

Universidade Estadual de Campinas
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação

ANÁLISE DE TÉCNICAS DE LOCALIZAÇÃO EM REDES DE SENSORES SEM FIO

Autor: Rafael Barbosa Moreira

Orientador: Prof. Dr. Paulo Cardieri

Dissertação de Mestrado apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica. Área de concentração: **Telecomunicações e Telemática**.

Banca Examinadora

Prof. Dr. Paulo Cardieri, DECOM/FEEC/Unicamp
Prof. Dr. Michel Daoud Yacoub, DECOM/FEEC/Unicamp
Prof. Dr. Amauri Lopes, DECOM/FEEC/Unicamp
Prof. Dr. Ailton Akira Shinoda, DEE/FEIS/UNESP

Campinas, SP

Fevereiro/2007

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

M813a Moreira, Rafael Barbosa
 Análise de técnicas de localização em redes de sensores
 sem fio / Rafael Barbosa Moreira. –Campinas, SP: [s.n.],
 2007.

 Orientador: Paulo Cardieri.
 Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual de
 Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de
 Computação.

 1. Telecomunicações. 2. Sistemas de comunicação sem
 fio. 3. Teoria da estimação. I. Cardieri, Paulo. II.
 Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de
 Engenharia Elétrica e de Computação III. Título

Título em Inglês: Analysis of localization techniques in wireless sensor networks

Palavras-chave em Inglês: Localization algorithms, AoA, Cramér-Rao lower bound,
Estimation, Lateration, Localization in wireless networks,
lognormal fading, Maximum likelihood estimation, Bias,
sensor networks, RSS, ToA

Área de concentração: Telecomunicações e Telemática

Titulação: Mestre em Engenharia Elétrica

Banca Examinadora: Michel Daoud Yacoub, Amauri Lopes e Ailton Akira Shinoda

Data da defesa: 26/02/2007

Programa de Pós-Graduação: Engenharia Elétrica

Resumo

Nesta dissertação, o problema da localização em redes de sensores sem fio é investigado. É apresentada uma análise de desempenho de técnicas de localização por meio de simulação e por meio da avaliação do limite de Cramér-Rao para o erro de localização. Em ambas as formas de análise foram avaliados efeitos de diversos fatores no desempenho, relacionados à topologia da rede e ao ambiente de propagação. Na análise por meio de simulação, foram consideradas as técnicas de localização baseadas em observações de potência do sinal recebido, enquanto que na análise usando o limite de Cramér-Rao, foram analisadas também as técnicas baseadas no tempo de chegada e no ângulo de chegada do sinal recebido.

Este trabalho também avaliou os efeitos da polarização das estimativas de distâncias (usadas no processo de localização) no limite inferior de Cramér-Rao. Esta polarização é geralmente desprezada na literatura, o que pode levar a imprecisões no cálculo do limite de Cramér-Rao, em certas condições de propagação. Uma nova expressão para este limite foi derivada para um caso simples de estimador, considerando agora a polarização. Tomando como base o desenvolvimento desta nova expressão, foi derivada também uma nova expressão para o limite inferior de Cramér-Rao considerando os efeitos do desvanecimento lognormal e do desvanecimento Nakagami do canal de propagação.

Palavras-chave: algoritmos de localização, AoA, Limite Inferior de Cramér-Rao, estimação, lateração, localização em redes sem fio, desvanecimento lognormal, estimação por máxima verossimilhança, polarização, rede de sensores, RSS, ToA.

Abstract

This dissertation investigates on the localization problem in wireless sensor networks. A performance analysis of localization techniques through simulations and the Cramér-Rao lower bound is presented. The effects of several parameters on the localization performance are investigated, including network topology and propagation environment. The simulation analysis considered localization techniques based on received signal strength observations, while the Cramér-Rao analysis considered also techniques based on the time of arrival and angle of arrival of the received signal.

This work also investigated how the Cramér-Rao limit is affected by the observation bias in localization techniques based on the received signal strength. This bias is usually neglected in the literature, what may lead to imprecisions on the Cramér-Rao limit computation under certain propagation conditions. A new expression for this limit was derived for a simple estimator case, now considering the bias. With the development of this new expression, it was also derived a new expression for the Cramér-Rao lower bound considering the effects of lognormal fading and Nakagami fading on the propagation channel.

Keywords: localization algorithms, AoA, Cramér-Rao Lower Bound, estimation, lateration, localization in wireless networks, lognormal fading, maximum likelihood estimation, bias, sensor networks, RSS, ToA.

Aos meus pais, Lindenberg e Eliana, e à Michelle

Agradecimentos

Agradeço primeiramente, e acima de tudo, à Deus, que com suas bênçãos e luzes, me permitiu superar todas as dificuldades que me foram impostas e alcançar esse objetivo.

Ao prof. Paulo Cardieri, que num momento de dificuldades me estendeu a mão, e durante toda essa brilhante orientação, teve paciência e dedicação, me dando todo o suporte intelectual, que sem dúvida foi indispensável para o bom encaminhamento e desenvolvimento desse trabalho.

Agradeço à toda minha família, principalmente aos meus pais, Lindenberg e Eliana, e aos meus dois irmãos-amigos, Breno e Caryna, que não enxergaram limites para que eu pudesse dar mais esse passo, e me deram todo o apoio e toda a força que podiam, ajudando a me erguer nos momentos de fraqueza e rindo comigo nos momentos de alegria.

Agradeço à Michelle, minha fortaleza, minha companheira de todos os momentos, que junto comigo superou todos os obstáculos que a distância nos impôs. É peça-chave em todos os meus planos, pela qual vale a pena todo e qualquer esforço, na busca de um futuro em comum.

Aos meus grandes amigos, em especial à Lígia, minha amiga mais próxima, amiga verdadeira, daquelas que fala não para agradar, mas para abrir os olhos e fazer crescer, e à profa. Fátima Sombra, que foi uma espécie de guia no momento de maior dificuldade desta caminhada.

Aos meus grandes companheiros da faculdade, Márzio, Ariadne, Fábio, Fabiano, dentre muitos outros, que estiveram comigo dia-a-dia, nos churrascos, reuniões, almoços, passeios, enfim, tornando-se minha "família" em Campinas.

Aos colegas do laboratório Wisstek, Daniel, Álvaro, Pedro, Renata, Yusef, Alexandre, Cândido e Vinícius, pelas críticas, sugestões e apoio na elaboração deste projeto.

À CAPES, pelo apoio financeiro.

"Deus nos fez perfeitos e não escolhe os capacitados, capacita os escolhidos. Fazer ou não fazer algo só depende de nossa vontade e perseverança."

Albert Einstein

Sumário

Lista de Figuras	xiii
Lista de Tabelas	xvii
Lista de Símbolos	xviii
Lista de Siglas	xxi
Trabalhos Publicados Pelo Autor	xxiii
1 Introdução	1
1.1 Objetivos e Contribuições	2
1.2 Organização da Dissertação	4
2 Redes de Sensores Sem Fio	5
2.1 Introdução	5
2.2 Características dos terminais da rede	6
2.3 Características das redes de sensores	7
2.4 Exemplos de Aplicações	8
3 Localização em Redes de Sensores Sem Fio	9
3.1 Introdução	9
3.2 Classificação das Técnicas de Localização	10
3.2.1 Classificação quanto ao tipo de observação	10
3.2.2 Classificação quanto à forma de processamento da localização	14
3.2.3 Classificação quanto ao local de processamento das observações	14
3.3 Revisão da literatura sobre técnicas de localização	15
3.4 Técnicas de localização selecionadas	16
3.4.1 Ponderação Residual	17
3.4.2 Interpolação Esférica	18
3.4.3 Localização baseada na Máxima Verossimilhança	19
3.5 Técnicas de localização propostas	21
3.5.1 Média de multilaterações	21
3.5.2 Média de Distâncias entre Estimativas Intermediárias e Âncoras	21
3.6 Conclusões	23

4	Análise de Desempenho das Técnicas de Localização	25
4.1	Métricas de Desempenho	25
4.2	Modelagem do canal de propagação	26
4.3	Modelagem da rede de sensores	28
4.4	Resultados das simulações e análises	29
4.4.1	Influência dos efeitos do canal de propagação	29
4.4.2	Efeitos do número de terminais-âncora	34
4.4.3	Efeitos da disposição dos terminais-âncora	35
4.4.4	Comportamento espacial do erro de localização	38
4.5	Conclusões	41
5	Limite Inferior de Cramér-Rao em Técnicas de Localização	45
5.1	Breve revisão sobre estimação e cálculo do limite inferior de Cramér-Rao (LICR)	46
5.2	Limite Inferior de Cramér-Rao Aplicado ao Problema da Localização	47
5.2.1	Modelos Estatísticos das Observações	48
5.2.2	Derivação da Expressão do Limite de Cramér-Rao	49
5.3	Análise do problema da localização empregando o LICR	51
5.3.1	Modelo da rede de sensores e utilização das expressões do limite de Cramér-Rao	52
5.3.2	Efeitos da conectividade média	53
5.3.3	Efeitos da disposição dos terminais-âncora	61
5.3.4	Efeitos da disposição dos terminais desconhecidos	62
5.3.5	Efeitos do tamanho da área da rede	65
5.4	Conclusões	68
6	A Polarização das Estimativas em Técnicas de Localização	71
6.1	A polarização na estimação de distância baseada na potência recebida	72
6.2	Limite Inferior de Cramér-Rao com estimativas polarizadas para canal com desvanecimento lognormal	73
6.3	Limite Inferior de Cramér-Rao com estimativas polarizadas para canal com desvanecimento lognormal e Nakagami- m	77
6.3.1	O desvanecimento de pequena escala	77
6.4	Conclusões	84
7	Conclusões e Investigações Futuras	85
7.1	Investigações Futuras	87
	Referências bibliográficas	89
A	O método da lateração	93
B	Valor médio da distância estimada	95
C	Formulação matemática do Limite Inferior de Cramér-Rao	97
D	Função densidade de probabilidade da potência recebida sob desvanecimento lognormal	99

E	Derivação da matriz de informação de Fisher do LICR para observações baseadas na potência do sinal recebido	103
----------	--	------------

Lista de Figuras

2.1	Estrutura geral de uma rede de sensores. Estão representados os terminais e a central de interpretação.	5
2.2	Arquitetura geral de um sensor.	6
3.1	Topologia básica para a localização de um terminal desconhecido D através do processo de <i>lateração</i>	11
3.2	Topologia básica utilizada no processo de <i>triangulação</i> para localização do terminal desconhecido D	13
3.3	Topologia de um processo de localização cooperativa, evidenciando troca de informação entre cada terminal desconhecido e os âncoras, como também entre os terminais desconhecidos.	14
3.4	Topologia básica utilizada na técnica da Interpolação Esférica.	18
3.5	Técnica de localização Média de multilaterações.	22
3.6	Esquema de localização realizado pela técnica MDIA.	22
4.1	Topologia básica simulada nesta análise.	29
4.2	Erro de localização <i>versus</i> desvio-padrão do desvanecimento de larga escala, com seis terminais-âncora dispostos em círculo, $\eta = 2$	30
4.3	Erro de localização <i>versus</i> desvio-padrão do desvanecimento de larga escala, com seis terminais-âncora dispostos em círculo, $\eta = 4$	31
4.4	Função densidade de probabilidade lognormal da potência recebida para $d = 100$ m, $\sigma_{dB} = 2$, $P_0 = 0$ dBW e $d_0 = 1$ m, e diferentes valores de η	31
4.5	Função distribuição acumulada (CDF), para $\sigma_{dB} = 2$ dB e $\eta = 4$ (razão $\sigma_{dB}/\eta = 0,5$).	32
4.6	Função distribuição acumulada (CDF), para $\sigma_{dB} = 4$ e $\eta = 2$ (razão $\sigma_{dB}/\eta = 2$).	33
4.7	Extensão de localização em função do desvio-padrão do desvanecimento lognormal para $\eta = 2$, seis terminais-âncora e limiar de erro de 0,5m.	33
4.8	Erro de localização em função do número de terminais-âncora, considerando âncoras dispostos em círculo, com $\sigma_{dB} = 2$ e $\eta = 4$	34
4.9	Erro de localização em função do número de terminais-âncora, considerando âncoras dispostos em círculo, com $\sigma_{dB} = 4$ e $\eta = 2$	35
4.10	Arranjos de terminais-âncora (representados por losangos cheios): (a) circular e (b) exemplo de disposição aleatória.	36
4.11	Erro de localização <i>versus</i> desvio-padrão do desvanecimento lognormal, considerando seis terminais-âncora dispostos aleatoriamente, $\eta = 4$	37

4.12	Erro de localização <i>versus</i> desvio-padrão do desvanecimento lognormal, considerando seis de terminais-âncora dispostos em círculo, $\eta = 4$	37
4.13	Sensibilidade dos métodos frente à variação do posicionamento dos âncoras, quando $\sigma_{dB} = 4$	38
4.14	Topologias de rede consideradas, com âncoras (losangos) dispostos (a) na região central da rede e (b) na região periférica da rede.	39
4.15	Distribuição espacial do erro de localização para as técnicas MM, MDIA, PR, IE e MV, com 25 terminais desconhecidos em grade e seis âncoras no centro da rede, para $\sigma_{dB} = 2$ e $\eta = 4$	39
4.16	Distribuição espacial do erro de localização para as técnicas MM, MDIA, PR, IE e MV, com 25 terminais desconhecidos em grade e seis âncoras na periferia da rede, para $\sigma_{dB} = 2$ e $\eta = 4$	40
4.17	Cortes transversais das superfícies de erro das técnicas: losangos representam os erros na situação quando terminais-âncora estão no perímetro da rede, enquanto os círculos representam os erros quando os terminais-âncora estão no centro da rede de sensores. Adotou-se $\sigma_{dB} = 2$ e $\eta = 4$	42
5.1	Topologia em grade usada na análise com LICR: 49 terminais desconhecidos (círculos) e seis terminais-âncora (losangos) localizados no perímetro da rede.	52
5.2	LICR <i>versus</i> alcance dos terminais: topologia em grade, 49 terminais desconhecidos e 6 terminais-âncora, $\eta = 2$ e $\sigma_{dB} = 4$, $\sigma_{\alpha} = 0.1396$ rad e $\sigma_T = 6$ ns.	54
5.3	LICR médio <i>versus</i> número de terminais desconhecidos: topologia em grade, seis terminais-âncora, alcance de transmissão $r = 4$ m, $\eta = 2$ e $\sigma_{dB} = 4$, $\sigma_{\alpha} = 0.1396$ rad e $\sigma_T = 6$ ns.	55
5.4	LICR médio <i>versus</i> número de terminais-âncora: topologia em grade, 49 terminais desconhecidos, alcance de transmissão $r = 4$ m, $\eta = 2$ e $\sigma_{dB} = 4$, $\sigma_{\alpha} = 0.1396$ rad e $\sigma_T = 6$ ns.	56
5.5	Efeitos causados pela adição de terminais-âncora e desconhecidos: topologia aleatória, alcance de transmissão $r = 4$ m, $\eta = 2$ e $\sigma_{dB} = 4$, $\sigma_{\alpha} = 0.1396$ rad e $\sigma_T = 6$ ns.	56
5.6	Redução do erro ocasionada pelo acréscimo de terminais-âncora e desconhecidos: topologia aleatória, alcance de transmissão $r = 4$ m, $\eta = 2$ e $\sigma_{dB} = 4$, $\sigma_{\alpha} = 0.1396$ rad e $\sigma_T = 6$ ns.	57
5.7	Razão Δ_d/Δ_a <i>versus</i> o número de terminais-âncora na <i>rede original</i> : topologia aleatória, alcance de transmissão $r = 4$ m, $\eta = 2$ e $\sigma_{dB} = 4$, $\sigma_{\alpha} = 0.1396$ rad e $\sigma_T = 6$ ns.	58
5.8	Compromisso entre o número de desconhecidos e o número de âncoras: topologia em grade, alcance de transmissão $r = 4$ m, $\eta = 4$ e $\sigma_{dB} = 2$, $\sigma_{\alpha} = 0.05246$ rad e $\sigma_T = 6$ ns. LICR do erro são fixos: 0,175 m para RSS; 0,079 m para AoA e 1,193 m para ToA	59
5.9	Compromisso entre o alcance de transmissão e o número de âncoras: 64 terminais-desconhecidos em grade, $\eta = 4$ e $\sigma_{dB} = 2$, $\sigma_{\alpha} = 0.05246$ rad e $\sigma_T = 6$ ns. LICR do erro são fixos: 0,132 m para RSS; 0,06 m para AoA e 1,177 m para ToA	60
5.10	Topologia da rede sensores, evidenciando os 5 anéis de terminais-âncora, representados pelas linhas cheias. Desconhecidos e âncoras são representados por círculos e losangos, respectivamente.	62

5.11	LICR da variância do erro em função da posição de terminais desconhecidos e terminais-âncora, para o caso RSS: 153 terminais desconhecidos, 16 terminais-âncora, $\sigma_{dB} = 4$ e $\eta = 2$	63
5.12	Diferença entre o maior e o menor LICR da variância do erro <i>versus</i> a posição do anel de âncoras. 153 terminais desconhecidos, 16 terminais-âncora, $\eta = 4$ e $\sigma_{dB} = 2$, $\sigma_{\alpha} = 0.1396$ rad e $\sigma_T = 6$ ns	64
5.13	Valor médio do LICR da variância do erro de localização <i>versus</i> a posição do anel de âncoras: 153 terminais desconhecidos, 16 terminais-âncora, $\eta = 4$ e $\sigma_{dB} = 2$, $\sigma_{\alpha} = 0.1396$ rad e $\sigma_T = 6$ ns	64
5.14	Valor médio do LICR da variância do erro de localização <i>versus</i> parâmetro de controle da aleatoriedade δ : 49 terminais desconhecidos em uma grade regular 7x7, seis terminais-âncora, alcance de transmissão $r = 4$ m, $\eta = 2$ e $\sigma_{dB} = 4$, $\sigma_{\alpha} = 0.1396$ rad e $\sigma_T = 6$ ns.	65
5.15	Parâmetro de controle da aleatoriedade δ <i>versus</i> variação do LICR (m) do erro de localização. 49 terminais desconhecidos em uma grade regular 7x7, 6 terminais-âncora, para o caso RSS com $\eta = 2$ e $\sigma_{dB} = 4$	66
5.16	Comprimento do lado D da área da rede <i>versus</i> LICR da variância do erro de localização. 50 terminais desconhecidos dispostos aleatoriamente, 6 terminais-âncora localizados na periferia da rede, $\eta = 4$ e $\sigma_{dB} = 2$, $\sigma_{\alpha} = 0.1396$ rad e $\sigma_T = 6$ ns.	67
5.17	Proporcionalidade entre o erro de localização e a distância entre um terminal na posição x_1 e outro na posição x_2 , quando esta última varia, considerando ε_{α} o erro de estimativa do ângulo.	67
6.1	Topologia considerada para a análise dos efeitos da polarização em técnicas baseadas em RSS. Considera-se o caso 1D, com um transmissor (Tx) na origem e um receptor (Rx) a uma distância $d = x$ m.	71
6.2	Polarização da estimativa x em uma rede com um terminal âncora na origem e um terminal desconhecido distante $x = 100$ m do terminal-âncora, em uma ambiente de propagação com perda de percurso e desvanecimento lognormal.	73
6.3	Limites Inferiores de Cramér-Rao quando se consideram estimadores polarizados e não-polarizados, para a rede mostrada na Figura 6.1 com $x = 100$ m, e considerando apenas o desvanecimento lognormal.	76
6.4	Polarização na estimação de x com desvanecimento lognormal e Nakagami, para a rede mostrada na Figura 6.1 com $x = 100$ metros e parâmetro de Nakagami $m = 2, 5$	80
6.5	Polarização na estimação de x com desvanecimento lognormal e Nakagami, para a rede mostrada na Figura 6.1 com $x = 100$ metros e parâmetro de Nakagami $m = 5$	80
6.6	Comparação entre os limites inferiores de Cramér-Rao com polarização das estimativas, com desvanecimento lognormal Nakagami, para a rede mostrada na Figura 6.1 com $x = 100$ metros e $\eta = 3$	83
6.7	Comparação entre o Limite Inferior de Cramér-Rao e resultados de simulação para canal como desvanecimento lognormal Nakagami, para a rede mostrada na Figura 6.1 com $x = 100$ metros e $\eta = 3$	83

Lista de Tabelas

2.1	Os avanços dos sensores: três gerações	7
4.1	Parâmetros de simulação	29
4.2	Redução do erro quando os terminais-âncora passam do centro para o perímetro da rede de sensores	43
5.1	Parâmetros do canal	51
5.2	Valores dos parâmetros dos modelos estatísticos das observações.	53

Lista de Símbolos

(x, y)	- coordenadas da posição de um terminal no plano cartesiano bi-dimensional
N	- número total de terminais na rede de sensores
n	- número de terminais desconhecidos na rede de sensores
m	- número de terminais-âncora na rede de sensores
P	- Potência de uma sinal recebido por um dado terminal
P_0	- Potência recebida de referência
d_0	- distância de referência
σ_{dB}	- desvio-padrão da variável aleatória que modela o desvanecimento de larga escala
η	- expoente de perda de percurso
T	- Tempo que um sinal leva para alcançar o terminal de destino
σ_T	- desvio-padrão da variável aleatória que modela o erro de estimação do tempo de chegada
α	- ângulo no qual um sinal é recebido por um dado terminal
σ_α	- desvio-padrão da variável aleatória que modela o erro de estimação do ângulo de chegada
r	- alcance de transmissão do terminal
A	- área compreendida pela rede de sensores
D	- dimensão linear da rede de sensores
$E[\cdot]$	- esperança matemática (valor médio) de uma variável aleatória
$\nabla(\cdot)$	- operador gradiente
$\text{var}(\cdot)$	- variância de uma variável aleatória
$\ \cdot\ $	- distância Euclidiana

Lista de Siglas

RSSF	-	Redes de Sensores sem Fio
GPS	-	Sistema de posicionamento global (<i>Global Positioning System</i>)
MEMS	-	Sistemas micro-eleto-mecânicos (<i>Micro-electric-mechanical systems</i>)
RSS	-	Potência do sinal recebido (<i>Received Signal Strength</i>)
AoA	-	Ângulo de chegada (<i>Angle of Arrival</i>)
ToA	-	Tempo de chegada (<i>Time of Arrival</i>)
RF	-	Rádio-freqüência
MDS	-	Escalonamento multi-dimensional (<i>Multidimensional Scaling</i>)
MM	-	Média de multilaterações
MDIA	-	Média das distâncias entre estimativas intermediárias e âncoras
PR	-	Ponderação Residual
IE	-	Interpolação Esférica
MV	-	Máxima Verossimilhança
REQM	-	Raiz do erro quadrático médio
CDF	-	Função de distribuição cumulativa (<i>Cumulative Distribution Function</i>)
LICR	-	Limite inferior de Cramér-Rao
FIM	-	Matriz de Informação de Fisher (<i>Fisher Information Matrix</i>)

Trabalhos Publicados Pelo Autor

1. R.B. Moreira, P. Cardieri "Analysis of Localization Techniques for Wireless Networks using the Cramér-Rao Lower Bound". *International Information and Telecommunication Technologies Symposium*, Cuiabá, Brasil, 2006. (**Prêmio Melhor Artigo**)
2. R.B. Moreira, P. Cardieri "Analysis of Distance-based Localization Techniques for Wireless Networks". *International Workshop on Telecommunications (IWT)*, Santa Rita do Sapucaí, Brasil, 2007.

Capítulo 1

Introdução

As redes de sensores sem fio (RSSF) têm recebido considerável atenção da comunidade científica nos últimos anos. Tais redes são um caso particular de rede *ad-hoc* sem fio, com todas as características básicas desta última, e algumas características próprias [1]. A principal diferença está no fato de que nas redes *ad-hoc* em geral, os terminais podem individualmente realizar tarefas diferentes. Já nas RSSF, os terminais, além de serem em geral em maior número, cooperam entre si para realizar uma tarefa em comum [2].

Os grandes avanços em sistemas micro-eleto-mecânicos (MEMS), comunicações sem fio e eletrônica digital [3] têm permitido a construção de dispositivos (terminais da rede) com custo cada vez mais baixo e capacidades cada vez maiores, permitindo às RSSF serem compostas por até dezenas de milhares de terminais. A consequência disso é que as redes de sensores aos poucos serão consideradas pontes com o mundo real [4], detectando sua natureza física, em contraste com o monitoramento do mundo virtual, que lida exclusivamente com invenções humanas, como as mensagens eletrônicas. O trabalho do pesquisador Feng Zhao, do Centro de Pesquisa Palo Alto, nos E.U.A., é um exemplo do que podem se tornar as redes de sensores sem fio no futuro. Ele tem testado um novo tipo de máquina de busca, descrita como "Google para o mundo físico", através da qual o usuário, uma vez conectado à Internet, digita uma pergunta que é traduzida por uma base de dados padronizada, permitindo medições, detecções ou monitoramentos em qualquer lugar, e imediatamente recebe uma resposta à sua questão.

Uma das áreas de pesquisa relacionadas com as RSSF mais ativas nos últimos anos é a da localização dos sensores. Isso se deve à natureza intrínseca das aplicações de redes de sensores. Em aplicações típicas, os sensores medem alguma grandeza física em um ponto do espaço (por exemplo, temperatura do solo, umidade do ar, etc.), de forma que o valor medido daquela grandeza somente traz alguma informação se acompanhada da posição (local) em que tal medida foi feita. Portanto, a rede de sensores devem ser capazes de determinar as posições dos terminais.

As técnicas de localização de terminais em uma rede sem fio em geral baseiam-se nos métodos da lateração ou da triangulação. No método da *lateração*, a localização é feita com base nas distâncias entre o terminal cuja posição se deseja determinar e três ou mais pontos de posições conhecidas. Pelo método da *triangulação*, a localização é feita com base nos ângulos, com relação a uma referência, de retas ligando o terminal de posição desconhecida e pontos de referência. Portanto, a localização em redes sem fio requer a medida ou estimativa de *distâncias* ou *ângulos*.

A solução do problema da localização de terminais de uma rede de sensores deve levar em conta as restrições típicas de uma rede deste tipo. Portanto, busca-se uma técnica de localização que

- seja de baixa complexidade, pelo menos no que se refere às tarefas do sensor, devido as limitações de energia e tamanho dos terminais impostas por muitas aplicações;
- empregue elementos já disponíveis na rede. Por exemplo, o sinal de rádio frequência (RF) usado para a comunicação dos terminais pode ser usado para extrair informações que permitam a localização dos terminais.

Neste sentido, boa parte dos trabalhos encontrados na literatura sobre localização em redes de sensores emprega o sinal de rádio frequência no processo de localização [5–9]. Considerando o sinal transmitido por um terminal de posição conhecida (os chamados **terminais-âncora**) e recebido pelo terminal cuja posição deseja-se estimar (aqui chamado de **terminal desconhecido**), o valor da *potência recebida* ou o *tempo de propagação* do sinal podem ser usados para estimar a distância entre os dois terminais. Além disso, por meio de um arranjo de antenas na recepção que meça o *ângulo de chegada do sinal* recebido, é possível determinar o ângulo formado pela reta ligando os dois terminais, com relação a uma referência. Estes tipos de observações usadas na localização serão discutidas com mais detalhes no decorrer deste trabalho.

No entanto, as observações de potência recebida, tempo de propagação e ângulo de chegada são ruidosas devido às distorções causadas pelo canal de propagação no sinal, levando a erros na estimação da posição. O tratamento destas distorções, de forma a minimizá-las, e a avaliação dos seus impactos no desempenho das técnicas de localização são os principais motivadores das pesquisas nesta área.

1.1 Objetivos e Contribuições

O objetivo deste trabalho é analisar como as distorções nas observações afetam o desempenho de técnicas de localização em redes de sensores. As técnicas de localização estudadas aqui são aquelas que empregam a potência recebida, o tempo de propagação e o ângulo de chegada do sinal recebido,

com maior atenção às técnicas do primeiro tipo. A análise apresentada levará em conta as características da rede (como, por exemplo, a quantidade e as posições dos terminais-âncora e a posição relativa dos terminais-âncora e desconhecidos) e os efeitos do canal de propagação no sinal de RF empregado na localização.

A análise apresentada neste trabalho será baseada em duas ferramentas típicas utilizadas em trabalhos de estimação: (i) simulação e (ii) limite de Cramér-Rao para o erro quadrático médio de localização.

A análise por meio de simulação é frequentemente empregada no contexto de técnicas de localização, devido ao grande número de parâmetros envolvidos e à complexidade dos modelos necessários para uma representação adequada da rede e da operação das técnicas de localização.

Por outro lado, a análise por meio do limite de Cramér-Rao é também bastante encontrada na literatura, pois permite avaliar como os diversos parâmetros da rede e do ambiente de operação da rede afetam o melhor desempenho possível das técnicas de localização.

As contribuições deste trabalho são basicamente quatro:

1. É apresentada uma análise por meio de simulação de cinco técnicas de localização baseadas na potência do sinal recebido, sendo três delas encontradas na literatura e duas delas propostas neste trabalho. Esta análise estende análises similares encontradas na literatura, avaliando outros aspectos do desempenho.
2. É apresentada uma análise do comportamento do limite de Cramér-Rao para o erro de localização em função de diversos parâmetros do canal de propagação e das características da rede. Aqui também a análise apresentada é uma extensão de análises deste tipo encontradas na literatura, incluindo a influência do arranjo dos terminais-âncora e a posição do terminal desconhecido.
3. Os trabalhos encontrados na literatura sobre o limite de Cramér-Rao para localização baseadas nas estimativas das distâncias entre dois terminais supõem que tais estimativas não são polarizadas. Esta suposição certamente simplifica a derivação das expressões para o limite de Cramér-Rao, mas não é válida em certas condições de propagação. Assim, a terceira contribuição deste trabalho consiste na avaliação desta suposição de não-polarização e na derivação de expressões de limite de Cramér-Rao supondo as estimativas polarizadas, para um caso simples de estimador.
4. Por fim, a quarta contribuição deste trabalho é a avaliação dos efeitos do desvanecimento Nakagami no comportamento do limite de Cramér-Rao. A inclusão do desvanecimento Nakagami na modelagem do canal requer a consideração da polarização das estimativas das distâncias entre dois terminais. Também aqui novas expressões para o limite de Cramér-Rao são derivadas para um caso simples de estimador.

1.2 Organização da Dissertação

Esta dissertação está organizada da seguinte forma:

- Capítulo 2: Neste capítulo é apresentada uma breve introdução às redes de sensores sem fio.
- Capítulo 3: Este capítulo introduz o problema da localização em rede de sensores. São discutidas formas de classificação das técnicas de localização, e é feita uma revisão bibliográfica. Neste capítulo são apresentadas as técnicas de localização que serão analisadas no capítulo seguinte.
- Capítulo 4: Neste capítulo, as técnicas de localização apresentadas no Capítulo 3 serão analisadas e comparadas sob vários aspectos, como nível de desvanecimento, expoente de perda de percurso, densidade e disposição dos terminais-âncora na rede.
- Capítulo 5: É apresentada neste capítulo uma análise de técnicas de localização por meio do Limite Inferior de Cramér-Rao (LICR), extendendo a análise apresentada no capítulo anterior.
- Capítulo 6: Neste capítulo, será investigado o efeito da polarização das estimativas das distâncias entre dois terminais no limite de Cramér-Rao. Será apresentada uma nova formulação para o limite de Cramér-Rao para um caso simples de estimador. Com base nesta nova formulação que leva em conta a polarização, o modelo de canal é aperfeiçoado pela inclusão do desvanecimento Nakagami.
- Capítulo 7: Este capítulo apresenta as principais conclusões obtidas durante o desenvolvimento deste trabalho, bem como algumas sugestões para sua extensão e aprimoramento.

Capítulo 2

Redes de Sensores Sem Fio

2.1 Introdução

Uma rede de sensores sem fio é formada por inúmeros terminais, que operam sem o auxílio de uma infra-estrutura e que têm a capacidade de monitorar e medir grandezas físicas, processar os dados coletados, comunicar-se com seus vizinhos e, em alguns casos, deslocar-se no ambiente. Os terminais da rede devem estar organizados de tal forma que as informações coletadas sejam encaminhadas para uma central onde serão interpretadas, conforme ilustra a Figura 2.1.

O início das pesquisas em redes de sensores sem fio datam do final da década de 70, com programas financiados pela Agência de Projetos de Pesquisas Avançadas em Defesa (DARPA) dos EUA. Nos dias de hoje, a principal motivação para a pesquisa e desenvolvimento na área de RSSF é o grande potencial de monitoramento e controle do mundo real, nas mais diversas áreas de atividade humana.

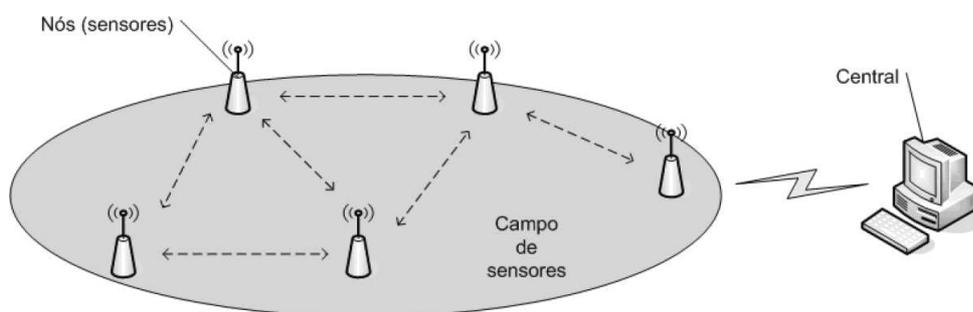


Fig. 2.1: Estrutura geral de uma rede de sensores. Estão representados os terminais e a central de interpretação.

