

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA DE CAMPINAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

*Este exemplar corresponde à
redação final da Tese
defendida por Marcelo Bastião
Joaquim e aprovada
pela Comissão Julgadora
em 28/02/84.*

Dalton Soares Arantes

OTIMIZAÇÃO DE
FILTROS LINEARES REALIZÁVEIS
PARA TRANSMISSÃO DIGITAL

MARCELO BASÍLIO JOAQUIM

Orientador: DALTON SOARES ARANTES

006/84

Tese apresentada à Faculdade
de Engenharia, da Universida
de Estadual de Campinas - UNI
CAMP - como parte dos requi
sitos exigidos para obtenção
do título de MESTRE EM CIÊNCIAS.

FEVEREIRO 1984

UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao Prof. Dr. Dalton Soares Arantes, por sua orientação, colaboração e por suas sugestões para que este trabalho pudesse ser realizado.

Agradeço também aos analistas do centro de computação da E.E.S.C. e a todos os meus colegas que de alguma forma contribuíram para a execução deste trabalho.

Finalmente, agradeço aos meus pais pelo incentivo ao estudo.

Í N D I C E

SUMÁRIO

1. O PROBLEMA ANALÍTICO DA OTIMIZAÇÃO DE FILTROS LINEARES PARA TRANSMISSÃO DIGITAL.....	1
1.1 - Introdução.....	1
1.2 - Um modelo de sistema PAM.....	2
1.3 - O projeto clássico de filtros $G_T(f)$ e $G_R(f)$	4
1.4 - Otimização de $G_T(f)$ e $G_R(f)$ para interferência intersimbólica nula.....	7
2. OTIMIZAÇÃO DO FILTRO RECEPTOR.....	9
2.1 - Introdução.....	9
2.2 - Modelo para o sistema.....	10
2.3 - Otimização utilizando o critério do erro quadrático médio.....	11
3. MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO.....	16
3.1 - Introdução.....	16
3.2 - Otimização clássica.....	16
3.3 - Métodos do gradiente.....	19
3.3.1 - Método de Newton-Raphson.....	19
3.3.2 - Método de Davidon-Fletcher-Powell.....	22
3.4 - Otimização com restrições lineares.....	23
3.4.1 - Método de Davidon-Fletcher-Powell para minimização de funções com restrições lineares.....	25
4. ILUSTRAÇÕES PRÁTICAS.....	30
4.1 - Introdução.....	30
4.2 - Formulação do problema.....	30

4.2.1 - O filtro de transmissão $G_T(f)$	32
4.2.2 - O canal de transmissão $C(f)$	32
4.2.3 - O filtro receptor $G_R(f)$	33
4.3 - O programa de computação.....	35
4.4 - Inicialização do programa de otimização.....	36
4.5 - Resultados práticos.....	41
4.5.1 - Resultados para canal ideal.....	41
4.5.2 - Resultados para canal exponencial.....	48
4.6 - Conclusões.....	51
APÊNDICE A1.....	57
APÊNDICE A2.....	63
BIBLIOGRAFIA.....	74

SUMÁRIO

O principal objetivo deste trabalho é apresentar, analisar e implementar um algoritmo computacional para ser utilizado em otimização numérica, no domínio do tempo, de filtros transmissores e receptores para sistemas de transmissão digital. O critério de optimalidade adotado foi o do mínimo erro quadrático médio das amostras nos instantes de decisão, erro este devido ao efeito conjugado da interferência intersimbólica e do ruído.

O trabalho se divide basicamente em quatro capítulos. No capítulo 1 introduzimos o problema da otimização de filtros lineares, bem como apresentamos alguns resultados analíticos, já conhecidos na literatura, para a obtenção de filtros ótimos. No capítulo 2 desenvolvemos expressões apropriadas para uma primeira etapa na implementação de algoritmos de otimização utilizando o critério do mínimo erro quadrático médio. No capítulo 3 apresentamos uma síntese dos resultados já conhecidos para a otimização (minimização ou maximização) de funções de diversas variáveis, todos baseados no método do gradiente.

No capítulo 4 apresentamos um desenvolvimento sistemático para a implementação de um dos algoritmos apresentados no capítulo 3, levando em conta também os resultados do capítulo 2. Alguns exemplos práticos são apresentados visando ilustrar o método computacional. Todas as subrotinas e programas utilizados são apresentados e explicados nos apêndices A1 e A2.

Por simplicidade consideraremos apenas o caso de transmissão binária, embora o método possa ser utilizado também para a transmissão multinível.

CAPÍTULO 1

O PROBLEMA ANALÍTICO DA OTIMIZAÇÃO DE FILTROS LINEARES PARA TRANSMISSÃO DIGITAL

1.1. Introdução

O objetivo principal deste capítulo é introduzir o problema da otimização analítica de filtros lineares para a transmissão digital PAM em banda base. Com isso, pretendemos expor de forma bem resumida os resultados já existentes na literatura, de forma a podermos melhor aquilatar o método de otimização numérica a ser exposto nos capítulos subsequêntes.

De um modo geral, a transmissão digital em banda base tem sido realizada através da utilização de formas de onda restritas aos sinais PAM ("Pulse Amplitude Modulation"). Embora essa restrição nos sinais transmitidos, de um modo geral impossibilita a utilização da máxima potencialidade do canal, isto é, a transmissão a uma taxa próxima da capacidade do canal, os sinais PAM são bastante utilizados na prática, devido a sua simplicidade de geração e transmissão.

Dado que os sinais transmitidos são da forma PAM, o problema da otimização dos sistemas em banda base se restringe à escolha dos filtros transmissores e receptores ótimos para essa classe de sinais. Tais filtros, em geral, são projetados ou otimizados supondo que o receptor decodifica cada símbolo isoladamente através da realização de uma amostragem do sinal recebido e processado, seguida de uma detecção por limiar. Este tipo de detecção símbolo-a-símbolo, em geral também

é sub-ótimo, no sentido de que a máxima capacidade do canal não é explorada plenamente. Todavia, a utilização desse tipo de receptor é amplamente aceita na prática, devido a sua simplicidade quando comparado com os receptores ótimos. Neste trabalho utilizaremos também os sinais PAM, e receptores com detecção símbolo-a-símbolo.

Em geral, a otimização dos filtros em sistemas de banda base é realizada utilizando-se o critério da mínima interferência intersimbólica nos instantes de amostragem. Outros critérios, também utilizados, se baseiam na mínima probabilidade de erro de um símbolo, ou no mínimo erro quadrático médio das amostras nos instantes de decisão. Nestes dois últimos casos, a influência do ruído é de importância fundamental, ao passo de que no primeiro, geralmente, ignora-se o ruído.

Em seguida apresentaremos o modelo do sistema de transmissão PAM mais utilizado na prática, bem como alguns resultados analíticos de otimização de filtros transmissores e receptores.

1.2. Um modelo de sistema PAM

Na figura 1.1, mostrada abaixo, representamos um modelo simplificado de um sistema de transmissão digital em banda base [1], onde $G_T(f)$ e $G_R(f)$ representam, respectivamente, os filtros lineares de transmissão e de recepção, $C(f)$ caracteriza o canal linear de transmissão, $n(t)$ é o ruído aditivo na entrada do receptor e $\{a_k\}$ é o alfabeto de transmissão.

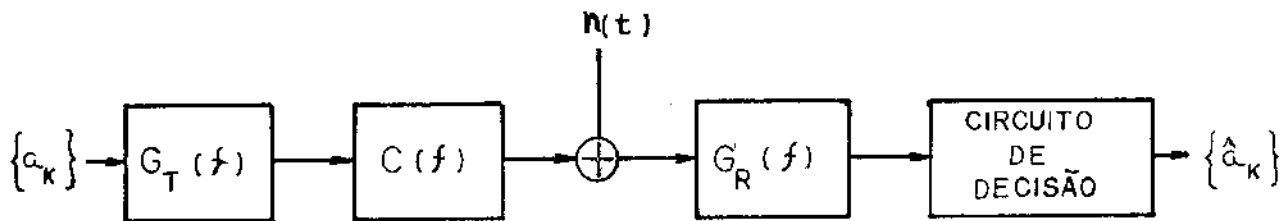


Figura 1.1. - Diagrama em blocos de um sistema de transmissão em banda base

Se considerarmos que o filtro transmissor $G_T(f)$ é excitado por um trem de impulsos com áreas $\{a_n\}$, o sinal $y(t)$, na saída do filtro de recepção $G_R(f)$, será dado por:

$$y(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n x(t-nT) + n(t) \quad (1.1)$$

onde T é o período de símbolos e $x(t)$ é a resposta a um impulso unitário à entrada de $G_T(f)$, sendo dado por:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} G_T(f) C(f) G_R(f) \exp(j2\pi ft) df \quad (1.2)$$

Considerando t_0 um atraso devido à transmissão do sinal através do canal, então no instante $kT + t_0$ o sinal amostrado $y(kT+t_0)$ deverá ser decodificado preferencialmente no símbolo a_k realmente transmitido. Todavia, como o sinal amostrado é dado por,

$$y(kT+t_0) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n x(kT+t_0-nT) + n(kT+t_0) \quad (1.3)$$

ou

$$y(kT+t_0) = a_k x_0 + \sum_{n \neq k} a_n x(t_0 + (k-n)T) + n(kT+t_0) \quad (1.4)$$

onde $x_0 = x(t_0)$

uma decodificação errônea poderá ser realizada caso a interfe
rência intersimbólica, dada pelo segundo termo da expressão a
cima, e/ou o termo de ruído $n(kT+t_0)$ forem suficientemente
grandes para confundir o circuito de decisão.

Obviamente, para o modelo acima o sistema ótimo é a
aquele que minimiza o efeito combinado da interferência inter-
simbólica e do ruído, de forma a minimizar a probabilidade de
erro de símbolo. Na secção seguinte, apresentaremos os resul-
tados clássicos do projeto de filtros que eliminam a interfe-
rência intersimbólica, ignorando-se o efeito do ruído.

1.3. O Projeto clássico dos filtros $G_T(f)$ e $G_R(f)$

O sistema originalmente idealizado por Nyquist [3],
pressupunha a eliminação total da interferência intersimbóli-
ca nos instantes de amostragem. Em outras palavras, o pulso
recebido $x(t)$, normalizado, deveria ser de tal forma que:

$$x(mT) = \begin{cases} 1 & ; \text{ para } m = 0 \\ 0 & ; \text{ para } m \neq 0 \end{cases} \quad (1.5)$$

Seja $X(f)$ a transformada de Fourier do pulso recebido $x(t)$. Nyquist [3] mostrou que a condição necessária e suficiente para que as condições (1.5) sejam satisfeitas, é que:

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} X(f+k/T) = \begin{cases} T & ; \text{ para } |f| \leq 1/2T \\ 0 & ; \text{ caso contrário} \end{cases} \quad (1.6)$$

onde $1/T$ é a taxa de símbolos, e $1/2T$ é a "frequência de Nyquist".

Uma família de funções $X(f)$ que satisfazem as condições (1.6) é dada por:

$$x(f) = \begin{cases} T & ; |f| < \frac{1}{2T} (1-\beta) \\ \frac{T}{2} \left\{ 1 - \sin\left(\frac{\pi T}{\beta} \left(f - \frac{1}{2T}\right)\right) \right\} & ; \frac{1}{2T} (1-\beta) \leq |f| \leq \frac{1}{2T} (1+\beta) \\ 0 & ; \text{ caso contrário} \end{cases} \quad (1.7)$$

A resposta ao impulso correspondente a esta característica é dada por:

$$x(t) = \text{sinc}(t/T) \frac{\cos(\pi \beta t/T)}{1 - 4\beta^2 t^2/T^2} \quad (1.8)$$

onde β é denominado de fator de excesso de faixa, ou fator de decaimento ("roll-off").

Na figura 1.2, abaixo, mostramos o formato de $X(f)$ para alguns valores de β entre 0 e 1.

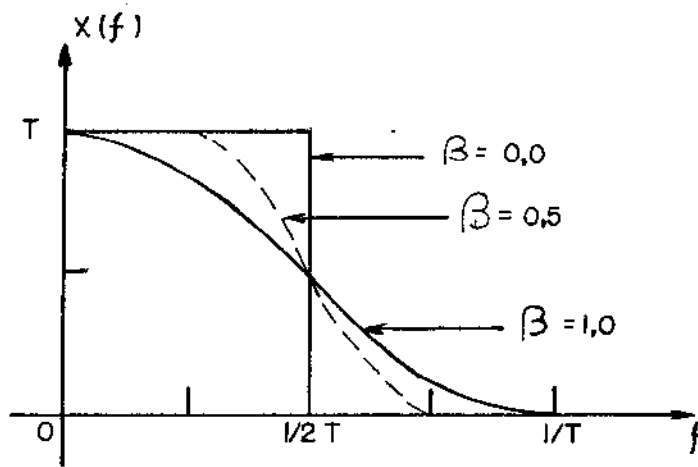


Figura 1.2 - Característica cosseno-levantado para três valores de β

Na figura 1.3, mostramos as três respostas $x(t)$, no domínio do tempo, correspondentes a $\beta=0.0$, $\beta=0.5$ e $\beta=1.0$. Obviamente à medida que β se aproxima do valor 1.0 o pulso $x(t)$ decai cada vez mais rapidamente com o tempo, ao passo que o conteúdo de frequências em $X(f)$ aumenta até o valor máximo dado por $f=1/T$ (para $\beta=1.0$).

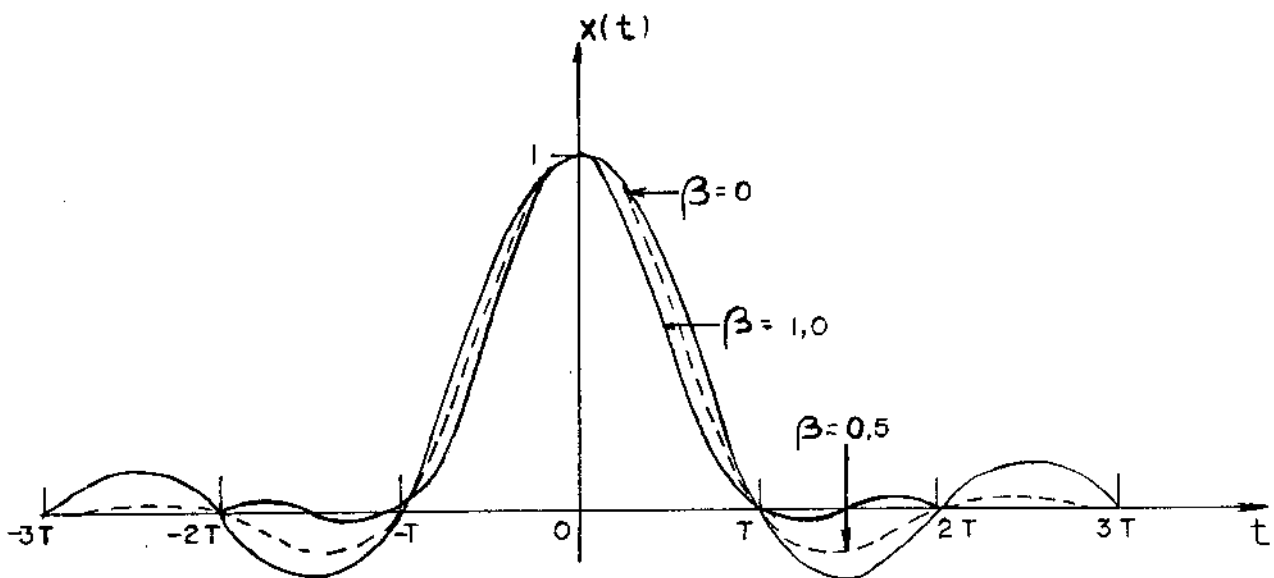


Figura 1.3 - Resposta ao impulso da característica cosseno-levantado, para três valores de β .

Essa família de curvas é denominada de característica cosseno-levantado e é bastante utilizada na prática, devido à sua versatilidade. Todavia essa família de curvas é fisicamente irrealizável, pois elas representam um sistema não causal. Na prática, apenas uma aproximação dessa resposta teórica pode ser obtida [2], [8].

Tendo em vista que:

$$X(f) = G_T(f) C(f) G_R(f) \quad (1.9)$$

podemos notar que ao fixarmos $X(f)$ não determinamos de forma unívoca os filtros $G_T(f)$ e $G_R(f)$, mas determinamos apenas o produto $G_T(f) G_R(f)$.

1.4. Otimização de $G_T(f)$ e $G_R(f)$ para interferência intersimbólica nula.

Considerando que ao aplicarmos o critério de Nyquist (equação 1.6) não especificamos univocamente os filtros $G_T(f)$ e $G_R(f)$, conforme discutido anteriormente, algum critério adicional deve ser utilizado para a determinação desses filtros. Naturalmente, a escolha dos filtros de transmissão e recepção, sujeita à condição de interferência intersimbólica nula, deve se basear na condição de máxima imunidade ao ruído.

