

Este exemplar corresponde à redação  
final da tese defendida por Ana Cristina  
Cavalcanti Lyra e aprovada pela comissão  
julgar em 28/11/1984

Yas B. B.

CONTROLE DE REATIVOS NA  
MÁQUINA SÍNCRONA

104/84

TESE DE MESTRADO

apresentada à

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA DE CAMPINAS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

por

ANA CRISTINA CAVALCANTI LYRA

CONTROLE DE REATIVOS NA  
MÁQUINA SÍNCRONA

Orientador: YARO BURIAN JÚNIOR

NOVEMBRO DE 1984

UNICAMP  
BIBLIOTECA CENTRAL

Aos inesquecíveis

Carlos Benjamin de Lyra - meu tio (em memória)

Christiano Alberto de Andrade Lyra - meu pai (em memória)

A querida

Celecina Cavalcanti de Andrade Lyra - minha mãe

pelo apoio e estímulo que sempre me deram.

AGRADECIMENTO.

"Agradeço a Yaro Burian Jr. pelo privilégio de  
sua orientação" [G1]

## ÍNDICE

CAPÍTULO 1	-	INTRODUÇÃO .....	1
CAPÍTULO 2	-	MODELO DA MÁQUINA .....	3
2.1	-	Equações Elétricas da Máquina .....	5
		Equação de Tensão .....	5
		Equação de Torque Elétrico .....	9
2.2	-	Transformação de Galileu .....	9
2.3	-	Equações Elétricas Transformadas da Má- quina .....	10
		Equação Transformada de Tensão .....	12
		Equação Transformada de Torque Elétrico ...	13
2.4	-	Equação Mecânica .....	14
2.5	-	Transformação das Tensões da Barra .....	15
2.6	-	Integração Parcial das Equações Elé- tricas .....	16
2.7	-	Equações Dinâmicas da Máquina .....	18
CAPÍTULO 3	-	CONTROLE DE REATIVOS NA MÁQUINA SÍNCRONA NA .....	19
3.1	-	Potência Reativa .....	19
3.2	-	Regulador de Potência Reativa .....	20
3.3	-	Modelo do Regulador de Reativos .....	21
CAPÍTULO 4	-	REGIME PERMANENTE DA MÁQUINA SÍNCRONA COM CONTROLE DE REATIVOS .....	23
4.1	-	Equações de Regime Permanente .....	24

4.2 - Curva Estática $P-\delta$ .....	25
4.3 - Curva de capacidade .....	28
CAPÍTULO 5 - ESTABILIDADE LOCAL DA MÁQUINA SÍNCRONA COM CONTROLE DE REATIVOS .....	32
5.1 - Linearização Local em Torno da Posição de Equilíbrio .....	32
5.2 - Equação Característica .....	33
5.3 - Fronteiras de Estabilidade .....	34
CAPÍTULO 6 - INTEGRAÇÃO NUMÉRICA DAS EQUAÇÕES DINÂ- MICAS .....	42
CAPÍTULO 7 - CONCLUSÕES .....	50
APÊNDICE A - TRANSFORMAÇÕES $[P]$ e $[G]$ .....	55
APÊNDICE B - INTEGRAÇÃO PARCIAL DAS EQUAÇÕES ELÉTRI- CAS .....	62
APÊNDICE C - POTÊNCIA COMPLEXA, ATIVA E REATIVA .....	64
APÊNDICE D - RELAÇÃO ENTRE CONTROLE DE REATIVOS E CON- TROLE DE TENSÃO .....	66
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	68

## CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

No estudo da máquina síncrona têm sido abordados com frequência dois pontos de vista extremos: ou se estudam propriedades básicas - em nível de cursos de graduação - com utilização de uma matemática simples, ou se estudam modelos de grande complexidade, apenas abordáveis por simulação numérica, no estudo, por exemplo, de estabilidade de sistemas de energia elétrica.

Um tratamento intermediário, com simplificações no modelo que permitam ainda conclusões analíticas, pode ser muito interessante ao possibilitar a visualização dos fenômenos físicos envolvidos, com conclusões a respeito da influência, ao menos qualitativa, dos parâmetros. Esta visão qualitativa é muito importante visto que à medida que o crescimento dos sistemas elétricos de potência requer uma análise de situações cada vez mais complexas, a compreensão dos dispositivos envolvidos e a possibilidade de simplificar seus modelos ajudam a resolver os problemas mais complexos [L1]

A regulação de tensão ou controle de reativos na máquina síncrona afeta a sua estabilidade de duas maneiras conflitantes [C1, C2, K1]: por um lado, aumentando o ângulo  $\delta$  máximo possível e a potência que pode ser fornecida em regime permanente [C1, K1], melhora a chamada "estabilidade estática" (definida por potência função crescente do ângulo); por outro lado, ao reduzir ou mesmo anular o amortecimento [C2], piora a "estabilidade dinâmica". Existem técnicas de compensação, já bastante conhecidas [A1, C2], que eliminam este efeito negativo.

Este estudo apresenta uma análise simplificada do controle de reativos na máquina síncrona. No Apêndice D é estudada a relação entre controle de reativos e controle de tensão. Este trabalho apresenta e esclarece as curvas "estáticas"  $P - \delta$  com regulação que aparecem na bibliografia como, por exemplo, em Kimbark [K1] e em Concordia [C1]. A máquina síncrona com seu controle de reativos é modelada, após transformação, por um sistema de equações diferenciais não lineares de quinta ordem. Desprezando-se as resistências do estator, é possível se fazer integração direta de duas destas equações, reduzindo-se o modelo para um sistema de equações diferenciais não lineares de terceira ordem. É feita linearização local e estudada a natureza dos pontos de equilíbrio. São estabelecidas as fronteiras de estabilidade no plano  $P - \delta$ . As equações dinâmicas são integradas numericamente e são estudadas situações próximas às fronteiras de estabilidade.



## CAPÍTULO 2 - MODELO DA MÁQUINA

Como consequência das aproximações feitas ao se estabelecer um modelo para a máquina síncrona, como para qualquer sistema físico, existirão diferenças entre o comportamento previsto pelo modelo e o observado na própria máquina. Essas diferenças serão tanto maiores quanto mais simples for o modelo.

Modelos simples, mas que mantenham ainda as características essenciais da máquina, têm a vantagem de permitir eventualmente mostrar os efeitos que ficariam embutidos na complexidade de modelos mais completos.

Tendo em vista a finalidade do estudo, foram feitas as hipóteses simplificadoras, relacionadas a seguir, que qualitativamente não afetam a análise.

Ausência de saturação dos circuitos magnéticos (ou linearidade dos circuitos magnéticos) - Existem na máquina síncrona relações não lineares essenciais (o torque é dado pelo produto de fluxos e correntes) e não essenciais (as relações fluxos-correntes). É possível se desprezar as não linearidade

não essenciais, ou seja, considerar as relações fluxos-correntes como relações lineares (é viável se construir máquinas em que as relações fluxos-correntes sejam lineares ou tão próximas de lineares quanto se queira) e na bibliografia esta hipótese é muito adotada [E1, F2, F3], muitas vezes sem menção explícita.

Ausência dos enrolamentos amortecedores - Os enrolamentos amortecedores têm um efeito estabilizante no comportamento da máquina [K1], porém sua inclusão no modelo da máquina elevaria em duas unidades a ordem do sistema de equações diferenciais não lineares que modela a máquina síncrona. Por outro lado já a própria resistência de campo provê um amortecimento [G1].

Funcionamento trifásico balanceado - O funcionamento trifásico não balanceado complica bastante a análise da máquina e alguns dos aspectos de desbalanceamento são até o momento muito pouco estudados.

Ausência de resistência de estator - Usualmente as resistências de estator da máquina síncrona são muito pequenas e na maioria dos estudos da máquina são desprezadas. Por outro lado, ao ser feita esta simplificação, fica possível integrar diretamente as correntes da máquina, o que reduz de duas unidades a ordem do sistema de equações diferenciais não lineares transformado.

Pólos lisos - As expressões da máquina de pólos salientes são mais complicadas sem, no entanto, acrescentar qualitativamente uma modificação ao problema analisado.

Máquina de dois pólos - Por uma questão de simplicidade, para não carregar as equações, se utiliza a máquina de dois pólos.

Admitindo apenas um grau de liberdade mecânica para a máquina (rotação do rotor rígido em torno de um eixo fixo) e levando em conta os quatro enrolamentos independentes (três fases no estator e enrolamento de campo no rotor), o modelo da máquina será de sexta ordem. A linearidade dos circuitos magnéticos permite relacionar fluxos e correntes por uma matriz indutância  $4 \times 4$ , mas o acoplamento mecânico-elétrico se traduz no fato de alguns elementos desta matriz dependerem da posição do rotor.

Uma transformação de variáveis aplicada às três variáveis de estator permite desacoplar inteiramente uma variável de todas as demais (seqüência zero). Desta forma o modelo da máquina passa a ser de quinta ordem, com matriz indutância  $3 \times 3$ .

## 2.1 - EQUAÇÕES ELÉTRICAS DA MÁQUINA

A máquina síncrona contém basicamente quatro enrolamentos magneticamente acoplados: três enrolamentos idênticos dispostos simetricamente no estator (chamados no jargão de eletrotécnica de circuitos de armadura) e um enrolamento distribuído no rotor (circuito de campo). O acoplamento magnético entre os enrolamentos de estator-rotor é função da posição do rotor.

O comportamento elétrico da máquina é traduzido pelas equações de tensão e torque eletromagnético, já bastante conhecidas na bibliografia [E1, F2, F3, G1, J1, K1] e desenvolvidas a seguir.

### EQUAÇÃO DE TENSÃO

Conforme o esquema da Fig. 2.1.1, cada enrolamento é

constituído de resistência, indutância própria e indutância mútua relativa aos demais enrolamentos

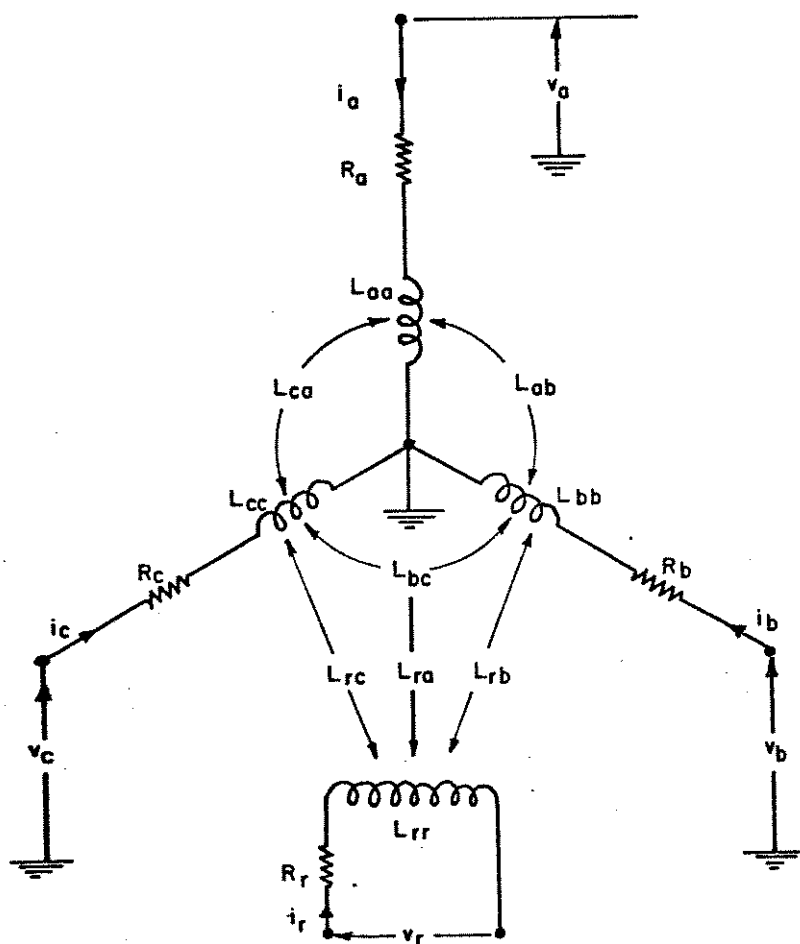


Fig. 2.1.1 - Parâmetros dos enrolamentos - Resistências e Indutâncias

As tensões e correntes terminais da máquina constituem as matrizes:

$$v = \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \\ v_r \end{bmatrix}$$

$$i = \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i_r \end{bmatrix}$$

Levando em conta que as resistências do estator são desprezadas, monta-se a matriz das resistências  $[R]$  como:

$$[R] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_{\alpha} \end{bmatrix}$$

A partir da representação esquemática da Fig. 2.1.2

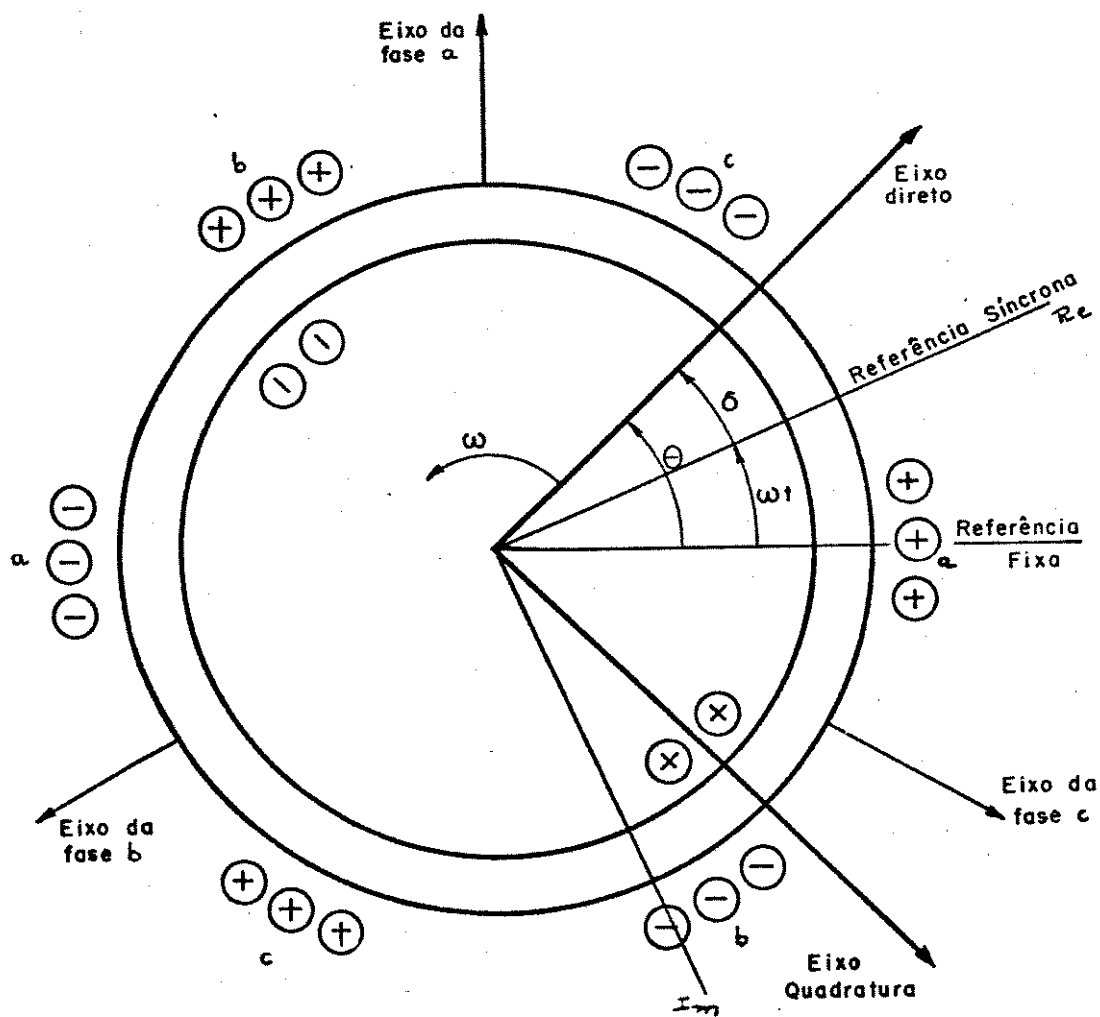


Fig. 2.1.2 - Representação esquemática da máquina síncrona

ceptor adotada (Fig. 2.1.1) é:

$$\underline{v} = [R] \underline{i} + \frac{d}{dt} \{ [L] \underline{i} \} \quad (2.1.1)$$

#### EQUAÇÃO DE TORQUE ELÉTRICO

O torque elétrico decorre da interação entre os três circuitos de estator e o circuito de campo. O torque elétrico  $T_e$  pode ser derivado aplicando-se o princípio da conservação da energia em circuitos elétricos chegando-se à seguinte expressão [G1]:

$$T_e = \frac{1}{2} \underline{i}^T \frac{d[L]}{d\theta} \underline{i} \quad (2.1.2)$$

As equações (2.1.1) e (2.1.2) são de emprego pouco cômodo pois contêm indutâncias não constantes. Porém, as relações entre indutâncias e correntes são simplificadas por uma transformação de variáveis conveniente.

