

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA
E DE COMPUTAÇÃO
DEPARTAMENTO DE MICROONDA E ÓPTICA**

**SUBSISTEMAS ÓPTICOS PARA
COMUNICAÇÃO SOLITÔNICA**

Carlos Allan Caballero Petersen

**Orientador:
Rui Fragassi Souza (FEEC)**

**Tese apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da
Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos para
obtenção do Título de Doutor em Engenharia Elétrica.**

Campinas, Junho de 1996.



Este trabalho foi aprovado para a defesa final da tese
defendida por Carlos Allan Caballero Petersen.
Sem observações e foi aceita pela Comissão
Julgada em 27 / 6 / 96
Rui Fragassi Souza
Orientador

71.057.32

UNIDADE: BC
CHAMADA: UNICAMP
C. M. A.
V. F.
TCR: 30118
PROC. 281197
C. D. X.
PREÇO: R\$ 11,00
DATA: 13-05-97
N.º CTD.

CM-00098233-2

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

C111s

Caballero Petersen, Carlos Allan
Subsistemas ópticos para comunicação solitônica /
Carlos Allan Caballero Petersen.--Campinas, SP: [s.n.],
1996.

Orientador: Rui Fragassi Souza.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação.

1. Ótica não-linear. 2. Sólitons. 3. Fibras óticas. 4.
Amplificadores óticos. I. Souza, Rui Fragassi. II.
Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de
Engenharia Elétrica e de Computação. III. Título.

**A minha esposa Francia
e filhos
Carlos Maurício, Maria José e Felipe Carlos.**



AGRADECIMENTOS

Agradeço ao amigo e Professor Doutor Rui Fragassi Souza, pela dedicação, pela orientação e, principalmente, pela amizade.

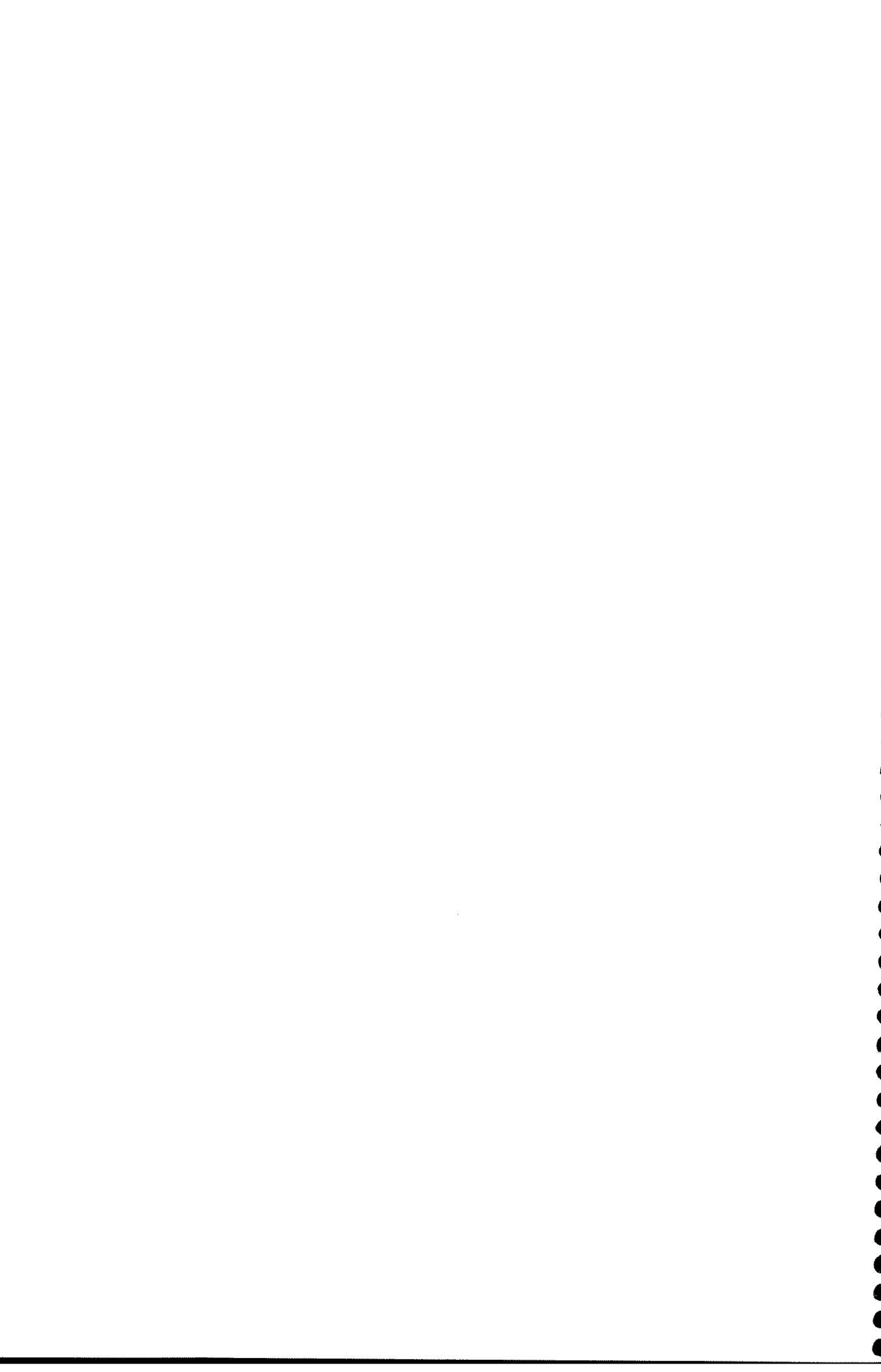
Agradeço a todos que, de forma direta ou indireta, contribuíram para a realização deste trabalho.

Aos colegas e amigos do DMO pelo apoio e pelas horas de descontração, obrigado.

Agradeço à Fundação Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES e ao Centro de Pesquisa e Desenvolvimento - CPqD da TELEBRÁS, pelo apoio financeiro durante a realização do doutorado.

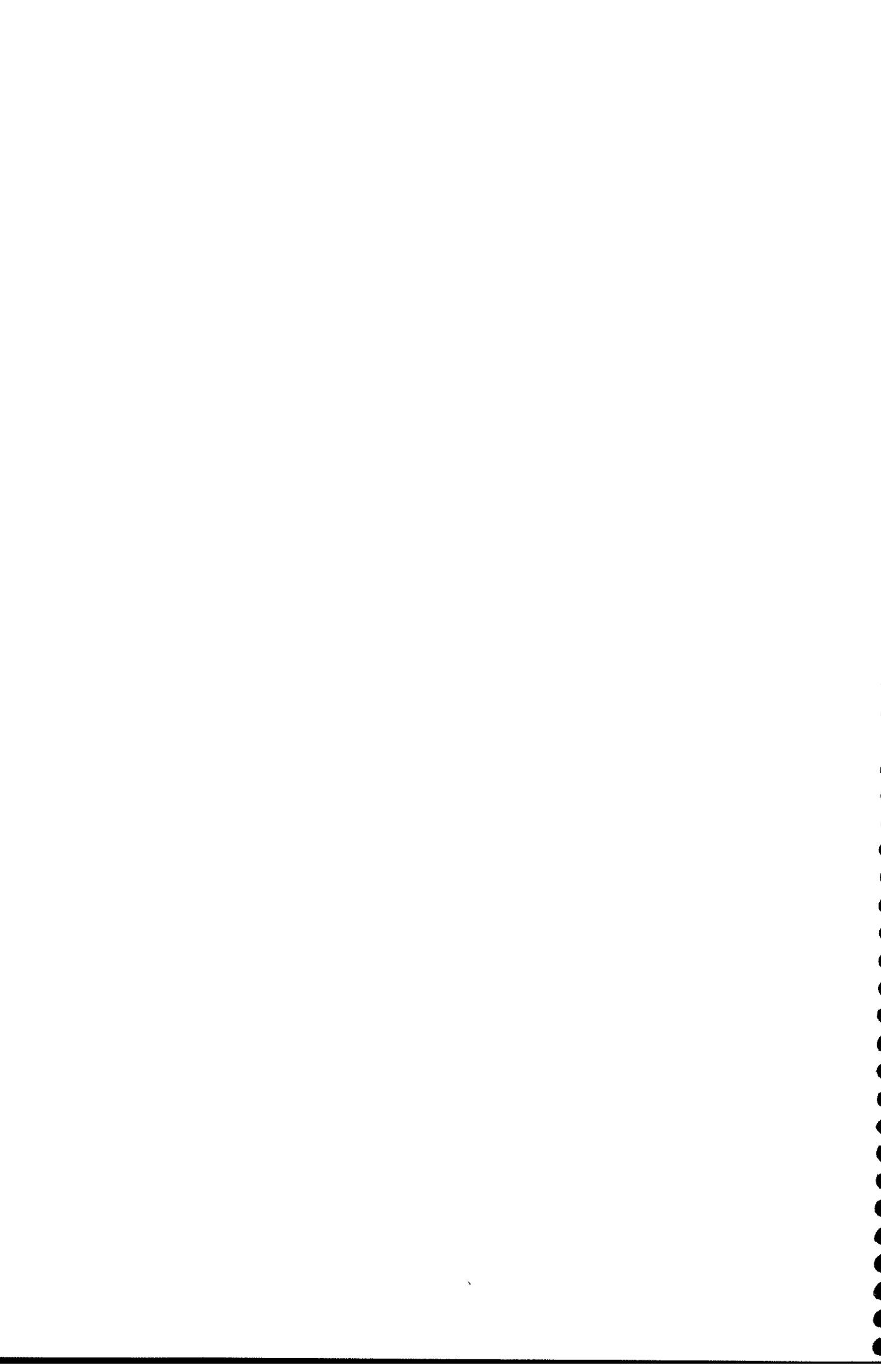
Agradeço a minha mãe pelo apoio e amor, sempre presente, nos momentos mais difíceis da minha vida.

Finalmente agradeço a minha esposa e filhos pelo apoio, compreensão, dedicação, sacrifício e amor dedicados nesta etapa, tão importante, da minha vida.



RESUMO

Nesta tese, investigamos e simulamos alguns subsistemas ópticos adequados para comunicação solitônica. Diversos experimentos numéricos foram realizados para estudar estes subsistemas, criando, para isto, um conjunto de programas de simulação, escritos na linguagem de programação da plataforma Mathematica[®]. Na primeira parte, analisamos a propagação de pulsos num meio óptico não-linear, onde o papel dos diferentes parâmetros é investigado através da simulação numérica, usando o método das diferenças finitas no domínio do tempo. Um sistema de equações não-lineares de Schrödinger é resolvido para diferentes tipos de pulsos de entrada, para estudar a formação, ou não, de pulsos do tipo solitônico. Neste sentido estudamos a formação de sólitons brilhantes e escuros; neste último caso, usamos a modulação cruzada de fase. Numa segunda parte, investigamos o amplificador a fibra dopada com materiais de três e quatro níveis. A simulação permite estudar a evolução dos diferentes sinais dentro da fibra dopada, incluindo a emissão espontânea amplificada (ASE). Esta simulação permite obter resultados num comprimento de onda específico ou uma resposta espectral completa, dependendo dos dados disponíveis da fibra dopada utilizada. Como uma aplicação destes dois primeiros experimentos numéricos, estudamos o espelho não-linear amplificante em anel (*Non-linear Amplifying Loop Mirror, NALM*) e sua aplicação na restauração de pulsos solitônicos escuros exaustos. Num outro experimento numérico, mostramos a geração de sinal laser num laser anel a fibra dopada. Neste caso foram investigados os lasers em anel tipo *free-running* e *mode-locked* AM. Verificamos que a oscilação laser nasce do ruído ASE do amplificador óptico presente no anel. Estudamos, também, um método de geração de trens de pulsos ópticos muito curtos, usando modulação da fase de uma onda óptica CW, seguida de filtragem óptica. Verificamos que filtros de característica de transferência tipo gaussiana produzem um bom pulso de saída e que, utilizando filtros de transferência periódica, é possível obter taxas maiores que no caso do uso de filtros simples.



ABSTRACT

This work investigates optical subsystems that can be used in solitonic communications. Several numerical simulations are presented, using the Mathematica® programming language. Initially, the non-linear optical pulse propagation is analyzed, using the finite difference time domain (FDTD) method. A pair of non-linear Schrödinger equations is solved simultaneously to see the conditions for optical soliton formation. Both bright and dark solitons were investigated, the later using cross-phase modulation.

In a second part, the behavior of optical amplifiers using doped fibers was studied. The computer program developed allows to see the evolution of the information signal, pumping and amplified spontaneous emission (ASE). The program makes the simulation at a given wavelength (spot analysis) or in a complete spectral range, depending on the data available for the fiber.

Using the above programs, several devices were analyzed, like a non-linear amplifying loop mirror (NALM), for regeneration of exhausted dark solitons, and optical fiber's loop lasers, for generation of bright solitons. In this later case, the free-running and AM mode locked fiber lasers were investigated. It was shown that the laser signal start from the ASE present in the loop.

A method for the generation of a train of short optical pulses, using the phase modulation of a CW signal followed by an optical filtering, was investigated. It was observed that the use of a gaussian filter gives a good output signal (close to the soliton shape) and that filters with a periodic transfer function (like a Fabry-Perot filter) can be used to double the pulse rate obtained using a non-periodic filter.



Conteúdo

Capítulo I

Comunicações Solitônicas

1.1-Introdução	1-1
1.2-Referências	1-4

Capítulo II

Sólitons Ópticos

2.1-Introdução	2-1
2.2-Equação Não-linear de Schrödinger	2-3
2.3-Solução Particular da Equação de Schrödinger	2-12
2.3.1-Sólitons Brilhantes	2-12
2.3.2-Solitons Escuros	2-18
2.4-Equações de Schrödinger Acopladas	2-19
2.5-Termos de alta ordem	2-20
2.6-Solução Numérica da Equação de Schrödinger	2-22
2.7-Programa de Cálculo Numérico	2-23
2.8-Resultados	2-23
2.8.1-Evolução de sóliton de primeira ordem	2-23
2.8.2-Sóliton de segunda ordem	2-27
2.8.3-Efeito Raman sobre sóliton de segunda ordem	2-30
2.8.4-Formação ou não de um sóliton a partir de uma onda quadrada	2-31
2.8.5-Evolução de sóliton escuro com e sem atenuação	2-33
2.8.6-Geração de pulsos escuros através de modulação cruzada de fase	2-36
2.9-Conclusões	2-37
2.10-Referências	2-38
Anexo 2-A: Equação de Schrödinger	2-43
Anexo 2-B: Comentários sobre o método numérico utilizado e o critério de estabilidade numérica.	2-47

Capítulo III

Amplificadores Ópticos a Fibra Dopada

3.1-Introdução	3-1
3.2-Emissão Espontânea	3-2
3.3-Emissão Estimulada	3-3
3.4-Absorção	3-4
3.5-O Laser	3-5
3.6-Esquemas de Bombeio	3-7
3.7-Amplificação Óptica a Fibra Dopada	3-8
3.7.1-Introdução	3-8
3.7.2-Considerações Básicas para o Modelo	3-8
3.7.3-Diagramas de Energia	3-8
3.7.4-Análise do Ganho de um material Laser de Três Níveis	3-10
3.7.4.1-Análise para evolução do bombeio e do sinal	3-15
3.7.4.1.1-Bombeio	3-16
3.7.4.1.2-Sinal	3-18
3.7.4.1.3-ASE	3-20
3.7.5-Material de Quatro Níveis	3-20
3.8-Ruído	3-22
3.8.1-Introdução	3-22
3.8.2-Figura de Ruído	3-22
3.9-Método de Cálculo Numérico	3-24
3.9.1-Validade do modelo	3-26
3.10-Resultados	3-29
3.10.1-Critério para operação de baixo ruído. Fator de mérito	3-29
3.10.2-Influência do perfil de dopagem	3-34
3.10.3-Influência do sentido de propagação do bombeio	3-39
3.10.4-Resposta espectral	3-47
3.11-Espelho Não-linear Amplificante em Anel	3-50
3.11.1-Análise do NALM	3-50
3.11.2-Aplicação: Restauração de Sólitons Escuros	3-58
3.12-Conclusões	3-60
3.13-Referências	3-60

Capítulo IV

Laser a Fibra Dopada

4.1-Introdução	4-1
4.2-Laser em Anel	4-3
4.2.1-Análise	4-5
4.2.2-Simulação Numérica	4-9
4.3-Laser <i>Modelocked</i>	4-11
4.3.1-O Meio Ativo	4-14
4.3.2-O Pulso	4-15
4.3.3-Modulador de Amplitude (Modulador usando perdas)	4-16
4.3.4-Laser <i>Modelocked</i> AM como Gerador de Pulsos Solitônicos	4-17
4.4-Simulação Numérica do Laser <i>Modelocked</i> AM	4-22
4.4.1-Resultados da simulação numérica	4-26
4.5-Conclusões	4-27
4.6-Referências	4-27

Capítulo V

Geração de Trem de Pulsos Ultra-Curtos usando Modulação de Fase

5.1-Introdução	5-1
5.2-Relações Tempo-Espectro para Sinais Pulsados	5-2
5.3-Modulação de Fase Óptica	5-7
5.4-Pulsos Limitados por Transformada	5-8
5.5-Simulação	5-11
5.5.1-Filtragem ideal	5-14
5.5.2-Filtragem gaussiana	5-19
5.6-Conclusões	5-24
5.7-Referências	5-24
Anexo 5-A: Dedução das Eqs.(5.4), (5.7) e (5.8)	5-26
Anexo 5-B: Cálculo do produto largura temporal com largura espectral para sinais gaussiano e secante hiperbólica	5-29

Capítulo VI

Conclusões e Sugestões	6-1
-------------------------------	-------	-----

CAPÍTULO I

Comunicações Solitônicas

1.1 - Introdução

A existência de ondas de forma invariável tem sido reconhecida desde o começo do século. Porém, poucos deram atenção a estas ondas durante muito tempo. Nos anos 60 o interesse na equação de Korteweg e de Vries (KdV) [1],[2] surgiu novamente, no estudo de certos fenômenos físicos, não relacionados com ondas na água.

No ano de 1955 Fermi, Pasta e Ulam [3] estudavam a condutividade térmica finita dos sólidos. O modelo do sólido, por eles usado, consistia de um conjunto de massas ligadas por molas. Neste modelo, as massas representam as moléculas do sólido e as molas são as forças que mantêm as moléculas coesas. Sabia-se que, se as molas se comportassem segundo a lei de Hooke, i.e., como molas normais, então, o calor poderia fluir através do sólido sem a existência de diferenças de temperatura entre os extremos desse sólido. Neste caso, a condutividade térmica seria infinita. Anteriormente, no ano de 1914, Debye propôs que as molas deveriam ter um comportamento ligeiramente não-linear [4], fazendo com que os modos não-lineares das molas interferissem e tornassem a condutividade térmica finita, como tinha sido observada experimentalmente. O efeito final era a difusão do calor através do corpo do sólido. Fermi, Pasta e Ulam fizeram o estudo numérico de uma estrutura unidimensional usando o computador Maniac I, em Los Alamos, U.S.A. Eles encontraram que a energia fluía para frente e para trás através de todos os modos e, eventualmente, recombinava-se como no estado inicial. Isto causou muita surpresa, já que era um resultado não esperado. Em 1965, Zabusky e Kruskal [4], na Universidade de Princeton, conseguiram explicar este comportamento insólito. Eles aproximaram as molas concentradas por um modelo distribuído, fazendo com que a distância entre massas fosse quase nulo. A equação de propagação de onda obtida para esse modelo, foi a equação de KdV.

Usando simulação numérica, eles encontraram que uma forma de onda inicial senoidal dava origem a um trem de pulsos, que, depois de se propagar, recombinavam-se para reproduzir, quase exatamente, a forma inicial, resultado similar ao obtido por Fermi, Pasta e

Ulam. Os pulsos observados nesta simulação numérica, eram semelhantes aos observados por John Scott Russell [5]. Porém, quando Zabusky e Kruskal simularam colisões entre dois destes pulsos, observaram que eles passavam, um através do outro, e que emergiam da colisão retendo suas identidades. Como estes pulsos comportavam-se mais como partículas do que como ondas, foram chamados de sólitons.

Em 1972, dois pesquisadores russos, Zakharov e Shabat [6] usaram a técnica desenvolvida por Lax [7] para resolver uma equação que descreve ondas modulacionais. As soluções obtidas foram sólitons.

Os sólitons têm sido estudados em muitas áreas da ciência e aparecem na descrição de plasmas, de modelos de proteínas, na relatividade geral, na física de alta energia, etc. Porém, a mais promissora aplicação da teoria dos sólitons está na área das comunicações ópticas.

Em 1973, Hasegawa e Tappert [8] propuseram que os sólitons poderiam ser usados na comunicação óptica através da equalização entre não-linearidade e dispersão.

A propagação desses sólitons pode ser descrita pela equação não-linear de Schrödinger (NLSE) [9], que foi resolvida usando o método do espalhamento inverso, por Zakharov e Shabat, em 1972. Nessa época, não tinha-se produzido uma fibra óptica com as características adequadas para o caso, e as propriedades dispersivas da fibra não eram conhecidas. Também, nessa ocasião, não existia um laser para produzir pequenos comprimentos de onda e intensidade suficiente para a formação de sólitons. Apenas em 1980, foi possível demonstrar a propagação de sólitons numa fibra óptica, nos experimentos de Mollenauer, Stollen e Gordon [10] nos laboratórios da AT&T Bell, U.S.A.

Nos sistemas ópticos de comunicação, a informação é, geralmente, codificada em pulsos de luz e transmitida através de fibras ópticas por longas distâncias. A partir de 1977 surgiram tais sistemas na forma comercial, e, recentemente, foi desenvolvido um cabo óptico submarino, que poderá transmitir até 40.000 ligações telefônicas simultâneas (296 Mbits/s) [11]. O desenvolvimento das fibras ópticas, que é um elemento básico destes sistemas, conduziu a uma revolução na tecnologia das comunicações.

Como outros sistemas de comunicação, o sistema óptico requer um transmissor, um receptor e um meio através do qual se possa transmitir a informação codificada. O transmissor destes sistemas é um laser modulado convenientemente, e como a potência dos lasers têm crescido com o desenvolvimento da tecnologia, deve-se levar em consideração os

efeitos não-lineares do meio de propagação, neste caso a fibra óptica. Um dos efeitos não-lineares, o efeito Kerr, pode levar o meio a apresentar características anisotrópicas, devido à polarização das moléculas do material, na presença do campo elétrico aplicado. Em particular, o índice de refração tem uma dependência com o quadrado da amplitude do campo elétrico aplicado. Se a fibra óptica é projetada convenientemente, os efeitos da dispersão e da não-linearidade podem ser mutuamente balanceados, possibilitando a propagação de pulsos solitários, chamados sólitons, sem distorção devida a estes dois efeitos, como foi proposto por Hasegawa e Tapper, em 1973 [8].

Os sistemas ópticos de comunicação usam trens de pulsos em torno de um nanosegundo de largura; para compensar as perdas, estes sistemas usam repetidores colocados periodicamente. Com o avanço tecnológico, a largura dos pulsos ópticos tem sido reduzida, para aumentar a taxa de transmissão, e a distância entre repetidores tem aumentado. Em 1988, Mollenauer e sua equipe demonstraram que, a idéia de lançar através da fibra, junto com o sinal, um bombeio que, usando o efeito do espalhamento Raman, permitisse eliminar a dispersão dos sólitons através da amplificação obtida, pode ser realizada e propagaram sólitons por mais de 4.000 km sem necessidade de repetidor [12].

No presente trabalho apresenta-se um estudo, através de simulação numérica, de parte dos subsistemas ópticos necessários num sistema óptico de comunicação solitônica. No Capítulo II apresentam-se as características de propagação de pulsos, e particularmente, de sólitons, tanto do tipo brilhante como escuro.

Para a simulação das fontes laser a fibra dopada, adequadas para os sistemas de comunicação óptica, i.e., para um percurso óptico de propagação não muito longo, foi usada a técnica numérica de diferenças finitas no domínio do tempo. Os programas necessários foram escritos na linguagem da plataforma de programação Mathematica®, já que esta permite uma grande flexibilidade, podendo ser modificada rapidamente para outras aplicações particulares [13]. O resultados das simulações são apresentados na forma de gráficos.

No Capítulo III, apresentamos um estudo e simulação dos amplificadores ópticos a fibra dopada, que podem ser usados, tanto na função de repetidores num sistema de comunicação óptica, como elemento dentro de um subsistema óptico, como no caso de um laser a fibra dopada ou um espelho não-linear amplificante. Dado que o objetivo destes amplificadores será processar pulsos muito curtos, sólitons, e dada a característica dinâmica

lenta destes amplificadores, o modelo que foi usado é de estado estacionário, onde uma das características importantes é a saturação do ganho por efeito da potência média do sinal de entrada, no caso sendo a potência média de um trem de pulsos solitônicos. Na primeira parte deste capítulo, apresentamos a simulação para uma frequência particular do sinal de entrada, e, no final, apresentamos a simulação espectral deste dispositivo. Em ambos os casos, usamos um modelo que considera a faixa equivalente de ruído ASE (*Amplified Spontaneous Emission*). Neste capítulo apresentamos, também, fazendo uso do Capítulo I, um dispositivo não-linear, muito útil no processamento de sinais pulsados, conhecido como espelho não-linear amplificante NALM (*Non-linear Amplifying Loop Mirror*) . Este dispositivo, aqui simulado, é aplicado na restauração de pulsos solitônicos escuros [14].

No Capítulo IV é apresentado um estudo e simulação de laser em anel a fibra dopada. São considerados os lasers em anel a fibra dopada, tipo *free-running* e tipo *mode-locked*. A simulação numérica é realizada usando os programas desenvolvidos no Capítulo II e as características dos amplificadores ópticos apresentadas no Capítulo III.

O Capítulo V apresenta uma técnica de geração de trem de pulsos muito estreitos e de alta taxa, usando a modulação de fase de uma portadora óptica CW e filtragem das bandas laterais, que, quando propagados numa fibra óptica adequada, podem chegar a ser sólitons. Neste capítulo, apresentamos o aspecto teórico desta técnica de síntese e a simulação da geração e propagação destes pulsos numa fibra óptica.

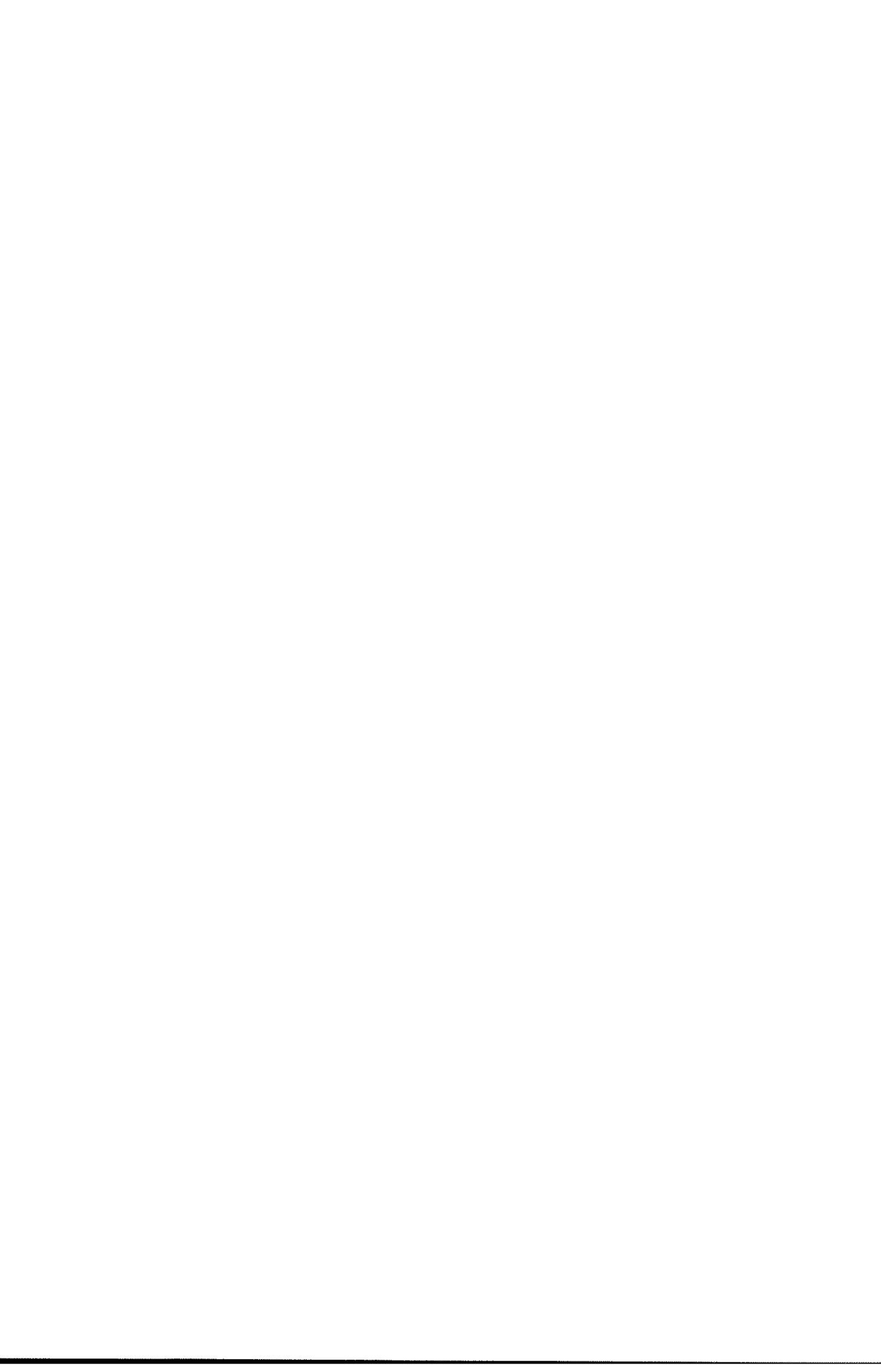
Finalmente, no Capítulo VI apresentamos uma série de conclusões e sugestões para estudos futuros.

1.2- Referências

- [1] D.J.Korteweg and G. de Vries, *On the change of form of long waves advancing in a rectangular channel, and on a new type of long stationary wave*, **Phil. Mag.**, Vol.5, 1895, pp.422-443.
- [2] C.S.Gardner, J.M.Greene and M.D.Kruskal, *Method for solving the Korteweg-de Vries equation*, **Phys.Rev.Lett.**, Vol.19, 1967, pp.1095-1097.
- [3] E.Fermi , J.R.Pasta and S.M.Ulam, *Studies of Nonlinear Problems*, **Collected Papers of Enrico Fermi**, Vol.2, Chicago: University of Chicago Press, 1965,

pp.978-988.

- [4] N.J.Zabusky and M.D.Kruskal, *Interaction of 'solitons' in a collisionless plasma and the recurrence of initial state*, **Phys.Rev.Lett.**, Vol.15, No.6, 1965, pp.240-243.
- [5] J.S.Russell, **Reports of the 14th Meetings of the British Association for the Advancement of Science**, York, September 1844, pp.311-390, plates XL VII-LVII, Heriot-Watt University, Endereço Internet: www.ma.hw.ac.uk/~chris/scott_russell.html.
- [6] V.E.Zakharov and A.B.Shabat, *Exact theory of two-dimensional self focusing and one-dimensional modulation of waves in nonlinear media*, **Sov.Phys. JETP**, Vol.34, 1972, pp.62-69.
- [7] P.G.Drazin and R.S.Johnson, **Solitons: an Introduction**, Cambridge University Press, 1990.
- [8] A.Hasegawa and F.D.Tappert, *Transmission of stationary nonlinear optical pulses in dispersive dielectric fiber I. Anomalous dispersion*, **Appl.Phys.Lett.**, Vol.23, No.8, Aug. 1973, pp.142-144.
- [9] C.A.Caballero P. and R.F.Souza, *Solitons observation with Mathematica*, **IEEE Transaction on Education**, Vol.39, No.1, February 1996.
- [10] L.F.Mollenauer, R.H.Stolen and J.P.Gordon, *Experimental observation of picosecond pulse narrowing and solitons in optical fibers*, **Phys.Rev.Lett.**, Vol.45, No.13, 1980, pp.1095-1098.
- [11] M.Nakazawa, *Soliton Transmission in Telecommunication Networks*, **IEEE Communications Magazine**, March 1994, pp.34-41.
- [12] L.F.Mollenauer and K.Smith, *Demonstration of soliton transmission over 4000 km in fiber with loss periodically compensated by Raman gain*, **Opt. Lett.**, Vol.13, 1988, pp.675-677.
- [13] S.Wolfram, **Mathematica: A System for Doing Mathematics by Computer**, Addison Wesley Pub., 2^a Ed., 1991.
- [14] C.A.Caballero P. and R.F.Souza, *Restoration of dark soliton pulses*, **Microwave and Optical Tech. Lett.**, Vol. 11, No. 1, January 1996, pp. 39-41.



CAPÍTULO II

Sólitons Ópticos

2.1 -Introdução

O conceito de onda solitária foi introduzido na hidrodinâmica há mais de um século, pela observação de J. Scott-Russell [1] feita no ano 1834 no canal fluvial Union em Hermiston, entre Edinburgh e Glasgow, na Escócia.

No ano 1895, Korteweg e deVries [2] encontraram uma formulação analítica simples para o estudo de ondas solitárias na água, que incluía os fenômenos de não-linearidade e dispersão, mas não consideravam as perdas (dissipação).

Esta importante equação, comumente chamada Equação de KdV, aparece em muitos ramos da física, tais como física de plasma, dinâmica de fluidos e física do estado sólido. As soluções da equação de KdV fornecem as ondas solitárias descritas por Scott-Russell. A variável principal da equação de KdV representa a perturbação de uma quantidade física, a partir de seu estado de equilíbrio. Uma das formas desta equação é:

$$\Phi_t + \alpha \Phi \Phi_x + \Phi_{xxx} = 0 \quad (2.1)$$

A variável Φ é a perturbação, cuja mudança no tempo, Φ_t , é influenciada pela dispersão, Φ_{xxx} , que distorce e espalha Φ , e pela não-linearidade, $\Phi \Phi_x$, que concentra e torna Φ mais aguda. Se estes termos se contrabalançam, teremos uma solução tipo sóliton.

Para esclarecer as diferenças entre sólitons e ondas solitárias, daremos as seguintes definições [3]:

Definição 1: Uma onda solitária (OS), $\Phi_{st}(\xi)$, é uma onda propagante localizada. Mais precisamente, é uma onda propagante cuja transição, desde um estado assintoticamente constante, tal como $\xi \rightarrow -\infty$, para outro, tal como $\xi \rightarrow +\infty$, está essencialmente localizada em ξ .

Definição 2: Um sóliton $\Phi(x-ct)$ é uma solução OS, de uma equação de onda que assintoticamente preserva sua forma e velocidade depois de colidir com outro sóliton.

Em outras palavras, dada qualquer solução $\Phi(x,t)$ composta de OS para tempos negativos grandes, i.e.:

$$\Phi(x,t) \propto \sum_{j=1}^2 \Phi_{ST}(\xi_j) \quad \text{quando } t \rightarrow -\infty \quad (2.2)$$

onde: $\xi_j = x - u_j t$, $u_j = \text{cte.}$

A onda será um sóliton se, como resultado desta interação, ela não tiver mais que uma mudança de fase, i.e.:

$$\Phi(x,t) \propto \sum_{j=1}^2 \Phi_{ST}(\bar{\xi}_j) \quad \text{quando } t \rightarrow -\infty \quad (2.3)$$

onde: $\bar{\xi}_j = x - u_j t + \delta_j$, $\delta_j = \text{cte.}$

A observação da solução numérica, permite atribuir ao sóliton as seguintes propriedades únicas:

- 1- Um pacote de ondas, em qualquer posição, decompõe-se em vários sólitons, cada um propagando-se com uma velocidade própria.
- 2- Um sóliton, com uma dada amplitude propaga-se mais rápido que outro de menor amplitude.
- 3- Os sólitons passam através de outros sem perderem sua identidade.

A equação apresentada por Korteweg e deVries tem a forma:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \alpha \Phi \frac{\partial \Phi}{\partial x} + \frac{\partial^3 \Phi}{\partial x^3} = 0 \quad , \quad \alpha = \text{cte.} \quad (2.4)$$

que permite descrever a propagação de sólitons em águas rasas.

Os sólitons ópticos diferem dos sólitons de KdV. Enquanto os sólitons KdV descrevem a onda solitária de uma onda, o sóliton óptico, num material dielétrico (fibra óptica, por exemplo), representa a **onda solitária da envoltória** de uma onda de luz. Neste

sentido, os sólitons ópticos pertencem a uma categoria geral, conhecida como sólitons de envoltória (*Envelope Solitons*).

Os pulsos ópticos usados em comunicações ópticas são, de ordinário, gerados por modulação pulsante de uma onda de luz. Neste caso, a forma dos pulsos é representada pela envoltória da onda de luz.

A equação que descreve a propagação de sólitons tipo envoltória é conhecida como a Equação Não-linear (ou Cúbica) de Schrödinger (NLSE) que, usando uma amplitude complexa para a envoltória $q(z,t)$, é dada por (sem perdas) [4]:

$$j \frac{\partial q}{\partial z} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 q}{\partial t^2} + |q|^2 q = 0 \quad (2.5)$$

onde z representa a distância ao longo da direção de propagação, e t representa o tempo local da envoltória (i.e., no referencial da velocidade de grupo). O primeiro termo de (2.5) representa a evolução da envoltória ao longo de z , o segundo termo ocorre devido à dispersão da velocidade de grupo (i.e., a velocidade de grupo depende do comprimento de onda) e o terceiro termo representa a não-linearidade, i.e., o fato de que o comprimento de onda depende da intensidade da luz [4].

Portanto, uma onda solitária é formada, numa fibra óptica, quando a envoltória da onda de luz satisfaz à equação não-linear de Schrödinger.

Foi demonstrado que, quando o coeficiente do segundo termo da equação não-linear de Schrödinger é negativo (operação no regime de dispersão normal da fibra óptica), a onda solitária aparece como uma ausência localizada da onda de luz, sendo chamada de "Sóliton Escuro" [5].

2.2 -Equação Não-linear de Schrödinger.

Vamos considerar o efeito não-linear de um material dielétrico na propagação de uma onda plana de luz, conseqüentemente não considerando a geometria da fibra [6]; nestas condições, será deduzida a equação não-linear de Schrödinger que governa a propagação de pulsos ópticos neste material não-linear.

Num material dielétrico ordinário, o índice de refração cresce em proporção ao quadrado do campo elétrico. Esta propriedade é conhecida como Efeito Kerr.

O efeito Kerr é originado pela deformação da órbita dos elétrons nas moléculas do dielétrico, devido à presença do campo elétrico da luz aplicada ao material. Nestes materiais, o índice de refração pode ser escrito como:

$$n = \frac{kc}{\omega} \approx n_o(\omega_o) + n_2(\omega_o) |\vec{E}|^2 \quad (2.6)$$

Aqui, a magnitude de \vec{E} representa a amplitude efetiva do campo elétrico, e $n_2(\omega_o)$ é chamado de Coeficiente Kerr. Para o vidro usado na fabricação de fibras ópticas (com $\lambda=1,5 \mu\text{m}$), n_2 tem um valor de aproximadamente $1,2 \times 10^{-22} [\text{m}^2/\text{V}^2]$. O tempo de resposta, nestes materiais, é extremamente curto, da ordem de 1 fs.

Devido à pequena seção transversal das fibras ópticas, da ordem de $50 \mu\text{m}^2$, uma potência óptica de apenas 100 mW produzirá um campo elétrico da luz da ordem de 10^6 V/m . Conseqüentemente, o índice de refração cresce de um fator de aproximadamente 10^{-10} . Por isso, o número de onda da luz na fibra, varia de um fator $n_2 |\vec{E}|^2 \omega/c = 2\pi n_2 |\vec{E}|^2 / \lambda$. Se usarmos um comprimento de onda nominal de $1,5 \mu\text{m}$, a mudança no número de onda vem a ser da ordem de km^{-1} .

Usando as equações de Maxwell:

$$\nabla \times \vec{H} = \frac{\partial}{\partial t} (\epsilon_n \vec{E}) + \sigma \vec{E} \quad (2.7)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\mu_o \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (2.8)$$

$$\nabla \cdot \vec{E} \cong 0 \quad (\text{Gradiente de } \epsilon \text{ pequeno}) \quad (2.9)$$

$$\nabla \cdot \vec{H} = 0 \quad (2.10)$$

temos a equação de propagação:

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu_o \sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \mu_o \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\epsilon_n \vec{E}) \quad (2.11)$$

onde: μ_0 =permeabilidade magnética do vácuo [H/m]

σ =condutividade do material [S/m]

ϵ_n =permissividade do material [F/m]

Vamos tomar um meio não-linear, com não-linearidade do tipo Kerr (não-linearidade cúbica), caracterizada por um índice de refração do tipo:

$$n=n_0(\omega)+n_2 |E|^2 \quad (2.12)$$

e, portanto:

$$\epsilon_n = \epsilon + \epsilon_2 |\vec{E}|^2 \quad (2.13)$$

ou seja, um meio isotrópico, uniforme e não-linear. Assim, (2.11) torna-se:

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu_0 \sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \mu_0 \epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} + \mu_0 \epsilon_2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} (|\vec{E}|^2 \vec{E}) \quad (2.14)$$

Vamos supor que \vec{E} representa uma onda localizada, propagando-se na direção z:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \hat{y} \tilde{\Psi}(\vec{r}, t) e^{-j(kz - \omega_0 t)} \quad (2.15)$$

onde $\tilde{\Psi}(\vec{r}, t)$ é a envoltória complexa e ω_0 é a frequência angular da portadora óptica.

Substituindo (2.15) em (2.14) chega-se a [Anexo 2A]:

$$j2k_0 \left(\frac{\partial \tilde{\Psi}}{\partial z} + \frac{1}{u} \frac{\partial \tilde{\Psi}}{\partial t} \right) + j\omega_0 \alpha \tilde{\Psi} + \omega_0^2 \beta |\tilde{\Psi}|^2 \tilde{\Psi} = 0 \quad (2.16)$$

onde: $k_0 = \frac{\omega_0}{c}$, $u^2 = \frac{1}{\mu_0 \epsilon}$, $\alpha = \mu_0 \sigma$ e $\beta = \mu_0 \epsilon_2$ (2.17)

Vamos agora incluir a dispersão de forma heurística. Introduzindo a mudança de variáveis:

$$2k_0 \tilde{\Psi} = \phi \quad (2.18)$$

em (2.16) obtemos:

$$j \left[\frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{1}{u} \frac{\partial \phi}{\partial t} \right] + j \frac{\alpha \omega_0}{2k_0} \phi + \frac{\omega_0^2 \beta}{(2k_0)^3} |\phi|^2 \phi = 0 \quad (2.19)$$

A relação de dispersão, $k=k(\omega)$, pode ser escrita como uma série de Taylor em torno de ω_0 . Assim, tem-se:

$$k(\omega) = k(\omega_0) + \left[\frac{\partial k}{\partial \omega} \right]_{\omega_0} \cdot (\omega - \omega_0) + \frac{1}{2} \left[\frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2} \right]_{\omega_0} \cdot (\omega - \omega_0)^2 + \frac{1}{6} \left[\frac{\partial^3 k}{\partial \omega^3} \right]_{\omega_0} \cdot (\omega - \omega_0)^3 + \dots \quad (2.20)$$

Esta equação descreve o número de onda, $k(\omega)$, das componentes de frequência da onda modulada cuja frequência se desvia $\Delta\omega$ (pequeno) da frequência central ω_0 . Como $k(\omega_0) = k_0$, então:

$$k - k_0 = \Delta k = \frac{\partial k}{\partial \omega} (\Delta\omega) + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2} (\Delta\omega)^2 + \frac{1}{3!} \frac{\partial^3 k}{\partial \omega^3} (\Delta\omega)^3 + \dots \quad (2.21)$$

onde $\Delta\omega = \omega - \omega_0$ e $\Delta k = k - k_0$.

Devido à hipótese de que a envoltória $\Psi(z,t)$ é uma função de variação lenta em z e t, podemos transformar a envoltória ao domínio das variáveis $\Delta\omega (= \omega - \omega_0)$, que representa um pequeno desvio de frequência da banda lateral, com respeito de ω_0 , e $\Delta k (= k - k_0)$ que representa o correspondente número de onda. Para isto usamos a transformada de Fourier bidimensional:

$$\bar{\Psi}(\Delta k, \Delta\omega) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi(z,t) e^{-j(\Delta\omega t - \Delta k z)} dz dt \quad (2.22)$$

cuja inversa é $\Psi(z,t)$:

$$\Psi(z,t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{\Psi}(\Delta k, \Delta\omega) e^{+j(\Delta\omega t - \Delta k z)} d(\Delta k) d(\Delta\omega) \quad (2.23)$$

Derivando (2.23) com respeito do tempo, temos:

$$\frac{\partial}{\partial t} \Psi(z,t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{\Psi}(\Delta k, \Delta\omega) (j\Delta\omega) e^{+j(\Delta\omega t - \Delta k z)} d(\Delta k) d(\Delta\omega) \quad (2.24)$$

Podemos observar que:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = F^{-1} [j \Delta \omega \Psi(\Delta k, \Delta \omega)] \quad (2.25)$$

onde F^{-1} representa a transformada inversa de Fourier. Temos, portanto:

$$j \Delta \omega \bar{\Psi}(\Delta k, \Delta \omega) = F \left[\frac{\partial \Psi}{\partial t} \right] \quad (2.26)$$

onde F representa a transformada de Fourier.

Analogamente em z :

$$\frac{\partial \Psi}{\partial z} = F^{-1} [-j \Delta k \bar{\Psi}(\Delta k, \Delta \omega)] \quad (2.27)$$

e

$$-j \Delta k \bar{\Psi}(\Delta k, \Delta \omega) = F \left[\frac{\partial \Psi}{\partial z} \right] \quad (2.28)$$

Portanto, usando estas relações podemos escrever as correspondências:

$$\begin{aligned} \Delta \omega &\leftrightarrow -j \frac{\partial}{\partial t} \\ \Delta k &\leftrightarrow +j \frac{\partial}{\partial z} \end{aligned} \quad (2.29)$$

e, usando as propriedades da transformada de Fourier, temos que:

$$(\Delta \omega)^n \leftrightarrow (-j)^n \frac{\partial^n}{\partial t^n} \quad (2.30)$$

Por outro lado, aproximando:

$$\frac{1}{u} = \frac{k_0}{\omega_0} \Rightarrow \frac{1}{u} \approx \frac{\Delta k}{\Delta \omega} \quad (2.31)$$

e, agora, usando $\Delta k/\Delta \omega$ de (2.21), temos:

$$\frac{1}{u} \approx \frac{\Delta k}{\Delta \omega} = \frac{\partial k}{\partial \omega} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2} \Delta \omega + \frac{1}{3!} \frac{\partial^3 k}{\partial \omega^3} \Delta \omega^2 + \dots \quad (2.32)$$

e, então, usando (2.30), podemos escrever uma equação de operadores:

$$\frac{1}{u} \frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial k}{\partial \omega} \frac{\partial}{\partial t} - j \frac{1}{2} \frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{1}{6} \frac{\partial^3 k}{\partial \omega^3} \frac{\partial^3}{\partial t^3} = \frac{k_o}{\omega_o} \frac{\partial}{\partial t} \quad (2.33)$$

Substituindo este operador em (2.19), temos:

$$\begin{aligned} & j \left[\frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{\partial k}{\partial \omega} \frac{\partial \phi}{\partial t} \right] + j \frac{\alpha \omega_o}{2k_o} \phi + \frac{\omega_o^2 \beta}{(2k_o)^3} |\phi|^2 \phi + \\ & + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2} \right) \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - j \frac{1}{6} \left(\frac{\partial^3 k}{\partial \omega^3} \right) \frac{\partial^3 \phi}{\partial t^3} = 0 \end{aligned} \quad (2.34)$$

Definindo-se:

$$\begin{cases} k' = \frac{\partial k}{\partial \omega} = \frac{1}{v_g} \\ k'' = \frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2} \\ k''' = \frac{\partial^3 k}{\partial \omega^3} \end{cases} \quad (2.35)$$

temos:

$$j \left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{v_g} \frac{\partial}{\partial t} \right) \phi + \frac{1}{2} k'' \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - j \frac{1}{6} k''' \frac{\partial^3 \phi}{\partial t^3} + j \frac{\alpha \omega_o}{2k_o} \phi + \frac{\omega_o^2 \beta}{(2k_o)^2} |\phi|^2 \phi = 0 \quad (2.36)$$

Vamos introduzir a mudança de variáveis:

$$\begin{aligned} t' &= t - \frac{z}{v_g} \\ z' &= z \end{aligned} \quad (2.37)$$

Neste caso, o sistema referencial original é:

$$\begin{aligned} t &= t' + \frac{z'}{v_g} \\ z &= z' \end{aligned} \quad (2.38)$$

Teremos, então:

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial z'} &= \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial z'} + \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial z'} = \frac{\partial}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{v_g} \\ \frac{\partial}{\partial t'} &= \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial t'} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial t'} = \frac{\partial}{\partial t}\end{aligned}\quad (2.39)$$

Usando-se (2.39) em (2.36) tem-se:

$$j \frac{\partial \phi}{\partial z'} + \frac{1}{2} k'' \frac{\partial^2 \phi}{\partial t'^2} - j \frac{1}{6} k''' \frac{\partial^3 \phi}{\partial t'^3} + j \frac{\alpha \omega_0}{2 k_0} \phi + \frac{\omega_0^2 \beta}{(2 k_0)^3} |\phi|^2 \phi = 0 \quad (2.40)$$

Definindo-se:

$$q = \frac{\omega_0}{2 k_0} \sqrt[3]{\beta} \phi \quad (2.41)$$

a Eq.(2.40) torna-se:

$$\begin{aligned}\left[j \frac{1}{\omega_0 \beta^{1/3}} \frac{\partial q}{\partial z'} + \frac{1}{2} \frac{k''}{\omega_0 \beta^{1/3}} \frac{\partial^2 q}{\partial t'^2} - \left[j \frac{1}{6} \frac{k'''}{\omega_0 \beta^{1/3}} \frac{\partial^3 q}{\partial t'^3} + \right. \right. \\ \left. \left. + \left[j \frac{\alpha \omega_0}{2 k_0} \frac{1}{\omega_0 \beta^{1/3}} \right] q + \frac{|q|^2 q}{\omega_0} \right] = 0\end{aligned}\quad (2.42)$$

Introduzindo as novas variáveis:

$$\begin{aligned}\xi &= \frac{\beta^{1/3}}{2 k_0} z' \\ \tau &= \sqrt{\frac{1}{2 k_0 k''}} \beta^{1/6} t' \Rightarrow \partial \tau^2 = \frac{\beta^{1/3}}{2 k_0 k''} \partial t'^2 = \partial \left[\frac{\beta^{1/6}}{\sqrt{2 k_0 k''}} t' \right]^2 \\ \partial \tau^3 &= \frac{\beta^{1/2}}{(2 k_0 k'')^{3/2}} \partial t'^3\end{aligned}\quad (2.43)$$

a Eq.(2.42) torna-se:

$$j \frac{\partial q}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 q}{\partial \tau^2} - j \frac{1}{6} \frac{k'''}{\beta^{1/3}} \cdot \frac{1}{(2 k_0 k'')^{3/2}} \cdot \frac{\partial^3 q}{\partial \tau^3} + j \frac{\alpha \omega_0}{\beta^{1/3}} q + |q|^2 q = 0 \quad (2.44)$$

que podemos escrever na forma:

$$j \frac{\partial q}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 q}{\partial \tau^2} + |q|^2 q = -j\Gamma q + j\gamma \frac{\partial^3 q}{\partial \tau^3} \quad (2.45)$$

A Eq.(2.45) é chamada de Equação Generalizada Não-linear de Schrödinger, onde:

$$\Gamma = \frac{\alpha}{\beta^{1/3}} \quad (2.46)$$

$$\gamma = \frac{\beta^{1/6} k'''}{6 k'' \sqrt{2 k_0 k''}}$$

Note que se, em (2.45), o termo de dispersão de terceira ordem, com coeficiente normalizado γ , e as perdas, com coeficiente normalizado Γ , são desprezíveis, a (2.45) fica:

$$j \frac{\partial q}{\partial \xi} \pm \frac{1}{2} \frac{\partial^2 q}{\partial \tau^2} + |q|^2 q = 0 \quad (2.47)$$

onde o termo $\pm \frac{1}{2} \frac{\partial^2 q}{\partial \tau^2}$ representa a dispersão de segunda ordem e o sinal selecionado deve corresponder ao sinal do parâmetro de dispersão k'' , e o termo $|q|^2 q$ à não-linearidade do meio considerado. O sinal positivo no termo de dispersão representa uma operação na região de dispersão anômala, i.e., dispersão de velocidade de grupo negativa. A solução mais simples de (2.47), com a condição de contorno $|q| \rightarrow 0$ e $|t| \rightarrow \infty$, é um pulso brilhante singelo que se propaga sem mudança de forma ao longo da fibra, ou seja, um sóliton.

Quando o sinal do termo de dispersão em (2.47) é negativo, i.e., havendo dispersão de velocidade de grupo positiva, obtemos como solução pulsos escuros num feixe de intensidade constante. Estes pulsos são chamados de sólitons escuros, sendo soluções de (2.47) com a condição de contorno $|q| \rightarrow 1$ e $|t| \rightarrow \infty$.

A Eq. (2.47) é chamada de equação não-linear de Schrödinger (NLSE) e uma de suas soluções é uma família contínua de sólitons do tipo [7]:

$$q(\xi, \tau) = a_0 \operatorname{sech}[\tau] e^{-j\xi} \quad (2.48)$$

que representa uma onda pois, $\tau \propto (t-z/v_g)$. Neste caso, $q(\xi, \tau)$ parece estar "estacionária", enquanto que, com respeito aos eixos z e t , ela parece estar deslocando-se com velocidade constante v_g .

Comparando a equação (2.40) (sem efeitos de dispersão de terceira ordem e sem perdas, $\gamma=\Gamma=0$):

$$j \frac{\partial \phi}{\partial z'} + \frac{1}{2} k'' \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + \frac{\omega_0^2 \beta}{(2k_0)^3} |\phi|^2 \phi = 0 \quad (2.49)$$

com a conhecida equação de Schrödinger, da mecânica quântica:

$$j \frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + V \psi = 0 \quad (2.50)$$

e substituindo V por $K|\phi|^2$, t por z' e z por t , reconhecemos a similaridade entre ambas. O fato de que o potencial V da equação de Schrödinger está representado por $|\phi|^2$ ocorre porque o índice de refração varia proporcionalmente com a magnitude $|E|^2$.

Como, na equação de Schrödinger (2.50), V é o potencial que confina a quasi-partícula representada pela sua função de onda ψ , o fato de V crescer proporcionalmente com $|E|^2$ indica que, se k'' é negativo, a profundidade do potencial confinante cresce em proporção à intensidade da luz. Portanto, se k'' é negativo, o potencial, que é proporcional a $|E|^2$, tem o efeito de confinar a energia da onda, que, de outra maneira, tenderia a se espalhar devido à dispersão. Este efeito se chama de auto-confinamento da onda.

Quando a onda está concentrada numa região, devido ao fenômeno de auto-confinamento, a conservação da energia requer que o pulso seja mais curto, em proporção inversa a $|E|^2$. À medida que o confinamento progredir, o efeito da dispersão, que cresce em proporção inversa ao quadrado da largura do pulso, fica mais efetivo e o efeito de expansão do pulso sobre-compensa o efeito de contração devido à não-linearidade, fazendo com que o pulso espalhe. Num caso particular, em que o efeito de expansão do pulso devido à dispersão

seja equilibrado pelo efeito de auto-confinamento devido à não-linearidade, pode-se formar um pulso localizado, que se propaga como uma onda solitária.

2.3 - Solução Particular da Equação de Schrödinger.

2.3.1 - Sólitos Brilhantes

Os sólitos brilhantes são soluções da equação não-linear de Schrödinger para regime de dispersão anômala e condição de contorno $|q| \rightarrow 0$, $|t| \rightarrow \infty$. Estes pulsos são funções do tipo par no tempo, que têm uma fase constante através do pulso completo. A Fig. 2.1 mostra a forma de um sólito brilhante como também a forma de um sólito escuro em termos do tempo normalizado [8].