Sob a condição de interferência intersimbólica nula, a mínima probabilidade de erro, na detecção de um símbolo, ocorrerá na situação de máxima relação sinal/ruído nos instantes de amostragem [1].

Considerando um ruído aditivo, com densidade espectral de potência $N(f)$, pode-se mostrar [1], [2], que os filtros $G_T(f)$ e $G_R(f)$ que minimizam a probabilidade de erro de símbolo, são dados por:

$$|G_R(f)| = \frac{|x(f)|^{1/2}}{|C(f)|^{1/2} N(f)^{1/4}} \quad (1.10)$$

$$|G_T(f)| = \frac{|x(f)|^{1/2} N(f)^{1/4}}{|C(f)|^{1/2}} \quad (1.11)$$

Outros critérios de otimização podem também serem utilizados para a otimização dos filtros $G_T(f)$ e $G_R(f)$ (Veja, por exemplo, Lucky [1] e Franks [3]). Todavia os resultados analíticos apresentados na literatura levam invariavelmente a filtros irrealizáveis fisicamente.

Nos próximos capítulos apresentaremos alguns resultados para a otimização numérica de filtros lineares e fisicamente realizáveis. O critério de otimalidade será o do mínimo erro quadrático médio das amostras do sinal equalizado.

CAPÍTULO 2

OTIMIZAÇÃO DO FILTRO RECEPTOR

2.1. Introdução

Em geral, podemos considerar o sinal na saída de um receptor para transmissão digital, como sendo da forma de um trem de pulsos com amplitudes a_k , onde estas amplitudes representam os símbolos que estão sendo transmitidos. Assim sendo:

$$y(t) = \sum_k a_k \cdot x(t - kT) \quad (2.1)$$

onde $x(t)$ é o pulso individual recebido e $y(t)$ é a composição desses pulsos segundo a sequência $\{a_k\}$ transmitida.

Como visto no capítulo 1, o projeto clássico de um receptor para sinais digitais é, em geral, baseado na obtenção de um filtro que minimiza a interferência entre símbolos nos instantes de amostragem [2]. Evidentemente, o formato do pulso tem grande importância no projeto de tais sistemas, podendo facilitar ou então dificultar a sua implementação física.

De um modo geral, utilizam-se famílias de pulsos que apresentam interferência entre símbolos igual a zero e largura de faixa menor que a taxa de bits. Por exemplo, a família de curvas que apresenta uma característica do tipo cosseno levantado, discutida no capítulo anterior e mostrada na figura 1.2, é largamente utilizada. Contudo deve-se salientar que a característica cosseno-levantado não é fisicamente realizável, pois o sistema não obedece à condição de causalidade:

$$x(t) = 0 \quad , \quad \text{para } t < 0 \quad (2.2)$$

Pode-se tentar uma versão atrasada do pulso $x(t)$, mas permanece ainda o problema de aproximação da característica anterior através de filtros realizáveis.

Neste capítulo será discutido um método de obtenção de filtros lineares realizáveis que minimizam os efeitos combinados do ruído aditivo e da interferência entre símbolos. O critério a ser utilizado é o da minimização do erro quadrático médio presente nos instantes de amostragem. Como veremos a seguir, este critério foi escolhido não só por causa da facilidade do tratamento analítico, uma vez conhecidas as propriedades estatísticas da sequência de símbolos e do ruído aditivo, mas, principalmente, pelo fato de ser adaptável à otimização computacional iterativa no domínio do tempo.

2.2. Modelo para o Sistema

Consideremos o modelo representado na figura 2.1, onde os símbolos $\{a_k\}$ pertencem ao alfabeto $\{-1, 1\}$ e $D(f)$ é um bloco defasador linear dado por $D(f) = \exp(2\pi f\tau)$. A introdução desse bloco defasador visa à alteração dos instantes de amostragem, de modo a facilitar a implementação de um programa computacional iterativo para a otimização do filtro de recepção $G_R(f)$, dado que $G_T(f)$, $C(f)$ e $n(t)$ são estabelecidos. O parâmetro τ do defasador $D(f)$ será considerado como uma variável independente, de modo a garantir o posicionamento automático do instante de amostragem na posição mais adequada ao método de otimização utilizado.

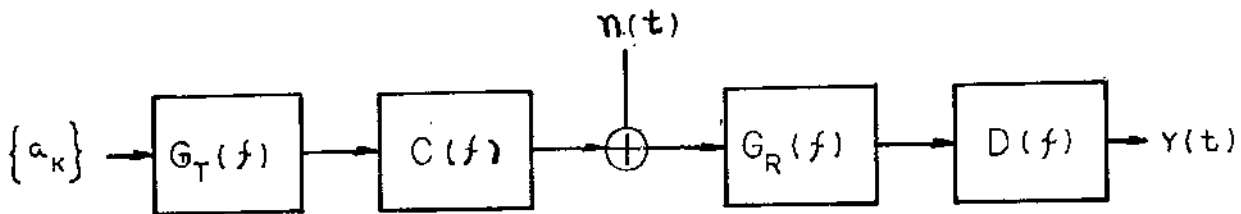


Figura 2.1. Diagrama em blocos do sistema.

Embora os resultados a serem apresentados correspondam apenas à otimização de $G_R(f)$, podemos também aplicá-los ao caso mais geral onde tanto $G_R(f)$ quanto $G_T(f)$ devem ser otimizados. Obviamente o esforço computacional para a otimização conjunta de $G_R(f)$ e $G_T(f)$, em geral, será maior do que aquele para a otimização individual de $G_R(f)$ ou de $G_T(f)$.

2.3. Otimização Utilizando o Critério do Erro Quadrático Médio

Vamos supor que o ruído introduzido no receptor seja aditivo e descorrelacionado do sinal, possuindo média zero e densidade espectral de potência $S_n(f)$. Os símbolos transmitidos serão supostos equiprováveis e restritos ao alfabeto binário $\{-1, 1\}$.

Seja $g(t)$ a distorção provocada pela interferência entre símbolos e pelo ruído no pulso amostrado no instante kT . Pela equação 1.4, $g(t)$ é dado por:

$$g(t) = \sum_{k \neq 0} a_k x(t - kT) + n(t) \quad (2.3)$$

onde k pode assumir qualquer valor inteiro diferente de zero.

A variância ou o erro quadrático médio de $g(t)$ é de finida por:

$$\text{VAR}[g(t)] = E\{g(t) - E\{g(t)\}\}^2 \quad (2.4)$$

onde E representa a média estatística em relação às variáveis aleatórias $n(t)$ e $\{a_k\}$. Considera-se também que a hipótese da ergodicidade está implicitamente assumida.

Para o cálculo do valor médio de $g(t)$, temos:

$$\begin{aligned} E\{g(t)\} &= E\left\{\sum_{k \neq 0} a_k x(t-kT)\right\} + E\{n(t)\} \\ &= \sum_{k \neq 0} E\{a_k\} x(t-kT) + E\{n(t)\} \end{aligned}$$

Porém,

$$\begin{aligned} E\{a_k\} &= (1)\text{Prob}(a_k=1) + (-1)\text{Prob}(a_k=-1) \\ &= (1) \cdot \frac{1}{2} + (-1) \cdot \frac{1}{2} \\ &= 0 \end{aligned}$$

Dessa forma, considerando que $E\{n(t)\}=0$, por hipótese, resulta que:

$$E\{g(t)\} = 0$$

Conseqüentemente

$$\begin{aligned}
 \text{VAR}[g(t)] &= E\{g(t)\}^2 \\
 &= E\left\{\sum_{k \neq 0} a_k x(t-kT) + n(t)\right\}^2 \\
 &= E\left\{\sum_{k \neq 0} a_k x(t-kT)\right\}^2 + 2E\{n(t) \cdot \sum_{k \neq 0} a_k x(t-kT)\} \\
 &\quad + E\{n(t)\}^2 \\
 &= \sum_{i \neq 0} \sum_{j \neq 0} E\{a_i a_j\} x(t-jT) \cdot x(t-iT) + \\
 &\quad 2 \sum_{k \neq 0} E\{n(t)\} \cdot E\{a_k\} x(t-kT) + E\{n(t)\}^2
 \end{aligned}$$

Tendo em vista que

$$E\{n(t)\} = 0$$

$$E\{a_k\} = 0$$

$$E\{a_i a_j\} = \begin{cases} 1 & \text{para } i=j \\ 0 & \text{para } i \neq j \end{cases}$$

e que

$$E\{n(t)\}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} S_n(f) \cdot |G_R(f)|^2 \cdot df = \text{PRS}$$

então

$$\text{VAR}[g(t)] = \sum_{k \neq 0} x^2(t-kT) + \text{PRS} \quad (2.5)$$

Para efeito de otimização do sistema, é conveniente a normalização do erro quadrático médio, $\text{VAR}[g(t)]$, em relação ao quadrado do valor do sinal detetado $x(t)$ para $k=0$, isto é, a "função objetivo" a ser minimizada será da forma:

$$f_0(t, \underline{x}) = \frac{1}{x^2(t)} \left\{ \sum_{k \neq 0} x^2(t-kT) + \text{PRS} \right\} \quad (2.6)$$

onde t é o instante de amostragem e $\underline{x}$ é um vetor cujas componentes consistem dos parâmetros do filtro e do atraso τ artificialmente introduzido.

Observe que, sendo dados o filtro de transmissão $G_T(f)$, o canal $C(f)$ e o ruído $S_n(f)$, a função objetivo acima só depende do instante de amostragem t e das componentes do vetor $\underline{x}$ que se deseja obter.

Obviamente, as componentes de $\underline{x}$ devem ser escolhidas de forma a facilitar e/ou acelerar o cálculo computacional. Por exemplo, com exceção do atraso τ , as demais componentes de $\underline{x}$ podem representar os pólos e zeros da função de transferência do filtro $G_R(f)$. Uma vez obtidos os pólos e zeros que otimizam $f_0(t, \underline{x})$, o problema se resume na síntese de $G_R(f)$ [9]. Por outro lado, poderíamos escolher para componentes de $\underline{x}$ os próprios parâmetros físicos do filtro $G_R(f)$, tais como os valores de indutores, capacitores, resistores e ganhos de eventuais elementos ativos. Neste caso, a síntese de $G_R(f)$ é desnecessária, pois os parâmetros otimizados já determinam a topologia do filtro ótimo de recepção.

Naturalmente, a implementação de um programa de computador para a otimização numérica de $f_0(t, \underline{x})$ exigirá o truncamento do somatório dos interferentes. A forma de se proce -

der a tal truncamento é totalmente empírica e deve ser realizada por tentativa de erro.

No próximo capítulo apresentaremos alguns métodos de otimização numérica apropriados ao problema da minimização de $f_0(t, \underline{x})$. Considerando que os filtros a serem otimizados devem, naturalmente, ser realizáveis, o problema da minimização de $f_0(t, \underline{x})$ será necessariamente um problema com restrições em suas variáveis independentes. Por exemplo, para os filtros passivos com elementos concentrados, os vários parâmetros L, C, R , etc. devem ser necessariamente positivos.

É importante observar também que o método, ora proposto para otimização de equalizadores lineares, se aplica a qualquer tipo de ruído aditivo, desde que este seja estacionário e independente do sinal.

CAPÍTULO 3

MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO

3.1. Introdução

O objetivo deste capítulo é introduzir as ferramentas básicas da teoria de otimização, bem como apresentar alguns dos algoritmos mais utilizados nos problemas de otimização de funções de várias variáveis com restrições [4].

3.2. Otimização Clássica

O problema da maximização ou minimização de uma função de n variáveis pode ser definido por:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Maximize ou minimize } f(\underline{x}) \\ \text{Sujeita às } m \text{ restrições independentes} \\ r_i(\underline{x}) = b_i \end{array} \right. \quad (3.1)$$

onde $\underline{x}$ é o vetor coluna $(x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ a ser otimizado.

Nesta exposição, o número de restrições m deve ser menor que o número de variáveis n da função $f(\underline{x})$, caso contrário o problema é superespecificado. A função $f(\underline{x})$ é chamada de "função objetivo" e o problema das restrições com igualdades é chamado de problema clássico de otimização.

A idéia básica para a solução do problema acima consiste na eliminação das restrições, através da utilização dos

multiplicadores de Lagrange, transformando o problema em um outro sem restrições.

Definição: uma função $f(\underline{x})$ apresenta um ponto de máximo local em $\underline{x} = \underline{x}^*$, se existir um número $\epsilon > 0$ tal que $f(\underline{x}) \leq f(\underline{x}^*)$, ($f(\underline{x}) \geq f(\underline{x}^*)$ para o caso de um ponto de mínimo local), para todo $\underline{x}$ que satisfaça a desigualdade $|\underline{x} - \underline{x}^*| < \epsilon$ e as restrições em (3.1). [4] .

Pela teoria geral de máximos e mínimos, se $f(\underline{x})$ tem um ponto estacionário (máximo ou mínimo), com restrições em $\underline{x} = \underline{x}^*$, então para este ponto as seguintes condições devem ser satisfeitas:

$$df(\underline{x}) = \sum_j \frac{\partial f}{\partial x_j} dx_j = 0 \quad (j=1,2,\dots,n)$$

(3.2)

$$dr_i(\underline{x}) = \sum_j \frac{\partial r_i}{\partial x_j} dx_j = 0 \quad (i=1,2,\dots,m)$$

Com a introdução dos multiplicadores de Lagrange, λ_i , podemos definir uma nova função $F(\underline{x}, \underline{\lambda})$, dada por:

$$F(\underline{x}, \underline{\lambda}) = f(\underline{x}) + \sum_i \lambda_i [b_i - r_i(\underline{x})] \quad (3.3)$$

onde os λ_i devem satisfazer a condição $\frac{\partial F}{\partial x_i} = 0$.

Desse modo a condição necessária para a existência de um ponto estacionário local com restrição, para a função $f(\underline{x})$, é dada por:

$$\frac{\partial F}{\partial x_j} = \frac{\partial f}{\partial x_j} - \sum_i \lambda_i \frac{\partial r_i}{\partial x_j} = 0 \quad (3.4)$$

É importante notar que as equações (3.4) acima não são suficientes para garantir a existência de um ponto estacionário da função $f(\underline{x})$. As condições suficientes envolvem as derivadas de segunda ordem ou de ordens superiores de $f(\underline{x})$ [4].

Uma condição suficiente para a existência de um máximo local com restrições de $f(\underline{x})$ é que a derivada de segunda ordem da função seja menor que zero (maior que zero para o caso de um ponto de mínimo com restrições), no ponto ótimo $\underline{x} = \underline{x}^*$, e que $dr_i = 0$ e $d^2 r_i = 0$ nesse ponto.

Portanto, pela equação 3.2,

$$d(df) = d^2 f = d\underline{x}^T H_f(\underline{x}^*) d\underline{x} + \nabla f(\underline{x}^*) d^2 \underline{x} < 0 \quad (3.5.1)$$

onde, $H_f(\underline{x}) = \frac{\partial^2 f}{\partial x_j \partial x_k}$ ($j, k=1, 2, \dots, n$) é chamada de matriz Hessiana de $f(\underline{x})$, e $\nabla f(\underline{x})$ é o vetor gradiente de $f(\underline{x})$.

Além disso, para a existência de um máximo deve-se ter:

$$dr_i = [\nabla r_i(\underline{x}^*)]^T d\underline{x} = 0$$

e (3.5.2)

$$d^2 r_i = d\underline{x}^T H_{r_i}(\underline{x}^*) d\underline{x} + [\nabla r_i(\underline{x}^*)]^T d^2 \underline{x} = 0$$

Uma condição suficiente, alternativa, para a existência de um máximo local com restrições, envolve a matriz Hes

siana $H_F(\underline{x}, \underline{\lambda})$ da função Langrangiana $F(\underline{x}, \underline{\lambda})$. Sendo $\underline{x}^*$ e $\underline{\lambda}^*$ os valores ótimos de $\underline{x}$ e $\underline{\lambda}$, pode-se mostrar que, se toda raiz da equação polinomial

$$P(u) = \begin{vmatrix} A - uI & D \\ D^T & 0 \end{vmatrix} = 0$$

for estritamente negativa (positiva para problemas de minimização), então $\underline{x}^*$ é um ponto de máximo, onde:

$$A = H_F(\underline{x}^*, \underline{\lambda}^*)$$

$$d_i = \nabla g_i(\underline{x}^*) \quad i\text{-ésima coluna de } D$$

3.3. Métodos do Gradiente

Os métodos do gradiente para a obtenção de um valor de máximo ou de mínimo de uma função, são baseados no fato de que $f(\underline{x})$ aumenta ou diminui numa certa direção $\underline{d}$, a uma taxa igual à derivada direcional de $f(\underline{x})$. Assim sendo, a direção de variação máxima de $f(\underline{x})$ coincide com a direção de seu gradiente.