#### 2.2 - TRANSFORMAÇÃO DE GALILEU

Tradicionalmente é feita uma transformação (transformação de Park [F2, J1, K1], Park - Blondel [E1, F3], Park - Gorev [V1]) onde o conjunto de tensões e correntes reais é transformado para novas variáveis fictícias ligadas ao eixo direto do rotor (eixo d), ao eixo em quadratura do rotor (eixo q) e a um eixo estacionário de seqüência zero. Estas variáveis transformadas ficam, assim, diretamente ligadas a um referencial (o rotor da máquina síncrona). No caso de distúrbio, este

referencial pode oscilar.

Neste trabalho se utiliza uma transformação em que o conjunto de tensões e correntes reais é transformado para o sistema síncrono de referência da barra infinita, o qual permanece sempre fixo. Esta transformação para uma referência fixa é chamada de Transformação de Galileu, de acordo com as idéias de Galileu que na sua época analisou o movimento dos planetas num referencial fixo.

No Apêndice A são apresentadas as duas transformações (Park e Galileu) para as equações elétricas da máquina.

A matriz de transformação  $[G]$  é definida por

$$[G] = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} -\sin \omega t & -\sin(\omega t - 120^\circ) & -\sin(\omega t + 120^\circ) & 0 \\ \cos \omega t & \cos(\omega t - 120^\circ) & \cos(\omega t + 120^\circ) & 0 \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{3/2} \end{bmatrix}$$

A matriz  $[G]$  é ortogonal e por isso tem a propriedade de

$$[G]^T = [G]^{-1}$$

### 2.3 - EQUAÇÕES ELÉTRICAS TRANSFORMADAS DA MÁQUINA

Pré-multiplicando as variáveis  $\underline{v}$  e  $\underline{i}$  pela matriz  $[G]$ , são obtidas as variáveis modificadas no novo referencial (referencial de Galileu ou referencial da barra infinita), assim definidas:

$$\underline{v}_G = \begin{bmatrix} v_{Im} \\ v_{Re} \\ v_0 \\ v_n \end{bmatrix} = [G] \underline{v} \quad (2.3.1)$$

$$\underline{i}_G = \begin{bmatrix} i_{Im} \\ i_{Re} \\ i_0 \\ i_n \end{bmatrix} = [G] \underline{i} \quad (2.3.2)$$

As variáveis do enrolamento de campo  $(v_n, i_n)$  não são alteradas pela transformação, mas são anexadas à transformação para unificação das fórmulas. As variáveis modificadas  $v_{Im}$ ,  $v_{Re}$ ,  $v_0$  ou  $i_{Im}$ ,  $i_{Re}$ ,  $i_0$  são chamadas, respectivamente, de componentes de eixo imaginário, de eixo real e de sequência zero.

Consegue-se a transformação inversa através das equações

$$\underline{v} = [G]^{-1} \underline{v}_G$$

$$\underline{i} = [G]^{-1} \underline{i}_G$$

Como a matriz de transformação  $[G]$  é ortogonal, a potência elétrica permanece como produto de corrente e tensão, quer nas variáveis reais, quer nas variáveis transformadas, pois

$$\underline{i}^T \underline{v} = \underline{i}_G^T \underline{v}_G$$



Obviamente esta invariância é extensiva para energia.

Esta invariância de potência ou energia não ocorria na transformação original de Park. Posteriormente a transformação de Park foi modificada para manter esta invariância e na bibliografia esta nova transformada também é chamada de transformação de Park (Park - Blondel, Park - Gorev) [G1, M1].

### EQUAÇÃO TRANSFORMADA DE TENSÃO

A equação de tensão da máquina (2.1.1), colocada em termos de variáveis modificadas, fica na forma:

$$\underline{v}_G = [G][R][G]^{-1} \underline{i}_G + [G] \frac{d}{dt} \{ [L][G] \}^{-1} \underline{i}_G + [G][L][G]^{-1} \frac{d}{dt} \underline{i}_G \quad (2.3.3)$$

Efetuada os cálculos necessários, a equação (2.3.3) pode ser escrita conforme equação (2.3.4).

No conjunto de tensões transformadas, pode-se observar que o enrolamento de campo está acoplado com o enrolamento de eixo imaginário e o enrolamento de eixo real. Isto ocorre porque a referência síncrona faz um ângulo  $\delta$  com o eixo de campo do rotor. Observa-se, também, que a equação de tensão de sequência zero é totalmente desacoplada das outras variáveis

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} v \\ v_{re} \\ v_o \\ v_x \end{bmatrix} &= \left\{ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_x \end{bmatrix} + \right. \\
 &+ \left. \begin{bmatrix} 0 & \omega L_e & 0 & \dot{\theta} \sqrt{3/2} M \sin \delta \\ -\omega L_e & 0 & 0 & \dot{\theta} \sqrt{3/2} M \cos \delta \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dot{\delta} \sqrt{3/2} M \sin \delta & \dot{\delta} \sqrt{3/2} M \cos \delta & 0 & 0 \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} i_{Im} \\ i_{Re} \\ i_o \\ i_x \end{bmatrix} + \\
 &+ \begin{bmatrix} L_e & 0 & 0 & -\sqrt{3/2} M \cos \delta \\ 0 & L_e & 0 & \sqrt{3/2} M \sin \delta \\ 0 & 0 & (L_1 - 2L_3) & 0 \\ -\sqrt{3/2} M \cos \delta & \sqrt{3/2} M \sin \delta & 0 & L_x \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{Im} \\ i_{Re} \\ i_o \\ i_x \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

(2.3.4)

onde

$$L_e = L_1 + L_3$$

é a indutância de estator, usualmente denominada de indutância síncrona.

#### EQUAÇÃO TRANSFORMADA DE TORQUE ELÉTRICO

A equação (2.1.2), quando colocada em termos das correntes definidas em (2.3.2), resulta na seguinte forma:

$$T_e = \frac{1}{2} i_c^T [G] \frac{d[L]}{d\theta} [G]^{-1} i_c$$

Efetuada os cálculos, o torque elétrico tem a seguinte expressão:

$$T_e = \sqrt{3/2} M i_n [i_{im} \sin \delta + i_{re} \cos \delta] \quad (2.3.5)$$

Observa-se, também, que o torque elétrico depende da interação entre a corrente de rotor com as corrente de eixo imaginário e eixo real.

Nas equações de Park (sistema  $dq0$ ) o torque só depende da interação da corrente de campo com a corrente de quadratura.

#### 2.4 - EQUAÇÃO MECÂNICA

O comportamento dinâmico da máquina síncrona é dado pela lei de Newton:

$$J \frac{d^2 \theta_m}{dt^2} = \sum T$$

onde  $J$  é o momento de inércia da massa girante. O segundo membro representa a soma dos torques mecânicos e elétricos fornecidos à máquina. Se esta soma for nula, a máquina estará girando em velocidade constante.

Levando em conta apenas os torques mecânico e elétrico e considerando a máquina de dois pólos, a equação mecânica fica:

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} = T_m + T_e$$

onde  $T_m$  é o torque mecânico aplicado no eixo da máquina.

Tendo em vista que

$$\theta = \omega t + \delta$$

a equação mecânica por ser reescrita como

$$J \frac{d^2\delta}{dt^2} = T_m + T_e$$

## 2.5 - TRANSFORMAÇÃO DAS TENSÕES DA BARRA

Neste trabalho será utilizada a máquina síncrona ligada diretamente à barra infinita.

As tensões da barra infinita são dadas por

$${}^1V = \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \\ v_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V \cos \omega t \\ V \cos(\omega t - 120^\circ) \\ V \cos(\omega t + 120^\circ) \\ v_n \end{bmatrix}$$

Aplicando a transformação  $[G]$ , as tensões de barra

ficam

$${}^1V_0 = \begin{bmatrix} v_{r1} \\ v_{r2} \\ v_{r0} \\ v_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{3/2} V \\ 0 \\ v_n \end{bmatrix}$$

(2.5.1)

Como a máquina síncrona é ligada diretamente à barra infinita, essas são as tensões nos terminais da máquina.

## 2.6 - INTEGRAÇÃO PARCIAL DAS EQUAÇÕES ELÉTRICAS

Desprezando as resistências de estator, as equações para as tensões de estator extraídas de (2.1.1) são as seguintes:

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V \cos \omega t \\ V \cos(\omega t - 120^\circ) \\ V \cos(\omega t + 120^\circ) \end{bmatrix} = p \begin{bmatrix} L_1 & -L_3 & -L_3 & M \sin \theta \\ -L_3 & L_1 & -L_3 & M \sin(\theta - 120^\circ) \\ L_3 & -L_3 & L_1 & M \sin(\theta + 120^\circ) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i_n \end{bmatrix}$$

Integrando membro a membro esta equação, vem:

$$\begin{bmatrix} V/\omega \sin \omega t + k_1 \\ V/\omega \sin(\omega t - 120^\circ) + k_2 \\ V/\omega \sin(\omega t + 120^\circ) + k_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 & -L_3 & -L_3 & M \sin \theta \\ -L_3 & L_1 & -L_3 & M \sin(\theta - 120^\circ) \\ -L_3 & -L_3 & L_1 & M \sin(\theta + 120^\circ) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i_n \end{bmatrix}$$

onde  $k_1$ ,  $k_2$  e  $k_3$  são constantes arbitrárias.

Desta equação se obtêm:

$$\begin{bmatrix} L_1 & -L_3 & -L_3 \\ -L_3 & L_1 & -L_3 \\ -L_3 & -L_3 & L_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \frac{V}{\omega} \begin{bmatrix} \sin \omega t \\ \sin(\omega t - 120^\circ) \\ \sin(\omega t + 120^\circ) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} M \sin \theta \\ M \sin(\theta - 120^\circ) \\ M \sin(\theta + 120^\circ) \end{bmatrix} i_n$$

Aplicando a transformação  $[G]$  às variáveis que apare-

com nesta expressão, vem:

$$\begin{bmatrix} L_e & 0 & 0 \\ 0 & L_e & 0 \\ 0 & 0 & (L_1 - 2L_3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{Im} \\ i_{Re} \\ i_o \end{bmatrix} = \sqrt{2/3} \begin{bmatrix} -3/2 V/\omega \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \sqrt{2/3} \begin{bmatrix} -k_1 \sin \omega t & -k_2 \sin(\omega t - 120^\circ) & -k_3 \sin(\omega t + 120^\circ) \\ k_1 \cos \omega t & k_2 \cos(\omega t - 120^\circ) & k_3 \cos(\omega t + 120^\circ) \\ k_1/\sqrt{2} & k_2/\sqrt{2} & k_3/\sqrt{2} \end{bmatrix} - \sqrt{2/3} \begin{bmatrix} -3/2 M \cos \delta \\ 3/2 M \sin \delta \\ 0 \end{bmatrix} i_n$$

Como  $i_o$  é desacoplada de todas as demais variáveis e não influi também no torque, conforme equação (2.3.5), explicitam-se a seguir apenas as correntes  $i_{Im}$  e  $i_{Re}$ :

$$\begin{bmatrix} i_{Im} \\ i_{Re} \end{bmatrix} = \sqrt{2/3} \frac{1}{L_e} \begin{bmatrix} -3/2 V/\omega \\ 0 \end{bmatrix} + \sqrt{2/3} \frac{1}{L_e} \begin{bmatrix} -k_1 \sin \omega t - k_2 \sin(\omega t - 120^\circ) - k_3 \sin(\omega t + 120^\circ) \\ k_1 \cos \omega t + k_2 \cos(\omega t - 120^\circ) + k_3 \cos(\omega t + 120^\circ) \end{bmatrix} - \sqrt{2/3} \frac{1}{L_e} \begin{bmatrix} -3/2 M \cos \delta \\ 3/2 M \sin \delta \end{bmatrix} i_n$$

Os termos contendo as constantes  $k_1$ ,  $k_2$  e  $k_3$  vão corresponder às oscilações rápidas de torque, de valor médio nulo e podem ser desprezadas [B1]. Resulta, então:

$$\begin{bmatrix} i_{Im} \\ i_{Re} \end{bmatrix} = \frac{\sqrt{3/2}}{L_e} \left\{ \begin{bmatrix} -V/\omega \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -M \cos \delta \\ M \sin \delta \end{bmatrix} i_n \right\} \quad (2.6.1)$$

A consideração das resistências de estator impede esta integração parcial (Apêndice B).

## 2.7 - EQUAÇÕES DINÂMICAS DA MÁQUINA

Substituindo, na equação de rotor, as correntes  $i_{Im}$  e  $i_{re}$ , obtidas acima, resulta

$$v_n = (R_n + L'_n p) i_n - \left( \frac{3}{2} \frac{MV}{\omega L_e} \sin \delta \right) p \delta \quad (2.7.1)$$

onde

$$L'_n = L_n - \frac{3}{2} \frac{M^2}{L_e}$$

Observe-se que, como a máquina foi ligada diretamente a uma barra infinita e são desprezadas as resistências de estator, o rotor visualiza o estator como se fosse um curto-circuito (fluxo constante) e, em consequência, sua indutância é reduzida para  $L'_n$ .

A equação dinâmica do rotor, também chamada de equação de "swing", já substituídas as correntes (2.6.1) na expressão do torque elétrico, resulta:

$$J p^2 \delta = T_m - \frac{3}{2} \frac{MV}{\omega L_e} i_n \sin \delta \quad (2.7.2)$$

As equações diferenciais não lineares (2.7.1) e (2.7.2) formam o modelo dinâmico de terceira ordem para a máquina síncrona.

### CAPÍTULO 3 - CONTROLE DE REATIVOS NA MÁQUINA SÍNCRONA

Com a máquina síncrona ligada diretamente à barra in finita, deixa de ter sentido se falar em controle de tensão da máquina, uma vez que esta está fixada pela barra infinita. Neste caso, a atuação do regulador se dá no controle de potência reativa (ver Apêndice D).

#### 3.1 - POTÊNCIA REATIVA

Conforme é detalhado no Apêndice C a potência reativa da máquina síncrona é dada por:

$$Q = v_{Im} \dot{i}_{Re} - v_{Re} \dot{i}_{Im}$$

Como a variável transformada  $v_{Im}$  é igual a zero:

$$Q = - v_{Re} \dot{i}_{Im} \quad (3.1.1)$$

A equação (3.1.1) mostra que a potência reativa na máquina síncrona é o produto da tensão no eixo real pela correnu



te no eixo imaginário (corrente em quadratura com tensão), resultado este já bastante conhecido e apresentado em livros básicos de circuitos e sistema de potência [C3, D1, E1, S1].

No Apêndice C também se mostra que a potência ativa é dada por:

$$P = v_{Re} \cdot i_{Re} \quad (3.1.2)$$

### 3.2 - REGULADOR DE POTÊNCIA REATIVA

O controlador de potência reativa mais simples possível seria o da Fig. 3.2.1. É um controlador proporcional: compara corrente em quadratura com uma referência e procura corrigir o erro atuando no enrolamento de rotor (enrolamento de campo).

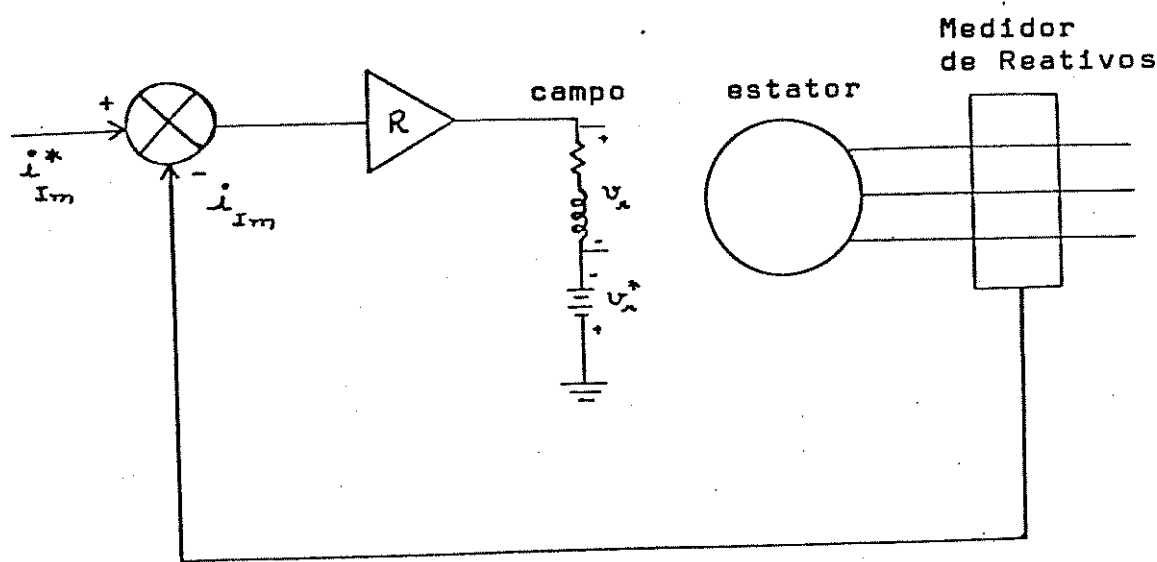


Fig. 3.2.1 - Controlador de reativos proporcional

A utilização desse controlador de reativos para estudar a dinâmica do controle de reativos na máquina síncrona é adotada pelo fato de que um controlador proporcional não eleva a ordem do sistema de equações a ser estudado. Por outro lado, os reguladores ultra-rápidos modernos podem ser visualizados, numa boa aproximação, como simplesmente possuindo um ganho, ou seja, equivalente ao regulador algébrico.