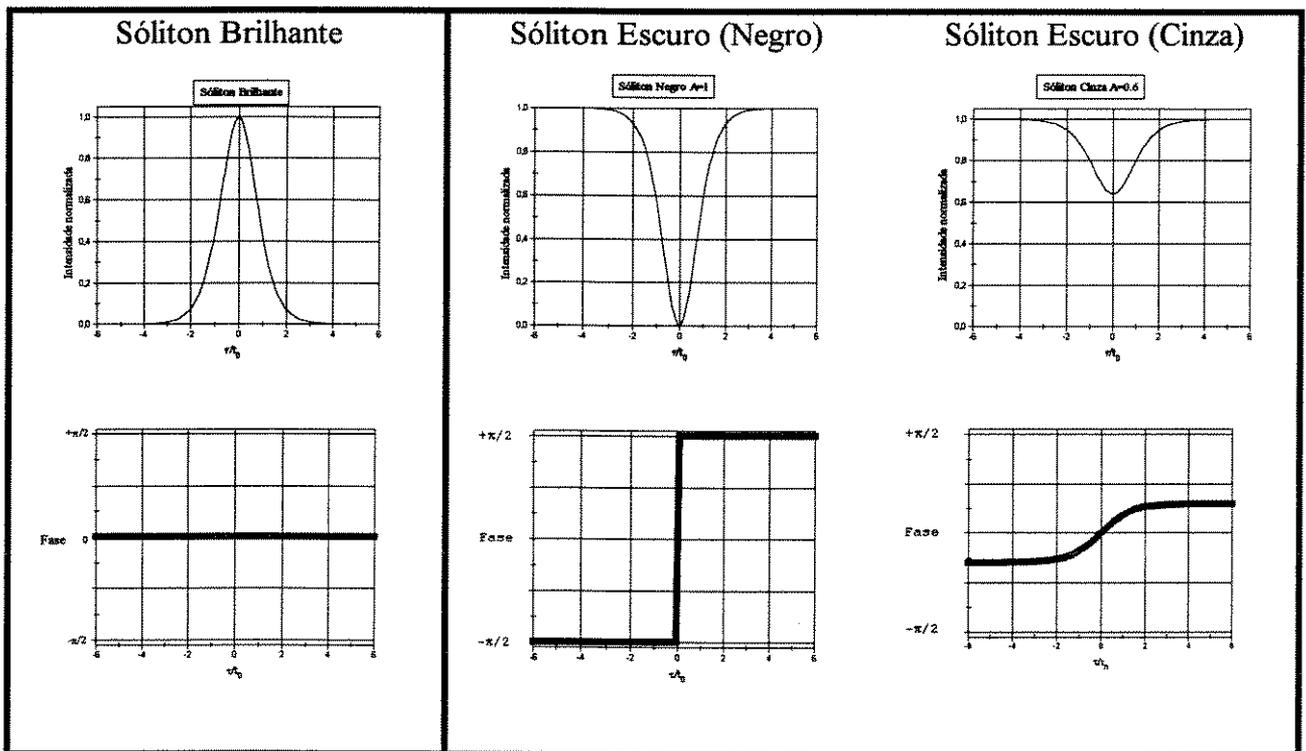


Fig.2.1 Sólitos ópticos brilhante e escuros.

Vamos resolver (2.47) procurando uma solução do tipo:

$$q(\xi, \tau) = Q(\tau) e^{j\kappa\xi} \quad (2.51)$$

para $Q(\tau)$ real, e onde κ é um parâmetro.

Usando (2.51), temos:

$$\frac{\partial q}{\partial \xi} = j\kappa Q(\tau) e^{j\kappa \xi} \quad (2.52)$$

$$\frac{\partial^2 q}{\partial \tau^2} = \frac{d^2 Q(\tau)}{d\tau^2} e^{j\kappa \xi} \quad (2.53)$$

$$|q|^2 q = Q^3 e^{j\kappa \xi} \quad (2.54)$$

Substituindo as Eqs.(2.52), (2.53) e (2.54) em (2.47), temos:

$$j(j\kappa Q) + \frac{1}{2} \frac{d^2 Q}{d\tau^2} + Q^3 = 0 \quad (2.55)$$

ou seja:

$$\frac{1}{2} \frac{d^2 Q}{d\tau^2} + Q^3 - \kappa Q = 0 \quad (2.56)$$

Multiplicando (2.56) por $\frac{dQ}{d\tau}$ e manipulando, teremos:

$$\frac{1}{2} \frac{d^2 Q}{d\tau^2} \frac{dQ}{d\tau} + Q^3 \frac{dQ}{d\tau} - \kappa Q \frac{dQ}{d\tau} = 0$$

$$\frac{1}{2} \frac{d}{d\tau} \left[\frac{dQ}{d\tau} \right] \frac{dQ}{d\tau} + \frac{1}{4} \frac{dQ^4}{d\tau} - \frac{1}{2} \kappa \frac{dQ^2}{d\tau} = 0 \quad (2.57)$$

Lembrando que:

$$\frac{d}{dx} \left[\frac{du}{dx} \right]^2 = 2 \frac{du}{dx} \frac{d^2 u}{dx^2} \quad (2.58)$$

e usando isto em (2.57), fica:

$$\frac{d}{d\tau} \left[\frac{1}{4} \left(\frac{dQ}{d\tau} \right)^2 + \frac{1}{4} Q^4 - \frac{\kappa}{2} Q^2 \right] = 0 \quad (2.59)$$

Como Q representa a envoltória do pulso, sendo uma onda do tipo localizada, são válidas as seguintes condições de contorno, aplicáveis a ondas solitárias, segundo visto acima:

$$Q(\tau) \rightarrow 0 \quad \text{e} \quad \frac{dQ(\tau)}{d\tau} \rightarrow 0 \quad \text{para} \quad \tau \rightarrow \pm\infty \quad (2.60)$$

Usando estas condições de contorno em (2.59), concluímos que a expressão entre colchetes deve ser zero para todo τ .

Logo:

$$\frac{1}{4} \left[\frac{dQ}{d\tau} \right]^2 + \frac{1}{4} Q^4 - \frac{\kappa}{2} Q^2 = 0 \quad (2.61)$$

que é a equação diferencial para a amplitude do pulso. Assim temos:

$$\left[\frac{dQ}{d\tau} \right]^2 = 2\kappa Q^2 - Q^4 = Q^2(2\kappa - Q^2) \quad (2.62)$$

$$\frac{dQ}{d\tau} = \pm Q \sqrt{2\kappa - Q^2} \quad (2.63)$$

Portanto, para soluções reais, deve-se ter $\kappa > 0$. Resulta, então:

$$\frac{dQ}{Q \sqrt{2\kappa - Q^2}} = \pm d\tau \quad (2.64)$$

Integrando:

$$\pm\tau = \int \frac{dQ}{Q \sqrt{2\kappa - Q^2}} = \frac{1}{\sqrt{2\kappa}} \operatorname{arccosh} \left[\frac{\sqrt{2\kappa}}{Q} \right] \quad (2.65)$$

de onde obtemos:

$$Q = \frac{\sqrt{2\kappa}}{\cosh[\pm\sqrt{2\kappa}\tau]} \quad (2.66)$$

Como a função \cosh é par e $(\cosh x)^{-1} = \operatorname{sech} x$, temos:

$$Q(\tau) = \sqrt{2\kappa} \operatorname{sech}[\sqrt{2\kappa}\tau] \quad (2.67)$$

Portanto, a solução completa de (2.47) é:

$$q(\xi, \tau) = \sqrt{2\kappa} \operatorname{sech}[\sqrt{2\kappa}\tau] e^{j\kappa\xi} \quad (\kappa > 0) \quad (2.68)$$

Voltando para o referencial original, usando (2.37), (2.41) e (2.43), temos $\phi(z, t)$ dado por:

$$\phi(z, t) = \frac{1}{c_0} \frac{\sqrt{8\kappa}}{\sqrt[3]{\beta}} \operatorname{sech}\left[\sqrt{\frac{\kappa\beta^{1/3}}{k_0 k''}} \left(t - \frac{z}{v_g}\right)\right] \exp\left\{j \frac{\kappa\beta^{1/3}}{2k_0} z\right\} \quad (2.69)$$

e usando (2.18), com $\beta = \mu_0 \epsilon_2$, temos:

$$\tilde{\Psi}(z, t) = \omega_0 \frac{\sqrt{2\kappa}}{\sqrt[3]{\mu_0 \epsilon_2}} \operatorname{sech}\left[\sqrt{\frac{\kappa(\mu_0 \epsilon_2)^{1/3}}{k_0 k''}} \left(t - \frac{z}{v_g}\right)\right] \exp\left\{j \frac{\kappa(\mu_0 \epsilon_2)^{1/3}}{2k_0} z\right\} \quad (2.70)$$

Em termos mais gerais, podemos escrever a equação não-linear de Schrödinger sem perdas, da forma:

$$j \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \lambda |u|^{p-1} u = 0 \quad (2.71)$$

$$u(x, 0) = \phi(t), \quad p > 1, \lambda \text{ real.}$$

onde $u(x, t)$ é uma função complexa e $u(x, 0)$ é a condição inicial em $t=0$.

Para o caso $n=1$, $p=3$, $\lambda < 0$, Zakharov e Shabat [9], usando o método da transformada de espalhamento inverso, dão como solução solitônica de (2.47), a função:

$$u(x, t) = 2 \eta f \exp[jg] \quad (2.72)$$

onde:

$$f = \operatorname{sech}[2 \eta(x - x_0) + 8 \eta \xi t] \quad ; \quad g = -2 \xi x - 4(\xi^2 - \eta^2)t + \varphi, \quad (2.73)$$

e η , ξ , φ e x_0 são parâmetros. Aqui, 2η representa a amplitude do sóliton, -4ξ sua velocidade, φ sua fase inicial e x_0 a coordenada do centro do sóliton.

Dependendo da amplitude inicial do pulso a ser propagado, podem existir soluções de (2.47), que apresentam uma evolução que tem uma variação periódica de amplitude ao longo do caminho de propagação. Zakharov e Shabat mostraram que se a amplitude inicial normalizada do pulso é de um valor N , onde N pode assumir valores $1, 2, 3, \dots$, teremos, correspondentemente, sólitons de ordem N , que se propagam com a mesma velocidade e com uma interação na fase. Esta interação na fase produz uma oscilação periódica da amplitude do pulso propagante, onde a distância, no meio não-linear sem perdas, percorrida pelo pulso, depois da qual a forma do pulso inicial se repete, é chamada de **período solitônico**, z_0 , que em termos normalizados tem o valor $z_{0n} = \pi/2$.

Em termos dos parâmetros da fibra óptica não-linear, e da duração temporal do pulso inicial, τ_0 , o período é dado por [9]:

$$z_0 = \frac{\pi^2 c \tau_0^2}{\lambda^2 |D|} = \frac{\pi}{2 |k''|} \tau_0^2 \quad (2.74)$$

onde D é a dispersão da velocidade de grupo (GVD) da fibra, λ é o comprimento de onda do sinal óptico no vácuo e c é a velocidade da luz no vácuo.

Como a equação (2.47) é não-linear, deve existir, então, uma certa amplitude necessária para criar um sóliton de um certo comprimento temporal, τ_0 . A partir das transformações (2.18) e (2.41) a intensidade de pico requerida para formar um sóliton exato de primeira ordem, ou fundamental, i.e., com $N=1$ (isto é equivalente a fazer com que a amplitude de pico de Eq.(2.70) seja unitária), é dada, quando considerarmos a geometria da fibra [4], por:

$$P_1 = \frac{1}{\tau_0^2} \left(\frac{|k''| A_{\text{eff}}}{n_2 k_0} \right) = \frac{\lambda |k''| A_{\text{eff}}}{2\pi n_2 \tau_0^2} \quad (2.75)$$

onde A_{eff} é a área efetiva da fibra, n_2 é o índice de refração não-linear, que para uma fibra padrão de sílica tem o valor $3,2 \times 10^{-20}$ [m²/W], e k'' , definido em (2.35), pode ser escrito em termos de D como:

$$k'' = -\frac{\lambda^2}{2\pi c} D \quad (2.76)$$

Observamos, destas expressões, que tanto a potência de pico P_1 quanto o período solitônico, dependem da largura temporal do pulso inicial, τ_0 . Assim, para pulsos ultra-curtos o período z_0 , é proporcionalmente curto com respeito ao período solitônico de pulsos mais largos. Inversamente, a potência de pico P_1 é maior para pulsos ultra-curtos, que para pulsos mais largos.

Para uma fibra padrão de sílica, com $D=15$ [ps/nm/km] ($k''=-17,9 \times 10^{-3}$ [ps²/m]), $A_{\text{eff}}=60$ [μm²], $\lambda=1,5$ [μm], para pulsos de largura τ_0 , em [ps], temos que a potência P_1 , em [W], e o período z_0 , em [km], são dados por:

$$P_1 [\text{W}] \approx \frac{8,01}{\tau_0^2} \quad (2.77)$$

$$z_0 [\text{km}] \approx 0,00877 \tau_0^2 \quad (2.78)$$

As soluções numéricas, obtidas neste trabalho, estão normalizadas no tempo, com respeito à largura do pulso inicial τ_0 , e no espaço, com respeito ao período solitônico z_0 . A largura temporal τ_0 , pode ser determinada, para pulsos de tipo secante hiperbólica a partir de: $\tau_0=T_{\text{FWHM}}/1,76$; e para pulsos de tipo gaussiano a partir de: $\tau_0=T_{\text{FWHM}}/1,665$, onde $2T_{\text{FWHM}}$ é o tempo medido entre pontos onde a amplitude do pulso é a metade da amplitude de pico. A Tabela 2.1, mostra os valores da potência e do período para sinais tipo secante hiperbólica e gaussiano, em termos da largura T_{FWHM} em [ps], para a fibra padrão caracterizada acima.

Tabela 2.1

	Potência [W]	Período [km]
Pulso secante hiperbólica	$P_1 = \frac{24,81}{T_{FWHM}^2}$	$z_0 = 0,002831 T_{FWHM}^2$
Pulso gaussiano	$P_1 = \frac{22,206}{T_{FWHM}^2}$	$z_0 = 0,003164 T_{FWHM}^2$

2.3.2 -Sólitons Escuros.

Para o caso de dispersão normal, os pulsos brilhantes não podem se propagar como sólitons; neste caso, a interação entre a não-linearidade e a dispersão levam a um alargamento espectral e temporal dos pulsos propagantes.

Porém, pulsos que consistem de uma rápida depressão na intensidade de um pulso largo ou de uma onda CW, podem se propagar nesta situação; estes pulsos são chamados de sólitons escuros [10]. O sóliton escuro é uma função ímpar no tempo que apresenta uma mudança abrupta de fase no centro do pulso (contraste de fase). Na medida que a depressão no centro do pulso é maior, maior é o gradiente da fase.

O sóliton escuro fundamental é chamado de sóliton negro porque sua intensidade é completamente extinta no centro e é caracterizado por uma mudança de fase tipo degrau de π radianos no centro do pulso. Existem soluções escuras conhecidas como sólitons cinzas; nestes, a intensidade no centro do pulso não chega a ser extinta, e a fase muda, como no sóliton escuro fundamental, porém de maneira mais gradual e com menor amplitude, como mostrado na Fig.2.1.

Sobre uma onda CW, os sólitons escuros podem ser expressos como [11] :

$$q(\xi, \tau) = q_0 \left\{ A^{-2} - \operatorname{sech}^2 \left[q_0 \left(\tau \pm \sqrt{1-A} \xi \right) \right] \right\}^{1/2} \exp \left\{ j \varphi \left[q_0 \left(\tau \pm \sqrt{1-A} \xi \right) \right] \right\} \quad (2.79)$$

onde:

$$\varphi(x) = \pm \operatorname{sen}^{-1} \frac{A \tanh(x)}{\left[1 - A^2 \operatorname{sech}^2(x) \right]^{1/2}} \quad (2.80)$$

A é um parâmetro que controla a forma do sóliton, com $|A| \leq 1$. Quando $|A| = 1$, (2.79) reduz-se a:

$$q(\xi, \tau) = q_0 \tanh(q_0 \tau) \quad (2.81)$$

que é um sóliton escuro fundamental (negro) de pedestal q_0 . Quando $|A| < 1$, (2.80) descreve sólitons cinzas cuja diferença de velocidade, com respeito à onda CW, é representado pelo termo $(1-A^2)^{1/2}$.

2.4 -Equações de Schrödinger Acopladas

Para o caso em que se têm dois campos ópticos u e v , propagando-se numa mesma fibra óptica monomodo, a evolução das envoltórias desses campos será descrita por duas equações não-lineares de Schrödinger [4] que, em forma geral, podemos escrever:

$$j \frac{\partial u}{\partial \xi} + j d_1 \frac{\partial u}{\partial \tau} + \frac{\beta_1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} + \chi_u u (|u|^2 + 2|v|^2) = -j\Gamma u \quad (2.82)$$

$$j \frac{\partial v}{\partial \xi} + j d_2 \frac{\partial v}{\partial \tau} + \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial \tau^2} + \chi_v v (|v|^2 + 2|u|^2) = -j\Gamma v \quad (2.83)$$

onde:

$$d_1 = \frac{v_{gu} - v_{gv}}{v_{gu} v_{gv}} = \text{dessintonias das velocidades de grupo } v_g, \text{ das ondas } u \text{ e } v. \quad (2.84)$$

$$d_2 = \frac{v_{gv} - v_{gu}}{v_{gu} v_{gv}}$$

$$\beta_1 = \frac{\beta''_{0u}}{\beta''_{0v}}, \quad \beta_2 = \frac{\beta''_{0v}}{\beta''_{0u}} \quad (2.85)$$

$$\chi_u = \frac{2\beta_{0u}}{\beta_{0u} + \beta_{0v}}, \quad \chi_v = \frac{2\beta_{0v}}{\beta_{0u} + \beta_{0v}} \quad (2.86)$$

$$\beta_{0i} = \frac{2\pi}{\lambda_i} \quad (i = u \text{ ou } v) \quad (2.87)$$

De forma geral, o sistema de Eqs. (2.82) e (2.83) pode representar vários casos que podem ser modelados consignando os valores adequados aos fatores dos termos diferenciais.

Por exemplo, pode-se representar o caso de modulação de fase cruzada XPM fazendo $d_2=0$, e, se desejarmos que a onda u esteja na região de dispersão anômala e que v esteja na região de dispersão normal, impomos $\beta_1=1$ e $\beta_2<0$. Este caso é particularmente útil para a geração de pulsos escuros na região de dispersão normal através da XPM induzida por um pulso brilhante na região de dispersão anômala [5], como é demonstrado pela simulação numérica.

2.5 -Termos de Alta Ordem

Quando a largura do pulso, T_0 , é pequena, <100 fs, termos de alta ordem na equação de propagação vêm a ser importantes, já que o espectro do pulso chega a ser comparável com a frequência da portadora óptica ν_0 . Em geral, a polarização não-linear é escrita, usualmente, como a soma de três termos $P_{NL}=P_e+P_m+P_i$, onde P_e representa a parte de resposta eletrônica muito rápida, responsável pelo efeito Kerr, P_m está associada com a oscilação molecular estimulada do material e P_i está associada com a contribuição ressonante dos íons de dopante, na fibra, quando existir.

P_m inclui uma contribuição Raman que, quando a largura do pulso é maior que $T_R=1/\pi\Delta\nu_R$ (onde $\Delta\nu_R$ é a largura de faixa do espalhamento Raman; tipicamente $T_R=100$ fs), pode ser desprezível; porém, se o pulso é de largura menor que T_R , então teremos a contribuição de um termo do tipo:

$$t_R \frac{d}{dt} |E(t)|^2 \quad (2.88)$$

onde t_R é um parâmetro, da ordem de uns poucos fs, relacionado com a inclinação do ganho Raman em torno de $\nu=\nu_0$. O significado físico é que, para pulsos de duração ultra-curta, o espectro dos pulsos é suficientemente amplo para que o ganho Raman amplifique as componentes de baixa frequência, onde as altas frequências atuam como bombeio; portanto, esta amplificação extrai energia da parte alta do espectro do pulso e, conseqüentemente, ocorre um decremento na frequência média, onde o espectro do pulso sofre um deslocamento em direção ao vermelho (*down self-frequency shift*). Outro termo de alta ordem que deve ser considerado para pulsos de largura $T_0<100$ fs, é o efeito não-linear de auto-escarpamento do pulso (*self steepening*) que resulta da dependência da intensidade do pulso com a velocidade de grupo [42].

Em termos das variáveis já mencionadas, a equação (2.45) pode ser escrita:

$$\left[j \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} - j\gamma \frac{\partial^3}{\partial \tau^3} \right] q = -j\Gamma q + |q|^2 q - js \frac{\partial}{\partial \tau} (|q|^2 q) + \tau_R q \frac{\partial}{\partial \tau} |q|^2 \quad (2.89)$$

onde:

$$s = \frac{1}{\omega_0 T_0} \quad ; \quad \tau_R = \frac{t_R}{T_0} \quad (2.90)$$

No caso de existir elementos dopantes na fibra, terras raras como Er ou Nd, teremos que levar em conta a contribuição, em P_i , da dinâmica decorrente da atividade dos átomos de dopante. Esta contribuição pode ser descrita em termos de um sistema de dois níveis de energia, representado pelas equações de Bloch [12].

Operando na frequência de ressonância do sistema de dois níveis (zero dessintonia), $\nu = \nu_{1-2}$, e desprezando o despovoamento induzido pela propagação dos pulsos de curta duração, a contribuição de P_i resulta, para pulsos de largura $T_0 > 100$ fs, na adição de outros termos locais da região dopada, ficando a equação (2.89) na forma:

$$\left[j \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} - j\gamma \frac{\partial^3}{\partial \tau^3} \right] q = |q|^2 q - js \frac{\partial}{\partial \tau} (|q|^2 q) + \tau_R q \frac{\partial}{\partial \tau} |q|^2 + jG \left(1 + \kappa^2 \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} \right) q \quad (2.91)$$

onde G é um parâmetro de amplificação distribuída ao longo do trecho de fibra dopada e κ é um parâmetro associado à resposta em frequência do amplificador a fibra dopada $\Delta\nu$, $\kappa = T_F/T_0$ onde $T_F = 1/\pi c \Delta\nu$ é o tempo de relaxação associado ao nível excitado do sistema de dois níveis [12]. Nos termos associados ao ganho está incluído o termo de perdas, e, portanto, o ganho G é um ganho líquido.

A inclusão do termo representando o ganho e a resposta finita de frequência do amplificador pode ser entendida da seguinte forma: o ganho do amplificador a fibra dopada pode ser representado, no plano da frequência, por:

$$G(\omega) = \frac{G_0}{1 + \kappa^2 \omega^2} \quad (2.92)$$

Esta representação é possível, já que estamos trabalhando com a envoltória. Podemos associar a este ganho um coeficiente de ganho por unidade de comprimento, Γ , dado por:

$$\Gamma(\omega) = \frac{\Gamma_0}{1 + \kappa^2 \omega^2} \quad (2.93)$$

Usando uma expansão de segunda ordem para (2.93), em torno de $\omega=0$, teremos:

$$\Gamma(\omega) \approx \Gamma_0 (1 - \kappa^2 \omega^2) \quad (2.94)$$

Usando a propriedade da derivada no tempo da transformada de Fourier, temos a correspondência:

$$-\omega^2 \leftrightarrow \frac{\partial^2}{\partial t^2} \quad (2.95)$$

Portanto, o coeficiente de ganho poderá ser representado, no domínio do tempo, como um operador, sobre a amplitude da envoltória, na forma:

$$\Gamma(t)q(z, t) \approx \Gamma_0 \left[1 + \kappa^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right] q(z, t) \quad (2.96)$$

que aparece, em (2.89) substituindo o termo de perdas. O efeito principal do ganho de faixa finita ($\kappa > 0$) é fazer com que exista um limite natural na compressão do pulso, ou seja, produz-se uma “saturação na compressão” do pulso amplificado.

2.6 - Solução Numérica da Equação de Schrödinger.

Para se ter uma idéia das propriedades das soluções tipo sóliton, para a equação não-linear de Schrödinger, a equação será agora resolvida numericamente utilizando o método das diferenças finitas no domínio do tempo.

Existe uma grande variedade de métodos numéricos para resolver equações do tipo indicado [13]-[19]. No nosso caso, iremos usar um algoritmo explícito aplicável no método das diferenças finitas no domínio do tempo (Anexo 2B).

2.7 -Programa de Cálculo Numérico

Um programa de cálculo numérico, na plataforma de programação Mathematica® [21], foi desenvolvido [49] para resolver um sistema de duas equações não-lineares de Schrödinger. Este programa permite resolver problemas de propagação de pulsos para dispersão normal e anômala, linear e não-linear, incluindo efeitos de alta ordem e meios com ganho. Como o programa permite resolver até duas equações simultaneamente, ele serve para estudar situações envolvendo a interação entre dois pulsos acoplados, tais como acopladores e modulação cruzada de fase (XPM), além de outras que possam ser modeladas através de um sistema de duas equações não-lineares acopladas.

2.8 -Resultados

A seguir, mostramos alguns dos resultados relevantes obtidos no processo de simulação. Os casos mostrados de propagação simulada, são os seguintes:

- 2.8.1 -Sólitons de primeira ordem sem e com atenuação (ganho).
- 2.8.2 -Sólitons de segunda ordem. Recorrência. Superposição de sólitons.
- 2.8.3 -Efeito Raman sobre sóliton de segunda ordem.
- 2.8.4 -Formação, ou não, de um sóliton a partir de uma onda quadrada.
- 2.8.5 -Propagação de sóliton escuro sem e com atenuação.
- 2.8.6 -Geração de pulso escuro por modulação cruzada de fase (XPM).

Em cada caso apresentado são usadas as equações pertinentes ao caso, que foram apresentadas acima, assim como é usada a condição de dispersão correspondente, anômala para pulsos solitônicos brilhantes e normal para pulsos solitônicos escuros.

2.8.1 -Evolução de sóliton de primeira ordem.

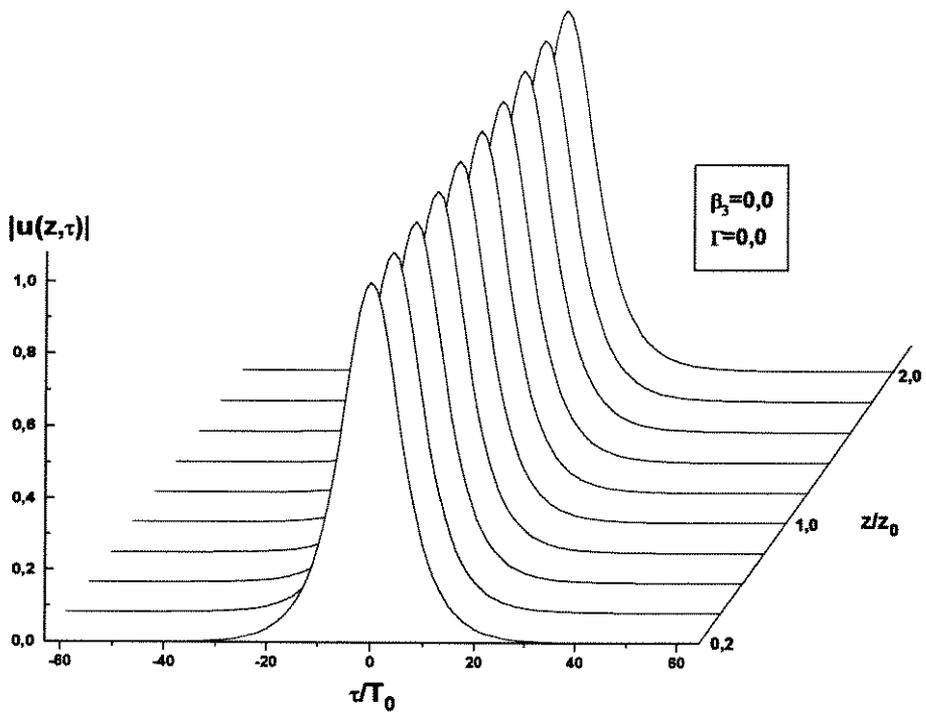
Neste caso apresentamos a evolução de um pulso inicial da forma:

$$u(0, \tau) = \operatorname{sech}[\tau] \quad (2.97)$$

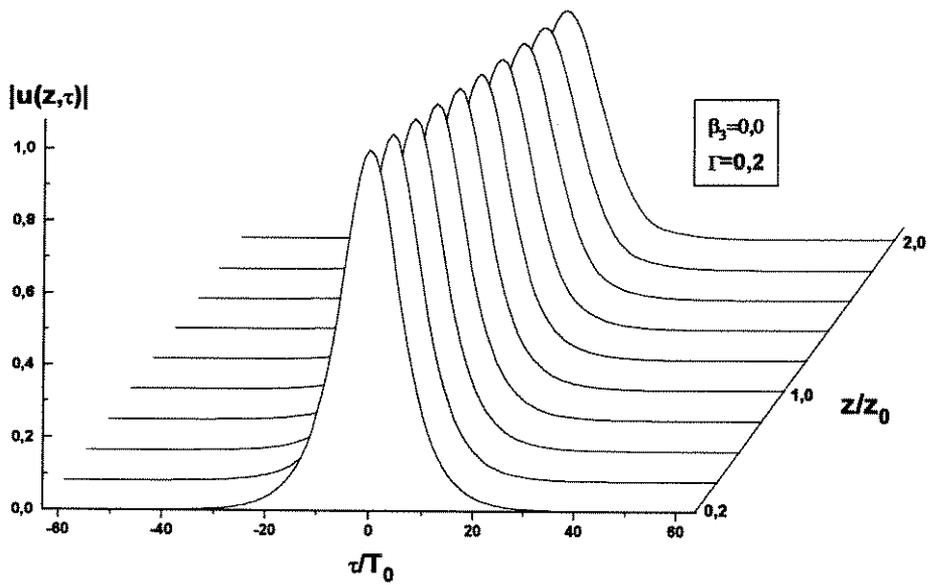
nas seguintes situações:

- a- Sem atenuação,
- b- Com atenuação,
- c- Com dispersão de terceira ordem e sem atenuação.

A Fig.2.2(a) mostra a evolução do pulso da forma (2.97) por uma distância normalizada de $2z_0$, onde z_0 é o período solitônico. Observamos, aqui, que o pulso mantém sua forma, e portanto, sua energia ao longo do caminho de propagação. A Fig.2.2(b), por outro lado, apresenta o caso do mesmo pulso inicial, mas onde foi incluído um coeficiente de atenuação normalizado $\Gamma=0,2$; neste caso, obtemos o comportamento típico de um pulso propagando-se numa região com absorção. Incluindo, agora, o termo de dispersão de terceira ordem, na equação de Schrödinger, obtemos o desempenho mostrado na Fig.2.3, onde observamos a aparição de uma perturbação assimétrica no tempo, que produz um alargamento no pulso.



(a)



(b)

Fig.2.2 -Evolução de um pulso solitônico fundamental.(a) Sem atenuação;
(b) Com fator de atenuação $\Gamma=0,2$.

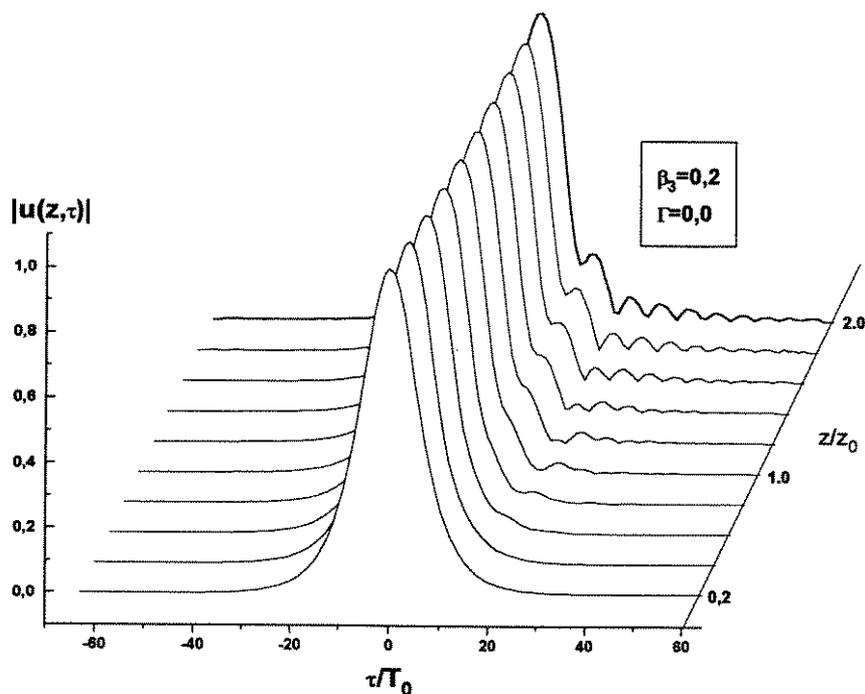


Fig.2.3 -Efeito da dispersão de terceira ordem, sem atenuação.

Quando existe ganho distribuído ao longo do caminho de propagação, a evolução de um sóliton fundamental muda radicalmente, já que ele passa através de várias mutações, desde o estado inicial. Como o ganho está distribuído, o pulso sofre perturbações na amplitude e no período, como mostra a Fig.2.4, onde observamos a evolução de um sóliton fundamental num meio onde o coeficiente de atenuação é negativo, de valor $\Gamma = -0,2$. Note, nesta figura, que o sóliton fundamental evolui normalmente até sentir os efeitos do ganho, atingindo o estado de um sóliton de segunda ordem; nesta situação, ele evolui até passar ao estado de um sóliton de terceira ordem e assim sucessivamente; cada um desses estados não completa um período (z_0) já que a amplitude muda continuamente. Este processo deve continuar até ser atingida a saturação do meio ativo.

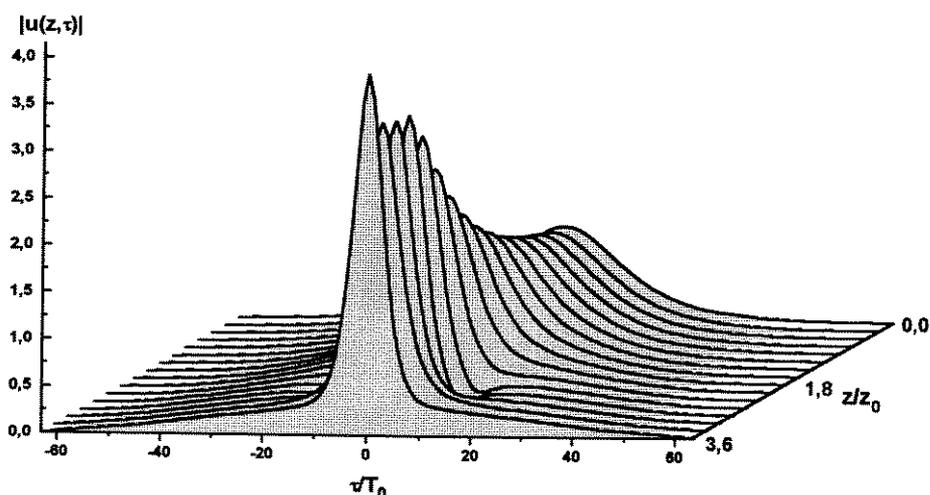


Fig.2.4- Evolução de um sóliton fundamental num meio de dispersão anômala e com ganho, $\Gamma=-0,2$.

2.8.2 -Sóliton de segunda ordem.

A Fig.2.5 mostra a evolução de um sóliton de segunda ordem ao longo do caminho de propagação, por uma distância $z=1,5z_0$. O pulso inicial é da forma:

$$u(0, \tau) = 2 \operatorname{sech}[\tau] \quad (2.98)$$

que é equivalente à superposição de dois sólitons da forma (2.97) no mesmo instante.

Nesta figura, podemos observar a recorrência do pulso, que, depois de caminhar um período solitônico $z=z_0$, repete sua forma.

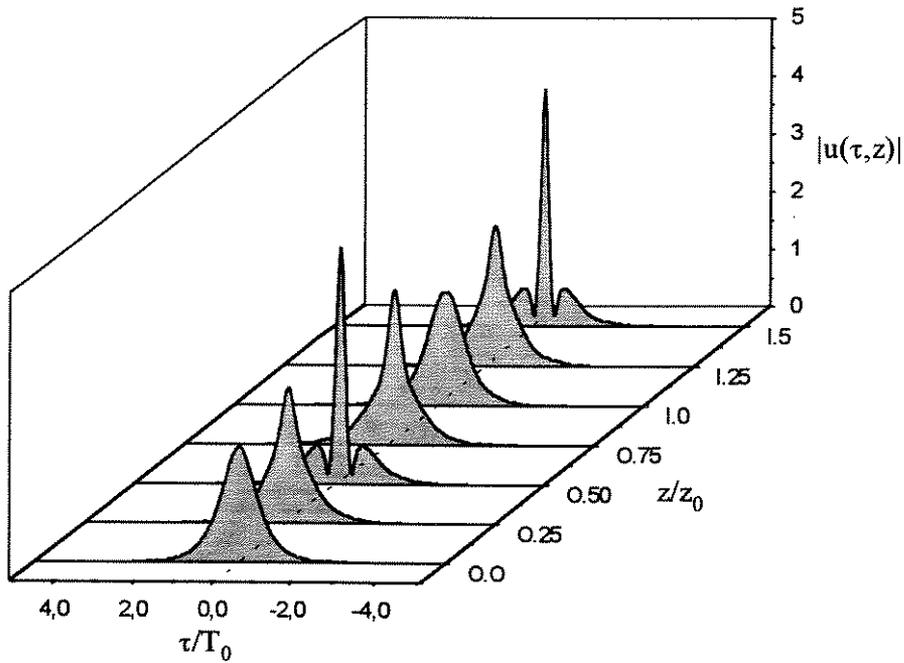


Fig.2.5- Evolução de sóliton de segunda ordem, onde pode-se observar o período solitônico (z_0).

Consideremos, agora, a superposição de dois sólitons centrados em diferentes tempos, mas com igual fase e velocidade; nesta situação, o sinal inicial correspondente pode ser escrito como:

$$u(0, \tau) = \text{sech}[\tau - \Delta] + \text{sech}[\tau + \Delta] \quad (2.99)$$

Neste sinal, o limite $\Delta=0$ corresponde ao caso do sóliton de segunda ordem visto acima, e $\Delta \rightarrow \infty$ corresponde ao caso de dois sólitons singelos isolados. A evolução do pulso (2.99) é mostrada na Fig.2.6 para $\Delta=9$; esta evolução consiste em uma seqüência de colisões e separações dos dois sólitons constituintes. Este modo de oscilação é chamado de *breather soliton* e o período do movimento de respiração (fôlego) é, aproximadamente, $\frac{\pi}{2} e^\Delta$ [22]. Na Fig.2.6 vemos que, tomando como referência os picos de maior amplitude, o período de respiração é, aproximadamente, $6,0z_0$; como, no processo de discretização no tempo, para o cálculo numérico, a separação temporal das amostras usada é 0,2, temos que o período de respiração, desnormalizado, deveria ser, teoricamente, $e^{9 \times 0,2} z_0 = 6,05z_0$, que, de fato, é muito próximo ao valor obtido via simulação.

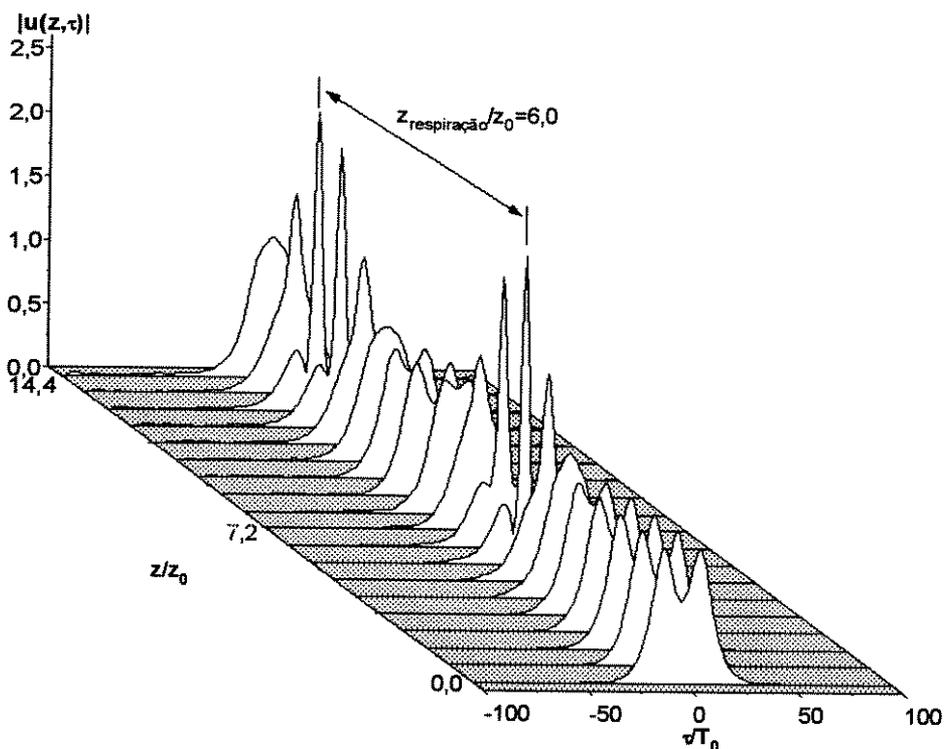


Fig.2.6- Evolução de dois sólitons fundamentais superpostos, com $\Delta=9$, com iguais fases e velocidades.

Quando esta superposição inclui um dos sólitons com amplitude ligeiramente maior que a fundamental, a evolução mostra que existe um cruzamento da posição relativa do sólito maior, com respeito ao menor, a cada período de respiração. A Fig. 2.7 mostra este efeito através de um gráfico de contorno. O sinal inicial é o mesmo que (2.99), só que um dos sólitons constituintes tem amplitude 10% maior que o outro.

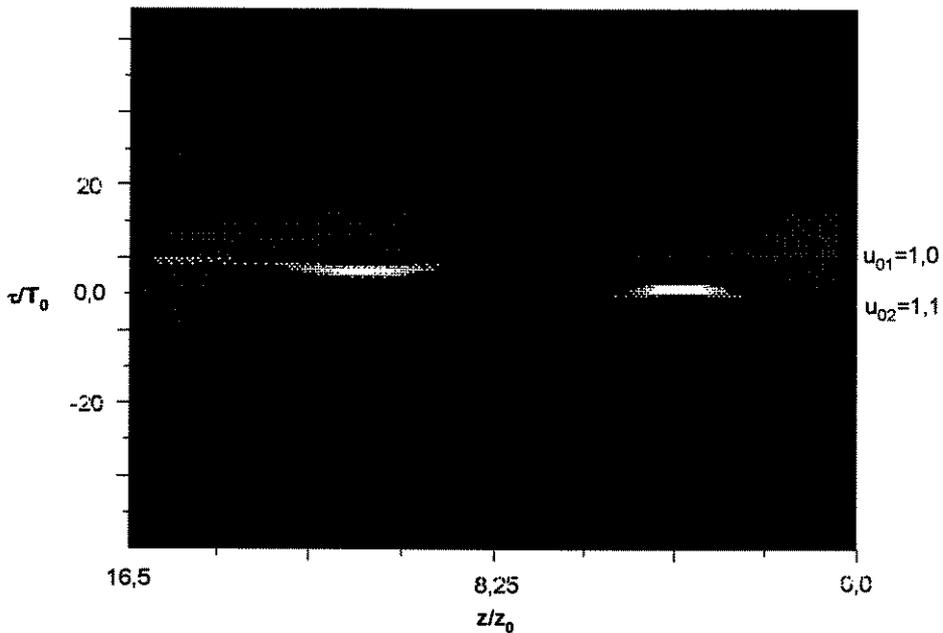


Fig.2.7- Evolução da superposição de um sóliton fundamental com um outro de amplitude 10% maior, $\Delta=9$, com iguais fases e velocidades (Vista de topo: amplitude maior indicada com maior claridade).

2.8.3 -Efeito Raman sobre sóliton de segunda ordem.

Para este caso, a equação de Schrödinger tem a forma:

$$j \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} + |u|^2 u = \tau_R u \frac{\partial |u|^2}{\partial \tau} \quad (2.100)$$

Sob o efeito Raman, os sólitons de alta ordem perdem a sua periodicidade e se fissionam em tantas partes quanto a ordem do sóliton. Isto ocorre porque as componentes individuais do sóliton propagam-se com diferentes velocidades, com o sóliton de ordem N fissionando-se em N partes.

A Fig.2.8 mostra a evolução de um sóliton de segunda ordem sob os efeitos do espalhamento Raman, com o parâmetro $\tau_R=0,01$. Ele começa a evoluir de forma normal até sentir os efeitos do espalhamento Raman, quando, então, o pulso se fissiona em duas partes, que evoluem com diferentes velocidades.

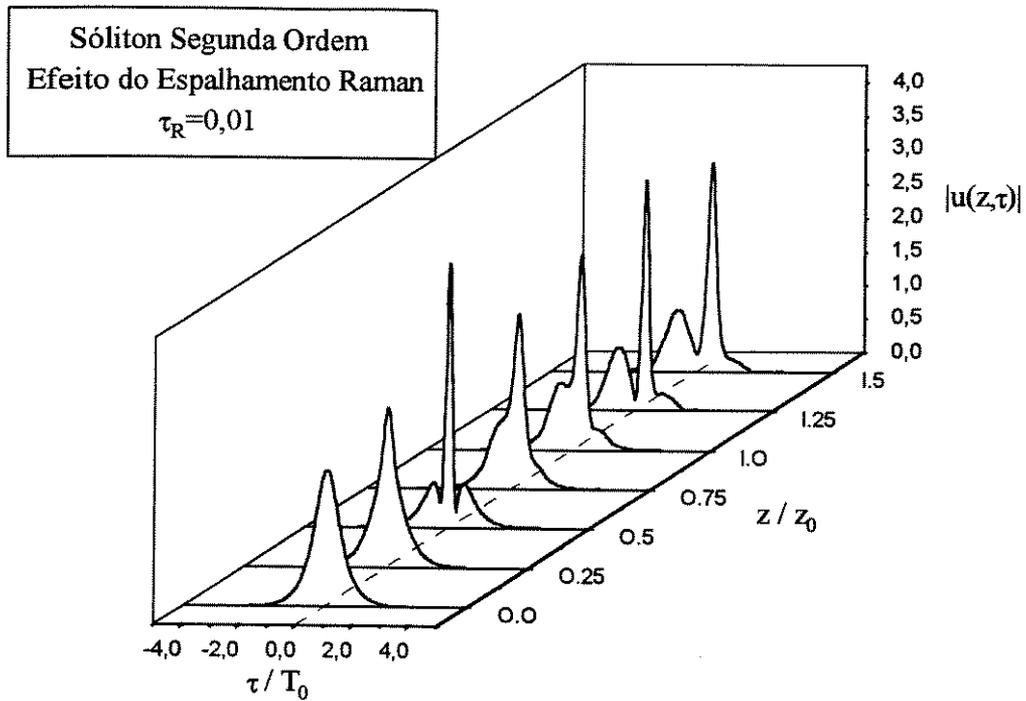


Fig.2.8- Evolução de sóliton de segunda ordem sob os efeitos do espalhamento Raman, $\tau_R=0,01$.

2.8.4 -Formação, ou não, de um sóliton a partir de uma onda quadrada

Para observar a formação de um sóliton fundamental a partir de uma onda qualquer, vamos lançar um pulso quadrado, com energia um pouco maior que a energia contida num sóliton fundamental, calculada a partir de:

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} |u(z, \tau)|^2 d\tau \quad (2.101)$$

A Fig.2.9 mostra a evolução deste pulso que, no início, é definido por:

$$u(0, \tau) = \begin{cases} 0 & \text{para } \tau < -7 \\ 1 & \text{para } \tau \in [-7, 7] \\ 0 & \text{para } \tau > 7 \end{cases} \quad (2.102)$$

Na Fig.2.9 observamos que, depois da propagação por um certo trecho, surge um pulso de forma solitônica.

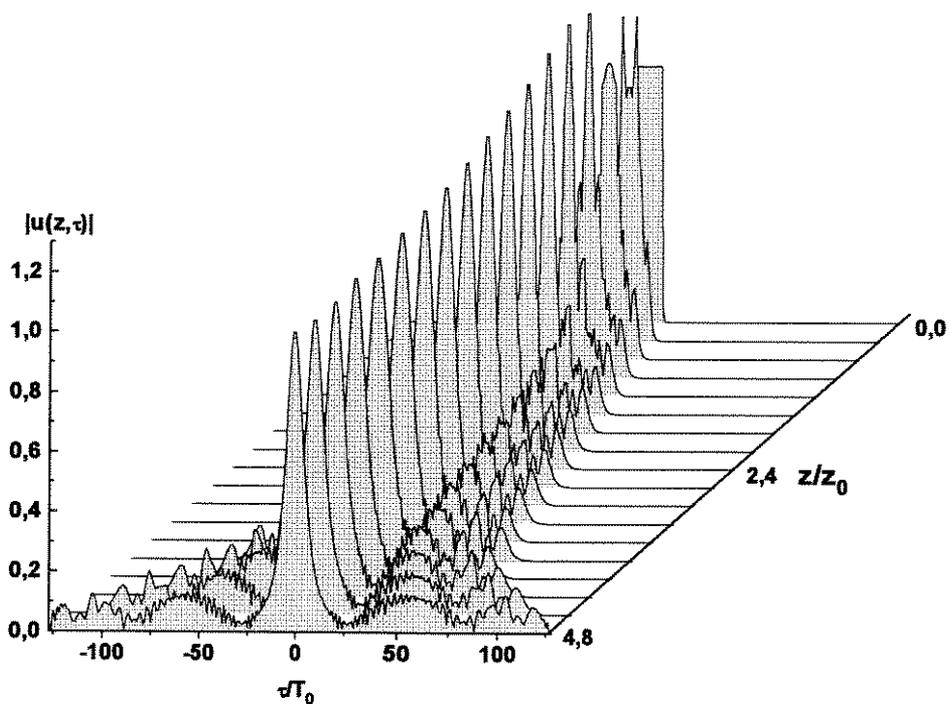


Fig.2.9- Evolução de um pulso de forma de onda quadrada com suficiente energia para formar um sólon.

Se o pulso inicial, de forma quadrada, não possuir energia suficiente para formar um sólon, a onda sofrerá apenas os efeitos da dispersão, como mostra a Fig.2.10, onde o pulso quadrado inicial está definido por:

$$u(0, \tau) = \begin{cases} 0 & \text{para } \tau < -4 \\ 1 & \text{para } \tau \in [-4, 4] \\ 0 & \text{para } \tau > 4 \end{cases} \quad (2.103)$$

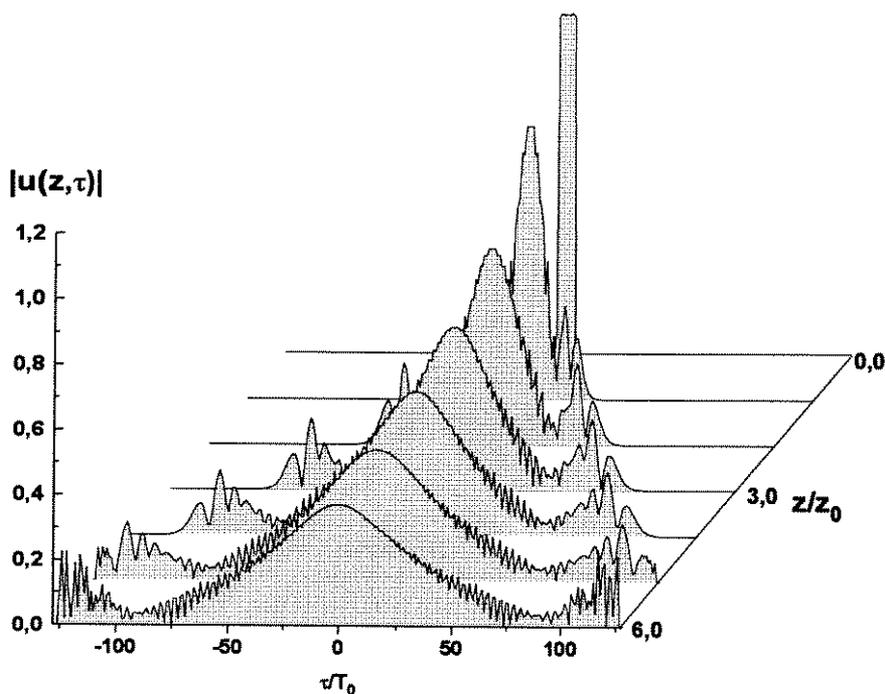


Fig.2.10- Evolução de pulso de forma de onda quadrada sem energia suficiente para formar um sólon.

2.8.5 -Evolução de sólon escuro com e sem atenuação.

Para observar a evolução de um sólon escuro, numa região de dispersão normal, usaremos o seguinte sinal inicial:

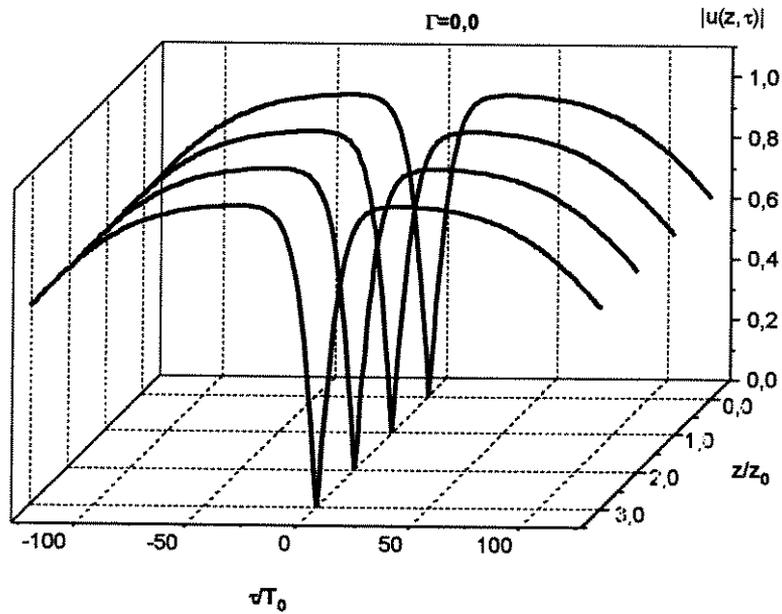
$$u(0, \tau) = \tanh[\tau] \quad (2.104)$$

que corresponde a um sólon escuro fundamental. Para facilitar a introdução das condições de contorno, este pulso será mostrado sobre um pulso de fundo (*background*) super gaussiano; o pulso super-gaussiano usado será escrito na forma:

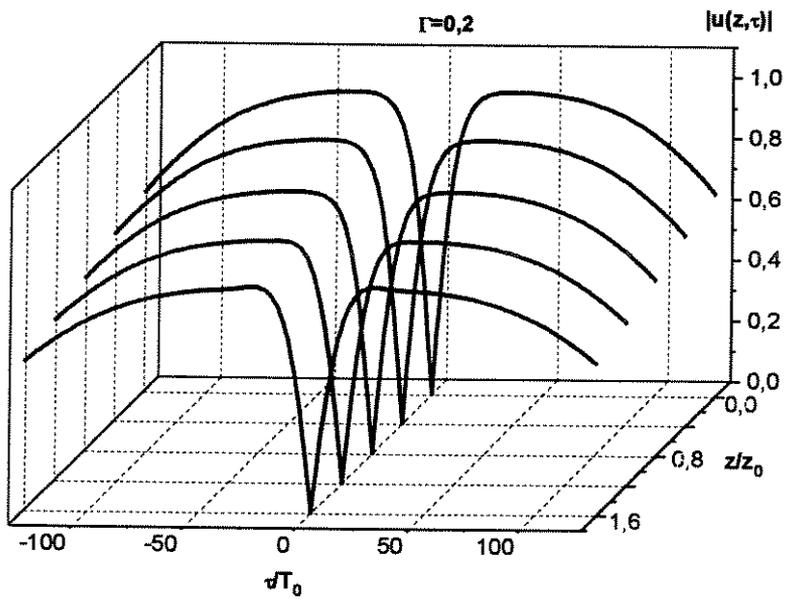
$$g(0, \tau) = \exp\left[-\frac{\tau^4}{20^6}\right] \quad (2.105)$$

A Fig.2.11(a) mostra a evolução deste pulso, sem atenuação; por outro lado, a Fig.2.11(b) mostra a evolução do mesmo pulso inicial (2.104), mas com um coeficiente de

atenuação $\Gamma=0,2$. Na Fig.2.11(a) vemos que a evolução do pulso escuro não sofre distorção e se propaga sem qualquer perturbação. Na presença de atenuação, o pulso escuro perde energia, a depressão central fica mais larga, porém há a manutenção de seu valor nulo.



