

Análise Espectral e Modelagem Adaptativa de Sinais de Maré em Mar Semi-Fechado

Tese submetida à Faculdade de
Engenharia Elétrica da Universidade
Estadual de Campinas,
Departamento de Comunicações,
como requisito parcial para a
obtenção do título de Mestre em
Engenharia Elétrica.

Autor

Ana Lucia Travassos Romano

Orientador

Prof. Dr. Amauri Lopes

Campinas, 10 de março de 1995.

A meus pais

*"O mistério nunca desaparecerá completamente ...
o que sabemos nunca será mais do que uma ilha
no oceano do desconhecido , uma mancha
luminosa rodeada de profunda escuridão".*

Meyerson

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador, Professor Amauri Lopes, pela orientação neste trabalho, pela presença amigável e disponível.

A meu irmão, Professor João Marcos Travassos Romano, pelo incentivo, apoio e colaboração em todas as fases do desenvolvimento desse trabalho.

Aos colegas e amigos Jugurta, Marcelo, Moisés e Rodrigo pela ajuda em problemas computacionais e, principalmente, pelo apoio e companheirismo ao longo desses anos.

Aos colegas e amigos do Departamento de Oceanografia da UERJ por facilitarem a licença de minhas atividades e, em particular, àqueles da Área de Oceanografia Física que me substituíram nas aulas.

A Minerações Brasileiras Reunidas - MBR pelos dados que aqui são tratados e, em especial, aos Engenheiros Caio e Waldir pela gentileza e eficiência presentes em nossos contactos.

A Ieda e Regina pela digitação desta tese e pela boa vontade sempre demonstrada.

Às amigas Nilde e Roseli pelos desenhos.

Às amigas Leo, Míriam, Roseli e Tilica pela constante alegria que incentiva o trabalho.

À minha família pelo apoio e amizade e, em particular, a meus pais, minha tia Gilda e minha cunhada Maria Inês pela ajuda e pela grata companhia que tornaram-me a vida mais leve, permitindo que guardasse esforços para a realização desse trabalho.

E, finalmente, às crianças Daniel, Tiago, Míriam, Paula, Teresa, Bruno, Filipe, Débora, Eduardo, Isis, Beatriz, Mariana, Vinícius e Marcelo que, sempre presentes no pensamento, de árduo tornam qualquer trabalho prazeroso.

ÍNDICE

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO	1
------------------	---

CAPÍTULO II

DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

II.1 Histórico	3
II.2 As principais Marés Parciais	5
II.3 Proposta de Trabalho	7
II.4 Área de Estudo	9
II.5 Levantamento e Tratamento dos Dados	14

CAPÍTULO III

ANÁLISE POR TRANSFORMADA RÁPIDA DE FOURIER

III.1 Introdução	16
III.2 A Transformada Discreta de Fourier	17
III.3 Estimção da Densidade Espectral de Potência	20
III.4 Aplicação aos Dados Oceanográficos	24
III.5 Conclusões	45
Anexo ao Capítulo III	53

CAPÍTULO IV

APLICAÇÃO DE MÉTODOS PARAMÉTRICOS

IV.1 Introdução	55
IV.2 Análise Espectral por Modelamento Autoregressivo	56
IV.3 O Algoritmo de Levinson-Durbin	60
IV.4 Aplicação aos Dados Oceanográficos	65
IV.5 Conclusões	86
Anexo ao Capítulo IV	87

CAPÍTULO V

MÉTODOS ADAPTATIVOS E MODELAGEM DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DA MARÉ

V.1 Introdução	88
V.2 Filtragem Adaptativa por Mínimos Quadrados	89
V.3 Modelagem AR e Predição Adaptativa	94
V.4 Aplicação aos Dados Oceanográficos	95
V.5 Conclusões	121
Anexo ao Capítulo V	123

CAPÍTULO VI

CONCLUSÕES	125
------------------	-----

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	127
---	------------

RESUMO

O objetivo deste trabalho é estudar o comportamento das flutuações de maré em mar semi-fechado, através de técnicas de processamento de sinais e de análise espectral. Com isso pretende-se estabelecer um comportamento padrão para a região em estudo (*Baía de Sepetiba*) e, sobretudo, mostrar o potencial de aplicação das ferramentas desenvolvidas para a análise. Os métodos utilizados são: *Análise Clássica de Fourier*, onde através de algoritmos de Transformada Rápida (*FFT*) obtém-se a densidade espectral de frequência pelo método do Periodograma; *Métodos Paramétricos*, visando uma maior definição do espectro e estabelecendo um modelo auto-regressivo para o sinal, a partir dos dados disponíveis; *Métodos Adaptativos*, finalmente levando-se em conta o caráter não estacionário do sinal de maré e obtendo-se um modelo auto-regressivo de forma adaptativa, o qual permite acompanhar as variações de frequência e, principalmente, de intensidade das diversas componentes de maré ao longo do ano.

Os resultados apresentados mostram que os espectros obtidos por *FFT*, por *Modelamento AR* e por *Filtragem Adaptativa*, estiveram de acordo entre si e com os obtidos teoricamente. Os três métodos podem ser utilizados em qualquer conjunto de dados de altura do nível do mar e podem referir-se a qualquer âmbito de intervalo de frequência de maré. O modelo *AR*, adaptativo ou não, abre novas e interessantes perspectivas para a análise da curva de maré, conseguindo bom desempenho, mesmo com número limitado de dados, e viabilizando previsões com base nesses modelos.

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

Este trabalho tem como objetivo estudar técnicas de processamento de sinais aplicadas a dados de altura do nível do mar, no âmbito das baixas frequências.

No intervalo das frequências correspondentes a períodos maiores ou iguais a 3 horas encontram-se as componentes mais importantes de maré. Em bacias, ou mares semi-fechados, como é o caso aqui estudado, estas componentes sofrem alterações, que podem ser grandes, na frequência e na energia, que são específicas do local e função de fatores variados como: relevo de fundo e de margens, direção e intensidade de ondas incidentes, direção e velocidade de ventos, etc.

O conhecimento detalhado do fenômeno de maré é de fundamental importância para os estudos oceanográficos. Este conhecimento necessita de dados em grande quantidade, e estes muitas vezes são insuficientes e de onerosa obtenção. Desta forma, é útil que se estude e desenvolva técnicas de coleta e análise desses dados, que venham a agilizar o processo de conhecimento da maré.

A região em estudo é a da Baía de Sepetiba, que se distingue por sua relevante importância turística, econômica e ambiental. Por sofrer acelerado processo de urbanização e industrialização, torna-se sujeita a degradação ambiental. O diagnóstico e o monitoramento ambientais, que permitem a análise de risco e um gerenciamento racional do meio-ambiente, exigem um aprofundado conhecimento dos diversos parâmetros ambientais. Entre eles destaca-se os relativos ao fenômeno de maré, que cooperam na determinação da dinâmica das águas. Em particular, nesta região é a maré a principal responsável pelo movimento das águas.

As técnicas aqui utilizadas na análise dos dados de altura do nível do mar dizem respeito a caracterização de um sinal aleatório. Para determinado tamanho do vetor de entrada, este sinal pode ser considerado estacionário. Desta forma, sua caracterização é mais comumente feita a partir de uma representação espectral. Para obter-se esta representação espectral utilizou-se a técnica clássica de Fourier, através da Transformada Rápida, quase que no sentido de considerá-la como parâmetro de comparação, apesar de suas inerentes limitações. Na tentativa de aplicar métodos mais modernos e inovadores neste campo de estudo no Brasil,

aplicou-se também os métodos paramétricos. E ainda, não levando em conta a hipótese, que não é real, de estacionaridade, procedeu-se a uma filtragem adaptativa.

Apresenta-se aqui o trabalho dividido em capítulos que possibilitem sua maior compreensão, na forma descrita abaixo:

- No Capítulo II coloca-se a problemática do estudo, abordando seus aspectos oceanográficos.

- Nos Capítulos III, IV e V resume-se os conceitos envolvidos nas técnicas utilizadas e os resultados atingidos através delas, respectivamente tratando-se de: Transformada Rápida de Fourier, Modelagem Autorregressiva e Filtragem Adaptativa.

- No Capítulo VI conclui-se da análise dos resultados anteriores alguns tópicos de interesse a esta interface de conhecimento do processamento de sinais aplicado a dados oceanográficos. Sugere-se, também, outros tantos que venham a aprofundar este conhecimento e facilitar a troca de informação nesta interface.

Os estudos oceanográficos detêm a problemática de lidar com dados mutuamente dependentes e variáveis, em grande número. É, portanto, uma de suas premissas a agilização na análise desses dados, atentado-se à precisão e à redução da quantidade necessária. Foi, fundamentalmente, a partir deste interesse que iniciou-se o trabalho a seguir.

CAPÍTULO II

DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

II.1. HISTÓRICO

Os grandes mares do mundo que formam a superfície oceânica, que cobre $\frac{2}{3}$ do planeta, nunca estão totalmente em repouso. Além dos distúrbios irregulares, que podem restringir-se à superfície, existem constantemente pulsações regulares e, às vezes, sutis.

Embora a essência do fenômeno de maré fosse conhecida dos gregos e romanos, das civilizações antigas apenas uma notabilizou-se como de grandes marinheiros, os fenícios, com suas embarcações de fabricação hebraica e grega, que lhes permitia a observação in loco da maré de diversas localidades. Assim, em suas viagens à procura de riqueza, notaram variações diárias do nível do mar, e as histórias de desastres de seus predecessores levaram-nos a respeitá-las. Na costa francesa encontraram amplitudes de maré variadas e grandes, alcançando até 30 pés. Nas proximidades do Mont S. Michel, uma amplitude de 15 pés obriga-os a serem cautelosos na ancoragem nos precários portos da costa francesa e inglesa. Pescadores locais explicam que nas luas cheia e nova ocorre o período da chamada água-viva, quando depois da cheia o nível da água fica tão baixo que expõe grandes bancos de areia, fenômeno fundamental para a manutenção da vida marinha. Durante as quadraturas (*luas minguante e crescente*), o nível da água quase não varia, é a época da água-morta.

Desde sempre o fenômeno da maré tem sido de vital importância para todos os povos que sobrevivem das diversas formas que o mar permite aos que dele se utilizam. A este fenômeno sempre se associou o aspecto do disco lunar.

Heródoto (450 A.C.) registrou a maré do Mar Vermelho. Himilco (1500 A.C.), almirante cartaginês, visitou a costa da Bretanha e reparou nas fortes

enchentes e vazantes desta região. Aristóteles (350 A.C.) disse: "as enchentes e vazantes do mar sempre surgem relacionadas com a lua e em dias fixos apresentam maiores amplitudes". Fiteas (325 A.C.), o navegador-cientista grego, foi o primeiro a notar as alterações na amplitude de maré durante as quadraturas e sizígias (*luas cheia e nova*) e o primeiro a medir com precisão a altura de maré. Strabo (54 A.C.) descreve o movimento das marés nas costas da Espanha, Portugal, Itália, Golfo Pérsico e Dinamarca. Plínio (23 - 79 D.C.), em sua História Natural, relaciona rudimentarmente, para vários locais, o horário da lua cheia e o da maré alta, e que a diferença em amplitudes é menor quando a lua está na quadratura. Registra também o fato de que a maré alta atinge seu máximo no equinócio. Lendas escandinavas freqüentemente mencionam, mas não tentam explicar, o fenômeno de maré. O Venerável Bede (672 - 735 D.C.) sumariza os conhecimentos sobre a maré e afirma que a onda de maré progride de Norte para Sul no Mar do Norte. O Abade St. Albans (1213 D.C.) constrói uma tabela que relaciona o número de dias após a passagem da lua nova e o horário (*hora e minuto*) da maior cheia. No Atlas Catalão (1375 D.C.), preparado para Carlos V, aparece a previsão do horário (*horas*) das marés baixa e alta de sizígia (*estabelecimento de porto*).

No século XVI surgem as primeiras tentativas de explicar o fenômeno, relacionando-o com o movimento do sol e da lua, e objetivando a navegação. Posteriormente aos estudos de Kepler, Bacon, Descartes, Wallis, Flamsteel, Halley e Galileu, Newton (1687) descobriu a relação entre o movimento do sol e da lua e maré, e define a chamada Teoria de Equilíbrio de Maré.

Logo após a morte de Newton, Bernouilli formula sua famosa equação do movimento hidráulico, que é uma extensão da Lei da Conservação de Energia. Laplace (1749 - 1827) é o primeiro a separar as variações cíclicas do sol e da lua, em distância e declinação, numa série de constituintes às quais associa a fictícios satélites geradores de maré, que geram, então, as chamadas marés parciais. Assim, Laplace fornece as bases para o Método Harmônico de Análise de Maré, que considera a curva de maré como a soma de constituintes ideais (*marés parciais*) associadas a satélites fictícios. Lord Kelvin (1824 - 1907) sistematiza esse método, posteriormente desenvolvido por Sir George Darwin e por Lord Rayleigh. No século XX propõe-se a Teoria de Ressonância Hidráulica em oceanos, mares, estuários e golfos, e estuda-se o efeito da rotação da terra em fluidos em movimento. Leva-se, então, em consideração formato, profundidade,

margens e direção do eixo maior das áreas oceânicas na determinação do seu período natural de oscilação e propõe-se a Teoria Dinâmica de Maré.

Hoje em dia, aprimoramentos de análise e previsão de maré, segundo a Teoria Dinâmica, vêm sendo constantemente feitos, utilizando-se recursos computacionais e processamento de sinais, na tentativa de obter-se a maré de determinado local, e o maior número possível de suas constituintes, com aumento da precisão e diminuição do número de dados necessários. Horn [1] utiliza o Método dos Mínimos Quadrados, Cartwright e Catton [2] desenvolveram análise de maré baseada na Transformada Discreta de Fourier. Ambos métodos utilizam 61 constituintes, embora Doodson [3] afirmasse que muitas mais seriam necessárias para uma boa previsão, principalmente em águas rasas. Zetler e Cummings [4] e Lennon [5], respectivamente realizando medições nos portos de Anchorage (*Alaska*) e no de Londres, comprovam esta afirmação, mostrando a necessidade de se trabalhar com mais 50 constituintes. Munk e Cartwright [6] desenvolvem uma diferente maneira de abordar o problema, considerando a maré num mar semi-fechado como a resposta não-linear às forças geradoras da maré de equilíbrio. O número de constituintes necessário para a previsão sob este ponto de vista é o mesmo e o esforço computacional muito grande. Cooley e Tukey [7] utilizam a Transformada Rápida de Fourier para algumas bacias e registram o fato de que os resultados são individuais, não se tendo, até os dias de hoje, encontrado forma de estendê-los ou transferi-los de uma área para outra. Surge, assim, a intenção de se aplicar outros métodos de análise [8, 9 e 10]. É nesta linha de motivação que se situa o presente trabalho.

II.2. AS PRINCIPAIS MARÉS PARCIAIS

A maré é um dos fenômenos mais importantes e regulares da natureza. Manifesta-se pela rítmica subida e descida do nível da água, em geral duas vezes ao dia. Este rítmico movimento é, às vezes, perturbado por processos atmosféricos. Esta perturbação pode ser forte (*como no caso da maré de tormenta*), mas a regularidade do fenômeno é restabelecida quando a influência meteorológica cessa. A perpetuidade e regularidade das marés demonstra que uma força constantemente presente é a causa do fenômeno e governa seu curso. Este movimento tem a mesma natureza em todo o globo, incluindo praias e mares adjacentes, embora apresente peculiaridades diferentes em cada local. É um fenômeno provocado por forças que atuam em todo lugar da mesma maneira e às

quais toda massa de água está sujeita. Este sistema de forças é de natureza cósmica (*por exemplo, atração gravitacional do sol e da lua*).

O ponto mais alto da subida da água é chamado de maré alta, e o mais baixo, de maré baixa, a subida, de maré enchente, e a descida, de maré vazante. Em geral as sucessivas marés altas, ou baixas, não têm a mesma amplitude. O intervalo de tempo entre elas é, na maioria dos casos, de *12 h e 25 min* e, portanto, as marés altas e baixas são atrasadas diariamente de *50 min*, relacionado com o atraso igual ao da passagem da lua pelo meridiano local.

A diferença de tempo entre a passagem da lua e a maré alta é denominada "intervalo lunitudinal". O horário local da maré alta de sizígia (*lua cheia ou nova*) é denominado "estabelecimento de porto". Na sizígia, sol e lua passam simultaneamente pelo meridiano e ocorrem as marés altas e baixas de maior amplitude (*maré de sizígia*). As marés de menor amplitude ocorrem nos quartos-crescente e -minguante (*maré de quadratura*). O intervalo lunitudinal e o estabelecimento de porto são características locais. O efeito gravitacional do sol pode aumentar ou diminuir o intervalo lunitudinal. Este distúrbio em tempo, denominado "*desigualdade semi-mensal*", é função da fase da lua. Existem ainda muitas outras assim chamadas desigualdades [11]. No entanto, entre as clássicas desigualdades, que se referem fundamentalmente às oscilações cíclicas das posições relativas entre sol, lua e terra, não são relacionadas algumas influências locais, particularmente importantes em ambientes costeiros de bacias semi-fechadas. Estas influências dizem respeito aos relevos de fundo e de contorno, à dinâmica e perfil de densidade das águas e também a aspectos meteorológicos [12].

Portanto, vê-se que as marés constituem um fenômeno intrincado que obedece leis definidas. Ele depende principalmente da lua, do sol e de sua posição relativa. Certas posições entre sol, lua e terra repetem-se após *18 anos*. Assim, é necessário *19 anos* de registro, pelo menos, para computar exatamente a maré em determinado local. Mas, um ano de observações tem se mostrado suficiente para a determinação das principais constituintes de maré, ou marés parciais.

A curva da onda de maré pode, então, ser descrita como a somatória de ondas senoidais, correspondentes às marés parciais, o que faz com que o método harmônico de Análise de Fourier seja o mais comumente usado para a análise e previsão do fenômeno.

A *tabela II.1* mostra algumas das principais marés parciais para um oceano homogêneo e ilimitado, ou seja, desconsidera-se qualquer influência de relevo, contorno e profundidade. Essas constituintes foram obtidas teoricamente pelo método de Doodson [13] a partir de dados costeiros de diversas localidades. A tabela indica, para cada componente, seus símbolos, períodos e magnitudes relativas à componente dominante M_2 .

Até hoje já foram identificadas 390 componentes, das quais 100 são de longo período, 160 diurnas, 115 semi-diurnas e 14 de 1/4 do dia. Obviamente há mais componentes do que as listadas na *Tabela II.1*, mas, na prática, são feitas previsões, embora grosseiras, utilizando-se 7 componentes principais, 4 semi-diurnas e 3 diurnas [14].

Mesmo com estas poucas componentes, produzir uma tábua de maré para um porto por um ano inteiro é um processo muito demorado necessitando de medições durante longo período. Nos primeiros anos de uso da análise harmônica os cálculos eram feitos à mão, o que demandava vários meses de cálculos. A primeira máquina para esse fim foi feita em 1876 por Lord Kelvin e está agora no Museu de Ciências de Londres. Os computadores servem admiravelmente para esse procedimento repetitivo e as Tábuas de Maré feitas pelo Royal Navy Hydrographic Office para a maioria dos portos em todo o mundo levam atualmente pouco tempo para serem confeccionadas [15].

II.3. PROPOSTA DE TRABALHO

As componentes de maré são específicas de cada localidade pois sofrem evidentes influências da latitude e das características fisiográficas locais.

TABELA II.1
As principais marés parciais segundo o método de Doodson

Maré Parcial	Símbolo	Período (h solar)	Relação com M_2
<i>(componentes semi-diurnas)</i>			
lunar principal	M_2	12,42	100,0
solar principal	S_2	12,00	46,6
lunar elíptica maior	N_2	12,66	19,2
semi-diurna luni-solar	K_2	11,97	12,7
solar elíptica maior	T_2	12,00	2,7
lunar elíptica menor	L_2	12,19	2,8
lunar elíptica de 2ª ordem	$2N_2$	12,91	2,5
lunar eveccional maior	δ_2	12,63	3,6
lunar eveccional menor	λ_2	12,22	0,7
variacional	μ_2	12,87	3,1
<i>(componentes diurnas)</i>			
luni-solar diurna	K_1	23,93	58,4
lunar principal diurna	O_1	25,82	41,5
solar principal diurna	P_1	24,07	19,4
lunar elíptica maior	Q_1	24,87	7,9
lunar elíptica menor	M_1	24,84	3,3
lunar elíptica pequena	δ_1	23,10	3,3
<i>(componentes quaterdiurnas)</i>			
---	M_4	6,21	--
---	MS_4	6,10	--
<i>(componentes de longo período)</i>			
lunar quinzenal	M_f	327,86	17,2
lunar mensal	M_m	661,30	9,1
solar semi-mensal	S_{sa}	2191,43	8,0

O objetivo desse trabalho é estudar e desenvolver métodos adequados para a descrição e análise do fenômeno numa dada região costeira. Sua principal motivação está em prover resultados confiáveis a partir de um número limitado de dados, reduzindo a complexidade computacional e principalmente os gastos inerentes à coleta desses dados.

A primeira técnica a ser empregada baseia-se na Transformada de Fourier Discreta (*DFT*) do sinal sob análise. No entanto, é conhecido que os métodos de análise espectral baseados em técnicas de Fourier são limitados no que se refere à definição espectral. Assim, pretende-se também efetuar a análise espectral do sinal através dos chamados métodos paramétricos, dentre os quais os mais convenientes, nesse caso, são os que utilizam os modelos auto-regressivos (*AR*).

Ambos os métodos acima consideram o sinal estacionário, o que não é verdade no caso da maré ao longo do ano, sujeita a diversas alterações ambientais. Desta forma, a terceira técnica a ser empregada diz respeito a um modelo *AR* variável no tempo, através de algoritmo de filtragem adaptativa. Essa técnica possibilitará não apenas a caracterização do sinal, como também o estudo de sua evolução, por exemplo, ao longo de um ano.

II.4. ÁREA DE ESTUDO

O litoral Sul do Estado do Rio de Janeiro é considerado, por suas águas calmas e diversas ilhas e baías, uma região de grande potencial turístico. Mas, diante do quadro de desenvolvimento e expansão urbana, somado a grandes empreendimentos imobiliários e turísticos, este quadro vem se modificando, fazendo necessário estudá-lo para conhecê-lo e utilizá-lo de maneira racional. É principalmente a partir da década de 70, época em que as indústrias de grande porte começaram a se instalar na região e a construção da BR-101 trouxe maior fluxo de veículos que a ação antrópica se intensifica. O desenvolvimento não vem sendo acompanhado por planejamento adequado de ocupação da terra, ocorrendo destruição de extensas áreas de manguezais e poluição das águas do Complexo Baías de Sepetiba-Ilha Grande [16].

A Baía de Sepetiba localiza-se no litoral sudeste do Rio de Janeiro, entre as latitudes $22^{\circ}54'06''$ e $23^{\circ}04'18''$ S e os meridianos $43^{\circ}03'42''$ e $44^{\circ}02'03''$ W de longitude (Figura II.1). A Baía apresenta uma área de aproximadamente 447 Km², de uma linha de praia notadamente recortada, principalmente na sua parte leste, com inúmeras pequenas baías, entre as quais cita-se a Baía de Marambaia e o Saco de Coroa Grande. É isolada do continente pela Restinga de Marambaia. A ligação com o oceano ocorre restritamente na parte oeste, devido a presença de ilhas, como a Ilha Guaíba, Ilha Jaguanum e, mais remotamente, a Ilha de Itacuruçá [17]. Liga-se à Baía de Ilha Grande através de um estreito de 4 km de largura [16]. Na parte leste o aporte oceânico é mais significativo, feito através da Barra de Guaratiba. Nas áreas adjacentes, ou seja na parte de norte a oeste, a Baía é margeada por vegetação de mangue característica, recebendo aporte de vários pequenos rios [17]. Sua profundidade máxima média, na parte central, é de aproximadamente 20 m [18 e 19].

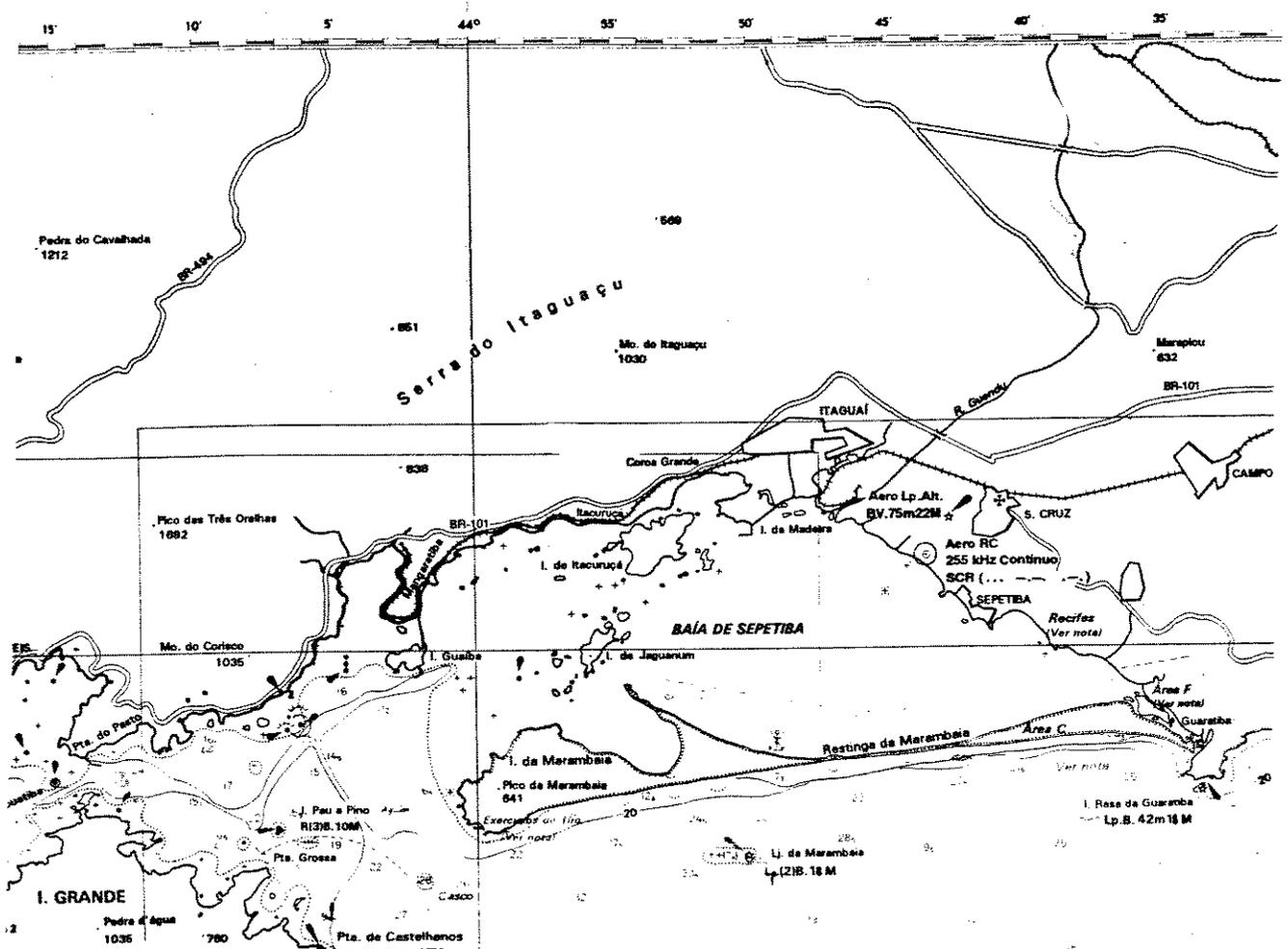


Figura II.1 - Baía de Sepetiba.

O clima de Köppen da região é do tipo Awa [20] (*clima tropical chuvoso - mês mais frio com temperatura média maior do que 18°C, mês mais quente com temperatura média maior do que 22°C; precipitação maior do que a evapotranspiração anual, com chuvas de verão*) [21]. Segundo Thornthwaite, o clima é superúmido (*índice de umidade maior que 100*) [21], com pouco ou nenhum déficit hídrico (*índice de aridez entre 0 e 10*) [21], mesotérmico (*concentração térmica no verão entre 48,0 e 68,0*) [21] com calor bem distribuído o ano todo [16] (*dados fornecidos para a análise pela estação meteorológica de Angra dos Reis*).

Os ventos predominantes são do *NE*, provocando circulação horária das águas; quando ocorrem ventos de *SW*, a circulação passa a ser anti-horária. A velocidade média dos ventos oscila entre 6 e 10 nós, para qualquer direção. Em apenas 33% do tempo registra-se calmarias. Os ventos de *SSW* são trazidos por frente fria, levantam o mar nos locais não protegidos, e são mais freqüentes à tarde. Durante o dia, a brisa tende a aumentar a componente *E* do vento, e à noite a *W* predomina, mas com menor intensidade. Os ventos mais efetivos são de 70° e 250°, e os de 50° e 210°, os mais prováveis, produzindo maior volume de transporte líquido relativo. A temperatura do ar é de 18°C médios em julho e 36°C médios em setembro. A média anual de pluviosidade é de 2000 mm, a pressão atmosférica oscila em torno de 1015 mb com bom tempo, e a umidade relativa entre 76 e 81%. Em média, a visibilidade é boa, embora no outono e inverno ocorra cerração nas primeiras horas da manhã [16].

As principais atividades locais sempre foram a pesca, o lazer e o turismo, presente durante todo o ano. Como a morfologia da Baía apresenta-se altamente propícia às instalações de complexos industriais e portuários, hoje há um intenso desenvolvimento urbanístico na sua periferia, e a indústria assume também relevância entre as atividades locais [16]. Destaca-se o parque industrial, fundamentalmente metalúrgico, que é, inclusive, responsável por contaminação por metais das águas da Baía. O crescimento industrial e residencial fez da Baía de Sepetiba também o principal corpo receptor de dejetos industriais e antropogênicos, estando assim suscetível às várias formas de contaminação, como por exemplo o Zinco, que está se concentrando às margens na secção *N* da Baía, sendo o elemento mais poluente da região, cuja dispersão ocorre durante a maré enchente [22].

A Baía de Sepetiba caracteriza-se como um estuário de meso a eurihalino, com heterogeneidade lateral e homogeneidade vertical [23]. Esta heterogeneidade acontece devido a predominância do aporte fluvial na secção *N*, principalmente através do Rio Guandú, e da entrada de água salina na secção *S*. A temperatura da água (entre 20° e 23°C) não é a responsável pela estratificação das águas, tendo distribuição homogênea, e sim a salinidade. A matéria em suspensão distribui-se em duas áreas de máxima turbidez: uma na parte *N*, devido ao aporte fluvial, e outra ao *S*, na Ponta de Pombeba, devido ao processo de ressuspensão de material de fundo. A ressuspensão é significativa para um sistema costeiro de baixa profundidade e está associada à maré vazante [16]. Os parâmetros carbono orgânico particulado e clorofila *a* apresentam também as maiores concentrações durante a maré vazante, associados ao processo de ressuspensão, na Ponta de Pombeba. Já durante a enchente, as maiores concentrações desses parâmetros são encontradas nas margens continentais, ao *S*. Os valores dos teores desses parâmetros indicam que a Baía apresenta condições mesotróficas [17].

Pode-se, em resumo, identificar três áreas distintas dentro da Baía: a parte interior com baixa salinidade, alta turbidez e elevados índices de concentração de nutrientes; a região intermediária com águas de mistura, valores médios de salinidade, de turbidez e de teores de nutrientes; e a entrada da Baía com valores de salinidade e transparência elevados e baixos teores de nutrientes. A Tabela II.2 apresenta valores médios para estas três regiões explicitadas, a partir de dados compilados de diversos fundeios [26].

TABELA II.2

Valores médios de massa d'água na Baía de Sepetiba [16]

Local	T(°C)	Δs	S(‰)	Δs
entrada da Baía	22,43	0,09	34,75	0.15
parte central da Baía	26,57	0,23	33,27	0.32
fundo da Baía	22,34	0,20	32,54	0,47

(Δs - desvio padrão da média)

Os parâmetros físico-químicos da água do mar e sua distribuição demonstram que a Baía de Sepetiba tem comportamento altamente dinâmico, espacial e temporalmente, definido pelo regime de marés e influenciado pela rede hidrográfica costeira, pela batimetria e pelos ventos [17].

Em condições de amplitude máxima de maré ($1,2\text{ m}$) o prisma de maré é de 19% do volume total da Baía e durante a amplitude mínima ($0,4\text{ m}$) é de 6% [42]. Nestas situações, respectivamente, o tempo de renovação da água é de 3 e 8 dias, podendo considerar-se baixo o potencial de retenção de material em suspensão [17]. Foram detectados períodos de maré representativos de 14 dias, com dados provenientes de medições na Ilha Guaíba, e na sizígia encontrou-se amplitudes de maré médias de 120 cm. Considera-se também como responsáveis pela maior parte do fluxo de maré as constituintes M_2 , S_2 e M_4 . A componente M_4 detectada (6,21 h de período) é relativamente significativa e sua amplitude podendo ser explicada por ter a Baía aproximadamente o mesmo comprimento do comprimento da onda M_4 , causando, ainda este fato, feito semelhante na ampliação da amplitude da onda M_2 (1/2 dia) [23].