### 3.3 - MODELO DO REGULADOR DE REATIVOS

Considerando uma situação de referência, definida, por exemplo, por potência  $P^*$  e ângulo  $\delta^*$  (sem atuação do regulador de reativos), é possível se obter todas as demais variáveis nesta situação:

$$i_n^* = -P^* \frac{2}{3} \frac{L_e}{VM} \frac{1}{\text{sen } \delta^*}$$

$$v_n^* = R_n i_n^*$$

$$i_{Im}^* = -\sqrt{3/2} \frac{V}{\omega L_e} + \sqrt{3/2} \frac{M}{L_e} i_n^* \cos \delta^*$$

$$i_{Re}^* = -\sqrt{3/2} \frac{M}{L_e} i_n^* \text{sen } \delta^*$$

$$Q^* = \frac{3}{2} \frac{V^2}{\omega L_e} - \frac{3}{2} \frac{VM}{L_e} i_n^* \cos \delta^*$$

Em lugar de se fixar  $(P^*, \delta^*)$ , seria possível fixar outro par de variáveis:  $(P^*, Q^*)$ ,  $(P^*, i_n^*)$ . No caso de  $P^* = 0$

(com necessariamente  $\delta^* = 0$ ), uma dessas escolhas se impõe para evitar a indeterminação das demais variáveis.

A atuação do regulador algébrico de potência reativa será descrita pela equação:

$$v_n = v_n^* + R \left[ i_{Im}^* - i_{Im} \right]$$

onde  $R$  é o ganho do regulador.

Substituindo  $v_n^*$ ,  $i_{Im}^*$  na equação do regulador, vem:

$$v_n = R_n i_n^* + \frac{R\sqrt{3/2}}{L_e} M (i_n^* \cos \delta^* - i_n \cos \delta) \quad (3.3.1)$$

CAPÍTULO 4 - REGIME PERMANENTE DA MÁQUINA SÍNCRONA COM  
CONTROLE DE REATIVOS

A máquina síncrona com controle de reativos é representada pelas equações (2.7.1), (2.7.2) e (3.3.1), aqui repetidas por comodidade.

Equação do regulador de tensão:

$$V_n = R_n i_n^* + \frac{R\sqrt{3/2} M}{L_c} (i_n^* \cos \delta^* - i_n \cos \delta)$$

Equação de campo:

$$V_n = (R_n + L_n p) i_n - \left( \frac{3}{2} \frac{MV}{\omega L_c} \sin \delta \right) p \delta$$

Equação de "swing":

$$J p^2 \delta = T_m - \frac{3}{2} \frac{MV}{\omega L_c} i_n \sin \delta$$

Rearranjando essas equações e agrupando a equação do campo e regulador de tensão numa única equação, resulta:

$$\left( \frac{3}{2} \frac{MV}{\omega L_c} \sin \delta \right) i_n + (J p^2) \delta = T_m$$

$$\left[ R_n (1 + e \cos \delta) + L_n' p \right] i_n - \left[ \left( \frac{3}{2} \frac{MV}{\omega L_c} \sin \delta \right) p \right] \delta = R_n i_n^* (1 + e \cos \delta^*)$$

onde

$$e = \frac{R \sqrt{3/2} M}{L_c R_n}$$

#### 4.1 - EQUAÇÕES DE REGIME PERMANENTE

Para representar a posição de equilíbrio ou condição de regime permanente, anulam-se todas as derivadas das equações dinâmicas. Neste caso

$$T_m = -T_c = \frac{3}{2} \frac{MV}{\omega L_c} (\sin \delta) i_n \quad (4.1.1)$$

$$i_n = i_n^* \frac{(1 + e \cos \delta^*)}{1 + e \cos \delta} \quad (4.1.2)$$

A potência elétrica dada por (3.1.2) também pode ser obtida a partir do torque elétrico, considerando-se que  $\omega$  é constante.

$$P_c = \omega T_c \quad (4.1.3)$$

A partir dessas equações, tem-se:

$$P_e = -\frac{3}{2} \frac{\omega MV}{\omega L_c} i_n^* \frac{(1 + e \cos \delta^*)}{(1 + e \cos \delta)} \sin \delta \quad (4.1.4)$$

Esta potência pode ser normalizada pela expressão que se segue:

$$\frac{P}{P_o^*} = -\frac{(1 + e \cos \delta^*)}{1 + e \cos \delta} \sin \delta \quad (4.1.5)$$

onde

$$P_o^* = \frac{3}{2} \frac{\omega MV}{\omega L_c} i_n^*$$

#### 4.2 - CURVA ESTÁTICA P- $\delta$

A equação (4.1.5) representa a família de curvas estáticas P- $\delta$  para diferentes valores de ganhos estáticos e. Observe-se que, se  $e=0$  (curva não regulada), resulta a curva estática

$$\frac{P}{P_o^*} = -\sin \delta$$

já bastante conhecida na bibliografia [E1, F2, F3, G1, J1, K1, M1, V1].

A seguir são representadas as famílias de curvas estáticas P- $\delta$ . A Fig. 4.2.1 representa a família de curvas P- $\delta$  considerando  $\delta^* = 0^\circ$  e a Fig. 4.2.2 representa a família de curvas P- $\delta$  considerando  $\delta^* = 70^\circ$ .

Para alguns valores de  $\epsilon$ , estas curvas são conhecidas na bibliografia [C1, K1].

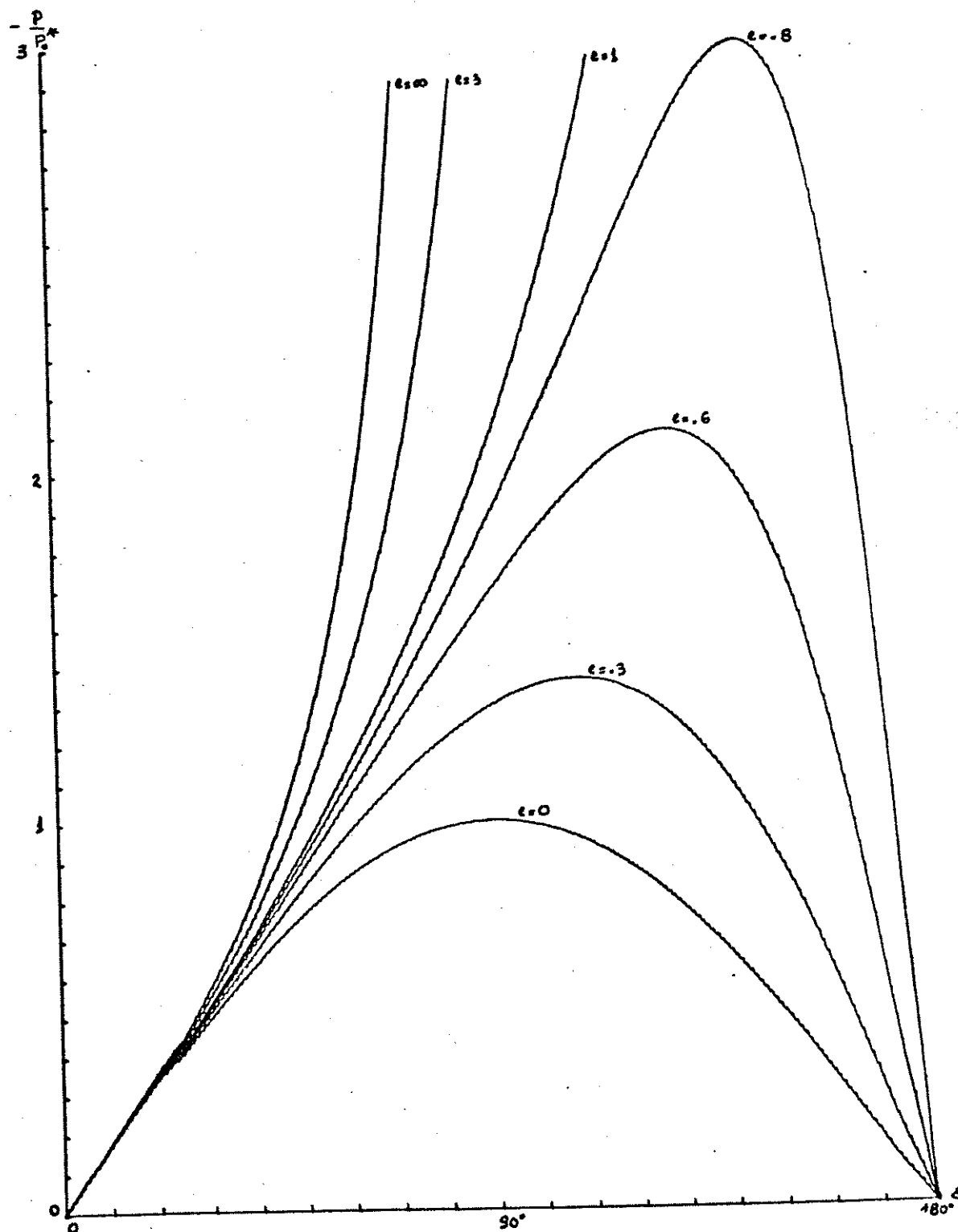


Fig. 4.2.1 - Família de Curvas  $P-\delta$  para  $\delta^* = 0^\circ$

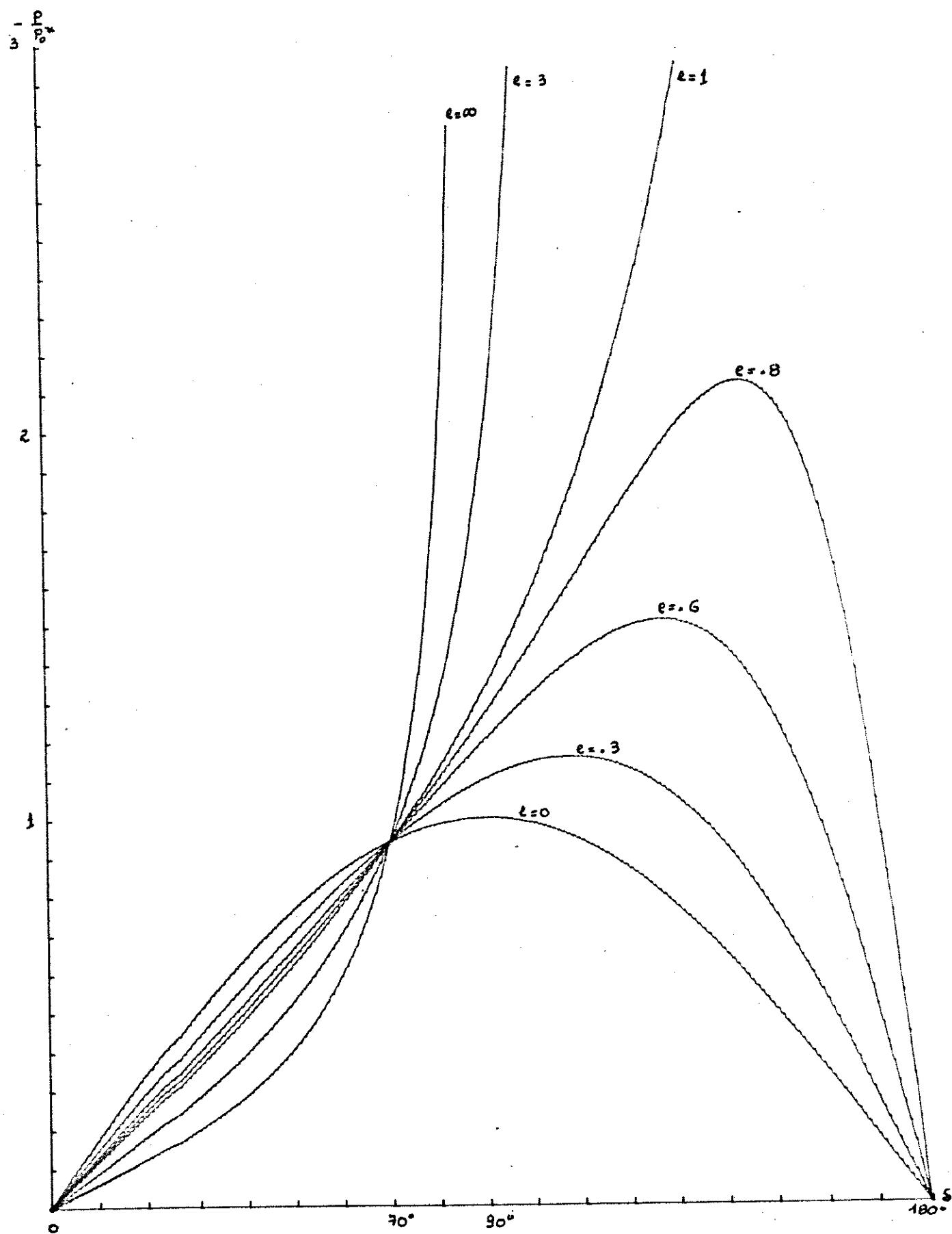


Fig. 4.2.2 - Família de Curvas  $P-\delta$  para  $\delta^* = 70^\circ$



#### 4.3 - CURVA DE CAPACIDADE

Para uma máquina síncrona em operação existem várias limitações que são usualmente representadas no plano P-Q (curva de capacidade [F1]).

No plano P-Q várias curvas têm significado particular. Por exemplo:

- curvas de potência aparente constante são circunferências com centro na origem
- curvas de corrente constante do rotor são circunferências com centro em  $-\frac{V^2}{\omega L_e}$  em relação à origem
- curvas de potência ativa constantes são paralelas ao eixo Q

Estas curvas estão representadas na Fig. 4.3.1.

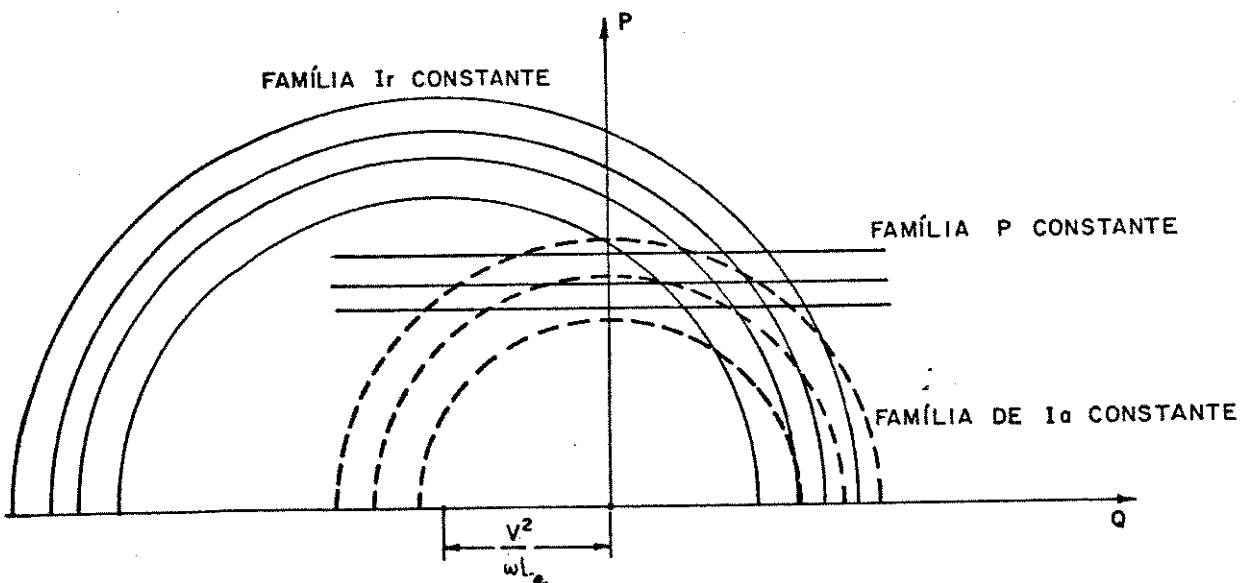


Fig. 4.3.1 - Curva de capacidade simplificada

No plano P-Q, o lugar dos pontos P e Q sob a ação do regulador é obtido através das seguintes expressões:

Conforme equação (4.1.4)

$$P = -\frac{3}{2} \frac{\omega M V}{\omega L_c} i_n^* \frac{(1 + e \cos \delta^*)}{(1 + e \cos \delta)} \sin \delta$$

Conforme equação (3.1.1) e substituindo  $v_{re}$  e  $i_{im}$  por seus respectivos valores (2.5.1) e (2.6.1)

$$Q = \frac{3}{2} \frac{V^2}{\omega L_c} - \left( \frac{3}{2} \frac{M V}{L_c} i_n^* \right) \frac{(1 + e \cos \delta^*)}{(1 + e \cos \delta)} \cos \delta$$

Colocando P e Q na convenção de gerador como é usual nas curvas de capacidade (na convenção de gerador, quando Q é positivo a máquina está sobre-excitada-alimenta carga indutiva - e quando Q é negativo, a máquina está sub-excitada - alimenta carga capacitiva):

$$P = P_o^* \frac{(1 + e \cos \delta^*)}{(1 + e \cos \delta)} \sin \delta \quad (4.3.1)$$

$$Q + \frac{3}{2} \frac{V^2}{\omega L_c} = P_o^* \frac{(1 + e \cos \delta^*)}{(1 + e \cos \delta)} \cos \delta \quad (4.3.2)$$

Elevando ao quadrado as expressões (4.3.1) e (4.3.2) e somando:

$$P^2 + \left( Q + \frac{3}{2} \frac{V^2}{\omega L_c} \right)^2 = (P_o^*)^2 \left( \frac{1 + e \cos \delta^*}{1 + e \cos \delta} \right)^2 \quad (4.3.3)$$

As curvas descritas por (4.3.3) são cônicas de excentricidade:

- Para  $e=0$ . (caso não regulado) é uma circunferência correspondente à curva de corrente de rotor constante
- Para  $0 < e < 1$  são elipses
- Para  $e = 1$  é uma parábola
- Para  $e > 1$  são hipérbolas

As figuras 4.3.2 e 4.3.3 representam estas curvas considerando  $\delta^* = 0^\circ$  e  $\delta^* = 90^\circ$ , respectivamente.

