

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS - UNICAMP

FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA

DEPARTAMENTO DE SISTEMAS E CONTROLE DE ENERGIA - DSCE

***Comportamento da Potência Elétrica Instantânea sob
Condições Senoidais e Distorcidas***

por: JOSÉ FERNANDO MANGILI JÚNIOR - Eng.º Eletricista

Orientadora: Prof.ª Dr.ª Francisca Aparecida de Camargo Pires

Este exemplar corresponde à edição final da tese
defendida por Jose Fernando Mangili
Júnior pela Comissão

Julgadora em 27 04 95

F. Pires

Orientador

Dissertação de mestrado apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica da Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica

Campinas - abril de 1995.

*À minha esposa, Valéria, aos meus pais e minha irmã,
que são a "razão" mais importante da minha vida e a Deus.*

Agradecimentos

- À todos os colegas, principalmente do Laboratório de Simulações (LABSIM-DSCE), que participaram direta ou indiretamente neste trabalho.
- **Aos amigos**, que fazendo parte do dia-a-dia ou não, por serem amigos... são especiais.
- Aos Prof.s Dr.s da Faculdade de Engenharia Elétrica da Unicamp, Ernesto Ruppert Filho, e José Pissolato Filho pela contribuição com sugestões valiosas, e ao Prof. Dr. José Antenor Pomílio pelos artigos preciosos enviados da Europa, que não foram possíveis de se encontrar no Brasil.
- Ao Prof. Dr. da Faculdade de Engenharia Elétrica da Unesp-Bauru, Naasson P. de Alcântara, que incondicionalmente me apresentou à minha orientadora neste trabalho, num gesto de generosidade e confiança.
- E, finalmente, à minha orientadora Prof.a Dr.a Francisca A. C. Pires que, com paciência e experiência, soube não apenas orientar este trabalho mas também oferecer um elo de amizade e respeito que só os verdadeiros Mestres são dotados para oferecê-los.
Um exemplo à ser seguido.

Sumário

Agradecimentos.....	ii
Sumário.....	iii
Resumo.....	v
Abstract.....	vi
<i>Introdução</i>	01
Capítulo 1	04
Potência Elétrica: Uma Revisão Bibliográfica	
1.1 - Revisão bibliográfica.....	04
1.2 - Um pouco sobre as normas.....	08
Capítulo 2	10
Potência Instantânea em Sistemas Senoidais	
2.1 - Introdução.....	10
2.2 - Quadratura entre as potências ativa e reativa, no tempo.....	10
2.3 - Comparação da representação fasorial com a representação no plano complexo.....	16
2.4 - Conclusão.....	23
Capítulo 3	24
Quadratura entre Potência Ativa e Reativa em Sistemas Não Senoidais	

3.1 - Introdução.....	24
3.2 - Generalização da expressão da potência instantânea.....	25
3.3 - Identificação da quadratura entre as parcelas que caracterizam as potências ativa e reativa.....	29
3.4 - Conclusão.....	36
Capítulo 4	38
Uma Discussão Sobre a Potência de Distorção	
4.1 - Introdução.....	38
4.2 - Comportamento da potência de distorção.....	39
4.3 - Avaliação da potência instantânea total $p(t)$	42
4.4 - Conclusão.....	49
Capítulo 5	51
Conclusões e Sugestões	
5.1 - Conclusões.....	51
5.2 - Sugestões para trabalhos futuros.....	53
<i>Bibliografia</i>	55
<i>Apêndice I</i>	58
<i>Apêndice II</i>	62

Resumo

O presente trabalho é uma contribuição ao estudo de harmônicas em sistemas de potência especificamente no que tange às interpretações de potência.

Pretende-se, assim, colaborar à nível didático preenchendo uma lacuna na formação de engenheiros eletricitas, já que o trabalho reapresenta os tradicionais conceitos de potência ativa e reativa na presença de harmônicas, além de discutir a "potência de distorção" com a qual uma representação geométrica não é cabível.

As situações assumidas para o desenvolvimento do trabalho abordam:

a-) tensões e correntes senoidais (conceitos tradicionais) onde a compensação de potência é, quase sempre, realizada através de capacitores.

b-) tensões e correntes distorcidas periódicas onde a compensação de potência reativa e da "potência de distorção" pode ser realizada através de filtros sintonizados.

Desta forma, tenta-se obter um avanço na compreensão do comportamento das potências envolvidas nos sistemas energéticos e circuitos elétricos em geral.

Abstract

This work is a contribution to the study of harmonics in power systems, in which power interpretations is emphasized. The goal is to improve an existing gap in the electrical engineers education, since this work rethink the traditional concepts of active and reactive power in the presence of harmonics. Also, the concept of "distortion power" is discussed.

The statments assumed for the development of this work involve:

a-) sinusoidal voltage and current (traditional concepts) where the power compensation is performed, as usually, by capacitors.

b-) periodically but not sinusoidal voltages and currents where the compensation of reactive and "distortion power" is performed through sintonized filters.

It's expected that the conclusions of this work can provide a better understanding of the power behavior involved in power systems and electrical circuits in general.

Introdução

A compensação de reativos em sistemas de energia elétrica, atualmente, é assunto de intensa preocupação tanto por parte de concessionárias como dos consumidores, uma vez que está intimamente ligado à eficiência dos sistemas de transmissão, distribuição e funcionamento dos dispositivos de comando e proteção elétrica, além de influir no valor das tarifas de energia.

Em 1888 foi feita a primeira referência ao fato de que oscilações de potência entre uma fonte e a carga são causadas pelo ângulo entre a tensão e a corrente.

Atualmente, engenheiros e profissionais da área aceitam as definições de potência aparente ($|S|$), ativa (P) e reativa (Q) em **sistemas com tensões e correntes senoidais** sem reservas. Assim os estudos dos comportamentos dos sistemas de energia elétrica e seus dispositivos de comando e proteção são relacionados através do modelo matemático ($S = P + jQ$) [1].

Até hoje, em sistemas de energia elétrica com **formas de onda não senoidais**, as definições de potência reativa e de distorção têm sido muito criticadas, principalmente no que se refere aos significados físicos. As informações que trazem não são satisfatórias para serem usadas em projetos de compensadores.

Até o momento não existe um consenso na comunidade científica, para definições de aceitação universal de potências em circuitos com forma de onda não senoidais.

Em consequência do uso crescente e massificante de dispositivos de controle não lineares, característica do avançado estágio da eletrônica de potência, os constantes problemas relacionados às formas de onda de tensão e corrente não senoidais são cada vez maiores [2][3].

Tendo em vista a inexistência de uma conceituação geral sobre a potência elétrica (interpretação física e geométrica) e conseqüentemente do fator de potência, para

condições não senoidais, o desenvolvimento teórico aqui apresentado iniciou-se com o objetivo de obter-se uma formalização matemática para a descrição das potências Ativa, Reativa, Aparente e de Distorção, bem como auxiliar na compreensão de suas características físicas e sua possível interpretação geométrica.

Como objetivo geral o presente trabalho pretende resgatar os questionamentos feitos sobre o real significado de cada um dos termos empregados nas expressões de potência utilizadas para sistemas de energia elétrica, em funcionamento sob características puramente senoidais, quando é utilizada a expressão $S = P + jQ$. Esta expressão encontra-se consolidada quanto ao seu emprego para a determinação dos valores de potência Aparente ($|S|$) de dimensão [VA], Ativa (P) de dimensão [W] e Reativa (Q) de dimensão [VAr], bem como para a determinação do fator de potência ($\cos\varphi = f.p.$), do sistema e/ou circuito, onde $\varphi = \arctg\left(\frac{Q}{P}\right)$, que determina a eficiência do mesmo [4].

Para se estabelecer a relação adequada entre os valores das potências P , Q e $|S|$ optou-se por uma representação gráfica no plano complexo e a correção do fator de potência é feita com base nesta representação, sendo que a eficiência do sistema é tanto melhor quanto mais próximo da unidade for o $\cos\varphi$. Neste caso para a correção do fator de potência utilizam-se capacitores que atuam diretamente sobre a potência reativa (Q), com o sistema e/ou circuito operando sob condições senoidais [5].

Quando um sistema de energia elétrica opera sob condições não senoidais questiona-se a validade da expressão das potências $|S|^2 = P^2 + Q^2$ e sugere-se uma outra potência a ser avaliada, chamada de **distorção (D)**, através da expressão $|S|^2 = P^2 + Q^2 + D^2$ [6]. Nesta expressão, tornou-se confusa a avaliação do significado físico de cada componente, bem como a determinação do valor preciso do fator de potência. Neste caso a correção do fator de potência se torna mais complexa, não sendo suficiente a aplicação de capacitores; é necessária a aplicação de filtros sintonizados, em associação, para uma melhor eficiência na minimização dos problemas causados por circuitos operando sob estas condições [7] [8].

Neste sentido este trabalho foi desenvolvido com o intuito de re-interpretar as proposições geométricas e matemáticas já apresentadas tornando mais simples e acessível a compreensão dos conceitos de potência aplicados à sistemas de energia elétrica. Além do mais, os cursos de graduação na área ainda não oferecem disciplinas que abordem considerações à respeito de sistemas não senoidais no tocante ao comportamento da potência.

No capítulo 1 deste trabalho é feita uma revisão bibliográfica do assunto, resgatando-se o surgimento dos conceitos sobre potência em sistemas e/ou circuitos elétricos e seu desenvolvimento ao longo dos anos, além de se comentar sobre as normas vigentes.

No capítulo 2 discute-se os conceitos de potência instantânea para circuitos senoidais sob um ponto de vista diferente do usual, destacando-se a quadratura entre as parcelas e sua representação no plano complexo, para estes casos.

No capítulo 3 o enfoque é para sistemas e/ou circuitos operando sob condições não senoidais. Generaliza-se, então, a expressão que representa a potência instantânea e passa-se a analisar o comportamento das parcelas que caracterizam a potência ativa e reativa identificando-se a quadratura entre as mesmas.

Já no capítulo 4, ainda para sistemas não senoidais, a ênfase é dada para a potência de distorção, que decorre das parcelas postergadas na análise da expressão do capítulo anterior, onde é discutido o seu significado e o de suas representações, matemáticas ou não. Encerra-se o mesmo avaliando-se o comportamento da potência instantânea total, de maneira análoga ao capítulo 1, verificando seus limites de variação.

Para todo o desenvolvimento deste trabalho foram utilizados os seguintes procedimentos: resolução de equações trigonométricas cuja veracidade foi constatada através da comparação com os resultados obtidos de simulações no software Mathematic e avaliação do comportamento das potências estudadas, em função das expressões desenvolvidas, através de análise dos gráficos obtidos com a utilização do software Matlab onde foram simulados os programas que continham as respectivas equações, citadas anteriormente.

Capítulo 1

Potência Elétrica: Uma Revisão Bibliográfica

1.1 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

As primeiras informações sobre os conceitos de potência em circuitos elétricos datam de 1880; especificamente sobre potência reativa de 1888. As explicações dadas por Stanley e ShalleMBERger ainda são encontradas em livros textos de engenharia. Após 1888 transcorreram cerca de 40 anos para o pleno reconhecimento da potência reativa e do fator de potência, com a colaboração de Steinmetz, Houston, Kennely, Iliovici, Budeanu, Emde, Knoulton, Fortescue, Krieger, e Schering. Tais estudos baseavam-se, com poucas exceções, em sistemas cujas tensões e/ou correntes eram puramente senoidais, op. cit. [1].

Nesta mesma época e em trabalhos paralelos surgem as primeiras investigações sobre a validade das equações de potência em sistemas senoidais aplicadas a sistemas não senoidais.

C. Budeanu apud S. Fryze, op. cit. [6], calcula a potência aparente ($|S|$) através das séries de Fourier e sustenta uma relação matemática, $|S|^2 = P^2 + Q^2 + D^2$, com a qual ele introduz uma nova grandeza chamada "potência de distorção", de nomenclatura " D " e dimensão "[VAd]".

Nesta mesma época, entretanto, a preocupação maior por parte dos especialistas e/ou estudiosos do assunto é com a potência reativa e seu significado físico, além da busca

de uma formulação adequada para representá-la tanto em circuitos com forma de ondas senoidais quanto para circuitos com forma de ondas não senoidais.

S. Fryze, op. cit. [6], em 1932 apresenta uma nova interpretação do problema da definição de potência em ondas não senoidais.

A relação quadrática das potências Aparente, Ativa e Reativa ($|S|^2 = P^2 + Q^2$), sedimentada e utilizada até hoje, era motivo de intensa discussão pelos motivos citados acima, e Fryze a utiliza (sob outra nomenclatura) para analisar suas propriedades físicas e matemáticas (inclusive introduz o conceito de ortogonalidade entre as correntes, para os exemplos que utiliza) e analisar o comportamento do fator de potência (já discutido, intensamente, também na época), com possibilidades experimentais de prova.

Para essas demonstrações todas Fryze se vale basicamente de exemplos de circuitos monofásicos constituídos por uma fonte de tensão e/ou corrente (de mesma frequência e em função do tempo) alimentando uma carga desconhecida conectada em série ou paralelo, através de condutores ideais, com essa fonte e instrumentos de medida como voltímetro, amperímetro e wattímetro, onde os mesmos faziam a leitura dos valores eficazes de tensão ($U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T U(t)^2 \cdot dt}$), corrente ($I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I(t)^2 \cdot dt}$) e valor médio da potência $P = \frac{1}{T} \int_0^T P(t) \cdot dt = \frac{1}{T} \int_0^T U(t) \cdot I(t) \cdot dt$, respectivamente.

À partir dessas expressões e conceitos, toda a sua teoria é então desenvolvida concluindo-se dentre outras coisas que a relação quadrática utilizada em sistemas senoidais pode ser mantida para sistemas não senoidais mas que a correção do fator de potência não pode ser efetuado completamente utilizando-se esta expressão.

Vários anos se passaram até que na década de 60 novos estudos sobre o assunto voltassem a ser feitos com uma maior intensidade em função das recentes descobertas na área da conversão de energia, incluindo o crescente uso de dispositivos controlados, tendo criado novos aspectos à respeito das considerações sobre o fator de potência.

M. Depenbrock [9] em sua tese de PhD, no ano de 1962, extendendo a decomposição da corrente em componentes energéticas diferentes e ortogonais entre si, apresentada por Fryze, sugere uma decomposição vetorial tridimensional para as componentes da potência aparente, argumentando que por meio desta decomposição o problema para se obter um fator de potência ideal pode ser resolvido.

A. E. Emanuel-Eigeles e M. S. Erlicki [10], em 1968, descrevem e analisam, através do cálculo integral, uma nova aproximação para as potências reativa e de distorção

caracterizadas pelo uso já crescente dos elementos de controle não lineares (sistemas retificadores, amplificadores magnéticos, tiristores) e propõem alternativas de correção (neutralização) dessas mesmas potências através da interconexão adequada de elementos não lineares semelhantes.

Na década de 70 acentuam-se os trabalhos com W. Sheperd e P. Zakikhani, op. cit. [7], e D. Sharon, op. cit. [8], e, conseqüentemente, as críticas às formulações matemáticas mais antigas e seus significados físicos que, segundo os autores citados acima, não fornecem uma base sólida para a compensação reativa da potência, uma vez que já estava constatado o problema do baixo fator de potência como conseqüência dos sistemas operando com dispositivos controlados (características não lineares).

Chega-se, então, à década de 80 com vários trabalhos promissores como Kusters e Moore [11] que fazem uma análise matemática apurada das equações de potência, através das séries de Fourier, e apresentam um protótipo de um "analisador de corrente ativa/reativa para medida de potência de formas de ondas distorcidas". Também C. H. Page [12] e P. Filipiski [13], na mesma linha de Kusters e Moore, sinalizam com implementações de medidores para potência reativa.