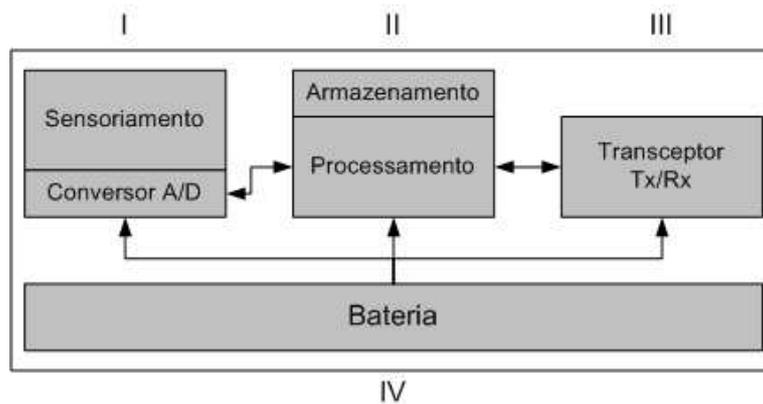


Fig. 2.2: Arquitetura geral de um sensor.

2.2 Características dos terminais da rede

As principais características de um terminal de rede de sensores são:

- baixo custo;
- dimensões reduzidas;
- alimentados por bateria, o que limita a sua vida útil.

O terminal de uma RSSF é o dispositivo-chave da rede, caracterizado pela sua multifuncionalidade. A arquitetura geral do terminal é mostrada na Figura 2.2.

Os quatro módulos principais de um terminal são:

- I - Módulo de sensoriamento: unidade responsável pela produção de sinais a partir de observações da grandeza a ser monitorada.
- II - Módulo de processamento: unidade responsável pelo gerenciamento dos procedimentos realizados pelo terminal, incluindo os de processamento das observações monitoradas e os de comunicação. Há também uma sub-unidade de armazenamento que contém um pequeno sistema operacional, os algoritmos do sensor e os protocolos de rede [10].
- III - Módulo transceptor: unidade responsável pela conexão da rede. Esta conexão pode ser por meio de comunicação óptica, infra-vermelho ou rádio-freqüência.
- IV - Módulo de potência: fornece energia para todo o sensor. É um dos fatores críticos, na medida que esta energia é limitada, tendo, portanto, impacto tanto na operação da rede, como nos circuitos e algoritmos usados nos terminais.

Tab. 2.1: Os avanços dos sensores: três gerações

	1980-1990	2000-2003	2010
Tamanho	maior que uma caixa	tamanho de cartões	partícula de poeira
Peso	quilogramas	gramas	desprezível
Arquitetura do terminal	sensoriamento, processamento e comunicação separados	sensoriamento, processamento e comunicação integrados	sensoriamento, processamento e comunicação integrados
Tempo de vida da fonte de potência	grandes baterias: horas, dias ou mais	baterias AA: dias ou semanas	baterias solares: meses a anos

Os recentes avanços em sistemas micro-eleto-mecânicos (MEMS), capacidade de processamento e sistema de comunicação têm permitido a produção de terminais cada vez mais versáteis e poderosos. A Tabela 2.1 resume os avanços incorporados e previstos para os terminais com relação a alguns fatores importantes [11].

2.3 Características das redes de sensores

Uma rede de sensores sem fio é um caso particular de uma rede *ad-hoc*, com todas as características intrínsecas destas últimas. No entanto, as redes de sensores tem algumas características que as diferem das redes *ad-hoc* comuns, como discutido a seguir.

- O número de terminais em uma rede de sensores pode ser elevado, como, por exemplo, dezenas de milhares. Portanto, questões relacionadas com a escalabilidade, como a manutenção dos terminais, reposição de baterias e a capacidade de comunicação da rede, devem ser levadas em conta no projeto da rede.
- Uma rede de sensores deve ser tolerante às falhas de alguns terminais. Portanto, os algoritmos e protocolos devem ser projetados para tratar desse tipo de problema, garantindo a operação da rede.
- O consumo nas redes de sensores deve ser baixo, já que os sensores são, em muitas aplicações, inacessíveis, tornando a reposição das baterias inviável. A restrição de potência traz também impactos nas operações de comunicação e de processamento dos terminais.
- Por fim, muitas aplicações de redes de sensores requerem o conhecimento da posição dos terminais na rede e o sincronismo temporal entre eles. Dessa forma, observa-se um grande esforço de pesquisa em técnicas de localização e de sincronismo para redes de sensores.

2.4 Exemplos de Aplicações

A seguir, são descritos alguns dos inúmeros exemplos de aplicação das redes de sensores.

1. *Monitoramento Ambiental:*

- rastreamento de animais,
- detecção de ameaças químicas ou biológicas,
- monitoramento de condições ambientais,
- detecção prévia de abalos sísmicos,
- detecção de incêndios florestais,
- agricultura de precisão.

2. *Monitoramento em Saúde:*

- monitoramento de pacientes no nível de órgãos,
- auxílio em diagnósticos,
- administração de remédios em hospitais,
- rastreamento de médicos em hospitais,
- telemonitoramento de dados psicológicos.

3. *Monitoramento Comercial e Industrial:*

- monitoramento de fadiga material,
- monitoramento da operação de linhas de produção,
- diagnósticos de máquinas,
- monitoramento de áreas com acesso restrito,
- automação predial.

4. *Monitoramento Militar:*

- controle de equipamentos e munição,
- vigilância em campos de batalha,
- detecção de ataques físicos, químicos, biológicos ou nucleares.

Capítulo 3

Localização em Redes de Sensores Sem Fio

3.1 Introdução

O conhecimento das posições dos terminais de uma rede de sensores sem fio é uma questão inerente em muitas aplicações. Seja, por exemplo, uma rede de sensores para o monitoramento da temperatura do solo em uma área geográfica. As leituras feitas pelos medidores de temperatura são inúteis se não forem acompanhadas das posições geográficas em que tais leituras foram feitas. Diversos outros exemplos em outras áreas de aplicação podem ser listadas, mostrando a importância do conhecimento das posições dos terminais de uma rede de sensores.

Uma forma de se conhecer a posição dos terminais de uma rede de sensores é por meio da colocação manual dos terminais em posições pré-estabelecidas. Esta solução, no entanto, é inviável no caso de uma rede com muitos sensores, devido ao custo da necessária intervenção humana. Outra forma seria equipar os terminais da rede com receptores do sistema GPS (do inglês *Global Positioning System*), o que também pode ser inviável devido ao custo e consumo de energia de tais receptores. Em face desses problemas, nos últimos anos tem sido observado um grande esforço de pesquisa com o objetivo de desenvolver técnicas de localização que sejam adequadas às redes de sensores, nas quais os terminais têm baixa capacidade de processamento e limitação de espaço e de consumo de energia.

O problema de localização é essencialmente um problema de estimação (das coordenadas de um terminal de posição desconhecida), com base em observações de grandezas físicas que possuem relação conhecida com a posição do terminal. Quando se trata da localização em uma rede sem fio, em que os terminais são “conectados” entre si por meio de ondas eletromagnéticas, as observações empregadas são normalmente relacionadas com uma ou mais grandezas físicas de tais ondas eletromagnéticas. Por exemplo, as observações podem ser os valores de potência recebida, no terminal desconhecido, de sinais transmitidos por terminais-âncora. Estas potências recebidas estão relacionadas com as distâncias entre os terminais desconhecidos e os terminais-âncora, e o conhecimento de tais

distâncias permite a estimação da posição do terminal desconhecido. Outros tipos de observação e o tratamento necessário para a estimação da posição serão discutidos mais adiante. No entanto, neste momento é importante notar que, como em um problema típico de estimação, as observações, no caso de uma rede sem fio, são corrompidas pelos efeitos do canal no sinal transmitido, o que leva a erros de localização. Portanto, as técnicas de localização visam minimizar estes efeitos do canal de propagação nas observações e, portanto, na estimativa da posição. Como será observado nos capítulos que seguem, o erro de estimação depende da intensidade da degradação nas observações provocadas pelo canal, mas também de outros fatores não relacionados com o canal de propagação, como a topologia da rede.

Neste capítulo serão apresentadas as técnicas de localização, inicialmente de uma forma geral, por meio de classificações na Seção 3.2, seguida de uma descrição de técnicas específicas na Seção 3.3, as quais serão analisadas no Capítulo 4.

3.2 Classificação das Técnicas de Localização

Muitas técnicas de localização podem ser encontradas na literatura, o que permitiria uma grande variedade de classificações. No entanto, no contexto deste trabalho, três formas de classificação merecem maior atenção, sendo elas:

- Quanto ao tipo de observação (grandeza física) empregada no processo de localização;
- Quanto à forma de processamento da localização;
- Quanto ao local de processamento das observações.

3.2.1 Classificação quanto ao tipo de observação

Como já mencionado acima, técnicas de localização em redes de sensores utilizam em geral observações relacionadas a uma ou mais grandezas do sinal de rádio-frequência transmitido por um terminal e recebido por um outro terminal. As grandezas tipicamente empregadas são a *potência* do sinal recebido, o *tempo de chegada* do sinal recebido e o *ângulo de chegada* do sinal recebido. Estas grandezas são discutidas a seguir. Deve-se notar que na estimação da distância ou do ângulo entre dois terminais é indiferente quem é o transmissor e quem é o receptor.

Potência do sinal recebido (RSS)

O valor médio da potência recebida do sinal transmitido por um terminal T e medida no terminal R normalmente é modelado como sendo proporcional ao inverso da distância d entre T e R . Para

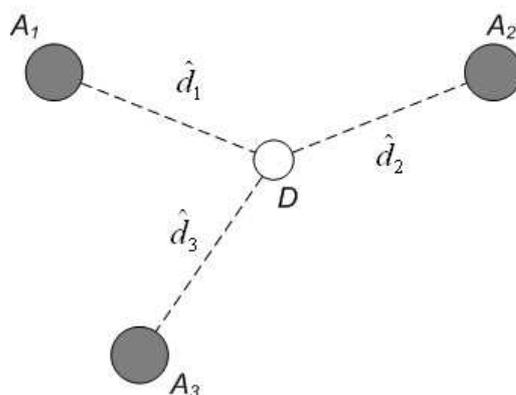


Fig. 3.1: Topologia básica para a localização de um terminal desconhecido D através do processo de lateração.

potência medida em decibéis, tem-se, portanto

$$\bar{P}_{dB} = P_{0,dB} - 10\eta \log_{10} \left(\frac{d}{d_0} \right), \quad (3.1)$$

em que $P_{0,dB}$ é a potência recebida a uma distância de referência d_0 , e η é o expoente de perda de percurso, que depende do meio de propagação, mas está tipicamente entre 2 e 6. Os parâmetros $P_{0,dB}$, d_0 e η são supostos conhecidos.

A partir das observações de potência recebida é possível, portanto, estimar as distâncias d_i entre um terminal desconhecido D e um terminal-âncora A_i (ver Figura 3.1), como

$$\hat{d}_i = d_0 10^{\frac{P_{0,dB} - \bar{P}_{dB}}{10\eta}}. \quad (3.2)$$

Considerando-se três ou mais terminais-âncora A_i , é possível determinar a posição de D por meio de lateração, como mostra a Figura 3.1. A descrição matemática do processo de lateração é apresentada no Apêndice A.

Portanto, técnicas baseadas na potência do sinal recebido (ou RSS, do inglês *Received Signal Strength*) inicialmente estimam as distâncias d_i entre o terminal desconhecido e os terminais-âncora para, em seguida, localizar o terminal desconhecido por meio do processamento das distâncias d_i e das posições dos terminais-âncora.

A utilização das técnicas baseadas na potência do sinal recebido requer que os terminais receptores estejam equipados com circuitos medidores de potência. No entanto, muitos terminais empregados em redes de sensores já vêm equipados com tais medidores, o que torna as técnicas baseadas na potência recebida bastante atrativas.

O principal problema das técnicas de localização baseadas na potência recebida está relacionado

com os erros de estimação das distâncias d_i causados pelos efeitos de desvanecimento impostos pelo canal de propagação. Por exemplo, devido ao desvanecimento de larga escala, causado por obstáculos entre o transmissor e o receptor, o valor da potência recebida pode variar, levando a uma estimação imprecisa da distância entre o transmissor e o receptor. O efeito do desvanecimento na potência do sinal é geralmente modelado como uma variável aleatória χ de distribuição gaussiana, com média nula e variância σ_{dB}^2 , somada à potência média em (3.1), resultando em [9, 12]

$$\bar{P}_{dB} = P_{0,dB} - 10\eta \log_{10} \left(\frac{d}{d_0} \right) + \chi. \quad (3.3)$$

As técnicas de localização citadas neste capítulo e avaliadas no capítulo seguinte são baseadas na potência do sinal recebido. Mais detalhes sobre a modelagem do canal de propagação e o conseqüente efeito na localização serão analisados Capítulos 4 e 5 deste trabalho.

Tempo de chegada (ToA)

A distância entre um dado terminal-âncora e um terminal desconhecido pode ser estimada com base no tempo necessário para o sinal transmitido pelo terminal-âncora atingir a antena do terminal desconhecido. Portanto, a localização de um terminal desconhecido pode ser feita através de observações do tempo de chegada (ToA, do inglês *Time of Arrival*) dos sinais recebidos no terminal desconhecido. Sendo t o ToA do sinal saindo de um terminal-âncora e chegando ao terminal desconhecido, a distância é estimada com

$$\hat{d} = t v_p, \quad (3.4)$$

em que v_p é a velocidade de propagação da onda.

Uma técnica típica para estimar o tempo de chegada de um sinal propagante é baseada na correlação cruzada entre o sinal recebido e o conhecido sinal transmitido. Este estimador, conhecido como *correlator cruzado simples* [12], introduz ruído aditivo nas estimativas das distâncias. Esse ruído é modelado com uma variável aleatória gaussiana, com média μ_T e desvio-padrão σ_T . A média μ_T pode ser estimada, e então subtraída da estimativa do tempo.

Além do ruído aditivo, as estimativas das distâncias com base no ToA são corrompidas pelos efeitos dos multipercursos no canal de propagação. As componentes de multipercurso atuam como uma “auto-interferência”, degradando a relação sinal-ruído do sinal recebido do correlator, elevando o erro de estimativa [12, 13].

A grande desvantagem das técnicas baseadas no ToA, além da necessidade de sincronização entre os terminais, é sua grande sensibilidade aos erros de medição do tempo de chegada. Por exemplo, no

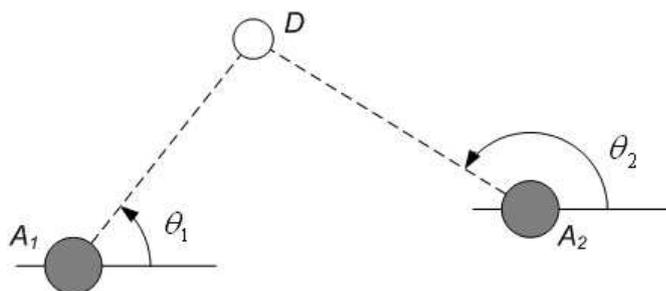


Fig. 3.2: Topologia básica utilizada no processo de *triangulação* para localização do terminal desconhecido D .

sistema GPS, que usa esse método de medição de distância, imprecisões de poucos microssegundos correspondem a erros na ordem de 300m [14], no caso de sinais RF. Por isso, para os propósitos de localização em redes de sensores, é mais adequado o uso de sinais de baixa velocidade de propagação, como os sinais acústicos.

Ângulo de chegada (AoA)

As técnicas de localização baseadas na potência do sinal recebido e no tempo de chegada utilizam as distâncias estimadas entre o terminal desconhecido e terminais-âncora para a localização. As técnicas baseadas no ângulo de chegada (AoA, do inglês *Angle of Arrival*), por outro lado, empregam medidas de direção (com relação a uma referência) do sinal transmitido pelo terminal desconhecido e recebido nos terminais-âncora para estimar a posição do terminal desconhecido. A estimação da posição é feita por meio da técnica da *triangulação* [15], ilustrada na Figura 3.2. Nota-se que a posição do terminal D pode ser determinada se são conhecidos os ângulos θ_1 e θ_2 , e as posições de A_1 e A_2 .

Da mesma forma que nos casos de RSS e ToA, as observações de AoA são também corrompidas pelos efeitos do canal de propagação, e os erros na medida do AoA são tipicamente modelados como ruído aditivo de distribuição gaussiana, com média igual ao valor verdadeiro do ângulo de chegada e desvio-padrão σ_α .

A principal desvantagem das técnicas baseadas no AoA está relacionada com a estrutura do receptor necessária para a medida do ângulo de chegada. Esta medida pode ser feita por meio de um arranjo de antenas ou de antenas direcionais no receptor, o que torna os receptores complexos, grandes e de alto consumo de energia, características indesejáveis em aplicações de redes de sensores. Contudo, pesquisas têm avançado no sentido de prover capacidade de estimativa de AoA em dispositivos cada vez menores, como naqueles usados no projeto AhLOS (*Ad-Hoc Localization System*) [5].

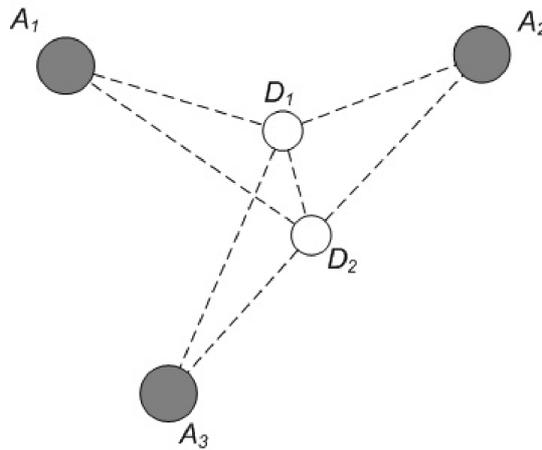


Fig. 3.3: Topologia de um processo de localização cooperativa, evidenciando troca de informação entre cada terminal desconhecido e os âncoras, como também entre os terminais desconhecidos.

3.2.2 Classificação quanto à forma de processamento da localização

Nas técnicas de localização discutidas até aqui, a localização de um dado terminal desconhecido é feita com base nas medidas (de potência de sinal recebido, ângulo de chegada ou tempo de chegada) entre aquele terminal desconhecido e terminais-âncora. Portanto, a localização de um dado terminal desconhecido é feita de forma *independente* da localização dos outros terminais desconhecidos da rede.

No entanto, se as observações entre pares de terminais desconhecidos forem também consideradas, como ilustrado na Figura 3.3, a localização dos terminais desconhecidos de uma rede pode ser feita de forma *cooperativa*. Na localização cooperativa há uma maior quantidade de informação a respeito da posição de terminal desconhecido e o erro de localização tende a ser menor.

Neste trabalho serão investigadas técnicas com localização independente, no Capítulo 4, e técnicas com localização cooperativa, no Capítulo 5. No entanto, está fora dos objetivos do trabalho uma comparação entre técnicas destas duas classes, o que será realizados em trabalhos futuros.

3.2.3 Classificação quanto ao local de processamento das observações

A última classificação analisada aqui está relacionada com o local em que o processamento das observações ocorre. Este processamento pode ser *centralizado* ou *distribuído*.

No processamento centralizado, as observações feitas pelos terminais da rede são encaminhadas a uma central de processamento, que computa as posições do terminais desconhecidos e retorna os resultados para estes terminais. Por outro lado, no processamento distribuído, cada terminal desconhecido realiza o processamento necessário para a determinação de sua posição, após uma possível

troca de informações entre apenas os seus terminais vizinhos.

O local do processamento tem impacto em diversos aspectos do funcionamento da rede, como discutido abaixo:

- **Tráfego na rede:** Com o processamento centralizado há um aumento no tráfego na rede decorrente do envio das observações feitas por cada terminal.
- **Capacidade de processamento:** As técnicas de localização distribuídas exigem maior capacidade de processamento nos terminais, o que pode encarecê-los.
- **Consumo de energia:** Quando o processamento é distribuído, os terminais desconhecidos gastam mais energia devido ao processamento local. Por outro lado, no processamento centralizado há também um maior consumo de energia para a transmissão das observações.
- **Robustez:** Técnicas que empregam o processamento distribuído tendem a ser mais robustas com relação a falhas de comunicação da rede, uma vez que necessitam apenas comunicação local.
- **Precisão da localização:** As técnicas de localização de processamento centralizado tendem a ser mais precisas, pois dispõem de mais informações sobre a rede.

3.3 Revisão da literatura sobre técnicas de localização

Nesta seção serão apresentados alguns exemplos de técnicas de localização encontrados na literatura.

Doherty *et al* apresentam, em [7], uma técnica centralizada que trata o problema de posicionamento com o uso de programação semi-definida e programação linear. Outro algoritmo centralizado, o MDS-MAP, é apresentado em [16]. Este baseia-se no MDS (do inglês *multidimensional scaling*) para obter a localização dos terminais, em três passos: 1) computa-se as distâncias entre todos os pares de terminais, construindo uma matriz de distâncias; 2) aplica-se o MDS clássico, extraindo os dois maiores autovalores e autovetores para construir um mapeamento relativo; 3) a partir de um número suficiente de terminais-âncora (três no caso duas dimensões, ou quatro no caso de três dimensões), o mapeamento relativo é convertido em um mapeamento absoluto. Tal método destaca-se pela simplicidade, mas tem a desvantagem de ter um fraco desempenho em redes com topologia irregular, além de ser centralizado, acarretando os problemas discutidos na Seção 3.2.3.

Shang e Ruml propõem ainda em [17] uma versão distribuída de seu algoritmo MDS-MAP, denominada MDS-MAP(P), que forma mapas locais para cada sensor com base em sua vizinhança. Tais mapas locais são agregados para formar um mapa global, em uma abordagem semelhante àquela

apresentada por Capkun *et al* em [18]. Abordagem distribuída similar para o uso da técnica MDS é realizada em [19]. Outro método distribuído baseado em MDS é apresentado em [8]. O *dwMDS*, como é chamado, é um algoritmo iterativo, no qual cada sensor atualiza sua posição através da minimização de uma determinada função custo, que leva em conta um fator ponderador que reflete a precisão prevista das distâncias medidas.

Niculescu and Nath propõem em [6] um algoritmo distribuído, cuja principal contribuição é uma maneira controlada de repassar informações de distância ou orientação para que terminais distantes dos âncoras possam estimar sua distância ou orientação a estes. Após esse processo, uma trilateração simples é realizada, estimando a posição de cada nó. Procedimento semelhante é realizado em [20], com a diferença que este apresenta um procedimento adicional de refinamento das posições de cada terminal, com base nas posições determinadas e distâncias aos terminais de sua vizinhança. Este procedimento também é a base da técnica AhLOS [5].

A técnica distribuída APIT (do inglês *Approximate Point-In-Triangulation*), desenvolvida por He *et al* em [21] é um exemplo de método que não faz uso de medições para realizar a localização. O procedimento é baseado nas posições previamente conhecidas de alguns terminais. Utilizando várias combinações de terminais-âncora, consegue-se estabelecer uma região na qual um terminal desconhecido pode estar localizado. Quanto mais combinações, ou seja, quanto mais terminais-âncora, menor é essa área.

Outro método distribuído e livre de medições é encontrado em [14], que se destaca pela simplicidade e facilidade de implementação. As posições desconhecidas são determinadas como o centróide das posições dos terminais-âncora que estão em seu alcance e cujas medidas de conectividade excedem um determinado limiar. O ponto fraco desse método, como no caso do APIT, é a necessidade de um grande número de terminais-âncora para alcançar níveis aceitáveis de erro de localização.

Em [18], é mostrada uma técnica, denominada SPA (*Self-Positioning Algorithm*), que localiza terminais desconhecidos sem a ajuda de nós de referência. Em linhas gerais, cada nó coleta informações de distância aos nós vizinhos para construir um sistema de coordenadas relativo. Ao final, os sistemas de coordenadas locais são orientados na mesma direção, construindo um sistema global de coordenadas, e as posições dos terminais são atualizadas neste novo sistema.

3.4 Técnicas de localização selecionadas

Outras três técnicas de localização, não mencionadas na Seção 3.3 foram selecionadas para que se pudesse fazer uma avaliação de vários aspectos que têm impactos no processo de localização em uma rede de sensores. Nesta seção serão descritas tais técnicas. Na descrição de todas as técnicas é suposto que a rede é composta por n terminais desconhecidos, m terminais-âncora e que o modelo do

canal de propagação inclui a perda por percurso e desvanecimento de larga escala.

3.4.1 Ponderação Residual

Chen apresenta em [22] uma técnica de localização denominada *Ponderação Residual* (PR), que se baseia nas distâncias entre o terminal desconhecido e os terminais-âncora. As seguintes variáveis são definidas no contexto desta técnica:

- S : conjunto dos terminais-âncora, que serão utilizados na localização de um terminal desconhecido,
- d_i : distância estimada entre o terminal desconhecido e o i -ésimo terminal-âncora, com $i \in S$,
- $\mathbf{x} = [x \ y]^T$: vetor com a posição verdadeira do terminal desconhecido,
- $\hat{\mathbf{x}} = [\hat{x} \ \hat{y}]^T$: vetor com a posição do terminal desconhecido estimada a partir das distâncias d_i ,
- $\mathbf{X}_i = [X_i \ Y_i]^T$: vetor com a posição do i -ésimo terminal-âncora.

Inicialmente, com base nas distâncias estimadas d_i entre um dado terminal desconhecido D e terminais-âncora A_i , estima-se a posição $\hat{\mathbf{x}}$ deste terminal desconhecido. A partir da estimativa $\hat{\mathbf{x}}$, calcula-se o seu *resíduo* $res(\hat{\mathbf{x}}, S)$ com relação ao conjunto de âncoras S , definido como a soma das diferenças quadráticas entre as distâncias estimadas d_i e estas mesmas distâncias, mas agora calculadas a partir da posição estimada $\hat{\mathbf{x}}$, ou seja

$$res(\hat{\mathbf{x}}, S) = \sum_{i \in S} [d_i - \|\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{X}_i\|]^2, \quad (3.5)$$

em que $\|\cdot\|$ representa a distância Euclidiana.

Seja, agora, uma rede possui $m \geq 3$ terminais-âncora. Com cada sub-conjunto S_k de três ou mais terminais-âncora é possível estimar a posição de um terminal desconhecido. O número total de possíveis combinações C de âncoras é dado por

$$C = \sum_{k=3}^m \binom{m}{k}. \quad (3.6)$$

Portanto, para cada sub-conjunto de terminais-âncora S_k podemos calcular uma posição estimada intermediária $\hat{\mathbf{x}}_k$ e o seu resíduo $res(\hat{\mathbf{x}}_k, S_k)$, com $k = 1, \dots, C$. Como o número m_k de nós-âncoras em cada sub-conjunto S_k pode variar, os resíduos devem ser normalizados pelo tamanho de S_k , ou

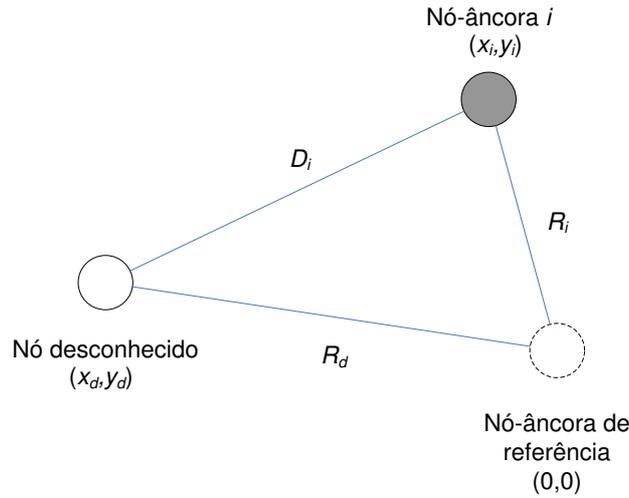


Fig. 3.4: Topologia básica utilizada na técnica da Interpolação Esférica.

seja:

$$\widetilde{res}(\hat{\mathbf{x}}_k) = \frac{res(\hat{\mathbf{x}}_k, S_k)}{|S_k|}, \quad (3.7)$$

em que $|S_k|$ representa o tamanho do conjunto S_k .

Por fim, a estimativa final é dada pela combinação linear entre todas as estimativas intermediárias $\hat{\mathbf{x}}_k$, cada uma ponderada por seu respectivo resíduo, ou seja

$$\hat{\mathbf{x}}_{final} = \frac{\sum_{k=1}^C \hat{\mathbf{x}}_k \left[\widetilde{res}(\hat{\mathbf{x}}_k) \right]^{-1}}{\sum_{k=1}^C \left[\widetilde{res}(\hat{\mathbf{x}}_k) \right]^{-1}}. \quad (3.8)$$

3.4.2 Interpolação Esférica

O método da Interpolação Esférica (IE), desenvolvido por Smith e Abel em [23], baseia-se também nas estimativas de distância entre o terminal desconhecido e terminais-âncora, mas o processamento considera as diferenças entre tais distâncias. Seja uma rede com um terminal desconhecido e m terminais-âncora, localizados nas posições (x_i, y_i) , $i = 1, \dots, m$. A Figura 3.4 mostra o terminal desconhecido e dois dos terminais-âncora da rede. Um dentre os m terminais-âncora é escolhido como *referência* da rede. A distância entre o terminal desconhecido e o i -ésimo terminal-âncora é denotada por D_i e, em particular, a distância entre o terminal desconhecido e o terminal-âncora de referência é indicada por R_d . Por fim, a distância entre o terminal-âncora de referência e o i -ésimo terminal-âncora é denotada por R_i .

Seja d_{ij} a diferença entre as distâncias do terminal desconhecido até os terminais-âncora i e j , ou

seja,

$$d_{ij} = D_i - D_j . \quad (3.9)$$

De acordo com a técnica da interpolação esférica, a posição do terminal desconhecido é estimada por

$$x_s = \frac{1}{2} (S^T S)^{-1} S^T (\delta - 2 R_d \lambda) , \quad (3.10)$$

em que a matriz S de dimensão $(m - 1) \times 2$ contém as coordenadas dos terminais-âncora, com exceção do terminal de referência

$$S = \begin{pmatrix} x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ \vdots & \vdots \\ x_m & y_m \end{pmatrix} , \quad (3.11)$$

e os vetores coluna δ e χ são dados por

$$\delta = \begin{pmatrix} R_2^2 - d_{21}^2 \\ R_3^2 - d_{31}^2 \\ \vdots \\ R_m^2 - d_{m1}^2 \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

e

$$\lambda = \begin{pmatrix} d_{21} \\ d_{31} \\ \vdots \\ d_{m1} \end{pmatrix} . \quad (3.13)$$

3.4.3 Localização baseada na Máxima Verossimilhança

Neste estudo, será também avaliado o desempenho de uma técnica de localização baseada na estimação por máxima verossimilhança (MV), proposto por Patwari et al. em [9].

O i -ésimo terminal desconhecido ($1 \leq i \leq n$) mede a potência em decibéis $\hat{P}_{ij,dB}$ do sinal transmitido pelo j -ésimo terminal-âncora, com $j \in H(i)$, em que $H(i)$ é o conjunto de terminais com os quais o i -ésimo terminal desconhecido mantém comunicação. Em seguida, supõe-se a posição $(\tilde{x}_i, \tilde{y}_i)$ para o i -ésimo terminal desconhecido e calcula-se as correspondentes supostas potências recebidas

$\tilde{P}_{ij,dB}$, também em decibéis, por

$$\tilde{P}_{ij,dB} = P_{0,dB} - 10\eta \log_{10} \left(\frac{\tilde{d}_{ij}}{d_0} \right), \quad (3.14)$$

com

$$\tilde{d}_{ij} = \sqrt{(\tilde{x}_i - x_j)^2 + (\tilde{y}_i - y_j)^2}, \quad (3.15)$$

em que (x_j, y_j) é a posição do j -ésimo terminal-âncora.

Relembrando, é suposto que as medidas de potência recebida são corrompidas pelo desvanecimento de larga escala de distribuição gaussiana com desvio-padrão σ_{dB} . Então, a função de verossimilhança L_i correspondente ao i -ésimo terminal desconhecido é dada por

$$L_i = \prod_{j \in H(i)} \left\{ \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\tilde{P}_{ij,dB} - \hat{P}_{ij,dB}}{\sigma_{dB}} \right)^2 \right] \Delta P \right\}, \quad (3.16)$$

e é a probabilidade de que as observações $P_{ij,dB}$, $j \in H(i)$, seriam recebidas (dentro de uma faixa ΔP), dado que a suposição de posição $(\tilde{x}_i, \tilde{y}_i)$ está correta. A estimativa da posição do i -ésimo terminal segundo o critério da máxima verossimilhança é aquela que maximiza L_i . Ou, equivalentemente, aquela que minimiza o negativo do logaritmo de L_i . Substituindo (3.15) em (3.16), obtém-se finalmente a expressão do estimador para a posição do i -ésimo terminal desconhecido

$$\{x_i^{mv}, y_i^{mv}\} = \arg \min_{\tilde{x}_i, \tilde{y}_i} \left\{ \frac{b}{8} \sum_{j \in H(i)} \left[\ln \left(\frac{\hat{d}_{ij}^2}{(\tilde{x}_i - x_j)^2 + (\tilde{y}_i - y_j)^2} \right) \right]^2 \right\}, \quad (3.17)$$

em que \hat{d}_{ij} é a distância estimada entre os terminais i e j , a partir da observação $\hat{P}_{ij,dB}$, ou seja

$$\hat{d}_{ij} = d_0 10^{\frac{P_{0,dB} - \hat{P}_{ij,dB}}{10\eta}}, \quad (3.18)$$

e $b = \{10\eta / [\log(10)\sigma_{dB}]\}^2$.

Note-se que a posição de cada terminal desconhecido é estimada independentemente. Para a minimização da expressão (3.17) foi empregado o método do gradiente conjugado, descrito em [24].

3.5 Técnicas de localização propostas

Nesta seção serão descritas as duas técnicas de localização que são propostas neste trabalho. Ambas são técnicas distribuídas, baseadas na potência do sinal recebido (RSS) para estimativa de distâncias entre terminais, e usam o método da lateração como base.

3.5.1 Média de multilaterações

A primeira das técnicas propostas é denominada Média de Multilaterações (MM) e é uma simplificação do método da Ponderação do Resíduo. Consideremos uma rede com n terminais desconhecidos e $m \geq 3$ terminais-âncora, que podem se comunicar com qualquer dos terminais desconhecidos.

