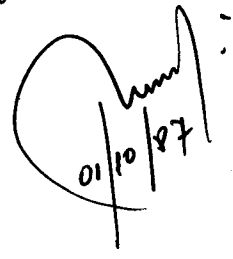


Este exemplar compoñdi a notação  
final da tese defendida por Dalgylti  
Luis Milany, aprovada pela Comissão  
Julgadora em 24/08/87

  
01/10/87

"UMA CONTRIBUIÇÃO AO ESTUDO DO CONTROLE  
DE REATIVOS EM PONTES RETIFICADORAS  
ASSIMÉTRICAS SEMI-CONTROLADAS"

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA DE CAMPINAS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

UMA CONTRIBUIÇÃO AO ESTUDO DO CONTROLE  
DE REATIVOS EM PONTES RETIFICADORAS  
ASSIMÉTRICAS SEMI-CONTROLADAS

102 DALGERTI LELIS MILANEZ

Orientador:

Mauro Sergio Miskulin

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia de Campinas/FEC/UNICAMP/ como parte dos requisitos exigidos para obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA ELÉTRICA.

Agosto - 1987

**UNICAMP**  
**BIBLIOTECA CENTRAL**

À minha esposa, Maria Tereza,  
aos meus filhos, Daniel e  
Rafael, e aos meus familiares

**Meus Agradecimentos:**

- . ao Mauro, pelo estímulo e confiança em mim depositada;
- . aos colegas do DEE/FEIS/UNESP pelo apoio;
- . aos amigos, pela afetividade.

A realização deste trabalho teve o apoio financeiro:

- . da Universidade Estadual Paulista - UNESP;
- . da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES.

## SIMBOLOGIA BÁSICA

CC	- corrente contínua
CA	- corrente alternada
$i_{CA}$ ou $i_{LS}$	- corrente no secundário do transformador
$i_{CC}$ ou $i_{LL}$	- corrente no motor
$v_C$	- tensão no capacitor
$i_C$	- corrente no capacitor
$e_s$	- f.e.m. induzida no secundário do transformador
E	- f.c.e.m. induzida na armadura do motor
$v_S$	- tensão nos terminais do transformador
$\omega$	- frequência angular (60 Hz)
$\omega_0$	- frequência natural do sistema de 2a. ordem
$\alpha$	- ângulo de disparo dos tiristores
$\alpha'$	- amortecimento do sistema de 2a. ordem
RS	- resistência do circuito do lado CA
RL	- resistência do circuito do lado CC
RA	- resistência do filtro
LS	- indutância do circuito do lado CA
LL	- indutância do circuito do lado CC
C	- capacitância do filtro

- m $\bar{x}$  ou m - sub-índice que indica o valor máximo de uma função
- med - sub-índice que indica o valor médio de uma função
- ef - sub-índice que indica o valor eficaz de uma função
- $I_{LSn}$ ,  $I_{LLn}$  - componentes harmônicas de n-ésima ordem das correntes  $I_{LS}$  e  $I_{LL}$  (valores eficazes)
- $T_1$ ,  $T_2$  - tiristores 1 e 2
- $D_1$ ,  $D_2$  - diodos 1 e 2
- $t_0$  -  $t_6$  - instantes de tempo

## ÍNDICE

	Pág.
<b>Capítulo 1</b> - Introdução -----	01
<b>Capítulo 2</b> - Revisão Bibliográfica -----	05
2.1 - Características Gerais do Motor de Tração e do Conversor -----	05
2.2 - A Ponte Assimétrica Semi-Controlada --	07
2.3 - Modelos Matemáticos -----	09
2.3.1 - Reatância de Dispersão no Secundário do Transformador (LS) Nula e Reatância de Suavização (LL) Infinita -----	09
2.3.2 - LS Não Nula e LL Infinita ----	15
2.3.3 - LS Não Nula e LL Finita -----	17
2.4 - Potências Desenvolvidas e Fator de Potência -----	26
2.5 - Compensação das Potências Reativa e Distorsiva -----	29
<b>Capítulo 3</b> - Simulação do Sistema Conversor-Motor de Tração com Filtro RC -----	33
3.1 - Método Numérico de Runge-Kutta de 4ª ordem -----	35



3.2 - Método Analítico -----	45
3.2.1 - Verificação da Solução do Sistema no Período $t_1 - t_4$ -----	55
3.3 - Comparação entre os Resultados Obtidos por Runge-Kutta e pelas Funções Analíticas no Período $t_1 - t_4$ -----	57
<b>Capítulo 4 - Métodos Empregados na Análise para Obtenção do Fator de Potência e das Componentes Harmônicas</b> -----	60
4.1 - Obtenção das Formas de Ondas e suas Representações -----	60
4.1.1 - Caso LWER; A Ponte Sem o Filtro RC -----	60
4.1.2 - Caso LWERC; A Ponte com o Filtro RC -----	61
4.2 - Análise das Formas de Ondas -----	61
4.2.1 - Determinação do Fator de Potência e das Componentes Harmônicas no Transformador -----	61
4.2.2 - Determinação do Valor Médio da Tensão de Saída da Ponte, $V_{CC}$ , e das suas Componentes Harmônicas -----	63
4.2.3 - Determinação das Componentes Harmônicas da Corrente no Motor -----	64

4.2.4 - Exemplos e Verificações dos Resultados -----	65
4.2.4.1 - Formas de Ondas Obtidas a Partir dos Resultados do Programa LWER -----	65
4.2.4.2 - Formas de Ondas Obtidas a Partir dos Resultados do Programa LWERC -----	68
<b>Capítulo 5 - Ensaio Experimentais -----</b>	<b>72</b>
5.1 - Circuito de Força -----	73
5.2 - O Circuito de Controle -----	74
5.3 - Instrumentos de Medição -----	75
5.3.1 - Medição da Potência Ativa CC-----	75
5.3.2 - Medição das Potências Ativa e Aparente CA -----	76
5.3.3 - Relação dos Instrumentos de Medição Utilizados -----	77
5.4 - Processos para a Determinação dos Parâmetros -----	77
5.5 - Resultados -----	79
5.5.1 - Ensaio do Protótipo -----	79
5.5.2 - Simulação Digital -----	80

<b>Capítulo 6 - Análise dos Resultados e Conclusões -----</b>	<b>92</b>
<b>Referências Bibliográficas -----</b>	<b>103</b>
<b>Anexo 1 - Resolução do Sistema para o Período <math>t_1-t_4</math> ----</b>	<b>106</b>
<b>Anexo 2 - Listagem do Programa LWERC e Exemplos dos Re- sultados dos Programas LWER e LWERC -----</b>	<b>120</b>
<b>Anexo 3 - Listagem Parcial do Programa Runge-Kutta -----</b>	<b>134</b>

## RESUMO

A Ponte Assimétrica Semi-Controlada, com controle de fase e com a inclusão de um filtro RC na entrada, é analisada quanto ao fator de potência e conteúdo de harmônicas das ondas de tensão e corrente.

A simulação digital foi efetuada pelo método de Runge-Kutta de 4a. ordem, o qual mostrou-se inadequado; e por um método analítico que serviu de base ao levantamento dos dados para a obtenção das formas de ondas e suas análises.

Os resultados da simulação digital foram comparados com as medidas feitas em um protótipo com potência reduzida.

Demonstra-se que o filtro apresenta viabilidade.

## CAPÍTULO 1

### INTRODUÇÃO

A transmissão de energia elétrica em corrente alternada monofásica, em sistemas ferroviários, largamente empregada nos países da Europa e no Japão, é inexistente no Brasil.

Possibilita, através de tensões de transmissão - de 25 KV ou 50 KV, grande economia na implantação da via permanente (maior espaçamento entre as subestações, menores perdas na transmissão, etc.).

O crescente uso de dispositivos semicondutores - controláveis, representa, nesses países, motivo para uma permanente linha de pesquisa quanto à sua otimização.

No início, a tensão era retificada por pontes não controladas (de diodos), e o controle do nível CC proporcionado pela mudança de "taps" no primário ou secundário do

transformador a bordo da locomotiva.

As pontes controladas (de tiristores) ou semi-controladas (tiristores e diodos) representam um avanço no sentido de eliminação dos "taps" nos transformadores e suas inconveniências (manutenção, maior volume, peso, etc.) e principalmente, por proporcionar uma característica torque x velocidade aproximadamente linear (torque constante) no período de aceleração; implicando em melhor utilização da aderência entre rodas de tração e trilhos, proporcionando menor peso (lastro) para as locomotivas com a mesma capacidade de carga.

Como grandes inconveniências, estas últimas pontes apresentam baixo fator de potência para pequenas velocidades, valor elevado da componente de 3a. harmônica e harmônicas de ordem superior.

O objetivo deste trabalho é a análise da Ponte Retificadora Assimétrica Semi-Controlada, considerando-se o filtro RC na entrada da ponte (normalmente utilizado para o amortecimento de sobretensões) quanto aos seus efeitos no fator de potência e no conteúdo de harmônicas das formas de ondas.

É adotada a hipótese de f.e.m. senoidal no secundário do transformador que alimenta a ponte.

O capítulo 2 apresenta a revisão bibliográfica, a partir de modelos matemáticos que adotam a hipótese de reatância de suavização de valor infinito (corrente na armadura do motor perfeitamente alisada) o que simplifica muito a análise. Porém, a necessidade de ter-se corrente ondulada no motor sob o ponto de vista de redução das componentes harmônicas na linha de alimentação, leva a pesquisa de modelos mais realistas. O capítulo 3 apresenta a simulação do sistema em questão.

Foi utilizado o modelo matemático desenvolvido - por Miskulim | 1 |; porém, neste caso, trata-se de um sistema de 3a. ordem, o qual foi resolvido analiticamente.

A complexidade das expressões algébricas não lineares obtidas, e sua difícil manipulação sugeriu a solução deste problema pelos métodos numéricos. Um algoritmo com a utilização do método de Runge-Kutta de 4a. ordem foi implementado e resultados são apresentados; porém, este método revela-se não adequado à análise em questão.

Retornando-se ao método analítico, as condições de chaveamento dos semicondutores implicaram na obtenção e solução de um sistema de sete equações algébricas, não lineares, pelo programa LWERC com o auxílio da subrotina CØ5NAF, cujas incógnitas são os instante que determinam os períodos de comutação, os valores iniciais das variáveis de estado e a força contra-eletromotriz do motor de tração para cada valor do ângulo de disparo dos tiristores.

Alguns casos são analisados no capítulo 4, para demonstrar os bons resultados do modelo.

O capítulo 5 descreve o protótipo com potência reduzida construído ; no qual medições e registros das formas de ondas foram efetuados e comparados com os resultados da simulação digital.

Finalmente, no capítulo 6, são apresentadas as conclusões que demonstram a possibilidade da utilização do filtro com a finalidade proposta.

A análise levada a efeito demonstra o grau de complexidade na abordagem de sistemas conversores onde aparecem circuitos de 3a. ordem.

Inversores, com auto-comutação, alimentando car-

gas indutivas, podem ser pesquisados quanto à utilização de análises semelhantes [14],

A simetria física, do sistema estudado, é traduzida por uma lei de formação dos termos que constituem a parte transitória das expressões matemáticas das variáveis de estado, no domínio de tempo. E, neste sentido, pode ser pesquisada uma generalização.

Um critério para uma análise mais extensa visando a otimização dos parâmetros, é apresentado no capítulo 6 como sugestão para futuros trabalhos.



## CAPÍTULO 2

### REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

#### 2.1 - Características Gerais do Motor de Tração e do Conversor

A potência nominal do motor é especificada como sendo a potência máxima quando este opera à tensão nominal sob condições de refrigeração e tempo especificadas, sem que o limite de temperatura seja excedido.

As locomotivas elétricas podem operar numa região excedendo esses valores por um certo período de tempo.

O sistema conversor deve ser dimensionado para essas condições limites. Na partida, a aceleração é feita com a corrente a um valor aproximadamente constante. A tensão terminal é aumentada proporcionalmente à velocidade. Quando esta atinge seu valor máximo, é usual praticar o controle por enfra

quecimento do campo, com a tensão mantida constante. Neste sistema, utiliza-se motor de corrente contínua com excitação separada.

Na figura abaixo temos a característica de saída (esforço trativo x velocidade).

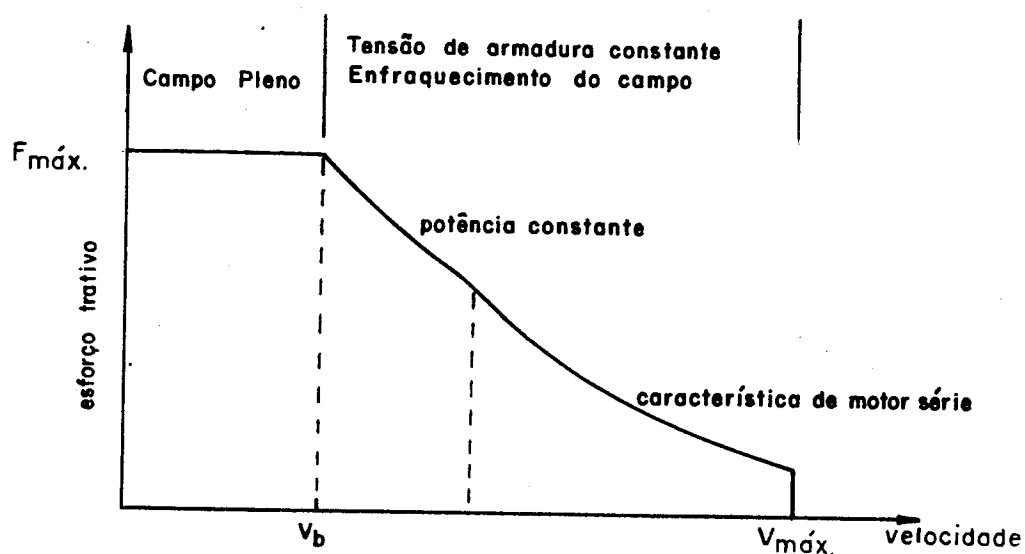


Fig. 2.1 - Característica esforço trativo x velocidade de locomotivas elétricas

A velocidade correspondente à tensão máxima, com campo pleno, é a velocidade base ( $V_b$ ).

A tensão de saída depende do ângulo de disparo dos tiristores.

O controle por enfraquecimento do campo é inicialmente efetuado para uma corrente de armadura constante. O campo pode ser enfraquecido até o mínimo permitido sob o ponto

de vista da comutação. Neste período o motor de tração opera com característica de potência constante. A partir daí, mantém-se constante a relação entre as correntes de armadura e de campo e obtém-se característica de motor série, até atingir-se a velocidade máxima,  $V_{m\acute{a}x}$ .

O limite da potência desenvolvida é determinado pelo comportamento da adesão das rodas sobre os trilhos, das margens de sobrecorrente e sobretensão do motor de tração, e da sobrevelocidade.

Para a obtenção da característica de saída apresentada na figura acima, houve uma evolução a partir do sistema de transmissão em corrente contínua, em que o controle de tensão nos terminais do motor era feito pela inserção de reostatos. Sistema este, ainda empregado nas ferrovias brasileiras.

Nos sistemas de transmissão em corrente alternada, mais modernos, a retificação é obtida a bordo da locomotiva.

No início, utilizou-se a Ponte Simétrica com Diodos; e, atualmente, utiliza-se a Ponte Simétrica Totalmente Controlada ou a Ponte Assimétrica Semi-Controlada.

## 2.2 - A Ponte Assimétrica Semi-Controlada

Os controles dessas pontes são normalmente de dois tipos: controle de fase e controle por setores.

No controle de fase tem-se a comutação natural e no controle por setores, comutação forçada.

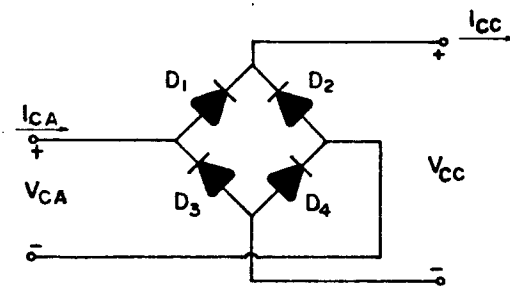
As primeiras apresentam baixo fator de potência para ângulos grandes de disparo.

As segundas apresentam bom desempenho quanto ao fator de potência; porém, desvantagens quanto ao conteúdo de harmônicas.

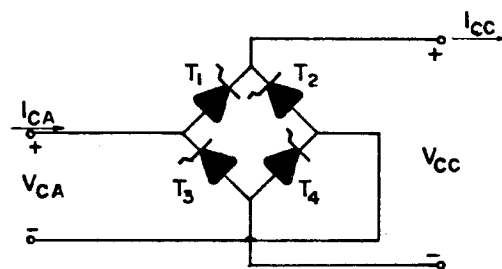
Nas regiões densamente industrializadas o controle de fase é o mais adotado devido a este fato.

Com relação ao lado CC, uma análise comparativa é encontrada em [6], donde conclui-se que o comportamento na comutação, dos motores de tração, nos dois tipos de controles são idênticos.

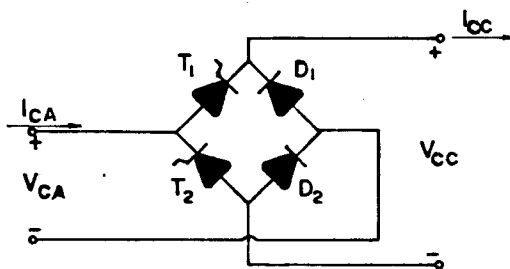
Abaixo, temos as representações das pontes mencionadas:



Ponte Simétrica com Diodos



Ponte Simétrica Totalmente Controlada



Ponte Assimétrica Semi-Controlada

Fig. 2.2 - Pontes retificadoras normalmente empregadas em tração elétrica com transmissão CA.

Quando não se utiliza a frenagem regenerativa, o emprego de Pontes Assimétricas Semi-Controladas, proporciona as características da fig. 2.1 com vantagens sobre a Ponte Simétrica com Diodos, e sobre a Ponte Simétrica Totalmente Controlada.

Com relação à primeira, por ser dispensada a mudança de "taps" no transformador, proporcionando além de simplificação e economia, uma característica de saída contínua, com efeitos significativos sobre a aderência das rodas sobre os trilhos.

Com relação à segunda, por apresentar um melhor fator de potência  $|7|$ .

No caso de utilização de frenagem regenerativa, pode ser utilizada a Ponte Simétrica Totalmente Controlada, operando dois tiristores como diodos em roda-livre (free-wheeling) nos períodos de fluxo de potência normais,

O objeto desta dissertação é a Ponte Assimétrica Semi-Controlada com controle de fase.

## 2.3 - Modelos Matemáticos

### 2.3.1 - Reatância de Dispersão no Secundário do Transformador (LS) Nula e Reatância de Suavização (LL) Infinita

As análises encontradas na literatura, adotam as seguintes hipóteses básicas:

- Reatância de suavização teoricamente infinita; portanto, corrente CC constante.
- Reatância de dispersão do secundário do transformador teoricamente nula.

Com essas hipóteses as correntes nos diodos, nos tiristores e no lado CA são representadas em função de  $\omega t$  por retângulos de altura igual a  $I_{cc}$ .

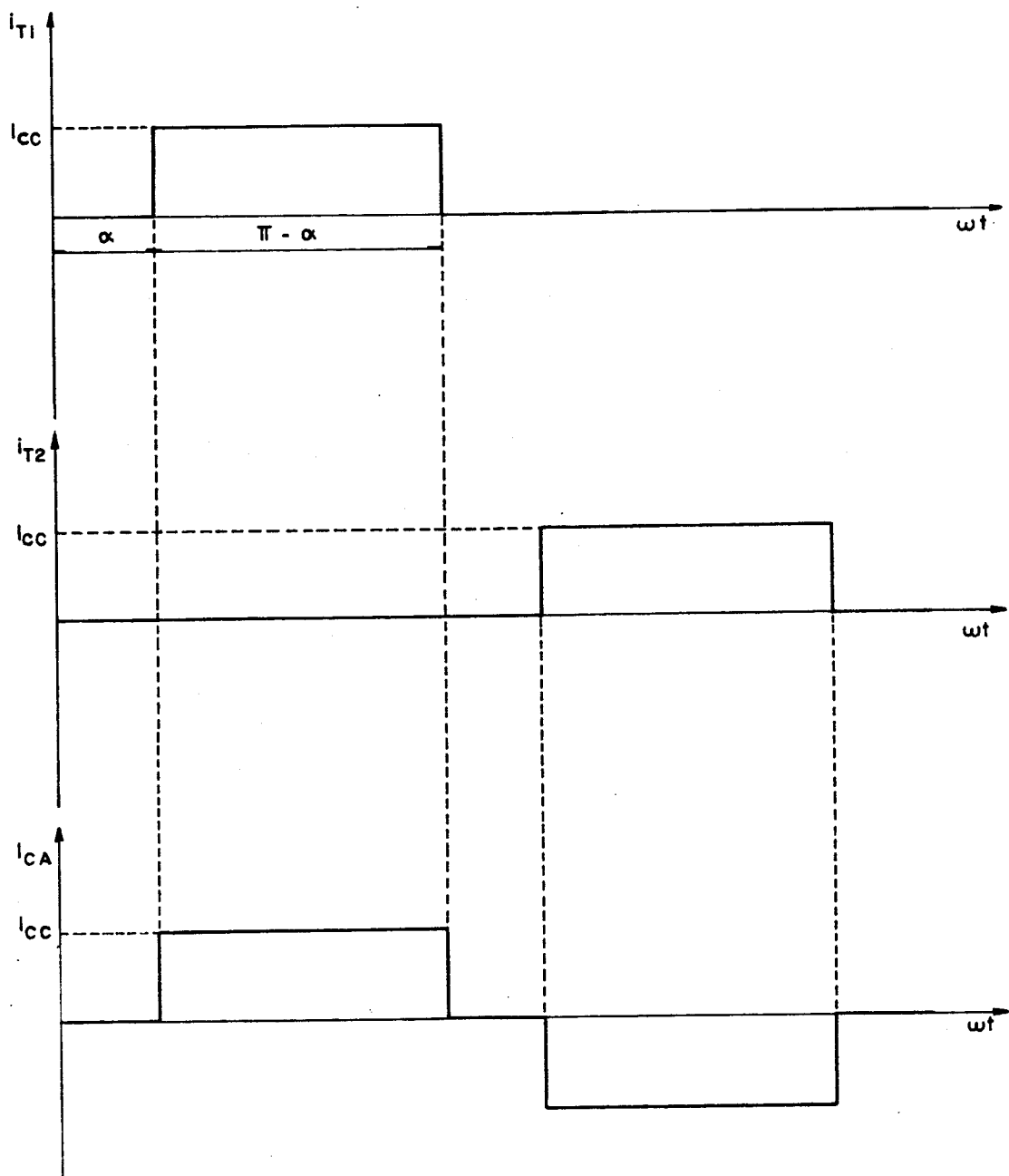


Fig. 2.3 - Formas hipotéticas das ondas de correntes nos tiristores T1 e T2, e da corrente na linha, em função de  $\omega t$ .

Os tiristores conduzem durante um intervalo de tempo igual a  $(\pi-\alpha)/\omega$ , os diodos em intervalos iguais a  $(\pi+\alpha)/\omega$ . No período compreendido entre o instante em que um tiristor - deixa de conduzir e o instante em que o outro inicia a condução, não há corrente no lado CA, e a energia armazenada no reator de suavização é descarregada parcialmente através dos diodos roda-livre. (Na hipótese de baixa reatância, a corrente  $I_{CC}$  poderia anular-se neste período).

Temos as seguintes expressões para as grandezas das figuras acima:

$$i_{Tm\acute{a}x} = I_{CC} \quad (2.1)$$

$$I_{Tm\acute{e}d} = \frac{I_{CC}}{2\pi} (\pi-\alpha) \quad (2.2)$$

$$I_{Tef} = I_{CC} \sqrt{\frac{\pi-\alpha}{2\pi}} \quad (2.3)$$

Corrente na linha:

$$I_{CA1\ ef} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} I_{CC} \cos \frac{\alpha}{2} \quad (2.4)$$

O fator de potência é dado por:

$$F P = \lambda \cos \psi_1 \quad (2.5)$$

onde

$$\cos \psi_1 = \cos \frac{\alpha}{2} \quad (2.6)$$

$$\lambda = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \sqrt{\frac{\pi}{\pi-\alpha}} \cos \frac{\alpha}{2} \quad (2.7)$$

onde

$\lambda$  = fator de distorção

$\psi_1$  = ângulo de defasagem entre a fundamental da corrente e a onda de tensão.

$\alpha$  = ângulo de disparo medido a partir do ponto em que a tensão do barramento infinito passa por zero com derivada positiva.

Portanto:

$$F P = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \sqrt{\frac{\pi}{\pi - \alpha}} (1 + \cos \alpha) \quad (2.8)$$

Na partida da locomotiva, para um ângulo de disparo próximo a  $180^\circ (\pi \text{ rd})$  o fator de potência, FP, é praticamente nulo, aumentando com a velocidade (diminuição do ângulo de disparo e aumento de tensão  $v_{CC}$ ), conforme a curva abaixo.

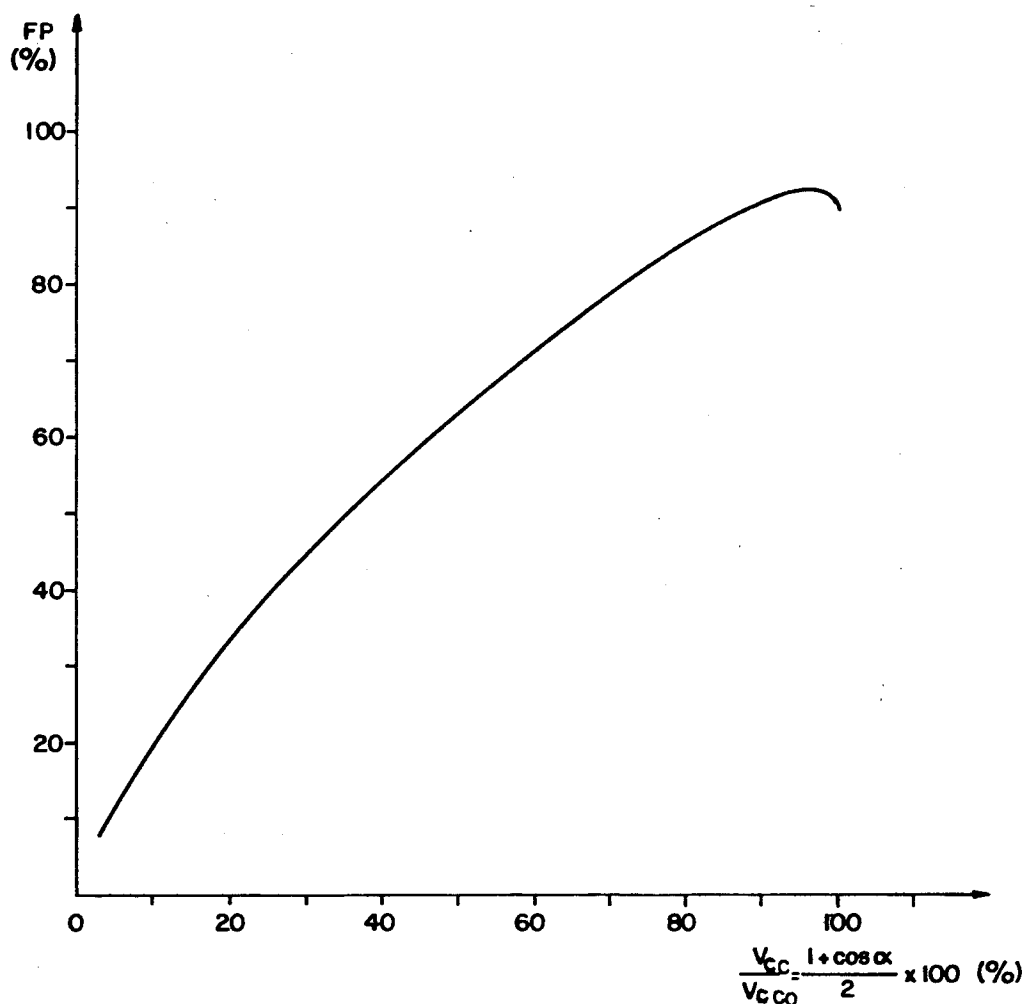


Fig. 2.4 - Variação do fator de potência, FP, em função da tensão de saída,  $V_{CC}/V_{CC0}$ .

As formas de ondas retangulares da Fig. 2.3 são as que apresentam, o maior índice de harmônicas.



Para ondas retangulares a 3a. harmônica é máxima para ângulos de disparo de  $\pi$ rd e  $\frac{\pi}{3}$ rd e zero para  $\frac{2\pi}{3}$ rd.

A figura abaixo exemplifica este fato.

A instalação de filtros LC na saída do transformador da subestação é o recurso mais utilizado para a redução das harmônicas.

Esses filtros têm a função adicional de correção do fator de potência.

Os métodos de redução de harmônicas e melhoria do fator de potência analisados neste trabalho, limitam-se ao interior da locomotiva a partir das hipóteses de f.e.m. senoidal no secundário do transformador de bordo.

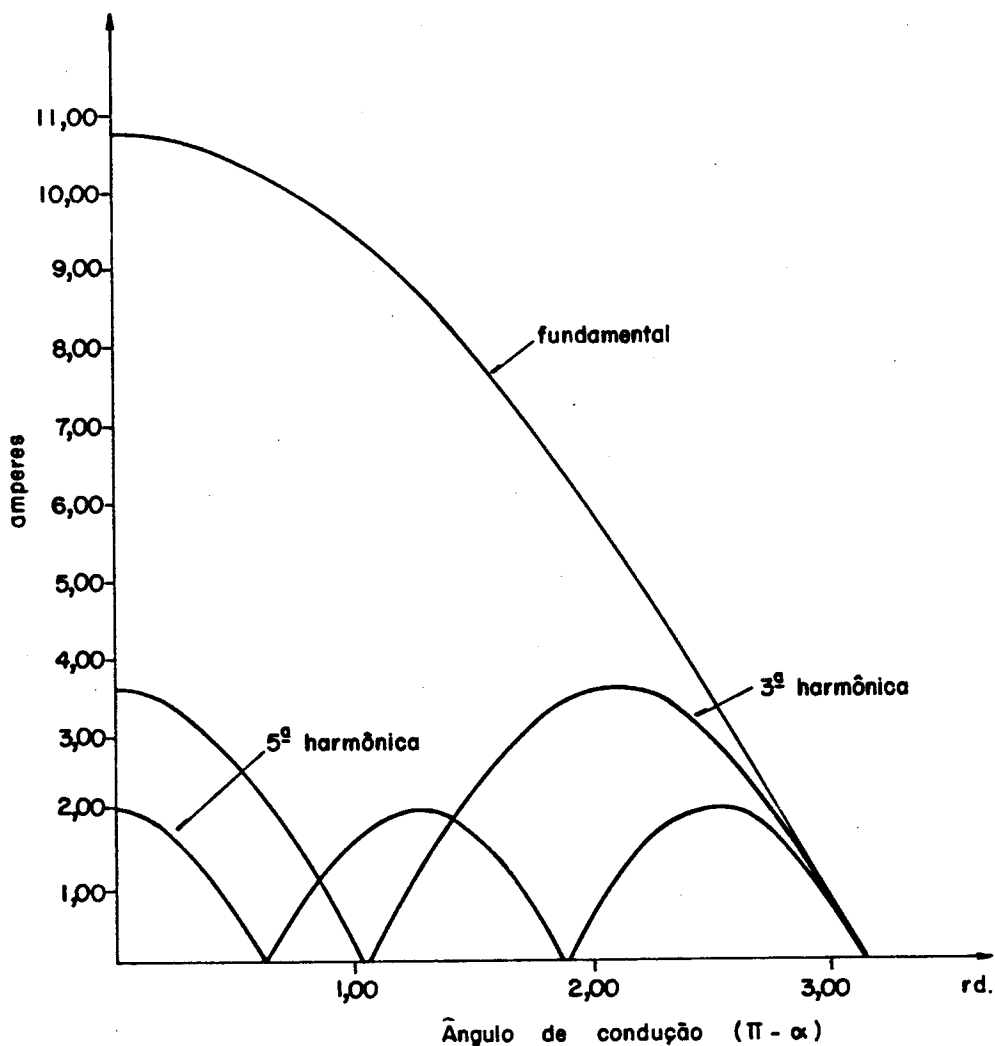


Fig. 2.5 - Variação das amplitudes das componentes de  $i_{LS}$ : a fundamental, a 3a. e a 5a. harmônica, em função do ângulo de condução para  $I_{CC} = 12A$ ,  $LS = 0$  e  $LL = \infty$ .

Para  $\alpha = 0$ , a amplitude decresce em função da ordem  $n$  das harmônicas, de acordo com a lei  $I_n = \frac{I_1}{n}$ .

Para os casos reais, as amplitudes são inferiores aos valores teóricos obtidos pela fórmula acima, sendo difícil estabelecer-se uma lei para a variação destas em função dos valores da indutância de dispersão e do ângulo  $\alpha$ .

São as seguintes, as inconveniências principais causadas pelas harmônicas:

- Ruídos adicionais em motores e outros equipamentos;
- Perdas adicionais e aquecimento em máquinas elétricas e capacitores;
- Sobretensões devidas à ressonância;
- Falhas na operação de dispositivos de controle;
- Interferência telefônica.

Várias medidas são tomadas para minimizar os efeitos negativos das harmônicas.