3.3.1. Método de Newton-Raphson

Supondo que a função objetivo $f(\underline{x})$ possui derivadas de primeira e segunda ordens, este método, em cada iteração, aproxima a função objetivo por uma função quadrática $y(\underline{x})$, tal que $y_k(\underline{x}_k) = f(\underline{x}_k)$, onde o subscrito k indica a k -ésima ite-

ração. A partir de um ponto inicial, o ponto em questão é deslocado iterativamente para o ponto de mínimo da função quadrática.

A função quadrática $y_k(\underline{x})$ que apresenta o mesmo valor de $f(\underline{x})$, para $\underline{x} = \underline{x}_k$, é definida por:

$$y_k(\underline{x}) \approx \frac{1}{2} (\underline{x} - \underline{x}_k)^T G_k (\underline{x} - \underline{x}_k) + (\underline{x} - \underline{x}_k)^T g_k + f(\underline{x}_k) \quad (3.7)$$

onde G_k é a matriz Hessiana definida anteriormente, e g_k é o vetor gradiente de $f(\underline{x})$, ambos calculados no ponto $\underline{x} = \underline{x}_k$.

Derivando (3.7) em relação a $\underline{x}$, temos:

$$\nabla y_k = \frac{1}{2} G_k (\underline{x} - \underline{x}_k) + \frac{1}{2} \left[(\underline{x} - \underline{x}_k)^T \cdot G_k \right]^T + g_k$$

$$\nabla y_k = \frac{1}{2} G_k \cdot (\underline{x} - \underline{x}_k) + \frac{1}{2} G_k (\underline{x} - \underline{x}_k) + g_k$$

$$\nabla y_k = G_k (\underline{x} - \underline{x}_k) + g_k$$

Supondo que $y_k(\underline{x})$ possui um valor mínimo no ponto $\underline{x} = \underline{x}_m$, então $\nabla y_k(\underline{x}_m) = 0$. Logo,

$$G_k (\underline{x}_m - \underline{x}_k) + g_k = 0$$

e, portanto,

$$\underline{x}_m = \underline{x}_k - G_k^{-1} \cdot g_k$$

O método de Newton-Raphson utiliza o ponto $\underline{x}_m$, mostrado acima, como o ponto seguinte da iteração, utilizando a seguinte fórmula iterativa:

$$\underline{x}_{k+1} = \underline{x}_k - G_k^{-1} \cdot g_k \quad (3.8)$$

Uma equação mais usual que a anterior, pela sua superioridade, é dada por:

$$\underline{x}_{k+1} = \underline{x}_k - \lambda_k^* G_k^{-1} \cdot g_k \quad (k=1,2,\dots) \quad (3.9)$$

onde λ_k^* é determinado por uma pesquisa linear direta, a partir de $\underline{x}_k$ na direção $-G_k^{-1} \cdot g_k$ [4].

Observe que neste método um valor inicial para o ponto $\underline{x}$ deve ser fornecido. Quando este valor está próximo do ponto ótimo, a convergência é bastante rápida e $|\underline{x}_{k+1} - \underline{x}_k|$ ou g_k podem ser testados para a utilização de um critério de convergência. A utilização satisfatória deste método depende da direção $-G_k^{-1} \cdot g_k$ ser uma direção descendente para o caso de minimização. Em outras palavras, é necessário que:

$$(-G_k^{-1} \cdot g_k)^T g_k < 0 \quad \text{ou} \quad g_k^T \cdot G_k^{-1} \cdot g_k > 0$$

equação esta que é satisfeita se G_k^{-1} é positiva definida.

No método acima, a matriz inversa G_k^{-1} , indicada na equação (3.9), pode ser difícil de se calcular. Existe uma classe de métodos de otimização, chamados de métodos Quasi-Newton, e que serão desenvolvidos em seguida, e, que substituem a matriz acima por uma matriz simétrica positiva definida H_k , que é atualizada em cada iteração sem a necessidade de se utilizar inversão matricial na matriz Hessiana G_k . Deste modo a fórmula para iterações será dada por:

$$\underline{x}_{k+1} = \underline{x}_k - \lambda_k^* H_k g_k \quad (k=1,2,\dots) \quad (3.10)$$

onde $\underline{x}_1$ e H_1 são valores iniciais.

3.3.2. Método de Davidon-Fletcher-Powell

Este método utiliza a fórmula iterativa anterior, considerando H_1 como uma matriz identidade de ordem $n \times n$, e foi desenvolvido inicialmente para funções objetivo quadráticas, da forma:

$$f(\underline{x}) = \frac{1}{2} \underline{x}^T G \underline{x} + b^T \underline{x} + c$$

Para este caso, o valor ótimo $\underline{x}^*$ que minimiza a função acima é dado por:

$$\underline{x}^* = \underline{x}_k - G_k^{-1} \cdot g_k \quad (3.11)$$

O critério estabelecido pelo método consiste em se obter uma sequência $\{H_k\}$ em um caminho tal que H_k torna-se aproximadamente igual a G_k^{-1} à medida que $\underline{x}_k$ se aproxima do valor ótimo $\underline{x}^*$. Embora este método tenha sido desenvolvido para funções objetivo quadráticas, os resultados podem ser utilizados para outros tipos de funções. O algoritmo para o método de Davidon-Fletcher-Powell é estabelecido a seguir.

1. Faça $H_1 = I$
2. Estabeleça $\underline{d}_k = -H_k \cdot g_k$
3. Encontre o valor de λ_k^* , através de uma pesquisa

linear, tal que minimize $f(\underline{x}_k + \lambda_k \underline{d}_k)$

4. Faça $\underline{x}_{k+1} = \underline{x}_k + \lambda_k^* \underline{d}_k$

5. Calcule $f(\underline{x}_{k+1})$ e $\underline{g}_{k+1}$

6. Estabeleça

$$\underline{\sigma}_k = \lambda_k^* \underline{d}_k$$

$$\underline{\gamma}_k = \underline{g}_{k+1} - \underline{g}_k$$

7. Atualização da matriz H

$$\text{Faça } H_{k+1} = H_k + \frac{1}{\underline{\gamma}_k^T \underline{\sigma}_k} \left(\beta_k \underline{\sigma}_k \underline{\sigma}_k^T - \underline{\sigma}_k \underline{\gamma}_k^T H_k - H_k \underline{\gamma}_k \underline{\sigma}_k^T \right)$$

$$\text{onde } \beta_k = 1 + \frac{\underline{\gamma}_k^T H_k \underline{\gamma}_k}{\underline{\gamma}_k^T \underline{\sigma}_k}$$

8. Faça $k = k+1$ e volte ao segundo passo

9. Teste de Parada

Os testes de parada são feitos nos vetores $\underline{d}_k$ e $\underline{\sigma}_k$, e os cálculos são terminados quando satisfizerem algum critério preestabelecido como, por exemplo, quando as componentes de $\underline{d}_k$ ou então $|\underline{d}_k|$ forem menores do que alguma quantidade preestabelecida. Os valores de $\underline{g}_k$ podem também ser testados para se obter uma garantia de que o algoritmo convergiu para o valor ótimo.

3.4. Otimização com Restrições lineares

As restrições colocadas nas variáveis de um problema de otimização podem ser classificados em não lineares, lineares e restrições nos limites nos valores que as variáveis do

problema podem assumir, podendo este último tipo ser considerado como um caso especial de restrição linear [5]. Nesta secção, será considerado somente o problema onde as restrições são funções lineares das variáveis x_i do vetor $\underline{x}$. Os casos mais comuns desse tipo de restrição podem ser resumidos como segue:

minimize $f(\underline{x})$, sujeita às restrições

a) igualdades: $\underline{c}_i^T \underline{x} = b_i$

b) desigualdades: $\underline{c}_i^T \underline{x} \geq$ ou $\leq b_i$

c) limites nas variáveis $l_i \leq x_i \leq u_i$ (caso especial da alínea b)

onde $\underline{c}_i$ é um vetor coluna de n elementos, que define a função de restrição, e b_i , l_i , u_i são escalares ($i=1, \dots, m < n$).

Em geral, nos problemas com restrições do tipo $a \leq x_i \leq b$, pode-se trabalhar, equivalentemente, com variáveis y_i , através da seguinte transformação:

$$x_i = a + (b-a) \sin^2(y_i)$$

e, restrições do tipo $x_i \leq b$ podem ser eliminadas utilizando-se:

$$x_i = b - y_i^2 \quad \text{ou} \quad x_i = b - \exp(y_i)$$

onde y_i é uma variável sem restrições, podendo assumir qualquer valor no conjunto dos reais.

Na prática essas transformações são resultados somente em problemas simples, com poucas variáveis. Na próxima secção vamos verificar como é possível adaptar o método

DFP, descrito na sub-seção 3.3.2., para a solução de problemas de otimização com restrições.

3.4.1. Método de Davidon-Fletcher-Powell para a minimização de funções com restrições lineares

Considere o problema onde são preestabelecidas m restrições com igualdades do tipo $\underline{c}_i^T \underline{x} = b_i$. Neste caso, podemos formar uma equação matricial da forma:

$$\underline{C}^T \cdot \underline{x} = \underline{b} \quad (3.12)$$

onde $\underline{b} = (b_1, b_2, \dots, b_m)^T$ é um vetor coluna de m elementos, e, C é uma matriz $(n \times m)$, formada pelos vetores coluna $\underline{c}_i$, que são assumidos linearmente independentes.

Neste caso, devemos modificar a matriz H_k de uma forma tal que as restrições sejam satisfeitas. Sabe-se que, na ausência de restrições, a direção de pesquisa seria $\underline{d}_k = -H_k \cdot g_k$. Quando as restrições são incluídas, a nova direção de pesquisa será dada por [4] :

$$\underline{d}_{km} = -H_{km} \cdot g_k \quad (3.13)$$

e

$$H_{km} = H_k - H_k C \cdot (C^T H_k C)^{-1} \cdot C^T H_k \quad (3.14)$$

Fica fácil mostrar que a modificação na matriz H_k , fornecida pela equação acima, satisfaz a equação estabelecida por (3.12). O índice m indica que estão sendo considera-

das as m restrições. Além disso, as direções de pesquisa permanecem com a propriedade de decréscimo máximo global.

Consideremos, em seguida, o problema onde as restrições lineares apresentam equações com desigualdades, isto é,

$$\underline{C}_i^T \underline{x} \geq b_i \quad (i=1,2,\dots,m)$$

ou na forma matricial

$$\underline{C}^T \underline{x} \geq \underline{b} \quad (3.15)$$

Neste caso, o problema de minimização pode ser resolvido como se fosse um problema sem restrições nas variáveis, isto é, ignorando-se as restrições até que um ponto não factível é encontrado, ou seja, até que uma ou mais restrições sejam violadas. Considerando que q restrições sejam violadas, o algoritmo de minimização é modificado adicionando-se as restrições violadas como igualdades. Desse modo a direção de pesquisa é fornecida pela equação (3.13), onde $\underline{C}$ na equação (3.14) é uma matriz com q vetores colunas, correspondentes às restrições ativas.

Um teste importante para se verificar que o algoritmo está convergindo (associado aos multiplicadores de Lagrange que envolvem as restrições ativas) pode ser feito como segue.

Sendo $\underline{g}_k$ o vetor gradiente de $f(\underline{x}_k)$, existe um conjunto de escalares tais que:

$$\underline{g}_k = \sum_{i=1}^q \lambda_i \underline{C}_i$$

Considerando $\underline{\lambda}$ um vetor coluna com componentes λ_i , é possível calcular o vetor λ através da seguinte fórmula: [4]

$$\underline{\lambda} = [C^T C]^{-1} C g_k \quad (3.16)$$

Para problemas com restrições do tipo $\underline{C}_i^T \underline{x} \geq b_i$, no ponto ótimo, onde o mínimo é alcançado, os multiplicadores de Lagrange satisfazem:

$$\lambda_i \geq 0 \quad (i=1,2,\dots,q)$$

Se ocorrer a situação onde uma ou mais componentes de $\underline{\lambda}$ forem negativas, a equação de restrição que corresponde ao valor mais negativo de $\underline{\lambda}$ é abandonada, permitindo o ponto de pesquisa variar além dos limites estabelecidos. Neste caso a matriz H_k é transformada pela equação.

$$H_{kq-1} = H_{kg} + \frac{P_{q-1} \underline{C}_r \underline{C}_r^T P_{q-1}}{\underline{C}_r^T P_{q-1} \underline{C}_r} \quad (3.17)$$

onde $\underline{C}_r^T \underline{x} = b_r$ é a restrição abandonada, e

$$P_{q-1} = I - C_{q-1} (C_{q-1}^T C_{q-1})^{-1} C_{q-1}^T \quad (3.18)$$

Algoritmo para a Aplicação do Método

1. Determine um ponto inicial que seja realizável, isto é, que satisfaça as restrições (3.15) para

- se iniciar a minimização.
2. Estabeleça $\underline{d}_k = -H_k g_k$, como foi feito no algoritmo anterior para minimização sem restrições, secção 3.3.2.
 3. Teste as componentes de $\underline{\lambda}$ e $\underline{d}_k$. Se $\lambda_i \geq 0$ e $\underline{d}_k = 0$, então o ponto ótimo foi obtido.
 4. Caso contrário, elimine a coluna da matriz C na qual λ_i assume o valor mais negativo e determine a nova direção de pesquisa através da equação (3.17), verificando se o ponto é factível com relação às restrições passivas, isto é, que não foram violadas. Se o ponto não for factível, modifique H_k usando (3.14) até se obter uma direção factível.
 5. Faça uma pesquisa linear que minimize $f(\underline{x}_k + \lambda_k \underline{d}_k)$.
 6. Novamente, se um limite em uma das restrições for alcançado, modifique H_k usando (3.14), até encontrar um ponto de mínimo factível.
 7. Volte para o passo 2 se $\underline{d}_k = 0$.
 8. Atualize H_k conforme o passo 6, secção 3.3.2, e volte para o passo 2.

Resumindo o que foi exposto, o método do gradiente utiliza como direção de pesquisa, para o processo de minimização, aquela em que a função objetivo, $f(\underline{x})$, diminui mais rapidamente, isto é, a direção oposta ao gradiente da função, $-\nabla f(\underline{x})$. Apesar da teoria ter sido desenvolvida para a minimização de funções objetivo quadráticas, estes métodos são empregados na otimização de funções não quadráticas. Um dos al

goritmos mais eficientes para uso geral com quaisquer funções é o método de Davidon-Fletcher-Powell (método Quasi-Newton). Algoritmos utilizando estas técnicas são disponíveis em pacotes de sub-rotinas facilmente encontrados nos centros de computação, [5], [6], [7].

CAPÍTULO 4

ILUSTRAÇÕES PRÁTICAS

4.1. Introdução

O objetivo principal deste capítulo é apresentar algumas aplicações práticas, a fim de ilustrar o método de otimização descrito no Capítulo 2, baseado no mínimo erro quadrático médio. Para tanto, vamos nos restringir apenas aos casos de canal ideal ($|C(f)|=1$ com fase linear para qualquer frequência) e canal exponencial característico de cabos metálicos com pares simétricos. Além disso, para simplificar, trataremos neste capítulo apenas do caso de ruído Gaussiano branco com densidade espectral de potência N_0 W/Hz.

Visando ainda a simplificação do problema computacional (redução do tempo de CPU) iremos supor que o filtro de transmissão é fixo e que apenas o filtro de recepção $G_p(f)$ deve ser otimizado. Obviamente, estas simplificações não deverão impedir que uma apreciação dos resultados possa levar a uma conclusão sobre a viabilidade do método para aplicações mais amplas e genéricas.

4.2. Formulação do Problema

Para fins apenas de ilustração prática do método do mínimo erro quadrático médio, vamos considerar neste capítulo um filtro receptor $G_p(f)$, consistindo apenas de elementos re-

sivos concentrados RLC, de ordem N e com característica passa-baixas.

Uma vez fixadas as funções $G_T(f)$ e $C(f)$, bem como a densidade espectral do ruído, N_0 W/H_z, a topologia e a ordem N do filtro $G_R(f)$, o problema se resume em encontrar os parâmetros R, L e C desse filtro, de forma a minimizar a função objetivo:

$$f(X_1, X_2, \dots, X_N, t_0) = \left(\sum_{k \neq 0} x^2(t_0 + kT) + \text{PRS} \right) / x^2(t_0) \quad (4.1)$$

onde $X_1, X_2, \dots, X_N$ são os elementos do filtro $G_R(f)$, t_0 é o instante de amostragem, $x(t)$ é a resposta impulsiva do sistema, dada por:

$$x(t_0 + kT) = \int_{-\infty}^{\infty} G_T(f) C(f) G_R(f) \exp[j(t_0 + kT)f] df \quad (4.2)$$

onde PRS é a potência de ruído na saída do receptor

$$\text{PRS} = N_0 \int_{-\infty}^{\infty} |G_R(f)|^2 df \quad (4.3)$$

Para efeito de implementação prática dos programas, e sem perda de generalidade, o sistema foi normalizado de forma que $T=1$ (taxa de bits).