Cada terminal desconhecido estima as suas distâncias até os m terminais-âncora. Com cada combinação possível de três ou mais âncoras obtém-se uma estimativa parcial $\hat{\mathbf{x}}_{\text{parc}}$ da localização daquele terminal desconhecido por meio da lateração. Portanto, o número C de estimativas parciais é

$$C = \sum_{k=3}^m \binom{m}{k}. \quad (3.19)$$

A estimativa final é dada pela média aritmética de todas as estimativas parciais $\hat{\mathbf{x}}_{\text{parc}}^k$, com $k = 1, \dots, C$, ou seja,

$$\hat{\mathbf{x}}_{\text{final}} = \frac{\sum_{k=1}^C \hat{\mathbf{x}}_{\text{parc}}^k}{C}. \quad (3.20)$$

A Figura 3.5 ilustra o processo de localização pela técnica MM. A técnica MM localiza cada terminal de forma independente, e difere da técnica da Ponderação Residual pela ausência da ponderação pelo resíduo, o que representa uma economia no esforço computacional.

3.5.2 Média de Distâncias entre Estimativas Intermediárias e Âncoras

A segunda técnica proposta, denominada Média de Distâncias entre Estimativas Intermediárias e Âncoras (MDIA), é também baseada na lateração. O que difere a técnica MDIA das outras técnicas descritas aqui é a presença de um procedimento intermediário que visa diminuir o erro de estimação das distâncias entre o terminal desconhecido e os terminais-âncora. Considere novamente uma rede de sensores composta por $m \geq 3$ terminais-âncora que estão a uma distância estimada d_i até o terminal desconhecido. A estimativa final da posição do terminal desconhecido é obtida por meio das quatro fases apresentadas a seguir e ilustradas na Figura 3.6.

- Fase I: Com cada possível combinação de três ou mais âncoras obtém-se uma estimativa parcial $\hat{\mathbf{x}}_{\text{int}}^k$ da posição do terminal desconhecido. Note-se que são C estimativas parciais, em que C é

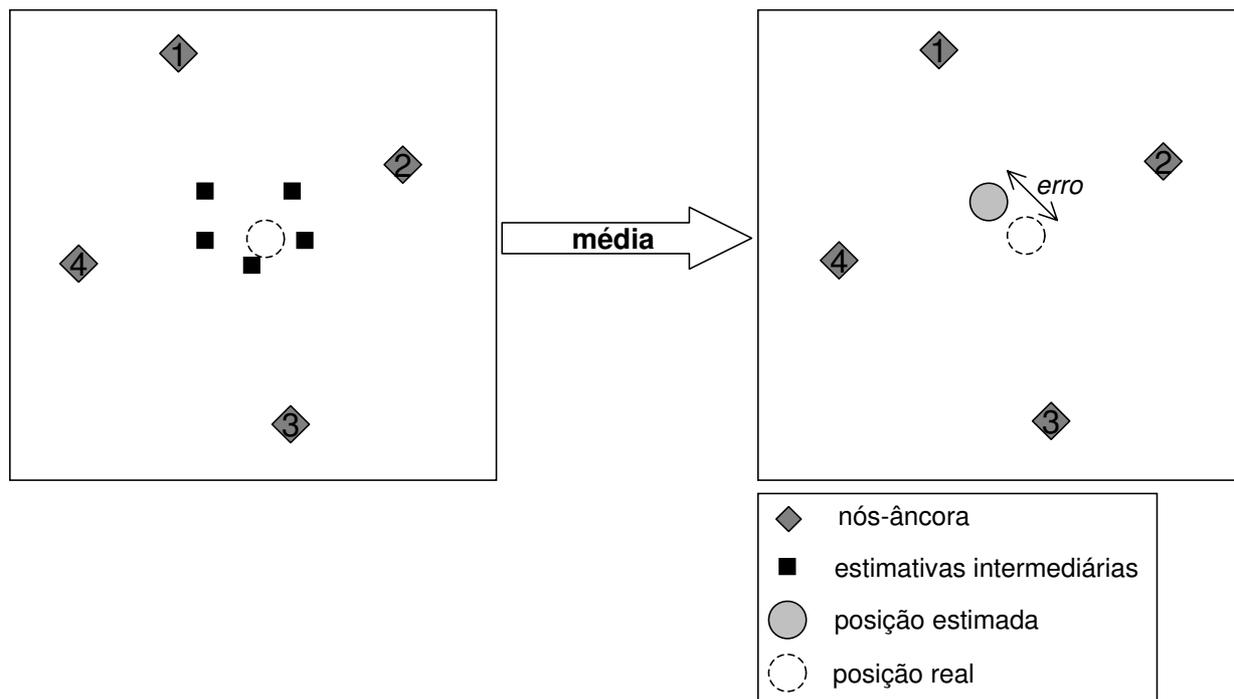


Fig. 3.5: Técnica de localização Média de multilaterações.

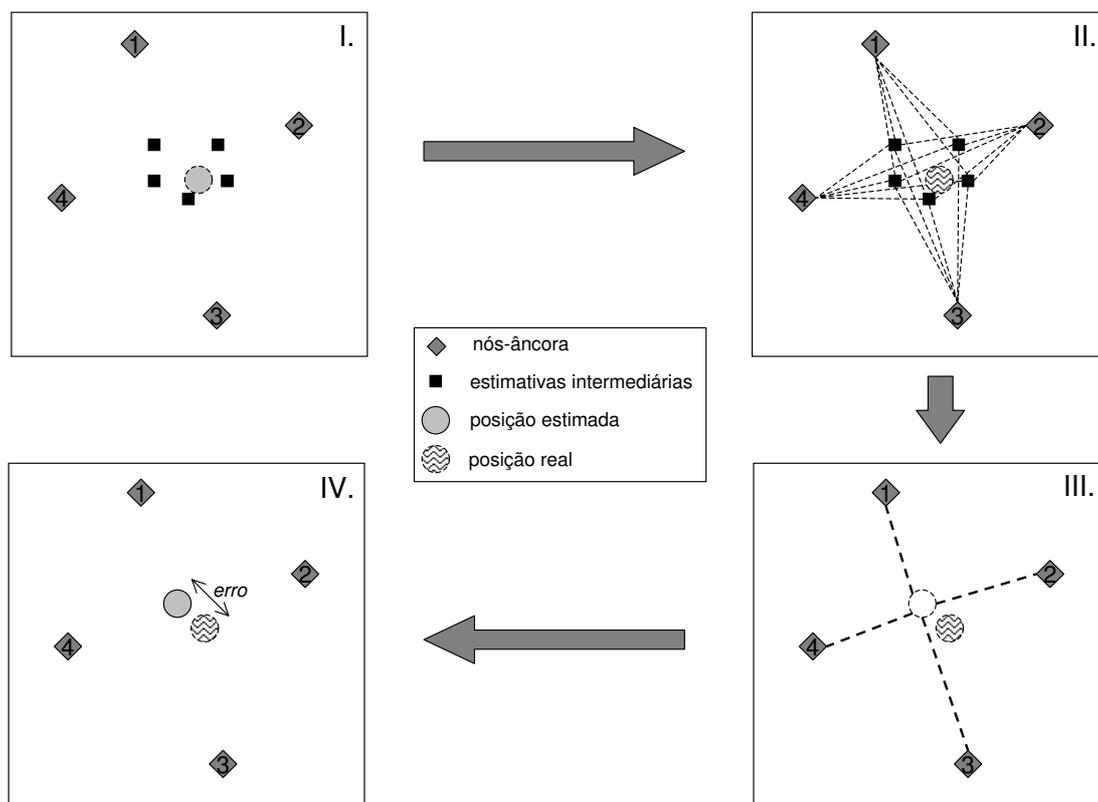


Fig. 3.6: Esquema de localização realizado pela técnica MDIA.

dado por (3.19).

- Fase II: Supondo que o terminal desconhecido esteja na posição estimada parcial $\hat{\mathbf{x}}_{int}^k = [x^k \ y^k]$, calcula-se a distância do terminal desconhecido até o j -ésimo terminal-âncora, para $j = 1, \dots, m$ e $k = 1, \dots, C$

$$\hat{d}_{kj} = \sqrt{(x^k - x_j)^2 + (y^k - y_j)^2}. \quad (3.21)$$

Tais distâncias são armazenadas em uma estrutura matricial $C \times m$:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \hat{d}_{11} & \hat{d}_{12} & \dots & \hat{d}_{1m} \\ \hat{d}_{21} & \hat{d}_{22} & \dots & \hat{d}_{2m} \\ \hat{d}_{31} & \hat{d}_{32} & \dots & \hat{d}_{3m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{d}_{C1} & \hat{d}_{C2} & \dots & \hat{d}_{Cm} \end{bmatrix}. \quad (3.22)$$

Nesta estrutura, os elementos da j -ésima coluna correspondem às C distâncias estimadas do terminal desconhecido até o j -ésimo terminal-âncora.

- Fase III: Calcula-se a média, coluna a coluna, obtendo-se

$$\begin{bmatrix} \hat{d}_1 & \hat{d}_2 & \dots & \hat{d}_m \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

em que \hat{d}_j é a distância média estimada do terminal desconhecido até o j -ésimo terminal-âncora.

- Fase IV: Finalmente, usando as distâncias \hat{d}_j , é realizado um processo de lateração, para a obter a estimativa final da posição.

3.6 Conclusões

Nesta capítulo o problema da localização em redes de sensores foi introduzido, juntamente com as técnicas de localização, que serão analisadas por meio de simulação no próximo capítulo.

Capítulo 4

Análise de Desempenho das Técnicas de Localização

Neste capítulo será apresentada uma análise por simulação do desempenho das técnicas descritas nas Seções 3.4 e 3.5. Todas estas técnicas baseiam-se, direta ou indiretamente, em distâncias obtidas através da observação da potência do sinal recebido.

O desempenho das técnicas de localização será avaliado sob os seguintes principais aspectos:

- Efeitos do desvanecimento de larga escala e da perda de percurso no canal de propagação;
- Efeitos da quantidade e da disposição de terminais-âncora.

As técnicas analisadas neste capítulo localizam os terminais da rede de forma *independente*, ou seja, são usadas apenas as distâncias entre os terminais-âncora e os terminais desconhecidos.

Antes da apresentação e discussão dos resultados, serão introduzidas as métricas de desempenho empregadas na avaliação e os modelos da rede e do canal usados.

4.1 Métricas de Desempenho

A medida elementar de desempenho de uma técnica de localização é o erro de localização e_i , definido como a distância entre a posição verdadeira (x_i, y_i) e a posição estimada (\hat{x}_i, \hat{y}_i) do i -ésimo terminal, ou seja

$$e_i = \sqrt{(x_i - \hat{x}_i)^2 + (y_i - \hat{y}_i)^2} . \quad (4.1)$$

A medida e_i informa a precisão da localização de um dado terminal para uma dada realização do processo de desvanecimento, o que equivale a uma realização na simulação. A partir desta medida

elementar, outras medidas de desempenho podem ser derivadas, como mostrado a seguir, e que serão empregadas na análise apresentada neste capítulo.

Raiz do Erro Quadrático Médio

O desempenho *médio* da técnica de localização em toda a rede (ou seja, levando-se em conta todos os n terminais desconhecidos) é tipicamente medido na literatura [8, 22] por meio da **raiz quadrada do erro quadrático médio** (*REQM*), denotado por σ_e , dado por

$$\begin{aligned}\sigma_e &= \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e_i^2} \\ &= \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [(x_i - \hat{x}_i)^2 + (y_i - \hat{y}_i)^2]}.\end{aligned}\tag{4.2}$$

Portanto, a cada aplicação da técnica de localização (o que corresponde a uma realização do processo desvanecimento para cada distância estimada), deriva-se um valor de σ_e . Os resultados apresentados neste capítulo são os valores médios de uma coleção de valores σ_e (tipicamente com 200 amostras).

Função de distribuição acumulada do erro quadrático médio

A partir da coleção de valores de σ_e citada acima e com o auxílio da função `ecdf` do MATLAB, podemos determinar a função de distribuição acumulada (CDF, do inglês *Cumulative Distribution Function*), correspondente àquele modelo de canal de propagação e àquela topologia da rede.

Extensão da Localização

A extensão da localização [25] é definida como a porcentagem de terminais desconhecidos que são localizados com erro menor ou igual a um certo limiar. Portanto, a cada aplicação da técnica de localização (o que equivale a uma realização na simulação), conta-se o número N_e de terminais que tiveram suas posições estimadas com um erro menor que ou igual ao limiar estabelecido. Os valores de extensão apresentados neste capítulo são a média entre uma coleção de valores N_e/n , onde n é o número de terminais desconhecidos presentes na rede.

4.2 Modelagem do canal de propagação

As técnicas de localização investigadas neste capítulo são baseadas nas distâncias entre os terminais, que são estimadas a partir de observações de potência do sinal recebido. Os erros de estimação das posições têm como origem, portanto, os erros na estimação das distâncias entre os terminais.

Tais erros de estimação de distância são causados por efeitos do canal de propagação no sinal recebido. Portanto, uma modelagem do canal de propagação adequada é necessária. O modelo de canal empregado neste capítulo inclui os seguintes efeitos:

- **Perda de percurso**, que é dependente da distância d entre o transmissor e o receptor, e também do ambiente de propagação, na forma de um expoente η da distância d . A perda de percurso é tipicamente modelada como

$$\text{Perda de percurso} = \frac{1}{d^\eta} . \quad (4.3)$$

O valor da potência recebida levando-se em conta apenas a perda de percurso é tida como o valor médio da potência recebida.

- **Desvanecimento de larga escala** do sinal, que é causado principalmente por obstruções naturais (relevo, vegetação) e construções, criando regiões de sombra (daí o termo sombreamento, também utilizado). O desvanecimento de larga escala é tipicamente modelado como uma variável aleatória gaussiana χ de média nula e variância σ_{dB}^2 , adicionada à potência do sinal recebido medida em decibéis. O valor da variância σ_{dB}^2 depende do ambiente de propagação.

Portanto, a potência do sinal recebido, em decibéis, é dada por

$$P_{rx,dB} = P_{0,dB} - 10\eta \log_{10} \left(\frac{d}{d_0} \right) + \chi \quad \text{em dB} . \quad (4.4)$$

O termo P_0 é a potência recebida à distância d_0 , que, por sua vez, é grande o suficiente para supor que as ondas recebidas são planas.

Na análise apresentada neste capítulo, não é considerado o desvanecimento de pequena escala, mas que estará presente na análise apresentada no Capítulo 6.

A partir da observação da potência recebida, a estimativa da distância d , denotada por \hat{d} , pode ser obtida partindo-se de

$$P_{rx,dB} = P_{0,dB} - 10\eta \log_{10} \left(\frac{\hat{d}}{d_0} \right) , \quad (4.5)$$

o que leva à expressão do estimador da distância d

$$\hat{d} = d_0 10^{\frac{P_{0,dB} - P_{rx,dB}}{10\eta}} . \quad (4.6)$$

Note-se que supõem-se conhecidos $P_{0,dB}$, d_0 e o expoente de perda de percurso η , este último podendo ser estimado a partir de medidas prévias.

Substituindo (4.4) em (4.6), resulta

$$\begin{aligned}\hat{d} &= d_0 10^{\frac{P_{0,dB} - P_{0,dB} + 10\eta \log_{10}(d/d_0) - \chi}{10\eta}} \\ &= d_0 10^{\log_{10}(d/d_0) - \frac{\chi}{10\eta}} \\ &= d 10^{-\frac{\chi}{10\eta}}.\end{aligned}\quad (4.7)$$

Portanto, a distância estimada \hat{d} é também uma variável aleatória, de distribuição lognormal, pois χ é uma variável de distribuição normal.

Tomando o valor médio da distância estimada, pode-se mostrar que

$$\begin{aligned}E\{\hat{d}\} &= d E\{10^{-\frac{\chi}{10\eta}}\} \\ &= d \exp\left(\frac{1}{2b}\right),\end{aligned}\quad (4.8)$$

em que

$$b = \left(\frac{10}{\log(10)} \frac{\eta}{\sigma_{dB}}\right)^2. \quad (4.9)$$

A demonstração deste resultado é apresentada no Apêndice B.

Portanto, o valor médio do erro de estimação das distâncias entre os terminais desconhecidos e âncoras depende da razão entre o desvio-padrão do desvanecimento e o expoente de perda de percurso, e não dos valores particulares destes dois parâmetros. Em vista desta observação, alguns resultados de análise serão apresentados em função da razão σ_{dB}/η .

4.3 Modelagem da rede de sensores

A menos que seja especificado o contrário, serão consideradas redes de sensores de área de 36 m^2 , onde serão distribuídos $N = 30$ terminais no total, dos quais $m = 6$ serão terminais-âncora, dispostos circularmente ao redor dos $n = 24$ terminais desconhecidos, que serão dispostos em *grade*, conforme a Figura 4.1. A disposição circular dos terminais-âncora é adequada quando se usa lateração para localização, pois garante-se que estes não estarão alinhados, o que prejudicaria o desempenho do processo de lateração.

Na análise apresentada é assumido que todos os sensores estão dentro do raio de alcance de todos os outros terminais, ou seja, qualquer terminal pode se comunicar diretamente com qualquer outro terminal.

Os parâmetros de análise e suas faixas de variação estão resumidos na Tabela 4.1. Tais valores retratam os valores típicos encontrados na prática.

Para assegurar uma comparação justa, todas técnicas avaliadas foram submetidas às mesmas

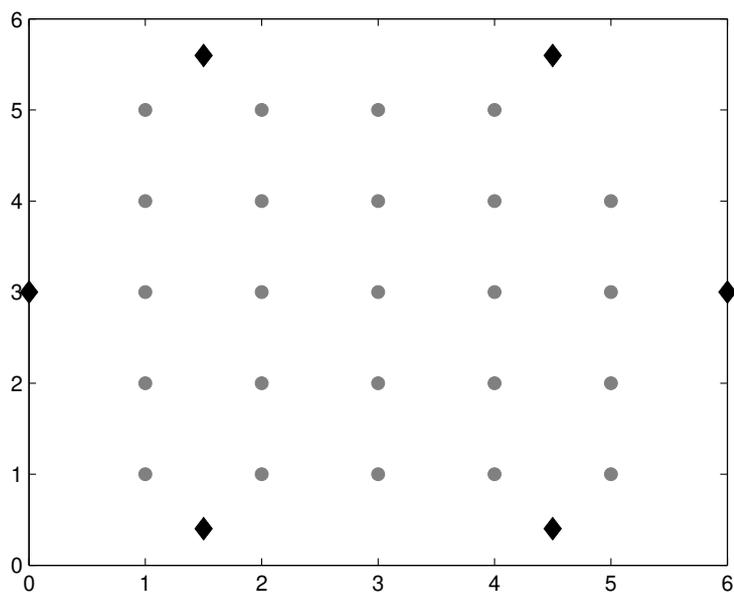


Fig. 4.1: Topologia básica simulada nesta análise.

Tab. 4.1: Parâmetros de simulação

Parâmetro	Variação considerada
Desvio-padrão - σ_{dB}	de 0 a 6 dB
Número de âncoras	de 3 a 12
Disposição dos âncoras	circular e aleatória
Expoente de perda de percurso - η	de 2 a 6

condições: cada uma delas foi simulada sob a mesma topologia da rede de sensores e para as mesmas realizações dos processos aleatórios que modelam os efeitos do canal de propagação. Além disso, cada ponto das curvas é o valor médio de 200 amostras.

4.4 Resultados das simulações e análises

4.4.1 Influência dos efeitos do canal de propagação

De acordo com o modelo de canal adotado, o valor médio da potência recebida depende apenas da distância d entre o transmissor e o receptor. No entanto, devido ao desvanecimento de larga escala, o valor observado da potência sofre desvios em torno do seu valor médio, o que leva a erros na estimação das posições dos terminais desconhecidos. Portanto, espera-se que o erro de estimação

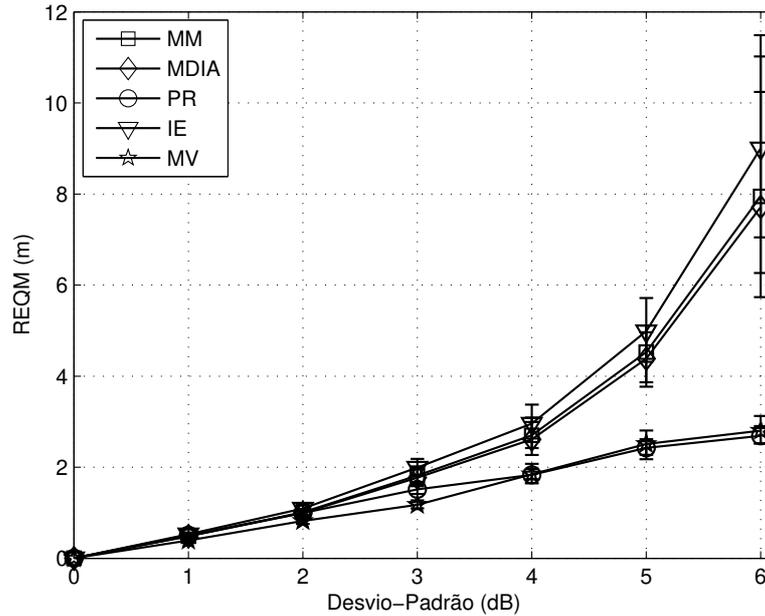


Fig. 4.2: Erro de localização *versus* desvio-padrão do desvanecimento de larga escala, com seis terminais-âncora dispostos em círculo, $\eta = 2$.

da posição cresce com o aumento do desvio-padrão do desvanecimento de larga escala σ_{dB} . Este comportamento é comprovado pelos resultados das Figuras 4.2 e 4.3, para $\eta = 2$ e $\eta = 4$, respectivamente. A comparação dos resultados apresentados nestas figuras permite também a análise do influência do expoente de perda de percurso no erro de localização. Nota-se que, para todas as técnicas, o erro de localização diminui com o aumento do expoente de perda de percurso. Este comportamento tem origem na estimativa das distâncias entre os terminais, que é dada por (4.7), repetida aqui por conveniência

$$\hat{d} = d 10^{-\frac{\chi}{10\eta}} .$$

Observa-se nesta expressão que, quanto maior for η , mais próximos serão os valores de \hat{d} e d . Alternativamente, podemos justificar este comportamento do erro em função de η observando a distribuição da potência recebida afetada pelo desvanecimento lognormal, quando se varia η , como mostra a Figura 4.4. Observa-se que o aumento do expoente de perda de percurso η provoca a diminuição na potência do sinal recebido e a redução do desvio da potência em torno do seu valor médio. Este menor desvio leva a um menor erro de estimação da distância e, conseqüentemente, da localização.

Retornando à análise dos resultados das Figuras 4.2 e 4.3, observa-se que quando o erro de estimação da distância cresce (seja devido à redução de η ou aumento de σ_{dB}), os métodos MV e PR conseguem tratar melhor as informações disponíveis, resultando em menores erros de localização.

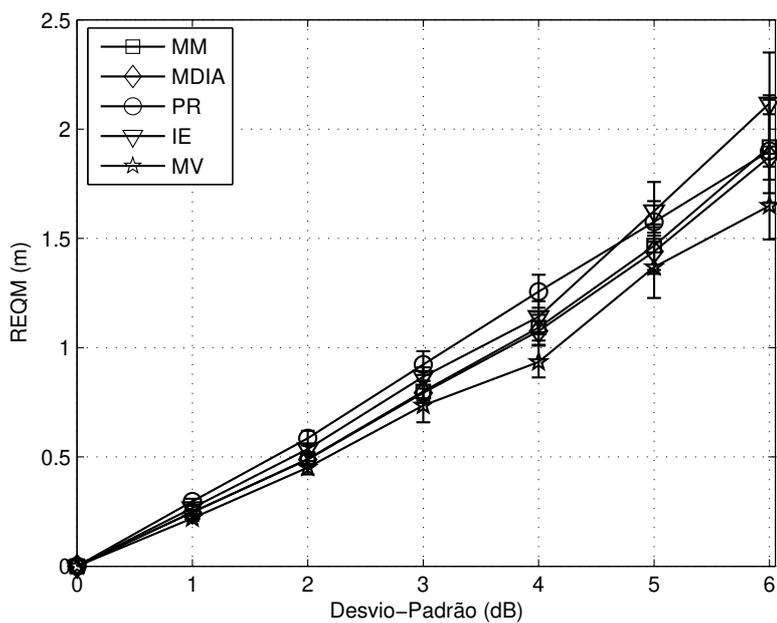


Fig. 4.3: Erro de localização *versus* desvio-padrão do desvanecimento de larga escala, com seis terminais-âncora dispostos em círculo, $\eta = 4$.

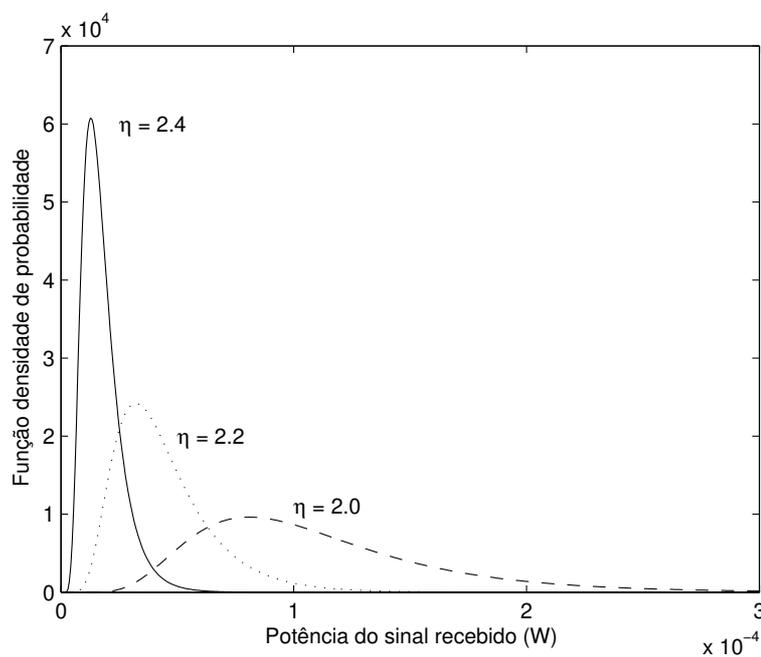


Fig. 4.4: Função densidade de probabilidade lognormal da potência recebida para $d = 100$ m, $\sigma_{dB} = 2$, $P_0 = 0$ dBW e $d_0 = 1$ m, e diferentes valores de η .

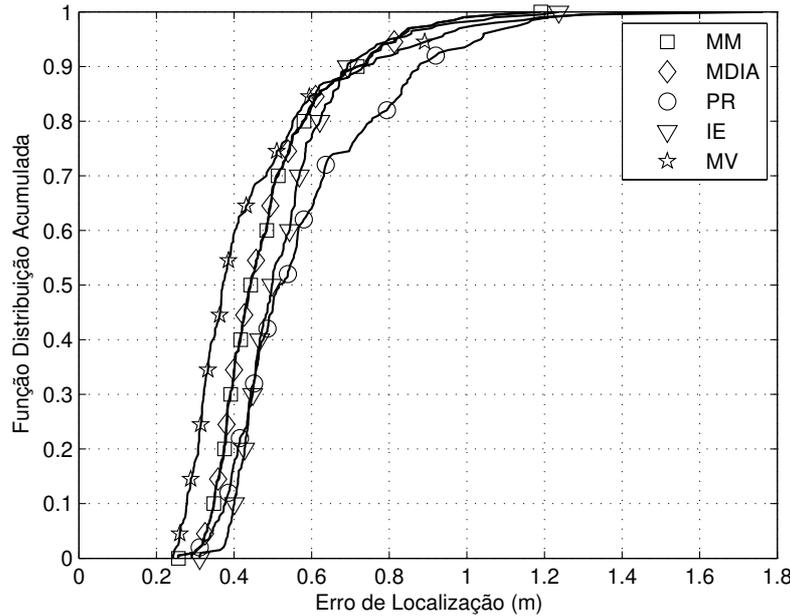


Fig. 4.5: Função distribuição acumulada (CDF), para $\sigma_{dB} = 2$ dB e $\eta = 4$ (razão $\sigma_{dB}/\eta = 0,5$).

Por outro lado, quando o erro é reduzido (por exemplo, para $\eta = 4$), todas as técnicas apresentam comportamento semelhante nas condições simuladas. Este comportamento indica que as técnicas MV e PR se destacam quando as condições do canal são piores. Quando as condições melhoram, todas as técnicas se equivalem.

As Figuras 4.5 e 4.6 mostram a função de distribuição cumulativa, CDF (do inglês *Cumulative Distribution Function*) de cada método, para $\sigma_{dB} = 2$ e $\eta = 4$ (razão $\sigma_{dB}/\eta = 0,5$) e para $\sigma_{dB} = 4$ e $\eta = 2$ (razão $\sigma_{dB}/\eta = 2$), respectivamente. Aqui também observa-se semelhança no desempenho das diferentes técnicas, com uma pequena superioridade da técnica baseada na máxima verossimilhança (MV).

A Figura 4.7 mostra a extensão de localização em função do desvio-padrão do desvanecimento para limiar de erro de localização de 0,5 metros, o que equivale a metade da menor distância entre dois terminais desconhecidos. Os resultados mostram que, mesmo com desvanecimento lognormal de intensidade moderada (por exemplo, $\sigma_{dB} = 2$), a maior parte dos terminais não têm suas posições estimadas com erro inferior a 0,5 metros. Além disso, concordando com os resultados anteriores, os resultados mostram uma pequena superioridade da técnica MV.

A análise da influência dos efeitos do canal de propagação mostrou que as técnicas de localização têm comportamento semelhante, com uma pequena superioridade da técnica baseada na máxima verossimilhança. No entanto, tal técnica é conhecida pela sua alta carga computacional. Portanto, outras técnicas, como as outras quatro estudadas, podem atingir o desempenho similar, mas com

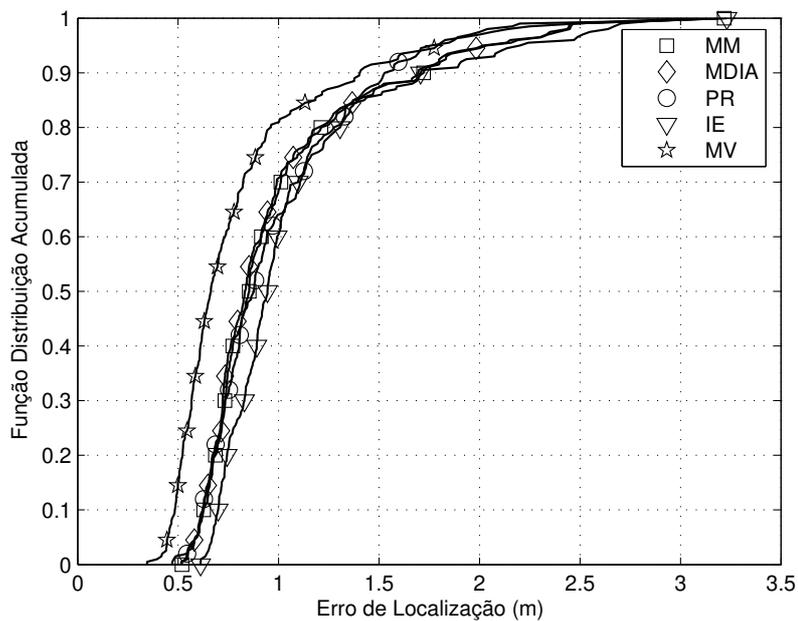


Fig. 4.6: Função distribuição acumulada (CDF), para $\sigma_{dB} = 4$ e $\eta = 2$ (razão $\sigma_{dB}/\eta = 2$).

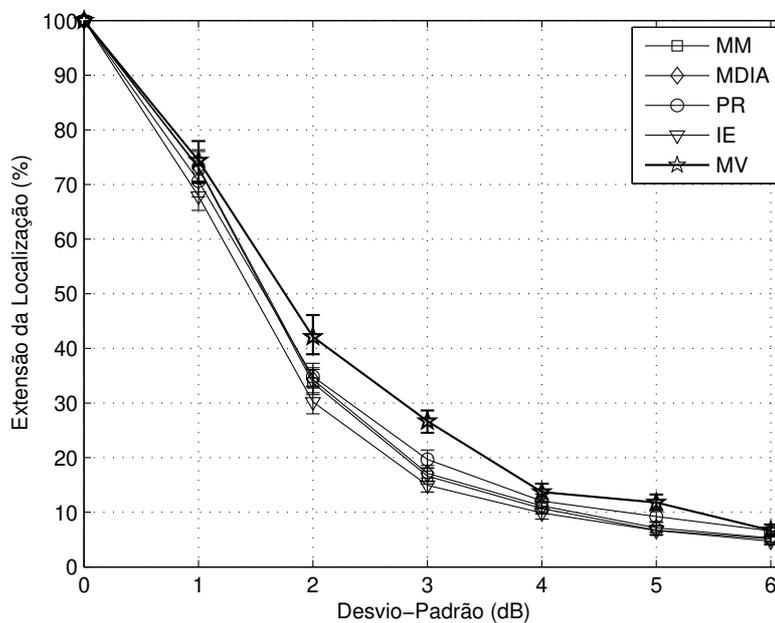


Fig. 4.7: Extensão de localização em função do desvio-padrão do desvanecimento lognormal para $\eta = 2$, seis terminais-âncora e limiar de erro de 0,5m.

