	Expoente de Hölder . . . . .	84
4.5	Análise de tráfego real . . . . .	84
4.5.1	Análise dos parâmetros de tráfego . . . . .	85
4.5.2	Análise de auto-similaridade . . . . .	86
4.5.3	Análise multifractal . . . . .	88
4.5.4	Análise de correlação . . . . .	92
4.6	Conclusões . . . . .	96
<b>5</b>	<b>A Estimação da Banda Efetiva</b> . . . . .	<b>99</b>
5.1	Método geral para estimação da banda efetiva . . . . .	101
5.1.1	Definição de banda efetiva . . . . .	101
5.1.2	Estimação da banda efetiva para tráfego agregado . . . . .	102
5.1.3	Estimação da banda efetiva para tráfego com baixo nível de agregação ou fonte única . . . . .	104
5.1.4	Estimador Fractal Restrito . . . . .	105
5.1.5	Solução geral para a banda efetiva . . . . .	113
5.1.6	Solução Ajustada para estimação da banda efetiva . . . . .	113
5.2	Resultados experimentais do método geral . . . . .	114

5.3	Estimação da banda efetiva para tráfego de processos auto-similares com variância infinita . . . . .	122
5.3.1	Estimação da banda efetiva para tráfego agregado com variância infinita . . . . .	123
5.3.2	Resultados Experimentais . . . . .	124
5.3.3	Análise da banda efetiva para tráfego auto-similar com variância infinita . . . . .	128
5.4	Conclusões . . . . .	129
<b>6</b>	<b>Análise do Atraso para Banda Efetiva</b>	<b>131</b>
6.1	Introdução . . . . .	131
6.2	O Método de Le Boudec . . . . .	132
6.3	Critério de atraso e “ <i>jitter</i> ” para banda efetiva . . . . .	136
6.4	Análise dos resultados . . . . .	136
6.5	Tráfego multimídia . . . . .	140
6.6	Conclusões . . . . .	142
<b>7</b>	<b>Conclusão, Comentários e Trabalhos Futuros</b>	<b>143</b>
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>149</b>
<b>I</b>	<b>Resultados de Caracterização de Tráfego</b>	<b>161</b>
<b>II</b>	<b>Espectro Mutifractal do Tráfego</b>	<b>167</b>
<b>III</b>	<b>Estimação da Banda Efetiva</b>	<b>173</b>
<b>IV</b>	<b>Resultados Testes de Hipótese Gaussiana</b>	<b>189</b>
<b>V</b>	<b>Resultados da Análise do Atraso</b>	<b>197</b>
<b>VI</b>	<b>Conceitos, definições e teoremas sobre espaço multidimensional</b>	<b>211</b>
VI.1	Espaço linear . . . . .	211
VI.2	Convergência e conjunto compacto . . . . .	212
VI.3	Função convexa . . . . .	213
VI.4	Espaço topológico . . . . .	213
VI.5	$\sigma$ -álgebra . . . . .	214
VI.6	Conjunto de Borel . . . . .	215
<b>VIIA</b>	<b>transformada de Legendre</b>	<b>217</b>

## Lista de Figuras

2.1	Floco de Neve de Koch $D_H \approx 1,26$ . . . . .	34
2.2	Conjunto de Cantor ( <i>middle-third-erasing</i> ) $D_H = 0,63$ . . . . .	34
2.3	Objetos de uma e duas dimensões . . . . .	36
2.4	Estrutura multiplicativa geradora da Medida Binomial . . . . .	49
2.5	Espectro da Medida Binomial gerado no Scilab 2.5 . . . . .	49
2.6	Espectro <i>Multifractal</i> $f(\alpha)$ da Medida binomial com $m_0 = 2/3$ e $m_1 = 1/3$ . . . . .	52
2.7	Espectro Multifractal de uma função de onda crítica. . . . .	53
2.8	Cascata multiplicativa. . . . .	54
2.9	Cascata discreta conservativa. . . . .	55
3.1	Histograma Experimento Lançamento de uma moeda . . . . .	62
3.2	Interpretação Geométrica da Transformada Convexa $M^*(x)$ . . . . .	66
4.1	Multiplexação Estatística . . . . .	78
4.2	Cenário de captura de tráfego . . . . .	85
4.3	tráfego servidor 10_7_S_2 . . . . .	89
4.4	tráfego servidor 10_7_S_3 . . . . .	89
4.5	tráfego servidor 3_7_I_1 . . . . .	89
4.6	tráfego servidor 3_7_I_2 . . . . .	89
4.7	tráfego servidor 3_7_R_1 . . . . .	90
4.8	tráfego servidor 3_7_R_4 . . . . .	90
4.9	Algoritmo para verificar se um arquivo de tráfego é originado de uma fonte única de um tráfego agregado . . . . .	96
5.1	Janela de tempo onde ocorre a transição. . . . .	106
5.2	Arquivo 3_7_I_1. . . . .	108
5.3	Arquivo 3_7_I_4. . . . .	108
5.4	Arquivo 4_7_I_1. . . . .	109
5.5	Arquivo 4_7_I_2. . . . .	109
5.6	Arquivo 4_7_I_3. . . . .	109
5.7	Arquivo 4_7_I_9. . . . .	109
5.8	Arquivo 3_7_R_4. . . . .	109
5.9	Arquivo 3_7_R_7. . . . .	109
5.10	Arquivo 4_7_R_3. . . . .	110
5.11	Arquivo 13_7_CLI_7. . . . .	110

5.12	Expoentes $\alpha(t)$ — Tráfego Internet 3_7_I_5 . . . . .	112
5.13	Banda efetiva em função do tamanho do <i>buffer</i> (arquivo 13_7_MTX_1).	116
5.14	Banda efetiva em função do tamanho do <i>buffer</i> (arquivo 13_7_MTX_2).	116
5.15	Banda efetiva em função do tamanho do <i>buffer</i> (arquivo 13_7_MTX_3).	117
5.16	Banda efetiva em função do tamanho do <i>buffer</i> (arquivo 13_7_FTP_1).	117
5.17	Banda efetiva em função do tamanho do <i>buffer</i> (arquivo 13_7_FTP_2).	117
5.18	Banda efetiva em função do tamanho do <i>buffer</i> (arquivo 3_7_I_1). . .	118
5.19	Banda efetiva em função do tamanho do <i>buffer</i> (arquivo 3_7_I_3). . .	118
5.20	Banda efetiva em função do tamanho do <i>buffer</i> (arquivo 3_7_I_4). . .	118
5.21	Banda efetiva em função do tamanho do <i>buffer</i> (arquivo 4_7_I_1). . .	119
5.22	Banda efetiva em função do tamanho do <i>buffer</i> (arquivo 4_7_I_3). . .	119
5.23	Banda efetiva em função do tamanho do <i>buffer</i> (arquivo 3_7_R_4). . .	119
5.24	Banda efetiva em função do tamanho do <i>buffer</i> (arquivo 4_7_R_3). . .	120
5.25	Banda Efetiva em função do tamanho do <i>buffer</i> (arquivo Arquivo 13_7_CLI_1). . . . .	121
5.26	Banda Efetiva em função do tamanho do <i>buffer</i> (arquivo Arquivo 3_9_CLI_2). . . . .	121
5.27	Banda Efetiva em função do tamanho do <i>buffer</i> (arquivo Arquivo 4_9_CLI_3). . . . .	122
5.28	Banda Efetiva em função do tamanho do <i>buffer</i> (arquivo Arquivo 4_9_CLI_4). . . . .	122
5.29	Banda Efetiva em função do tamanho do <i>buffer</i> (arquivo Arquivo 10_7_S_1). . . . .	126
5.30	Banda Efetiva em função do tamanho do <i>buffer</i> (arquivo Arquivo 10_7_S_2). . . . .	126
5.31	Banda Efetiva em função do tamanho do <i>buffer</i> (arquivo Arquivo 10_7_S_4). . . . .	127
5.32	Banda Efetiva em função do tamanho do <i>buffer</i> (arquivo Arquivo 5_7_S_1). . . . .	127
5.33	Banda Efetiva em função do tamanho do <i>buffer</i> (arquivo Arquivo 5_7_S_2). . . . .	128
6.1	Restrição de Atraso $D$ para uma curva de chegada $\alpha$ . . . . .	133
6.2	Fonte <i>On/Off</i> . . . . .	134
6.3	Esvaziamento e enchimento do <i>buffer</i> . . . . .	135
6.4	Diagrama de blocos do Critério de Atraso e <i>Jitter</i> . . . . .	137
6.5	Tempo em função da Banda Efetiva com Restrição $D$ . . . . .	138
6.6	Tempo em função da Banda Efetiva com Restrição $D$ . . . . .	138
6.7	Tempo em função da Banda Efetiva com Restrição $D$ . . . . .	139
6.8	Tempo em função da Banda Efetiva com Restrição $D$ . . . . .	139
7.1	Metodologia para estimação da banda efetiva. . . . .	145
III.1	Banda Efetiva em função do tamanho do <i>buffer</i> , arquivo 13_7_CLI_1.	174
III.2	Banda Efetiva em função do tamanho do <i>buffer</i> , arquivo 13_7_FTP_1.	174

III.3	Banda Efetiva em função do tamanho do <i>buffer</i> , arquivo 13_7_FTP_2.	175
III.4	Banda Efetiva em função do tamanho do <i>buffer</i> , arquivo 13_7_MTX_1.	175
III.5	Banda Efetiva em função do tamanho do <i>buffer</i> , arquivo 13_7_MTX_2.	176
III.6	Banda Efetiva em função do tamanho do <i>buffer</i> , arquivo 13_7_MTX_3.	176
III.7	Banda Efetiva em função do tamanho do <i>buffer</i> , arquivo 13_7_MTX_16.	177
III.8	Banda Efetiva em função do tamanho do <i>buffer</i> , arquivo 13_7_MTX_17.	177
III.9	Banda Efetiva em função do tamanho do <i>buffer</i> , arquivo 13_7_MTX_18.	178
III.10	Banda Efetiva em função do tamanho do <i>buffer</i> , arquivo 3_7_R_1. . .	178
III.11	Banda Efetiva em função do tamanho do <i>buffer</i> , arquivo 3_7_R_4. . .	179
III.12	Banda Efetiva em função do tamanho do <i>buffer</i> , arquivo 3_7_R_7. . .	179
III.13	Banda Efetiva em função do tamanho do <i>buffer</i> , arquivo 4_7_R_1. . .	180
III.14	Banda Efetiva em função do tamanho do <i>buffer</i> , arquivo 4_7_R_3. . .	180
III.15	Banda Efetiva em função do tamanho do <i>buffer</i> , arquivo 4_7_R_10. .	181
III.16	Banda Efetiva em função do tamanho do <i>buffer</i> , arquivo 4_7_R_13. .	181
III.17	Banda Efetiva em função do tamanho do <i>buffer</i> , arquivo 4_7_R_20. .	182
III.18	Banda Efetiva em função do tamanho do <i>buffer</i> , arquivo 3_7_I_1. . . .	182
III.19	Banda Efetiva em função do tamanho do <i>buffer</i> , arquivo 3_7_I_3. . . .	183
III.20	Banda Efetiva em função do tamanho do <i>buffer</i> , arquivo 3_7_I_4. . . .	183
III.21	Banda Efetiva em função do tamanho do <i>buffer</i> , arquivo 3_7_I_5. . . .	184
III.22	Banda Efetiva em função do tamanho do <i>buffer</i> , arquivo 4_7_I_1. . . .	184
III.23	Banda Efetiva em função do tamanho do <i>buffer</i> , arquivo 4_7_I_3. . . .	185
III.24	Banda Efetiva em função do tamanho do <i>buffer</i> , arquivo 4_7_I_4. . . .	185
III.25	Banda Efetiva em função do tamanho do <i>buffer</i> , arquivo 4_7_I_5. . . .	186
III.26	Banda Efetiva em função do tamanho do <i>buffer</i> , arquivo 4_7_I_6. . . .	186
III.27	Banda Efetiva em função do tamanho do <i>buffer</i> , arquivo 4_7_I_7. . . .	187
III.28	Banda Efetiva em função do tamanho do <i>buffer</i> , arquivo 4_7_I_8. . . .	187
V.1	Tempo em função da Banda Efetiva com restrição <i>D</i> , arquivo 13_7_MTX_1. . . . .	198
V.2	Tempo em função da Banda Efetiva com restrição <i>D</i> , arquivo 13_7_MTX_1. . . . .	198
V.3	Tempo em função da Banda Efetiva com restrição <i>D</i> , arquivo 13_7_MTX_1. . . . .	199
V.4	Tempo em função da Banda Efetiva com restrição <i>D</i> , arquivo 13_7_MTX_1. . . . .	199
V.5	Tempo em função da Banda Efetiva com restrição <i>D</i> , arquivo 13_7_MTX_2. . . . .	200
V.6	Tempo em função da Banda Efetiva com restrição <i>D</i> , arquivo 13_7_MTX_2. . . . .	200
V.7	Tempo em função da Banda Efetiva com restrição <i>D</i> , arquivo 13_7_MTX_2. . . . .	201
V.8	Tempo em função da Banda Efetiva com restrição <i>D</i> , arquivo 13_7_MTX_2. . . . .	201
V.9	Tempo em função da Banda Efetiva com restrição <i>D</i> , arquivo 13_7_MTX_3. . . . .	202

V.10	Tempo em função da Banda Efetiva com restrição $D$ , arquivo 13_7_MTX_3. . . . .	202
V.11	Tempo em função da Banda Efetiva com restrição $D$ , arquivo 13_7_MTX_3. . . . .	203
V.12	Tempo em função da Banda Efetiva com restrição $D$ , arquivo 13_7_MTX_3. . . . .	203
V.13	Tempo em função da Banda Efetiva com restrição $D$ , arquivo 13_7_MTX_16. . . . .	204
V.14	Tempo em função da Banda Efetiva com restrição $D$ , arquivo 13_7_MTX_16. . . . .	204
V.15	Tempo em função da Banda Efetiva com restrição $D$ , arquivo 13_7_MTX_16. . . . .	205
V.16	Tempo em função da Banda Efetiva com restrição $D$ , arquivo 13_7_MTX_16. . . . .	205
V.17	Tempo em função da Banda Efetiva com restrição $D$ , arquivo 13_7_MTX_17. . . . .	206
V.18	Tempo em função da Banda Efetiva com restrição $D$ , arquivo 13_7_MTX_17. . . . .	206
V.19	Tempo em função da Banda Efetiva com restrição $D$ , arquivo 13_7_MTX_17. . . . .	207
V.20	Tempo em função da Banda Efetiva com restrição $D$ , arquivo 13_7_MTX_17. . . . .	207
V.21	Tempo em função da Banda Efetiva com restrição $D$ , arquivo 13_7_MTX_18. . . . .	208
V.22	Tempo em função da Banda Efetiva com restrição $D$ , arquivo 13_7_MTX_18. . . . .	208
V.23	Tempo em função da Banda Efetiva com restrição $D$ , arquivo 13_7_MTX_18. . . . .	209
V.24	Tempo em função da Banda Efetiva com restrição $D$ , arquivo 13_7_MTX_18. . . . .	209
VII.1	Representação geométrica da Transformada de Legendre. . . . .	217

## Lista de Tabelas

4.1	Níveis de correlação adotados. . . . .	83
4.2	Valores estimados dos parâmetros $H$ e $d$ . . . . .	87
4.3	Dados da caracterização fractal do tráfego. . . . .	90
4.4	Resumo expoentes de Hölder. . . . .	91
4.5	Coefficiente de Correlação para Tráfego Agregado de Servidor. . . . .	93
4.6	Coefficiente de Correlação para Tráfego Agregado de Internet. . . . .	93
4.7	Coefficiente de Correlação para Tráfego Agregado de Corporativo. . . . .	93
4.8	Coefficiente de Correlação para Tráfego Fonte Única FTP. . . . .	94
4.9	Coefficiente de Correlação para Tráfego fonte Única Audio e Vídeo. . . . .	94
4.10	Coefficiente de Correlação para Tráfego fonte Única de Dados. . . . .	94
5.1	Dados da caracterização do tráfego para estimação da banda efetiva. . . . .	115

## Siglas e Acrônimos

ABR	<i>Available Bit Rate</i>
AR	<i>Autoregressive Process</i>
ARMA	<i>Autoregressive Moving Average Process</i>
ARIMA	<i>Autoregressive Integrated Moving Average Process</i>
ATM	<i>Asynchronous Transfer Mode</i>
BT	<i>Burst Tolerance</i>
BE	<i>Banda Efetiva</i>
BER	<i>Bit Error Rate</i>
CAC	<i>Connection Admission Control</i>
CBR	<i>Constant Bit Rate</i>
CDV	<i>Cell Delay Variation</i>
CDVT	<i>Cell Delay Variation Tolerance</i>
CLT	<i>Central Limite Theorem</i>
CLR	<i>Cell Loss Ratio</i>
CSQ	<i>Square Coefficient of Variation</i>
CTD	<i>Cell Transfer Delay</i>
$C_v$	<i>Coeficient of Variation</i>
DBR	<i>Deterministic Bit Rate</i>
<i>DiffServ</i>	<i>Differentiated Services Architecture</i>
FARIMA	<i>Fractional ARIMA</i>
fBm	<i>Fractional Brownian Motion</i>
FGN	<i>Fractional Gaussian Noise</i>
FIFO	<i>First in, First out</i>
FTP	<i>File Transfer Protocol</i>
$H$	<i>Hurst Parameter</i>
$\hat{H}$	<i>Estimador Fractal Restrito</i>
IDC	<i>Index of Dispersion of Counts</i>
IETF	<i>Internet Engineering Task Force</i>
IP	<i>Internet Protocol</i>
<i>IntServ</i>	<i>Integrated Services in the Internet Architecture</i>
ITU-T	<i>International Telecommunication Union — Standardization Sector</i>
LDP	<i>Large Deviation Principle</i>
MA	<i>Moving Average</i>
MA	<i>Multifractal Analyses</i>
MBS	<i>Maximum Burst Size</i>

MMPP	<i>Markov Modulated Poisson Process</i>
MPEG	<i>Motion Picture Experts Group</i>
MPLS	<i>Multiprotocol Label Switching</i>
MRA	<i>Multiresolution Analyses</i>
OSI	<i>Open System Interconnection</i>
PCR	<i>Peak Cell Rate</i>
<i>PMR</i>	<i>Peak to Mean Ratio</i>
RDSI-FL	<i>Rede Digital de Serviços Integrados (B-ISDN Broadband Integrated Services Digital Network)</i>
RSVP	<i>Resource ReSerVation Protocol</i>
QoS	<i>Qualidade de Serviço (Quality of Service)</i>
SCR	<i>Sustainable Cell rate</i>
SNMP	<i>Simple Network Management Protocol</i>
SSS	<i>Strict Sense Self-similar Process</i>
SSSI	<i>Strict Sense Self-similar Process with Stationary Increments</i>
TAT	<i>Theoretical Arrival Time</i>
TCP	<i>Transport Control Protocol</i>
TDM	<i>Time Division Multiplexing</i>
TGD	<i>Teoria dos Grandes Desvios (LDT — Large Deviation Theory)</i>
UBR	<i>Unspecified Bit Rate</i>
UNI	<i>User Network Interface</i>
UPC	<i>Usage Parameter Control</i>
VBR	<i>Variable Bit Rate</i>
VSB	<i>Very Small Buffer</i>
WAN	<i>Wide Area Network</i>
WSS	<i>Wide Sense Self-similar Process</i>

# Capítulo 1

## Introdução

A crescente competição no mundo de negócios tem exigido cada vez mais a otimização dos recursos das empresas. Dentre os diversos recursos existentes, tais como os financeiros, materiais e humanos, a informação tem se tornado preponderante, tanto do ponto de vista estratégico como do ponto de vista da competição. O tratamento adequado da informação requer o uso otimizado de recursos de processamento e de transporte. Da perspectiva do transporte da informação, a utilização dos recursos de rede de comunicação disponíveis é de grande importância e possui impacto considerável nos resultados dos negócios, pois interrupções ou quedas de desempenho das redes de comunicações, por exemplo, podem causar paralisações de aplicações de missão crítica e, conseqüentemente, perdas financeiras significativas.

A otimização dos recursos de rede depende diretamente de quão dinâmica e confiável é a alocação desses recursos de acordo com a necessidade. Um dos maiores desafios para a engenharia de telecomunicações, nos últimos anos, tem sido desenvolver e implementar soluções que forneçam e assegurem, de forma dinâmica, a qualidade de serviço (QoS) [32] [34] fim a fim em uma rede de pacotes. De fato, o fornecimento de qualidade de serviço na rede não é o maior obstáculo; mas, sim, fazê-lo fim a fim de forma precisa e rápida, de acordo com a necessidade do usuário da rede.

Dentre as várias tarefas destinadas ao estabelecimento de QoS de forma confiável, destacamos a necessidade do mapeamento de requisitos como atraso e perda de pacotes fim a fim em termos de recursos ao longo dos nós da rede. Da mesma forma, existe a dificul-

dade em utilizar esse mapeamento em um algoritmo de identificação de caminho eficiente dentro da rede.

O provisionamento de QoS garantida é de extrema importância no desenvolvimento das futuras redes. Os recentes avanços tecnológicos em comutação e em transmissão de informação permitem a implementação de redes com velocidades extremamente altas que podem transportar grandes quantidades de tráfego geradas por aplicações mais sensíveis aos requisitos de qualidade de serviço. A próxima geração de redes deverá ser capaz de suportar novas aplicações multimídia [78][148] em um ambiente global e de projetar novos serviços em plataformas flexíveis sem necessidade de alteração da infra-estrutura. Essa nova tendência requer uma nova arquitetura de redes, capaz de oferecer serviços de transporte e de processamento de informação para aplicações de comunicação com fortes requisitos de QoS [88].

Nos anos 90, com o emprego das técnicas de comutação de pacotes de tamanho fixo, multiplexagem estatística, banda flexível sob demanda, fornecimento de qualidade de serviço e orientação para a conexão, a tecnologia ATM (*Asynchronous Transfer Mode*) prometia a viabilização de uma nova arquitetura de redes denominada RDSI-FL (*B-ISDN Broadband Integrated Services Digital Network*) [8][32][34]. Contudo, em função do alto custo para implementação, da elevada complexidade das soluções de interfuncionamento das redes ATM (orientadas para a conexão) com o mundo IP (*Internet Protocol* - sem conexão) já existente [8], bem como da força exercida pelo mercado da Internet, foi colocado em xeque o uso do ATM como uma solução universal para a nova geração de redes.

Apesar das dificuldades para fornecimento de qualidade de serviço garantida pelas redes IP, hoje a convergência IP é um consenso. Em outras palavras, em função da necessidade de simplificação da rede (em termos de controle, gerência e provimento de serviços), redução dos custos (de implantação, manutenção, operação e gerência das redes) e suporte a diferentes aplicações, a tendência mundial é o fornecimento de todos os serviços sobre o IP (*IP all the way*), seja em redes convencionais ou sem fio. No entanto, a natureza de melhor esforço (não há priorização de tráfego e diferenciação de serviços) da rede Internet atual é um fator limitante para fornecimento de serviços que requerem qualidade de serviço garantida [83].

Com a finalidade de reduzir as limitações existentes do mundo IP original para fornecimento de QoS, foram desenvolvidas, no âmbito do IETF (*Internet Engineering Task Force*), técnicas como *IntServ* e *DiffServ* [130]. A técnica *IntServ*, denominada Arquitetura de Serviços Integrados na Internet (*Integrated Services in the Internet Architecture*), até este momento não foi viabilizada em termos práticos, em razão de problemas de escalabilidade, pois executa um tratamento do tráfego por fluxo. Este tipo de tratamento implica que os recursos de rede sejam alocados de acordo com os requisitos da aplicação, requerendo reserva de recursos e controle de admissão. Para implementar essas funções, a arquitetura *IntServ* propõe o uso do RSVP (*Resource ReSerVation Protocol*) [129], por meio do qual as aplicações podem fazer requisições e reservar recursos de rede. Por outro lado, o *DiffServ* (*Differentiated Services Architecture*) em vez de fazer um tratamento por fluxo, trabalha com classes ou agregados de tráfego que requerem os mesmos requisitos de QoS, por intermédio de um identificador no cabeçalho IP denominado *DiffServ codepoint* (DSCP) [128][129][130]. Em virtude de sua simplicidade, o *DiffServ* está sendo utilizado amplamente nos dias de hoje.

Independentemente da tecnologia de rede a ser empregada, um dos maiores obstáculos para o fornecimento adequado de QoS é a pouca compreensão e conhecimento das características do tráfego originado principalmente pelas novas aplicações. Sem uma precisa caracterização do tráfego aplicada aos algoritmos de alocação de recursos, a rede pode adotar uma política bastante conservadora, resultando em uma baixa eficiência em termos da utilização de seus recursos. Por outro lado, a rede também pode subdimensionar os recursos necessários para o transporte de determinado tipo de tráfego, podendo causar perda de informação e até mesmo congestionamento [77].

Nos últimos anos, testemunhamos um considerável esforço em desenvolvimento e projetos de redes de comunicação de banda larga. Ao mesmo tempo, presenciamos um fenomenal crescimento no tráfego de dados e uma larga gama de requisitos das novas aplicações que demandam novos mecanismos de controle e gerência das redes de comunicação. Para fazer frente a esses desafios, existem não somente problemas intrinsecamente difíceis, tais como a limitação computacional dos elementos de redes, questões de escala, em termos de mecanismos de controle e gerência, necessidade de aprimorar o conhecimento sobre o

comportamento do tráfego gerado pelas novas aplicações, bem como o desenvolvimento de novos métodos que permitam uma alocação dos recursos de rede de forma mais precisa [13].

No amplo escopo da engenharia de tráfego de redes e do provimento de serviços com qualidade assegurada, esta tese dedica-se a propor algumas soluções para os problemas de alocação de recursos de rede, em especial soluções para a “alocação da banda efetiva”. Para tanto, utiliza de forma intensiva a “caracterização de tráfego”, recorrendo simultaneamente a métodos analíticos, heurísticos e de simulação.

Os métodos propostos de alocação de banda neste estudo estão fundamentados na Teoria dos Grandes Desvios, aproximação Gaussiana e na caracterização de tráfego. Em termos de caracterização de tráfego, além de diversos parâmetros já conhecidos na literatura, foi feita uma investigação sobre o fenômeno fractal (*mono* e *multifractal*) em seus diferentes aspectos. O principal resultado desta investigação é a introdução de um novo parâmetro de tráfego denominado Estimador Fractal Restrito. Esse parâmetro pretende representar simultaneamente o impacto das características “*mono*” e “*multifractal*” de um tráfego considerado, com a finalidade única de estimação da banda efetiva. Além disso, nossa metodologia utiliza também os dois já bem conhecidos parâmetros de auto-similaridade:  $H$  e  $d$  (parâmetro de Hurst e o parâmetro diferenciação do modelo F-ARIMA, respectivamente) [68]. Adicionalmente, também são consideradas na estimação da banda efetiva as restrições de atraso e *jitter*. Esta abordagem tem como objetivo validar a estimativa de banda efetiva para tráfego em tempo real, por meio da adaptação do método proposto por Jean-Yves Le Boudec [69]. O critério para assegurar a qualidade de serviço, em termos de atraso e *jitter* fim a fim, utiliza a banda efetiva já estimada pelos métodos adotados. Em outras palavras, para uma dada banda efetiva estimada, verificamos se a mesma satisfaz os requisitos de qualidade de serviço, em termos de atraso e *jitter*.

A validação das diversas metodologias de estimação de banda efetiva propostas neste trabalho foi efetuada através de exaustivos testes de simulação, usando arquivos de tráfego real descritos no Apêndice I desta tese.

Esta tese está estruturada da seguinte forma. Neste capítulo introdutório, abordamos o contexto, a motivação e os principais problemas endereçados neste estudo. Com a finali-

dade de fundamentar os conceitos de caracterização de tráfego abordados neste trabalho, a teoria fractal, incluindo processos auto-similares, é apresentada no Capítulo 2. O Capítulo 3 mostra os principais tópicos da Teoria dos Grandes Desvios, que trata de eventos que ocorrem longe da média, denominados “eventos raros”. A Teoria dos Grandes Desvios embasa a solução de algumas situações assintóticas como tamanho de *buffer* e número de fontes de tráfego. O Capítulo 4 apresenta os conceitos de caracterização de tráfego, principais parâmetros utilizados e uma análise de tráfego real. O Capítulo 5 é dedicado ao principal tema deste estudo: A Estimação da Banda Efetiva. A intenção é abordar uma questão crucial em termos do dimensionamento de recursos de rede e também no tratamento do tráfego sob restrição de qualidade de serviço. A análise do atraso e de suas implicações no desempenho dos parâmetros envolvidos para o tráfego multiserviço é mostrada no Capítulo 6. Finalmente, no Capítulo 7 resumizamos os principais resultados obtidos e a metodologia proposta que é uma solução o mais ampla possível para estimação da banda efetiva para um dado tráfego, concluimos e indicamos a direção para possíveis trabalhos futuros.

# Capítulo 2

## A Teoria “*Fractal*”

### 2.1 Introdução

A ciência, nos últimos anos, descobriu na natureza a existência do comportamento fractal. Sua manifestação tem sido identificada em vários campos do conhecimento, tais como na hidrologia, astronomia, geologia, química, entre outros.

De forma básica, podemos dizer que um fractal é um padrão ou uma forma geométrica construída com a junção de vários elementos idênticos e repetitivos, em que cada elemento individual é semelhante ao todo. De fato, os fractais são caracterizados pela sua irregularidade e pelas dimensões dessas irregularidades.

Em termos de mensuração de um objeto geométrico, a geometria euclidiana dominou o pensamento humano por vários séculos, e trata objetos com dimensões compostas por números inteiros (primeira, segunda e terceira dimensões de objetos geométricos elementares artificiais), tais como a reta, o quadrado e o cubo. Apesar dessa descrição intuitiva, na realidade, os objetos na natureza geralmente apresentam uma dimensão fracionária (não inteira) denominada dimensão fractal.

Os fractais podem ser classificados em duas famílias de processos os *monofractais* e os *multifractais*. O primeiro tipo de processo, também denominado processo auto-similar, é gerado através de um processo aditivo [68]. Esse tipo de processo apresenta um padrão semelhante em várias escalas de tempo. O segundo tipo de processo é gerado através de processo multiplicativo, geralmente possuindo singularidades em pequenas escalas de tempo.

Um processo aditivo é aquele que pode ser expresso diretamente por uma soma de

variáveis aleatórias independentes [142]. Os *monofractais* são um exemplo desse tipo de processo. Por outro lado, um processo multiplicativo pode ser representado através de um produto de variáveis aleatórias independentes e positivas. Os *multifractais* podem ser gerados através de processos multiplicativos, sendo caracterizados pela sua não linearidade e geralmente apresentando desvios padrões muito maiores do que as médias [139].

Recentes e extensos estudos de tráfego de diferentes tipos de redes têm demonstrado o comportamento fractal crescente em vários tipos de tráfego e têm comprovado o forte impacto desse fenômeno sobre o desempenho e dimensionamento das redes [10][15][38][73][74][89]. Além disso, tem sido constatado que os antigos modelos de tráfego utilizados para voz e para as primeiras redes de computadores como os de Poisson, Erlang e Bernoulli, entre outros, não são suficientes para representar e modelar o comportamento do tráfego das redes modernas [39][61][109][152][155].

O advento das redes multiserviço de alta velocidade e o surgimento de uma enorme gama de diferentes aplicações têm contribuído para essa mudança, uma vez que o comportamento do tráfego é fortemente influenciado pelo serviço oferecido pela rede. Esse serviço pode produzir padrões de tráfego completamente aleatórios, gerando uma grande gama de processos estocásticos, dentre eles *monofractais* e *multifractais* em várias escalas de tempo. Outro fator que também contribui para o aumento da complexidade dos processos de tráfego é a estrutura em camadas dos protocolos de rede envolvidos na comunicação e seu encapsulamento. Além disso, o fenômeno de agregação do tráfego produzido pelos processos de multiplexação também pode gerar diferentes comportamentos aleatórios [74].

Vários estudos têm demonstrado que muitos tipos de tráfego exibem comportamentos auto-similares e de dependência de longo prazo [31][39][59][74][89][121][155]. Além disso, Jacques Lévy Véhel e Rudolf H. Riedi [62][63][84][137][140], baseados em análise *multifractal*, estenderam seus estudos, demonstrando a existência de processos com características diferentes da auto-similaridade e dependência de longo prazo. De forma simplificada, podemos dizer que a análise *multifractal* trata do outro extremo do espectro de Fourier, ou seja, o estudo do conteúdo de alta frequência do sinal [62][63]. Isso significa que a análise *multifractal* trata da descrição da estrutura de singularidades do sinal de forma local e global simultaneamente.

Este capítulo tem por finalidade introduzir os principais conceitos que descrevem o comportamento fractal. Na seção 2.2, são apresentados os conceitos de *monofractal* e *multifractal*. A seção 2.3 expõe o processo *monofractal* destacando-se os processos auto-similares. Na seção 2.4 são abordados os multifractais. A seção 2.5 define o espectro *multifractal*. Na seção 2.6 são introduzidos os conceitos de escala e de escala múltipla. Finalmente, na seção 2.7, concluímos.

## 2.2 Conceito de *monofractal* e *multifractal*

Em 1975, Mandelbrot empregou o termo fractal para representar uma entidade caracterizada pela inerente ocorrência de irregularidades que governam sua forma e complexidade através de uma estrutura fina com detalhes em todos os níveis de resolução [18][52][139].

Um fractal pode ser caracterizado por sua dimensão fractal, introduzida por Hausdorff em 1919, e aqui denotada por  $D_H$  (ou dimensão de Hausdorff-Besicovitch). Essa dimensão mede o grau das irregularidades, e possui geralmente valores fracionários. Além da dimensão proposta por Hausdorff, existem outras medidas de dimensão que também podem ser utilizadas para caracterizar um fractal, tais como: Dimensão Capacidade, Dimensão Correlação e Dimensão Informação. Esta seção dedica-se à apresentação dessas dimensões e suas implicações nos conceitos de *monofractal* e *multifractal*.

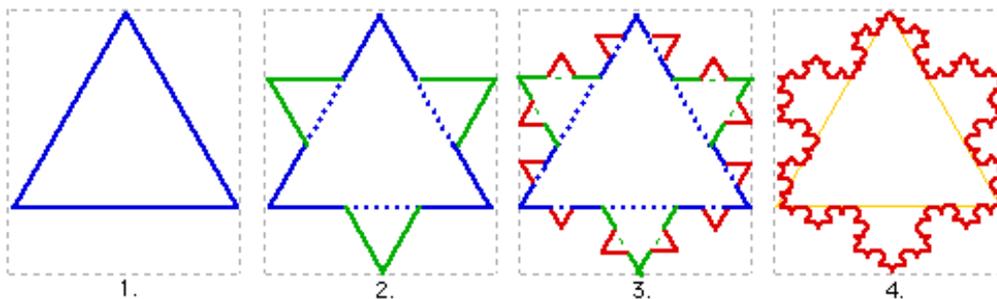
### 2.2.1 Dimensão Fractal

A dimensão fractal  $D_H$  de um conjunto de pontos  $S$ , conhecida como dimensão de Hausdorff, é um número real não negativo para o qual o limite de  $N(r)r^{D_H}$  converge para um valor finito positivo quando  $r \rightarrow 0$ . Em outras palavras, a dimensão fractal  $D_H$  pode ser calculada através da seguinte equação:

$$D_H = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\log N(r)}{\log(1/r)}, \quad (2.1)$$

onde  $r$  representa o tamanho de uma partição arbitrada do objeto fractal e  $N(r)$  define o número de partições medidas nesse determinado objeto.

Dentre os diferentes tipos de fractais, o fractal geométrico determinístico é o mais didático para sua apresentação e entendimento. Nesse tipo de fractal,  $N(r)$  copia a forma original do objeto a cada interação. Podemos citar como exemplos de fractais, a curva de Van Koch, o conjunto cardióide de Mandelbrot, o conjunto de Cantor e o triângulo de Sierpinski, que são todos obtidos recursivamente [18]. A Figura 2.1 mostra a construção



**Figura 2.1:** Floco de Neve de Koch  $D_H \approx 1,26$ .

recursiva da curva de Van Koch, em quatro estágios, formando a figura chamada floco de neve de Koch, cuja dimensão fractal no limite é  $D_H = 1,26$ . Note que, no estágio 1 da Figura 2.1, os lados do triângulo original são divididos em três segmentos de mesmo comprimento, e o segmento central de cada lado é substituído por um triângulo idêntico ao original, porém, com comprimento reduzido, originando a figura de estrela apresentada no estágio 2. Em seguida, cada segmento de reta do estágio 2 é novamente dividido em três segmentos menores e iguais, e cada segmento de reta central é substituído novamente por um triângulo menor. Esse procedimento é repetido sucessivamente, construindo um objeto geométrico semelhante a um floco de neve, conforme apresentado no estágio 4 da Figura 2.1. A Figura 2.2 mostra um conjunto de Cantor com  $D_H = 0,63$ , no qual também



**Figura 2.2:** Conjunto de Cantor (*middle-third-erasing*)  $D_H = 0,63$ .

fica evidenciado o emprego da recursividade na construção desse objeto geométrico fractal.

### 2.2.2 Dimensão Capacidade ( $D_C$ )

O conceito de Dimensão Capacidade ( $D_C$ ) [18][145] de um conjunto foi introduzido por Kolmogorov; no entanto, é idêntico à definição da dimensão de Hausdorff-Besicovitch ( $D_H$ ) definida na equação (2.1), ou seja,  $D_C = D_H$ .

Com a finalidade de definir a dimensão capacidade de um conjunto, assumimos que o número de elementos necessários para preencher um determinado conjunto é inversamente proporcional a  $\varepsilon^D$ , onde  $\varepsilon$  é a escala de cobertura dos elementos do conjunto, e  $D$  é uma constante. Para fins de ilustração, considere um segmento de uma curva qualquer (em uma dimensão) e tente cobrir esse segmento de curva com segmentos de reta de um determinado comprimento, conforme a Figura 2.3. Suponha ainda que, inicialmente, necessitemos de três segmentos de reta para cobrir o segmento da curva completamente. Para cobrir o mesmo segmento de curva com segmentos de reta com metade do comprimento inicial, é esperado que sejam necessários seis segmentos de reta, ou seja, neste caso, o número de segmentos de reta requeridos para cobrir o segmento de curva é inversamente proporcional ao comprimento dos segmentos de reta. Portanto, para objetos do espaço unidimensional teremos  $N(\varepsilon) \approx s/\varepsilon$ , onde  $\varepsilon$  representa o comprimento de segmento de reta,  $N(\varepsilon)$  é o número de segmentos de reta do tamanho requerido para cobrir o conjunto, e  $s$  é uma constante. Se considerarmos um objeto de um espaço bi-dimensional, como um pedaço de papel (desprezando a espessura), teremos que cobrir esse pedaço de papel com pequenos quadrados de lado  $\varepsilon$  e, neste caso, teremos  $N(\varepsilon) \approx s/\varepsilon^2$  (observe a Figura 2.3). Como consequência, para um objeto  $D$ -dimensional podemos esperar que  $N(\varepsilon) \approx s/\varepsilon^D$  [145]. Com a finalidade de obter o valor de  $D$  da equação  $N(\varepsilon) \approx s/\varepsilon^D$ , tomamos o limite de  $\varepsilon \rightarrow 0$ . Se, adicionalmente, assumimos que o conjunto considerado cabe em um quadrado de lado com tamanho unitário ( $N(1) = s = 1$ ), então podemos escrever equação (2.2). Este é o chamado método da capacidade para se obter o valor de  $D_C$ .

$$D_C = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\ln N(\varepsilon)}{\ln 1/\varepsilon}. \quad (2.2)$$

Objetos cujas dimensões de Hausdorff-Besicovitch ( $D_H$ ) e dimensão capacidade ( $D_C$ ) são diferentes de suas respectivas dimensões topológicas são denominados fractais.

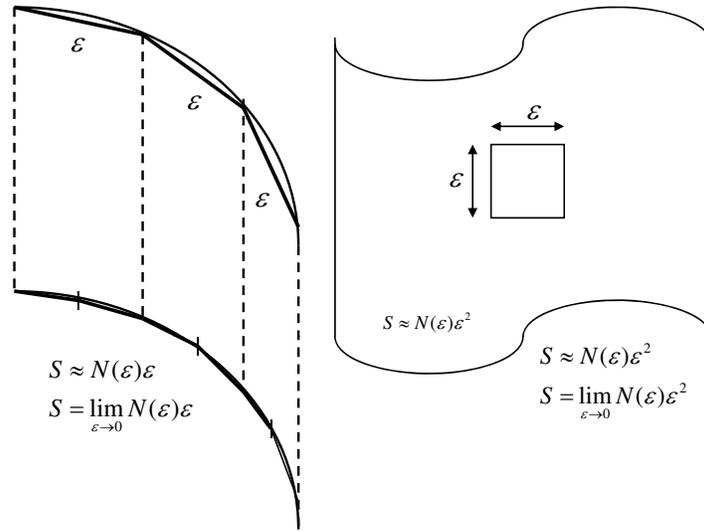


Figura 2.3: Objetos de uma e duas dimensões

### 2.2.3 Dimensão Correlação ( $D_R$ )

A Dimensão de Correlação ( $D_R$ ) [145] é definida através de uma função correlação, aqui denotada como  $\rho(\tau)$ , relativa às distâncias  $s(i, j)$  entre todos os pares de pontos  $(i, j)$  de um conjunto de  $N$  pontos  $S = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ . A dimensão correlação é definida precisamente por:

$$D_R = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{\ln \rho(\tau)}{\ln \tau}, \quad (2.3)$$

onde

$$\rho(\tau) = \frac{1}{N^2} [\text{número de pares } (i, j), \text{ com } s(i, j) < \tau] \quad (2.4)$$

e as medidas de distâncias entre os pontos  $X_i$  e  $X_j$  é dada por  $s(i, j) = |X_i - X_j|$ . Podemos expressar  $\rho(\tau)$  mais formalmente

$$\rho(\tau) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N^2} \sum_{j=1}^N \sum_{i=j+1}^N \theta(\tau - |X_i - X_j|), \quad (2.5)$$

onde  $\theta$  é a função degrau de Heaviside [96], definida como:

$$\theta(\tau - |X_i - X_j|) = \begin{cases} 1, & \text{se } 0 \leq (\tau - |X_i - X_j|) \\ 0, & \text{se } 0 > (\tau - |X_i - X_j|). \end{cases} \quad (2.6)$$

Note que,  $\rho(\tau)$  pode ser determinada seguindo uma lei de potência semelhante à utilizada no cálculo da Dimensão Capacidade, ou seja,  $\rho(\tau) \approx s\tau^D$ , onde  $s$  é uma constante [18] [145].

### 2.2.4 Dimensão Informação ( $D_I$ )

A Dimensão Informação ( $D_I$ ) [145] está relacionada ao conceito de entropia, ou seja, a informação perdida por um sistema, denotada por  $I(\varepsilon)$ , definida através da equação:

$$I(\varepsilon) = - \sum_{i=1}^N p_i \ln p_i. \quad (2.7)$$

A dimensão informação é definida através de

$$D_I = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{-I(\varepsilon)}{\ln \varepsilon} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\sum_{i=1}^N p_i \ln p_i}{\ln \varepsilon}. \quad (2.8)$$

Considere um espaço de estado  $\Phi$  [107] utilizado para representar o comportamento de um sistema dinâmico. De forma simplificada, podemos dizer que um sistema dinâmico é aquele que pode ser especificado por meio de um conjunto de equações cujas variáveis mudam no decorrer do tempo. Denomina-se atrator um conjunto de valores desse espaço de estado para o qual o sistema migra no decorrer do tempo, podendo ser representado por um ponto ou por uma coleção de pontos. Para determinar a dimensão informação  $D_I$ , dividimos a região do atrator do espaço  $\Phi$  em células  $c$  de lado  $\varepsilon$ . Se o número de pontos contidos em uma determinada célula  $c_i$  do espaço  $\Phi$  é  $N_i$ , a probabilidade de essa célula estar ocupada (conter algum ponto em seu interior) é  $p_i = N_i/N$ , onde  $N$  é o número total de pontos na região do atrator. Então  $I(\varepsilon)$  pode ser calculado através da equação (2.7).

Em geral, as dimensões de Capacidade, Correlação e Informação são diferentes para um mesmo objeto fractal, caracterizando um objeto *multifractal*. No entanto, se o objeto for caracterizado por um processo *monofractal*, teremos  $D_H = D_C = D_R = D_I$  [52] [145].

## 2.3 Monofractal

Kolmogorov introduziu o conceito de processo auto-similar em 1941, para designar um processo escalonável no tempo ou no espaço sem alteração de suas propriedades estatísti-

cas. No entanto, essa denominação, foi utilizada na estatística somente na década de 60, por Mandelbrot, Wallis e Van Ness [68].

Mandelbrot denominou “*Noah Effect*” a característica pertencente aos processos auto-similares que se refere à extensa variabilidade dos valores das variáveis aleatórias do processo. No tráfego de redes, o “*Noah Effect*” pode ser manifestado através dos surtos ou rajadas (*burstiness*).

A outra característica marcante de processos auto-similares é a dependência de longo prazo que se manifesta pelo decaimento lento das variâncias e pelo decaimento hiperbólico da função de autocorrelação. Como consequência, a função autocorrelação não é integrável, apresentando uma distribuição com cauda pesada (*heavy-tailed*) que possui convergência lenta.

A propriedade de dependência de longo prazo ou longa memória em processos auto-similares foi introduzida na estatística por Mandelbrot em 1968, que a denominou “*Joseph Effect*”, referindo-se aos sete anos de fartura seguidos de sete anos de fome previstos por José no Antigo Testamento. Essa propriedade tem sido amplamente investigada desde 1951, quando Hurst publicou o artigo sobre os níveis das águas do rio Nilo, usando séries temporais. Hurst constatou que essas séries temporais comportavam-se como um processo estacionário com uma complicada estrutura de correlação de dependência de longo prazo [68][157].

Apesar da manifestação da propriedade de dependência de longo prazo nos processos auto-similares, essa propriedade não é suficiente para um processo ser considerado auto-similar [68].

Esta seção dedica-se a apresentar um resumo dos processos auto-similares e suas principais características.

### 2.3.1 Processo com dependência de longo prazo

Seja  $X = \{X_n\}_{n=1}^{\infty}$  um processo estacionário no sentido amplo com média  $\mu$ , variância  $\sigma^2$  e coeficientes de autocorrelação  $\rho(\tau)$ . O processo  $X$  é dito de longo prazo ou longa

memória se a seguinte relação é mantida [6][14][31][68]

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{\rho(\tau)}{c\tau^{-\beta}} = 1, \quad (2.9)$$

para  $\beta \in (0, 1)$  e  $c > 0$ .

### 2.3.2 Processo auto-similar

Seja  $X_t = \{X(t), t \in T\}$  um processo no tempo contínuo.  $X_t$  é auto-similar com parâmetro de auto-similaridade  $H$ , se a seguinte condição é satisfeita:

$$X(t) \stackrel{d}{=} a^{-H} X(at) \quad (\forall t \in T, \forall a > 0, 0 \leq H < 1). \quad (2.10)$$

Em outras palavras, o processo estocástico  $X_t$  é denominado auto-similar com parâmetro de Hurst  $H$ , se para qualquer fator positivo  $a$  o processo re-escalado na escala de tempo  $at$ ,  $a^{-H} X_{at}$  é igual em distribuição de probabilidade ao processo original  $X_t$ . Isso significa que, para qualquer seqüência de tempo  $t_1, t_2, \dots, t_k$ , pertencente ao intervalo de tempo  $T$ , e para qualquer constante positiva  $a$ ,  $a^{-H} (X_{at_1}, X_{at_2}, \dots, X_{at_k})$  possui a mesma distribuição de probabilidade como as  $(X_{t_1}, X_{t_2}, \dots, X_{t_k})$  [68].

Os processos auto-similares ou *monofractais* são governados pelo conteúdo de baixa frequência do processo em termos locais e globais. Portanto, na maioria dos casos, um processo auto-similar ou *monofractal* é suficientemente caracterizado pelo seu parâmetro de Hurst [68][73][74][89][90][113][115][155].

No contexto da teoria das séries temporais, um processo auto-similar pode ser representado através de uma seqüência estacionária, que é um processo estocástico de estado contínuo e tempo discreto. Uma série temporal pode ser vista como um conjunto de observações ordenadas no tempo que apresentam dependência serial. Formalmente uma série temporal é uma realização de um processo estocástico [68][110][144].

Seja uma série  $X = \{X(i), i \geq 1\}$  um processo estacionário; sua correspondente seqüência agregada com nível de agregação  $m$  é definida como:

$$X^{(m)}(k) = \frac{1}{m} \sum_{i=(k-1)m+1}^{km} X(i) \quad (k = 1, 2, \dots) \quad (2.11)$$

$X^{(m)}(k)$  é obtida a partir da série original  $X$ , dividindo-a em blocos não sobrepostos de tamanho  $m$ , onde  $k$  é o índice de cada bloco.

Se  $Y$  é um processo de incrementos estacionários de  $X(i)$ , isto é,  $X(i) = Y(i + 1) - Y(i)$ , então, para todo  $m$  inteiro [89], teremos:

$$X \stackrel{d}{=} m^{(1-H)} X^{(m)}. \quad (2.12)$$

Em termos de auto-similaridade, temos as seguintes possibilidades para a seqüência estacionária de incremento  $X = \{X(i), i \geq 1\}$ :

- a seqüência dita exatamente auto-similar se satisfaz (2.12) para todos os  $m$  níveis de agregação;
- a seqüência  $X = \{X(i), i \geq 1\}$  é dita assintoticamente auto-similar caso (2.12) se mantenha para  $m \rightarrow \infty$ ;
- $X = \{X(i), i \geq 1\}$  é dita estacionária em covariância, exatamente auto-similar de segunda ordem ou assintoticamente auto-similar de segunda ordem, se possui a mesma variância e autocorrelação de  $X$  para todo  $m \geq 1$  [89].

Para processos auto-similares em sentido estrito (SSS), a igualdade da equação (2.10) se mantém para todas as distribuições de probabilidade conjuntas finitas. Para os processos auto-similares de sentido amplo (WSS), a igualdade (2.10) pode ser interpretada no âmbito das estatísticas de segunda ordem, isto é, função de covariância [48].

Existem outros tipos de processos auto-similares, mas, em particular, destacamos apenas os processos auto-similares com incrementos estacionários (SSSI), em razão de sua grande aplicabilidade, tal qual o fBm, Movimento Browniano Fracionário [68].

Note que, em geral, um processo auto-similar não é estacionário, mesmo possuindo incrementos estacionários (SSSI). O uso do processo auto-similar com a propriedade (SSSI) oferece a vantagem de tratabilidade matemática [68][89][90][91][121].

O grau de auto-similaridade de um processo pode ser caracterizado pelo valor do seu parâmetro de Hurst ( $H$ ), apresentando as seguintes possibilidades:

- para  $1/2 < H < 1$ , neste caso  $\sum_{\tau=-\infty}^{\infty} \rho(\tau) = \infty$ , ou seja, a soma da função de correlação tende ao infinito. Neste caso, a função de correlação decai lentamente para zero, o que demonstra que o processo possui longa memória;
- para  $H = 1/2$ , o processo é considerado descorrelacionado;
- para  $0 < H < 1/2$ , tem-se  $\sum_{\tau=-\infty}^{\infty} \rho(\tau) = 0$ , ou seja, a soma (integração) da função de correlação é zero. Neste caso, diz-se que o processo possui dependência de curto prazo [68]. Alguns autores consideram este tipo de processo como negativamente dependente ou antipersistente [115].

Existem vários métodos para se estimar o valor do parâmetro  $H$ , tais como: Análise das Variâncias, Análise das Estatísticas R/S, Periodograma, Correlograma, ‘Método de Higuchi, Método de Whittle e Análise Multiresolução que utiliza transformadas “Wavelets”. Neste estudo, são apresentados resultados de estimação do parâmetro  $H$  baseados nos métodos de Análise das Variâncias e Análise multiresolução [6][90][91][121].

Na literatura, são amplamente estudados e utilizados apresentando auto-similaridade e dependência de longo prazo, os dois seguintes processos, com incrementos estacionários: o Movimento Browniano Fracionário (fBm - *Fractional Brownian Motion*) e o processo ARIMA (*Autoregressive Moving Average*) Fracionário. O primeiro processo é exatamente auto-similar, enquanto o segundo é assintoticamente auto-similar de segunda ordem, podendo possuir a variância finita ou infinita [89][90]. A definição de ambos os processos é apresentada a seguir.

### 2.3.3 Movimento Browniano fracionário

O Movimento Browniano Fracionário (fBm) foi originalmente introduzido por Kolmogorov, e constitui uma generalização do conhecido processo chamado de Movimento Browniano (processo Wiener). O fBm é um processo Gaussiano centrado com incrementos estacionários não independentes, diferindo do Movimento Browniano original. A estrutura de dependência dos incrementos é determinada pelo parâmetro de auto-similaridade  $H$  [149].

Seja  $Y_t$  com  $t \in (-\infty, \infty)$  um processo auto-similar do tipo fBm. Considere o processo de incrementos estacionários  $X_i = Y_i - Y_{i-1}$  ( $i = 1, 2, \dots$ ), com valor esperado igual a zero. Em particular, suponha que  $X_t$  seja um processo Gaussiano, sendo a distribuição desse processo totalmente especificada pela média e covariância. Desta forma, para cada valor de  $H \in (0, 1)$  existe um processo Gaussiano  $X_i$  que é o incremento estacionário do processo auto-similar  $Y_t$ . O processo de incrementos é denominado Ruído Gaussiano Fracionário (FGN) correspondente ao processo auto-similar  $Y_t$  (Movimento Browniano Fracionário - fBm). O movimento Browniano fracionário é caracterizado pelas seguintes propriedades [68]:

- $Y_t$  possui incrementos estacionários;
- $Y_0 = Y_t(0) = 0$  e  $E \{Y_t\} = 0$  para todo  $t$ ;
- $E \{Y_t^2\} = |t|^{2H}$  para todo  $t$ ;
- $Y_t$  é gaussiano.

### 2.3.4 ARIMA fracionário

Um processo  $X_n$  é dito processo ARIMA  $(p, d, q)$  fracionário, com  $p$  e  $q$  assumindo números inteiros não negativos e  $d$  um número real fracionário, se a seguinte equação é satisfeita

$$\phi(B)(1 - B)^d X_n = \theta(B)U_n, \quad (2.13)$$

onde  $U_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) é uma seqüência de ruído branco, e  $\phi(B)$  e  $\theta(B)$  são polinômios de grau  $p$  e  $q$ , respectivamente, com  $-1/2 < d < +1/2$ . Neste caso,  $B$  é denominado operador *backward-shift*, onde  $BX_n = X_{n-1}$  e  $(1 - B)^d$  denota o operador de diferença fracionário, sendo

$$(1 - B)^d = \sum_{\tau=0}^{\infty} \binom{d}{\tau} (-B)^\tau = 1 - dB - \frac{1}{2}d(1-d)B^2 - \frac{1}{6}d(1-d)(2-d)B^3 - \dots$$

Pode-se provar que a função de autocorrelação satisfaz  $\rho(\tau) \sim a\tau^{2d-1}$  com  $\tau \rightarrow \infty$ , onde  $a$  é uma constante finita, positiva e independente de  $\tau$  [68][89][90][91].

O modelo ARIMA Fracionário é uma generalização do ARIMA proposto por Box e Jenkins [144] que, por sua vez, baseia-se no modelo ARMA (*Autoregressive Moving Average*). O F-ARIMA possui, sobre os seus antecessores, uma vantagem de caracterizar tanto o comportamento de longo prazo quanto o de curto prazo [57]. Por outro lado, embora o modelo ARIMA forneça uma boa representação para certos processos não estacionários, esse tipo de processo, bem como os modelos ARMA, AR (*Autoregressive*) e MA (*Moving Average*) são adequados somente para modelagem de processo com correlação de curto prazo que decaem abruptamente [68][89][90][91].

Como já citado, a presença da dependência de longo prazo no tráfego das redes, tem levado ao desenvolvimento de vários modelos estocásticos para representar fontes de tráfego com propriedade auto-similar. Contudo, Sikdar e Vastola mostraram que as distribuições de processos como MMPP (*Markov Modulated Poisson Process*) e o F-ARIMA (*Fractional Autoregressive Integrated*), quando apropriadamente escalonadas, convergem para o Movimento Browniano Fracionário (fBm) [19].

Os processos auto-similares podem ser ainda divididos, quanto ao comportamento da variância, em duas classes: os processos com variância finita e os processos com variância infinita. Processos auto-similares que apresentam variância finita podem ser caracterizados como processos Gaussianos, Exponenciais ou Lognormais. No entanto, quando o processo auto-similar apresenta variância infinita, sua representação é mais adequada por meio de processos denominados “ $\alpha$ -estáveis” [74][91].

### 2.3.5 Processo “ $\alpha$ -estável”

Sejam  $X_1, X_2, \dots$  variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas com função de distribuição  $F$  e uma seqüência  $S_n := X_1 + X_2 + \dots + X_n$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) Suponha que, para as seqüências soma de constantes  $i_n > 0$  e  $j_n > 0$  ( $n = 1, 2, \dots$ ), a seqüência  $S_n/(i_n - j_n)$  converge para uma função distribuição particular. Neste caso, a distribuição limite é chamada de distribuição “ $\alpha$ -estável” e a função distribuição  $F$  é denominada domínio de atração da distribuição limite. Em outras palavras, a distribuição “ $\alpha$ -estável” é aquela onde a soma de variáveis aleatórias i.i.d. possuem a mesma distribuição da original.

Se  $X_1, X_2$  são estáveis e i.i.d. e se  $Y = aX_1 + bX_2 + c$  é uma combinação linear dos dois, então  $Y$  é do mesmo tipo [71].

As distribuições  $\alpha$ -estáveis, também denominadas distribuições de Levy-Pareto [44][74][79][91][101][160], são definidas como limites de somas normalizadas de variáveis independentes e identicamente distribuídas. A mais conhecida das distribuições “ $\alpha$ -estáveis” é a distribuição Gaussiana (para  $\alpha = 2$ ); no entanto, essa classe é muito mais ampla, incluindo distribuições com cauda pesada como a distribuição de Pareto. As distribuições “ $\alpha$ -estáveis” são importantes para aplicações baseadas em generalizações do Teorema do Limite Central (CLT) [34][74]. Esse modelo utiliza o parâmetro de Lévy  $\alpha \in (1, 2]$  para descrever o grau do peso da cauda da distribuição do processo.

No contexto do tráfego de redes, considere um sistema de fila em equilíbrio [36] onde  $S_n$  define o processo de carga e o tamanho da fila representado por

$$X = \max_{n \geq 0} \{S_n\} \quad (2.14)$$

$b$  é o espaço de espera disponível no sistema e  $C$  uma constante. Então a cauda da distribuição de probabilidade da equação (2.15) cai lentamente como uma função de potência [104] podendo em certos casos apresentar uma distribuição  $\alpha$ -estável, caracterizando um processo auto-similar com variância infinita, de forma que

$$P \{X > b\} \approx Cb^{-\alpha} \quad \text{com } b \rightarrow \infty, \quad (2.15)$$

sendo:

- para  $1 < \alpha < 2$ ,  $\text{Var} \{X\} = \infty$  e  $E \{X\} = \text{finita}$ .
- para  $0 < \alpha \leq 1$ ,  $\text{Var} \{X\} = \infty$  e  $E \{X\} = \infty$ .

A distinção entre processos auto-similares — que possuem variância finita — e aqueles que apresentam variância infinita, em termos de caracterização da dependência de longo prazo, pode ser feita por meio da análise de dois parâmetros: o parâmetro  $d$ , que é o operador de diferença fracionária do F-ARIMA [91][110], e o parâmetro de escala  $H$ . Os dois parâmetros estão relacionados de forma fixa através da seguinte equação [89]:

$$H = d + (1/\alpha). \quad (2.16)$$

No caso particular de processos auto-similares com variância finita,  $\alpha$  assume o valor 2. Neste estudo, o método utilizado para estimação de  $d$  foi o método de Whittle [122]. Mais detalhes sobre auto-similaridade e como estimar os parâmetros  $H$  e  $d$  vide [6][90][91][92][121][122].

## 2.4 Multifractal

Ao contrário do processo *monofractal*, que é dominado por conteúdo de baixa frequência e se apresenta com o mesmo comportamento em várias escalas, o processo *multifractal* pode diferir em várias escalas, possibilitando descrever localmente processos complexos e irregulares.

O fenômeno *multifractal* diz respeito ao conteúdo de alta frequência do sinal, isto é, refere-se à estrutura de singularidades do sinal de forma local e global, sendo geralmente gerado por processos multiplicativos [62]. Nesse caso, a informação local é dada em cada ponto pelo expoente de Hölder, enquanto a informação global é capturada por intermédio da caracterização da distribuição geométrica ou estatística dos expoentes de Hölder. Em análise de tráfego, o comportamento em pequenas escalas de tempo pode ser representado pelas variações de nível local do processo de tráfego [1][10][11][26][27][63][84][89][97][118][136][139][142].

### 2.4.1 Expoente de Hölder

Seja uma função  $f(t)$  onde  $t$  é um número real,  $f(t)$  pode ser um número ou um vetor e  $\delta$  é um número arbitrário muito pequeno. Dizemos que  $f(t)$  é uma função *multifractal* (também denominada função de Lipschitz ou de Hölder) com expoente  $\alpha$ , se existe uma constante  $c > 0$ , tal que

$$|f(t) - f(t - \delta)| \leq c |t - \delta|^\alpha, \quad (2.17)$$

para qualquer  $t$  suficientemente próximo de  $\delta$ . O expoente de Hölder da função  $f(t)$  no ponto  $t$  é definido como

$$\alpha(t) = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\log |f(t + \delta) - f(t)|}{\log |\delta|}, \quad (2.18)$$

ou seja, expoente de Hölder é o supremo de todos os  $\alpha(t)$  que satisfazem a equação (2.17) [69][133].

### 2.4.2 Conceito de expoente de Hölder ordinário granulado

Quando uma medida em uma vizinhança  $\delta$  de um ponto escala como uma lei de potências em um limite quando  $\delta \rightarrow 0$ , o expoente  $\alpha$  dessa lei é denominado expoente de Hölder local. Dado um ponto  $x$  em amparo a uma medida, o expoente de Hölder local [52] é definido como

$$\alpha(x) = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\log \mu(B_x(\delta))}{\log \delta}, \quad (2.19)$$

onde  $B_x(\delta)$  é uma esfera de raio em torno do ponto  $x$ . Quando o limite não existe, dizemos que o expoente de Hölder local é indefinido [52].

Na maioria das aplicações práticas, o limite  $\delta \rightarrow 0$ , na definição do expoente de Hölder local, não pode ser obtido. Nesses casos, recorre-se ao conceito do expoente de Hölder ordinário granulado [52] definido em um intervalo restrito  $[\alpha_{\min}, \alpha_{\max}]$ , como

$$\alpha(x) = \frac{\log \mu(B_x(\delta))}{\log \delta}. \quad (2.20)$$

### 2.4.3 Análise multifractal

Conforme apresentado na Seção 2.2, a complexidade geométrica de um fractal pode ser descrita de uma forma global através de sua dimensão. Contudo, a natureza fractal pode apresentar comportamento diferente em várias escalas de tempo, produzindo o fenômeno chamado de escala múltipla (*multiscaling*), que pode ser analisado por meio das características do comportamento *multifractal* [140]. O fenômeno de escala múltipla indica que em cada escala de tempo analisada a característica fractal varia de acordo com as singularidades existentes em cada escala. Caso a distribuição de pontos em um espaço seja dada na forma de uma medida singular, esta não pode ser descrita através de uma densidade. Nesse caso, a análise *multifractal* é apropriada e utilizada para caracterizar propriedades geométricas complicadas desse tipo [108][123].

Considerando uma medida de probabilidade  $\mu$  de um processo em um determinado instante de tempo  $t$ , a idéia básica da análise *multifractal* é classificar as irregularidades de  $\mu$  por meio do expoente de singularidade, aqui denotado como  $\alpha(t)$ .  $\mu$  é dito *multifractal* se  $\alpha(t)$  varia de acordo com  $t$ , também conhecido como expoente de Hölder [10][11][123].

A análise *multifractal* pode ser usada no estudo do comportamento do tráfego de redes. Em análise de tráfego, observando-se o processo em um dado instante de tempo  $t$ , podemos dizer que esse ponto do processo possui um expoente de escala local  $\alpha(t)$  se a taxa de tráfego do processo se comporta como  $(\delta t)^{\alpha(t)}$  com  $\delta t \rightarrow 0$ . Por meio da observação do valor do expoente  $\alpha(t)$ , podemos afirmar que  $\alpha(t) > 1$  corresponde a instantes com baixo nível de intensidade tráfego ou com pequenas variações, enquanto  $\alpha(t) < 1$ , indica que o processo apresenta grandes variações ou rajadas de tráfego. Informalmente falando, para sinais com  $\alpha(t)$  constante no tempo, dizemos que o processo é *monofractal* ou auto-similar [1][10][11][123].

A análise *multifractal* é destinada à caracterização e à classificação de medidas irregulares, capacidades e funções. Essa análise é capaz de descrever o comportamento local e global de medidas, distribuições ou funções, por intermédio de métodos geométricos ou estatísticos. A informação local é dada pelo expoente de Hölder em cada ponto, enquanto a informação global é expressa pela da caracterização geométrica ou distribuição estatística dos expoentes de Hölder, conhecida como “espectro *multifractal*” [1][10][11][123].

## 2.5 O espectro *multifractal*

Denominamos espectro *multifractal*, aqui denotado por  $f(\alpha)$ , a curva que descreve a distribuição dos expoentes de Hölder de um determinado processo [52].

Como exemplo didático podemos mostrar o espectro da medida binomial, também denominada medida de Bernoulli ou Besicovitch.

Seja uma medida de probabilidade  $\mu$  gerada recursivamente por meio de uma processo multiplicativo. O processo se inicia ( $n = 0$ ) com uma massa unitária uniformemente distribuída no intervalo  $I = I_0 = [0, 1]$ . No próximo estágio ( $n = 1$ ), uma fração da massa unitária  $m_0$  é distribuída uniformemente na metade esquerda  $I_{0,0} = [0, 1/2]$  do intervalo, e

ainda, a fração restante  $m_1 = 1 - m_0$  é uniformemente distribuída do lado direito  $I_{0,1} = [1/2, 1]$ . Nesse momento, o lado esquerdo carrega a medida  $\mu(I_{0,0}) = m_0$  e o lado direito carrega a medida  $\mu(I_{0,1}) = m_1$ . A medida original é conservada no intervalo unitário, uma vez que  $\mu(I_0) = \mu(I_{0,0}) + \mu(I_{0,1}) = m_0 + m_1 = 1$ . No estágio seguinte ( $n = 2$ ), os subintervalos  $I_{0,0}$  e  $I_{0,1}$  recebem o mesmo tratamento.  $I_{0,0}$  é dividido em  $I_{0,00} = [0, 1/4]$  e  $I_{0,01} = [1/4, 1/2]$  de tamanho  $2^{-n}$ , e ainda,  $I_{0,1}$  é dividido na metade esquerda em  $I_{0,10}$  e na metade direita em  $I_{0,11}$ . E assim sucessivamente, mantendo o princípio da conservação da massa unitária. E assim, no estágio  $n$  do processo, a massa é fragmentada sobre o intervalo diádico (*dyadic*), denotado por  $I_n^k$ , de tamanho  $2^{-n}$ , definido como

$$I_n^k = [k2^{-n}, (k+1)2^{-n}], \quad (2.21)$$

com  $k = 0, \dots, 2^n - 1, n \in \mathbb{N}$ .

Finalmente, a massa unitária é distribuída de forma uniforme nos  $n$  subintervalos de tamanho  $2^{-n}$ , conforme apresentado na Figura 2.4 [52][94][140].

