

*Exão no título*

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULDADE DE ENGENHARIA DE CAMPINAS

DEPARTAMENTO DE AUTOMAÇÃO

*Alcyr José Monticelli*

EXPANSÃO DE SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA: UM  
ALGORÍTMO PARA O PLANEJAMENTO DO SISTEMA DE  
TRANSMISSÃO

Alcir José Monticelli

TESE APRESENTADA À FACULDADE DE ENGENHARIA DE  
CAMPINAS DA UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
COMO PARTE DOS REQUISITOS PARA A OBTENÇÃO DO  
TÍTULO DE DOUTOR EM CIÊNCIAS.

UNICAMP  
BIBLIOTECA CENTRAL

## RESUMO

Foi desenvolvido um método para realização do planejamento da expansão de sistemas de transmissão em alta tensão. Visa-se a determinação de uma política de expansão a longo prazo que, obedecendo os vínculos de confiabilidade e estabilidade, tenha custo mínimo. É utilizada uma propriedade de otimização do fluxo de carga DC conjuntamente com um critério de confiabilidade.

## ABSTRACT

A method to perform high voltage transmission systems expansion planning has been presented in this study. The aim is to set a minimum cost long term expansion policy satisfying stability and reliability constraints. A property of DC load flow optimization has been used along with a reliability criterion.

## CONTEÚDO

1. INTRODUÇÃO
2. UM MODELO LINEAR PARA O SISTEMA DE TRANSMISSÃO
  - 2.1. Introdução
  - 2.2. O Fluxo de Carga DC
  - 2.3. O Modelo de Corrente Contínua
  - 2.4. Matrizes de Sensibilidade
3. ACRÉSCIMOS DE LINHAS E BARRAS AO SISTEMA DE TRANSMISSÃO
  - 3.1. Introdução
  - 3.2. Ligação de Uma Nova Barra
  - 3.3. Ligação de Uma Nova Linha Entre Barras Existentes
  - 3.4. Contingências
4. O FLUXO DE CARGA DC COMO PROCESSO DE OTIMIZAÇÃO
  - 4.1. Introdução
  - 4.2. O Problema de Minimização
  - 4.3. Análise Pós-Otimização
  - 4.4. Conexidade e Inversibilidade da Matriz Capacidade
    - 4.4.1. Inversão da Matriz Capacidade
    - 4.4.2. Modificações na Matriz Capacidade
  - 4.5. A Rede Tipo-0
5. PLANEJAMENTO EM UM ESTÁGIO - SEM CONTINGÊNCIAS
  - 5.1. Introdução
  - 5.2. Formulação do Problema
  - 5.3. Exemplo
  - 5.4. Algoritmo de Expansão
  - 5.5. Um Problema de Remanejamento

## 6. CRITÉRIO DE CONFIABILIDADE

### 6.1. Introdução

### 6.2. Probabilidade de Operação e Falha

### 6.3. Probabilidade de Contingência em um Sistema de Transmissão

### 6.4. Um Índice de Confiabilidade

## 7. PLANEJAMENTO EM UM ESTÁGIO - COM CONTINGÊNCIAS

### 7.1. Introdução

### 7.2. Formulação do Problema

### 7.3. Algoritmo de Expansão

### 7.4. Exemplo

## 8. PLANEJAMENTO EM VÁRIOS ESTÁGIOS

### 8.1. Introdução

### 8.2. Planejamento a Longo Prazo

### 8.3. Algoritmo a Longo Prazo

## 9. COMENTÁRIOS

## LISTA DE SÍMBOLOS

## BIBLIOGRAFIA

## APÊNDICE - A

## APÊNDICE - B

## CAPÍTULO I

### 1. INTRODUÇÃO

O planejamento de sistemas de transmissão visa estabelecer os tipos de linhas a serem adicionadas, as datas, os locais e os custos associados a cada adição (15).

Este trabalho trata da parte preliminar do planejamento que corresponde às estimativas de longo prazo. Ao planejamento a curto prazo corresponde um projeto mais detalhado do sistema e é feito levando-se em conta um maior número de fatores (20).

A medida que cresce o número de alternativas a serem estudadas a precisão e o número de detalhes precisam ser reduzidos (15). A determinação dos pontos de saturação do sistema requer a estimação dos fluxos nas linhas. Esses cálculos são feitos com um modelo linear para o fluxo de carga (01). Este método é apresentado no Capítulo II.

O acréscimo de novas linhas se torna necessário quando, devido a evolução da geração e da demanda, ocorrem saturações da capacidade de transmissão existente, em operação normal ou situações de emergência. As limitações nos fluxos de potência ativa nas linhas são determinadas principalmente por razões de estabilidade e temperatura.

Quando um grande número de alternativas deve ser analisado, o tempo de computação pode se transformar em fator limitante. Normalmente o estudo dessas alternativas envolve a introdução ou a retirada de um certo número de linhas. Conhecendo-se os fluxos de potência para uma das alternativas, os fluxos para os demais podem ser determinados diretamente através de modificações na inversa da matriz capacidade do sistema (03) e (14). Este método tem sido usado largamente em outras áreas e também em planejamento, e está apresentado no Capítulo III.

Vários métodos tem sido propostos para a resolução do

problema de planejamento, tanto no Brasil (05) como no exterior. Alguns deles tem sido utilizados por empresas responsáveis pela geração e transmissão de energia elétrica.

O Método proposto neste trabalho está baseado na propriedade de otimização do fluxo de carga DC apresentada no Capítulo IV. Esta propriedade pode ser usada em substituição ao método de programação linear, para estimação dos fluxos de potência, como apresentado na referência (04).

No Capítulo V é formulado um problema de expansão de um sistema de transmissão em um estágio. O problema é resolvido utilizando-se as propriedades apresentadas no Capítulo IV. É apresentado um estudo de caso. Neste capítulo não são considerados contingências.

O estudo de contingências é apresentado no Capítulo VI, onde é formulado um critério de confiabilidade.

No Capítulo VII, o problema de expansão em um estágio, apresentado no Capítulo V, é reformulado levando-se em conta contingências. Foi feito um estudo de caso para o mesmo sistema apresentado no Capítulo V.

As técnicas apresentadas neste trabalho foram testadas em um caso concreto: planejamento do sistema de transmissão da região Sudeste no período de 1980 a 1990..

As interações entre o planejamento do sistema de transmissão e o planejamento da geração são comentados no Capítulo V.

## CAPÍTULO II

### 2. UM MODELO LINEAR PARA O SISTEMA DE TRANSMISSÃO

#### 2.1. INTRODUÇÃO

A fase de planejamento que trata da expansão do sistema de transmissão, segue o planejamento do sistema de geração (17). No planejamento do sistema de transmissão são usados como dados de entrada as estimativas da evolução da demanda de energia elétrica e as previsões para a capacidade de geração que será disponível no período de planejamento considerado. A longo prazo (10 anos, por exemplo) erros consideráveis são cometidos nestas estimativas. Isto se deve, entre outras razões, à impossibilidade de se determinar com precisão o comportamento da economia, e portanto da demanda de energia, a longo prazo. Nestas condições, na fase inicial de planejamento, procura-se determinar a capacidade de transmissão que garanta a transmissão de potência ativa com um nível de segurança pré determinado. Problemas tais como o do fluxo de reativos e da regulação de tensão são resolvidos em uma fase subsequente de planejamento.

Por outro lado, quando se pretende determinar uma solução que minimize os investimentos, deve-se analisar um grande número de alternativas. Acrescente-se a isto o fato de que, para cada alternativa, devem ser testadas várias contingências. Assim sendo, a realização prática do planejamento do sistema de transmissão, exige o uso de um programa de fluxo de carga que, mesmo quando repetido um grande número de vezes, não torne proibitivo o tempo de computação. Usa-se então, equações linearizadas para o fluxo de carga (fluxo de carga DC). Pelas razões expostas no parágrafo anterior, o uso do fluxo de carga DC não aumenta significativamente os erros cometidos no planejamento.

Comparando-se os resultados de um fluxo de carga exato com um fluxo de carga DC verifica-se que o erro típico para os

fluxos nas linhas é de 5%, sendo que o erro máximo fica em torno de 10% (01). O erro aumenta com os ângulos das linhas. Restrições de estabilidade e o limite térmico obrigam o sistema a operar de tal forma que as fases das linhas assumam valores para os quais a precisão do fluxo de carga DC é aceitável (ângulos menores que 30°).

O aumento da velocidade de cálculo é devida ao fato que no fluxo de carga DC resolve-se apenas um sistema algébrico linear enquanto que para o fluxo de carga exato resolve-se um sistema algébrico não linear por métodos iterativos.

## 2.2. O FLUXO DE CARGA DC

Considerando que o fluxo de carga DC é suficientemente conhecido (01), o que segue visa mais a apresentação da notação e o esclarecimento das hipóteses simplificadas que são usadas neste tipo de fluxo de carga, do que a apresentação formal do método.

Seja K uma barra com tensão  $V_k \angle \theta_k$  ligada a um certo número  $n_1$  de outras barras com tensões  $V_l \angle \theta_l$ . Sejam ainda,

$$Z_{kl} = \rho_{kl} \exp \left[ j \left( \frac{\pi}{2} - \delta_{kl} \right) \right] \quad (2.1)$$

a impedância de um ramo de extremidades K e l, e,  $Y_k$  a admitância entre o nó k e a terra. As injeções de ativo e reativo no nó k serão, respectivamente :

$$P_k(\theta, V) = \sum_{l=1}^{n_1} \left[ \frac{V_k V_l}{\rho_{kl}} \sin(\theta_k - \theta_l - \delta_{kl}) + \frac{V_k^2}{\rho_{kl}} \sin \delta_{kl} \right] \quad (2.2)$$

$$Q_k(\theta, V) = \sum_{l=1}^{n_1} \left[ -\frac{V_k V_l}{\rho_{kl}} \cos(\theta_k - \theta_l - \delta_{kl}) + \frac{V_k^2}{\rho_{kl}} \cos \delta_{kl} \right] - Y_k V_k^2$$

(2.3)

Partindo das hipóteses que seguem, obtém-se as equações para o fluxo de carga DC:

- i - as barras são de tensão controlada (tensões mantidas constantes);
- ii - a reatância  $X_{kl}$  e a resistência  $R_{kl}$  do ramo  $kl$  são tais que :  $X_{kl} \gg R_{kl}$ ;
- iii - os ângulos das linhas  $(\theta_k - \theta_l)$  são pequenos;
- iv - perfil de tensão uniforme.

Considere-se as barras numeradas de 0 a N, sendo que para a barra de referência  $\theta_0 = 0$ . Da primeira hipótese conclui-se que os dois sistemas de equações, para  $P_k(\theta, V)$  e  $Q_k(\theta, V)$ , são independentes, no sentido que : do primeiro sistema, dadas as injeções  $P_k$ ,  $k = 1, 2, \dots, N$ , podem ser determinadas as variáveis  $\theta_k$ ; para o segundo sistema, uma vez conhecidos  $V_k$  e  $\theta_k$ , podem ser determinados os valores  $Q_k$  necessários para a manutenção dos  $V_k$  especificados. Trabalha-se, então, apenas com o primeiro sistema, pois, nesta fase do planejamento, interessa apenas a potência ativa.

As hipóteses (ii) e (iii) permitem a linearização e a aproximação  $R_{kl} \approx X_{kl}$ , nas equações (2.2). Considerando ainda o perfil uniforme (iv), vem:

$$P_k(\theta) \approx \sum_{l=1}^{n_1} \frac{V_{kl}^2}{X_{kl}} (\theta_k - \theta_l); \quad (2.4)$$

sendo  $V_{kl}$  a tensão de operação da linha que liga os nós  $k$  e  $l$ .

Seja  $j$  o ramo que liga as barras  $k$  e  $l$ ,  $j = 1, 2, \dots$ . A capacidade desse ramo  $j$ , que tem  $n_j$  linhas é:

$$Y_j = \sum_{i=1}^{n_j} Y_{j,i} = \sum_{i=1}^{n_j} \frac{V_{j,i}^2}{X_{j,i}} \quad (2.5)$$

No exemplo da Fig. 2.1  $N = 4$  (5 barras) e  $M = 6$  (6 ramos). Estão indicadas as injeções de potência ativa  $P_k$ ,  $k = 0, 1, \dots, N$ , que obedecem a relação :

$$\sum_{k=0}^N P_k = 0 \quad (2.6)$$

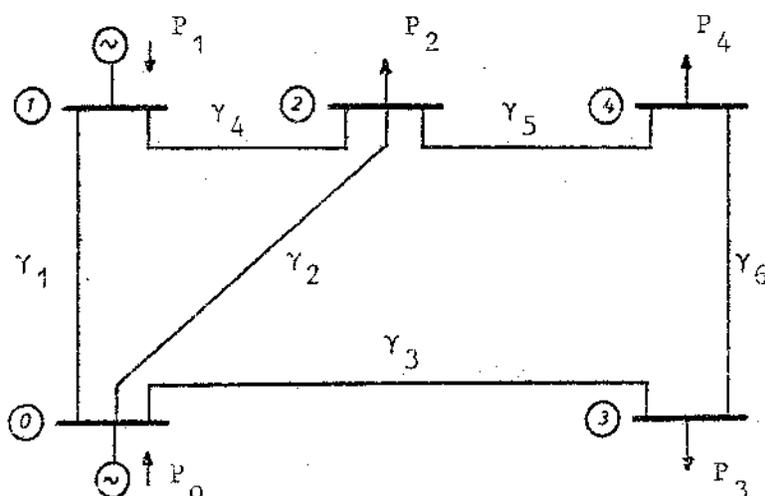


Fig. 2.1

O grafo correspondente está na Fig. 2.2. Os ramos estão orientados no sentido decrescente da numeração dos nós extremos.

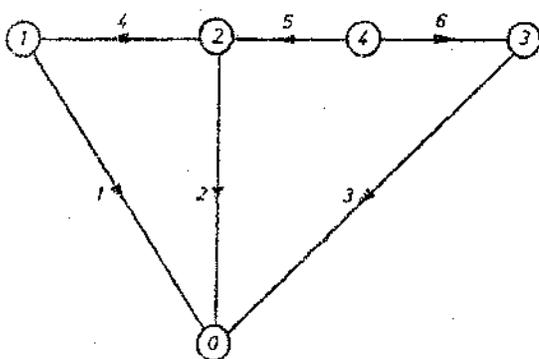


Fig. 2.2

Aos nós estão associadas as grandezas  $\theta_k$  (fase da barra  $k$ ) e  $P_k$  (injeção de potência ativa). Ao ramo  $j$  associa-se  $\gamma_j$  (capacidade total do ramo),  $F_j$  (fluxo de potência ativa) e  $\psi_j$  (ângulo do ramo). Sejam  $k$  e  $l$  os nós extremos do ramo  $j$  e seja também  $k > l$  ( $k$  não inicial e  $l$  não final). As grandezas  $\psi_j$  e  $F_j$  são redefinidas pelas equações (2.7) e (2.8).

$$\psi_j = \theta_k - \theta_l \quad (2.7)$$

$$F_j = \gamma_j \psi_j \quad (2.8)$$

Quando  $\psi_j$  é positivo o fluxo de potência ativa tem o sentido da orientação do ramo  $j$  (o fluxo de potência ativa tem o sentido dos  $\theta$  decrescentes).

As variáveis  $\theta_k$  e  $\psi_j$  relacionam-se através da matriz de incidência dos nós  $C$ .

Sejam os vetores:

$$\bar{\psi} = [\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_N]^T \quad e \quad (2.9)$$

$$\bar{\theta} = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N]^T \quad (2.10)$$

Usando a matriz  $C$  vem:

$$\bar{\psi} = C \bar{\theta} \quad (2.11)$$

Para o exemplo da Fig. 2.2 a equação (2.11) assume a forma:

$$\begin{bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \\ \psi_4 \\ \psi_5 \\ \psi_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

C é uma matriz MxN cujos elementos  $c(j,k)$  tem valores : +1 se K é o extremo inicial do ramo j; -1 se k é o extremo final do ramo j; 0 se k não for um dos extremos do ramo j.

- Sejam os vetores:

$$\bar{P} = [P_1, P_2, \dots, P_N]^T \quad e \quad (2.13)$$

$$\bar{F} = [F_1, F_2, \dots, F_M]^T \quad (2.14)$$

É fácil ver que:

$$\bar{P} = C^T \bar{F} \quad (2.15)$$

Uma componente  $P_k$  do vetor das injeções de potência ativa  $\bar{P}$  será positiva se houver geração líquida. Será negativa no caso de uma carga líquida.

As relações (2.8) podem ser postas na forma matricial (2.16) :

$$\bar{F} = \text{diag } \gamma \bar{\Psi} ; \quad (2.16)$$

sendo  $\text{diag } \gamma$  uma matriz  $M \times N$  onde um termo da diagonal principal de índice  $(j,j)$  vale  $\gamma_j$  e os demais termos são nulos.

Das relações (2.15) e (2.16) e (2.11) vem:

$$\bar{P} = C^T \text{diag } \gamma C \bar{\theta} \quad (2.17)$$

A matriz

$$A = C^T \text{diag } \gamma C \quad (2.18)$$

é chamada de matriz capacidade do sistema de transmissão. A matriz  $A$  tem portanto o mesmo algoritmo de formação que a matriz  $Y$  das barras (17). Para o exemplo da Fig. 2.1 :

$$A = \begin{bmatrix} \gamma_1 + \gamma_4 & -\gamma_4 & 0 & 0 \\ -\gamma_4 & \gamma_2 + \gamma_4 + \gamma_5 & 0 & -\gamma_5 \\ 0 & 0 & \gamma_3 + \gamma_6 & -\gamma_6 \\ 0 & -\gamma_5 & -\gamma_6 & \gamma_5 + \gamma_6 \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

Em geral  $A$  é uma matriz  $N \times M$  cujos elementos :  $a(k,k)$  da diagonal principal é igual a soma das capacidades dos ramos com uma das extremidades no nó  $k$ ;  $a(k,l) = a(l,k)$  é igual a menos a capacidade do ramo que une os nós  $k$  e  $l$ .

A determinação do vetor das fases das barras  $\bar{\theta}$  faz-se com a simples inversão da matriz  $A$ :

$$\bar{\theta} = A^{-1} \bar{P} \quad (2.20)$$

Os ângulos e fluxos seguem das equações (2.11) e (2.16)

$$\bar{\psi} = C A^{-1} \bar{P} \quad (2.21)$$

$$\bar{F} = \text{diag } \gamma C A^{-1} \bar{P} \quad (2.22)$$

### 2.3. O MODELO DE CORRENTE CONTÍNUA

No estudo da expansão de um sistema de transmissão bem como na análise das situações de emergência, e para cada uma dessas situações, são introduzidas alterações na matriz capacidade  $A$ . Estas modificações são devidas a retirada ou a introdução de nós e ramos do sistema, cada modificação exige uma nova inversão da matriz  $A$ . Se as inversões fossem efetuadas por métodos convencionais o tempo de computação seria impraticável. É possível entretanto, uma vez realizada uma modificação no sistema de transmissão, obter-se a nova inversa a partir da matriz inversa do sistema original.

As modificações da matriz  $A^{-1}$  podem ser tratadas por um método de transformações não singulares [14], e a aplicação do método é feita através do modelo de corrente contínua do sistema de transmissão. No modelo de corrente contínua a relação (2.20) é interpretada como a lei de Ohm, isto é :

- $A$  - matriz admitância dos nós;
- $B=A^{-1}$  - matriz impedância dos nós;
- $\bar{P}$  - vetor das injeções de corrente
- $\theta$  - vetor das tensões dos nós

As capacidades dos ramos do sistema de transmissão são condutâncias no modelo DC. Uma componente  $P_k$  do vetor  $\bar{P}$  é a intensidade de uma fonte de corrente contínua ligada entre o nó  $k$  e a barra de referência. O modelo DC correspondente ao sistema da Fig. 2.1 é dado na Fig. 2.3.

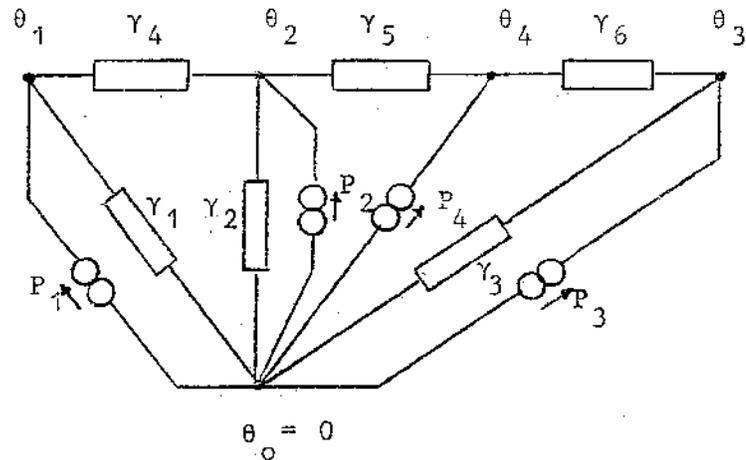


Fig. 2.3

Além da utilidade acima citada, o modelo de corrente - contínua apresenta uma propriedade de minimização, como será visto nos capítulos seguintes, que simplifica radicalmente alguns métodos conhecidos para planejamento de sistemas de transmissão. O método de programação linear apresentado em (04) pode ser reformulado, com grandes vantagens, pela introdução do modelo DC.