Com relação à rede de alimentação, a 3a. harmônica é sempre um grande problema.

No caso de pontes simétricas, teoricamente, a 3a. harmônica representa 33% da fundamental.

No caso de pontes assimétricas, a 3a. harmônica possui o mesmo valor absoluto; porém, a fundamental diminui proporcionalmente à melhoria do fator de potência, e consequentemente a relação  $\frac{I_3}{I_1}$  aumenta.

$I_1$

### 2.3.2. LS Não Nula e LL Infinita

As seguintes hipóteses também são encontradas na literatura (podem ser obtidas expressões analíticas para a determinação dos períodos de sobreposição, para as formas de onda, etc.):

- Consideração da reatância de dispersão do secundário do transformador (LS não nula).

- Reatância de suavização (LL) teoricamente infinita.

#### COMUTAÇÃO E SOBREPOSIÇÃO (OVERLAP)

Quando não há reatância do lado CA, as correntes nos semicondutores comutam instantaneamente.

Quando há reatância, a corrente não se estabelece instantaneamente no semicondutor disparado, mas, por um certo período, a corrente flui simultaneamente no semicondutor disparado e no semicondutor que bloqueia. Este fenômeno é chamado "sobreposição"; e o período, "período de sobreposição".

Durante este período, o secundário do transformador é curto-circuitado e perde-se parte da tensão CC de saída do retificador. A diminuição do valor médio da tensão CC é conhecida como "queda de tensão da reatância de comutação" (Commutation reactance voltage drop).

Nestas condições, teremos formas de ondas trapezoidais na linha de alimentação:

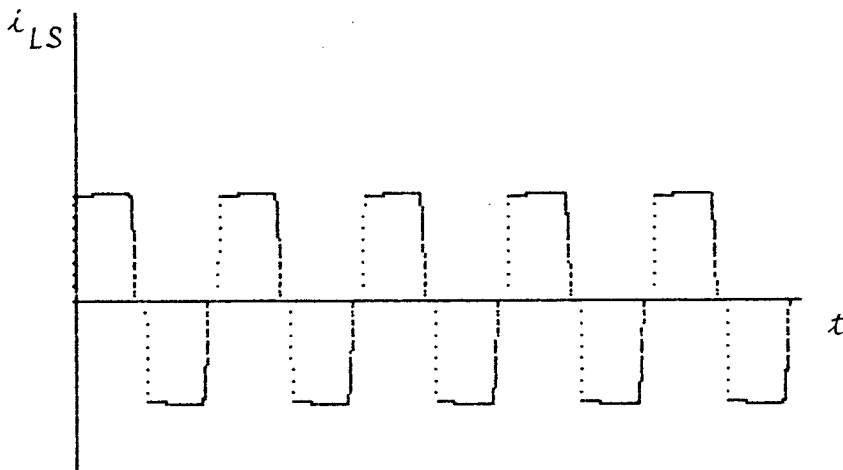


Fig. 2.6 - Forma de onda de corrente na linha de alimentação ,  
para  $LS = 0,0025H$  e  $LL = 1H$  (esc. vert. =  $0,86 \text{ A/mm}$ ,  
esc. hor. =  $0,87 \text{ ms/mm}$ )

Esta forma de onda foi obtida com o auxílio do programa LWER a partir da análise efetuada por Miskulin [1] para o caso mais genérico de indutância de suavização de valor finito apresentado no próximo capítulo, considerando-a com um valor de 1 henry.

Essas abordagens simplificadas não permitem o conhecimento dos efeitos causados pela variação da reatância - de dispersão e de suavização no fator de potência e nas harmônicas (efeitos sobre as formas de onda), a determinação dos valores ótimos dessas grandezas e o dimensionamento, com maior precisão, dos dispositivos de proteção e semicondutores.

Neste sentido, o modelo utilizado por Miskulin, possibilita uma análise mais precisa na obtenção das formas de ondas de corrente e tensão.

O aumento de  $LS$ , acarreta a diminuição do fator de potência devido ao atraso da fundamental da corrente e diminuição do conteúdo de harmônicas superiores, por ter-se ângu-

los menos agudos que uma onda retangular.

### 2.3.3 - LS Não Nula e LL Finita

Eliminadas as hipóteses simplificadoras dos capítulos anteriores, passam-se às seguintes condições mais realistas:

- Reatância de dispersão do secundário do transformador (LS) não nula.
- Reatância de Suavização (LL) de valor finito.

A tensão  $v_{CC}$  pode ser decomposta em série de Fourier em uma tensão média e componentes senoidais de frequências, 120 Hz, 240 Hz, etc... Estas tensões produzem correntes na armadura de mesma frequência, porém, devido ao reator de suavização, as frequências superiores a 120 Hz são praticamente negligenciadas.

É definida a taxa de ondulação de corrente no motor por:

$$\text{Taxa de Ondulação} = \mu_R = \frac{i_{\max} - i_{\min}}{i_{\max} + i_{\min}} \times 100 (\%) \quad (2.9)$$

Esta, para valores nominais de corrente no motor é geralmente limitada ao máximo de 30% e mínimo de 20% [9].

Valores elevados de  $\mu_R$ , devido à baixa reatância de suavização, causam problemas de aquecimento no motor e no reator. A reatância de suavização deve ser determinada -

tendo-se em vista esses fatores e também o da adesão das rodas da locomotiva sobre os trilhos. Implica, também, no aparecimento de um fluxo alternado, e, conseqüentemente, de uma f.e.m. variacional, induzida nas seções de comutação do enrolamento, a qual provoca uma corrente de curto-circuito nestas espiras. Quanto maior é este efeito, mais crítica é a comutação, |3,6|. Por outro lado, uma elevação desta taxa é desejável sob o ponto de vista de redução de harmônicas de corrente de ordem superior na linha de alimentação |3|.

Poderá haver um aumento na amplitude de algumas harmônicas. Existe, portanto, um compromisso nos dois sentidos e a experiência levou à adoção dos valores de  $\mu_R$  na faixa acima indicada.

Com estas novas hipóteses, o modelo matemático passa a ser mais complexo e foi obtido por Miskulin. A seguir, apresenta-se uma descrição resumida do mesmo:

#### SIMULAÇÃO DO SISTEMA CONVERSOR - MOTOR DE TRACÇÃO |1|

As seguintes hipóteses adicionais também foram consideradas:

- Os semicondutores operam como chaves ideais.
- A inércia mecânica do sistema e a corrente de campo são tais que a f.c.e.m. do motor é constante durante o período de um ciclo da tensão da fonte analisado.

- Os semicondutores comutam exatamente no mesmo instante relativo a cada ciclo.
- A corrente na armadura do motor é contínua.
- As indutâncias do circuito são desacopladas.
- A ponte possui apenas um semicondutor por ramo.

O sistema descrito é o da figura abaixo:

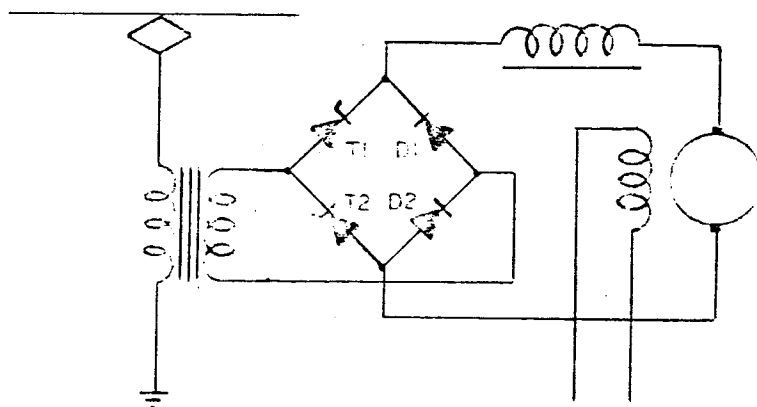


Fig. 2.7 - A Ponte Assimétrica Semi-Contrôlada

Devido à comutação dos semicondutores, existem quatro períodos em cada semi-ciclo da onda de tensão da fonte  $e_s(t)$  nos quais se apresentam as configurações respectivas, abaixo analisadas.

As formas das ondas de corrente e de tensão para um ciclo da onda de f.e.m. do transformador são representadas com a indicação dos instantes que determinam os quatro períodos.

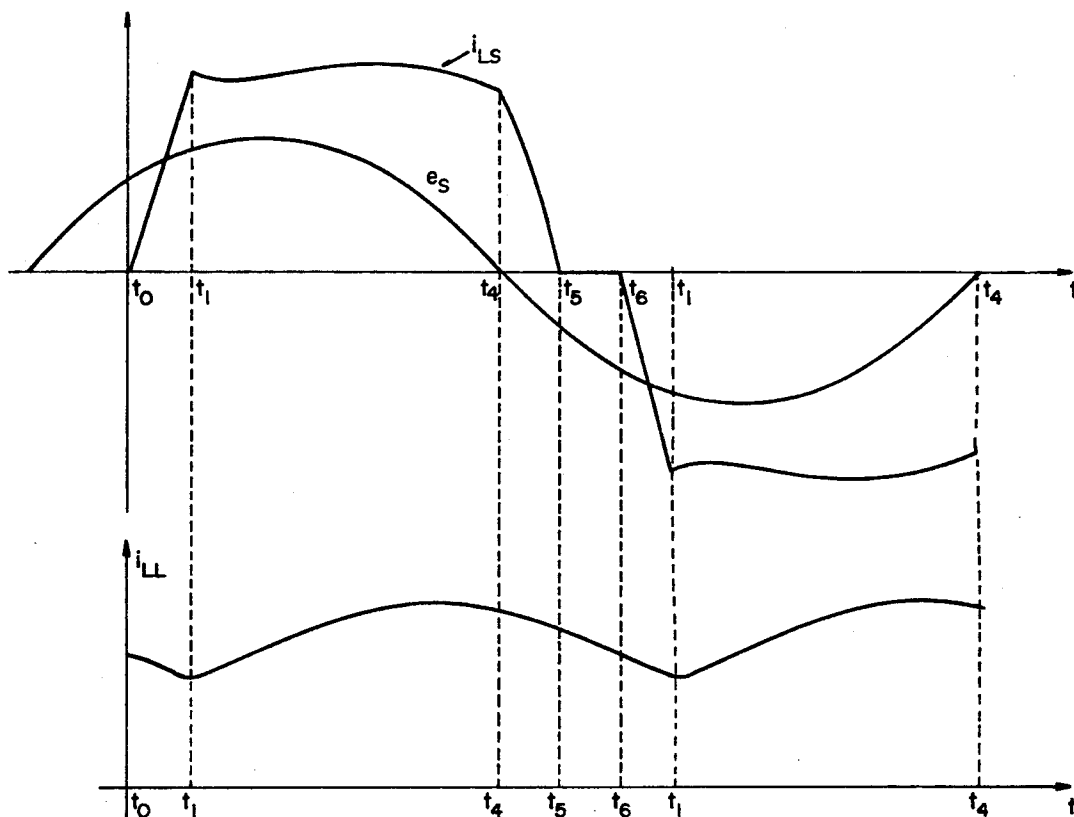


Fig. 2.8 - Corrente na linha  $i_{LS}$ , e corrente no motor,  $i_{LL}$ , em função do tempo, para um ciclo da onda de f.e.m. da fonte,  $e_s$ ; e os instantes que determinam os quatro períodos.

Período  $t_0 - t_1$  (1a, sobreposição)

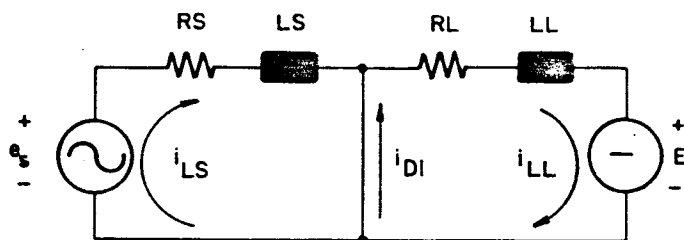


Fig. 2.9 - Configuração para o período  $t_0 - t_1$ .



Inicia-se no instante ( $t_0$ ) de disparo do tiristor T1, que corresponde ao ângulo  $\alpha$  (ângulo de disparo), medido a partir do ponto onde a f.e.m. da fonte,  $e_s(t)$ , passa por zero, no sentido de valores negativos para valores positivos.

Termina no instante ( $t_1$ ), em que o diodo D1 deixa de conduzir; o que ocorre quando a corrente  $i_{D1}(t)$  anula-se, sendo que, o diodo, neste semi-ciclo, encontra-se polarizado reversamente.

A corrente,  $i_{D1}$ , que flui pelo diodo neste período é devida à energia armazenada nos componentes reativos - da carga: reator de suavização e enrolamento da armadura do motor, que começa a ser descarregada no instante  $t_4$  do semi-ciclo anterior. Este período é o já referido período de sobreposição; durante o qual o secundário do transformador é curto circuitado.

#### Período $t_1 - t_4$

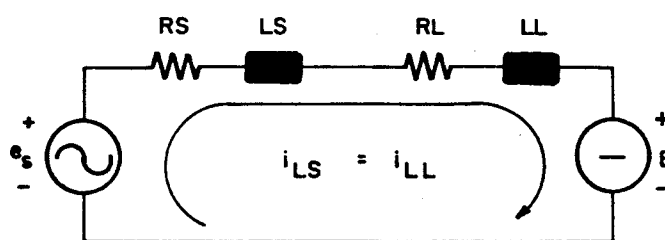


Fig. 2.10 - Configuração para o período  $t_1 - t_4$ .

Neste período, ocorre o fornecimento de energia ao lado CC. Apenas o tiristor T1 e o diodo D2 conduzem. Termina no instante em que a tensão  $v_s(t)$ , nos terminais do transformador, passa por zero.

Período  $t_4 - t_5$  (2a. sobreposição)

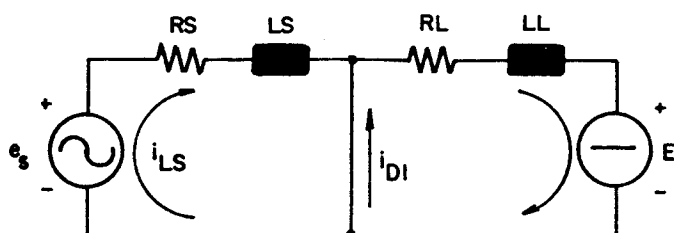


Fig. 2.11 - Configuração para o período  $t_4 - t_5$ .

No instante  $t_4$ , a tensão  $v_s$  passa por zero e inicia o seu semi-ciclo negativo; polarizando, assim, diretamente o diodo  $D_1$  que entra de novo em condução, curto-circuitando o secundário do transformador e iniciando a descarga da energia armazenada do lado CC.

$t_5$  é o instante em que a corrente no tiristor  $T_1$  vai a zero, e este deixa de conduzir por estar polarizado reversamente pela tensão  $v_s$ .

Período  $t_5 - t_6$  (roda-livre)

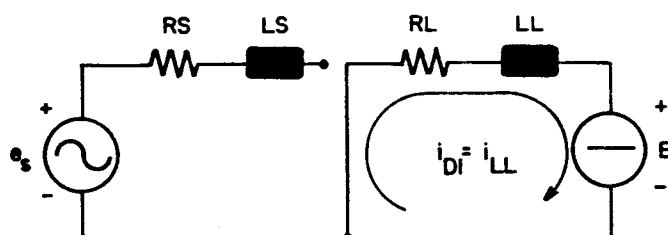


Fig. 2.12 - Configuração para o período  $t_5 - t_6$ .

Neste período não há corrente no lado CA e a corrente que circula no lado CC é devida à descarga da energia armazenada.

Quando são desprezados os dois períodos de sobreposição acima descritos, a descarga da energia armazenada no lado CC, é suposta dar-se neste período que é conhecido como período de roda livre.

Supõe-se, em toda a análise, que a corrente na carga,  $i_{LL}(t)$ , não atinge o valor zero, pois o reator de suavização é tal que a ondulação dessa corrente esteja dentro de limites especificados (definidos no sub-capítulo 2.3.3).

As equações diferenciais dos circuitos equivalentes e cada uma das configurações são lineares, ordinárias, de 1ª. ordem, e suas soluções facilmente obtidas.

DETERMINAÇÃO DOS INSTANTES  $t_1$ ,  $t_4$ ,  $t_5$  E DA  
FORÇA CONTRA-ELETROMOTRIZ,  $E$ .  
CONDIÇÕES DE SIMETRIA E CONTINUIDADE

A análise é efetuada no intervalo  $(t_0 - t_6)$ , que corresponde a meio ciclo da onda de tensão da fonte; o comportamento no semi-ciclo seguinte é simétrico a este.

São as seguintes as condições de continuidade e simetria que devem ser satisfeitas:

$$i_{LS01}(t_1) = i_{LS14}(t_1) \quad (2.10)$$

$$i_{LL01}(t_1) = i_{LL14}(t_1) \quad (2.11)$$

$$i_{LS14}(t_4) = i_{LS45}(t_4) \quad (2.12)$$

$$i_{LL14}(t_4) = i_{LL45}(t_4) \quad (2.13)$$

$$i_{LL45}(t_5) = i_{LL56}(t_5) \quad (2.14)$$

$$i_{LL01}(t_0) = i_{LL56}(t_6) \quad (2.15)$$

onde o sub-índice numérico indica o período considerado.

#### OBTENÇÃO DAS EQUAÇÕES PARA AVALIAÇÃO DOS INSTANTES E DA F.C.E.M.

As condições de continuidade e simetria, e a condição de disparo do diodo D1, proporcionam a obtenção das seguintes equações algébricas não lineares:

No instante  $t_4$  a tensão no diodo D1 é nula.

1a. equação:

$$v_{D1}(t_4) = v_S(t_4) = 0 \quad (2.16)$$

2a. equação:

É a condição de continuidade 2.12:

$$i_{LS14}(t_4) = i_{LS45}(t_4)$$

Isto é, a corrente no secundário do transformador no final do período  $t_1 - t_4$  e no início do período  $t_4 - t_5$  são iguais.

3a. equação:

É a condição de simetria 2.15:

$$i_{LL01}(t_0) = i_{LL56}(t_6)$$

Tendo-se adotado a hipótese de aceleração constante com valor prê-determinado; portanto, conhecido o valor médio da corrente na armadura, ICC, tem-se a quarta equação:

$$\begin{aligned}
 ICC = \frac{1}{t_6} \{ & \int_{t_0}^{t_1} i_{LL01}(t) dt + \int_{t_1}^{t_4} i_{LL14}(t) dt + \int_{t_4}^{t_5} i_{LL45}(t) dt + \\
 & + \int_{t_5}^{t_6} i_{LL56}(t) dt \} \quad (2.17)
 \end{aligned}$$

A solução desse sistema de quatro equações algébricas não lineares a quatro incôgnitas, foi realizada pelo programa computacional LWER e a subrotina C05NAF |8|.

A análise subsequente desenvolvida por Miskulin, a partir da obtenção desses instantes e da f.c.e.m., foi levada a efeito sob o ponto de vista de proteção dos semicondutores. Assunto este, que não será abordado neste trabalho.

Podem ser resumidos, das considerações feitas até o momento, os seguintes fatos:

1º) Os parâmetros do sistema dos quais dispõe o projetista para, através de sua variação, obter resultados desejados nas formas de onda e conseqüentemente no fator de potência e conteúdo de harmônicas, são a indutância de dispersão do enrolamento secundário do transformador e a indutância de suavização.

29) O aumento da indutância de dispersão implica no aumento dos períodos de sobreposição, diminuição da taxa  $di/dt$  nos tiristores, diminuição do fator de potência pelo deslocamento da fundamental da corrente CA em relação à onda de tensão e diminuição do conteúdo de harmônicas superiores por ter-se uma inclinação maior na frente e na cauda da onda de corrente CA (ver sub-capítulo 2.3.2).

30) O aumento da indutância de suavização tem, como consequência, a diminuição da taxa de ondulação,  $\mu_R$ , da corrente no mo-tor, e aumento do conteúdo de harmônicas superiores por aproximar-se a onda de uma forma mais trapezoidal (ver sub-capítulo 2.3.3).

## 2.4 Potências Desenvolvidas e Fator de Potência

Com a hipótese assumida da f.e.m. induzida no secundário do transformador,  $e_s(t)$ , senoidal, teremos:

$$e_s(t) = \sqrt{2} E_s \text{ sen}(\omega t + \alpha) \quad (2.18)$$

e a corrente no mesmo,  $i_{LS}$ , sendo da forma são senoidal, devido à característica não linear do conversor (linear por partes), é dada por:

$$i_{LS}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2} I_{LSn} \text{ sen}(n \omega t + \psi_n) \quad (2.19)$$

n, ímpar.

Tratando-se, neste tipo de conversor, de uma corrente com simetria de meia onda, tem-se apenas componentes harmônicas de ordem ímpar.

As expressões das seguintes grandezas podem ser escritas:

Potência Instantânea

$$p(t) = \sqrt{2} E_s \operatorname{sen}(\omega t + \alpha) \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2} I_{LSn} \operatorname{sen}(n \omega t + \psi_n) \quad (2.20)$$

Potência Média (ou Ativa)

$$P = E_s I_{LS1} \cos \psi_1 \quad (2.21)$$

onde:  $\cos \psi_1$  = fator de deslocamento

Potência Reativa

$$Q = E_s I_{LS1} \operatorname{sen} \psi_1 \quad (2.22)$$

Potência Aparente

$$S = E_s I_{LS} \quad (2.23)$$

ou

$$S = E_s \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} I_{LSn}^2} \quad (2.24)$$

Define-se a potência distorsiva, D, pelo produto:

$$D = E_s \sqrt{\sum_{n=3}^{\infty} I_{LSn}^2} \quad (2.25)$$

A seguinte relação entre as potências acima de finidas pode ser verificada:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2 + D^2} \quad (2.26)$$

Fator de Potência:

$$FP = \frac{P}{S} \quad (2.27)$$

ou, substituindo-se P e S:

$$FP = \frac{E_s I_{LS1} \cos \psi_1}{E_s I_{LS}} \quad (2.28)$$

Fazendo-se:

$$\lambda = \frac{I_{LS1}}{I_{LS}} \quad (2.29)$$

tem-se a expressão 2.5:

$$FP = \lambda \cos \psi_1$$

Em sistemas conversores, de uma maneira geral, o fator de distorção é baixo. E, no caso da ponte assimétrica semi-controlada, o retardamento do instante de disparo do tiris tor é a causa principal para a defasagem entre a fundamental da corrente e a tensão (fator de deslocamento).



Um baixo fator de potência indica problemas tais como aumento das dimensões do sistema de geração, transmissão, equipamentos de manobra, perdas, etc.

## 2.5. Compensação das Potências Reativa e Distorsiva |10|

A compensação da potência reativa, obtém-se pela diminuição do defasamento entre as harmônicas de corrente e as respectivas harmônicas de tensão.

No caso em estudo, seria entre a primeira harmônica de corrente e da tensão. Elementos reativos poderão realizar esta tarefa.

Os métodos usuais para a compensação da potência distorsiva são no sentido de conseguir-se formas de ondas próximas das senoidais, o que equivale a dizer: fazer o fator de distorção,  $\lambda$ , tender à unidade.

### FILTRO RC NA ENTRADA DA PONTE

O sistema está representado na figura abaixo.

O papel principal deste filtro é absorver os surtos de sobretensão tais como descargas atmosféricas, transitórios de chaveamento em qualquer ponto do sistema (qualquer chaveamento de elementos armazenadores de energia é uma potencial causa de sobretensão), transitórios de chaveamento dos semicondutores |4|, tensões regenerativas, etc...

O filtro consiste de um circuito RC e cada valor de R e C são selecionados pelos seguintes critérios [3].

1. Seleção de R para evitar vibração com a reatância do secundário. R também age como divisor de tensão para surtos de alta frequência e, neste sentido, quanto menor o valor de R, melhor.
2. Seleção de C para limitar as sobretensões nos semicondutores ao máximo permitido ou menos.

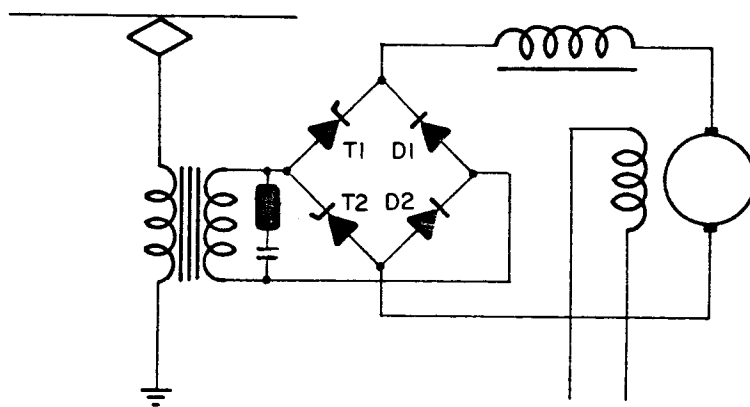


Fig. 2.13 - A Ponte assimétrica semi-controlada com filtro capacitivo.

Com relação à determinação de R e C existem vários métodos desenvolvidos [4], [11].

Os valores típicos para R e C são:

R, de 10 a 1000  $\Omega$

C, de 0,01 a 1  $\mu\text{F}$

São usadas fórmulas empíricas para as suas determinações.

Tendo em vista o desempenho apresentado pelos conversores assimétricos semi-controlados, as principais medidas que vêm sendo tomadas para uma elevação do fator de potência e diminuição do número de harmônicas são as seguintes:

#### 1. Operação Sequencial de Várias Pontes.

O fator de potência pode ser melhorado desta forma. A análise anterior para a operação de uma ponte, foi, estendida por Miskulin para este caso.

Há um limite no número de estágios sob o ponto de vista de projeto e construção do transformador principal; e o efeito de redução das harmônicas de ordem elevada tende a saturar-se acima de um determinado número, de forma que até 4 ou 6 estágios são usados na prática.

#### 2. Sistema de Controle de Fase por Vernier.

Este sistema reduz o conteúdo de harmônicas de ordem elevada pela inclusão de várias divisões equivalentes a uma ponte normal.

No caso de 6 enrolamentos, quatro são de tensão mais elevada e dois de baixa tensão.

### 3. Aumento da Reatância de Dispersão

O aumento do ângulo de sobreposição é efetivo na redução das harmônicas de ordem elevada. Mas, o fator de potência diminui e a regulação da tensão aumenta.

Há um aumento do peso e do custo com o aumento do transformador e do número de pontes para compensar a diminuição da tensão  $v_{CC}$ .

## CAPÍTULO 3

## SIMULAÇÃO DO SISTEMA CONVERSOR - MOTOR DE TRAÇÃO COM FILTRO RC

O método analítico empregado nesta análise do sistema conversor é semelhante ao método utilizado para a ponte - sem o filtro RC do capítulo anterior desenvolvido por Miskulin. Consiste na resolução das equações de estado para os períodos relativos às quatro configurações. No período  $t_1 - t_4$  tem-se um sistema de 3a. ordem. As soluções desses sistemas de equações consistem em expressões algébricas não lineares que exprimem as variáveis de estado: tensão do capacitor,  $v_C(t)$ , corrente no secundário do transformador,  $i_{LS}(t)$ , e corrente no motor,  $i_{LL}(t)$ .

Estabelecidas as condições de simetria e continuidade destas funções, as condições de comutação dos semicondutores, e a hipótese de corrente na partida constante, obte

ve-se um sistema de sete equações algébricas não lineares com sete incógnitas:  $v_C(t_0)$ ,  $i_{LS}(t_0)$ ,  $i_{LL}(t_0)$ , f.c.e.m. (E) e os instantes  $t_1$ ,  $t_4$  e  $t_5$  que delimitam os quatro períodos existentes.

A solução desse sistema de equações algébricas foi efetuada pela subrotina C05NAF da NAG Library [8].

Paralelamente a esse método analítico empregado, desenvolveu-se a análise pelo método numérico de Runge-Kutta - de 4a. ordem. O qual foi útil na verificação das soluções do sistema de 3a. ordem constituído de expressões matemáticas muito extensas e de difícil manipulação.

São as seguintes as vantagens e desvantagens - deste, em relação ao método analítico:

#### Vantagens

- processo de deduções das equações de recorrência mais simples.
- durante a integração numérica, os valores das variáveis de estado já são computados para uma posterior análise. Por exemplo: cálculo das componentes harmônicas.

#### Desvantagens

- Lentidão no processo computacional.
- para obter-seo valor do ângulo  $\alpha$ , para determinado valor da f.c.e.m., E, e corrente  $I_{CC}$  no motor, são necessárias várias tentativas e erros, portanto, várias simulações, tornando a análise de vários casos muito exaustiva.

Estas vantagens e desvantagens são de características gerais; i.e., podem ser consideradas em análises de sistemas semelhantes.

No sistema em questão, o método de Runge-Kutta revela-se inadequado devido à necessidade de ter-se passos de integração muito pequenos, face à ordem de grandeza dos períodos de sobreposição ( $1 \times 10^{-5}$  s).

### 3.1. Método Numérico de Runge-Kutta de 4a. Ordem

Dada a equação de estado na forma:

$$\dot{X}(t) = AX(t) + BU(t) \quad (3.1)$$

o método de Runge-Kutta de quarta ordem pode ser expresso pela seguinte equação de recorrência matricial:

$$\begin{aligned} X_{k+1} &= X_k \left( 1 + hA + \frac{1}{2} h^2 A^2 + \frac{1}{6} h^3 A^3 + \frac{1}{24} h^4 A^4 \right) + \\ &+ \frac{h}{6} \left( 1 + hA + \frac{1}{2} h^2 A^2 + \frac{1}{4} h^3 A^3 \right) BU_k + \\ &+ \frac{2h}{3} \left( 1 + \frac{1}{2} hA + \frac{1}{8} h^2 A^2 \right) BU_k + \frac{1}{2} + \frac{h}{6} BU_{k+1} \end{aligned} \quad (3.2)$$

onde  $h$  é o passo de integração. (Os coeficientes  $h/6$  e  $2h/3$  foram determinados por tentativas, já que se encontravam omitidos na publicação em referência).

As seguintes hipóteses foram feitas:

- Para cada valor da velocidade do motor e con

sequentemente, da f.c.e.m., E, as variáveis de estado evoluem do valor inicial até entrarem em regime.

- Foi feita a suposição de que a constante de tempo da velocidade da locomotiva é muito maior que o período compreendido entre o instante inicial ( $t_0$ ) e o instante em que as variáveis atingem o ciclo limite.

Conhecidas as condições iniciais, determinam-se, passo a passo, os valores das variáveis de estado no 1º semi-ciclo, e para os semi-ciclos posteriores.

As mesmas condições de continuidade e simetria, já referidas, são aplicadas.

#### CONDIÇÕES NO INSTANTE DE DISPARO DOS TIRISTORES NO PRIMEIRO SEMI-CICLO ( $t_0$ )

A corrente no secundário do transformador é dada por:

$$i_{LS}(t_0) = \frac{E_{sm}}{\sqrt{(RS+RA)^2 + |\omega \cdot LS - 1/(\omega \cdot C)|^2}} \times \text{sen}(\alpha - \delta i) \quad (3.3)$$

A tensão no capacitor

$$v_c(t_0) = V_m \text{sen}(\alpha - \delta v) \quad (3.4)$$



onde:

$$V_m = \frac{\omega_0^2 \times E_{sm}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2\alpha' \times \omega)^2}}$$

$$\omega_0 = 1/(LS.C) \quad , \quad \alpha' = \frac{RS+RA}{2LS}$$

$$\delta i = \arctg \left[ \left( \frac{\omega \cdot LS - \frac{1}{\omega \cdot C}}{RS + RA} \right) \right]$$

$$\delta v = \arctg \left( \frac{2\alpha\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} \right)$$

E a corrente no motor é dada por:

$$i_{LL}(t_0) = 0 \quad (3.5)$$

Apenas os termos de regime dessas variáveis foram considerados ; portanto, o transitório da energização do transformador já foi transcrito.

Para cada semi-ciclo da onda de tensão da fonte,  $e_s$ , temos as quatro configurações (períodos) representados nas figuras adiante.

As equações de recorrência para cada período tomam as seguintes formas:

Períodos  $t_0 - t_1$  e  $t_4 - t_5$

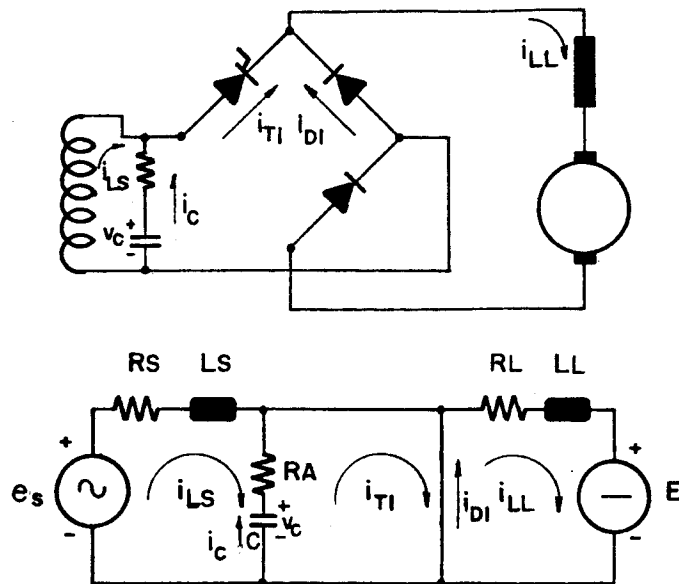


Fig. 3.1 - Configuração para os períodos  $t_0 - t_1$  e  $t_4 - t_5$  com o respectivo circuito elétrico.