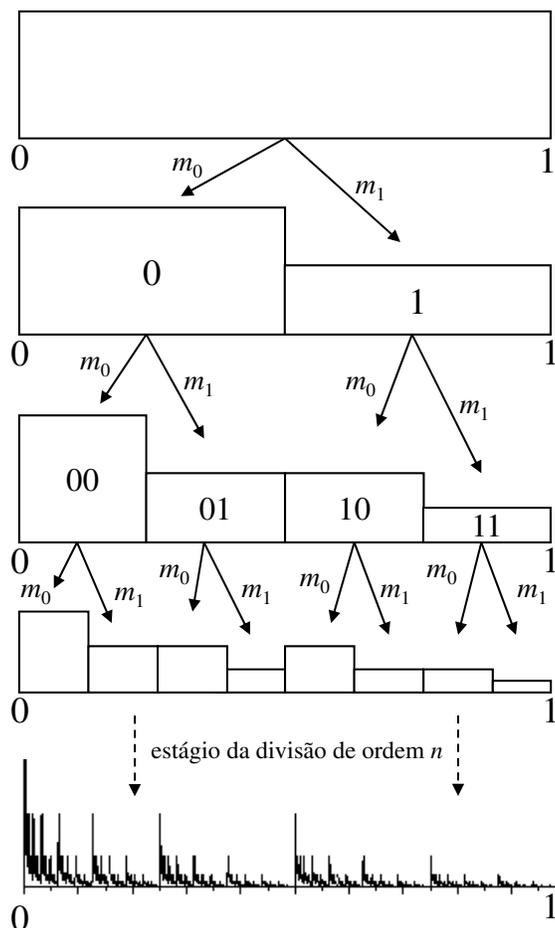
Seja um ponto  $x \in [0, 1]$ , o mesmo é dito ter expansão binária  $0.\beta_1\beta_2\dots\beta_n$ , quando  $x = \beta_12^{-1} + \beta_22^{-2} + \dots + \beta_n2^{-k}$  com  $\beta_k \in \{0, 1\}$ . Um intervalo diádico arbitrário  $I_n^k = I_{0\beta_1\beta_2\dots\beta_n}$ , de tamanho  $2^{-n}$ , consiste de todos os pontos  $x \in [0, 1]$  cuja expansão binária começa com  $0.\beta_1\beta_2\dots\beta_n$ . Então a medida do intervalo diádico  $I_n^k = I_{0\beta_1\beta_2\dots\beta_n}$  é igual a

$$\mu_{0.\beta_1\beta_2\dots\beta_n} = \sum_{k=1}^n m_{\beta_k} = m_0^{n_0} m_1^{n_1}, \quad (2.22)$$

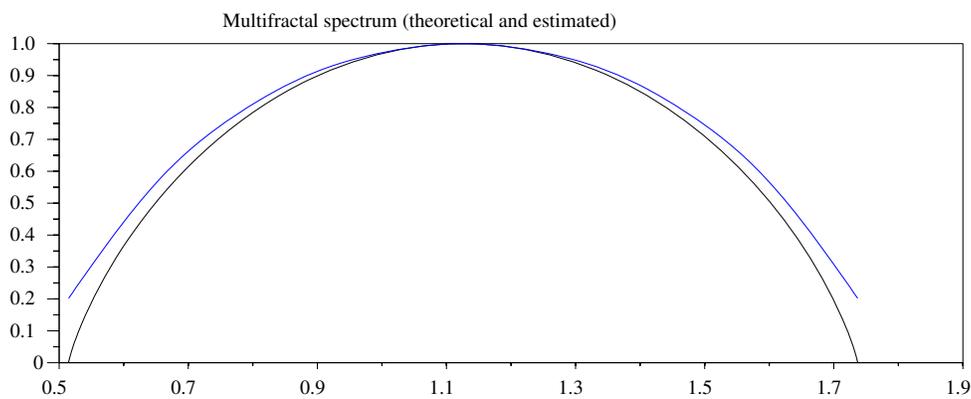
onde  $n_0$  é o número de dígitos 0 do lado esquerdo do intervalo e  $n_1 = n - n_0$  é o número de dígitos 1. Considerando que a medida binomial de cada intervalo diádico é o resultado de uma multiplicação de  $n$  multiplicadores  $m_{\beta}$ , é reconhecida como uma medida gerada por um processo multiplicativo [52].

Para se obter o espectro *multifractal*  $f(\alpha)$  da medida binomial, devemos computar  $N_n(\alpha) = (\alpha_n^k / |\alpha_n^k - \alpha|)$ , que representa o número de intervalos  $I_n^k$  com expoente de Hölder local aproximado  $\alpha(t)$ .

O espectro *multifractal* côncavo  $f(\alpha)$  da medida binomial, apresentado na Figura 2.5, é construído por meio de expansão da série de Taylor [96], obtendo-se a equação (2.23)



**Figura 2.4:** Estrutura multiplicativa geradora da Medida Binomial



**Figura 2.5:** Espectro da Medida Binomial gerado no Scilab 2.5 (estimado  $\curvearrowright$  e teórico  $\curvearrowleft$ ) [119]

quando  $\alpha - \alpha_0 \ll 1$  [44]. A dedução da equação (2.23) pode ser encontrada em [52].

$$f(\alpha) = 1 - \frac{2}{\ln 2} \left( \frac{\alpha - \alpha_0}{\alpha_{\max} - \alpha_{\min}} \right) \quad (2.23)$$

A análise *multifractal*, que utiliza a descrição geométrica, conduz-nos ao espectro de Hausdorff; enquanto a análise *multifractal*, que usa a descrição estatística, está relacionada com o espectro dos Grandes Desvios. O espectro de Hausdorff, denotado por  $f_h(\alpha)$ , ou simplesmente  $f_h$ , é definido como a dimensão de um conjunto de pontos que possuem o mesmo expoente de Hölder; contudo, é difícil de se estimar. O espectro dos Grandes Desvios, denotado por  $f_g(\alpha)$ , ou simplesmente  $f_g$ , fornece uma descrição estatística de uma medida. De forma simplificada, podemos dizer que  $f_g$  mede a rapidez da probabilidade de se observar um expoente de Hölder diferente do esperado, que tende para zero quando a resolução tende para o infinito. Mais precisamente,  $f_g$  está relacionado com a função taxa definida pelo Princípio dos Grandes Desvios (LDP). Ainda existe um terceiro tipo de espectro na literatura, conhecido como espectro de Legendre, que, em determinadas condições, fornece um meio mais simples de se obter o espectro dos Grandes Desvios [27][62]. A seguir, os espectros dos Grandes Desvios e de Legendre são definidos.

### 2.5.1 Espectro dos Grandes Desvios ( $f_g$ )

Seja um sinal  $X(t)$ , denotado simplesmente por  $X$ , definido no intervalo  $[0, 1]$ , diferenciável, cuja análise diz respeito aos intervalos diádicos definidos pela equação (2.21). Definimos mais precisamente os expoentes singularidade de Hölder aproximados como

$$\alpha_n^k = -\frac{1}{n} \log_2 |X((k+1)2^{-n}) - X(k2^{-n})|. \quad (2.24)$$

Para um  $t$  fixo no intervalo  $[0, 1]$ , considere  $(k_n)$  tal que  $I_n(t) := I_n^{k_n}$  contém  $t$ . Então,  $k_n 2^{-n} \rightarrow t$  com  $n \rightarrow \infty$ . O expoente limite em  $t$  é

$$\alpha(t) := \liminf_{n \rightarrow \infty} \alpha_n^{k_n} \quad (2.25)$$

que é denominado expoente de Hölder local de  $X$  em  $t$ .

Para avaliar a distribuição dos expoentes  $\alpha_n^k$ , com  $k$  tomado aleatoriamente em  $0, \dots, 2^{n-1}$  e  $n$  grande, obtemos o chamado Espectro dos Grandes Desvios ( $f_g$ ) dado por

$$f_g(\alpha) = \lim_{\delta \rightarrow 0} \limsup_{n \rightarrow \infty} \frac{\log_2 N_n(\alpha)}{n}, \quad (2.26)$$

onde  $N_n(\alpha) = \alpha_n^k / (\alpha_n^k - \alpha)$ .

O Espectro dos Grandes Desvios descreve a distribuição das singularidades em nível local. Em termos de caracterização de tráfego, informa o grau de intensidade dos surtos que ocorrem no sinal. Também informa a probabilidade de ocorrência de uma rajada em uma medida de tráfego em um pequeno intervalo de tempo escolhido aleatoriamente [62][63][137].

### 2.5.2 Espectro de Legendre ( $f_l$ )

Seja um sinal  $X(t)$ , denotado simplesmente por  $X$ , definido no intervalo  $[0, 1]$ , diferenciável, cuja análise diz respeito aos intervalos diádicos definidos pela equação (2.21). Definimos para qualquer  $q \in \mathbb{R}$ :

$$S_n(q) = \sum_{k=0}^{2^n} |X((k+1)2^{-n}) - X(k2^{-n})|^q. \quad (2.27)$$

$S_n(q)$  é chamada função partição baseada em *wavelet* [48][142]. *Wavelets* possuem a habilidade de detectar variações de um sinal em um instante de tempo particular. Em virtude desse fato, a DWT (*Discrete Wavelet Transform*) permite a completa reconstrução desse sinal recuperando suas singularidades locais [123]. Nesse caso,  $q$  representa os  $q$ -ésimos momentos da soma dos coeficientes *wavelet* normalizados em cada nível de resolução [62][123].

Definimos função estrutural, denotada por  $\tau(q)$

$$\tau(q) = \liminf_{n \rightarrow \infty} \frac{\log_2 S_n(q)}{-n}. \quad (2.28)$$

O espectro de Legendre do sinal  $X$ , denotado por  $f_l$ , que contém os expoentes Hölder  $\alpha$  desse sinal é definido como:

$$f_1(\alpha) := \inf_{q \in \mathbb{R}} (\alpha q - \tau(q)). \quad (2.29)$$

Em geral, a função estrutural  $\tau(q)$  é decrescente e não linear em  $q$ , caracterizando o comportamento *multifractal*. No entanto, quando  $\tau(q)$  é linear em  $q$ , o comportamento é caracterizado como *monofractal*. Além disso,  $\tau(q)$  contém informação sobre a frequência dos diferentes expoentes de Hölder de  $X$ . Na termodinâmica a variável  $\tau(q)$  também é denominada expoente de Rényi [1][9][10][11][27][63][138][139].

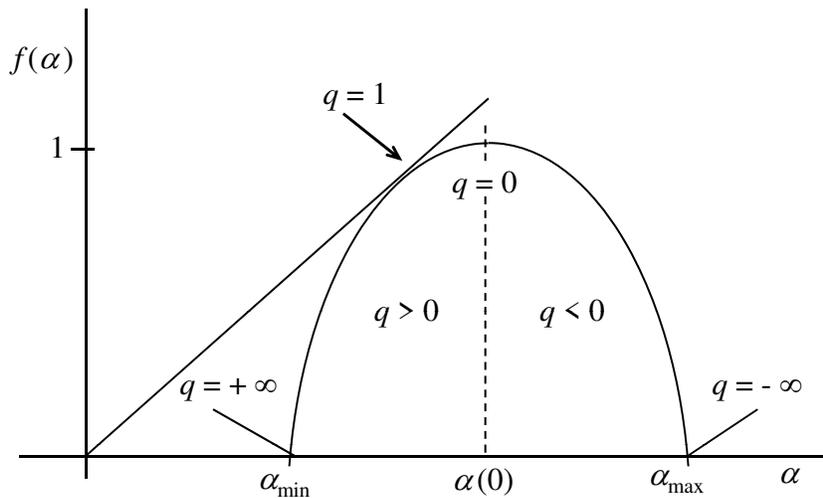
### 2.5.3 Interpretação do espectro dos Grandes Desvios

O Espectro dos Grandes Desvios  $f_g$  pode ser interpretado como uma função taxa considerando o Princípio dos Grandes Desvios (LDP). Os conceitos básicos e principais definições da Teoria dos Grandes Desvios serão apresentados no Capítulo 3 deste estudo.

Em geral, comparando os três tipos de espectros *multifractais* aqui apresentados, a situação obtida é  $f_h \leq f_g \leq f_l$  [52]. Quando  $f_h = f_g = f_l$ , pode-se concluir que o formalismo *multifractal* é mantido [63].

A Teoria dos Grandes Desvios fornece condições em que a função taxa pode ser calculada por meio da transformada de Legendre do limite da função geradora de momentos. Lévy Véhel e Riedi [63][136][140], baseados no teorema de Gärtner-Ellis [23][98], mostraram o formalismo *multifractal* fraco, em que é mantida a seguinte condição:  $f_g = f_l$ . Nessa condição,  $f_g$  pode ser estimado através de  $f_l$  fornecendo uma estimação aceitável e mais simples [26][62].

A Figura 2.6 mostra a curva côncava do espectro *multifractal*  $f(\alpha)$  da medida binomial com  $m_0 = 2/3$  e  $m_1 = 1/3$ . A figura mostra os diferentes valores característicos de  $q$  em

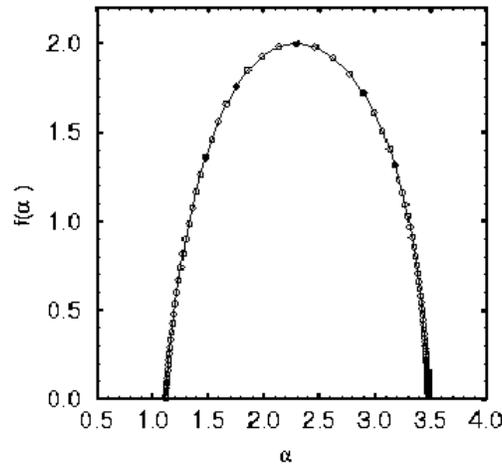


**Figura 2.6:** Espectro *Multifractal*  $f(\alpha)$  da Medida binomial com  $m_0 = 2/3$  e  $m_1 = 1/3$ .

função dos diferentes expoentes de Hölder. O espectro toca a linha bisetora entre os eixos  $f(\alpha)$  e  $\alpha(t)$  exatamente em  $q = 1$ . Também pode ser observado que  $\alpha(0)$  corresponde a  $q = 0$ . Para valores  $\alpha(0) < \alpha < \alpha_{\max}$ , os valores de  $q$  são negativos, e, para  $\alpha_{\min} < \alpha <$

$\alpha(0)$ , os valores de  $q$  são positivos. Adicionalmente, pode ser verificado que em  $\alpha_{\max}$ ,  $q$  tende para menos infinito, e que em  $\alpha_{\min}$ ,  $q$  tende para mais infinito.

Com fim exclusivo de ilustrar com um exemplo, a Figura 2.7 mostra um caso real de espectro *multifractal*, onde é apresentado o espectro *multifractal* de uma função de onda



**Figura 2.7:** Espectro Multifractal de uma função de onda crítica.

crítica, no centro do nível mais baixo de Landau, produzido no efeito quântico de Hall, onde  $\alpha_0 = 2,3 \pm 0,05$ ,  $\alpha_{\min} = 1,1 \pm 0,1$  e  $\alpha_{\max} = 3,5 \pm 0,2$  [17].

Para obter maiores informações sobre os processos multifractais e sobre as técnicas para estimar os expoentes de Hölder sugerimos consultar as seguintes referências bibliográficas [1][9][10][11][18][23][24][26][27][45][52][62][63][84][89][94][97][109][117][136][138][139][140][141][142].

## 2.6 O Conceito de cascata

Um processo que fragmenta um conjunto em partes menores de forma sucessiva, de acordo com alguma regra geométrica e, ao mesmo tempo, divide uma medida dessas partes conforme outra regra (possivelmente preservando a medida) é denominado multiplicativo ou cascata [1]. A medida binomial apresentada no item 2.5 deste capítulo é um exemplo desse tipo de processo.

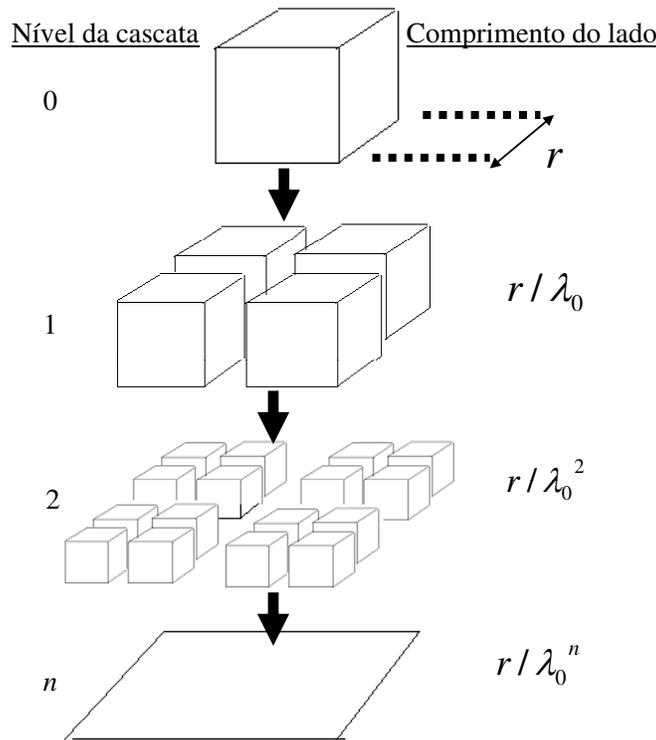
A análise do comportamento da cascata, como um todo, nas diferentes escalas de tempo, corresponde ao que chamamos comportamento de escala (*scaling*) [1]. De forma

simplificada, a noção de escala pode ser interpretada como uma propriedade negativa das séries temporais, cujo fator relevante é a ausência de característica de escala. Ou seja, a principal consequência é que toda ou parte dela não pode ser estatisticamente distinguida das demais.

Considerando a dimensão fractal  $D_H$  (também denominada *box-counting dimension*), definida pela equação (2.1),  $\lambda = 1/r$  é chamado de escala ou resolução. E ainda,  $N(r) = N(1/\lambda) = \lambda^{D_H}$ . Então a probabilidade do hipercubo de escala  $\lambda$  estar vazio é

$$P_\lambda = \frac{N(1/\lambda)}{\lambda^d} = \lambda^{D_H-d} = \lambda^{-c}, \quad (2.30)$$

onde  $d$  é a dimensão do hipercubo de lado  $r$  preenchendo o espaço. E pela equação (2.1),  $N(r)$  é o número de hipercubos não vazios. E ainda,  $c = d - D_H$  é denominada “codimensão”. A Figura 2.8 ilustra o modelo de uma cascata multiplicativa [97][117]. Quando



**Figura 2.8:** Cascata multiplicativa.

a codimensão  $c$  não é constante observa-se o fenômeno denominado escala múltipla (*multiscaling*), relacionado ao processo multifractal [117]. Nesse caso, a equação 2.31 pode ser

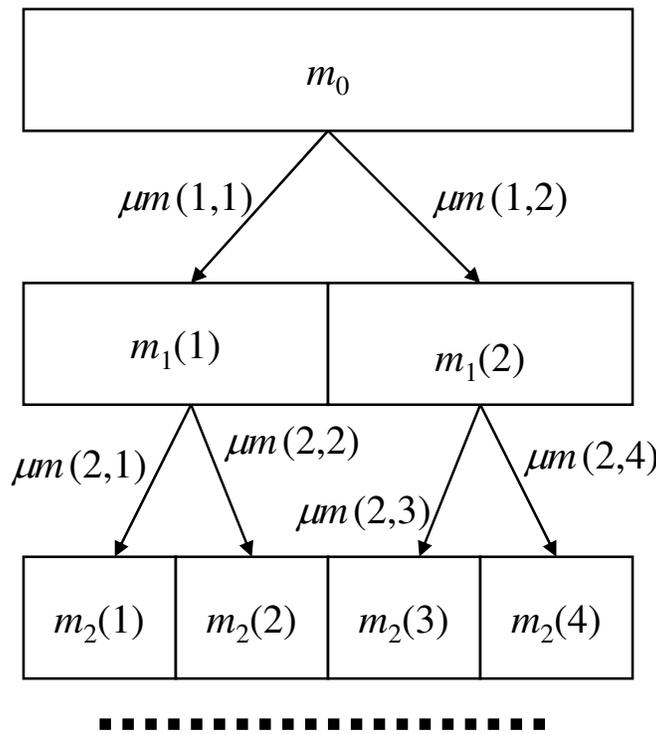
generalizada como

$$P_\lambda = \frac{N(1/\lambda)}{\lambda^d} = \lambda^{-c(\gamma)}, \quad (2.31)$$

onde  $\gamma$  é a ordem da singularidade e a codimensão  $c$  agora é função de  $\gamma$ . Essa condição permite uma escala anômala com termos não lineares em  $q$  (equações 2.29 e 2.30). Aplicando a transformada de Legendre na codimensão obtêm-se a função estrutural (equação 2.29).

O modelo de cascata contínua é um modelo aplicável a uma grande gama de fenômenos naturais (como turbulência, por exemplo, neste caso, o processo multifractal é o fluxo de energia) [117].

Feldmann, Gilbert e Willinger [1][10][11] indicam a Cascata Discreta Conservativa como modelo apropriado para representar o tráfego de redes. Nesse tipo de modelo, o valor médio do conjunto não muda com a mudança em função da escala, mas é conservado a cada degrau  $n$  da cascata. A Figura 2.9 mostra os primeiros degraus de uma cascata discreta. A



**Figura 2.9:** Cascata discreta conservativa.

cascata é construída por meio da seguinte relação recursiva:  $m_n(t_n) = \mu m(n, t_n) m_{n-1}(t_n)$ ,

onde  $m_n$  é uma quantidade (análoga ao fluxo de energia da turbulência [117]), que é conservada em cada degrau  $n$  da cascata;  $t_n$  é o tempo de medida no degrau  $n$  e  $\mu m$  é o incremento multiplicativo da regra de fragmentação (é o gerador da cascata). Uma característica desse tipo de cascata é que a média do conjunto é conservada em cada degrau:  $\langle \mu m \rangle = 1 \leftrightarrow \langle m_0 \rangle = \langle m_n \rangle$  onde  $\langle \cdot \rangle$  representa a média de uma v.a.  $x$  com p.d.f.  $p(x)$  com  $\langle x \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} xp(x) dx$  [97][117].

O princípio de conservação do valor médio inerente ao modelo de cascata discreta conservativa será utilizado no Capítulo 5 desta tese.

## 2.7 Conclusões

Neste capítulo, foram apresentados os conceitos básicos dos processos Fractais, incluindo *monofractais*, produzidos por processos aleatórios aditivos, e *multifractais* gerados por processos multiplicativos em cascata. Considerando uma medida  $\mu$  de um processo em um determinado instante de tempo, o espectro *multifractal* pode ser avaliado de acordo com as irregularidades de  $\mu$  por meio do expoente de singularidade  $\alpha(t)$  denominado expoente de Hölder. A análise *multifractal* preocupa-se em estudar o conteúdo de alta frequência. Esse conteúdo refere-se às alterações muito rápidas no processo.

Os processos *monofractais* são caracterizados pela auto-similaridade e dependência de longo prazo. A dependência de longo prazo é apenas um dos aspectos do comportamento fractal, que caracteriza os conteúdos de baixa frequência. Também foi apresentada a diferença entre processos auto-similares com variância finita e infinita.

Outro importante aspecto relacionado à característica fractal, apresentado neste capítulo, é o comportamento em escala incluindo o caso de escala múltipla e suas implicações com o tráfego de redes que será abordado no Capítulo 5 desta tese.

Diversos estudos, nos últimos anos, têm demonstrado o impacto da manifestação do fenômeno fractal no tráfego das redes de comunicações. Portanto, o seu entendimento e adequada utilização são cruciais para o dimensionamento de recursos para essas redes. Esta tese utiliza intensivamente os conceitos de processos *monofractais* e *multifractais* na sua fundamentação, bem como na caracterização do tráfego de redes.

# Capítulo 3

## Teoria dos Grandes Desvios e Banda Efetiva

### 3.1 Introdução

A constante e crescente evolução das redes de comunicações, em termos de dimensão, complexidade e capacidade de transmissão, pode limitar o emprego de alguns métodos tradicionais de análise de desempenho e dimensionamento das redes, quando baseados somente em medidas simples como médias e variâncias. Um dos exemplos típicos que se encaixa nesse cenário é o caso de alguns eventos com probabilidade de ocorrência muito baixa, denominados eventos raros. Nos últimos anos, surgiu uma teoria matemática, denominada Teoria dos Grandes Desvios, abreviadamente (TGD) [4][7], que é capaz de tratar problemas que envolvem eventos raros. Essa teoria fornece recursos para análise de pequenas probabilidades assintoticamente em uma escala exponencial, que é uma facilidade não coberta pelo Teorema do Limite Central [37][144].

O objetivo deste capítulo é introduzir os conceitos básicos da Teoria dos Grandes Desvios, sua relação com problemas assintóticos e sua aplicação nos métodos de alocação da banda efetiva. Como exemplos de problemas assintóticos e eventos de baixa probabilidade envolvidos na estimação da banda efetiva, podem ser citados o uso de *buffers* de grandes dimensões, grande número de fontes de tráfego envolvidas e a probabilidade de perda de pacotes, respectivamente.

O método de estimação de banda efetiva, que será apresentado no Capítulo 5 desta tese, utiliza a análise da ocupação e transbordamento de *buffers*, que está fundamentado nos conceitos que constituem a Teoria dos Grandes Desvios, entre os quais podemos destacar a função taxa, a função logarítmica geradora de momentos e o teorema de Gärtner-Ellis.

Neste capítulo serão citados alguns termos e conceitos oriundos da teoria sobre espaço multidimensional, que podem ser encontrados nas seguintes referências bibliográficas [3][55][70].

Este capítulo está organizado com a finalidade de cobrir os principais tópicos da Teoria dos Grandes Desvios. A Seção 3.2 apresenta a relação entre as Flutuações do Tráfego de Redes e a Teoria dos Grandes Desvios. A Função Taxa é definida na Seção 3.3. Na Seção 3.4 são apresentadas a Função Geradora de Momentos e a Função Geradora de Momentos Logarítmica. O Princípio dos Grandes Desvios é introduzido na Seção 3.5. Na Seção 3.6 são abordados o Teorema de Cramér e a Fórmula de Chernoff. Na Seção 3.7 é mostrado o Teorema de Gärtner-Ellis. Os Sistemas de Fila e a Banda Efetiva são introduzidos na Seção 3.8. Finalmente, na Seção 3.9, são apresentadas as conclusões.

## 3.2 Flutuações do tráfego de redes e Teoria dos Grandes Desvios

A constante evolução das aplicações, protocolos de comunicação e serviços tem causado uma mudança substancial das características do tráfego nas atuais redes de comunicação. Diferentes fontes de tráfego como voz e vídeo, e, ainda, diversos tipos de tráfego de dados como transferência de arquivos, automação, aplicações interativas e também serviços multimídia [78][148], geram tráfegos com taxas de transmissão geralmente não constantes, mas, sim, em rajadas. Nesse sentido, a principal tendência é o predomínio do tráfego VBR sobre os demais, seja nas redes de pacotes de tamanho fixo ou variável. Um dos fatores que demonstram essa tendência é a crescente necessidade de garantia de QoS para os diferentes tipos de aplicações.

Uma das características do tráfego em rajada é a flutuação de sua taxa ao redor da média. Essa flutuação poderá ser mais ou menos abrupta, dependendo principalmente do tipo da fonte e do serviço que está utilizando a rede. Entender a natureza dessa flutuação e como caracterizá-la são pontos importantes para o melhor dimensionamento das novas redes.

Podemos modelar o tráfego como um processo de chegada de entidades discretas, isto é, células, pacotes, etc. Esse processo também pode ser descrito como um Processo

Ponto [37][152], caracterizado principalmente pela seqüência de chegadas nos instantes de tempo  $T_1, T_2, T_3, \dots$ , medido a partir do tempo de referência  $T_0$  normalmente assumindo valor zero. Esse Processo Ponto pode ser visto como um Processo de Contagem  $\{N(t), \infty > t \geq 0\}$ , tomando-se valores inteiros não negativos, onde  $N(t) = \max \{n : T_n \leq t\}$  é o número de chegadas no intervalo  $[0, t]$ . Outra maneira de descrever o Processo Ponto é por meio do tempo entre chegadas (*interarrival time*)  $Y_n = T_n - T_{n-1}$ , isto é, do intervalo de tempo entre a  $n$ -ésima chegada e a chegada anterior [152]. Portanto, o processo estocástico  $\{Y_n, n = 1, 2, \dots\}$  é uma seqüência aleatória não negativa.

Através do Teorema do Limite Central, considerando a seqüência de  $n$  variáveis aleatórias  $X_1, X_2, X_3, \dots$ , independentes e identicamente distribuídas com média  $\mu$  e variância  $\sigma^2 < \infty$ , podemos aproximar a média da amostral  $M_n$  das primeiras  $n$  variáveis aleatórias por (3.1) com variância  $\sigma^2/n$ , considerando essas variáveis Gaussianas [37][144]:

$$M_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i. \quad (3.1)$$

O Teorema do Limite Central governa as flutuações aleatórias próximas da média, isto é, para  $x$  próximo de  $\mu$  na vizinhança  $\sigma/(n)^{1/2}$ . Flutuações maiores, de ordem acima de  $\sigma$ , são consideradas “eventos de grandes desvios da média” [72], ou eventos raros.

Sem perda de generalidade, considerando ainda  $X_1, X_2, X_3, \dots$ , variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas,  $M_n$  torna-se uma variável aleatória Normal com a média zero e a variância  $1/n$ . Assim, teremos para qualquer  $\sigma > 0$ ,

$$P \{|M_n| \geq \delta\} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0. \quad (3.2)$$

Para um intervalo  $[-a, a]$ , a normalidade assintótica de  $M_n$  implica:

$$P \{\sqrt{n}M_n \in [-a, a]\} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-a}^a e^{-x^2/2} dx. \quad (3.3)$$

Além disso,

$$P \{|M_n| \geq \delta\} = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\delta\sqrt{n}}^{\delta\sqrt{n}} e^{-x^2/2} dx. \quad (3.4)$$

Pode-se demonstrar que, para  $n \rightarrow \infty$ , tem-se [72]:

$$(1/n) \log P \{|M_n| \geq \delta\} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} -\delta^2/2. \quad (3.5)$$

Segundo Amir Dembo e Ofer Zeitouni [7], a equação (3.5) é um exemplo de declaração do princípio dos grandes desvios, ou seja, eventos que ocorrem longe da média e fora da distribuição de frequências são vistos como “eventos raros”. Valores típicos de  $M_n$  são na ordem de  $1/\sqrt{n}$  dados por (3.3), contudo, com uma pequena probabilidade (na ordem de  $\exp - [n\delta^2/2]$ ) de assumir valores relativamente grandes [7].

Em relação ao clássico Teorema do Limite Central, o advento da TGD aumenta a sua abrangência, incluindo soma de variáveis aleatórias independentes e soma de variáveis aleatórias não independentes e não identicamente distribuídas. Além disso, o valor da distribuição não se refere somente a um ponto no tempo, ou, ainda, os valores da distribuição conjunta não se referem apenas a um número finito de pontos, mas considera distribuições em um espaço de funções de dimensões infinitas [2].

A Teoria dos Grandes Desvios é aplicável a certos tipos de eventos raros, mais precisamente aqueles ocorridos em um mesmo instante de tempo em razão de causas diferentes e independentes. Eventos raros ocorridos como consequência de causas isoladas, mesmo de baixa probabilidade, não constituem o escopo de estudo da TGD [5]. Nesse sentido, para se entender a TGD, outra abordagem é assim formulada por Alan Weiss [5]: a cada causa possível de um determinado evento raro (considerando as diferentes causas desse evento), associamos um custo. Podemos estimar a probabilidade de ocorrência desse evento raro utilizando a causa de menor custo, ou seja [5]:

$$P(\text{Evento}) \approx \exp \{(-n) \times \text{custo}\}, \quad (3.6)$$

onde  $n$  é um parâmetro assintótico, freqüentemente representando o tamanho do sistema considerado ou intervalo de tempo de observação. O custo representa a função taxa que será definida a seguir.

### 3.3 Função Taxa

A finalidade da Teoria dos Grandes Desvios é obter uma estimativa da probabilidade de desvio da média, fora do alcance da Lei dos Grandes Números, considerando uma determinada taxa de convergência para certos tipos de eventos considerados raros. A Teoria

dos Grandes Desvios estabelece um método sistemático de cálculo da função taxa, que controla o decaimento da cauda de uma distribuição de probabilidade de um processo. Em outras palavras, uma das finalidades da TGD é analisar o comportamento do decaimento da cauda de uma distribuição de probabilidade [94]. Essa taxa de convergência pode ser estimada por meio da aplicação de funções geradoras de momentos, que serão definidas a seguir.

Como exemplo, analisaremos o experimento do lançamento de uma moeda não viciada onde  $n$  representa o número de lançamentos. Existem duas possibilidades de resultado para cada lançamento e ao todo  $2^n$  resultados. Estamos interessados no resultado do número de caras, denotado por  $r$ . Existem  $(n + 1)$  possíveis resultados em 0 a  $n$  lançamentos. Dos  $2^n$  resultados possíveis,  ${}^nC_r$  [95] resultará em  $r$  caras. A probabilidade de se obter  $r$  caras é  ${}^nC_r/2^n$ . Portanto, o número médio de caras por lançamento terá  $(n + 1)$  valores possíveis, ou seja,  $0, \frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \dots, 1$ , e o valor  $r/n$  possui o peso  ${}^nC_r/2^n$ . Para calcular a probabilidade do número médio de caras dentro de determinados limites (*range*), adicionamos pesos para cada um dos valores possíveis dentro “*range*”. Se  $M_n$  é a média amostral, definida na equação (3.1), em  $n$  lançamentos, teremos:

$$P \{x < M_n < y\} = \sum_{r: x < \frac{r}{n} < y} {}^nC_r \frac{1}{2^n}, \quad (3.7)$$

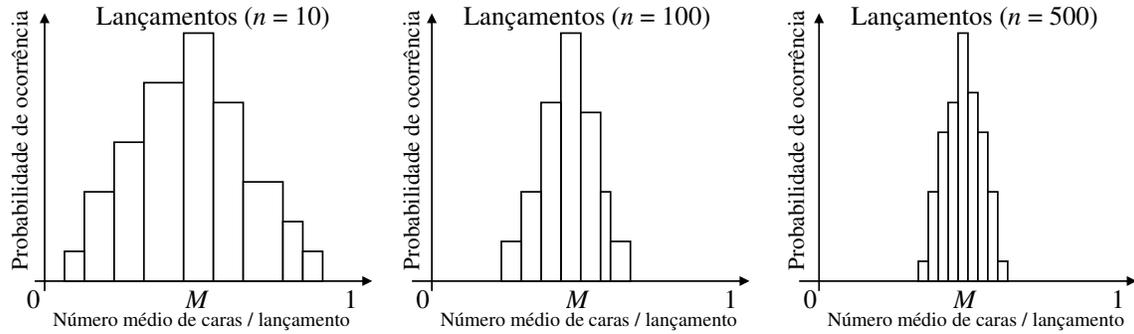
onde  $x$  e  $y$  representam os limites inferior e superior da distribuição de frequência, respectivamente [94].

A Figura 3.1 apresenta os histogramas da distribuição de  $M_n$  no experimento variando-se o número de lançamentos. Verifica-se que, à medida que  $n$  aumenta, ocorre o estreitamento da cauda da distribuição de probabilidade [94]. O decaimento obedece à equação (3.9) onde  $I(x)$  é a função taxa.

$$\ln (P \{M_n > x\}) = -nI(x) \quad (3.8)$$

$$P \{M_n > x\} = e^{-nI(x)} \quad (3.9)$$

Formalmente, definimos a função taxa [7], denotada por  $I$ , sobre um espaço topológico denotado por  $\Omega$  [55][70], de modo que todos os subconjuntos de  $\Omega$  são bem definidos. A função taxa é uma função semicontínua inferiormente, onde  $I: \Omega \rightarrow [0, \infty)$ , tal que, para



**Figura 3.1:** Histograma Experimento Lançamento de uma moeda

todo  $\alpha \in [0, \infty)$ , o conjunto  $\Psi_I(\alpha) \triangleq \{x: I(x) \leq \alpha\}$  é um subconjunto fechado de  $\Omega$ . Uma boa função taxa [7] é aquela em que todos os subconjuntos  $\Psi_I(\alpha)$  são considerados compactos [55] e subconjuntos de  $\Omega$ . O domínio de  $I$ , denotado por  $D_I$ , é o conjunto de pontos em  $\Omega$  com taxa finita, mais precisamente  $D_I = \{x: I(x) < \infty\}$  [7]. Em outras palavras,  $I$  é uma função, e a mesma será considerada uma função taxa se satisfizer os seguintes requisitos:

- $I(x) \geq 0$ ,
- $I$  é semicontínua inferiormente.

### 3.4 Função geradora de momentos e função geradora de momentos logarítmica

Considere  $X$  uma variável aleatória discreta assumindo valores  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , com respectivas probabilidades  $p_1, p_2, \dots, p_n$ . Sua função geradora de momentos é dada abaixo:

$$G(\theta) = E \{e^{\theta X}\} = \sum_{i=1}^n p_i e^{\theta x_i} \quad (3.10)$$

definida para todo  $\theta$  real, podendo ser considerada associada com  $X$  ou com sua distribuição.

Sejam  $X_1, X_2, \dots, X_n$  variáveis aleatórias independentes, então, para cada  $\theta$ , teremos que  $\exp(\theta X_1), \dots, \exp(\theta X_n)$  também são independentes. Considere que  $G$  e  $G_1, G_2, \dots, G_n$

são as respectivas funções geradoras de momentos de  $S = X_1 + X_2 + \dots + X_n$  e de  $X_1, X_2, \dots, X_n$ , naturalmente  $e^{\theta S} = \sum_i e^{\theta X_i}$ , teremos

$$G(\theta) = G_1(\theta) \cdot \dots \cdot G_n(\theta). \quad (3.11)$$

Então, a função geradora de momentos logarítmica, também denominada função geradora cumulativa de  $X$  (ou de sua distribuição), denotada por  $M(\theta)$ , é dada através de

$$M(\theta) = \log G(\theta) = \log Ee^{\theta X}. \quad (3.12)$$

Considerando a presença da independência, teremos

$$M(\theta) = M_1(\theta) + \dots + M_n(\theta). \quad (3.13)$$

As funções geradoras de momentos e geradora cumulativa de momentos são ambas convexas [72][102][108][144].

### 3.5 Entendimento sobre o Princípio dos Grandes Desvios

A Teoria dos Grandes Desvios é fundamentada em uma poderosa declaração proposta por Varadhan, em 1966, denominada “Princípio dos Grandes Desvios”, que pode ser formulado diretamente por meio das variáveis aleatórias ou ainda em termos de famílias de distribuição de probabilidades dessas variáveis aleatórias.

O Princípio dos Grandes Desvios pode ser visto, dentro de certas condições limite e para um determinado conjunto de eventos, como uma seqüência de medidas de probabilidade que fornece uma taxa exponencial que tende a zero. Em outras palavras, expressa a convergência do desvanecimento das medidas para um limite inferior sobre um conjunto aberto, e para um limite superior sobre um conjunto fechado [4][5][7].

Formalmente, o Princípio dos Grandes Desvios caracteriza o comportamento limite de uma família de medidas de probabilidade  $\{\mu_n\}$  sobre  $\{\Omega, B\}$ , com  $n \rightarrow \infty$ , em termos de função taxa. Aqui  $\Omega$  é sempre considerado um espaço topológico, no qual todos os subconjuntos de  $\Omega$  são bem definidos,  $B$  é uma  $\sigma$ -álgebra e onde  $B_\Omega$  denota o campo- $\sigma$  Borel sobre  $\Omega$ . Entende-se como uma família de medidas de probabilidade, uma família de

variáveis aleatórias definidas em um espaço de probabilidade. Essa caracterização é feita através dos limites exponenciais assintóticos inferiores e superiores referente aos valores que  $\mu_n$  assume dos subconjuntos mensuráveis de  $\Omega$  [7].

Quando  $B_\Omega \subseteq B$ , o princípio dos grandes desvios é válido para os seguintes limites [4] [5][7]:

- Limite superior, para qualquer conjunto fechado  $F \subseteq \Omega$  (*upper bound*)

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \log \mu_n(F) \leq - \inf_{x \in F} I(x) \quad (3.14)$$

- Limite inferior, para qualquer conjunto aberto  $G \subseteq \Omega$  (*lower bound*):

$$\liminf_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \log \mu_n(G) \leq - \inf_{x \in G} I(x) \quad (3.15)$$

$\{\mu_n\}$  obedece ao princípio dos grandes desvios com uma taxa  $I$  e velocidade  $1/n$  se as equações (3.14) e (3.15) são satisfeitas.

O Princípio dos Grandes Desvios, em função de sua natureza axiomática é bastante geral, e, como conseqüência, seu significado não é, em geral, visível à primeira vista. No entanto, com a introdução da Fórmula de Chernoff, que será apresentada na seção seguinte, seu significado torna-se mais tangível [4].

### 3.6 Teorema de Cramér

Considere uma seqüência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas com média empírica  $M_n$  dada pela equação (3.1). Seja  $\{X_i, i = 1, 2, \dots, n\}$  uma seqüência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas, e a soma dessas variáveis aleatórias  $S_n = X_1 + X_2 + \dots + X_n$ . Cada variável aleatória da seqüência  $X_i$  possui média  $m$ . Então, as distribuições de probabilidade das caudas de  $M_n$  decaem exponencialmente com o aumento de  $n$ , conforme determinado pela função taxa  $I(x)$  [72], apresentando o seguinte comportamento:

$$P \{M_n > x\} \approx e^{-nI(x)}, \quad \text{para } x > m \quad (3.16)$$

$$P \{M_n < x\} \approx e^{-nI(x)}, \quad \text{para } x < m \quad (3.17)$$

Para qualquer conjunto  $A \subset \mathbb{R}$ , onde  $A^\circ$  representa interior a  $A$ , temos

$$-\inf_{x \in A^\circ} I(x) \leq \liminf_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \log P \{S_n \in A\} \quad (3.18)$$

$$-\inf_{x \in A^\circ} I(x) \leq \limsup_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \log P \{S_n \in A\} \leq -\inf_{x \in A} I(x) \quad (3.19)$$

A função taxa  $I(x)$  é contínua em  $x \in K$ , onde  $A \subset K$  satisfazendo [7]

$$I(x) = \sup_{\theta \in \mathbb{R}} \{\theta x - M(\theta)\}, \quad (3.20)$$

onde  $M(\theta)$  é chamada função geradora de momentos logarítmica, também conhecida como função geradora cumulativa associada a  $X$ , já apresentada em (3.12). Essa é uma função convexa definida sobre a extensão dos números reais, representada por  $\mathbb{R}^* = (-\infty, +\infty)$ .

A transformada aplicada em  $\log M(\theta)$ , conhecida como transformada convexa, transformada de Fenchel, transformada de Legendre ou transformada de Cramér, é uma função não negativa sobre  $\mathbb{R}$ , definida através da equação (3.21) [7][64][102][98].

$$M^*(x) = \sup_{\theta \in \mathbb{R}} [\theta x - M(\theta)]. \quad (3.21)$$

Como já mencionado, enquanto o Teorema do Limite Central fornece informações sobre o comportamento da distribuição de probabilidade próximo a sua média, os eventos raros estão fora da distribuição de probabilidade [72]. O Teorema de Cramér estuda o comportamento da variável  $M_n$  (3.1), referente à seqüência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas  $X_1, X_2, \dots, X_n$ , associadas a valores reais, onde  $X_i = f(Y_i)$  e  $f: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ , com variável a aleatória  $Y_i \in \Omega$  sendo também independente e identicamente distribuída. Aqui assumimos que  $M_n$  assume valores no intervalo compacto  $K \triangleq [f(a_1), f(a_{|\Omega|})]$  onde  $f(a_1) < f(a_2) < \dots < f(a_{|\Omega|})$  [7] (a definição de conjunto compacto pode ser encontrada em [55]). Este teorema é aqui apresentado em apenas uma dimensão, mas o mesmo pode ser generalizado para  $\mathbb{R}^n$ . Harald Cramér demonstrou seu teorema usando função geradora de momentos e expansão em série de potências. Para verificar a prova desse teorema, consultar a referência bibliográfica [72].

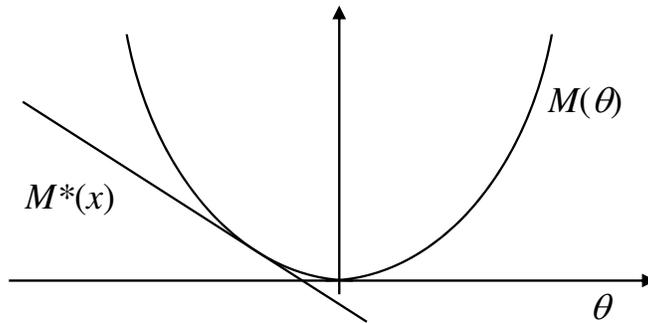
Embora várias abordagens sobre os assuntos hoje relacionados com a teoria dos Grandes Desvios tenham ocorrido desde o início do século passado, a TGD começou efetivamente a surgir com o teorema proposto por Harald Cramér nos anos cinquenta.

Para as mesmas condições propostas por Cramér, Chernoff na sua hipótese [72], considere que, para um determinado  $a$  maior que  $m$ , os valores:

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \log P \left\{ \frac{S_n}{n} \geq a \right\} \quad \text{e} \quad \liminf_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \log P \left\{ \frac{S_n}{n} \geq a \right\} \quad (3.22)$$

são controlados pela transformada de Legendre da função geradora de momentos logarítmica  $M(\theta)$ .

Geometricamente, a transformada de Legendre pode ser interpretada como um mapeamento entre o gráfico de uma função e família de tangentes ao gráfico, conforme mostra a Figura 3.2. A equação (3.20) que permite o cálculo da função taxa baseada na chamada



**Figura 3.2:** Interpretação Geométrica da Transformada Convexa  $M^*(x)$

função geradora de momentos logarítmica também é conhecida como a fórmula ou o teorema de Chernoff [4][7][20].

### 3.7 Teorema de Gärtner-Ellis

Considere uma seqüência de vetores aleatórios  $\{Z_n\} \in \mathbb{R}^n$ , onde  $\{Z_n\}$  segue a lei de medidas de probabilidade  $\{\mu_n\}$  e satisfaz o Princípio dos Grandes Desvios. Seja a função uma função taxa já definida em 3.3, e a seguinte função logarítmica geradora de momentos

$$M_n(\theta) = \log E \left\{ e^{\langle \theta, Z_n \rangle} \right\}, \quad (3.23)$$

onde  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  denota o produto interno em  $\mathbb{R}^n$ . A existência do limite da função geradora de momentos logarítmica adequadamente escalada indica que  $\{\mu_n\}$  pode satisfazer o Princípio dos Grandes Desvios.

Seja  $M^*(x)$  a transformada de Legendre de  $M(\theta)$  definida para qualquer  $y \in \mathbb{R}^n$ , definida por:

$$M^*(x) = \sup_{\theta \in \mathbb{R}^n} \{\langle \theta, x \rangle - M(\theta)\}. \quad (3.24)$$

E ainda, dada a função convexa  $M: \mathbb{R}^n \rightarrow (-\infty, \infty]$ , e sendo:

- $D_{M^\circ}$  é não vazio;
- $M$  é diferenciável em  $D_{M^\circ}$ ;
- $M$  é abrupta (degrau) quando  $\lim_{n \rightarrow \infty} |\nabla M(\theta_n)| = \infty$ , sempre que  $\theta_n$  é uma seqüência em  $D_{M^\circ}$ , convergindo para o ponto fronteira de  $D_{M^\circ}$ , então:

- para qualquer conjunto fechado  $F$

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \log \mu_n(F) \leq - \inf_{x \in F} M^*(x) \quad (3.25)$$

- para qualquer conjunto aberto  $G$ ,

$$\liminf_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \log \mu_n(G) \geq - \inf_{x \in G \cap F} M^*(x) \quad (3.26)$$

onde  $F$  é o conjunto de pontos expostos de  $M^*$  do hiperplano de exposição que pertence a  $D_{M^\circ}$ . Se  $M$  é uma função semicontínua inferiormente essencialmente suave: então, o Princípio dos Grandes Desvios é mantido com uma boa função taxa  $M^*$  (3.20) [5][7]. O detalhamento do teorema de Gärtner-Ellis pode ser encontrado em [4][7].

A principal suposição do teorema de Gärtner-Ellis é a seguinte: considerando cada  $\theta \in \mathbb{R}^n$ , para a função logarítmica geradora de momentos definida como:

$$M(\theta) := \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} M_n(n\theta), \quad (3.27)$$

existe como número real estendido  $(1/n)M_n(n\theta)$ , que é a função logarítmica geradora de momentos normalizada de  $\{Z_n\}$ . Além disso, a origem pertence ao interior de  $D_M := \{\theta \in \mathbb{R}^n : M(\theta) < \infty\}$ ,  $D_{M^\circ}$  denota o interior de  $D_M$  [4][7][72].

O teorema de Cramér assume variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas. O teorema de Gärtner-Ellis generaliza o teorema de Cramér para as variáveis aleatórias que não sejam independentes e identicamente distribuídas. Esse teorema considera os limites da TGD em  $\mathbb{R}^n$ , usando as propriedades da função geradora de momentos [5][7][72].

### 3.8 Sistemas de fila e banda efetiva

Neste Capítulo, até este momento, apresentamos os conceitos e definições básicas da TGD, que é uma importante ferramenta para análise de problemas assintóticos. Nesta seção, mostraremos a relação da TGD com os sistemas de filas, com a finalidade de fundamentar a metodologia para estimação da Banda Efetiva a ser proposta nesta tese.

Uma rede de comunicação baseada em tecnologia de pacotes pode ser vista como uma rede de filas, na qual os diversos fluxos de pacotes requerem algum tipo de processamento nos nós da rede. Tipicamente, esses nós possuem uma capacidade de processamento limitada, fazendo com que os pacotes tenham de ser armazenados enquanto aguardam a execução do serviço.

Considerando um sistema de fila de um único servidor com disciplina FIFO, com “buffer” ilimitado, em estado estacionário, com carga  $X$  (ou tempo de espera), sem prioridade para o atendimento, tem-se a seguinte condição para distribuição assintótica da carga ou dos tempos de espera [72][98][102][104]:

$$(1/b) \log P \{X > b\} \rightarrow -\delta, \quad \text{com } b \rightarrow \infty \text{ e } \delta > 0, \quad (3.28)$$

onde  $\delta$  é chamada de função taxa de decaimento assintótica, já definida. A função taxa  $\delta$  fornece-nos a intensidade do decaimento da cauda das distribuições, ou seja, a taxa de convergência das distribuições de probabilidade. Glynn e Whitt [104] propuseram a seguinte condição para distribuição assintótica:

$$P \{X > b\} \rightarrow \alpha^* \exp(-b\delta), \quad \text{com } b \rightarrow \infty, \quad (3.29)$$

onde  $\alpha^*$  é denominada constante assintótica, em geral adota-se  $\alpha^* \approx 1$  [104].

Em tempo contínuo,  $X$  significa o tempo de espera do pacote  $n + 1$ , ou seja, o tempo de espera gasto na fila antes do início do serviço. Em tempo discreto,  $X$  corresponde à quantidade de trabalho ainda restante na fila [102].

Consideremos a seqüência estacionária ergódica de variáveis aleatórias  $\{Z_i, i \in \mathbf{Z}\}$  com  $EZ_0 < 0$ , e ainda:

- $Z_i$  — em tempo discreto,  $Z_i$  é a diferença entre a quantidade de trabalho para chegar à fila no instante de tempo  $i$  (ou a quantidade de trabalho trazida por meio dos pacotes

para a fila no instante de tempo  $i$ ) e a quantidade de trabalho que pode ser processada pelo servidor no instante de tempo  $i$ ; em tempo contínuo,  $Z_i$  é a diferença entre o tempo de serviço do pacote  $i$  e o tempo entre as chegadas dos pacotes  $i$  e  $i + 1$ .

- $V_i$  — quantidade de trabalho representada pelos pacotes ao chegarem à fila no instante de tempo  $i$ ;
- $Y_i$  — quantidade de trabalho que o servidor pode executar no instante de tempo  $i$ ;
- $X_i$  — em tempo discreto,  $X_i$  é a quantidade de trabalho pendente de processamento na fila no instante de tempo  $i$ ; em tempo contínuo,  $X_i$  é o tempo gasto pelo pacote  $i + 1$ , ou seja, o tempo gasto na fila antes de o serviço iniciar [72].

No instante de tempo zero, o comprimento da fila é dado pela soma do comprimento da fila no instante de tempo  $i - 1$ , e da quantidade de trabalho que chega à fila no instante de tempo  $i - 1$ , menos a quantidade de trabalho que pode ser executada no instante de tempo  $i - 1$ . Isto é:

$$X_0 = \max \{0, X_{i-1} + V_{i-1} - Y_{i-1}\} \quad (3.30)$$

como

$$Z_i = \{V_{i-1} - Y_{i-1}\} \quad (3.31)$$

$$X_0 = \max \{0, X_{i-1} + X_{i-1}\} \quad (3.32)$$

Para um instante de tempo genérico  $i$ , a equação (3.32) pode ser escrita como (3.33), que é uma equação que pode ser aplicada recursivamente e é denominada equação de Lindley:

$$X_i = \{X_{i-1} + Z_i\}^+ \quad (3.33)$$

$$X_0 = \max \left\{ 0, X_{i-j} + \sum_{i=1}^j Z_{i-j} \right\} \quad (3.34)$$

Se a capacidade de processamento disponível no instante de tempo  $i - 1$  ( $Y_i - 1$ ) é maior que a soma da quantidade de trabalho que chega ( $V_i - 1$ ) no instante de tempo  $i - 1$ , e que a quantidade de trabalho pendente na fila ( $X_i - 1$ ), no mesmo instante de tempo,

então a nova quantidade de trabalho remanescente na fila não é negativa, mas zero; o que pode ser expresso pela da equação (3.32) aplicada recursivamente [72]

$$\begin{aligned}
 X_0 &= \max \{0, Z_{i-1} + [0, X_{i-2} + X_{i-2}]\} \\
 X_0 &= \max \{0, X_{i-2} + Z_{i-1} + Z_{i-2}\} \\
 X_0 &= \max \{0, X_{i-3} + Z_{i-1} + Z_{i-2} + Z_{i-3}\} \\
 &\dots\dots\dots \\
 X_0 &= \{0, X_{i-j} + Z_{i-1} + Z_{i-2} + \dots + Z_{i-j}\}
 \end{aligned}
 \tag{3.35}$$

Denotamos  $S_n$  como processo de carga de trabalho, representado na 3.36. Se esse processo é estacionário e as distribuições de probabilidade de  $\{V_i\}$  e  $\{Y_i\}$  são independentes, e ainda  $EV_i < EY_i$ ,

$$S_n = \sum_{i=1}^n Z_{i-n}.
 \tag{3.36}$$

Então, o tamanho da fila em equilíbrio é dada por meio de

$$X = \max_{n \geq 0} \{S_n\}.
 \tag{3.37}$$

Estamos interessados, neste estudo, em analisar o comportamento da distribuição de probabilidade da cauda na fila, para saber que tamanho deve ter o *buffer*, ou seja,  $P \{X > b\}$ . Se a fila é estável, então essa probabilidade cai muito rapidamente com o aumento de  $b$ , ou seja,  $P \{X > b\}$  cai exponencialmente em função de  $b$  grande, de acordo com a expressão (3.38), onde  $-\delta$  é inclinação assintótica [47][98][104].

$$P \{X > b\} \approx \exp(-b\delta), \quad \text{com } b \rightarrow \infty.
 \tag{3.38}$$

Se os processos de chegada e de serviço são estacionários, satisfazendo a condição de estabilidade, e o processo de carga satisfaz o Princípio dos Grandes Desvios com função taxa  $I$ ,

$$P \{S_n/n \approx x\} \sim \exp(-nI(x)),
 \tag{3.39}$$

então a expressão (3.39) é satisfeita e a constante de decaimento assintótica  $\delta$  pode ser calculada através da função taxa para o processo de carga [72].

$$\delta = \min_x \frac{I(x)}{x}.
 \tag{3.40}$$

### 3.8.1 A Banda efetiva

Considerando uma dada fonte de tráfego  $A$ , podemos dizer que a capacidade de serviço que assegura a condição (3.38) é denominada Banda Efetiva. Esse conceito foi introduzido por Frank Kelly [46], e, sua estimação está baseada na aproximação da probabilidade de perda de pacotes  $P\{X > b\}$ , considerada na TGD, quando o tamanho do “buffer” for suficientemente grande  $b \rightarrow \infty$ , ou seja, no regime assintótico (3.38) [102] com a probabilidade de perda diminuindo exponencialmente com o tamanho de  $b$ .

Comparando a equação (3.6) apresentada por Weiss [5] e a equação (3.38), identificamos as seguintes correspondências:  $n \Leftrightarrow b$  (tamanho do “buffer”) e custo  $\Leftrightarrow \delta$  (que é a função taxa), assumindo que as fontes de tráfego são estacionárias e ergódicas e o número de chegadas da fonte tipo  $i$  no intervalo de tempo  $[0, t]$  denotado por  $A_i(t)$  [38][47]. Do teorema de Gärtner-Ellis, no limite inferior, temos:

$$\liminf_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \log P \left\{ \frac{S_n}{n} \in (a, b) \right\} \geq - \inf_{x \in (a, b)} I(x). \quad (3.41)$$

Podemos escrever que:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \log P \left\{ \frac{S_n}{n} \in (a, b) \right\} \geq -I(x). \quad (3.42)$$

Analogamente, para o intervalo de  $[0, t]$ , teremos:

$$\lim_{b \rightarrow \infty} \frac{1}{b} \log P \{X > b\} \geq -I(a), \quad (3.43)$$

onde, pela TGD,  $I(a)$  representa a função taxa, sendo  $I(a) = \delta$ .

Assumindo que  $A_i$  satisfaz as condições do teorema de Gärtner-Ellis, apresentadas acima (limite inferior), significa que a função assintótica logarítmica geradora de momentos de  $A_i$  existe e é finita, diferenciável, convexa, positiva e crescente para  $\delta > 0$  [47], portanto validando a equação (3.38).

### 3.8.2 O Efeito auto-similar

Conforme apresentado no Capítulo 2 deste estudo, o tráfego de redes pode apresentar a característica auto-similar. Para esse tipo de tráfego utilizamos a generalização do resultado obtido por Glynn e Whitt (3.38) proposto por Duffield e O’Connell [98][102].

Considere uma seqüência estacionária  $X_n$  de variáveis aleatórias onde  $S_n = X_1 + \dots + X_n$ . Se as variáveis são independentes, teremos:  $\text{Var } S_n = n \text{Var } X_1$ . Nesse caso, a variância de  $S_n$  cresce linearmente com  $n$ . Essa propriedade mantém-se não somente para o caso de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas, mas para vários processos com dependência fraca como, por exemplo, as Cadeias de Markov. Em processos com dependência de longo prazo como os processos auto-similares, a variação não linear é representada pela seguinte expressão:

$$\text{Var } S_n \approx ct^{2H}, \quad (3.44)$$

com  $1/2 < H < 1$ , onde  $H$  é o parâmetro de Hurst, conforme apresentado no Capítulo 2. Nesse caso, a distribuição do comprimento da fila não cai exponencialmente se  $H > 1/2$ , ou seja,

$$P \{X > b\} \approx \exp(-\delta b^{2(1-H)}). \quad (3.45)$$

A equação (3.45) é a generalização do resultado de Glynn e Whitt apresentado na equação (3.29), que foi obtido por Duffield e O’Connell [98][102], mostrando que, uma vez apropriadamente escalonada,  $P \{X > b\}$  satisfará o Princípio dos Grandes Desvios. Resultados experimentais da aplicação da equação (3.45) para estimação da banda efetiva podem ser observados em [38][40].

### 3.9 Conclusões

Neste capítulo, introduzimos os conceitos básicos da Teoria dos Grandes Desvios, que permitem estimar pequenas probabilidades relacionadas a eventos que ocorrem longe da média e fora da distribuição de freqüências, ou seja, “eventos raros”. A Teoria dos Grandes Desvios é uma importante ferramenta matemática que pode ser utilizada em engenharia de tráfego e dimensionamento de redes em problemas que envolvem a análise do decaimento da cauda de uma distribuição de probabilidade de certos processos. Dentre os diversos teoremas que compõem a TGD, destacamos, neste capítulo, o Teorema de Gärtner-Ellis, que é uma generalização do Teorema de Cramér, que fundamenta a estimação da banda efetiva proposta por George Kesisdis [47], baseada na aproximação proposta por Glynn

e Whitt (3.29). Adicionalmente, é apresentado o comportamento da variação não linear característica dos processos auto-similares com dependência de longo prazo (3.44). Para esse tipo de processo, a equação (3.29) foi generalizada por O'Connell e Duffield (3.45) [98][104], sendo utilizada para a estimação da banda efetiva no Capítulo 5 desta tese.

## Capítulo 4

### Caracterização do Tráfego de Redes

Com a finalidade de dimensionar os recursos de uma rede de comunicação moderna, é recomendável que os projetistas considerem as diferenças existentes entre os diversos tipos de tráfego. É fato que o tráfego transportado nas redes de comunicação de hoje é difícil de ser modelado com precisão em consequência da contínua mudança em suas características nos últimos anos. É bastante provável que as principais causas da alteração das características do tráfego sejam o constante surgimento de novas aplicações e a grande quantidade de novos serviços oferecidos via rede. Particularmente, o surgimento das aplicações multimídia [78][148] como videoconferência [81] e telemedicina [80], entre outras, pode contribuir para a grande variabilidade nas características do tráfego. Outra causa provável a ser considerada é o desenvolvimento, nos últimos anos, de novos recursos computacionais e de telecomunicações que tem possibilitado uma evolução das aplicações e das necessidades empresariais. Ambas as causas citadas podem ser consideradas as principais contribuintes para a mudança das características do tráfego das redes modernas. Em geral, as diferentes aplicações possuem diferentes requisitos e geram tráfegos com características bastante distintas, requerendo tratamentos diferentes em termos de alocação de recursos de rede para garantir a Qualidade de Serviço (QoS) no transporte da informação [13][16][88].

A caracterização de tráfego, aqui referida, é um estudo que tem por finalidade identificar as principais semelhanças e diferenças entre os vários tipos de tráfego a serem analisados. Caracterizar um determinado tráfego de redes significa identificá-lo por meio de um conjunto de parâmetros mensuráveis, previamente selecionados, oriundos da engenharia de tráfego e da estatística. Esse estudo aprofunda o conhecimento sobre o comportamento

do tráfego. É plausível concluir que um conhecimento maior sobre o tráfego, mediante sua caracterização, ajuda de forma decisiva no desenvolvimento de dispositivos e equipamentos de rede, assim como no planejamento, dimensionamento e análise de desempenho das redes de comunicação.

Fundamentado na análise de medidas de tráfego real, incluindo análise fractal, este capítulo tem por finalidade apresentar alguns resultados sobre caracterização de diferentes tipos de tráfego, que irão contribuir para solução de estimação da banda efetiva (proposta no Capítulo 5). Outro aspecto a ser considerado na caracterização de tráfego, para fins de alocação de banda efetiva, é identificar sua origem, isto é, se o tráfego é originado apenas de uma única fonte ou de várias fontes. Assim sendo, este capítulo apresenta os conceitos de tráfego agregado e tráfego de fonte única, e introduz uma técnica para diferenciá-los por meio da análise de correlação de parâmetros. Os principais resultados da caracterização de tráfegos reais são apresentados nos Apêndices I e II desta tese.

Este capítulo está organizado da seguinte forma. Na seção 4.1, apresentamos o conceito de tráfego de fonte única. O conceito de agregação de tráfego é dado na seção 4.2. A seção 4.3 expõe os principais parâmetros de caracterização de tráfego utilizados neste estudo. Na seção 4.4 é efetuada uma análise sobre parâmetros de tráfego real. Finalmente, na seção 4.5, concluímos.

## 4.1 Processo Gaussiano

Uma distribuição de probabilidade é dita Gaussiana ou Normal, com média  $\mu$  e variância  $\sigma^2$ , denotada por  $N(0, \sigma^2)$ , se possui a seguinte densidade [37]:

$$\phi(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(y - \mu)^2}{2}\right). \quad (4.1)$$

Um processo estocástico  $Y(t)$  é dito Gaussiano, se o vetor  $\{Y(t_1), \dots, Y(t_n)\}$  possui uma distribuição Gaussiana para cada conjunto finito de pontos  $\{t_1, \dots, t_n\}$ . Mais precisamente, se cada combinação linear do tipo  $\sum_{i=1}^n a_i Y(t_i)$  também possui uma distribuição Gaussiana [57].

## 4.2 Tráfego de fonte única

Tráfego de fonte única pode ser interpretado como um fluxo de informação que ocorre entre dois usuários da rede; mais precisamente, é um fluxo de informação entre uma única origem e um único destino. Esse tipo de transmissão de informação é também denominado “unicast” ou comunicação ponto a ponto. O tráfego de fonte única pode ocorrer tanto em redes com conexão ou sem conexão. Em redes sem conexão como redes IP, um tráfego de fonte única pode ser identificado pelo seu endereço IP e porta TCP [8][131][132].

Normalmente, tráfegos produzidos por uma única fonte podem apresentar um comportamento mais complexo do que os tráfegos agregados originários de processos de multiplexação. Esse fato é uma consequência do tipo de aplicação que está fazendo uso dos recursos de rede, influenciando diretamente o comportamento do tráfego. Como resultado, esse tipo de fonte tende a exibir um forte comportamento em surtos ou rajadas, podendo apresentar propriedades fractais. As descrições das propriedades fractais e seus conceitos foram mostrados anteriormente, no Capítulo 2 desta tese.

As aplicações que podem gerar tráfego de fonte única com forte comportamento em rajadas são: tráfego de vídeo e áudio comprimido, emulação de terminal, videoconferência, jogos via rede, processos de automação, telemedicina, dentre outros.

Outro fator que pode contribuir para a alta complexidade de um tráfego de fonte única é o uso simultâneo de várias aplicações por um único usuário da rede, gerando, portanto, um tráfego denominado multimídia (“multimídia” é o termo usado para descrever a utilização de diversos tipos de mídia para representação, registro e uso da informação) [78][148][154].

## 4.3 Tráfego agregado

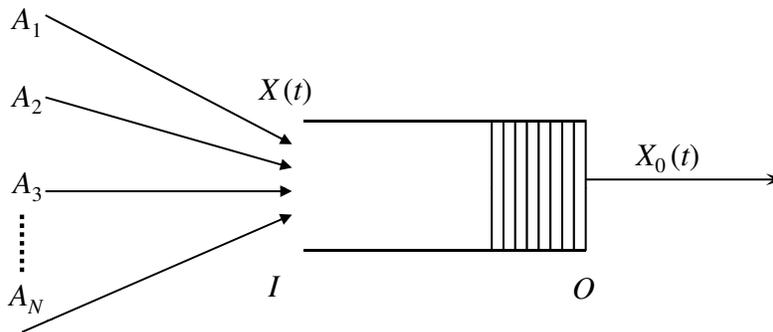
Existem dois tipos de agregação de tráfego que podem ocorrer. O primeiro tipo, denominado agregação vertical ou superposição, que é produzido pelo processo de multiplexação que ocorre em um determinado elemento de rede — um comutador ou roteador, por exemplo. Isto significa que várias fontes de tráfego compartilham simultaneamente os

mesmos recursos de transmissão ou processamento [8][32][34]. O segundo tipo de agregação de tráfego é chamado agregação horizontal, consistindo em um re-escalamento do tráfego no tempo [57].

### 4.3.1 Agregação vertical

O processo de agregação vertical de tráfego acontece em pontos da rede onde há serialização de várias fontes de tráfego ocorrendo; por exemplo, na entrada de “*buffers*” de comutadores (*Frame-Relay*, ATM, Ethernet) e roteadores (IP, Decnet™, dentre outros). Em redes de comunicação, geralmente a primeira agregação vertical de tráfego ocorre no nó de ingresso da rede (“*ingress node*”).