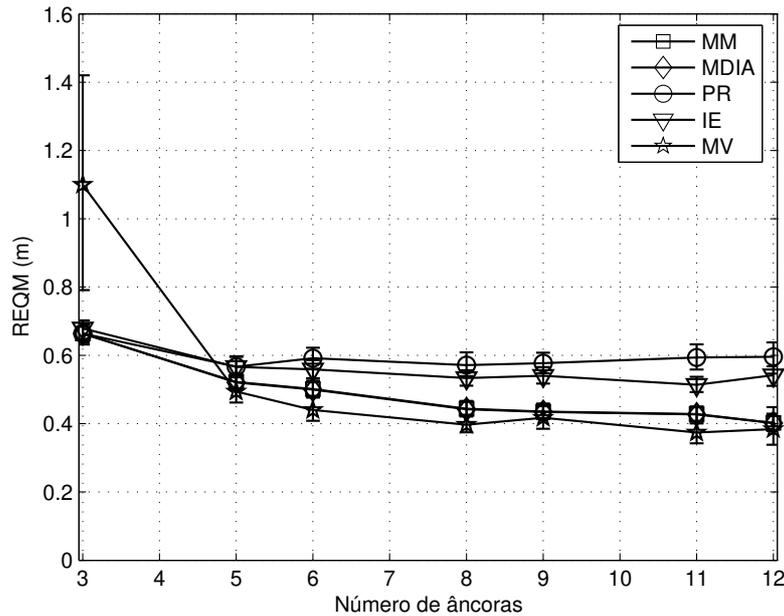


Fig. 4.8: Erro de localização em função do número de terminais-âncora, considerando âncoras dispostos em círculo, com $\sigma_{dB} = 2$ e $\eta = 4$.

menor esforço computacional.

4.4.2 Efeitos do número de terminais-âncora

Em todas as técnicas estudadas, a estimação da localização de um terminal desconhecido é feita com base nas distâncias entre este terminal e os terminais-âncora. Portanto, quanto maior for o número de terminais-âncora maior será a quantidade de informação disponível para a estimação da posição. Nesta seção é investigado o efeito do número de terminais-âncora na estimação.

A Figura 4.8 mostra como o erro de estimação se comporta com o aumento do número de terminais-âncora, para razão $\sigma_{dB}/\eta = 0,5$. Deve ser lembrado que, na rede simulada, todos os terminais comunicam-se com todos os outros diretamente. Portanto, um dado terminal desconhecido comunica-se com todos os terminais-âncora. Nota-se que, como esperado, o erro de estimação cai com o aumento do número de terminais-âncora, pois haverá uma maior quantidade de informação para a estimação da localização. No entanto, observa-se também que após um certo número de terminais-âncora, não há grandes ganhos na diminuição do erro de estimação caso mais terminais-âncora sejam adicionados. Por exemplo, para as técnicas PR e IE, com seis terminais-âncoras já se atinge o melhor desempenho. Logo, este número de terminais-âncora pode ser usado na implantação destas técnicas. Observa-se, por fim, que, para esta condição de canal ($\sigma_{dB}/\eta = 0,5$, que corres-

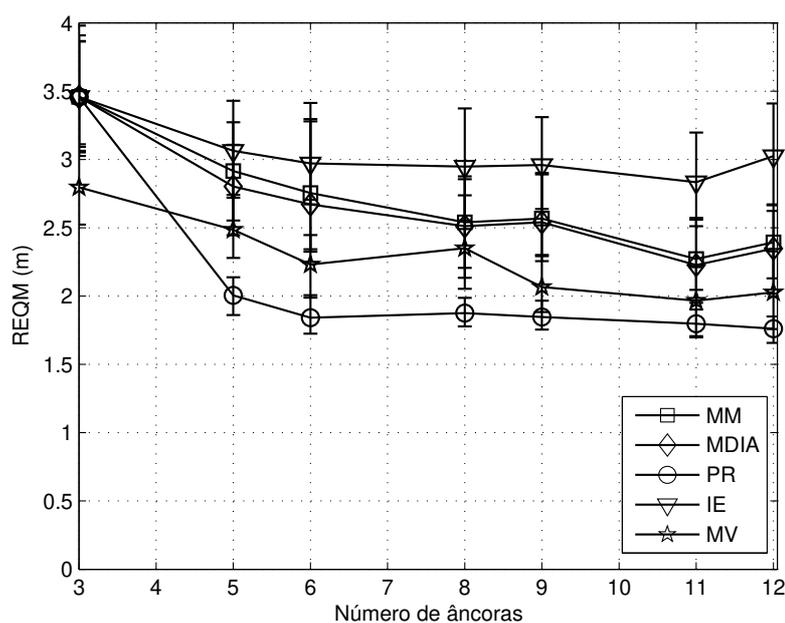


Fig. 4.9: Erro de localização em função do número de terminais-âncora, considerando âncoras dispostos em círculo, com $\sigma_{dB} = 4$ e $\eta = 2$.

ponde a degradação moderada no sinal transmitido), a técnica MV apresenta o melhor desempenho em quase toda a faixa de número de terminais-âncora considerada.

A Figura 4.9 mostra novamente o erro de estimação em função do número de terminais-âncora, agora para razão $\sigma_{dB}/\eta = 2$. Inicialmente, observa-se um aumento do erro de estimação, devido às condições mais severas do canal, comparadas com aquelas da Figura 4.8. Não obstante este pior desempenho de todas as técnicas, existe ainda um certo número de terminais-âncora, acima do qual pouco se ganha em termos de redução do erro com a adição de novos terminais-âncora. Além disso, nota-se que quanto pior o canal de propagação, mais acentuadas são as diferenças de desempenho entre as técnicas estudadas, como já comentado.

4.4.3 Efeitos da disposição dos terminais-âncora

Até aqui, considerou-se que os terminais-âncora encontravam-se dispostos em uma arranjo circular na periferia da rede. Essa configuração, como já foi dito, é adequada para a localização baseada na lateração, pois evita que três ou mais terminais-âncora estejam alinhados. O arranjo circular (ou qualquer outro pré-estabelecido) pode ser considerado um extremo para a disposição dos terminais-âncora, enquanto que o arranjo aleatório seria o outro extremo. Dispor os terminais-âncora em um arranjo particular representa um custo adicional, uma vez que exige intervenção humana, o

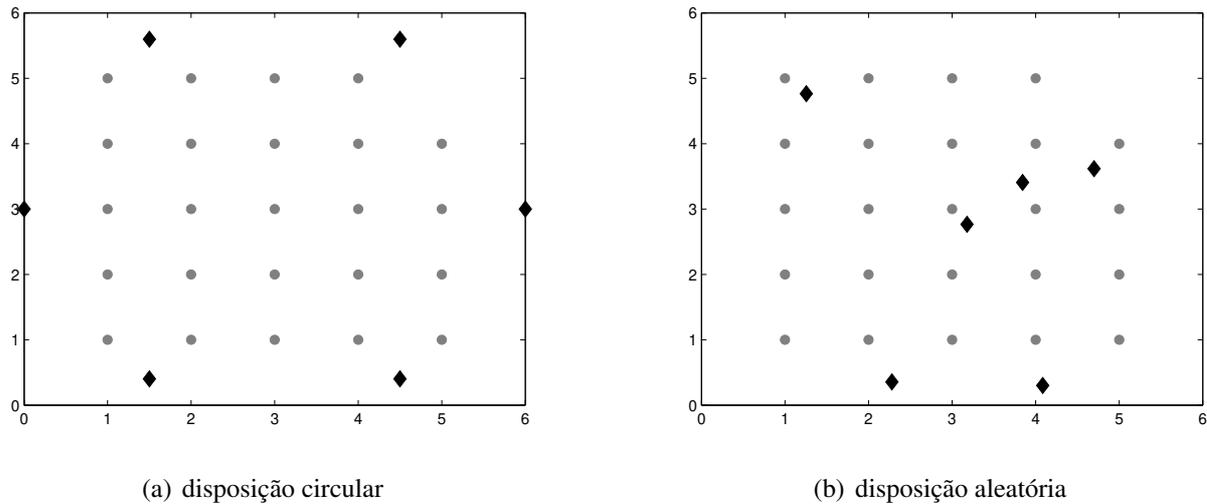


Fig. 4.10: Arranjos de terminais-âncora (representados por losangos cheios): (a) circular e (b) exemplo de disposição aleatória.

que não acontece com a disposição aleatória. Nesta seção será investigada a influência do arranjo dos terminais-âncora no desempenho das técnicas de localização, comparando o arranjo circular (resultados já apresentados) com o arranjo aleatório. A Figura 4.10 ilustra a diferença entre as duas disposições dos terminais-âncora.

A Figura 4.11 apresenta o erro de localização em função do desvio-padrão do desvanecimento para $\eta = 4$, quando os terminais-âncora estão dispostos em um arranjo aleatório. Cada ponto nas curvas desta figura representa a média de 200 realizações, sendo que em cada realização os terminais-âncora eram dispostos aleatoriamente na rede de acordo com uma distribuição uniforme. Os resultados da Figura 4.11 devem ser comparados àqueles da Figura 4.2, apresentados novamente aqui na Figura 4.12 por conveniência. A comparação entre os resultados das Figuras 4.11 e 4.12 mostra que os desempenhos de todas as técnicas estudadas degradam quando o arranjo dos terminais-âncora passa de circular para aleatório. No entanto, o grau desta degradação depende da técnica. As técnicas MM e MDIA sofrem uma maior degradação, enquanto que as técnicas PR, IE e MV apresentam uma maior robustez frente à alteração do formato do arranjo dos terminais-âncora.

A influência do formato do arranjo de terminais-âncora pode ser resumida pela Figura 4.13, que mostra o aumento do erro de localização quando os âncoras passam de um arranjo circular para um arranjo aleatório, quando $\sigma_{dB} = 4$.

Conclui-se que o desempenho de algumas técnicas de localização pode ser influenciado de forma significativa pelo formato do arranjo dos terminais-âncora, enquanto outras se mostram robustas frente à variação desse parâmetro. Esta questão é relevante na escolha da técnica de localização, pois afetará o custo de implantação da rede (dependendo do nível de intervenção humana).

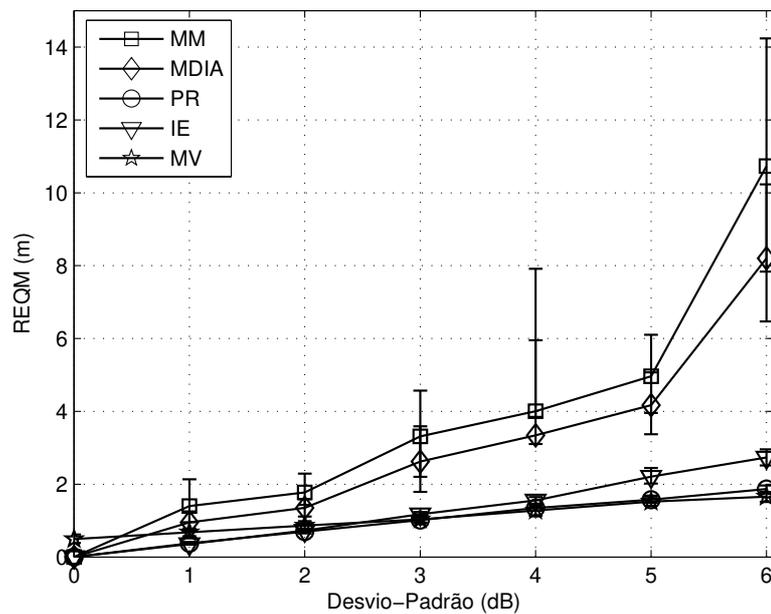


Fig. 4.11: Erro de localização *versus* desvio-padrão do desvanecimento lognormal, considerando seis terminais-âncora dispostos aleatoriamente, $\eta = 4$.

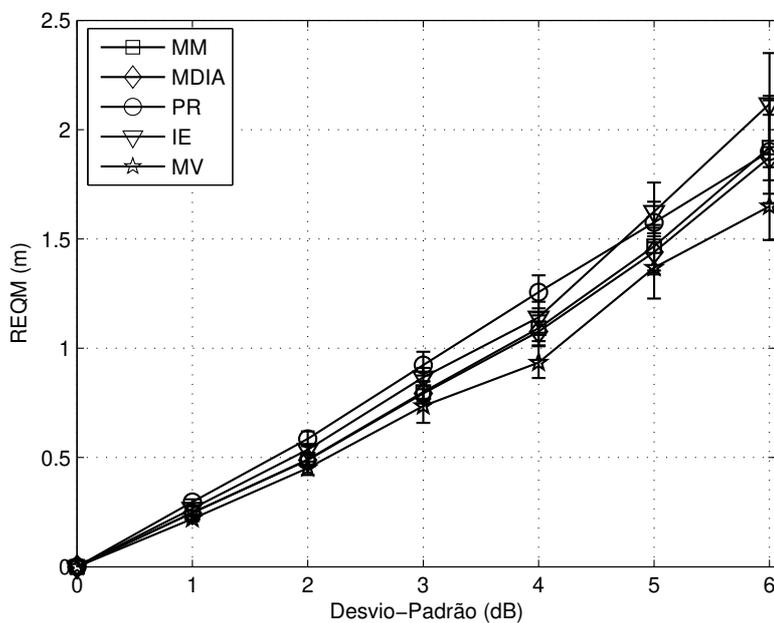


Fig. 4.12: Erro de localização *versus* desvio-padrão do desvanecimento lognormal, considerando seis de terminais-âncora dispostos em círculo, $\eta = 4$.

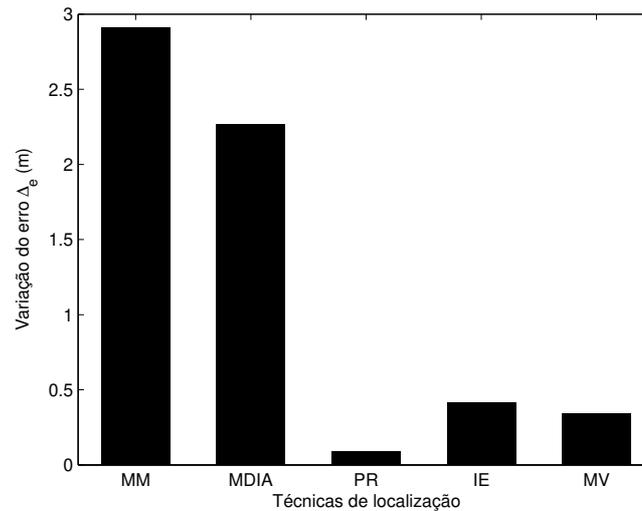


Fig. 4.13: Sensibilidade dos métodos frente à variação do posicionamento dos âncoras, quando $\sigma_{dB} = 4$.

Para outros valores de η observou-se a mesma influência do formato do arranjo dos terminais-âncora no desempenho.

4.4.4 Comportamento espacial do erro de localização

Até este ponto analisou-se o comportamento *médio* das técnicas de localização em toda a rede. Nesta seção, o desempenho das técnicas de localização será investigado em função da posição dos terminais desconhecidos e dos terminais-âncora. Em particular, estamos interessados em avaliar como a distribuição espacial do erro de estimação se comporta em função da posição dos terminais-âncora.

Para a análise apresentada nesta seção, a rede ocupa uma área de 36 m^2 , e é composta por 25 terminais desconhecidos, organizados em uma grade regular de dimensões 5×5 , e seis terminais-âncora dispostos circularmente. Duas situações são consideradas com relação à posição dos terminais-âncora: (i) terminais-âncora localizados na região central, e (ii) terminais-âncora localizados na região periférica da rede. As duas situações são ilustradas na Figura 4.14.

As Figuras 4.15 e 4.16 mostram o erro de estimação em função da posição dos terminais desconhecidos para cada técnica, quando os terminais-âncora estão dispostos no centro e na periferia da rede, respectivamente. Os parâmetros do canal foram ajustados para $\sigma_{dB} = 2$ e $\eta = 4$. Observa-se que para todas as técnicas e para as duas situações de posição de terminais-âncora as distribuições apresentam formatos semelhantes, isto é, o erro cresce quando a posição considerada se afasta do centro da rede. Foram identificadas duas causas para este comportamento. Primeiramente, nota-se que este comportamento do erro é mais acentuado quando os terminais-âncora estão localizados no

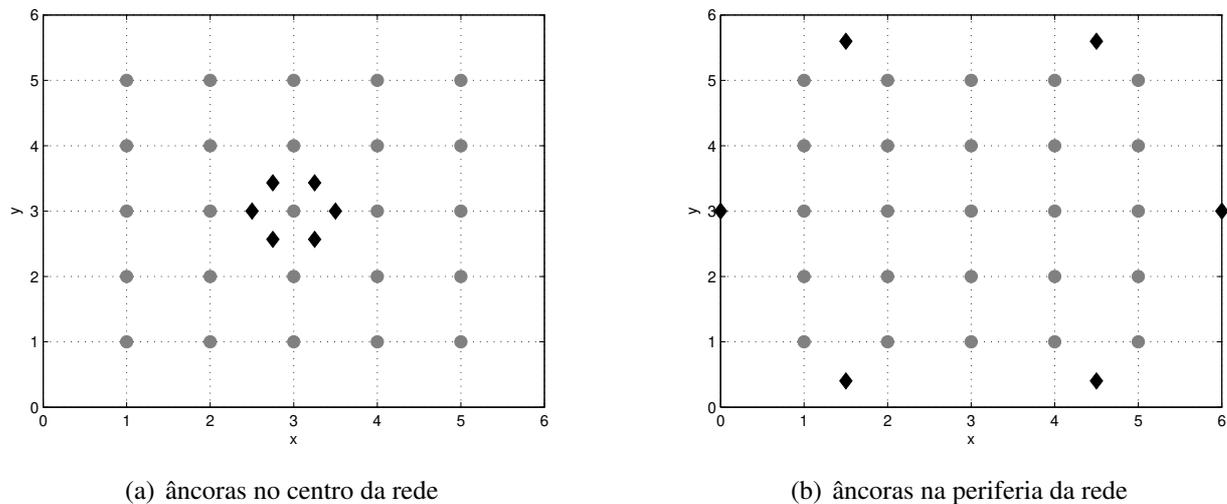


Fig. 4.14: Topologias de rede consideradas, com âncoras (losangos) dispostos (a) na região central da rede e (b) na região periférica da rede.

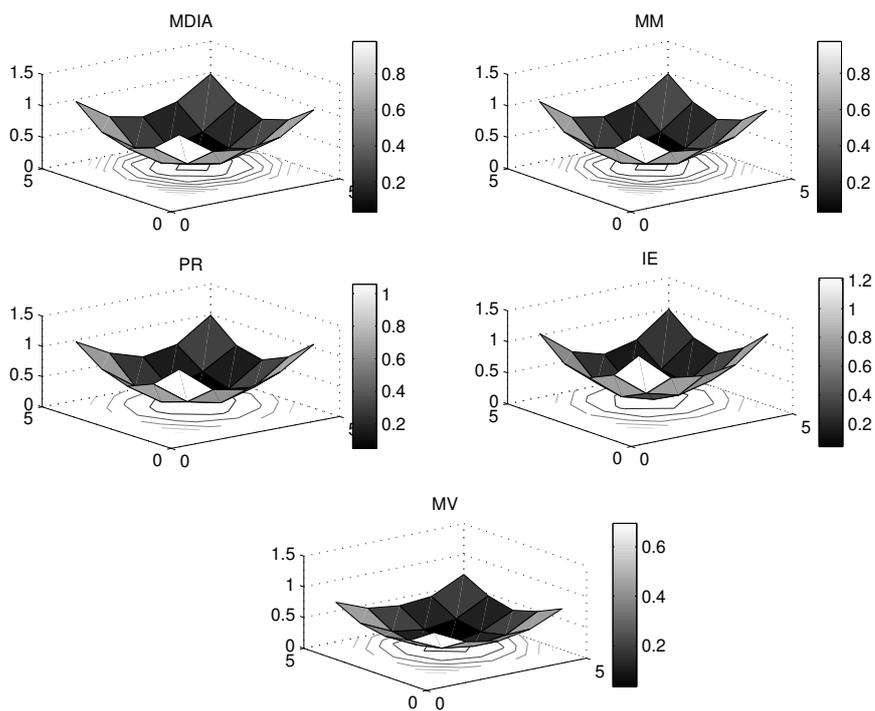


Fig. 4.15: Distribuição espacial do erro de localização para as técnicas MM, MDIA, PR, IE e MV, com 25 terminais desconhecidos em grade e seis âncoras no **centro** da rede, para $\sigma_{dB} = 2$ e $\eta = 4$.

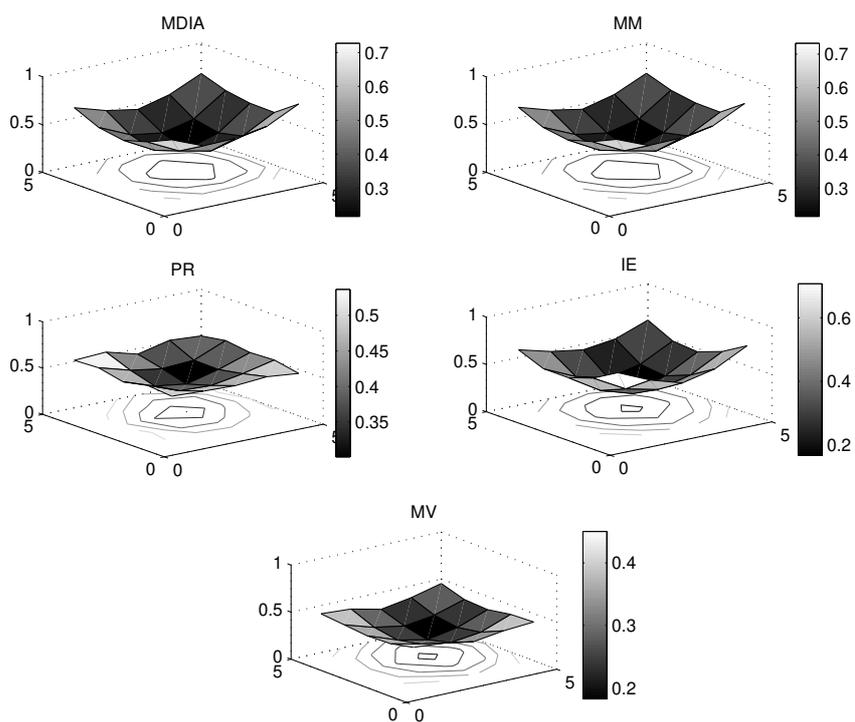


Fig. 4.16: Distribuição espacial do erro de localização para as técnicas MM, MDIA, PR, IE e MV, com 25 terminais desconhecidos em grade e seis âncoras na **periferia** da rede, para $\sigma_{dB} = 2$ e $\eta = 4$.

centro na rede. Nesta situação de disposição de terminais-âncora (ou seja, no centro da rede), um terminal localizado na periferia da rede “vê” os terminais-âncora como se estes estivessem concentrados em uma pequena área. No limite, para uma rede de área muito grande, o terminal desconhecido localizado na periferia perceberia todos os terminais-âncora na mesma posição, o que representa um situação em que a técnica de localização tem pouca informação para localizar o terminal desconhecido. Por outro lado, quando os terminais-âncora estão localizados na periferia da rede, as posições dos terminais-âncoras “percebidas” pelos terminais desconhecidos são bastante diferentes, o que é uma situação favorável para a localização.

No entanto, com os terminais-âncora na periferia, as distâncias entre um terminal na periferia e os terminais-âncora são muito diferentes entre si. Pela expressão (4.7) nota-se que o erro de estimação da distância entre dois terminais é proporcional à distância verdadeira. Portanto, para um terminal localizado na periferia, a sua localização é feita com base em medidas de distância que têm amplitudes de erros com tendência a ter grandes diferenças entre si, o que tende a provocar grandes erros de localização do terminal desconhecido. Por outro lado, para um terminal localizado próximo ao centro a rede, as distâncias entre ele e os terminais-âncora são mais uniformes, o que, pelo raciocínio acima, levaria a menores erros de localização.

A Figura 4.17 mostra as interseções das superfícies mostradas nas Figuras 4.15 e 4.16 com um plano vertical no centro da rede e paralelo a um dos lados da rede. Observa-se que as superfícies de erro são mais uniformes quando os terminais-âncora estão localizados na periferia da rede, o que indica que o efeito da concentração dos terminais-âncora é mais danoso às técnicas de localização do que o efeito das diferentes amplitudes de erros na estimação das distâncias entre terminais-âncora e terminais desconhecidos.

Observou-se também que a tendência de uniformização da superfície de erro devido à disposição dos terminais-âncora na periferia da rede ocorre graças a uma redução do erro de localização na periferia e a um aumento do erro no centro. No entanto, considerando a rede como um todo, a redução do erro na periferia é mais pronunciada do que o aumento do erro no centro, o que faz com que o erro médio de localização por toda a rede seja reduzido quando os terminais-âncora passam do centro para a periferia. A Tabela 4.2 mostra essa redução do erro médio de localização.

4.5 Conclusões

Neste capítulo foi apresentada uma análise de desempenho de diversas técnicas de localização baseadas na observação da potência recebida. Estas observações de potência são empregadas para a estimação das distâncias entre terminais desconhecidos e terminais-âncora, que por sua vez, são usadas no processo de localização dos terminais desconhecidos. Tais observações são corrompidas

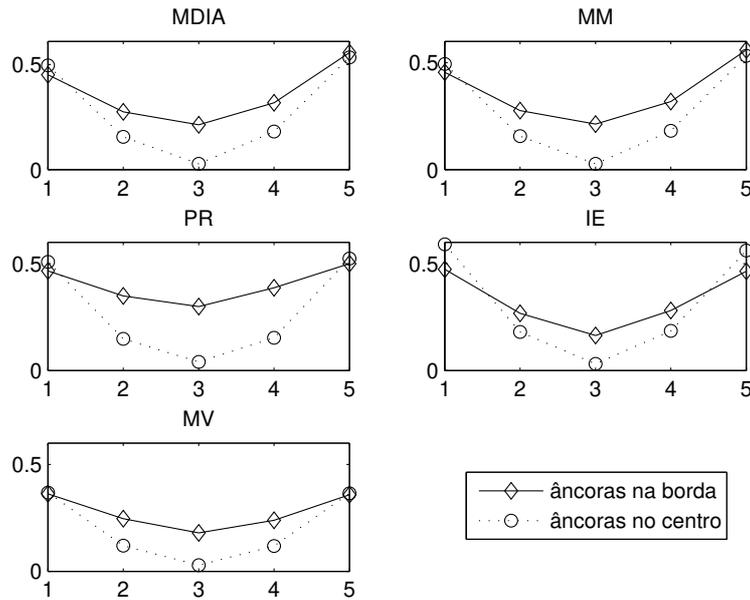


Fig. 4.17: Cortes transversais das superfícies de erro das técnicas: losangos representam os erros na situação quando terminais-âncora estão no perímetro da rede, enquanto os círculos representam os erros quando os terminais-âncora estão no centro da rede de sensores. Adotou-se $\sigma_{dB} = 2$ e $\eta = 4$.

pelos efeitos do desvanecimento de larga escala no canal de propagação, que leva ao erro de localização. A análise apresentada avaliou a influência de diversos fatores no erro de localização, tais como as características do canal de propagação e a disposição e número de terminais-âncora na rede.

Os resultados apresentados mostraram a influência da distorção provocada pelo canal, que pode ser medida pela razão σ_{dB}/η , no erro de localização. Quanto maior for esta razão, maior será a variação da potência observada em torno do seu valor médio, o que é traduzido em um maior erro de localização. Estes resultados eram esperados e já haviam sido reportados na literatura [12, 13].

Foi avaliado também o impacto do número de terminais-âncora no erro de localização. Observou-se que, de uma forma geral, o erro cai com o aumento do número de terminais-âncora. No entanto, há um número de terminais-âncora acima do qual pouco se ganha na redução do erro de localização com a inclusão de mais terminais-âncora.

Ainda sobre os terminais-âncora, foi investigada a robustez das técnicas de localização com relação ao formato do arranjo de tais terminais. As técnicas MV, IE e PR mostraram uma pequena variação do erro médio de localização em função do formato do arranjo dos terminais-âncora. Por outro lado, as técnicas MM e MDIA mostraram-se sensíveis à mudança no formato desse arranjo, apresentando uma significativa degradação nos seus desempenhos quando o arranjo passou do circular (regular) para o aleatório.

Técnica de localização	Redução do erro (%)
MDIA	9,0
MM	8,5
PR	14,3
IE	22,0
MV	6,7

Tab. 4.2: Redução do erro quando os terminais-âncora passam do centro para o perímetro da rede de sensores

Por fim, foi avaliado o impacto da posição dos terminais-âncoras com relação aos terminais desconhecidos no desempenho da localização. Observou-se que, quando os terminais-âncora são colocados próximos do centro da rede, há uma significativa variação do erro de localização medido em diferentes posições. Quando os terminais-âncora são colocados na periferia, a amplitude desta variação cai, acompanhada por uma redução do erro médio de localização.

Excetuando o caso em que os terminais-âncora são dispostos aleatoriamente, as técnicas de localização propostas, MM e MDIA, são comparáveis às demais avaliadas. No entanto, tais técnicas exigem um custo computacional menor que a outras avaliadas, o que é desejável em aplicações de redes de sensores, em que os terminais têm capacidade de processamento e de armazenamento de energia limitados.

Capítulo 5

Limite Inferior de Cramér-Rao em Técnicas de Localização

No capítulo anterior, algumas técnicas de localização foram avaliadas por meio de simulação, com relação a diversos parâmetros intrínsecos às RSSF. Uma outra forma de avaliação de técnicas de localização é por meio do limite inferior de Cramér-Rao (LICR), muito empregado na análise de técnicas de estimação.

Uma motivação para a determinação do limite inferior de Cramér-Rao é permitir avaliar o quão próximo está o desempenho de um dado estimador do seu desempenho máximo (dado pelo LICR). Neste capítulo, no entanto, o limite de Cramér-Rao será usado para uma avaliação mais detalhada do desempenho de técnicas de localização em função de diversos parâmetros de uma rede de sensores, incluindo parâmetros do modelo de propagação e da topologia. Esta análise permitirá extrair informações que podem nortear a implementação de tais técnicas.

Para o caso de estimadores não-polarizados, o LICR é independente do estimador em particular (ou, para o caso do tema em questão, da técnica de localização avaliada), dependendo apenas do modelo estatístico empregado para as observações. O LICR é o valor mínimo de erro de estimativa que pode ser obtido por qualquer estimador não-polarizado. Por outro lado, quando o estimador é polarizado, este influencia o LICR. Esta questão envolvendo estimadores polarizados ou não-polarizados no âmbito da localização será discutida no Capítulo 6.

Este capítulo começa com uma revisão sobre o limite inferior de Cramér-Rao de uma forma geral, seguida da aplicação para o caso da localização. Em seguida, são apresentados os resultados da análise das técnicas de localização por meio do LICR.

As técnicas analisadas neste capítulo são do tipo *cooperativas*, ou seja, empregam não apenas as observações entre terminais desconhecidos e terminais-âncora, mas também as observações entre terminais desconhecidos.

5.1 Breve revisão sobre estimação e cálculo do limite inferior de Cramér-Rao (LICR)

Seja A um parâmetro determinístico que se deseja estimar, por meio da observação de uma variável aleatória \mathbf{X} . A estimativa de A é, então, denotada por $\hat{a}(\mathbf{X})$. A estimativa é dita não-polarizada se o seu valor médio for igual ao valor verdadeiro A , isto é

$$E[\hat{a}(\mathbf{X})] = A. \quad (5.1)$$

Para o caso de estimadores que fornecem estimativas não-polarizadas, o limite de Cramér-Rao independe do estimador em particular. Portanto, diz-se que o limite de Cramér-Rao fornece o melhor desempenho que qualquer estimador não-polarizado pode alcançar.

A determinação do limite de Cramér-Rao requer o conhecimento do modelo estatístico das observações \mathbf{X} , que mostre a relação com o parâmetro a ser estimado A , isto é, a função densidade de probabilidade $f(\mathbf{X}|A)$. Para o caso de estimativas não-polarizadas, o limite de Cramér-Rao é dado por

$$E\{[\hat{a}(\mathbf{X}) - A]^2\} \geq E \left\{ \left[\frac{\partial \ln f(\mathbf{X}|A)}{\partial A} \right]^2 \right\}^{-1}. \quad (5.2)$$

A quantidade $E \left\{ \left[\frac{\partial \ln f(\mathbf{X}|A)}{\partial A} \right]^2 \right\}$, escalar neste caso de estimação de uma variável, é chamada *informação de Fisher*. A prova de (5.2) é apresentada no Apêndice C.

Por outro lado, estimadores polarizados fornecem estimativas cujos valores esperados $E[\hat{a}(\mathbf{X})]$ apresentam um termo aditivo B (polarização), podendo ser independente de A , denominado *polarização conhecida*, ou dependente de A , denominado *polarização desconhecida* [26].

Se a polarização for conhecida, pode-se corrigir o valor do limite de Cramér-Rao, eliminando, assim, a influência de B . Caso a polarização dependa do valor de A , tem-se

$$E[\hat{a}(\mathbf{X})] = A + B(A). \quad (5.3)$$

Neste caso, o limite de Cramér-Rao é dado por [27]

$$E\{[\hat{a}(\mathbf{X}) - A]^2\} \geq [B(A)]^2 + \frac{[1 + dB(A)/dA]^2}{E \left\{ \left[\frac{\partial \ln f(\mathbf{X}|A)}{\partial A} \right]^2 \right\}}. \quad (5.4)$$

A polarização $B(A)$ depende do estimador, o que torna o limite de Cramér-Rao dependente do

estimador também.

5.2 Limite Inferior de Cramér-Rao Aplicado ao Problema da Localização

Nesta seção será apresentada a formulação do limite de Cramér-Rao para o problema da localização, baseada naquela proposta por Patwari em [28].

Consideraremos uma rede composta por $n + m$ terminais, sendo n deles $(1, 2, \dots, n)$ com posição desconhecida (*terminais desconhecidos*) e os outros m $(n + 1, n + 2, \dots, n + m)$ com posição conhecida (*terminais-âncora*). As posições dos $n + m$ terminais são representadas pela matriz γ , constituída da seguinte forma

$$\gamma = [\mathbf{z}_1 \ \mathbf{z}_2 \ \dots \ \mathbf{z}_{n+m}], \quad (5.5)$$

em que $\mathbf{z}_i = [x_i \ y_i]^T$ contém as coordenadas do terminal i em um plano.

As estimativas das posições desconhecidas são feitas por meio de observações (medidas) $X_{i,j}$ entre os terminais i e j , com função densidade de probabilidade $f_{X|\gamma}(X_{i,j}|\gamma)$. As observações podem ser dos tipos já discutidos no item 3.2.1, ou seja,

- potência do sinal recebido no terminal j e transmitido pelo terminal i ;
- tempo de propagação do sinal transmitido pelo terminal i e recebido pelo terminal j ;
- ângulo de chegada do sinal transmitido pelo terminal i e recebido pelo terminal j .