Tendo em vista que $G_R(f)$ é um filtro passivo, o problema se resume a:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Minimize } f(X_1, X_2, \dots, X_N, t_0) \\ \text{SUJEITO AS RESTRIÇÕES:} \\ \quad X_i \geq 0, \quad (i=1, 2, \dots, N) \\ \quad t_0 \in (0, \infty) \end{array} \right. \quad (4.4)$$

A seguir caracterizamos as funções $G_T(f)$, $C(f)$ e $G_R(f)$ de tal forma que podemos implementar o programa computacional.

4.2.1. O Filtro de Transmissão $G_T(f)$

Sem perda de generalidade, vamos supor que os pulsos transmitidos sejam retangulares, com amplitude unitária e largura igual à metade da duração de um símbolo, isto é, com 50% de fator de ocupação. Conseqüentemente, a função de transferência do filtro transmissor $G_T(f)$ será dada pela transformada de Fourier do pulso transmitido, o que resulta:

$$G_T(f) = (T/2) \frac{\text{sen}(fT/2)}{fT/2} \exp(-j fT/2) \quad (4.5)$$

4.2.2. O Canal de Transmissão $C(f)$

Dois tipos diferentes de canais de transmissão serão considerados neste trabalho; o canal ideal com $|C(f)|=1$ e fase linear com a frequência, e o canal dispersivo, característico de cabos de pares metálicos com isoladores dielétricos.

Em geral, os canais lineares são caracterizados no domínio da frequência por sua resposta de amplitude, $A(f)$, e por sua resposta de fase $\psi(f)$. Conseqüentemente o canal ideal é caracterizado por:

$$\begin{cases} A(f) = 1 \\ \psi(f) = -2 fT \end{cases} \quad (4.6)$$

onde τ é o atraso de propagação.

Para o canal dispersivo, constituído de pares metálicos, as respostas de amplitude e de fase podem ser expressas na forma [11]:

$$\begin{cases} A(f) = \exp(-Kd\sqrt{f}) \\ \psi(f) = -Kd\sqrt{f} - 2\pi fd\sqrt{LC} \end{cases} \quad (4.7)$$

onde K é uma constante física da linha, d é o seu comprimento e L e C são, respectivamente, a indutância e a capacitância por unidade de comprimento.

Deve-se notar que a resposta de fase do canal dispersivo apresenta uma componente que varia com a raiz quadrada da frequência e outra que varia linearmente com esta. A componente com variação linear com a frequência, tanto no canal dispersivo quanto no canal ideal, equivale fisicamente a um atraso constante e uniforme na propagação do sinal através do canal, podendo portanto ser ignorado sem perda de generalidade. Assim sendo, os dois canais aqui considerados serão:

a) Canal ideal: $C(f) = 1$ (4.8)

b) Canal dispersivo:

$$C(f) = \exp(-Kd\sqrt{f})\exp(-jKd\sqrt{f}) \quad (4.9)$$

4.2.3. O Filtro Receptor $G_R(f)$

A configuração escolhida para o filtro de recepção, consiste de um circuito passivo RLC, passa-baixas, com zeros

da função de transferência restritos ao infinito, conforme mostrado na figura 4.1 abaixo.

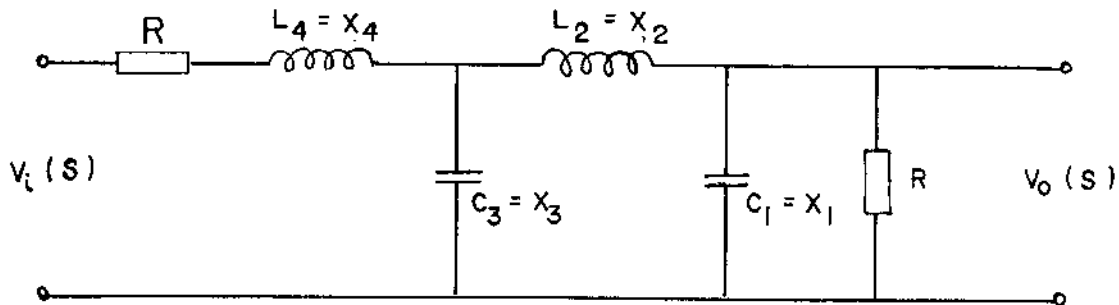


Figura 4.1 - Filtro de recepção de quarta ordem

Para este filtro de quarta ordem, os parâmetros a serem otimizados são $X_1 = C_1$, $X_2 = L_2$, $X_3 = C_3$ e $X_4 = L_4$, sendo que os resistores R serão mantidos constantes no processo de otimização.

Pode-se mostrar que a função de transferência desse filtro, $G_R(s) = V_o(s)/V_i(s)$, é dada por:

$$G_R(s) = \frac{1}{D_1(s) + D_2(s)} \quad (4.10)$$

onde

$$D_1(s) = 2 + (2\pi)^2 (X_1 + X_3)(X_2 + X_4)s^2 + (2\pi)^4 X_1 X_2 X_3 X_4 s^4$$

$$D_2(s) = 2\pi s \left\{ R(X_1 + X_3) + (X_2 + X_4)/R + (2\pi)^2 X_2 X_3 (R X_1 + X_4/R) s^2 \right\}$$

$$s = jf \text{ (frequência em Hertz)}$$

4.3. O Programa de Computação

Uma vez determinada a topologia do filtro de recepção $G_R(f)$, o primeiro passo na utilização do programa de computador para a otimização desse filtro é a determinação dos limites inferiores e superiores das diversas variáveis que parametrizam o filtro. Em geral, estes limites são determinados por inspeção ou por tentativa e erro.

Para o filtro RLC mostrado na secção anterior, não foi difícil verificar que o valor mínimo da função objetivo (equação 4.1) se encontra no interior da região delimitada por:

$$0 \leq X_i \leq 1.5 \quad (i=1, 2, \dots, N+1),$$

onde $X_{N+1}=t_o$, resultado que é válido para as condições de ruído e canais a serem mostrados mais adiante. Posteriormente também falaremos sobre a necessidade de delimitação da variável $X_{N+1}=t_o$, correspondente ao instante de amostragem.

Tendo em vista a complexidade da função objetivo, o algoritmo que nos pareceu mais indicado para a minimização foi o de Davidon-Fletcher and Powell [4] e similares [6]. Uma sub-rotina pertencente ao pacote da "NAG LIBRARY" [5], denominada E04JBF, é baseada neste algoritmo e dispensa as expressões analíticas para o cálculo do gradiente da função objetivo. Na realidade, esse gradiente é calculado numericamente pela própria sub-rotina, através do método de aproximação por diferenças finitas. Nos casos em que a expressão analítica do gradiente da função objetivo é conhecida, a sub-rotina não realiza o seu cômputo numérico, o que economiza tempo de CPU e, ob

viamente, acelera a convergência do algoritmo de busca, já que o valor do gradiente será mais acurado do que o calculado numericamente.

Para a utilização da sub-rotina E04JBF, descrita no apêndice A2 o usuário deverá fornecer um outro sub-programa, denominado de "FUNCT", cuja finalidade é calcular o valor da função objetivo em cada ponto x fornecido por E04JBF, valor este que é retornado ao programa principal.

O fluxograma da figura 4.2 representa o programa principal utilizado neste trabalho, ao passo que a sub-rotina FUNCT é mostrada na figura 4.3, também sob a forma de um fluxograma. As listagens de ambos os programas se encontram no apêndice A2 .

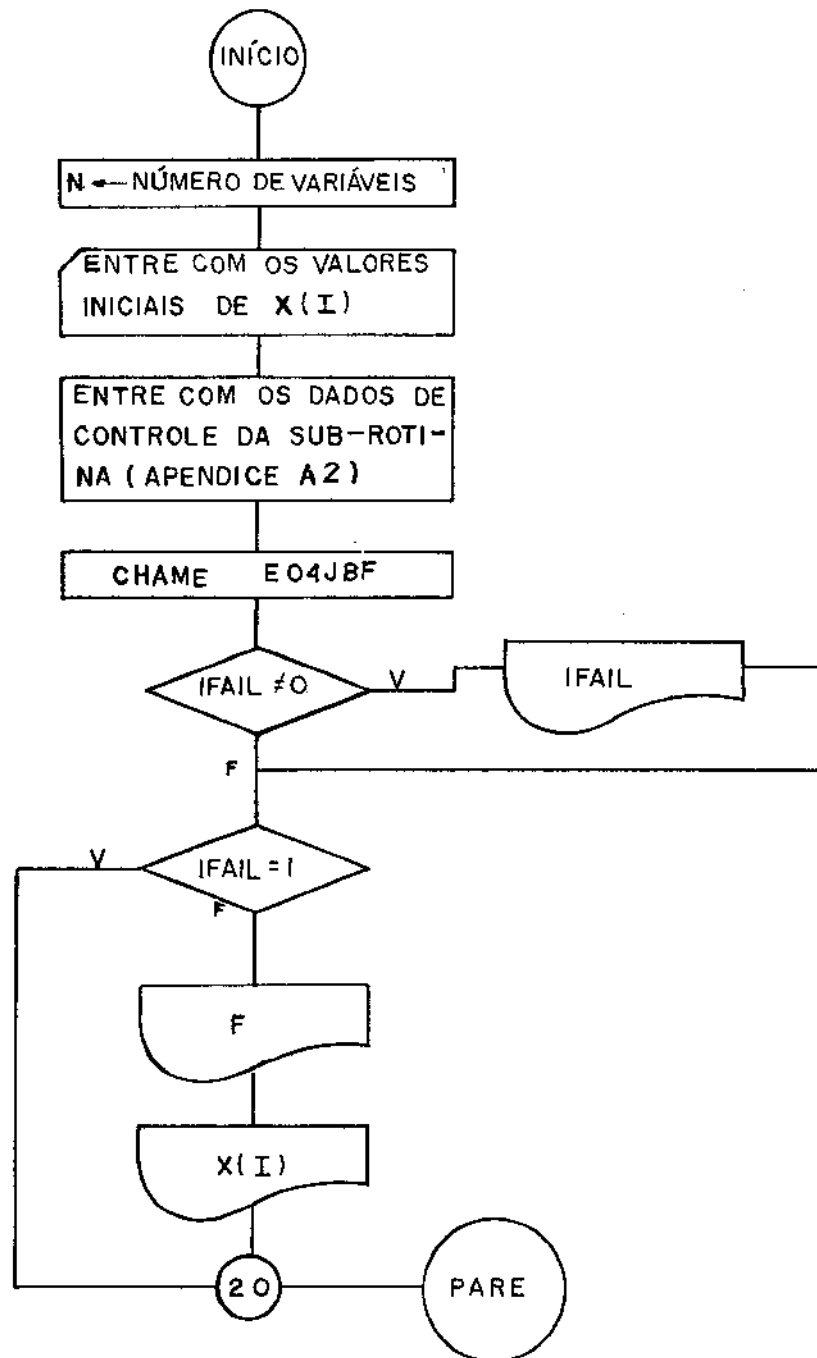
4.4. Inicialização do programa de otimização

Considerando a complexidade da função objetivo, bem como o número de variáveis normalmente envolvidas, é imprescindível que a inicialização do programa de busca do ponto de mínimo seja feita com muito cuidado. Em geral, este é um dos pontos críticos de problemas desse tipo.

Nos casos onde se desconhece por completo a localização, ainda que aproximada do ponto de mínimo dentro da região factível, costuma-se realizar inicialmente um "gradeamento" dessa região com a finalidade de se proceder a uma busca exaustiva de um ponto inicial que se aproxima do ponto de mínimo desejado. Geralmente, este é o método mais seguro e fácil de se implementar para a procura de um ponto de inicialização. Todavia quando o número de variáveis é grande, este método

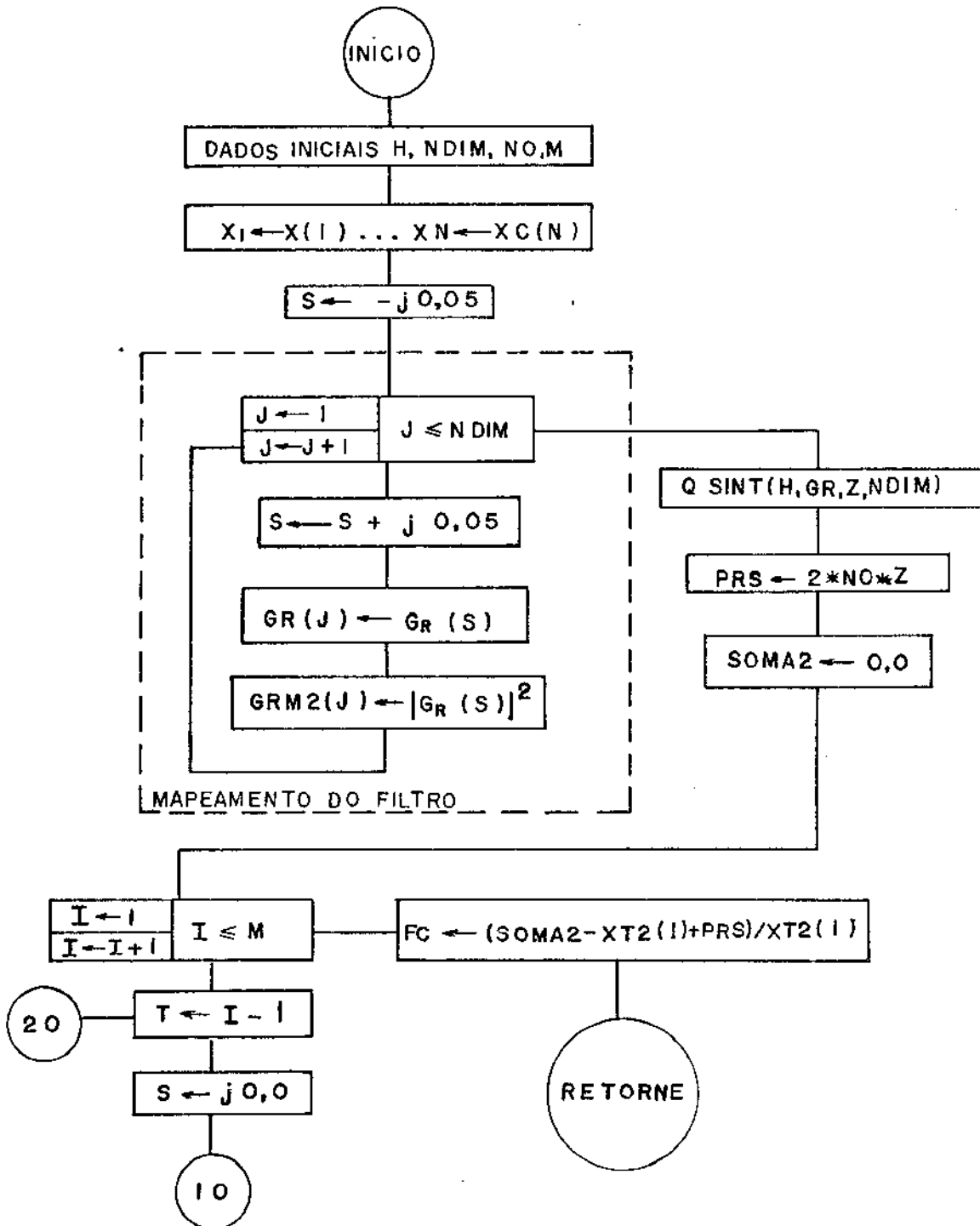
todo de força bruta pode exigir um tempo exagerado de CPU. Neste caso a procura do ponto inicial pode ser feita em dois passos. No primeiro é feito um gradeamento esparsos, com passo relativamente grande para se descobrir uma região extensa onde se localiza o ponto de mínimo. A seguir, realiza-se um gradeamento mais denso nessa região extensa, a fim de se obter o ponto de inicialização desejado. Este procedimento, em geral, pode ser realizado por tentativa e erro, resultando em grande economia de tempo de CPU e em um maior conhecimento do comportamento da função objetivo.

No presente caso, onde o filtro passa-baixas de quarta ordem da figura 4.1 foi utilizado, a região factível foi inicialmente reduzida a $0 \leq X_i \leq 1.5$ ($i=1,2,3,4,5$). Um gradeamento esparsos foi então realizado descobrindo-se que o ponto de mínimo se localizava na região $0.1 \leq X_i \leq 0.5$ ($i = 1,2,3,4$), e $0.6 \leq X_5 \leq 1.0$. A seguir, um gradeamento denso, com passo de 0.1 para cada variável foi efetuado, fornecendo um ponto de inicialização desejado. Pudemos verificar utilizando outros exemplos, que um procedimento desse tipo é viável para problemas dessa complexidade.