Considere um sistema de “*buffer*” com a entrada e a saída denotadas por  $I$  e  $O$ , respectivamente, que está servindo um enlace com uma taxa de  $c$  bytes/segundo, conforme ilustrado na Figura 4.1.  $A_i(t)$  representa a quantidade total de tráfego do fluxo  $i$  no in-



**Figura 4.1:** Multiplexação Estatística

tervalo de tempo  $[0, t]$ , sendo  $i = 1, \dots, N$ . Assumimos que os  $N$  fluxos de tráfego são independentes e identicamente distribuídos com incrementos estacionários e  $EA_i(t)^2 < \infty$  [57][58]. A quantidade de bytes transmitidos pelo canal no intervalo de tempo  $[0, t]$  é denotada por  $X_0(t)$  e  $b$  representa o tamanho do “*buffer*” em bytes.

O processo de tráfego agregado verticalmente é denotado por  $X(t)$ , dado por

$$X(t) = \sum_{i=1}^N A_i(t). \quad (4.2)$$

Em função do tamanho do *buffer*, teremos as seguintes situações:

- $X(t) - X_0(t) > b$  representa que houve perda de informação no intervalo de tempo  $[0, t]$ ;
- $X(t) - X_0(t) < b$  representa que não houve perda de informação no intervalo de tempo  $[0, t]$ , mas pode ter ocorrido o uso ineficiente dos recursos de rede.

O processo de tráfego definido na equação (4.2), de acordo com as premissas já assumidas, pode ser representado pelo seguinte processo normalizado:

$$\frac{1}{\sqrt{N}} (X(t) - Nrt), \quad (4.3)$$

onde a média dos fluxos individuais de tráfego é dada por  $r = EA_i(1)$  (média de um fluxo individual), que se aproxima de um processo Gaussiano  $Y(t)$  com média zero e mesma função de autocovariância no sentido de convergência de suas distribuições dimensionais finitas. Baseado no CLT (Teorema do Limite Central), versão multivariável, Norros [57] define o processo cumulativo de tráfego como [57]:

$$X(t) = Nrt + \sqrt{N}Y(t). \quad (4.4)$$

Note que,  $Y(t)$  é caracterizado um movimento Browniano Gaussiano [57].

### 4.3.2 Agregação horizontal

Sejam  $A(t)$  e  $\alpha$  um processo de tráfego cumulativo e uma constante, respectivamente. O processo  $A(t)$  na escala de tempo  $\alpha$  é denominado agregação horizontal e é definido como:

$$A^{(\alpha)}(t) = A(\alpha t). \quad (4.5)$$

Na prática, o processo de agregação horizontal  $A^{(\alpha)}(t)$  é obtido mediante o aumento da escala de tempo  $\alpha$ .

Considere  $X^{(\alpha)}(t)$  um processo normalizado de  $A^{(\alpha)}(t)$  definido como:

$$X^{(\alpha)}(t) = \frac{A^{(\alpha)}(t) - r\alpha t}{\sqrt{\text{Var}(A^{(\alpha)}(1))}}, \quad (4.6)$$

onde  $r = EA(1)$  e se  $A(t)$  possui incrementos independentes e variância finita, podemos inferir por meio do Teorema do Limite Central que as distribuições dimensionais finitas do

processo normalizado  $X(\alpha)(t)$ , representado pela da 4.6, converge para um Movimento Browniano [57][58].

Donsker definiu, em 1951, o “Princípio da Invariância” [60], também conhecido como Teorema do Limite Funcional, considerando uma seqüência de variáveis aleatórias,  $Y_1, Y_2, \dots$ , identicamente distribuídas com média  $\mu$ , e variância  $\sigma$ . Sejam as seguintes somas parciais  $R_0 = 0$  e  $R_n = Y_1 + Y_2 + \dots + Y_n$ . O processo estocástico  $S_n(t)$ , definido sobre o intervalo  $[0, 1]$  é representado como:

$$S = \begin{cases} \frac{R - \mu i}{\sigma \sqrt{n}}, & \text{se } t = \frac{i}{n} \ (i = 0, \dots, n) \\ \text{interpolação linear qualquer.} \end{cases} \quad (4.7)$$

Se  $\sigma < \infty$ , o processo  $S_n(t)$  converge em distribuição para o movimento Browniano sobre o intervalo  $[0, 1]$  quando  $n \rightarrow \infty$ . Em outras palavras, podemos interpretar o Movimento Browniano como um processo limite cuja escala de tempo foi aumentada. Por exemplo, se  $A(t)$  é um processo de Poisson com parâmetro  $\lambda$ , para  $t$  grande, podemos aproximar  $A(t) \approx \lambda t + (\lambda)^{1/2} W(t)$ , isto é,  $A(t)$  é proporcional a  $\lambda$  [57][58].

Dentre as várias generalizações do “Princípio da Invariância”, vamos mencionar aquela que em uma escala de tempo limite leva a um processo  $X(t)$  não degenerativo. Esse processo é um processo denominado auto-similar onde para um número  $H$  (definido no Capítulo 2) tal que para qualquer  $\alpha > 0$ , o processo  $X(\alpha t)$  possui as mesmas distribuições dimensionais finitas tal como  $\alpha^H X(t)$  [57][58].

No caso do Movimento Browniano Fracionário (fBm), o processo  $A(t)$  é Gaussiano e auto-similar com parâmetro  $H$ . O processo de tempo escalonado limite  $X(t)$  também é Gaussiano com incrementos estacionários e variância dada por  $\text{Var}(X(t)) = t^{2H}$  [14][68] [89][121], conforme apresentado no Capítulo 2.

## 4.4 Parâmetros de caracterização de tráfego

Nesta seção, introduzimos alguns parâmetros estatísticos e de tráfego, cuja maioria é amplamente difundida na literatura.

Seja um processo aleatório  $X$ ,  $\{X = X(t), t \in \mathbb{R}, t > 0\}$ , que representa a intensidade da taxa de chegada de pacotes no instante  $t$ , conforme representado na Figura 4.1. Dependendo da escala de tempo considerada na análise, esse processo de tráfego pode ser visto como uma seqüência de entidades discretas (pacotes, células, ou quadros), que pode ser caracterizada como um processo Ponto [152] em que eventos discretos ocorrem seqüencialmente nos instantes de chegadas  $T_1, T_2, \dots, T_n, \dots$ , medidos desde  $T_0 = 0$ . Nesse caso, o processo é uma seqüência aleatória não negativa  $\{Y_n, n \geq 0\}$  cuja análise é realizada por meio dos tempos entre as chegadas das entidades — o *interarrival time*, onde  $Y_n$  é definido como  $Y_n = T_n - T_{n-1}$ , sendo o intervalo de tempo que separa duas chegadas consecutivas [37][74][152]. Um processo Ponto também pode ser avaliado como um processo de Contagem  $\{N(t), \infty > t \geq 0\}$ , que é um processo estocástico em tempo contínuo de valores inteiros não negativos, no qual  $N(t) = \max \{n: T_n \leq t\}$  representa o número total de chegadas de entidades no intervalo de tempo  $[t_1, t_2]$ .

Apresentamos a seguir os principais parâmetros de tráfego utilizados neste trabalho:

#### 4.4.1 Taxa Média ( $r$ )

Considerando o processo  $X$ , a Taxa Média, denotada por  $r$ , é o valor médio da taxa de transferência das entidades de tráfego em um determinado intervalo de tempo  $[t_1, t_2]$  [16].

$$r = \frac{1}{(t_2 - t_1)} \int_{t_1}^{t_2} X(t) dt \quad (4.8)$$

#### 4.4.2 Taxa de Pico ( $p$ )

A Taxa de Pico, denotada por  $p$ , é definida como o valor máximo da taxa de transferência das entidades de tráfego em um determinado intervalo de tempo  $[t_1, t_2]$  [16][39][125][152].

#### 4.4.3 Coeficiente de Surto ( $\beta$ )

O coeficiente de surto (*PMR* — *Peak to Mean Ratio*) é obtido da razão entre a taxa de pico e taxa média intervalo de tempo  $[t_1, t_2]$  [16][39][125][152].

$$\beta = \frac{p}{r} \quad (4.9)$$

$\beta$  leva em conta somente as propriedades estatísticas de primeira ordem do tráfego, não considerando os tempos entre as chegadas de pacotes

#### 4.4.4 Coeficiente de Variabilidade ( $C_V$ )

Considerando a seqüência aleatória  $Y_n$ , o coeficiente de variabilidade é definido como a razão entre o desvio padrão e a média do processo entre chegadas de entidades de tráfego (*interarrival time*) [39][125][152].

$$C_v = \frac{\sigma \{Y_n\}}{E \{Y_n\}} \quad (4.10)$$

#### 4.4.5 Índice de Dispersão ( $IDC$ )

Índice de dispersão da contagem das entidades de tráfego, denotado por  $IDC$ , definido em dado intervalo de tempo  $[t_1, t_2]$ , é a razão da variância pela média do processo de contagem das entidades de tráfego [39][133].

$$IDC_{t_1, t_2} = \frac{\text{Var} \{N_{t_1, t_2}\}}{E \{N_{t_1, t_2}\}} \quad (4.11)$$

O IDC leva em conta o tempo sendo baseado em propriedades estatísticas de segunda ordem.

#### 4.4.6 Tamanho Máximo de Surto ( $L$ )

O tamanho máximo de surto, denotado por  $L$ , é o número máximo de entidades de tráfego transmitidas continuamente na taxa de pico em um determinado período de tempo. Como consequência,  $BT$  é o período máximo em que a fonte pode transmitir na taxa de pico [8] [16][32][34]. A relação entre os dois parâmetros é dada pela equação (4.12).

$$BT = (L - 1) \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{p} \right) \quad (4.12)$$

#### 4.4.7 Tempo Médio de Surto ( $\tau$ )

O período médio de surto, denotado por  $\tau$ , é o período médio de tempo em que a fonte transmite na taxa de pico [122][124][125].

#### 4.4.8 Número de fontes de tráfego

O Número de fontes, em dado intervalo de tempo  $[t_1, t_2]$  denotado por  $N$ , é o número de fontes que geraram uma determinada quantidade de tráfego em dado ponto da rede. Se o tráfego for agregado verticalmente, podemos ter  $n$  fontes de tráfego. Para fonte única, teremos  $N = 1$ . O número de fontes pode ser calculado por meio do endereço de origem que está no cabeçalho do pacote ou quadro (endereços: IP, MAC, IPX, Decnet, dentre outros) [125].

#### 4.4.9 Coeficiente de correlação

O Coeficiente de Correlação de duas variáveis aleatórias  $X$  e  $Y$  denotado por  $\rho$  é dado pela equação (4.13) e possui os seguintes valores possíveis  $-1 \leq \rho \leq 1$ . Note que se  $X$  e  $Y$  são variáveis aleatórias independentes, elas são descorrelacionadas. O inverso pode ser não verdadeiro [37][54][144].

$$\rho(X, Y) = \rho_{XY} = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sigma_X \sigma_Y} \quad (4.13)$$

Neste trabalho, utilizamos o Coeficiente de Correlação para verificar a dependência entre dois parâmetros de tráfego, auxiliando a diferenciar tráfego de fonte única e tráfego agregado. Para tanto, adotamos o seguinte critério:

**Tabela 4.1** – Níveis de correlação adotados.

Coeficiente de Correlação	Notação	Caracterização
$-0.1 \leq \rho \leq 0.1$	SC	Sem correlação
$-0.25 \leq \rho < -0.1$ e $0.1 < \rho \leq 0.25$	CMB	Correlação muito baixa
$-0.5 \leq \rho < -0.25$ e $0.25 < \rho \leq 0.5$	BC	Baixa Correlação
$-0.75 \leq \rho < -0.5$ e $0.5 < \rho \leq 0.75$	C	Correlacionado
$-1 \leq \rho < -0.75$ e $0.75 < \rho \leq 1$	FC	Forte Correlação

#### 4.4.10 Parâmetros de auto-similaridade

A intensidade do fenômeno auto-similar pode ser estimada por meio de dois parâmetros já apresentados no Capítulo 2, sendo: o parâmetro de Hurst, denotado por  $H$ , e o parâmetro

$d$  que aparece na série F-ARIMA  $(1, d, 1)$ . A análise dos parâmetros  $H$  e  $d$  ajudam a diferenciar os processos auto-similares com variância finita e infinita [68][89][90][91][92].

#### 4.4.11 Expoente de Hölder

A análise *multifractal* (MA) [139][140] trata da descrição da estrutura de singularidades do sinal, cuja descrição teórica foi apresentada no Capítulo 2 deste estudo. A informação local é dada pelo expoente de Hölder (*alpha*) em cada ponto, enquanto a informação global é feita por meio da caracterização da distribuição geométrica ou estatística dos expoentes de Hölder, denominada espectro *multifractal*. Para estimar o expoente de Hölder, foi utilizada neste estudo a ferramenta de análise chamada “FRACLAB”, desenvolvida pelo INRIA [45].

Adicionalmente aos parâmetros de análise apresentados até o presente momento, também utilizamos o parâmetro de Estimador Fractal Restrito, denotado por  $\hat{H}$ , que será introduzido no Capítulo 5 deste estudo [125].

### 4.5 Análise de tráfego real

Esta seção tem por finalidade, fazer uma análise das principais características de diferentes fontes de tráfego, com base nos parâmetros de tráfegos aqui introduzidos. Adicionalmente, destacamos um método baseado na análise de correlação, para reconhecer se uma fonte de tráfego é única ou é oriunda de tráfego agregado. Nos Apêndices I e II desta tese são encontrados respectivamente, os resultados da caracterização de tráfego e da análise do espectro “*multifractal*” dos diversos tipos de tráfego real. Os arquivos de tráfego real aqui analisados foram capturados da rede da PETROBRAS, através de analisador de protocolos Acterna™ modelo DA-350 com a resolução (*time stamp*) de 32 microsegundos [122][123][124][125].

A notação adotada para designar os diferentes arquivos de tráfego real analisados neste estudo é apresentada a seguir.

Os arquivos de tráfego agregado designados com a letra “S” significam que os arquivos de tráfego foram capturados junto aos servidores de aplicações. Arquivos de tráfego

agregado designados pela letra “I” foram capturados em roteador de tráfego Internet. Os arquivos de tráfego agregado designados pela letra “R” são aqueles capturados em roteador de tráfego IP corporativo [122][123][124][125].

Os seguintes tipos de arquivos de fonte única, capturados no ponto de rede do usuário final (*end user*), também foram analisados. Os arquivos de tráfego designados com as letras “CLI” significam tráfego de dados contendo várias aplicações, tais como: correio eletrônico, Internet, banco de dados, dentre outras. Os arquivos de tráfego designados pelas letras “FTP” representam tráfego de download. Arquivos de fonte única designados pelas letras “MTX” e “FLO” significam tráfego de áudio e vídeo (*streams*) [122][123][124][125]. A Figura 4.2 mostra o cenário de captura dos arquivos de tráfego real analisados neste estudo.

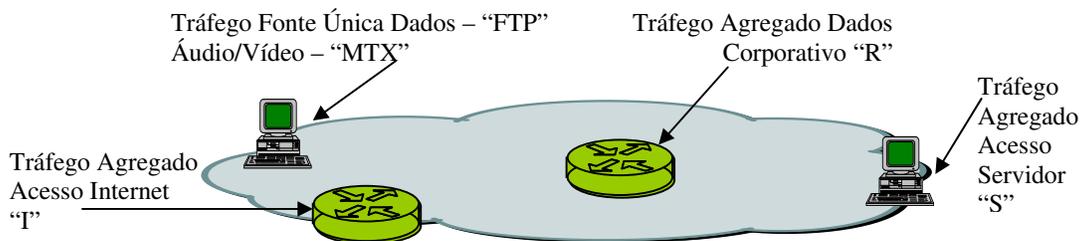


Figura 4.2: Cenário de captura de tráfego

#### 4.5.1 Análise dos parâmetros de tráfego

Analisando os resultados da caracterização de tráfego apresentados no Capítulo I, constatamos que a Taxa Média ( $r$ ) é afetada principalmente pela quantidade de informação transmitida pela aplicação. Em função desse fato, o tráfego agregado tende a apresentar uma alta taxa média em resultado do grande número de fontes envolvidas. Porém, alguns tipos de tráfego de fonte única como “*downloads*” e vídeo “*stream*” apresentam uma alta taxa média. Outros tipos de tráfego de dados de fonte única também podem ter uma alta taxa média, dependendo do comportamento da aplicação que está fazendo uso da rede. Por outro lado, a Taxa de Pico ( $p$ ) é mais afetada pelo comportamento da aplicação. Alterações abruptas no serviço geralmente geram elevadas taxas de pico.

O parâmetro coeficiente de surto ( $\beta$ ) possui importante significado, pois representa

magnitude da relação entre a taxa de pico e a taxa média. Observamos que o tráfego considerado pesado (*jamming*) geralmente possui alta taxa média e baixo coeficiente de surto.

O Coeficiente de Variabilidade ( $C_V$ ) é um parâmetro estatístico e expressa o grau de variação de um processo de tráfego, uma vez que é a razão do desvio padrão pela média. Esse parâmetro indica o padrão de variabilidade de cada arquivo de tráfego, e foi utilizado na otimização da banda efetiva a ser apresentada no Capítulo 5.

Os parâmetros Tamanho Máximo de Surto ( $L$ ) e Período Médio de Surto ( $\tau$ ) são fortemente afetados pelo comportamento em rajada ou surto do tráfego. O primeiro, em função da taxa de pico; enquanto o último é afetado pela taxa média.

O Índice de Dispersão (IDC) captura a variabilidade do tráfego em diferentes escalas de tempo. A obtenção de uma estimativa confiável do IDC não é uma tarefa trivial: há necessidade de ajustar adequadamente o intervalo de tempo da medida. É recomendado que o tamanho do bloco não seja superior a 10% do tamanho da amostra. Em geral, o tráfego agregado apresentou  $IDC$  superior ao tráfego de fonte única [122][123][124][125].

#### 4.5.2 Análise de auto-similaridade

Na estimação dos parâmetros que avaliam a auto-similaridade de um processo de tráfego, estimamos os parâmetros  $H$  e  $d$  por meio dos seguintes métodos: o parâmetro de Hurst foi avaliado mediante análise multiresolução baseada em “*Wavelets*” (MRA) [48][103][122] e método das Variâncias [6][93][121]; o parâmetro  $d$  foi analisado pelo método das Variâncias [6][93][122] e pelo método denominado Whittle [90][122].

Em geral, os arquivos de tráfego agregado analisados apresentaram valores do parâmetro de Hurst ( $H$ ) acima de  $1/2$ , ou seja, característica auto-similar apresentando dependência de longo prazo. Essa característica também ocorreu com os arquivos de tráfego de fonte única. No entanto, para os tráfegos de fonte única como FTP e “*streams*” de áudio e vídeo, os parâmetros  $H$  apresentados foram inferior a  $1/2$ .

Para analisar a auto-similaridade do tráfego, foi também avaliado neste estudo — além do parâmetro  $H$  — o parâmetro  $d$ , que aparece na série F-ARIMA. A finalidade de avaliar

também o parâmetro  $d$  é verificar se o processo auto-similar possui variância infinita. Processos auto-similares que possuem variância infinita não são adequadamente modelados pelos processos Gaussianos.

Os resultados da caracterização da auto-similaridade, apresentados na Tabela 4.2, foram feitos da seguinte forma: de posse dos valores estimados de  $H$  e  $d$  foi calculado o valor de  $\alpha$  usando a equação (2.16), apresentada no Capítulo 2. Como se pode observar na Tabela 4.2, os arquivos de tráfego de servidor, designados com a letra “S”, apresentam a característica de tráfego auto-similar com variância infinita. O método de alocação de banda efetiva para esse tipo de tráfego será apresentado no Capítulo 5.

**Tabela 4.2** – Valores estimados dos parâmetros  $H$  e  $d$ .

Arquivo	$H$	$d$	$d + \frac{1}{2}$	$\alpha$	Arquivo	$H$	$d$	$d + \frac{1}{2}$	$\alpha$
10_7_S_1	0,61	0,37	0,87	1,639344					
10_7_S_2	0,71	0,47	0,97	1,408451	4_7_I_3	0,66	0,20	0,70	1,515152
10_7_S_3	0,51	0,09	0,51	1,960784	4_7_I_4	0,80	0,21	0,71	1,25
10_7_S_4	0,75	0,09	0,51	1,333333	4_7_I_5	0,74	0,19	0,69	1,351351
5_7_S_1	0,46	0,37	0,87	2,173913	4_7_I_6	0,68	0,20	0,70	1,470588
5_7_S_2	0,58	0,41	0,97	1,724138	4_7_I_7	0,69	0,20	0,70	1,449275
5_7_S_3	0,52	0,36	0,86	1,923077	4_7_I_8	0,77	0,21	0,71	1,298701
5_7_S_4	0,49	0,48	0,98	2,040816	4_7_I_9	0,81	0,27	0,77	1,234568
5_7_S_5	0,49	0,48	0,98	2,040816	4_7_I_10	0,69	0,18	0,68	1,449275
5_7_S_6	0,52	0,42	0,92	1,923077	3_7_R_1	0,66	0,17	0,67	1,515152
3_7_I_1	0,71	0,21	0,71	1,408451	3_7_R_4	0,67	0,18	0,68	1,492537
3_7_I_2	0,64	0,18	0,68	1,5625	3_7_R_7	0,64	0,15	0,65	1,5625
3_7_I_3	0,77	0,18	0,68	1,298701	4_7_R_1	0,63	0,19	0,69	1,587302
3_7_I_4	0,60	0,22	0,72	1,666667	4_7_R_2	0,66	0,21	0,71	1,515152
3_7_I_5	0,71	0,21	0,71	1,408451	4_7_R_3	0,62	0,16	0,66	1,612903
4_7_I_1	0,77	0,20	0,70	1,298701	4_7_R_4	0,62	0,21	0,71	1,612903
4_7_I_2	0,74	0,19	0,69	1,351351	4_7_R_5	0,64	0,14	0,64	1,5625

### 4.5.3 Análise multifractal

A análise do espectro *multifractal* permite quantificar e caracterizar os tipos de singularidades em um processo, medindo o seu grau de linearidade. Quando as singularidades são de apenas um tipo, temos o caso de um processo *monofractal*, ou seja, temos um fractal linear. Contudo, se o sinal apresenta vários tipos de singularidades, geralmente formando uma estrutura heterogênea, temos um processo não linear caracterizado como *multifractal*. Exemplos clássicos da física na geração de processos *multifractais* são: a equação de Navier-Stokes da dinâmica dos fluídos [156] e processos binomiais multiplicativos oriundos de turbulência [84]. A Figura 2.7, apresentada no Capítulo 5 desta tese, mostrou o espectro *multifractal* da física do estado sólido para uma função de onda crítica com  $\alpha_0 = 2,30 \pm 0,05$ ,  $\alpha_{\min} = 1,1 \pm 0,1$  e  $\alpha_{\max} = 3,5 \pm 0,2$  [85], que é um exemplo típico dessa característica não linear [17][52][84][109][136][139][140][142][145].

Desde a publicação, em 1996, do artigo de Taqqu, Teverovsky e Willinger intitulado: “*Is the Network Traffic Self-Similar or multifractal?*” [89], muita discussão e investigação sobre esse assunto têm sido feitas [1][10][11][140]. Taqqu [89] concluiu que, em geral, o modelo auto-similar é adequado para os tráfegos de LAN e WAN, exceto quando o nível de agregação não é significativo. Além disso, autores como Rudolf Riedi e Jacques Lévy Véhel [140] mostraram características *multifractais* em tráfego TCP, e, ainda, A. Feldmann, A. Gilbert, e W. Willinger [10][11] demonstraram comportamento *multifractal* no tráfego de rede por meio do fenômeno de escala.

A característica *multifractal* pode ser observada através da forma do espectro multifractal, conforme já apresentado no Capítulo 2. Lembramos que no caso *multifractal*, o espectro apresenta uma forma parabólica côncava, com as seguintes características:

- O espectro toca a linha bissetora entre os eixos  $f(\alpha)$  e  $\alpha(t)$ .
- $f(\alpha) \leq \alpha(t)$ , para todo  $\alpha(t)$ .
- $f(\alpha) \leq D_0$ , para todo  $\alpha(t)$ .

onde  $D_0 = f(\alpha_0)$  que é necessariamente o valor máximo de  $f(\alpha)$  [139].

Neste trabalho para efetuar a análise *multifractal* dos arquivos de tráfego real, utilizamos a ferramenta desenvolvida pelo INRIA, denominada “FRACLAB” [45], que é baseada no formalismo fractal fraco e utiliza o espectro de Legendre. Com a finalidade de estimação do parâmetro de Hurst, utilizamos os métodos das variâncias e a análise multiresolução baseada em transformada *wavelet* discreta [122].

Como exemplo, apresentamos a seguir as Figuras 4.3, 4.4, 4.5, 4.6, 4.7 e 4.8, que mostram os resultados do espectro de Legendre estimados pelo FRACLAB [45] dos seguintes arquivos de tráfego: 10\_7\_S\_2 e 10\_7\_S\_3 de servidor, 3\_7\_I\_1 e 3\_7\_I\_2 de Internet, e ainda 3\_7\_R\_1 e 3\_7\_R\_4 de dados corporativos, respectivamente.

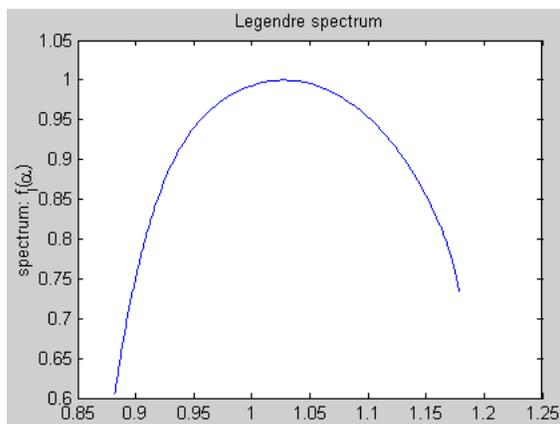


Figura 4.3: tráfego servidor 10\_7\_S\_2

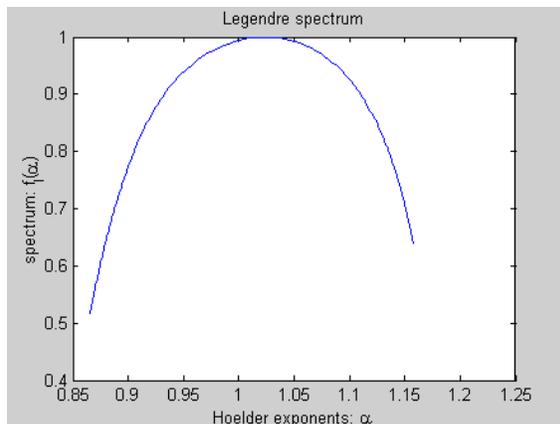


Figura 4.4: tráfego servidor 10\_7\_S\_3

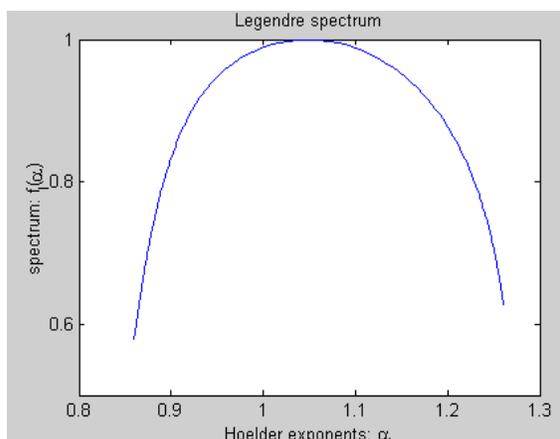


Figura 4.5: tráfego servidor 3\_7\_I\_1

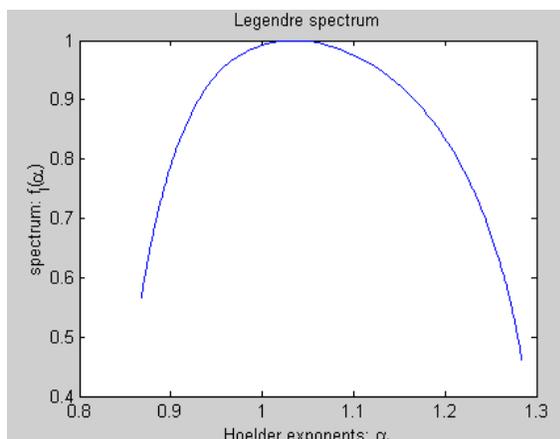


Figura 4.6: tráfego servidor 3\_7\_I\_2

De acordo com a interpretação encontrada na literatura [10][11][84][118][123][138][140], e com a análise do espectro de Legendre, observa-se a característica *multifractal*

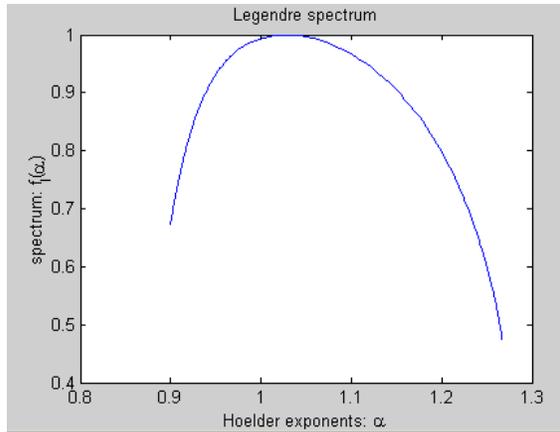


Figura 4.7: tráfego servidor 3\_7\_R\_1

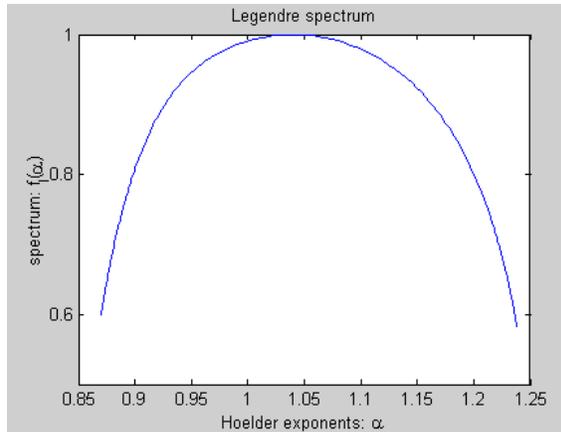


Figura 4.8: tráfego servidor 3\_7\_R\_4

nos referidos arquivos de tráfego determinada pelo comportamento não linear e a forma do espectro, obedecendo aos critérios de análise apresentados nesta seção.

A Tabela 4.3 apresenta os valores dos expoentes de Hölder, bem como o valor do parâmetro de Hurst estimado pelo método *wavelets* e variância, dos arquivos de tráfegos apresentados nas Figuras 4.3 a 4.8.

Tabela 4.3 – Dados da caracterização fractal do tráfego.

Arquivo de tráfego	$H$ ( <i>wavelets</i> )	$H$ (variância)	$\alpha_0$	$\alpha_{\min}$	$\alpha_{\max}$
10_7_S_2	0,705164012	0,608891996	1,03	0,88	1,18
10_7_S_3	0,508470743	0,566304038	1,03	0,86	1,16
3_7_I_1	0,708487071	0,689822629	1,05	0,86	1,26
3_7_I_2	0,638984804	0,710435729	1,02	0,86	1,28
3_7_R_1	0,663616713	0,612690403	1,02	0,90	1,27
3_7_R_4	0,670757133	0,630529664	1,05	0,86	1,24

Observa-se que, embora os arquivos tenham apresentado um comportamento que indicam a característica “*multifractal*”, através dos resultados obtidos no FRACLAB [45] (Figuras 4.3 a 4.8), os valores do parâmetro  $H$  indicam simultaneamente um comportamento auto-similar, ou seja, “*monofractal*” [61][67][68][73][74][75][113][155]. Ainda, em termos de análise do espectro multifractal [112], baseados nos resultados apresenta-

dos no Apêndice II deste estudo, podemos acrescentar que foram avaliados os expoentes de Hölder ( $\alpha$ ) máximo, mínimo, médio, e largura do espectro ( $w$ ) dos seguintes tipos de tráfego, resumidos pelos dos valores médios na Tabela 4.4:

**Tabela 4.4** – Resumo expoentes de Hölder.

<b>Tipo de Tráfego</b>	$\alpha_{\min}$	$\alpha_{\max}$	$w$
Agregado Servidor	0,854	1,167	0,313
Agregado Internet	0,905	1,298	0,394
Agregado Dados Corporativo	0,892	1,257	0,365
Fonte única Dados FTP	0,95	1,287	0,337
“ <i>stream</i> ” de Áudio e Vídeo	0,946	1,229	0,277
Fonte única Dados	0,8706	1,174	0,303

Por meio da simples análise dos parâmetros  $\alpha_{\min}$ ,  $\alpha_{\max}$ , e  $w$  dos vários arquivos tipos de tráfego avaliados, não foram verificadas diferenças significativas. A forma do espectro multifractal pode variar para o mesmo tipo de tráfego. Por exemplo, o tráfego agregado de servidor apresentou forma assimétrica para a esquerda e aproximadamente simétrica. O tráfego agregado de Internet apresentou forma assimétrica para a direita e também aproximadamente simétrica.

Os arquivos de tráfego de fonte única como FTP e *stream* de áudio e vídeo, apresentaram espectro com forma assimétrica para a direita. Contudo o tráfego de dados de fonte única mostrou-se assimétrico para a esquerda ou aproximadamente simétrico [45].

De acordo com a análise *multifractal* efetuada, podemos concluir, de fato, que a caracterização exata para se determinar se determinado tráfego é *monofractal* (parâmetro de Hurst) ou *multifractal* (expoentes de Hölder), mesmo considerando as metodologias existentes, não é uma tarefa trivial. O resultado depende de como e onde se está observando o conjunto de expoentes  $\alpha(t)$ , e de como o resultado será aplicado [1][10][26][27].

De acordo com P. Mannersalo e Ilkka Norros [109], o tráfego real de dados parece adaptar-se bem ao modelo *multifractal* em muitas escalas de resolução; todavia, deve-se ter muito cuidado ao se aplicar tal modelo.

Riedi e Willinger [113] sugerem que o comportamento *multifractal* detectado no trá-

fego WAN pode coexistir com característica auto-similar, ou seja, no nível microscópico processo multiplicativo e no nível macroscópico processo aditivo. Feldmann [10] apresenta evidências de uma complicada mistura de componentes aditivos e multiplicativos dentro das sessões TCP. Adicionalmente, sugere que a transição da escala *multifractal* para a auto-similar ocorre tipicamente na ordem do tempo de viagem do pacote na rede considerada (*round-trip delay*).

Fundamentados em extensivos testes de caracterização de tráfego real [122][123][124][125], somos de opinião que tão importante quanto saber se um determinado tráfego possui comportamento *monofractal* ou *multifractal* é saber onde cada modelo pode ser aplicado mais apropriadamente. Como mencionado anteriormente, o modelo *multifractal* está relacionado com intervalos de tempos muito pequenos — comportamento local esse que possui grande importância na alocação dinâmica em uma situação em tempo real, por exemplo.

Como podemos constatar, o modelo *monofractal* fundamentado somente no parâmetro de Hurst pode não ser suficiente para descrever certos tipos de eventos que ocorrem no tráfego. Por outro lado, o modelo *multifractal* baseado em um conjunto de expoentes de Hölder e na análise do espectro *multifractal*, dependendo da aplicação, pode não ser de grande valia; nesse caso, podemos citar situações que exijam uma análise em uma escala de tempo maior como, por exemplo, no nível de dimensionamento de elementos de rede e enlaces de comunicação [14].

#### 4.5.4 Análise de correlação

O objetivo da análise de correlação entre os diferentes parâmetros de tráfego é identificar aqueles que apresentam algum nível de correlação entre si, possibilitando caracterizar a diferença entre arquivos de fonte única e arquivos de tráfego agregado. As tabelas 4.5, 4.6, 4.7, 4.8, 4.9 e 4.10 resumem os principais resultados obtidos sobre o comportamento do Coeficiente de Correlação entre os parâmetros de tráfego para os arquivos de tráfego de Servidor, Internet, Roteador, Dados FTP, “*stream*” de Áudio e Vídeo e Dados, respectivamente.

Por meio da análise das Tabelas 4.5, 4.6, 4.7, 4.8, 4.9 e 4.10 podemos verificar principalmente a presença de correlação entre os seguintes parâmetros:

**Tabela 4.5** – Coeficiente de Correlação para Tráfego Agregado de Servidor.

Coefficiente de Correlação	$r$	$p$	$\beta$	$C_V$	$L$	$IDC$	$\tau$	$H$	$\hat{H}$
$r$		0,4067	-0,964	-0,262	0,999	-0,894	0,482		
$p$	0,4067		-0,191	0,053	0,407	-0,312	0,366	-0,220	0,127
$\beta$	-0,964	-0,191			-0,964			0,264	-0,562
$C_V$	-0,262	0,053							
$L$	0,999	0,407	-0,964				0,482	-0,334	0,537
$IDC$	-0,894	-0,312			0,482				
$\tau$	0,482	0,366							
$H$		-0,220	0,264		-0,334				
$\hat{H}$		0,127	-0,562		0,537				

**Tabela 4.6** – Coeficiente de Correlação para Tráfego Agregado de Internet.

Coefficiente de Correlação	$r$	$p$	$\beta$	$C_V$	$L$	$IDC$	$\tau$	$H$	$\hat{H}$
$r$		-0,327	-0,406	0,499	0,799	0,793	-0,893		
$p$	-0,327		0,996	-0,142	-0,829	-0,155	0,266		-0,017
$\beta$	-0,406	0,996			-0,873			-0,402	-0,057
$C_V$	0,499	-0,142							
$L$	0,799	-0,829	-0,873				-0,696	0,522	0,329
$IDC$	0,793	-0,155							
$\tau$	-0,893	0,266			-0,696				
$H$			-0,402		0,522				
$\hat{H}$		-0,017	-0,057		0,329				

**Tabela 4.7** – Coeficiente de Correlação para Tráfego Agregado de Corporativo.

Coefficiente de Correlação	$r$	$p$	$\beta$	$C_V$	$L$	$IDC$	$\tau$	$H$	$\hat{H}$
$r$		-0,156	-0,988	0,117	0,999	-0,454	-0,897		
$p$	-0,156		0,190	0,207	-0,155	0,211	0,179		-0,245
$\beta$	-0,988	0,190			-0,988				-0,419
$C_V$	0,117	0,207							
$L$	0,999	-0,155	-0,988				-0,897	0,991	0,463
$IDC$	-0,454	0,211							
$\tau$	-0,897	0,179			-0,897				
$H$					0,991				
$\hat{H}$		-0,245	-0,419		0,463				

**Tabela 4.8** – Coeficiente de Correlação para Tráfego Fonte Única FTP.

Coeficiente de Correlação	$r$	$p$	$\beta$	$C_V$	$L$	$IDC$	$\tau$	$H$	$\hat{H}$
$r$		0,714	-0,209	0,453	-0,997	0,698	-0,576		
$p$	0,714		0,534	-0,144	-0,713	0,988	-0,881	0,812	0,822
$\beta$	-0,209	0,534			0,208			-0,059	0,067
$C_V$	0,453	-0,144							
$L$	-0,997	-0,713	0,208				0,582	-0,987	-0,896
$IDC$	0,698	0,988							
$\tau$	-0,576	-0,881			0,582				
$H$		0,812	-0,059		-0,987				
$\hat{H}$		0,822	0,067		-0,896				

**Tabela 4.9** – Coeficiente de Correlação para Tráfego fonte Única Audio e Vídeo.

Coeficiente de Correlação	$r$	$p$	$\beta$	$C_V$	$L$	$IDC$	$\tau$	$H$	$\hat{H}$
$r$		-0,364	-0,718	0,179	-0,299	-0,214	-0,637		
$p$	-0,364		0,906	-0,252	-0,285	0,028		0,503	0,248
$\beta$	-0,718	0,906			-0,096			0,684	0,117
$C_V$	0,179	-0,252							
$L$	-0,299	-0,285	-0,096				-0,117	-0,284	-0,649
$IDC$	-0,214	0,028							
$\tau$	-0,637				-0,117				
$H$		0,503	0,684		-0,284				
$\hat{H}$		0,248	0,117		-0,649				

**Tabela 4.10** – Coeficiente de Correlação para Tráfego fonte Única de Dados.

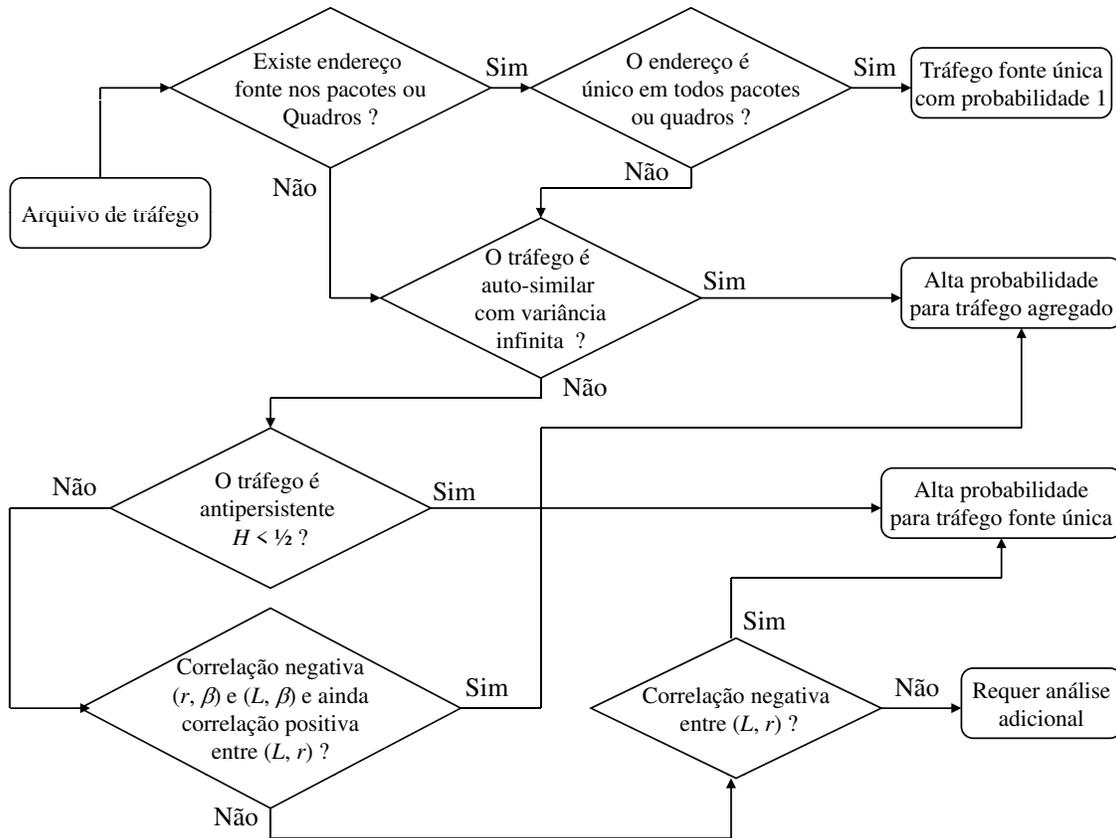
Coeficiente de Correlação	$r$	$p$	$\beta$	$C_V$	$L$	$IDC$	$\tau$	$H$	$\hat{H}$
$r$		0,979	0,941	0,317	- 0,136	- 0,019	0,747		
$p$	0,979		0,967	0,348		- 0,049	0,808	- 0,692	- 0,475
$\beta$	0,941	0,967		- 0,393				- 0,541	- 0,571
$C_V$	0,317	0,348	- 0,393						
$L$	- 0,136						- 0,188	- 0,352	0,573
$IDC$	- 0,019	- 0,049							
$\tau$	0,747	0,808			- 0,188				
$H$		- 0,692	- 0,541		- 0,352				
$\hat{H}$		- 0,475	- 0,571		0,573				

- Taxa Média ( $r$ ) possui forte correlação positiva com o parâmetro Tamanho Máximo de Surto ( $L$ ) para todos os tipos de tráfego agregado. No entanto, verificamos a presença de uma correlação negativa entre os mesmos parâmetros para os arquivos de tráfego de fonte única. A Taxa Média ( $r$ ) é fortemente correlacionada negativamente com o parâmetro Coeficiente de Surto ( $\beta$ ) para tráfego agregado. A Taxa Média ( $r$ ) também é fortemente correlacionada negativamente com o Período Médio de Surto ( $\tau$ ) para tráfego agregado de Internet e roteador (Dados Corporativo) [125].
- Podemos observar que a Taxa de pico ( $p$ ) é fortemente correlacionada negativamente com o parâmetro Tamanho Máximo de Surto ( $L$ ) para todos os casos. Ao contrário, a Taxa de pico ( $p$ ) é fortemente correlacionada positivamente com o coeficiente de surto ( $\beta$ ), exceto para tráfego agregado de servidor. Ao mesmo tempo, o coeficiente de surto ( $\beta$ ) apresenta uma forte correlação negativa com o parâmetro Tamanho Máximo de Surto ( $L$ ) para todos os tipos de tráfego agregados analisados [125].
- Para tráfego de fonte única foi verificada forte correlação negativa entre os parâmetros de Hurst ( $H$ ) e Tamanho Máximo de Surto ( $L$ ).
- Ficou constatado que o Coeficiente de Variabilidade ( $C_V$ ) não apresentou correlação significativa com os demais parâmetros analisados.

Com base nas observações efetuadas, pode-se concluir:

- O tráfego que possui Taxa Média alta e baixo Coeficiente de Surto possui alta probabilidade de ser do tipo agregado.
- O tráfego agregado apresenta forte correlação positiva entre a Taxa Média ( $r$ ) e Tamanho Máximo de Surto ( $L$ ).
- O tráfego agregado apresenta correlação negativa do parâmetro Coeficiente de Surto ( $\beta$ ) com os parâmetros Taxa Média ( $r$ ) e Tamanho Máximo de Surto ( $L$ ).
- O tráfego de fonte única apresenta uma forte correlação negativa entre Taxa Média ( $r$ ) e Tamanho Máximo de Surto ( $L$ ).

Fundamentado nas análises dos parâmetros de caracterização de tráfego apresentados neste Capítulo e na análise de correlação apresentada entre esses parâmetros, propomos o algoritmo apresentado no diagrama da Figura 4.9, destinado a verificar de forma simplificada e prática se um arquivo de tráfego é originado de uma fonte única ou de um tráfego agregado.



**Figura 4.9:** Algoritmo para verificar se um arquivo de tráfego é originado de uma fonte única de um tráfego agregado

## 4.6 Conclusões

O principal objetivo deste capítulo foi apresentar uma breve introdução sobre alguns aspectos e características do tráfego encontrado nas redes de telecomunicações de forma a subsidiar a solução de estimação da banda efetiva a ser proposta no Capítulo 5. Também foram introduzidos os conceitos de tráfego de fonte única e de tráfego agregado, bem como

alguns resultados sobre a caracterização de alguns parâmetros utilizados usualmente em engenharia de tráfego. Finalmente, é proposta uma análise de correlação de parâmetros com a finalidade de identificar a diferença entre tráfego agregado e tráfego de fonte única.

Por meio da análise *multifractal* e da análise da auto-similaridade, verificamos que a simples identificação do tráfego — se é *mono* ou *multifractal* — não é suficiente em termos de estimação da banda efetiva. O mais importante é quantificar o nível desses comportamentos. E ainda, deve-se ter muito cuidado com relação a onde aplicar cada modelo.

Tendo os processos auto-similares como referência, verificamos que os tráfegos agregados geralmente apresentam parâmetro de Hurst superior a 0,5. No entanto, arquivos de tráfego oriundo de fonte única, tais como FTP e streams de áudio e vídeo, geralmente apresentam  $H$  menor que 0,5.

Ainda com relação ao tráfego agregado, a presença da característica auto-similar com variância infinita foi verificada somente em arquivos de tráfego agregado tipo Servidor. Não encontramos essa característica em nenhum arquivo de tráfego de fonte única.

Finalmente, a análise do coeficiente de correlação de alguns parâmetros de tráfego permitiu verificar que é possível inferir com alguma certeza se um arquivo de tráfego é oriundo de fonte agregada ou de fonte única. Para tanto, apresentamos um algoritmo, de forma simplificada e prática, para verificar se um arquivo de tráfego é originado de uma fonte única ou de um tráfego agregado.

## Capítulo 5

### A Estimação da Banda Efetiva

Este capítulo é dedicado ao estudo da “alocação da banda efetiva” para um determinado tráfego. Quando consideramos a questão de “qualidade de serviço” [13], o estudo da estimação da banda efetiva [46] é crucial, em termos do dimensionamento de recursos de rede e também no tratamento do tráfego. A finalidade deste trabalho, baseado na caracterização do tráfego incluindo a análise *mono* e *multifractal*, é fornecer uma solução, a mais ampla possível, para o problema de alocação de banda abrangendo os diversos tipos de tráfego transportados pelas redes de comunicações de hoje em dia.

Dentre os diversos desafios existentes para garantir QoS [13][16][88] em uma rede de comunicações, estimar a banda efetiva o mais precisamente possível é, sem dúvida, o que mais se destaca. De forma simplificada podemos dizer que a banda efetiva é uma taxa de transmissão de informação, em geral com valor entre a taxa média e a taxa de pico, que atende aos requisitos de QoS estabelecidos a priori para servir a determinado tráfego [46]. O conceito de banda efetiva pode ser aplicado a uma conexão, fluxo ou agregado de tráfego com mesmos requisitos de QoS. É importante salientar que a banda efetiva é uma medida que depende do modelo de tráfego, da disciplina da fila e dos critérios de desempenho adotados. Para efetuar essa estimação, foram desenvolvidos, nos últimos anos, vários métodos baseados em diversas técnicas e abordagens, tais como: probabilidade de perda de pacotes [47][58], atraso fim a fim [69], redes neurais [147], lógica nebulosa [119], mapas caóticos [106] e teoria de jogos [51].

No Capítulo 2 desta tese, foram apresentadas as principais características e conceitos da teoria Fractal [18], incluindo os processos *mono*, *multifractal* [11][26][68], processos

auto-similares com variância infinita [91][92] e o conceito de escala [1]. Também foram destacados os possíveis reflexos desses comportamentos no desempenho das redes, em função da forte natureza estocástica desses processos. Constatou-se, com base nas análises apresentadas no Capítulo 4, que o preciso diagnóstico sobre o comportamento fractal de um determinado tráfego de redes (se o mesmo apresenta as características *mono* ou *multifractal*) não é uma tarefa simples. Além disso, mesmo em escalas de tempo maiores, a utilização do parâmetro de Hurst não representa adequadamente o impacto do tráfego nos *buffers* em todos os casos, principalmente quando o processo de tráfego apresenta a característica antipersistente, também chamado de dependência negativa (quando  $H < 0,5$ ). A mesma análise permite ratificar que a caracterização do tráfego, a mais detalhada possível, torna-se um item indispensável a ser considerado nos métodos para a estimação da banda efetiva.

O objetivo deste capítulo é propor um método para estimação da banda efetiva que considere os diversos aspectos já abordados sobre caracterização de tráfego, permitindo uma melhor alocação de recursos a fim de aprimorar o planejamento e projeto de redes.

Para propor uma solução de estimação de banda efetiva, além do emprego dos usuais parâmetros de caracterização de tráfego, incluindo a análise do comportamento fractal, é necessário que o grau desse comportamento seja quantificado. Portanto, com a finalidade exclusiva de estimação da banda efetiva, introduzimos um novo parâmetro de tráfego denominado Estimador Fractal Restrito. Esse parâmetro pretende sozinho, em situações específicas, representar simultaneamente o impacto das características *mono* e *multifractal* do tráfego, não tendo por objetivo determinar se o tráfego é *mono* ou *multifractal*. Nossa metodologia utiliza também os já bem conhecidos parâmetros de auto-similaridade  $H$  e  $d$  (parâmetro de Hurst e parâmetro diferenciação do modelo F-ARIMA, respectivamente) [68], e considera os expoentes de Hölder extraídos do espectro *multifractal* [62] [63]. Adicionalmente, baseados no trabalho de N. Laskin, I. Lambadaris, F. Harmantzis e M. Devetsikiotis, intitulado “*Fractional Lévy Motion and its Application to Network Traffic Modeling*” [44][101], complementamos nosso método de estimação da banda efetiva considerando os processos auto-similares com variância infinita. Para validar os resultados obtidos, utilizamos métodos analíticos, heurísticos e de simulação.

Este capítulo está organizado da seguinte forma. Na seção 5.1, apresentamos o método geral para estimação da banda efetiva. Os resultados experimentais desse método são mostrados na seção 5.2. Na seção 5.3, abordamos o caso de estimação da banda efetiva para tráfego auto-similar com variância infinita. Finalmente, na seção 5.4, concluimos.

## 5.1 Método geral para estimação da banda efetiva

Nesta seção, fundamentados nos métodos de estimação de banda efetiva propostos por Ilkka Norros [58][59], para tráfego agregado; George Kesidis e Jean Walrand [47], baseado em modelos Markovianos; e na extensão do fBm, concebida por Jacques Lévy Véhel e Romain François Peltier [138], apresentamos nossa proposta para a estimação da banda efetiva.

### 5.1.1 Definição de banda efetiva

Sejam  $X_1, X_2, \dots, X_n$  variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas com uma função geradora de momentos logarítmica comum  $M(\theta)$  (equação (3.12) do Capítulo 3). Considere que  $X$  representa a quantidade de tráfego gerada por uma determinada fonte no intervalo de tempo  $[0, t]$ , e ainda que,  $X$  possui incrementos estacionários. A banda efetiva [46] dessa fonte de tráfego é definida pela expressão:

$$c(\theta, t) = \frac{1}{\theta t} \log E \{ e^{\theta X_{[0,t]}} \} \quad 0 < \theta, t < \infty, \quad (5.1)$$

possuindo as seguintes propriedades:

- Se  $X_{[0,t]}$  possui incrementos independentes então  $c(\theta, t)$  não depende de  $t$ .
- Se  $X_{[0,t]} = Xt$  para  $t > 0$ , então  $c(\theta, t) = c(\theta t, 1)$ .
- Se  $X_{[0,t]} = \sum_i X_i[0, t]$ , onde  $X_i[0, t]$  são independentes, então  $c(\theta, t) = \sum_i c_i(\theta, t)$ .
- Para qualquer valor fixo de  $t$ , com  $c(\theta, t)$  crescente em  $\theta$ , a banda efetiva resultará em um valor entre a taxa de pico e a taxa média, ou seja,  $\frac{EX_{[0,t]}}{t} \leq c(\theta, t) \leq \frac{\bar{X}_{[0,t]}}{t}$  onde  $\bar{X}_{[0,t]} = \sup \{ x : P \{ X_{[0,t]} > x \} > 0 \}$ .

### 5.1.2 Estimação da banda efetiva para tráfego agregado

Mandelbrot e Van Ness introduziram, em 1968 [68], o processo estocástico Gaussiano auto-similar  $Z_t$ ,  $t \in (-\infty, \infty)$ , denominado movimento Browniano fracionário (fBm), com parâmetro de Hurst  $H \in [1/2, 1)$ , com as seguintes propriedades:

- $Z_t$  possui incrementos estacionários;
- $Z_0 = 0$ , e  $EZ_t = 0$  para todo  $t$ ;
- $EZ_t^2 = |t|^{2H}$  para todo  $t$ ;
- $Z_t$  possui caminhos contínuos;
- $Z_t$  é Gaussiano, ou seja, todas as suas distribuições marginais dimensionais finitas são Gaussianas [57][137].

$Z_t$  pode também ser definido como a seguinte integral estocástica para  $t > 0$ :

$$Z_t = \frac{1}{\Gamma(H + 1/2)} \left( \int_{-\infty}^0 ((t-s)^{H-1/2} - (-s)^{H-1/2}) dW(s) + \int_0^t (t-s)^{H-1/2} dW(s) \right), \quad (5.2)$$

onde  $W$  denota um processo Wiener definido em  $(-\infty, +\infty)$  e  $\Gamma$  denota função Gama [96].

Baseado na aproximação Gaussiana e no processo  $(Z_t)$ , Ilkka Norros [58][59] propôs o seguinte modelo para tráfego agregado com comportamento auto-similar:

$$A_t = rt + \sqrt{ar}Z_t \quad (t \in (-\infty, \infty)), \quad (5.3)$$

onde  $A_t$  é um processo de tráfego Browniano fracionário com os seguintes parâmetros de entrada:  $r$ ,  $a$  e  $H$ , denotando a taxa média, “*peakedness*” e o parâmetro de Hurst, respectivamente. Para esse modelo de tráfego, Norros derivou a equação (5.4) para estimação da banda efetiva  $C$  [58][59]:

$$C = r + \left( k(H) \sqrt{-2 \ln P(X > b)} \right)^{1/H} a^{1/(2H)} b^{-(1-H)/H} r^{1/(2H)}, \quad (5.4)$$

sendo  $k(H) = H^H(1-H)^{1-H}$ ,  $b$  o tamanho do *buffer* e  $P\{X > b\}$  a probabilidade de perda.

Jacques Lévy Véhel e Romain François Peltier introduziram uma extensão do fBm chamada “movimento Browniano multifracionário” (*Multifractional Brownian Motion - mBm*). De forma simplificada, podemos dizer que o mBm é um fBm onde o parâmetro de Hurst  $H$  não mais é constante, mas sim variável, denotado por  $H(t)$  ou  $H_t$ . Os autores mostram que  $H_t$  e  $2 - H_t$  são, de fato, o expoente de Hölder local e a dimensão de Hausdorff no instante  $t$ , respectivamente [137]. Sabemos que  $H_t$  depende da medida dos expoentes de Hölder, e que, se todos os expoentes forem iguais, teremos um processo auto-similar bem representado pelo parâmetro  $H$ .

Jacques Lévy Véhel definiu o movimento Browniano “multifracionário” com parâmetro  $H_t$ , com  $t \geq 0$  a seguinte função aleatória representada por  $V_t$ , considerando  $H : (0, \infty) \rightarrow (0, 1)$  uma função de Hölder com um expoente  $\beta > 0$ :

$$V_t = \frac{1}{\Gamma(H_t + 1/2)} \left( \int_{-\infty}^0 ((t-s)^{H_t-1/2} - (-s)^{H_t-1/2}) dW(s) + \int_0^t (t-s)^{H_t-1/2} dW(s) \right), \quad (5.5)$$

onde  $W$  denota um processo Wiener e a integração é tomada em termos da média quadrática [137].

As principais propriedades do mBm são as seguintes [137]:

- $V_t$  é um processo contínuo;
- Para  $H_t < \beta$  para todo  $t$ , existe sempre a seguinte dimensão com probabilidade 1:

$$\dim_H \{(t, V_t) : t \in [a, b]\} = 2 - \min \{H_t, t \in [a, b]\}; \quad (5.6)$$

- O expoente de Hölder de  $V_t$  em  $t$  é  $H_t$  com  $H_t < \beta$  para todo  $t$ .

Considerando o modelo de tráfego proposto por Norros (5.3), por analogia, adotamos o mesmo para o processo mBm:

$$B_t = rt + \sqrt{ar}V_t \quad (t \in (-\infty, \infty)), \quad (5.7)$$

onde  $B_t$  é o processo de tráfego Browniano multifracionário com parâmetros de entrada  $r$ ,  $a$  e  $H_t$ , sendo taxa média, “peakedness” e o parâmetro  $H$  variável no tempo, respectivamente. Também por analogia, a banda efetiva para o processo de tráfego  $B_t$ , no instante de tempo  $t$ , poderia ser estimada por meio da equação (5.4) substituindo-se  $H$  por  $H_t$ .

### 5.1.3 Estimação da banda efetiva para tráfego com baixo nível de agregação ou fonte única

Em cenários onde os níveis de agregação não são significativos — como em uma rede de acesso, por exemplo — não podemos utilizar o modelo proposto por Norros, uma vez que a aproximação Gaussiana não seria válida. Nesse caso, utilizaremos a solução proposta por George Kesidis, Jean Walrand, e Cheng-Shan Chang [47]. Esse método usa o modelo MMPP (*Markov-Modulated Poisson Process*), onde os pacotes são gerados de acordo com um processo de Poisson com taxa  $\lambda$ , que é função de uma cadeia de Markov de tempo contínuo. Nesse caso modelamos o tráfego como MMPP (*on, off*), onde  $T_{on}$  e  $T_{off}$  são os tempos médios em cada estado. Assim, teremos a seguinte estimativa de banda efetiva  $c$  dada por (5.8)

$$c = \alpha + \sqrt{\alpha^2 + \beta}, \quad (5.8)$$

onde

$$\alpha = \frac{1}{2\delta} \left( (e^\delta - 1) p - \frac{1}{T_{on}} - \frac{1}{T_{off}} \right) \quad (5.9)$$

e

$$\beta = \frac{p}{\delta T_{off}} \frac{(e^\delta - 1)}{\delta^2}, \quad (5.10)$$

onde  $p$  é a taxa de pico, e  $\delta$  é a função taxa representando o decaimento da cauda da função distribuição de ocupação do *buffer*. Para o modelo fluido Markoviano, teremos:

$$\alpha = \frac{1}{2\delta} \left( \delta p - \frac{1}{T_{on}} - \frac{1}{T_{off}} \right) \quad (5.11)$$

$$\beta = \frac{p}{\delta T_{off}}. \quad (5.12)$$

Em seu trabalho, Kesidis usou como probabilidade de perda o resultado obtido por Glynn e Whitt [147]. Neste estudo, utilizamos a generalização do resultado de Glynn e Whitt [104] proposta por Duffield e O'Connell [98], onde  $P\{X > b\}$  satisfaz o Princípio dos Grandes Desvios [5][7] por meio das equações (5.13) e (5.14):

$$\lim_{b \rightarrow \infty} b^{-2(1-H)} \ln P(X > b) = -a^{-2(1-H)}(a + C)^2/2, \quad (5.13)$$

onde  $a = C/H - C$ , com  $0,5 < H < 1$ , e  $C$  é a taxa de serviço.  $H$  é o parâmetro de Hurst.

A 5.13 pode ser aproximada para

$$P\{X > B\} \leq \exp(-\delta b^{2(1-H)}), \quad (5.14)$$

onde  $\delta = -a^{-2(1-H)}(a - C)^2/2 > 0$  que é largamente utilizada para representar fontes com características de dependência de longo prazo [38][40]. Analogamente ao tráfego agregado, podemos estimar a banda efetiva com base no modelo fluido Markoviano, no instante de tempo  $t$ , também por meio da equação (5.14) substituindo-se  $H$  por  $H_t$ .

Ocorre que a substituição de  $H$  por  $H_t$ , no caso das equações (5.4) e (5.8) para a estimação da banda efetiva, pode tornar-se uma tarefa muito complicada e árdua em função da característica de grande variação do parâmetro de Hölder em um processo *multifractal*. Além disso, o resultado alcançado seria valido somente para o instante  $t$ .

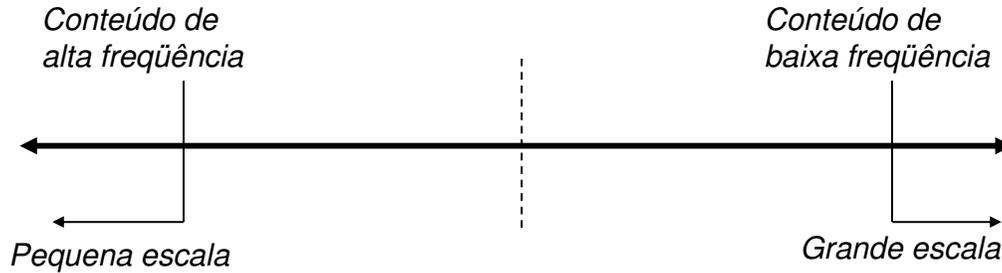
### 5.1.4 Estimador Fractal Restrito

#### 5.1.4.1 Introdução

Fundamentado nos estudos apresentados na literatura e em exaustivas análises de tráfego (veja Capítulo 4, Seção 4.5), constatamos que a precisa caracterização de um determinado tráfego, seja ele *mono* ou *multifractal*, não é trivial. Também verificamos que em um mesmo processo de tráfego podem coexistir, em uma complicada mistura, processos aditivos e multiplicativos em determinados intervalos de tempo, originando simultaneamente comportamentos *mono* e *multifractal*. É plausível admitir que determinado comportamento seja preponderante, ou que pelo menos um terá uma contribuição mais significativa do que o outro, dependendo de como e onde queremos aplicar esse resultado, em termos de alocação de banda efetiva. Contudo, a maioria dos processos reais não possui essa característica, mas sim um comportamento decorrente de uma mistura.

Para o caso de aplicações em tempo real, considerando pequenos intervalos de tempo, a informação local é dada pelo expoente de Hölder em cada ponto. Nesse caso, a caracterização *multifractal* (o uso expoente de Hölder local como  $H_t$ ) para a estimação da banda efetiva, parece mais adequada. Por outro lado, vários estudos de tráfego têm demonstrado que em grandes escalas de tempo o comportamento predominante no tráfego de redes é o *monofractal* (auto-similar), onde  $\alpha_t \rightarrow H$ . Feldmann, Gilbert e Willinger [10] afirmam que em janelas de tempo acima de 500 msec o tráfego apresentam-se como auto-similar. E ainda, Riedi e Willinger [113] sugerem que a transição do comportamento *multifractal* para o *monofractal* ocorre em torno do tempo de “*round-trip time*”. A Figura 5.1 representa a

possível janela de tempo, onde a caracterização fractal é difícil de ser determinada. Neste estudo, em termos práticos, estimamos que essa janela seja entre 10 a 500 msec. Embora



**Figura 5.1:** Janela de tempo onde ocorre a transição.

conceitualmente as possibilidades de utilização de  $H$  (parâmetro de Hurst) e  $H_t$  (expoente de Hölder local) sejam parte da solução do problema de estimação da banda efetiva, existem dificuldades para sua aplicação dentro da escala de tempo acima citada, conforme já apresentado no estudo de caracterização de tráfego no Capítulo 4. Nossa proposição é a introdução de um novo parâmetro de tráfego que leve em conta todos os expoentes de Hölder dentro da janela de tempo considerada, sendo fundamentado e definido a seguir.

#### 5.1.4.2 Aproximação Gaussiana para os expoentes de Hölder

Suponha o intervalo diádico  $I_n^k = I_{0\beta_1\beta_2\dots\beta_n}$ , definido na Seção 2.5, onde seja escolhida aleatoriamente uma seqüência de dígitos  $\beta_1\beta_2\dots\beta_n$  onde cada  $\beta_k$  é escolhido 0 ou 1 com probabilidade  $1/2$ . Isso significa que  $I_n^k$  tem igual probabilidade de estar a direita ou a esquerda do intervalo unitário. Para o primeiro dígito  $P\{\beta_1 = 0\} = 1/2$ , semelhantemente  $P\{\beta_1 = 1\} = 1/2$ , e assim sucessivamente [52].

A equação (2.25) do Capítulo 2 mostra que a medida de um intervalo diádico  $I_n^k$  escolhido aleatoriamente é igual a  $\mu_0\beta_1\beta_2\dots\beta_n = \sum_{k=1}^n m_{\beta_k}$ . Como  $\beta_k$  pode ser 0 ou 1 e as variáveis  $\mu\beta_k$  podem ser  $m_0$  ou  $m_1$ , significa que a medida  $\mu$  é um produto de  $n$  valores estatisticamente independentes de uma variável  $M$  que pode ser  $m_0$  ou  $m_1$  com probabilidade  $1/2$ . Então a medida de um intervalo diádico  $I_n^k$  escolhido aleatoriamente é uma amostra da variável aleatória  $\sum_{k=1}^n M$ , onde o multiplicador aleatório  $M$  possui a seguinte distribuição  $P\{M = m_0\} = P\{M = m_1\} = 1/2$  [52].

