

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA
JULHO DE 1979

OTIMIZAÇÃO DA ESCALA DE GERAÇÃO
EM SISTEMAS DE POTÊNCIA HIDROTÉRMICOS

por: Christiano Lyra Filho
Orientador: Hermano de M.F. Tavares
Orientador: Secundino Soares Filho

Tese de Mestrado apresentada à Faculdade de
Engenharia da Universidade Estadual de Campi-
nas.

UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL

Aos meus pais Christiano (em memória) e Celecina
 A Sônia e Pedro

Agradecimentos

a Hermano, pela amizade, pela confiança, por tudo,

a Secundino, pelo apoio e incentivo,

aos colegas da FEC, especialmente à França, Jura, Raul, Akebo, Vinicius, Bottura, Edson, Ana Cristina, pela solidariedade e por terem tornado este trabalho mais agradável,

a Sônia e Pedro, pelo estímulo, apoio e paciência,

a Niura, pelo competente trabalho no preparo dos originais, a partir de manuscritos difíceis,

a Dodô, pelos desenhos.

Este trabalho contou com o apoio financeiro das entidades:

- CNPq - CONSELHO NACIONAL DE DESENVOLVIMENTO CIENTÍFICO E TECNOLÓGICO
- CAPES - COORDENAÇÃO DE APERFEIÇOAMENTO DO PESSOAL DE NÍVEL SUPERIOR

RESUMO

Estuda-se neste trabalho técnicas para racionalizar a produção de energia em sistemas de potência hidrotérmicos.

Descreve-se o problema, apresenta-se algumas abordagens clássicas e recentes, discute-se sumariamente parte da literatura existente. Propõe-se uma nova abordagem.

Adota-se um modelo preciso para o sistema, onde são respeitadas as características de subsistema hidroelétrico, incluindo acoplamentos, tempos de viagem da água, variações nas alturas dos reservatórios e funções de geração não lineares. As unidades de "geração" não hidráulica, incluindo importações e corte de carga, são representadas por seus custos incrementais de produção. O mercado de energia é formado por uma componente aleatória chamada demanda primária, e por cargas secundárias, que incluem exportações, bombeamento, etc. As cargas secundárias são representadas por curvas de lucro incremental. A demanda primária deve ser atendida sempre, ao passo que os suprimentos das cargas secundárias são decisões tomadas pelos operadores.

Por ordenação das curvas de custo marginal de operação e de lucro marginal com cargas secundárias, obtêm-se as funções de custo marginal mínimo para geração não hidráulica e de lucro marginal máximo com atendimento de cargas secundárias. A partir destas curvas define-se um funcional objetivo, representando o custo líquido de produção de energia. Com auxílio de técnicas de decomposição e coordenação, encontra-se uma política que minimiza o funcional definido. Esta política consiste de trajetórias de geração para as usinas hidroelétricas, de curvas para operação ótima de sistema não hidráulico em função da demanda; e de curvas para suprimento ótimo das cargas secundárias, também funções da demanda.

A decomposição gera o problema de maximizar o valor da geração hi-

droelétrica. A eficiência computacional na solução deste subproblema é determinante para viabilizar a aplicação do procedimento proposto. Estuda-se várias técnicas para abordá-lo.

INDICE

Capítulo 1 - Discussão do Problema	1.1
1.1 - Introdução	1.1
1.2 - Apresentação do Problema	1.2
1.3 - Modelos para Sistemas Geradores de Energia Elétrica	1.4
1.3.1 - Usinas Hidroelétricas	1.4
1.3.2 - Usinas Termoelétricas	1.9
1.3.3 - Importação e Exportação de Energia	1.10
1.3.4 - Mercado Secundário	1.10
1.3.5 - Corte de Carga	1.10
1.4 - Representação por Reservatório Equivalente	1.11
1.5 - Operação por Curva Limite	1.13
1.6 - Comentários sobre a Literatura	1.16
Capítulo 2 - Otimização da Escala de Geração	2.1
2.1 - Apresentação	2.1
2.2 - Procedimento I	2.2
2.2.1 - Formulação e Comentários	2.2
2.2.2 - Equivalente Determinístico	2.8
2.2.3 - Decomposição por Dualidade	2.12
2.2.3.1 - Subproblema Térmico	2.13
2.2.3.2 - Subproblema Estocástico	2.14
2.2.3.3 - Subproblema Hidroelétrico	2.15
2.2.4 - Estratégia Computacional	2.15
2.3 - Procedimento II	2.16

2.3.1 - Introdução	2.16
2.3.2 - Descrição do Sistema	2.17
2.3.3 - Modelos Matemáticos para Representar o Sistema	2.19
2.3.3.1 - Modelo para a Geração Não Hidráulica	2.19
2.3.3.2 - Modelo para o Mercado de Energia	2.24
2.3.3.3 - Modelo para o Subsistema Hidroelétrico	2.28
2.3.4 - Formulação do Problema e Estratégia de Solução	2.29
2.3.4.1 - Minimização do Custo por Intervalo - Obtenção do Problema PP	2.32
2.3.4.2 - Otimização da Geração Hidroelétrica - Solução do Problema PP	2.36
2.3.5 - Estratégia Computacional	2.41
2.4 - Comentários	2.42
Capítulo 3 - Solução do Subproblema Hidroelétrico	3.1
3.1 - Introdução	3.1
3.2 - Solução do Problema (SH) sem Retardos por Programação Dinâmica	3.2
3.2.1 - Solução usando Programação Dinâmica por Aproximações Sucessivas	3.3
3.2.2 - Solução usando Programação Dinâmica Diferencial Discreta	3.4
3.3 - Solução do SH usando Decomposição	3.4
3.3.1 - Decomposição Espacial	3.5
3.3.2 - Decomposição Temporal	3.9

Apêndice A - Programação Dinâmica por Aproximações Sucessivas (PDAS)	A.1
Apêndice B - Programação Dinâmica Diferencial Discreta (PDDD)	B.1
Referências Bibliográficas	R.1

CAPÍTULO I - DISCUSSÃO DO PROBLEMA

Neste capítulo faz-se uma apresentação do problema de operar um sistema produtor de energia elétrica. Discute-se modelamento do sistema, aproximação por reservatório equivalente, e o critério de operação por curva limite. Na parte final, indica-se e comenta-se várias abordagens para solucionar o problema.

1.1 - Introdução

Produção de energia e uso adequado de recursos naturais são prioritários para a economia e bem estar de uma comunidade.

Métodos eficientes para operar um parque produtor de energia elétrica são importantes tanto para melhorar a operação de sistemas já em funcionamento como para planejar construção ou ampliação de unidades geradoras.

Quando o sistema está construído, deseja-se economizar recursos naturais e diminuir os gastos com a operação. Na maior parte das vezes, isto significa diminuir a quantidade de água, combustível e importação de energia, necessários para operar o parque gerador satisfazendo as necessidades do mercado consumidor.

Na fase de planejamento precisa-se determinar o tamanho e localização de novas unidades produtoras, ou armazenadoras, de energia. Além disso, é importante comparar os benefícios resultantes da construção e/ou ampliação de unidades com os custos correspondentes. Técnicas realistas e eficientes de operação permitem avaliações mais corretas das possibilidades do sistema presente e dos ganhos com a incorporação de obras projetadas.

1.2 - Apresentação do Problema

O objetivo de um sistema produtor de energia elétrica é atender as necessidades de energia elétrica (média e instantânea) da comunidade. O responsável pela operação deste sistema deve procurar formas racionais de operá-lo, de modo que as necessidades de energia do mercado consumidor sejam atendidas com o menor custo possível.

Um sistema gerador de energia elétrica pode compreender não apenas usinas hidráulicas (hidroelétricas) e térmicas (termoelétricas), como interligações com sistema vizinhos, através das quais energia pode ser importada ou exportada.

As usinas hidráulicas podem ser a fio d'água (sem reservatório) ou com reservatório, e estar localizadas em rios separados (usinas em paralelo) ou em um mesmo curso d'água (usinas em cascata). Quando existem usinas em cascata, a operação das que estão a montante afetam a operação das usinas a jusante.

As vazões naturais nos rios estão sujeitas às incertezas meteorológicas, não podendo ser previstas com exatidão para um longo período de tempo. Os reservatórios situados a montante de aproveitamentos hidroelétricos, podendo armazenar as vazões ocorridas em um certo período para usá-las no futuro, funcionam como atenuadores para as incertezas meteorológicas. No entanto, existem limites para a quantidade d'água armazenável nos reservatórios. Como consequência, o efeito atenuador mencionado é limitado.

A geração nas usinas hidráulicas é uma função não linear da vazão turbinada e da quantidade d'água armazenada no reservatório naquele instante. A vazão turbinável é restrita por limites superiores e inferiores.

O custo da geração térmica é uma função crescente da geração, com custo incremental também crescente. Nestas condições, se for necessário gerar energia térmica, é preferível operar as usinas em um nível baixo durante um período maior de tempo, do que produzir a energia necessária gerando em níveis altos por períodos curtos.

A demanda de energia, da mesma forma que as vazões nos rios, está sujeita a incertezas, não podendo ser prevista com exatidão.

Diante do que foi exposto acima, pode-se observar que operar eficientemente um sistema gerador de energia elétrica, procurando garantir a continuidade do suprimento e minimizar os custos, é tarefa complexa. A dificuldade

é agravada quando o sistema tem muitas usinas hidroelétricas em cascata e está eletricamente interligado com sistema vizinhos.

Formalmente, podemos dizer que a operação de um sistema produtor de energia elétrica é um problema de controle de grande porte, não linear, estocástico, contínuo, com limites nas variáveis de controle e no estado.

O problema requer a representação do sistema por um modelo matemático adequado e definição de objetivos a ser otimizados (ou melhorados). A solução em geral não é simples e tem sido objeto de estudo de muitos pesquisadores.

Na maior parte das vezes não existe solução analítica para o problema. Métodos numéricos aliados a computadores digitais são utilizados para resolvê-lo. Para o uso de computadores (digitais) são feitas algumas discretizações de variáveis contínuas, como o tempo e, muitas vezes, estado e controle dos reservatórios.

De acordo com a duração do período (horizonte de planejamento), os estudos são considerados de curto, médio e longo prazo. Os critérios para caracterização variam, mas pode-se dizer que num extremo estão os estudos de operação para poucos dias, e no outro, quando se dispõe de grandes reservatórios para regularização plurianual, os planejamentos de operação para alguns anos.

As previsões para as variáveis aleatórias, como as vazões naturais afluentes às usinas hidroelétricas e a demanda, dependem não só da duração do período de estudo, como da forma de discretizá-lo. Mesmo para um período de estudo pequeno pode-se ter incertezas na estimação de algumas variáveis se for escolhido um intervalo de discretização excessivamente curto. Analogamente, em estudos de longo prazo com intervalo de discretização muito grande, pode-se ter boas precisões para algumas variáveis aleatórias.

Nos estudos de curto prazo discretizados em hora (por exemplo) pode-se, em geral, dispor de boas previsões para as vazões afluentes às usinas hidroelétricas e a demanda. Na verdade, as vazões podem ser consideradas determinísticas. A altura nos grandes reservatórios do sistema - usados para regularização mensal ou anual - permanece praticamente constante, o que permite algumas simplificações.

Nos problemas de operação a longo prazo discretizados em meses é difícil ter boas estimativas para as vazões e a demanda. As alturas de todos os reservatórios do sistema variam substancialmente. Neste caso, principalmente quando o sistema é predominantemente constituído por usinas hidroelétricas (com

reservatório), é importante se preocupar não só com a economia de operação, como com a existência de recursos (água) para produção da energia solicitada pelo mercado. A interrupção do fornecimento de energia elétrica é um acontecimento indesejável, tendo um custo alto para a comunidade afetada - crescente com a densidade industrial e populacional.

Os problemas de otimização da geração para longo, médio e curto prazo, não são independentes. Se o problema de curto prazo for resolvido dia a dia, sem preocupações com um horizonte mais longo, o sistema corre o risco de chegar ao fim de um certo período com os reservatórios vazios. Assim, o correto é resolver o problema para períodos curtos dentro de contornos resultantes da otimização para períodos mais longos.

Por exemplo, a solução do problema de longo prazo pode fornecer a quantidade de energia a ser gerada mensalmente, o de médio prazo distribuir a energia mensal de maneira ótima por períodos de dois dias, e o de curto prazo resolver o problema de operação horária para períodos de 48 horas.

1.3 - Modelos para Sistemas Geradores de Energia Elétrica

A parte principal de um sistema gerador de energia elétrica é constituída por usinas que transformam alguma forma de energia potencial em energia elétrica. Tradicionalmente estas usinas são hidroelétricas ou termoeletricas.

Os componentes principais de modelos matemáticos para sistemas produtores de energia elétrica serão aqui discutidos.

1.3.1 - Usinas Hidroelétricas

As usinas hidroelétricas podem ser com reservatório regularizador ou a fio d'água (sem reservatório). No caso mais geral (com reservatório) as usinas são constituídas por reservatório, grupo turbina-gerador e subestação elétrica - de onde partem as linhas de transmissão para os pontos de carga.

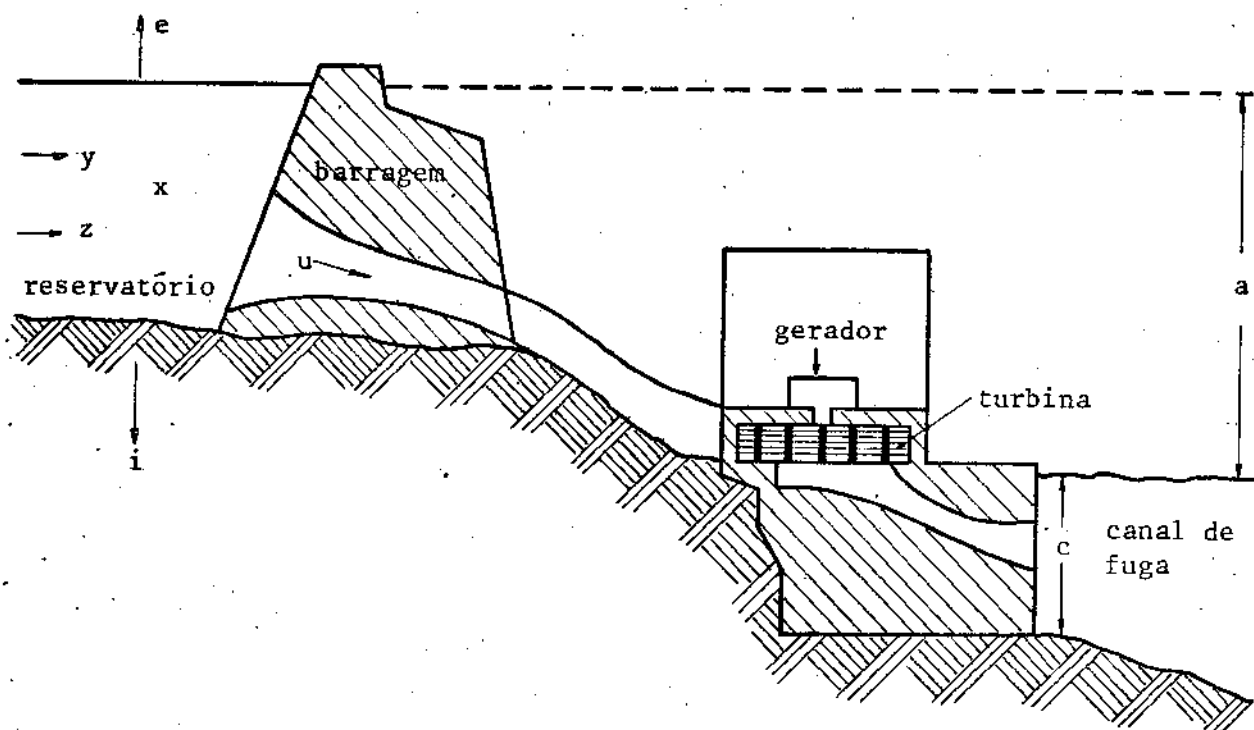


Figura 1.1

As variáveis mais importantes no modelo matemático de uma usina hidroelétrica são:

- $y(t)$ - vazão independente afluente ao reservatório no instante t . Vazão independente é aquela que independe da operação de usinas ou reservatórios a montante. Esta vazão constitui um processo estocástico.
- $z(t)$ - vazão controlável afluente ao reservatório no instante t . Corresponde a água turbinada e vertida nas usinas a montante no mesmo instante, ou em instantes anteriores, quando existem retardos devidos aos tempos de viagem da água.
- $x(t)$ - volume d'água armazenado no reservatório no instante t . Este volume não pode exceder a capacidade máxima do reservatório ($\bar{x}$) nem cair abaixo de um limite inferior ($\underline{x}$).

- $a(t)$ - altura de queda entre o nível superior do reservatório e a turbina - pode-se descontar desta altura as perdas na tubulação e no grupo turbina-gerador. A altura é função do volume d'água armazenado no instante t e do nível do canal de fuga. Quando função apenas do volume, caracteriza o mesmo estado que este.
- $u(t)$ - vazão d'água turbinada para produzir energia no instante t . A vazão turbinada numa usina tem limite superior ($\bar{u}$), devido a saturação da capacidade das turbinas, e inferior ($\underline{u}$). O limite inferior pode ser maior do que zero, por restrições operativas.
- $v(t)$ - vazão d'água vertida no instante t . Como água vertida não produz energia elétrica, procura-se evitar vertimentos. Salvo motivos de segurança ou submotorização, havendo mercado para absorver toda a energia produzida, só deve haver vertimentos quando o reservatório estiver cheio ($x(t) = \bar{x}$) e as vazões afluentes ($y(t)$ e $z(t)$) excederem o limite superior de turbinagem ($\bar{u}$).
- $e(t)$ - vazão d'água evaporada (no reservatório) no instante t .
- $i(t)$ - vazão d'água perdida por infiltração no instante t .

A energia instantânea (potência) gerada pela usina hidroelétrica ($h(t)$) é função da vazão turbinada e da altura de queda.

$$h(t) = \rho \cdot g \cdot a(x(t), c(t), u(t)) \cdot u(t)$$

ρ : constante de conversão

g : aceleração da gravidade

$c(t)$: nível do canal de fuga

$h(t)$ pode ser escrita como função da vazão turbinada e da água armazenada no reservatório, sendo côncava e crescente com estas variáveis.

A equação dinâmica que determina a evolução do volume d'água armazenado no reservatório satisfaz o princípio de conservação da massa. Este princípio pode ser traduzido na equação diferencial:

$$\frac{dx(t)}{dt} = y(t) + z(t) - u(t) - v(t) - e(t) - i(t) \quad (1.1)$$

Para trabalhar com problemas discretizados no tempo, toma-se a integral da equação (1.1) entre dois instantes consecutivos, extremos de um intervalo de discretização. Tem-se:

$$\int_{t^m}^{t^{m+1}} \frac{dx(t)}{dt} dt = \int_{t^m}^{t^{m+1}} [y(t) + z(t) - u(t) - v(t) - e(t) - i(t)] dt$$

ou

$$\begin{aligned} x(t^{m+1}) - x(t^m) = & \int_{t^m}^{t^{m+1}} y(t) dt + \int_{t^m}^{t^{m+1}} z(t) dt - \int_{t^m}^{t^{m+1}} u(t) dt - \\ & \int_{t^m}^{t^{m+1}} v(t) dt - \int_{t^m}^{t^{m+1}} e(t) dt - \int_{t^m}^{t^{m+1}} i(t) dt \end{aligned}$$

Reescrevendo, obtêm-se a equação de evolução do volume armazenado para problemas discretizados no tempo:

$$x^{m+1} = x^m + y^m + z^m - u^m - v^m - e^m - i^m \quad (1.2)$$

onde

$x^{m+1} = x(t^{m+1})$ - volume d'água armazenado no reservatório no início do intervalo $m+1$.

$x^m = x(t^m)$ - volume d'água armazenado no reservatório no início do intervalo m .

$$y^m = \int_{t^m}^{t^{m+1}} y(t) dt \quad - \quad \text{volume d'água independente afluente ao reservatório no intervalo } m.$$

$$z^m = \int_{t^m}^{t^{m+1}} z(t) dt \quad - \quad \text{volume d'água dependente afluente ao reservatório no intervalo } m.$$

$$u^m = \int_{t^m}^{t^{m+1}} u(t) dt \quad - \quad \text{volume d'água turbinado no reservatório, no intervalo } m.$$

$$v^m = \int_{t^m}^{t^{m+1}} v(t) dt \quad - \quad \text{volume d'água vertido no reservatório, no intervalo } m.$$

$$e^m = \int_{t^m}^{t^{m+1}} e(t) dt \quad - \quad \text{volume d'água evaporado no reservatório, no intervalo } m.$$

$$i^m = \int_{t^m}^{t^{m+1}} i(t) dt \quad - \quad \text{volume d'água perdido por infiltração no reservatório, no intervalo } m.$$

É frequente encontrar-se na literatura unidades de grandezas contínuas em problemas onde elas estão discretizadas. Quanto isto acontece, deve-se entender que estão sendo considerados valores médios para estas grandezas no intervalo.

Por exemplo, é comum adotar-se unidades de potência para energia e de vazão para volume, referindo-se a energia correspondente àquela potência gerada (ou consumida) uniformemente e ao volume correspondente à vazão média, durante o intervalo.

1.3.2 - Usinas Termoeletricas

As usinas termoeletricas podem ser a óleo, carvão, gás ou a combustíveis nucleares. A produção destas usinas não está sujeita a aleatoriedades (é determinística), pois as suas reservas de combustíveis podem ser controladas - não estamos considerando o fato de que a longo prazo estes recursos são esgotáveis e que, mesmo a curto prazo, podem faltar por injunções políticas.

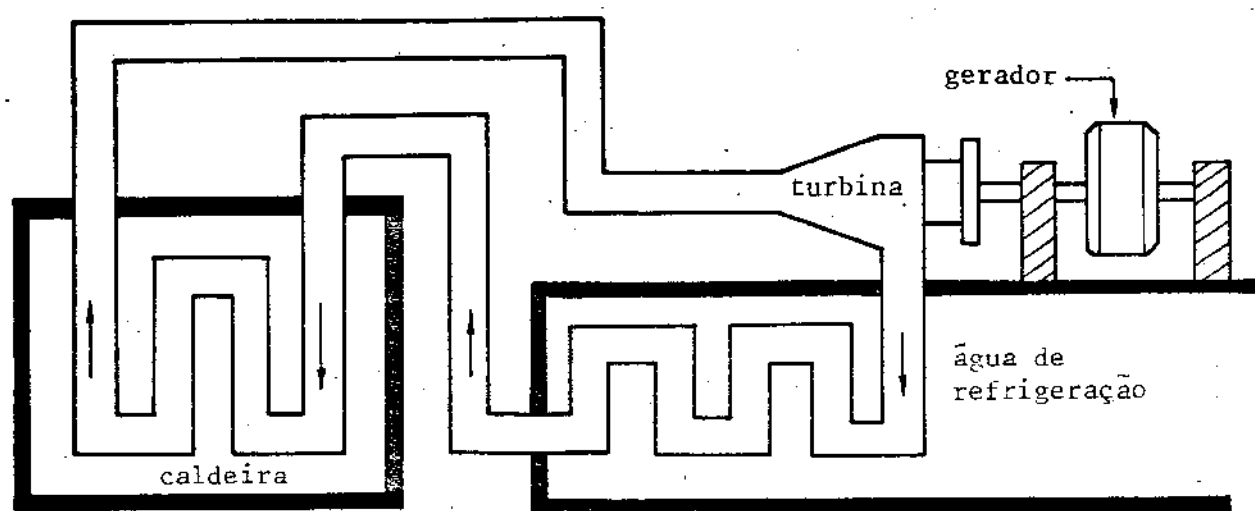


Figura 1.2

A função custo de produção nas usinas térmicas (ψ) é crescente com a energia gerada (g). O custo incremental ($d\psi/dg$) é também crescente. Consequentemente, a função ψ é convexa.

