



Universidade Estadual de Campinas
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação
Departamento de Comunicações
DECOM-FEEC-UNICAMP

SISTEMAS FFH-CDMA CODIFICADOS

Autor: Getúlio Antero de Deus Júnior
Orientador: Prof. Dr. Jaime Portugheis

*Tese submetida à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação
da Universidade Estadual de Campinas, para preenchimento dos
pré-requisitos parciais para obtenção do título de
DOUTOR EM ENGENHARIA ELÉTRICA*

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Jaime Portugheis (Orientador) - FEEC/UNICAMP

Prof. Dr. Paul Jean Etienne Jeszensky - POLI/USP

Prof. Dr. Rodrigo Pinto Lemos - EEE/UFG

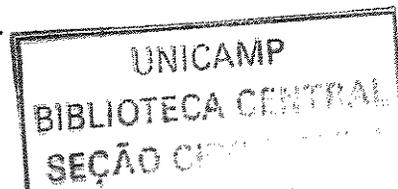
Prof. Dr. Reginaldo Palazzo Júnior - FEEC/UNICAMP

Prof. Dr. Renato Baldini Filho - FEEC/UNICAMP

Prof. Dr. Amauri Lopes - FEEC/UNICAMP

Este exemplar corresponde a redação final da
defendida por GETÚLIO ANTERO DE
DEUS JR. e aprovada pela Comi
Julgada em 21 JUNHO 2002
Jaime Portugheis
Orientador

Campinas, 21 de agosto de 2002.



UNIDADE 70
 Nº CHAMADA T/UNICAMP
D488s
 V _____ EX _____
 TOMBO BCI 51034
 PROC 16.83710 2
 C _____ DX _____
 PREÇO R\$ 11,00
 DATA 27/09/02
 Nº CPD _____

CM00174304-B

IB ID 259198

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
 BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

D488s Deus Júnior, Getúlio Antero de
 Sistemas FFH-CDMA codificados / Getúlio Antero de
 Deus Júnior. --Campinas, SP: [s.n.], 2002.

Orientador: Jaime Portugheis.
 Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas,
 Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação.

1. Rádio - Transmissores e transmissão -
 Desvanecimento. 2. Decodificadores (Eletrônica).
 3. Geradores de código. 4. Teoria da codificação.
 5. Rádio-Receptores e recepção. 6. Redes neurais
 (Computação). 7. Teoria da informação. 8. Variáveis
 aleatórias. I. Portugheis, Jaime. II. Universidade Estadual
 de Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica e de
 Computação. III. Título.

Resumo

Neste trabalho é desenvolvido um estudo sobre um sistema FFH-CDMA cujo receptor de *máxima verossimilhança* (MV) não-quantizado necessita de uma não-linearidade de difícil implementação. Para um sistema FFH-CDMA não-codificado propomos a utilização de um único *perceptron* para a implementação da não-linearidade. Esta proposta demonstrou apresentar degradação desprezível quando comparada ao receptor de MV. O cálculo da probabilidade de erro par-a-par tanto para receptores quantizados quanto para não-quantizados, foi também realizado. Um sistema que utiliza um receptor de MV não-quantizado demonstrou possuir ganho considerável em termos do número de usuários simultâneos quando comparado a um sistema quantizado. Motivados por este fato, realizamos cálculos para a capacidade de canal por dimensão e para a taxa de corte de canal do sistema FFH-CDMA considerado. Os resultados mostraram ganhos significativos do sistema tanto em termos de número de usuários simultâneos, como também em termos de relação sinal-ruído (para a probabilidade e o número de usuários fixados). A partir de uma aproximação para a probabilidade de erro par-a-par, um critério de projeto dos codificadores é proposto. Alguns codificadores convolucionais que se adequam ao critério proposto podem ser encontrados da literatura. Resultados de desempenho obtidos através de simulação e de limitantes superiores para códigos convolucionais terminados encontrados na literatura, mostraram a eficiência do critério de projeto sugerido para os codificadores. A partir das expressões para a taxa de corte de canal pode-se obter valores otimizados para taxas de codificação. Nem todos estes valores se encontram na literatura. Sendo assim, um algoritmo de procura de codificadores foi desenvolvido de acordo com o critério de projeto sugerido. Vários codificadores foram encontrados que podem eventualmente ser utilizados em outras aplicações. Alguns codificadores obtidos comprovam que um sistema FFH-CDMA codificado, com uma treliça de 1024 estados, pode trabalhar bem próximo da taxa de corte de canal.

Abstract

This work presents a study of FFH-CDMA systems whose maximum likelihood (ML) receiver uses a nonlinearity of difficult of implementation. For an uncoded FFH-CDMA system, we propose the use of an unique perceptron to approximate the optimum nonlinearity. The proposed perceptron has performance almost identical to ML detection. An unquantized FFH-CDMA system can support a considerable greater number of simultaneous active users than a quantized FFH-CDMA system. Motivated by this fact, we evaluated the normalized sum capacity and the channel cutoff rate of the considered system. The results have showed expressive gains of an unquantized FFH-CDMA system in terms of number of active users as well as in terms of signal-to-noise ratio. Starting from an approximation of the pairwise error probability, a design criterion is proposed. Performance results obtained through computer simulation and upper bounds for convolutional codes found in the literature, showed the effectiveness of the proposed design criterion. A search algorithm for finding codes based on this criterion was implemented. Some of the coders obtained give evidence that a coded FFH-CDMA system, with a trellis of 1024 states, can work near channel cutoff rate.

Agradecimentos

Em primeiro lugar gostaria de agradecer a toda a minha família, em especial aos meus pais Getúlio e Iranísia, à minha querida esposa Daniela e toda sua família, pelo constante apoio e incentivo ao meu trabalho. Ao meu orientador, Prof. Jaime Portugheis, pelas suas relevantes contribuições, pela constante dedicação e paciência. Aos membros da banca examinadora desta tese. A todos os meus amigos e colegas, que acompanharam e compartilharam continuamente desta minha importante conquista profissional. Agradeço o Conselho Nacional de Pesquisa e Tecnologia (CNPq) pela bolsa de estudos e pelos recursos que financiaram este projeto.

Sumário

Resumo	iii
Abstract	v
Agradecimentos	vii
Sumário	ix
Lista de Figuras	xv
Lista de Tabelas	xxiii
Nomenclatura Matemática	xxvii
1 Introdução	1
1.1 Comunicações móveis digitais	1
1.2 Contexto e objetivos do trabalho	3
1.3 Organização da tese	4
1.4 Principais contribuições	5
2 Preliminares teóricas	7
2.1 Sistemas com espalhamento espectral	7
2.1.1 Modelo de um sistema de comunicação com espalhamento espectral	8

2.1.2	Espalhamento espectral por seqüência direta	9
2.1.3	Espalhamento espectral por saltos em freqüência	10
2.2	Capacidade de canal e codificação	11
2.2.1	Codificação de canal	11
2.2.2	Modelos de canal	12
2.2.3	Capacidade de canal	13
2.2.4	Taxa de corte de canal	14
2.2.5	Uma Expressão Geral para o Cálculo da P_{pp}	15
2.3	Redes neurais artificiais	15
2.3.1	Redes neurais artificiais de camadas múltiplas	16
2.3.2	Funções de ativação	16
2.3.3	Aproximações de funções	18
2.4	Códigos convolucionais	20
2.4.1	O codificador convolucional binário	20
2.4.2	Estrutura dos códigos convolucionais	24
2.4.3	Algoritmo de <i>Viterbi</i>	27
3	Sistemas FFH-CDMA não-codificados	31
3.1	Introdução aos sistemas FFH-CDMA não-codificados	32
3.1.1	Combinador ótimo	35
3.1.2	Receptores FFH-CDMA	37
3.2	Desempenho de receptores FFH-CDMA não-codificados	39
3.2.1	Métodos para o cálculo da P_{pp}	39
3.2.2	Limitante de <i>Chernoff</i>	40
3.2.3	Integração ponto-sela	40
3.2.4	Cálculo numérico através da regra de quadratura <i>Gauss-Chebyshev</i>	41
3.2.5	Simulação computacional para a obtenção da P_{pp}	41

3.2.6	Simulação computacional para a obtenção da P_b	44
3.2.7	Equações características	45
3.2.8	Resultados obtidos	46
3.3	<i>Perceptron</i> para a obtenção da não-linearidade	59
3.3.1	Resultados obtidos	63
3.4	Considerações finais	66
4	Capacidade de sistemas FFH-CDMA	67
4.1	Canal FFH-CDMA quantizado	67
4.1.1	Capacidade de canal por dimensão	68
4.1.2	Taxa de corte de canal	69
4.2	Canal FFH-CDMA não-quantizado	69
4.2.1	Capacidade de canal por dimensão	69
4.2.2	Taxa de corte	70
4.3	Um limitante para a capacidade de canal	71
4.4	Exemplos de comparação para a capacidade	71
4.4.1	Comparação através da capacidade de canal	71
4.4.2	Comparação através de limitantes para a capacidade de canal	76
4.4.3	Comparação através da taxa de corte de canal	81
4.5	Considerações finais	97
5	Proposta de sistemas FFH-CDMA codificados	99
5.1	Sistema de comunicação FFH-CDMA codificado	99
5.1.1	Sistema com conversão <i>bit</i> -símbolo forçada	99
5.1.2	Métrica para conversão <i>bit</i> -símbolo forçada	101
5.2	Nova proposta para um sistema de FFH-CDMA codificado	102
5.2.1	Descrição	102

5.2.2	Crítério de projeto dos códigos	103
5.2.3	métrica para o novo critério de construção dos códigos	109
5.3	Limitantes de desempenho	110
5.4	Resultados obtidos	113
5.5	Considerações finais	122
6	Sistemas FFH-CDMA codificados otimizados	123
6.1	Procura de códigos convolucionais	124
6.1.1	Códigos encontrados	127
6.2	Limitantes de desempenho	127
6.2.1	Sistema FFH-CDMA codificado com $M = 8$ e $L = 4$	127
6.2.2	Sistema FFH-CDMA codificado com $M = 16$ e $L = 9$	134
6.2.3	Sistema FFH-CDMA codificado com $M = 32$ e $L = 6$	140
6.2.4	Outros sistemas FFH-CDMA codificados e otimizados	143
6.3	Considerações finais	146
7	Conclusões	153
7.1	Perspectivas para trabalhos futuros	154
A	Cálculo exato para a P_{pp}	157
B	Regra delta para um <i>perceptron</i>	161
C	Taxa de corte de canal para um receptor MV	163
D	Verificação da conversão para os codificadores	167
D.1	Codificador F_4	167
D.2	Codificador F_5	170
E	Cálculo recursivo para o elemento a_{1j} de $A^{n_{sym}}$	173

<i>SUMÁRIO</i>	xiii
F Limitante superior para a d_{Hamm}	177
G Algoritmo para calcular a d_{Hamm}	179
Referências Bibliográficas	183
Índice Remissivo	186

Lista de Figuras

2.1	Modelo de um sistema com espalhamento espectral.	9
2.2	Modelo do transmissor DS-CDMA.	10
2.3	Modelo do transmissor FH-CDMA.	11
2.4	Sistema de comunicação digital constituído por um canal com entrada e saída discretas, formado pela inclusão do modulador e do demodulador/detector como parte do canal.	11
2.5	Canal simétrico binário. As probabilidades <i>a priori</i> são $1 - q$ e q	12
2.6	Canal não-simétrico binário. As probabilidades <i>a priori</i> são q e $1 - q$	13
2.7	Exemplo de uma RNA com duas camadas escondidas, onde n_{ne} é o valor do número de entradas da rede, n_{nc1} e n_{nc2} o número de neurônios das respectivas camadas escondidas, e n_{ns} o número de neurônios da camada de saída.	17
2.8	Funções de ativação típicas.	19
2.9	Codificador binário (3,1,2).	20
2.10	Codificador binário (5, 3, 1).	22
2.11	Diagrama de estados para o codificador convolucional (3,1,2).	25
2.12	Diagrama de estados particionado para o codificador convolucional (3,1,2).	25
2.13	Diagrama de Treliça do codificador convolucional (3,1,2).	27
3.1	O Receptor FFH-CDMA, onde $f(\cdot)$ é uma não-linearidade.	34

- 3.2 Probabilidade de erro de palavra par-a-par para um sistema FFH-CDMA não-codificado e não-quantizado, cujo receptor utiliza a aproximação por DS, com $M = 32$, $L = 6$ e $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB. 48
- 3.3 Probabilidade de erro de palavra par-a-par para um sistema FFH-CDMA não-codificado e não-quantizado, cujo receptor utiliza a aproximação por DS, com $M = 32$, $L = 6$ e $\frac{E_b}{N_0} = 12,5$ dB. 49
- 3.4 Probabilidade de erro de palavra par-a-par para um sistema FFH-CDMA não-codificado e não-quantizado, cujo receptor utiliza a aproximação por DS, com $M = 16$, $L = 9$ e $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB. 50
- 3.5 Probabilidade de erro de palavra par-a-par para um sistema FFH-CDMA não-codificado e não-quantizado, cujo receptor utiliza a aproximação por DS, com $M = 16$, $L = 9$ e $\frac{E_b}{N_0} = 12,5$ dB 51
- 3.6 Probabilidade de erro de palavra par-a-par para um sistema FFH-CDMA obtida através do método numérico que utiliza a regra *Gauss-Chebyshev* e através de simulação computacional, com $M = 32$, $L = 6$ e $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB. 52
- 3.7 Probabilidade de erro de palavra par-a-par para um sistema FFH-CDMA obtida através do método numérico que utiliza a regra *Gauss-Chebyshev* e através de simulação computacional, com $M = 32$, $L = 6$ e $\frac{E_b}{N_0} = 12,5$ dB. 53
- 3.8 Probabilidade de erro de palavra par-a-par para um sistema FFH-CDMA obtida através do método numérico que utiliza a regra *Gauss-Chebyshev* e através de simulação computacional, com $M = 16$, $L = 9$ e $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB. 54
- 3.9 Probabilidade de erro de palavra par-a-par para um sistema FFH-CDMA obtida através do método numérico que utiliza a regra *Gauss-Chebyshev* e através de simulação computacional, com $M = 16$, $L = 9$ e $\frac{E_b}{N_0} = 12,5$ dB. 55
- 3.10 Probabilidade de erro de *bit* para um sistema FFH-CDMA obtida a partir do cálculo da probabilidade de erro par-a-par através do método numérico que utiliza a regra de *Gauss-Chebyshev* e a partir da simulação da probabilidade de erro de palavra, com $M = 32$, $L = 6$ e $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB. 57

- 3.11 Comparação da probabilidade de erro de *bit* para um sistema FFH-CDMA não-codificado, com $M = 32$, $L = 6$ e $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB, obtido através da simulação da probabilidade de erro de palavra e obtido através da simulação da contagem dos *bits* em erro da palavra recebida com erro. 59
- 3.12 Não-linearidade $f(R)$ para um sistema FFH-CDMA não-codificado, com $M = 16$, $L = 9$ e $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB. 60
- 3.13 Não-linearidade $f(R)$ para um sistema FFH-CDMA não-codificado, com $M = 16$, $L = 9$ e $\frac{E_b}{N_0} = 12,5$ dB. 61
- 3.14 *Perceptron* utilizado para a obtenção da não-linearidade $f(R)$ com apenas uma entrada $x(n)$ e uma saída $y(n)$ 62
- 3.15 *Perceptron* para a obtenção da não-linearidade, $f(R)$, utilizando um pré-processamento e um pós-processamento. 63
- 3.16 Probabilidade de erro de *bit* obtidas através de simulação computacional para um sistema FFH-CDMA não-codificado, com $M = 16$, $L = 9$ e $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB. . . 64
- 3.17 Probabilidade de erro de *bit* obtidas através de simulação computacional para um sistema FFH-CDMA não-codificado, com $M = 16$, $L = 9$ e $\frac{E_b}{N_0} = 12,5$ dB. 65
- 4.1 Modelo de canal não-simétrico binário para um sistema FFH-CDMA quantizado pela regra de DA. As probabilidades *a priori* são $1 - q = 1/M$ e q 68
- 4.2 Capacidade soma normalizada em função da relação sinal-ruído por *chip*, para um sistema FFH-CDMA, com $M = 32$ e $U = 3$ 72
- 4.3 Capacidade soma normalizada em função da relação sinal-ruído por *chip*, para um sistema FFH-CDMA, com $M = 32$ e $U = 10$ 73
- 4.4 Capacidade soma normalizada em função da relação sinal-ruído por *chip*, para um sistema FFH-CDMA, com $M = 32$ e $U = 15$ 74
- 4.5 Capacidade soma normalizada em função da relação sinal-ruído por *chip*, para um sistema FFH-CDMA, com $M = 32$ e $U = 32$ 75
- 4.6 Capacidade soma normalizada em função do número de usuários ativos, U , para um sistema FFH-CDMA, com $M = 32$ e $\frac{E_c}{N_0} = 24,208$ dB. 76

- 4.7 Capacidade soma normalizada em função do número de usuários ativos, U , para um sistema FFH-CDMA, com $M = 32$ e $\frac{E_c}{N_0} = 11,708$ dB. 77
- 4.8 Capacidade soma normalizada em função do número de usuários ativos, U , para um sistema FFH-CDMA, com $M = 64$ e $\frac{E_c}{N_0} = 21,32$ dB. 78
- 4.9 Capacidade soma normalizada em função do número de usuários ativos, U , para um sistema FFH-CDMA, com $M = 256$ e $\frac{E_c}{N_0} = 21,2434$ dB. 79
- 4.10 Limitante para a capacidade de canal, Cap , em função do número de usuários ativos, U , para um sistema FFH-CDMA, com $M = 32$, $L = 6$ e $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB. . . 81
- 4.11 Limitante para a capacidade de canal, Cap , em função do número de usuários ativos, U , para um sistema FFH-CDMA, com $M = 32$, $L = 6$ e $\frac{E_b}{N_0} = 12,5$ dB. 82
- 4.12 Limitante para a capacidade de canal, Cap , em função do número de usuários ativos, U , para um sistema FFH-CDMA, com $M = 64$, $L = 14$ e $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB. . 83
- 4.13 Limitante para a capacidade de canal, Cap , em função do número de usuários ativos, U , para um sistema FFH-CDMA, com $M = 256$, $L = 19$ e $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB. 84
- 4.14 Taxa de corte de canal versus número de usuários ativos para um sistema FFH-CDMA codificado e não-quantizado com dois modelos de canal (R_0^{MV} e R_0^{DS}), e para um sistema codificado e quantizado (R_0^{DA}), com $M = 32$, $L = 6$ e $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB. 88
- 4.15 Taxa de corte de canal versus número de usuários ativos para um sistema FFH-CDMA codificado e não-quantizado com dois modelos de canal (R_0^{MV} e R_0^{DS}), e para um sistema codificado e quantizado (R_0^{DA}), com $M = 32$, $L = 6$ e $\frac{E_b}{N_0} = 12,5$ dB. 89
- 4.16 Taxa de corte de canal versus número de usuários ativos para um sistema FFH-CDMA codificado e não-quantizado com dois modelos de canal (R_0^{MV} e R_0^{DS}), e para um sistema codificado e quantizado (R_0^{DA}), com $M = 64$, $L = 14$ e $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB. 90
- 4.17 Taxa de corte de canal versus número de usuários ativos para um sistema FFH-CDMA codificado e não-quantizado com dois modelos de canal (R_0^{MV} e R_0^{DS}), e para um sistema codificado e quantizado (R_0^{DA}), com $M = 64$, $L = 14$ e $\frac{E_b}{N_0} = 12,5$ dB. 91

- 4.18 Taxa de corte de canal versus número de usuários ativos para um sistema FFH-CDMA codificado e não-quantizado com dois modelos de canal (R_0^{MV} e R_0^{DS}), e para um sistema codificado e quantizado (R_0^{DA}), com $M = 256$, $L = 19$ e $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB. 92
- 4.19 Taxa de corte de canal versus número de usuários ativos para um sistema FFH-CDMA codificado e não-quantizado com dois modelos de canal (R_0^{MV} e R_0^{DS}), e para um sistema codificado e quantizado (R_0^{DA}), com $M = 256$, $L = 19$ e $\frac{E_b}{N_0} = 12,5$ dB. 93
- 4.20 Taxa de corte de canal, R_0^{DS} , versus número de usuários ativos, U , para um sistema FFH-CDMA codificado e não-quantizado, com $M = 32$, $L = 6$ e várias relações sinal-ruído $\frac{E_b}{N_0}$ 96
- 5.1 Diagrama de blocos do transmissor para um codificador convolucional que utiliza uma conversão *bit*-símbolo não casada. 100
- 5.2 Diagrama de blocos para o novo sistema de comunicação FFH-CDMA codificado. 103
- 5.3 (a) Codificador convolucional F_4 , obtido na sua forma original (codificador com realimentação). (b) Codificador convolucional F_4 , obtido na forma direta. 105
- 5.4 Diagrama de treliça para o código convolucional F_4 106
- 5.5 (a) Codificador convolucional F_5 , obtido na sua forma original (codificador com realimentação). (b) Codificador convolucional F_5 , obtido na forma direta. 107
- 5.6 Diagrama de treliça para o código convolucional F_5 108
- 5.7 Probabilidade de erro de *bit* obtidas através de simulação computacional para o receptor de MV não-codificado e através de limitantes de desempenho que utilizam a regra de DS, para um sistema FFH-CDMA não-codificado, com $M = 32$, $L = 6$ e $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB. Os números nas curvas denotam U . (s) denota os resultados obtidos através de simulação computacional e (t) os resultados teóricos. 116
- 5.8 Limitante para a probabilidade de erro de *bit* para um sistema FFH-CDMA não-codificado e codificado que utiliza o codificador F_4 , e que implementa a regra aproximada por DA e DS, com $M = 32$, $L = 6$ e $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB. Os números nas curvas denotam U 120

- 5.9 Limitante para a probabilidade de erro de *bit* para um sistema FFH-CDMA não-codificado e codificado que utiliza o codificador F_4 , e que implementa a regra aproximada por DA e DS, com $M = 32$, $L = 6$ e $\frac{E_b}{N_0} = 12,5$ dB. Os números nas curvas denotam U 121
- 6.1 Taxa do código, r , versus capacidade de usuário normalizada, Ur , para um sistema FFH-CDMA codificado através da regra de DS, com $M = 8$ e $L = 4$, para duas relações sinal-ruído. 132
- 6.2 Probabilidade de erro de *bit* obtida através de limitante, para um sistema FFH-CDMA codificado que utiliza a regra de DS, com $M = 8$, $L = 4$ e $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB. Os números nas curvas denotam U . (s) denota os resultados obtidos através de simulação computacional e (t) os resultados teóricos. Os códigos assinalados com # foram obtidos da literatura. 137
- 6.3 Probabilidade de erro de *bit* obtida através de limitante, para um sistema FFH-CDMA codificado que utiliza a regra de DS, com $M = 8$, $L = 4$ e $\frac{E_b}{N_0} = 12,5$ dB. Os números nas curvas denotam U . (s) denota os resultados obtidos através de simulação computacional e (t) os resultados teóricos. Os códigos assinalados com # foram obtidos da literatura. 138
- 6.4 Taxa do código, r , versus capacidade de usuário normalizada, Ur , para um sistema FFH-CDMA codificado através da regra de DS, com $M = 16$ e $L = 9$, para duas relações sinal-ruído. 140
- 6.5 Probabilidade de erro de *bit* obtida através de limitante, para um sistema FFH-CDMA codificado que utiliza a regra de DS, com $M = 16$, $L = 9$ e $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB. Os números nas curvas denotam U 141
- 6.6 Probabilidade de erro de *bit* obtida através de limitante, para um sistema FFH-CDMA codificado que utiliza a regra de DS, com $M = 16$, $L = 9$ e $\frac{E_b}{N_0} = 12,5$ dB. Os números nas curvas denotam U 142
- 6.7 Taxa do código, r , versus capacidade de usuário normalizada, Ur , para um sistema FFH-CDMA codificado através da regra de DS, com $M = 32$, $L = 6$ e $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB. 143

- 6.8 Probabilidade de erro de *bit* obtida através de limitante, para um sistema FFH-CDMA codificado que utiliza a regra de DS, com $M = 32$, $L = 6$ e $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB. Os números nas curvas denotam U 144
- 6.9 Taxa do código, r , versus capacidade de usuário normalizada, Ur , para um sistema FFH-CDMA codificado através da regra de DS, com $M = 64$, $L = 14$ e $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB. 146
- 6.10 Taxa do código, r , versus capacidade de usuário normalizada, Ur , para um sistema FFH-CDMA codificado através da regra de DS, com $M = 128$, $L = 16$ e $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB. 147
- 6.11 Taxa do código, r , versus capacidade de usuário normalizada, Ur , para um sistema FFH-CDMA codificado através da regra de DS, com $M = 256$, $L = 19$ e $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB. 148
- 6.12 Probabilidade de erro de *bit* obtida através de limitante, para um sistema FFH-CDMA codificado que utiliza a regra de DS, com $M = 64$, $L = 14$ e $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB. Os números nas curvas denotam U 149
- 6.13 Probabilidade de erro de *bit* obtida através de limitante, para um sistema FFH-CDMA codificado que utiliza a regra de DS, com $M = 128$, $L = 16$ e $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB. Os números nas curvas denotam U 150
- 6.14 Probabilidade de erro de *bit* obtida através de limitante, para um sistema FFH-CDMA codificado que utiliza a regra de DS, com $M = 256$, $L = 19$ e $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB. Os números nas curvas denotam U 151
- G.1 Fluxograma do algoritmo para o cálculo da distância de *Hamming* entre símbolos. No algoritmo corrigido por *Larsen*, há um erro gráfico na atribuição marcada com #. 182

Lista de Tabelas

2.1	Funções de ativação típicas utilizadas em RNA's.	18
3.1	Variáveis para o modelo do receptor FFH-CDMA.	35
3.2	Parâmetros para seis sistemas FFH-CDMA.	38
3.3	Algoritmo para a obtenção da VA R_{nl} através de cálculo numérico.	43
3.4	Número de usuários ativos suportados para vários sistemas FFH-CDMA não-codificados, para uma P_b menor ou igual a 10^{-3} , obtida a partir do cálculo da probabilidade de erro de palavra par-a-par através da regra <i>Gauss-Chebyshev</i> , considerando duas relações sinal-ruído.	58
4.1	Comparação da capacidade em termos do número de usuários previstos pelos limitantes de capacidade de canal para três sistemas FFH-CDMA considerados, com modelos de canal quantizado e não-quantizado.	85
4.2	Número máximo de usuários ativos, U , suportados por um sistema FFH-CDMA codificado, com $M = 32$, $L = 6$ e $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB, para dois valores da taxa de corte de canal, R_0 , considerando os três modelos de canal apresentados.	86
4.3	Taxa de corte de canal, R_0^{DS} , versus número de usuários ativos, U , para um sistema FFH-CDMA codificado e não-quantizado, com $M = 32$ e $L = 6$, para várias relações sinal-ruído $\frac{E_b}{N_0}$	94
4.4	Taxa de corte de canal R_0^{DS} versus número de usuários ativos U para um sistema FFH-CDMA codificador e não-quantizado, com $M = 32$ e $L = 6$, para várias relações sinal-ruído $\frac{E_b}{N_0}$ (continuação).	95

5.1	Coeficientes do polinômio enumerador de pesos $T(X)$ para o codificador $(3,1,2)$, com $n_p = 192$ bits/quadro, $n_{tail} = 2$ bits, $n_{cod} = 582$ bits e $n_{sym} = 194$ símbolos.	112
5.2	Parâmetro de projeto para os sistemas FFH-CDMA através dos códigos convolucionais, $n_p = 192$.	114
5.3	Limitantes superiores para a distância de <i>Hamming</i> entre símbolos $d_{Hamming}$, para um CC com taxa $4/5$.	114
5.4	Coeficientes do polinômio enumerador de pesos $T(X)$ para o codificador F_4 (F_5), com $n_p = 192$ bits/quadro, $n_{cod} = 245$ ($n_{cod} = 250$) bits e $n_{sym} = 49$ ($n_{sym} = 50$) símbolos.	118
5.5	Comparação entre os valores de eficiência espectral calculados a partir das curvas para a taxa de corte de canal e dos limitantes da capacidade de canal, para um sistema FFH-CDMA, com $M = 32$ e $L = 6$, para duas relações sinal-ruído.	119
6.1	Algoritmo de busca aleatória para a obtenção de um codificador convolucional (n', k', m') .	125
6.2	Codificadores convolucionais com taxa $k'/3$.	128
6.3	Codificadores convolucionais com taxa $k'/4$.	128
6.4	Codificadores convolucionais com taxa $k'/5$.	129
6.5	Codificadores convolucionais com taxa $k'/6$.	129
6.6	Codificadores convolucionais com taxa $k'/7$.	130
6.7	Codificadores convolucionais com taxa $k'/8$.	130
6.8	Parâmetros de CC's obtidos da literatura padrão para um sistema FFH-CDMA codificado que utiliza o novo critério de construção dos códigos, com $M = 8$ e $L = 4$ e $n_p = 192$.	133
6.9	Limitantes superiores para a distância de <i>Hamming</i> entre símbolos $d_{Hamming}$, para um CC com taxa $1/3$.	133
6.10	Coeficientes do polinômio enumerador de pesos $T(X)$ para o CC $(3,2,2)$ obtido da literatura padrão, para um sistema codificado com $n_p = 192$ bits/quadro, $n_{cod} = 294$ bits e $n_{sym} = 98$ símbolos.	135

6.11	Coeficientes do polinômio enumerador de pesos $T(X)$ para o CC (3,2,2) obtido através da minimização do número de vizinhos, para um sistema codificado com $n_p = 192$ bits/quadro, $n_{cod} = 294$ bits e $n_{sym} = 98$ símbolos.	136
6.12	Eficiência espectral para um sistema FFH-CDMA codificado e não-quantizado que utiliza a regra de DS, com $M = 16$ e $L = 9$, para duas relações sinal-ruído.	139
6.13	Taxa de código r obtida na otimização da eficiência espectral para três sistemas considerados.	145
D.1	Representação polinomial para o codificador F_4 dado na sua forma original realimentada e na sua forma direta.	169
D.2	Representação polinomial para o codificador F_5 dado na sua forma original realimentada e na sua forma direta.	171

Nomenclatura Matemática

A menos que referência contrária seja fornecida, os símbolos matemáticos abaixo possuem os seguintes significados:

W	Largura de faixa.
R	Taxa de informação.
GP	Ganho de processamento.
q	Probabilidade <i>a priori</i> .
n'	Número de <i>bits</i> na saída do codificador.
k'	Número de <i>bits</i> na entrada do codificador.
m'	Número de estágios dos registradores de deslocamento.
ntm	Número total de registradores de deslocamento.
r	Taxa do código.
n_{ne}	Número de entradas da rede neural artificial.
n_{nc1}, n_{nc2}	Número de neurônios das respectivas camadas escondidas.
n_{ns}	Número de neurônios da camada de saída.
$\varphi(x)$	Função de ativação.
\mathbf{G}	Matriz geradora.
$T(X)$	Polinômio enumerador de pesos.
d_{free}	Distância livre de um código convolucional.
$d_{Hamming}$	Distância de <i>Hamming</i> entre símbolos.
U	Número de usuários ativos.
J	Número de usuários interferentes.
R_b	Taxa da fonte.
K	Número de <i>bits</i> por palavra.
L	Número de ramos de diversidade.

T	Duração da palavra.
T_c	Duração do <i>chip</i> .
$1/T_c$	Espaçamento dos canais.
N	Número de canais.
M	Número de palavras.
E_b	Energia média por <i>bit</i> .
E_c	Energia média por <i>chip</i> .
N_0	Densidade unilateral de ruído.
$\frac{E_b}{N_0}$	Relação sinal-ruído.
$\frac{E_c}{N_0}$	Relação sinal-ruído por <i>chip</i> .
d	Relação ruído-sinal por <i>chip</i> .
α_{nl}	Variável aleatória com densidade <i>Rayleigh</i> .
ϕ_{nl}	Variável aleatória com densidade uniforme.
κ_{nl}	Variável aleatória com densidade Gaussiana, $G(0, \frac{d}{2})$.
λ_{nl}	Variável aleatória com densidade Gaussiana, $G(0, \frac{d}{2})$.
Γ_{nl}	Variável aleatória com relação sinal-interferência no nl -ésimo <i>chip</i> .
ξ_{nl}	Variável aleatória com densidade Gaussiana, $G(0, \frac{\Gamma_{nl}}{2})$.
η_{nl}	Variável aleatória com densidade Gaussiana, $G(0, \frac{\Gamma_{nl}}{2})$.
$\Phi(s)$	Função característica.
$p(R_{nl} m)$	Função densidade de probabilidade.
$P(R_{nl} m)$	Função distribuição de probabilidade.
$f(R)$	Não-linearidade ótima.
P_{pp}	Probabilidade de erro de palavra par-a-par.
P_p	Probabilidade de erro de palavra.
\mathcal{U}	Variável aleatória com densidade uniforme.
P_b	Probabilidade de erro de <i>bit</i> .
P_D	Probabilidade de apagamento.
P_I	Probabilidade de inserção.
R_0	Taxa de corte de canal.
$I(x; y)$	Informação mútua.
Cap	Capacidade de canal.
Cap_{max}/U	Capacidade de canal por dimensão.
n_p	Número de <i>bits</i> de um quadro.

n_{tail}	Número de <i>bits</i> de terminação.
n_s	Número de <i>bits</i> de preenchimento.
n_{cod}	Número de <i>bits</i> que saem do codificador.
$R_{CO}^{(eff)}$	Taxa efetiva do código convolucional.
η	Eficiência espectral.
\mathbf{R}	Matriz recebida.
$M(\mathbf{R} m)$	Métrica do ramo.
$P_p^{(c)}$	Probabilidade de erro de símbolo de palavra.
$P_b^{(c)}$	Limitante de probabilidade de erro de <i>bit</i> .
U_r	Capacidade de usuários normalizada.

Capítulo 1

Introdução

1.1 Comunicações Móveis Digitais

ATUALMENTE é inegável que vivemos na era do desenvolvimento das comunicações móveis digitais. Não obstante, este desenvolvimento apenas será possível de ser concretizado através do uso de tecnologias de transmissão digital cada vez mais sofisticadas. O estudo das características da transmissão digital móvel significa, quase sempre, um estudo de diferentes aspectos da implantação de uma rede de comunicação sem fio. A Teoria da Informação moderna consegue prover algumas ferramentas de análise de uma rede de comunicação sem fio: o estudo dos canais de múltiplos usuários e o estudo de diferentes modelos de canais com desvanecimento. A sugestão de técnicas extremamente eficientes de codificação/modulação e decodificação/demodulação para canais de múltiplos usuários como também para canais com desvanecimento são dois aspectos de fundamental importância para o desenvolvimento de transmissão de um sistema de comunicação móvel sofisticado. Muitas propostas de sistemas de telefonia já foram testadas na prática, outras estão em fase experimental de pesquisa. A elevada demanda para os serviços de telecomunicações é uma forte razão para o esforço de prover avanços nesta linha de pesquisa tão atrativa economicamente e tecnologicamente.

No Brasil, as operadoras de serviço móvel digital celular concentram sua ação no melhor aproveitamento de suas plantas, principalmente em novos serviços, ou no melhoramento dos já existentes. Entretanto, numa visão muito otimista, a tecnologia para os sistemas de quarta geração, deverá ser modificada radicalmente para o atendimento de novos serviços ou então,

deverá ser no mínimo modificada para uma implementação de novos serviços via *software*. Em especial, os sistemas que utilizam uma técnica de acesso múltiplo por divisão de código, CDMA (do inglês, *Code Division Multiple Access*) através da tecnologia de espalhamento espectral, tem sido foco de estudos por vários pesquisadores demonstrando algumas propriedades vantajosas em comunicações móveis e redes locais. Sem dúvida, a grande capacidade de rejeição da interferência multipercurso e a capacidade de aceitação de um aumento contínuo no número de usuários ativos são algumas destas propriedades. Estas propriedades, com certeza fazem do CDMA um forte candidato a se tornar a tecnologia de quarta geração.

A técnica mais comum para se gerar sinais espalhados no espectro CDMA é conhecida como seqüência direta (DS) (do inglês: *Direct sequence*). Neste caso, o *bit* de informação é multiplicado diretamente por uma seqüência pseudo-aleatória de taxa muitas vezes superior à taxa de *bit*, de tal forma que o sinal transmitido possui uma largura de faixa significativamente elevada. Na recuperação do sinal originado da fonte, multiplica-se o sinal recebido, composto dos sinais de todos os usuários, pela seqüência pseudo-aleatória do usuário cuja informação se deseja recuperar. Caso a correlação entre a seqüência do usuário desejada e as seqüências dos outros usuários seja a mínima possível, a multiplicação dos sinais destes usuários pela seqüência original resultará em um sinal de média aproximadamente nula, que para o sinal em recuperação será considerado como interferência. Deste modo, parte da porção da potência dos sinais interferentes será introduzida na faixa do sinal original. Um problema do canal reverso (transmissão do móvel para a estação rádio-base) é conhecido por *próximo versus distante*, que consiste na potência recebida dos usuários próximos à estação rádio-base se tornar bem maior do que a dos usuários distantes acentuando o grau de interferência. Este problema pode ser resolvido utilizando um algoritmo de controle de potência, em muitos casos, bastante complexo.

Uma outra técnica de espalhamento espectral para implementação de um sistema de comunicação móvel utilizando tecnologia de acesso CDMA é a técnica de espalhamento por salto em frequência (FH) (do inglês: *Frequency Hopping*). A diferença fundamental entre um sistema FH-CDMA e um sistema DS-CDMA está na ocupação de frequência. Um sistema DS-CDMA ocupa toda a largura de faixa W , para transmitir seus sinais durante um intervalo de transmissão. Em um sistema FH-CDMA, a largura de faixa é subdividida em subfaixas nem sempre contíguas, onde o sinal transmitido ocupa uma ou mais subfaixas durante a transmissão, permitindo assim, uma maior liberdade de escolha onde o espectro já está congestionado. Para uma melhor compreensão, suponha que um sistema FH-CDMA

está transmitindo em uma determinada subfaixa $W_1 \ll W$, durante o primeiro intervalo de *chip* $T_c \ll T$. Um sistema DS-CDMA transmitindo no mesmo intervalo de *chip*, espalha a potência do sinal transmitido em toda a largura de faixa resultando em uma potência transmitida na subfaixa W_1 menor do que em um sistema FH-CDMA. Vale ressaltar que ambos os sistemas transmitirão a mesma potência em toda a largura de faixa W . Por este motivo, um sistema FH-CDMA é resistente ao desvanecimento seletivo em frequência e também imune ao problema *próximo versus distante*.

Em um sistema FFH-CDMA (do inglês: *Fast FH-CDMA*), dois tipos de esquemas de modulação são normalmente utilizados: o OOK multinível (do inglês: *Multilevel On-Off Keying*) e o M -FSK multi-nível (do inglês: *Multilevel Frequency Shift Keying*). Nestes dois esquemas de modulação é importante analisar e comparar a capacidade de informação, isto é, dada uma largura de faixa fixa, qual esquema pode transmitir a informação mais eficientemente num sistema de saltos rápidos em frequência. Estudos realizados por *Goh* e *Mariè* mostraram que a capacidade de informação de um sistema utilizando a modulação OOK é maior do que um sistema utilizando a modulação M -FSK. Em um canal sem ruído, onde somente a interferência provocada pelos usuários causa degradação do sistema, a capacidade de informação utilizando a modulação *on-off* é praticamente o dobro da capacidade de um sistema com modulação FSK [14]. Motivados pelos resultados apresentados por *Goh* e *Mariè*, este trabalho utiliza um sistema FFH-CDMA com múltiplo chaveamento de deslocamento em frequência modelado e proposto por *Yue* em [29] e [30]

1.2 Contexto e Objetivos do Trabalho

O aumento do número de usuários em um sistema CDMA implica no aumento da interferência, de forma que o sistema é limitado em número de usuários. Nos últimos anos, alguns estudos com o objetivo de se diminuir o grau da interferência do sistema e aumentar a eficiência espectral foram realizados[12].

Sistemas de comunicações modernos utilizam códigos de bloco derivados de treliças terminadas de codificadores convolucionais. A motivação para este estudo reside no fato de que o codificador convolucional com terminação determina um codificador mais simples para o código de bloco resultante e também sugere o uso da decodificação através da aplicação à treliça terminada do algoritmo de *Viterbi*. Assim, o objetivo deste trabalho é identificar,

discutir e propor novas soluções para a implementação de um sistema FFH-CDMA codificado que apresenta um aumento considerável na eficiência espectral. Definimos basicamente cinco aspectos de importância para o estudo: comparação do desempenho de sistemas FFH-CDMA não-codificados tanto teórica como de simulação computacional; estimação da capacidade destes sistemas através da capacidade de canal e da taxa de corte de canal; proposta de sistemas FFH-CDMA codificados; análise de desempenho através de limitantes superiores da probabilidade de erro; procura de sistemas FFH-CDMA codificados otimizados.

1.3 Organização da Tese

No Capítulo 2 apresentamos conceitos preliminares sobre sistemas de espalhamento espectral, teoria de informação, redes neurais artificiais e códigos convolucionais. Já no Capítulo 3, é apresentado um estudo básico do sistema FFH-CDMA não-codificado proposto por Yue [29] , [30] que será utilizado neste trabalho. Neste capítulo, também apresentamos três métodos para a obtenção da probabilidade de erro de palavra par-a-par. Apenas um destes métodos foi utilizado em [29] e [30]. Propomos ainda, a implementação do receptor que foi usada regra de detecção por máxima verossimilhança através de um único *perceptron*.

No Capítulo 4 propomos um método para o cálculo da capacidade efetiva de canal por dimensão e para a taxa de corte de canal. Propomos ainda um limitante superior para a capacidade de canal. Os resultados apresentados através dos cálculos do limitante superior da capacidade de canal e da taxa de corte de canal, indicam os benefícios do uso de sistemas FFH-CDMA codificados que utilizam saídas não-quantizadas dos detectores de energia do receptor.

Apresentamos no Capítulo 5 uma nova proposta para o sistema FFH-CDMA codificado. A partir de uma aproximação para a probabilidade de erro par-a-par, um critério de projeto dos codificadores é sugerido. Um método para a obtenção do limitante de desempenho para a probabilidade de erro também é apresentado neste capítulo. Tanto os resultados de desempenho obtidos através de simulação computacional, bem como, através do limitante de desempenho, mostraram a eficiência do novo critério de projeto sugerido para os codificadores.

No Capítulo 6 desenvolvemos um algoritmo para procura de códigos baseado na minimização do número de vizinhos do espectro de pesos de um código com comprimento curto. Várias classes de códigos foram encontradas com o algoritmo de procura aleatória de

códigos. O desempenho destes códigos através de limitantes da probabilidade de erro, obtidos para vários sistemas FFH-CDMA codificados e otimizados, também é apresentado neste capítulo. Desenvolvemos ainda uma otimização fundamentada na maximização da capacidade de usuário normalizada em função da taxa do código. Vários resultados foram obtidos através de limitantes da probabilidade de erro. Os resultados comprovaram que um sistema FFH-CDMA codificado pode trabalhar bem próximo da taxa de corte de canal.

Por fim, no Capítulo 7 são apresentadas as conclusões que foram obtidas com o estudo e perspectivas de trabalhos futuros.

1.4 Principais Contribuições

As seguintes contribuições são feitas nesta tese:

- * Propomos a construção de receptores FFH-CDMA não-codificados que utilizam a regra ótima através de um único *perceptron*.

- * Além do método proposto por *Yue* [29], [30] para o cálculo da probabilidade de erro par-a-par baseado na equação característica do canal, propomos ainda o cálculo através de dois métodos.

- * Derivamos cálculos para a taxa de corte de canal e para a capacidade de canal normalizada de um sistema FFH-CDMA. Também propomos um limitante para a capacidade de canal, baseado no cálculo da capacidade por dimensão. Os cálculos para a capacidade por dimensão sugerem que a quantização geralmente leva a uma degradação de capacidade não desprezível. Os resultados dos cálculos para a capacidade de canal e para a taxa de corte de canal, mostraram que um sistema codificado e não-quantizado, trabalhando próximo da taxa de corte de canal pode trazer ganhos de capacidade significativos, isto é, ganhos em termos do número de usuários simultâneos no sistema.

- * Sugerimos um novo critério de projeto para os codificadores de um sistema FFH-CDMA codificado. O novo sistema de comunicação está baseado na utilização de codificadores que utilizam códigos convolucionais com a maior distância de *Hamming* entre símbolos possível através da conversão símbolo-casada. Este novo sistema de comunicação proposto é bastante atrativo, pois não necessita do bloco de entrelaçador e do bloco de *bits* de preenchimento, além é claro, de possuir um desempenho superior ao de um sistema de comunicação

proposto na literatura.

* Derivamos limitantes teóricos para a probabilidade de erro para um sistema FFH-CDMA codificado que utiliza a conversão símbolo-casada. Mostramos através de simulação computacional a coerência dos resultados dos limitantes superiores. Em especial, todos os resultados de desempenho obtidos através de simulação computacional, bem como, através do limitante de desempenho, mostraram a eficiência do novo critério de projeto sugerido para os codificadores.

* Propomos uma busca aleatória de uma classe de códigos convolucionais que satisfazem o novo critério de construção dos códigos. Várias classes de códigos foram encontradas com o algoritmo de procura aleatória de códigos. Resultados encontrados através de limitantes de desempenho foram obtidos, validando a aplicação dos novos códigos para um sistema FFH-CDMA codificado. Sobretudo, as classes de códigos encontradas podem ser utilizadas em outras aplicações em que o critério da distância de *Hamming* também é importante.

* Com o objetivo de atingir uma melhor eficiência espectral, sugerimos uma otimização da taxa de código para um sistema FFH-CDMA codificado. O método consiste na otimização da taxa de código, r , através da maximização da capacidade de usuário normalizada Ur , em função da taxa do código r (maximização da eficiência espectral). Os resultados encontrados através da otimização da taxa de código constituem uma ferramenta estratégica para a indicação da taxa de código que deverá ser utilizada por um sistema FFH-CDMA codificado.

* Os resultados parciais da tese foram publicados em [6], [7], [8] e [9].

Capítulo 2

Preliminares Teóricas

Este capítulo apresenta os conceitos teóricos preliminares necessários para um boa compreensão do conteúdo deste trabalho. Inicialmente são apresentados conceitos sobre sistemas de comunicações com espalhamento espectral. Em seguida, utilizando modelos de canais discretos sem memória básicos, o conceito de codificação e decodificação de canal é apresentado, incluindo os cálculos para a obtenção da capacidade de canal e da taxa de corte de canal. É apresentado também neste capítulo, o uso de redes neurais artificiais (RNA's) utilizando *perceptrons* como aproximador universal de funções. Por fim, uma breve introdução à teoria de códigos convolucionais é apresentada no final do capítulo.

2.1 Sistemas com Espalhamento Espectral

SISTEMAS com espalhamento espectral apresentam uma multiplicidade de benefícios simultâneos. Alguns destes benefícios são: capacidade de anti-interceptação; capacidade de anti-interferência; baixa probabilidade de interceptação; alta faixa de resolução; “tempo universal exato”.

Desde as primeiras utilizações para fins militares, os sinais espalhados espectralmente em comunicações digitais têm por característica uma largura de faixa, W em Hz, muito maior do que a taxa de informação R em *bits/s*, onde geralmente W independe de R . Neste contexto, podemos então definir o ganho de processamento, ou a largura de faixa através da

expressão dada por

$$GP = \frac{W}{R}. \quad (2.1)$$

Uma outra importante característica na implementação dos sinais espalhados espectralmente é o emprego da pseudo-aleatoriedade, a qual faz com que o sinal venha a se parecer com um ruído aleatório, dificultando a demodulação por outros receptores espíões. Não é por acaso que as primeiras aplicações deste sinais espalhados fossem direcionadas para o uso militar.

Um dos benefícios do espalhamento espectral é a possibilidade dos usuários compartilharem um mesmo canal para transmissão da informação, técnica conhecida como *Acesso Múltiplo por Divisão de Código* (CDMA). Nos sistemas de telefonia celular, vários usuários compartilham a mesma largura de faixa e os mesmos intervalos de tempo. Assim, os sinais dos usuários ativos no sistema estão fortemente influenciados pela interferência multi-usuários. Os usuários podem transmitir informações simultaneamente para seus respectivos receptores. Cada um dos usuários utiliza um código distinto para a codificação e decodificação de suas respectivas seqüências de informações, sendo que os sinais transmitidos neste espectro comum podem ser distinguidos pelos seus respectivos códigos e/ou seqüências pseudo-aleatórias. Desta maneira, um receptor específico pode recuperar a informação transmitida conhecendo o código e/ou a seqüência pseudo-aleatória do transmissor.

2.1.1 Modelo de um sistema de comunicação com espalhamento espectral

A Figura 2.1 apresenta o diagrama de blocos de um sistema de comunicação com espalhamento espectral. Os elementos básicos para o sistema com espalhamento espectral são: o codificador; o modulador/espalhador; o decodificador; e o demodulador/desespalhador. Os blocos do espalhador e do desespalhador consistem de dois geradores idênticos de seqüência aleatória que fazem interface com o modulador na transmissão e com o demodulador na recepção. Os geradores geram uma seqüência aleatória que é somada com o sinal no modulador e retirada do sinal recebido no demodulador. Assim, podemos perceber que é necessário um sincronismo dos geradores da seqüência aleatória para a demodulação do sinal.

Basicamente, dois tipos de modulação podem ser utilizadas neste sistema: a modulação PSK e a modulação FSK. Usualmente, a modulação PSK é utilizada para aplicações onde a

coerência de fase entre o sinal transmitido e recebido é necessária para longos intervalos de tempo. Por outro lado, a modulação FSK é geralmente utilizada quando a coerência de fase não pode ser mantida temporalmente no canal de comunicação. O uso da modulação PSK juntamente com *seqüências pseudo-aleatórias* é chamada de seqüência direta (DS). Quando utilizada em associação com a modulação FSK binária ou M -ária ($M > 2$), a seqüência aleatória escolhe a freqüência a ser transmitida pseudo-aleatoriamente. Neste caso, o sinal resultante é chamado *salto em freqüência* (FH).

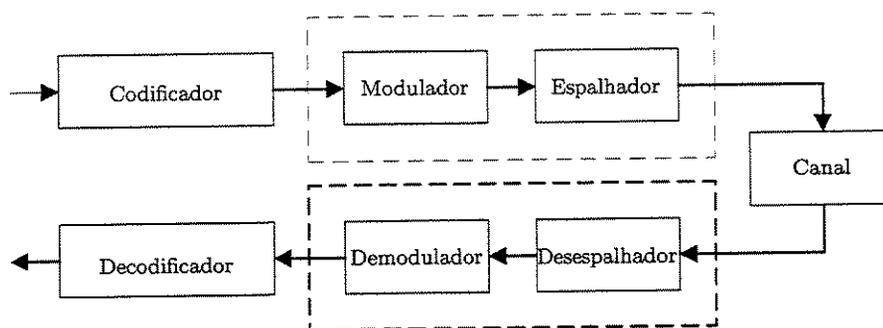


Figura 2.1: Modelo de um sistema com espalhamento espectral.

2.1.2 Espalhamento espectral por seqüência direta (DS-CDMA)

A técnica DS-CDMA pode ser implementada em sistemas de comunicação digital para reduzir os efeitos devidos à interferência de outros usuários. A seqüência pseudo-aleatória possui uma taxa superior à taxa de *bits* original. Assim, a interferência da correlação cruzada do sinal recebido de faixa estreita com uma réplica da seqüência pseudo aleatória PN reduz o nível de interferência na faixa de freqüência ocupada pelo sinal PN. Deste modo, a interferência é distribuída de forma equivalente em um nível baixo de ruído apresentando um espectro relativamente plano.

A Figura 2.2 apresenta a implementação do transmissor de um sistema usando a técnica DS-CDMA. A entrada pode ser binária ou bipolar. No caso de uma entrada binária, o gerador de seqüência aleatória gera uma seqüência binária que é então multiplicada pelo sinal na entrada do transmissor. Por outro lado, para uma entrada bipolar, uma soma módulo-2 com a seqüência de entrada deverá ser realizada no transmissor.

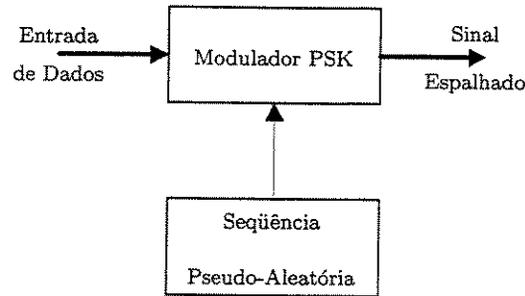


Figura 2.2: Modelo do transmissor DS-CDMA.

2.1.3 Espalhamento espectral por saltos em frequência (FH-CDMA)

Em um sistema FH-CDMA, a portadora é chaveada para uma nova frequência (salto em frequência) ocupando um novo *slot* de frequência da largura de faixa, denotada por B , em Hz. Esta é uma pequena fração da largura de faixa total do espectro de espalhamento, denominado por W , em Hz, onde $B < W$. A frequência do sinal de informação modulado muda periodicamente. Assim, durante um intervalo de transmissão, o sinal transmitido ocupa um dos *slots* de frequência disponíveis. Depois deste intervalo de tempo o sinal salta para outro *slot* de frequência, podendo permanecer no mesmo *slot*. A escolha dos *slots* a cada intervalo de tempo de transmissão é feita de acordo com a seqüência pseudo-aleatória.