#### 2.4. MATRIZES DE SENSIBILIDADE

Dois tipos de matrizes de sensibilidade serão usados no decorrer deste trabalho. No primeiro tipo, mantidas constantes as capacidades dos ramos, determina-se a relação entre uma variação no vetor das injeções  $\Delta \bar{P}$  e as variações correspondentes dos ângulos das linhas. Tem-se assim uma ideia dos ramos que serão sobrecarregados mediante o crescimento da geração e da demanda. Como a relação entre  $\psi$  e  $\bar{P}$  é linear (2.21), tem-se:

$$\Delta \bar{\psi} = C A^{-1} \Delta \bar{P} \quad (2.23)$$

$$S_1 = -C B \quad (2.24)$$

$S_1$  é uma matriz  $M \times N$ .

No segundo tipo de matriz de sensibilidade (O3), mantido constante o vetor das injeções, determina-se o efeito da variação da capacidade de um ramo sobre os ângulos das linhas do sistema. A coluna  $j$  desta matriz sensibilidade é o vetor da variação  $\Delta\bar{\psi}$  produzida em  $\bar{\psi}$  por um acréscimo unitário na capacidade do ramo  $j$ .

Mantido  $\bar{P}$  constante,  $\Delta\gamma$  e  $\Delta\bar{\theta}$  estão relacionados através da equação (2.17) :

$$\bar{P} = C^T \text{diag} (\gamma + \Delta\gamma) C (\bar{\theta} + \Delta\theta) \quad (2.25)$$

$$A \Delta\bar{\theta} = -C^T \text{diag} \Delta\gamma \bar{\psi} \quad (2.26)$$

Seja o vetor capacidade do sistema :

$$\bar{\gamma} = [\gamma_1 \ \gamma_2 \ \dots \ \gamma_M]^T \quad (2.27)$$

Introduzindo (2.27) em (2.26) vem:

$$\Delta\bar{\psi} = -C A^{-1} C^T \text{diag} \bar{\psi} \Delta \bar{\gamma} \quad (2.28)$$

$$S_2 = -C B C^T \text{diag} \bar{\psi} \quad (2.29)$$

$S_2$  é uma matriz  $M \times N$ .

Quando se tem em vista a alocação ótima de recursos, uma modificação da matriz  $S_2$ , pode ser usada como medida da sensibilidade do investimento de uma unidade monetária em um ramo do sistema de transmissão sobre os ângulos das linhas de todos os ramos do sistema. Seja o vetor

$$\bar{D} = [d_1, d_2, \dots, d_M]^T \quad (2.30)$$

no qual uma componente  $d_j$  é a capacidade de adicional que pode ser obtida com um investimento unitário no ramo  $j$  (relação entre

a capacidade e o custo da linha que pode ser construída no ramo j). A nova matriz de sensibilidade é:

$$S'_2 = -C \ B \ C^T \ \text{diag} (\psi \ d) \quad (2.31)$$

Um elemento genérico  $S'_2(p,q)$  é a variação do ângulo do ramo p causado por um investimento unitário no ramo q.

## CAPITULO III

### 3. ACRÉSCIMOS DE LINHAS E BARRAS AO SISTEMA DE TRANSMISSÃO

#### 3.1. INTRODUÇÃO

A resolução do fluxo de carga DC, como foi apresentado no Capítulo II, envolve a inversão da matriz capacidade  $A$ . Se a matriz

$$B = A^{-1} \quad (3.1)$$

é conhecida para um sistema de transmissão, e uma nova linha ou uma nova barra é ligada ao sistema, então a nova matriz inversa  $B'$  pode ser obtida a partir da inversa original  $B$  sem que seja necessária uma nova inversão. É possível, mesmo, a determinação da inversa inicial  $B$  sem nenhuma inversão, ou, mais precisamente, apenas com a inversão de um número real. Para tanto, simula-se a evolução do sistema partindo-se de um sistema de duas barras e uma linha até o sistema completo, acrescentando-se uma linha por vez (14).

Serão tratados neste capítulo dois tipos de acréscimos de linhas: entre duas barras existentes e entre uma barra existente e uma barra nova que é ligada ao sistema através da linha que é acrescentada (14).

Os resultados obtidos para adições de linhas poderão ser usados também no estudo de situações de emergência (perda de uma ou mais linhas).

Com o objetivo de facilitar o estudo dos casos em que a linha acrescida tem a barra de referência como terminal, pois os resultados deveriam ser particularizados para esta situação especial, introduziremos as variáveis  $\theta_0$  e  $P_0$ . Assim:

$$\begin{pmatrix} \theta_0 \\ \vdots \\ \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \vdots & \bar{0}^T \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \vdots & B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_0 \\ \vdots \\ \bar{P} \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

$\bar{0}$  é um vetor  $N+1$  com todas as componentes nulas.

É conveniente então a redefinição de  $\bar{\theta}$  e  $\bar{P}$  :

$$\bar{\theta} = [\theta_0, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N]^T \quad (3.3)$$

$$\bar{P} = [P_0, P_1, P_2, \dots, P_N]^T \quad (3.4)$$

A matriz que relaciona  $\bar{\theta}$  e  $\bar{P}$  é dada pela relação (3.5) :

$$B_0 = \begin{pmatrix} 0 & \bar{0}^T \\ \vdots & \vdots \\ 0 & B \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

Usando as relações (3.3), (3.4) e (3.5), vem:

$$\bar{\theta} = B_0 \bar{P} \quad (3.6)$$

A matriz  $B_0$  será usada na forma :

$$B_0 = [\bar{b}_0, \bar{b}_1, \bar{b}_2, \dots, \bar{b}_N] \quad (3.7)$$

sendo o vetor  $\bar{b}_k$  formado pelos termos da coluna  $k$  da matriz  $B_0$ .

### 3.2. LIGAÇÃO DE UMA NOVA BARRA

Neste caso o acréscimo de uma nova linha serve para interligar uma nova barra.

Seja  $S$  um sistema com  $M$  ramos e  $N+1$  barras ao -

qual será ligada uma nova linha ligando uma barra  $k$  ( $k=0, 1, \dots, N$ ) a nova barra  $N+1$ . Seja também  $B$  a inversa do sistema inicial, a qual corresponde a matriz  $B_0$  (3.5). O problema que se propõe é, dada a matriz  $B$  do sistema inicial, determinar a matriz  $B'$  correspondente ao sistema expandido.

O modelo DC para a situação enunciada no parágrafo anterior é dado na Fig. 3.1.

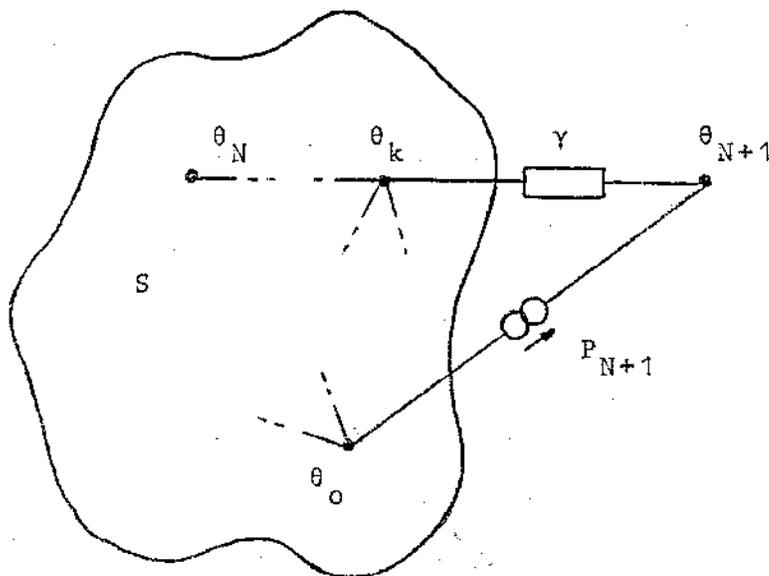


Fig. 3.1

Para o sistema inicial:

$$\bar{\theta} = B_0 \bar{P} \quad (3.8)$$

Para o sistema expandido:

$$\begin{bmatrix} \bar{\theta} \\ \theta_{N+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_0 & \bar{b}_{N+1} \\ \bar{b}_{N+1}^T & b_{N+1,N+1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{P} \\ P_{N+1} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

Na relação (3.9) foi usado o fato da matriz  $B_0$ , do sistema inicial ou expandido, ser simétrica. Isto se deve ao fato da matriz  $B$  ser a inversa de uma matriz simétrica, a matriz ca-

pacidade A.

A matriz

$$B'_0 = \begin{bmatrix} B_c & \vdots & \bar{b}_{N+1} \\ \hline b_{N+1}^T & \vdots & b_{N+1,N+1} \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

será conhecida se forem calculados  $\bar{b}_{N+1}$  e  $b_{N+1,N+1}$ . Este cálculo é feito através do princípio da superposição. A matriz  $B'$  é obtida a partir da matriz  $B'_0$  pela eliminação da primeira linha e da primeira coluna.

A componente  $b_{N+1,q}$  do vetor  $\bar{b}_{N+1}$  pode ser determinada da seguinte maneira: considera-se, no modelo da Fig. 3.1, todas as fontes de corrente nulas, com exceção da fonte  $P_q$ . Nesta situação as tensões são:

$$\begin{bmatrix} \bar{\theta} \\ \vdots \\ \theta_{N+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{b}_q \\ \vdots \\ b_{N+1,q} \end{bmatrix} P_q \quad (3.11)$$

Da relação (3.11) vem a diferença de potencial entre os nós  $N+1$  e  $k$ :

$$\theta_{N+1} - \theta_k = (b_{N+1,q} - b_{kq}) P_q \quad (3.12)$$

Para  $q \neq N+1$  a corrente no resistor  $M+1$  é nula, portanto:

$$\theta_{N+1} = \theta_k \quad (3.13)$$

$$b_{N+1,q} = b_{kq} ; \quad q = 1, 2, \dots, N \quad (3.14)$$

Ou seja:

$$\bar{b}_{N+1} = \bar{b}_k \quad (3.15)$$

O elemento  $b_{N+1,N+1}$  pode ser determinado se fizermos todas as fontes nulas com exceção de  $P_{N+1}$ . Neste caso:

$$\begin{bmatrix} \bar{\theta} \\ \vdots \\ \theta_{N+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{b}_{N+1} \\ \vdots \\ b_{N+1,N+1} \end{bmatrix} P_{N+1} \quad (3.16)$$

A diferença de potencial entre os nós  $N+1$  e  $k$  é:

$$\theta_{N+1} - \theta_k = (b_{N+1,N+1} - b_{N+1,k}) P_{N+1} \quad (3.17)$$

A corrente no resistor  $M+1$  é  $P_{N+1}$ . A queda de tensão é:

$$\theta_{N+1} - \theta_k = Y^{-1} P_{N+1} \quad (3.18)$$

Das equações (3.17) e (3.18) vem:

$$b_{N+1,N+1} = b_{N+1,k} + Y^{-1} = b_{kk} + Y^{-1} \quad (3.19)$$

As equações (3.15) e (3.19) expressam a solução do problema proposto.

Resumindo:

$$B_0' = \begin{bmatrix} B_0 & \vdots & \bar{b}_k \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \bar{b}_k^T & \vdots & b_{kk} + Y^{-1} \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

### 3.3. LIGAÇÃO DE UMA NOVA LINHA ENTRE BARRAS EXISTENTES

No estudo deste caso usaremos o resultado (3.20). Seja S um sistema com M ramos e N+1 barras. Sejam ainda k e l duas barras entre as quais é ligada uma nova linha de capacidade  $\gamma$ . O modelo DC correspondente a esta situação está na Fig. 3.2.

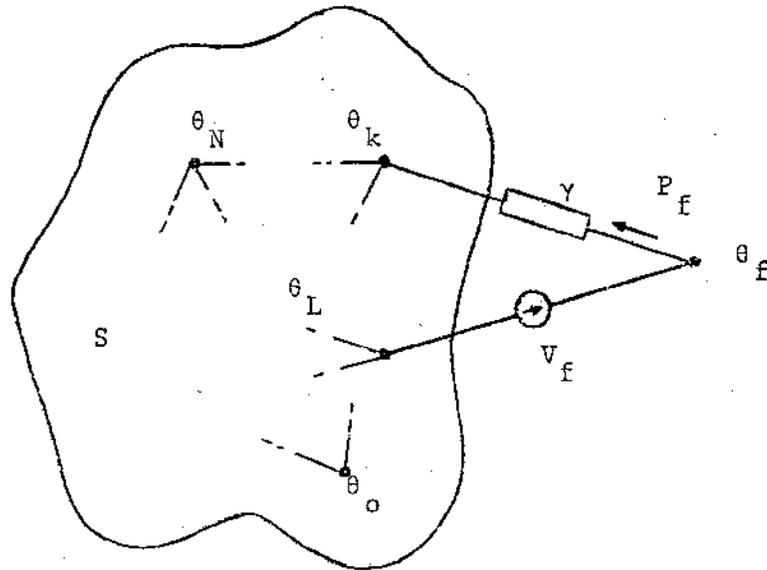


Fig. 3.2

O novo elemento de condutância  $\gamma$  é ligado entre os nós  $k$  e  $l$  através do nó fictício  $f$ . Entre o nó  $f$  e o nó  $l$  é ligada uma fonte de tensão  $V_f$ .

Para o sistema inicial é válida a relação (3.8). Para o sistema de Fig. 3.2 vale:

$$\begin{bmatrix} \bar{\theta} \\ V_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B & \bar{b}_f \\ \bar{b}_f^T & b_{ff} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{P} \\ P_f \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

Na matriz da equação (3.21) aparecem  $\bar{b}_f$  e  $\bar{b}_f^T$  porque a matriz é simétrica. A simetria desta matriz é justificada pela equação (3.22). Na equação (3.22) os termos  $a_{pq}$  são da matriz

A do sistema inicial. As modificações introduzidas com o acréscimo do novo elemento são demonstradas pelo princípio da superposição.

$$\begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \dots \\ P_k \\ \dots \\ P_1 \\ \dots \\ P_N \\ P_f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1k} & \dots & a_{11} & \dots & a_{1N} & 0 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2k} & \dots & a_{21} & \dots & a_{2N} & 0 \\ \dots & \dots \\ a_{k1} & a_{k2} & \dots & (a_{kk} + \gamma) & \dots & (a_{k1} - \gamma) & \dots & a_{kN} & -\gamma \\ \dots & \dots \\ a_{11} & a_{12} & \dots & (a_{1k} - \gamma) & \dots & (a_{11} + \gamma) & \dots & a_{1N} & \gamma \\ \dots & \dots \\ a_{N1} & a_{N2} & \dots & a_{Nk} & \dots & a_{N1} & \dots & a_{NN} & 0 \\ 0 & 0 & \dots & -\gamma & \dots & \gamma & \dots & 0 & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta \\ \theta_2 \\ \dots \\ \theta_k \\ \dots \\ \theta_1 \\ \dots \\ \theta_N \\ v_f \end{pmatrix} \quad (3.22)$$

A matriz da equação (3.22) sendo simétrica, tem inversa simétrica. Assim, a matriz da equação (3.21) também é simétrica.

O cálculo de  $\bar{b}_f$  e  $b_{ff}$  é feito através do princípio da superposição. Para determinar o elemento  $b_{fq}$  considera-se todos as injeções de corrente nulas com exceção da fonte  $P_q$ . Nesta situação as tensões são :

$$\begin{pmatrix} \bar{\theta} \\ \dots \\ v_f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{b}_q \\ \dots \\ b_{fq} \end{pmatrix} P_q \quad (3.23)$$

Para  $q \neq f$ ,  $P_f = 0$  é:

$$v_f = \theta_k - \theta_1 \quad (3.24)$$

$$b_{fq} = b_{kq} - b_{lq}, \quad q = 1, 2, \dots, N \quad (3.25)$$

Ou seja:

$$\bar{b}_f = \bar{b}_k - \bar{b}_l \quad (3.26)$$

O elemento  $b_{ff}$  é determinado considerando-se todas as injeções nulas com exceção de  $P_f$ . Isto é, só a fonte  $V_f$  está ligada ao modelo DC. Nesta situação:

$$\theta_k - \theta_l = V_f - \gamma^{-1} P_f \quad (3.27)$$

$$b_{ff} = b_{kf} - b_{lf} + \gamma^{-1} \quad (3.28)$$

$$b_{ff} = b_{kk} + b_{ll} - 2b_{lk} + \gamma^{-1} \quad (3.29)$$

O modelo correspondente ao sistema expandido é obtido fazendo-se  $V_f = 0$ . Neste caso a equação (3.21) assume a forma :

$$\begin{bmatrix} \bar{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_o & \bar{b}_f \\ \bar{b}_f^T & b_{ff} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{P} \\ P_f \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

A corrente no novo elemento é :

$$P_f = -b_{ff}^{-1} \bar{b}_f^T \bar{P} \quad (3.31)$$

$$\bar{\theta} = \left( B_o - b_{ff}^{-1} \bar{b}_f \bar{b}_f^T \right) \bar{P} \quad (3.32)$$

A relação (3.31) dá a solução do problema proposto

$$B'_o = B_o - b_{ff}^{-1} \bar{b}_f \bar{b}_f^T \quad (3.33)$$

Introduzindo as relações (3.26) e (3.29) em (3.32) vem, finalmente :

$$B'_o = B_o - \frac{(\bar{b}_k - \bar{b}_l) (\bar{b}_k - \bar{b}_l)^T}{b_{kk} + b_{ll} - 2b_{lk} + \gamma^{-1}} \quad (3.34)$$

Vale observar ainda que, das expressões (3.20) e (3.33), a matriz  $B'$  é obtida pela simples eliminação da primeira linha e da primeira coluna, que são compostas exclusivamente zeros.

A equação (3.2) pode ser reescrita como segue:

$$\begin{bmatrix} \cdot & \cdot \\ \theta_k & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ \theta_l & \cdot \\ \cdot & \cdot \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & b_{kk} & \cdot & b_{kl} & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & b_{lk} & \cdot & b_{ll} & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cdot & \cdot \\ P_k \\ \cdot & \cdot \\ P_l \\ \cdot & \cdot \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

Se todas as injeções de correntes forem nulas e uma fonte de intensidade  $P_{kl}$  for ligada entre os nós  $k$  e  $l$ , então :

$$\theta_k = (b_{kk} - b_{kl}) P_{kl} \quad (3.36)$$

$$\theta_l = (b_{lk} - b_{ll}) P_{kl} \quad (3.37)$$

É fácil ver que a resistência equivalente entre os nós  $k$  e  $l$  é:

$$r_{kl} = b_{kk} + b_{ll} - 2b_{kl} \quad (3.38)$$

Assim, a equação (3.34) pode ser reescrita na forma:

$$B'_o = B_o - \frac{(\bar{b}_k - \bar{b}_l) (\bar{b}_k - \bar{b}_l)^T}{r_{kl} + \gamma^{-1}} \quad (3.39)$$

### 3.4. CONTINGÊNCIAS

O estudo de confiabilidade em um sistema de transmissão é feito através da simulação da perda total de uma ou mais linhas do sistema. A retirada de uma linha acarreta uma variação  $\Delta\gamma$  na capacidade do ramo do qual a linha é retirada. Se  $-\Delta\gamma$  é a capacidade da linha retirada, e esta linha pertence ao ramo  $kl$ , então a matriz  $B'_o$  é:

$$B'_o = B_o - \frac{(\bar{b}_k - \bar{b}_l) (\bar{b}_k - \bar{b}_l)^T}{r_{kl} + \Delta\gamma^{-1}} \quad (3.40)$$

A expressão (3.40) é obtida mediante uma simples mudança de sinal na expressão (3.39) pois naquele caso tínhamos uma variação positiva na capacidade do ramo  $kl$ , enquanto que neste caso há um decréscimo na capacidade do ramo  $kl$ .

Em termos do modelo DC a perda de uma linha pode ser encarada como a ligação, em paralelo com o elemento que deveria ser retirado, de um elemento de resistência negativa e, em módulo igual a resistência desse elemento.

Algumas dificuldades aparecem quando a retirada de uma linha torna o sistema desconexo. Este caso é estudado no capítulo que segue.

## CAPÍTULO IV

### 4. O FLUXO DE CARGA DC COMO PROCESSO DE OTIMIZAÇÃO

#### 4.1. INTRODUÇÃO

As redes resistivas, do tipo do modelo DC, apresentam uma interessante propriedade de minimização [16]. Em uma rede de M ramos e N + 1 nós, se forem ligadas, entre o nó de referência e os N nós restantes, N fontes de corrente, a distribuição de corrente nos ramos ocorre de tal forma que a potência dissipada seja minimizada.

Este capítulo, além de estudar a propriedade citada no parágrafo anterior, indica o método pelo qual ela pode ser utilizada no planejamento do sistema de transmissão.

#### 4.2. O PROBLEMA DE MINIMIZAÇÃO

A equação (2.22) é a solução das equações do fluxo de carga DC. Este resultado está reescrito em (4.1) e fornece os fluxos nos ramos como função das injeções de potência ativa e das capacidades dos ramos.

$$\bar{F} = \text{diag } \gamma \ C \ A^{-1} \ \bar{P} \quad (4.1)$$

Em termos do modelo DC, a capacidade de um ramo  $\gamma_j$ , é interpretada como uma condutância, a injeção  $P_k$  passa a ser a intensidade de uma fonte de corrente, sendo  $F_j$  a corrente no elemento de condutância  $\gamma_j$ .