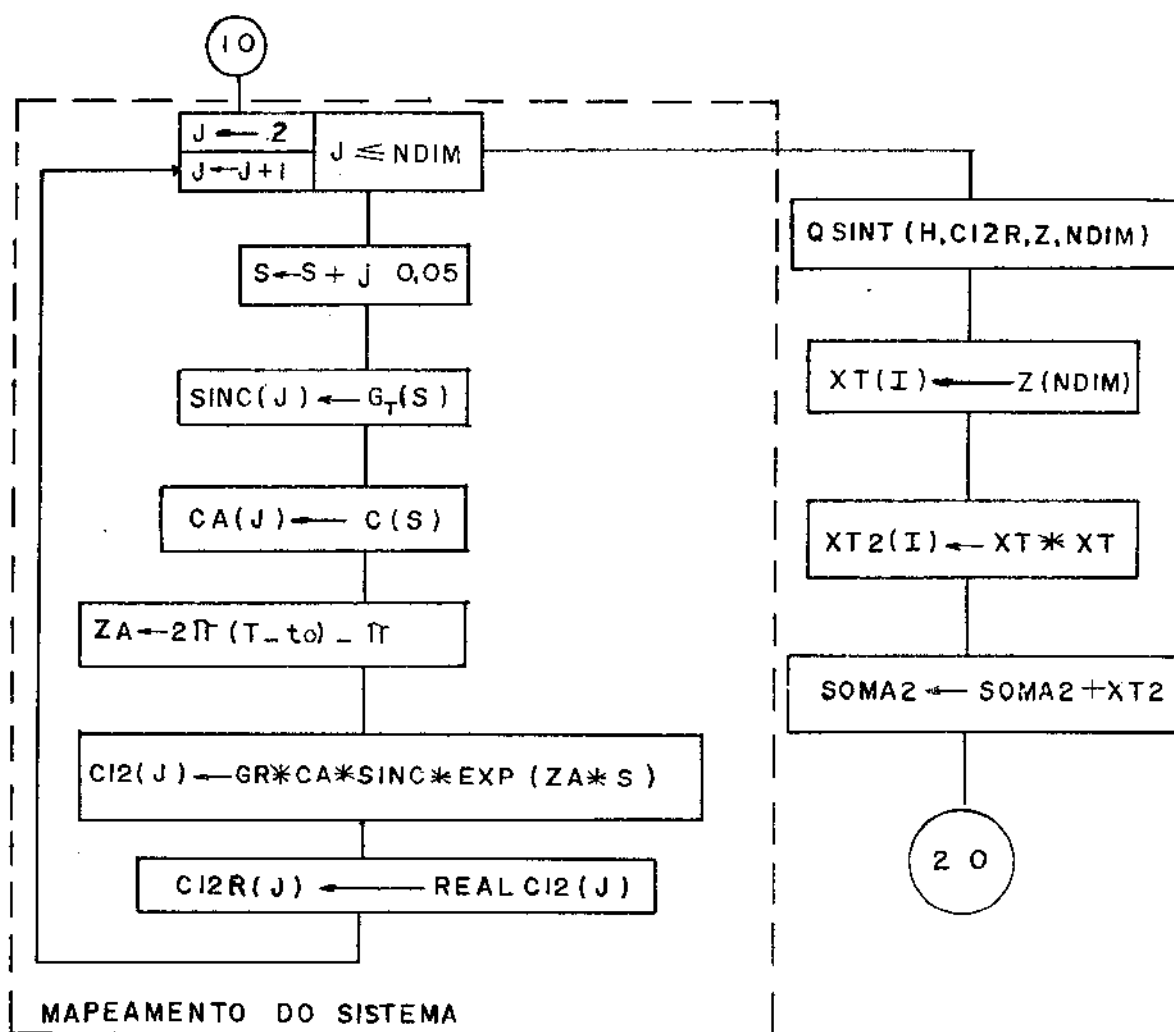
F: FUNCAO OBJETIVO
X(I): VARIÁVEIS DO ALGORITMO
IFAIL: INDICADOR DE ERRO

Figura 4.2 - Fluxograma do programa principal.



FC=F: FUNÇÃO OBJETIVO
H: PASSO DE INTEGRAÇÃO H= 0,05
NDIM: NÚMERO MÁXIMO DE PONTOS
Q SINT: SUB-ROTINA DE INTEGRAÇÃO

Figura 4.3 - Fluxograma da sub-rotina FUNCT, para o cálculo da função objetivo.



$XT \leftarrow X(t)$ NOS INSTANTES DE AMOSTRAGEM

Figura 4.3 (Continuação da página anterior)

4.5. Resultados práticos

Os resultados apresentados neste capítulo, para os dois tipos de canais foram derivados a partir de um filtro RLC passa-baixas de quarta ordem, com configuração mostrada anteriormente na figura 4.1. As resistências de entrada e saída do filtro foram fixadas em 1.0 ohm, ao passo que os elementos reativos (variáveis independentes) foram normalizados (em unidades de Farads [F] e Henries [H]) de forma a se compatibilizarem com uma taxa de transmissão normalizada em 1.0 bits/segundo.

Em geral o valor de N_0 a ser utilizado no processo de minimização pode ser obtido do próprio sistema, levando em consideração os parâmetros pertinentes (figura de ruído dos amplificadores, temperatura de ruído das antenas, etc). Para efeito de ilustração prática usaremos para N_0 um valor que será sempre "X" dB's abaixo da potência do sinal no instante de amostragem, considerando uma resposta ideal de Nyquist, hipotética.

4.5.1. Resultados para o canal ideal

Considerando inicialmente um valor para N_0 de 15dB's abaixo do valor hipotético, e assumindo as hipóteses já mencionadas no início deste capítulo, apresentamos, na tabela 4.1, os resultados da otimização numérica do filtro de recepção $G_R(f)$. Além dos elementos C_1, L_2, C_3, L_4 , são mostrados, também nesta tabela, os valores do instante de amostragem, t_0 , bem como a relação sinal/ruído, S/N, neste instante e o erro médio quadrático, ϵ , devido somente à interferência intersimbó-

lica. Na primeira linha da tabela 4.1 são mostrados os valores correspondentes ao ponto de inicialização da otimização, ao passo que na segunda linha são apresentados os valores finais já otimizados. Deve-se ressaltar que a relação S/N , nessa tabela, é o inverso da função objetivo normalizada (equação 4.1), sendo N , portanto, a potência total do ruído mais a interferência intersimbólica.

	$C_1 [F]$	$L_2 [H]$	$L_3 [F]$	$L_4 [H]$	$t_o [s]$	$S/N [dB]$	ϵ
início	0.1	0.2	0.3	0.4	0.8	11	$130 \cdot 10^{-6}$
final	0.1089	0.1485	0.2795	0.3345	0.709	11.8	$0.12 \cdot 10^{-6}$

Tabela 4.1 - Elementos do filtro, para canal ideal

Com o objetivo de acelerar o cálculo numérico, utilizamos apenas três interferentes na função objetivo (equação 4.1) para a obtenção da tabela 4.1. A consideração de um número maior de interferentes, não acarretará uma alteração significativa dos resultados, pois o decaimento da resposta impulsiva é bastante rápida, como veremos a seguir.

Na figura 4.4, apresentamos a resposta impulsiva e o diagrama de olho parcial simulado, correspondente ao filtro de recepção $G_R(f)$ da tabela 4.1, utilizado para a inicialização do programa de otimização. Na figura 4.5 apresentamos esses mesmos gráficos, porém utilizando agora o filtro final já otimizado da tabela 4.1. Pode-se notar que houve uma sensível melhora na resposta do sistema principalmente com relação à simetria da abertura do olho.

As respostas em amplitudes dos filtros de recepção i

inicial e final, bem como a resposta do sistema completo, são mostrados na figura 4.6. Pode-se observar que apenas nas altas frequências é que houve alguma alteração significativa entre o filtro inicial e o final otimizado.

Utilizando agora um valor de N_0 de 30 dB's abaixo do valor hipotético, podemos repetir os cálculos anteriores sob as mesmas hipóteses. Os resultados para este caso são mostrados na tabela 4.2, onde a relação S/N otimizada agora foi de 26.54 dB's. Note-se que, diferentemente do que ocorre com outros critérios de otimização, a variação de N_0 acarreta uma variação no filtro de recepção ótimo.

	$C_1 [F]$	$L_2 [H]$	$L_3 [H]$	$L_4 [H]$	$t_0 [s]$	S/N [dB]	ϵ
início	0.1	0.5	0.2	0.1	0.7	26	$76 \cdot 10^{-6}$
final	0.0938	0.4919	0.1749	0.0842	0.676	26.54	0.7210^{-6}

Tabela 4.2 - Elementos do filtro para canal ideal

Na figura 4.7 são apresentados a resposta impulsiva e o diagrama de olho parcial simulado correspondente ao filtro ótimo da tabela 4.2 .

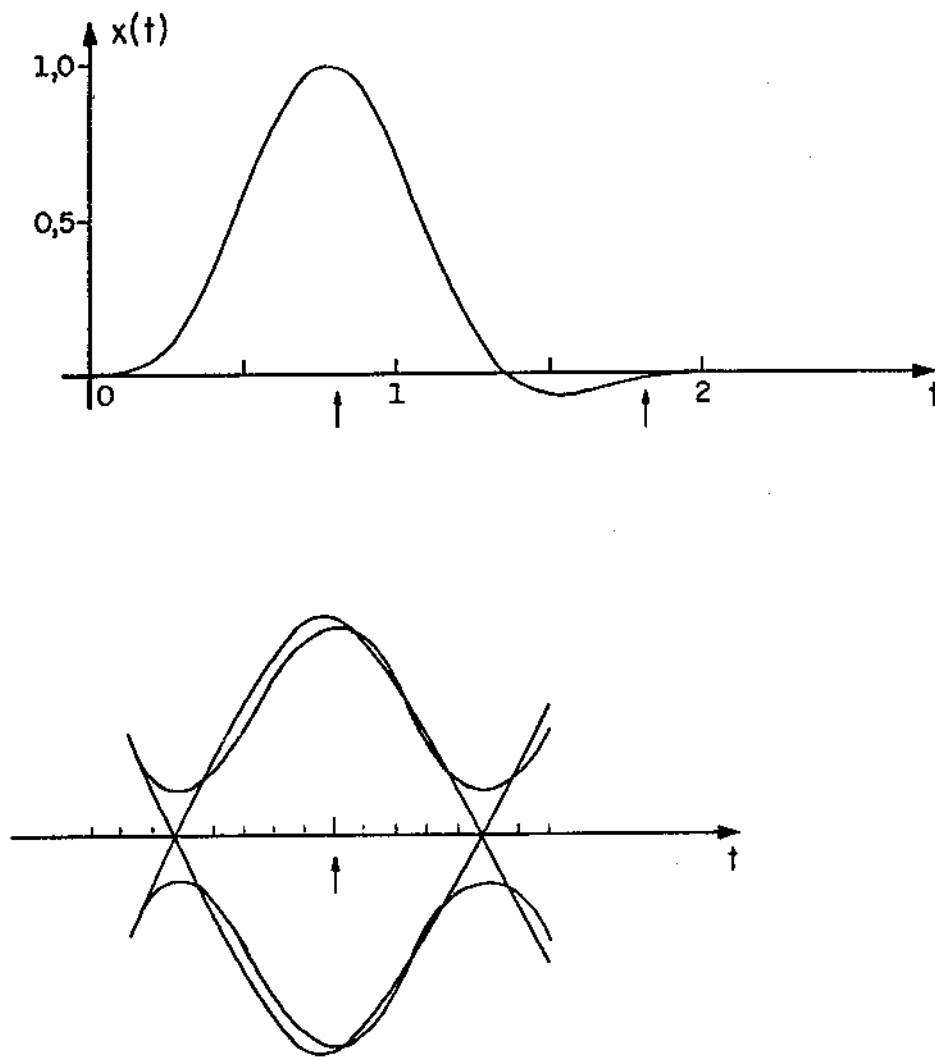


Figura 4.4 - Resposta impulsiva e diagrama de olho parcial iniciais, normalizados (tabela 4.1 canal ideal).

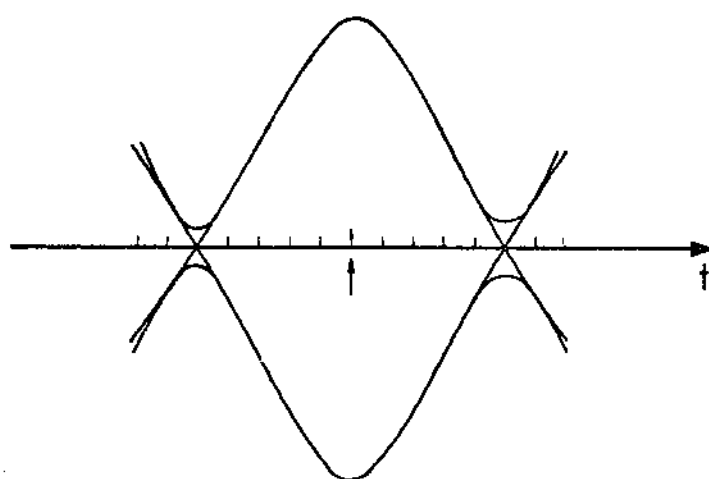
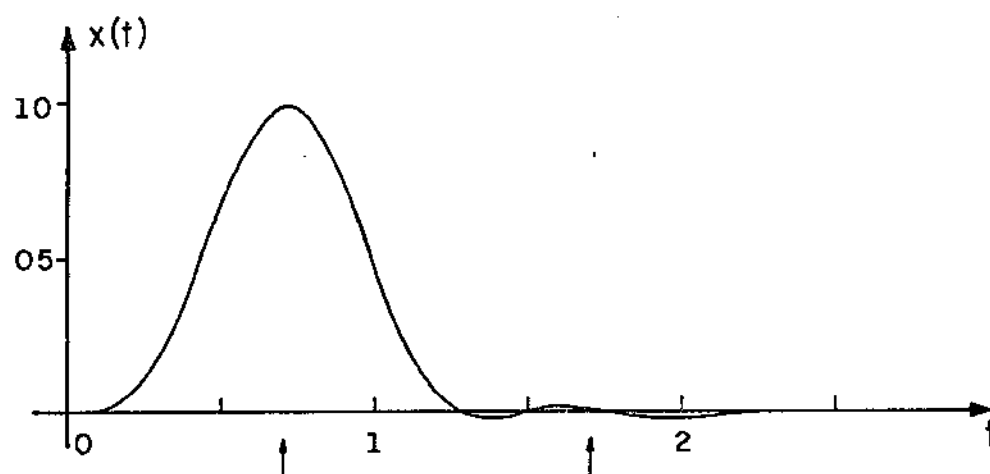
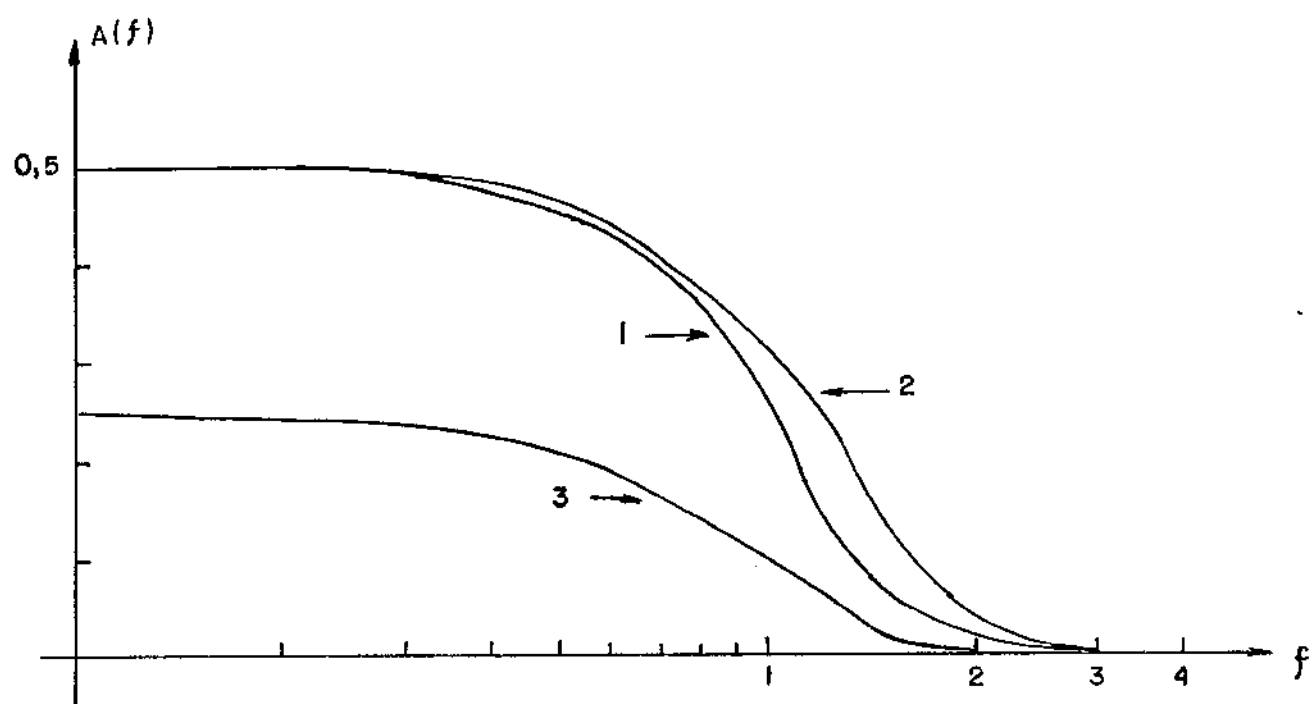


Figura 4.5 - Resposta impulsiva e diagrama de olho parcial finais, normalizados (tabela 4.1 canal ideal).