A estrutura do sintetizador de frequências está baseada na taxa da seqüência pseudo-aleatória PN. Se uma seqüência PN possui uma taxa muitas vezes superior à taxa de *bits* de informação, com $B \ll W$, tem-se a implementação de um sistema FFH-CDMA. Assim, cada *bit* é transmitido em diferentes frequências durante o intervalo de transmissão T . Por outro lado, se a seqüência PN possui uma taxa inferior à taxa de *bits* de informação, com $B < W$, tem-se a implementação de um sistema SFH-CDMA (do inglês: *Slow FH-CDMA*). Neste último caso, muitos símbolos são transmitidos em um mesmo intervalo de salto. A Figura 2.3 apresenta o diagrama de blocos de um transmissor FH-CDMA.

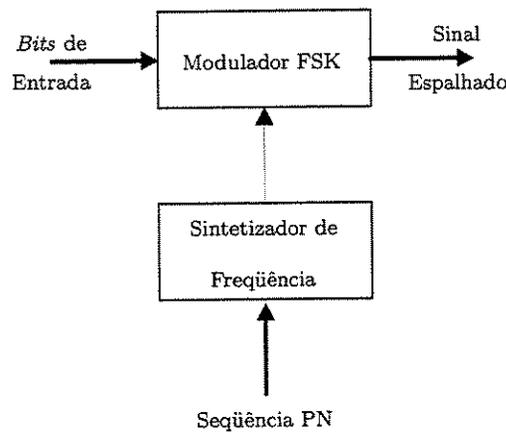


Figura 2.3: Modelo do transmissor FH-CDMA.

2.2 Capacidade de Canal e Codificação

2.2.1 Codificação de canal

A Figura 2.4 apresenta um sistema de comunicação digital constituído por um canal com entrada e saída discretas, formado pela inclusão do modulador e do demodulador/detector como parte do canal. Observe que a menos dos blocos do codificador e do decodificador de canal, o canal pode ser visto agora como um “canal estendido”. Deste modo, o codificador processa os k -bits de informação no tempo e mapeia cada seqüência de k -bits em uma única seqüência de n -bits, chamada de *palavra-código*. Neste caso, a quantidade de redundância introduzida pela codificação dos dados pode ser medida pela taxa n/k . O recíproco desta taxa, k/n , é chamado de *taxa do código*.

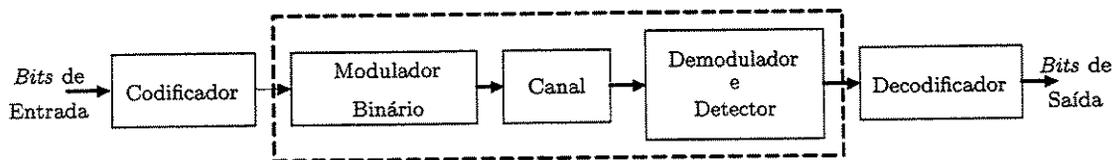


Figura 2.4: Sistema de comunicação digital constituído por um canal com entrada e saída discretas, formado pela inclusão do modulador e do demodulador/detector como parte do canal.

A seqüência binária na saída do codificador de canal é então alimentada no modulador. O modulador simplesmente mapeia cada dígito binário em uma das $M = 2^q$ possíveis formas

de onda, originada de um dos blocos de q -bits mapeados.

No final da recepção do sistema de comunicação digital, o demodulador processa a forma de onda corrompida pelo canal e reduz cada uma delas a um vetor que representa uma estimativa do símbolo M -ário de dados transmitidos. O detector pode então decidir se o *bit* transmitido é um 0 ou um 1. Neste caso, dizemos que o detector implementa uma decisão abrupta (do inglês: *hard decision*). Se o processo de decisão no detector processa uma quantização, o detector implementa uma decisão suave (do inglês: *soft decision*).

A saída do demodulador/detector alimenta o decodificador. Este por sua vez elimina tanto a redundância introduzida pelo codificador como os distúrbios causados pelo canal, recuperando a informação transmitida.

2.2.2 Modelos de canal

Nesta seção descrevemos dois modelos de canal básicos no projeto de códigos. O canal simétrico binário (do inglês: *binary symmetric channel* (BSC)) corresponde ao caso em que $M = 2$ e decisão abrupta é implementada no detector. A Figura 2.5 apresenta o modelo para um canal BSC com entrada e saída discretas. A composição do canal é caracterizada pelo conjunto $X = \{0, 1\}$ das possíveis entradas, o conjunto $Y = \{0, 1\}$ das possíveis saídas, e o conjunto das probabilidades das possíveis saídas condicionadas às possíveis entradas, dado por

$$\begin{aligned} P(Y = 0|X = 1) &= P(Y = 1|X = 0) = p \\ P(Y = 0|X = 0) &= P(Y = 1|X = 1) = 1 - p. \end{aligned} \tag{2.2}$$

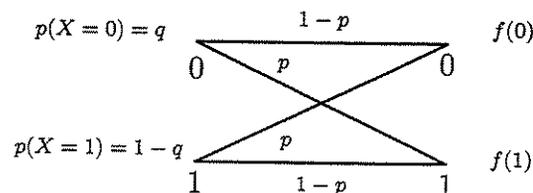


Figura 2.5: Canal simétrico binário. As probabilidades *a priori* são $1 - q$ e q .

A Figura 2.6 apresenta o modelo para um canal não-simétrico binário com entrada e saída discretas. A composição do canal também é caracterizada pelo conjunto $X = \{0, 1\}$ das possíveis entradas e o conjunto $Y = \{0, 1\}$ das possíveis saídas. Entretanto, o conjunto

das probabilidades das possíveis saídas condicionadas às possíveis entradas é dado por

$$\begin{aligned}
 P(Y = 0|X = 0) &= 1 - t \\
 P(Y = 1|X = 0) &= t \\
 P(Y = 0|X = 1) &= s \\
 P(Y = 1|X = 1) &= 1 - s.
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

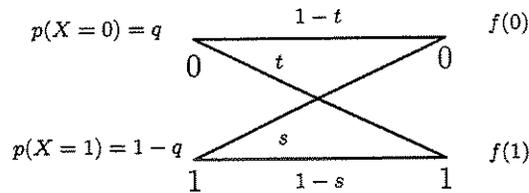


Figura 2.6: Canal não-simétrico binário. As probabilidades *a priori* são q e $1 - q$.

2.2.3 Capacidade de canal

Considere um canal discreto com alfabeto de entrada $X = \{x_0, x_1, \dots, x_{q-1}\}$, um alfabeto de saída $Y = \{y_0, y_1, \dots, y_{Q-1}\}$, e o conjunto de probabilidades de transição $P(y_i|x_j)$. Deste modo, a informação mútua referente à saída Y sobre a entrada X , é dada por

$$I(X; Y) = \sum_{j=0}^{q-1} \sum_{i=0}^{Q-1} P(x_j) P(y_i|x_j) \log \frac{P(y_i|x_j)}{P(y_i)}.$$

As características do canal determinam as probabilidades de transição $P(y_i|x_j)$, mas as probabilidades dos símbolos de entrada $P(x_j)$ podem ser escolhidas pelo projetista do sistema. O projetista do sistema pode maximizar o valor $I(X; Y)$. Esta quantidade é chamada *capacidade de canal* e é denotada por Cap . Assim, a capacidade de canal é definida como

$$\begin{aligned}
 Cap &= \max_{P(x_j)} I(X; Y) \\
 &= \max_{P(x_j)} \sum_{j=0}^{q-1} \sum_{i=0}^{Q-1} P(x_j) P(y_i|x_j) \log \frac{P(y_i|x_j)}{P(y_i)}.
 \end{aligned} \tag{2.4}$$

A maximização de $I(X; Y)$ deve ser obtida levando em consideração as seguintes restrições

$$\begin{aligned} P(x_j) &\geq 0 \\ \sum_{j=0}^{q-1} P(x_j) &= 1. \end{aligned}$$

Para o canal simétrico binário da Figura 2.5 com probabilidades de entrada $P(0) = P(1) = \frac{1}{2}$, a capacidade de canal obtida de [25] e é dada por

$$Cap = p \log 2p + (1-p) \log 2(1-p) = 1 - h(p), \quad (2.5)$$

onde $h(p)$ é a função de entropia binária. Observe que neste caso não foi realizado nenhuma maximização na Equação (2.4). Assim, quando as probabilidades *a priori* são fixas, a capacidade de canal recebe um nome especial, denominado de *capacidade de canal efetiva*.

A capacidade de canal para o canal não-simétrico binário dado pela Figura 2.6 pode ser obtida de [14] e é dada por

$$Cap = \max_q \{ h[s(1-q) + q(1-r)] - qh(r) - (1-q)h(s) \}. \quad (2.6)$$

2.2.4 Taxa de corte de canal

A taxa de corte de canal R_0 é um excelente parâmetro de medida da qualidade do canal quando uma codificação é utilizada. A taxa de corte de canal representa um limitante superior da taxa de *bits* de informação. Com uma taxa de *bits* de informação $R (\leq R_0)$ *bits/s*, a informação de entrada pode ser transmitida com uma taxa de erro de *bit* menor ou igual a $2^{-n(R_0-R)}$, onde n é o comprimento da palavra-código. Assim, a taxa de corte de canal pode ser usada para a obtenção de um conjunto de probabilidades de erro médias para palavras de um código aleatório.

Assumindo que o canal discreto tem χ símbolos de entradas e Υ símbolos de saída, e que $P(i|j)$ são as probabilidades de transição do canal, com $\Upsilon \geq \chi$, a taxa de corte de canal para um quantizador com Υ níveis é definida por

$$R_\Upsilon = \max_{P_j} \left\{ -\log_2 \sum_{i=0}^{\Upsilon-1} \left[\sum_{j=0}^{\chi-1} P_j \sqrt{P(i|j)} \right]^2 \right\}. \quad (2.7)$$

Quando o detector não utiliza uma quantização na sua saída, não excluindo a possibilidade do detector utilizar uma quantização, um caminho bastante atrativo para a obtenção da taxa de corte de canal, R_0 , é através do conhecimento da função característica, $\Phi_{\Delta}(s)$ (2.10) [3]. Seja χ a cardinalidade do alfabeto na entrada do canal. Para uma distribuição equiprovável do alfabeto de entrada, podemos escrever que a taxa de corte de canal é dada por

$$R_0 = \log_2 \chi - \log_2 \left\{ 1 + (\chi - 1) \min_{\alpha \geq 0} \Phi_{\Delta}(\alpha) \right\}, \quad (2.8)$$

onde α é a parte real de $s = \alpha + j\omega$.

2.2.5 Uma expressão geral para o cálculo da probabilidade de erro par-a-par

Considere um sistema de comunicação onde x é a seqüência de sinais que são transmitidos, e r é a seqüência de amostras observadas na saída do canal. A decisão no demodulador é baseada na métrica $m(r, x)$. Deste modo, o cálculo da probabilidade de erro de palavra par-a-par, $Pr[\Delta < 0]$, pode ser obtido através da transformada de Laplace bilateral da função densidade de probabilidade $p_{\Delta}(x)$ da variável aleatória $\Delta = m(r, x) - m(r, \hat{x})$ [3]. Deste modo, podemos escrever que

$$Pr[\Delta < 0] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\Phi_{\Delta}(s)}{s} dw, \quad (2.9)$$

onde $s = \alpha + j\omega$ e a função característica $\Phi_{\Delta}(s) = E[e^{-s\Delta}]$ é dada por

$$\Phi_{\Delta}(s) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-sx} p_{\Delta}(x) dx. \quad (2.10)$$

2.3 Redes Neurais Artificiais

Redes neurais artificiais podem ser utilizadas para a construção de receptores FFH-CDMA. Uma rede de *perceptrons* com uma única camada pode aproximar qualquer função contínua. Entretanto, dependendo da função a ser aproximada, um único *perceptron* poderá ser utilizado na aproximação.

2.3.1 Redes neurais artificiais de camadas múltiplas

Redes neurais artificiais de camadas múltiplas são redes sem realimentação com uma ou mais camadas de nós, entre os nós de entrada e saída. Estas camadas adicionais contêm unidades ou nós escondidos que não são conectados diretamente aos nós de entrada e saída. A Figura 2.7 ilustra uma rede neural artificial com duas camadas escondidas. Embora a convergência dos algoritmos de treinamento para este tipo de rede não possa ser provada, como no caso do algoritmo de camada simples, eles têm-se mostrado úteis na solução de muitos problemas.

O objetivo básico do algoritmo de treinamento da rede é de minimizar o erro quadrático médio entre a saída atual e a desejada. O algoritmo assume um conjunto inicial de pesos aleatórios no início do treinamento e durante o treinamento o algoritmo busca o valor correto dos pesos adaptados à um problema a ser resolvido. Durante a fase de treinamento a informação se propaga da camada de entrada para a camada de saída e o erro no sentido contrário. A rede *perceptron* com camadas múltiplas assume que todos os neurônios e conexões têm influência na resposta errada, sendo o erro propagado reversamente através das conexões das camadas anteriores. Este processo é repetido até que o erro seja minimizado. A rede aprende com os exemplos apresentados durante a *fase de treinamento* e é capaz de generalizar diante de uma entrada desconhecida na *fase de classificação*.

Um dos algoritmos mais utilizados no treinamento de redes neurais artificiais de camadas múltiplas é o algoritmo *backpropagation*. A denominação *backpropagation* deriva do processo de distribuição de influência dos erros. O algoritmo *backpropagation* tem como base a regra delta ou do gradiente descendente, que tem como principal objetivo minimizar o erro médio quadrático entre a resposta obtida e a desejada para um determinado padrão. O algoritmo *backpropagation* [5], em termos bem simples, minimiza o erro quadrático médio. A próxima subseção apresentará algumas funções de ativação mais utilizadas em RNA's.

2.3.2 Funções de ativação

As funções de ativação amplamente utilizadas em RNA's são geralmente bem comportadas e estão muito distantes do modelo ideal para a função de ativação do neurônio biológico. Cada área de atuação de um neurônio em um ser humano, possui uma determinada função de ativação para a resposta aos estímulos. Daí o motivo do uso de vários tipos de funções de

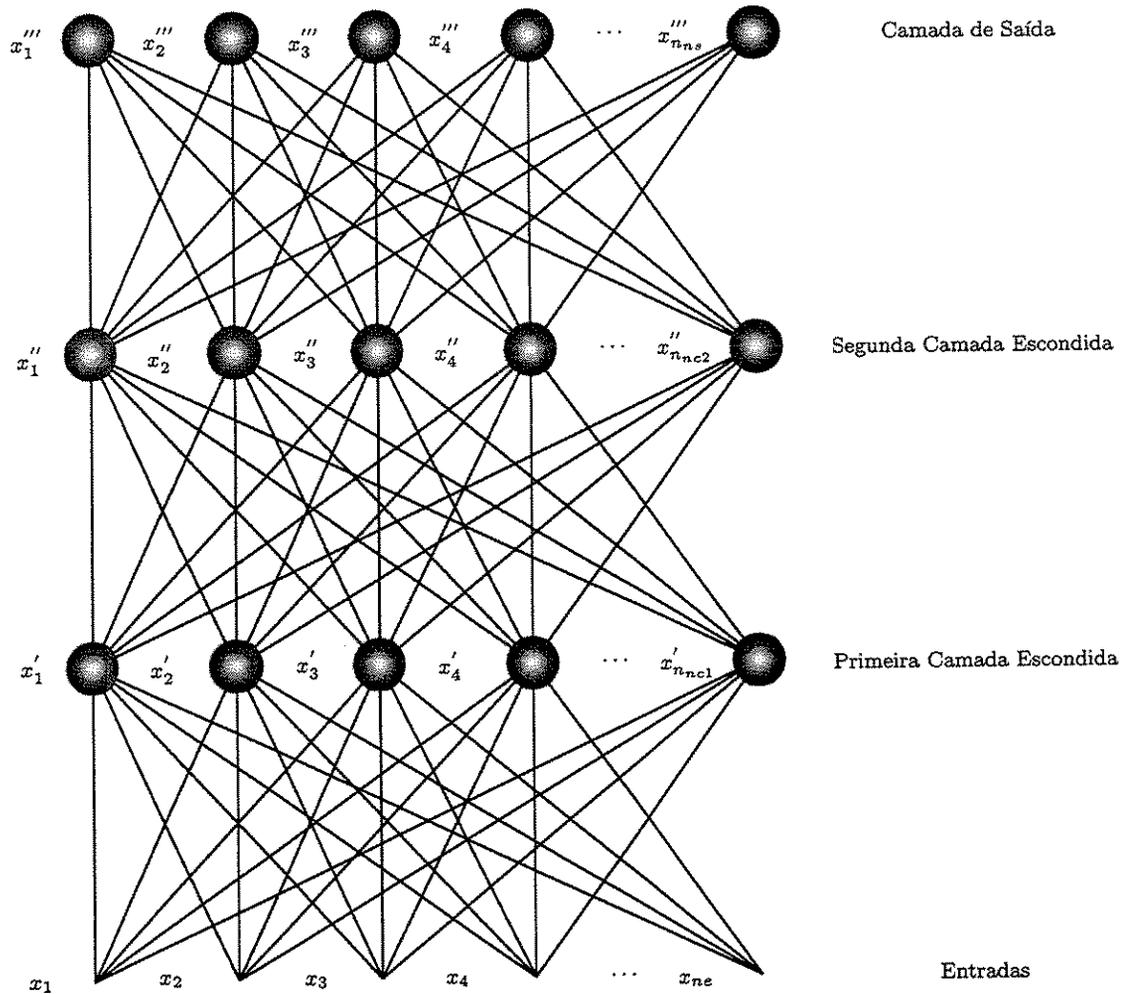


Figura 2.7: Exemplo de uma RNA com duas camadas escondidas, onde n_{ne} é o valor do número de entradas da rede, n_{nc1} e n_{nc2} o número de neurônios das respectivas camadas escondidas, e n_{ns} o número de neurônios da camada de saída.

Tabela 2.1: Funções de ativação típicas utilizadas em RNA's.

Nome	Função
Limiar <i>Threshold</i>	$\varphi(x) = \begin{cases} +1, & x \geq 0, \\ -1, & x < 0, \end{cases}$
<i>Sigmoid</i>	$\varphi(x) = \frac{1}{1 + \exp(-a \cdot x)}$
Tangente Hiperbólica	$\varphi(x) = \frac{1 - \exp(-x)}{1 + \exp(-x)}$
Linear	$\varphi(x) = a \cdot x$, para $a \neq 0$

ativação para uma RNA. A escolha da função (ou funções) para as respostas de uma RNA dependerá de cada aplicação. Assim, diversas funções de ativação são conhecidas. Uma lista das principais funções de ativação é mostrada na Tabela 2.1. A Figura 2.8 mostra os gráficos para cada uma das funções de ativações típicas apresentadas pela Tabela 2.1.

2.3.3 Aproximações de funções

Tipicamente, uma rede *perceptron* com camadas múltiplas possui uma camada de entrada, uma camada de saída e no mínimo uma camada interna oculta. Não existe limite teórico quanto ao número de camadas internas. *Cybenko* demonstrou rigorosamente que apenas uma única camada escondida seria suficiente para aproximar funções contínuas através de RNA's [4]. Outros pesquisadores também contribuíram neste sentido. Deste modo, *Haykin* apresenta o *teorema da aproximação universal* [16] dado a seguir:

Teorema 1 (Teorema da Aproximação Universal). *Seja $\varphi(\cdot)$ uma função contínua monotônica crescente, limitada e diferente de uma constante. Seja I_p o hiper-cubo unitário p -dimensional $[0, 1]^p$. O espaço de funções contínuas em I_p é denotado por $C(I_p)$. Então, dada qualquer função $f \in C(I_p)$ e $\varepsilon > 0$, existe um M inteiro e um conjunto de constantes α_i , θ_i , e w_{ij} , onde $i = 1, \dots, M$ e $j = 1, \dots, p$ de tal modo que podemos definir*

$$F(x_1, \dots, x_p) = \sum_{i=1}^M \alpha_i \varphi \left(\sum_{j=1}^p w_{ij} x_j - \theta_i \right), \quad (2.11)$$

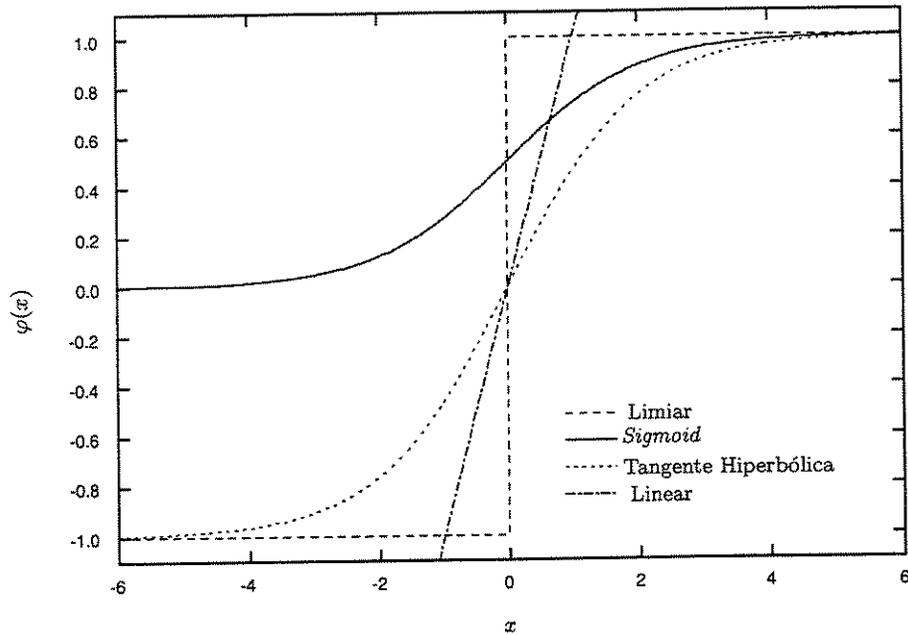


Figura 2.8: Funções de ativação típicas.

como uma realização aproximada da função $f(\cdot)$; isto é,

$$|F(x_1, \dots, x_p) - f(x_1, \dots, x_p)| < \varepsilon, \quad (2.12)$$

para todo $x_1, \dots, x_p \in I_p$.

Este teorema é aplicável diretamente a uma rede *perceptron* com uma única camada escondida. Observe que a função usada para a representação da não-linearidade do neurônio $\varphi(\cdot)$ é uma função limitada, monotônica crescente e diferente de uma constante. Assim, a função *sigmoid*, Tabela 2.1, com $a = 1$ (função logística), satisfaz as condições para a representação da não-linearidade do neurônio dada pela função $\varphi(\cdot)$. Deste modo, a rede neural tem p entradas e uma única camada escondida com M neurônios. A saída da rede é denotada por x_1, \dots, x_p . O i -ésimo neurônio tem pesos sinápticos w_{i1}, \dots, w_{ip} e limiar de ativação θ_i . A saída da rede neural é uma combinação linear das saídas dos neurônios escondidos, com $\alpha_1, \dots, \alpha_M$ definindo os coeficientes desta combinação. Vale ressaltar ainda, que o teorema é um *teorema de existência*, ou seja, o teorema mostra matematicamente que existe uma função aproximada para a função arbitrária contínua dada na sua forma exata,

mas não mostra como esta aproximação será obtida. Entretanto, como veremos, dependendo da função a ser aproximada, um único *perceptron* poderá ser utilizado na aproximação.

2.4 Códigos Convolucionais

2.4.1 O Codificador convolucional binário

O codificador para um código binário é denotado por (n', k', m') , onde k' denota o número de *bits* na entrada do codificador, n' denota o número de *bits* na saída do codificador e m' é o número de estágios dos registradores de deslocamento. O número total de registradores de deslocamento é igual a ntm . A taxa de código é dada por $R = k'/n'$. A Figura 2.9 mostra um codificador para um código binário (3,1,2) [25].

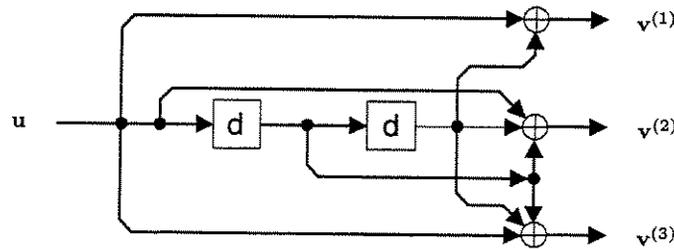


Figura 2.9: Codificador binário (3,1,2).

A seqüência de informação que entra no codificador é denotada por $\mathbf{u} = (u_0, u_1, \dots)$. Para o exemplo, note que apenas um *bit* entra no codificador a cada intervalo de tempo. As seqüências de saída são denotadas por $\mathbf{v}^{(1)} = (v_0^{(1)}, v_1^{(1)}, v_2^{(1)}, \dots)$, $\mathbf{v}^{(2)} = (v_0^{(2)}, v_1^{(2)}, v_2^{(2)}, \dots)$ e $\mathbf{v}^{(3)} = (v_0^{(3)}, v_1^{(3)}, v_2^{(3)}, \dots)$. A resposta ao impulso, resposta à entrada $\mathbf{u} = (1, 0, 0, \dots)$, pode ser facilmente obtida observando as suas saídas e podem ser escritas na forma de seqüências geradoras $\mathbf{g}^{(1)} = (g_0^{(1)}, g_1^{(1)}, g_2^{(1)}, \dots, g_{m'}^{(1)})$, $\mathbf{g}^{(2)} = (g_0^{(2)}, g_1^{(2)}, g_2^{(2)}, \dots, g_{m'}^{(2)})$ e $\mathbf{g}^{(3)} = (g_0^{(3)}, g_1^{(3)}, g_2^{(3)}, \dots, g_{m'}^{(3)})$. Deste modo, para o codificador da Figura 2.9 temos

$$\mathbf{g}^{(1)} = (1, 0, 1)$$

$$\mathbf{g}^{(2)} = (1, 1, 1)$$

$$\mathbf{g}^{(3)} = (1, 1, 1).$$

As equações de codificação são dadas por

$$\mathbf{v}^{(1)} = \mathbf{u} * \mathbf{g}^{(1)} \quad (2.13)$$

$$\mathbf{v}^{(2)} = \mathbf{u} * \mathbf{g}^{(2)} \quad (2.14)$$

$$\mathbf{v}^{(3)} = \mathbf{u} * \mathbf{g}^{(3)}, \quad (2.15)$$

onde $*$ denota uma convolução discreta e todas as operações são modulo-2.

A matriz geradora é dada por

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} g_0^{(1)} g_0^{(2)} g_0^{(3)} & g_1^{(1)} g_1^{(2)} g_1^{(3)} & \cdots & g_{m'}^{(1)} g_{m'}^{(2)} g_{m'}^{(3)} \\ & g_0^{(1)} g_0^{(2)} g_0^{(3)} & \cdots & g_{m'-1}^{(1)} g_{m'-1}^{(2)} g_{m'-1}^{(3)} & g_{m'}^{(1)} g_{m'}^{(2)} g_{m'}^{(3)} \\ & & \ddots & & \ddots \end{pmatrix}, \quad (2.16)$$

onde as células não preenchidas na matriz \mathbf{G} são todas nulas. Deste modo, as equações de codificação podem ser escritas na forma matricial dada por

$$\mathbf{v} = \mathbf{uG}. \quad (2.17)$$

Seja a seqüência de informação $\mathbf{u} = (1, 1, 0, 1, 1)$ de comprimento $n_e = 5$. Então, para o codificador dado pela Figura 2.9, a seqüência codificada \mathbf{v} tem comprimento $n_s = 21$. De fato, podemos escrever que $n_s = n'(m' + n_e)$. Deste modo, a seqüência de saída \mathbf{v} é dada por

$$\begin{aligned} \mathbf{v} &= \mathbf{uG} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 111 & 011 & 111 & & & & \\ & 111 & 011 & 111 & & & \\ & & 111 & 011 & 111 & & \\ & & & 111 & 011 & 111 & \\ & & & & 111 & 011 & 111 \end{pmatrix} \\ &= (111, 100, 100, 000, 100, 100, 111). \end{aligned}$$

Podemos ainda considerar um outro exemplo de codificador binário (5,3,1) [25], conforme mostrado na Figura 2.10. Note agora que $k' = 3$, $n' = 5$ e o codificador consiste de três registradores de deslocamento com estágio unitário, i.é., $m' = 1$.

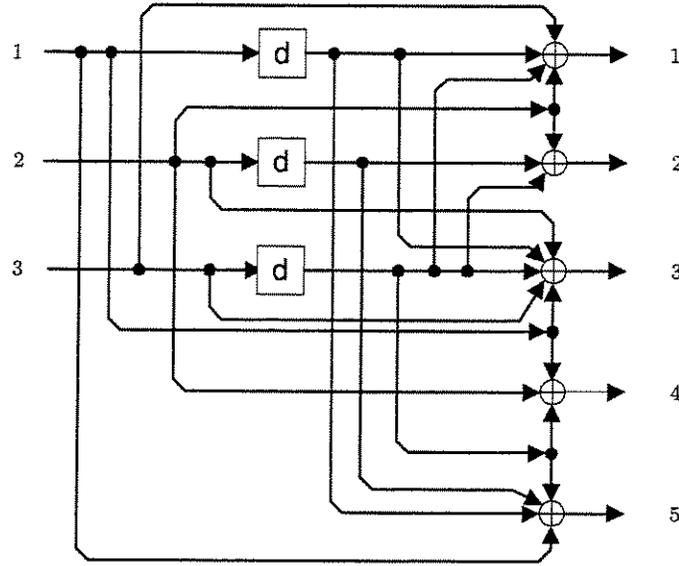


Figura 2.10: Codificador binário (5, 3, 1).

A seqüência de informação na entrada do codificador de três entradas é dada por $\mathbf{u} = (u_0^{(1)} u_0^{(2)} u_0^{(3)}, u_1^{(1)} u_1^{(2)} u_1^{(3)}, \dots)$ ou ainda como a combinação de três seqüências

$$\mathbf{u}^{(1)} = (u_0^{(1)}, u_1^{(1)}, u_2^{(1)}, u_3^{(1)}, \dots)$$

$$\mathbf{u}^{(2)} = (u_0^{(2)}, u_1^{(2)}, u_2^{(2)}, u_3^{(2)}, \dots)$$

$$\mathbf{u}^{(3)} = (u_0^{(3)}, u_1^{(3)}, u_2^{(3)}, u_3^{(3)}, \dots).$$

As seqüências geradoras podem ainda ser escritas de uma outra forma. Seja $\mathbf{g}_i^{(j)} = (g_{i,0}^{(j)}, g_{i,1}^{(j)}, \dots, g_{i,m'}^{(j)})$, a representação correspondente à entrada i e à saída j . Como os geradores para o exemplo da Figura 2.10 são dados pelos geradores em octal 35 : 23 : 75 : 61 : 47 [25], podemos escrever as seqüências geradoras na forma de $G_0 = 7 : 36 : 24$ e $G_1 = 25 : 11 : 37$. Portanto, as seqüências geradoras podem ser escritas na forma

$$\mathbf{g}_1^{(1)} = (01), \quad \mathbf{g}_1^{(2)} = (00), \quad \mathbf{g}_1^{(3)} = (11), \quad \mathbf{g}_1^{(4)} = (10), \quad \mathbf{g}_1^{(5)} = (11),$$

$$\mathbf{g}_2^{(1)} = (10), \quad \mathbf{g}_2^{(2)} = (11), \quad \mathbf{g}_2^{(3)} = (10), \quad \mathbf{g}_2^{(4)} = (10), \quad \mathbf{g}_2^{(5)} = (01),$$

$$\mathbf{g}_3^{(1)} = (11), \quad \mathbf{g}_3^{(2)} = (01), \quad \mathbf{g}_3^{(3)} = (11), \quad \mathbf{g}_3^{(4)} = (01), \quad \mathbf{g}_3^{(5)} = (01),$$

e as equações de codificação como

$$\mathbf{v}^{(1)} = \mathbf{u}^{(1)} * \mathbf{g}_1^{(1)} + \mathbf{u}^{(2)} * \mathbf{g}_2^{(1)} + \mathbf{u}^{(3)} * \mathbf{g}_3^{(1)} \quad (2.19)$$

$$\mathbf{v}^{(2)} = \mathbf{u}^{(1)} * \mathbf{g}_1^{(2)} + \mathbf{u}^{(2)} * \mathbf{g}_2^{(2)} + \mathbf{u}^{(3)} * \mathbf{g}_3^{(2)} \quad (2.20)$$

$$\mathbf{v}^{(3)} = \mathbf{u}^{(1)} * \mathbf{g}_1^{(3)} + \mathbf{u}^{(2)} * \mathbf{g}_2^{(3)} + \mathbf{u}^{(3)} * \mathbf{g}_3^{(3)} \quad (2.21)$$

$$\mathbf{v}^{(4)} = \mathbf{u}^{(1)} * \mathbf{g}_1^{(4)} + \mathbf{u}^{(2)} * \mathbf{g}_2^{(4)} + \mathbf{u}^{(3)} * \mathbf{g}_3^{(4)} \quad (2.22)$$

$$\mathbf{v}^{(5)} = \mathbf{u}^{(1)} * \mathbf{g}_1^{(5)} + \mathbf{u}^{(2)} * \mathbf{g}_2^{(5)} + \mathbf{u}^{(3)} * \mathbf{g}_3^{(5)}. \quad (2.23)$$

Neste caso, as equações de codificação na forma de matriz também podem ser dadas por $\mathbf{v} = \mathbf{uG}$, onde

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} \begin{matrix} g_{1,0}^{(1)} & g_{1,0}^{(2)} & g_{1,0}^{(3)} & g_{1,0}^{(4)} & g_{1,0}^{(5)} & g_{1,1}^{(1)} & g_{1,1}^{(2)} & g_{1,1}^{(3)} & g_{1,1}^{(4)} & g_{1,1}^{(5)} \\ g_{2,0}^{(1)} & g_{2,0}^{(2)} & g_{2,0}^{(3)} & g_{2,0}^{(4)} & g_{2,0}^{(5)} & g_{2,1}^{(1)} & g_{2,1}^{(2)} & g_{2,1}^{(3)} & g_{2,1}^{(4)} & g_{2,1}^{(5)} \\ g_{3,0}^{(1)} & g_{3,0}^{(2)} & g_{3,0}^{(3)} & g_{3,0}^{(4)} & g_{3,0}^{(5)} & g_{3,1}^{(1)} & g_{3,1}^{(2)} & g_{3,1}^{(3)} & g_{3,1}^{(4)} & g_{3,1}^{(5)} \end{matrix} & \begin{matrix} g_{1,1}^{(1)} & g_{1,1}^{(2)} & g_{1,1}^{(3)} & g_{1,1}^{(4)} & g_{1,1}^{(5)} \\ g_{2,1}^{(1)} & g_{2,1}^{(2)} & g_{2,1}^{(3)} & g_{2,1}^{(4)} & g_{2,1}^{(5)} \\ g_{3,1}^{(1)} & g_{3,1}^{(2)} & g_{3,1}^{(3)} & g_{3,1}^{(4)} & g_{3,1}^{(5)} \end{matrix} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} \quad (2.24)$$

ou ainda, na forma compacta

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} G_0 & G_1 & & & \\ & G_0 & G_1 & & \\ & & G_0 & G_1 & \\ & & & & \ddots \end{pmatrix}, \quad (2.25)$$

onde

$$\mathbf{G}_0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.26)$$

e

$$\mathbf{G}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}. \quad (2.27)$$

Uma outra representação para o codificador que utiliza um código binário mostrado na Figura 2.9 pode ainda ser descrita através de sua *matriz de função de transferência*, dada neste caso por

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} D & 0 & 1+D & 1 & 1+D \\ 1 & 1+D & 1 & 1 & D \\ 1+D & D & 1+D & D & D \end{pmatrix}, \quad (2.28)$$

onde o operador D pode ser interpretado como o operador de atraso, a potência de D representa o número de unidades de tempo que um *bit* está atrasado com respeito ao *bit* inicial na seqüência.

2.4.2 Estrutura dos códigos convolucionais

Um codificador seqüencial pode ser implementado por um circuito seqüencial. Assumindo que o codificador inicialmente está no estado S_0 (o estado inicial todo nulo), a palavra-código correspondente a qualquer seqüência de informação pode ser obtida através de um diagrama de estados do codificador. A Figura 2.11 mostra o diagrama de estados para o codificador (3,1,2). Deste modo, o número total de memórias é igual a $ntm = 2$, resultando em um número de estados igual $2^{ntm} = 4$. As palavras-código pertencentes ao código convolucional podem ser obtidas tomando-se a saída rotulada em cada transição no diagrama de estados. Por exemplo, se o codificador transita do estado S_0 para o estado S_0 , passando pelos estados $S_2 - S_1 - S_2 - S_3 - S_1$, a palavra-código correspondente a essas transições, será a seqüência codificada 111011000100100111.

Se desejarmos obter a enumeração dos pesos das palavras-código, então podemos obter um diagrama de estados particionado do codificador convolucional descrevendo todos os pesos de *Hamming* de todas as palavras-códigos não nulas. A Figura 2.12 apresenta o diagrama de estados particionado do codificador convolucional (3,1,2). Observe que cada ramo é rotulado pelo *ganho do ramo* denotado por D^l , onde l é o peso de *Hamming* dos n' bits do bloco da seqüência codificada. Note também que cada ramo é rotulado por J^m , onde m é o peso de *Hamming* do bloco da seqüência de informação que entra no codificador.

Assim, o *polinômio enumerador* $T(D, J)$ é dado por

$$T(D, J) = \sum_{l,m} A_{l,m} D^l J^m, \quad (2.29)$$

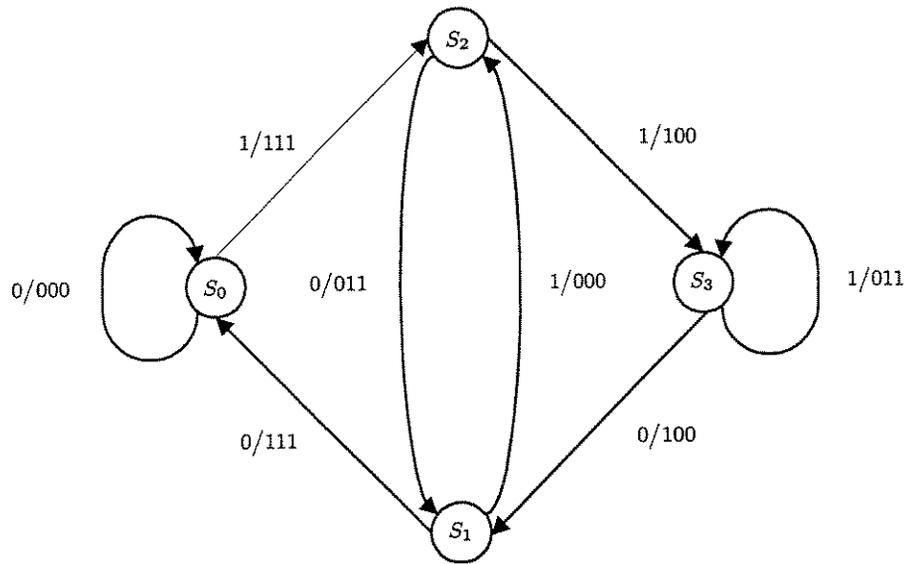


Figura 2.11: Diagrama de estados para o codificador convolucional (3,1,2).

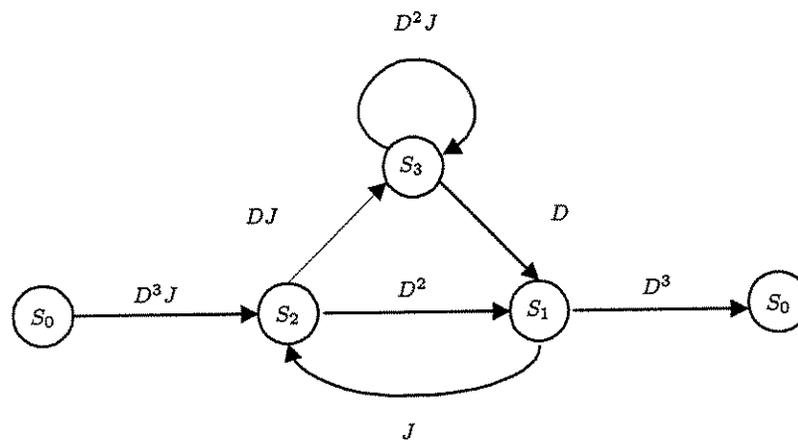


Figura 2.12: Diagrama de estados particionado para o codificador convolucional (3,1,2).

onde $A_{l,m}$ denota o número de palavras-código com peso l , associada à seqüência de informação de peso m .

A partir do polinômio enumerador de pesos $T(D, J)$, podemos facilmente obter $T(D)$ dado por

$$\begin{aligned} T(D) &= \left. \frac{\partial T(D, J)}{\partial J} \right|_{J=1} \\ &= \sum_l A_l D^l, \end{aligned} \quad (2.30)$$

onde A_l é o número total de *bits* de informação não nulos vinculados aos caminhos emergentes na treliça de decodificação, com peso l , multiplicado pelo número de *bits* parciais que entram no codificador em cada um dos caminhos da treliça.

Para o codificador convolucional (3,1,2), $T(D)$ é dado por

$$\begin{aligned} T(D) &= \left. \frac{D^8 J + D^{10} J^2 + D^8 J^2}{1 - 2D^2 J + D^4 J + D^4 J^2} \right|_{J=1}, \\ T(D) &= \frac{D^8 + D^{10} + D^8}{1 - 2D^2 + 2D^4}, \\ T(D) &= 2D^8 + 5D^{10} + \dots \end{aligned} \quad (2.31)$$

A Equação (2.31) pode ser interpretada da seguinte maneira: existem 2 caminhos com peso de *Hamming* 8 no diagrama de estados particionado da Figura 2.12, 5 caminhos com peso de *Hamming* 10, e assim sucessivamente. Vale ressaltar ainda que o peso de *Hamming* está relacionado com o número de símbolos diferentes do símbolo nulo referente ao caminho todo nulo.

O desempenho dos códigos convolucionais está diretamente relacionado com o algoritmo de decodificação e com as propriedades de distância. Assim, definiremos duas importantes distâncias que serão utilizadas neste trabalho: (1) *distância livre* e (2) *distância Hamming entre símbolos*.

Definição 1 (Distância Livre). Define-se *distância livre* de um código convolucional, denotada por d_{free} , como sendo a menor distância de *Hamming* entre quaisquer duas seqüências codificadas provenientes de duas seqüências de informação distintas, isto é

$$d_{free} = \min d(\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2) : \mathbf{u}_1 \neq \mathbf{u}_2, \quad (2.32)$$

onde \mathbf{v}_1 e \mathbf{v}_2 são as seqüências codificadas correspondentes às seqüências de informação \mathbf{u}_1 e \mathbf{u}_2 , respectivamente. Deste modo, d_{free} é a menor distância entre quaisquer \mathbf{v}_1 e \mathbf{v}_2 .

Definição 2 (Distância de *Hamming* entre Símbolos). Define-se *Distância de Hamming entre símbolos* de um código convolucional, denotada por $d_{Hamming}$, como sendo a menor distância de *Hamming* de quaisquer duas seqüências de símbolos codificadas.

A distância de *Hamming* entre símbolos também pode ser encontrada na literatura como sendo o *comprimento de efetivo do código* (do inglês: *effective code length* (ECL)) [10]. Deste modo, para o codificador convolucional (3,1,2), $d_{free} = 8$ e $d_{Hamming} = 3$. E para o codificador convolucional (5,3,1), $d_{free} = 5$ e $d_{Hamming} = 2$.

2.4.3 Algoritmo de *Viterbi*

O algoritmo de decodificação proposto por *Viterbi* está diretamente ligado com as propriedades de distância, definidas na Seção 2.4.2. Entretanto, é apropriado expandirmos separadamente cada instante de tempo com um diagrama de estados. Deste modo, a Figura 2.13 apresenta a estrutura resultante para o codificador convolucional (3,1,2) denominada de *diagrama de treliça* do código.

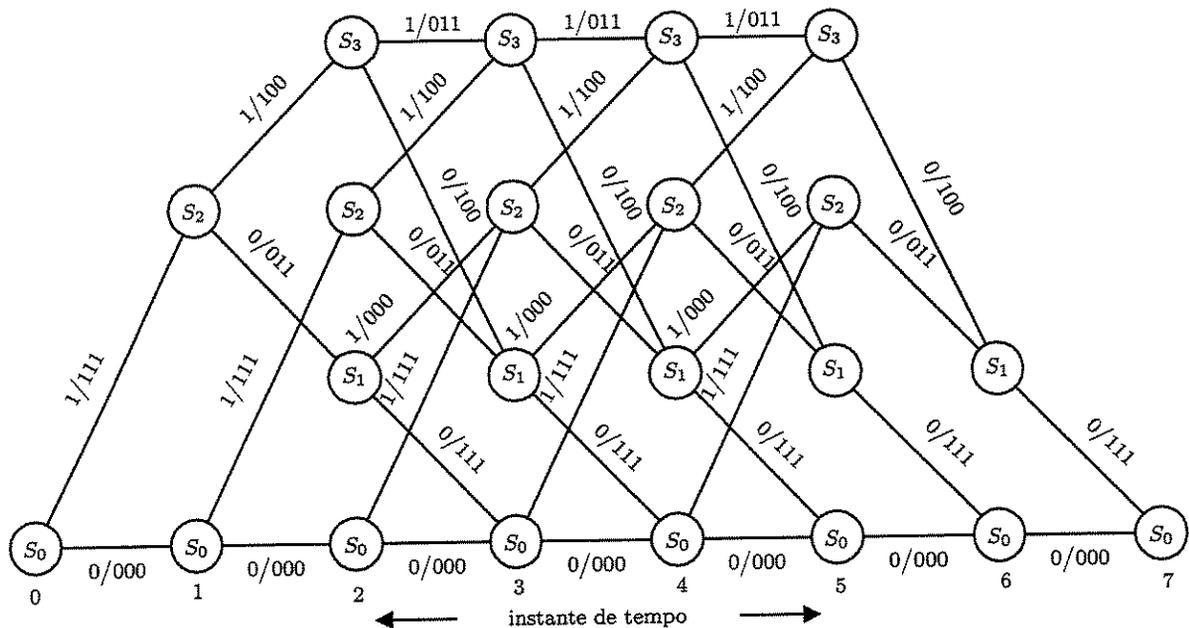


Figura 2.13: Diagrama de Treliça do codificador convolucional (3,1,2).

Observe que a seqüência de informação tem comprimento $L = 5$. O diagram de treliça contém $L + m' + 1$ unidades de tempo ou níveis, e são rotuladas de 0 à $L + m'$ na Figura 2.13. Em geral, existem 2^L palavras-código de comprimento $N = n'(L + m')$, $2^{k'}$ transições por estado e $2^{k' \cdot L}$ caminhos distintos na treliça correspondendo às $2^{k' \cdot L}$ palavras-código. Assim, cada transição na treliça representa uma palavra-código do código (n', k', m') .

Assuma que a seqüência de informação $\mathbf{u} = (\mathbf{u}_0, \dots, \mathbf{u}_{L-1})$ de comprimento $k' \cdot L$ é codificada em uma palavra-código $\mathbf{v} = (\mathbf{v}_0, \mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_{L+m'-1})$, e que uma seqüência Q -ária $\mathbf{r} = (\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_{L+m'-1})$ é recebida num canal sem memória com entrada binária e saída Q -ária. Podemos escrever as seqüências ainda de outra forma, ou seja, $\mathbf{u} = (u_0, u_1, \dots, u_{k' \cdot L-1})$, $\mathbf{v} = (v_0, v_1, \dots, v_{k' \cdot N-1})$, e $\mathbf{r} = (r_0, r_1, \dots, r_{N-1})$, onde os sub-índices agora representam a ordem dos símbolos em cada seqüência. Um decodificador de máxima verossimilhança (MV) para este canal é um decodificador que escolhe $\hat{\mathbf{v}}$ como a palavra-código \mathbf{v} que maximiza a função de máxima verossimilhança, ou equivalentemente o seu logaritmo, $\log P(\mathbf{r}|\mathbf{v})$. Como o canal é sem memória, podemos escrever

$$P(\mathbf{r}|\mathbf{v}) = \prod_{i=0}^{L+m'-1} P(\mathbf{r}_i|\mathbf{v}_i) = \prod_{i=0}^{N-1} P(r_i|v_i), \quad (2.33)$$

ou ainda

$$\log P(\mathbf{r}|\mathbf{v}) = \sum_{i=0}^{L+m'-1} \log P(\mathbf{r}_i|\mathbf{v}_i) = \sum_{i=0}^{N-1} \log P(r_i|v_i), \quad (2.34)$$

onde $P(r_i|v_i)$ é uma probabilidade de transição do canal. Deste modo, esta regra de decodificação é uma regra que minimiza a probabilidade de erro da seqüência, quando as palavras-código são equíproáveis.

A função de máxima verossimilhança logarítmica $\log P(\mathbf{r}|\mathbf{v})$ é chamada *métrica* associada ao caminho \mathbf{v} , e é denotada por $M(\mathbf{r}|\mathbf{v})$. Os termos $\log P(\mathbf{r}_i|\mathbf{v}_i)$ na soma (2.34) são chamados *métricas do ramo*, e são denotados por $M(\mathbf{r}_i|\mathbf{v}_i)$, enquanto que os termos $\log P(r_i|v_i)$ são chamados *métricas de bit*, e são denotados por $M(r_i|v_i)$. Deste modo, podemos escrever a métrica $M(\mathbf{r}|\mathbf{v})$ como

$$M(\mathbf{r}|\mathbf{v}) = \sum_{i=0}^{L+m'-1} M(\mathbf{r}_i|\mathbf{v}_i) = \sum_{i=0}^{N-1} M(r_i|v_i). \quad (2.35)$$

O algoritmo de decodificação de *Viterbi* compara as métricas recebidas de todos os caminhos para cada estado, e armazena o caminho com a maior métrica, chamado de *sobrevivente*, junto com a sua métrica. Para cada um dos $2^{k'}$ estados entre os instantes de tempo

m' e L , existem $2^{k'}$ sobreviventes. Após o instante de tempo L existem menos sobreviventes, desde que *bits de terminação* sejam inseridos no codificador (“forçar” o codificador ir para o estado todo nulo). Finalmente o algoritmo termina no instante $L + m'$ onde há apenas um estado, o todo nulo, deste modo, apenas um sobrevivente.

O algoritmo de *Viterbi* apresentado em [21] utiliza um algoritmo de decodificação *sem terminação*. Entretanto, neste trabalho foi utilizado um algoritmo de *Viterbi com terminação*, necessitando portanto, de uma inserção de *bits de terminação* no codificador durante a transmissão do bloco de informação.

Capítulo 3

Sistemas FFH-CDMA Não-codificados

Este capítulo apresenta uma introdução aos sistemas FFH-CDMA não-codificados apresentados em [30]. *Yue* sugere a utilização do método ponto-sela para a obtenção da probabilidade de erro de palavra par-a-par (P_{pp}), aproximada para um receptor FFH-CDMA não-codificado. Sugerimos cálculos para a obtenção do desempenho para a P_{pp} , através de um método numérico exato e através de limitantes de *Chernoff*. Propomos ainda, um método para a obtenção de desempenhos através de simulação computacional. Este método está baseado nas gerações de números aleatórios a partir da inversa da função distribuição de probabilidade. Assim, são apresentadas comparações de desempenhos para vários sistemas FFH-CDMA não-codificados, utilizando os métodos numéricos e simulação computacional. Por fim, para o receptor FFH-CDMA não-codificado e não-quantizado que utiliza a regra ótima, receptor de MV, sugerimos a implementação da não-linearidade ótima $f(R)$ através de um único *perceptron*, com degradação de desempenho praticamente desprezível.

3.1 Introdução aos Sistemas FFH-CDMA Não-Codificados

UMA descrição detalhada do sistema FFH-CDMA considerado neste trabalho foi feita em [29, 30]. *Yue* explora a possibilidade de implementação de um serviço de comunicação utilizando um grande número de usuários, investigando a possibilidade do uso de modulação por espalhamento espectral. A comunicação de cada grupo de U usuários com a estação rádio base (ERB) é realizada a uma taxa de R_b bits/s, através do compartilhamento do mesmo canal de largura de faixa igual a W Hz. A modulação utilizada para esta técnica é o chaveamento por deslocamento de frequências M -ário (MFSK). Cada usuário é identificado através de um endereço local de assinante denominado frequência padrão de salto, onde a sua informação transmitida é espalhada sobre toda a faixa W Hz. Neste sistema FFH-CDMA, o parâmetro T é a duração de uma palavra de K -bits, tal que $T = K/R_b$. O número de ramos de diversidade (L) é o número de frequências por palavra. A duração do *chip* é dada por $T_c = T/L$. O número de canais de frequências é dado por $N = W \cdot T_c$ e é igual ao número de palavras, i.e., $N = M = 2^K$. O sistema opera com uma relação ruído-sinal por *chip*, d , dada por

$$d = \frac{N_0}{E_c} = \frac{L}{K} \left(\frac{E_b}{N_0} \right)^{-1}, \quad (3.1)$$

onde E_c é a energia média por *chip*, E_b é a energia média por *bit* e N_0 é a densidade unilateral de ruído. As formas de onda $x_{nl}(t)$ e $y_{nl}(t)$, utilizadas pelo transmissor são dadas por

$$x_{nl}(t) = \sqrt{2S} \text{rect}_{T_c}(t - lT_c) \cos(2\pi[f_0 + n/T_c]t), \quad (3.2)$$

$$y_{nl}(t) = \sqrt{2S} \text{rect}_{T_c}(t - lT_c) \text{sen}(2\pi[f_0 + n/T_c]t), \quad (3.3)$$

onde f_0 é um múltiplo de $1/T_c$ e $\text{rect}_{T_c}(t)$ é um pulso retangular de amplitude unitária e de duração T_c . O modulador FFH aceita um símbolo M -ário, $m \in \{0, 1, \dots, M-1\}$ e, na saída, temos um sinal obtido através da combinação de NL formas de onda de uma base ortogonal

$$s_m(t) = \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{L-1} c_{nl} x_{nl}(t), \quad (3.4)$$

onde $c_{nl} = 1$ para um $n = m$ e $c_{nl} = 0$ para $n \neq m$.