A expressão para a potência dissipada no modelo DC é:

$$P_d = \sum_{j=1}^M \gamma_j^{-1} F_j^2 \quad (4.2)$$

O problema que se propõe é:

$$\text{minimizar } Z = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^M \gamma_j^{-1} F_j^2 ; \quad (4.3)$$

$$\text{sujeito a } C^T \bar{F} = \bar{P} \quad (4.4)$$

Sejam  $\bar{c}_j$  e  $\bar{c}_k$ , respectivamente, os vetores formados pelos elementos da linha  $j$  e da coluna  $k$  da matriz  $C$ . Seja também  $\bar{\pi}$  o vetor dos multiplicadores de Lagrange:

$$\bar{\pi} = \left[ \pi_1 \ \pi_2 \ \dots \ \pi_N \right]^T \quad (4.5)$$

O problema equivalente pode ser formulado como segue:

minimizar

$$z' = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^M \gamma_j^{-1} F_j^2 - \sum_{k=1}^N \pi_k (\bar{c}_k^T \bar{F} - P_k) \quad (4.6)$$

As condições de extremo são ( 12 ):

$$\frac{dz'}{dF_j} = 0, \quad j = 1, 2, \dots, M \quad (4.7)$$

$$\frac{dz'}{d\pi_k} = 0, \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (4.8)$$

A função objetivo  $z'$  pode ser posta, sucessivamente, nas formas (4.9) e (4.10).

$$z' = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^M \gamma_j^{-1} F_j^2 - \bar{\pi}^T C^T \bar{F} + \sum_{k=1}^N \pi_k P_k \quad (4.9)$$

$$z' = \sum_{j=1}^M \left( \frac{1}{2} \gamma_j^{-1} F_j^2 - F_j \bar{c}_j^T \bar{\pi}_j \right) + \sum_{k=1}^N \pi_k P_k \quad (4.10)$$

As condições (4.7) e (4.8) aplicadas a expressão (4.10), produzem, respectivamente:

$$\gamma_j^{-1} F_j - \bar{c}_j^T \bar{\pi}_j = 0, \quad j = 1, 2, \dots, M \quad (4.11)$$

$$\bar{c}_k^T \bar{F} - P_k = 0, \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (4.12)$$

Passando para a forma matricial, vem:

$$\text{diag } \gamma^{-1} \bar{F} - C \bar{\pi} = \bar{0} \quad (4.13)$$

$$C^T \bar{F} - \bar{P} = \bar{0} \quad (4.14)$$

A condição (4.14) é a própria restrição (4.4). Multiplicando (4.13) por  $C^T \text{diag } \gamma$ , vem:

$$C^T \bar{F} - C^T \text{diag } \gamma C \bar{\pi} = \bar{0} \quad (4.15)$$

$$C^T \bar{F} - A \bar{\pi} = \bar{0} \quad (4.16)$$

$$\bar{\pi} = A^{-1} \bar{P} \quad (4.17)$$

Introduzindo (4.17) em (4.13), vem:

$$\bar{F} = \text{diag } \gamma C A^{-1} \bar{P} \quad (4.18)$$

Portanto, fica mostrado que a condição de extremo para a potência dissipada (4.18) é a própria solução do fluxo de carga DC (4.1). Resta saber se a condição de extremo é também uma condição de mínimo. Realmente é um mínimo, e isto pode ser verificado pelas condições de segunda ordem.

A função objetivo do problema equivalente (4.6) é uma função de  $\bar{F}$  e  $\bar{\pi}$ :

$$Z^* = \phi(\bar{F}, \bar{\pi}) \quad (4.19)$$

O desenvolvimento em série de Taylor produz:

$$\begin{aligned} \phi(\bar{F} + \delta \bar{F}, \bar{\pi}) &= \phi(\bar{F}, \bar{\pi}) + \phi_{\bar{F}}^T(\bar{F}, \bar{\pi}) \delta \bar{F} + \\ &+ \frac{1}{2} \delta \bar{F}^T \phi_{\bar{F}\bar{F}}(\bar{F}, \bar{\pi}) \delta \bar{F} + \dots \end{aligned} \quad (4.20)$$

A condição de primeira ordem (4.7) exige que  $\phi_{\bar{F}}^T(\bar{F}, \bar{\pi})$  seja nulo. A matriz  $\phi_{\bar{F}\bar{F}}$  é diagonal dos inversos das capacidades.

$$\phi_{\bar{F}\bar{F}} = \text{diag } \gamma^{-1} \quad (4.21)$$

Como  $\phi_{\bar{F}\bar{F}}$  é definida positiva, trata-se de um mínimo (11). Este mínimo é absoluto pois (4.18) é a única solução do problema.

Neste problema os multiplicadores de Lagrange tem uma

interpretação física muito importante. Da equação (4.17), comparando-se com (2.20) conclui-se que:

$$\bar{\pi} = \bar{\theta} \quad (4.22)$$

### 4.3. ANÁLISE PÓS-OTIMIZAÇÃO

A análise pós-otimização visa determinar a sensibilidade do valor ótimo da função objetivo mediante variações dos parâmetros do sistema. No problema estudado aparecem dois tipos de parâmetros: as capacidades dos ramos e as injeções dos nós. No que segue o asterisco designa os valores ótimos.

O valor ótimo da função objetivo (4.3) é:

$$Z^* = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^M \gamma_j^{-1} F_j^{*2} \quad (4.23)$$

$$Z^* = \beta(\bar{\gamma}, \bar{P}) \quad (4.24)$$

A relação (4.10) fornece:

$$S = \sum_{j=1}^M \left\{ \frac{1}{2} \gamma_j^{-1} F_j^{*2} - F_j^* \bar{c}_j^T \bar{\pi} \right\} + \sum_{k=1}^N \pi_k P_k$$

$$\frac{\partial S}{\partial \gamma_p} = - \frac{1}{2} \gamma_p^{-2} F_p^{*2} + \sum_{j=1}^M \left( \gamma_j^{-1} F_j^* - \bar{c}_j^T \bar{\pi} \right) \frac{\partial F_j}{\partial \gamma_p} \Big|_* + \quad (4.25)$$

$$- \sum_{k=1}^N \left( \bar{c}_k^T F^* - P_k \right) \frac{\partial \pi_k}{\partial \gamma_p} \Big|_*$$

Considerando que o segundo e o terceiro termos do segundo membro da equação (4.25) são nulas, vem:

$$\frac{\partial \beta}{\partial \gamma_p} = - \frac{1}{2} \frac{\psi^2}{p} ; \quad p = 1, 2, \dots, M \quad (4.26)$$

A equação (4.26) dá a sensibilidade do valor ótimo da função objetivo  $Z^*$  em relação a uma variação na capacidade do ramo  $p$ .

O outro tipo de sensibilidade é em relação a variações nas injeções de potência ativa. Em termos do modelo DC a expressão (4.2) representa a potência dissipada na rede resistiva que representa o sistema de transmissão. Pela conservação da energia, esta é também a energia fornecida pelas fontes de corrente. Assim a função objetivo (43) pode ser posta na forma:

$$\beta = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^M \gamma_j^{-1} F_j^{*2} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N P_k \theta_k \quad (4.27)$$

É fácil ver que:

$$\frac{\partial \beta}{\partial P_q} = \frac{\theta_q}{q} ; \quad q = 1, 2, \dots, N \quad (4.28)$$

A equação (4.28) dá a sensibilidade do valor ótimo da função objetivo  $Z^*$  em relação a uma variação na injeção de potência ativa do nó  $q$ .

Os dois tipos de sensibilidade, (4.26) e (4.28), podem ser usados no estudo da expansão do sistema de transmissão.

#### 4.4. CONEXIDADE E INVERSIBILIDADE DA MATRIZ CAPACIDADE

No estudo da expansão do sistema de transmissão, os pro

blemas relacionados com a conexidade aparecem tanto na interligação de dois sistemas como quando uma nova barra, de geração ou de carga, é ligada ao sistema. No estudo de contingências também pode ocorrer que a perda de uma linha torne o sistema desconexo.

Apesar da propriedade de otimização do fluxo de carga DC, apresentada no item 4.2., ela não tem sido usada no planejamento a longo prazo: "... um fluxo de carga AC ou qualquer outro método de análise de circuitos elétricos não pode ser usada nesta fase inicial quando uma barra ainda não está ligada a rede de transmissão" ( 04 ). A utilização do fluxo de carga DC está condicionada portanto, ao problema da conexidade.

Na referência ( 04 ) o fluxo de carga é resolvido por um método de programação linear. Em outros casos procura-se partir de situações em que o sistema já é conexo ( 01 ). O primeiro procedimento depende de uma linearização da função objetivo (4.3). No segundo, em um estágio pré-otimização, as novas barras são ligadas ao sistema e a análise parte de um sistema conexo.

É mostrado a seguir que, mediante um pequeno artifício, a propriedade de minimização do fluxo de carga DC pode ser usada mesmo em uma fase de planejamento em que o sistema de transmissão é desconexo. As contingências que tornam o sistema desconexo também serão analisadas.

#### 4.4.1. INVERSÃO DA MATRIZ CAPACIDADE

Os sistemas que serão estudados a seguir tem a forma geral dada na Fig. 4.1.: existe um determinado ramo que uma vez retirado torna o sistema desconexo. Sempre é possível a renumeração dos nós de tal forma que os nós extremos desse ramo sejam  $K$  e  $K+1$ , sendo os nós do subsistema I numerados de 0 a  $K$  e os nós do subsistema II de  $K+1$  a  $N$ .  $c$  é a linha que liga os nós  $k$  e  $k+1$ .

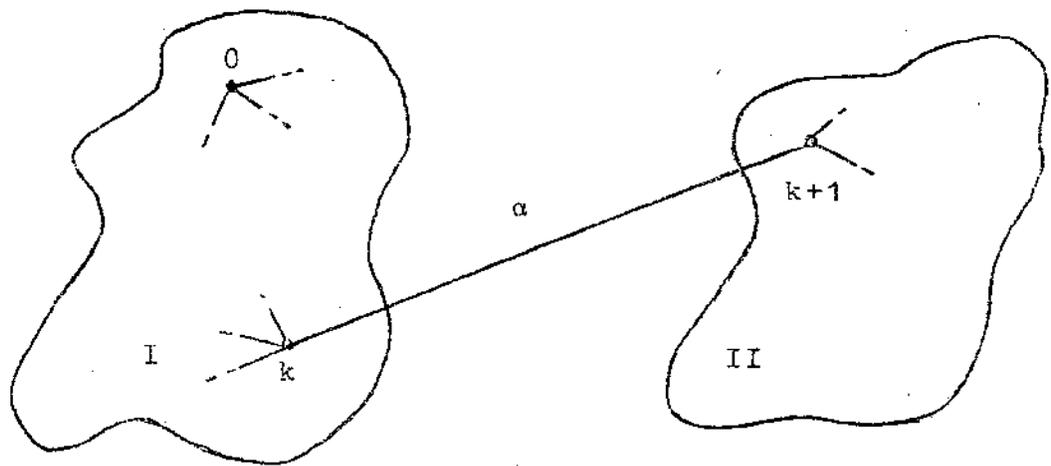


Fig. 4.1

Para um sistema do tipo do apresentado na Fig. 4.1 a matriz capacidade  $A$  tem a forma geral (4.29). A matriz (4.29) pode ser subdividida, em termos da coluna  $K+1$ , nas matrizes (4.30) e (4.31). Assim o determinante de  $A$  pode ser calculado. Os elementos  $a_{pq}$  que aparecem em (4.29) são

$$A = \left[ \begin{array}{cccc|cccc}
a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1k} & 0 & 0 & \dots & 0 \\
\cdot & \cdot \\
a_{k-1,1} & a_{k-1,2} & \dots & a_{k-1,k} & 0 & 0 & \dots & 0 \\
a_{k1} & a_{k2} & \dots & a_{kk} + \gamma_\alpha & -\gamma_\alpha & 0 & \dots & 0 \\
\hline
0 & 0 & \dots & 0 & -\gamma_\alpha & a_{k+1,k+1} + \gamma_\alpha & \dots & a_{k+1,N} \\
0 & 0 & \dots & 0 & \cdot & a_{k+2,k+1} & \dots & a_{k+2,N} \\
\cdot & \cdot \\
0 & 0 & \dots & 0 & \cdot & a_{N,k+1} & \dots & a_{NN}
\end{array} \right] \quad (4.29)$$

os elementos da matriz capacidade do sistema (2. 8) quando se considera  $\gamma_\alpha = 0$ .

$$A' = \left[ \begin{array}{cccc|cccc}
a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1k} & 0 & 0 & \dots & 0 \\
\cdot & \cdot \\
a_{k-1,1} & a_{k-1,2} & \dots & a_{k-1,k} & 0 & 0 & \dots & 0 \\
a_{k1} & a_{k2} & \dots & a_{kk} + \gamma_\alpha & -\gamma_\alpha & 0 & \dots & 0 \\
\hline
0 & 0 & \dots & 0 - \gamma_\alpha & \gamma_\alpha & a_{k+1,k+2} & \dots & a_{k+1,N} \\
0 & 0 & \dots & 0 & 0 & a_{k+2,k+2} & \dots & a_{k+2,N} \\
\cdot & \cdot \\
0 & 0 & \dots & 0 & 0 & a_{N,k+2} & \dots & a_{NN}
\end{array} \right] \quad (4.30)$$

$$A'' = \left( \begin{array}{cccc|cccc} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1k} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot \\ a_{k-1,1} & a_{k-1,2} & \dots & a_{k-1,k} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ a_{k1} & a_{k2} & \cdot & (a_{kk} + \gamma_\alpha) & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \hline 0 & 0 & \dots & 0 - \gamma_\alpha & a_{k+1,k+1} & \dots & a_{k+1,N} \\ 0 & 0 & \dots & 0 & a_{k+2,k+1} & \dots & a_{k+2,N} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \dots & 0 & a_{N,k+1} & \dots & a_{NN} \end{array} \right) \quad (4.31)$$

O determinante da matriz capacidade é dado pela expressão (22) :

$$\det A = \det A' + \det A'' \quad (4.32)$$

O determinante de  $A''$  é nulo pois, por exemplo, a coluna  $K+1$  pode ser obtida como uma combinação linear das demais ( $A''$  é a matriz capacidade do subsistema II sem se eliminar um nó de referência).

Repetindo para  $A'$  a subdivisão feita para  $A$ , chega-se finalmente à conclusão:

$$\det A = \gamma_\alpha \det A_I \det A_{II} \quad (4.33)$$

$$A_I = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1k} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{k1} & a_{k2} & \dots & a_{kk} \end{pmatrix} \quad (4.34)$$

$$A_{II} = \begin{bmatrix} a_{k+2,k+2} & a_{k+2,k+3} & \dots & a_{k+2,N} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{N,k+2} & a_{N,k+3} & \dots & a_{NN} \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

É fácil de ver que  $A_I$  é a matriz capacidade do subsistema I e  $A_{II}$  é a matriz capacidade do subsistema II, quando é tomada a barra  $k+1$  como referência.

Uma conclusão importante que pode ser tirada da equação (4.33) é que para o sistema desconexo ( $\gamma_\alpha = 0$ ) a matriz  $A$  é singular. Outra é que o determinante de  $A$  depende linearmente de  $\gamma_\alpha$ .

#### 4.4.2. MODIFICAÇÕES NA MATRIZ CAPACIDADE

No capítulo III foi mostrado que a introdução ou a retirada de uma linha entre duas barras do sistema produzem alterações na matriz  $A^{-1}$ , que podiam ser determinadas através das relações:

$$B_{\alpha}^{-1} = B_{\alpha}^{-1} - \frac{(\bar{b}_k - \bar{b}_l)(\bar{b}_k - \bar{b}_l)^T}{r_{kl} + \Delta\gamma} \quad (4.36)$$

$$r_{kl} = b_{kk} + b_{ll} - 2b_{kl} \quad (4.37)$$

Quando uma linha é introduzida ao sistema  $\Delta\gamma$  é positivo. Caso contrário é negativo. Os problemas de conexidade aparecem quando o denominador de (4.36) se anula. Para o acréscimo de linha não haverá problema pois tanto  $r_{kl}$  como  $\Delta\gamma$  serão positivos. Para um sistema do tipo apresentado na Fig. 4.1, sejam  $k$  e  $l$  os terminais da ramo  $\alpha$ . Neste caso particular  $r_{kl}$  é a própria resistência do elemento que liga  $k$  e  $l$  no modelo DC, isto é:

$$r_{kl} = \gamma_{\alpha}^{-1} \quad (4.38)$$

Se a capacidade  $\gamma_{\alpha}$  for retirada o denominador de (4.36) se anulará pois neste caso  $\Delta\gamma = -\gamma_{\alpha}$ .

Se houver pelo menos um outro caminho unindo os nós  $k$  e  $l$ , e que não conte com o ramo  $\alpha$ , a resistência  $r_{kl}$  será menor que  $\gamma_{\alpha}^{-1}$ , pois haverá outros caminhos para a corrente. Nesta situação, com a retirada da capacidade  $\gamma_{\alpha}$ , o denominador se torna negativo.

Pode ser definido um índice de conexidade da seguinte maneira:

$$\epsilon_{kl} = b_{kk} + b_{ll} - 2b_{kl} + \Delta\gamma_{kl}^{-1} \quad (4.39)$$

Os valores  $b_{kk}$ ,  $b_{ll}$  e  $b_{kl}$  são determinados para um sistema conexo e  $-\Delta\gamma_{kl}$  é a capacidade da linha do ramo  $kl$  que está sujeita à contingência. É fácil ver que:

$$\epsilon_{kl} \leq 0 \quad (4.40)$$

Se  $\epsilon_{kl} = 0$  então a contingência considerada desconecta o sistema.

#### 4.5. A REDE TIPO-0

Em um sistema de transmissão de potência, os fluxos de potência ativa são limitados pelos vínculos de estabilidade e de corrente máxima (limite térmico). O planejamento da expansão do sistema de transmissão visa determinar os acréscimos de capacidade de transmissão que façam o sistema operar dentro dos limites especificados.

Um outro tipo de problema que deve ser resolvido durante a expansão do sistema, é o problema da conexidade. Um dos objetivos da rede de tipo-0 é de tornar possível a aplicação das técnicas apresentadas neste capítulo mesmo nos casos em que o sistema inicial é desconexo. A rede de tipo-0 permite também o uso das propriedades do fluxo de carga DC em casos que, devido a perda de uma linha, o sistema se torna desconexo.

Foi visto que a retirada da linha de capacidade  $\gamma_\alpha$  do sistema representado na Fig. 4.1, torna o sistema desconexo e a matriz  $A$  correspondente é singular. Foi visto também que, nesta situação, o denominador de (4.36) se anula. É claro que, se, em vez da simples retirada da linha de capacidade  $\gamma_\alpha$ , ela for substituída por uma outra linha cuja capacidade é uma pequena fração de  $\gamma_\alpha$ , ( $10^{-3}$  por exemplo) a matriz  $A$  resultante deixará de ser singular, sendo possível sua inversão. O mesmo é válido com relação a expressão (4.36). Por outro lado, a capacidade de transmissão do sistema, quando  $\gamma_\alpha$  é anulada ou reduzida a uma pequena fração do valor inicial, é praticamente a mesma. A capacidade da linha tipo-0 em um determinado ramo, é escolhida de tal forma que, ao mesmo tempo, é suficientemente grande para que  $A$  seja inversível e suficientemente pequena para não afetar a capacidade de transmissão do sistema. Nos exemplos estudados neste trabalho verificou-se que frações da ordem de  $10^{-3}$  apresentam resultados satisfatórios.

A rede tipo-0 é formada por todas as barras do sistema mais um conjunto de  $M$  linhas de tipo-0: uma linha de tipo-0 em cada ramo do sistema. Nos  $M$  ramos, estão incluídos os ramos onde já existem linhas bem como aqueles onde é permitida a construção de novas linhas. A rede tipo-0 é superposta à rede inicial. Assim o sistema passa a ser um sistema conexo. As linhas de tipo-0 não estão sujeitas a contingências, e portanto, mesmo em situações de emergência, não há o problema de conexidade.

No capítulo seguinte a rede de tipo-0 é usada no estudo da expansão de um sistema de transmissão. Resolvido o problema da

conexidade, as propriedades de otimização do fluxo de carga DC poderão ser aplicadas no estudo da expansão de sistemas de transmissão.

## CAPÍTULO V

### 5. PLANEJAMENTO EM UM ESTÁGIO - SEM CONTINGÊNCIAS

#### 5.1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo é formulado um problema de planejamento bem como é apresentado um algoritmo que resolve o problema proposto. É feito um estudo de caso. O exemplo estudado é clássico - na bibliografia (04) sobre o assunto e pode ser usado para avaliar o método de resolução apresentado.

Em termos do modelo DC, o problema de expansão em um estágio fica reduzido a um problema de síntese de uma rede passiva.