Os modelos estatísticos associados a cada tipo de observação serão discutidos mais adiante.

Retornando ao caráter geral da apresentação, é suposta simetria nas observações entre os terminais i e j , ou seja, $X_{i,j} = X_{j,i}$. Além disso, assume-se que um dado terminal não necessariamente consegue fazer observações com todos os outros terminais. Assim, define-se $H(i)$ como sendo o conjunto de terminais com os quais o terminal i consegue realizar observações.

É assumido também que as observações $X_{i,j}$ são estatisticamente independentes. Portanto, o logaritmo da função densidade de probabilidade conjunta das observações $X_{i,j}$ é [28]

$$l(\mathbf{X}|\gamma) = \sum_{i=1}^{n+m} \sum_{j \in H(i), j < i} l_{i,j},$$

em que $l_{i,j} = \log f_{X|\gamma}(X_{i,j}|\gamma)$ e \mathbf{X} é matriz composta pelas observações $X_{i,j}$. A restrição $j < i$ no segundo somatório é devida à hipótese de simetria.

A matriz de informação de Fisher é, portanto, dada por

$$\mathbf{F} = E[-\nabla_{\gamma}(\nabla_{\gamma} \log f_{X|\gamma}(X_{i,j}|\gamma))^T] = \begin{bmatrix} f_{1,1} & \cdots & f_{1,n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{n,1} & \cdots & f_{n,n} \end{bmatrix}, \quad (5.6)$$

em que

$$f_{k,l} = \begin{cases} -\sum_{j \in H(k)} E \left[\frac{\partial^2}{\partial \gamma_k^2} l_{k,j} \right] & k = l \\ -I_{H(k)}(l) E \left[\frac{\partial^2}{\partial \gamma_k \partial \gamma_l} l_{k,l} \right] & k \neq l \end{cases}, \quad (5.7)$$

∇_{γ} é o operador gradiente com relação à variável γ e a esperança é aplicada na variável \mathbf{X} . O termo $I_{H(k)}(l)$ é uma função que assume 1 quando $l \in H(k)$, e 0 caso contrário.

5.2.1 Modelos Estatísticos das Observações

As funções densidade de probabilidade dos três tipos de observações (RSS, ToA e AoA) já foram apresentados no item 3.2.1 e serão revistos aqui.

Potência do sinal recebido

Neste caso, a observação $X_{i,j}$ é a potência $P_{i,j}$ do sinal recebido no terminal j transmitido pelo terminal i . O modelo estatístico de $P_{i,j}$ depende do modelo de canal de propagação adotado, que aqui incluirá a perda de percurso com expoente η e desvanecimento de larga escala lognormal. Portanto, a potência recebida em decibéis, ou seja, $P_{ij,dB} = 10 \log_{10} P_{i,j}$, é uma variável aleatória com distribuição normal de desvio-padrão σ_{dB} e média $\bar{P}_{ij,dB}$ dada por

$$\bar{P}_{ij,dB} = P_{0,dB} - 10\eta \log_{10}(d_{ij}/d_0), \quad (5.8)$$

em que $P_{0,dB}$ é a potência recebida à distância de referencia d_0 , e d_{ij} é a distância entre os terminais i e j a ser estimada. As medições P_{ij} seguem, então, uma distribuição lognormal, isto é

$$f_{P|\gamma}(P_{i,j}|\gamma) = \frac{10/\log 10}{\sqrt{2\pi\sigma_{dB}^2}} \frac{1}{P_{i,j}} \exp \left[-\frac{b}{8} \left(\log \frac{d_{i,j}^2}{\hat{d}_{i,j}^2} \right)^2 \right], \quad (5.9)$$

em que

$$b = \left(\frac{10\eta}{\sigma_{dB} \log 10} \right)^2, \quad (5.10)$$

e

$$\hat{d}_{i,j} = d_0 \left(\frac{P_0}{P_{i,j}} \right)^{(1/\eta)}. \quad (5.11)$$

Por meio da expressão (5.9) fica explícita a relação entre as observações $X_{i,j} = P_{i,j}$ e o parâmetro a ser estimado $d_{i,j}$.

A derivação da expressão (5.9) é apresentada no Apêndice D. Note-se que a expressão (5.11) é o estimador de $d_{i,j}$ a partir da medida $P_{i,j}$.

Tempo de propagação

Para este caso, observações são medidas de tempo de propagação (ou tempo de chegada) $T_{i,j}$ entre os terminais i e j . Assume-se que as variáveis $T_{i,j}$ seguem uma distribuição normal $f_{T|\gamma}(T_{i,j}|\gamma)$ de média $d_{i,j}/c$, em que c é a velocidade de propagação de uma onda eletromagnética, e desvio-padrão σ_T . A distribuição das medições $T_{i,j}$ é dada por

$$f_{T|\gamma}(T_{i,j}|\gamma) = \frac{1}{\sigma_T \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(T_{i,j} - d_{i,j}/c)^2}{2\sigma_T^2}\right). \quad (5.12)$$

Ângulo de chegada do sinal recebido

Por fim, neste caso as observações são medidas de ângulo de chegada $\alpha_{i,j}$ do sinal transmitido pelo terminal i e recebido no terminal j . As observações $\alpha_{i,j}$ seguem uma distribuição normal $f_{\alpha|\gamma}(\alpha_{i,j}|\gamma)$ de média igual ao valor verdadeiro do ângulo de chegada e desvio-padrão σ_α . A função densidade de probabilidades das observações $\alpha_{i,j}$ é, então, dada por

$$f_{\alpha|\gamma}(\alpha_{i,j}|\gamma) = \frac{1}{\sigma_\alpha \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\alpha_{i,j} - \bar{\alpha}_{i,j})^2}{2\sigma_\alpha^2}\right), \quad (5.13)$$

onde $\bar{\alpha}_{i,j}$ é o valor verdadeiro do ângulo de chegada.

5.2.2 Derivação da Expressão do Limite de Cramér-Rao

Conhecidas as distribuições $f_{X|\gamma}(X_{i,j}|\gamma)$ das observações $X_{i,j}$ (ou seja, $f_{P|\gamma}(P_{i,j}|\gamma)$, $f_{T|\gamma}(T_{i,j}|\gamma)$ ou $f_{\alpha|\gamma}(\alpha_{i,j}|\gamma)$), dependendo do tipo de observação, pode-se determinar a matriz de informação de Fisher e, em seguida, o limite inferior de Cramér-Rao.

A matriz de informação de Fisher \mathbf{F} , de dimensão $(2n \times 2n)$, é dada por

$$\mathbf{F} = E[-\nabla_\gamma(\nabla_\gamma \log f_{X|\gamma}(X_{i,j}|\gamma))^T].$$

O inverso da matriz de informação de Fisher \mathbf{F} é o limite inferior da matriz de covariância do erro de estimativa, ou seja,

$$\mathbf{cov}(\hat{\gamma}) \geq \mathbf{F}^{-1}, \quad (5.14)$$

em que

$$\hat{\gamma} = [\hat{\mathbf{z}}_1 \ \hat{\mathbf{z}}_2 \ \dots \ \hat{\mathbf{z}}_{n+m}]$$

e $\hat{\mathbf{z}}_i$ são estimativas das coordenadas do terminal i .

Portanto, o limite inferior para a variância do i -ésimo terminal ($i = 1, 2, \dots, n$) é

$$\begin{aligned} \sigma_i^2 &= \text{tr} \{ \mathbf{cov}(\hat{x}_i, \hat{y}_i) \} \\ &= \mathbf{var}\{\hat{x}_i\} + \mathbf{var}\{\hat{y}_i\} \\ &\geq (\mathbf{F}^{-1})_{i,i} + (\mathbf{F}^{-1})_{i+n,i+n}, \end{aligned} \quad (5.15)$$

ou seja, o limite de Cramér-Rao para a variância do erro de estimação da posição do i -ésimo terminal é a soma dos i -ésimo e $i + n$ -ésimo elementos da diagonal principal da matriz inversa de \mathbf{F} .

Considerando o modelo de rede e os modelos estatísticos das observações assumidos, pode-se mostrar que a matriz \mathbf{F} tem a forma:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{x,x} & \mathbf{F}_{x,y} \\ \mathbf{F}_{x,y}^T & \mathbf{F}_{y,y} \end{bmatrix} \quad \text{para RSS ou ToA,} \quad (5.16)$$

e

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{y,y} & -\mathbf{F}_{x,y} \\ -\mathbf{F}_{x,y}^T & \mathbf{F}_{x,x} \end{bmatrix} \quad \text{para AoA,} \quad (5.17)$$

em que as sub-matrizes $\mathbf{F}_{x,x}$, $\mathbf{F}_{y,y}$ e $\mathbf{F}_{x,y}$, todas de dimensão $(n \times n)$, tem elementos dados por

$$[\mathbf{F}_{x,x}](k, l) = \begin{cases} \frac{\nu \sum_{i \in H(k)} (x_k - x_i)^2}{\|z_k - z_i\|^s} & k = l \\ \frac{-\nu I_{H(k)}(l) (x_k - x_l)^2}{\|z_k - z_l\|^s} & k \neq l \end{cases} \quad (5.18)$$

$$[\mathbf{F}_{x,y}](k, l) = \begin{cases} \frac{\nu \sum_{i \in H(k)} (x_k - x_i)(y_k - y_i)}{\|z_k - z_i\|^s} & k = l \\ \frac{-\nu I_{H(k)}(l) (x_k - x_l)(y_k - y_l)}{\|z_k - z_l\|^s} & k \neq l \end{cases} \quad (5.19)$$

$$[\mathbf{F}_{y,y}](k, l) = \begin{cases} \frac{\nu \sum_{i \in H(k)} (y_k - y_i)^2}{\|z_k - z_i\|^s} & k = l \\ \frac{-\nu I_{H(k)}(l) (y_k - y_l)^2}{\|z_k - z_l\|^s} & k \neq l \end{cases}, \quad (5.20)$$

para $k, l = 1, 2, \dots, n$ [28]. No Apêndice E é mostrado o exemplo de obtenção das sub-matrizes de $\mathbf{F}_{x,x}$, $\mathbf{F}_{y,y}$ e $\mathbf{F}_{x,y}$ quando as observações são a potência do sinal recebido (RSS).

Os parâmetros ν e s dependem do tipo de observação empregada na estimação e, conseqüente-

Tab. 5.1: Parâmetros do canal

Tecnologia de medição	Constante do canal ν	Expoente s
RSS	$(10\eta/\sigma_{dB} \log 10)^2$	4
AoA	$1/\sigma_\alpha^2$	4
ToA	$1/(v_p\sigma_T)^2$	2

mente, dos parâmetros dos modelos estatísticos empregados. A Tabela 5.1 mostra como os parâmetros ν e s devem ser ajustados em cada tipo de observação.

Da formulação apresentada acima e dos modelos adotados, podemos observar que o LICR depende dos seguintes fatores:

- Número de terminais-âncora (m) e terminais desconhecidos (n),
- Topologia da rede, aqui incluindo:
 - Posição relativa dos terminais, tanto dos âncoras como dos desconhecidos,
 - Conectividade da rede, ou seja, número de terminais vizinhos a cada terminal,
- Tipo de observação empregado na estimação da posição dos terminais desconhecidos e, conseqüentemente, parâmetros do modelo estatístico para as observações, conforme descrito em 5.2.1.

No restante deste capítulo será apresentada uma análise do problema da localização com base no limite inferior de Cramér-Rao, empregando a formulação apresentada até aqui.

5.3 Análise do problema da localização empregando o LICR

Nesta seção, o problema da localização em redes de sensores será analisado com base no limite inferior de Cramér-Rao. Como já discutido, este limite fornece o melhor desempenho, em termos de erro quadrático médio de estimação, de qualquer técnica de localização *não-polarizada*. Portanto, o valor do limite de Cramér-Rao pode ser empregado para avaliar a influência de diversos fatores no desempenho de técnicas de localização.

A análise a ser apresentada abrangerá os três tipos de observações (ou medições) discutidos no item anterior, ou seja, potência recebida, tempo de propagação e ângulo de chegada. Não se objetiva, no entanto, fazer uma comparação entre técnicas de localização baseadas nestes tipos de observações, pois o limite inferior de Cramér-Rao depende dos parâmetros dos modelos estatísticos discutidos no item 5.2.1. Estes parâmetros dos modelos, por sua vez, dependem da técnica de medição, da calibração e do ambiente de propagação, o que torna difícil estabelecer um cenário justo de comparação.

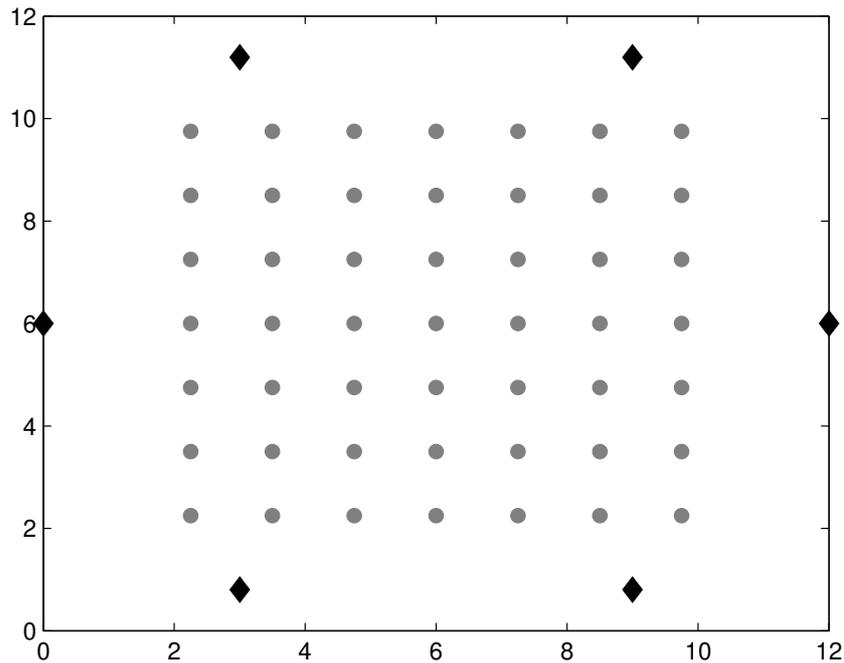


Fig. 5.1: Topologia em grade usada na análise com LICR: 49 terminais desconhecidos (círculos) e seis terminais-âncora (losangos) localizados no perímetro da rede.

5.3.1 Modelo da rede de sensores e utilização das expressões do limite de Cramér-Rao

Nesta análise serão consideradas as topologias (i) *grade regular* e (ii) *aleatória* para as posições dos terminais desconhecidos. No caso da grade regular, a menos que seja indicado o contrário, serão dispostos 49 terminais desconhecidos numa configuração 7x7 e seis terminais-âncora localizados no perímetro da rede, em uma área 144 m², como mostrado na Figura 5.1.

No caso da disposição aleatória, os terminais serão distribuídos na área da rede, obedecendo uma distribuição uniforme. Em ambas as topologias, os terminais da rede possuem o mesmo alcance de transmissão, ajustável na análise.

Também quando não indicado o contrário, os parâmetros dos modelos estatísticos das observações foram ajustados para os valores indicados na Tabela 5.2.

Observa-se na formulação apresentada anteriormente que o limite de Cramér-Rao depende da posição dos terminais. Assim, no caso de topologia aleatória, para eliminar a influência da posição dos terminais no limite de Cramér-Rao (quando este não é o parâmetro em análise), o valor apresentado é a média entre os valores calculados para 1000 cenários com as mesmas características.

Tab. 5.2: Valores dos parâmetros dos modelos estatísticos das observações.

Tipo de observação	Parâmetros
RSS	$\eta = 2$ e $\sigma_{dB} = 4$ dB
AoA	$\sigma_{\alpha} = 0,1396$ rad
ToA	$\sigma_T = 6$ ns

Uma outra questão a ser destacada, já discutida no item 5.2, é que, diferentemente dos algoritmos analisados no Capítulo 4, que empregavam apenas as observações entre terminais desconhecidos e terminais-âncora no processo de localização, na análise apresentada neste capítulo são consideradas técnicas que empregam no processo de localização também as observações entre terminais desconhecidos. Dessa forma, a análise é realizada considerando o caso mais geral possível e, portanto, a análise realizada no Capítulo 4 pode ser considerada um caso particular desta realizada no presente capítulo.

Na geração dos resultados apresentados nesta seção foram utilizados os arquivos MATLAB disponibilizados por Neal Patwari em [29].

5.3.2 Efeitos da conectividade média

Conectividade em redes de sensores é geralmente definida como o número médio de terminais que estão dentro do alcance de transmissão de um dado sensor. Assim, se uma rede contém n terminais desconhecidos e m terminais-âncora, distribuídos uniformemente em uma área A , a conectividade média é dada por

$$\bar{K} = \pi r^2 \frac{(m+n)}{A}, \quad (5.21)$$

em que r é o alcance de transmissão dos terminais e $(m+n)/A$ é a *densidade de terminais* na rede.

Nesta seção serão avaliados os efeitos da conectividade no LICR, variando-se o alcance de transmissão, a densidade de terminais desconhecidos e a densidade de âncoras.

Efeito do alcance de transmissão

Começamos esta análise avaliando o efeito do alcance de transmissão r . O aumento de r corresponde ao aumento no número de terminais (desconhecidos e âncoras) com os quais um dado terminal pode se comunicar e, portanto, trocar observações (de RSS, AoA ou ToA) para então realizar o processo de localização. Portanto, espera-se que o aumento de r leve à diminuição do limite inferior de Cramér-Rao, o que de fato é observado. A Figura 5.2 mostra o valor médio do limite de Cramér-Rao (média entre os valores do LICR de cada terminal desconhecido) em função do alcance de transmissão. Estes resultados foram gerados para uma rede com topologia em grade, com 49 terminais

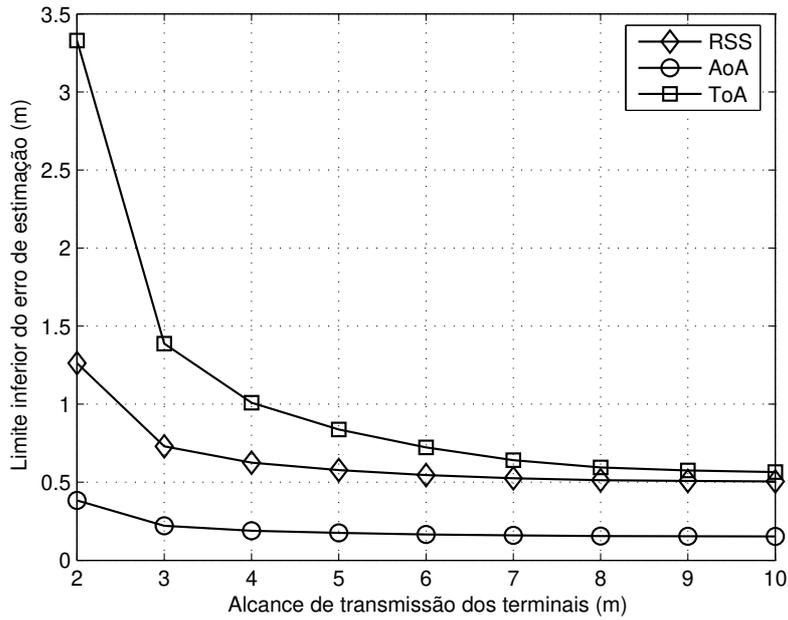


Fig. 5.2: LICR *versus* alcance dos terminais: topologia em grade, 49 terminais desconhecidos e 6 terminais-âncora, $\eta = 2$ e $\sigma_{dB} = 4$, $\sigma_{\alpha} = 0.1396$ rad e $\sigma_T = 6$ ns.

desconhecidos e 6 âncoras, com os parâmetros do canal ajustados de acordo com a Tabela 5.2. Está claro por esta figura que há um valor limite de alcance de transmissão (ou, em outras palavras, de número de observações entre terminais), acima do qual pouco se ganha em termos de redução do erro de estimativa. Deve-se notar também que o aumento do alcance de transmissão tem efeitos negativos e positivos em outros aspectos da rede. Por exemplo, grandes valores de alcance de transmissão requerem alta potência de transmissão, o que reduz a vida útil das baterias que alimentam os terminais, além de produzirem maiores níveis de interferência. Por outro lado, com grandes valores de r , a comunicação entre um terminal fonte e o seu terminal destino exigirá um menor número de enlaces intermediários, o que reduz o tráfego na rede. Portanto, o erro de estimação é mais um fator que é afetado pelo alcance de transmissão, devendo, portanto, entrar na equação de equilíbrio para o ajuste de seu valor.

Efeitos isolados do número de terminais desconhecidos e do número terminais-âncora

Neste item são isolados os efeitos da variação da densidade de terminais desconhecidos e de terminais-âncora, mantendo constante o alcance de transmissão dos terminais. A Figura 5.3 mostra o valor médio do limite inferior de Cramér-Rao para uma rede em grade com seis âncoras e variando-se o número de terminais desconhecidos dispostos na grade, enquanto que na Figura 5.4 é mostrado o

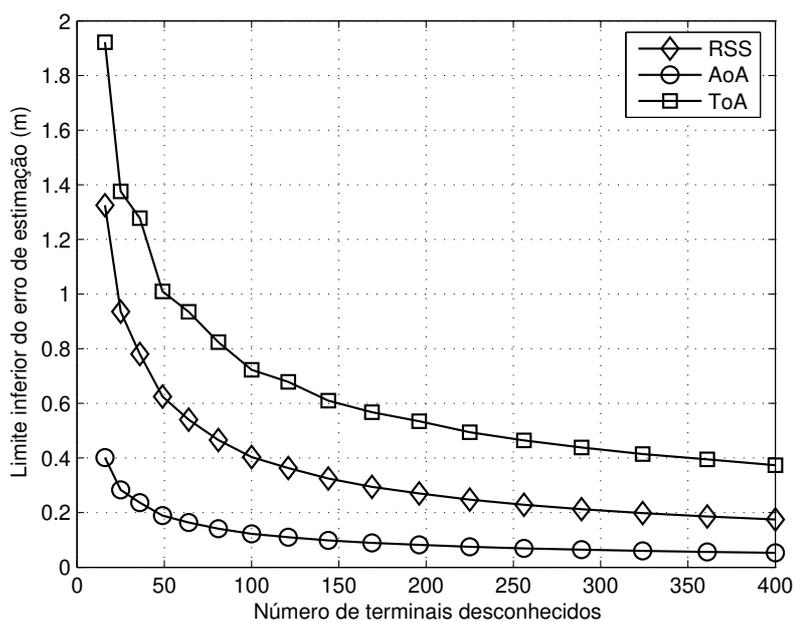


Fig. 5.3: LICR médio *versus* número de terminais desconhecidos: topologia em grade, seis terminais-âncora, alcance de transmissão $r = 4$ m, $\eta = 2$ e $\sigma_{dB} = 4$, $\sigma_{\alpha} = 0.1396$ rad e $\sigma_T = 6$ ns.

resultado para uma rede com 49 terminais desconhecidos dispostos em grade e variando-se o número de terminais-âncora. Em ambos os casos os parâmetros dos modelos foram ajustados de acordo com a Tabela 5.2, e o alcance de transmissão foi fixado em $r = 4$ m. Como esperado, o aumento do número de terminais desconhecidos ou de terminais-âncora reduz o erro de estimação. No entanto, observa-se que aumentar o número de terminais-âncora é uma estratégia mais eficiente (ou seja, requer um menor número de terminais adicionados) para a redução do erro de estimação, do que aumentar o número de terminais desconhecidos.

Para ilustrar e quantificar esta maior eficiência da adição de terminais-âncora, o seguinte experimento foi realizado. Primeiramente, foi calculado o valor médio do limite de Cramér-Rao do erro de localização de 50 terminais desconhecidos, distribuídos aleatoriamente em uma região de área de 144 m^2 , onde existiam 15 terminais-âncora, dispostos também de forma aleatória. Para eliminar a dependência do valor de LICR com as posições dos terminais, tomou-se a média de 1000 experimentos.

Em seguida, calculou-se novamente o valor médio do LICR para dois novos cenários a partir deste primeiro: (1) adicionando-se dez novos terminais desconhecidos, ou seja, a nova rede passou a ser composta por 60 terminais desconhecidos e 15 terminais-âncora, e (2) adicionando-se dez novas âncoras, ou seja, a rede passou a ser formada por 50 desconhecidos e 25 âncoras. A Figura 5.5 mostra os valores médios de LICR nestes três cenários, para os três tipos de medições, enquanto que a Figura 5.6 mostra a redução no erro obtido nos cenários (1) e (2).

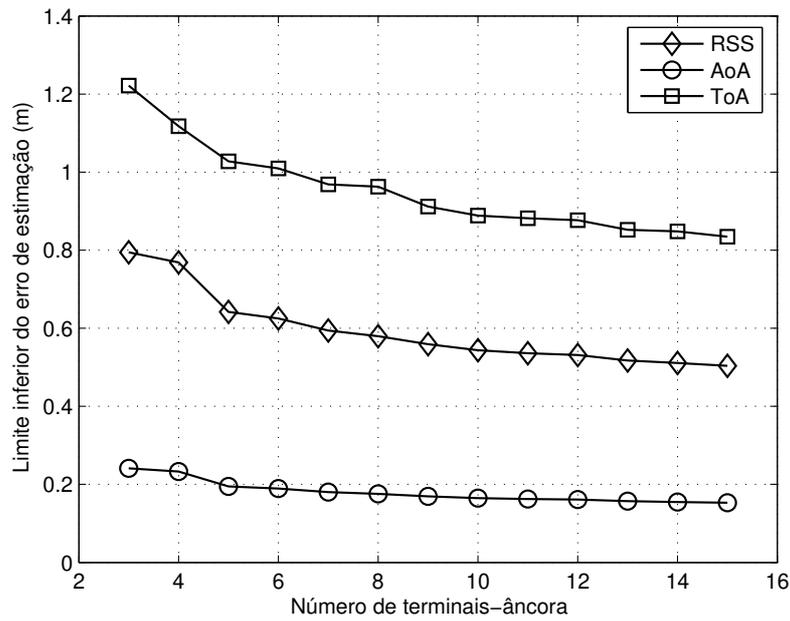


Fig. 5.4: LICR médio *versus* número de terminais-âncora: topologia em grade, 49 terminais desconhecidos, alcance de transmissão $r = 4$ m, $\eta = 2$ e $\sigma_{dB} = 4$, $\sigma_\alpha = 0.1396$ rad e $\sigma_T = 6$ ns.

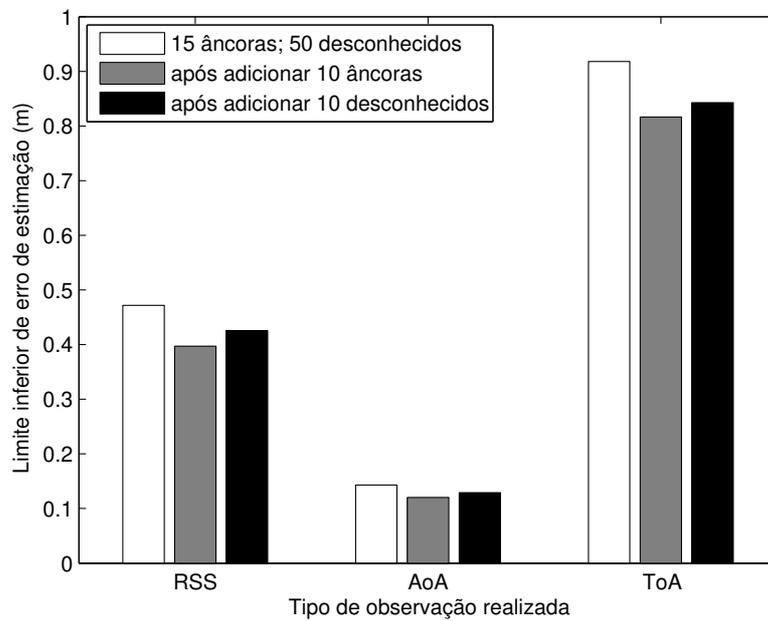


Fig. 5.5: Efeitos causados pela adição de terminais-âncora e desconhecidos: topologia aleatória, alcance de transmissão $r = 4$ m, $\eta = 2$ e $\sigma_{dB} = 4$, $\sigma_\alpha = 0.1396$ rad e $\sigma_T = 6$ ns.

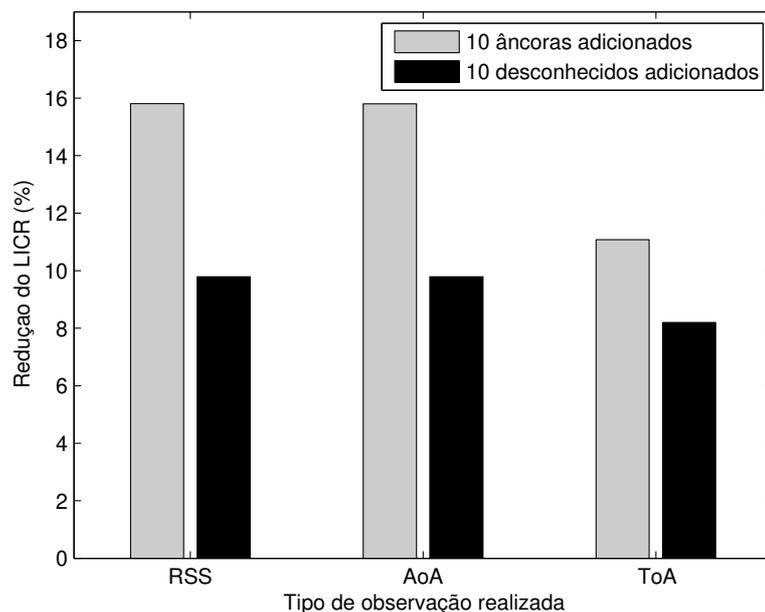


Fig. 5.6: Redução do erro ocasionada pelo acréscimo de terminais-âncora e desconhecidos: topologia aleatória, alcance de transmissão $r = 4$ m, $\eta = 2$ e $\sigma_{dB} = 4$, $\sigma_\alpha = 0.1396$ rad e $\sigma_T = 6$ ns.

Os resultados mostram que, sob o ponto de vista de redução do erro, é mais vantajoso, no cenário simulado, adicionar terminais-âncora do que adicionar terminais desconhecidos. No entanto, ambas estratégias têm vantagens e desvantagens. Adicionar terminais-âncora resulta em uma maior redução no erro de estimativa, mas em contrapartida tem um maior custo, visto que tal prática requer intervenção humana ou exige que os terminais sejam equipados com equipamentos como GPS (do inglês *Global Positioning System*). Adicionar terminais desconhecidos, por sua vez, exige menor custo, mas é necessário um maior número de terminais adicionados para se obter a mesma redução no erro de estimação, como sugere a Figura 5.6.

O resultado acima leva à seguinte questão: qual é a equivalência numérica entre terminais desconhecidos e terminais-âncora, quando se deseja reduzir o erro de estimação por meio da adição de terminais na rede? Para ajudar a responder a essa questão, um outro experimento foi realizado. Em uma rede com $N_d = 100$ terminais desconhecidos e N_a terminais-âncora (que será chamada "*rede original*"), foram adicionados $\Delta_d = 20$ terminais desconhecidos, e foi determinado o valor médio do LICR da variância do erro de localização, denotado por σ_0^2 . Retornando à *rede original* (ou seja, com $N_d = 100$ terminais desconhecidos e N_a terminais-âncora), foi determinado o número de terminais-âncora Δ_a que deveriam ser adicionados para que fosse alcançado o mesmo valor médio de LICR da variância do erro, σ_0^2 . Esse experimento foi realizado para diferentes números de âncoras N_a presentes inicialmente na *rede original*. A Figura 5.7 mostra os resultados obtidos para os três tipos de

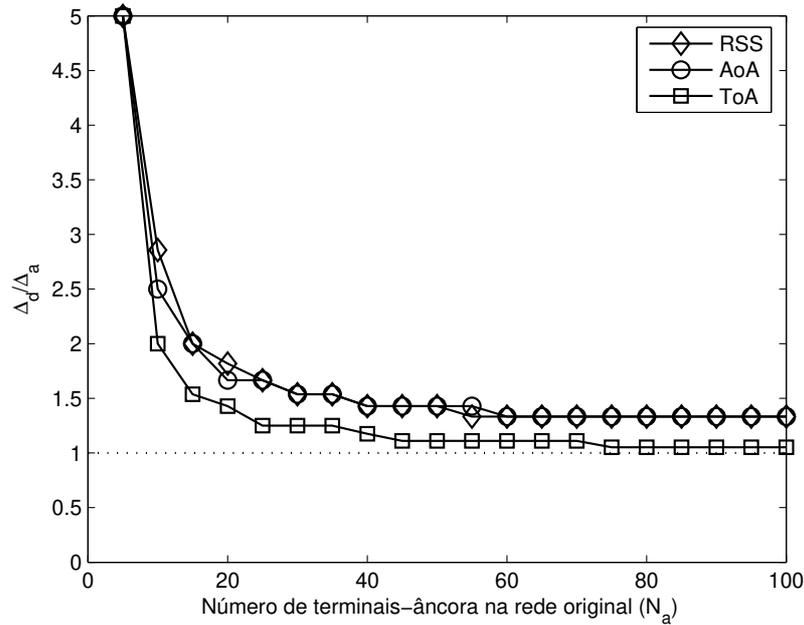


Fig. 5.7: Razão Δ_d/Δ_a versus o número de terminais-âncora na *rede original*: topologia aleatória, alcance de transmissão $r = 4$ m, $\eta = 2$ e $\sigma_{dB} = 4$, $\sigma_\alpha = 0.1396$ rad e $\sigma_T = 6$ ns.

observação, na forma Δ_d/Δ_a em função do número de âncoras na rede original N_a . Por exemplo, considerando o caso para RSS, com $N_a = 5$, pode-se ver que $\Delta_d/\Delta_a = 5$. Como em todos os casos $\Delta_d = 20$, então $\Delta_a = 4$. Portanto, em uma rede com 100 terminais desconhecidos e cinco terminais-âncora, adicionar $\Delta_d = 20$ terminais desconhecidos equivale a adicionar $\Delta_a = 4$ âncoras em termos de redução do erro de estimativa.