As Baías de Ilha Grande e Sepetiba, que juntas formam o importante Sistema Sepetiba-Ilha Grande, apresentam características termohalinas diferentes. A Baía de Ilha Grande é $0,5^\circ\text{C}$ mais quente e 2% mais salina que a adjacente Baía de Sepetiba [26]. A troca de águas entre elas é importante para seus ecossistemas, pois resulta em mistura de águas com características diferentes. Esta troca de águas é fundamentalmente resultante da co-oscilação de maré, causada pela defasagem de oscilação, ou seja, quando o nível de água aumenta em uma delas diminui na outra e vice-versa. Na Baía de Sepetiba as correntes de maré são fortes e alternantes, tendo em média de 50 a 75 cm/s [24]. Ocorrem correntes de maré muito fortes nas proximidades da Ilha Guaíba, principalmente na parte S [25]. Registrou-se a existência de seiches [24].

II.5. LEVANTAMENTO E TRATAMENTO DOS DADOS

A indiscutível riqueza e importância ambiental da Baía de Sepetiba, associadas aos riscos dos impactos ambientais gerados pelo desenvolvimento, obrigam a bem conhecer-se a região, através de um estudo detalhado do ecossistema local [16], que venha a orientar o desenvolvimento sustentado. Este conhecimento só é possível através de uma compreensão integrada das características da região. O levantamento de dados pretéritos demonstra que não há sistemática de coleta e análise, tanto no aspecto de periodicidade quanto no de metodologia compatível, o que dificulta o entendimento global dos processos que atuam no ecossistema. Embora existam diversos e confiáveis trabalhos realizados nesta região, a falta de compatibilidade entre eles dificulta comparações e mútuo aproveitamento e, pela complexidade ambiental, há ainda pouca quantidade de informações, sugerindo a necessidade de maior coleta de dados primários, ou tratamento dos já existentes e catalogados. A coleta de dados oceanográficos, mesmo que costeiros, acarreta volumoso dispêndio de verba, pessoal e equipamento, chegando, às vezes, a inviabilizar a tarefa.

COORDENADAS GEOGRÁFICAS

LAT = $22^{\circ} 59' 58,141''$ S

LONG = $44^{\circ} 0' 58,298''$ W

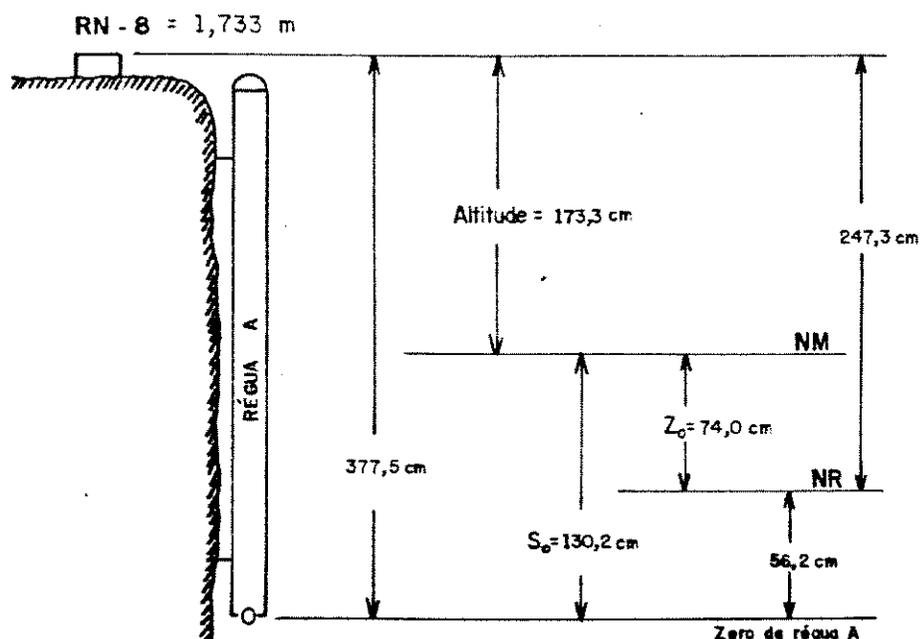


Figura II.2 - Especificação do Marégrafo da Ilha Guaíba.

Neste trabalho não se pretende apresentar um diagnóstico ambiental da região. Intenta-se estudar uma das características ambientais, o regime de marés, que é, no local, o principal responsável pela dinâmica acentuada, determinando, dessa forma a distribuição espacial e temporal dos outros parâmetros de relevância, e possibilitando planejamento de futuras coletas. Com este trabalho objetiva-se também a análise do fenômeno de maré, com acurácia, utilizando dados já existentes e possibilitando estabelecer limite numérico para a sua quantidade, tendo em vista peculiaridades de futuros níveis de seu conhecimento que se façam necessários.

Os dados para este estudo foram obtidos da estação maregráfica localizada na parte *SE* da Ilha Guaíba, nas proximidades do canal de ligação entre as baías de Sepetiba e Ilha Grande. O marégrafo lá instalado, sob responsabilidade da *MBR* - Minerações Brasileiras Reunidas, é de fabricação da Hidrologia S.A., e suas especificações encontram-se na *Figura II.2*. O mareógrafo fornece séries temporais diárias da oscilação do nível do mar em torno do nível médio do mar (*maregrama*). Foram feitas leituras da amplitude de maré a intervalos de 3 h, no período de 01/01/86 a 31/12/91. A estes dados foram aplicadas as técnicas de processamento de sinais de que tratam os capítulos seguintes.

CAPÍTULO III

ANÁLISE POR TRANSFORMADA RÁPIDA DE FOURIER

III.1. INTRODUÇÃO

A análise espectral consiste num método que caracteriza o conteúdo em frequência de um determinado sinal. A Transformada de Fourier é a ferramenta matemática que relaciona o sinal no tempo, ou no espaço, (*ou ainda um modelo desse sinal*) à sua representação no domínio da frequência. Na realidade, faz-se uma estimativa do espectro para um segmento finito do sinal [27].

Para os propósitos do estudo em questão, a partir de agora, um sinal é definido como uma função do tempo, com valor único, que contém informação. Conseqüentemente, para cada instante de tempo, há um valor único da função. Como tal, pode-se considerar um sinal a variação no tempo da altura do nível do mar em determinado ponto do espaço.

Um sinal $x(t)$ é periódico quando é uma função que satisfaz a condição:

$$x(t) = x(t + T_0) \quad (III.1)$$

para todo t , onde: $t \rightarrow$ tempo
 $T_0 \rightarrow$ período, constante

Qualquer sinal que não satisfaz a condição da equação (III.1) é dito não-periódico. Pode-se sempre estudar um sinal como sendo periódico se, considerando o registro de dados, supuser-se que, após o instante final do registro, o sinal se repetirá. Em não sendo periódico, tão menor será o erro em considerá-lo como tal quanto maior for o tamanho do registro.

Um sinal é dito determinístico se não há incerteza com respeito a seu valor em qualquer instante de tempo. Desta forma, um sinal determinístico pode ser modelado como uma função do tempo completamente especificada. Um sinal é dito aleatório (*ou estocástico*) se há incerteza sobre o seu valor num dado instante de tempo. Tal sinal pode ser considerado como parte de um conjunto de realizações aleatórias, cada uma delas associada a diferentes formas de onda. Cada sinal do conjunto tem, portanto, uma certa probabilidade de ocorrência. Assim, um sinal aleatório é definido a cada instante t pela lei de probabilidade de sua amplitude $x(t)$. Esta lei exprime-se por uma função densidade de probabilidade $p(x, t)$. O sinal é estacionário quando as propriedades estatísticas são independentes do tempo, ou seja, sua função densidade de probabilidade é independente do tempo: $p(x, t) = p(x)$.

Um sinal determinístico é bem representado em frequência através de sua transformada de Fourier, havendo uma correspondência biunívoca entre o sinal no tempo e seu espectro. Para o sinal aleatório, temos um conjunto de realizações, que constituem um processo estocástico. Para representá-lo matematicamente, faz-se uso de suas médias, de forma que muitas das propriedades do sinal podem ser levantadas a partir dessas médias. Em particular, vai-se trabalhar aqui com a chamada seqüência de autocorrelação, cuja transformada de Fourier constitui a Densidade Espectral de Potência (*D.E.P.*) do sinal [28]. É pela estimação da *D.E.P.* que se estuda o comportamento em frequência de um sinal aleatório.

Nos itens que se seguem aplicar-se-á esses conceitos para o sinal em estudo, que é um conjunto de dados, e pode ser entendido como um sinal discretizado no tempo. Obter-se-á uma estimativa da *D.E.P.* do sinal através do algoritmo conhecido como Transformada Rápida de Fourier (*FFT*). Para atingir esse objetivo, vai-se apresentar um rápido resumo dos conceitos que envolvem a Transformada Discreta de Fourier e a Estimação da Densidade Espectral de Potência.

III.2. A TRANSFORMADA DISCRETA DE FOURIER

A curva da maré no tempo (*maregrama*) foi amostrada de 3 em 3h. O maregrama é um sinal contínuo, analógico, mas o sinal amostrado, que vai tratar-se, é discretizado no tempo. Ou seja, converteu-se um sinal analógico numa

seqüência correspondente de amostras uniformemente espaçadas no tempo. O intervalo de amostragem deve ser tal que as amostras permitam a recuperação do sinal analógico original. Para definir-se este intervalo, ou frequência de amostragem, utiliza-se o Teorema de Amostragem [28]:

"Se o sinal não contém componentes em frequência superiores ou iguais a um valor f_m , ele é inteiramente determinado por uma seqüência de seus valores amostrados a instantes regularmente espaçados de $T \leq \frac{1}{2f_m}$."

Quando se precisa calcular a Transformada de Fourier de um sinal discretizado no tempo, utiliza-se a Transformada de Fourier Discreta (*DFT*). Vai adaptar-se a transformada de Fourier dada por:

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j2\pi ft} dt \quad (III.2)$$

à seqüência $x(nT)$ que representa a amostragem do sinal. A *DFT* será, então, dada por:

$$X(f) = \sum_{n=0}^{N-1} x(nT) e^{-j2\pi fnT} \quad (III.3)$$

Para que a análise em frequência possa ser adequadamente realizada por métodos computacionais, o próximo passo é a discretização em frequência. Escolhe-se naturalmente um certo passo de frequência Δf , tomando-se amostras regularmente espaçadas de $X(f)$, obtendo-se assim:

$$X(k\Delta f) = \sum_{n=0}^{N-1} x(nT) e^{-j2\pi k\Delta f nT} \quad (III.4)$$

Para que o sinal amostrado possa ser uma boa representação do sinal original, escolhe-se para o passo de amostragem $\Delta f \leq \frac{1}{NT}$. Dessa forma, adotando a igualdade, existem somente N valores diferentes na seqüência $X\left(\frac{k}{NT}\right)$, que é periódica e de período N , pois:

$$X\left[\frac{(k+N)}{NT}\right] = X\left[\frac{k}{NT}\right] \quad (III.5)$$

A transformada assim calculada se apresenta sob forma de valores discretos, que é uma característica do espectro de funções periódicas. Pode-se, então, considerar que a seqüência $X\left(\frac{k}{NT}\right)$ é obtida por transformada de Fourier da seqüência dos $x(nT)$, considerada como periódica e de período NT . Assim, a *DFT* e sua inversa vão estabelecer a relação entre essas duas seqüências periódicas. Portanto, assumindo $T=1$, duas seqüências de números complexos $x(n)$ e $X(k)$, periódicas e de período N , são relacionadas entre si pela *DFT* e sua inversa, através das relações:

$$X(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-\frac{j2\pi nk}{N}} \quad (III.6)$$

$$x(n) = \sum_{k=0}^{N-1} X(k) e^{\frac{j2\pi kn}{N}} \quad (III.7)$$

onde o fator de amostragem $\frac{1}{N}$ é escolhido de tal forma que os $X(k)$ sejam os coeficientes do desenvolvimento em série de Fourier da seqüência $x(n)$.

As equações (III.6) e (III.7) definem a *DFT* e fornecem, como dito, uma relação entre dois conjuntos de N números complexos, que podem ser escritos, de maneira prática, na forma matricial. Para isso define-se:

$$W = e^{-\frac{j2\pi}{N}} \quad (III.8)$$

Os números W^n são os chamados coeficientes da *DFT* e se posicionam sobre a circunferência de raio unitário do plano Z . São as raízes da equação $Z^N - 1 = 0$. Desta forma, reescrevendo (III.5) na forma matricial, tem-se:

$$\begin{bmatrix} X_0 \\ X_1 \\ \vdots \\ X_{N-1} \end{bmatrix} = \frac{1}{N} \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & W & \dots & W^{(N-1)} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & W^{(N-1)} & \dots & W^{(N-1)(N-1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ \vdots \\ x_{N-1} \end{bmatrix} \quad (III.9)$$

A equação (III.7) também pode ser posta em forma matricial, retirando de (III.9) o fator $\frac{1}{N}$ e mudando W^n em W^{-n} . A matriz quadrada de (III.9) apresenta particularidades: as linhas e colunas de mesmo índice tem os mesmos elementos, e estes elementos são potência da base W , tal que: $W^N = 1$. Portanto, pode-se

fazer simplificações importantes para o cálculo da equação (III.9), simplificações estas que conduzem a algoritmos de cálculo rápido. Quando a *DFT* é calculada com ajuda desses algoritmos, efetua-se a chamada Transformada Rápida de Fourier (*FFT*). Quando N é potência de 2, o algoritmo da *FFT* é particularmente pouco complexo e eficaz. Este algoritmo é baseado em uma decomposição da seqüência a transformar em subsequências entrelaçadas. Para a estimação da Densidade Espectral de Potência de um sinal de altura do nível do mar fez-se utilização da *FFT*, como se verá adiante. Não tendo a seqüência um número de pontos múltiplos de 2, completou-se com zeros até tornar-se como tal.

III.3. ESTIMAÇÃO DA DENSIDADE ESPECTRAL DE POTÊNCIA

Um sinal aleatório é bem representado por suas propriedades estatísticas, como valor médio, variância (*potência média*), função de autocorrelação ou espectro de densidade de potência [29].

A densidade espectral define a distribuição de potência (*ou energia*) do sinal por unidade de largura de banda como uma função da frequência. A função relacionada à densidade espectral no domínio do tempo é a autocorrelação [28].

A função de autocorrelação que caracteriza a evolução temporal de um sinal aleatório é dada por:

$$r_{xx}(\tau) = E[x(t) \cdot x(t - \tau)] \quad (III.10)$$

onde $E[\cdot]$ é o operador esperança. O máximo dessa função ocorre na origem e corresponde à potência P do sinal:

$$r_{xx}(0) = E[x^2(t)] = P \quad (III.11)$$

Como um sinal aleatório $x(t)$ amostrado com período suposto unitário $T=1$ resulta também num sinal aleatório discreto $x(n)$ que tem, por definição, a mesma lei de probabilidade de amplitude, sua função de autocorrelação será:

$$r_{xx}(n) = E[x(i) \cdot x(i - n)] \quad (III.12)$$

que é uma amostragem da função de autocorrelação $r_{xx}(\tau)$ do sinal aleatório contínuo.

A partir daí define-se a densidade espectral de potência do sinal $x(n)$ como:

$$P(e^{j\omega}) = T.F.\{r(n)\} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} r(n) e^{-jn\omega} \quad (III.13)$$

Na prática não se dispõe de valores exatos da seqüência de autocorrelação, tal como definida em (III.12), mas de estimativas que podem ser obtidas, por exemplo, através de médias temporais. Também não se dispõe, evidentemente, de infinitos valores dessa seqüência, tal como na definição teórica da transformada de Fourier, mas de um número limitado. Em conclusão, vê-se que a densidade espectral de potência será sempre, na verdade, estimada, conforme o método de estimação da autocorrelação e a hipótese que se faz sobre os dados desconhecidos.

Os métodos da estimação da *D.E.P.* baseados em Transformadas de Fourier dividem-se basicamente em [30]:

i) Método do Periodograma, onde se calcula inicialmente a transformada de Fourier $X(f)$ do segmento disponível do sinal. Partindo-se do princípio que a seqüência de autocorrelação pode ser estimada como [31]:

$$\tilde{r}[n] = \frac{1}{N} [x(n) * x(-n)] \quad \text{para } N \text{ dados disponíveis} \quad (III.14)$$

Tem-se então, no domínio da frequência:

$$\tilde{P}(e^{j\omega}) = \frac{1}{N} [X(e^{j\omega}) \cdot X^*(e^{j\omega})] = \frac{1}{N} |X(e^{j\omega})|^2 \quad (III.15)$$

Daí a estimativa da *D.E.P.* pelo método do periodograma é dada por:

$$\tilde{P}(e^{j\omega}) = \frac{1}{N} \left| \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-jn\omega} \right|^2 \quad (III.16)$$

A estimativa $\tilde{P}_x(e^{j\omega})$ é uma variável aleatória com média e variância dadas por:

$$E\{\tilde{P}_x(e^{j\omega})\} = P_x(e^{j\omega}) * T.F.\left\{1 - \frac{|m|}{N}\right\} \quad (III.17)$$

e:

$$\text{VAR}\{\tilde{P}_x(e^{jw})\} = P_x(e^{jw}) \quad (\text{III.18})$$

onde a convolução com a função triangular em (III.17) aparece devido ao número finito N de amostras disponíveis.

Ao calcular-se $\tilde{P}_x(e^{jw_1})$ e $\tilde{P}_x(e^{jw_2})$ para quaisquer w_1 e w_2 constata-se que estes valores variam de forma independente um do outro. Portanto, as estimativas via periodograma podem apresentar grandes flutuações aleatórias, tanto mais rápidas quanto $N \rightarrow \infty$. Para que o periodograma seja um estimador consistente é necessário uma operação de mediação para reduzir a variância do resultado. Esta mediação pode ser feita através do cálculo do periodograma para segmentos do sinal e fazendo-se a média aritmética dessas estimativas.

Neste trabalho utilizou-se vários segmentos de $x(n)$ (*no caso específico um segmento do sinal corresponde a um mês*). Calculou-se o periodograma para cada um deles e a média aritmética entre eles.

A variância no espectro será tanto menor quanto maior o número de segmentos utilizados na mediação. Quando dispomos de um número finito de amostras do sinal, a geração de segmentos obriga a reduzirmos o número de amostras em cada um deles. No entanto, a diminuição deste número deteriora a resolução espectral. Existe, portanto, um compromisso entre resolução e variância das estimativas.. A resolução limitada é produzida pelo janelamento e a variância é decorrente da insuficiência de informação estatística presente num conjunto finito de amostras. Ambos efeitos são consequência de não se dispor de informação suficiente sobre o sinal, o que torna importante a realização de diversas análises do sinal, cada uma delas com características diferentes quanto à resolução e janelamento. Esta estratégia foi utilizada neste trabalho, o que permitiu o conhecimento do sinal e o estabelecimento do compromisso ideal para sua análise.

ii) Método do Correlograma, que se baseia na aplicação da transformada de Fourier sobre uma seqüência de autocorrelação estimada a partir de $x_N(n)$. Este método resume-se a calcular:

$$\tilde{P}_x(e^{jw}) = \sum_{m=-L}^L \tilde{r}_x(m) e^{-jmw} \quad (\text{III.19})$$

onde $L \leq N$, de modo a desprezar as caudas de $\tilde{r}_x(m)$ onde as estimativas da autocorrelação apresentam qualidade decrescente [27].

O estimador $\tilde{P}_x(e^{j\omega})$ é aleatório e tem média

$$E\{\tilde{P}_x(e^{j\omega})\} = \sum_{m=-L}^L E\{\tilde{r}_x(m)\} e^{-jm\omega} \quad (III.20)$$

Aplicando uma janela retangular $R_{2L+1}(m)$, de largura $2L+1$ e centrada na origem, obtém-se:

$$E\{\tilde{P}_x(e^{j\omega})\} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} r_x(m) R_{2L+1}(m) e^{-jm\omega} \quad (III.21)$$

e ainda:

$$E\{\tilde{P}_x(e^{j\omega})\} = P_x(e^{j\omega}) * T.F.\{R_{2L+1}(m)\} \quad (III.22)$$

A operação de convolução de (III.22) deforma $P_x(e^{j\omega})$. Para se obter uma boa resolução espectral estabelece-se um compromisso entre L e a diferença das frequências que se quer observar. Quanto menor o espaçamento entre as frequências maior deve ser o intervalo em que se observa o sinal ($=NT$). Quando o sinal apresenta frequências pouco afastadas e com diferentes potências, o fenômeno do espalhamento, produzido pela convolução com o espectro da janela retangular, pode comprometer a avaliação espectral. Para contornar isto torna-se necessário aumentar L e utilizar outras janelas. Porém quando $L \rightarrow N$ ocorre degradação da qualidade de $P_x(e^{j\omega})$. Portanto, é necessário também estabelecer um compromisso entre resolução, espalhamento e qualidade da estimativa de $P_x(e^{j\omega})$.

O sinal em estudo, como se verá no próximo item, apresenta raias de frequências próximas e de frequências distantes, de energia muito diferentes. Portanto, há que se levar em conta todos os aspectos citados. No entanto, o sinal em estudo oferece mais do que um conjunto de amostras $x(n)$, o que para o cálculo de $E\{P_x(e^{j\omega})\}$ faz com que a variância da densidade espectral seja minorada.

O método do correlograma só é aplicado em situações particulares, cedendo lugar ao método do periodograma. Apresentar-se-á como ilustração um resultado obtido por aquele método, com janelamento retangular, que mostrou ser menos completo do que os fornecidos pelo método do periodograma.

Os métodos clássicos, do periodograma e do correlograma, são os mais robustos quanto à dependência da estatística do sinal e, portanto, são os mais indicados quando não se tem conhecimento a priori das características gerais do sinal. São computacionalmente eficientes, na medida em que permitem o uso da *FFT*. No entanto, apresentam limitações de desempenho, consequência do janelamento devido ao número finito de amostras disponíveis. O compromisso entre resolução espectral, variância das estimativas e janelamento é inerente a esses métodos. O compromisso é menos limitador quando se dispõe de um grande número de amostras de $x(n)$, como é o caso que será tratado no item a seguir.

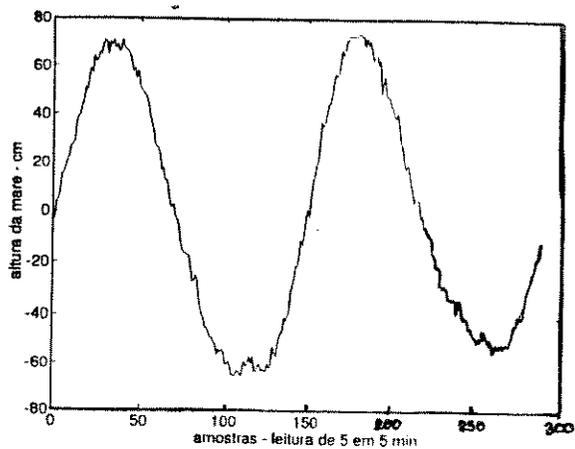
III.4. APLICAÇÃO AOS DADOS OCEANOGRÁFICOS

A observação inicial dos maregramas diários dos anos de 1986 a 1991 indicou a existência de duas classes diversas de registros, cada qual, por sua vez, com dois tipos diferentes de curvas. São elas:

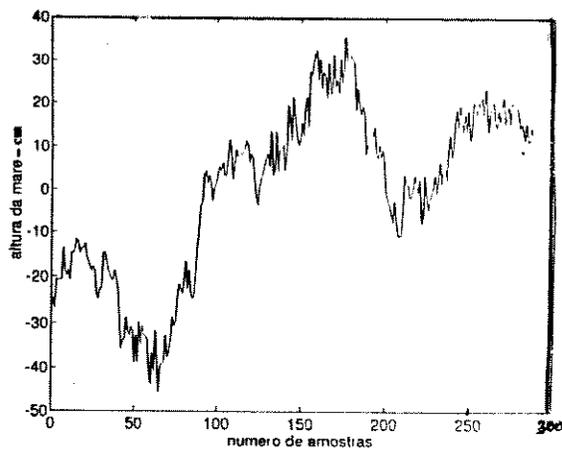
- i) quanto às altas frequências (*convencionalmente aqui as correspondentes a períodos inferiores a 4h*):
 - . dias em que não aparecem
 - . dias em que aparecem

- ii) quanto às baixas frequências (*convencionalmente aqui as correspondentes a períodos iguais ou superiores a 4h*).
 - . dias, convencionalmente, aqui denominados típicos: presença predominante da maré semi-diurna.
 - . dias, convencionalmente, aqui denominados atípicos: a componente semi-diurna não predomina.

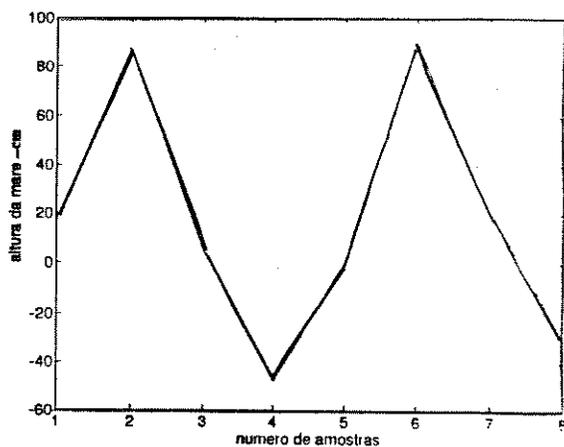
Na *Figura III.1* apresentam-se exemplos dos quatro tipos de maregramas citados, com valores amostrados e mediados em torno do nível zero.



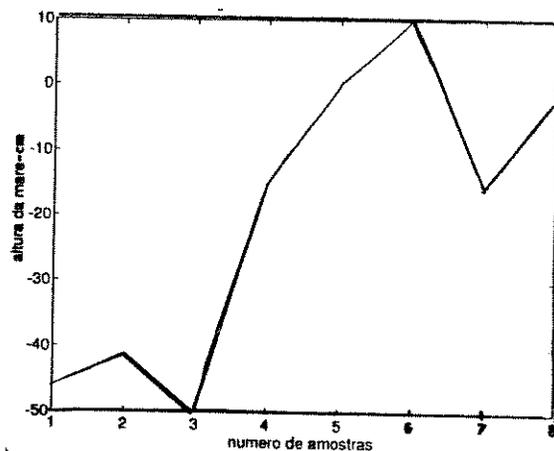
**a) Maregrama do dia 23/09/87.
Sem Seiches.**



**b) Maregrama do dia 16/09/87.
Com Seiches.**



**c) Maregrama do dia 23/09/87.
Típico.**



**d) Maregrama do dia 26/09/87.
Atípico.**

Figura III.1 - Maregramas Amostrados

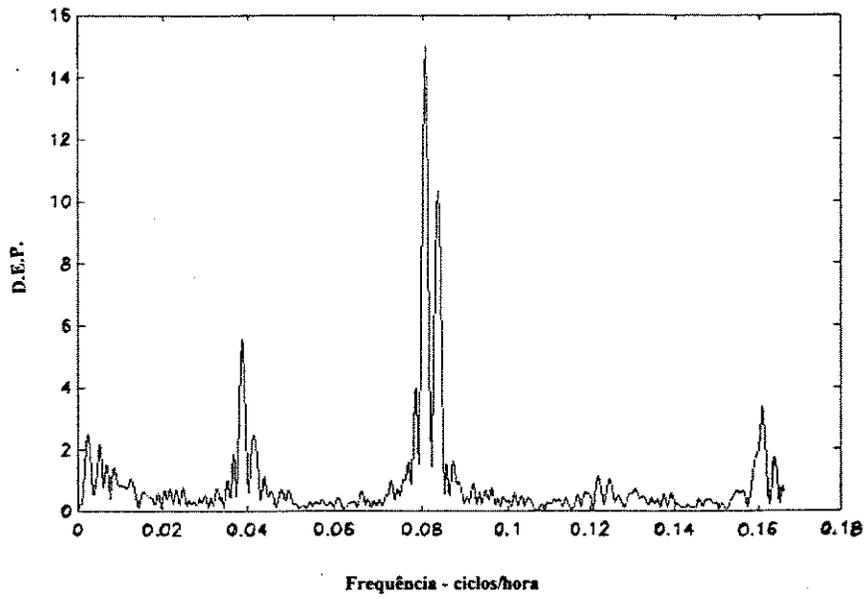
Devido à variabilidade local registrada nas componentes de baixa-frequência e à sua importância, este trabalho irá se ater à detecção dessas frequências e à tentativa de estabelecer padrões de variação, se existirem. Quando possível, tentar-se-á determinar algum paralelismo com os dois tipos de dias relacionados às altas frequências.

O Atlântico Sul apresenta maré mista, predominantemente semi-diurna (*curva periódica com período de 12h e 25 min e amplitudes de marés altas consecutivas diferentes*), que é o caso ocorrido nos dias típicos. A presença de maregramas caracteristicamente do tipo misto predominantemente diurno (*uma maré alta por dia e amplitudes de marés altas consecutivas diferentes*), com grande ou pequena energia da componente diurna, pode ser encontrado em pequenas bacias, como foi o caso nos dias atípicos. A simples observação dos maregramas, série de dados no domínio do tempo, demonstrou haver dias seguidos atípicos (*no máximo até 7 ou 8*) ou apenas um ou dois entre dias típicos. Esta simples observação não permite estabelecer padrão para estas variações entre dias típicos e atípicos.

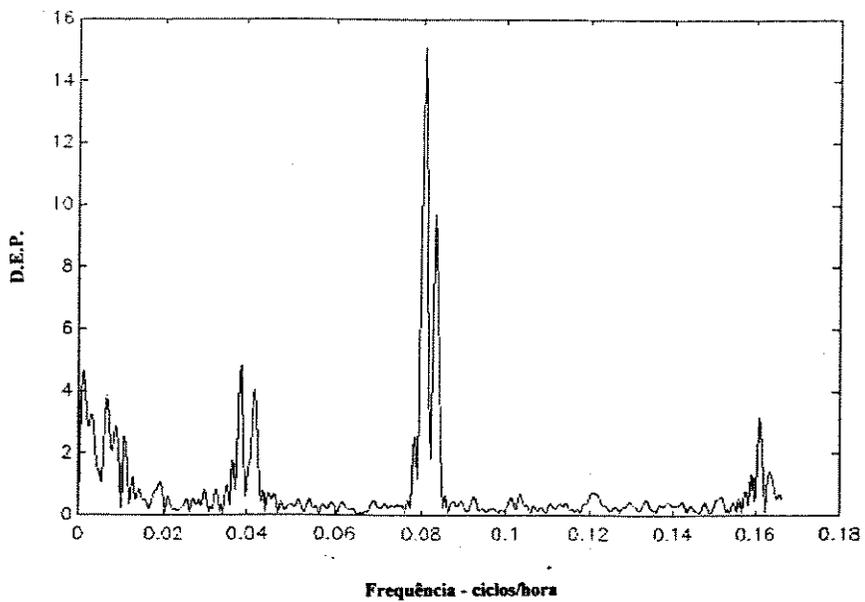
Foram amostrados dados de altura de maré de 3 em 3h. Após diversas análises, optou-se por séries temporais mensais, que mostraram boa resolução para o estudo em questão. Cada ano foi dividido sazonalmente, considerando-se o verão de janeiro a março, o outono de abril a junho, o inverno de julho a setembro, e a primavera de outubro a dezembro. Esta divisão, além do óbvio aspecto prático, pode ser explicada pelo fato das estações serem atrasadas no mar, em relação à terra, já que aquele tem a propriedade de reter mais calor que esta.

As séries temporais foram mediadas, com o objetivo de se fazer com que o nível médio do sinal seja nulo.

A análise espectral desses dados foi realizada pelo algoritmo da Transformada Rápida de Fourier do software *MATLAB* para 1024 pontos, que apresentou boa resolução. O valor numérico da Densidade Espectral de Potência foi mediado pelo número de pontos não-nulos, a fim de que se pudesse estabelecer comparação entre os diversos registros. A partir desse resultado, foi obtido o Periodograma Médio de cada estação de cada ano (*Figuras III.2 a III.7*). A seguir, fez-se também o Periodograma Médio de cada estação para os anos de 1986 a 1991 (*Figura III.8*).