(a)



(b)

Fig.2.11- Evolução de sóliton escuro fundamental sobre um pulso super-gaussiano, (a) evolução sem atenuação; (b) evolução com coeficiente de atenuação $\Gamma=0,2$.

2.8.6 -Geração de pulsos escuros através de modulação cruzada de fase (XPM)

Neste caso, a equação não-linear de Schrödinger deve ser resolvida para dois sinais no mesmo meio óptico, uma delas, $v(z,\tau)$, na região de dispersão normal ($GVD>0$) e a outra, $u(z,\tau)$, na região de dispersão anômala ($GVD<0$). Este segundo sinal, que é pulsante, mas não necessariamente solitônico, é aplicado no meio para induzir a formação de um pulso escuro através de XPM.

O sistema de equações (2.82) e (2.83) pode ser escrito na forma [23]:

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial z} &= j \left[j\delta \frac{\partial u}{\partial \tau} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} + \chi_u u (|u|^2 + 2|v|^2) \right] \\ \frac{\partial v}{\partial z} &= j \left[-\frac{\beta}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial \tau^2} + \chi_v v (|v|^2 + 2|u|^2) \right]\end{aligned}\tag{2.105}$$

Para o experimento numérico, as seguintes expressões foram usadas como sinais iniciais, para a evolução de $v(z,\tau)$:

$$\begin{aligned}u(0, \tau) &= \text{sech}[\tau] \\ v(0, \tau) &= \exp\left[-\frac{\tau^4}{14^8}\right]\end{aligned}\tag{2.107}$$

A Fig.2.12 mostra a geração de um pulso escuro sobre o pulso supergaussiano usando os parâmetros apresentados em [23].

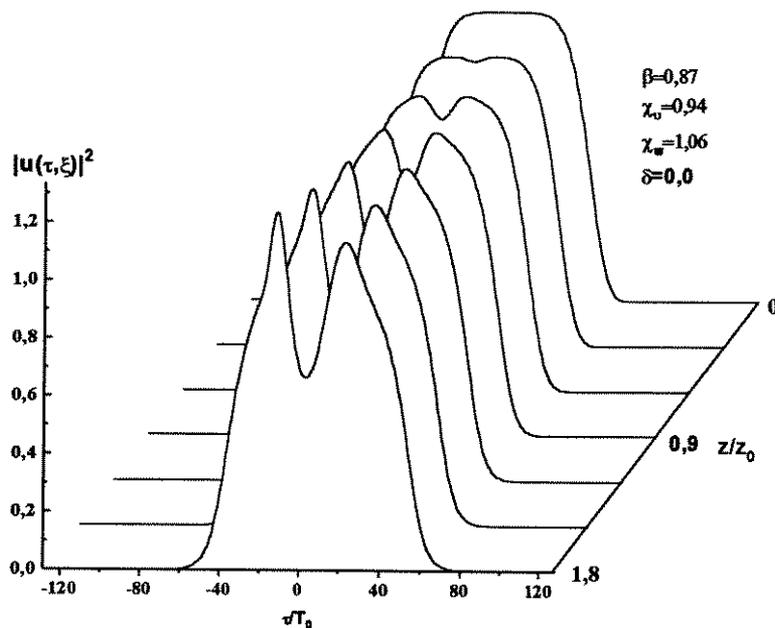


Fig.2.12- Formação de um pulso escuro através de XPM.

Na Fig.2.12 observamos que, no platô do pulso super-gaussiano, forma-se uma depressão que evolui ao longo do caminho de propagação, aprofundando-se. Este processo pode ser utilizado para construir um laser *mode-locked* para gerar pulsos escuros [24].

2.9 -Conclusões

Foram apresentadas as expressões analíticas que permitem efetuar a simulação da evolução de pulsos solitônicos brilhantes e escuros, sob diversas condições de interesse prático. Os resultados comprovam o comportamento esperado desses sinais, conforme dados da literatura técnica especializada.

Foi desenvolvido um programa, realizado na plataforma Mathematica[®], que permite visualizar, graficamente, os fenômenos decorrentes da propagação de pulsos ópticos num material de características não-lineares governado pela equação não-linear de Schrödinger. O programa permite resolver até um sistema de duas equações não-lineares de Schrödinger.

Devido às características da programação da plataforma, este programa pode ser facilmente adaptado a outras situações, como, por exemplo, para realizar análise espectral dos pulsos [25].

Outras referências interessantes a respeito do assunto são encontradas em [26]-[50].

2.10 -Referências

- [1] J.S.Russell, *Reports of the Meetings of the British Association for the Advancement of Science*, Liverpool Meeting, 1838.
- [2] D.J.Korteweg and G. de Vries, *On the change of form of long waves advancing in a rectangular channel, and on a new type of long stationary wave*, **Phil.Mag.**, Vol.5, 1895, pp.422-443.
- [3] A.C.Scott et al., *The Soliton: A New Concept in Applied Science*, **Proc. IEEE**, Vol.61, No.12, 1973, pp.1443-1483.
- [4] Akira Hasegawa, **Optical Solitons in Fibers**, Springer-Verlag, 2a.Ed.,1990.
- [5] S.A.Gredeskul and Y.S.Kivshar, *Dark-soliton generation in optical fibers*, **Optics Lett.**, Vol.14, No.22, 1989, pp.1281-1283.
- [6] J.R.Taylor (Editor), **Optical Solitons-Theory and Experiment**, Cambridge Studies in Modern Optics 10, Cambridge University Press, 1992.
- [7] Ryogo Hirota, *Exact envelope-soliton solution of a nonlinear wave equation*, **J. Math. Phys.**, Vol.14, No.7, 1973, pp.805-809.
- [8] A.M.Wiener, *Femtosecond Optical Pulse Shaping and Processing*, **Prog. Quant. Electr.**, Vol.19, 1995, pp.161-237.
- [9] V.E.Zakharov and A.B.Shabat, *Interaction between solitons in a stable medium*, **Soviet Physics JETP**, Vol.37, No.5, 1973, pp.823-828.
- [10] A.Hasegawa and F.D.Tappert, *Transmission of stationary nonlinear optical pulses in dispersive dielectric fiber II: Normal dispersion*, **Appl.Phys.Lett.**, Vol.23, No.8, Aug. 1973, pp.171-172.
- [11] W.J Tomlinson, R.J.Hawkins, A.M.Wiener, J.P.Heritage and R.N.Thurston, *Dark optical solitons with finite width background pulses*, **J.Opt.Soc.Am.B**, Vol.6, 1989, pp.329-334.
- [12] K.Shimoda, **Introduction to Laser Physics**, Springer-Verlag, 1991.
- [13] Swata Deb and Anurag Sharma, *Nonlinear Pulse Propagation Through Optical*

- Fibers: An Efficient Numerical Method*, **Optical Engineering**, Vol.32, No.4, April 1993, pp.695-699.
- [14] Peter M. Goorjian et al., *Computational Modeling of Femtosecond Optical Solitons from Maxwell's Equations*, **IEEE J. Quantum Electron.**, Vol. QE-28, No.10, 1992, pp.2416-2422.
- [15] David Yevick and Björn Hermansson, *Soliton Analysis with the Propagating Beam Method*, **Optics Communication**, Vol.47, No.2, 1983, pp.101-106.
- [16] M.Delfour, M.Fortin and G.Payre, *Finite-Difference Solutions of a Non-linear Schrödinger Equation*, **Journal of Comp. Physics**, Vol.44, 1981, pp.277-288.
- [17] Thiab R. Taha and Mark J. Ablowitz, *Analytical and Numerical Aspects of Certain Nonlinear Evolution Equations. II. Numerical, Nonlinear Schrödinger Equation*, **J. Computational Phys.**, Vol.55, 1984, pp. 203-230.
- [18] A.K.Ghatak, R.L.Gallawa and I.C.Goyal, *Accurate Solutions to Schrödinger's Equation Using Modified Airy Functions*, **IEEE J. Quantum Electr.**, Vol.28, No.2, 1992, pp.400-403.
- [19] R. Scarmozzino and R.M.Osgood, Jr., *Comparison of finite-difference and Fourier-transform solutions of the parabolic wave equation with emphasis on integrated-optics applications*, **J. Opt. Soc. Am. A.**, Vol.8, No.5, 1991, pp.724-731.
- [20] G.D.Smith, **Numerical Solutions of Partial Equations: Finite Difference Method**, Oxford Applied Mathematics and Computing Science Series, 3^a Ed., 1987.
- [21] S.Wolfram, **Mathematica: A System for Doing Mathematics by Computer**, Addison Wesley Pub., 2^a Ed., 1991.
- [22] K.J.Blow and N.J.Doran, *Bandwidth Limits of Nonlinear (Soliton) Optical Communication Systems*, **Electron. Lett.**, Vol.19, 1983, pp.429-430.
- [23] B.J.Hong, C.C.Yang and Likarn Wang, *Generating dark solitons through cross-phase modulation in optical fibers*, **J. Opt. Soc. Am. B**, Vol.8, No.2, February 1991, pp.464-470.
- [24] D.M.Pataca, M.L.Rocha, R.Kashyap and K.Smith, *Bright and dark pulse generation in a optical modelocked fibre laser at 1.3 μm* , **Electron.Lett.**, Vol.31, No.1,

5th January 1995, pp.32-33.

- [25] C.Caballero and R.F.Souza, *Visualization of Optical Solitons characteristics through Mathematica*, **SBT/IEEE International Telecommunication Symposium**, Agosto 1994, pp.191-194, Rio de Janeiro, Brasil.
- [26] Nail Akhmediev, A.Ankiewicz and J.M.Soto-Crespo, *Does the nonlinear Schrödinger equation correctly describe beam propagation?*, **Optics Letters**, Vol.18, No.6, 1993, pp.411-413.
- [27] L.Mollenauer, J.P.Gordon et al., *Multigigabit soliton transmission traverse ultralong distance*, **Laser Focus World**, Nov. 1991, pp.159.
- [28] H.A.Haus, *Molding Light into Solitons*, **IEEE Spectrum**, March 1993, pp.48-53.
- [29] A.Korpel and P.P.Banerjee, *A Heuristic Guide to Nonlinear Dispersive Wave Equations And Solitons-Type Solutions*, **Proc. IEEE**, Vol.72, No.9, 1984, pp. 1109-1130.
- [30] A.Hasegawa and Y. Kadama, *Signal Transmission by Optical Solitons in Monomode Fiber*, **Proc. IEEE**, Vol.69, No. 9, 1981, pp.1145-1150.
- [31] N.J.Doran and K.J.Blow, *Solitons in Optical Communications*, **IEEE J. Quantum Elec.**, Vol. QE-19, No.12, Dec. 1993, pp. 1883-1888.
- [32] L.F.Mollenauer, S.G.Evangelides and H.A.Haus, *Long-Distance Soliton Propagation using Lumped Amplifiers and Dispersion Shifted Fiber*, **Journal of Lightwave Tech.**, Vol.9, No.2, 1991, pp. 194-197.
- [33] S.Ryu, S.Yamamoto, et al., *Long-Haul Coherent Optical Fiber Communication System Using Optical Amplifiers*, **Journal of Lightwave Tech.**, Vol.9, No. 2, 1991, pp.251-260.
- [34] Y.S.Kivshar, *Dark Solitons in Nonlinear Optics*, **IEEE Quantum Elect.**, Vol. QE-29, No.1, 1993, pp. 250-264.
- [35] M.J.Potasek, *Bright Femtosecond Solitons in both the Normal and Anomalous Dispersion Regions*, **IEEE Quantum Elect.**, Vol. QE-29, No.1, 1993, pp.281-285.
- [36] A.V. Smirnov, *Soliton decay associated with dipole-dipole interaction between resonant centers in two-level media*, **Sov. J.Quantum Electron.**, Vol.20,

No.11, 1990, pp.1418-1422.

- [37] V.K.Mezentsev and S.K.Turitsyn, *New class of solitons in fiber waveguides near the zero dispersion point*, **Sov.J.Quantum Electron.**, Vol.21, No.5, 1991, pp.555-557.
- [38] V.D.Gora, *Soliton propagation of light under conditions of adiabatic tracking and of a one-photon resistance*, **Sov.J.Quantum Electron.**, Vol.20, No.6, 1990, pp.685-688.
- [39] P.L.Bhatnagar, **Nonlinear waves in one-dimensional dispersive systems**, Clarendon Press.Oxford,1979.
- [40] Alan C.Newell, **Solitons in Mathematics and Physics**, Society for Industrial and Applied Mathematics, University of Arizona, 1985.
- [41] Mark J.Ablowitz and Harvey Segur, **Solitons and the Inverse Scattering Transform**, SIAM Studies in Applied Mathematics, Philadelphia, 1981.
- [42] Akira Hasegawa, **Optical Solitons in Fibers**, Springer-Verlag, 2a.Ed.,1990.
- [43] P.G.Drazin and R.S.Johnson, **Solitons:an Introduction**, Cambridge University Press,1990.
- [44] G.B.Whithman, **Linear and Nonlinear Waves**, John Wiley Ed. , NewYork, 1974.
- [45] P.G.Drazin, **SOLITONS**, Cambridge University Press, 1983.
- [46] H.H.Torriani, **Espalhamento Inverso e Métodos de Hirota:Alguns Aspectos Clássicos**, Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo,1986.
- [47] G.C.Baldwin, **An Introduction to Nonlinear Optics**, Plenum Press, NY, 1971.
- [48] E.M.Dianov, P.V.Mamyshev, A.M.Prokhorov and V.N.Serkin, **Nonlinear Effects in Optical Fibers**, Laser Science and Technology, Vol.6, Harwood Academic Publishers, 1989.
- [49] C.Caballero P. e R.F.Souza, *Programas de Simulação da Tese “Subsistemas Ópticos para Comunicação Solitônica”* , **Relatório Técnico RT-032, Pub.FEE**

06/96, Departamento de Microonda e Óptica, Faculdade de Engenharia Elétrica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, Março 1996.

[50] W.H.Press, S.A.Teukolsky, W.T.Vetterling and B.P.Flannery, **Numerical Recipes in C The Art of Scientific Computing**, Second Edition, Cambridge University Press, 1992.

Anexo 2A

Equação de Schrödinger

Como $\nabla^2 = \nabla_T^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$, temos:

$$\nabla_T^2 \vec{E} = \hat{y} e^{-j(kz - \omega_0 t)} \nabla_T^2 \tilde{\Psi} \quad (2A.1)$$

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} = \hat{y} \left[\frac{\partial^2 \tilde{\Psi}}{\partial z^2} - j2k \frac{\partial \tilde{\Psi}}{\partial z} - k^2 \tilde{\Psi} \right] e^{-j(kz - \omega_0 t)} \quad (2A.2)$$

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \hat{y} \left[\frac{\partial \tilde{\Psi}}{\partial t} + j\omega_0 \tilde{\Psi} \right] e^{-j(kz - \omega_0 t)} \quad (2A.3)$$

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \hat{y} \left[\frac{\partial^2 \tilde{\Psi}}{\partial t^2} + j2\omega_0 \frac{\partial \tilde{\Psi}}{\partial t} - \omega_0^2 \tilde{\Psi} \right] e^{-j(kz - \omega_0 t)} \quad (2A.4)$$

De (2.15) obtemos:

$$\frac{\partial}{\partial t} [|\vec{E}|^2 \vec{E}] = \hat{y} \left[\frac{\partial |\tilde{\Psi}|^2}{\partial t} \tilde{\Psi} + \frac{\partial \tilde{\Psi}}{\partial t} |\tilde{\Psi}|^2 + j\omega_0 |\tilde{\Psi}|^2 \tilde{\Psi} \right] e^{-j(kz - \omega_0 t)} \quad (2A.5)$$

Logo:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} [|\vec{E}|^2 \vec{E}] = \hat{y} \left[\begin{aligned} & \left[\frac{\partial^2 |\tilde{\Psi}|^2}{\partial t^2} \tilde{\Psi} + \frac{\partial \tilde{\Psi}}{\partial t} \frac{\partial |\tilde{\Psi}|^2}{\partial t} + j\omega_0 \frac{\partial |\tilde{\Psi}|^2}{\partial t} \tilde{\Psi} + \right. \\ & \left. \frac{\partial^2 \tilde{\Psi}}{\partial t^2} |\tilde{\Psi}|^2 + \frac{\partial \tilde{\Psi}}{\partial t} \frac{\partial |\tilde{\Psi}|^2}{\partial t} + j\omega_0 \frac{\partial \tilde{\Psi}}{\partial t} |\tilde{\Psi}|^2 + \right. \\ & \left. j\omega_0 \left\{ \frac{\partial |\tilde{\Psi}|^2}{\partial t} \tilde{\Psi} + \frac{\partial \tilde{\Psi}}{\partial t} |\tilde{\Psi}|^2 + j\omega_0 |\tilde{\Psi}|^2 \tilde{\Psi} \right\} \right] e^{-j(kz - \omega_0 t)} \quad (2A.6) \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{\partial^2}{\partial t^2} [|\bar{\mathbf{E}}|^2 \bar{\mathbf{E}}] = \hat{y} \left[\frac{\partial^2 |\tilde{\Psi}|^2}{\partial t^2} \psi + 2 \frac{\partial \tilde{\Psi}}{\partial t} \frac{\partial |\tilde{\Psi}|^2}{\partial t} + j2\omega_0 \frac{\partial |\tilde{\Psi}|^2}{\partial t} \tilde{\Psi} + \frac{\partial^2 \tilde{\Psi}}{\partial t^2} |\tilde{\Psi}|^2 + j2\omega_0 \frac{\partial \tilde{\Psi}}{\partial t} |\tilde{\Psi}|^2 - \omega_0^2 |\tilde{\Psi}|^2 \tilde{\Psi} \right] e^{-j(kz - \omega_0 t)} \quad (2A.7)$$

Em geral, para $A=A(t)$, $B=B(t)$ e $c=$ constante, temos que:

$$\frac{\partial}{\partial t} (cAB) = c \left[\frac{\partial A}{\partial t} B + \frac{\partial B}{\partial t} A \right] \quad (2A.8)$$

e que:

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial}{\partial t} (AB) = \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} B + 2 \frac{\partial A}{\partial t} \frac{\partial B}{\partial t} + \frac{\partial^2 B}{\partial t^2} A \quad (2A.9)$$

Aplicando estas identidades em (2A.7), obtém-se:

$$\frac{\partial^2 [|\bar{\mathbf{E}}|^2 \bar{\mathbf{E}}]}{\partial t^2} = \hat{y} \left[\frac{\partial^2 [|\tilde{\Psi}|^2 \tilde{\Psi}]}{\partial t^2} + j2\omega_0 \frac{\partial [|\tilde{\Psi}|^2 \tilde{\Psi}]}{\partial t} - \omega_0^2 |\tilde{\Psi}|^2 \tilde{\Psi} \right] e^{-j(kz - \omega_0 t)} \quad (2A.10)$$

Substituindo essas relações em (2.14), fica-se com:

$$\begin{aligned} \nabla_T^2 \tilde{\Psi} + \left[\frac{\partial^2 \tilde{\Psi}}{\partial z^2} - j2k \frac{\partial \tilde{\Psi}}{\partial z} - k^2 \tilde{\Psi} \right] &= \alpha \left[\frac{\partial \tilde{\Psi}}{\partial t} - j\omega_0 \tilde{\Psi} \right] + \\ &+ \frac{1}{u^2} \left[\frac{\partial^2 \tilde{\Psi}}{\partial t^2} + j2\omega_0 \frac{\partial \tilde{\Psi}}{\partial t} - \omega_0^2 \tilde{\Psi} \right] + \\ &+ \beta \left[\frac{\partial^2 [|\tilde{\Psi}|^2 \tilde{\Psi}]}{\partial t^2} + j2\omega_0 \frac{\partial [|\tilde{\Psi}|^2 \tilde{\Psi}]}{\partial t} - \omega_0^2 |\tilde{\Psi}|^2 \tilde{\Psi} \right] \end{aligned} \quad (2A.11)$$

onde:

$$u^2 = \frac{1}{\mu_0 \epsilon} \quad \alpha = \mu_0 \sigma \quad e \quad \beta = \mu_0 \epsilon_2$$

Assim:

$$\nabla_T^2 \tilde{\Psi} + \left[\frac{\partial^2 \tilde{\Psi}}{\partial z^2} - j2k \frac{\partial \tilde{\Psi}}{\partial z} - k^2 \tilde{\Psi} \right] - \frac{1}{u^2} \left[\frac{\partial^2 \tilde{\Psi}}{\partial t^2} + j2\omega_o \frac{\partial \tilde{\Psi}}{\partial t} - \omega_o^2 \tilde{\Psi} \right] = \alpha \left[\frac{\partial \tilde{\Psi}}{\partial t} - j\omega_o \tilde{\Psi} \right] + \beta \left[\frac{\partial^2 [|\tilde{\Psi}|^2 \tilde{\Psi}]}{\partial t^2} + j2\omega_o \frac{\partial [|\tilde{\Psi}|^2 \tilde{\Psi}]}{\partial t} - \omega_o^2 |\tilde{\Psi}|^2 \tilde{\Psi} \right] \quad (2A.12)$$

$$\nabla_T^2 \tilde{\Psi} + \left[\frac{\partial^2 \tilde{\Psi}}{\partial z^2} - \frac{1}{u^2} \frac{\partial^2 \tilde{\Psi}}{\partial t^2} \right] - j2 \left[k \frac{\partial \tilde{\Psi}}{\partial z} + \frac{1}{u^2} \omega_o \frac{\partial \tilde{\Psi}}{\partial t} \right] - \left(k^2 - \frac{\omega_o^2}{u^2} \right) \tilde{\Psi} = \alpha \left[\frac{\partial \tilde{\Psi}}{\partial t} - j\omega_o \tilde{\Psi} \right] + \beta \left[\frac{\partial^2 [|\tilde{\Psi}|^2 \tilde{\Psi}]}{\partial t^2} + j2\omega_o \frac{\partial [|\tilde{\Psi}|^2 \tilde{\Psi}]}{\partial t} - \omega_o^2 |\tilde{\Psi}|^2 \tilde{\Psi} \right] \quad (2A.13)$$

$$\nabla_T^2 \tilde{\Psi} + \left[\left(\frac{\partial}{\partial z} - \frac{1}{u} \frac{\partial}{\partial t} \right) \left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{u} \frac{\partial}{\partial t} \right) \tilde{\Psi} - j2k_o \left(\frac{\partial}{\partial z} - \frac{\omega_o}{u^2 k_o} \frac{\partial}{\partial t} \right) \tilde{\Psi} \right] = \alpha \left[\frac{\partial \tilde{\Psi}}{\partial t} - j\omega_o \tilde{\Psi} \right] + \beta \left[\frac{\partial^2 [|\tilde{\Psi}|^2 \tilde{\Psi}]}{\partial t^2} + j2\omega_o \frac{\partial [|\tilde{\Psi}|^2 \tilde{\Psi}]}{\partial t} - \omega_o^2 |\tilde{\Psi}|^2 \tilde{\Psi} \right] \quad (2A.14)$$

onde $k_o^2 - \frac{\omega_o^2}{u^2} = 0$, porque $k_o = \omega_o \sqrt{\mu_o \epsilon}$. Logo, $\frac{\omega_o}{u^2 k_o} = \frac{1}{u}$.

Portanto, (2A.14) pode ser reescrita como:

$$\nabla_T^2 \tilde{\Psi} + \left[\left(\frac{\partial}{\partial z} - \frac{1}{u} \frac{\partial}{\partial t} \right) - j2k_o \right] \left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{u} \frac{\partial}{\partial t} \right) \tilde{\Psi} = \alpha \left[\frac{\partial \tilde{\Psi}}{\partial t} - j\omega_o \tilde{\Psi} \right] + \beta \left[\frac{\partial^2 [|\tilde{\Psi}|^2 \tilde{\Psi}]}{\partial t^2} + j2\omega_o \frac{\partial [|\tilde{\Psi}|^2 \tilde{\Psi}]}{\partial t} - \omega_o^2 |\tilde{\Psi}|^2 \tilde{\Psi} \right] \quad (2A.15)$$

Vamos considerar uma aproximação para envoltórias lentas, tal que:

$$\begin{aligned}
\left| \frac{\partial^2 \tilde{\Psi}}{\partial z^2} \right| &\ll \left| j2k \frac{\partial \tilde{\Psi}}{\partial z} \right| \\
\left| \frac{\partial \tilde{\Psi}}{\partial t} \right| &\ll |j\omega_0 \tilde{\Psi}| \\
\left| \frac{\partial^2 |\tilde{\Psi}|^2 \tilde{\Psi}}{\partial t^2} \right| &\ll \left| j\omega_0 \frac{\partial |\tilde{\Psi}|^2 \tilde{\Psi}}{\partial t} \right| \ll |j\omega_0 |\tilde{\Psi}|^2 \tilde{\Psi}|
\end{aligned}
\tag{2A.16}$$

Com essas aproximações, (2A.15) torna-se:

$$\nabla_T^2 \tilde{\Psi} = j2k_0 \left(\frac{\partial \tilde{\Psi}}{\partial z} + \frac{1}{u} \frac{\partial \tilde{\Psi}}{\partial t} \right) + j\omega_0 \alpha \tilde{\Psi} + \omega_0^2 \beta |\tilde{\Psi}|^2 \tilde{\Psi}
\tag{2A.17}$$

onde os termos desta equação podem ser interpretados como:

Difração = $j2k_0$ (Eq. de evolução de onda linear) + perdas + (não-linearidades)

Se $\tilde{\Psi} = \tilde{\Psi}(z, t)$, então $\nabla_T^2 \tilde{\Psi} = 0$, e, então, (2A.17) reduz-se a:

$$j2k_0 \left(\frac{\partial \tilde{\Psi}}{\partial z} + \frac{1}{u} \frac{\partial \tilde{\Psi}}{\partial t} \right) + j\omega_0 \alpha \tilde{\Psi} + \omega_0^2 \beta |\tilde{\Psi}|^2 \tilde{\Psi} = 0
\tag{2A.18}$$

onde: $u^2 = \frac{1}{\mu_0 \epsilon}$, $\alpha = \mu_0 \sigma$ e $\beta = \mu_0 \epsilon_2$.

Anexo 2B

Comentários sobre o método numérico utilizado e o critério de estabilidade numérica.

Como mencionado na Seção 2.6, utilizamos, para os cálculos, um algoritmo explícito aplicável ao método das diferenças finitas no domínio do tempo.

Sejam Δz e Δt os tamanhos da malha de discretização no espaço e no tempo, respectivamente, e seja q_i^n o valor de q no i -ésimo nó e no instante $n\Delta t$. Para converter as equações não-lineares de interesse em equações de diferenças finitas, designaremos, como já dito, o tempo pelo superíndice n e a posição espacial pelo subíndice i ; assim, teremos a correspondência $q(z,t) \rightarrow q_i^n$.

Consideremos, primeiro, as variações espaciais da função de onda q_i , desconsiderando, no momento, o superíndice n do tempo. Tomando, agora, duas expansões em série de Taylor para q , teremos:

$$\begin{aligned}q_{i+1} &= q_i + \Delta z q_i' + \frac{1}{2}(\Delta z)^2 q_i'' + \frac{1}{6}(\Delta z)^3 q_i''' + O((\Delta z)^4) \\q_{i-1} &= q_i - \Delta z q_i' + \frac{1}{2}(\Delta z)^2 q_i'' - \frac{1}{6}(\Delta z)^3 q_i''' + O((\Delta z)^4)\end{aligned}\tag{2B.1}$$

Somando estas expressões e manipulando-as obtemos a forma padrão:

$$q_i'' = \left(\frac{\partial^2 q}{\partial z^2} \right)_i = \frac{1}{\Delta z^2} \{q_{i+1} - 2q_i + q_{i-1}\} + O((\Delta z)^4)\tag{2B.2}$$

que representa a segunda derivada de q avaliada no ponto $z=z_i = i\Delta z$.

Usando uma técnica semelhante, podemos escrever, para a terceira derivada, a expressão:

$$q_i''' = \left(\frac{\partial^3 q}{\partial z^3} \right)_i \approx \frac{1}{2\Delta z^3} \{q_{i+2} - 2q_{i+1} + 2q_{i-1} - q_{i-2}\}\tag{2B.3}$$

e, para a primeira derivada, teremos:

$$q_i' = \left(\frac{\partial q}{\partial z} \right)_i \approx \frac{1}{2\Delta z} \{q_{i+1} - q_{i-1}\}\tag{2B.4}$$

onde ambas, (2B.2) e (2B.3), são expressões simétricas.

Outra possível aproximação (*Higher-order central difference approximation*) é dada por [19]:

$$\left. \frac{\partial q}{\partial z} \right|_i \approx \frac{1}{12\Delta z} \{-q_{i+2} + 8q_{i+1} - 8q_{i-1} + q_{i-2}\} \quad (2B.5)$$

$$\left. \frac{\partial^2 q}{\partial z^2} \right|_i \approx \frac{1}{12\Delta z^2} \{-q_{i+2} + 16q_{i+1} - 30q_i + 16q_{i-1} - q_{i-2}\}$$

A equação de Schrödinger (2.5), que representa a evolução da envoltória, pode ser escrita agora utilizando as aproximações numéricas acima indicadas, e fica a equação de evolução em diferenças finitas:

$$j \frac{q_i^{n+1} - q_i^{n-1}}{2\Delta z} + \frac{q_{i+1}^n - 2q_i^n + q_{i-1}^n}{2(\Delta t)^2} + |q_i^n|^2 q_i^n = 0 \quad (2B.6)$$

A análise de estabilidade numérica linear, através do critério de von Neumann [49], requer que:

$$\frac{\Delta z}{(\Delta t)^2} \leq \frac{1}{4} \quad (2B.7)$$

Este critério de estabilidade linear (condicionalmente estável) é obtido substituindo, na parte linear de Eq.(2B.6), as soluções independentes, ou automodos, da forma [49]:

$$q_i^n = \zeta^n e^{jk_i \Delta t} \quad (2B.8)$$

e resolvendo para o número complexo $\zeta(k)$, onde k é um número de onda espacial real que pode assumir qualquer valor. A equação de diferenças será estável se $|\zeta(k)| < 1$ para qualquer k .

Substituindo (2B.8) na parte linear de (2B.6) teremos:

$$j \frac{q_i^{n+1} - q_i^{n-1}}{2\Delta z} + \frac{q_{i+1}^n - 2q_i^n + q_{i-1}^n}{2(\Delta t)^2} =$$

$$j \frac{\zeta^{n+1} e^{jk i \Delta t} - \zeta^{n-1} e^{jk i \Delta t}}{2\Delta z} + \frac{\zeta^n e^{jk(i+1)\Delta t} - 2\zeta^n e^{jk i \Delta t} + \zeta^n e^{jk(i-1)\Delta t}}{2(\Delta t)^2} = 0$$

Dividindo esta última expressão por $\zeta^n e^{jk i \Delta t}$, teremos:

$$j \frac{\zeta - \zeta^{-1}}{2\Delta z} + \frac{e^{jk \Delta t} - 2 + e^{-jk \Delta t}}{2(\Delta t)^2} =$$

$$j \frac{\zeta - \zeta^{-1}}{2\Delta z} + \frac{2 \cos[k \Delta t] - 2}{2(\Delta t)^2} = 0$$

Daqui obtemos:

$$\zeta - \zeta^{-1} = j \frac{2\Delta z}{(\Delta t)^2} (\cos[k \Delta t] - 1) = -j \frac{4\Delta z}{(\Delta t)^2} \sin^2 \left[\frac{k \Delta t}{2} \right] = -jA \quad (2B.9)$$

Assim, temos uma equação de segundo grau em ζ ; a solução é da forma:

$$\zeta = \frac{-jA \pm \sqrt{4 - A^2}}{2}$$

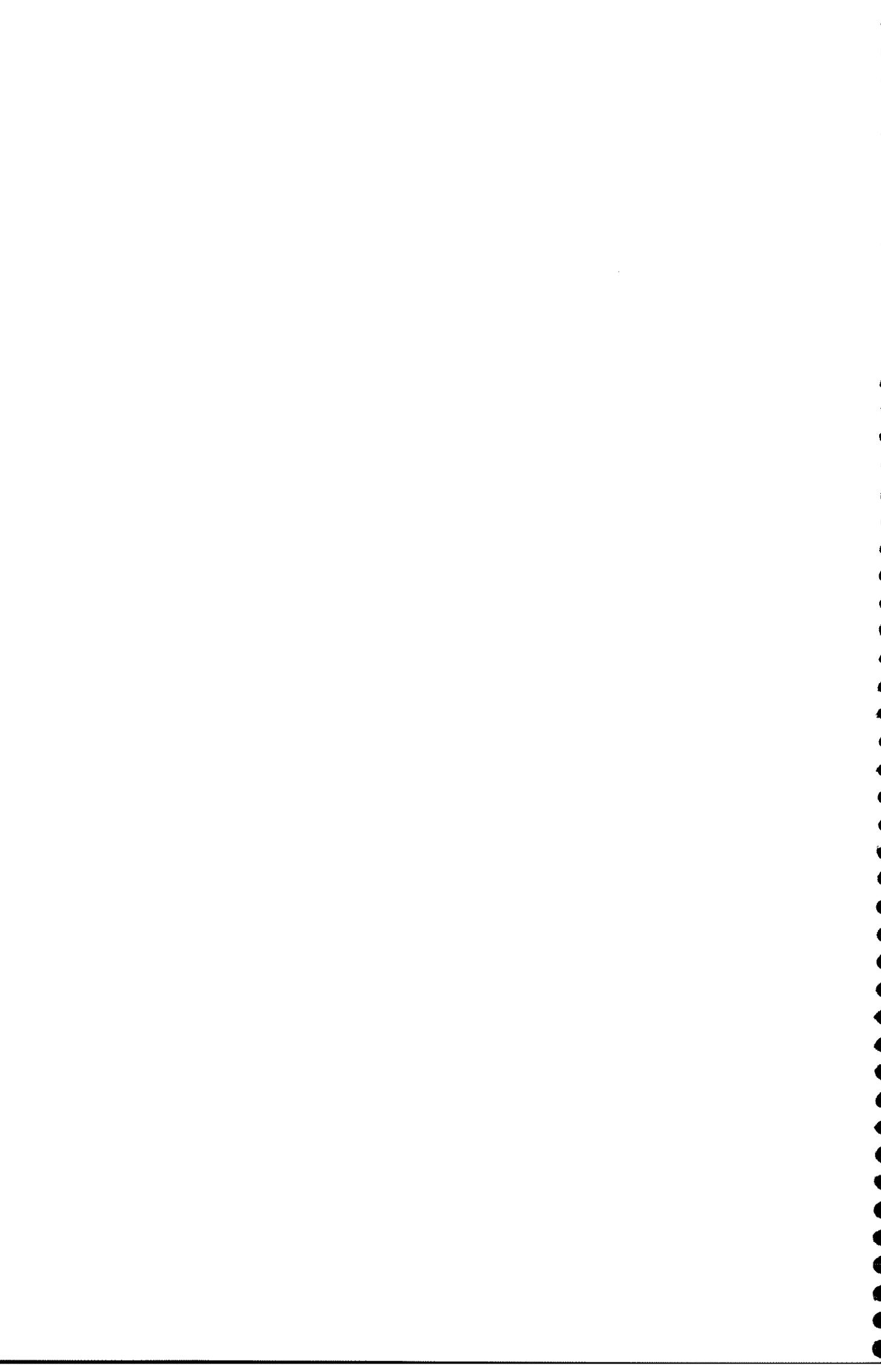
Como o módulo de ζ deve ser igual ou menor que 1, teremos:

$$\frac{4 - 2A^2}{2} \leq 1 \quad \Rightarrow \quad A \leq 1$$

Conseqüentemente, considerando que o máximo valor que a função seno poder ter é o valor unitário, obtemos, finalmente, que:

$$\boxed{\frac{\Delta z}{(\Delta t)^2} \leq \frac{1}{4}} \quad (2B.10)$$

Esta inequação, que reproduz (2B.7), deve ser satisfeita durante todas as etapas de cálculo para garantir a estabilidade numérica do método empregado.



CAPÍTULO III

Amplificadores Ópticos a Fibra Dopada

3.1 - Introdução

Quando um feixe de luz atravessa um meio, como por exemplo uma fibra dopada com átomos de alguma terra rara, ele é atenuado devido à absorção no material do núcleo. A energia dos fótons incidentes promove os elétrons do meio para níveis de energia mais elevados. Um elétron, em um nível mais excitado, relaxa, decaindo para o nível inicial ou fundamental, podendo liberar o seu excesso de energia tanto radiativamente quanto de forma não-radiativa.

O decaimento não radiativo envolve a criação de um fônon, isto é, de uma vibração quantizada do meio ao redor do elétron.

O decaimento radiativo, para os níveis de energia menor, pode ocorrer de duas maneiras, conhecidas como **emissão espontânea** ou **estimulada**. Em ambos os casos, ocorre a emissão de fótons, sendo que o comprimento de onda do fóton emitido será inversamente proporcional à energia de separação entre os dois níveis de energia envolvidos no processo.

O processo de radiação espontânea pode ser modelado do mesmo modo que um decaimento radioativo; a quantidade de elétrons no nível quântico superior decai exponencialmente no tempo, e o tempo que levam $\approx 63\%$ do total de elétrons decaírem para o nível fundamental [1] é definido como o **tempo de vida espontâneo** τ_2 . A emissão espontânea sempre requer a existência de elétrons em um estado excitado.

A emissão estimulada é o processo que permite a geração de um sinal óptico coerente num meio excitado por bombeamento. Também permite, portanto, a amplificação de um sinal óptico. Quando um fóton do sinal incide em um meio excitado, com uma energia igual à diferença em energia do estado excitado para o fundamental, ele provoca o decaimento de um elétron, criando um fóton que está em fase com o fóton incidente. No global, a luz produzida pela emissão estimulada possui um certo grau de coerência com o sinal incidente. A probabilidade de emissão estimulada e de absorção são iguais.

3.2 -Emissão Espontânea

Consideremos dois níveis permitidos de energia, 1 e 2, de um dado material, de valores E_1 e E_2 ($E_1 < E_2$). Estes dois níveis podem ser qualquer par dos infinitos conjuntos de níveis de um material; porém, por conveniência, iremos tomar o nível 1 como sendo o nível fundamental. Vamos supor, agora, que o átomo (ou molécula) do material está, inicialmente, no nível 2. Como $E_1 < E_2$, este átomo excitado tende a cair ao nível 1. A correspondente diferença de energia E_2-E_1 irá ser liberada do átomo. Quando esta energia é emitida, na forma de onda eletromagnética, o processo é chamado de **Emissão Espontânea**. A frequência ν , da onda radiada, é dada pela expressão [2]:

$$\nu = \frac{E_2 - E_1}{h} \quad (3.1)$$

onde h é a constante de Plank= $6,6256 \times 10^{-34}$ [Js]. Portanto, a emissão espontânea, quando o átomo decai do nível 2 para o nível 1, é caracterizada pela emissão de um fóton de energia $h \times \nu = E_2 - E_1$.

Também, pode acontecer que a queda seja não-radiativa; neste caso, a diferença de energia pode ser entregue como uma vibração no entorno do átomo, como fônons.

A probabilidade da emissão espontânea pode ser caracterizada do seguinte modo: vamos supor que, no instante t , existam N_2 átomos por unidade de volume no nível 2. A taxa de decaimento destes átomos, devido à emissão espontânea, deve ser proporcional a N_2 ; então, podemos escrever:

$$\left(\frac{dN_2}{dt} \right)_{sp} = -AN_2 \quad (3.2)$$

O coeficiente A é chamado de probabilidade de emissão espontânea ou Coeficiente de Einstein. A quantidade $\tau_{sp} = 1/A$ é chamada de Tempo de Vida de Emissão Espontânea. O valor numérico de A depende da transição particular envolvida; a onda eletromagnética, assim gerada, por um átomo, não possui qualquer relação de fase com aquela gerada, pelo mesmo processo, por outros átomos vizinhos, e pode ser emitida em qualquer direção.

3.3 -Emissão Estimulada

Vamos supor, de novo, que o átomo está inicialmente no nível 2 de energia, e que uma onda eletromagnética de frequência ν , dada pela Eq.(3.1), incide sobre o material.

Como esta onda tem uma frequência igual à frequência da transição atômica, existe uma probabilidade finita de que esta onda force o átomo a fazer a transição de $2 \rightarrow 1$. Neste caso, a diferença de energia $E_2 - E_1$ é entregue na forma de uma onda eletromagnética, que vai se adicionar à onda incidente. Este é o fenômeno de **Emissão Estimulada**.

Vemos que existe uma diferença fundamental entre os dois processos de emissão. No caso de emissão espontânea, o átomo emite uma onda eletromagnética que não tem qualquer relação de fase definida com aquela onda emitida por outro átomo na vizinhança. Além disso, a onda pode ser emitida em qualquer direção. No caso de emissão estimulada, como o processo é forçado pela onda incidente, a emissão de qualquer átomo vai se adicionar em fase com a onda incidente. Esta onda inicial determina, também, a direção da onda emitida.

Neste caso, ainda podemos caracterizar o processo pela equação de taxa da transição $2 \rightarrow 1$:

$$\left(\frac{dN_2}{dt} \right)_{st} = -W_{21}N_2 \quad (3.3)$$

onde W_{21} é a probabilidade de transição estimulada. Neste caso, diferentemente de A , W_{21} depende não só da transição particular envolvida, mas, também, da intensidade da onda incidente. Mais precisamente, para uma onda incidente plana, pode se escrever:

$$W_{21} = \sigma_{21}F \quad (3.4)$$

onde F é o fluxo fotônico da onda incidente, e σ_{21} é a seção transversal de emissão estimulada, que depende apenas das características da transição envolvida.

Em termos da intensidade da onda incidente, a radiação estimulada está caracterizada pela **seção transversal efetiva** σ_e , definida por [3]:

$$\frac{dI}{dz} = \pm n \sigma_e(\nu) I \quad (3.5)$$

onde I é a intensidade óptica da onda plana de luz, na frequência ν , z é a direção de propagação e n é a densidade de átomos emissores. O sinal negativo é usado para absorção.

Esta seção transversal tem a dimensão de superfície e pode ser interpretada, sob o ponto de vista balístico, como a área subtendida pelo átomo emissor. A importância da seção transversal é que ela está estreitamente relacionada com a medição da absorção e do ganho.

3.4 -Absorção

Vamos supor, agora, que inicialmente o átomo está no nível 1 de energia. Se este nível é o nível fundamental, o átomo permanecerá neste nível até que algum estímulo externo seja aplicado. Se, agora, incide uma onda eletromagnética de frequência ν , dada pela Eq.(3.1), existe uma probabilidade finita de que o átomo seja elevado ao nível 2 de energia. A diferença de energia E_2-E_1 , requerida pelo átomo para realizar a transição, é extraída da onda incidente. Este é o processo de **Absorção**.

De maneira semelhante, a taxa de absorção pode ser escrita na forma:

$$\left(\frac{dN_1}{dt} \right) = -W_{12}N_1 \quad (3.6)$$

onde N_1 é o número de átomos por unidade de volume, num instante t , no nível 1. Neste caso, podemos escrever:

$$W_{12} = \sigma_{12}F \quad (3.7)$$

onde σ_{12} é a seção transversal de absorção, que depende apenas da transição particular envolvida.

Finalmente, devemos observar que $\sigma_{12}=\sigma_{21}$ (Einstein), mostrando que as probabilidades de emissão estimulada e de absorção são iguais.

O número de átomos por unidade de volume, num nível dado, é chamado de **população** desse nível.

3.5 -O Laser

Vamos considerar dois níveis de energia arbitrários, 1 e 2, num material dado, e sejam N_1 e N_2 as respectivas populações. Se uma onda plana, com uma intensidade correspondente a um fluxo fotônico F , se propaga na direção z neste material, a mudança incremental deste fluxo, devido aos processos de emissão estimulada e absorção, é dado, em concordância com as Eqs.(3.3) a (3.7), por:

$$dF = \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \left\{ -\frac{dN_2}{dt} \Delta z + \frac{dN_1}{dt} \Delta z \right\}$$

pois um aumento de fluxo é dado por uma taxa líquida "positiva" da população N_2 e uma taxa líquida "negativa" de N_1 . Então, usando as Eqs.(3.3), (3.4), (3.6) e (3.7), temos, no limite:

$$dF = (\sigma_{21}FN_2 - \sigma_{12}FN_1)dz$$

$$\therefore dF = \sigma F(N_2 - N_1) dz \quad (3.8)$$

Desta equação, observamos que o material comporta-se como um amplificador se $N_2 > N_1$ e, por outro lado, comporta-se como um atenuador se $N_2 < N_1$. Sabemos que, em equilíbrio térmico, as populações são descritas pela estatística de Boltzmann. Assim, se N_1^e e N_2^e são as populações de equilíbrio térmico dos níveis, temos :

$$\frac{N_2^e}{N_1^e} = \exp\left(-\frac{E_2 - E_1}{kT}\right) \quad (3.9)$$

onde k é a constante de Boltzmann $=1,38054 \times 10^{-23}$ [J/K], e T a temperatura absoluta do material [K]. Vemos, então, que no equilíbrio térmico, $N_2 < N_1$. De acordo com a Eq.(3.8), o material atua como absorvente na frequência ν ; isto ocorre em condições ordinárias.

Se, por outro lado, uma condição de não-equilíbrio é permitida, para a qual $N_2 > N_1$, então o material atua como um amplificador. Neste caso, dizemos que no material existe uma inversão de população. Um material, nesta condição, será chamado de material **ativo**.

Se a frequência de transição $\nu = (E_2 - E_1)/h$ está na região de microondas, este tipo de amplificador é chamado de MASER (**M**icrowave **A**mplification by **S**timulated **E**mission of **R**adiation) [8]. Se a frequência está na região óptica, o amplificador é chamado de amplificador LASER.

Para obter um oscilador, a partir de um amplificador, é necessário introduzir realimentação positiva. Na região de microondas, isto é realizado colocando o material ativo numa cavidade ressonante na frequência ν . No caso de um laser, a realimentação é obtida, geralmente, colocando o material ativo entre dois espelhos refletivos, um deles parcialmente refletivo para que atue como acoplador de saída. A oscilação laser surge quando o ganho do material ativo compensa as perdas no laser, tal como as perdas no acoplamento de saída. De acordo com (3.8), o ganho por passada no material ativo (razão entre o fluxo fotônico de saída e de entrada) é $\exp[\sigma(N_2 - N_1)L]$, onde L é o comprimento do material ativo. Se as perdas são devidas apenas à transmissão, o limiar será atingido quando:

$$T_1 T_2 \exp[2\sigma(N_2 - N_1)L] = 1$$

onde T_1 e T_2 são as refletividades de potência dos espelhos da cavidade. Esta equação mostra que o limiar é atingido quando a inversão de população atingir um valor crítico, chamado de População Crítica $(N_2 - N_1)_C$, dada por:

$$(N_2 - N_1)_C = -\frac{\ln(T_1 T_2)}{2\sigma L} \quad (3.10)$$

Quando a inversão crítica é atingida, a oscilação laser surge a partir da emissão espontânea. Os fótons que são espontaneamente emitidos ao longo do eixo da cavidade, iniciam o processo de amplificação.

3.6 -Esquemas de Bombeio

Consideraremos, agora, a maneira de produzir a inversão de população num material dado. À primeira vista, parece possível produzir esta inversão através da interação do material com uma onda eletromagnética suficientemente intensa, de frequência ν definida anteriormente. Devido a que, no equilíbrio térmico, o nível 1 é mais populado que o nível 2, vai predominar a absorção sobre a emissão estimulada. A onda incidente produzirá mais transições $1 \rightarrow 2$ que $2 \rightarrow 1$ e, assim, podemos esperar finalmente uma inversão de população.

Vemos, porém, que tal sistema não funcionará num estado estacionário. Quando o estado de populações iguais é alcançado ($N_1=N_2$), os processos de absorção e emissão estimulada vão se compensar mutuamente e o material fica num estado de transparência, estado conhecido como de **saturação** dos dois níveis.

Fica, então, impossível com apenas dois níveis alcançar a inversão de população. Assim, são usados três ou quatro níveis de energia para atingir a inversão, dando origem ao nome dos tipos de lasers baseados nesta quantidade de níveis usados. Num laser de três níveis, os átomos são, de alguma maneira, levados desde o nível fundamental 1 ao nível 3, e se o material é adequado, os átomos caem rapidamente, numa transição não-radiativa, do nível 3 ao nível 2 (chamado, neste caso, nível laser), levando a uma inversão de população entre os nível 1 e 2.

Num laser de quatro níveis, os átomos são promovidos desde o nível fundamental, chamado por conveniência nível 0, até o nível 3. Se os átomos decaem rapidamente ao nível 2, obtém-se uma inversão de população entre os níveis 2 e 1. O retorno para o nível 0 deve ser, também, rápido.

O processo através do qual os átomos são promovidos desde o nível 1 ao 3, no laser de três níveis, ou desde o nível 0 ao 3, no caso de um laser de quatro níveis, é conhecido como **bombeamento**.

3.7 -Amplificação Óptica a Fibra Dopada

3.7.1 -Introdução

Vamos considerar um laser a fibra dopada como elemento ativo do dispositivo. Será feita uma análise teórica do ganho óptico a partir do esquema de três níveis de energia.

Posteriormente, será analisado o caso de quatro níveis, baseado na análise geral para três níveis.

3.7.2 -Considerações Básicas para o Modelo

1- O material com ganho óptico é uma fibra com índice degrau, definida com um raio “a” (área do núcleo $A=\pi a^2$) e abertura numérica NA, de tal forma que a fibra é monomodo no comprimento de onda do sinal laser, λ_s .

2- O núcleo é fabricado com um material laser; por exemplo, um vidro de sílica dopado com átomos de uma terra rara. O perfil de dopante no núcleo é assumido distribuído através de uma função de perfil de dopagem, $per(r)$. A casca é suposta isenta de dopagem.

3- Todos os parâmetros da fibra são invariantes ao longo do comprimento da fibra L.

4- O ganho óptico é obtido introduzindo, no núcleo da fibra, um sinal de bombeamento óptico de comprimento de onda λ_p .

5- Será considerado apenas um processo de fóton-singelo, ao contrário do processo de dois fótons, tal como no processo de *up-conversion*. Assim, o comprimento de onda de bombeio, λ_p , é necessariamente mais curto que λ_s (fótons de bombeio de maior energia) e, no comprimento de onda de bombeamento, a fibra pode propagar vários modos. Serão consideradas transições de três e quatro níveis no comprimento de onda λ_s .

3.7.3 -Diagramas de Energia.

A Fig. 3.1 mostra os níveis relevantes de energia e as transições laser de três níveis, tal como no laser de Er^{3+} , perto de $1,54 \mu m$, e de quatro níveis, tal como no Nd^{3+} , perto de $1,06 \mu m$. A potência de bombeio, que promove os elétrons do estado fundamental aos estados excitados, é dada por P_p . As taxas de relaxação não-radiativas são designadas por R, e a taxa de emissão estimulada por I. As taxas de relaxação entre outros níveis laser, diferentes daqueles produzidos pela emissão induzida, são designados por S, que, para um sistema eficiente, é, praticamente, a taxa de emissão espontânea.

Aqui se desconsidera a absorção dos níveis já excitados (Excited State Absorption, **ESA**). A emissão de sinal de potência P_s , como função da distância z ao longo da fibra, é dada por [3]:

$$\frac{1}{P_s} \frac{dP_s}{dz} = \sigma_s (N_2 - N_1) \quad (3.11)$$

onde o termo da direita é o coeficiente de ganho, que é o produto da seção transversal de ganho pela inversão de população na posição z .

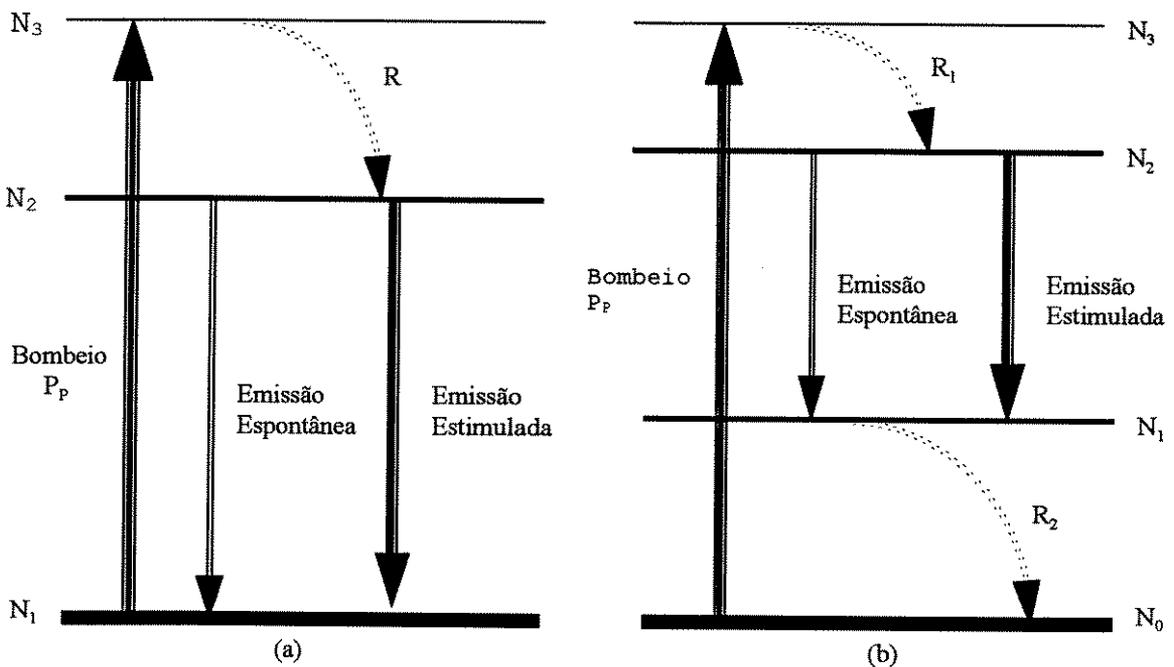


Fig.3.1- Diagrama esquemático dos níveis de energia. (a) Sistema de três níveis, (b) Sistema de quatro níveis.

Num laser a fibra, o bombeio, que é feito num comprimento de onda menor que o comprimento de onda a emitir, promove elétrons do nível fundamental para um ou mais níveis de bombeio (N_3), que estão acima do nível superior de laser (N_2).

Os elétrons, então, decaem normalmente não-radiativamente, para o nível superior de laser. Para que ocorra um grande povoamento do nível superior, o tempo de vida espontâneo destes elétrons, em N_2 , deve ser bem maior do que o tempo de vida dos elétrons em N_3 .

No sistema de três níveis, o nível inferior de energia é o fundamental ou um que está próximo a este, possuindo, então, uma significativa população térmica. No sistema de quatro

níveis, o nível inferior laser (N_1) está acima do fundamental (N_0), ficando normalmente vazio à temperatura de operação. Uma consequência do número de níveis de energia participantes no processo laser é que, no estado estacionário, o sistema de três níveis necessita de uma maior potência de bombeio para se obter uma dada inversão de população.

3.7.4 -Análise do Ganho de um Material Laser de Três Níveis

Para a análise será usado o diagrama de níveis de energia mostrado na Fig.3.2. A absorção do bombeio, pelo estado fundamental, GSA (Ground State Absorption), ocorre entre os níveis 1 e 3, seguida por uma rápida transição não-radiativa ao nível 2. Quando a absorção do bombeio pelos estados excitados, ESA, não pode ser desprezada, como, por exemplo, pelo bombeio de uma fibra dopada com Er em um comprimento de onda menor que 980 nm, devemos incluir este efeito nas equações de taxa, pois as rápidas transições não-radiativas, de volta ao nível 2, representam um gasto da potência de bombeio. Isto faz, por exemplo, com que o bombeio na faixa de 800 nm seja muito ineficiente. Por outro lado, para bombeio nos comprimentos de onda 980 nm e 1480 nm, a absorção ESA pode ser desprezada.