Yue assume que o canal é modelado como N canais independentes com desvanecimento *Rayleigh* seletivo em frequência. A independência assumida no modelo é requerida a fim de

obter um ganho máximo em diversidade. Deste modo, a saída do demodulador FFH, $\hat{s}_m(t)$, será dada por

$$\hat{s}_m(t) = \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{L-1} c_{nl} \alpha_{nl} [\cos \phi_{nl} x_{nl}(t) + \text{sen} \phi_{nl} y_{nl}(t)], \quad (3.5)$$

onde os termos α_{nl} têm distribuição *Rayleigh* com $E[\alpha_{nl}^2] = 1$ e os termos de deslocamento de fase ϕ_{nl} têm distribuição uniforme entre 0 e 2π .

Ao sinal recebido é adicionado ruído, $n(t)$, e interferência dos outros usuários, $I(t)$. Assim, na entrada do detector, o sinal recebido referente a duração de uma palavra é expandido em termos das formas de onda da base ortogonal

$$\begin{aligned} r(t) &= \hat{s}_m(t) + n(t) + I(t) \\ &= \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{L-1} \{X_{nl} x_{nl}(t) + Y_{nl} y_{nl}(t)\}, \quad 0 \leq t < T, \end{aligned} \quad (3.6)$$

onde

$$\begin{aligned} X_{nl} &= \frac{1}{\sqrt{E_c}} \int_0^T r(t) x_{nl}(t) dt \\ X_{nl} &= c_{nl} \alpha_{nl} \cos \phi_{nl} + \kappa_{nl} + \xi_{nl} \end{aligned} \quad (3.7)$$

e

$$\begin{aligned} Y_{nl} &= \frac{1}{\sqrt{E_c}} \int_0^T r(t) y_{nl}(t) dt \\ &= c_{nl} \alpha_{nl} \text{sen} \phi_{nl} + \lambda_{nl} + \eta_{nl}. \end{aligned} \quad (3.8)$$

O ruído assumido no receptor é o ruído estacionário Gaussiano com densidade espectral unilateral uniforme N_0 . Assim, os coeficientes κ_{nl} e λ_{nl} são variáveis aleatórias (VA's) com média nula e variância $d/2$.

A interferência dos multi-usuários $I(t)$ é dada pela interferência dos J interferentes, i.é, $I(t) = \sum_{j=1}^J I_j(t)$, com $U = J + 1$ usuários ativos. Para o canal reverso, o sinal para o j -ésimo interferente é dado por

$$I_j(t) = \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{L-1} \{\xi_{nl} x_{nl}(t) + \eta_{nl} y_{nl}(t)\}, \quad (3.9)$$

onde ξ_{jnl} e η_{jnl} são variáveis Gaussianas independentes e identicamente distribuídas (i.i.d.) com média nula e variância $\gamma_{jnl}/2$, e γ_{jnl} é a relação sinal-interferência no nl -ésimo *chip*. As VA's γ_{jnl} são i.i.d., com função densidade de probabilidade dada por

$$p(\gamma) = (1 - \mu) \cdot \delta(\gamma) + \mu \cdot \delta(\gamma - 1), \quad (3.10)$$

com $\mu = 1/N$, onde $\delta(\cdot)$ é a função Delta de *Dirac*.

Seja $\Gamma_{nl} = \sum_{j=1}^J \gamma_{jnl}$ a relação sinal-interferência no nl -ésimo *chip*. Os coeficientes ξ_{nl} e η_{nl} em (3.7) e (3.8) são VA's Gaussianas com média nula e variância $\Gamma_{nl}/2$, onde Γ_{nl} são VA's independentes e distribuídas binomialmente

$$p(\Gamma) = \sum_{k=0}^J B(k; J, \mu) \cdot \delta(\Gamma - k), \quad (3.11)$$

com $B(k; J, \mu) = \binom{J}{k} \cdot \mu^k \cdot (1 - \mu)^{J-k}$.

O receptor FFH-CDMA é mostrado na Figura 3.1 e as VA's para o receptor estão sintetizadas na Tabela 3.1.

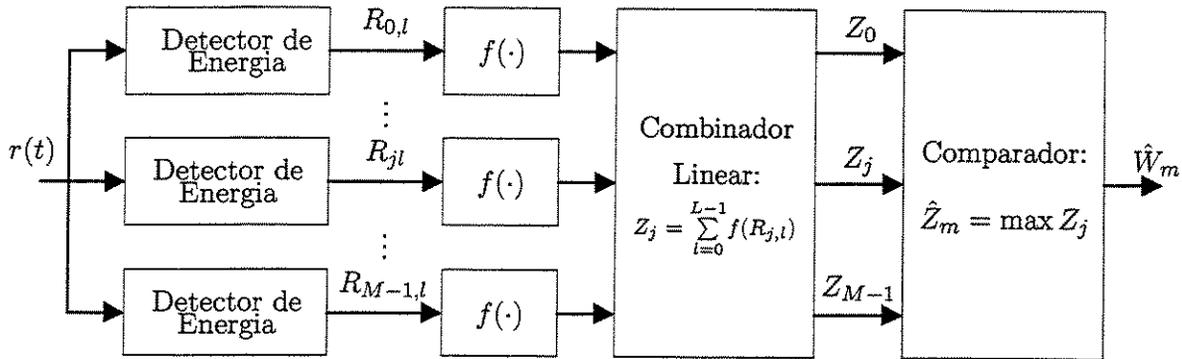


Figura 3.1: O Receptor FFH-CDMA, onde $f(\cdot)$ é uma não-linearidade.

Conforme pode ser observado na Figura 3.1, o receptor é composto por três partes distintas, i.e., o detector, o combinador e o comparador. O modulador seleciona de um conjunto de sinais multiníveis FSK, espalhado em toda a largura de faixa disponível, i.e., $M = N$, e o m -ésimo sinal, correspondente a palavra W_m enviada. No receptor, existem NL detectores não coerentes de energia, cada um consistindo de dois filtros casados cujas saídas

são amostradas, elevadas ao quadrado, e somadas. Então a nl -ésima saída do detector é dada por

$$R_{nl} = X_{nl}^2 + Y_{nl}^2. \quad (3.12)$$

A função característica de R_{nl} é dada por

$$\Phi_{R_{nl}}(s) = E[\exp(-sR_{nl})] = \sum_{k=0}^J \frac{B(k; J, \mu)}{[1 + s(k + d + \delta_{nm})]},$$

cuja transformada inversa de Laplace resulta na função densidade de probabilidade dada por

$$p(R_{nl}|m) = \sum_{k=0}^J \frac{B(k; J, \mu)}{k + d + \delta_{nm}} \exp\left[-\frac{R_{nl}}{k + d + \delta_{nm}}\right], \quad (3.13)$$

onde δ_{nm} é o delta de *Kronecker*.

Tabela 3.1: Variáveis para o modelo do receptor FFH-CDMA.

VA	Densidade	Características
α_{nl}	Rayleigh	$E[\alpha_{nl}^2] = 1$
ϕ_{nl}	Uniforme	$U(0, 2\pi)$
κ_{nl} e λ_{nl}	Gaussiana	$G(0, \frac{d}{2})$, onde $d = \frac{N_0}{E_c} = \frac{N_0 L}{K E_b}$
ξ_{nl} e η_{nl}	Gaussiana	$G(0, \frac{\Gamma_{nl}}{2})$, onde $\Gamma_{nl} = \frac{\gamma_{nl}}{2}$ e γ_{nl} é j -ésima relação sinal-interferência no nl -ésimo <i>chip</i> .

3.1.1 Combinador ótimo

Considere que as saídas dos detectores de energia R_{nl} são estatisticamente independentes. Considere também que a m -ésima palavra W_m foi transmitida, dentro de um conjunto de H_m hipóteses. Assim, a função densidade de probabilidade conjunta condicionada à m -ésima hipótese é o produto das NL densidades obtidas de (3.13) e é dada por

$$p(\mathbf{R}|m) = \prod_{n=0}^{N-1} \prod_{l=0}^{L-1} p(R_{nl}|m). \quad (3.14)$$

Então o teste de máxima verossimilhança (MV) é a escolha da hipótese H_m se

$$p(R_{nl}|m) > p(R_{nl}|j), \text{ para todo } j \neq m. \quad (3.15)$$

Substituindo (3.13) em (3.14) obtêm-se o teste de hipóteses equivalente dado por

$$\sum_{l=0}^{L-1} \ln \left\{ \frac{\prod_{n=0}^{N-1} \prod_{l=0}^{L-1} \sum_{k=0}^J \frac{B(k; J, \mu)}{k+d+1} \exp\left[-\frac{R_{nl}}{k+d+1}\right]}{\prod_{n=0}^{N-1} \prod_{l=0}^{L-1} \sum_{k=0}^J \frac{B(k; J, \mu)}{k+d} \exp\left[-\frac{R_{nl}}{k+d}\right]} \right\} >$$

$$\sum_{l=0}^{L-1} \ln \left\{ \frac{\prod_{n=0}^{N-1} \prod_{l=0}^{L-1} \sum_{k=0}^J \frac{B(k; J, \mu)}{k+d+1} \exp\left[-\frac{R_{jl}}{k+d+1}\right]}{\prod_{n=0}^{N-1} \prod_{l=0}^{L-1} \sum_{k=0}^J \frac{B(k; J, \mu)}{k+d} \exp\left[-\frac{R_{jl}}{k+d}\right]} \right\} \quad j \neq m. \quad (3.16)$$

Conforme mostrado na Figura 3.1, o método para o combinador ótimo que utiliza a regra de decisão de MV, consiste em calcular a métrica através da não-linearidade como

$$Z_j = \sum_{l=0}^{L-1} f(R_{jl}). \quad (3.17)$$

Deste modo, comparando as Equações (3.17) e (3.16), a não-linearidade ótima será expressa por

$$f(R) = \ln \left[\sum_{k=0}^J \frac{B(k; J, \mu)}{k+d+1} \exp\left(-\frac{R}{k+d+1}\right) \right] - \ln \left[\sum_{k=0}^J \frac{B(k; J, \mu)}{k+d} \exp\left(-\frac{R}{k+d}\right) \right]. \quad (3.18)$$

Uma normalização de $f(R)$ pode ser obtida sem a alteração do teste de hipóteses. Um deslocamento da não-linearidade ótima pode ser obtido através da subtração da função no ponto zero, $\hat{f}(0)$. Deste modo a função $f(R)$ torna-se positiva. A normalização da parte linear da função é obtida através da divisão pela derivada da função no ponto zero, $\hat{f}'(0)$. Portanto, a não-linearidade ótima pode ser expressada ainda por

$$f(R) = \left\{ \ln \left[\sum_{k=0}^J \frac{B(k; J, \mu)}{k+d+1} \exp\left(-\frac{R}{k+d+1}\right) \right] - \ln \left[\sum_{k=0}^J \frac{B(k; J, \mu)}{k+d} \exp\left(-\frac{R}{k+d}\right) \right] - \hat{f}(0) \right\} / \hat{f}'(0), \quad (3.19)$$

onde

$$\widehat{f}(0) = \ln \left[\sum_{k=0}^J \frac{B(k; J, \mu)}{k+d+1} \right] - \ln \left[\sum_{k=0}^J \frac{B(k; J, \mu)}{k+d} \right] \quad (3.20)$$

e

$$\widehat{f}'(0) = -\frac{\sum_{k=0}^J \frac{B(k; J, \mu)}{(k+d+1)^2}}{\sum_{k=0}^J \frac{B(k; J, \mu)}{(k+d+1)}} + \frac{\sum_{k=0}^J \frac{B(k; J, \mu)}{(k+d)^2}}{\sum_{k=0}^J \frac{B(k; J, \mu)}{(k+d)}}. \quad (3.21)$$

Vale ressaltar ainda que, em [30], há um erro de grafia na Equação (3.21).

3.1.2 Receptores FFH-CDMA

Nesta subseção vamos apresentar as aproximações consideradas para a função $f(R)$ (Equação (3.19)). O combinador linear (CL) é aquele que implementa a função $f(R)$ como

$$f_{CL}(R) = R, \quad 0 \leq R < \infty. \quad (3.22)$$

Da observação das curvas para a função $f(R)$ [30], é natural propor-se as seguintes aproximações

$$f_{DA}(R) = \begin{cases} 0, & 0 \leq R \leq f(1)/2, \\ f(1), & f(1)/2 < R < \infty. \end{cases} \quad (3.23)$$

denominada aproximação por decisão abrupta (DA) e,

$$f_{DS}(R) = \begin{cases} R, & 0 \leq R \leq f(1), \\ f(1), & f(1) < R < \infty, \end{cases} \quad (3.24)$$

denominada por decisão suave (DS).

A Tabela 3.2 apresenta alguns parâmetros para seis sistemas FFH-CDMA utilizados neste trabalho.

Tabela 3.2: Parâmetros para seis sistemas FFH-CDMA.

		S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6
Largura de Faixa (MHz)	W	0,625	1,25	2,5	5	10	20
Taxa de Fonte (Kbps)	R_b	58,594	34,722	65,104	33,482	34,180	32,895
Número de Bits por Palavra	K	3	4	5	6	7	8
Número de Ramos de Diversidade	L	4	9	6	14	16	19
Duração da Palavra (μs)	$T = K/R_b$	51,2	115,2	76,8	179,2	204,8	243,2
Duração do <i>chip</i> (μs)	$T_c = T/L$	12,8	12,8	12,8	12,8	12,8	12,8
Espaçamento dos Canais (KHz)	$1/T_c$	78,125	78,125	78,125	78,125	78,125	78,125
Número de Canais	$N = W \cdot T_c$	8	16	32	64	128	256
Número de Palavras	$M = 2^K$	8	16	32	64	128	256

3.2 Desempenho de Receptores FFH-CDMA Não-Codificados

3.2.1 Métodos para o cálculo da probabilidade de erro par-a-par

Nesta subseção descreveremos três métodos numéricos para o cálculo da probabilidade de erro de palavra par-a-par, P_{pp} . Os métodos que iremos apresentar encontram-se descritos em [3] e baseiam-se no cálculo da transformada de Laplace bilateral, $\Phi^L(s)$ da função densidade de probabilidade da variável aleatória $\Delta = Z_m - Z_j$ [30]. Uma vez que conheçamos a função característica, $\Phi(s)$, na sua forma fechada para um determinado receptor FFH-CDMA, podemos encontrar a P_{pp} através de métodos numéricos.

A probabilidade de erro de palavra par-a-par é definida por

$$P\{\Delta < 0 \mid m\} = P_{pp} = \int_{-\infty}^0 p_{\Delta}(x)dx.$$

Entretanto, temos que

$$\Phi^L(s) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-sx} p_{\Delta}(x)dx \quad e \quad p_{\Delta}(x) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\alpha-j\infty}^{\alpha+j\infty} e^{sx} \Phi^L(s)ds.$$

Deste modo, substituindo $p_{\Delta}(x)$ na expressão de P_{pp} temos que

$$P_{pp} = \frac{1}{2\pi j} \int_{\alpha-j\infty}^{\alpha+j\infty} \frac{\Phi^L(s)}{s} ds.$$

Fazendo $s = \alpha + j\omega$, com $ds = j d\omega$, vem

$$P_{pp} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\Phi^L(\alpha + j\omega)}{\alpha + j\omega} d\omega. \quad (3.25)$$

Observe como a Equação (3.25) encontrada para o receptor FFH-CDMA se relaciona com a equação geral dada pela Equação (2.9), para a probabilidade de erro par-a-par em um sistema de comunicação.

Para obtermos os resultados para a probabilidade de erro de palavra par-a-par, precisamos resolver numericamente a integral dada pela Equação (3.25). Deste modo, apresentaremos a seguir três métodos numéricos descritos em [3] para a solução da integral.

3.2.2 Limitante de *Chernoff*

O limitante de *Chernoff* é um método geral, e talvez a técnica mais simples para o limitante da probabilidade de erro de palavra par-a-par. Se Φ^L é conhecida, então o limitante será dado por

$$P_{pp} = \min_{\alpha} \Phi^L(\alpha). \quad (3.26)$$

A função Φ^L tem um valor mínimo, pois Φ^L é uma função convexa. Entretanto, para o receptor FFH-CDMA não-codificado, a minimização através da Equação (3.26), não pode ser facilmente encontrada de forma fechada. Portanto, a minimização neste caso, deve ser realizada através de cálculo numérico computacional.

3.2.3 Integração ponto-sela

Este método oferece uma aproximação, para a probabilidade de erro de palavra par-a-par. O método é baseado na aproximação assintótica do “ponto-sela”, e é válido para relações sinal-ruído elevadas. Sejam α_1 e α_2 duas singularidades (pólos) na região de minimização da função $\Phi^L(s)$. A convexidade de $\Phi^L(\alpha)$ implica que existe um único valor mínimo no intervalo (α_1, α_2) . Denotando este ponto de mínimo por $\bar{\alpha}$, podemos generalizar a expressão obtida de [3] para a aproximação da integral (3.25). Definindo $g(s) = \frac{1}{s}$ e $h(s) = \ln \frac{\Phi^L(s)}{\lambda}$, de [27] obtemos

$$P_{pp} \approx \frac{\Phi^L(\bar{\alpha})}{\bar{\alpha}} \cdot \sqrt{\frac{|\Phi(\bar{\alpha})|^2}{2\pi L \cdot |\Phi''(\bar{\alpha})\Phi(\bar{\alpha}) - (\Phi'(\bar{\alpha}))^2|}} \quad (3.27)$$

$$\approx \frac{\Phi^L(\bar{\alpha})}{\bar{\alpha}} \cdot \sqrt{\frac{|\Phi(\bar{\alpha})|}{2\pi L \cdot |\Phi''(\bar{\alpha})|}}, \quad (3.28)$$

onde $\Phi'(\bar{\alpha}) = 0$, $|\Phi'(\bar{\alpha})| < 1$ e $\Phi^L(\bar{\alpha})$ tem um mínimo porque a transformada de Laplace é convexa.

Comparando a Equação (3.28) com a Equação (3.26) podemos interpretar o termo multiplicando $\Phi^L(\bar{\alpha})$ em (3.28) como uma espécie de fator multiplicativo para o limitante de *Chernoff*.

3.2.4 Cálculo numérico através da regra de quadratura *Gauss-Chebyshev*

Uma forma para o *cálculo exato* da probabilidade de erro de palavra par-a-par, está baseada em integração numérica. Este método é bastante interessante se aplicado quando $\Phi^L(\alpha)$ não é conhecida na sua forma analítica, mas através de valores numéricos. Assim, o Apêndice A apresenta uma extensão de [3] para o cálculo exato da probabilidade de erro de palavra par-a-par, P_{pp} , Equação (A.12), dada por

$$P_{pp} = \frac{1}{N} \left\{ \sum_{i=1}^{N/2} \text{Re} [\Phi^L(\alpha + j\alpha\tau_i)] \right\} + \frac{1}{N} \left\{ \sum_{i=1}^{N/2} \tau_i \cdot \text{Im} [\Phi^L(\alpha + j\alpha\tau_i)] \right\}, \quad (3.29)$$

onde

$$\tau_i^{-1} = \tan \left(\frac{(2i-1)\pi}{N} \right). \quad (3.30)$$

O valor de α afeta o número de passos necessários para a convergência do método. Como em [3], α pode ser inicializado com o valor obtido através da minimização de $\Phi^L(\alpha)$, correspondente ao limitante de *Chernoff*.

3.2.5 Simulação computacional para a obtenção da probabilidade de erro de palavra par-a-par

Podemos obter a probabilidade de erro de palavra par-a-par também através de simulação computacional. Este método se aplica fundamentalmente quando não conhecemos a equação característica, $\Phi(s)$, na sua forma fechada. Assim, para obtermos os resultados para a probabilidade de erro de palavra par-a-par necessitamos gerar a variável aleatória R_{nl} dada pela função densidade de probabilidade através da Equação (3.13).

Uma maneira bastante interessante de gerar a função densidade de probabilidade para a VA R_{nl} é descrito em [17]. Aplicando uma transformação simples para a variável uniforme \mathcal{U} , podemos gerar a VA R_{nl} através de sua densidade de probabilidade $p(R_{nl}|m)$ como se

segue. Seja a transformação

$$Y = P(R_{nl}|m),$$

onde $P(R_{nl}|m)$ é a função distribuição da variável aleatória R_{nl} . Se Y tem uma densidade uniforme no intervalo de $[0, 1]$ então podemos gerar R_{nl} usando o fato de que $R_{nl} = P^{-1}(Y|m)$. Este método de transformação para geração de números aleatórios pode então ser descrito do seguinte modo:

1. Gere \mathcal{U} uniformemente distribuído no intervalo $[0, 1]$;
2. Compute a saída $R_{nl} = P^{-1}(\mathcal{U}|m)$. Assim, R_{nl} tem uma função densidade de probabilidade $p(R_{nl}|m)$.

No nosso caso, a inversa da função distribuição da VA R_{nl} não pode ser expressa na sua forma fechada. Assim, a inversa $P^{-1}(\mathcal{U}|m)$ deve ser calculada indiretamente através de um método numérico.

Estendendo o método de transformação para variáveis aleatórias discretas apresentado em [17], propomos um método para encontrar o valor da VA R_{nl} em que não precisamos encontrar a inversa $P^{-1}(R_{nl}|m)$ diretamente. Deste modo, sugerimos o algoritmo para o cálculo da VA R_{nl} como mostra a Tabela 3.3.

Observe na geração da VA R_{nl} a possibilidade da não convergência do algoritmo, ou seja, quando $R_{nl} = -1$ for obtido após um determinado número de iterações ($FLAG = 1$). Se isso ocorrer, é necessário alterar o número de iterações para a convergência do método ou alterar o valor do erro. Em nosso caso, a prática mostrou que o algoritmo sempre convergiu para um número de iterações menor ou igual a 50 e um erro igual a 10^{-9} . Observe também que a derivada $p'(R_{nl}|m)$ da função densidade de probabilidade pode ser facilmente obtida da Equação (3.13).

Para o obtermos a probabilidade de erro de palavra par-a-par através de simulação computacional, precisamos *fixar* duas linhas da matriz \mathbf{R} . Sejam \mathbf{W}_1 e \mathbf{W}_2 , a primeira e a segunda linha da matriz \mathbf{R} . Para cada um dos *chips*, as probabilidades de transição são dadas pela Equação (3.13) fazendo $\delta_{nm} = 0$ para a primeira linha e $\delta_{nm} = 1$ para a segunda linha (mensagem transmitida por um usuário). Assim, para um determinado número de interferentes, J , no sistema FFH-CDMA não-codificado, podemos obter o valor de cada uma das VA's R_{nl} através do algoritmo dado anteriormente, e calcular $Z_{\mathbf{W}_1}$ e $Z_{\mathbf{W}_2}$ através da não-linearidade ótima para o receptor FFH-CDMA de MV (Equação (3.17)). De forma

Tabela 3.3: Algoritmo para a obtenção da VA R_{nl} através de cálculo numérico.

```

U ← TUnif(0,1)
X0 ← 0.001
ERRO ← 0.000000001
MAXITERACOES ← 50
XANTERIOR ← X0
Rnl ← -1
para NITERACAO de 1 até MAXITERACOES faça
    SOMA ← -1
    SOMA ← (U-1) * p(XANTERIOR|m) + SOMA
    SOMA ← SOMA / p'(XANTERIOR|m) + SOMA
    XATUAL ← XANTERIOR - SOMA
    se (abs(XATUAL - XANTERIOR) ≤ ERRO)
        então
            Rnl ← XATUAL
            NITERACAO ← MAXITERACOES + 1
        senão
            XANTERIOR ← XATUAL
    fim se
fim para
retorna Rnl
se Rnl ≠ -1
    então
        FLAG ← 0
    senão
        FLAG ← 1
fim se

```

semelhante, $Z_{\mathbf{W}_1}$ e $Z_{\mathbf{W}_2}$, também podem ser obtidos para as aproximações da não-linearidade consideradas para a função $f(R)$ (Seção 3.1.2). Para a estimação da probabilidade de erro de palavra par-a-par, um erro é considerado quando $Z_{W_1} > Z_{W_2}$. Deste modo, podemos obter o valor da probabilidade de erro de palavra par-a-par através de simulação computacional. Para uma $P_{pp} = 10^{-3}$, foram utilizadas 10^5 matrizes \mathbf{R} .

3.2.6 Simulação computacional para a obtenção da probabilidade de erro de *bit*

Basicamente, podemos obter a probabilidade de erro de *bit* de duas formas. Na primeira, se tivermos a probabilidade de erro de palavra par-a-par, P_{pp} , podemos utilizar a conversão apresentada em [29] para obtermos a probabilidade de erro de *bit*, P_b , como sendo

$$P_b \leq \frac{M}{2} \cdot P_{pp}. \quad (3.31)$$

A segunda forma vem do conhecimento da probabilidade de erro de palavra, P_p . Assim, se tivermos a probabilidade de erro de palavra, P_p , podemos obter a probabilidade de erro de *bit*, P_b , dada por

$$P_b = \frac{M}{2(M-1)} \cdot P_p. \quad (3.32)$$

Consideremos, agora, o modelo de simulação para a probabilidade de erro de palavra, P_p , para um sistema FFH-CDMA não-codificado. Sejam $\mathbf{W}_1, \mathbf{W}_2, \dots, \mathbf{W}_M$, as linhas da matriz \mathbf{R} recebida no receptor. Para cada um dos *chips* da matriz \mathbf{R} , as probabilidades de transição são dadas pela Equação (3.13). Seja também \mathbf{W}_m a mensagem equi-provável transmitida, com $m \in [1, M]$. Assim, para um determinado número de interferentes, J , no sistema FFH-CDMA não-codificado, podemos obter o valor de cada uma das VA's R_{nl} através do algoritmo apresentado na Seção 3.2.5, entrando com $\delta_{nm} = 1$ para a linha da mensagem transmitida, \mathbf{W}_m , e $\delta_{nm} = 0$ para as $M - 1$ linhas restantes da matriz \mathbf{R} transmitida. Deste modo, podemos calcular $Z_{\mathbf{W}_1}, Z_{\mathbf{W}_2}, \dots, Z_{\mathbf{W}_M}$ através da não-linearidade ótima para o receptor FFH-CDMA de MV (Equação (3.17)). De forma similar, $Z_{\mathbf{W}_1}, Z_{\mathbf{W}_2}, \dots, Z_{\mathbf{W}_M}$, também podem ser obtidos para as aproximações da não-linearidade consideradas para a função $f(R)$ (Seção 3.1.2). Para a estimação da probabilidade de erro de palavra, um erro ocorrerá quando $Z_{\mathbf{W}_m}$ for menor do que os demais valores de $Z_{\mathbf{W}_i}$, com $i \in [1, M]$ e $i \neq m$. Deste modo, podemos obter o valor da probabilidade de erro de palavra através de simulação computacional utilizando várias apresentações da matriz recebida \mathbf{R} .

3.2.7 Equações características para os receptores FFH-CDMA

A seguir, são apresentadas as equações características para os receptores FFH-CDMA que utilizam as aproximações consideradas para a função $f(R)$ (Equações (3.22), (3.23) e (3.24)).

A equação característica para um receptor FFH-CDMA não-codificado e que utiliza um combinador linear assumindo que R_{ml} e R_{nl} são i.i.d. é dada por

$$\begin{aligned}\Phi_{CL}(s) &= \left[\int_0^\infty \exp[-s \cdot R] \cdot p(R_{ml}|m) dR \cdot \int_0^\infty \exp[s \cdot R] \cdot p(R_{nl}|m) dR \right] \\ &= [\Phi_1(s) \cdot \Phi_2(s)],\end{aligned}\quad (3.33)$$

onde

$$\Phi_1(s) = \sum_{k=0}^J B(k; J, \mu) \cdot \frac{1}{[s(k+d+1)+1]} \quad (3.34)$$

e

$$\Phi_2(s) = \sum_{k=0}^J B(k; J, \mu) \cdot \frac{1}{[1-s(k+d)]}. \quad (3.35)$$

A equação característica para o receptor FFH-CDMA não-codificado e quantizado, que utiliza a aproximação por decisão abrupta é dada por

$$\begin{aligned}\Phi_{DA}(s) &= \left[\int_0^{\frac{f(1)}{2}} \exp[-s \cdot 0] \cdot p(R_{ml}|m) dR + \int_{\frac{f(1)}{2}}^\infty \exp[-sf(1)] \cdot p(R_{ml}|m) dR \right] \cdot \\ &\quad \left[\int_0^{\frac{f(1)}{2}} \exp[s \cdot 0] \cdot p(R_{nl}|m) dR + \int_{\frac{f(1)}{2}}^\infty \exp[sf(1)] \cdot p(R_{nl}|m) dR \right] \\ &= [\psi_1(s) + \psi_2(s)] \cdot [\psi_3(s) + \psi_4(s)],\end{aligned}\quad (3.36)$$

onde

$$\psi_1(s) = \sum_{k=0}^J B(k; J, \mu) \cdot \left\{ 1 - \exp \left[\frac{-f(1)}{2 \cdot (k+d+1)} \right] \right\}, \quad (3.37)$$

$$\psi_2(s) = \sum_{k=0}^J B(k; J, \mu) \cdot \exp \left[-f(1) \cdot \left(\frac{s(k+d+1) + \frac{1}{2}}{k+d+1} \right) \right], \quad (3.38)$$

$$\psi_3(s) = \sum_{k=0}^J B(k; J, \mu) \cdot \left\{ 1 - \exp \left[\frac{-f(1)}{2 \cdot (k+d)} \right] \right\} \quad (3.39)$$

e

$$\psi_4(s) = \sum_{k=0}^J B(k; J, \mu) \cdot \exp \left[-f(1) \cdot \left(\frac{\frac{1}{2} - s(k+d)}{k+d} \right) \right], \quad (3.40)$$

E finalmente, a equação característica para o receptor não-codificado e não-quantizado, que utiliza a aproximação por decisão suave é dada por

$$\begin{aligned} \Phi_{DS}(s) &= \left[\int_0^{f(1)} \exp[-sR] \cdot p(R_{ml}|m) dR + \int_{f(1)}^{\infty} \exp[-sf(1)] \cdot p(R_{ml}|m) dR \right] \cdot \\ &\quad \left[\int_0^{f(1)} \exp[sR] \cdot p(R_{nl}|m) dR + \int_{f(1)}^{\infty} \exp[sf(1)] \cdot p(R_{nl}|m) dR \right] \\ &= [\varphi_1(s) + \varphi_2(s)] \cdot [\varphi_3(s) + \varphi_4(s)], \end{aligned} \quad (3.41)$$

onde

$$\varphi_1(s) = \sum_{k=0}^J B(k; J, \mu) \frac{(-1)}{[s(k+d+1)+1]} \cdot \left\{ \exp \left[-f(1) \left[\frac{s(k+d+1)+1}{k+d+1} \right] \right] - 1 \right\}, \quad (3.42)$$

$$\varphi_2(s) = \sum_{k=0}^J B(k; J, \mu) \cdot \exp \left[-f(1) \left[\frac{s(k+d+1)+1}{k+d+1} \right] \right], \quad (3.43)$$

$$\varphi_3(s) = \sum_{k=0}^J B(k; J, \mu) \frac{1}{[s(k+d)-1]} \cdot \left\{ \exp \left[f(1) \left[\frac{s(k+d)-1}{k+d} \right] \right] - 1 \right\} \quad (3.44)$$

e

$$\varphi_4(s) = \sum_{k=0}^J B(k; J, \mu) \cdot \exp \left[f(1) \left[\frac{s(k+d)-1}{k+d} \right] \right]. \quad (3.45)$$

3.2.8 Resultados obtidos

A seguir são apresentados os principais resultados de desempenho obtidos em termos do número de usuários ativos suportados para um sistema FFH-CDMA não-codificado. Inicialmente, apresentaremos o desempenho obtido através de cálculos numéricos para a probabilidade de erro par-a-par para dois sistemas FFH-CDMA não-codificados, considerando

os três métodos numéricos apresentados neste capítulo e simulação computacional. Por fim, apresentaremos os resultados para o desempenho em termos da probabilidade de erro de *bit*, utilizando os resultados através de cálculos numéricos para a probabilidade de erro de palavra par-a-par e utilizando simulação computacional.

Os resultados para a probabilidade de erro de palavra par-a-par foram obtidos para um sistema FFH-CDMA não-codificado e não-quantizado, cujo receptor utiliza a aproximação através da regra de DS, com $\Phi^L(s) = \Phi_{DS}^L(s)$. Deste modo, as Figuras 3.2 e 3.3 apresentam os resultados para a probabilidade de erro de palavra par-a-par, P_{pp} , obtida através dos três métodos numéricos apresentados neste capítulo, em função do número de usuários ativos simultâneos, U , para um sistema FFH-CDMA não-codificado com $M = 32$, $L = 6$, para $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB e $\frac{E_b}{N_0} = 12,5$ dB, respectivamente. Em cada uma das figuras, também são incluídas curvas para a P_{pp} , obtida através de simulação computacional. As Figuras 3.4 e 3.5 apresentam as mesmas curvas descritas nas Figuras 3.2 e 3.3. Entretanto, foi considerado um sistema FFH-CDMA com $M = 16$, $L = 9$, para $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB e $\frac{E_b}{N_0} = 12,5$ dB, respectivamente. Considerando os gráficos apresentados, observe que o melhor método numérico para a obtenção da probabilidade de erro de palavra par-a-par é o método que utiliza a regra de quadratura *Gauss-Chebyshev*. Vale ressaltar ainda que, para relações sinal-ruído elevadas, o método de aproximação através do ponto-sela também é indicado.

Foram obtidos os resultados para a probabilidade de erro de palavra par-a-par para um sistema FFH-CDMA não-codificado e não-quantizado, cujo receptor utiliza um combinador linear, com $\Phi^L(s) = \Phi_{CL}^L(s)$, e cujo receptor utiliza a aproximação através da regra de DS, com $\Phi^L(s) = \Phi_{DS}^L(s)$. Também foram obtidos os desempenhos para um sistema FFH-CDMA não-codificado e quantizado, cujo receptor utiliza a aproximação através da regra de DA, com $\Phi^L(s) = \Phi_{DA}^L(s)$. Deste modo, as Figuras 3.6 e 3.7 apresentam os resultados para a probabilidade de erro de palavra par-a-par, P_{pp} , obtida através do método que utiliza a regra de quadratura *Gauss-Chebyshev*, em função do número de usuários ativos simultâneos, U , para um sistema FFH-CDMA não-codificado quantizado e não-quantizado, com $M = 32$, $L = 6$, para $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB e $\frac{E_b}{N_0} = 12,5$ dB, respectivamente. Em cada uma das figuras, também foram incluídas as curvas para a P_{pp} , obtidas através de simulação computacional. As Figuras 3.8 e 3.9 apresentam as mesmas curvas descritas pelas Figuras 3.6 e 3.7. Entretanto, foi considerado um sistema FFH-CDMA não-codificado com $M = 16$, $L = 9$, para $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB e $\frac{E_b}{N_0} = 12,5$ dB, respectivamente.

A Figura 3.10 apresenta os desempenhos em termos da probabilidade de erro de *bit* P_b ,

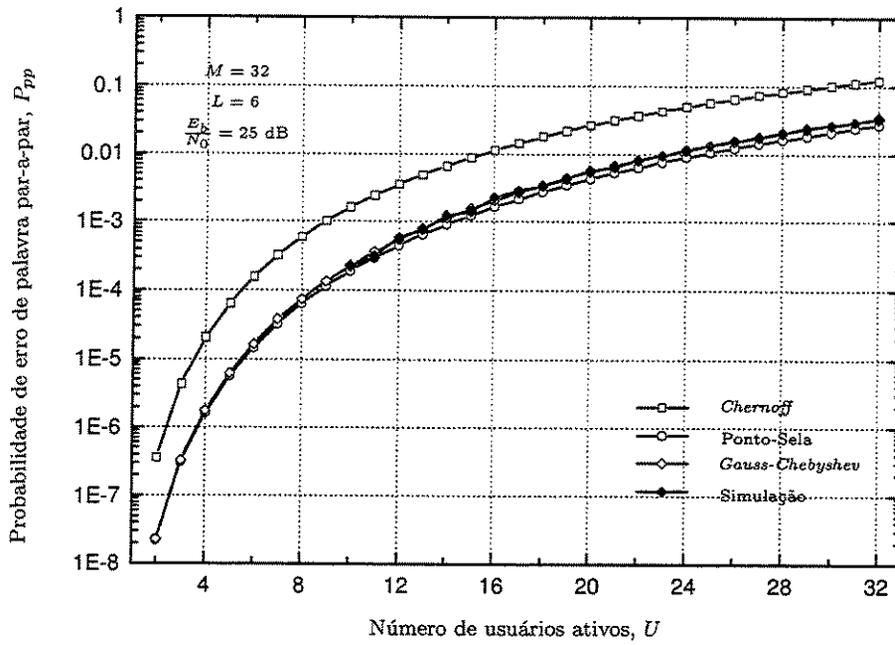


Figura 3.2: Probabilidade de erro de palavra par-a-par para um sistema FFH-CDMA não-codificado e não-quantizado, cujo receptor utiliza a aproximação por DS, com $M = 32$, $L = 6$ e $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB.

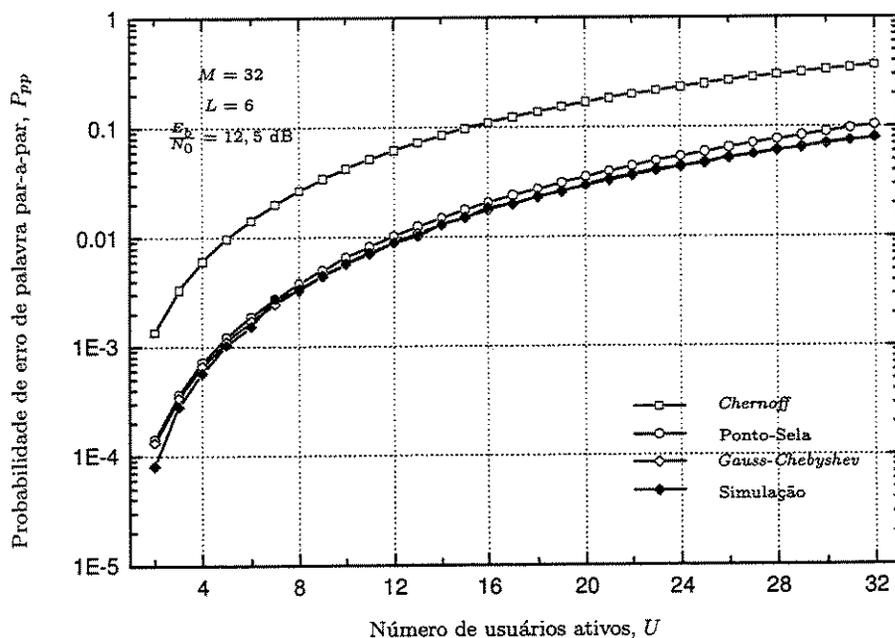


Figura 3.3: Probabilidade de erro de palavra par-a-par para um sistema FFH-CDMA não-codificado e não-quantizado, cujo receptor utiliza a aproximação por DS, com $M = 32$, $L = 6$ e $\frac{E_b}{N_0} = 12,5$ dB.

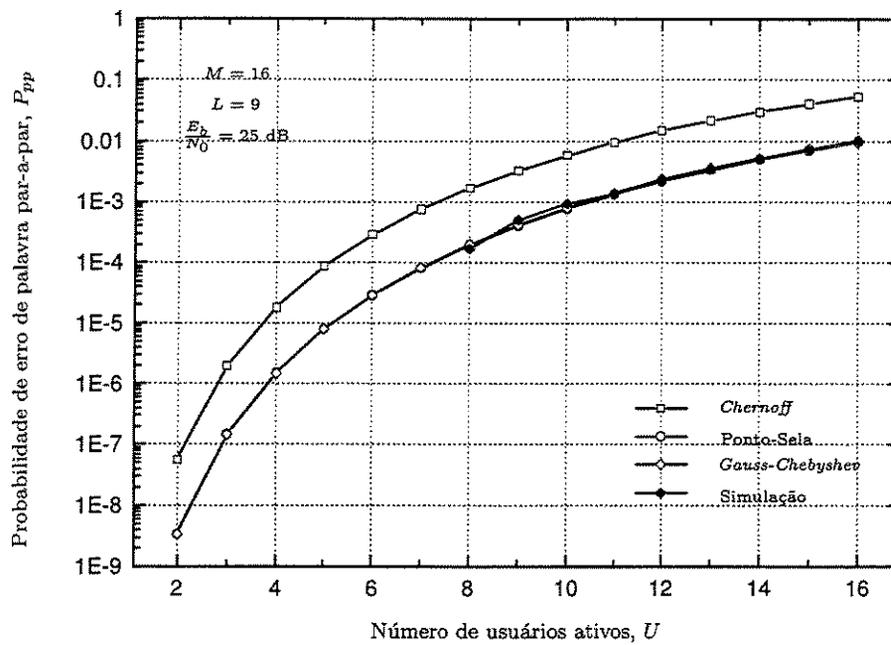


Figura 3.4: Probabilidade de erro de palavra par-a-par para um sistema FFH-CDMA não-codificado e não-quantizado, cujo receptor utiliza a aproximação por DS, com $M = 16$, $L = 9$ e $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB.

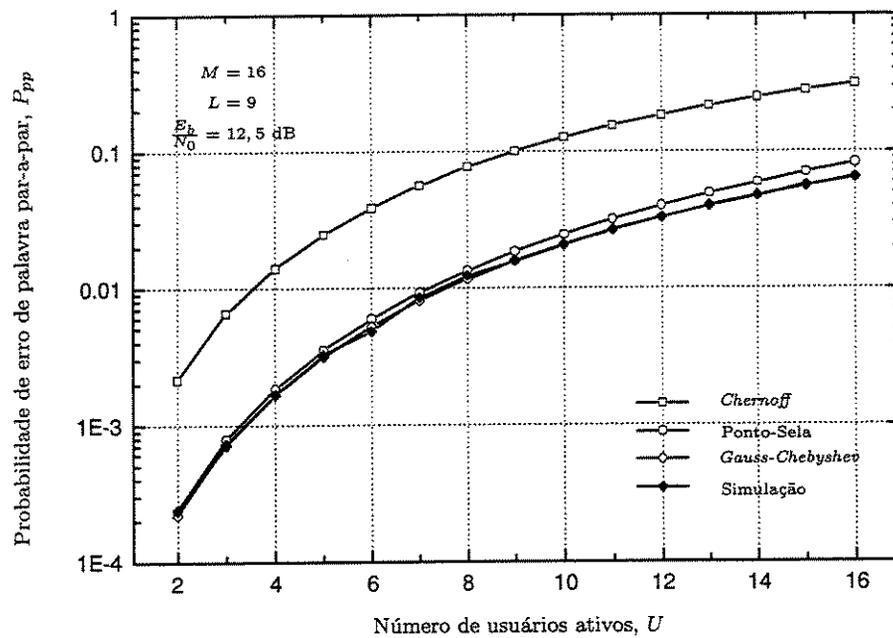


Figura 3.5: Probabilidade de erro de palavra par-a-par para um sistema FFH-CDMA não-codificado e não-quantizado, cujo receptor utiliza a aproximação por DS, com $M = 16$, $L = 9$ e $\frac{E_b}{N_0} = 12,5 \text{ dB}$

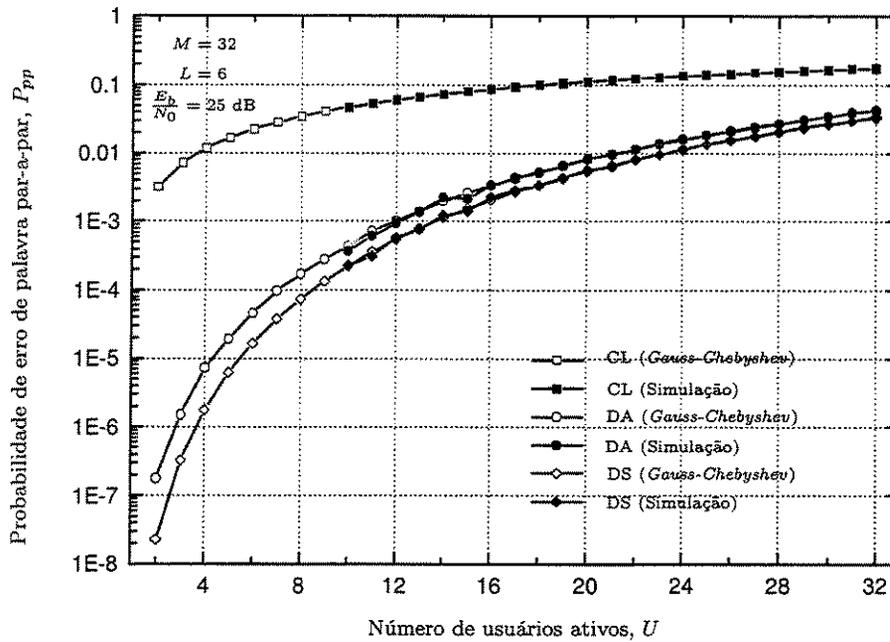


Figura 3.6: Probabilidade de erro de palavra par-a-par para um sistema FFH-CDMA obtida através do método numérico que utiliza a regra *Gauss-Chebyshev* e através de simulação computacional, com $M = 32$, $L = 6$ e $\frac{E_b}{N_0} = 25 \text{ dB}$.

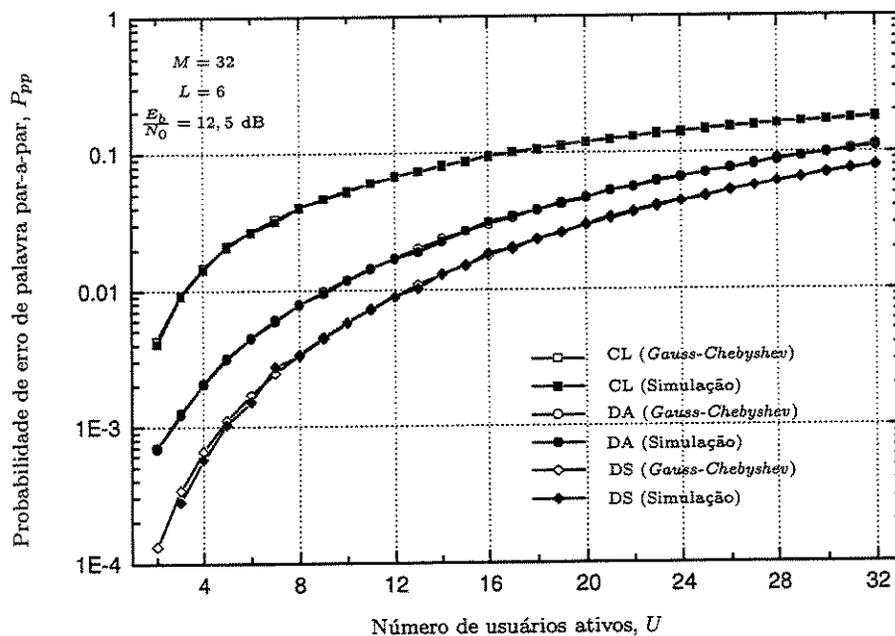


Figura 3.7: Probabilidade de erro de palavra par-a-par para um sistema FFH-CDMA obtida através do método numérico que utiliza a regra *Gauss-Chebyshev* e através de simulação computacional, com $M = 32$, $L = 6$ e $\frac{E_b}{N_0} = 12,5 \text{ dB}$.

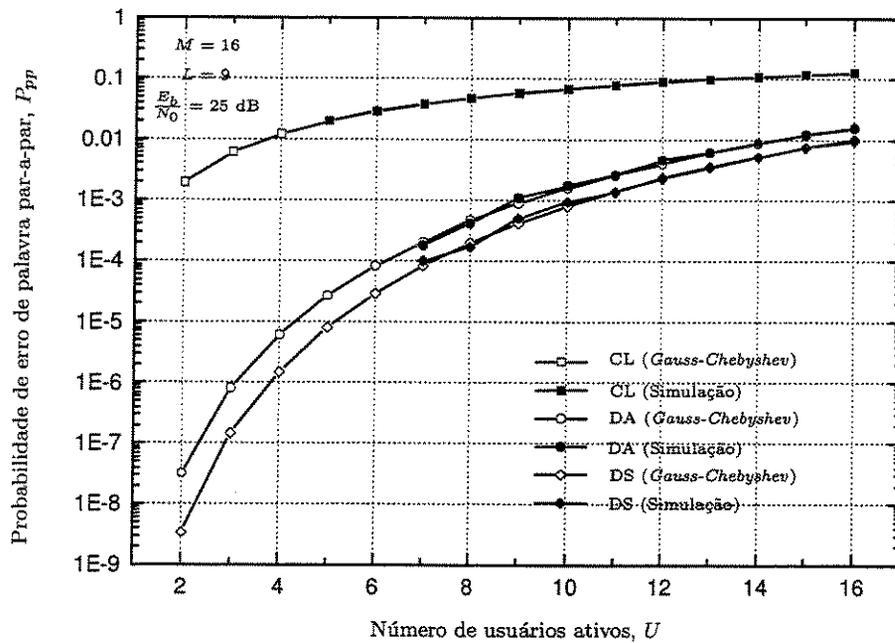


Figura 3.8: Probabilidade de erro de palavra par-a-par para um sistema FFH-CDMA obtida através do método numérico que utiliza a regra *Gauss-Chebyshev* e através de simulação computacional, com $M = 16$, $L = 9$ e $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB.

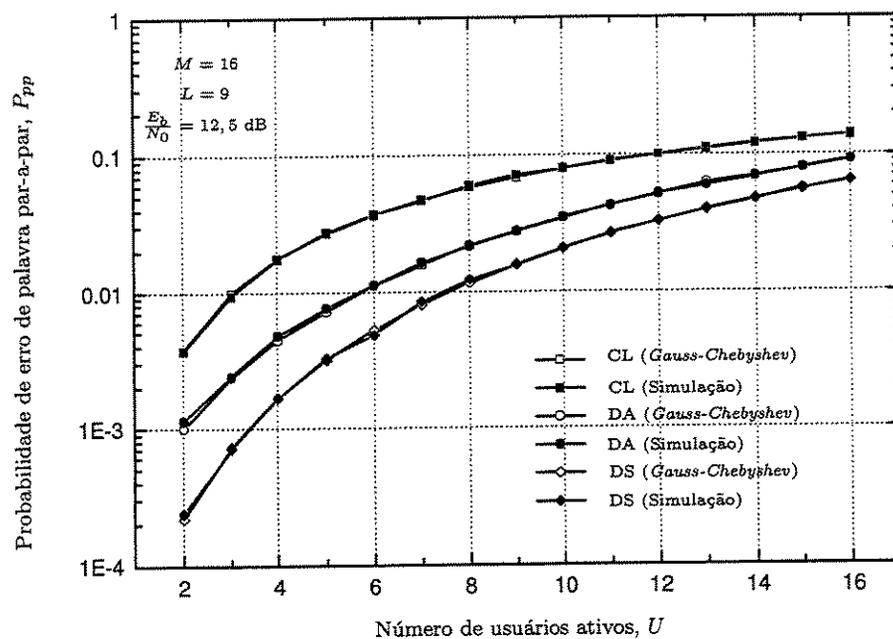


Figura 3.9: Probabilidade de erro de palavra par-a-par para um sistema FFH-CDMA obtida através do método numérico que utiliza a regra *Gauss-Chebyshev* e através de simulação computacional, com $M = 16$, $L = 9$ e $\frac{E_b}{N_0} = 12,5 \text{ dB}$.

para um sistema FFH-CDMA não-codificado, com $M = 32$, $L = 6$ e $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB. No mesmo gráfico são traçadas as curvas de desempenho obtidas através de simulação computacional e as curvas de desempenho obtidas a partir da Equação (3.31) através do método numérico que utiliza a regra *Gauss-Chebyshev*. Os desempenhos de simulação foram obtidos a partir dos resultados encontrados para a probabilidade de erro de palavra, P_p , simulada. A Figura 3.10 apresenta os resultados de simulação para um receptor de MV, além dos receptores que utilizam um combinador linear, a regra aproximada por DA e a regra aproximada por DS.

Dos resultados apresentados na Figura 3.10, podemos concluir que o uso da não-linearidade ideal leva a um pequeno ganho adicional no número de usuários ativos no sistema. Note que não foi possível a obtenção do desempenho através de cálculo numérico para o receptor de MV. Entretanto, os resultados obtidos para um sistema que utiliza a regra aproximada por DS fornece um bom indicativo de quão próximo estamos do desempenho do receptor de MV.