Em 1983, L. S. Czarnecki [14], que viria à publicar inúmeros trabalhos e se tornar uma das principais fontes de referência sobre o assunto, faz uma análise da "decomposição ortogonal da corrente de fontes senoidais aplicadas à cargas não lineares", associando as interpretações de Budeanu e Fryze.

No mesmo ano surge a teoria da potência reativa instantânea e potência imaginária instantânea, através de H. Akagi e N. Nabae [15] que conduz à uma técnica de projeto de compensadores para a potência reativa devida à componente fundamental da tensão e corrente, bem como da potência de distorção. Mas neste caso os significados físicos são de difícil interpretação devido à abordagem algébrica utilizada. Assim, obteve-se um avanço na teoria da potência elétrica no sentido de que não apenas os estados de regime permanente não senoidal mas também os regimes transitórios passaram à ser analisados.

Ainda em 1983 o "Working Group on Power Systems Harmonics", do IEEE, op.cit. [3], publica um artigo sobre os muitos fenômenos relacionados às fontes harmônicas e seus efeitos sobre o sistema. Nessa época já eram acentuados os problemas que vinham sendo relatados há cerca de 50 anos, sendo os principais:

- Falha em banco de capacitores devido ao rompimento dielétrico ou sobrecarga de potência reativa;
- Perdas excessivas e aquecimento de máquinas de indução e síncronas;
- Sobretensões e correntes excessivas em sistemas devido à ressonâncias para harmônicas de tensão e corrente na rede;
- Interferência, por indução, em sistemas de telecomunicações;
- Erros em medidores de kWh;
- Interferência de sinais e mal-funcionamento de relés, particularmente de estado-sólido e sistemas controlados por micro-processador;
- Oscilações mecânicas de máquinas de indução e síncronas;
- Etc.

Em 1985 um novo artigo é publicado pelo mesmo grupo e mais alguns colaboradores sobre o mesmo assunto porém quantificando alguns **fatores de distorção** [16] que são utilizados até o momento, por exemplo:

- fator de distorção de tensão: $TDH_V = \frac{1}{V_1} \left[\sum_{n=2}^{\infty} V_n^2 \right]^{1/2}$;

- fator de distorção de corrente: $TDH_I = \frac{1}{I_1} \left[\sum_{n=2}^{\infty} I_n^2 \right]^{1/2}$;

- fator de interferência em telefonia: $TIF = \frac{1}{V_1} \left(\sum_{n=2}^{\infty} V_n^2 W_n^2 \right)^{1/2}$;

- fator de magnitude ou pico: $FM = \frac{1}{V_1} \sum_{n=2}^{\infty} V_n$.

À partir daí muitos outros trabalhos surgem sobre o tema, como por exemplo, M. A. Slonin e J. D. Van Wyk [17], porém, os mais importantes são os de L. S. Czarnecki [18], além dos já citados, com novas investigações.

Mas, basicamente, dois modelos principais dominam hoje o acesso às definições e componentes da potência:

-Primeiro é a escola de Budeanu, a qual está sancionada no padrão ANSI/IEEE 100-1977;

-Segundo é a escola de Fryze, a qual influenciou a posição da International Electrical Commission, op.cit. [1].

Recentemente a teoria de Budeanu vem sendo abandonada por não possuir quaisquer atributos que podem ser relacionados aos fenômenos de potência no circuito. Além disso seus valores não provêm qualquer informação que poderia fornecer subsídios para projetos de circuitos compensadores, e o valor da potência de distorção não fornece qualquer informação sobre a distorção da forma da onda [19].

A teoria de Fryze, por fornecer maiores subsídios para preencher as lacunas deixadas por Budeanu, se tornou objeto de maior atenção no meio científico [20].

Com isso, tem-se como maiores expoentes as pesquisas de A. E. Emanuel, L. S. Czarnecki (que discutem os dois modelos básicos citados acima), e H. Akagi; sendo que este último é o mais consolidado com seu trabalho como ferramenta de controle de reativos, porém, de difícil interpretação.

No Brasil poucos são os trabalhos específicos nesta área, uma vez que a preocupação maior é o estudo de fluxo de carga (em sistemas com ou sem harmônicas), nas principais escolas do país; porém os estudos desenvolvidos por H. E. Watanabe [21] e D. L. Milanez [22] devem ser citados.

1.2 - UM POUCO SOBRE AS NORMAS [23]

A elaboração de uma norma é influenciada por diversos fatores, tais como a configuração particular do sistema elétrico do país, o grau de utilização de sinais de audiofrequência para controle do sistema (ripple control), a experiência acumulada pelas concessionárias de energia elétrica, as especificações dos componentes sujeitos à distorções harmônicas, etc..

Com isso, as normas tendem à ser empíricas, sendo raramente baseadas num estudo detalhado do comportamento do sistema.

A compreensão cada vez maior dos fenômenos que envolvem harmônicas, decorrente de técnicas de medição e análise mais aperfeiçoadas, pode, com o decorrer do

tempo e com a obtenção de maior experiência, implicar em modificações das normas e recomendações existentes.

Uma vez que o conversor estático é uma das principais fontes de perturbações harmônicas, as normas geralmente estabelecem procedimentos para a avaliação da potência e tipo do conversor que pode ser conectado a um ponto de acoplamento comum (PAC). O PAC é o ponto elétricamente mais próximo do consumidor sob análise e ao qual outros consumidores estão ou poderão ser conectados.

Na Nova Zelândia e no Brasil, a capacidade de distorção harmônica do PAC, expressa pelo nível de curto-circuito, é distribuída entre os consumidores, de acordo com suas demandas máximas individuais.

Em algumas normas, a natureza aleatória das fontes harmônicas é considerada pela introdução de fatores de diversidade, que transformam a potência real de um conversor numa potência efetiva, que é então comparada com os limites estabelecidos na norma.

No Brasil, o relatório elaborado em 1984 pelo Grupo Coordenador para Operação Interligada (GCOI), fundamentado em experiências de outros países (Inglaterra e Nova Zelândia), recomenda que para sistemas de tensão nominal inferior à 69 kV, a tensão harmônica fase-terra, em qualquer PAC, não pode exceder os seguintes limites:

- Harmônicas pares de tensão: 2%;
- Harmônicas ímpares de tensão: 4%;
- Distorção Harmônica Total de tensão: 5%.

Estas recomendações são as que vigoram até hoje, apesar do tempo decorrido.

Capítulo 2

Uma Discussão sobre a Potência Instantânea em Sistemas Senoidais.

2.1 - INTRODUÇÃO

Neste capítulo será dada uma explanação sobre uma possível re-interpretação dos conceitos de potência tradicionais, para sistemas de energia elétrica sujeitos à tensões e correntes senoidais. Analisar-se-á o comportamento da potência instantânea e suas componentes e a quadratura existente entre elas.

2.2 - QUADRATURA ENTRE AS POTÊNCIAS ATIVA E REATIVA

Tradicionalmente em circuitos elétricos de corrente alternada (c.a.) as definições de potência usuais se aplicam aos casos de regime permanente senoidal.

Tendo-se para um circuito monofásico em função do tempo,

$$v(t) = V_{\text{máx.}} \cdot \text{sen } \omega t \quad (1)$$

$$i(t) = I_{\text{máx.}} \cdot \text{sen}(\omega t - \varphi) \quad (2)$$

onde:

$V_{\text{máx.}}, I_{\text{máx.}}$ = valores máximos das senóides de tensão [V] e corrente [A],
respectivamente;

φ = ângulo da corrente em relação à referência (origem dos tempos);

$\omega t = 2 * \pi * f * t$, em radianos, com f = frequência do sinal [Hz].

As expressões (1) e (2) tratam apenas de ondas senoidais de frequência fundamental ($f = 60\text{Hz}$).

Pode-se constatar que a corrente poderá possuir o mesmo ângulo, estar atrasada, ou adiantada em relação à tensão se a carga possuir características resistiva, indutiva ou capacitiva, respectivamente, ou seja, o ângulo pode assumir correspondentemente o valor nulo, ser positivo ou negativo. Assim, o ângulo φ (em rad.) pode assumir teoricamente qualquer valor na faixa:

$$-\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2} \quad (3)$$

Nestas condições a potência instantânea será dada por:

$$p(t) = v(t) \cdot i(t) \quad (4)$$

Cujo desenvolvimento resulta em:

$$p(t) = \left(\frac{V_{\text{máx.}} I_{\text{máx.}}}{2} \right) \cdot [\cos \varphi - \cos(2\omega t - \varphi)] \quad (5)$$

Que também pode ser expressa como:

$$p(t) = V \cos \varphi - V \cos(2\omega t - \varphi) \quad (6)$$

onde:

$$V = \frac{V_{\text{máx.}}}{\sqrt{2}} \quad (\text{valor eficaz ou rms de tensão});$$

$$I = \frac{I_{\text{máx.}}}{\sqrt{2}} \quad (\text{valor eficaz ou rms de corrente}).$$

Assim, a expressão (6) pode ser escrita como:

$$p(t) = V \cos \varphi (1 - \cos 2\omega t) - V \sin \varphi \sin 2\omega t \quad (7)$$

Esta expressão fornece uma forma de onda senoidal, assimétrica em relação ao eixo dos tempos, com o dobro da frequência da onda de tensão ou corrente, que a originou.

Identificando-se na expressão (7) as parcelas:

$$A = V \cos \varphi (1 - \cos 2\omega t) \quad (8)$$

$$B = V \sin \varphi \sin 2\omega t \quad (9)$$

Então a expressão (7) pode ser escrita como:

$$p(t) = A - B \quad (10)$$

A forma de onda expressa em (7) se decompõe em uma reta paralela ao eixo dos tempos, definida pelo valor médio da potência instantânea, e duas componentes senoidais.

Com referência à expressão (10) a componente **A** pulsa em torno do valor médio da potência instantânea. Esse valor médio é dado por $VI \cos \varphi$ e é tradicionalmente denominado de potência ativa (P).

Portanto a parcela **A** varia entre os valores 0 e $2P$, com o dobro da frequência da rede, nunca ficando negativa. O valor médio desta oscilação é o valor da potência ativa P . A componente **B** pulsa em torno do eixo dos tempos com o dobro da frequência da rede. Seu valor de pico é dado por $VI \sin \varphi$ que é tradicionalmente chamado de potência reativa Q .

Assim, convencionalmente, define-se:

$$\text{Potência ativa: } P = VI \cos \varphi \quad (11)$$

$$\text{Potência reativa: } Q = VI \sin \varphi \quad (12)$$

E a expressão (7) pode ser escrita como:

$$p(t) = P(1 - \cos 2\omega t) - Q \sin 2\omega t \quad (13)$$

E na sua formulação geral:

$$p(t) = \underbrace{P - P \cos 2\omega t}_A - \underbrace{Q \sin 2\omega t}_B \quad (14)$$

Onde pode ser identificada a parcela :

$$A' = P \cos 2\omega t \quad (15)$$

E então a expressão (10) pode ser escrita como:

$$p(t) = P - A' - B \quad (16)$$

ou seja:

$$p(t) = P - \underbrace{P \cos 2\omega t}_{A'} - \underbrace{Q \sin 2\omega t}_B \quad (17)$$

Analisando a expressão (17) observa-se que a parcela A' está em quadratura com a parcela B . Esta expressão pode ser reescrita simplesmente como:

$$p(t) = P - p'(t) \quad (18)$$

onde:

$$p'(t) = A' + B \quad (19)$$

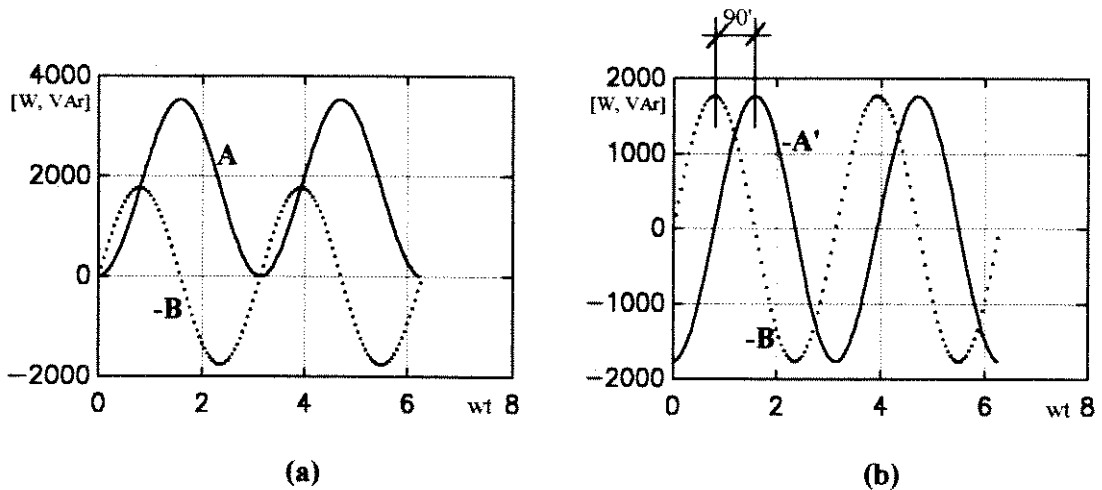


Figura 2-1a, b: Determinação da quadratura entre as parcelas da potência instantânea

A Figura 2-1a fornece o gráfico das parcelas **A** e **-B** da expressão (10) e a Figura 2-1b fornece apenas as parcelas **-A'** e **-B** da expressão (16) para uma visualização melhor da quadratura entre estas parcelas. Para a obtenção dos gráficos da Figura 2-1 optou-se por escolher $\varphi = \frac{\pi}{4}$ rad (45°), o que não tira a generalidade das conclusões que possam ser tiradas.

Feita a soma das parcelas **-A'** e **-B** acima, obtém-se o gráfico de $-p'(t)$, representado na Figura 2-2.

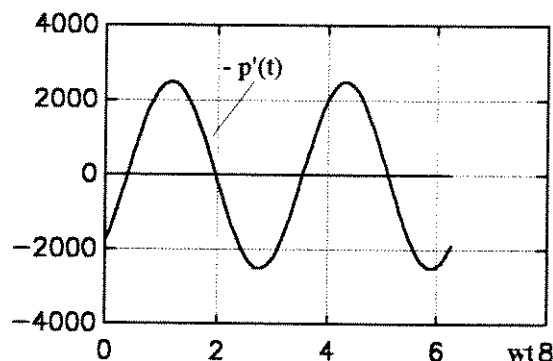


Figura 2-2: Representação da soma das parcelas "pulsantes" da potência

A expressão (18) mostra que a potência instantânea $p(t)$ é constituída por um valor médio P mais uma parcela senoidal que pode ser visualizada graficamente através da Fig. 2-2.

Enfocando-se apenas a parcela $p'(t)$ da expressão (18) tem-se:

$$p'(t) = P \cos 2\omega t + Q \sin 2\omega t \quad (20)$$

que é a soma de dois termos senoidais de igual frequência ($2f$) resultando, portanto, uma única senoide de mesma frequência. Resta saber qual é a amplitude de $p'(t)$ bem como seu ângulo de fase.