1 — FILTRO RECEPTOR INICIAL

2 — FILTRO RECEPTOR FINAL

3 — RESPOSTA TOTAL DO SISTEMA

Figura 4.6 - Respostas de amplitudes dos filtros de recepção inicial e final e resposta total do sistema (tabela 4.1 canal ideal).

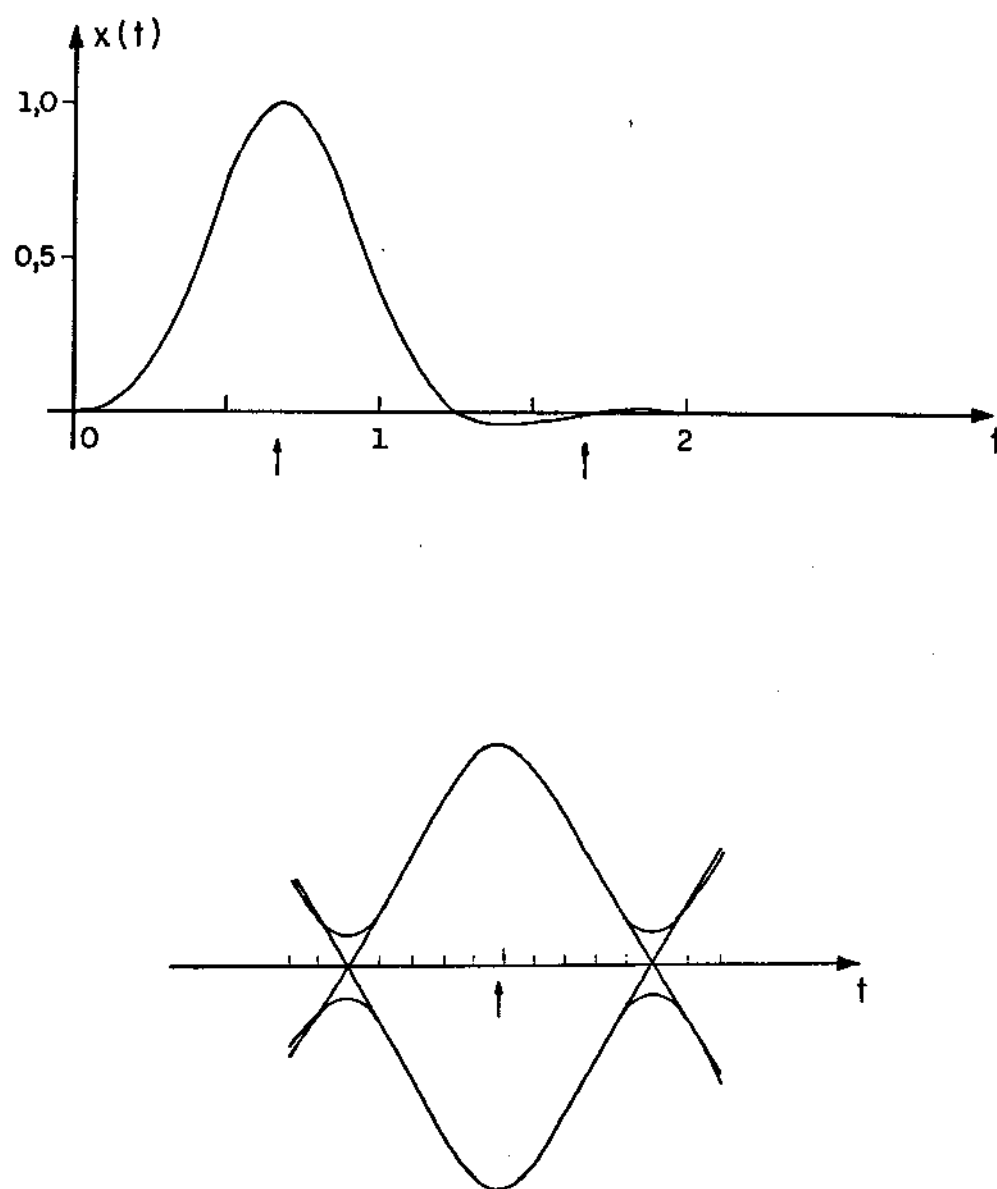


Figura 4.7 - Resposta impulsiva e diagrama de olho parcial normalizados (tabela 4.2), para canal ideal.

4.5.2. Resultados para canal exponencial

Considerando agora um canal exponencial com constante de transmissão $k_d=0.5$, vamos repetir os cálculos anteriores para a otimização de $G_R(f)$.

Utilizando inicialmente um valor para N_0 de 15dB's abaixo do valor hipotético, obtemos os valores mostrados na tabela 4.3, onde a relação S/N ótima foi de 12.93 dB. Na figura 4.8 são mostrados a resposta impulsiva e o diagrama de olho simulado, correspondentes ao filtro otimizado. Note que neste caso a interferência intersimbólica é significativamente mais acentuada do que para os casos onde o canal ideal foi utilizado. Provavelmente, isto é um indicativo de que para o canal exponencial a topologia utilizada para o filtro de recepção não é satisfatória.

	$C_1 [F]$	$L_2 [F]$	$C_3 [F]$	$L_4 [F]$	$t_0 [s]$	$S/N [dB]$	ϵ
início	0.3	0.4	0.2	0.1	0.9	12	$10 \cdot 10^{-4}$
final	0.2408	0.3661	0.2063	0.0629	0.823	12.93	4×10^{-4}

Tabela 4.3 - Elementos do filtro para canal exponencial

Utilizando agora um valor para N_0 de 30 dB's abaixo do valor hipotético, obtivemos os resultados da tabela 4.4, onde a relação sinal ruído ótima foi de 27.5 dB. A resposta impulsiva e o diagrama de olho simulado, para este caso, são apresentados na figura 4.9.

	$L_1 [F]$	$L_2 [H]$	$L_3 [F]$	$L_4 [H]$	$t_o [s]$	$S/N [dB]$	ϵ
início	0.3	0.3	0.3	0.1	0.9	26.5	$2.15 \cdot 10^{-4}$
Final	0.2989	0.2948	0.2947	0.0997	0.9	27.5	$1.46 \cdot 10^{-4}$

Tabela 4.4 - Elementos do filtro para canal exponencial

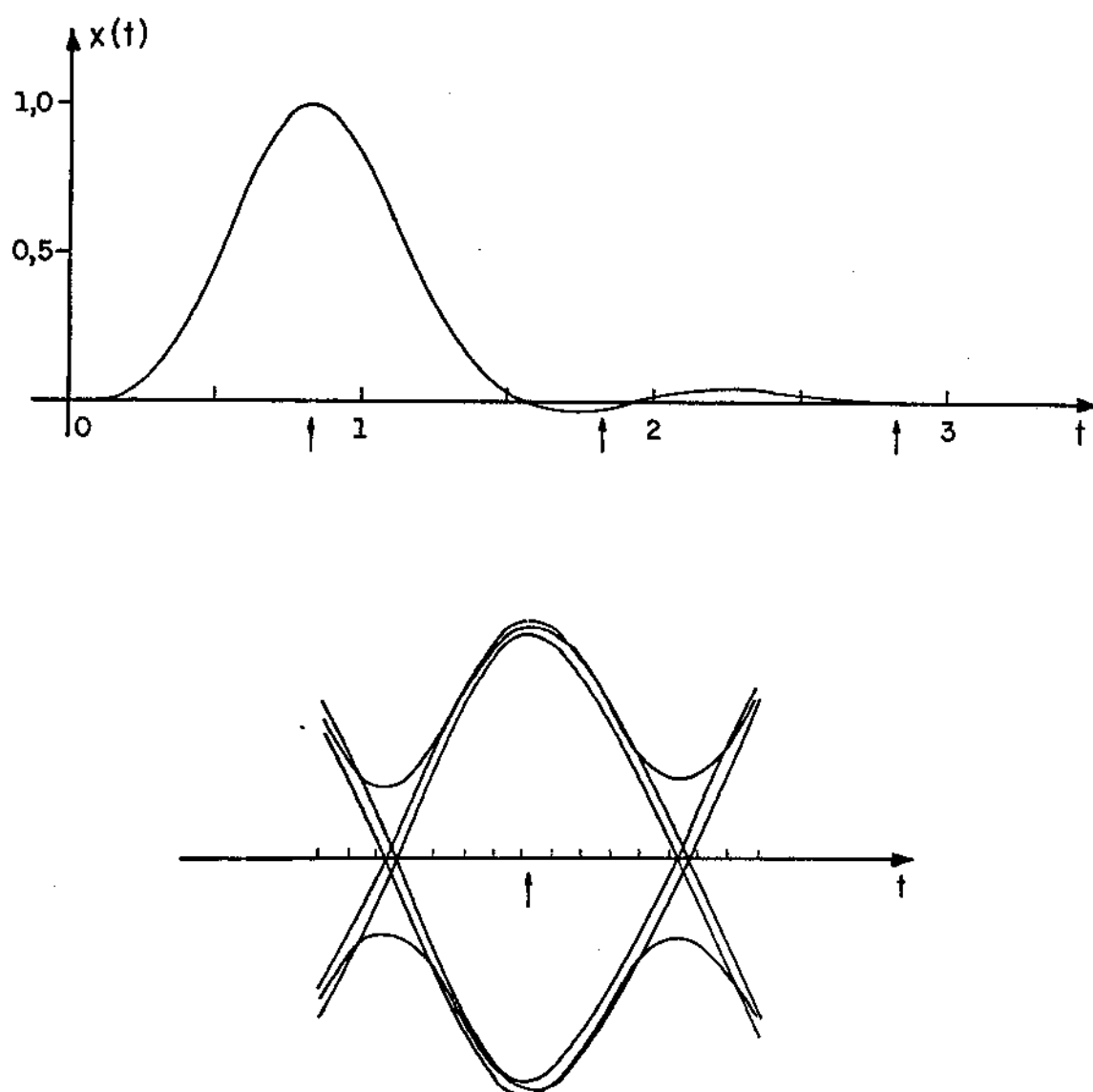


Figura 4.8 - Resposta impulsiva e diagrama de olho parcial normalizado (tabela 4.3) para canal exponencial.

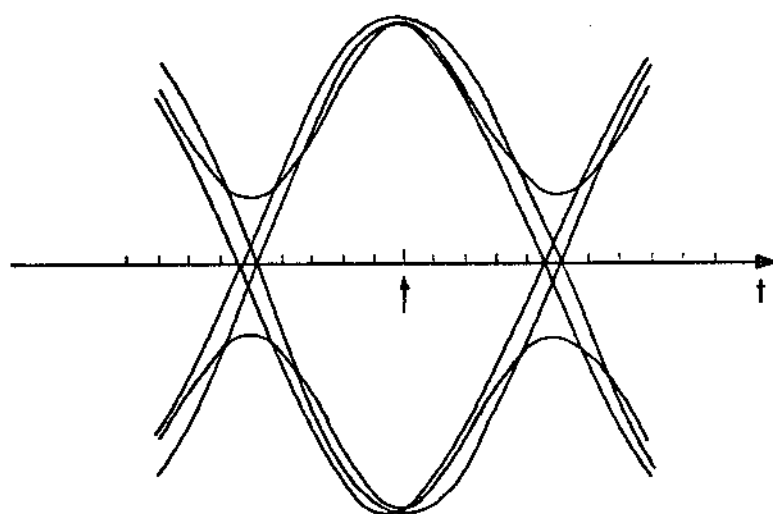
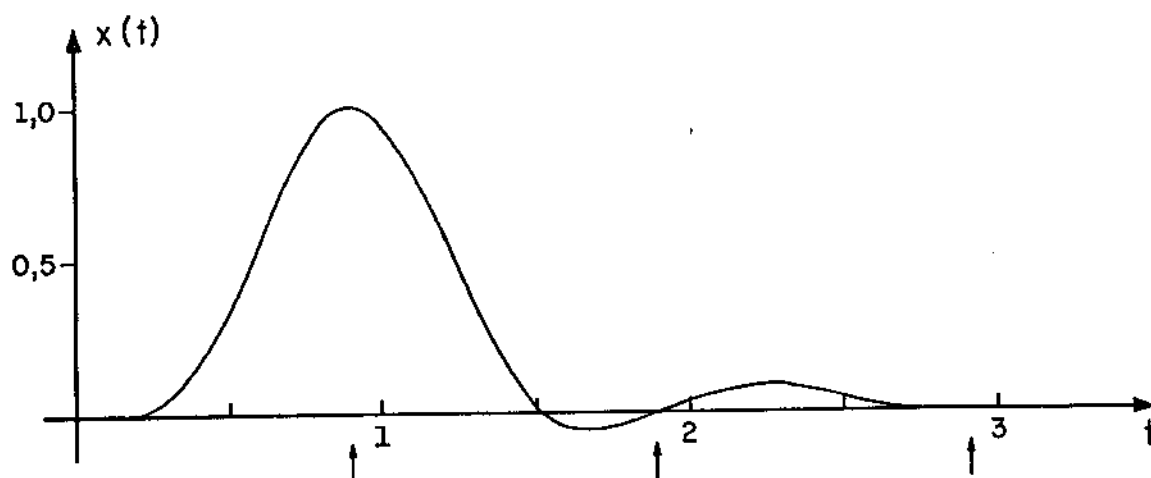


Figura 4.9 - Resposta impulsiva e diagrama de olho parcial, normalizados (tabela 4.4), para canal exponencial.

5428180

4.6 Conclusões

Apresentamos, neste trabalho, um estudo da otimização numérica de filtros de transmissão e de recepção no domínio do tempo, utilizando o critério do mínimo erro quadrático médio. Os filtros assim obtidos são necessariamente realizáveis, por hipótese.

Enquanto a maioria dos trabalhos sobre otimização de filtros equalizadores são restritos ao domínio da frequência, neste trabalho a otimização se processa inteiramente no domínio do tempo. Obviamente o tratamento no domínio temporal é mais realista, pois o desempenho final e concludente de um sistema de transmissão digital é realizado nesse domínio, através da avaliação da probabilidade de erro de bit. Além do mais, uma otimização restrita apenas ao domínio da frequência, em geral não permite ao projetista avaliar com facilidade como os eventuais erros de amplitude e fase afetam o desempenho do sistema no domínio do tempo. Indiscutivelmente, o critério de otimização mais apropriado no domínio do tempo é o da mínima probabilidade de erro de bit. Todavia, a implementação desse critério é bastante complexa [1], daí a nossa opção pelo critério do mínimo erro quadrático médio. Em geral, para altas relações sinal/ruído esses dois critérios se equivalem, quando o ruído é Gaussiano branco [1].

Uma desvantagem do presente método de otimização, é a complexidade e o tempo exagerado de computação numérica, especialmente quando o número de variáveis a serem otimizadas é grande. Por exemplo, a otimização simultânea do filtro de

transmissão e do filtro de recepção, onde este último pode também estar agregado a um equalizador de fase, deve apresentar um elevado número de variáveis independentes, tornando o problema exageradamente complexo. Obviamente essa complexidade é relativa, pois ela é função da capacidade operacional do computador que se utiliza. Naturalmente, o surgimento de computadores cada vez mais rápidos poderá tornar perfeitamente viável a otimização conjunta e global de um sistema de transmissão digital como está apresentado neste trabalho.

O programa de otimização aqui apresentado foi implementado em um computador IBM/370 do Campus de São Carlos da Universidade de São Paulo. Embora este seja um computador de grande porte, hoje já existem computadores bem mais rápidos e eficientes.

Quando a complexidade do sistema for muito grande pode-se recorrer, talvez, a uma otimização por partes. Obviamente, isto poderá acarretar um maior trabalho ao projetista pois consiste de um processo iterativo onde se exige um maior conhecimento das várias partes envolvidas. Provavelmente, uma otimização simultânea no domínio do tempo e no da frequência, poderá resultar em alguma economia de CPU, já que neste caso o gradiente utilizado para se encontrar o ponto inicial poderá ser dispensado.