A equação (2.21) permite que o expoente de Hölder ordinário granulado (*coarse-grained*)

de cada intervalo  $I_n^k$  seja calculado da seguinte forma

$$\alpha(0\beta_1\beta_2 \dots \beta_n) = \frac{\log \prod_{k=1}^n m_{\beta_k}}{\log 2^{-n}} = -\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \log_2 m_{\beta_k} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n v_{\beta_k}, \quad (5.15)$$

onde  $v_k = -\log_2 m_k$  ( $k = 0, 1$ ).

Portanto, o expoente de Hölder ordinário granulado de um intervalo aleatório  $I_n^k$  é a variável aleatória

$$\alpha_n = \frac{1}{n} \sum_{h=1}^n V_h. \quad (5.16)$$

$\alpha_n$  é a média  $n$  amostras independentemente escolhidas da variável aleatória  $V$  com distribuição  $P\{V = v_0\} = P\{V = v_1\} = 1/2$ .

Se considerarmos o lançamento de uma coleção de  $n$  moedas idênticas ( $V_1, V_2, \dots, V_n$ ), com igual probabilidade de cara (face  $v_0$ ) ou coroa (face  $v_1$ ), e a média amostral  $1/n \sum_{h=1}^n V_h$  é computada. As médias terão a mesma distribuição dos expoentes de Hölder ordinários granulados escolhidos aleatoriamente no intervalo diádico de tamanho  $2^{-n}$  da medida binomial [52]. O lançamento das moedas  $n$  vezes significa que ocorre  $n_0$  vezes o valor  $v_0$  e  $n_1$  vezes ( $n_1 = n - n_0$ ) o valor  $v_1$ . Com  $n \rightarrow \infty$ , a média amostral convergirá para o valor esperado  $EV = (1/2)v_0 + (1/2)v_1$  [52]. Tal afirmação é garantida pela lei dos grandes números forte [37][144].

$$P \left\{ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{h=1}^n V_h = EV \right\} = 1. \quad (5.17)$$

Similarmente teremos:

$$P \left\{ \lim_{n \rightarrow \infty} \alpha_n = EV \right\} = 1. \quad (5.18)$$

O Teorema do Limite Central Gaussiano cobre uma variedade de resultados, sendo que todos concluem que os desvios da média possuem distribuição Gaussiana [52][37][144].

Aqui a suposição básica é  $V$  é uma variável aleatória com média finita  $EV$  e variância também finita  $EV^2$ . A medida binomial é um exemplo padrão, sendo que  $EV = (1/2)(v_0 + v_1)$  e  $EV^2 = (1/2)(v_0^2 + v_1^2)$ , ambas finitas. No caso, quando  $n \rightarrow \infty$ , a distribuição da variável reescalada  $Y_n = (\sum_{h=1}^n V_h - nEV) / \sqrt{n}$  converge para uma distribuição Gaussiana com média zero e variância  $\sigma^2 = EV^2 - (EV)^2$ , tal que

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P \left\{ \frac{\sum_{h=1}^n V_h - nEV}{\sigma \sqrt{n}} \leq y \right\} = \int_{-\infty}^y G(x) dx, \quad (5.19)$$

onde o integrando é dado por

$$G(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}x^2\right). \quad (5.20)$$

#### 5.1.4.3 Teste de hipótese

O teste de hipótese é um procedimento estatístico para determinar se uma afirmação a respeito de uma característica de uma determinada população é aceitável.

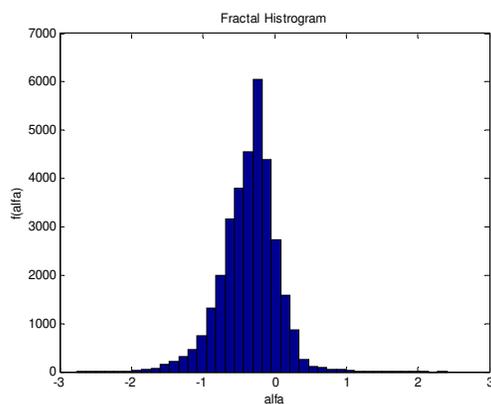
Com a finalidade de comprovar a característica Gaussiana da distribuição dos expoentes de Hölder foi executado teste de hipótese nos arquivos de tráfego listados no Apêndice I. O teste de hipótese utilizado foi o Bera-Jarque (1987) que é um teste paramétrico e assintótico que determina a normalidade de uma série [161].

Constatamos que dentro da janela de tempo considerada entre 10 a 500 msec todos os arquivos testados apresentaram hipótese positiva para expoentes de Hölder, isto é, a distribuição desses expoentes apresentou-se Gaussiana.

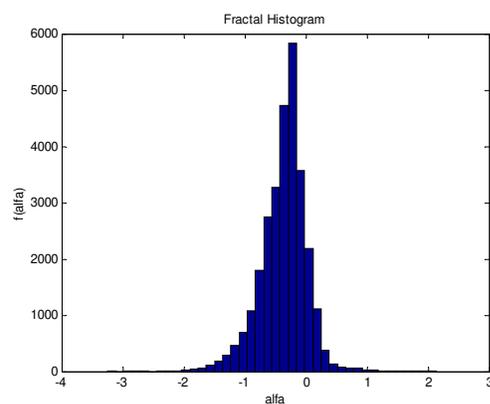
O detalhamento do teste de hipótese, bem como todos os resultados obtidos são apresentados no Apêndice IV.

#### 5.1.4.4 Análise de histogramas

Com o objetivo de corroborar os resultados obtidos nos testes de hipótese mostramos as Figuras 5.2 a 5.11, com histogramas dos expoentes de Hölder de alguns arquivos de tráfegos, analisados neste estudo, que apresentam visivelmente a forma Gaussiana ou Normal.



**Figura 5.2:** Arquivo 3\_7\_I\_1.



**Figura 5.3:** Arquivo 3\_7\_I\_4.

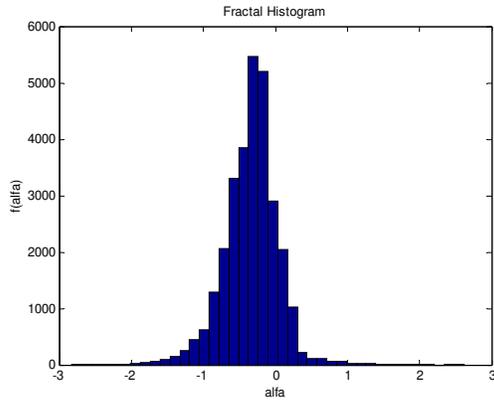


Figura 5.4: Arquivo 4\_7\_I\_1.

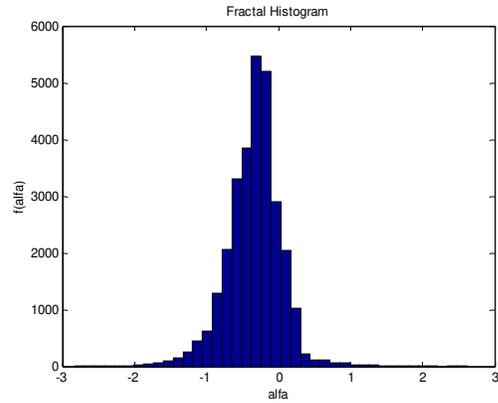


Figura 5.5: Arquivo 4\_7\_I\_2.

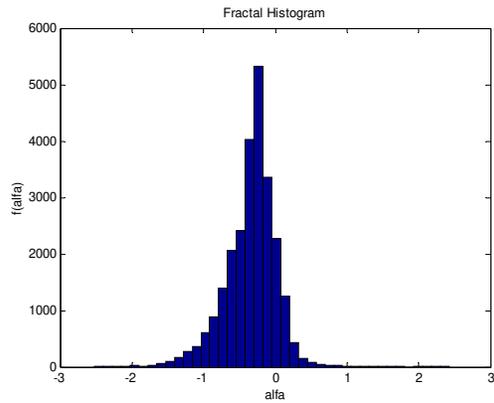


Figura 5.6: Arquivo 4\_7\_I\_3.

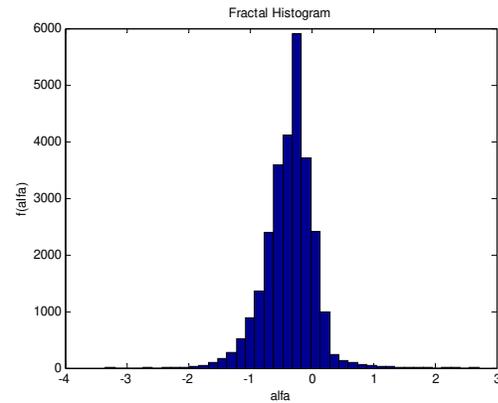


Figura 5.7: Arquivo 4\_7\_I\_9.

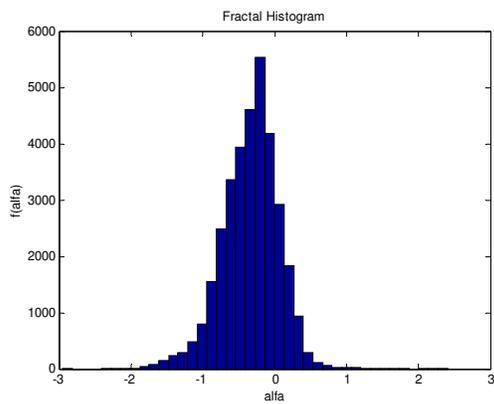


Figura 5.8: Arquivo 3\_7\_R\_4.

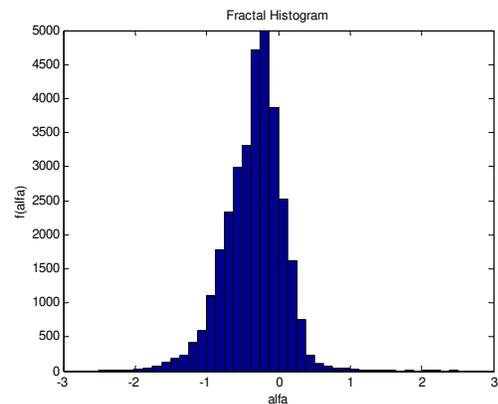


Figura 5.9: Arquivo 3\_7\_R\_7.

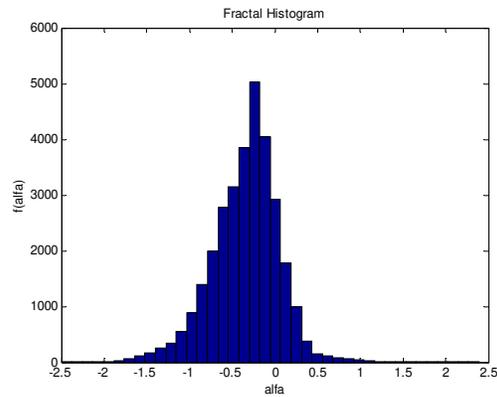


Figura 5.10: Arquivo 4\_7\_R\_3.

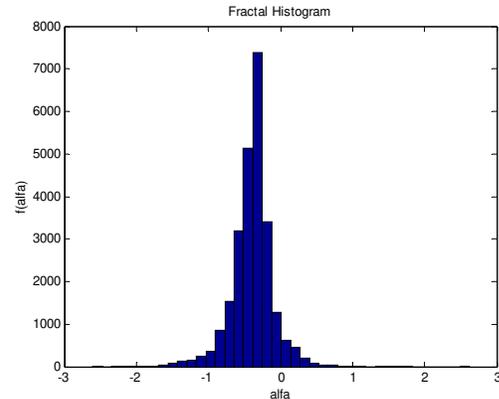


Figura 5.11: Arquivo 13\_7\_CLI\_7.

#### 5.1.4.5 O parâmetro de estimação

O objetivo deste capítulo é estabelecer um método, o mais abrangente possível, para estimar a banda efetiva de determinado tráfego, mas que adicionalmente seja simples e robusto. Sabemos que a caracterização adequada do tráfego é fator primordial para estimar uma banda efetiva a mais precisa possível.

Baseado no exaustivo estudo de caracterização de tráfego, apresentado no Capítulo 4, verificou-se a existência de uma janela de tempo entre 10 e 500 msec, onde é difícil se determinar se um tráfego é *mono* ou *multifractal*. E ainda, fundamentado nos seguintes resultados obtidos por meio da análise dos arquivos de tráfego real baseada em:

- Testes de hipótese Gaussiana;
- Análise dos histogramas;
- Resultados experimentais obtidos em simulação, que serão apresentados resumidamente na próxima seção.

Com a finalidade de simplificação e para o fim exclusivo de estimação da banda efetiva, baseado na aproximação Gaussiana, introduzimos um novo parâmetro de caracterização de tráfego, que considera todos os expoentes de Hölder  $\alpha(t)$  de arquivo de tráfego considerado. Esse parâmetro, para certos casos, pretende fornecer de forma mais simples, uma estimação de banda efetiva mais realista e genérica para determinadas aplicações.

Considere um espectro “*multifractal*”  $f(\alpha)$  de uma medida efetuada em um arquivo de tráfego real como expoentes de escala  $\alpha(t)$ , ou simplesmente  $\alpha_t$ . Definimos o Estimador Fractal Restrito em um intervalo de tempo  $[t_1, t_2]$  denotado por  $\hat{H}$ , e calculado pela seguinte equação:

$$\hat{H} = \bar{\alpha}_{[t_1, t_2]} + \sqrt{\bar{\alpha}_{[t_1, t_2]} a}, \quad (5.21)$$

onde

$$\bar{\alpha}_{[t_1, t_2]} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \alpha_t, \quad (5.22)$$

onde  $\bar{\alpha}_{[t_1, t_2]}$  denota o valor médio de todos os expoentes de Hölder  $\alpha(t)$ , em um intervalo de tempo  $[t_1, t_2]$ , e o coeficiente de variância  $a$  é dado por:

$$a = \frac{\text{Var } \alpha_t}{\bar{\alpha}_t}, \quad (5.23)$$

ou seja,

$$\hat{H} = \bar{\alpha}_{[t_1, t_2]} + \text{desvio padrão de } \alpha_{[t_1, t_2]}. \quad (5.24)$$

Cabe salientar que a utilização do o Estimador Fractal Restrito, denotado por  $\hat{H}$ , é indicada somente para a janela de tempo de 10 a 500 mseg, analisada neste estudo. Abaixo do limite inferior dessa janela o emprego do expoente de Hölder local é mais indicado. E acima dos 500 mseg predominará a utilização do parâmetro de Hurst.

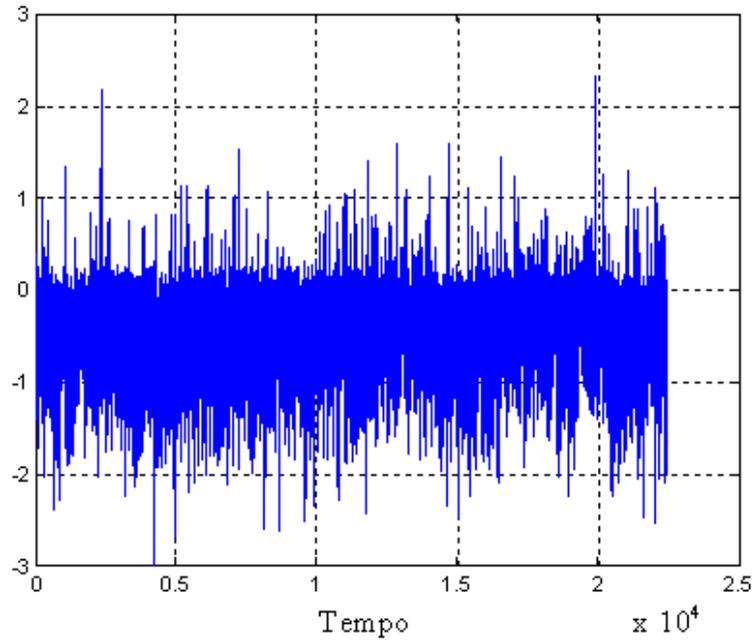
A Figura 5.12 mostra o comportamento dos expoentes de Hölder  $\alpha(t)$  no intervalo de tempo  $[t_1, t_2]$  para o arquivo de tráfego real de Internet 3\_7\_I\_5, cujos dados de caracterização encontram-se no Apêndice I.

#### 5.1.4.6 Avaliação do Estimador Fractal Restrito

Com a finalidade de avaliar o grau de precisão do Estimador Fractal Restrito,  $\hat{H}$ , com relação ao Hölder ordinário granulado, considerando os arquivos de tráfego analisados nesta tese, empregamos o Método Delta [25][82][116].

Esse método é usado derivar uma distribuição de probabilidade aproximada para uma função de um estimador estatístico. Suponha  $X_1, X_2, \dots, X_n$ , formam uma amostra aleatória de uma distribuição com média  $\mu$  e variância  $\sigma^2$ . O Teorema do Limite Central diz que  $\sqrt{n} ((\bar{X} - \mu) / \sigma)$  possui aproximadamente distribuição normal. Considere ainda que

Estimativa dos expoentes de Hölder no instante de tempo  $t$



**Figura 5.12:** Expoentes  $\alpha(t)$  — Tráfego Internet 3\_7\_I\_5

estamos interessados na distribuição de alguma função  $\delta$  de  $\bar{X}$ . Assumimos que  $\delta$  é uma função diferenciável com derivada diferente de zero em  $\mu$ . Então a função  $\delta(\bar{X})$  é representada como expansão de Taylor ao redor de  $\mu$ , em apenas um passo, ignorando os termos de maior potência, obtendo-se

$$\delta(\bar{X}) \approx \delta(\mu) + \delta'(\mu)(\bar{X} - \mu). \quad (5.25)$$

Seja uma variável aleatória  $x \in \mathbb{R}$ , pelo Método Delta [99][100] podemos escrever:

$$P \{x > m + \delta\sqrt{\sigma}\} = 1 - G(\delta_0), \quad (5.26)$$

onde  $\delta$  é o parâmetro do Método Delta,  $m$  e  $\sigma$  são a média e a variância da amostra, respectivamente. E ainda,

$$\delta_0 = \frac{\delta^2}{1 + n^{-1} \left(1 + \frac{\delta^2}{2}\right)}. \quad (5.27)$$

Neste caso arbitramos  $\delta = 1$ , assim podemos estimar que a probabilidade do Hölder ordinário granulado exceder o Estimador Fractal Restrito,  $\hat{H}$  é dada por

$$P \left\{ \alpha_t > \hat{H} \right\} = P \left\{ \alpha_t > \bar{\alpha}_t + \sqrt{\text{Var } \alpha_t} \right\} = 1 - G(\delta_0). \quad (5.28)$$

Para um  $n$  mínimo de 2233 obtemos um  $\delta_0 = 0,9997$ . Como consequência obtemos  $G(\delta_0) = 0,841225$ . Então,  $P\{\alpha_t > \hat{H}\} = 1 - G(0,9997) = 1 - 0,841225 = 0,1587$ , o que é um valor razoável em função da grande variabilidade do processo analisado.

### 5.1.5 Solução geral para a banda efetiva

Baseados nos valores obtidos na caracterização dos arquivos de tráfego do Estimador Fractal Restrito  $\hat{H}$ , considerando a estimação da banda efetiva nas janelas de tempo já mencionada, propomos a utilização de  $\hat{H}$  em vez de  $H$  ou  $H_t$ . No entanto, quando o processo estocástico for exatamente auto-similar, ou essa característica for muito forte, a utilização do parâmetro  $H$  mostrou-se mais consistente. Conseqüentemente, utilizando a equação (5.4) baseada na aproximação Gaussiana e a equação (5.8) fundamentada no modelo Markoviano, obtemos como resultado as equações 5.29 e 5.30 para estimação da banda efetiva, respectivamente.

$$C = r + \left( k(\Delta) \sqrt{-2 \ln P\{X > b\}} \right)^{1/\Delta'} a^{1/(2\Delta)} b^{-(1-\Delta)/\Delta} r^{1/(2\delta)} \quad (5.29)$$

$$P\{X > b\} \leq \exp[-\delta b^{2(1-\Delta)}] \quad (5.30)$$

onde

$$\Delta = \max(H, \hat{H}). \quad (5.31)$$

### 5.1.6 Solução Ajustada para estimação da banda efetiva

A solução geral apresentada previamente é baseada na aproximação Gaussiana proposta por Norros [58][59], bem como no modelo proposto por Kesidis [47] usando a generalização de Duffield e O'Connell [98][104], baseada na probabilidade de perda de pacotes. Geralmente essas aproximações superestimam os resultados da banda efetiva para tamanho de *buffer* grande. Com a finalidade de minimizar esse efeito, fundamentados em métodos heurísticos e em testes de simulação, propomos aplicar os seguintes fatores de ajuste de banda efetiva baseados em dois parâmetros de tráfego e tamanho de *buffer*. Esses parâmetros de tráfego possuem importantes impactos na banda efetiva.

- Para tráfego agregado temos

$$f_{aj} = b' \frac{2}{\ln Lz} \quad (5.32)$$

- Para tráfego fonte única ou baixa agregação

$$f_{aj} = b' \frac{1}{\sqrt{Lz}} \quad (5.33)$$

onde  $b'$  é o tamanho de *buffer* normalizado,  $z$  é o parâmetro *PMR* (*Peak to Mean Ratio*),  $L$  é o tamanho máximo da rajada [40][121][124].

Para o caso de processos estocásticos exatamente auto-similares, ou essa característica for muito forte ( $H > 0,85$ ), como já mencionado anteriormente, usamos  $H$  em vez de  $\hat{H}$ . Nesse caso, é utilizado o seguinte fator de ajuste [38][40]:

$$f_{aj} = \frac{1}{2 \log_5 z} \arcsin h(H \ln b). \quad (5.34)$$

A estimativa final da banda efetiva em qualquer caso (equações 5.8 e 5.29) será dada por:

$$c_f = f_{aj}^{-1} c. \quad (5.35)$$

## 5.2 Resultados experimentais do método geral

A fim de validar nossa proposição apresentaremos nesta seção alguns resultados experimentais obtidos por meio de caracterização e simulação. Na Tabela 5.1, mostramos resultados de caracterização de tráfego de alguns arquivos de tráfego real, tais como: áudio e vídeo fonte única “MTX”, dados fonte única “FTP”, Internet “I” e dados agregado corporativo “R”, conforme apresentado no Capítulo 4.

A Tabela 5.1 apresenta valores dos seguintes parâmetros de tráfego: parâmetro de Hurst ( $H$ ), taxa média ( $r$ ), taxa de pico ( $p$ ), tamanho máximo da rajada ( $L$ ), *PMR* — “*Peak to Mean Ratio*” ( $z$ ), coeficiente de variação ( $C_V$ ) e Estimador Fractal Restrito ( $\hat{H}$ ).

Os valores apresentados na Tabela 5.1 foram utilizados para a estimação das bandas efetivas apresentadas nas Figuras 5.13–5.24. Os resultados de estimação da banda efetiva, baseados no método proposto foram validados por meio de simulação.

**Tabela 5.1** – Dados da caracterização do tráfego para estimação da banda efetiva.

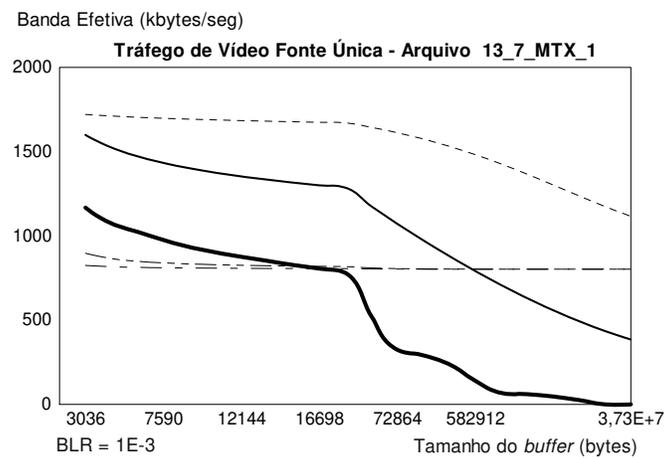
Arquivo	$H$	$r$	$p$	$L$	$z$	$C_V$	$\hat{H}$
13_7_MTX_1	0,497	801955	1792829	40,26	2,24	3,37	0,847
13_7_MTX_2	0,450	802179	1474104	40,27	1,84	3,24	0,835
13_7_MTX_3	0,499	812462	1553785	40,79	1,91	3,55	0,818
13_7_MTX_4	0,411	851808	1441242	42,76	1,69	4,35	0,772
13_7_FTP_1	0,067	756463	1256025	44,65	1,66	2,45	0,771
13_7_FTP_2	0,066	775857	1256025	45,79	1,62	2,63	0,771
3_7_I_1	0,708	453491	1812749	22,77	4	1,96	0,730
3_7_I_2	0,639	485009	12692308	2,52	26,17	2,03	0,743
4_7_I_1	0,767	566527	1832669	28,44	3,23	2,12	0,711
4_7_I_3	0,663	517661	1952191	25,99	3,77	1,94	0,741
3_7_R_1	0,663	901019	1932271	45,23	2,14	1,37	0,788
3_7_R_4	0,671	674926	1912351	33,88	2,83	1,24	0,727
4_7_R_3	0,624	821163	1932271	41,22	2,35	1,3	0,743
3_9_CLI_1	0,903	984129	8367114112	53,01	53,01	2,06	0,639
3_9_CLI_2	0,838	1150642	52170916	45,34	45,34	2,12	0,586
4_9_CLI_3	0,869	1183185	101200000	85,53	85,53	2,32	0,607
4_9_CLI_4	0,895	965162	60733333	62,93	62,93	2,87	0,547
13_7_CLI_1	0,911	339293	1643510	4,84	4,84	1,89	0,544

Resultados adicionais de caracterização e de estimação de banda efetiva, de outros arquivos de tráfego real, podem ser verificados no Apêndice Capítulo I e Capítulo II, respectivamente.

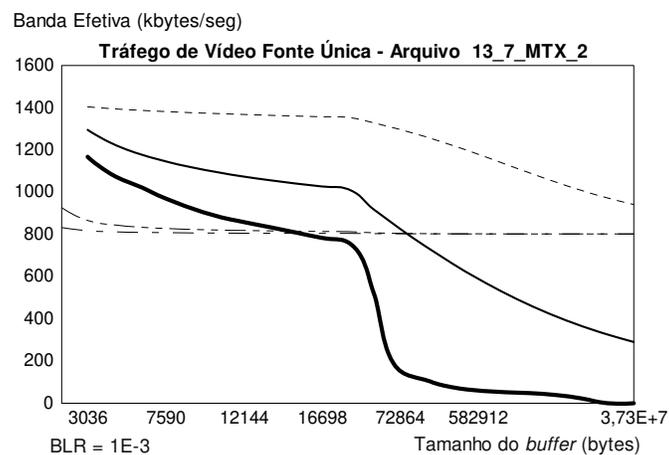
As Figuras 5.13–5.24 comparam os resultados de estimação de banda efetiva para os seguintes métodos: Método Geral sem aplicação dos fatores de ajuste, Método Geral com aplicação dos fatores de ajuste (equações 5.32 e 5.33), método utilizando os modelos Markovianos [47] (MMPP - *Markov-Modulated Poisson Process e fluido Markoviano*) e o método baseado na aproximação Gaussiana [58], além dos resultados de simulação, conforme apresentado na legenda a seguir.

**LEGENDA DOS GRÁFICOS**

Geral sem ajuste
Geral com ajuste
Simulação
Fluido
MMPP 2
Norros



**Figura 5.13:** Banda efetiva em função do tamanho do *buffer*.



**Figura 5.14:** Banda efetiva em função do tamanho do *buffer*.

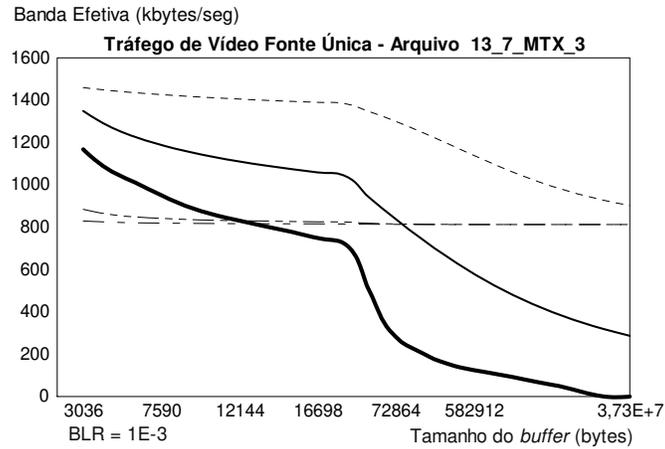


Figura 5.15: Banda efetiva em função do tamanho do *buffer*.

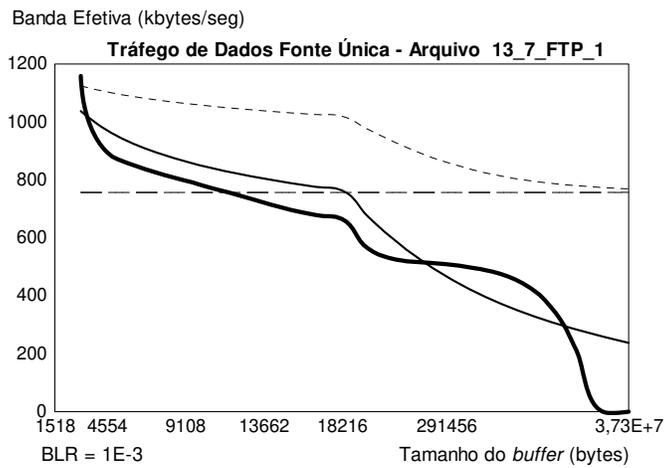


Figura 5.16: Banda efetiva em função do tamanho do *buffer*.

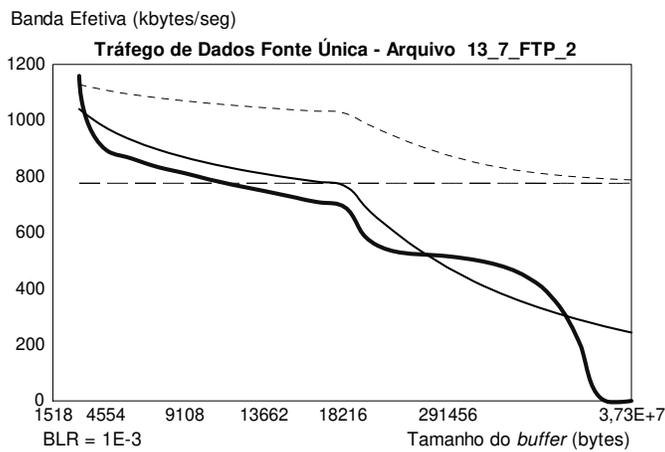


Figura 5.17: Banda efetiva em função do tamanho do *buffer*.

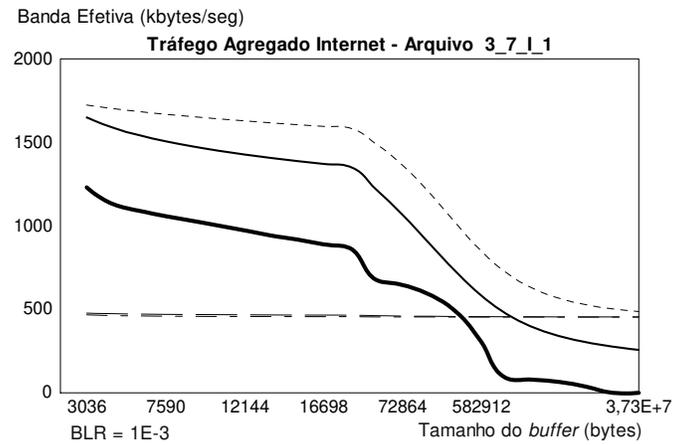


Figura 5.18: Banda efetiva em função do tamanho do *buffer*.

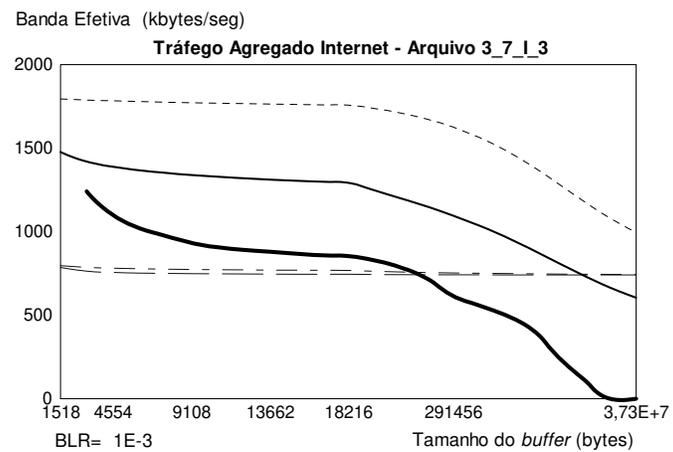


Figura 5.19: Banda efetiva em função do tamanho do *buffer*.

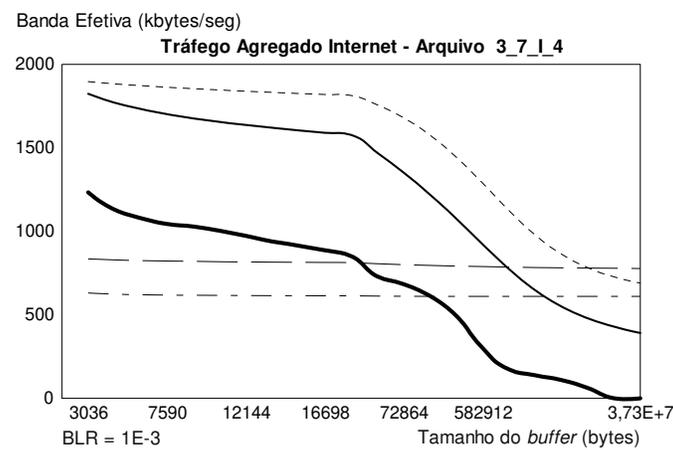


Figura 5.20: Banda efetiva em função do tamanho do *buffer*.

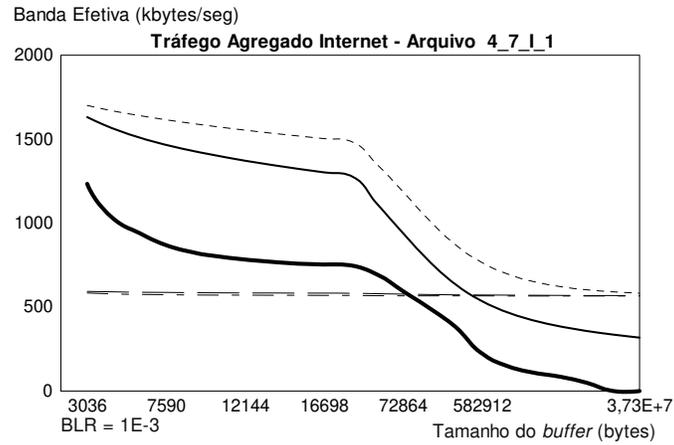


Figura 5.21: Banda efetiva em função do tamanho do *buffer*.

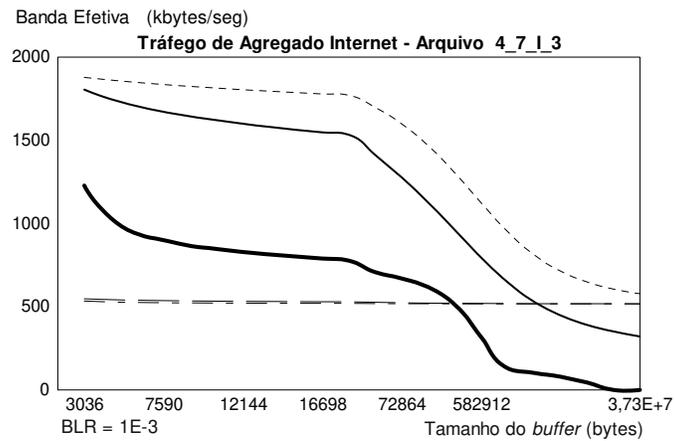


Figura 5.22: Banda efetiva em função do tamanho do *buffer*.

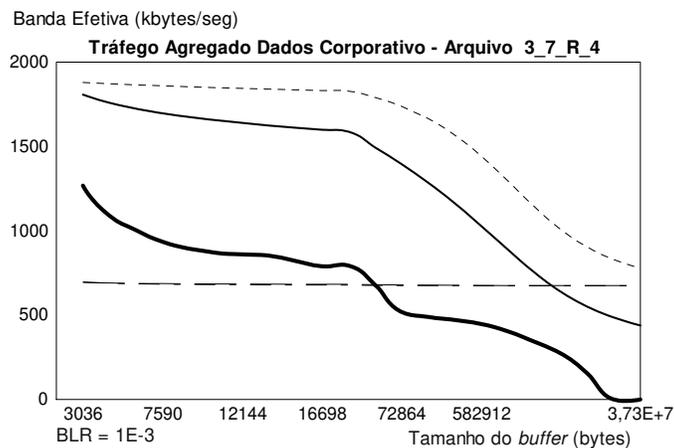
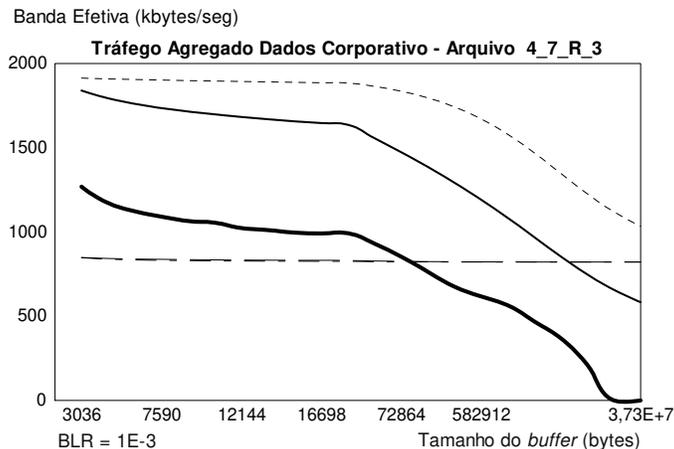


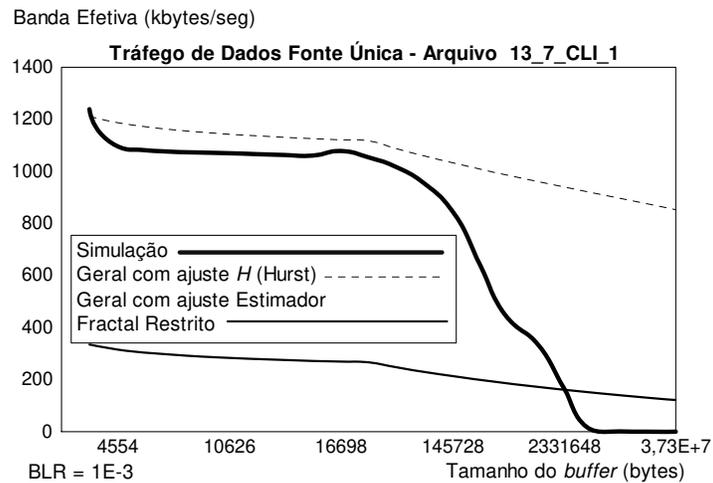
Figura 5.23: Banda efetiva em função do tamanho do *buffer*.



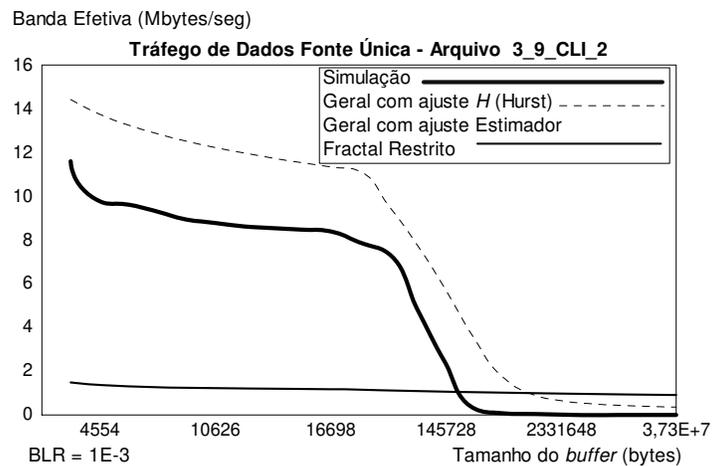
**Figura 5.24:** Banda efetiva em função do tamanho do *buffer*.

Como pode ser verificado, em todos os casos a estimação da banda efetiva por meio dos métodos apresentados (Fluido, MMPP e Norros) [47][58], em que foram utilizados o parâmetro de Hurst, não funcionaram plenamente. Isto é, existem faixas de tamanho de *buffer* em que ocorre perda de pacotes. A análise das figuras 5.13–5.17 permite observar um subdimensionamento da banda efetiva, quando usamos tamanhos de *buffer* entre 11.000 a 17.000 bytes, para tráfego de fonte única. No caso de tráfego agregado, as figuras 5.18–5.24 mostram que o subdimensionamento da banda efetiva ocorre em tamanhos de *buffer* entre 4.000 a 500.000 bytes, variando com o tipo de tráfego agregado analisado. Por outro lado, observando os resultados obtidos pelo método de estimação de banda efetiva proposto, que utiliza o Estimador Fractal Restrito, comprovamos o seu funcionamento mais adequado para todos os arquivos de tráfego analisados, atendendo o requisito de QoS, referente à perda de bytes previamente estabelecida (*Bytes Loss Ratio* —  $BLR = 10^{-3}$ ). Para o tráfego do tipo dados fonte única FTP, observamos uma região de leve falha de estimação da banda efetiva para valores de *buffer* de tamanho entre 290 e 1.000 Kbytes aproximadamente, demonstrando que o fator de ajuste pode ser ainda aprimorado para esse tipo de tráfego. Por outro lado, devemos salientar, por meio dos testes de simulação, que observamos um melhor desempenho do parâmetro de Hurst somente nos casos onde  $H$  é maior de 0,85 ou para processos exatamente auto-similares. Esse fato evidencia a necessidade de utilização do parâmetro  $H$  em substituição ao parâmetro  $\hat{H}$  toda vez que

a auto-similaridade for muito forte. Isso pode ser verificado nas Figuras 5.25–5.28, com legenda na própria figura.



**Figura 5.25:** Banda Efetiva em função do tamanho do *buffer*.



**Figura 5.26:** Banda Efetiva em função do tamanho do *buffer*.

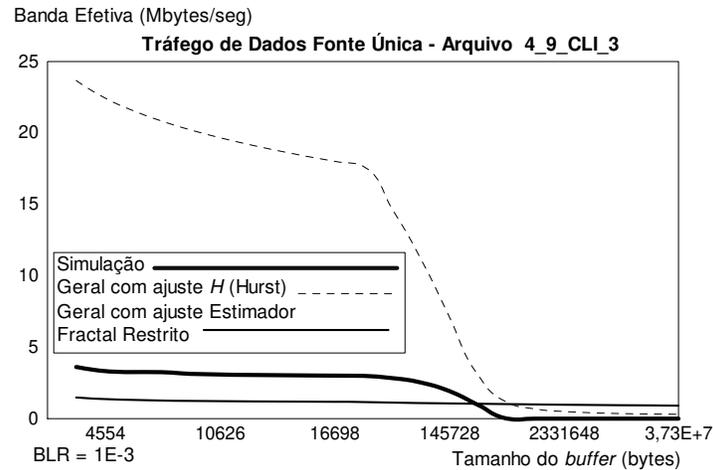


Figura 5.27: Banda Efetiva em função do tamanho do *buffer*.

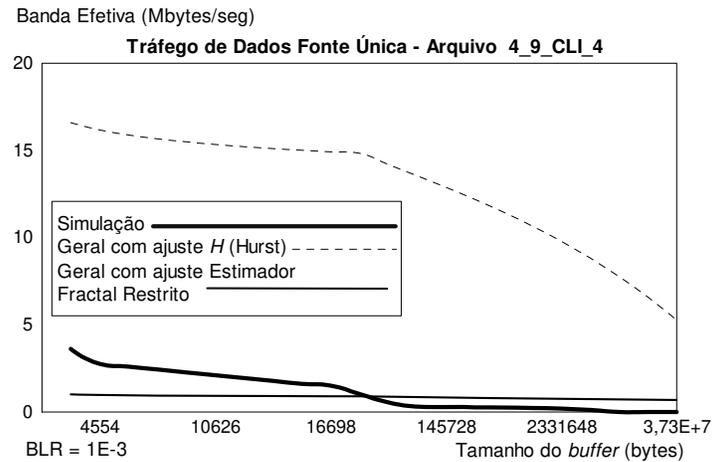


Figura 5.28: Banda Efetiva em função do tamanho do *buffer*.

### 5.3 Estimação da banda efetiva para tráfego de processos auto-similares com variância infinita

Vários estudos de uma grande gama medidas de tráfego e muitos artigos sobre auto-similaridade nos últimos anos têm demonstrado que o tráfego agregado pode ser estatisticamente auto-similar [14][61][67][73][74][75][155]. Contudo, a maioria desses estudos não menciona o caso da auto-similaridade com variância infinita [91]. Em termos de dimensionamento da banda efetiva, além do aspecto da auto-similaridade, devemos considerar se

o processo de tráfego apresenta variância finita ou infinita. Geralmente, processos Gaussianos (o método proposto por Norros (5.3) estão baseados no Teorema do Limite Central (CLT), onde um processo Gaussiano pode ser representado por intermédio de um grande número de fontes independentes — vide Capítulo 4), exponenciais e lognormais são utilizados para modelar casos de processos auto-similares com variância finita. Ocorre que nem todos os processos de tráfego das redes reais que apresentam o fenômeno da auto-similaridade podem ser representados por modelos Gaussianos. Os casos que se caracterizam como variância infinita podem ser modelados por processos mais amplos como processos Estáveis e de Pareto, por exemplo. A metodologia de estimação da banda efetiva para um determinado tráfego deve levar em consideração não somente as características fractais já mostradas neste trabalho até este momento, mas também os casos de auto-similaridade em que há a necessidade de diferenciar os processos com variância finita e infinita, conforme proposto por Murad S. Taqu e Vadim Teverovsky [91][92] (vide equação (2.15) apresentada no Capítulo 2).

### 5.3.1 Estimação da banda efetiva para tráfego agregado com variância infinita

A estimativa de banda efetiva aqui proposta está baseada no trabalho de N. Laskin, I. Lambadaris, F. Harmantzis e M. Devetsikiotis, denominado “*Fractional Lévy Motion and its Application to Network Traffic Modeling*” [101]. Esse trabalho fundamenta-se no fLm (*fractional Lévy motion*), que é uma generalização do movimento Browniano ordinário de Lévy (oLm - *ordinary Lévy motion*), utilizado para processos  $\alpha$ -estáveis [44]. Essa generalização baseia-se no fBm (*fractional Brownian motion*) proposto por Mandelbrot para processo Gaussianos [18].

O “*Ordinary Lévy motion* é um processo  $\alpha$ -estável simétrico, denotado por  $L_\alpha$ , e definido como:

$$L_\alpha(ct) \stackrel{d}{=} c^{\frac{1}{\alpha}} L_\alpha(t). \quad (t > 0). \quad (5.36)$$

O oLm é caracterizado como um processo estocástico de Markov que começa em 0 e possui incrementos estacionários e independentes com  $H = 1/\alpha$ , sendo definido para  $L_\alpha = \{L_\alpha(t), t \geq 0\}$ ,  $0 < \alpha < 2$ .

A generalização do oLm, segue a integral fracionária de Riemann-Liouville, conforme equação (5.37)

$$L_{\alpha,H}(t) = \frac{1}{\Gamma(H + 1/2)} \int_0^t dL_{\alpha}(\tau)(t - \tau)^{H-1/2}, \quad (5.37)$$

onde  $L_{\alpha}(t)$  é o ordinário e simétrico oLm e  $\Gamma(\cdot)$  denota a função gama. O processo de incremento do fLm é um processo de tempo contínuo e definido como:

$$\{L_{\alpha,H}(t + \tau) - L_{\alpha,H}(t), \tau > 0\}. \quad (5.38)$$

O fLm é um processo auto-similar com incrementos estacionários (5.38) com parâmetro de Hurst dado por  $H - (1/2) + (1/\alpha)$ . O modelo de tráfego fracionário de Lévy é uma generalização do fBm utilizado por Norros [49], que é um processo cumulativo de tempo contínuo, isto é, a quantidade total de carga produzida por uma fonte em um intervalo de tempo  $[0, t]$  ( $t > 0$ ), pode ser modelada como na equação (5.39)

$$A(t) = rt + (\bar{\sigma}r)^{1/\alpha} L_{\alpha,H}, \quad (5.39)$$

onde  $r > 0$  é a taxa média de entrada,  $\bar{\sigma} > 0$  é um fator de escala que pode ser visto como um valor de dispersão em torno da média do tráfego,  $\alpha \in (1, 2]$  mede a espessura (*thickness*) da cauda das distribuições estáveis, parâmetro auto-similar  $H \in [\frac{1}{2} - \frac{1}{\alpha}, \frac{3}{2} - \frac{1}{\alpha}]$  e  $L_{\alpha,H}(t)$  é o processo já definido em (5.37). A estimação da banda efetiva para o modelo de tráfego fLm é dada pela equação (5.40)

$$c = r + \left( \frac{M_{\alpha}}{P\{X > b\}} \right) \frac{1}{\alpha(H - \frac{1}{2}) + 1} \frac{1}{\bar{\sigma}^{\alpha(H - \frac{1}{2}) + 1}} \frac{1}{r^{\alpha(H - \frac{1}{2}) + 1}} \frac{1}{b} \left( \frac{H - \frac{3}{2} + \frac{1}{\alpha}}{H - \frac{1}{2} + \frac{1}{\alpha}} \right). \quad (5.40)$$

### 5.3.2 Resultados Experimentais

Em nosso estudo foram testados 33 arquivos de tráfego agregado reais, conforme caracterização de tráfego apresentada no Capítulo 4, na Tabela 4.2. Nosso objetivo é baseado na diferenciação do processo auto-similar, de variância finita ou infinita, conforme proposto por Taqqu (2.16), para aplicar o método adequado de estimação de banda, ou seja, aplicação do método de Norros (5.4) ou método de Laskin (5.40). Finalmente, ambos os

resultados da estimação da banda efetiva são confrontados com os resultados de simulação realizados.

Pela análise da Tabela 4.2 podemos observar que o tráfego de servidores (“S”) não obedece à relação  $H = d + (1/2)$ , isto é, o processo apresenta comportamento auto-similar com variância infinita. Para esse tipo de tráfego, recomendamos a aplicação do método de Laskin (5.40) para a estimação da banda efetiva. Por outro lado, o tráfego internet (“I”) e o tráfego de dados corporativo (“R”) apresentam-se com processos auto-similares de variância finita; em outras palavras, eles obedecem à relação  $H = d + (1/2)$ . Como consequência, a utilização do método de Norros é suficiente para a estimação da banda efetiva.

Para validar nossa análise, primeiramente estimamos a banda efetiva pelos métodos de Norros (5.4) e Laskin (5.40). Adicionalmente, para determinados tamanhos de *buffer* e perda em bytes (BLR) no valor de  $10^{-3}$ , obtivemos, por meio de simulação, a estimação da banda efetiva.

Fundamentado nos resultados experimentais obtidos, comparados com os valores teóricos do método de Laskin, observamos que a banda efetiva geralmente é superestimada. Com o objetivo de obter uma estimação mais realista, e com base em alguns parâmetros de caracterização de tráfego já conhecidos, propomos os seguintes fatores de ajuste de acordo com o valor do parâmetro  $H$ :

$$f_{aj} = \frac{2}{5} \frac{EB}{\sqrt{b'L}} \quad \text{se } 0 < H \leq 0,7 \quad (5.41)$$

e

$$f_{aj} = \frac{2}{75} \frac{EB}{\sqrt{b'L}} \quad \text{se } H > 0,7 \quad (5.42)$$

onde  $b'$  é o valor de tamanho de *buffer* normalizado,  $L$  é o tamanho máximo do surto (maximum burst size),  $H$  é o parâmetro de Hurst e  $EB$  é a banda efetiva estimada.

As Figuras 5.29, 5.30, 5.31, 5.32 e 5.33 apresentam os resultados de estimação da banda efetiva aplicando os métodos de Norros, Laskin com fator de ajuste e de simulação, para os arquivos de tráfego de servidor.

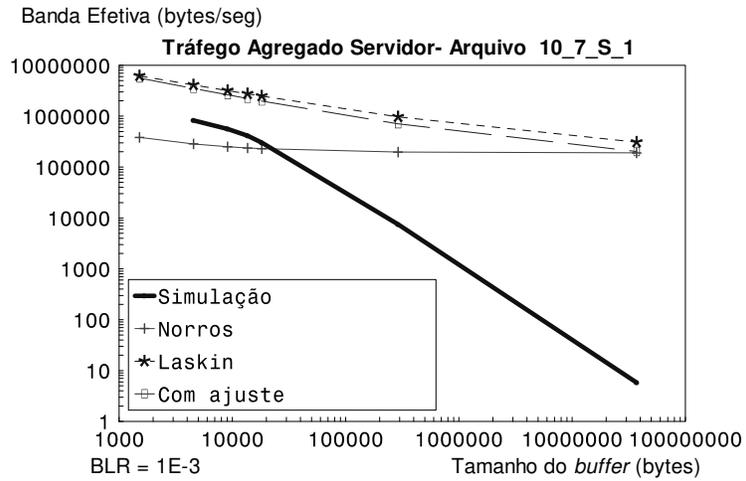


Figura 5.29: Banda Efetiva em função do tamanho do *buffer*.

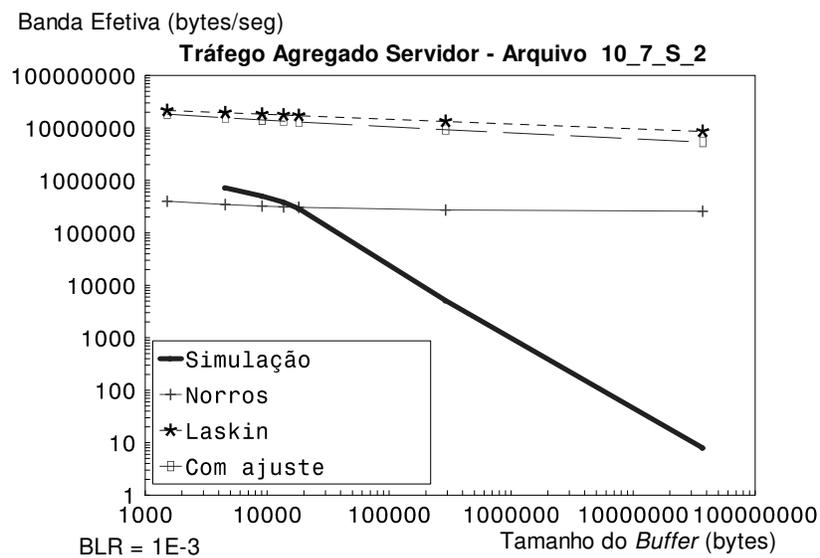


Figura 5.30: Banda Efetiva em função do tamanho do *buffer*.

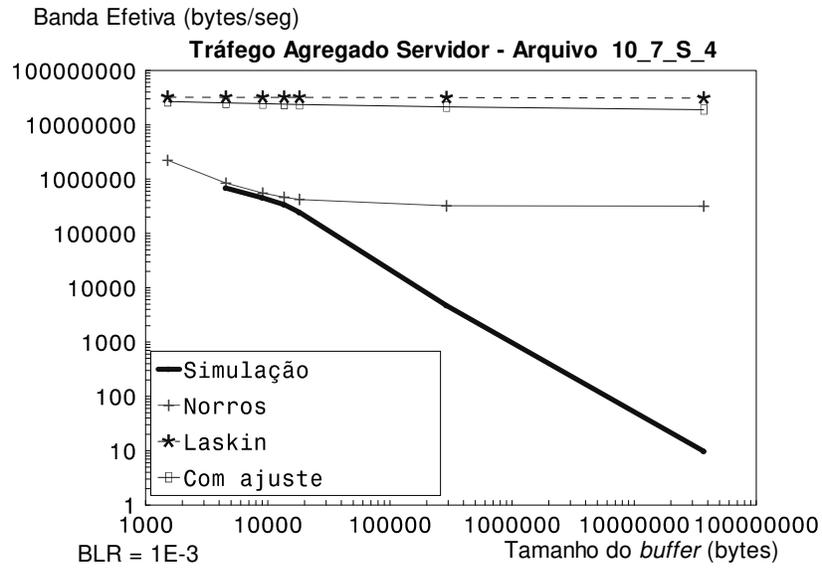


Figura 5.31: Banda Efetiva em função do tamanho do *buffer*.

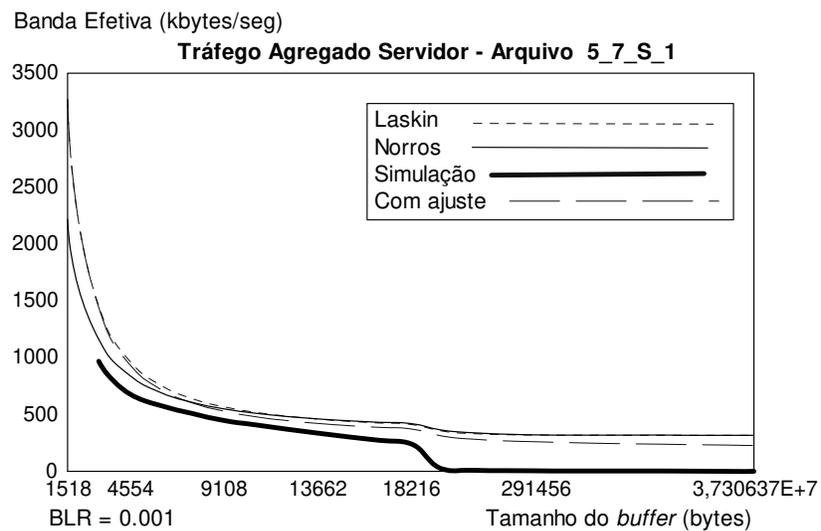


Figura 5.32: Banda Efetiva em função do tamanho do *buffer*.

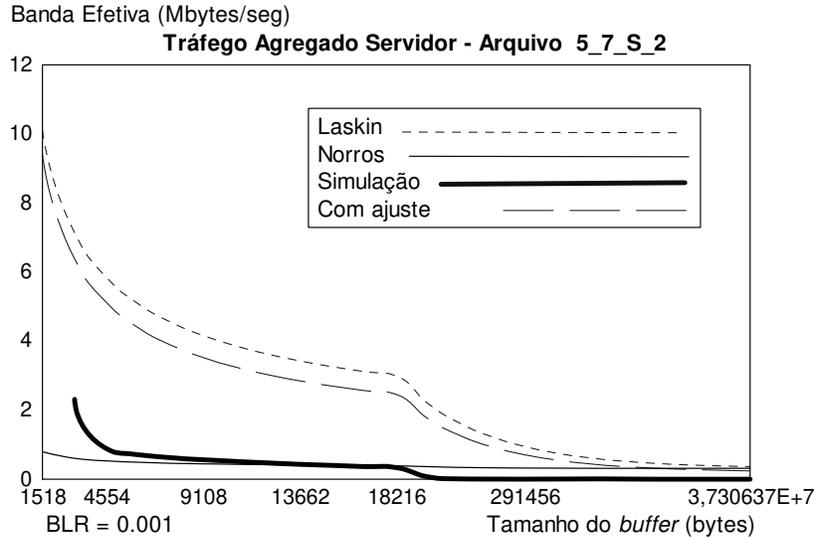


Figura 5.33: Banda Efetiva em função do tamanho do *buffer*.

### 5.3.3 Análise da banda efetiva para tráfego auto-similar com variância infinita

Dentre os três tipos de tráfegos agregados analisados neste estudo, sendo: internet (“I”), dados corporativos (“R”) e servidor (“S”), apresentados no Apêndice I, somente o tráfego de servidor (“S”) apresentou a característica auto-similar com variância infinita. A possível explicação para esse fato, é a seguinte. Conforme descrito no Capítulo 4, os arquivos de tráfego de internet (“I”) e dados corporativos (“R”) foram capturados nos elementos de rede, como roteadores no meio da nuvem (da rede corporativa). Esse tipo de tráfego está menos sujeito à influência do nível de aplicação. Por outro lado, o tráfego de servidor (“S”) foi capturado no acesso a rede (no ponto de rede do servidor). Nesse ponto, é possível que a influência dos controles de fluxos da rede e do próprio TCP sejam maiores, o que pode ser uma das causas de esse tipo de tráfego apresentar um comportamento auto-similar com variância infinita.

Através da análise das Figuras 5.29, 5.30, 5.31, 5.32 e 5.33 podemos observar que para esse tipo de tráfego agregado a aproximação Gaussiana não funciona plenamente em algumas faixas de tamanho de *buffer*, causando perda de informação. Nas Figuras 5.29, 5.30 e 5.33 observa-se a falha da aproximação Gaussiana que subestima a banda efetiva para tamanhos de *buffer* menores que 30.000 bytes, 20.000 bytes e 12,000 bytes, respectivamente. Por outro lado, o modelo proposto por Laskin, baseado na aproximação  $\alpha$ -estável,

atendeu adequadamente a estimação da banda efetiva quando comparada com os testes de simulação. Contudo, o modelo de Laskin pode, em alguns casos, superestimar a banda efetiva necessária para atendimento de um determinado tráfego. Nas Figuras 5.29, 5.30, 5.31 e 5.33 verifica-se esse sobredimensionamento, necessitando a aplicação do fator de ajuste proposto.

Em termos práticos, este estudo confirma as conclusões obtidas por Taqqu e Tevevsky [90][91], que recomendam uma análise criteriosa para diferenciar os processos auto-similares que apresentam variância infinita daqueles com variância finita. Além disso, testamos os modelos propostos por N. Laskin, I. Lambadaris, F. Harmantzis e M. Devetsikiotis [101], para estimação da banda efetiva baseado na aproximação no processo  $\alpha$ -estável de Lévy, e o modelo proposto por Norros [58] baseado na aproximação Gaussiana. Observamos que o modelo proposto por Norros para a estimação da banda efetiva para tráfego agregado auto-similar satisfaz o requisito de QoS banda efetiva, quando o tráfego apresenta comportamento auto-similar com variância finita, que é o caso dos arquivos de tráfego do tipo internet e (“I”) e dados corporativo (“R”), conforme listados na Tabela 4.2. Mas esse modelo não se mantém para todos os casos de processos auto-similares com variância infinita analisados neste estudo.

Baseados na caracterização do tráfego auto-similar, nas análises das estimativas de banda efetiva obtidas pelos diferentes métodos e nos testes de simulação concluímos que o modelo proposto por Laskin, com simultâneo uso do fator de ajuste, mostra-se mais realista para aplicação em tráfego agregado auto-similar com variância infinita.

## 5.4 Conclusões

Extensos e recentes estudos têm indicado um comportamento fractal de medidas de uma grande gama de tráfego de redes, ou seja, os arquivos de tráfego analisados apresentam características de *monofractal* e / ou *multifractal*.

Como mencionado neste trabalho, o fenômeno *multifractal* está relacionado com o comportamento em pequenas escalas de tempo, ao passo que o *monofractal* se manifesta em grandes escalas de tempo, ou seja, comportamento de mais longo prazo. Também ve-

rificamos que em um mesmo processo de tráfego podem coexistir, em uma complicada mistura, processos aditivos e multiplicativos em determinados intervalos de tempo, originando simultaneamente comportamentos *mono* e *multifractal* (neste estudo estimamos que esses intervalos de tempo ocorram entre 10 a 500 msec). Nesse caso verificamos que determinar se um tráfego é *mono* ou *multifractal* nem sempre é uma tarefa fácil.

Embora conceitualmente as possibilidades de utilização de  $H$  (parâmetro de Hurst) e  $H_t$  (expoente de Hölder local) sejam parte da solução do problema de estimação da banda efetiva, existem dificuldades para sua aplicação dentro da escala de tempo acima citada. Além disso, verificamos que em certos casos o parâmetro de Hurst não expressa corretamente o comportamento em rajada. Isso pode ser verificado principalmente quando o processo de tráfego apresenta a característica antipersistente, também chamado de dependência negativa (quando  $H < 0,5$ ).

Em razão desses fatos, introduzimos um novo parâmetro que leva em consideração todos os expoentes de Hölder de um determinado arquivo de tráfego, dentro da janela de tempo considerada, denominado Estimador Fractal Restrito, denotado por  $\hat{H}$ . Esse parâmetro mostrou-se mais genérico e com bom desempenho na aplicação de estimação da banda efetiva para tráfegos com características *mono* e /ou *multifractais*.

Adicionalmente, neste Capítulo também foram apresentados resultados de alocação de banda efetiva considerando o método proposto por Laskin, que se mostrou mais eficiente quando o tráfego auto-similar apresenta variância infinita.

De acordo com os resultados analíticos e experimentais obtidos neste trabalho, observamos que a metodologia proposta atende adequadamente a estimação da banda efetiva, considerando as características específicas de cada tipo de tráfego, ou seja, para tráfego do tipo *multifractal* ou *monofractal* de variância finita ou infinita.

A aplicação da metodologia proposta, dada a sua simplicidade, auxilia o dimensionamento e o planejamento do projeto de redes.

Os próximos passos de nosso estudo estão na direção de averiguar até que tamanho mínimo de intervalo de tempo o Estimador Fractal Restrito  $\hat{H}$  pode ser utilizado, uma vez que o valor exato desse parâmetro, no instante de tempo  $t$ , é  $H_t$ . Também há possibilidade de aprimoramento dos fatores de ajuste para a obtenção da banda efetiva estimada.

# Capítulo 6

## Análise do Atraso para Banda Efetiva

### 6.1 Introdução

Atualmente, os projetistas das modernas redes de telecomunicações necessitam resolver problemas de dimensionamento relacionados a diversos tipos de tráfegos que geralmente são difíceis de ser modelados precisamente. As redes devem suportar um grande número de conexões e fluxos de tráfegos com diferentes requisitos de qualidade de serviço. Adicionalmente, em decorrência do surgimento das aplicações multimídia e do crescente uso intensivo das redes, a banda requerida pelas diferentes aplicações mantém-se como uma preciosa “*commodity*” que deve ser alocada de forma eficiente.

O tráfego multimídia [78] pode apresentar grande variabilidade e característica de surtos (*burstiness*). Esse fato coloca muitas dificuldades que devem ser vencidas, em termos do dimensionamento das redes de telecomunicações.

Até o presente momento, estudamos soluções para estimar teoricamente a banda efetiva para fontes única ou agregada de tráfego baseadas principalmente em duas metodologias: aproximação Gaussiana e probabilidade de perda de pacotes. Neste trabalho, foram considerados vários aspectos importantes da caracterização do tráfego, destacandose: a avaliação do tipo de auto-similaridade (variância finita ou infinita) e a influência fractal. Neste capítulo, analisaremos as questões relacionadas ao atraso e suas implicações sobre a banda efetiva estimada e, conseqüentemente, os impactos em termos de qualidade de serviço para aplicações em tempo real.

Apresentamos a seguir algumas propriedades desejáveis para comunicação em tempo real [30]:

- Baixo *jitter* (variação do atraso)
- Baixo atraso
- Habilidade de atender serviços em tempo real ou não
- Adaptação dinâmica às mudanças das condições de tráfego da rede
- Moderados requisitos de *buffer*
- Pequeno overhead de bits no cabeçalho por pacote
- Pequeno overhead de processamento por pacote.

Neste estudo, consideramos a avaliação do atraso para o dimensionamento da banda efetiva e a análise do desempenho dos parâmetros envolvidos para o tráfego multiserviço. Nossa solução está baseada no método proposto por Jean-Yves Le Boudec [69]. Nosso critério para assegurar a qualidade de serviço, em termos de atraso e *jitter* fim a fim, utiliza a banda efetiva já estimada pelos métodos já apresentados; em outras palavras, para uma dada banda efetiva estimada verificamos se ela satisfaz os requisitos de qualidade de serviço, em termos de atraso e *jitter*.