Em todos os casos, o aumento de potência máxima está ligado a um aumento de corrente de campo dado por

$$i_n = i_n^* \frac{(1 + e \cos \delta^*)}{(1 + e \cos \delta)}$$

Nos casos  $e \geq 1$ , a potência máxima infinita corresponde também a corrente de campo infinita.

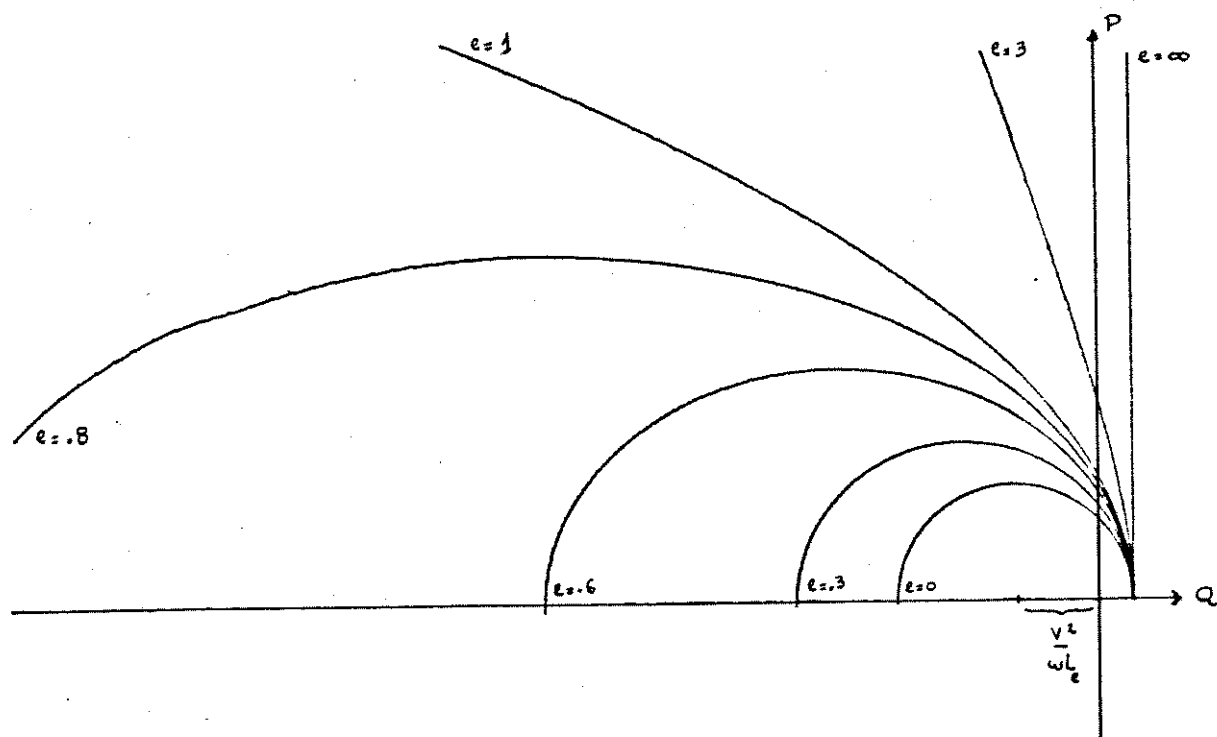


Fig. 4.3.2 - Curva de capacidade com  $\delta^* = 0^\circ$

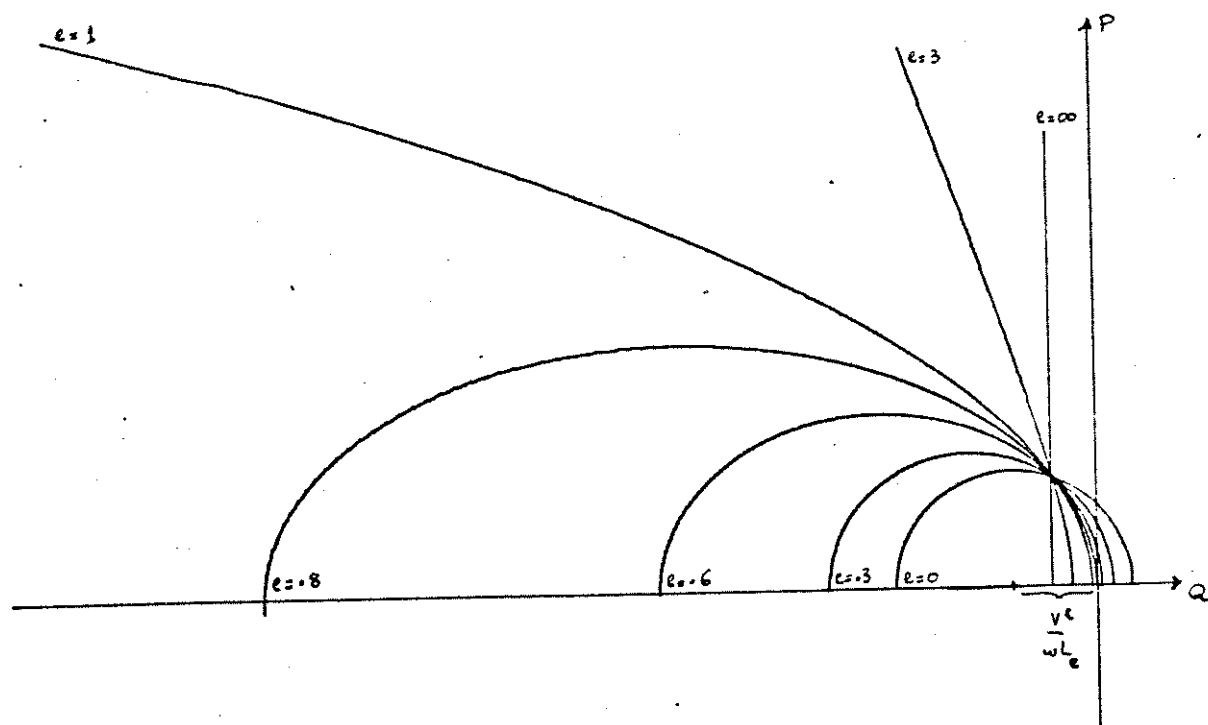


Fig. 4.3.3 - Curva de capacidade com  $\delta^* = 70^\circ$

CAPÍTULO 5 - ESTABILIDADE LOCAL DA MÁQUINA SÍNCRONA COM CONTROLE DE REATIVOS

A máquina síncrona com controle de reativos é representada pelas equações (2.7.1), (2.7.3) e (3.3.3), que aqui são repetidas e rearranjadas:

$$\left[ \frac{3}{2} \frac{M V}{\omega L_e} \sin \delta \right] i_n + [J p^2] \delta = T_m$$

$$\left[ R_n (1 + e \cos \delta) + L_n' p \right] i_n - \left[ \left( \frac{3}{2} \frac{M V}{\omega L_e} \sin \delta \right) p \right] \delta = R_n i_n^* (1 + e \cos \delta^*)$$

onde

$$e = \frac{R \sqrt{3/2} M}{L_e R_n}$$

5.1 - LINEARIZAÇÃO LOCAL EM TORNO DA POSIÇÃO DE EQUILÍBRIO

A estabilidade local da posição de equilíbrio (4.1.1) e (4.1.2) pode ser estudada a partir da linearização das equações dinâmicas em torno desta posição.

Chamando:

$$\delta = \delta_0 + \Delta\delta$$

$$i_n = i_{n0} + \Delta i_n$$

onde  $\delta_0$  e  $i_{n0}$  são os valores de regime permanente.

Todos os cálculos feitos, tem-se:

$$\begin{bmatrix} \frac{3}{2} \frac{MV}{X} \sin \delta_0 & \frac{3}{2} \frac{MV}{X} i_{n0} \cos \delta_0 + \gamma P^2 \\ R_n (1 + e \cos \delta_0) + L'_n p & - \left[ R_n e i_{n0} \sin \delta_0 + \frac{3}{2} \frac{MV \sin \delta_0}{X} p \right] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta i_n \\ \Delta \delta \end{bmatrix} = 0$$

onde

$$X = \omega L_e$$

$$i_{n0} = i_n^* \frac{(1 + e \cos \delta^*)}{(1 + e \cos \delta_0)}$$

## 5.2 - EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA

A equação característica do sistema linearizado em torno da posição de equilíbrio é:

$$\begin{aligned} [L'_n \gamma] \lambda^3 + \gamma R_n [1 + e \cos \delta_0] \lambda^2 + \left[ L'_n \frac{3}{2} \frac{MV}{X} i_{n0} \cos \delta_0 + \left( \frac{3}{2} \frac{MV \sin \delta_0}{X} \right)^2 \right] \lambda + \\ + R_n \frac{3}{2} \frac{MV}{X} i_{n0} (\cos \delta_0 + e) = 0 \end{aligned} \quad (5.2.1)$$

## 5.3 - FRONTEIRAS DE ESTABILIDADE

Pelo critério de Routh - Hurwitz [N1], as condições de estabilidade para uma equação característica de 3º grau do tipo

$$a\lambda^3 + b\lambda^2 + c\lambda + d = 0$$

são dadas por:

$$b > 0$$

$$bc - ad > 0$$

$$d(bc - ad) > 0$$

ou, equivalentemente,

$$b > 0$$

$$bc - ad > 0$$

$$d > 0$$

A condição  $b > 0$ , para a equação (5.2.1) se traduz em

$$1 + e \cos \delta_0 > 0$$

Esta condição é sempre satisfeita se  $e < 1$ . No caso  $e > 1$  as curvas  $P-\delta$ , dadas pela equação (4.1.4), admitem no domínio  $[0, 180^\circ]$  um ramo positivo e outro negativo. A condição é satisfeita no ramo positivo (o que justifica não ter sido considerado o ramo negativo nas Fig. 4.2.1 e Fig. 4.2.2).

A condição  $bc - ad > 0$  resulta em:

$$\frac{(1 + e \cos \delta_0)^2}{e(1 + e \cos \delta^*)} > F$$

onde

$$F = \frac{2}{3} \frac{L_n' \times j_n^*}{MV}$$

Finalmente, a condição  $d > 0$  que se traduz em:

$$\cos \delta_0 > -e$$

A fronteira de estabilidade  $bc - ad = 0$  é do "tipo oscilatória" - isto é, quando esta fronteira é cruzada no sentido da instabilidade, a parte real das raízes complexas conjugadas da equação característica passa a ser positiva. A fronteira de estabilidade  $d = 0$  é do "tipo exponencial" - isto é, quando esta fronteira é cruzada no sentido da instabilidade, a raiz real da equação característica passa a ser positiva.

As Fig. 5.3.1 e Fig. 5.3.2 mostram a fronteira de estabilidade para  $bc - ad = 0$ . As Fig. 5.3.3 e Fig. 5.3.4 mostram a fronteira de estabilidade para  $d = 0$ . As Fig. 5.3.5 e Fig. 5.3.6 mostram as regiões estável e instável no Plano  $P-\delta$  para  $\delta^* = 0^\circ$  e  $\delta^* = 40^\circ$ , respectivamente. Estas fronteiras foram apresentadas em [L1].



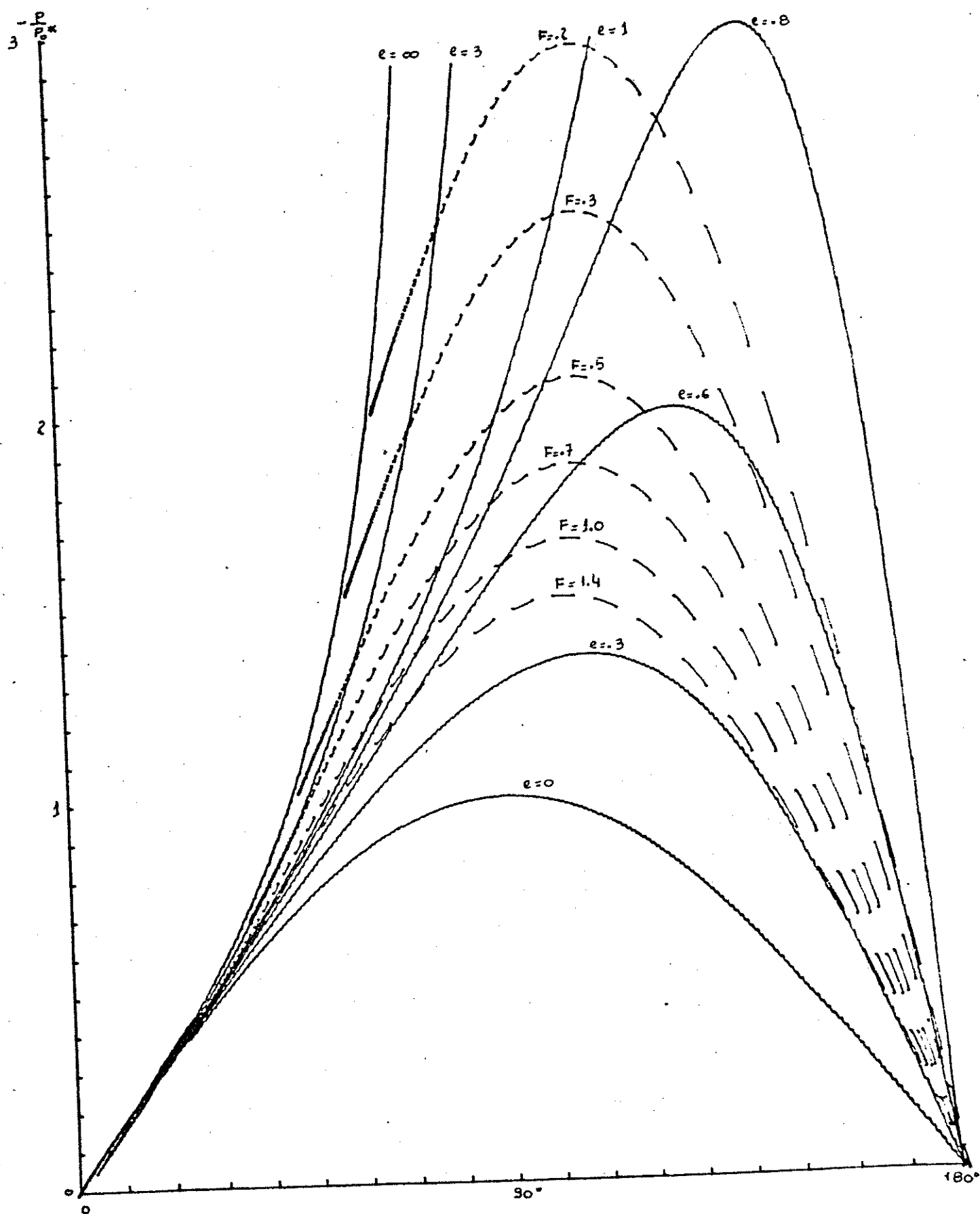


Fig. 5.3.1 - Curva P-6 para a fronteira de estabilidade

$$\frac{(1 + e \cos \delta_0)^2}{e(1 + e \cos \delta^*)} = F \quad \text{com} \quad \delta^* = 0^\circ$$