A produção de uma termoeletrica é limitada superiormente por sua capacidade máxima ($\bar{g}$) e inferiormente pela energia mínima que a usina tem que produzir. O limite inferior, quando maior do que zero, pode ser consequência de restrições operativas, como, por exemplo, dificuldades do sistema atender a carga nas horas de maior demanda utilizando apenas o subsistema hidroeletrico.

1.3.3 Importação e Exportação de Energia

Um sistema produtor de energia elétrica possui, em geral, linhas de transmissão interligando-o com sistema vizinhos. Existe a possibilidade de trocas de energia por contratos de ajuda mútua.

Quando um sistema necessita de energia adicional para atender seu mercado, pode comprá-la aos vizinhos. Da mesma forma, quando existem sobras, pode-se vender energia a outros sistemas. Existe, no entanto, limitações nas trocas de energia. Por isto, pode acontecer que um sistema, num período de vazões fartas, seja obrigado a verter água, por não encontrar mercados onde possa vender os excessos de energia.

1.3.4 - Mercado Secundário

Quando existe energia em abundância, pode ser interessante incentivar o consumo por atividades que, de outra forma, não solicitariam energia do sistema. Este mercado adicional é chamado de secundário. Consome energia a um preço mais barato e, havendo necessidade, pode ser eliminado sem maiores problemas.

1.3.5 - Corte de Carga

A quantidade de energia que sistemas vizinhos podem fornecer a um outro em dificuldades é limitada. Quando este limite é ultrapassado, o sistema é forçado a interromper o fornecimento de energia para parte do seu mercado. Chama-se a isto de "corte de carga".

O corte de carga pode ser interpretado como uma usina térmica com custo de produção muito alto e limite inferior nulo. O custo de produção corresponde ao custo social decorrente da interrupção do fornecimento de energia elétrica à comunidade afetada.

1.4 - Representação por Reservatório Equivalente

Um tipo de aproximação largamente utilizado para representar o subsistema hidroelétrico de um sistema gerador de energia elétrica é o reservatório equivalente (ou composto), proposto por Arvanitidis e Rosing [1]. Esta representação agrupa todos os reservatórios do sistema em um reservatório hipotético de energia potencial, permitindo contornar as dificuldades computacionais para solucionar o problema de otimizar a geração em sistemas com grande número de reservatórios.

Na representação por reservatório equivalente supõe-se que a geração em cada hidroelétrica do sistema é função linear do volume d'água turbinado. Um fator de conversão "c", correspondente a energia que pode ser gerada por unidade de volume turbinado, é associado a cada usina hidroelétrica.

A energia potencial da água em um reservatório é obtida multiplicando-se o volume d'água contido no reservatório pela soma dos fatores de conversão de todas as usinas a jusante, incluindo (se houver) o da usina associada ao reservatório. Logo, a energia potencial total armazenada no sistema no início do intervalo de tempo m é:

$$x^m = \sum_{j \in J} x_j^m (\Sigma c)_j \quad (1.3)$$

onde x_j^m é o volume d'água armazenado no reservatório j no início do intervalo m; $(\Sigma c)_j$ é a soma dos fatores de conversão de todas as hidroelétricas a jusante de j - incluindo a usina associada ao reservatório; J é o conjunto de usinas hidroelétricas.

Usinas a fio d'água podem ser consideradas como usinas com reservatórios muito pequenos, correspondentes às bacias de acumulação. Reservatórios sem usinas podem ser considerados como usinas com fatores de conversão nulos.

A energia potencial afluyente ao sistema (Y) é calculada pela fórmula :

$$y^m = \sum_{j \in J} y_j^m (\Sigma c)_j \quad (1.4)$$

onde y_j^m é a vazão base independente^(*) (em unidades de volume) afluyente à usina j no intervalo de tempo m .

A energia potencial liberada pelo sistema (U) é:

$$U^m = \sum_{j \in J} (u_j^m - z_j^m) \cdot (\Sigma c)_j = \sum_{j \in J} u_j^m c_j \quad (1.5)$$

onde u_j^m é a quantidade d'água turbinada na usina j no intervalo m ; z_j^m é o volume d'água controlável (dependente) afluyente ao reservatório j no intervalo m ; c_j é o fator de conversão da hidroelétrica j .

As grandezas definidas acima satisfazem a equação dinâmica que determina a evolução da energia potencial no sistema (no reservatório equivalente)

$$X^{m+1} = X^m + Y^m - U^m \quad (1.6)$$

A equação (1.6) pode ser facilmente obtida a partir da equação (1.2), de evolução da armazenagem para problemas discretizados no tempo. Toma-se a equação (1.2) para cada usina do sistema, incorpora-se as perdas no volume afluyente independente e despreza-se os vertimentos, obtendo

$$x_j^{m+1} = x_j^m + y_j^m + z_j^m - u_j^m, \quad j \in J \quad (1.7)$$

Ambos os lados das equações (1.7) são multiplicados membro a membro pela soma dos fatores de conversão das hidroelétricas a jusante de j , $(\Sigma c)_j$.

$$x_j^{m+1} (\Sigma c)_j = x_j^m (\Sigma c)_j + y_j^m (\Sigma c)_j + z_j^m (\Sigma c)_j - u_j^m (\Sigma c)_j, \quad j \in J \quad (1.8)$$

(*) Por vazão base independente, entende-se como a vazão independente menos as perdas - evaporação, infiltração, etc.

Soma-se membro a membro as equações (1.8):

$$\sum_{j \in J} x_j^{m+1} (\Sigma c)_j = \sum_{j \in J} x_j^m (\Sigma c)_j + \sum_{j \in J} y_j^m (\Sigma c)_j - \sum_{j \in J} (u_j^m - z_j^m) (\Sigma c)_j \quad (1.9)$$

A equação (1.9) corresponde à equação (1.6), definindo-se X^m , Y^m e U^m como em (1.3) a (1.5).

A energia gerada pelo sistema em um certo intervalo de tempo, não é, em geral, igual a energia liberada pelo reservatório equivalente (U^m). Os idealizadores do método [1] consideram a energia gerada (G^m) uma função da energia liberada (U^m) e da energia armazenada (X^m). Esta função é uma forma aproximada de levar em consideração variações na altura dos reservatórios, limites de armazenamento, e vertimentos.

A maior parte dos trabalhos que adotam a representação do subsistema hidroelétrico por reservatório equivalente utilizam programação dinâmica para resolver o problema de otimização da geração. Com esta técnica, uma redução no número de variáveis de estado pode significar a diferença entre a possibilidade ou não de resolver o problema.

1.5 - Operação por Curva Limite

O método de operação por curva limite é um critério ainda muito usado para planejar a operação a longo prazo - é muito popular entre as empresas brasileiras de energia elétrica. O método leva em consideração, de forma indireta, a aleatoriedade das vazões independentes e tem como principal objetivo evitar a necessidade de cortar carga. A hipótese básica é de que não ocorrerão sequências de vazões piores do que as ocorridas nos períodos mais secos do histórico conhecido de vazões (geralmente da ordem de 40 anos para os grandes rios brasileiros).

Para se operar um sistema pelo método da curva limite é necessário, em primeiro lugar, obter-se a "curva limite". Esta curva é determinada através de simulações no sentido inverso do tempo, usando-se o reservatório equivalente para representar o subsistema hidroelétrico.

No processo de obtenção da curva limite, localiza-se no histórico de vazões o período (sequência de anos) mais seco, denominado "período crítico".

Associando-se de todas as formas possíveis o período crítico ao período onde se deseja planejar a operação, faz-se simulações no sentido inverso do tempo, iniciando-se com o reservatório vazio - quando necessário, estende-se o período de planejamento. O resultado destas simulações é uma série de curvas de necessidade de armazenagem, obtidas pela equação

$$X^m = X^{m+1} - Y^m - T^m + D^m \quad (1.10)$$

onde X^m é a energia necessária (armazenada) no início do intervalo m ; Y^m é a energia afluyente ao sistema no intervalo m ; T^m é a energia térmica gerada no intervalo m ; D^m é a demanda de energia prevista para o intervalo m .

A equação (1.10) é obtida a partir da equação (1.6), fazendo-se a energia liberada pelo sistema (U^m) igual a $D^m - T^m$.

Arbitra-se o número de meses (adota-se um mês para intervalo de discretização) em que se deseja operar as térmicas no período crítico. Considera-se as mesmas operando com potência nominal nestes meses e paradas no restante do tempo - ou funcionamento apenas para produzir potência nas horas diárias de maior demanda. Os meses de funcionamento das térmicas são contados no sentido inverso do tempo, a partir do final do período crítico. Assim T^m é igual a energia produzida pela operação das térmicas com potência nominal durante todo o mês, ou igual a zero - quando for o caso, ao somatório das energias produzidas nas horas de demanda máxima.

Quando X^m , obtido a partir da equação (1.10) com as considerações acima, for maior do que a capacidade máxima do reservatório equivalente ($\bar{X}$), ou menor do que a capacidade mínima ($\underline{X}$), faz-se $X^m = \bar{X}$ ou $X^m = \underline{X}$, respectivamente. No primeiro caso ($X^m > \bar{X}$), o sistema corre o risco de não ter condições de atender a demanda, mesmo sem ocorrer vazões piores do que as conhecidas.

A curva limite é a envoltória superior das curvas de necessidade de armazenagem obtidas com as simulações - uma para cada identificação do período crítico com o período de estudo.

Para exemplificar o procedimento, vamos supor que se deseja planejar a operação de um certo sistema no biênio 80-81 pelo método da curva limite. Imaginando que o período crítico para o sistema esteja situado em 50-52, são necessárias quatro simulações para a determinação da curva limite. As simulações, conforme mostra a tabela a seguir, correspondem às identificações possí-

veis do período crítico com o de estudo.

	Período de Estudo		Extensão do Per. Estudo	
	80	81	82	83
1ª sim.		50	51	52
2ª sim.	50	51	52	
3ª sim.	51	52		
4ª sim.	52			

Supondo-se que as simulações gerem as curvas de necessidade de armazenagem mostradas na figura 1.3, a curva limite é a envoltória superior, também representada na figura.

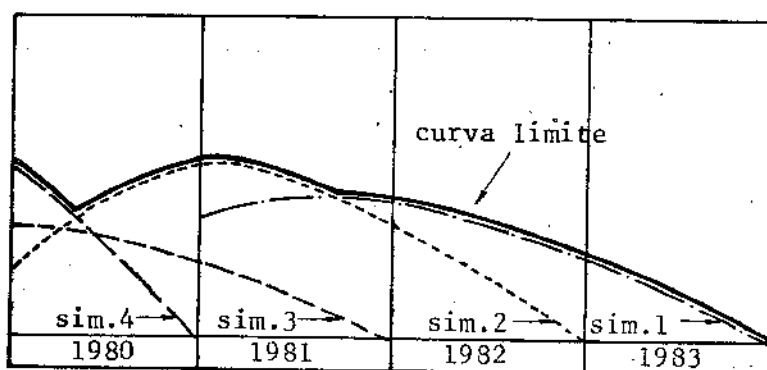


Figura 1.3

Na operação pelo critério de curva limite, sempre que a armazenagem do sistema estiver acima da curva, as térmicas permanecem desligadas ou funcionam apenas para suprir as necessidades de potência nas horas diárias de maior demanda. Quando a energia potencial armazenada cai abaixo da curva limite, as térmicas funcionam com capacidade nominal.

Muitas vezes são obtidas várias curvas limites, uma para cada tipo de usina térmica. O processo de obtenção é idêntico ao descrito, sendo as térmicas separadas por classe (ou tipo), de acordo com o combustível e/ou custo de operação. Na determinação da primeira curva (a mais alta) considera-se apenas

as térmicas de classe 1. Para obtenção da segunda curva, admite-se como potência térmica do sistema a soma das térmicas de classe 1 com as de classe 2. Procedendo-se de maneira análoga determina-se as curvas limites para as várias classes de térmicas do sistema.

O critério para operação é o mesmo já descrito: quando a energia armazenada cai abaixo da primeira curva, liga-se as térmicas de classe 1; quando a energia armazenada cai abaixo da segunda, liga-se as térmicas de classe 1 e as térmicas de classe 2; e assim, sucessivamente.

A operação de um sistema de potência pelo método da curva limite é falha, pois tenta apenas garantir o fornecimento de energia nas piores situações. Não se preocupa em otimizar um critério que leve em conta fatores econômicos e particularidades do sistema.

Vários métodos mais eficientes para planejar a operação de sistemas produtores de energia elétrica já foram propostos [2] [5-6] [16-19] e alguns adotados por empresas do setor. Vamos, no item seguinte, discutir estes métodos.

1.6 - Comentários sobre a Literatura

Nas últimas três décadas, o estudo do problema de operação ótima de sistemas geradores de energia elétrica tem preocupado muitos pesquisadores. Indicaremos aqui as principais técnicas já utilizadas e alguns dos inúmeros trabalhos publicados.

Em 1946 Pierre Massé publicou um importante trabalho sobre o assunto [3] usando uma técnica muito parecida com o que viria mais tarde a ser chamado de programação dinâmica [4]. Massé introduziu o conceito de valor marginal da água, obtendo a decisão de quanto turbinar em um determinado instante pela comparação do valor marginal atual da água com o valor marginal esperado no futuro.

Programação Dinâmica (PD) tem sido a técnica mais utilizada nos estudos para obtenção de políticas ótimas para operar sistemas hidrotérmicos de geração [2] [5-14]. PD tem o atrativo de poder tratar restrições facilmente e admitir grande flexibilidade na função objetivo. Um outro atrativo é possibilitar uma maneira fácil para considerar as vazões aleatórias [2] [8-10].

No entanto, programação dinâmica tem requisitos de memória e tempo de processamento exponencialmente crescentes com o número de variáveis de esta-

do. Por isso os trabalhos pioneiros [5-7] consideram apenas um reservatório - em geral o número de variáveis de estado corresponde ao de reservatórios no sistema. Isto motivou o uso de aproximações, onde se destaca o reservatório equivalente descrito no item 1.4, e de métodos avançados de PD [11,12].

O reservatório equivalente, aliado a programação dinâmica estocástica, tem sido largamente usado para o tratamento da aleatoriedade das vazões independentes afluentes a usinas hidroelétricas [2] [8-10]. De maneira indireta, a aleatoriedade das vazões foi abordada empregando-se programação dinâmica determinística num processo de simulação com regressão linear para determinar a regra de operação [13,14].

Cálculo de variações é uma técnica matemática clássica para solução de problemas envolvendo maximização (ou minimização) de funcionais. Muitos autores estudaram o problema de otimizar a operação de um sistema de potência por métodos variacionais [15-18]. A aplicação desta técnica apresenta dificuldades quando são consideradas as várias restrições do problema, como os limites de operação das unidades e capacidade dos reservatórios [7]. Também não admite a consideração de características discretas de operação.

O princípio do máximo de Pontryagin [19] foi usado por vários pesquisadores para resolver o problema [20-25]. Dahlin e Shen [20] mostram que o método pode considerar restrições e é aplicável a características contínuas e discretas de operação. Os mesmos autores mostram também que com o princípio do máximo podem ser considerados os tempos de percurso da água entre reservatórios em cascata (o que dificulta o tratamento por PD). No entanto, o caminho proposto por Dahlin e Shen para fazer esta consideração consome tempo demasiado para avaliação numérica em computadores. Em muitas circunstâncias isto o torna impraticável.

Técnicas de programação matemática por métodos envolvendo gradiente e/ou Lagrangeano têm sido utilizadas para otimizar a operação dentro de um conjunto de operações factíveis [26-31]. Na aplicação destes métodos o número de restrições do problema aumenta a dificuldade para garantir a factibilidade e, como consequência, o tempo de processamento em computadores.

Soares [32,33] usou uma técnica de decomposição para minimizar o custo de produzir energia em sistemas hidrotérmicos com interligações. O modelo matemático adotado leva em conta a aleatoriedade da demanda de energia e considera individualmente todas as unidades geradoras com as suas restrições e características operativas. O tempo de percurso da água entre reservatórios em casca

ta e os vertimentos são também considerados. As vazões independentes afluentes às usinas hidroelétricas são supostas determinísticas. Este modelo é bastante preciso, principalmente quando se dispõe de informações confiáveis para as vazões independentes - por exemplo, em problemas de curto prazo.

Neste estudo, discutiremos os trabalhos de Soares e apresentaremos uma nova abordagem por decomposição para resolver o problema, um pouco mais geral e precisa.

CAPÍTULO II - OTIMIZAÇÃO DA ESCALA DE GERAÇÃO

Discute-se procedimentos para racionalizar a operação de grandes sistemas produtores de energia, durante períodos onde possam ser bem conhecidas as vazões independentes dos rios. Adota-se modelos precisos para representar os sistemas, contornando-se por técnicas de decomposição as dificuldades que resultam da grande dimensão.

2.1 - Apresentação

Estuda-se neste capítulo duas abordagens para o problema de otimizar (racionalizar) a produção de energia a curto prazo em sistemas hidrotérmicos de potência. Além de usinas térmicas e hidráulicas, os parques geradores podem conter unidades não convencionais. Considera-se os sistemas eletricamente interligados com outros centros de produção.

Como foi visto no capítulo anterior, o objetivo de um sistema produtor de energia elétrica é atender às necessidades de energia elétrica da comunidade, com o menor custo possível. O caminho para a diminuição de custos em sistemas hidrotérmicos é, quase sempre, operar eficientemente o subsistema hidroelétrico evitando recorrer à geração nas térmicas, importação a preços altos, e à medida extrema de interromper o fornecimento de energia para parte do mercado. Em alguns períodos, quando o sistema opera com folga, pode-se fornecer energia para mercados secundários (exportações não contratadas, bombeamento, etc.). Os lucros resultantes destas transações contribuem para diminuir o custo total de operação no horizonte de estudo.

Adota-se neste trabalho um modelo preciso para representar o subsistema hidroelétrico, respeitando as restrições físicas e considerando uma rede qualquer de usinas, situadas numa mesma bacia hidrográfica ou em bacias diferentes. Tratando-se de estudo a curto prazo, o modelo para as vazões naturais

(independentes) nos rios é determinístico. No entanto, respeita-se a aleatoriedade da demanda de energia, que raramente pode ser prevista com exatidão.

No item 2.2 discute-se o procedimento utilizado por Soares [32,33] para resolver o problema. Em seguida, no item 2.3, apresenta-se um novo procedimento, um pouco mais geral e preciso.

Um subproblema hidroelétrico aparece em ambos os procedimentos, resultando de manipulação do problema global. A solução deste problema é determinante para o sucesso computacional das abordagens. Dedicaremos o capítulo III ao estudo de técnicas capazes de resolver eficientemente o subproblema hidroelétrico, qualificando a aplicabilidade dos procedimentos apresentados.

Está fora dos objetivos deste trabalho a otimização do custo de geração instantânea, quando devem ser levados em consideração fatores adicionais, como os gastos para colocar em operação unidades que não estejam em funcionamento e reservas girantes.

Embora os procedimentos propostos aqui sejam orientados para estudos a curto prazo, onde sejam conhecidas as vazões independentes nos rios, eles podem fornecer soluções aproximadas para prazos mais longos.

2.2 - Procedimento I

2.2.1 - Formulações e Comentários

Vamos reapresentar e fazer alguns comentários sobre a formulação e técnica de solução propostos por Soares [32,33] para o problema de otimizar a operação (para produção de energia) de sistemas hidrotérmicos de geração, com interligações, vazões independentes determinísticas e demanda aleatória.

O problema como abordado em [32,33] consiste em minimizar a função objetivo J , que representa o custo total de geração térmica no horizonte de estudo

$$J = \sum_{m \in M} \sum_{i \in I} \psi_i(g_i^m) \quad (2.1)$$

onde ψ_i é uma função convexa.

As usinas térmicas têm uma faixa de operação limitada

$$g_i \leq g_i^m \leq \bar{g}_i, \quad i \in I, m \in M \quad (2.2)$$

Os sistemas termoeletricos e hidroeletricos estão acoplados pela equação de balanço de energia

$$\sum_{i \in I} g_i^m + \sum_{j \in J} h_j^m = d^m, \quad m \in M \quad (2.3)$$

A demanda d^m é uma variável aleatória definida no intervalo $[0, \infty)$. Assume-se conhecida uma distribuição acumulada $F_m(d^m)$, suposta contínua e estritamente crescente (isto é, F^{-1} existe), em cada intervalo de tempo.

As perdas de transmissão não são consideradas, mas podem ser incluídas na equação (2.3), adotando-se um dos procedimentos sugeridos em [32,33].

A geração nas usinas hidroeletricas é função não linear da vazão d'água turbinada e da quantidade d'água armazenada no reservatório, que determina a altura de queda.

$$h_j^m = \phi_j(u_j^m, x_j^m), \quad j \in J, m \in M \quad (2.4)$$

ϕ_j é considerada uma função côncava (e não negativa) em consequência das características de perfil dos reservatórios e do canal de fuga.

A água armazenada nos reservatórios (estado) evolui no tempo segundo a equação dinâmica

$$x_j^{m+1} = x_j^m + y_j^m + z_j^m - u_j^m - v_j^m, \quad j \in J, m \in M \quad (2.5)$$

A vazão dependente z_j^m é a responsável pelo acoplamento entre unidades hidroeletricas em um mesmo curso d'água

$$z_j^m = \sum_{k \in S_j} (u_k^{m-t_{kj}} + v_k^{m-t_{kj}}), \quad j \in J, m \in M \quad (2.6)$$

onde S_j é o conjunto de índices das hidroelétricas imediatamente a montante da usina j , e t_{kj} é o tempo de transporte da água entre a usina $k \in S_j$ e j . t_{kj} é suposto constante e inteiro.

O volume d'água armazenado nos reservatórios (*), a vazão turbinada nas usinas hidroelétricas, e o vertimento estão sujeitos às restrições

$$\left. \begin{aligned} x_j^m &\in X_j = \{x_j^m \text{ t.q. } \underline{x}_j \leq x_j^m \leq \bar{x}_j\} \\ u_j^m &\in U_j = \{u_j^m \text{ t.q. } \underline{u}_j \leq u_j^m \leq \bar{u}_j\} \\ v_j^m &\geq 0 \end{aligned} \right\} \quad , \quad j \in J, m \in M \quad (2.7)$$

Considera-se, ainda, fixados os estados iniciais e finais dos reservatórios. Isto para compatibilizar a solução com outra existente para um período mais longo, ou mesmo por conhecimento empírico.

$$\left. \begin{aligned} x_j^0 \\ x_j^T \end{aligned} \right\} \text{fixados, } j \in J \quad (2.8)$$

Resumindo, o problema consiste em minimizar (2.1), sujeito às restrições (2.2) a (2.8). Este é um problema de controle estocástico, de grande porte, não linear, com restrições nas variáveis de estado e controle. Para solucioná-lo, é obtido primeiramente um problema determinístico equivalente. Em seguida, aplica-se decomposição por dualidade, conseguindo-se subproblemas mais simples. A solução ótima é alcançada por uma estrutura de cálculo hierárquico. Assim, é possível resolver o problema para sistemas hidrotérmicos de grande porte.

(*) Quando a usina não tiver reservatório, assume-se para ela um reservatório fictício, com volume igual ao de sua bacia de acumulação.

Antes de apresentar o procedimento de solução, vamos fazer alguns comentários sobre a formulação.

O funcional J (equação 2.1) poderia incluir uma taxa de desconto para colocar no valor presente o custo de operação em cada intervalo. Esta taxa é muito pequena em prazos curtos, sendo correto desprezá-la. No entanto, sua inclusão não aumentaria o grau de dificuldade do problema.