Este capítulo está organizado da seguinte forma. Na seção 6.2, apresentamos o método de Le Boudec. O Critério de Atraso e Jitter para Banda Efetiva é mostrado na seção 6.3. Na seção 6.4, apresentamos a análise do resultados. A seção 6.5 aborda uma solução para tráfego multimídia. Finalmente, na seção 6.6, concluímos.

## 6.2 O Método de Le Boudec

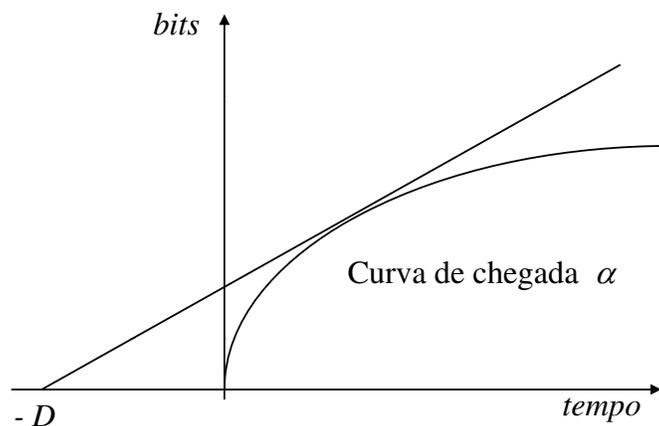
O trabalho de Le Boudec é fundamentado no estudo anterior de Cruz denominado “*Calculus for Network Delay*” [126][127], originalmente baseado no conceito de Curva de Chegada. O método proposto por Le Boudec, ao contrário de usar um modelo aleatório para a entrada do tráfego, assume que esta é desconhecida; possuindo, contudo, certa regularidade [69].

Considere um sistema que atende a um fluxo de forma conservadora com uma taxa constante  $C$ . O autor assume que o fluxo de chegada é restringido por uma curva de chegada  $\alpha$  e deseja determinar o valor mínimo de banda efetiva  $C$  para uma dada curva  $\alpha$ . Nesse caso, a imposição da restrição de atraso fixo  $D$  ao fluxo de tráfego, deve manter a condição  $C \geq C_D$ , onde  $C_D$  depende dos parâmetros do balde furado e da restrição de atraso. Em outras palavras,  $C_D$  é denominado Banda Efetiva Determinística do fluxo de tráfego para uma restrição de atraso  $D$ . Se  $N$  fontes de tráfego idênticas forem sobrepostas, a banda efetiva do tráfego agregado é  $NC_D$  [69].

Le Boudec propõe que para um determinado intervalo de tempo  $[0, t]$ , considerando uma fila com taxa de serviço constante  $C$  e curva de chegada  $\alpha$  apresentada na Figura 6.1, é assegurado um atraso  $D$  para um determinado fluxo de tráfego se  $C \geq c_D(\alpha)$ , quando

$$c_D(\alpha) = \sup_{t \geq 0} \frac{\alpha(t)}{t + D} \quad (6.1)$$

$c_D(\alpha)$  é denominado taxa efetiva de bits ou banda efetiva determinística correspondente à curva de chegada  $\alpha$ , para uma restrição de atraso  $D$ . Se a curva de chegada  $\alpha$ , é diferenciável,  $c_D(\alpha)$  será a reta inclinada tangente da curva de chegada que intercepta o eixo horizontal no ponto  $t = -D$ . A Figura 6.1 mostra a curva de chegada  $\alpha$  que representa a taxa de chegada de bits no decorrer do tempo e a respectiva tangente. Note que  $p$ ,  $r$  e  $L$



**Figura 6.1:** Restrição de Atraso  $D$  para uma curva de chegada  $\alpha$ .

denotam, respectivamente, a taxa de pico, a taxa média e o tamanho máximo de surto (*Maximum Burst Size*), conforme definidos no Capítulo 4. Le Boudec estima a banda efetiva

por meio das equações 6.2 e 6.4, para fontes de taxa constante e taxa variável, respectivamente [69][126][127]:

- Para uma fonte de taxa constante, a banda efetiva é dada por

$$c_D = \max_t \frac{pt}{t + D} \rightarrow p. \quad (6.2)$$

- Para uma fonte de taxa variável, a banda efetiva é dada por

$$c_D = \frac{pT_{on}}{T_{on} + D}, \quad (6.3)$$

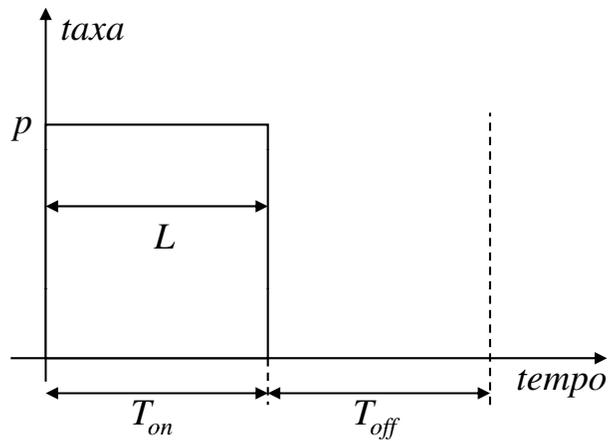
onde

$$T_{on} = \frac{L}{p} \quad (6.4)$$

e

$$r = \frac{T_{off}}{T_{on} + T_{off}} p. \quad (6.5)$$

A Figura 6.2 representa a taxa em função do tempo de uma fonte de taxa variável tipo *on/off*, com  $p$  e  $L$  já definidos. O correspondente enchimento e esvaziamento do *buffer* para

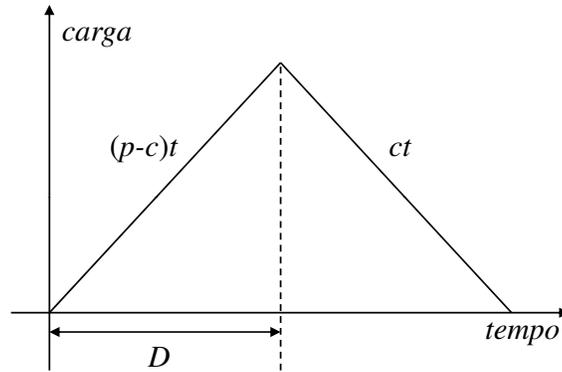


**Figura 6.2:** Fonte *On/Off*.

os períodos de tempo *On* e *Off*, mostrados na Figura 6.2, podem ser vistos na Figura 6.3. O período de enchimento obedece à função  $(p - c)t$ . Já a taxa de esvaziamento é a taxa  $c$  no intervalo máximo de tempo  $D$  [66]. As taxas média e de pico podem ser definidas como:

*Taxa média:*

$$r = \limsup_{t \rightarrow \infty} \frac{\alpha(t)}{t} \quad (6.6)$$



**Figura 6.3:** Esvaziamento e enchimento do *buffer*.

*Taxa de pico:*

$$p = \sup_{t \geq 0} \frac{\alpha(t)}{t} \quad (6.7)$$

e ainda,  $r \leq c_D(\alpha) \leq p$  para qualquer restrição de atraso  $D$ . Se  $\alpha(t)$  é côncava, teremos:

$$\lim_{D \rightarrow \infty} c_D(\alpha) = r. \quad (6.8)$$

Então a banda efetiva é dada pela equação

$$c_D = \max \left\{ r, \frac{L}{(L/p) + D} \right\} \quad (6.9)$$

com

$$D = \min \{ \max PTD - t_{\text{prop}}; \max Jitter \}, \quad (6.10)$$

onde:

- $t_{\text{prop}}$  é o atraso de propagação no enlace;
- $\max PTD$  é o atraso máximo na transferência do pacote;
- $\max Jitter$  é o *Jitter* máximo, isto é, a variação máxima de atraso fim a fim [8][16][122]. O *Jitter* máximo pode ser denominado *ppPDV* (*peak-to-peak Packet Delay Variation*).

### 6.3 Critério de atraso e “jitter” para banda efetiva

É importante mencionar que, em termos de QoS (Qualidade de Serviço), a análise de atraso e *jitter* proposta neste estudo são válidas para ambos os casos de tráfego de fonte única e tráfego agregado. No último caso, é aplicável quando todas as conexões ou fluxos possuem o mesmo requisito de QoS.

O algoritmo aqui proposto utiliza a banda efetiva ( $EB$ ) já obtida pelos métodos já apresentados nesta tese como uma das entradas na equação de Le Boudec (equação (6.9)); em seguida, verifica-se para cada banda efetiva estimada, se o requisito de atraso  $D$  é mantido.

A Figura 6.4 descreve, em diagrama de blocos, o algoritmo de estimação de banda efetiva baseado em atraso (DEBA - *Delay Based Effective Bandwidth Algorithm*) [124]. Neste algoritmo utilizamos os seguintes parâmetros de tráfego como entrada: taxa média ( $r$ ), taxa de pico ( $p$ ) e máximo tamanho de surto ( $L$  - *maximum burst size*). Como parâmetros de QoS como entrada: banda efetiva estimada ( $EB$ ), atraso máximo na transferência de pacote ( $\max PTD$ ) e o *jitter* máximo ( $\max J$ ). Finalmente, o atraso de propagação ( $t_{prop}$ ) é utilizado como parâmetro de rede de entrada do algoritmo [124].

Basicamente, o critério de atraso e *jitter* compara o atraso estimado  $D' = L/EB - L/p$  com a restrição de atraso  $D$ . O atraso estimado  $D'$  depende da banda efetiva estimada  $EB$ , do tamanho máximo de surto  $L$  e da taxa de pico  $p$ . Se a banda efetiva  $EB$  não é suficiente para sustentar a restrição de atraso  $D$ , a banda efetiva deve ser incrementada em 1 byte/segundo até que a condição  $D > D'$  seja atendida.

### 6.4 Análise dos resultados

Esta seção é dedicada à verificação dos resultados obtidos pela aplicação do DEBA (*Delay Based Effective Bandwidth Algorithm*). Resultados adicionais obtidos para arquivos de tráfego de áudio e vídeo são apresentados no Apêndice V.

Os parâmetros de cada arquivo de tráfego utilizado estão listados no Apêndice I. Foram escolhidos os seguintes parâmetros de QoS para validação do algoritmo:  $\max PTD$

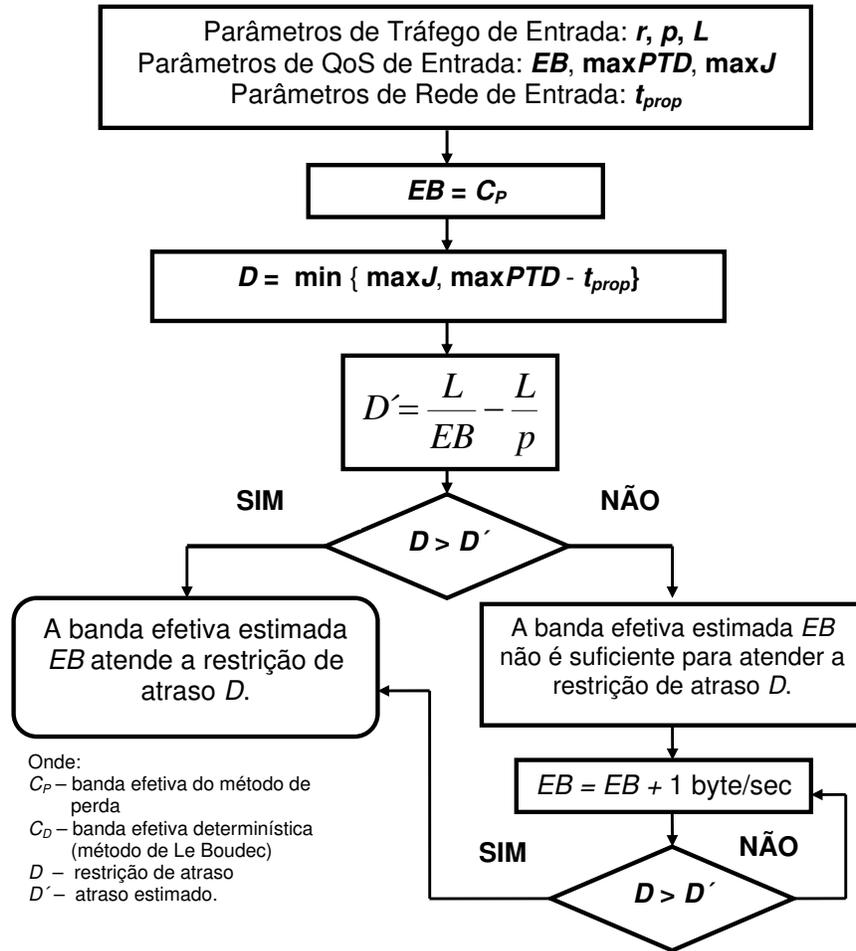


Figura 6.4: Diagrama de blocos do Critério de Atraso e Jitter.

(*maximum packet transfer delay*) = 250 msec e *max J* (*maximum delay jitter*) variando entre 10  $\mu$ seg e 40 msec. É importante mencionar que os valores adotados são típicos de aplicações em tempo real. Os valores de banda efetiva foram estimados de acordo com os métodos propostos no Capítulo 5 e variam de acordo com o arquivo de tráfego testado. Os resultados de banda efetiva são apresentados no Apêndice III desta tese [122][124].

As Figuras 6.5, 6.6, 6.7 e 6.8, a seguir, destacam os resultados obtidos para o arquivo de tráfego de áudio e vídeo 13\_7\_MTX\_1, considerando os parâmetros de tráfego e de QoS adotados.

Para um atraso de propagação considerado entre 5 e 220 msec ( $t_{prop}$ ), um atraso máximo na transferência do pacote (*max PTD*) de 250 msec, e um *Jitter* máximo (*maxJitter*) de 10  $\mu$ seg a Figura 6.5 mostra que a banda efetiva mínima aceitável é de 1.286.025 bytes/seg.

Nesse caso, a restrição de atraso  $D$  é obedecida, isto é,  $\max PTD$  (*maximum packet transfer delay*) e  $\max J$  (*maximum delay jitter*) são atendidos.

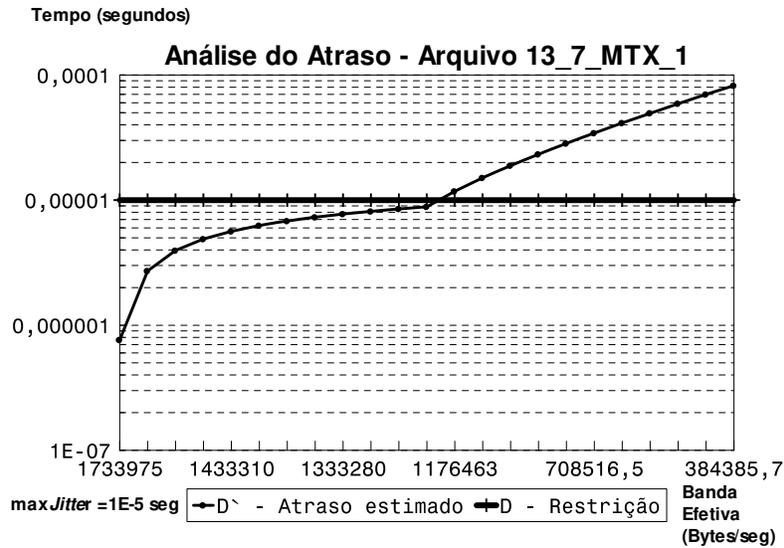


Figura 6.5: Tempo em função da Banda Efetiva com Restrição  $D$ .

A Figura 6.6 apresenta para um atraso de propagação entre 5 e 250 msec ( $t_{prop}$ ), um atraso máximo na transferência do pacote ( $\max PTD$ ) de 250 msec, e um Jitter máximo ( $\max Jitter$ ) de 50  $\mu$ seg, que a banda efetiva mínima aceitável é de 558.792 bytes/seg. Nesse caso, a restrição de atraso  $D$  é obedecida, isto é,  $\max PTD$  (*maximum packet transfer delay*) e  $\max Jitter$  (*maximum delay jitter*) são atendidos.

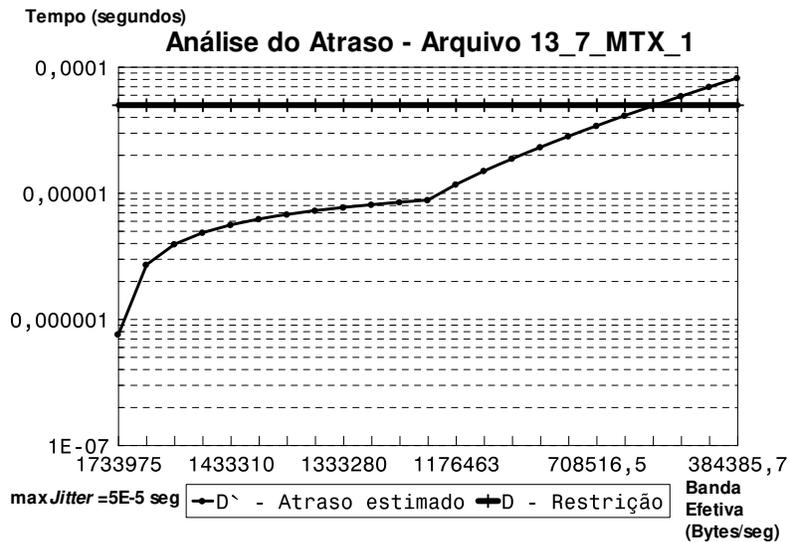


Figura 6.6: Tempo em função da Banda Efetiva com Restrição  $D$ .

Para um atraso de propagação considerado entre 5 e 220 mseg ( $t_{prop}$ ), um atraso máximo na transferência do pacote ( $\max PTD$ ) de 250 mseg, e *Jitter* máximo ( $\max Jitter$ ) de 90  $\mu$ seg, a Figura 6.7 mostra que a banda efetiva mínima é de 384.385 bytes/seg. Nesse caso, a restrição de atraso  $D$  é obedecida, isto é,  $\max PTD$  (*maximum packet transfer delay*) e  $\max J$  (*maximum delay jitter*) são atendidos. A Figura 6.8 destaca para as mesmas condições de atraso e um *Jitter* máximo ( $\max Jitter$ ) de 0,15 mseg, que toda a faixa de banda efetiva do gráfico atende plenamente as condições de QoS estabelecidas.

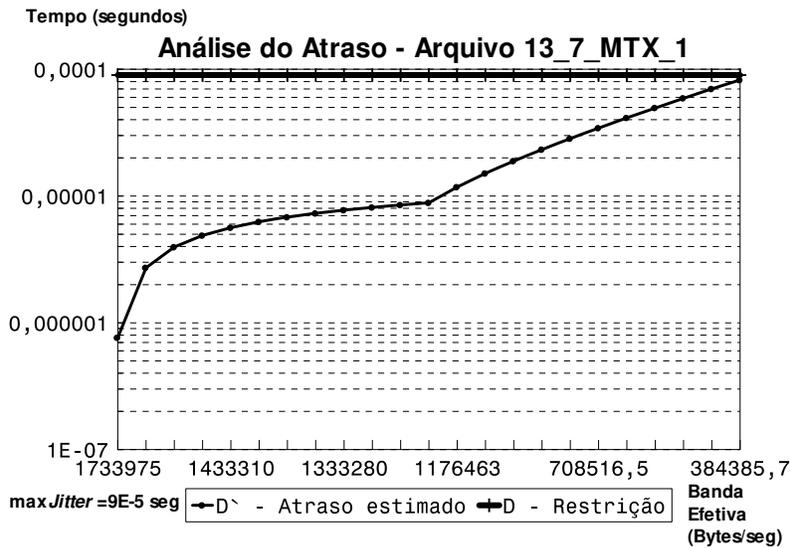


Figura 6.7: Tempo em função da Banda Efetiva com Restrição  $D$ .

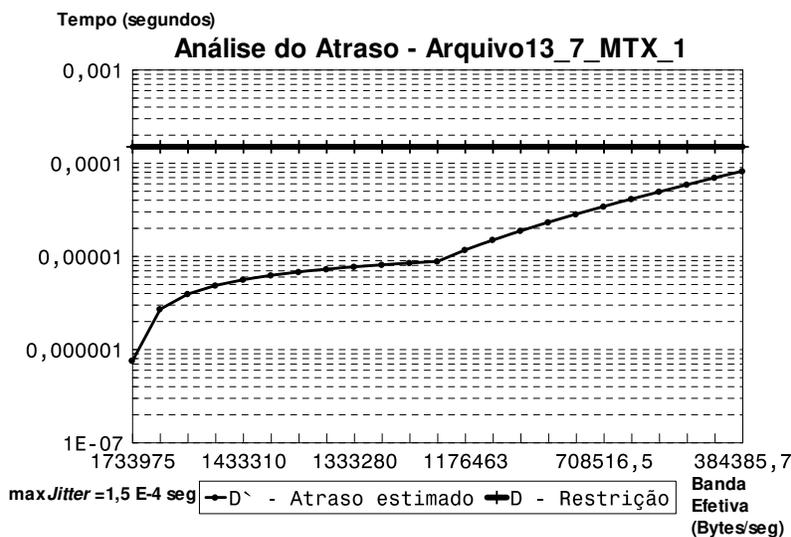


Figura 6.8: Tempo em função da Banda Efetiva com Restrição  $D$ .

## 6.5 Tráfego multimídia

“Multimídia” é o termo usado para descrever a utilização de diversos tipos de mídia para representação, registro e uso da informação [78][148]. Nos últimos anos, esse termo tem sido utilizado para representar uma nova forma de comunicação que utiliza a combinação de recursos audiovisuais e outros com objetivo de: propaganda, entretenimento, educação, controle, negócios, dentre outras aplicações.

Em virtude das diferentes mídias envolvidas, a comunicação multimídia necessita de garantias bastante restritas, em termos de atraso e *jitter*. Neste capítulo, apresentamos o algoritmo denominado DEBA - *Delay Based Effective Bandwidth Algorithm*, para verificar o atendimento dos requisitos de atraso e *jitter* para aplicações em tempo real. Ocorre que o tráfego multimídia requer um cuidado adicional: a sincronização entre os diferentes tipos de mídia. Essa sincronização pode ser dividida em dois tipos: intrafluxo (*inter-stream*) e interfluxo (*inter-stream*). A primeira refere-se à preservação da relação temporal dentro de um único fluxo, enquanto a última refere-se à dependência temporal através de dois ou mais fluxos [154]. Um exemplo típico de sincronização interfluxo é a sincronização labial entre o áudio e o vídeo em uma fala.

Os requisitos de sincronização para esse tipo de tráfego incluem parâmetros de QoS como: o *jitter*, que é a variação do atraso entre os pacotes ou quadros de mesmo fluxo, e o “*skew*”, que é a variação do atraso entre pacotes ou quadros de dois diferentes fluxos, relacionados. Quando esses parâmetros estão apropriadamente dimensionados, os fluxos parecem estar sincronizados. Para a fala humana, o atraso e *jitter* admissíveis é de 250 mseg e 10 mseg respectivamente. Já o *skew* tolerado entre áudio e vídeo é de  $-80$  mseg (áudio atrás do vídeo) e  $+80$  mseg (áudio na frente do vídeo) [154].

Para se obter a sincronização na comunicação multimídia os valores dos parâmetros de QoS citados acima devem ser mantidos dentro das faixas admissíveis. Para tanto, nossa metodologia adota o método proposto por Yan Xu, Yilin Chang e Zengji Liu [154], que utiliza um *buffer* de compensação no sitio de destino. O *buffer* deve ter um tamanho mínimo capaz de compensar o *jitter*, mas não pode ser muito grande a ponto de causar um atraso inaceitável.

Considerando uma comunicação multimídia, existe um fluxo completamente independente dos demais que é denominado fluxo mestre e é denotado pelo índice  $M$ . Os demais fluxos são considerados escravos e denotados pelo índice  $S$ . Cada fluxo pode ser visto como uma seqüência de unidades de informação (pacotes ou quadros) que são alteradas conforme o *jitter*, definido como:

$$J_i = d_i - E(d_i), \quad (6.11)$$

onde  $d_i$  é o atraso instantâneo e  $E(d_i)$  é o atraso médio sofrido pela unidade de informação  $i$ .

Seja a variável aleatória  $X$ . Se a esperança de  $X$  é  $\mu$ , a variância de  $X$  é  $\sigma^2$ , e  $\varepsilon$  um número positivo, de acordo com a desigualdade Chebyshev:

$$P\{|X - \mu| \geq \varepsilon\} \leq \frac{\sigma^2}{\varepsilon^2}. \quad (6.12)$$

Com base na desigualdade de Chebyshev, Yan Xu propôs, para se estimar os *buffers* de compensação, as seguintes equações [154]:

$$b_M = 2 \left( \sqrt{\frac{\sigma_M^2}{\varepsilon_M}} - \max Jitter \right) \quad (6.13)$$

$$b_S = 2 \left( \sqrt{\frac{\sigma_M^2 + \sigma_S^2}{\varepsilon}} - \max S \right) \quad (6.14)$$

onde

$\max J$  e  $\max S$  são o *jitter* e o *skew* máximos tolerados, respectivamente.  $b_M$  e  $b_S$  são os *buffers* de compensação referente aos fluxos mestre e escravo.  $\sigma_M^2$  e  $\sigma_S^2$  são as variâncias dos fluxos mestre e escravo, respectivamente.

Neste estudo, adicionalmente ao DEBA (*Delay Based Effective Bandwidth Algorithm*) proposto para análise do atraso e *jitter* para o tráfego em tempo real, sugerimos utilizar o método de Yan Xu, Yilin Chang e Zengji Liu [154], destinado a tratamento do tráfego multimídia por meio da adição de *buffers* de compensação.

## 6.6 Conclusões

A qualidade de serviço para aplicações em tempo real implica em restrições de atraso que geralmente são mais significativas do que as restrições de perda de informação. Neste Capítulo, apresentamos um critério de análise de atraso e *jitter* baseado no método de Le Boudec para a estimação da banda efetiva determinística tendo como premissa básica de QoS a restrição de atraso.

O algoritmo proposto, denominado DEBA (*Delay Based Effective Bandwidth Algorithm*), emprega parâmetros de caracterização do tráfego (taxa média, taxa de pico, e máximo tamanho de surto), parâmetros de QoS (banda efetiva, atraso máximo, e *jitter* máximo) e adicionalmente usa o parâmetro de rede (tempo de propagação).

De acordo com os resultados obtidos da análise efetuada, verificamos que para o conjunto de parâmetros de QoS considerados devemos utilizar uma banda efetiva mínima, com a finalidade de garantir a manutenção da condição  $D > D'$  atendida. Em outras palavras, para uma quantidade de banda efetiva adequada, os parâmetros  $\max PTD$  (*maximum packet transfer delay*) e  $\max J$  (*maximum delay jitter*) são mantidos, assegurando a qualidade de serviço necessária.

Adicionalmente, foi apresentado o método proposto por Yilin Chang e Zengji Liu para dimensionamento do *buffer* de compensação para tráfego multimídia.

# Capítulo 7

## Conclusão, Comentários e Trabalhos Futuros

No amplo escopo da engenharia de tráfego e provimento de serviços de rede com qualidade de serviço assegurada, esta tese dedicou-se ao estudo da estimação da banda efetiva fundamentada na caracterização de tráfego das redes e nos requisitos de QoS previamente negociados.

Os métodos de alocação de banda propostos neste estudo estão fundamentados na Teoria dos Grandes Desvios, aproximação Gaussiana e de caracterização de tráfego. Com a finalidade de fundamentar este estudo introduzimos os conceitos básicos da Teoria Fractal, incluindo o fenômeno auto-similar e o conceito de Cascata Discreta Conservativa como modelo apropriado para representar o tráfego de redes. A Teoria dos Grandes Desvios, com aplicação na engenharia de tráfego de redes, principalmente relacionado aos problemas assintóticos também foi contemplada.

Independente da tecnologia de rede utilizada, a maior compreensão e conhecimento das características do tráfego são fatores básicos para uma estimativa de uma banda efetiva mais realista. Por essa razão, esta tese apresentou um amplo estudo de caracterização de tráfego, incluindo um método para verificar se dado arquivo de tráfego é oriundo de uma fonte única ou de um tráfego agregado, possibilitando a utilização do método mais adequado para a estimação da banda efetiva.

Pode-se aferir que para pequenos intervalos de tempo, a informação local é dada pelo expoente de Hölder em cada ponto. Por outro lado, em grandes escalas de tempo o comportamento predominante no tráfego de redes é o *monofractal* (auto-similar). De acordo com o estudo de caracterização, constatou-se que existe uma escala de tempo, aproxima-

damente entre 10 e 500 msec, que em um mesmo processo de tráfego pode coexistir uma complicada mistura de processos aditivos e multiplicativos em determinados intervalos de tempo, originando simultaneamente comportamentos *mono* e *multifractal*. Esse fato conduziu ao principal resultado deste estudo para a estimação da banda efetiva, a introdução de um parâmetro de tráfego que representa, simultaneamente, o impacto *mono* e *multifractal* nas redes de comunicação.

O novo parâmetro, denominado Estimador Fractal Restrito, está fundamentado em métodos estatísticos, heurísticos e de simulação, que leva em conta todos os expoentes de Hölder dentro da janela de tempo considerada neste estudo (10 a 500 msec). Esse parâmetro possibilita uma estimação de banda efetiva mais realista nos casos onde a auto-similaridade se apresenta com parâmetro de Hurst menor que 0,85. Além disso, o Estimador Fractal Restrito apresenta um desempenho superior ao parâmetro de Hurst, mesmo em escalas de tempo maiores, quando o processo de tráfego apresenta a característica antipersistente, também chamada de dependência negativa (quando  $H < 0,5$ ).

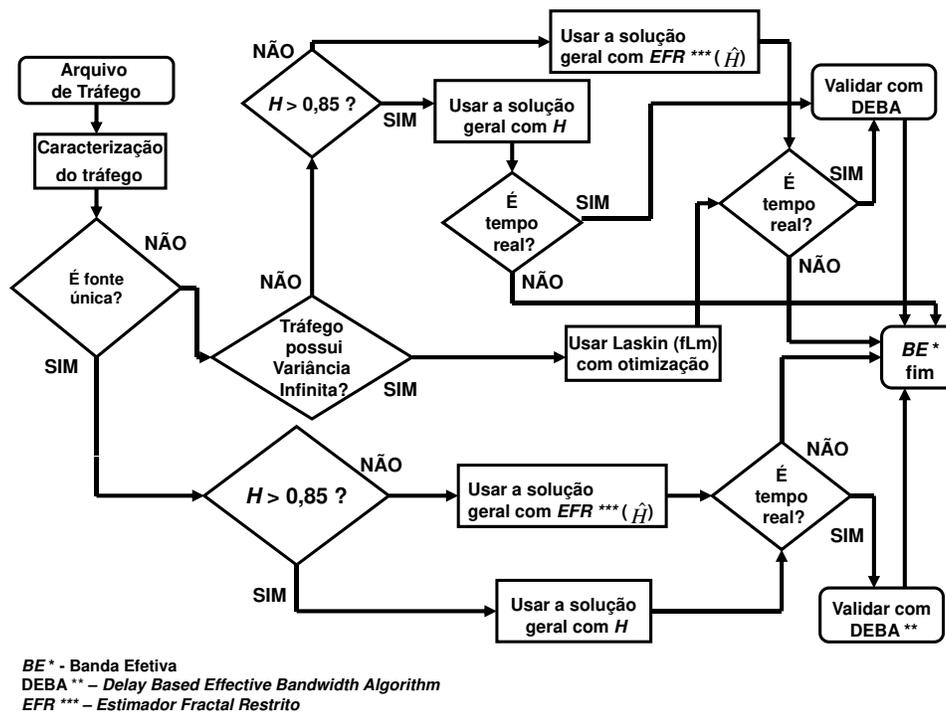
Em termos de dimensionamento da banda efetiva, este estudo também aborda outro importante aspecto da auto-similaridade, os processos com variância finita e infinita, por meio da avaliação dos parâmetros de auto-similaridade:  $H$  e  $d$  (parâmetro de Hurst e o parâmetro diferenciação do modelo F-ARIMA, respectivamente) [68].

Quanto às restrições de atraso e *jitter*, em termos de QoS, para o tráfego em tempo real cursado nas redes multiserviço, também estão incluídos na metodologia proposta para a estimação da banda efetiva. A abordagem objetivou validar a estimativa de banda efetiva para tráfego em tempo real, por meio da adaptação do método proposto por Jean-Yves Le Boudec [69]. O critério para assegurar a qualidade de serviço em termos de atraso e *jitter* fim a fim utiliza a banda efetiva já estimada pelos métodos adotados. Em outras palavras, para uma dada banda efetiva estimada, verifica-se se a mesma satisfaz os requisitos de qualidade de serviço em termos de atraso e *jitter*.

Todas as soluções propostas incluem métodos de ajuste da banda efetiva, com respectiva validação das diversas metodologias, por meio de exaustivos testes de simulação usando arquivos de tráfego real descritos no Apêndice I desta tese. Cabe salientar que o si-

mulador utilizado neste trabalho [122][123][124][125] foi devidamente ajustado e aferido por meio do simulador OPNET Technologies Inc<sup>®</sup>.

A Figura 7.1 resume de forma simplificada a metodologia de estimação de banda efetiva proposta nesta tese em fluxograma.



**Figura 7.1:** Metodologia para estimação da banda efetiva.

Descrição do Diagrama de Blocos:

- Dado um arquivo de tráfego de redes efetua-se sua caracterização obtendo-se os valores dos parâmetros de tráfego selecionados neste estudo, introduzidos no Capítulo 4 desta tese. Nessa fase, verifica-se se o tráfego é de fonte única ou é agregado, conforme primeiro bloco de decisão da Figura 7.1.
- Caso o arquivo de tráfego agregado apresente característica auto-similar com variância infinita, a banda efetiva será estimada por meio do método otimizado proposto neste estudo, baseado no trabalho de N. Laskin, I. Lambadaris, F. Harmantzis e M. Devetsikiotis [44][101]. Contudo, se o tráfego agregado não apresentar vari-

ância infinita, a banda efetiva será estimada por meio do Método Geral baseado na aproximação Gaussiana [57][58], também mostrado no Capítulo 5 deste trabalho.

- Para todos os tipos de tráfego, caso a característica auto-similar, representada pelo parâmetro de Hurst seja superior a 0,85, será utilizado o Método Geral usando-se para a estimação da banda efetiva o próprio parâmetro  $H$ , seja para tráfego de fonte única ou tráfego agregado.
- Para todos os tipos de tráfego, caso a característica auto-similar, representada pelo parâmetro de Hurst seja inferior a 0,85, aplicado utilizado o Método Geral usando-se para a estimação da banda efetiva o Estimador Fractal Restrito, denotado por  $\hat{H}$ , introduzido no Capítulo 5, seja para tráfego de fonte única ou tráfego agregado.
- Caso o tráfego seja em tempo real, será aplicado o DEBA (*Delay Based Effective Bandwidth Algorithm*) que valida a estimação da banda efetiva efetuada, em todos os casos.
- Para todas as estimativas são utilizados fatores de ajuste.

A metodologia proposta neste estudo foi validada por métodos estatísticos, heurísticos e simulação. Os resultados obtidos mostram sua aplicabilidade na estimação da banda efetiva para o dimensionamento de redes de comunicação.

Os próximos passos do estudo estão na direção de averiguar até que tamanho mínimo de intervalo de tempo o Estimador Fractal Restrito,  $\hat{H}$ , pode ser utilizado, uma vez que o valor exato no instante de tempo  $t$  é  $H_t$ . Também há um grande espaço para o aprimoramento dos fatores de ajuste utilizados na estimação da banda efetiva para os diferentes tipos de tráfego.

Em termos de caracterização de tráfego, há a necessidade de uma análise mais apurada sobre o comportamento de parâmetros como o atraso e o *jitter*, para aplicações em tempo real. Adicionalmente, há necessidade de aprofundamento da análise do comportamento tráfego multimídia com a finalidade de aprimorar o dimensionamento da banda efetiva para esse tipo de tráfego em redes multiserviço.

Um aperfeiçoamento possível da metodologia para estimação da banda efetiva é o desenvolvimento de métodos dedicados de estimação de acordo com as necessidades específicas do tipo de aplicação que utilizará a rede.

Outro aspecto importante a ser analisado é o impacto de mecanismos de compressão de tráfego utilizados atualmente, em aplicações de voz e vídeo em tempo real, na banda efetiva estimada. Análise idêntica deve ser feita em mecanismos de segurança da informação como criptografia.

## Referências Bibliográficas

- [1] A. C. Gilbert, W. Willinger, e A. Feldmann, “*Scaling Analysis of Conservative Cascades, with Applications to Network Traffic*”, 1998.
- [2] A. D. Wentzell, “*Limit Theorems on Large Deviations for Markov Stochastic Process*”, Kluwer Academic Publishers, 1990.
- [3] A. V. Skorokhod, “*Asymptotic Methods in the Theory of Stochastic Differential Equations*”, Translations of Mathematical Monographs, American Mathematical Society, 1989.
- [4] Adam Schwartz e Alan Weiss, “*Large Deviations for Performance Analysis*”, Chapman & Hall, 1996.
- [5] Alan Weiss, “*An Introduction to Large Deviations for Communication Networks*”, IEEE Journal on Selected Areas in Communications, Vol.13, No.6, Agosto 1995.
- [6] Albanita G. Dantas, Marcelo M. Carvalho e Dalton Soares Arantes, “*Self-Similar Models for Variable Bit Rate in ATM Networks*”, Relatório Técnico, Pub FEEC 027, UNICAMP, 1997.
- [7] Amir Dembo, Ofer Zeitouni, “*Large Deviations Techniques and Applications*”, Springer-Verlag, 1998.
- [8] Andrew S. Tanenbaum, “*Computer Networks*”, Prentice Hall, 1996.
- [9] Antoine Ayache e Jacques Lévy Véhel, “*The Generalized Multifractal Brownian Motion*”, INRIA, Rocquencourt, França, 1991.
- [10] Anja Feldmann, A. C. Gilbert e W. Willinger, “*Data Networks as Cascades: Investigating the Multifractal Nature of Internet WAN Traffic*”, ACM/SIGCOMM, Vancouver, B.C. Canada, 1998.
- [11] Anja Feldmann, A. C. Gilbert, W. Willinger, e T.G. Kurtz, “*The Changing Nature of Network Traffic: Scaling Phenomena*”, Computer Communication Review 28, No 2, Abril 1998.
- [12] Arnaud de La Fortelle e Guy Fayolle, “*Large Deviation Principle for Markov Chains in Discrete Time*”, No. 3791, Rocquencourt, França Novembro 1999.

## Referências Bibliográficas

- [13] Ariel Orda, Alexeer Sprintson, “*Precomputation Schemes for QoS Routing*”, IEEE/ACM Transactions on Networking, Vol 11, No.4, Agosto, 2003.
- [14] Ashok Erramilli, Onuttom Narayan e Walter Willinger, “*Experimental Queueing Analysis with Long-Range Dependent Packet Traffic*”.
- [15] Ashok Erramilli, Jonathan L. Wang, “*Monitoring Packet Traffic Level*”, IEEE Globecom, 1994.
- [16] ATM Forum, “*Traffic Management Specification*”, versão 4.0, AF-TM-0056.000, Abril 1996.
- [17] B. M. Gammel, “*Kritisches Verhalten und Niederfrequenz-Anomalien beim Quanten-Hall-Effekt*”, Universidade Técnica de Munique, Alemanha, 1994.
- [18] Benoit Mandelbrot, “*The Fractal Geometry of Nature*”, W. H. Freeman e Co. Nova York, 1977.
- [19] Biplad Sikdar e Kenneth S. Vastola, “*On the Convergence of MMPP and fractional ARIMA Process with Long-Range Dependence to Fractional Brownian Motion*”, Proceedings of the 34<sup>th</sup> CISS, Princeton, Nova Jersey, Estados Unidos, 2000.
- [20] C. Ford e I. Sachs, “*Duality and the Legendre Transform*”, Dublin Institute for Advanced Studies, DIAS-SPT 95-30, Dublin, Irlanda, Agosto 1995.
- [21] C. Sidney Burrus, Ramesh A. Gopinath e Haitao Guo, “*Wavelets and Wavelet Transforms*”, Prentice-Hall, 1998.
- [22] Cathy A. Fulton, “*Delay Jitter First-Order and Second-Order Statistical Functions of General Traffic on High-Speed Multimedia Networks*”, IEEE/ACM Transactions on Networking, Vol. 6, No. 2, Abril 1998.
- [23] César Augusto Viana Melo “*Modelagem e Computação da Banda Passante Equivalente de Fluxos Multifractais*”, Tese Doutorado, UNICAMP / IC, Campinas, Brasil, 2004.
- [24] César Augusto Viana Melo e Nelson Luis Saldanha da Fonseca, “*Um Processo Envelope para Modelagem de Tráfego Multifractal*”, XXI Simpósio Brasileiro de Redes de Computadores, Natal, Brasil, Maio de 2003.
- [25] Charles M. Judd e Gary H. McClelland, “*Data Analysis: A model-Comparison Approach*”, Harcourt Brace Jovanovich, Inc, 1989.
- [26] Christophe Canus, Jacques Lévy Véhel e Claude Tricot, “*Continuous Large Deviation Multifractal Spectrum: Definition and Estimation*”, INRIA, Rocquencourt, França, 1998.
- [27] Christophe Canus, “*Robust Large Deviation Multifractal Spectrum Estimation*”, INRIA, Rocquencourt, França, 1998.

## Referências Bibliográficas

- [28] Costas Courcoubetis e Richard Weber, “*Buffer Overflow Asymptotics for a Buffer Heling Many Traffic Sources*”, Universidade de Creta, Grécia, 1995.
- [29] Costas Courcoubetis e Richard Weber, “*Effective Bandwidths for Stationary Sources*”, Universidade de Creta, Grécia, 1994.
- [30] Çaglan Aras, James Kurose, Douglas Reeves e Henning S, “*Real-Time Communication in Packet-Switched Networks*”, Departamento de Engenharia Elétrica e Computação, Universidade da Carolina do Norte, Raleigh, Estados Unidos, 1998.
- [31] Dalton Soares Arantes, “*Auto-Similaridade do Tráfego Agregado em Redes de Dados*”, UNICAMP, 1997.
- [32] Daniel Minoli, “*ATM & Cell Relay For Corporate Environment*”, McGraw-Hill, 1994.
- [33] Darryl Veitch, Nicolas Hohn e Patrice Abry “*Multifractability in TCP/IP traffic: the case against*”, Computer Communications, Elsevier, January 2005.
- [34] David E. McDysan, Darren L. Spohn, “*ATM Theory and Application*”, McGraw-Hill, 1994.
- [35] David Pollard, “*Convergence of Stochastic Processes*”, Springer-Verlag, 1983.
- [36] Donald Gross, Carl M. Harris, “*Fundamentals of Queueing Theory*”, John Wiley & Sons, 1974.
- [37] Emanuel Parzen, “*Stochastic Process*”, Holden-Day Inc, 1976.
- [38] Firmiano R. Perlingeiro, “*Estudo de Tráfego e Alocação de Banda Efetiva para Redes ATM*”, Tese de Mestrado, UNICAMP / FEEC / DECOM, Julho de 1999.
- [39] Firmiano Ramos Perlingeiro e Lee Luan Ling, “*Data Traffic Characterization in Corporate Environment*”, Globecom, Rio de Janeiro, Brasil, Dezembro 1999.
- [40] Firmiano Ramos Perlingeiro e Lee Luan Ling, “*Effective Bandwidth Allocation Approach for Self-Similar Traffic for a Single ATM Connection*”, Globecom, Rio de Janeiro, Brasil, Dezembro 1999.
- [41] Firmiano Ramos Perlingeiro e Lee Luan Ling, “*Uma Nova Abordagem para Estimção da Banda Efetiva em Processos Fractais*”, Revista do IEEE América Latina, Dezembro de 2005.
- [42] Firmiano Ramos Perlingeiro e Lee Luan Ling, “*Estudo de Estimção de Banda Efetiva para Tráfego Auto-Similar com Variância Infinita*”, XXII Simpósio Brasileiro de Telecomunicações — SBrT05, Campinas, Brasil, Setembro de 2005.
- [43] Flávio de Melo Pereira, “*Política de Escalonamento para Garantia de Desempenho em Redes de Acesso Ethernet com Elementos Ópticos Passivos*”, Tese de Doutorado, UNICAMP / FEEC, Campinas, Brasil, 2006.

## Referências Bibliográficas

- [44] Fotios C. Harmantzis, Dimitrios Hatzinakos e Irene Katzela, “*Tail Probabilities for the Multiplexing of Fractional  $\alpha$ -Stable Broadband Traffic*”, ICC, Helsinki, Finlândia, Junho 2001.
- [45] FRACLAB, INRIA — Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique — <http://www.INRIA.com.fr>, Rocquencourt, França 1990.
- [46] Frank Kelly, “*Notes on Effective Bandwidths*”, <http://www.statslab.cam.ac.uk/~frank/>, Universidade de Cambridge, Reino Unido, 1995.
- [47] George Kesidis, Jean Walre e Cheng-Shang Chang, “*Effective Bandwidth for Multiclass Markov Fluids and Other ATM Sources*”. IEEE Trans. Networking, Vol 1, Agosto, 1993.
- [48] Gregory W. Wornell, “*Signal Processing with Fractals: A Wavelet-Based Approach*”, Prentice-Hall, 1996.
- [49] Guoqiang Mao e Daryoush Habibi, “*Loss Performance for Heterogeneous On-Off Sources With Application to Connection Admission Control*”, IEEE/ACM Transactions on Networking, Vol.10, No.1, Fevereiro 2002.
- [50] Gustavo Abraham Hirchoren, “*Predição e Estimação de Parâmetros de Processos Auto-Similares para Redes de Faixa Larga*”, Tese de Doutorado, UNICAMP / FEEC, Campinas, Brasil, 1999.
- [51] H. Yaïche, R. Mazumdar, e C. Rosenberg, “*A Game Theoretic Framework for Bandwidth Allocation e Pricing in Broadband Networks*”, “IEEE/ACM TRANSACTIONS ON NETWORKING”, Vol. 8, No. 5, Outubro 2000.
- [52] Heinz-Otto Peitgen, Hartmut Jurgens e Dietmar Saupe, “*Chaos and Fractals, New Frontiers of Science*”, Springer-Verlag, 1994.
- [53] Henrik Abrahamsson, “*Traffic Measurement and Analysis*”, SICS Relatório Técnico, Instituto Sueco de Ciência da Computação, Kista, Suécia, Setembro 1999.
- [54] Henry Stark e John W. Woods, “*Probability, Random Processes and Estimation Theory for Engineers*”, Prentice Hall, 1994.
- [55] Herbert Federer, “*Geometric Measure Theory*”, Springer-Verlag, 1969.
- [56] Hung Tuan Tran e Thomas Zieler, “*Adaptive bandwidth provisioning with explicit respect to QoS requirements*”, Computer Communications, Elsevier, January 2005.
- [57] Ilkka Norros, Parag Pruthi, “*On the Applicability of Gaussian Traffic Models*”, 1996.
- [58] Ilkka Norros, “*On the Use of Fractional Brownian Motion in the Theory of Connectionless Networks*”, IEEE Journal on Selected Areas in Communications, Agosto, 1995.

## Referências Bibliográficas

- [59] Ilkka Norros, “*A Storage Model with Self-Similar Input*”, Queuing Systems, 1994.
- [60] Ioannis Karatzas e Steven E. Shreve, “*Brownian Motion and Stochastic Calculus*”, Volume 113 in the series “*Graduate Texts in Mathematics*”, Springer-Verlag, New York, Heidelberg & Berlin, 1991.
- [61] J. Neilson, P. R. Morin. “*The Impact of Self-Similarity on Network Analysis*”, Escola de Ciência da Computação, Universidade de Carleton, Ottawa, Canadá 1995.
- [62] Jacques Lévy Véhel, Evelyne Lutton, e Claude Tricot, “*Fractals in Engineering*”, INRIA, Springer-Verlag, Londres, 1997.
- [63] Jacques Lévy e R. Riedi, “*Fractional Brownian motion and data traffic modeling: The other end of the spectrum*”, INRIA, Rocquencourt, França, 1997.
- [64] Jamal Najim, “*A Cramér Type Theorem for Weighted Random Variables*”, Universidade de Paris 10, Nanterre, França, 2002.
- [65] James Roberts, Ugo Mocci e Jorma Virtamo, “*Broadband Network Traffic — Final Report of Action COST 242*”, Springer-Verlag, Alemanha 1996.
- [66] Jaudelice C. Oliveira, “*Dimensionamento de Enlaces em Redes de Telecomunicações*”, Tese de Mestrado da FEEC, UNICAMP, 1998.
- [67] Javier Aracil, Richard Edell, Pravin Varaiya, “*A Phenomenological Approach to Internet Traffic Self-Similarity*”, UCB, 1996.
- [68] Jean Beran, “*Statistics for Long-Memory Process*” Chapman & Hall, 1994.
- [69] Jean-Yves Le Boudec, “*Network Calculus Made Easy*”, Technical Report EPFL-DI 96/218, Escola Politécnica Federal de Lausanne, Suíça, Dezembro 1996.
- [70] John L. Troutman, “*Variational Calculus with Elementary Convexity*”, Springer-Verlag, 1983.
- [71] John P. Nolan, “*Stable Distributions: Models for Heavy Tailed Data*”, Mathematics and Statistics Department, American University, January 2005.
- [72] John T. Lewis, Raymond Russell, “*An Introduction to Large Deviations for Teletraffic Engineers*”, Instituto de Estudos Avançados de Dublin, Irlanda, Abril, 1998.
- [73] Jonathan L. Wang, “*Analysis, Modeling e Management of Self-Similar Traffic*”, SBT/IEEE/ITS, São Paulo, Brasil 1998.
- [74] Judith L. Jerkins e Jonathan L. Wang, “*From Network Measurement Collection to Traffic Performance Modeling: Challenges and Lesson Learned*”, IEEE, CAMAD, São Paulo, Brasil 1998.
- [75] Judith L. Jerkins e Jonathan L. Wang, “*A measurement Analysis of ATM Cell-Level Aggregate Traffic*”, IEEE Globecom, Dezembro 1997.

## Referências Bibliográficas

- [76] K. Kant, “*On Aggregate Traffic Generation with Multifractals Properties*”, IEEE Globecom, Rio de Janeiro, Brasil, Dezembro 1999.
- [77] Ljiljana Trajkovic e Arnie Neidhardt, “*Effect of Traffic Knowledge on the Efficiency of Admission-Control Policies*”, ACM SIGCOMM, Computer Communication Review.
- [78] Mallikarjun Tatipamula e Bhumip Khasnabish, “*Multimedia Communications Networks — Technologies e Services*”, Artech House, 1998.
- [79] Marie-Eliette Dury, “*Identification of Self-Similar Symmetric Stable Processes with Stationary Increments*”, Universidade de Clermont-Ferre, Cedex, França, Novembro 2000.
- [80] Marilyn J. Field, “*Telemedicine: A Guide to Assessing Telecommunications in Health Care*”, Committee on Evaluating Clinical Applications of Telemedicine, Institute of Medicine, National Academy Press, Washington DC, Estados Unidos 1996.
- [81] Mario Baldi, “*End-to-End Delay Analysis of Videoconferencing over Packet-Switched Networks*”, IEEE/ACM Transaction on Networking, Vol. 8, No. 4, Agosto 2000.
- [82] Mark J. Schervish, “*Theory of Statistics*”, Springer, 1995.
- [83] Matthew Siler e Jean Walre, “*Monitoring Quality of Service: Measurement & Estimation*”, Departamento de Engenharia Elétrica e Ciência da Computação, Universidade da Califórnia em Berkeley, Califórnia, Estados Unidos, 1998.
- [84] Michel Dekking, Jacques Lévy Véhel, Evelyne Lutton e Claude Tricot, “*Fractals: Theory and Applications in Engineering*”, Springer-Verlag, Engle, 1999.
- [85] Miguel A. Arcones, “*The Large Deviation Principle of Stochastic Processes*”, Universidade de Binghamton, Nova York, Estados Unidos, Abril 2004.
- [86] Mike Sexton e Ey Reid, “*Broadband Networking: ATM, SDH e Sonet*”, Artech House, Estados Unidos 1997.
- [87] Morris H. DeGroot e Mark J. Schervish, “*Probability and Statistics*”, Addison-Wesley, 2002.
- [88] Moses Charikar, Joseph Naor e Baruch Schieber, “*Resource Optimization in QoS Multicast Routing of Real-Time Multimedia*”, IEEE/ACM Transactions on Networking, Vol. 12, No. 2, Abril, 2004.
- [89] Murad Taqqu, Vadim Teverovsky, Walter Willinger, “*Is Network Traffic Self-Similar or Multifractal ?*”, Fractals, “*Preprint*”, 1996.
- [90] Murad S. Taqqu, Vadim Teverovsky, “*Robustness of Whittle-type Estimator for Time Series with Long-Range Dependence*”, Stochastic Models, 1997.

## Referências Bibliográficas

- [91] Murad S. Taqqu, Vadim Teverovsky, “*On Estimating the Intensity of Long-Range Dependence in Finite e Infinite Variance Time Series*” — A Practical Guide to Heavy Tails: Statistical Techniques and Applications, pp. 177–217, Birkhauser, 1998.
- [92] Murad S. Taqqu e V. Teverovsky “*Semi-parametric Graphical Estimation Techniques for Long-range Dependence*”, Conferência de Probabilidade Aplicada e Análise de Séries Temporais de Atenas, Vol. 2, pp. 420–432, Notas de leitura em Estatística, Springer-Verlag, New York, 1996.
- [93] Murad S. Taqqu, Vadim Teverovsky e Walter Willinger, “*Estimators for long-range dependence: an empirical study*”, Fractals, Vol. 3, No. 4, World Scientific, 1995.
- [94] Murali Krishina, Vikran Gadre e Uday Desai, “*Multifractal Based Network Traffic Modeling*”, Kluwer Academic Publishers, 2003.
- [95] Murray R. Spiegel, “*Estatística*”, MacGraw-Hill Book Co, Estados Unidos, 1971.
- [96] Murray R. Spiegel, “*Shaum’s Outline of Theory and Problems of Laplace Transforms*”, MacGraw-Hill Book Co, Estados Unidos 1965.
- [97] N. Desaulniers-Soucy, A. Iuoras, “*Traffic Modeling with Universal Multifractals*”, IEEE Globecom, Rio de Janeiro, Brasil, Dezembro, 1999.
- [98] N. G. Duffield e O’Connell. “*Large Deviations and Overflow Probabilities for the General Single-Server Queue, with applications*”, DIAS-STP, 1993.
- [99] N. G. Duffield, Pawan Goyal, Albert Greenberg, Partho Mishra, K. K. Ramakrishnan, e Jacobus E. van der Merwe, “*A Flexible Model for Resource Management in Virtual Private Networks*”, ACM Sigcomm, Cambridge, Massachusetts, USA, 1999.
- [100] N. G. Duffield, Pawan Goyal, Albert Greenberg, Partho Mishra, K. K. Ramakrishnan, e Jacobus E. van der Merwe, “*Resource Mngement With Hoses: Point-to-Cloud Services for Virtual Private Networks*”, IEEE / ACM Transactions on Networking, Vol 10, Number 5, Outubro, 2002.
- [101] N. Laskin, I. Lambadaris, F. C. Harmantzis e M. Devetsikiotis, “*Fractional Lévy Motion and its Application to Network Traffic Modeling*”, ITC17, Salvador, Brasil, Dezembro 2001.
- [102] Neil O’Connell, “*Large Deviations with Applications to Telecommunications*”, BRIMS, Hewlett-Packard Labs, Bristol, Reino Unido 1999.
- [103] P. Abry e D. Veitch, “*Wavelet Analysis of Long-range Dependence Traffic*”, IEEE Transactions on Information Theory, 44, 1998.
- [104] P. Glynn e W. Whitt, “*Logarithmic Asymptotics for Steady-State Tail Probabilities in a Single-Server Queue*”, 1993.
- [105] Paolo Baldi, “*Large Deviations*”, Universidade de Roma, Cartona, Julho 1997.

## Referências Bibliográficas

- [106] Parag Pruthi, “*An Application of Chaotic Maps to Packet Traffic Modelling*”, Tese de Doutorado, Royal Institute of Technology, Suécia, 1995.
- [107] Patrick Billingsley, “*Convergence of Probability Measures*”, John Wiley & Sons, Nova York, Estados Unidos 1979.
- [108] Patrick Billingsley, “*Probability e Measure*”, John Wiley & Sons, 1986.
- [109] Petteri Mannersalo e Ilkka Norros, “*Multifractal Analysis: A potential Tool for Teletraffic Characterization?*”, COST 257 (European Cooperation in the field of Scientific and Technical Research), Finlândia, Dezembro 2000.
- [110] Peter J. Brockwell e Richard A. Davis, “*Introduction to Time Series and Forecasting*”, Springer, 1996.
- [111] Peter Eichelsbacher, “*Some Aspects in Large Deviation*”, Universidade de Bielefeld, Bielefeld Alemanha, 1998.
- [112] Philip Protter, “*Stochastic Integration and Differential Equations*”, Springer-Verlag, 1990.
- [113] R. H. Riedi e W. Willinger, “*Self-similar Network Traffic and Performance Evaluation*”, Wiley, 2000.
- [114] R. Liptser, “*Large Deviations for Occupation Measures for Markov Processes*”, Universidade de Tel Aviv , Tel Aviv, Israel.
- [115] R. Pontes e R. Coelho, “*The Scaling Characteristics of the Video Traffic and its Impacts on the acceptance Regions*”, International Teletraffic Congress — ITC 17, Brasil 2001.
- [116] R. Muirhead, “*Aspects of Multivariate Statistical Theory*”, Wiley, 1982.
- [117] R. W. Nowak, “*Discrete Cascade Universal Multifractal Simulation and Analysis*”, Tese de Mestrado, Universidade McGill, Montreal, Canadá, Junho de 1999.
- [118] Ram Balakrishnan e Carey Williamson, “*A Performance Comparison of “monofractal” and “multifractal” Traffic Streams*”, Departamento de Ciência da Computação, Universidade de Saskatchewan, Canadá 2002.
- [119] Ray-Guang Cheng, Chung-Ju Chang e Li-Fong Lin, “*A QoSProvisioning Neural Fuzzy Connection Admission Controller for Multimedia High-Speed Networks*”, “IEEE/ACM TRANSACTIONS ON NETWORKING”, VOL. 7, NO. 1, Fevereiro 1999.
- [120] Reall Lery e Ioannis Stavrakakis, “*Study of Delay Jitter with and without Peak Rate Enforcement*”, IEEE/ACM Transactions on Networking, Vol.7, No.4, Agosto 1997.
- [121] Relatório Técnico 01, Projeto Ericsson UNI-20, UNICAMP, SP, Março de 2001.

## Referências Bibliográficas

- [122] Relatório Técnico 02, Projeto Ericsson UNI-20, UNICAMP, SP, Setembro de 2001.
- [123] Relatório Técnico 03, Projeto Ericsson UNI-20, UNICAMP, SP, Março de 2002.
- [124] Relatório Técnico 04, Projeto Ericsson UNI-20, UNICAMP, SP, Dezembro de 2002.
- [125] Relatório Técnico 05, Projeto Ericsson UNI-20, UNICAMP, SP, Março de 2004.
- [126] Rene L. Cruz, “*A Calculus for Network Delay, Part I: Network Elements in Isolation*”, IEEE Transactions on Information Theory, Vol. 37, No. 1, Janeiro 1991.
- [127] Rene L. Cruz, “*A Calculus for Network Delay, Part II: Network Analysis*”, IEEE Transactions on Information Theory, Vol. 37, No. 1, Janeiro 1991.
- [128] RFC 1663, “*Integrated Services in the Internet Architecture: an Overview*”, IETF, Junho de 1994.
- [129] RFC 2205, “*Resource ReSerVation Protocol*”, IETF, Setembro 1997.
- [130] RFC 2998, “*A Framework for Integrated Services Operation over DiffServ Networks*”, IETF, Novembro, 2000.
- [131] RFC 2373, “*IP Version 6 Addressing Architecture*”, IETF, Network Working Group, Julho de 1998.
- [132] RFC 2374, “*An IPv6 Aggregatable Global Unicast Address Format*”, IETF, Network Working Group, Julho de 1998.
- [133] Riccardo Gusella, “*Characterizing the Variability of Arrival Process with Indexes of Dispersion*”, IEEE Journal on Selected Areas in Communications, Vol.9, No. 2, Fevereiro 1991.
- [134] Robert Bartoszyński e Magdalena Niewiadomska-Bugaj, “*Probability and Statistical Inference*”, Wiley and Sons, 1996.
- [135] Roberto Szechtman e Peter W. Glynn, “*Rare-Event Simulation for Infinite Server Queues*”, Conferência em Simulação de Inverno, Universidade da Califórnia em Stanford, CA, Estados Unidos 2002.
- [136] Robert Vojak, Jacques Lévy Véhel, “*Higher Order Multifractal Analysis*”, INRIA, Rocquencourt, França.
- [137] Romain François Peltier e Jacques Lévy Véhel, “*A New Method for Estimating the Parameter of Fractional Brownian Motion*”, Relatório 2394, INRIA, Rocquencourt, França, 1994.
- [138] Romain François Peltier e Jacques Lévy Véhel, “*multifractal Brownian Motion: definition and preliminary results*”, INRIA, Rocquencourt, França, Março 1995.

## Referências Bibliográficas

- [139] Rudolf H. Riedi, “*Introduction to Multifractals*”, Departamento de ECE, Universidade de Rice, Houston, Texas, Estados Unidos, Outubro 1999.
- [140] Rudolf H. Riedi, Jacques Lévy Véhel, “*Multifractal Properties of TCP Traffic: a numerical study*”, Relatório 3129, INRIA, Rocquencourt, França, Março 1997.
- [141] Rudolf H. Riedi, Istvan Scheuring, “*Conditional and Relative Multifractal Spectra*”, Fractals, Vol.5, No.1, World Scientific Publishing Company, 1997.
- [142] Rudolf H. Riedi, Mathew S. Crouse, Vinay J. Ribeiro e Richard G. Baranuik, “*A Multifractal Wavelet Model with Application to Network Traffic*”, IEEE Transaction on Information Theory, Vol 45, No 3, Abril 1999.
- [143] Sabyasachi Guharay, Brian R. Hunt, James A. Yorke, Owen R. White, “*Correlations in DNA Sequences Across the Three Domains of Life*”, Physica D 146, Elsevier, Julho 2000.
- [144] Samuel Karlin e Haward M. Taylor, “*A First Course in Stochastic Processes*”, Academic Press, 1975.
- [145] Seip G. Thanki, “*Classification of Galaxies using Fractal Dimensions*”, Tese de Mestrado, Departamento de Física, Universidade de Nevada, Estados Unidos 1999.
- [146] Scilab 2.5, Fractal Signal Analysis, INRIA — Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique — <http://www.INRIA.com.fr>, Rocquencourt, França 1990.
- [147] Srinivasan Ramaswamy e Pawel Gburzynski, “*A neural network approach to effective bandwidth characterization in ATM networks*”. Universidade de Alberta, Canadá, 1998.
- [148] Toledo, C. Miguel Tobar e Ricarte, Ivan Luiz Marques: “*Sobre Tipos de Ligações em Modelos de Dados para Hipermídia*”, Instituto de Informática — DCA-FEEC — UNICAMP, Brasil 1996.
- [149] Tommi Sottinen, “*Fractional Brownian Motion in Finance and Queueing*”, Universidade de Helsinki, Finlândia, Março 2003.
- [150] Tsern-Huei Lee, “*Characterization of Delay Sensitive Traffic*”, IEEE/ACM Transactions on Networking, Vol. 6, No. 4, Agosto 1998.
- [151] Vernon Paxton, “*End-to-End Internet Packet Dynamics*”, IEEE/ACM Transactions on Networking, Vol.7, No.3, Junho 1999.
- [152] Victor Frost e Benjamin Melamed, “*Traffic Modeling for Telecommunication Networks*”, IEEE Communication Magazine, Março 1994.

## Referências Bibliográficas

- [153] Vinay J. Ribeiro, Rudolf H. Riedi, Matthew S. Crouse, e Richard G. Baraniuk, “*Multiscale Queuing Analysis of Long-Range-Dependent Network Traffic*”, Departamento de Engenharia Elétrica e Ciência da Computação, Universidade de Rice, IEEE INFOCOM, 2000.
- [154] Yan Xu, Yilin Chang e Zengji Liu, “*Calculation and Analysis of Compensation Buffer in Multimedia System*”, IEEE Communications Letters, Vol 5, No 8, Agosto 2001.
- [155] W. E. Leland, W. Willinger, D.V.Wilson, “*On The Self-Similar Nature of Ethernet Traffic (Extended Version)*”, IEEE, pp 1-15, 1994.
- [156] W. Layton, H. K. Lee, J. Peterson, “*Numerical Solution of the Stationary Navier-Stokes Equations Using a Multilevel Finite Element Method*”, SIAM Journal on Scientific Computing, Volume 20, Number 1, pp. 1-12, Society for Industrial e Applied Mathematics, 1998.
- [157] Walter Willinger, Robert Sherman e Daniel Wilson, “*Self-Similarity Through High-Variability: Statistical Analysis of Ethernet LAN Traffic at the Source Level*”, IEEE/ACM Transaction on Networking, Vol.5, No.1, Fevereiro 1997.
- [158] Walter Rudin, “*Principles of Mathematical Analysis*”, McGraw-Hill, 1976.
- [159] Wassim Matragi, Khosrow Sohraby, Chatschick Bisdikian, “*Jitter Calculus in ATM Networks: Mutiple Nodes*”, IEEE/ACM Transactions on Networking, Vol.5, No.1, Fevereiro 1997.
- [160] Wei Biao Wu, “*Additive Functionals of Infinite-Variance Moving Averages*”, Universidade de Chicago, Estados Unidos 2003.
- [161] Matlab 6.5 User’s Guide.