#### 5.2. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Seja um sistema de transmissão  $S_0$  com  $N_0+1$  barras e  $M_0$  ramos. Sejam  $\bar{P}_0$  o vetor ( $N_0 \times 1$ ) injeção potência ativa e  $\bar{Y}_0$  o vetor ( $M_0 \times 1$ ) capacidade para o sistema  $S_0$ . Durante a expansão do sistema, além da construção de novas linhas, novas barras ou subsistemas devem ser interligados ao sistema de transmissão  $S_0$  de tal forma que o sistema final  $S$  terá  $N+1$  barras. O número  $M$  de ramos do sistema final inclui não somente os ramos onde já existem linhas mas todos aqueles onde é permitida a construção de uma linha. É claro que o valor máximo de  $M$  é  $\binom{N}{2}$ . Seja  $\bar{\Psi}_{LIM}$  um vetor ( $M \times 1$ ) cujas componentes são os ângulos máximos para os  $M$  ramos de  $S$ : o módulo do ângulo de um determinado ramo deve ser menor ou igual à componente correspondente do vetor  $\bar{\Psi}_{LIM}$ .

Dado o vetor ( $N \times 1$ ) injeção de potência  $\bar{P}$ , pretende-se determinar os acréscimos de capacidades, partindo-se de  $\bar{Y}_0$ , de tal forma que para o vetor ( $M \times 1$ ) capacidade do sistema expandido  $\bar{Y}$ , seja obedecida a restrição:

$$|\bar{\psi}| \leq \bar{\psi}_{LIM} \quad ; \quad (5.1)$$

e o custo total das linhas acrescentadas seja mínimo. Na desigualdade (5.1),  $\bar{\psi}$  é o vetor dos ângulos das linhas. A verificação de (5.1) pressupõe que  $S$  seja conexo e só é exigida para os ramos onde existem linhas.

### 5.3. EXEMPLO

A fig. 5.1 apresenta o sistema estudado em (04). As barras de 0 a 4 e as linhas que as unem formam o sistema inicial  $S_0$ . A barra 5 deverá ser ligada ao sistema através de novas linhas.

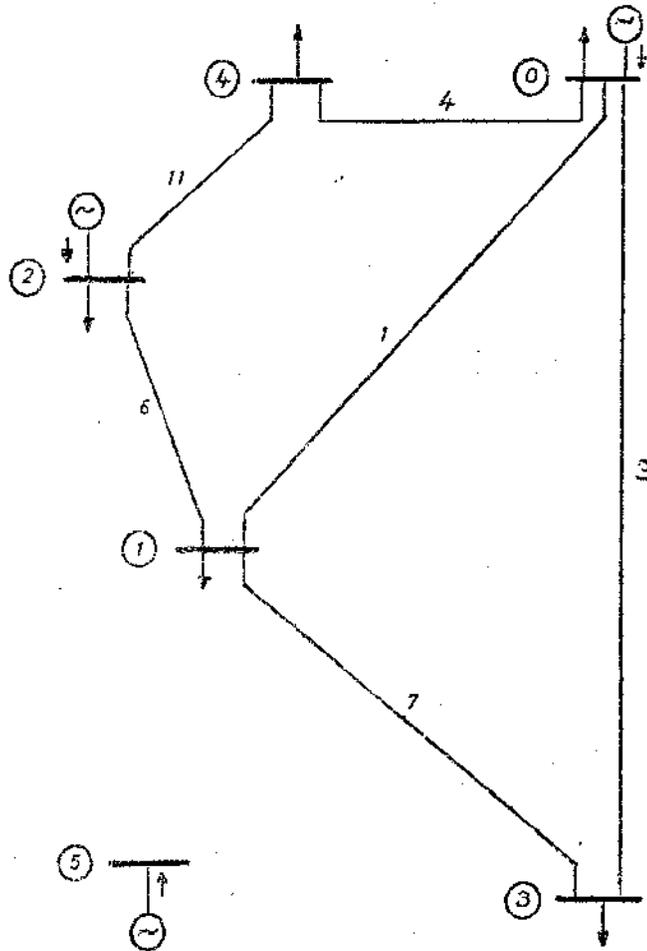


Fig. 5.1

A rede de tipo-0 é formada por  $\binom{6}{2}$  linhas de tipo-0. Em geral, entretanto, não é necessário considerar-se todas as ligações possíveis entre as barras.

As injeções líquidas de potência ativa estão na Tabela 5.1. (04).

BARRA -	1	2	3	4	5	0
POTÊNCIA - $P_k$ (MW)	-240.	125.	-160.	-240.	545.	$-\sum_{k=1}^5 P_k$

Tabela - 5.1.

Os dados correspondentes às linhas existentes bem como às linhas que podem ser construídas estão na Tabela - 5.2.

Neste exemplo os custos são considerados proporcionais aos comprimentos das linhas. Em outros casos serão considerados os custos de equipamento terminal. Será verificado então que a inclusão do custo de equipamento terminal não altera o procedimento de cálculo.

Outra particularidade do presente exemplo é que todas as linhas são consideradas do mesmo tipo, no que se refere ao nível de tensão bem como a reatância e resistência por unidade de comprimento. Será fácil observar que a generalização é imediata.

Os ângulos máximos das linhas foram determinados a partir da curva de capacidade em função do comprimento e do carregamento SIL (04) e (21). Estes valores são considerados constantes durante a expansão do sistema. Outros critérios, que consideram as variações dos limites com as variações topológicas que ocorrem quando novas linhas são acrescentadas, podem ser introduzidas - sem que haja alterações fundamentais no algoritmo proposto.

As particularidades do presente exemplo, que foram citadas nos parágrafos precedentes, apesar de não serem essenciais para a aplicação do método de expansão servem para simplificar a apresentação.

BARRA	BARRA INICIAL	BARRA TERMINAL	COMPR. (KW)	R (PU)	X (PU)	ANG. LIM (GRAUS)
1	1	0	64.4	.10	.40	23.5
2	2	0	61.2	.09	.38	22.3
3	3	0	96.6	.15	.60	28.7
4	4	0	32.2	.05	.20	11.5
5	5	0	110.	.17	.68	28.5
6	2	1	32.2	.05	.20	11.5
7	3	1	64.4	.10	.40	23.5
8	4	1	50.0	.08	.31	18.1
9	5	1	48.3	.08	.30	17.5
10	3	2	95.0	.15	.59	28.9
11	4	2	32.2	.05	.20	11.5
12	5	2	77.3	.12	.48	28.7
13	4	3	101.	.16	.63	28.0
14	5	3	48.3	.08	.30	17.4
15	5	4	98.2	.15	.61	28.5

Tabela - 5.2 (Base 100 MW - 138 KV)

As injeções de potência ativa dadas na Tabela- 5.1 correspondem a uma quadruplicação da geração e da demanda em relação a situação inicial. Nesta situação, além das saturações que aparecem as linhas de tipo-0 que ligam a nova barra ao sistema inicial, podem aparecer saturações no próprio sistema inicial. Uma saturação ocorre quando o ângulo de uma linha supera o ângulo limite.

Uma vez anexada a rede de tipo-0 ao sistema inicial, o fluxo de carga DC pode ser calculado. Os fluxos nas linhas são distribuídos de tal forma a minimizar (4.3). Uma nova linha é -

acrescentada no ramo em que, havendo saturação, o fluxo na linha de tipo-0 correspondente é máximo. Esta nova linha pode ser posta em paralelo com uma linha já existente ou não. Como todas as linhas de tipo-0 tem a mesma fração da capacidade da linha que pode ser construída no ramo correspondente, o critério escolhe a linha de tipo-0 de utilização mais intensa. Em (04), como o problema da conexidade não permite o uso do fluxo de carga DC, a escolha da nova linha era feita por um método de programação linear (13). Este método foi modificado em (19) com a introdução de programação inteira (13).

Após o acréscimo de uma nova linha o processo se repete até que as saturações sejam eliminadas.

O sistema expandido correspondente está representado na Fig-5.2. Pela ordem as linhas acrescentadas foram: 9, 14, 9, 11, 14, 9 e 9.

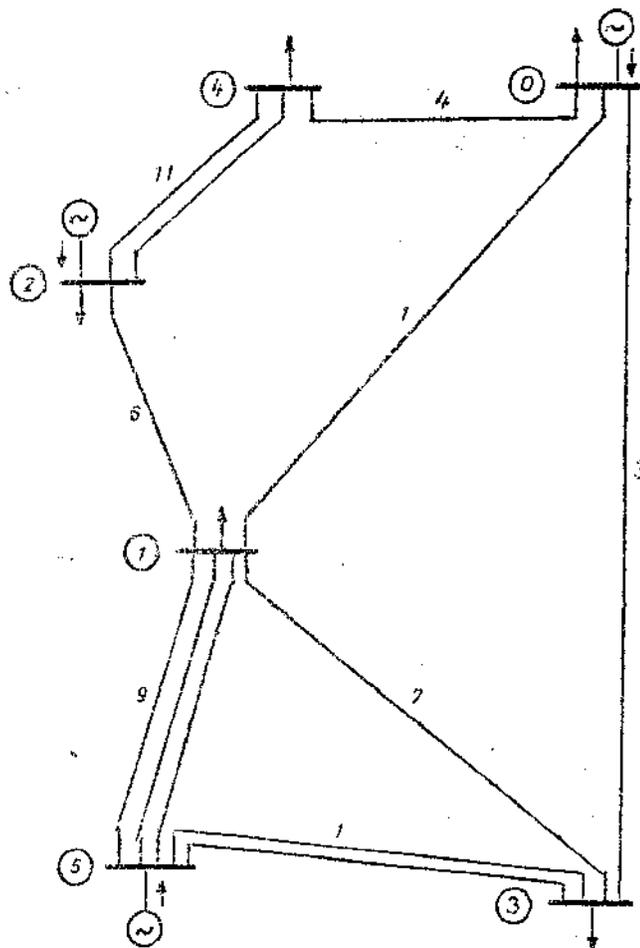


Fig. 5.2

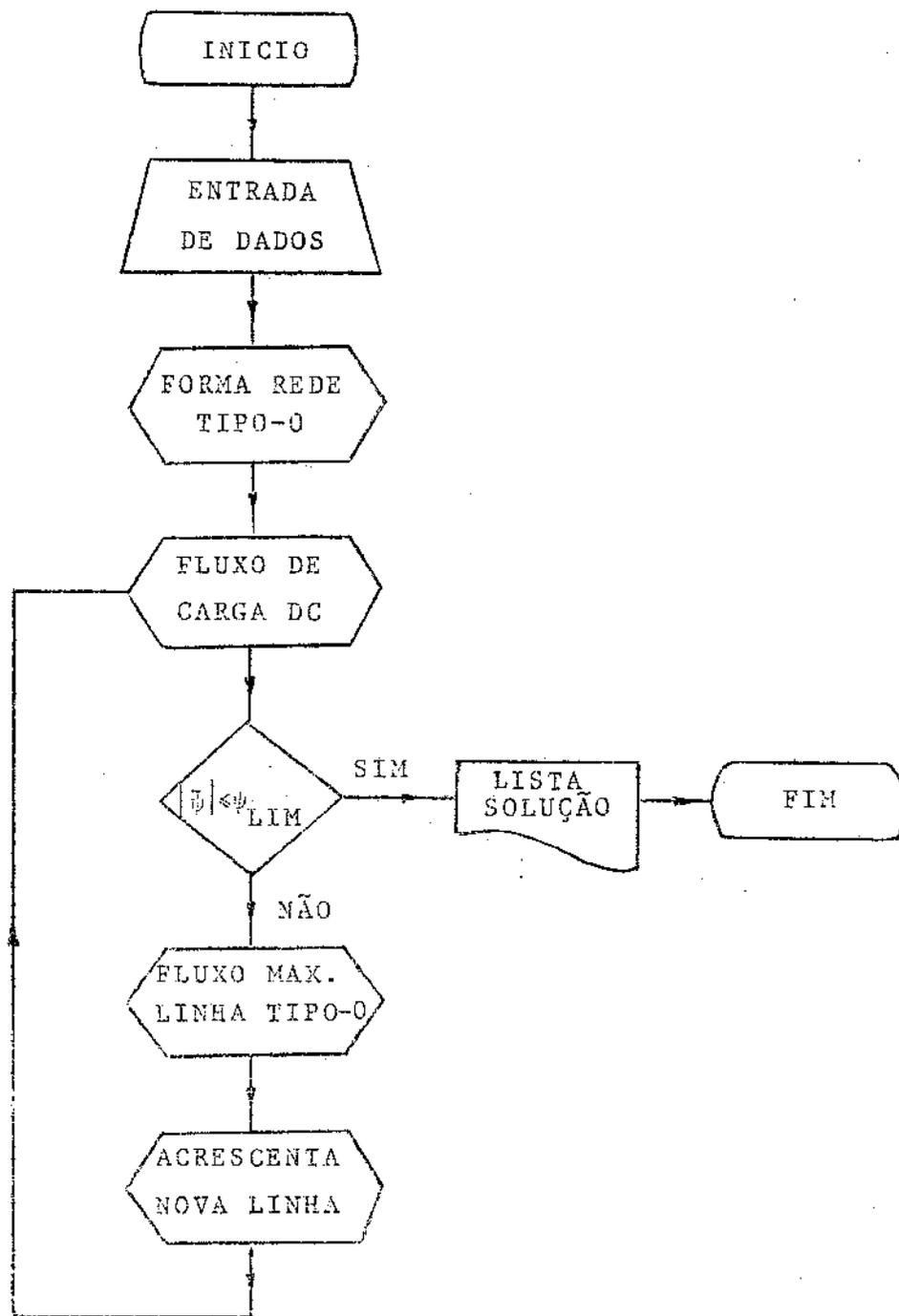


Fig. 5.3

#### 5.4. ALGORÍTMO DE EXPANSÃO

O procedimento seguido no estudo do exemplo - 5.3 está resumido no diagrama de blocos da Fig-5.3.

As modificações da matriz  $A^{-1}$  são feitas através do método apresentado no Capítulo III.

A verificação da relação (5.1) merece algumas observações. Se o sistema já é conexo, só são consideradas como saturações as violações de ângulos limites em ramos em que existem linhas (não de tipo-0). Assim, uma solução é encontrada, quando o sistema resultante é conexo e em nenhuma das linhas existentes o corre saturação.

Na determinação da linha de tipo-0 com fluxo máximo são considerados todos os ramos onde ocorrem saturações (mesmo que nesses ramos só exista linha de tipo-0).

Em comparação com os métodos apresentados em (04) e (19) o algoritmo proposto apresenta algumas vantagens: é mais rápido e extremamente simples pois é baseado nas próprias características físicas do sistema de transmissão.

A análise de confiabilidade e estudos mais detalhados de estabilidade podem ser introduzidos mantendo-se as mesmas ideias básicas aqui apresentadas.

#### 5.5 UM PROBLEMA DE REMANEJAMENTO

Em geral o planejamento do sistema de transmissão é subsequente ao planejamento da geração (15). Em alguns tipos de sistemas o custo do sistema de transmissão pode chegar a ser da mesma ordem que o custo da geração. Nesta situação é conveniente estudar-se as interações entre as alocações de novas linhas e novas geradores. A seguir é desenvolvida uma técnica que permite o estudo deste problema

É considerado no que segue o caso em que existe uma folga nas injeções de potência ativa nas barras. Sejam  $\bar{P}$ ,  $\bar{P}_+$  e  $\bar{P}_-$  os vetores de injeção líquida de potência ativa e de limites superiores e inferiores para as injeções de potência ativa, respectivamente. É incluído o nó de referência e portanto os vetores tem dimensão  $N + 1$ .

$$\bar{P} = [P_0 \ P_1 \ \dots \ P_N]^T \quad (5.2)$$

$$\bar{P}_+ = [P_{0+} \ P_{1+} \ \dots \ P_{N+}]^T \quad (5.3)$$

$$\bar{P}_- = [P_{0-} \ P_{1-} \ \dots \ P_{N-}]^T \quad (5.4)$$

O vetor  $\bar{P}_-$  tem como componentes as demandas. O vetor  $\bar{P}_+$  tem como componente a demanda mais a capacidade de geração máxima em cada barra.

As componentes de  $\bar{P}$  devem obedecer as restrições:

$$\bar{P}_- \leq \bar{P} \leq \bar{P}_+ \quad (5.5)$$

$$\sum_{k=0}^N P_k = 0 \quad (5.6)$$

O problema que se propõe é: minimizar a função (5.8) :

$$Z = \frac{1}{2} \sum_{j=0}^M Y_j^{-1} F_j^2 = \frac{1}{2} \sum_{j=0}^M Y_j \psi_j^2 \quad (5.7)$$

mantida constante a capacidade de transmissão do sistema e podendo-se variar  $\bar{P}$  no domínio definido por (5.5) e (5.6). Em termos do modelo DC está é uma maneira de tender à uniformização do perfil de tensão de tal forma que a potência dissipada seja mi-

nimizada. Em termos do sistema de transmissão tende-se à uniformização da distribuição dos ângulos das barras.

Em outros termos, mantendo-se a capacidade de transmissão, e atendendo-se a uma demanda pré-fixada, faz-se o remanejamento das injeções de potência ativa (possível devido a existência de folga na capacidade de geração) de tal forma que haja uma redução, em valor absoluto, dos ângulos das linhas.

Quando as equações do fluxo de carga são resolvidas para um dado vetor  $\bar{P}$ , tal que (2.15) seja verificada, a distribuição nos ramos já minimiza (4.3). O problema atual refere-se portanto a análise pós-otimização (Capítulo - IV). Pretende-se variar o parâmetro  $\bar{P}$  de tal forma a minimizar (5.8).

A direção de maior variação da função (5.8) é dada pe

$$\beta = \frac{1}{2} \sum_j \gamma_j^{-1} F_j^* \quad (5.8)$$

lo gradiente:

$$\text{grad } \beta = \left[ \theta_0 \ \theta_1 \ \dots \ \theta_N \right]^T \quad ; \quad (5.9)$$

uma vez que :

$$\frac{\partial \beta}{\partial P_k} = \theta_k \quad ; \quad k = 0, 1, \dots, N \quad (5.10)$$

O problema poderia ser estudado no espaço  $R^N$ , mas é mais conveniente do ponto de vista computacional trabalhar no  $R^{N+1}$

Se não fossem consideradas as restrições (5.5) e (5.6), partindo-se de um vetor  $\bar{P}^{(n)}$ , poder-se-ia obter o novo vetor  $\bar{P}^{(n+1)}$  pela equação (5.11),

$$\bar{P}^{(n+1)} - \bar{P}^{(n)} = \xi \text{ grad } \beta \quad (5.11)$$

sendo  $\xi$  o multiplicador de passo.

Ocorre entretanto que  $\bar{P}$  é vinculado por (5.5) e (5.6). Considere-se inicialmente a segunda restrições apenas. Seja  $\bar{a}$  o vetor normal ao hiperplano (5.6). Esse vetor tem todas as componentes unitárias. Um ponto qualquer da linha normal ao hiperplano (5.6) é dado por  $\eta \bar{a}$  ( $\eta$  real). A projeção de grad  $\beta$  no hiperplano (5.6) é um vetor:

$$\bar{g} = \text{grad } \beta - \eta \bar{a} \quad (5.12)$$

sendo  $\eta$  escolhido de tal forma a minimizar  $|\bar{g}|$ . Nestas condições, é fácil ver que o multiplicador  $\eta$  é a média aritmética das componentes do vetor grad  $\beta$ . Assim uma componente  $g_p$  do vetor  $\bar{g}$  é:

$$g_p = \frac{1}{N+1} \left[ \sum_{q=0}^N \theta_q - (N+1) \theta_p \right] \quad (5.13)$$

A variação (5.12) em  $\bar{P}$  pode ser reescrita na forma :

$$\bar{P}^{(n+1)} - \bar{P}^{(n)} = \xi \bar{g} \quad (5.14)$$

Neste ponto é fácil introduzir o efeito da restrição de desigualdade (5.5). Pode ocorrer que o vetor  $\bar{P}$  obtido através da relação (5.13) sature o vínculo (5.5). Quando a desigualdade  $P_{k-1} \leq P_k \leq P_{k+1}$  é desobedecida iguala-se  $P_k$  ao limite ultrapassado. O problema fica com uma variável a menos e em vez de grad  $\beta$  toma-se sua projeção no hiperplano  $P_k = c \frac{te}{}$ . O procedimento apresentado anteriormente continua o mesmo só que em vez de grad  $\beta$  usa-se um vetor de mesma dimensão com componentes iguais as componentes correspondentes de grad  $\beta$  com exceção das componentes  $p$ , para as quais há saturação em (5.5). O novo valor de  $\bar{P}$  continua sendo obtido através da relação (5.4) só que o vetor  $\bar{g}$  passa a ter as componentes:

$$g_k = \frac{1}{N+1-|E|} \left[ \sum_{q=0}^N \Omega_q - (N+1-|E|) \Omega_k \right] \quad (5.15)$$

$$p/k \notin E$$

e

$$g_k = 0 \quad p/k \in E$$

$E$  é o conjunto dos índices para os quais há saturação em (5.5). Na relação (5.15) considerar-se :

$$\Omega_k = \begin{cases} 0 & p/k \in E \\ g_k & p/k \notin E \end{cases} \quad (5.16)$$

O processo é repetido até que se chegue a um ponto de mínimo. Em cada passo o vetor grad  $\beta$  é recalculado através da relação (2.20). O cálculo é trivial pois  $B$  permanece constante.