Os limites inferiores de geração nas usinas térmicas (equação 2.2) podem ser maiores ou iguais a zero. Sendo maiores, a geração correspondente $(\sum_{i \in I_k} g_i)$ é obrigatória, qualquer que seja a solução do problema. Neste caso, quando for conveniente, pode-se abater a geração obrigatória da demanda primária e considerar nulos os limites inferiores de geração térmica.

A equação de balanço de energia (equação 2.3) assume implicitamente que o sistema está eletricamente interligado. Caso esta hipótese não seja verdade, pode-se escrever uma equação semelhante para cada área interligada do sistema

$$\sum_{i \in I_k} g_i^m + \sum_{j \in J_k} h_j^m = d_k^m, \quad m \in M, \quad k = 1, 2, \dots, r$$

$$I_1 \oplus I_2 \oplus \dots \oplus I_r = I \quad (2.9)$$

$$J_1 \oplus J_2 \oplus \dots \oplus J_r = J$$

$$d_1^m + d_2^m + \dots + d_r^m = d^m, \quad m \in M$$

onde I_k é o conjunto de usinas térmicas na área k ; J_k é o conjunto de usinas hidráulicas na área k ; r é o número de subsistemas (áreas) eletricamente interligados e sem conexões elétricas com outras áreas do sistema; d_k^m é a demanda da área k no intervalo m .

O problema pode ser subdividido em r problemas independentes, e cada um destes resolvido separadamente. Para isso, utiliza-se a mesma técnica adotada para sistemas completamente interligados.

Visto que as considerações mencionadas não aumentam o grau de dificuldade para a solução do problema, podemos, sem perda de generalidade, estudar

apenas o caso de sistemas interligados, onde seja válida a equação (2.3) do balanço de energia.

A função ϕ_j , de geração nas usinas hidroelétricas (equação 2.4), não leva em conta o nível do reservatório imediatamente a jusante de j . Embora a experiência confirme a validade desta aproximação, para alguns sistemas, com topografias particulares, pode ser aconselhável fazer um novo modelo onde ϕ_j seja função também do nível de jusante. Eventualmente, isto pode complicar a resolução.

A equação dinâmica de evolução dos reservatórios (equação 2.5) não inclui explicitamente as perdas por evaporação e infiltração nos reservatórios. No entanto, estas perdas podem ser consideradas sem acarretar dificuldades para a solução do problema.

Na equação 2.6 está implícito que cada reservatório tem apenas uma usina a jusante. Existem configurações particulares, entre as quais pode ser mencionada o Complexo de Paulo Afonso, situado no rio São Francisco, onde esta hipótese não é verdade. Estes casos são muito raros e para eles devem ser feitos modelos específicos.

Por exemplo, no Complexo de Paulo Afonso (figura 2.1) a água do reservatório de Moxotó pode ser turbinada ou vertida na usina de Moxotó, passando em seguida por PA I-III, ou desviada para PA-IV. No último caso a água não passa pelas usinas de Moxotó e PA I-III.

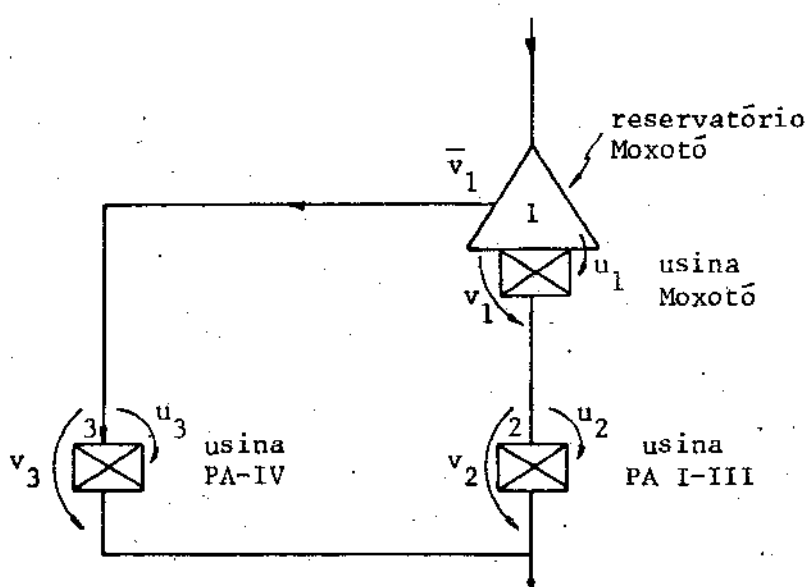


Figura 2.1

Para considerar esta configuração no modelo aqui apresentado, é suficiente substituir a equação dinâmica (equação 2.5) para o reservatório de Moxotó por:

$$x_1^{m+1} = x_1^m + y_1^m + z_1^m - u_1^m - (v_1^m + \bar{v}_1^m)$$

As equações 2.6, das vazões controláveis para as usinas PA I-III e PA-IV ficam, respectivamente,

$$z_2^m = u_1^{m-t_{12}} + v_1^{m-t_{12}}$$

e

$$z_3^m = \bar{v}_1^{m-t_{13}}$$

Os limites superiores para vertimentos não são considerados na equação 2.7. Os limites superiores existem por razões de segurança, para evitar inundações e danos ao sistema, sendo importante em períodos de grandes águas. Na presença de cheias, a economia de operação passa para um plano secundário e a segurança torna-se o principal objetivo.

O problema com que estamos preocupados, de racionalizar os gastos com a operação a curto prazo, parte do pressuposto de que não existe água em excesso no sistema. Assim, não precisamos limitar superiormente os vertimentos, pois a hipótese de cheias está descartada.

Os pontos extremos da trajetória são considerados fixos em (2.8). Pode-se também fixar apenas os estados iniciais e atribuir funções de ganho aos estados finais, que reflitam o valor futuro da água estocada nos reservatórios. Quando se optar pelo uso destas funções, é necessário substituir a função objetivo (equação 2.1) e as restrições (2.8) por (2.10) e (2.11), respectivamente.

$$J = \sum_{m \in M} \sum_{i \in I} \psi_i(g_i^m) - \sum_{j \in J} f_j(x_j^T) \quad (2.10)$$

$$x_j \text{ fixados}, \quad j \in J \quad (2.11)$$

onde f_j são as funções de ganho atribuídas aos estados finais.

Nos itens seguintes serão apresentados os procedimentos adotados para solucionar o problema. Primeiramente, trata-se do aspecto aleatório da demanda, obtendo-se um problema equivalente determinístico. Em seguida, aplica-se decomposição por dualidade com a finalidade de chegar-se a subproblemas mais simples.

2.2.2 - Equivalente Determinístico

Qualquer que seja a política de geração sugerida pelo operador, existe a possibilidade de déficit ou superávit de energia, devido ao caráter aleatório da demanda. Soares [32,33] propõe um problema determinístico equivalente, através de uma abordagem clássica para o problema de recursos aleatórios em programação estocástica - "problemas de dois estágios" [34]. Transfere-se para a função objetivo, com fatores de penalização apropriados, o valor esperado associado a déficit e superávit das restrições aleatórias.

Assim, seja p^m a energia produzida pelo sistema no período m .

$$\sum_{i \in I} g_i^m + \sum_{j \in J} h_j^m = p^m, \quad m \in M \quad (2.12)$$

A nova função objetivo, adotada no problema determinístico equivalente é:

$$J' = \sum_{m \in M} \sum_{i \in I} \psi_i(g_i^m) + \alpha^m \int_0^{p^m} (d^m - p^m) dF_m(d^m) + \beta^m \int_{p^m}^{\infty} (d^m - p^m) dF_m(d^m) \quad (2.13)$$

O problema determinístico equivalente é minimizar (2.13), sujeito às restrições (2.2), (2.4)-(2.8) e (2.12). Deve-se salientar que neste problema é introduzida uma nova variável de decisão (p^m), correspondente a quantidade (ótima) de energia que deve ser produzida no intervalo m ($m \in M$). Se a demanda de energia ficar abaixo deste valor, ou excedê-lo, o sistema ganha ou paga pelos respectivos excessos e déficits de energia, aos preços unitários de α^m e β^m . A função objetivo J' expressa um compromisso entre o custo atual de operação do

sistema e o custo corretivo para satisfazer a demanda.

Soares [32,33] supõe que α^m e β^m são os preços de exportação e importação de energia, trocada com mercados vizinhos. Estes coeficientes são assumidos constantes, isto é, as funções custo de importação e exportação são consideradas estritamente lineares. Na verdade, isto é uma aproximação, pois as condições de mercado impõem degeneração no preço, à medida que aumenta a oferta, e valorização, quando cresce a necessidade de importação. A não inclusão de limites na quantidade de energia exportada ou importada é outra aproximação. No procedimento que estudaremos adiante (procedimento II), consideraremos as trocas com mercados vizinhos de maneira mais realista.

Antes de descrevermos o método de decomposição usado em [32,33], vamos mostrar uma outra maneira de se obter o problema equivalente determinístico, partindo-se de um raciocínio ligeiramente diferente de Soares [32,33].

Supõe-se que a equação de balanço de energia seja:

$$\sum_{i \in I} g_i^m + \sum_{j \in J} h_j^m = d^m + e^m, \quad m \in M \quad (2.14)$$

e que a aleatoriedade da demanda seja compensada pela variável de folga e^m , correspondente à energia trocada com mercados vizinhos.

A energia é trocada com outros mercados com lucro (custo) incremental dado pela função R^m ,

$$R^m(e^m) = \alpha^m \cdot u(e^m) + \beta^m \cdot u(-e^m), \quad m \in M \quad (2.15)$$

onde u é a função degrau.

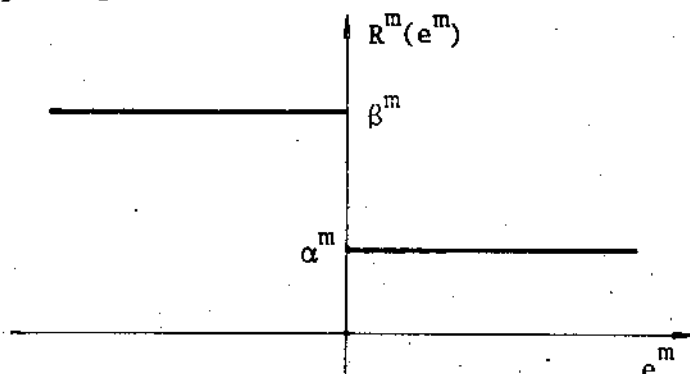


Figura 2.2

O objetivo é minimizar o custo total de operação do sistema. Queremos, então, minimizar o funcional

$$\bar{J} = \sum_{m \in M} \left\{ \sum_{i \in I} \psi_i(g_i^m) - \int_0^{e^m} R^m(\xi) d\xi \right\} \quad (2.16)$$

correspondente ao custo de geração térmica menos o lucro (custo) com exportações (importações).

Para considerar a aleatoriedade da demanda, substituiremos o funcional $\bar{J}$ por

$$\bar{J}' = E_d \left\{ \sum_{m \in M} \left[\sum_{i \in I} \psi_i(g_i^m) - \int_0^{e^m} R^m(\xi) d\xi \right] \right\} \quad (2.17)$$

que representa a esperança matemática, em relação ao vetor demanda (d), de gastos com a operação.

Supondo a demanda não correlacionada no tempo - esta hipótese também está implícita em [32,33] - e usando o fato de que a aleatoriedade da demanda é compensada pela variável e^m , temos

$$\bar{J}' = \sum_{m \in M} E_{d^m} \left\{ \sum_{i \in I} \psi_i(g_i^m) - \int_0^{e^m} R^m(\xi) d\xi \right\} \quad (2.18)$$

e

$$\bar{J}' = \sum_{m \in M} \left\{ \sum_{i \in I} \psi_i(g_i^m) - E_{d^m} \left[\int_0^{e^m} R^m(\xi) d\xi \right] \right\} \quad (2.19)$$

Definindo p^m como em (2.12) e substituindo na equação 2.14, obtem-

-se

$$e^m = p^m - d^m, \quad m \in M \quad (2.20)$$

Assim,

$$E_{d^m} \left[\int_0^{e^m} R^m(\xi) d\xi \right] = E_{d^m} \left[\int_0^{p^m - d^m} R^m(\xi) d\xi \right]$$

ou

$$\begin{aligned} E_{d^m} \left[\int_0^{e^m} R^m(\xi) d\xi \right] &= \int_0^{p^m} \left[\int_0^{p^m - d^m} R^m(\xi) d\xi \right] dF_m(d^m) + \\ &+ \int_{p^m}^{\infty} \left[\int_0^{p^m - d^m} R^m(\xi) d\xi \right] dF_m(d^m) = \\ &= \alpha^m \int_0^{p^m} (p^m - d^m) dF_m(d^m) + \\ &+ \beta^m \int_{p^m}^{\infty} (p^m - d^m) dF_m(d^m) \end{aligned} \quad (2.21)$$

Substituindo o resultado acima em (2.19), vem

$$\bar{J}' = \sum_{m \in M} \left\{ \sum_{i \in I} \psi_i(g_i^m) + \alpha^m \int_0^{p^m} (d^m - p^m) dF_m(d^m) + \beta^m \int_{p^m}^{\infty} (d^m - p^m) dF_m(d^m) \right\} \quad (2.22)$$

O funcional $\bar{J}'$ que aparece na equação 2.22 é o mesmo obtido por Soares [32,33] na determinação do problema determinístico equivalente.

Do que foi discutido acima, vemos que a idéia de "problema de dois estágios", adotada em [32,33] para a obtenção do problema determinístico equivalente, corresponde a uma esperança matemática (em relação à demanda) de gastos com a operação - com a hipótese de que o equilíbrio na equação de balanço de energia seja alcançado através de exportação e importação (de energia).

2.2.3 - Decomposição por Dualidade

Para tornar possível a solução do problema em sistemas hidrotérmicos de grande porte, vamos aplicar decomposição por dualidade. Subproblemas mais simples serão obtidos pela decomposição e uma estrutura hierárquica de cálculo fornecerá a solução ótima global.

É fácil mostrar que a função objetivo J' é convexa [32,33]. Substituindo as restrições (2.12) por

$$\sum_{i \in I} g_i^m + \sum_{j \in J} h_j^m \geq p^m, \quad m \in M \quad (2.23)$$

tem-se um domínio de factibilidade convexo. Logo o problema que queremos resolver é convexo.

A substituição das restrições (2.12) por (2.23) introduz soluções estranhas ao problema. No entanto como J' é decrescente com p [32,33] é imediato mostrar, através de um raciocínio por absurdo, que no ótimo as restrições (2.23) ficam ativas. Consequentemente, a solução ótima do problema não se altera com a manipulação.

Seja o Lagrangeano relativo às restrições (2.23):

$$L = J' + \sum_{m \in M} \lambda^m \left\{ p^m - \sum_{i \in I} g_i^m - \sum_{j \in J} h_j^m \right\} \quad (2.24)$$

A existência de um ponto de sela do Lagrangeano é condição necessária e suficiente para otimalidade em problemas convexos. Um mínimo de L em relação às variáveis primais g_i^m, p^m, u_j^m, x_j^m ($i \in I, j \in J, m \in M$), sujeito às restrições (2.2) (2.4)-(2.8), e um máximo em relação às variáveis duais λ^m ($m \in M$), sujeito a $\lambda^m \geq 0$, define o ponto de sela do Lagrangeano, solução do problema.

O método dual clássico em dois níveis é proposto para encontrar o ponto de sela. No nível inferior se minimiza L para λ fixo, isto é, avalia-se a função dual

$$H(\lambda) = \min L(g, p, u, x) \quad \text{s.a.} \quad (2.2) \quad (2.4)-(2.8) \quad (2.25)$$

No nível superior modifica-se os multiplicadores de Lagrange λ^m , de modo a maximizar a função dual $H(\lambda)$. Para isto, usa-se o gradiente formado pelas componentes.

$$\frac{\partial H(\lambda)}{\partial \lambda^m} = p^m - \sum_{i \in I} g_i^m - \sum_{j \in J} h_j^m, \quad m \in M \quad (2.26)$$

O Lagrangeano (2.24) é aditivamente separável

$$\begin{aligned} L = & \sum_{m \in M} \left\{ \sum_{i \in I} \psi_i(g_i^m) - \lambda^m \sum_{i \in I} g_i^m \right\} + \sum_{m \in M} \left\{ \alpha^m \int_0^{p^m} (d^m - p^m) dF_m(d^m) + \right. \\ & \left. + \beta^m \int_{p^m}^{\infty} (d^m - p^m) dF_m(d^m) + \lambda^m p^m \right\} - \sum_{m \in M} \left\{ \lambda^m \sum_{j \in J} h_j^m \right\} \end{aligned} \quad (2.27)$$

e sua minimização, para λ^m fixos, pode ser realizada separadamente em três subproblemas.

2.2.3.1 - Subproblema Térmico

$$\min \sum_{m \in M} \left\{ \sum_{i \in I} \psi_i(g_i^m) - \lambda^m \sum_{i \in I} g_i^m \right\} \quad (2.28)$$

$$\text{s.a.} \quad \underline{g}_i \leq g_i^m \leq \bar{g}_i \quad i \in I, \quad m \in M$$

Este problema é separável em $i \in I$, podendo ser resolvido por otimizações independentes, uma para cada usina termoeletrica $i \in I$.

$$\min \sum_{m \in M} \{ \psi_i(g_i^m) - \lambda^m g_i^m \} \quad (2.29)$$

$$\text{s.a.} \quad \underline{g}_i \leq g_i^m \leq \bar{g}_i \quad m \in M$$

A solução é

$$\hat{g}_i^m = \min \{ \bar{g}_i, \max [\underline{g}_i, \tilde{g}_i^m] \}$$

onde

$m \in M$

(2.30)

$$\left. \frac{d\psi_i(g_i^m)}{dg_i^m} \right|_{\tilde{g}_i^m} - \lambda^m = 0$$

Caso ψ_i não seja diferenciável, seu mínimo ($\hat{g}_i^m$) pode ser encontrado por um método qualquer de busca unidimensional.

2.2.3.2 - Subproblema Estocástico

$$\min \sum_{m \in M} \left\{ \alpha^m \int_0^{p^m} (d^m - p^m) dF_m(d^m) + \beta^m \int_{p^m}^{\infty} (d^m - p^m) dF_m(d^m) + \lambda^m p^m \right\} \quad (2.31)$$

A solução de (2.31) é facilmente obtida [32,33], sendo os p^m que resolvem (2.31) dados por:

$$\left| \begin{array}{ll} 0 & \text{se } \lambda > \beta \\ \hat{p}^m = F_m^{-1} \left(\frac{\beta^m - \lambda^m}{\beta^m - \lambda^m} \right) & \text{se } \lambda \in [\alpha, \beta], \quad m \in M \\ p_{\max} & \text{se } \lambda < \alpha \end{array} \right. \quad (2.32)$$

2.2.3.3 - Subproblema Hidroelétrico

$$\max \sum_{m \in M} \lambda^m \sum_{j \in J} h_j^m \quad \text{s.a.} \quad (2.4)-(2.8) \quad (2.34)$$

O subproblema hidroelétrico é solucionado por métodos iterativos e a eficiência computacional do procedimento adotado para resolver o problema global depende fortemente dele.

Na ausência de acoplamento entre as unidades hidroelétricas, representados pelas equações (2.6), o subproblema hidroelétrico reduz-se a otimizações independentes, uma para cada unidade j , cuja solução não oferece dificuldades.

Quando existem acoplamentos, caso mais geral, a solução do subproblema hidroelétrico requer atenção especial. No capítulo seguinte estudaremos algumas técnicas utilizáveis na solução deste subproblema, capazes de viabilizar o procedimento proposto para a solução do problema global.

2.2.4 - Estratégia Computacional

O procedimento computacional para resolver o problema pode ser resumido na seguinte sequência de passos:

- Passo I - Escolhe-se multiplicadores iniciais $\lambda^m \in [\alpha^m, \beta^m]$, $\lambda^m \geq 0$, $m \in M$.
- Passo II - Resolve-se o subproblema térmico de acordo com (2.30), obtendo-se $\hat{g}_i^m$, $i \in I$, $m \in M$.
- Passo III - Resolve-se o subproblema estocástico de acordo com (2.32), obtendo-se $\hat{p}^m$, $m \in M$.
- Passo IV - Resolve-se o subproblema hidroelétrico por um dos métodos que estudaremos no capítulo III, obtendo-se $\hat{x}_j^m$, $\hat{u}_j^m$, $j \in J$, $m \in M$.
- Passo V - Se (2.26) forem suficientemente pequenas, pára-se. A solução $\hat{g}_i^m$, $\hat{p}^m$, $\hat{x}_j^m$, $\hat{u}_j^m$, $i \in I$, $j \in J$, $m \in M$, será ótima.

ma para o problema original (problema primal).

Caso contrário, determina-se novos λ^m , usando-se, por exemplo um método de gradiente. Volta-se ao passo II.

A estrutura hierárquica de cálculo está esquematizada na figura 2.3 abaixo.

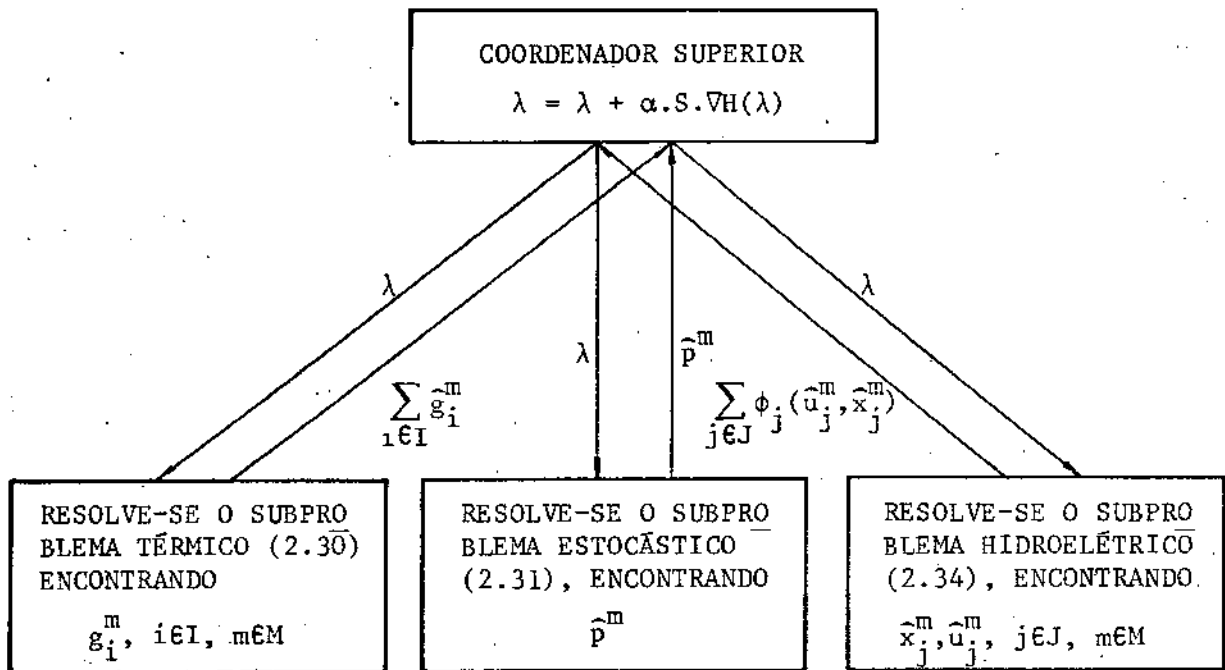


Figura 2.3

2.3 - Procedimento II

2.3.1 - Introdução

Neste procedimento trabalharemos com um novo modelo matemático para representar sistemas de geração hidrotérmicos. As hipóteses adotadas serão mais compatíveis com sistemas reais. O modelo será suficientemente flexível para considerar unidades de produção não convencionais (e.g. geração eólica, usinas solares, etc.) e mercados secundários de energia (exportações não contratadas, bombeamento, etc.).