# **Apêndice I**

## **Resultados de Caracterização de Tráfego**

TRÁFEGO DE DADOS AGREGADO												
Nome Arquivo	$\hat{H}$	Taxa Média	Taxa Pico	PMR	CV	MBS	<i>M Burst Dur</i>	<i>Peakness</i>	IDC	<i>H - wavelet</i>	<i>H - variance</i>	N
10_7_S_1	0,664	189732,85	19333333,33	101,9	1,75	2,85	0,03770518	1237	1134,66	0,610267362	0,778436218	439
10_7_S_2	0,703	256349,71	19533333,33	76,2	1,36	3,85	0,058240122	1342,82	176,48	0,705164012	0,608891996	470
10_7_S_3	0,701	319578,01	19466666,67	60,91	1,44	4,79	0,052049786	1303,61	45,95	0,508470743	0,566304038	487
10_7_S_4	0,684	302823,5	19600000	64,72	1,6	4,54	0,040075166	1381,5	93,17	0,746439533	0,693259802	459
5_7_S_1	0,735	317610,54	19866666,67	62,55	1,27	4,76	0,058785189	1490,13	38,39	0,460710635	0,433316769	497
5_7_S_2	0,736	315205,46	21333333,33	67,68	1,88	4,73	0,055440545	1599,33	143,24	0,577089795	0,459065936	484
5_7_S_3	0,732	301560,52	21666666,67	71,85	1,22	4,52	0,05992648	1547,34	11,44	0,521477689	0,40492856	484
5_7_S_4	0,729	282852,79	19466666,67	68,82	1,25	4,24	0,062902225	1378,6	16,12	0,492570208	0,415773955	427
5_7_S_6	0,717	289997,21	20124052,38	69,39	1,29	4,35	0,057352622	1410,79	60,63	0,517657987	0,465463089	465
3_7_I_1	0,730	453490,73	1812749	4	1,96	22,77	0,005090356	55864,6	90,6	0,708487071	0,689822629	137
3_7_I_2	0,743	485008,91	12692307,69	26,17	2,03	2,52	0,004911074	66151,89	110,26	0,638984804	0,710435729	140
3_7_I_3	0,926	741597,67	1812749	2,44	1,95	37,23	0,002394114	59301,84	168,3	0,769420351	0,767195817	94
3_7_I_4	0,740	610347,13	1952191,24	3,2	2,37	30,64	0,003466916	67030,67	96,38	0,602998952	0,719341506	132
3_7_I_5	0,829	751500,25	1952191,24	2,6	2,22	37,73	0,002583069	59482,89	185,56	0,710918202	0,771630177	87
4_7_I_1	0,711	566527,54	1832669,32	3,23	2,12	28,44	0,004376872	52116,77	101,68	0,76721324	0,717170371	98
4_7_I_2	0,862	480864,02	108273894	225	1,89	6,74	0,004423748	46232,44	71,17	0,744632279	0,719635929	120
4_7_I_3	0,741	517660,99	1952191,24	3,77	1,94	25,99	0,004609615	52385,25	98,67	0,663187632	0,724792084	100
4_7_I_4	0,862	770791,92	1772908,37	2,3	2,61	38,69	0,002632217	70038,99	316,09	0,804473007	0,831558158	91
4_7_I_5	0,789	596360,76	1752988,05	2,94	2,19	29,94	0,004576671	63166,29	125,88	0,741594407	0,738326142	103
4_7_I_6	0,857	662884,22	1832669,32	2,76	2,03	33,28	0,003585089	47708,62	197,42	0,677117419	0,739219766	80
4_7_I_7	0,801	588183,26	1832669,32	3,12	2,02	29,53	0,004106234	59777,76	115,86	0,696981764	0,673361464	95
4_7_I_8	0,820	701718,65	1772908,37	2,53	2,46	35,23	0,003200587	61085,69	208,4	0,76752676	0,848201323	89
4_7_I_9	0,691	621332,04	1932270,92	3,11	2,88	31,19	0,005184995	66512,32	250,76	0,808778474	0,752790274	99
4_7_I_10	0,811	455108,13	1673306,77	3,68	1,82	22,85	0,005018164	35365,46	44,61	0,687293959	0,659828231	126
3_7_R_1	0,805	901019,65	1932270,92	2,14	1,37	45,23	0,000926825	15841,92	77,04	0,663616713	0,612690403	783
3_7_R_4	0,727	674926,05	1912350,6	2,83	1,24	33,88	0,001155109	10064,34	41,86	0,670757133	0,630529664	697
3_7_R_7	0,729	767550,06	1912350,6	2,49	1,22	38,53	0,000953568	11622,22	9,69	0,637886683	0,599149866	595
4_7_R_1	0,721	944138,66	1932270,92	2,05	1,26	47,4	0,000879738	16205,32	29,41	0,62651887	0,555739169	606
4_7_R_2	0,761	1014722,33	1912350,6	1,88	1,28	50,94	0,000805926	18421,64	36,89	0,660150969	0,568862376	471
4_7_R_3	0,743	821163,41	1932270,92	2,35	1,3	41,22	0,000933002	13268,82	47,61	0,623762583	0,59570263	549
4_7_R_4	0,831	921955,75	1912350,6	2,07	1,28	46,28	0,000802036	15251,88	29,34	0,624856768	0,620748299	681
4_7_R_5	0,885	946384,04	1892430,28	2	1,26	47,51	0,000820741	15784,57	33,68	0,635545972	0,579527511	534
4_7_R_6	0,817	852651,6	1892430,28	2,22	1,34	42,8	0,000986975	15310,79	58,91	0,700157918	0,682733966	769
4_7_R_7	0,768	841300,59	1872509,96	2,23	1,24	42,23	0,000880827	13157,06	16,61	0,525498505	0,558285555	573
4_7_R_8	0,843	982341,42	1912350,6	1,95	1,32	49,31	0,000802202	17111,34	30,61	0,602899833	0,559207958	521
4_7_R_9	0,819	785750,13	1932270,92	2,46	1,29	39,44	0,001092198	13204,4	65,84	0,709357001	0,654182658	590
4_7_R_10	0,804	886150,73	1872509,96	2,11	1,29	44,48	0,000802478	14143,31	23,8	0,682071866	0,631468098	656
4_7_R_11	0,791	839613,1	1932270,92	2,3	1,23	42,15	0,000777852	13057,43	18,91	0,623972837	0,596978246	551

TRÁFEGO DE DADOS AGREGADO												
Nome Arquivo	$\hat{H}$	Taxa Média	Taxa Pico	PMR	CV	MBS	<i>M Burst Dur</i>	<i>Peakdnss</i>	IDC	<i>H - wavelet</i>	<i>H - variance</i>	<i>N</i>
4_7_R_12	0,772	744405,37	1932270,92	2,6	1,25	37,37	0,000963597	11292,55	39,96	0,66055585	0,633388612	637
4_7_R_13	0,752	825813,24	1932270,92	2,34	1,83	41,46	0,001078117	12501,03	69,75	0,580273316	0,583745847	682
4_7_R_14	0,800	927570,02	1932270,92	2,08	1,37	46,56	0,000761117	15562,89	32,88	0,598366549	0,563284627	552
4_7_R_15	0,723	653340,76	1932270,92	2,96	1,18	32,8	0,001263985	9779,73	39,26	0,607424789	0,590674938	638
4_7_R_17	0,779	622991,95	1912350,6	3,07	1,29	31,27	0,001454191	9708,43	45,51	0,698711647	0,72299994	643
4_7_R_18	0,821	588318,6	1912350,6	3,25	1,33	29,53	0,001435437	44007,79	166,53	0,754996775	0,714348108	643
4_7_R_19	0,794	830410,76	1912350,6	2,3	1,27	41,69	0,001029714	14420,02	45,26	0,658179562	0,633014156	558
4_7_R_20	0,821	702917,35	1932270,92	2,75	1,26	35,29	0,001162626	10939,1	49,96	0,681652746	0,626388663	640
TRÁFEGO DE DADOS FONTE ÚNICA												
3_9_CLI_1	0,639	984129,44	8367114112	53,01	2,06	14,76	0,225948155	24234	314,29	0,916557589	0,9030810514	1
3_9_CLI_2	0,586	1150642,36	52170916,61	45,34	2,12	17,26	0,293770351	27035	971,59	0,8185457637	0,8382373799	1
4_9_CLI_3	0,607	1183185,24	101200000	85,53	2,32	17,74	0,610235927	16093,81	527	0,8111842458	0,8694257562	1
4_9_CLI_4	0,547	965161,87	60733333,33	62,93	2,87	14,48	0,469381192	6051	2758	0,8819947896	0,8956568998	1
13_7_CLI_1	0,544	339293,06	1643510,67	4,84	1,89	20,03	0,041815572	12131,67	619,8	0,919150145	0,910872623	1
27_7_CLI_1	0,587	314910,85	1643510,67	5,22	1,83	18,59	0,03497319	3501,55	108,27	0,7535566352	0,7936338099	1
2_5_FTP_3	0,828	994843,89	1266033,93	1,27	4,28	14,92	0,001651417	13965,82	22,6	0,3628433897	0,2824624611	1
2_5_FTP_4	0,914	989848,82	1389359,54	1,4	2,77	14,85	0,001034189	19469	22,2	0,4166544087	0,3931910245	1
2_5_FTP_5	0,898	995571,99	1389359,54	1,4	2,51	14,93	0,000982803	19608,95	16,68	0,4245795145	0,3632690013	1
2_5_FTP_6	0,896	997594,38	1626567,27	1,63	2,89	14,96	0,001032391	19339,44	29,22	0,4488675098	0,3858107743	1
13_7_FTP_1	0,771	756463,69	1256025,75	1,66	2,45	44,65	0,001513814	11384,14	5,92	0,067563831	0,160403595	1
13_7_FTP_2	0,771	775857,82	1256025,75	1,62	2,63	45,79	0,001501113	11520,86	9,17	0,066445665	0,130642768	1
27_7_BAC_1	0,783	246585,57	1643510,67	6,67	1,4	14,55	0,02413596	3018,74	39,04	0,6979862973	0,8235307377	
27_7_BAC_2	0,743	247974,59	1643510,67	6,63	1,34	14,64	0,024816481	2564,09	32,12	0,7365615525	0,8231484877	
27_7_BAC_3	0,775	257359,67	1643510,67	6,39	1,41	15,19	0,025045839	2643,06	38,38	0,7872897627	0,8395015815	
26_7_RPA_2	0,809	259447,30	1643510,67	6,33	1,3	15,31	0,024759083	2557,17	24,59	0,6736419682	0,8248848109	
27_7_RPA_1	0,828	232318,16	1643510,67	7,07	1,33	13,71	0,029669269	2375,04	20,97	0,5711920269	0,8377285302	
TRÁFEGO DE ÁUDIO DE VÍDEO FONTE ÚNICA												
13_7_MTX_1	0,847	801954,59	1792828,69	2,24	3,37	40,26	0,011997208	19422,32	157,07	0,497471343	0,542166115	1
13_7_MTX_2	0,835	802178,74	1474103,59	1,84	3,24	40,27	0,013215712	16599,53	44,22	0,450231743	0,500428925	1
13_7_MTX_3	0,818	812461,64	1553784,86	1,91	3,55	40,79	0,010834077	19777,45	137,52	0,499242372	0,499770768	1
13_7_MTX_4	0,772	851808,02	1441241,69	1,69	4,35	42,76	0,006632927	42940,4	84,44	0,411902433	0,318213428	1
13_7_MTX_5	0,804	796192,25	1792828,69	2,25	3,2	39,97	0,013668295	17945,47	92,11	0,546356993	0,564996899	1
13_7_MTX_6	0,789	817616,13	1713147,41	2,1	3,57	41,04	0,010704525	18631,41	88,21	0,497946897	0,483752183	1
13_7_MTX_7	0,788	813949,05	1633466,14	2,01	3,55	40,86	0,010976585	20130,66	190,41	0,562689711	0,515951736	1
13_7_MTX_8	0,796	836652,12	1474103,59	1,76	4,38	42	0,006101072	44230,74	64,95	0,64791263	0,596320347	1

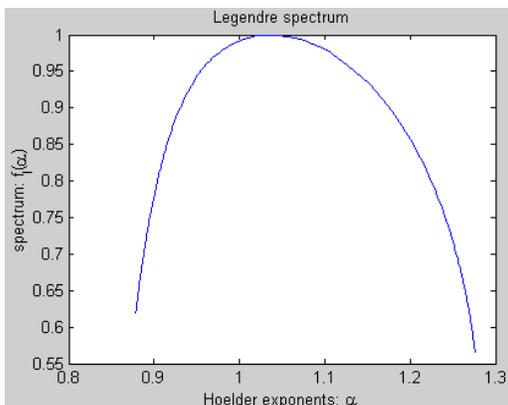
Nome Arquivo	$\hat{H}$	Taxa Média	Taxa Pico	PMR	CV	MBS	M Burst Dur	Peakdnss	IDC	H - wavelet	H - variance	N
13_7_MTX_9	0,776	830735,32	1633466,14	1,97	3,87	41,7	0,008750526	39024,65	143,65	0,52470673	0,458986616	1
13_7_MTX_10	0,779	838286,03	1485587,58	1,77	3,96	42,08	0,008405871	39586,41	156,56	0,434056007	0,422784452	1
13_7_MTX_11	0,783	830578,03	1792828,69	2,16	3,77	41,7	0,009314131	32573,22	79,42	0,485540689	0,439987989	1
13_7_MTX_12	0,812	826969,87	1792828,69	2,17	4,01	41,51	0,011432174	18199,59	103,29	0,513210338	0,470212285	1
13_7_MTX_13	0,826	817758,05	1713147,41	2,09	3,53	41,05	0,011000902	16925,86	31,08	0,453047907	0,437680107	1
13_7_MTX_14	0,815	828930,93	1633466,14	1,97	3,65	41,61	0,009943282	33630,1	135,21	0,515335692	0,433607826	1
13_7_MTX_15	0,811	800551,68	1633466,14	2,04	3,27	40,19	0,012853209	17369,58	50,54	0,436326404	0,525633887	1
13_7_MTX_16	0,819	822632,95	1474103,59	1,79	3,6	41,3	0,010209112	18551,22	117,55	0,500182963	0,446876592	1
13_7_MTX_17	0,791	849458	1633466,14	1,92	4,35	42,64	0,005945259	46102,79	63,38	0,425749755	0,276574537	1
13_7_MTX_18	0,803	850397,46	1633466,14	1,92	4,17	42,69	0,007142754	48339,17	199,17	0,396617262	0,389266639	1
13_7_MTX_19	0,789	849081,37	1792828,69	2,11	4,47	42,62	0,005347188	61232,39	202,28	0,465322728	0,322564623	1
13_7_MTX_20	0,780	872257,93	1394422,31	1,6	4,65	43,79	0,004429466	31881,53	77,88	0,41134826	0,242506442	1
13_7_MTX_21	0,773	868818,41	1451398,14	1,67	5,03	43,61	0,003906194	41556,19	251,03	0,330821309	0,219138245	1
13_7_MTX_22	0,786	877577,45	1485587,58	1,69	4,65	44,05	0,00504762	80026,67	421,07	0,493532949	0,350722249	1
13_7_MTX_23	0,825	820118,05	1872509,96	2,28	15,8	41,17	0,011906891	17843,8	119,25	0,436717613	0,451202038	1
13_7_MTX_24	0,803	849866,19	1553784,86	1,83	7,45	42,66	0,007891094	41630,72	160,62	0,492872797	0,41191004	1
13_7_MTX_26	0,819	820673,06	1792828,69	2,18	3,71	41,2	0,009659039	38764,46	164,39	0,451441719	0,485114689	1
13_7_MTX_27	0,792	840786,63	1441241,69	1,71	4,15	42,21	0,006885963	56065,59	309,97	0,500241757	0,466829299	1
13_7_MTX_28	0,797	860185,94	1792828,69	2,08	4,54	43,18	0,005893998	76042,73	504,91	0,455631356	0,47111805	1
13_7_DEL_1	0,809	912815,09	1297117,52	1,42	18,2	82,34	0,004801433	30774,65	88,48	0,251931902	0,089039657	1
13_7_DEL_2	0,806	912230,11	1297117,52	1,42	5,02	45,79	0,003954167	30138,24	14,17	0,230444285	0,071299007	1
13_7_DEL_3	0,787	919221,99	1297117,52	1,41	9,88	82,91	0,004167659	31040,67	33,92	0,214032852	0,100591761	1
13_7_DOT_1	0,788	913537,73	1297117,52	1,42	5	82,4	0,004239726	29383,88	26,89	0,28789184	0,122606463	1
13_7_DOT_2	0,794	932155,9	1297117,52	1,39	5,02	46,79	0,00436396	27805,74	1,83	0,153571537	0,062471849	1
13_7_FLO_1	0,796	913594,93	1553784,86	1,7	4,87	45,86	0,003596558	30330,13	28,23	0,294244291	0,118015789	1
13_7_FLO_2	0,788	914183,65	1474103,59	1,61	4,96	45,89	0,003471575	31792,65	21,7	0,277207455	0,133838741	1
13_7_LA_1	0,705	964693,86	1311685,93	1,36	26,7	87,02	0,002815222	109733,59	693,86	0,123140204	0,109567926	1
13_7_LA_2	0,700	951383,71	1297117,52	1,36	24	47,76	0,002837103	98619,7	620,86	0,19516959	0,098226008	1
13_7_NOR_1	0,805	910627,09	1297117,52	1,42	4,97	82,14	0,004671369	26990,29	22,26	0,191996399	0,069661737	1
13_7_REI_1	0,785	927747,31	1297117,52	1,4	5,1	83,68	0,004004564	29443,91	7,8	0,230554656	0,077511359	1
13_7_REI_2	0,787	933492,21	1297117,52	1,39	5,11	46,86	0,0039872	29566,71	5,79	0,242154393	0,076049985	1
13_7_REI_3	0,793	923584,11	1297117,52	1,4	5	83,31	0,003987911	30240,99	6,38	0,264408049	0,075170239	1
13_7_STK_1	0,795	907596,29	1792828,69	1,98	4,67	45,56	0,003268827	32573,53	20,38	0,260489196	0,124662622	1
13_7_STK_2	0,790	927877,37	1553784,86	1,67	4,94	46,58	0,003435561	31209,15	12	0,252912758	0,12113643	1
13_7_USA_1	0,790	913058,06	1297117,52	1,42	5,07	45,84	0,00391992	31181,73	21,71	0,28919309	0,154426858	1
13_7_USA_2	0,801	912237,5	1297117,52	1,42	5,12	45,79	0,003993784	30479,03	8,24	0,221949461	0,069390809	1
2_5_ACO_1	0,854	982303,05	1266033,93	1,29	4,43	14,73	0,005291901	77692,56	2,73	0,3275342961	0,1936275577	1
2_5_ACO_2	0,853	977722,69	1266033,93	1,29	4,53	57,71	0,005287669	77946,64	3,12	0,3147353724	0,2073561205	1
2_5_ACO_3	0,851	953708,75	1279253,67	1,34	7,91	14,31	0,006635421	100323,81	138,28	0,3473545351	0,3090645844	1
2_5_ACO_4	0,858	976060,74	1266033,93	1,3	4,58	14,64	0,005292355	77206,78	2,05	0,3610819931	0,2245586191	1

Nome Arquivo	$\hat{H}$	Taxa Média	Taxa Pico	PMR	CV	MBS	<i>M Burst Dur</i>	Peakdness	IDC	<i>H - wavelet</i>	<i>H - variance</i>	N
<b>2_5_ACO_5</b>	0,865	976714,83	1266033,93	1,3	4,54	14,65	0,005292505	77506,96	3,45	0,3533128886	0,2196598889	1
<b>2_5_ECA_1</b>	0,855	979589,01	1626567,27	1,66	4,68	14,69	0,004990456	53676,34	18,22	0,2773459921	0,2361463751	1
<b>2_5_ECA_2</b>	0,824	951799,79	1266033,93	1,33	4,1	14,28	0,004754402	55667,42	9,98	0,3719714684	0,2585934675	1
<b>2_5_ECA_3</b>	0,865	970928,33	1266033,93	1,3	5,09	14,56	0,005327512	85098,39	58,69	0,3191421901	0,2843587185	1
<b>2_5_EXG_1</b>	0,846	981865,27	1343163	1,37	4,83	14,73	0,004982814	54551,9	12,53	0,3793472697	0,224117772	1
<b>2_5_EXG_2</b>	0,835	949546,21	1626567,27	1,71	4	14,24	0,004726411	56334,28	13,6	0,3474514701	0,2357884789	1
<b>2_5_EXG_3</b>	0,834	958013,07	1266033,93	1,32	4,21	14,37	0,004914982	55881,11	38,23	0,3463682499	0,2322887808	1

## **Apêndice II**

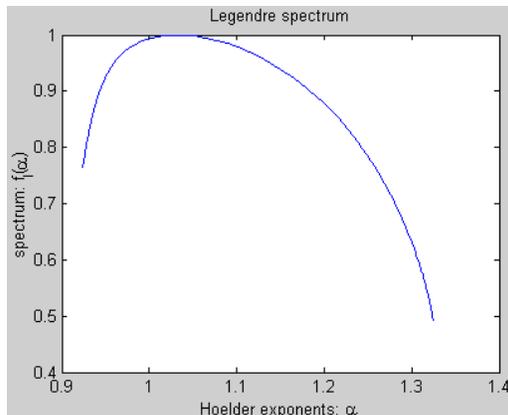
### **Espectro Mutifractal do Tráfego**

Apêndice II Espectro Mutifractal do Tráfego



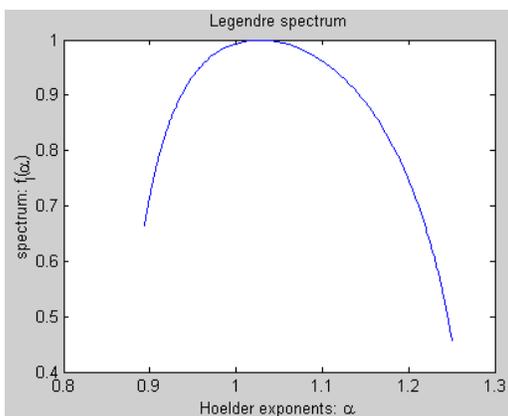
**3\_7\_I\_4**

$\alpha_{\min} = 0.88$ ;  $\alpha_{\max} = 1.28$ ;  $w = 0.4$   
 $\alpha_0 = 1.04$  (visual);  $\alpha_{\text{average}} = 1,08$



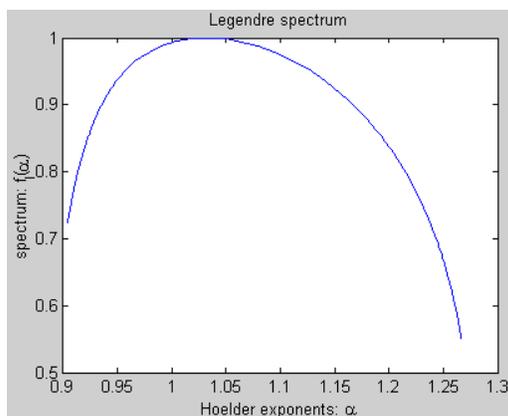
**3\_7\_I\_5**

$\alpha_{\min} = 0.92$ ;  $\alpha_{\max} = 1.33$ ;  $w = 0.41$   
 $\alpha_0 = 1.04$  (visual);  $\alpha_{\text{average}} = 1,125$



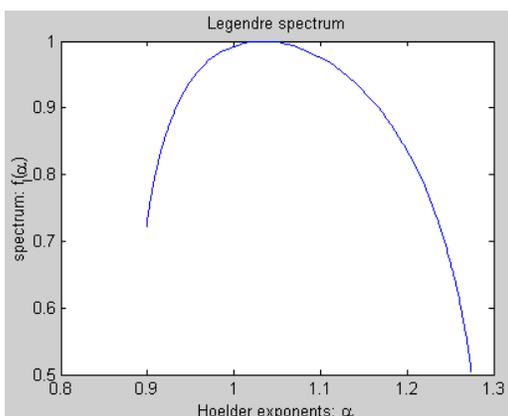
**3\_7\_R\_7**

$\alpha_{\min} = 0.89$ ;  $\alpha_{\max} = 1.26$ ;  $w = 0.37$   
 $\alpha_0 = 1.05$  (visual);  $\alpha_{\text{average}} = 1,075$



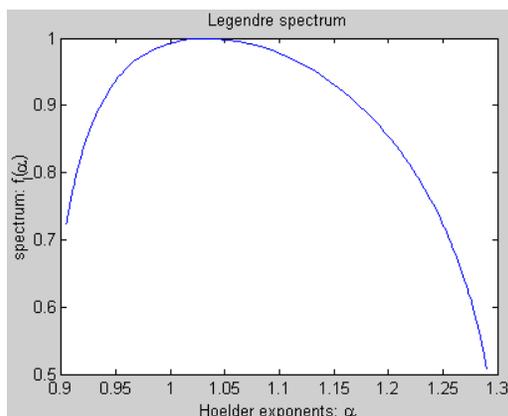
**4\_7\_I\_1**

$\alpha_{\min} = 0.9$ ;  $\alpha_{\max} = 1.27$ ;  $w = 0.37$   
 $\alpha_0 = 1.03$  (visual);  $\alpha_{\text{average}} = 1,085$



**4\_7\_I\_2**

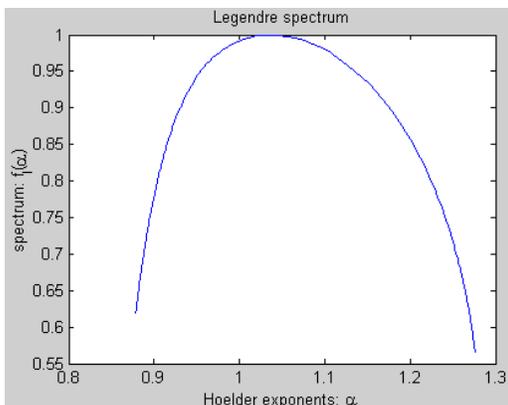
$\alpha_{\min} = 0.9$ ;  $\alpha_{\max} = 1.28$ ;  $w = 0.38$   
 $\alpha_0 = 1.02$  (visual);  $\alpha_{\text{average}} = 1,09$



**4\_7\_I\_3**

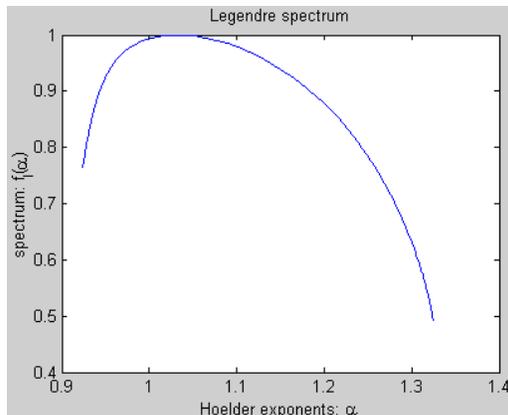
$\alpha_{\min} = 0.9$ ;  $\alpha_{\max} = 1.28$ ;  $w = 0.38$   
 $\alpha_0 = 1.03$  (visual);  $\alpha_{\text{average}} = 1,09$

Apêndice II Espectro Mutifractal do Tráfego



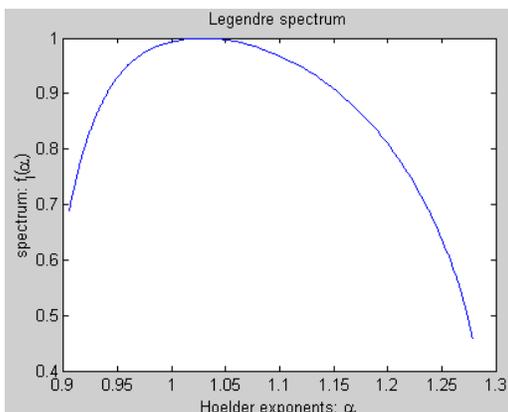
**4\_7\_I\_7**

$\alpha_{\min} = 0.92$ ;  $\alpha_{\max} = 1.30$ ;  $w = 0.38$   
 $\alpha_0 = 1.03$  (visual);  $\alpha_{\text{average}} = 1,11$



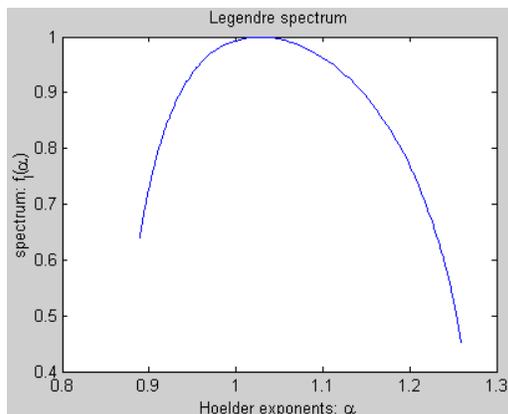
**4\_7\_I\_10**

$\alpha_{\min} = 0.9$ ;  $\alpha_{\max} = 1.29$ ;  $w = 0.39$   
 $\alpha_0 = 1.02$  (visual);  $\alpha_{\text{average}} = 1,095$



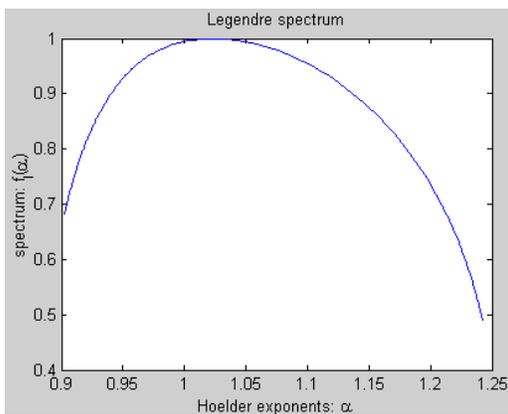
**4\_7\_R\_1**

$\alpha_{\min} = 0.9$ ;  $\alpha_{\max} = 1.27$ ;  $w = 0.37$   
 $\alpha_0 = 1.03$  (visual);  $\alpha_{\text{average}} = 1,085$



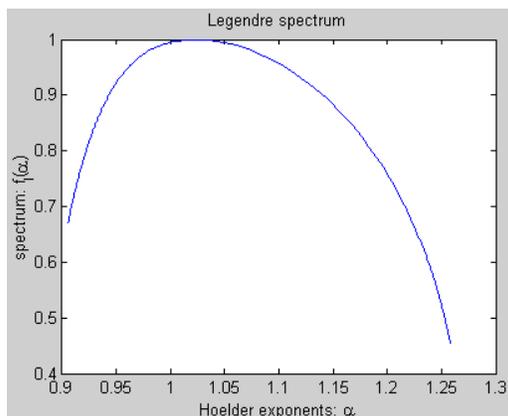
**4\_7\_R\_3**

$\alpha_{\min} = 0.89$ ;  $\alpha_{\max} = 1.27$ ;  $w = 0.38$   
 $\alpha_0 = 1.03$  (visual);  $\alpha_{\text{average}} = 1,08$



**4\_7\_R\_4**

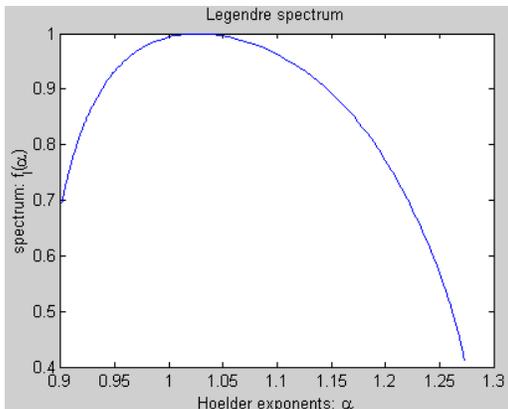
$\alpha_{\min} = 0.90$ ;  $\alpha_{\max} = 1.24$ ;  $w = 0.34$   
 $\alpha_0 = 1.03$  (visual);  $\alpha_{\text{average}} = 1,07$



**4\_7\_R\_5**

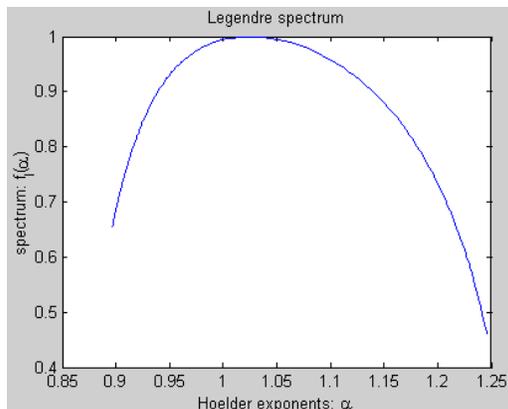
$\alpha_{\min} = 0.91$ ;  $\alpha_{\max} = 1.26$ ;  $w = 0.35$   
 $\alpha_0 = 1.025$  (visual);  $\alpha_{\text{average}} = 1,085$

Apêndice II Espectro Mutifractal do Tráfego



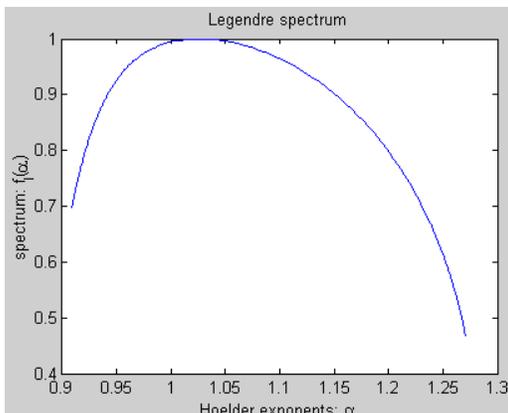
**4\_7\_R\_6**

$\alpha_{\min} = 0.9$ ;  $\alpha_{\max} = 1.275$ ;  $w = 0.375$   
 $\alpha_0 = 1.025$  (visual);  $\alpha_{\text{average}} = 1,0875$



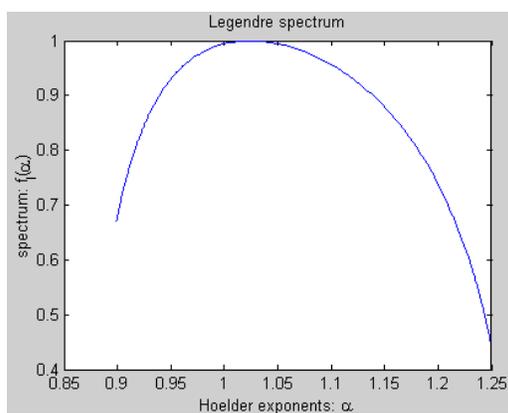
**4\_7\_R\_7**

$\alpha_{\min} = 0.9$ ;  $\alpha_{\max} = 1.25$ ;  $w = 0.35$   
 $\alpha_0 = 1.025$  (visual);  $\alpha_{\text{average}} = 1,075$



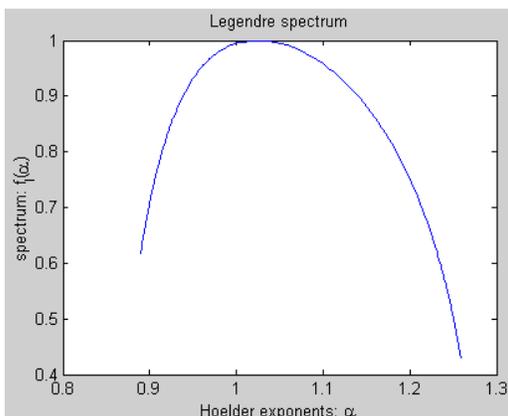
**4\_7\_R\_8**

$\alpha_{\min} = 0.91$ ;  $\alpha_{\max} = 1.275$ ;  $w = 0.365$   
 $\alpha_0 = 1.025$  (visual);  $\alpha_{\text{average}} = 1,0925$



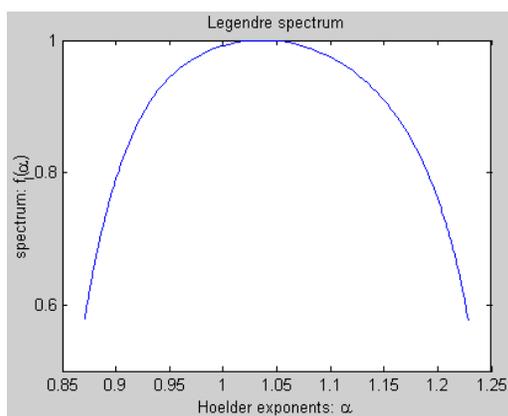
**4\_7\_R\_9**

$\alpha_{\min} = 0.9$ ;  $\alpha_{\max} = 1.25$ ;  $w = 0.35$   
 $\alpha_0 = 1.025$  (visual);  $\alpha_{\text{average}} = 1,075$



**4\_7\_R\_10**

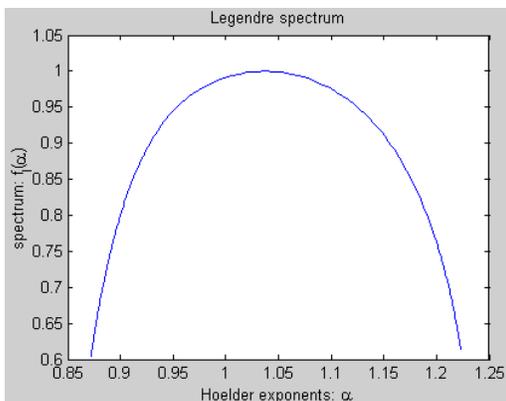
$\alpha_{\min} = 0.89$ ;  $\alpha_{\max} = 1.27$ ;  $w = 0.38$   
 $\alpha_0 = 1.02$  (visual);  $\alpha_{\text{average}} = 1,08$



**4\_7\_R\_11**

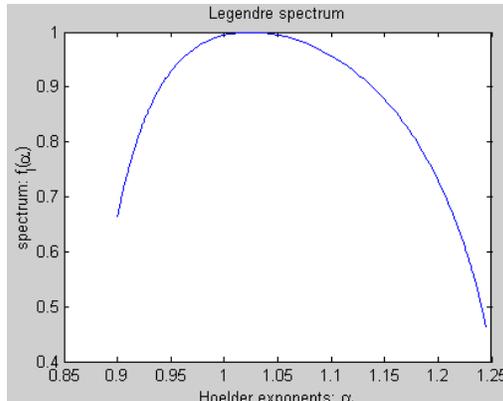
$\alpha_{\min} = 0.87$ ;  $\alpha_{\max} = 1.23$ ;  $w = 0.36$   
 $\alpha_0 = 1.04$  (visual);  $\alpha_{\text{average}} = 1,05$

Apêndice II Espectro Mutifractal do Tráfego



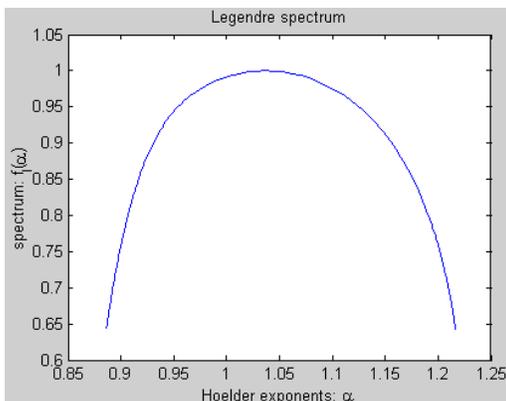
**4\_7\_R\_12**

$\alpha_{\min} = 0.87$ ;  $\alpha_{\max} = 1.225$ ;  $w = 0.355$   
 $\alpha_0 = 1.035$  (visual);  $\alpha_{\text{average}} = 1,0475$



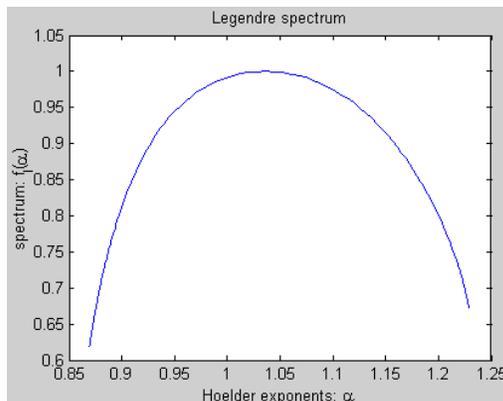
**4\_7\_R\_14**

$\alpha_{\min} = 0.9$ ;  $\alpha_{\max} = 1.25$ ;  $w = 0.35$   
 $\alpha_0 = 1.05$  (visual);  $\alpha_{\text{average}} = 1,075$



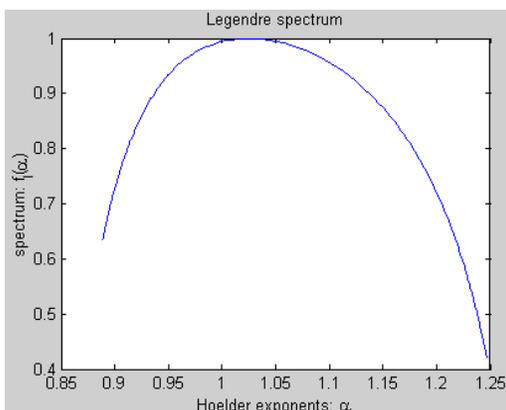
**4\_7\_R\_17**

$\alpha_{\min} = 0.88$ ;  $\alpha_{\max} = 1.22$ ;  $w = 0.34$   
 $\alpha_0 = 1.03$  (visual);  $\alpha_{\text{average}} = 1,05$



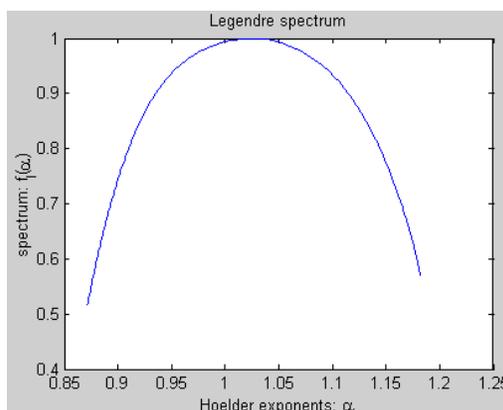
**4\_7\_R\_18**

$\alpha_{\min} = 0.87$ ;  $\alpha_{\max} = 1.24$ ;  $w = 0.37$   
 $\alpha_0 = 1.025$  (visual);  $\alpha_{\text{average}} = 1,055$



**4\_7\_R\_20**

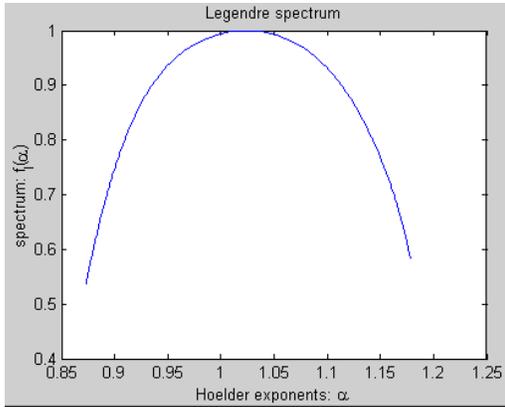
$\alpha_{\min} = 0.89$ ;  $\alpha_{\max} = 1.25$ ;  $w = 0.36$   
 $\alpha_0 = 1.025$  (visual);  $\alpha_{\text{average}} = 1,07$



**5\_7\_S\_1**

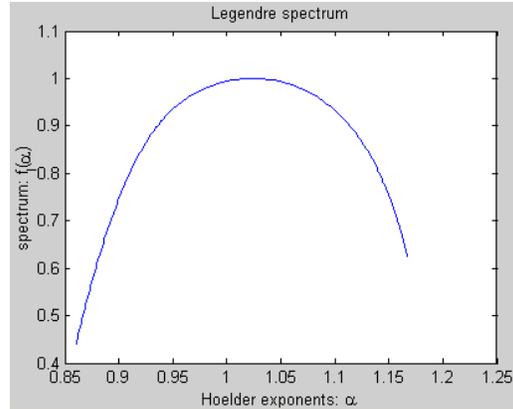
$\alpha_{\min} = 0.87$ ;  $\alpha_{\max} = 1.18$ ;  $w = 0.31$   
 $\alpha_0 = 1.03$  (visual);  $\alpha_{\text{average}} = 1,025$

Apêndice II Espectro Mutifractal do Tráfego



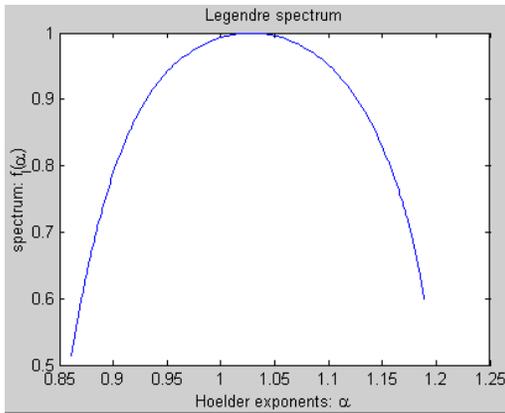
**5\_7\_S\_2**

$\alpha_{\min} = 0.87$ ;  $\alpha_{\max} = 1.18$ ;  $w = 0.31$   
 $\alpha_0 = 1.03$  (visual);  $\alpha_{\text{average}} = 1,025$



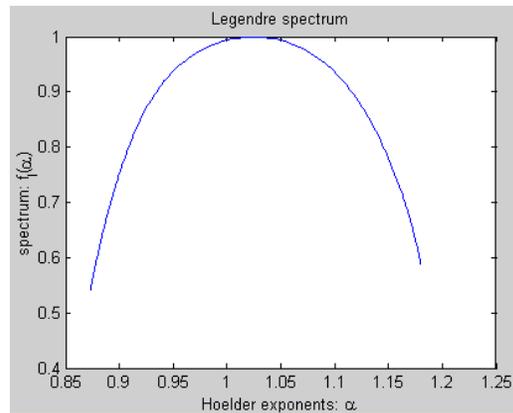
**5\_7\_S\_3**

$\alpha_{\min} = 0.86$ ;  $\alpha_{\max} = 1.17$ ;  $w = 0.31$   
 $\alpha_0 = 1.03$  (visual);  $\alpha_{\text{average}} = 1,015$



**5\_7\_S\_4**

$\alpha_{\min} = 0.86$ ;  $\alpha_{\max} = 1.19$ ;  $w = 0.33$   
 $\alpha_0 = 1.03$  (visual);  $\alpha_{\text{average}} = 1,025$

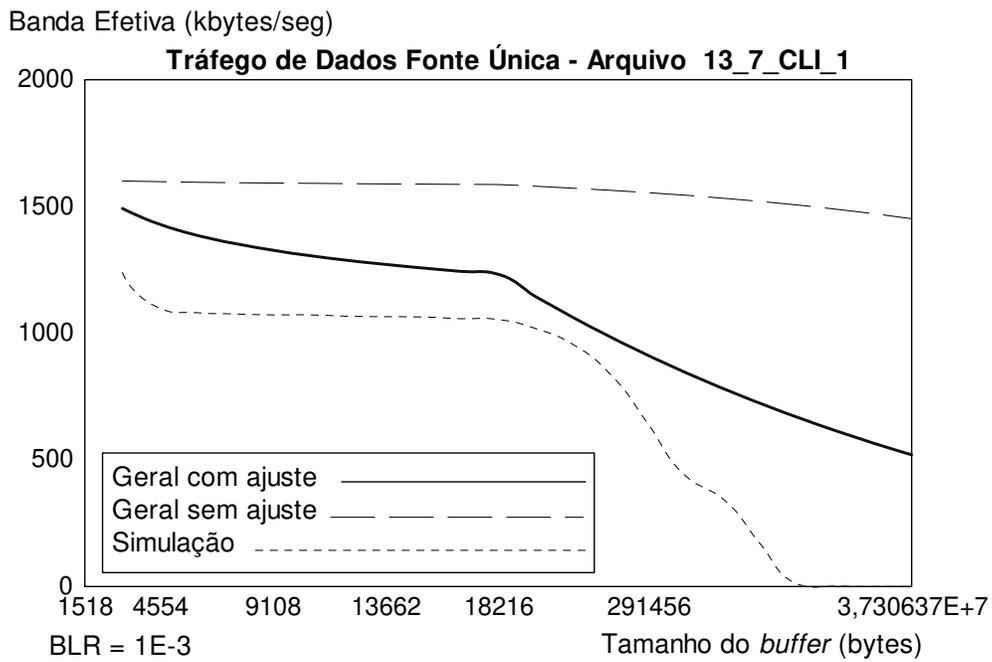


**5\_7\_S\_6**

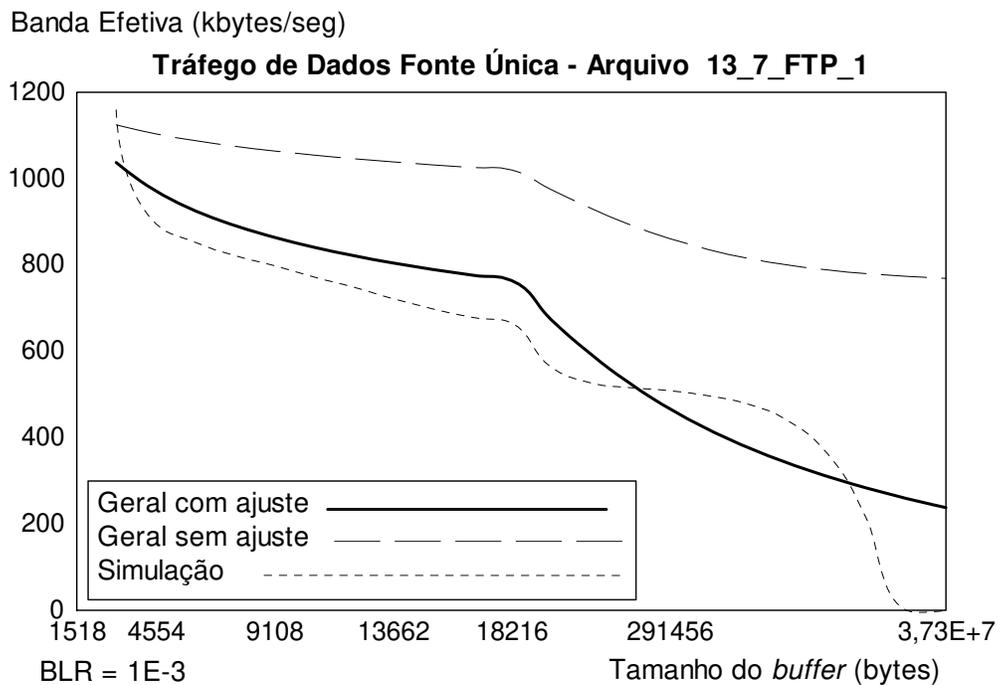
$\alpha_{\min} = 0.87$ ;  $\alpha_{\max} = 1.18$ ;  $w = 0.31$   
 $\alpha_0 = 1.025$  (visual);  $\alpha_{\text{average}} = 1,025$

## **Apêndice III**

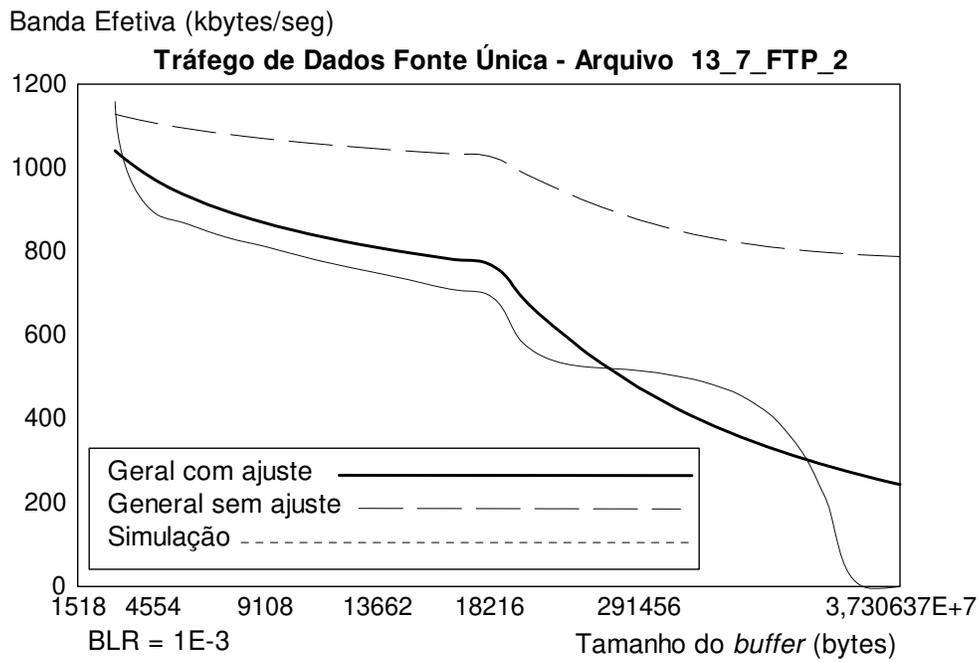
### **Estimação da Banda Efetiva**



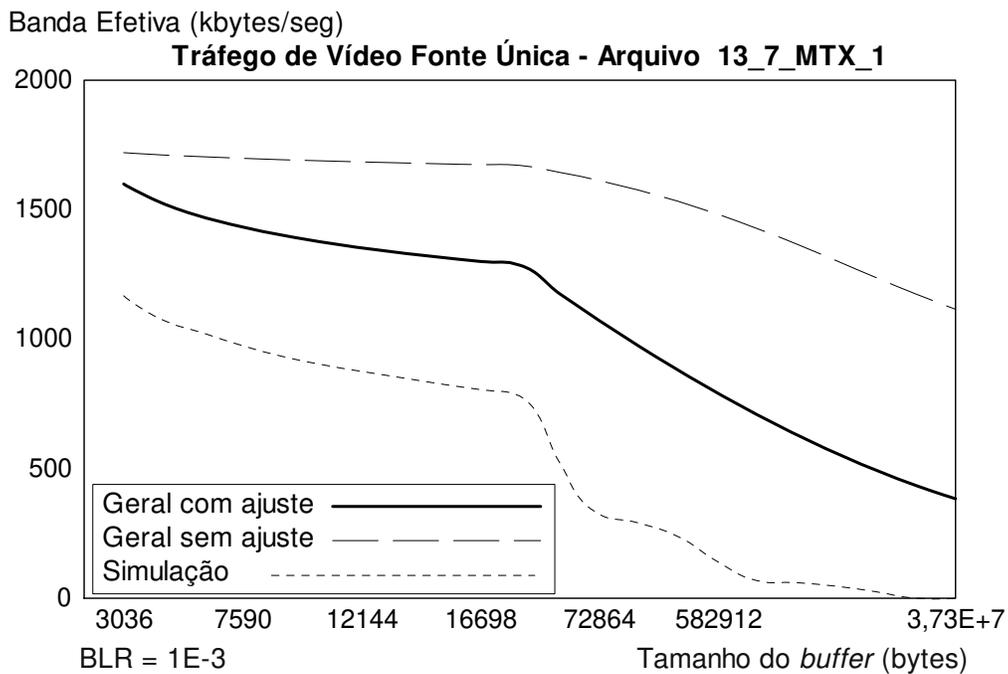
**Figura III.1:** Banda Efetiva em função do tamanho do *buffer*.



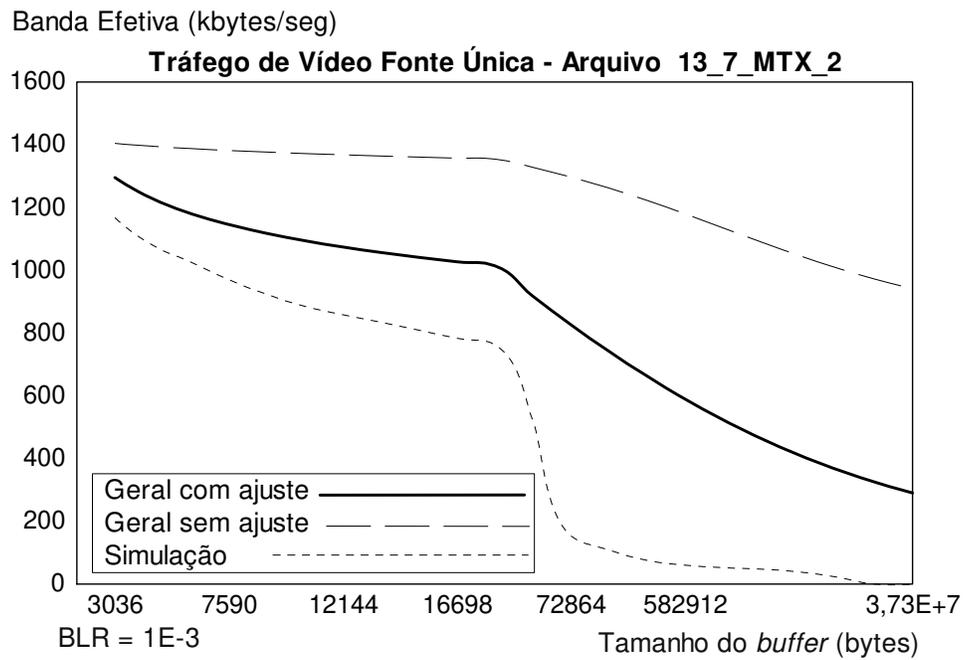
**Figura III.2:** Banda Efetiva em função do tamanho do *buffer*.



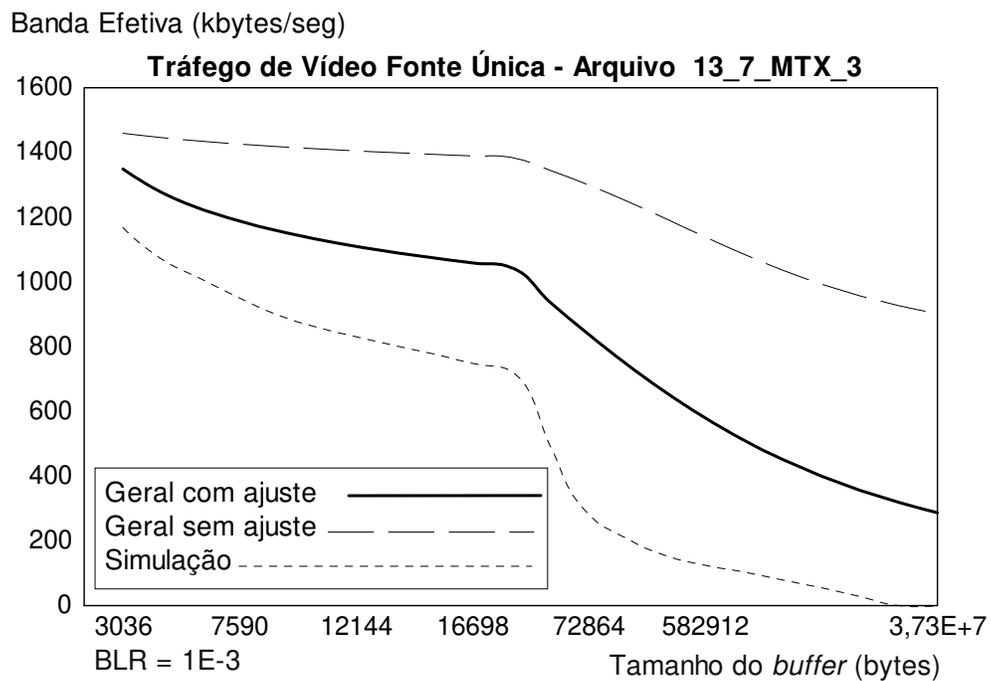
**Figura III.3:** Banda Efetiva em função do tamanho do *buffer*.



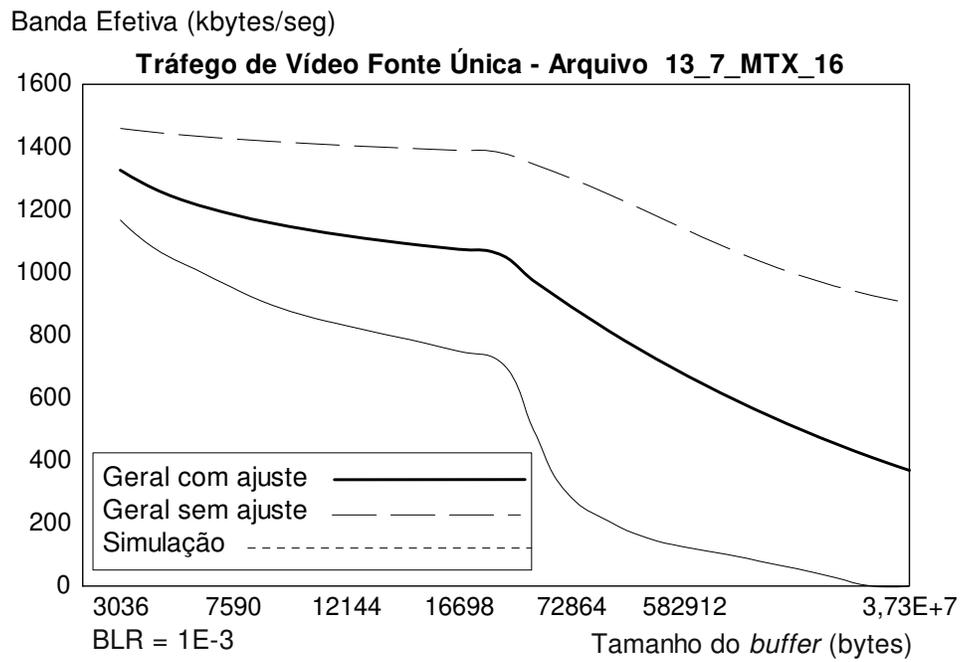
**Figura III.4:** Banda Efetiva em função do tamanho do *buffer*.



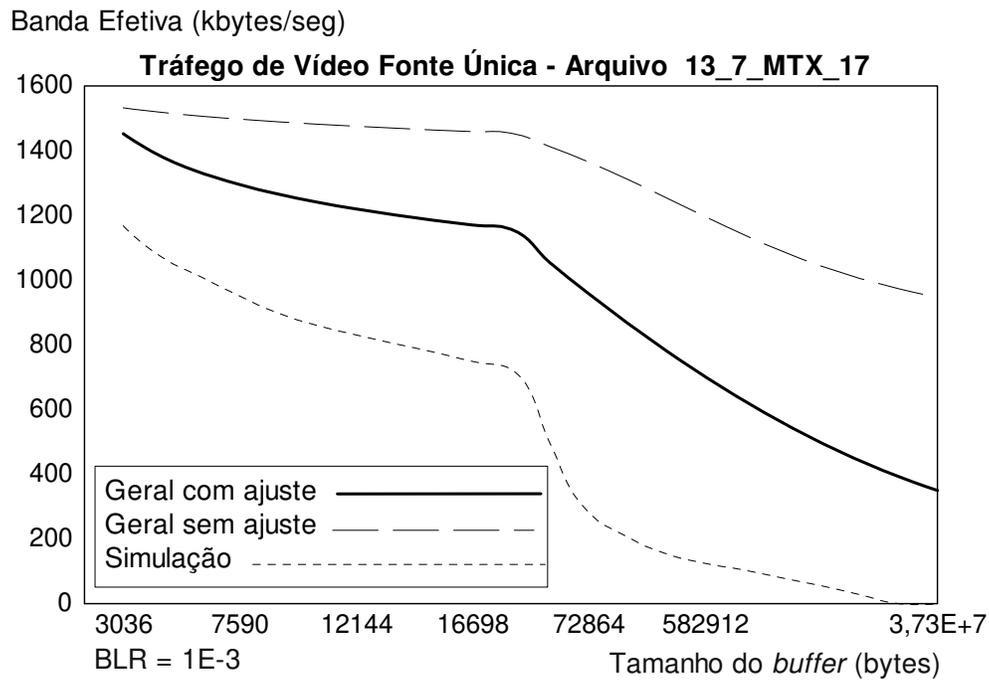
**Figura III.5:** Banda Efetiva em função do tamanho do *buffer*.



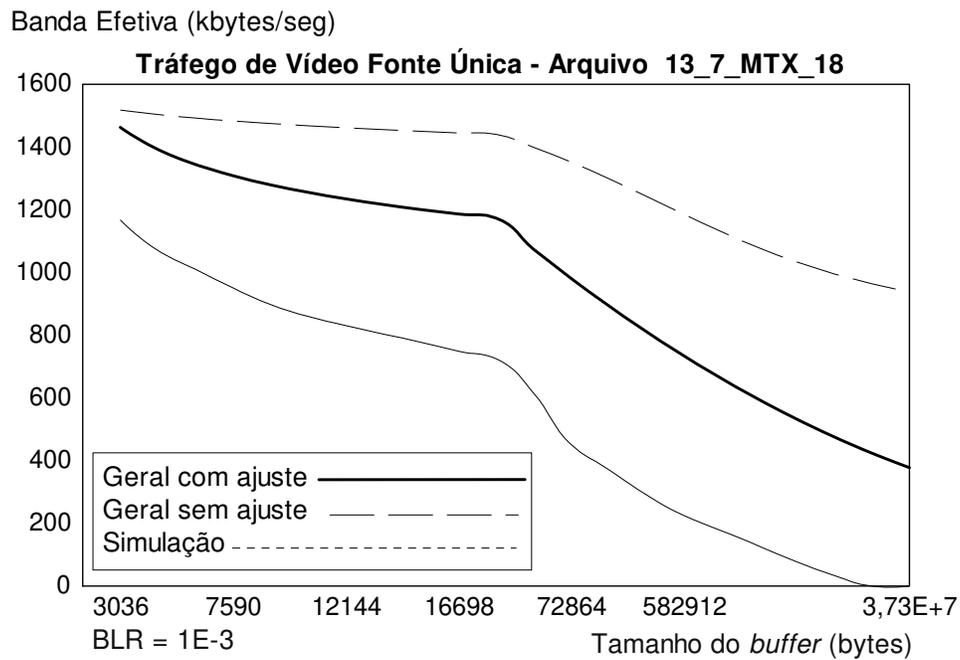
**Figura III.6:** Banda Efetiva em função do tamanho do *buffer*.



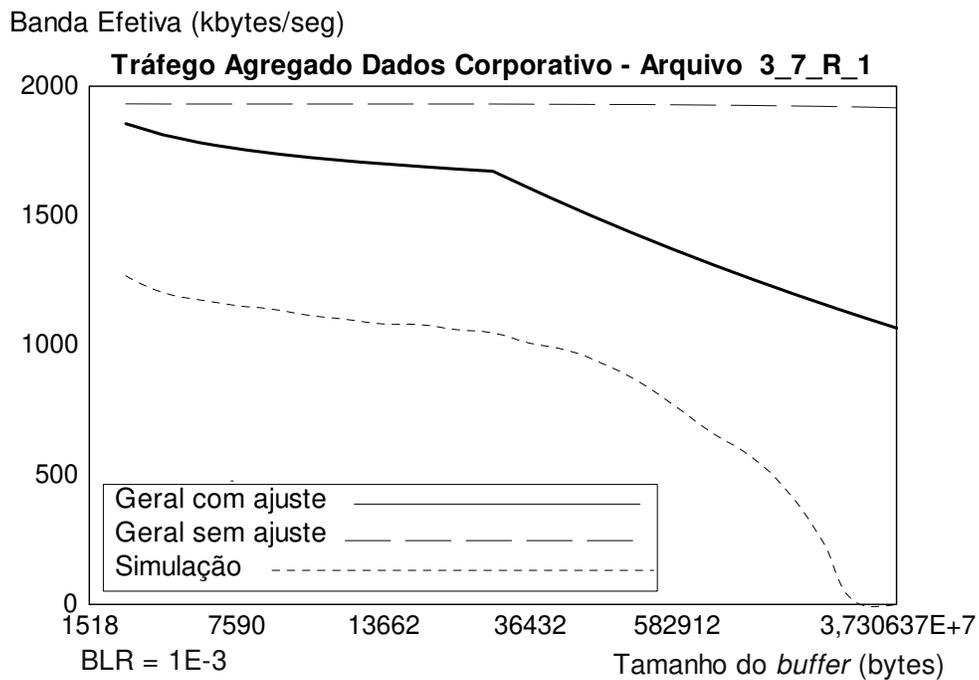
**Figura III.7:** Banda Efetiva em função do tamanho do *buffer*.



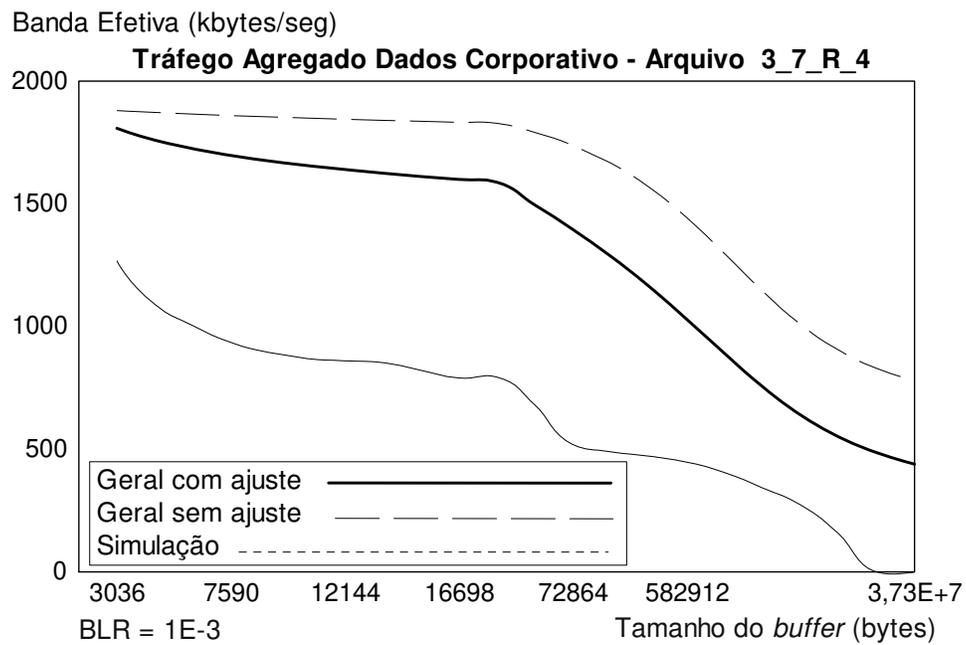
**Figura III.8:** Banda Efetiva em função do tamanho do *buffer*.