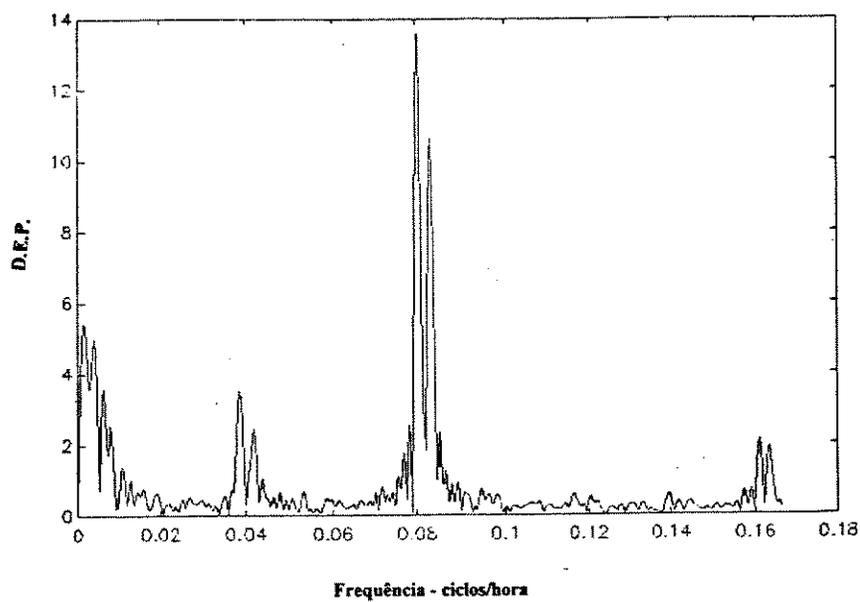


a) Verão.

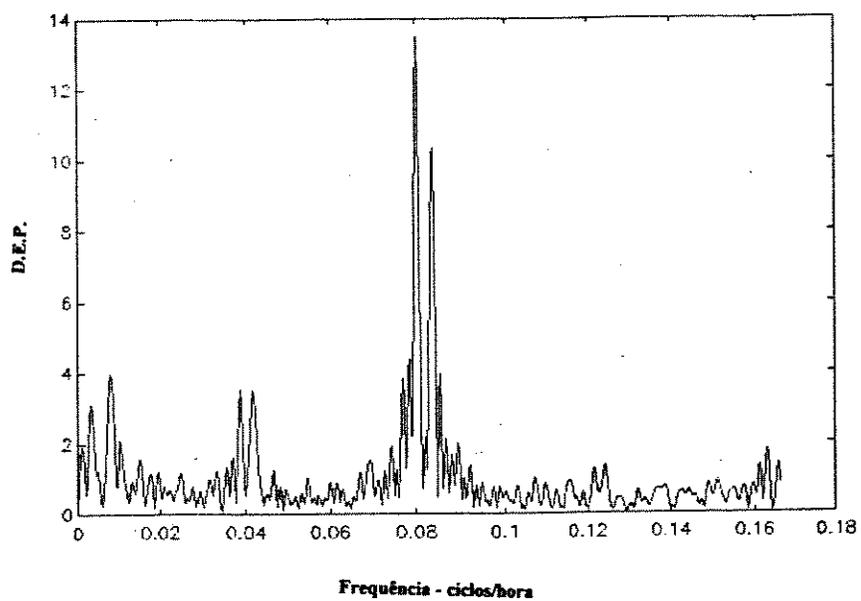


b) Outono.

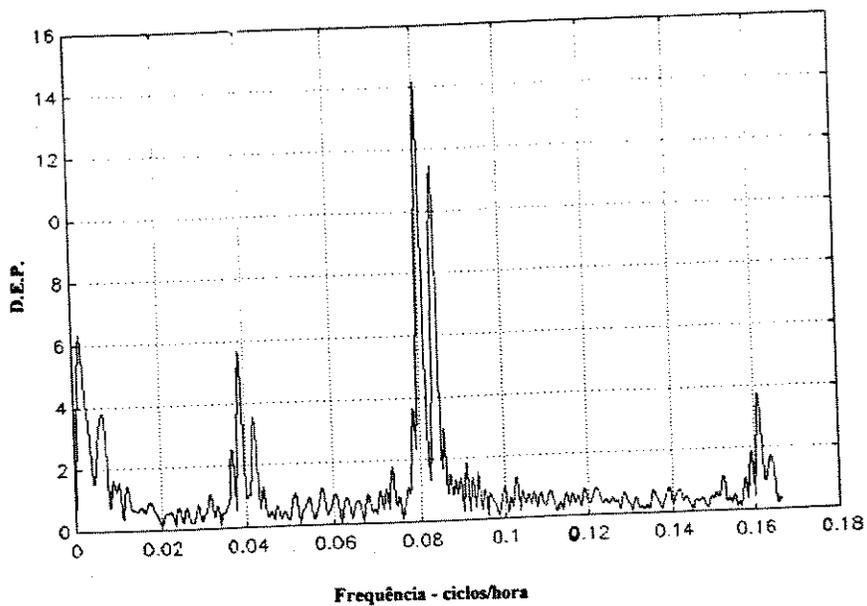
Figura III.2 - Periodograma sazonal - Ano 1986.



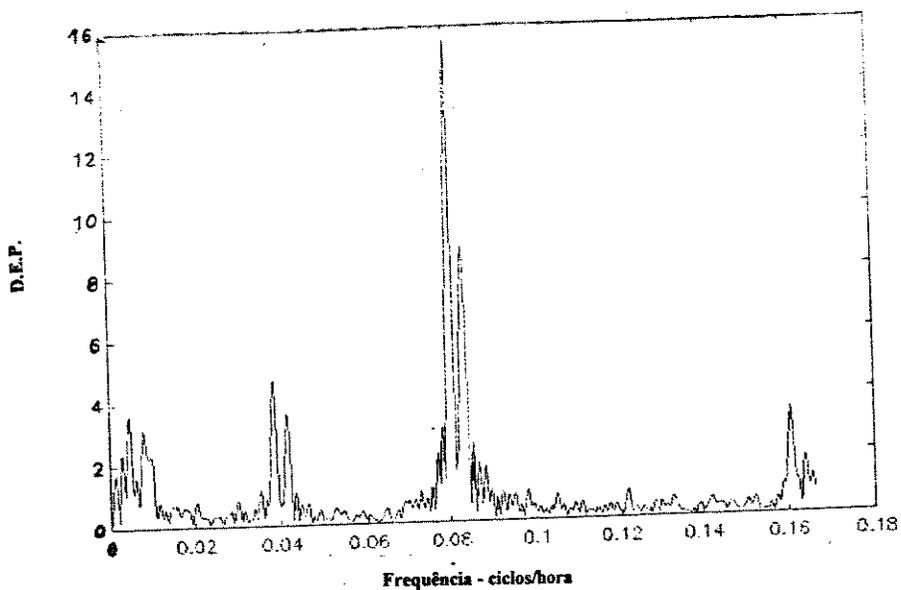
c) Inverno.



d) Primavera.

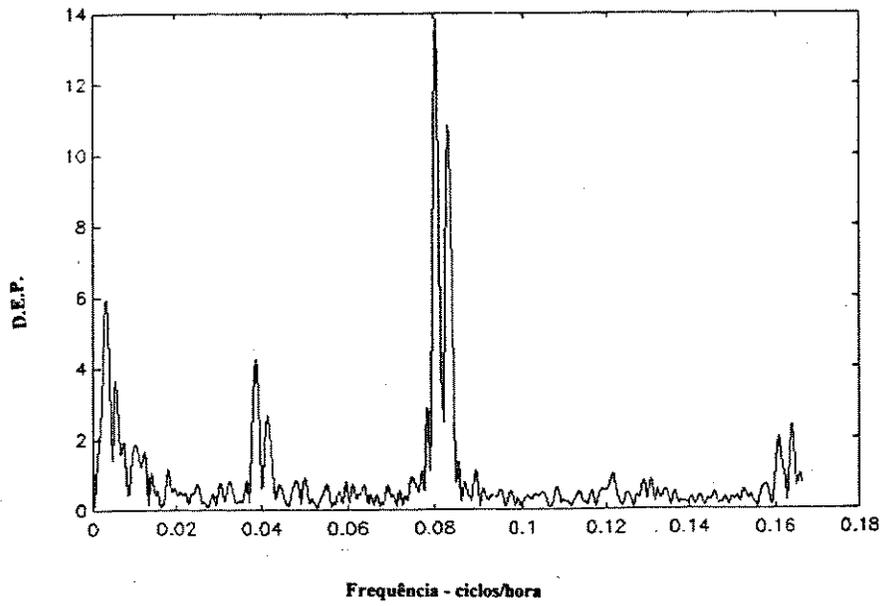


a) Verão.

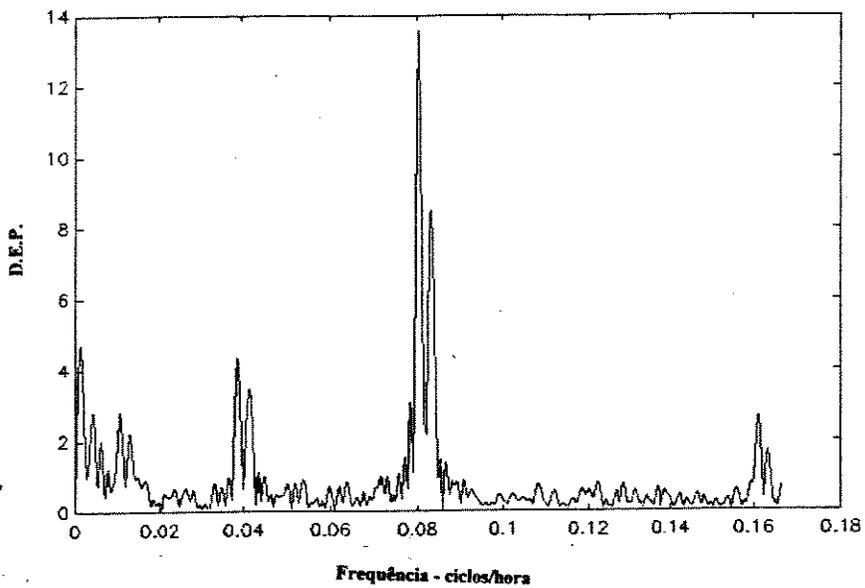


b) Outono.

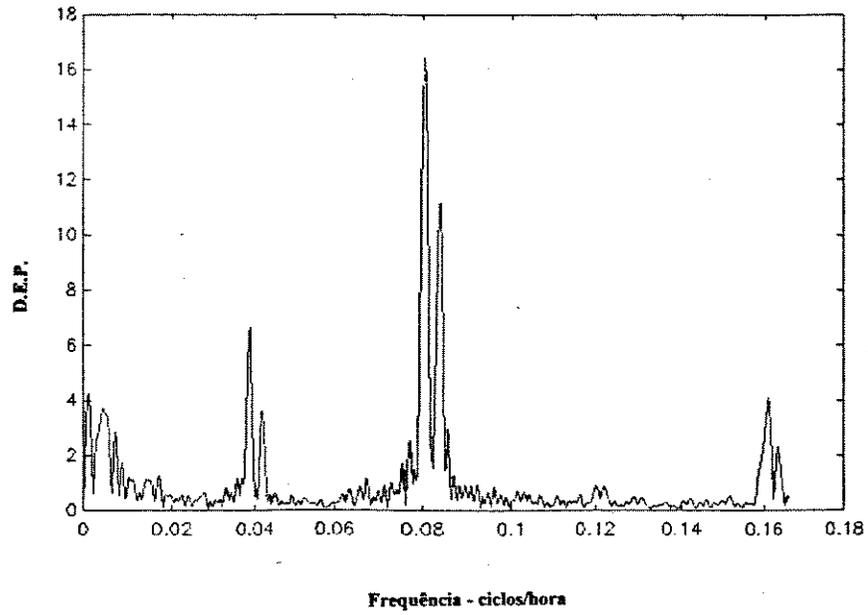
Figura III.3 - Periodograma sazonal - Ano 1987.



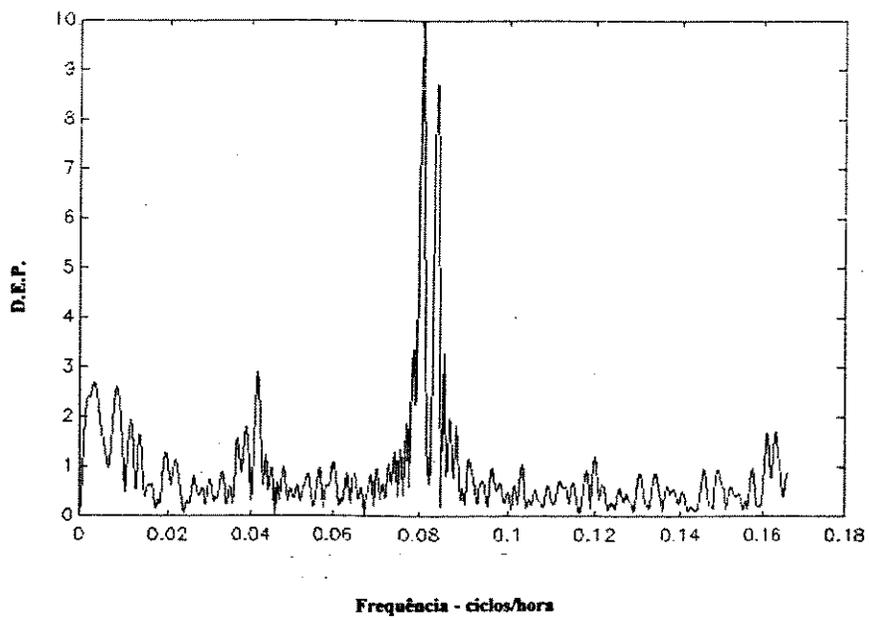
c) Inverno.



d) Primavera.

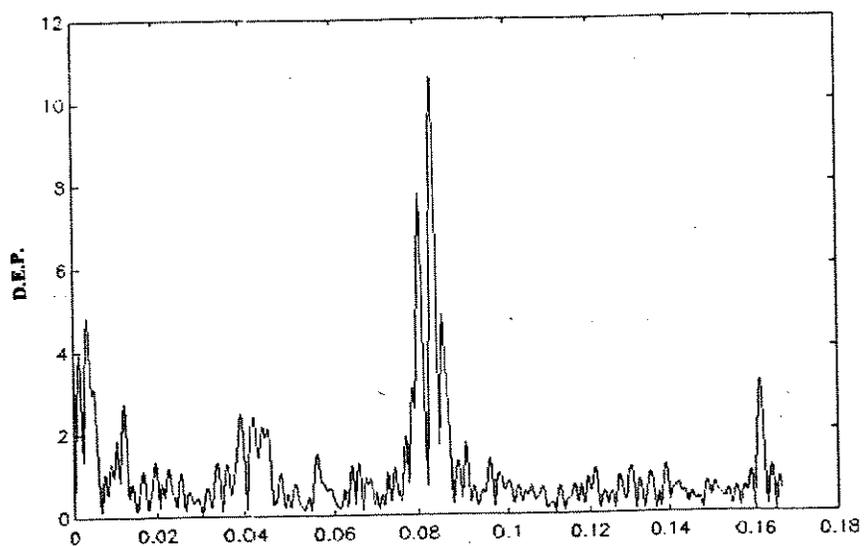


a) Verão.

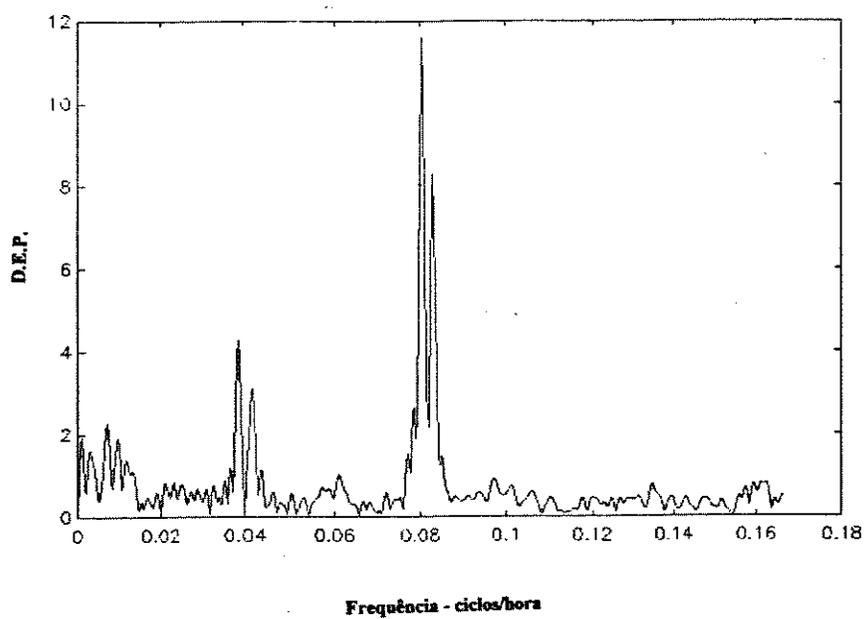


b) Outono.

Figura III.4 - Periodograma sazonal - Ano 1988.

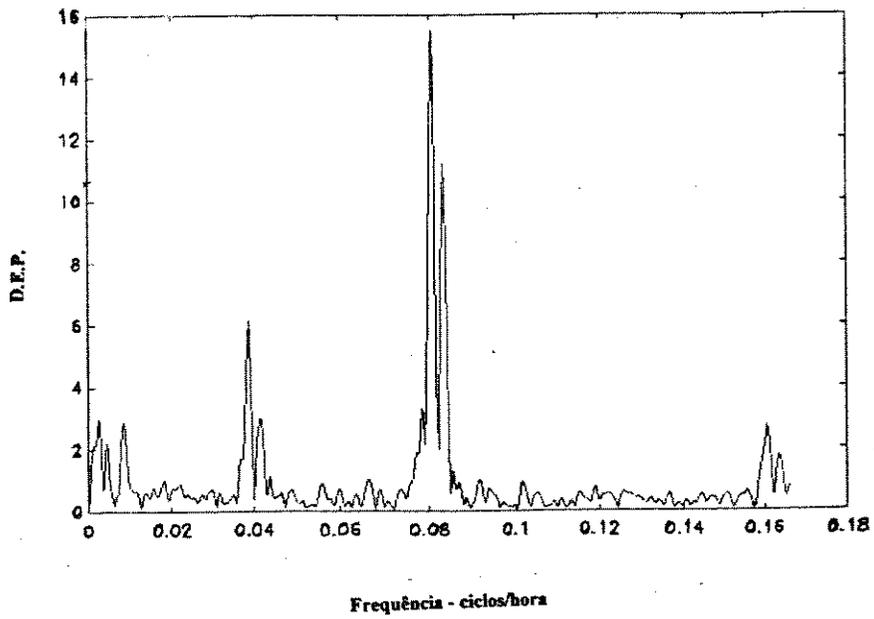


c) Inverno.

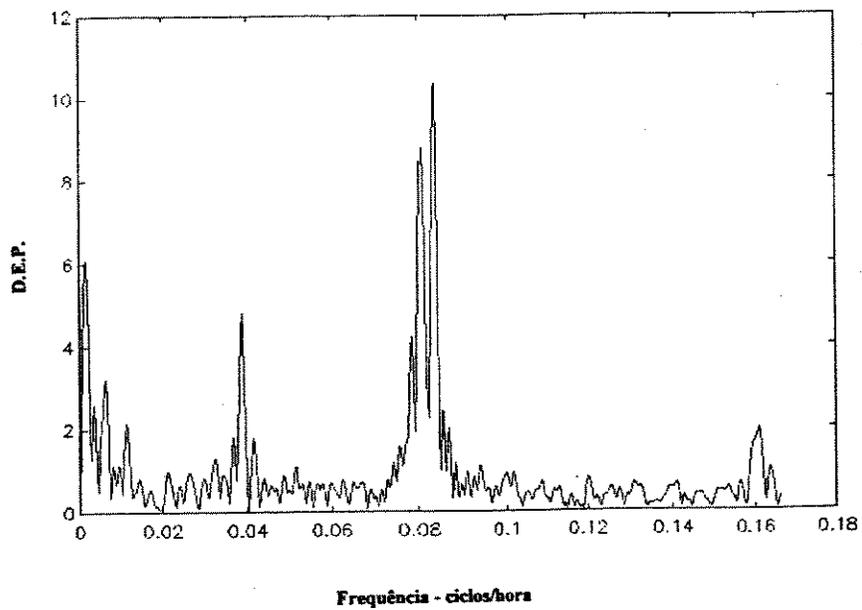


Frequência - ciclos/hora

d) Primavera.

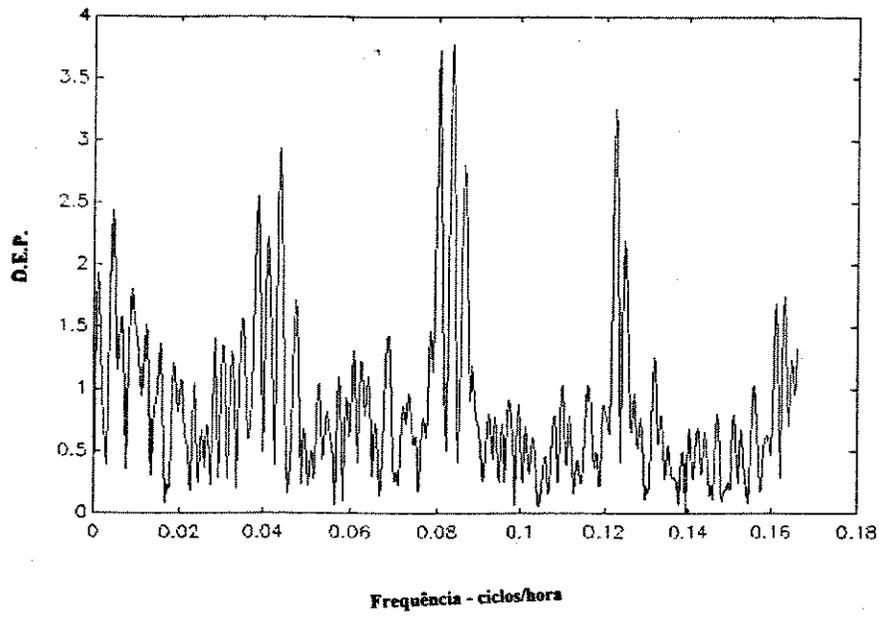


a) Verão.

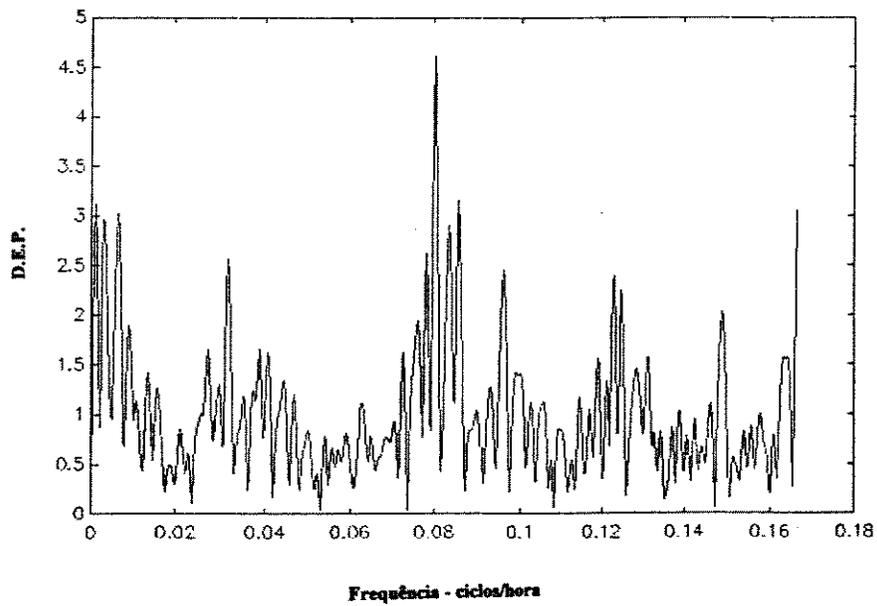


b) Outono.

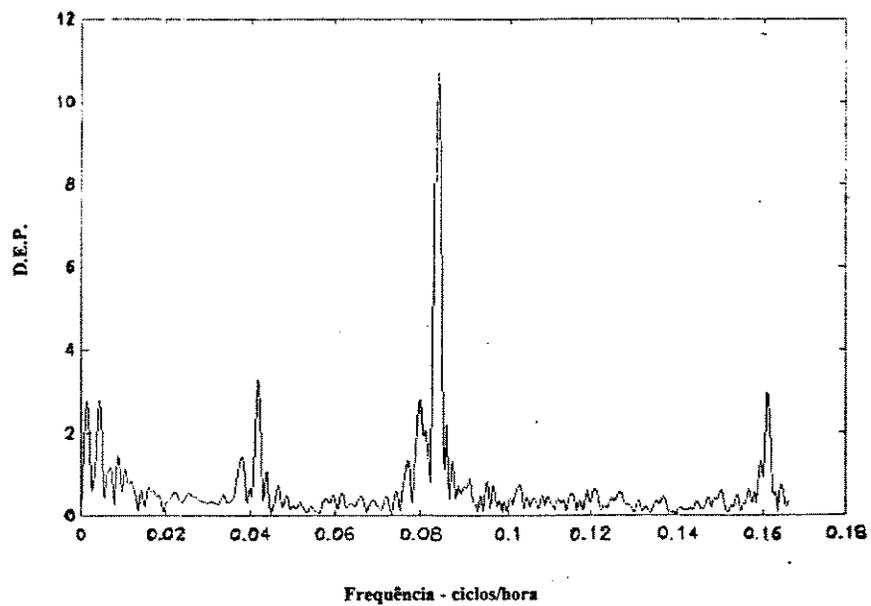
Figura III.5 - Periodograma sazonal - Ano 1989.



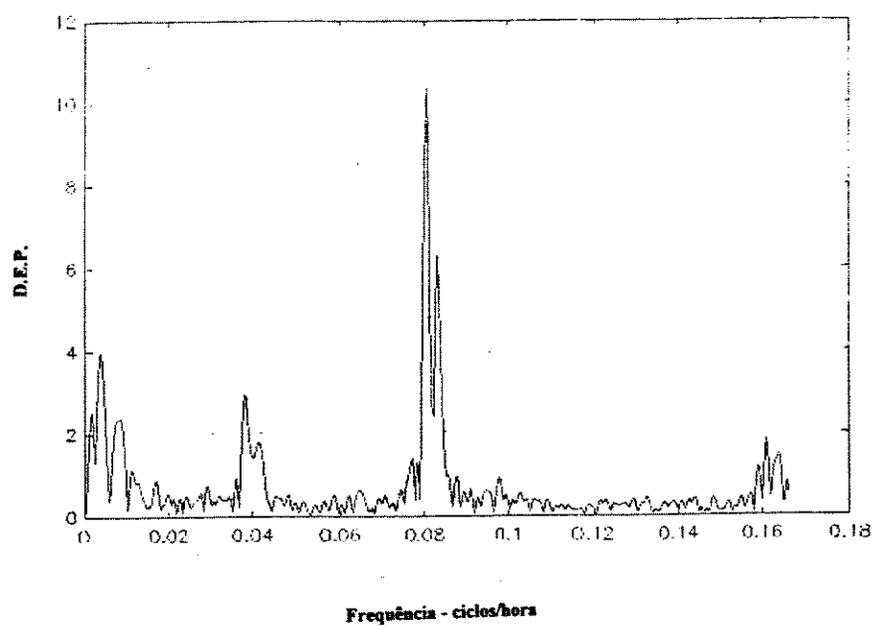
c) Inverno.



d) Primavera.

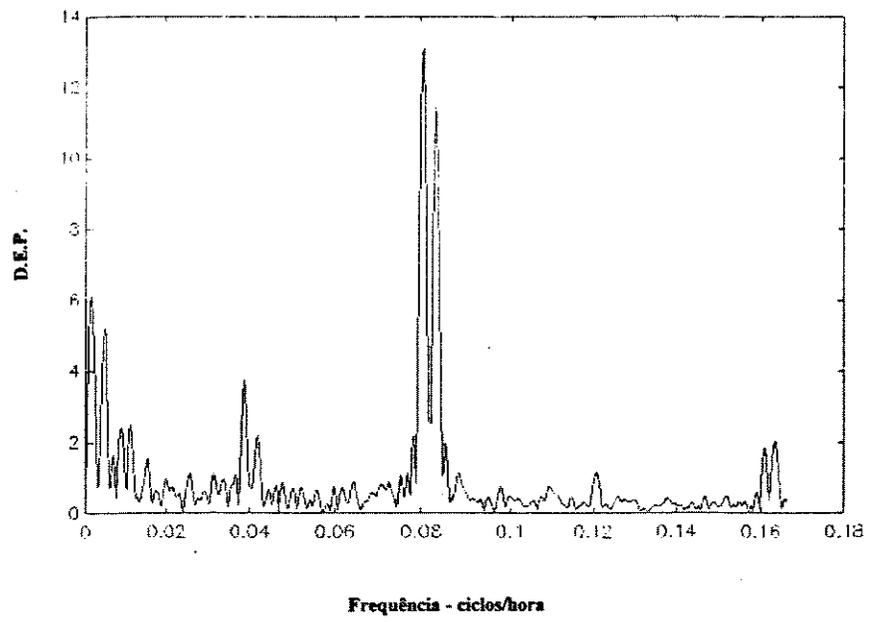


a) Verão.

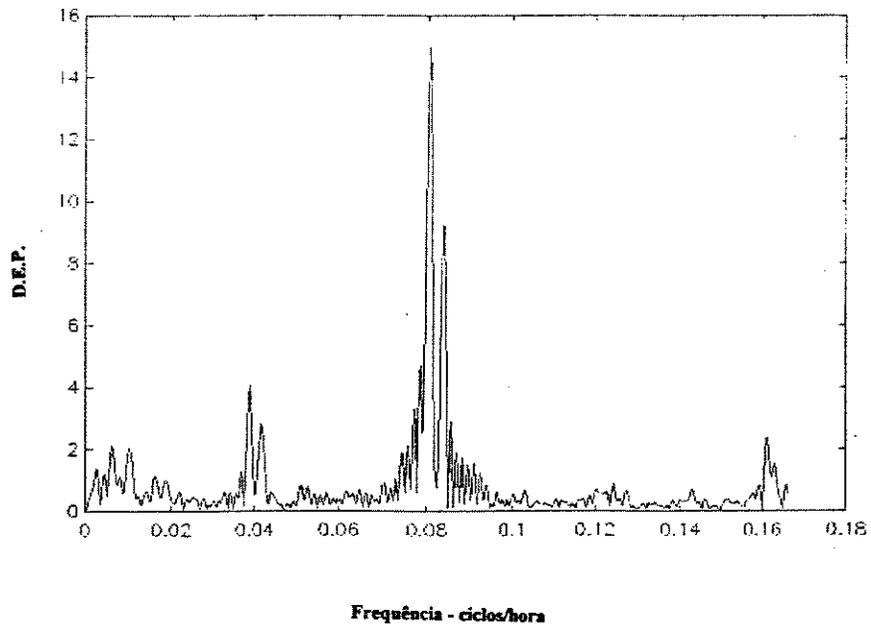


b) Outono.

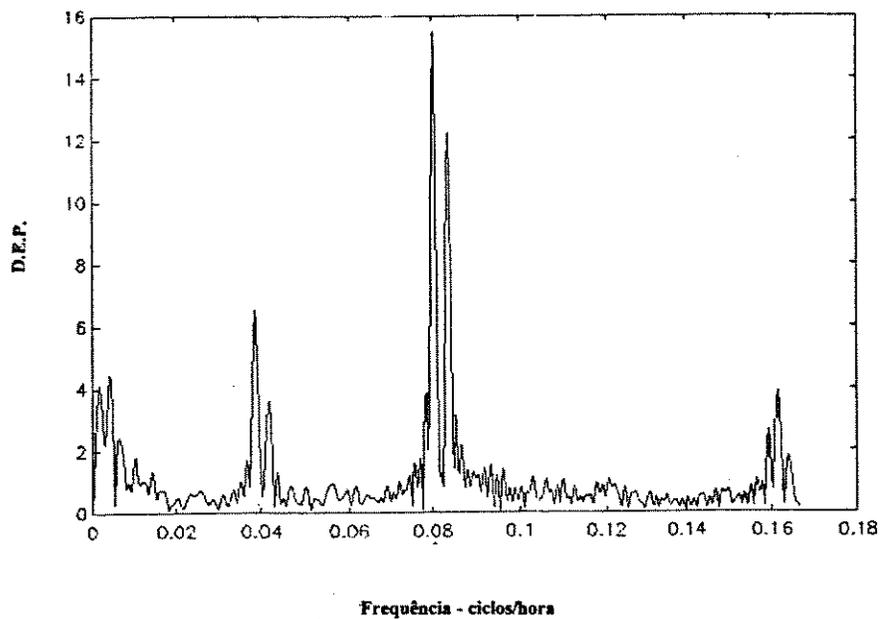
Figura III.6 - Periodograma sazonal - Ano 1990.