2.3 - COMPARAÇÃO DA "REPRESENTAÇÃO FASORIAL" COM A REPRESENTAÇÃO NO PLANO COMPLEXO

Utilizando-se uma "representação fasorial", similar à representação fasorial adotada normalmente para tensões e correntes e lembrando-se que para uma carga tem-se sempre $P \geq 0$, e fazendo-se $Q > 0$, a Figura 2-3a teria esta representação:

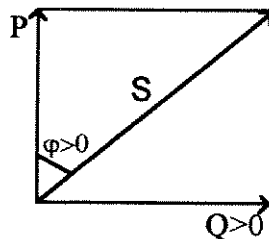


Figura 2-3a: Representação das potências para $Q > 0$, ($\phi > 0$)

Para $Q < 0$ (circuitos capacitivos, $\varphi < 0$), ter-se-ia a Figura 2-3b:

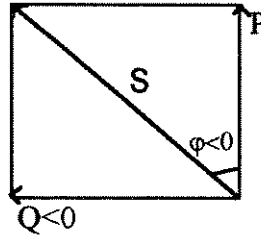


Figura 2-3b: Representação das potências para $Q < 0$, ($\varphi < 0$)

E assim a expressão (20) pode ser genericamente escrita:

$$p'(t) = \sqrt{(P^2 + Q^2)} \operatorname{sen}\left(2\omega t + \frac{\pi}{2} - \varphi\right) \quad (21)$$

Neste sentido a expressão (14) pode ser reescrita como:

$$p(t) = P - \sqrt{(P^2 + Q^2)} \operatorname{sen}\left(2\omega t + \frac{\pi}{2} - \varphi\right) \quad (22)$$

ou,

$$p(t) = P - \sqrt{(P^2 + Q^2)} \operatorname{cos}(2\omega t - \varphi) \quad (23)$$

A expressão (23) afirma que a potência instantânea $p(t)$ é dada por um valor médio e constante igual a P ($P = VI \cos \varphi$) mais uma variação senoidal ou cossenoidal

de amplitude $\sqrt{(P^2 + Q^2)}$, sendo esta variação dependente no tempo do ângulo φ que é a defasagem existente entre tensão e corrente no circuito.

Por outro lado, adotando-se a representação fasorial para a tensão e a corrente expressas em (1) e (2) tem-se:

$$\vec{V} = V \angle 0^\circ \quad (24)$$

$$\vec{I} = I \angle -\varphi \quad (25)$$

onde:

$V = V_{\text{ef.}} = |\vec{V}|$: fornecerá o valor da magnitude do fasor de tensão;

$I = I_{\text{ef.}} = |\vec{I}|$: fornecerá o valor da magnitude do fasor de corrente;

$\angle V$: fornecerá o valor da fase do fasor e é igual ao ângulo da função no tempo, em relação à origem do mesmo;

$\angle I$: fornecerá o valor da fase do fasor e é igual ao ângulo da função no tempo, em relação à origem do mesmo.

Deste modo conceitua-se a potência complexa (S) e será dada pela expressão:

$$\vec{S} = \vec{V} \cdot \vec{I}^* \quad (26)$$

ou,

$$\vec{S} = |\vec{S}| \angle \varphi \quad (27)$$

onde:

\vec{I}^* = conjugado da corrente, definido por $I \angle +\varphi$.

Cuja representação no plano complexo é facilmente obtida por:

$$\vec{S} = \vec{V} \cdot \vec{I}^* = V \angle 0^\circ \cdot I \angle +\varphi = VI \angle \varphi = VI(\cos\varphi + j \text{sen}\varphi) \quad (28)$$

Então para $\varphi > 0$ e $\varphi < 0$ tem-se as Figuras 2-4a e 2-4b, respectivamente:

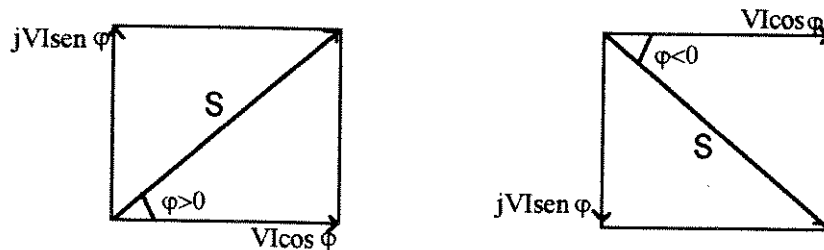


Figura 2-4a,b: Representação no plano complexo das potências

Verifica-se, assim, que a representação no plano complexo da chamada potência complexa (S) é análoga à "representação fasorial" da parcela $p'(t)$ da potência instantânea $p(t)$, uma vez que $P = VI\cos\varphi$ e $Q = VI\sin\varphi$.

De todo modo, a chamada potência aparente $|S|$ é numericamente igual à:

$$|S| = \sqrt{(P^2 + Q^2)} \quad (29)$$

ou seja,

$$|S| = \sqrt{(VI\cos\varphi)^2 + (VI\sin\varphi)^2} = VI \quad (30)$$

E sua representação pode ser feita como tradicionalmente pelo triângulo de potências da figura 2-4.

No entanto, não se pode esquecer que esta potência aparente $|S|$ é apenas a amplitude com que pulsa a potência instantânea em torno do valor médio ($P = VI\cos\varphi$), e que o fator de potência do circuito é:

$$\cos\varphi = \cos \arctan\left(\frac{Q}{P}\right) \quad (31)$$

Deste modo a expressão (23) pode ser mais compactamente expressa como:

$$p(t) = P - |S| \cos(2\alpha t - \varphi) \quad (32)$$

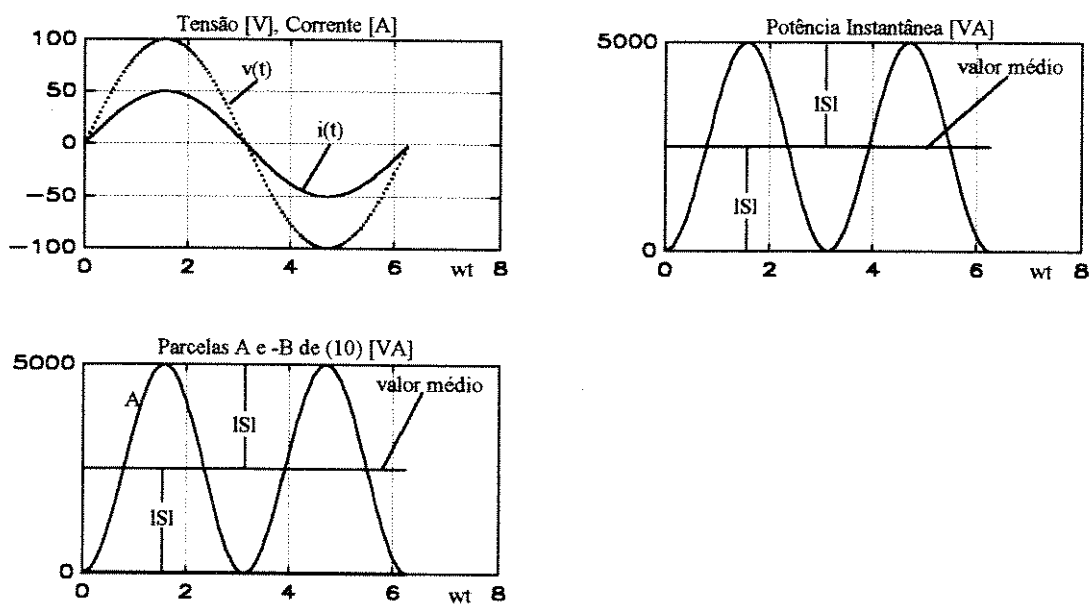


Figura 2-5: Potências para $\varphi=0^\circ$

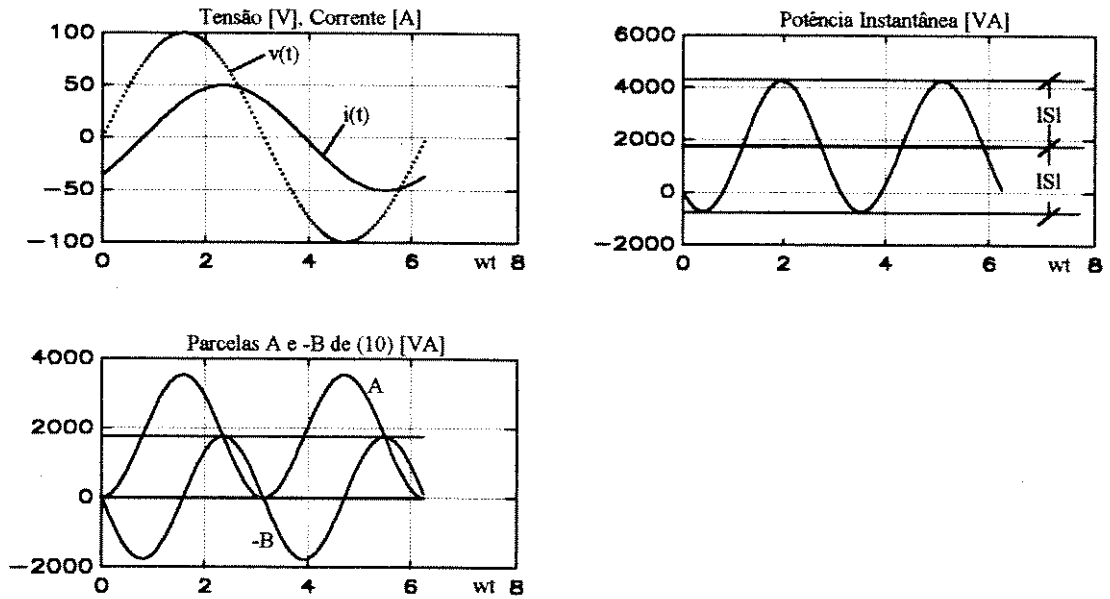


Figura 2-6: Potências para $\phi=45^\circ$

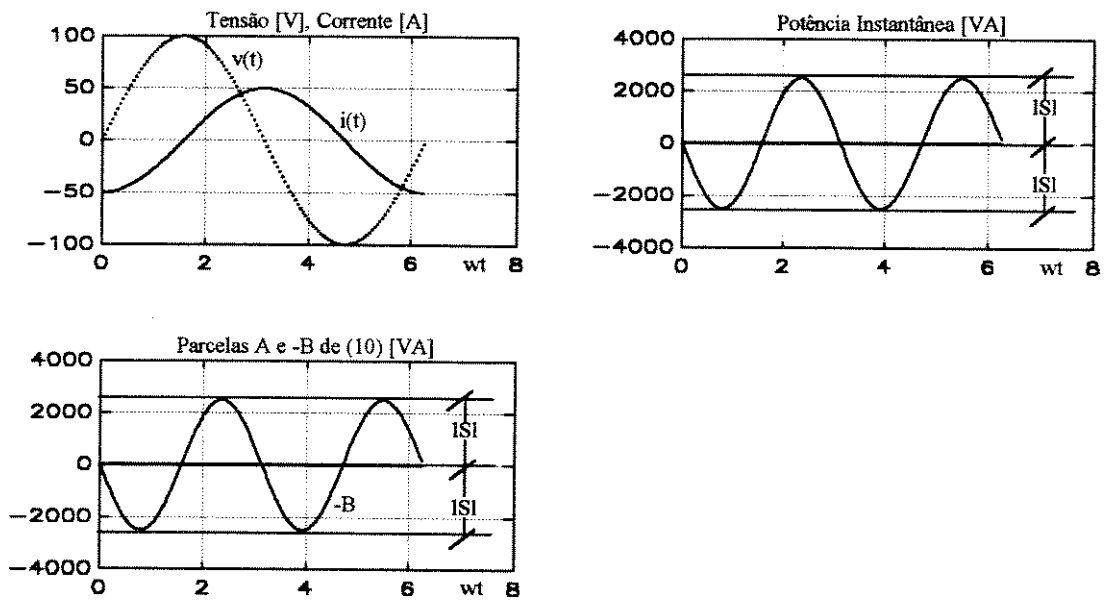


Figura 2-7: Potências para $\phi=90^\circ$

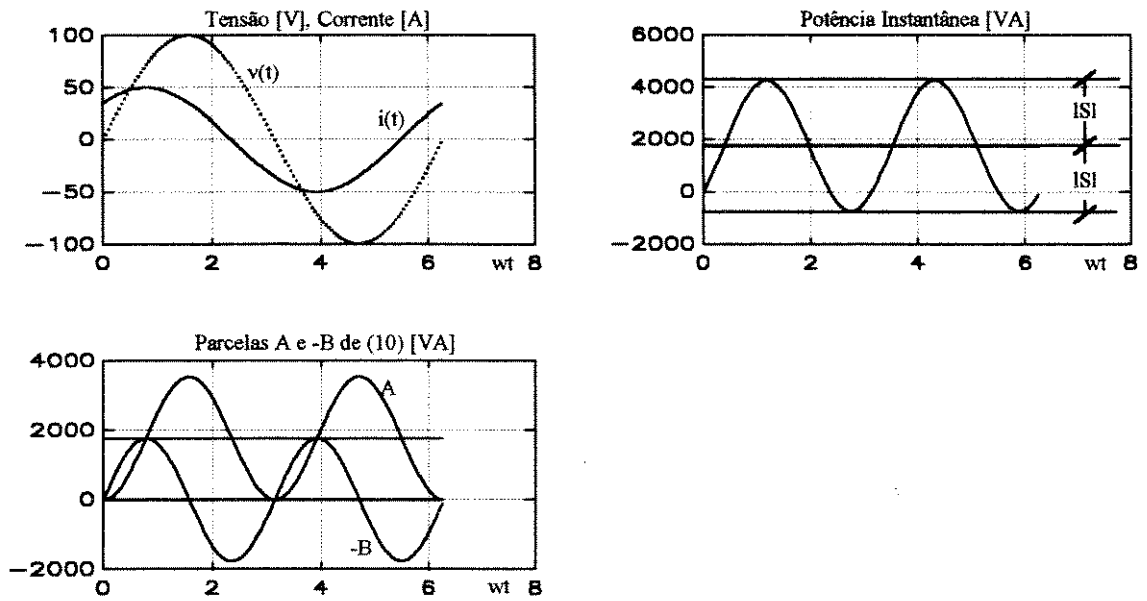


Figura 2-8: Potências para $\phi = -45^\circ$

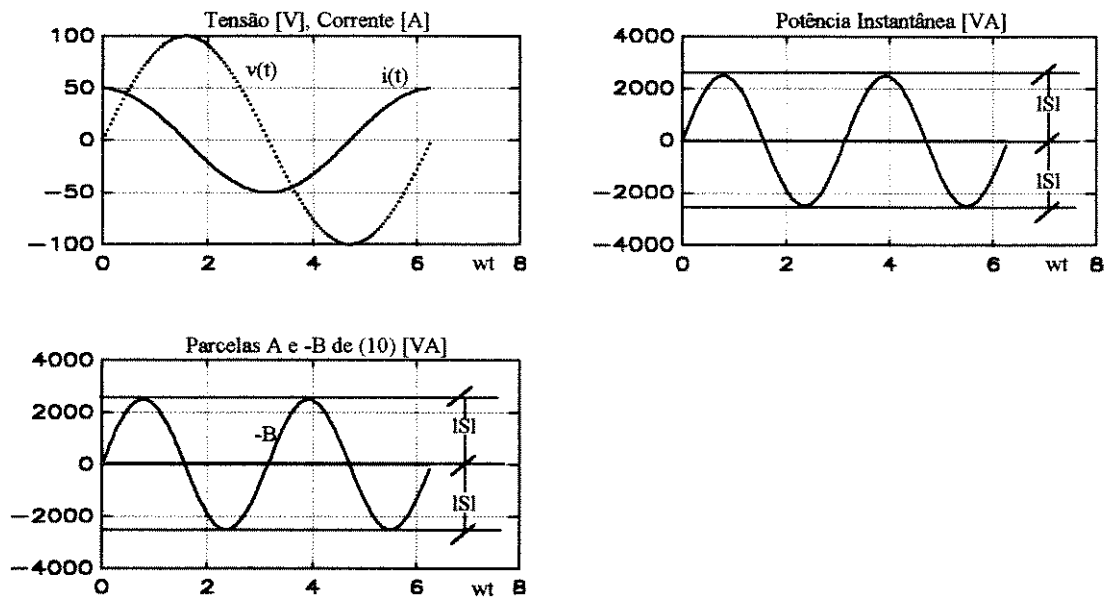


Figura 2-9: Potências para $\phi = -90^\circ$

Para as curvas dos gráficos anteriores foram adotados valores máximos de tensão e corrente iguais à 100 Volts e 50 Ampères, respectivamente.