Fazendo:

$$T_K = k h$$

$$T_L = \left(k + \frac{1}{2}\right) h$$

$$T_W = (k + 1) h$$

Temos as seguintes expressões para a tensão nos instantes  $k h$ ,  $\left(k + \frac{1}{2}\right) h$  e  $(k + 1) h$

$$E_K = \sqrt{2} E_S \text{ sen}(\omega T_K + \alpha) \quad (3.6)$$

$$E_L = \sqrt{2} E_S \text{ sen}(\omega T_L + \alpha) \quad (3.7)$$

$$E_W = \sqrt{2} E_S \text{ sen}(\omega T_W + \alpha) \quad (3.8)$$

A tensão no capacitor no instante  $(k+1)$  h é dada por:

$$v_C(k+1) = \left( 1 - \frac{h}{RA.C} + \frac{h^2}{2 RA^2.C^2} - \frac{h^3}{6 RA^3.C^3} + \frac{h^4}{24 RA^4.C^4} \right) v_C(k) \quad (3.9)$$

A corrente no transformador,

$$\begin{aligned} i_{LS}(k+1) = & \left( 1 - \frac{h.RS}{LS} + \frac{h^2.RS^2}{2 LS^2} - \frac{h^3.RS^3}{6 LS^3} + \frac{h^4.RS^4}{24 LS^4} \right) i_{LS}(k) + \\ & + \frac{h}{6} \left( 1 - \frac{h.RS}{LS} + \frac{h^2.RS^2}{2 LS^2} - \frac{h^3.RS^3}{4 LS^3} \right) \frac{E_K}{LS} + \\ & + \frac{2h}{3} \left( 1 - \frac{h.RS}{2 LS} + \frac{h^2.RS^2}{8 LS^2} \right) \frac{E_L}{LS} + \frac{h}{6} \frac{E_W}{LS} \end{aligned} \quad (3.10)$$

E a corrente no motor,

$$\begin{aligned} i_{LL}(k+1) = & \left( 1 - \frac{h.RL}{LL} + \frac{h^2.RL^2}{2 LL^2} - \frac{h^3.RL^3}{6 LL^3} + \frac{h^4.RL^4}{24 LL^4} \right) i_{LL}(k) - \\ & - \frac{h}{6} \left( 1 - \frac{h.RL}{LL} + \frac{h^2.RL^2}{2 LL^2} - \frac{h^3.RL^3}{4 LL^3} \right) \frac{E}{LL} - \\ & - \frac{2h}{3} \left( 1 - \frac{h.RL}{2 LL} + \frac{h^2.RL^2}{8 LL^2} \right) \frac{E}{LL} - \frac{h}{6} \frac{E}{LL} \end{aligned} \quad (3.11)$$

Período t1 - t4

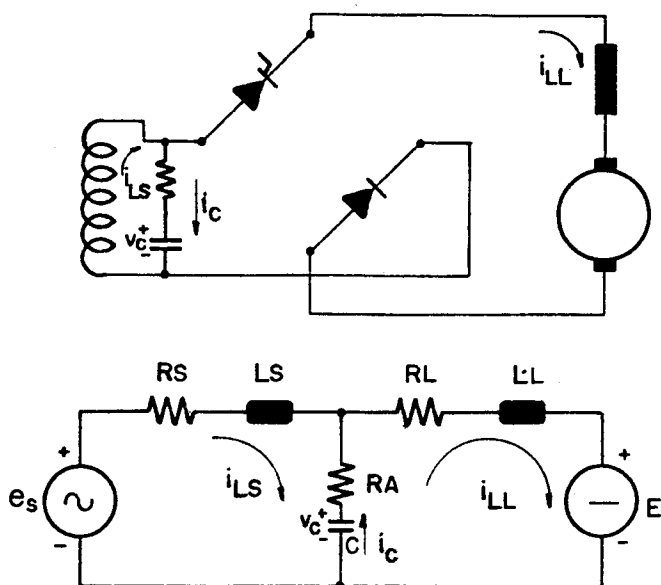


Fig. 3.2 - Configuração para o período t1 - t4 com o respectivo circuito elétrico.

Para este período as equações são as seguintes:

$$\begin{aligned}
 v_C(k+1) = & H4(1,1) \cdot v_C(k) + H4(1,2) \cdot i_{LS}(k) + H4(1,3) \cdot i_{LL}(k) + \\
 & + \frac{h}{6} \left( \frac{H3(1,2) \cdot E_K}{LS} - \frac{H3(1,3) \cdot E}{LL} \right) + \\
 & + \frac{2h}{3} \left( \frac{H2(1,2) \cdot E_L}{LS} - \frac{H2(1,3) \cdot E}{LL} \right)
 \end{aligned} \tag{3.12}$$

$$\begin{aligned}
i_{LS}(k+1) &= H4(2,1) \cdot v_C(k) + H4(2,2) \cdot i_{LS}(k) + H4(2,3) \cdot i_{LL}(k) + \\
&+ \frac{h}{6} \left( \frac{H3(2,2) \cdot E_K}{LS} - \frac{H3(2,2) \cdot E}{LL} \right) + \\
&+ \frac{2h}{3} \left( \frac{H2(2,2) \cdot E_L}{LS} - \frac{H2(2,3) \cdot E}{LL} \right) + \frac{h}{6} \frac{Ew}{LS} \quad (3.13)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
i_{LL}(k+1) &= H4(3,1) \cdot v_C(k) + H4(3,2) \cdot i_{LS}(k) + H4(3,3) \cdot i_{LL}(k) + \\
&+ \frac{h}{6} \left( \frac{H3(3,2) \cdot E_K}{LS} - \frac{H3(3,3) \cdot E}{LL} \right) + \\
&+ \frac{2h}{3} \left( \frac{H2(3,2) \cdot E_L}{LS} - \frac{H2(3,3) \cdot E}{LL} \right) - \frac{h}{6} \frac{E}{LL} \quad (3.14)
\end{aligned}$$

Período t5 - t6

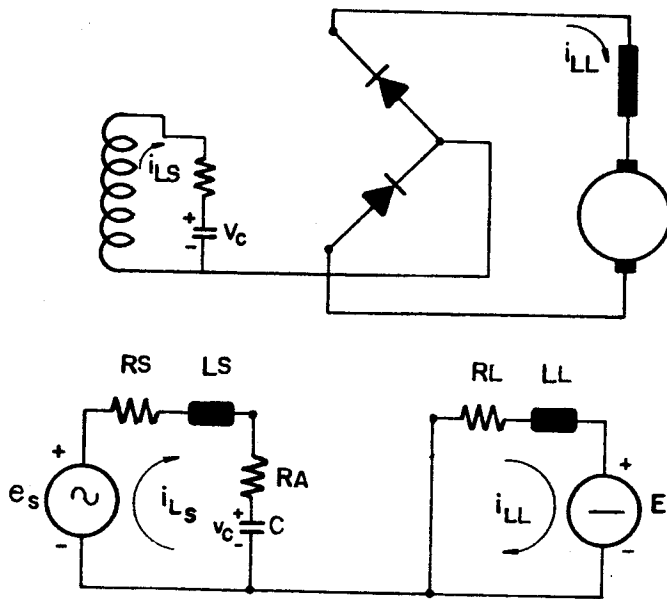


Fig. 3.3 - Configuração para o período t5 - t6 com o respectivo circuito elétrico.

Para este período,

$$\begin{aligned}
 v_C(k+1) = & H4(2,1) i_{LS}(k) + H4(2,2) v_C(k) + \\
 & + \frac{h}{6} \frac{H3(2,1) E_K}{LS} + \frac{2h}{3} \frac{H2(2,1) E_L}{LS} \quad (3.15)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 i_{LS}(k+1) = & H4(1,1) i_{LS}(k) + H4(1,2) v_C(k) + \\
 & + \frac{h}{6} \frac{H3(1,1) \cdot E_K}{LS} + \frac{2h}{3} \frac{H2(1,1) \cdot E_L}{LS} + \frac{h}{6} \frac{E_w}{LS} \quad (3.16)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 i_{LL}(k+1) = & \left( 1 - \frac{h \cdot RL}{LL} + \frac{h^2 \cdot RL^2}{2 LL^2} - \frac{h^3 \cdot RL^3}{6 LL^3} + \frac{h^4 \cdot RL^4}{24 LL^4} \right) i_{LL}(k) - \\
 & - \frac{h}{6} \left( 1 - \frac{h \cdot RL}{LL} + \frac{h^2 \cdot RL^2}{2 LL^2} - \frac{h^3 \cdot RL^3}{4 LL^3} \right) \frac{E}{LL} - \\
 & - \frac{2h}{3} \left( 1 - \frac{h \cdot RL}{2 LL} + \frac{h^2 \cdot RL^2}{8 LL^2} \right) \frac{E}{LL} - \frac{h}{6} \frac{E}{LL} \quad (3.17)
 \end{aligned}$$

Os coeficientes  $H_m(a,b)$  estão definidos no Anexo 3, nas subrotinas do Programa Runge-Kutta.

A seguir apresentam-se alguns exemplos de gráficos das formas de onda geradas pelo processo de simulação digital acima descrito, para os seguintes parâmetros e condições:

$RS=0,35\Omega$ ,  $LS=0,01H$ ,  $RA=20\Omega$ ,  $RL=1,5\Omega$ ,  $LL=0,2H$ ,  
 $C=200\mu F$

$$\alpha = 100^\circ$$

$$E_s = 220V$$

$$E = 20V$$

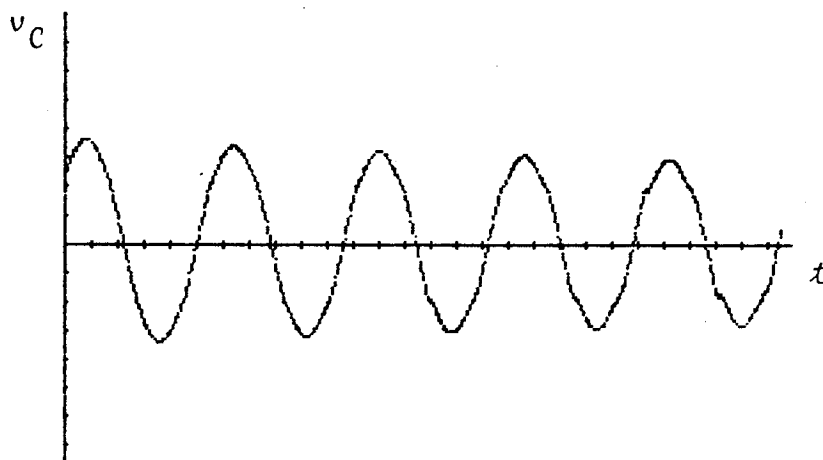


Fig. 3.4 - Tensão no capacitor,  $v_C$ , em função do tempo. (esc. vert. = 50 V/div, esc. hor. = 2,9 ms/div).

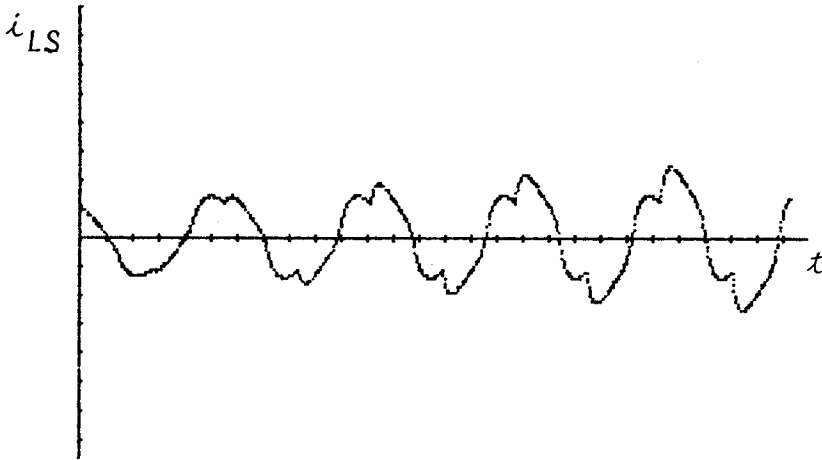


Fig. 3.5 - Corrente no transformador,  $i_{LS}$ , em função do tempo.  
(esc. vert. = 10 A/div, esc. hor. = 2,9 ms/div).

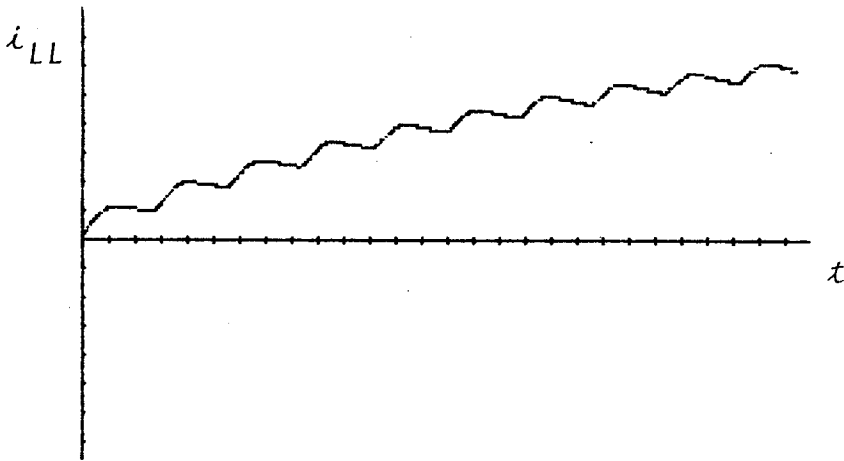


Fig. 3.6 - Corrente no motor,  $i_{LL}$ , em função do tempo.  
(esc. vert. = 3,33 A/div., esc. hor. = 2,9 ms/div)



### 3.2. Método Analítico

São válidas as mesmas hipóteses consideradas no capítulo 2.3.3 para o sistema sem o filtro RC.

Agora, também, são quatro os períodos que caracterizam um semi-ciclo da onda de tensão da fonte,  $e_s$ .

Todas as soluções são para o caso de amortecimento forte nos circuitos de 2a. e 3a. ordem.

Períodos  $t_0 - t_1$  (1a. sobreposição) e  
 $t_4 - t_5$  (2a. sobreposição) fig. (3.1)

O período  $t_0-t_1$  inicia-se no instante de disparo do tiristor e termina no instante em que a corrente no diodo D1 atinge o valor zero. Esta corrente é dada pela soma algébrica das correntes  $i_{LS}$ ,  $i_{LL}$  e  $i_C$ .

Ocorre o fenômeno da sobreposição.

O secundário do transformador e o filtro RC são curto-circuitados, e a energia armazenada no reator de suavização continua a ser descarregada em roda-livre.

Tem-se as seguintes expressões para as variáveis de estado:

Tensão no capacitor

$$v_C(t) = v_C(t_0) \exp\left(-\frac{t}{RA.C}\right) \quad (3.18)$$

O capacitor descarrega-se através do resistor RA.

Corrente no secundário do transformador,

$$\begin{aligned}
 i_{LS}(t) = & \frac{E_{sm}}{\sqrt{RS^2 + \omega^2 \cdot LS^2}} \left\{ \frac{\text{sen} \left[ \omega t + \alpha - \arctg \left( \frac{\omega \cdot LS}{RS} \right) \right]}{RS} - \right. \\
 & \left. - \frac{\text{sen} \left[ \alpha - \arctg \left( \frac{\omega \cdot LS}{RS'} \right) \right]}{RS'} \cdot \exp \left( - \frac{RS' \cdot t}{LS} \right) \right\} + \\
 & + \frac{i_{LS}(t_0) \cdot \exp \left( - \frac{RS' \cdot t}{LS} \right)}{LS} \quad (3.19)
 \end{aligned}$$

Corrente no motor,

$$i_{LL}(t) = - \frac{E}{RL} + \frac{E}{RL} \cdot \exp \left( - \frac{RL \cdot t}{LL} \right) + i_{LL}(t_0) \cdot \exp \left( - \frac{RL \cdot t}{LL} \right) \quad (3.20)$$

O período  $t_4 - t_5$ , inicia-se quando o diodo D1 é polarizado diretamente,  $v_s$  passa por zero, e termina quando a corrente no tiristor T1 anula-se.

Estas são as soluções de circuitos de 1a. ordem e as mesmas expressões são válidas para estes dois períodos, a menos das condições iniciais.

#### Período $t_1 - t_4$ Fig. 3.2

Inicia-se no instante em que o diodo D1 deixa de conduzir e termina no instante em que a tensão terminal do transformador,  $v_s$ , atinge o valor zero.

Ocorre transferência de energia entre a fonte e a carga CC. Dependendo do valor do ângulo  $\alpha$  e dos parâmetros, poderá, o capacitor, continuar a ser carregado, por algum tempo, para posterior descarga.

Tem-se um circuito de 3a. ordem cuja solução encontra-se no Anexo 1.

As expressões para as variáveis de estado em função do tempo são dadas por:

$$\begin{aligned}
 v_C(t) = & \frac{1}{(r_1-r_2)(r_1-r_3)} \left\{ \left[ r_1^2 + \frac{(LL.R'S + LS.R'L)}{LS \cdot LL} r_1 + \frac{R'S \cdot R'L}{LS \cdot LL} - \frac{RA^2}{LS \cdot LL} \right] v_C(t_1) + \right. \\
 & + \left( \frac{r_1}{C} + \frac{RL}{LL \cdot C} \right) i_{LS}(t_1) + \left( -\frac{r_1}{C} + \frac{RS}{LS \cdot C} \right) i_{LL}(t_1) - \frac{LL \cdot r_1 + RL}{\sqrt{\omega^2 + r_1^2}} \frac{E_{sm}}{LS \cdot LL \cdot C} \cdot \\
 & \cdot \text{sen}(\omega t_1 + \alpha - \phi_1) + \frac{LS \cdot r_1 + RS}{r_1} \frac{E}{LS \cdot LL \cdot C} \left. \right\} \exp \left[ r_1(t-t_1) \right] + \\
 & + \frac{1}{(r_2-r_1)(r_2-r_3)} \left\{ \left[ r_2^2 + \frac{(LL.R'S + LS.R'L)}{LS \cdot LL} r_2 + \frac{R'S \cdot R'L}{LS \cdot LL} - \frac{RA^2}{LS \cdot LL} \right] \cdot \right. \\
 & \cdot v_C(t_1) + \left( \frac{r_2}{C} + \frac{RL}{LL \cdot C} \right) i_{LS}(t_1) + \left( -\frac{r_2}{C} + \frac{RS}{LS \cdot C} \right) i_{LL}(t_1) - \frac{LL \cdot r_2 + RL}{\sqrt{\omega^2 + r_2^2}} \cdot \\
 & \cdot \frac{E_{sm}}{LS \cdot LL \cdot C} \text{sen}(\omega t_1 + \alpha - \phi_2) + \frac{LS \cdot r_2 + RS}{r_2} \frac{E}{LS \cdot LL \cdot C} \left. \right\} \exp \left[ r_2(t-t_1) \right] + \\
 & + \frac{1}{(r_3-r_1)(r_3-r_2)} \left\{ \left[ r_3^2 + \frac{(LL.R'S + LS.R'L)}{LS \cdot LL} r_3 + \frac{R'S \cdot R'L}{LS \cdot LL} - \frac{RA^2}{LS \cdot LL} \right] \cdot \right. \\
 & \cdot v_C(t_1) + \left( \frac{r_3}{C} + \frac{RC}{LL \cdot C} \right) i_{LS}(t_1) + \left( -\frac{r_3}{C} + \frac{RS}{LS \cdot C} \right) i_{LL}(t_1) - \frac{LL \cdot r_3 + RC}{\sqrt{\omega^2 + r_3^2}} \cdot \\
 & \cdot \frac{E_{sm}}{LS \cdot LL \cdot C} \text{sen}(\omega t_1 + \alpha - \phi_3) + \frac{LS \cdot r_3 + RS}{r_3} \frac{E}{LS \cdot LL \cdot C} \left. \right\} \exp \left[ r_3(t-t_1) \right] + \\
 & + \frac{E_{sm}}{LS \cdot LL \cdot C} \frac{\sqrt{RL^2 + \omega^2 LL^2}}{\sqrt{(V-P\omega^2)^2 + (\omega - \omega^3)^2}} \text{sen}(\omega t + \alpha + \phi_C) + \frac{RS}{RS + RL} E
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
i_{LS}(t) = & \frac{1}{(r_1-r_2)(r_1-r_3)} \left[ -\left(\frac{r_1}{LS} + \frac{RL}{LS.LC}\right) v_C(t_1) + \left(r_1^2 + \frac{RL}{LC}r_1 + \frac{1}{LL.C}\right) \right. \\
& \cdot i_{LS}(t_1) + \left(\frac{RA}{LS}r_1 + \frac{1}{LS.C}\right) i_{LL}(t_1) - \frac{r_1^2.LL + R'L.r_1 + \frac{1}{C}}{\sqrt{r_1^2 + \omega^2}} \frac{E_{sm}}{LS.LL} \\
& \left. \cdot \text{sen}(\omega t_1 + \alpha - \phi_1) - \frac{RA.r_1 + \frac{1}{C}}{r_1} \frac{E}{LS.LL} \right] \cdot \exp[r_1(t-t_1)] + \\
& + \frac{1}{(r_2-r_1)(r_2-r_3)} \left[ -\left(\frac{r_2}{LS} + \frac{RL}{LS.LC}\right) v_C(t_1) + \left(r_2^2 + \frac{R'L}{LL}r_2 + \frac{1}{LL.C}\right) \right. \\
& \cdot i_{LS}(t_1) + \left(\frac{RA}{LS}r_2 + \frac{1}{LS.C}\right) i_{LL}(t_1) - \frac{r_2^2.LL + R'L.r_2 + \frac{1}{C}}{\sqrt{r_2^2 + \omega^2}} \frac{E_{sm}}{LS.LC} \\
& \left. \cdot \text{sen}(\omega t_1 + \alpha - \phi_2) - \frac{RA.r_2 + \frac{1}{C}}{r_2} \frac{E}{LS.LL} \right] \cdot \exp[r_2(t-t_1)] + \\
& + \frac{1}{(r_3-r_1)(r_3-r_2)} \left[ -\left(\frac{r_3}{LS} + \frac{RL}{LS.LL}\right) v_C(t_1) + \left(r_3^2 + \frac{R'L}{LL}r_3 + \frac{1}{LL.C}\right) \right. \\
& \cdot i_{LS}(t_1) + \left(\frac{RA}{LS}r_3 + \frac{1}{LS.C}\right) i_{LL}(t_1) - \frac{r_3^2.LL + R'L.r_3 + \frac{1}{C}}{\sqrt{r_3^2 + \omega^2}} \frac{E_{sm}}{LS.LL} \\
& \left. \cdot \text{sen}(\omega t_1 + \alpha - \phi_3) - \frac{RA.r_3 + \frac{1}{C}}{r_3} \frac{E}{LS.LL} \right] \cdot \exp[r_3(t-t_1)] + \frac{E_{sm}}{LS.LL.C} \\
& \cdot \frac{\sqrt{(1 - \omega^2.LL.C)^2 + R'L^2.\omega^2.C^2}}{\sqrt{(V - P.\omega^2) + (Q.\omega - \omega^3)^2}} \text{sen}(\omega t + \alpha + \phi_{LS}) - \frac{E}{RS + RL}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
i_{LL}(t) = & \frac{1}{(r_1-r_2)(r_1-r_3)} \left[ \left( \frac{r_1}{LL} + \frac{RS}{LS.LC} \right) v_C(t_1) + \left( \frac{RA}{LL} r_1 + \frac{1}{LL.C} \right) i_{LS}(t_1) + \right. \\
& + \left( r_1^2 + \frac{R'S}{LS} r_1 + \frac{1}{LS.C} \right) i_{LL}(t_1) - \frac{RA.r_1 + \frac{1}{C}}{\sqrt{r_1^2 + \omega^2}} \frac{E_{sm}}{LS.LL} \text{sen}(\omega t_1 + \alpha - \phi_1) - \\
& - \frac{LS.r_1^2 + R'S.r_1 + \frac{1}{C}}{r_1} \cdot \frac{E}{LS.LL} \left. \right] \cdot \exp [r_1(t-t_1)] + \frac{1}{(r_2-r_1)(r_2-r_3)} \cdot \\
& \cdot \left[ \left( \frac{r_2}{LL} + \frac{RS}{LS.LL} \right) \cdot v_C(t_1) + \left( \frac{RA}{LL} r_2 + \frac{1}{LL.C} \right) i_{LS}(t_1) + \left( r_2^2 + \frac{R'S}{LS} r_2 + \frac{1}{LS.C} \right) \cdot \right. \\
& \cdot i_{LL}(t_1) - \frac{RA.r_2 + \frac{1}{C}}{\sqrt{r_2^2 + \omega^2}} \frac{E_{sm}}{LS.LL} \text{sen}(\omega t_1 + \alpha - \phi_2) - \frac{LS.r_2^2 + R'S.r_2 + \frac{1}{C}}{r_2} \cdot \\
& \cdot \frac{E}{LS.LL} \left. \right] \cdot \exp [r_2(t-t_1)] + \frac{1}{(r_3-r_1)(r_3-r_2)} \left[ \left( \frac{r_3}{LL} + \frac{RS}{LS.LL} \right) v_C(t_1) + \right. \\
& + \left( \frac{RA}{LL} r_3 + \frac{1}{LL.C} \right) i_{LS}(t_1) + \left( r_3^2 + \frac{R'S}{LS} r_3 + \frac{1}{LS.C} \right) i_{LL}(t_1) - \\
& - \frac{RA.r_3 + \frac{1}{C}}{\sqrt{r_3^2 + \omega^2}} \frac{E_{sm}}{LS.LL} \text{sen}(\omega t_1 + \alpha - \phi_3) - \frac{LS.r_3^2 + R'S.r_3 + \frac{1}{C}}{r_3} \cdot \frac{E}{LS.LL} \left. \right] \cdot \\
& \cdot \exp [r_3(t-t_1)] + \frac{E_{sm}}{LS.LL} \frac{\sqrt{\frac{1}{C^2} + \omega^2} \cdot RA^2}{\sqrt{(V-P\omega^2)^2 + (Q\omega - \omega^3)^2}} \cdot \text{sen}(\omega t + \alpha + \phi_{LL}) - \\
& - \frac{E}{RS+RL}
\end{aligned} \tag{3,23}$$

onde

$$\phi_1 = \operatorname{arctg} \frac{\omega}{-r1}, \quad \phi_2 = \operatorname{arctg} \frac{\omega}{-r2}, \quad \phi_3 = \operatorname{arctg} \frac{\omega}{-r3}$$

$$\phi_C = \operatorname{arctg} \frac{-RL(Q.\omega - \omega^3) + \omega.LL(V - P.\omega^2)}{RL(V - P.\omega^2) + \omega.LL(Q.\omega - \omega^3)}$$

$$\phi_{LS} = \operatorname{arctg} \frac{(V - P.\omega^2).R'L.\omega.C - (Q.\omega - \omega^3)(1 - \omega^2.LL.C)}{(V - P.\omega^2)(1 - \omega^2.LL.C) + R'L.\omega.C(Q.\omega - \omega^3)}$$

$$\phi_{LL} = \operatorname{arctg} \frac{\omega.RA(V - P.\omega^2) - (Q.\omega - \omega^3)/C}{(V - P.\omega^2)(1 - \omega^2.LL.C) + R'L.\omega.C(Q.\omega - \omega^3)}$$

### Período t5 - t6 Fig. 3.3

Neste período o circuito da carga funciona em roda-livre e o capacitor é carregado.

Tem-se um circuito de 2a. ordem e outro de 1a. ordem desacoplados; e as expressões são as seguintes:

$$\begin{aligned} v_C(t) = & \frac{1}{S2 - S1} \left\{ -\frac{i_{LS}(t5)}{C} + S2 \cdot v_C(t5) + v_{Cm} \cdot \omega \cdot \cos(\omega t5 + \alpha - \beta) - \right. \\ & \left. - v_{Cm} \cdot S2 \cdot \operatorname{sen}(\omega t5 + \alpha - \beta) \right\} \cdot \exp [S1(t - t5)] + \frac{1}{S2 - S1} \cdot \\ & \cdot \left\{ \frac{i_{LS}(t5)}{C} - S1 \cdot v_C(t5) - v_{Cm} \cdot \omega \cdot \cos(\omega.t5 + \alpha - \beta) + S1 \cdot \right. \\ & \left. \cdot v_{Cm} \cdot \operatorname{sen}(\omega.t5 + \alpha - \beta) \right\} \cdot \exp [S2(t - t5)] + v_{Cm} \cdot \operatorname{sen}(\omega.t + \alpha - \beta) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
i_{LS}(t) = & \frac{1}{S1-S2} \left\{ S1 \cdot i_{LS}(t5) - \frac{1}{LS} \cdot v_C(t5) - i_{LSm} \cdot S1 \cdot \right. \\
& \left. \cdot LS \left[ \frac{S2}{\omega} \cdot \cos(\omega \cdot t5 + \alpha - \delta) + \text{sen}(\omega \cdot t5 + \alpha - \delta) \right] \right\} \cdot \exp\{S1(t-t5)\} + \\
& + \frac{1}{S2-S1} \left\{ S2 \cdot i_{LS}(t5) - \frac{1}{LS} \cdot v_C(t5) - i_{LSm} \cdot S2 \cdot \right. \\
& \left. \cdot LS \left[ \frac{S1}{\omega} \cdot \cos(\omega \cdot t5 + \alpha - \delta) + \text{sen}(\omega \cdot t5 + \alpha - \delta) \right] \right\} \cdot \exp\{S2(t-t5)\} + \\
& + i_{LSm} \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + \alpha - \delta)
\end{aligned} \tag{3.25}$$

$$i_{LL}(t) = - \frac{E}{RL} + \frac{E}{RL} \exp\left\{\frac{RL(t-t6)}{LL}\right\} + i_{LL}(t5) \exp\left\{\frac{RL(t-t6)}{LL}\right\} \tag{3.26}$$

onde

S1 e S2 raízes da equação característica do sistema de 2a. ordem.

$$v_{Cm} = \frac{\omega_0^2 \cdot E_{sm}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2\alpha \cdot \omega)^2}}$$

$$i_{LSm} = \frac{E_{sm}}{\sqrt{R'^2 S^2 + \left(\omega \cdot LS - \frac{1}{\omega \cdot C}\right)^2}}$$

$$\alpha' = \frac{R'S}{2LS}$$

$$\beta = \arctg \frac{2\alpha'\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

$$\delta = \arctg \frac{\omega \cdot LS - \frac{1}{\omega \cdot C}}{R'S}$$

DETERMINAÇÃO DOS INSTANTES  $t_1$ ,  $t_4$ ,  $t_5$ , DA FORÇA CONTRA-ELETROMOTRIZ,  $\underline{E}$ , E DAS CONDIÇÕES INICIAIS  $v_C(t_0)$ ,  $i_{LS}(t_0)$  e  $i_{LL}(t_0)$

Conhecidas as expressões analíticas das variáveis de estado em cada um dos quatro períodos e, considerando-se as condições de simetria; isto é, a tensão no capacitor,  $v_C(t_6)$ , e a corrente no secundário do transformador,  $i_{LS}(t_6)$  no instante  $t_6$  (final do semi-ciclo), iguais respectivamente à tensão e à corrente no instante  $t_0$ ,  $v_C(t_0)$  e  $i_{LS}(t_0)$  (início do semi-ciclo), com sinais trocados; e a corrente no motor,  $i_{LL}(t_6)$ , no instante  $t_6$  igual à corrente no instante  $t_0$ ,  $i_{LL}(t_0)$ , tem-se as equações:

Equação 1:

$$v_C(t_6) = -v_C(t_0) \quad (3.27)$$

Equação 2:

$$i_{LS}(t_6) = -i_{LS}(t_0) \quad (3.28)$$

Equação 3:

$$i_{LL}(t_6) = i_{LL}(t_0) \quad (3.29)$$



As seguintes condições ocorrem com a comutação natural dos semicondutores:

- 1) Bloqueio do diodo D1 ao final do primeiro período de sobreposição (instante  $t_1$ ).

Equação 4:

$$i_{D1}(t_1) = 0 \quad (3.30)$$

ou

$$i_{LS}(t_1) + i_C(t_1) = i_{T1}(t_1) = i_{LL}(t_1) \quad (3.31)$$

- 2) Início de condução do diodo D1, ao final do período  $t_1 - t_4$  (início do segundo período de sobreposição).

Ocorre quando este passa a ser diretamente polarizado pela fonte, ou seja,

Equação 5:

$$v_s(t_4) = 0 \quad (3.32)$$

- 3) Bloqueio do tiristor T1 ao final do segundo período de sobreposição (instante  $t_5$ ).

Equação 6:

$$i_{T1}(t_5) = i_{LS}(t_5) + i_C(t_5) = 0 \quad (3.33)$$

A hipótese de partida da locomotiva com corrente de armadura do motor constante (aceleração constante), e de valor médio pré-estabelecido,  $I_{CC}$ , leva-nos a condição:

Equação 7:

$$I_{LL} = I_{CC} \quad (3.34)$$

Constituindo-se, assim, o sistema de sete equações algébricas não lineares com as incógnitas:  $v_C(t_0)$ ,  $i_{LS}(t_0)$ ,  $i_{LL}(t_0)$ ,  $E$ ,  $t_1$ ,  $t_4$  e  $t_5$  apresentado integralmente no Anexo 2 na subrotina RESID do programa LWERC, onde apresenta-se também, um exemplo dos dados de saída deste programa.