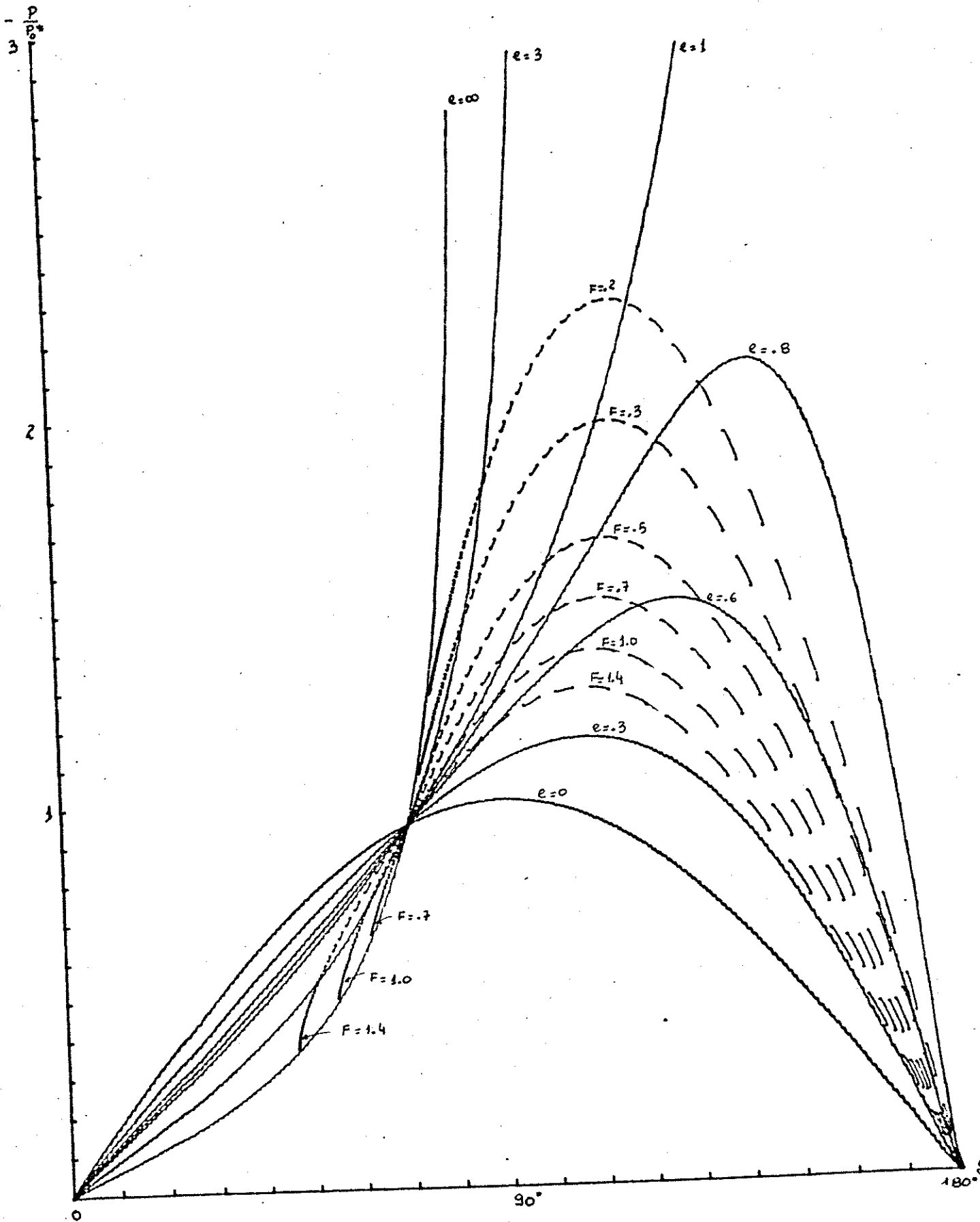


Fig. 5.3.2 - Curva P- $\delta$  para a fronteira de estabilidade

$$\frac{(1 + e \cos \delta_e)^2}{e(1 + e \cos \delta^*)} = F \quad \text{com} \quad \delta^* = 70^\circ$$

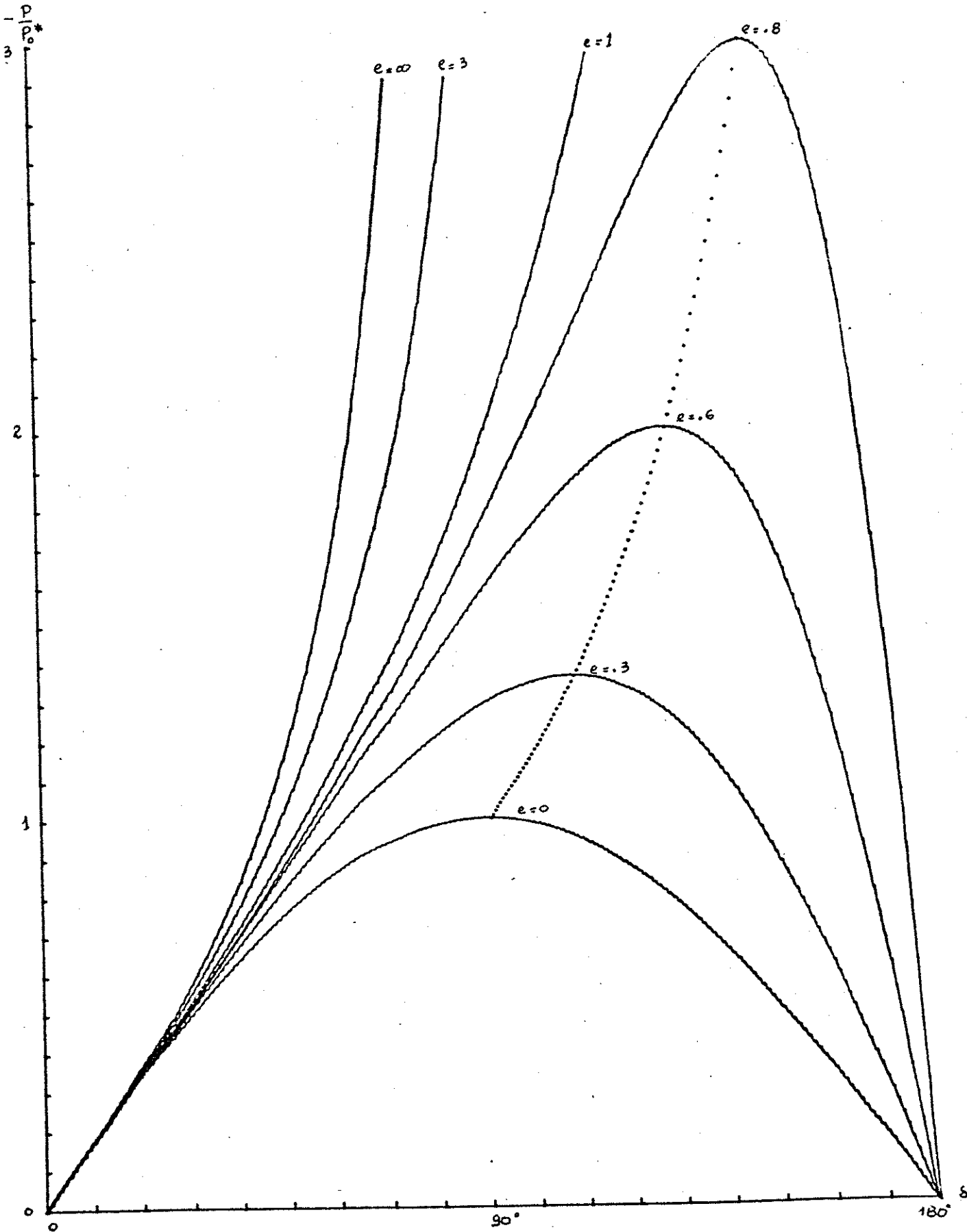


Fig. 5.3.3 - Curva  $P-\delta$  para a fronteira de estabilidade  
 $\omega \leq \delta = -e$  com  $\delta^* = 0^\circ$

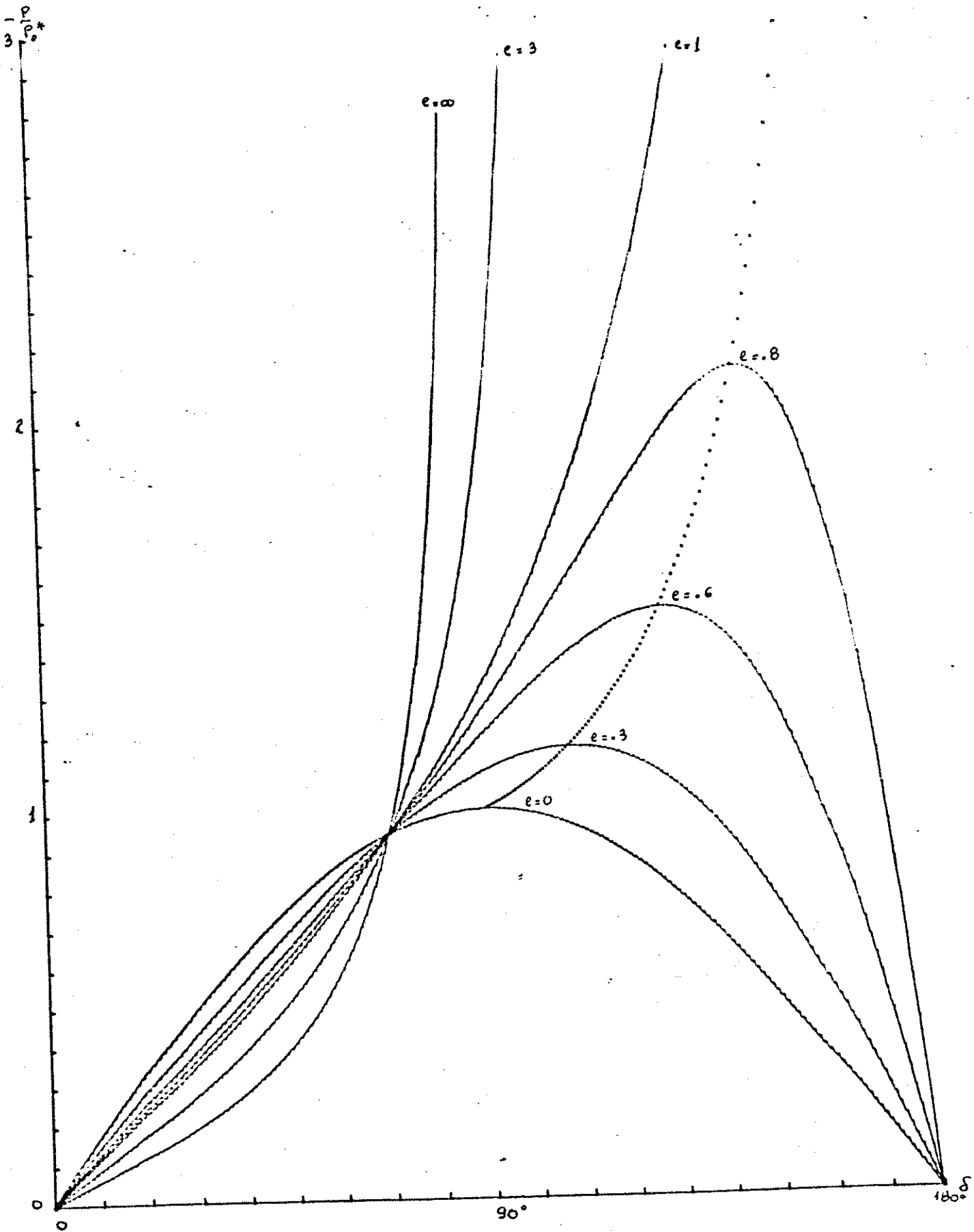


Fig. 5.3.4 - Curva  $p-\delta$  para a fronteira de estabilidade  
 $\cos \delta_0 = -e$  com  $\delta^* = 70^\circ$

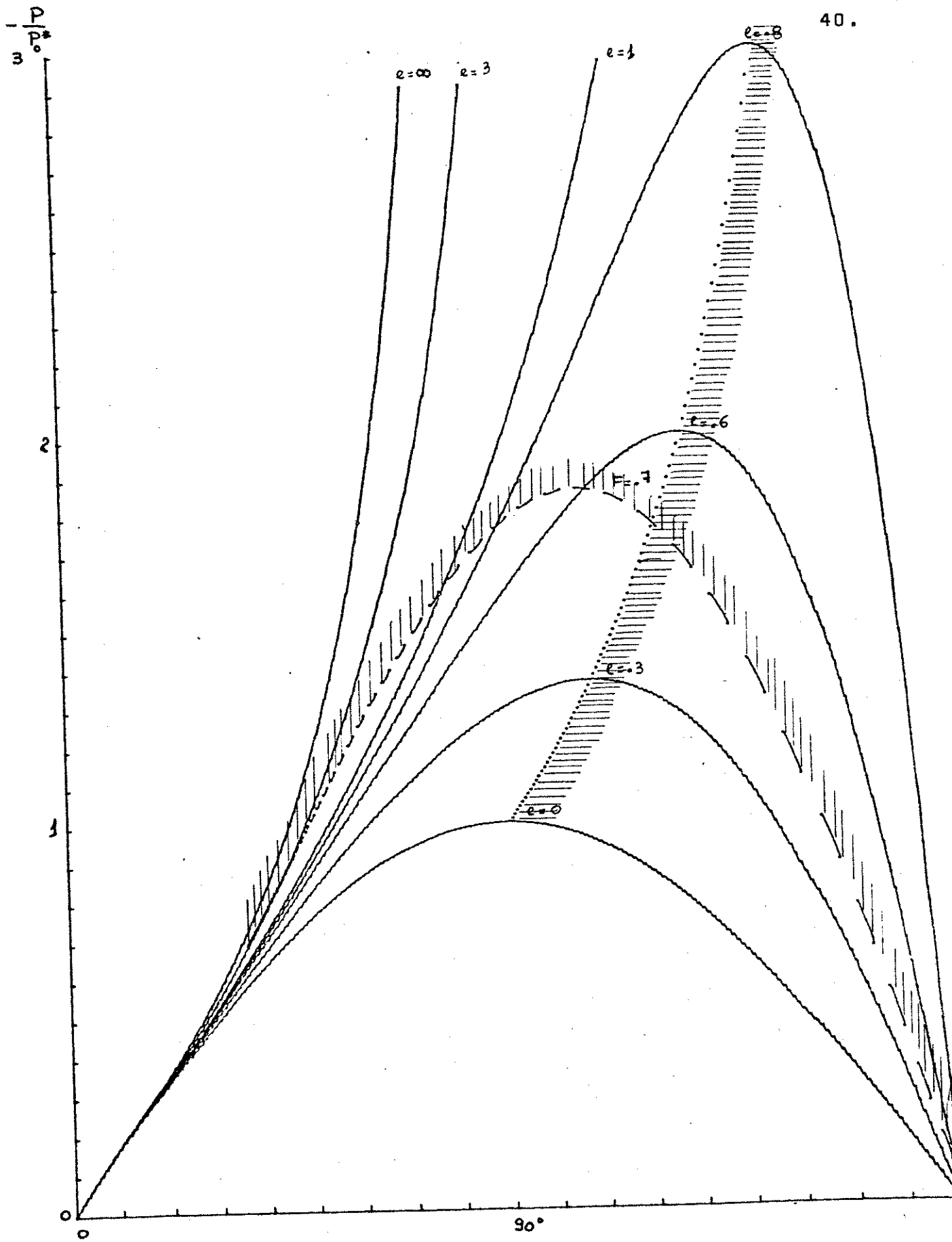


Fig. 5.3.5 - Curva P- $\xi$  e regiões de estabilidade para  $\delta^* = 0^\circ$

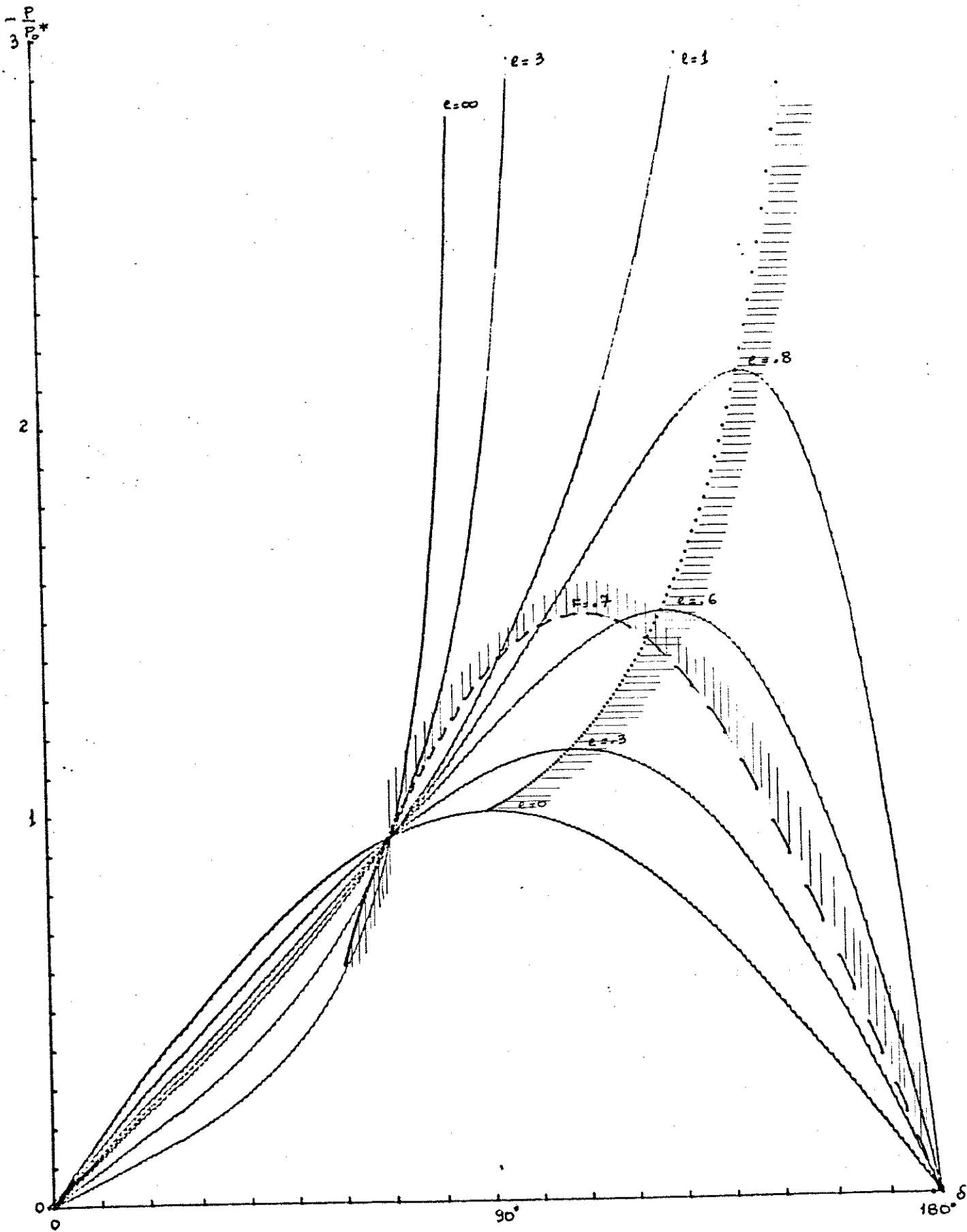


Fig. 5.3.6 - Curva  $P-\delta$  e regiões de estabilidade para  $\delta^* = 70^\circ$

## CAPÍTULO 6 - INTEGRAÇÃO NUMÉRICA DAS EQUAÇÕES DINÂMICAS

As equações dinâmicas (2.7.1), (2.7.2) e (3.3.1) escritas na forma normal são:

$$\frac{d\delta}{dt} = y$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{3}{2} \frac{MV}{X} (i_n^* \sin \delta^* - i_n \sin \delta)$$

$$\frac{di_n}{dt} = \frac{3}{2} \frac{MV}{X l_n'} y \sin \delta + \frac{R_n}{l_n'} [i_n^* (1 + e \cos \delta^*) - i_n (1 + e \cos \delta)]$$

Estas equações são integradas numericamente através do método Trapezoidal [R1] para alguns casos representativos. A Fig. 6.1 mostra as curvas estáticas  $P-\delta$  com as fronteiras de estabilidade. Nela estão marcadas as situações estudadas.