A característica do circuito é variada de maneira que o mesmo possa ser resistivo, indutivo ou capacitivo.

Observa-se, então, que a potência instantânea possui uma faixa de variação determinada pelo produto dado por $V_{ef} \cdot I_{ef}$ (a faixa vale $2V_{ef} \cdot I_{ef}$), independentemente das características do circuito, o que já poderia ser facilmente observado em (5) sem a identificação explícita da potência reativa.

Para um circuito com $\varphi = 0^\circ$, $|S| = P$ e a potência instantânea varia entre os valores 0 e $2P$, ou seja, 0 e $2|S|$.

Já para um circuito com $\varphi = \pm 90^\circ$, $|S| = Q$, $P = 0$ e a potência instantânea varia entre $-Q$ e $+Q$, ou seja, $-|S|$ e $+|S|$.

Para um valor genérico de φ , a potência pode variar entre os valores $(P - |S|)$ e $(P + |S|)$ com uma frequência angular 2ω , apresentando o valor médio P .

2.4 - CONCLUSÃO:

Foi apresentado neste capítulo a potência instantânea e o comportamento das parcelas que a compõem, para o caso de tensão e corrente puramente senoidais. Também foi analisada a representação das potências ativa, reativa e aparente através do tradicional triângulo de potências no plano complexo, onde a quadratura entre as potências ativa e reativa é devida à quadratura existente entre duas parcelas senoidais da potência instantânea.

Para circuitos monofásicos sujeitos à tensões e correntes puramente senoidais a adoção da potência aparente, $|S|$, como parâmetro genérico de dimensionamento para instalações e equipamentos sob um certo nível de tensão (valor eficaz) fornece apenas o limite para o valor eficaz da corrente. Por outro lado este valor de potência aparente, em VA, determina a amplitude da faixa de variação da potência instantânea, sendo que o fator de potência ($f.p. = \cos\varphi$), ou seja, a impedância apresentada pelo circuito, é que determina a referência ($P = VI\cos\varphi$) em torno da qual ocorrerá esta variação.

Capítulo 3

Quadratura entre Potência Ativa e Reativa em Sistemas não Senoidais.

3.1 - INTRODUÇÃO

Como citado no capítulo 1, ainda não se convergiu para uma formulação de aceitação universal à respeito da potência em circuitos não senoidais. No entanto a mais usada é a que estende, com pequenas adaptações, os mesmos conceitos utilizados nos sistemas senoidais tornando as análises e cálculos em torno do assunto algo simples, e além do mais, muito atrativo.

Esta simplicidade, porém, é a maior deficiência no que diz respeito à comprovação da eficácia dessas formulações não refletindo com fidelidade a complexidade da potência em circuitos com formas de onda não senoidais.

Por exemplo, alguns detalhes de comportamento da potência são deixados à margem quando, sob tais condições, se fala de correção do fator de potência.

Expressões consolidadas, tal como $|S|^2 = P^2 + Q^2$, ou discutidas, tal como $|S|^2 = P^2 + Q^2 + D^2$, onde já se constata a introdução do termo "**potência de distorção**" (**D**), decorrente das harmônicas de tensão e/ou corrente no circuito não oferecem uma perfeita "visualização" das suas aplicações para uma variedade de diferentes métodos, existentes atualmente, para melhoria do fator de potência.

Por outro lado a potência instantânea, que está vinculada à estas expressões pelo exposto no capítulo 2, permite uma melhor percepção de alguns desses detalhes e/ou fenômenos de comportamento citados.

Para isso o tratamento matemático dado à expressão da potência se dividirá em etapas, à saber: uma considerando apenas as parcelas constituídas por tensões e correntes de mesma ordem harmônica, caracterizando as potências ativa e reativa; outra considerando as parcelas constituídas por tensões e correntes de ordens harmônicas diferentes entre si, caracterizando a potência de distorção e por fim a soma dessas componentes que fornecerão o comportamento global da potência instantânea.

Pretender-se-á analisar aqui o comportamento das parcelas da potência instantânea, para o caso onde os sinais de tensão e corrente são distorcidos, caracterizando-se assim um sistema não senoidal, porém, analisando-se apenas as parcelas onde a tensão e corrente tenham a mesma ordem harmônica.

3.2 - GENERALIZAÇÃO DA EXPRESSÃO DA POTÊNCIA INSTANTÂNEA

Considera-se, agora, um sistema em regime permanente não senoidal onde a tensão e a corrente sejam distorcidas e periódicas, onde $v(t)$ e $i(t)$ são dadas pela soma de várias componentes de ordem "n", respectivamente, às quais denominam-se componentes harmônicas.

Assim, para um circuito monofásico em função do tempo, tem-se:

$$v(t) = v_1(t) + v_2(t) + v_3(t) + \dots + v_n(t) \quad (33)$$

$$i(t) = i_1(t) + i_2(t) + i_3(t) + \dots + i_n(t) \quad (34)$$

onde:

$$v_1(t) = V_{1\text{máx.}} \cdot \text{sen } \omega t \quad (35)$$

$$v_2(t) = V_{2\text{máx.}} \cdot \text{sen}(2\omega t + \delta_2) \quad (36)$$

$$v_3(t) = V_{3\text{máx.}} \cdot \text{sen}(3\omega t + \delta_3) \quad (37)$$

$$v_n(t) = V_{n\text{máx.}} \cdot \text{sen}(n\omega t + \delta_n) \quad (38)$$

e,

$$i_1(t) = I_{1\text{máx.}} \cdot \text{sen}(\omega t - \varphi_1) \quad (39)$$

$$i_2(t) = I_{2\text{máx.}} \cdot \text{sen}(2\omega t + \delta_2 - \varphi_2) \quad (40)$$

$$i_3(t) = I_{3\text{máx.}} \cdot \text{sen}(3\omega t + \delta_3 - \varphi_3) \quad (41)$$

$$i_n(t) = I_{n\text{máx.}} \cdot \text{sen}(n\omega t + \delta_n - \varphi_n) \quad (42)$$

onde:

δ_n = ângulo de defasagem da tensão de ordem harmônica "n", em relação à fundamental;

φ_n = ângulo de defasagem da corrente de ordem harmônica "n", em relação à tensão de mesma ordem harmônica;

$n\omega t = n \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot t$, em radianos, com f = frequência do sinal [Hz]; normalmente tem-se "n"=1,2,3,...,50 (ordens harmônicas de tensão e corrente);

as expressões de (35) a (42) tratam de componentes de sinais distorcidos com frequência fundamental f .

Como a potência instantânea é dada pela expressão (4) e respeitando-se as mesmas considerações feitas para se utilizar esta expressão, no capítulo 2, para este caso tem-se que a potência instantânea passa a ser dada por:

$$p(t) = [v_1(t) + v_2(t) + v_3(t) + \dots + v_n(t)] \cdot [i_1(t) + i_2(t) + i_3(t) + \dots + i_n(t)] \quad (43)$$

Cujos produtos das tensões pelas correntes, resulta em:

$$\begin{aligned}
 p(t) = & v_1(t)i_1(t) + v_2(t)i_2(t) + v_3(t)i_3(t) + \dots + v_n(t)i_n(t) + \\
 & + v_1(t)i_2(t) + v_1(t)i_3(t) + \dots + v_1(t)i_n(t) + \\
 & + v_2(t)i_1(t) + v_2(t)i_3(t) + \dots + v_2(t)i_n(t) + \\
 & + v_3(t)i_1(t) + v_3(t)i_2(t) + \dots + v_3(t)i_n(t) + \dots
 \end{aligned}
 \tag{44}$$

Substituindo as expressões de (35) a (42) na expressão anterior e desenvolvendo, tem-se:

$$\begin{aligned}
 p(t) = & \left\{ V_1 I_1 \cos \varphi_1 [1 - \cos 2\omega t] - V_1 I_1 \sin \varphi_1 \sin 2\omega t \right\} + \\
 & + \left\{ V_2 I_2 \cos \varphi_2 [1 - \cos(4\omega t + 2\delta_2)] - V_2 I_2 \sin \varphi_2 \sin(4\omega t + 2\delta_2) \right\} + \\
 & + \left\{ V_3 I_3 \cos \varphi_3 [1 - \cos(6\omega t + 2\delta_3)] - V_3 I_3 \sin \varphi_3 \sin(6\omega t + 2\delta_3) \right\} + \\
 & + \left\{ \begin{aligned} & V_1 I_2 \cos \varphi_2 [\cos(\omega t + \delta_2) - \cos(3\omega t + \delta_2)] + \\ & - V_1 I_2 \sin \varphi_2 [\sin(-\omega t - \delta_2) + \sin(3\omega t + \delta_2)] \end{aligned} \right\} + \\
 & + \left\{ \begin{aligned} & V_1 I_3 \cos \varphi_3 [\cos(2\omega t + \delta_3) - \cos(4\omega t + \delta_3)] + \\ & - V_1 I_3 \sin \varphi_3 [\sin(-2\omega t - \delta_3) + \sin(4\omega t + \delta_3)] \end{aligned} \right\} + \\
 & + \left\{ \begin{aligned} & V_2 I_1 \cos \varphi_1 [\cos(\omega t + \delta_2) - \cos(3\omega t + \delta_2)] + \\ & - V_2 I_1 \sin \varphi_1 [\sin(\omega t + \delta_2) + \sin(3\omega t + \delta_2)] \end{aligned} \right\} + \\
 & + \left\{ \begin{aligned} & V_2 I_3 \cos \varphi_3 [\cos(-\omega t + \delta_2 - \delta_3) - \cos(5\omega t + \delta_2 + \delta_3)] + \\ & - V_2 I_3 \sin \varphi_3 [\sin(-\omega t + \delta_2 - \delta_3) + \sin(5\omega t + \delta_2 + \delta_3)] \end{aligned} \right\} + \\
 & + \left\{ \begin{aligned} & V_3 I_1 \cos \varphi_1 [\cos(2\omega t + \delta_3) - \cos(4\omega t + \delta_2)] + \\ & - V_3 I_1 \sin \varphi_1 [\sin(2\omega t + \delta_3) + \sin(4\omega t + \delta_2)] \end{aligned} \right\} + \\
 & + \left\{ \begin{aligned} & V_3 I_2 \cos \varphi_2 [\cos(\omega t + \delta_3 - \delta_2) - \cos(5\omega t + \delta_3 + \delta_2)] + \\ & - V_3 I_2 \sin \varphi_2 [\sin(\omega t + \delta_3 - \delta_2) + \sin(5\omega t + \delta_3 + \delta_2)] \end{aligned} \right\} + \dots
 \end{aligned}$$

(45)



Expressão que pode ser generalizada para:

$$p(t) = \sum_{j,k=1}^n \left\{ \begin{aligned} &V_j I_k \cos \varphi_k \left[\cos((j-k)\omega t + \delta_j - \delta_k) - \cos((j+k)\omega t + \delta_j + \delta_k) \right] + \\ &- V_j I_k \sin \varphi_k \left[\sin((j-k)\omega t + \delta_j - \delta_k) + \sin((j+k)\omega t + \delta_j + \delta_k) \right] \end{aligned} \right\} \quad (46)$$

Então, pode-se constatar que a potência instantânea, que é um produto da tensão pela corrente em sistemas senoidais, passa a ser em sistemas não senoidais, uma soma de "sub-produtos" de componentes harmônicas de tensão pelas componentes harmônicas de corrente.

Comparando-se as expressões (44) e (45) com as expressões (4) e (7), respectivamente, identificam-se esses "sub-produtos" como sendo "parcelas de potência" compostas pelos sinais de tensão e corrente que possuem ou a mesma ordem harmônica ou ordens harmônicas diferentes.

Então, pode-se escrever a potência como sendo:

$$p(t) = \underbrace{p_{11}(t) + p_{22}(t) + p_{33}(t) + \dots + p_{nn}(t)}_{p'(t)} + \underbrace{p_{12}(t) + p_{13}(t) + p_{21}(t) + p_{31}(t) + p_{23}(t) + p_{32}(t) + \dots + p_{jk}(t)}_{p''(t)} \quad (47)$$

sendo que $p_{jk}(t)$ indica uma parcela genérica da potência instantânea correspondente ao "sub-produto" de uma tensão de ordem j por uma corrente de ordem k , onde: $j=1, \dots, n$, e $k=1, \dots, n$ e $j \neq k$.

Verifica-se que a expressão (47) atingiria uma proporção muito elevada, se fossem considerados os n -ésimos termos para representá-la. Não sendo conveniente explorá-las agora, optou-se por representar apenas as tensões e correntes fundamentais e mais duas ordens harmônicas ($n=2,3$), deixando-se de representar os termos de tensão e

corrente de ordem harmônica superior a três. A limitação das ordens harmônicas tanto de tensão quanto de corrente foi feita de maneira a facilitar o manuseio das expressões envolvidas.

A restrição no desenvolvimento da expressão (47) envolvendo apenas 2 ordens harmônicas não comprometerá as possíveis conclusões que serão tiradas, uma vez que para um caso com um número superior de ordens harmônicas ter-se-ia apenas uma extensão da expressão, similar aos termos encontrados utilizando-se apenas as duas primeiras ordens harmônicas (2 e 3).

3.3 - IDENTIFICAÇÃO DA QUADRATURA ENTRE AS PARCELAS QUE CARACTERIZAM AS POTÊNCIAS ATIVA E REATIVA

À partir das expressões apresentadas anteriormente é feita uma análise para as parcelas que possuem a mesma ordem harmônica ($j=k$) para tensão e corrente, tal como foi proposto como escopo para este capítulo às quais denominam-se de "parcelas de potência de ordem idêntica" e serão representadas por:

$$p''(t) = p_{11}(t) + p_{22}(t) + p_{33}(t) + \dots + p_{nn}(t) \quad (48)$$

Sendo assim, à partir de agora, a análise detém-se apenas ao estudo da parcela identificada como $p''(t)$ na expressão (47). Aplicando-se à mesma um tratamento matemático análogo ao dispensado no capítulo 2 às expressões (7) a (19), procurando-se identificar a "potência ativa e reativa" para esta situação.

A parcela $p'''(t)$ restante, que caracteriza a "potência de distorção", constituída pelo produto de tensões pelas correntes de ordens harmônicas diferentes será avaliada logo mais, no capítulo seguinte.