Nas equações acima estão implícitas as condições de continuidade; ou seja, o valor das variáveis de estado no início dos períodos  $t_1 - t_4$ ,  $t_4 - t_5$  e  $t_5 - t_6$  são iguais aos seus valores no final dos respectivos períodos anteriores:  $t_0 - t_1$ ,  $t_1 - t_4$  e  $t_4 - t_5$ .

### 3.2.1. Verificação da Solução do Sistema no Período $t_1 - t_4$

Consiste na substituição, para um determinado instante  $t$ , e condições iniciais, dos valores das variáveis de estado, na equação de estado 3.1:

$$\dot{X} = AX + BU$$

Inicialmente calculam-se esses valores, os quais são substituídos no segundo membro da equação acima. A seguir, calculam-se os valores das derivadas a partir das suas expressões analíticas; as quais constituem o primeiro membro da equação.

Finalmente, os resultados são comparados.

Para estes cálculos foi desenvolvido o programa VERIFICAÇÃO DA SOLUÇÃO DO SISTEMA DE 3a. ORDEM.

#### DADOS DE ENTRADA DO PROGRAMA

- os parâmetros do sistema

$$R_S = 0,35 \Omega$$

$$R_L = 1,80 \Omega$$

$$R_A = 70,00 \Omega$$

$$L_S = 5,00 \text{ mH}$$

$$L_L = 100,00 \text{ mH}$$

$$C = 1,00 \text{ mF}$$

- ângulo de disparo

$$\alpha = 45^\circ$$

- excitações

$$E_s = 220 \text{ V}$$

$$E = 140 \text{ V}$$

Resultados:

condições iniciais

$$v_C(0) = 50 \text{ V}$$

$$i_{LS}(0) = 30 \text{ A}$$

$$i_{LL}(0) = 10 \text{ A}$$

valores em  $t = 1 \cdot 10^{-6} \text{ s}$

$$v_C(t) = 50,0160 \text{ V}$$

$$i_{LS}(t) = 29,7651 \text{ A}$$

$$i_{LL}(t) = 10,0242 \text{ A}$$

membro esquerdo da equação de estado

$$\dot{v}_C(t) = 19.740,93 \text{ V/s}$$

$$\dot{i}_{LS}(t) = 244.443,39 \text{ A/s}$$

$$\dot{i}_{LL}(t) = 12.738,38 \text{ A/s}$$

membro direito

$$\dot{v}_C(t) = 19.742,50 \text{ V/s}$$

$$\dot{i}_{LS}(t) = 244.442,87 \text{ A/s}$$

$$\dot{i}_{LL}(t) = 12.738,66 \text{ A/s}$$

Vários casos foram "rodados" com a mesma ordem de precisão.

Foram verificados os resultados a partir de valores pequenos de  $t$ , para obter-se o máximo efeito dos termos transitórios.

### 3.3. Comparação Entre os Resultados Obtidos por Runge-Kutta e pelas Funções Analíticas no Período $t_1 - t_4$

Pelos bons resultados obtidos na verificação das expressões analíticas das variáveis de estado, capítulo 3.2, supõem-se verdadeiros os valores calculados a partir dessas expressões:

#### Parâmetros do Sistema

$$R_S = 0,35 \, \Omega$$

$$R_L = 1,80 \, \Omega$$

$$R_A = 80,00 \, \Omega$$

$$L_S = 0,0025 \, H$$

$$C = 50 \, \mu F$$

$$L_L = 0,05 \, H$$

#### Excitações

$$E_s = 0,0 \, V$$

$$E = 0,0 \, V$$

#### Ângulo de disparo

$$\alpha = 45^\circ$$

Resultados obtidos pelos cálculos das expressões de  $v_C$ ,  $i_{L_S}$  e  $i_{L_L}$

Valores no instante  $t = 0,00625 \, s$

$$v_C = 14,50 \, V$$

$$i_{LS} = 7,97 \text{ A}$$

$$i_{LL} = 8,12 \text{ A}$$

Resultados obtidos para vários valores do passo de integração, expressões de recorrência de Runge-Kutta.

	Erros Absolutos:
$h = 5 \cdot 10^{-5} \text{ s}$	
$v_C = 12,39 \text{ V}$	$\epsilon = - 2,11$
$i_{LS} = 8,40 \text{ A}$	$\epsilon = + 0,43$
$i_{LL} = 8,54 \text{ A}$	$\epsilon = + 0,42$
$h = 4 \cdot 10^{-5} \text{ s}$	
$v_C = 13,44 \text{ V}$	$\epsilon = - 1,06$
$i_{LS} = 8,57 \text{ A}$	$\epsilon = + 0,66$
$i_{LL} = 8,71 \text{ A}$	$\epsilon = + 0,59$
$h = 3 \cdot 10^{-5} \text{ s}$	
$v_C = 14,69 \text{ V}$	$\epsilon = + 0,19$
$i_{LS} = 8,76 \text{ A}$	$\epsilon = + 0,79$
$i_{LL} = 8,91 \text{ A}$	$\epsilon = + 0,79$
$h = 2 \cdot 10^{-5} \text{ s}$	
$v_C = 16,29 \text{ V}$	$\epsilon = + 1,79$
$i_{LS} = 9,00 \text{ A}$	$\epsilon = + 1,03$
$i_{LL} = 9,15 \text{ A}$	$\epsilon = + 1,03$
$h = 1 \cdot 10^{-5} \text{ s}$	
$v_C = 18,57 \text{ V}$	$\epsilon = + 4,07$
$i_{LS} = 9,34 \text{ A}$	$\epsilon = + 1,37$
$i_{LL} = 9,50 \text{ A}$	$\epsilon = + 1,38$

Observa-se que os melhores valores são para  $h = 3 \cdot 10^{-5} \text{ s}$ .

Para valores menores de  $h$ , o erro começa a aumentar devido aos arredondamentos.

## CAPÍTULO 4

### MÉTODOS EMPREGADOS NA ANÁLISE PARA OBTENÇÃO DO FATOR DE POTÊNCIA E DAS COMPONENTES HARMÔNICAS

A partir dos resultados obtidos pelos programas LWER e LWERC que definem, basicamente, os quatro períodos; e, conhecidas as expressões das variáveis de estado em cada um desses períodos, vários programas foram implementados em linguagem Basic e rodados em um microcomputador. Todas as integrações foram calculadas utilizando-se a regra de Sympson .

#### 4.1. Obtenção das Formas de Ondas e suas Representações

##### 4.1.1. Caso LWER: A Ponte sem o Filtro RC

Conhecidos os períodos e a f.c.e.m. do motor ob



tidos pelo programa LWER e utilizando-se as expressões da corrente nestes períodos, os pontos das ondas de corrente foram calculados pelo programa GERAÇÃO DE GRÁFICOS LWER e armazenados - num arquivo de dados para posterior "plotagem" e análise.

#### 4.1.2. Caso LWERC: A Ponte com o Filtro RC

De forma similar, porém, neste caso, também os valores das variáveis de estado no instante  $t_0$  foram obtidos pelo programa LWERC, e os pontos das ondas de tensão e corrente, calculados pelo programa GERAÇÃO DE GRÁFICOS LWERC.

#### 4.2. Análise das Formas de Ondas

Obtidos esses pontos, gerados e armazenados pelos programas acima referidos, para a análise das formas de ondas, os seguintes programas foram implementados: CÁLCULO DO FATOR DE POTÊNCIA, HARMÔNICAS DE CORRENTE NA LINHA, TENSÃO MÉDIA (VCC) E HARMÔNICAS DE TENSÃO NO MOTOR e CORRENTE MÉDIA (ICC) E HARMÔNICAS DE CORRENTE NO MOTOR.

##### 4.2.1. Determinação do Fator de Potência e das Componentes Harmônicas no Transformador

O fator de potência é calculado pela expressão

2.3 2:

$$F P = \lambda \cos \psi_1$$

portanto, deve-se obter o fator de distorção da expressão 2.29:

$$\lambda = \frac{I_{LS1}}{I_{LS}}$$

e o fator de deslocamento  $\cos\psi_1$ : onde  $\psi_1$ , que é a defasagem entre a onda da f.e.m.,  $e_s$ , e a fundamental da corrente  $I_{LS1}$ , é obtido da seguinte forma:

$$\psi_1 = \alpha + Q_1 \quad (4.1)$$

Sendo:

$$Q_1 = \arctg \frac{A1}{B1} \quad (4.2)$$

e

A1 = amplitude da componente senoidal do termo fundamental da série de Fourier representativa da corrente  $i_{LS}$ .

B1 = idem da componente cosenoidal.

As seguintes integrais foram calculadas:

Valor eficaz da onda completa:

$$I_{LS} = \sqrt{\frac{2}{T} \int_0^{T/2} i_{LS}^2(t) dt} \quad (4.3)$$

Sendo a corrente  $i_{LS}$ , periódica, com simetria de meia onda e sem componente CC, apresenta apenas componentes harmônicas de ordem ímpar. Portanto, tem-se para o termo da série

de Fourier de n-ésima ordem.

$$A_n = \frac{1}{T} \int_0^T i_{LS}(t) \operatorname{sen}(n \omega t) dt \quad (4.4)$$

e

$$B_n = \frac{1}{T} \int_0^T i_{LS}(t) \operatorname{cos}(n \omega t) dt \quad (4.5)$$

Devido a difícil manipulação das expressões da corrente  $i_{LS}$ , para o cálculo dessas integrais; optou-se pelo método de Simpson dado pela seguinte expressão :

$$\int_a^b f(x) dx \cong \frac{h}{3} \{y_1 + 4y_2 + 2y_3 + \dots + 4y_{n-1} + y_n\} \quad (4.6)$$

$y_n$  - valor de  $f(x)$  no ponto  $n$

#### 4.2.2 - Determinação do Valor Médio da Tensão de Saída da Ponte, $V_{CC}$ , e das suas Componentes Harmônicas

Como já referido no capítulo 2.3.3, essas harmônicas são de ordem par; e a fundamental, de frequência o dobro da frequência da rede.

Foram computadas as harmônicas até a 10a. ordem.

O conhecimento do valor médio,  $V_{CC}$  é de grande importância na determinação dos parâmetros do sistema e do número de espiras do transformador.

Tem-se para tensão:

$$v_{CC} = \frac{1}{T} \int_0^T v_{CC}(t) dt \quad (4.7)$$

e suas componentes harmônicas:

$$A_n = \frac{1}{T} \int_0^T v_{CC}(t) \operatorname{sen}(n \omega t) dt \quad (4.8)$$

e

$$B_n = \frac{1}{T} \int_0^T v_{CC}(t) \operatorname{cos}(n \omega t) dt \quad (4.9)$$

$n$  - par

#### 4.2.3 - Determinação das Componentes Harmônicas da Corrente no Motor

As harmônicas de tensão acima referidas estão associadas as harmônicas de corrente.

Estas, como já nos referimos no capítulo 2.3.3, podem apresentar sérios problemas na comutação além de torque pulsante.

Foram calculadas pelo mesmo processo de integração numérica anterior, porém, alternativamente, as harmônicas de corrente podem ser obtidas considerando-se cada fonte de tensão harmônica e a tensão contínua agindo individualmente no circuito CC.

Os resultados podem ser comparados para ser verificada a precisão obtida.

#### 4.2.4. - Exemplos e Verificações dos Resultados

##### 4.2.4.1 - Formas de Ondas Obtidas a Partir dos Resultados do Programa LWER

Este programa, originalmente desenvolvido para a frequência de 50 Hz. foi modificado para 60 Hz, e implantado - no computador VAX-VMS da Universidade de Bauru.

As formas de ondas, apresentadas a seguir, são para o sistema com os seguintes parâmetros:

$$R_S = 0,35\Omega, L_S = 0,0025H, R_L = 1,8\Omega, L_L = 0,055H$$

Excitação:

$$E_s = 220V$$

Corrente no motor:

$$I_{LL} = I_{CC} = 12A$$

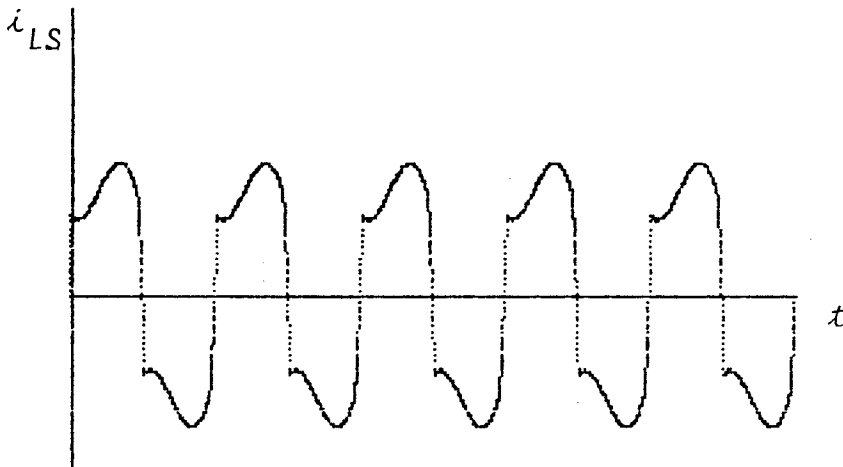


Fig. 4.1 - Corrente no Secundário do Transformador,  $i_{LS}$ , para  $\alpha = 16^\circ$  (esc. vert. = 0,86 A/mm, esc. hor. = 0,87 ms/mm)

Abaixo, apresenta-se a tabela correspondente, com o conteúdo de harmônicas da corrente  $i_{LS}$ , em amperes e em porcentagem da fundamental.

```

I1RMS=11.4640079
ALFA=16
DESLOCAMENTO=23.7573158
FATOR DE DESLOCAMENTO=.915259976
FATOR DE DISTORSAO=.954386772
FATOR DE POTENCIA=.873512013

VALOR EFICAZ DA CORRENTE NO SEC. DO TRANSF.
CORRENTE NO SEC. DO TRANSF. RMS =12.0119099
CALCULADO NO INTERVALO DE 0A8.333E-03
I1(RMS)=11.4641022          100%
I3(RMS)=2.88662051         25.1796475%
I5(RMS)=1.59775538         13.9370302%
I7(RMS)=1.03583554         9.03547025%
I9(RMS)=.709666918         6.19034014%
I11(RMS)=.493945507        4.30862792%
I13(RMS)=.342236317        2.9852867%
I15(RMS)=.233652286        2.03812111%
I17(RMS)=.157801858        1.37648685%
I19(RMS)=.109305994        .95346319%
I21(RMS)=.0840859661       .733471884%
I23(RMS)=.0749835439       .654072538%
I25(RMS)=.0725344452       .63270934%

```

Tabela 4.1 - Conteúdo de harmônicas da corrente  $i_{LS}$ , representada na Fig. 4.1

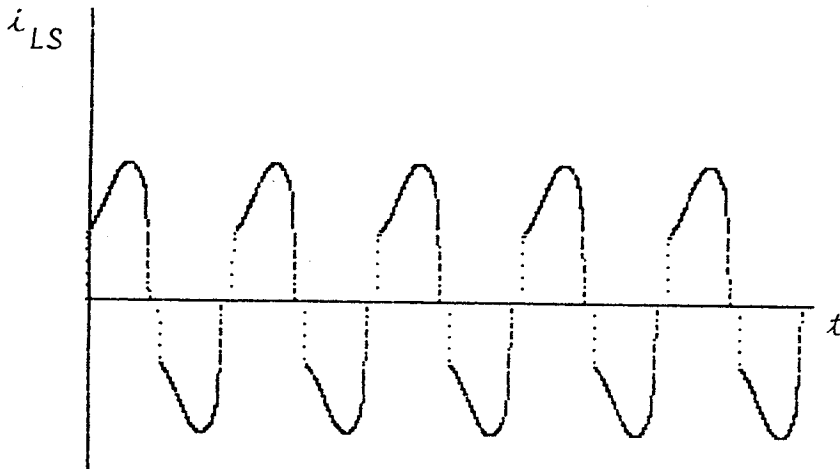


Fig. 4.2 - Corrente no secundário do transformador,  $i_{LS}$ , para  $\alpha = 40^\circ$  (esc. vert. = 0,86 A/mm, esc. hor. = 0,87 ms/mm)

$I_{1RMS}=11.3989707$   
 $ALFA=40$   
 $DESLOCAMENTO=34.1284362$   
 $FATOR\ DE\ DESLOCAMENTO=.827781841$   
 $FATOR\ DE\ DISTORSAO=.981237265$   
 $FATOR\ DE\ POTENCIA=.81225039$

VALOR EFICAZ DA CORRENTE NO SEC. DO TRANSF.  
 CORRENTE NO SEC. DO TRANSF. RMS =11.6169362  
 CALCULADO NO INTERVALO DE 0 A 8.333E-03

$I_1(RMS)=11.3990656$	100%
$I_3(RMS)=1.79073834$	15.7095186%
$I_5(RMS)=.466788772$	4.09497398%
$I_7(RMS)=.460599758$	4.04067993%
$I_9(RMS)=.660558855$	5.79485088%
$I_{11}(RMS)=.658214857$	5.7742878%
$I_{13}(RMS)=.512156699$	4.49297087%
$I_{15}(RMS)=.300738383$	2.63827223%
$I_{17}(RMS)=.094217452$	.826536621%
$I_{19}(RMS)=.0794007931$	.696555276%
$I_{21}(RMS)=.171119263$	1.50116921%
$I_{23}(RMS)=.20266151$	1.77787826%
$I_{25}(RMS)=.189941861$	1.66629325%

Tabela 4.2 - Conteúdo de harmônicas da corrente  $i_{LS}$ , representada na Fig. 4.2

#### 4.2.4.2 - Formas de Ondas Obtidas a Partir dos Resultados do Programa LWERC

Os parâmetros são os mesmos do sub-capítulo anterior e, adicionalmente, tem-se para o filtro:

$$R_A = 100\Omega, C = 1\mu F$$

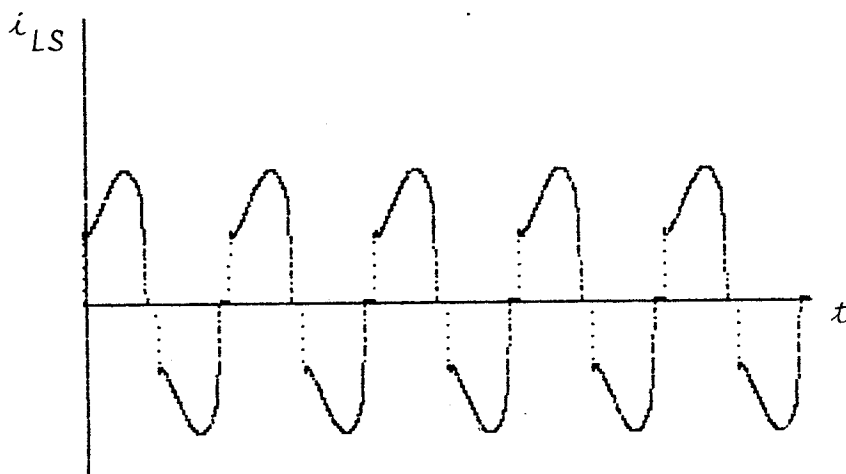


Fig. 4.3 - Corrente no secundário do transformador,  $i_{LS}$ , para  $\alpha = 40^\circ$  (esc. vert. = 0,86 A/mm, esc. hor. = 0,87 ms/mm)

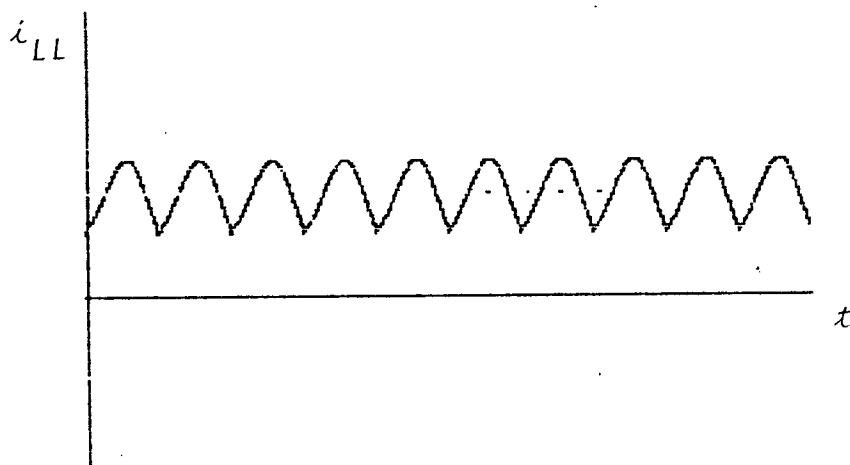


Fig. 4.4 - Corrente no motor,  $i_{LL}$ , para  $\alpha = 40^\circ$  (esc. vert. = 0,86 A/mm, esc. hor. = 0,87 ms/mm)



```

I1RMS=11.1227509
ALFA=40
DESLOCAMENTO=33.7179714
FATOR DE DESLOCAMENTO=.831779908
FATOR DE DISTORSAO=.980647746
FATOR DE POTENCIA=.815683092
ANALISE DE RESULTADOS
VALOR EFICAZ DA CORRENTE NO SEC. DO TRANSF.
CORRENTE NO SEC. DO TRANSF. RMS =11.3422488
CALCULADO NO INTERVALO DE 0A8.333E-03
I1(RMS)=11.1227556          100%
I3(RMS)=1.76891434         15.9035621%
I5(RMS)=.480314815         4.31830774%
I7(RMS)=.437973328         3.9376333%
I9(RMS)=.637890242         5.73500189%
I11(RMS)=.648651065        5.8317479%
I13(RMS)=.515700802        4.6364482%
I15(RMS)=.311173491        2.7976295%
I17(RMS)=.104508716        .939593745%
I19(RMS)=.079334459        .71326263%
I21(RMS)=.17615981         1.58377849%
I23(RMS)=.211494517        1.90145792%
I25(RMS)=.199136067        1.79034831%

VALOR MEDIO TENSAO CONTINUA(VDC)
TENSAO CONTINUA (VALOR MEDIO) VDC=167.968019 VOLTS
CALCULADO NO INTERVALO DE 0A8.333E-03
V2(RMS)=111.647787         100%
V4(RMS)=26.7643037         23.9720862%
V6(RMS)=12.2363712         10.9597973%
V8(RMS)=11.0329502         9.88192465%
V10(RMS)=10.4643703        9.37266256%
V12(RMS)=8.39529539        7.51944632%
V14(RMS)=6.21597926        5.56748991%
V16(RMS)=5.35617618        4.79738679%
V18(RMS)=5.3254282         4.76984663%
V20(RMS)=4.9469957         4.43089455%

ANALISE DE RESULTADOS
CORRENTE NO MOTOR (VALOR MEDIO) IDC=12.0466645 A
CALCULADO NO INTERVALO DE 0A8.333E-03
I2(RMS)=2.67940714         100%
I4(RMS)=.318715129         11.8949869%
I6(RMS)=.0993932966        3.7095257%
I8(RMS)=.0663020612        2.47450491%
I10(RMS)=.0480942103       1.79495716%
I12(RMS)=.0314335527       1.17315328%

```

Tab. 4.3 - Conteúdo de harmônicas da corrente  $i_{LS}$ , da tensão  $v_{CC}$  e da corrente  $i_{LL}$ , relativas às ondas das figuras 4.3 e 4.4

Pela comparação das Figs. 4,2 e 4.3 e Tabelas 4.2 e 4,3, nota-se a desprezível influência do filtro na forma de onda, para  $C = 1\mu\text{F}$  e  $RA = 100\Omega$ . Portanto, demonstra-se que o modelo matemático do programa LWERC é compatível com o modelo do Programa LWER desenvolvido em [1], para a ponte sem o filtro; e para valores de  $C$  inferiores a  $1\mu\text{F}$  pode-se usar indistintivamente qualquer dos dois programas.

Todos os resultados, portanto, apresentados no restante deste trabalho, são obtidos pelo programa LWERC.

A título de demonstração das boas precisões obtidas em todas as etapas da simulação digital podemos verificar os seguintes fatos, tomando por exemplo os dados da tabela 4.3:

- Valor médio da corrente no motor,  $I_{CC}$

Valor de entrada do programa LWERC,  $I_{CC} = 12\text{A}$

Valor calculado pelo programa CORRENTE MÉDIA - ( $I_{CC}$ ) E HARMÔNICAS DE CORRENTE NO MOTOR.

$$I_{CC} = 12,0466 \text{ A}$$

- Valor eficaz da corrente no secundário do transformador, calculado pelo programa HARMÔNICAS DE CORRENTE NA LINHA utilizando-se a expressão 4.4.

$$I_{LS} = 11,3422 \text{ A}$$

Valor calculado a partir da expressão

$$I_{LS} = (I_1^2 + I_3^2 + \dots + I_{25}^2)^{1/2}$$

com os dados da tabela 4.3;

$$I_{LS} = 11,3397 \text{ A}$$

Os seguintes cálculos também podem ser verificados:

- Potência aparente fornecida pelo secundário -  
do transformador, S.

Valor calculado por 2.23

$$S = E_s \cdot I_{LS}$$

tem-se que

$$S = 2495,2840 \text{ VA}$$

Valor calculado por 2.26

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2 + D^2}$$

tem-se que

$$S = 2495,2126 \text{ VA}$$

## CAPÍTULO 5

### ENSAIOS EXPERIMENTAIS

Foi construído um modelo reduzido para uma potência de acionamento de 2 Kw, porém, devido às limitações dos instrumentos de medição e alguns elementos do circuito, a potência máxima desenvolvida foi de aproximadamente 0,63 Kw.

Sem a preocupação de ter-se os componentes com parâmetros escalonados em virtude do encarecimento do projeto (ex.: transformador monofásico e reator de suavização, ambos de projetos especiais), o protótipo prestou-se à verificação da precisão do modelo matemático.

## 5.1 - O Circuito de Força (Fig. 2.13)

São os seguintes os equipamentos e dispositivos utilizados:

Quant.	Descrição
01	Motor C.C. Enika, 2 KW, 200 VCC, 220 VCC, 1800 rpm, 9,2 A, $R = 0,8\Omega$ , $L = 9\text{mH}$
02	Tiristor GE C 220 D
02	Diodo Semikron SKN 12/12
01	Indutor fabricação própria LEFEIS, $R = 1,2\Omega$ , $L=41\text{mH}$
01	Indutor fabricação própria LEFEIS, $R=13,2\Omega$ , $L=491\text{mH}$
01	Capacitor óleo $10\mu\text{F}$ , 440V
01	Reostato Eletele $500\Omega$ , 1,5A

A ponte de semicondutores foi montada em dissipadores de calor de alumínio fundido, em uma armação metálica (Fig. 5.11), juntamente com o módulo do circuito de controle.

O transformador foi substituído pelo indutor de  $1,2\Omega$  e  $41\text{mH}$ , e a rede local considerada um barramento infinito.

## 5.2. O Circuito de Controle

O circuito utilizado é o da figura abaixo, cujo elemento básico é o integrado TCA 780. O circuito de força aã representado é apenas uma exemplificação.

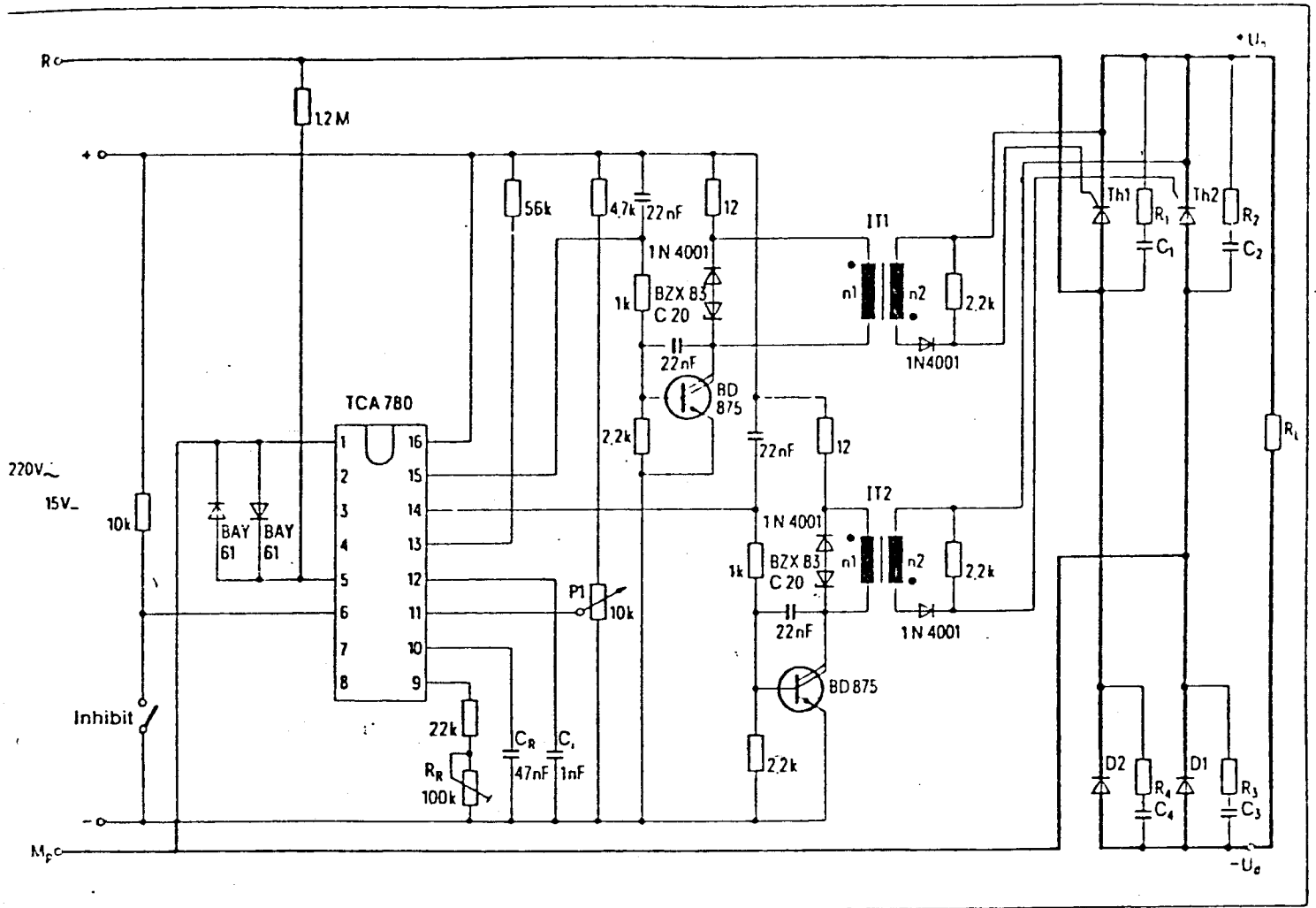


Fig. 5.1 - Controle do disparo dos Tiristores- Fonte: Informativo ICOTRON.

São os seguintes, os seus componentes principais:

Quant.	Descrição
02	Transformador de Pulso
01	Fonte de 2A, 220 VCC
01	Resistor 15 $\Omega$ , 10 W
01	C.I. TCA 780 Icotron
02	Transistor BD 875
02	Diodo Zener BZX 83C 20
02	Diodo BAY 61

### 5.3. Instrumentos de Medição | 13 |

As formas de ondas de tensão e corrente não senoidais, provocam erros de medição quando são utilizados instrumentos calibrados para ondas perfeitamente senoidais, e frequência da rede. O limite da faixa de frequência desses instrumentos normalmente não ultrapassa 120 Hz e, portanto, não respondem às harmônicas maiores.

#### 5.3.1. Medição da Potência Ativa CC

Devido ao valor elevado da indutância de suavização ( $\approx 500$  mH), as harmônicas de corrente foram desprezadas e a potência dada por

$$P_{CC} = V_{CC} I_{CC} \quad (5.1)$$

### 5.3.2. Medição das Potências Ativa e Aparente CA

Tendo sido suposta uma fonte de alimentação com tensão perfeitamente senoidal, não há potência ativa associada as harmônicas de corrente. Portanto, o fator de potência é dado pela expressão 2.28.

$$FP = \frac{E_s I_{LS1} \cos \psi_1}{E_s I_{LS}}$$

ou

$$FP = \frac{P_{CA}}{E_s I_{LS}} \quad (5.2)$$

E a potência ativa  $P_{CA}$  pode ser medida por um wattímetro que responde à frequência fundamental.

O problema maior é a medição do valor eficaz da corrente total,  $I_{LS}$ , (valor eficaz verdadeiro).

Erros muito grandes são introduzidos com a utilização de instrumentos de bobina móvel ou ferro móvel.

Utilizou-se, portanto, um voltímetro térmico, e a corrente foi obtida indiretamente em um "shunt".

A variação de sua resistência, devido ao efeito pelicular das harmônicas superiores, não foi considerada.

Houve um problema de adequação do sinal de tensão do "shunt" com a escala mínima do voltímetro, solucionado pela consecução de um amplificador linear.