Finalmente, é importante salientar que alguns cuidados especiais são necessários na utilização dos programas aqui apresentados. Por exemplo, o método utilizado apresentou uma certa tendência de convergência para pontos distintos do ponto de mínimo (que estamos supondo seja único). Provavelmente este comportamento indesejável não deverá ser decorrente da própria

natureza da função objetivo, mas sim de possíveis erros de truncamento, principalmente na integração para o cálculo da resposta impulsiva $x(t)$. Devemos enfatizar que, por problemas de memória do computador, fomos obrigados a utilizar precisão simples em todas as sub-rotinas.

Alguns resultados numéricos nos levaram a crer que para valores não muito distantes do ponto de mínimo, a função objetivo é bem comportada (pelo menos macroscopicamente). Por exemplo na figura 4.10 apresentamos uma variação típica da função objetivo (f_0) com o parâmetro $x_5 = t_0$ (instante de amostragem).

Na figura 4.11 apresentamos uma curva típica da variação da função objetivo com a variável $x_1 = C_1$, mantendo as demais fixadas. Neste caso podemos observar um comportamento mais irregular que o da figura 4.10, porém ainda com uma característica convexa em torno do ponto de mínimo.

Nas figuras 4.12, 4.13 e 4.14 apresentamos as variações da função objetivo com as variáveis $x_2 = L_2$, $x_3 = C_3$ e $x_4 = L_4$, respectivamente. Podemos observar, principalmente nos dois primeiros casos, que o comportamento da função objetivo apresentou pontos estacionários indesejáveis, além do ponto de mínimo unidimensional. Estes exemplos nos mostram claramente a necessidade de se definir inicialmente uma região restrita em torno do ponto de mínimo, afim de se evitar os pontos estacionários indesejáveis durante a otimização. Tal região pode ser obtida, por exemplo utilizando-se o gradiente já citado.

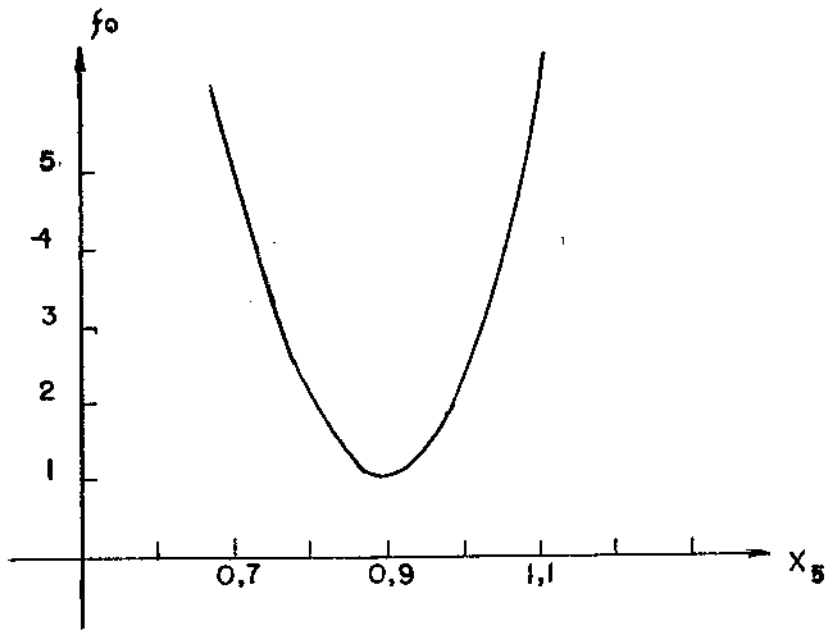


Figura 4.10 - Variação da função objetivo normalizada, com a variável $x_5 = t_0$

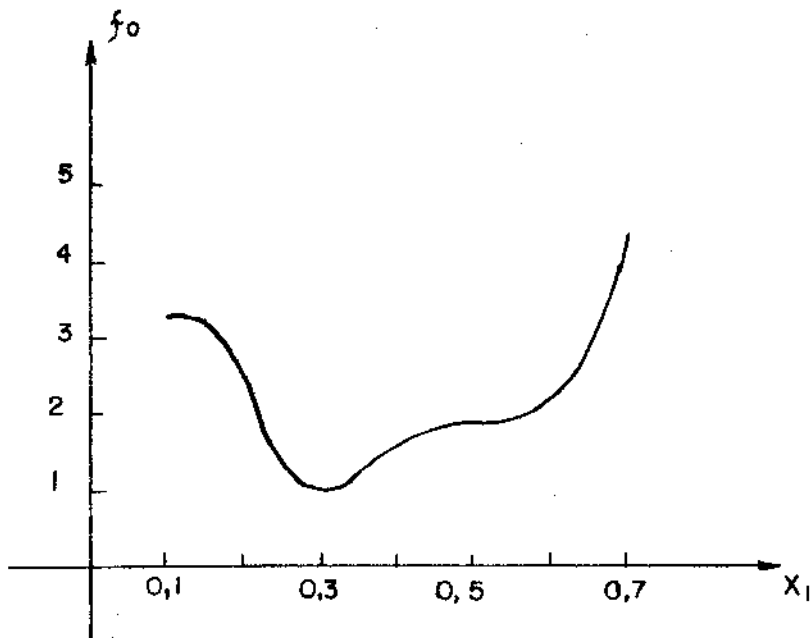


Figura 4.11 - Variação da função objetivo normalizada, com a variável x_1 .

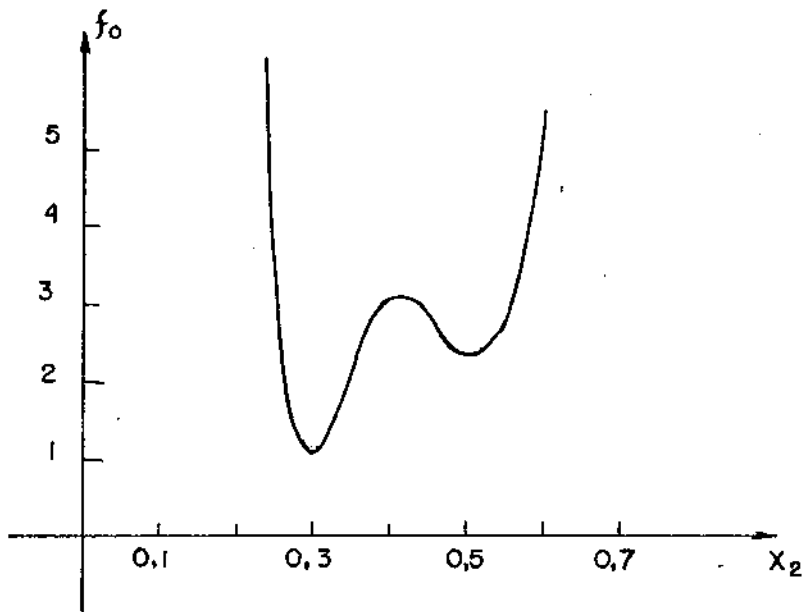


Figura 4.12 - Variação da função objetivo normalizada, com a variável x_2

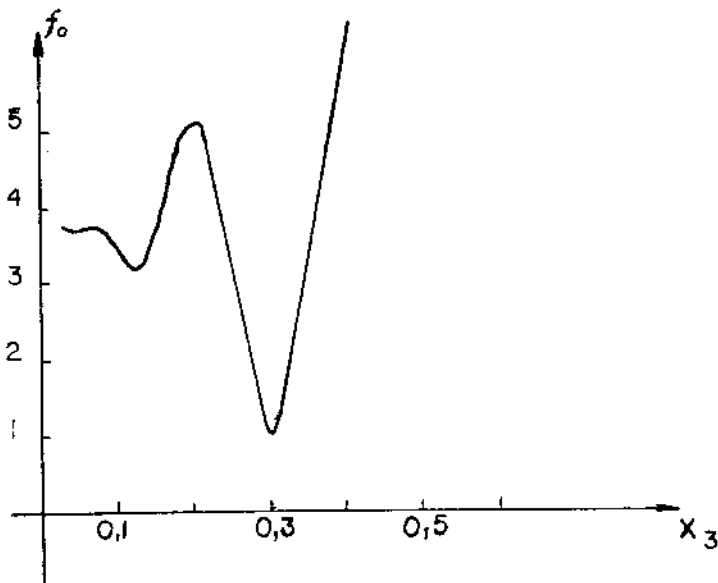


Figura 4.13 - Variação da função objetivo normalizada, com a variável x_3

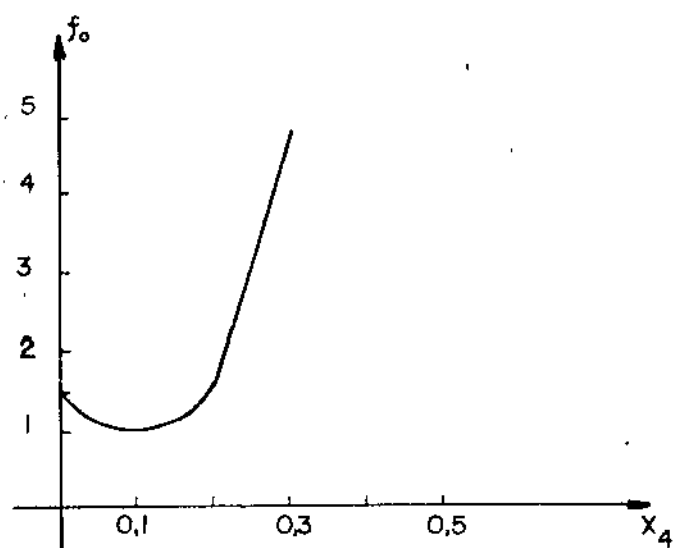


Figura 4.14 - Variação da função objetivo normalizada, com a variável x_4 .

APÊNDICE A1

DESCRIÇÃO DA SUB-ROTINA E04JBF

1. Objetivo

Esta sub-rotina utiliza um algoritmo Quasi-Newton, para encontrar um ponto estacionário de uma função de diversas variáveis, sujeitas a limites fixados, inferiores e superiores nas variáveis da função.

Este algoritmo é aplicável quando o problema é apresentado do seguinte modo:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Minimize } F(\underline{x}) = F(x_1, x_2, \dots, x_N) \\ \text{Sujeita às restrições } l_j \leq x_j \leq u_j \quad (j=1, 2, \dots, N) \end{array} \right.$$

Nesta sub-rotina, são incluídos dispositivos especiais para problemas de minimização sem restrições, isto é, sem limites nas variáveis, bem como para problemas com limites do tipo $x_j \geq 0$ e para problemas para os quais $l_1=l_2=\dots=l_n$ e $u_1=u_2=\dots=u_n$. É possível, ainda, especificar que uma das variáveis seja mantida constante. Quando da utilização desta rotina, o usuário deve fornecer um ponto para iniciar a iteração, e uma sub-rotina externa, declarada como FUNCT, cuja finalidade é calcular $F(\underline{x})$ em cada ponto $\underline{x}$.

2. Especificação

```
SUBROUTINE E04JBF(N,FUNCT,MONIT,IPRINT,LOCSCH,INTYPE,  
                MAXCAL,ETA,XTOL,STEPMX,FEST,DELTA ,  
                IBOUND, BL,BU,X,HESL,LH,HESD,ISTATE,  
                F,G,IW,LIW,W,LW,IFAIL)
```

3. Resumo dos Parâmetros

- N - Especifica o número de variáveis do problema.
- FUNCT - Sub-rotina externa, fornecida pelo usuário, cuja função é avaliar $F(\underline{x})$ em cada ponto $\underline{x}$.
- MONIT - Sub-rotina utilizada, se necessário, para a monitoração do processo de minimização.
- IPRINT - Indica a frequência de chamada de MONIT. Se IPRINT < 0 significa que esta sub-rotina não é utilizada. IPRINT = 0, MONIT é chamada, somente no final do programa.
- LOCSCH - Parâmetro lógico que especifica se é requerida, ou não, uma pesquisa local quando um ponto é suspeito ser um mínimo.
- INTYPE - Fornece a opção para os valores iniciais de F, G, HESL, HESD, ISTATE. Se INTYPE=0, nenhum valor inicial é requerido.
- MINLIN - Sub-rotina fornecida pela biblioteca da NAG. Deve ser declarada com EXTERNAL.
- MAXCAL - Limita o número de vezes que é chamada FUNCT. É razoável estabelecer $MAXCAL=40.N.(N+5)$.

- ETA - Indica a precisão com que é feita as pesquisas lineares, isto é, a minimização de $F(\underline{x} + \alpha \underline{d})$ com respeito a α . Este parâmetro recai na faixa $0.0 \leq \text{ETA} \leq 1.0$ e para um desempenho eficiente $\text{ETA}=0.5$ é sugerido.
- XTOL - Especifica a precisão requerida para a solução. Por exemplo, se $\text{XTOL}=10^{-4}$ é obtida uma precisão até a quarta casa decimal.
- STEPMX - Especifica uma estimativa da distância Euclidiana entre a solução e o ponto de início fornecido pelo usuário. Para uma melhor eficiência é aconselhado fazer uma superestimativa deste valor.
- DELTA - Arranjo real de dimensão N que fornece o comprimento do passo, para cada variável, a fim de se obter uma aproximação das derivadas parciais de $F(\underline{x})$.
- IBOUND - Especifica o tipo de restrições nas variáveis, isto é, se o problema é sem restrições, ou então limitado nas variáveis.
- IBOUND=0 as variáveis são limitadas e cada limite é fornecido separadamente,
- IBOUND=1 problema sem restrições,
- IBOUND=2 os limites são da forma $x_j \geq 0$, para todo j,
- IBOUND=3 os limites iguais, ou seja, $\ell_1 = \ell_2 = \dots = \ell_N$,
 $u_1 = u_2 = \dots = u_N$,
- IBOUND=4 problema sem restrições e IFLAG=3.
- BL - arranjo real de dimensão N contendo os limites inferiores.
- BU - arranjo real de dimensão N contendo os limites superiores.

Parâmetros de entrada / saída

- X - arranjo de dimensão N. Na entrada contém uma estimativa da posição de mínimo, e no final a solução do problema.
- HESL - arranjo de dimensão $N(N-1)/2$.
- LH - inteiro de valor $N(N-1)/2$ que especifica a dimensão real de HESL.
- HESD - arranjo de dimensão pelo menos N; junto com HESL, são usados para armazenar os dados das derivadas de segunda ordem de $F(\underline{x})$ (matrizes L e D). Se INTYPE=0 HESL e HESD são iniciados internamente, se INTYPE=1 o usuário deve fornecer as derivadas segundas de $F(\underline{x})$ em HESD, e os elementos de HESL devem ser nulos.
- ISTATE - arranjo de dimensão N, contendo informações acerca dos limites das variáveis, utilizado internamente.
- F - no final contém o valor da função no ponto solução.
- G - arranjo de dimensão N, contendo as derivadas parciais de $F(\underline{x})$ com relação a x_j .
- IW - espaço para trabalho com dimensão pelo menos 2.
- LIW - indica a dimensão real de IW.
- W - espaço de trabalho com dimensão 9N.
- LW - indica a dimensão real de W.
- IFAIL - parâmetro indicador de erro.
 <0 indica que IFLAG foi estabelecido negativo na sub-rotina FUNCT,
 =1 algum parâmetro está fora da faixa especificada,
 =2 foram feitas MAXCAL iterações e a solução ainda não foi encontrada,

=3 nem todas as condições de mínimo foram encontradas, mas o ponto obtido provavelmente é a solução (está relacionado com erros de arredondamento),
=4 ocorre quando $INTYPE \neq 0$, neste caso faça $INTYPE=0$,
=5 a pesquisa local falhou e o problema, provavelmente, não tem solução.

4. Sub-rotinas fornecidas pelo usuário

4.1. Sub-rotina FUNCT

SUBROUTINE FUNCT (IFLAG, N, XC, FC, GC, IW, LIW, W, LW)

Sub-rotina que calcula o valor da função objetivo em cada ponto XC fornecido por E04JBF.

IFLAG - pode ser estabelecido dois valores, 0 ou 3 .

O valor zero indica que um único valor da função é requerido e o valor três (ocorre com $IBOUND=4$) indica que um conjunto de N valores da função é requerido (este valor não é utilizado).

N - é o número de variáveis.

XC - contém o ponto atual da iteração.

FC - contém o valor da função objetivo no ponto X_C

GC - arranjo de dimensão N, utilizado quando $IFLAG=3$ para o cálculo de N valores da função.

IW -	}	parâmetros especificados anteriormente.
LIW -		
W -		
LW -		

4.2. Sub-rotina MONIT

```
SUBROUTINE MONIT (N, XC, FC, GC, ISTATE, GPJNRM, COND,  
                  POSDEF, NITER, NF, IW, LIW, W, LV)
```

Esta sub-rotina não foi utilizada neste trabalho, devendo ser fornecida quando é fácil de se trabalhar analiticamente com a função objetivo. Sendo assim, como não se utilizou esta sub-rotina, seus parâmetros não são especificados aqui. Para maiores informações, consultar o manual de utilização da NAG [5].