Como a dinâmica do ganho dos amplificadores a fibra dopada é muito lenta [4], i.e., os tempos típicos de saturação e recuperação, em condições normais de operação, estão na faixa temporal de 100 μ s a 1 ms, este tipo de amplificador é intrinsecamente imune aos efeitos de diafonia (*crosstalk*) para altas taxas de transmissão. Devido a esta característica, os níveis de inversão de população são insensíveis à presença de pulsos muito curtos, como tem sido demonstrado experimentalmente [5]-[7], e, para efeito de processamento de trens desses pulsos, pode-se usar a potência média deles como potência de entrada, num estado estacionário do amplificador. Por esta razão, o modelo aqui usado será de estado estacionário, i.e., consideraremos que as taxas de variação das densidades de população envolvidas, são muito baixas quando comparadas com os tempo de trânsito do sinal e do bombeio através da fibra ativa; isto permite considerar que, para a taxa de variação temporal do nível N_i , tem-se :

$$\frac{\partial N_i(t, z)}{\partial t} = 0 \quad , \quad \text{para } i=1,2\dots$$

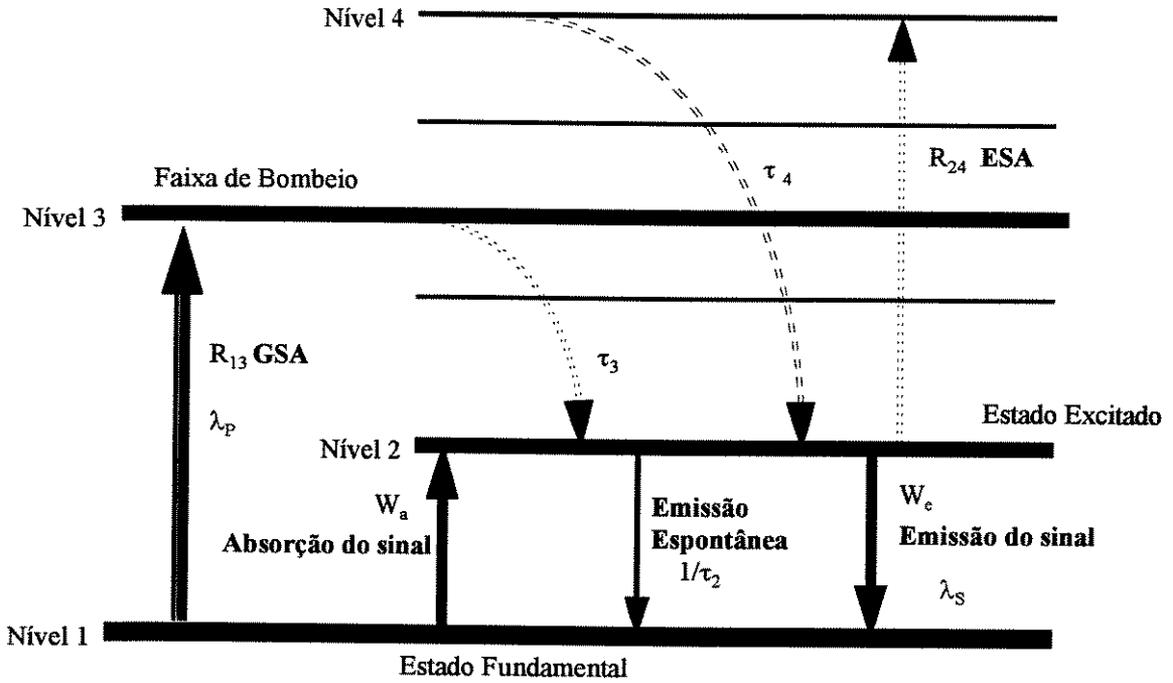


Fig.3.2- Níveis de energia para um sistema de três níveis

Quando a fibra, de área transversal $A (= \pi a^2)$, é bombeada, por uma das portas, com um laser de frequência ν_p , o número de átomos excitados por segundo, em qualquer ponto ao longo da fibra, pode ser expresso por [3]:

$$R_{13} N_1 = \frac{\sigma_p I_p}{h \nu_p} N_1 \quad (3.12)$$

onde σ_p é a seção transversal de absorção na frequência ν_p e I_p é a intensidade local de bombeio. Então, as taxas de transição, em coordenadas cilíndricas, são dadas, em termos das seções transversais de absorção e de emissão e dos modos "LP" de bombeio, por [8]:

$$R_{13}(r, \phi, z) = \sigma_p(\lambda_p) \sum_{LP} \frac{I_p^{LP}}{h \nu_p} \quad ; \quad R_{24}(r, \phi, z) = \sigma'_p(\lambda_p) \sum_{LP} \frac{I_p^{LP}}{h \nu_p} \quad (3.13)$$

$$W_{12}(r, \phi, z) = W_a(r, \phi, z) = \frac{\sigma_a(\lambda_s) I_s}{h \nu_s} + \frac{\sigma_a(\lambda_s)}{h \nu_s} \{ I_{ASE}^+ + I_{ASE}^- \} \quad (3.14)$$

$$W_{21}(r, \phi, z) = W_e(r, \phi, z) = \frac{\sigma_e(\lambda_s) I_s}{h\nu_s} + \frac{\sigma_e(\lambda_s)}{h\nu_s} \{I_{ASE}^+ + I_{ASE}^-\} \quad (3.15)$$

onde σ_p e σ_p' são as seções transversais de bombeio GSA e ESA, I_p e I_s são as intensidades de bombeio e de sinal (função da posição radial e longitudinal na fibra), I_{ASE}^+ , I_{ASE}^- são as intensidades de emissão espontânea amplificada (ASE, Amplified Spontaneous Emission) co- e contra-propagantes, respectivamente, e são função da posição radial e longitudinal na fibra, além de serem de faixa larga (ruído); os produtos $h\nu_p$ e $h\nu_s$ são as correspondentes energias fotônicas.

Usando o modelo de três níveis mostrado na Fig.3.2, temos as equações de taxa usuais:

$$\frac{dN_1}{dt} = -\sum \text{Absorções} + \sum \text{Emissões} = -N_1 R_{13} - N_1 W_a + N_2 W_e + \frac{N_2}{\tau_2} \quad (3.16)$$

$$\frac{dN_2(r, \phi, z)}{dt} = \frac{N_3}{\tau_3} - \frac{N_2}{\tau_2} - N_2 W_e + N_1 W_a \quad (3.17)$$

$$\frac{dN_3(r, \phi, z)}{dt} = R_{13} N_1 - \frac{N_3}{\tau_3} \quad (3.18)$$

$$\frac{dN_4(r, \phi, z)}{dt} = R_{24} N_2 - \frac{N_4}{\tau_4} \quad (3.19)$$

e, no estado estacionário ($\frac{dN_i}{dt} = 0$), temos:

$$R_{13} N_1 = \frac{N_3}{\tau_3} \quad (3.20)$$

Como estamos num sistema de três níveis, onde os tempos de vida não-radiativos $\tau_3 \ll \tau_2$ e $\tau_4 \ll \tau_2$, podemos assumir que $N_2 \gg N_3$ e que $N_2 \gg N_4$ e, portanto:

$$\frac{d N_2}{d t} = - \frac{d N_1}{d t} \quad (3.21)$$

Logo, no estado estacionário, teremos as seguintes frações de densidade de população:

$$\frac{N_1(r, \phi, z)}{N_0} = \frac{W_e + 1/\tau_2}{W_a + W_e + 1/\tau_2 + R_{13}} = 1 - x(r, \phi, z) \quad (3.22)$$

$$\frac{N_2(r, \phi, z)}{N_0} = \frac{W_a + R_{13}}{W_a + W_e + 1/\tau_2 + R_{13}} = x(r, \phi, z) \quad (3.23)$$

onde $N_0 \approx N_1 + N_2$ é o número total de átomos dopantes por unidade de volume (volume incremental).

Dada a estrutura cilíndrica da fibra, o sistema de referência de coordenadas será expresso em termos de (r, ϕ, z) , alinhado com o eixo da fibra, e com $z=0$ no ponto de inserção do bombeio na fibra.

Neste sistema de coordenadas, e lembrando que no comprimento de onda de bombeio a fibra pode ser multi-modo, as densidades normalizadas de energia dos modos de bombeio $p_n(r, \phi)$ e de sinal $s_0(r, \phi)$, são:

$$p_n(r, \phi) = r_n(r) \cos^2(n\phi) \quad (3.24)$$

$$s_0(r, \phi) = s_0(r) \quad (3.25)$$

onde [9]:

$$r_n(r) = \begin{cases} c_{uw} J_n^2(ur/a) & r \leq a \\ c_{uw} \left[\frac{J_n(u)}{K_n(w)} \right]^2 K_n^2(wr/a) & r > a \end{cases} \quad (3.26)$$

$$s_0(r) = \begin{cases} k_{uw} J_0^2(ur/a) & r \leq a \\ k_{uw} \left[\frac{J_0(u)}{K_0(w)} \right]^2 K_0^2(wr/a) & r > a \end{cases} \quad (3.27)$$

onde “n” é um inteiro que indica o número modal azimutal do bombeio, “a” é o raio da fibra e “u” e “w” são as constantes de propagação transversais normalizadas; $J_n(u)$ e $K_n(w)$ representam as funções de Bessel de primeira e segunda espécie de ordem “n”, respectivamente. Estas densidades de energia são normalizadas no sentido de que suas integrais de superfície, na seção transversal total da fibra (de $r=0$ até ∞), são unitárias, sendo as constantes c_{uw} e k_{uw} os coeficientes de normalização [m^{-2}]. As intensidades I_s e I_p [W/m^2] estão relacionadas às densidades por:

$$I_p(r, \phi, z) = P_p(0) p_n(r, \phi) p(z) \quad (3.28)$$

$$I_s(r, z) = P_s(0) s_0(r) s(z) \quad (3.29)$$

onde $P_p(0)$ e $P_s(0)$ são as potências de bombeio e de sinal no ponto $z=0$, respectivamente, expressas em [W]. As funções $p(z)$ e $s(z)$ descrevem a evolução das potências de bombeio e de sinal ao longo do comprimento da fibra, e são normalizadas tal que $p(0)=s(0)=1$.

Consideraremos, a seguir, apenas um modo de bombeio. Quando a intensidade de bombeio evoluciona ao longo da fibra, existem dois mecanismos que reduzem a quantidade de fótons de bombeio, a saber, as absorções GSA e ESA; assim a evolução de $I_p(r, \phi, z)$ pode ser descrita, para uma área incremental dS na seção transversal da fibra, como a taxa de variação de $I_p(r, \phi, z)$ ao longo da fibra:

$$\frac{dI_p}{dz} dS = -\underbrace{\sigma_p N_1 I_p}_{\text{Absorção GSA}} dS - \underbrace{\sigma'_p N_2 I_p}_{\text{Absorção ESA}} dS \quad (3.30)$$

$\underbrace{\hspace{10em}}$
 Absorção Absorção
 GSA ESA

Assim, na seção transversal completa, teremos:

$$\int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} \frac{dI_p}{dz} r dr d\phi = - \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} (\sigma_p N_1 + \sigma'_p N_2) I_p r dr d\phi \quad (3.31)$$

onde σ'_p é a seção transversal ESA de absorção do bombeio.

Similarmente, a evolução da intensidade do sinal $I_s(r, \phi, z)$ está governada pela emissão do nível 2 para 1 e pela absorção do nível 1 para 2, vide Fig.3.2; então, analogamente:

$$\int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} \frac{dI_s}{dz} r dr d\phi = \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} (\sigma_e N_2 - \sigma_a N_1) I_s r dr d\phi \quad (3.32)$$

Para achar o coeficiente de ganho na fibra, $g_0 = \ln[s(L)]$, onde L é o comprimento da fibra, as Eqs.(3.31) e (3.32) devem ser resolvidas numericamente.

3.7.4.1 -Análise para evolução do bombeio e do sinal.

A densidade de átomos de dopagem “ N_o ” pode ser uma função do raio da fibra “r”, $N_o(r) = N_o \text{ per}(r)$, onde $\text{per}(r)$ é a função perfil de dopagem do núcleo da fibra. Uma função possível é a do perfil- α , que é do tipo $(1-(r/a)^\alpha)$ onde o parâmetro α permite ajustar a forma do perfil de dopagem. Experimentalmente verifica-se que $\alpha \approx 3$ é uma boa escolha em muitos casos [10].

Da equação (3.23), temos:

$$x(r, \phi, z) = \frac{W_{p1}(r, \phi, z) + W_{SA}(r, \phi, z)}{W_{p1}(r, \phi, z) + W_{SE}(r, \phi, z) + W_{SA}(r, \phi, z) + 1/\tau_2} \quad (3.33)$$

onde os índices referem-se a:

pl=Absorção de bombeio

SA=Absorção estimulada

SE=Absorção espontânea.

Se tivermos apenas um modo de bombeio, usando (3.13) e (3.14) podemos escrever:

$$x(r, \phi, z) = \frac{\sigma_p \frac{I_p}{h\nu_p} + \sigma_a \frac{I_s}{h\nu_s} + \sigma_a \frac{1}{h\nu_s} (I_{ASE}^+ + I_{ASE}^-)}{\sigma_p \frac{I_p}{h\nu_p} + \frac{1}{\tau_2} + \sigma_e \frac{I_s}{h\nu_s} + \sigma_a \frac{I_s}{h\nu_s} + \frac{(\sigma_a + \sigma_e)}{h\nu_s} (I_{ASE}^+ + I_{ASE}^-)} \quad (3.34)$$

Usando (3.24) a (3.29) em (3.34), obtemos:

$$x(r, \phi, z) = \frac{\left(\frac{\sigma_p \tau_2 P_p(0)}{h\nu_p} \right) p(z) r_n(r) \cos^2(n\phi) + \left(\frac{\sigma_a \tau_2 P_s(0)}{h\nu_s} \right) s(z) s_o(r) + \left(\frac{\sigma_a \tau_2}{h\nu_s} \right) (I_{ASE}^+ + I_{ASE}^-)}{1 + \left(\frac{\sigma_p \tau_2 P_p(0)}{h\nu_p} \right) p(z) r_n(r) \cos^2(n\phi) + \left(\frac{(\sigma_a + \sigma_e) \tau_2 P_s(0)}{h\nu_s} \right) s(z) s_o(r) + \left(\frac{(\sigma_a + \sigma_e) \tau_2}{h\nu_s} \right) (I_{ASE}^+ + I_{ASE}^-)} \quad (3.35)$$

Definindo:

$$\beta = \frac{\sigma_p \tau_2 P_p(0)}{Ah\nu_p} \quad ; \quad \beta_e = \frac{\sigma_e \tau_2 P_s(0)}{Ah\nu_s} \quad ; \quad \beta_a = \frac{\sigma_a \tau_2 P_s(0)}{Ah\nu_s} \quad ; \quad I_{ASE} = I_{ASE}^+ + I_{ASE}^- \quad (3.36)$$

temos:

$$x(r, \phi, z) = \frac{A\beta p(z) r_n(r) \cos^2[n\phi] + A\beta_a s(z) s_o(r) + A \left(\frac{\sigma_a \tau_2}{Ah\nu_s} \right) I_{ASE}}{1 + A\beta p(z) r_n(r) \cos^2[n\phi] + A(\beta_a + \beta_e) s(z) s_o(r) + A \left(\frac{(\sigma_a + \sigma_e) \tau_2}{Ah\nu_s} \right) I_{ASE}} \quad (3.37)$$

3.7.4.1.1 -Bombeio

Consideraremos a integral do primeiro membro de (3.31), isto é:

$$\int_0^\infty \int_0^{2\pi} \frac{dI_p}{dz} r dr d\phi \quad (3.38)$$

Introduzindo (3.28) em (3.38), temos:

$$\int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} P_p(0) p_n(r, \phi) \frac{dp(z)}{dz} r dr d\phi = P_p(0) \frac{dp(z)}{dz} \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} p_n(r, \phi) r dr d\phi \quad (3.39)$$

Mas a densidade de bombeio $p_n(r, \phi)$ é definida como normalizada a “um”, sobre a seção transversal da fibra, ou seja:

$$\int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} p_n(r, \phi) r dr d\phi = 1 \quad (3.40)$$

Portanto, usando (3.40) em (3.39), tem-se:

$$\int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} \frac{dI_p}{dz} r dr d\phi = P_p(0) \frac{dp(z)}{dz} \quad (3.41)$$

Logo:

$$\frac{dp(z)}{dz} = \frac{1}{P_p(0)} \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} \frac{dI_p}{dz} r dr d\phi \quad (3.42)$$

e, usando (3.31) em (3.42), temos:

$$\frac{dp(z)}{dz} = -\frac{1}{P_p(0)} \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} (\sigma_p N_1 + \sigma'_p N_2) I_p r dr d\phi \quad (3.43)$$

Introduzindo (3.22), (3.23) e (3.28) em (3.43), temos:

$$\frac{dp(z)}{dz} = -\int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} N_0(r) \sigma_p \left[(1 - x(r, \phi, z)) + \frac{\sigma'_p}{\sigma_p} x(r, \phi, z) \right] p_n(r, \phi) p(z) r dr d\phi \quad (3.44)$$

Considerando a equação diferencial para o *bombeio normalizado* $p(z)$, dada por (3.44), e incluindo a perda intrínseca do material hospedeiro, $\alpha_p(\lambda_p)$, no comprimento de onda de bombeio, temos:

$$\frac{dp^{LP}(z)}{dz} = \left(-\alpha_p(\lambda_p) + g_p^{LP}(z)\right)p(z) \quad (3.45)$$

onde :

$$g_p^{LP}(z) = -D \int_0^{\rho} \int_0^{2\pi} p_n(r) \left[\sigma_p N_2 + \sigma_p N_1\right] r dr d\phi \quad (3.46)$$

Deve-se usar $D=1$ para bombeio co-propagante com o sinal e $D=-1$ para bombeio contra-propagante com o sinal.

Para apenas um modo de bombeio, n , podemos integrar (3.46) em ϕ , usando (3.24) obtendo assim, uma função $\Phi=\Phi_n(r,z)$:

$$\begin{aligned} \Phi_n(r,z) &= \int_0^{2\pi} r_n(r) \cos^2[n\phi] \left(\sigma_p' N_0 x + \sigma_p N_0 (1-x)\right) d\phi = r_n(r) \int_0^{2\pi} \cos^2[n\phi] \left(\sigma_p N_0 + (\sigma_p' - \sigma_p) N_0 x\right) d\phi \\ &= \pi N_0 \sigma_p r_n(r) + N_0 (\sigma_p' - \sigma_p) r_n(r) \int_0^{2\pi} \cos^2[n\phi] x(r,\phi,z) d\phi \end{aligned} \quad (3.47)$$

Portanto, combinando (3.47) com (3.46), obtém-se:

$$g_p^{LP}(z) = g_p(z) = -D \int_0^{\rho} \Phi_n(r,z) r dr \quad (3.48)$$

e (3.45) fica na forma:

$$\frac{dp(z)}{dz} = \left(-\alpha_p(\lambda_p) + g_p(z)\right)p(z) \quad (3.49)$$

3.7.4.1.2 -Sinal

Usando um procedimento análogo ao usado para a evolução do bombeio, teremos que, usando (3.32) e incluindo também a atenuação intrínseca do material hospedeiro, $\alpha_s(\lambda_s)$, temos, para o sinal no modo LP_{01} :

$$\frac{ds(z)}{dz} = \left(-\alpha_s(\lambda_s) + g_s^{01}(z)\right)s(z) \quad (3.50)$$

onde:

$$g_s^{01}(z) = a(z) - b(z) \quad (3.51)$$

e:

$$a(z) = \sigma_e \int_0^a \int_0^{2\pi} s_0(r) N_0(r) x(r, \phi, z) r dr d\phi \quad (3.52)$$

$$b(z) = \sigma_a \int_0^a \int_0^{2\pi} s_0(r) N_0(r) (1 - x(r, \phi, z)) r dr d\phi \quad (3.53)$$

Para $b(z)$, podemos escrever:

$$b(z) = 2\pi N_0 \sigma_a \int_0^a \text{per}(r) s_0(r) r dr - N_0 \sigma_a \int_0^a \int_0^{2\pi} \text{per}(r) s_0(r) x r dr d\phi \quad (3.54)$$

Logo, lembrando a expressão de $a(z)$, em (3.52), podemos escrever:

$$b(z) = \alpha_a \eta_s - \frac{\alpha_a}{\alpha_e} a(z) \quad (3.55)$$

onde:

$$\alpha_a = N_0 \sigma_a \quad (3.56)$$

$$\alpha_e = N_0 \sigma_e \quad (3.57)$$

$$\eta_s = 2\pi \int_0^a \text{per}(r) s_0(r) r dr \quad (3.58)$$

Assim:

$$g_s^{01}(z) = a(z) \left(1 + \frac{\alpha_a}{\alpha_e} \right) - \alpha_a \eta_s \quad (3.59)$$

3.7.4.1.3 - ASE

Usando o método da *faixa equivalente* de emissão espontânea e considerando que esta se propagará no modo LP₀₁, a evolução da ASE (“+” para co-propagante e “-” para contra-propagante), incluindo a perda intrínseca, $\alpha_s(\lambda)$, é dada por [11]:

$$\frac{d p_{ASE}^{\pm}(z)}{dz} = \pm \left(-\alpha_s(\lambda) + g_s^{01}(z) \right) p_{ASE}^{\pm}(z) \pm B h \nu_s a(z) \quad (3.60)$$

onde a faixa equivalente de emissão espontânea B é dada por:

$$B = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \sigma_e(\nu) d\nu}{\sigma_e(\nu_s)} \quad (3.61)$$

e $\sigma_e(\nu_s)$ é o valor de pico do espectro fluorescente, $\sigma_e(\nu)$, encontrado experimentalmente.

Para considerar o efeito da ASE, no espectro de frequência da janela óptica considerada, iremos generalizar o método da faixa equivalente de emissão espontânea através de um produto constante (=faixa × seção transversal de emissão) que é característico para cada fibra. Assim, definimos a faixa equivalente generalizada de emissão espontânea B(ν) pela expressão:

$$B(\nu) \sigma_e(\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} \sigma_e(\nu) d\nu \quad (3.62)$$

A Eq.(3.62) será usada nas expressões para determinar numericamente a evolução do sinal, bombeio e da ASE.

3.7.5 -Material de Quatro Níveis.

A Fig.3.3 mostra o diagrama simplificado, de níveis de energia, para um laser de quatro níveis. A energia de bombeamento excita os elétrons do nível fundamental, através da absorção dos fótons de bombeio, para a faixa de bombeio representada, no esquema, pelo nível 3. Este nível tem um tempo de vida τ_3 muito pequeno, e os elétrons excitados caem rapidamente ao nível superior de laser, nível 2. A emissão espontânea e estimulada de fótons acontece quando os elétrons relaxam do nível 2 para o nível inferior de laser, nível 1.

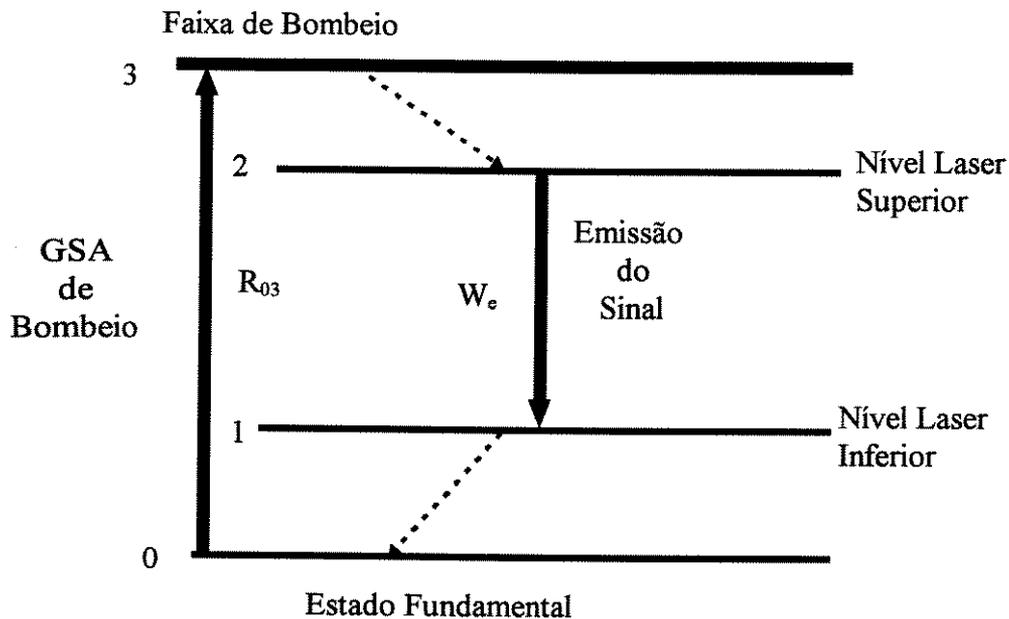


Fig. 3.3- Esquema simplificado dos níveis de energia de um laser de quatro níveis.

A partir do nível 1, os elétrons relaxam muito rapidamente ao nível do estado fundamental, nível 0.

Em alguns materiais e em comprimentos de onda específicos, tal como a transição $4F_{3/2} \rightarrow 4I_{13/2}$ no Nd^{3+} em sílica e em $\lambda=1,3 \mu m$, existe, também, absorção ESA do nível 2 para alguns dos níveis superiores, que pode representar um mecanismo importante de perdas; sendo este efeito pouco freqüente, não será considerado neste modelo.

Como já mencionado, o laser de quatro níveis apresenta várias vantagens com respeito do laser de três níveis. O nível laser superior (nível 2) é um estado metaestável, i.e., tem um tempo de vida τ_2 muito longo, enquanto que os tempos de vida dos outros níveis são muito curtos. Portanto, no estado estacionário, o nível laser inferior (nível 1) é virtualmente vazio, e, conseqüentemente, com uma pequena potência de bombeio, pode-se obter uma inversão positiva de população e ganho no material [12].

Por outro lado, não existe absorção GSA devido ao sinal ($\sigma_a=0$) e, portanto, não existe perdas na inversão de população através da absorção do sinal útil. E, finalmente, a

absorção de bombeio ESA é desprezível para uma grande variedade de transições de quatro níveis em terras raras.

As expressões obtidas na análise exata do material de três níveis são gerais e podem ser aplicadas, para o caso do laser de quatro níveis, ajustando alguns parâmetros daquele modelo. Como, no presente caso, não existe absorção GSA do sinal, $\sigma_a=0$, nem absorção ESA, $\sigma'_p=0$. Conseqüentemente, as soluções gerais para a evolução do bombeio, Eq(3.49), e do sinal, Eq(3.50), são válidas desde que usemos as mencionadas condições.

3.8 -Ruído

3.8.1 -Introdução

A luz gerada no processo de emissão espontânea, que é independente do sinal de entrada à fibra dopada, representa a fonte fundamental de ruído no processo de amplificação numa fibra ativa.

Diferentemente do sinal que tem uma frequência, direção de propagação e polarização específicas, o ruído de emissão espontânea é de faixa larga, multidirecional e sem polarização definida. Como conseqüência, é possível filtrar parte do ruído usando, na saída da fibra ativa, um filtro óptico passa-faixa estreito, um polarizador ou uma combinação desses elementos.

A densidade de probabilidade de emissão espontânea de um fóton em qualquer frequência é $p_{SP}=1/\tau_{SP}$, onde τ_{SP} é o tempo de vida dos átomos no nível metaestável; se N_2 é a densidade de população desse nível, a densidade média de fótons, espontaneamente emitidos, é $N_2 p_{SP}(\nu)$.

Devido ao processo de amplificação ao longo da fibra ativa, o ruído de emissão espontânea é amplificado pelo meio; assim, o ruído gerado perto da porta de entrada da fibra ativa, é mais significativo e contribui mais fortemente na saída do que o ruído gerado perto da porta de saída.

Os fótons gerados pelo processo de emissão espontânea obedecem à estatística de Bose-Einstein, que é consideravelmente mais ruidosa que a estatística de Poisson. A estatística dos fótons, incluindo as contribuições do sinal e da emissão espontânea, obedecem uma lei de probabilidade que se situa entre estas duas leis [13].

3.8.2 -Figura de Ruído.

A figura de ruído está estreitamente relacionada com a intensidade espectral da ASE⁺ e com o ganho do trecho de fibra ativa. A figura de ruído, F, pode ser expressa por:

$$F = \frac{RSR_{\text{entrada}}}{RSR_{\text{saída}}} \quad (3.63)$$

onde RSR é a **Relação Sinal-Ruído**.

O significado de (3.63) pode ser entendido a partir do fato de que, à medida que o sinal propaga-se ao longo da fibra ativa, a relação sinal-ruído (RSR) sofre uma deterioração devido à natureza aleatória da interação entre os fótons e os átomos de dopante.

Considera-se que a variância, V_s , da potência do sinal pode ser calculada resolvendo [10]:

$$\frac{dV_s}{dz} = 2[a(v, z) - b(v, z)]V_s(z) + [a(v, z) + b(v, z)]P_s(z) \quad (3.64)$$

onde P_s é a potência do sinal, obtida como solução de (3.50), e a e b são definidos em (3.52) e (3.54), respectivamente.

Definindo a figura de ruído, tomando como referência o caso ideal de um sinal coerente de entrada ($V_s(0)=P_s(0)$), e considerando que o comprimento do amplificador é L , podemos escrever para F :

$$F = \frac{(P_s(0))^2/V_s(0)}{(P_s(L))^2/V_s(L)} = P_s(0) \frac{V_s(L)}{(P_s(L))^2} \quad (3.65)$$

Usando (3.50), (3.64) e (3.65), F pode ser calculada por:

$$F = \int_0^L \frac{a(v_s, z) + b(v_s, z)}{G(z)} dz + 1 \quad (3.66)$$

onde $G(z)$ é o ganho ao longo da fibra ativa.

A expressão (3.66) pode ser re-escrita como:

$$\frac{d(F-1)}{dz} = \frac{a(v_s, z) + b(v_s, z)}{G(z)} \quad (3.67)$$

Usando (3.55), a expressão (3.67) pode ser expressa na forma:

$$\frac{d(F-1)}{dz} = \frac{a(v_s, z) \left(1 - \frac{\alpha_a}{\alpha_c} \right) + \alpha_a \eta_s}{G(z)} \quad (3.68)$$

De (3.68) observamos que a quantidade (F-1), que é um *excesso de ruído*, será menor, se no início da fibra ativa o ganho possui uma taxa de crescimento alta. Esta equação pode ser resolvida numericamente, considerando que o excesso de ruído no início da trajetória ($z=0$) é zero.

3.9 -Método de Cálculo Numérico

Considerando que as funções que representam o ganho e a absorção de bombeio sejam bem comportadas ao longo da fibra, podemos dizer que, num trecho de fibra de comprimento Δz pequeno, os termos $a(z)$, $b(z)$, $g_s^{01}(z)$ e $g_p(z)$ são, aproximadamente, constantes no intervalo $[z, z+\Delta z]$. Na Fig.3.4 podemos observar o “i-ésimo+1” trecho de fibra, onde estas quantidades serão consideradas constantes. Os sinais de saída do trecho são calculados resolvendo as respectivas equações diferenciais; estes sinais de saída serão os sinais de entrada para o próximo trecho de fibra, e assim sucessivamente até o final da fibra.

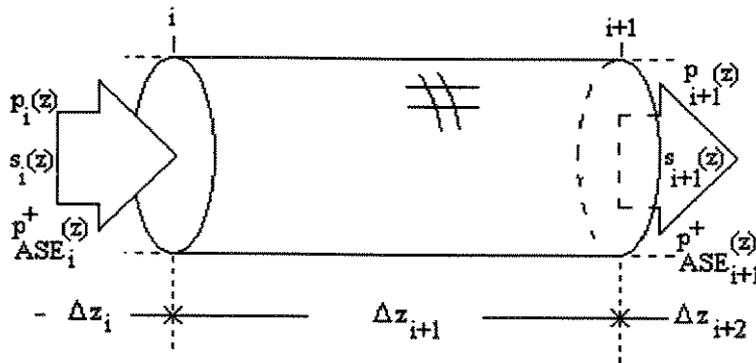


Fig.3.4- Trecho de fibra de comprimento Δz .

Assim, dividindo o comprimento da fibra, L , em um número inteiro N , teremos $\Delta z = L/N$; para cada Δz calculamos as funções aproximadas $a(z)$, $b(z)$, g_s^{01} , g_p e resolvemos as respectivas equações diferenciais no intervalo correspondente, onde as condições de contorno serão os valores dos sinais no final do intervalo anterior.

Assim, as condições de contorno iniciais ($z=0$) serão:

$$\left. \begin{aligned} p(0) = 1 & , & s(0) = 1 \\ p_{ASE}^+ = 0 & , & p_{ASE}^- = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.69)$$

e os dados de entrada dos sinais serão:

$P_p(0)$ =Potência de Bombeio [mW] (Modo de Bombeio LP_{01})

$P_s(0)$ =Potência do Sinal na entrada [mW] (Modo LP_{01}).

O procedimento requer calcular B, de (3.62), para a fibra selecionada e resolver, para cada comprimento de onda envolvido (sinais e bombeios), o sistema de equações formado por (3.26), com $u^2+w^2=V^2$, onde V é a frequência normalizada da fibra. Para a primeira integração, ao longo do intervalo $[0, \Delta z]$, usamos as condições de contorno indicadas em (3.69). Com estas calculamos “a”, “b” e “ g_p ” e determinamos “ g_s^{01} ”; neste ponto, usamos as equações diferenciais (3.49), (3.50) e (3.60) para calcular, no intervalo $[0, \Delta z]$, as evoluções de $p(z)$, $s(z)$ e p_{ASE}^+ , respectivamente, como funções de z.

Usando os valores de “a”, “b” e “ g_p ” em cada intervalo, temos uma coleção de pontos que permitem obter as funções aproximadas $a(z)$, $b(z)$ e $g_p(z)$ entre 0 e L. A Fig.3.5 mostra uma possível evolução para $p(z)$, $s(z)$ e $p_{ASE}^+(z)$ na primeira propagação ao longo do primeiro intervalo Δz .

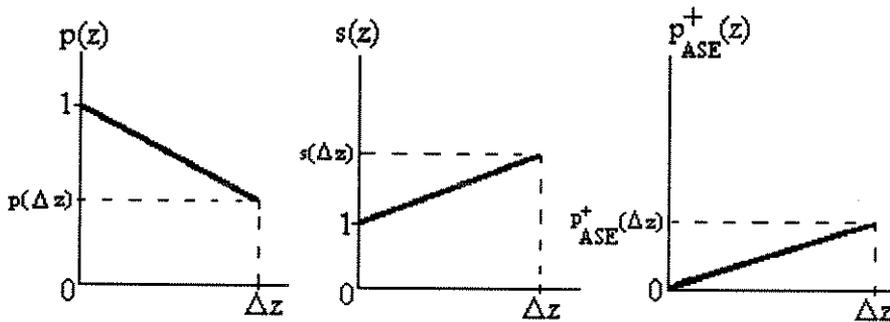


Fig.3.5- Evoluções para $p(z)$, $s(z)$ e $p_{ASE}^+(z)$ no primeiro intervalo Δz .

Com as funções $a(z)$ e $g_s^{01}(z)$ obtidas, resolvemos a equação diferencial (3.60) para $p_{ASE}^-(z)$ usando como condição de contorno $p_{ASE}^-(L)=0$.

Usando, agora, a solução para $p_{ASE}^-(z)$, fazemos outra integração para frente, para atualizar os valores de todas as variáveis, exceto $p_{ASE}^-(z)$. Feito isto, o processo é repetido até que o ganho ou o sinal fique estável dentro de um erro aceitável. Na prática, 10 iterações

foram suficientes para atingir uma diferença entre o ganho na iteração “i” e a “i+1”, da ordem de 10^{-8} dB. O método é convergente e particularmente útil na região de comprimentos de fibra entre 0 e L_{MAX} (comprimento para máximo ganho); além desta região, haverá um acoplamento forte entre as variáveis, e o método pode tornar-se ineficiente.

3.9.1-Validade do modelo.

Para testar a validade do modelo e do método numérico usados, vamos comparar os resultados numéricos, aqui obtidos, com medidas feitas sobre uma fibra real, em condições de laboratório. Para este propósito, obtivemos as medidas realizadas [10] sobre uma fibra dopada com érbio que tem as características mostradas na Tabela 3.1.

Tabela 3.1- Características da Fibra Medida.

Parâmetro	Valor
Raio da Fibra, a [μm]	2,7
Abertura numérica, AN	0,1361
Comprimento de onda do sinal, λ_s [μm]	1,530
$\sigma_{s,e} \times 10^{-21}$ [cm^2]	5,75
$\sigma_{s,a} \times 10^{-21}$ [cm^2]	5,75
Comprimento de onda do bombeio, λ_p [μm]	0,654
$\sigma_{p,e} \times 10^{-21}$ [cm^2]	0,0
$\sigma_{p,a} \times 10^{-21}$ [cm^2]	3,7
Tempo de Vida, τ_2 [ms]	10,6
Densidade de Dopagem $\times 10^{18}$ [cm^{-3}]	2,1

O perfil de dopagem da fibra utilizada é do tipo- α ,

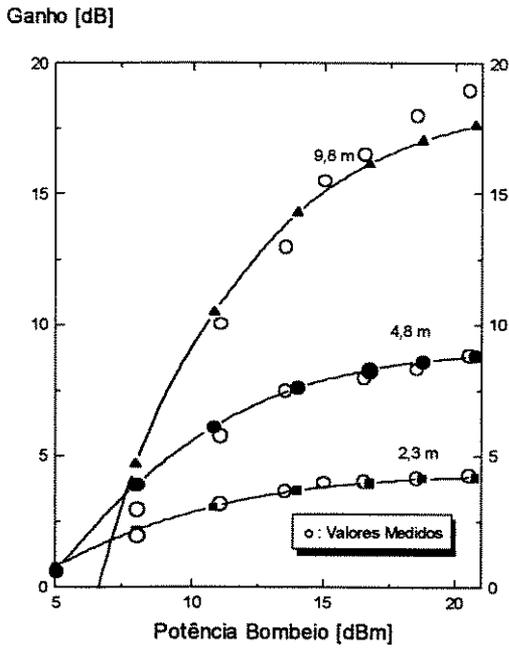
$$\text{per}(r) = N_0 \left(1 - \left(\frac{r}{a} \right)^\alpha \right) \quad (3.70)$$

onde $\alpha=3$, e “a” é o raio da fibra; esta função foi incorporada nos programas de cálculo numérico desenvolvidos. Utilizando os comprimentos de fibra mencionados na Ref. [6] e que fossem menores ou iguais ao comprimento para máximo ganho (para aplicar nosso método dentro de sua faixa de maior precisão), obtemos os resultados mostrados na Fig.3.6.

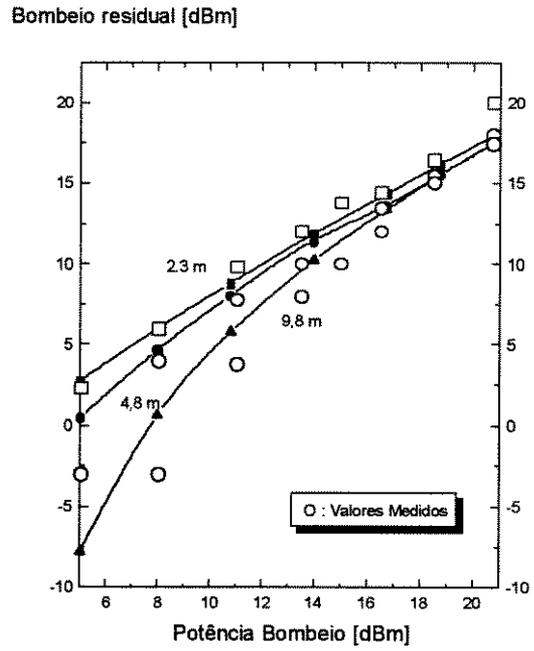
A Fig.3.6(a), em linha contínua e símbolos, mostra o ganho para o sinal, em dB, e a Fig.3.6(b) mostra a potência residual de bombeio (na saída da fibra), em dBm, comparados com as medidas, indicadas com círculos vazios. Podemos observar que a predição numérica do modelo e do algoritmo é muito boa.

As Figs.3.6(c) e (d) mostram as potências de ASE “+” e “-”, respectivamente, comparadas com um conjunto de pontos medidos na fibra. Também, neste caso, os resultados do cálculo numérico são muito bons.

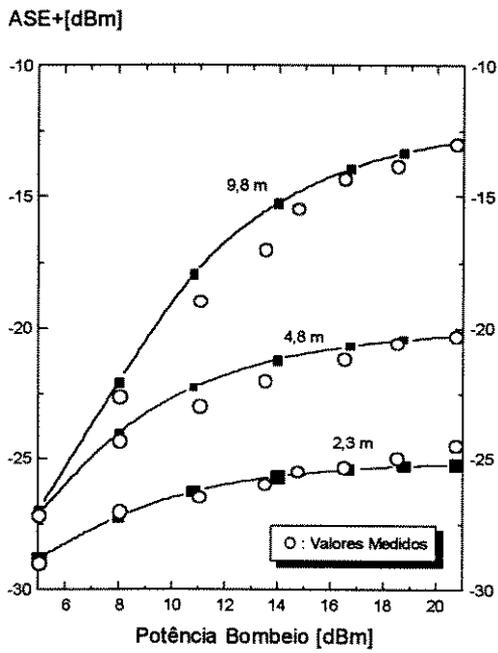
Verificamos, nestas figuras, que para comprimentos de fibra que estão além do comprimento para ganho máximo, o resultado numérico difere ligeiramente das medidas. Isto ocorre devido ao grande acoplamento entre as variáveis envolvidas, depois de se ter atingido o máximo ganho, o que não é levado em conta no método desenvolvido. Porém, para comprimentos de fibra menores ou iguais a $L(G_{\text{máximo}})$ o resultado obtido é muito bom. Isto permite usar os programas desenvolvidos como uma ferramenta confiável nestes casos, já que, na prática, os amplificadores e laser a fibra dopada trabalham com comprimentos de fibra iguais ou menores que o comprimento para máximo ganho; isto é particularmente verdade para amplificadores ópticos usados em aplicações de baixo ruído, onde é normal trabalhar com um comprimento de fibra 40% a 50% mais curto que $L(G_{\text{máximo}})$, para haver otimização com respeito à *figura de ruído*.



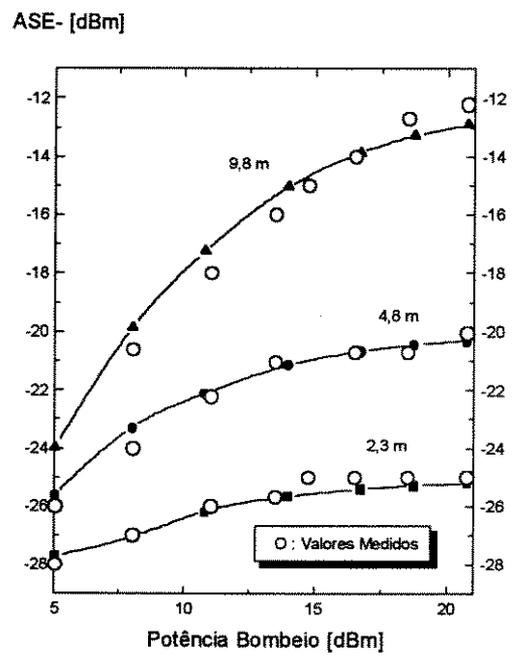
(a)



(b)



(c)



(d)

Fig.3.6- Comparação entre medidas (círculos vazios) e os resultados numéricos, para vários comprimentos de fibra.

3.10-Resultados

A seguir, apresentamos um conjunto de resultados que, aplicando o modelo e o programa, permitem simular algumas situações interessantes do ponto de vista do projeto de amplificadores ópticos a fibra dopada. Em primeiro lugar, apresentamos alguns critérios para a operação de baixo ruído do amplificador, e introduzimos um fator de mérito que pode ser usado como um parâmetro, dentro dos vários a serem considerados num projeto deste tipo. Nesta seção incluiremos a influência, tanto do tipo de perfil de dopagem como da configuração de bombeio.

E, finalmente, apresentaremos a simulação espectral do amplificador a fibra dopada, onde mostraremos alguns resultados, para dois esquemas de bombeio.

3.10.1-Critério para operação de baixo ruído

Visando obter um critério para o projeto de amplificadores ópticos de baixo ruído, examinaremos as relações que podem ser obtidas, numa fibra dada, entre o ganho do sinal e figura de ruído.

O método descrito será usado para um grupo de fibras ópticas encontradas na literatura, cujas características são mostradas na Tabela 3.2.

Tabela 3.2 -PARÂMETROS DAS FIBRAS USADAS.

Parâmetro	F#1	F#2	F#3	F#4	F#5	F#6	F#7	F#8
Raio a [μm]	2,5	2,5	2,5	1,4	1,4	2,1	2,0	1,5
AN	0,20	0,18	0,18	0,26	0,26	0,18	0,18	0,2
λ_s [μm]	1,55	1,53	1,535	1,55	1,55	1,55	1,531	1,532
$\sigma_{s,e}$ [cm^2]	$7,5 \times 10^{-21}$	$7,5 \times 10^{-21}$	7×10^{-21}	3×10^{-21}	$3,1 \times 10^{-21}$	$4,5 \times 10^{-21}$	$4,8 \times 10^{-21}$	$5,2 \times 10^{-21}$
$\sigma_{s,a}$ [cm^2]	$7,5 \times 10^{-21}$	$7,5 \times 10^{-21}$	7×10^{-21}	2×10^{-21}	2×10^{-21}	$2,5 \times 10^{-21}$	$3,26 \times 10^{-21}$	$5,5 \times 10^{-21}$
λ_p [μm]	0,98	1,49	0,806	0,98	0,98	1,48	1,48	0,98
σ_{ESA} [cm^2]	0	0	$1,36 \times 10^{-21}$	0	0	0	$0,6 \times 10^{-21}$	0
$\sigma_{p,a}$ [cm^2]	$1,75 \times 10^{-21}$	$2,11 \times 10^{-21}$	$0,68 \times 10^{-21}$	2×10^{-21}	2×10^{-21}	$0,7 \times 10^{-21}$	2×10^{-21}	$2,1 \times 10^{-21}$
τ_2 [ms]	12	14	10,6	10	10	12,1	10	10,5
N_0 [cm^{-3}]	$5,1 \times 10^{+18}$	$1,8 \times 10^{+18}$	$1,8 \times 10^{+18}$	$1,5 \times 10^{+18}$	$1,5 \times 10^{+18}$	$7,16 \times 10^{+18}$	$1,5 \times 10^{+18}$	$1,0 \times 10^{+18}$

Um parâmetro que pode ser examinado, neste sentido, é a *Medida de ruído*, M , utilizada em microondas como um parâmetro de seleção para o cascadeamento ótimo de quadripolos. “ M ” é definida por:

$$M = \frac{F-1}{1-1/G} \quad (3.71)$$

Outra alternativa para o estudo é usar a *sensibilidade* de alguma variável com respeito a outra; por exemplo, definimos a *Sensibilidade Normalizada* do ganho, com respeito ao comprimento da fibra L, como sendo:

$$S_L^G = \frac{L}{G} \frac{dG}{dL} \quad (3.72)$$

Uma terceira opção seria o estudo da relação que existe entre ganho e figura de ruído através dos resultados numéricos e aplicar o conceito de sensibilidade. É importante definir aqui que um critério único é difícil de se estabelecer sem fixar, primeiramente, alguns parâmetros prévios, tais como quanto ganho pode ser sacrificado numa dada aplicação, ou qual é a máxima figura de ruído aceitável.

Para este estudo usaremos a fibra #3, com uma potência de bombeio de 100 mW e sinal de entrada de 10 μ W. A Fig.3.7 mostra o comportamento do ganho, figura de ruído e medida de ruído de 10 trechos de fibra distintos (5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 e 14 metros) calculados separadamente e integrados neste gráfico, para dar uma idéia mais completa do desempenho geral.

Observamos, desta figura, que a *medida de ruído* não entrega uma informação adequada para ser usada como critério de projeto, já que ela, neste caso, é uma função monotonicamente crescente com o comprimento da fibra. A informação que podemos obter deste gráfico, é que menores trechos de fibra permitem obter menores figuras de ruído, associadas a um decréscimo do ganho.

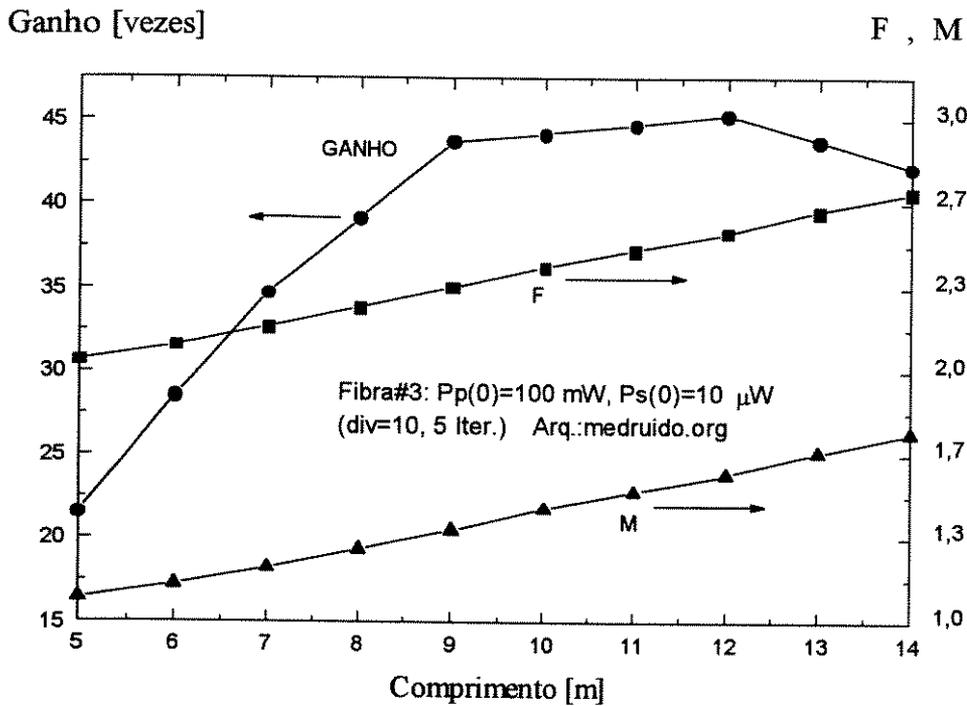


Fig.3.7- Comportamento do ganho, figura de ruído e medida de ruído em 10 fibras ativas de vários comprimentos.

A Fig.3.8 mostra um gráfico das sensibilidades normalizadas do ganho, figura de ruído e medida de ruído com respeito ao comprimento da fibra. Incluiu-se, também, a sensibilidade conjunta do ganho e figura de ruído com respeito ao comprimento da fibra ativa.

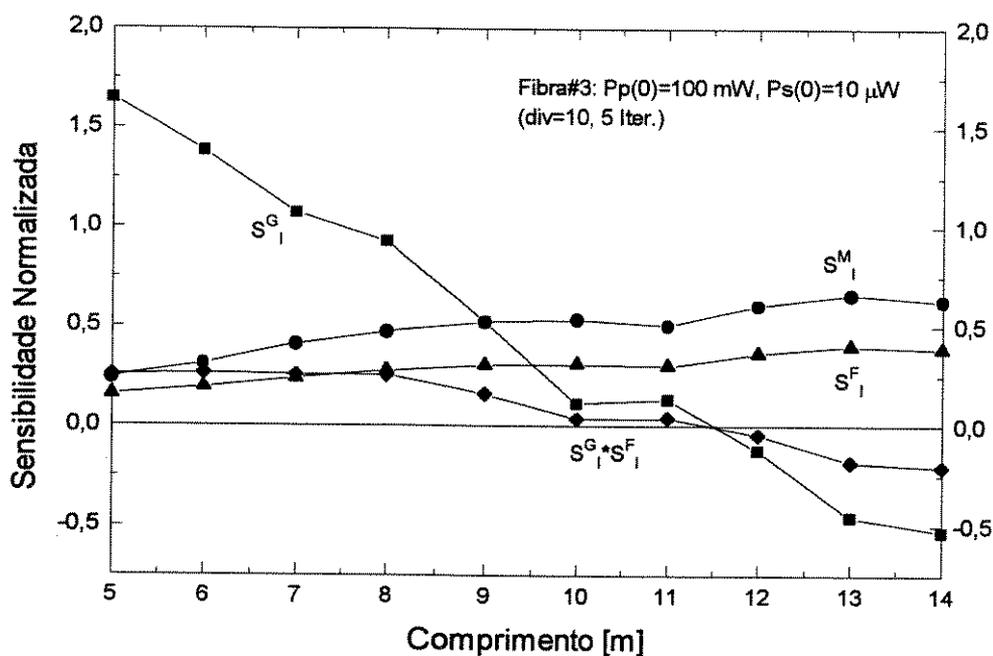


Fig.3.8- Sensibilidades normalizadas do ganho, figura de ruído e medida de ruído com respeito ao comprimento da fibra.

Da Fig.3.8 observamos que estas quantidades também não entregam informação que possa ser usada, diretamente, como um bom critério de projeto.

A Fig.3.9 mostra a relação que pode ser formada, com os resultados numéricos já apresentados, entre a figura de ruído e o ganho, tendo como parâmetros os comprimentos de fibra ativa.

Esta relação gráfica permite visualizar diretamente a forma de selecionar um determinado comprimento que satisfaça os requerimentos de ruído e ganho de um projeto, a partir de suas especificações prévias. Notar, também, que em geral teremos dois comprimentos de fibra que fornecerão o mesmo ganho; neste caso, é sempre mais adequado selecionar o comprimento de fibra menor, já que, nesta situação, haverá uma menor figura de ruído associada.

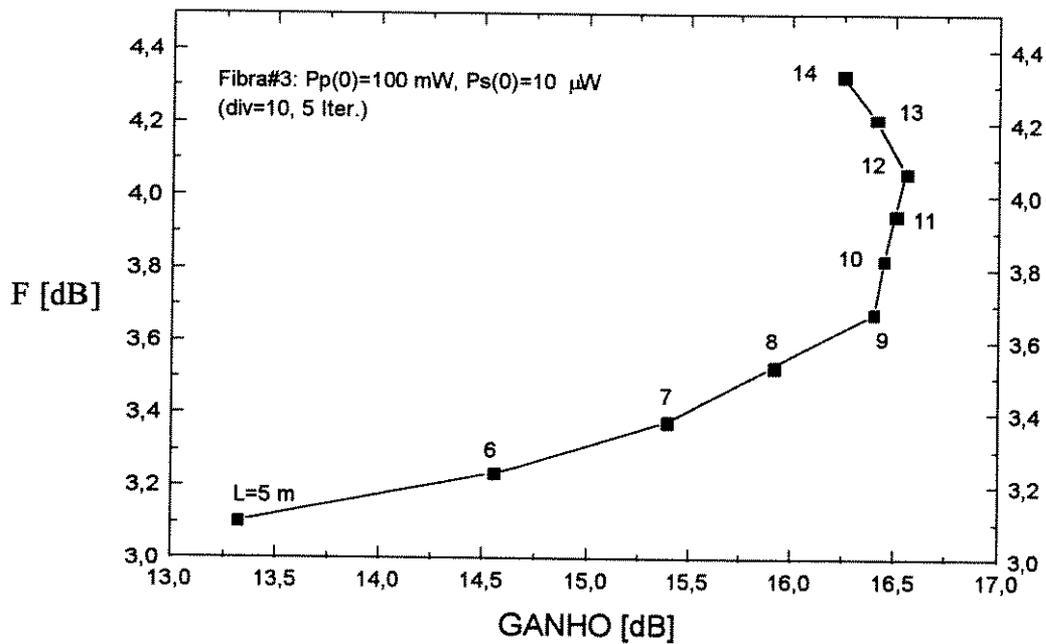


Fig.3.9- Relação entre figura de ruído e ganho.

Para estabelecer um critério que permita a seleção de um comprimento otimizado com respeito a ganho e figura de ruído, vamos definir um *Fator de Mérito, FM*, dado por:

$$FM = \frac{F - 1}{G} \quad (3.73)$$

Uma vez satisfeitos os requerimentos de ganho mínimo e figura de ruído máxima aceitáveis, podemos agora selecionar um comprimento de fibra ativa que minimize este parâmetro.

A Fig.3.10 mostra o fator de mérito, FM, em função do comprimento da fibra, para três diferentes valores da densidade de dopagem N_0 . Vemos, neste caso, que existe um valor bem definido de comprimento de fibra que minimiza FM, para cada nível de dopagem. Observe que o aumento de dopagem resulta em um menor comprimento de fibra otimizado, segundo este critério.