Os resultados da Figura 5.7 mostram que quando o número de âncoras N_a na rede cresce, a relação Δ_d/Δ_a decresce e tende a aproximadamente 1 para o caso ToA, e aproximadamente 1,3 para os casos RSS e AoA, no cenário considerado. Isso significa que, para redes com muitos terminais-âncoras, adicionar 10 âncoras equivale aproximadamente a adicionar 10 terminais desconhecidos para o caso ToA, e a 13 terminais desconhecidos, para os casos de RSS e AoA. Portanto, conclui-se que para a redução do erro de estimação, o benefício da adição de um terminal âncora é sempre maior que o benefício da adição de um terminal desconhecido, mas esta diferença diminui com o aumento do número de âncoras na rede. Conclusão semelhante foi obtida por Patwari *et al* em [28].

No último experimento realizado para o estudo dos efeitos da conectividade no erro de estimação de rede, avaliou-se o compromisso entre o número de terminais-âncora e terminais desconhecidos para se manter o valor médio do limite de Cramér-Rao fixo. A Figura 5.8 mostra a relação entre o número de âncoras e o número de desconhecidos. A mesma curva representa as três técnicas consideradas (RSS, AoA, ToA), com diferença apenas no (raiz quadrada do) limite de Cramér-Rao

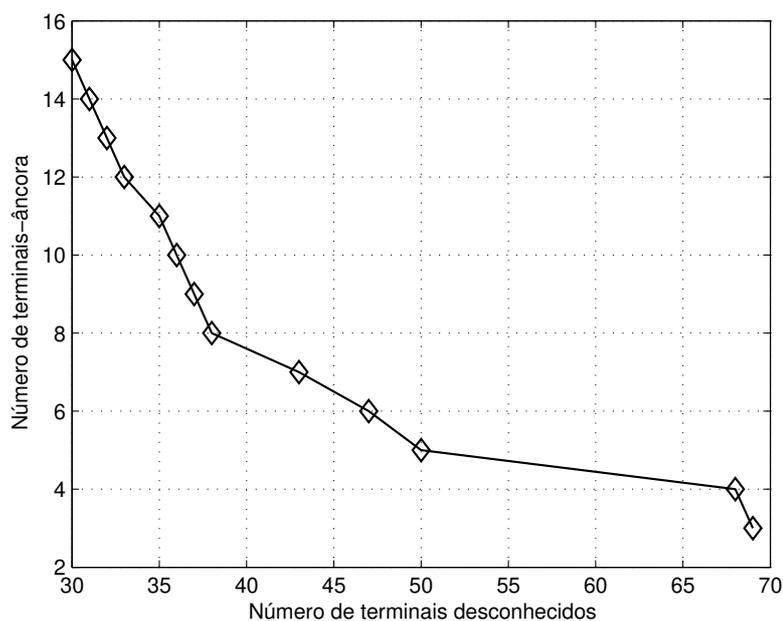


Fig. 5.8: Compromisso entre o número de desconhecidos e o número de âncoras: topologia em grade, alcance de transmissão $r = 4$ m, $\eta = 4$ e $\sigma_{dB} = 2$, $\sigma_{\alpha} = 0.05246$ rad e $\sigma_T = 6$ ns. LICR do erro são fixos: 0,175 m para RSS; 0,079 m para AoA e 1,193 m para ToA

alcançado e mantido constante em cada caso: 0,175 m para RSS, 0,079 m para AoA e 1,193 m para ToA. Isso mostra que as técnicas sofrem efeitos equivalentes da variação da conectividade, neste caso representada pela diminuição do número de terminais-âncora e aumento do número de terminais desconhecidos. De acordo com a Figura 5.8, observa-se que, quando a rede contém um número grande de âncoras (porção esquerda superior do gráfico) a retirada de certo número terminais âncora pode ser compensada pela adição de aproximadamente o mesmo número de terminais desconhecidos. Por outro lado, quando número de âncoras é pequeno (porção direita inferior), a retirada de um terminal-âncora deve ser compensada por um número muito maior de terminais desconhecidos.

Por exemplo, em uma rede inicialmente com 30 desconhecidos e 15 âncoras, a retirada de cinco âncoras pode ser compensada pela adição de seis desconhecidos. Por outro lado, se a rede é composta por apenas oito âncoras e 38 desconhecidos, a redução dos mesmos cinco âncoras é compensada pela adição de 31 desconhecidos.

Dessa forma, os custos incluídos pelo uso de terminais-âncora, já citados anteriormente, podem ser diminuídos pela simples adição de terminais desconhecidos. Contudo, os projetistas da rede devem ser bastante cautelosos nesse aspecto, visto que essa compensação, dependendo da densidade de terminais inicialmente presente na rede, pode não ser vantajosa.

O aumento do número de terminais desconhecidos usado nos experimentos anteriores pode ser

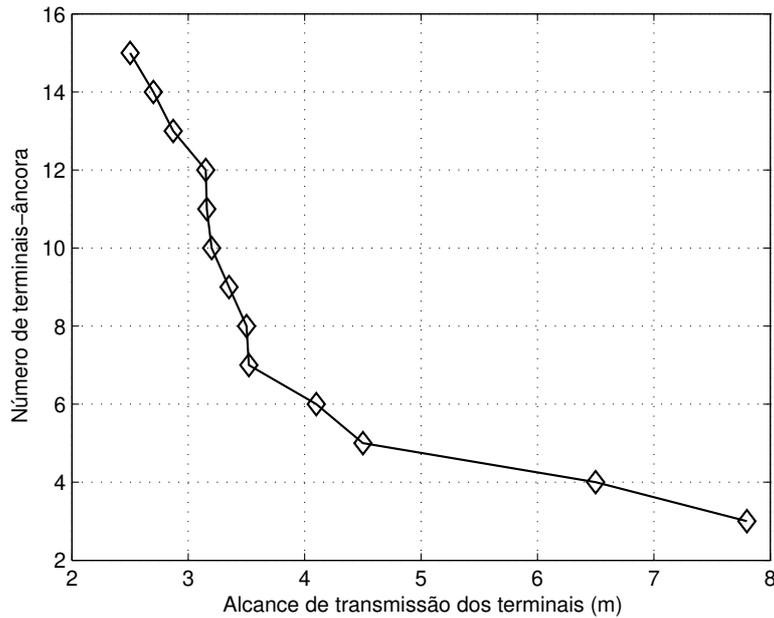


Fig. 5.9: Compromisso entre o alcance de transmissão e o número de âncoras: 64 terminais-desconhecidos em grade, $\eta = 4$ e $\sigma_{dB} = 2$, $\sigma_{\alpha} = 0.05246$ rad e $\sigma_T = 6$ ns. LICR do erro são fixos: 0,132 m para RSS; 0,06 m para AoA e 1,177 m para ToA

implementado por meio do aumento do alcance de transmissão, mantendo-se a densidade de terminais desconhecidos constante. Por exemplo, o experimento anterior pode ser refeito, variando-se o alcance de transmissão para se atingir o aumento no número de desconhecidos desejado, cujos resultados são mostrados na Figura 5.9. Novamente, a mesma curva representa as três técnicas, pelos mesmos motivos já discutidos anteriormente. Pode-se observar que a curva apresenta comportamento semelhante àquele mostrado na Figura 5.8. Portanto, agora o número de âncoras pode ser diminuído com o aumento do alcance de transmissão, mas não de maneira uniforme, visto que à medida que o número de âncoras presentes na rede diminui, o incremento no alcance, necessário para compensar a diminuição do número de âncoras e manter constante o erro de localização, aumenta. Por exemplo, em uma rede com 15 âncoras, diminuir o número de âncora em 3 implica em um aumento de 0,65 m do alcance, nas condições simuladas. Por outro lado, se a rede contém 6 âncoras, a mesma diminuição implica em um aumento de 3,7 m do alcance.

Deve-se ressaltar que, o aumento do número de terminais desconhecidos por meio do controle do alcance de transmissão se dá às custas do tempo de vida da bateria, o que pode tornar esta estratégia inadequada em algumas aplicações. Assim, uma estratégia mais eficiente seria adotar as duas abordagens simultaneamente, ou seja, tanto aumentar o número de terminais desconhecidos quanto incrementar o alcance de transmissão. Dessa forma, o número de desconhecidos necessários seria

menor, assim como seria menor o aumento do alcance de transmissão dos terminais, reduzindo os custos de implantação e prolongando a vida útil das baterias que alimentam os terminais.

5.3.3 Efeitos da disposição dos terminais-âncora

A formulação apresentada no item 5.2 indica que o limite inferior para a variância do erro de localização depende da posição a ser estimada. A causa desta dependência pode ser separada em dois fatores: (a) a posição do terminal desconhecido de interesse com relação aos terminais-âncora, e (b) a posição do terminal desconhecido de interesse em relação aos outros terminais desconhecidos, uma vez que medições entre terminais desconhecidos também são levadas em conta na localização. Esta dependência do erro de localização com a posição do terminal já foi investigada no item 4.4.4, e será reavaliada aqui, agora usando o limite de Cramér-Rao.

Para a avaliação dos efeitos da posição dos terminais-âncora no erro de localização, usou-se uma rede de 169 terminais em grade regular, sendo 153 desconhecidos e 16 âncoras, dispostos em uma área quadrada de 169 m^2 . Os 16 terminais-âncora são dispostos em anéis quadrados com tamanhos pré-estabelecidos, denotados por *Anel 1* (mais interno) até *Anel 5* (mais externo), como mostra a Figura 5.10.

Para cada anel de âncoras, o valor do limite de Cramér-Rao para cada posição de terminal desconhecido foi calculado. Os resultados para o caso RSS estão mostrados na Figura 5.11. Os resultados para os casos AoA e ToA são equivalentes àqueles para RSS e não são mostrados aqui. Deve-se notar que a Figura 5.11 mostra os valores de limite de Cramér-Rao em função da posição do terminal desconhecido, diferentemente da forma de apresentação de resultados usada até aqui, quando foram apresentados valores médio do limite de Cramér-Rao. A forma de apresentação usada na Figura 5.11 é necessária para permitir a análise da distribuição espacial do erro de estimação em função da posição dos âncoras.

Podemos observar pela Figura 5.11 que a posição dos terminais-âncora afeta de forma significativa a distribuição do erro de localização. Quanto mais próximos do centro da rede estiverem os terminais-âncora, maior será a discrepância entre os erros quadráticos de localização. De fato, como se pode observar na Figura 5.12, à medida que os terminais-âncora se aproximam da periferia da rede (do Anel 1 para o Anel 5), a diferença entre o maior e o menor valor do LICR do erro de estimação diminui, ou seja, o erro de localização torna-se mais uniforme espacialmente. Esse comportamento do erro de estimação também observado por Savarese em [20].

Considerando agora o valor médio do erro quadrático em toda a área da rede (ou seja, média entre os valores de LICR de cada terminal desconhecido), nota-se que posição do anel de âncoras tem pouca influência nesse valor médio, como mostra a Figura 5.13. Portanto, conclui-se que mover o anel de âncoras do centro para a periferia da rede uniformiza a distribuição espacial do erro de localização,

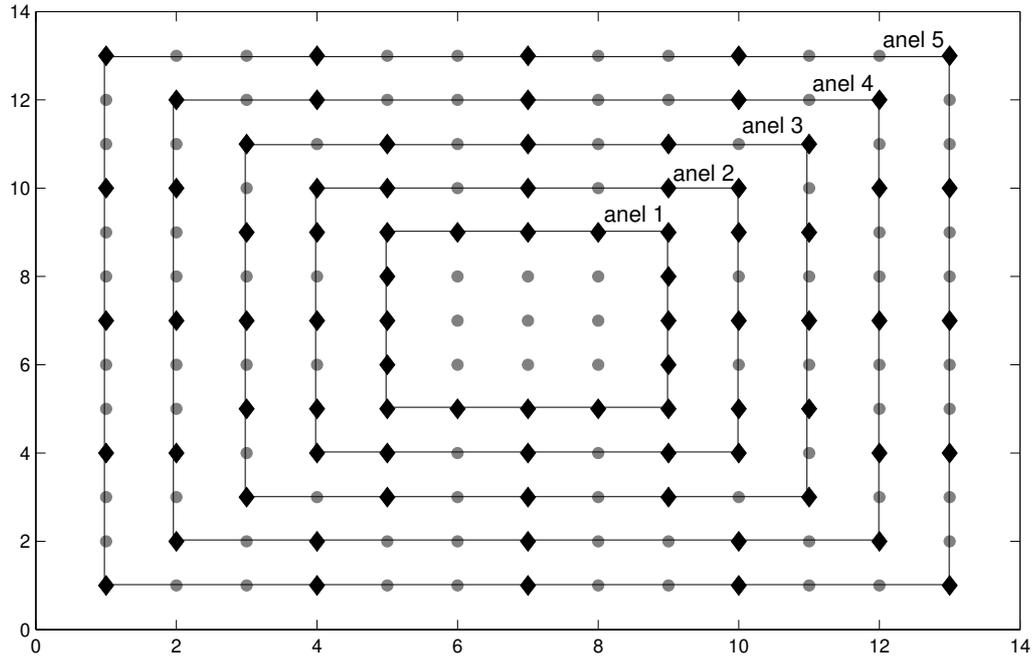


Fig. 5.10: Topologia da rede sensores, evidenciando os 5 anéis de terminais-âncora, representados pelas linhas cheias. Desconhecidos e âncoras são representados por círculos e losangos, respectivamente.

mas não altera de forma significativa o desempenho médio.

5.3.4 Efeitos da disposição dos terminais desconhecidos

Como já discutido, as técnicas de localização consideradas neste capítulo utilizam também medições entre terminais desconhecidos na localização. Assim, o erro de localização de um terminal desconhecido depende da sua posição em relação aos outros terminais desconhecidos e em relação aos terminais-âncora. Neste item serão investigados os efeitos do posicionamento dos terminais desconhecidos no erro de localização.

No que diz respeito à posição dos terminais desconhecidos, pode-se identificar dois casos extremos: (a) terminais dispostos em uma grade regular quadrada, como ilustrado pela Figura 5.1, e (b) terminais dispostos aleatoriamente, seguindo uma distribuição uniforme. Neste estudo, as posições dos terminais desconhecidos serão variadas desde a topologia em grade até a disposição aleatória.

A rede estudada é composta de 49 terminais desconhecidos e seis terminais-âncora, estes colocadas no perímetro da área da rede. Para controlar o grau de aleatoriedade das posições dos terminais, define-se duas variáveis aleatórias, ζ_x e ζ_y , que representam o desvio da posição de um dado terminal

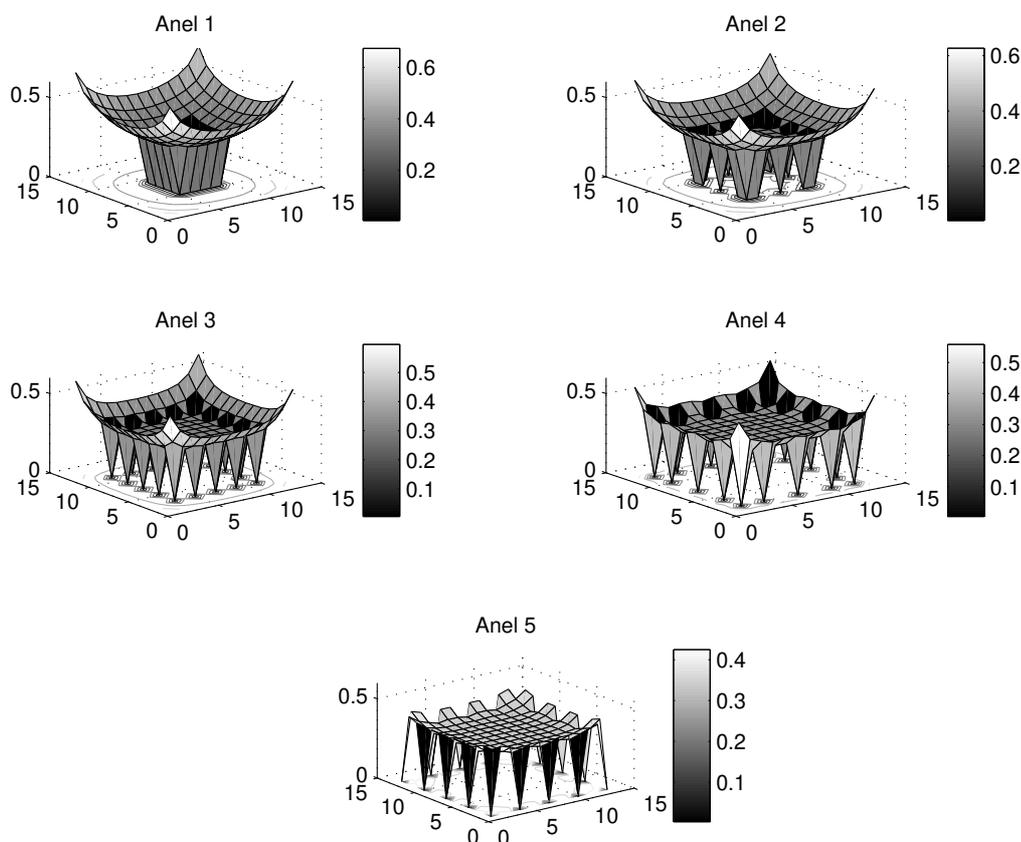


Fig. 5.11: LICR da variância do erro em função da posição de terminais desconhecidos e terminais-âncora, para o caso RSS: 153 terminais desconhecidos, 16 terminais-âncora, $\sigma_{dB} = 4$ e $\eta = 2$.

com relação a uma posição na grade regular. Assim, a posição do i -ésimo desconhecido é dada por:

$$\begin{aligned} x_i &= x_{i,0} + \zeta_x \\ y_i &= y_{i,0} + \zeta_y \end{aligned}, \quad (5.22)$$

onde $x_{i,0}$ e $y_{i,0}$ é posição do terminal na grade regular, e ζ_x e ζ_y são variáveis aleatórias que seguem uma distribuição normal, com média zero e desvio-padrão δ . Logo, δ é o parâmetro que controla o grau de aleatoriedade dos terminais desconhecidos. Deve-se notar que, quando $\delta = 0$, as posições dos terminais desconhecidos formam uma grade regular. Além disso, por razões práticas, a distribuição normal utilizada para modelar a aleatoriedade na disposição dos terminais é truncada de modo a impedir a extrapolação na posição dos terminais em relação à área da rede.

A Figura 5.14 mostra como se comporta o valor médio do LICR da variância do erro de locali-

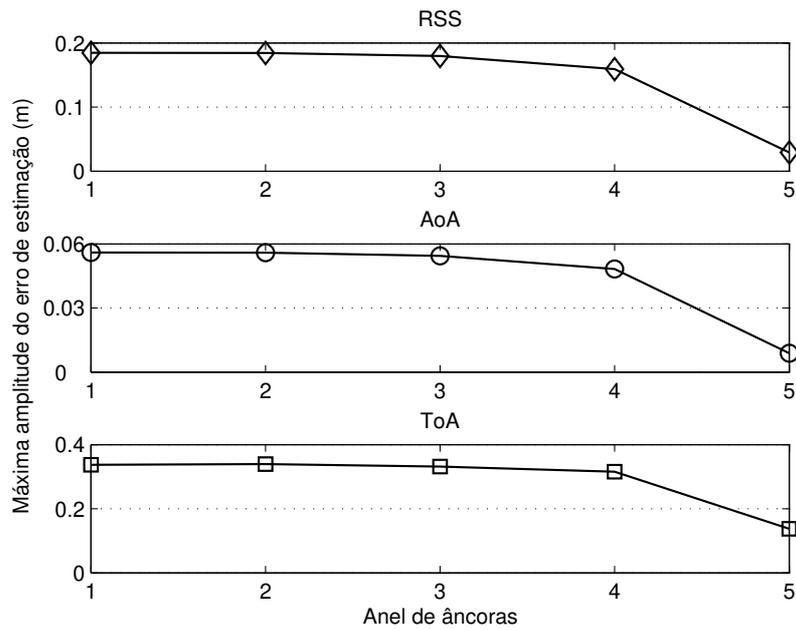


Fig. 5.12: Diferença entre o maior e o menor LICR da variância do erro *versus* a posição do anel de âncoras. 153 terminais desconhecidos, 16 terminais-âncora, $\eta = 4$ e $\sigma_{dB} = 2$, $\sigma_\alpha = 0.1396$ rad e $\sigma_T = 6$ ns

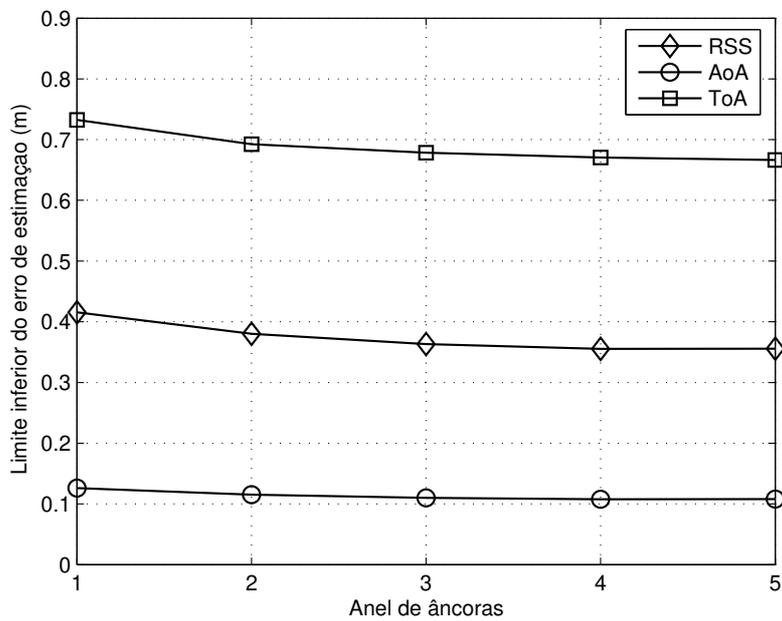


Fig. 5.13: Valor médio do LICR da variância do erro de localização *versus* a posição do anel de âncoras: 153 terminais desconhecidos, 16 terminais-âncora, $\eta = 4$ e $\sigma_{dB} = 2$, $\sigma_\alpha = 0.1396$ rad e $\sigma_T = 6$ ns

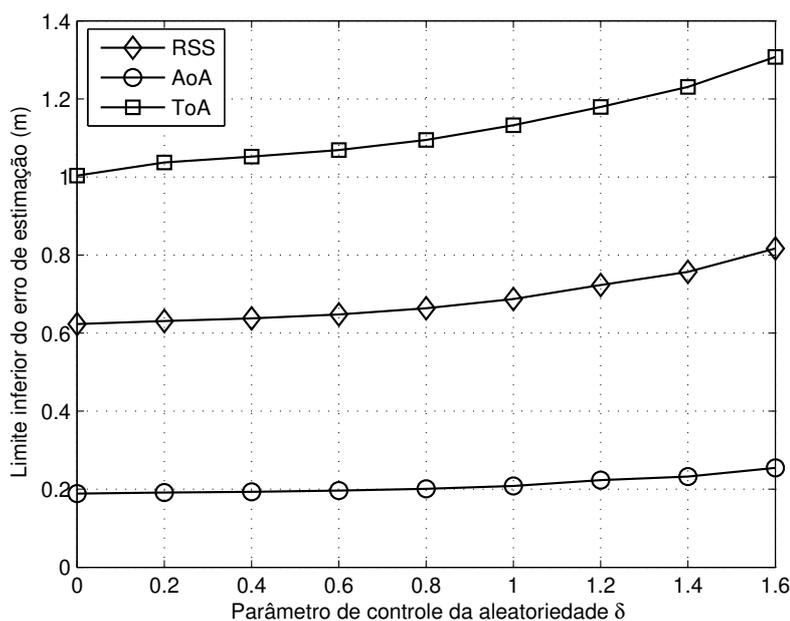


Fig. 5.14: Valor médio do LICR da variância do erro de localização *versus* parâmetro de controle da aleatoriedade δ : 49 terminais desconhecidos em uma grade regular 7×7 , seis terminais-âncora, alcance de transmissão $r = 4$ m, $\eta = 2$ e $\sigma_{dB} = 4$, $\sigma_\alpha = 0.1396$ rad e $\sigma_T = 6$ ns.

zação em função do grau de aleatoriedade δ da disposição dos terminais desconhecidos. Cada ponto mostrado neste gráfico é o valor médio sobre todos os 49 posições, para 1000 realizações. Observa-se, no cenário considerado, que o aumento do grau de aleatoriedade degrada o desempenho médio da estimação da localização dos terminais, especialmente para medições do tipo RSS e ToA.

A Figura 5.14 tratou do valor médio (entre as posições) do erro quadrático. A Figura 5.15 mostra a variação do erro individual (ou seja, em cada posição da rede) em função do grau de aleatoriedade δ . Observa-se que, como esperado, quanto maior for o grau de aleatoriedade das posições dos terminais desconhecidos, maior será a diferença de desempenho da estimação da localização pela área da rede. Esta maior variação pode ser explicada pela menor uniformidade de medições entre os terminais desconhecidos.

5.3.5 Efeitos do tamanho da área da rede

Nesta seção serão avaliados os efeitos da distância entre os terminais da rede no desempenho das técnicas de localização. Para variar tal distância, o tamanho da área da rede será o parâmetro variante. Essa rede será composta por 50 terminais desconhecidos dispostos aleatoriamente e seis terminais-âncora localizados na borda da rede, em uma área igual a $D \times D$ m², onde D varia de 10 a 40 metros,

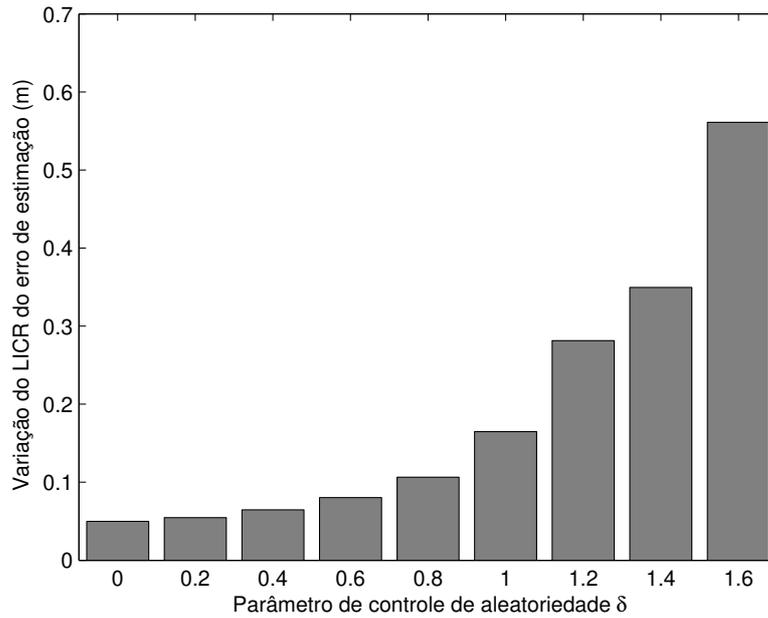


Fig. 5.15: Parâmetro de controle da aleatoriedade δ versus variação do LICR (m) do erro de localização. 49 terminais desconhecidos em uma grade regular 7×7 , 6 terminais-âncora, para o caso RSS com $\eta = 2$ e $\sigma_{dB} = 4$.

em passos de 5 metros. A estratégia utilizada para manter a conectividade constante mesmo com o aumento da área da rede é variar o alcance de transmissão dos terminais. Dessa forma garante-se o isolamento dos efeitos da distância entre os terminais, ou seja, o aumento da área terá implicações na distância entre os terminais, mas não na conectividade média. A Figura 5.16 mostra o LICR do erro de estimativa em função da área da rede de sensores.

Os resultados mostram que, para o caso RSS e AoA, o aumento da distância entre os terminais promove um aumento do erro. Já para o caso em que se considera ToA, observa-se uma invariância do erro de localização com relação à distância entre os terminais. A explicação para esse fenômeno está na diferença entre modelos estatísticos para as observações nos casos RSS, AoA e ToA, apresentados na Seção 3.2.1. Para o caso RSS, o erro de medida é modelado como um ruído multiplicativo, e portanto, será diretamente proporcional à distância entre terminais, o que justifica o aumento do erro de localização com o aumento do tamanho da rede. Para o caso ToA, o erro de medida é modelado como um ruído aditivo e, portanto, é independente da distância considerada, justificando a não variação do erro com o aumento de D . Por fim, para o caso AoA, embora o erro de medida seja também modelado como ruído aditivo, o erro de localização é proporcional ao comprimento do arco de um setor com raio igual à distância entre os terminais e ângulo dado pelo erro de medida do ângulo de chegada, conforme ilustra a Figura 5.17. Nesta figura compara-se os arcos dos setores para distâncias

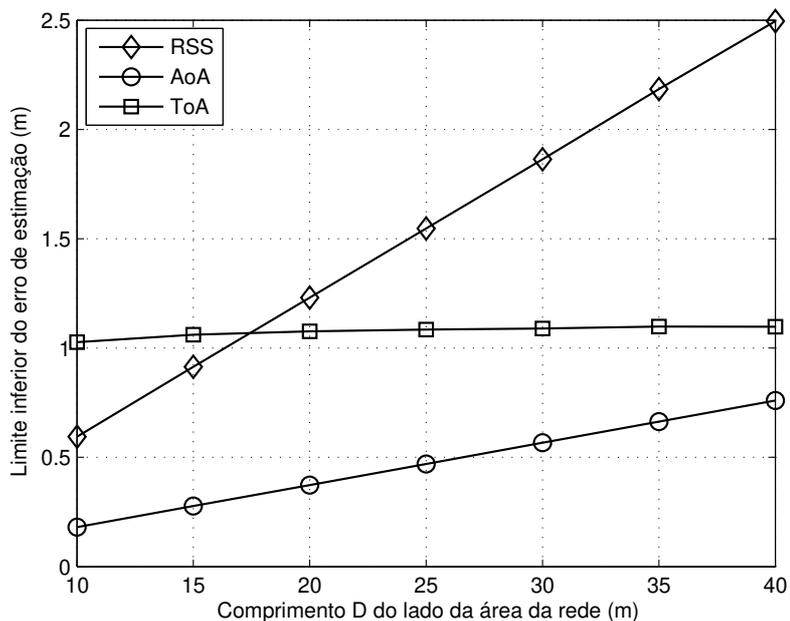


Fig. 5.16: Comprimento do lado D da área da rede *versus* LICR da variância do erro de localização. 50 terminais desconhecidos dispostos aleatoriamente, 6 terminais-âncora localizados na periferia da rede, $\eta = 4$ e $\sigma_{dB} = 2$, $\sigma_\alpha = 0.1396$ rad e $\sigma_T = 6$ ns.

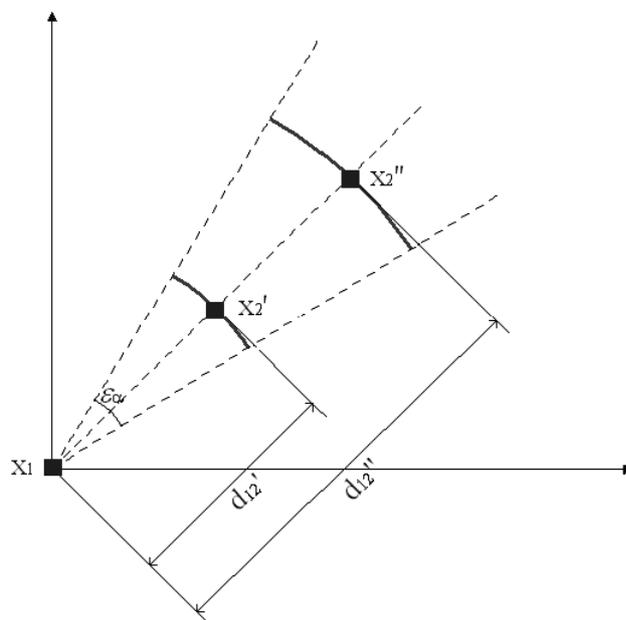


Fig. 5.17: Proporcionalidade entre o erro de localização e a distância entre um terminal na posição x_1 e outro na posição x_2 , quando esta última varia, considerando ε_α o erro de estimativa do ângulo.

entre terminais diferentes. Daí, o crescimento do erro com a dimensão D da rede.

5.4 Conclusões

O LICR é uma ferramenta importante que permite analisar o desempenho de um sistema de localização sem considerar um algoritmo de localização específico. Neste capítulo, vários aspectos foram analisados considerando os três principais tipos de observações (medições) geralmente realizadas: RSS, AoA e ToA.

Primeiramente, analisando os efeitos da conectividade, observou-se que um aumento do número de terminais na rede leva a uma diminuição do erro de localização, mas a adição de terminais-âncora promove maiores reduções do erro do que adição de terminais desconhecidos, embora esse maior nível de redução não seja constante, estando diretamente ligado à densidade de âncoras da rede. Além do aumento do número de terminais, aumentar o alcance de transmissão também permite uma redução do erro. Todas essas abordagens mostram que, quanto maior é a quantidade de informação disponível para realizar o processo de localização, menor é o erro gerado por esse processo. Foi observado ainda que é possível diminuir o número de âncoras, que introduzem maior custos e complexidade, através de um aumento do número de desconhecidos ou do alcance de transmissão, sem impactos no erro de localização. Mas vale ressaltar que todas essas estratégias têm seus efeitos negativos, entre os quais destacam-se o aumento no custo de implantação e aumento no consumo de energia.

Também foram investigados os efeitos da disposição dos terminais-âncora no erro de localização. Nesta linha, observou-se que os maiores níveis de erro tendem a se localizar na periferia da rede, e assim sendo, é uma boa prática dispor os âncoras nessa região, o que, embora não promova grandes reduções no erro de localização médio de rede como um todo, promove uma uniformização espacial do erro pela rede.