Considere a Figura 3.10. Para uma $P_b = 10^{-3}$, podemos verificar que os desempenhos obtidos a partir do cálculo da probabilidade de erro de palavra par-a-par, são bons limitantes para a probabilidade de erro de *bit*. Assim, em geral, podemos obter o número de usuários ativos suportados por um sistema FFH-CDMA não-codificado utilizando o método numérico que utiliza a regra *Gauss-Chebyshev*. A Tabela 3.4 apresenta o número de usuários ativos suportados para cada um dos sistemas FFH-CDMA não-codificados apresentados na Tabela 3.2, para uma probabilidade de erro de *bit*, P_b , menor do que 10^{-3} , obtida a partir do cálculo da probabilidade de erro de palavra par-a-par através da regra *Gauss-Chebyshev*, considerando uma $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB e uma $\frac{E_b}{N_0} = 12,5$ dB.

A Figura 3.10 apresenta os desempenhos obtidos através de simulação computacional da probabilidade de erro de palavra, P_p . Entretanto, os desempenhos podem ser encontrados de uma outra forma, i.é., através da contagem dos *bits* em erro de uma determinada palavra recebida com erro. Assim, a Figura 3.11 apresenta os desempenhos para um sistema FFH-CDMA não-codificado com $M = 32$, $L = 6$ e $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB, obtidos através de simulação computacional da probabilidade de erro de palavra, P_p , e através da contagem dos *bits* em erro. Deste modo, para um mesmo número de apresentações da matriz recebida, \mathbf{R} , observe que as curvas obtidas a partir da simulação da probabilidade de erro de palavra aproximam-se mais rapidamente dos desempenhos esperados, do que as curvas obtidas a partir da simulação dos *bits* em erro. Isto equivale a dizer que o esforço computacional de uma boa estimação da P_b , obtida a partir da contagem dos *bits* em erro de uma palavra transmitida recebida

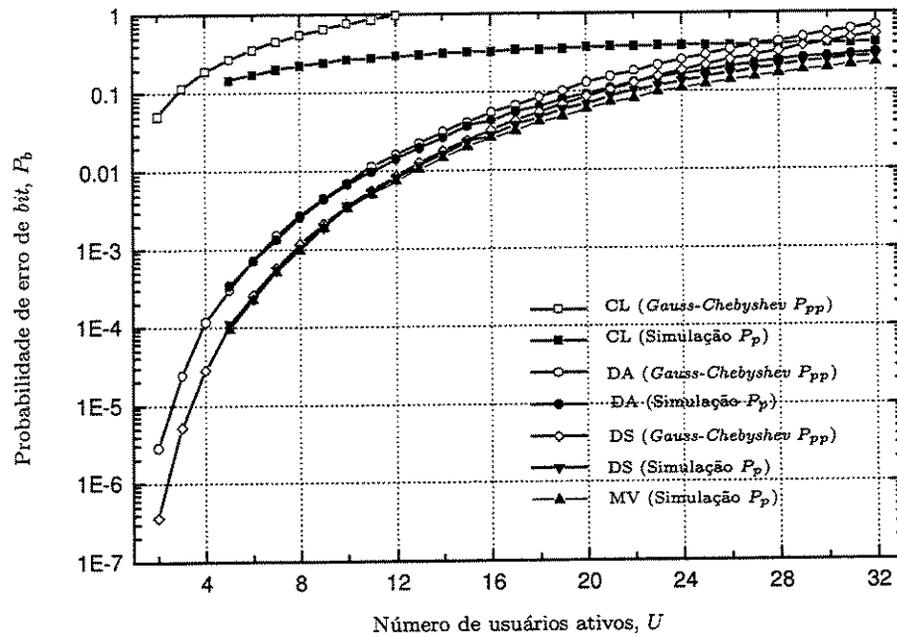


Figura 3.10: Probabilidade de erro de *bit* para um sistema FFH-CDMA obtida a partir do cálculo da probabilidade de erro par-a-par através do método numérico que utiliza a regra de *Gauss-Chebyshev* e a partir da simulação da probabilidade de erro de palavra, com $M = 32$, $L = 6$ e $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB.

Tabela 3.4: Número de usuários ativos suportados para vários sistemas FFH-CDMA não-codificados, para uma P_b menor ou igual a 10^{-3} , obtida a partir do cálculo da probabilidade de erro de palavra par-a-par através da regra *Gauss-Chebyshev*, considerando duas relações sinal-ruído.

Sistema FFH-CDMA	Não-linearidade $f(R)$	$\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB	$\frac{E_b}{N_0} = 12,5$ dB
$M = 8$ e $L = 4$	CL	-	-
	DA	-	-
	DS	1-2	-
$M = 16$ e $L = 9$	CL	-	-
	DA	6-7	-
	DS	7-8	1-2
$M = 32$ e $L = 6$	CL	-	-
	DA	6-7	-
	DS	7-8	1-2
$M = 64$ e $L = 14$	CL	2-3	-
	DA	33-34	3-4
	DS	37-38	8-9
$M = 128$ e $L = 16$	CL	3-4	2-3
	DA	69-70	8-9
	DS	78-79	18-19
$M = 256$ e $L = 19$	CL	7-8	4-5
	DA	153-154	22-23
	DS	171-172	43-44

com erro, é superior a estimação da mesma P_b , obtida a partir da probabilidade de erro de palavra, P_p .

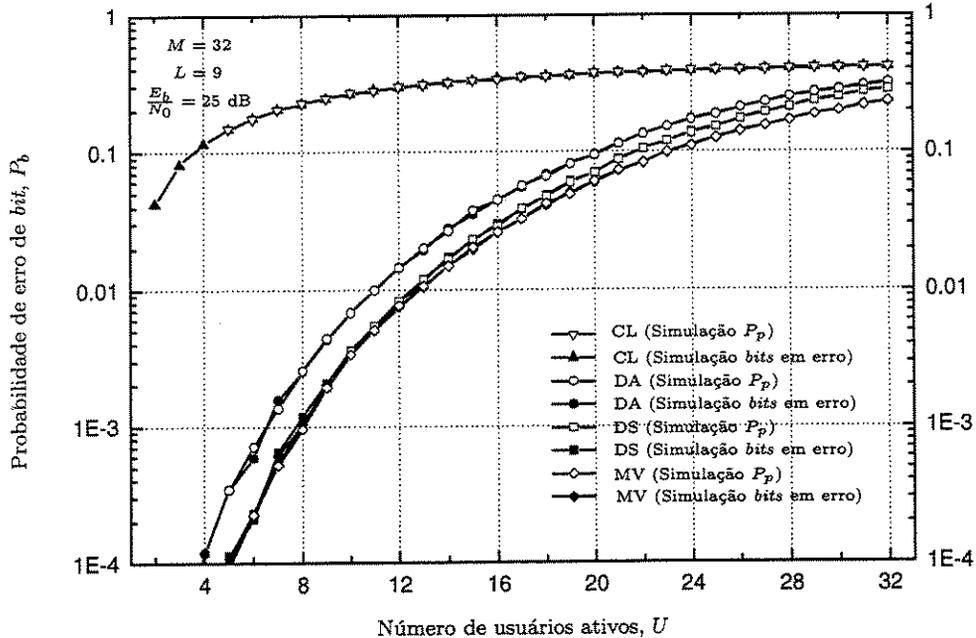


Figura 3.11: Comparação da probabilidade de erro de *bit* para um sistema FFH-CDMA não-codificado, com $M = 32$, $L = 6$ e $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB, obtido através da simulação da probabilidade de erro de palavra e obtido através da simulação da contagem dos *bits* em erro da palavra recebida com erro.

3.3 Perceptron para a Obtenção da Não-linearidade $f(R)$

Podemos obter a probabilidade de erro de *bit* através de simulação computacional para uma outra aproximação da não-linearidade, $f(R)$, ainda não apresentada. Assim, motivados pelos resultados previstos pelo teorema da aproximação universal, Seção 2.3.3, sugerimos em [6] a utilização de redes neurais artificiais (RNA's) para a representação da não-linearidade $f(R)$. No entanto, considere as Figuras 3.12 e 3.13, que apresentam a não-linearidade, $f(R)$, para um sistema FFH-CDMA com $M = 16$ e $L = 9$, para duas relações sinal-ruído.

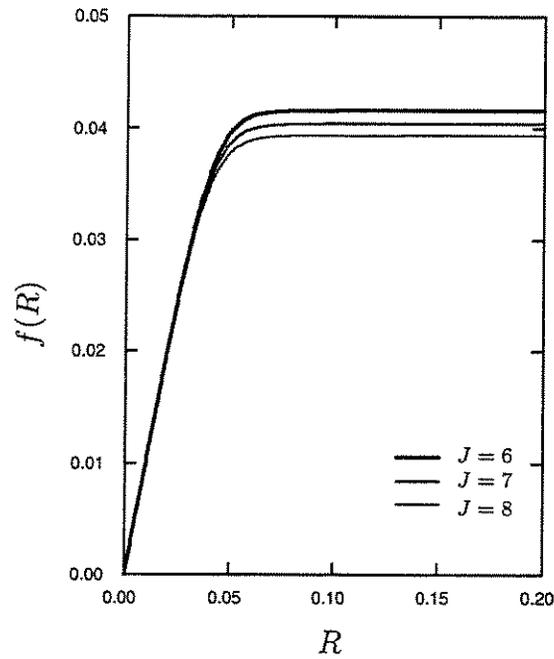


Figura 3.12: Não-linearidade $f(R)$ para um sistema FFH-CDMA não-codificado, com $M = 16$, $L = 9$ e $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB.

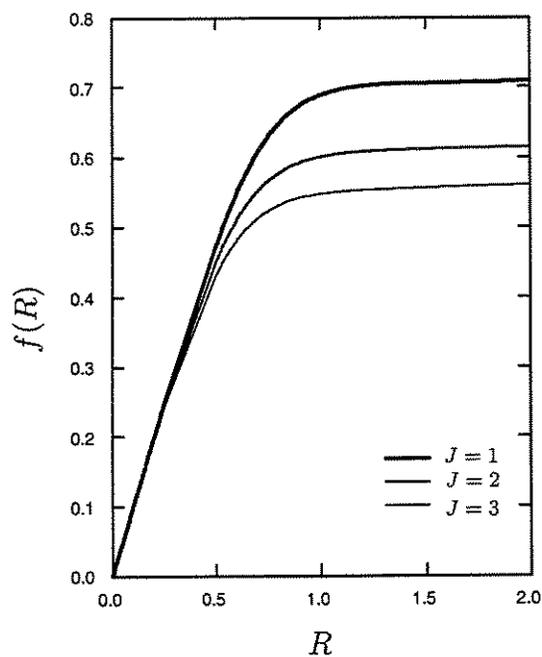


Figura 3.13: Não-linearidade $f(R)$ para um sistema FFH-CDMA não-codificado, com $M = 16$, $L = 9$ e $\frac{E_b}{N_0} = 12,5$ dB.

Considere também a aproximação que um único neurônio pode realizar através da função de ativação $\varphi(\cdot)$ tangente hiperbólica apresentada na Figura 2.8. Comparando-se as formas das curvas para a não-linearidade apresentadas pelas Figuras 3.12 e 3.13, com a curva da função de ativação da tangente hiperbólica de um único neurônio artificial mostrada pela Figura 2.8, sugerimos em [7], a representação da não-linearidade, $f(R)$, através de um *único perceptron* (PER) ao invés de uma RNA com uma camada escondida com 5 neurônios na camada de entrada e 1 neurônio na camada de saída (como sugerido em [6]). Assim, a Figura 3.14 apresenta o diagrama de fluxo de sinais do *perceptron* treinado.

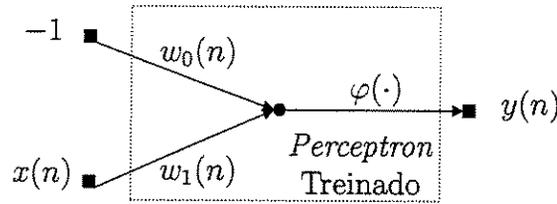


Figura 3.14: *Perceptron* utilizado para a obtenção da não-linearidade $f(R)$ com apenas uma entrada $x(n)$ e uma saída $y(n)$.

A regra de alteração dos pesos $\Delta w_0(n)$ e $\Delta w_1(n)$ pode ser obtida pela extensão da regra delta para um único *perceptron*, apresentada no Apêndice B, através das equações

$$\Delta w_0(n) = -\eta \cdot [d(n) - y(n)] \cdot \varphi'(v(n)) \quad (3.46)$$

$$\Delta w_1(n) = \eta \cdot [d(n) - y(n)] \cdot x(n) \cdot \varphi'(v(n)), \quad (3.47)$$

onde η é a taxa de aprendizado, $d(n)$ é a resposta desejada na saída $y(n)$ do *perceptron*, $\varphi(\cdot)$ é a função de ativação do *perceptron* (função tangente hiperbólica), $x(n)$ é a única entrada do *perceptron* e $v(n) = x(n) \cdot w_1(n) - w_0(n)$ é a entrada-líquida no *perceptron*. Observe que a saída $y(n)$ do *perceptron* é dada por

$$y(n) = \varphi \{w_1(n) \cdot x(n) - w_0(n)\}. \quad (3.48)$$

Para um melhor desempenho durante o treinamento do *perceptron*, é necessário um pré e pós-processamento do conjunto de treinamento de entrada-saída. Assim, os dados utilizados para o treinamento do *perceptron* são normalizados e seus valores são transformados para que os valores fiquem entre 0 e +1, i.e., $R^* = R/me$ e $f^*(R) = f(R)/ms$, onde me é o maior valor do conjunto de treinamento de entrada e ms é o maior valor do conjunto de treinamento de saída. No treinamento do *perceptron*, as conexões sinápticas (pesos sinápticos)

são obtidas. O número de pares $\{R^*, f^*(R)\}$ utilizados no treinamento foi igual a 15, onde a maior concentração de pares foi tomada fora da região de saturação da não-linearidade $f(R)$. Assim, cada não-linearidade ótima da Figura 3.1, $f(R)$, pode ser implementada através do bloco mostrado na Figura 3.15. O pré-processamento consiste do valor da entrada R^* , obtido através da divisão de R pelo maior valor do conjunto de treinamento da entrada, me . O pós-processamento consiste na obtenção de $f(R)$ através da resposta do *perceptron* treinado a um dado valor R , obtido da multiplicação de $f(R^*) = f(R)/ms$ pelo maior valor do conjunto de treinamento de saída, ms .

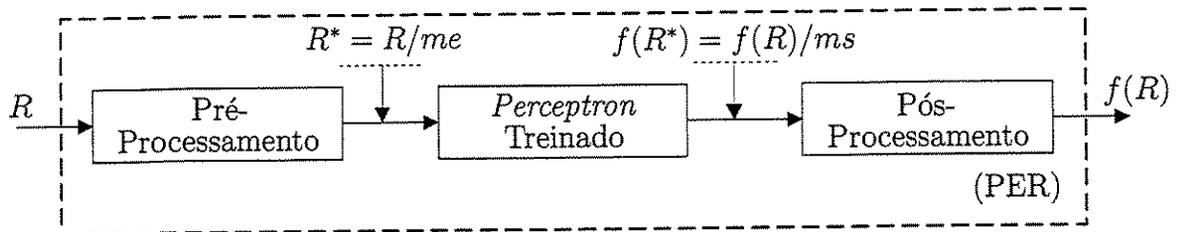


Figura 3.15: *Perceptron* para a obtenção da não-linearidade, $f(R)$, utilizando um pré-processamento e um pós-processamento.

3.3.1 Resultados obtidos

A seguir são apresentados os resultados para a probabilidade de erro de *bit* utilizando simulação computacional e através de um único *perceptron*.

As Figuras 3.16 e 3.17 apresentam a probabilidade de erro de *bit*, P_b , em função do número de usuários ativos, U , obtidos através de simulação computacional da P_p , para um sistema FFH-CDMA com $M = 16$, $L = 9$, para $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB e $\frac{E_b}{N_0} = 12,5$ dB, respectivamente. Os resultados incluem o desempenho para a implementação da não-linearidade, $f(R)$, através do *perceptron* descrito na seção anterior. Podemos observar que a degradação de desempenho pelo uso do *perceptron* no lugar da não-linearidade ideal (3.19) é praticamente desprezível.

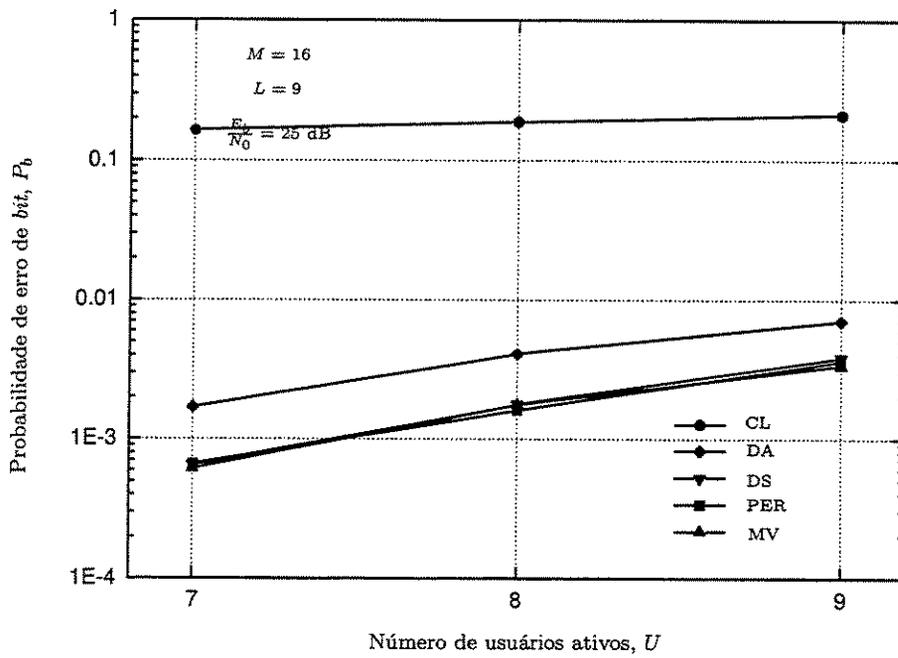


Figura 3.16: Probabilidade de erro de *bit* obtidas através de simulação computacional para um sistema FFH-CDMA não-codificado, com $M = 16$, $L = 9$ e $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB.

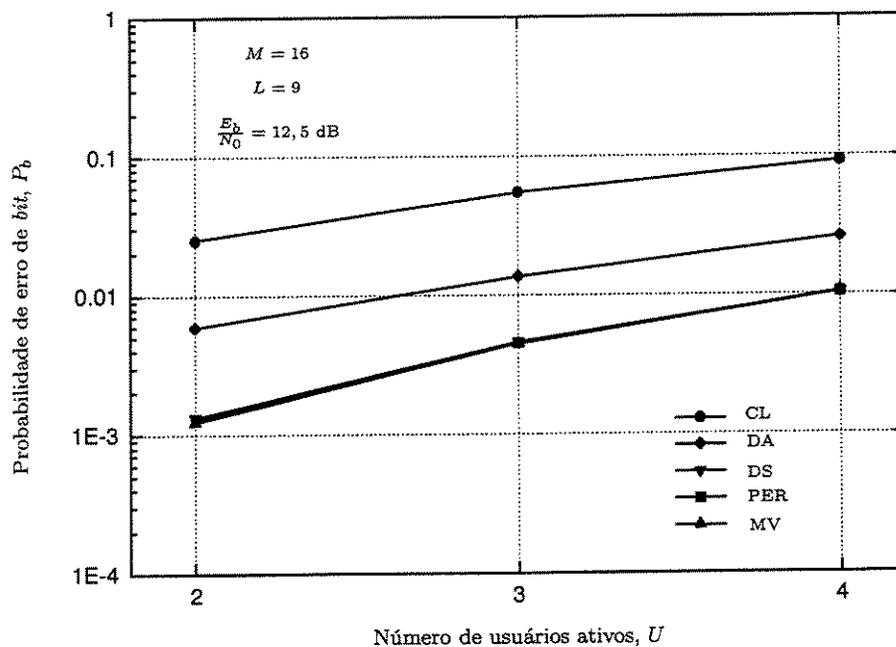


Figura 3.17: Probabilidade de erro de *bit* obtidas através de simulação computacional para um sistema FFH-CDMA não-codificado, com $M = 16$, $L = 9$ e $\frac{E_b}{N_0} = 12,5$ dB.

3.4 Considerações Finais

Neste capítulo estendemos três métodos apresentados em [3] para o cálculo da probabilidade de erro de palavra par-a-par para um sistema FFH-CDMA não-codificado. Os métodos utilizados foram: (i) limitante de *Chernoff*; (ii) integração ponto-sela; (iii) cálculo numérico através da regra de quadratura *Gauss-Chebyshev*. Propusemos também um método de simulação computacional para a obtenção da probabilidade de erro de palavra de par-a-par e para a probabilidade de erro de palavra. Todos os desempenhos encontrados através de simulação computacional, estão baseados na geração de números aleatórios a partir de uma função distribuição de probabilidade que utiliza um método de transformação das VA's discretas [17].

Através de cálculos numéricos para um receptor que utiliza a aproximação por DS e de resultados obtidos através de simulação computacional, apresentamos comparações para o desempenho de um receptor FFH-CDMA não-codificado em termos da probabilidade de erro de palavra par-a-par versus número de usuários ativos. Os resultados para a probabilidade de erro par-a-par obtidos através de simulação computacional foram melhores aproximados através do método que utiliza a regra de quadratura *Gauss-Chebyshev*. No entanto, conforme verificado para relações sinal-ruído elevadas, o método de aproximação através do ponto-sela também é indicado [30].

Através de simulação computacional, podemos concluir que o uso da não-linearidade ideal leva a um pequeno ganho adicional no número de usuários ativos no sistema. Assim, motivados pelos resultados previstos pelo teorema da aproximação universal propomos em [6] a utilização de RNA's. No entanto, propusemos uma forma mais simples para a implementação da regra ótima de MV, dada pela boa aproximação da função $f(R)$ através de um único *perceptron* [7]. Os resultados mostraram que a degradação de desempenho pelo uso do *perceptron* no lugar da não-linearidade ideal (3.19) é praticamente desprezível.

Capítulo 4

Capacidade de Sistemas FFH-CDMA

Este capítulo apresenta uma extensão dos cálculos apresentados em [14] para a capacidade de canal por dimensão para um canal FFH-CDMA *quantizado* e um *não-quantizado*, modelados em [30]. Os cálculos para a capacidade de canal por dimensão sugerem que a quantização geralmente leva à uma degradação de capacidade não desprezível. Neste capítulo são apresentados ainda, os cálculos para a obtenção de um limitante da capacidade de canal e os cálculos para a taxa de corte de canal para os sistemas FFH-CDMA. Os resultados apresentados pelos cálculos através do limitante superior da capacidade de canal e do limitante da taxa de corte de canal, indicam o uso de sistemas FFH-CDMA codificados que utilizam saídas não-quantizadas dos detectores de energia do receptor através da regra ótima.

4.1 Canal FFH-CDMA Quantizado

PARA descrevermos o canal quantizado iremos inicialmente considerar a não-linearidade que implementa o receptor ótimo de MV, $f(R)$, e que deve ser aplicada às saídas, R , dos detectores de energia descrita pela Equação (3.19). Na Subseção 3.1.2 apresentamos algumas aproximações para a função $f(R)$. O canal quantizado baseia-se na aproximação da não-linearidade da regra de MV através da regra de DA [30]. Considerando apenas um *chip* da matriz FFH-CDMA, \mathbf{R} , a descrição do canal quantizado consiste de um alfabeto de entrada binário $X = \{0, 1\}$, um alfabeto de saída $Y = \{f(0), f(1)\}$ quantizado pela função $f(\cdot)$, e um

conjunto de probabilidades de transição $\{P_I, 1 - P_I, P_D, 1 - P_D\}$. As deleções podem ocorrer no canal devido ao ruído aditivo, i.é., um *bit* 1 na entrada pode ser recebido como um *bit* 0 na saída do canal, ocorrendo uma deleção com probabilidade de apagamento P_D . Por outro lado, a probabilidade de inserção no canal pode ser causada por outros usuários, bem como por ruído AWGN e desvanecimento *Rayleigh*. Assim, o canal FFH-CDMA quantizado pela regra de DA pode ser modelado como um canal não-simétrico com entradas e saídas binárias, conforme mostra a Figura 4.1.

Estendendo os cálculos apresentados em [14] e considerando o canal FFH-CDMA quantizado pela regra de DA, as probabilidades de transição deste canal serão dadas por

$$P_I = \int_{\ell}^{\infty} p(R_{nl}|c_{nl} = 0) dR \quad (4.1)$$

e

$$P_D = \int_0^{\ell} p(R_{nl}|c_{nl} = 1) dR, \quad (4.2)$$

onde ℓ é um limiar de decisão escolhido de maneira a maximizar a capacidade do canal. As probabilidades de transição $p(R_{nl}|c_{nl})$ são dadas pela Equação 3.13, fazendo $\delta_{nm} = 0$ se $c_{nl} = 0$ e $\delta_{nm} = 1$, caso contrário.

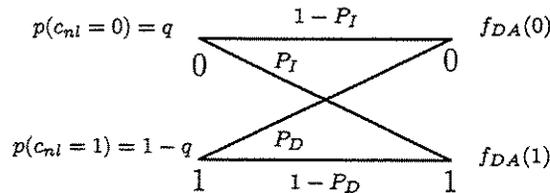


Figura 4.1: Modelo de canal não-simétrico binário para um sistema FFH-CDMA quantizado pela regra de DA. As probabilidades *a priori* são $1 - q = 1/M$ e q .

4.1.1 Capacidade de canal por dimensão

A capacidade de canal por dimensão para o canal quantizado pode ser obtida numericamente através de cálculo computacional. Na Seção 2.2.3 obtivemos a capacidade de canal para um canal não-simétrico binário. Deste modo, a capacidade de canal por dimensão para o canal FFH-CDMA quantizado através da regra de DA, pode ser estendida a partir da

Equação (2.6), e será dada por

$$\frac{C_{\max}}{U} = \max_{\ell} \{ h [P_D(1 - q) + q(1 - P_I)] - qh(P_I) - (1 - q)h(P_D) \}, \quad (4.3)$$

onde $h(\cdot)$, é a função de entropia binária, P_D é a probabilidade de apagamento de uma frequência e P_I é a probabilidade de inserção de uma frequência.

4.1.2 Taxa de corte de canal

A taxa de corte de canal pode ser obtida através da função característica para a variável de decisão do receptor FFH-CDMA, conforme apresentado na Seção 2.2.4. Assim, podemos calcular a taxa de corte de canal R_0 para um receptor FFH-CDMA como sendo

$$R_0 = K - \log_2 \{1 + (M - 1)D\}, \quad (4.4)$$

onde

$$D = \min_{\lambda \geq 0} \Phi^L(\lambda). \quad (4.5)$$

Portanto, podemos calcular a taxa de corte de canal R_0^{DA} através da Equação (4.4), substituindo (3.36) em (4.5).

4.2 Canal FFH-CDMA Não-quantizado

A taxa de corte de canal pode ser encontrada tanto para o receptor que utiliza a aproximação por decisão suave, como para o receptor que utiliza a não-linearidade ótima. Assim, os cálculos para a taxa de corte de canal para os dois receptores que utilizam um canal FFH-CDMA não-quantizado são também apresentados nesta seção.

4.2.1 Capacidade de canal por dimensão

A capacidade de canal por dimensão efetiva será obtida através do cálculo da informação mútua do canal [14]. Sejam as probabilidades *a priori* fixas $p(c_{nl} = 1) = \frac{1}{M}$ e $p(c_{nl} = 0) = 1 - \frac{1}{M}$ para o canal FFH-CDMA não-quantizado que utiliza a aproximação por decisão suave

modelado em [30]. Assim, podemos calcular a informação mútua para o canal FFH-CDMA não-quantizado que utiliza a regra de MV dada por

$$\begin{aligned} I(c_{nl}; R_{nl}) &= H(R_{nl}) - H(R_{nl}|c_{nl}) \\ &= - \int_0^\infty p(R_{nl}) \log_2 p(R_{nl}) dR_{nl} + \int_0^\infty \sum_{c_{nl}=0}^1 p(c_{nl}) p(R_{nl}|c_{nl}) \log_2 [p(R_{nl}|c_{nl})] dR_{nl}, \end{aligned} \quad (4.6)$$

onde

$$\begin{aligned} p(R_{nl}) &= \sum_{c_{nl}=0}^1 p(R_{nl}, c_{nl}) \\ &= p(c_{nl} = 0) \cdot p(R_{nl}|c_{nl} = 0) + p(c_{nl} = 1) \cdot p(R_{nl}|c_{nl} = 1). \end{aligned} \quad (4.7)$$

Deste modo, a capacidade de canal por dimensão para o canal FFH-CDMA não quantizado que utiliza a regra de MV será dada por

$$\frac{C_{\max}}{U} = I(c_{nl}; R_{n,l}). \quad (4.8)$$

4.2.2 Taxa de corte

A função característica para o receptor FFH-CDMA não-quantizado no caso de detecção por MV não pode ser encontrada na sua forma fechada. Isto dá a impressão de que a função característica $\Phi_{MV}(s)$, dificilmente também pode ser encontrada na forma numérica. Entretanto, podemos utilizar o modelo de canal para saídas contínuas descrito em [25] e obter o cálculo da taxa de corte de canal de forma mais simples. O Apêndice C apresenta o cálculo para a taxa de corte do receptor que utiliza a regra de MV, R_0^{MV} , para um canal FFH-CDMA não-quantizado dado pela Equação (C.8)

$$R_0^{MV} = K - \log_2 \left\{ 1 + (2^K - 1) \cdot \left[\int_0^\infty \sqrt{p_{i,j|i=j} \cdot p_{i,j|i \neq j}} dR_{nl} \right]^{2L} \right\}. \quad (4.9)$$

onde $p_{i,j|i=j}$ é a função densidade de probabilidade, Equação (3.13), com $\delta_{nm} = 1$ e $p_{i,j|i \neq j}$ com $\delta_{nm} = 0$.

Por outro lado, a função característica para o receptor FFH-CDMA não-quantizado que utiliza a regra de aproximação por decisão suave é dada pela Equação (3.41). Deste

modo, a taxa de corte de canal para o receptor não-quantizado que utiliza a aproximação por decisão suave, R_0^{DS} , pode também ser calculada através da Equação (4.4), substituindo (3.41) em (4.5).

4.3 Um Limitante para a Capacidade de Canal

O cálculo da capacidade de canal não pode ser encontrado de forma exata para um receptor FFH-CDMA. Entretanto, devido à independência estatística entre os *chips* da matriz FFH-CDMA, \mathbf{R} , podemos obter um limitante superior para a informação mútua. Assim, como $I(\{0, 1\}; \mathbf{R}) \leq ML \cdot I(c_{nl}; R_{nl})$, podemos escrever que a capacidade de canal para um receptor FFH-CDMA é dada por

$$Cap \leq ML \cdot I(c_{nl}; R_{nl}), \quad (4.10)$$

onde M e L são parâmetros do receptor FFH-CDMA, e a capacidade de canal por dimensão $C_{\max}/U = I(c_{nl}; R_{n,l})$, pode ser obtida para o receptor quantizado e não-quantizado.

4.4 Exemplos de Comparação para a Capacidade

4.4.1 Comparação através da capacidade de canal

A capacidade soma normalizada é definida como a capacidade de canal por dimensão multiplicada pelo número de usuários ativos, U . Deste modo, através de cálculo computacional, foram obtidos alguns resultados a título de comparação da capacidade em termos do número de usuários ativos.

As Figuras 4.2, 4.3, 4.4 e 4.5, apresentam as curvas para a capacidade soma normalizada em função da relação-sinal ruído por *chip*, para um sistema FFH-CDMA com $M = 32$ e dois canais diferentes, para cada um destes casos $U = 3$, $U = 10$, $U = 15$ e $U = 32$, respectivamente. Fixando um valor para a capacidade soma normalizada, podemos observar nas curvas dos gráficos, um ganho entre 2,5 dB e 6,0 dB, para um sistema FFH-CDMA não-quantizado em relação a um sistema quantizado através de um limiar fixo (l_f), com $\ell = f(1)/2$. Por outro lado, podemos observar um ganho entre 2,0 dB e 4,0 dB, para um sistema FFH-CDMA não-quantizado em relação a um sistema quantizado com limiar

otimizado (lo). Deste modo, este trabalho, sugere a utilização de sistemas FFH-CDMA não-quantizados, pois apresentam uma capacidade maior do que os sistemas quantizados.

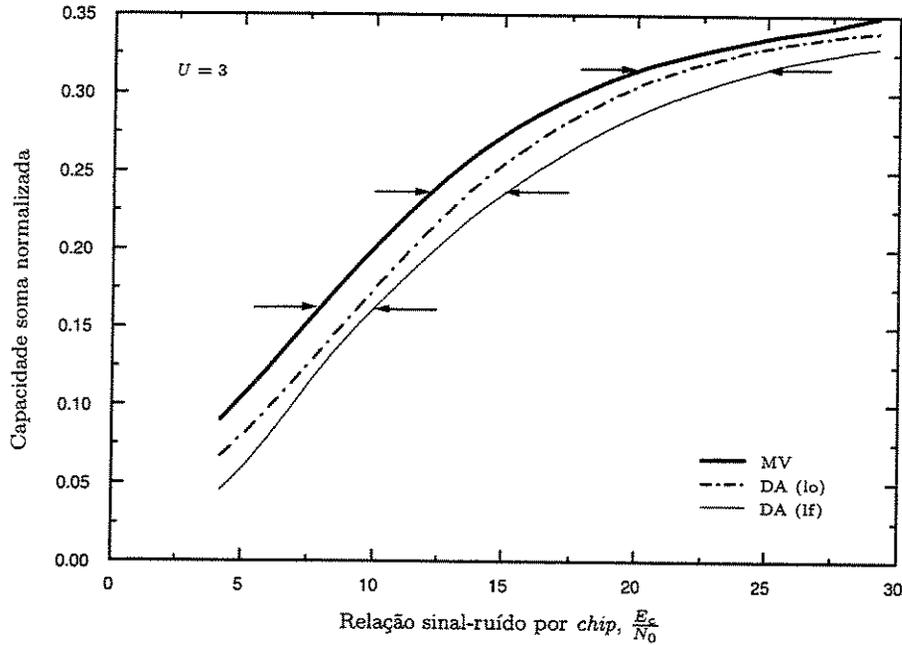


Figura 4.2: Capacidade soma normalizada em função da relação sinal-ruído por *chip*, para um sistema FFH-CDMA, com $M = 32$ e $U = 3$.

As Figuras 4.6 e 4.7 apresentam as curvas para a capacidade soma normalizada em função do número de usuários ativos, U , para um sistema FFH-CDMA com $M = 32$ e modelo de canal não-quantizado e quantizado, para $\frac{E_c}{N_0} = 24,208$ dB e $\frac{E_c}{N_0} = 11,708$ dB, respectivamente. As curvas para a capacidade de canal por dimensão para um sistema FFH-CDMA quantizado que utiliza a regra de DA, foram obtidas através da Equação (4.3), com $\ell = f(1)/2$. Assim, para cada número de usuários ativos no sistema, U , podemos observar que a otimização do limiar levou a um ganho não desprezível em termos de capacidade soma normalizada. A capacidade soma normalizada para um sistema FFH-CDMA não-quantizado mostrou-se superior a de um sistema quantizado. Quando U cresce, podemos observar assintoticamente que o receptor com limiar fixo pode ser bastante atrativo. Ademais, a implementação do receptor com limiar fixo é mais simples do que a implementação do receptor com limiar otimizado.

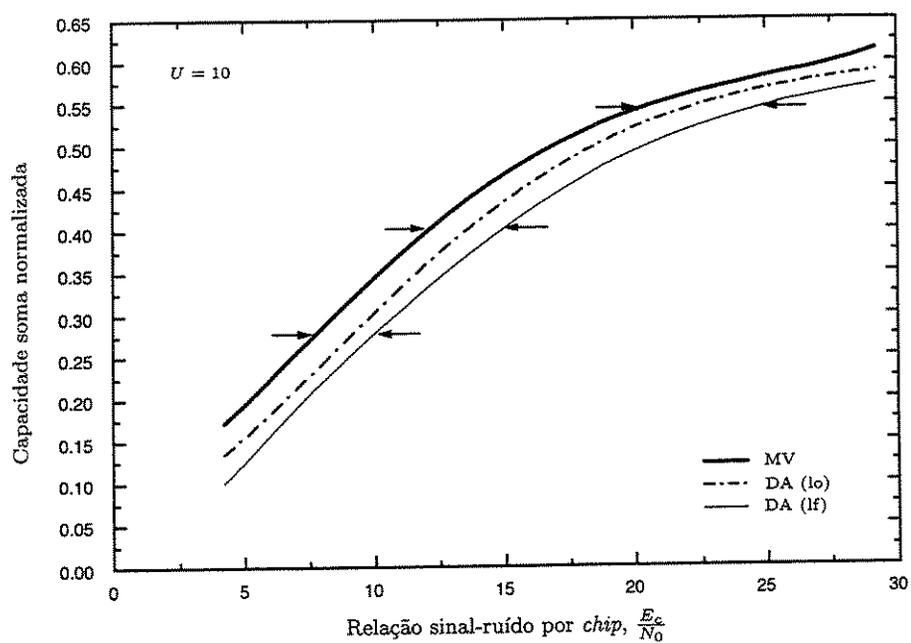


Figura 4.3: Capacidade soma normalizada em função da relação sinal-ruído por *chip*, para um sistema FFH-CDMA, com $M = 32$ e $U = 10$.

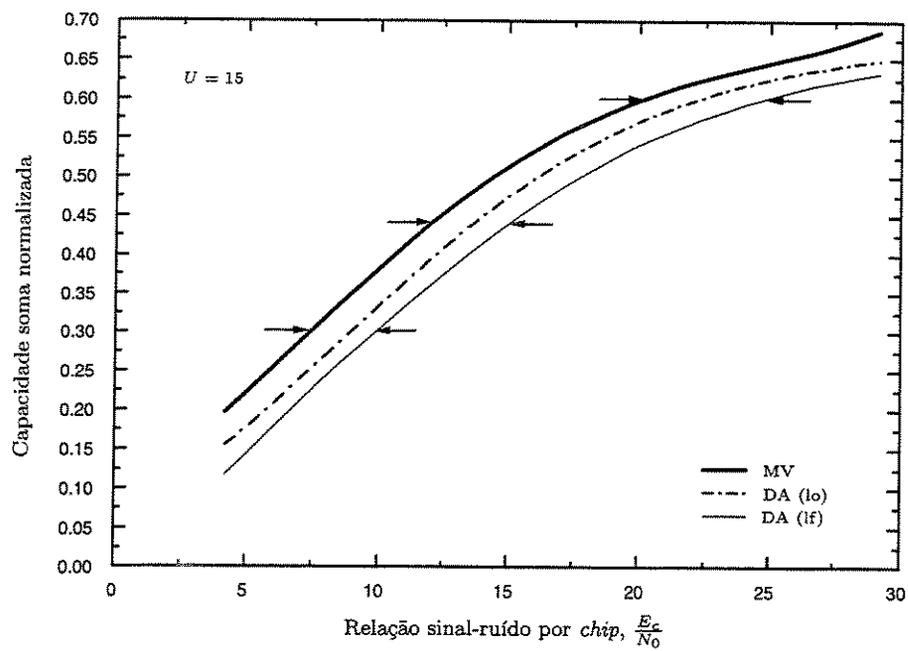


Figura 4.4: Capacidade soma normalizada em função da relação sinal-ruído por *chip*, para um sistema FFH-CDMA, com $M = 32$ e $U = 15$.

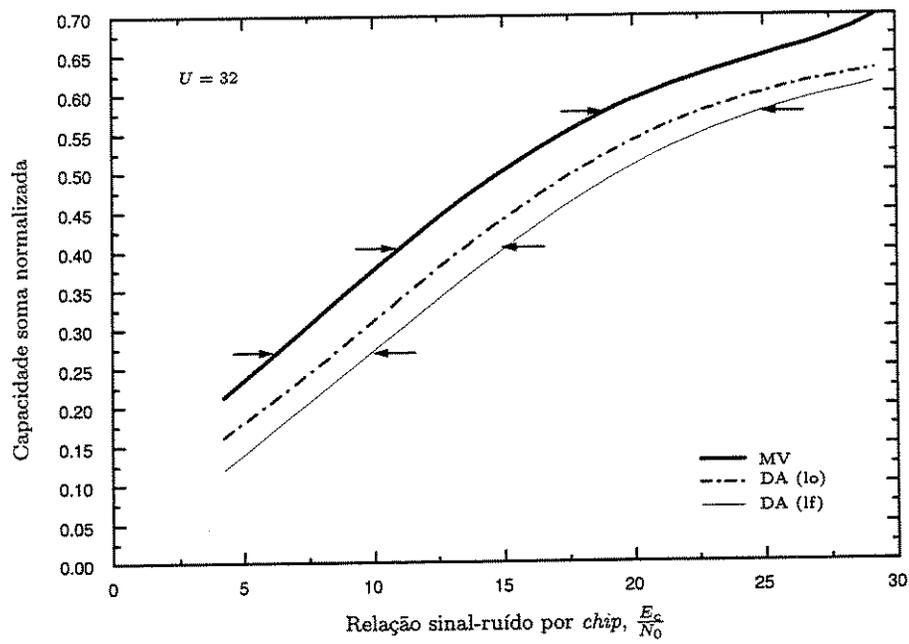


Figura 4.5: Capacidade soma normalizada em função da relação sinal-ruído por *chip*, para um sistema FFH-CDMA, com $M = 32$ e $U = 32$.

Podemos verificar nas Figuras 4.8 e 4.9, que a capacidade de canal por dimensão para outros sistemas FFH-CDMA não-quantizados, mostrou-se também superior à capacidade de sistemas quantizados. Nas figuras apresentadas, podemos observar que os sistemas que utilizam limiares fixos também podem ser atrativos, dependendo dos objetivos a serem atingidos e dos recursos disponíveis para a implementação de um sistema FFH-CDMA. Entretanto, todos os exemplos apresentados indicam a utilização de sistemas FFH-CDMA não-quantizados, pois apresentam uma maior capacidade. Os resultados que são apresentados a seguir através de limitantes de capacidades, tornarão mais claros a indicação deste trabalho.

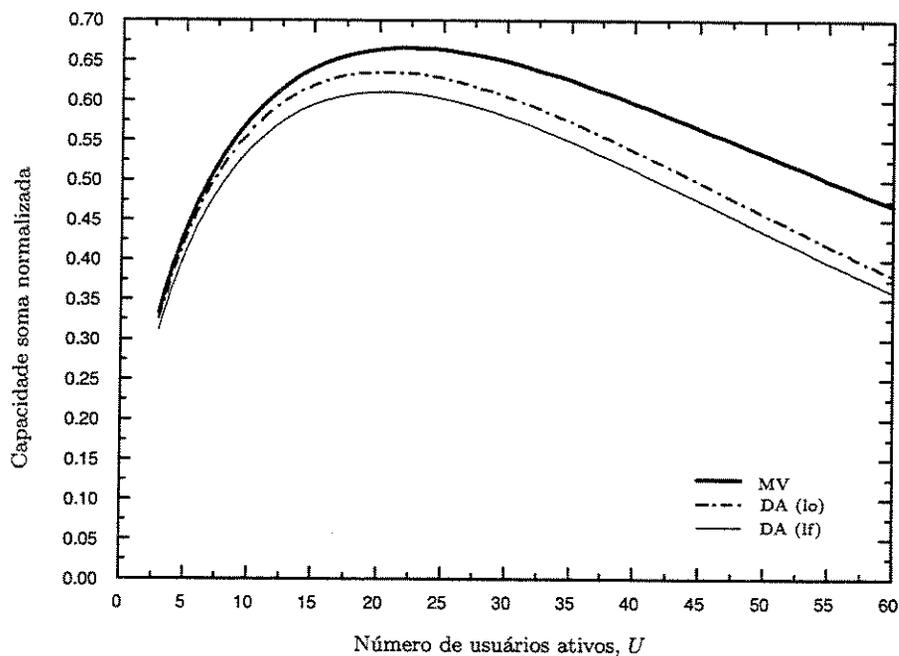


Figura 4.6: Capacidade soma normalizada em função do número de usuários ativos, U , para um sistema FFH-CDMA, com $M = 32$ e $\frac{E_c}{N_0} = 24,208$ dB.

4.4.2 Comparação através de limitantes para a capacidade de canal

Nas Figuras 4.6, 4.7, 4.8, e 4.9, podemos observar que os cálculos obtidos para a capacidade normalizada são independentes do número de *chips*, L , por padrão de salto. Deste modo, um limitante para a capacidade de canal pode ser obtido a partir dos resultados encontrados

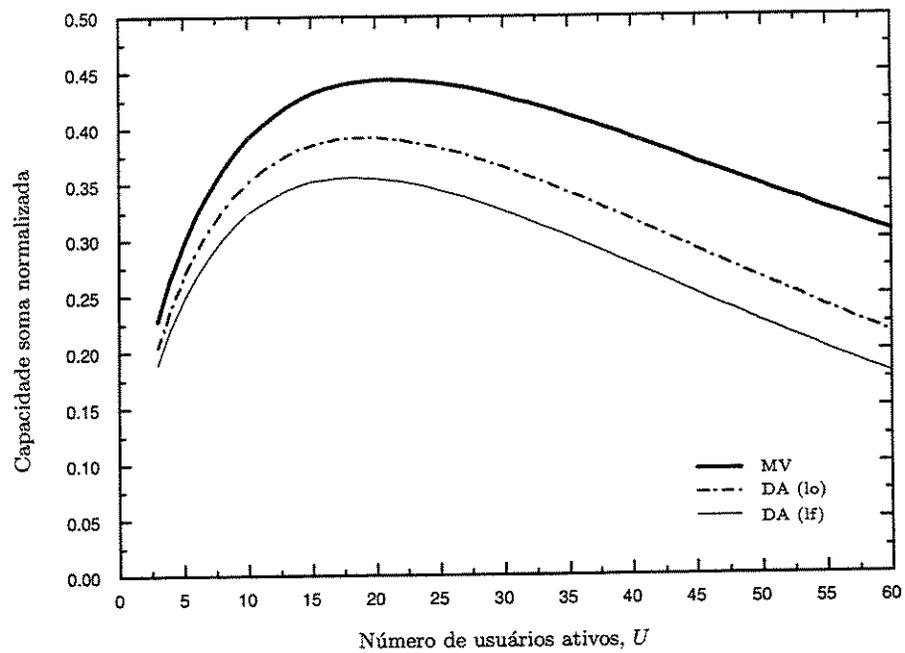


Figura 4.7: Capacidade soma normalizada em função do número de usuários ativos, U , para um sistema FFH-CDMA, com $M = 32$ e $\frac{E_c}{N_0} = 11,708$ dB.

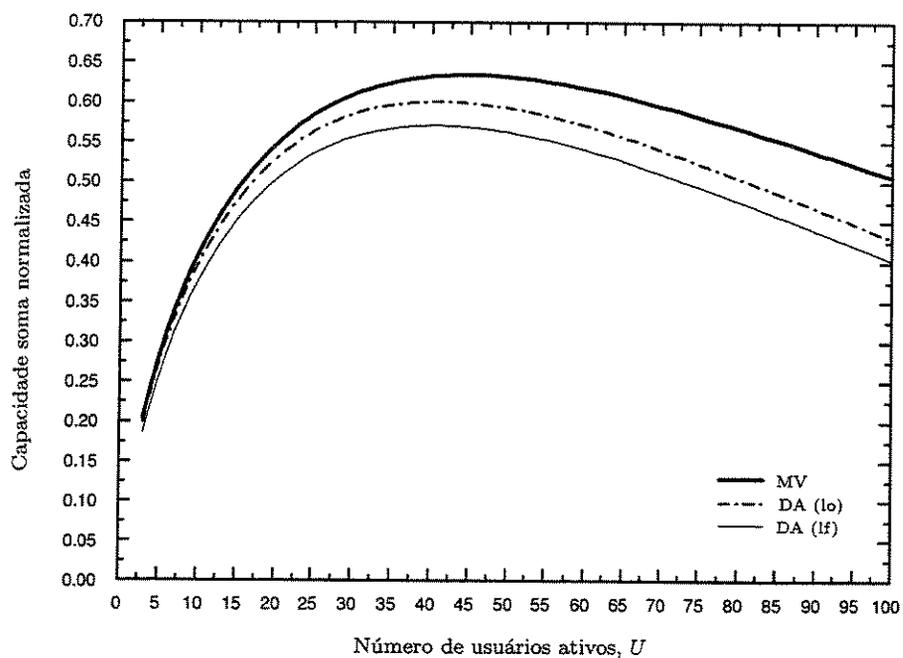


Figura 4.8: Capacidade soma normalizada em função do número de usuários ativos, U , para um sistema FFH-CDMA, com $M = 64$ e $\frac{E_c}{N_0} = 21, 32$ dB.

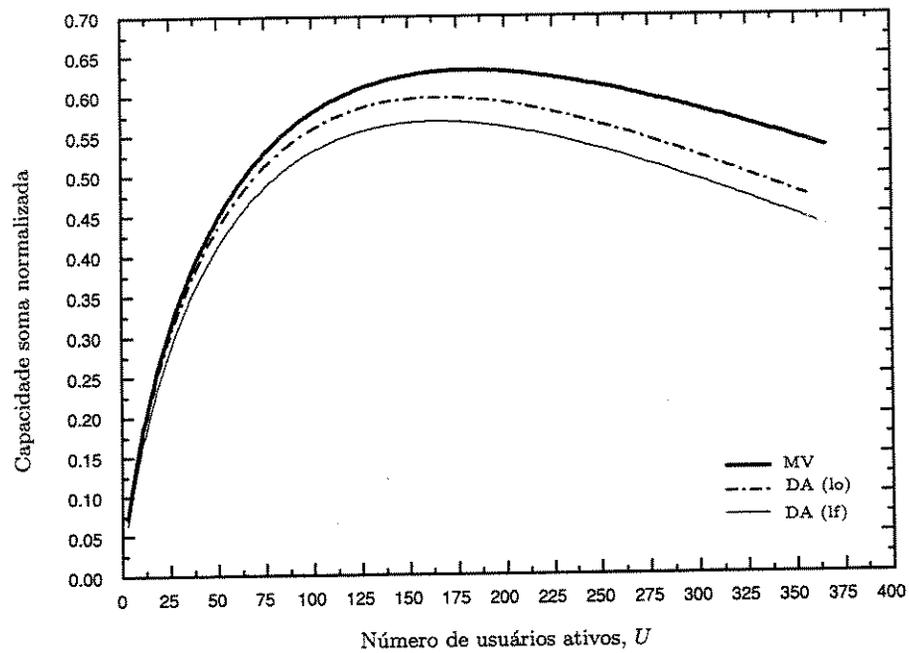


Figura 4.9: Capacidade soma normalizada em função do número de usuários ativos, U , para um sistema FFH-CDMA, com $M = 256$ e $\frac{E_c}{N_0} = 21,2434$ dB.

para a capacidade de canal por dimensão, conforme mostra a Equação (4.10).

A Figura 4.10 apresenta um limitante para a capacidade de canal em função do número de usuários ativos U , para um sistema FFH-CDMA codificado com modelo de canal não-quantizado e quantizado, com $M = 32$, $L = 6$ e $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB. Assim, podemos observar que um sistema FFH-CDMA e não-quantizado, operando em uma taxa de 0,80 ($Cap = 4$), suporta no máximo 30,96 usuários. Um sistema FFH-CDMA quantizado através do limiar $\ell = f(1)/2$, operando na mesma taxa, suporta no máximo 28,27 usuários, e para um sistema com limiar otimizado, 29,25 usuários. Assim, através do limitante para a capacidade de canal, podemos observar que a capacidade para um sistema FFH-CDMA não-quantizado é 1,095 vezes maior em comparação à de um sistema quantizado através do limiar $\ell = f(1)/2$. Isto é equivalente a dizer que a capacidade de canal para um sistema FFH-CDMA não-quantizado é 9,51% maior do que a de um sistema quantizado com limiar fixo. A capacidade de canal para um sistema FFH-CDMA não-quantizado é 1,058 vezes maior em comparação à de um sistema quantizado com limiar otimizado, ou em termos percentuais, equivale a dizer que a capacidade de canal para um sistema FFH-CDMA não-quantizado é 5,84% maior do que a de um sistema quantizado com limiar otimizado.

A Figura 4.11 apresenta um limitante para a capacidade de canal em função do número de usuários ativos U , para um sistema FFH-CDMA com modelo de canal não-quantizado e quantizado, com $M = 32$, $L = 6$ e $\frac{E_c}{N_0} = 12,50$ dB. Assim, podemos observar que um sistema FFH-CDMA codificado e não-quantizado, operando em uma taxa de 0,80 ($Cap = 4$), suporta no máximo 21,32 usuários. Um sistema FFH-CDMA codificado e quantizado através do limiar $\ell = f(1)/2$, operando na mesma taxa, suporta no máximo 17,08 usuários, e para um sistema com limiar otimizado suporta no máximo 18,79 usuários. Deste modo, através do limitante para a capacidade de canal, podemos observar que a capacidade em termos do número de usuários para um sistema FFH-CDMA não-quantizado é 1,25 vezes maior em comparação à de um sistema quantizado através do limiar $\ell = f(1)/2$. Isto é equivalente a dizer que a capacidade em termos do número de usuários para um sistema FFH-CDMA não-quantizado é 24,82% maior do que a de um sistema quantizado. Por outro lado, a capacidade em termos do número de usuários para um sistema FFH-CDMA não-quantizado é 1,14 vezes maior em comparação à de um sistema quantizado com limiar otimizado, ou em termos percentuais, equivale a dizer que a capacidade em termos do número de usuários para um sistema FFH-CDMA não-quantizado é 13,47% maior do que a de um sistema quantizado com limiar otimizado.