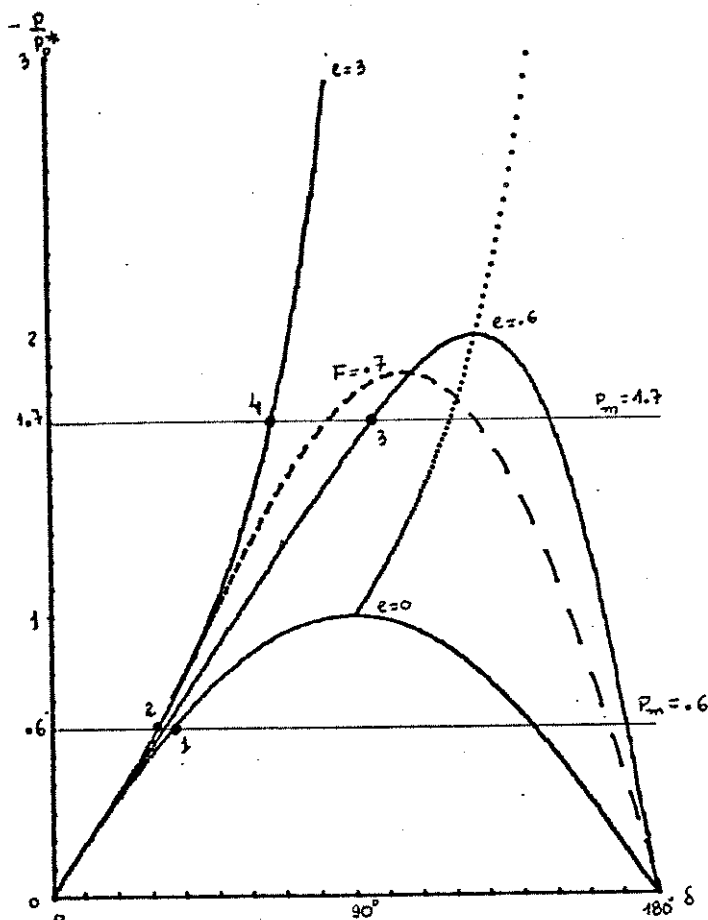


Fig. 6.1 - Curvas  $P-\delta$  com situações analisadas

Os parâmetros utilizados neste estudo foram retirados da referência [F3]:

$$P = 160 \text{ MW}$$

$$V = 12,247 \times 10^3 \text{ V}$$

$$M = 89,006 \times 10^{-3} \text{ H}$$

$$L_e = 6,341 \times 10^{-3} \text{ H}$$

$$X = 2,391 \text{ } \Omega$$

$$\gamma = 5335,998 \text{ joules} \cdot \text{seg}^2$$



$$L'_x = 0,94 \text{ H}$$

$$R_x = 0,3371 \Omega$$

A resistência de rotor foi alterada para  $R_x = 3,371 \Omega$  tendo em vista que a resistência original torna a apresentação gráfica das curvas dinâmicas analisadas pouco clara. Convém observar que essa substituição não afeta as fronteiras de estabilidade estudadas no Capítulo 5. Na referência [G1] foi estudada a influência da resistência de rotor, mostrando-se que existe um valor desta resistência que maximiza o amortecimento das oscilações mecânicas do eixo da máquina. Nas máquinas pequenas, de alguns kW, as resistências do rotor são, na prática, próximas deste valor. À medida, entretanto, que aumenta o tamanho da máquina, o valor da resistência decresce, diminuindo com isto o amortecimento.

As situações 1 e 2 representam condições consideradas normais na operação de máquina síncrona com ângulos entre  $30^\circ$  e  $40^\circ$ . Estas duas situações permitiram observar o efeito do regulador de reativos. Na primeira, que se inclui como referência, não há regulação. Na segunda, a máquina está nas mesmas condições de potência da situação 1, porém com atuação do regulador estático de ganho  $k=3$ .

As situações 3 e 4 mostram, por um lado, o funcionamento estável da máquina com ângulo maior que  $90^\circ$  e, por outro lado, com um aumento de ganho do regulador ( $k=3$ ), apesar de diminuir este ângulo de operação, a situação se torna instável.

Nas figuras 6.2, 6.3, 6.4 e 6.5 são apresentadas as curvas dinâmicas potência ativa-ângulo ( $P-\delta$ ), potência ativa-

tempo ( $P-t$ ), ângulo-tempo ( $\delta-t$ ), corrente de rotor-tempo ( $i_r-t$ ), potência reativa-tempo ( $Q-t$ ) que representam respectivamente as situações 1, 2, 3 e 4.

Nas situações estáveis foram utilizadas condições iniciais relativamente afastadas da posição de equilíbrio, com

$$\delta(0) = 0$$

$$y(0) = 0$$

observou-se, nas simulações, que no caso 3 o domínio de atração da posição de equilíbrio não é muito grande, tendo-se obtido por experiência um valor inicial de corrente de rotor que estivesse nesse domínio

$$i_r(0) = 920 \text{ A}$$

No caso instável (caso 4) procurou-se dar condições iniciais próximas da posição de equilíbrio, mantendo-se a corrente inicial do caso 3 para comparação.

Nos casos 1 e 2, onde o valor de reativos da condição de operação é  $-(Q^* + \frac{y^2}{x}) / P_0^* = 1$ , é possível verificar nas curvas de potência reativa em função do tempo que realmente o controle aproxima o reativo para a condição de operação inicial, ou seja, tenta manter a potência reativa constante. Em adição, a oscilação de potência reativa é mais baixa no caso controlado (caso 2), mas o amortecimento desta oscilação é mais fraco.

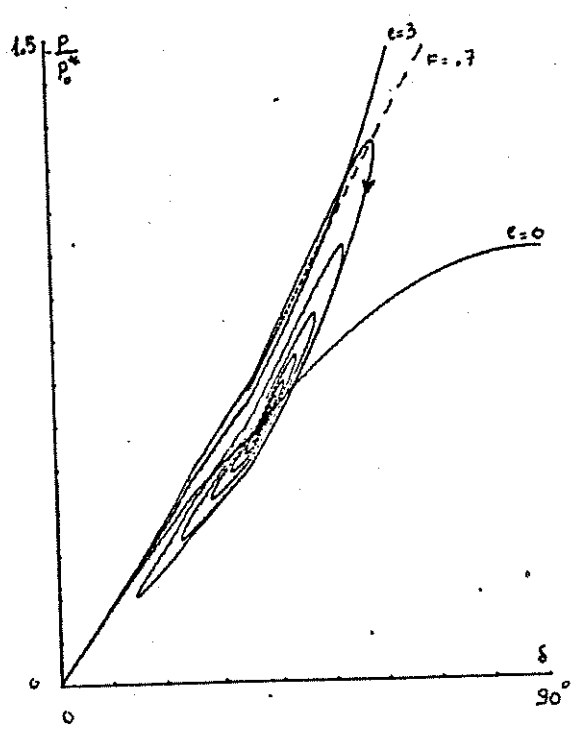


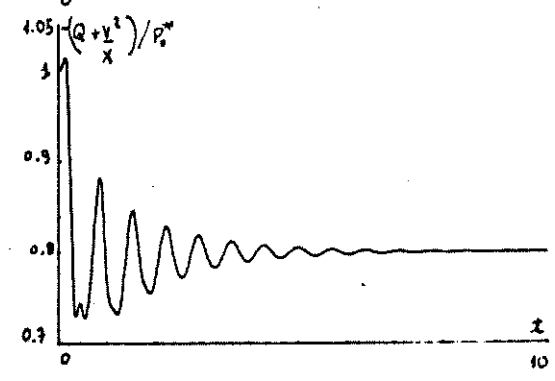
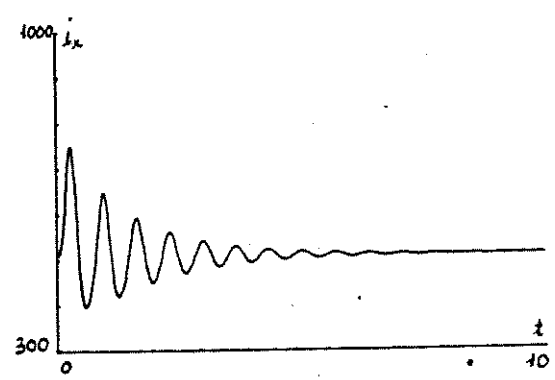
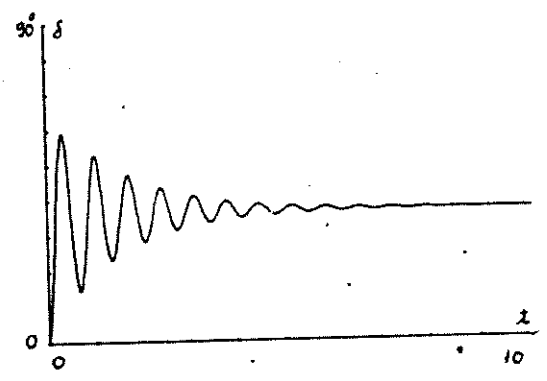
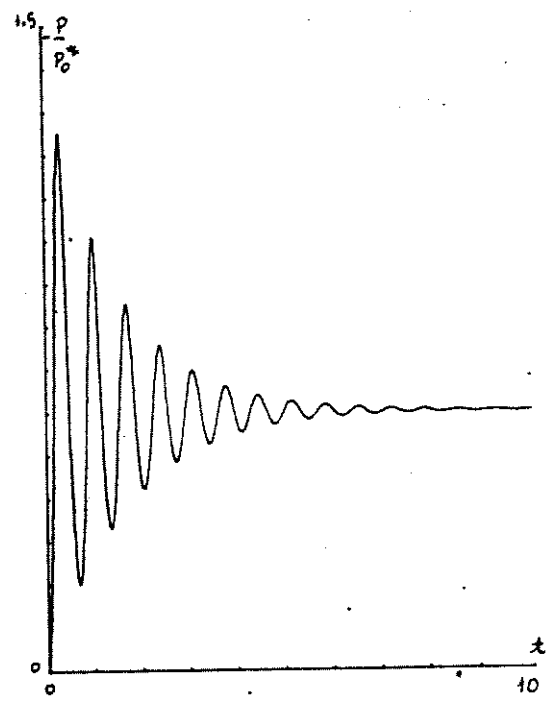
Fig. 6.2 - Situação ↓  
Caso estável

$i_x^* = 509.25A$   
 $\delta^* = 0^\circ$

$P_m = .6$   
 $e = 0$

Condições iniciais  
 $\delta(0) = 0^\circ$   
 $y(0) = 0$   
 $i_x(0) = 509.25A$

Passo de integração  $h = 0.01$



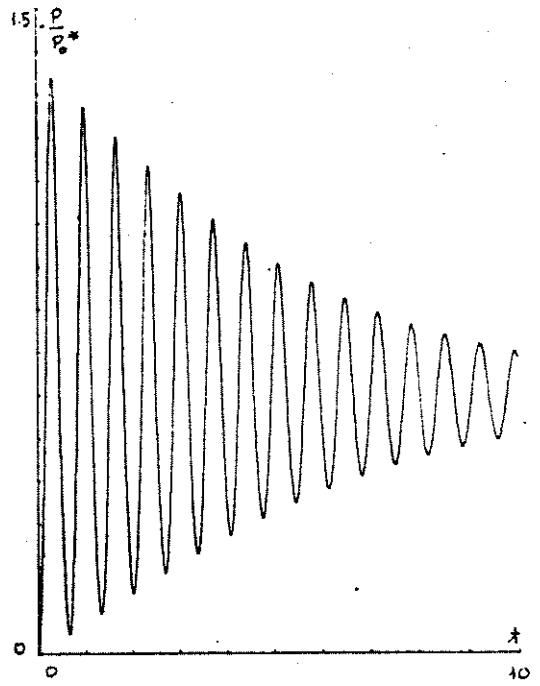
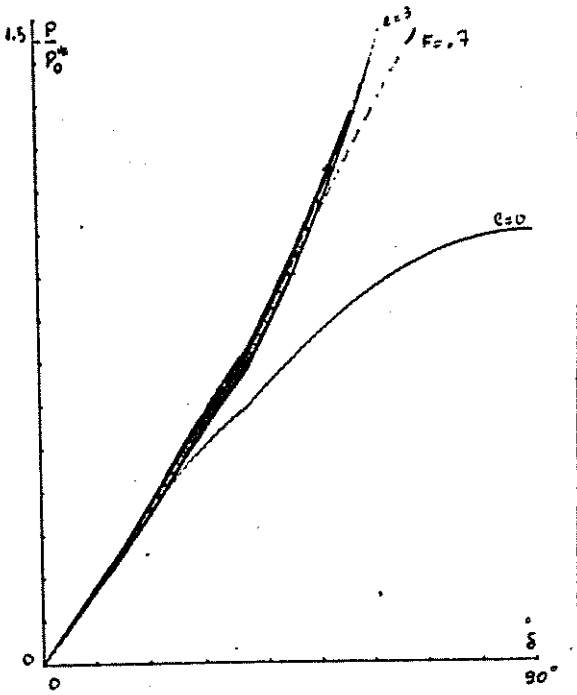