Da mesma forma que no procedimento I, considera-se a possibilidade de importação e exportação de energia de/para sistema vizinhos (com interligações elétricas). No entanto, ao contrário do procedimento anterior, essas tro-

cas de energia são limitadas e o custo unitário pode variar com o montante de energia em jogo (comercializada).

Quando a geração própria do sistema for insuficiente para atender a demanda interna de energia, e as possibilidades de compra em mercados vizinhos tiverem se esgotado, o sistema será forçado a interromper o fornecimento de energia para parte do seu mercado. O modelo aqui adotado interpretará esta ocorrência como uma unidade de geração produzindo energia a custos muito elevados e custos incrementais crescentes com a quantidade de energia cortada (gerada). Estes custos devem refletir os danos causados à comunidade pelo "corte de carga".

No procedimento anterior (I) a aleatoriedade da demanda era compensada pela variável de folga e^m (equação 2.14) correspondente à energia trocada com mercados vizinhos. Esta hipótese nem sempre é realista, pois assume que os vizinhos possuem energia em quantidade ilimitada, sempre à disposição do sistema em estudo. Além disso, poderiam existir no sistema unidades ainda desligadas com custos incrementais de produção menores que o de importação. Essas unidades poderiam ser acionadas para compensar a aleatoriedade da demanda, satisfazendo a equação de balanço de energia (2.14).

A aleatoriedade da demanda no novo modelo será compensada tanto por importação como por geração interna, combinadas de forma que acarrete o mínimo custo incremental de produção.

Nos itens seguintes faremos uma descrição do sistema hidrotérmico e do modelo matemático adotado para representá-lo. Em seguida estudaremos a técnica usada para otimizar a geração em sistemas que possam ser satisfatoriamente representados pelo modelo.

2.3.2 - Descrição do Sistema

O sistema hidrotérmico em estudo é constituído por um número qualquer de usinas hidráulicas, situadas ou não em uma mesma bacia hidrográfica, usinas térmicas e interligações com outros sistemas produtores de energia. Pode ainda conter unidades geradoras não convencionais. A figura 2.4, baseada em Pronovost e outros [9,10], representa esquematicamente uma versão simples deste sistema.

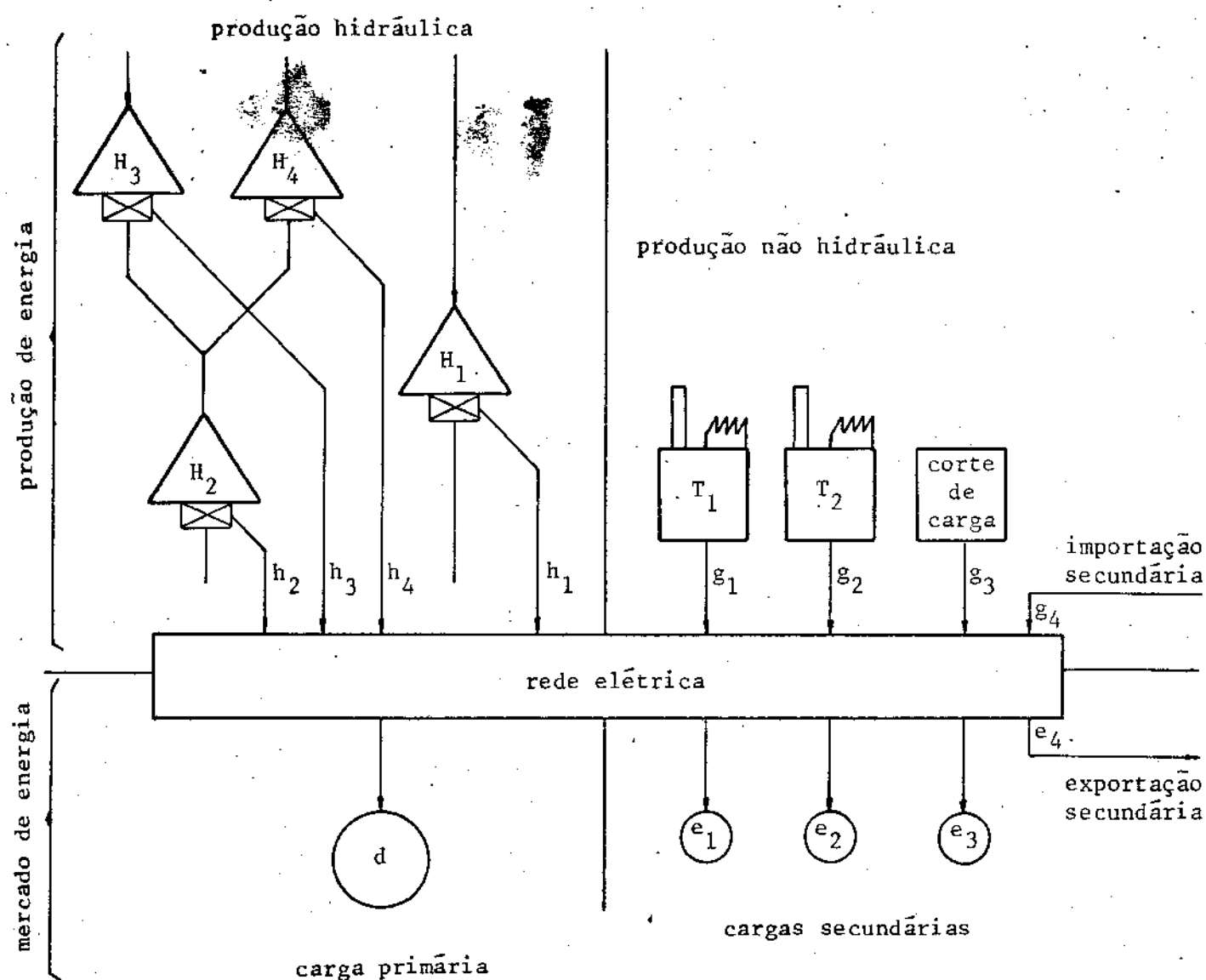


Figura 2.4

O modelo matemático do sistema divide as unidades de produção em duas categorias, seguindo a linha adotada por Pronovost [9,10]. Uma categoria é constituída por todas as formas de "geração" não hidráulicas (g_i^m), incluindo importação e corte de carga, quando for impossível atender a carga primária. A outra é constituída pelo subsistema hidroelétrico.

O mercado de energia é dividido em carga primária (d^m), que deve ser atendida sempre, e cargas secundárias (e_i^m), só atendidas quando for conveniente.

niente. A carga primária é formada pelo mercado primário interno e o saldo das trocas (importações e exportações) estipuladas por contratos. As exportações secundárias (não contratadas a priori), a energia usadas nas usinas internas de bombeamento, e possíveis cargas internas que possam ser cortadas sem danos (geralmente consomem energia a um preço mais barato), constituem a carga secundária do sistema.

Os modelos matemáticos adotados para representar o sistema serão discutidos nos itens seguintes.

2.3.3 - Modelos Matemáticos para Representar o Sistema

2.3.3.1 - Modelo para a Geração Não Hidráulica

A "geração" não hidráulica do sistema é formada por unidades térmicas (carvão, gás, óleo e nucleares), importações secundárias (não estipuladas por contrato), fontes não convencionais e corte de carga.

As gerações térmicas e importações secundárias são limitadas e geralmente têm custos incrementais não constantes. Corte de carga é o último recurso adotado por um sistema quando não consegue atender à demanda interna. É limitado superiormente pela demanda (interna) e realizado com custo incremental muito alto.

Cada fonte produtora de energia do sistema não hidráulico é caracterizada pelo seu custo incremental de operação μ_i , função da energia gerada g_i^m .

Todas as unidades produtoras funcionam numa faixa de operação limitada

$$g_i \leq g_i^m \leq \bar{g}_i, \quad i \in \bar{I}, \quad m \in M \quad (2.35)$$

onde $\bar{I}$ é o conjunto de índices de fontes geradoras não hidráulicas.

Conforme já foi observado em 2.2.1, os limites inferiores g_i podem ser considerados nulos, sem perda de generalidade. Adotaremos esta hipótese.

Quando as "usinas" não hidráulicas são usadas para produzir energia (com distribuição uniforme de potência no intervalo), os custos incrementais de geração μ_i são monotonamente crescentes. Se estas usinas são usadas pa-

ra produzir potência nas horas de demanda máxima, os custos μ_i dependem da forma como a geração é distribuída no intervalo (m). Neste caso, não podemos afirmar que os custos incrementais são monotonamente crescentes.

Uma vez que o nosso problema preocupa-se com racionalização da produção de energia, assume-se μ_i monotonamente crescentes.

A demonstração de convexidade do problema, necessária para garantir a convergência do algoritmo usado na otimização, é mais simples (e clara) supondo μ_i de classe C^1 . Esta hipótese é coerente com a realidade, a menos de um número finito de pontos.

Podemos supor μ_i convenientemente suavizadas nos pontos onde não forem de classe C^1 , como está ilustrado na figura 2.5. Isto facilita as demonstrações sem desfigurar as funções ou modificar os resultados. Com um tratamento matemático mais sofisticado, os mesmos resultados são demonstráveis considerando que μ_i podem não ser de classe C^1 em um número finito de pontos.

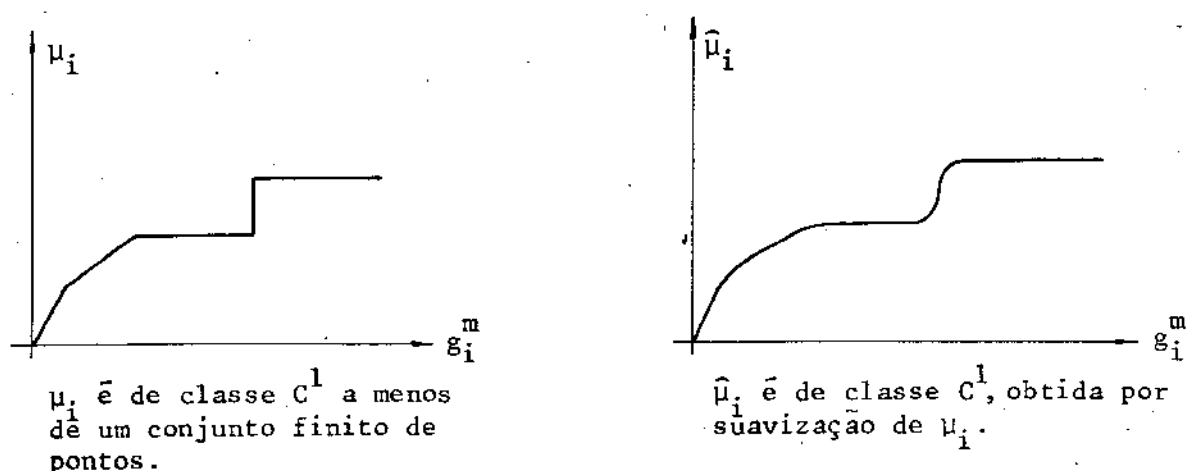


Figura 2.5

Para simplificar cálculos pode-se supor as funções μ_i lineares por partes. Como as funções custo de produção das usinas não hidráulicas geralmente podem ser bem aproximadas por curvas quadráticas, esta hipótese não é muito restritiva. Vale enfatizar que ela é desnecessária para o funcionamento do método, visando apenas facilitar cálculos. A hipótese importante é de monotonicidade.

de e suavidade (á menos de pontos) das μ_i .

As funções μ_i são combinadas de maneira a formar o custo incremental ótimo de "geração" não hidráulica (μ), função da geração g^m ,

$$g^m = \sum_{i \in I} g_i^m$$

$$\underline{g} \leq g^m \leq \bar{g} \quad , \quad m \in M$$

(2.36)

$$\underline{g} = \sum_{i \in I} \underline{g}_i = 0$$

$$\bar{g} = \sum_{i \in I} \bar{g}_i$$

Esta otimização simples para obter a função custo incremental (ótimo) da "geração" não hidráulica pode ser realizada por um dos métodos descritos em Kirchmayer [16], Stevenson [35] e Elgerd [36], na determinação do despacho ótimo sem perdas. Pronovost usou em [10] um método elegante para encontrar μ .

Demonstra-se trivialmente que a função μ é monotonamente crescente em consequência desta característica nas μ_i .

Durante o processo de determinação de μ obtêm-se também g_i^* , a participação (ótima) de cada fonte de produção não hidráulica para a geração total g^m , isto é, determina-se a produção ótima individual como função da geração total ($g_i^*(g^m)$).

Para fixar idéias, vamos tomar por exemplo um subsistema não hidráulico com três fontes de "geração", caracterizadas pelos custos incrementais mostrados na figura 2.6.

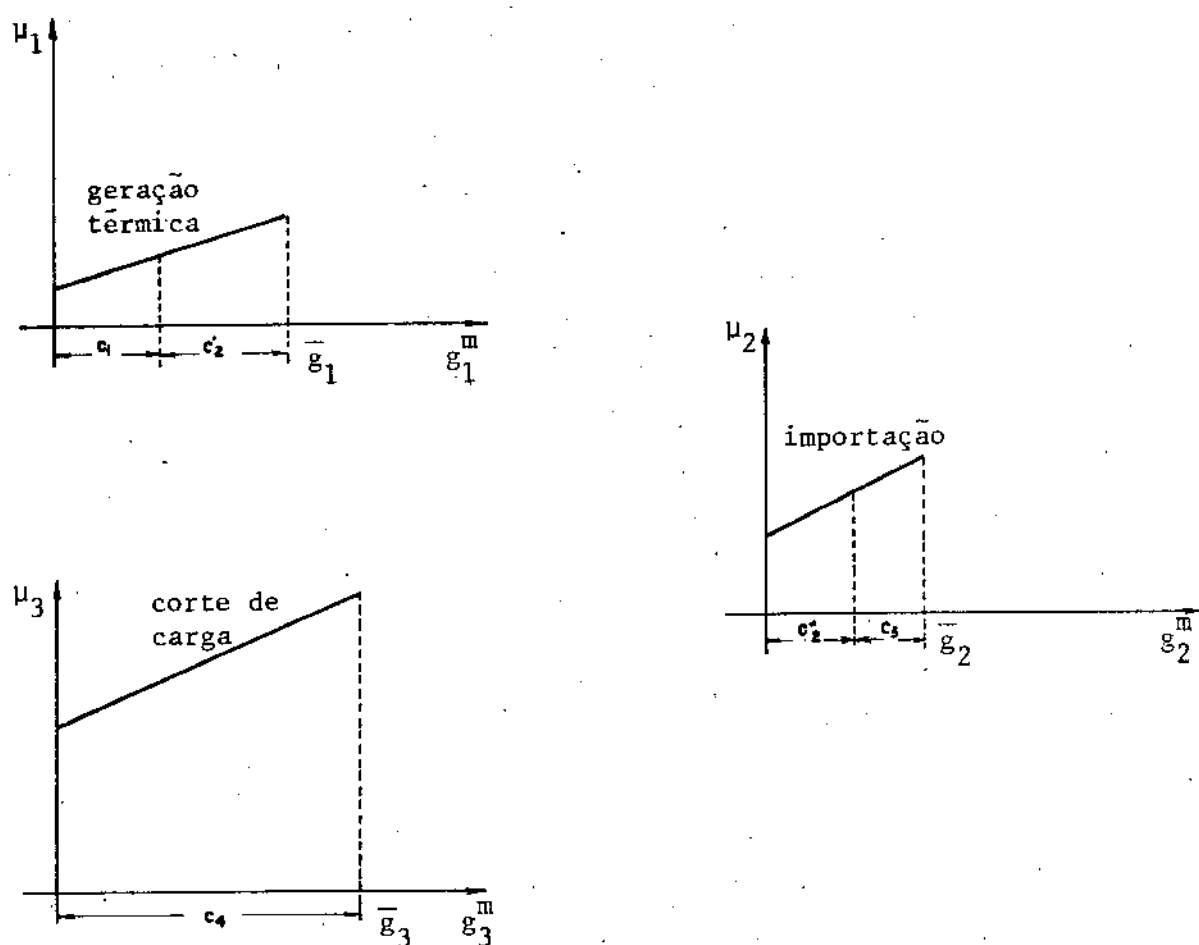


Figura 2.6

A função custo incremental do sistema (μ), resultante da combinação ótima das μ_i , está representada na figura 2.7.

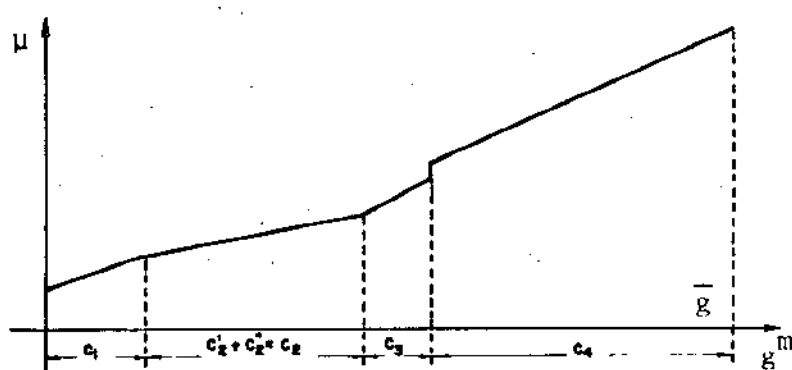


Figura 2.7

A figura 2.8 mostra as funções g_i^* do mesmo exemplo.

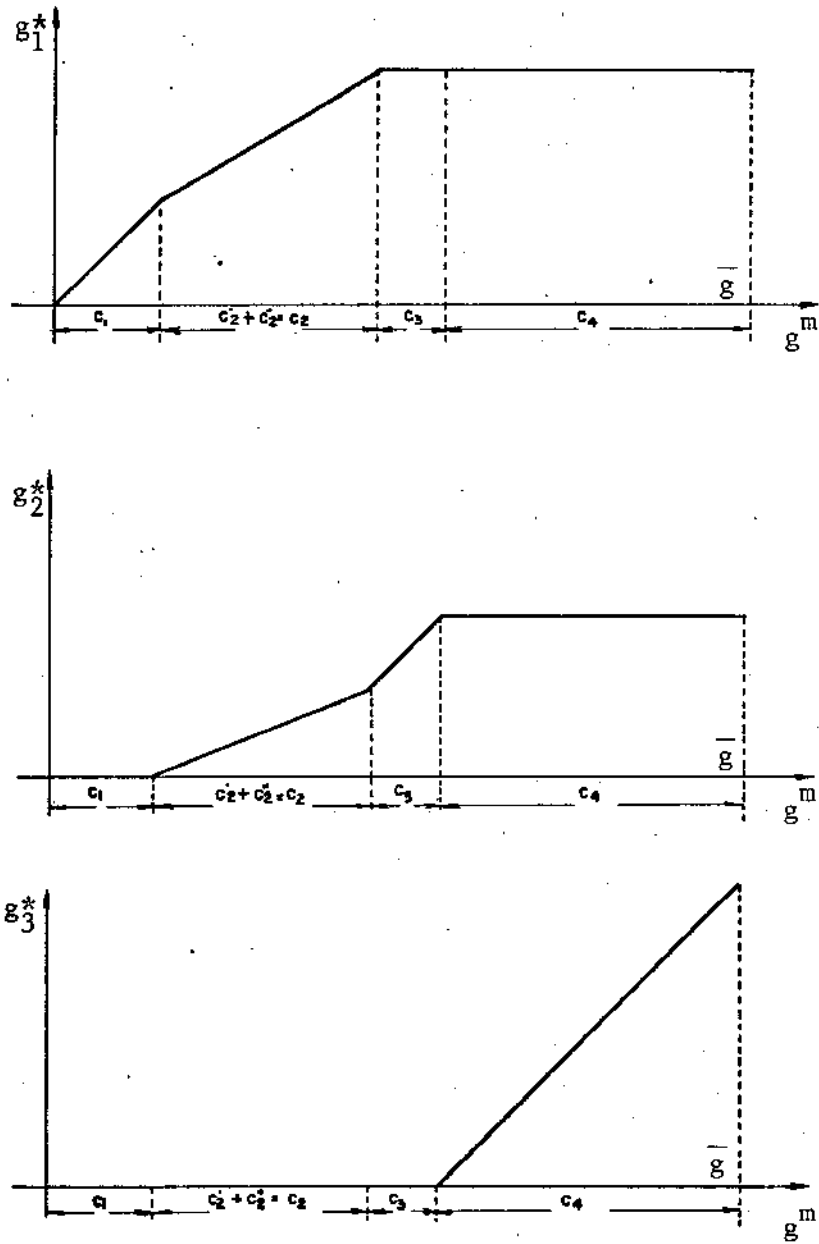


Figura 2.8

2.3.3.2 - Modelo para o Mercado de Energia

Foi visto na descrição do sistema que o mercado de energia é dividido em demanda primária e cargas secundárias. A demanda primária, formada pelo mercado primário interno e o saldo das trocas estipuladas por contrato, deve ser atendida sempre.

Seja p^m a energia total produzida pelo sistema no intervalo m ($p^m = g^m + h^m$, onde h^m é a geração hidráulica). A condição de que a demanda primária deva ser sempre atendida é

$$p^m \geq d^m, \quad m \in M \quad (2.37)$$

A demanda primária em cada intervalo de tempo (d^m) é uma variável aleatória definida em $[0, \infty)$. Supõe-se conhecida sua função distribuição acumulada $F_m(d^m)$, para cada intervalo, e inexistência de correlação no tempo.

As cargas secundárias são formadas por exportações não contratadas (exportações secundárias), energia usada nas usinas de bombeamento, e outras cargas internas que possam ser cortadas sem danos.

De forma análoga às fontes produtoras do sistema não hidráulico, as cargas secundárias são caracterizadas pelos seus lucros incrementais δ_ℓ , funções das energias fornecidas e_ℓ^m .

A energia consumida pelas cargas secundárias está sujeita aos limites

$$0 \leq e_\ell^m \leq \bar{e}_\ell, \quad \ell \in \bar{L}, \quad m \in M \quad (2.38)$$

onde $\bar{L}$ é o conjunto de índices de cargas secundárias.

Os limites inferiores são nulos porque cargas secundárias só são atendidas quando é conveniente (lucrativo), podendo sofrer interrupção total sem maiores problemas.

Como estamos supondo que as cargas secundárias consomem apenas energia, os lucros incrementais δ_ℓ são monotonamente decrescentes com a energia fornecida. O mesmo não poderia ser afirmado se as cargas solicitassem potência, distribuída irregularmente no intervalo.

Deve-se supor para as funções de lucros incrementais δ_ℓ as mesmas observações sobre suavidade feitas para as funções de custos incrementais μ_i .

Da mesma forma que as funções μ_i , as funções δ_ℓ podem ser supostas lineares por partes para simplificar cálculos. Aqui também a hipótese não é muito restritiva, nem necessária.

As funções δ_ℓ são combinadas de maneira a compor o lucro incremental ótimo (δ) para as cargas secundárias, função da carga e^m ,

$$e^m = \sum_{\ell \in \bar{L}} e_\ell^m$$

$$0 \leq e^m \leq \bar{e} \quad , \quad m \in M \quad (2.39)$$

$$\bar{e} = \sum_{\ell \in \bar{L}} \bar{e}_\ell$$

Para a obtenção de δ emprega-se o mesmo método utilizado na obtenção da função custo incremental ótimo (μ).

A partir do decrescimento monótono das funções δ_ℓ , é simples mostrar que δ é também monotonamente decrescente.

No processo de determinação de δ obtém-se o fornecimento ótimo para cada carga secundária em função da carga secundária total ($e_\ell^*(e^m)$).

Para fixar idéias, vamos supor o exemplo simples de um sistema com três mercados secundários, representados pelos lucros incrementais mostrados na figura 2.9.