Podemos verificar nas Figuras 4.12 e 4.13, que a capacidade em termos do número de usuários para sistemas não-quantizados, previstos pelos limitantes de capacidade de canal, mostrou-se também superior à capacidade de sistemas quantizados. A Tabela 4.1 apresenta uma comparação da capacidade em termos do número de usuários, previstos pelos limitantes de capacidade de canal, para os três sistemas FFH-CDMA considerados, com modelos de canal quantizado e não-quantizado.

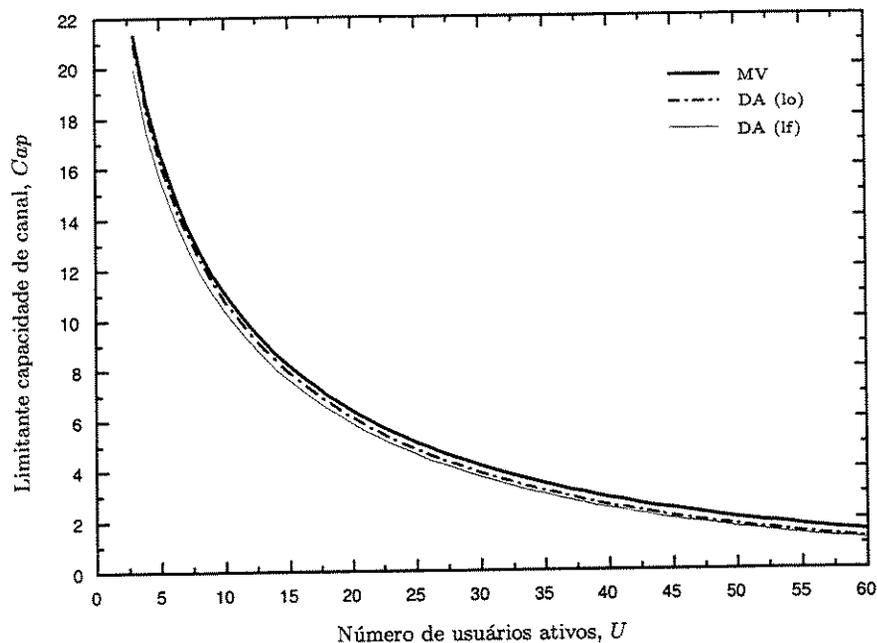


Figura 4.10: Limitante para a capacidade de canal, Cap , em função do número de usuários ativos, U , para um sistema FFH-CDMA, com $M = 32$, $L = 6$ e $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB.

4.4.3 Comparação através da taxa de corte de canal

Baseado em cálculos para a taxa de corte de canal também propomos uma comparação da capacidade em termos do número de usuários ativos entre um sistema FFH-CDMA codificado para um modelo de canal não-quantizado e quantizado. As Figuras 4.14 e 4.15 mostram a taxa de corte de canal, R_0 , em função do número de usuários ativos, U , para um sistema FFH-CDMA codificado e quantizado que utiliza a regra de decisão abrupta com

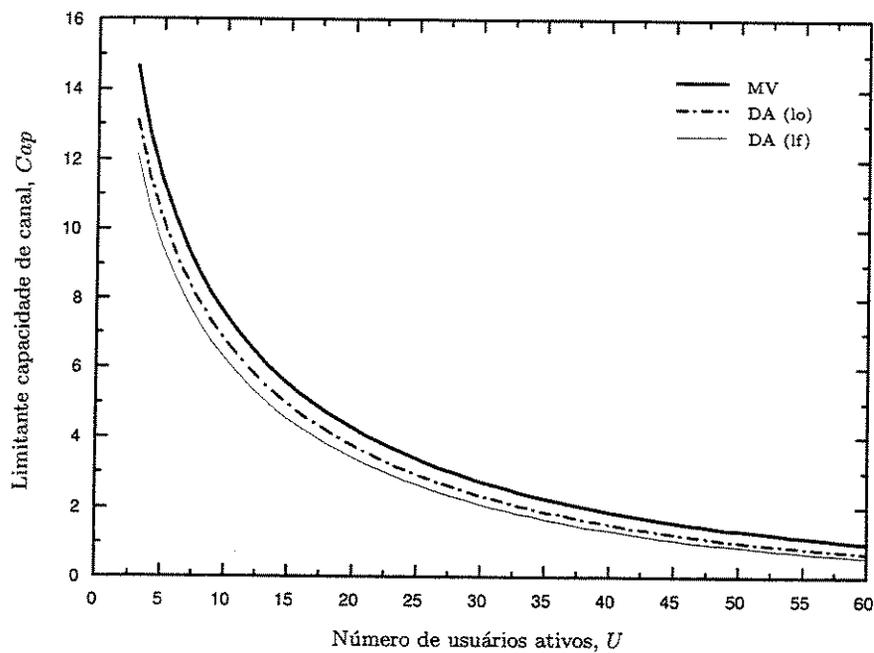


Figura 4.11: Limitante para a capacidade de canal, Cap , em função do número de usuários ativos, U , para um sistema FFH-CDMA, com $M = 32$, $L = 6$ e $\frac{E_b}{N_0} = 12,5$ dB.

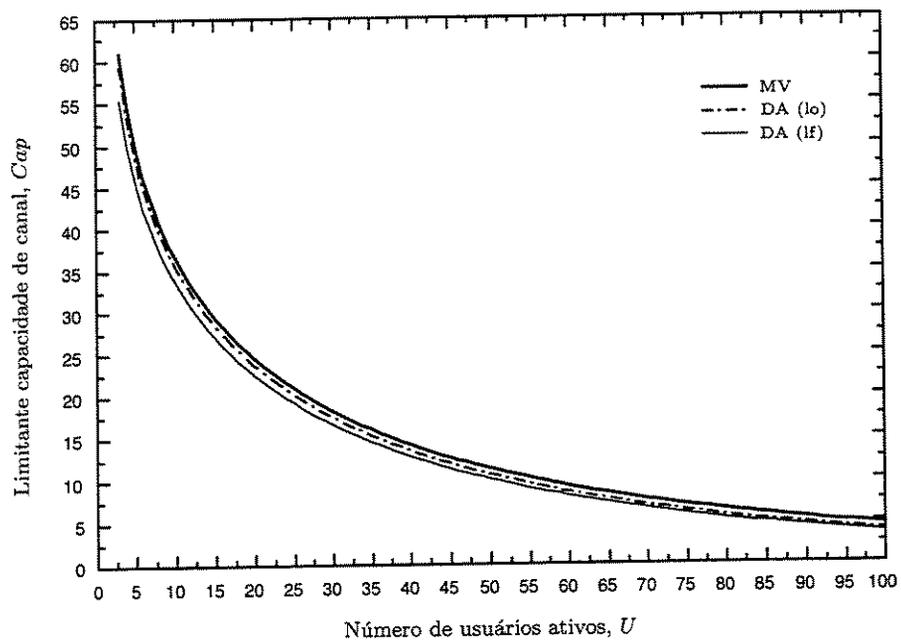


Figura 4.12: Limitante para a capacidade de canal, Cap , em função do número de usuários ativos, U , para um sistema FFH-CDMA, com $M = 64$, $L = 14$ e $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB.

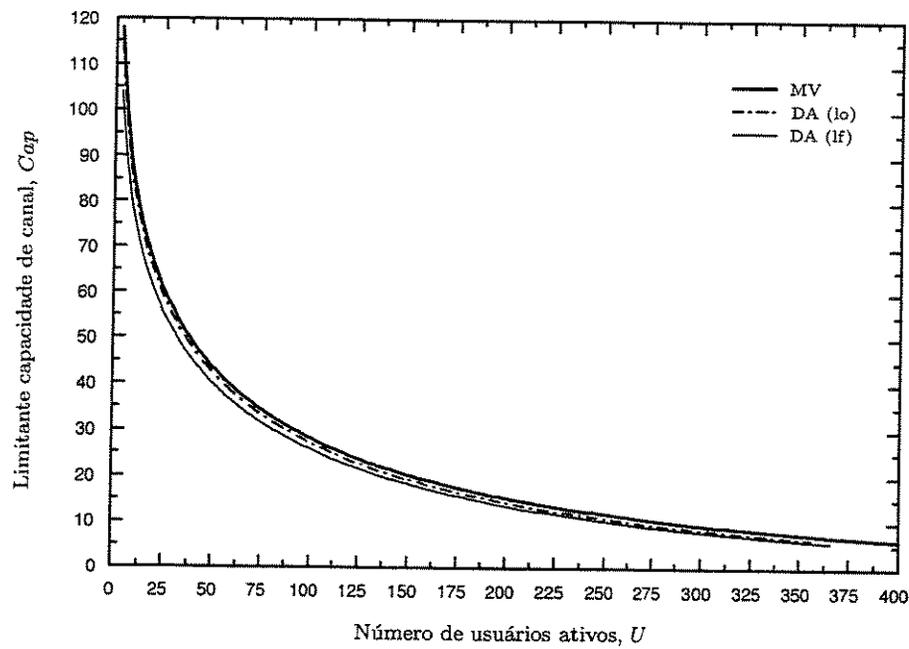


Figura 4.13: Limitante para a capacidade de canal, C_{ap} , em função do número de usuários ativos, U , para um sistema FFH-CDMA, com $M = 256$, $L = 19$ e $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB.

Tabela 4.1: Comparação da capacidade em termos do número de usuários previstos pelos limitantes de capacidade de canal para três sistemas FFH-CDMA considerados, com modelos de canal quantizado e não-quantizado.

Sistema FFH-CDMA	$\frac{E_b}{N_0}$ (dB)	Taxa	Cap	Modelo do Canal FFH-CDMA	U_{\max}
$M = 32$ e $L = 6$	25,0	0,800	4	Quantizado (limiar fixo)	28,27
				Quantizado (limiar otimizado)	29,25
				Não-quantizado	30,96
$M = 32$ e $L = 6$	12,5	0,800	4	Quantizado (limiar fixo)	17,08
				Quantizado (limiar otimizado)	18,79
				Não-quantizado	21,32
$M = 64$ e $L = 14$	25,0	0,833	5	Quantizado (limiar fixo)	83,24
				Quantizado (limiar otimizado)	86,33
				Não-quantizado	94,12
$M = 256$ e $L = 19$	25,0	0,875	7	Quantizado (limiar fixo)	326,68
				Quantizado (limiar otimizado)	339,07
				Não-quantizado	369,32

limiar não otimizado (\ln_0) igual a $\ell = f(1)/2 (R_0^{DA})$, e as curvas para um sistema codificado e não-quantizado (R_0^{DS} e R_0^{MV}), com $M = 32$ e $L = 6$, para $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB e $\frac{E_b}{N_0} = 12,5$ dB, respectivamente. As Figuras 4.16 e 4.17 apresentam as curvas da taxa de corte de canal para um sistema FFH-CDMA com $M = 64$ e $L = 14$, para $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB e $\frac{E_b}{N_0} = 12,5$ dB, respectivamente. As mesmas curvas para um sistema FFH-CDMA com $M = 256$ e $L = 19$, são mostradas pelas Figuras 4.18 e 4.19. Note que para todos os sistemas considerados, a taxa de corte de canal aproxima-se do seu valor máximo quando U decresce.

Considere o gráfico para a taxa de corte de canal apresentado pela Figura 4.14. Para uma taxa de código igual a $r = 0,8$ ($R_0 = 4$), $r = 0,6$ ($R_0 = 3$) e $r = 0,5$ ($R_0 = 2,5$), podemos construir uma tabela com o número máximo de usuários ativos, U , suportados por um sistema FFH-CDMA codificado com $M = 32$ e $L = 6$, para os três modelos de canal considerados. Os resultados obtidos são mostrados na Tabela 4.2. Como podemos observar, os resultados previstos através da taxa de corte de canal também indicam a implementação de sistemas FFH-CDMA codificados e não-quantizados.

Tabela 4.2: Número máximo de usuários ativos, U , suportados por um sistema FFH-CDMA codificado, com $M = 32$, $L = 6$ e $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB, para dois valores da taxa de corte de canal, R_0 , considerando os três modelos de canal apresentados.

r	R_0	Modelo de canal	U_{\max}
0,8	4,0	MV	21,408
		DS	21,163
		DA	19,786
0,6	3,0	MV	30,171
		DS	29,545
		DA	28,020
0,5	2,5	MV	35,351
		DS	34,508
		DA	32,829

Dos gráficos apresentados pelas Figuras 4.14 e 4.15, podemos concluir: (i) para $R_0 = 3$ e $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB, é possível prever das curvas de R_0 que um sistema FFH-CDMA com regra de decisão de MV ($U = 30,17$) pode suportar cerca de 2,1% mais usuários do que um sistema

FFH-CDMA com decisão suave ($U = 29,55$); (ii) para $R_0 = 3$ e $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB, é possível prever das curvas de R_0 que um sistema FFH-CDMA com regra de decisão de MV pode suportar cerca de 7,7% mais usuários do que um sistema FFH-CDMA com decisão abrupta ($U = 28,02$); (iii) para $R_0 = 3$ e $\frac{E_b}{N_0} = 12,5$ dB, é possível prever das curvas de R_0 que um sistema FFH-CDMA com regra de decisão de MV ($U = 15,43$) pode suportar cerca de 3,0% mais usuários do que um sistema FFH-CDMA com decisão suave ($U = 14,98$); (iv) para $R_0 = 3$ e $\frac{E_b}{N_0} = 12,5$ dB, é possível prever das curvas de R_0 que um sistema FFH-CDMA com regra de decisão de MV pode suportar cerca de 26,3% mais usuários do que um sistema FFH-CDMA com decisão abrupta ($U = 12,22$).

Os resultados para a taxa de corte de canal mostrados pelas Figuras 4.14, 4.15, 4.16, 4.17, 4.18 e 4.19, indicam a implementação de sistemas FFH-CDMA codificados e não-quantizados. Observe que para todos os exemplos apresentados, um sistema FFH-CDMA codificado com modelo de canal *quantizado*, apresenta uma capacidade em termos de número de usuários superior à de um sistema codificado e *não-quantizado*.

As Tabelas 4.3 e 4.4 apresentam os valores para a taxa de corte de canal, R_0^{DS} , em função do número de usuários ativos, U , suportados por um sistema FFH-CDMA codificado e não-quantizado, com $M = 32$, $L = 6$ e várias relações sinal-ruído $\frac{E_b}{N_0}$.

A Figura 4.20 apresenta a taxa de corte de canal, R_0^{DS} , em função do número de usuários ativos, U , para os valores apresentados pelas Tabelas 4.3 e 4.4. Observe que a taxa de corte de canal decresce com a diminuição da relação sinal-ruído $\frac{E_b}{N_0}$.

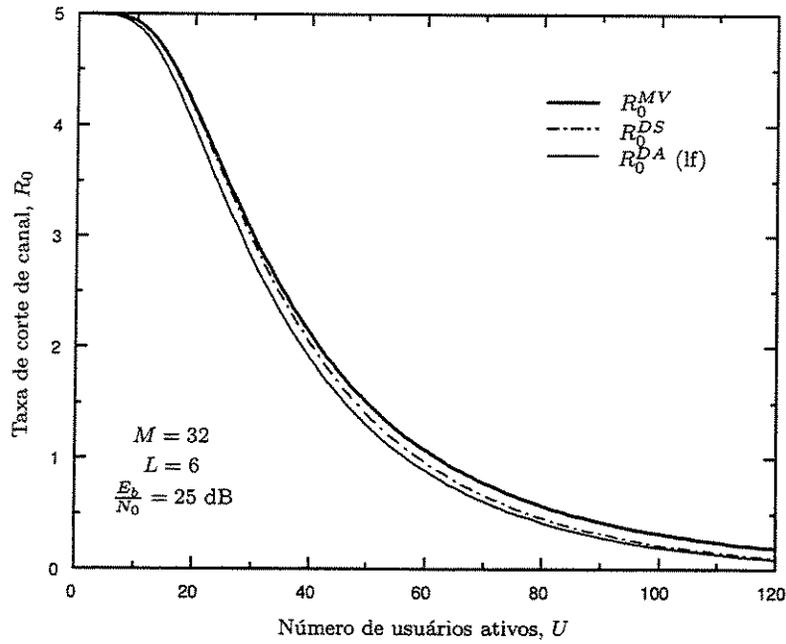


Figura 4.14: Taxa de corte de canal versus número de usuários ativos para um sistema FFH-CDMA codificado e não-quantizado com dois modelos de canal (R_0^{MV} e R_0^{DS}), e para um sistema codificado e quantizado (R_0^{DA}), com $M = 32$, $L = 6$ e $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB.

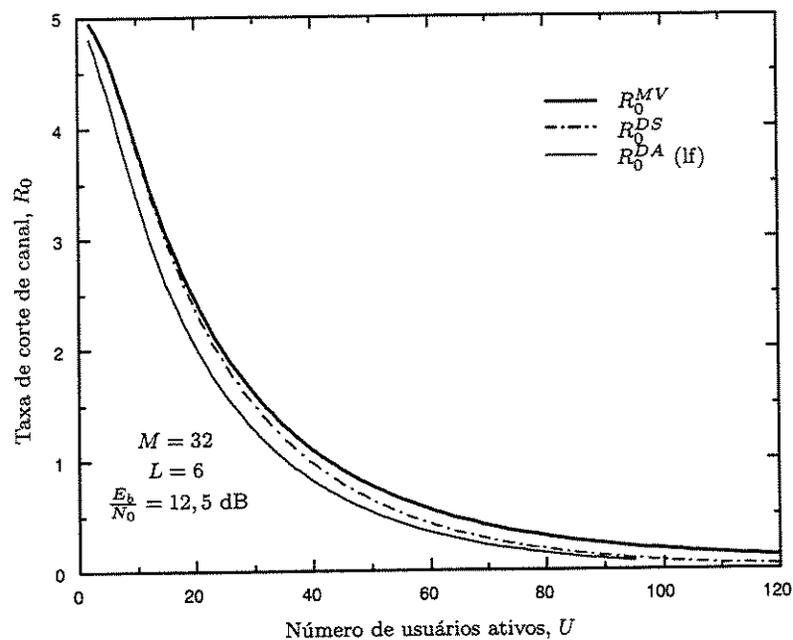


Figura 4.15: Taxa de corte de canal versus número de usuários ativos para um sistema FFH-CDMA codificado e não-quantizado com dois modelos de canal (R_0^{MV} e R_0^{DS}), e para um sistema codificado e quantizado (R_0^{DA}), com $M = 32$, $L = 6$ e $\frac{E_b}{N_0} = 12,5$ dB.

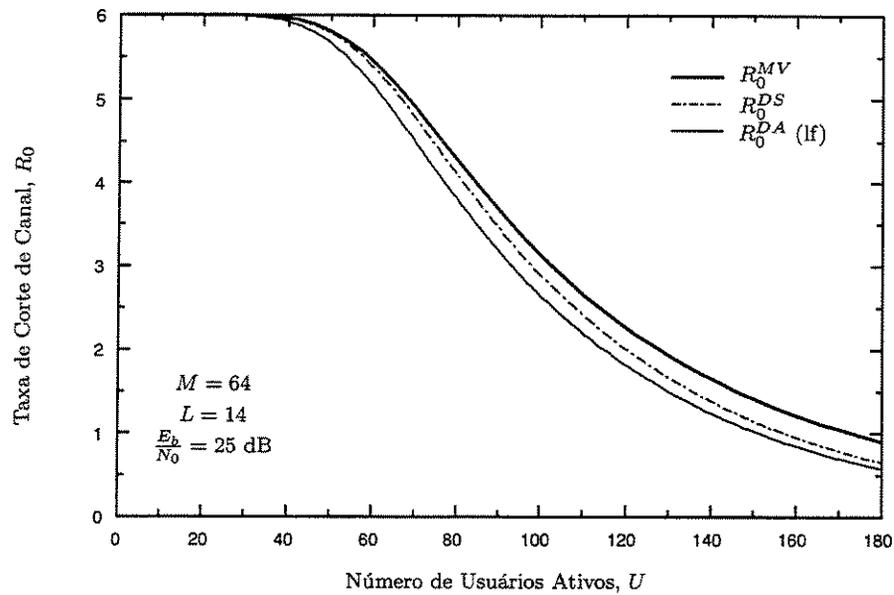


Figura 4.16: Taxa de corte de canal versus número de usuários ativos para um sistema FFH-CDMA codificado e não-quantizado com dois modelos de canal (R_0^{MV} e R_0^{DS}), e para um sistema codificado e quantizado (R_0^{DA}), com $M = 64$, $L = 14$ e $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB.

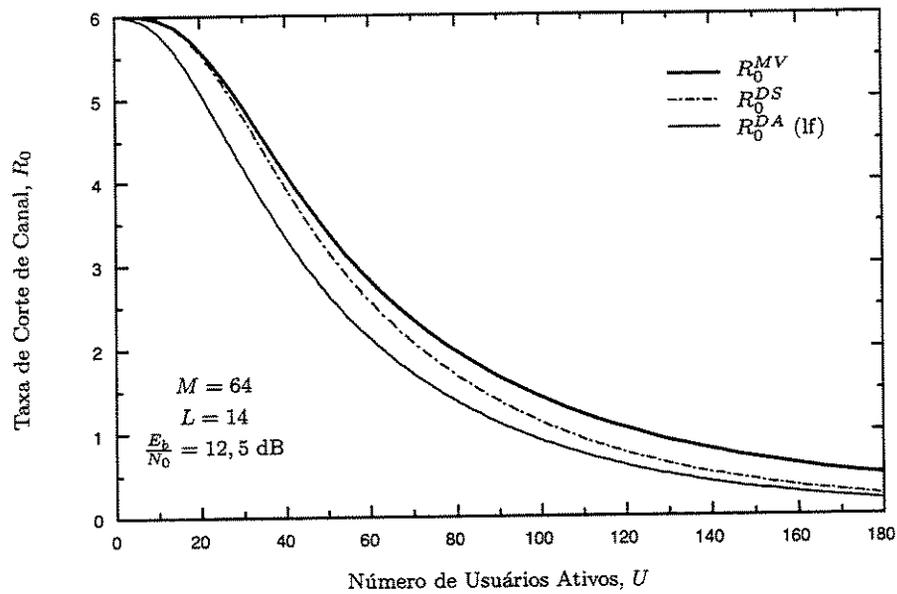


Figura 4.17: Taxa de corte de canal versus número de usuários ativos para um sistema FFH-CDMA codificado e não-quantizado com dois modelos de canal (R_0^{MV} e R_0^{DS}), e para um sistema codificado e quantizado (R_0^{DA}), com $M = 64$, $L = 14$ e $\frac{E_b}{N_0} = 12,5$ dB.

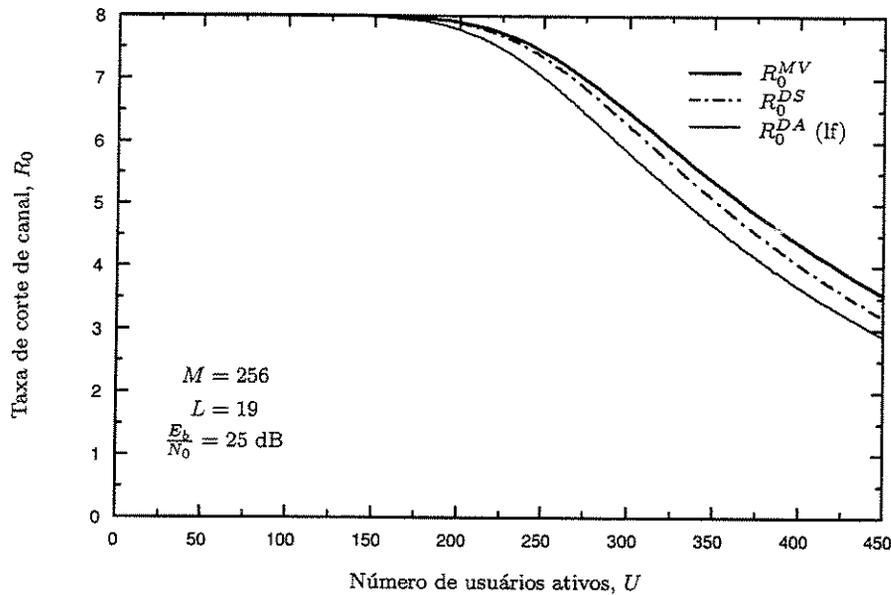


Figura 4.18: Taxa de corte de canal versus número de usuários ativos para um sistema FFH-CDMA codificado e não-quantizado com dois modelos de canal (R_0^{MV} e R_0^{DS}), e para um sistema codificado e quantizado (R_0^{DA}), com $M = 256$, $L = 19$ e $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB.

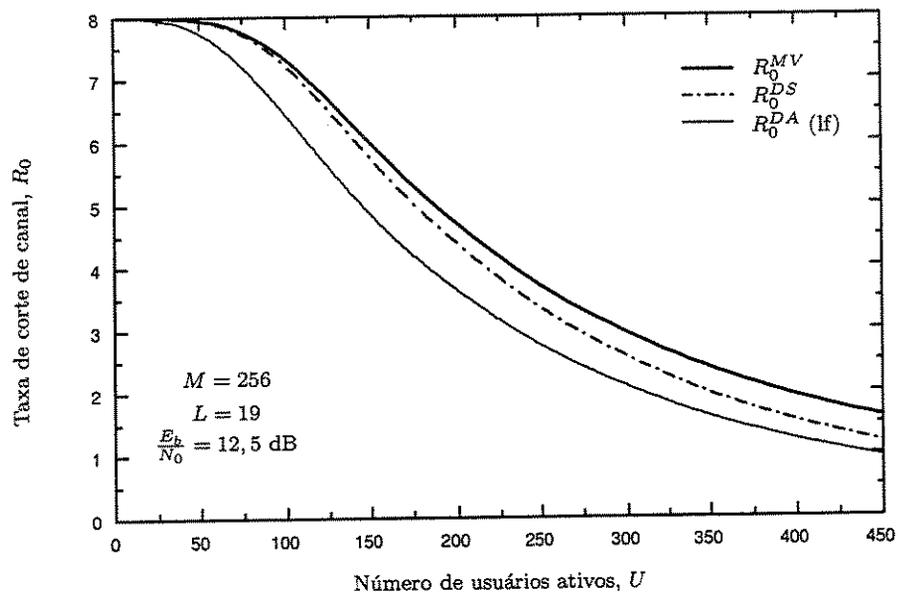


Figura 4.19: Taxa de corte de canal versus número de usuários ativos para um sistema FFH-CDMA codificado e não-quantizado com dois modelos de canal (R_0^{MV} e R_0^{DS}), e para um sistema codificado e quantizado (R_0^{DA}), com $M = 256$, $L = 19$ e $\frac{E_b}{N_0} = 12,5$ dB.

Tabela 4.3: Taxa de corte de canal, R_0^{DS} , versus número de usuários ativos, U , para um sistema FFH-CDMA codificado e não-quantizado, com $M = 32$ e $L = 6$, para várias relações sinal-ruído $\frac{E_b}{N_0}$.

U	$\frac{E_b}{N_0} = 7,5$ dB	$\frac{E_b}{N_0} = 10$ dB	$\frac{E_b}{N_0} = 12,5$ dB	$\frac{E_b}{N_0} = 15$ dB	$\frac{E_b}{N_0} = 17,5$ dB
2	3,7537	4,68419	4,94029	4,99019	4,99837
3	3,47813	4,46729	4,8597	4,96793	4,99258
4	3,23721	4,24602	4,75089	4,92898	4,97974
5	3,02357	4,02681	4,61815	4,87093	4,95699
6	2,83219	3,81428	4,46718	4,79294	4,92177
7	2,65939	3,61109	4,30384	4,69577	4,87214
8	2,50235	3,41854	4,13345	4,58148	4,80703
9	2,35888	3,23706	3,96038	4,45305	4,72633
10	2,22719	3,06653	3,78798	4,31382	4,63089
11	2,10585	2,90656	3,61867	4,16716	4,5223
12	1,99365	2,75659	3,45409	4,01614	4,40268
13	1,88958	2,61599	3,29531	3,86335	4,27444
14	1,7928	2,48413	3,14293	3,71091	4,13997
15	1,70258	2,36038	2,99725	3,56045	4,00154
16	1,61829	2,24416	2,85835	3,41319	3,86112
17	1,53938	2,1349	2,72615	3,26997	3,72041
18	1,46538	2,03209	2,60049	3,13137	3,58077
19	1,39587	1,93526	2,48114	2,99775	3,44325
20	1,33048	1,84397	2,36781	2,8693	3,30868
21	1,26888	1,75783	2,26024	2,74608	3,17762
22	1,21078	1,67646	2,15812	2,62807	3,0505
23	1,15592	1,59955	2,06117	2,51518	2,92757
24	1,10406	1,52678	1,9691	2,40728	2,80899
25	1,05499	1,45787	1,88164	2,30421	2,69481
26	1,00851	1,39257	1,79853	2,2058	2,58504
27	0,964459	1,33065	1,71953	2,11185	2,47963
28	0,922665	1,27189	1,6444	2,02218	2,37849
29	0,882985	1,21609	1,57292	1,93658	2,28151
30	0,845288	1,16308	1,50488	1,85488	2,18857
31	0,80945	1,11267	1,4401	1,77688	2,09954
32	0,775358	1,06472	1,3784	1,7024	2,01426

Tabela 4.4: Taxa de corte de canal R_0^{DS} versus número de usuários ativos U para um sistema FFH-CDMA codificador e não-quantizado, com $M = 32$ e $L = 6$, para várias relações sinal-ruído $\frac{E_b}{N_0}$ (continuação).

U	$\frac{E_b}{N_0} = 20$ dB	$\frac{E_b}{N_0} = 22,5$ dB	$\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB	$\frac{E_b}{N_0} = 27,5$ dB	$\frac{E_b}{N_0} = 30$ dB
2	4,9997	4,99994	4,99998	5	5
3	4,99811	4,99945	4,99981	4,99992	4,99996
4	4,9937	4,99778	4,99909	4,99957	4,99977
5	4,98459	4,99381	4,99717	4,99853	4,99914
6	4,96868	4,98613	4,9931	4,99615	4,9976
7	4,94388	4,9731	4,98569	4,99154	4,99449
8	4,90829	4,953	4,97355	4,98363	4,98892
9	4,86047	4,92419	4,95523	4,97117	4,97987
10	4,79954	4,88523	4,92928	4,95286	4,96616
11	4,72531	4,83508	4,89438	4,9274	4,94659
12	4,63827	4,77317	4,84952	4,89362	4,91999
13	4,53952	4,69945	4,79402	4,85057	4,88531
14	4,43058	4,61443	4,72766	4,79762	4,84171
15	4,31327	4,51906	4,65065	4,7345	4,78864
16	4,18952	4,41464	4,56363	4,66134	4,7259
17	4,06121	4,30272	4,4676	4,57865	4,65364
18	3,93006	4,1849	4,36379	4,48726	4,57233
19	3,79761	4,06278	4,25358	4,38823	4,48276
20	3,66516	3,93785	4,13841	4,2828	4,38591
21	3,53378	3,81147	4,01967	4,17226	4,28293
22	3,40432	3,68478	3,89865	4,05789	4,175
23	3,27743	3,55877	3,7765	3,9409	4,06334
24	3,15361	3,43423	3,65423	3,82241	3,94906
25	3,0332	3,31179	3,53268	3,70339	3,83323
26	2,91646	3,19193	3,41254	3,58468	3,71676
27	2,80352	3,07503	3,29438	3,467	3,60047
28	2,69447	2,96135	3,17862	3,3509	3,48502
29	2,58932	2,85105	3,0656	3,23685	3,37099
30	2,48806	2,74425	2,95556	3,12521	3,25883
31	2,39063	2,64101	2,84865	3,01624	3,14888
32	2,29696	2,54133	2,74499	2,91015	3,04144

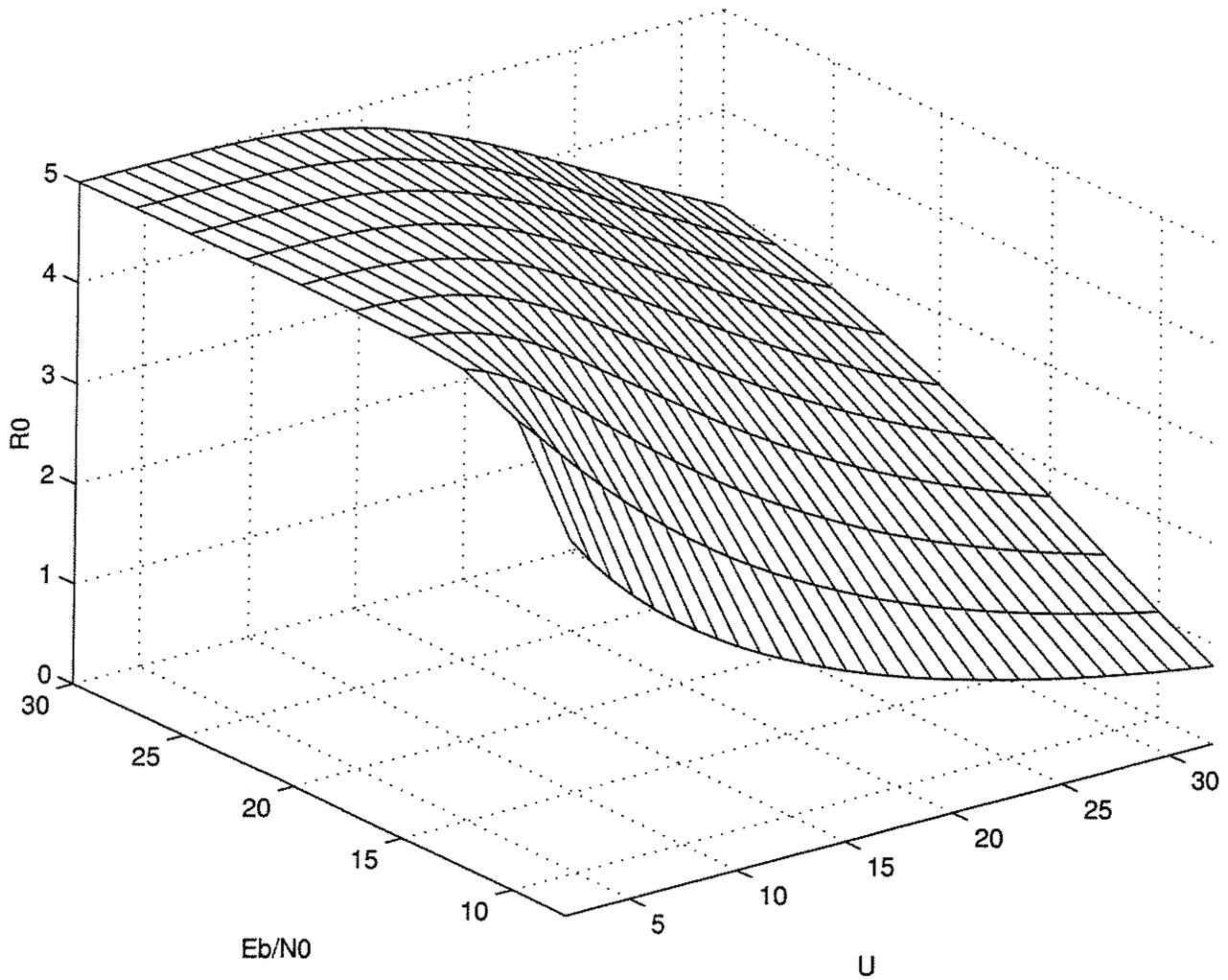


Figura 4.20: Taxa de corte de canal, R_0^{DS} , versus número de usuários ativos, U , para um sistema FFH-CDMA codificado e não-quantizado, com $M = 32$, $L = 6$ e várias relações sinal-ruído $\frac{E_b}{N_0}$.

4.5 Considerações Finais

Neste capítulo propusemos o cálculo para a capacidade de canal por dimensão para um sistema FFH-CDMA não-codificado e quantizado, e para um sistema FFH-CDMA não-codificado e não-quantizado. Propusemos também, o cálculo para a taxa de corte de canal obtida através da função característica para um sistema FFH-CDMA codificado e quantizado que utiliza a aproximação por decisão abrupta, e para um sistema FFH-CDMA codificado e não-quantizado que utiliza a aproximação por decisão suave. Tendo como base o modelo de canal com saídas contínuas, propusemos ainda o cálculo da taxa de corte de canal para um sistema FFH-CDMA codificado, cujo receptor utiliza a regra ótima de MV não-quantizada.

Apresentamos comparações inéditas para o cálculo da capacidade de canal por dimensão para um sistema FFH-CDMA não-codificado com modelo de canal quantizado e não-quantizado. Nas comparações apresentadas através da capacidade de canal por dimensão e através de limitantes para a capacidade de canal, verificamos através de exemplos que a capacidade em termos do número de usuários ativos para um sistema FFH-CDMA não-codificado com modelo de canal *não-quantizado* mostrou-se superior à de um sistema com modelo de canal *quantizado*. Através dos cálculos previstos para o limitante da taxa de corte de canal apresentadas neste capítulo, verificamos através de vários exemplos, que um sistema FFH-CDMA codificado com modelo de canal *não-quantizado*, apresenta uma capacidade em termos do número de usuários superior à de um sistema codificado e *quantizado*.

Os resultados encontrados através de limitantes para a capacidade de canal, bem como os resultados encontrados através da taxa de corte de canal, indicam a implementação de sistemas FFH-CDMA não-quantizados que utilizam a regra ótima sem nenhuma aproximação. Deste modo, sugerimos neste trabalho, a implementação de sistemas FFH-CDMA codificados e não-quantizados, que utilizam a implementação da não-linearidade do receptor ótimo de MV, $f(R)$, dada pela Equação (3.19). Embora a não-linearidade seja de difícil implementação [30], vimos no capítulo anterior que a implementação da regra ótima pode ser realizada através de um único *perceptron*, motivando a implementação de decodificadores analógicos [15] e [23].

Capítulo 5

Proposta de Sistemas FFH-CDMA Codificados

Sistemas FFH-CDMA codificados possuem um ganho considerável em termos do número de usuários simultâneos quando comparados a sistemas não-codificados. Este capítulo apresenta um sistema FFH-CDMA codificado cujo receptor trabalha com a regra de *máxima verossimilhança* para as saídas não quantizadas dos detectores de envoltória. A partir de uma aproximação para a probabilidade de erro par-a-par, um critério de projeto dos codificadores é sugerido. Um método para a obtenção do limitante para a probabilidade de erro também é apresentado neste capítulo. Tanto os resultados de desempenho obtidos através de simulação computacional, bem como, através do limitante da probabilidade de erro, mostram a eficiência do novo critério de projeto sugerido para os codificadores.

5.1 Sistema de Comunicação FFH-CDMA Codificado

5.1.1 Sistema com conversão *bit*-símbolo forçada

EM [12] é apresentado um sistema FFH-CDMA codificado que utiliza uma conversão *bit*-símbolo forçada. A Figura 5.1 apresenta o diagrama de blocos do transmissor. Após o particionamento da fonte de dados em quadros, contendo cada um n_p *bits*, são adicionados n_{tail} *bits* de terminação do código. Assim, na saída do codificador teremos

$n_{cod} = (n_p + n_{tail})/R_{CO} + n_{st}$ bits codificados por quadro, onde R_{CO} é a taxa do codificador convolucional e n_{st} são bits de preenchimento. Os bits de preenchimento são necessários pois na maioria dos códigos utilizados neste esquema de codificação, não teremos uma perfeita conversão entre os n_{cod} bits que saem do codificador. A representação (n', k', m') para um código convolucional (CC), indica um código com k' bits de entrada, n' bits de saída e m' registradores de deslocamento. Deste modo, a taxa do CC é $R_{CO} = k'/n'$. Entretanto, a taxa efetiva do código convolucional, $R_{CO}^{(eff)}$, neste caso será dada por

$$R_{CO}^{(eff)} = \frac{n_p}{n_{cod}} = \frac{n_p}{(n_p + n_{tail})/R_{CO} + n_{st}}. \quad (5.1)$$

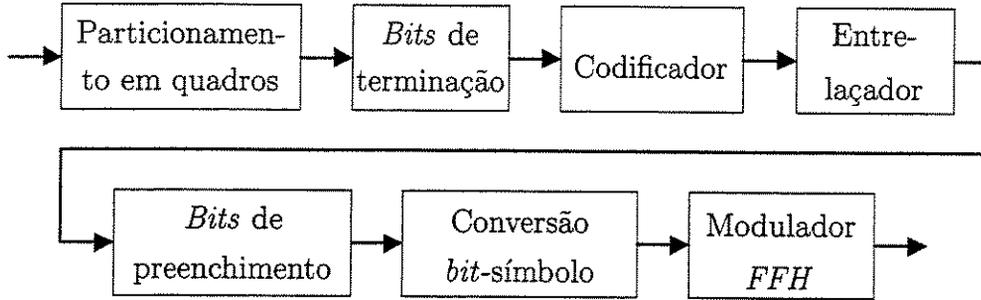


Figura 5.1: Diagrama de blocos do transmissor para um codificador convolucional que utiliza uma conversão *bit-símbolo* não casada.

O modulador FFH de salto em frequência muda a frequência em cada *chip* de $s_m(t)$ antes da transmissão, de acordo com a L -upla do endereço do usuário. Os padrões de salto em frequência não serão abordados neste trabalho, mas todas as L frequências das saídas são distintas [30]. Deste modo, a duração de um *chip* é relacionada com R_b através de

$$R_b = \frac{K}{LT_c} R_{CO}^{(eff)}, \quad (5.2)$$

onde $R_{CO}^{(eff)} = 1$ para um sistema FFH-CDMA não-codificado (Seção 3.1). O espaçamento entre *chips* vizinhos ortogonais é $1/T_c$. Assim, a eficiência espectral η é dada por

$$\eta = U \frac{K}{LM} R_{CO}^{(eff)}, \quad (5.3)$$

onde $U = J + 1$ é o número total de usuários simultâneos no canal e J é o número de interferentes. A energia média por *chip* passa a ser calculada por

$$E_c = E_b R_{CO}^{(eff)} \frac{K}{L}, \quad (5.4)$$

onde E_b é a média de energia recebida por *bit* de informação. Deste modo, o recíproco da relação sinal-ruído por *chip*, d , também passa a ser dado por

$$d = \frac{N_0}{E_c} = \frac{L}{KR_{CO}^{(eff)}} \left(\frac{E_b}{N_0} \right)^{-1}. \quad (5.5)$$

5.1.2 Métrica para um sistema FFH-CDMA codificado com conversão *bit*-símbolo forçada

Para o sistema FFH-CDMA codificado com conversão *bit*-símbolo forçada, a métrica do ramo utilizada em [12] é obtida como segue. Seja m um símbolo transmitido. Este símbolo pode ser convertido em K *bits*, representados pela K -upla $\mathbf{b} = (b_{K-1}, \dots, b_1, b_0)$, que é mapeada através de $m = \sum_{j=0}^{K-1} b_j 2^j$, com $m = \{0, 1, \dots, M-1\}$. Seja também \mathbf{R} a matriz recebida pelo decodificador. Deste modo, a probabilidade *a posteriori* $p(m|\mathbf{R})$ é dada por

$$p(m|\mathbf{R}) = \frac{p(\mathbf{R}|m)}{\sum_{\tilde{m}=0}^{M-1} p(\mathbf{R}|\tilde{m})}. \quad (5.6)$$

A probabilidade *a posteriori* do j -ésimo *bit* codificado, $p_0(b_j = 0|\mathbf{R})$, será dada por

$$p_0(b_j = 0|\mathbf{R}) = \sum_{r=0}^{(M/2)-1} p(m|\mathbf{R}), \quad (5.7)$$

onde $m = r \lfloor \frac{r}{2^j} \rfloor + 2^j$ e $\lfloor (\cdot) \rfloor$ denota o menor inteiro menor ou igual a (\cdot) , com $j = \{0, 1, \dots, K-1\}$. Seja $\mathbf{a} = (a_{n'}, \dots, a_1, a_0)$ a n' -upla associada ao ramo na treliça de decodificação do sistema FFH-CDMA codificado com conversão *bit*-símbolo forçada. Deste modo, a métrica do ramo neste caso, poderá ser expressada como

$$M(\mathbf{R}|\mathbf{a}) = \sum_{i=0}^{n'-1} \log [m(\mathbf{R}|a_i)], \quad (5.8)$$

onde $\log [m(\mathbf{R}|a_i)] = \log [p_0(\mathbf{R}|b_j = 0)]$, caso $a_i = 0$ e $\log [m(\mathbf{R}|a_i)] = \log [1 - p_0(\mathbf{R}|b_j = 0)]$, caso $a_i = 1$. Vale ressaltar ainda que tanto as probabilidades *a posteriori*, $p_0(b_j = 0|\mathbf{R})$, bem como as probabilidades condicionadas, $p_0(\mathbf{R}|b_j = 0)$, diferenciam-se apenas por uma constante numérica, se os *bits* codificados são igualmente prováveis. Portanto, ambas as probabilidades poderão ser utilizadas no cálculo das métricas dos ramos do algoritmo de decodificação (algoritmo de *Viterbi*).

5.2 Nova Proposta para Sistema de Comunicação FFH-CDMA Codificado

5.2.1 Descrição

Na Seção 5.1 consideramos o sistema proposto em [12]. No esquema de comunicação proposto por *Fiebig* foi necessário a introdução de dois blocos no diagrama do transmissor: (a) um entrelaçador de *bits*; (b) um bloco de *bits* de preenchimento. O entrelaçador é necessário devido à correlação entre os *bits* introduzida pelo codificador. A introdução de n_{st} *bits* de preenchimento é necessária, pois na maioria dos códigos utilizados neste esquema de codificação, não teremos uma perfeita conversão dos n_{cod} *bits* que saem do codificador em símbolos da modulação.

Neste contexto, sugerimos uma nova proposta para um sistema de comunicação FFH-CDMA codificado. A Figura 5.2 apresenta o diagrama de blocos do novo sistema de comunicação FFH-CDMA codificado proposto. Observe que neste caso, o sistema de comunicação é mais simples do que o proposto em [12], pois não há o entrelaçador de *bits* e o bloco de *bits* de preenchimento. Deste modo, os componentes básicos são: (a) o gerador de quadros; (b) o bloco de *bits* de terminação; (c) o codificador; (d) o conversor binário-*m*-ário; (e) o modulador por salto em frequência (modulação *M*-FSK, L *chips*); (f) o canal com desvanecimento *Rayleigh* seletivo em frequências (M canais independentes) com ruído térmico do receptor e interferência multi-usuário; (g) o demodulador FFH-CDMA; (h) M detectores de energia (não coerentes); (i) o decodificador.

Após o particionamento da fonte de dados em quadros, contendo cada um n_p *bits*, são adicionados n_{tail} *bits* de terminação do código. Assim, na saída do codificador teremos $n_{cod} = (n_p + n_{tail})/R_{CO}$ *bits* codificados por quadro, onde R_{CO} é a taxa do CC.

Para um mapeamento casado com o número de frequências do modulador, n_{cod} deverá ser divisível por $K = \log_2(M)$, sendo o número de símbolos, n_{sym} , dado por $n_{sym} = n_{cod}/K$. Deste modo, as Equações (5.2), (5.3), (5.4) e (5.5), também podem ser aplicadas para o novo sistema de comunicação FFH-CDMA proposto. Entretanto, a nova taxa efetiva do código convolucional, $R_{CO}^{(eff)}$, neste caso será dada por

$$R_{CO}^{(eff)} = \frac{n_p}{n_{cod}} = \frac{n_p}{(n_p + n_{tail})/R_{CO}}. \quad (5.9)$$

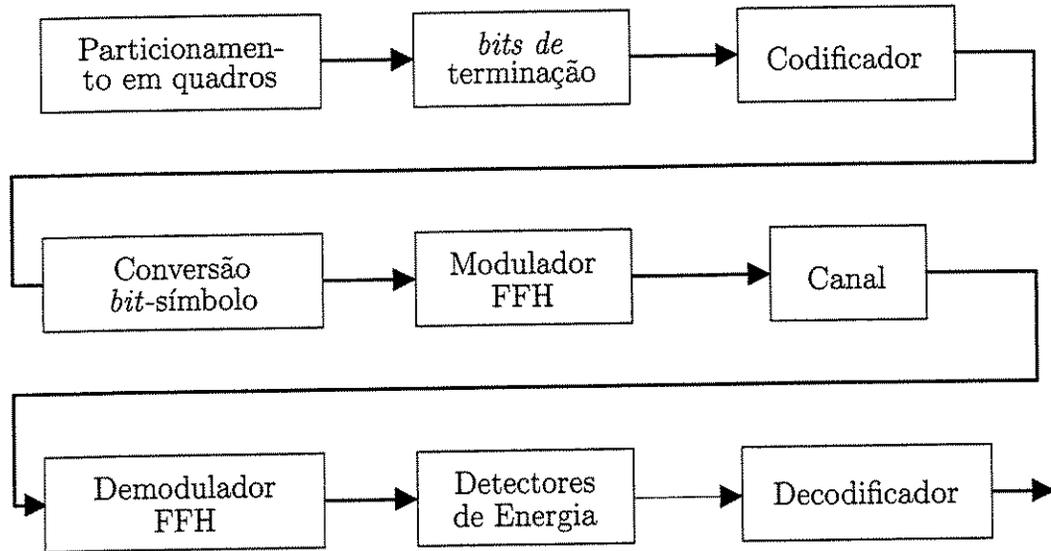


Figura 5.2: Diagrama de blocos para o novo sistema de comunicação FFH-CDMA codificado.

5.2.2 Critério de projeto dos códigos

Para obtermos um novo critério de projeto dos códigos, iremos considerar o canal visto pelo codificador convolucional que é modelado pelas densidades da Equação (3.13). Seja $\mathbf{m} = (m_0, \dots, m_i, \dots, m_{n_{sym}-1})$ uma seqüência de símbolos de comprimento n_{sym} , correspondente a uma seqüência de saída do codificador, e $\mathbf{R} = (\mathbf{R}^0, \dots, \mathbf{R}^i, \dots, \mathbf{R}^{n_{sym}-1})$ uma seqüência recebida. Como as saídas dos detectores de energia R_{nl} são estatisticamente independentes condicionados a uma mensagem \mathbf{m} [30], podemos escrever a densidade conjunta $p(\mathbf{R}|\mathbf{m})$ como

$$p(\mathbf{R}|\mathbf{m}) = \prod_{i=0}^{n_{sym}-1} \prod_{n=0}^{N-1} \prod_{l=0}^{L-1} p(R_{nl}^i | m_i), \quad (5.10)$$

onde R_{nl}^i é a saída R_{nl} da i -ésima matriz recebida.

Sendo assim, a regra de MV para seqüências de símbolos é: escolha \mathbf{m} se

$$p(\mathbf{R}|\mathbf{m}) > p(\mathbf{R}|\mathbf{q}), \quad \forall (\mathbf{q} \neq \mathbf{m}). \quad (5.11)$$

Como em [30], podemos usar o fato de que não somente para $m = q$, mas também para

$n \neq m \neq q$, $p(R_{ml}|m) = p(R_{ml}|q)$. Assim, a regra de MV é equivalente a: escolha \mathbf{m} se

$$\prod_{i \in A} \prod_{l=0}^{L-1} \frac{p(R_{ml}^i | m_i)}{p(R_{ml}^i | q_i)} > \prod_{i \in A} \prod_{l=0}^{L-1} \frac{p(R_{ql}^i | q_i)}{p(R_{ql}^i | m_i)}, \quad \forall (\mathbf{q} \neq \mathbf{m}), \quad (5.12)$$

onde \mathbf{m} e \mathbf{q} são duas seqüências distintas, o conjunto A representa os índices i com símbolos distintos e a cardinalidade do conjunto A é ξ .

Definindo $Z(\mathbf{m})$ ($Z(\mathbf{q})$) como o lado esquerdo (direito) da Equação (5.12), podemos calcular a probabilidade de erro par-a-par através da expressão

$$Pr[(Z(\mathbf{m}) - Z(\mathbf{q})) < 0 | \mathbf{m}] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\Phi_{MV}^{(L \cdot \xi)}(s)}{s} dw, \quad (5.13)$$

onde $s = \alpha + jw$ e $\Phi_{MV}(s)$ é a função característica do receptor FFH-CDMA não-codificado de *máxima verossimilhança*.

Estendendo os resultados encontrados na Seção 3.2.3 para a aproximação do ponto-sela, podemos escrever a Equação (5.13) como

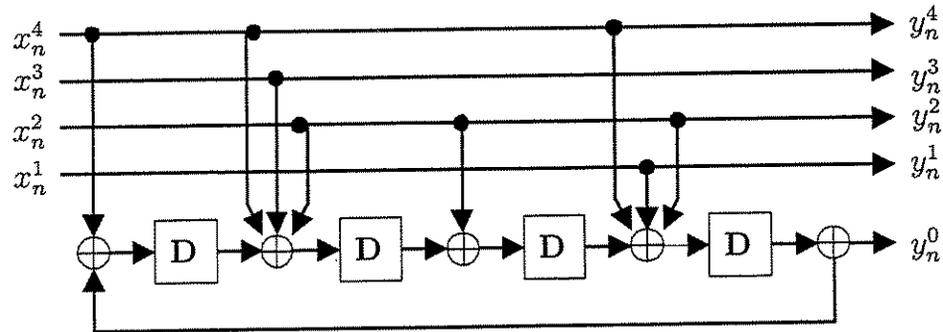
$$Pr[(Z(\mathbf{m}) - Z(\mathbf{q})) < 0 | \mathbf{m}] \approx \frac{\Phi_{MV}^{(L \cdot \xi)}(\bar{\alpha})}{\bar{\alpha}} \cdot \sqrt{\frac{\Phi_{MV}(\bar{\alpha})}{2\pi L \xi \cdot |\Phi_{MV}''(\bar{\alpha})|}}, \quad (5.14)$$

onde $\Phi_{MV}'(\bar{\alpha}) = 0$, $|\Phi_{MV}(\bar{\alpha})| < 1$ e $\Phi_{MV}(\bar{\alpha})$ tem um mínimo porque a transformada de Laplace é convexa.