Pode-se verificar que a função (5.7), definida no espaço  $R^{N+1}$ , é convexa, pois :

$$\beta = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^N \theta_k P_k = \frac{1}{2} \bar{\theta}^T \bar{P} \quad (5.17)$$

$$\bar{\theta} = \begin{bmatrix} \theta_0 & \theta_1 & \dots & \theta_N \end{bmatrix} \quad (5.18)$$

Usando-se a relação (2.20) vem :

$$\beta = \frac{1}{2} \bar{P}^T B \bar{P} \quad (5.19)$$

A matriz  $B$  é definida positiva (modelo DC - 23 é a potência dissipada no circuito). Assim é garantido o mínimo absoluto.

Ocorre ainda que o acréscimo de uma nova linha não altera radicalmente a posição do mínimo e então, uma vez conhecido o mínimo inicial, as posições dos novos mínimos podem ser encontrados com maior rapidez.

O exemplo - 5.3 foi reestudado considerando-se as folgas de geração conforme dadas em (04) e na expansão do sistema conseguiu-se uma economia de duas linhas no ramo - 9. Isto se deve ao fato da distribuição os ângulos das barras estar mais uniformizada. Num problema real seria feita uma comparação do custo adicional devido ao remanejamento com a economia em linhas de transmissão.

## CAPÍTULO VI

### 6. CRITÉRIO DE CONFIABILIDADE

#### 6.1. INTRODUÇÃO

No capítulo anterior não foram consideradas contingências. Uma solução era obtida quando nenhuma linha apresentasse saturação. A seguir será apresentado um critério de confiabilidade que estabelecerá o que é uma solução para o problema de expansão do sistema de transmissão. Em geral, parte-se de um sistema ao qual pode ser associado um índice de confiabilidade  $R_0$ , e através de acréscimos na capacidade de transmissão procura-se atingir um nível estabelecido para o índice de confiabilidade  $R$ .

O critério normalmente usado estabelece: "se uma ( ou mais) linhas, possivelmente as de maior capacidade, é (são) retirada (retiradas) do sistema, nenhuma outra linha deverá estar sujeita a sobrecarga" (01). Uma condição adicional é que a perda de qualquer linha não torne o sistema desconexo. Em sistemas como o estudado em (01), que chegam a ter até 13 linhas em um mesmo ramo, este tipo de hipótese mostra-se adequado. Em sistemas menores, entretanto, tais condições levam a soluções de custos muito elevados. O mesmo podendo ocorrer em sistemas maiores dependendo da topologia. Em planejamento a longo prazo, a aplicação de tal critério pode levar a investimentos desproporcionalmente elevados no primeiro período de planejamento.

#### 6.2. PROBABILIDADES DE OPERAÇÃO E FALHA

Uma linha qualquer de um sistema de transmissão tem dois estados possíveis:

estado - 1 : a linha é disponível para utilização;

estado - 2 : a linha não é disponível devido a ocorrência de falhas.

O histórico de uma linha tem a forma apresentada na Fig.

6.1. sendo  $\lambda$  a taxa de falhas e  $\mu$  a taxa de recuperação (10).

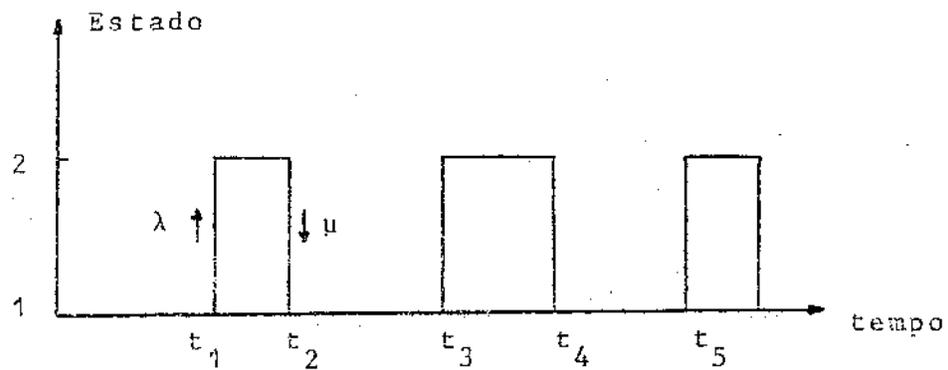


Fig. 6.1.

Quando as transições entre estados ocorrem segundo um processo de Poisson,  $\lambda$  e  $\mu$  são constantes, e a probabilidade condicional da linha estar no estado - 2 (estado - 1) em um instante  $T + t$  dado que estava no estado - 1 (estado - 2) no instante  $T$ , e que só passa ocorrer uma transição neste intervalo, é  $1 - e^{-\lambda t}$  ( $1 - e^{-\mu t}$ ). A hipótese de processo de Poisson apresenta bons resultados quando a linha está em seu período de vida útil - onde não existem problemas de "mortalidade infantil" nem de fadiga ou desgata (09).

Sejam,  $Q_1(t)$  a probabilidade de uma linha estar no estado - 1 em um instante  $t$  e  $Q_2(t)$  a probabilidade de estar no estado - 2 no mesmo instante  $t$ . Sendo  $dt$  um incremento no tempo a probabilidade condicional de ocorrer uma falha em uma linha, dado que está operando, é  $\lambda dt$  (a probabilidade condicional de não falhar é  $1 - \lambda dt$ ). Estando no estado - 2 a probabilidade condicional de não ficar neste estado é  $\mu dt$  (a probabilidade condicional de continuar no estado - 2 é  $1 - \mu dt$ ). São válidas as equações (09):

$$Q_1(t+dt) = Q_1(t) (1-\lambda dt) + Q_2(t) (\mu dt) \quad (6.1)$$

$$Q_2(t+dt) = Q_1(t) (\lambda dt) + Q_2(t) (1-\mu dt) \quad (6.2)$$

É fácil ver que:

$$\dot{Q}_1(t) = -\lambda Q_1(t) + \mu Q_2(t) \quad (6.3)$$

$$\dot{Q}_2(t) = \lambda Q_1(t) - \mu Q_2(t) \quad (6.4)$$

Sendo:

$$Q_1(t) + Q_2(t) = 1 \quad (6.5)$$

Independentemente das condições iniciais ( $Q_1(0) = 1$  e  $Q_2(0) = 0$  ou  $Q_1(0) = 0$  e  $Q_2(0) = 1$ ), para  $t \rightarrow \infty$ , tem-se :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{Q}_1(t) = 0 \quad (6.6)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{Q}_2(t) = 0 \quad (6.7)$$

Introduzindo (6.6) e (6.7) em (6.3) e (6.4) e resolvendo para  $P_1(\infty)$  e  $P_2(\infty)$ , vem:

$$Q_1(\infty) = \sigma_1 = \frac{\mu}{\mu + \lambda} \quad (6.8)$$

$$Q_2(\infty) = \sigma_2 = \frac{\lambda}{\mu + \lambda}$$

O tempo médio até a falha (MTTF), o tempo médio de recuperação (MTTR) e o tempo médio entre falhas são, respectivamente :

$$\tau_1 = \frac{1}{\lambda} \quad (\text{MTTF}) \quad (6.9)$$

$$\tau_2 = \frac{1}{\mu} \quad (\text{MTTR}) \quad (6.10)$$

$$\tau = \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\mu} \quad (\text{MTBF}) \quad (6.11)$$

A taxa de recuperação  $\mu$  depende principalmente do nível de tensão (08). Admite-se que  $\lambda$  varia linearmente com o comprimento da linha L (08):

$$\lambda = v L \quad (6.12)$$

Para fins de planejamento a constante  $v$  pode ser considerada independente do nível de tensão. Um valor típico para  $v$  é 0,006 falhas por quilômetro por ano, sendo que  $\mu$  é da ordem de 0,2 horas<sup>-1</sup> (08) e (09).

### 6.3. PROBABILIDADE DE CONTIGÊNCIA EM UM SISTEMA DE TRANSMISSÃO

Seja um sistema de transmissão com  $M$  ramos no qual o ramo -  $j$  tem  $n_j$  linhas. Seja a taxa de falha por unidade de comprimento  $v$  constante em todo o sistema. Considere-se também que a ocorrência de falha em duas linhas quaisquer do sistema sejam eventos independentes. Sejam também,  $\tau_{1j}$  e  $\tau_{2j}$  as probabilidades de uma linha do ramo  $j$  estar operando ou estar com falha, respectivamente, para uma situação de regime permanente ( $t \rightarrow \infty$ ). Pretende-se saber as probabilidades de ocorrência dos  $M + 2$  estados :

- estado - 0 : todas as linhas do sistema estão operando;
- estado -  $p$  ( $p = 1, 2, \dots, M$ ) : todas as linhas do sistema estão operando com exceção de uma das linhas do ramo  $p$ ;
- estado -  $M+1$  : duas ou mais linhas estão fora de operação.

A probabilidade de ocorrência do estado - 0 é :

$$Q_0 = \prod_{j=1}^M \tau_{1j}^{n_j} \quad (6.13)$$

A probabilidade de ocorrência do estado - p, p = 1, 2, ..., M, é :

$$Q_p = n_p \tau_{2p} \tau_{1p}^{n_p-1} \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq p}}^M \tau_{1j}^{n_j} \quad (6.14)$$

Para o estado - M + 1 :

$$Q_{M+1} = 1 - Q_0 - \sum_{j=1}^M Q_j \quad (6.15)$$

A probabilidade  $Q_p$ , p = 1, 2, ..., M, pode ser posta em função de  $Q_0$  :

$$Q_p = \frac{n_p \tau_{2p}}{\tau_{1p}} Q_0 \quad (6.16)$$

Considerando (6.8) e (6.12) e considerando ainda v e  $\mu$  constantes para todo o sistema de transmissão, vem:

$$Q_p = \left( \frac{v}{\mu} \right) n_p L_p \quad (6.17)$$

A probabilidade de contigência de uma linha do ramo - p com todas as demais em operação, é, portanto, diretamente proporcional ao comprimento total de linhas existentes no ramo - p.

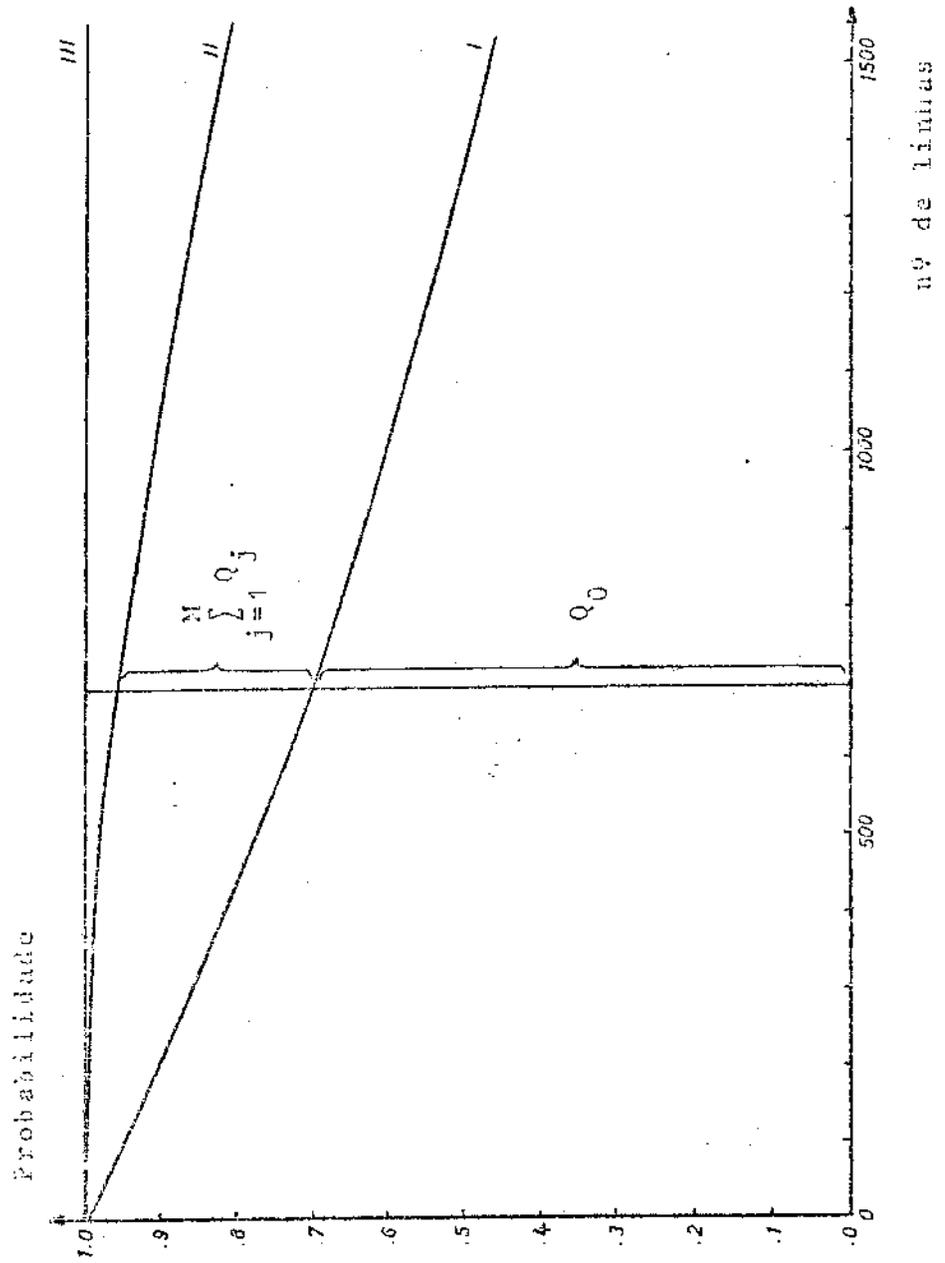


Fig. 6.1

As frações do tempo em que um sistema opera com todas as linhas (curva I) e no máximo com uma linha em estado de falha (curva II) estão na Fig. 6.1. Os cálculos correspondentes foram realizados adotando-se os valores médios :  $\nu = 0,006$  falhas por quilômetro por ano,  $\mu = 0.2$  recuperações por hora e  $L = 200$  quilômetros. Observa-se que, para os números de linhas normalmente encontrados nos sistemas de transmissão em alta tensão, a contingência de duas ou mais linhas pode ser desprezada quando comparada com a contingência de uma linha apenas. Esta situação muda quando a taxa de falhas ou o tempo de recuperação crescem.

#### 6.4. UM ÍNDICE DE CONFIABILIDADE

Considere-se inicialmente um sistema conexo. Dadas as novas injeções de potência ativa, e se ainda não tiverem sido acrescentadas novas linhas, poderão ocorrer saturações mesmo quando o sistema está no estado - 0. Sejam,  $\gamma_j$  a capacidade de um ramo  $j$ ,  $\psi_{j0}$  o ângulo do ramo  $j$  quando o sistema está no estado - 0,  $\psi_{LIM,j}$  o ângulo limite para o ramo  $j$  e  $u$  a função degrau. A saturação existente no ramo -  $j$  quando o sistema está no estado - 0 é:

$$sat_{j0} = \gamma_j (|\psi_{j0}| - \psi_{LIM,j}) U(|\psi_{j0}| - \psi_{LIM,j})$$

Nos estados - $p$ ,  $p=1,2, \dots, M$ , as saturações serão:

$$sat_{jp} = \gamma_j (|\psi_{jp}| - \psi_{LIM,j}) U(|\psi_{jp}| - \psi_{LIM,j}), \quad j \neq p \quad (6.18)$$

$$sat_{pp} = (\gamma_p - \Delta\gamma_p) (|\psi_{pp}| - \psi_{LIM,p}) U(|\psi_{pp}| - \psi_{LIM,p}) \quad (6.19)$$

Nas equações (6.18) e (6.19)  $\psi_{jp}$  é o ângulo do ramo - j quando o sistema se encontra no estado - p e  $\Delta\gamma_p$  é a capacidade retirada do ramo - p quando o sistema está no estado - p.

Consideradas contingências de, no máximo, uma linha, o valor esperado da saturação de um ramo - j é:

$$\text{sat}_j = \sum_{p=0}^M Q_p \text{sat}_{jp} \quad (6.20)$$

Define-se saturação do sistema de transmissão como sendo:

$$\text{sat} = \sum_{j=1}^M \text{sat}_j \quad (6.21)$$

A cada configuração que o sistema assume, a medida em que se expande, corresponde um valor da variável sat. Para a configuração inicial tem-se sat (0). Após o acréscimo de n linhas ter-se-á sat (n). Ao sistema inicial será associado um índice de confiabilidade:

$$R(0) = 1 \quad (6.22)$$

Após o acréscimo de n linhas a qualidade do sistema pode ser medida pelo índice:

$$R(n) = \frac{\text{sat}(n)}{\text{sat}(0)} \quad (6.23)$$

Quando  $R = 0$ , a retirada de uma linha qualquer do sistema não causa saturação em nenhuma outra linha do sistema.

Um dos possíveis critérios para adições de linhas é: acrescenta-se uma nova linha no ramo em que o decréscimo causado em R pela adição da linha, dividido pelo seu custo, for máximo.

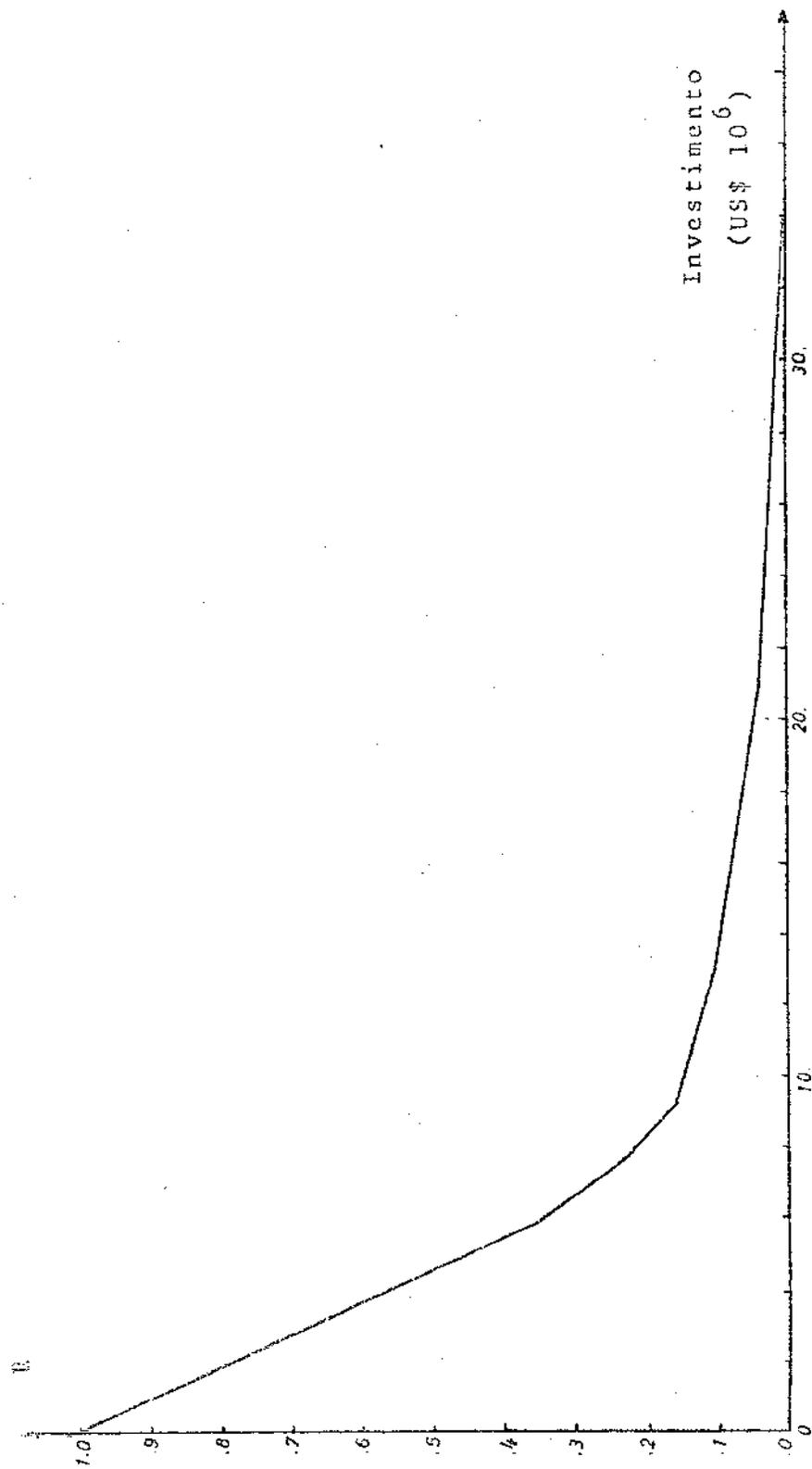


Fig. 6.2

Na determinação da linha que deve ser acrescentada em vez de se estudar cada adição em particular pode ser usada a matriz sensibilidade (2.29). A aplicação deste critério para o sistema interligado FURNAS-CEMIG-LIGHT conforme apresentado em (05) fornece os resultados da Fig. 6.2. A medida que o sistema se aproxima da condição  $R = 0$ , para se conseguir os mesmos decréscimos em  $R$ , os investimentos deverão ser crescentes. Se em vez de se considerar, no máximo, a perda de uma linha por vez, fossem consideradas todas as contingências possíveis, então, o nível  $R = 0$  só seria atingido para um investimento infinito.