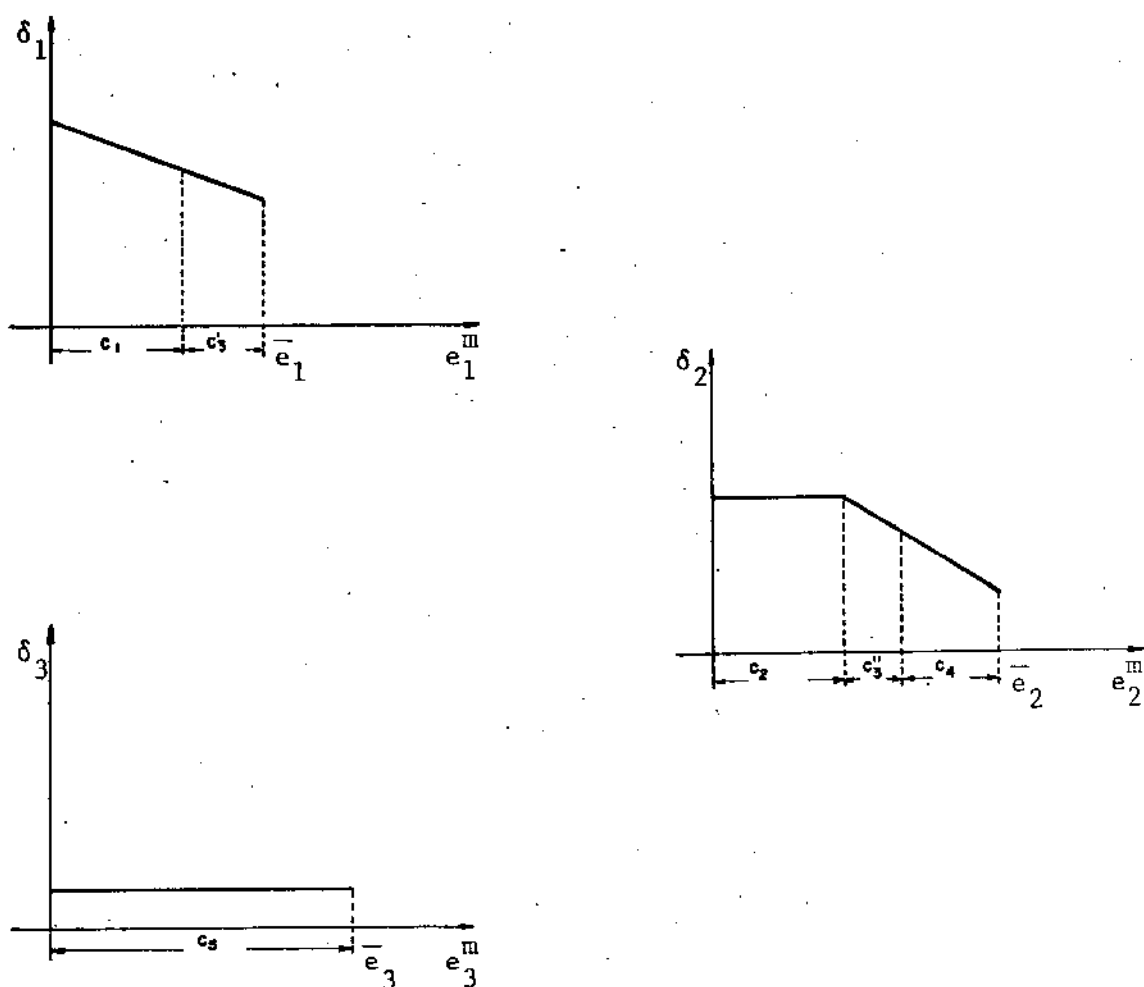


Figura 2.9

A função lucro incremental ótimo (δ) e as funções de fornecimento ótimo (e_ℓ^*) estão nas figuras 2.10 e 2.11, respectivamente.

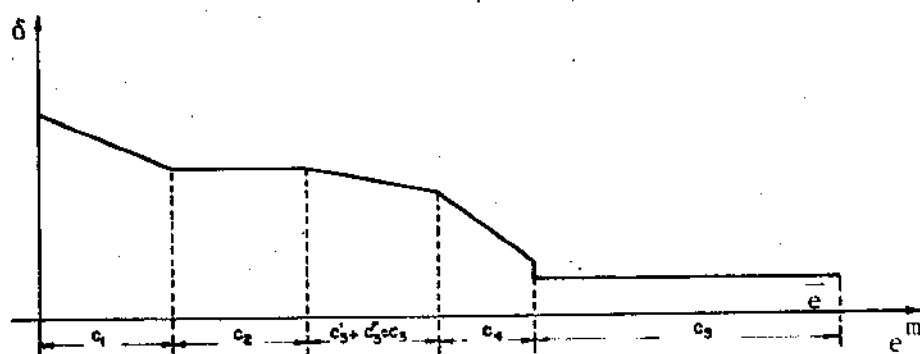


Figura 2.10

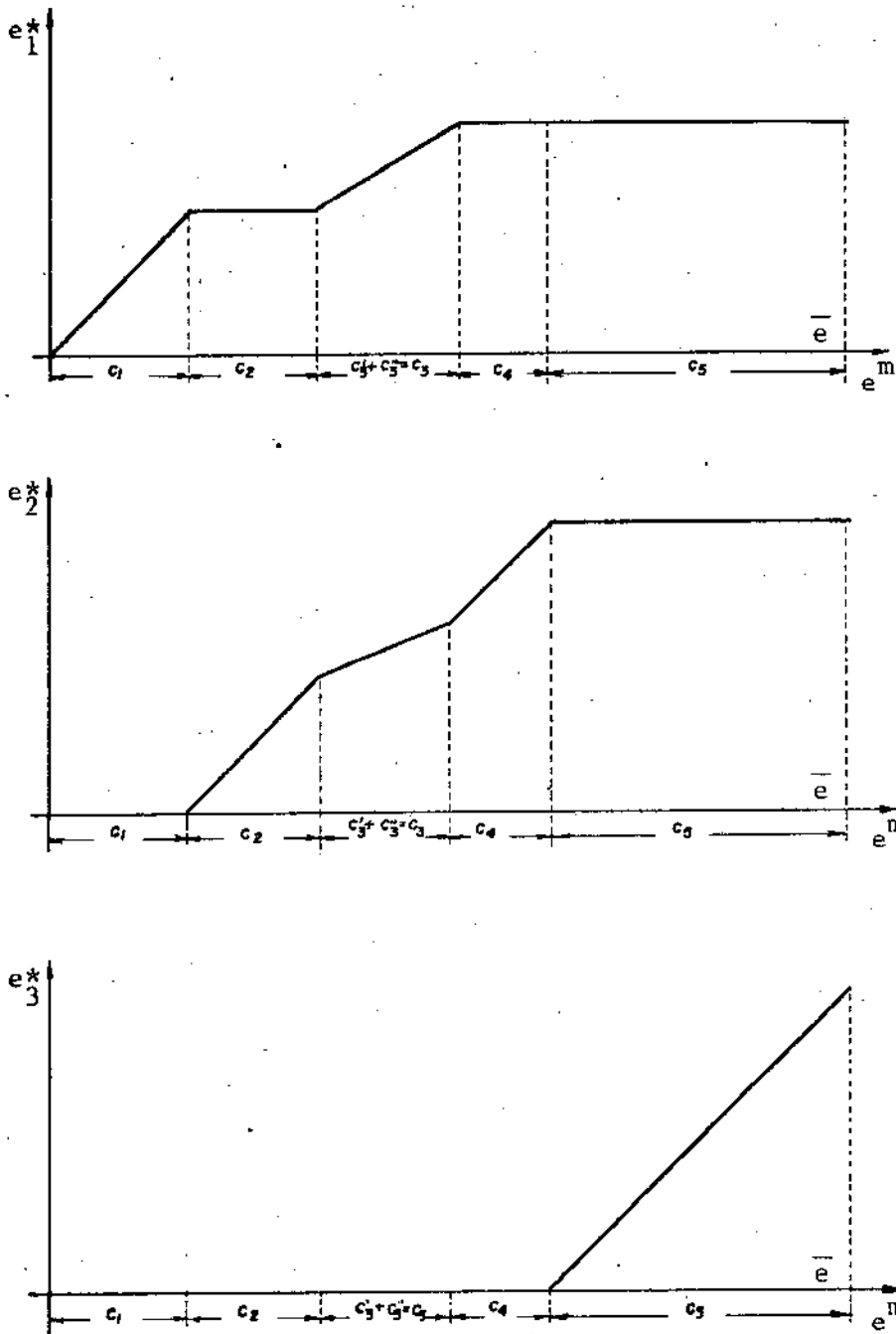


Figura 2.11

Eventualmente, as funções δ e μ poderiam ser indexadas por intervalo. Isto para considerar a possibilidade de mudanças no mercado consumidor de energia secundária e/ou parque gerador. Como estamos mais preocupados com o problema de curto prazo, supõe-se que tais mudanças não ocorrem e descarta-se a indexação (desnecessária).

2.3.3.3 - Modelo para o subsistema hidroelétrico

O subsistema hidroelétrico é constituído por um número qualquer de usinas, com reservatório ou a fio d'água, situadas em uma ou várias bacias hidrográficas.

Chama-se a geração hidroelétrica total de h^m .

$$h^m = \sum_{j \in J} h_j^m, \quad j \in J, m \in M \quad (2.40)$$

e considera-se nulo o custo incremental de geração hidráulica.

Além disso, adotaremos para representar o sistema hidroelétrico o mesmo modelo (e nomenclatura) utilizado no procedimento I, representado pelas equações (2.4)-(2.8). Para facilitar referência, reescreveremos sumariamente as equações.

$$h_j^m = \phi_j(u_j^m, x_j^m), \quad j \in J, m \in M \quad (2.41)$$

sendo ϕ_j uma função côncava.

$$x_j^{m+1} = x_j^m + y_j^m + z_j^m - u_j^m - v_j^m, \quad j \in J, m \in M \quad (2.42)$$

$$z_j^m = \sum_{k \in S_j} (u_j^{m-t_{kj}} + v_j^{m-t_{kj}}), \quad j \in J, m \in M \quad (2.43)$$

$$\left. \begin{aligned} x_j^m &\in X_j = \{x_j^m \text{ t.q. } \underline{x}_j \leq x_j^m \leq \bar{x}_j\} \\ u_j^m &\in U_j = \{u_j^m \text{ t.q. } \underline{u}_j \leq u_j^m \leq \bar{u}_j\} \\ v_j^m &\geq 0 \end{aligned} \right\} \quad j \in J, m \in M \quad (2.44)$$

$$\left. \begin{array}{l} x_j^0 \\ x_j^T \end{array} \right\} \text{fixados, } j \in J \quad (2.45)$$

onde 0 e T são, respectivamente, os instantes iniciais e finais de M .

São pertinentes todos os comentários feitos em 2.2.1 sobre o modelo para o sistema hidráulico. Não os repetiremos aqui.

2.3.4 - Formulação do Problema e Estratégia de Solução

Estamos preocupados em racionalizar a operação do sistema de tal maneira que ele atenda às necessidades de energia do seu mercado com o menor custo possível.

Equivalentemente, poderíamos maximizar o lucro do sistema, sob a restrição de que a demanda primária fosse sempre satisfeita. Nessas condições, o lucro com o fornecimento de energia para o mercado interno é sempre uma constante que, sendo a geração de energia elétrica no Brasil monopólio do estado, pode ser modificada de acordo com a conveniência do País. Como sua inclusão não modifica a trajetória de estado e sequência de controles que resolvem o problema, preferimos não considerá-la no lucro com a operação do sistema e formular o problema em termos de minimização de custos, tornando o procedimento mais facilmente comparável com o anterior.

Formalmente, o problema consiste em minimizar o funcional J , correspondente ao custo total de operação do sistema no horizonte de estudo.

$$J = \sum_{m \in M} \left[\int_{h^m}^{p^m} \mu(\xi - h^m) d\xi - \int_{d^m}^{p^m} \delta(\xi - d^m) d\xi \right] \quad (2.46)$$

Os sistema hidráulico e não hidráulico estão acoplados em cada intervalo de tempo pela equação do balanço de energia

$$p^m = h^m + g^m = d^m + e^m, \quad m \in M \quad (2.47)$$

No funcional (2.46) supõe-se implicitamente que a energia consumida é sempre igual à energia produzida, isto é, a equação do balanço de energia (2.47) é satisfeita em todos os intervalos.

A otimização pode ser realizada em duas etapas. Na primeira, determina-se θ , que representa o custo mínimo de operação em função da geração hidráulica e da demanda.

$$\theta(h^m, d^m) = \min_{p^m} \bar{\theta}(h^m, d^m, p^m) \quad , \quad m \in M \quad (2.48)$$

$$\text{s.a.} \quad \max(h^m, d^m) \leq p^m \leq \min(d^m + \bar{e}, h^m + \bar{g}) \quad , \quad m \in M \quad (2.49)^{(*)}$$

onde $\bar{\theta}$ representa o custo de operação em função da geração hidráulica, da demanda, e da geração total.

$$\bar{\theta}(h^m, d^m, p^m) = \int_{h^m}^{p^m} \mu(\xi - h^m) d\xi - \int_{d^m}^{p^m} \delta(\xi - d^m) d\xi \quad , \quad m \in M \quad (2.50)$$

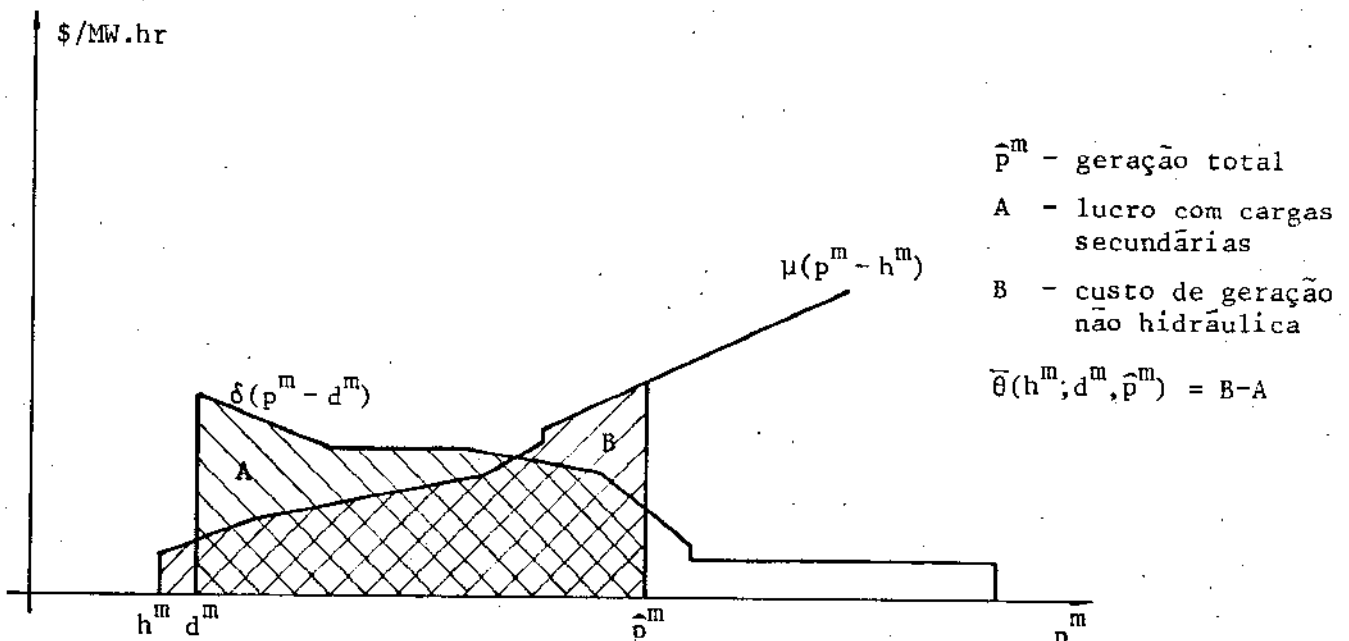


Figura 2.12

(*) As restrições (2.49) substituem as restrições (2.36), (2.37) e (2.39), garantindo também que as equações do balanço de energia (2.47) podem ser satisfeitas.

Na segunda etapa, resolve-se o problema P, obtendo as trajetórias de gerações hidráulicas.

$$P \begin{cases} \min J' \\ \text{s.a. (2.40)-(2.45)} \end{cases}$$

onde

$$J' = \sum_{m \in M} \theta(h^m, d^m) \quad (2.51)$$

Sendo a demanda aleatória, o funcional J' do problema P é também aleatório, e não se pode analisar a questão de minimização sem um tratamento adicional. Uma das possíveis alternativas é usar a esperança matemática de J' para obter um problema determinístico (equivalente). Adota-se este caminho, supondo a aleatoriedade da demanda compensada pela geração não-hidráulica e cargas secundárias, combinadas de forma a produzir um custo (líquido) mínimo de geração.

Tomando-se a esperança matemática de J' e usando o fato de que, por hipótese, não existe correlação no tempo para a demanda, tem-se

$$J'' = \sum_{m \in M} E_{d^m} \{ \theta(h^m, d^m) \} \quad (2.52)$$

J'' representa a esperança matemática, em relação ao vetor de demanda, de custos com a operação do sistema.

Deseja-se resolver o problema PP, equivalente determinístico de P, obtido pela introdução do funcional J'' no lugar de J' .

$$PP \begin{cases} \min \sum_{m \in M} \omega^m(h^m) \\ \text{s.a. (2.40)-(2.45)} \end{cases}$$

onde

$$\omega^m(h^m) = E_{d^m} \{ \theta(h^m, d^m) \}, \quad m \in M \quad (2.53)$$

$\omega^m(h^m)$ é a esperança de custo mínimo para operar o sistema no intervalo m com uma certa geração hidráulica h^m , conhecida a função distribuição acumulada de d^m .

Em 2.3.4.1 e 2.3.4.2 discute-se a obtenção e solução de PP.

2.3.4.1 - Minimização do Custo por Intervalo - Obtenção do Problema PP

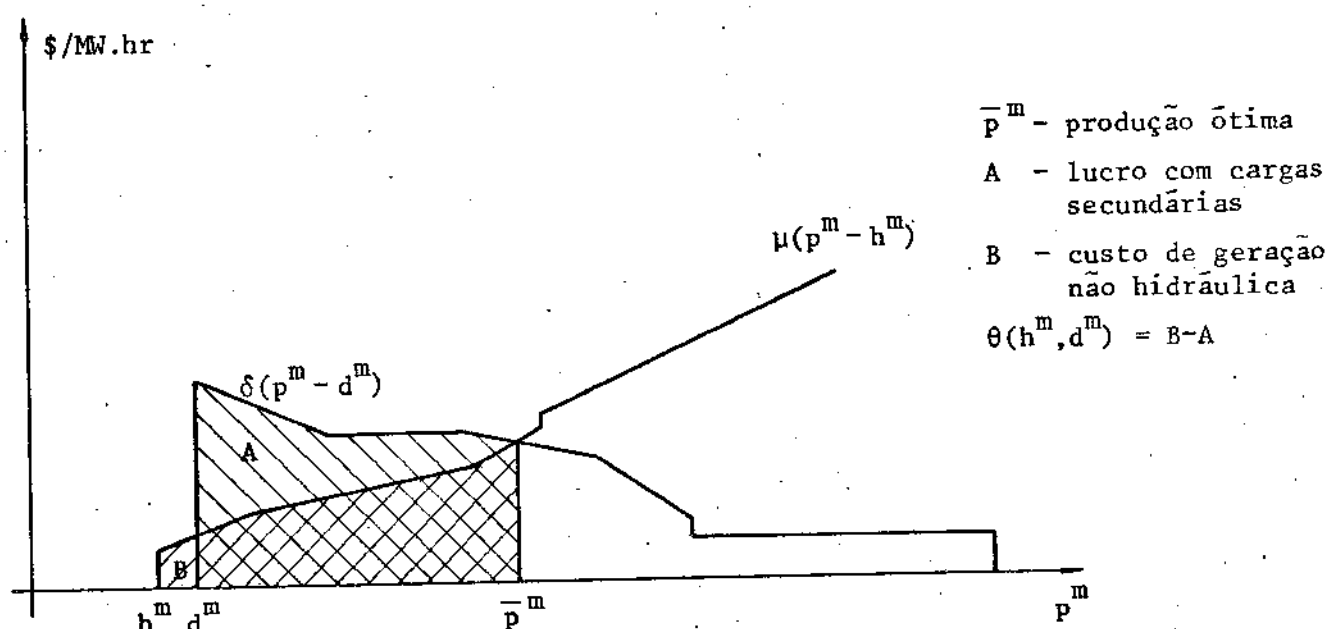


Figura 2.13

Denomina-se $\bar{p}^m(h^m, d^m)$ o ponto que, em cada intervalo de tempo, minimiza $\bar{\theta}$, determinando-se θ , isto é, $\bar{p}^m(h^m, d^m)$ é a quantidade de energia que, conhecidas a geração hidráulica e a demanda interna do sistema, deve ser produzida (e consumida) para minimizar o custo de operação no intervalo m .

$$\frac{\partial^2 \bar{\theta}}{\partial (p^m)^2} = \mu'(p^m - h^m) - \delta'(p^m - d^m), \quad m \in M \quad (2.54)$$

Sendo μ monotonamente crescente e δ monotonamente decrescente,

$$\frac{\partial^2 \bar{\theta}}{\partial (p^m)^2} \geq 0, \quad m \in M \quad (2.55)$$

acarretando que $\bar{\theta}$ é função convexa de p^m em todos os intervalos (mfm). Logo, o ponto $\bar{p}^m(h^m, d^m)$ está localizado em ponto crítico de $\bar{\theta}$, ou em um dos extremos do intervalo de factibilidade.

O mínimo de $\bar{\theta}(h^m, d^m, p^m)$ está localizado em ponto crítico quando existe p^m factível tal que $\mu(p^m - h^m) = \delta(p^m - d^m)$.

$$\bar{p}^m(h^m, d^m) = \left\{ p^m \in [\max(h^m, d^m), \min(d^m + \bar{e}, h^m + \bar{g})] \quad \text{t.q.} \right. \\ \left. \mu(p^m - h^m) = \delta(p^m - d^m) \right\} \quad (2.56)$$

Para facilitar cálculos, supõe-se a função δ definida no intervalo $[0, \infty)$, sendo nula nos pontos maiores do que $\bar{e}$. Assim, a única condição para que o mínimo de $\bar{\theta}$ seja um ponto crítico é

$$\mu(d^m - h^m) \leq \delta(0) \quad (2.57)$$

Isto, devido à monotonicidade de μ e δ .

Caso a condição (2.57) não seja verificada,

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial p^m} = \mu(p^m - h^m) - \delta(p^m - d^m) > 0 \quad (2.58)$$

para todo $p^m \geq d^m$ (em consequência da monotonicidade de μ e δ), fazendo com que $\bar{\theta}$ seja crescente em função de p^m .

Logo

$$\bar{p}^m(h^m, d^m) = d^m \quad (2.59)$$

Teoricamente, poderia acontecer que o conjunto (2.56) fosse constituído por um número infinito de pontos. Isto aconteceria se a igualdade $\mu(p^m - h^m) = \delta(p^m - d^m)$ se verificasse em um intervalo, onde μ e δ tivessem derivadas nulas, como mostra a figura 2.14.