## 5.3.3. Relação dos Instrumentos de Medição Utilizados

Quant.	Descrição
01	Voltímetro térmico classe 0,5 Yokogawa . C.A. 0 - 30,0 - 75,0 - 150V
01	Amperímetro 0 - 2 A de classe 0,5 Ferro móvel 0 - 10A
01	Wattímetro monofásico HB dinamométrico 0-2400 W
01	Amperímetro Engro 0 - 6A de Ferro móvel 0 - 12A classe 0,5
01	Voltímetro Engro 0 - 60V 0 - 150V Classe 0,5 0 - 300V
01	Amplificador Operacional LM 108 - ganho 300 V
02	Resist. Shunt 10A/60mV
01	Voltímetro digital FLUKE modelo 8024B

## 5.4. Processos para a Determinação dos Parâmetros

- Reator de Entrada:

O valor da indutância foi obtido pelo método de tensão e corrente:

Sendo

$$Z = \frac{V}{I} \quad (5.3)$$

e, considerando-se,

$$Z \cong X_L$$

tem-se que

$$L = \frac{X_L}{2 \pi f} \quad (5.4)$$

$$f = 60 \text{ Hz}$$

foram realizadas várias medidas de V e I e calculado um valor médio para L.

- Reator de Suavização: utilizou-se o mesmo processo, porém, a frequência neste caso é de 120 Hz; a tensão foi medida com um voltímetro digital calibrado para a frequência de 120 Hz e a corrente estimada a partir da leitura dos valores de pico no osciloscópio. Não foi utilizado o método anterior devido à saturação causada pela componente CC, neste caso, a tensão e a corrente praticamente consideradas foram as harmônicas.

- Enrolamento de Armadura: a resistência foi obtida pela medição de corrente e tensão em corrente contínua; incluindo a resistência dos cabos.

Indutância: idem ao processo utilizado no reator de entrada. Foi suposto, neste caso, devido ao baixo valor da corrente CC ( $\cong 4A$ ), operação na região linear.

## 5.5. Resultados

### 5.5.1. Ensaio do Protótipo

Foram obtidos os seguintes valores medidos:

$$\underline{\hat{\text{Ângulo de disparo}} (\alpha) \approx 40^\circ}$$

Tensão de alimentação:

$$E_s = 218 \text{ V}$$

Corrente na linha (leitura do amperímetro)

$$I_{LS} = 3,88 \text{ A}$$

Corrente na linha (leitura do voltímetro térmico, fator de escala = 1 : 1,8)

$$V_{Th} = 7,18 \text{ V}$$

Portanto:

$$I_{LS} = 3,99 \text{ A}$$

Potência ativa total fornecida ao sistema:

$$P_{CA} = 765 \text{ W}$$

Tensão contínua (valor médio)

$$V_{CC} = 144 \text{ V}$$

Corrente no motor (valor médio)

$$I_{LL} = I_{CC} = 4A$$

Primeira harmônica da corrente no motor

$$I_{LL2} = 0,275 A$$

Ângulo de disparo ( $\alpha$ ) =  $90^\circ$

$$E_s = 218 V$$

$$I_{LS} = 2,95 A \text{ (Amperímetro)}$$

$$I_{LS} = 3,1 A \text{ (Voltímetro térmico)}$$

$$P_{CA} = 455 W$$

$$V_{CC} = 72 V$$

$$I_{CC} = 4 A$$

$$I_{LL2} = 0,221 A$$

### 5.5.2. Simulação Digital

Resultados obtidos pelos programas: CÁLCULO DO FATOR DE POTÊNCIA, HARMÔNICAS DE CORRENTE NA LINHA, TENSÃO MÉDIA ( $V_{CC}$ ) E HARMÔNICAS DE TENSÃO NO MOTOR, CORRENTE MÉDIA ( $I_{CC}$ ) E HARMÔNICAS DE CORRENTE NO MOTOR.

Parâmetros:  $R_S=2,3\Omega$ ,  $L_S=0,041H$ ,  $R_L=14,2\Omega$ ,  $L_L=0,5H$ ,  $R_A=200\Omega$ ,  $C=10\mu F$

Obs.: Foram considerada as resistências dos cabos e conectores. Os resultados para as harmônicas de tensão e corrente no motor devem ser multiplicados por 2.

```

I1RMS=3.71134529
ALFA=40
DESLOCAMENTO=27.3794136
FATOR DE DESLOCAMENTO=.887980583
FATOR DE DISTORSAO=.969459187
FATOR DE POTENCIA=.860860934
ANALISE DE RESULTADOS
VALOR EFICAZ DA CORRENTE NO SEC. DO TRANSF.
CORRENTE NO SEC. DO TRANSF. RMS =3.82812047
CALCULADO NO INTERVALO DE 0A8.333E-03
I1(RMS)=3.71147592          100%
I3(RMS)=.865923708         23.3309801%
I5(RMS)=.339197843         9.13916326%
I7(RMS)=.116775822         3.1463446%
I9(RMS)=.0409867901        1.10432591%
I11(RMS)=.0346233344        .932872398%
I13(RMS)=.0268208715        .722647059%
I15(RMS)=.0229435038        .618177359%
I17(RMS)=.0267021212        .719447513%
I19(RMS)=.0283394995        .763564149%
I21(RMS)=.0259241229        .698485547%
I23(RMS)=.0221628234        .597143129%
I25(RMS)=.019382287         .522225859%

VALOR MEDIO TENSAO CONTINUA(VDC)
TENSAO CONTINUA (VALOR MEDIO) VDC=155.827688 VOLTS
CALCULADO NO INTERVALO DE 0A8.333E-03
V2(RMS)=57.6687176          100%
V4(RMS)=12.1231419          21.0220418%
V6(RMS)=7.17678764          12.4448539%
V8(RMS)=6.6724316           11.5702791%
V10(RMS)=4.59126002          7.96143943%
V12(RMS)=2.76276909          4.79075868%
V14(RMS)=2.50972039          4.35196152%
V16(RMS)=2.36592697          4.10261762%
V18(RMS)=1.72533162          2.99179815%
V20(RMS)=1.24140101          2.15264196%

ANALISE DE RESULTADOS
CORRENTE NO MOTOR (VALOR MEDIO) IDC=4.0293176 A
CALCULADO NO INTERVALO DE 0A8.333E-03
I2(RMS)=.154785312          100%
I4(RMS)=.0199282001          12.8747359%
I6(RMS)=8.73494732E-03       5.64326627%
I8(RMS)=6.71731467E-03       4.33976233%
I10(RMS)=5.39999884E-03       3.48870236%

```

Tab. 5.1 - Resultados da simulação digital ( $\alpha = 40^\circ$ ).

```

JPR#0I1RMS=2.88132838
ALFA=90
DESLOCAMENTO=47.7624668
FATOR DE DESLOCAMENTO=.672205465
FATOR DE DISTORSAO=.964670753
FATOR DE POTENCIA=.648456952
ANALISE DE RESULTADOS
VALOR EFICAZ DA CORRENTE NO SEC. DO TRANSF.
CORRENTE NO SEC. DO TRANSF. RMS =2.98679773
CALCULADO NO INTERVALO DE0A8.333E-03
I1(RMS)=2.88154798          100%
I3(RMS)=.395089938         13.7110311%
I5(RMS)=.601762105         20.8832929%
I7(RMS)=.193056089         6.69973536%
I9(RMS)=.124107998         4.30699051%
I11(RMS)=.162985182        5.65616755%
I13(RMS)=.0919553312       3.19117821%
I15(RMS)=.0346800428       1.20352127%
I17(RMS)=.0811840392       2.81737593%
I19(RMS)=.0546143645       1.89531338%
I21(RMS)=.0125023209       .433875161%
I23(RMS)=.0411057132       1.42651497%
I25(RMS)=.0374322771       1.29903362%

VALOR MEDIO TENSAO CONTINUA(VDC)
TENSAO CONTINUA (VALOR MEDIO) VDC=80.1686499 VOLTS
CALCULADO NO INTERVALO DE0A8.333E-03
V2(RMS)=44.5282008         100%
V4(RMS)=19.6992221         44.2398788%
V6(RMS)=9.09310014         20.4209916%
V8(RMS)=8.2868161          18.6102649%
V10(RMS)=4.76977113        10.7117985%
V12(RMS)=4.75515681        10.6789781%
V14(RMS)=3.07825661        6.91304961%
V16(RMS)=3.11073253        6.98598298%
V18(RMS)=2.23601759        5.02157634%
V20(RMS)=2.22196587        4.99001942%

ANALISE DE RESULTADOS
CORRENTE NO MOTOR (VALOR MEDIO) IDC=4.08149375 A
CALCULADO NO INTERVALO DE0A8.333E-03
I2(RMS)=.123941717         100%
I4(RMS)=.0300220797        24.2227398%
I6(RMS)=.0128906781        10.4005967%
I8(RMS)=9.60449493E-03     7.74920273%
I10(RMS)=6.98051925E-03    5.63209822%

```

Tab. 5.2 - Resultados da simulação digital ( $\alpha = 90^\circ$ ).

A partir dos valores medidos no ensaio do protótipo, os seguintes cálculos podem ser efetuados:

$$\underline{\alpha = 40^{\circ}}$$

$$\eta = \frac{P_{CC}}{P_{CA}} = \frac{V_{CC} \cdot I_{CC}}{P_{CA}} = \frac{144.4}{765} = 0,75$$

$$FP = \frac{P_{CA}}{S} = \frac{P_{CA}}{E_s \cdot I_{LS}} = \frac{765}{218.3,99} = 0,88$$

$$\lambda = \frac{I_{LS} \text{ (Amperímetro)}}{I_{LS} \text{ (Voltímetro térmico)}} = \frac{3,88}{3,99} = 0,97$$

que podem ser comparados com os resultados da tabela 5.1 da simulação digital:

$$\eta = \frac{V_{CC} \cdot I_{CC}}{E_s \cdot I_{LS1} \cdot \cos 1} = \frac{155,83.4}{218.3,71 \cdot 0,89} = 0,87$$

$$FP = 0,86$$

$$\lambda = 0,97$$

Pode ser observado de  $\lambda$ , que o amperímetro está medindo apenas a fundamental.

O que é ideal, já que normalmente são calibrados para isto.

$$\underline{\alpha = 90^{\circ}}$$

Ensaio:

$$\eta = \frac{72.4}{455} = 0,63$$

$$FP = \frac{455}{218.3,1} = 0,67$$

$$\lambda = \frac{2,95}{3,1} = 0,95$$

Simulação (tabela 5,2)

$$\eta = \frac{80,17.4}{218.2,88.0,67} = 0,76$$

$$FP = 0,65$$

$$\lambda = 0,96$$

Praticamente, tem-se, ainda, o mesmo valor para o fator de distorção,  $\lambda$ ; neste caso, a leitura do amperímetro deve ser mais precisa pois há um decréscimo da 3a. harmônica (13,71%) e aumento da 5a. harmônica (20,88%).



Os rendimentos obtidos nos ensaios e as tensões contínuas,  $V_{CC}$ , são menores que os obtidos pela simulação digital devido à dissipação térmica nos semicondutores considerados ideais no modelo matemático. O protótipo utilizado possui uma ponte superior com os diodos conduzindo em roda-livre.

Em ambos os casos o  $\eta$  será um pouco mais elevado se considerarem-se as perdas harmônicas no motor.

Os valores eficazes da primeira harmônica no motor, para os dois valores de  $\alpha$ , apresentam valores menores medidos, que os calculados, devido também a essa perdas de tensão nos semicondutores.

A seguir, apresentam-se as formas de ondas nos lados CA e CC e seus respectivos oscilogramas.

Uma certa assimetria nas formas de ondas pode ser observada para  $\alpha \approx 90^\circ$ ; devido, provavelmente, a um retardo no disparo de um dos tiristores. Uma investigação mais aprofundada deste fenômeno não foi realizada.

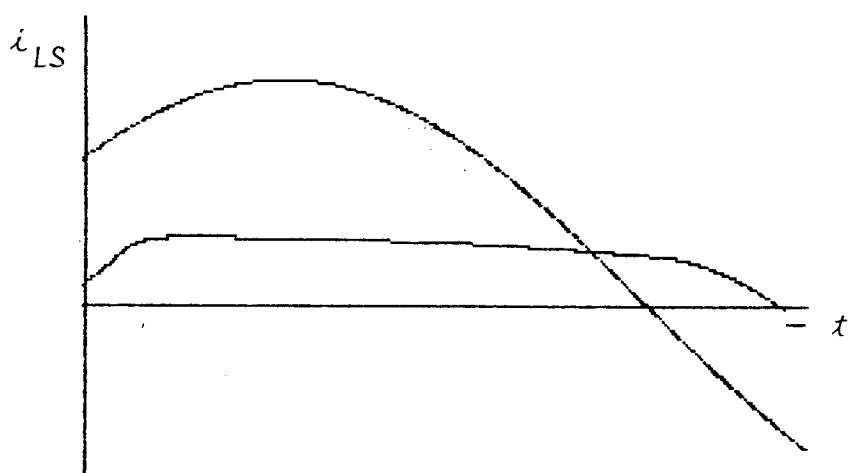
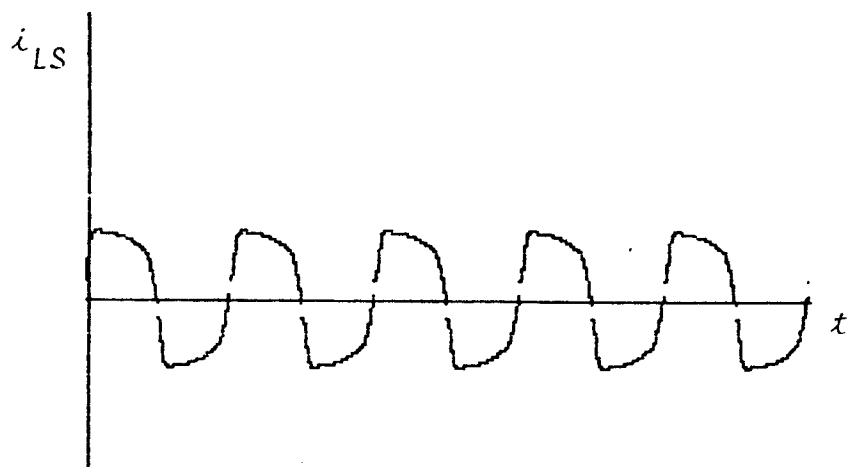


Fig. 5.2 - Corrente na linha,  $i_{LS}$  (para vários períodos e meio período, esc. vert. 0,52A/mm) e f.e.m.,  $e_s$  ( $\alpha = 40^\circ$ , esc. vert. 10,27V/mm)

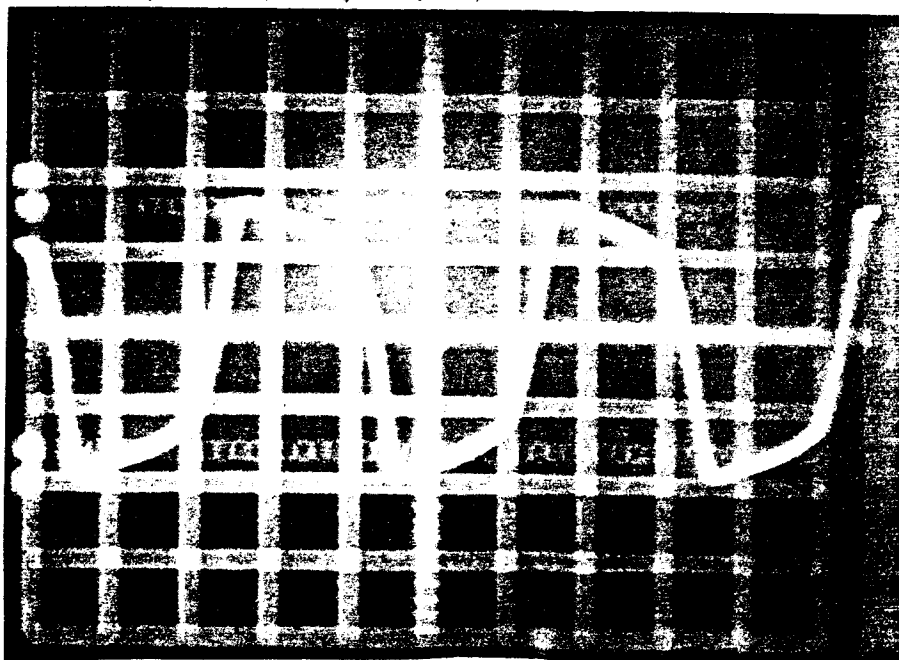


Fig. 5.3 - Oscilograma da corrente na linha ( $\alpha \approx 40^\circ$ , esc. vert. 2,77A/div)

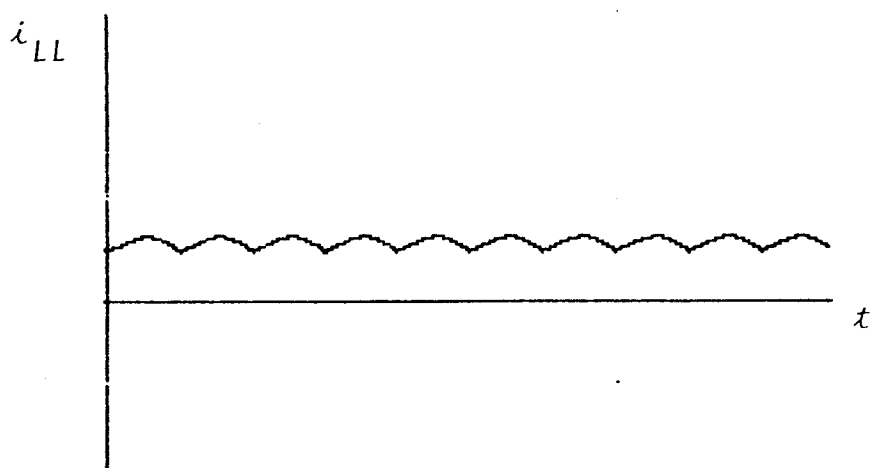


Fig. 5.4 - Corrente no motor,  $i_{LL}$  (vários períodos,  $\alpha=40^\circ$ , esc. vert. 0,52A/mm)

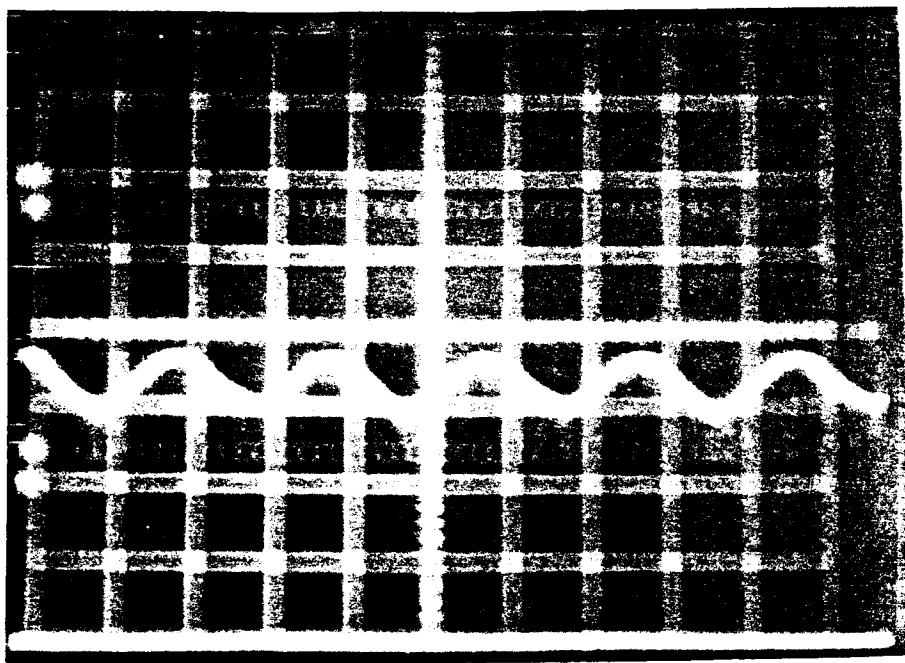


Fig. 5.5 - Oscilograma da corrente no motor ( $\alpha \approx 40^\circ$ , esc. vert. 1,1A/div.)

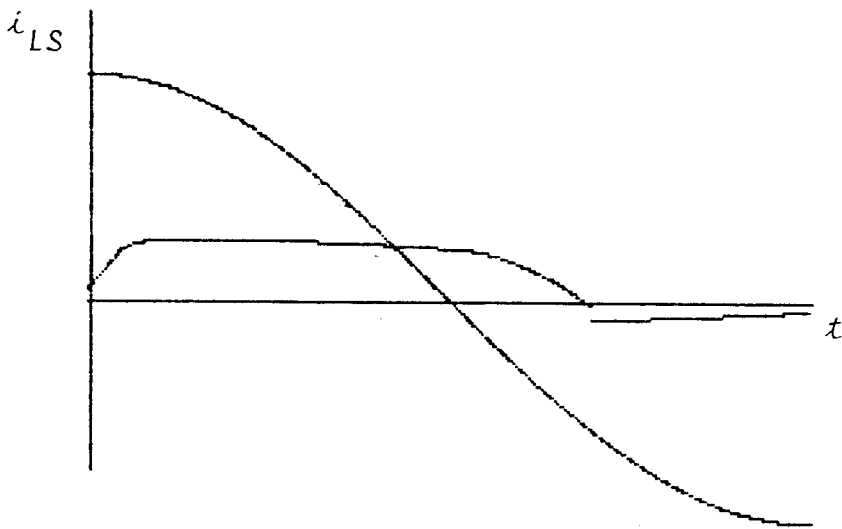
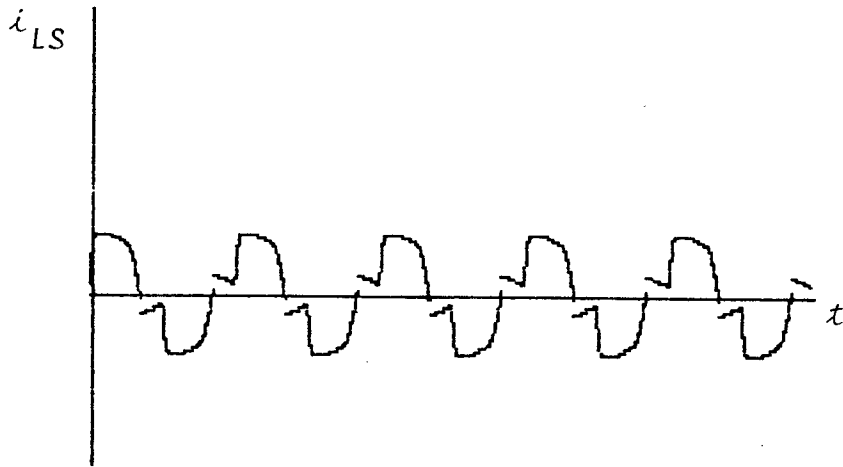


Fig. 5.6 - Corrente na linha,  $i_{LS}$  (para vários períodos e meio período, esc. vert. 0,52A/mm); e f.e.m.,  $e_s$  (esc. - vert. 10,27V/mm,  $\alpha=90^\circ$ ).

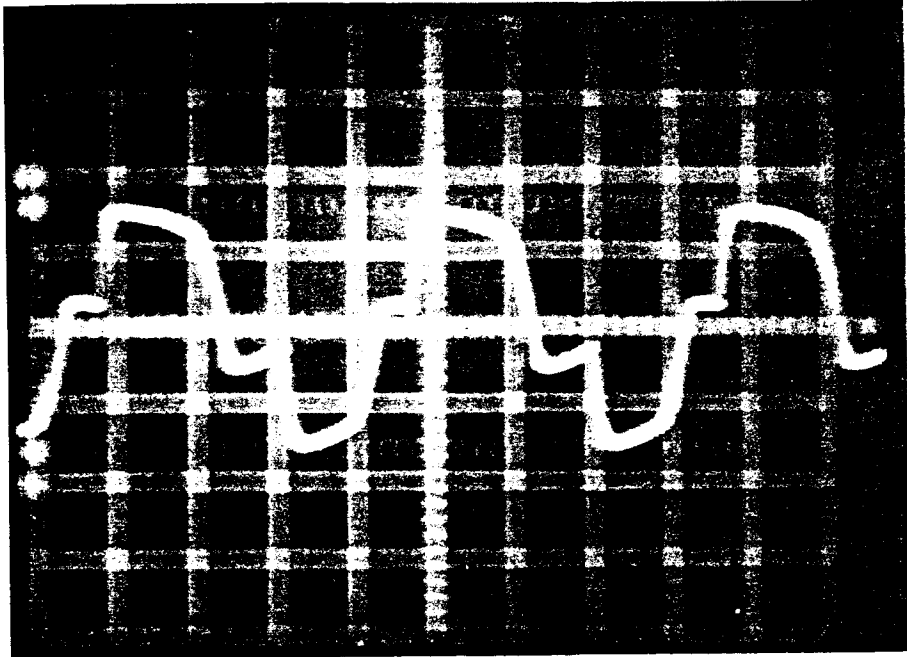


Fig. 5.7 - Oscilograma da corrente na linha ( $\alpha=90^\circ$ , esc. vert. 2,77A/div.)

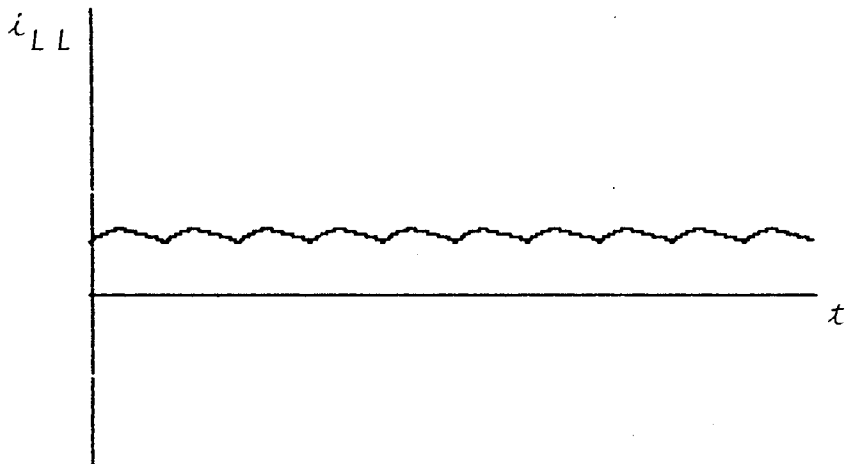


Fig. 5.8 - Corrente no motor (vários períodos,  $\alpha=90^\circ$ , esc. vert. 0,52A/mm).

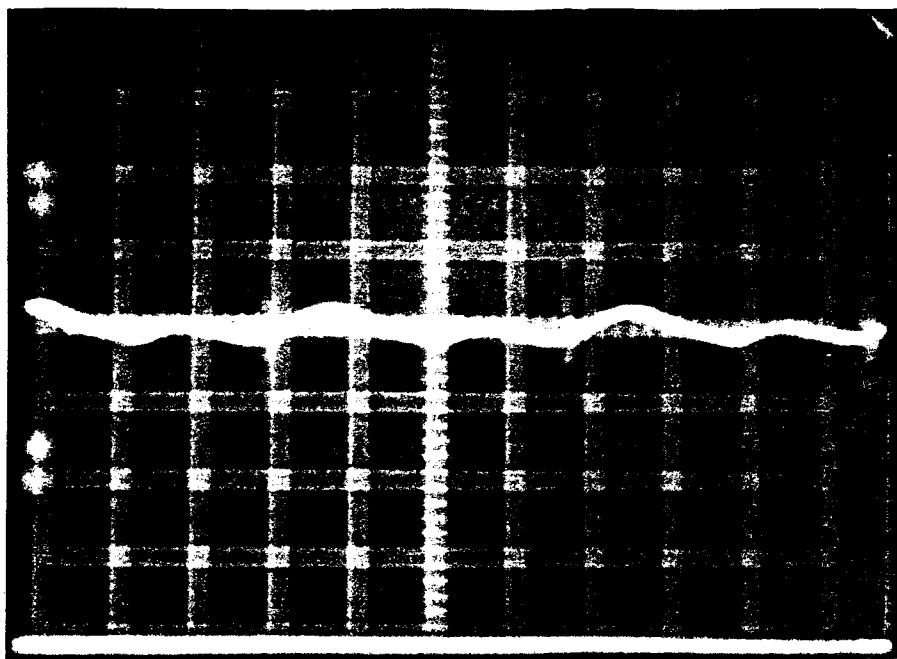


Fig. 5.9 - Oscilograma da corrente no motor ( $\alpha \approx 90^\circ$ , esc. vert. 1,1A/div.)

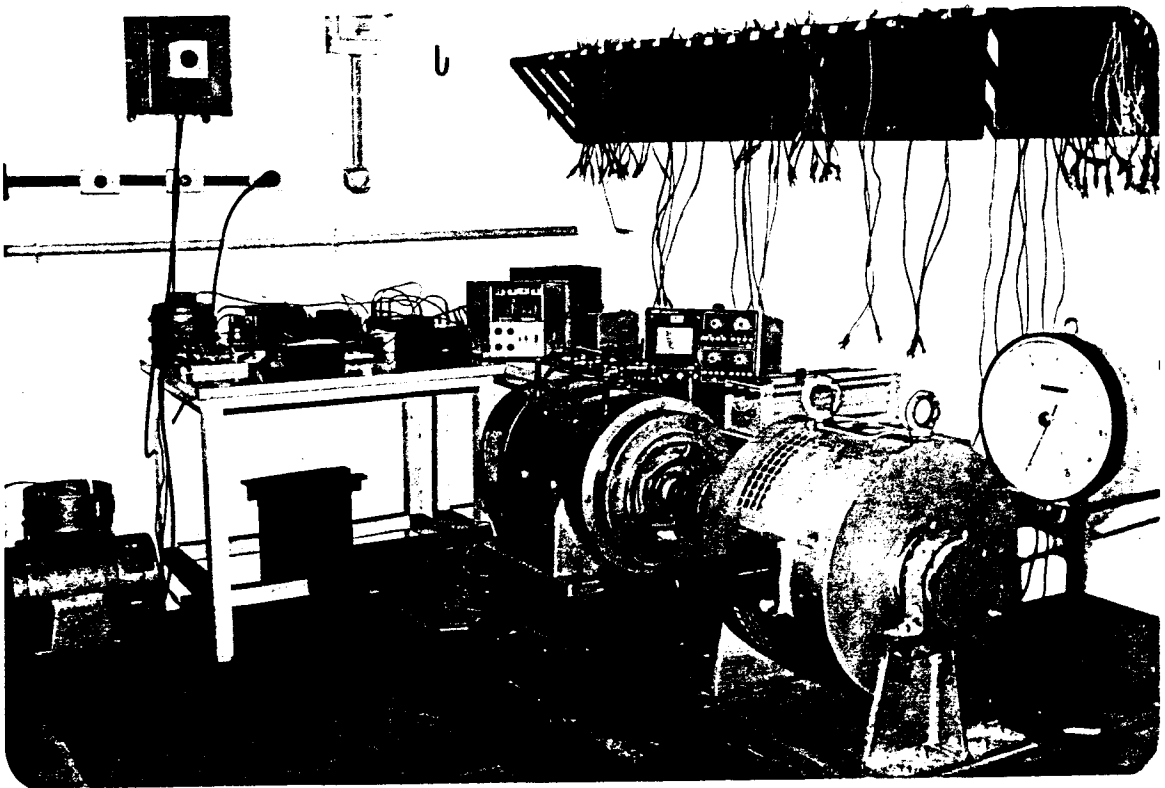


Fig. 5.10 - Vista parcial do Laboratório (LEFEIS) com os equipamentos.



Fig. 5.11 - A ponte monofásica com o módulo de controle na parte frontal.

## CAPÍTULO 6

### ANÁLISE DOS RESULTADOS E CONCLUSÕES

Não se pretende que os critérios utilizados, para estas conclusões, baseados no levantamento das curvas a seguir apresentadas, sejam os melhores. Na literatura consultada não encontram-se critérios para análises de sistemas semelhantes.

Os dados, para o levantamento das curvas, foram obtidos a partir da simulação digital do sistema com os seguintes parâmetros:  $R_S = 0,35\Omega$ ,  $L_S = 0,0025H$ ,  $R_L = 1,8\Omega$ ,  $L_L = 0,1H$ . Valores estes, próximos aos do modelo reduzido existente no "Development Engineering Laboratory of GEC Traction Limited" em Manchester, Inglaterra [1] porém, com uma tensão de alimentação de 220V e corrente no motor de 12A; escolhidas arbitrariamente.



A análise restringiu-se ao ponto de operação para  $\alpha = 120^\circ$ , devido a serem mais críticos a geração de harmônicas e o fator de potência para grandes ângulos de disparo. Um critério mais geral, relacionado a mais pontos de operação é apresentado ao final deste capítulo, com a sugestão de ser utilizado em futuros trabalhos, bem como uma análise considerando-se as variações dos parâmetros acima referidos.

Seguem-se as conclusões:

O efeito do filtro capacitivo para valores de capacitância inferior a  $1\mu\text{F}$  pode ser desprezado quanto às formas de ondas (cap. 4), para os casos analisados.

Nestes casos, as formas de ondas podem ser obtidas a partir do programa LWER (o sistema fica reduzido à 1ª ordem, pois duas raízes da equação característica não têm efeitos significativos).

O aumento da capacitância implica em melhoria do fator de potência (Figs. 6.1 e 6.3) e aumento do conteúdo de harmônicas (Fig. 6.5). Há, portanto, um compromisso entre esses dois fatores. Também existem limitações ao aumento da capacitância devido à diminuição do 1º período de sobreposição (Fig. 6.9) e, conseqüentemente, a elevação da taxa de variação de corrente no disparo dos tiristores ( $di/dt$ ). A descarga do capacitor pode ser controlada pela resistência  $R_A$  e/ou a inclusão de um reator saturável na entrada da ponte, tendo-se em vista a dissipação de energia nesse resistor.