Fig. 6.3 - Situação 2  
Caso estável

$$i_{m}^{*} = 509.25A$$

$$\delta^{*} = 0^{\circ}$$

$$P_m = 0.6$$

$$e = 3$$

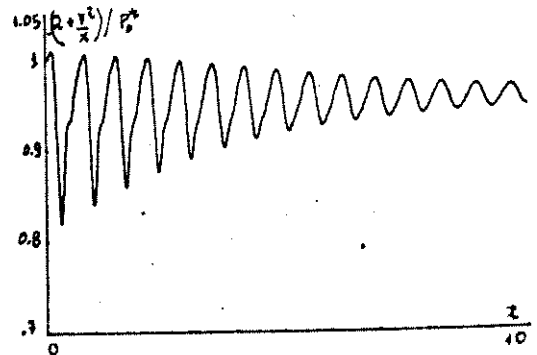
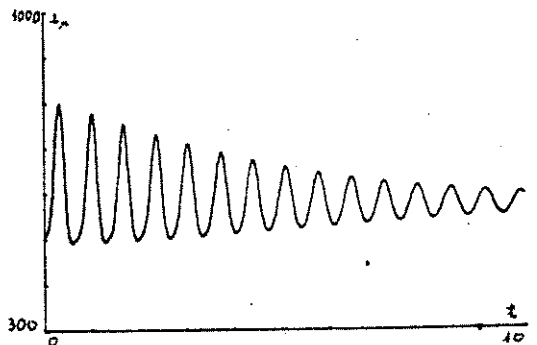
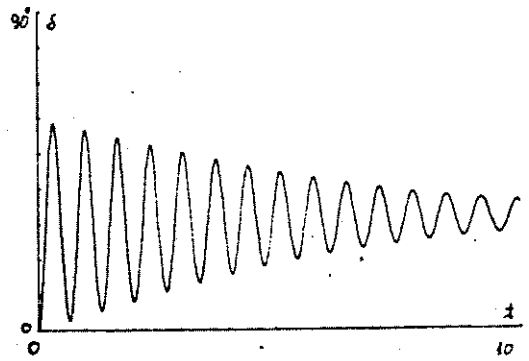
Condições iniciais

$$\delta(0) = 0$$

$$y(0) = 0$$

$$i_m(0) = 509.25A$$

Passo de integração  $h = 0.01$



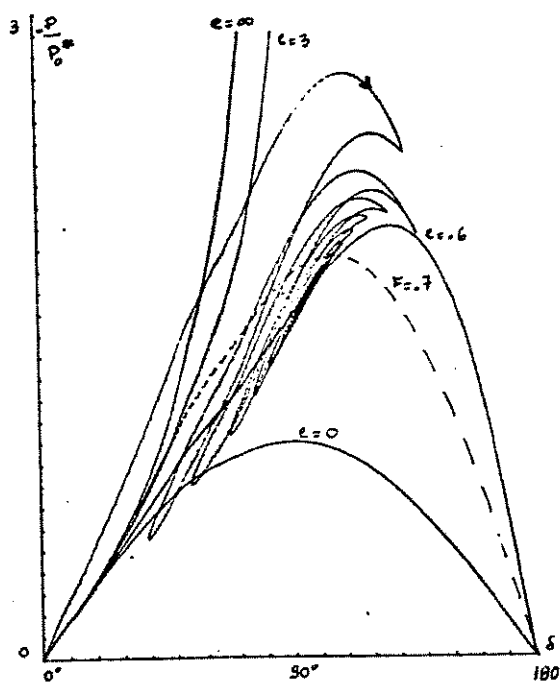


Fig. 6.4 - Situação 3  
Caso estável

$$I_x^* = 509.25 \text{ A}$$

$$\delta^* = 0^\circ$$

$$P_m = 1.7$$

$$l = 0.6$$

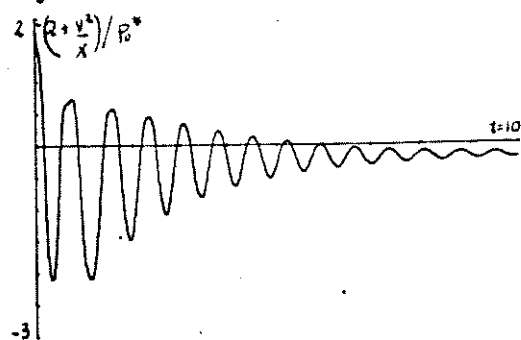
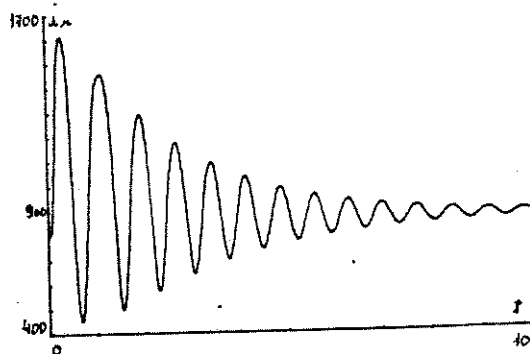
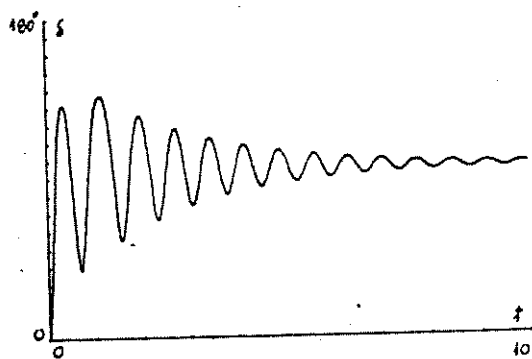
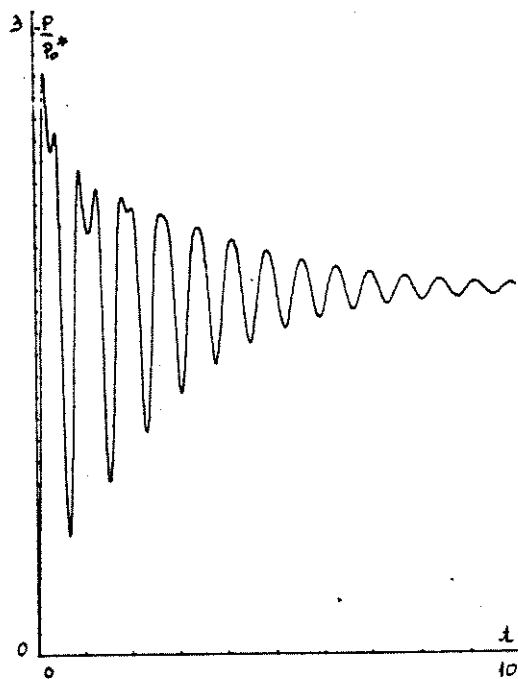
Condições iniciais

$$\delta(0) = 0$$

$$y(0) = 0$$

$$I_x(0) = 920 \text{ A}$$

Passo de integração  $h = 0.005$



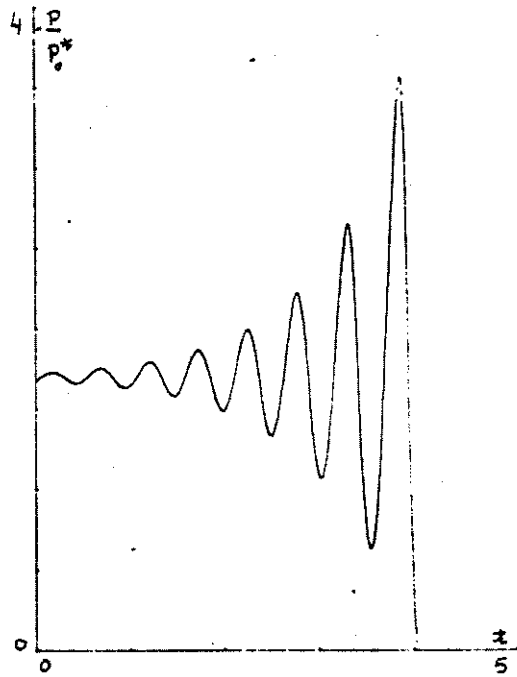
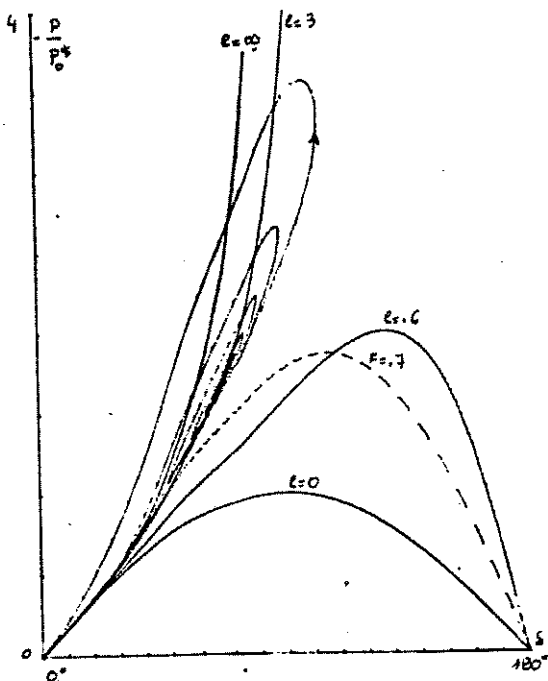


Fig. 6.5 - Situação 4  
Caso instável

$$i_{m}^* = 509.25 A$$

$$\delta^* = 0^\circ$$

$$P_m = 1.7$$

$$e = 3$$

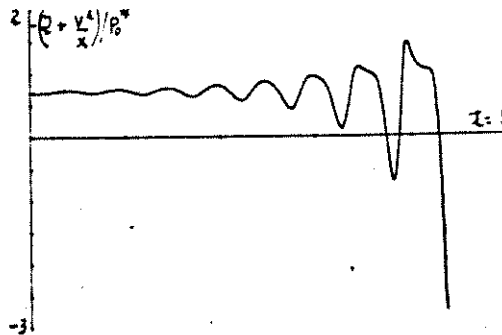
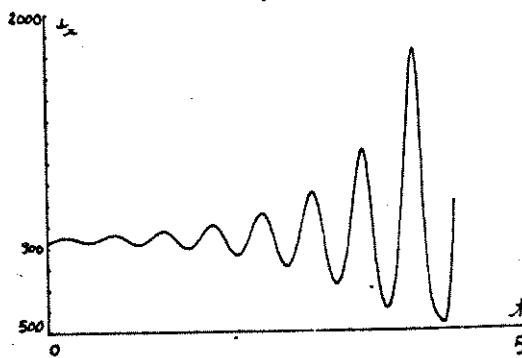
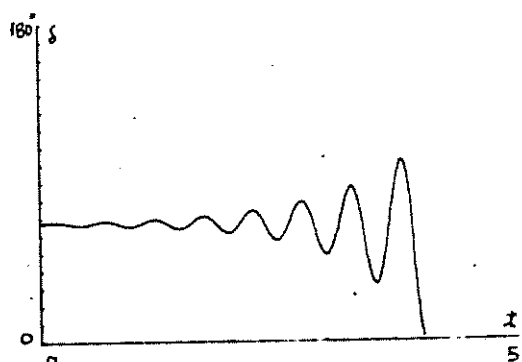
Condições iniciais

$$\delta(0) = 67.5$$

$$\dot{\gamma}(0) = 0$$

$$i_{m}(0) = 920 A$$

Passo de integração  $h = 0.005$



## CAPÍTULO 7 - CONCLUSÕES

A complexidade de um modelo que pretenda ser completo, levando em conta todas as variáveis e fenômenos envolvidos dificulta a compreensão do problema e a obtenção de resultados. Este trabalho faz uma abordagem analítica da máquina síncrona com o controle de reativos (ou controle de tensão - ver Apêndice D) e para isso foram necessárias hipóteses simplificadoras:

- . linearidade dos circuitos magnéticos
- . ausência de enrolamento amortecedores
- . funcionamento trifásico balanceado
- . máquina de pólos lisos
- . ausência de resistência de estator
- . regulador algébrico de reativos

Dentre as hipóteses simplificadoras cabe salientar que a ausência de resistência de estator permite a integração direta de parte das equações dinâmicas reduzindo de duas ordens

o modelo, já simplificado, da máquina.

A aplicação da transformação de variáveis, não convencional, aqui chamada de transformação de Galileu, coloca as variáveis de estator na referência síncrona. Esta transformação tem algumas conseqüências importantes:

. coloca as variáveis da máquina na mesma referência da rede, podendo evitar a tradicional dupla transformação para quem trabalha com estabilidade de grandes sistemas, ou seja, primeiro transforma as variáveis da máquina para  $dq0$  para em seguida fazer a transformação das variáveis  $dq0$  para  $I_m R_c O$ .

. coloca as variáveis num referencial fixo (daí ter sido dada o nome de transformação de Galileu), ao contrário da transformação  $dq0$ , que deixa as variáveis no referencial do rotor, referencial este, que oscila por ocasião de qualquer distúrbio.

. desta transformação resulta que as expressões para potência ativa, potência reativa e potência complexa são semelhantes as expressões fasoriais dadas para regime senoidal permanente, já bastantes conhecidas.

A aplicação do controle proporcional de reativos no modelo da máquina bastante simplificado permitiu chegar a resultados bastantes importantes para a compreensão estática e dinâmica do controle de reativos e a sua influência na estabilidade da máquina:

#### REGIME PERMANENTE

. os resultados traduzidos pelas curvas estáticas



P-6 (Fig. 4.2.1, Fig. 4.2.2) confirmam, quantificam e generalizam as afirmações a respeito da máquina síncrona com controle de reativos (ou tensão) existentes na bibliografia [C1, C2, K1]: "com relação à curva estática potência-ângulo, aumenta tanto a potência máxima quanto o ângulo quando é empregado regulador de tensão" (ou reativos). Observa-se que conforme o ponto de operação, tomado para referência, ao se fazer o controle de reativos, se obtém uma família de curvas que dependem do ganho ( $e$ ) do regulador de reativos algébrico. É bom notar que o aumento de potência está ligado a um aumento de corrente de campo.

. a partir das expressões gerais estáticas de potências ativa e reativa com atuação do regulador de reativos se chegou em curvas de capacidade (ou curvas de desempenho) generalizadas para a restrição de corrente de campo ou limite estático de estabilidade, traduzidas pelas Fig. 4.3.2 e Fig. 4.3.3.

#### LINEARIZAÇÃO LOCAL EM TORNO DA POSIÇÃO DE EQUILÍBRIO

. por linearização local em torno da posição de equilíbrio, se chegou às fronteiras de estabilidade local teóricas e estas fronteiras puderam ser colocadas nas curvas estáticas P-6. Com essas fronteiras definidas (Fig. 5.3.1, Fig. 5.3.2, Fig. 5.3.3, Fig. 5.3.4, Fig. 5.3.5, Fig. 5.3.6), é possível confirmar e quantificar as afirmações a respeito do aspecto negativo do controle de tensão [C2] (ou reativos): "com o controle de tensão na máquina síncrona pode ocorrer um cancelamento de amortecimento", ou seja pode ocorrer instabilidade, inviabilizando a operação, mesmo no trecho ascendente da curva potência-ângulo. Neste caso a instabilidade é caracterizada por raízes complexas

conjugadas da equação característica com parte real positiva, e a instabilidade é oscilatória. O ângulo a partir do qual ocorre este tipo de instabilidade depende da relação  $i_x^*/V$  ou, em outras palavras, da excitação da máquina.

## DINÂMICA

. partindo da visualização dos limites de estabilidade na curva estática  $P-\delta$ , através da linearização local, foi possível escolher alguns pontos de operação e testar as condições de estabilidade. Para os pontos localmente estáveis foram testadas condições iniciais longe do ponto de operação, dando um resultado estável. Para os pontos instáveis foram testadas condições iniciais bem próximas ao ponto de operação e após algum tempo, a máquina perdeu o sincronismo.

. nos casos testados próximos à fronteira de estabilidade, definida por  $F$ , se visualiza com bastante clareza o amortecimento fraco.

. na referência [G1] foi estudada a influência da resistência do rotor mostrando-se que existe um valor desta resistência que maximiza o amortecimento das oscilações mecânicas do eixo da máquina e neste trabalho se verificou que a resistência do rotor não influi na fronteira de estabilidade. Um trabalho interessante seria determinar a compensação para melhorar o amortecimento (na região estável), com acréscimo de resistência no circuito de campo.

. Com base na curva estática com as fronteiras de estabilidade, traduzidas pelas Fig. 5.3.1, Fig. 5.3.2, Fig. 5.3.5 e Fig. 5.3.6, ao se fazer uma simulação dinâmica de um ponto de

operação na região estável e próxima da fronteira de estabilidade de  $F$ , já se deve utilizar métodos de integração numérica poderosos e passos de integração bem pequenos para evitar instabilidades numéricas. Nestas regiões de amortecimentos muito fracos, estas instabilidades numéricas são prováveis de ocorrer.

Outro aspecto que merece estudo, na linha deste trabalho, é a influência dos enrolamentos amortecedores na estabilidade da máquina.

APÊNDICE A - TRANSFORMAÇÕES  $[P]$  e  $[G]$ 

As equações da máquina síncrona são simplificadas pela substituição de correntes e tensões por novas variáveis transformadas. Esta transformação de variáveis, apesar de poder ser vista como uma transformação puramente matemática, originou-se da idéia de se substituir as correntes de armadura por correntes em dois enrolamento fictícios, ortogonais, girando com o rotor e produzindo a mesma força magnetomotriz. São as correntes de eixo direto (cuja f.m.m. coincide, em direção, com a do campo) e a corrente de quadratura. Acrescenta-se uma terceira corrente, chamada de sequência zero, que não produz campo girante.

Uma vez que o rotor não é um "referencial inercial", isto é, sua velocidade sofre variações nos transitórios, pode-se escolher para as variáveis transformadas dois enrolamentos fictícios ortogonais girando em velocidade síncrona constante. Neste trabalho chamamos a esta transformação de transformação de Galileu.

As matrizes de transformação  $[P]$  e  $[G]$  são:

$$[P] = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} -\sin \theta & -\sin(\theta - 120^\circ) & -\sin(\theta + 120^\circ) & 0 \\ \cos \theta & \cos(\theta - 120^\circ) & \cos(\theta + 120^\circ) & 0 \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{3/2} \end{bmatrix}$$

$$[G] = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} -\sin \omega t & -\sin(\omega t - 120^\circ) & -\sin(\omega t + 120^\circ) & 0 \\ \cos \omega t & \cos(\omega t - 120^\circ) & \cos(\omega t + 120^\circ) & 0 \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{3/2} \end{bmatrix}$$

As matrizes de transformação são ortogonais:

$$[P]^T = [P]^{-1}$$

$$[G]^T = [G]^{-1}$$

Pré-multiplicando-se as variáveis  $\underline{v}$  e  $\underline{i}$  pelas matrizes de transformação, são obtidas as variáveis transformadas:

$$\underline{v}_P = \begin{bmatrix} v_d \\ v_q \\ v_o \\ v_n \end{bmatrix} = [P] \underline{v}$$

$$\underline{i}_P = \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_o \\ i_n \end{bmatrix} = [P] \underline{i}$$

$$\underline{v}_G = \begin{bmatrix} v_{Im} \\ v_{Re} \\ v_o \\ v_n \end{bmatrix} = [G] \underline{v}$$

$$\underline{i}_G = \begin{bmatrix} i_{Im} \\ i_{Re} \\ i_o \\ i_n \end{bmatrix} = [G] \underline{i}$$

As variáveis do enrolamento de campo ( $v_x, i_x$ ) não são alteradas por estas transformações, mas são anexadas às transformações para unificação das fórmulas.