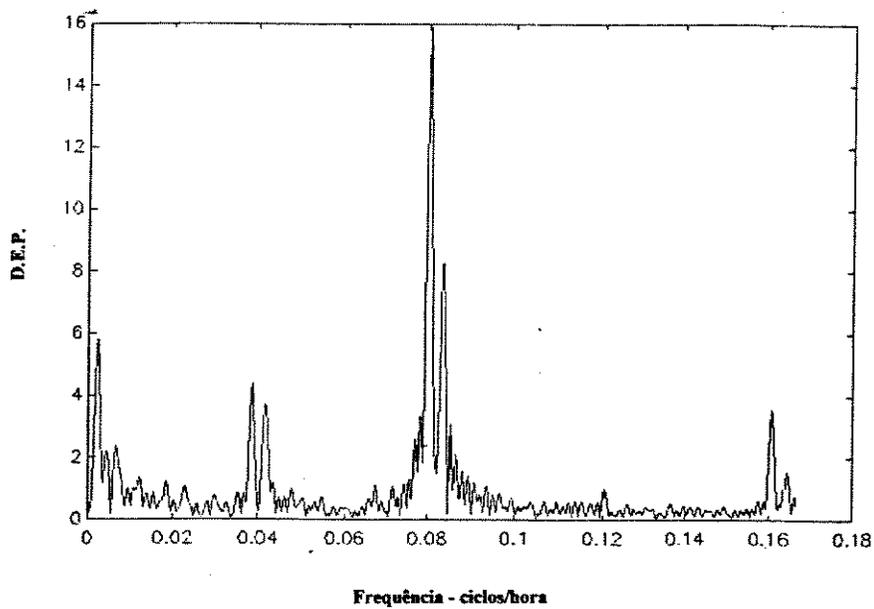
c) Inverno.



d) Primavera.

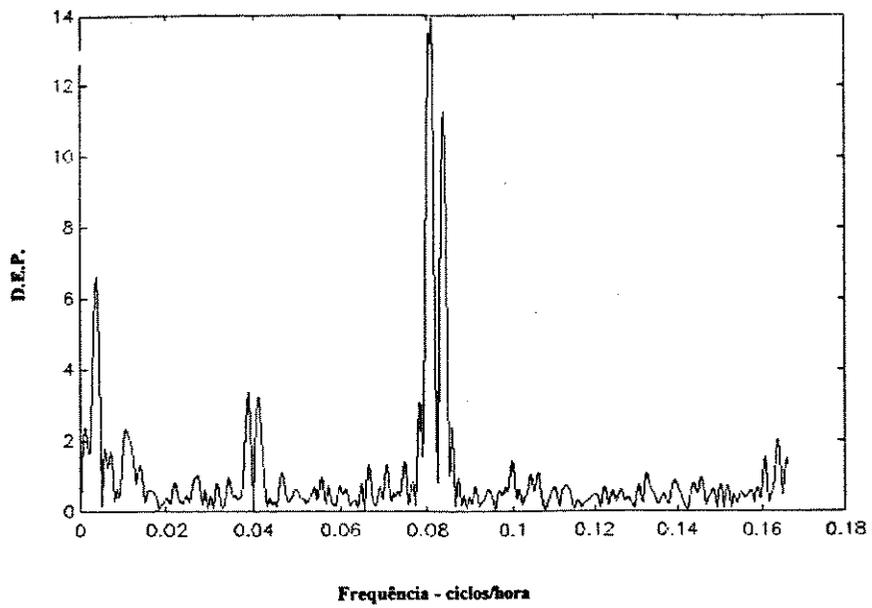


a) Verão.

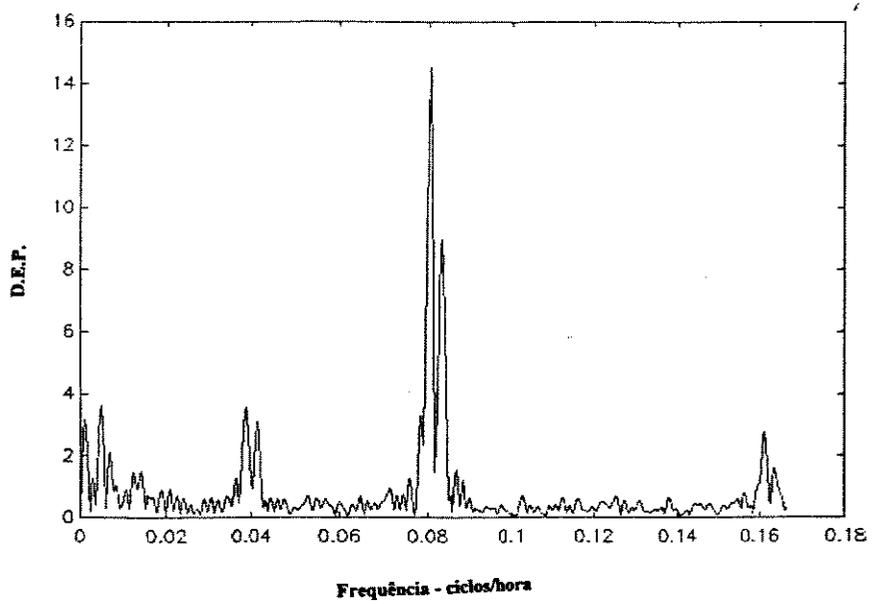


b) Outono.

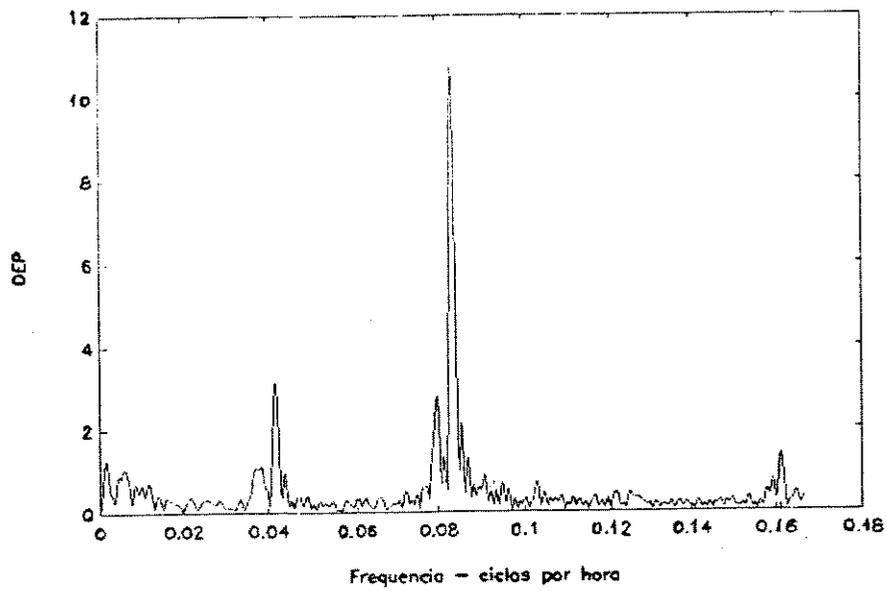
Figura III.7 - Periodograma sazonal - Ano 1991.



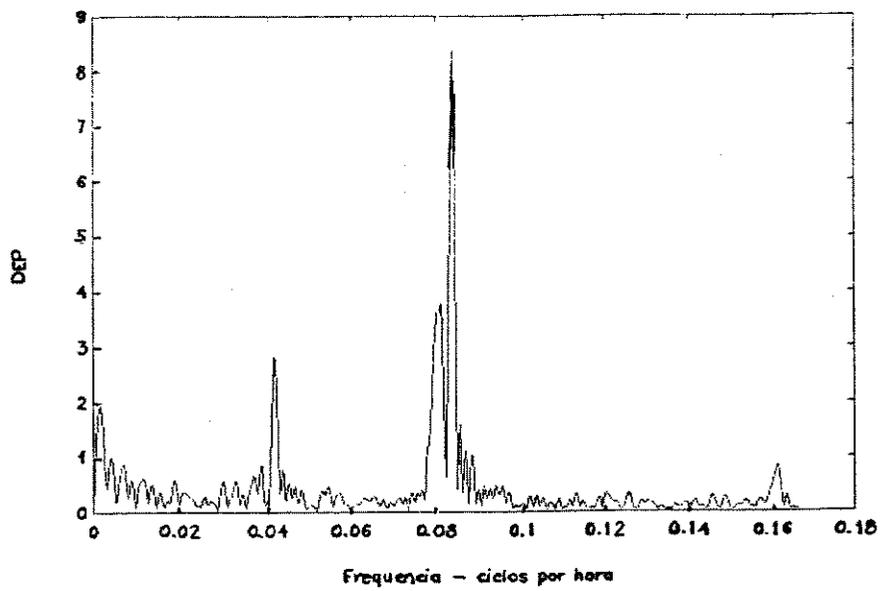
c) Inverno.



d) Primavera.

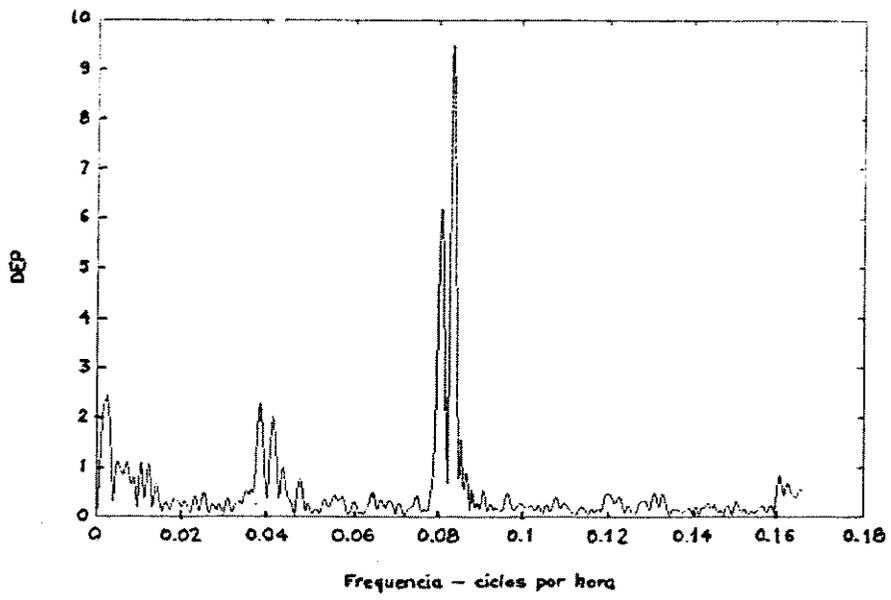


a) Verão.

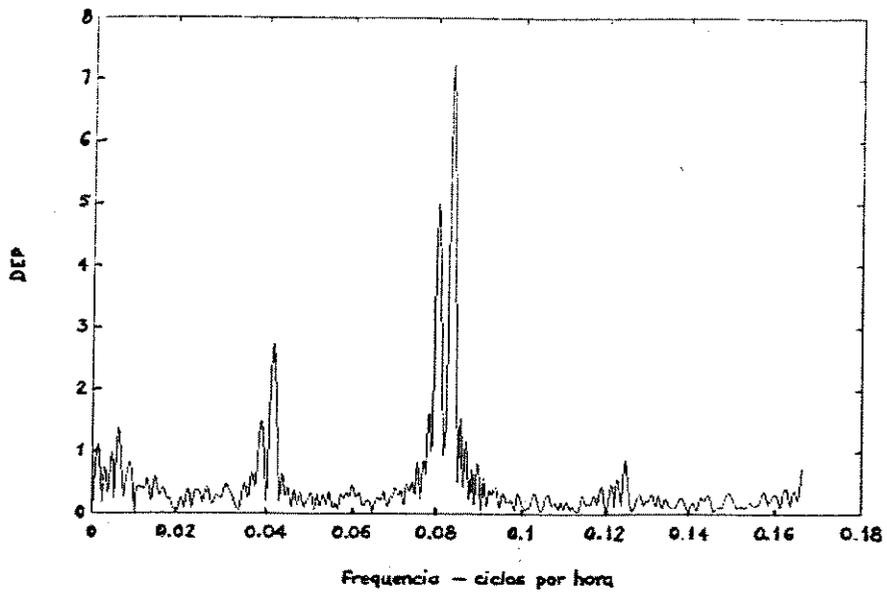


b) Outono.

Figura III.8 - Periodograma sazonal médio.



c) Inverno.



d) Primavera.

Em média sazonal no período acima citado, as frequências de maior energia observadas foram, em ordem decrescente, as constantes da *Tabela III.1*.

TABELA III.1.

Frequências de maior energia encontradas nos Periodogramas Sazonais

<i>ESTAÇÃO</i> <i>(86 - 91)</i>	<i>FREQUÊNCIA</i> <i>(ciclos/hora)</i>	<i>PERÍODO</i> <i>(h)</i>	<i>COMPARÁVEL</i> <i>TEORICAMENTE</i> <i>A</i>
<i>Verão</i>	0,0836	11,96	K_2
	0,0418	23,92	K_1
	0,0800	12,50	M_2
	0,1609	6,21	M_4
<i>Outono</i>	0,0836	11,96	K_2
	0,0818	12,22	λ_2
	0,0418	23,92	K_1
	0,0018	555,55 ($\cong 23,14$ dias)	M_m
<i>Inverno</i>	0,0836	11,96	K_2
	0,0809	12,36	λ_2
	0,0027	370,37 ($\cong 15,43$ dias)	M_f
	0,0382	26,18	O_1
<i>Primavera</i>	0,0836	11,96	K_2
	0,0809	12,36	λ_2
	0,0418	23,92	K_1
	0,0382	26,18	O_1

Os periodogramas apresentam formas muito assemelhadas entre si e seus resultados concordam com a teoria [13].

No entanto, os periodogramas médios sazonais para cada ano mostram maior variabilidade, o que seria de esperar, já que foram obtidos por menor número de mediações (*Figuras III.2 a III.7*).

Além das frequências que aparecem nos espectros sazonais mediados para o período de 86 a 91, que constam da *Tabela III.1.*, e relacionam-se às componentes teóricas da maré: M_2 , K_2 , λ_2 , K_1 , O_1 , M_4 , M_f e M_m , aparecem com energia espectral significativa, nos espectros sazonais de cada ano, as frequências que constam da *Tabela III.2.*

TABELA III.2
Outros Componentes de Maré com Energia Espectral Significativa

<i>Período da Componente de Maré(h)</i>	<i>Relação com a Componente Teórica</i>
12,00	S_2
25,64	O_1
23,87	K_1
6,23	M_4
6,12	MS_4
263,04(\cong 10,06 d)	-
344,88(\cong 14,37 d)	M_f
526,32(\cong 21,93 d)	M_m
208,32(\cong 8,68 d)	-
75,12(\cong 3,13d)	-
131,52(\cong 5,48d)	-
95,28(\cong 3,97 d)	-
58,32(\cong 2,43 d)	-

Os valores numéricos das frequências de maior energia espectral não são significativamente diferentes dos citados na *Tabela III.1.* A análise desses espectros sazonais mostra que:

i) Para o ano de 1986:

a) Os espectros apresentam aspectos semelhantes para o verão e outono, com maior energia para as semi-diurnas que apresenta três picos de frequências diferentes e muito próximos, três picos nas diurnas e picos nas frequências mais baixas e um na mais alta (0,1604 ciclos/h que equivale a 6,23 h). A energia espectral da baixa frequência (0,0009 ciclos/h equivalente a 1111,11 h \cong 46,29 dias) é mais alta no outono do que no verão. Esta componente é, possivelmente,

uma harmônica da M_m que é, em geral, mais importante no outono do que no verão.

b) Para o inverno e primavera os espectros também são assemelhados, mantendo a semelhança básica de maior energia espectral para as semi-diurnas, no entanto, com menor energia espectral que nos casos anteriores. Nestas estações, as baixas frequências preponderam sobre as diurnas (*principalmente para o inverno*) e o sinal para a primavera é o mais ruidoso.

ii) Para o ano de 1987:

a) Os espectros de verão e outono são também assemelhados, sendo as maiores energias espectrais para as semi-diurnas, com dois picos, e depois para a diurna. No entanto, no verão, as baixas frequências apresentam energia espectral maior que na diurna.

b) O comportamento do verão repete-se no inverno e na primavera. Mas nestas estações surge mais um pico de alta frequência (*0,1633 ciclos/h que equivale a 6,12 h*).

iii) Para o ano de 1988:

a) O periodograma médio do verão de 88 apresenta maiores energias espectrais para dois picos da semi-diurna, seguindo-se de dois outros, significativamente menores, para a diurna e picos para altas e baixas frequências. Já o espectro relativo ao outono é muito ruidoso, detectando-se os dois picos da semi-diurna, vários na diurna e outros tantos para baixas frequências.

b) O espectro do inverno de 88 é ainda mais ruidoso que o de outono, apresentando três picos para a semi-diurna e um maior em baixa frequência (*frequência = 0,0038 ciclos/h que equivale a 263,16 h \cong 10,96 d*).

O periodograma de primavera volta a apresentar uma curva melhor comportada, com os dois picos de semi-diurna, dois de diurna de energia espectral significativamente menor, e baixas frequências. Não aparecem frequências altas.

iii) Para o ano de 1989

a) No verão aparecem dois picos de semi-diurna, dois de diurna e alguns em alta e baixa frequências (*estes últimos deslocados em relação aos anteriores citados: em 0,1628 e 0,1600 ciclos/hora que equivale a 6,14 e 6,25h*), nos extremos do espectro. No outono o espectro torna-se mais ruidoso, o pico de baixa frequência (*frequência = 0,029 ciclos/hora equivale a 344,83 h \cong 14,37 dias*) torna-se mais pronunciado que o da diurna.

b) O inverno de 89 aparece com muito ruído, o que se poderia esperar pela observação da curva no tempo, e picos em frequências variadas. A energia espectral de todos os picos é menor do que em qualquer outro encontrado, embora ainda seja maior para a semi-diurna. Este comportamento anômalo repete-se na primavera, com pequeno acréscimo da energia espectral para todos os picos.

v) Para o ano de 1990:

a) O periodograma do verão de 90 é bem comportado, com apenas um pico pronunciado na semi-diurna, outro na diurna com energia espectral comparável a dois picos de baixa frequência (*0,0019 e 0,0048 ciclos/h equivalente respectivamente a 526,31 h \cong 21,93 d e 208,33 h \cong 8,68 d*) e um de alta (*0,1604 ciclos/h equivalente a 6,23 h*). No outono repete-se o comportamento da curva, mas com menor precisão na determinação dos picos.

b) No inverno de 90 encontramos ainda um comportamento assemelhado ao do outono, porém mais nítido, sendo que as baixas frequências passam a ser mais importantes que a diurna. Na primavera, o sinal mostra mais ruído e a diurna volta a ser, após a semi-diurna, a frequência de maior energia espectral.

vi) Para o ano de 1991:

a) O verão de 91 apresenta um espectro que já sabemos ser típico, com os dois picos de semi-diurna (*em 0,0800 e 0,0833 ciclos/h que equivale a 12,50 h e 12,00 h*), dois de diurna (*0,0390 e 0,0419 ciclos/h que equivale a 25,64h e 23,87h*), com energia espectral significativamente menor, picos nas baixas e altas

frequências, nos extremos dos espectros. No outono de 91 o comportamento ainda é o mesmo, embora a energia espectral da baixa frequência ($0,0029$ ciclos/hora que equivale a $344,83 h \approx 14,37d$) ultrapasse a da diurna.

b) Esta última característica do outono acentua-se no inverno e desaparece na primavera, que apresenta igual importância para a diurna, as baixas e altas frequências.

Comparando-se estas análises com as realizadas para um só dia de registro (*dia atípico e dia típico*) (*Figura III.9*) e para um registro de até oito dias seguidos (*típicos e atípicos*) (*Figura III.10*) constata-se não haver nos espectros diferenças significativas quanto às componentes mais importantes exceto, como seria de esperar, para os dias atípicos. Nestes as frequências preponderantes são as baixas, em particular a correspondente a $4,25$ dias. Mas, ao se reduzir o intervalo de tempo, compromete-se a resolução.

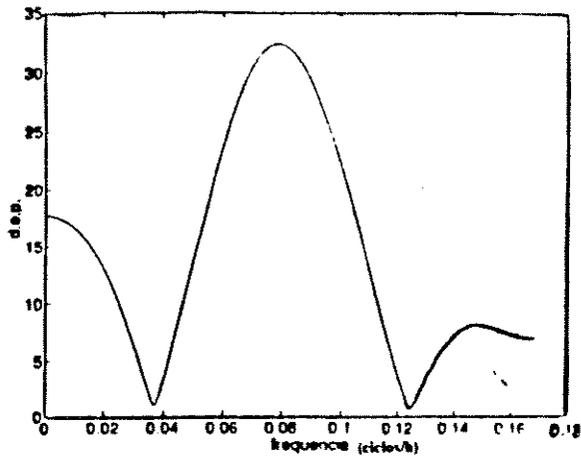
No entanto, por aparecerem de forma seguida só para no máximo oito dias, percebe-se não ser grande a sua influência na média sazonal. Mas, nos registros mensais (*Figura III.11*) ela se faz sentir.

Aplicou-se a alguns registros - amostra (*Figuras III.12 e III.13*) o método do Correlograma que, comparado aos mesmos dados processados pelo método do Periodograma demonstrou não apresentar maior precisão, tendo-se, portanto, optado pelo método do Periodograma.

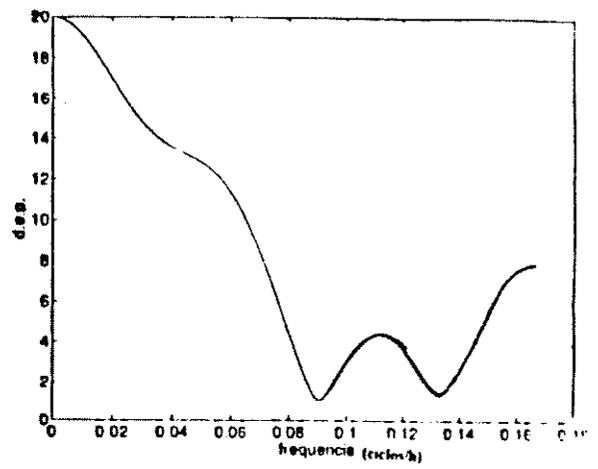
III.5. CONCLUSÕES

A detecção de frequência fornecida pela análise do periodograma para um registro de 3 em 3h no período de $00.00h$ de 01/01/86 a $24.00h$ de 31/12/91 foi compatível com os valores de frequência propostos pelo método de Doodson (*Tabela II.1*). Isto demonstra que o periodograma, calculado através da Transformada Rápida de Fourier, é um bom estimador para as baixas frequências de maré (*relativas a períodos maiores que 3h*) numa bacia semi-fechada.

Estudos realizados na Bacia de Ilha Grande [23, 24, 25], para um curto período de tempo, conectada com a Baía de Sepetiba, podem servir para um paralelismo superficial com os resultados aqui apresentados. Estes estudos

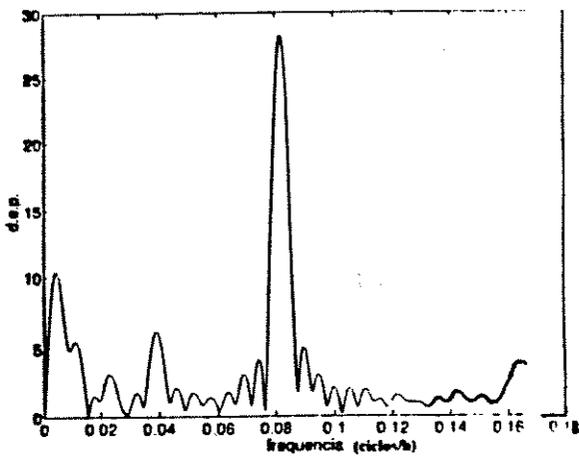


a) Dia 23/09/87 - Típico.

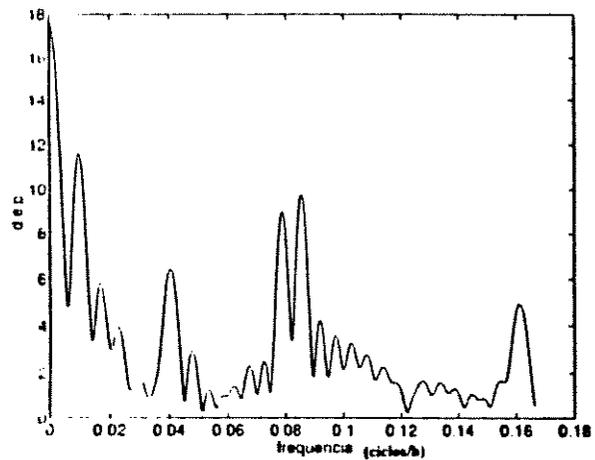


b) Dia 16/09/87 - Atípico.

Figura III.9 - Espectros de Freqüência Diários.



a) Dias 19 a 26/09/87 - Típicos.



b) Dias 11 a 18/09/87 - Atípicos.

Figura III.10 - Espectros de Freqüência de Oito Dias.

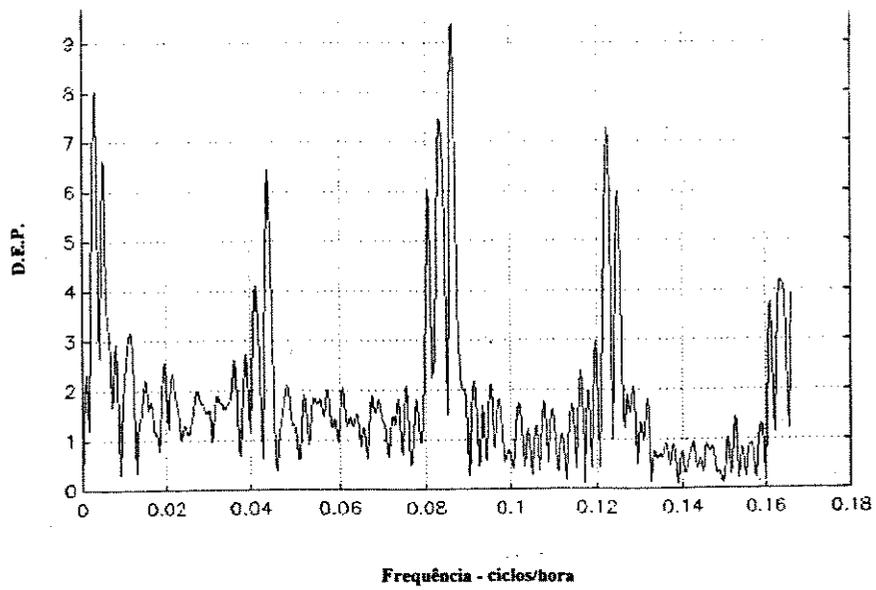


Figura III.11 - Espectro de frequência de um mês com 8 dias atípicos.

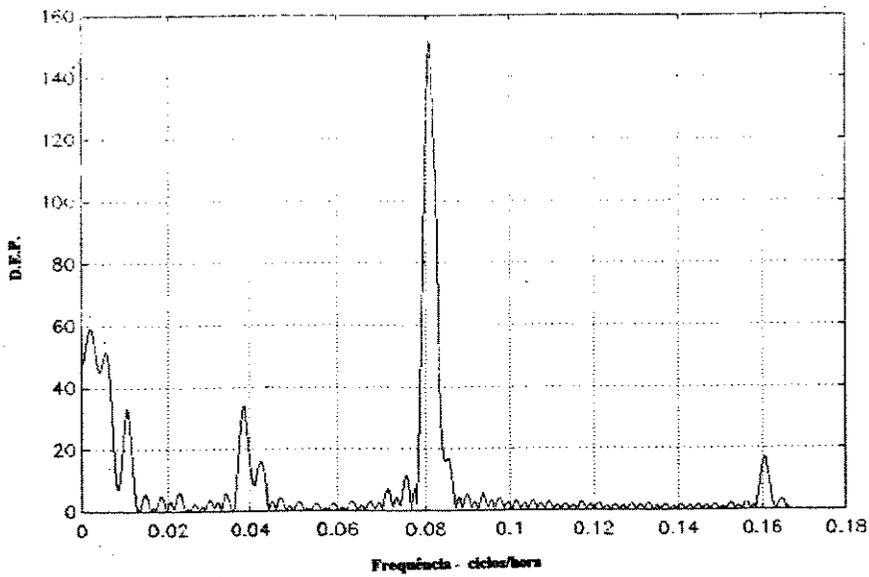


Figura III.12 - Correlograma - inverno /87.

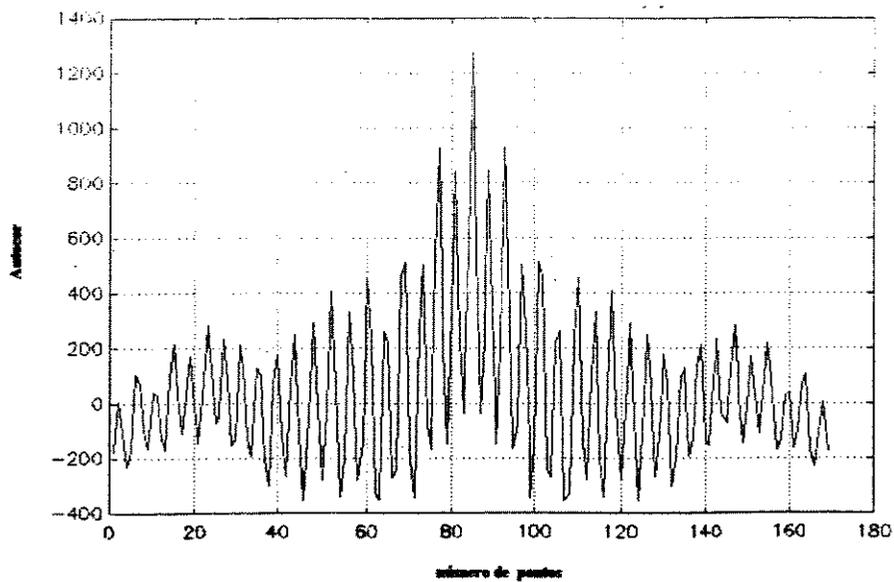


Figura III.13 - Autocorrelação - inverno/87.

mostram a predominância das componentes M_4 , M_2 e S_2 (nesta ordem) e inversão de correntes superficiais e subsuperficiais para períodos de 2,4 a 6,3 dias, que podem estar relacionadas com algumas baixas frequências aqui encontradas.

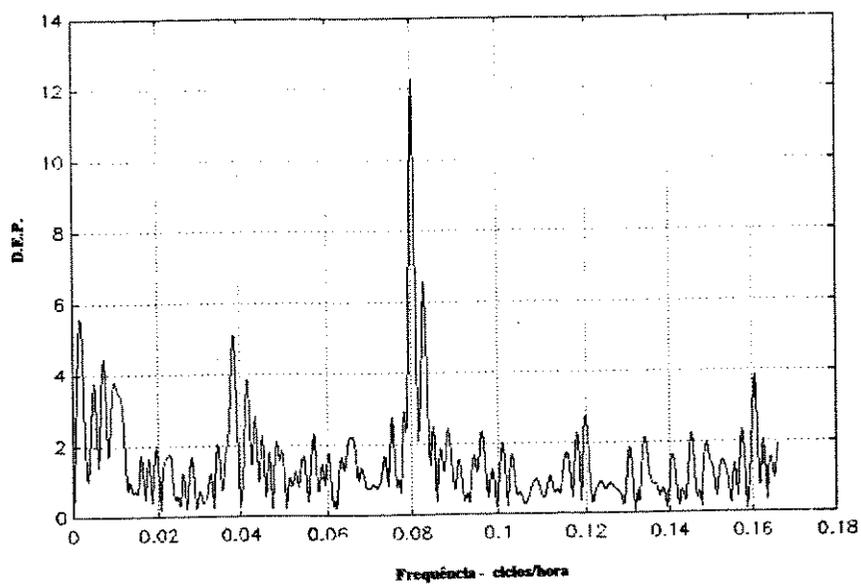
Fenômenos localizados no tempo (como por exemplo, dias em que a semi-diurna não predomina) ficam mascarados quando medianizam-se os espectros (registros sazonais). Portanto, um conhecimento prévio de algumas características do sinal é necessário para o bom estabelecimento dos parâmetros de estudos (frequência de amostragem, tamanho do registro, etc.).

A análise conjunta dos resultados, séries temporais, espectros diários, quaterdiurnos, de oito e quinze dias, mensais, médias sazonais anuais e médias sazonais para os seis anos não permitem estabelecer um padrão de variabilidade das componentes predominantes de maré. No entanto, registra-se que há tendência de dias atípicos (maior energia nas baixas frequências) e de grande ocorrência de frequências altas (seiches), de média a alta energia, no período de inverno e outono, sem estarem, necessariamente, os dois fenômenos associados.