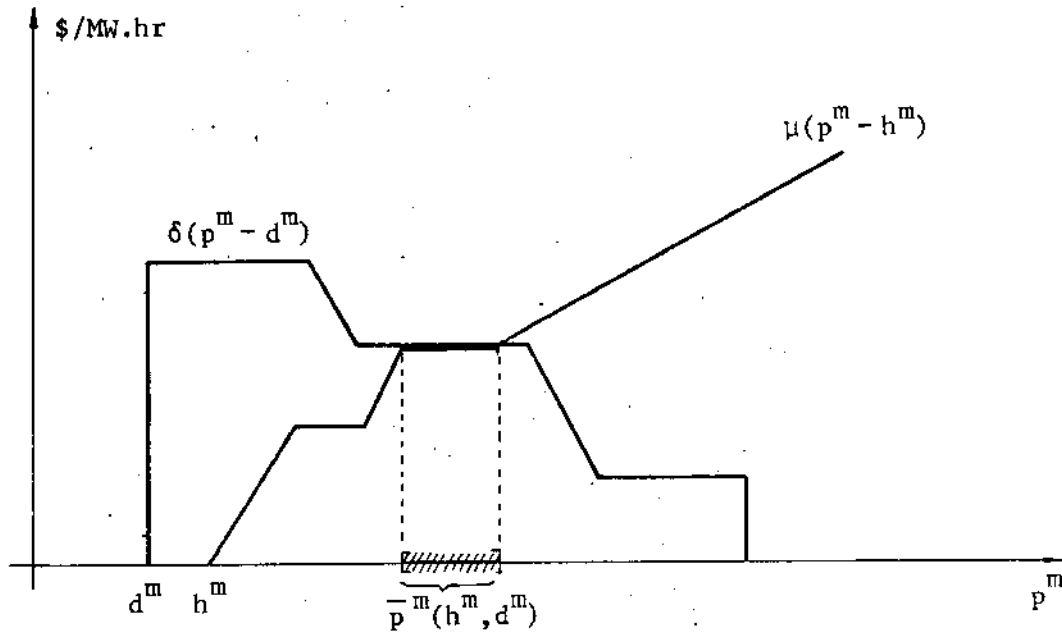


Figura 2.14

Em problemas reais $\bar{p}^m(h^m, d^m)$ é sempre um conjunto unitário, pois não existe fonte produtora (ou combinação delas) com custo incremental de operação exatamente igual ao lucro incremental de uma carga secundária (ou combinação delas). Assim, $\bar{p}^m(h^m, d^m)$ é um ponto único, bem definido, isto é, $\bar{p}^m$ é função da geração hidráulica e da demanda no intervalo.

$\bar{p}^m(h^m, d^m)$ é a quantidade de energia que, conhecidas a geração hidráulica e a demanda interna do sistema, deve ser produzida (e consumida) para minimizar o custo de operação no intervalo m .

Adiante será necessário utilizar a propriedade

$$\frac{\partial \bar{p}^m(h^m, d^m)}{\partial h^m} \in [0, 1], \quad m \in M \quad (2.60)$$

Se (2.56) verifica-se, demonstra-se (2.60) através do teorema da Função Implícita. Seja:

$$G(h^m) = F(\bar{p}^m(h^m, d^m), h^m, d^m) = \mu(\bar{p}^m - h^m) - \delta(\bar{p}^m - d^m) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{dG(h^m)}{dh^m} = \frac{\partial F}{\partial \bar{p}^m} \frac{\partial \bar{p}^m}{\partial h^m} + \frac{\partial F}{\partial h^m} = 0$$

$$\Rightarrow [\mu'(\bar{p}^m - h^m) - \delta'(\bar{p}^m - d^m)] \frac{\partial \bar{p}^m}{\partial h^m} - \mu'(\bar{p}^m - h^m) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\partial \bar{p}^m}{\partial h^m} = \frac{\mu'(\bar{p}^m - h^m)}{\mu'(\bar{p}^m - h^m) - \delta'(\bar{p}^m - d^m)} \quad (2.61)$$

Do que foi observado anteriormente a respeito de $\bar{p}^m$ em sistemas reais, conclue-se que $\mu'(\bar{p}^m - h^m)$ e $\delta'(\bar{p}^m - d^m)$ não podem ser simultaneamente nulos. Logo (2.61) implica que

$$\frac{\partial \bar{p}^m}{\partial h^m} \in [0, 1]$$

Caso contrário, se (2.59) verificar-se, a demonstração de (2.60) é trivial

$$\frac{\partial \bar{p}^m}{\partial h^m} = \frac{\partial d^m}{\partial h^m} = 0 \Rightarrow \frac{\partial \bar{p}^m}{\partial h^m} \in [0, 1]$$

Assim, a propriedade (2.60) é verdade em ambos os casos.

Conhecendo-se $\bar{p}^m(h^m, d^m)$ é possível caracterizar as funções $\omega^m(h^m)$

$$\omega^m(h^m) = E_{d^m} \left\{ \bar{\theta}(h^m, d^m, \bar{p}^m) \right\} = E_{d^m} \left\{ \int_{h^m}^{\bar{p}^m} \mu(\xi - h^m) d\xi - \int_{d^m}^{\bar{p}^m} \delta(\xi - d^m) d\xi \right\} \quad (2.62)$$

Foi visto como determinar os pontos $\bar{p}^m(h^m, d^m)$. Isto, junto com (2.62), permite obter $\omega^m(h^m)$ para os h^m factíveis, em todos mEM.

Após a solução de PP, obtida a trajetória de geração hidráulica $\{h^m\}$ para o horizonte em estudo, pode-se com auxílio das funções $\bar{p}^m(h^m, d^m)$ levantar as curvas de produção ótima de energia não hidráulica $g^*(d^m)$, e de atendimento ótimo de cargas secundárias $e^*(d^m)$, em função da demanda em cada intervalo (mEM). Estas funções, junto com g_1^* e e_{ℓ}^* já encontradas, permitem ao operador, conhecendo a demanda no intervalo, determinar quanto cada unidade geradora não hidráulica deve produzir e como as cargas secundárias devem ser atendidas, para operar o sistema de maneira ótima.

Nos itens seguintes descreve-se a estratégia adotada na solução do problema PP.

2.3.4.2 - Otimização da Geração Hidroelétrica - Solução do Problema PP

Deseja-se resolver o problema PP.

$$PP \quad \left\{ \begin{array}{l} \min \sum_{m \in M} \omega^m(h^m) \\ \\ \text{s.a (2.40)-(2.45)} \end{array} \right.$$

Para isso, vamos primeiramente apresentar duas propriedades importantes das funções $\omega^m(h^m)$, referentes ao decrescimento monótono e convexidade.

De (2.53) vem

$$\frac{d\omega^m(h^m)}{dh^m} = E_{d^m} \left\{ \frac{\partial \theta(h^m, d^m)}{\partial h^m} \right\} \quad (2.63)$$

$$\frac{\partial \theta(h^m, d^m)}{\partial h^m} = -\mu(\bar{p}^m - h^m) \quad (2.64)$$

Como $\bar{p}^m \geq h^m$, $\mu(0) \geq 0$, e μ é monotonamente crescente,

$$\frac{\partial \theta(h^m, d^m)}{\partial h^m} \leq 0$$

Substituindo o resultado acima em (2.63), vem

$$\frac{d\omega^m(h^m)}{dh^m} \leq 0 \quad (2.65)$$

O resultado (2.65) mostra que a função $\omega^m(h^m)$ é monotonamente decrescente.

De (2.63) vem

$$\frac{d^2\omega^m(h^m)}{d(h^m)^2} = E_{d^m} \left\{ \frac{\partial^2 \theta(h^m, d^m)}{\partial (h^m)^2} \right\} \quad (2.66)$$

Derivando (2.64), temos

$$\frac{\partial^2 \theta(h^m, d^m)}{\partial (h^m)^2} = \mu'(\bar{p}^m - h^m) \left(1 - \frac{\partial \bar{p}^m}{\partial h^m}\right)$$

Usando a propriedade (2.60), $\partial \bar{p}^m / \partial h^m \in [0, 1]$, e lembrando que μ é monotonamente crescente ($\mu' \geq 0$), o resultado acima implica que

$$\frac{\partial^2 \theta(h^m, d^m)}{\partial (h^m)^2} \geq 0 \quad (2.67)$$

Substituindo (2.67) em (2.66), temos

$$\frac{d^2\omega^m(h^m)}{d(h^m)^2} \geq 0 \quad (2.68)$$

O resultado (2.68) demonstra que $\omega^m(h^m)$ é função convexa.

Usando a propriedade de convexidade de $\omega^m(h^m)$, conclui-se que o funcional a minimizar em PP, formado por soma finita de funções convexas, é convexo. Substituindo as restrições (2.40) por

$$h^m \leq \sum_{j \in J} h_j^m, \quad m \in M \quad (2.69)$$

tem-se um domínio de factibilidade convexo, formado pelas restrições (2.41)-(2.45), (2.69).

Assim o problema $\overline{PP}$

$$\overline{PP} \left\{ \begin{array}{l} \min \sum_{m \in M} \omega^m(h^m) \\ \text{s.a. (2.41)-(2.45), (2.69)} \end{array} \right.$$

obtido de PP pela substituição das restrições (2.40) pelas restrições (2.69) é convexo.

A substituição das restrições introduz soluções estranhas ao problema PP. No entanto, como as funções $\omega^m(h^m)$ são decrescentes com h^m , no ótimo as restrições (2.69) ficam ativadas. Disto, a solução ótima do problema $\overline{PP}$ é a mesma do problema PP, isto é, o problema $\overline{PP}$ é equivalente ao problema PP - no sentido de que têm a mesma solução ótima. Podemos trabalhar com o problema convexo $\overline{PP}$.

Para tornar a solução de $\overline{PP}$ possível em sistema geradores de grande porte, aplica-se decomposição por dualidade. Subproblemas com soluções mais simples resultam da decomposição e uma estrutura hierárquica de cálculo permite calcular a solução ótima do problema global.

Seja o Lagrangeano relativo às restrições (2.69)

$$\tilde{L} = \sum_{m \in M} \omega^m(h^m) + \sum_{m \in M} \lambda^m(h^m - \sum_{j \in J} h_j^m) \quad (2.70)$$

Como já foi visto no procedimento I, para problemas convexos, um ponto de sela do Lagrangeano é condição necessária e suficiente para otimalidade. Um mínimo de $\tilde{L}$ em relação às variáveis primais h^m, x_j^m, u_j^m ($j \in J, m \in M$), sujeito às restrições (2.41)-(2.45), e um máximo em relação às variáveis duais λ^m ($m \in M$), sujeito a $\lambda^m \geq 0$, define o ponto de sela do Lagrangeano, solução do problema.

De forma análoga ao procedimento I, o método dual clássico em dois níveis é proposto para encontrar o ponto de sela. No nível inferior, minimiza-se $\tilde{L}$ para um vetor λ fixo, isto é, avalia-se a função dual

$$\tilde{H}(\lambda) = \min_{h, x, u} \tilde{L}(h, x, u, \lambda) \quad (2.71)$$

$$\text{s.a. (2.41)-(2.45)}$$

No nível superior, através do vetor gradiente formado pelas componentes

$$\frac{\partial \tilde{H}(\lambda)}{\partial \lambda^m} = h^m - \sum_{j \in J} h_j^m, \quad m \in M \quad (2.72)$$

modifica-se os multiplicadores de Lagrange, de modo a maximizar a função dual $\tilde{H}(\lambda)$.

O Lagrangeano (2.70) é aditivamente separável

$$\tilde{L} = \sum_{m \in M} [\omega^m(h^m) + \lambda^m \cdot h^m] - \sum_{m \in M} \lambda^m \sum_{j \in J} h_j^m \quad (2.73)$$

Sua minimização para λ^m fixos pode ser realizada em dois subproblemas independentes.

Subproblema 1 - Minimização do Custo Esperado de Operação

$$\min \sum_{m \in M} [\omega^m(h^m) + \lambda^m \cdot h^m] \quad (2.74)$$

O problema (2.74) é separável em $m \in M$, podendo ser resolvido por otimizações independentes, uma para cada intervalo de tempo.

Se a expressão analítica de $\omega^m(h^m)$, $m \in M$, for conhecida (e diferenciável), a solução é dada por $\hat{h}^m$,

$$\hat{h}^m = \min \{ \bar{h}, \max [\underline{h}, \tilde{h}^m] \}$$

onde

$$\left. \frac{d\omega^m(h^m)}{dh^m} \right|_{\hat{h}^m} + \lambda^m = 0, \quad m \in M \quad (2.75)$$

$\bar{h}$ e $\underline{h}$ são, respectivamente, a geração hidráulica máxima e mínima permissíveis para o sistema.

Caso contrário, a solução ótima para cada intervalo de tempo também pode ser facilmente obtida, por um dos métodos clássicos de busca unidimensional.

Subproblema 2 - Maximização da Geração Hidroelétrica

$$\max \sum_{m \in M} \lambda^m \sum_{j \in J} h_j^m \quad (2.76)$$

O subproblema (2.76) é idêntico ao subproblema (2.34), resultante da decomposição no procedimento I. São cabíveis aqui as observações feitas em 2.2.3.3, quando discutimos (2.34).

Como no procedimento I, o subproblema hidroelétrico (2.76) é solucionado por métodos iterativos, cujas eficiências computacionais são determinantes para o sucesso (ou não) do procedimento adotado para resolver o problema

global.

Dedicaremos o capítulo seguinte ao estudo de algumas técnicas utilizáveis na solução do subproblema (2.76). Estas técnicas são capazes de tornar aplicáveis os procedimentos propostos neste capítulo para operar eficientemente sistemas hidrotérmicos de geração.

2.3.5 - Estratégia Computacional

Computacionalmente, a solução do problema pelo procedimento II, pode ser resumida na sequência de passos abaixo.

- Passo I - Encontra-se as funções custo incremental ótimo (μ) e lucro incremental ótimo (δ) para o sistema. No processo, determina-se também as funções g_i^* e e_{ℓ}^* , $i \in \bar{I}$, $\ell \in \bar{L}$.
- Passo II - Calcula-se as funções $\omega^m(h^m)$ para todos os intervalos $m \in M$.
- Passo III - Escolhe-se multiplicadores iniciais, $\lambda^m \geq 0$, $m \in M$.
- Passo IV - Resolve-se o subproblema 1, obtendo $\hat{h}^m$, $m \in M$.
- Passo V - Resolve-se o subproblema 2, por uma das técnicas estudadas no capítulo III, obtendo $\hat{x}_j^m$, $\hat{u}_j^m$, $j \in J$, $m \in M$.
- Passo VI - Se as componentes (2.72) forem suficientemente pequenas, para-se. A solução $\hat{h}_j^m$, $\hat{x}_j^m$, $\hat{u}_j^m$, $j \in J$, $m \in M$ será ótima para o problema primal PP (ou $\overline{PP}$).
Caso contrário, determina-se novos λ^m , usando-se um método de gradiente (eq. gradiente conjugado). Volta-se ao passo IV.
- Passo VII - Obtém-se as funções $g^m(d^m)$, $e^m(d^m)$.

Vale enfatizar que as funções $g^m(d^m)$ e $e^m(d^m)$ são obtidas após a otimização da trajetória hidráulica, a partir das funções $\bar{p}^m(h^m, d^m)$. Com estas informações, e observando a demanda no intervalo, os operadores do sistema po-

dem determinar a produção ótima de cada unidade não hidráulica, e o atendimento (ótimo) das cargas secundárias.

A estrutura hierárquica de cálculo para solucionar o problema PP está esquematizado na figura 2.15.

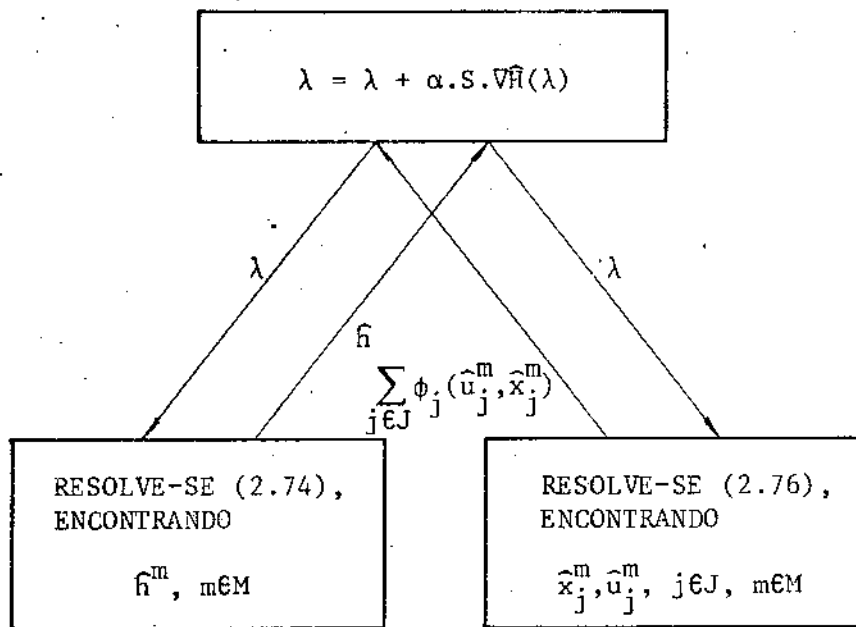


Figura 2.15

2.4 - Comentários

Os procedimentos apresentados neste capítulo diferem no modelamento do sistema não hidráulico, nas opções de mercados secundários, e na maneira de lidar com a aleatoriedade da demanda.

No procedimento I, o sistema "gerador" não hidráulico é subdividido em sistema térmico e importações de energia não contratadas a priori. Exportações não estipuladas por contrato constituem as únicas opções de mercados secundários. Tanto as importações como as exportações são supostas ilimitadas e a preços unitários constantes. As usinas térmicas são caracterizadas por seus custos de produção, ao passo que as importações e exportações são caracterizadas por seus respectivos custos e lucros marginais.

No procedimento II as usinas térmicas, fontes produtoras não convencionais e importações não fixadas por contratos são consideradas unidades geradoras do sistema não hidráulico e modeladas da mesma forma. Além de exporta-

ções não contratadas a priori, existem outras possibilidades de mercados secundários, como, por exemplo, energia para usinas de bombeamento. As importações e exportações são supostas limitadas e a preços unitários variáveis com a quantidade de energia trocada. Tanto as unidades do sistema não hidráulico como as várias opções de mercados secundários são representadas por seus custos ou lucros marginais. Uma otimização preliminar determina o custo marginal mínimo (μ) do sistema não hidráulico e o lucro marginal máximo (δ) por atendimento de cargas secundárias; trata-se de ordenar os custos individuais (μ_i) em forma crescente e os lucros marginais (δ_i) no sentido decrescente.

A curva de custo marginal mínimo (μ) para operação do sistema não hidráulico no procedimento II é obtida com as térmicas (e outras fontes produtoras) operando em pontos de mesmo custo marginal ou nos extremos do intervalo. Da mesma maneira é determinada a geração térmica ótima no procedimento I, ao se resolver os subproblemas térmicos (2.30). Logo, sem alteração qualitativa da solução no procedimento I, pode-se caracterizar as térmicas por seus custos marginais e levantar, em otimização preliminar, tanto a curva de custo marginal mínimo (μ) para operação das térmicas, como as curvas de geração ótima por unidade em função da geração térmica total g^m . Neste caso, apenas a geração total ($\hat{g}^m$) é obtida no subproblema térmico. A produção ótima para cada unidade térmica é determinada trivialmente, através das curvas de geração ótima já levantadas. A função objetivo do problema determinístico equivalente fica

$$J' = \sum_{m \in M} \left\{ \int_0^{g^m} \mu(\xi) d\xi + \alpha^m \int_0^{p^m} (d^m - p^m) dF_m(d^m) + \beta^m \int_{p^m}^{\infty} (d^m - p^m) dF_m(d^m) \right\} \quad (2.77)$$

O subproblema térmico resultante da decomposição é:

$$\min \sum_{m \in M} \left\{ \int_0^{g^m} \mu(\xi) d\xi - \lambda^m g^m \right\} \quad (2.78)$$

com solução

$$\hat{g}^m = \min [\bar{g}, \max (\underline{g}, \tilde{g}^m)] \quad , \quad m \in M \quad (2.79)$$

onde

$$\mu(\tilde{g}^m) - \lambda^m = 0$$

A solução ótima do procedimento I determina, além das trajetórias e sequências de controles para o subsistema hidráulico, as sequências de controles (gerações) térmicos para cada usina. Fixados os níveis de gerações hidráulicas e térmicas, a equação do balanço de energia em cada intervalo é satisfeita compensando-se a aleatoriedade da demanda por importações e exportações. A possibilidade de usar o corte de carga é inexistente, devido à ausência de limites nas importações.

A solução do procedimento II fixa as trajetórias ótimas e respectivas sequências de controles apenas para o subsistema hidráulico. Ao invés de determinar a priori as sequências de controles térmicos, levanta as curvas individuais ótimas, em função da demanda, para operação das usinas térmicas, importações de energia, cortes de carga, e atendimento de mercados secundários. Assim, a aleatoriedade da demanda é compensada tanto por importações e exportações, como por gerações térmicas, cortes de carga, e atendimento de mercados secundários, combinados de forma a proporcionar um custo líquido mínimo.

Para obter uma melhor visão das características dos métodos propostos, pode-se assumir no procedimento II as hipóteses de importações e exportações ilimitadas, a preços unitários constantes, adotadas no procedimento I. Neste caso, haverá uma saturação nas curvas de custo marginal mínimo (δ) e lucro marginal máximo (α) como mostra a figura 2.16.

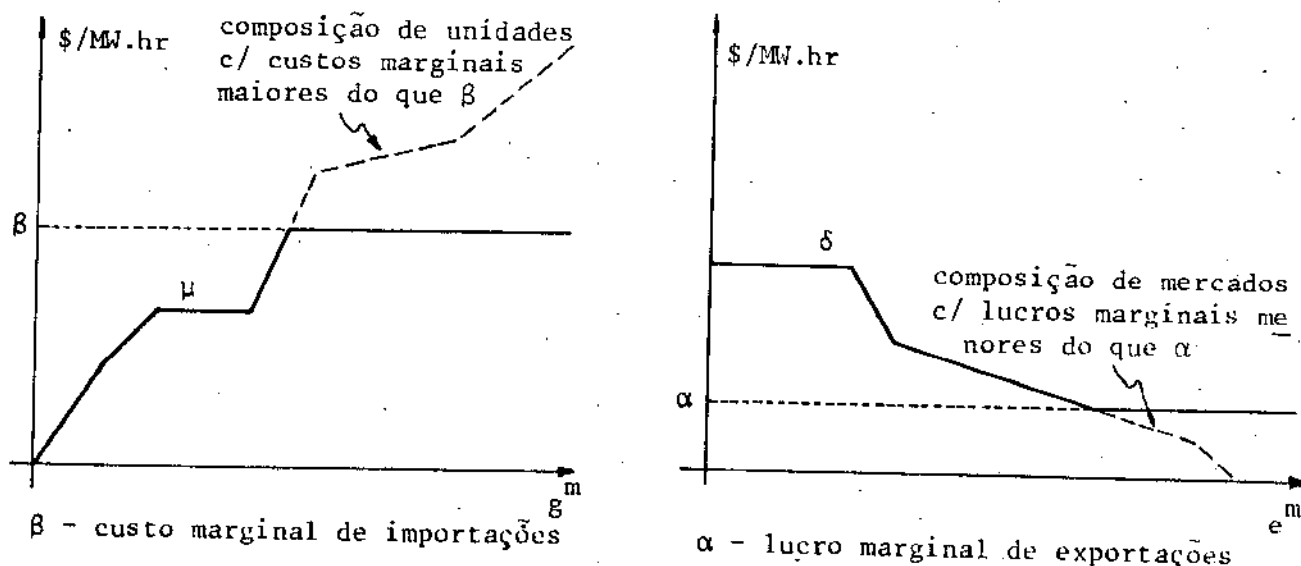


Figura 2.16

Tanto as unidades produtoras (ou combinações delas) com custos marginais maiores do que β , como os mercados secundários (ou combinação deles) com lucros marginais menores do que α , nunca serão acionados. A hipótese de importações ilimitadas a custo unitário constante exclui a possibilidade de existir corte de carga. Qualquer solicitação de geração além da capacidade própria do sistema pode ser atendida por sistemas vizinhos a um custo unitário β , certamente menor do que o custo marginal de cortar carga.