Fator Mérito=(F-1)/G

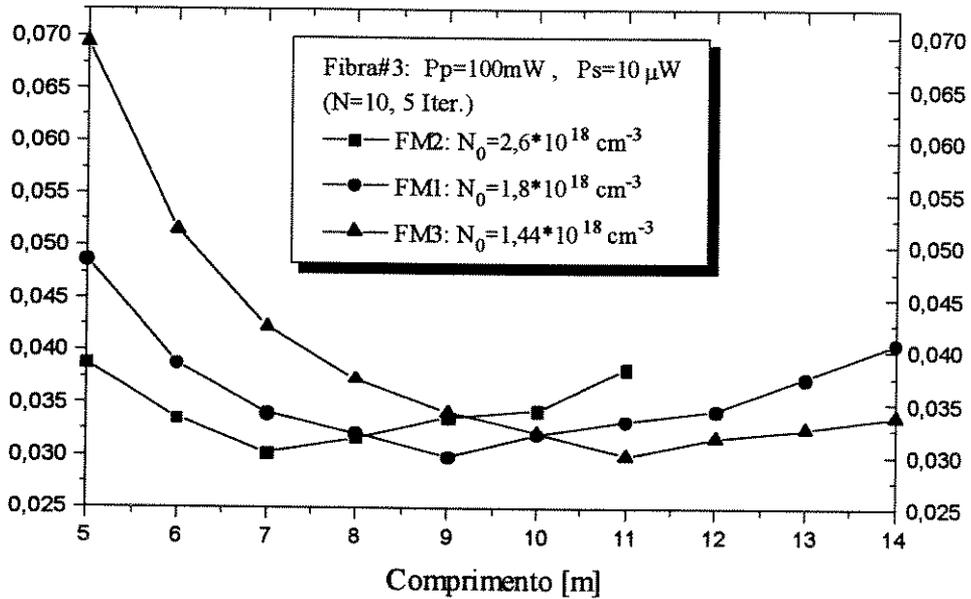


Fig.3.10- Fator de Mérito em função do comprimento de fibra para três valores da densidade de dopagem.

3.10.2-Influência do perfil de dopagem

Vamos usar nosso programa para estudar a influência do perfil de dopagem, sempre usando o tipo- α , no desempenho da fibra ativa. A Fig.3.11 mostra a função “per”, definida anteriormente, em termos do raio normalizado (r/a) para vários valores de α . Observamos que o valor $\alpha=100$ representa praticamente um perfil do tipo degrau, enquanto o valor $\alpha=1$ corresponde a um perfil do tipo triangular.

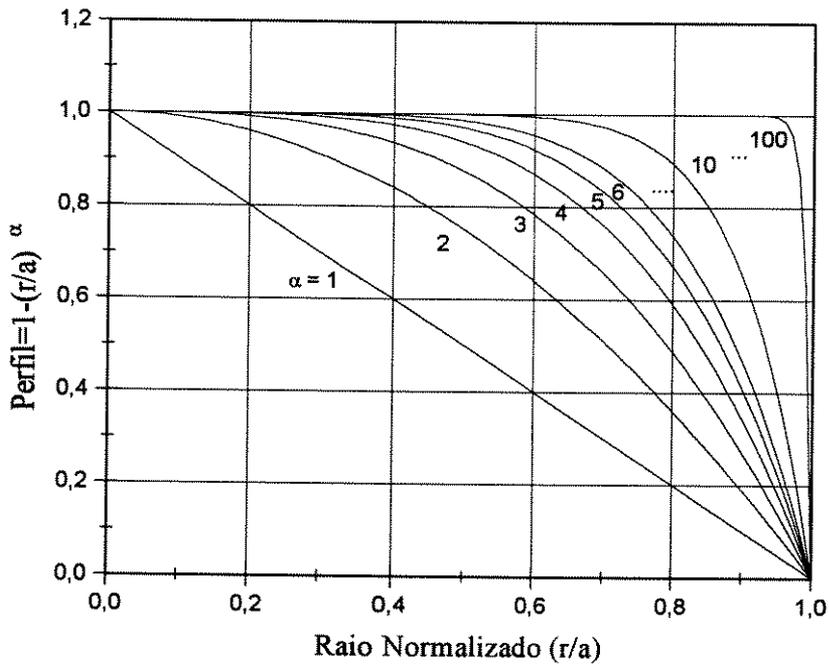


Fig.3.11- Função perfil em termos do raio normalizado, para vários valores de α .

Para verificar a influência do perfil no desempenho de um trecho de fibra ativa, vamos utilizar a fibra #1, da Tabela 3.2, porém utilizando três valores de α (3 , 6 e 100, este representando um perfil de dopagem degrau) para obter elementos de comparação. Todos os casos terão a mesma potência de bombeio, de 20 mW, e de sinal, de 1 μ W.

A Fig.3.12 mostra o caso onde $\alpha=3$, para uma densidade de átomos de Er de $N_0=5,1 \times 10^{+18} \text{ cm}^{-3}$, enquanto a Fig.3.13 mostra o caso para $N_0=6,12 \times 10^{+18} \text{ cm}^{-3}$.

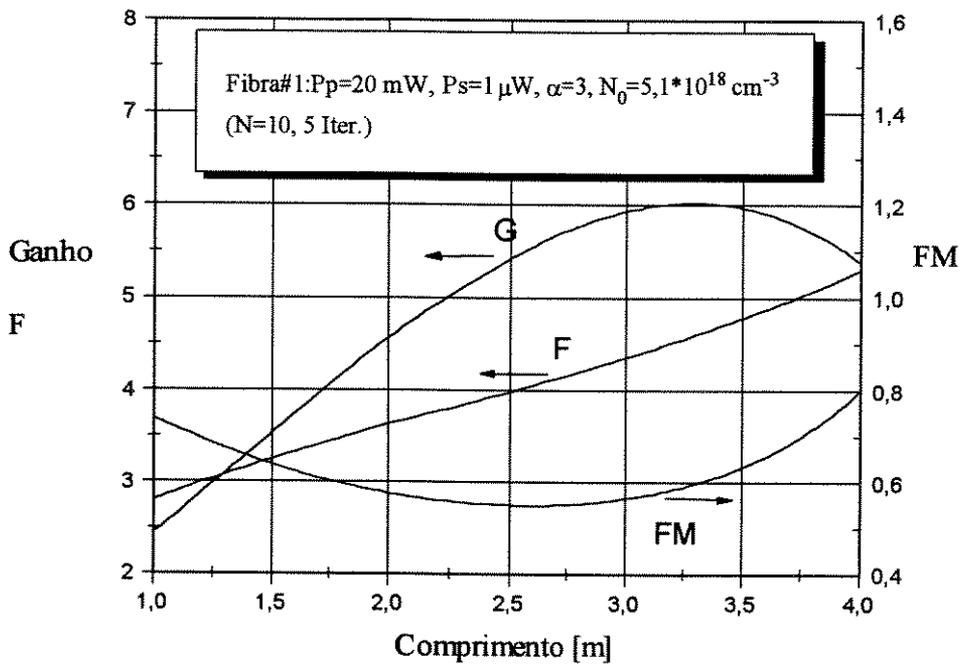


Fig.3.12- Desempenho de 4 m de Fibra #1, com $P_p=20\text{mW}$, $P_s=1\mu\text{W}$, $\alpha=3$ e $N_0=5,1 \times 10^{+18} \text{ cm}^{-3}$.

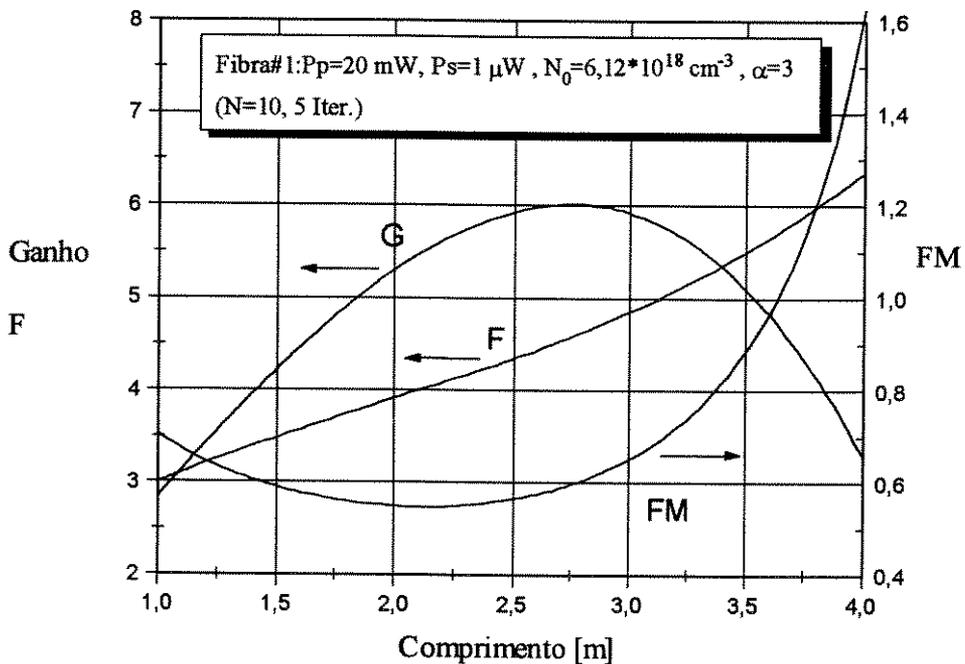


Fig.3.13- Desempenho para Fibra #1, da Fig.3.12, porém com $N_0=6,12 \times 10^{+18} \text{ cm}^{-3}$.

Vemos, destas figuras, que o ganho máximo é praticamente o mesmo, porém acontece um deslocamento na ocorrência do valor máximo do ganho, sendo que a fibra com maior dopagem atinge o máximo ganho para um comprimento menor de fibra, como esperado. A figura de ruído também é afetada de forma semelhante, sendo que a fibra mais dopada é mais ruidosa para um mesmo comprimento. O fator de mérito, FM, é coerente com estes fatos apresentando um deslocamento de seu mínimo para baixo, no caso de maior dopagem.

Ao aumentar o valor de α para 6, na mesma fibra #1, com $N_0=5,1 \times 10^{+18} \text{ cm}^{-3}$, obtemos a Fig.3.14.

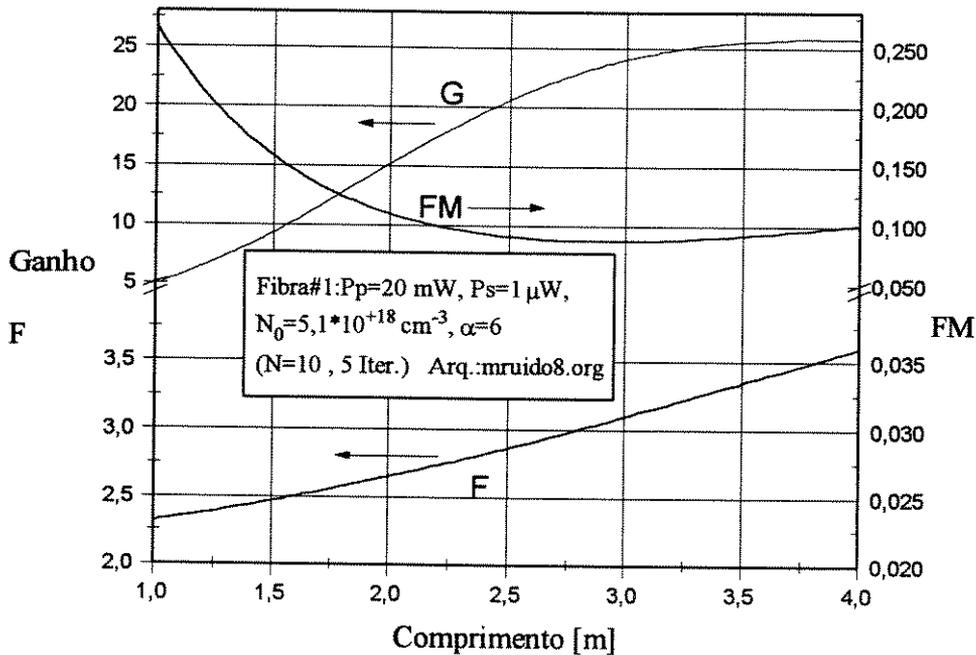
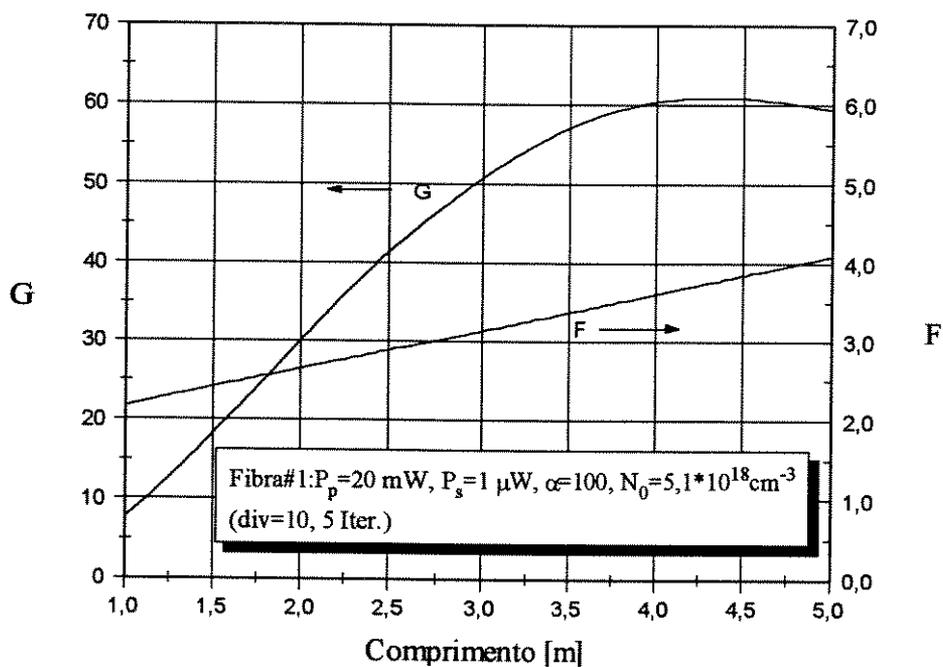
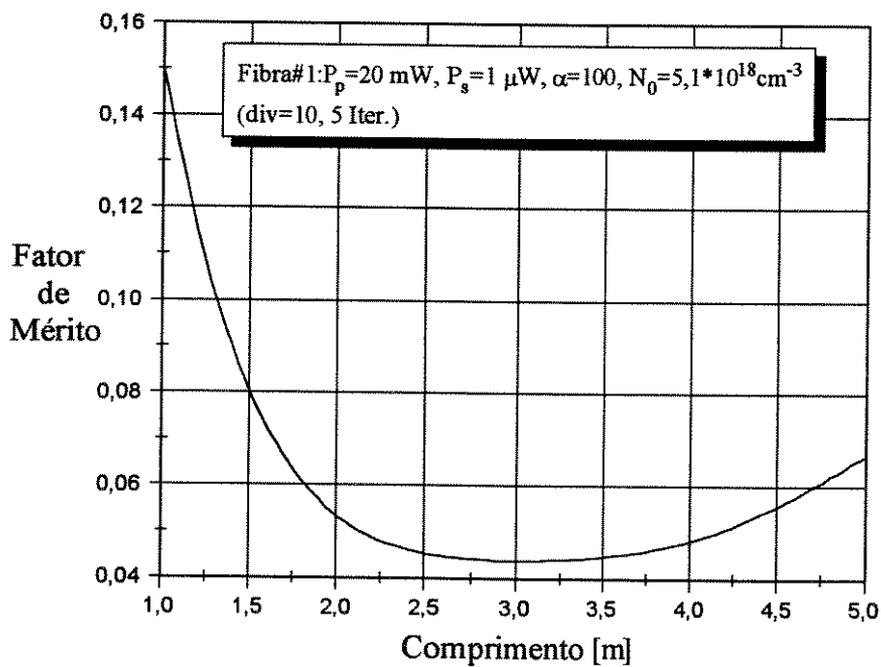


Fig.3.14- Desempenho da Fibra #1, para $\alpha=6$ e $N_0=5,1 \times 10^{+18} \text{ cm}^{-3}$.

A Fig.3.15 apresenta o caso para $\alpha=100$, conservando $N_0=5,1 \times 10^{+18} \text{ cm}^{-3}$; este caso representa o perfil do tipo degrau.



(a)



(b)

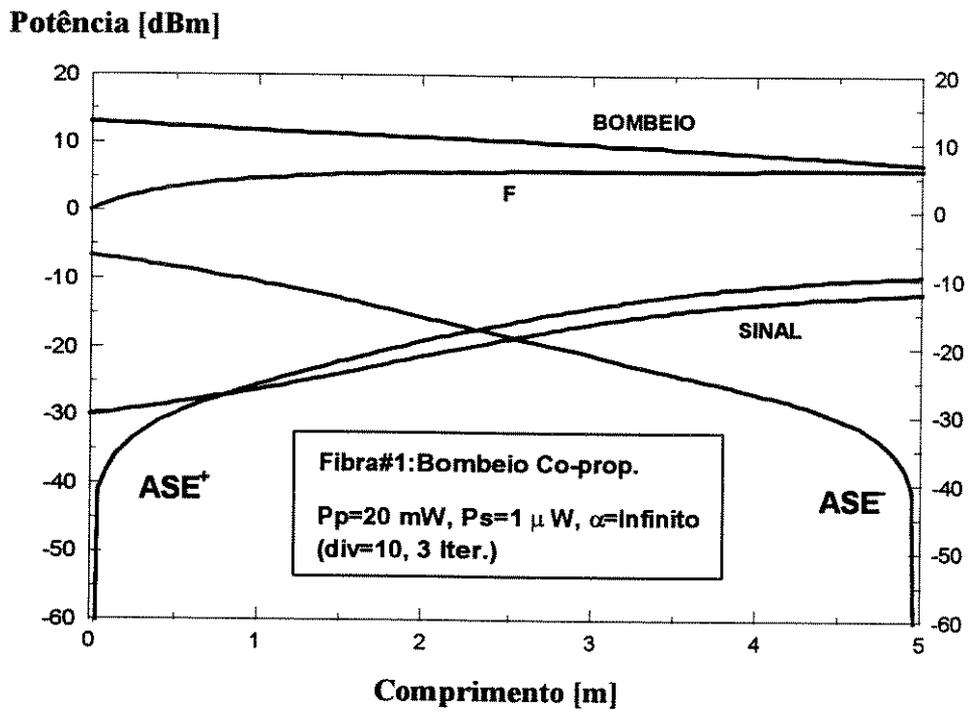
Fig.3.15- Desempenho de fibra#1, para perfil $\alpha=100$; (a) Ganho e figura de ruído; (b) Fator de mérito.

Comparando as Figs.3.12, 3.14 e 3.15, observamos, no caso de perfil degrau, um alto crescimento no ganho acompanhado do correspondente melhoramento da figura de ruído. O fator de mérito reflete estes fatos tendo, neste caso, um valor muito menor e apresentado ainda um mínimo. Este crescimento no ganho explica-se pelo melhor aproveitamento do bombeio para maiores valores de α .

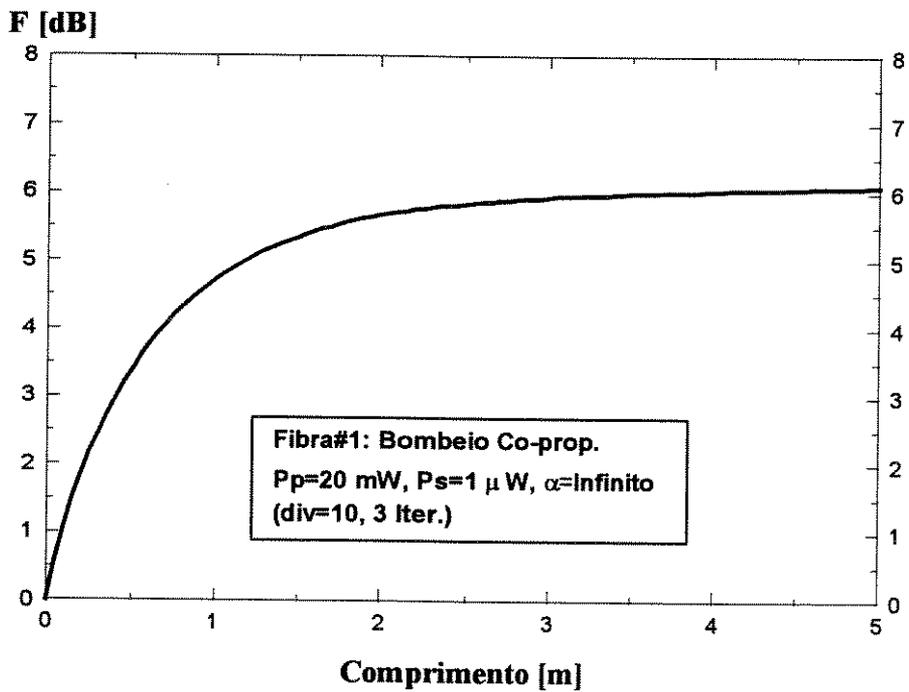
3.10.3-Influência do sentido de propagação do bombeio.

Para estudar a influência do sentido de propagação do bombeio, co-propagante e contra-propagante, aplicamos, primeiro, nosso programa à fibra #1 considerando um perfil de dopagem degrau, com potência de bombeio lançada de 20 mW e potência de sinal de entrada de 1 μ W; o cálculo foi realizado sobre um trecho de fibra de 5 m de comprimento.

A Fig.3.16 mostra o desempenho ao longo da fibra para o caso de bombeio co-propagante. Na Fig.3.16(a) temos as potências de sinal, de ASE e de bombeio, como também a figura de ruído, que é mostrada, em detalhe, na Fig.3.16(b).



(a)



(b)

Fig.3.16- Desempenho da fibra#1, com bombeio co-propagante.

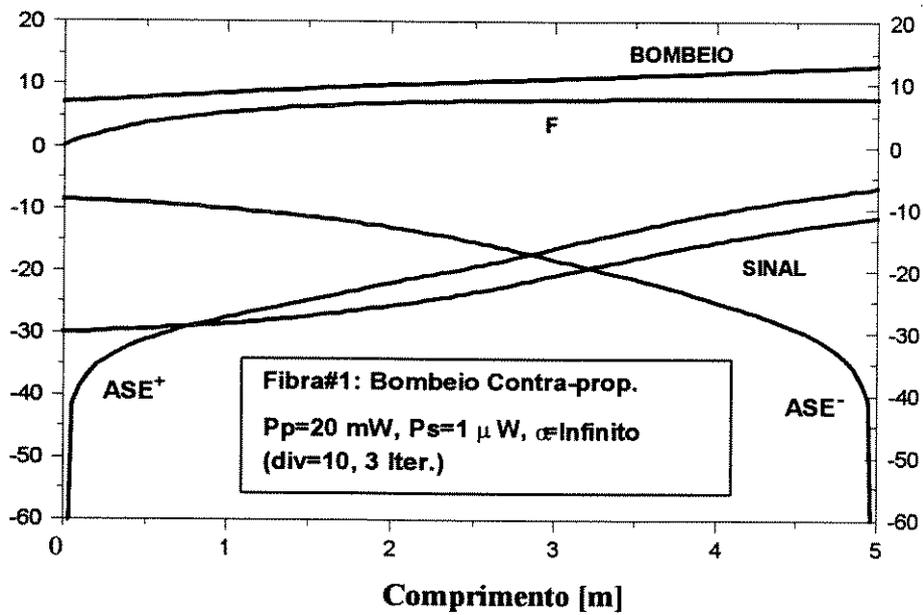
A Fig.3.17 mostra, para os mesmos parâmetros anteriores, o caso de bombeio contra-propagante.

Observamos que, na situação contra-propagante, a fibra ativa torna-se mais ruidosa, $F_{\text{contra}} \approx 7,8$ dB, enquanto que $F_{\text{co}} \approx 6,1$ dB, porém com um ganho de potência maior, $G_{\text{contra}} \approx 19,5$ dB contra $G_{\text{co}} \approx 18$ dB. Este desempenho mais ruidoso do caso de bombeio contra-propagante pode ser explicado observando a evolução da potência de ASE⁺; a disponibilidade de uma maior inversão de população no extremo final da fibra faz com que a potência de ASE⁺ nessa posição, para o caso de bombeio contra-propagante, seja maior ($ASE_{\text{contra}}^+ \approx -7$ dBm contra $ASE_{\text{co}}^+ \approx -10$ dBm).

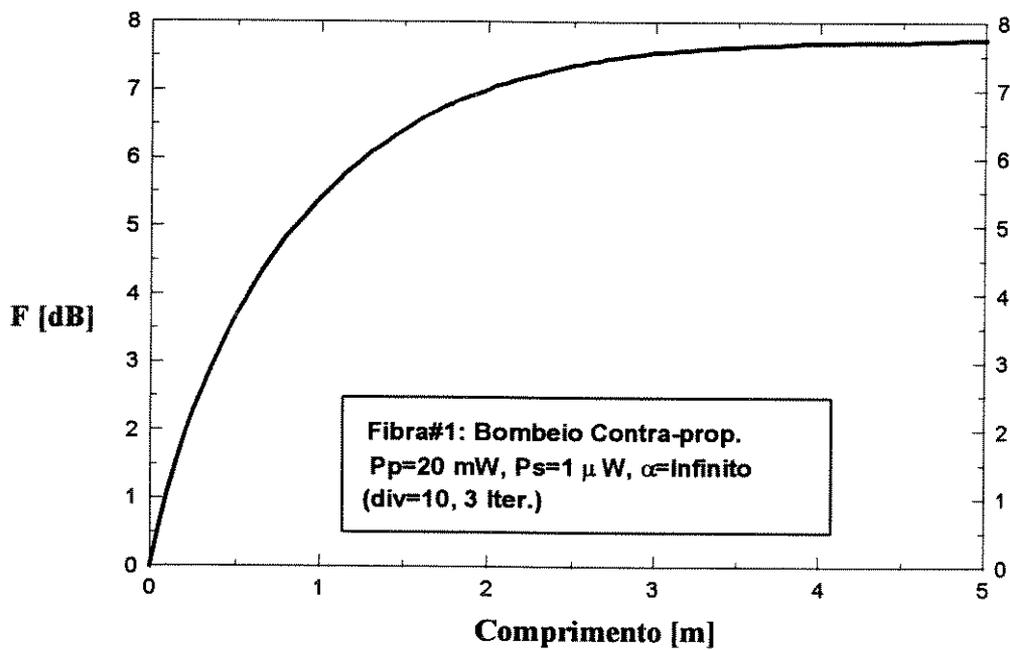
Para observar o desempenho entrada-saída para diferentes tamanhos de fibra, sob níveis de bombeio e sinal aplicados constantes, vamos considerar a fibra #3 com um perfil de dopagem degrau, com uma potência de bombeio de 100 mW e sinal de entrada de 10 μW, para dez comprimentos diferentes de fibras entre 5 e 14 m.

A Fig.3.18 mostra o ganho e a figura de ruído para estes casos; observamos que à medida que aumenta o comprimento da fibra ativa, a fibra com bombeio contra-propagante mostra as características já mencionadas, de maior ruidosidade e maior ganho de potência.

Potência [dBm]



(a)



(b)

Fig.3.17- Desempenho de fibra#1, com bombeio contra-propagante.

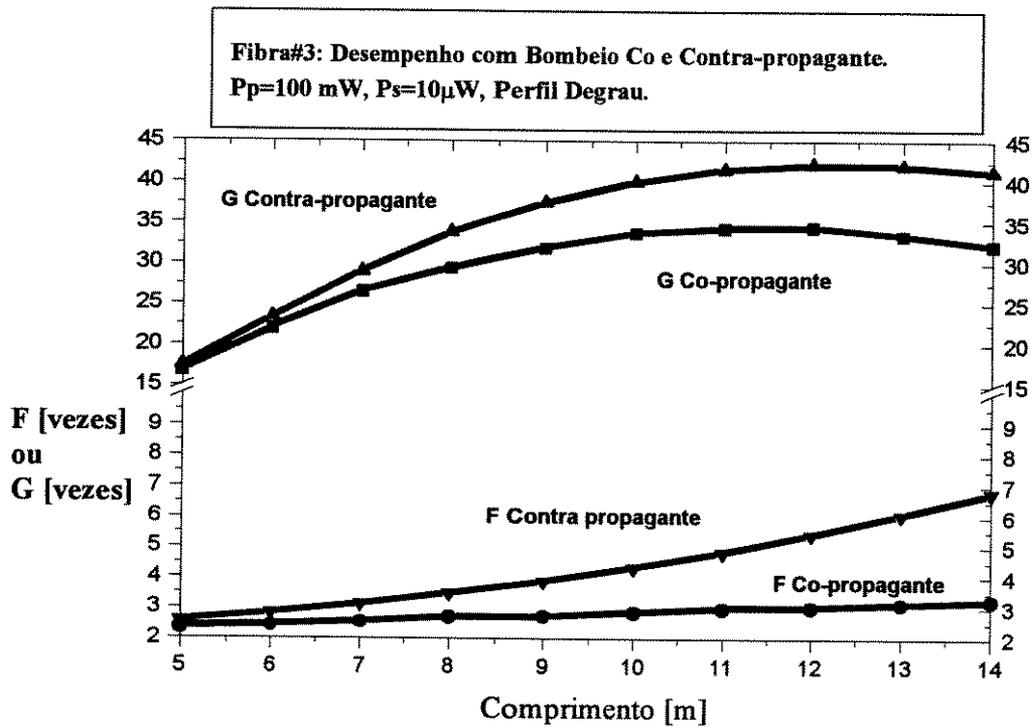


Fig.3.18- Ganho e figura de ruído em termos de comprimentos distintos da fibra ativa, para os casos de bombeio co- e contra-propagante.

A Fig.3.19 mostra, em detalhe, a figura de ruído para estes dois casos.

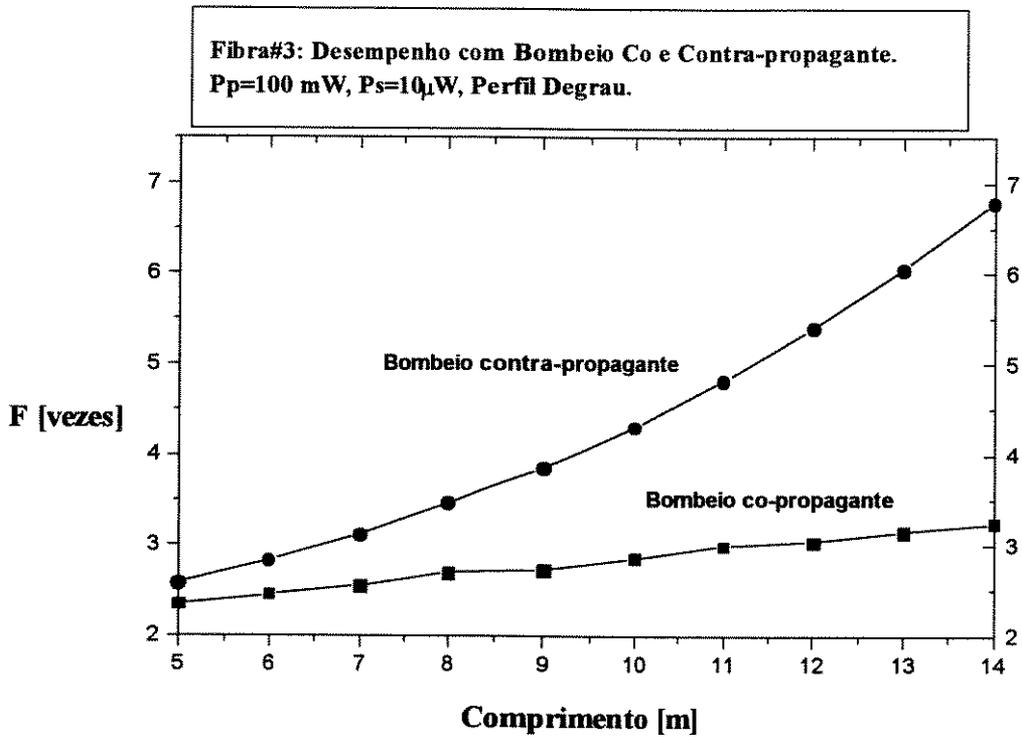
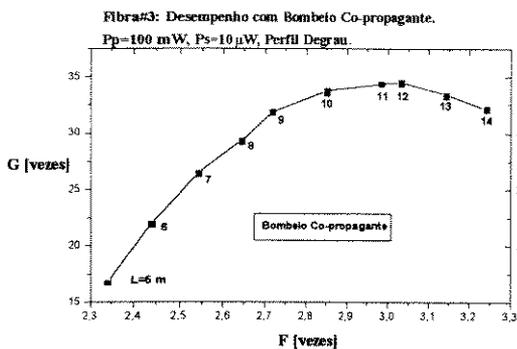
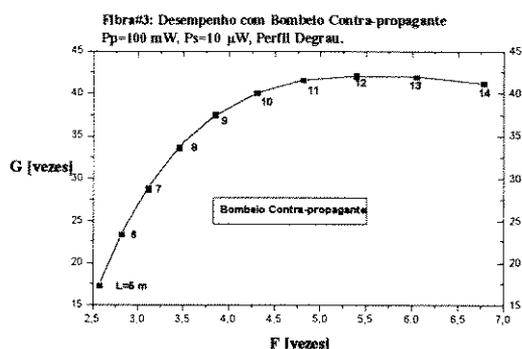


Fig.3.19- Figura de ruído, em termos do comprimento da fibra ativa, para bombeio co- e contra-propagante.

A Fig.3.20 é formada a partir dos dados numéricos da Fig.3.18 e permite observar a relação existente entre o ganho e a figura de ruído, tendo como parâmetro o comprimento da fibra ativa.



(a)



(b)

Fig.3.20- Relação entre o ganho e a figura de ruído para vários comprimentos de fibras, para os casos de (a)bombeio co-propagante e (b)bombeio contra-propagante.

Finalmente, a Fig.3.21 mostra o fator de mérito para cada um desses casos. Observamos, nesta figura, que o fator de mérito apresenta sempre um valor mínimo, que, no caso das fibras com bombeio co-propagante, ocorre para um comprimento de fibra (ponta-a-ponta) de 9 m; para as fibra com bombeio contra-propagante este mínimo ocorre num comprimento entre 7 e 8 m; este efeito pode ser explicado pelo crescimento mais acentuado da figura de ruído nas fibras ativas com bombeio contra-propagante. Portanto, nesta situação, o fator de mérito permite optar claramente entre as duas fibras ativas, indicando qual será a mais apropriada para uma aplicação de baixo ruído.

Fibra#3: Desempenho com Bombeio Co e Contra-propagante
Pp=100 mW, Ps=10μW, Perfil Degrau.

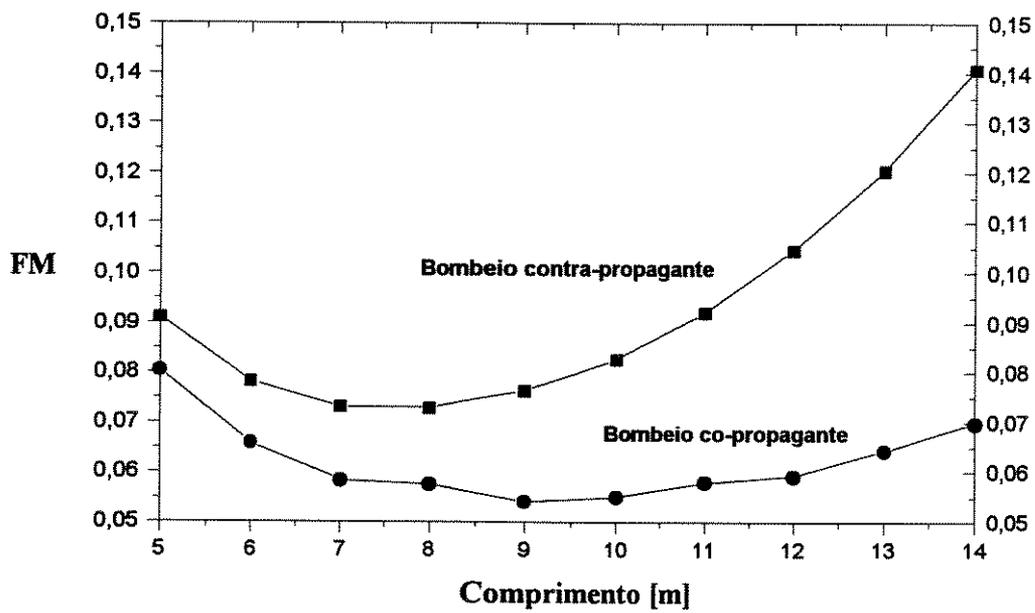


Fig.3.21- Fator de mérito para fibra #3, com bombeio co-propagante e contra-propagante.

3.10.4- Resposta Espectral

Usando a análise para uma frequência em particular e o conceito generalizado de faixa equivalente de ruído, introduzido na Seção 3.8, é possível realizar a simulação do amplificador óptico a fibra dopada para um conjunto de valores de comprimento de onda para os quais a fibra está caracterizada. Isto significa que é necessário possuir a caracterização espectral da fibra através das seções transversais de emissão, $\sigma_e(\lambda)$, e absorção, $\sigma_a(\lambda)$ e tempo de vida, $\tau_2(\lambda)$. Com estes dados é possível calcular a característica espectral da faixa equivalente de ruído $B(\lambda)$, que será usado pelo programa de simulação.

Para determinar a resposta espectral do amplificador, para um dado sinal de entrada e uma dada configuração e nível de bombeamento, o espectro de caracterização é dividido em um certa quantidade de pontos, em cada um dos quais será realizada a simulação.

Para realizar a simulação da resposta espectral, utilizamos uma fibra dopada com as características espectrais, de emissão e absorção, mostradas na Fig.3.22. Para esta fibra, a faixa equivalente de ruído, $B(\lambda)$, foi calculada, e está representada graficamente na Fig.3.23.

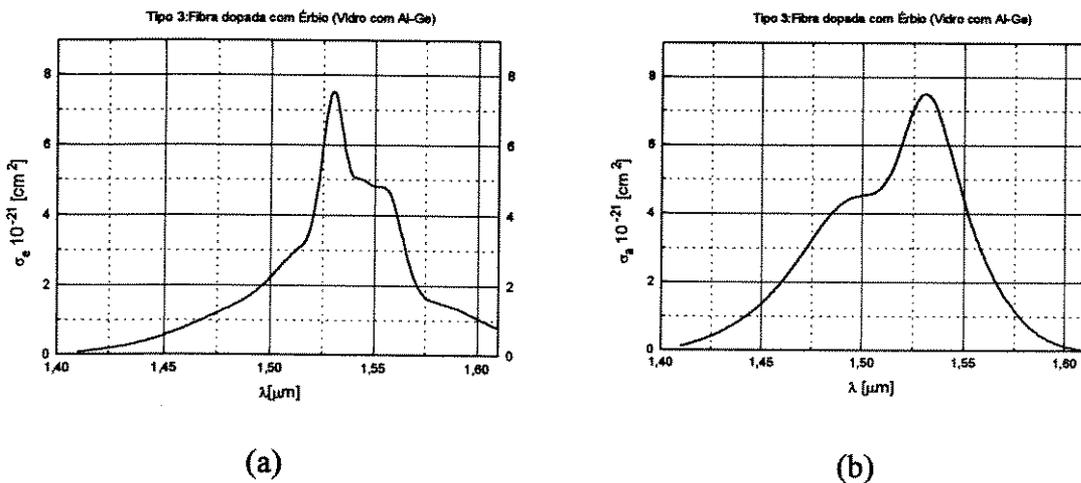


Fig.3.22- Características espectrais de emissão (a) e absorção (b), observadas na saída de uma fibra dopada com Er e Ge-Al (Tipo 3).

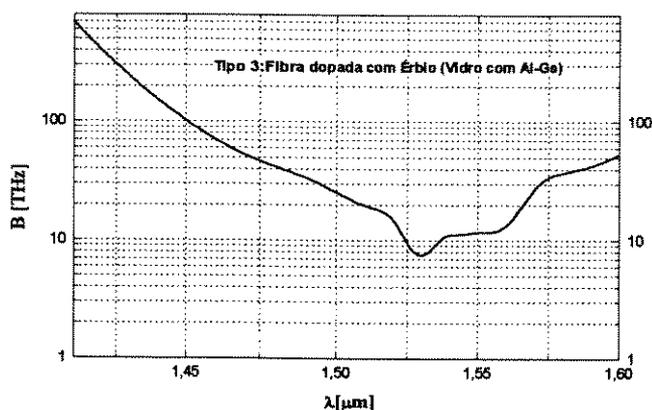
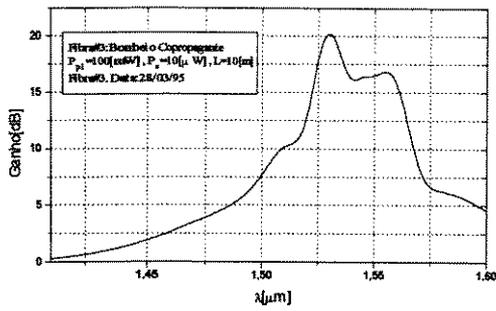


Fig.3.23- Faixa equivalente de ruído, correspondente à fibra com as características da Fig.3.22.

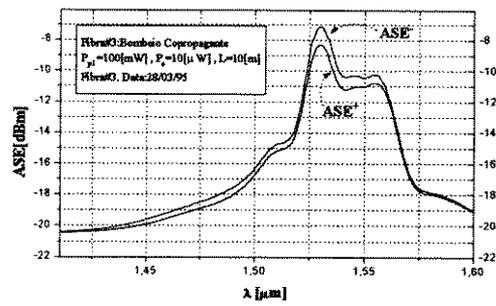
Vemos, na Fig.3.23, que a faixa equivalente de ruído, $B(\lambda)$, é mínima no comprimento de onda onde a seção transversal de emissão apresenta um máximo; isto é natural, já que a faixa equivalente de ruído é inversamente proporcional à seção transversal de emissão, de acordo com a definição dada na Eq.(3.62).

Examinaremos dois casos, para uma fibra dopada com érbio num hospedeiro de sílica com Al-Ge (Tipo 3) [4], com os dados da Fibra#3 da Tabela 3.2; esta fibra terá um comprimento de 10 m. Ambos os casos terão uma potência do sinal de entrada $P_s=10$ [μW] e uma correspondente potência de bombeio $P_p=100$ [mW]; a diferença entre os dois casos será o sentido de propagação do bombeio. No primeiro caso, o bombeio será co-propagante e, no segundo, será contra-propagante. O tempo de vida τ_2 será considerado independente da frequência de operação e será usado como uma constante para a fibra selecionada.

Na Fig.3.24 temos o resultado para o cálculo do ganho (a) e potências da ASE (b), para a situação de bombeio co-propagante. Podemos observar que, neste caso, a potência de ASE⁻, observada no extremo de entrada do sinal, é maior que a potência de ASE⁺, observada no extremo de saída do sinal, já que para este caso, na porta de entrada do sinal, o bombeio é maior que na porta de saída, e, conseqüentemente, o ganho incremental associado às potências de ASE é maior na região da porta de entrada do sinal.



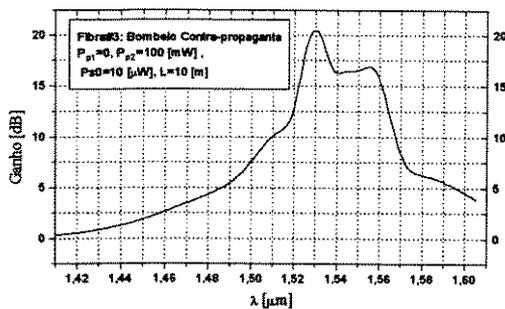
(a)



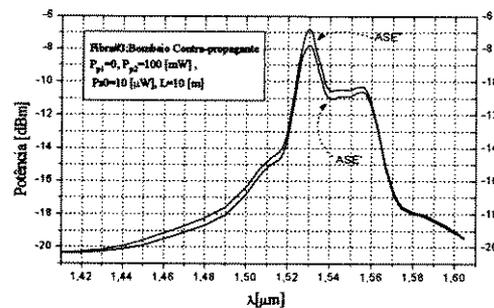
(b)

Fig.3.24- Ganho (a) e potências da ASE (b), para uma fibra com bombeamento co-propagante.

Para uma situação similar à anterior, porém, com bombeio contra-propagante, temos os resultados apresentados na Fig.3.25.



(a)



(b)

Fig.3.25- Ganho (a) e potências da ASE (b), para uma fibra com bombeamento contra-propagante.

Neste caso, vemos que, contrariamente ao caso anterior, a potência da ASE⁺, observada no extremo de saída do sinal, é maior, isto porque, agora, temos a situação invertida; na porta de saída do sinal teremos um bombeio maior e, portanto, uma inversão de população maior que produz um alto ganho local, resultando a ASE⁺ mais amplificada, nessa posição, que a ASE⁻, observada no extremo de entrada do sinal, onde teremos, neste caso, um menor ganho local. Nos dois casos apresentados, o ganho de potência do sinal é semelhante, devido, principalmente, à operação no regime de baixa potência de entrada.

A Fig.3.26 mostra o resultado gráfico, para a situação da Fig.3.24, onde observamos a potência total de saída; vemos, aqui, o sinal amplificado, por sobre o ruído da ASE⁺.

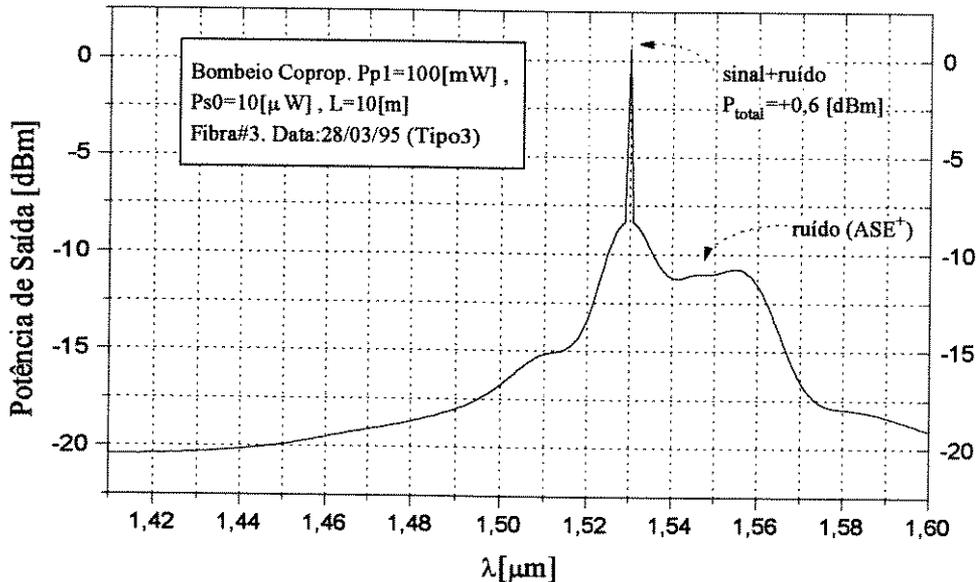


Fig.3.26- Potência de saída total da fibra dopada, de 10 m de comprimento, para um sinal de entrada de $10[\mu\text{W}]$ e bombeio co-propagante de $100[\text{mW}]$.

3.11-Espelho Não-linear Amplificante em Anel

Este dispositivo, conhecido pelo nome de NALM (Non-linear Amplifying Loop Mirror), está constituído por um acoplador óptico, um amplificador óptico a fibra dopada e um trecho de fibra óptica passiva de comprimento L , que atuará como elemento não-linear do anel. A Fig.3.27 mostra o esquema básico deste dispositivo.

3.11.1-Análise do NALM.

A Fig.3.27 mostra um esquema básico do NALM, onde o comprimento da fibra dopada L_D , que constitui o amplificador óptico, é menor que o comprimento da fibra óptica passiva L , que atua como elemento não-linear; o acoplador óptico tem uma relação de acoplamento $\alpha:(1-\alpha)$.

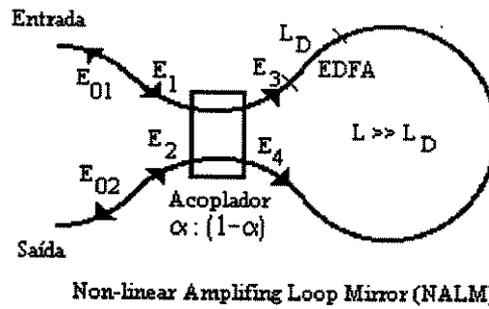


Fig.3.27- Esquema do espelho não-linear amplificante em anel, NALM.

Para a análise, faremos as seguintes considerações:

- 1- O comprimento da fibra passiva (L) é muito maior que o comprimento da fibra dopada (L_D): $L_D \ll L$.
- 2- O comprimento do pulso é muito menor que L ; assim, ele estará concentrado numa região $\ll L$.
- 3- Durante a amplificação de um pulso curto singular (sóliton p.ex.) a população invertida permanece quase constante, porém, como o laser produz um trem de pulsos, o ganho deve ser corrigido para incluir o efeito de saturação.
- 4- Vamos, numa primeira aproximação, desprezar qualquer interação entre os campos contra-propagantes, devido, fundamentalmente, à consideração 2.
- 5- As fibras e o acoplador são considerados sem perdas intrínsecas.

Para a análise, devemos considerar as características não-lineares da fibra óptica passiva usada no anel. Quando temos uma fibra óptica de não-linearidade fraca, podemos escrever que o índice de refração não-linear é dado por:

$$n = n_0 + n_2 |E|^2 \quad (3.74)$$

onde n_0 é o índice de refração linear, E é a amplitude do campo elétrico na região e n_2 é o Coeficiente de Kerr. Nas fibras de silício, n_2 é pequeno, $\approx 2 \times 10^{-22} \text{ [m}^2 / \text{V}^2 \text{] (MKS)}$. Usando-

se um método de perturbação, a equação de evolução do campo elétrico ou de sua envoltória, $u(z,t)$, pode ser escrita na forma:

$$j \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\beta''}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{2 \pi n_2}{\lambda_s A_{\text{eff}}} |u|^2 u = 0 \quad (3.75)$$

Se, nesta equação de evolução, não considerarmos a dispersão ($\beta''=0$), a equação de evolução não-linear da envoltória fica:

$$j \frac{\partial u}{\partial z} = - \frac{2 \pi n_2}{\lambda_s A_{\text{eff}}} |u|^2 u \quad (3.76)$$

que pode ser resolvida para um pulso inicial, $u_0(t)$, de forma arbitrária, já que ela não tem dependência do tempo, e obtemos:

$$u(z, t) = u_0(t) \exp \left[j \frac{2 \pi n_2}{\lambda_s A_{\text{eff}}} |u_0|^2 z \right] \quad (3.77)$$

A fase não-linear, adquirida durante a propagação num trecho de fibra de comprimento z_L , é dada, então, por:

$$\phi_{\text{NL}} = \frac{2 \pi n_2}{\lambda_s A_{\text{eff}}} z_L |u_0|^2 \quad (3.78)$$

A fase local é simplesmente proporcional à intensidade local, o que resulta num deslocamento de frequência através do pulso; este deslocamento é chamado de gorjeio (*chirp*) (derivada temporal da fase). Este efeito, sobre a fase do sinal, é chamado de Auto-Modulação de Fase (*Self-Phase-Modulation*) SPM. O efeito do gorjeio, durante a propagação, é de aumentar a largura espectral do pulso; portanto, a propagação não-linear do pulso gera novas frequências, que acarreta um efeito de estreitamento temporal do pulso.

Associado a isto, no anel passivo, de comprimento L , teremos um retardo total de fase ϕ dado por:

$$\phi = \frac{2\pi n_0}{\lambda_s} L + \frac{2\pi n_2 |E|^2}{\lambda_s} L = \phi_0 + \delta\phi(E) \quad (3.79)$$

onde:

$$\phi_0 = \frac{2\pi n_0}{\lambda_s} L \quad (3.80)$$

$$\delta\phi(E) = \frac{2\pi n_2 |E|^2}{\lambda_s} L \quad (3.81)$$

Para o acoplador temos, da Fig. 3.27:

$$\begin{bmatrix} E_3 \\ E_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha^{1/2} & j(1-\alpha)^{1/2} \\ j(1-\alpha)^{1/2} & \alpha^{1/2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix} \quad (3.82)$$

Para uma entrada simples E_{IN} , na porta 1, teremos que os sinais E_3 e E_4 , depois de uma propagação completa no anel, são dados por:

$$\begin{aligned} E_3(L) &= \alpha^{1/2} G_1^{1/2} E_{IN} \exp\left[j \left| \alpha^{1/2} G_1^{1/2} E_{IN} \right|^2 \frac{2\pi n_2 L}{\lambda_s} + \phi_0 \right] \\ E_4(L) &= j(1-\alpha)^{1/2} G_2^{1/2} E_{IN} \exp\left[j \left| j(1-\alpha)^{1/2} G_2^{1/2} E_{IN} \right|^2 \frac{2\pi n_2 L}{\lambda_s} + \phi_0 \right] \end{aligned} \quad (3.83)$$

onde G_1 e G_2 são os correspondentes ganhos de potência do amplificador óptica a fibra dopada, para os sinais no sentido horário e antihorário dentro do anel.