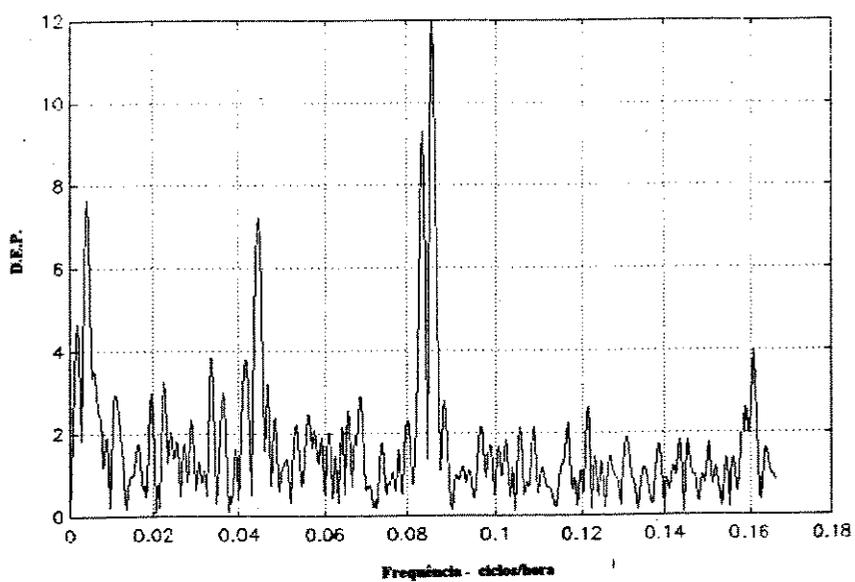
Os anos de 88 e 89, principalmente este último, apresentam anomalias no outono (mês: 06/88), na primavera (meses: 10/89, 11/89 e 12/89) e no inverno (meses: 07/88, 08/88, 08/89 e 09/89) (Figura III.14). Para diagnosticá-las melhor seria necessário dispor de dados meteorológicos tais como direção e intensidade de ventos, pressão atmosférica, etc.

A influência do contorno da bacia, mar limitado e semi-fechado, é significativa, alterando o perfil típico de maré do Atlântico Sul em muitos dias. Evidentemente, como dito no capítulo anterior, a curva de maré seria melhor comportada em oceano aberto e profundo.

Finalmente, apesar das limitações próprias dos métodos clássicos de Fourier, os resultados mostraram-se coerentes com os teóricos e com estudos já realizados. Isto, no entanto, não descaracteriza a importância do uso de um método de melhor desempenho para a análise desse tipo de sinal. É neste sentido, de se conseguir uma melhor definição espectral e um conhecimento mais aprofundado da natureza do sinal tratado, que os métodos ditos paramétricos serão abordados a seguir.

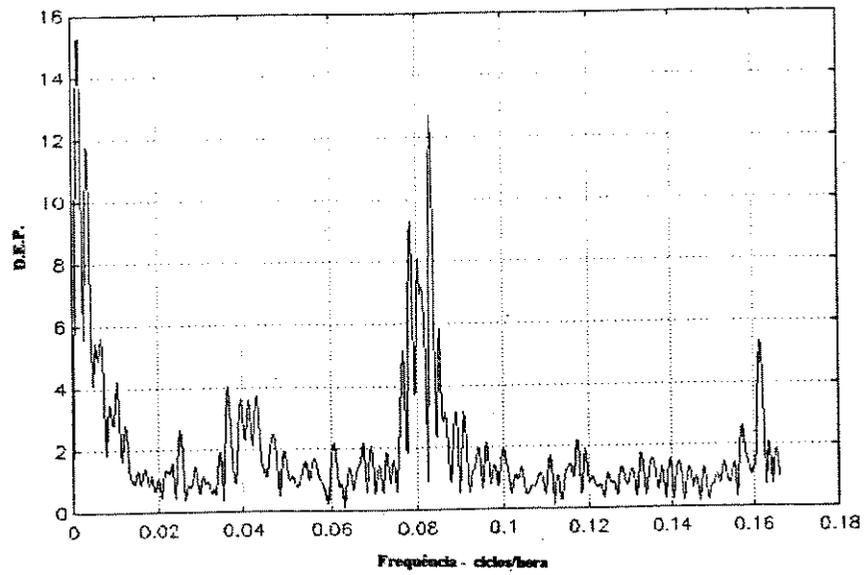


a) Junho/88.

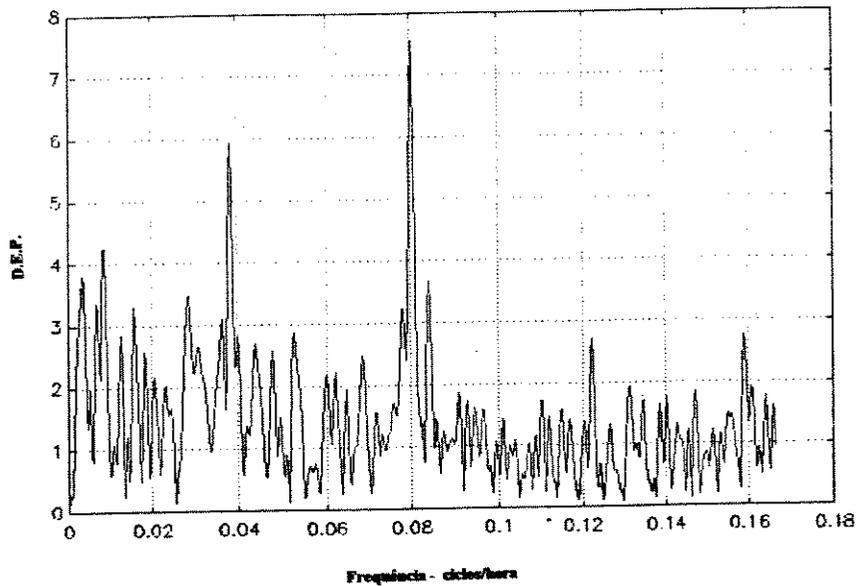


b) Julho/88.

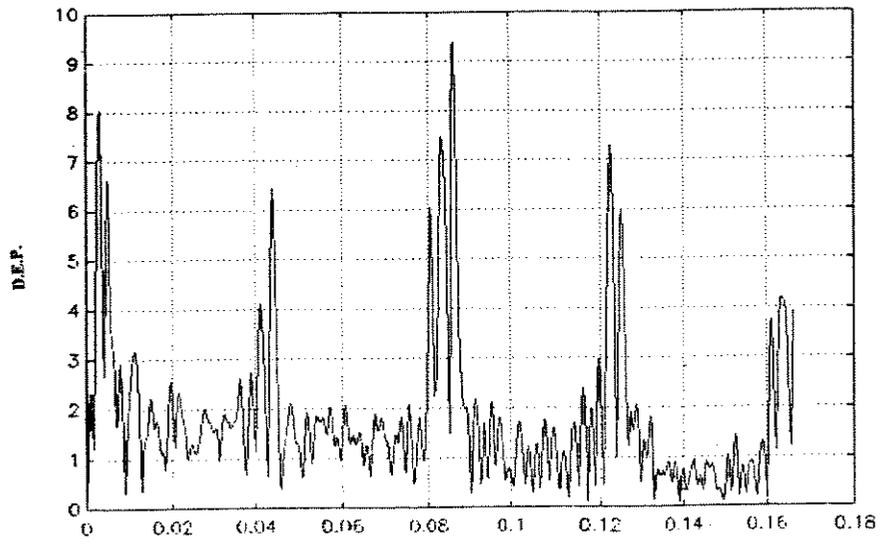
Figura III.14 - Periodogramas de meses com anomalias.



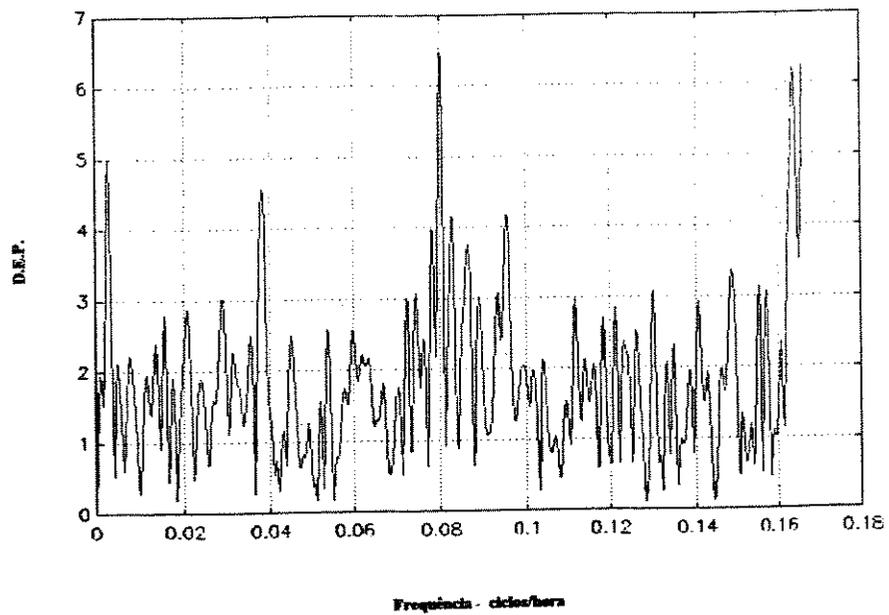
c) Agosto/88.



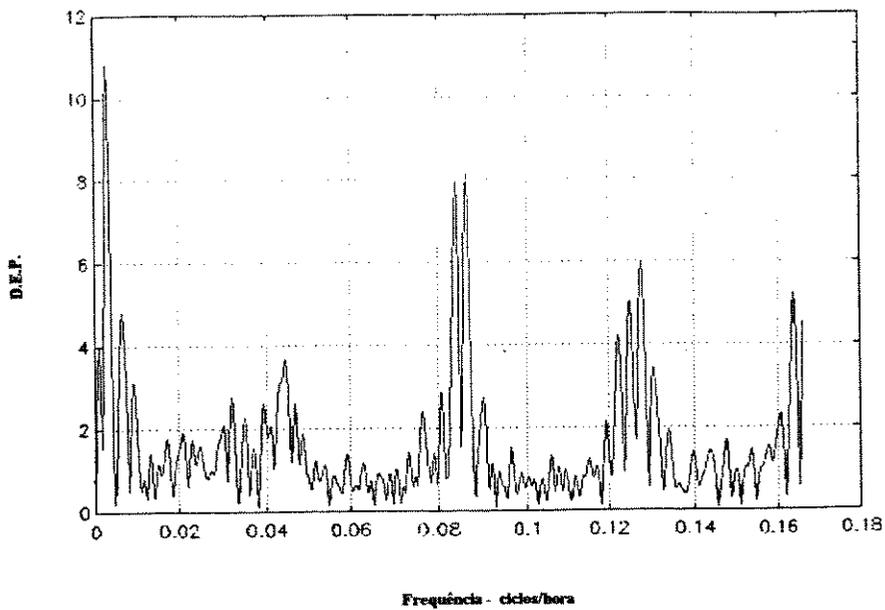
d) Agosto/89.



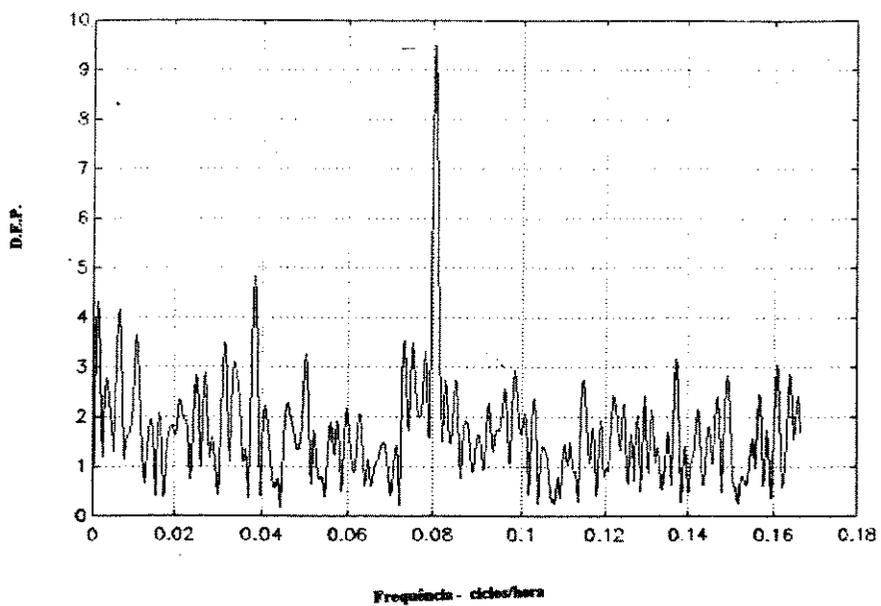
e) Setembro/89.



f) Outubro/89.



g) Novembro/89.



h) Dezembro/89.

ANEXO AO CAPÍTULO III

```

%                               Cálculo dos Periodogramas
%                               (exemplo verão de 87 e verão)

% y1,y2,y3 - vetores mensais de dados mediados em torno de zero e completados com zero até completar
% 1024 pontos

% Cálculo da FFT normalizada pelo número de pontos
F1=fft(y1)/L;                    % L,M,N - número de pontos não nulos dos vetores y1,y2,y3 respectivamente
F2=fft(y2)/M;
F3=fft(y3)/N;

f=1/3*(0:511)/1024;              % criação do vetor de frequências com amostragem de 3 em 3 h

F87=(F1+F2+F3)/3;               % cálculo do periodograma de cada estação de cada ano

plot(f,abs(F87(1:512)), 'w')     % plotagem do periodograma de cada estação de cada ano

Fv=(F86+F87+F88+F89+F90+F91)/6; % cálculo do periodograma de cada estação p/ o período 86-91

plot(f,abs(Fv(1:512)), 'w')     % plotagem do periodograma de cada estação p/ o período

% end

```

CAPÍTULO IV

APLICAÇÃO DE MÉTODOS PARAMÉTRICOS DE ANÁLISE DE SINAIS

IV.1. INTRODUÇÃO

Os métodos paramétricos de análise espectral são relativamente recentes, tendo alcançado grande desenvolvimento no início da década de 80. Tais métodos pretendem atingir desempenhos superiores àqueles clássicos (*baseados em Fourier*). Um modelo racional, composto por pólos e zeros, é estimado para simular a geração do sinal $x(n)$ a partir de um processo aleatório a espectro plano: o ruído branco. Embora o modelo seja estimado a partir de N amostras disponíveis, esta estratégia permite explorar com maior eficiência as informações contidas nestas amostras. Com isto, a análise espectral realizada se caracteriza por conseguir atingir uma melhor definição espectral que os métodos clássicos [39,42]. Porém, tais métodos dependem de um conhecimento a priori de certas características do sinal $x(n)$, e também apresentam maior complexidade computacional que os métodos clássicos. No problema em estudo, o conhecimento a priori já existia, advindo não só do conhecimento do fenômeno, mas também da análise do sinal previamente realizada por Transformada Discreta de Fourier.

No caso específico de análise de dados de altura do nível do mar pretende-se, além da tentativa de obter melhores resultados, apresentar um método pouco explorado na área de Oceanografia no Brasil, propiciando, assim, alternativas para as ferramentas de análise até então aplicadas. Além disso, por basear-se o método num modelamento do sinal, tal como dito acima, esta forma de encarar o fenômeno torna mais concreta a tentativa de estabelecer modelos que possam ser aplicados para mais de um caso particular.



IV.2. ANÁLISE ESPECTRAL POR MODELAMENTO AUTORREGRESSIVO

Para um processo estocástico $x(n)$ define-se o processo de inovação $v(n)$ como um processo a espectro plano (*ruído branco*) tal que $v(n)$ pode ser determinado a partir do processo $x(n)$ por uma transformação linear causal. Esta transformação é representada por um filtro linear que funciona como um filtro "*branqueador*". As amostras do processo de inovação são descorrelacionadas, de modo que cada amostra $v(n)$ traz uma nova informação. É importante ressaltar que as amostras de $v(n)$, em conjunto com os parâmetros do filtro, contêm toda a informação de $x(n)$.

Há processos para os quais a resposta ao impulso do filtro branqueador tem duração finita, sendo que a resposta ao impulso do filtro inverso tem, obviamente, duração infinita. Isto ocorre para os processos ditos autorregressivos (AR).

Considere-se um processo estocástico $x(n)$ para o qual a função $S_x(z)$ (*transformada z da seqüência de autocorrelação $r_x(k)$*) é dada por [30]:

$$S_x(z) = \frac{\sigma^2}{\prod_{i=1}^M (1 - \alpha_i z^{-1})(1 - \alpha_i^* z)}, \quad (IV.1)$$

para $|\alpha_i| < 1$ e para todo i .

A função $S_x(z)$ é racional e composta apenas por pólos nas posições α_i . Correspondentemente, a função $G(z)$, que define a função de transferência do filtro inverso, constituído só de pólos, é dada por [30]:

$$G(z) = \frac{1}{\prod_{i=1}^M (1 - \alpha_i z^{-1})} \quad (IV.2)$$

que pode ser escrito como:

$$G(z) = \frac{1}{1 - \sum_{i=1}^M a_i z^{-i}} \quad (IV.3)$$

Observe-se que se os coeficientes a_i forem, de alguma forma, estimados a partir das amostras disponíveis $x(n)$, podemos estimar $G(z)$ e finalmente, $S_x(e^{j\omega})$, que é o objetivo deste capítulo. Também, dado que o espectro típico dos sinais de marés é constituído por picos, a função $S_x(z)$ composta apenas por pólos, dando origem a um modelo AR para $x(n)$, é adequada à representação do espectro de $x(n)$.

Como $H(z) = \frac{1}{G(z)}$, a função de transferência do filtro branqueador é [32]:

$$H(z) = 1 - \sum_{i=1}^M a_i z^{-i} \quad (IV.4)$$

As transformações feitas por estes filtros $G(z)$ e $H(z)$ estão representadas na figura IV.1. a) e b).

Pode-se ver pela figura IV.1 que os valores amostrais do processo $x(n)$ estão descritos no domínio do tempo por [30]:

$$x(n) - a_1 x(n-1) - \dots - a_M x(n-M) = v(n) \quad (IV.5)$$

que pode ser escrito na forma:

$$x(n) = a_1 x(n-1) + \dots + a_M x(n-M) + v(n) \quad (IV.6)$$

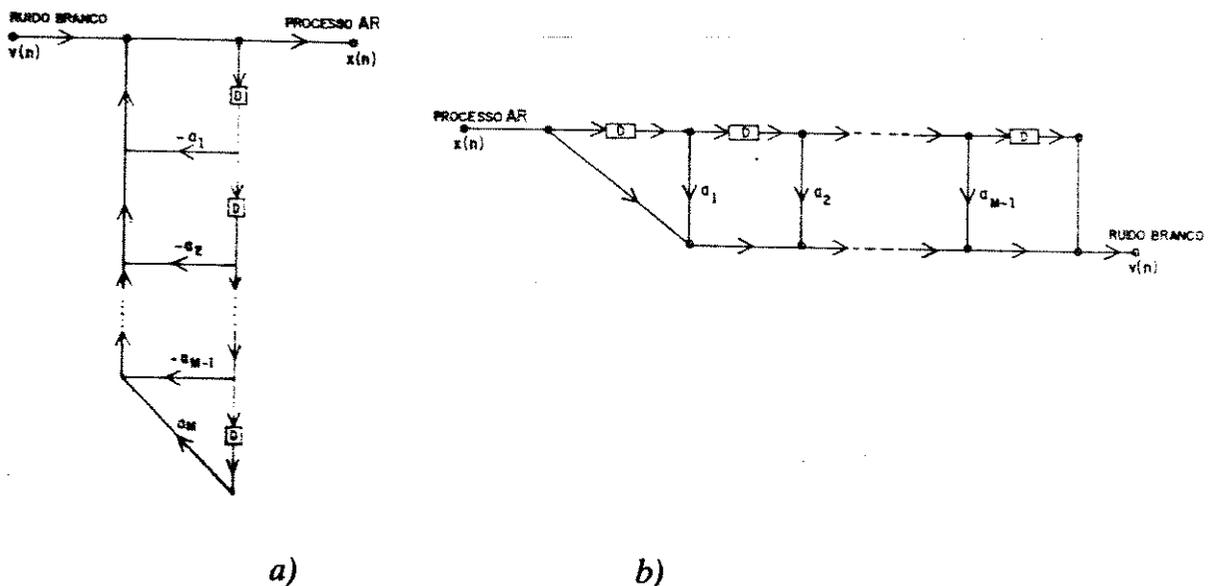


FIGURA IV.1.

- a) Filtro Inverso para Geração do Processo AR
- b) Filtro Branqueador para Análise do Processo AR

Esta é a definição do processo autorregressivo (AR) de ordem M , ou seja, o valor atual $x(n)$ é referenciado aos seus valores passados $x(n-1), \dots, x(n-M)$ e a ordem do processo, M , é igual ao número de valores passados do processo, que estão envolvidos em sua formulação. Exceto pelo processo de inovação $v(n)$, de variância σ^2 , o valor atual do processo é igual a uma combinação linear dos valores passados. Para um filtro linear discreto no tempo e invariante com o deslocamento ser estável, a função de transferência do filtro deve ter todos seus pólos confinados ao interior do círculo unitário no plano- z . Assim é que, para o modelo AR ser estável, a função de transferência $G(z)$ deve também ter todos os pólos dentro do círculo de raio unitário do plano- z . Como $H(z) = \frac{1}{G(z)}$, pode-se afirmar que a função de transferência $H(z)$ do filtro branqueador deve ter todos os zeros localizados dentro do círculo de raio unitário do plano- z . Portanto o filtro branqueador deve ser de fase mínima.

Este filtro branqueador é dito filtro de erro de predição linear uma vez que sua saída é dada por [32]:

$$f_M(n) = x(n) - \sum_{i=1}^M a_i x(n-i) \quad k = 1, 2, \dots, M \quad (IV.7)$$

onde define-se:

$$\hat{x}(n) = \sum_{i=1}^M a_i x(n-i), \quad (IV.8)$$

como a predição a um passo do sinal $x(n)$. Isto é, o sinal em questão é estimado por uma combinação linear de seus valores passados e o erro oriundo desta estimação é o sinal $f_M(n)$ que tende a ser branco [30]. A figura IV.2 representa este processo de predição.

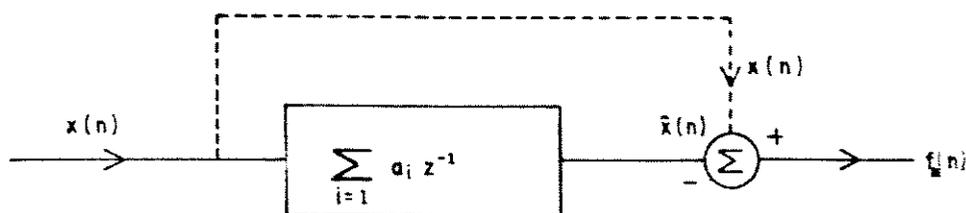


Figura IV.2 Filtro de erro de Predição Linear.

Portanto, os a_i 's da equação IV.8 são os parâmetros que fornecem a predição e devem ser obtidos pelo critério de minimização de $E[f_M^2(n)]$. Os parâmetros a_i 's que minimizam o erro quadrático médio são obtidos pela anulação do gradiente desta função custo em relação aos parâmetros. Tal procedimento leva à solução conhecida como Equações de Yule-Walker, expressas por [30]:

$$A_M = R_{xM}^{-1} r_{xf} \quad (IV.9)$$

onde:

$$A_M = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_M \end{bmatrix}; \quad (IV.10)$$

é o vetor de coeficientes ótimos,

$$R_{xM} = \begin{bmatrix} r(0) & \cdots & r(m-1) \\ r(1) & \cdots & r(m-2) \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ r(m-1) & \cdots & r(0) \end{bmatrix}; \quad (IV.11)$$

é a matriz formada pelos coeficientes de autocorrelação do sinal $x(n)$ e

$$r_{xf} = \begin{bmatrix} r(1) \\ r(2) \\ \vdots \\ r(M) \end{bmatrix}; \quad (IV.12)$$

é o vetor formado pelos coeficientes de autocorrelação do sinal $x(n)$, dados por:

$$r(i) = E[x(n).x(n-i)] \quad (IV.13)$$

Para se resolver de forma eficiente as equações de Yule-Walker pode-se utilizar o algoritmo de Levinson-Durbin, que será tratado no próximo item.

Finalmente, de posse do vetor ótimo A_M , seja através do algoritmo de Levinson-Durbin, ou diretamente das equações de Yule-Walker, tem-se que a

densidade espectral de potência será estimada a partir de (IV.1), fazendo $z = e^{j\omega}$, ou seja:

$$S_x(\omega) = \frac{\sigma_v^2}{\left| 1 - \sum_{i=1}^n a_i e^{-j\omega i} \right|^2} \quad (IV.14)$$

IV.3. O ALGORITMO DE LEVINSON-DURBIN

O algoritmo de Levinson-Durbin tem como objetivo resolver as equações de Yule-Walker de forma iterativa, reduzindo sensivelmente a quantidade de cálculos por não fazer uso de inversão de matriz. Além disso fornece iterativamente os preditores ótimos para todas as ordens, de 1 a M. Nesta seção apresenta-se uma dedução deste algoritmo.

Seja então o erro quadrático médio, com M parâmetros, expresso por [30]:

$$P_{Mf} = E[f_M^2(n)] \quad (IV.15)$$

Conforme aumenta-se M, f_M tende a ser mais branco e P_{Mf} diminui, tendendo ao limite σ_v^2 . Pode-se mostrar que [34]:

$$P_{Mf} = r_x(0) - \mathbf{r}_{xf}^t \mathbf{A}_M \quad (IV.16)$$

De (IV.9) e (IV.16) vem que:

$$\begin{bmatrix} r_x(0) & \mathbf{r}_{xf}^t \\ \mathbf{r}_{xf} & \mathbf{R}_{xM} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -\mathbf{A}_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{Mf} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (IV.17)$$

ou:

$$\mathbf{R}_{x(M+1)} \begin{bmatrix} 1 \\ -\mathbf{A}_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{Mf} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (IV.18)$$

que é a chamada equação de Yule-Walker aumentada.

A equação de predição tratada até aqui é dita progressiva pois, a partir de um número limitado de amostras, que são as amostras presentes no filtro no instante n ($x(n-1)$ a $x(n-M)$) estima-se a amostra seguinte, futura, ($x(n)$). No entanto, tendo em vista um passado finito (*filtro FIR*), quando $x(n)$ entra no filtro a amostra $x(n-M)$ sai. É, assim, também possível estimar a amostra $x(n-M)$ a partir do conjunto $\{x(n), \dots, x(n-M+1)\}$ disponível. Esta operação é chamada de predição regressiva, que leva, de forma análoga, às definições:

$$\hat{x}(n-M) = \sum_{i=1}^M g_i x(n-i+1) \quad (IV.19)$$

$$b_M(n) = x(n-M) - \hat{x}(n-M) = x(n-M) - G_M^t X(n) \quad (IV.20)$$

onde: $b_M^{(n)}$ é o erro de predição regressiva e G_M é o vetor de coeficientes ótimos de predição regressiva, definido por: $G_M^t = [g_1, g_2, \dots, g_M]$. Define-se, ainda, o sinal $X(n)$ por $X(n) = [x(n), x(n-1), \dots, x(n-M)]$.

A solução do vetor de coeficientes ótimos G_M é obtida da mesma forma que para a predição progressiva e é dada por:

$$G_M = R_{xM}^{-1} \begin{bmatrix} r_x(M) \\ r_x(M-1) \\ \vdots \\ r_x(1) \end{bmatrix} = R_{xM}^{-1} r_{bx} \quad (IV.21)$$

onde r_{xf} e r_{xb} têm os mesmos elementos, mas na ordem inversa, o que significa dizer que o sinal, visto numa ou noutra direção, tem as mesmas propriedades estatísticas, o que está de acordo com o fato de ser estacionário [33]. Em consequência, as energias médias de erro de predição progressiva e regressiva se equivalem, ou seja [34]:

$$P_{fM} = P_{bM} = P_M \quad (IV.22)$$

Para esta situação, a Equação de Yule-Walker aumentada é dada por:

$$R_{x(M+1)} \begin{bmatrix} -G_M \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q \\ P_M \end{bmatrix} \quad (IV.23)$$

Para o desenvolvimento do Algoritmo de Levinson-Durbin vamos partir da idéia de que, a partir do preditor ótimo de ordem $(M-1)$ vamos obter o de ordem M . Para o preditor de ordem $(M-1)$ a equação de Yule-Walker aumentada se escreve:

$$R_{x(M)} \begin{bmatrix} 1 \\ -A_{M-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{M-1} \\ \underline{0} \end{bmatrix} \quad (IV.24)$$

Aumentando a matriz $R_{x(M)}$ para ordem $(M+1)$ teremos:

$$\begin{bmatrix} R_{x(M)} & r_M \\ r_{Mb}^t & r_x(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -A_{M-1} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{M-1} \\ \underline{0} \\ \Delta_M \end{bmatrix} \quad (IV.25)$$

onde:

$$\begin{bmatrix} R_M & r_{Mb} \\ r_{Mb}^t & r(0) \end{bmatrix} = R_{M+1} \quad (IV.26)$$

e:

$$\Delta_M = r_{Mb}^t \begin{bmatrix} 1 \\ -A_{M-1} \end{bmatrix} \quad (IV.27)$$

Por outro lado, partindo-se da predição regressiva, tem-se que:

$$R_{XM} \begin{bmatrix} -G_{M-1} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{0} \\ P_{M-1} \end{bmatrix} \quad (IV.28)$$

Aumentando, analogamente, para ordem $(M+1)$ obtém-se:

$$\begin{bmatrix} r(0) & r_{Mf}^t \\ r_{Mf} & R_M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -G_{M-1} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta_M \\ \underline{0} \\ P_{M-1} \end{bmatrix} \quad (IV.29)$$

Definindo-se:

$$\gamma_M \Delta = \frac{\Delta_M}{P_{M-1}} \quad (IV.30)$$

e multiplicando (IV.29) por γ_M chega-se a:

$$R_{X(M+1)} \begin{bmatrix} 0 \\ \gamma_M \begin{bmatrix} -G_{M-1} \\ 1 \end{bmatrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_M^2 P_{M-1} \\ \underline{0} \\ \Delta_M \end{bmatrix} \quad (IV.31)$$

Subtraindo-se a equação (IV.31) de (IV.25) obtém-se então:

$$R_{X(M+1)} \begin{bmatrix} 1 \\ -A_{M-1} + \gamma_M G_{M-1} \\ -\gamma_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1 - \gamma_M^2) P_{M-1} \\ \underline{0} \end{bmatrix} \quad (IV.32)$$

Comparando (IV.32) com a Equação de Yule-Walker aumentada:

$$R_{M+1} \begin{bmatrix} 1 \\ -A_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_M \\ \underline{0} \end{bmatrix} \quad (IV.33)$$

e igualando termo a termo as equações (IV.32) e (IV.33) tem-se:

$$A_M = \begin{bmatrix} A_{M-1} \\ 0 \end{bmatrix} - \gamma_M \begin{bmatrix} G_{M-1} \\ -I \end{bmatrix} \quad (IV.34)$$

onde: $P_M = (1 - \gamma_M^2) P_{M-1} \quad (IV.35)$

e: $G_{M-1} = \begin{bmatrix} 0 & & & I \\ & \ddots & & \\ & & 1 & \\ I & & & 0 \end{bmatrix} A_{M-1} \quad (IV.36)$

pois os coeficientes progressivos e regressivos são os mesmos em ordem reversa, conforme se deduz facilmente ao se observar as equações (IV.9) e (IV.21).

Abrindo a equação (IV.34) chega-se a:

$$a_{iM} = a_{iM-1} - \gamma_M a_{M-i, M-1} \quad ; i = 1, \dots, M-1 \quad (IV.37)$$

e:
$$a_{MM} = \gamma_M \quad (IV.38)$$

e ainda observa-se que $|\gamma_M| \leq 1$ pois temos necessariamente $P_{M-1} \geq P_M$.

Finalmente, a solução recursiva para o vetor de coeficientes ótimos é facilmente obtida pelo encadeamento das equações (IV.31), (IV.38), (IV.34) e (IV.35). Este procedimento recursivo é o Algoritmo de Levinson-Durbin, representado na Tabela (IV.1). O algoritmo necessita das estimativas dos elementos de correlação $r(0), r(1), \dots, r(M)$, as quais são obtidas a partir das amostras do sinal por meio de médias temporais, e é inicializado pela energia de predição de ordem zero dada por: $P_0 = r(0)$.

Tabela IV.1

O algoritmo de Levinson-Durbin

inicialização: $P_0 = r(0)$

para $1 \leq j \leq N$:
$$\gamma_j = \frac{1}{P_{j-1}} \left[r_x(j) - \sum_{i=1}^{j-1} a_{i,j-1} r(j-i) \right]$$

$$a_{jj} = \gamma_j$$

$$a_{ij} = a_{i,j-1} - \gamma_j a_{j-1,j-1}; 1 \leq i \leq j-1$$

$$P_j = P_{j-1}(1 - \gamma_j^2)$$

Neste estudo utilizou-se o *MATLAB* [35] para implementar o Algoritmo de Levinson-Durbin e determinar assim o modelo *AR* do sinal tratado, que é um conjunto de dados referente à altura do nível do mar, amostrados num intervalo de 3h. Os resultados serão discutidos a seguir.

IV.4. APLICAÇÃO AOS DADOS OCEANOGRÁFICOS

As séries temporais dos dados foram tratadas conforme já descrito no item II.4., ou seja, receberam o mesmo tratamento que o realizado para análise através da Transformada Rápida de Fourier.