Após a solução do problema, fixados os níveis ótimos de geração hidráulica, teremos uma curva de custo marginal total de operação do sistema para cada intervalo de tempo, definida no intervalo $[0, \infty)$. A figura 2.17 mostra uma destas curvas.

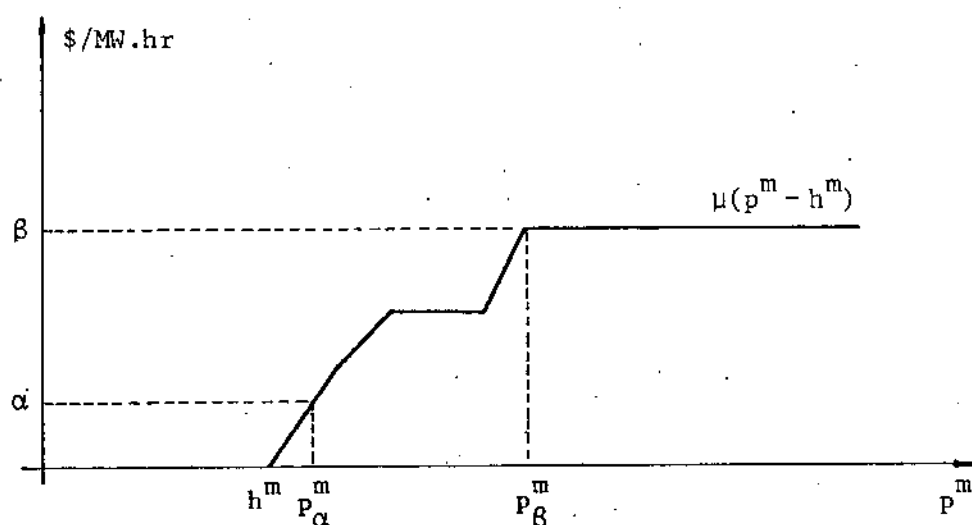


Figura 2.17

Queremos ressaltar que a aplicação do procedimento II ao modelo usado no procedimento I fornece resultados coerentes; neste caso, os mercados secundários serão constituídos apenas por exportações a preços unitários constantes (α). Tem-se:

- Se $d^m \leq p_\alpha^m$, o sistema atende seu mercado com geração própria e exporta energia até que o custo marginal de geração seja igual ao de exportação (α), isto é, $\hat{p}^m = p_\alpha^m$, onde $\hat{p}^m$ é a geração total do sistema no intervalo m .

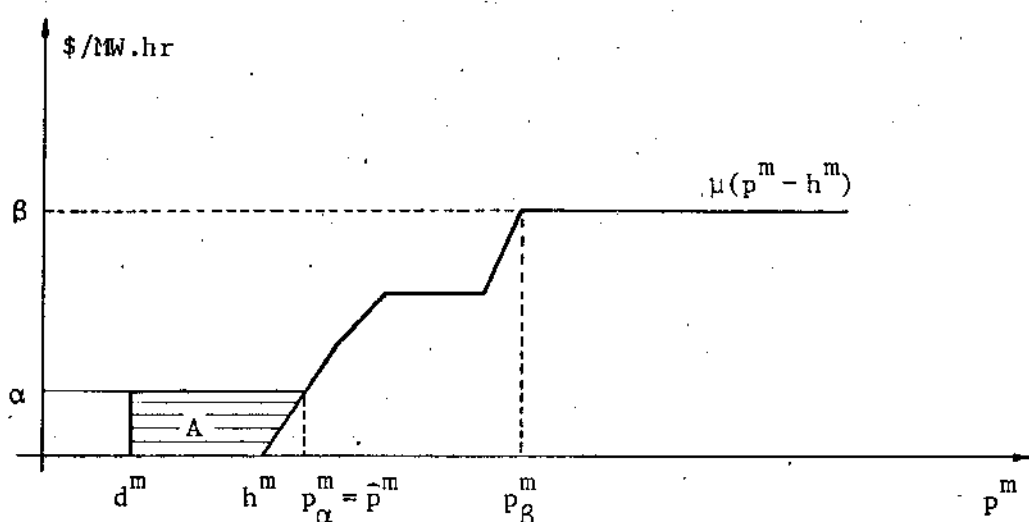


Figura 2.18

- Se $p_{\alpha}^m < d^m < p_{\beta}^m$, o sistema atende a demanda com geração própria e não exporta energia, pois a operação não seria lucrativa, isto é, $p^m = d^m$.

- Se $d^m > p_{\beta}^m$, o sistema atende seu mercado com a parte da geração própria que leve a um custo marginal de produção menor que o de importação (β), e importa o restante da energia necessária para atender a demanda interna, isto é, $\hat{p}^m \geq p_{\beta}^m$. Neste caso também não há exportação.

Vale enfatizar que o procedimento II é mais rico em seus resultados, permitindo uma melhor operação do sistema. Por exemplo, no procedimento II a aleatoriedade da demanda é compensada tanto por importações e exportações, como por gerações internas e atendimento de cargas secundárias, combinados de forma que acarrete o mínimo custo líquido de produção. No procedimento I a compensação da aleatoriedade fica a cargo apenas da variável de folga e^m (equação 2.14), correspondente a energia trocada com mercados vizinhos.

CAPÍTULO III - SOLUÇÃO DO SUBPROBLEMA HIDROELÉTRICO

Discute-se neste capítulo técnicas capazes de resolver eficientemente o subproblema hidroelétrico, tornando possível a aplicação dos procedimentos estudados.

3.1 - Introdução

Neste capítulo estudaremos algumas técnicas para solucionar o subproblema hidroelétrico (SH) presente em ambos os procedimentos do capítulo anterior. Vale lembrar que a eficiência computacional do método iterativo utilizado na solução deste subproblema é determinante para a aplicabilidade dos procedimentos propostos no capítulo anterior.

O subproblema hidroelétrico (SH), formulado no capítulo II é

$$\max \sum_{m \in M} \lambda^m \sum_{j \in J} h_j^m \quad (3.1)$$

s.a.:

$$h_j^m = \phi_j(u_j^m, x_j^m) \quad , \quad j \in J, \quad m \in M \quad (3.2)$$

$$x_j^{m+1} = x_j^m + y_j^m + z_j^m - u_j^m - v_j^m \quad , \quad j \in J, \quad m \in M \quad (3.3)$$

$$z_j^m = \sum_{k \in S_j} (u_k^{m-t_{kj}} + v_k^{m-t_{kj}}) \quad , \quad j \in J, \quad m \in M \quad (3.4)$$

.../...

.../...

$$\begin{aligned}
 x_j^m \in X_j &= \{x_j^m \text{ t.q. } \underline{x}_j \leq x_j^m \leq \bar{x}_j\} \\
 u_j^m \in U_j &= \{u_j^m \text{ t.q. } \underline{u}_j \leq u_j^m \leq \bar{u}_j\} \quad j \in J, \quad m \in M \\
 v_j^m &\geq 0
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

$$\left. \begin{array}{l} x_j^0 \\ x_j^T \end{array} \right\} \text{ fixados, } j \in J \tag{3.6}$$

A separabilidade aditiva do funcional (3.1) e a existência da equação dinâmica (3.3) sugerem a aplicação de técnicas de programação dinâmica para resolver o problema. De fato, a maior parte das abordagens discutidas neste capítulo aplicam, de alguma forma, programação dinâmica.

No item 3.2, estuda-se a aplicação de técnicas de programação dinâmica apropriadas para problemas com muitas variáveis de estado. Em 3.3.1, o problema hidroelétrico é decomposto espacialmente, obtendo-se novos subproblemas com apenas uma variável de estado, também resolvidos por programação dinâmica. O item 3.3.2 apresenta a decomposição temporal (Tamura) proposta e aplicada em [32,33].

3.2 - Solução do Problema (SH) sem Retardados por Programação Dinâmica

Programação dinâmica (PD) é uma técnica de otimização largamente utilizada na solução de problemas envolvendo recursos hídricos. Quando são desprezíveis os retardos gerados pelos tempos de transporte de água entre reservatórios em cascata, o subproblema hidroelétrico pode ser resolvido por PD.

Sabe-se, no entanto, que programação dinâmica convencional tem requisitos de memória e tempo de processamento exponencialmente crescentes com o número de variáveis de estado (e controle). Esta limitação impossibilita sua aplicação a problemas envolvendo mais de três variáveis de estado. Assim, a aplicação de PD convencional para a solução do subproblema hidroelétrico res-

tringe-se aos casos de sistemas com poucos reservatórios acoplados - se os reservatórios não estiverem acoplados o SH pode ser separável em problemas mais simples, envolvendo apenas uma variável de estado.

Deseja-se resolver o SH em sistemas de grande porte, que possam conter muitos reservatórios em cascata. Consequentemente, são necessárias técnicas que possam lidar com um número grande de variáveis de estado, mantendo aceitáveis os requisitos de memória e tempo de processamento.

Programação dinâmica por aproximações sucessivas (PDAS) e programação dinâmica discreta diferencial (PDDD) são duas técnicas especiais de PD utilizadas com sucesso em problemas envolvendo a otimização de recursos hídricos com muitas variáveis de estado (e controle). Discutiremos a aplicação destas técnicas para a solução do SH.

Na solução do subproblema hidroelétrico por programação dinâmica considera-se a água liberada de um reservatório numa variável única, assumindo-se que só haverá vertimento (não obrigatório) quando a capacidade de turbina - gem estiver saturada. Naturalmente, é necessário que a função de geração esteja adaptada para este tratamento.

3.2.1 - Solução usando Programação Dinâmica por Aproximações Sucessivas

Programação dinâmica por aproximações sucessivas (PDAS) é uma das técnicas de otimização capazes de resolver eficientemente o SH, mesmo em sistemas de grande porte com muitos reservatórios acoplados. No apêndice A faz-se uma breve descrição da PDAS.

A trajetória factível inicial, necessária para a primeira iteração do nível superior, pode ser obtida facilmente. Para isto, faz-se uma otimização sequencial, partindo-se de montante para jusante. Cada reservatório procura determinar sua forma mais eficiente de operação supondo as turbinagens a montante como variáveis exógenas pré-determinadas. A trajetória obtida por este processo é geralmente uma boa inicialização.

Apenas na primeira iteração do nível superior é necessário determinar a trajetória factível inicial pelo método descrito acima. A trajetória ótima para um certo vetor multiplicador λ serve como trajetória (factível) inicial para a iteração seguinte, com o novo vetor multiplicador. Há uma transferência de informação entre iterações, que tende a acelerar a convergência.

3.2.2 - Solução usando Programação Dinâmica Diferencial Discreta

Programação dinâmica diferencial discreta (PDDD), discutida no apêndice B, é uma outra técnica capaz de resolver eficientemente o SH em sistemas de grande porte com reservatórios acoplados em cascata, num mesmo curso d'água.

A trajetória nominal factível para a PDDD na primeira iteração do nível superior pode ser obtida por otimização sequencial, usando-se, por exemplo, programação dinâmica convencional. Determina-se a operação ótima dos reservatórios mais próximos às cabeceiras dos rios sem considerar os outros aproveitamentos. Em seguida, encontra-se a política de operação dos reservatórios imediatamente a jusante, assumindo-se como parâmetros conhecidos as turbinagens obtidas para os aproveitamentos situados a montante. O processo continua até obter-se uma trajetória para cada reservatório do sistema. As trajetórias obtidas por esta técnica são em geral uma boa inicialização.

O procedimento acima é necessário apenas para inicialização antes da primeira iteração no nível superior. Durante o processo iterativo a trajetória ótima obtida para um certo vetor multiplicador λ é usada para iniciar a iteração seguinte, com o novo vetor multiplicador.

Se forem pequenas as variações do vetor multiplicador entre duas iterações consecutivas do nível superior, as trajetórias ótimas obtidas devem estar razoavelmente próximas. Como o tubo inicial da PDDD para um certo vetor multiplicador é construído em torno da trajetória ótima para o multiplicador anterior, a eficiência do processo iterativo aumenta com esta transferência de informação.

3.3 - Solução de SH usando Decomposição

A solução do subproblema hidroelétrico é dificultada pela existência das equações dinâmicas dos reservatórios, que impossibilitam a separação no tempo; pelos acoplamentos entre reservatórios em cascata, que aumentam a dimensão do problema; e pela presença de retardos, devidos aos tempos de transporte da água.

Foi visto como contornar as dificuldades resultantes dos acoplamentos no tempo e espaço, utilizando técnicas apropriadas de Programação Dinâmica (PDAS e PDDD). No entanto, quando os tempos de viagem da água entre reservató -

rios em cascata não são desprezíveis, é impossível abordar o problema por programação dinâmica sem um tratamento preliminar.

A técnica de decomposição por dualidade adotada no capítulo II para desacoplamento no nível superior, pode também ser empregada na solução do subproblema hidroelétrico. Em 3.3.1 estuda-se a aplicação de "decomposição espacial" que, por dualização das restrições de acoplamento entre reservatórios (3.4), separa o SH em problemas menores, um para cada usina hidroelétrica do sistema. A equação dinâmica é preservada e os problemas resultantes da decomposição são resolvidos por programação dinâmica diferencial (discreta).

No item 3.3.2 introduz-se as restrições de acoplamento (3.4) nas equações dinâmicas (3.3) e novamente aplica-se decomposição, dualizando-se as equações dinâmicas (3.3). Desta forma, consegue-se desacoplamento do problema no tempo e no espaço.

Em ambos os processos de decomposição estudados a seguir são quebrados os acoplamentos entre reservatórios em cascata. Isto permite considerar, sem dificuldades, os tempos de viagem da água.

3.3.1 - Decomposição Espacial

Decomposição espacial é obtida por dualização do SH em relação às restrições (3.4). O Lagrangeano obtido

$$L' = \sum_{m \in M} \left\{ \lambda^m \sum_{j \in J} \phi_j(u_j^m, x_j^m) + \left[\sum_{j \in J} \rho_j^m \sum_{k \in S_j} (u_k^{m-t_{kj}} + v_k^{m-t_{kj}}) - z_j^m \right] \right\} \quad (3.7)$$

é aditivamente separável em $j \in J$.

$$L' = \sum_{j \in J} L'_j \quad (3.8)$$

onde

$$L'_j = \sum_{m \in M} \left[\lambda^m \phi_j(u_j^m, x_j^m) + \rho_j^{m+t_{jl}} (u_j^m + v_j^m) - \rho_j^m z_j^m \right] \quad (3.9)$$

sendo l o índice do aproveitamento a jusante de j .

Um método dual clássico, em dois níveis, pode ser aplicado para se encontrar o ponto de sela, solução ótima do problema primal (SH). Para um vetor multiplicador ρ , fixo, avalia-se a função dual

$$H'(\rho) = \max_{j \in J} L_j^! \quad (3.10)$$

s.a. (3.3), (3.5), (3.6)

No nível superior, através do vetor gradiente dados pelas componentes

$$\frac{\partial H'(\rho)}{\partial \rho_j^m} = \sum_{k \in S_j} (u_k^{m-t_{kj}} + v_k^{m-t_{kj}}) - z_j^m, \quad j \in J, \quad m \in M \quad (3.11)$$

modifica-se o multiplicador ρ , de modo a minimizar a função dual.

Como o Lagrangeano $L^!$ é aditivamente separável, tem-se

$$H'(\rho) = \sum_{j \in J} \max L_j^! \quad (3.12)$$

Assim, para cada vetor ρ fixo é resolvido um subproblema SH_j por aproveitamento hidroelétrico do sistema.

$$\max \sum_{m \in M} \left[\lambda^m \phi_j(u_j^m, x_j^m) + \rho^{m+t} \lambda^j (u_j^m + v_j^m) - \rho_j^m z_j^m \right]$$

s.a.:

$$x_j^{m+1} = x_j^m + y_j^m + z_j^m - u_j^m - v_j^m$$

$$x_j^m \in X_j$$

SH_j

$$u_j^m \in U_j$$

$$v_j^m \geq 0$$

$$\left. \begin{array}{l} x_j^0 \\ x_j^T \end{array} \right\} \text{fixados}$$

Soares [32] abordou o SH por decomposição espacial, usando programação dinâmica convencional para resolver os subproblemas SH_j. O procedimento acarretou um tempo de processamento pouco animador, mesmo para sistemas de dimensão pequena.

A aplicação de programação dinâmica convencional na abordagem por decomposição espacial apresenta o inconveniente de que nenhuma informação é transferida entre iterações. Assim, a cada modificação do vetor multiplicador é necessário repetir todo o esforço computacional. Juntando-se a isto o fato de que programação dinâmica convencional tem exigências fortes de tempo de processamento, são previsíveis maus resultados em termos de exigências computacionais.

Programação dinâmica discreta diferencial (PDDD), descrita no apêndice B, é uma técnica mais apropriada para resolver os subproblemas SH_j. Usa-se programação dinâmica convencional apenas para obter uma trajetória nominal inicial. Adotando-se as trajetórias ótimas para um certo vetor multiplicador como trajetórias nominais para o novo multiplicador, há transferência de informação entre iterações consecutivas. Desta forma, não é necessário repetir o esforço computacional a cada modificação do vetor multiplicador.

Vale sublinhar que a transferência de informações mencionada acima existe tanto entre iterações do nível inferior, onde se modifica o multiplicador ρ , como no nível superior, onde o vetor λ sofre variações.

Na solução dos SH_j por PDDD considera-se, como no item 3.2, a água liberada de um reservatório numa variável única, assumindo-se que só haverá vertimento (não obrigatório) quando a capacidade de turbinagem estiver saturada. A função de geração (ϕ_j) é adaptada para este tratamento. Trabalha-se, então, com os problemas $\hat{SH}_j$.

$$\max \sum_{m \in M} \lambda^m \hat{\phi}_j(\hat{u}_j^m, x_j^m) + \rho_\ell^{m+t} \hat{u}_j^m - \rho_j^m z_j^m$$

s.a.:

$$x_j^{m+1} = x_j^m + y_j^m + z_j^m - \hat{u}_j^m$$

$$\hat{SH}_j \quad x_j^m \in X_j$$

$$\hat{u}_j^m \geq \underline{u}_j$$

$$\left. \begin{array}{l} x_j^0 \\ x_j^T \end{array} \right\} \text{fixados}$$

onde $\hat{u}_j^m$ é a água liberada do reservatório e $\underline{u}_j$ é o limite inferior de U_j .

A água vertida, além de não produzir energia, provoca elevação de nível no canal de fuga, diminuindo a eficiência das turbinas e prejudicando a geração total. Como o modelo adotado não considera a hipótese de vertimentos obrigatórios ($v_j^m \geq 0$), as usinas operando de forma eficiente só verterão quando suas capacidades de turbinagens estiverem saturadas ($u_j^m = \bar{u}_j$). Assim,

$$\hat{u}_j^m \left\{ \begin{array}{ll} u_j^m & \text{se } \underline{u}_j \leq \hat{u}_j^m \leq \bar{u}_j \\ \bar{u}_j + v_j^m & \text{se } \hat{u}_j^m \geq \bar{u}_j \end{array} \right.$$

A função $\hat{\phi}_j$, para um estado fixo x_m^j é decrescente com u_j^m para $\hat{u}_j^m \geq \bar{u}_j$.

Dada a linearidade da equação dinâmica, a resolução deste problema não vai apresentar dificuldades relacionadas com a inversibilidade, isto é, dificuldades em exprimir os controles (u^m e z^m , neste caso) como função dos estados (x^{m+1}, x^m). Pode-se então optar pelo uso do algoritmo de programação dinâmica no sentido direto ou inverso do tempo, sem qualquer impedimento.

3.3.2 - Decomposição Temporal

Soares [32,33] resolveu o SH por um método de decomposição dual, que desacopla o problema no tempo (e no espaço). Segue-se nesta exposição as linhas de seus trabalhos [32,33].

A decomposição no tempo para otimização de sistemas dinâmicos foi proposta por Lasdon [37], Shoeffler [38] e Tamura [39]. Esta técnica não só permite a solução de problemas de controle ótimo com restrições no estado (independentes no tempo) de maneira simples, como facilita o tratamento de retardos na equação dinâmica. Ambas as características estão presentes no SH.

Antes de aplicar decomposição no tempo, manipula-se o SH de modo a conseguir uma formulação mais conveniente.

Da equação (3.3), vem

$$u_j^m + v_j^m = -x_j^{m+1} + x_j^m + y_j^m + z_j^m \quad (3.13)$$

Introduzindo o resultado (3.13) em (3.4), obtêm-se

$$z_j^m = \sum_{k \in S_j} \left(-x_k^{m-t_{kj}+1} + x_k^{m-t_{kj}} + y_k^{m-t_{kj}} + z_k^{m-t_{kj}} \right) \quad (3.14)$$

Se a substituição for feita também para $z_k^{m-t_{kj}}$ e para todas as variáveis de acoplamento, até o aproveitamento mais a montante, tem-se

$$z_j^m = \sum_{k \in R_j} \left(-x_k^{m-t_{kj}+1} + x_k^{m-t_{kj}} + y_k^{m-t_{kj}} \right) \quad (3.15)$$

onde R_j é o conjunto de índices de todas as hidroelétricas a montante de j ; t_{kj} é o tempo acumulado de percursos da água de $k \in R_j$ até j .

Substituindo o valor de z_j^m obtido em (3.15) na equação (3.3) e fazendo implícitas as restrições $v_j^m \geq 0$, pode-se reescrever o problema SH.

$$\max \sum_{m \in M} \left[\lambda^m \sum_{j \in J} \phi_j(u_j^m, x_j^m) \right]$$

s.a.:

$$x_j^{m+1} \leq x_j^m + y_j^m + \sum_{k \in R_j} \left(-x_k^{m-t_{kj}+1} + x_k^{m-t_{kj}} + y_k^{m-t_{kj}} \right) - u_j^m$$

$j \in J, m \in M$

$\tilde{SH}_j$

$$\left. \begin{array}{l} x_j^m \in X_j \\ u_j^m \in U_j \end{array} \right\} j \in J, m \in M$$

$$\left. \begin{array}{l} x_j^0 \\ x_j^T \end{array} \right\} \text{fixados, } j \in J$$

Tomando-se o Lagrangeano relativo à restrição dinâmica de desigualdade, vem

$$L'' = \sum_{m \in M} \left\{ \sum_{j \in J} \lambda^m \phi_j(u_j^m, x_j^m) + \sum_{j \in J} \rho_j^m \left[-x_j^{m+1} + x_j^m + y_j^m + \sum_{k \in R_j} \left(-x_k^{m-t_{kj}+1} + x_k^{m-t_{kj}} + y_k^{m-t_{kj}} \right) - u_j^m \right] \right\} \quad (3.16)$$

Para multiplicadores ρ_j^m (e λ^m) fixos, o Lagrangeano (3.16) é aditivamente separável em m e j .

$$L'' = \sum_{m \in M} \sum_{j \in J} L''_{jm} \quad (3.17)$$

onde

$$L''_{jm} = \lambda^m \phi_j(u_j^m, x_j^m) - \left[\rho_j^{m-1} - \rho_j^m + \sum_{k \in T_j} (\rho_k^{m+t_{jk}-1} - \rho_k^{m+t_{jk}}) \right] x_j^m - \rho_j^m u_j^m + (\rho_j^m + \sum_{k \in T_j} \rho_k^{m+t_{jk}}) y_j^m \quad (3.18)$$

e T_j é o conjunto de índices de todas as hidroelétricas a jusante de j , no mesmo curso d'água; t_{jk} é o tempo acumulado de percursos da água de j até $k \in T_j$.