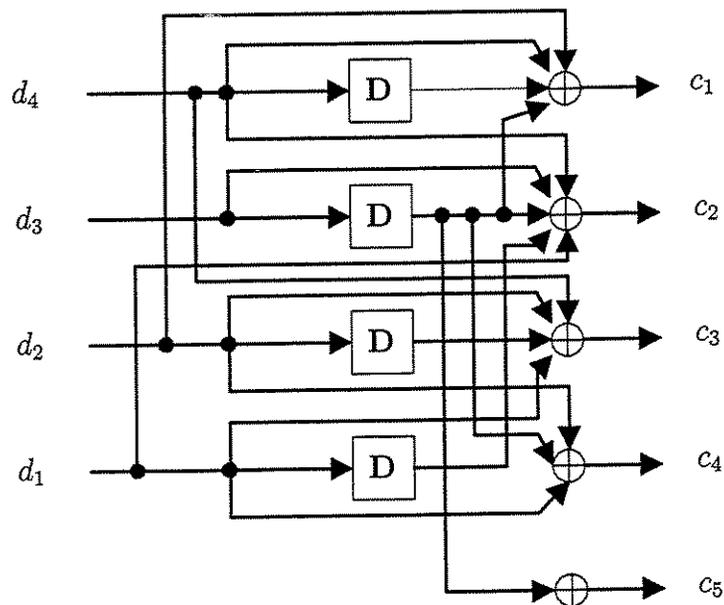
A Equação (5.14) mostra que a probabilidade de erro par-a-par não depende de \mathbf{m} e \mathbf{q} específicos, mas apenas do produto $L \cdot \xi$. Seja ξ_{\min} o menor valor de ξ para todos os possíveis pares de seqüência \mathbf{m} , \mathbf{q} ($\mathbf{m} \neq \mathbf{q}$). Fixando L , podemos sugerir como critério de projeto: *para códigos de mesma taxa e mesma complexidade, escolha aquele que possui o maior valor de ξ_{\min} .*

Se fizermos a analogia dos sinais na saída do modulador FFH-CDMA, $s_{m_i}(t)$, com sinais de um sistema de modulação digital codificada, é fácil notar que o critério proposto é equivalente ao critério de projeto para canais com desvanecimento, onde ξ é substituído pela distância de *Hamming* entre símbolos, encontrada na literatura, como o comprimento efetivo do código (Definição 2, Seção 2.4.2).

Deste modo, buscamos na literatura especializada, o CC (5,4,1), com $ntm = 4$, rotulado por F_4 , que atende a esse critério de projeto. Assim, o CC possui taxa $R_{CO} = 4/5$ e $m' = 1$. Originalmente, o codificador para o CC F_4 foi obtido de [10] na sua forma realimentada, conforme é mostrado pela Figura 5.3 (a).



(a)



(b)

Figura 5.3: (a) Codificador convolucional F_4 , obtido na sua forma original (codificador com realimentação). (b) Codificador convolucional F_4 , obtido na forma direta.

Entretanto, pode-se obter o codificador equivalente dado na sua forma direta utilizando a técnica de conversão apresentada em [24]. O algoritmo de conversão para a obtenção de um codificador na sua forma direta é apresentado no Apêndice D. A partir do codificador na sua

forma realimentada, apresentado na Figura 5.3(a), o algoritmo de conversão foi aplicado, e o codificador equivalente na sua forma direta foi obtido, conforme mostrado na Figura 5.3(b). O diagrama de treliça de F_4 , de interesse particular, é mostrado na Figura 5.4. Observe que a distância de *Hamming* entre símbolos é igual a 2. Vale ressaltar nesta escolha, conforme o critério de construção do código, quanto *maior* a distância de *Hamming* entre símbolos do código escolhido, *melhor* será o desempenho para o sistema FFH-CDMA codificado. No próximo capítulo, apresentaremos vários códigos convolucionais encontrados neste trabalho que satisfazem esse novo critério de construção dos codificadores para um sistema FFH-CDMA codificado.

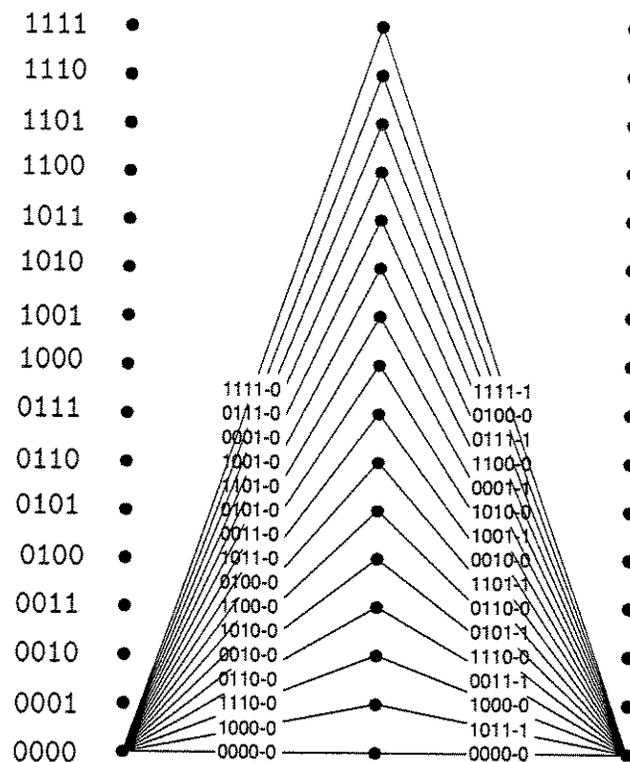
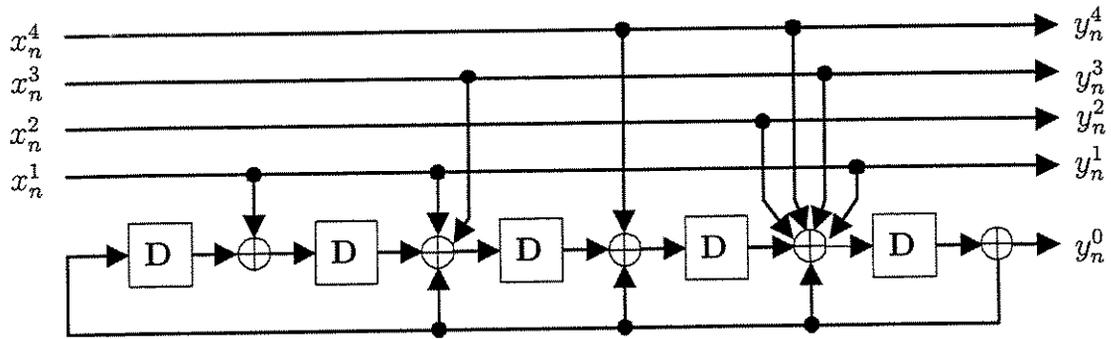


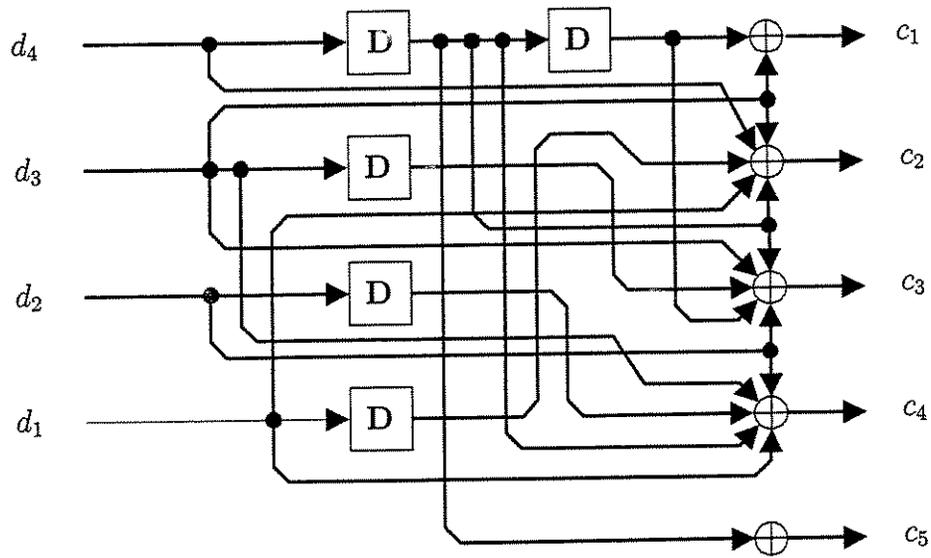
Figura 5.4: Diagrama de treliça para o código convolucional F_4 .

O CC (5,4,1), com $ntm = 5$, rotulado por F_5 , também foi obtido de [10]. F_5 é mostrado na Figura 5.5(a). A partir do codificador na sua forma realimentada, o algoritmo de conversão também foi aplicado. O codificador equivalente na sua forma direta é mostrado na Figura 5.5(b). O diagrama de treliça para o F_5 é mostrado na Figura 5.6. Neste caso, observe que a distância de *Hamming* entre símbolos também é igual a 2.

A conversão para a obtenção de um codificador na sua forma direta, a partir de um



(a)



(b)

Figura 5.5: (a) Codificador convolucional F_5 , obtido na sua forma original (codificador com realimentação). (b) Codificador convolucional F_5 , obtido na forma direta.

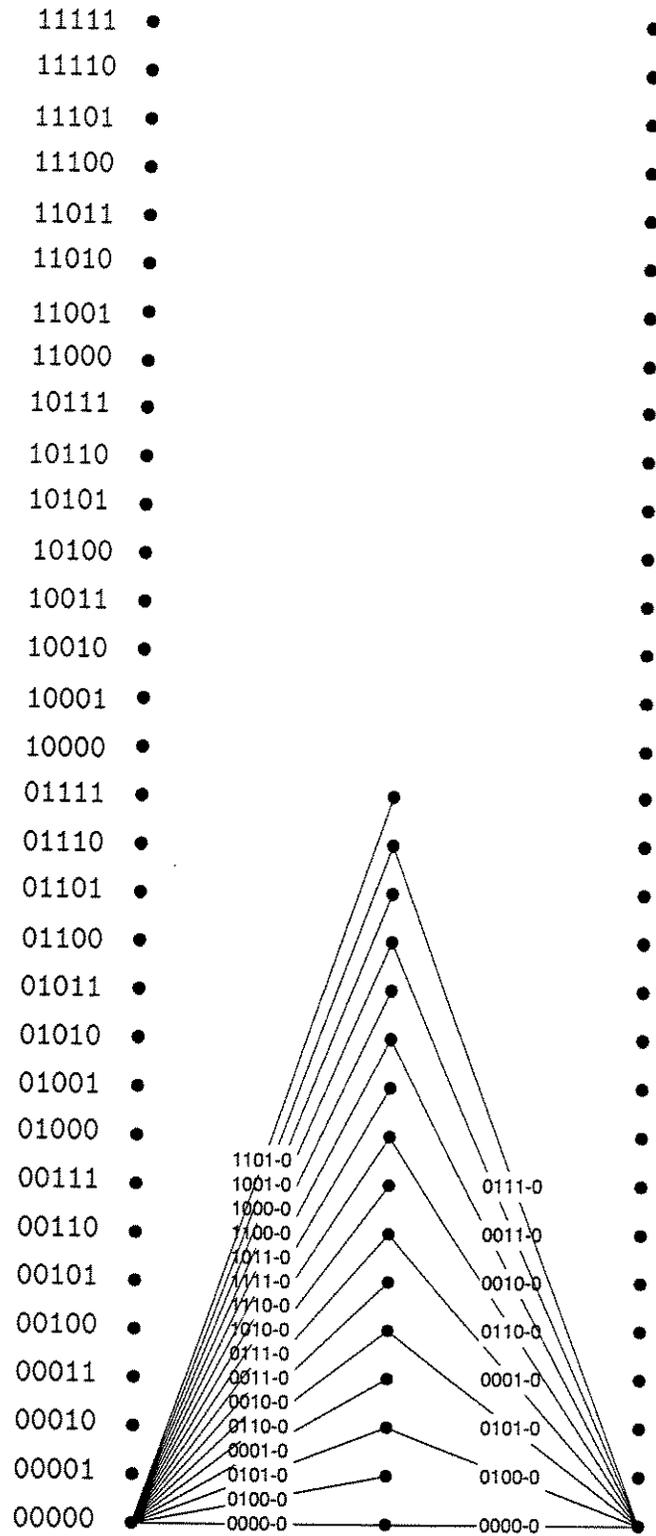


Figura 5.6: Diagrama de treliça para o código convolucional F_5 .

codificador na sua forma realimentada, pode ser verificada. O Apêndice D mostra uma verificação matemática através do método de conversão reversa¹ apresentado em [24], para os codificadores F_4 e F_5 , utilizados neste trabalho. Deste modo, podemos verificar que os codificadores F_4 e F_5 , obtidos na forma direta através da aplicação do algoritmo de conversão, foram obtidos de forma correta.

5.2.3 Métrica para um sistema FFH-CDMA que utiliza o novo critério de construção dos códigos

Os receptores FFH-CDMA codificados implementados neste trabalho, utilizam na decodificação, o algoritmo de *Viterbi* com terminação. Deste modo, o decodificador é implementado através do diagrama de treliça do codificador convolucional. Para os sistemas FFH-CDMA que utilizam o novo critério de construção dos códigos (Seção 5.2.2), cada uma das M métricas dos ramos, associadas a uma seção da treliça e, que serão utilizadas pelo algoritmo de *Viterbi*, pode ser obtida da Equação (5.10) e é dada por

$$\begin{aligned} M(\mathbf{R}|m) &= \log \left[\prod_{n=0}^{N-1} \prod_{l=0}^{L-1} p(R_{nl}|m) \right] \\ &= \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{L-1} \log [p(R_{nl}|m)], \end{aligned} \quad (5.15)$$

onde $m \in \{0, \dots, M-1\}$.

Utilizando as mesmas simplificações que levaram à Equação (5.12), as métricas dos ramos podem ser obtidas como

$$M(\mathbf{R}|m) = \sum_{l=0}^{L-1} f(R_{ml}), \quad (5.16)$$

onde $m \in \{0, \dots, M-1\}$ e $f(\cdot)$ é a não-linearidade dada pela Equação (3.19). Vale ressaltar que, as métricas equivalentes de (5.16) calculam apenas L somas (em vez de NL somas como em (5.15)), e que a não-linearidade pode ser implementada pelo mesmo *perceptron* sugerido na Seção 3.3.

¹Conversão para a obtenção de um codificador na sua forma realimentada, a partir de um codificador na sua forma direta.

5.3 Limitantes de Desempenho

Seja a matriz \mathbf{A} , de dimensão $2^{m'}$ por $2^{m'}$, onde cada elemento a_{ij} de \mathbf{A} pode ser ainda denotado na forma $a_{ij} = X^f Y^g$, onde f denota o peso de *Hamming* do símbolo codificado, correspondente à transição do estado i para o estado j ($f = 0$ ou 1). Por outro lado, g denota o peso de *Hamming* do símbolo que entra no codificador ($g = 0$ ou 1). Deste modo, para o CC (3, 1, 2), temos que

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & XY & 0 \\ X & 0 & Y & 0 \\ 0 & X & 0 & XY \\ 0 & X & 0 & XY \end{pmatrix}. \quad (5.17)$$

O polinômio enumerador de pesos $T(X, Y)$ é dado por

$$T(X, Y) = \sum_{l,m} B_{l,m} X^l Y^m, \quad (5.18)$$

onde $B_{l,m}$ denota o número de palavras-código com peso de *Hamming* l , associada à seqüência de informação de peso de *Hamming* m .

Em [28] é apresentado um método para a obtenção da distribuição de pesos para um código de bloco linear derivado de um código convolucional. Para uma decodificação com o algoritmo de *Viterbi* com terminação (*zero tail*), o polinômio enumerador de pesos $T(X, Y)$ será dado pelo elemento a_{11} da matriz $\mathbf{A}^{n_{sym}}$, onde n_{sym} é o número de símbolos da seqüência codificada. Assim, para um valor elevado de n_{sym} , o cálculo computacional convencional de $\mathbf{A}^{n_{sym}}$ mostrou-se proibitivo. Em [22] é apresentado o cálculo para a taxa de erro de *bit* para códigos convolucionais não terminados, através da limitação do número de termos da função de transferência. O método utilizado para o cálculo da função de transferência é bastante rápido e eficiente, pois não necessita do armazenamento de todas as operações. Estendendo o método apresentado em [22], podemos calcular o valor do elemento a_{11} de $\mathbf{A}^{n_{sym}}$ de forma recursiva, de tal modo que os recursos computacionais alocados, sejam bem menores do que através do método convencional. Assim, o Apêndice E apresenta o método recursivo para o cálculo do elemento a_{11} de $\mathbf{A}^{n_{sym}}$. Deste modo, a distribuição de pesos para o codificador (3, 1, 2) apresentado na Figura 2.9, com $n_p = 192$ bits/quadro, $n_{tail} = 2$ bits, $n_{cod} = 582$ bits e $n_{sym} = 194$ símbolos, pode ser obtida através do cálculo computacional recursivo e é dada

por

$$\begin{aligned}
T(X, Y) = & 1 + 192 \cdot X^3 Y + 381 \cdot X^4 Y^2 + 756 \cdot X^5 Y^3 + X^6 \cdot (17955 \cdot Y^2 + 1500 \cdot Y^4) + \\
& + X^7 \cdot (70688 \cdot Y^3 + 2976 \cdot Y^5) + X^8 \cdot (208695 \cdot Y^4 + 5904 \cdot Y^6) + \\
& + X^9 \cdot (1089836 \cdot Y^3 + 547608 \cdot Y^5 + 11712 \cdot Y^7) + \dots + \\
& + X^{99} \cdot (3461110400 \cdot Y^{33} + 2579400448 \cdot Y^{35} + 1381516800 \cdot Y^{37} + \\
& + 3476051456 \cdot Y^{39} + 2965774592 \cdot Y^{41} + 3346048512 \cdot Y^{43} + \\
& + 1979378304 \cdot Y^{45} + 2768233984 \cdot Y^{47} + 2346995328 \cdot Y^{49} + \\
& + 1043808000 \cdot Y^{51} + 2833039360 \cdot Y^{53} + 3167289344 \cdot Y^{55} + \\
& + 2640314368 \cdot Y^{57} + 4085252096 \cdot Y^{59} + 4026531840 \cdot Y^{61} + \\
& + 1073741824 \cdot Y^{63}). \tag{5.19}
\end{aligned}$$

A partir do polinômio enumerador de pesos $T(X, Y)$, podemos facilmente obter $T(X)$ dado por

$$\begin{aligned}
T(X) &= \left. \frac{\partial T(X, Y)}{\partial Y} \right|_{Y=1} \\
&= \sum_l C_l X^l, \tag{5.20}
\end{aligned}$$

onde C_l é o número total de símbolos de informação não nulos correspondentes aos caminhos com peso de *Hamming* entre símbolos igual a l .

Deste modo, a Tabela 5.1 apresenta os coeficientes do polinômio enumerador de pesos $T(X)$ para o codificador (3,1,2). Observe que a distância de *Hamming* entre símbolos do código convolucional é 3 e o grau do polinômio é 99.

Uma aproximação para a probabilidade de erro de símbolos de palavra, $P_p^{(c)}$, pode ser encontrada para um sistema FFH-CDMA codificado que utiliza o novo critério de construção dos códigos. Deste modo, podemos escrever

$$P_p^{(c)} \leq \sum_{l=d_{Ham}}^{gt} \frac{C_l \cdot P_l}{n_{sym}}, \tag{5.21}$$

onde gt é o grau do polinômio enumerador $T(X)$, e P_l é a probabilidade de erro de palavra para-par obtida através da Equação (5.13), com $\xi = l$. Observe que o limitante deve ser dividido

Tabela 5.1: Coeficientes do polinômio enumerador de pesos $T(X)$ para o codificador (3,1,2), com $n_p = 192$ bits/quadro, $n_{tail} = 2$ bits, $n_{cod} = 582$ bits e $n_{sym} = 194$ símbolos.

1	C_l	1	C_l	1	C_l	1	C_l
0	0	25	2156630632	50	3078212844	75	1968060768
1	0	26	2689269696	51	665529504	76	1622016120
2	0	27	3715312752	52	2463891366	77	684210064
3	192	28	1883635574	53	435378164	78	2319892024
4	762	29	1361606460	54	3835706810	79	2975181872
5	2268	30	2712802850	55	1613941136	80	2073068476
6	41910	31	2977598728	56	4206465208	81	3186518160
7	226944	32	87957226	57	466744036	82	3568407524
8	870204	33	3993878540	58	1034052176	83	2504272576
9	6089532	34	1633534670	59	3776992224	84	578613216
10	33799596	35	2921184256	60	2687518462	85	2001677024
11	147266640	36	1943292364	61	3546895212	86	2701570720
12	738698388	37	2096435496	62	2776498594	87	3364741312
13	3679207128	38	1350300660	63	1857753168	88	249018496
14	3516955956	39	1235586784	64	2951826932	89	3545308352
15	339486280	40	2684991328	65	908083388	90	3421488608
16	3209561354	41	1384675816	66	1900337572	91	319470112
17	3551123736	42	737110992	67	1036976128	92	1104028492
18	2805028262	43	2818849120	68	439604284	93	1421499320
19	1815595936	44	3146627952	69	1740006248	94	3895180420
20	225992380	45	3128240288	70	2593415652	95	1442214192
21	903312504	46	3002886240	71	436415616	96	3586330012
22	2326801412	47	2637412560	72	1281445736	97	1335417688
23	2151707840	48	1412148020	73	4070129832	98	1058106196
24	3420984736	49	3202214592	74	2153478792	99	3040364672

por n_{sym} , o número de símbolos de informação, pois os coeficientes de $T(X)$ representam o número de símbolos que entram no codificador para um caminho com distância l .

Um limitante de probabilidade de erro de *bit*, $P_b^{(c)}$, pode ser obtido de forma semelhante através da conversão apresentada na Equação (3.32). Em outras palavras, o limitante da probabilidade de erro de *bit* será dado por

$$P_b^{(c)} \leq \frac{M}{2(M-1)} \cdot \sum_{l=d_{Ham}}^{gt} \frac{C_l \cdot P_l}{n_{sym}}. \quad (5.22)$$

Observe que seria impraticável a determinação da distribuição dos *bits* de informação na treliça do código para um sistema FFH-CDMA codificado.

5.4 Resultados Obtidos

Consideraremos uma transmissão com quadros de duração de 20 ms. A taxa de transmissão de dados é de 9,6 kb/s. Deste modo, o total de *bits* para a fonte de dados é de $n_p = 192$ *bits*/quadro. Para um sistema FFH-CDMA com $M = 32$ e $L = 6$, foram considerados os códigos convolucionais rotulados por CC_1 e CC_2 obtidos de [25], e os códigos F_4 e F_5 , apresentados neste capítulo. Deste modo, os parâmetros de projeto são sintetizados na Tabela 5.2.

Observando os dados apresentados pela Tabela 5.2, verificamos que F_4 e F_5 , possuem a mesma distância de *Hamming* entre símbolos, com $d_{Ham} = 2$. Por outro lado, o código CC_2 com geradores 237:274:156:255:337 (octal), possui uma distância de *Hamming* entre símbolos inferior, com $d_{Ham} = 1$. Os códigos CC_2 , F_4 e F_5 , são compatíveis com o novo critério de construção dos códigos. Assim, o algoritmo de decodificação para estes códigos baseia-se na utilização da métrica de símbolo casada dada pela Equação (5.16). Entretanto, o código convolucional padrão, CC_1 com geradores 133:171 (octal), não é compatível com o novo critério de construção dos códigos, e neste caso, o algoritmo de decodificação que deverá ser utilizado está baseado na métrica de *bit* dada pela Equação (5.8). No próximo capítulo, obteremos uma classe de códigos que satisfazem os limitantes superiores para a distância de *Hamming* e que poderão ser utilizados junto como o novo critério de construção dos códigos.

No Apêndice F apresentamos uma forma para a obtenção de um limitante superior para a distância de *Hamming* entre símbolos. Assim, a Equação (F.1) apresenta um limitante

Tabela 5.2: Parâmetro de projeto para os sistemas FFH-CDMA através dos códigos convolucionais, $n_p = 192$.

Rótulo	CC	d_{Hammm}	n_{tail}	n_{st}	n_{cod}	n_{sym}	$R_{CO}^{(eff)}$	d_{free}
CC_1	(2,1,6)	-	6	4	400	80	0,480	10
CC_2	(5,4,4)	1	4	-	245	49	0,784	3
F_4	(5,4,4)	2	4	-	245	49	0,784	-
F_5	(5,4,5)	2	5	-	250	50	0,768	-

superior para esta distância dado por

$$d_{Hammm} = \begin{cases} \lfloor \frac{ntm}{k'} \rfloor + 1, & ntm \geq k' \\ 1, & ntm < k' \end{cases}, \quad (5.23)$$

onde ntm é o número total de memórias do CC (n', k', m') . A Tabela 5.3 apresenta um limitante superior para a distância de *Hamming* entre símbolos, para um código convolucional com taxa 4/5.

Tabela 5.3: Limitantes superiores para a distância de *Hamming* entre símbolos d_{Hammm} , para um CC com taxa 4/5.

ntm	2	3	4	5	6	7	8	...
m'	1	1	1	1	1	1	2	...
d_{Hammm}	1	1	2	2	2	2	3	...

A Figura 5.7 apresenta os limitantes de desempenho para um sistema FFH-CDMA codificado que utiliza a regra DS e os códigos convolucionais CC_1 , CC_2 , F_4 e F_5 , com $M = 32$, $L = 6$ e $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB. Os números nas curvas denotam U , com passo igual a 1. Os desempenhos obtidos através de simulação computacional também são apresentados na mesma figura para o receptor de MV codificado. A curva de desempenho para um sistema FFH-CDMA não-codificado, cujo receptor implementa a não-linearidade ótima (receptor de MV), obtida a partir do cálculo numérico da probabilidade de erro par-a-par que utiliza a regra *Gauss-Chebyshev*, também é apresentada na Figura 5.7. Adicionalmente, a figura apresenta

a eficiência máxima para cada um dos sistemas codificados que utilizam os códigos F_4 e F_5 , previsto pela taxa de corte de canal R_0 . Os símbolos nas curvas denotam U (número de usuários simultâneos) com passo unitário.

Os valores de eficiência máxima podem ser obtidos, substituindo na Equação (5.3) o número de usuários simultâneos, U , pelo valor correspondente a R_0 , como foi sugerido em [12]. Entretanto, para valores pequenos na probabilidade de erro de *bit*, os valores da eficiência máxima devem ser ajustados através do cálculo de uma nova taxa de código, R'_0 . Em [13] é apresentada uma aproximação para a nova taxa de um código, r' , que deverá ser utilizada. Assim, como a informação mútua é dada por $1 + BER \log_2(BER) + (1 - BER) \log_2(1 - BER)$, o novo valor para a taxa de código será dado por

$$r' = r \cdot [1 + BER \log_2(BER) + (1 - BER) \log_2(1 - BER)]. \quad (5.24)$$

Para um determinado código específico de taxa r , podemos calcular r' através da Equação (5.24), com $R'_0 = k' \cdot r'$. Assim, os valores da eficiência máxima para a taxa de corte de canal para o receptor de MV, apresentadas na Figura 5.7 para o código F_5 , foram calculados substituindo os novos valores encontrados para o número de usuários ativos, U' , na Equação (5.3). Os valores de U' , foram obtidos através de interpolação linear utilizando os valores da taxa de corte de canal, R_0^{MV} , em função do número de usuários ativos, U , obtido da Figura 4.14.

A metodologia apresentada para o cálculo da eficiência máxima também pode ser utilizada para a capacidade de canal. Entretanto, devemos calcular r' , com $Cap' = k' \cdot r'$. Os valores para a eficiência máxima para a capacidade de canal apresentados na Figura 5.7, foram obtidos a partir dos valores encontrados para U' . Os valores de U' , neste caso, também foram obtidos através de interpolação linear. Entretanto, a curva utilizada para interpolação foi a curva do limitante da capacidade de canal para o receptor não-quantizado (receptor de MV) apresentada na Figura 4.10.

Na Figura 5.7 são comparados quatro sistemas que utilizam os codificadores especificados na Tabela 5.2. O primeiro sistema utiliza o codificador CC_1 (que necessita da conversão *bit*-símbolo forçada) foi simulado com a métrica de decodificação da Equação (5.8). Para uma $P_b = 10^{-3}$, o aumento em eficiência espectral provido por este sistema é relativamente pequeno. CC_2 é um código de taxa 1/2 e possui 64 estados em sua treliça, ou seja, possui complexidade de decodificação $2^1 \cdot 64 = 128$ comparações por seção da treliça. O segundo sistema, denotado por $CC_2^\#$, utiliza o codificador CC_2 e também foi simulado com a métrica

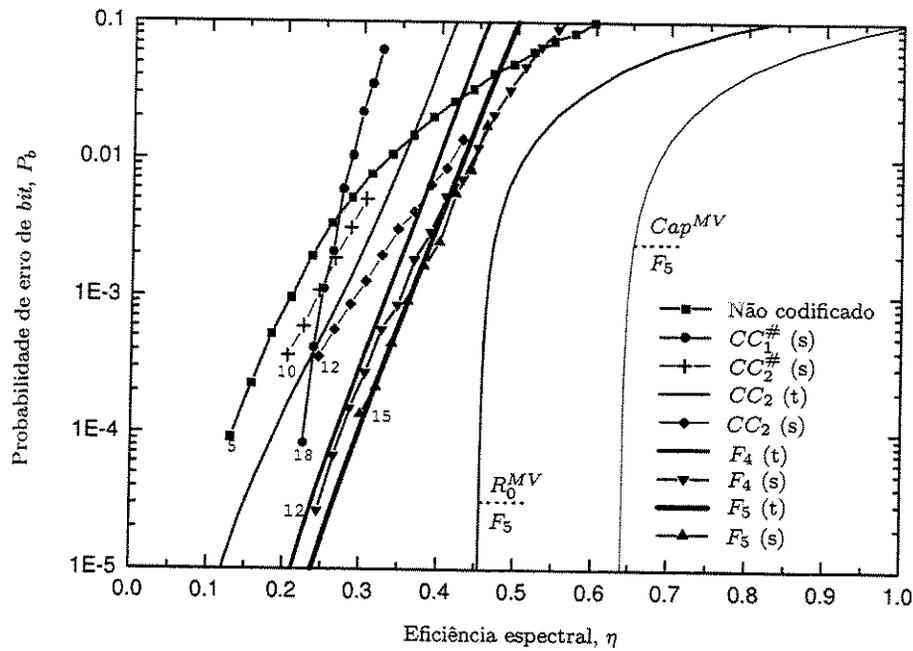


Figura 5.7: Probabilidade de erro de *bit* obtidas através de simulação computacional para o receptor de MV não-codificado e através de limitantes de desempenho que utilizam a regra de DS, para um sistema FFH-CDMA não-codificado, com $M = 32$, $L = 6$ e $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB. Os números nas curvas denotam U . (s) denota os resultados obtidos através de simulação computacional e (t) os resultados teóricos.

da Equação (5.8). Comparando com o desempenho do primeiro sistema, o aumento adicional em eficiência alcançado ainda é relativamente pequeno (para uma mesma P_b). Note que CC_2 , bem como F_4 , possuem complexidade de $2^4 \cdot 16 = 256$ comparações por seção de treliça. O terceiro sistema que utiliza o codificador CC_2 e a métrica da Equação (5.16), demonstrou possuir um aumento adicional significativo em eficiência espectral ($P_b = 10^{-3}$). Vale salientar que a métrica da Equação (5.16) possui implementação mais simples do que a métrica da Equação (5.8). O quarto sistema que utiliza o codificador F_4 e a métrica da Equação (5.16), demonstrou possuir um aumento adicional significativo em eficiência espectral em relação ao codificador CC_2 com a métrica (5.16). Finalmente, o quinto sistema, utiliza o codificador F_5 e a métrica ótima. Note que F_5 possui o mesmo comprimento efetivo de F_4 . Entretanto, F_5 não apresentou um aumento adicional significativo em eficiência, embora tenha uma complexidade de $2^4 \times 32 = 512$ comparações por seção da treliça.

Da comparação dos cinco sistemas descritos no parágrafo anterior podemos verificar: (i) a importância de uma conversão bit-símbolo casada com o número de frequências do modulador; (ii) a importância do uso da métrica ótima da Equação (5.16); e (iii) a importância do parâmetro da distância de *Hamming* entre símbolos, como primeiro parâmetro a ser otimizado no projeto do sistema codificado.

Como vimos, F_4 e F_5 , possuem a mesma distância de *Hamming* entre símbolos, com $d_{Hammm} = 2$. Entretanto, nas curvas de desempenhos podemos observar que F_5 apresentou um desempenho ligeiramente superior a F_4 . Um dos motivos para esta diferença, está relacionada com o número de vizinhos que cada palavra-código possui. Assim, observando a Equação (5.22), podemos verificar que para dois códigos com a mesma distância de *Hamming* entre símbolos, o código que possui o menor número de vizinhos é o que possuirá o melhor desempenho. A Tabela 5.4 apresenta os coeficientes do polinômio enumerador de pesos, $T(X)$, para os codificadores F_4 (F_5), com $n_p = 192$ bits/quadro, $n_{cod} = 245$ ($n_{cod} = 250$) bits e $n_{sym} = 49$ ($n_{sym} = 50$) símbolos. Observe que o número de vizinhos expressado pelo coeficiente c_2 para o código tendo F_5 como codificador é menor do que para o código F_4 . Deste modo, o código tendo F_5 como codificador possui um desempenho superior ao código oriundo de F_4 .

As Figuras 5.8 e 5.9 apresentam os limitantes de desempenho obtidos para um sistema não-codificado e codificado que utiliza o codificador F_4 , e que implementa a regra aproximada por DA e DS, com $M = 32$ e $L = 6$, para uma $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB e $\frac{E_b}{N_0} = 12,5$ dB, respectivamente. Os números nas curvas denotam U , com passo igual a 1. Das curvas, podemos observar que o

Tabela 5.4: Coeficientes do polinômio enumerador de pesos $T(X)$ para o codificador F_4 (F_5), com $n_p = 192$ bits/quadro, $n_{cod} = 245$ ($n_{cod} = 250$) bits e $n_{sym} = 49$ ($n_{sym} = 50$) símbolos.

codificador F_4				codificador F_5			
l	C_l	l	C_l	l	C_l	l	C_l
0	0	26	992592848	0	0	26	765953852
1	0	27	527030552	1	0	27	356008300
2	1972	28	4125385452	2	772	28	1090936782
3	96990	29	922470148	3	49064	29	1017736058
4	5760758	30	592437368	4	2392131	30	1418765874
5	271978808	31	2256054064	5	106727815	31	501687870
6	3401348096	32	142651416	6	83645141	32	3025206824
7	1563912366	33	3399771336	7	2060998783	33	2973314338
8	521375080	34	2005533012	8	3247180494	34	954224260
9	2798913466	35	2589761358	9	4134989419	35	3988821760
10	626004848	36	1716525182	10	1894553066	36	486298135
11	3258404248	37	1760137904	11	1380925090	37	2176408787
12	538926126	38	125884304	12	1182106427	38	1556227329
13	2093744926	39	281804878	13	2553201141	39	1694168947
14	2143384484	40	3034759704	14	398438741	40	628025198
15	3330062780	41	1728662218	15	2032179819	41	585306663
16	3488029620	42	649716512	16	808115064	42	3789693162
17	3785425064	43	61408352	17	2199797945	43	1794687874
18	2901484696	44	4164624742	18	2906737644	44	3891184791
19	1544136900	45	1535310990	19	2246921160	45	2711881377
20	2338809868	46	4252127492	20	3209709574	46	153714585
21	2810063720	47	986032196	21	2038096278	47	2088603415
22	1619535696	48	2105985044	22	1701623562	48	819619760
23	1938792404	49	3551999680	23	45120078	49	1572883637
24	1456788640	50	-	24	1524828788	50	3115523708
25	4248664908	51	-	25	2689157342	51	-

receptor não-quantizado que implementa a regra de DS apresentou um desempenho superior em relação ao receptor quantizado que implementa a regra de DA. Nas figuras também são apresentados os valores para a eficiência espectral, calculados a partir das curvas para a taxa de corte de canal (R_0) e para o limitante da capacidade de canal (Cap). A Tabela 5.5 apresenta uma comparação entre os valores de eficiência espectral para o sistema considerado. Note que os desempenhos para um receptor não-quantizado mostraram-se superiores em relação aos desempenhos para um receptor quantizado, como previsto pelas curvas da taxa de corte de canal e pelos limitantes da capacidade de canal. Deste modo, este trabalho sugere a implementação de sistemas FFH-CDMA codificados não-quantizados. Entretanto, o número de códigos que satisfazem o novo critério é bastante reduzido, sugerindo para o próximo capítulo, a procura de códigos convolucionais que satisfaçam o novo critério de construção dos códigos, bem como a otimização na escolha dos códigos através da taxa de corte de canal.

Tabela 5.5: Comparação entre os valores de eficiência espectral calculados a partir das curvas para a taxa de corte de canal e dos limitantes da capacidade de canal, para um sistema FFH-CDMA, com $M = 32$ e $L = 6$, para duas relações sinal-ruído.

Parâmetro	$E_b/N_0 = 12,5$ dB	$E_b/N_0 = 25$ dB
R_0^{DA}	0,1412	0,4172
R_0^{DS}	0,1887	0,4457
R_0^{MV}	0,1925	0,4511
Cap^{DA}	0,3563	0,6068
Cap^{MV}	0,4440	0,6429

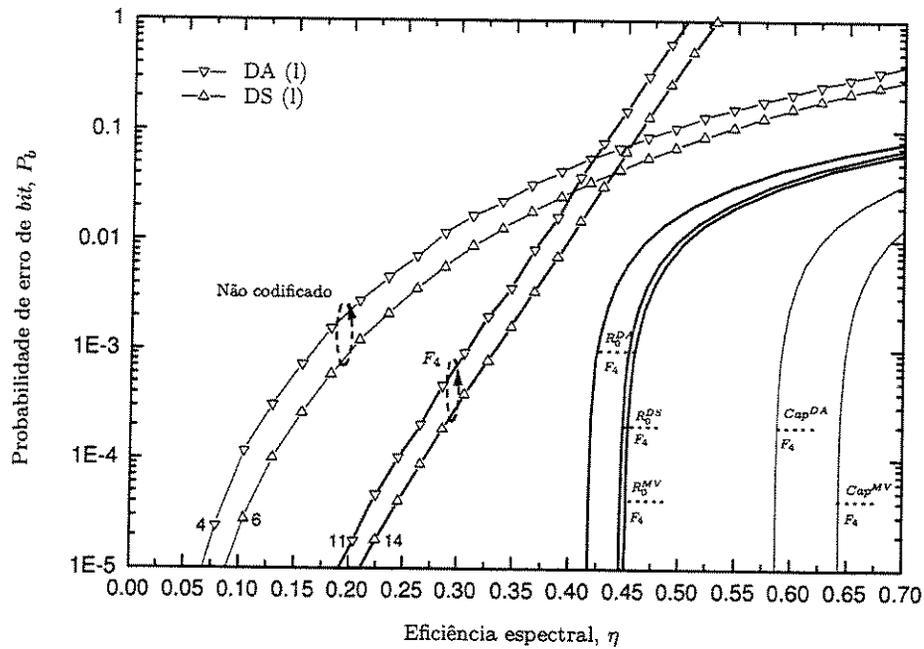


Figura 5.8: Limitante para a probabilidade de erro de *bit* para um sistema FFH-CDMA não-codificado e codificado que utiliza o codificador F_4 , e que implementa a regra aproximada por DA e DS, com $M = 32$, $L = 6$ e $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB. Os números nas curvas denotam U .

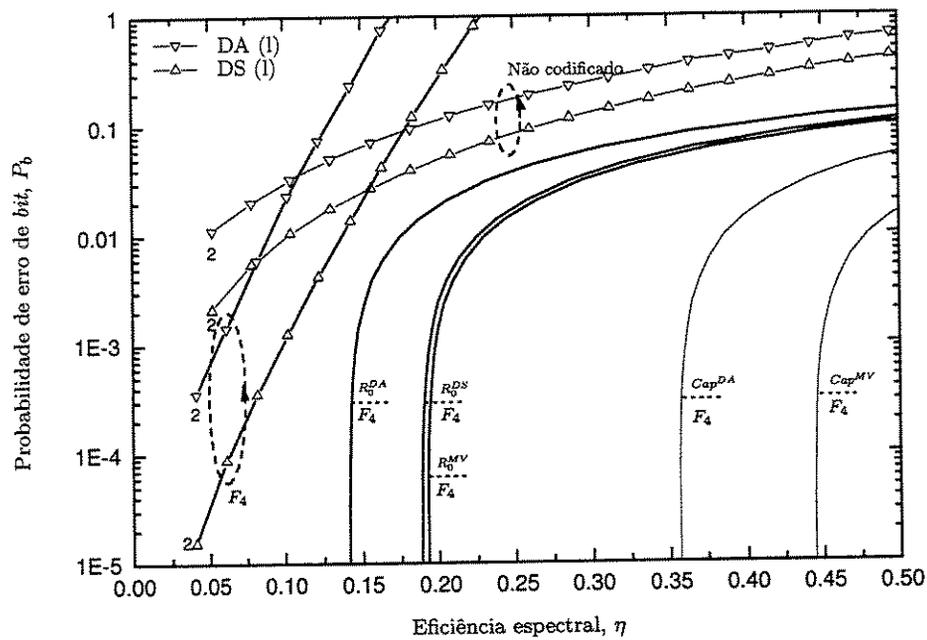


Figura 5.9: Limitante para a probabilidade de erro de *bit* para um sistema FFH-CDMA não-codificado e codificado que utiliza o codificador F_4 , e que implementa a regra aproximada por DA e DS, com $M = 32$, $L = 6$ e $\frac{E_b}{N_0} = 12,5$ dB. Os números nas curvas denotam U .

5.5 Considerações Finais

Neste capítulo propusemos um novo critério de construção dos códigos para um sistema FFH-CDMA codificado. Um método eficiente para a obtenção dos coeficientes do polinômio enumerador de pesos para os codificadores também foi sugerido. Também propusemos um método para a obtenção do limitante de desempenho para a probabilidade de erro e para os valores da eficiência máxima da taxa de corte de canal e da capacidade de canal.

Os resultados obtidos para o novo critério de construção dos códigos para um sistema FFH-CDMA mostraram a eficiência do novo critério, indicando a importância da conversão de *bit*-símbolo casada, do uso da métrica da Equação (5.16) e do parâmetro da distância de *Hamming* entre símbolos, como primeiro parâmetro a ser otimizado no projeto do sistema codificado. Os resultados de simulação comprovaram, portanto, a eficiência do novo critério, bem como a validação dos resultados encontrados através dos limitantes de probabilidade de erro.

A proposta de um método eficiente para a obtenção dos coeficientes do polinômio enumerador de pesos para os codificadores, viabilizaram a obtenção dos limitantes de probabilidade de erro. Assim, verificamos através de um exemplo que os desempenhos obtidos através de limitantes da probabilidade de erro para o receptor codificado e que utiliza a regra de DS, mostraram-se superiores em relação aos desempenhos para um receptor não-quantizado, como previsto pelas curvas da taxa de corte de canal e pelos limitantes da capacidade de canal. Estas curvas podem ser facilmente obtidas dos resultados para a taxa de corte de canal. Deste modo, este trabalho sugere a implementação de sistemas FFH-CDMA codificados e não-quantizados, que utilizam o novo critério de construção dos códigos, baseado na distância de *Hamming* entre símbolos.

Capítulo 6

Sistemas FFH-CDMA Codificados Otimizados

Este capítulo apresenta classes de codificadores convolucionais com diferentes taxas, obtidas segundo o critério de projeto proposto nesta tese. Para tal, um algoritmo de procura aleatória foi desenvolvido. Os codificadores encontrados podem também ser utilizados em outros sistemas codificados que baseiam-se no mesmo critério de projeto. Alguns destes códigos foram selecionados e limitantes para a probabilidade de erro de bit foram calculados. O critério de seleção utilizado foi o de escolher as taxas que maximizam a capacidade de usuário normalizada do sistema FFH-CDMA considerado. As capacidades de usuário normalizadas foram derivadas da taxa de corte de canal. Os resultados comprovaram que codificadores com treliça de 1024 estados podem trabalhar bem próximos da taxa de corte de canal.

6.1 Procura de Códigos Convolucionais Segundo o Critério Proposto

NO capítulo anterior, sugerimos a implementação de sistemas FFH-CDMA codificados que utilizam o novo critério de construção dos códigos. Os resultados de desempenho obtidos mostraram a eficiência do novo critério de projeto para os codificadores. No entanto, a quantidade de códigos convolucionais baseados na distância de *Hamming* entre símbolos, $d_{Hamming}$, disponíveis na literatura é escassa. Assim, nesta seção é apresentado um algoritmo de procura aleatória de códigos convolucionais baseado na $d_{Hamming}$.

O algoritmo de procura aleatória de códigos convolucionais não-catastróficos é apresentado pela Tabela 6.1. Um limitante superior para a distância de *Hamming* fixada na procura do código, $DHAMM$, pode ser obtido e calculado através da Equação (F.1), para um código convolucional (n', k', m') , com $ntm = k' \cdot m'$. O número de máximo de códigos procurados pelo algoritmo, $NREPETICOES$, também é fixado. Entretanto, o número de códigos válidos na procura é inferior a $NREPETICOES$, pois pode ser que em uma determinada procura, pelo menos um dos registradores do último estágio não esteja conectado a uma determinada saída. O algoritmo de procura está baseado na minimização do número de vizinhos obtido através do espectro de pesos para um comprimento de código curto $(DHAMM + 2)$, para códigos com $d_{Hamming} = DHAMM$.

A função `Verifica_Catastroficidade()`, retorna um valor para a catastroficidade do código convolucional, que pode ser facilmente implementada através do diagrama de transição de estados do código convolucional. A construção da subrotina que calcula a distância de *Hamming* entre símbolos do CC, `ECL()`, baseia-se em uma pequena alteração do algoritmo para o cálculo da distância livre sugerido em [20]. Vale ressaltar que há uma inconsistência no algoritmo apresentado em [2] e que foi corrigido por *Larsen* [20]. Deste modo, o Apêndice G apresenta um algoritmo para o cálculo da distância de *Hamming* entre símbolos, implementado pelo subrotina `ECL()` e que foi utilizado na procura dos códigos.

Tabela 6.1: Algoritmo de busca aleatória para a obtenção de um codificador convolucional (n', k', m') .

```

Ler_Arquivo (nlinha, klinha, mlinha)
nsaidas ← nlinha   nentradas ← klinha   mestagio ← mlinha
numerodevizinhosanterior ← 4294967295
para nrep de 1 até NREPETICOES
  para i de 0 até mestagio faça { Conexões aleatórias: G0, G1, ... Gm' }
    para j de 0 até (nentradas-1) faça
      para k de 0 até (nsaidas-1) faça
        CONEXOES[i][j][k] ← Variavel_Aleatoria_Binaria()
      fim para
    fim para
  fim para
  flag ← 1
  para j de 0 até (nentradas-1) faça
    para l de 0 até (nsaidas-1) faça
      soma[j] ← CONEXOES[mestagio][j][l]+soma[j]
    fim para
    se (soma[j] = 0) então
      flag ← 0 {conexões não são possíveis, memória menor do que m }
      j ← nentradas
    fim se
  fim para
  se flag = 1 então
    ncodigosvalidos ← ncodigosvalidos + 1
    Geracao_Diagrama_Estados_CC(trelica)
    catastroficidade ← Verifica_Catastroficidade()
    se catastroficidade ≠ 0 então
      dHamming = ECL()
      se dHamming ≥ DHAMM então { Calcula o espectro de pesos de Hamming
        com tamanho do bloco igual à DHAMM+2 (tamanho curto)}

```

continua na próxima página.

Tabela 6.1: Algoritmo de busca aleatória para a obtenção de um codificador convolucional (n', k', m') (continuação).

```

    Espectro_de_Pesos (DHAMM+2)
    Calcula_Numero_Vizinhos(minimo)
    se minimo < numerodevizinhosanterior então
        numerodevizinhosanterior ← minimo
        Guarda_Conexoes (CONEXOES)
        Guarda_Trelica (trelica)
        dfreeguardado ← DFREE()
        dhammingguardado ← dHamming
        fim se
    fim se
    fim se
    fim se
fim para { nrep }
se numerodevizinhosanterior = 4294967295 então
    Grava_Arquivo ("Código não encontrado!")
    senão
        Grava_Arquivo (trelica)
        Grava_Arquivo (CONEXOES)
        Grava_Arquivo (dfreeguardado)
        Grava_Arquivo (dhammingguardado)
    fim se

```

6.1.1 Códigos encontrados

O algoritmo implementado para a procura aleatória dos códigos convolucionais foi implementado em um programa de computador na linguagem C/C++. As Tabelas 6.2, 6.3, 6.4, 6.5, 6.6 e 6.7, apresentam várias classes de codificadores convolucionais encontradas com a utilização do algoritmo de procura aleatória, baseado na minimização do número de vizinhos.

Durante a procura dos códigos, observamos que o número de entradas, o número de saídas e o número de estágios de memória do codificador, são os parâmetros que influenciam na complexidade de busca do algoritmo. Deste modo, quanto maior o número de saídas n' do codificador convolucional, maior a dificuldade na procura de códigos. Por exemplo, utilizando uma máquina com processador PENTIUM III, com memória de 128 Mbytes, e um algoritmo padrão que necessita do armazenamento do diagrama de estados na memória principal, não foi possível encontrar um CC com taxa $r = 7/8$ e $m' = 2$. Deste modo, uma sugestão que deixamos como legado da implementação do algoritmo de procura dos códigos, está fundamentada na utilização de memória virtual em disco ao invés de memória principal. Entretanto, vale ainda ressaltar que pela hierarquia de dispositivos de armazenamento, o número de ciclos gastos na procura utilizando memória virtual é substancialmente maior do que o mesmo algoritmo implementado utilizando memória principal.

Os códigos convolucionais encontrados podem também ser utilizados em outras aplicações práticas, onde a distância de *Hamming* entre símbolos é importante, como nos canais com desvanecimento e/ou interferência. Em [26] são apresentadas duas classes de códigos convolucionais indicadas para canais que utilizam uma sinalização ortogonal e uma modulação não-coerente. Entretanto, como veremos na próxima seção, os códigos encontrados em [26] não são indicados para a implementação de sistema FFH-CDMA codificado, pois sugerem o uso de códigos que apresentam uma taxa de código, r , muito baixa.

6.2 Limitantes de Desempenho

6.2.1 Sistema FFH-CDMA codificado com $M = 8$ e $L = 4$

O número de usuários ativos poderia ser incrementado pelo uso de códigos com taxas baixas. Entretanto, códigos com taxas baixas de transmissão possuem uma dispendiosa largura de faixa. Sendo assim, existe um código com taxa ótima que maximiza a capacidade

Tabela 6.2: Codificadores convolucionais com taxa $k'/3$.

R_{CO}	m'	d_{free}	d_{Hamm}	Limitante d_{Hamm}	geradores em octal		
2/3	1	2	2	2	1	6	11
	2	4	3	3	5	32	56
	3	4	4	4	67	155	313
	4	7	5	5	1022	1573	1745
	5	8	6	6	3705	5274	7247

Tabela 6.3: Codificadores convolucionais com taxa $k'/4$.

R_{CO}	m'	d_{free}	d_{Hamm}	Limitante d_{Hamm}	geradores em octal			
2/4	1	2	2	2	5	1	11	6
	2	4	3	3	65	11	35	7
	3	7	4	4	171	45	206	167
	4	8	5	5	1571	237	725	167
	5	11	6	6	7130	3651	2474	6432
3/4	1	2	2	2	32	12	43	34
	2	4	3	3	362	112	413	355
	3	5	4	4	3643	1164	4132	3565

Tabela 6.4: Codificadores convolucionais com taxa $k'/5$.

R_{CO}	m'	d_{free}	d_{Hamm}	Limitante d_{Hamm}	geradores em octal				
2/5	1	3	2	2	1	1	15	5	16
	2	5	3	3	5	15	71	21	62
	3	8	4	4	25	71	355	111	316
	4	11	5	5	131	355	1665	446	1471
3/5	1	4	2	2	3	13	73	24	65
	2	5	3	3	53	163	733	224	635
	3	7	4	4	543	1673	7334	2235	6353
4/5	1	3	2	2	27	67	350	111	313
	2	4	3	3	547	1667	7330	2233	6352

Tabela 6.5: Codificadores convolucionais com taxa $k'/6$.

R_{CO}	m'	d_{free}	d_{Hamm}	Limitante d_{Hamm}	geradores em octal					
3/6	1	4	2	2	13	23	63	33	54	25
	2	5	3	3	623	624	733	43	273	605
	3	8	4	4	4353	5473	7123	1324	7043	6445
4/6	1	2	2	2	53	113	313	174	275	136
	2	4	3	3	1153	1353	5754	2074	3675	176
5/6	1	2	2	2	262	462	1423	764	1330	566

Tabela 6.6: Codificadores convolucionais com taxa $k'/7$.