Foi feito o modelo *AR* de cada série sazonal de cada um dos anos (86 a 91), e o valor numérico da Densidade Espectral de Energia foi dividido pelo número de pontos deste vetor de dados de entrada, para que os resultados pudessem ser comparados entre si. O vetor de entrada constituiu-se do vetor temporal da estação, para o qual utilizou-se um modelo de ordem $M=48$ para o verão, $M=49$ para o outono e $M=50$ para o inverno e a primavera. Estes valores foram escolhidos experimentalmente por apresentarem melhores resultados dentre as diversas ordens de modelo tratadas. A diferença entre as estações se deve também a limitações do próprio programa, que estabelece uma relação entre a ordem do modelo e a quantidade de dados, para M superior a determinado valor [35].

Calculou-se o modelo *AR* de cada estação de cada ano (Figuras IV.3 a IV.8). Através de uma simples média aritmética calcula-se um modelo *AR* médio para cada estação do período de seis anos (Figura IV.9). Nota-se que as curvas obtidas através do modelo *AR* são mais suaves, apresentam melhor resolução e picos mais definidos do que aquelas referentes aos Periodogramas apresentadas no capítulo anterior.

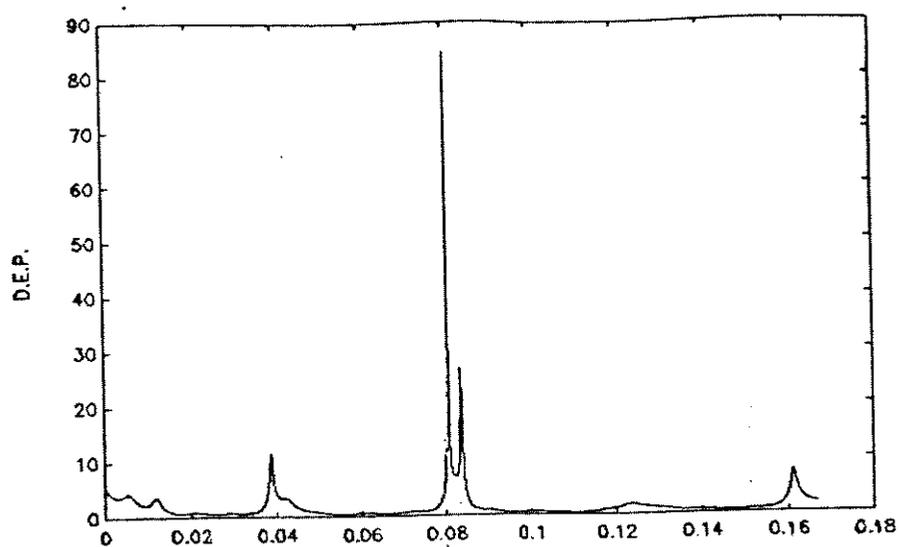
A partir da análise dos resultados obtidos pelo Modelo *AR* pode-se observar que as frequências onde se encontram as componentes de maior energia, em ordem decrescente, são aquelas apresentadas na Tabela IV.2.

Os espectros sazonais mediados para os anos de 86 a 91 apresentam forma muito assemelhada entre si e estão de acordo com a teoria (Tabela II.1) e também compatíveis com o resultado obtido com o uso da *FFT* (Tabela III.1). Embora os espectros obtidos por *FFT* e por modelamento *AR* apresentem como componentes mais importantes praticamente o mesmo grupo, algumas diferenças são observáveis. O modelo *AR* detecta um maior número de componentes de baixa frequência, predominantemente no inverno, que chegam a ser mais importantes que as componentes diurnas e as de altas frequência. Os dois

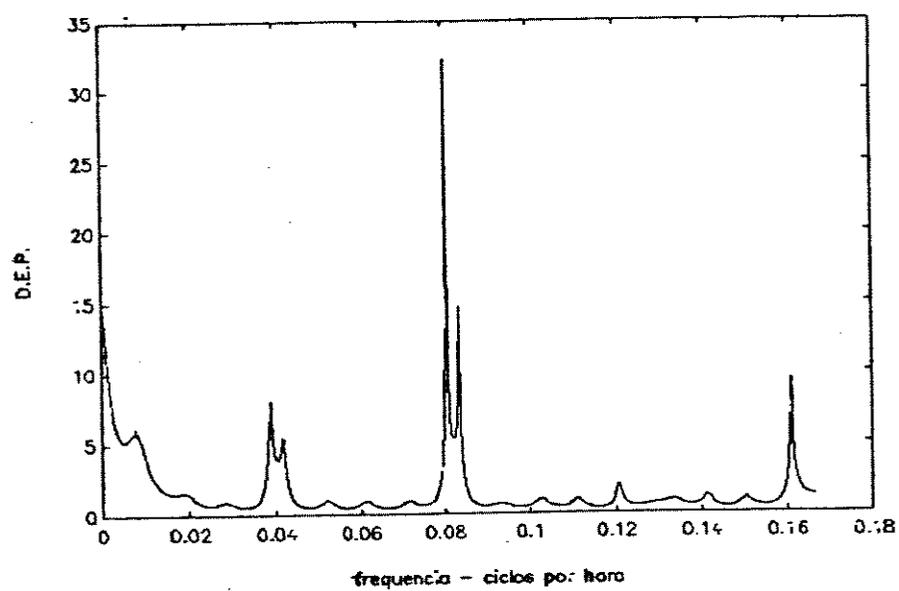
TABELA IV.2

**Frequências de maior energia espectral segundo o modelo AR
(espectro médio para o período 86-91)**

<i>ESTAÇÃO (86-91)</i>	<i>FREQUÊNCIA (ciclos/hora)</i>	<i>PERÍODO (hora)</i>	<i>COMPARÁVEL TEORICAMENTE A</i>
<i>VERÃO</i>	0,0832	12,02	<i>S₂</i>
	0,0800	12,50	<i>M₂</i>
	0,0391	25,57	<i>O₁</i>
	0,1609	6,21	<i>M₄</i>
<i>OUTONO</i>	0,0804	12,43	<i>M₂</i>
	0,0841	11,89	<i>K₂</i>
	0,0395	25,31	<i>Q₁</i>
	0,1609	6,21	<i>M₄</i>
<i>INVERNO</i>	0,0841	11,89	<i>K₂</i>
	0,0809	12,36	<i>M₂</i>
	0,0041	243,90(≅10,16 d)	-
	0,0395	25,31	<i>Q₁</i>
<i>PRIMAVERA</i>	0,0818	12,22	<i>L₂</i>
	0,0841	11,89	<i>K₂</i>
	0,0400	25,00	<i>Q₁</i>
	0,1609	6,21	<i>M₄</i>

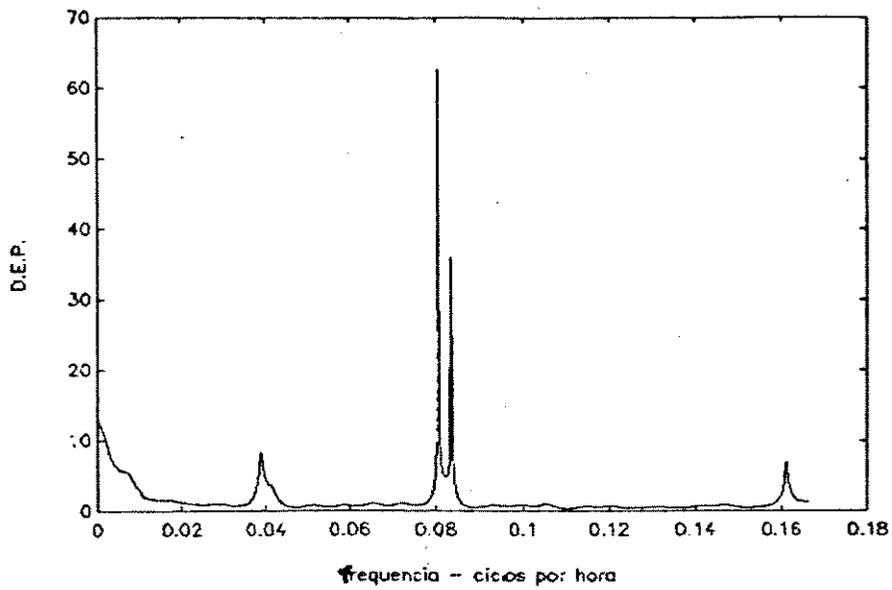


a) Verão

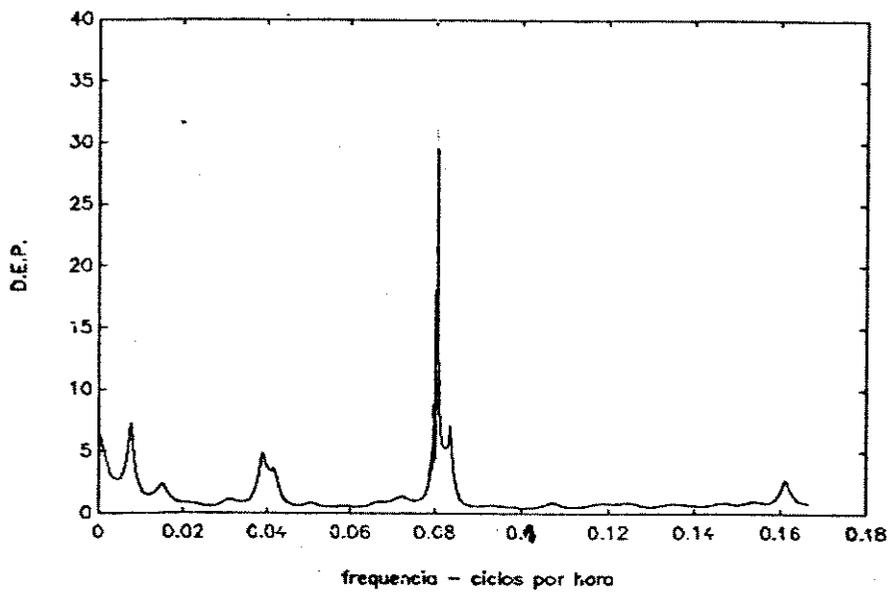


b) Outono

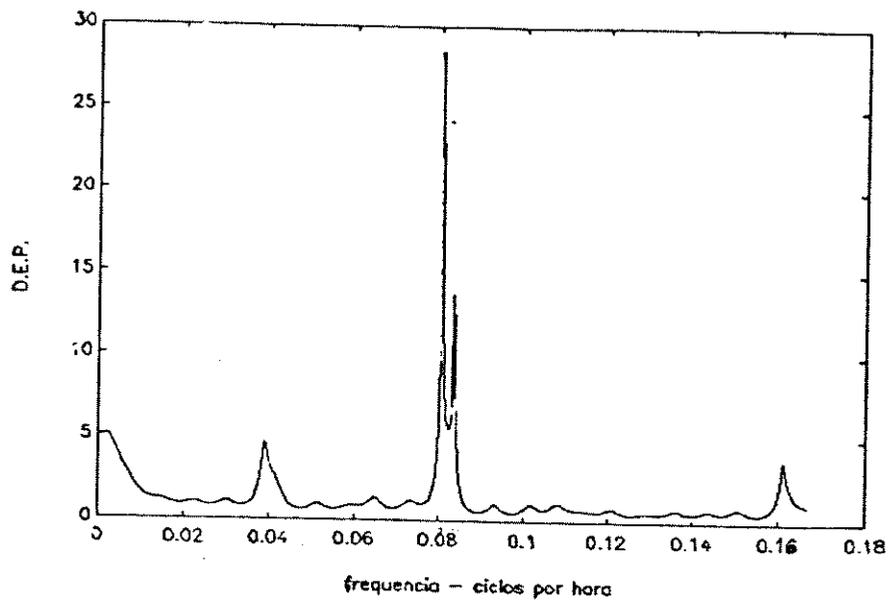
Figura IV.3 Espectro AR sazonal - ano 1986.



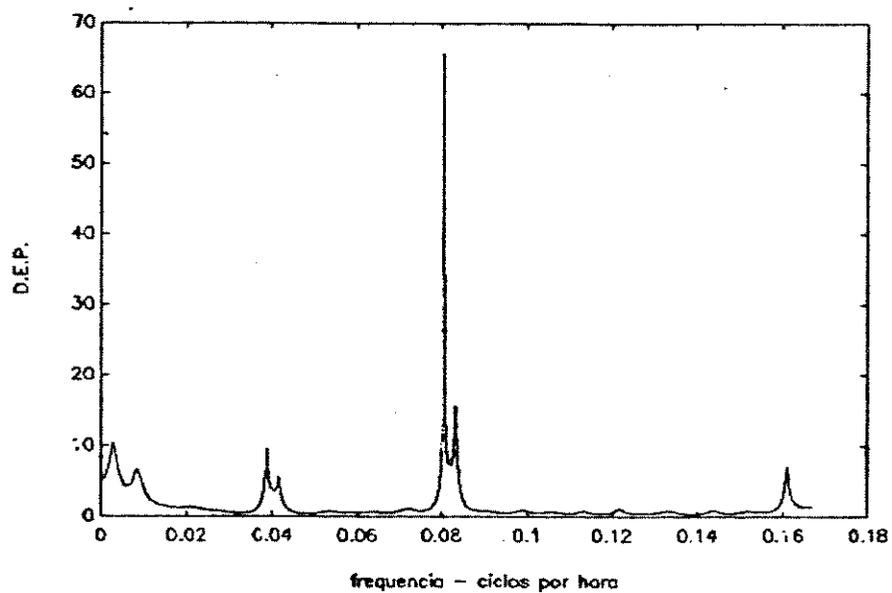
c) Inverno



d) Primavera

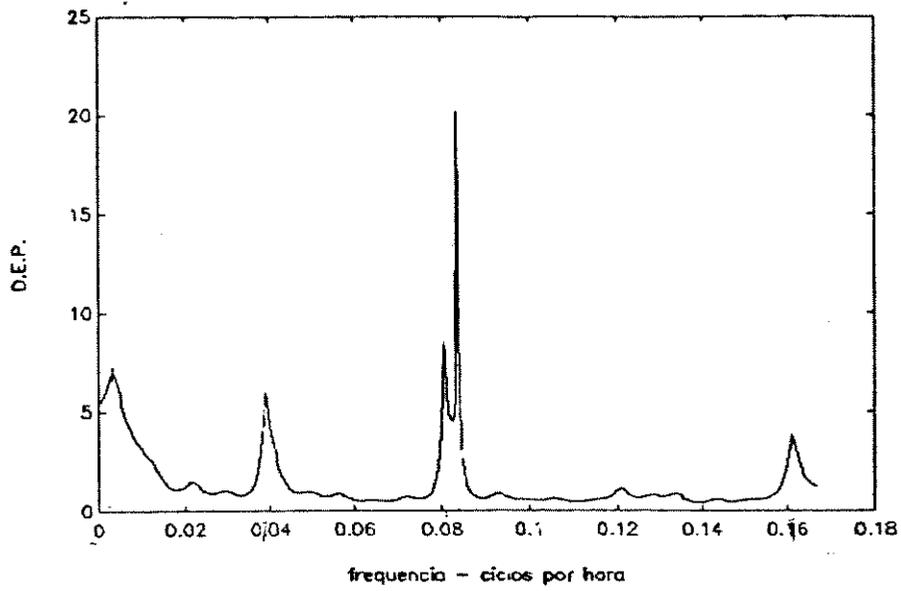


a) Verão

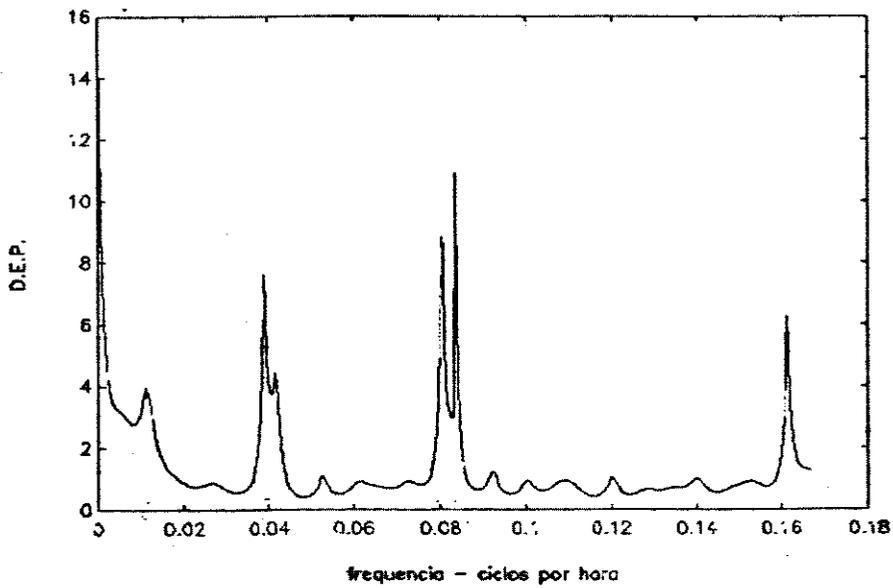


b) Outono

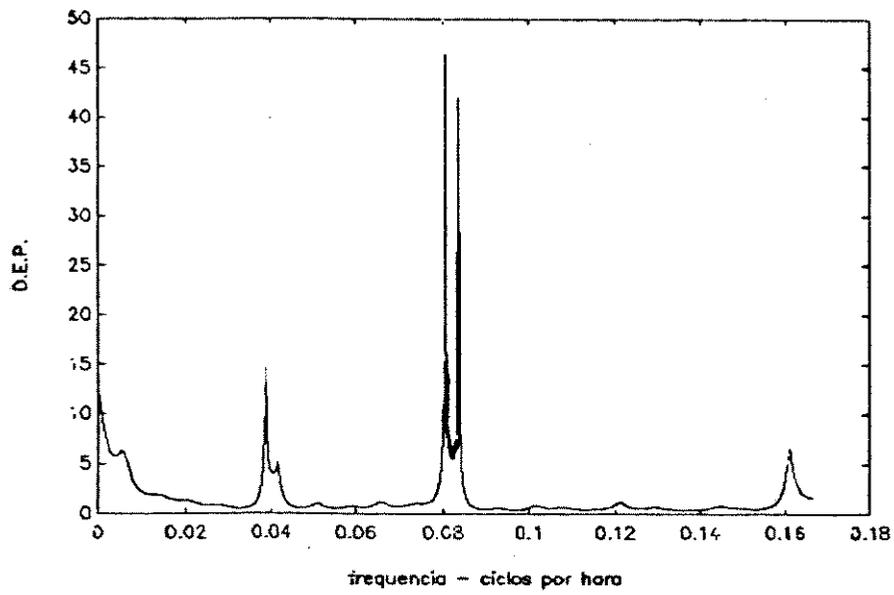
Figura IV.4 Espectro AR sazonal - ano 1987.



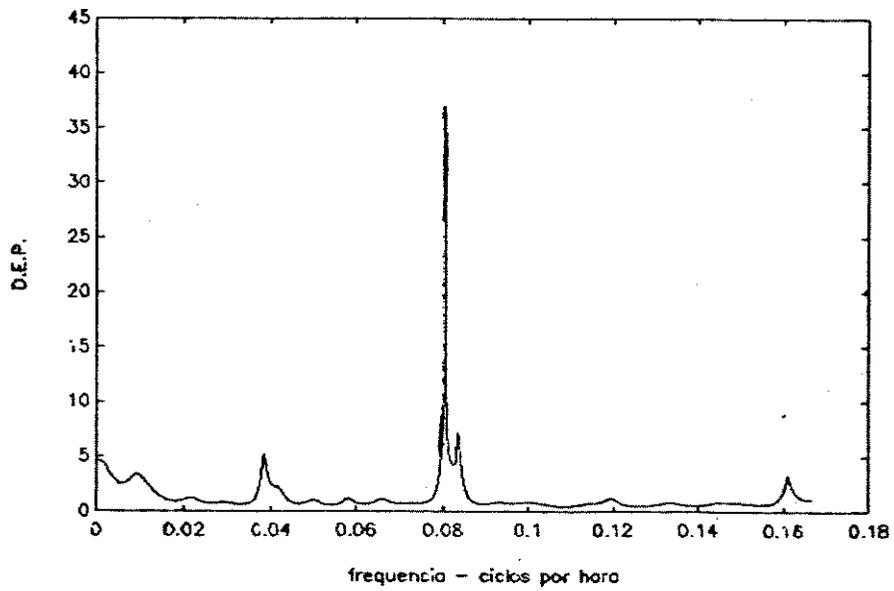
c) Inverno



d) Primavera

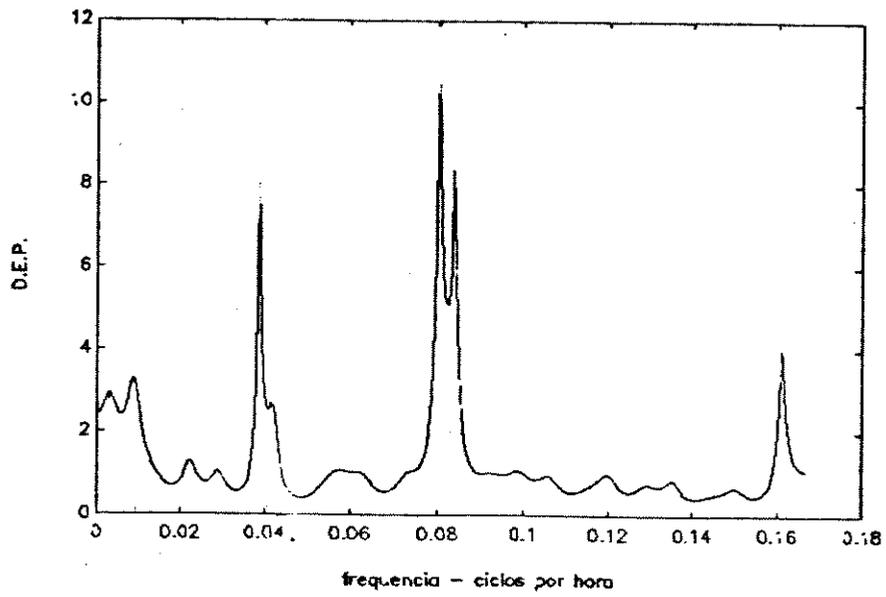


a) Verão

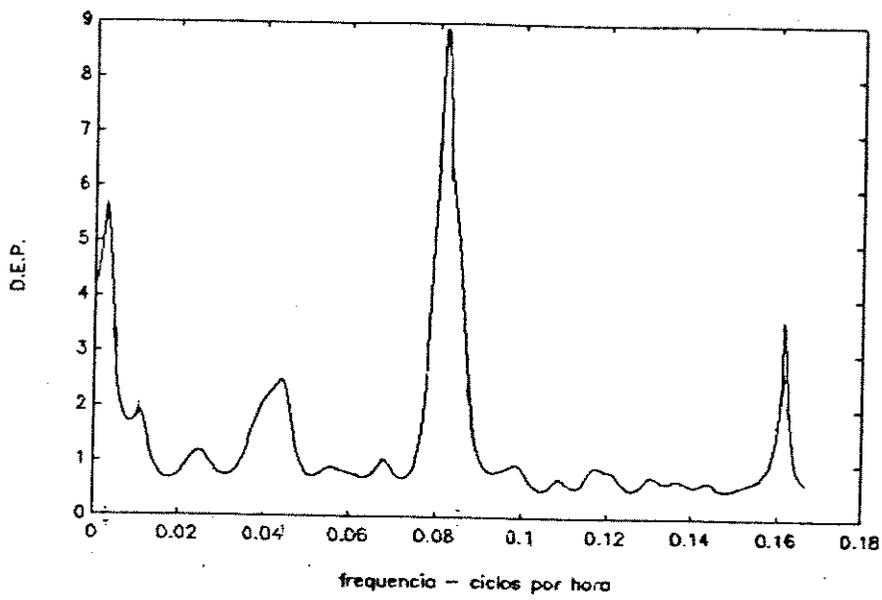


b) Outono

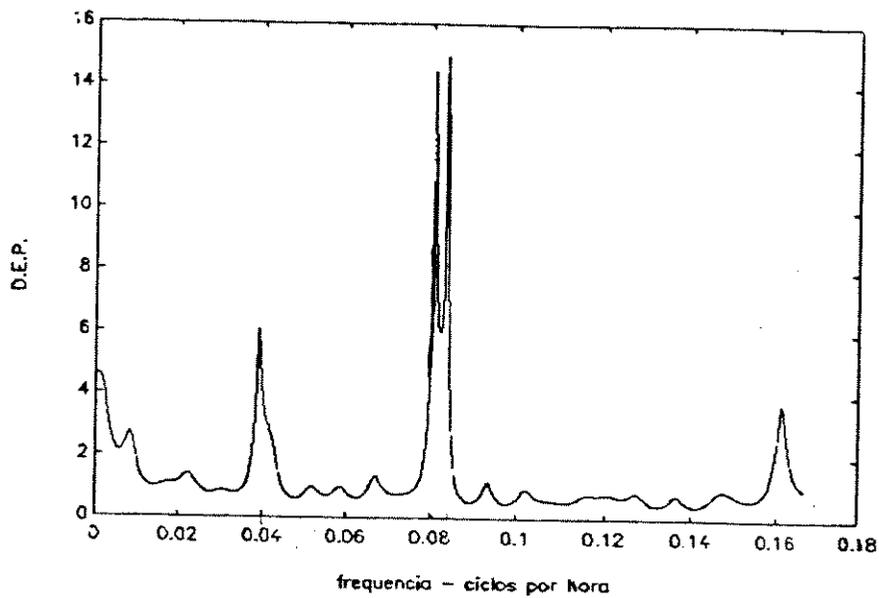
Figura IV.5 Espectro AR sazonal - ano 1988.



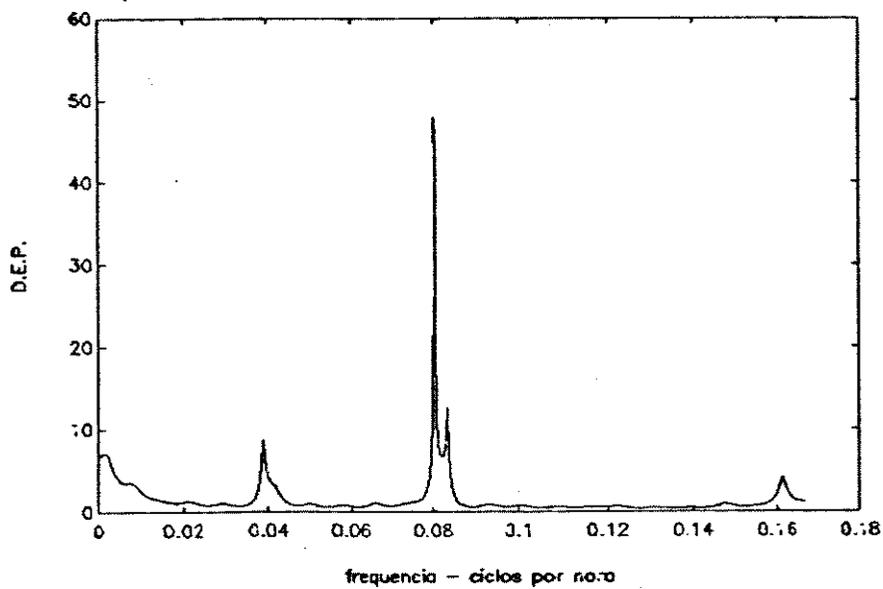
c) Inverno



d) Primavera

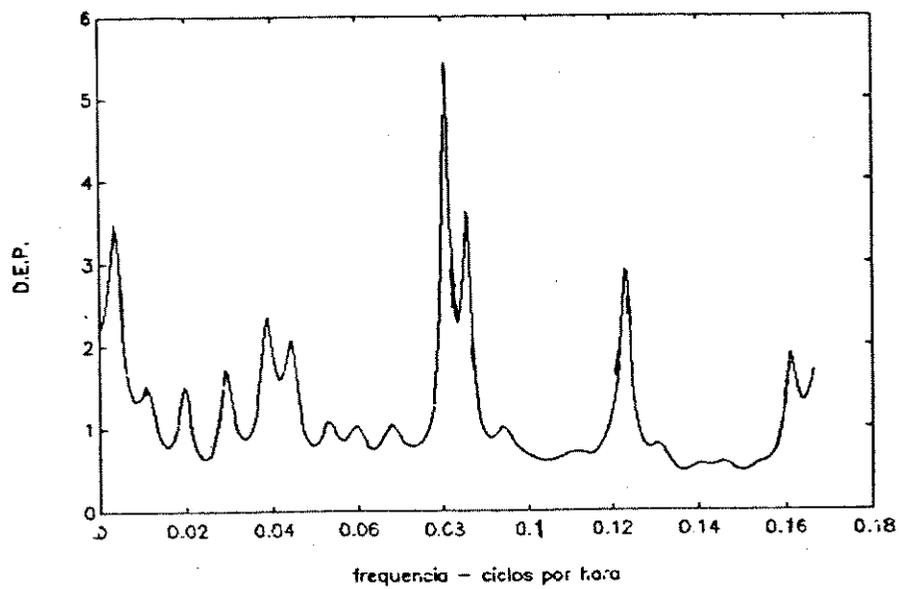


a) Verão

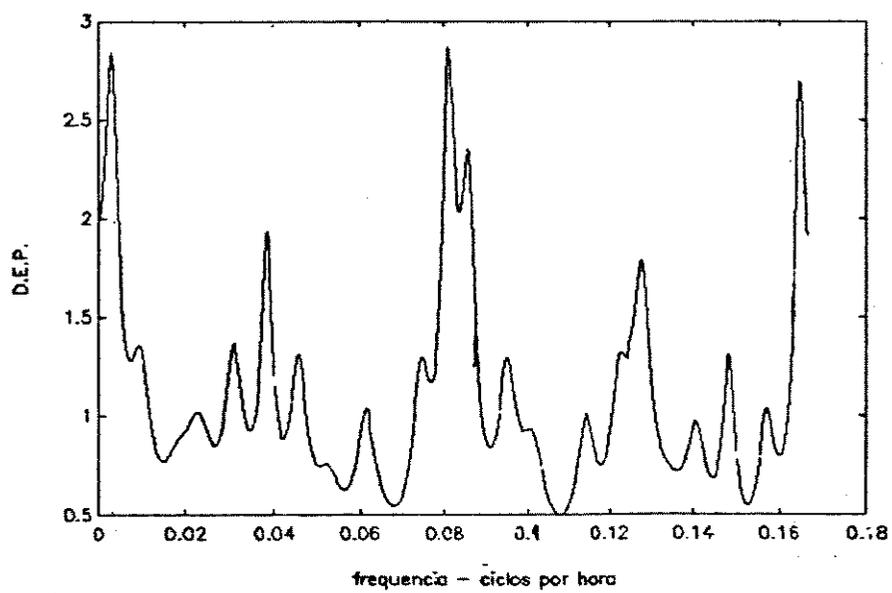


b) Outono

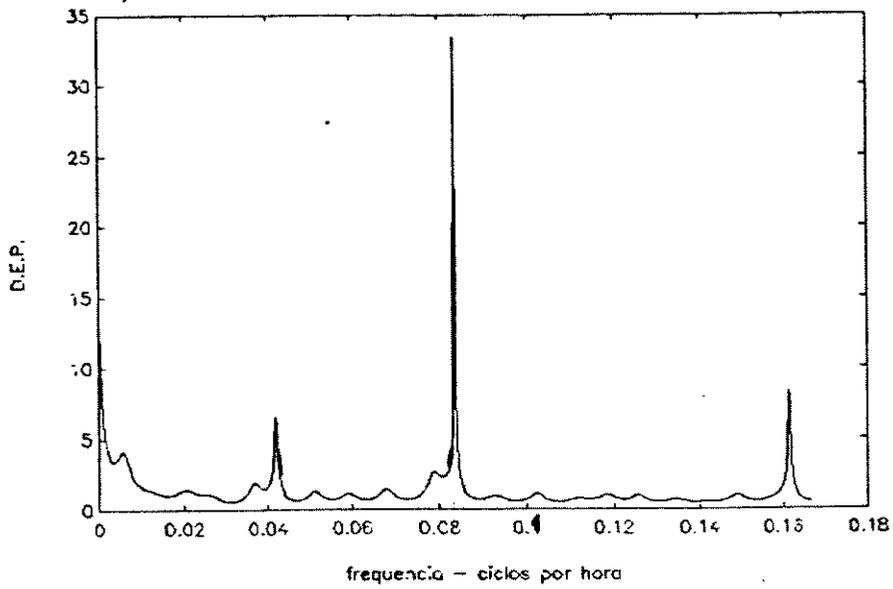
Figura IV.6 Espectro AR sazonal - ano 1989.