Nos casos de sistemas inicialmente desconexos é introduzida a rede tipo -0 e nos ramos onde só existir linha de tipo -0 a saturação é calculada sobre este tipo de linha. O mesmo procedimento é seguido quando a perda de uma linha torna o sistema desconexo.

Nem sempre exige-se para uma solução do problema de expansão que  $R$  seja nulo. Para sistemas pequenos só são consideradas as contingências mais importantes.

## CAPÍTULO VII

### 7. PLANEJAMENTO EM UM ESTÁGIO-COM CONTIGÊNCIAS

#### 7.1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo é generalizado o algoritmo apresentado no capítulo V. Enquanto que no capítulo V considerou-se o sistema operando no estado-0, aqui são considerados os estados-p,  $p = 0, 1, 2, \dots, M$ , isto é, são levados em conta as situações de emergência em que ocorre a perda de uma linha.

A alteração básica no método apresentado é que em vez de se considerar os fluxos nas linhas de tipo-0 são calculados os valores esperados dos fluxos, considerados os estados -  $p = 0, 1, 2, \dots, M$ . Além disso, a decisão de construção de uma nova linha é acompanhada de uma pesquisa em profundidade na árvore de decisões.

#### 7.2. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

O problema aqui apresentado tem as características básicas do problema formulado no item 5.2, sendo introduzidas situações de emergência.

Seja um sistema de transmissão  $S_0$  com  $N_0+1$  barras e  $M_0$  ramos. Sejam,  $\vec{P}_0$  o vetor ( $N_0 \times 1$ ) injeção de potência ativa e  $\vec{Y}_0$  o vetor ( $M_0 \times 1$ ) capacidade para o sistema  $S_0$ . Sejam ainda  $N+1$  o número de barras e  $M$  o número de ramos para o sistema expandido  $S$ . No número de ramos  $M$  do sistema  $S$  estão incluídos todos os ramos onde é permitida a construção de novas linhas. Seja  $\psi_{LIM}$  o vetor ( $M \times 1$ ) dos ângulos limites. O vetor ( $M \times 1$ ) injeção de potência, suposto conhecido, é  $\vec{P}$ . Pretende-se determinar os acréscimos de capacidade, partindo-se de  $\vec{Y}_0$ , de tal forma que para o vetor ( $M \times 1$ ) capacidade do sistema expandido

$\bar{\gamma}$ , sejam obedecidas as restrições

$$|\bar{\psi}_p| \leq \bar{\psi}_{LIM}$$

$$p = 0, 1, 2, \dots, M \quad (7.1)$$

e que o custo total das linhas acrescentadas seja mínimo. Na desigualdade (7.1),  $\bar{\psi}_p$  é o vetor dos ângulos das linhas quando o sistema se encontra no estado-p. A verificação de (7.1) pressupõe que S seja conexo e só é exigida para os ramos onde existem linhas.

Nesta formulação, obtém-se uma solução quando  $R=0$ . Para alguns tipos de sistema em vez de ser exigida a verificação da restrição (7.1), exige-se apenas que o sistema atinja um índice de confiabilidade  $R = R_e$ . No exemplo da Fig. 6.2 um nível de  $R = 0.1$  é obtido com um investimento menor que 50% do investimento necessário para ser atingido o índice  $R = 0$ .

### 7.3. ALGORÍTIMO DE EXPANSÃO

No capítulo V só foi considerado o estado-0. Uma nova linha era adicionada no ramo em que, havendo saturação, a linha de tipo-0 correspondente tivesse fluxo, em valor absoluto, máximo. Quando são considerados os estados - p,  $p = 1, 2, \dots, M$ , trabalha-se com os valores esperados dos fluxos nas linhas de tipo-0.

O problema é encarado como um processo de decisões sequenciais. Esta situação está esquematizada na Fig. 7.1. Partindo-se de uma configuração inicial, é possível chegar-se a M novas configurações através da adição de cada uma das linhas que podem ser construídas. Cada uma dessas novas configurações pode ser encarada como uma configuração inicial, e assim por diante. É fácil ver que a árvore cresce muito rapidamente tornando o problema intratável.

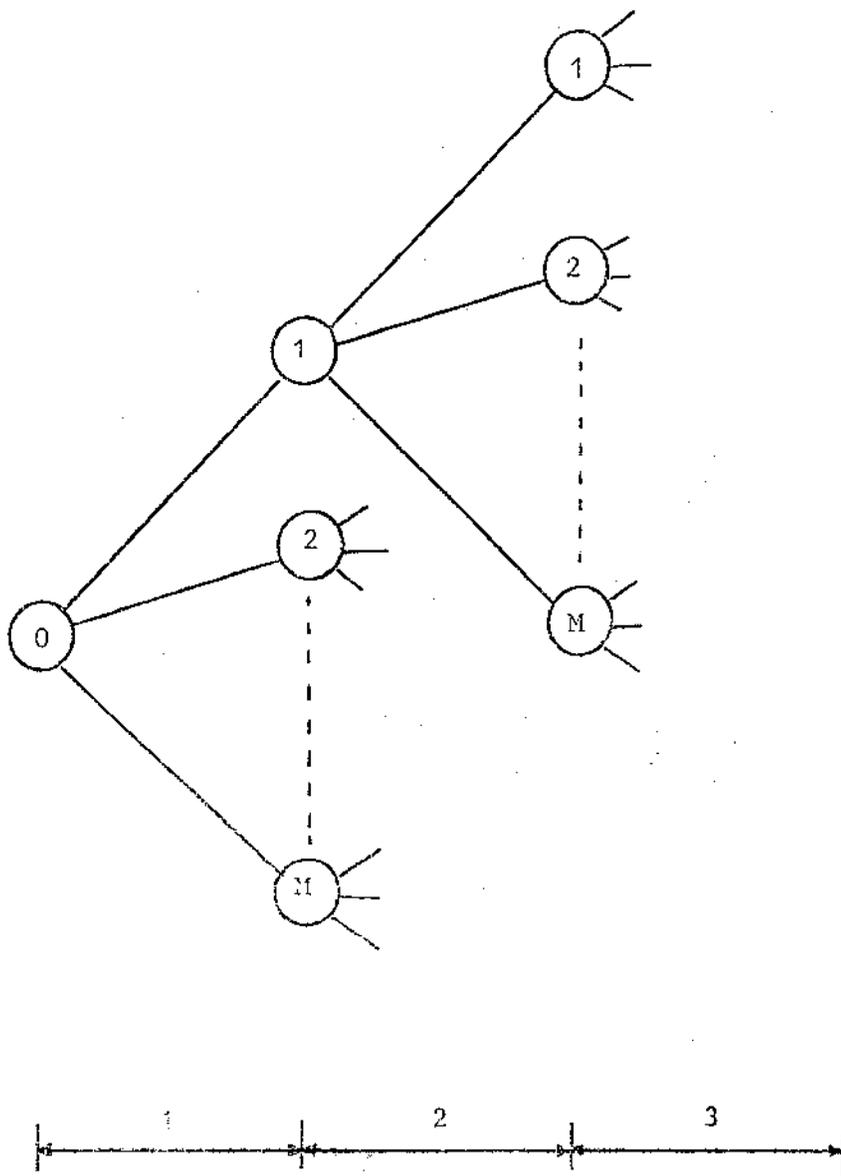


Fig. 7.1

A política de expansão mais simples é aquela em que, baseando-se em um determinado critério, escolhe-se, entre as  $M$  opções, a decisão ótima em cada passo. Este tipo de política nem sempre leva à solução ótima. Uma linha que é acrescentada, apesar de representar a decisão ótima em um dado instante, pode levar a investimentos elevados nos passos subsequentes. Do que foi visto nos Capítulos V e VI, dois tipos de critérios podem ser usados neste tipo de política de expansão. No primeiro critério tomando-se os valores esperados dos fluxos de potência ativa nas linhas de tipo-0 considerados os estados  $- p, p = 0, 1, \dots, M$ . A nova linha é acrescentada no ramo em que, havendo saturação, o valor esperado para o fluxo de potência ativa na linha de tipo-0 correspondente, for máximo. O segundo critério é o que foi apresentado no Capítulo VI : a nova linha acrescentada é aquela que dá o maior decréscimo no índice de confiabilidade  $R$ , por unidade de custo.

As desvantagens da política de expansão apresentada no parágrafo anterior podem ser eliminadas, mantida a sua simplicidade, se cada decisão for acompanhada de uma pesquisa em profundidade na árvore de decisões. A política de expansão usada neste trabalho é baseada em um método heurístico que combina os dois critérios apresentados anteriormente.

Sejam,  $\gamma_{jo}$  a capacidade da linha tipo-0 do ramo- $j$ ,  $\psi_{jp}$  o ângulo do ramo  $j$  quando o sistema está no estado- $p, p = 0, 1, \dots, M$ ,  $\psi_{LIM,j}$  o ângulo limite do ramo- $j$  e  $u$  a função degrau. Seja :

$$f_{jp} = \gamma_{jo} |\psi_{jp}| u \left[ |\psi_{jp}| - \psi_{LIM,j} \right] \quad (7.2)$$

$f_{jp}$  é, em módulo, o fluxo na linha tipo-0 do ramo- $j$  quando o sistema está no estado- $p, p = 0, 1, \dots, M$ , considerados apenas casos de saturação. O valor esperado  $f_j$  considerados os estados

$$f_j = \sum_{p=0}^M Q_p f_{jp} \quad (7.3)$$

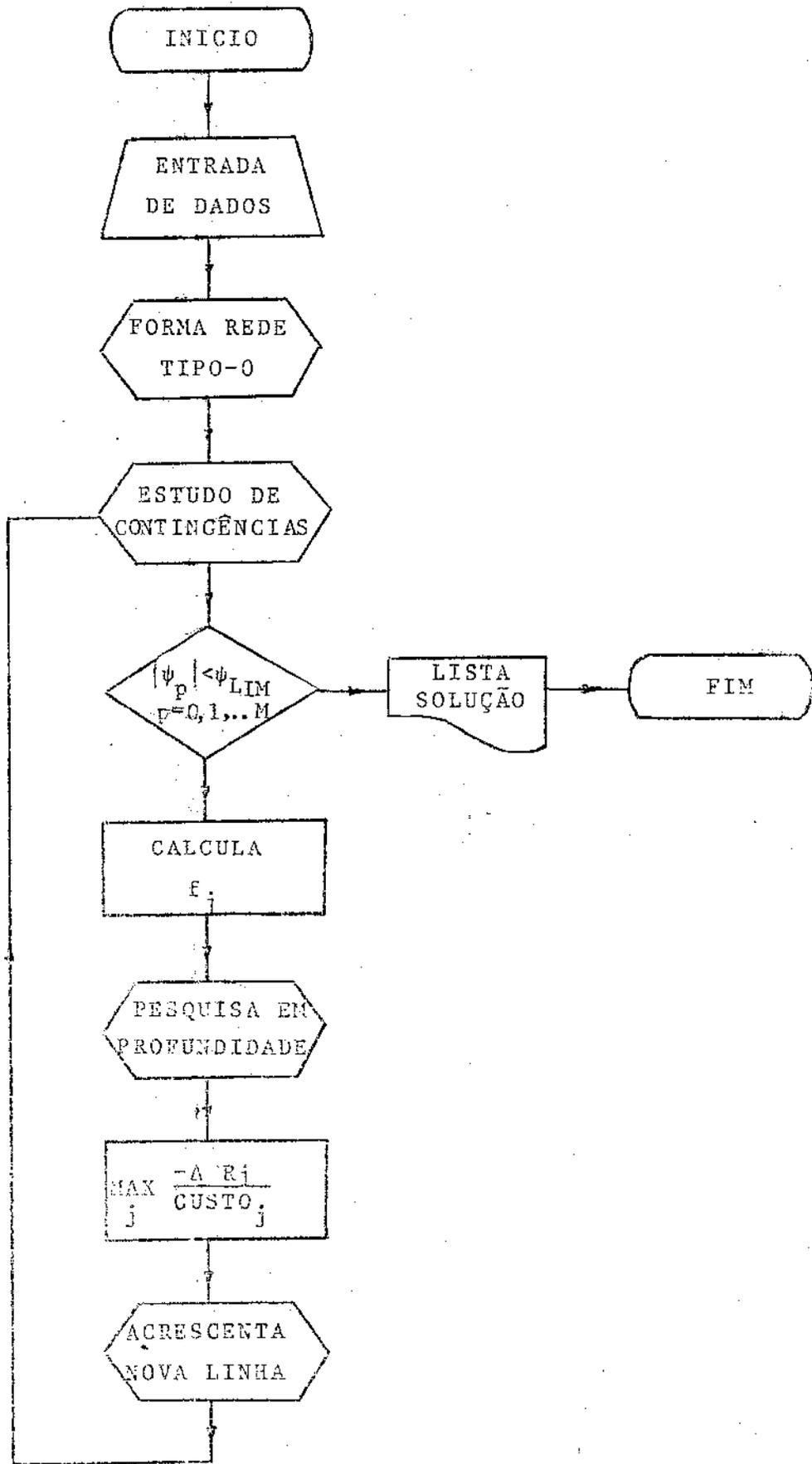


Fig. 7.2

$p, p = 0, 1, \dots, M$ , é dado pela equação (7.3).

Na árvore de decisões da Fig. 7.1, a partir de uma dada configuração, não é necessário que se considerem as  $M$  possibilidades. Nos exemplos estudados verificou-se que basta que sejam analisadas as adições das linhas que apresentam os maiores valores de  $f_j$ , isto é, são consideradas as adições de linhas nos ramos em que, em operação normal ou situações de emergência, as linhas de tipo-0 tem utilização mais intensa. A escolha da linha a ser adicionada é feita como segue. Cada uma dessas linhas é adicionada ao sistema e para cada caso avança-se na árvore um ou mais passos através da adição de uma ou mais linhas. Essas outras linhas são adicionadas segundo o critério do  $f_j$  máximo. Este procedimento corresponde a uma pesquisa em profundidade. Para cada uma das alternativas são calculados o custo e a variação causada no índice de confiabilidade  $R$ . A linha adicionada será aquela para a qual o decréscimo causado em  $R$  pela sequência de adições correspondente, dividido pelo custo, for máximo.

O que foi apresentado anteriormente está sintetizado no diagrama de blocos da Fig. 7.2.

#### 7.4. EXEMPLO

O exemplo estudado no Capítulo V foi reestudado através do algoritmo proposto. As mesmas observações feitas em 5.3. continuam válidas aqui. A alteração fundamental se refere ao estudo de contingências. O sistema expandido esta na Fig. 7.3. Pela ordem as linhas adicionadas foram : 14, 9, 9, 14, 11, 12, 9, 11, 9, 14.

Foi estudado também a expansão do sistema interligado da região Sudeste (05). Os resultados estão no Apêndice -A.

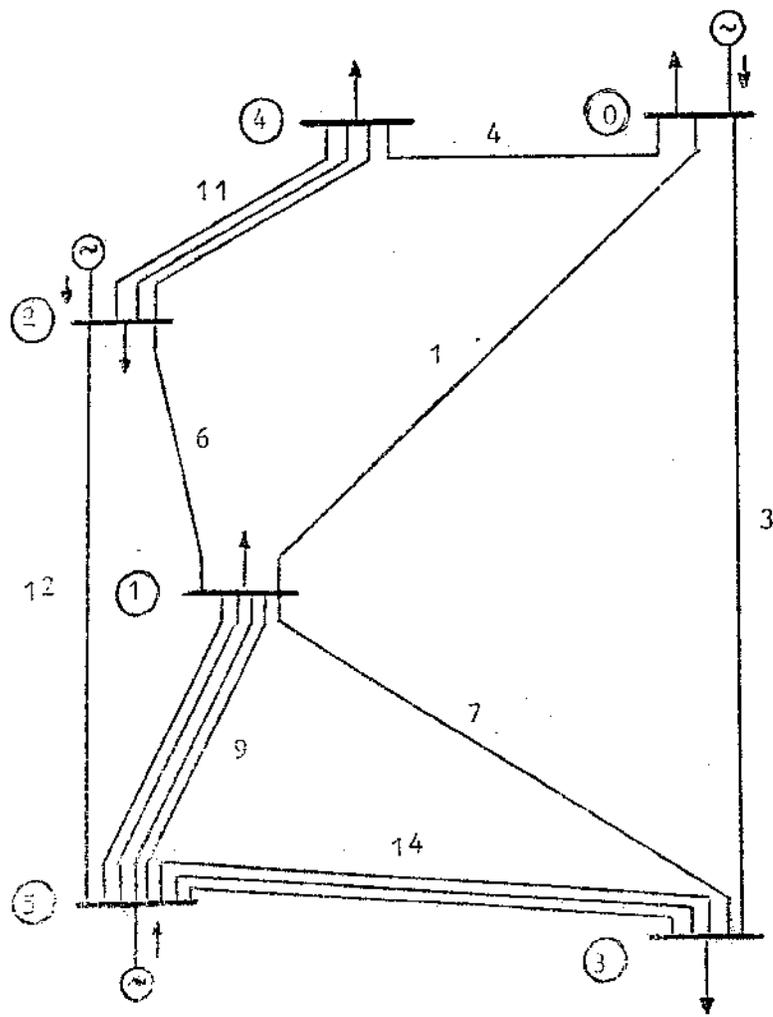


Fig. 7.3

Em alguns casos a sequência de linhas a serem adicionadas pode ser feita diretamente, sem a pesquisa em profundidade. Cada nova linha é adicionada no ramo-j em que o  $f_j$  correspondente é máximo. Com este procedimento economiza-se tempo de computação.

As capacidades das linhas da rede tipo-0 ( $\gamma_{jo}$ , equação 7.2) podem ser escolhidas de tal forma a levar em conta o custo da linha, o custo do equipamento terminal bem como o custo das perdas de transmissão.

## CAPÍTULO VIII

### 8.1. INTRODUÇÃO

Entende-se por planejamento a longo prazo de sistemas de transmissão, o planejamento de sua expansão para períodos que vão de 10 a 30 anos (15). Este planejamento visa especificar os tipos de linhas bem como os locais onde deverão ser construídas ao longo do período de planejamento.

São considerados conhecidas as previsões para a evolução de geração e demanda no período considerado. Na parte inicial do período de planejamento as especificações são feitas ano a ano ou de dois em dois anos. Na parte final, devido ao aumento da incerteza, para as previsões de geração e demanda, adotam-se (15) - intervalos maiores. (cinco anos, por exemplo).

O fator mais importante a ser levado em consideração neste tipo de planejamento refere-se às economias de escala. Quando a expansão do sistema é feita visando-se o custo mínimo a cada passo, pode-se chegar a uma solução que não é a melhor. Neste procedimento é dada preferência a linhas mais baratas que resolvem os problemas de sobrecarga nos anos iniciais. Quando se leva em conta as necessidades futuras de transmissão verifica-se que investimentos maiores nos períodos iniciais podem levar a soluções de longo prazo mais baratas.

O método proposto para a expansão em um estágio pode ser adaptado a outros métodos existentes para o planejamento a longo prazo. (05), (16).

### 8.2. PLANEJAMENTO A LONGO PRAZO

O método apresentado em (15) resolve o problema das economias de escala de maneira bastante simples. Inicialmente é feita uma expansão em um estágio, partindo-se da configuração inicial e considerando-se as injeções de potência ativa correspondentes ao último ano do período de planejamento (horizonte). A evolução do sistema é feita então visando-se a solução obtida para o período

final de planejamento. Isto pode ser feito com uma política de pesos onde as linhas que são adicionadas na solução obtida para o horizonte de planejamento são beneficiadas. Entre várias políticas é escolhida a de menor custo. Este procedimento pode ser particularmente útil em um estudo inicial onde são escolhidos os níveis de tensões e os tipos de linhas que deverão ser analisados.

O procedimento resumido no parágrafo anterior normalmente apresenta soluções de menor custo que a solução que visa o custo mínimo a cada passo, apesar de não garantir a solução ótima.

O problema de planejamento a longo prazo pode ser encarado como um processo de decisões sequenciais do tipo esquematizado na Fig. 8.1. Partindo-se da configuração existente no ano-0 várias configurações resolverão as saturações provocadas pelo aumento da geração e da demanda no ano-1. Assim também, a partir de uma das configurações possíveis para o ano-i, várias configurações existem que resolvem as saturações do ano-i+1. O número de configurações do ano-i+1 que tiveram origem em uma dada configuração do ano-i pode ser reduzido por um processo de seleção. Se o número de anos intermediários for limitado o problema pode ser resolvido por enumeração completa.

Um processo mais inteligente e que reduz o número de possibilidades a serem analisadas é o apresentado em (05).

### 8.3. ALGORÍTMO DE LONGO PRAZO

Foi visto que a partir de uma configuração que o sistema assume em um determinado ano, além da solução de menor custo para o período seguinte, outras possibilidades devem ser consideradas. Isto porque uma destas soluções de custo mais elevado podem levar a soluções de custo global menor nos anos seguintes.

Levando-se em conta esta característica do planejamento da expansão do sistema de transmissão a longo prazo, foi desenvolvido um processo heurístico que leva aos mesmos resultados obtidos pelos métodos citados anteriormente, com um menor volume de cálculo. Este algoritmo foi testado para o planejamento da expansão

do sistema de transmissão em extra-alta-tensão da região Sudeste.