R_{CO}	m'	d_{free}	d_{Hamm}	Limitante d_{Hamm}	geradores em octal						
3/7	1	3	2	2	22	32	72	2	62	23	4
	2	7	3	3	463	463	723	664	603	445	273
	3	7	4	4	4674	4612	7210	6602	6057	4462	2720
4/7	1	4	2	2	133	173	373	33	334	115	36
	2	11	3	3	2442	3775	7751	703	6452	2054	713
5/7	1	4	2	2	1233	630	750	1730	1302	223	1535
6/7	1	2	2	2	4674	4612	7210	6602	6057	4462	2720

Tabela 6.7: Codificadores convolucionais com taxa $k'/8$.

R_{CO}	m'	d_{free}	d_{Hamm}	Limitante d_{Hamm}	geradores em octal							
3/8	1	6	2	2	35	25	45	25	65	15	16	77
	2	8	3	3	344	254	434	254	634	164	175	756
	3	11	4	4	6243	7064	4322	5515	5363	4350	6601	3255
4/8	1	6	2	2	371	154	343	121	233	376	61	127
	2	10	3	3	6243	7064	4322	5515	5363	4350	6601	3255
5/8	1	4	2	2	1427	370	644	272	1575	1766	1373	120
6/8	1	5	2	2	3235	5737	2461	2203	4025	4262	1244	5576

de usuário normalizada em função da taxa do código. Traçamos anteriormente a taxa de corte de canal, R_0 , em função do número de usuários ativos, U . Para sistemas codificados $r = R/K$ é a taxa normalizada. Supondo que estes sistemas trabalham próximo à taxa de corte de canal, podemos traçar $Ur = UR_0/K$ em função da taxa r [18], [19].

A Figura 6.1 apresenta o número de usuários normalizados, Ur , versus r , para um sistema FFH-CDMA codificado com modelo de canal não-quantizado através da regra de DS, com $M = 8$ e $L = 4$, para duas relações sinal-ruído. Para uma $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB, Ur é maximizado quando temos uma taxa de código, r , aproximadamente igual a 0,62528 ($Ur = 4,37694$) e o canal FFH-CDMA codificado pode acomodar 7 usuários. Para uma taxa $r = 0,34478$, o canal pode acomodar 11 usuários. Por outro lado, para uma $\frac{E_b}{N_0} = 12,5$ dB, Ur é maximizado quando temos uma taxa de código $r = 0,47956$ ($Ur = 2,39778$) e o canal FFH-CDMA codificado pode acomodar 5 usuários. Para uma taxa $r = 0,33085$, o canal pode acomodar 7 usuários.

Em geral, podemos observar que a capacidade em número de usuários para sistemas codificados que trabalham com taxas de código baixas é superior a de outros sistemas com taxas elevadas. Entretanto, observando a Equação (5.3) e a curva da capacidade de usuário normalizada, podemos notar que a eficiência espectral também é maximizada. Deste modo, utilizando este critério de otimização, podemos esperar que um sistema FFH-CDMA codificado que trabalha próximo da taxa de código encontrada na maximização da eficiência espectral, vai apresentar um desempenho melhor do que outro sistema com taxa abaixo da taxa otimizada.

Consideraremos novamente uma transmissão com quadros de duração de 20 ms, com uma taxa de transmissão de dados de 9,6 Kbps. Deste modo, o total de *bits* para a fonte de dados é de $n_p = 192$ bits/quadro. A Tabela 6.8 apresenta os parâmetros dos códigos convolucionais obtidos de [25], para um sistema FFH-CDMA codificado de taxa 1/3 e 2/3, que utiliza o novo critério de construção dos códigos, com $M = 8$, $L = 4$ e $n_p = 192$. Observe que a distância de *Hamming* entre símbolos para os códigos com taxa 1/3, varia entre 3 e 7, para codificadores com memória entre 2 e 6, respectivamente.

No Apêndice F apresentamos uma forma para a obtenção de um limitante superior para a distância de *Hamming* entre símbolos de um código convolucional (n' , k' , m'). Assim, a Tabela 6.9 apresenta os limitantes superiores da distância de *Hamming* entre símbolos, d_{Ham} , para um código convolucional de taxa 1/3, com $ntm = k' \cdot m' = m'$. Deste modo,

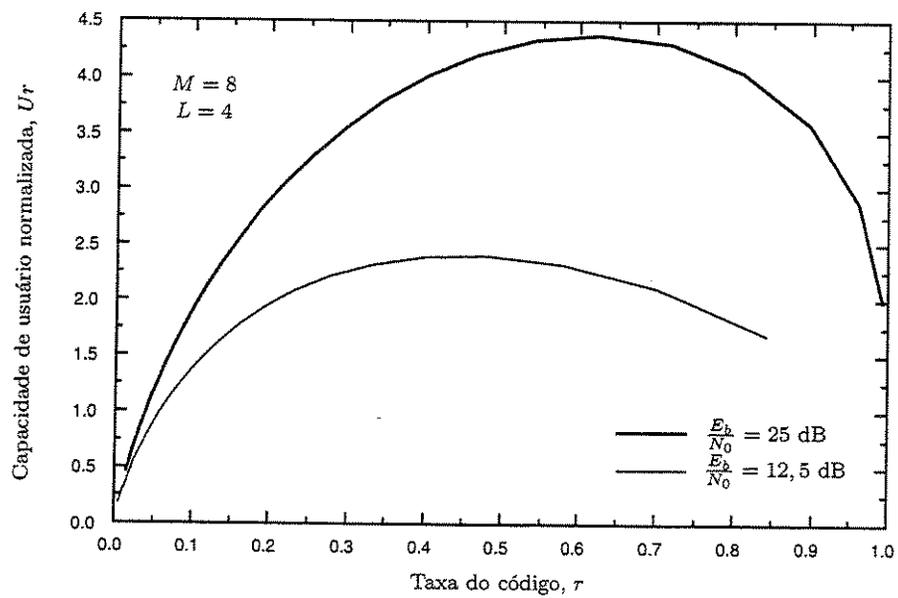


Figura 6.1: Taxa do código, r , versus capacidade de usuário normalizada, Ur , para um sistema FFH-CDMA codificado através da regra de DS, com $M = 8$ e $L = 4$, para duas relações sinal-ruído.

Tabela 6.8: Parâmetros de CC's obtidos da literatura padrão para um sistema FFH-CDMA codificado que utiliza o novo critério de construção dos códigos, com $M = 8$ e $L = 4$ e $n_p = 192$.

(n', k', m')	n_{sym}	d_{free}	d_{Hammm}	geradores em octal		
(3,1,2)	194	8	3	5	7	7
(3,1,3)	195	10	4	13	15	17
(3,1,4)	196	12	5	25	33	37
(3,1,5)	197	13	6	47	53	75
(3,1,6)	198	15	7	133	145	175
(3,2,2)	98	5	3	27	75	72

podemos observar que os códigos convolucionais padrões obtidos de [25] são compatíveis com o novo critério de construção dos códigos. Entretanto, isto nem sempre é verdade, pois o critério de procura dos códigos apresentados em [25] está baseado na procura de código com maior distância livre.

Tabela 6.9: Limitantes superiores para a distância de *Hamming* entre símbolos d_{Hammm} , para um CC com taxa 1/3.

$ntm = m'$	2	3	4	5	6	7	8	...
d_{Hammm}	3	4	5	6	7	8	9	...

A Figura 6.2 apresenta as curvas para os limitantes de desempenho, para um sistema FFH-CDMA não-codificado e codificado que utiliza a regra de DS, com $M = 8$, $L = 4$ e $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB. Os números nas curvas denotam U , com passo unitário. Os códigos convolucionais utilizados foram os códigos descritos pela Tabela 6.8 e quatro códigos obtidos da Tabela 6.2. A figura 6.2 também apresenta os valores de eficiência espectral para os sistemas codificados que utilizam os codificadores (3,1,6) e (3,2,5), trabalhando próximo da taxa de corte de canal, R_0^{DS} . Os valores para as eficiências são obtidos substituindo-se na

Equação (5.3) o número de usuários simultâneos, U , pelo valor de U correspondente à taxa de corte de canal, R_0 , corrigida correspondente para cada codificador, conforme descrito na Seção 5.4 do capítulo anterior. Para uma $P_b = 10^{-3}$, pode-se observar que o sistema codificado com melhor desempenho foi o sistema com taxa 2/3 e que utiliza o CC (3,2,5), conforme previsto pela otimização da taxa de código (codificador com treliça de 1024 estados). Podemos notar que o CC (3,2,2) obtido de [25] apresentou um desempenho inferior ao do CC (3,2,2), obtido da Tabela 6.2, embora ambos os códigos possuem a mesma distância de *Hamming* entre símbolos. A explicação desta diferença está no número de vizinhos que cada um dos códigos possui, conforme mostram as Tabelas 6.10 e 6.11. Observe que o CC (3,2,2), obtido da Tabela 6.2, foi encontrado levando em consideração a minimização do número de vizinhos. Note ainda que os resultados obtidos através de simulação computacional (s) estão coerentes com os resultados obtidos através dos limitantes de desempenho de probabilidade de erro (l).

A Figura 6.3 apresenta as curvas para os limitantes de desempenho para um sistema FFH-CDMA não-codificado e codificado que utiliza a regra de DS, com $M = 8$, $L = 4$ e $\frac{E_b}{N_0} = 12,5$ dB. Os números nas curvas denotam U , com passo unitário. Na mesma figura são traçadas as curvas de limitante de desempenho através de cálculo numérico, as curvas de desempenho obtidas através de simulação computacional e a eficiência espectral para dois sistemas FFH-CDMA codificados trabalhando próximo da taxa de corte de canal, R_0^{DS} . Novamente, o sistema que utiliza o CC (3,2,5) foi o que apresentou melhor desempenho em termos de eficiência espectral, conforme também previsto pela otimização da taxa do código.

6.2.2 Sistema FFH-CDMA codificado com $M = 16$ e $L = 9$

A Figura 6.4 apresenta o número de usuários normalizados, Ur , versus r , para um sistema FFH-CDMA codificado com modelo de canal não-quantizado que utiliza a regra de DS, com $M = 16$ e $L = 9$, para duas relações sinal-ruído. Neste caso, podemos expressar alguns valores para as eficiências espectrais calculadas para sistemas codificados e que utilizam códigos com várias taxas e complexidades (Equação (5.3)). Deste modo, a Tabela 6.12 apresenta alguns valores para a eficiência espectral em função da taxa do código, r , e em função de alguns códigos obtidos da Tabela 6.3. Note que em termos comparativos, as eficiências calculadas para um código genérico com taxa 2/4 e 3/4, não são afetadas qualitativamente levando-se em conta o cálculo utilizando a taxa efetiva real do código, R_{CO} .

Tabela 6.10: Coeficientes do polinômio enumerador de pesos $T(X)$ para o CC (3,2,2) obtido da literatura padrão, para um sistema codificado com $n_p = 192$ bits/quadro, $n_{cod} = 294$ bits e $n_{sym} = 98$ símbolos.

l	C_l	l	C_l	l	C_l	l	C_l
0	0	26	3403754094	52	3011526478	78	3388702658
1	0	27	1259120250	53	202183558	79	1565202374
2	0	28	671972855	54	2481540766	80	3388851370
3	1612	29	1097359032	55	272180438	81	152490702
4	12440	30	3057303773	56	2850193362	82	3629918008
5	112409	31	209466504	57	1372988230	83	3555288536
6	2100345	32	627392753	58	2891018242	84	3022443600
7	20748016	33	1868848194	59	3492708670	85	1751041798
8	199032344	34	3870761556	60	60288724	86	4286691878
9	2140769845	35	2675401922	61	3053681362	87	2499897456
10	3310712689	36	921488770	62	3103603168	88	1974674286
11	266022518	37	2463432488	63	1135499098	89	2860616134
12	4084443260	38	2223268832	64	1742875568	90	4106361488
13	1803500964	39	1001363130	65	606922206	91	1323306848
14	869689864	40	3787984858	66	3402452018	92	3436282565
15	4125005152	41	403828224	67	1201653066	93	1820813518
16	45050920	42	94644240	68	2811373982	94	4186896355
17	3347462696	43	3258231550	69	1589539471	95	1017517078
18	4280704346	44	2730023646	70	1322453879	96	3706963295
19	2839588474	45	315132882	71	1533555470	97	2470113000
20	2654784682	46	3264663830	72	3377675862	98	1730933634
21	215525284	47	184159586	73	2480209403	99	-
22	919653868	48	1136392494	74	2127696511	100	-
23	1399469954	49	353966082	75	1810554868	101	-
24	909587576	50	2468983398	76	93324566	102	-
25	2938766020	51	4156246742	77	1197918514	103	-

Tabela 6.11: Coeficientes do polinômio enumerador de pesos $T(X)$ para o CC (3,2,2) obtido através da minimização do número de vizinhos, para um sistema codificado com $n_p = 192$ bits/quadro, $n_{cod} = 294$ bits e $n_{sym} = 98$ símbolos.

l	C_l	l	C_l	l	C_l	l	C_l
0	0	26	2155206766	52	111045116	78	3527089854
1	0	27	4096541834	53	2505713218	79	2452723983
2	0	28	3125061207	54	225908992	80	2641144367
3	668	29	2689234596	55	3459593030	81	495329975
4	10153	30	2309491707	56	463357208	82	3729294237
5	73939	31	243210968	57	4226681032	83	1256291862
6	930691	32	4175544925	58	3741242536	84	3426394342
7	10779938	33	1754246760	59	2026879908	85	352696011
8	100854514	34	419191945	60	2998571614	86	1972063088
9	946114280	35	1534688436	61	200550016	87	1918526603
10	290424954	36	2866276626	62	70390910	88	2975208682
11	2181629107	37	899624714	63	4079152880	89	1494753418
12	900704164	38	3760903478	64	2650420870	90	4074192538
13	370965675	39	2837032708	65	3071418088	91	3165424378
14	1619510302	40	2903418304	66	3027410150	92	3489414515
15	687072371	41	964311532	67	1826239344	93	3152646676
16	4051010079	42	1791572288	68	3425287085	94	2143592511
17	2555609123	43	857500950	69	3831998259	95	2614457232
18	1548580829	44	1078733696	70	3880568751	96	3457156989
19	414522314	45	1288287454	71	1745947426	97	1982339592
20	3262948278	46	715661932	72	2098320478	98	3978297249
21	1697428067	47	2120969510	73	2655960684	99	-
22	1860699432	48	3691530322	74	971690134	100	-
23	3828762855	49	3037919054	75	3123428751	101	-
24	1203751918	50	3725692278	76	738409396	102	-
25	281988590	51	2910746848	77	346298559	103	-

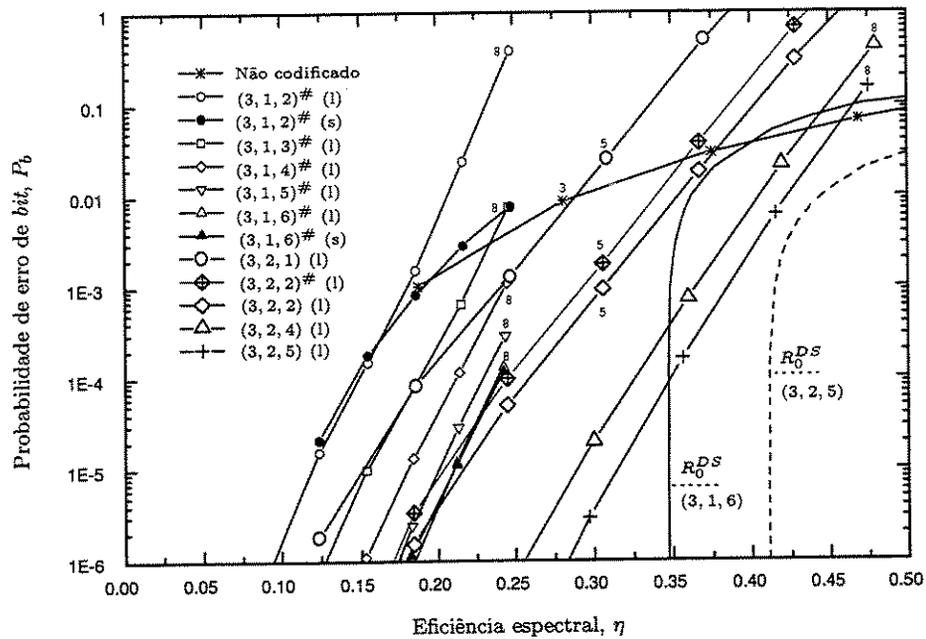


Figura 6.2: Probabilidade de erro de *bit* obtida através de limitante, para um sistema FFH-CDMA codificado que utiliza a regra de DS, com $M = 8$, $L = 4$ e $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB. Os números nas curvas denotam U . (s) denota os resultados obtidos através de simulação computacional e (t) os resultados teóricos. Os códigos assinalados com # foram obtidos da literatura.

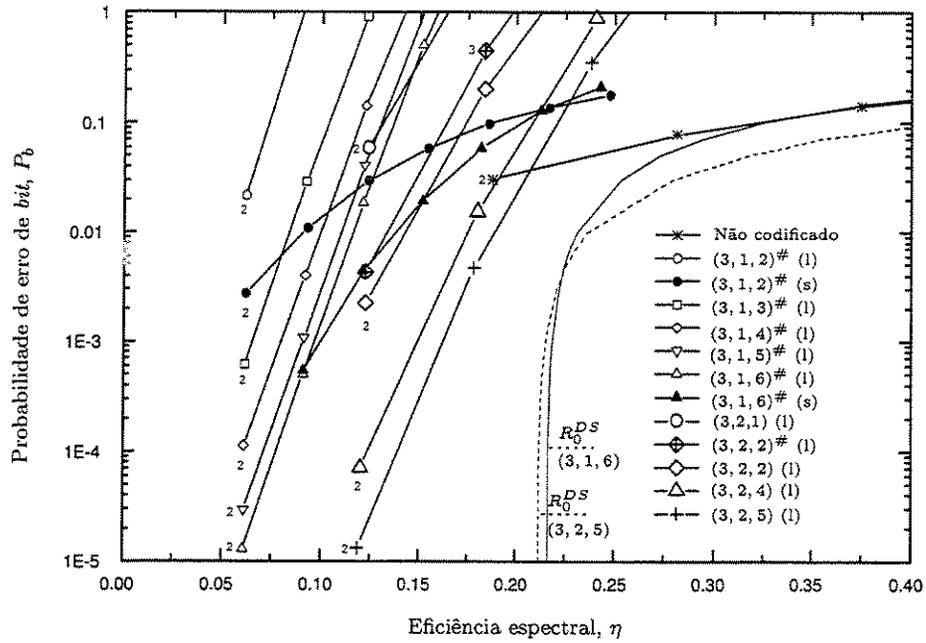


Figura 6.3: Probabilidade de erro de *bit* obtida através de limitante, para um sistema FFH-CDMA codificado que utiliza a regra de DS, com $M = 8$, $L = 4$ e $\frac{E_b}{N_0} = 12,5$ dB. Os números nas curvas denotam U . (s) denota os resultados obtidos através de simulação computacional e (t) os resultados teóricos. Os códigos assinalados com # foram obtidos da literatura.

Para uma $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB, podemos prever que a eficiência espectral é maximizada para uma taxa de código igual a $r = 0,7463$ ($r \approx 3/4$) (veja Figura 6.4). Por outro lado, para uma $\frac{E_b}{N_0} = 12,5$ dB, podemos prever que a eficiência espectral é maximizada para uma taxa de código igual $r = 0,5215$ ($r \approx 2/4$).

Tabela 6.12: Eficiência espectral para um sistema FFH-CDMA codificado e não-quantizado que utiliza a regra de DS, com $M = 16$ e $L = 9$, para duas relações sinal-ruído.

Taxa r ou CC	Taxa Efetiva R_{CO}	η	
		$\frac{E_b}{N_0} = 12,5$ dB	$\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB
2/4	0,5000	0,1819	0,3297
3/4	0,7500	0,1693	0,3524
(4,2,4)	0,4800	0,1747	0,3165
(4,2,5)	0,4752	0,1729	0,3152
(4,3,3)	0,7164	0,1617	0,3523

A Figura 6.5 apresenta as curvas para os limitantes de desempenho para um sistema FFH-CDMA não-codificado e codificado que utiliza a regra de DS, com $M = 16$, $L = 9$ e $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB. Os números nas curvas denotam U , com passo unitário. Os códigos convolucionais utilizados neste caso foram obtidos da Tabela 6.3. Como podemos constatar, o sistema codificado que utiliza o CC (4,3,3) apresentou o melhor desempenho em termos de eficiência espectral, conforme previsto pela otimização da taxa de código. A Figura 6.6 apresenta as curvas para os limitantes de desempenho para um sistema FFH-CDMA não-codificado e codificado que utiliza a regra de DS, com $M = 16$, $L = 9$ e $\frac{E_b}{N_0} = 12,5$ dB. Para uma $\frac{E_b}{N_0} = 12,5$ dB, o sistema codificado que utiliza o CC (4,3,3) também apresentou o melhor desempenho em termos de eficiência espectral. Entretanto, conforme previsto pela otimização da taxa de código, um código de taxa 2/4 deve apresentar um desempenho superior ao de um código com taxa 3/4. Em especial, podemos justificar a inversão detectada neste caso. Tanto o código (4,2,5), bem como o código (4,3,3), apresentam a mesma complexidade em termos do número de transições de estados, com $2^{k'} \cdot 2^{ntm} = 4.024$ possibilidades. Assim, o parâmetro que mais contribuirá para o aumento da eficiência espectral (Equação (5.3)), será

a taxa de código r , que no caso do CC (4,3,3) é maior do que a taxa do CC (4,2,5). Portanto, o sistema codificado que utiliza o CC (4,3,3) deverá possuir um desempenho superior a do sistema que utiliza o CC (4,2,5).

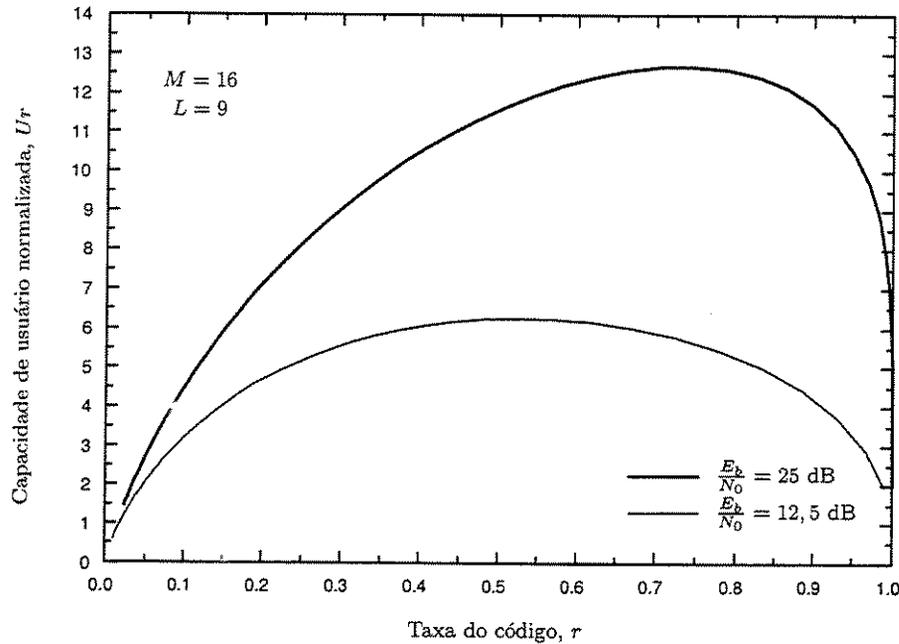


Figura 6.4: Taxa do código, r , versus capacidade de usuário normalizada, Ur , para um sistema FFH-CDMA codificado através da regra de DS, com $M = 16$ e $L = 9$, para duas relações sinal-ruído.

6.2.3 Sistema FFH-CDMA codificado com $M = 32$ e $L = 6$

A Figura 6.7 apresenta o número de usuários normalizados, Ur , versus r , para um sistema FFH-CDMA codificado com modelo de canal não-quantizado, com $M = 32$, $L = 6$ e $\frac{E_b}{N_0} = 25 \text{ dB}$. Note que a otimização da eficiência espectral leva a uma taxa de código igual a $r = 0,63572$ ($r \approx 3/5$).

A Figura 6.8 apresenta as curvas para os limitantes de desempenho para um sistema FFH-CDMA não-codificado e codificado que utiliza a regra de DS, com $M = 32$, $L = 6$ e $\frac{E_b}{N_0} = 25 \text{ dB}$. Os números nas curvas denotam U , com passo unitário. Os códigos $F4$,

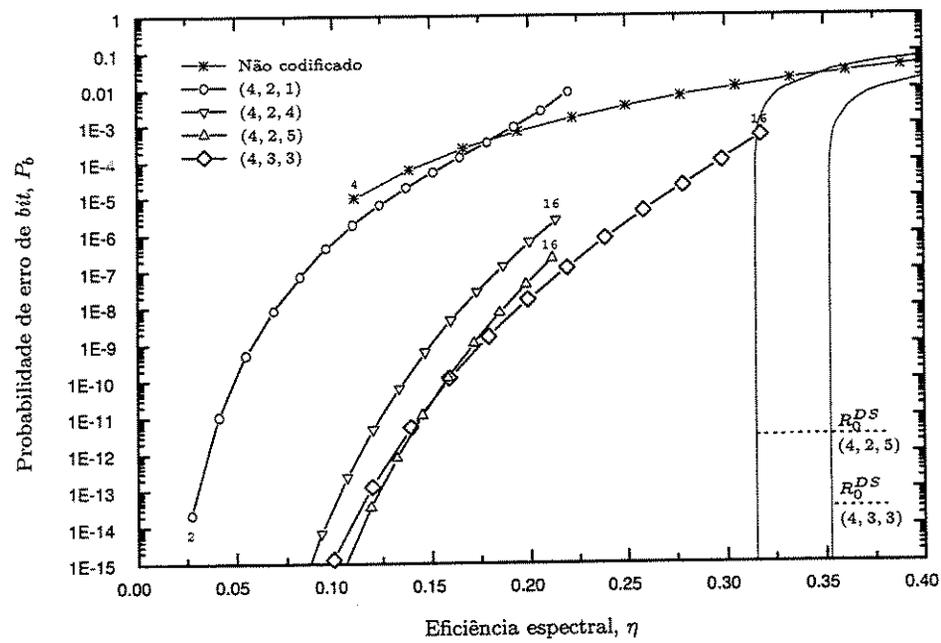


Figura 6.5: Probabilidade de erro de *bit* obtida através de limitante, para um sistema FFH-CDMA codificado que utiliza a regra de DS, com $M = 16$, $L = 9$ e $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB. Os números nas curvas denotam U .

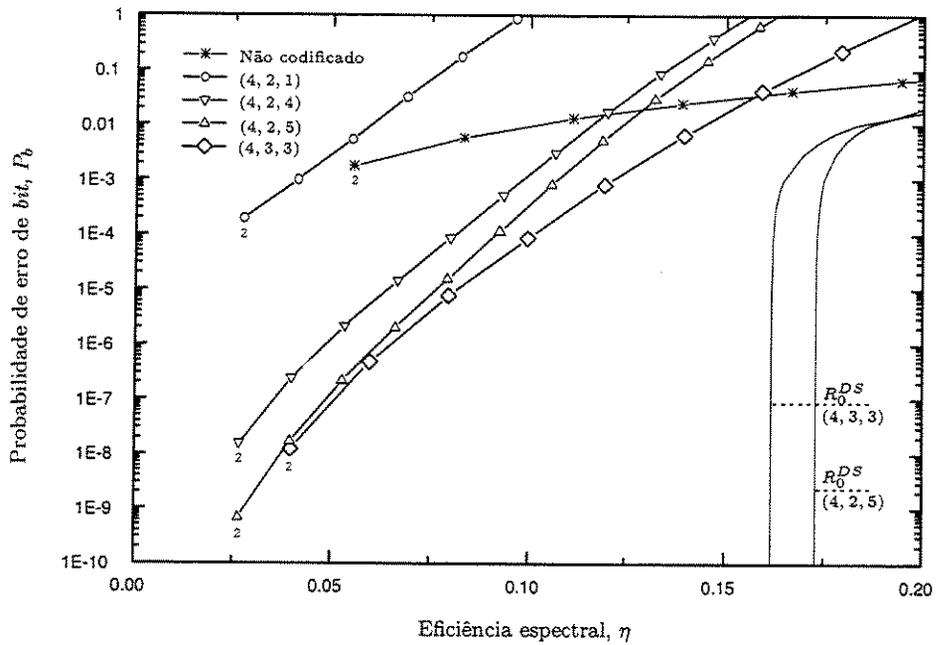


Figura 6.6: Probabilidade de erro de *bit* obtida através de limitante, para um sistema FFH-CDMA codificado que utiliza a regra de DS, com $M = 16$, $L = 9$ e $\frac{E_b}{N_0} = 12,5$ dB. Os números nas curvas denotam U .

F_5 e CC_2 , foram apresentados na Seção 5.4 do capítulo anterior. Entretanto, incluímos o CC (5,4,2) com $d_{Hamming} = 3$ e o CC (5,3,3) com $d_{Hamming} = 4$, obtidos da Tabela 6.4. Os resultados mostram que o melhor sistema codificado foi o que utilizou o CC (5,4,3), como previsto pela otimização da eficiência espectral. Entretanto, se compararmos os códigos de mesma taxa CC_1 , F_4 , F_5 e (5,4,2), podemos notar a superioridade do CC (5,4,2) sobre os demais códigos. Dentre os códigos de taxa 4/5, observe que o código (5,4,2) possui a maior distância de *Hamming* entre símbolos, com $d_{Hamming} = 3$. Assim, podemos verificar a eficiência do novo critério de construção dos códigos, baseado na distância de *Hamming* entre símbolos.

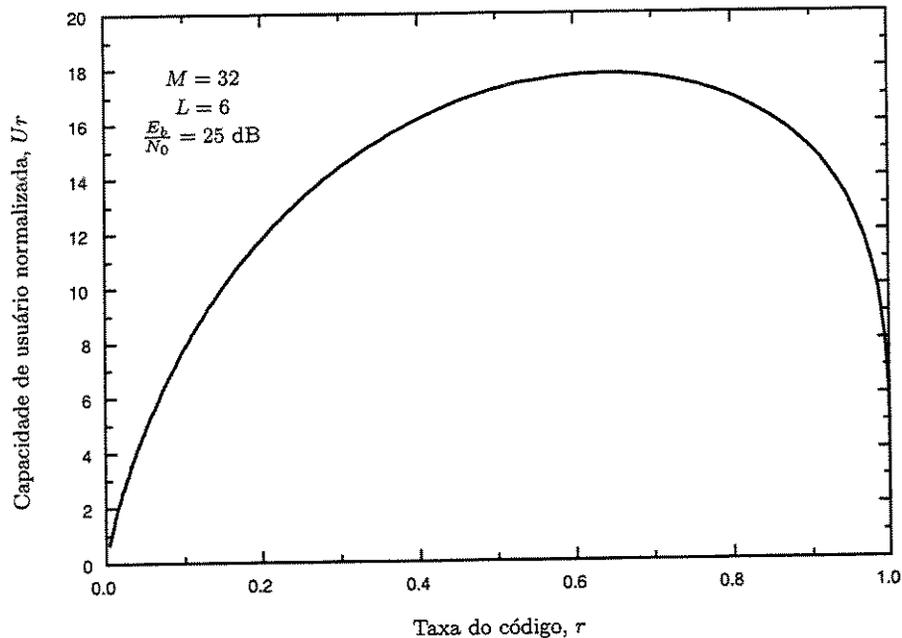


Figura 6.7: Taxa do código, r , versus capacidade de usuário normalizada, Ur , para um sistema FFH-CDMA codificado através da regra de DS, com $M = 32$, $L = 6$ e $\frac{E_b}{N_0} = 25 \text{ dB}$.

6.2.4 Outros sistemas FFH-CDMA codificados e otimizados

As Figuras 6.9, 6.10 e 6.11, apresentam a curva de Ur , versus r , para três sistemas FFH-CDMA codificados com modelo de canal não-quantizado, com $M = 64$ e $L = 14$, $M = 128$ e $L = 16$, e $M = 256$ e $L = 19$, respectivamente, para uma $\frac{E_b}{N_0} = 25 \text{ dB}$. Deste modo, podemos

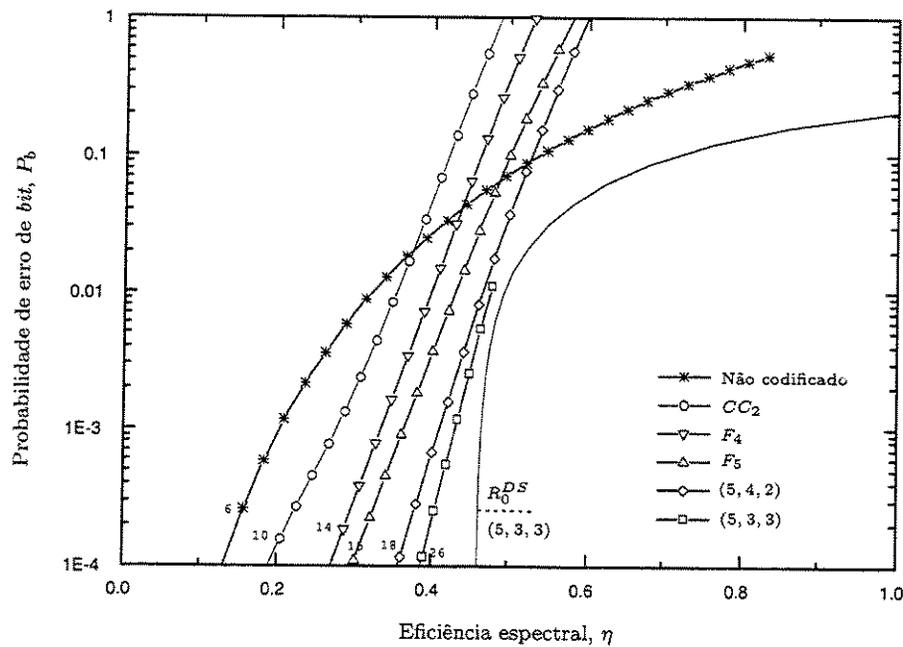


Figura 6.8: Probabilidade de erro de *bit* obtida através de limitante, para um sistema FFH-CDMA codificado que utiliza a regra de DS, com $M = 32$, $L = 6$ e $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB. Os números nas curvas denotam U .

obter a taxa de código, r , que maximiza a eficiência espectral. Assim, as taxas de código para cada um dos sistemas obtida através da otimização da taxa de código são apresentadas pela Tabela 6.13.

Tabela 6.13: Taxa de código r obtida na otimização da eficiência espectral para três sistemas considerados.

Sistema FFH-CDMA	r	$\approx r$	$\max Ur$
$Q = 64$ e $L = 14$	0,7868	5/6	55,8614
$Q = 128$ e $L = 16$	0,8025	6/7	113,1540
$Q = 256$ e $L = 17$	0,8267	7/8	235,611

A Figura 6.12 apresenta as curvas para os limitantes de desempenho para um sistema FFH-CDMA não-codificado e codificado que utiliza a regra de DS, com $M = 64$, $L = 14$ e $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB. Os números nas curvas denotam U , com passo unitário. Os três códigos utilizados foram obtidos da Tabela 6.5. Os resultados mostram que o sistema codificado que utiliza o CC (6,4,2) apresentou um desempenho melhor do que o CC (6,5,1). Entretanto, conforme previsto pela otimização da taxa de código, um código de taxa 5/6 deve apresentar um desempenho superior a de um código com taxa 4/6. No entanto, podemos justificar a inversão detectada neste caso. O parâmetro que mais contribuiu para o aumento da eficiência espectral (Equação (5.3)), não foi a taxa de código, r , mas a complexidade do diagrama de estados que cada código possui. Note que o CC (6,4,2) possui uma complexidade de 4.024 possibilidades de transições de estado, ao passo que o CC (6,5,1) possui apenas 1.024 transições. Assim, podemos constatar que a otimização proposta não é sensível à complexidade dos códigos em questão, mas apenas um indicativo para os valores das taxas para o sistema codificado.

A Figura 6.13 apresenta as curvas para os limitantes de desempenho para um sistema FFH-CDMA não-codificado e codificado que utiliza a regra de DS, com $M = 128$, $L = 16$ e $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB. Os números nas curvas denotam U , com passo 8. Os dois códigos utilizados foram obtidos da Tabela 6.6. Os resultados mostram que o sistema codificado que utiliza o CC (7,6,1) apresentou um desempenho melhor do que o CC (7,5,1), como previsto pela otimização da taxa de corte de canal.

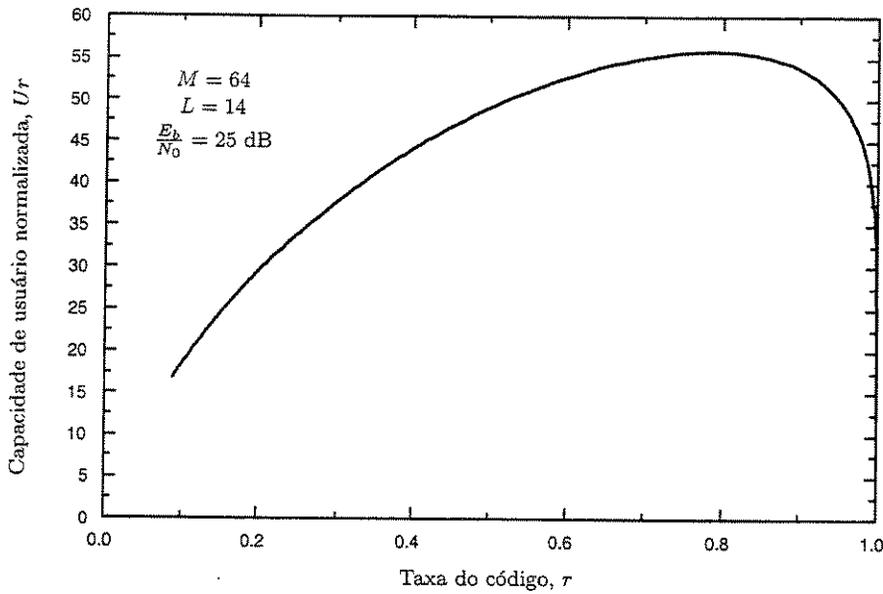


Figura 6.9: Taxa do código, r , versus capacidade de usuário normalizada, Ur , para um sistema FFH-CDMA codificado através da regra de DS, com $M = 64$, $L = 14$ e $\frac{E_b}{N_0} = 25 \text{ dB}$.

A Figura 6.14 apresenta as curvas para os limitantes de desempenho para um sistema FFH-CDMA não-codificado e codificado que utiliza a regra de DS, com $M = 256$, $L = 19$ e $\frac{E_b}{N_0} = 25 \text{ dB}$. Os números nas curvas denotam U , com passo 8. Os dois códigos utilizados foram obtidos da Tabela 6.6. Os resultados mostram que o sistema codificado que utiliza o CC (8,6,1) apresentou um desempenho melhor do que o CC (8,5,1), como previsto pela otimização da taxa de corte de canal.

6.3 Considerações Finais

Neste capítulo propusemos um algoritmo para a obtenção de novos códigos convolucionais que atendem às expectativas do novo critério de construção dos códigos para um sistema FFH-CDMA codificado. Para o cálculo da distância de *Hamming* utilizada no algoritmo de procura aleatória proposto, sugerimos uma modificação de um algoritmo que calcula a distância livre para um código convolucional. Deste modo, encontramos uma classe de códigos convolucionais que foram obtidos através do critério de minimização do número

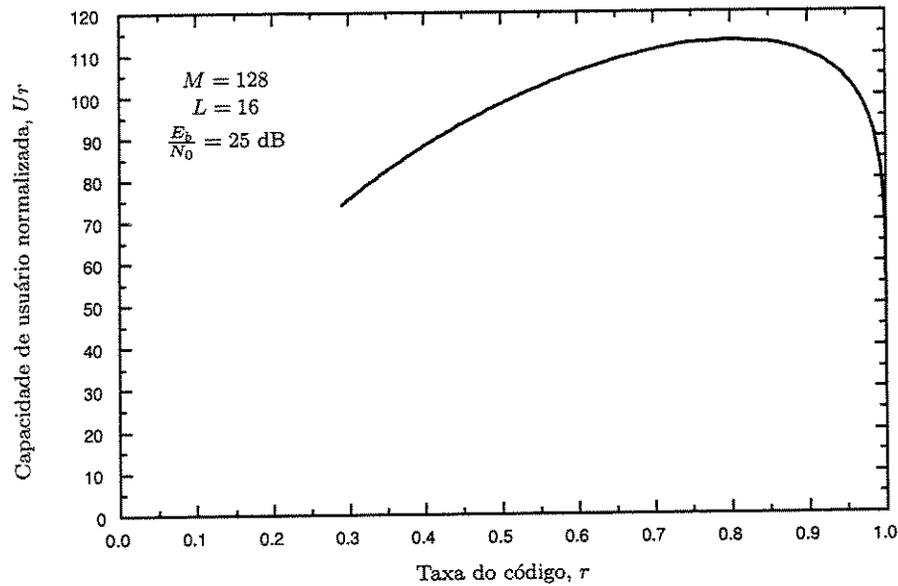


Figura 6.10: Taxa do código, r , versus capacidade de usuário normalizada, U_r , para um sistema FFH-CDMA codificado através da regra de DS, com $M = 128$, $L = 16$ e $\frac{E_b}{N_0} = 25 \text{ dB}$.

de vizinhos do espectro de pesos. Em especial, os códigos convolucionais encontrados podem também ser utilizados em outras aplicações práticas, onde a distância de *Hamming* entre símbolos é importante, como nos canais com desvanecimento ou interferência.

O uso de códigos com taxas baixas seria muito indicado para o incremento do número de usuários. Entretanto, códigos com taxas baixas possuem uma dispendiosa largura de faixa. Assim, sugerimos uma otimização da taxa de código através da maximização da eficiência espectral. A maximização da eficiência espectral está baseada na curva da capacidade de usuário normalizada em função da taxa do código. Deste modo, verificamos, através de vários exemplos, qual a melhor taxa de código para implementação de sistemas codificados.

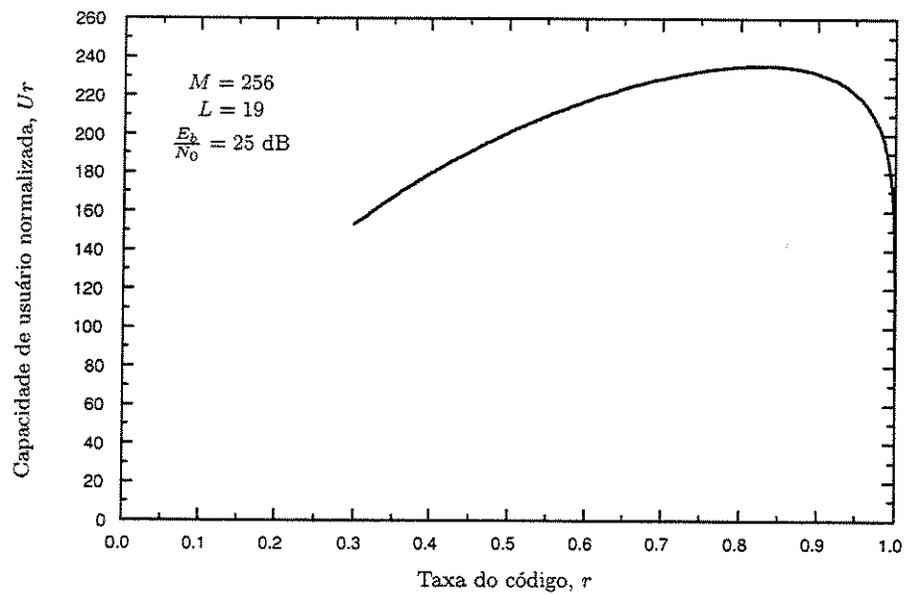


Figura 6.11: Taxa do código, r , versus capacidade de usuário normalizada, U_r , para um sistema FFH-CDMA codificado através da regra de DS, com $M = 256$, $L = 19$ e $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB.

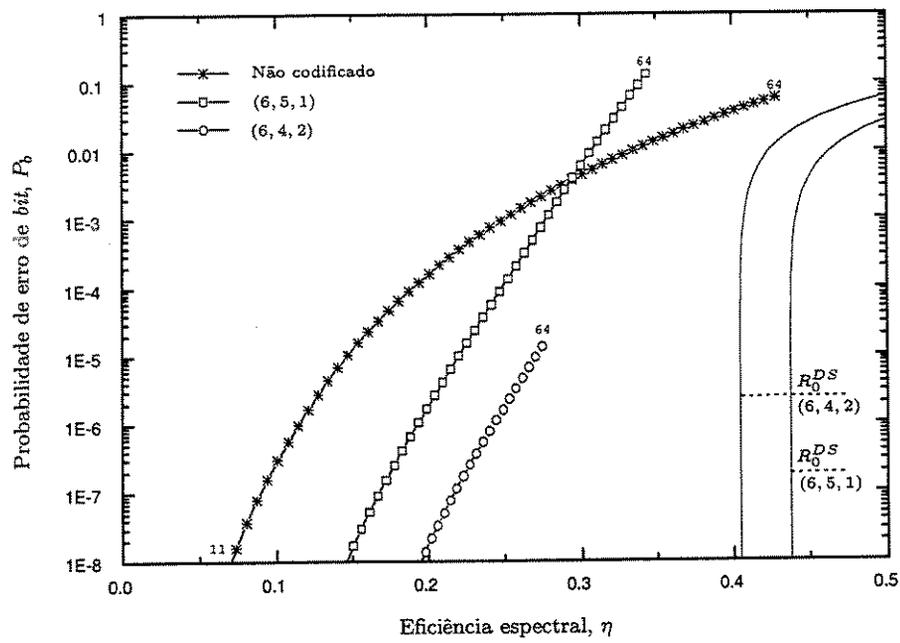


Figura 6.12: Probabilidade de erro de *bit* obtida através de limitante, para um sistema FFH-CDMA codificado que utiliza a regra de DS, com $M = 64$, $L = 14$ e $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB. Os números nas curvas denotam U .

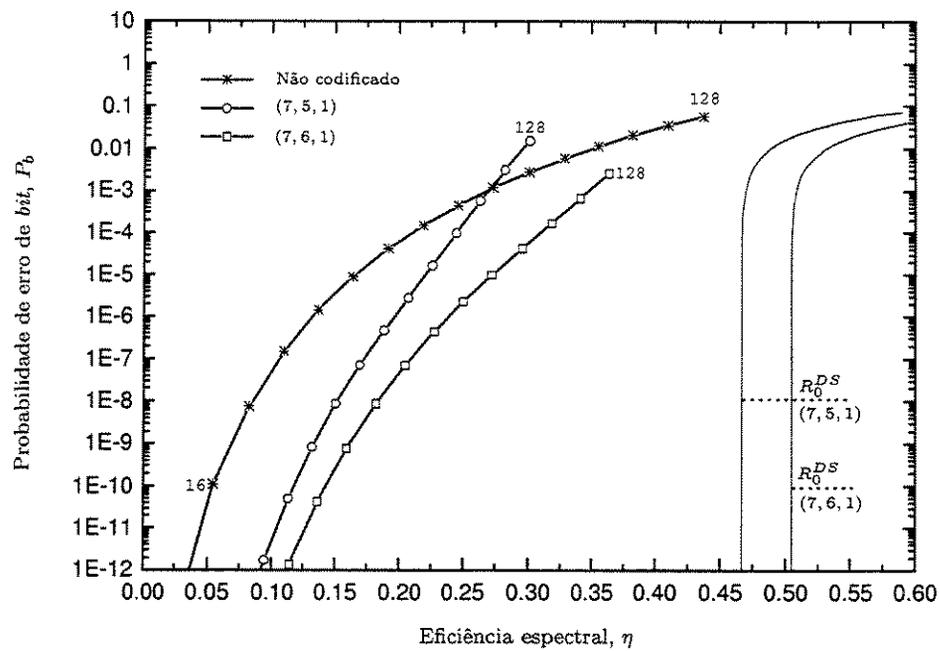


Figura 6.13: Probabilidade de erro de *bit* obtida através de limitante, para um sistema FFH-CDMA codificado que utiliza a regra de DS, com $M = 128$, $L = 16$ e $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB. Os números nas curvas denotam U .

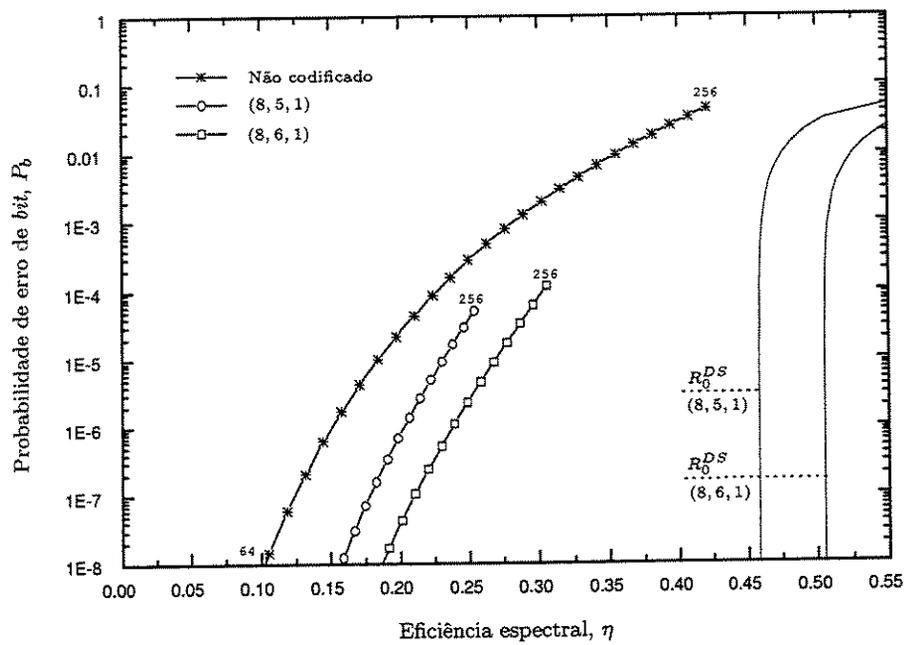


Figura 6.14: Probabilidade de erro de *bit* obtida através de limitante, para um sistema FFH-CDMA codificado que utiliza a regra de DS, com $M = 256$, $L = 19$ e $\frac{E_b}{N_0} = 25$ dB. Os números nas curvas denotam U .

Capítulo 7

Conclusões

ESTA tese apresentou um estudo completo de um sistema FFH-CDMA não-codificado. Três métodos para o cálculo da probabilidade de erro de palavra par-a-par foram utilizados nos cálculos dos desempenhos de sistemas FFH-CDMA quantizados e não-quantizados. Sugerimos a implementação do receptor ótimo não-quantizado que implementa a regra de decisão de *máxima verossimilhança*. Os desempenhos da não-linearidade ótima e das aproximações, com e sem o uso de um único *perceptron*, foram comparados através de simulação computacional. Verificou-se a viabilidade do uso do *perceptron*, demonstrando um ganho adicional em capacidade através da não-linearidade. Os resultados de simulação demonstraram que um único *perceptron* pode substituir a não-linearidade da regra ótima sem degradar o desempenho do sistema.

Os cálculos para a capacidade através da capacidade de canal por dimensão e da taxa de corte de canal para um sistema FFH-CDMA também foram propostos. Um limitante para a capacidade de canal foi obtido a partir da capacidade de canal por dimensão. Através do cálculo do limitante da capacidade de canal e da taxa de corte de canal, demonstramos que um sistema FFH-CDMA não-quantizado possui uma capacidade em número de usuários significativamente maior do que um sistema quantizado (com limiar otimizado).

Motivados pelos ganhos de capacidade previstos pelo limitante da capacidade de canal e pela taxa de corte de canal do receptor não-quantizado, propusemos implementação de um sistema FFH-CDMA codificado, cujo receptor utiliza as saídas não quantizadas dos detectores de energia. O uso do *perceptron* para o cálculo das métricas do novo sistema FFH-CDMA codificado também pode ser utilizado. Juntamente com a proposta do novo sistema FFH-

CDMA codificado, sugerimos um novo critério de construção dos códigos convolucionais: *para códigos de mesma taxa e mesma complexidade, escolha aquele que possui o maior valor da distância de Hamming entre símbolos*. Ainda propusemos uma análise de desempenho através de limitantes superiores de probabilidade de erro para os sistemas FFH-CDMA codificados. Os resultados de simulação e através de limitantes superiores demonstraram a eficiência do novo critério de construção dos codificadores para um sistema FFH-CDMA codificado.

Propusemos uma otimização para a taxa de código, r , utilizada por um sistema FFH-CDMA codificado. A otimização está fundamentada na maximização da capacidade de usuário normalizada, Ur , em função da taxa do código, r (para M e L fixos). A capacidade normalizada foi derivada da taxa de corte de canal. Deste modo, a otimização levou à implementação de sistemas FFH-CDMA codificados variando entre taxas médias e altas. Entretanto, os códigos convolucionais utilizados por esses sistemas são bem escassos na literatura. Assim, desenvolvemos um algoritmo para procura de códigos. Vários códigos foram encontradas com o algoritmo de procura aleatória. Os códigos encontrados podem ser utilizados em inúmeras aplicações práticas, onde o critério da distância de *Hamming* de símbolo é importante. Assim, para taxas r otimizadas, vários resultados foram obtidos através de limitantes de probabilidade de erro. Alguns codificadores comprovaram que um sistema FFH-CDMA codificado (com uma treliça de 1024 estados) pode trabalhar bem próximo da taxa de corte de canal.