Para obter as saídas E_{01} e E_{02} fazemos a transformação $E_3 = E_4(L)^*$ e $E_4 = E_3(L)^*$, (onde * representa a tomada do complexo conjugado da expressão, para inverter o sentido dos respectivos sinais nos terminais 3 e 4) e invertemos (3.82), i.e.:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} E_4^* \\ E_3^* \end{bmatrix} &= [A] \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix} \\ \therefore \begin{bmatrix} E_{01} \\ E_{02} \end{bmatrix} &= \left[[A]^{-1} \right]^* \begin{bmatrix} E_4^* \\ E_3^* \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.84)$$

onde:

$$\left[[A]^{-1} \right]^* = \begin{bmatrix} \alpha^{1/2} & -j(1-\alpha)^{1/2} \\ -j(1-\alpha)^{1/2} & \alpha^{1/2} \end{bmatrix} = [A] \quad (3.85)$$

Assim, podemos escrever para E_{02} :

$$E_{02} = \alpha^{1/2} E_3(L) + j(1-\alpha)^{1/2} E_4(L) \quad (3.86)$$

e, omitindo a fase constante ϕ_0 para facilidade de notação, temos:

$$E_{02} = \alpha G_1^{1/2} E_{IN} \exp \left[j\alpha G_1 |E_{IN}|^2 \frac{2\pi n_2 L}{\lambda_s} \right] - (1-\alpha) G_2^{1/2} E_{IN} \exp \left[j(1-\alpha) |E_{IN}|^2 \frac{2\pi n_2 L}{\lambda_s} \right] \quad (3.87)$$

Se definimos:

$$\begin{aligned} \phi_1 &= \alpha G_1 |E_{IN}|^2 \frac{2\pi n_2 L}{\lambda_s} \\ \phi_2 &= (1-\alpha) |E_{IN}|^2 \frac{2\pi n_2 L}{\lambda_s} \end{aligned} \quad (3.88)$$

a Eq.(3.87) fica:

$$E_{02} = \alpha G_1^{1/2} E_{IN} [\cos\phi_1 + j\text{sen}\phi_1] - (1-\alpha) G_2^{1/2} E_{IN} [\cos\phi_2 + j\text{sen}\phi_2]$$

$$\therefore E_{02} = G_1^{1/2} E_{IN} \{ \alpha \cos\phi_1 - \gamma (1-\alpha) \cos\phi_2 + j\alpha \text{sen}\phi_1 - j\gamma (1-\alpha) \text{sen}\phi_2 \} \quad (3.89)$$

onde definimos:

$$\gamma = \frac{G_2^{1/2}}{G_1^{1/2}} \quad (3.90)$$

Então da Eq.(3.89) obtemos:

$$|E_{02}|^2 = |G_1^{1/2}|^2 |E_{IN}|^2 \left[\alpha^2 \cos^2 \phi_1 - 2\gamma \alpha (1-\alpha) \cos \phi_1 \cos \phi_2 + \gamma^2 (1-\alpha)^2 \cos^2 \phi_2 + \right. \\ \left. \alpha^2 \sin^2 \phi_1 - 2\gamma \alpha (1-\alpha) \sin \phi_1 \sin \phi_2 + \gamma^2 (1-\alpha)^2 \sin^2 \phi_2 \right] \quad (3.91)$$

$$\therefore |E_{02}|^2 = |G_1^{1/2}|^2 |E_{IN}|^2 \left[\alpha^2 + \gamma^2 (1-\alpha)^2 - 2\gamma \alpha (1-\alpha) [\cos \phi_1 \cos \phi_2 + \sin \phi_1 \sin \phi_2] \right] \quad (3.92)$$

Usando a identidade:

$$\cos[\alpha - \beta] = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

a Eq.(3.92) torna-se:

$$|E_{02}|^2 = |G_1^{1/2}|^2 |E_{IN}|^2 \left[\alpha^2 + \gamma^2 (1-\alpha)^2 - 2\gamma \alpha (1-\alpha) \cos(\phi_1 - \phi_2) \right] \quad (3.93)$$

$$\therefore |E_{02}|^2 = |G_1^{1/2}|^2 |E_{IN}|^2 \left[\gamma^2 - 2\gamma \alpha \left(\gamma - \alpha \frac{1+\gamma^2}{2\gamma} \right) - 2\gamma \alpha (1-\alpha) \cos(\phi_1 - \phi_2) \right] \quad (3.94)$$

Para ganho alto, $\gamma \cong 1$, e a Eq.(3.94) fica:

$$|E_{02}|^2 = G_1 |E_{IN}|^2 \left[1 - 2\alpha(1-\alpha) - 2\alpha(1-\alpha) \cos(\phi_1 - \phi_2) \right] \quad (3.95)$$

$$\therefore |E_{02}|^2 = G_1 |E_{IN}|^2 \left[1 - 2\alpha(1-\alpha) [1 + \cos(\phi_1 - \phi_2)] \right] \quad (3.96)$$

Por outro lado, usando (3.88), podemos escrever:

$$\phi_1 - \phi_2 = \alpha G_1 |E_{IN}|^2 \frac{2\pi n_2 L}{\lambda_s} - (1-\alpha) |E_{IN}|^2 \frac{2\pi n_2 L}{\lambda_s} = \frac{2\pi n_2 L}{\lambda_s} |E_{IN}|^2 [\alpha(G_1 + 1) - 1] \quad (3.97)$$

Para valores altos de ganho, $G_1 \gg 1$, a Eq.(3.97) pode ser escrita como:

$$\phi_1 - \phi_2 \cong \frac{2\pi n_2 L}{\lambda_s} |E_{IN}|^2 [\alpha G_1 - 1] \quad (3.98)$$

Logo, a Eq.(3.96) fica:

$$|E_{02}|^2 = G_1 |E_{IN}|^2 \left[1 - 2\alpha(1-\alpha) \left[1 + \cos \left\{ |E_{IN}|^2 (\alpha G_1 - 1) \frac{2\pi n_2 L}{\lambda_s} \right\} \right] \right] \quad (3.99)$$

A transmissão desde a porta 1 para a porta 2 será máxima quando¹:

$$2\alpha(1-\alpha) \left[1 + \cos \left\{ |E_{IN}|^2 (\alpha G_1 - 1) \frac{2\pi n_2 L}{\lambda_s} \right\} \right] = 0 \quad (3.100)$$

isto é, quando:

$$\left[1 + \cos \left\{ |E_{IN}|^2 (\alpha G_1 - 1) \frac{2\pi n_2 L}{\lambda_s} \right\} \right] = 0 \quad (3.101)$$

De (3.101) obtemos:

$$|E_{IN}|^2 (\alpha G_1 - 1) \frac{2\pi n_2 L}{\lambda_s} = m\pi \quad , \quad m = 1, 3, \dots, (\text{ímpar}) \quad (3.102)$$

Portanto, a potência transmitida, para estes valores ímpares de m, será máxima e terá o valor:

$$|E_{02}|_{MAX}^2 = G_1 |E_{IN}|^2 \quad (3.103)$$

Por outro lado, a potência transmitida será mínima, desde a porta 1 até a porta 2, quando:

$$|E_{IN}|^2 (\alpha G_1 - 1) \frac{2\pi n_2 L}{\lambda_s} = m\pi \quad , \quad m = 0, 2, \dots (\text{par}) \quad (3.104)$$

Substituindo (3.104) em (3.99), temos que, o valor mínimo da potência transmitida, será:

$$|E_{02}|_{min}^2 = G_1 |E_{IN}|^2 [1 - 4\alpha(1-\alpha)] \quad (3.105)$$

Então, a potência transmitida chaveia de um valor mínimo até um valor muito grande cada vez que a potência de entrada cresce em $\lambda_s / [2(\alpha G_1 - 1) n_2 L]$. A melhor relação de chaveamento ocorre para $\alpha=0,5$.

¹ Já que o valor de α deve ser tal que $0 < \alpha < 1$.

Para uma fibra de Si padrão, temos: $n_2=2 \times 10^{-22} \text{ [m}^2/\text{V}^2]$ @ $\lambda_s=1,55 \text{ }\mu\text{m}$, área efetiva $A_{\text{eff}} \approx 50 \text{ }\mu\text{m}^2$, $\epsilon_r = 1,48$, e podemos escrever para o argumento do cosseno em (3.99):

$$|E_{\text{IN}}|^2 (\alpha G_1 - 1) \frac{2 \pi n_2 L}{\lambda_s} = \theta \quad (3.106)$$

usando:

$$|E_{\text{IN}}|^2 = \frac{\eta_0 P_{\text{IN}}}{A_{\text{eff}} \sqrt{\epsilon_r}} \quad (3.107)$$

na forma:

$$\theta \approx 8,4 P_{\text{IN}} L (\alpha G_1 - 1) \quad (3.108)$$

onde P_{IN} esta expressa em kW e L em m; considerando que $0 < \alpha < 1$, para ganho grande, tal que $\alpha G_1 \gg 1$, temos:

$$\theta \approx 0,0084 \alpha G_1 P_{\text{IN}} L \quad (\text{para } P_{\text{IN}} \text{ em W}) \quad (3.109)$$

e substituindo (3.109) em (3.99), temos:

$$|E_{02}|^2 = G_1 |E_{\text{IN}}|^2 \left[1 - 2 \alpha (1 - \alpha) \left[1 + \cos\{0,0084 \alpha G_1 P_{\text{IN}} L\} \right] \right] \quad (3.110)$$

Portanto, para valores pequenos da potência de entrada, P_{IN} , podemos obter um chaveamento; por exemplo, para um ganho da ordem de 40 dB, a potência de chaveamento pode ser da ordem de centenas de μW , dependendo do comprimento da fibra do anel L.

A Fig.3.28(a) apresenta a função de transferência $|E_{02}|^2 / |E_{\text{IN}}|^2 = \text{Transmitância}_{21}$ em dB, para $G_1=40 \text{ dB}$, $\alpha=0,1$ e $\alpha=0,4$, em termos do produto $P_{\text{IN}} L$ em [W m].

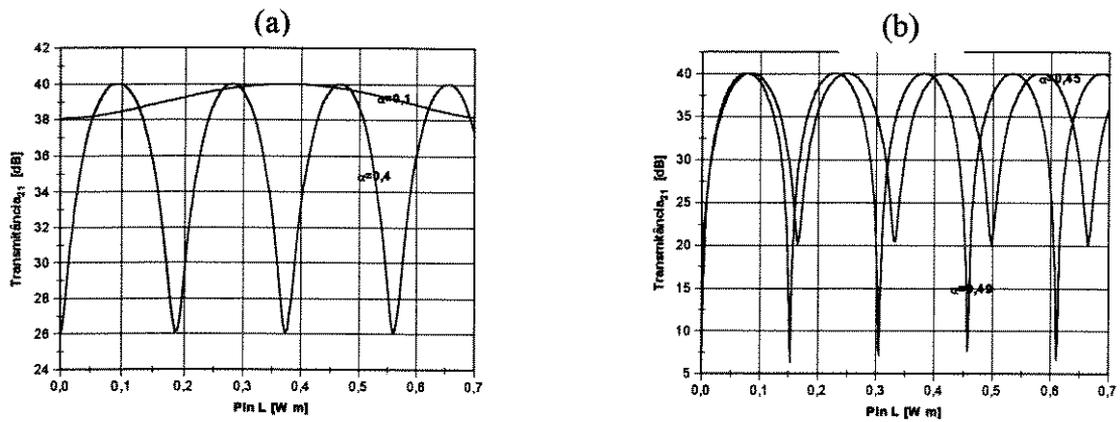


Fig.3.28.-Transmitância, da porta 1 para a porta 2, do espelho não-linear amplificante em anel, para $G_1=40$ dB e (a) $\alpha=0,1$ e $0,4$; e (b) $\alpha=0,45$ e $0,49$.

A sensibilidade do mínimo valor da transmitância, com respeito ao coeficiente α do acoplador, é muito grande, e para valores perto de $\alpha=0,5$ atinge o valor nulo. A Fig.3.28(b) mostra esta transmitância para valores de $\alpha=0,45$ e $0,49$.

3.11.2-Aplicação: Restauração de Sólitons Escuros

Para mostrar uma aplicação do NALM, propusemos [14] o uso deste dispositivo na restauração de pulsos solitônicos escuros.

Devido a diversos efeitos de perturbação durante a propagação de um pulso escuro, este tipo de pulso perde sua característica negra e vira cinza. A restauração deste tipo de pulso só é possível se o dispositivo a ser usado não amplifique a parte cinza do pulso; isto não é possível de ser realizado usando um amplificador óptico normal, já que, neste caso, haveria amplificação dessa região e o pulso continuaria cinza. Porém, usando um NALM é possível escurecer o sóliton, já que esse dispositivo possui uma característica de transferência que depende do sinal de entrada, apresentando um efeito de limiar (*threshold*).

A Fig.3.30 mostra a evolução de um par de sólitons escuros superpostos a um pulso super-gaussiano (está mostrada apenas a parte central). Nesta figura, podemos observar a transição adiabática desde sólitons negros até sólitons cinzas durante a propagação. Os sólitons aumentam sua largura temporal, a amplitude é reduzida e aumenta a separação entre eles, como esperado teoricamente. Por outro lado, a razão de contraste (quociente entre o valor máximo e mínimo da envoltória do sóliton) decresce ao longo do caminho de propagação z .

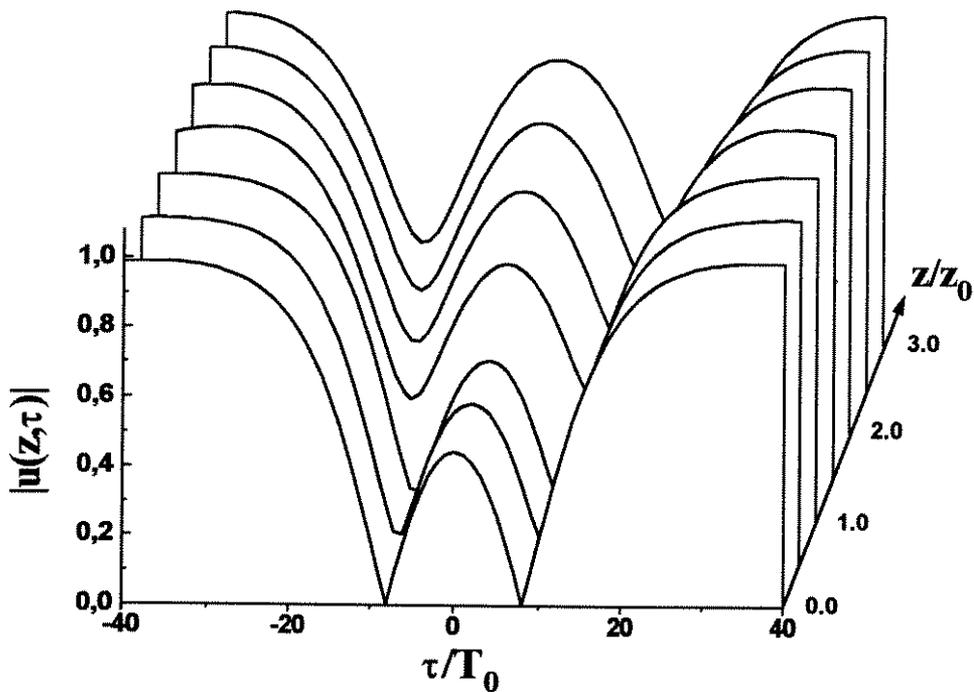


Fig.3.30- Evolução de um par de sólitons negros idênticos.

Para restaurar (aumentar a razão de contraste) e amplificar este pulso, podemos usar um NALM, onde, ajustando adequadamente seus parâmetros, podemos recuperar um sóliton negro na saída do NALM. Simulando o NALM, com $G=25$ dB, $\alpha=0,5$ e para uma fibra padrão de sílica, podemos observar a restauração dos sólitons na Fig.3.31(b), a partir dos sólitons cinzas exaustos, Fig.3.31(a).

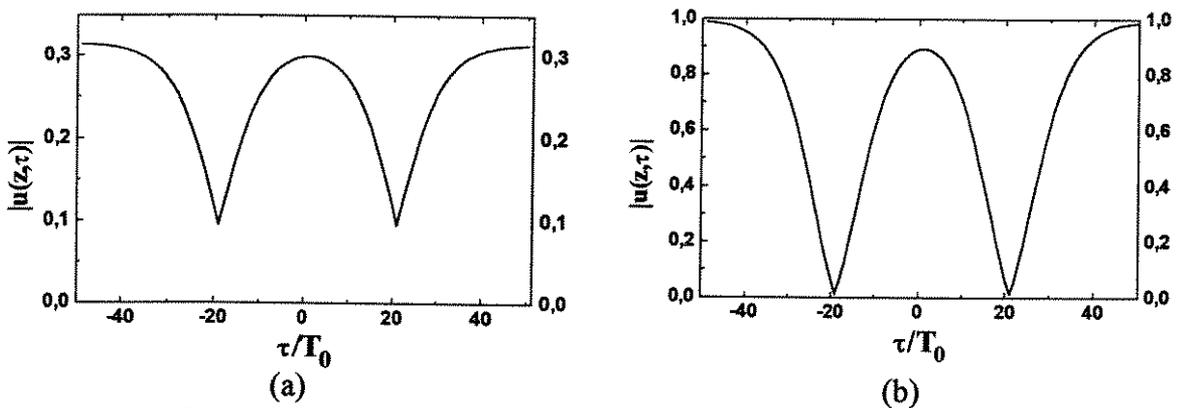


Fig.3.31- Restauração de sólitons escuros utilizando um NALM.
 (a) Sólitons cinzas exaustos; (b) Sólitons escuros restaurados.

Este tipo de amplificação pode ser usada, também, para restaurar pulsos solitônicos brilhantes.

3.12-Conclusões

Desenvolvemos um programa de simulação para a análise de trechos de fibra dopada, que permite analisar diferentes configurações de bombeio, para frequências singelas ou para uma análise espectral. Propusemos o uso do conceito generalizado de faixa equivalente de ruído, como usada em microondas, para o caso do ruído ASE do amplificador óptico a fibra dopada.

Propusemos, também, um fator de mérito que permite encontrar uma condição de operação otimizada com respeito ao ruído, e que aplicado em conjunto com outras características do amplificador, pode otimizar suas características, através das relações numéricas que é possível formar, a partir dos resultados da simulação.

Propusemos, finalmente, a utilização do NALM como um dispositivo de restauração de pulso solitônicos escuros, que, naturalmente, pode ser utilizado com pulsos brilhantes.

3.13-Referências

- [1] D.M.Pataca, H.L.Fraguito e R.F.Souza, *Amplificadores ópticos a fibra com érbio*, **Relatório Técnico DMO-028, Publ.FEE 08/94, UNICAMP, 1994.**
- [2] R.A.Serway, **Physics for Scientist and Engineers with Modern Physics**, Saunder College Publishing, 3th Ed., 1992.
- [3] M.J.F.Digonnet (Editor), **Rare Earth Doped Fiber Laser and Amplifiers**, Marcel Dekker Inc., 1993.
- [4] E.Desurvire, **Erbium-Doped Fiber Amplifiers: Principles and Applications**, John Wiley & Sons, Inc., 1994.
- [5] R.A.Baker, K.C.Byron, D.Burns and W.Sibbet, *Amplification of mode-locked semiconductor diode laser pulses in erbium-doped fibre amplifier*, **Electron. Lett.**, Vol.25, No.17, 1989, pp.1131.
- [6] B.J.Ainslie, K.J.Blow, A.S.Gouveia-Neto, P.G.J.Wigley, A.S.B.Sombra and J.R.Taylor, *Femtosecond soliton amplification in erbium-doped silica fibre*, **Electron. Lett.**, Vol.26, No.3, 1990, pp.186.
- [7] A.Takada, K.Iwatsuki and M.Saruwatari, *Picosecond laser diode pulse amplification up*

to 12 W by laser diode pumped erbium-doped fiber, **IEEE Photonics Techn. Lett.**, Vol.2, No.2, 1990, pp.122-124.

- [8] C.Caballero P. e R.F.Souza, *Teoria básica do laser a fibra dopada*, **Relatório Técnico RT.DMO 029, Publ.FEE 010/94**, Departamento de Microonda e Óptica, Faculdade de Engenharia Elétrica, Universidade Estadual de Campinas, Setembro 1994.
- [9] D.Gloge, *Weakly Guiding Fibers*, **Appl. Optics**, Vol.10, 1971, pp.2252-2258.
- [10] A.Bjarklev, **Optical Fiber Amplifiers: Design and System Applications**, Artech House Inc., 1993.
- [11] E.Desurvire and J.R.Simpson, *Amplification of spontaneous emission in erbium-doped single-mode fibers*, **IEEE J. Lightwave Techn.**, Vol.7, No.5, 1989, pp.835-845.
- [12] K.Shimoda, **Introduction to Laser Physics**, Springer-Verlag, 1991.
- [13] K.Kikuchi, *Theory of Noise in Optical Amplifiers*, **Fiber and Integrated Optics**, Vol.12, 1993, pp.369-380.
- [14] C.Caballero P. and R.F.Souza, *Restoration of dark soliton pulses*, **Microwave and Optical Techn. Lett.**, Vol. 11, No. 1, January 1996, pp. 39-41.



CAPÍTULO IV

Laser a Fibra Dopada

4.1- Introdução

Excluindo os osciladores fortemente não-lineares de saída periódica, mas não senoidal, define-se um oscilador como um dispositivo cujo ganho interno excede suas perdas totais. Supostamente, o ruído interno inicia o processo oscilatório e a potência de saída cresce continuamente até um nível definido pelos efeitos de saturação do ganho. O nível estacionário de saturação pode ser definido como aquele para o qual existe um ganho interno que exatamente compensa as perdas. Porém, esta definição é incompleta, já que despreza a presença permanente do ruído; se considerarmos o oscilador no estado estacionário, com um ganho cancelando exatamente as perdas, de modo que o tempo efetivo de vida de um fóton no anel de realimentação seja infinito, a potência de ruído de saída pode crescer indefinidamente, devido à emissão estimulada pelo fóton (isto é um efeito análogo a uma resistência negativa num circuito eletrônico, com seus pólos no semi-plano complexo de parte real positiva) e a largura de linha do ruído tende para zero. Como esta situação não é fisicamente sustentável, é claro que o ruído deve ser levado em conta e que o ganho de estado estacionário não equaliza exatamente as perdas e deve saturar a um nível ligeiramente inferior (deixando um certo nível de perdas, que faz com que o tempo de vida dos fótons, dentro do anel de realimentação, seja finito). Isto seria análogo ao caso de um circuito eletrônico com seus pólos no semi-plano complexo de parte real ligeiramente negativa, onde a largura de linha é estreita, porém finita. Neste contexto, o oscilador, no estado estacionário, poderia ser descrito como um amplificador realimentado levado à saturação pelo ruído de entrada.

O ganho “externo” do amplificador, i.e., o ganho sentido por um pequeno sinal de entrada, é muito grande (sob regeneração), exceto quando o amplificador está saturado pelo sinal de entrada; isto significa que a faixa espectral do ganho é limitada (produto constante do ganho pela banda passante); então, o ruído amplificado de faixa estreita será o sinal de saída do oscilador [note que quando um alto ganho não é obtido por regeneração (realimentação),

o ruído de saída pode não ser de faixa estreita]. Neste caso, podemos definir o oscilador como um filtro de faixa extremamente estreita e com alto ganho. Como resultado deste processo de filtragem, as propriedades estatísticas do ruído devem ser preservadas, com exceção da faixa espectral, que agora é estreita. Assim, um ruído gaussiano de entrada ao filtro continuará gaussiano na saída, porém a flutuação da amplitude, típica do ruído gaussiano (com uma constante de tempo aproximadamente igual ao valor inverso da faixa espectral), é eliminada pelo efeito da saturação do amplificador, que tem o efeito de um limitador. Num laser a fibra dopada, a saturação do ganho decorre principalmente do despovoamento da população invertida, presente no nível de energia metaestável, e não por variação do mecanismo de emissão estimulada.

Vamos supor que a saída filtrada tem uma faixa espectral $\Delta\nu$; conseqüentemente, o ruído de entrada terá uma flutuação de potência com uma constante de tempo de aproximadamente $\Delta\nu^{-1}$. Se o ganho do material laser tem um tempo de relaxação $\tau_G > \Delta\nu^{-1}$, então as flutuações rápidas da potência de entrada estarão virtualmente ausentes na saída. No caso inverso, as flutuações estarão presentes na saída. Neste caso (oscilador “verdadeiro”), devemos ter:

$$\tau_G \Delta\nu < 1 \quad (4.1)$$

Deve-se notar que, para um filtro com ganho, teremos:

$$\tau_G \Delta\nu > 1 \quad (4.2)$$

No caso da fibra dopada, onde a dinâmica do ganho é muito baixa, i.e., o tempo de relaxação é grande, é muito provável que o laser a fibra dopada atue mais como um filtro com ganho que como um oscilador verdadeiro.

O laser a fibra dopada é constituído por um amplificador óptico a fibra dopada e uma configuração de realimentação associada; a configuração de realimentação determina, normalmente, o nome do laser a fibra, que pode ser do tipo “em linha”, em anel ou anel duplo, e que pode conter alguns dispositivos, tais como filtros, acopladores, isoladores, etc. Em geral, trata-se de uma configuração regenerativa que gera sinal de saída a partir do ruído interno, pelo processo descrito acima.

O laser a fibra é, essencialmente, um conversor fotônico. Um feixe de fótons emitido por um diodo laser (DL), ou por outra fonte de comprimento de onda adequado, é usado para excitar os átomos de uma terra rara contida dentro do núcleo da fibra, com a

subseqüente emissão de um feixe de luz laser, estável, coerente e bem controlado. Devido às propriedades (confinantes) da fibra, o bombeio é bem confinado dentro da fibra, ao longo do seu comprimento, para poder ser absorvido pelo núcleo dopado, promovendo uma grande densidade de população invertida. Esta inversão de população é conseguida em materiais de três ou quatro níveis, necessitando níveis baixos de potência de bombeio e produzindo um alto ganho, sem os usuais problemas térmicos associados aos lasers semicondutores e *glass-bulk*. O alto ganho obtido permite o uso de complexos ressoadores (circuitos de realimentação) sem levar em conta, em uma primeira aproximação, as perdas introduzidas pelos componentes usados na sua construção, i.e., acopladores, filtros, isoladores e moduladores. O laser a fibra produz uma saída bem definida, tendo um feixe de perfil aproximadamente gaussiano (*diffraction-limited*). De especial interesse, para as telecomunicações ópticas, são os laser a fibra dopada com átomos de érbio, praseodímio e neodímio.

4.2- Laser em Anel

A Figura 4.1 mostra a configuração básica de um laser em anel, que inclui um isolador, para garantir uma operação de onda caminhante num dado sentido, eliminando a onda contrapropagante na fibra ativa.

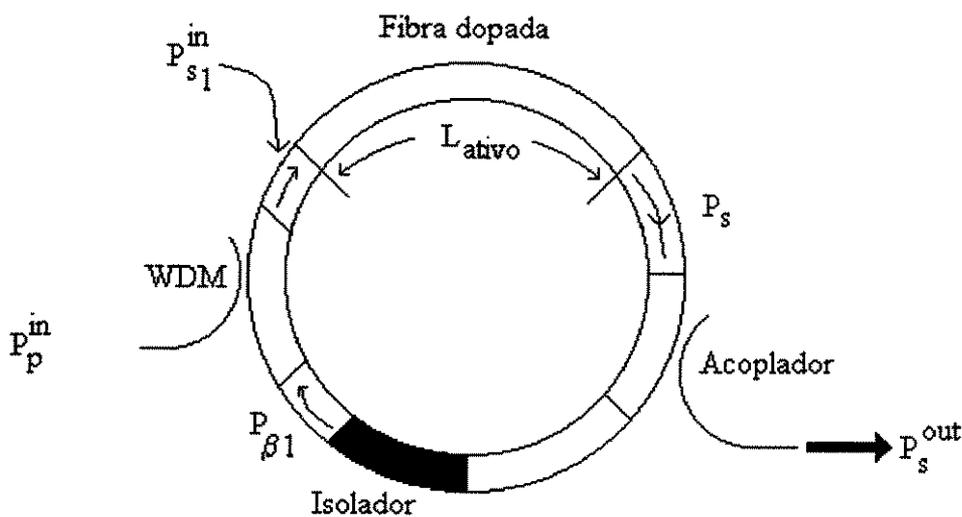


Fig. 4.1- Configuração básica do laser em anel.

Se P_s é o sinal que sai da fibra dopada e se não considerarmos o descasamento entre os diversos dispositivos a fibra, o sinal de saída do laser é dado por:

$$P_s^{\text{out}} = T_s P_s = (1 - R_s) P_s \quad (4.3)$$

onde T_s é o coeficiente de transmissão do acoplador ao exterior do anel, e $R_s = 1 - T_s$.

O sinal realimentado, na saída do isolador, é dado por:

$$P_{\beta 1} = T_{\text{isol}} R_s P_s = (1 - T_s) T_{\text{isol}} P_s \quad (4.4)$$

onde T_{isol} é a transmissividade do isolador e R_s é a transmissividade direta do acoplador.

O sinal de entrada à fibra dopada é dado por:

$$P_{s1}^{\text{in}} = P_{\beta 1} R_{\text{WDM}} = (1 - T_s) T_{\text{isol}} R_{\text{WDM}} P_s \quad (4.5)$$

onde R_{WDM} é a transmissividade direta do acoplador WDM.

No estado estacionário ideal (sem ruído), o ganho da fibra ativa deve ser igual às perdas totais no anel, i.e. :

$$\text{Ganho} \times \text{Perdas} = 1 \quad (4.6)$$

A oscilação é iniciada pela ASE⁺ (gerada no trecho L_{ativo}) e que é realimentada como sinal (processo de regeneração); assim, a cada passada no anel, o sinal vai aumentando e o ganho vai decrescendo até atingir um valor que satisfaça a condição (4.6).

O comprimento de onda do sinal de saída, sem nenhum elemento seletivo dentro do anel, é dado pela “forma” espectral das secções transversais de emissão e de absorção do dopante da fibra. Porém, se a atenuação dentro do anel é dependente do comprimento de onda, o laser emitirá num comprimento de onda determinado pelo compromisso entre a forma espectral da secção transversal de emissão e o valor das menores perdas que satisfaçam a condição (4.6).

4.2.1- Análise

Vamos analisar o laser em anel, detalhado na Figura 4.2, onde o meio ativo está representado pelo símbolo de um amplificador, e sendo caracterizado por uma constante de propagação, k_A , dada por [1]:

$$k_A(\omega) = k - j\frac{\alpha_A}{2} + k\frac{\chi'(\omega)}{2n^2} - jk\frac{\chi''(\omega)}{2n^2} \quad (4.7)$$

onde $k - j\frac{\alpha_A}{2}$ é a constante de propagação no meio ativo, para uma região de frequências longe da ressonância, com α_A representando as perdas intrínsecas da região ativa, de índice de refração n , e $\chi(\omega) = \chi'(\omega) - j\chi''(\omega)$ sendo a susceptibilidade elétrica complexa decorrente da transição laser do nível metaestável 2 para o nível 1. Segundo a mecânica quântica, a susceptibilidade elétrica pode ser escrita na forma:

$$\chi(\nu) = \chi'(\nu) - j\chi''(\nu) = \frac{(N_1 - N_2)\lambda^3}{8\pi^3\tau_2 n \Delta\nu} \times \frac{1}{1 + 4\left(\frac{\nu - \nu_0}{\Delta\nu}\right)^2} \left\{ \frac{2(\nu - \nu_0)}{\Delta\nu} - j \right\} \quad (4.8)$$

onde ν ($\propto \lambda^{-1}$) é a frequência de operação, ν_0 é a frequência central de ressonância da transição laser, $\Delta\nu$ é a largura de linha a meia potência do espectro de emissão da transição, N_1 e N_2 são as densidades de população nos níveis 1 e 2, respectivamente, e τ_2 é o tempo de vida dos átomos no nível metaestável.

A constante de ganho, g , positiva para uma população invertida, é definida como:

$$g(\nu) = -k\frac{\chi''(\nu)}{n^2} = \frac{(N_1 - N_2)\lambda^2}{8\pi n^2 \tau_2} h(\nu) \quad (4.9)$$

onde $h(\nu)$ é a função que especifica a forma de linha da transição laser, para alargamento homogêneo, dada por:

$$h(\nu) = \frac{\Delta\nu}{2\pi \left[(\nu - \nu_0)^2 + \left(\frac{\Delta\nu}{2}\right)^2 \right]} \quad (4.10)$$

Com referência à Fig.4.2, do laser em anel, teremos que o campo elétrico de saída, depois de um grande número de passadas, será dado por:

$$E_{\text{Saída}} = r t_1 t_2 E_0 G^{1/2} \times \exp[-\alpha_A L_A - \alpha_F L_F - \alpha_C] \times \exp[j(k_A L_A + k_2(L_F + L_1 + L_2) + \phi_1)] \times \{1 + K t_1 + (K t_1)^2 + (K t_1)^3 + \dots + (K t_1)^n + \dots\} \quad (4.11)$$

onde $K = (1-r) t_1 t_2 G^{1/2} \exp[-\alpha_A L_A - \alpha_F L_F - \alpha_C] \times \exp[j(k_A L_A + k_2(L_F + L_1 + L_2) + \phi_1)]$

Como a seqüência geométrica:

$$1 + K t_1 + (K t_1)^2 + \dots + (K t_1)^n + \dots = \frac{1}{1 - K t_1} \quad (4.12)$$

o campo elétrico total na saída será dado por:

$$E_{\text{Saída}} = \frac{r t_1 t_2 E_0 G^{1/2} \times \exp[-\alpha_A L_A - \alpha_F L_F - \alpha_C] \times \exp[j(k_A L_A + k_2(L_F + L_1 + L_2) + \phi_1)]}{1 - (1-r) t_1 t_2 G^{1/2} \exp[-\alpha_A L_A - \alpha_F L_F - \alpha_C] \times \exp[j(k_A L_A + k_2(L_F + L_1 + L_2) + \phi_1)]} \quad (4.13)$$

Fazendo com que o denominador de (4.13) seja zero, teremos a condição de oscilação numa frequência angular ω_0 . Nesta situação, devemos ter:

$$1 - (1-r) t_1 t_2 G^{1/2} \exp[-\alpha_A L_A - \alpha_F L_F - \alpha_C] \times \exp[j(k_A L_A + k_2(L_F + L_1 + L_2) + \phi_1)] = 0 \quad (4.14)$$

logo:

$$\exp[-\alpha_A L_A - \alpha_F L_F - \alpha_C] \times \exp[j(k_A L_A + k_2(L_F + L_1 + L_2) + \phi_1)] = \frac{1}{(1-r) t_1 t_2 G^{1/2}} \quad (4.15)$$

Usando o logaritmo natural em ambos os membros, de (4.15) teremos:

$$-\alpha_A L_A - \alpha_F L_F - \alpha_C + j(k_A L_A + k_2(L_F + L_1 + L_2) + \phi_1) = -\ln[(1-r) t_1 t_2 G^{1/2}] \quad (4.16)$$

Igualando as partes reais de (4.16), teremos:

$$\ln[G^{1/2}] = \alpha_A L_A + \alpha_F L_F + \alpha_C - \ln[(1-r) t_1^2 t_2] \quad (4.17)$$

que representa o ganho mínimo necessário (limiar) para manter a condição estacionária do laser. Em termos do coeficiente de ganho de potência do amplificador óptico, g , temos que $g \times L_A = \ln[G]$. Logo, essa condição de limiar é dada por:

$$g = 2\alpha_A + \frac{2}{L_A} [\alpha_F L_F + \alpha_C - \ln[(1-r) t_1^2 t_2]] \quad , \quad \text{para } \omega = \omega_0 \quad (4.18)$$

Esta equação determina o coeficiente de ganho necessário para manter a condição estacionária do laser. Este ganho pode ser representado em termos das populações N_1 e N_2 e da função de forma da transição laser, usando (4.9) em (4.18).

Igualando as partes imaginárias de (4.16), teremos que a equação resultante pode ser satisfeita por uma série infinita de frequências, que correspondem aos diferentes valores "m" associados às frequências de ressonância do anel. Portanto, a condição de fase é dada por:

$$k_A(\omega_0)L_A + k_2(\omega_0)[L_F + L_1 + L_2] + \phi_1(\omega_0) = 2\pi m \quad (4.19)$$

A Eq.(4.19) pode ser representada em termos das populações e das características dielétricas da região ativa, usando (4.7).

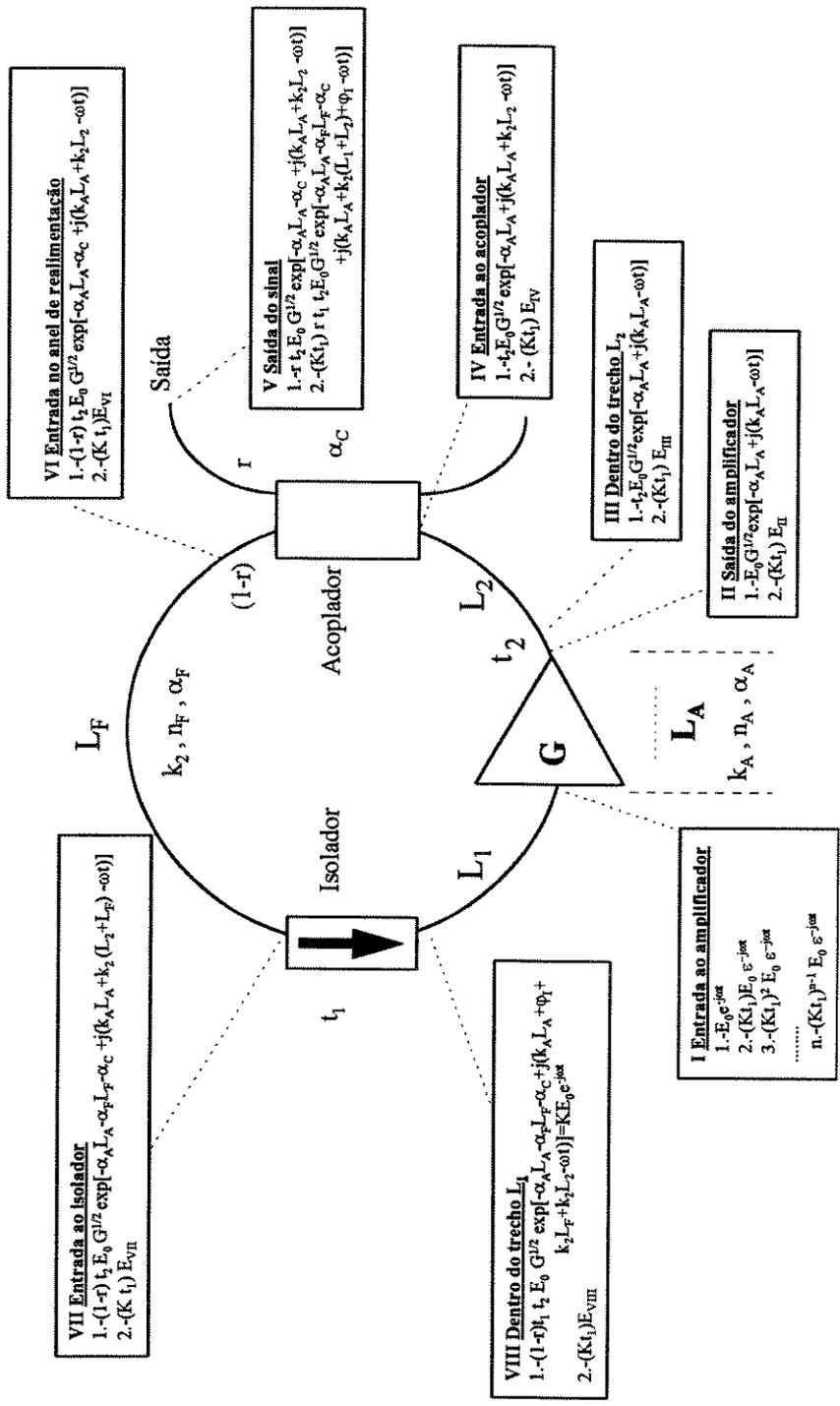


Fig.4.2- Laser em anel. A expressão do sinal é mostrada em diferentes locais no anel, para a primeira (1) e segunda (2) passada. Na entrada do amplificador, no entanto, mostram-se “n” passadas.

4.2.2- Simulação Numérica

Um programa de simulação para o laser em anel foi desenvolvido, usando, como bloco de cálculo numérico, o programa de simulação de amplificadores ópticos a fibra dopada [2].

Para uma frequência específica ($\lambda_s = 1535$ nm) e para uma faixa equivalente de ASE de 7 THz, a Figura 4.3 apresenta um gráfico da potência de saída, calculada em função da potência de bombeio, para um laser em anel com uma fibra dopada de 5 m de comprimento (Fibra#3) e $R_S=0,8$, para os parâmetros da fibra dados em $\lambda_s=1535$ nm e $\lambda_p=806$ nm.

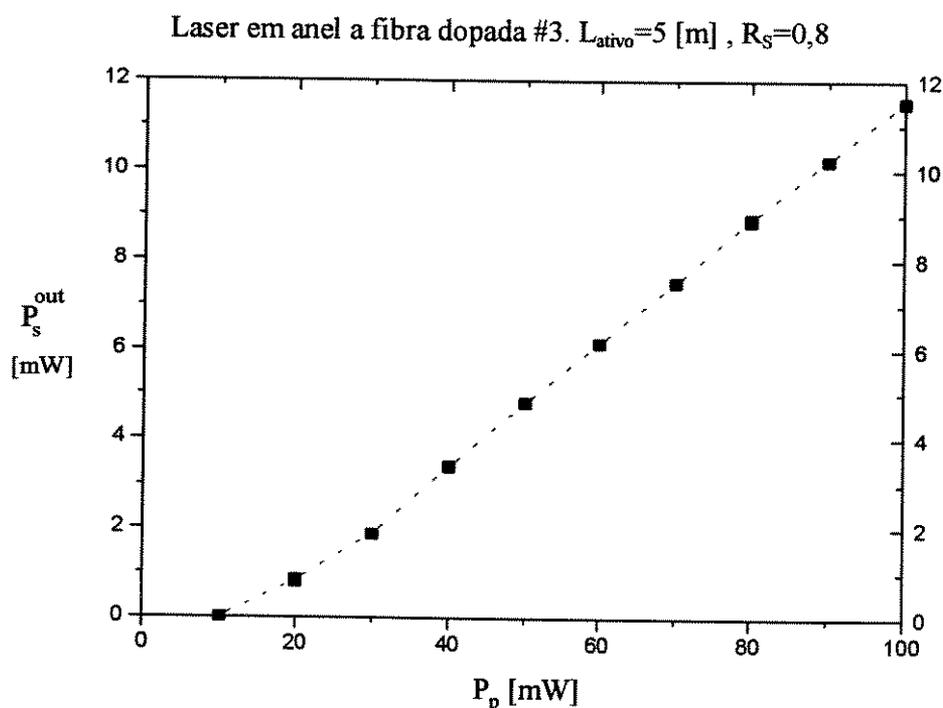


Fig.4.3- Potência de saída em termos da potência de bombeio, para laser em anel.

A Figura 4.4 mostra uma outra configuração em anel, utilizando um WDM para acoplar o bombeio e extrair o sinal do laser.

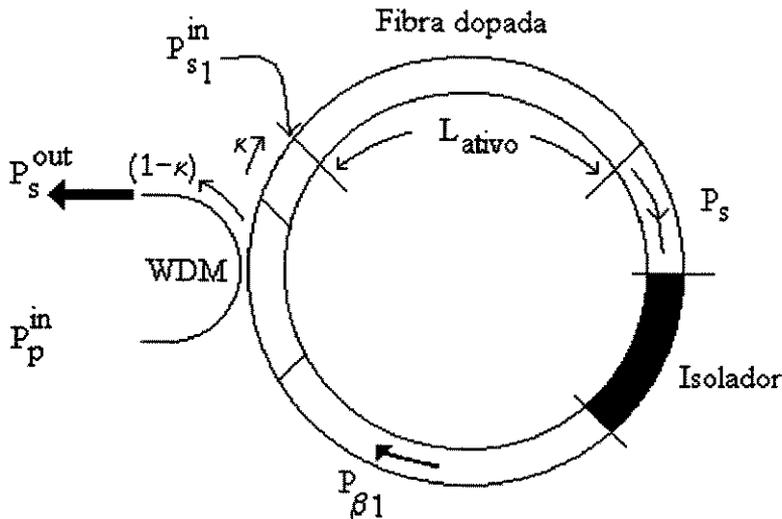


Fig.4.4- Laser em anel, com acoplador WDM de dupla função.

Neste caso, o WDM tem uma transmissividade direta κ e acoplada $(1-\kappa)$ para o sinal e uma transmissividade direta ρ para o bombeio. Se a parte passiva do anel tiver um coeficiente de perdas α_s , então $(1-L\alpha_s)$ irá representar as perdas no comprimento passivo do anel (L).

O isolador tem uma perda de inserção I_s para o sinal. As perdas em cada emenda será representada por um termo ϵ .

Se a potência do sinal na saída da fibra dopada é P_s , a potência de entrada de sinal na fibra dopada é dada por:

$$P_{s1}^{in} = \kappa(1-L\alpha_s)(1-I_s)n(1-\epsilon)P_s \quad (4.20)$$

onde n é a quantidade de emendas dentro do anel.

O sinal de saída do laser é dado por:

$$P_s^{out} = (1-\kappa)(1-L\alpha_s)(1-I_s)n(1-\epsilon)P_s \quad (4.21)$$

A potência de bombeio disponível na entrada da fibra dopada é dada por:

$$P_p = \rho P_p^{\text{in}} \quad (4.22)$$

A condição de oscilação é dada pela Eq.(4.6).

O programa desenvolvido requer, como dados de entrada, as diferentes perdas descritas acima. A Fig.4.5 mostra o resultado da simulação para um laser em anel com potência de bombeio constante, $P_p=50$ mW e comprimento de fibra #3 (ativa) de 5 m; esta simulação apresenta a potência de saída do laser em função do coeficiente κ do WDM. Neste caso, o valor ótimo de κ é 0,6.

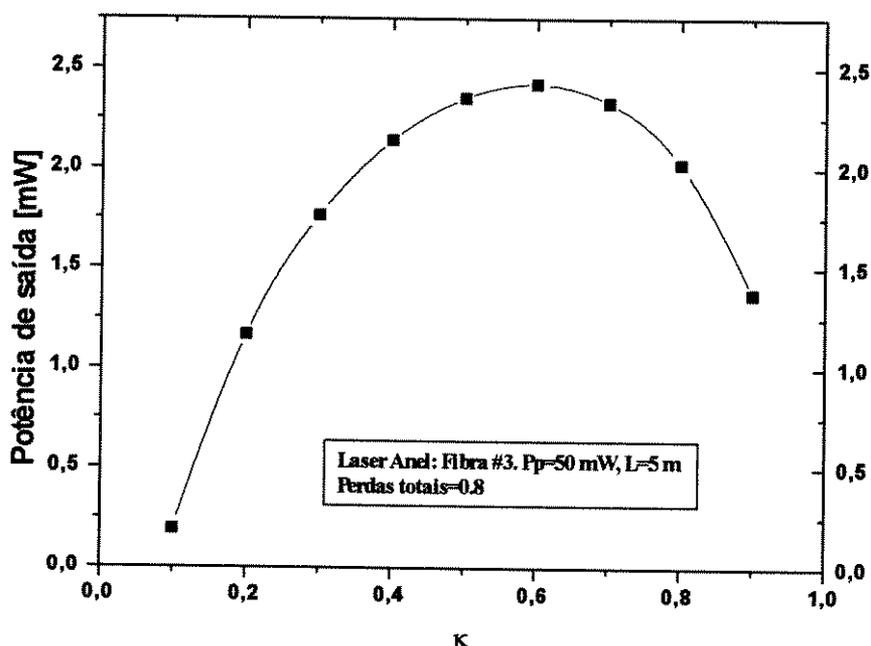


Fig.4.5- Potência de saída do laser em anel, em termos do coeficiente de transmissão direta do WDM.

4.3- Laser *Modelocked*

Um laser *modelocked* é usualmente constituído por uma cavidade longa, de comprimento L , que suporta muitos modos longitudinais e apenas um modo transversal. Se este laser for bombeado de forma contínua (CW), todos estes modos entram em oscilação com uma energia que reflete o perfil do ganho do material laser (ativo) e as perdas da

cavidade. O campo elétrico de saída de um laser de alargamento não-homogêneo, no tempo, é dado por:

$$E(t) \approx \sum_n A_n e^{j\phi_n} e^{j(\omega_0 + n\omega)t} \quad (4.23)$$

onde A_n é a amplitude do n -ésimo modo, ϕ_n sua fase e ω_0 é uma frequência de referência arbitrariamente escolhida e $\omega = \frac{\pi c}{L}$ é o espaçamento espectral entre os modos (c é a velocidade da luz). Se estes modos não possuem qualquer relação de fase, i.e., ϕ_n é aleatório, então a saída é muito ruidosa, com grande flutuação de amplitude. Se, por outro lado, existe alguma condição que faz com que a fase seja a mesma para todos os modos, $\phi_n = \text{constante}$, então, a partir de (4.23), é fácil demonstrar que a saída é um trem de pulsos afastados de ω^{-1} e com uma forma dada pela transformada de Fourier de A . Portanto, a tarefa fundamental, num laser *modelocked*, é conseguir que todos os modos laser longitudinais tenham a mesma fase.

Se $\phi_n = 0$, $\forall n$, e se existem N modos de amplitude semelhante, $A_n \approx A$, de (4.23) teremos:

$$E(t) \approx A \sum_{-\frac{N-1}{2}}^{\frac{N-1}{2}} \exp[j(\omega_0 + n\omega)t] \quad (4.24)$$

que pode ser escrita como [3]:

$$E(t) \approx A e^{j\omega_0 t} \frac{\text{sen}\left(N \frac{\omega t}{2}\right)}{\text{sen}\left(\frac{\omega t}{2}\right)} \quad (4.25)$$

Os dois principais métodos para atingir este estado em um laser são conhecidos como *modelocking passivo* e *modelocking ativo*. O *modelocking* ativo consiste em aplicar algum tipo de modulação externa à cavidade, de frequência ω , de maneira a acoplar os modos adjacentes, através das bandas laterais criadas no processo de modulação, e transferir a informação de fase entre eles. O *modelocking* passivo é obtido, habitualmente, colocando na cavidade um material absorvente saturável ou algum tipo de chave não-linear (como o NALM, *Non-linear Amplifying Loop Mirror*, ou NOLM, *Non-linear Optical Loop Mirror*).

Neste caso as perdas da cavidade são baixas apenas na presença de pulsos de alta intensidade. O mecanismo fundamental para se obter o *modelocking* passivo é o acoplamento não-linear entre os modos da cavidade, que também tem o efeito de produzir uma transferência da informação de fase entre os modos.

Uma maneira de melhorar o *modelocking* do laser é usar uma cavidade externa, construída com fibra óptica, na qual os pulsos de luz propagam-se como sólitons, i.e., a fibra trabalha no regime não-linear [4], [5], [6]. Nestes casos, o fenômeno de Auto-Modulação de Fase (SPM, *Self Phase Modulation*) tem um papel importante no *modelocking* do laser. Os dispositivos que geram SPM podem ser colocados numa cavidade externa acoplada ao laser [7]; os pulsos de saída da cavidade principal (ainda não-solitônicos) são acoplados a esta fibra óptica externa, onde são estreitados através do processo de formação de sólitons e reinjetados na cavidade principal, em sincronismo com os pulsos dentro dela.

Usando-se (4.25) podemos calcular a potência média de saída do laser, expressa por:

$$P(t) \propto A^2 \frac{\text{sen}^2\left(N \frac{\omega t}{2}\right)}{\text{sen}^2\left(\frac{\omega t}{2}\right)} \quad (4.26)$$

É interessante observar que a função $P(t)$ tem as seguintes propriedades analíticas:

1. No tempo, a potência é emitida na forma de um trem de pulsos com período $T=2L/c$.
2. A potência de pico, $P(sT)$ (para $s=1, 2, 3, \dots$), é igual à N vezes a potência média, onde N é a quantidade de modos que estão sincronizados (*locked*).
3. A amplitude de pico do campo é igual à N vezes a amplitude de um modo singelo.
4. A largura do pulso, definida aqui como o tempo transcorrido entre o pico e o primeiro zero da função $P(t)$, é dado por $\tau_0=T/N$.

A quantidade N de modos pode ser estimada pela razão entre a largura de linha da transição, $\Delta\omega$, e o espaço espectral entre modos ω ; assim, $N \approx \Delta\omega/\omega$ e podemos escrever que a largura de pulso estimada é dada por:

$$\tau_0 \approx \frac{2\pi}{\Delta\omega} = \frac{1}{\Delta\nu} \quad (4.27)$$

i.e., a largura do pulso temporal num sistema sincronizado é inversamente proporcional à largura de linha do ganho do meio ativo, como comentado na introdução.

4.3.1- O Meio Ativo

Para um meio laser de alargamento homogêneo, a função de transferência $T_L(\omega)$ tem uma largura de linha do tipo lorentziano, dada por [8]:

$$T_L(\omega) = \exp \left[\frac{g}{1 + j2 \frac{\omega - \omega_a}{\Delta\omega_a}} \right] \quad (4.28)$$

ou, expandindo em série de Taylor (para $|\omega - \omega_a| \ll \Delta\omega_a$):

$$T_L(\omega) \cong \exp \left[g - j2g \left(\frac{\omega - \omega_a}{\Delta\omega_a} \right) - 4g \frac{(\omega - \omega_a)^2}{\Delta\omega_a^2} \right] \quad (4.29)$$

onde g é o ganho saturado do amplificador óptico, e que, na forma genérica, é dado por:

$$g \propto \frac{G_0}{1 + \beta P_s} \quad (4.30)$$

onde G_0 é o ganho de pequeno sinal, β é um parâmetro de saturação e P_s é a potência de saída no amplificador. ω_a representa a frequência central de linha do amplificador óptico e $\Delta\omega_a$ representa a largura de linha respectiva.

A saída temporal do amplificador é dada, para um sinal de entrada $E_1(\omega, r)$, como:

$$E_s(t, r) = F^{-1} [T_L(\omega) E_1(\omega, r)] \quad (4.31)$$

onde F^{-1} denota a transformada inversa de Fourier.

4.3.2- O Pulso

O sinal de entrada, tipo gaussiano, pode ser escrito como:

$$E_1(t, r) = E_0 \exp\left[-\frac{r^2}{w_0^2}\right] \exp[-\alpha t^2] \exp[j(\omega_p t - \beta t^2)] \quad (4.32)$$

onde a primeira exponencial descreve a dependência com o raio da fibra $[R(r)]$, a segunda descreve a envoltória temporal do sinal e o fator $-j\beta t^2$, na terceira, representa o gorgoio (*chirp*) do pulso. Podemos introduzir um termo complexo “ γ ” que represente as características de largura e gorgoio do pulso, definido por:

$$\gamma = \alpha - j\beta \quad (4.33)$$

tal que:

$$E_1(t, r) = E_0 R(r) \exp[-\gamma t^2] \exp[j\omega_p t] \quad (4.34)$$

onde $R(r)$ representa a dependência dessa função com o raio da fibra.

Então, teremos, no domínio da frequência:

$$E_1(\omega, r) = E_0 \sqrt{\frac{\pi}{\gamma}} R(r) \exp\left[-\frac{(\omega - \omega_p)^2}{4\gamma}\right] \quad (4.35)$$

A largura temporal do pulso, τ_p , é medida entre os pontos de meia intensidade. Assim, de (4.32) temos:

$$\tau_p = \sqrt{\frac{2 \ln 2}{\alpha}} \quad (4.36)$$

A largura espectral, Δf_p , entre pontos de meia potência é dado, a partir da Eq.(4.35), por:

$$\Delta f_p = \frac{1}{\pi} \sqrt{2 \ln 2 \left[\frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha} \right]} \quad (4.37)$$

Note, de (4.37), que o gorgoio (β) influi na largura espectral do pulso.

Podemos, agora, obter o produto $\tau_p \times \Delta f_p$:

$$\tau_p \times \Delta f_p = \frac{2 \ln 2}{\pi} \sqrt{1 + \left[\frac{\beta}{\alpha} \right]^2} = \begin{cases} 0,44127 & \text{para } \beta = 0 \\ 0,624 & \text{para } |\beta| = \alpha \end{cases} \quad (4.38)$$

4.3.3- Modulador de Amplitude (Modulador usando perdas)

Este tipo de modulador por perdas é caracterizado por uma função de transferência do tipo:

$$M(t) = \exp \left[-\delta_L \operatorname{sen}^2 \left[\frac{\omega_m t}{2} \right] \right] \quad (4.39)$$

ou, expandindo-a em torno de t_0 (para potências superiores a $\delta_L^2 \rightarrow 0$):

$$M(t) \cong \exp \left[-\delta_L \operatorname{sen}^2 \left(\frac{\omega_m t_0}{2} \right) \right] \left[1 - \frac{\delta_L \omega_m (t - t_0)}{2} \operatorname{sen}(\omega_m t) + \frac{\delta_L (t - t_0) \omega_m^2}{4} \cos(\omega_m t) \right] \quad (4.40)$$

onde $(\omega_m/2) = \omega_M$ é a velocidade angular de modulação. Se o pulso a transmitir através do modulador é curto, comparado com o período de modulação $T_M = 2\pi/\omega_M$, esta expressão pode ser simplificada para:

$$M_L(t) \cong \exp \left[-\delta_L \left(\frac{\omega_m t}{2} \right)^2 \right] \quad (4.41)$$

Em geral, podemos escrever:

$$M_L(t) \cong \exp \left[-\delta_0 - \delta_1 \left(\frac{\omega_m t}{2} \right) - \delta_2 \left(\frac{\omega_m t}{2} \right)^2 - \dots \right] \quad (4.42)$$

onde cada factor δ precisa ser determinado individualmente para cada tipo de modulador de amplitude.

O caso ideal de travamento (*modelock*) ocorre quando o pulso passa através do modulador no instante de mínimas perdas (máxima transmissão). Isto ocorre duas vezes em cada ciclo de modulação e, portanto, a frequência angular de modulação (do laser travado) é $2\omega_M = \omega_m$.

4.3.4- Laser *Modelocked* AM como Gerador de Pulsos Solitônicos

A estrutura básica deste laser, está mostrada, esquematicamente, na Fig.4.6.

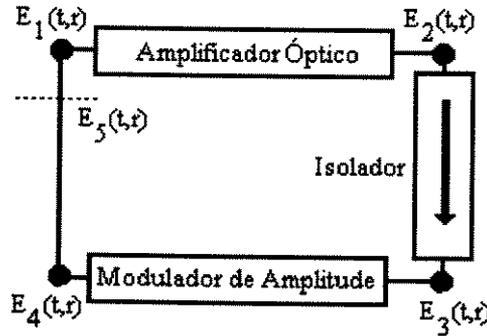


Fig. 4.6- Estrutura básica do laser *modelocked* em anel.