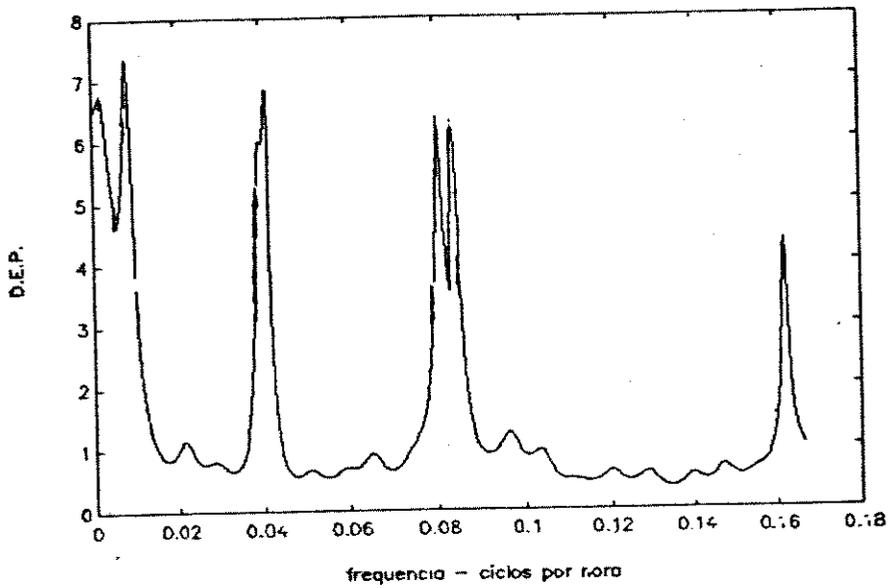
c) Inverno



d) Primavera

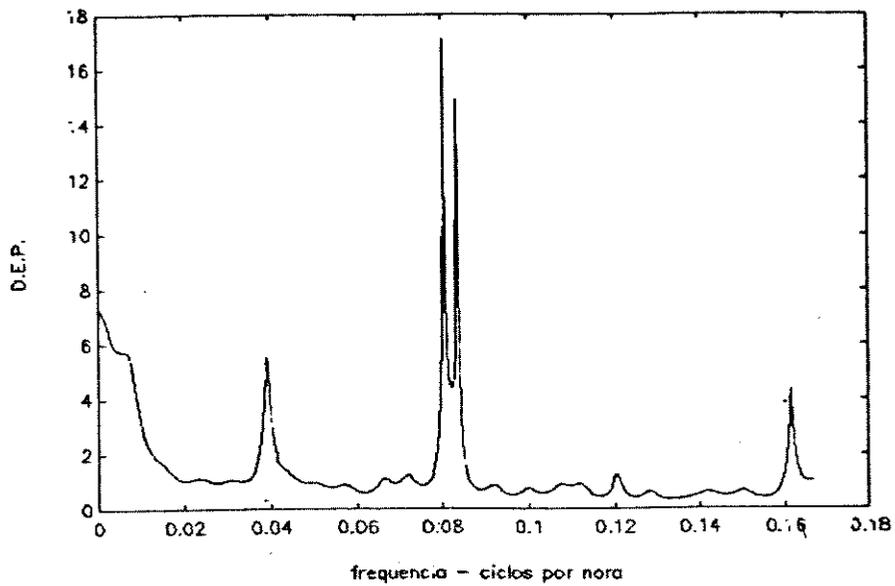


a) Verão

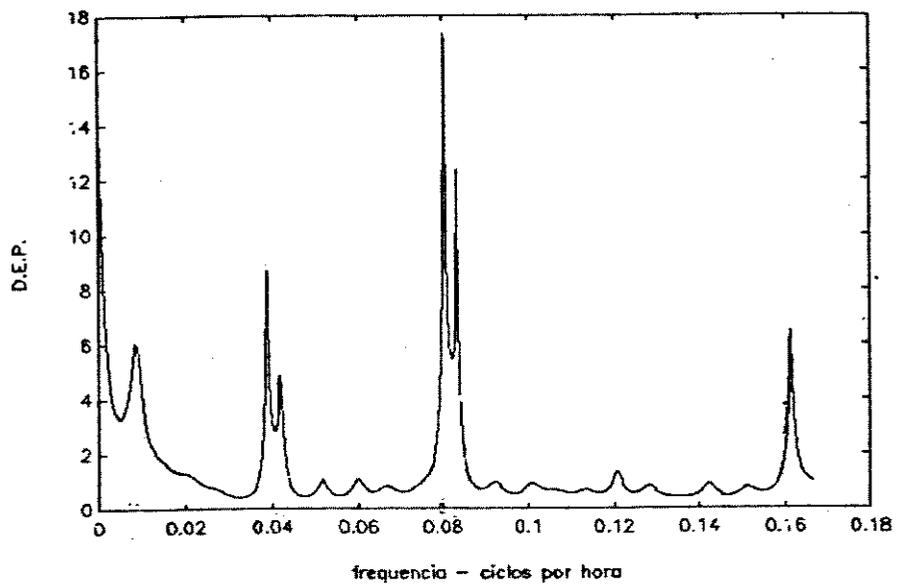


b) Outono

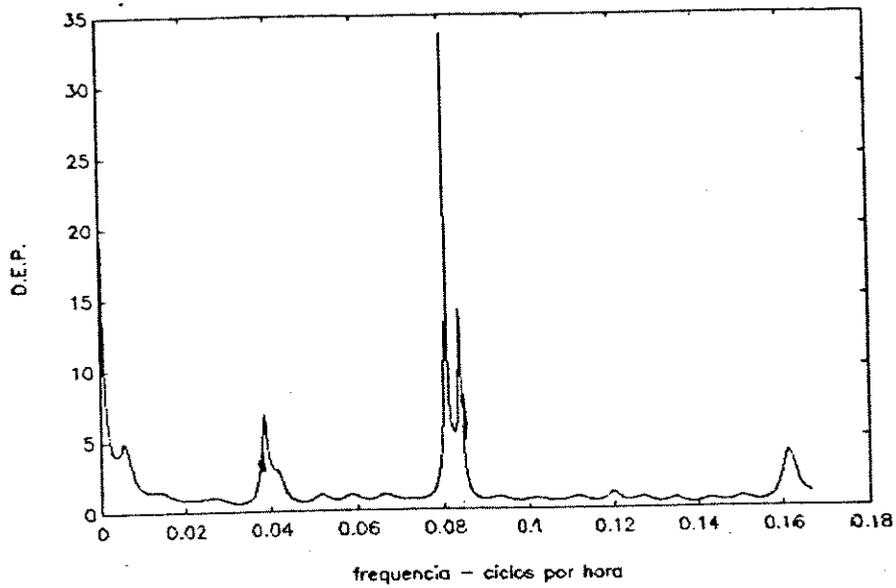
Figura IV.7 Espectro AR sazonal - ano 1990.



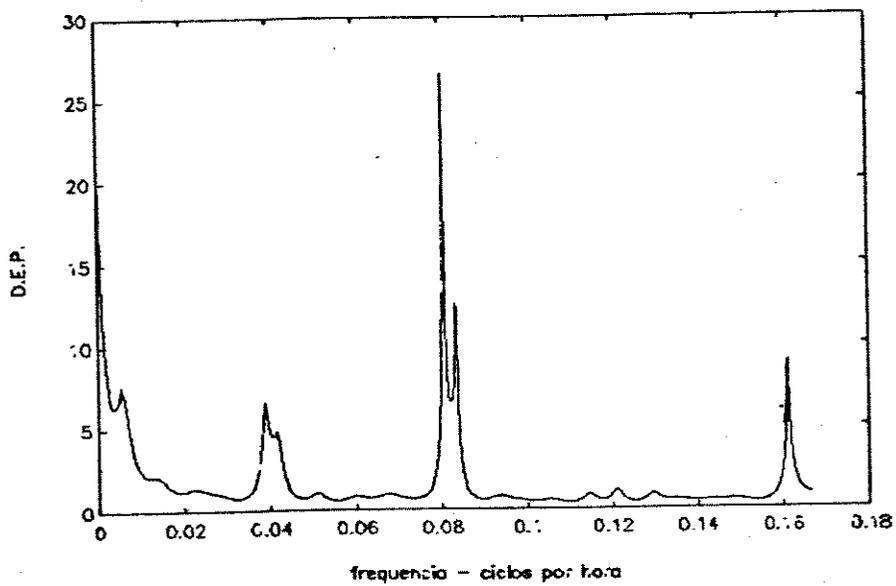
c) Inverno



d) Primavera

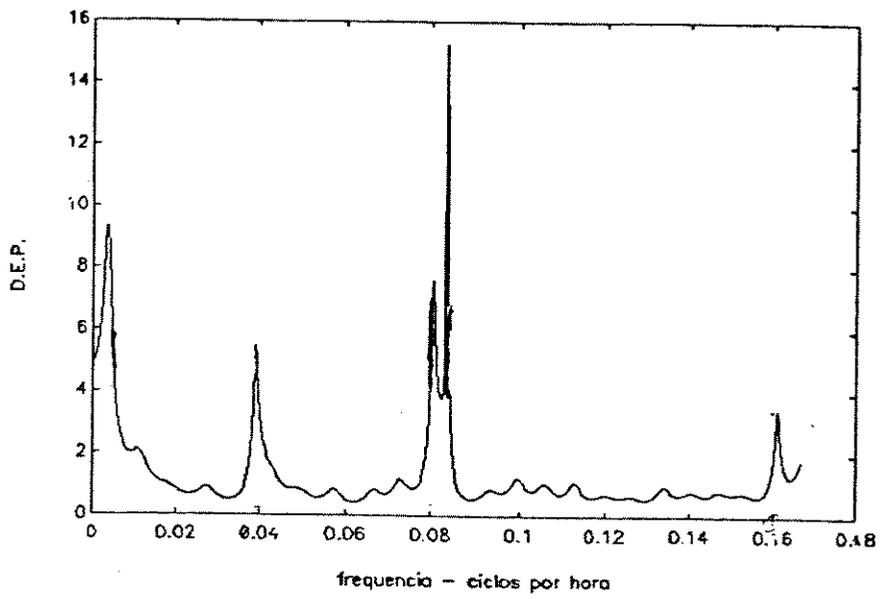


a) Verão

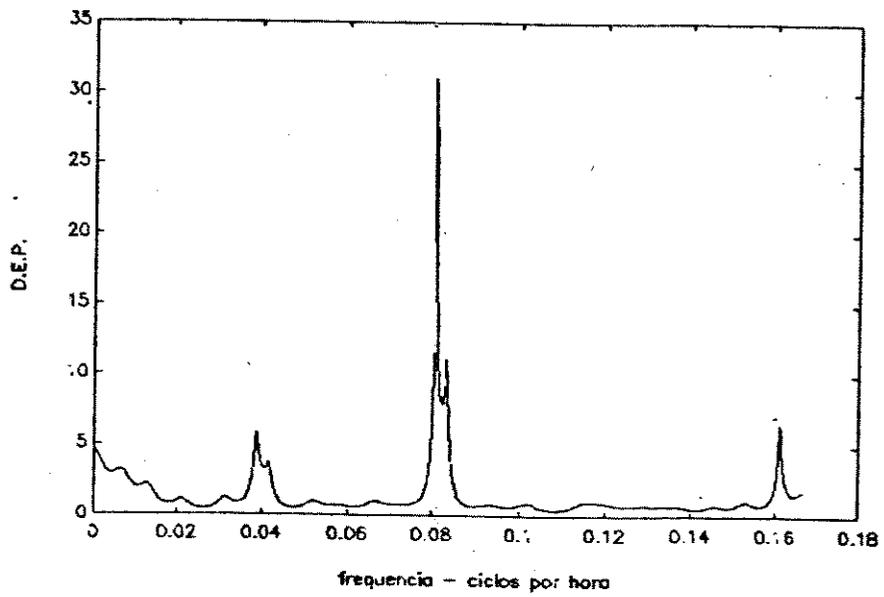


b) Outono

Figura IV.8 Espectro AR sazonal - ano 1991.



c) Inverno



d) Primavera

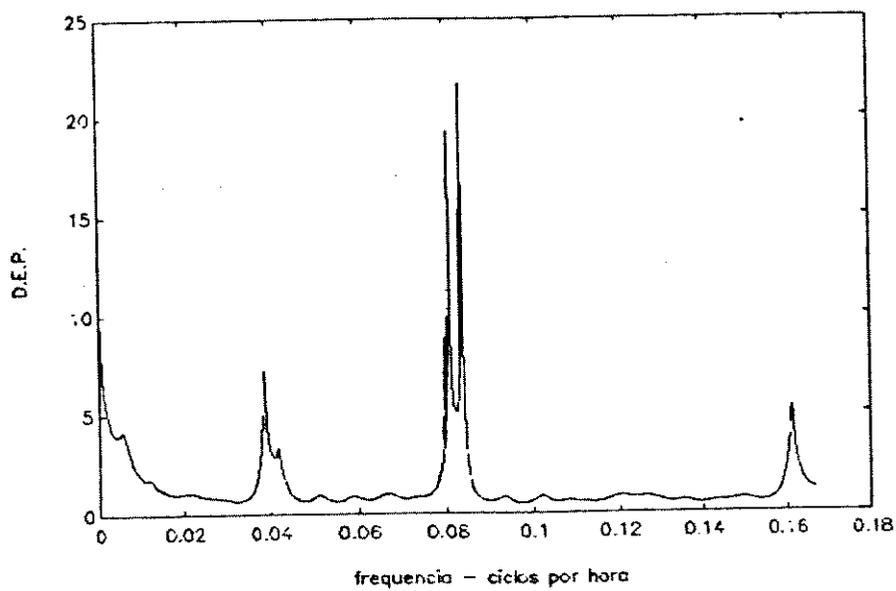
métodos apontam diferentes componentes entre as quatro de maior energia espectral por estação. No entanto, quando acontecem, estas diferenças dizem respeito a componentes de frequências muito próximas. O modelo *AR* detecta entre o grupo das quatro componentes mais significativas, em três estações, a M_2 , e a M_4 . A M_2 é predominante no Atlântico Sul (maré mista predominantemente semi-diurna) [14], enquanto que a M_4 é uma componente típica da bacia em questão [24]. Espera-se que ambas componentes preponderem ao longo do ano embora outras possam prevalecer, devido a irregularidades atmosféricas e de sistemas de correntes, no inverno e/ou na primavera. A análise dos espectros médios (*Figura IV.9*) obtidos por modelamento *AR* mostra que, em média, todas as energias espectrais são maiores no verão e no outono, o que concorda com a simples observação dos próprios maregramas, nos quais, nos meses de inverno e primavera, não se percebe com facilidade as oscilações cíclicas, em particular no período das quadraturas. Sugere-se aí a influência da maior distância da lua à terra, acrescida ao também maior distanciamento do sol. Percebe-se, ainda, variações em torno da frequência e da energia espectral das semi-diurnas ao longo do ano, o que justifica o estudo posterior do comportamento dinâmico das componentes principais.

Além das componentes que constam da *tabela IV.2*, relativas aos espectros médios, aparecem outras, relativas aos espectros sazonais de cada ano. Estão detalhadas na *tabela IV.3*. Algumas destas componentes não estão associadas a valores calculados teoricamente pelo método de Doodson [13], mas podem ser harmônicos de marés parciais já conhecidas. Aparecem, também, pequenas discrepâncias entre os valores exatos das frequências das marés calculados teoricamente e através do modelamento *AR*. Isto pode ser explicado pelo fato da teoria considerar o oceano ilimitado e homogêneo [13] e estar-se estudando um mar semi-fechado, mas também há possibilidade de imprecisão na leitura dos maregramas. Comparando-se este resultado com o correspondente obtido por *FFT* (*tabela III.2*) percebe-se que, para as componentes de longo período, o modelo *AR* apresenta um número maior de prováveis harmônicos, em particular, da M_f . Espera-se, de fato, que esta componente exerça significativa influência à curva de maré da região [40]. A análise por *FFT* corrobora este fato, mas com menos intensidade. O modelo *AR*, ainda, detecta com maior precisão as componentes semi-diurnas e diurnas, definindo um maior número delas do que o faz a *FFT*.

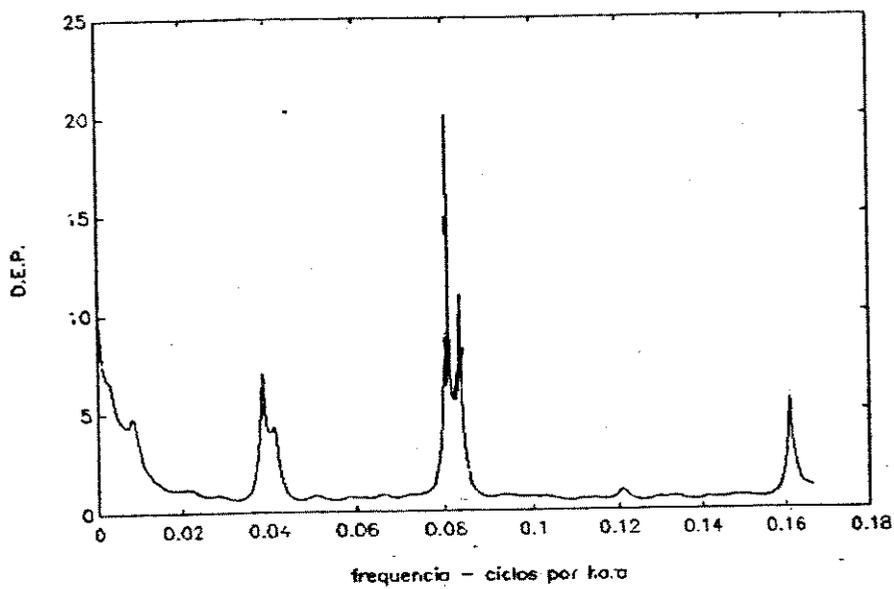
TABELA IV.3

Outras componentes de maré detectadas nos espectros sazonais anuais (período de 86 - 91) utilizando modelamento AR.

PERÍODO DA COMPONENTE DE MARÉ (h)	ASSOCIAÇÃO COM A COMPONENTE TEÓRICA
12,36	λ_2
23,92	K_1
24,45	M_1
22,68 } 22,47 }	δ_i
52,08	$\cong \frac{1}{2} S_{sa}$
17,36 dias } 15,43 dias } 13,02 dias } 11,57 dias }	$\cong M_f$
6,13 dias	$\cong \frac{1}{2} M_f$
4,58 dias } 4,01 dias } 3,82 dias }	$\cong \frac{1}{3} M_f$
2,08 dias	$\cong 2 Q_1$
1,43 dias	-
8,12	$\cong \frac{1}{3} M_1$

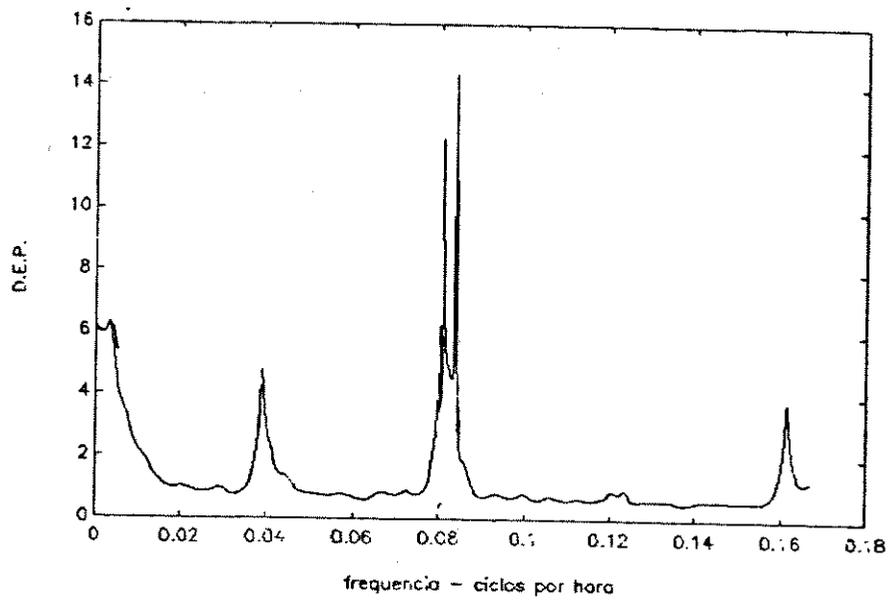


a) Verão

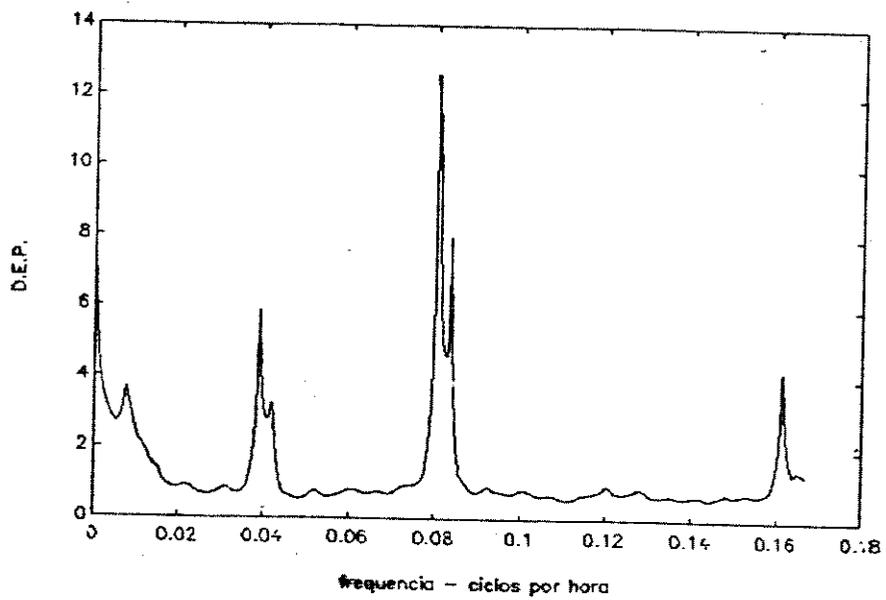


b) Outono

Figura IV.9 *Espectro AR sazonal médio.*



c) Inverno



d) Primavera

A análise dos dados sazonais de cada ano fornece as seguintes informações:

- i) No verão, de forma geral, há grande preponderância das componentes semi-diurnas, que assumem períodos variados para cada ano, estando presentes, principalmente, a M_2 (com períodos de 12,43h e de 12,36h) e a K_2 (com períodos de 11,96h e 11,89h). No verão de 90 só há a definição de um pico de semi-diurna. Este resultado também é evidenciado pela *FFT* e mantém continuidade com o resultado apresentado na primavera anterior.

- ii) No outono há ainda preponderância das semi-diurnas, principalmente da componente com período de 12,43h, comparável a M_2 . No caso de 86 as diurnas são significativas (25,57h $\cong O_1$ e 23,92h $\cong K_1$), assim como as componentes de altas frequências (6,21h $\cong M_4$) e de baixas (52,08 dias $\cong \frac{1}{2}S_{sa}$). O mesmo ocorre para o ano de 91, mas para as componentes de períodos: 25,57h (O_1); 23,92h (K_1); 6,21h (M_4); 6,13 dias ($\frac{1}{2}M_f$); 25,57h (O_1) e 23,92h (K_1). Em 90, o espectro do outono difere dos de outros anos. As energias espectrais das maiores componentes são sensivelmente mais baixas. Destacam-se as seguintes componentes em ordem decrescente de suas energias espectrais: 4,58 dias ($\cong \frac{1}{3}M_f$); 15,43 dias ($\cong M_f$); 24,45h ($\cong M_1$); 11,83h ($\cong K_2$); 11,96h ($\cong K_2$) e 6,18h ($\cong M_4$). As componentes semi-diurnas apresentam energias espectrais inferiores às diurnas e a algumas baixas frequências. Esta anomalia não é evidenciada pela *FFT*, mas apresenta-se como uma possível continuidade do verão antecedente, quando a influência das semi-diurnas já começa a declinar. A explicação do fenômeno necessitaria de maiores informações astronômicas da época.

- iii) Os espectros do modelo *AR* para o inverno apresentam características diferentes. Aparece, assim, como a estação de comportamento mais irregular, possivelmente em função da chegada dos ventos *SW* e *NW*. Em 86 há dois picos significativos na semi-diurna (12,42h $\cong M_2$ e 11,96 $\cong K_2$). O ano de 87 apresenta componentes diurnas (25,32h $\cong Q_1$), de baixa frequência (13,02 dias $\cong M_f$) e de alta frequência (6,23h $\cong M_4$) com conteúdos semelhantes, tão significativos quanto o de uma das semi-diurnas. O ano de 88 apresenta as magnitudes do espectro de potência sensivelmente menores para todas as componentes, sendo que entre elas as mais importantes são as seguintes: 11,83h ($\cong K_2$); 17,36 dias ($\cong M_f$); 6,23h

($\cong M_4$); 22,86h ($\cong \delta_1$), 4,01 dias ($\cong \frac{1}{3} M_f$). Já o espectro relativo ao inverno de 89, também com magnitudes baixas, apresenta-se muito ruidoso, o mesmo ocorrendo com o Periodograma correspondente, com presença de picos nos seguintes períodos: 12,36h ($\cong \lambda_2$), 12,41h ($\cong M_2$), 11,57 dias ($\cong M_f$); 8,12h ($\cong -$); 25,57h ($\cong O_1$); 22,47h ($\cong \delta_1$), 6,23h ($\cong M_4$); 1,43 dias ($\cong -$); 2,08 dias ($\cong 2Q_1$) e 4,00 dias ($\cong -$). Afora um pico de semi-diurna, de grande energia espectral de outono, este resultado parece convergir dos apresentados nas estações anteriores do mesmo ano, quando não há grandes diferenças entre as energias das diversas componentes. No inverno de 90 encontra-se duas raias semi-diurnas (12,44h $\cong M_2$ e 11,96h $\cong K_2$), uma diurna (25,32h $\cong Q_1$) e uma de alta frequência (6,21h $\cong M_4$). Reconstitui-se a preponderância das semi-diurnas em relação às demais componentes, embora a diferença entre a energia espectral daquelas e das demais ainda não seja tão significativa quanto de outros anos. O ano de 91, além desses picos, mostra outro muito significativo na baixa frequência (11,57 dias $\cong M_f$).

- iv) A primavera também apresenta características peculiares para cada ano, embora a diversidade entre os anos seja menos marcante que no inverno. Em 86 aparece de forma significativa apenas um pico, na frequência da semi-diurna (12,50h $\cong M_2$), fato este não demonstrado no Periodograma. Já em 87, encontra-se dois picos na semi-diurna (12,50h $\cong M_2$ e 11,96h $\cong K_2$), dois na diurna (25,32h $\cong Q_1$ e 23,92h $\cong K_1$), além de um de alta frequência (6,21h $\cong M_4$) e outro de baixa (3,82 dias $\cong \frac{1}{3} M_f$). O espectro de 88 é assemelhado ao de 87, com menores energias espectrais e com a presença de mais um pico significativo nas baixas frequências (13,02 dias $\cong M_f$). O espectro de 89 é muito ruidoso e de baixas energias espectrais, assim como o Periodograma correspondente, sendo mais importantes as componentes com os seguintes períodos: 12,15h ($\cong L_2$); 6,12h ($\cong M_4$) e 13,02 dias ($\cong M_f$), respectivamente semi-diurna, de alta e de baixa frequência. Mantem-se, assim, uma continuidade com a estação anterior. Em 90, as energias espectrais voltam a ser maiores, com dois picos na semi-diurna (12,50h $\cong M_2$ e 12,02h $\cong S_2$), dois na diurna (26,18h $\cong O_1$, e 25,00h $\cong Q_1$), um de alta (6,25h $\cong M_4$) e outro de baixa frequência (5,08 dias), mantendo-se o padrão reconstituído no inverno antecedente. Em 91 encontra-se apenas dois picos acentuados, relativos à semi-diurna (12,44h $\cong M_2$ e 11,96h $\cong K_2$).

Atipicidades diárias (como enfraquecimento das componentes semi-diurnas, mais comum durante as quadraturas em períodos de inverno) ou até mesmo perdurando por oito dias, não aparecem nos registros sazonais, o que seria de esperar. Os espectros sazonais anuais são, evidentemente, mais detalhados que o espectro sazonal médio para o período (86 a 91). Ressalta-se que o inverno de 89 e o outono de 90 apresentam características espectrais diversas às demais estações, fato este que não se faz sentir na média para o período.

A influência do tamanho da bacia na definição de sua oscilação de maré, afirmada pela teoria [14], está presente na componente M_4 (de período 6,12h) com importante energia espectral. Este fato já foi detectado em outros estudos realizados na região [24]. Os contornos e o relevo de fundo do mar semi-fechado modificam a curva típica de maré esperada para o Atlântico Sul (maré mista com predominância semi-diurna) [14]. Esta influência fez-se sentir mesmo quando se considerou uma série longa de dados, relativos a um período de três meses. Acarreta alterações nos valores das frequências das componentes principais (diurnas e semi-diurnas) e harmônicos passam a ter maior relevância. Para as altas frequências, a explicação já proposta no item III.5, ou seja, a inversão de correntes superficiais e subsuperficiais sendo a responsável por oscilações de curto período [23], ainda faz sentido.

IV.5. CONCLUSÕES

A obtenção das frequências das componentes de maré da região da Baía de Sepetiba para o período de 01/01/86 a 31/12/91 através de modelamento autorregressivo foi compatível com os valores fornecidos pela teoria [14]. Isto demonstra a boa aplicabilidade do método para o estudo do fenômeno da maré em ambientes semi-fechados. O modelamento *AR* não discordou dos resultados fornecidos através da *FFT*, mas ofereceu maior detalhamento de informações, principalmente no que diz respeito a ressaltar aspectos característicos de cada estação. Constatou-se pequenas diferenças entre os valores exatos das frequências das componentes de maré obtidas teoricamente pelo Método de Doodson [13] (Tabela II.1) e os obtidos pelo modelamento *AR* (Tabelas IV.2 e I.V.3). Pode-se explicar este fato tanto pelas aproximações adotadas pela teoria (*oceano ilimitado e homogêneo*) como por imprecisão na leitura dos maregramas.

Para se definir causas de comportamentos específicos, encontrados nas análises dos espectros de frequência, seria necessário proceder-se a um igual tratamento para dados relativos a direção e sentido de vento, para esta região e em igual período. Caso esta análise não apresentasse boa correlação com os dados de maré, outros fatores teriam que ser submetidos ao mesmo método, tais como intensidade e direção de corrente, pressão atmosférica, etc.

No item a seguir, utilizando o método de filtragem adaptativa, tenta-se visualizar melhor as variações das principais componentes ao longo do ano, estabelecendo-se também um padrão de comportamento dinâmico.

ANEXO AO CAPÍTULO IV

```

%                               Cálculo dos Modelos AR
%                               (exemplo verão de 87 e verão)

% y1,y2,y3 - vetores mensais de dados mediados em torno de zero

% Cálculo do Modelo AR de ordem 48

Y87=[y1 y2 y3];                % vetor da estação
T1=arx(Y87',48);                % modelo Ar

A87=polyform(T1);                % coeficientes do polinômio

[h87,w]=freqz(1,A87,1024);      % resposta em frequência

f=w/(6*pi);                      % eixo das frequências p/ amostragem de 3 em 3 h

H87=h87/L;                       % normalização da resposta - L=número de pontos do vetor Y87

plot(f,abs(H87));                % espectro de frequência por modelagem AR p/ cada estação de cada ano

Hv=(H86+H87+H88+H89+H90+H91)/6;  % AR médio por estação p/ o período

plot(f,abs(Hv));                % espectro de frequência por modelagem AR p/ cada estação do período

% end

```

CAPÍTULO V

MÉTODOS ADAPTATIVOS E MODELAGEM DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DA MARÉ

V.I. INTRODUÇÃO

O problema de filtragem linear consiste basicamente em estimar um certo sinal desejado a partir de uma versão ruidosa. O filtro ótimo é então obtido pela minimização de um certo critério, em geral quadrático, sobre a diferença (erro) entre o sinal e sua estimação.

A técnica da filtragem adaptativa é introduzida para suprir algumas dificuldades na obtenção do filtro digital ótimo em ambientes de estatísticas desconhecidas ou variáveis com o tempo. Os filtros adaptativos são dispositivos auto-ajustáveis, baseados em algoritmos recursivos que modificam seus parâmetros de acordo com critérios pré-estabelecidos. Em ambientes não-estacionários, acompanham as modificações dos sinais envolvidos, desde que essas variações sejam suficientemente lentas. Assim, a filtragem adaptativa tem sido largamente utilizada como técnica de processamento de sinais digitais, tornando-se cada vez mais sofisticada com os avanços dessa teoria e da tecnologia dos circuitos integrados. Essa técnica mostra-se imprescindível em certos processamentos em tempo real, bem como na análise de sinais não-estacionários. Do ponto de vista mais acadêmico, a filtragem adaptativa constitui hoje uma disciplina bem estabelecida, podendo ser estudada segundo diferentes enfoques [32, 34, 36]. A nível nacional, uma abordagem das técnicas adaptativas pode ser encontrada, por exemplo, em [37, 38].

Os resultados do estudo do sinal de maré realizado por *FFT* e através do modelo *AR* demonstram a não estacionaridade do sinal ao longo dos seis anos de registro. Os espectros mensais e/ou sazonais apresentam diferenças significativas nas suas frequências de maior energia espectral (*semi-diurna e diurna*), como também nas baixas e altas frequências do espectro. Não se detectou uma feição

típica nesta variação e nem se define um espectro representativo para a bacia em estudo.