Portanto,

$$\begin{aligned}
 p''(t) = & [V_1 I_1 \cos \varphi_1 (1 - \cos 2\omega t) - V_1 I_1 \sin \varphi_1 \sin 2\omega t] + \\
 & + [V_2 I_2 \cos \varphi_2 (1 - \cos(4\omega t + 2\delta_2)) - V_2 I_2 \sin \varphi_2 \sin(4\omega t + 2\delta_2)] + \\
 & + [V_3 I_3 \cos \varphi_3 (1 - \cos(6\omega t + 2\delta_3)) - V_3 I_3 \sin \varphi_3 \sin(6\omega t + 2\delta_3)] + \dots
 \end{aligned}
 \tag{49}$$

E caracterizando a expressão anterior, tal qual as expressões (8) e (9), identificam-se as parcelas:

$$A_{11} = V_1 I_1 \cos \varphi_1 (1 - \cos 2\omega t) \tag{50}$$

$$A_{22} = V_2 I_2 \cos \varphi_2 (1 - \cos(4\omega t + 2\delta_2)) \tag{51}$$

$$A_{33} = V_3 I_3 \cos \varphi_3 (1 - \cos(6\omega t + 2\delta_3)) \tag{52}$$

$$B_{11} = V_1 I_1 \sin \varphi_1 \sin 2\omega t \tag{53}$$

$$B_{22} = V_2 I_2 \sin \varphi_2 \sin(4\omega t + 2\delta_2) \tag{54}$$

$$B_{33} = V_3 I_3 \sin \varphi_3 \sin(6\omega t + 2\delta_3) \tag{55}$$

Então a expressão (49) pode ser escrita como:

$$p''(t) = (A_{11} - B_{11}) + (A_{22} - B_{22}) + (A_{33} - B_{33}) + \dots \tag{56}$$

Assim como na expressão (7) as parcelas que compõem a expressão (49) se decompõem em uma reta paralela ao eixo dos tempos, definida pelo valor médio da potência instantânea e duas componentes senoidais, para cada uma das ordens harmônicas.

Ainda com relação à expressão (49), as componentes A_{nn} pulsam em torno de seus respectivos valores médios P_{nn} . Esses valores médios são dados por $V_n I_n \cos \varphi_n$, os

quais podem ser denominados de "parcelas de potência ativa" para tensões e correntes de ordens harmônicas idênticas.

Assim, as parcelas A_{nn} variam entre 0 e $2P_{nn}$, com $2n$ vezes a frequência da rede, nunca ficando negativas, e o valor médio desta oscilação é o valor da "parcela da potência ativa" da ordem harmônica n , P_{nn} .

As componentes B_{nn} pulsam em torno do eixo dos tempos com $2n$ vezes a frequência da rede, e seus valores de pico são dados por $V_n I_n \text{ sen } \varphi_n$, os quais seriam denominados de "parcelas de potência reativa", para tensões e correntes de ordens harmônicas idênticas, Q_{nn} .

Portanto, utilizando as definições de potência para circuitos senoidais, identificam-se:

-Parcelas que compõem a potência ativa para casos não senoidais,

$$P_{11} = V_1 I_1 \cos \varphi_1 \quad (57)$$

$$P_{22} = V_2 I_2 \cos \varphi_2 \quad (58)$$

$$P_{33} = V_3 I_3 \cos \varphi_3 \quad (59)$$

-Parcelas que compõem a potência reativa para casos não senoidais,

$$Q_{11} = V_1 I_1 \text{ sen } \varphi_1 \quad (60)$$

$$Q_{22} = V_2 I_2 \text{ sen } \varphi_2 \quad (61)$$

$$Q_{33} = V_3 I_3 \text{ sen } \varphi_3 \quad (62)$$

E a expressão (48) pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} p''(t) = & [P_{11} (1 - \cos 2\omega t) - Q_{11} \text{ sen } 2\omega t] \\ & + [P_{22} (1 - \cos(4\omega t + 2\delta_2)) - Q_{22} \text{ sen}(4\omega t + 2\delta_2)] + \\ & + [P_{33} (1 - \cos(6\omega t + 2\delta_3)) - Q_{33} \text{ sen}(6\omega t + 2\delta_3)] + \dots \end{aligned} \quad (63)$$

Esta última expressão pode ser reescrita nos moldes da expressão (14), e deste modo tem-se:

$$\begin{aligned}
 p''(t) = & \left[\underbrace{P_{11} - \underbrace{P_{11} \cos 2\omega t}_{A'_{11}} - \underbrace{Q_{11} \text{sen} 2\omega t}_{B_{11}}}_{A_{11}} \right] + \\
 & + \left[\underbrace{P_{22} - \underbrace{P_{22} \cos(4\omega t + 2\delta_2)}_{A'_{22}} - \underbrace{Q_{22} \text{sen}(4\omega t + 2\delta_2)}_{B_{22}}}_{A_{22}} \right] + \\
 & + \left[\underbrace{P_{33} - \underbrace{P_{33} \cos(6\omega t + 2\delta_3)}_{A'_{33}} - \underbrace{Q_{33} \text{sen}(6\omega t + 2\delta_3)}_{B_{33}}}_{A_{33}} \right] + \dots
 \end{aligned}
 \tag{64}$$

Onde podem ser identificadas as parcelas:

$$A'_{11} = P_{11} \cos 2\omega t \tag{65}$$

$$A'_{22} = P_{22} \cos(4\omega t + 2\delta_2) \tag{66}$$

$$A'_{33} = P_{33} \cos(6\omega t + 2\delta_3) \tag{67}$$

Então a expressão (64) pode ser escrita, como:

$$p''(t) = (P_{11} - A'_{11} - B_{11}) + (P_{22} - A'_{22} - B_{22}) + (P_{33} - A'_{33} - B_{33}) + \dots \tag{68}$$

Analisando-se as expressões (64) e (68) observa-se que a parcela A'_{11} está em quadratura com a parcela B_{11} , A'_{22} está em quadratura com B_{22} , e assim sucessivamente para as parcelas que possuem a mesma ordem harmônica.

Dai a expressão (64) pode ser escrita como:

$$p''(t) = (P_{11} - p''_{11}(t)) + (P_{22} - p''_{22}(t)) + (P_{33} - p''_{33}(t)) + \dots \quad (69)$$

onde:

$$p''_{11}(t) = A'_{11} + B_{11} \quad (70)$$

$$p''_{22}(t) = A'_{22} + B_{22} \quad (71)$$

$$p''_{33}(t) = A'_{33} + B_{33} \quad (72)$$

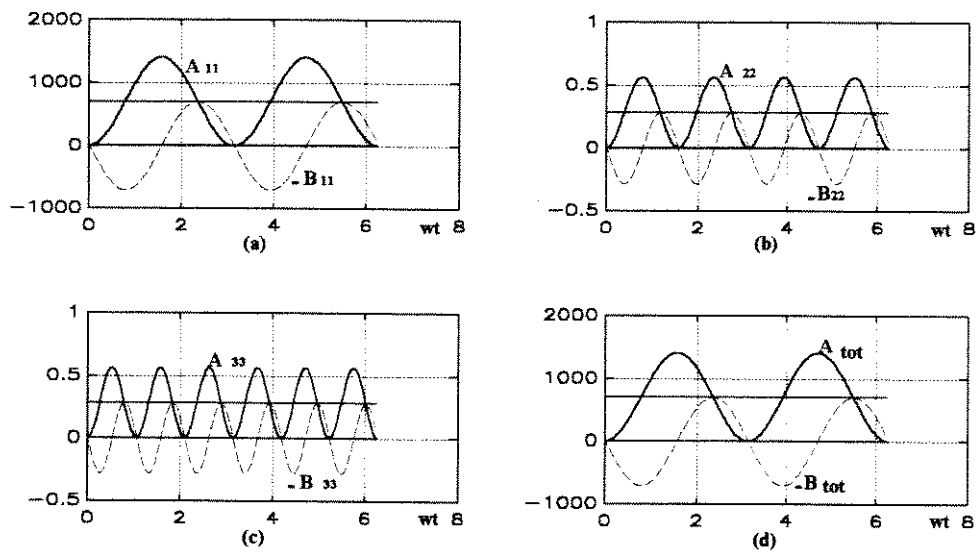


Figura 3-1a, b, c: Visualização das parcelas de potência para cada ordem harmônica;
 d: Visualização da soma dessas parcelas

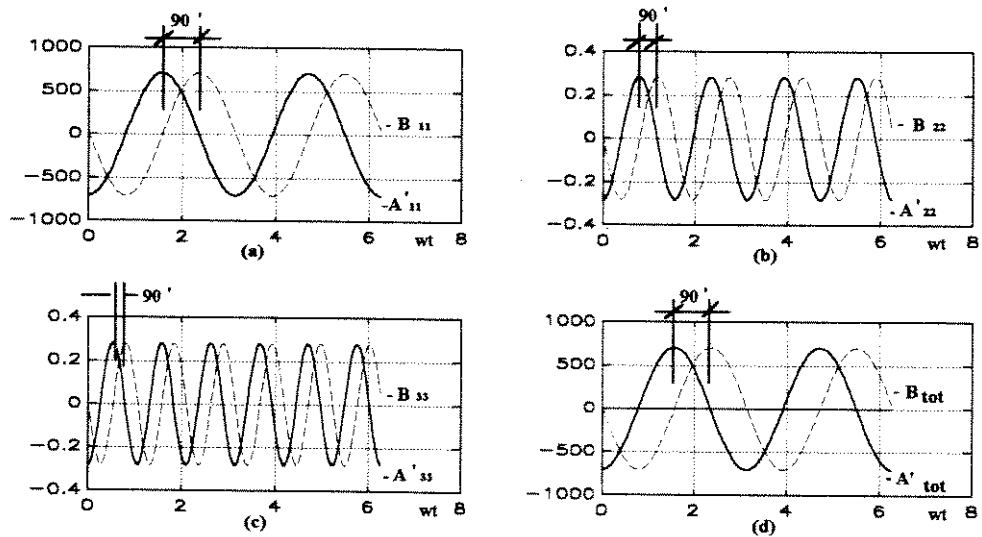


Figura 3-2a, b, c, d: Identificação da quadratura entre as parcelas de potência $-A'_{nn}$ e $-B_{nn}$.

Para as figuras anteriores foram adotados valores para as componentes harmônicas de tensão $V_1 = 100 \text{ V}$, $V_2 = 2 \text{ V}$ e $V_3 = 2 \text{ V}$, para as componentes harmônicas de corrente $I_1 = 10 \text{ A}$, $I_2 = 0,2 \text{ A}$ e $I_3 = 0,2 \text{ A}$ e seus respectivos ângulos $\delta_1 = 0^\circ$, $\delta_2 = 0^\circ$, $\delta_3 = 0^\circ$ e $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = 45^\circ$.

A Figura 3-1a, b, c fornece os gráficos das parcelas que compõem a expressão (56) e a Figura 3-2a, b, c fornece as parcelas da expressão (68), a menos dos valores constantes P_{11} , P_{22} , P_{33} , identificadas por $-A'_{nn}$ e $-B_{nn}$.

A Figura 3-1d fornece as somas das parcelas sendo caracterizadas respectivamente pelas equações (50) a (52) e (53) a (55), sendo identificadas respectivamente como A_{tot} e B_{tot} .

Deste modo tem-se que,

$$A_{\text{tot}} = A_{11} + A_{22} + A_{33} + \dots \quad (73)$$

onde é possível verificar a potência ativa (potência média) como sendo a soma dos termos $P_{11} + P_{22} + P_{33} + \dots + P_{mm}$; portanto:

$$P = V_1 I_1 \cos \varphi_1 + V_2 I_2 \cos \varphi_2 + V_3 I_3 \cos \varphi_3 + \dots + V_n I_n \cos \varphi_n \quad (74)$$

ou seja:

$$P = \sum_{n=1}^N P_{nn} \quad (75)$$

onde N é a maior ordem harmônica presente;

e,

$$B_{\text{tot}} = B_{11} + B_{22} + B_{33} + \dots \quad (76)$$

onde normalmente se identifica a potência reativa como sendo a soma dos termos $Q_{11} + Q_{22} + Q_{33} + \dots + Q_{nn}$, portanto:

$$Q = V_1 I_1 \sin \varphi_1 + V_2 I_2 \sin \varphi_2 + V_3 I_3 \sin \varphi_3 + \dots + V_n I_n \sin \varphi_n \quad (77)$$

ou seja:

$$Q = \sum_{n=1}^N Q_{nn} \quad (78)$$

No entanto vale ressaltar que:

1) A potência média é de fato igual à somatória de todas as parcelas P_{nn} , ou seja, a potência ativa é igual à $\sum_{n=1}^N P_{nn}$.

2) $Q = \sum_{n=1}^N Q_{nn}$ é uma aproximação que implica em se assumir o pior caso para as somatórias das parcelas B_{nn} , onde todas elas seriam coincidentes no valor máximo, à despeito de cada parcela B_{nn} envolver diferentes frequências.

3) Constata-se que a somatória das parcelas $(A_{nm} - B_{nm})$ da expressão (56) resultará numa forma de onda muito semelhante à parcela $(A_{11} - B_{11})$, ou seja, a parcela oriunda do produto da tensão pela corrente fundamentais. Isto se deve aos limites das distorções harmônicas totais de tensão e corrente impostas aos sistemas em operação. Assim a quadratura existente entre as parcelas $A_{11} - B_{11}$, ou melhor entre $(A_{11} - P_{11})$ e B_{11} é revelada na parcela da potência instantânea devida à somatória dos produtos das componentes de tensão e corrente de ordem harmônica idêntica, conforme constatado na Figura 3-2d.

4) As parcelas P_{nn} e Q_{nn} de mesma ordem harmônica podem ser representadas em quadratura, porém para diferentes ordens harmônicas tem-se diferentes frequências nas parcelas $A'_{nn} - B_{nn}$ e assim assumir a quadratura das chamadas potências ativa $\sum_{n=1}^N P_{nn}$ e reativa $\sum_{n=1}^N Q_{nn}$ é uma aproximação, além da possibilidade de existir defasagens para cada parcela $(A_{nn} - B_{nn})$ de diferentes ordens.

No entanto, esta aproximação é razoável desde que se garanta baixos níveis de distorção isoladamente para a tensão e a corrente.

3.4 - CONCLUSÃO

Neste capítulo foi analisado apenas a parcela da potência instantânea devida à somatória dos produtos das componentes de tensão e corrente de mesma ordem harmônica.

Portanto, frente à expressão total da potência instantânea generalizada por (46) a análise feita neste capítulo se restringe apenas à verificação da coerência na representação em quadratura das potências ativa e reativa.

Uma constatação importante aqui feita é o fato de que a soma parcial das parcelas de potência dada pela expressão (56) se assemelhará à forma de onda expressa pelo produto das tensões e correntes fundamentais, para as situações reais de operação onde os

fatores de distorção de tensão e corrente não excederem os limites estabelecidos, ou seja, a parcela predominante será a de tensões e correntes fundamentais.

Deste modo a representação em quadratura das potências ativa e reativa para caso de tensões e correntes com conteúdo harmônico, é razoável e aceitável, desde que os níveis de distorção total da tensão e/ou da corrente não comprometa a predominância da componente fundamental.

Isso leva à crer que na expressão $|S|^2 = P^2 + Q^2 + D^2$, difundida no meio científico, para os casos não senoidais, a quadratura da "potência de distorção" D com P e Q poderia ser demonstrada de maneira análoga à desenvolvida neste capítulo, ratificando então o uso do "tetraedro de potências" sugerido por alguns autores [1][9][21] e pela expressão acima.

Capítulo 4

Uma Discussão sobre a "Potência de Distorção".

4.1 - INTRODUÇÃO

Como visto no capítulo anterior, a potência instantânea em sistemas não senoidais deve ser definida em função da composição de várias parcelas constituídas pelas tensões e correntes que as caracterizam. Foi estudado no capítulo anterior as parcelas que envolvem a mesma ordem harmônica na composição dessa potência. Agora será dada ênfase às parcelas formadas pelos sub-produtos de tensões por correntes de ordens harmônicas diferentes entre si, postergadas no capítulo anterior, para tentar verificar-se a quadratura entre os termos da expressão $|S|^2 = P^2 + Q^2 + D^2$, especialmente de D em relação aos demais termos.