Em regime, o anel requer que, num ciclo completo de modulação, a envoltória do pulso seja a mesma novamente, i.e., com referência à Fig.4.6, acima, deve-se ter:

$$E_1(t - T_M, r) = E_5(t, r) \quad (4.43)$$

Com referência à Fig. 4.6, teremos, usando (4.35) e (4.29):

$$E_2(\omega) = T_L(\omega) E_1(\omega) = E_0 \sqrt{\frac{\pi}{\gamma}} \exp \left[g - j2g \left(\frac{\omega - \omega_a}{\Delta\omega_a} \right) - 4g \left(\frac{\omega - \omega_a}{\Delta\omega_a} \right)^2 - \frac{(\omega - \omega_p)^2}{4\gamma} \right] \quad (4.44)$$

Quando houver coincidência de ω_a com ω_p , o sistema estará sincronizado e podemos escrever:

$$E_2(\omega) = E_0 \sqrt{\frac{\pi}{\gamma}} \exp[g] \exp[-A(\omega - \omega_a)^2] \exp[-jB(\omega - \omega_a)] \quad (4.45)$$

onde:

$$A = \frac{1}{4\gamma} + \frac{4g}{\Delta\omega_a^2}, \quad B = \frac{2g}{\Delta\omega_a} \quad (4.46)$$

Passando ao tempo, temos:

$$E_2(t) = \frac{E_0 \exp[g]}{2\sqrt{\gamma A}} \exp\left[-\frac{(t-B)^2}{4A}\right] \exp[j\omega_a t] \quad (4.47)$$

Como $g/\Delta\omega$ é real, $|A| > (4\gamma)^{-1}$ e a largura espectral do pulso fica reduzida; porém, isto não significa que o pulso fica temporalmente mais largo, já que, em geral, γ é complexo. Se o termo $(4g/\Delta\omega^2)$ é pequeno, então o pulso não muda ao passar pelo amplificador. O termo B é um retardo da envoltória do pulso.

Vamos supor que o isolador introduz apenas um coeficiente de transmissão I; desta forma:

$$E_3(t) = I E_2(t) \quad (4.48)$$

Este sinal irá passar pelo modulador. Vamos supor que o pico do pulso passa pelo modulador no instante de mínima perda (sincronismo); seja este instante $t=B$. Assim:

$$E_4(t) = E_3(t) \exp\left[-\delta_L \frac{\omega_m^2}{4}(t-B)^2\right] \quad (4.49)$$

Finalmente, fechando o anel, teremos um retardo decorrente das fibras de comprimento L_0 , dado por (L_0/c) ; assim, depois de uma volta:

$$E_5(t) = E_4\left[t - \frac{L_0}{c}\right] \quad (4.50)$$

Para obter uma solução consistente, a envoltória do pulso deve passar através do modulador na mesma fase, com o decorrer do tempo; assim, o tempo de uma volta do pulso deve ser $T_M = \pi/\omega_m$, sendo necessário que:

$$E_1(t - T_M) \exp[-j\theta] = E_5(t) \quad (4.51)$$

onde θ representa uma fase qualquer do sinal óptico, associada à envoltória do pulso e que não foi considerada até agora.

Substituindo as respectivas expressões para E e acrescentando um termo de perdas, α_L , (4.51) fica na forma:

$$\exp[-\gamma(t - T_M)^2] \exp[j\omega_a(t - T_M)^2] \exp[-j\theta] =$$

$$\frac{I \exp[g]}{2\sqrt{\gamma A}} \exp\left[-\frac{\left[t - \left(B + \frac{L_0}{c}\right)\right]^2}{4A}\right] \exp\left[-\delta_L \frac{\omega_m^2}{4} \left(t - \left(B + \frac{L_0}{c}\right)\right)^2\right] \exp\left[j\omega_a \left(t - \frac{L_0}{c}\right)\right] \exp[-\alpha_L] \quad (4.52)$$

Igualando as potências de t, obtemos:

$$\gamma = \frac{1}{4A} + \frac{\delta_L \omega_m^2}{4} \quad (4.53)$$

$$T_M = \left(B + \frac{L_0}{c}\right) \left[\frac{1}{1 + \frac{16\gamma g}{\Delta\omega^2}} + \frac{\delta_L \omega_m^2}{4\gamma} \right] \cong \left(B + \frac{L_0}{c}\right) \left[1 - \frac{16\gamma g}{\Delta\omega^2} + \frac{\delta_L \omega_m^2}{4\gamma} \right] \quad (4.54)$$

$$\exp[-j\theta] \cong \frac{I}{2\sqrt{\gamma A}} \exp\left[g - \alpha_L - \frac{\delta_L \omega_m^2}{4} T_M^2\right] \exp[j\omega_a B] \quad (4.55)$$

Se g é grande, como costuma ser, podemos escrever (4.55) na forma:

$$\exp[-j\theta] \cong \frac{I}{2\sqrt{\gamma A}} \exp[g] \exp[j\omega_a B] \quad (4.56)$$

Usando, agora, o valor de A, de (4.46), em γ , Eq.(4.53), temos:

$$\gamma = \frac{1}{4 \left[\frac{1}{4\gamma} + \frac{4g}{\Delta\omega^2} \right]} + \frac{\delta_L \omega_m^2}{4} \quad (4.57)$$

que resulta em uma equação de segundo grau em γ :

$$\gamma^2 - \gamma \frac{\delta_L \omega_m^2}{4} - \frac{\delta_L \omega_m^2 \Delta \omega^2}{64g} = 0 \quad (4.58)$$

cuja solução, considerando que a frequência de modulação é muito menor que a largura de linha $\Delta\omega$, é dada por:

$$\gamma \cong \frac{\omega_m \Delta \omega}{8} \sqrt{\frac{\delta_L}{g}} \quad (4.59)$$

Lembrando que $\gamma_{AM} = \alpha_{AM} + j\beta_{AM}$, concluímos que a modulação AM tem $\beta_{AM} \cong 0$, i.e.:

$$\gamma_{AM} = \alpha_{AM} = \frac{\omega_m \Delta \omega}{8} \sqrt{\frac{\delta_L}{g}} \quad (4.60)$$

Daqui, podemos calcular a largura temporal, τ_P , e espectral, Δf_P , para esta modulação:

$$\text{Largura temporal: } \tau_{P(AM)} = \sqrt{\frac{2 \ln 2}{\alpha_{AM}}} = \sqrt{\frac{16 \ln 2}{\omega_m \Delta \omega}} \sqrt{\frac{g}{\delta_L}} \quad (4.61)$$

$$\therefore \tau_{P(AM)} = \frac{2}{\pi} \sqrt{\ln 2} \left(\frac{g}{\delta_L} \right)^{1/4} \left(\frac{1}{f_m \Delta f} \right)^{1/2} \quad (4.62)$$

$$\text{Largura espectral: } \Delta f_{P(AM)} = \frac{1}{\pi} \sqrt{2 \ln 2 \alpha_{AM}} = \frac{1}{\pi} \sqrt{2 \ln 2} \frac{\omega_m \Delta \omega}{8} \sqrt{\frac{\delta_L}{g}} \quad (4.63)$$

$$\therefore \Delta f_{P(AM)} = \sqrt{\ln 2} \left(\frac{\delta_L}{g} \right)^{1/4} \left(\frac{1}{f_m \Delta f} \right)^{1/2} \quad (4.64)$$

Conseqüentemente, o produto largura de pulso-faixa é:

$$\tau_{P(AM)} \times \Delta f_{P(AM)} = 0,44127 \quad (4.65)$$

Destas expressões, concluímos que aumentar a frequência de modulação, f_m , resulta mais eficiente que aumentar a potência de RF ($\delta_L \propto \sqrt{P_{RF}}$), para obter uma largura de pulso menor.

A frequência exata de modulação pode ser calculada usando a expressão para T_M e B [Eqs.(4.54) e (4.46)]; assim:

$$f_m = \frac{1}{T_M} = \frac{1}{B + \frac{L_0}{c}} = \frac{1}{\frac{L_0}{c} + \frac{2g}{\Delta\omega}} \quad (4.66)$$

A partir de (4.55) podemos determinar o valor necessário do coeficiente de ganho, $g=g_0$, para esta solução auto-consistente. Usando o valor de A , de (4.53), em (4.55), temos:

$$\exp[-j(\theta + \omega_a B)] = \frac{I \exp\left[g_0 - \alpha_c - \frac{\delta_L \omega_m^2}{4} T_M^2\right]}{2\sqrt{\gamma(4\gamma - \delta_L \omega_m^2)^{-1}}} = IG_0 \sqrt{1 - \frac{\delta_L \omega_m^2}{4\alpha_{AM}}} = IG_0 \sqrt{1 - \frac{\delta_L \omega_m^2 2 \ln 2}{\pi^2 \Delta f_p^2}} \quad (4.67)$$

onde:

$$G_0 = \exp\left[g_0 - \alpha_c - \frac{\delta_L \omega_m^2}{4} T_M^2\right] \quad (4.68)$$

Igualando as magnitudes, em (4.67), temos que:

$$G_0 = \frac{1}{I \sqrt{1 - \frac{\delta_L \omega_m^2 2 \ln 2}{\pi^2 \Delta f_p^2}}} \quad (4.69)$$

Usando o logaritmo natural em (4.69), lembrando (4.68), temos:

$$g_0 = \alpha_c + \frac{\delta_L \omega_m^2}{4} T_M^2 + \ln\left(\frac{1}{I}\right) - \frac{1}{2} \ln\left[1 - 8 \ln 2 \delta_L \left(\frac{f_m}{\Delta f_p}\right)^2\right] \quad (4.70)$$

Sendo $\Delta f_p \gg f_m$ temos, finalmente:

$$g_0 = \alpha_c + \ln\left(\frac{1}{I}\right) + \frac{\delta_L \omega_m^2}{4} T_M^2 \quad (4.71)$$

que é o coeficiente de ganho necessário para manter a solução auto-consistente, no estado estacionário.

4.4- Simulação Numérica do Laser *Modelocked* AM

Usando os programas de simulação desenvolvidos nos capítulos anteriores, vamos estudar numericamente um laser em configuração anel, sincronizado por um modulador de amplitude.

A simulação realizada, mostra a evolução do ruído ASE⁺ no anel até formar um pulso perfeitamente definido e que, devido à presença da não-linearidade da fibra, adota uma forma quase-solitônica.

O anel está constituído por um trecho de fibra dopada, monomodo, que atua como amplificador óptico, de comprimento L_a ($< L_F$), cujas características de ganho, saturação e resposta de frequência são consideradas no modelo; um trecho de fibra óptica de sílica monomodo, que preserva a polarização; um modulador de amplitude, necessário para o processo de sincronismo; um isolador para assegurar uma propagação unidirecional no anel e um WDM, para permitir a saída de potência do laser e também bombear o amplificador óptico mediante um sinal CW.

A descrição matemática da amplificação de pulsos muito curtos numa fibra óptica ativa, baseia-se na equação de Schrödinger generalizada, onde levamos em consideração o ganho distribuído ao longo da fibra ativa (vide Capítulo II, Seção 2.8.1); mesmo que a amplificação de um pulso sóliton singelo deixe a população invertida praticamente constante, neste caso o ganho deve levar em consideração o efeito de compressão, devido à presença de um trem de pulsos muito curtos que tem uma potência média apreciável e que produz efeitos sobre a população invertida no amplificador óptico; assim, o modelo usado para o ganho distribuído tem um termo que descreve este efeito.

A Fig. 4.7 mostra o esquema que representa o laser anel a ser simulado. O modulador AM está caracterizado pela função de transmissão:

$$M_A = A_A \exp[-m_A \text{sen}^2(\Omega_A \tau + \phi_A)] \quad (4.72)$$

onde m_A , Ω_A e ϕ_A são a amplitude, frequência e fase de modulação, respectivamente, e τ é a variável temporal normalizada que aparece na equação de Schrödinger, que descreve a propagação não-linear. No coeficiente A_A (<1) poderemos incorporar as perdas, incluindo o isolador e o WDM.

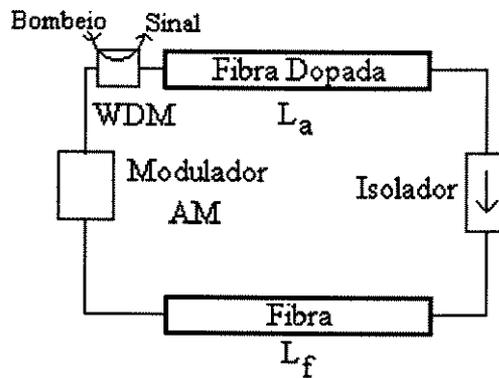


Fig. 4.7- Esquema do laser em anel, sincronizado por modulação de amplitude.

O diagrama de fluxo de sinal usado para a simulação é mostrado na Fig.4.8, onde o estágio chamado “Ini” é uma rotina de inicialização de dados para a solução da equação de Schrödinger.

O modelo para a fibra dopada estará representado pela equação:

$$\frac{\partial u}{\partial z} = j \left[\frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} + |u|^2 u - j \Gamma u - \tau_R u \frac{\partial |u|^2}{\partial \tau} \right] \quad (4.73)$$

onde

$$\Gamma = \frac{G}{L_a} + \kappa \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} \quad (4.74)$$

é um operador que representa as características de ganho e a resposta de frequência do amplificador óptico. O efeito da saturação de ganho, pelo trem de pulsos, pode ser caracterizado por uma das formas apresentadas em (4.75):

$$\left\{ \begin{array}{l} G = G_0 \exp \left[-\frac{\text{Energia contida no trem de pulsos}}{E_s} \right] \\ \text{ou} \\ G = \frac{G_0}{1 + \frac{\text{Energia contida no trem de pulsos}}{E_s}} \end{array} \right. \quad (4.75)$$

onde: G_0 = ganho de pequeno sinal

E_s = energia de saturação do amplificador.

A energia contida no trem de pulsos, pode ser calculada por:

$$E_{\text{Pulsos}} = \int_{-\infty}^{\infty} |u(z, \tau)|^2 d\tau \quad (4.76)$$

No processo de simulação, a energia média dos pulsos é calculada e usada para obter o ganho nessa situação.

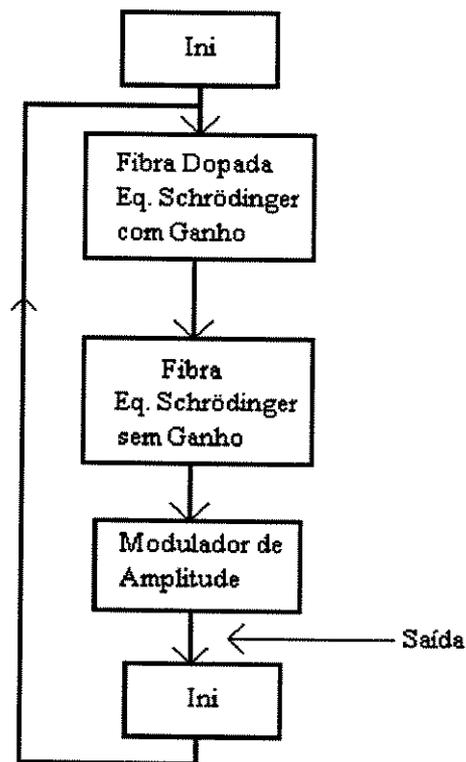


Fig.4.8- Diagrama de fluxo de sinal para o laser *modelocked* AM em anel.

4.4.1- Resultados da simulação numérica

No experimento numérico, a evolução do ruído gerado pelo amplificador óptico (ASE^+) até a formação de um pulso bem definido, foi obtido pela integração das equações de Schrödinger para sucesivas passadas pelo anel. Como condição inicial foi usado um ruído do tipo gaussiano, gerado a partir de uma rotina de geração aleatória. Os parâmetros usados na simulação são mostrados na Tabela 4.1.

Tabela 4.1- Parâmetros de simulação do laser AM

Atenuação do modulador, A_A	0,1
Índice de modulação, m_A	0,4
Fase do modulador, ϕ_A	0,0
Ganho, G_0	20
Energia de saturação normalizada do amplificador, E_S	17
Frequência de modulação, f_A	26 GHz
Coeficiente de resposta temporal do amplificador, κ	0,2
Constante de tempo Raman, τ_R	0,0
Comprimento de dispersão da fibra, L_D	10 m
Dispersão da fibra, D	20 ps/nm/km
Comprimento da fibra, L_F	8 m
Escala de tempo, τ_0	0,5 ps

A Fig.4.9 apresenta o sinal de saída do laser *mode-locked* AM em anel, depois de 100 passadas; podemos observar como o ruído evolui, no anel, até formar um pulso bem definido, que sofre os efeitos da compressão do ganho no amplificador a fibra.

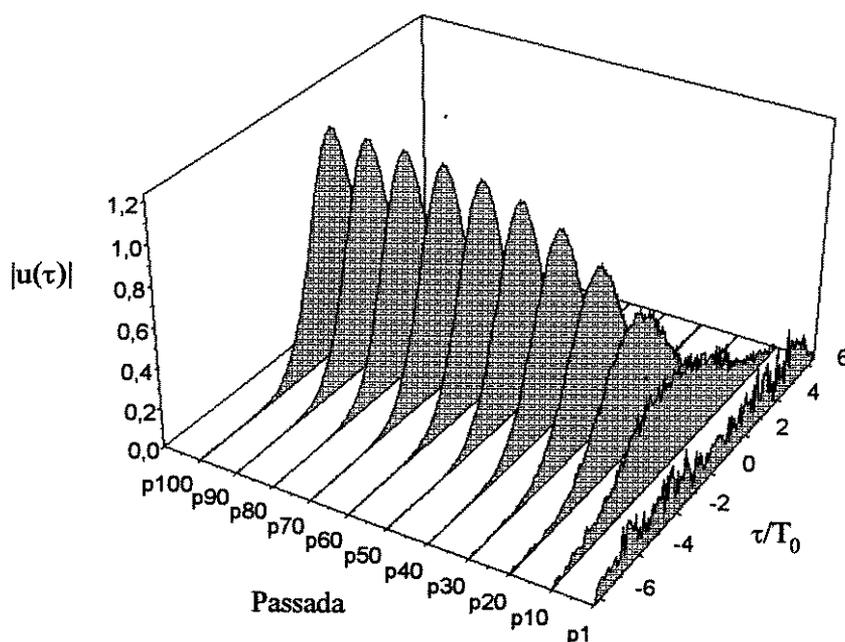


Fig.4.9- Amplitude de saída do sinal do laser *mode-locked* AM depois de 100 passadas no anel.

4.5- Conclusões

Descrevemos, usando as técnicas de simulação desenvolvidas nos Capítulos II e III, a simulação de lasers em anel do tipo *free-running* e do tipo *modelocked* AM. Mostramos, através da simulação, que é possível gerar pulsos do tipo solitônico usando um laser em anel, sincronizado por modulação de amplitude.

4.6- Referências

- [1] A. Yariv, **Optical Electronics**, HRW International Editions, 3th Ed., 1989.
- [2] C. Caballero P. e R. F. Souza, “Modelo de Amplificador Óptico a Fibra Dopada incluindo a Emissão Espontânea Amplificada ASE”, **Relatório Técnico RT.DMO 031, Publ. FEE 001/95**, Departamento de Microonda e Óptica, Faculdade de Engenharia Elétrica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas 1995.

- [3] A.Papoulis, **Signal Analysis**, McGraw-Hill Book Company, 1977.
- [4] D.N.Payne, "Active Fibers and Optical Amplifiers", **Fiber and Integrated Optics**, Vol.11, No.3, 1992, pp. 191-219.
- [5] K.J.Vahala, N.Park, J.Dowson, M.Newkirk and S.Sanders, "Semiconductor Lasers and Fiber Lasers for Fiber-Optics Telecommunications", **Fiber and Integrated Optics**, Vol.11, No.3, 1992, pp.221-234.
- [6] I.N.Durling, "All-Fiber Ring Soliton Laser Mode-Locked with a Nonlinear Mirror", **Optics Lett.**, Vol.16, 1991, pp.539-541.
- [7] B.J.Ainslie, "Fibers Laser. Growing in Power and in Efficiency", **Photonics Spectra**, May 1995, pp. 130-135.
- [8] D.J.Kuizenga and A.E.Siegman, "FM and AM Mode-Locking of the Homogeneous Laser-Part I: Theory", **IEEE J. Quantum Electron.**, Vol.6, No.11, Nov.1976, pp.694-708.

CAPÍTULO V

Geração de Trem de Pulsos Ultra-Curtos usando Modulação de Fase

5.1- Introdução

Neste capítulo apresenta-se uma técnica de síntese de trem de pulsos curtos e de alta taxa, baseada no processo de modulação de fase de uma portadora óptica contínua (CW) seguida de filtragem de uma região do espectro do sinal modulado, que permite obter, depois do filtro, um trem de pulsos estreitos e de uma taxa controlada pela frequência de modulação da fase da portadora óptica.

Existe um grande interesse na geração de pulsos curtos na faixa de picosegundos (10^{-12} s) e femtosegundos (10^{-15} s), tanto do ponto de vista da pesquisa de fenômenos ultrarápidos em materiais no estado sólido, química e biologia (baixas taxas) quanto do ponto de vista das aplicações em telecomunicações ópticas e dispositivos optoeletrônicos de alta velocidade (altas taxas).

Um grande número de métodos de geração de pulsos curtos existe na literatura [1]-[4], porém a maioria tem alguns problemas na realização física ou dependem de alguns fatores de difícil controle, tais como alinhamento, estabilidade térmica e mecânica, gorgoeio (*chirping*), tremor (*jitter*), deriva (*drift*) de parâmetros, alto custo, etc.

A mais extensa quantidade de trabalhos relacionados à geração de pulsos curtos, têm usado técnicas de síntese de Fourier [5],[6], baseadas, sucintamente, num processo onde os pulsos de entrada são analisados através da transformada espacial de Fourier (dispersão do espectro), filtrando-se espacialmente as frequências dispersadas e, finalmente, efetuando uma recombinação num único feixe colimado, de onde obtém-se a forma do pulso desejado. Conseqüentemente, este tipo de síntese de pulso é realizado através de um processo simples de filtragem linear.

O processo a ser apresentado a seguir também envolve uma filtragem linear, porém não existe um processamento espacial, e todo o processo pode ser realizado em uma fibra

óptica, sem ter que utilizar um laser *mode-locked*, já que a fonte de entrada é uma fonte CW; isto constitui uma primeira vantagem do método [7].

5.2- Relações Tempo-Espectro para Sinais Pulsados

Vamos supor que, de alguma maneira, foi gerado um sinal, que, no espectro, pode ser representado por linhas espectrais, numa primeira aproximação, de igual amplitude, e de frequências $\nu_n = \nu_0 + n \nu_m$, para $n=0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm S$, centradas em ν_0 e separadas por $\nu_m \ll \nu_0$.

A onda total será uma função complexa, que pode ser escrita na forma:

$$E(t) = E_0 \sum_{n=-S}^S \exp[j 2 \pi (\nu_0 + n \nu_m) t] \quad (5.1)$$

que representa a soma de $2S+1$ fasores de igual amplitude e diferenças fixas de fase $\phi = 2\pi\nu_m t$; então, (5.1) pode ser escrita como sendo:

$$E(t) = E_0 \exp[j 2 \pi \nu_0 t] \sum_{n=-S}^S \exp[j n \phi] = E_0(t) \sum_{n=-S}^S f^n = E_0(t) \frac{f^{S+1} - f^{-S}}{f - 1} = E_0(t) \frac{f^{S+1/2} - f^{-S-1/2}}{f^{1/2} - f^{-1/2}} \quad (5.2)$$

onde $f = \exp[j\phi]$; como $\text{sen}[x] = (\exp[jx] - \exp[-jx]) / (2j)$, então (5.2) pode ser escrita como sendo:

$$E(t) = E_0(t) \frac{\text{sen}[(2S+1)\pi \nu_m t]}{\text{sen}[\pi \nu_m t]} \quad (5.3)$$

A Eq.(5.3) representa um trem de pulsos no tempo, cuja separação é $T_M = \nu_m^{-1}$, e que tem uma largura (entre o pico e o primeiro zero) $\tau_{\text{pulso}} = T_M / (2S+1)$ que é inversamente proporcional com ν_m . Como a quantidade $(2S+1)\nu_m$ representa a largura espectral total do sinal, temos que, dependendo de S e ν_m , podemos gerar pulsos muito estreitos. A Fig.5.1 mostra o sinal com espectro centrado em ν_0 e a correspondente intensidade dos pulsos obtidos no tempo, para $2S+1 = 11$.

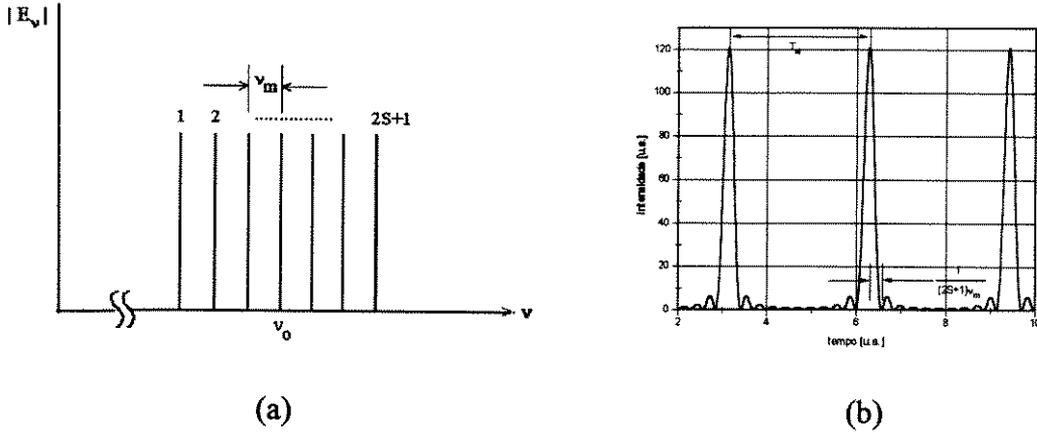


Fig.5.1- (a) Espectro de um sinal centrado em ν_0 e com separação entre linhas de ν_m ;
 (b) Intensidade do trem de pulsos obtido a partir do sinal (a).

Se considerarmos, agora, que a distribuição espectral não é uma constante, mas uma função gaussiana, então a envoltória do espectro da intensidade pode ser escrita como sendo:

$$E_\nu^2 = E_0^2 \exp \left[- \left(\frac{2n\nu_m}{\Delta\nu} \right)^2 \ln 2 \right] \quad (5.4)$$

e o campo elétrico total pode ser escrito como:

$$E(t) = \exp[j2\pi\nu_0 t] \sum_{-\infty}^{\infty} E_\nu \exp[j2\pi n\nu_m t] = A(t) \exp[j2\pi\nu_0 t] \quad (5.5)$$

Se a somatória for aproximada por uma integral, i.e.:

$$A(t) \cong \int_{-\infty}^{\infty} E_\nu \exp[j2\pi n\nu_m t] dn \quad (5.6)$$

já que n representa frequência, teremos que a amplitude do campo $A(t)$ é proporcional à transformada de Fourier da amplitude espectral E_ν . Portanto, teremos que:

$$A^2(t) \propto \exp \left[- \left(\frac{2t}{\Delta\tau_p} \right)^2 \ln 2 \right] \quad (5.7)$$

onde $\Delta\tau_p$ é a largura FWHM (*Full Width Half Maximun*), dada por:

$$\Delta\tau_p = \frac{2 \ln 2}{\pi \Delta\nu} = \frac{0,441}{\Delta\nu} \quad (5.8)$$

A dedução das expressões (5.4), (5.7) e (5.8) encontra-se no Anexo 5A.

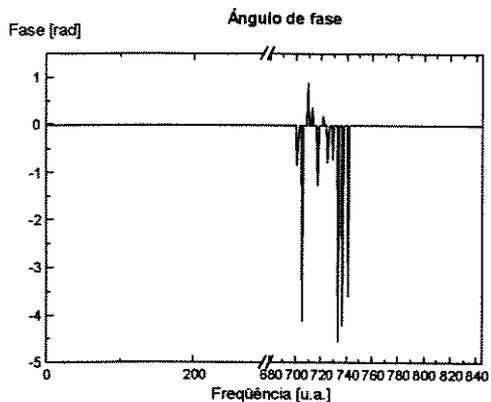
De ambos os casos podemos concluir que, se a relação de fase entre as componentes espectrais adjacentes é do tipo $\phi_n - \phi_{n-1} = \Delta\phi = \text{constante}$, a amplitude temporal do campo total

será proporcional à transformada de Fourier da magnitude da amplitude espectral. A largura dos pulsos obtidos, $\Delta\tau_p$, estará relacionada com a largura espectral, $\Delta\nu$, através da expressão:

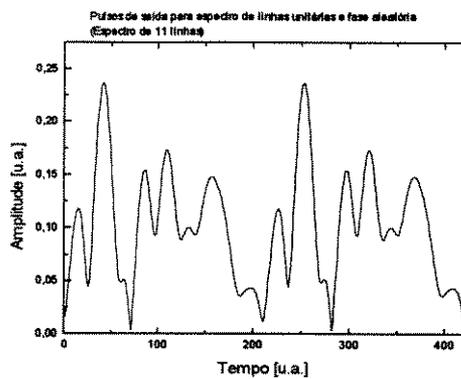
$$\Delta\tau_p = \frac{k}{\Delta\nu} \quad (5.9)$$

onde k é um fator numérico, da ordem da unidade, cujo valor depende da forma particular da distribuição espectral da intensidade. Este tipo de pulso é dito **limitado por transformada**.

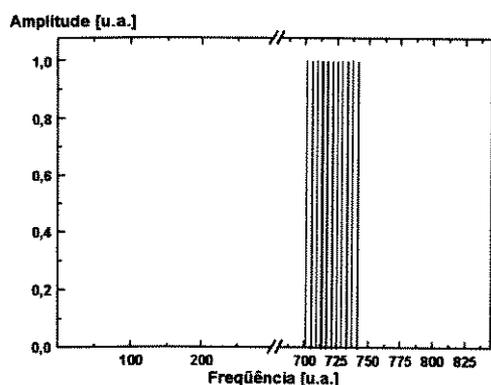
Isto pode ser demonstrado através de simulação, usando um algoritmo de transformada rápida de Fourier (FFT); a Figura 5.2 mostra o resultado desta simulação para três casos. No primeiro, onde a amplitude das componentes espectrais é unitária e a fase é aleatória, a Fig.5.2(a) mostra esta situação de fase aleatória das linhas espectrais e a Fig.5.2(b) mostra o correspondente sinal de saída no tempo. O segundo caso considerado tem um espectro de linhas espectrais de amplitude unitária e em fase ($\Delta\phi=0$), Fig.5.2(c); e, o último caso, considera um espectro de linhas unitárias, mas com fases adjacentes alternadas periodicamente ($\Delta\phi=\pi$ radianos), Fig.5.2(e). Nos dois últimos casos, obtemos pulsos tipo limitado por transformada, Fig.5.2(d) e 5.2(f), como previsto. No primeiro caso, Fig.5.2(b), os pulsos de saída são de menor amplitude e de largura temporal maior.



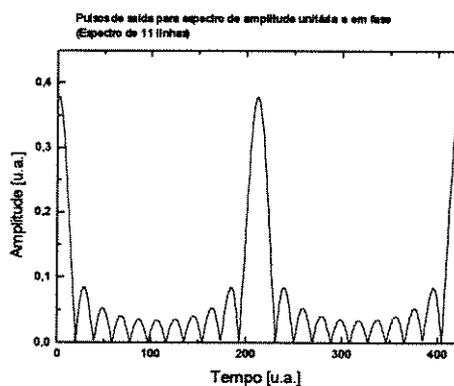
(a)



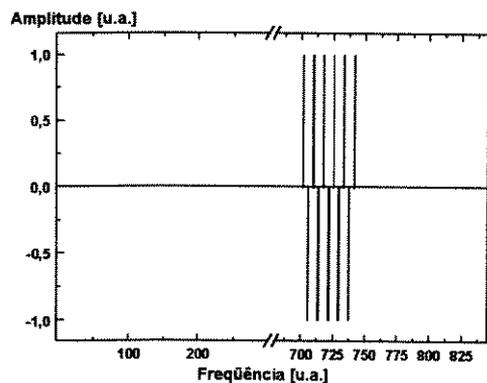
(b)



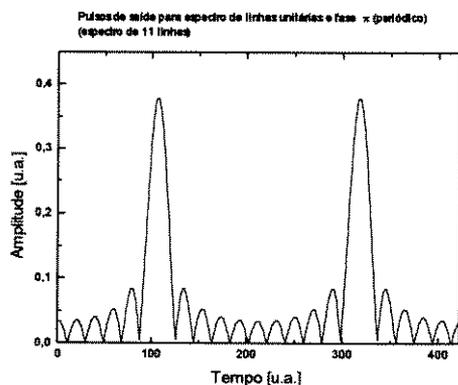
(c)



(d)



(e)



(f)

Fig. 5.2- Simulação de três situações para um espectro de linhas de igual valor absoluto, em amplitude.

Vamos considerar dois casos, onde a envoltória do espectro é do tipo gaussiana; o primeiro caso terá as linhas espectrais em fase e, o segundo, terá as linhas espectrais com

fases adjacentes defasadas de π radianos. A Fig.5.3 mostra os resultados da simulação realizada. Na Fig.5.3(a) observamos o espectro para o primeiro caso e, na Fig.5.3(b), mostra-se a amplitude dos pulsos correspondentes, visualizados no domínio do tempo. As Figs.5.3(c) e 5.3(d) mostram os correspondentes resultados para o segundo caso.

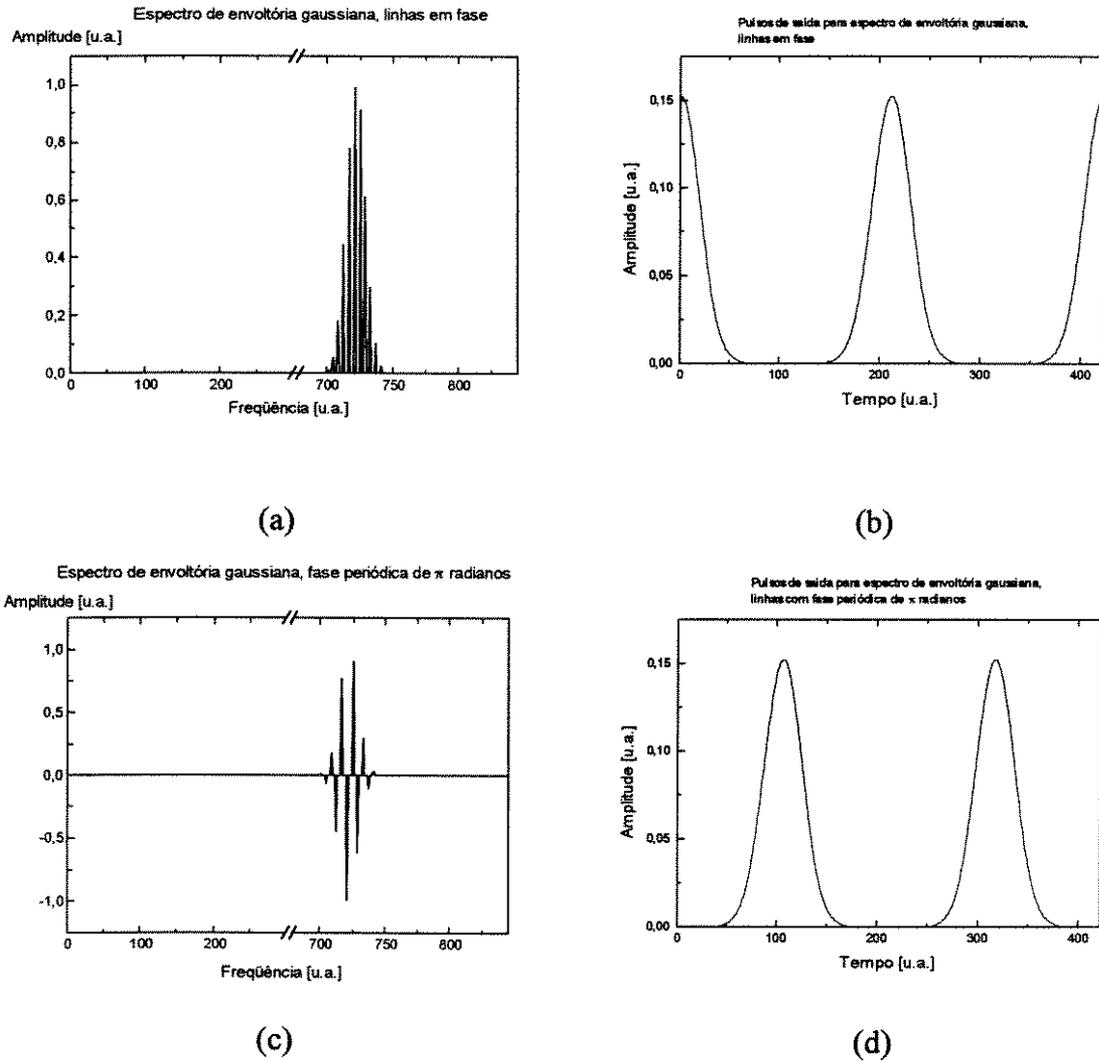


Fig.5.3- Simulação para caso de envoltória gaussiana do espectro.

Nestes casos, a forma dos pulsos é a mesma já que, como dito anteriormente, a saída temporal é proporcional à transformada de Fourier da *magnitude da amplitude espectral*. Medindo a largura espectral de meia potência, para a Fig.5.3(c), ela resulta ser $\Delta f \approx 32$ [u.a.]; por outro lado, a largura temporal de meia potência dos pulsos de saída é $\Delta t \approx 12$ [u.a.]; como

foram usadas 844 amostras, o produto $\Delta f \times \Delta t = 32 \times 12 / 844 = 0,45$, que é um valor muito próximo de 0,441, que resultou da análise teórica.

A Fig.5.4 mostra uma comparação entre a intensidade destes pulsos de saída e as intensidades gaussianas e secante hiperbólica.

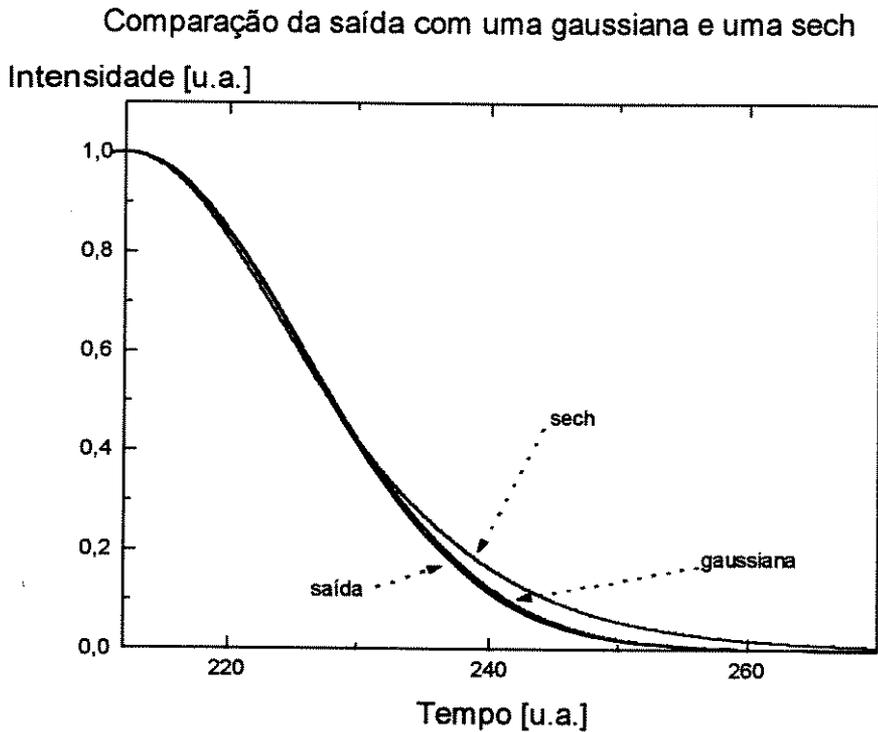


Fig.5.4- Comparação da forma da intensidade normalizada dos pulsos de saída da Fig.5.3 com uma gaussiana e uma secante hiperbólica de amplitude unitária.

5.3- Modulação da Fase Óptica

A modulação da fase óptica é possível, usando dispositivos eletro-ópticos, variando eletricamente o comprimento do caminho óptico do feixe, através de um cristal eletro-óptico, que opera como uma unidade Pockels [10], onde o índice de refração é proporcional à amplitude do campo elétrico aplicado. Vamos considerar um sinal óptico CW de amplitude A e frequência ν_0 , e que é modulado linearmente em fase com um sinal senoidal, de frequência ν_m , que tem uma amplitude suficiente para produzir um índice de modulação de fase B . Então, o sinal modulado pode ser escrito como:

$$E_{MF}(t) = A \text{ sen} [2\pi \nu_0 t + \phi_0 + B \text{ sen}(2\pi f_m t)] \quad (5.10)$$

onde:

A=amplitude do sinal óptico CW

ν_0 =frequência do sinal óptico CW ($\omega_0=2\pi\nu_0$)

ϕ_0 =fase arbitrária (constante)

B=índice de modulação de fase

f_m =frequência de modulação (RF, $\omega_m=2\pi f_m$)

Usando as funções de Bessel, a Eq.(5.10) pode ser desenvolvida na forma [9]:

$$\begin{aligned} E_{MF}(t) = & A J_0(B) \text{sen}[\omega_0 t + \phi_0] + \\ & A J_1(B) \text{sen}[(\omega_0 + \omega_m)t + \phi_0] - A J_1(B) \text{sen}[(\omega_0 - \omega_m)t + \phi_0] + \\ & A J_2(B) \text{sen}[(\omega_0 + 2\omega_m)t + \phi_0] + A J_2(B) \text{sen}[(\omega_0 - 2\omega_m)t + \phi_0] + \\ & A J_3(B) \text{sen}[(\omega_0 + 3\omega_m)t + \phi_0] - A J_3(B) \text{sen}[(\omega_0 - 3\omega_m)t + \phi_0] + \dots \end{aligned} \quad (5.11)$$

$$\therefore E_{MF}(t) = A \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(B) \text{sen}[(\omega_0 + n\omega_m)t + \phi_0] \quad (5.12)$$

Portanto, o espectro do sinal modulado em fase está formado pelas funções de Bessel $J_n(B)$. Este espectro está centrado em ω_0 e sua distribuição não é simétrica, em torno de ω_0 , devido à alternância do sinal das funções de Bessel, principalmente para $n < 0$, i.e., na banda lateral inferior, já que, para n inteiro e positivo, temos:

$$J_{-n}(x) = (-1)^n J_n(x) \quad (5.13)$$

e, portanto, em parte da banda lateral inferior do espectro ($n < 0$), as linhas espectrais adjacentes mudam de sinal de forma periódica.

A Fig.5.5 mostra um gráfico que representa (5.12) para um índice de modulação $B=25,4171$ e $A=1$; nesta figura, podemos observar que existem três regiões interessantes: uma região para $n > 20$, onde as linhas espectrais são todas positivas; outra, na região onde $-20 < n < 20$, quando as linhas espectrais têm uma fase que pode ser zero ou 180° , mas de forma aleatória; e, finalmente, uma terceira região, para $n < -20$, onde as linhas espectrais adjacentes mudam de fase de forma periódica, i.e., a diferença de fase entre linhas adjacentes é 180° .

5.4- Pulsos Limitados por Transformada

O pulso mais curto possível, num sistema com uma dada largura de banda espectral $\Delta\nu$, chama-se pulso limitado por transformada (*transform-limited pulse*), vide

Seção 5.2. Um dos resultados importantes da teoria da transformada de Fourier é que, na determinação da frequência ν de um sinal, a incerteza na determinação desta frequência, $\Delta\nu$, é inversamente proporcional ao tempo de observação (tempo de medida). De fato, temos que $\Delta\nu \times \Delta t \geq 1$, onde Δt é o tempo de observação. Este produto $\Delta\nu \times \Delta t \geq 1$ é chamado, comumente, limite de Fourier [8].

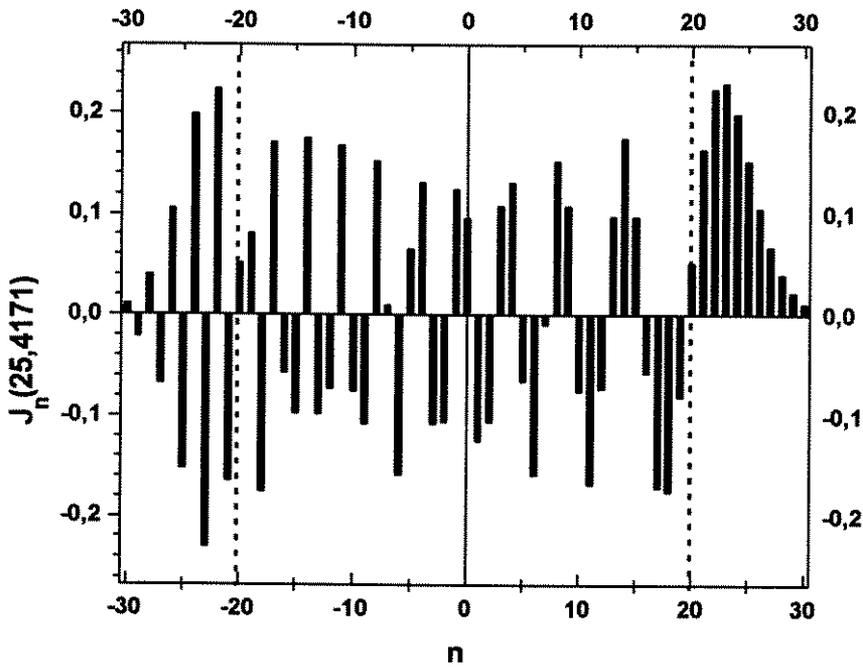


Fig.5.5- Funções de Bessel $J_n(B)$ para $n[-30,30]$ e $B=25,4171$.

O produto da largura de pulso com a largura espectral, dada pelo princípio de incerteza [8], é $\Delta\nu \times \Delta t \geq k$, onde k é uma constante conhecida e que depende do perfil da intensidade do pulso; k tem valores 0,357 e 0,441, para pulsos de tipo secante hiperbólica e gaussiana, respectivamente. O cálculo destes valores encontra-se no Anexo 5B. Para um pulso limitado por transformada o produto $\Delta\nu \times \Delta t$ adota seu mínimo valor, i.e., k .

Então, considerando as conclusões da Seção 5.2, deverá existir um índice de modulação B tal que as bandas laterais apresentem uma distribuição ótima de linhas espectrais que, quando filtradas, produzam um trem de pulsos limitados por transformada, do tipo RZ (*return-to-zero*) de máxima amplitude e mínima largura, e que transfira a maior quantidade possível de energia para essa banda. Dado que a distância entre linhas espectrais é f_m , a separação dos pulsos no domínio do tempo será $1/f_m$, que definirá a taxa do trem de pulsos.

Para determinar o índice de modulação B, para o qual teremos uma parte da banda lateral superior de componentes espectrais do mesmo sinal, e, correspondentemente, uma parte da banda lateral inferior de linhas espectrais adjacentes de fase alternada, teremos que observar o comportamento das funções de Bessel de altas ordens, já que será necessário usar altos índices de modulação B.

O primeiro zero de uma função de Bessel de alta ordem, está localizado para um valor de argumento, B, em termos da ordem “n” (para valores altos), dado por [9]:

$$B_n = n + 1,8557571n^{1/3} + 1,03315n^{-1/3} - 0,00397n^{-1} - 0,0908n^{-5/3} + 0,043n^{-7/3} + \dots \quad (5.14)$$

Dado que este é o primeiro zero da função $J_n(B)$ (depois ela muda de sinal), isto significa que, para argumentos menores que o valor B_n , esta função tem sinal positivo. Conseqüentemente, as funções $J_{n+1}(B)$, $J_{n+2}(B)$, etc., terão todas sinal positivo; por outro lado, as funções $J_n(B)$, $J_{n-1}(B)$, etc. terão seus sinais mudando alternadamente, dependendo de n par ou ímpar, de acordo com (5.13).

Então, deverá existir um valor da ordem “n” (alta ordem), para um dado valor do índice de modulação B, tal que as funções de Bessel sejam do mesmo sinal. Usando (5.14) e fazendo um ajuste de forma empírica, teremos que este valor de “n” pode ser encontrado pela expressão:

$$n \geq B - 1,8557571B^{1/3} - 1,03315B^{-1/3} + 0,00397B^{-1} + 0,0908B^{-5/3} - 0,043B^{-7/3} + \dots \quad (5.15)$$

Supondo um valor $n=20$, usando (5.14), temos como resultado um valor de $B=25,4171$. Usando este valor em (5.15), temos como resultado, $n \geq 20$. Fazendo um gráfico das funções de Bessel para o argumento $B=25,4171$ em termos de n entre -30 e 30, podemos observar o comportamento das bandas laterais na Fig.5.5.

Vemos, na Fig.5.5, que para $n \geq 20$, os valores de $J_n(25,4171)$ são todos positivos, como esperado; por outro lado, para $n \leq -20$ observamos que as funções de Bessel adjacentes alternam o sinal de forma periódica. Entre estas duas faixas de valores, as funções de Bessel podem adotar sinais diferentes de forma aleatória.

Mesmo para valores relativamente baixos de “n”, ainda obtemos uma correta predição, usando as Eqs.(5.14) e (5.15). Para $n=4$, teremos que $B=7,58837$. Com estes valores, a Fig.5.6 apresenta um gráfico dos valores das funções de Bessel, que correspondem

às bandas laterais, onde podemos novamente observar que, para valores $|n| \geq 4$, as funções de Bessel ainda têm o comportamento desejado.

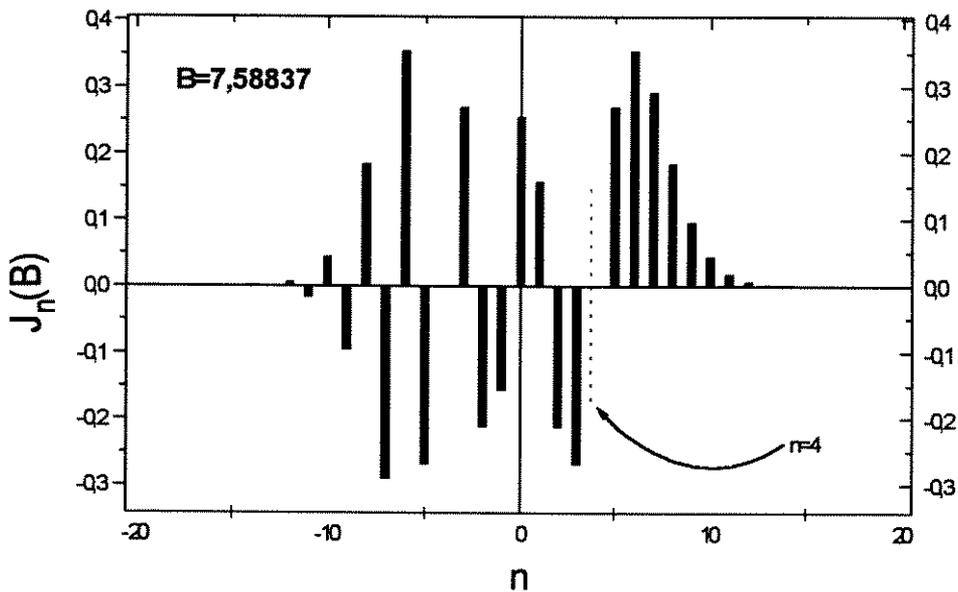


Fig.5.6- Funções de Bessel para $n \in [-20, 20]$ e $B=7,58837$.

5.5- Simulação

Para simular a geração de um trem de pulsos do tipo descrito acima, vamos usar a configuração mostrada na Fig.5.7. No cálculo iremos usar um algoritmo de transformada e anti-transformada rápida de Fourier, FFT, para efetuar o respectivo processamento adequado do sinal. A simulação estará dividida em dois grupos: o primeiro, considerando filtragem ideal (janela espectral retangular), e, o segundo, usando uma janela espectral do tipo gaussiana.

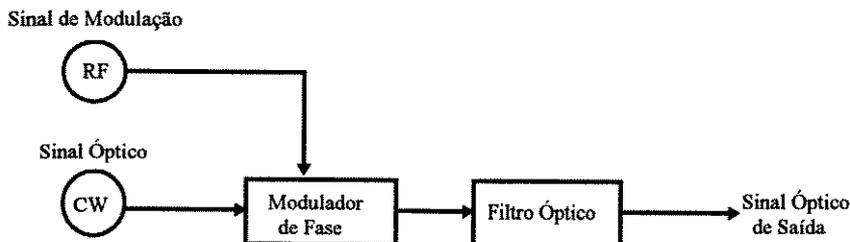


Fig.5.7- Diagrama em blocos do gerador de trem de pulsos.

Em ambos os casos, para facilitar a simulação, será usado um escalonamento para baixo (*down-scaling*) nas frequências óptica e de modulação (RF); o sinal óptico terá uma frequência $\nu_0 = 512$ u.a. e o sinal RF de modulação terá uma frequência $f_m = 10$ u.a.; para a FFT serão usadas 2048 amostras do sinal óptico modulado em fase. O formato de dados de saída utilizado permite observar o valor real, imaginário ou absoluto dos sinais no processo.

O sinal modulado em fase pode ser escrito, incluindo um termo devido à não-linearidade de segunda ordem do modulador de fase, na forma:

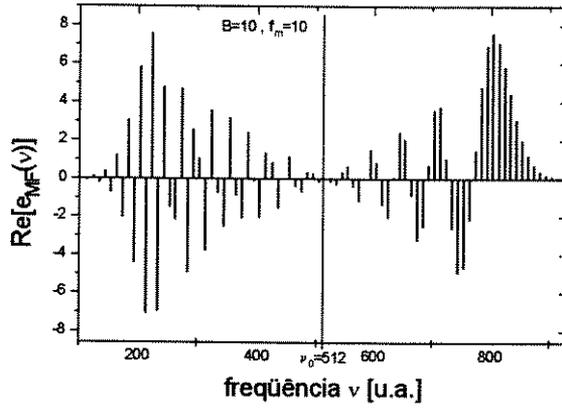
$$e_{MF}(t) = \frac{A}{2} \left[\begin{array}{l} \exp(j2\pi\nu_0 t + jB\pi \sin[2\pi f_m t] + ja_2 \sin^2[2\pi f_m t]) + \\ \exp(-j2\pi\nu_0 t - jB\pi \sin[2\pi f_m t] - ja_2 \sin^2[2\pi f_m t]) \end{array} \right] \quad (5.16)$$

onde:

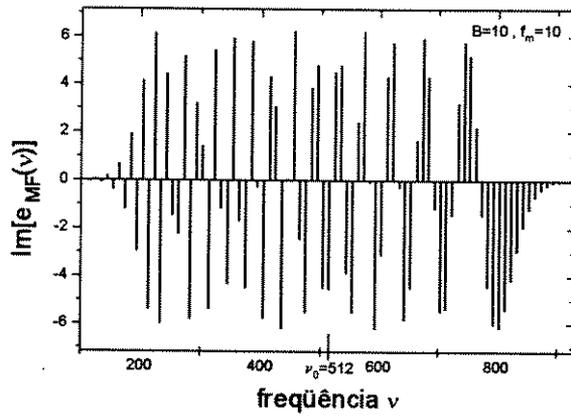
B =índice de modulação de fase.

a_2 =coeficiente de distorção de segunda ordem do modulador de fase.

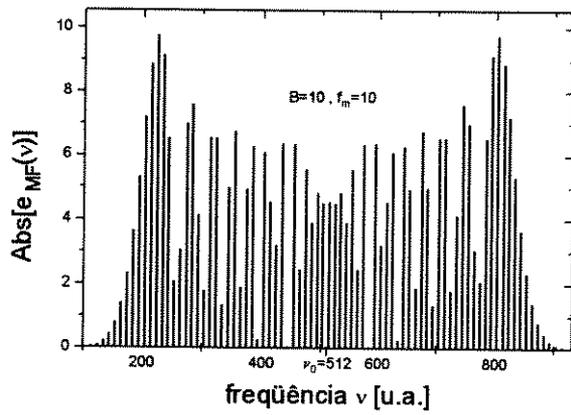
O termo não-linear a_2 tem pouca influência sobre o resultado, até assumir valores próximos de 30% de B , que é um valor elevado; portanto, todas as análises que seguem serão feitas com $a_2=0$, e $A=1$. A Fig.5.8 mostra a parte real (a) e a parte imaginária (b) do espectro deste sinal, onde podemos observar o comportamento da fase entre linhas espectrais, comentado na Seção 5.3. A Fig. 5.8(c) mostra o valor absoluto deste espectro, que poderia ser observado num analisador de espectro óptico.