O controle do conteúdo das harmônicas superiores que normalmente é feito pela determinação adequada da reatância de dispersão do transformador (cap. 2) dependerá, neste caso, do valor da reatância deste reator saturável.

Estas conclusões não levam em conta o rendimento do conversor.

Procedeu-se, portanto, ao levantamento das curvas apresentadas nas figs. 6.2 - 6.8, onde são analisados o rendimento, o fator de potência, as potências aparente, reativa, distorsiva, o fator  $\sqrt{Q^2 + D^2}$ , e o fator de distorsão, em função de resistência RA do filtro e para três valores da capacitância C.

Os seguintes fatos podem ser observados na inspeção destas figuras, considerando-se o aumento de C e a diminuição de RA:

- a) Há uma diminuição da potência aparente, S, liberando a capacidade do sistema alimentador (Fig. 6.11).
- b) Diminuição da potência reativa, Q, o que implica na diminuição da potência instalada de filtros LC para 60 Hz na subestação alimentadora (Fig. 6.12).
- c) Diminuição do fator de distorção,  $\lambda$ , representando um conteúdo maior de harmônicas (Fig. 6.5).
- d) Melhoria do fator de potência; porém, com pouca variação em função de RA para C = 1 $\mu$ F e 5 $\mu$ F, e apresentando um ponto máximo para RA  $\cong$  225 $\Omega$  e C = 10 $\mu$ F (Figs. 6.1 e 6.3).
- e) Diminuição do rendimento; porém, com o aumento de RA: com ponto de mínimo em RA  $\cong$  225 $\Omega$  para C = 10 $\mu$ F e RA  $\cong$  260 $\Omega$  para C = 5 $\mu$ F (Fig. 6.4).
- f) Diminuição do fator  $\sqrt{Q^2 + D^2}$  (Fig. 6.12) (a potência distorsiva aumenta e passa por um máximo em RA  $\cong$  120 $\Omega$ , na curva C = 10 $\mu$ F (Fig. 6.2); mas, a potência reativa diminui numa maior proporção).

Tendo-se em vista estes fatos, as seguintes conclusões finais podem ser emitidas:

O filtro RC é uma alternativa a ser pesquisada em uma análise extensiva ao motor e ao sistema de alimentação para uma comparação entre os fatores positivos tais como: melhoria do fator de potência (Ítem d), diminuição da potência reativa (Ítem b), e os fatores negativos: queda no rendimento (Ítem e), aumento do conteúdo de harmônicas (Ítem c); quanto à queda no rendimento, esta poderá ser compensada pela diminuição das perdas no sistema de alimentação.

A inclusão do reator saturável na entrada da ponte poderá proporcionar um controle melhor das harmônicas - pelo controle da inclinação da frente e da cauda da onda de corrente na linha.

Nos gráficos mencionados, os valores de RA são limitados a um mínimo para que não ocorra oscilações (sistema sub-amortecido) e ao máximo de  $300\Omega$ ; pois o efeito do filtro começa a diminuir sensivelmente a partir deste valor.

#### CONSIDERAÇÕES SOBRE O MODELO MATEMÁTICO

O modelo matemático desenvolvido apresenta uma boa aproximação para a simulação digital proposta, e os programas computacionais poderão ser utilizados para futuras análises.

O método analítico para a obtenção das formas de ondas, embora trabalhoso, apresenta-se como a melhor opção para o estudo deste sistema e outros semelhantes.

A seguir tem-se as figuras mencionadas:

A figura abaixo representa a variação do fator de potência em função do ângulo suplementar de  $\alpha$ ,  $(180-\alpha)$ .

Para valores menores de capacitância, seriam obtidas curvas intermediárias a estas.

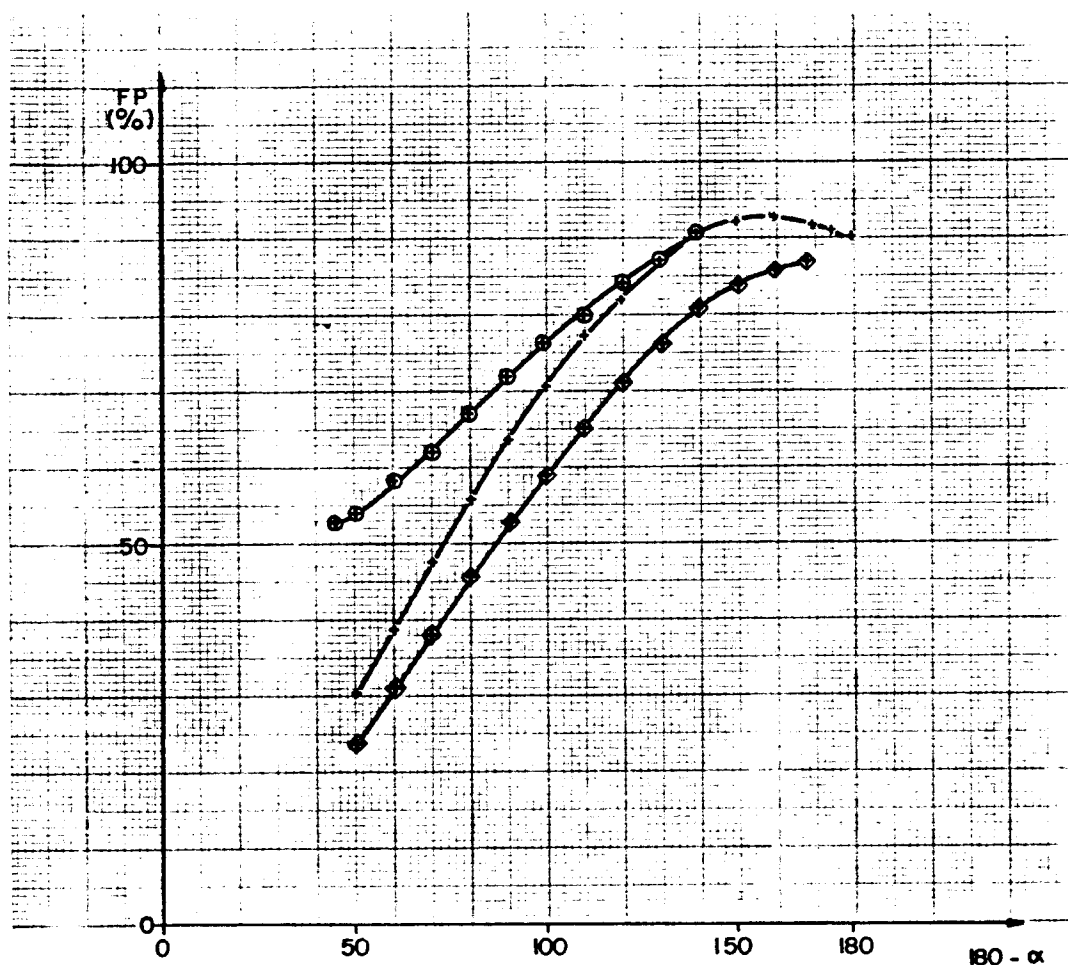


Fig. 6.1 - Variação do fator de potência, FP, em função de  $(180-\alpha)$

Legenda:

- ⊕ Com filtro ( $RA = 70\Omega$ ,  $C = 50\mu F$ )
- + Caso hipotético de reatância de suavização infinita e de dispersão nula
- ◊ Sem o filtro

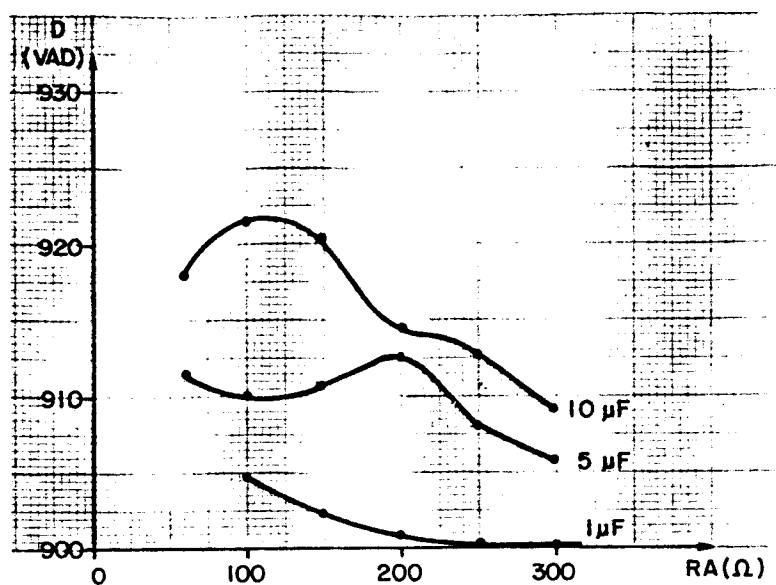


Fig. 6.2 - Variação da potência distorsiva, D, em função de RA

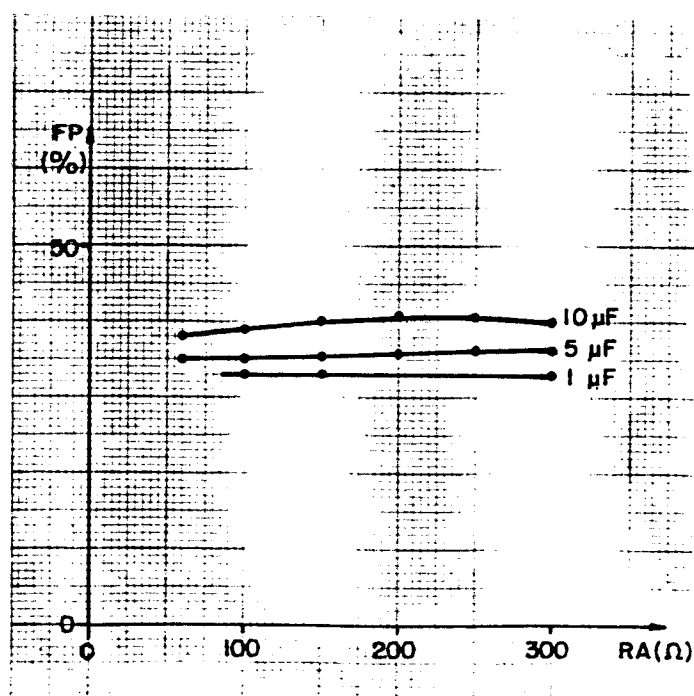


Fig. 6.3 - Variação do fator de potência, FP, em função de RA

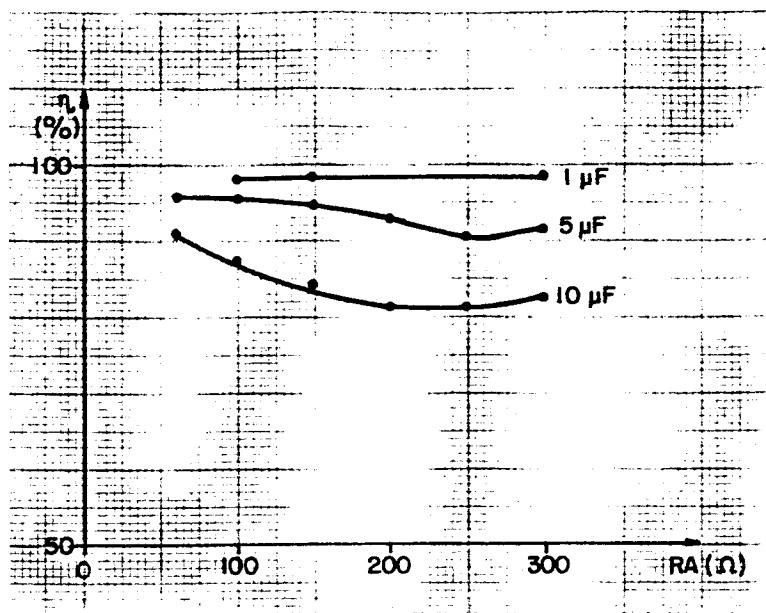


Fig. 6.4 - Variação do rendimento,  $\eta$ , em função de  $RA$

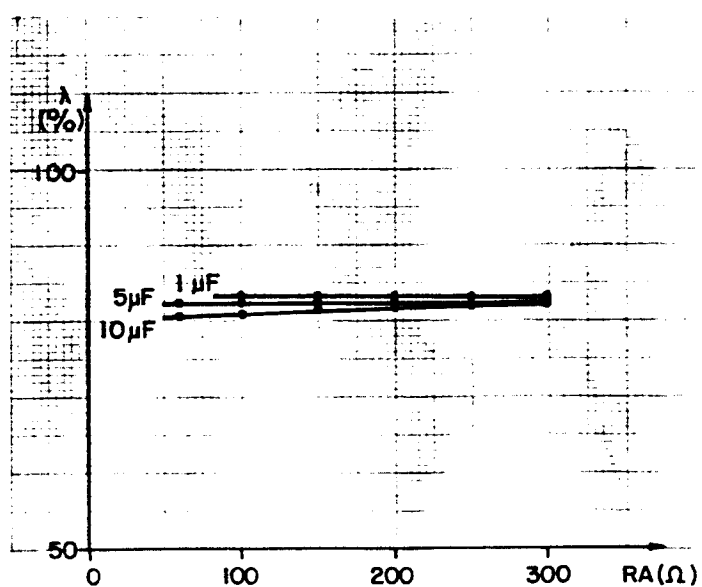


Fig. 6.5 - Variação do fator de distorção,  $\lambda$ , em função de  $RA$

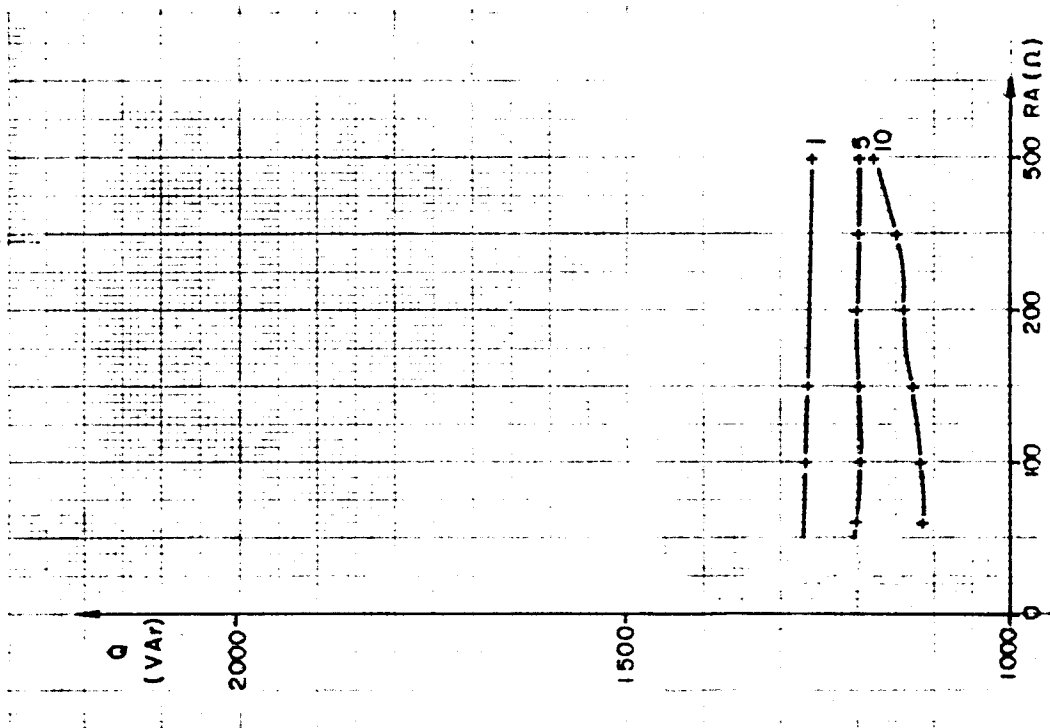


Fig. 6.6 - Variação da potência reativa,  $Q$ , em função de  $RA$

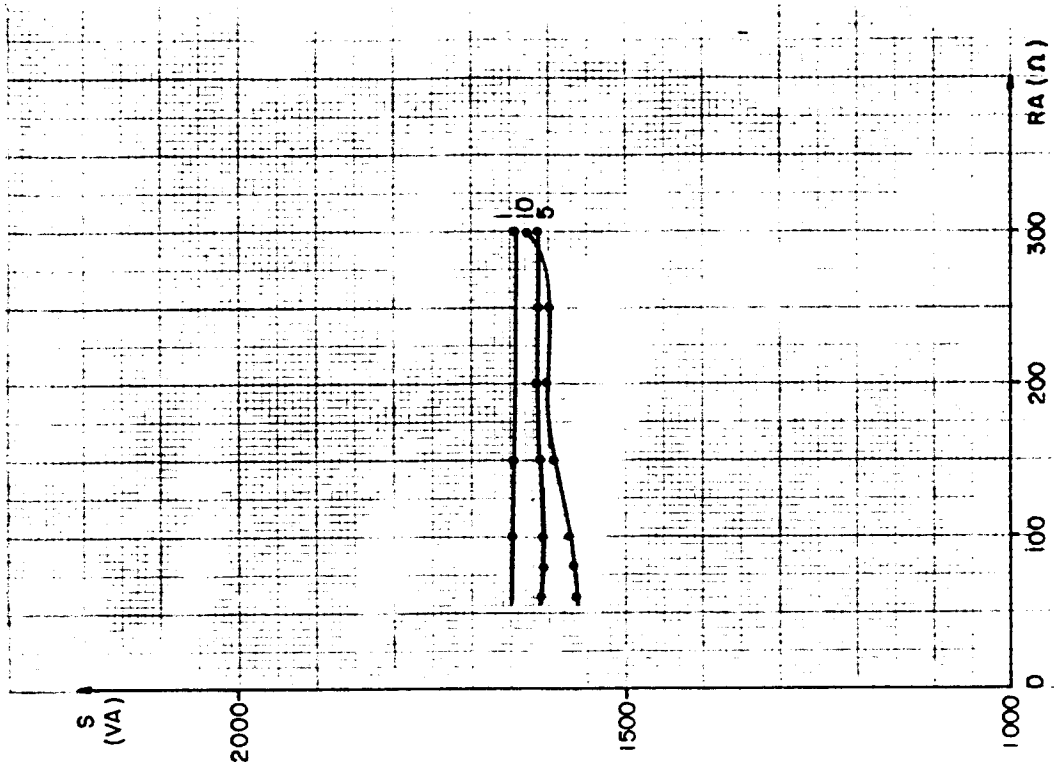


Fig. 6.7 - Variação da potência aparente,  $S$ , em função de  $RA$

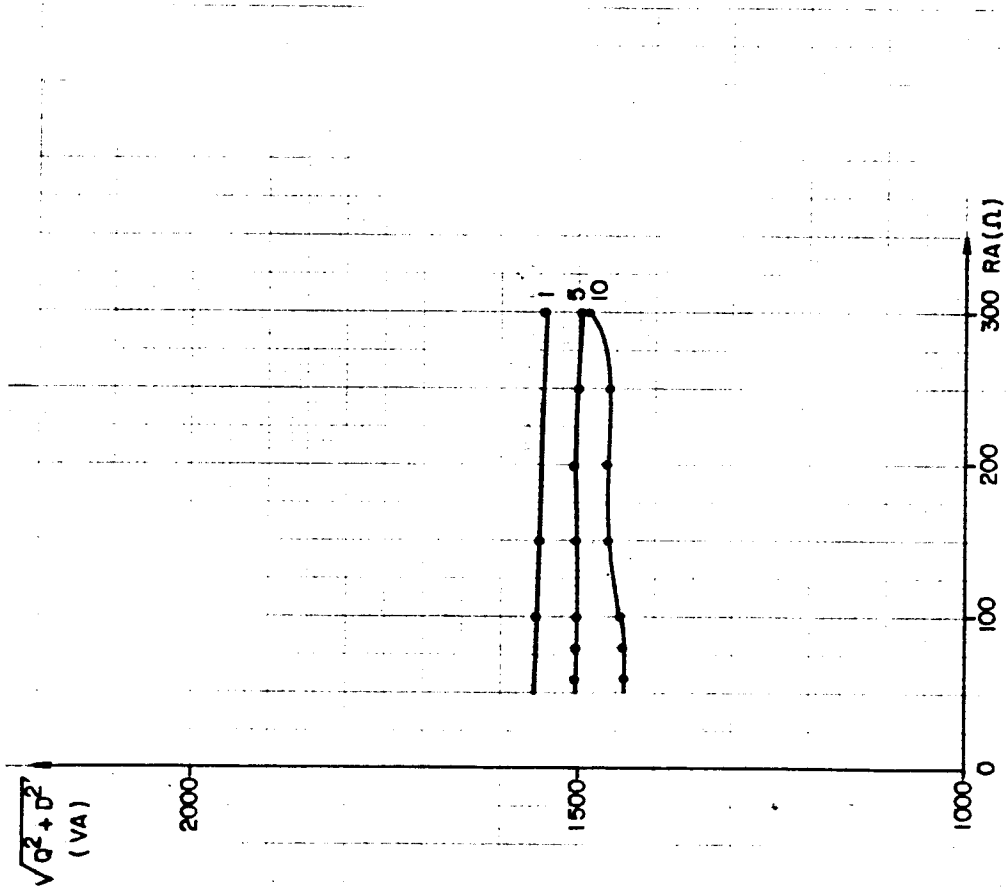


Fig. 6.8 - Variação do fator  $\sqrt{Q^2 + D^2}$  em função de RA

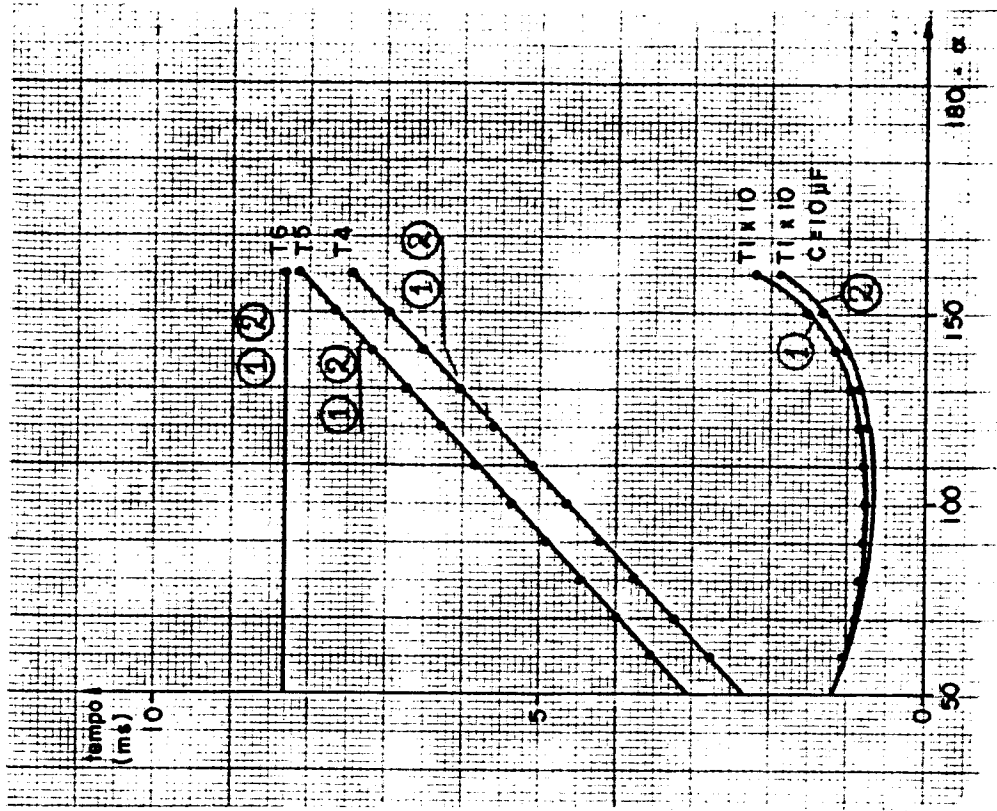


Fig. 6.9 - Variação dos instantes de comutação em função de  $180 - \alpha$

- ① ponte sem o filtro
- ② ponte com o filtro



## SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS

A potência aparente fornecida ao conversor pelo sistema pode ser dada por:

$$S = \frac{P_{CC}}{\eta \cdot FP}$$

Como esta potência é a grandeza que determina o dimensionamento do sistema, é desejável que o produto  $\eta \cdot FP$  seja o maior possível.

Este é um dos critérios utilizados para a avaliação e comparação de sistemas de conversores em sistemas ferroviários.

Adicionando-se a este, a análise harmônica também faz-se necessária.

Entretanto, cada ponto de operação dentro da característica de saída (fig. 1.1) da locomotiva, deve ser analisado, pois ambos os fatores  $\eta$  e  $FP$ , variam com estes.

Neste sentido, encontra-se em [5] uma análise, a partir da definição de um fator de potência médio,  $\overline{FP}$ , e um rendimento médio,  $\overline{\eta}$ , sobre um ciclo de trabalho da locomotiva:

$$\overline{FP} = \frac{\frac{1}{T_C} \sum_{i=1}^j \Delta t_i \cdot \overline{P}_{ACi}}{\sqrt{\frac{1}{T_C} \sum_{i=1}^j \Delta t_i \cdot \overline{E}_{Si}^2} \cdot \sqrt{\frac{1}{T_C} \sum_{i=1}^j s t_i \cdot \overline{I}_{LSi}^2}}$$

$$\bar{n} = \frac{\frac{1}{T_C} \sum_{i=1}^j \Delta t_i \cdot \overline{P_{DCi}}}{\frac{1}{T_C} \sum_{i=1}^j \Delta t_i \cdot \overline{P_{ACi}}}$$

onde  $\Delta t_i$  = intervalos de tempo onde o sistema é considerado em regime.

$T_C$  = duração do ciclo de trabalho.

$$\overline{P_{CCi}} = \frac{1}{\Delta t_i} \int_{\Delta t_i} P_{CC} dt$$

$$\overline{P_{CAi}} = \frac{1}{\Delta t_i} \int_{\Delta t_i} P_{CA} dt$$

$$\overline{E_{si}} = \sqrt{\frac{1}{\Delta t_i} \int_{\Delta t_i} E_s^2 dt}$$

$$\overline{I_{LSi}} = \sqrt{\frac{1}{\Delta t_i} \int_{\Delta t_i} I_{LS}^2 dt}$$

Este critério apresenta-se mais significativo na comparação do desempenho de vários conversores e apresenta-se como uma sugestão para futuros trabalhos.

Dentro deste critério de análise global, sugere-se a análise do sistema com o reator saturável o que implicaria em modificações nas equações, apenas nos períodos  $t_0 - t_1$  e  $t_4 - t_5$ , e a extensão da análise ao sistema de alimentação e ao motor já mencionado.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- |01| - MISKULIN, M.S. -"An Investigation of Holestorage Transients: A Contribution to the Determination of the Protection Requirements for Semiconductors in Thyristor - Controlled Locomotives". England, Cranfield Institute of Technology, 1980, 203 p (Ph D Thesis).
- |02| - JAPAN INTERNATIONAL COOPERATION AGENCY, ed., Performance of AC Electric Rolling Stock and Rating of Major Equipment. In:"Seminar on Electrification",Rio de Janeiro, 1985. p. 3 - 21.
- |03| - JAPAN INTERNATIONAL COOPERATION AGENCY, ed., Main Circuit System of AC Electric Rolling Stock, Its Control and Characteristics. In:"Seminar on Electrification",Rio de Janeiro, 1985, p. 25 - 104.
- |04| - CONNOLLY, A.P. et alii - Static Switchin Circuits. In: 'SCR Manual: Including Triacs and Others Thyristors'. 6a. ed., New York, General Electric, 1979, p. 195 - 228.
- |05| - MVELLER-HELLMANN, A. & SKUDELNY, H. - "Average Power Factor and Power Efficiency for Traction Duty Cycles" IEEE Trans. on Ind. Appl., USA, IA-18,(6), p. 745 - 750, 1982.

- |06| - CABRITA, C.M.P. - "Comando de Fase e Comando por Setores: Conteúdo Harmônica da Tensão Contínua e Análise da Comutação dos Motores de Tração". Eletricidade. Energia. Eletrônica, Portugal, 198, p. 148 - 154, 1981.
- |07| - CABRITA, C.M.P. - "Conversores Monofásicos de Potência: Cálculo e Análise dos Fatores de Potência". Eletricidade. Energia. Eletrônica., Portugal, 199, p. 198 - 204, 1984.
- |08| - NAGFLIB, CØ5NAF, \_\_\_\_\_ : 1331/384: Mk5: Jan. 76, England.
- |09| - TESSIER, M. - "Traction Electrique et Thermo-Eletrique" Paris, Ed. Scientifiques Riber, 1978.
- |10| - ERLICKI, M.S. & EMANUEL-EIGELES, A. - "New Aspects of Power Factor Imprevement: Part I - Theoretical Basis" IEEE Trans. ond Ind. and Gen. Appl. USA, IGA-4, (4), p. 441 - 446, 1968.
- |11| - LANDER, C.W. - "Power Electronics". USA, Edwards Brothers Inc., 1981, 386 p.

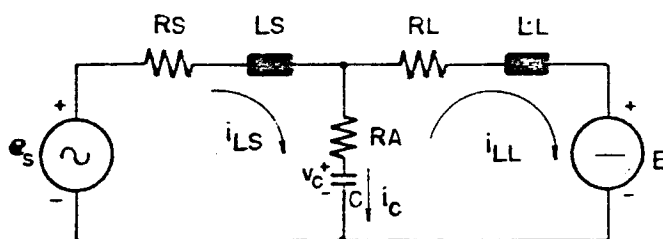
- [12] - ROHRER, R.A. - "Taylor Series and the Runge-Kutta Methods. In: \_\_\_\_\_ . Circuits Theory: An Introduction to the State Variable Approach, USA, Mc Graw Hill , 1970, p. 274 - 279.
- [13] - LINDSAY, J.F. - "Measurements Problems in Determining - the Efficiency of Thyristors - Supplied Motor Drives". IEEE Trans. on Ind. Appl., USA, IA - 15 (1), 1979, p. 8 - 13.
- [14] - DAVIS, R.M. - "Power Diode and Thyristor Circuits", England, Peter Peregrinus Ltd., 1976, 265 p.

**ANEXO 1****RESOLUÇÃO DO SISTEMA PARA O PERÍODO  $t_1 - t_4$**

## ANEXO 1

RESOLUÇÃO DO SISTEMA PARA O PERÍODO  $t_1 - t_4$ 

O circuito elétrico equivalente, para este período, é o da figura 3.2, representada abaixo:



E a sua correspondente equação de estado,

$$\begin{pmatrix} \dot{v}_C \\ \dot{i}_{LS} \\ \dot{i}_{LL} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{C} & -\frac{1}{C} \\ -\frac{1}{LS} & -\frac{RA+RS}{LS} & \frac{RA}{LS} \\ \frac{1}{LL} & \frac{RA}{LL} & -\frac{RA+RL}{LL} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_C \\ i_{LS} \\ i_{LL} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{LS} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{LL} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} es(t) \\ E \end{pmatrix}$$

que pode ser colocada na forma

$$\dot{X}(t) = AX(t) + BU(t)$$

A solução completa da equação de estado do tipo acima é dada por:

$$\dot{X}(t) = \exp[A(t-t_0)] \cdot X(t_0) + \exp(At) \int_{t_0}^t \exp(-A\tau) BU(\tau) d\tau$$

ou

$$X(t) = \exp[A(t-t_0)] \cdot X(t_0) + \int_{t_0}^t e^{A(t-\tau)} BU(\tau) d\tau$$

#### DETERMINAÇÃO DE FUNÇÃO MATRICIAL, $\exp(At)$

A função  $\exp(At)$ , pode ser determinada pela anti-transformação de Laplace da matriz.

$$[sI - A]^{-1}$$

onde  $I$  é a matriz unidade de mesma ordem que a matriz de estado  $A$ .