As novas variáveis modificadas por  $[P]$   $v_d, v_q, v_0$  ou  $i_d, i_q, i_0$  são chamadas, respectivamente, de componente de eixo direto, componente de eixo de quadratura e componente de sequência zero. As novas variáveis modificadas por  $[G]$   $v_{2m}, v_{2e}, v_0$  ou  $i_{2m}, i_{2e}, i_0$  são chamadas, respectivamente, de componente de eixo imaginário, componente de eixo real e componente de sequência zero.

Conseguem-se as transformações inversas através das equações:

$$\underline{v} = [P] \underline{v}_p = [G] \underline{v}_g$$

$$\underline{i} = [P] \underline{i}_p = [G] \underline{i}_g$$

As transformações  $[P]$  e  $[G]$  são invariantes em potência  $[H1]$ :

$$\underline{i}^T \underline{v} = \underline{i}_p^T \underline{v}_p = \underline{i}_g^T \underline{v}_g$$

Esta invariância de potência não ocorria na transformação original de Park, que foi posteriormente modificada com esta finalidade.

## EQUAÇÕES DE TENSÃO DA MÁQUINA

A equação de tensão da máquina:

$$\underline{v} = [R] \underline{i} + \frac{d}{dt} \{ [L] \underline{i} \}$$

onde

$$[R] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_x \end{bmatrix}$$

e

$$[L] = \begin{bmatrix} L_1 & -L_3 & -L_3 & M \sin \theta \\ -L_3 & L_1 & -L_3 & M \sin(\theta - 120^\circ) \\ -L_3 & -L_3 & L_1 & M \sin(\theta + 120^\circ) \\ M \sin \theta & M \sin(\theta - 120^\circ) & M \sin(\theta + 120^\circ) & L_x \end{bmatrix}$$

colocada em termos de variáveis transformadas fica nas seguintes formas:

$$\underline{v}_p = [P][R][P]^{-1} \underline{i}_p + [P] \frac{d}{dt} \{ [L][P]^{-1} \} \underline{i}_p + [P][L][P]^{-1} \frac{d}{dt} \underline{i}_p$$

$$\underline{v}_c = [G][R][G]^{-1} \underline{i}_c + [G] \frac{d}{dt} \{ [L][G]^{-1} \} \underline{i}_c + [G][L][G]^{-1} \frac{d}{dt} \underline{i}_c$$

Efetando-se os cálculos necessários, as equações de tensão passam a ser escritas na seguintes formas:

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \\ v_o \\ v_n \end{bmatrix} = \left\{ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \dot{\theta} L_c & 0 & 0 \\ -\dot{\theta} L_c & 0 & 0 & \sqrt{3/2} \dot{\theta} M \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_o \\ i_n \end{bmatrix} +$$

$$+ \begin{bmatrix} L_c & 0 & 0 & -\sqrt{3/2} M \\ 0 & L_c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (L_1 - 2L_2) & 0 \\ -\sqrt{3/2} M & 0 & 0 & L_n \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_o \\ i_n \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} v_{dm} \\ v_{qm} \\ v_o \\ v_n \end{bmatrix} = \left\{ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \omega L_c & 0 & \dot{\theta} \sqrt{3/2} M \sin \delta \\ -\omega L_c & 0 & 0 & \dot{\theta} \sqrt{3/2} M \cos \delta \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dot{\theta} \sqrt{3/2} M \sin \delta & \dot{\theta} \sqrt{3/2} M \cos \delta & 0 & 0 \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} i_{dm} \\ i_{qm} \\ i_o \\ i_n \end{bmatrix} +$$

$$+ \begin{bmatrix} L_c & 0 & 0 & -\sqrt{3/2} M \cos \delta \\ 0 & L_c & 0 & \sqrt{3/2} M \sin \delta \\ 0 & 0 & (L_1 - 2L_2) & 0 \\ -\sqrt{3/2} M \cos \delta & \sqrt{3/2} M \sin \delta & 0 & 0 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{dm} \\ i_{qm} \\ i_o \\ i_n \end{bmatrix}$$



## TENSÕES DA BARRA INFINITA

Admitindo as tensões da barra infinita dadas por:

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \\ v_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V \cos \omega t \\ V \cos(\omega t - 120^\circ) \\ V \cos(\omega t + 120^\circ) \\ v_n \end{bmatrix}$$

vem:

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \\ v_o \\ v_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sqrt{3/2} V \sin \delta \\ \sqrt{3/2} V \cos \delta \\ 0 \\ v_n \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} v_{Im} \\ v_{Re} \\ v_o \\ v_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{3/2} V \\ 0 \\ v_n \end{bmatrix}$$

Observe-se que na transformação de Park, o ângulo de potência aparece nas expressões das tensões transformadas da barra.

## TORQUE ELÉTRICO

As equações de torque elétrico são dadas por:

$$T_e = \frac{1}{2} \dot{i}_P^T [P] \frac{d[L]}{d\theta} [P]^{-1}$$

$$T_e = \frac{1}{2} \dot{i}_G^T [G] \frac{d[L]}{d\theta} [G]^{-1}$$

Efetuando-se os cálculos vem:

$$T_e = \sqrt{3/2} M i_n i_q$$

$$T_e = \sqrt{3/2} M i_n [i_{im} \sin \delta + i_{re} \cos \delta]$$

## FUNCIONAMENTO EM REGIME

Em regime permanente  $\dot{\theta} = \omega$ . Então, tem-se:

$$i_d = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{V}{\omega l_e} \cos \delta + \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{M}{l_e} i_n$$

$$i_q = -\sqrt{\frac{3}{2}} \frac{V}{\omega l_e} \sin \delta$$

8

$$i_{im} = -\sqrt{\frac{3}{2}} \frac{V}{\omega l_e} + \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{M}{l_e} i_n \cos \delta$$

$$i_{re} = -\sqrt{\frac{3}{2}} \frac{M}{l_e} i_n \sin \delta$$

Como  $\omega$  é constante, resulta:

$$P_e = \omega T_e$$

E como era de se esperar, a potência elétrica, quer através da transformação de Park ou Galileu, resulta em:

$$P_e = -\frac{3}{2} \frac{MV}{l_e} i_n \sin \delta$$

## APÊNDICE B - INTEGRAÇÃO PARCIAL DAS EQUAÇÕES ELÉTRICAS

Sejam as equações elétricas do estator da máquina:

$$\begin{aligned}
 p \left\{ \begin{bmatrix} L_1 & -L_3 & -L_3 \\ -L_3 & L_1 & -L_3 \\ -L_3 & -L_3 & L_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \right\} + \begin{bmatrix} R_e & 0 & 0 \\ 0 & R_e & 0 \\ 0 & 0 & R_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \\
 = \begin{bmatrix} V \cos \omega t \\ V \cos(\omega t - 120^\circ) \\ V \cos(\omega t + 120^\circ) \end{bmatrix} - p \left\{ \begin{bmatrix} M \sin \theta \\ M \sin(\theta - 120^\circ) \\ M \sin(\theta + 120^\circ) \end{bmatrix} i_x \right\} \quad (B.1)
 \end{aligned}$$

Se as funções que aparecem no 2º membro forem conhecidas, estas equações serão equações diferenciais lineares com parâmetros constantes nas incógnitas  $i_a$ ,  $i_b$ ,  $i_c$  e a solução comporta uma componente solução geral da homogênea associada:

$$\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2k_1 - k_2 - k_3}{3} \exp\left(-\frac{R_e}{L_1 + L_3} t\right) + \frac{k_1 + k_2 + k_3}{3} \exp\left(-\frac{R_e}{L_1 - 2L_3} t\right) \\ -\frac{k_2 + 2k_3 - k_1}{3} \exp\left(-\frac{R_e}{L_1 + L_3} t\right) + \frac{k_1 + k_2 + k_3}{3} \exp\left(-\frac{R_e}{L_1 - 2L_3} t\right) \\ -\frac{k_1 - k_2 + 2k_3}{3} \exp\left(-\frac{R_e}{L_1 + L_3} t\right) + \frac{k_1 + k_2 + k_3}{3} \exp\left(-\frac{R_e}{L_1 - 2L_3} t\right) \end{bmatrix}$$

onde  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$  são constantes arbitrárias, assim como uma componente particular da solução completa. Esta solução particular só é possível de se obter em forma fechada em casos particulares, dependendo, por exemplo, das funções  $i_x(t)$  e  $\theta(t)$ . Entretanto, no caso particular  $R_e = 0$  a equação (B.1) pode ser colocada na forma:

$$p \begin{bmatrix} L_1 & -L_3 & -L_3 \\ -L_3 & L_1 & -L_3 \\ -L_3 & -L_3 & L_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = p \left\{ \begin{bmatrix} (v/w) \sin \omega t \\ (v/w) \sin(\omega t - 120^\circ) \\ (v/w) \sin(\omega t + 120^\circ) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} M \sin \theta \\ M \sin(\theta - 120^\circ) \\ M \sin(\theta + 120^\circ) \end{bmatrix} i_x \right\}$$

cuja integração é trivial.

## APÊNDICE C - POTÊNCIA COMPLEXA, ATIVA E REATIVA

Dadas as tensões e correntes:

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V \cos \omega t \\ V \cos(\omega t - 120^\circ) \\ V \cos(\omega t + 120^\circ) \end{bmatrix}$$

e

$$\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I \cos(\omega t - \phi) \\ I \cos(\omega t - 120^\circ - \phi) \\ I \cos(\omega t + 120^\circ - \phi) \end{bmatrix}$$

a potência trifásica complexa é dada por:

$$S = P + jQ$$

com

$$P = 3/2 \, V I \cos \phi$$

$$Q = 3/2 \, V I \sin \phi$$

Mediante a transformação  $[G]$  as tensões e correntes originais passam a ser representadas na seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} v_{Im} \\ v_{Re} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{3/2} V \end{bmatrix}$$

e

$$\begin{bmatrix} i_{Im} \\ i_{Re} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{3/2} I \sin \phi \\ \sqrt{3/2} I \cos \phi \end{bmatrix}$$

Pode-se associar a estes vetores transformados os fasores:

$$\hat{V} = v_{Re} + j v_{Im}$$

e

$$\hat{I} = i_{Re} + j i_{Im}$$

respectivamente. Obtêm-se em consequência a potência complexa

$$S = \hat{V} \hat{I}^*$$

onde \* significa complexo conjugado.

A potência ativa  $P$  passa a ser escrita na forma:

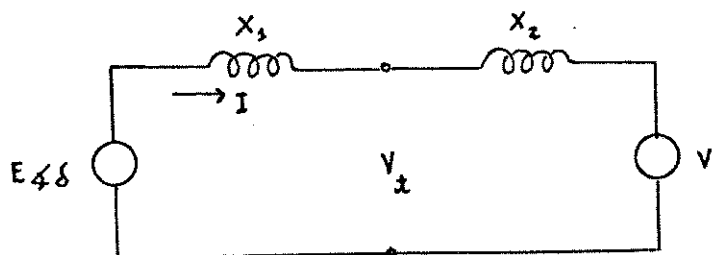
$$P = v_{Re} i_{Re} + v_{Im} i_{Im}$$

e a potência reativa:

$$Q = v_{Im} i_{Re} - v_{Re} i_{Im}$$

APÊNDICE D - RELAÇÃO ENTRE CONTROLE DE REATIVOS E CONTROLE DE TENSÃO

Seja uma máquina ligada através de uma reatância  $X_2$  a uma barra infinita de tensão  $V$  onde se supõe que, como usualmente,  $X_2$  é bem menor que  $X_1$ ,



onde  $E = \omega \left( \sqrt{\frac{3}{2}} M \right) I_x$

Fazendo:

$$X_1 + X_2 = X$$

e

$$\frac{X_2}{X} = m$$

A corrente  $I$  é dada por:

$$I = \frac{E \angle \delta - V}{jX} = \frac{E \cos \delta - V}{jX} + \frac{E \sin \delta}{X}$$

A tensão terminal  $V_t$  é:

$$V_t = V + jX_2 I = V(1-m) + mE \cos \delta + j m E \sin \delta$$

Na situação de referência tem-se:

$$V_t^* = V(1-m) + mE^* \cos \delta^* + j m E^* \sin \delta^*$$

No controle de tensão terminal será utilizado o erro de tensão dado por:

$$\begin{aligned} |V_t^*| - |V_t| &= \sqrt{V^2(1-m)^2 + m^2(E^*)^2 + 2VE^*(1-m) \cos \delta^*} - \\ &= \sqrt{V^2(1-m)^2 + m^2E^2 + 2VE(1-m) \cos \delta} \end{aligned}$$

Para  $m$  pequeno este erro pode ser aproximado por:

$$|V_t^*| - |V_t| \approx m(E^* \cos \delta^* - E \cos \delta) \quad (D.1)$$

A equação do regulador de reativos é dada no capítulo 3 por:

$$V_r = V_r^* + R [i_{Im}^* - i_{Im}] \quad (D.2)$$

onde

$$i_{Im}^* - i_{Im} = \frac{E^* \sin \delta^*}{X} - \frac{E \sin \delta}{X}$$

Levando em conta a equação (D.1), a equação (D.2) passa a ser escrita:

$$V_r = V_r^* + \frac{R}{mX} [ |V_t^*| - |V_t| ]$$



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [A1] R.M.G. Alcoforado, "Estudo da Compensação de um Gerador Síncrono Através de Sinais Realimentados no Regulador de Tensão", Tese de Mestrado ITA, 1975.
- [B1] N. Bogolioubov e I. Mitropolski, "Les méthodes asymptotiques en Théorie des Oscillations non Linéaires", Gauthier-Villors, Paris, 1962.
- [C1] C. Concordia, "Steady - State Stability of Synchronous Machines as Affected by Voltage - Regulator Characteristics", AIEE Transactions, Vol. 63, pp. 215-220, May 1944,
- [C2] F.P. de Mello e C. Concordia, "Concepts of Synchronous Machine Stability as Affected by Excitation Control", IEEE Trans., PAS 88, pp. 316-29, 1969.
- [C3] P.R. Clement e W.C. Johnson, "Electrical Engineering Science", McGraw-Hill, Tokyo, 1960.
- [D1] C.A. Desoer e E.S. Kuh, "Basic Circuit Theory", McGraw-Hill, Tokyo, 1969.
- [E1] O.I. Elgerd, "Electric Energy Systems Theory: An Introduction", McGraw-Hill, U.S.A, 1971.
- [F1] J.A. Feijó de Melo, "Geradores Síncronos Curvas de Capacidade", Publicação Técnicas - CHESF, Recife, 1977.
- [F2] A.E. Fitzgerald, C. Kingsley Jr., "Electric Machinery", McGraw-Hill, Tokyo, 2<sup>nd</sup> Edition.
- [F3] P.M. Anderson e A.A. Fouad, "Power System Control and Stability", Vol. I, The Iowa State University Press,

Iowa, 1977.

- [G1] M.B. de Paiva Guazzelli, "Estudo da Estabilidade de uma Máquina Síncrona", Tese de Mestrado, FEC/UNICAMP, 1977.
- [H1] N.N. Hancock, "Matrix Analysis of Electrical Machinery", Pergamon Press, Hungary, 1974.
- [J1] R.G. Jordão, "Máquinas Síncronas", Livros Técnicos e Científicos Editora S.A. e Editora da Universidade de S. Paulo, Rio de Janeiro, 1980.
- [K1] E.W. Kimbark, "Power System Stability: Synchronous Machines", Dover Publications, Inc., New York, 1956.
- [L1] W.A. Lewis, "A Basic Analysis of Synchronous Machines - Part I", AIEE Trans., PAS 77, pp. 436-455, 1958.
- [L2] A.C.C. Lyra e Y. Burian, "Dinâmica do Controle de Reativos na Máquina Síncrona", X Congresso Panamericano de Engenharia Mecânica Elétrica e Ramos Afins, Buenos Aires, Argentina, 1984.
- [M1] A. Monticelli, V.F. Costa, A.M. França, "Modelagem de Máquinas Síncronas no Estudo de Estabilidade Transitória", FEC/UNICAMP, 1980.
- [N1] A. Netushil, "Theory of Automatic Control", Mir Publishers, Moscow, 1978.
- [R1] R.A. Rohrer, "Circuit Theory an Introduction to the State Variable Approach", McGraw-Hill, U.S.A., 1970.
- [S1] W.D. Stevenson Jr., "Elements of Power System Analysis", McGraw-Hill, Tokyo, 1962.
- [V1] V. Venikov, "Transient Processes in Electrical Power Systems", Mir Publishers, Moscow, 1977.