Se o crescimento da geração e da demanda ocorresse de maneira uniforme em todas as barras do sistema (injeção de potência ativa de todas as barras variasse com a mesma taxa) durante todo o período de planejamento, o número de possibilidades a serem consideradas seria grandemente reduzido. Nesta situação, bem como nos casos que dela se aproximam, o método do ano horizonte ( ) apresenta bons resultados. Entretanto isto nem sempre ocorre. No exemplo estudado (sistema Sudeste) pode ser verificado que a situação real é de uma diversidade muito grande nas taxas de crescimento das injeções de potência ativa. A razão pela qual várias configurações devem ser consideradas é exatamente esse comportamento irregular da evolução da geração e da demanda.

No método mais simples (melhor solução a cada estágio), partindo-se da configuração existente em um determinado ano, e considerando-se a geração e a demanda do período seguinte apenas escolhe-se a solução de menor custo. Um procedimento alternativo é baseado no seguinte: toma-se entre várias configurações, aquela que minimiza o custo global de longo prazo e não simplesmente o custo da expansão em um estágio. O problema passa a ser então como escolher as várias alternativas a serem analisadas e como avaliar o custo global de longo prazo correspondente a cada uma das alternativas.

O diagrama da Fig. 8.2 sintetiza o procedimento adotado. As decisões são tomadas após uma pesquisa em profundidade na árvore de decisões da Fig. 8.1, em vez de se considerar apenas as condições do período seguinte.

Na leitura de dados são introduzidas as características das linhas, a topologia do sistema e as estimativas para as injeções de potência ativa para todo o período de planejamento considerado. Conhecida a configuração do sistema no ano-I passa-se a determinar a melhor configuração para o ano-I+1. São consideradas três alternativas (este número pode variar). As três alternativas

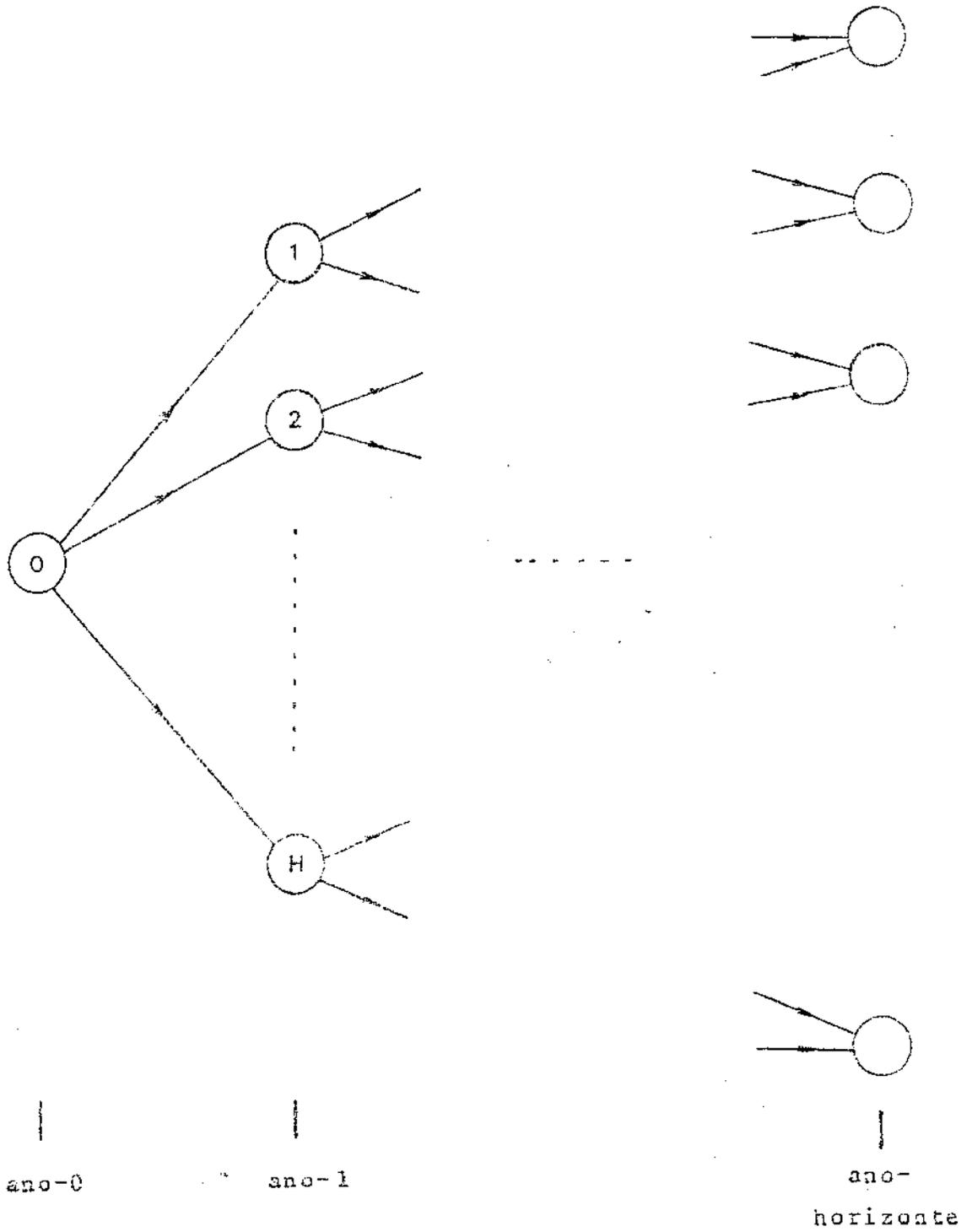


FIG -8.1

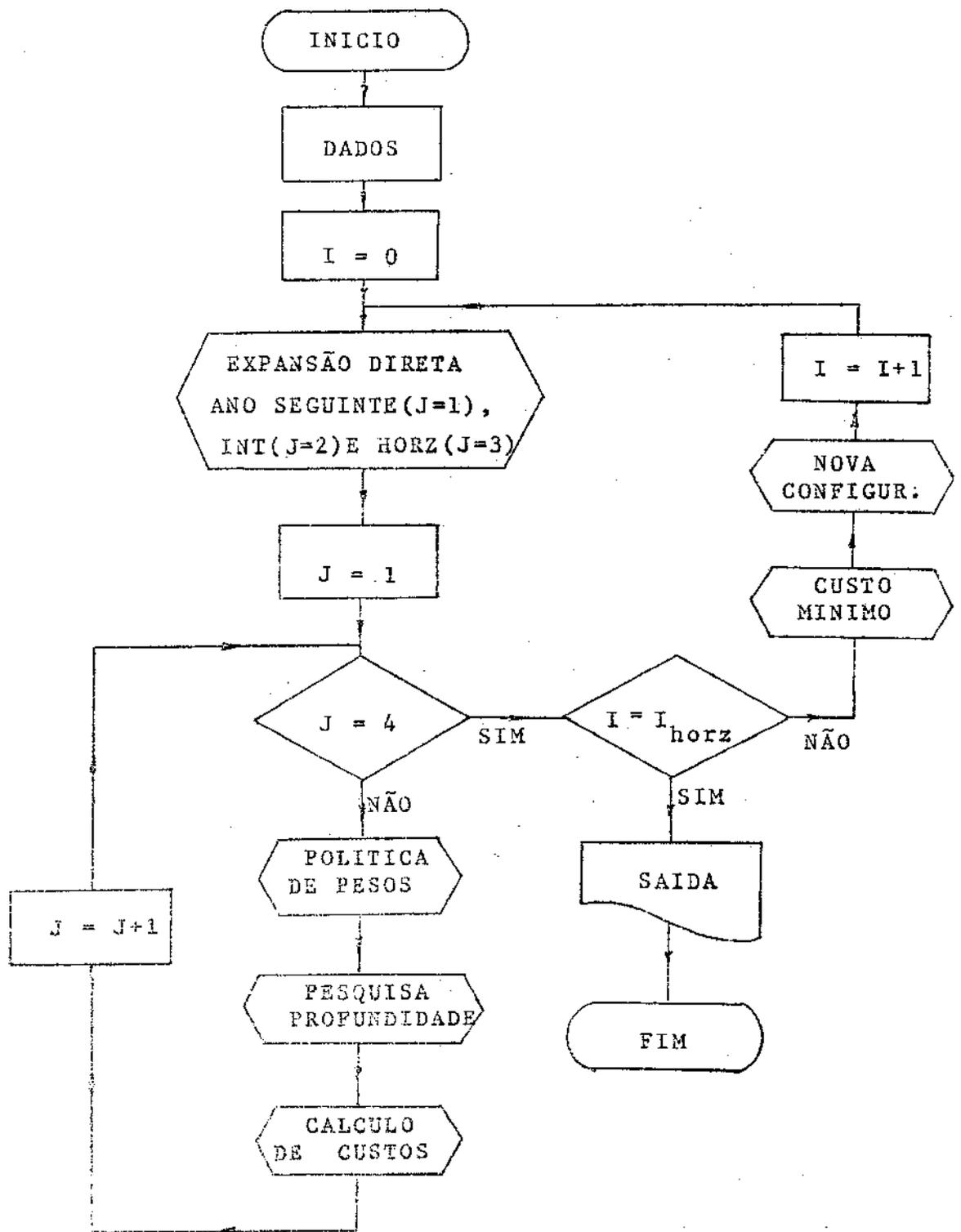


FIG - 8.2

são selecionadas da maneira seguinte: é feita a expansão em um estágio considerando-se as injeções do ano- $I+1$ , de um ano intermediário e do ano horizonte, pelo processo descrito no Capítulo-VII. A partir das soluções obtidas para o ano intermediário e para o horizonte de planejamento duas novas soluções são obtidas para o período  $I+1$  onde, através de uma política de pesos, é dada preferência a adição de linhas que tenham aparecido nas soluções para os anos intermediário e horizonte. A pesquisa em profundidade é feita através do desenvolvimento das três configurações obtidas para o ano- $I+1$  até o ano horizonte e a escolha é feita baseando-se no custo global. Os investimentos são referidos ao ano inicial e é adotada uma taxa de desconto (06). No desenvolvimento das três alternativas são usados dois estágio apenas: um intermediário e o ano horizonte; neste desenvolvimento é usada a solução ótima em cada estágio. Assim é obtida a nova configuração para o ano  $I+1$ . O processo se repete para os anos seguintes.

A heurística apresentada, bem como uma série de outros métodos que podem ser usados, manipula as soluções em um estágio conforme apresentado no capítulo VII. Algumas simplificações podem ser introduzidas na parte referente à pesquisa em profundidade pelo uso das matrizes de sensibilidade (Capítulo-II).

Os dados e resultados referentes ao exemplo estudado estão no Apêndice-3.

## CAPÍTULO - IX

### 9. COMENTÁRIOS

No exemplo estudado nos Apêndices A e B verificou-se uma diferença acentuada entre a capacidade de transmissão do sistema necessária no ano horizonte e as necessidades dos anos intermediários: algumas das adições necessárias nos anos intermediários são dispensáveis no ano horizonte.

Este é um tipo de informação valiosa que a etapa preliminar correspondente ao planejamento de longo prazo pode dar no sentido de que sugere que outros tipos de soluções para as saturações do sistema, que não a adição de novas linhas, devem ser analisadas. Fica clara também a necessidade da coordenação do planejamento do sistema de transmissão com o planejamento global da expansão e da operação dos sistemas elétricos de potência. Entre as outras alternativas que podem ser analisadas em um estudo comparativo de custos estão: remanejamento da geração; compensação; adiantamento no cronograma de construção de novas unidades geradoras; operação com um nível de confiabilidade mais baixo; etc.

Um próximo passo da pesquisa deverá incluir o desenvolvimento de um critério de estabilidade simplificado que permita a cada passo a atualização dos limites de estabilidade. Existe a possibilidade também de ser aperfeiçoado o processo de remanejamento no estudo das contingências bem como a minimização das perdas. As contingências de geração poderão ser introduzidas através de uma generalização do critério de confiabilidade proposto.

## LISTA DE SÍMBOLOS

- A - matriz capacidade do sistema de transmissão - matriz admitância dos nós para o modelo DC.
- B - inversa da matriz capacidade - matriz impedância dos nós para o modelo DC.
- $B_o$  - matriz B orlada - primeira linha e primeira coluna de zeros.
- $B'_o$  - matriz  $B_o$  modificada.
- $\bar{b}_K$  - vetor cujas componentes são os elementos da coluna K da matriz B.
- C - matriz incidência dos nós.
- $\bar{D}$  - vetor cuja componente  $d_j$  é a relação entre a capacidade e o custo da linha que pode ser construída no ramo j
- diag $\gamma$  - matriz cujo elemento  $(j,j)$  da diagonal principal é a capacidade  $\gamma_j$  do ramo j e os elementos  $(i,j)$ ,  $i \neq j$ , são nulos.
- diag $\psi$  - matriz cujo elemento  $(j,j)$  da diagonal principal é a defasagem do ramo-j,  $\psi_j$ , e os elementos  $(i,j)$ ,  $i \neq j$ , são nulos.
- E - conjunto formado pelos números dos nós cujas potências limitas são excedidas.
- $|E|$  - número dos elementos de E.
- $\bar{F}$  - vetor cuja componente  $f_j$  é o Fluxo de potência ativa no ramo j.
- $f_{jp}$  - Fluxo na linha tipo-0 do ramo-j quando o sistema está no estado p.

- $f_j$  - valor esperado para os fluxos  $f_{jp}$  considerados os estados-p,  $p=0, \dots, M+1$ .
- $\bar{F}^*$  - valor ótimo de  $\bar{F}$
- $\text{grad}\beta$  - gradiente de  $\beta(\bar{P})$ .
- $\bar{g}$  - projeção de  $\text{grad}\beta$  em um hiper-plano.
- $g_p$  - componente de  $\bar{g}$ .
- $i$  - Índice para linhas de um ramo.
- $j$  - Índice para ramos.
- $K$  - Índice para barras.
- $l$  - Índice para barras.
- $M$  - número de ramos do sistema.
- $N$  - número de barras do sistema excluída a barra de referência.
- $n_j$  - número de linhas do ramo-j.
- $n$  - contador de iterações.
- $\bar{P}$  - vetor cuja componente  $P_K$  é a injeção líquida de potência ativa da barra  $K$ .
- $P_d$  - potência dissipada - modelo DC.
- $p$  - Índice para barras.
- $\bar{P}_+$  - limite superior para  $\bar{P}$ .
- $\bar{P}_-$  - limite inferior para  $\bar{P}$ .
- $Q_1(\tau)$  - probabilidade de uma linha estar no estado-1 (operando)
- $Q_2(\tau)$  - probabilidade de uma linha estar no estado-2 (falha).

- $Q_p$  - probabilidade do sistema estar no estado-p;  $p=0, \dots, M+1$ .
- $Q_K$  - injeção líquida de potência reativa na barra-K.
- $q$  - índice para barras.
- $r_{Kl}$  - resistência equivalente entre os nós K e l no modelo DC.
- $R$  - índice de confiabilidade.
- $R_{Kl}$  - resistência série do ramo-Kl.
- $sat_{jp}$  - saturação no ramo-j no estado p.
- $S_1$  - matriz sensibilidade -  $\Delta\bar{\psi}=S_1 \Delta\bar{P}$
- $S_2$  - matriz sensibilidade -  $\Delta\bar{\psi}=S_2 \Delta\bar{Y}$
- $S'_2$  - matriz sensibilidade -  $\Delta\bar{\psi}=S'_2 \Delta c_{usto}$
- $t$  - tempo.
- $u$  - função degrau unitário.
- $V_K \underline{Q}_K$  - tensão da barra-K.
- $V_{ji}$  - tensão nominal da linha-i do ramo j.
- $X_{Kl}$  - reatância série do ramo-Kl.
- $Y_K$  - admitância da barra-K para terra.
- $Z_{Kl}$  - impedância série do ramo-Kl.
- $z$  - função objetivo:  $Z=\frac{1}{2} P_d$
- $z'$  - função objetivo modificada.
- $z^*$  - valor ótimo de Z.
- $\beta(\bar{Y}, \bar{P})$  - valor ótimo de Z como função de  $\bar{Y}$  e  $\bar{P}$ .

- $\bar{\gamma}$  - vetor capacidade, cuja componente  $\gamma_j$  é a capacidade do ramo-j.
- $\gamma_{ji}$  - capacidade da linha-i do ramo-j.
- $\delta_{K1}$  - complemento para  $\pi/2$  da fase de  $Z_{K1}$ .
- $\zeta$  - multiplicador de passo.
- $\bar{\theta}$  - vetor cujas componentes  $\theta_K$  são as fases das barras - tensões dos nós no modelo DC.
- $\lambda$  - taxa de falhas.
- $\mu$  - taxa de recuperação.
- $\rho_{K1}$  - módulo de  $Z_{K1}$ .
- $\sigma_1$  - probabilidade de uma linha estar no estado-1 para  $t \rightarrow \infty$
- $\sigma_2$  - probabilidade de uma linha estar no estado-2 para  $t \rightarrow \infty$
- $\phi(\bar{F}, \bar{\theta})$  - função objetivo modificada -  $Z'$ .
- $\bar{\phi}_F$  - gradiente de  $\phi$  em relação a  $\bar{F}$ .
- $\phi_{FF}$  - matriz segunda ordem.
- $\bar{\psi}$  - vetor cuja componente  $\psi$  é o ângulo do ramo j.
- $\bar{\psi}_{LIM}$  - vetor dos ângulos limites.
- $\Omega_K$  - 0 se  $K \notin E$  e  $\theta_K$  se  $K \in E$
- $\nu$  - taxa de falhas por Km.

## BIBLIOGRAFIA

- (01) Jean-Claude Kaltenbach, John Peschon e E. H. Gehrig, "A Mathematical Optimization Technique for the Expansion of Electric Power Transmission Systems", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. PAS - 89, nº 1, pp 113-119, Janeiro 1970.
- (02) M. W. Siddiquee, "Stability Considerations in Transmission System Planning", Technical Memorandum 4, prepared for Bonneville Power Administration, Portland, Oregon (janeiro de 1968).
- (03) M.W. Siddiquee, "Line Outage Analysis in Transmission System Planning", Technical Memorandum 6, prepared for Bonneville Power Administration, Portland, Oregon (fevereiro de 1968).
- (04) Len L. Carver, "Transmission Network Estimation Using Linear Programming", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS 89, nº 7, pp 1688 - 1697, Setembro/Outubro 1970.
- (05) Gonzaga, C.C., "Estudo de Algoritmos de Busca em Gráficos e sua Aplicação a Problemas de Planejamento", Tese de Doutorado, COPPE/URFJ - Outubro, 1973.
- (06) Luis Maurício Leuzinger e Renato R.P. de Carvalho, "Comparação econômica de investimentos em sistemas de Transmissão", Central Elétrica de Furnas S.A., fevereiro, 1970.
- (07) Roy Billinton e Murty P. Bhavaraju, "Transmission Planning Using a Reliability Criterion, Part I : A Reliability Cri-

terion", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-89, nº 1, pp 28-34, Janeiro, 1970.

- (08) Murty P. Bhavaraju e Roy Billinton, "Transmission Planning Using a Reliability Criterion, Part II : Transmission Planning", IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-89, nº1, pp 70-78, Janeiro/Fevereiro, 1971.
- (09) Roy Billington, "Power System Reliability Evaluation". Gardon and Breach, Science Publishers. New York. 1970.
- (10) B. A. Kozlov e I.A. Ushakov "Reliability Handbook", Holt Rinehart and Wiston, Inc. New York. 1970.
- (11) Olvi L. Mangasarian, "Non Linear Programming". McGraw Hill Publishing Company Ltd. New Delhi, 1969.
- (12) R. Boudarel, J. Delmas e P. Guichet. "Command Optimale des Processus". Dunod. Paris, 1968.
- (13) E. Golstein e D. Youdine. "Problemes Particulier de la Programmation Linéaire". Éditions de Moscou. 1973.
- (14) Glenn W. Stagg e Ahmed H. El-Abiad. "Computer Methods in Power System Analysis". McGraw-Hill Book Company. Tokyo. 1968.
- (15) L.L. Garver. "Transmission Estimating Program". Pennsylvania Electric Association. Hagerstown, Md. May, 1972.

- (18) H.E. Brown. "Interchang Capability and Contingency Evaluation by a Z-matrix Method". IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems. Vol. PAS-91, pp 1687, 1968.
- (19) S.T.Y. Lee, K.L. Hickse E. Hnyilicza. "Transmission Expansion by Branch-and-Bound Integer Programming with Optimal Cost". IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems Vol. PAS-93, pp 1390, 1974.
- (20) B.M. Weedy. "Electric Power Systems". John Wiley & Sons. London. 1972.
- (21) Electrical Transmission and Distribution Reference Book. East Pittsburg, Pennsylvania, Westinghouse Electric Corp, 1964.
- (22) G. Hadley, "Linear Algebra", Addison-Wesley Publishing Company, Inc, Reading, Mass, 1961.
- (23) "Advisory committee report no 6: criteria for ac transmission system performance", PPC National Power Survey, pp. 45-47.