Pretender-se-á, então, fechar a análise do assunto em questão utilizando-se, após isso, o sinal total da potência instantânea (com componentes de mesma ordem harmônica e ordens harmônicas diferenciadas dada por (45)) para investigação global do comportamento da mesma.

4.2 - COMPORTAMENTO DA POTÊNCIA DE DISTORÇÃO

Partindo-se das considerações feitas ao se desenvolver as expressões (33) a (43), no capítulo 3, e lembrando que o produto das componentes harmônicas de tensão pelas componentes harmônicas de corrente para sistemas operando sob estas condições resulta na expressão (47); é feita, agora, uma análise para as parcelas que possuem ordens harmônicas diferentes ($j \neq k$) para tensão e corrente às quais denominam-se "parcelas de ordens diferentes"

Assim, da expressão (47) tem-se:

$$p'''(t) = p_{12}(t) + p_{13}(t) + p_{21}(t) + p_{31}(t) + p_{23}(t) + p_{32}(t) + \dots + p_{jk}(t) \quad (79)$$

A análise, então, detém-se ao estudo desta parcela $p'''(t)$ e que caracteriza a "potência de distorção" como veremos no decorrer do capítulo.

Então:

$$\begin{aligned}
p'''(t) = & \left\{ V_1 I_2 \cos \varphi_2 [\cos(\omega t + \delta_2) - \cos(3\omega t + \delta_2)] + \right. \\
& \left. - V_1 I_2 \sin \varphi_2 [\sin(-\omega t - \delta_2) + \sin(3\omega t + \delta_2)] \right\} + \\
& + \left\{ V_1 I_3 \cos \varphi_3 [\cos(2\omega t + \delta_3) - \cos(4\omega t + \delta_3)] + \right. \\
& \left. - V_1 I_3 \sin \varphi_3 [\sin(-2\omega t - \delta_3) + \sin(4\omega t + \delta_3)] \right\} + \\
& + \left\{ V_2 I_1 \cos \varphi_1 [\cos(\omega t + \delta_2) - \cos(3\omega t + \delta_2)] + \right. \\
& \left. - V_2 I_1 \sin \varphi_1 [\sin(\omega t + \delta_2) + \sin(3\omega t + \delta_2)] \right\} + \\
& + \left\{ V_2 I_3 \cos \varphi_3 [\cos(-\omega t + \delta_2 - \delta_3) - \cos(5\omega t + \delta_2 + \delta_3)] + \right. \\
& \left. - V_2 I_3 \sin \varphi_3 [\sin(-\omega t + \delta_2 - \delta_3) + \sin(5\omega t + \delta_2 + \delta_3)] \right\} + \\
& + \left\{ V_3 I_1 \cos \varphi_1 [\cos(2\omega t + \delta_3) - \cos(4\omega t + \delta_2)] + \right. \\
& \left. - V_3 I_1 \sin \varphi_1 [\sin(2\omega t + \delta_3) + \sin(4\omega t + \delta_2)] \right\} + \\
& + \left\{ V_3 I_2 \cos \varphi_2 [\cos(\omega t + \delta_3 - \delta_2) - \cos(5\omega t + \delta_3 + \delta_2)] + \right. \\
& \left. - V_3 I_2 \sin \varphi_2 [\sin(\omega t + \delta_3 - \delta_2) + \sin(5\omega t + \delta_3 + \delta_2)] \right\} + \dots
\end{aligned}
\tag{80}$$

Nota-se que a expressão, apesar de não possuir os termos de ordem harmônica idêntica e ter sido "truncado" na ordem harmônica 3 ($n=3$), pelos mesmos motivos justificados em (47), a mesma ainda possui uma proporção elevada.

Observa-se, também, as parcelas senoidais e cossenoidais resultantes de cada sub-produto de tensão pela corrente. Neste caso, porém não é conveniente separar tais parcelas como feito nos capítulos anteriores pois nas mesmas não se identificam quaisquer características semelhantes às verificadas nas expressões (50) a (55) entre suas parcelas senoidais e cossenoidais.

Portanto a mesma será tratada como um todo (soma de todas suas parcelas) para a verificação de suas propriedades.

Desta maneira é possível constatar que a expressão possui um valor médio nulo para qualquer valor de tensão e corrente e seus respectivos ângulos de referência (defasagens), que pode ser visto na Figura 4-1, onde um caso representa esta situação. Para tal representação foram utilizados os mesmos valores das simulações da Figura 3-1.

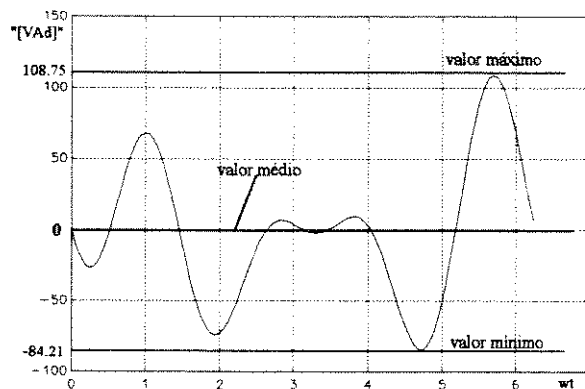


Figura 4-1: Verificação do valor médio de $p'''(t)$

Busca-se então, após a constatação de seu valor médio nulo (como era esperado), a possibilidade de identificar-se uma quadratura entre os termos apresentados em (80) e os apresentados em (75) e (76), através da simulação gráfica apresentada na Figura 4.2.

Tanto para a Figura 4-1 quanto para a Figura 4-2 os valores de tensão e corrente são os mesmos que foram utilizados para plotar-se (simular-se) os gráficos das Figuras 3-1 e 3-2.

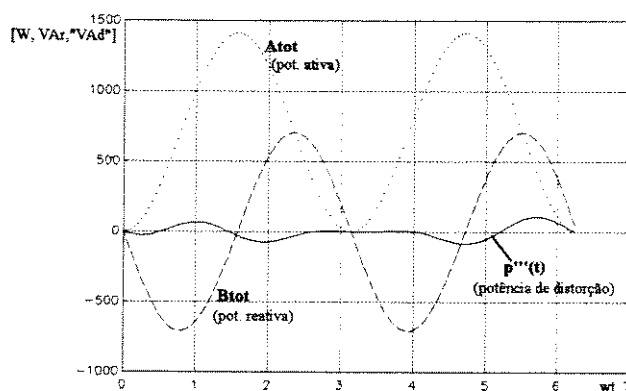


Figura 4-2: Busca da quadratura entre $p'''(t)$ e $p''(t)$

Através dos gráficos apresentados na Figura 4-2 verifica-se a impossibilidade de identificação da quadratura entre os termos em questão, tal como vinha sendo feita no decorrer dos capítulos anteriores.

Até então todas as proposições em torno da quadratura existente entre as potências ativa e reativa para os casos senoidais e não senoidais se confirmaram. Apenas quando é introduzido o termo correspondente à "potência de distorção" (D), identificado por (80), tal fato não pode ser observado, através das simulações efetuadas.

Portanto a validade da expressão utilizada para calcular numericamente o valor da potência ativa, reativa e de "distorção", dada por:

$$|S|^2 = P^2 + Q^2 + D^2 \quad (81)$$

à qual sugere sua decomposição vetorial num "tetraedro de potências", torna-se questionável.

4.3 - AVALIAÇÃO DA POTÊNCIA INSTANTÂNEA TOTAL ($p(t)$)

Por outro lado, poderia ainda justificar-se a utilização da expressão (81) se as condições de amplitude da faixa de variação da potência instantânea fosse verificada.

Portanto, para que seja feita uma análise com esse teor lança-se mão dos valores eficazes de componentes harmônicas de tensão e corrente e seus respectivos ângulos de referência e defasagem para se calcular os valores do módulo da potência aparente, potências ativa, reativa e de distorção por meio de (81).

Não obstante, esses valores adotados, para tensão e corrente e seus respectivos ângulos, são utilizados para simular os gráficos da potência instantânea dada por (45) e (46), onde são verificados os valores máximos, médio, e mínimo e conseqüentemente a amplitude da faixa de variação dessa potência, para cada caso, que são confrontados com os valores calculados através de (81).

Serão avaliadas, também as taxas de distorção harmônica para cada um dos casos citados como forma de garantir que a análise abrange casos onde se respeitará os valores limites estabelecidos por norma, e casos onde não se respeitará esses valores.

Essa taxa de distorção, já citada no capítulo 1, é dada pela expressão:

$$TDH_v = \frac{1}{V_1} \sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} V_n^2} \quad (82)$$

para o caso de distorção harmônica de tensão.

Assim escolheu-se os valores eficazes das componentes harmônicas de tensão e corrente que permitissem, para cada análise, taxas distintas de distorção harmônica de tensão variando de um pequeno valor (TDH=1.4%) até um valor (TDH=5.39%) que extrapolasse o limite máximo de 5% estabelecido por norma como citado no capítulo 1, em função da variação desses valores.

Esses valores das componentes de tensão e corrente, para qualquer TDH%, foram adotados de maneira que o valor da potência aparente ficasse em torno de 1000 VA ($|S| = 1000 \text{ VA}$), com pequenas diferenças apenas de aproximação numérica.

Também foram adotados, teoricamente, valores para os ângulos de referência das componentes harmônicas de tensão, os quais foram mantidos constantes para todos os casos, e os valores para os ângulos de defasagem das componentes harmônicas de corrente de maneira à propiciar a apreciação das potências calculadas, para efeito de comparação com a potência instantânea simulada.

Esses valores, acima citados, e os valores obtidos através das simulações de $p(t)$ se encontram nas Tabelas 01 a 04.

Os valores calculados e representados nas colunas (1), (3) e (5) das tabelas foram efetuados sob as seguintes formulações matemáticas:

- coluna (1):

$$V_{ef.} = \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} V_n^2} \quad (83)$$

que determina o valor eficaz da tensão para o sistema;

$$I_{ef.} = \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} I_n^2} \quad (84)$$

que determina o valor eficaz da corrente para o sistema;

onde:

V_n e I_n são os valores eficazes de cada componente harmônica de tensão e corrente respectivamente;

$$|S| = V_{ef.} I_{ef.} \quad (85)$$

que determina o valor da potência aparente (VA) do sistema;

- coluna (3):

P, determina o valor da potência ativa, dada pela expressão (75);

Q, determina o valor da potência reativa, dada por (78);

$$D^2 = |S|^2 - P^2 - Q^2 \quad (86)$$

que determina o valor do módulo da "potência de distorção", de unidade ["VAd"].

- coluna (5):

Faixa de Variação da potência instantânea;

que é determinada pela soma dos valores mínimo e máximo da potência instantânea $p(t)$ obtidos nas simulações gráficas da equação em questão, e que constam no apêndice I.

(1) VALORES ADOTADOS	(2) DEFASAGENS		(3) POTÊNCIAS CALCULADAS	(4) POTÊNCIA INSTANTÂNEA (SIMULADA)			(5) FAIXA DE VARIÇÃO	
	[graus]			MÍNIMO	MÉDIO	MÁXIMO		
	tensão	corrente						
Tensão (eficaz) [V]: V1=99,98 V2=1 V3=1 Corrente (ef.) [A]: I1=9,99 I2=0,1 I3=0,1 VEF=100 [V] IEF=10 [A] S =1000 [VA]	δ1=0	φ1=45	P=707,03 [W] Q=707,03 [VAr] D=14,0 [VAd]	-290,9	705,3	1763,7	2054,6	(a)
	δ2=-90	φ2=45						
	δ3=180	φ3=45						
	δ1=0	φ1=60	P=499,9 [W] Q=865,8 [VAr] D=19,9 [VAd]	-503,4	498,8	1536,1	2039,6	(b)
	δ2=-90	φ2=45						
	δ3=180	φ3=30						
	δ1=0	φ1=30	P=865,8 [W] Q=499,9 [VAr] D=20,8 [VAd]	-128,5	863,6	1932,6	2061,2	(c)
	δ2=-90	φ2=45						
	δ3=180	φ3=60						
	δ1=0	φ1=0	P=999,8 [W] Q=0 [VAr] D=19,9 [VAd]	0,0	997,2	2079,2	2079,2	(d)
	δ2=-90	φ2=0						
	δ3=180	φ3=0						

Tabela-01: Valores para uma taxa de distorção harmônica - TDH=1,41%.

(1) VALORES ADOTADOS	(2) DEFASAGENS		(3) POTÊNCIAS CALCULADAS	(4) POTÊNCIA INSTANTÂNEA (SIMULADA)			(5) FAIXA DE VARIÇÃO	
	[graus]			MÍNIMO	MÉDIO	MÁXIMO		
	tensão	corrente						
Tensão (eficaz) [V]: V1=99,96 V2=2 V3=2 Corrente (ef.) [A]: I1=9,996 I2=0,2 I3=0,2 VEF=100 [V] IEF=10 [A] S =1000 [VA]	δ1=0	φ1=45	P=707,1 [W] Q=707,1 [VAr] D=4,3 [VAd]	-289,69	705,3	1822,5	2112,2	(a)
	δ2=-90	φ2=45						
	δ3=180	φ3=45						
	δ1=0	φ1=60	P=500,2 [W] Q=865,8 [VAr] D=11,6 [VAd]	-507,11	499,0	1576,2	2083,3	(b)
	δ2=-90	φ2=45						
	δ3=180	φ3=30						
	δ1=0	φ1=30	P=865,8 [W] Q=500,2 [VAr] D=12,5 [VAd]	-125,5	863,6	2002,1	2127,6	(c)
	δ2=-90	φ2=45						
	δ3=180	φ3=60						
	δ1=0	φ1=0	P=1000 [W] Q=0 [VAr] D=0 [VAd]	0,0	997,3	2160,4	2160,4	(d)
	δ2=-90	φ2=0						
	δ3=180	φ3=0						

Tabela-02: Valores para uma taxa de distorção harmônica - TDH=2,23%.

(1) VALORES ADOTADOS	(2) DEFASAGENS		(3) POTÊNCIAS CALCULADAS	(4) POTÊNCIA INSTANTÂNEA (SIMULADA)			(5) FAIXA DE VARIACÃO	
	[graus]			MÍNIMO	MÉDIO	MÁXIMO		
	tensão	corrente						
Tensão (eficaz) [V]: V1=99,9 V2=4 V3=2 Corrente (ef.) [A]: I1=9,99 I2=0,4 I3=0,2 VEF=100 [V] IEF=10 [A] S = 1000 [VA]	δ1=0	φ1=45	P=707,11 [W] Q=707,11 [VAr] D=0 [VAd]	-295,9	705,4	1889,1	2185,0	(a)
	δ2=-90	φ2=45						
	δ3=180	φ3=45						
	δ1=0	φ1=60	P=500,4 [W] Q=865,62 [VAr] D=16,6 [VAd]	-517,1	499,4	1633,5	2150,1	(b)
	δ2=-90	φ2=45						
	δ3=180	φ3=30						
	δ1=0	φ1=30	P=865,6 [W] Q=500,5 [VAr] D=14,6 [VAd]	-127,1	863,5	2074,4	2201,5	(c)
	δ2=-90	φ2=45						
	δ3=180	φ3=60						
	δ1=0	φ1=0	P=1000 [W] Q=0 [VAr] D=0 [VAd]	0,01	997,3	2241,6	2241,6	(d)
	δ2=-90	φ2=0						
	δ3=180	φ3=0						

Tabela-03: Valores para uma taxa de distorção harmônica - TDH=4,47%.