Em um outro experimento, foram avaliados os impactos do grau de aleatoriedade na disposição dos terminais desconhecidos no erro de localização, e observou-se que a configuração que melhor favorece o desempenho das técnicas de localização é aquela em grade. Quanto mais desorganizada esse configuração se torna, além de incrementar levemente o erro médio, aumenta a variação do erro de localização pela rede.

Por fim, foi observado que o aumento da distância entre os terminais tem impactos diferentes, dependendo do tipo de observação que é realizada. No caso ToA, observa-se uma invariância do erro de localização com relação à distância entre terminais, devido ao fato de que o erro de medição é modelado como sendo aditivo. No caso AoA, embora o erro de medição também assumo o modelo aditivo, uma questão geométrica faz com que o aumento da distância entre terminais resulte em um aumento do erro de localização. Por fim, o caso RSS mostrou ser o que mais sofre os impactos da

distância entre os terminais. Isso se deve ao fato de que o erro de medição é modelado como um ruído multiplicativo.

Capítulo 6

A Polarização das Estimativas em Técnicas de Localização

A maioria dos estudos envolvendo os limites de Cramér-Rao para técnicas de localização baseadas em medida de potência recebida considera que a estimativa da distância (baseada na potência recebida) é não-polarizada. Esta suposição é motivada pela decorrente simplificação na determinação dos limites de Cramér-Rao. No entanto, como será visto neste capítulo, a suposição de não-polarização das estimativas de distância pode levar a erros no limite de Cramér-Rao.

Neste capítulo será determinado o limite de Cramér-Rao sem a suposição de não-polarização das estimativas das distâncias. O limite de Cramér-Rao quando o estimador é polarizado depende da função que relaciona o valor médio da estimativa e a polarização. Esta função depende do estimador empregado e é, geralmente, de difícil obtenção (o que motiva a suposição da não-polarização). Esta dificuldade se observa no problema de localização em casos gerais. Assim, no desenvolvimento apresentado neste capítulo, será considerado o caso simples de uma rede em uma dimensão, composta por um terminal âncora, localizado na origem do sistema de coordenadas, e um terminal desconhecido, a uma distância $d = x$ do âncora, como ilustra a Figura 6.1. Nesta topologia, somente uma medida de potência é necessária para a estimação da posição x do terminal desconhecido.

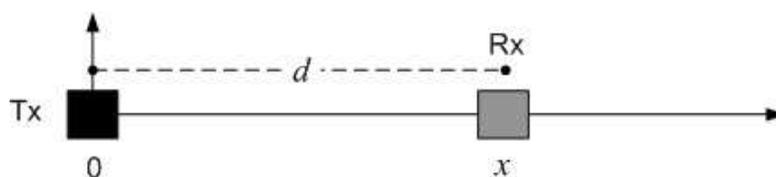


Fig. 6.1: Topologia considerada para a análise dos efeitos da polarização em técnicas baseadas em RSS. Considera-se o caso 1D, com um transmissor (Tx) na origem e um receptor (Rx) a uma distância $d = x$ m.

Nesta análise do limite de Cramér-Rao levando em conta a polarização da estimativa, serão considerados dois casos para o modelo de canal de propagação:

1. Modelo incluindo (i) perda de percurso determinística e (ii) desvanecimento de larga escala com distribuição lognormal;
2. Modelo incluindo (i) perda de percurso determinística, (ii) desvanecimento de larga escala com distribuição lognormal e (iii) desvanecimento de pequena escala com distribuição Nakagami- m .

No segundo modelo, que é uma evolução do primeiro, será empregada uma aproximação para a distribuição composta lognormal-gama, proposta por Stüber em [30].

6.1 A polarização na estimação de distância baseada na potência recebida

Nesta seção será analisada a polarização na estimação da distância empregando a potência recebida e considerando, por enquanto, o modelo de canal com perda de percurso determinística e desvanecimento lognormal.

Segundo este modelo, a expressão para a potência, em decibéis, do sinal recebido na configuração da Figura 6.1 é

$$P_{rx,dB} = P_{0,dB} - 10\eta \log_{10} \left(\frac{x}{x_0} \right) + \chi, \quad (6.1)$$

em que, como já estabelecido, $P_{0,dB}$ é a potência medida a uma distância de referência x_0 , η é o expoente de perda de percurso, x é a distância (a ser estimada) entre os terminais âncora e desconhecido, e χ é uma variável aleatória normal, de média nula e variância σ_{dB}^2 . A estimativa da distância x é, então,

$$\begin{aligned} \hat{x} &= x_0 10^{\frac{P_{0,dB} - P_{rx,dB}}{10\eta}} \\ &= x 10^{\frac{-\chi}{10\eta}}. \end{aligned} \quad (6.2)$$

A expressão (6.2) é a *expressão do estimador* empregado. O valor médio de \hat{x} é dado por (após algumas manipulações)

$$\begin{aligned} E\{\hat{x}\} &= E\left\{x 10^{\frac{-\chi}{10\eta}}\right\} \\ &= x \exp\left(\frac{1}{2b}\right), \end{aligned} \quad (6.3)$$

em que

$$b = \left[\frac{10}{\log 10} \frac{\eta}{\sigma_{dB}} \right]^2. \quad (6.4)$$

Observa-se que, de fato, a estimativa da distância x empregando o estimador dado por (6.2) é polarizada, com fator polarizador igual à $\exp(1/2b)$, que, por sua vez, depende da razão σ_{dB}/η . A

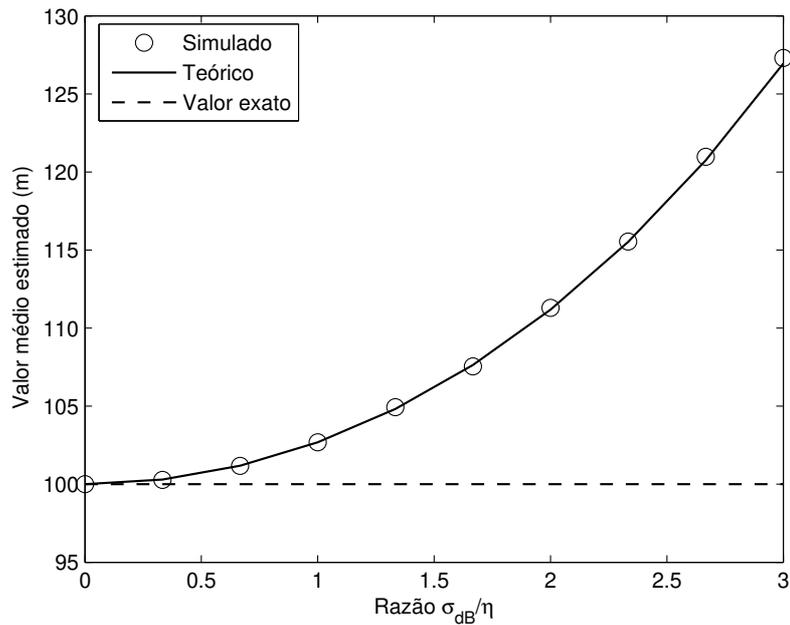


Fig. 6.2: Polarização da estimativa x em uma rede com um terminal âncora na origem e um terminal desconhecido distante $x = 100$ m do terminal-âncora, em uma ambiente de propagação com perda de percurso e desvanecimento lognormal.

Figura 6.2 mostra como $E\{\hat{x}\}$ varia com σ_{dB}/η , para a rede mostrada na Figura 6.1, com $x = 100$ m. Valores elevados de σ_{dB}/η ocorrem em ambientes com desvanecimento lognormal intenso ou perda de percurso reduzida. Observa-se pela Figura 6.2 que para, por exemplo, um ambiente com desvanecimento lognormal com desvio-padrão de $\sigma_{dB} = 6$ e expoente de perda de percurso $\eta = 2$, a polarização ultrapassa a 25%. Portanto, a suposição de que a estimativa da distância é não-polarizada, como adotado em muitos trabalhos, deve ser feita com base no ambiente considerado.

6.2 Limite Inferior de Cramér-Rao com estimativas polarizadas para canal com desvanecimento lognormal

Verificado que a polarização na estimativa da distância feita com base na potência recebida (corrompida por desvanecimento lognormal) não é desprezível em alguns casos, determinaremos nesta seção o limite de Cramér-Rao para o caso da rede em 1D ilustrada na Figura 6.1, levando em conta a polarização.

O problema de localização em questão é um problema de estimação de um parâmetro determinís-

tico (a distância x), em que o estimador gera estimativas polarizadas na forma

$$E\{\hat{x}\} = x + h(x) , \quad (6.5)$$

com $h(x)$ sendo a função de polarização aditiva. A formulação de Cramér-Rao para este caso estabelece que o limite inferior da variância do erro de estimação, denotado por σ_P^2 , é dado por [27]

$$\sigma_P^2 = h(x)^2 - \frac{\left[1 + \frac{dh(x)}{dx}\right]^2}{E\left\{\frac{d^2 \log[f(P)]}{dx^2}\right\}} , \quad (6.6)$$

em que $f(P)$ é a função densidade de probabilidade das observações (potência do sinal recebido, no caso aqui considerado).

A determinação do limite de Cramér-Rao será dividido em duas etapas: (i) determinação do termo $E\{d^2 \log[f(P)]/dx^2\}$ e (ii) determinação do termo $h(x)$.

A potência recebida é corrompida por desvanecimento lognormal de desvio-padrão σ_{dB} , de forma que a densidade $f(P)$ é dada por

$$f_P(P) = \frac{\xi}{\sigma\sqrt{2\pi}} \frac{1}{P} \exp\left[-\frac{(10\log_{10}P - \mu)^2}{2\sigma_{dB}^2}\right] , \quad (6.7)$$

em que $\xi = 10/\log 10$ e

$$\mu = P_{0,dB} - 10\eta \log_{10}\left(\frac{x}{x_0}\right) . \quad (6.8)$$

A expressão (6.7) pode ser reescrita na forma de (5.9), ou seja,

$$f_P(P) = \frac{\xi}{\sigma\sqrt{2\pi}} \frac{1}{P} \exp\left\{-\frac{b}{8} \left[\log\left(\frac{x^2}{\hat{x}^2}\right)\right]^2\right\} , \quad (6.9)$$

onde b é dado por (6.4) e \hat{x} é escrito como

$$\begin{aligned} \hat{x} &= x_0 10^{\frac{P_{0,dB} - P_{dB}}{10\eta}} \\ &= x_0 \left(\frac{P_0}{P}\right)^{1/\eta} . \end{aligned} \quad (6.10)$$

A forma de $f_P(P)$ apresentada em (6.9) é mais apropriada para os nossos propósitos, pois explicita o parâmetro a ser estimado x , facilitando a derivação de $f_P(P)$ com relação à x .

Calculando o logaritmo de (6.9) tem-se

$$\log[f_P(P)] = \log\left(\frac{k}{P}\right) - \frac{b}{8} \left[\log\left(\frac{x^2}{\hat{x}^2}\right) \right]^2, \quad (6.11)$$

com $k = \frac{\xi}{\sqrt{2\pi\sigma}}$.

Agora, tomando-se a segunda derivada de (6.11) com relação ao parâmetro a ser estimado x , resulta em

$$\frac{d^2 \log(f_P(P))}{dx^2} = -\frac{b}{2x^2} \left[2 - \log\left(\frac{x^2}{\hat{x}^2}\right) \right]. \quad (6.12)$$

Por fim, calcula-se o valor médio de (6.12) com relação às observações realizadas \hat{x} ,

$$\begin{aligned} E\left\{ \frac{d^2 \log(f_P(P))}{dx^2} \right\} &= E\left\{ \frac{b}{2x^2} \left[\log\left(\frac{x^2}{\hat{x}^2}\right) - 2 \right] \right\} \\ &= \frac{b}{x^2} E\left\{ \log\left(\frac{x}{\hat{x}}\right) \right\} - \frac{b}{x^2} \\ &= -\frac{b}{x^2} \log\left(E\left\{ \frac{\hat{x}}{x} \right\} \right) - \frac{b}{x^2} \\ &= -\frac{b}{x^2} \log\left(\frac{E\{\hat{x}\}}{x} \right) - \frac{b}{x^2}, \end{aligned} \quad (6.13)$$

Relembrando que $\frac{E\{\hat{x}\}}{x} = \exp\left(\frac{1}{2b}\right)$, de acordo com (6.3), chega-se finalmente a

$$E\left\{ \frac{d^2 \log(f_P(P))}{dx^2} \right\} = -\frac{b}{x^2} \left[\frac{2b+1}{2b} \right]. \quad (6.14)$$

O próximo passo é a determinação da função de polarização $h(x)$. A expressão (6.3) fornece o valor de $E\{\hat{x}\}$. Assim, através de uma rápida manipulação, pode-se reescrever (6.3) como

$$\begin{aligned} E\{\hat{x}\} &= x \exp(\alpha) \\ &= x - x + x \exp(\alpha) \\ &= x + x[\exp(\alpha) - 1], \end{aligned} \quad (6.15)$$

em que $\alpha = 1/2b$.

Comparando (6.15) com (6.5), chega-se que a função do polarizador é

$$h(x) = x \left[\exp\left(\frac{1}{2b}\right) - 1 \right], \quad (6.16)$$

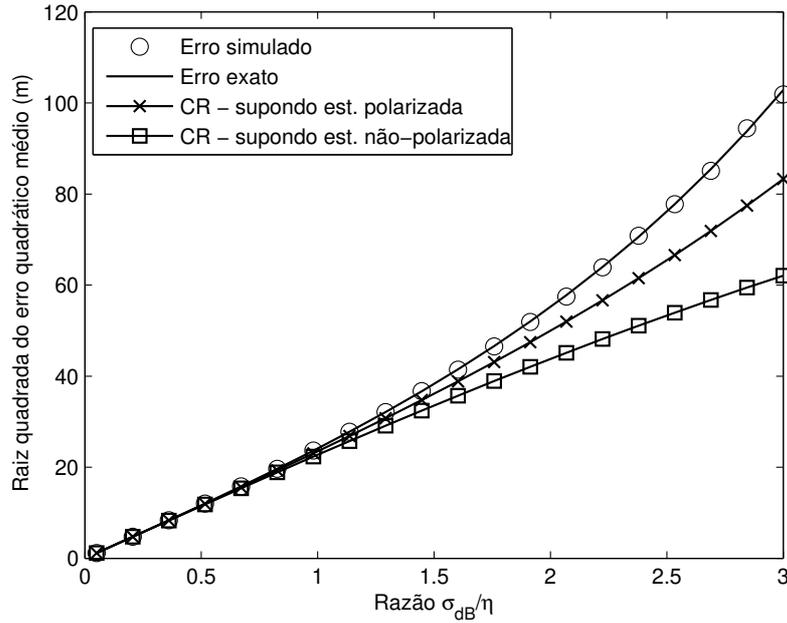


Fig. 6.3: Limites Inferiores de Cramér-Rao quando se consideram estimadores polarizados e não-polarizados, para a rede mostrada na Figura 6.1 com $x = 100$ m, e considerando apenas o desvanecimento lognormal.

com sua derivada em relação a x igual a

$$\frac{dh(x)}{dx} = \exp\left(\frac{1}{2b}\right) - 1. \quad (6.17)$$

Assim, substituindo os resultados obtidos em (6.14), (6.16) e (6.17) na Eq. (6.6), obtém-se o limite de Cramér-Rao para o problema de localização na rede mostrada na Figura 6.1, considerando desvanecimento lognormal e estimador polarizado

$$\sigma_{L,P}^2 = x^2 \left[\exp\left(\frac{1}{2b}\right) - 1 \right]^2 + 2x^2 \frac{\exp\left(\frac{1}{b}\right)}{2b + 1}. \quad (6.18)$$

A expressão do limite inferior de Cramér-Rao quando se supõe estimador não-polarizado pode ser obtida eliminando-se os termos referentes à função de polarização da Eq. (6.6), ou seja,

$$\sigma_{L,\tilde{N}P}^2 = -\frac{1}{E\left\{\frac{d^2 \log(f(P))}{dx^2}\right\}} = \frac{2x^2}{2b + 1}. \quad (6.19)$$

A Figura 6.3 mostra resultados de análise de uma rede como aquela ilustrada na Figura 6.1, para $x = 100$ metros. São apresentados os limites de Cramér-Rao supondo que o estimador é polarizado

e supondo que o estimador é não-polarizado. Além disso, esta figura mostra a raiz quadrada do erro quadrático médio teórico e simulado. O erro quadrático médio teórico para este caso é dado por

$$E\{(x - \hat{x})^2\} = x^2 - 2x^2 \exp\left(\frac{1}{2b}\right) + x^2 \exp\left(\frac{2}{b}\right). \quad (6.20)$$

Primeiramente, observa-se que a diferença entre os valores de limite de Cramér-Rao supondo polarização e não-polarização aumentam com o aumento da intensidade do desvanecimento lognormal (maiores σ_{dB}) ou com a diminuição da perda devido o percurso (menores valores de η).

Observa-se também que a polarização, que de fato existe, na estimativa da distância a partir da potência recebida, provoca um aumento do limite inferior de Cramér-Rao. Assim, o limite de Cramér-Rao calculado levando-se em conta a polarização do estimador está mais próximo do valor de erro quadrático médio obtido por simulação.

6.3 Limite Inferior de Cramér-Rao com estimativas polarizadas para canal com desvanecimento lognormal e Nakagami- m

Na seção anterior, foi apresentada uma análise do limite inferior de Cramér-Rao considerando estimativas polarizadas em um caso simples de localização em uma dimensão. As estimativas eram baseadas em medições de potência do sinal recebido, sobre as quais atuavam somente os efeitos da perda de percurso e do desvanecimento de larga escala, modelado como tendo uma distribuição lognormal.

Nesta seção, esta análise será ampliada para o caso em que o modelo de canal de propagação inclui também o desvanecimento de pequena escala, modelado como um processo Nakagami. Como será visto, a inclusão do desvanecimento Nakagami enfatiza a polarização das estimativas de x .

6.3.1 O desvanecimento de pequena escala

O desvanecimento de pequena escala (ou rápido) se caracteriza por rápidas flutuações na amplitude do sinal devido aos múltiplos percursos de propagação do sinal. Assim, o sinal que parte do transmissor chega ao receptor em forma de várias réplicas, com diferentes amplitudes e fases que somam-se, resultando em um sinal cujo envelope é oscilante.

O desvanecimento de pequena escala é geralmente modelado como um processo aleatório, e as distribuições geralmente empregadas nesta modelagem são *Rayleigh*, *Rice* ou *Nakagami- m* . Na análise apresentada nesta seção, o desvanecimento de pequena escala será modelado como um processo *Nakagami- m* [30], conhecido então como *desvanecimento Nakagami*.

A distribuição Nakagami é dada por

$$f_z(w) = \frac{2 m^m w^{2m-1}}{\Gamma(m)P^m} \exp\left\{-\frac{m w^2}{P}\right\} \quad m \geq 1/2, \quad (6.21)$$

em que P é a potência média do sinal ($P = E\{z^2\}$), $\Gamma(\cdot)$ é a função gama e m é o parâmetro de Nakagami que caracteriza a intensidade do desvanecimento. Quanto menor for m , mais severo é o desvanecimento e quando $m \rightarrow \infty$, $f_z(w)$ torna-se um impulso, o que caracteriza a situação sem desvanecimento.

Deve-se notar que a distribuição Nakagami é observada no envelope do sinal e não na sua potência. A potência de um sinal afetado pelo desvanecimento Nakagami tem distribuição *gama*, dada por

$$f_{z^2}(w) = \left(\frac{m}{P}\right)^m \frac{w^{m-1}}{\Gamma(m)} \exp\left\{-\frac{m w}{P}\right\}. \quad (6.22)$$

Quando o desvanecimento de larga escala é também considerado, o valor médio da potência do sinal (parâmetro P nas expressões (6.21) e (6.22)) é agora uma variável aleatória. Para o desvanecimento de larga escala lognormal, P segue a distribuição lognormal dada por (6.7).

Portanto, quando o desvanecimento Nakagami- m e o desvanecimento lognormal são considerados, a potência do sinal recebido segue uma distribuição composta *gama - lognormal* dada por

$$f_{z^2}(w) = \int_0^\infty \left(\frac{m}{P}\right)^m \frac{w^{m-1}}{P^m} \exp\left\{-\frac{m w}{P}\right\} \times \frac{\xi}{\sigma\sqrt{2\pi}} \frac{1}{P} \exp\left[-\frac{(10\log_{10}P - \mu)^2}{2\sigma_{dB}^2}\right] dP. \quad (6.23)$$

Pode-se mostrar [30] que a distribuição em (6.23) pode ser aproximada por uma distribuição lognormal cujo valor médio μ_1 e variância $\sigma_{1,dB}^2$ dependem do valor médio e variância do desvanecimento lognormal (μ e σ_{dB}^2) e do parâmetro m do desvanecimento Nakagami na seguinte forma:

$$\mu_1 = \mu + A \quad (6.24)$$

e

$$\sigma_{1,dB}^2 = \sigma_{dB}^2 + B^2, \quad (6.25)$$

em que as variáveis A e B são dadas por

$$A = \frac{10}{\log(10)} \left[-0,5772 + \sum_{k=1}^{m-1} \frac{1}{k} - \log(m) \right] \quad (6.26)$$

$$B^2 = \left[\frac{10}{\log(10)} \right]^2 \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(m+k)^2}. \quad (6.27)$$

A aproximação acima é válida para $\sigma_{dB} > 6$ quando $m = 1$, e para todos os valores de σ_{dB} quando $m > 2$.

Assim, a nova relação entre a potência recebida e a distância é dada por

$$P_{1,dB} = P_{0,dB} - 10\eta \log_{10} \left(\frac{x}{x_0} \right) + \chi + A, \quad (6.28)$$

em que χ é uma variável aleatória com distribuição normal de média nula e variância $\sigma_{1,dB}^2$.

A determinação do limite de Cramér-Rao para este caso (com desvanecimento lognormal e Nakagami) seguirá as mesmas duas etapas empregadas no caso em que o modelo de canal continha apenas o desvanecimento lognormal. Começaremos, no entanto, pela determinação do valor médio estimado $E\{\hat{x}_1\}$ e da função de polarização.

Usando um estimador do mesmo tipo empregado na Seção 6.1, ou seja,

$$\hat{x}_1 = x_0 10^{\frac{P_{0,dB} - P_{1,dB}}{10\eta}}, \quad (6.29)$$

pode-se mostrar que a nova expressão do estimador incluindo o desvanecimento Nakagami é

$$\hat{x}_1 = x 10^{\frac{-(\chi+A)}{10\eta}}. \quad (6.30)$$

A esperança de (6.30) é dada por

$$\begin{aligned} E\{\hat{x}_1\} &= x 10^{\frac{-A}{10\eta}} E\{10^{\frac{-\chi}{10\eta}}\} \\ &= x 10^{\frac{-A}{10\eta}} \exp\left(\frac{1}{2b_1}\right) \\ &= x \exp(\beta), \end{aligned}$$

com

$$b_1 = \left(\frac{10\eta}{\sigma_{1,dB} \log 10} \right)^2 \quad (6.31)$$

e

$$\beta = \frac{1}{2b_1} - \frac{A \log 10}{10\eta}. \quad (6.32)$$

De imediato percebe-se, mais uma vez, a polarização existente nas estimativas de distância, agora com a inclusão dos efeitos do desvanecimento de pequena escala. Observa-se que a polarização depende não apenas da razão $\sigma_{1,dB}/\eta$, mas também do valor de η , como mostra (6.32). Esta dependência do valor particular de η fica claro nas Figuras 6.4 e 6.5 em que são mostrados os valores de $E\{\hat{x}_1\}$ para a rede da Figura 6.1, e para $m = 2, 5$ e $m = 5$, respectivamente. Portanto, em ambientes com baixa perda de percurso, o efeito do desvanecimento na estimativa é enfatizado. Observa-se também

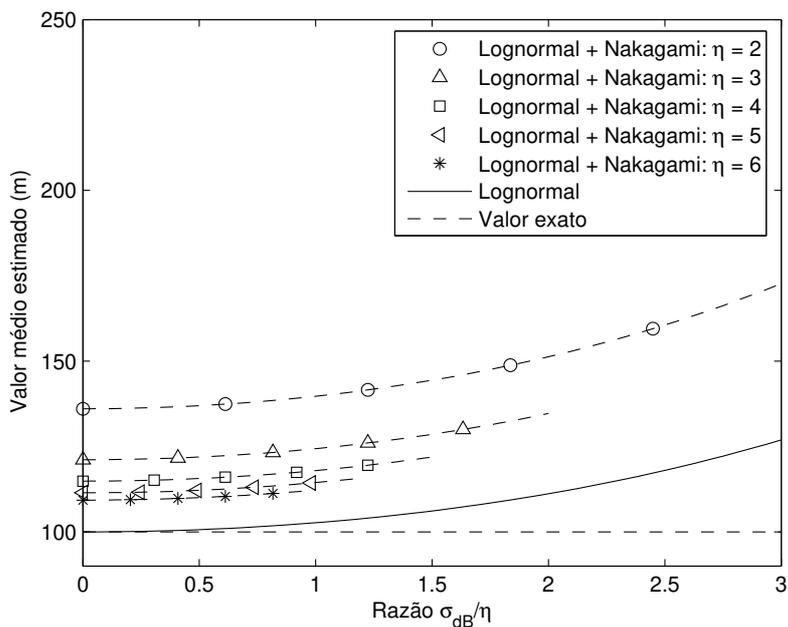


Fig. 6.4: Polarização na estimação de x com desvanecimento lognormal e Nakagami, para a rede mostrada na Figura 6.1 com $x = 100$ metros e parâmetro de Nakagami $m = 2, 5$.

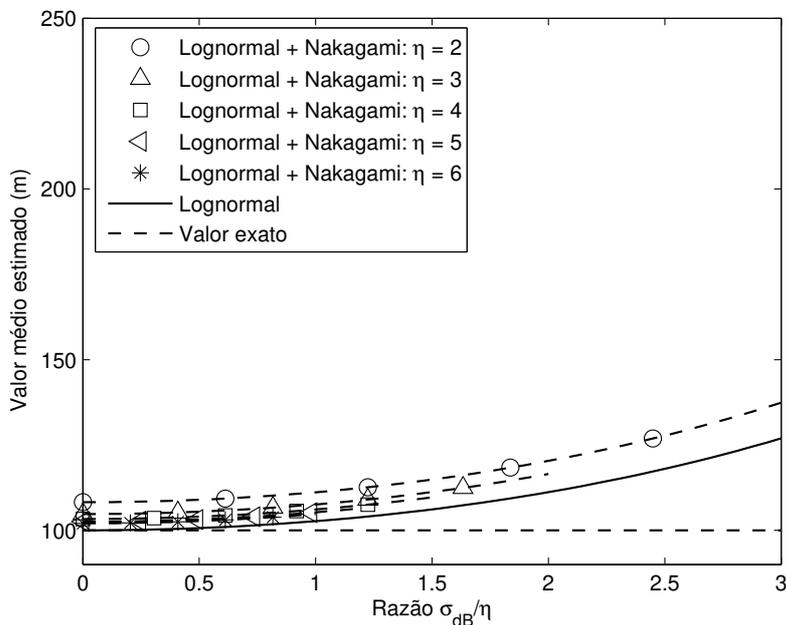


Fig. 6.5: Polarização na estimação de x com desvanecimento lognormal e Nakagami, para a rede mostrada na Figura 6.1 com $x = 100$ metros e parâmetro de Nakagami $m = 5$.

que, como esperado, quando m cresce, o caso com desvanecimento lognormal e Nakagami tende para o caso com desvanecimento lognormal apenas.

Retornando à derivação da função de polarização, seguindo mesmo procedimento adotado para obtenção de (6.15), chega-se a

$$\begin{aligned} E\{\hat{x}_1\} &= x \exp(\beta) \\ &= x - x + x \exp(\beta) \\ &= x + x[\exp(\beta) - 1]. \end{aligned} \tag{6.33}$$

Portanto, a função de polarização é dada por

$$h_1(x) = x [\exp(\beta) - 1]. \tag{6.34}$$

Consideremos agora a distribuição da potência do sinal recebido. Para o caso com desvanecimento lognormal e Nakagami, a potência do sinal recebido é aproximada para uma variável com distribuição lognormal de média μ_1 e variância $\sigma_{1,dB}^2$, ou seja

$$f_{P_1}(P_1) = \frac{\xi}{\sigma_{1,dB}\sqrt{2\pi}} \frac{1}{P_1} \exp\left[-\frac{(10\log_{10}P_1 - \mu_1)^2}{2\sigma_{1,dB}^2}\right], \tag{6.35}$$

onde $\xi = 10/\log 10$.

Novamente seguindo a derivação descrita no Apêndice D, podemos reescrever (6.35) da seguinte forma

$$f_{P_1}(P_1) = \frac{\xi}{\sigma_{1,dB}\sqrt{2\pi}} \frac{1}{P_1} \exp\left\{-\frac{b_1}{8} \left[\log\left(\frac{x^2}{\hat{x}_1^2}\right)\right]^2\right\}, \tag{6.36}$$

em que

$$b_1 = \left(\frac{10\eta}{\sigma_{1,dB}\log 10}\right)^2. \tag{6.37}$$

A segunda derivada de $f_{P_1}(P_1)$ é então

$$\frac{d^2 \log(f_{P_1}(P_1))}{dx^2} = -\frac{b_1}{x^2} + \frac{b_1}{2x^2} \log\left(\frac{x^2}{\hat{x}_1^2}\right). \tag{6.38}$$

Por fim, tomando-se a esperança com relação à \hat{x}_1 obtém-se

$$\begin{aligned}
 E\left\{\frac{d^2\log(f_{P_1}(P_1))}{dx^2}\right\} &= \frac{b_1}{2x^2} \cdot E\left\{\log\left(\frac{x^2}{\hat{x}_1^2}\right)\right\} - \frac{b_1}{x^2} \\
 &= \frac{b_1}{2x^2} \left[-2\log E\left\{\frac{\hat{x}_1}{x}\right\} - 2\right] \\
 &= -\frac{b_1}{x^2} \left[\log\left(\frac{E\{\hat{x}_1\}}{x}\right) + 1\right] \\
 &= -\frac{b_1}{x^2} \left\{\log[\exp(\beta)] + 1\right\}
 \end{aligned} \tag{6.39}$$

e, portanto

$$E\left\{\frac{d^2\log(f_{P_1}(P_1))}{dx^2}\right\} = -\frac{b_1}{x^2} [\beta + 1]. \tag{6.40}$$

Finalmente, com as expressões (6.34) e (6.40) aplicadas a (6.6), obtém-se a expressão do limite inferior de Cramér-Rao, considerando a polarização das estimativas e desvanecimento lognormal e Nakagami:

$$\sigma_{LN,P}^2 = x^2 [\exp(\beta) - 1]^2 + \frac{x^2 \exp(2\beta)}{b_1(\beta + 1)}. \tag{6.41}$$

A Figura 6.6 mostra o limite inferior de Cramér-Rao, comparando o caso com desvanecimento lognormal e o caso com desvanecimento lognormal e Nakagami, para a topologia mostrada na Figura 6.1 com $x = 100$ m, e $\eta = 3$. Observa-se que, em concordância com os resultados mostrados nas Figuras 6.4 e 6.5, a presença do desvanecimento Nakagami eleva o erro de estimação. Além disso, observa-se que se $m \rightarrow \infty$, o limite para o caso com desvanecimento lognormal e Nakagami tende para o caso com desvanecimento lognormal apenas.

Por fim, a Figura 6.7 compara resultados de simulação para o estimador

$$\hat{x} = x_0 10^{\frac{P_0 - P_{rx}}{10\eta}} \tag{6.42}$$

para os casos com desvanecimento lognormal apenas e com desvanecimento lognormal e Nakagami. Para este último caso, é também exibido o resultado quando aproximação sugerida por Stüber (Eqs. (6.24) e (6.25)) é adotada. Observa-se que para o caso com desvanecimento lognormal e Nakagami, os resultados de simulação (com e sem aproximação) estão mais distantes do respectivo limite de Cramér-Rao do que no caso com desvanecimento lognormal apenas. Esta diferença pode ser justificada pela aproximação empregada para a distribuição conjunta lognormal-Nakagami.

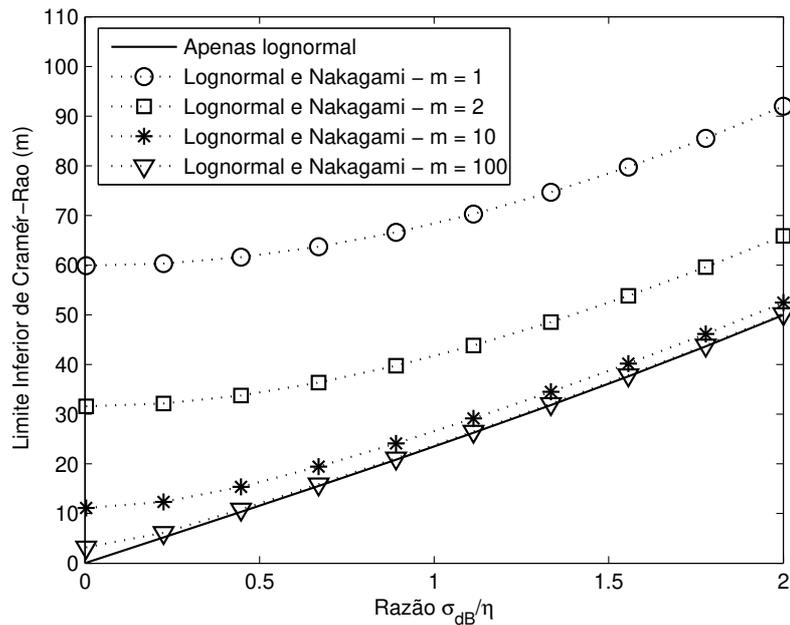


Fig. 6.6: Comparação entre os limites inferiores de Cramér-Rao com polarização das estimativas, com desvanecimento lognormal Nakagami, para a rede mostrada na Figura 6.1 com $x = 100$ metros e $\eta = 3$.