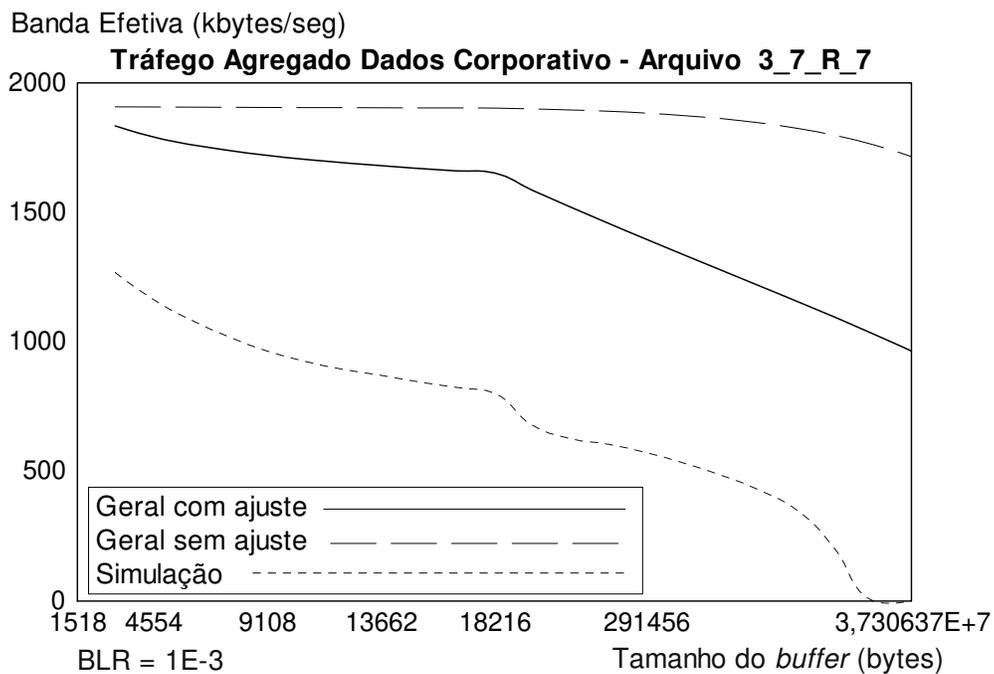
**Figura III.9:** Banda Efetiva em função do tamanho do *buffer*.



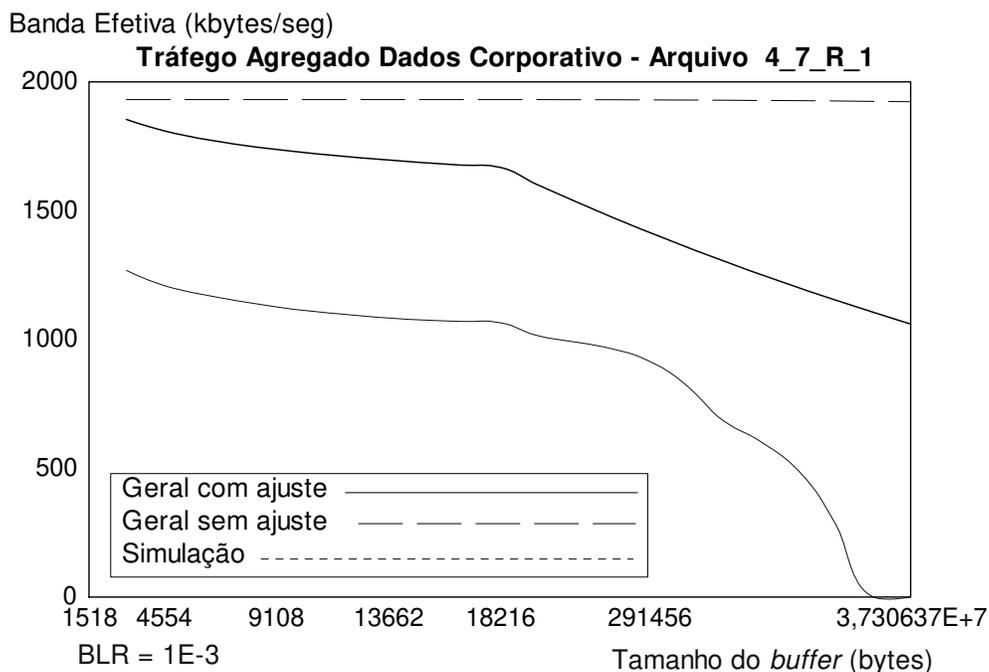
**Figura III.10:** Banda Efetiva em função do tamanho do *buffer*.



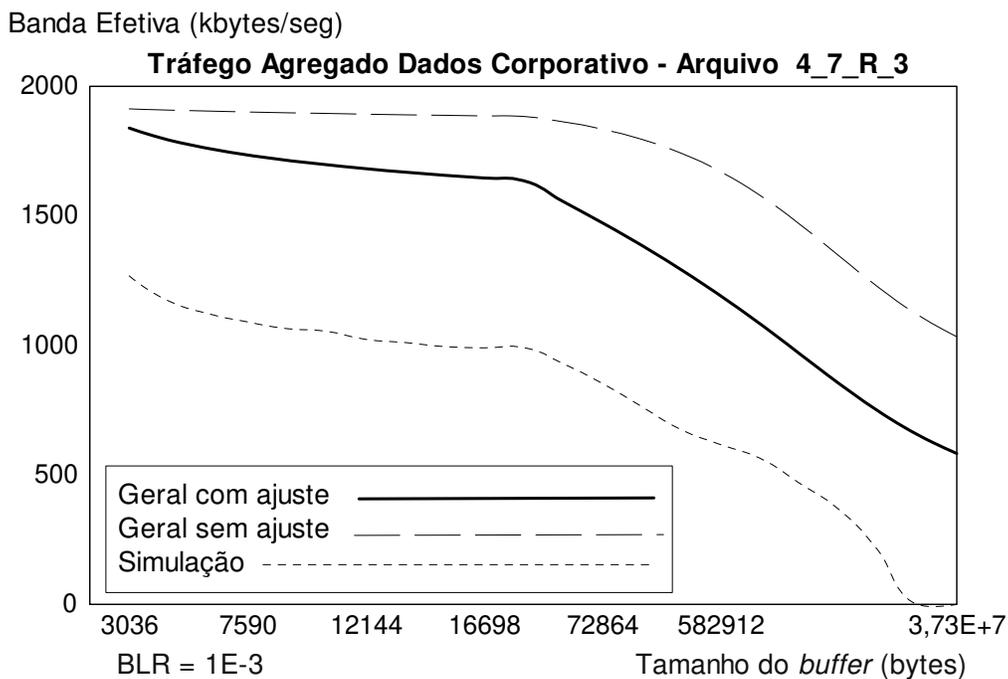
**Figura III.11:** Banda Efetiva em função do tamanho do *buffer*.



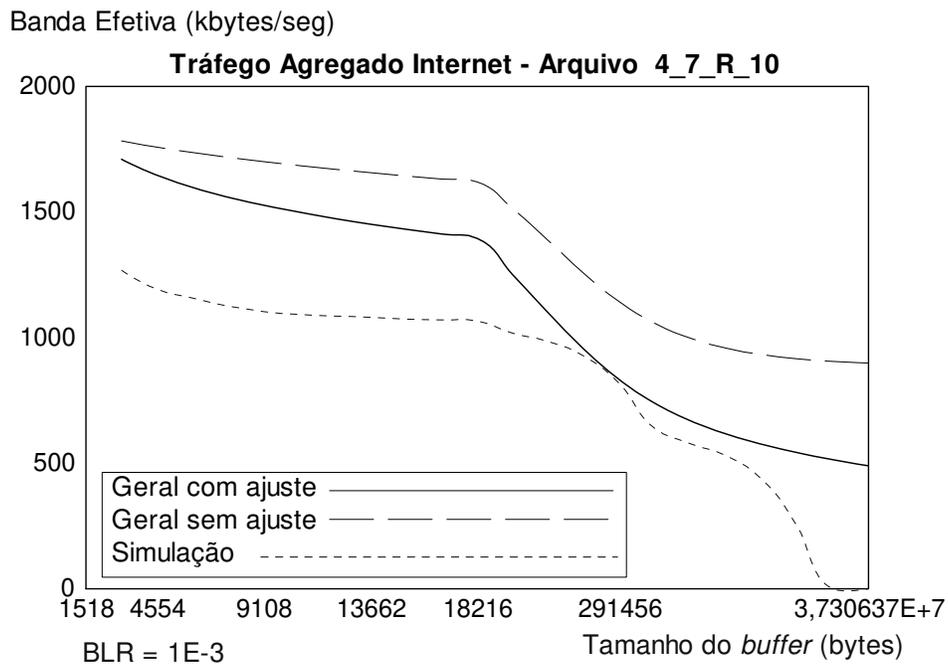
**Figura III.12:** Banda Efetiva em função do tamanho do *buffer*.



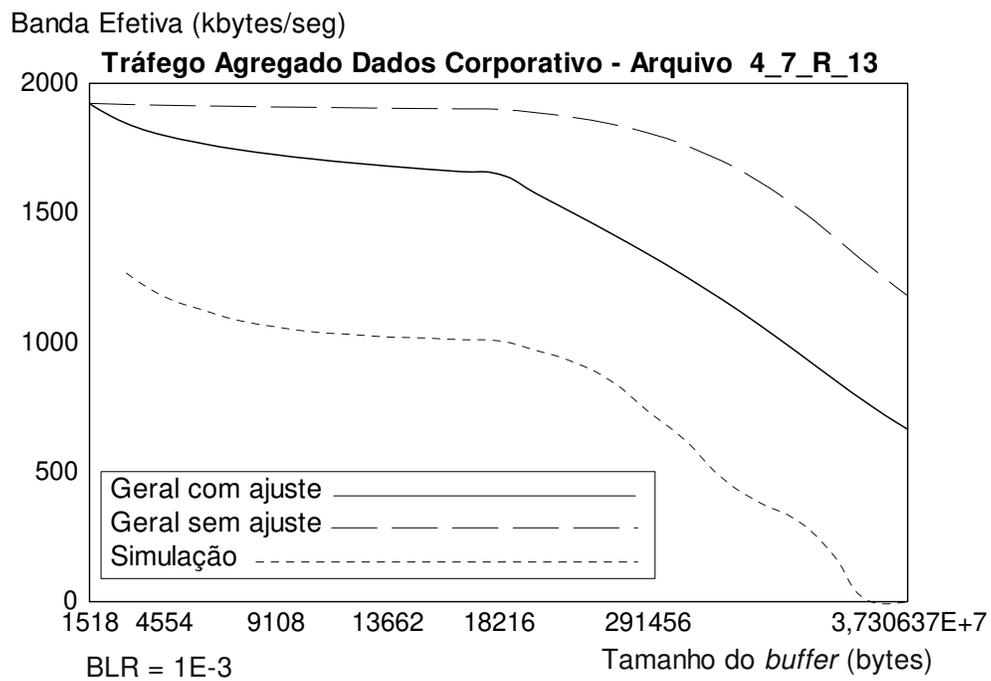
**Figura III.13:** Banda Efetiva em função do tamanho do *buffer*.



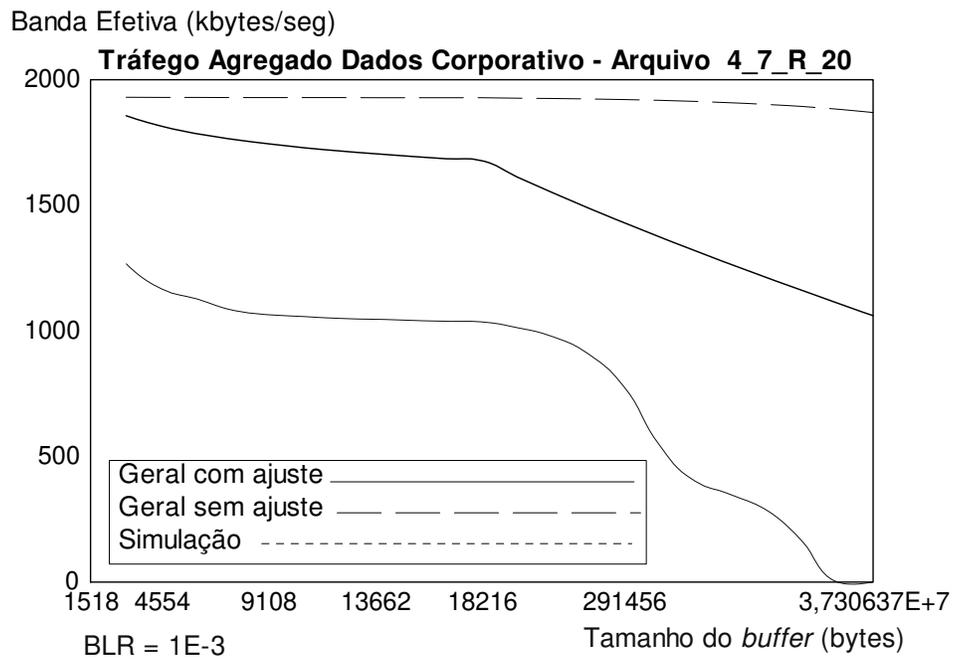
**Figura III.14:** Banda Efetiva em função do tamanho do *buffer*.



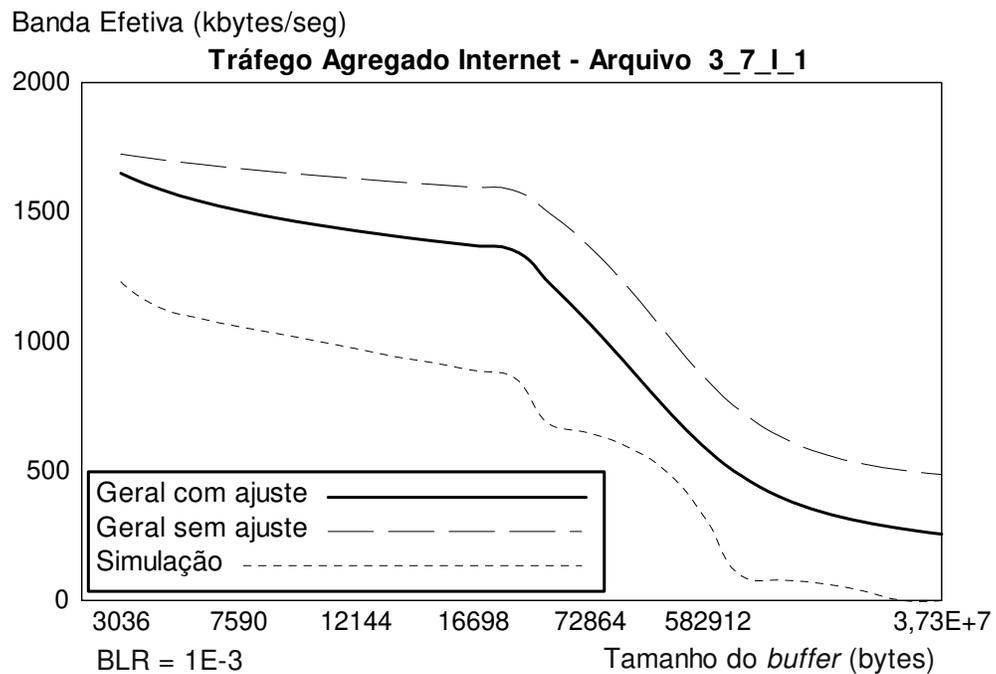
**Figura III.15:** Banda Efetiva em função do tamanho do *buffer*.



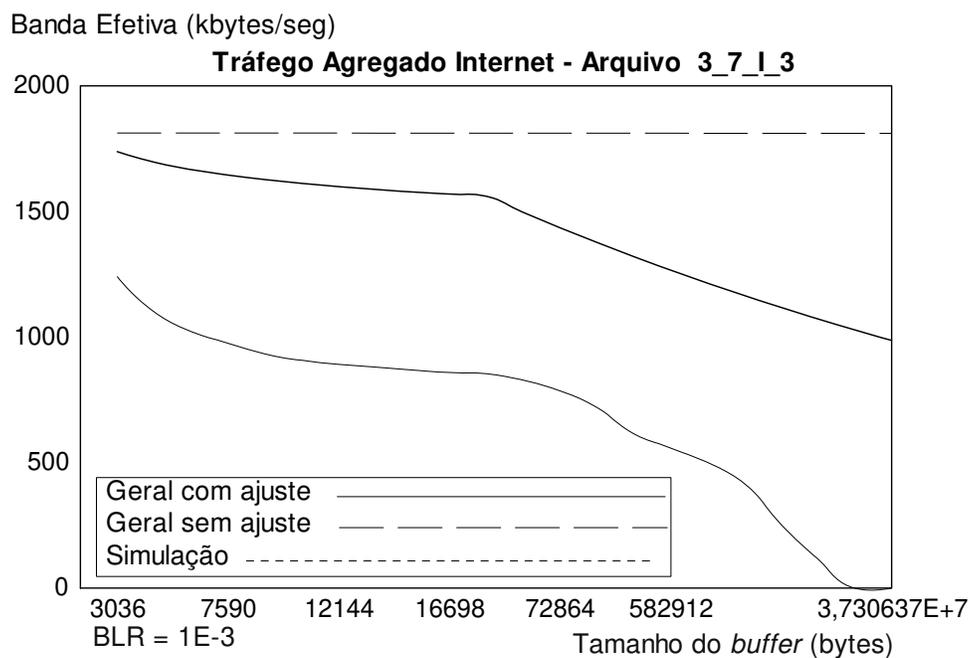
**Figura III.16:** Banda Efetiva em função do tamanho do *buffer*.



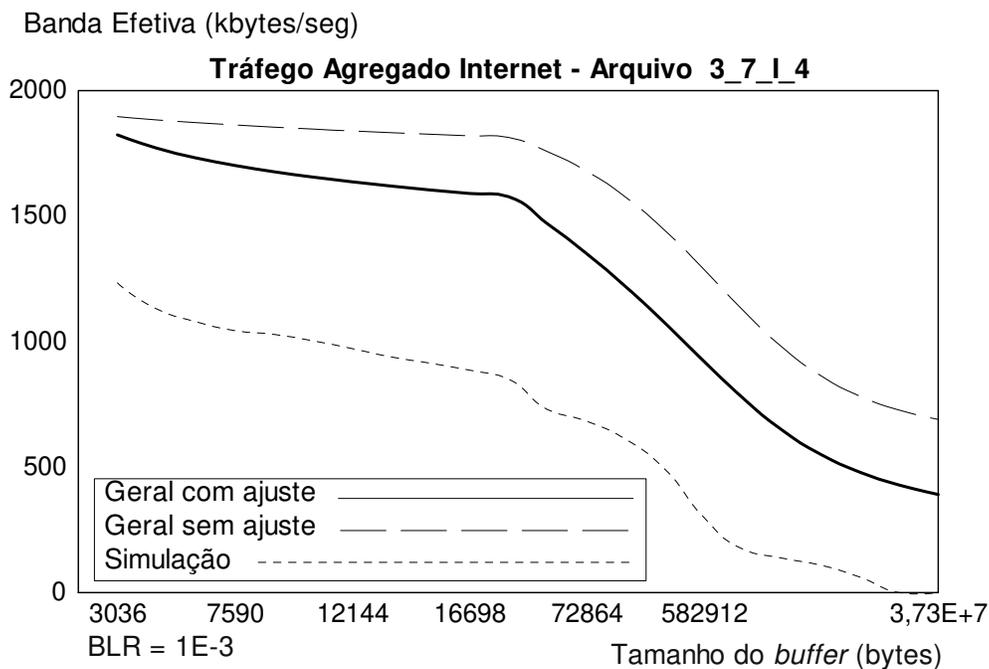
**Figura III.17:** Banda Efetiva em função do tamanho do *buffer*.



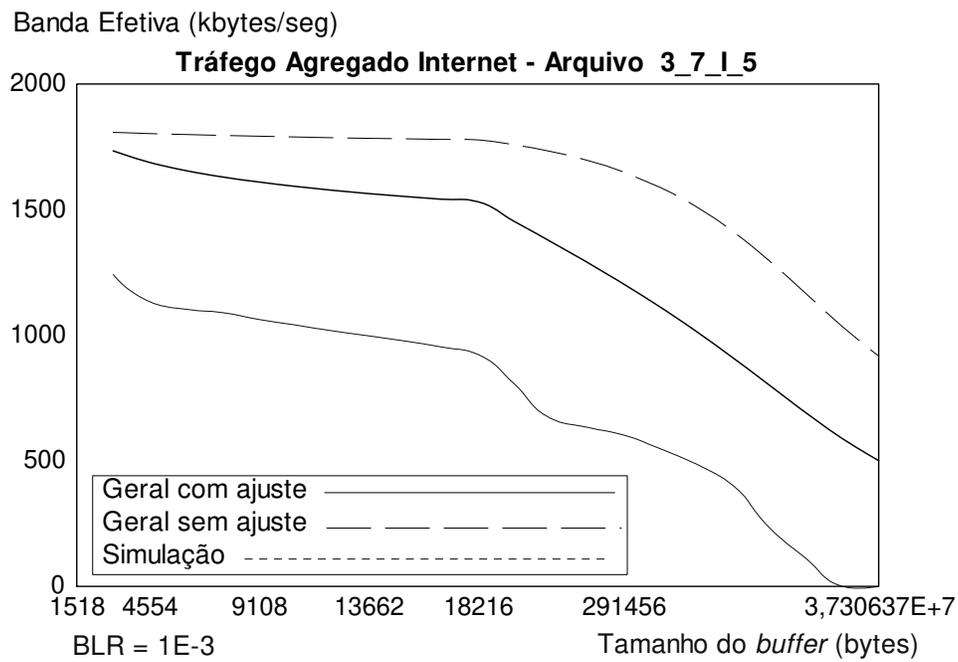
**Figura III.18:** Banda Efetiva em função do tamanho do *buffer*.



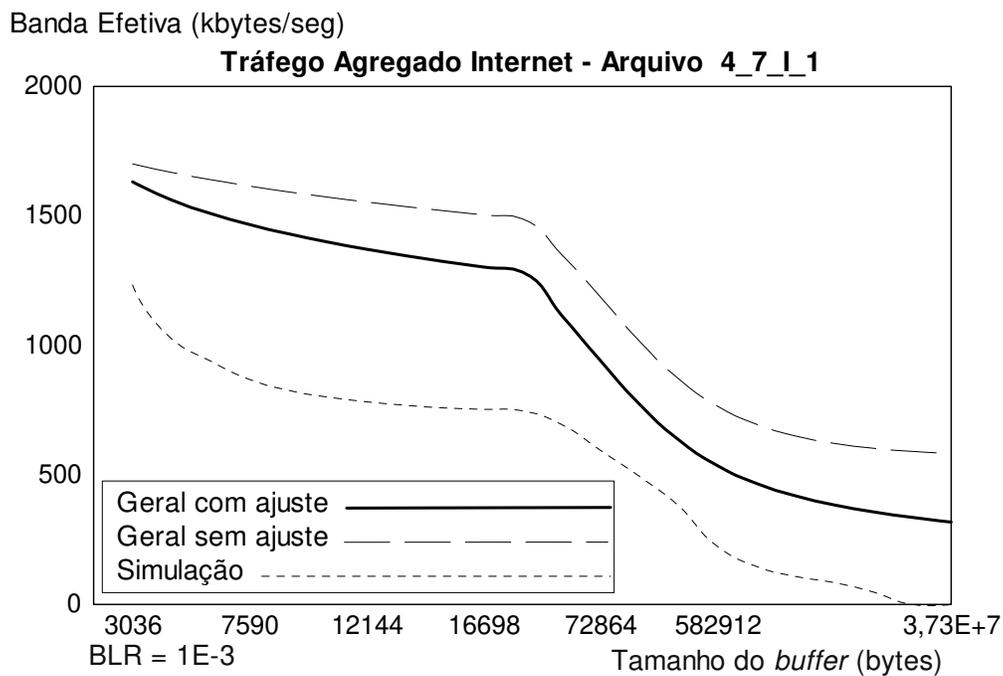
**Figura III.19:** Banda Efetiva em função do tamanho do *buffer*.



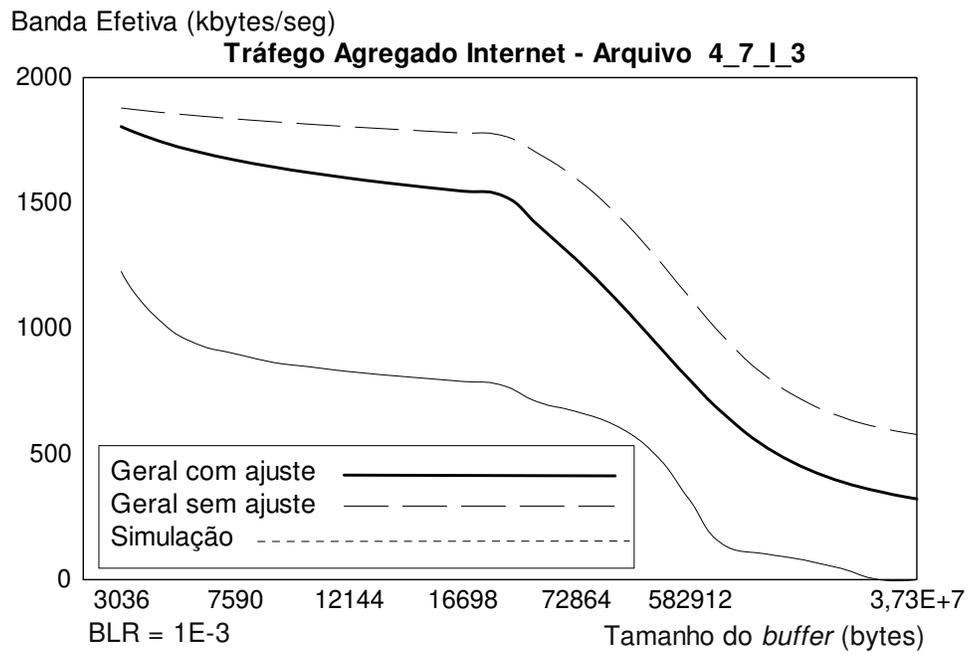
**Figura III.20:** Banda Efetiva em função do tamanho do *buffer*.



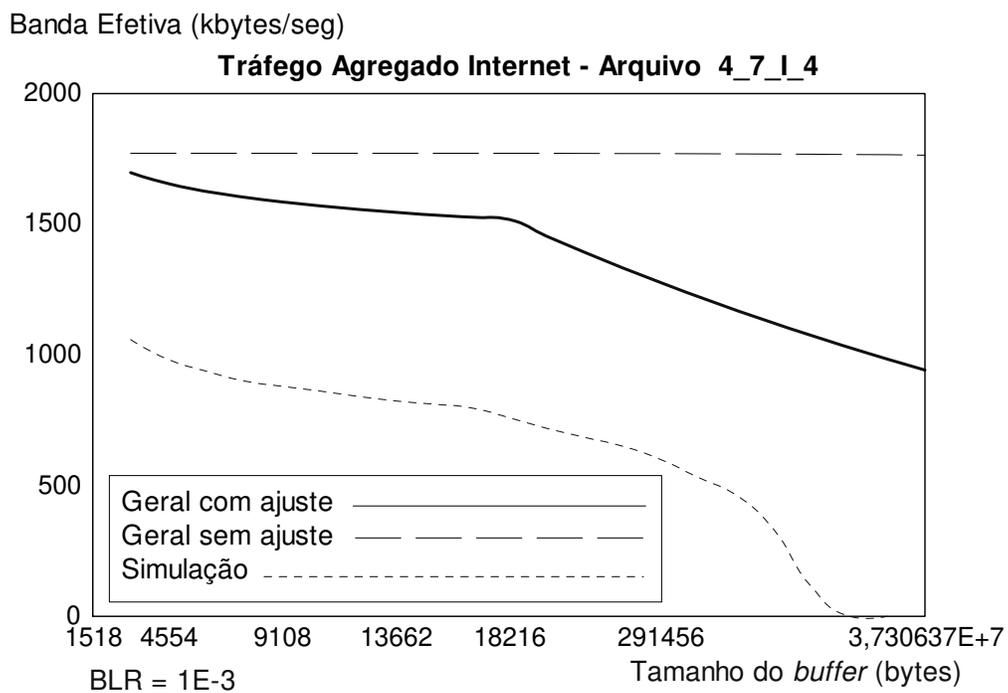
**Figura III.21:** Banda Efetiva em função do tamanho do *buffer*.



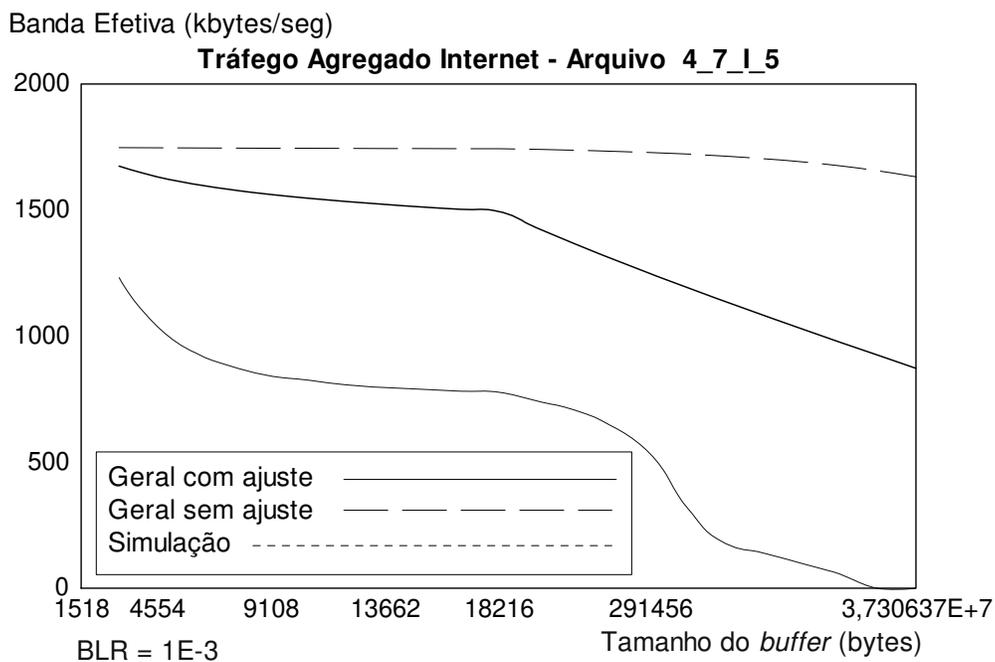
**Figura III.22:** Banda Efetiva em função do tamanho do *buffer*.



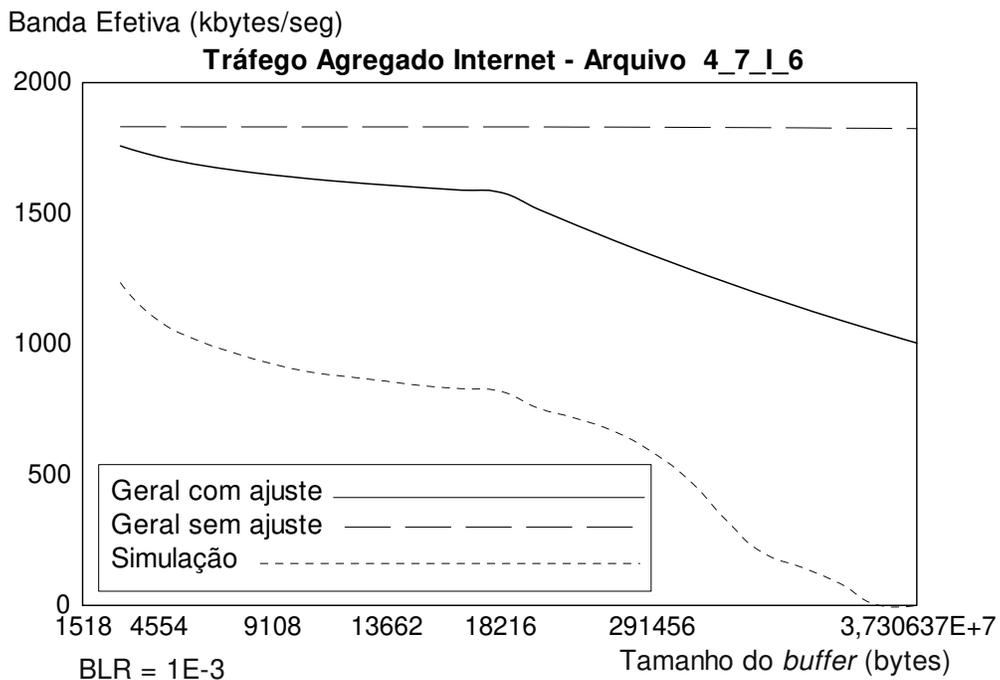
**Figura III.23:** Banda Efetiva em função do tamanho do *buffer*.



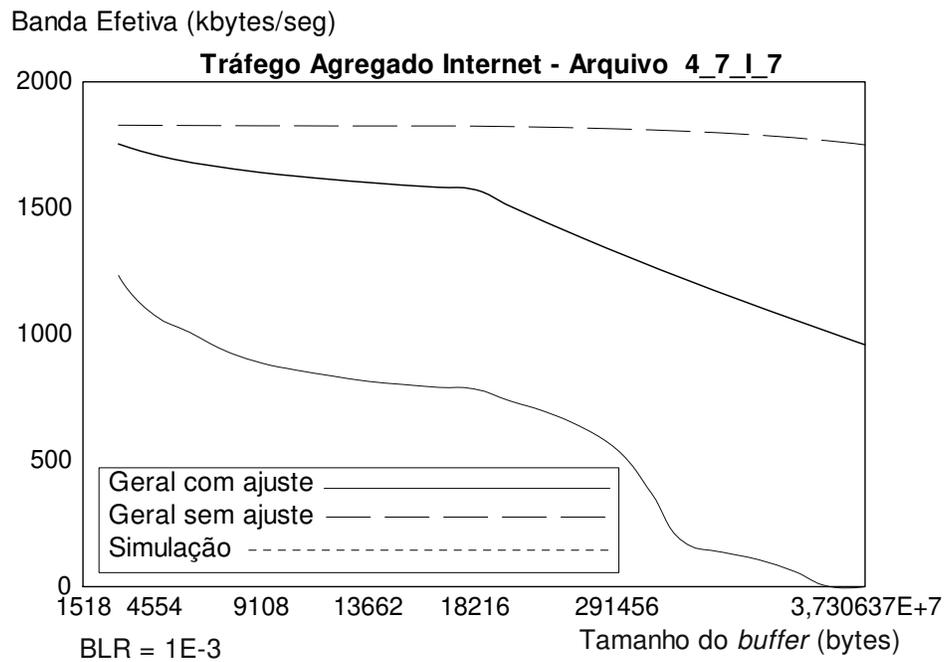
**Figura III.24:** Banda Efetiva em função do tamanho do *buffer*.



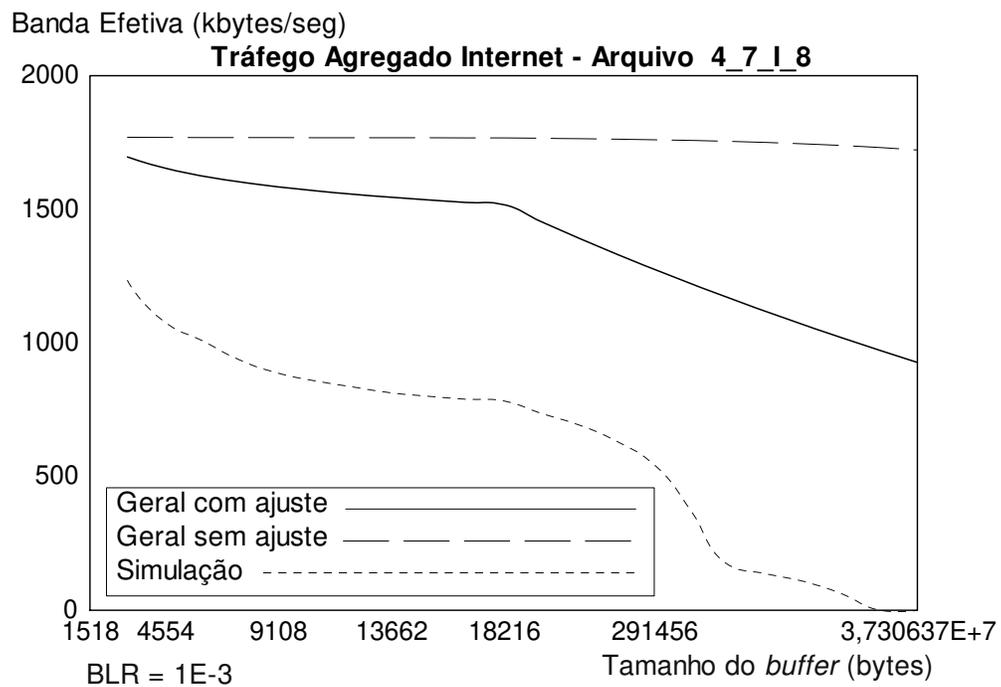
**Figura III.25:** Banda Efetiva em função do tamanho do *buffer*.



**Figura III.26:** Banda Efetiva em função do tamanho do *buffer*.



**Figura III.27:** Banda Efetiva em função do tamanho do *buffer*.



**Figura III.28:** Banda Efetiva em função do tamanho do *buffer*.

## Apêndice IV

### Resultados Testes de Hipótese Gaussiana

O Teste de Hipótese é um procedimento estatístico para determinar se uma afirmação a respeito de uma característica de uma determinada população é aceitável.

Bera-Jarque (1987) é um teste paramétrico e assintótico (para amostras grandes), que determina a normalidade de uma série, considerando a distribuição de uma amostra aleatória de uma população. Nesse caso, se verifica se a hipótese nula é aceitável.

O teste de hipótese Bera-Jarque fundamenta-se na análise dos resíduos de Mínimos Quadrados Ordinários (*MQO*). Calcula os coeficientes de assimetria ( $S$ ) e de curtose ( $K$ ) da distribuição e utiliza a seguinte estatística [95]:

$$l = n \left[ \frac{S^2}{6} + \frac{(K - 3)^2}{24} \right], \quad (\text{IV.1})$$

onde

$$S = \frac{\sum (x_i - \mu)^3 / n}{\left( \sqrt{\sum (x_i - \mu)^2 / n} \right)^3} \quad (\text{IV.2})$$

e

$$K = \frac{\sum (x_i - \mu)^4 / n}{\left( \sqrt{\sum (x_i - \mu)^2 / n} \right)^4} \quad (\text{IV.3})$$

$x_i$  são os valores observados,  $\mu$  é a média,  $\sigma$  é o desvio padrão e  $n$  o tamanho da amostra.

O coeficiente de assimetria  $S$  é baseado no terceiro momento da distribuição:

$$M_3 = \frac{\sigma (x_i - \mu)^3}{n} \quad (\text{IV.4})$$

Assim sendo,

$$S = \frac{M_3}{\sigma^3}. \quad (\text{IV.5})$$

A presença de assimetria forte ( $S$  diferente de zero) obriga a reconsideração da suposição de normalidade, pois a normalidade exige uma distribuição de frequências simétrica sem nenhuma cauda mais comprida que a outra.

A curtose ( $K$ ) é outra estatística que faz parte do teste de Bera-Jarque, e está baseada no quarto momento da distribuição,  $M_4$ :

$$M_4 = \frac{\sigma (x_i - \mu)^4}{n} \quad (\text{IV.6})$$

$$K = \frac{M_4}{\sigma^4} \quad (\text{IV.7})$$

Uma vez que, em uma distribuição normal (simétrica e mesocúrtica), o valor de assimetria é zero e o valor de curtose é 3,  $(K - 3)$  representa em (IV.1), o excesso de curtose. A estatística  $l$  dada em (IV.1) segue a distribuição qui-quadrado com 2 graus de liberdade [95].

O teste de hipótese Bera-Jarque [161] apresenta as seguintes saídas:

1. Nível de significância ( $p$ ) é relacionado ao nível de certeza que é necessário para que uma hipótese nula seja rejeitada em favor de uma alternativa. Se o valor  $p$  da estatística qui-quadrado calculada em uma aplicação for suficientemente baixo, pode-se rejeitar a hipótese de que os resíduos têm distribuição normal. Mas se o valor  $p$  for razoavelmente alto, não se rejeita a hipótese de normalidade. Um valor típico para o nível de significância é 5%;
2. Estatística  $l$  calculada pela equação (IV.1);
3.  $c$  é chamado valor crítico
4.  $h$  indica o resultado Booleano do teste de hipótese:
  - $h = 0$  → Não rejeitar a hipótese nula a um nível de significância de 0,05. Nesse caso, a série  $X$  analisada é Normal com média e variância desconhecidas.
  - $h = 1$  → Rejeitar a hipótese nula a um nível de significância de 0,05. Nesse caso, a série  $X$  não é normalmente distribuída, isto é, hipótese alternativa.

A seguir, a Tabela deste Apêndice apresenta a listagem dos arquivos de tráfego analisados nesta tese, com teste de hipótese Gaussiana positiva, ou seja, que confirmaram a característica Normal.

Nome Arquivo	Agregação Hipótese +	<i>h</i>	<i>p</i>	<i>l</i>	<i>c</i>	Nome Arquivo	Agregação Hipótese +	<i>h</i>	<i>p</i>	<i>l</i>	<i>c</i>
3_7_I_1	150 ms	0	0,4182	1,7436	5,9915	4_7_I_6	0	0	0,3594	2,0465	5,9915
3_7_I_1	220 ms	0	0,1217	4,2119	5,9915	4_7_I_6	150 ms	0	0,0630	5,5303	5,9915
3_7_I_1	250 ms	0	0,8474	0,3312	5,9915	4_7_I_6	300 ms	0	0,1419	3,9056	5,9915
3_7_I_2	50 ms	0	0,2180	3,0467	5,9915	4_7_I_7	200 ms	0	0,7960	0,4563	5,9915
3_7_I_2	220 ms	0	0,5872	1,0647	5,9915	4_7_I_7	300 ms	0	0,4308	1,6843	5,9915
3_7_I_3	150 ms	0	0,1524	0,1524	5,9915	4_7_I_7	350 ms	0	0,1466	3,8396	5,9915
3_7_I_3	200 ms	0	0,7700	0,5228	5,9915	4_7_I_8	280 ms	0	0,0625	5,5456	5,9915
3_7_I_4	100 ms	0	0,0774	5,1165	5,9915	4_7_I_8	300 ms	0	0,2579	2,7104	5,9915
3_7_I_4	200 ms	0	0,1163	4,3034	5,9915	4_7_I_9	50 ms	0	0,1127	4,3662	5,9915
3_7_I_4	300 ms	0	0,5618	1,1531	5,9915	4_7_I_9	350 ms	0	0,5179	1,3161	5,9915
3_7_I_4	350 ms	0	0,0849	4,9323	5,9915	4_7_I_9	400 ms	0	0,3126	2,3257	5,9915
3_7_I_4	400 ms	0	0,1782	3,4493	5,9915	4_7_I_10	200 ms	0	0,6023	1,0139	5,9915
4_7_I_1	100 ms	0	0,0602	5,6198	5,9915	4_7_I_10	270 ms	0	0,0710	5,2911	5,9915
4_7_I_1	200 ms	0	0,1869	3,3539	5,9915	3_7_R_1	100 ms	0	0,7647	0,5367	5,9915
4_7_I_1	350 ms	0	0,2309	2,9318	5,9915	3_7_R_1	150 ms	0	0,2616	2,6818	5,9915
4_7_I_2	220 ms	0	0,4171	1,7486	5,9915	3_7_R_1	200 ms	0	0,6656	0,8141	5,9915
4_7_I_2	400 ms	0	0,3158	2,3053	5,9915	3_7_R_1	350 ms	0	0,3699	1,9891	5,9915
4_7_I_3	100 ms	0	0,0986	4,6328	5,9915	3_7_R_1	400 ms	0	0,0508	5,9579	5,9915
4_7_I_3	200 ms	0	0,3787	1,9420	5,9915	3_7_R_4	0	0	0,8226	0,3907	5,9915
4_7_I_3	220 ms	0	0,4171	1,7486	5,9915	3_7_R_4	300 ms	0	0,5618	1,1531	5,9915
4_7_I_4	100 ms	0	0,1393	3,9420	5,9915	3_7_R_7	50 ms	0	0,2350	2,8967	5,9915
4_7_I_4	150 ms	0	0,0745	5,1940	5,9915	3_7_R_7	250 ms	0	0,0733	5,2277	5,9915
4_7_I_4	220 ms	0	0,2625	2,6751	5,9915	3_7_R_7	400 ms	0	0,4337	1,6708	5,9915
4_7_I_4	250 ms	0	0,1660	3,5917	5,9915	4_7_R_1	150 ms	0	0,9611	0,0794	5,9915
4_7_I_4	330 ms	0	0,1152	4,3227	5,9915	4_7_R_1	300 ms	0	0,4553	1,5737	5,9915
4_7_I_5	100 ms	0	0,0865	4,8963	5,9915	4_7_R_1	350 ms	0	0,1440	3,8764	5,9915
4_7_I_5	220 ms	0	0,2625	2,6751	5,9915	4_7_R_1	400 ms	0	0,4264	1,7045	5,9915
4_7_I_5	350 ms	0	0,5436	1,2192	5,9915	4_7_R_2	150 ms	0	0,4805	1,4659	5,9915

Nome Arquivo	Agregação Hipótese +	<i>h</i>	<i>p</i>	<i>l</i>	<i>c</i>	Nome Arquivo	Agregação Hipótese +	<i>h</i>	<i>p</i>	<i>l</i>	<i>c</i>
4_7_R_2	250 ms	0	0,3870	1,8987	5,9915	4_7_R_11	300 ms	0	0,9047	0,2003	5,9915
4_7_R_2	300 ms	0	0,3446	2,1309	5,9915	4_7_R_11	400 ms	0	0,1137	4,3486	5,9915
4_7_R_2	400 ms	0	0,2103	3,1185	5,9915	4_7_R_12	200 ms	0	0,5505	1,1940	5,9915
4_7_R_3	150 ms	0	0,0573	5,7197	5,9915	4_7_R_12	400 ms	0	0,0985	4,6362	5,9915
4_7_R_3	250 ms	0	0,8621	0,2968	5,9915	4_7_R_12	350 ms	0	0,9881	0,0240	5,9915
4_7_R_3	300 ms	0	0,0868	4,8888	5,9915	4_7_R_13	200 ms	0	0,1165	4,3006	5,9915
4_7_R_4	50 ms	0	0,1075	4,4607	5,9915	4_7_R_13	250 ms	0	0,5741	1,1100	5,9915
4_7_R_4	200 ms	0	0,8963	0,2189	5,9915	4_7_R_13	400 ms	0	0,1352	4,0024	5,9915
4_7_R_4	400 ms	0	0,7615	0,5448	5,9915	4_7_R_14	250 ms	0	0,2919	2,4629	5,9915
4_7_R_5	200 ms	0	0,3751	1,9611	5,9915	4_7_R_14	300 ms	0	0,2829	2,5251	5,9915
4_7_R_5	250 ms	0	0,4451	1,6191	5,9915	4_7_R_14	400 ms	0	0,1668	3,5817	5,9915
4_7_R_5	350 ms	0	0,5268	1,2820	5,9915	4_7_R_15	150 ms	0	0,0779	5,1043	5,9915
4_7_R_6	50 ms	0	0,2655	2,6525	5,9915	4_7_R_15	250 ms	0	0,0547	5,8135	5,9915
4_7_R_6	100 ms	0	0,0593	5,6505	5,9915	4_7_R_15	300 ms	0	0,1209	4,2252	5,9915
4_7_R_6	150 ms	0	0,0798	5,0565	5,9915	4_7_R_17	50 ms	0	0,1936	3,2838	5,9915
4_7_R_7	150 ms	0	0,2747	2,5845	5,9915	4_7_R_17	200 ms	0	0,0615	5,5769	5,9915
4_7_R_7	200 ms	0	0,6054	1,0037	5,9915	4_7_R_17	400 ms	0	0,9227	0,1609	5,9915
4_7_R_7	250 ms	0	0,2747	2,5845	5,9915	4_7_R_18	50 ms	0	0,8873	0,2391	5,9915
4_7_R_8	200 ms	0	0,3984	1,8404	5,9915	4_7_R_18	200 ms	0	0,1726	3,5138	5,9915
4_7_R_8	300 ms	0	0,4403	1,6405	5,9915	4_7_R_18	400 ms	0	0,0771	5,1251	5,9915
4_7_R_8	400 ms	0	0,1889	3,3330	5,9915	4_7_R_19	50 ms	0	0,0532	5,8660	5,9915
4_7_R_9	50 ms	0	0,8441	0,3390	5,9915	4_7_R_19	200 ms	0	0,5027	1,3754	5,9915
4_7_R_9	250 ms	0	0,1321	4,0484	5,9915	4_7_R_19	400 ms	0	0,2687	2,6285	5,9915
4_7_R_9	300 ms	0	0,0680	5,3752	5,9915	4_7_R_20	200 ms	0	0,8352	0,3602	5,9915
4_7_R_10	50 ms	0	0,8989	0,2131	5,9915	4_7_R_20	150 ms	0	0,0678	5,3832	5,9915
4_7_R_10	200 ms	0	0,0847	4,9376	5,9915	4_7_R_20	400 ms	0	0,1260	4,1432	5,9915
4_7_R_10	400 ms	0	0,0917	4,7793	5,9915	13_7_MTX_1	200 ms	0	0,1899	3,3224	5,9915
4_7_R_11	150 ms	0	0,0733	5,2263	5,9915	13_7_MTX_1	350 ms	0	0,1716	3,5247	5,9915

Nome Arquivo	Agregação Hipótese +	<i>h</i>	<i>p</i>	<i>l</i>	<i>c</i>	Nome Arquivo	Agregação Hipótese +	<i>h</i>	<i>p</i>	<i>l</i>	<i>c</i>
13_7_MTX_1	370 ms	0	0,9878	0,0246	5,9915	13_7_MTX_11	50 ms	0	0,2936	2,4509	5,9915
13_7_MTX_2	220 ms	0	0,2950	2,4415	5,9915	13_7_MTX_11	160 ms	0	0,6063	1,0008	5,9915
13_7_MTX_2	250 ms	0	0,4803	1,4669	5,9915	13_7_MTX_11	200 ms	0	0,0761	5,1509	5,9915
13_7_MTX_2	380 ms	0	0,2121	3,1016	5,9915	13_7_MTX_12	200 ms	0	0,0540	5,8360	5,9915
13_7_MTX_3	150 ms	0	0,5711	1,1202	5,9915	13_7_MTX_12	220 ms	0	0,9387	0,1265	5,9915
13_7_MTX_3	200 ms	0	0,7665	0,5319	5,9915	13_7_MTX_12	330 ms	0	0,1627	3,6317	5,9915
13_7_MTX_3	300 ms	0	0,6966	0,7231	5,9915	13_7_MTX_13	100 ms	0	0,7728	0,5156	5,9915
13_7_MTX_4	220 ms	0	0,0566	5,7444	5,9915	13_7_MTX_13	150 ms	0	0,1039	4,5288	5,9915
13_7_MTX_4	370 ms	0	0,4753	1,4876	5,9915	13_7_MTX_13	200 ms	0	0,8628	0,2952	5,9915
13_7_MTX_4	400 ms	0	0,1504	3,7893	5,9915	13_7_MTX_14	50 ms	0	0,2335	2,9088	5,9915
13_7_MTX_5	200 ms	0	0,2029	3,1900	5,9915	13_7_MTX_14	140 ms	0	0,2534	2,7456	5,9915
13_7_MTX_5	120 ms	0	0,2549	2,7339	5,9915	13_7_MTX_14	400 ms	0	0,1439	3,8776	5,9915
13_7_MTX_5	400 ms	0	0,1726	3,5139	5,9915	13_7_MTX_15	110 ms	0	0,1821	3,4066	5,9915
13_7_MTX_6	150 ms	0	0,1129	4,3632	5,9915	13_7_MTX_15	220 ms	0	0,1586	3,6828	5,9915
13_7_MTX_6	330 ms	0	0,0651	5,4651	5,9915	13_7_MTX_15	400 ms	0	0,1439	3,8776	5,9915
13_7_MTX_6	400 ms	0	0,7517	0,5708	5,9915	13_7_MTX_16	140 ms	0	0,2626	2,6743	5,9915
13_7_MTX_7	340 ms	0	0,0536	5,8535	5,9915	13_7_MTX_16	290 ms	0	0,1874	3,3489	5,9915
13_7_MTX_7	200 ms	0	0,0924	4,7623	5,9915	13_7_MTX_16	400 ms	0	0,0919	4,7734	5,9915
13_7_MTX_7	400 ms	0	0,2631	2,6702	5,9915	13_7_MTX_17	100 ms	0	0,0918	4,7772	5,9915
13_7_MTX_8	200 ms	0	0,2666	2,6441	5,9915	13_7_MTX_17	230 ms	0	0,0959	4,6895	5,9915
13_7_MTX_8	250 ms	0	0,6314	0,9196	5,9915	13_7_MTX_17	350 ms	0	0,1696	3,5488	5,9915
13_7_MTX_8	400 ms	0	0,5838	1,0763	5,9915	13_7_MTX_18	100 ms	0	0,4714	1,5042	5,9915
13_7_MTX_9	250 ms	0	0,5962	1,0342	5,9915	13_7_MTX_18	200 ms	0	0,1128	4,3642	5,9915
13_7_MTX_9	310 ms	0	0,7848	0,4846	5,9915	13_7_MTX_18	400 ms	0	0,6955	0,7262	5,9915
13_7_MTX_9	150 ms	0	0,0913	4,7871	5,9915	13_7_MTX_19	50 ms	0	0,3572	2,0590	5,9915
13_7_MTX_10	150 ms	0	0,9400	0,1238	5,9915	13_7_MTX_19	210 ms	0	0,0834	4,9692	5,9915
13_7_MTX_10	230 ms	0	0,1101	4,4122	5,9915	13_7_MTX_19	400 ms	0	0,1762	3,4727	5,9915
13_7_MTX_10	300 ms	0	0,0675	5,3921	5,9915	13_7_MTX_20	120 ms	0	0,2423	2,8349	5,9915

Nome Arquivo	Agregação Hipótese +	<i>h</i>	<i>p</i>	<i>l</i>	<i>c</i>	Nome Arquivo	Agregação Hipótese +	<i>h</i>	<i>p</i>	<i>l</i>	<i>c</i>
13_7_MTX_20	250 ms	0	0,3044	2,3787	5,9915	2_5_FTP_4	50 ms	0	0,1820	3,4073	5,9915
13_7_MTX_20	310 ms	0	0,0970	4,6667	5,9915	2_5_FTP_4	350 ms	0	0,7716	0,5185	5,9915
13_7_MTX_21	100 ms	0	0,7734	0,5140	5,9915	2_5_FTP_4	300 ms	0	0,2093	3,1276	5,9915
13_7_MTX_21	150 ms	0	0,2400	2,8543	5,9915	2_5_FTP_4	250 ms	0	0,1708	3,5350	5,9915
13_7_MTX_21	250 ms	0	0,4373	1,6541	5,9915	2_5_FTP_4	150 ms	0	0,8980	0,2151	5,9915
13_7_MTX_21	300 ms	0	0,9710	0,0588	5,9915	2_5_FTP_5	350 ms	0	0,3328	2,2004	5,9915
13_7_MTX_22	100 ms	0	0,1150	4,3256	5,9915	2_5_FTP_5	250 ms	0	0,0993	4,6197	5,9915
13_7_MTX_22	150 ms	0	0,2351	2,8952	5,9915	2_5_FTP_5	150 ms	0	0,1302	0,1302	5,9915
13_7_MTX_22	300 ms	0	0,1198	4,2433	5,9915	2_5_FTP_5	100 ms	0	0,3187	2,2870	5,9915
13_7_MTX_23	150 ms	0	0,0595	5,6428	5,9915	2_5_FTP_6	100 ms	0	0,2836	2,5204	5,9915
13_7_MTX_23	220 ms	0	0,1927	3,2927	5,9915	2_5_FTP_6	200 ms	0	0,1206	4,2304	5,9915
13_7_MTX_23	300 ms	0	0,8465	0,3332	5,9915	2_5_FTP_6	250 ms	0	0,1475	0,1475	5,9915
13_7_MTX_24	110 ms	0	0,1090	4,4337	5,9915	2_5_FTP_6	300 ms	0	0,9021	0,2061	5,9915
13_7_MTX_24	230 ms	0	0,1140	4,3437	5,9915	13_7_FTP_1	50 ms	0	0,4350	1,6646	5,9915
13_7_MTX_24	300 ms	0	0,6078	0,9959	5,9915	13_7_FTP_1	100 ms	0	0,2792	2,5517	5,9915
13_7_MTX_26	140 ms	0	0,9465	0,1100	5,9915	13_7_FTP_1	350 ms	0	0,1004	4,5967	5,9915
13_7_MTX_26	270 ms	0	0,6565	0,8418	5,9915	13_7_FTP_2	50 ms	0	0,4146	1,7607	5,9915
13_7_MTX_26	300 ms	0	0,2438	2,8231	5,9915	13_7_FTP_2	100 ms	0	0,2501	2,7717	5,9915
13_7_MTX_27	100 ms	0	0,0742	5,2023	5,9915	13_7_FTP_2	200 ms	0	0,0759	5,1562	5,9915
13_7_MTX_27	200 ms	0	0,1212	4,2207	5,9915	13_7_FTP_2	400 ms	0	0,5940	1,0417	5,9915
13_7_MTX_27	250 ms	0	0,2220	3,0105	5,9915	13_7_CLI_1	60 ms	0	0,1480	3,8208	5,9915
13_7_MTX_27	400 ms	0	0,3396	2,1602	5,9915	13_7_CLI_1	170 ms	0	0,7154	0,6699	5,9915
13_7_MTX_28	50 ms	0	0,0511	5,9498	5,9915	13_7_CLI_1	350 ms	0	0,1818	3,4098	5,9915
13_7_MTX_28	200 ms	0	0,6585	0,8354	5,9915	2_5_ACO_1	120 ms	0	0,3466	2,1191	5,9915
13_7_MTX_28	350 ms	0	0,4671	1,5226	5,9915	2_5_ACO_1	300 ms	0	0,2790	2,5533	5,9915
13_7_MTX_28	400 ms	0	0,6631	0,8216	5,9915	2_5_ACO_1	380 ms	0	0,0594	5,6459	5,9915
2_5_FTP_3	150 ms	0	0,6650	0,8160	5,9915	2_5_ACO_2	150 ms	0	0,3037	2,3835	5,9915
2_5_FTP_3	200 ms	0	0,1853	3,3721	5,9915	2_5_ACO_2	350 ms	0	0,8810	0,2535	5,9915
2_5_FTP_3	400 ms	0	0,4877	1,4359	5,9915	2_5_ACO_2	400 ms	0	0,1974	3,2447	5,9915

Nome Arquivo	Agregação Hipótese +	<i>h</i>	<i>p</i>	<i>l</i>	<i>c</i>	Nome Arquivo	Agregação Hipótese +	<i>h</i>	<i>p</i>	<i>l</i>	<i>c</i>
2_5_ACO_3	110 ms	0	0,0583	5,6845	5,9915	13_7_DEL_1	100 ms	0	0,0856	4,9165	5,9915
2_5_ACO_3	250 ms	0	0,2939	2,4488	5,9915	13_7_DEL_1	250 ms	0	0,790	5,755	5,9915
2_5_ACO_3	300 ms	0	0,1112	4,3929	5,9915	13_7_DEL_1	350 ms	0	0,4276	1,6989	5,9915
2_5_ACO_4	60 ms	0	0,3777	1,9472	5,9915	13_7_DEL_2	100 ms	0	0,2048	3,1717	5,9915
2_5_ACO_4	200 ms	0	0,2223	3,0071	5,9915	13_7_DEL_2	110 ms	0	0,0596	5,6392	5,9915
2_5_ACO_4	400 ms	0	0,1726	3,5141	5,9915	13_7_DEL_2	150 ms	0	0,7983	0,4507	5,9915
2_5_ACO_5	50 ms	0	0,0904	4,8063	5,9915	13_7_DEL_3	130 ms	0	0,0658	5,4432	5,9915
2_5_ACO_5	160 ms	0	0,1999	3,2198	5,9915	13_7_DEL_3	200 ms	0	0,8292	0,3747	5,9915
2_5_ACO_5	350 ms	0	0,2273	2,9633	5,9915	13_7_DEL_3	300 ms	0	0,6806	0,7696	5,9915
2_5_ECA_1	60 ms	0	0,3760	1,9566	5,9915	13_7_DOT_1	50 ms	0	0,0559	5,7694	5,9915
2_5_ECA_1	350 ms	0	0,3952	1,8568	5,9915	13_7_DOT_1	150 ms	0	0,2926	2,4580	5,9915
2_5_ECA_1	350 ms	0	0,3952	1,8568	5,9915	13_7_DOT_1	250 ms	0	0,3783	1,9442	5,9915
2_5_ECA_2	60 ms	0	0,4642	1,5349	5,9915	13_7_DOT_1	300 ms	0	0,2884	2,4872	5,9915
2_5_ECA_2	230 ms	0	0,6929	0,7337	5,9915	13_7_DOT_1	350 ms	0	0,0568	5,7371	5,9915
2_5_ECA_2	250 ms	0	0,1504	3,7888	5,9915	13_7_DOT_2	110 ms	0	0,1151	4,3241	5,9915
2_5_ECA_3	50 ms	0	0,1671	3,5779	5,9915	13_7_DOT_2	260 ms	0	0,2426	2,8331	5,9915
2_5_ECA_3	250 ms	0	0,2926	2,4581	5,9915	13_7_DOT_2	320 ms	0	0,1204	4,2345	5,9915
2_5_ECA_3	300 ms	0	0,0851	4,9268	5,9915	13_7_FLO_1	200 ms	0	0,5676	1,1327	5,9915
2_5_ECA_3	350 ms	0	0,5442	1,2168	5,9915	13_7_FLO_1	250 ms	0	0,5712	1,1202	5,9915
2_5_EXG_1	50 ms	0	0,2314	2,9276	5,9915	13_7_FLO_1	300 ms	0	0,3799	1,9358	5,9915
2_5_EXG_1	160 ms	0	0,0615	5,5763	5,9915	13_7_FLO_1	400 ms	0	0,0802	5,0471	5,9915
2_5_EXG_1	300 ms	0	0,1888	3,3340	5,9915	13_7_FLO_2	100 ms	0	0,1583	3,6869	5,9915
2_5_EXG_2	50 ms	0	0,1522	3,7651	5,9915	13_7_FLO_2	150 ms	0	0,2107	3,1151	5,9915
2_5_EXG_2	150 ms	0	0,1740	3,4971	5,9915	13_7_FLO_2	200 ms	0	0,2166	3,0592	5,9915
2_5_EXG_2	250 ms	0	0,4232	1,7197	5,9915	13_7_FLO_2	250 ms	0	0,0878	4,8661	5,9915
2_5_EXG_3	60 ms	0	0,1388	3,9489	5,9915	13_7_LA_1	50 ms	0	0,0941	4,7274	5,9915
2_5_EXG_3	150 ms	0	0,4056	1,8047	5,9915	13_7_LA_1	150 ms	0	0,3027	2,3898	5,9915
2_5_EXG_3	300 ms	0	0,4047	1,8090	5,9915	13_7_LA_1	250 ms	0	0,3985	1,8403	5,9915

Nome Arquivo	Agregação Hipótese +	<i>h</i>	<i>p</i>	<i>l</i>	<i>c</i>	Nome Arquivo	Agregação Hipótese +	<i>h</i>	<i>p</i>	<i>l</i>	<i>c</i>
13_7_LA_1	300 ms	0	0,0903	4,8101	5,9915	13_7_REI_3	300 ms	0	0,3788	1,9413	5,9915
13_7_LA_1	350 ms	0	0,3534	2,0804	5,9915	13_7_REI_3	350 ms	0	0,3177	2,2933	5,9915
13_7_LA_1	400 ms	0	0,8372	0,3555	5,9915	13_7_STK_1	50 ms	0	0,0552	5,7930	5,9915
13_7_LA_2	150 ms	0	0,8655	0,2889	5,9915	13_7_STK_1	200 ms	0	0,4063	1,8012	5,9915
13_7_LA_2	350 ms	0	0,6876	0,7491	5,9915	13_7_STK_1	400 ms	0	0,5983	1,0275	5,9915
13_7_LA_2	400 ms	0	0,5336	1,2561	5,9915	13_7_STK_2	200 ms	0	0,4063	1,8012	5,9915
13_7_NOR_1	150 ms	0	0,2900	2,4755	5,9915	13_7_STK_2	250 ms	0	0,8718	0,2743	5,9915
13_7_NOR_1	250 ms	0	0,5437	1,2188	5,9915	13_7_STK_2	400 ms	0	0,0761	5,1525	5,9915
13_7_NOR_1	300 ms	0	0,7860	0,4815	5,9915	13_7_USA_1	110 ms	0	0,0852	4,9256	5,9915
13_7_REI_1	150 ms	0	0,1443	3,8712	5,9915	13_7_USA_1	150 ms	0	0,9010	0,2084	5,9915
13_7_REI_1	250 ms	0	0,5610	0,5610	5,9915	13_7_USA_1	370 ms	0	0,0513	5,9419	5,9915
13_7_REI_1	300 ms	0	0,6091	0,9916	5,9915	13_7_USA_2	50 ms	0	0,2721	2,6030	5,9915
13_7_REI_2	100 ms	0	0,5442	1,2170	5,9915	13_7_USA_2	100 ms	0	0,0532	5,8679	5,9915
13_7_REI_2	220 ms	0	0,1708	3,5351	5,9915	13_7_USA_2	150 ms	0	0,3474	2,1146	5,9915
13_7_REI_2	300 ms	0	0,3082	2,3539	5,9915	13_7_USA_2	250 ms	0	0,5759	1,1037	5,9915
13_7_REI_3	250 ms	0	0,1967	3,2524	5,9915						

# **Apêndice V**

## **Resultados da Análise do Atraso**

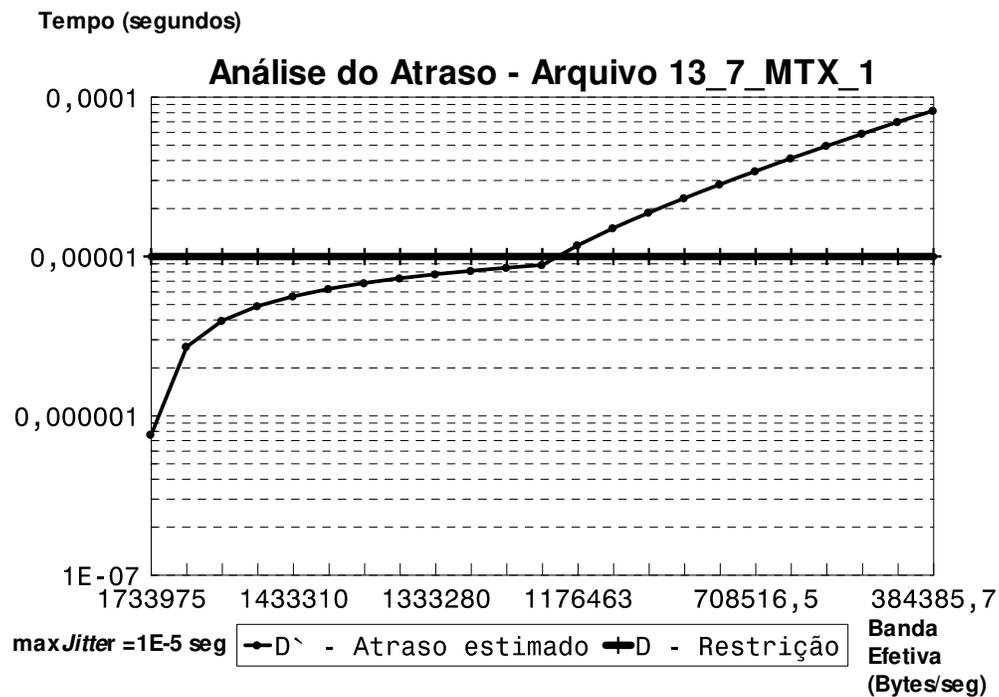


Figura V.1: Tempo em função da Banda Efetiva com restrição  $D$ .