$s$  é o complexo  $\Gamma + j\omega$

temos que:

$$[sI - A]^{-1} = \frac{\overline{[sI - A]}^t}{\Delta}$$

onde

$\overline{[sI - A]}^t$  é a transposta da matriz dos cofatores de  $[sI - A]$

$\Delta$  é o determinante de  $[sI - A]$

obtem-se, portanto, para o sistema em questão:



$$\overline{(sI-A)} = \begin{pmatrix} s^2 + \frac{LL.R'S+LS.R'L}{LS.LL} s + \frac{R'S.R'L}{LS.LL} - \frac{RA^2}{LS.LL} & - \left( \frac{s}{LS} + \frac{RL}{LS.LL} \right) & \frac{s}{LL} + \frac{RS}{LS.LL} \\ \frac{s}{C} + \frac{RL}{LL.C} & s^2 + \frac{R'L}{LL} s + \frac{1}{LL.C} & \frac{RA}{LL} s + \frac{1}{LL.C} \\ - \left( \frac{s}{C} + \frac{RS}{LS.C} \right) & \frac{RA}{LS} s + \frac{1}{LS.C} & s^2 + \frac{R'S}{LS} s + \frac{1}{LS.C} \end{pmatrix}$$

onde

$$R'S = RS + RA$$

$$R'L = RL + RA$$

portanto,

$$\overline{(sI-A)}^t = \begin{pmatrix} s^2 + \frac{LL.R'S+LS.R'L}{LS.LL} s + \frac{R'S.R'L}{LS.LL} - \frac{RA^2}{LS.LL} & \frac{s}{C} + \frac{RL}{LL.C} & - \left( \frac{s}{C} + \frac{RS}{LS.C} \right) \\ - \left( \frac{s}{LS} + \frac{RL}{LS.LL} \right) & s^2 + \frac{R'L}{LL} s + \frac{1}{LL.C} & \frac{RA}{LS} s + \frac{1}{LS.C} \\ \frac{s}{LL} + \frac{RS}{LS.LL} & \frac{RA}{LL} s + \frac{1}{LL.C} & s^2 + \frac{R'S}{LS} s + \frac{1}{LS.C} \end{pmatrix}$$

Determinante de  $(sI-A) \equiv \Delta$

$$\Delta = s^2 + \left( \frac{R'S}{LS} + \frac{R'L}{LL} \right) s^2 + \frac{R'S.R'L}{LS.LL} s - \frac{RA^2}{LS.LL} + \frac{1}{LS.C} s + \frac{RL}{LS.LL.C} + \frac{1}{LL.C} s +$$

$$+ \frac{RS}{LS.LL.C}$$

$$\Delta = s^3 + \frac{LL.R'S+LS.R'L}{LS.LL} s^2 + \frac{C.R'S.R'L+LL+LS-RA^2}{LS.LL.C} s + \frac{RS+RL}{LS.LL.C}$$

ou

$$\Delta = s^3 + Ps^2 + Qs + V$$

RESOLUÇÃO PARA O CASO DE TRÊS RAÍZES REAIS E DISTINTAS

(r<sub>1</sub>, r<sub>2</sub> e r<sub>3</sub>) - AMORTECIMENTO FORTEDeterminação dos elementos de  $d^{-1} [sI-A]^{-1} = \exp(AT)$ 

$$d^{-1} \left( \frac{s^2 + \frac{LL.R'S+LS.R'L}{LS.LL} s + \frac{R'S.R'L}{LS.LL} - \frac{RA^2}{LS.LL}}{\Delta} \right) = d^{-1} \left( \frac{K_{111}}{s-r_1} + \frac{K_{112}}{s-r_2} + \frac{K_{113}}{s-r_3} \right)$$

$$d^{-1} \left( \frac{\frac{s}{C} + \frac{RL}{LL.C}}{\Delta} \right) = d^{-1} \left( \frac{K_{121}}{s-r_1} + \frac{K_{122}}{s-r_2} + \frac{K_{123}}{s-r_3} \right)$$

$$d^{-1} \left( \frac{-\frac{s}{C} - \frac{RS}{LS.C}}{\Delta} \right) = d^{-1} \left( \frac{K_{131}}{s-r_1} + \frac{K_{132}}{s-r_2} + \frac{K_{133}}{s-r_3} \right)$$

$$d^{-1} \left( \frac{-\left(\frac{s}{LS} + \frac{RL}{LS.LL}\right)}{\Delta} \right) = d^{-1} \left( \frac{K_{211}}{s-r_1} + \frac{K_{212}}{s-r_2} + \frac{K_{213}}{s-r_3} \right)$$

$$\mathcal{L}^{-1} \left( \frac{s^2 + \frac{R'L}{s} + \frac{1}{s}}{\Delta} \right) = \mathcal{L}^{-1} \left( \frac{K_{221}}{s-r_1} + \frac{K_{222}}{s-r_2} + \frac{K_{223}}{s-r_3} \right)$$

$$\mathcal{L}^{-1} \left( \frac{\frac{RA}{s} + \frac{1}{s}}{LS.C} \right) = \mathcal{L}^{-1} \left( \frac{K_{231}}{s-r_1} + \frac{K_{232}}{s-r_2} + \frac{K_{233}}{s-r_3} \right)$$

$$\mathcal{L}^{-1} \left( \frac{\frac{s}{s} + \frac{RS}{s}}{\Delta} \right) = \mathcal{L}^{-1} \left( \frac{K_{311}}{s-r_1} + \frac{K_{312}}{s-r_2} + \frac{K_{313}}{s-r_3} \right)$$

$$\mathcal{L}^{-1} \left( \frac{\frac{RA}{s} + \frac{1}{s}}{\Delta} \right) = \mathcal{L}^{-1} \left( \frac{K_{321}}{s-r_1} + \frac{K_{322}}{s-r_2} + \frac{K_{323}}{s-r_3} \right)$$

$$\mathcal{L}^{-1} \left( \frac{s^2 + \frac{R'S}{s} + \frac{1}{s}}{\Delta} \right) = \mathcal{L}^{-1} \left( \frac{K_{331}}{s-r_1} + \frac{K_{332}}{s-r_2} + \frac{K_{333}}{s-r_3} \right)$$

onde

$$K_{111} = \frac{r_1^2 + \frac{LL.R'S+LS.R'L}{LS.LL} r_1 + \frac{R'S.R'L}{LS.LL} - \frac{RA^2}{LS.LL}}{(r_1-r_2)(r_1-r_3)}$$

$$K_{112} = \frac{r_2^2 + \frac{LL.R'S+LS.R'L}{LS.LL} r_2 + \frac{R'S.R'L}{LS.LL} - \frac{RA^2}{LS.LL}}{(r_2-r_1)(r_2-r_3)}$$

$$K_{123} = \frac{\frac{r_3}{C} + \frac{RL}{LL.C}}{(r_3 - r_1)(r_3 - r_2)}$$

$$K_{113} = \frac{r_3^2 + \frac{(LL.R'S + LS.R'L)}{LS.LL} r_3 + \frac{R'S.R'L - RA^2}{LS.LL}}{(r_3 - r_1)(r_3 - r_2)}$$

$$K_{131} = \frac{-\frac{r_1}{C} - \frac{RS}{LS.C}}{(r_1 - r_2)(r_1 - r_3)}$$

$$K_{132} = \frac{-\frac{r_2}{C} - \frac{RS}{LS.C}}{(r_2 - r_1)(r_2 - r_3)}$$

$$K_{133} = \frac{-\frac{r_3}{C} - \frac{RS}{LS.C}}{(r_3 - r_1)(r_3 - r_2)}$$

$$K_{122} = \frac{\frac{r_2}{C} + \frac{RL}{LL.C}}{(r_2 - r_1)(r_2 - r_3)}$$

$$K_{211} = \frac{-\frac{r_1}{LS} - \frac{RL}{LS.LL}}{(r_1 - r_2)(r_1 - r_3)}$$

$$K_{212} = \frac{-\frac{r_2}{LS} - \frac{RL}{LS.LL}}{(r_2 - r_1)(r_2 - r_3)}$$

$$K_{213} = \frac{-\frac{r_3}{LS} - \frac{RL}{LS.LL}}{(r_3 - r_1)(r_3 - r_2)}$$

$$K_{121} = \frac{\frac{r_1}{C} + \frac{RL}{LL.C}}{(r_1 - r_2)(r_1 - r_3)}$$

$$K_{221} = \frac{r_1^2 + \frac{R'L}{LL} r_1 + \frac{1}{LL.C}}{(r_1 - r_2)(r_1 - r_3)}$$

$$K_{222} = \frac{r_2^2 + \frac{R'L}{LL} r_2 + \frac{1}{LL.C}}{(r_2 - r_1)(r_2 - r_3)}$$

$$K_{223} = \frac{r_3^2 + \frac{R'L}{LL} r_3 + \frac{1}{LL.C}}{(r_3 - r_1)(r_3 - r_2)}$$

$$K_{231} = \frac{\frac{RA}{LS} r_1 + \frac{1}{LS.C}}{(r_1 - r_2)(r_1 - r_3)}$$

$$K_{232} = \frac{\frac{RA}{LS} r_2 + \frac{1}{LS.C}}{(r_2 - r_1)(r_2 - r_3)}$$

$$K_{233} = \frac{\frac{RA}{LS} r_3 + \frac{1}{LS.C}}{(r_3 - r_1)(r_3 - r_2)}$$

$$K_{311} = \frac{\frac{r_1}{LL} + \frac{RS}{LS.LL}}{(r_1 - r_2)(r_1 - r_3)}$$

$$K_{313} = \frac{\frac{r_3}{LL} + \frac{RS}{LS.LL}}{(r_3 - r_1)(r_3 - r_2)}$$

$$K_{321} = \frac{\frac{RA}{LL} r_1 + \frac{1}{LL.C}}{(r_1 - r_2)(r_1 - r_3)}$$

$$K_{312} = \frac{\frac{r_2}{LL} + \frac{RS}{LS.LL}}{(r_2 - r_1)(r_2 - r_3)}$$

$$K_{322} = \frac{\frac{RA}{LL} r_2 + \frac{1}{LL.C}}{(r_2 - r_1)(r_2 - r_3)}$$

$$K_{323} = \frac{\frac{RA}{LL} r_3 + \frac{1}{LL.C}}{(r_3 - r_1)(r_3 - r_2)}$$

$$K_{331} = \frac{r_1^2 + \frac{R'S}{LS} r_1 + \frac{1}{LS.C}}{(r_1 - r_2)(r_1 - r_3)}$$

$$K_{332} = \frac{r_2^2 + \frac{R'S}{LS} r_2 + \frac{1}{LS.C}}{(r_2 - r_1)(r_2 - r_3)}$$

$$K_{333} = \frac{r_3^2 + \frac{R'S}{LS} r_3 + \frac{1}{LS.C}}{(r_3 - r_1)(r_3 - r_2)}$$

Portanto,

$$\begin{array}{l}
 \left[ \begin{array}{l}
 K_{111} e^{r_1 t} + K_{112} e^{r_2 t} + K_{113} e^{r_3 t} \\
 K_{121} e^{r_1 t} + K_{122} e^{r_2 t} + K_{123} e^{r_3 t} \\
 K_{131} e^{r_1 t} + K_{132} e^{r_2 t} + K_{133} e^{r_3 t}
 \end{array} \right] \\
 \\
 e^{AT} = \left[ \begin{array}{l}
 K_{211} e^{r_1 t} + K_{212} e^{r_2 t} + K_{213} e^{r_3 t} \\
 K_{221} e^{r_1 t} + K_{222} e^{r_2 t} + K_{223} e^{r_3 t} \\
 K_{231} e^{r_1 t} + K_{232} e^{r_2 t} + K_{233} e^{r_3 t}
 \end{array} \right] \\
 \\
 \left[ \begin{array}{l}
 K_{311} e^{r_1 t} + K_{312} e^{r_2 t} + K_{313} e^{r_3 t} \\
 K_{321} e^{r_1 t} + K_{322} e^{r_2 t} + K_{323} e^{r_3 t} \\
 K_{331} e^{r_1 t} + K_{332} e^{r_2 t} + K_{333} e^{r_3 t}
 \end{array} \right]
 \end{array}$$

Determinação do termo  $\int_{t_0}^t e^{A(t-\tau)} BU(\tau) d\tau$ ; tem-se que:

$$e^{A(t-\tau)} = \begin{pmatrix} K_{111} e^{r_1(t-\tau)} + K_{112} e^{r_2(t-\tau)} + K_{113} e^{r_3(t-\tau)} & K_{121} e^{r_1(t-\tau)} + K_{122} e^{r_2(t-\tau)} + K_{123} e^{r_3(t-\tau)} & K_{131} e^{r_1(t-\tau)} + K_{132} e^{r_2(t-\tau)} + K_{133} e^{r_3(t-\tau)} \\ K_{211} e^{r_1(t-\tau)} + K_{212} e^{r_2(t-\tau)} + K_{213} e^{r_3(t-\tau)} & K_{221} e^{r_1(t-\tau)} + K_{222} e^{r_2(t-\tau)} + K_{223} e^{r_3(t-\tau)} & K_{231} e^{r_1(t-\tau)} + K_{232} e^{r_2(t-\tau)} + K_{233} e^{r_3(t-\tau)} \\ K_{311} e^{r_1(t-\tau)} + K_{312} e^{r_2(t-\tau)} + K_{313} e^{r_3(t-\tau)} & K_{321} e^{r_1(t-\tau)} + K_{322} e^{r_2(t-\tau)} + K_{323} e^{r_3(t-\tau)} & K_{331} e^{r_1(t-\tau)} + K_{332} e^{r_2(t-\tau)} + K_{333} e^{r_3(t-\tau)} \end{pmatrix}$$

e, multiplicando-se por  $BU(\tau)$  e integrando-se todos os termos da matriz para a entrada  $v(\tau) = \dot{E}_{sm} e^{j\omega\tau}$

onde,  $\dot{E}_{sm} = E_{sm} e^{j\alpha}$

tem-se:

$$\int_{t_0}^t e^{A(t-\tau)} BU(\tau) d\tau = \begin{pmatrix} \left( \frac{K_{121}}{-r1+j\omega} + \frac{K_{122}}{-r2+j\omega} + \frac{K_{123}}{-r3+j\omega} \right) \frac{\dot{E}_{sm}}{LS} e^{j\omega t} - \left( \frac{K_{121}}{-r1+j\omega} e^{r1(t-t_0)+j\omega t_0} + \frac{K_{122}}{-r2+j\omega} e^{r2(t-t_0)+j\omega t_0} + \frac{K_{123}}{-r3+j\omega} e^{r3(t-t_0)+j\omega t_0} \right) \frac{\dot{E}_{sm}}{LS} \\ \left( \frac{K_{221}}{-r1+j\omega} + \frac{K_{222}}{-r2+j\omega} + \frac{K_{223}}{-r3+j\omega} \right) \frac{\dot{E}_{sm}}{LS} e^{j\omega t} - \left( \frac{K_{221}}{-r1+j\omega} e^{r1(t-t_0)+j\omega t_0} + \frac{K_{222}}{-r2+j\omega} e^{r2(t-t_0)+j\omega t_0} + \frac{K_{223}}{-r3+j\omega} e^{r3(t-t_0)+j\omega t_0} \right) \frac{\dot{E}_{sm}}{LS} \\ \left( \frac{K_{321}}{-r1+j\omega} + \frac{K_{322}}{-r2+j\omega} + \frac{K_{323}}{-r3+j\omega} \right) \frac{\dot{E}_{sm}}{LS} e^{j\omega t} - \left( \frac{K_{321}}{-r1+j\omega} e^{r1(t-t_0)+j\omega t_0} + \frac{K_{322}}{-r2+j\omega} e^{r2(t-t_0)+j\omega t_0} + \frac{K_{323}}{-r3+j\omega} e^{r3(t-t_0)+j\omega t_0} \right) \frac{\dot{E}_{sm}}{LS} \end{pmatrix}$$



$$\left[ \begin{array}{l}
 + \left( \frac{K_{131}}{r1} + \frac{K_{132}}{r2} + \frac{K_{133}}{r3} \right) \frac{E}{LL} - \left( \frac{K_{131}}{r1} e^{r1(t-t0)} + \frac{K_{132}}{r2} e^{r2(t-t0)} + \frac{K_{133}}{r3} e^{r3(t-t0)} \right) \frac{E}{LL} \\
 \\
 + \left( \frac{K_{231}}{r1} + \frac{K_{232}}{r2} + \frac{K_{233}}{r3} \right) \frac{E}{LL} - \left( \frac{K_{231}}{r1} e^{r1(t-t0)} + \frac{K_{232}}{r2} e^{r2(t-t0)} + \frac{K_{233}}{r3} e^{r3(t-t0)} \right) \frac{E}{LL} \\
 \\
 + \left( \frac{K_{331}}{r1} + \frac{K_{332}}{r2} + \frac{K_{333}}{r3} \right) \frac{E}{LL} - \left( \frac{K_{331}}{r1} e^{r1(t-t0)} + \frac{K_{332}}{r2} e^{r2(t-t0)} + \frac{K_{333}}{r3} e^{r3(t-t0)} \right) \frac{E}{LL}
 \end{array} \right]$$

Substituindo os termos  $e^{A(t-t_0)} e^{\int_{t_0}^t e^{A(t-\tau)} BU(\tau) d\tau}$

por suas expressões acima descritas, na expressão da solução completa da equação de estado, obtêm-se para as variáveis de estado:

$$\begin{aligned}
 V_C(t) = I_{\text{mag}} \{ & (K_{111} V_C(t_0) + K_{121} i_{LS}(t_0) + K_{131} i_{LL}(t_0) - \frac{K_{121}}{-r_1 + j\omega} \frac{\dot{E}_{sm}}{LS} e^{j\omega t_0} - \frac{K_{131}}{r_1} \frac{E}{LL}) e^{r_1(t-t_0)} + \\
 & + (K_{112} V_C(t_0) + K_{122} i_{LS}(t_0) + K_{132} i_{LL}(t_0) - \frac{K_{122}}{-r_2 + j\omega} \frac{\dot{E}_{sm}}{LS} e^{j\omega t_0} - \frac{K_{132}}{r_2} \frac{E}{LL}) e^{r_2(t-t_0)} + \\
 & + (K_{113} V_C(t_0) + K_{123} i_{LS}(t_0) + K_{133} i_{LL}(t_0) - \frac{K_{123}}{-r_3 + j\omega} \frac{\dot{E}_{sm}}{LS} e^{j\omega t_0} - \frac{K_{133}}{r_3} \frac{E}{LL}) e^{r_3(t-t_0)} + \\
 & + \left( \frac{K_{121}}{-r_1 + j\omega} + \frac{K_{122}}{-r_2 + j\omega} + \frac{K_{123}}{-r_3 + j\omega} \right) \frac{\dot{E}_{sm}}{LS} e^{j\omega t} + \left( \frac{K_{131}}{r_1} + \frac{K_{132}}{r_2} + \frac{K_{133}}{r_3} \right) \frac{E}{LL} \}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 i_{LS}(t) = I_{\text{mag}} \{ & (K_{211} V_C(t_0) + K_{221} i_{LS}(t_0) + K_{231} i_{LL}(t_0) - \frac{K_{221}}{-r_1 + j\omega} \frac{\dot{E}_{sm}}{LS} e^{j\omega t_0} - \frac{K_{231}}{r_1} \frac{E}{LL}) e^{r_1(t-t_0)} + \\
 & + (K_{212} V_C(t_0) + K_{222} i_{LS}(t_0) + K_{232} i_{LL}(t_0) - \frac{K_{222}}{-r_2 + j\omega} \frac{\dot{E}_{sm}}{LS} e^{j\omega t_0} - \frac{K_{232}}{r_2} \frac{E}{LL}) e^{r_2(t-t_0)} + \\
 & + (K_{213} V_C(t_0) + K_{223} i_{LS}(t_0) + K_{233} i_{LL}(t_0) - \frac{K_{223}}{-r_3 + j\omega} \frac{\dot{E}_{sm}}{LS} e^{j\omega t_0} - \frac{K_{233}}{r_3} \frac{E}{LL}) e^{r_3(t-t_0)} + \\
 & + \left( \frac{K_{221}}{-r_1 + j\omega} + \frac{K_{222}}{-r_2 + j\omega} + \frac{K_{223}}{-r_3 + j\omega} \right) \frac{\dot{E}_{sm}}{LS} e^{j\omega t} + \left( \frac{K_{231}}{r_1} + \frac{K_{232}}{r_2} + \frac{K_{233}}{r_3} \right) \frac{E}{LL} \}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
i_{LL}(t) = I_{\text{mag}} \{ & (K_{311} V_C(t_0) + K_{321} i_{LS}(t_0) + K_{331} i_{LL}(t_0) - \frac{K_{321}}{-r_1 + j\omega} \frac{E_{sm}}{LS} e^{j\omega t_0} - \frac{K_{331}}{r_1} \frac{E}{LL}) e^{r_1(t-t_0)} \\
& + (K_{312} V_C(t_0) + K_{322} i_{LS}(t_0) + K_{332} i_{LL}(t_0) - \frac{K_{322}}{-r_2 + j\omega} \frac{E_{sm}}{LS} e^{j\omega t_0} - \frac{K_{332}}{r_2} \frac{E}{LL}) e^{r_2(t-t_0)} + \\
& + (K_{313} V_C(t_0) + K_{323} i_{LS}(t_0) + K_{333} i_{LL}(t_0) - \frac{K_{323}}{-r_3 + j\omega} \frac{E_{sm}}{LS} e^{j\omega t_0} - \frac{K_{333}}{r_3} \frac{E}{LL}) e^{r_3(t-t_0)} + \\
& + (\frac{K_{321}}{-r_1 + j\omega} + \frac{K_{322}}{-r_2 + j\omega} + \frac{K_{323}}{-r_3 + j\omega}) \frac{E_{sm}}{LS} e^{j\omega t} + (\frac{K_{331}}{r_1} + \frac{K_{332}}{r_2} + \frac{K_{333}}{r_3}) \frac{E}{LL} \}
\end{aligned}$$

Fazendo-se  $t_0 = t_1$  e substituindo-se os coeficientes por suas expressões definidas acima, tem-se após algumas manipulações algébricas, as expressões finais 3.21, 3.22 e 3.23 do capítulo 3.

**ANEXO 2****LISTAGEM DO PROGRAMA LWERC E EXEMPLOS DE****RESULTADOS DOS PROGRAMAS LWER E LWERC**

```

$
$ ty lwerC
C      LWERC
      DIMENSION AJINV(7,7),R(7),X(7),W(133)
      REAL LS,LL,IDC,ILLDC,ILST1,ILLT1,ILST4,ILLT4,
1  ILST5,ILLT5,ILST6,ILLT6,ICT1,ICT5,IILL1,IILL2,
2  IILL3,IILL4,IILL5,IILL6,IILL7,IILL8,IILL14,ILST0,
3  ILLT0,K,NUM,ISMX56,IILL56
      COMMON/DATC/K(30),A,B,LS,RS,RL,LL,R1,R2,R3,RA,C,ALF,
1  S1,S2,W0,X1,Y,V,P,Q
      EXTERNAL RESID,MONIT
00 *****
C      ENTRADA DE DADOS
0 *****
      WRITE(47,20)
      TYPE 20
20  FORMAT(2X,'DIGITE RS,RL,RA,LS,LL',/,4X,'OHMS E HENRIES')
      ACCEPT 30,RS,RL,RA,LS,LL
30  FORMAT(5D)
      TYPE 35,RS,RL,RA,LS,LL
35  FORMAT(5F8.4)
      WRITE(47,40)
      TYPE 40
40  FORMAT(/,2X,'DIGITE C',2X,'FARADS')
      ACCEPT 50,C
50  FORMAT(D)
      TYPE 55,C
55  FORMAT(F9.6)
      WRITE(47,60)
      TYPE 60
60  FORMAT(/,2X,'DIGITE ES E IDC (VOLTS E AMPERES)')
      ACCEPT 70,ES,IDC
70  FORMAT(2D)
      TYPE 75,ES,IDC
75  FORMAT(2F7.2)
      WRITE(47,80)
      TYPE 80
80  FORMAT(/,2X,'DIGITE ALFA (GRAUS)')
      ACCEPT 90,ALFA
90  FORMAT(D)
      WRITE(47,100) ALFA
      TYPE 100,ALFA
100  FORMAT(/,2X,'PARA ALFA=',F7.2,2X,'DIGITE AS ESTIMATIVAS
1  DAS CONDIC0ES INICIAIS VC,ILS,ILL',2X,'(VOLTS E AMPE
2  RES)')
      ACCEPT 110,VCT0,ILST0,ILLT0
110  FORMAT(3D)
      TYPE 115,VCT0,ILST0,ILLT0
115  FORMAT(3F7.2)
      WRITE(47,120)
      TYPE 120
120  FORMAT(/,2X,'DIGITE AS ESTIMATIVAS DOS PERIODOS: OVLAP1
1  ,OVLAP2 E FCEM(E)',2X,'(GRAUS E VOLTS)')
      ACCEPT 130,OVLAP1,OVLAP2,E
130  FORMAT(3D)
      TYPE 135,OVLAP1,OVLAP2,E

```

```

135  FORMAT(2F5.2,F7.2)
C    *****
C    DEFINICAO DOS COEFICIENTES
C    *****
      K(1)=RS+RA
      K(2)=RL+RA
      K(3)=LS*LL*C
      K(4)=LS*LL
      K(5)=LS*C
      K(6)=LL*C
      K(7)=RA*C
      K(8)=RL/C
      K(9)=RS/C
      K(10)=LL/C
      K(11)=LS/C
      K(12)=RS/LS
      K(13)=RS+RL
      W0=SQRT(1/(LS*C))
      ALF=K(1)/(2*LS)
      WS=376.99112
      P=(LL*K(1)+LS*K(2))/K(4)
      Q=(C*K(1)*K(2)+LL+LS-RA**2*C)/K(3)
      V=K(13)/K(3)
      T6=.0083333
C    *****
C    *****
C    CALCULO DAS RAIZES
C    *****
C    *****
C    EQUACAO DO SEG. GRAU
C    *****
      RAD=ALF-W0
      IF(RAD)200,300,400
200  WRITE (47,210)
      TYPE 210
210  FORMAT(/,2X,'AMORTECIMENTO FRACO , DUAS RAIZES COMPLEX
      1 AS CONJUGADAS')
      GOTO 1000
300  STOP
400  WRITE (47,410)
      TYPE 410
410  FORMAT(/,2X,'AMORTECIMENTO FORTE ,DUAS RAIZES REAIS E DISTINTAS')
C    *****
C    EQUACAO DO TERC. GRAU
C    *****
1000 A1=(3*Q-P**2)/3
      B1=(2*P**3-9*P*Q+27*V)/27
      RDC=B1**2/4+A1**3/27
      IF (RDC.LT.0.) GOTO1040
      ARG=-B1/2+SQRT(RDC)
      IF (ARG.LT.0.) GOTO 1010
      EX=1./3.
      AA=ARG**(EX)

```

```

      GOTO 1020
1010  ARG=-ARG
      AA=ARG**(EX)
      AA=-AA
1020  ARG=-B1/2-SQRT(RDC)
      IF (ARG.LT.0.) GOTO 1030
      BB=ARG**(EX)
      GOTO 1040
1030  ARG=-ARG
      BB=ARG**(EX)
      BB=-BB
1040  IF(B1**2/4+A1**3/27)1100,1200,1300
1100  WRITE(47,1110)
      TYPE 1110
1110  FORMAT(/,2X,'TRES RAIZES REAIS E DISTINTAS, AMORTECIMEN
      1 TO FORTE ')
      GOTO 25000
      IF (RAD) 1120,1130,1140
1120  GOTO 2000
1130  GOTO 3000
1140  GOTO 4000
1200  WRITE(47,1210)
      TYPE 1210
1210  FORMAT(/,2X,'TRES RAIZES REAIS, CASO CRITICO (AINDA NAO
      1 IMPLEMENTADO)')
      IF(RAD) 1220,1230,1240
1220  GOTO 5000
1230  GOTO 6000
1240  GOTO 7000
1300  WRITE(47,1310)
      TYPE 1310
1310  FORMAT(/,2X,'UMA RAIZ REAL E DUAS COMPLEXAS CONJUGADAS
      1 , AMORTECIMENTO FRACO')
      IF(RAD) 1320,1330,1340
1320  GOTO 8000
1330  GOTO 9000
1340  GOTO 10000
2000  STOP
3000  STOP
4000  STOP
5000  STOP
6000  STOP
7000  STOP
C      *****
C      TERC. ORDEM E SEG. ORDEM FRACO
C      *****
8000  STOP
9000  STOP
10000 STOP
C      *****
C      *****
250000 CONTINUE

```

```

C      AMORTECIMENTO FORTE
C      *****
C      *****
C      CALCULO DAS RAIZES
C      *****
      S1=-ALF+SQRT(ALF**2-W0**2)
      S2=-ALF-SQRT(ALF**2-W0**2)
      RD=-A1**3/27
      SQ=SQRT(RD)
      FI=ACOS((-B1/2)/SQ)
      X1=SQRT(-A1/3)*2*COS(FI/3)
      X2=SQRT(-A1/3)*2*COS(FI/3+2*3.141592/3)
      X3=SQRT(-A1/3)*2*COS(FI/3-2*3.141592/3)
      R1=X1-P/3
      R2=X2-P/3
      R3=X3-P/3
25005  FORMAT(/,2X,'R1=',D,'R2=',D,/,2X,'R3=',D)
C      *****
C      VERIFICACAO DAS RAIZES DO TERC. GRAU
C      *****
      DESCR1=R1*R1*R1+P*R1*R1+Q*R1+V
      DESCR2=R2*R2*R2+P*R2*R2+Q*R2+V
      DESCR3=R3*R3*R3+P*R3*R3+Q*R3+V
      K(14)=1/((R1-R2)*(R1-R3))
      K(15)=1/((R2-R1)*(R2-R3))
      K(16)=1/((R3-R1)*(R3-R2))
      K(17)=SQRT(WS**2+R1**2)
      K(18)=SQRT(WS**2+R2**2)
      K(19)=SQRT(WS**2+R3**2)
      K(20)=.0174532*ALFA
      K(21)=1.4142135*ES
      NUM=WS
      DEN=-R1
      CALL QUAD(NUM,DEN,ANG)
      K(22)=ANG
      DEN=-R2
      CALL QUAD(NUM,DEN,ANG)
      K(23)=ANG
      DEN=-R3
      CALL QUAD(NUM,DEN,ANG)
      K(24)=ANG
      NUM=-RL*(Q*WS-WS**3)+WS*LL*(V-P*WS**2)
      DEN=RL*(V-P*WS**2)+WS*LL*(Q*WS-WS**3)
      CALL QUAD(NUM,DEN,ANG)
      K(25)=ANG
      NUM=(V-P*WS**2)*K(2)*WS*C-(Q*WS-WS**3)*(1-WS**2*
1 LL*C)
      DEN=(V-P*WS**2)*(1-WS**2*LL*C)+K(2)*WS*C*(Q*WS-
1 WS**3)
      CALL QUAD(NUM,DEN,ANG)
      K(26)=ANG
      NUM=WS*RA*(V-P*WS**2)-(Q*WS-WS**3)/C
      DEN=(V-P*WS**2)/C+WS*RA*(Q*WS-WS**3)

```



```

CALL QUAD(NUM,DEN,ANG)
K(27)=ANG
NUM=2*ALF*WS
DEN=W0**2-WS**2
CALL QUAD(NUM,DEN,ANG)
K(28)=ANG
NUM=WS*LS-1/(WS*C)
DEN=K(1)
CALL QUAD(NUM,DEN,ANG)
K(29)=ANG
K(30)=IDC
C *****
C DADOS DA SUBROTINA C05NAF
C *****
N=7
X(1)=OVLAP1/21600
X(2)=(3.1415925-K(20))/WS
X(3)=X(2)+OVLAP2/21600
X(4)=E/1000
X(5)=VCT0/1000000
X(6)=ILST0/100000
X(7)=ILLT0/10000
IA=7
IW=N*(5+2*N)
FTOL=1.E-7
DELTA=1.E-7
STEPMX=10
MAXCALL=600
IPRINT=1
IFAIL=0
CALL C05NAF(N,X,R,F,AJINV,IA,W,IW,FTOL,DELTA,STEPMX,
1 RESID,MONIT,IPRINT,MAXCALL,IFAIL)
25136 TYPE 25140
25140 FORMAT(/,2X,'C05NAF CONVERGIU')
TYPE 345,X(1),X(2),X(3),X(4),X(5),X(6),X(7)
345 FORMAT(/,2X,'T1=',D,2X,'T4=',D,/,2X,'T5=',D,2X,'FCEM=',D,
1 /,2X,'VCT0=',D,2X,'ILST0=',D,/,2X,'ILLT0=',D)
END
C *****
C SUBROTINA RESID - AMORTECIMENTO FORTE
C *****
SUBROUTINE RESID(N,XC,RC)
REAL LS,LL,IDC,ILLDC,IILL01,ILST1,ILLT1,ILST4,ILLT4,
1 ILST5,ILLT5,ILST6,ILLT6,ICT1,ICT5,ILSMAX,ILLTR,
2 ILLRG,ILSTR1,ILSTR2,ILSTR3,ILSRG,K1,K2,K3,IILL14,
3 K,NUM,K4,ISMX56,IILL45,
4 IILL56
COMMON/DATC/K(30),A,B,LS,RS,RL,LL,R1,R2,R3,RA,C,ALF,
1 S1,S2,W0,X1,Y,V,P,Q
DIMENSION XC(7),RC(7)
XC1=XC(1)