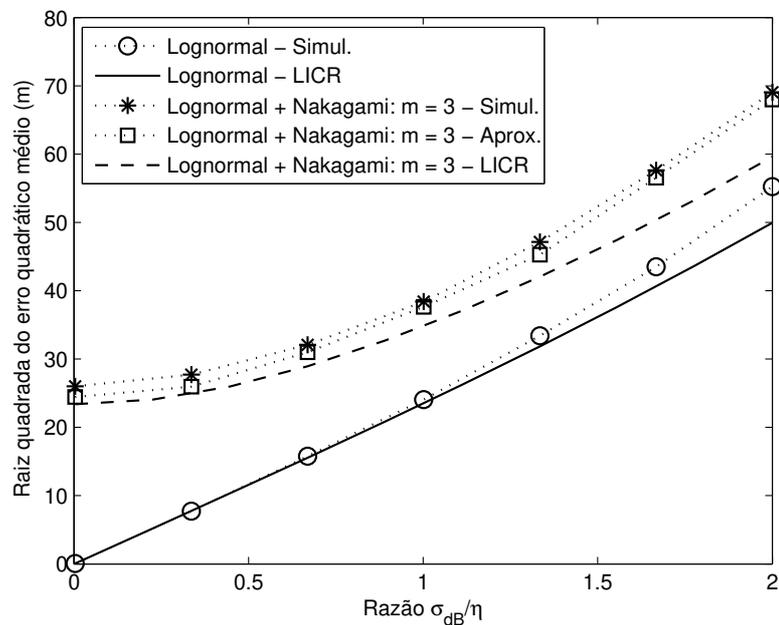


Fig. 6.7: Comparação entre o Limite Inferior de Cramér-Rao e resultados de simulação para canal como desvanecimento lognormal Nakagami, para a rede mostrada na Figura 6.1 com $x = 100$ metros e $\eta = 3$.

6.4 Conclusões

Analisando com mais detalhes a técnica de estimação de distâncias baseadas em observações de potências do sinal recebido, verificou-se que, quando estas são afetadas pelo desvanecimento lento, modelado como um processo lognormal, tais estimativas de distâncias sofrem os efeitos da polarização introduzida pelo estimador. Esse fato estimulou uma análise mais profunda do limite inferior de Cramér-Rao, dessa vez incluindo os efeitos da polarização. Nesse contexto, comparando os dois casos (inclusão ou não dos efeitos da polarização), pôde-se perceber a influência da polarização no LICR dependente da razão σ_{dB}/η . Quando esta razão tem valor pequeno, a polarização tem efeitos desprezíveis no LICR. Contudo, quando a razão cresce, o que ocorre em ambientes com altos níveis de desvanecimento ou baixos níveis de perda de percurso, os efeitos da polarização se tornam mais evidentes. Outro resultado obtido é que a introdução dos efeitos de desvanecimento de pequena escala, modelado com uma variável *Nakagami*, faz com que o LICR do erro de localização seja maior do que aquele obtido quando se considera somente o desvanecimento lento. O aumento do LICR se acentua à medida que os efeitos do desvanecimento de pequena escala crescem, traduzidos pela diminuição do parâmetro m da distribuição *Nakagami*. Em outras palavras, um aumento dos níveis dos desvanecimentos de larga e pequena escala é nocivo ao desempenho de técnicas de localização que utilizam como observações a potência do sinal recebido para estimar as distâncias entre os terminais.

Capítulo 7

Conclusões e Investigações Futuras

Devido à importância das redes de sensores sem fio (RSSF) atualmente, o problema da localização neste tipo de redes tem atraído grandes esforços de pesquisa. Tais pesquisas têm resultado em um grande número de técnicas de localização propostas.

O Capítulo 3 mostrou como as técnicas de localização podem ser classificadas. Algumas das principais técnicas existentes na literatura foram brevemente apresentadas. Três técnicas encontradas na literatura foram selecionadas para análise de desempenho. Como uma das contribuições deste trabalho, foram propostas nesse capítulo duas técnicas de localização, denominadas *Média de Multilaterações* e *Média de Distâncias entre estimativas Intermediárias e Âncoras*, ambas baseadas na potência do sinal recebido (RSS) e que se destacam pela sua simplicidade.

O Capítulo 4 mostrou uma análise comparativa de desempenho (erro de localização) entre as técnicas discutidas no Capítulo 3. Uma característica importantes destas técnicas é o fato delas empregarem na localização apenas as distâncias entre os terminais desconhecidos e terminais-âncora, e não as distâncias entre terminais desconhecidos. Foram avaliados os efeitos do ambiente de propagação, como o desvanecimento de larga escala e as perdas de percurso, e também de aspectos relacionados à topologia da rede, como densidade e disposição dos terminais-âncora. Foi observado que, como esperado, a adição de terminais-âncora reduz o erro de localização. No entanto, há um limite para o número de terminais-âncora, acima do qual torna-se inútil adicionar novos terminais-âncora, já que pouca ou nenhuma melhoria é observada. Avaliou-se também os efeitos do formato do arranjo de terminais-âncora no desempenho, comparando-se os casos com um arranjo regular e com um arranjo aleatório. Observou-se que algumas técnicas são mais sensíveis que outras, o que pode ser um fator importante no custo de implementação das técnicas de localização. Quanto aos efeitos do canal de propagação, verificou-se que o desempenho degrada quando a razão entre o desvio padrão de desvanecimento lognormal e o expoente de perda de percurso aumenta. Por fim, foi mostrado que erro de localização é maior na periferia da rede e menor no centro da rede, e que esta diferença pode ser

reduzida posicionando os terminais-âncora na periferia da rede.

O Capítulo 5 mostrou uma análise do desempenho de técnicas de localização, agora empregando o limite de Cramér-Rao para o erro de localização como ferramenta de análise. Técnicas avaliadas foram aquelas baseadas nas observações de potência recebida, ângulo de chegada e tempo de chegada (ToA). Neste capítulo as técnicas empregavam também as observações entre dois terminais desconhecidos, e não apenas entre terminais desconhecidos e âncoras. Foram comparados os efeitos da adição de terminais-âncora e de terminais desconhecidos no desempenho. Observou-se que adicionar terminais desconhecidos também aumenta o desempenho do processo de localização, porém em um menor grau do que o aumento observado pela adição de terminais-âncora. Neste sentido, foi avaliada a equivalência entre terminais-âncora e terminais desconhecidos quando se pretende reduzir o erro de localização pela adição de terminais na rede. Na investigação dos efeitos da disposição dos terminais-âncora na rede, foi confirmada a conclusão obtida no Capítulo 4, de que o erro de localização assume maiores valores na periferia da rede. Assim, dispor âncoras nessa região promove uma uniformização do erro pela rede, além de reduzir o erro médio. Em um outro experimento, observou-se que o grau de aleatoriedade na disposição dos terminais desconhecidos também tem impactos sobre o processo de localização: quanto mais aleatória é a disposição, além do erro tornar-se levemente maior, maior é sua variação pela rede, indicando que existe uma dependência entre o erro de localização e a posição relativa entre desconhecidos e âncoras. Por fim, observou-se que as dimensões da rede (ou seja, as distâncias entre os terminais) têm um forte impacto no erro de localização para a técnica baseada na potência recebida, enquanto que para as técnicas baseadas no tempo de chegada e no ângulo de chegada este impacto é menor.

Finalmente, o Capítulo 6 analisou a questão da polarização das estimativas de distâncias entre dois terminais baseadas na potência recebida, que são usadas nas técnicas de localização. Na literatura, os trabalhos tratando do limite de Cramér-Rao para o problema de localização supõem que estas estimativas não são polarizadas. No entanto, foi mostrado que em ambientes com elevados níveis de desvanecimento ou baixa atenuação devido o percurso esta suposição não é mais válida. Neste sentido, foi derivada uma nova expressão para o limite de Cramér-Rao considerando a polarização, para um caso simples de estimador. Aproveitando esta análise da polarização, foram derivadas expressões para o limite de Cramér-Rao para o erro de localização considerando os efeitos do desvanecimento Nakagami. Foi observado que este tipo de desvanecimento promove um aumento do erro de localização.

7.1 Investigações Futuras

São listadas abaixo algumas propostas para trabalhos futuros relacionados ao que trata esta dissertação:

- Este trabalho analisou o desempenho de técnicas de localização que utilizam apenas as observações entre terminais desconhecidos e terminais-âncora (Capítulo 4) e o desempenho de técnicas que utilizam também as observações entre terminais desconhecidos (Capítulo 5). Uma evolução imediata desta análise é a comparação entre estas duas classes de técnicas de localização, tanto por meio de simulação, como por meio do limite inferior de Cramér-Rao.
- No Capítulo 6 foi derivada uma expressão para o limite de Cramér-Rao, considerando a polarização das estimativas de distância por meio da potência recebida, e para um caso simples de estimador para uma rede de uma dimensão. A evolução desta linha de pesquisa é a consideração do caso de redes de duas dimensões. A dificuldade deste estudo está na derivação da expressão do estimador supondo a polarização. Esta dificuldade por ser contornada por meio do uso de métodos semi-analíticos.
- Os experimentos realizados no Capítulo 4 deste trabalho consideraram que os níveis de desvanecimento no sinal entre pares de terminais eram independentes. No entanto, esta é uma hipótese simplificadora, uma vez que existe correlação espacial no desvanecimento. Portanto, propõe-se como trabalho futuro a investigação da correlação espacial do desvanecimento no desempenho de técnicas de localização.
- Os resultados apresentados neste trabalho mostraram que a principal causa de degradação do desempenho das técnicas de localização baseadas na potência do sinal é o erro de estimação das distâncias entre dois terminais, devido ao desvanecimento. Como trabalho futuro pretende-se investigar formas de reduzir este erro de estimação. Uma possibilidade é estabelecer uma relação conhecida entre as distâncias do terminal desconhecido até terminais-âncora, e usar esta relação para corrigir as estimativas destas distâncias.
- Outra proposta de continuação deste trabalho é a implementação física de técnicas de localização, para que seja possível observar o comportamento do processo de localização em um cenário real, e comparar tais resultados com aqueles obtidos nas simulações.

Referências Bibliográficas

- [1] I. Chlamtac, M. Conti, J. N. Liu, *Mobile Ad-Hoc Networking: imperatives and challenges*. Ad-Hoc Networks, 1(1):13-64, Julho 2003.
- [2] A.A.F. Loureiro, J.M. Nogueira, L.B. Ruiz, R.A. Mini, E.F. Nakamura, C.M. Figueiredo, *Redes de Sensores Sem Fio*. XXI Simpósio Brasileiro de Redes de Computadores, 179-226, 2002.
- [3] I. F. Akyildiz, W. Su, Y. Sankarasubramaniam, E. Cayirci, *Wireless sensor networks: a survey*. Computer Networks, 38(4):393-422, Março 2002.
- [4] J. Elson, D. Estrin, *Sensor Networks: a bridge to the physical world*. Wireless Sensor Networks, cap. 1, págs 3-20, C.S. Raghavendra, K.M. Sivaligam, T. Znati, 2004.
- [5] A. Savvides, C.C. Han, M.B. Strivastava, *Dynamic fine-grained localization in Ad-Hoc networks of sensors*, Proceedings of the 7th annual international conference on Mobile computing and networking, 166-179, 2001.
- [6] D. Niculescu, B. Nath, *Ad hoc positioning system (APS)*, Global Telecommunications Conference, 5:2926-2931, Novembro 2001.
- [7] L. Doherty, K. S. J. Pister, L. E. Ghaoui *Convex position estimation in wireless sensor networks*, Twentieth Annual Joint Conference of the IEEE Computer and Communications Societies, 3(3):1655-1663, Abril 2001.
- [8] J.A. Costa, N. Patwari, A.O. Hero III, *Achieving high-accuracy distributed localization in sensor networks*, IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 3(3):iii/641-iii/644, Março 2005.
- [9] N. Patwari, R.J. O’Dea, Y. Wang, *Relative Location in Wireless Networks*, IEEE Vehicular Technology Conference, 1149-1153, Maio 2001.
- [10] R. Min, M. Bhardwaj, S.H. Cho, E. Shih, A. Sinha, A. Wang, A. Chandrakasan, *Low-Power Wireless Sensor Networks*, 14th International Conference on VLSI Design, 205-210, 2001.

- [11] C.Y. Chong, S. Kumar, *Sensor networks: evolution, opportunities, and challenges*. Proceedings of IEEE, 91(8): 1247-1256, Agosto 2003.
- [12] N. Patwari, J.N. Ash, S. Kyperountas, A.O. Hero III, R.L. Moses, N.S. Correal, *Locating the nodes: cooperative localization in wireless sensor networks*, IEEE Signal Processing Magazine, 22(4):54-69, Julho 2005.
- [13] N. Patwari, *Location Estimation in Sensor Networks*, Tese de Doutorado, University of Michigan, 2005.
- [14] N. Bulusu, J. Heidemann, D. Estrin, *GPS-less low-cost outdoor localization for very small devices*, IEEE Personal Communications, 7(5):28-34, Outubro 2000.
- [15] D. Niculescu, B. Nath, *Ad hoc positioning system (APS) using AOA*, 22nd Annual Joint Conference of the IEEE Computer and Communications Societies, 3:1734-1743, Março 2003.
- [16] Y. Shang and W. Ruml and Y. Zhang and M. P. J. Fromherz *Localization from mere connectivity*, Proceedings of the 4th ACM International Symposium on Mobile Ad Hoc Networking and Computing, 201-212, 2003.
- [17] Y. Shang, W. Ruml *Improved MDS-based localization*, Twenty-third Annual Joint Conference of the IEEE Computer and Communications Societies, 4(4):2640-2651, Março 2004.
- [18] S. Capkun, M. Hamdi, Jean-Pierre Hubaux, *GPS-free Positioning in Mobile Ad Hoc Networks*, Cluster Computing, 5(2):157-167, Novembro 2002.
- [19] X. Ji, H. Zha, *Robust sensor localization algorithm in wireless ad-hoc sensor networks*, The 12th International Conference on Computer Communications and Networks, 527-532, Outubro 2003.
- [20] C. Savarese, *Robust Positioning Algorithm for Distributed Ad-Hoc Wireless Sensor Networks*, Dissertação de Mestrado, Universidade da California.
- [21] T. He, C. Huang, B.M. Blum, J.A. Stankovic, T. Abdelzaher, *Range-free localization schemes for large scale sensor networks*, Proceedings of the 9th Annual International Conference on Mobile Computing and Networking, 81-95, 2003.
- [22] Pi-Chun Chen, *A Non-Line-of-Sight Error Mitigation Algorithm in Location Estimation*, Wireless Communications and Networking Conference, 1:316-320, Setembro 1999.

- [23] J. O. Smith and J. S. Abel, *The Spherical Interpolation Method of Source Localization*, IEEE Journal of Oceanic Engineering, OE-12(1): 246-252, Janeiro 1987.
- [24] J.R. Shewchuk, *An Introduction to the Conjugate Gradient Method Without the Agonizing Pain*, An Introduction to the Conjugate Gradient Method Without the Agonizing Pain, Agosto 2004.
- [25] K. K. Chintalapudi, A. Dhariwal, R. Govindan, G. Sukhatme, *Ad-hoc localization using ranging and sectoring*, Twenty-third Annual Joint Conference of the IEEE Computer and Communications Societies, 4:2662-2672, Março 2004.
- [26] H.L. Van Trees, *Detection, Estimation and Modulation Theory, Part I*, John Wiley and Sons, 1968.
- [27] D. Johnson, *Cramer-Rao Bound*, disponível em <http://cnx.org/content/m11266>, The Connexions Project, 2003.
- [28] N. Patwari, A. O. Hero, M. Perkins, N. S. Correal, R. J. O'Dea, *Relative Location Estimation in Wireless Sensor Networks*, IEEE Transactions on Signal Processing, 51(8):2137-2148, Agosto 2003.
- [29] Neal Patwari [homepage na Internet]. Utah: Universidade de Utah; [atualizada em 07/01/2007; acesso em 01/09/2006]. Disponível em: <http://www.ece.utah.edu/~npatwari/>
- [30] G. L. Stüber, *Principles of Mobile Communication*, Kluwer Academic Publishers, 1997.

Apêndice A

O método da lateração

As técnicas PR, MM e MDIA empregam em alguma etapa do processamento o método da lateração. Neste apêndice a formulação do método da lateração é apresentada, já com a notação para o problema de localização em duas dimensões.

O método da lateração parte do conhecimento (ou estimativas) das distâncias d_i entre o terminal desconhecido de posição (x, y) , e $m \geq 3$ terminais-âncora A_i , localizados nas posições (x_i, y_i) , $i = 1, \dots, m$.

Portanto, tem-se um sistema de m equações

$$\begin{cases} d_1^2 = (x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 \\ d_2^2 = (x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 \\ \vdots \\ d_m^2 = (x - x_m)^2 + (y - y_m)^2 \end{cases}, \quad (\text{A.1})$$

cujas incógnitas são as coordenadas do terminal desconhecido (x, y) . Tal sistema de equações pode ser linearizado subtraindo a última equação de todas as outras $m - 1$ equações, levando a um novo sistema que pode ser escrito na forma matricial

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b}, \quad (\text{A.2})$$

em que

$$\mathbf{A} = -2 \begin{bmatrix} (x_1 - x_m) & (y_1 - y_m) \\ \vdots & \vdots \\ (x_{m-1} - x_m) & (y_{m-1} - y_m) \end{bmatrix}, \quad (\text{A.3})$$

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} d_1^2 - d_m^2 - x_1^2 + x_m^2 - y_1^2 + y_m^2 \\ \vdots \\ d_{m-1}^2 - d_m^2 - x_{m-1}^2 + x_m^2 - y_{m-1}^2 + y_m^2 \end{bmatrix} \quad (\text{A.4})$$

e

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}. \quad (\text{A.5})$$

O sistema de (A.2) pode ser resolvido com o uso do método dos mínimos quadrados, resultando em

$$\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{b}. \quad (\text{A.6})$$

Apêndice B

Valor médio da distância estimada

Seja \hat{d} a estimativa de uma distância d corrompida pelo desvanecimento de larga escala, modelado como um processo lognormal. Então,

$$\hat{d} = d 10^{\frac{-\chi}{10\eta}}, \quad (\text{B.1})$$

onde χ é uma variável aleatória normal com média nula e desvio-padrão σ_{dB} , e η é o expoente de perda de percurso. A esperança (valor médio) de \hat{d} é dado por

$$\begin{aligned} E\{\hat{d}\} &= \int_{-\infty}^{\infty} d 10^{\frac{-\chi}{10\eta}} \cdot \frac{1}{\sigma_{dB}\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{\chi^2}{2\sigma_{dB}^2}\right\} d\chi \\ &= \frac{d}{\sigma_{dB}\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left\{-\frac{\chi \log 10}{10\eta}\right\} \exp\left\{-\frac{\chi^2}{2\sigma_{dB}^2}\right\} d\chi \\ &= \frac{d}{\sigma_{dB}\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\left(\frac{1}{2\sigma_{dB}^2} \chi^2 + \frac{\log 10}{10\eta} \chi\right)\right] d\chi. \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

Com auxílio da identidade

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp[-(a x^2 + b x)] dx = \sqrt{\frac{\pi}{a}} \exp\left(\frac{b^2}{4a}\right),$$

chega-se a

$$\begin{aligned} E\{\hat{d}\} &= d \exp\left[\frac{1}{2} \left(\frac{\sigma_{dB} \log 10}{10\eta}\right)^2\right] \\ &= d \exp\left(\frac{1}{2b}\right), \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

com

$$b = \left(\frac{10\eta}{\sigma_{db} \log 10} \right)^2. \quad (\text{B.4})$$

Apêndice C

Formulação matemática do Limite Inferior de Cramér-Rao

Neste apêndice é apresentada a formulação geral do Limite Inferior de Cramér-Rao [26], para o caso de um estimador não-polarizado. Seja $\hat{a}(\mathbf{X})$ a estimação não-polarizada de um parâmetro determinístico A , feita a partir das observações \mathbf{X} . A função densidade de probabilidade das observações \mathbf{X} é $f(\mathbf{X}|A)$, também denominada *função de verossimilhança*.

Teorema 1 *A desigualdade de Cramér-Rao estabelece que, assumindo a condição de regularidade para $f(\mathbf{X}|A)$*

$$E \left\{ \frac{\partial \log f(\mathbf{X}|A)}{\partial A} \right\} = 0 \quad \text{para todo } A, \quad (\text{C.1})$$

qualquer estimador não-polarizado obedece:

$$\text{var}[\hat{a}(\mathbf{X}) - A] \geq \left(E \left\{ \left[\frac{\partial \log f(\mathbf{X}|A)}{\partial A} \right]^2 \right\} \right)^{-1}. \quad (\text{C.2})$$

Prova: Uma vez que se assume estimativas não-polarizadas, temos que:

$$E[\hat{a}(\mathbf{X}) - A] \triangleq \int_{-\infty}^{\infty} f(\mathbf{X}|A)[\hat{a}(\mathbf{X}) - A]d\mathbf{X} = 0. \quad (\text{C.3})$$

Derivando com respeito a A , obtém-se:

$$\frac{d}{dA} \int_{-\infty}^{\infty} f(\mathbf{X}|A)[\hat{a}(\mathbf{X}) - A]d\mathbf{X} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial}{\partial A} \{f(\mathbf{X}|A)[\hat{a}(\mathbf{X}) - A]\} d\mathbf{X} = 0.$$

Aplicando a regra da cadeia, chega-se a

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial f(\mathbf{X}|A)}{\partial A} [\hat{a}(\mathbf{X}) - A] d\mathbf{X} - \int_{-\infty}^{\infty} f(\mathbf{X}|A) d\mathbf{X} = 0. \quad (\text{C.4})$$

Sabendo que o segundo termo do lado esquerdo da equação (C.4) é igual a 1, e que

$$\frac{\partial f(\mathbf{X}|A)}{\partial A} = \frac{\partial \log f(\mathbf{X}|A)}{\partial A} f(\mathbf{X}|A),$$

então, resulta

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial \log f(\mathbf{X}|A)}{\partial A} f(\mathbf{X}|A) [\hat{a}(\mathbf{X}) - A] d\mathbf{X} = 1.$$

Reescrevendo a equação acima na forma

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{\partial \log f(\mathbf{X}|A)}{\partial A} \sqrt{f(\mathbf{X}|A)} \right] \left[\sqrt{f(\mathbf{X}|A)} [\hat{a}(\mathbf{X}) - A] \right] d\mathbf{X} = 1$$

e aplicando a desigualdade de Schwarz, tem-se que

$$\left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{\partial \log f(\mathbf{X}|A)}{\partial A} \right]^2 f(\mathbf{X}|A) d\mathbf{X} \right\} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} [\hat{a}(\mathbf{X}) - A]^2 f(\mathbf{X}|A) d\mathbf{X} \right\} \geq 1,$$

de onde se obtém

$$E\{[\hat{a}(\mathbf{X}) - A]^2\} \geq E \left\{ \left[\frac{\partial \log f(\mathbf{X}|A)}{\partial A} \right]^2 \right\}^{-1}.$$

Apêndice D

Função densidade de probabilidade da potência recebida sob desvanecimento lognormal

Seja P_{dB} a variável aleatória normal com média μ e desvio-padrão σ , que modela a potência recebida (em decibéis) a uma distância d do transmissor, em um ambiente de propagação com perda de percurso e desvanecimento lognormal. O valor médio μ é dado por

$$\mu = P_{0,dB} - 10 \eta \log_{10} \left(\frac{d}{d_0} \right), \quad (\text{D.1})$$

em que η é o expoente de perda de percurso e $P_{0,dB}$ é a potência medida a uma distância de referência d_0 .

A função densidade de probabilidade da potência P recebida em watts, ou seja

$$P = 10^{P_{dB}/10} \quad (\text{D.2})$$

é dada por

$$f_P(P) = \frac{\xi}{\sigma\sqrt{2\pi}} \frac{1}{P} \exp \left[-\frac{(10\log_{10}P - \mu)^2}{2\sigma^2} \right] \quad (\text{D.3})$$

em que $\xi = 10/\log 10$.

De modo a simplificar a Eq. (D.3), seja

$$z = 10\log_{10}P - \mu = 10\log_{10}P - [P_{0,dB} - 10\eta\log_{10}(d/d_0)].$$

Logo

$$\begin{aligned} z &= 10\log_{10}P - 10\log_{10}P_0 + 10\eta\log_{10}(d/d_0) \\ &= \eta \left[\frac{10}{\eta}\log_{10}P - \frac{10}{\eta}\log_{10}P_0 + 10\log_{10}\left(\frac{d}{d_0}\right) \right] \\ &= \eta \left[10\log_{10}\left(\frac{P}{P_0}\right)^{\frac{1}{\eta}} + 10\log_{10}(d) - 10\log_{10}(d_0) \right], \end{aligned}$$

com $P_0 = 10^{P_0, dB/10}$ e, portanto,

$$z = \eta \left\{ 10\log_{10} \left[\frac{1}{d_0} \left(\frac{P}{P_0} \right)^{\frac{1}{\eta}} \right] + 10\log_{10}(d) \right\}. \quad (D.4)$$

Contudo, partindo da Eq. (D.1) e com o auxílio da Eq. (D.2), pode-se obter uma estimativa da distância d a partir da potência recebida

$$\hat{d} = d_0 \left(\frac{P_0}{P} \right)^{\frac{1}{\eta}}.$$

Substituindo este resultado em (D.4) chega-se a

$$z = 10\eta \log_{10} \left(\frac{d}{\hat{d}} \right) = 10\eta \frac{\log(d/\hat{d})}{\log(10)}. \quad (D.5)$$

Substituindo a expressão acima em (D.3) chega-se a

$$\begin{aligned} f_P(P) &= \frac{\xi}{\sigma\sqrt{2\pi}} \frac{1}{P} \exp \left[- \frac{(10\eta \frac{\log(d/\hat{d})}{\log(10)})^2}{2\sigma^2} \right] \\ &= \frac{\xi}{\sigma\sqrt{2\pi}} \frac{1}{P} \exp \left\{ - \frac{1}{2} \left(\frac{10\eta}{\sigma\log 10} \right)^2 \left[\log \left(\frac{d}{\hat{d}} \right) \right]^2 \right\} \\ &= \frac{\xi}{\sigma\sqrt{2\pi}} \frac{1}{P} \exp \left\{ - \frac{1}{2} \left(\frac{10\eta}{\sigma\log 10} \right)^2 \left[\frac{1}{2} \log \left(\frac{d^2}{\hat{d}^2} \right) \right]^2 \right\}. \end{aligned}$$

Portanto, a função densidade de probabilidade lognormal das medidas de potência recebida em watts, relacionada às distâncias estimada e verdadeira é

$$f_P(P) = \frac{\xi}{\sigma\sqrt{2\pi}} \frac{1}{P} \exp \left\{ - \frac{b}{8} \left[\log \left(\frac{d^2}{\hat{d}^2} \right) \right]^2 \right\}, \quad (D.6)$$

com

$$b = \left(\frac{10\eta}{\sigma \log 10} \right)^2. \quad (\text{D.7})$$

A forma como (D.6) está expressa é útil pois explicita a relação entre as observações P e o parâmetro que se deseja estimar d .

Apêndice E

Derivação da matriz de informação de Fisher do LICR para observações baseadas na potência do sinal recebido

Neste apêndice será brevemente descrita a derivação da matriz de Fisher no problema da localização em uma rede sem fio, quando as observações são baseadas na potência do sinal recebido. A rede contém n terminais desconhecidos e m terminais-âncora. O processo de localização usa as distâncias entre terminais desconhecidos e âncoras, bem como as distâncias entre terminais desconhecidos. O objetivo da técnica de localização é estimar as n primeiras posições da matriz γ dado por (5.5).

O ponto inicial para a determinação do limite inferior de Cramér alcançado por qualquer estimador é a função densidade de probabilidade das observações. No caso de observações de potência do sinal recebido (que seguem uma distribuição lognormal quando expressas em watts), as observações $X_{i,j}$ entre os terminais i e j são as potências de recepção $P_{i,j}$ do sinal transmitido por i e recebido por j . Assume-se que tais observações são independentes entre si.

$$f_{X|\gamma}(X_{i,j}|\gamma) = \frac{10/\log 10}{\sqrt{2\pi\sigma_{dB}^2}} \frac{1}{X_{i,j}} \exp\left[-\frac{b}{8} \left(\log \frac{d_{i,j}^2}{\hat{d}_{i,j}^2}\right)^2\right], \quad (\text{E.1})$$

em que

$$b = \left(\frac{10\eta}{\sigma_{dB} \log 10}\right)^2. \quad (\text{E.2})$$

O logaritmo da função densidade conjunta das observações $X_{i,j}$, é dado por

$$l(\mathbf{X}|\gamma) = \sum_{i=1}^{n+m} \sum_{j \in H(i), j < i} l_{i,j},$$

em que $l_{i,j} = \log f_{X|\gamma}(X_{i,j}|\gamma)$ e \mathbf{X} é matriz das observações $X_{i,j}$. Usando a expressão (E.1), $l_{i,j}$ é escrita como

$$l_{i,j} = \log \left(\frac{10/\log 10}{\sqrt{2\pi\sigma_{dB}^2}} \frac{1}{X_{i,j}} \right) - \frac{b}{8} \left(\log \frac{d_{i,j}^2}{\hat{d}_{i,j}^2} \right)^2,$$

com $d_{i,j} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}$.

Com estes resultados, já é possível determinar a matriz de informação de Fisher, dada por

$$\mathbf{F} = E[-\nabla_{\gamma}(\nabla_{\gamma} \log f_{X|\gamma}(X_{i,j}|\gamma))^T] = \begin{bmatrix} f_{1,1} & \cdots & f_{1,n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{n,1} & \cdots & f_{n,n} \end{bmatrix}, \quad (\text{E.3})$$

em que

$$f_{k,l} = \begin{cases} -\sum_{j \in H(k)} E \left[\frac{\partial^2}{\partial \gamma_k^2} l_{k,j} \right] & k = l \\ -I_{H(k)}(l) E \left[\frac{\partial^2}{\partial \gamma_k \partial \gamma_l} l_{k,l} \right] & k \neq l \end{cases} \quad (\text{E.4})$$

onde $I_{H(k)}(l)$ é uma função que assume o valor 1 quando $l \in H(k)$, e 0 caso contrário.

A matriz de Fisher para o caso da potência de recepção, denotada por $\mathbf{F}_{\mathbf{P}}$, pode ser também representada em termos de sub-matrizes, na forma

$$\mathbf{F}_{\mathbf{P}} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{Px,x} & \mathbf{F}_{Px,y} \\ \mathbf{F}_{Px,y}^T & \mathbf{F}_{Py,y} \end{bmatrix}. \quad (\text{E.5})$$

As sub-matrizes da diagonal principal, $\mathbf{F}_{Px,x}$ e $\mathbf{F}_{Py,y}$, são dadas por (E.3), fazendo $\gamma = \rho_x$ e $\gamma = \rho_y$, respectivamente com $\rho_x = [x_1 \ \dots \ x_n]$ e $\rho_y = [y_1 \ \dots \ y_n]$. De maneira similar obtém-se a sub-matriz $\mathbf{F}_{Px,y}$.

Os elementos de cada sub-matriz são obtidos a partir das segundas derivadas parciais de $l_{i,j}$, e diferem-se entre si dependendo dos valores de i e j e se as derivadas são tomadas com respeito a x_i ou y_i . Por exemplo,

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 l_{i,j}}{\partial x_j^2} &= -b \frac{(x_j - x_i)^2}{d_{i,j}^4} - \frac{b}{2} \log \left(\frac{d_{i,j}^2}{\hat{d}_{i,j}^2} \right) \left[\frac{d_{i,j}^2 - 2(x_j - x_i)^2}{d_{i,j}^4} \right], \\ \frac{\partial^2 l_{i,j}}{\partial x_j \partial x_i} &= b \frac{(x_j - x_i)^2}{d_{i,j}^4} - \frac{b}{2} \log \left(\frac{d_{i,j}^2}{\hat{d}_{i,j}^2} \right) \left[\frac{2(x_j - x_i)^2 - d_{i,j}^2}{d_{i,j}^4} \right], \\ \frac{\partial^2 l_{i,j}}{\partial x_j \partial y_j} &= -b \frac{(x_j - x_i)(y_j - y_i)}{d_{i,j}^4} \left[-\log \left(\frac{d_{i,j}^2}{\hat{d}_{i,j}^2} \right) + 1 \right]. \end{aligned}$$

Observa-se que em todas as expressões surge o termo $\log(d_{i,j}^2/\hat{d}_{i,j}^2)$. Relembrando, $d_{i,j}$ é a distância verdadeira entre os terminais i e j , e $\hat{d}_{i,j}$ é a variável aleatória representando a distância estimada, a partir da observação da potência $P_{i,j}$. O operador esperança na expressão (E.4) é aplicado na variável $\hat{d}_{i,j}$. Supondo que a estimativa $\hat{d}_{i,j}$ é não-polarizada, a esperança do termo $\log(d_{i,j}^2/\hat{d}_{i,j}^2)$ é nula. Assim, após algumas manipulações, obtém-se as expressões das sub-matrizes para o caso da potência recebida na seguinte forma:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{P_{x,x}} &= \begin{cases} b \sum_{i \in H(k)} \frac{(x_k - x_i)^2}{\|z_k - z_i\|^4} & k = l \\ -b I_{H(k)}(l) \frac{(x_k - x_i)^2}{\|z_k - z_i\|^4} & k \neq l \end{cases}, \\ \mathbf{F}_{P_{x,y}} &= \begin{cases} b \sum_{i \in H(k)} \frac{(x_k - x_i)(y_k - y_i)}{\|z_k - z_i\|^4} & k = l \\ -b I_{H(k)}(l) \frac{(x_k - x_i)(y_k - y_i)}{\|z_k - z_i\|^4} & k \neq l \end{cases}, \\ \mathbf{F}_{P_{y,y}} &= \begin{cases} b \sum_{i \in H(k)} \frac{(y_k - y_i)^2}{\|z_k - z_i\|^4} & k = l \\ -b I_{H(k)}(l) \frac{(y_k - y_i)^2}{\|z_k - z_i\|^4} & k \neq l \end{cases}. \end{aligned} \quad (\text{E.6})$$

Tais sub-matrizes e, posteriormente, a matriz de informação de Fisher, podem ser prontamente determinadas a partir da topologia da rede e das características do canal de propagação.