(a)



(b)



(c)

Fig.5.8- Espectro do sinal modulado em fase.

No processo de simulação, as janelas espectrais do filtro serão colocadas em regiões selecionadas do espectro já apresentado, mostrando o correspondente sinal de saída no tempo.

5.5.1- Filtragem Ideal

Nesta seção vamos usar, num primeiro caso, filtros passa-baixa e passa-alta ideais, para filtrar a banda lateral inferior e a banda lateral superior, respectivamente; as frequências de corte destes filtros devem ser especificadas em cada caso. Em um segundo caso, serão usados filtros passa-faixa ideais, que estarão centrados em frequências específicas, para verificar seus efeitos sobre os pulsos de saída; neste caso, também será variada a largura da faixa do filtro.

5.5.1.1- Filtragem passa-baixa e passa-alta ideais

Para selecionar a parte conveniente da banda lateral superior, usaremos um filtro passa-alta ideal, cuja frequência de corte ν_c será localizada numa frequência do espectro onde se inicia a região de linhas espectrais do mesmo sinal; da Fig. 5.8(a) e (b), este ponto está localizado em $\nu=764$. A Fig.5.9 mostra os pulsos de saída obtidos usando este tipo de filtro para a banda lateral superior. A largura espectral FWHM é $\Delta\nu=49$ [u.a.] e a largura temporal FWHM é $\Delta t=14$ [u.a.]; como temos 2048 amostras, o produto $\Delta\nu \times \Delta t=0,335$, o que indica tratar-se de um pulso mais estreito que um pulso gaussiano. Porém, estamos, neste caso, utilizando um filtro ideal, não realizável.

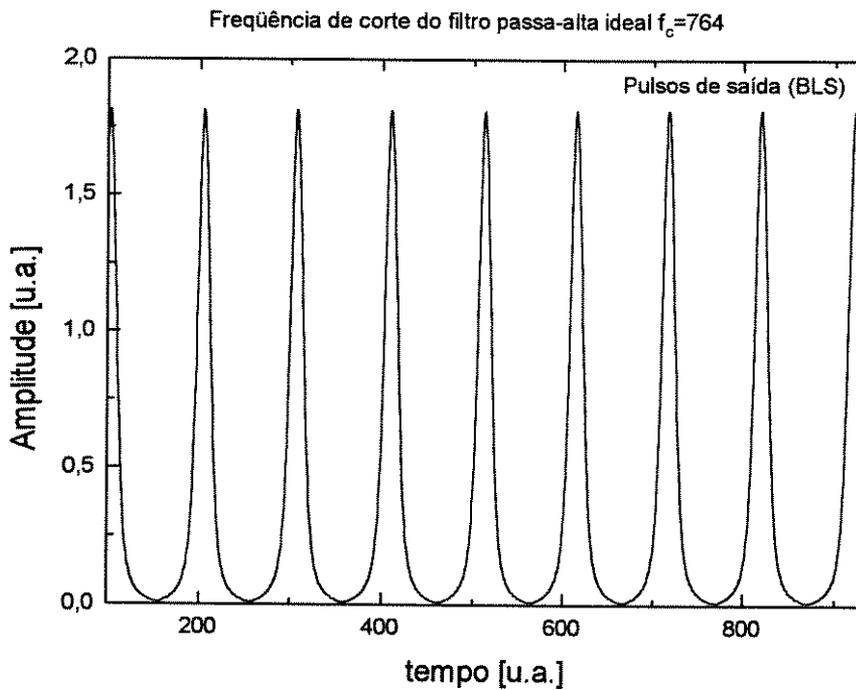


Fig.5.9- Pulsos de saída obtidos a partir de parte da banda lateral superior, utilizando um filtro passa-alta ideal com $\nu_c=764$.

Para selecionar a parte conveniente da banda lateral inferior, usaremos um filtro passa-baixa ideal, com $\nu_c=256$ (região do espectro da banda lateral inferior onde as linhas espectrais adjacentes mudam periodicamente de sinal). Nestas condições obtemos os pulsos mostrados na Fig.5.10, que são idênticos aos anteriores, conforme a teoria apresentada na Seção 5.2. O produto faixa espectral-largura temporal, obtido neste caso, é $\Delta\nu \times \Delta t=0,335$, que é igual ao caso anterior, em concordância com a teoria apresentada.

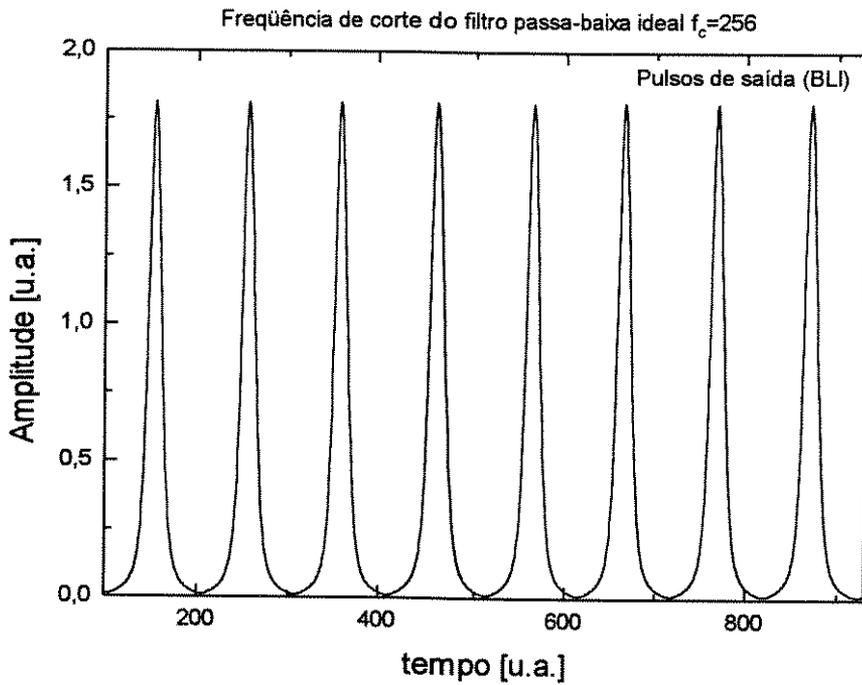


Fig.5.10- Pulsos de saída obtidos a partir de parte da banda lateral inferior, utilizando um filtro passa-baixa ideal com $v_c=256$.

Se a frequência de corte do filtro é tal que deixa passar parte das linhas espectrais que não são de interesse, i.e., linhas adjacentes de qualquer fase, teremos um trem de pulsos de saída, como se mostra na Fig.5.11. Esta saída tem uma forma quase-retangular, mostrando, no topo, uma oscilação semelhante ao fenômeno de Gibbs; a largura destes pulsos é maior que a obtida nos casos anteriores, onde tínhamos a mínima largura temporal, para a dada largura espectral. O produto $\Delta v \times \Delta t$, neste caso particular, tem o valor $\Delta v \times \Delta t = 229 \times 40 / 2048 = 4,473$.

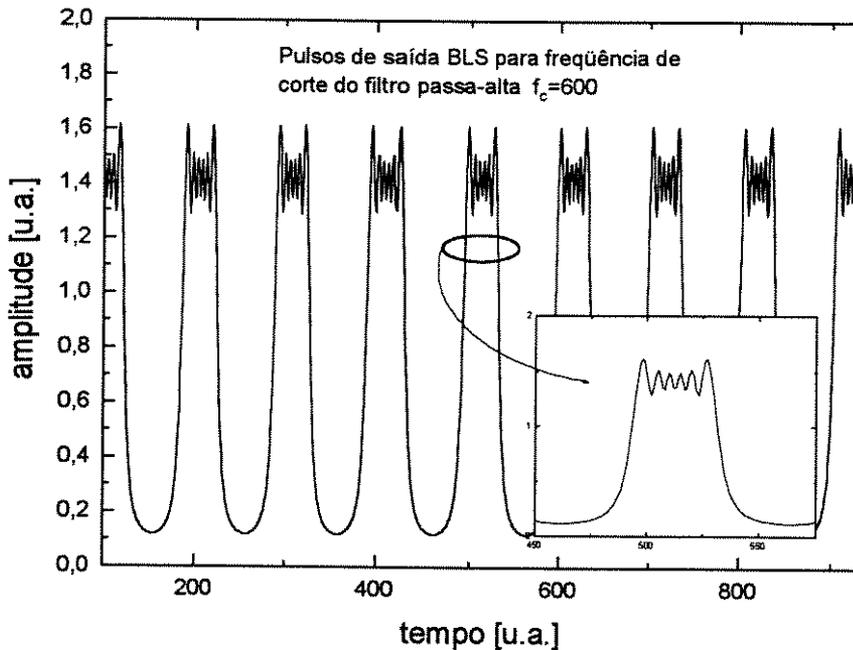


Fig.5.11- Pulsos de saída obtidos a partir de parte da banda lateral superior utilizando um filtro passa-alta ideal com $v_c=600$.

É interessante salientar que os pulsos obtidos, tanto usando a banda lateral inferior (BLI) quanto a superior (BLS), estão sincronizados com os picos de desvio de frequência, Δv , associados ao processo de modulação de fase; isto significa que os pulsos existem numa região do sinal onde a derivada do desvio de frequência é nula, i.e., onde o gorjeio é nulo. A Fig.5.12 mostra a relação entre os pulsos obtidos e Δv .

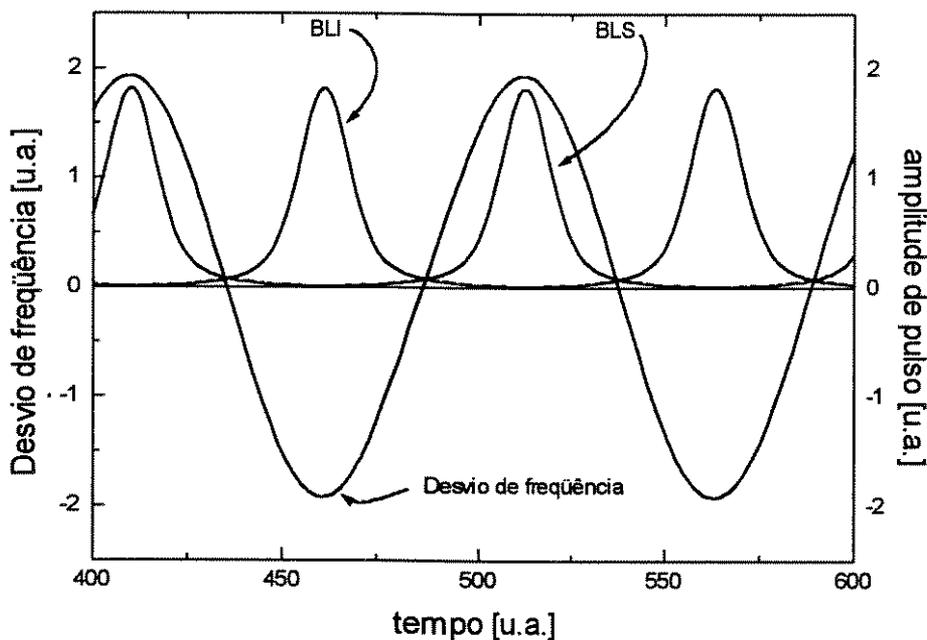


Fig.5.12- Relação entre desvio de frequência e posição temporal dos pulsos obtidos.

5.5.1.2- Filtragem passa-faixa ideal

Quando um filtro passa-faixa ideal é utilizado, os resultados são exatamente os mesmos que os anteriores, sempre que o filtro passa-faixa for colocado de modo de transferir o mesmo espectro. Porém, se a largura deste filtro é muito estreita, a saída dependerá fortemente da localização espectral do filtro. Como exemplo deste caso, a Fig.5.13 mostra a relação entre a amplitude de pico dos pulsos obtidos, em termos da largura de faixa do filtro, quando este está localizado de maneira de transferir somente linhas espectrais de mesma fase na banda lateral superior.

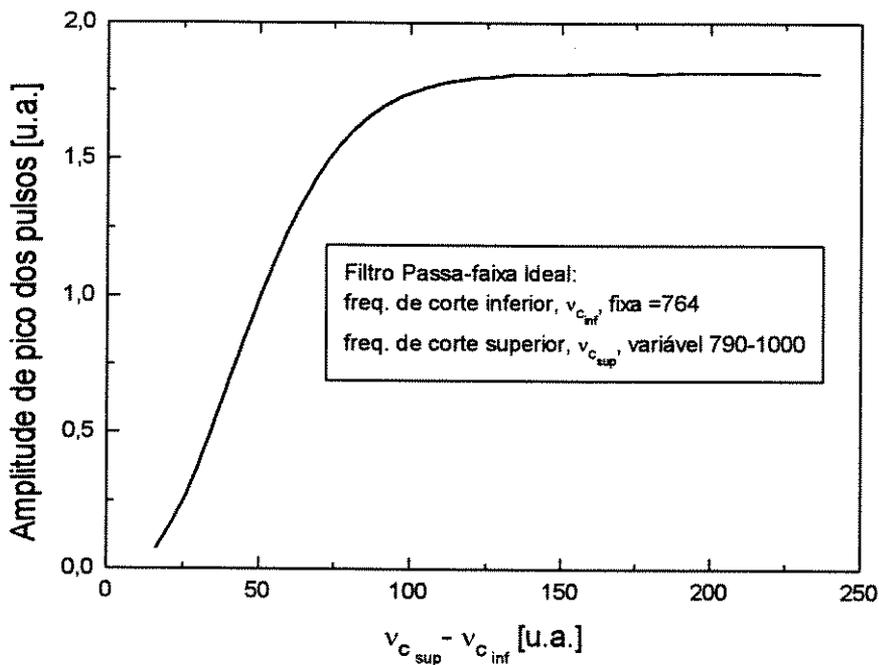


Fig.5.13- Amplitude de pico dos pulsos em função da largura de faixa do filtro passa-faixa ideal.

5.5.2- Filtragem gaussiana

Nesta seção usaremos, para simular o processamento do sinal modulado em fase, da Seção 5.5.1.2, um filtro passa-faixa com uma característica de amplitude tipo gaussiana, que, em geral, representa adequadamente a transferência de um filtro real. A frequência central, $v_{central}$, e a largura de faixa, BW, podem ser variadas para estudar seus efeitos sobre os pulsos de saída. No final desta seção, apresentaremos o caso de um filtro com característica espectral periódica, em que dois picos de transferência se fazem coincidir com as regiões de interesse da banda lateral inferior e superior, simultaneamente, para dobrar a taxa de pulsos; isto pode, eventualmente, ser realizado com um filtro Fabry-Perot com as características adequadas de Fineza (*Finesse*) e FSR (*Free Spectral Range*).

A Fig.5.14 mostra o trem de pulsos de saída para um filtro gaussiano com frequência central $v_c=807$ [u.a.] e uma largura de faixa $BW=31$ [u.a.]. Para localizar a frequência central do filtro, para uma dada largura de faixa BW, fazemos, durante a simulação, uma varredura de v_c até encontrar o valor máximo de pico dos pulsos de saída.

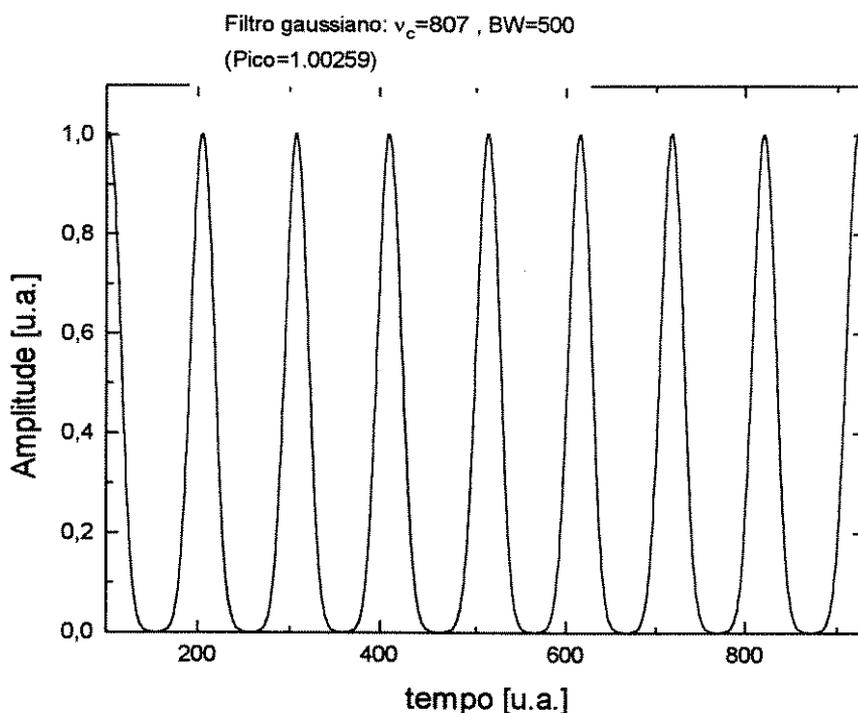


Fig.5.14- Pulsos de saída obtidos a partir de parte da banda lateral superior, usando um filtro passa-faixa gaussiano com $\nu_c=807$ e $BW=31$.

Neste caso, temos que $\Delta\nu=31$ e $\Delta t=24$; portanto, o produto $\Delta\nu \times \Delta t = 744/2048 = 0,363$ é um valor entre 0,357 e 0,441, que correspondem aos produtos $\Delta\nu \times \Delta t$ para uma secante hiperbólica e uma gaussiana, respectivamente; portanto, este caso produz um tipo de pulso de forma muito próxima de uma secante hiperbólica. Se este tipo de pulso, com amplitude suficiente, se propagar numa fibra óptica, ele pode atingir rapidamente o regime solitônico.

Para outras posições do filtro gaussiano, com diferentes larguras de faixa, se obtém um trem de pulsos, até de maior amplitude, mas que afastam-se da forma secante hiperbólica ou gaussiana. A Fig.5.15 mostra, com as amplitudes máximas normalizadas, os perfis de pulsos obtidos para quatro situações, onde temos os seguintes pares de frequência central-largura de faixa: $\nu_{c1}=810-BW_1=37$, $\nu_{c2}=815-BW_2=53$, $\nu_{c3}=821-BW_3=83$ e $\nu_{c4}=826-BW_4=263$; também se mostra, nesta figura, a forma da secante hiperbólica (linha tracejada) e o pulso obtido no caso da Fig.5.14.

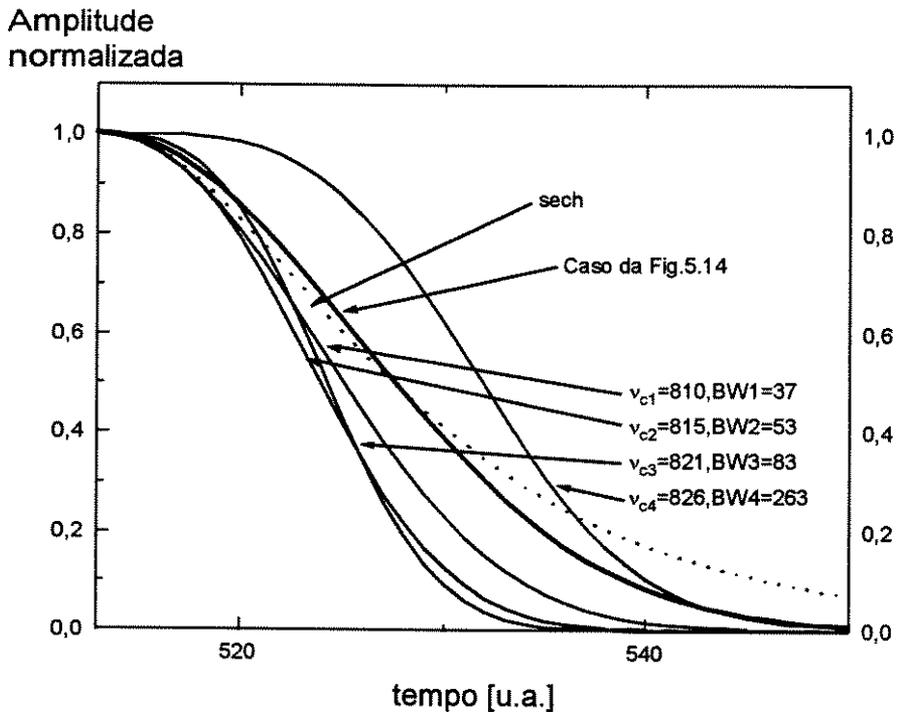


Fig.5.15- Comparação do perfil dos pulsos obtidos para diferentes situações de filtragem passa-faixa de forma gaussiana.

Desta figura podemos concluir que o melhor caso, em termos da forma solitônica, é o caso apresentado na Fig.5.14. Neste sentido, vamos propagar um pulso obtido no melhor caso, Fig.5.14, usando o programa apresentado no Capítulo I; para este efeito, a amplitude do pulso será ajustada para que o pulso lançado tenha a mesma energia de um pulso de forma secante hiperbólica de amplitude unitária, correspondente a um sólon fundamental.

A Fig.5.16 mostra a evolução deste pulso ao longo do caminho de propagação normalizado.

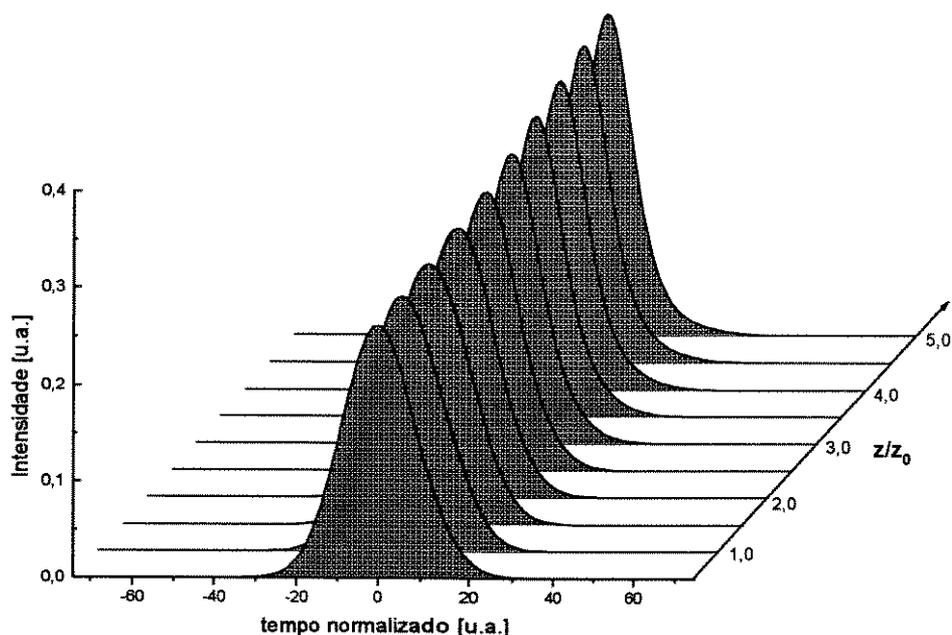


Fig.5.16- Evolução de um dos pulsos da Fig.5.14.

Da Fig.5.16 podemos observar claramente o efeito da não-linearidade sobre o pulso inicial fazendo com que ele torne-se mais estreito, auto-ajustando sua largura e amplitude, até atingir a forma solitônica. Se compararmos graficamente o perfil do pulso, na posição $z=0,5z_0$ e $z=5z_0$, com uma secante hiperbólica pura, obtemos o resultado apresentado na Fig.5.17, que confirma o auto-ajustamento do pulso, até ele atingir a forma natural de resposta do meio.

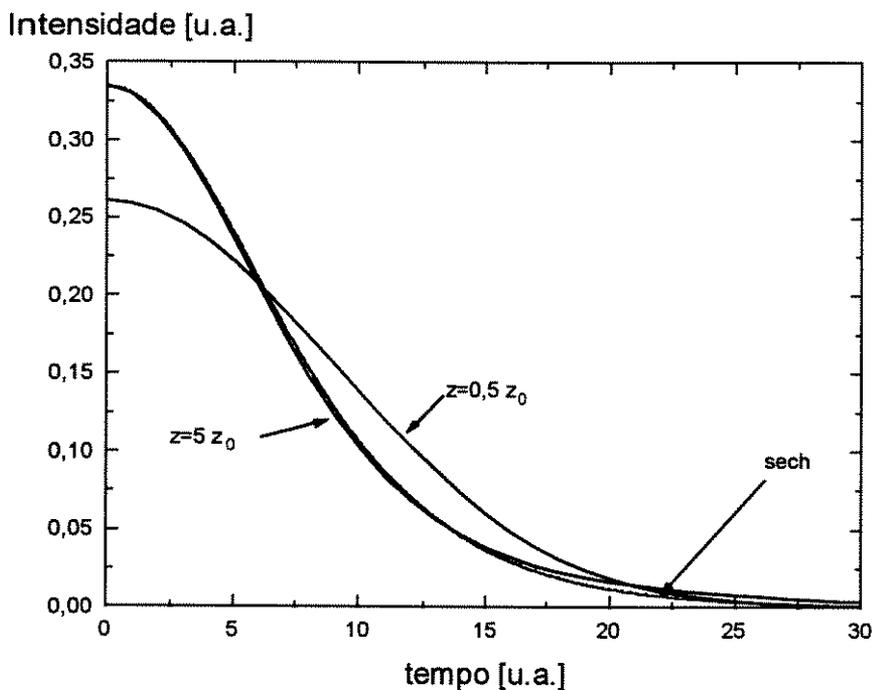


Fig.5.17- Comparação do perfil de um pulso propagante numa fibra óptica, nas posições $z=0,5z_0$ e $5z_0$, com uma secante hiperbólica pura.

Finalmente, vamos apresentar o caso em que é usado um filtro do tipo Fabry-Perot, ou seja, onde existe uma característica de transferência periódica no domínio da frequência; podemos, neste caso, obter o dobro da taxa que nos casos anteriores, deixando passar parte da banda lateral inferior e parte da banda lateral superior. Estas partes correspondem àquelas regiões das bandas laterais que apresentam as linhas espectrais em fase e as com defasagem de π radianos entre linhas adjacentes. A Fig.5.18(a) mostra a parte real do espectro filtrado que, devido à forma gaussiana do filtro, deixa passar alguns componentes espectrais fora da faixa desejada, e a Fig.5.18(b) mostra os pulsos de saída para o caso do filtro do tipo gaussiano com frequências centrais em $\nu_{c1}=215$ e $\nu_{c2}=809$, ambos os filtros com $BW=53$. Observamos que a taxa de pulsos, agora, é o dobro. Variando a frequência de modulação, f_m , pode-se controlar a distância entre estes pulsos.

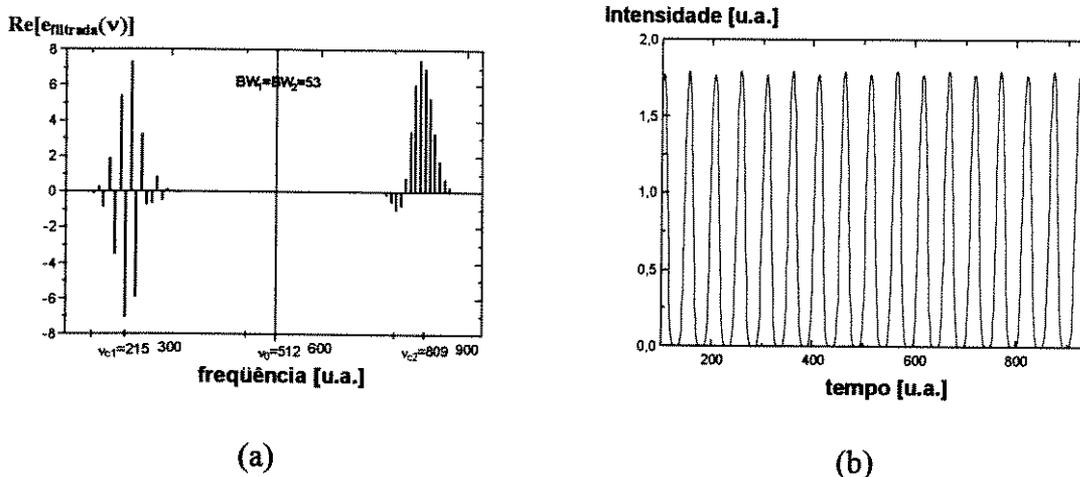


Fig.5.18- Trem de pulsos de taxa dobrada usando filtro com transferência espectral dupla. (a) Parte real do espectro filtrado. (b) Intensidade dos pulsos de saída.

5.6- Conclusões

Da análise e simulação apresentadas podemos concluir que o método apresentado é efetivo na produção de trem de pulsos do tipo solitônico, e que, mesmo exigindo índices de modulação profundos do modulador de fase, a não-linearidade que este puder apresentar, não representa um problema grave, já que pode-se suportar elevada distorção de segunda ordem sem produzir problemas na geração. Os pulsos gerados, amplificados até uma amplitude adequada, podem se propagar numa fibra óptica, no regime não-linear, atingindo, assim, o estado solitônico fundamental.

5.7- Referências

- [1] M.T.Asaki, C.P.Huang, D.Garvey, J.Zhou, H.C.Kapteyn and M.M.Murnane, *Generation of 11-fs pulses from a self-mode-locked Ti:sapphire laser*, **Opt. Lett.**, Vol.18, No.1, 1993, pp. 977-979.
- [2] P.F.Curley, C.Spielmann, T.Brabec, F.Krausz, E.Wintner and A.J.Schmidt, *Operation of a femtosecond Ti:sapphire solitary laser in the vicinity of zero group delay dispersion*, **Opt. Lett.**, Vol.18, No.1, 1993, pp. 54-56.
- [3] C.P.Huang, M.T.Asaki, S.Backus, M.M.Murnane, H.C.Kapteyn and H.Nathel, *17 fs pulse from a self-mode locked Ti:sapphire laser*, **Opt. Lett.**, Vol.17, No.18, 1992, pp. 1289-1291.

- [4] F.Krausz, M.E.Fermann, T.Brabec, P.F.Curley, M.Hofer, M.H.Ober, C.Spielmann, E.Wintner and A.J.Schmidt, *Femtosecond Solid-State Lasers*, **IEEE J. Quantum Electron.**, Vol.28, No.10, 1992, pp.2097-2122.
- [5] A.M.Weiner, J.P.Heritage and J.A.Salehi, *Encoding and decoding of femtosecond pulses*, **Opt.Lett.**, Vol.13, No.4, 1988, pp. 300-302.
- [6] A.M.Weiner and D.Leaird, *Femtosecond signal processing by second-order spectral holography*, **Opt. Lett.**, Vol.19, No.2, 1994, pp.123-125.
- [7] P.V.Mamyshev, *Dual-wavelength source of high-repetition-rate, transform-limited optical pulse for soliton transmission*, **Opt.Lett.**, Vol.19, No.24, 1994, pp.2074-2076.
- [8] R.N.Bracewell, **The Fourier Transform and its Applications**, 2nd Ed., McGraw-Hill International Edition, 1986.
- [9] M.Abramowitz and I.A.Stegun, **Handbook of Mathematical Functions**, Dover Publications, Inc., 9th Ed., 1972.
- [10] B.E.A.Saleh and M.C.Teich, **Fundamentals of Photonics**, John Wiley & Sons, Inc., 1991.

Anexo 5A

Dedução das equações (5.4), (5.7) e (5.8)

Um sinal espectral do tipo gaussiano pode ser escrito, em geral, como:

$$f(\omega) = A \exp[-\alpha \omega^2] \quad (5A.1)$$

onde A é a amplitude de pico do espectro, α é um parâmetro que permite controlar a largura da gaussiana e ω é a frequência angular.

A intensidade espectral deste sinal, $I(\omega)$, é proporcional ao quadrado de $f(\omega)$; assim, podemos escrever:

$$I(\omega) \propto A^2 \exp[-2\alpha \omega^2] \quad (5A.2)$$

Vamos determinar, agora, a largura espectral FWHM, $\Delta\nu_{FWHM}$, do sinal (5A.1) em termos do parâmetro α ; pela definição, teremos que, numa frequência angular ω_1 , a amplitude da intensidade deve ser a metade do valor de pico, assim:

$$A^2 (\exp[-\alpha \omega_1^2])^2 = \frac{A^2}{2}$$

Desta expressão, aplicando a raiz quadrada e o logaritmo natural, obtemos:

$$\begin{aligned} -\alpha \omega_1^2 &= -\frac{\ln 2}{2} \\ \omega_1 &= \sqrt{\frac{\ln 2}{2\alpha}} \end{aligned}$$

Conseqüentemente, a correspondente frequência ν_1 será:

$$\nu_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\ln 2}{2\alpha}}$$

e, portanto, a largura espectral, $\Delta\nu_{FWHM}=2\nu_1$, é dada por:

$$\Delta\nu_{FWHM} = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\ln 2}{2\alpha}} \quad (5A.3)$$

De (5A.3) podemos expressar o parâmetro α em termos da largura de faixa, $\Delta\nu_{FWHM}$, como sendo:

$$\alpha = \frac{2 \ln 2}{[2\pi \Delta\nu_{FWHM}]^2} \quad (5A.4)$$

Substituindo (5A.4) em (5A.2), obtemos:

$$\begin{aligned}
I(\omega) &\propto A^2 \exp\left[-4\left(\frac{\omega}{2\pi\Delta\nu}\right)^2 \ln 2\right] = \\
&= A^2 \exp\left[-\left(\frac{\omega}{\pi\Delta\nu}\right)^2 \ln 2\right]
\end{aligned}$$

Considerando que $\omega=2\pi\nu$, então, podemos escrever $I(\omega)$ como sendo:

$$I(\omega) \propto A^2 \exp\left[-\left(\frac{2\nu}{\Delta\nu}\right)^2 \ln 2\right] \quad (5A.5)$$

Se fizermos $A=E_0$ e $\nu=n\nu_m$, (5A.5) reproduz a Eq.(5.4).

Vamos tomar, agora, um sinal gaussiano no tempo; este sinal pode ser escrito como:

$$g(t) = B \exp[-\beta t^2] \quad (5A.6)$$

onde B é a amplitude de pico, β é um parâmetro e t é o tempo. Seguindo um procedimento análogo ao anterior, encontramos que a largura temporal $FWHM$ do sinal gaussiano, $\Delta\tau_{FWHM}$, em termos do parâmetro β , é dada por:

$$\Delta\tau_{FWHM} = \sqrt{\frac{2 \ln 2}{\beta}} \quad (5A.7)$$

De (5A.7) obtemos uma expressão para o parâmetro β , em termos da largura temporal, $\Delta\tau_{FWHM}$; assim, β é dado por:

$$\beta = \frac{2 \ln 2}{\Delta\tau_{FWHM}^2} \quad (5A.8)$$

Substituindo (5A.8) em (5A.6), obtemos:

$$g(t) = B \exp\left[-2\left(\frac{t}{\Delta\tau_{FWHM}}\right)^2 \ln 2\right] \quad (5A.9)$$

Portanto, a intensidade deste sinal pode ser escrita como:

$$g^2(t) = B^2 \exp\left[-\left(\frac{2t}{\Delta\tau_{FWHM}}\right)^2 \ln 2\right] \quad (5A.10)$$

(5A.10) reproduz exatamente a Eq.(5.7).

Vamos determinar, agora, o produto $\Delta\tau_{FWHM} \times \Delta\nu_{FWHM}$, para o sinal gaussiano dado, espectralmente, por (A5.1), e expresso em termos de $\Delta\nu_{FWHM}$. Usando a transformada de

Fourier podemos passar, do espectro em ω , ao domínio do tempo t . Assim, podemos escrever:

$$s(t) = \mathcal{F}[f(\omega)] = \mathcal{F}\left[A \exp\left[-2\left(\frac{\omega}{2\pi\Delta\nu_{\text{FWHM}}}\right)^2 \ln 2\right] \right] = A \Delta\nu_{\text{FWHM}} \sqrt{\frac{2\pi^3}{\ln 2}} \exp\left[-\frac{\pi^2 \Delta\nu_{\text{FWHM}}^2 t^2}{2 \ln 2}\right] \quad (5A.11)$$

A largura temporal FWHM de $s(t)$, $\Delta\tau_{\text{FWHM}}$, pode ser determinada, por analogia com (5A.7), como:

$$\Delta\tau_{\text{FWHM}} = \sqrt{\frac{2 \ln 2}{\left(\frac{\pi^2 \Delta\nu_{\text{FWHM}}^2}{2 \ln 2}\right)}} = \frac{2 \ln 2}{\pi \Delta\nu_{\text{FWHM}}} \quad (5A.12)$$

De (5A.12) obtemos, finalmente, a Eq.(5.8).

Anexo 5B

Cálculo do produto largura temporal com largura espectral para sinais gaussiano e secante hiperbólica.

De acordo com a literatura, a largura temporal de um pulso pode usar duas referências temporais distintas. A Fig.5B.1 mostra, para os casos dos sinais gaussiano e secante hiperbólica, as duas diferentes maneiras de definir a largura temporal.

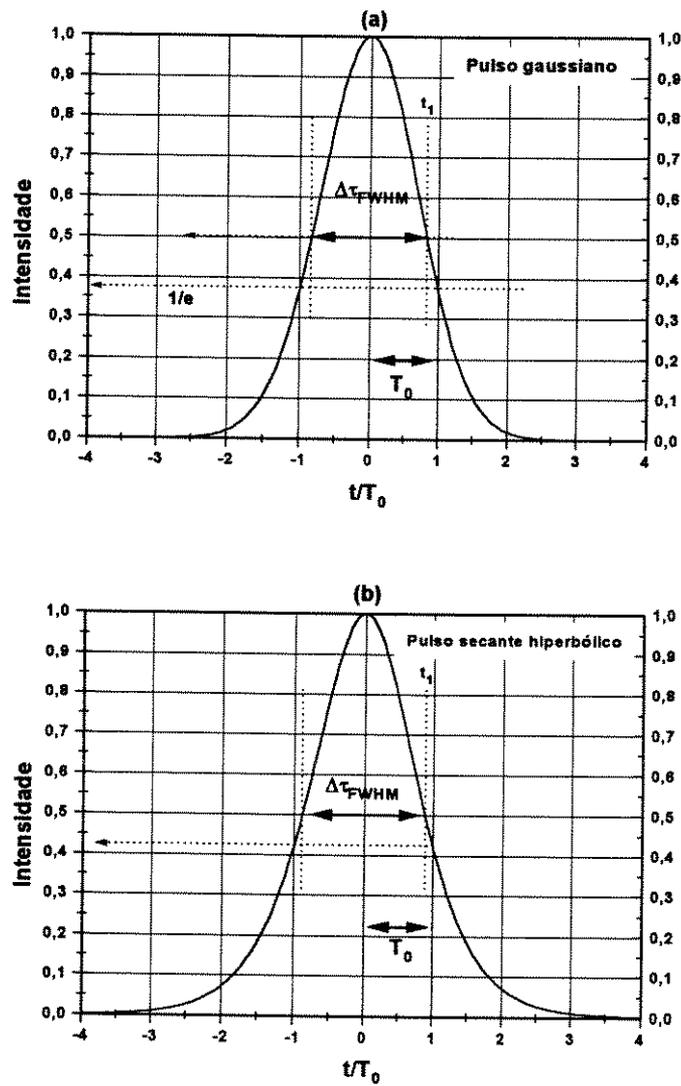


Fig.5B.1- Definições da largura temporal de pulsos:(a) pulso gaussiano,
(b) pulso secante hiperbólica.

Uma forma é definir a largura do pulso como T_0 , onde T_0 corresponde ao valor do tempo onde o argumento da função da potência do sinal torna-se unitário. No caso de um sinal gaussiano, Fig.5B.1(a), isto significa que o valor da potência do sinal irá cair a $(1/e)$ de seu valor máximo.

Outra forma de definir a largura temporal de um pulso, é através da *largura de meia potência*, $\Delta\tau_{FWHM}$ (*Full Width Half Maximum, FWHM*); neste caso, considera-se o tempo transcorrido entre os dois instantes onde a potência do sinal cai à metade do valor de pico.

Estas duas formas de definição estão relacionadas, para cada tipo de sinal. Da Fig.5B.1 observamos que, para qualquer caso, $T_0 < \Delta\tau_{FWHM}$. Iremos analisar, agora, as relações entre estas definições, para estes dois sinais, gaussiano e secante hiperbólica.

- **Sinal gaussiano**

Vamos definir um pulso gaussiano temporal de amplitude A , centrado em $t=0$, através da forma geral:

$$g(t) = A \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{t}{T_0}\right)^2\right] \quad (5B.1)$$

Desta expressão observamos que, em $t=T_0$ a amplitude do sinal têm o valor (A/e) , e, portanto, o pulso é dito de largura T_0 , usando a primeira convenção explicitada acima.

Vamos calcular, agora, a largura do pulso usando a segunda convenção, i.e., $\Delta\tau_{FWHM}$; tomando o quadrado de (5B.1), num instante t_1 , teremos que esta função cai até a metade de seu valor máximo; assim, podemos escrever:

$$g^2(t_1) = A^2 \left\{ \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{t_1}{T_0}\right)^2\right] \right\}^2 = \frac{A^2}{2} \quad (5B.2)$$

Daqui obtemos que t_1 deve ter o valor:

$$t_1 = T_0 \sqrt{\ln 2} \quad \therefore \quad \Delta\tau_{FWHM} = 2 t_1 = 2 T_0 \sqrt{\ln 2} \quad (5B.3)$$

De (5B.3) obtemos a conhecida relação:

$$\boxed{\Delta\tau_{FWHM} \cong 1,6651 T_0} \quad (5B.4)$$

Usando a transformada de Fourier, o espectro de (5B.1) é dado pela função:

$$G(\omega) = T_0 \exp\left[-\frac{T_0^2}{2}\omega^2\right] \quad (5B.5)$$

Usando (5B.5) vamos determinar a largura espectral $FWHM$, $\Delta\nu_{FWHM}$; considerando só a parte exponencial de (5B.5), temos que, para uma frequência angular ω_1 , a amplitude da potência deve cair à metade; assim, teremos:

$$\left(\exp\left[-\frac{T_0^2}{2}\omega_1^2\right]\right)^2 = \left(\exp[-2\pi^2 T_0^2 \nu_1^2]\right)^2 = \frac{1}{2} \quad (5B.6)$$

Portanto:

$$\nu_1 = \frac{\sqrt{\ln 2}}{2\pi T_0} \quad \therefore \quad \Delta\nu_{FWHM} = 2\nu_1 = \frac{\sqrt{\ln 2}}{\pi T_0} \quad (5B.7)$$

Usando (5B.3) em (5B.7), teremos:

$$\Delta\nu_{FWHM} = \frac{2 \ln 2}{\pi \Delta\tau_{FWHM}} \quad (5B.8)$$

Daqui obtemos o valor do produto largura de faixa espectral $FWHM$ com a largura temporal $FWHM$ para um pulso gaussiano, i.e.:

$$\Delta\nu_{FWHM} \times \Delta\tau_{FWHM} = \frac{2 \ln 2}{\pi} \cong 0,44127 \quad (5B.9)$$

Se considerarmos a largura temporal, usando T_0 , teremos que $\Delta T_0=2T_0$; assim, de (5B.7), teremos que o produto largura de faixa espectral $FWHM$ com a largura temporal ΔT_0 , é dada por:

$$\Delta\nu_{FWHM} \times \Delta T_0 = \frac{2\sqrt{\ln 2}}{\pi} \cong 0,53 \quad (5B.10)$$

• Sinal secante hiperbólica

Definiremos um sinal do tipo secante hiperbólica no domínio do tempo, centrada em $t=0$ e de amplitude A , pela expressão:

$$s(t) = A \operatorname{sech}\left[\frac{t}{T_0}\right] \quad (5B.11)$$

Neste caso, no instante $t=T_0$, a intensidade do sinal tem o valor:

$$s^2(T_0) = A^2 \operatorname{sech}^2 [1] = A^2 \left[\frac{2e}{e+e^{-1}} \right]^2 \approx 0,42 A^2$$

isto é, a potência cai, aproximadamente, a 42% do valor máximo em $t=T_0$.

Calcularemos, agora, a relação entre esta largura temporal, T_0 , e a largura temporal *FWHM*, $\Delta\tau_{FWHM}$. Supondo que, num instante t_1 , a potência do sinal cai à metade, podemos escrever:

$$\operatorname{sech}^2 \left[\frac{t_1}{T_0} \right] = \left[\frac{2}{e^{\frac{t_1}{T_0}} + e^{-\frac{t_1}{T_0}}} \right]^2 = \frac{1}{2} \quad (5B.12)$$

A equação transcendental em t_1 , resultante, pode ser resolvida, definindo uma variável auxiliar $x=e^{\frac{t_1}{T_0}}$, tal que a equação (5B.12), fica da forma:

$$x + \frac{1}{x} = 2\sqrt{2} \quad \Rightarrow \quad x_{1,2} = \sqrt{2} \pm 1 \quad (5B.13)$$

Usando uma destas soluções, teremos que:

$$\frac{t_1}{T_0} = \ln[1 + \sqrt{2}] \quad \Rightarrow \quad t_1 = T_0 \ln[1 + \sqrt{2}] \quad \Rightarrow \quad \Delta\tau_{FWHM} = 2 T_0 \ln[1 + \sqrt{2}] \quad (5B.14)$$

De (5B.14) obtemos a conhecida relação:

$$\boxed{\Delta\tau_{FWHM} \cong 1,763 T_0} \quad (5B.15)$$

Para determinar a largura espectral do pulso, usamos a transformada de Fourier de $s(t)$ e temos, então:

$$S(\omega) = \mathcal{F}[s(t)] = \frac{\pi T_0}{2} \operatorname{sech} \left[\frac{\pi T_0}{2} \omega \right] \quad (5B.16)$$

Supondo que, numa frequência ν_1 , a potência espectral cai à metade, podemos escrever:

$$S^2(\nu_1) = \left(\frac{\pi T_0}{2} \right)^2 \operatorname{sech}^2 \left[\frac{\pi T_0}{2} 2\pi \nu_1 \right] = \frac{1}{2} \left(\frac{\pi T_0}{2} \right)^2 \quad (5B.17)$$

Usando a solução obtida em (5B.13), teremos que:

$$\pi^2 T_0 \nu_1 = \ln[1 + \sqrt{2}] \quad \Rightarrow \quad \Delta\nu_{FWHM} = 2 \nu_1$$

Portanto, a largura espectral *FWHM* de um sinal secante hiperbólica é dada por:

$$\Delta v_{\text{FWHM}} = \frac{2 \ln[1 + \sqrt{2}]}{\pi^2 T_0} \quad (5B.18)$$

O produto de Δv_{FWHM} com a largura temporal $\Delta T_0 = 2 T_0$, é dada pela expressão:

$$\Delta v_{\text{FWHM}} \times \Delta T_0 = \frac{4 \ln[1 + \sqrt{2}]}{\pi^2} \cong 0,3572 \quad (5B.19)$$

Usando a largura temporal $\Delta \tau_{\text{FWHM}}$, de (5B.14), em (5B.19), o produto $\Delta v_{\text{FWHM}} \times \Delta \tau_{\text{FWHM}}$, fica dado pela expressão:

$$\Delta v_{\text{FWHM}} \times \Delta \tau_{\text{FWHM}} = \frac{4 \ln^2[1 + \sqrt{2}]}{\pi^2} \cong 0,31483 \quad (5B.20)$$



CAPÍTULO VI

Conclusões e Sugestões

Nesta tese foi realizado um estudo de alguns subsistemas de comunicação óptica solitônica, baseados na propagação não-linear de pulsos; estudamos, também, sua amplificação, processamento e aplicação à geração de pulsos ultra-curtos e de alta taxa.

Foram apresentados os resultados de simulação para a propagação de pulsos solitônicos e para a evolução de outros tipos de pulsos até atingir o regime solitônico. Para este propósito, foi desenvolvido um conjunto de programas de cálculo numérico, realizados na plataforma Mathematica[®], que permitem visualizar, graficamente, os fenômenos decorrentes da propagação de pulsos ópticos num material de características não-lineares governados pela equação não-linear de Schrödinger. O programa permite resolver até um sistema de duas equações não-lineares de Schrödinger, podendo, assim, resolver situações de sinais acoplados, birrefringência, geração de pulsos escuros através de XPM, etc.

Devido às características da programação da plataforma, este programa pode ser facilmente adaptado a outras situações, como, por exemplo, realizar análise espectral de pulsos.

As características do pacote criado, permitem sua utilização na área de educação, em cursos relativos à propagação de pulsos em meios não-lineares, já que o pacote tem um alto grau de modularidade e cada módulo pode ser modificado pelo aluno, adaptando-o a cada caso desejado.

No Capítulo III apresentamos um modelo de amplificador óptico a fibra dopada de três e quatro níveis, que, fazendo uso do conceito generalizado de faixa equivalente de ruído, permite efetuar uma simulação que produz resultados muito bons, quando comparados com medidas de laboratório.

Para este modelo desenvolvemos um programa de simulação para a análise de trechos de fibra dopada, que permite analisar diferentes configurações de bombeio, para frequências singelas ou para uma análise espectral. Propusemos o uso do conceito generalizado de faixa equivalente de ruído, como usado em microondas, para o caso do ruído ASE do amplificador óptico a fibra dopada.

Propusemos, também, um fator de mérito que permite encontrar uma condição de operação otimizada com respeito ao ruído, e que, aplicado a outros parâmetros do amplificador, pode otimizar outras características, através das relações numéricas que é possível formar, a partir dos resultados da simulação.

Propusemos, finalmente, a utilização do espelho não-linear amplificante em anel, NALM, como um dispositivo de restauração de pulso solitônicos escuros, que, naturalmente, pode também ser utilizado com pulsos brilhantes.

No Capítulo IV simulamos, usando as técnicas e ferramentas de simulação desenvolvidas nos Capítulos II e III, lasers em anel do tipo *free-running* e do tipo *modelocked* AM. Mostramos, através da simulação, que é possível gerar pulsos do tipo solitônico usando um laser em anel, sincronizado por modulação de amplitude. Porém, sendo este tipo de laser pulsante limitado pelo tempo de propagação no anel, não é muito adequada sua utilização como uma fonte de alta taxa, como aquelas necessárias no caso de comunicações ópticas solitônicas.

Da análise e simulação apresentadas, no Capítulo V, podemos concluir que o método apresentado para a geração de um trem de pulsos muito curtos e de alta taxa é efetivo na produção de trem de pulsos do tipo solitônico, e que, mesmo exigindo índices de modulação profundos do modulador de fase, e com a não-linearidade que este possa apresentar, não representa um problema grave, já que pode-se suportar uma elevada distorção de segunda ordem no modulador sem produzir problemas na geração. Os pulsos gerados, amplificados até uma amplitude adequada, podem ser propagados numa fibra óptica, em regime não-linear, atingindo, assim, o estado solitônico fundamental. Podemos concluir, também, que usando um filtro (tipo Fabry-Perot) que permita transmitir as partes adequadas da banda lateral inferior e da banda lateral superior, simultaneamente, obtemos um trem de pulsos de taxa dobrada, o que permite reduzir as exigências sobre o modulador de fase, sobre a fonte de RF moduladora e sobre a fonte óptica CW, já que, para obter a mesma taxa e potência de saída que o caso de filtragem simples, esta configuração requer, no melhor caso, a metade da potência da fonte óptica CW e a metade da frequência de modulação.

Sugestões para trabalhos futuros

Reconhecendo a grande utilidade e versatilidade da plataforma Mathematica[®], deve-se investigar as possibilidades de comunicação desta plataforma com outras, através do protocolo MathLink[®], incluso na versão 2.2 e superiores do Mathematica[®], para aproveitar todos os *numerical recipes* existentes, tanto em Fortran como em C e C++, de forma a aumentar a eficiência do ponto de vista de tempo de cálculo, de maneira tal que o pesquisador possa dedicar um maior tempo ao fenômeno em estudo e não perder tempo na programação.

Por outro lado, deve-se trabalhar no sentido de gerar, a partir da plataforma Mathematica[®], códigos em Fortran ou C (C++) que, otimizados e compilados, podem voltar como comandos ou programas do Mathematica[®]. Desta maneira, todo um programa atual de simulação poderia ser convertido em um comando de cálculo muito especializado, como por exemplo, o programa de simulação numérica para um trecho de fibra ativa, com um tipo de configuração de bombeio específico.

A versatilidade da plataforma Mathematica[®], sugere que deve-se experimentar outras técnicas de simulação numérica, que permita flexibilizar ainda mais as possibilidades de simulações, fazendo uso, por exemplo, de técnicas com transformada rápida de Fourier.

Em termos de tópicos específicos em comunicações ópticas, pode-se estudar a resposta transiente dos amplificadores ópticos a fibra dopada, incluindo os efeitos de propagação dentro da fibra dopada, onde teremos um conjunto de equações diferenciais em derivadas parciais espaço-temporais, que podem ser resolvidas numericamente, o que permitiria, posteriormente, simular esta situação e ser aplicada à amplificação de pulsos ultracurtos em amplificadores a fibra dopada e à modulação pulsante dos lasers a fibra dopada.

Outro assunto que poderia ser pesquisado é a simulação do amplificador óptico a fibra dopada, onde o sinal de entrada seria um conjunto de sinais de diferentes comprimentos de onda, como no caso de sistemas WDM. Também, pode ser incluído nesta configuração, o uso de um sinal óptico piloto para controlar o ganho total do amplificador óptico a fibra dopada, podendo-se obter um controle remoto do ganho, de forma manual ou automática.

A partir do estudo realizado, foram feitas as seguintes publicações internacionais e nacionais:

• **Internacionais:**

1. C.Caballero P. e R.F. Souza, *Restoration of Dark-Soliton Pulses*, **Microwave and Optical Technology Letters**, Vol.11, No.1, January 1996, pp.39-41.
2. C.Caballero P. e R.F.Souza, *Observation of Solitons with MATHEMATICA™*, **IEEE Transaction on Education**, Vol. 39, No. 1, February 1996, pp.46-49.
3. C.Caballero P. e R.F.Souza, *Visualization of optical solitons characteristics through Mathematica*, **SBT/IEEE International Telecommunication Symposium (ITS'94)**, Record, pp. 191-194, August 1994, Rio de Janeiro, Brasil.

• **Nacionais**

1. C.Caballero P. e R.F.Souza, *Visualização de pulsos em fibra óptica usando Mathematica*, **VI Simpósio Brasileiro de Microonda e Optoeletrônica**, Julho 1994, Anais, pp. 184-190, Belém-PA, Brasil.
2. C. Caballero P. e R.F.Souza, *Notebook para Mathematica: Solução da Equação Não-linear de Schrödinger Simples e Acoplada*, **II Encontro Nacional de Software para Microondas e Optoeletrônica da SBMO**, Dezembro 1995, Anais pp. 1-6, Campinas SP, Brasil.
3. C.Caballero P. e R.F.Souza, *Notebook para Mathematica: Amplificadores Ópticos a Fibra Dopada: Simulação do Estado Estacionário*, **II Encontro Nacional de Software para Microondas e Optoeletrônica da SBMO**, Dezembro 1995, Anais pp.7-11, Campinas SP, Brasil.
4. C. Caballero P. e R.F.Souza, *Geração de Trem de Pulsos Ópticos de Alta Taxa*, submetido à **TELEMO'96**, Julho 1996.
5. C.Caballero P. e R.F.Souza, *Efeito do Sentido de Propagação do Bombeio sobre Ganho e Figura de Ruído em Amplificadores Ópticos a Fibra Dopada*, submetido à **TELEMO'96**, Julho 1996.

• **Monografias**

1. C.Caballero P. e R.F.Souza, *Teoria Básica do Laser a Fibra Dopada*, **Relatório Técnico, RT.DMO 029/94, Pub.FEE 010/94**, Departamento de Microonda e Óptica, Faculdade de Engenharia Elétrica, Universidade Estadual de Campinas, Setembro 1994.

2. C.Caballero P. e R.F.Souza, *Modelo de Amplificador Óptico a Fibra Dopada incluindo a Emissão Espontânea Amplificada ASE*, **Relatório Técnico, RT.DMO 031/95, Pub.FEE 001/95**, Departamento de Microonda e Óptica, Faculdade de Engenharia Elétrica, Universidade Estadual de Campinas, Fevereiro 1995.
3. C.Caballero P. e R.F.Souza, *Programas de Simulação da Tese “Subsistemas Ópticos para Comunicação Solitônica”*, **Relatório Técnico, RT-032, Pub. FEE 06/96**, Departamento de Microonda e Óptica, Faculdade de Engenharia Elétrica, Universidade Estadual de Campinas, Março 1996.