7.1 Perspectivas para Trabalhos Futuros

Fiebig e Robertson [12] investigaram o uso de diversos códigos convolucionais, turbo e *Reed-Solomon* no sistema FFH-CDMA considerados nesta tese. Apesar de terem considerado a utilização de informação de confiabilidade no processo de decodificação, as saídas dos detectores de energia são quantizadas com decisão abrupta. Adicionalmente, foi também considerado um modelo de canal (resultante da quantização do receptor) distinto do adotado nesta tese. Os resultados obtidos por *Fiebig e Robertson* (para um tamanho de quadro de 192 *bits*) indicam a superioridade dos códigos *Reed-Solomon* frente aos convolucionais e turbo. Além disto, indicam também que códigos turbo apresentam desempenho ligeiramente superior aos códigos convolucionais. Sendo assim, sugerimos uma futura investigação do uso de códigos turbo e *Reed-Solomon* no sistema FFH-CDMA considerado nesta tese sem

quantização no receptor. Nesta investigação, o novo critério de projeto de códigos deve ser considerado.

Nesta tese considerou-se apenas a utilização de endereçamento aleatório pelos usuários dos sistemas, devido o fato de que a análise destes sistemas torna-se mais simples. *Einarsson* propôs em [11] um esquema de endereçamento que maximiza a distância de *Hamming* de símbolo entre diferentes endereços. Este esquema é determinístico e possui propriedades algébricas que facilitam sua implementação. Sugerimos, então, a investigação do uso do endereçamento de *Einarsson* nos sistemas considerados nesta tese.

Apêndice A

Cálculo Exato para a Probabilidade de Erro de Palavra Par-a-par

O cálculo exato da probabilidade de erro de palavra par-a-par é baseada na regra *Gauss-Chebyshev*, e requer o conhecimento de um número moderado de valores numéricos tomados em pontos complexos $s_k = \alpha + j\omega_k$, $k = 1, \dots, n$ da função $\Phi^L(s)$.

Estendendo os resultados apresentados em [3], considere a equação da probabilidade de erro palavra par-a-par dada em (3.25) por

$$P_{pp} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\Phi^L(\alpha + j\omega)}{\alpha + j\omega} d\omega. \quad (\text{A.1})$$

Como $\Phi^L(\alpha + j\omega) = \text{Re} [\Phi^L(\alpha + j\omega)] + j\text{Im} [\Phi^L(\alpha + j\omega)]$, podemos escrever ainda que

$$\begin{aligned} P_{pp} &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\alpha - j\omega}{\alpha^2 + \omega^2} \cdot \Phi^L(\alpha + j\omega) d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \frac{\alpha}{\alpha^2 + \omega^2} \cdot \text{Re} [\Phi^L(\alpha + j\omega)] \right\} d\omega \\ &\quad + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \frac{\omega}{\alpha^2 + \omega^2} \cdot \text{Im} [\Phi^L(\alpha + j\omega)] \right\} d\omega. \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

No entanto, fazendo uma mudança de variável com $\omega = \frac{\alpha x}{\sqrt{1-x^2}}$, temos que

$$\frac{\alpha}{\alpha^2 + \omega^2} = \frac{(1-x^2)}{\alpha}, \quad (\text{A.3})$$

$$\frac{\omega}{\alpha^2 + \omega^2} = \frac{x(1-x^2)}{\alpha(1-x^2)^{\frac{1}{2}}}, \quad (\text{A.4})$$

$$\frac{\alpha}{\alpha^2 + \omega^2} \cdot d\omega = \frac{dx}{(1-x^2)^{\frac{1}{2}}}, \quad (\text{A.5})$$

e

$$\frac{\omega}{\alpha^2 + \omega^2} \cdot d\omega = \frac{1}{(1-x^2)^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{x}{(1-x^2)^{\frac{1}{2}}} \cdot dx. \quad (\text{A.6})$$

Deste modo, substituindo as Equações (A.3), (A.4), (A.5) e (A.6), na Equação (A.2), vem que

$$\begin{aligned} P_{pp} &= \frac{1}{2\pi} \int_{-1}^{+1} \left\{ \text{Re} \left[\Phi^L \left(\alpha + j \frac{\alpha x}{(1-x^2)^{\frac{1}{2}}} \right) \right] \right\} \cdot \frac{1}{(1-x^2)^{\frac{1}{2}}} dx \\ &+ \frac{1}{2\pi} \int_{-1}^{+1} \left\{ \frac{x}{(1-x^2)^{\frac{1}{2}}} \cdot \text{Im} \left[\Phi^L \left(\alpha + j \frac{\alpha x}{(1-x^2)^{\frac{1}{2}}} \right) \right] \right\} \cdot \frac{1}{(1-x^2)^{\frac{1}{2}}} dx. \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

Considere agora a Equação (25.4.38) de [1] dada por

$$\int_{-1}^{+1} \frac{f(x)}{\sqrt{1-x^2}} dx = \sum_{i=1}^n w_i f(x_i) + R_n, \quad (\text{A.8})$$

onde as abscissas são dadas por $w_i = \frac{\pi}{n}$, os pesos são dados por $x_i = \cos \frac{(2i-1)\pi}{2n}$ e o resto é dado por

$$R_n = \frac{\pi}{(2n)! 2^{2n-1}} \cdot f^{(2n)}(\xi), \quad (-1 < \xi < +1). \quad (\text{A.9})$$

Substituindo a Equação (A.8) na Equação (A.7), vem que

$$\begin{aligned} P_{pp} &= \frac{1}{2n} \left\{ \sum_{i=1}^n \text{Re} \left[\Phi^L \left(\alpha + j \alpha \frac{x_i}{(1-x_i^2)^{\frac{1}{2}}} \right) \right] \right\} \\ &+ \frac{1}{2n} \left\{ \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{(1-x_i^2)^{\frac{1}{2}}} \cdot \text{Im} \left[\Phi^L \left(\alpha + j \alpha \frac{x_i}{(1-x_i^2)^{\frac{1}{2}}} \right) \right] \right\} + E_n, \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

onde

$$\begin{aligned} E_n &= \frac{1}{(2n)! 2^{2n}} \cdot \left\{ \sum_{i=1}^n \text{Re} [\Phi^L(\xi)] \right\}^{(2n)} \\ &+ \frac{1}{(2n)! 2^{2n}} \cdot \left\{ \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{(1-x_i^2)^{\frac{1}{2}}} \cdot \text{Im} [\Phi^L(\xi)] \right\}^{(2n)}. \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

Como $E_n \rightarrow 0$ quando $n \rightarrow \infty$, e fazendo $n = \frac{N}{2}$, temos finalmente que a probabilidade de erro de palavra par-a-par será dada por

$$\begin{aligned}
 P_{pp} &= \frac{1}{N} \left\{ \sum_{i=1}^{N/2} \text{Re} [\Phi^L(\alpha + j\alpha\tau_i)] \right\} \\
 &+ \frac{1}{N} \left\{ \sum_{i=1}^{N/2} \tau_i \cdot \text{Im} [\Phi^L(\alpha + j\alpha\tau_i)] \right\}, \tag{A.12}
 \end{aligned}$$

onde

$$\tau_i^{-1} = \tan \left(\frac{(2i-1)\pi}{N} \right). \tag{A.13}$$

Apêndice B

Regra Delta para um *Perceptron*

Considere o modelo de um *perceptron* como mostrado na Figura 3.14. Assim, a saída $y(n)$ é dada por

$$y(n) = \varphi(v(n)), \quad (\text{B.1})$$

onde $v(n) = x(n) \cdot w_1(n) - w_0(n)$. Por outro lado, as derivadas parciais de $y(n)$ em relação a $w_0(n)$ e $w_1(n)$ são dadas por

$$\frac{\partial y(n)}{\partial w_0(n)} = -\varphi'(v(n)) \quad (\text{B.2})$$

e

$$\frac{\partial y(n)}{\partial w_1(n)} = \varphi'(v(n)) \cdot x(n). \quad (\text{B.3})$$

Seja a saída desejada para um *perceptron* dada por $d(n)$. Deste modo, o erro quadrático médio instantâneo para um *perceptron* será

$$\varepsilon(n) = \frac{1}{2} \cdot e^2(n), \quad (\text{B.4})$$

onde

$$e(n) = d(n) - y(n). \quad (\text{B.5})$$

Pela regra da cadeia, podemos escrever que

$$\frac{\partial \varepsilon(n)}{\partial w_0(n)} = \frac{\partial \varepsilon(n)}{\partial e(n)} \cdot \frac{\partial e(n)}{\partial y(n)} \cdot \frac{\partial y(n)}{\partial w_0(n)}, \quad (\text{B.6})$$

onde

$$\frac{\partial \varepsilon(n)}{\partial e(n)} = e(n) \quad (\text{B.7})$$

e

$$\frac{\partial e(n)}{\partial y(n)} = -1. \quad (\text{B.8})$$

Analogamente, podemos também escrever que

$$\frac{\partial \varepsilon(n)}{\partial w_1(n)} = \frac{\partial \varepsilon(n)}{\partial e(n)} \cdot \frac{\partial e(n)}{\partial y(n)} \cdot \frac{\partial y(n)}{\partial w_1(n)}. \quad (\text{B.9})$$

Substituindo (B.2) e (B.3) na equação da regra delta, podemos escrever a regra de alteração dos pesos $\Delta w_0(n)$ e $\Delta w_1(n)$ como

$$\begin{aligned} \Delta w_0(n) &= -\eta \cdot \frac{\partial \varepsilon(n)}{\partial w_0(n)} \\ \Delta w_0(n) &= -\eta \cdot [d(n) - y(n)] \cdot \varphi'(v(n)) \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

e

$$\begin{aligned} \Delta w_1(n) &= -\eta \cdot \frac{\partial \varepsilon(n)}{\partial w_1(n)} \\ \Delta w_1(n) &= \eta \cdot [d(n) - y(n)] \cdot x(n) \cdot \varphi'(v(n)), \end{aligned} \quad (\text{B.11})$$

onde η é taxa de aprendizado, $d(n)$ é a resposta desejada na saída $y(n)$ do *perceptron*, $\varphi(\cdot)$ é a função de ativação do *perceptron* (função tangente hiperbólica), $x(n)$ é a única entrada do *perceptron* e $v(n) = x(n) \cdot w_1(n) - w_0(n)$ é a entrada-líquida no *perceptron*.

Apêndice C

Taxa de Corte de Canal para um Receptor MV que Utiliza um Canal FFH-CDMA Não-quantizado

QUANDO um código não-binário é utilizado em conjunto com uma sinalização M -ária ($M = 2^K$), o sinal recebido na saída dos M filtros casados do receptor de *máxima verossimilhança* pode ser representado por um vetor de dimensão ML dado por

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} R_{0,0}, R_{0,1}, \dots, R_{0,i}, \dots, R_{0,L}, R_{1,0}, R_{1,1}, \dots, R_{1,i}, \dots, R_{1,L}, \dots, R_{j,0}, \\ R_{j,1}, \dots, R_{j,i}, \dots, R_{j,L}, \dots, R_{M-1,0}, R_{M-1,1}, \dots, R_{M-1,i}, \dots, R_{M-1,L} \end{bmatrix}. \quad (\text{C.1})$$

A taxa de corte de canal para este canal de M entradas e ML saídas é dado em [25] por

$$R_0^{MV} = \max_{p_j} \left\{ -\log_2 \sum_{j=0}^{M-1} \sum_{i=0}^{M-1} p_j p_i \int_{\mathbf{R}} \sqrt{p(\mathbf{R}|j) \cdot p(\mathbf{R}|i)} d\mathbf{R} \right\}, \quad (\text{C.2})$$

onde $p(\mathbf{R}|j)$ é a função densidade de probabilidade condicional do vetor de saída \mathbf{R} do demodulador dado que o j -ésimo sinal foi transmitido.

Deste modo, como $p(\mathbf{R}|m)$ é dado pela Equação (3.14) e as probabilidades *a priori* p_m são idênticas, a taxa de corte de canal para um receptor de MV que utiliza um canal

FFH-CDMA não-quantizado é dada por

$$\begin{aligned}
 R_0^{MV} = & -\log_2 \left\{ p_0 p_0 \int_{\mathbf{R}} \sqrt{p(\mathbf{R}|0) \cdot p(\mathbf{R}|0)} d\mathbf{R} + \right. \\
 & + p_0 p_1 \int_{\mathbf{R}} \sqrt{p(\mathbf{R}|0) \cdot p(\mathbf{R}|1)} d\mathbf{R} + \\
 & + \cdots + p_0 p_{M-1} \int_{\mathbf{R}} \sqrt{p(\mathbf{R}|0) \cdot p(\mathbf{R}|M-1)} d\mathbf{R} + \\
 & + \cdots + p_{M-1} p_0 \int_{\mathbf{R}} \sqrt{p(\mathbf{R}|M-1) \cdot p(\mathbf{R}|0)} d\mathbf{R} + \\
 & + p_{M-1} p_1 \int_{\mathbf{R}} \sqrt{p(\mathbf{R}|M-1) \cdot p(\mathbf{R}|1)} d\mathbf{R} + \\
 & \left. + \cdots + p_{M-1} p_{M-1} \int_{\mathbf{R}} \sqrt{p(\mathbf{R}|M-1) \cdot p(\mathbf{R}|M-1)} d\mathbf{R} \right\}. \quad (C.3)
 \end{aligned}$$

Analisando a Equação (C.3) podemos verificar que M integrais são do tipo

$$\int_{\mathbf{R}} \sqrt{p(\mathbf{R}|i) \cdot p(\mathbf{R}|i)} d\mathbf{R} = \int_{\mathbf{R}} p(\mathbf{R}|i) d\mathbf{R} \quad (C.4)$$

$$\begin{aligned}
 & \cdot \underbrace{\int_0^\infty p_{i,j|i \neq j} dR_{nl} \cdots \int_0^\infty p_{i,j|i \neq j} dR_{nl}}_{(M-1)L \text{ integrais}} \\
 & = \underbrace{1 \cdot 1 \cdots 1}_{ML \text{ integrais}} \\
 & = 1 \quad (C.5)
 \end{aligned}$$

e $M(M - 1)$ integrais são do tipo

$$\begin{aligned}
\int_{\mathbf{R}} \sqrt{p(\mathbf{R}|i) \cdot p(\mathbf{R}|j)} d\mathbf{R} &= \int_{\mathbf{R}} \sqrt{\left[p(R_{nl}|i) \right]_{n=i} \cdot \left[p(R_{nl}|i) \right]_{n \neq i}} \\
&\quad \cdot \sqrt{\left[p(R_{nl}|j) \right]_{n=j} \cdot \left[p(R_{nl}|j) \right]_{n \neq j}} d\mathbf{R}, i \neq j \quad (C.6) \\
&= \underbrace{\int_0^\infty \sqrt{p_{i,j|i=j} \cdot p_{i,j|i \neq j}} dR_{0,0} \cdots \int_0^\infty \sqrt{p_{i,j|i=j} \cdot p_{i,j|i \neq j}} dR_{M-1,L}}_{(2L) \text{ integrais}} \\
&\quad \cdot \underbrace{\int_0^\infty \sqrt{p_{i,j|i \neq j} \cdot p_{i,j|i \neq j}} dR_{0,0} \cdots \int_0^\infty \sqrt{p_{i,j|i \neq j} \cdot p_{i,j|i \neq j}} dR_{M-1,L}}_{((M-2)L) \text{ integrais}} \\
&= \left[\int_0^\infty \sqrt{p_{i,j|i=j} \cdot p_{i,j|i \neq j}} dR_{nl} \right]^{2L}, \quad (C.7)
\end{aligned}$$

onde $p_{i,j|i=j}$ é a função densidade de probabilidade dada pela Equação (3.13), com $\delta_{nm} = 1$, e $p_{i,j|i \neq j}$, com $\delta_{nm} = 0$.

Portanto, a taxa de corte de canal para um receptor de MV que utiliza um canal FFH-CDMA não-quantizado é dada por

$$R_0^{MV} = K - \log_2 \left\{ 1 + (2^K - 1) \cdot \left[\int_0^\infty \sqrt{p_{i,j|i=j} \cdot p_{i,j|i \neq j}} dR_{nl} \right]^{2L} \right\}. \quad (C.8)$$

Apêndice D

Verificação da Conversão Realizada para os Codificadores F_4 e F_5

O algoritmo de conversão para a obtenção de um codificador na sua forma direta, a partir de um codificador dado na sua forma realimentada, consiste nos seguintes passos:

1. Trace em uma treliça, todos os caminhos que se originam do estado todo nulo e que terminam no estado todo nulo. Exclua o ramo que origina e termina no estado todo nulo. A partir da estrutura da treliça construída para a conversão, defina a estrutura e as conexões para o primeiro registrador de deslocamento do codificador na sua forma direta.
2. Escolha na treliça utilizada para conversão, um caminho que corresponda à resposta impulsiva (RI) para o segundo registrador de deslocamento.
3. Se $kk > 2$ então continue no passo 2 até kk registradores de deslocamento forem definidos para o codificador dado na sua forma direta. Para cada novo registrador de deslocamento, deve-se checar que a saída de um caminho selecionado não é gerado por qualquer um dos registradores de deslocamento já determinados.

D.1 Codificador F_4

O codificador F_4 foi obtido de [10] na sua forma realimentada, conforme mostrado na Figura 5.3(a). A partir do codificador na sua forma realimentada, foi aplicado o algoritmo

de conversão, e o codificador equivalente na sua forma direta foi obtido, conforme mostrado na Figura 5.3(b). No entanto, podemos verificar a aplicação do algoritmo de conversão, introduzindo uma representação polinomial para os codificadores. Seja a conexão polinomial H_{ij} a conexão da entrada i para a saída j [24]. Assim, podemos escrever os polinômios para os codificadores mostrados na Figura 5.3 dados pela Tabela D.1.

Para encontrarmos o codificador na sua forma realimentada (FR), a partir do codificador na sua forma direta (FD), devemos antes, escrevê-lo na forma sua matricial como

$$H^{FR} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1+D & 1 & 1 & 0 & 0 \\ D & 1+D & 0 & D & D \\ 1 & 0 & 1+D & 1 & 0 \\ 0 & 1+D & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$H^{FR} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & H_{15}^{FR}/H_{55}^{FR} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & H_{25}^{FR}/H_{55}^{FR} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & H_{35}^{FR}/H_{55}^{FR} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & H_{45}^{FR}/H_{55}^{FR} \end{pmatrix}. \quad (D.1)$$

Resolvendo os sistemas dados pela Equação (D.1), podemos encontrar os polinômios H_{ij} para o codificador na sua forma realimentada, dados por

$$\frac{H_{15}^{FR}}{H_{55}^{FR}} = \frac{D}{1+D^4}, \quad (D.2)$$

$$\frac{H_{25}^{FR}}{H_{55}^{FR}} = \frac{D}{1+D^4}, \quad (D.3)$$

$$\frac{H_{35}^{FR}}{H_{55}^{FR}} = \frac{D^3}{1+D^4} \quad (D.4)$$

e

$$\frac{H_{45}^{FR}}{H_{55}^{FR}} = \frac{D+D^3+D^4}{1+D^4}, \quad (D.5)$$

onde as operações “+” denotam a adição módulo-2.

Deste modo, podemos verificar que o algoritmo de conversão para a obtenção do codificador F_5 na forma direta, a partir do codificador dado na sua forma realimentada, foi aplicado corretamente. Observe que neste caso, conseguimos obter o codificador na sua forma original a partir do codificador na sua forma direta.

Tabela D.1: Representação polinomial para o codificador F_4 dado na sua forma original realimentada e na sua forma direta.

Polinômio H_{ij}	Codificador forma realimentada	Codificador forma direta
H_{11}	$0 \cdot D^4 + 0 \cdot D^3 + 0 \cdot D^2 + 0 \cdot D^1 + 1 \cdot D^0$	$0 \cdot D^4 + 0 \cdot D^3 + 0 \cdot D^2 + 1 \cdot D^1 + 1 \cdot D^0$
H_{12}	$0 \cdot D^4 + 0 \cdot D^3 + 0 \cdot D^2 + 0 \cdot D^1 + 0 \cdot D^0$	$0 \cdot D^4 + 0 \cdot D^3 + 0 \cdot D^2 + 0 \cdot D^1 + 1 \cdot D^0$
H_{13}	$0 \cdot D^4 + 0 \cdot D^3 + 0 \cdot D^2 + 0 \cdot D^1 + 0 \cdot D^0$	$0 \cdot D^4 + 0 \cdot D^3 + 0 \cdot D^2 + 0 \cdot D^1 + 1 \cdot D^0$
H_{14}	$0 \cdot D^4 + 0 \cdot D^3 + 0 \cdot D^2 + 0 \cdot D^1 + 0 \cdot D^0$	$0 \cdot D^4 + 0 \cdot D^3 + 0 \cdot D^2 + 0 \cdot D^1 + 0 \cdot D^0$
H_{15}	$0 \cdot D^4 + 0 \cdot D^3 + 0 \cdot D^2 + 1 \cdot D^1 + 0 \cdot D^0$	$0 \cdot D^4 + 0 \cdot D^3 + 0 \cdot D^2 + 0 \cdot D^1 + 0 \cdot D^0$
H_{21}	$0 \cdot D^4 + 0 \cdot D^3 + 0 \cdot D^2 + 0 \cdot D^1 + 0 \cdot D^0$	$0 \cdot D^4 + 0 \cdot D^3 + 0 \cdot D^2 + 1 \cdot D^1 + 0 \cdot D^0$
H_{22}	$0 \cdot D^4 + 0 \cdot D^3 + 0 \cdot D^2 + 0 \cdot D^1 + 1 \cdot D^0$	$0 \cdot D^4 + 0 \cdot D^3 + 0 \cdot D^2 + 1 \cdot D^1 + 1 \cdot D^0$
H_{23}	$0 \cdot D^4 + 0 \cdot D^3 + 0 \cdot D^2 + 0 \cdot D^1 + 0 \cdot D^0$	$0 \cdot D^4 + 0 \cdot D^3 + 0 \cdot D^2 + 0 \cdot D^1 + 0 \cdot D^0$
H_{24}	$0 \cdot D^4 + 0 \cdot D^3 + 0 \cdot D^2 + 0 \cdot D^1 + 0 \cdot D^0$	$0 \cdot D^4 + 0 \cdot D^3 + 0 \cdot D^2 + 1 \cdot D^1 + 0 \cdot D^0$
H_{25}	$0 \cdot D^4 + 0 \cdot D^3 + 0 \cdot D^2 + 1 \cdot D^1 + 0 \cdot D^0$	$0 \cdot D^4 + 0 \cdot D^3 + 0 \cdot D^2 + 1 \cdot D^1 + 0 \cdot D^0$
H_{31}	$0 \cdot D^4 + 0 \cdot D^3 + 0 \cdot D^2 + 0 \cdot D^1 + 0 \cdot D^0$	$0 \cdot D^4 + 0 \cdot D^3 + 0 \cdot D^2 + 0 \cdot D^1 + 1 \cdot D^0$
H_{32}	$0 \cdot D^4 + 0 \cdot D^3 + 0 \cdot D^2 + 0 \cdot D^1 + 0 \cdot D^0$	$0 \cdot D^4 + 0 \cdot D^3 + 0 \cdot D^2 + 0 \cdot D^1 + 0 \cdot D^0$
H_{33}	$0 \cdot D^4 + 0 \cdot D^3 + 0 \cdot D^2 + 0 \cdot D^1 + 1 \cdot D^0$	$0 \cdot D^4 + 0 \cdot D^3 + 0 \cdot D^2 + 1 \cdot D^1 + 1 \cdot D^0$
H_{34}	$0 \cdot D^4 + 0 \cdot D^3 + 0 \cdot D^2 + 0 \cdot D^1 + 0 \cdot D^0$	$0 \cdot D^4 + 0 \cdot D^3 + 0 \cdot D^2 + 0 \cdot D^1 + 1 \cdot D^0$
H_{35}	$0 \cdot D^4 + 1 \cdot D^3 + 0 \cdot D^2 + 0 \cdot D^1 + 0 \cdot D^0$	$0 \cdot D^4 + 0 \cdot D^3 + 0 \cdot D^2 + 0 \cdot D^1 + 0 \cdot D^0$
H_{41}	$0 \cdot D^4 + 0 \cdot D^3 + 0 \cdot D^2 + 0 \cdot D^1 + 0 \cdot D^0$	$0 \cdot D^4 + 0 \cdot D^3 + 0 \cdot D^2 + 0 \cdot D^1 + 0 \cdot D^0$
H_{42}	$0 \cdot D^4 + 0 \cdot D^3 + 0 \cdot D^2 + 0 \cdot D^1 + 0 \cdot D^0$	$0 \cdot D^4 + 0 \cdot D^3 + 0 \cdot D^2 + 1 \cdot D^1 + 1 \cdot D^0$
H_{43}	$0 \cdot D^4 + 0 \cdot D^3 + 0 \cdot D^2 + 0 \cdot D^1 + 0 \cdot D^0$	$0 \cdot D^4 + 0 \cdot D^3 + 0 \cdot D^2 + 0 \cdot D^1 + 1 \cdot D^0$
H_{44}	$0 \cdot D^4 + 0 \cdot D^3 + 0 \cdot D^2 + 0 \cdot D^1 + 1 \cdot D^0$	$0 \cdot D^4 + 0 \cdot D^3 + 0 \cdot D^2 + 0 \cdot D^1 + 1 \cdot D^0$
H_{45}	$1 \cdot D^4 + 1 \cdot D^3 + 0 \cdot D^2 + 1 \cdot D^1 + 0 \cdot D^0$	$0 \cdot D^4 + 0 \cdot D^3 + 0 \cdot D^2 + 0 \cdot D^1 + 0 \cdot D^0$
H_{51}	$0 \cdot D^4 + 0 \cdot D^3 + 0 \cdot D^2 + 0 \cdot D^1 + 0 \cdot D^0$	-
H_{52}	$0 \cdot D^4 + 0 \cdot D^3 + 0 \cdot D^2 + 0 \cdot D^1 + 0 \cdot D^0$	-
H_{53}	$0 \cdot D^4 + 0 \cdot D^3 + 0 \cdot D^2 + 0 \cdot D^1 + 0 \cdot D^0$	-
H_{54}	$0 \cdot D^4 + 0 \cdot D^3 + 0 \cdot D^2 + 0 \cdot D^1 + 0 \cdot D^0$	-
H_{55}	$1 \cdot D^4 + 0 \cdot D^3 + 0 \cdot D^2 + 0 \cdot D^1 + 1 \cdot D^0$	-

D.2 Codificador F_5

O codificador F_5 foi obtido de [10] na sua forma realimentada, conforme mostrado na Figura 5.5(a). A partir do codificador na sua forma realimentada, foi aplicado o algoritmo de conversão, e o codificador equivalente na sua forma direta também foi obtido, conforme mostrado na Figura 5.5(b). No entanto, após a aplicação do algoritmo de conversão, podemos escrever os polinômios para os codificadores mostrados na Figura 5.5 e na Tabela D.2.

Novamente podemos encontrar o codificador na sua forma realimentada (FR), a partir do codificador na sua forma direta (FD) e neste caso, temos que

$$\begin{aligned}
 H^{FR} &= \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} D^2 & 1+D & D+D^2 & D & D \\ 1 & 1 & 1+D & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1+D & 0 \\ 0 & 1+D & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\
 H^{FR} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & H_{15}^{FR}/H_{55}^{FR} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & H_{25}^{FR}/H_{55}^{FR} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & H_{35}^{FR}/H_{55}^{FR} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & H_{45}^{FR}/H_{55}^{FR} \end{pmatrix}. \tag{D.6}
 \end{aligned}$$

Resolvendo os sistemas dados pela Equação (D.6), também podemos encontrar os polinômios H_{ij} para o codificador na sua forma realimentada, dados por

$$\frac{H_{15}^{FR}}{H_{55}^{FR}} = \frac{D + D^3 + D^4}{1 + D + D^2 + D^3 + D^5}, \tag{D.7}$$

$$\frac{H_{25}^{FR}}{H_{55}^{FR}} = \frac{D}{1 + D + D^2 + D^3 + D^5}, \tag{D.8}$$

$$\frac{H_{35}^{FR}}{H_{55}^{FR}} = \frac{D + D^3}{1 + D + D^2 + D^3 + D^5} \tag{D.9}$$

e

$$\frac{H_{45}^{FR}}{H_{55}^{FR}} = \frac{D + D^2}{1 + D + D^2 + D^3 + D^5}, \tag{D.10}$$

onde as operações “+” também denotam a adição módulo-2.

Novamente, podemos verificar que o algoritmo de conversão para a obtenção do codificador F_4 na forma direta, a partir do codificador dado na sua forma realimentada, também foi aplicado corretamente.

Apêndice E

Cálculo Recursivo para o Elemento a_{1j} de $A^{n_{sym}}$

Seja A uma matriz de dimensão $2^{mm} \times 2^{mm}$, dada na sua forma geral por

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{12^{mm}} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{22^{mm}} \\ \vdots & & & \vdots \\ a_{2^{mm}1} & a_{2^{mm}2} & \cdots & a_{2^{mm}2^{mm}} \end{pmatrix} \quad (\text{E.1})$$

e o vetor \mathbf{b} de dimensão 2^{mm} , de tal modo que $b(j) = a_{1,j}$, com $j = 1, 2, \dots, 2^{mm}$. Seja também

$$\mathbf{g}_l = \mathbf{b} \cdot A^l \quad (\text{E.2})$$

obtido de forma recursiva como

$$\mathbf{g}_{l+1} = \mathbf{g}_l \cdot A, \quad (\text{E.3})$$

onde $l = 0, 1, 2, \dots, n_{sym} - 1$; com $\mathbf{g}_0 = \mathbf{b}$.

Deste modo, podemos calcular o elemento a_{11} de $A^{n_{sym}}$ através do cálculo recursivo de \mathbf{g}_l , com $l = n_{sym} - 1$. O elemento a_{11} é o elemento g_1 de $\mathbf{g}_{n_{sym}-1}$. Observe que o esforço computacional através do cálculo recursivo de $A^{n_{sym}}$ é bastante reduzido, comparando-se com o esforço computacional através da operação convencional de $A^{n_{sym}}$. Assim, na operação

recursiva necessitamos guardar apenas a matriz original \mathbf{A} e o vetor \mathbf{g} . Entretanto, no cálculo convencional é necessário o armazenamento de todos elementos resultantes na operação de $\mathbf{A}^{n_{sym}}$.

A seguir apresentaremos um exemplo para o cálculo do elemento a_{11} de $\mathbf{A}^{n_{sym}}$, com $n_{sym} = 3$.

Exemplo: Considere a matriz

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & XY & 0 \\ X & 0 & Y & 0 \\ 0 & X & 0 & XY \\ 0 & X & 0 & XY \end{pmatrix}, \quad (\text{E.4})$$

dada pela Equação (5.17). Obtenha o elemento a_{11} de \mathbf{A}^3 através do (a) método recursivo, e através do (b) método convencional.

Solução

(a) *Método Convencional* A matriz \mathbf{A}^3 pode ser obtida diretamente através das operações dadas por

$$\begin{aligned} \mathbf{A}^2 &= \mathbf{A} \cdot \mathbf{A} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & X^2Y & XY & X^2Y \\ X & XY & X^2Y & XY^2 \\ X^2 & X^2Y & XY & X^2Y^2 \\ X^2 & X^2Y & XY & X^2Y^2 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{E.5})$$

e

$$\begin{aligned} \mathbf{A}^3 &= \mathbf{A}^2 \cdot \mathbf{A} \\ &= \begin{pmatrix} 1 + X^3Y & X^2Y + X^3Y^2 & XY + X^2Y^2 & X^2Y^2 + X^3Y^3 \\ X + X^2Y & X^3Y + X^2Y^2 & X^2Y + XY^2 & X^3Y^2 + X^2Y^3 \\ X^2 + X^3Y & X^2Y + X^3Y^2 & X^3Y + X^2Y^2 & X^2Y^2 + X^2Y^3 \\ X^2 + X^3Y & X^2Y + X^3Y^2 & X^3Y + X^2Y^2 & X^2Y^2 + X^3Y^3 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (\text{E.6})$$

Deste modo, o elemento a_{11} de \mathbf{A}^3 obtido através do método convencional é o polinômio $1 + X^3Y$.

(b) *Método Recursivo*

Dada a matriz \mathbf{A} , podemos obter o vetor \mathbf{g}_0 dado por

$$\mathbf{g}_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & XY & 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{E.7})$$

De forma recursiva, podemos obter \mathbf{g}_1 e \mathbf{g}_2 , através das operações dadas por

$$\begin{aligned} \mathbf{g}_1 &= \mathbf{g}_0 \cdot \mathbf{A} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & X^2Y & XY & X^2Y^2 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{E.8})$$

e

$$\begin{aligned} \mathbf{g}_2 &= \mathbf{g}_1 \cdot \mathbf{A} \\ &= \begin{pmatrix} 1 + X^3Y & X^2Y + X^3Y^2 & XY + X^2Y^2 & X^2Y^2 + X^3Y^3 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (\text{E.9})$$

Portanto, o elemento a_{11} de \mathbf{A}^3 é o elemento g_1 de \mathbf{g}_2 , ou seja, o polinômio $1 + X^3Y$. Observe que o esforço computacional em gerar o elemento a_{11} de \mathbf{A}^3 através do método recursivo é muito menor se comparado com o método convencional. Para valores de n_{sym} em torno de 100, ele passa a ser crucial considerando o uso de uma subrotina escrita em linguagem C/C++, em um microcomputador com processador PENTIUM III, com memória RAM de 128 Mbytes.

Apêndice F

Limitante Superior para a Distância de *Hamming* entre Símbolos

Considere um codificador convolucional (n', k', m') , onde k' representa o número de *bits* que entram no codificador, n' representa o número de *bits* na saída do codificador e m' o número de estágios de memória do codificador. Seja $k' \cdot m'$ o número total de registradores de deslocamento para o codificador. Assim, para que o codificador transite do estado todo nulo para qualquer estado, e em seguida, retorne ao estado todo nulo, é necessário no mínimo $\frac{k' \cdot m'}{k'} + 1 = m' + 1$ transições na treliça do codificador. Deste modo, um limitante superior para a distância de *Hamming* entre símbolos será dado por

$$d_{Hamming} = \begin{cases} \lfloor \frac{ntm}{k'} \rfloor + 1, & ntm \geq k' \\ 1, & ntm < k' \end{cases}, \quad (\text{F.1})$$

onde ntm é o número total de memórias do codificador.

Apêndice G

Algoritmo para Calcular a Distância de *Hamming* entre Símbolos

Um algoritmo de procura bidirecional para o cálculo da distância livre de códigos convolucionais é descrito em [2]. Entretanto, uma versão correta para o algoritmo é apresentada por *Larsen* em [20]. O algoritmo original e também a versão corrigida, está baseado no diagrama de transição de estados do código convolucional.

O algoritmo pode ser aplicado em códigos com taxas $r = k/n$. Entretanto, por simplicidade, o algoritmo é descrito para um código binário com taxa $r = 1/n$. Assim, seja um código convolucional de taxa $1/n$, com comprimento de restrição ν , definido por um conjunto de n conjuntos de coeficientes gerador dado por

$$G^{(j)} = [g_0^{(j)}, g_1^{(j)}, \dots, g_{(\nu-1)}^{(j)}], \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (\text{G.1})$$

Quando um estado é alcançado por um caminho, ele é armazenado em uma matriz junto com a informação do tipo de caminho (para frente ou para trás) e o peso de *Hamming* entre símbolos do caminho. Se existem muitos caminhos para um estado, então o menor peso é armazenado. Desta forma, a informação é armazenada como se segue.

- S Estado terminal do caminho.
- W Peso de *Hamming* entre símbolos mínimo dos caminhos de S conhecidos até o momento.
- T Tipo do estado S . O tipo consiste de duas partes, $T1$ e $T2$. $T1$ indica se o estado S é M (orto) ou não- M e $T2$ é o tipo, caminho com peso-mínimo para (F)rente de S ou para t(R)rás de S . Assim, podemos ter quatro possibilidades: F , R , MF , e MR .

Seja W^* um limitante superior para a d_{Hammm} . Então, podemos estender o algoritmo para o cálculo da distância livre e com uma pequena modificação, propor um algoritmo para o cálculo da distância de *Hamming* entre símbolos, d_{Hammm} . Assim, o algoritmo para um código com taxa $1/n$ é dado a seguir.

1) Inicialize W^* = um limitante superior de d_{Hammm} . Armazene $S = (100 \cdots 0)$, $W = f(\sum_{j=1}^{nn} g_0^{(j)})$, $T = F$ e $S = (000 \cdots 01)$, $W = f(\sum_{j=1}^{nn} g_{\nu-1}^{(j)})$, $T = R$, com $f(x) = 1$, para $x \geq 1$ e $f(x) = 0$, caso contrário.

2) Encontre o estado S_m não- M com menor peso utilizando a matriz armazenada. Este estado tem peso W_m e é do tipo T_m .

3) Se $2W_m \geq W^*$ ou todos os estados são M , vá para o passo 17.

4) Atribua $EX = 0$. Determine o estado terminal (S) e o peso (W) por meio da extensão-0 de S_m . Vá para o passo 6.

5) Atribua $EX = 1$. Determine o estado terminal (S) e o peso (W) por meio da extensão-1 de S_m .

6) Se $W > (W^* + nn - 1)/2$, vá para o passo 15.

7) Verifique se $S_k = S$ na matriz. Se S_k é encontrado, vá para o passo 9.

8) Encontre uma posição disponível na matriz e armazene S , W , T_m . Vá para o passo 15.

9) O tipo e peso de S_k são T_k e W_k . Se $T_{2k} = T_{2m}$ vá para o passo 13.

10) Atribua $W^* = \min(W^*, W + W_k)$.

11) Se $W \geq W_k$, vá para o passo 15.

12) Atribua $W_k = W$ e $T_{2k} = T_{2m}$. Vá para o passo 15.

- 13) Se $T1k = M$, vá para o passo 15.
- 14) Atribua $W_k = \min(W_k, W)$.
- 15) Se $EX = 0$, vá para o passo 5.
- 16) Atribua $T1m = M$. Vá para o passo 2.
- 17) $d_{Hamming} = W^*$. FIM ALGORITMO.

Um fluxograma para o algoritmo é mostrado pela Figura G.1. No algoritmo corrigido e apresentado por *Larsen*, há um erro de grafia na atribuição $T1m = M$, denotada na Figura G.1 pelo marcador #. Como em [20], quando o algoritmo finaliza, a distância computada W^* é a distância de *Hamming* se o código é não-catastrófico.

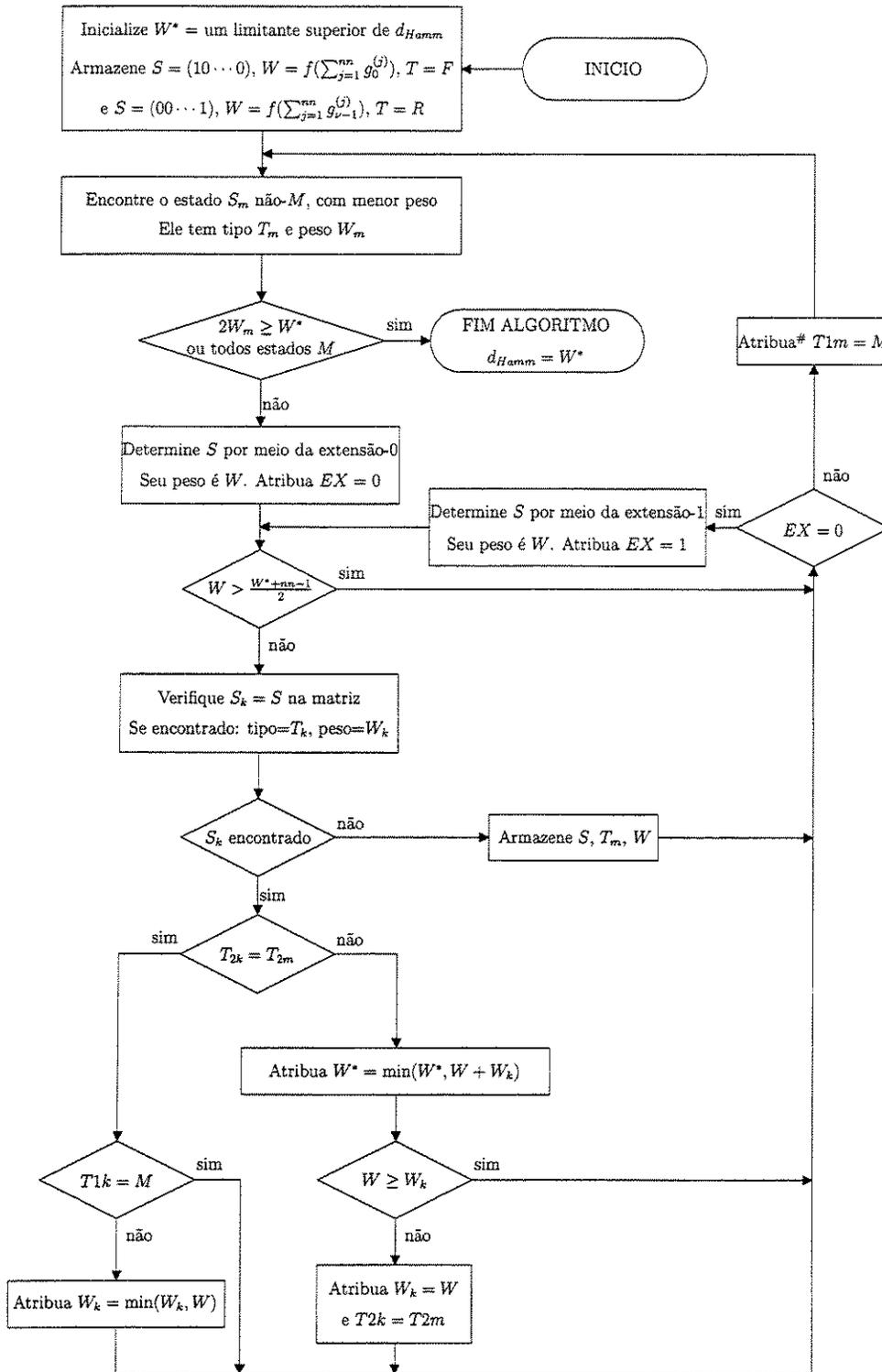


Figura G.1: Fluxograma do algoritmo para o cálculo da distância de *Hamming* entre símbolos. No algoritmo corrigido por *Larsen*, há um erro gráfico na atribuição marcada com #.

Referências Bibliográficas

- [1] M. Abramowitz and I. A. Stegun. *Handbook of mathematical functions*. Dover, Inc., New York, USA, 1972.
- [2] L. R. Bahl, C. D. Cullum, W. D. Frazer, and F. Jelinek. An efficient algorithm for computing free distance. *IEEE Trans. on Information Theory*, 18(3):437–439, May 1972.
- [3] E. Biglieri, G. Caire, and G. Taricco. Computing error probabilities channels: over fading channels a unified approach. *ETT*, 9(1):15–25, Feb. 1998.
- [4] G. Cybenko. Approximation by superpositions of a sigmoidal function. *Mathematics of Control, Signals and Systems*, 2(4):303–314, 1989.
- [5] G. A. de Deus Júnior. A utilização de redes neurais artificiais no projeto de receptores fh-cdma. Tese de mestrado, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, Brasil, Fev. 1998.
- [6] G. A. de Deus Júnior and J. Portugheis. Desempenho de receptores ffh-cdma. *XVIII Simpósio Brasileiro de Telecomunicações*, CD-ROM, Set. 2000.
- [7] G. A. de Deus Júnior and J. Portugheis. Sistemas ffh-cdma codificados - parte i: Capacidade e taxa de corte. *XIX Simpósio Brasileiro de Telecomunicações*, CD-ROM, Set. 2001.
- [8] G. A. de Deus Júnior and J. Portugheis. Sistemas ffh-cdma codificados - parte ii: Critério de projeto. *XIX Simpósio Brasileiro de Telecomunicações*, CD-ROM, Set. 2001.
- [9] G. A. de Deus Júnior and J. Portugheis. Coding for ffh-cdma systems. *2002 IEEE International Symposium on Information Theory*, page 336, June-July 2002.

- [10] J. Du, Y. Kamio, and B. Vucetic. New 32-qam trellis codes for fading channels. *Electronics Letters*, 29(20):1745–1746, July 1993.
- [11] G. Einarsson. Address assignment for a time-frequency coded, spread spectrum system. *B.S.T.J.*, 59(7):1241–1255, Sept. 1980.
- [12] U.-C. Fiebig and P. Robertson. Soft-decision and erasure decoding in fast frequency-hopping systems with convolutional, turbo, and reed-solomon codes. *IEEE Trans. on Communications*, 47(11):1646–1653, Nov. 1999.
- [13] B. J. Frey. *Graphical Models for Machine Learning and Digital Communication*. The MIT Press, Cambridge, Massachusetts, London, England, 1998.
- [14] J. G. Goh and S. V. Marić. The capacities of frequency-hopped code-division multiple-access channels. *IEEE Trans. on Information Theory*, 44(3):1204–1211, May 1998.
- [15] J. Hagenauer, F. Burkert, and H. Nickl. The race to shannon’s limit: Discipline high-rate codes. *Proceedings International Symposium on Turbo Codes*, pages 239–242, Sept. 1997.
- [16] S. Haykin. *Neural Networks: A Comprehensive Foundation*. Macmillan College Publishing Company, Inc., New York, USA, 1994.
- [17] M. C. Jeruchin, P. Balaban, and K. S. Shanmugan. *Simulation of Communication Systems*. Plenum Press, New York, USA, 1992.
- [18] T. Kawahara and T. Matsumoto. Forward link capacity limit of coded ffh/cdma multi-user mobile radios. *Electronics Letters*, 27(21):1918–1919, Oct. 1991.
- [19] T. Kawahara and T. Matsumoto. Optimum rate reed solomon codes for ffh/cdma mobile radios. *Electronics Letters*, 27(22):2066–2068, Oct. 1991.
- [20] K. J. Larsen. Comments on “an efficient algorithm for computing free distance”. *IEEE Trans. on Information Theory*, 19(4):577–579, July 1973.
- [21] L. H. C. Lee. *Convolutional Coding: Fundamentals and Applications*. Artech House, Inc., Boston, USA, 1997.

- [22] P. J. Lee. A very efficient transfer function bounding technique on bit error rate for viterbi decoded, rate $1/n$ convolutional codes. *TDA Progress Report 42-79*, pages 114–123, July-Sept. 1984.
- [23] M. Moerz, J. Hagenauer, and E. Offer. On the analog implementation of the app (bcjr) algorithm. *Proceedings International Symposium on Information Theory*, page 425, June 2000.
- [24] J. E. Porath. Algorithms for converting convolutional codes from feedback to feedforward form and vice versa. *Electronics Letters*, 25(15):1008–1009, July 1989.
- [25] J. G. Proakis. *Digital Communications*. MacGraw-Hill, Inc., New York, USA, 1995.
- [26] W. E. Ryan and S. G. Wilson. Two classes of convolutional codes over $gf(q)$ for q -ary orthogonal signaling. *IEEE Trans. on Communications*, 39(1):30–40, Jan. 1991.
- [27] A. G. Sveshnikov and A. N. Tikhonov. *The Theory of Functions of a Complex Variable*. MIR Publishers, Moscow, Rússia, 1971.
- [28] J. K. Wolf and A. J. Viterbi. On the weight distribution of linear block codes formed from convolutional codes. *IEEE Trans. on Communications*, 44(9):1049–1051, Sept. 1996.
- [29] O.-C. Yue. Performance of frequency-hopping multiple-access multilevel fsk systems with hard-limited and linear combining. *IEEE Trans. on Communications*, COM-29(1):1687–1694, Nov. 1981.
- [30] O.-C. Yue. Maximum likelihood combining for noncoherent and differentially coherent frequency-hopping multiple-access systems. *IEEE Trans. on Information Theory*, IT-28(4):631–639, July 1982.

Índice Remissivo

- Perceptron* para a obtenção da não-linearidade
 $f(R)$, 59
- Perceptron* treinado, 63
- Algoritmo *Backpropagation*, 16
- Algoritmo de *Viterbi*, 27
- Algoritmo para cálculo $d_{Hamming}$ entre símbolos,
125
- Aproximações de funções, 18
- Códigos convolucionais
 - Codificador, 20, 22
 - Diagrama de estados, 25
 - Diagrama de estados particionado, 25
 - Diagrama de treliça, 27
- Canal FFH-CDMA não-quantizado, 69
 - Capacidade de canal por dimensão, 70
 - Equação característica, 46
 - Informação mútua, 70
 - Taxa de corte de canal, 71, 163
- Canal FFH-CDMA quantizado, 67
 - Capacidade por dimensão, 69
 - Equação característica, 45
 - Modelo de canal, 68
 - Probabilidade de transição do canal, 68
 - Taxa de corte de canal, 69
- Canal não-simétrico binário, 13
- Canal simétrico binário, 12
- Capacidade de canal, 13, 71
 - Canal não-simétrico binário, 14
 - Canal simétrico binário, 14
 - Informação mútua, 13
- Capacidade por dimensão, 69, 70
- Codificadores
 - Representação Polinomial
 - F_4 , 169
 - F_5 , 171
 - Tabela, 128–130
- Contexto e objetivos do trabalho, 3
- Conversão
 - P_{pp} para P_b , 44
 - P_p para P_b , 44
- Delta de *Kronecker*, 35
- Diagrama de estados, 25
- Diagrama de estados particionado, 25
- Diagrama de treliça, 27
- Distância de *Hamming* entre símbolos, 27
- Distância livre, 26
- Equação característica, 45, 46
- Espalhamento espectral
 - Diagrama de blocos, 9
 - Transmissor DS-CDMA, 10
 - Transmissor FH-CDMA, 11
- Exemplos de comparação
 - Capacidade de usuário normalizada, 132,
140, 143, 146–148

- Capacidade por dimensão, 71–79
- Limitante para a capacidade de canal, 71
- Limitantes da capacidade de canal, 76
- Limitantes para a capacidade de canal, 76
- Taxa de corte de canal, 81, 86, 88–96
- Fluxograma para o calculo da d_{Hamm} , 182
- Funções de ativação, 18, 19
- Geração de uma VA a partir de uma distribuição uniforme, 42
- Informação mútua, 13, 70
- Limitante Capacidade de Canal
 - Exemplos, 81–84
- Limitante de *Chernoff*, 40
- Limitante superior para a capacidade de canal, 71
- Limitantes capacidade de canal, 85
- Limitantes de desempenho P_b , 110
- Modelo matemático para *perceptron* treinado, 62
- Organização da tese, 4
- Polinômio enumerador de pesos, 26, 111, 112, 118, 135, 136
- Ponto sela, 40, 104
- Principais contribuições, 5
- Probabilidade de erro de palavra par-a-par, 15, 39
 - Integração ponto sela, 40, 104
 - Limitante de *Chernoff*, 40
 - Regra de quadratura *Gauss-Chebyshev*, 41, 159
- Probabilidade de transição do canal, 68
- Receptores FFH-CDMA não-codificados
 - Desempenho, 39
- Redes neurais artificiais
 - Aproximações de funções, 18
 - Funções de ativação, 18, 19
 - Rede de camadas múltiplas, 17
 - Treinamento, 16
- Regra de quadratura *Gauss-Chebyshev*, 159
- Simulação computacional
 - Probabilidade de erro de palavra, 44
 - Probabilidade de erro par-a-par, 41
- Sistema de comunicação, 11
- Sistema de comunicação FFH-CDMA
 - Conversão *bit*-símbolo casada, 102
 - Critério de projeto, 103
 - Diagrama de Blocos, 103
 - Métrica dos ramos, 109
 - Taxa efetiva do CC, 102
- Conversão *bit*-símbolo forçada, 99
 - Bits* codificados, 100
 - Bits* de preenchimento, 100
 - Bits* de terminação, 99
 - Diagrama de blocos, 100
 - Duração do *chip*, 100
 - Eficiência espectral, 100
 - Energia média por *chip*, 100
 - Taxa efetiva do CC, 100
- Não-codificado
 - Combinador ótimo, 36
 - Combinadores sub-ótimos, 37

- Diagrama de blocos do receptor, 34
- Duração de uma palavra, 32
- Duração do *chip*, 32
- Espalhamento espectral, 32
- Exemplos, 37
- Função característica, 35
- Função densidade de probabilidade, 35
- Função densidade de probabilidade conjunta, 35
- Largura de faixa, 32
- Número de canais de frequências, 32
- Número de palavras, 32
- Não-linearidade ótima, 36
- Não-linearidade ótima normalizada, 36
- Ramos de diversidade, 32
- Relação ruído-sinal por *chip*, 32
- Taxa de transmissão, 32
- Resultados obtidos, 46, 63
- Tabela de Codificadores
- Taxa $k'/3$, 128
- Taxa $k'/4$, 128
- Taxa $k'/5$, 129
- Taxa $k'/6$, 129
- Taxa $k'/7$, 130
- Taxa $k'/8$, 130
- Taxa de corte de canal, 15, 69, 71, 163
- Canal quantizado, 14
- Equação característica, 15
- Teorema da aproximação universal, 18
- Transmissor DS-CDMA, 10
- Transmissor FH-CDMA, 11
- Variável aleatória
- Algoritmo de geração para a VA R_{ni} , 43
- Gamma, 35
- Gaussiana, 35
- Rayleigh, 35
- Uniforme, 35