```

```

XC2=XC(2)
XC3=XC(3)
XC4=XC(4)*1000
XC5=XC(5)*1000000
XC6=XC(6)*100000
XC7=XC(7)*10000
T6=.0083333
WS=376.99112
VCT1=XC5*EXP(-XC1/K(7))
ILST1=(K(21)/SQRT(R5**2+WS**2*L5**2))*(SIN(WS*XC1+
1 K(20)-ATAN(WS*L5/RS))-SIN(K(20)-ATAN(WS*L5/RS))
2 *EXP(-RS*XC1/L5))+XC6*EXP(-RS*XC1/L5)
ILLT1=-XC4/RL+(XC4/RL)*EXP(-RL*XC1/LL)+XC7*
1 EXP(-RL*XC1/LL)
VCTR1=K(14)*((R1**2+(LL*K(1)+L5*K(2))*R1/K(4)+K(1)*K(2)
1 /K(4)-RA**2/K(4))*VCT1+(R1/C+RL/K(6))*ILST1+(-R1/C+
2 RS/K(5))*ILLT1-(LL*R1+RL)*K(21)*SIN(WS*XC1+K(20)-
3 K(22))/(K(17)*K(3)))+(L5*R1+RS)*XC4/(R1*K(3)))
VCTR2=K(15)*((R2**2+(LL*K(1)+L5*K(2))*
1 R2/K(4)+K(1)*K(2)/K(4)-RA**2/K(4))*VCT1+(R2/C+RL/
2 K(6))*ILST1+(-R2/C+RS/K(5))*ILLT1-(LL*R2+RL)*K(21)*
3 SIN(WS*XC1+K(20)-K(23))/(K(18)*K(3)))+(L5*R2+RS)
4 *XC4/(R2*K(3)))
VCTR3=K(16)*((R3**2+(LL*K(1)+L5*K(2))*R3/K(4)+(K(1)*K(2)
1 /K(4)-RA**2/K(4))*VCT1+(R3/C+RL/K(6))*ILST1+(-R3/C+
2 RS/K(5))*ILLT1-(LL*R3+RL)*K(21)*SIN(WS*XC1+K(20)-
3 K(24))/(K(19)*K(3)))+(L5*R3+RS)*XC4/(R3*K(3)))
VCR6=K(21)*SQRT(RL**2+(WS*LL)**2)*SIN(WS*XC2+K(20)+
1 K(25))/(K(3)*SQRT((V-P*WS**2)**2+(Q*WS-WS**3)**2))+
2 RS*XC4/K(13)
VCT4=VCTR1*EXP(R1*(XC2-XC1))+VCTR2*EXP(R2*(XC2-XC1))+VCTR3*
1 EXP(R3*(XC2-XC1))+VCR6
ILSTR1=K(14)*((-R1/L5+RL/K(4))*VCT1+(R1**2+K(2)*
1 R1/LL+1/K(6))*ILST1+(RA*R1/L5+1/K(5))*ILLT1-(R1**2
2 *LL+K(2)*R1+1/C)*K(21)*SIN(WS*XC1+K(20)-K(22))/
3 (K(17)*K(4))-(RA*R1*C+1)*XC4/(R1*K(3)))
ILSTR2=K(15)*((-R2/L5+RL/K(4))*VCT1+(
1 R2**2+K(2)*R2/LL+1/K(6))*ILST1+(RA*R2/L5+1/K(5))*
2 ILLT1-(R2**2*LL*C+K(2)*R2*C+1)*K(21)*SIN(WS*XC1+
3 K(20)-K(23))/(K(18)*K(3))-(RA*R2*C+1)*XC4/(R2*
4 K(3)))
ILSTR3=K(16)*((-R3/L5+RL/K(4))*VCT1+(R3**2+K(2)*R3/
1 LL+1/K(6))*ILST1+(RA*R3/L5+1/K(5))*ILLT1-(R3**2*LL*
2 C+K(2)*R3*C+1)*K(21)*SIN(WS*XC1+K(20)-K(24))/
3 (K(19)*K(3))-(RA*R3*C+1)*XC4/(R3*K(3)))
ILSR6=K(21)*SQRT((1-WS**2*LL*C)**2+(K(2)*WS*C)**2)*
1 SIN(WS*XC2+K(20)+K(26))/(K(3)*SQRT((V-P*WS**2)
2 **2+(Q*WS-WS**3)**2))-XC4/K(13)
ILST4=ILSTR1*EXP(R1*(XC2-XC1))+ILSTR2*EXP(R2*
1 (XC2-XC1))+ILSTR3*EXP(R3*(XC2-XC1))+ILSR6
ILLTR=K(16)*((R3/LL+RS/K(4))*VCT1+(RA*R3/LL+1/K(6))*
1 ILST1+(R3**2+K(1)*R3/L5+1/K(5))*ILLT1-(RA*R3*C+1)*

```

```

2 K(21)*SIN(WS*XC1+K(20)-K(24))/(K(19)*K(3))-(LS*R3**2*
3 C+K(1)*R3*C+1)*XC4/(R3*K(3))*EXP(R3*(XC2-XC1))
ILLRG=K(21)*SQRT(1/C**2+WS**2*RA**2)*SIN(WS*XC2+K(20)
1 +K(27))/(K(4)*SQRT((V-P*WS**2)**2+(Q*WS-WS**3)**2))
2 -XC4/K(13)
ILLT4=K(14)*((R1/LL+RS/K(4))*VCT1+(RA*R1/LL+1/K(6))*
1 ILST1+(R1**2+K(1)*R1/LS+1/K(5))*ILLT1-(RA*R1*C+1)*
2 K(21)*SIN(WS*XC1+K(20)-K(22))/(K(17)*K(3))-(LS*R1**2
3 *C+K(1)*R1*C+1)*XC4/(R1*K(3))*EXP(R1*(XC2-XC1))
4 +K(15)*((R2/LL+RS/K(4))*VCT1+(RA*R2/LL+1/K(6))*ILST1
5 +(R2**2+K(1)*R2/LS+1/K(5))*ILLT1-(RA*R2*C+1)*K(21)*
6 SIN(WS*XC1+K(20)-K(23))/(K(18)*K(3))-(LS*R2**2*C+K(1)*
7 R2*C+1)*XC4/(R2*K(3))*EXP(R2*(XC2-XC1))+ILLTR+
8 ILLRG
VCT5=VCT4*EXP(-(XC3-XC2)/K(7))
ILST5=(K(21)/SQRT(R5**2+WS**2*LS**2))*(SIN(WS*XC3+K(20)
1 -ATAN(WS*LS/R5))-SIN(WS*XC2+K(20))-ATAN(WS*LS/R5))
2 *EXP(R5*(XC2-XC3)/LS))+ILST4*EXP(-R5*(XC3-
3 XC2)/LS)
ILLT5=-XC4/RL+(XC4/RL+ILLT4)*EXP(RL*(XC2-XC3)/LL)
VCMAX=W0**2*K(21)/SQRT((W0**2-WS**2)**2+(2*ALF*WS)**2)
ILSMAX=K(21)/SQRT(K(1)**2+(WS*LS-1/(WS*C))**2)
VCT6=(1/(S2-S1))*(-ILST5/C+S2*VCT5+VCMAX*WS*COS(WS*
1 XC3+K(20)-K(28))-VCMAX*S2*SIN(WS*XC3+K(20))-
2 K(28))*EXP(S1*(T6-XC3))+(1/(S2-S1))*(ILST5/C-
3 S1*VCT5-VCMAX*WS*COS(WS*XC3+K(20)-K(28))+S1*
4 VCMAX*SIN(WS*XC3+K(20)-K(28)))*EXP(S2*(T6-XC3
5 ))+VCMAX*SIN(WS*T6+K(20)-K(28))
ILST6=(1/(S1-S2))*(S1*ILST5-VCT5/LS-ILSMAX*S1*LS*(
1 S2*COS(WS*XC3+K(20)-K(29))/WS+SIN(WS*XC3+K(
2 20)-K(29)))*EXP(S1*(T6-XC3))+(1/(S2-S1))*(S2*
3 ILST5-VCT5/LS-ILSMAX*S2*LS*(S1*COS(WS*XC3+K(20)
4 -K(29))/WS+SIN(WS*XC3+K(20)-K(29)))*EXP(S2*(
5 T6-XC3))+ILSMAX*SIN(WS*T6+K(20)-K(29))
ILLT6=(XC4/RL)*(-1+EXP((RL/LL)*(XC3-T6)))+ILLT5*
1 EXP((RL/LL)*(XC3-T6))
VST4=VCT4+RA*(ILST4-ILLT4)
ICT1=(VCT0/RA)*EXP(-XC1/(RA*C))
ICT5=(VCT4/RA)*EXP(-(XC3-XC2)/(RA*C))
IILL01=-XC4*XC1/RL-(XC4*LL/RL**2)*(EXP(-RL*XC1/LL)
1 -1)-(ILLT1*LL/RL)*(EXP(-RL*XC1/LL)-1)
K1=K(14)*((R1/LL+RS/K(4))*VCT1+(RA*R1/LL+1/K(6))*
1 ILST1+(R1**2+K(1)*R1/LS+1/K(5))*ILLT1-(RA*R1*C+1)*
2 K(21)*SIN(K(20)-K(22))/(K(17)*K(3))-(LS*R1**2
3 *C+K(1)*R1*C+1)*XC4/(R1*K(3))
K2=K(15)*((R2/LL+RS/K(4))*VCT1+(RA*R2/LL+1/K(6))*ILST1
1 +(R2**2+K(1)*R2/LS+1/K(5))*ILLT1-(RA*R2*C+1)*K(21)*
2 SIN(K(20)-K(23))/(K(18)*K(3))-(LS*R2**2*C+K(1)*
3 R2*C+1)*XC4/(R2*K(3))
K3=K(16)*((R3/LL+RS/K(4))*VCT1+(RA*R3/LL+1/K(6))*
1 ILST1+(R3**2+K(1)*R3/LS+1/K(5))*ILLT1-(RA*R3*C+1)*

```

```

1 ILST1+(R3**2+K(1)*R3/LS+1/K(5))*ILLT1-(RA*R3*C+1)*
2 K(21)*SIN(WS*XC1+K(20)-K(24))/(K(19)*K(3))-(LS*R3**2*
3 C+K(1)*R3*C+1)*XC4/(R3*K(3))*EXP(R3*(XC2-XC1))
ILLRG=K(21)*SQRT(1/C**2+WS**2*RA**2)*SIN(WS*XC2+K(20)
1 +K(27))/(K(4)*SQRT((V-P*WS**2)**2+(Q*WS-WS**3)**2))
2 -XC4/K(13)
ILLT4=K(14)*((R1/LL+RS/K(4))*VCT1+(RA*R1/LL+1/K(6))*
1 ILST1+(R1**2+K(1)*R1/LS+1/K(5))*ILLT1-(RA*R1*C+1)*
2 K(21)*SIN(WS*XC1+K(20)-K(22))/(K(17)*K(3))-(LS*R1**2
3 *C+K(1)*R1*C+1)*XC4/(R1*K(3))*EXP(R1*(XC2-XC1))
4 +K(15)*((R2/LL+RS/K(4))*VCT1+(RA*R2/LL+1/K(6))*ILST1
5 +(R2**2+K(1)*R2/LS+1/K(5))*ILLT1-(RA*R2*C+1)*K(21)*
6 SIN(WS*XC1+K(20)-K(23))/(K(18)*K(3))-(LS*R2**2*C+K(1)*
7 R2*C+1)*XC4/(R2*K(3))*EXP(R2*(XC2-XC1))+ILLTR+
8 ILLRG
VCT5=VCT4*EXP(-(XC3-XC2)/K(7))
ILST5=(K(21)/SQRT(RS**2+WS**2*LS**2))*(SIN(WS*XC3+K(20)
1 -ATAN(WS*LS/RS))-SIN(WS*XC2+K(20)-ATAN(WS*LS/RS))
2 *EXP(RS*(XC2-XC3)/LS))+ILST4*EXP(-RS*(XC3-
3 XC2)/LS)
ILLT5=-XC4/RL+(XC4/RL+ILLT4)*EXP(RL*(XC2-XC3)/LL)
VCMAX=W0**2*K(21)/SQRT((W0**2-WS**2)**2+(2*ALF*WS)**2)
ILSMAX=K(21)/SQRT(K(1)**2+(WS*LS-1/(WS*C))**2)
VCT6=(1/(S2-S1))*(-ILST5/C+S2*VCT5+VCMAX*WS*COS(WS*
1 XC3+K(20)-K(28))-VCMAX*S2*SIN(WS*XC3+K(20)-
2 K(28)))*EXP(S1*(T6-XC3))+(1/(S2-S1))*(ILST5/C-
3 S1*VCT5-VCMAX*WS*COS(WS*XC3+K(20)-K(28))+S1*
4 VCMAX*SIN(WS*XC3+K(20)-K(28)))*EXP(S2*(T6-XC3
5 ))+VCMAX*SIN(WS*T6+K(20)-K(28))
ILST6=(1/(S1-S2))*(S1*ILST5-VCT5/LS-ILSMAX*S1*LS*(
1 S2*COS(WS*XC3+K(20)-K(29))/WS+SIN(WS*XC3+K(
2 20)-K(29)))*EXP(S1*(T6-XC3))+(1/(S2-S1))*(S2*
3 ILST5-VCT5/LS-ILSMAX*S2*LS*(S1*COS(WS*XC3+K(20)
4 -K(29))/WS+SIN(WS*XC3+K(20)-K(29)))*EXP(S2*(
5 T6-XC3))+ILSMAX*SIN(WS*T6+K(20)-K(29))
ILLT6=(XC4/RL)*(-1+EXP((RL/LL)*(XC3-T6)))+ILLT5*
1 EXP((RL/LL)*(XC3-T6))
VST4=VCT4+RA*(ILST4-ILLT4)
ICT1=(VCT0/RA)*EXP(-XC1/(RA*C))
ICT5=(VCT4/RA)*EXP(-(XC3-XC2)/(RA*C))
ITLL01=-XC4*XC1/RL-(XC4*LL/RL**2)*(EXP(-RL*XC1/LL)
1 -1)-(ILLT1*LL/RL)*(EXP(-RL*XC1/LL)-1)
K1=K(14)*((R1/LL+RS/K(4))*VCT1+(RA*R1/LL+1/K(6))*
1 ILST1+(R1**2+K(1)*R1/LS+1/K(5))*ILLT1-(RA*R1*C+1)*
2 K(21)*SIN(K(20)-K(22))/(K(17)*K(3))-(LS*R1**2
3 *C+K(1)*R1*C+1)*XC4/(R1*K(3))
K2=K(15)*((R2/LL+RS/K(4))*VCT1+(RA*R2/LL+1/K(6))*ILST1
1 +(R2**2+K(1)*R2/LS+1/K(5))*ILLT1-(RA*R2*C+1)*K(21)*
2 SIN(K(20)-K(23))/(K(18)*K(3))-(LS*R2**2*C+K(1)*
3 R2*C+1)*XC4/(R2*K(3))

```

```

K3=K(16)*((R3/LL+R5/K(4))*VCT1+(RA*R3/LL+1/K(6))*
1 ILST1+(R3**2+K(1)*R3/LS+1/K(5))*ILLT1-(RA*R3*C+1)*
2 K(21)*SIN(K(20)-K(24))/(K(19)*K(3))-(LS*R3**2*
3 C+K(1)*R3*C+1)*XC4/(R3*K(3)))
K4=K(21)*SQRT(1/C**2+WS**2*RA**2)
1 /(K(4)*SQRT((V-P*WS**2)**2+(Q*WS-WS**3)**2))
IILL14=(K1/R1)*(EXP(R1*(XC2-XC1))-1)+(K2/R2)*(EXP(
1 R2*(XC2-XC1))-1)+(K3/R3)*(EXP(R3*(XC2-XC1))-
2 1)-(K4/WS)*(COS(WS*XC2+K(20)+K(27))-COS(WS*XC1+
3 K(20)+K(27)))-XC4*(XC2-XC1)/K(13)
IILL45=-XC4*(XC3-XC2)/RL-(XC4/RL+IILLT4)*(LL/RL
1 )*(EXP((RL/
2 LL)*(XC2-XC3))-1)
IILL56=-XC4*(T6-XC3)/RL-(XC4*LL/RL**2)*(EXP((-RL/LL)
1 *(T6-XC3))-1)-(IILLT5*LL/RL)*(EXP((-RL/LL)*(T6-XC3
2 ))-1)
IILLDC=(IILL01+IILL14+IILL45+IILL56)*120
RC(1)=VCT6+XC5
RC(2)=ILST6+XC6
RC(3)=ILLT6-XC7
RC(4)=VST4
RC(5)=IILLDC-K(30)
RC(6)=ILST1+ICT1-ILLT1
RC(7)=ILST5+ICT5
RETURN
END

```

```

C *****
C SUBROUTINE MONIT
C *****
C SUBROUTINE MONIT (N,XC,RC,FC,NCALL)
C DIMENSION XC(7),RC(7)
C WRITE (47,10) NCALL,FC
10 FORMAT(/2X,'APOS ',I4,'CHAMADAS DE RESID, A SOMA DOS QUA
1 QUADRADOS E',D)

```

```

WRITE (47,20) (XC(I),I=1,7)
20 FORMAT(/,2X,'NOS PONTOS',2D,/,2X,2D,/,2X,2D,/,2X,D)
RETURN
END

```

```

C *****
C SUBROTINA DE VERIFICACAO DO QUADRANTE
C *****
C SUBROUTINE QUAD (NUM,DEN,ANG)
C REAL NUM,DEN,ARG,ANG
C ARG=NUM/DEN
C ANG=ATAN(ARG)
C IF(ANG)1,2,3
1 IF(NUM)5,5,4
2 IF(DEN)4,5,5
3 IF(NUM)4,5,5
4 ANG=ANG+3.1415926
5 RETURN
END

```

\$ run lwer

TYPE RS,LS,RL,LL. IF RS IS NEGATIVE, FINISH.  
(OHMS AND HENRIES)

.35,.0025,1.8,.055  
0.3500 0.0025 1.8000 0.0550

TYPE VS AND IDC. IF VS IS NEGATIVE GO TO CIRCUIT  
PARAMETERS IMPUT. (VOLTS AND AMPERES)

220.,12.  
220.00 12.00

TYPE ALFA. IF NEGATIVE GO TO VS IMPUT.( DEGREES )

16.

FOR ALFA = 16.00DEGREES TYPE OVLAP1,OVLAP2 AND E  
(DEGREES AND VOLTS)

5.,5.,150.  
5.00 5.00150.00

FINAL SUM OF SQUARES IS 0.000000009

AT THE POINTS 0.00023367 0.00762911 0.00029330 0.01256114  
WITH RESIDS -0.00001717 0.00009155 0.00000000 0.00001144  
AND HAS ERROE NUMBER 0

T1= 0.0002 T4= 0.0076 T5= 0.0003 T6= 0.0003 MS

TX OND= 0.25558IMIN= 9.09280TYPE +1 FOR NEW LL VALUE OR -1 FOR CONTINUE  
-1

T1= 0.2337 T4= 7.6291 T5= 8.2933 T6= 8.3000 MS

WT1= 5.05 WT4= 164.79 WT5= 179.14 WT6= 180.00 DEG

E= 165.81 V

DID1/DT= -0.04070 A/MICROS DIS3/DT= -0.03249 A/MICROS

IMAX= 15.23 A TIMAX= 5.7803MS WTIMAX= 124.85 DEG

TYPE -1 FOR NEW ALFA VALUE, +1 FOR PLOTER CURRENTS WAVEFORMS OUTPUT, .0 FOR ST  
OP

-1

TYPE ALFA. IF NEGATIVE GO TO VS INPUT.( DEGREES )

40.

FOR ALFA = 40.00DEGREES TYPE OVLAP1,OVLAP2 AND E  
(DEGREES AND VOLTS)

5.,5.,150.

5.00 5.00150.00

FINAL SUM OF SQUARES IS 0.000000002

AT THE POINTS 0.00009138 0.00650843 0.00720675 0.01110279  
WITH RESIDS 0.00001717 -0.00003815 0.00000000 -0.00000477  
AND HAS ERROE NUMBER 0

T1= 0.0001 T4= 0.0065 T5= 0.0072 T6= 0.0083 MS

TX OND= 0.33992IMIN= 7.41108TYPE +1 FOR NEW LL VALUE OR -1 FOR CONTINUE  
-1

T1= 0.0914 T4= 6.5084 T5= 7.2067 T6= 8.3000 MS

WT1= 1.97 WT4= 140.58 WT5= 155.67 WT6= 180.00 DEG

E= 146.56 V

DID1/DT= -0.07977 A/MICROS DIS3/DT= -0.03360 A/MICROS

IMAX= 15.57 A TIMAX= 4.8400MS WTIMAX= 104.54 DEG

TYPE -1 FOR NEW ALFA VALUE, +1 FOR PLOTER CURRENTS WAVEFORMS OUTPUT, .0 FOR ST

OP

0.

END OF EXECUTION

```

$
$ run lwer
DIGITE RS,RL,RA,LS,LL
OHMS E HENRIES
.35,1.8,100.,.0025,.055
0.3500 1.8000100.0000 0.0025 0.0550

DIGITE C FARADS
.000001
0.000001

DIGITE ES E IDC (VOLTS E AMPERES)
220.,12.
220.00 12.00

DIGITE ALFA (GRAUS)
16.

PARA ALFA= 16.00 DIGITE AS ESTIMATIVAS DAS CONDICOES INICIAIS VC,ILS,ILL (VO
LTS E AMPE RES)
10.,10.,10.
10.00 10.00 10.00

DIGITE AS ESTIMATIVAS DOS PERIODOS: OVLAP1 ,OVLAP2 E FCEM(E) (GRAUS E VOLTS)
5.,5.,150.
5.00 5.00 150.00

AMORTECIMENTO FORTE ,DUAS RAIZES REAIS E DISTINTAS
TRES RAIZES REAIS E DISTINTAS, AMORTECIMEN TO FORTE
COSNAF CONVERGIU

T1= 0.2213093D-03 T4= 0.7669985D-02
T5= 0.8281024D-02 FCEM= 0.1660568D+00
VCT0= 0.2303989D-04 ILST0= 0.1152853D-05
ILLT0= 0.9404354D-03

```



\$ run lwer

DIGITE RS,RL,RA,LS,LL  
 OHMS E HENRIES  
 .35,1.8,100.,.0025,.055  
 0.3500 1.8000100.0000 0.0025 0.0550

DIGITE C FARADS  
 .000001  
 0.000001

DIGITE ES E IDC (VOLTS E AMPERES)  
 220.,12.  
 220.00 12.00

DIGITE ALFA (GRAUS)  
 40.

PARA ALFA= 40.00 DIGITE AS ESTIMATIVAS DAS CONDIC0ES INICIAIS VC,ILS,ILL (VO  
 LTS E AMPE RES)  
 10.,10.,10.  
 10.00 10.00 10.00

DIGITE AS ESTIMATIVAS DOS PERI0DOS: OVLAP1 ,OVLAP2 E FCEM(E) (GRAUS E VOLTS)  
 5.,5.,150.  
 5.00 5.00 150.00

AMORTECIMENTO FORTE ,DUAS RAIZES REAIS E DISTINTAS  
 TRES RAIZES REAIS E DISTINTAS, AMORTECIMENTO FORTE  
 C05NAF CONVERGIU

T1= 0.86563600-04 T4= 0.65429970-02  
 T5= 0.71980600-02 FCEM= 0.14656570+00  
 VCT0= 0.19075950-03 ILST0= 0.92605710-06  
 ILLT0= 0.73584090-03

\$  
 \$

**ANEXO 3****LISTAGEM PARCIAL DO PROGRAMA RUNGE-KUTTA**

```

1110 REM *****
1120 REM SUBROTINA T1-T4
1130 REM *****
1150 H = 0:Z = 0
1160 A(1,1) = 0
1170 A(1,2) = 1 / C
1180 A(1,3) = - 1 / C
1190 A(2,1) = - 1 / LS
1200 A(2,2) = - (RA + RS) / LS
1210 A(2,3) = RA / LS
1220 A(3,1) = 1 / LL
1230 A(3,2) = RA / LL
1240 A(3,3) = - (RA + RL) / LL
1250 A2(1,1) = A(1,2) * A(2,1) + A(1,3) * A(3,1)
1260 A2(1,2) = A(1,2) * A(2,2) + A(1,3) * A(3,2)
1270 A2(1,3) = A(1,2) * A(2,3) + A(1,3) * A(3,3)
1280 A2(2,1) = A(2,2) * A(2,1) + A(2,3) * A(3,1)
1290 A2(2,2) = A(2,1) * A(1,2) + A(2,2) ^ 2 + A(2,3) * A(3,2)
1300 A2(2,3) = A(2,1) * A(1,3) + A(2,2) * A(2,3) + A(2,3) * A(3,3)
1310 A2(3,1) = A(3,2) * A(2,1) + A(3,3) * A(3,1)
1320 A2(3,2) = A(3,1) * A(1,2) + A(3,2) * A(2,2) + A(3,3) * A(3,2)
1330 A2(3,3) = A(3,1) * A(1,3) + A(3,2) * A(2,3) + A(3,3) ^ 2
1340 A3(1,1) = A2(1,2) * A(2,1) + A2(1,3) * A(3,1)
1350 A3(1,2) = A2(1,1) * A(1,2) + A2(1,2) * A(2,2) + A2(1,3) * A(3,2)
1360 A3(1,3) = A2(1,1) * A(1,3) + A2(1,2) * A(2,3) + A2(1,3) * A(3,3)
1370 A3(2,1) = A2(2,2) * A(2,1) + A2(2,3) * A(3,1)
1380 A3(2,2) = A2(2,1) * A(1,2) + A2(2,2) * A(2,2) + A2(2,3) * A(3,2)
1390 A3(2,3) = A2(2,1) * A(1,3) + A2(2,2) * A(2,3) + A2(2,3) * A(3,3)
1400 A3(3,1) = A2(3,2) * A(2,1) + A2(3,3) * A(3,1)
1410 A3(3,2) = A2(3,1) * A(1,2) + A2(3,2) * A(2,2) + A2(3,3) * A(3,2)
1420 A3(3,3) = A2(3,1) * A(1,3) + A2(3,2) * A(2,3) + A2(3,3) * A(3,3)
1430 A4(1,1) = A3(1,2) * A(2,1) + A3(1,3) * A(3,1)
1440 A4(1,2) = A3(1,1) * A(1,2) + A3(1,2) * A(2,2) + A3(1,3) * A(3,2)
1450 A4(1,3) = A3(1,1) * A(1,3) + A3(1,2) * A(2,3) + A3(1,3) * A(3,3)
1460 A4(2,1) = A3(2,2) * A(2,1) + A3(2,3) * A(3,1)
1470 A4(2,2) = A3(2,1) * A(1,2) + A3(2,2) * A(2,2) + A3(2,3) * A(3,2)
1480 A4(2,3) = A3(2,1) * A(1,3) + A3(2,2) * A(2,3) + A3(2,3) * A(3,3)
1490 A4(3,1) = A3(3,2) * A(2,1) + A3(3,3) * A(3,1)
1500 A4(3,2) = A3(3,1) * A(1,2) + A3(3,2) * A(2,2) + A3(3,3) * A(3,2)
1510 A4(3,3) = A3(3,1) * A(1,3) + A3(3,2) * A(2,3) + A3(3,3) * A(3,3)
1520 H4(1,1) = 1 + H * A(1,1) + (1 / 2) * H ^ 2 * A2(1,1) + (1 / 6) * H ^
3 * A3(1,1) + (1 / 24) * H ^ 4 * A4(1,1)
1530 H4(1,2) = H * A(1,2) + (1 / 2) * H ^ 2 * A2(1,2) + (1 / 6) * H ^ 3 *
A3(1,2) + (1 / 24) * H ^ 4 * A4(1,2)
1540 H4(1,3) = H * A(1,3) + (1 / 2) * H ^ 2 * A2(1,3) + (1 / 6) * H ^ 3 *
A3(1,3) + (1 / 24) * H ^ 4 * A4(1,3)
1550 H4(2,1) = H * A(2,1) + (1 / 2) * H ^ 2 * A2(2,1) + (1 / 6) * H ^ 3 *
A3(2,1) + (1 / 24) * H ^ 4 * A4(2,1)
1560 H4(2,2) = 1 + H * A(2,2) + (1 / 2) * H ^ 2 * A2(2,2) + (1 / 6) * H ^
3 * A3(2,2) + (1 / 24) * H ^ 4 * A4(2,2)

```

$$\begin{aligned}
1570 \quad H4(2,3) &= H * A(2,3) + (1/2) * H^2 * A2(2,3) + (1/6) * H^3 * A3(2,3) + (1/24) * H^4 * A4(2,3) \\
1580 \quad H4(3,1) &= H * A(3,1) + (1/2) * H^2 * A2(3,1) + (1/6) * H^3 * A3(3,1) + (1/24) * H^4 * A4(3,1) \\
1590 \quad H4(3,2) &= H * A(3,2) + (1/2) * H^2 * A2(3,2) + (1/6) * H^3 * A3(3,2) + (1/24) * H^4 * A4(3,2) \\
1600 \quad H4(3,3) &= 1 + H * A(3,3) + (1/2) * H^2 * A2(3,3) + (1/6) * H^3 * A3(3,3) + (1/24) * H^4 * A4(3,3) \\
1610 \quad H3(1,1) &= 1 + H * A(1,1) + (1/2) * H^2 * A2(1,1) + (1/4) * H^3 * A3(1,1) \\
1620 \quad H3(1,2) &= H * A(1,2) + (1/2) * H^2 * A2(1,2) + (1/4) * H^3 * A3(1,2) \\
1630 \quad H3(1,3) &= H * A(1,3) + (1/2) * H^2 * A2(1,3) + (1/4) * H^3 * A3(1,3) \\
1640 \quad H3(2,1) &= H * A(2,1) + (1/2) * H^2 * A2(2,1) + (1/4) * H^3 * A3(2,1) \\
1650 \quad H3(2,2) &= 1 + H * A(2,2) + (1/2) * H^2 * A2(2,2) + (1/4) * H^3 * A3(2,2) \\
1660 \quad H3(2,3) &= H * A(2,3) + (1/2) * H^2 * A2(2,3) + (1/4) * H^3 * A3(2,3) \\
1670 \quad H3(3,1) &= H * A(3,1) + (1/2) * H^2 * A2(3,1) + (1/4) * H^3 * A3(3,1) \\
1680 \quad H3(3,2) &= H * A(3,2) + (1/2) * H^2 * A2(3,2) + (1/4) * H^3 * A3(3,2) \\
1690 \quad H3(3,3) &= 1 + H * A(3,3) + (1/2) * H^2 * A2(3,3) + (1/4) * H^3 * A3(3,3) \\
1700 \quad H2(1,1) &= 1 + (1/2) * H * A(1,1) + (1/8) * H^2 * A2(1,1) \\
1710 \quad H2(1,2) &= (1/2) * H * A(1,2) + (1/8) * H^2 * A2(1,2) \\
1720 \quad H2(1,3) &= (1/2) * H * A(1,3) + (1/8) * H^2 * A2(1,3) \\
1730 \quad H2(2,1) &= (1/2) * H * A(2,1) + (1/8) * H^2 * A2(2,1) \\
1740 \quad H2(2,2) &= 1 + (1/2) * H * A(2,2) + (1/8) * H^2 * A2(2,2) \\
1750 \quad H2(2,3) &= (1/2) * H * A(2,3) + (1/8) * H^2 * A2(2,3) \\
1760 \quad H2(3,1) &= (1/2) * H * A(3,1) + (1/8) * H^2 * A2(3,1) \\
1770 \quad H2(3,2) &= (1/2) * H * A(3,2) + (1/8) * H^2 * A2(3,2) \\
1780 \quad H2(3,3) &= 1 + (1/2) * H * A(3,3) + (1/8) * H^2 * A2(3,3)
\end{aligned}$$

```

2200 REM SUBROTINA T5-T6
2210 REM *****
2230 A(1,1) = - C(1) / LS
2240 A(1,2) = - 1 / LS
2250 A(2,1) = 1 / C
2260 A(2,2) = 0
2270 A2(1,1) = A(1,1) ^ 2 + A(1,2) * A(2,1)
2280 A2(1,2) = A(1,1) * A(1,2)
2290 A2(2,1) = A(2,1) * A(1,1)
2300 A2(2,2) = A(2,1) * A(1,2)
2310 A3(1,1) = A2(1,1) * A(1,1) + A2(1,2) * A(2,1)
2320 A3(1,2) = A2(1,1) * A(1,2)
2330 A3(2,1) = A2(2,1) * A(1,1) + A2(2,2) * A(2,1)
2340 A3(2,2) = A2(2,1) * A(1,2)
2350 A4(1,1) = A3(1,1) * A(1,1) + A3(1,2) * A(2,1)
2360 A4(1,2) = A3(1,1) * A(1,2)
2370 A4(2,1) = A3(2,1) * A(1,1) + A3(2,2) * A(2,1)
2380 A4(2,2) = A3(2,1) * A(1,2)
2390 H4(1,1) = 1 + H * A(1,1) + (1 / 2) * H ^ 2 * A2(1,1) + (1 / 6) * H ^
3 * A3(1,1) + (1 / 24) * H ^ 4 * A4(1,1)
2400 H4(1,2) = H * A(1,2) + (1 / 2) * H ^ 2 * A2(1,2) + (1 / 6) * H ^ 3 *
A3(1,2) + (1 / 24) * H ^ 4 * A4(1,2)
2410 H4(2,1) = H * A(2,1) + (1 / 2) * H ^ 2 * A2(2,1) + (1 / 6) * H ^ 3 *
A3(2,1) + (1 / 24) * H ^ 4 * A4(2,1)
2420 H4(2,2) = 1 + H * A(2,2) + (1 / 2) * H ^ 2 * A2(2,2) + (1 / 6) * H ^
3 * A3(2,2) + (1 / 24) * H ^ 4 * A4(2,2)
2430 H3(1,1) = 1 + H * A(1,1) + (1 / 2) * H ^ 2 * A2(1,1) + (1 / 4) * H ^
3 * A3(1,1)
2440 H3(1,2) = H * A(1,2) + (1 / 2) * H ^ 2 * A2(1,2) + (1 / 4) * H ^ 3 *
A3(1,2)
2450 H3(2,1) = H * A(2,1) + (1 / 2) * H ^ 2 * A2(2,1) + (1 / 4) * H ^ 3 *
A3(2,1)
2460 H3(2,2) = 1 + H * A(2,2) + (1 / 2) * H ^ 2 * A2(2,2) + (1 / 4) * H ^
3 * A3(2,2)
2470 H2(1,1) = 1 + (1 / 2) * H * A(1,1) + (1 / 8) * H ^ 2 * A2(1,1)
2480 H2(1,2) = (1 / 2) * H * A(1,2) + (1 / 8) * H ^ 2 * A2(1,2)
2490 H2(2,1) = (1 / 2) * H * A(2,1) + (1 / 8) * H ^ 2 * A2(2,1)
2500 H2(2,2) = 1 + (1 / 2) * H * A(2,2) + (1 / 8) * H ^ 2 * A2(2,2)

```