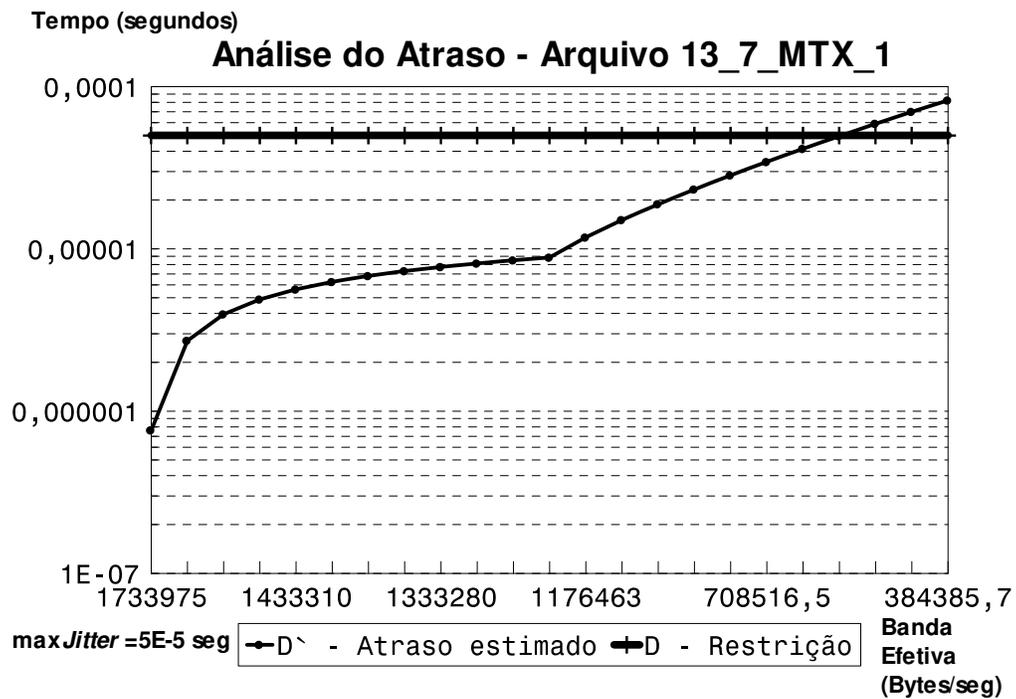


Figura V.2: Tempo em função da Banda Efetiva com restrição  $D$ .

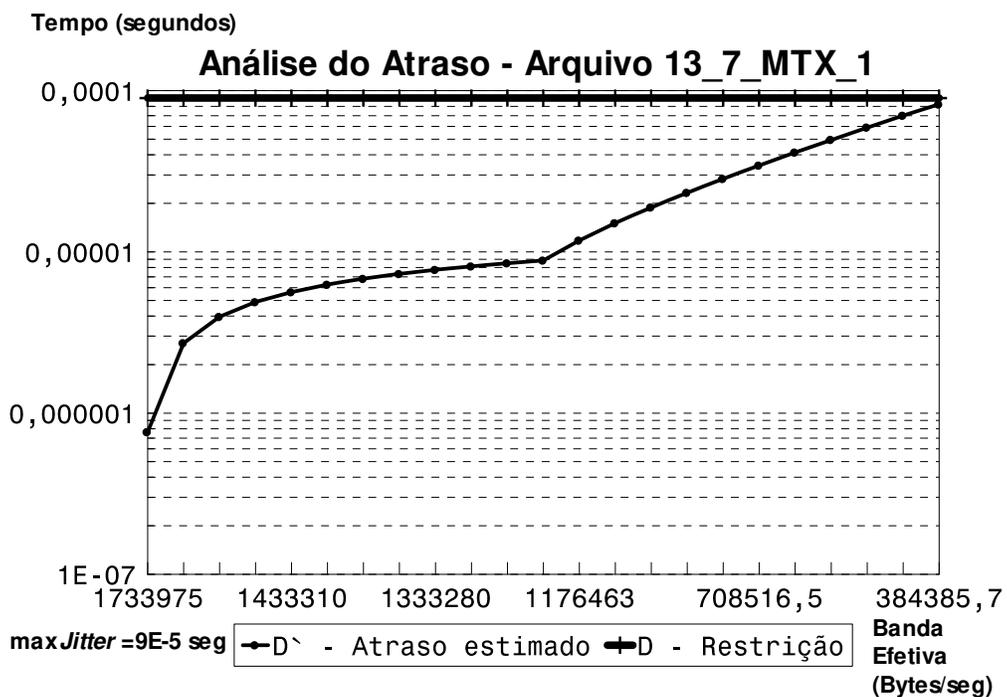


Figura V.3: Tempo em função da Banda Efetiva com restrição  $D$ .

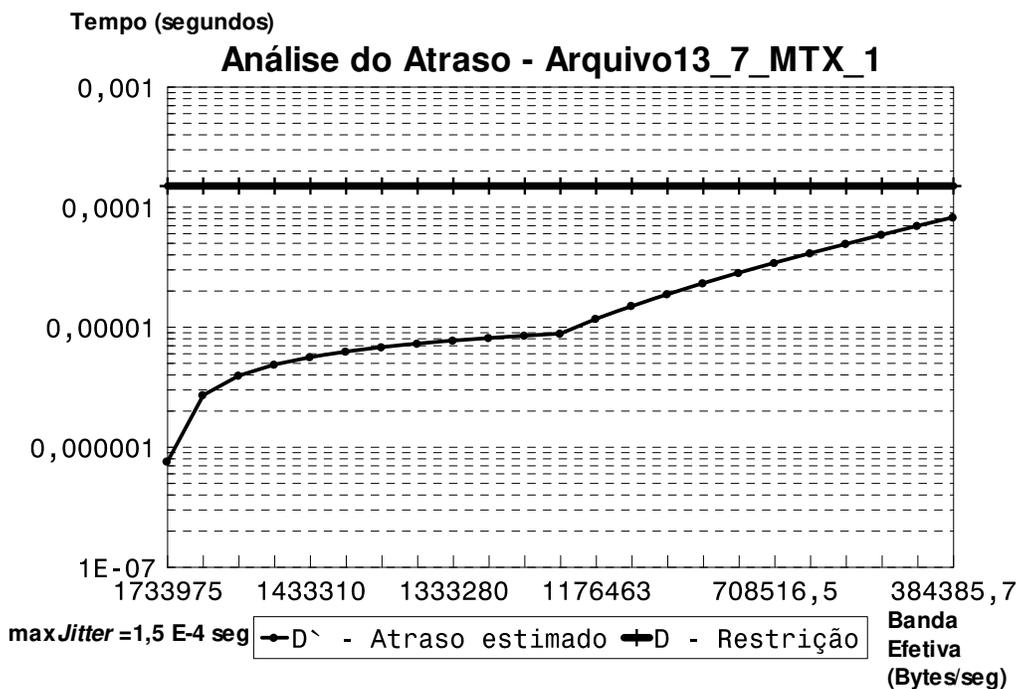


Figura V.4: Tempo em função da Banda Efetiva com restrição  $D$ .

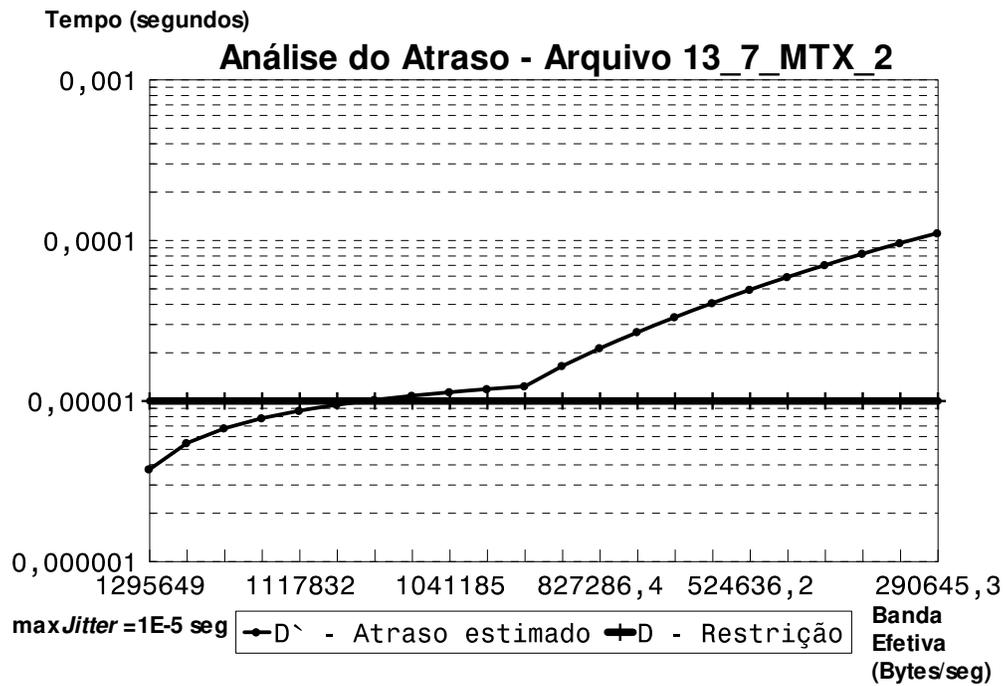


Figura V.5: Tempo em função da Banda Efetiva com restrição  $D$ .

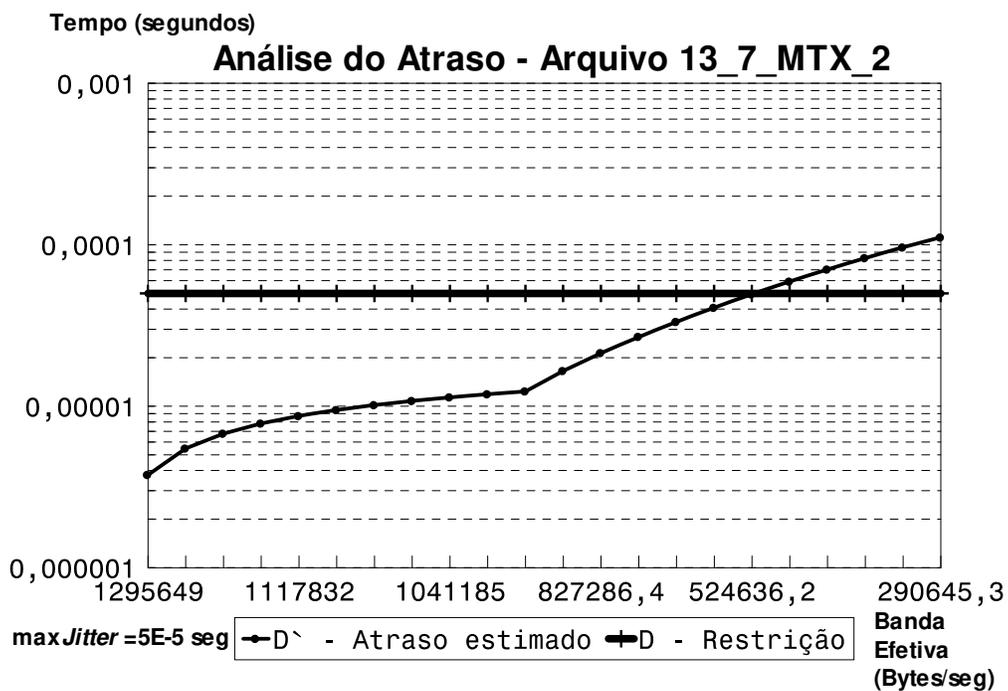


Figura V.6: Tempo em função da Banda Efetiva com restrição  $D$ .

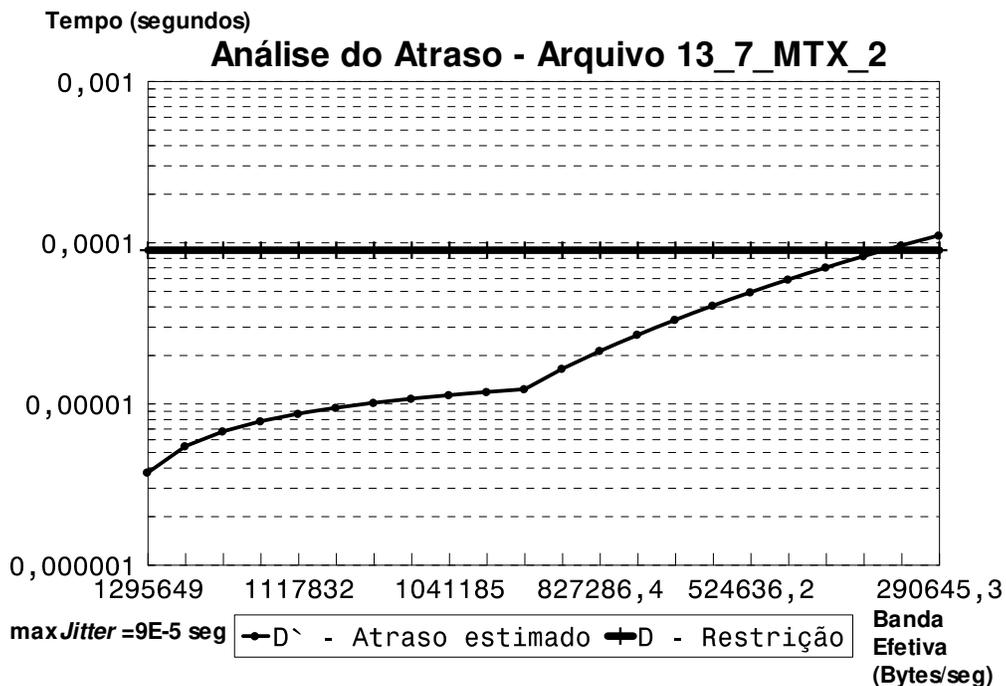


Figura V.7: Tempo em função da Banda Efetiva com restrição  $D$ .

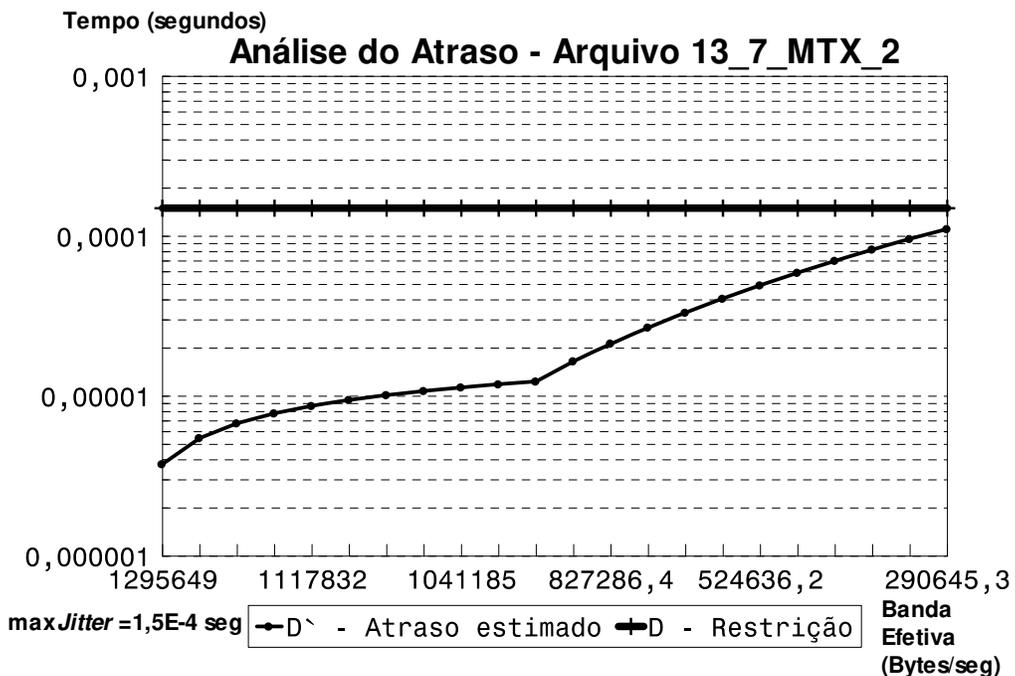


Figura V.8: Tempo em função da Banda Efetiva com restrição  $D$ .

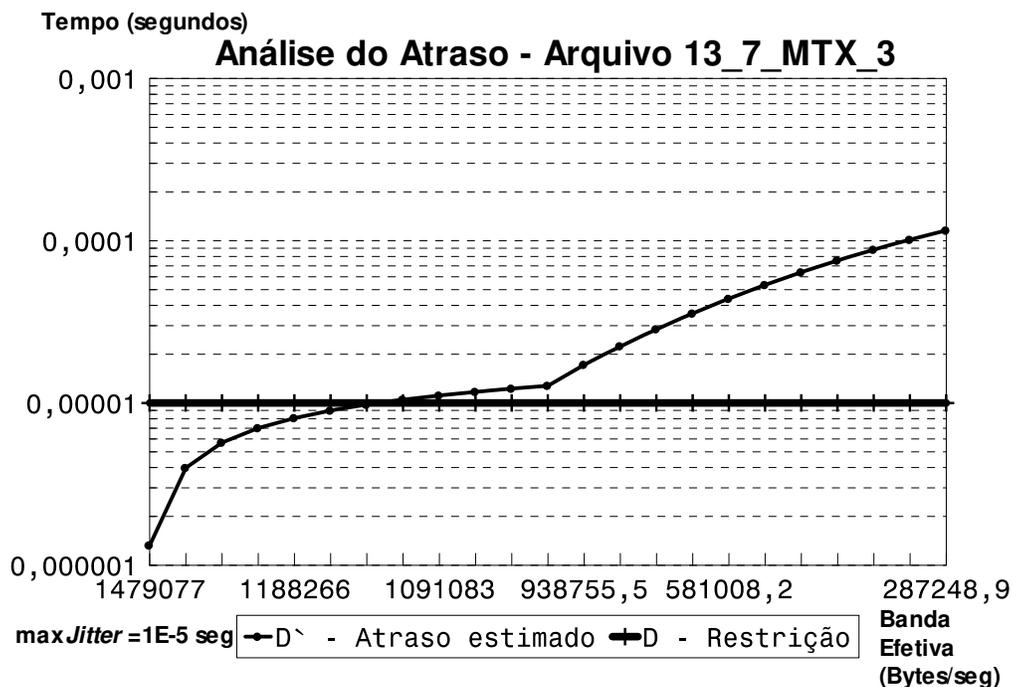


Figura V.9: Tempo em função da Banda Efetiva com restrição  $D$ .

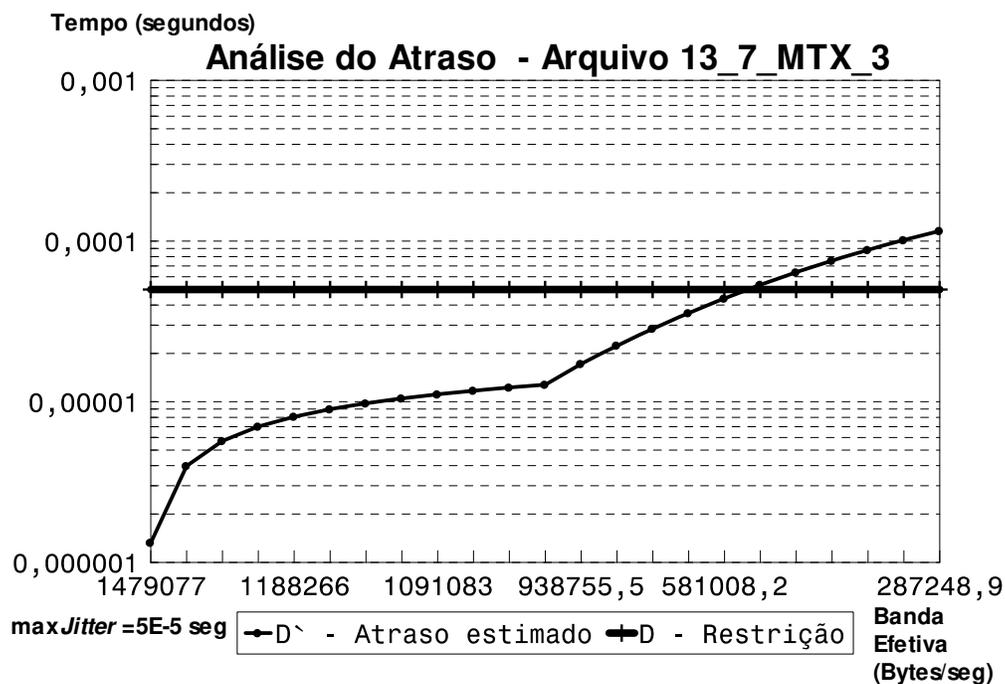


Figura V.10: Tempo em função da Banda Efetiva com restrição  $D$ .

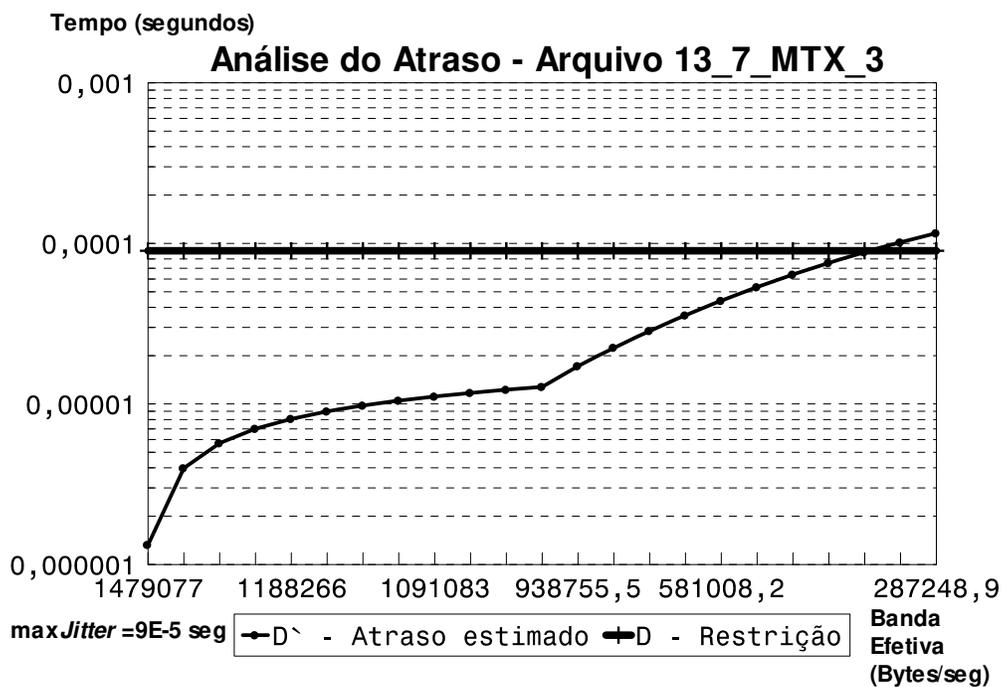


Figura V.11: Tempo em função da Banda Efetiva com restrição  $D$ .

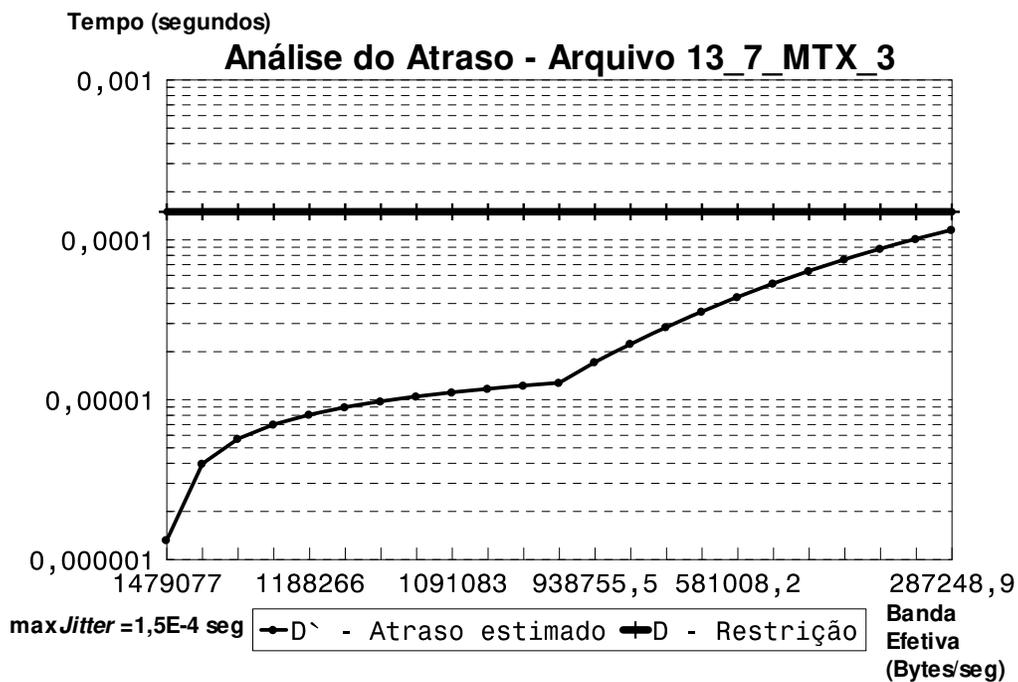


Figura V.12: Tempo em função da Banda Efetiva com restrição  $D$ .

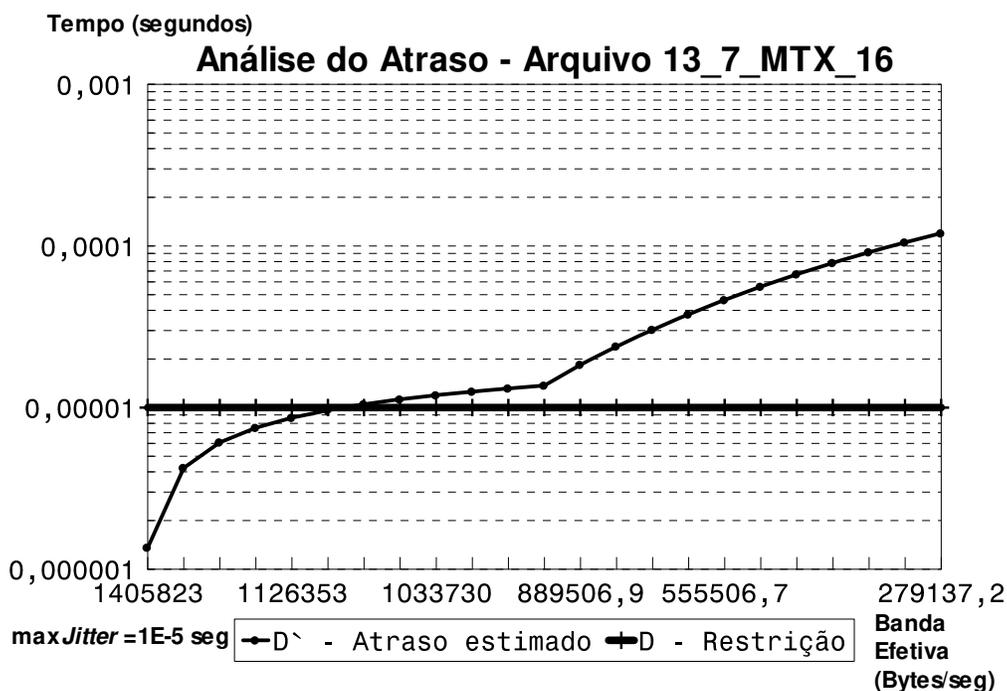


Figura V.13: Tempo em função da Banda Efetiva com restrição  $D$ .

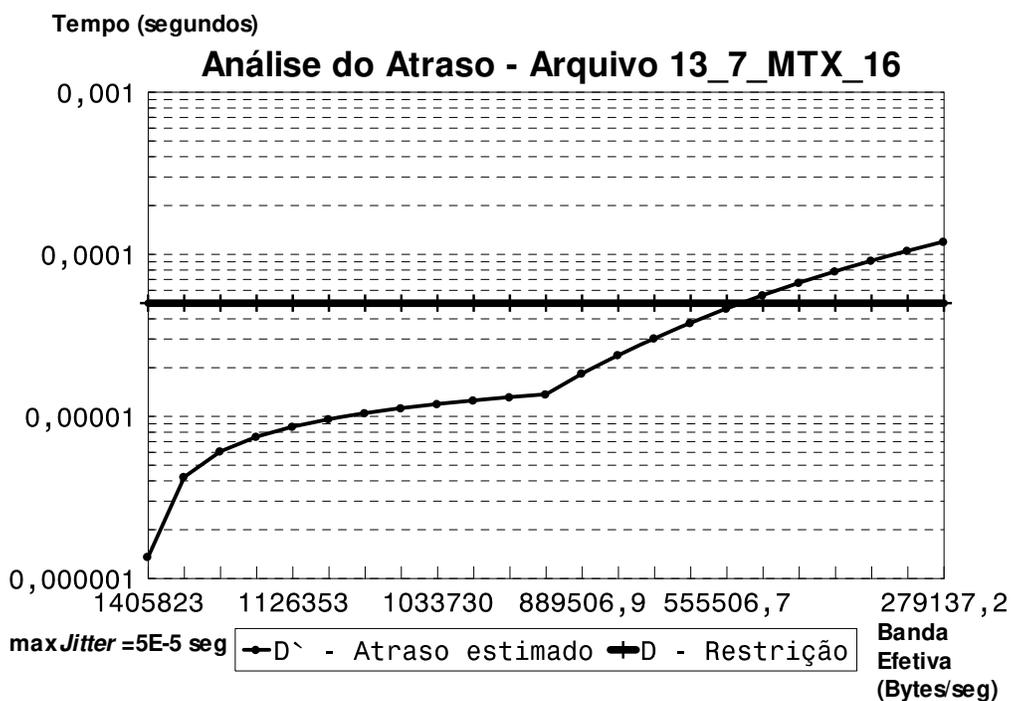


Figura V.14: Tempo em função da Banda Efetiva com restrição  $D$ .

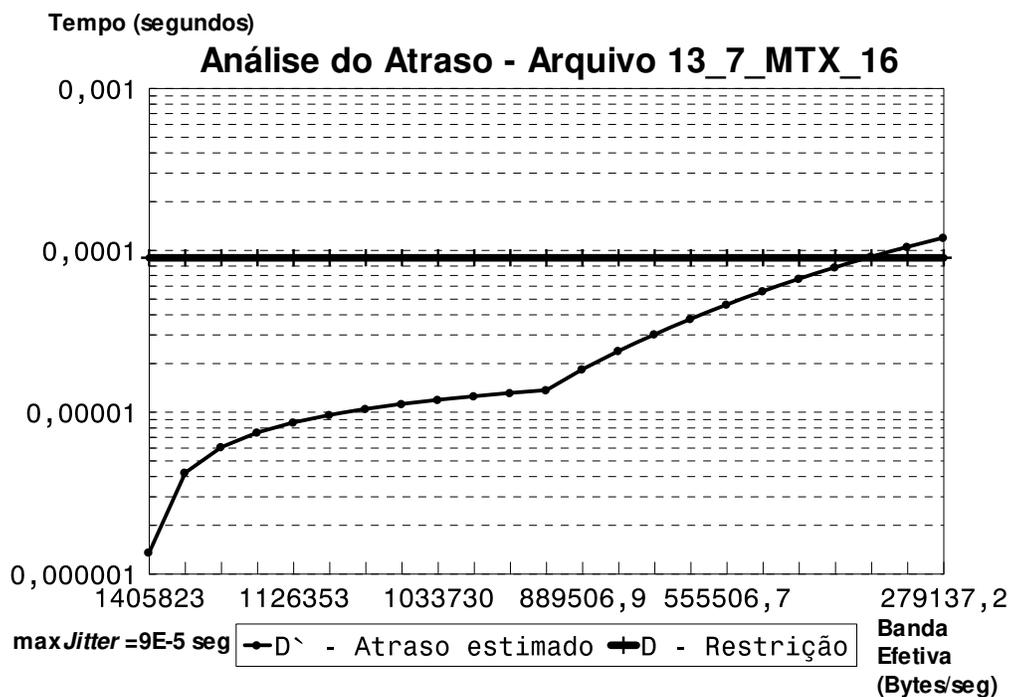


Figura V.15: Tempo em função da Banda Efetiva com restrição  $D$ .

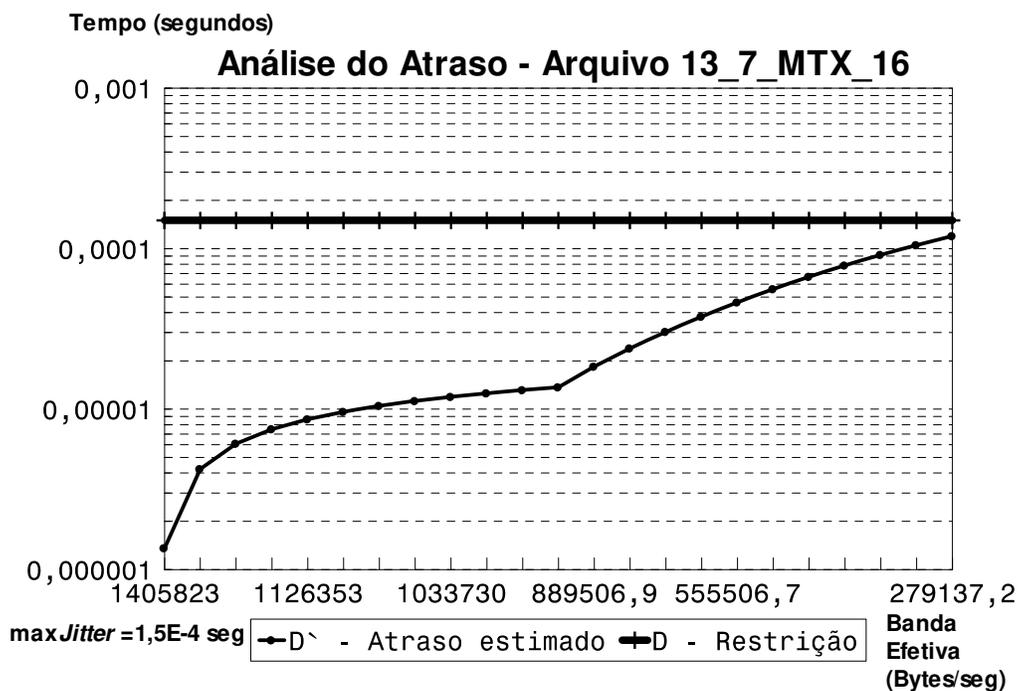


Figura V.16: Tempo em função da Banda Efetiva com restrição  $D$ .

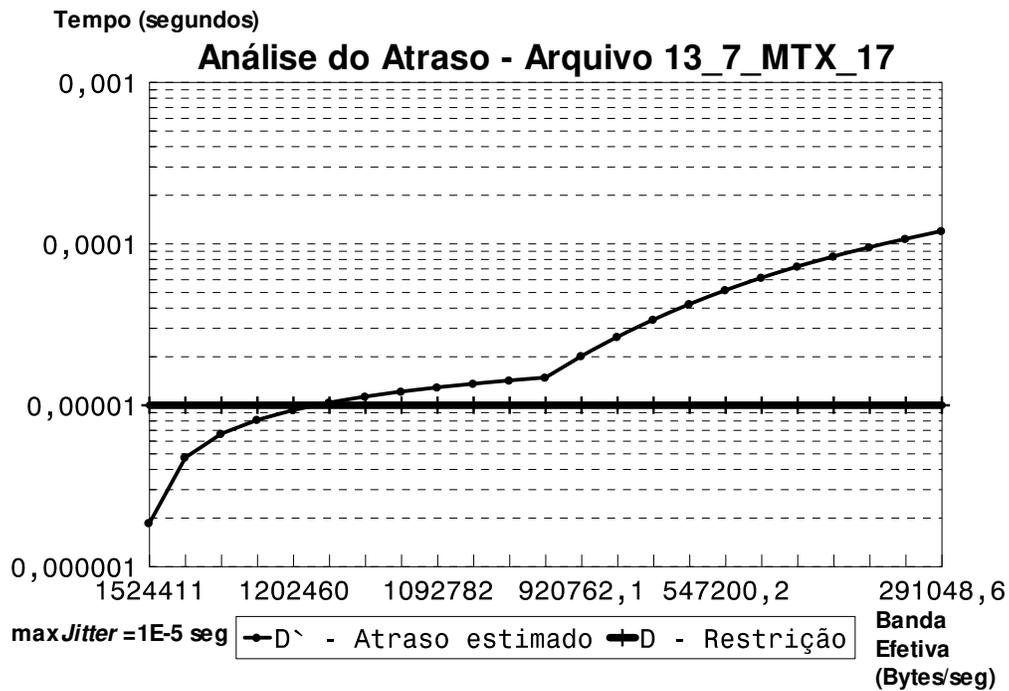


Figura V.17: Tempo em função da Banda Efetiva com restrição  $D$ .

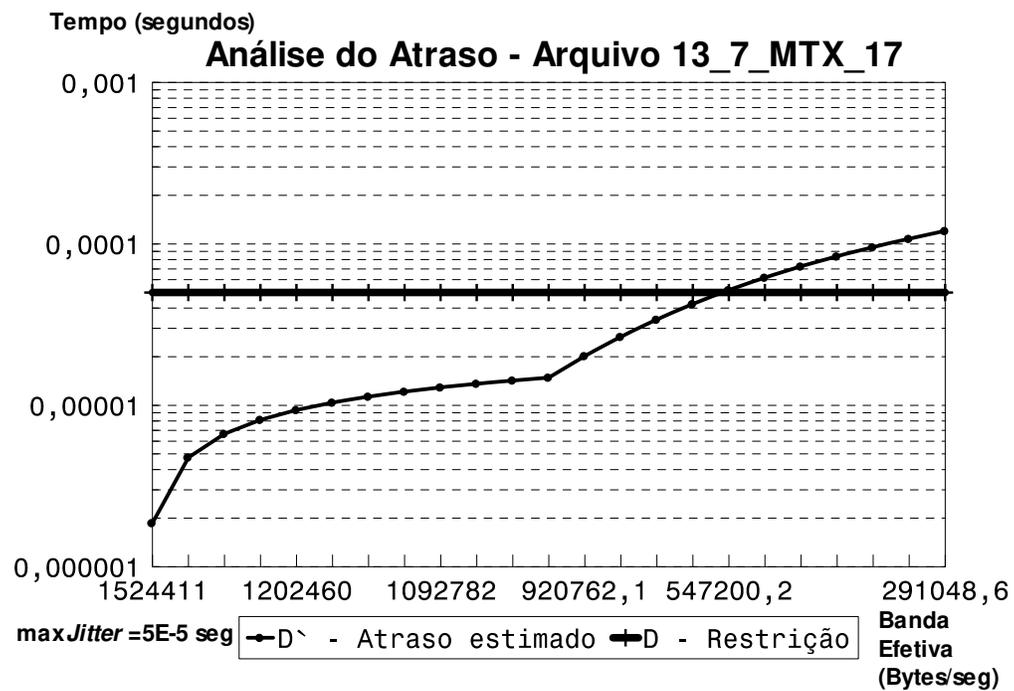


Figura V.18: Tempo em função da Banda Efetiva com restrição  $D$ .

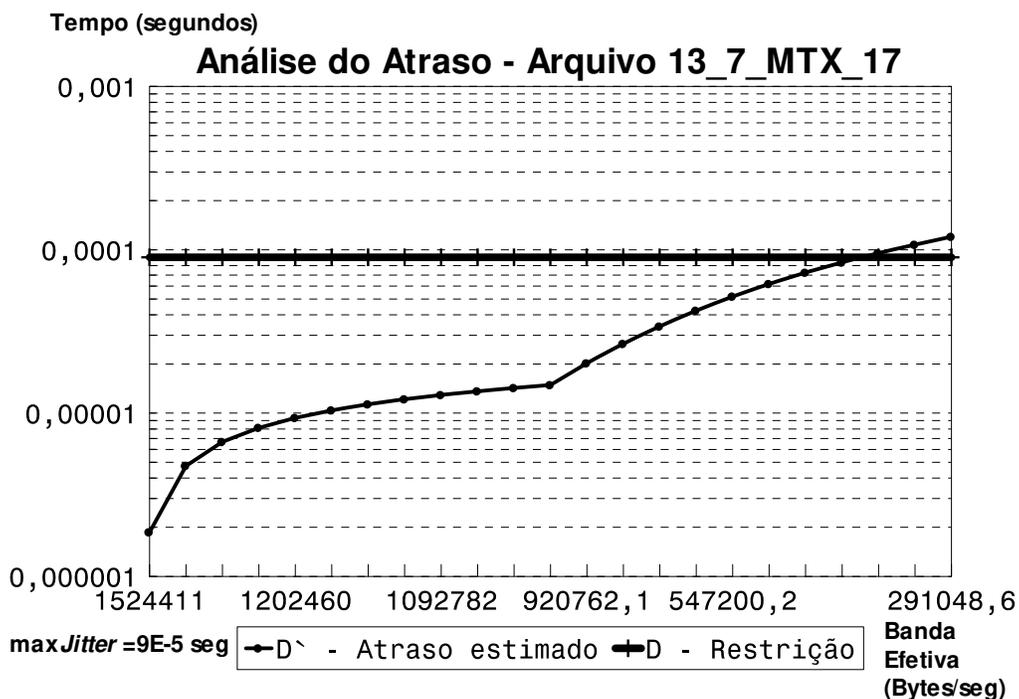


Figura V.19: Tempo em função da Banda Efetiva com restrição  $D$ .

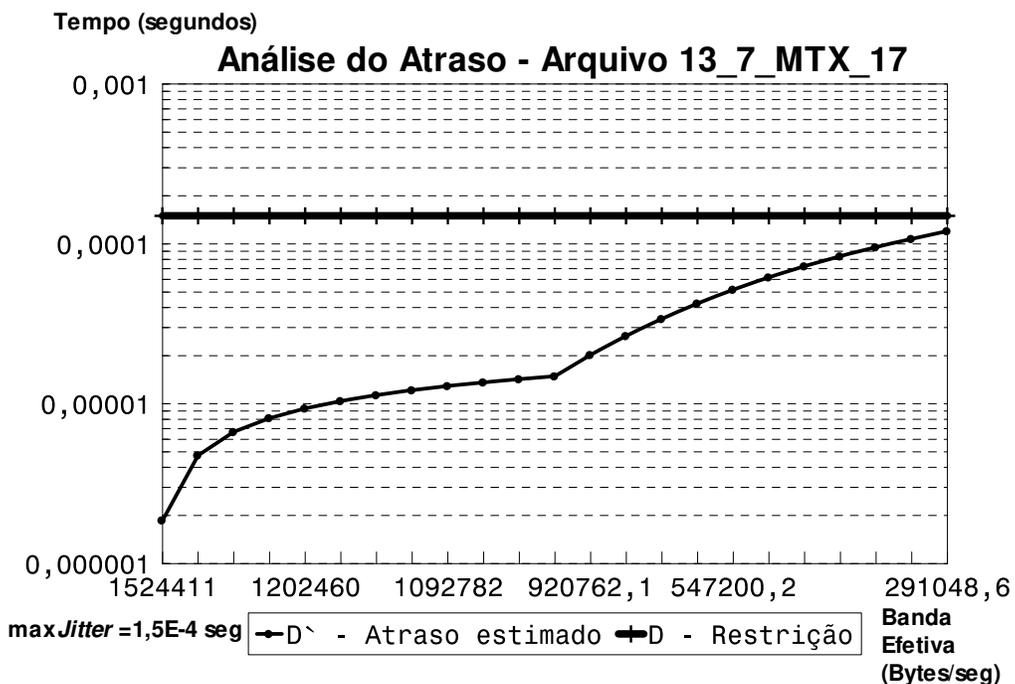


Figura V.20: Tempo em função da Banda Efetiva com restrição  $D$ .

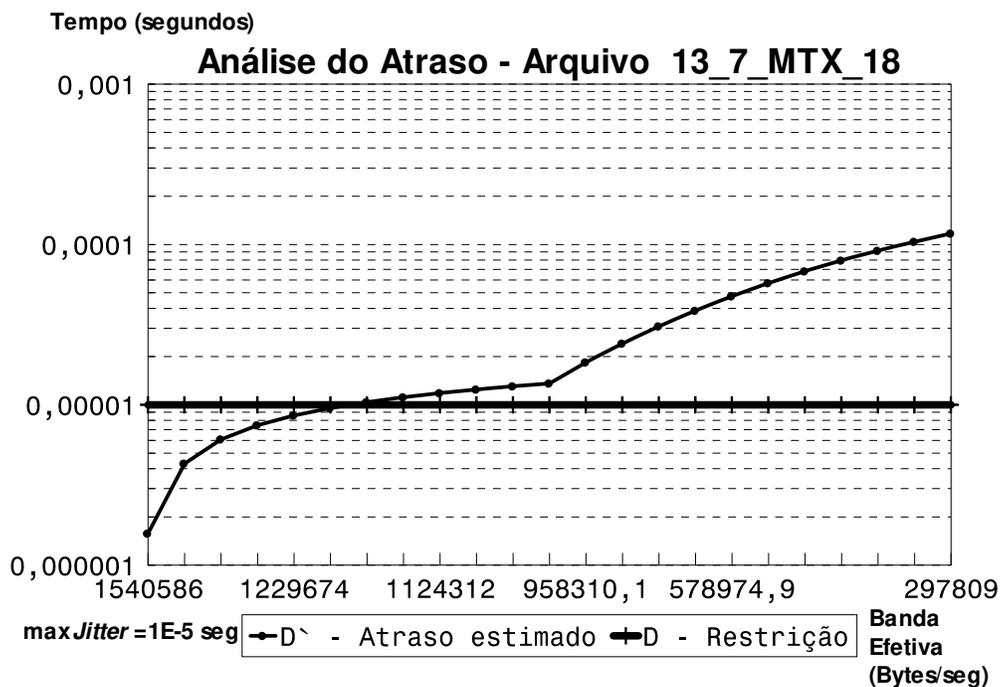


Figura V.21: Tempo em função da Banda Efetiva com restrição  $D$ .

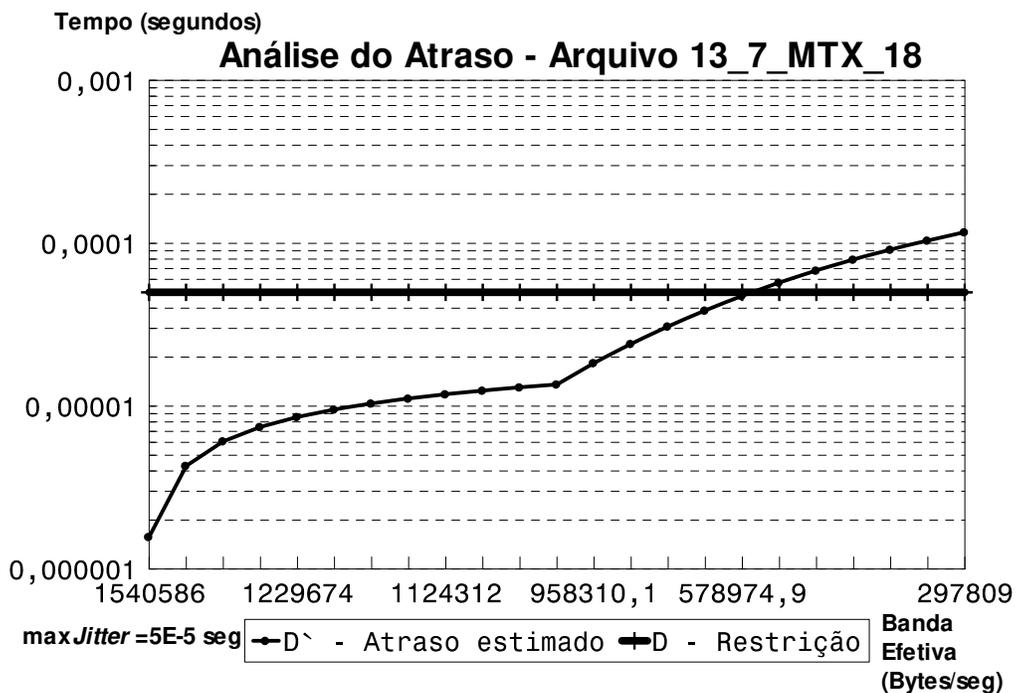


Figura V.22: Tempo em função da Banda Efetiva com restrição  $D$ .

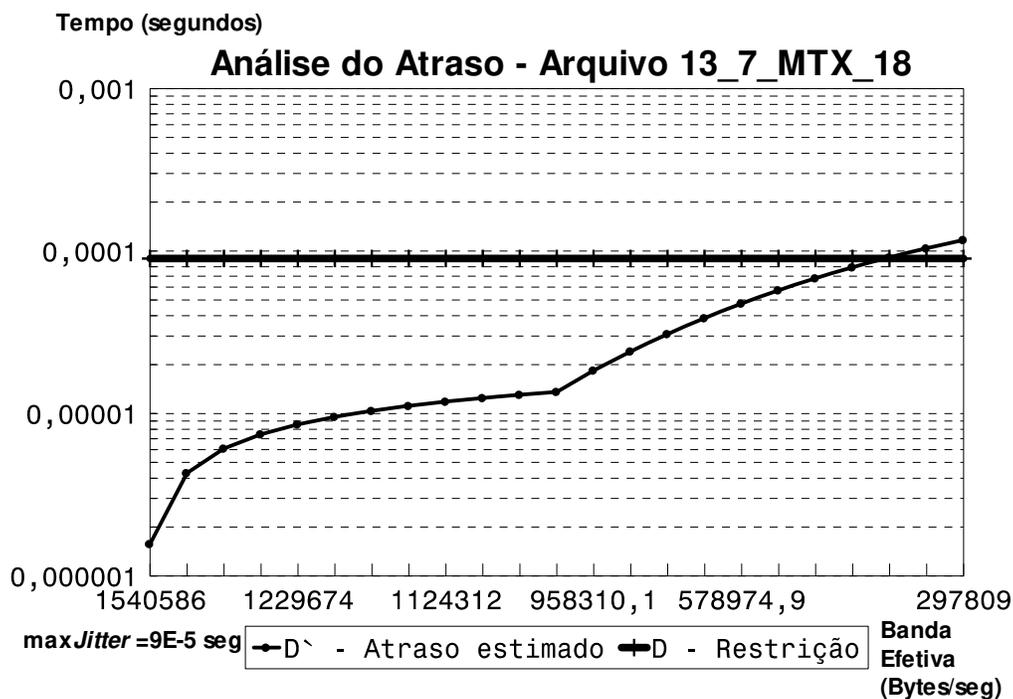


Figura V.23: Tempo em função da Banda Efetiva com restrição  $D$ .

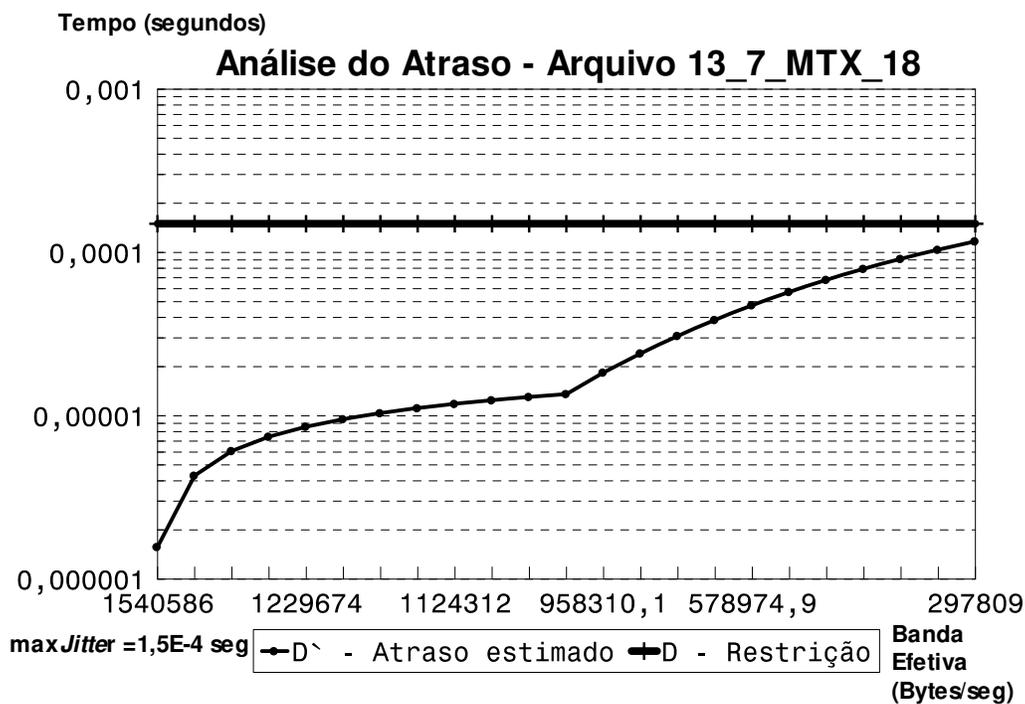


Figura V.24: Tempo em função da Banda Efetiva com restrição  $D$ .

# Apêndice VI

## Conceitos, definições e teoremas sobre espaço multidimensional

### VI.1 Espaço linear

O principal requisito de um espaço real linear (vetor) de funções é conter somas e múltiplos escalares reais dessas funções. Considere uma coleção de funções de valores reais  $f$  e  $g$  sobre um conjunto não vazio  $S$ . Essa coleção forma um espaço linear (espaço de vetor), com respeito às operações adição e multiplicação escalar se:

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x), \quad \forall x \in S \quad (\text{VI.1})$$

$$(cf)(x) = cf(x), \quad \forall x \in S, c \in \mathbb{R}. \quad (\text{VI.2})$$

Similarmente, para cada  $d = 1, 2, \dots$  a coleção de todas as funções de vetores reais de dimensão  $d$  sobre o conjunto  $S$ , formam um espaço linear com respeito às operações de adição e multiplicação escalar respectivamente se:  $F = (f_1, f_2, \dots, f_d)$  e  $G = (g_1, g_2, \dots, g_d)$  onde  $f_i$  e  $g_i$  são funções de valores reais sobre o conjunto  $S$  para  $j = 1, 2, \dots, d$ , tal que

$$F(x) = [f_1(x), f_2(x), \dots, f_d(x)] \quad \text{e} \quad G(x) = [g_1(x), g_2(x), \dots, g_d(x)], \quad \forall x \in S,$$

então

$$(F + G)(x) = F(x) + G(x) \stackrel{\text{def}}{=} [f_1(x) + g_1(x), \dots, f_d(x) + g_d(x)] \quad (\text{VI.3})$$

e

$$(cF)(x) = cF(x) \stackrel{\text{def}}{=} [cf_1(x), cf_2(x), \dots, cf_d(x)], \quad \forall x \in S. \quad (\text{VI.4})$$

Como conseqüência, para cada subconjunto que é fechado sob as operações definidas, a adição e a multiplicação escalar, são em si mesmos uns espaços reais linear. Em particular, se a continuidade é definida sobre  $S$ , o conjunto das funções contínuas de valores reais sobre  $S$ , serão uns espaços reais lineares desde que a soma das funções contínuas, ou múltiplo dessas funções por uma constante real, sejam também funções contínuas.

Similarmente, para cada subconjunto aberto  $D$  do espaço Euclidiano e para cada  $m = 1, 2, \dots$ , o conjunto de funções sobre  $D$  com derivadas parciais de ordem  $\leq m$  contínuas, são um espaço real linear desde que as leis da diferenciação garantam que a soma das multiplicações escalares de cada função sejam outras. Como conseqüência, assumiremos a presença de um espaço real linear formado através de pontos (ou vetores), em que são definidas as operações de adição e multiplicação escalar, obedecendo às propriedades comutativa, associativa e distributiva usuais [70].

## VI.2 Convergência e conjunto compacto

Considere a normalização  $\|\cdot\|$  para um designado espaço real linear  $\varphi$ . Definimos a distância entre dois vetores  $a$  e  $b$  através de  $\|a - b\|$ . A desigualdade triangular [70] mostra que para três vetores quaisquer  $x, y$  e  $z \in \varphi$ , teremos  $\|x - z\| \leq \|x - y\| + \|y - z\|$ .

O conceito de *convergência* é introduzido através da seguinte declaração: se  $y_n \in \varphi$  ( $n = 1, 2, \dots$ ), a seqüência  $\{y_n\}_1^\infty$  tem como limite  $y_0 \in \varphi$  (denotado  $y_n \rightarrow y_0$ , se  $n \rightarrow \infty$ ), e ainda, se  $\|y_n - y_0\| \rightarrow 0$  com  $n \rightarrow \infty$ . Não há necessidade da seqüência dada possuir limite, mas que o limite existir e seja único.

Complementando, introduziremos o conceito de *vizinhança esférica*  $\delta$  de  $y_0$ , para cada  $\delta > 0$  definimos  $S_\delta(y_0) = \{y_0 \in \varphi : \|y - y_0\| < \delta\}$ . Note que, para a seqüência  $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = y_0$ , se somente se,  $y_n$  está eventualmente em cada  $S_\delta(y_0)$ . Isto é, para cada  $\delta > 0$ ,  $\exists N_\delta$  tal que  $n \geq N_\delta \Rightarrow y_n \in S_\delta(y_0)$ .

Utilizando-se esses três conceitos, podemos identificar subconjuntos compactos de  $\varphi$  como aqueles conjuntos  $K$  que possuem a propriedade em que cada seqüência  $\{y_n\}$  de  $K$  contém uma subseqüência convergente  $\{y_{n_j}\}$  com limite  $y_0 \in K$ , isto é, para os nú-

meros inteiros  $n_1 < n_2 < \dots < n_j < n_{j+1} < \dots$ ,  $\lim_{j \rightarrow \infty} y_{n_j} = y_0$ , onde os  $y_n$  estão eventualmente em cada  $S_\delta(y_0)$  [55][70].

**Teorema 1.** *Se  $K$  é uma vizinhança compacta de Lipschitz em  $\mathbb{R}^n$ , e ainda,  $m$  é um número inteiro não negativo com  $0 \leq c < \infty$ , então:*

- $N_{(m,K)}(\mathbb{R}^n) \cap \{T : N(T) \leq c\}$  é  $F_k$  compacto.
- $I_{(m,K)}(\mathbb{R}^n) \cap \{T : N(T) \leq c\}$  é  $\mathcal{J}_k$  compacto.

A prova deste teorema está disponível em [55].

### VI.3 Função convexa

Quando  $f \in C$ , e  $C \subset \mathbb{R}^3$ , então para  $Y = (x, y, z)$ ,  $V = (u, v, w) \in \mathbb{R}^3$ , teremos

$$\delta f(Y; V) = \nabla f(Y) \cdot V, \quad (\text{VI.5})$$

ainda mais,  $f$  é definida como uma função convexa então

$$f(Y + V) - f(Y) \geq \nabla f(Y) \cdot V = \delta f(Y; V). \quad (\text{VI.6})$$

**Definição 1.** Uma função de valores reais  $J$  definida sobre um conjunto  $D$  em um espaço linear  $\varphi$ , é dita convexa (estritamente convexa) sobre  $D$  quando  $y$  e  $y + v \in D$ , então  $\delta J(y; v)$  é definida e  $J(y + v) - J(y) \geq \delta J(y; v)$  [70].

### VI.4 Espaço topológico

Um espaço topológico  $T$  é um conjunto de pontos sobre os quais está colocada uma topologia  $\mathcal{T}$ . A topologia  $\mathcal{T}$  é uma escolha (conjunto) de subconjuntos  $S_1, S_2, \dots$  de  $T$ :

$$S_i \subset T$$

$$S_i \in \mathcal{T}$$

A topologia obedece aos três seguintes axiomas:

1. O conjunto vazio  $\emptyset$  e o espaço  $T$  pertencem a  $\mathcal{T}$ .
2. As interseções finitas de elementos em  $\mathcal{T}$  são elementos em  $\mathcal{T}$ . Simbolicamente, temos  $\bigcap S_i \in \mathcal{T}$ .
3. Uniões arbitrárias de elementos em  $\mathcal{T}$  são elementos em  $\mathcal{T}$ . Simbolicamente, isto é escrito como  $\bigcup S_i \in \mathcal{T}$ .

## VI.5 $\sigma$ -álgebra

Em matemática, uma  $\sigma$ -álgebra (ou  $\sigma$ -field)  $X$  sobre um conjunto  $S$  é uma família de subconjuntos de  $S$  que é fechada sob um conjunto de operações. As  $\sigma$ -álgebra são geralmente utilizadas para definir medidas em  $S$ .

Formalmente,  $X$  é uma  $\sigma$ -álgebra se e somente se, possuir as seguintes propriedades:

1. O conjunto vazio  $\emptyset$  pertence a  $X$ .
2. Se  $E$  pertence a  $X$  então ele é complemento de  $E$ .
3. Se  $E_1, E_2, E_3, \dots$  é uma seqüência em  $X$  então a sua união também pertence a  $X$ .

De 1 e 2 segue que  $S$  pertence a  $X$ , e de 2 e 3 segue que a  $\sigma$ -álgebra é também fechada sob intersecções contáveis. Um par ordenado  $(S, X)$ , onde  $S$  é um conjunto e  $X$  é uma  $\sigma$ -álgebra sobre  $S$ , é denominado um “espaço mensurável” [55][70][158].

Exemplos:

- Se  $S$  é um conjunto qualquer, então a família consistindo somente do conjunto vazio  $\emptyset$  e do conjunto  $S$  é uma  $\sigma$ -álgebra sobre  $S$ . Esta é denominada “ $\sigma$ -álgebra trivial”.
- Se  $\{X_a\}$  é uma família de  $\sigma$ -álgebra sobre  $S$ , então a intersecção de todos os  $X_a$  é também uma  $\sigma$ -álgebra sobre  $S$ .
- Se  $U$  é uma família arbitrária de subconjuntos de  $S$ , então podemos formar uma  $\sigma$ -álgebra especial de  $U$ , denominada “ $\sigma$ -álgebra gerada por  $U$ ”, denotada através

de  $\sigma(U)$ . Primeiramente, note que existe uma  $\sigma$ -álgebra sobre  $S$  que contém  $U$ . Considere  $\Phi$  uma família de todas as  $\sigma$ -álgebra sobre  $S$  que contém  $U$  (isto é, uma  $\sigma$ -álgebra  $X$  sobre  $S$  está em  $\Phi$  se e somente se  $U$  é um subconjunto de  $X$ .) Então definimos  $\sigma(U)$  como a intersecção de todas as  $\sigma$ -álgebra em  $\Phi$ .  $\sigma(U)$  é então a menor  $\sigma$ -álgebra sobre  $S$  que contém  $U$ .

- O mais importante exemplo é a chamada “Álgebra de Borel” sobre um espaço topológico que é uma  $\sigma$ -álgebra gerada por conjunto abertos (ou equivalentemente, por conjuntos fechados).

## VI.6 Conjunto de Borel

Um conjunto  $F$  é chamado de uma “Família de Borel” com respeito a um conjunto  $X$  se e somente se  $\emptyset \in F \subset 2^X$  e ainda respeitando as três seguintes condições:

1. Se  $A \in F$ , então  $X \sim A \in F$ .
2. Se  $G \subset F$  e  $G$  é enumerável, então  $\bigcup G \in F$ .
3. Se  $\emptyset \neq G \subset F$  e  $G$  é enumerável, então  $\bigcap G \in F$ .

Claramente as três condições acima são redundantes, porque a primeira implica em que a segunda e a terceira sejam equivalentes.  $2^X$  e  $\{\emptyset, X\}$  são respectivamente as maiores e as menores famílias de Borel em relação a  $X$ . A intersecção de qualquer conjunto de famílias de Borel é também uma família de Borel. Para cada  $S \subset 2^X$  existe uma família de Borel menor contendo  $S$ , chamada de família de Borel gerada através de  $S$  [158].

Similarmente, se  $S \subset 2^X$ , então  $S$  está contida em uma família menor  $F$  satisfazendo a segunda e terceira condições. Neste caso

$$A \in S \quad \text{implica} \quad X \sim A \in F \quad (\text{VI.7})$$

então  $F$  é igual à família de Borel gerada através de  $S$ . Nota-se em (V.8) que

$$H = \{A : A \in F \quad \text{e} \quad X \sim A \in F\} \quad (\text{VI.8})$$

*Apêndice VI Conceitos, definições e teoremas sobre espaço multidimensional*

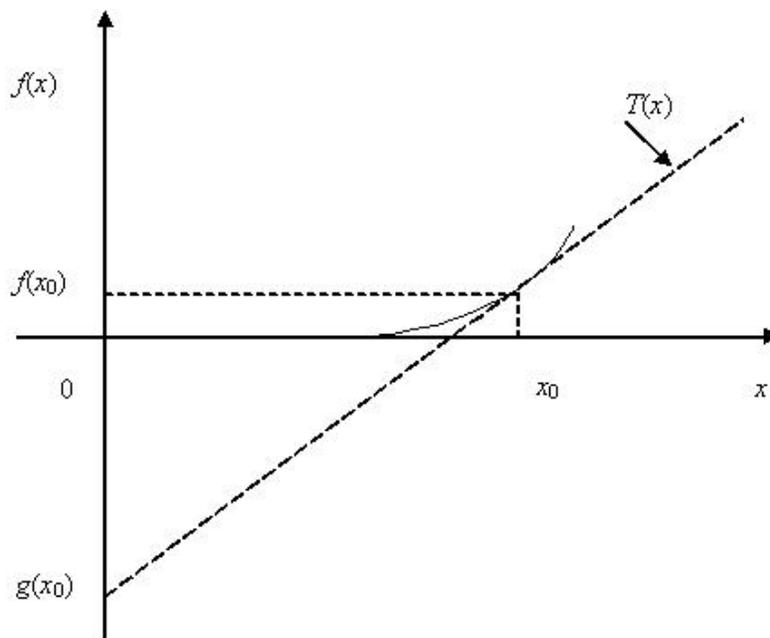
contém  $S$ , e é fechado para unionização enumerável e interseção, portanto  $F \subset H$ , e  $F$  satisfaz a primeira condição [158].

## Apêndice VII

### A transformada de Legendre

Com a finalidade de melhor entender o significado da transformada de Legendre, considere uma função de uma única variável  $f(x)$  diferenciável no domínio de  $x$ . A função  $f'(x) = p(x)$  fornece a inclinação da curva  $f(x)$  em cada ponto de  $x$ . A transformada de Legendre de  $f(x)$  acha a função  $g(p)$  da nova variável  $p = f'(x)$  que é equivalente à função  $f(x)$ , em outras palavras, que contém a mesma informação [113].

Conforme a Figura VII.1 a função  $g(p)$  pode ser encontrada da seguinte forma. Considere a intersecção da tangente a curva  $f(x)$  no ponto  $(x_0, f(x_0))$  com o eixo das ordenadas.



**Figura VII.1:** Representação geométrica da Transformada de Legendre.

## Apêndice VII A transformada de Legendre

A equação da tangente pode ser escrita como

$$T(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0). \quad (\text{VII.1})$$

A intersecção da tangente com o eixo das ordenadas é no ponto

$$g(x_0) = f(x_0) - x_0 f'(x_0). \quad (\text{VII.2})$$

A função que fornece o comprimento da intersecção da tangente no eixo das ordenadas é a transformada de Legendre da função  $f(x)$  [113].

$$g(p) = \min_x \{f(x) - x f'(x)\}. \quad (\text{VII.3})$$

Resumidamente podemos dizer que duas funções diferenciáveis  $f$  e  $g$  são transformadas de Legendre uma da outra, se a primeira derivada de ambas é igual à função inversa da outra. Ou seja,  $f' = 1/g'$  e vice-versa.

Geometricamente a transformada de Legendre pode ser interpretada como um mapeamento entre o gráfico de uma função e família de tangentes ao gráfico, conforme mostra a Figura VII.1.