Observa-se que L''_{jm} é da forma

$$L''_{jm} = \lambda^m \phi_j(u_j^m, x_j^m) - \Delta \rho_j^m x_j^m - \rho_j^m u_j^m + \text{cte} \quad (3.19)$$

sendo sua maximização (sobre X_j e U_j) assegurada pelas condições de Kuhn-Tucker.

$$\begin{aligned}
 &= 0 \quad \text{se} \quad \underline{x}_j < x_j^m < \bar{x}_j \\
 \frac{\partial L_{jm}''}{\partial x_j^m} &< 0 \quad \text{se} \quad \underline{x}_j = x_j^m \\
 &> 0 \quad \text{se} \quad x_j^m = \bar{x}_j
 \end{aligned} \tag{3.20}$$

$$\begin{aligned}
 &= 0 \quad \text{se} \quad \underline{u}_j < u_j^m < \bar{u}_j \\
 \frac{\partial L_{jm}''}{\partial u_j^m} &< 0 \quad \text{se} \quad \underline{u}_j = u_j^m \\
 &> 0 \quad \text{se} \quad u_j^m = \bar{u}_j
 \end{aligned} \tag{3.21}$$

Após avaliar a função dual

$$H''(\rho) = \sum_{m \in M} \sum_{j \in J} \max L_{jm}'' \tag{3.22}$$

modifica-se o vetor multiplicador ρ , de modo a minimizar a função H'' . Para isto, utiliza-se o vetor gradiente dado pelas componentes

$$\frac{\partial H''(\rho)}{\partial \rho_j^m} = -x_j^{m+1} + x_j^m + y_j^m + \sum_{k \in R_j} \left(-x_k^{m-t_{kj}+1} + x_k^{m-t_{kj}} + y_k^{m-t_{kj}} \right) - u_j^m \tag{3.23}$$

APÊNDICE A - PROGRAMAÇÃO DINÂMICA POR APROXIMAÇÕES SUCESSIVAS (PDAS)

Programação dinâmica é uma das técnicas mais versáteis para resolver problemas de otimização. Entretanto, devido às exigências de memória e tempo de processamento, na forma convencional sua aplicação é limitada a problemas com poucas variáveis de estado. Muitas abordagens para evitar estas dificuldades (de memória e tempo de processamento) foram desenvolvidas, incluindo o método de programação dinâmica por "aproximações sucessivas", proposto inicialmente por Bellman e Dreyfus [40]. A característica principal deste método é reduzir a solução de um problema com muitas variáveis de estado à solução de subproblemas com um número menor delas.

Nos subproblemas é desejável fixar o maior número possível de variáveis de estado - este número é igual ao número de variáveis de controle menos um. Em particular, quando existem tantos controles quanto estados, os subproblemas poderão ter apenas uma variável de estado. Discutiremos apenas este caso. Extensões para outras situações podem ser encontradas em [40].

Tem-se um sistema dinâmico

$$x^{m+1} = f_m(x^m, u^m) \quad (A.1)$$

um funcional a ser maximizado

$$J = \sum_{m \in M} \phi_m(x^m, u^m) \quad (A.2)$$

um conjunto de restrições

$$\left. \begin{array}{l} x^m \in X \\ u^m \in U \end{array} \right\} m \in M \quad (A.3)$$

$$\left. \begin{array}{l} x^0 \\ x^T \end{array} \right\} \text{fixados} \quad (A.4)$$

onde

- x^m : vetor de estado (de dimensão n)
- u^m : vetor de controle (de dimensão n)
- f_m : função vetorial n -dimensional
- ϕ_m : ganho no intervalo m
- X : conjunto de estados admissíveis
- U : conjunto de controles admissíveis
- x^0 : estado inicial
- x^T : estado final
- M : conjunto de índices de tempo

Deseja-se encontrar uma sequência de controles $\{u^m\}$ que maximize o funcional J (A.2), sujeita à equação dinâmica do sistema (A.1) e às condições (A.3) e (A.4).

O método das aproximações sucessivas supõe a existência de uma trajetória factível inicial,

$$\{\tilde{x}^m\}$$

com respectiva sequência de controles

$$\{\tilde{u}^m\}$$

Escolhe-se uma das componentes do vetor de estado, e.g. $\tilde{x}_{j_1}$. Em seguida resolve-se um problema (unidimensional) de programação dinâmica em que as sequências de todas as outras componentes do estado,

$$\{\tilde{x}_j^m\}, \quad j \neq j_1$$

são mantidas constantes. O problema tem apenas uma variável de estado. O vetor de controle continua com n componentes. No entanto, a restrição de que as sequências das outras $(n-1)$ componentes de estado permaneçam fixas impõe $(n-1)$ restrições de igualdade no vetor de controle. Assim, o problema também tem apenas um grau de liberdade nas variáveis de controle. O funcional e as restrições são os mesmos do problema original.

A solução do problema unidimensional é uma sequência de controles

$$\{\hat{u}^m\}$$

correspondentes a uma trajetória

$$\{\hat{x}^m\}$$

que difere da anterior em apenas uma componente.

O passo seguinte é escolher uma outra componente, e.g. $\hat{x}_{j_2}$, repetindo-se o processo anterior de otimização.

Em iterações sucessivas o processo continua até que cada componente do vetor de estado seja escolhida. Em seguida, inicia-se um novo ciclo. Quando a mesma trajetória e sequência de controles são obtidas por otimizações com respeito a qualquer das componentes, pára-se.

O procedimento reduz a solução de um problema de programação dinâmica n -dimensional à solução de uma sequência de problemas unidimensionais - que consistem em buscas unidimensionais ao longo dos eixos escolhidos, em cada intervalo [41]; acrescenta, no entanto, restrições de igualdade. Em certos casos, quando as restrições de igualdade podem ser satisfeitas sem aumentar em excesso as dificuldades de cálculo, é vantajoso a aplicação deste método, devido a uma sensível redução nos requisitos de memória e tempo de processamento - que aumentam linearmente com a dimensão do estado, ao passo que na programação dinâmica convencional aumentam exponencialmente. Pode-se, assim, resolver problemas

com muitas variáveis de estado.

Uma das dificuldades em aplicar programação dinâmica por aproximações sucessivas (PDAS) é que nem sempre a convergência para um ótimo global é garantida.

Korsak e Larson [42] demonstraram que o ótimo é atingido com estado e controle limitados ($\underline{x} \leq x^m \leq \bar{x}$ e $\underline{u} \leq u^m \leq \bar{u}$) e funcional objetivo quadrático. Como o critério do subproblema hidroelétrico (SH) estudado no capítulo III pode ser representado por um funcional quadrático, os resultados do trabalho de Korsak e Larson são suficientes para garantir a obtenção de um ótimo global no SH.

Passy e Silman [41] demonstraram que se forem feitas "aproximações sucessivas" ao longo de certas direções, que não são necessariamente os eixos, a convergência é garantida sempre que X (equação A.3) for um politopo. Isto acontece no subproblema hidroelétrico (SH).

APÊNDICE B -- PROGRAMAÇÃO DINÂMICA DIFERENCIAL DISCRETA (PDDD)

Programação dinâmica diferencial discreta (PDDD) é uma das técnicas desenvolvidas para resolver problemas de controle ótimo discreto por programação dinâmica (PD) evitando os problemas de memória e tempo de processamento excessivos, presentes na PD convencional.

A PDDD foi introduzida por Mayne [43], embora anteriormente Bernholtz e Graham [6] tenham aplicado noções similares para otimizar a operação de um sistema de potência hidrotérmico. Heidari e outros [12], com base nos trabalhos de Jacobson e Mayne [44], estudaram a aplicação de PDDD na operação ótima de sistemas de reservatórios. Sendo estes os problemas que mais nos interessam, nesta discussão de PDDD seguiremos as linhas de Heidari e outros [12].

Seja um sistema dinâmico descrito pela equação

$$x^{m+1} = f_m(x^m, u^m) \quad (B.1)$$

um conjunto de restrições

$$\left. \begin{array}{l} x^m \in X \\ u^m \in U \end{array} \right\} m \in M \quad (B.2)$$

$$\left. \begin{array}{l} x^0 \\ x^T \end{array} \right\} \text{fixados} \quad (B.3)$$

e pode-se escrever a equação recursiva na forma

$$I_m^*(x^m) = \max_{x^{m+1}} \{ \phi_m(x^m, v_m(x^m, x^{m+1})) + I_{m+1}^*(f_m(x^m, v_m(x^m, x^{m+1}))) \} \quad (B.7)$$

A inversibilidade em relação a u^m , apesar de ser uma condição forte, é sempre verdade em problemas que envolvem operação ótima de reservatórios.

Adotando-se a equação recursiva (B.7) evita-se a necessidade de interpolações que além de introduzirem imprecisões aumentam o tempo de processamento. Ademais, a equação (B.7) é extremamente conveniente quando se utiliza PDDD, onde o número de discretizações no estado em cada iteração é pequeno.

Na abordagem por PDDD proposta em Heidari e outros [12] supõe-se a existência de uma trajetória nominal factível

$$\{ \tilde{x}^m \}$$

com respectiva sequência de controles

$$\{ \tilde{u}^m \}$$

Considera-se um conjunto de vetores incrementais n-dimensionais

$$\Delta x_i = [\delta x_{1i}, \delta x_{2i}, \dots, \delta x_{ni}]^T \quad (B.8)$$

com $i = 1, 2, \dots, N^n$, cuja j-ésima componente δx_{ji} pode assumir qualquer valor σ_l , $l = 1, 2, \dots, N$, dentro do conjunto de valores incrementais.

Quando os vetores incrementais Δx_i são adicionados à trajetória factível nominal, um subdomínio D^m é obtido,

$$D^m = \bar{D}^m \cap X \quad (B.9)$$

$$\bar{D}^m = \tilde{x}^m + \Delta x_i, \quad i = 1, 2, \dots, N^n$$

e um funcional

$$J = \sum_{m \in M} \phi_m(x^m, u^m) \quad (B.4)$$

onde

x^m : vetor de estado n-dimensional

u^m : vetor de controle n-dimensional

f_m : função vetorial n-dimensional

ϕ_m : ganho no intervalo m

X : conjunto de estados admissíveis

x^0 : estado inicial

x^T : estado final

M : conjunto de índices de tempo

O problema de otimização consiste em encontrar uma sequência de controles $\{u^m\}$ que maximize o funcional J (equação B.4), satisfazendo a equação dinâmica do sistema (equação B.1) e as restrições (B.2) e (B.3).

A equação recursiva de programação dinâmica pode ser usada para encontrar a sequência ótima de controles (e trajetória associada).

$$I_m^*(x^m) = \max_{u^m} \{ \phi_m(x^m, u^m) + I_{m+1}^*(f_m(x^m, u^m)) \} \quad (B.5)^{(*)}$$

Quando for possível explicitar univocamente u^m em função de x^m e x^{m+1} , isto é, quando as equações dinâmicas forem invertíveis em relação a u^m tem-se

$$u^m = v_m(x^m, x^{m+1}) \quad (B.6)$$

(*) Pode-se também optar pelo uso da equação recursiva de programação dinâmica no sentido direto do tempo, como propõe Heidari e outros [12].

A figura B.1 exemplifica um subdomínio D^m , com $n = 2$ e $N = 4$.

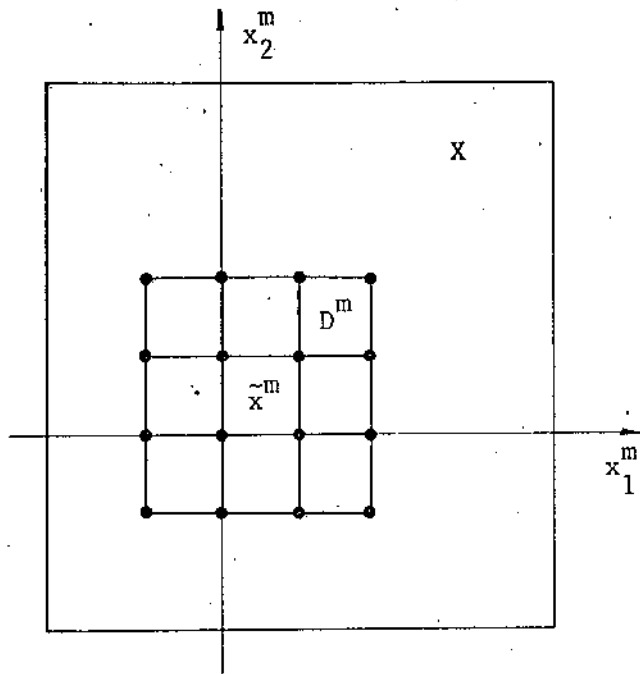


Figura B.1

Todos os D^m , $m \in M$, juntos, formam um "tubo" designado por C . A figura B.2 mostra um tubo C , correspondente a $n = 1$, $N = 5$ e 7 intervalos de tempo.

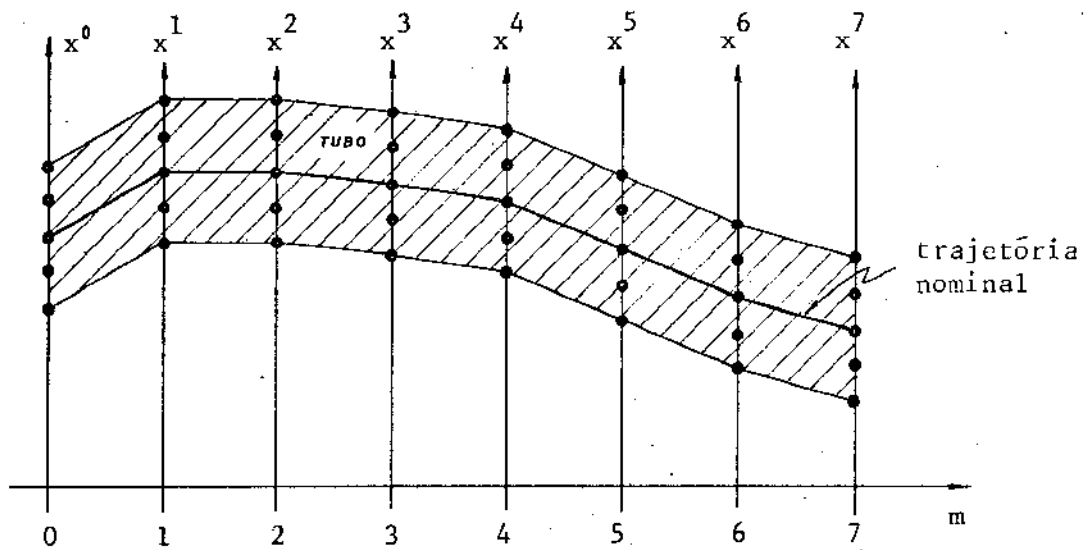


Figura B.2

O tubo C é usado como o conjunto de estados admissíveis numa otimização restrita (a estes estados), usando a equação recursiva (B.7). O valor J

obtido para o funcional ao final da otimização é maior ou igual a $\tilde{J}$, obtido com a trajetória nominal $\{\tilde{x}^m\}$ e sequência de controles correspondente $\{\tilde{u}^m\}$. Se J for maior do que $\tilde{J}$, a trajetória correspondente $\{\hat{x}^m\}$ é usada como trajetória nominal para formar o tubo na iteração seguinte.

A k-ésima iteração pode ser resumida como:

Passo I - Use a trajetória da iteração anterior (k-1) como trajetória nominal para a k-ésima iteração.

Passo II - Forme o k-ésimo tubo C_k e use (B.7) para maximizar J (B.4) sujeito a $x^m \in C_k$, $u^m \in U$, e à restrição (B.3).

Passo III - Compare o valor do funcional J_k , obtido no passo II, com o funcional J_{k-1} , da iteração anterior.
Se $J_k > J_{k-1}$, vá para o passo I.

Passo IV - Pare.

Ao final do processo obtém-se um ótimo local. Em problemas convexos, como o SH estudado no capítulo III, um ótimo local é também global. Logo, quando aplica-se PDDD à solução do SH a obtenção do ótimo global é garantida.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- | 1 | N.V. ARVANITIDIS e J. ROSING "Composite Representation of a Multireservoir Hydroelectric Power System" IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-89, nº 2, pp. 319-326, fevereiro/1970.
- | 2 | N.V. ARVANITIDIS e J. ROSING "Optimal Operation of Multireservoir Systems using Composite Representation" IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-89, nº 2, pp. 227-235, fevereiro/1970.
- | 3 | P. MASSÉ "Les Reserves et la Regulation de l'Avenir" Hermann, Paris, 1946.
- | 4 | R. BELLMAN "Dynamic Programming" Princeton University Press, Princeton, 1957.
- | 5 | J.D.C. LITTLE "The Use of Storage Water in a Hydroelectric System" ORSA, 1955.
- | 6 | B. BERNHOLTZ e L.V. GRAHAM "Hydrothermal Economic Scheduling. Part I: Solution by Incremental Dynamic Programming" AIEE Transactions on Power Apparatus and System, vol. PAS-79, pp. 921-932, dezembro, 1960.
- | 7 | E.B. DAHLIN e D.W.C. SHEN "Application of Dynamic Programming to Optimization of Hydroelectric/Steam Power-System Operation" Proc. IEE, vol. 112, nº 12, dezembro, 1965.
- | 8 | R.E. DAVIS e R. PRONOVOST "Two Stochastic Dynamic Programming Procedures for Long-Term Reservoir Management" IEEE Summer Power Meeting, São Francisco, 1972.
- | 9 | R. PRONOVOST, M. BOUCHER e J. BOULVA "Optimal Operating Policy for the Long-Term Energy Planning in a Hydro-Thermal System". comunicação interna, IREQ, Varennes, Canada.

- [10] R. PRONOVOST e J. BOULVA "Long-Range Operation Planning of a Hydro-Thermal System - Modelling and Optimization" Canadian, Electrical Association Spring Meeting, 1978.
- [11] F.J. REES e R.E. LARSON "Computer-Aided Dispatching and Operations Planning for an Electric Utility with Multiple Types of Generation" IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-90, pp.891-899 março/abril, 1971.
- [12] M. HEIDARI, V.T. CHOW, P.K. KOKOTOVIĆ e D.D. MEREDITH "The Discrete Differential Dynamic Programming Approach to the Water Resources Systems Optimization" Water Resources Res. 7, pp. 273-282, 1971.
- [13] M. JAMSHIDI "Optimization of Water Resources Systems with Statistical Inflows" Proc. IEE, vol. 124, nº 1, janeiro/1977.
- [14] A.I. MCKERCHAR "Optimal Monthly Operation of Interconnected Hydro-Electric Power Storages" J. Hydrology, vol. 25, pp. 137-158, 1975.
- [15] P.L. DANDENO "Hydrothermal Economic Scheduling - Computation Experience with Co-ordination Equations" AIEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. 79, pp. 1219-1228, fevereiro/1961.
- [16] L.K. KIRCHMAYER "Economic Operation of Power Systems" John Wiley & Sons, 1958.
- [17] A.F. GLIMM e L.K. KIRCHMAYER "Economic Operation of Variable Head Hydroelectric Plants" AIEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. 77, pp. 1070-1079, dezembro/1958.
- [18] J.H. DRAKE, L.K. KIRCHMAYER, R.B. MAYALL e W. WOOD "Optimum Operation of a Hydrothermal System" AIEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. 80, pp. 242-250, 1962.
- [19] L.S. PONTRYAGIN, V.G. BOLTYANSKII, R.V. GAMKRELIDZE e E.F. MISCHENKO "The Mathematical Theory of Optimal Processes" Interscience Publishers New York, 1962.
- [20] E.B. DAHLIN e D.W.C. SHEN "Optimal Solution to the Hydro-Steam Dispatch Problem for Certain Practical Systems" IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-85, pp. 437-458, maio/1966.
- [21] S. NARITA "The Application of the Maximum Principle to the Calculation of the Most Economical Operation of Power Systems" Electrical Engineering in Japan, vol. 85, pp. 23-33, novembro/1965.

- [22] I. HANO, Y. TAMURA e S. NARITA "An Application of the Maximum Principle to the Most Economical Operation of Power Systems" IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-85, pp. 486-494, maio/1966.
- [23] T.S. DILLON e K. MORSZTYN "Mathematical Solution of the Problem of Optimal Control of Integrated Power Systems with Generalized Maximum Principle" Int. J. Control, vol. 13, pp- 833-851, maio/1971.
- [24] Y.N. OH "An Application of the Discrete Maximum Principle to the Most Economical Power-System Operation" Electrical Engineering in Japan, vol. 87, pp. 17-28, abril/1967.
- [25] A. TURGEON "Optimal Operation of a Hydro-Steam Power System", Ph.D. Thesis, Cornell University, 1975.
- [26] R.J. CYPSEY "Computer Search for Economical Operation of Hydrothermal Electric Systems" AIEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. 73, pp. 1260-1267, outubro, 1954.
- [27] M. RAMAMOORTHY e J. GADOLA RAO "Load Scheduling of Hydroelectric Thermal Generating Systems using Nonlinear Programming Techniques" Proc. IEE, vol. 117, pp. 794-798, abril/1970.
- [28] A.P. BONAERT, A.H. EL-ABIAD e A.J. KOIVO "Optimal Scheduling of Hydro-Thermal Power Systems" PICA Conference, Boston, pp. 263-270, maio, 1971.
- [29] S.K. AGARWAL e I.J. NAGRATH "Optimal Scheduling of Hydro-Thermal Systems" Proc. IEE, vol. 119, pp. 169-173, fevereiro/1972.
- [30] T.N. SAHA e S.A. KHAPARDE "An Application of a Direct Method to the Optimal Scheduling of Hydrothermal System" IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-97, pp. 977-983, maio/junho, 1978.
- [31] C.R. GAGNON e J.F. BOLTON "Optimal Hydro Scheduling at the Bonneville Power Administration" IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems vol. PAS-97, pp. 772 - 775, maio/junho, 1978.
- [32] S. SOARES "Programação Matemática de Grande Porte - Uma Aplicação a Sistemas Hidrotérmicos de Potência" Tese de Doutorado apresentada à Faculdade de Engenharia de Campinas, outubro/1978.
- [33] S. SOARES, C. LYRA e H. TAVARES "Optimal Generation Scheduling of Hydrothermal Power Systems" Artigo F 79 164-5, IEEE PES Winter Meeting, New York, fevereiro/1979.

- [34] G.B. DANTZIG "Linear Programming and Extensions" Princeton University Press, Princeton, 1963.
- [35] W.D. STEVENSON "Elements of Power Systems Analysis" McGraw Hill Book Company, New York, 1962.
- [36] O.I. ELGERD "Electric Energy Systems Theory: An Introduction" McGraw Hill Book Company, New York, 1971.
- [37] L.S. LASDOM "Optimization Theory for Large Systems" MacMillan Series in Operations Research, New York, 1970.
- [38] J.D. SCHOEFFLER "Static Multilevel Systems" in Optimization Methods for Large Scale Systems, Ed. Wismer, McGraw Hill, 1971.
- [39] H. TAMURA "Decentralized Optimization for Distributed-lag Models of Discret Systems" Automatica, vol. 11, pp. 593-602, 1975.
- [40] R.E. BELLMAN e S.E. DREYFUS "Applied Dynamic Programming" Princeton University Press, 1962.
- [41] U. PASSY e L. SILMAN "One-at-a-time Dynamic Programming Over Polytope" Automatica, vol. 11, pp. 499-508, 1975.
- [42] A.J. KORSACK e R.E. LARSON "A Dynamic Programming Successive Approximations Technique with Convergence Proofs" Automatica, vol. 6, pp. 253-260, 1970.
- [43] D.Q. MAYNE "A Second-order Gradient Method for Determining Optimal Trajectories of Non-linear Discrete-time Systems" Int. J. Control, vol. 3, pp. 85-95, 1966.
- [44] O.H. JACOBSON e D.Q. MAYNE "Differential Dynamic Programming" American Elsevier, New York, 1970.