APÊNDICE-A

Foi estudada a expansão em um estágio do sistema de transmissão do região Sudeste. A configuração inicial, Fig. A-1, é aquela correspondente ao ano de 1980. A configuração final foi sintetizada de tal forma a atender a demanda prevista para o ano de 1990 (Tabela - B. , Apêndice-B).

Os dados correspondentes aos três tipos de linhas que foram considerados estão na Tabela - A.1. Os dados do sistema estão na Tabela - A.2.

A configuração final obtida está na Fig. A.2.

TIPO	TENSÃO KV	REATÂNCIA $\Omega$ /Km	RESISTÊNCIA $\Omega$ /Km	CUSTO US\$/Km $\times 10^3$	EQUIPAMENTO TERMINAL $10^3 \times$ US\$
1	345	.374	.030	30.0	336.0
2	440	.306	.023	45.0	641.0
3	500	.354	.020	45.0	633.0

Tabela - A.1

RAMO	BI	BF	COMP (KM)	TIPO	NI	$\psi_{LIM}$	NMAX
1	0	1	438	2	4	30.00	1
2	0	3	320	2	4	30.00	1
3	0	4	40	1	1	4.30	3
4	0	9	220	1	3	20.00	3
5	0	5	150	3	1	15.90	3
6	3	4	175	3	1	18.50	3
7	4	9	123	1	1	13.40	3
8	4	5	220	3	1	23.30	3
9	5	9	192	3	1	20.30	3
10	5	7	210	3	1	22.20	3
11	6	7	130	3	2	13.80	3
12	7	8	196	1	2	20.00	3
13	8	10	198	1	2	20.00	3
14	9	10	131	1	2	14.20	3
15	9	12	197	1	2	20.00	3
16	3	16	196	3	2	20.70	3
17	3	17	320	2	2	30.00	1
18	2	3	376	2	2	30.00	1
19	1	2	315	2	4	30.00	1
20	16	17	143	3	1	15.10	3
21	16	18	200	3	1	21.20	3
22	15	16	70	1	1	7.60	3
23	14	15	45	1	1	4.90	3
24	13	14	103	1	1	11.20	3
25	12	14	115	1	1	12.50	3
26	11	12	33	1	1	3.60	3
27	10	12	132	1	1	14.40	3
28	10	11	103	1	1	11.20	3
29	10	20	60	1	1	6.50	3
30	17	18	112	3	1	11.90	3
31	13	18	357	3	1	37.80	3
32	15	19	201	1	1	20.00	3
33	13	19	264	3	1	27.90	3
34	13	21	402	3	2	40.00	3
35	13	20	186	1	2	20,00	3
36	20	21	230	1	3	20,00	3
37	5	6	80	3	1	8.50	3
38	12	13	24	1	1	2.60	3
39	1	3	104	2	1	11.30	1
40	3	9	177	3	1	18.70	3
41	18	19	166	3	1	17.60	3

Tabela - A.2 Características das linhas

Na tabela - A.2 tem-se :

BI - barra inicial;

BF - barra final;

COMP - comprimento do ramo;

TIPO - tipo de linha que pode ser construída no ramo;

NI - número de linhas na configuração inicial;

$\psi_{LIM}$  - ângulo limite;

NMAX - número máximo de linhas que pode ser acrescentado no ramo;

——— 500 kv  
 - - - 440 kv  
 - - - 345 kv

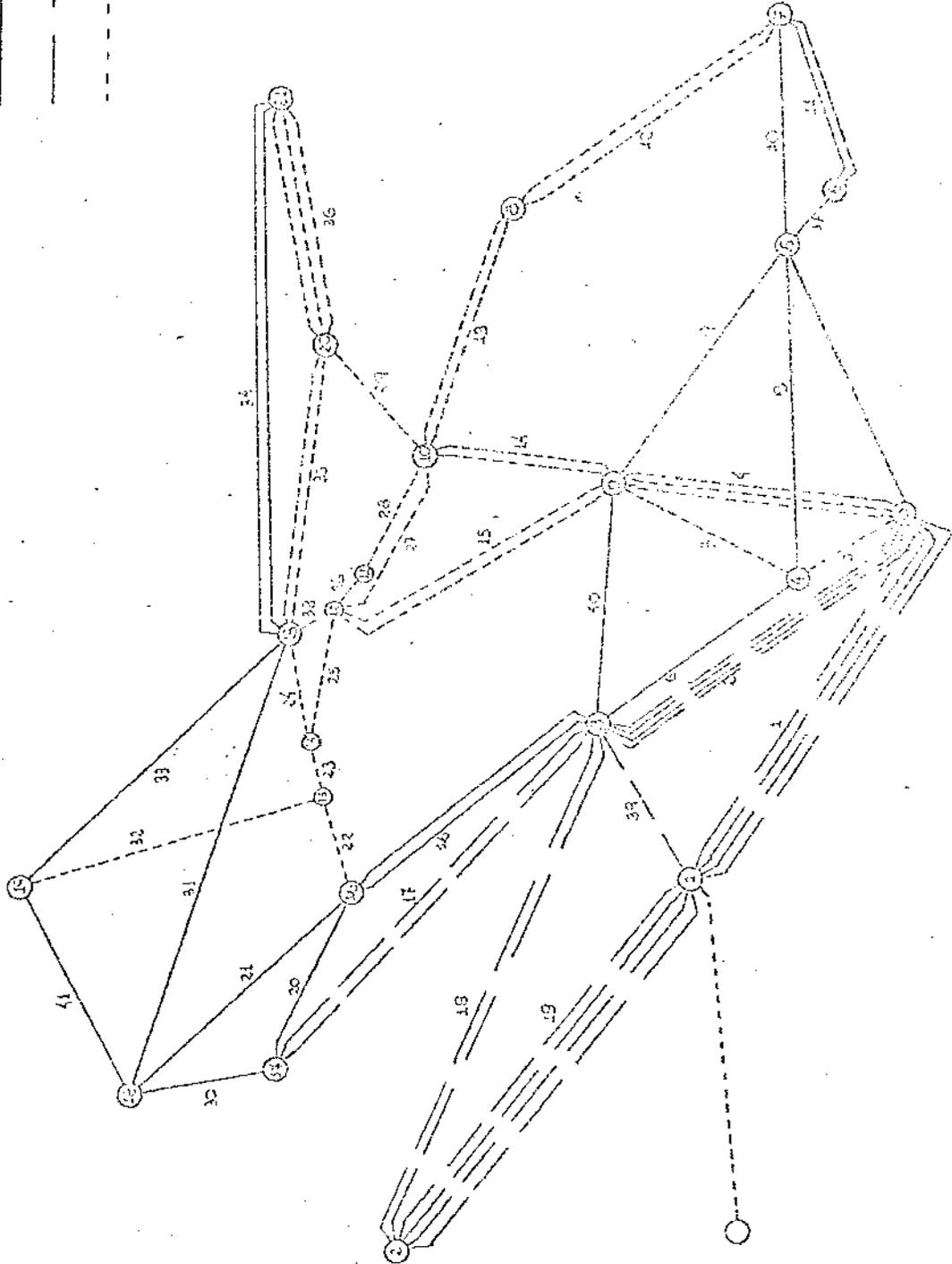


FIG. A-1

——— 500 kv  
 ——— 440 kv  
 - - - - 345 kv

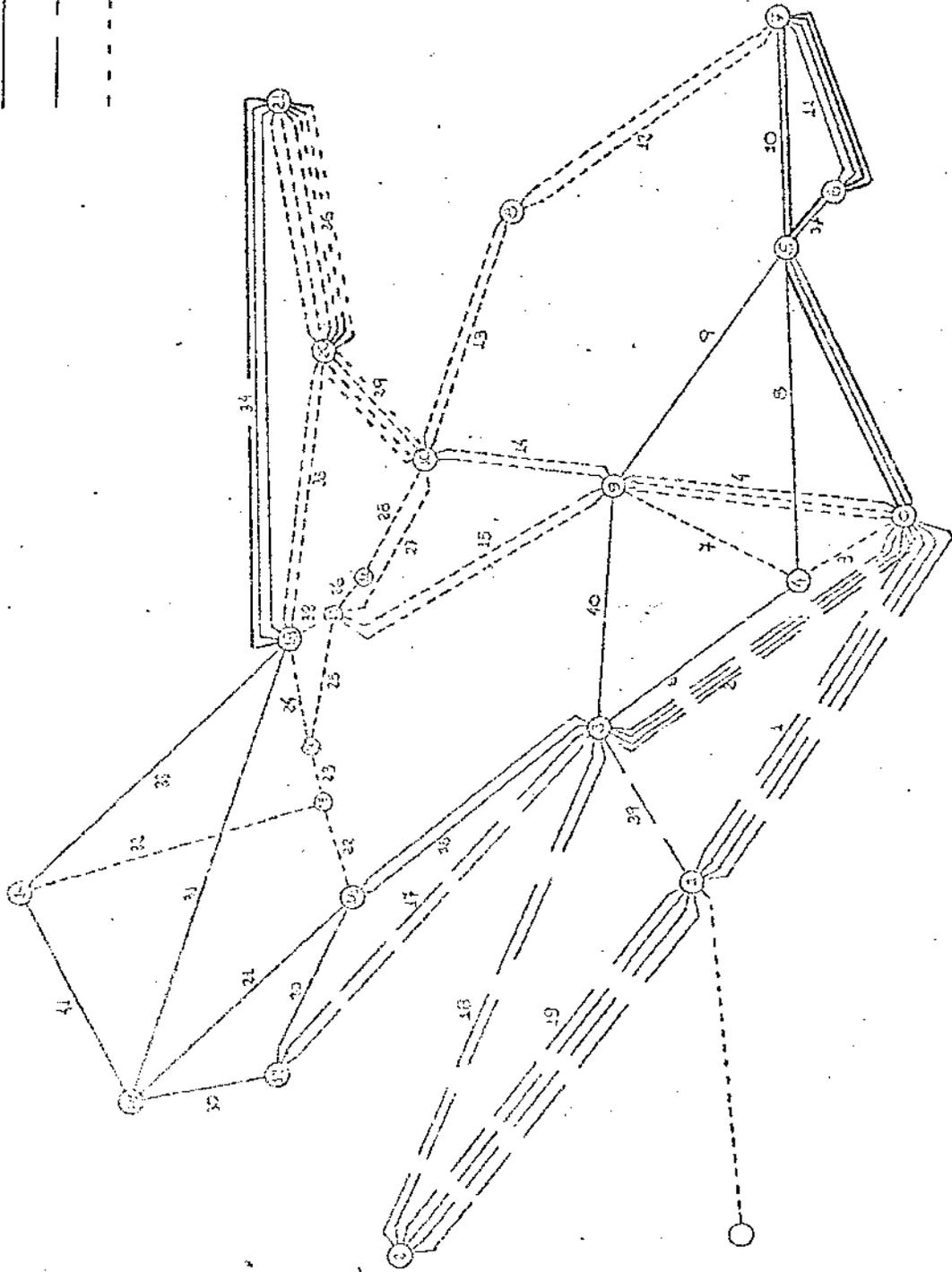


FIG. A.2

APÊNDICE - B

O método de planejamento a longo prazo (vários estágios) foi aplicado ao sistema de transmissão Sudeste para o período de 1980 a 1990.

As injeções estimadas de potência ativa estão na Tabela-B.1. Os dados do sistema e das linhas são os mesmos do Apêndice . A (Tabela - A.2 e Tabela - A.1).

NÓ	1980	1982	1984	1986	1988	1990
1	458	402	309	196	70	-78
2	3067	3578	3616	3608	3458	3315
3	-195	-270	-320	-390	-470	-570
4	-195	-235	-285	-345	-420	-505
5	0	0	0	0	0	0
6	0	523	535	542	1561	2551
7	-2104	-2749	-3541	-4446	-5114	-6451
8	0	0	0	0	0	0
9	-320	-400	-485	-580	-680	-830
10	1057	1083	1108	1121	1100	1084
11	243	283	243	247	240	233
12	891	913	934	945	927	913
13	421	431	441	547	1116	1881
14	363	372	381	385	378	372
15	75	41	47	51	46	41
16	1156	1185	1212	1227	1204	1186
17	949	1168	1195	1209	1186	1168
18	1032	1269	1298	1314	1289	1270
19	320	1366	1223	1019	700	338
20	0	0	0	0	0	0
21	-1805	-2246	-2784	-3407	-4168	-5026
0	-5413	-6664	-5127	-3243	-2423	-892

Tabela - B.1 (Injeções em MW).

——— 500 kv  
 - - - 440 kv  
 - - - 345 kv

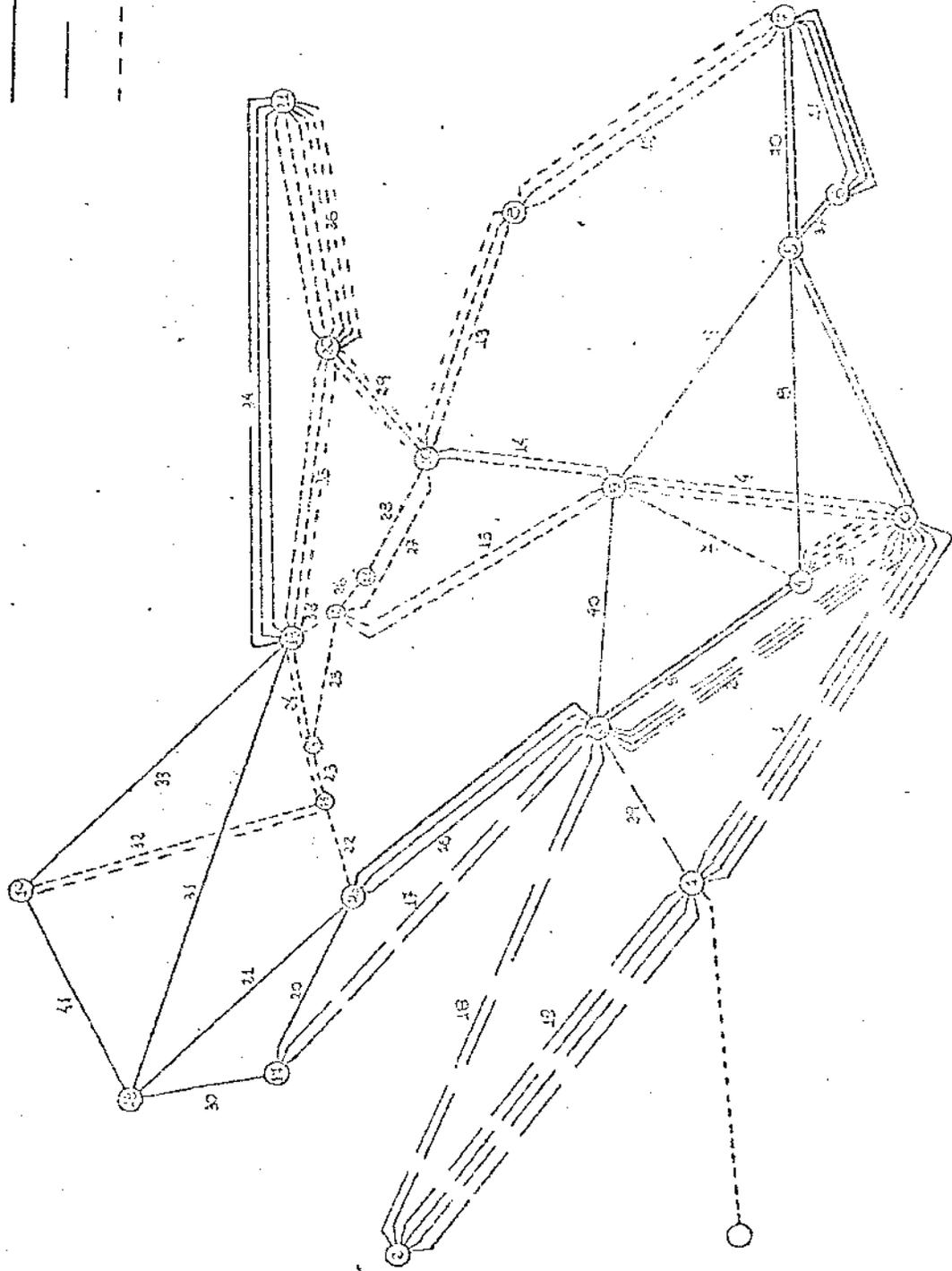


FIG. 5.1

\_\_\_\_\_ 500 kv  
 \_\_\_\_\_ 440 kv  
 - - - - - 345 kv

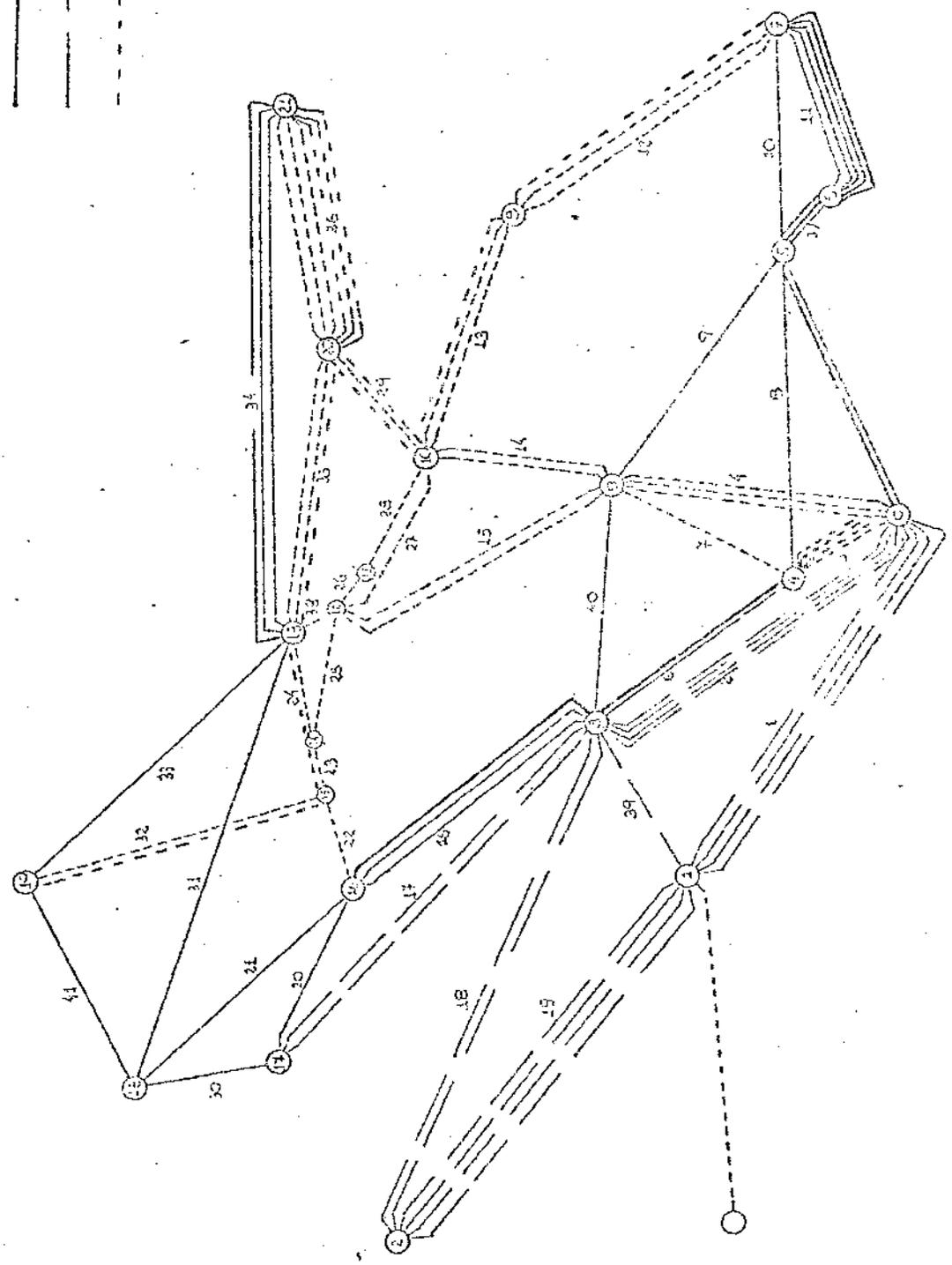


FIG. B.2

A configuração final está representada na FIG-B.1. Na Tabela-B.2 é dada a sequência de adições de linhas, bem como os

ANO	ADIÇÕES	INVESTIMENTO* 10 <sup>3</sup> x US\$
1980	3, 12, 13	15.035
1982	3, 3, 6, 16, 32	24.035
1984	23, 24, 29, 36, 37	13.575
1986	5, 11, 29, 36, 37	15.966
1988	11, 34	11.395
1990	11, 35, 36	7.301

TABELA-B.2

(\*) valor presente de 1980.

investimentos correspondentes. O custo total em construção de linhas e equipamento terminal referido a 1980 é de US\$ 87.307.000

Uma solução alternativa com praticamente o mesmo custo está na Tabela-B.3 e na FIG-B.2.

ANO	ADIÇÕES	INVESTIMENTO* 10 <sup>3</sup> x US\$
1980	3, 12, 13	15.035
1982	3, 3, 6, 16, 32	24.035
1984	23, 24, 29, 36, 37	13.575
1986	5, 10, 11, 29, 36	19.075
1988	34	8.332
1990	11, 35, 36	7.301

TABELA-B.3

(\*) valor presente de 1980