APÊNDICE A2

LISTAGEM DOS PROGRAMAS EM FORTRAN

O objetivo deste apêndice é apresentar as listagens dos programas descritos no Capítulo 4, e referentes aos exemplos práticos apresentados, considerando o canal exponencial.

```
PROJETO DE FILTROS LC PARA TRANSMISSAO DE DADOS
METODO      MINIMIZACAO DO ERRO MEDIO QUADRATICO
-----
PROGRAMA PRINCIPAL
-----
LOGICAL LOCSCH
REAL BU(5),BU(5),DELTA(5),HESD(5),G(5),HESL(18)
      ,W(45),X(5)
      ,INTEGER ISTATE(5),IW(5)
      ,EXTERNAL FUNCT,MONIT,E04JF3
      ,WRITE(3,1030)
-----
LEITURA DOS DADOS INICIAIS
-----
OPEN(UNIT=1,STATUS='OLD',FILE='0001',FPA='FORMATTED')
READ(1,2)(V(I),I=1,N)
FORMAT(5F4.4)
-----
ENTRADA DE DADOS
-----
DATA N,LH,LW,LW5,IR,5,56/
PRINT = 1
LOCSCH = .TRUE.
INTYPE = 2
MAXCAL = 40*N*(N+5)
PIA = 0.5
XITL = 1.0E-04
STEPX = 10.0
PEST = 0.0
DATA DELTA/0.0001,0.0001,0.0001,0.0001,0.0001,0.0001/
-----
ENTRE COM OS LIMITES DAS VARIAVEIS
-----
IBOUND = 3
BL(1) = 0.0
BU(1) = 2.0
IFAIL = 1
-----
SUBROTINA PARA MINIMIZACAO E04JF
-----
CALL E04JF(N,FUNCT,MONIT,PRINT,LOCSCH,INTYPE,
      ,E04J30,MAXCAL,PIA,XITL,STEPX,PEST,DELTA,IBOUND,
      ,BL,BU,X,HESL,LH,HESD,ISTATE,P,IR,IW,IA,LV,IFAIL)
-----
SAIDA DOS RESULTADOS
-----
IF(IFAIL.NE.0)WRITE(3,1040)IFAIL
IF(IFAIL.EQ.1)GO TO 20
```

0000000000

0000

0000

0000

0000

0000


```

-----
CALCULO DO CANAL DE TRANSMISSAO CA
-----
SB = (-0.50)*SORT(SR)
SA = (0.0,1.0)*SB
CA(J) = EXP(SB)*CEXP(SA)
-----
TRANSFORMADA DE FOURIER DO SISTEMA
-----
C12(J) = GR(J)*CA(J)*CEXP(ZA)
C12R(J) = REAL(C12(J))
C12P(J) = C12R(J)*SINC(J)
C12R(J) = C12R(J) + C12R(J)
-----
RESPOSTA DO SISTEMA
-----
CALL QSINT(H,C12R,7,NDIM)
XT(1) = Z(NDIM)
XT2(1) = XT(1)*XT(1)
-----
CALCULO DA FUNCAO OBJETIVO
-----
300 SOMA2 = SOMA2 + XT2(1)
-----
FC = (SOMA2-XT2(1)+PRSD)/XT2(1)
-----
RETURN
END
-----
SUBROUTINE QSINT(H,Y,Z,NDIM)
-----
ESTA SUB CALCULA A INTEGRAL DE UMA FUNCAO PELO
METODO DE SIMPSON.
H = O PASSO DE INTEGRACAO
Y = VETOR COM OS VALORES DA FUNCAO
Z(NDIM) = A SAIDA CENTRAL DA SOLUCAO
NDIM = O NUMERO DE PONTOS DA FUNCAO
-----
DIMENSION Y(1),Z(1)
HT = .3333333*H
IF(NDIM-5) 7,2,1
SUM1 = Y(2) + Y(2)
SUM1 = SUM1 + SUM1
SUM1 = HT*(Y(1)+5*Y(2)+Y(3))
AUX1 = Y(4) + Y(4)
AUX1 = AUX1 + AUX1
AUX1 = HT*(Y(3)+3*Y(4)+Y(5))
AUX2 = HT*(Y(1)+Y(3)+Y(5))
SUM2 = Y(5)+Y(5)

```

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63 64 65 66 67 68 69 70 71 72 73 74 75 76 77 78 79 80 81 82 83 84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96 97 98 99 100

01500
01510
01520
01530
01540
01550
01560
01570
01580
01590
01600
01610
01620
01630
01640
01650
01660
01670
01680
01690
01700
01710
01720
01730
01740
01750
01760
01770
01780
01790
01800
01810
01820
01830
01840
01850
01860
01870
01880
01890
01900
01910
01920
01930
01940
01950
01960
01970
01980
01990

```

SUM2 = SUM2+SUM2
SUM2 = AUX2-IT*(Y(4)+SUM2+Y(6))
Z(1) = 0
AUX = Y(3)+Y(3)
Z(2) = AUX + AUX
Z(3) = SUM2-IT*(Y(2)+AUX+Y(4))
Z(4) = SUM1
IF(NDIM-5) 3, 2
DO 4 I=7,NDIM,2
SUM1 = AUX1
SUM2 = AUX2
AUX1 = Y(I-1)+Y(I-1)
AUX2 = Y(I-1)+AUX1
AUX1 = SUM1+IT*(Y(I-2)+AUX1+Y(1))
Z(I-2) = SUM1
IF(I-NDIM) 3, 5, 6
AUX2 = Y(I)+Y(I)
AUX2 = AUX2+AUX2
AUX2 = SUM2+IT*(Y(I-1)+AUX2+Y(I+1))
Z(I-1) = SUM2
Z(NDIM-1) = AUX1
Z(NDIM) = AUX2
RETURN
Z(NDIM-1) = SUM2
Z(NDIM) = AUX1
RETURN
IF(NDIM-3) 12, 11, 5
SUM2 = 1.125*IT*(Y(1)+Y(2)+Y(2)+Y(3)+Y(3)+Y(3)+Y(4))
SUM1 = Y(2)+Y(2)
SUM1 = SUM1+SUM1
SUM1 = IT*(Y(1)+SUM1+Y(3))
Z(1) = 0
Z(1) = Y(3)+Y(3)
AUX1 = AUX1+AUX1
SUM2-IT*(Y(2)+AUX1+Y(4))
Z(2) = SUM1
IF(NDIM-5) 10, 9
AUX1 = Y(4)+Y(4)
AUX1 = AUX1+AUX1
SUM1+IT*(Y(3)+AUX1+Y(5))
Z(3) = SUM1
Z(4) = SUM2
IF(NDIM-4) 11, 10
SUM1 = IT*(1.25*Y(1)+Y(2)+Y(2)-.25*Y(3))
Z(2) = Y(2)
SUM2+SUM2
IT*(Y(1)+SUM2+Y(3))
Z(3) = 0
Z(4) = 0
RETURN

```

01990
 02000
 02010
 02020
 02030
 02040
 02050
 02060
 02070
 02080
 02090
 02100
 02110
 02120
 02130
 02140
 02150
 02160
 02170
 02180
 02190
 02200
 02210
 02220
 02230
 02240
 02250
 02260
 02270
 02280
 02290
 02300
 02310
 02320
 02330
 02340
 02350
 02360
 02370
 02380
 02390
 02400
 02410
 02420
 02430
 02440
 02450
 02460
 02470
 02480
 02490


```
-----
FILTRO TRANSMISSOR GT
-----
SINC(J) = (0.5*SIN(SR))/SR
SA = (-0.50)*SPT(SR)
SA = (0.0,1.0)*SA
-----
CANAL DE TRANSMISSAO EXPERIENCIAL
-----
GA(J) = EXP(SB)*CEXP(SA)
-----
MAPEAMENTO DO FILTRO
-----
SAJX = S*5
VAUX2 = AUX12*SAJX*SAUX
VAUX2 = VAUX2 + IJXI1*SAJX
VAUX2 = VAUX2 + (2.0,0.0)
VAUX3 = AUX14*SAJX
VAUX3 = VAUX3 + IJXI3
VAUX3 = 31*VAJX3*5
GR(J) = (CEXP(-1.5708*SI*CA(J)))/(VAUX2+VAUX3)
GR(J) = GR(J)*SINC(J)
100
-----
RESPOSTA AO IMPULSO DO SISTEMA (GT-CA-SP)
-----
I = -0.1
DO 200 I=1,51
I = I+0.1
S = (0.0,-0.05)
DO 200 J=1,NDIM
S = S+(0.0,0.05)
IAJX = 31*I*5
C12(J) = GR(J)*CEXP(IAJX)
C12(J) = 31*AL(C12(J))
C12(J) = C12(J) + C12(J)
CALL CSINT(4,C12,2,4616)
RT(I) = Z(NDI4)
200
300
-----
DIAGRAMA DE BLHO PARA A SEQUENCIA DE DADOS ALEATORIA
-----
IX = 57
DO 450 J=1,100
-----
SEQUENCIA ALEATORIA DE DADOS
-----
CALL RANDJIR,I2JIT,SCUT)
I2 = I2JIT
I2 = (ROUT-0.9)*20,420,430
AJJ = -1.9
CALL T(45)
420
430
450
CUT INU=
-----
```

0000

0000 0000

0000

0000

0000

0500
0510
0520
0530
0540
0550
0560
0570
0580
0590
0600
0610
0620
0630
0640
0650
0660
0670
0680
0690
0700
0710
0720
0730
0740
0750
0760
0770
0780
0790
0800
0810
0820
0830
0840
0850
0860
0870
0880
0890
0900
0910
0920
0930
0940
0950
0960
0970
0980
0990
1000

```

00 600 N=2,20
00 500 I=1,20
00 400 IF(I-10) 460,460,470
00 300 RAUX = 2.0
00 200 GO TO 500
00 100 RAUX = A(N-1)*XT(I-10)
00 000 RAUX = A(N)*XT(I) + A(N+1)*XT(I+10) + A(N+2)*XT(I+20)
00 000 RAUX = A(N+3)*XT(I+30) + RAUX
00 000 CONTINUE
00 000 SAIDA DOS RESULTADOS
00 000
00 000 WRITE(3,650)
00 000 FORMAT(1X,'SEQUENCIA DE DADOS',/)
00 000 WRITE(3,700)(A(N),N=1,100)
00 000 FORMAT(1X,'I=1,51)
00 000 WRITE(3,800)(I,XT(I),I=1,51)
00 000 FORMAT(1X,'I=14,10X,XT(I) = ',F10.5)
00 000 WRITE(3,900)
00 000 FORMAT(1X,'INTERFERENCIA ENTRE SIMBOLOS',/)
00 000 GO TO 1200
00 000 N=2,20
00 000 WRITE(3,1000)N
00 000 FORMAT(1X,'ISI NO PULSO 4 = ',I3,/)
00 000 WRITE(3,1100)(I,RSI(I,N),I=1,20)
00 000 FORMAT(1X,'I=1,20)
00 000 WRITE(3,1200)
00 000 FORMAT(1X,'I=1,12,10X,RSI(I,N) = ',F10.5)
00 000 CONTINUE
00 000 STOP
00 000 END

```

```

00 600 N=2,20
00 500 I=1,20
00 400 IF(I-10) 460,460,470
00 300 RAUX = 2.0
00 200 GO TO 500
00 100 RAUX = A(N-1)*XT(I-10)
00 000 RAUX = A(N)*XT(I) + A(N+1)*XT(I+10) + A(N+2)*XT(I+20)
00 000 RAUX = A(N+3)*XT(I+30) + RAUX
00 000 CONTINUE
00 000 SAIDA DOS RESULTADOS
00 000
00 000 WRITE(3,650)
00 000 FORMAT(1X,'SEQUENCIA DE DADOS',/)
00 000 WRITE(3,700)(A(N),N=1,100)
00 000 FORMAT(1X,'I=1,51)
00 000 WRITE(3,800)(I,XT(I),I=1,51)
00 000 FORMAT(1X,'I=14,10X,XT(I) = ',F10.5)
00 000 WRITE(3,900)
00 000 FORMAT(1X,'INTERFERENCIA ENTRE SIMBOLOS',/)
00 000 GO TO 1200
00 000 N=2,20
00 000 WRITE(3,1000)N
00 000 FORMAT(1X,'ISI NO PULSO 4 = ',I3,/)
00 000 WRITE(3,1100)(I,RSI(I,N),I=1,20)
00 000 FORMAT(1X,'I=1,20)
00 000 WRITE(3,1200)
00 000 FORMAT(1X,'I=1,12,10X,RSI(I,N) = ',F10.5)
00 000 CONTINUE
00 000 STOP
00 000 END

```

0000

0000000000

```

SUBROUTINE PARA GERAR NUMEROS ALEATORIOS
IR NUMERO INTERIO PARA INICIAR ALGORITMO
IROUT VARIÁVEL AUXILIAR
RROUT VA SAIDA CONTINUA NUMERO ENTRE ZERO E UM
COM DISTRIBUICAO UNIFORME
SUBROUTINE RANDU(IP,IROUT,RROUT)
RROUT = IR*1234
RROUT = RROUT/5.5*5
RROUT = RROUT + 2147483647 + 1
RROUT = RROUT
RROUT = RROUT/2147483647.
RETURN
END

```

5 5

APR000010
APR000020
APR000030
APR000040
APR000050
APR000060
APR000070
APR000080
APR000090
APR000100
APR000110
APR000120
APR000130
APR000140
APR000150
APR000160
APR000170
APR000180
APR000190
APR000200
APR000210
APR000220
APR000230
APR000240
APR000250
APR000260
APR000270
APR000280
APR000290
APR000300
APR000310
APR000320
APR000330
APR000340
APR000350
APR000360
APR000370
APR000380
APR000390
APR000400
APR000410
APR000420
APR000430
APR000440
APR000450
APR000460
APR000470
APR000480
APR000490
APR000500
APR000510
APR000520

```
PROJETO DE FILTROS LC PARA TRANSMISSAO DE DADOS
METODO APROXIMACAO POR GRADEAMENTO

PROGRAMA PARA OBTER VALOR INICIAL DO VETOR X

DIMENSIONAMENTO DAS VARIAVEIS
REAL XC(5),XIN(5)
ENTRADA DE DADOS
N = 5
M = 10
MS = 5
LEITURA DADOS INICIAIS
OPEN(UNIT=1,STATUS='OLD',FILE='DAPRO',FORM='FORMATTED')
READ(1,2)(XC(I),I=1,N)
FORMAT(5F5.3)
DO 4 J=1,N
  XIN(J) = XC(J)
PASO DE PESQUISA
DELTA = 0.1
VALOR MAXIMO DE F
E = 10.0
INICIO DA PESQUISA
DO 400 I=1,M
  XC(1) = XC(1) + DELTA
  DO 300 J=1,4
    XC(2) = XC(2) + DELTA
    DO 200 K=1,4
      XC(3) = XC(3) + DELTA
      DO 100 L=1,4
        XC(4) = XC(4) + DELTA
        DO 50 L5=1,45
          XC(5) = XC(5) + DELTA
CHAMADA DE FUNCO(N,XC,FC)
S88 IDENTIFICA PROGRAMA PRINCIPAL + SOMENTE COM
ARGUMENTOS DIFERENTES
```

2 4

BIBLIOGRAFIA

1. LUCKY R. W., SALZ J., WELDON E. J., "Principles of Data Communication", McGraw-Hill Book Co., 1968.
2. SHANMUGAM K.S., "Digital and Analog Communication Systems", John Wiley & Sons Inc., 1979.
3. FRANK L.E., "Data Communication: Fundamentals of Base-band Transmission", Dowden, Hutchinson & Ross Inc., 1974.
4. WALSH G. R., "Methods of Optimization", John Wiley & Sons Inc., 1975.
5. NAG-FORTRAN LIBRARY MANUAL, MARK8, Illinois, 1981.
6. NAG-FORTRAN MINI MANUAL, MARK8, Illinois, 1980.
7. IBM, Scientific-Subroutine package.
8. LIND L.F., NADER S.E., "Realizable Filters that Minimize Intersymbol Interference", The Radio and Electronics Engineer, vol. 48, nº 12, pp 612-618, december, 1978.
9. LIND L.F., NADER S.E., "Design Tables for a Class of Data Transmission Filters", Electronics Letters, Vol.13,nº19, 15th september, 1977.
10. LIND L. F., NADER S.E., "Optimal Analogue Filter for Data Transmission", Proc. IEEE International Symposium on Circuits and Systems, Arizona, USA, pp 344-347, april , 1977.
11. LOPES A., CHIOUITO J.C., WALDMAN H., "Relações entre Amplitude e Fase em Sistemas Lineares Realizáveis", Relatório Técnico nº 033/80. Convênio UNICAMP/TELEBRAS. 1981.
12. BLATT J.M., "Introduction to Fortran IV Programming", Good year Publishing Company, 1971.
13. ASCROFT J., ELDRIGE R.H., Paulson G.A., WILSON, G.A. "Programming with Fortran 77", Granada Publishing Ltd., 1981.