(1) VALORES ADOTADOS	(2) DEFASAGENS		(3) POTÊNCIAS CALCULADAS	(4) POTÊNCIA INSTANTÂNEA (SIMULADA)			(5) FAIXA DE VARIACÃO	
	[graus]			MÍNIMO	MÉDIO	MÁXIMO		
	tensão	corrente						
Tensão (eficaz) [V]: V1=99,85 V2=5 V3=2 Corrente (ef.) [A]: I1=9,985 I2=0,5 I3=0,2 VEF=100 [V] IEF=10 [A] S = 1000 [VA]	δ1=0	φ1=45	P=707,03 [W] Q=707,03 [VAr] D=13,98 [VAd]	-289,6	705,5	1922,6	2285,6	(a)
	δ2=-90	φ2=45						
	δ3=180	φ3=45						
	δ1=0	φ1=60	P=500,61 [W] Q=865,39 [VAr] D=21,8 [VAd]	-552,7	499,6	1662,0	2214,8	(b)
	δ2=-90	φ2=45						
	δ3=180	φ3=30						
	δ1=0	φ1=30	P=865,4 [W] Q=500,5 [VAr] D=21,83 [VAd]	-127,5	863,4	2110,3	2237,8	(c)
	δ2=-90	φ2=45						
	δ3=180	φ3=60						
	δ1=0	φ1=0	P=999,9 [W] Q=0 [VAr] D=14,0 [VAd]	0,0	997,4	2282,5	2282,5	(d)
	δ2=-90	φ2=0						
	δ3=180	φ3=0						

Tabela-04: Valores para uma taxa de distorção harmônica - TDH=5,39%.

(1) VALORES ADOTADOS para $S=1000$ [VA]		(2) DEFASAGENS [graus]		(3) POTÊNCIAS CALCULADAS	(4) POTÊNCIA INSTANTÂNEA (SIMULADA)			(5) FAIXA DE VARIÇÃO	(6) TDH(%)	
Tensão [V]	Corrente [A]	tensão	corrente		MÍNIMO	MÉDIO	MÁXIMO			
V1=99,9 V2=1,0 V3=1,0	I1=9,99 I2=0,1 I3=0,1	$\delta 1=0$ $\delta 2=0$ $\delta 3=0$	$\phi 1=45$ $\phi 2=45$ $\phi 3=45$	P=707,1 [VA] Q=707,1 [VAr] D=0 [VAd]	-301,7	705,5	1698,3	2000,0	1,41	(a)
V1=99,9 V2=1,5 V3=1,5	I1=9,99 I2=0,15 I3=0,15	$\delta 1=0$ $\delta 2=0$ $\delta 3=0$	$\phi 1=45$ $\phi 2=45$ $\phi 3=45$	P=707,1 [VA] Q=707,1 [VAr] D=0 [VAd]	-302,3	705,4	1698,0	2000,3	2,12	(b)
V1=99,9 V2=2,5 V3=2,5	I1=9,99 I2=0,25 I3=0,25	$\delta 1=0$ $\delta 2=0$ $\delta 3=0$	$\phi 1=45$ $\phi 2=45$ $\phi 3=45$	P=707,2 [VA] Q=707,2 [VAr] D=0 [VAd]	-309,4	705,6	1694,7	2004,1	3,53	(c)
V1=98,9 V2=10 V3=10	I1=9,89 I2=1,0 I3=1,0	$\delta 1=0$ $\delta 2=0$ $\delta 3=0$	$\phi 1=45$ $\phi 2=45$ $\phi 3=45$	P=707,2 [VA] Q=707,2 [VAr] D=0 [VAd]	-400,7	705,4	1852,4	2253,1	14,2	(d)

Tabela-05: Variação da taxa de distorção (TDH%) para potência de distorção nula (D=0) e defasagens fixas, variando os valores das componentes harmônicas de tensão e corrente.

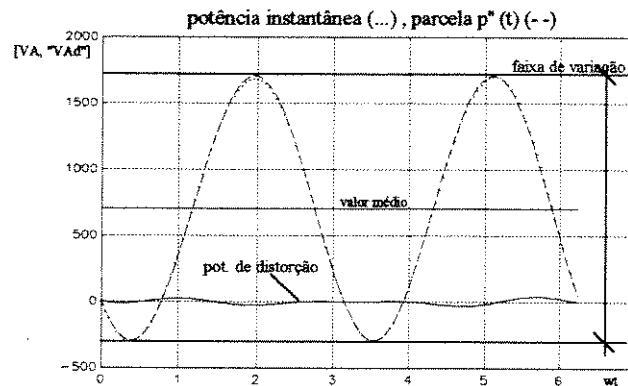


Figura 4-3: Gráfico das potências representadas na Tabela-05(a)

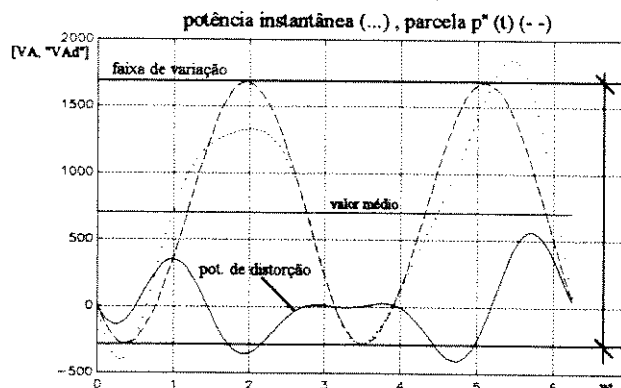


Figura 4-4: Gráfico das potências representadas na Tabela-05(d)

Constata-se das tabelas apresentadas a coerência entre os valores médios das potências instantâneas simuladas (coluna (4)) e os valores calculados (coluna (3)), para cada caso.

A faixa de variação da potência instantânea, sob condições não senoidais, que pensava-se poder ter o mesmo comportamento apresentado para condições senoidais (analisado no capítulo 2) não se verifica, ou seja, o limite imposto por $|S|$ para a faixa de variação da potência instantânea, em torno do valor médio da potência instantânea dado por P , para os casos senoidais é extrapolado, na maioria das vezes, para os casos não senoidais, independentemente do valor da taxa de distorção considerada.

Observa-se, porém, que a faixa de variação se torna tanto maior quanto mais alta for a taxa de distorção harmônica de tensão, para os casos utilizados nas simulações acima.

Outra constatação é quanto à potência de distorção que pode assumir valores maiores ou menores independentemente da taxa de distorção, mostrando que uma das características para aumento ou diminuição do valor da potência de distorção está mais vinculado aos valores das componentes harmônicas de tensão e corrente, e principalmente aos seus respectivos ângulos do que com a taxa de distorção harmônica, a exemplo da Tabela-05.

4.4 - CONCLUSÃO:

Como foi constatado, não é possível identificar a quadratura entre os termos que caracterizam a potência ativa (P) e reativa (Q), dado por (48), e o termo que caracteriza a potência de distorção (D), dado por (79). Além do mais, a forma de onda apresentada pela potência de distorção, de valor médio nulo, não possui um comportamento com característica senoidal ou cossenoidal distinta, o que dificulta e/ou impossibilita tal identificação pelo método de visualização gráfica.

Não obstante, ao se analisar as Tabelas-(01 a 05) nota-se que a taxa de distorção harmônica de tensão e a potência de distorção não possuem uma relação direta entre si, pois, verificam-se casos em que a taxa de distorção é alta e a potência de distorção (calculada através de (76)) é baixa e vice-versa, e casos em que a taxa de distorção é alta e a potência também, ou onde a taxa de distorção é baixa e a potência de distorção também é baixa; ou analisando-se a Tabela-05 que apresenta valores para a potência de distorção igual à zero ($D=0$) e taxas de distorção diferentes de zero ($TDH \neq 0\%$).

Observa-se através dos exemplos utilizados, neste capítulo, que a faixa de variação da potência instantânea não respeita as condições constatadas no capítulo 2, para os casos senoidais, onde tal faixa de variação é muito bem definida, com exceção dos casos para $D=0$, $TDH=3,5\%$ (no máximo) e ângulos de defasagem entre componentes harmônicas de tensão e corrente de 45° . Neste exemplo, que está inserido na Tabela-05(b e c) ainda é possível observar que o limite da faixa de variação ($2V_{ef}I_{ef}$) ainda é respeitado.

Os limites dessa faixa de variação da potência foram quase sempre extrapolados devido aos valores adotados como exemplo, o que não descarta a possibilidade de haver casos que em função da variação dos ângulos de tensão e corrente pode-se estar dentro da faixa de variação citada, como o exemplo citado anteriormente, porém sem qualquer regra bem definida.

Além do mais a potência média para esses casos manteve-se constante, o que novamente enfatiza que apenas pode-se estender para os casos não senoidais os conceitos de potência ativa e reativa.

Portanto, a potência de distorção ainda não é conclusiva quanto ao seu significado e comportamento, nem tampouco quanto à sua formulação matemática adequada.

Capítulo 5

Conclusões e Sugestões

5.1 - CONCLUSÃO

Neste trabalho resgatou-se toda a evolução dos estudos sobre a potência em circuitos e/ou sistemas de energia elétrica, seja operando sob condições senoidais ou não. Com isso permitiu-se ter noção do quão antiga é a preocupação com uma formulação adequada para as diversas formas de se avaliar e interpretar a potência nesses sistemas e ao mesmo tempo tão polêmica, especialmente quando se trata da sua avaliação quando um sistema opera sob condições não senoidais. Além do mais, foi possível identificar as duas vertentes que serviram de base para todos os desenvolvimentos, teóricos ou não, sobre o assunto, feitos até então.

Foi possível constatar-se a quadratura entre as potências ativa (P) e reativa (Q) para um circuito monofásico operando sob condições senoidais sob um outro ponto de vista, diferente do usual. Nestes casos também detectou-se a constância da amplitude da faixa de variação da potência instantânea, independente do valor do fator de potência.

Para os circuitos operando sob condições não senoidais constatou-se que a quadratura entre os termos referentes às potências ativa e reativa, válida para os casos senoidais se estende para os casos não senoidais (confirmando as proposições de Fryze,

op. cit. [6]), porém a potência ativa agora, passa a ser dada pela somatória de subprodutos das componentes harmônicas de tensão pela corrente conforme a expressão (74), o mesmo acontecendo com a potência reativa dada pela expressão (77), com a ressalva desta última tratar-se de uma aproximação aceitável para os casos de distorções não comprometedoras.

Além do mais deve-se considerar outra parcela devida à injeção de harmônicas no sistema, chamada de potência de distorção (D), sugerida na literatura e um dos principais enfoques deste trabalho, porém não se consegue verificar sua quadratura com as potências ativa e reativa a ponto de justificar a utilização da expressão $|S|^2 = P^2 + Q^2 + D^2$ nem tampouco sua representação gráfica através de um tetraedro. Assim, sua avaliação permanece duvidosa e deste modo a compensação desta potência de distorção não se torna simples como a compensação da potência reativa em circuitos puramente senoidais.

Uma constatação importante é o fato de que as formulações utilizadas para determinação das taxas de distorção harmônica e determinação do valor da potência de distorção não se interrelacionam uma vez que é possível obter-se um valor de $D=0$ para uma TDH=5%, por exemplo, bastando manipular-se os valores atribuídos às componentes harmônicas e seus ângulos de defasagem.

Ressalta-se, porém, a importância de se prever uma "reserva de potência aparente" em dimensionamentos de equipamentos e instalações sujeitos à distorções harmônicas uma vez que os mesmos, operando sob características nominais podem ser expostos às constantes variações da potência, que extrapolam os limites impostos pelo valor da potência instalada desses equipamentos, ao longo do tempo, estando sujeitos, portanto, à fadiga elétrica e conseqüentemente à redução de sua vida útil. Essa reserva de potência aparente deve ser de, no mínimo, dez por cento (10%), o que garantirá uma segurança maior em termos de operacionalidade desses equipamentos e/ou dispositivos do(s) sistema(s) ao(s) qual(is) o(s) mesmos estão vinculados.

5.2 - SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

- Investigação em direção à identificar quais são os valores limites das componentes harmônicas de tensão e corrente, em função de suas respectivas ordens, combinada à uma varredura completa de todos os seus respectivos ângulos de referência e defasagem, de forma à se respeitar os limites da faixa de variação delimitada pela potência instalada dos sistemas elétricos e equipamentos em questão.

- A construção de um equipamento capaz de medir e registrar os valores máximos e mínimos da potência instantânea, além de seu valor médio, possibilitará avaliar o fator de potência a cada hora conforme estipula a portaria n.º 85/92 do DNAEE de uma forma mais realista daquela feita atualmente onde o fator de potência é avaliado pela relação entre a potência ativa e o produto da tensão eficaz pela corrente eficaz.

A sugestão aqui deixada é que o fator de potência médio horário deva ser avaliado através da expressão:

$$f \cdot P_{\text{médio}} = \sum_{i=1}^M f \cdot p_i / M$$

onde:

M = número de intervalos de tempo de medição assumidos dentro de 60 minutos.

$f \cdot p_i$ = fator de potência para o intervalo de tempo i .

Para cada intervalo de tempo i , $i=1, \dots, M$, o fator de potência será dado por:

$$f \cdot p_i = \frac{2 \cdot \overline{p(t)}}{\text{máx.}[p(t)] - \text{min.}[p(t)]}$$

onde:

$\overline{p(t)}$ = valor médio da potência instantânea $p(t)$ no intervalo i ;

$\text{máx.}[p(t)]$ = valor máximo da potência instantânea $p(t)$ no intervalo i .

$\text{min.}[p(t)]$ = valor mínimo da potência instantânea $p(t)$ no intervalo i .

Tal sugestão se justifica face aos casos simulados no Apêndice II, onde constam 2 casos para um fator de potência tradicional de 0,92. No primeiro caso o fator de distorção é de 1,4% para tensão e corrente e o fator de potência avaliado segundo esta sugestão é de 0,89. Já no segundo caso o fator de distorção é de 5,4% e o fator de potência avaliado é de apenas 0,82.

Vale ressaltar que para sinais de tensão e de corrente puramente senoidais tal instrumento indicaria o mesmo valor dado pela relação entre a potência reativa e o produto da tensão eficaz pela corrente eficaz.

A construção deste instrumento possibilitará também a detecção de PAC's com altos níveis de taxa de distorção ou mesmo de equipamentos causadores de distúrbios harmônicos, possibilitando, também, um redimensionamento da carga total à ser conectada nestes pontos, bem como a detecção da necessidade da instalação de filtros, no sentido de se evitar problemas causados pelas distorções harmônicas.

Bibliografia

- [1] Emanuel, A. E.. Powers in nonsinusoidal situations: a review of definitions and physical meaning. IEEE Transactions on Power Delivery, V.5, n.0 3, p.1377-1389, jul. 1990.
- [2] Subjak, J. S.,McQuilkin, J. S.. Harmonics - causes, effects measurements and analysis: an update. IEEE Transactions on Industry Applications, V. 26, n.0 6, nov./dec. 1990.
- [3] IEEE, Working Group on Power Systems Harmonics. Power systems harmonics: An overview. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. Pas-102, n° 08, Aug. 1993.
- [4] Elgerd, O. I.; Electric energy systems theory: an a introduction, New York: McGraw- Hill, 1971.
- [5] Miller, T. J. E.. Reactive power control in electric systems, New York: John Wiley and Sons,1982.
- [6] Fryze, S.. Wirk, blind - und scheinleistung in elektrischen stromkreisen mit nichtsinusformigen verlauf von Strom und spannung, E T Z, V. 53, p. 596-599, 625-627 e 700-702, jun. 1932.
- [7] Sheperd, W., Zakikhani, P.. Suggest definition of power for nonsinusoidal system. IEE Proceedings, V. 119, n.0 9, p. 1361-1362, jun. 1972.
- [8] Sharon, D.. Improvement in nonlinear systems. IEE Proceedings, V. 120, n° 06, p. 704-706, jun. 1973.
- [9] Depenbrock, M.. Investigations of the voltage and power conditions at converters without energy storage, Translated extract of the Phd. thesis, cap. 03, 1962.

- [10] Erlicki, M. S., Emanuel - Eigeles. News aspects of power factor improvement part I - theoretical basis, IEEE Transactions on Industry and General Applications, V. 4, n.0 4, jul./aug. 1968.
- [11] Kusters, N. L., Moore, W. J. M. Moore. On the definition of reactive power under non-sinusoidal situations, V. 99, n.0 5, sept./oct. 1980.
- [12] Page, C. H.. Reactive power in nonsinusoidal situations, IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement, V. 29, n.0 4, dec. 1980.
- [13] Filipski, P.. A new approach to reactive current and reactive power measurement in nonsinusoidal systems, IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, V. 29, n.0 4, dec. 1980.
- [14] Czarnecki, L. S.. An orthogonal decomposition of the current of non-sinusoidal voltage sources applied to non-linear loads, Circuit Theory and Applications, V. 11, p. 235-239, 1983.
- [15] Akagi, H., Nabae, N.. Instantaneous reactive power compensators comprising switching devices without energy storage components , IEEE Transactions on Industry Applications, V. 20, n.0 3, may/june 1984.
- [16] IEEE, Working Group on Power Systems Harmonics. The effects of power systems harmonics on power systems equipment and loads. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. Pas-104, n° 09, p 2555-2563, Sept. 1993.
- [17] Slonim, M. A., Van Wyk, J. D.. Power components in a system with sinusoidal and nonsinusoidal voltages and Currents, IEE Proceedings, Pt. B., V. 135, n.0 2, mar. 1988.
- [18] Czarnecki, L. S.. Considerations on the reactive power in nonsinusoidal situations. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, V. IM-34, n° 3, pp 399-404, Sept. 1985.
- [19] Czarnecki, L. S.. "What is wrong with the Budeanu concept of reactive and distortion power and why should be abandoned, IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, V. IM-36, n° 3, pp 834-837, Sept. 1987.
- [20] Czarnecki, L. S.. On some deficiencies of Fryze's approach to describing power properties of systems under nonsinusoidal conditions.

- Proceedings of IEEE ICHPS VI, p.360-364, Bologna, Sept. 21-23, 1994.
- [21] Watanabe, H. E.. New concepts of instantaneous active and reactive powers in electrical systems with general loads, IEEE Winter Meeting, 1992.
- [22] Milanez, D. L.. A potência complexa instantânea aplicada às máquinas elétricas trifásicas. Tese de Doutorado. Unicamp, nov. 1993.
- [23] Pires, F. A. C.. Uma contribuição ao estudo de harmônicas em sistemas elétricos de potência. Tese de doutorado. Unicamp, fev. 1991.
- [24] Andrade, M. T. O.. A influência da energia elétrica reativa no planejamento do setor elétrico e a necessidade de consolidação do período horário para avaliação do fator de potência das cargas. Tese de doutorado. Unicamp, out. 1993.

Apêndice I

Gráficos das tabelas 01 a 04

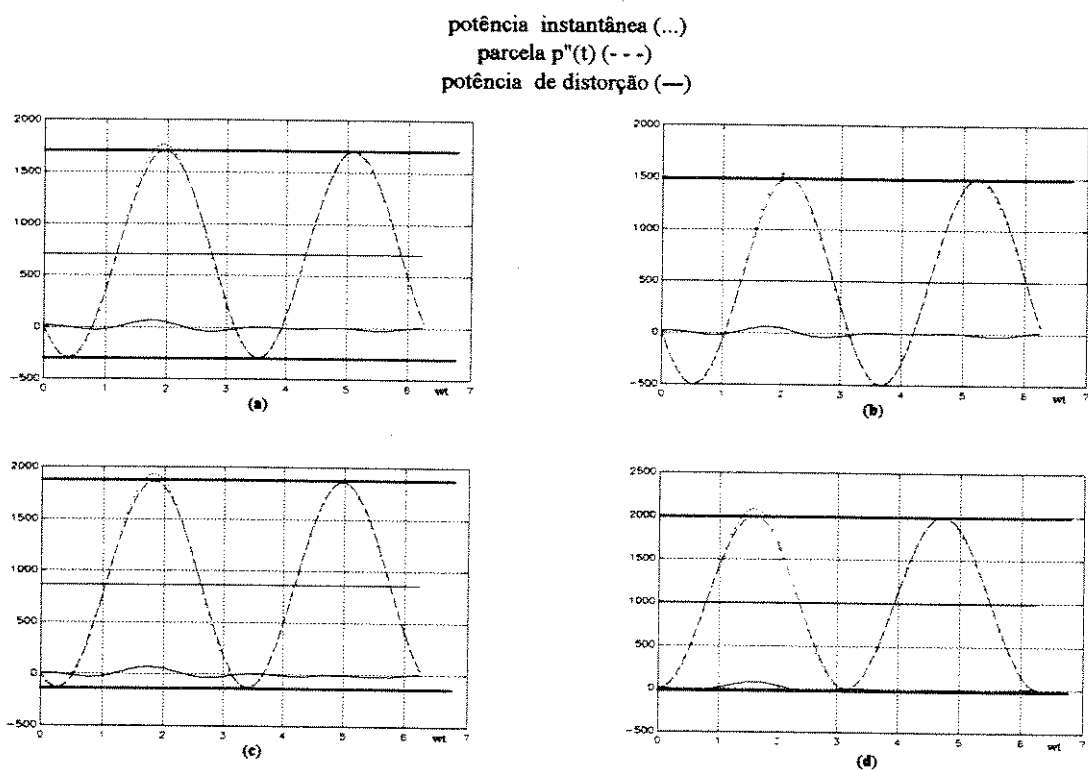


Figura A-01: Gráficos correspondentes aos valores da Tabela-01, exibindo as faixas de variação, para cada um dos casos, delimitada pela potência aparente.

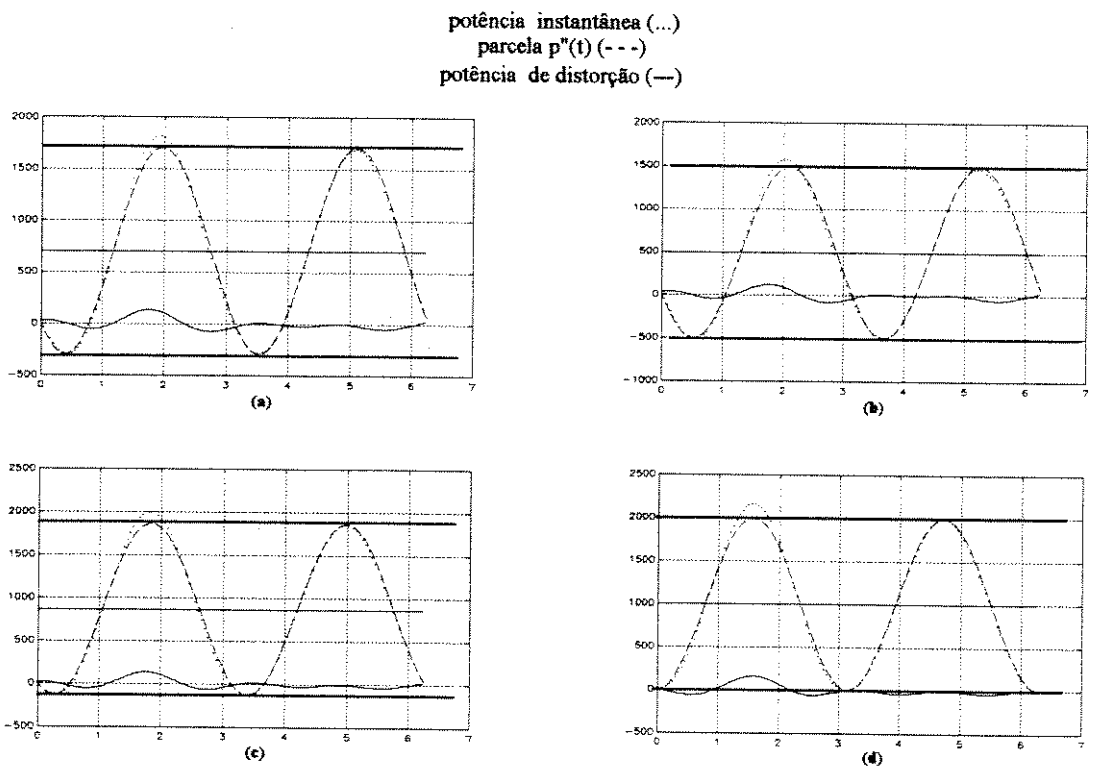


Figura A-02: Gráficos correspondentes aos valores da Tabela-02, exibindo as faixas de variação, para cada um dos casos, delimitada pela potência aparente.

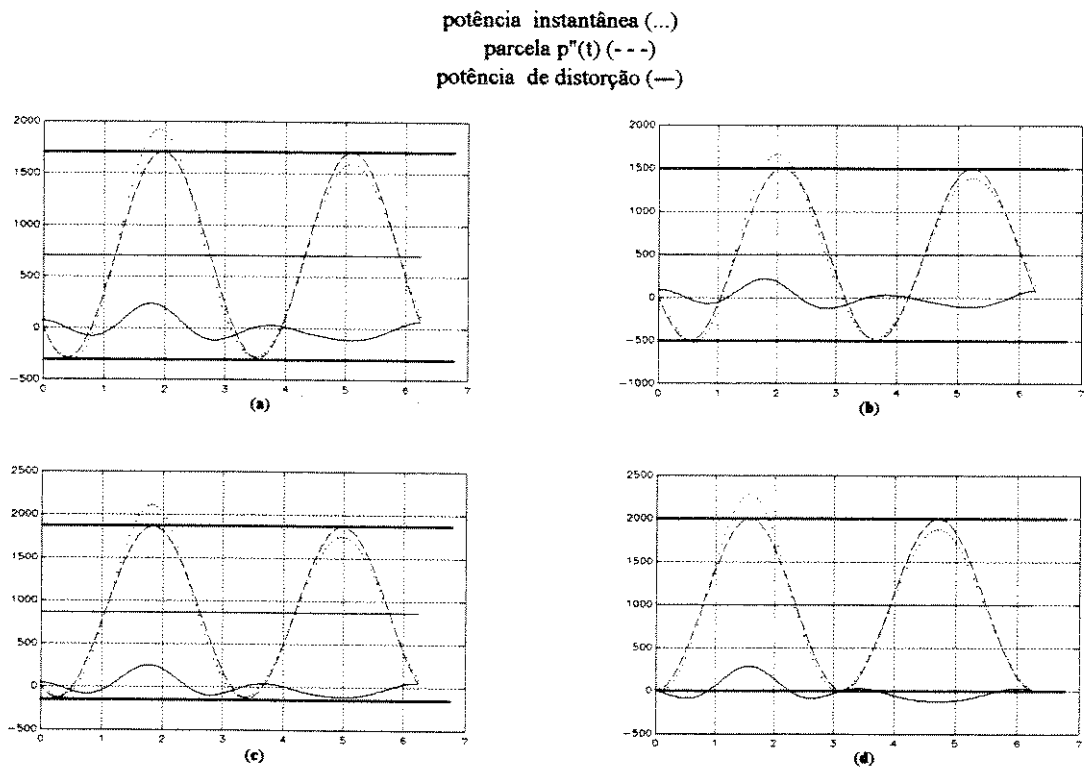


Figura A-04: Gráficos correspondentes aos valores da Tabela-04, exibindo as faixas de variação, para cada um dos casos, delimitada pela potência aparente.

Apêndice II

VALORES ADOPTADOS
Tensão (eficaz) [V]: V1=99,98 V2=1 V3=1
Corrente (ef.) [A]: I1=9,99 I2=0,1 I3=0,1
VEF=100 [V] IEF=10 [A] S =1000 [VA]

DEFASAGENS		POTÊNCIAS CALCULADAS	POTÊNCIA INSTANTÂNEA (SIMULADA)			FAIXA DE VARIAÇÃO
[graus]			MÍNIMO	MÉDIO	MÁXIMO	
tensão	corrente					
δ1=0	φ 1=22,8	P=921,6 [W]				
δ2=90	φ2=45	Q=387,52 [VAr]	-74,1	919,2	2065,1	
δ3=180	φ3=60	D=20,2 [VAd]		1991		

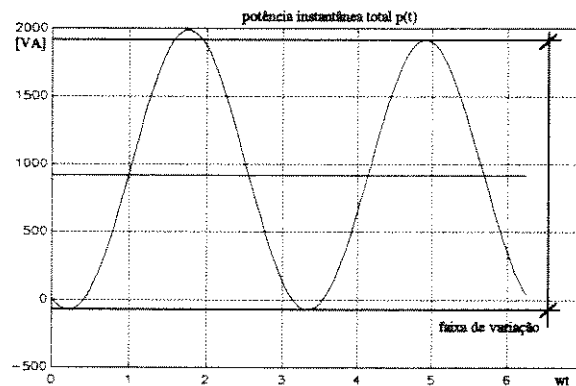


Gráfico para uma TDH% = 1,41%

fator de potência tradicional: $\cos \varphi = \frac{P}{|S|} = 0,922$

fator de potência proposto: $f \cdot p_{\text{médio}} = \sum_{i=1}^M f \cdot p_i / M = 0,89$

VALORES ADOTADOS	
Tensão (eficaz) [V]:	
V1=99,85	
V2=5	
V3=2	
Corrente (ef.) [A]:	
I1=9,98	
I2=0,5	
I3=0,2	
VEF=100 [V]	
IEF=10 [A]	
S =1000 [VA]	

DEFASAGENS		POTÊNCIAS CALCULADAS	POTÊNCIA INSTANTÂNEA (SIMULADA)			FAIXA DE VARIÇÃO
[graus]			MÍNIMO	MÉDIO	MÁXIMO	
tensão	corrente					
δ1=0	φ	P=922,41 [W]				
	1=22,6					
δ2=-90	φ2=45	Q=385,25 [VAr]	-70,4	920,1	2173,5	
δ3=180	φ3=60	D=27,1 [VAd]			2243,9	

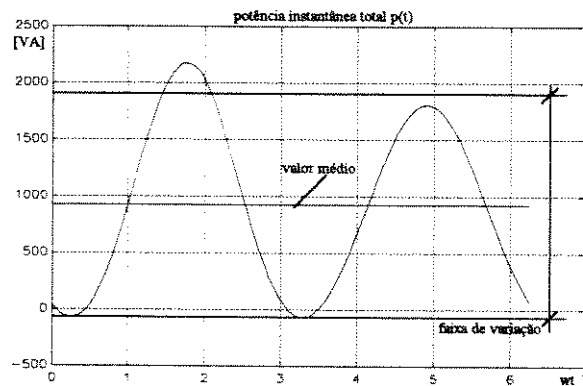


Gráfico para uma TDH% = 5,4%

fator de potência tradicional: $\cos \varphi = \frac{P}{|S|} = 0,92$

fator de potência proposto: $f \cdot p_{\text{médio}} = \sum_{i=1}^M f \cdot p_i / M = 0,82$