Com o objetivo de estabelecer uma modelagem dinâmica do sinal de maré ao longo do ano e ao longo dos anos, aplica-se a ele a técnica de filtragem adaptativa. Destaca-se ainda o interesse desse estudo por sua maior sofisticação, quando comparado aos métodos já empregados, e por sua originalidade no contexto da oceanografia, tendo já sido aplicada, com sucesso, em diversas áreas como controle, comunicação e engenharia biomédica, entre outras.

Neste capítulo vai-se aplicar a técnica de filtragem adaptativa aos dados de altura do nível do mar e proceder à análise dos resultados assim obtidos. Inicialmente, apresenta-se os conceitos envolvidos na Predição Adaptativa e na Filtragem Adaptativa por Mínimos Quadrados, que é o critério do algoritmo empregado.

V.2. FILTRAGEM ADAPTATIVA POR MÍNIMOS QUADRADOS

De uma forma geral, duas diferentes classes de algoritmos de adaptação são desenvolvidas para resolver o problema de filtragem adaptativa. A primeira advém dos métodos de busca iterativa, representada pelos algoritmos de Gauss-Newton e pelo gradiente estocástico (*LMS*). A outra, aqui empregada, é a versão adaptativa dos estimadores de mínimos quadrados, o Algoritmo dos Mínimos Quadrados Recursivos (*RLS*). Este algoritmo tem convergência rápida e boa capacidade de rastreamento [34].

A estimação por Mínimos Quadrados tem como premissa resolver os problemas da filtragem linear, sem necessitar das estatísticas dos sinais de entrada e de referência do filtro. A estrutura aqui utilizada é a do filtro transversal, constituído de uma linha de atrasadores com N derivações, às quais são aplicadas um multiplicador h_k , $k=0, \dots, N-1$, e a seguir são somadas (*figura V.1*).

Um filtro linear não-adaptativo pode ser perfeitamente caracterizado por sua resposta em frequência, dada por:

$$H(e^{j\omega}) = \sum_{k=0}^{N-1} h_k e^{-j\omega k} \quad (V.1)$$

onde h_k são os multiplicadores.

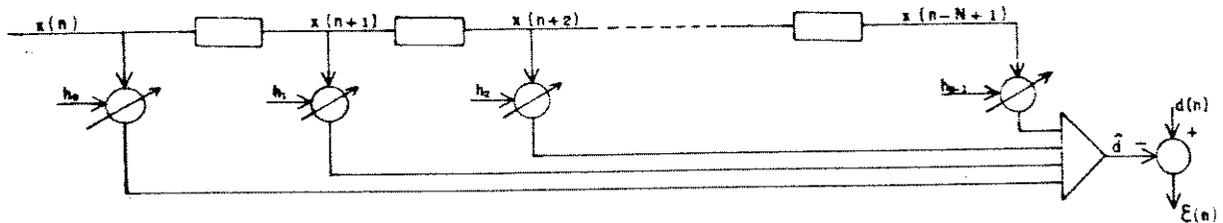


Figura V.1 - Estrutura do Filtro Transversal Adaptativo

A resposta $d(n)$ deste filtro a um sinal $x(n)$ de entrada é dada pela convolução de $x(n)$ com a resposta impulsiva do filtro:

$$\hat{d}(n) = H^T X(n) \quad (V.2)$$

onde H é um vetor de dimensão N , cujos elementos são os multiplicadores h_k e $X(n)$ é o vetor constituído pelas N amostras mais recentes do sinal de entrada.

Para filtros não-adaptativos, os multiplicadores podem ser calculados a partir da resposta em frequência desejada, através da Transformada Inversa de Fourier.

$$h_k = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} F(e^{j\omega}) e^{j\omega k} d\omega; \quad k = 0, \dots, N-1 \quad (V.3)$$

onde $F(e^{j\omega})$ é a resposta em frequência desejada e o período de amostragem está normalizado para $T=1$.

Para o filtro adaptativo não se pode falar de resposta em frequência, pois os elementos do filtro não se mantêm fixos. Neste sentido, os valores dos multiplicadores devem advir de uma otimização no tempo, e não na frequência. Assim, o vetor $H(n)$ representa o filtro que no instante n minimiza a função custo dada por:

$$E_N(n) = \sum_{i=1}^n W^{n-i} |\varepsilon(i, n)|^2 \quad (V.4)$$

onde: w é o fator de esquecimento, que é uma constante entre 0 e 1, cuja função é ponderar os termos da somatória, de forma a produzir maior participação das amostras mais recentes, e $\varepsilon(i, n)$ é definido por:

$$\varepsilon(i, n) = d(i) - H^H(n) X(i) \quad (V.5)$$

para: $d(i)$, $i=1, \dots, n$, representando a seqüência de amostras do sinal desejado no instante n e $H^H(n) X(i)$ representando a resposta do filtro ao sinal de entrada $x(i)$, $i=1, \dots, N$.

O valor ótimo esperado do vetor de coeficientes $H(n)$ obtido através de técnica recursiva pelo método dos mínimos quadrados é dado por [36]:

$$\hat{H}(n) = \hat{R}_{xx}^{-1}(n) \hat{R}_{xd}(n), \quad (V.6)$$

onde \hat{R}_{xx} é a matriz de autocorrelação estimada de dimensões $(M \times M)$ e \hat{R}_{xd} é o vetor de correlação cruzada estimada de dimensão M , definidos respectivamente por:

$$\hat{R}_{xx}(n) = W \hat{R}_{xx}(n-1) + X(n) X^T(n) \quad (V.7)$$

$$\hat{R}_{xd}(n) = W \hat{R}_{xd}(n-1) + X(n) d(n) \quad (V.8)$$

O algoritmo dos mínimos quadrados recursivo prevê a estimativa do vetor $\hat{H}(n)$ a partir da estimativa anterior $\hat{H}(n-1)$ dada por:

$$\hat{H}(n-1) = \hat{R}_{xx}^{-1}(n-1) \hat{R}_{xd}(n-1) \quad (V.9)$$

O procedimento recursivo para atualização do vetor dos coeficientes do filtro estabelece-se a partir da substituição das equações (V.7), (V.8) e (V.9) na equação (V.6), obtendo-se:

$$\hat{H}(n+1) = \hat{H}(n) + \hat{R}_{xx}^{-1}(n+1)X(n+1)[d(n+1) - X^T(n+1)\hat{H}(n)] \quad (V.10)$$

A inversão da matriz de autocorrelação é [2]:

$$\hat{R}_{xx}^{-1}(n+1) = \frac{1}{W} [\hat{R}_{xx}^{-1}(n) - G(n+1)X^T(n+1)\hat{R}_{xx}^{-1}(n)] \quad (V.11)$$

que é a equação de Ricatti para o *RLS* e onde $G(n+1)$ é o vetor ganho de adaptação, de dimensão $(M \times 1)$, dado por:

$$G(n+1) = \frac{\hat{R}_{xx}^{-1}(n)X(n+1)}{W + X^T(n+1)\hat{R}_{xx}^{-1}(n)X(n+1)} \quad (V.12)$$

Reorganizando a equação (V.12) e utilizando (V.11) chega-se a:

$$G(n+1) = \hat{R}_{xx}^{-1}(n+1)X(n+1) \quad (V.13)$$

substituindo-se em (V.13) em (V.10), obtém-se finalmente:

$$\hat{H}(n+1) = \hat{H}(n) + G(n+1)\epsilon(n+1) \quad (V.14)$$

onde:

$$\epsilon(n+1) = d(n+1) - X^T(n+1)\hat{H}(n) \quad (V.15)$$

Assim, o algoritmo *RLS* pode ser sumarizado conforme consta da Tabela V.1, utilizando as equações (V.12), (V.11), (V.15) e (V.14).

Finalmente, é necessária uma condição inicial para o algoritmo que esteja de acordo com o critério dos mínimos quadrados. Uma inicialização típica [34] consiste em supor todas as variáveis nulas e:

$$\hat{R}_{xx}^{-1}(0) = \frac{1}{E_0} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & W & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & W^{(N-1)} \end{bmatrix} \quad (V.16)$$

onde E_0 é uma constante que será inversamente proporcional à velocidade inicial de convergência do algoritmo.

TABELA V.1

O Algoritmo RLS

disponível no instante n: $X(n), \hat{H}(n), G(n), \hat{R}_{xx}(n)$

recebido no instante n+1: $x(n+1), d(n+1)$

$$G(n+1) = \frac{\hat{R}_{xx}^{-1}(n)X(n+1)}{W + X^T(n+1)\hat{R}_{xx}^{-1}(n)X(n+1)}$$

$$\hat{R}_{xx}^{-1}(n+1) = \frac{1}{W} \left[\hat{R}_{xx}^{-1}(n) - G(n+1)X^T(n+1)\hat{R}_{xx}^{-1}(n) \right]$$

$$\varepsilon(n+1) = d(n+1) - X^T(n+1)\hat{H}(n)$$

$$\hat{H}(n+1) = \hat{H}(n) + G(n+1)\varepsilon(n+1)$$

V. 3. MODELAGEM AR E PREDIÇÃO ADAPTATIVA

Viu-se no capítulo anterior que os parâmetros do modelo *AR* de um sinal em análise correspondem aos coeficientes ótimos da predição linear. Evidentemente, o filtro de erro de predição também pode ser obtido de forma adaptativa. De fato, a intenção aqui é utilizar o algoritmo desenvolvido no item anterior para a formulação geral da filtragem adaptativa, no caso particular da predição adaptativa. Assim, obtém-se o modelo *AR* através de um algoritmo capaz de acompanhar a variação estatística do sinal.

O filtro de erro de predição adaptativo é alcançado a partir do esquema geral da *Figura V.1*, fazendo-se:

$$d(n) = x(n) \quad (V.17)$$

$$h_0 = 0 \quad (V.18)$$

Assim o sinal de referência é a própria entrada que se quer estimar a partir de seus valores passados. A partir das equações (V.17) e (V.18), o algoritmo *RLS* pode ser facilmente deduzido para o caso da predição, seguindo os mesmos passos do item anterior, relativo ao caso geral. Finalmente, obtém-se que o procedimento utilizado para calcular os coeficientes de predição, e portanto o modelo *AR*, consiste em aplicar o algoritmo *RLS* da *Tabela V.1* com as seguintes modificações:

$$e(n+1) = x(n+1) - X^T(n)A(n) \quad (V.19)$$

$$A(n+1) = A(n) + G(n)e(n+1) \quad (V.20)$$

onde $e(n)$ e $A(n)$ são agora, respectivamente, o erro e os coeficientes da predição linear.

V. 4 - APLICAÇÃO AOS DADOS OCEANOGRÁFICOS

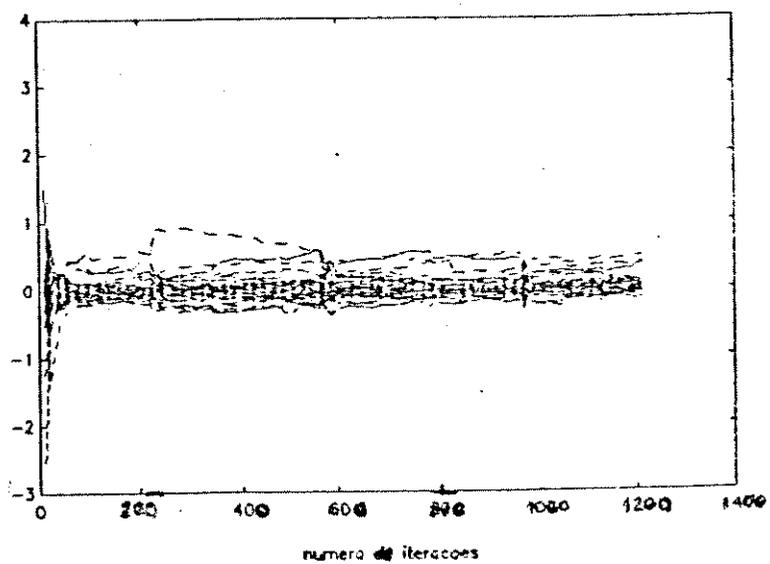
A predição e modelagem *AR* adaptativa, foi realizada conforme programa que consta do Anexo a este capítulo e utilizando o *MATLAB* como ferramenta de programação.

Os dados de entrada foram os mesmos que aqueles utilizados nos capítulos anteriores, sendo que o vetor de dados tem o comprimento de um ano. Desta forma apresenta-se como resultado o comportamento dinâmico ao longo de um ano.

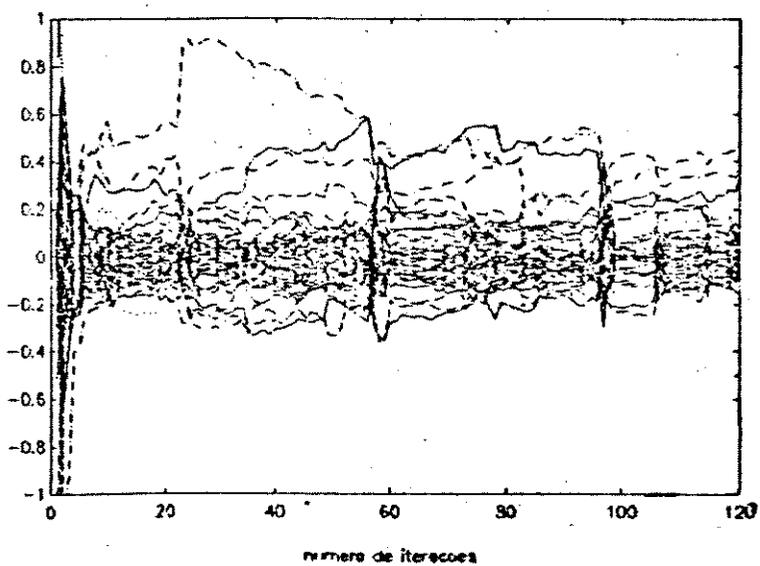
Mais uma vez, como no caso do modelo *AR* não-adaptativo, escolheu-se a ordem do filtro como sendo de $M=48$, que já apresentou bons resultados e mostrou boa convergência para os dados em questão. O fator de esquecimento foi de $W = 0.9958$, o que equivale a considerar, aproximadamente, um mês de dados. Desta forma, o filtro preditor estará considerando apenas um mês retroativo para a estimação da amostra seguinte.

Na *Figura V.2* apresenta-se a convergência dos coeficientes do filtro para o ano de 86, com detalhamento para as iterações iniciais. Pode-se reparar a estabilização desses coeficientes, aproximadamente, em torno da iteração de número 100, o que equivale a dizer que o filtro demora menos de um mês para atingir valores de regime. Isto significa que os coeficientes convergem de forma bastante satisfatória.

Apresenta-se, também, a título de ilustração, na *Figura V.3* os resultados dos espectros obtidos para o ano de 86. Esses espectros foram calculados a partir do algoritmo RLS e traçados de 2 em 2 meses. Para melhor visualização, sobrepôs-se os resultados mensais (*espectros*) para um ano de adaptação (*ano de 86*) (*Figura V.4*). A observação dos resultados de todos os anos em estudo mostra que o modelo *AR* adaptativo apresenta bom resultado, estando compatível com os já apresentados nos capítulos anteriores. Ainda, este método fornece mais detalhes de informações quanto às frequências de maior energia espectral e também quanto ao comportamento dessas componentes ao longo do ano.

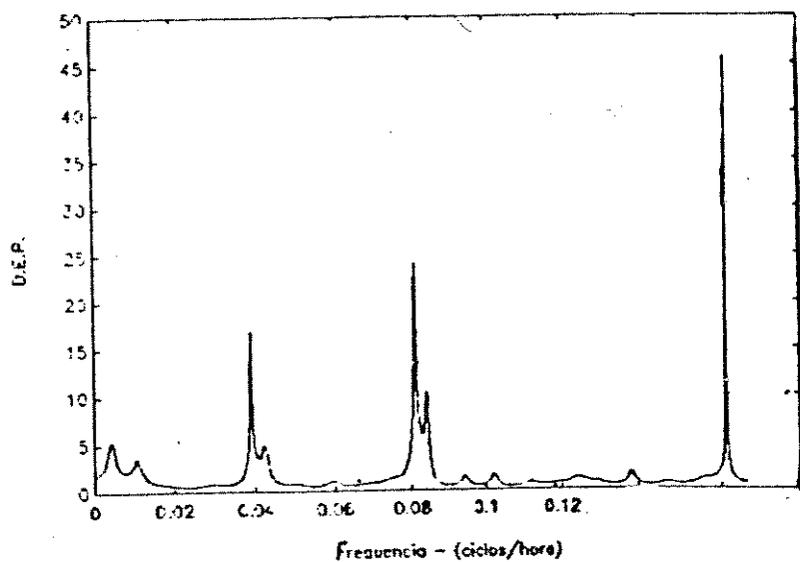


a) geral.

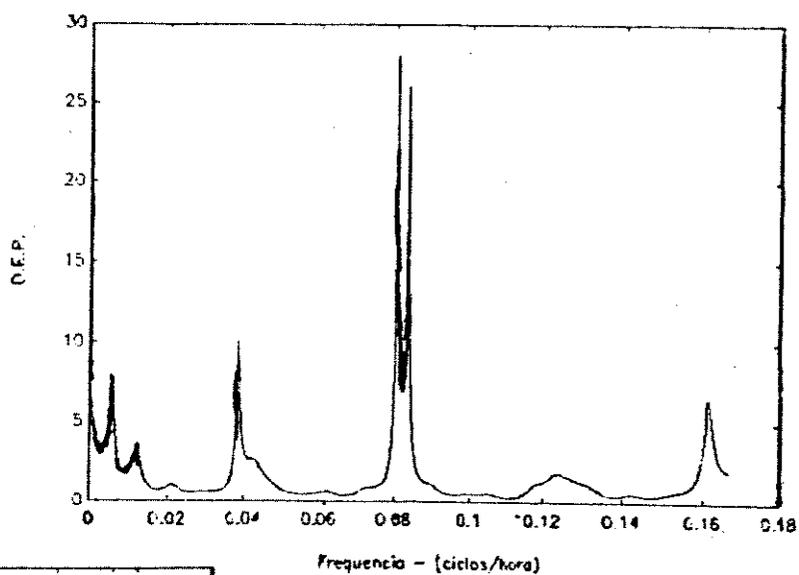


b) parcial - até 120 iterações.

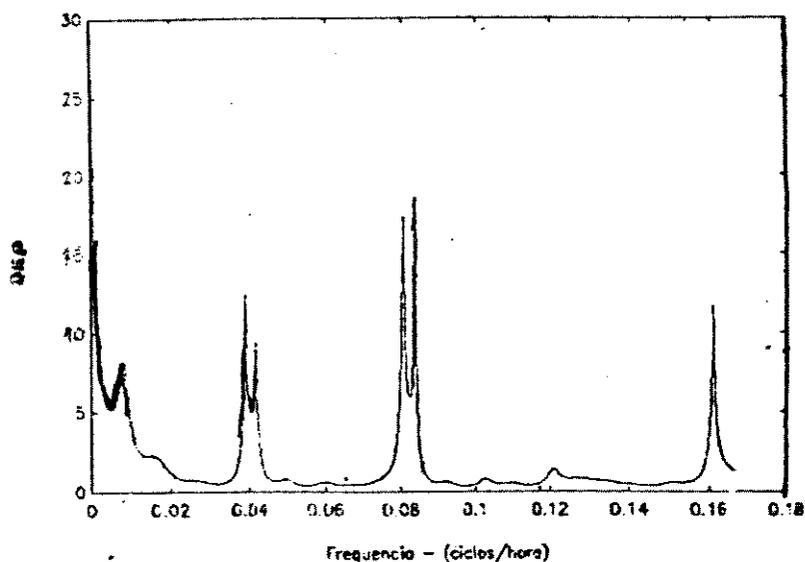
Figura V.2 - Convergência dos coeficientes do filtro.



a) 240 iterações.

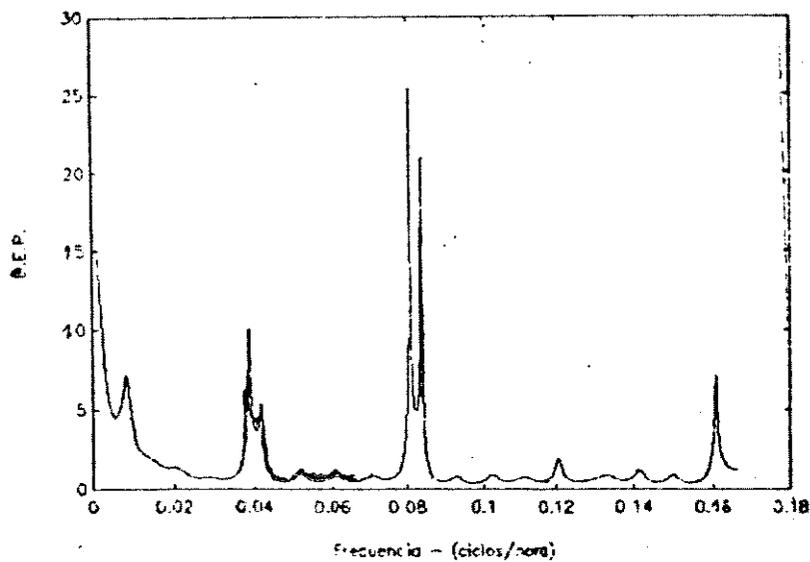


b) 720 iterações.

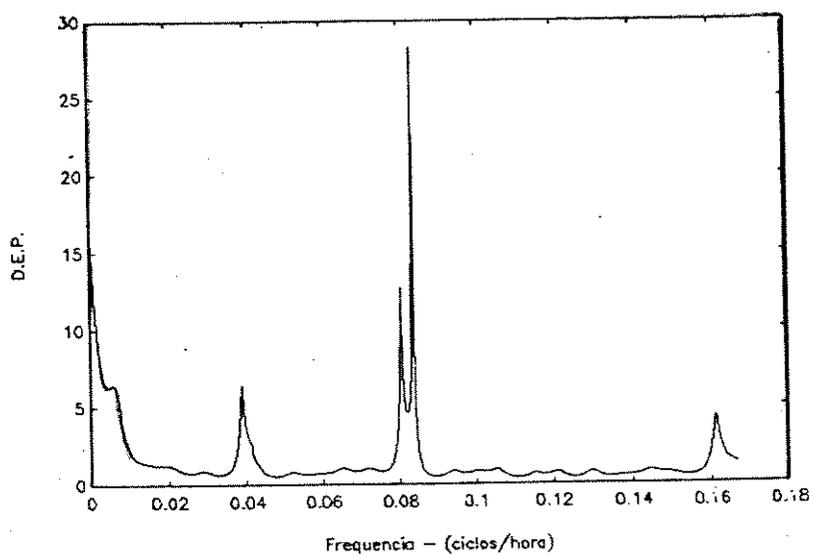


c) 1200 iterações.

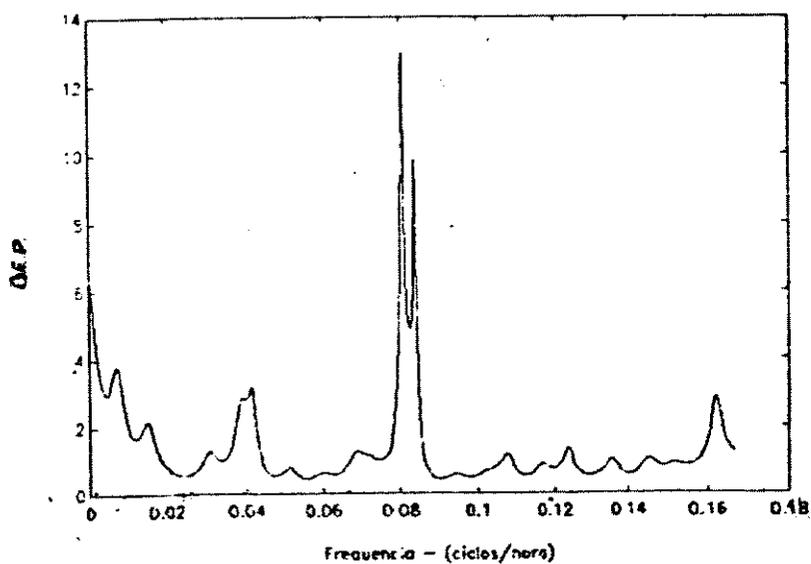
**Figura V.3 - Espectro de potência calculado por filtragem adaptativa
visualização de 2 em 2 meses - Ano 1986.**



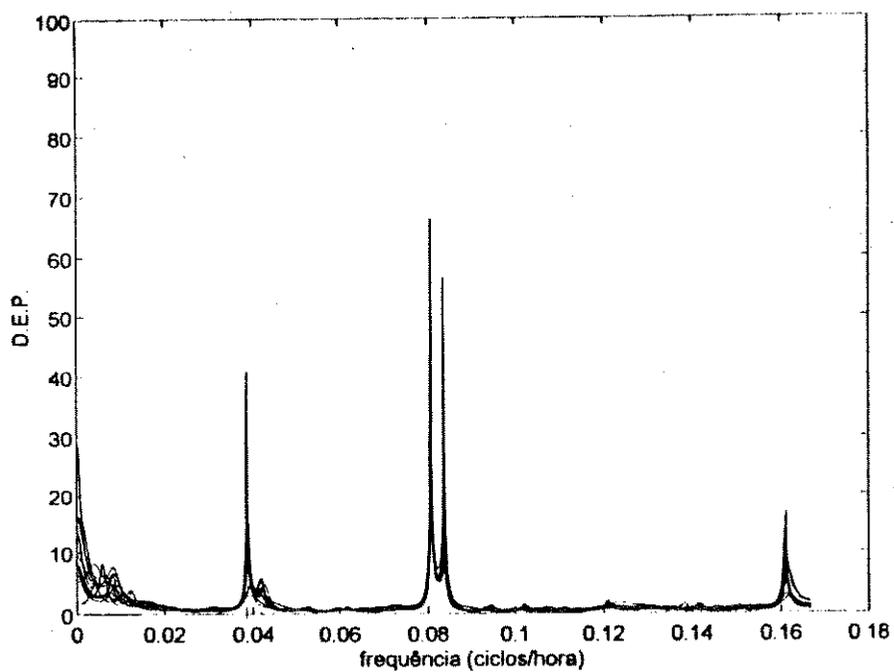
d) 1680 iterações.



e) 2160 iterações.



f) 2640 iterações.

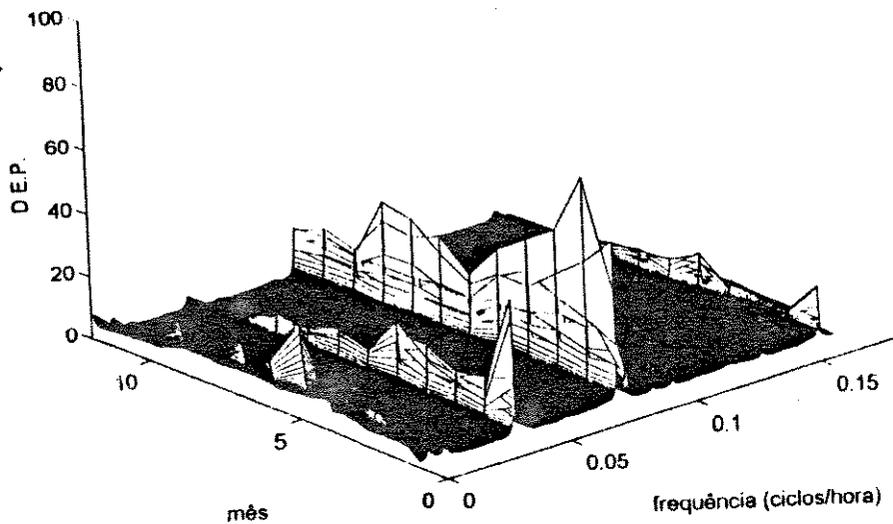


**Figura V.4 - Superposição dos resultados das iterações mensais.
Ano 1986.**

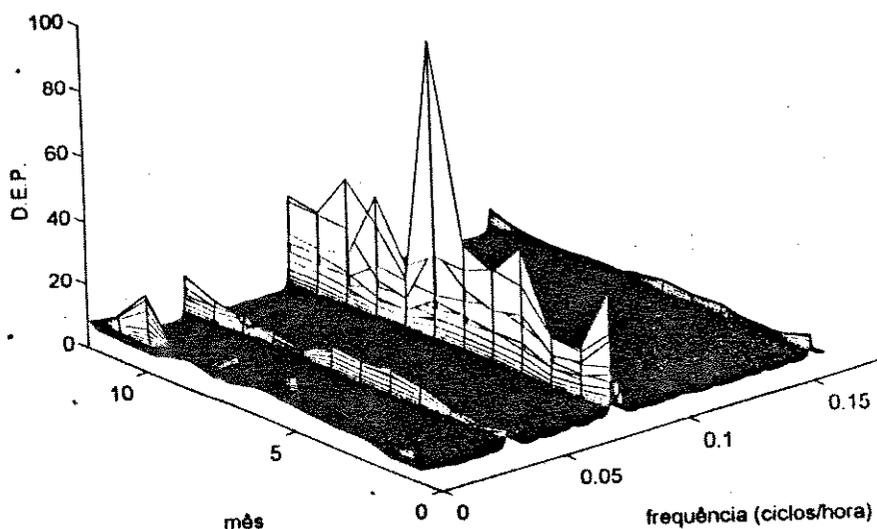
Nas Figuras (V.5) a (V.11) apresenta-se os espectros numa visão tridimensional, mostrando a evolução dos modelos obtidos com o uso do *RLS* ao longo de cada ano. Por seu grande interesse, mostra-se aqui os resultados de todos os anos e o detalhamento para os intervalos de frequência onde encontram-se as componentes de maior energia espectral. A fim de que se possa bem observar o comportamento dinâmico dessas componentes, mostra-se, para os intervalos de frequência que estão a meio do espectro, dois detalhamentos de cada, um à esquerda e outro à direita.

Da análise destes resultados pode-se tirar as seguintes informações:

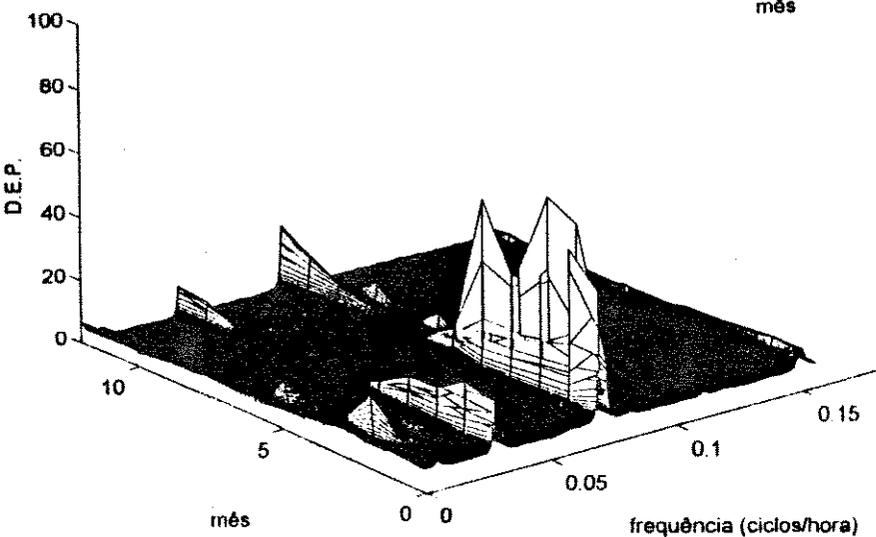
- O espectro de frequência de oscilação do nível do mar para o período de 86-91 apresenta componentes significativos nos seguintes intervalos de frequência: 0,075 a 0,090 ciclos/hora (13,33 a 11,11h); 0,000 a 0,020 ciclos/hora (de muitas a 50h); 0,035 a 0,050 ciclos/hora (28,57 a 20,00h); 0,145 a 0,170 ciclos/hora (6,90 a 5,88h). Estes intervalos, aqui colocados em ordem decrescente de intensidade de energia espectral correspondem respectivamente às componentes semi-diurnas, às aqui chamadas componentes de baixa frequência, às componentes diurnas e às chamadas componentes de alta frequência.
- As componentes de maré significativas apresentam um comportamento dinâmico ao longo do ano, variando sua contribuição à curva de maré.
- Aparece uma descontinuidade no início do ano de 90, que pode ser explicada por imprecisão dos dados fornecidos pelos maregramas.
- Os anos de 88 e 89 são os que apresentam menores componentes espectrais, enquanto os de 87 e 90 são os que apresentam as maiores.
- No ano de 87 há a maior disparidade entre a contribuição da semi-diurna e das demais componentes à curva de maré.
- A semi-diurna apresenta duas raias importantes em 12,50h (M_2) e em 11,83h (K_2). Ao longo de todos os anos a componente de 12,50h é mais importante, exceto no outono de 88 onde a energia espectral da componente de 11,83h excede a de 12,50h.



a) Ano 1986.

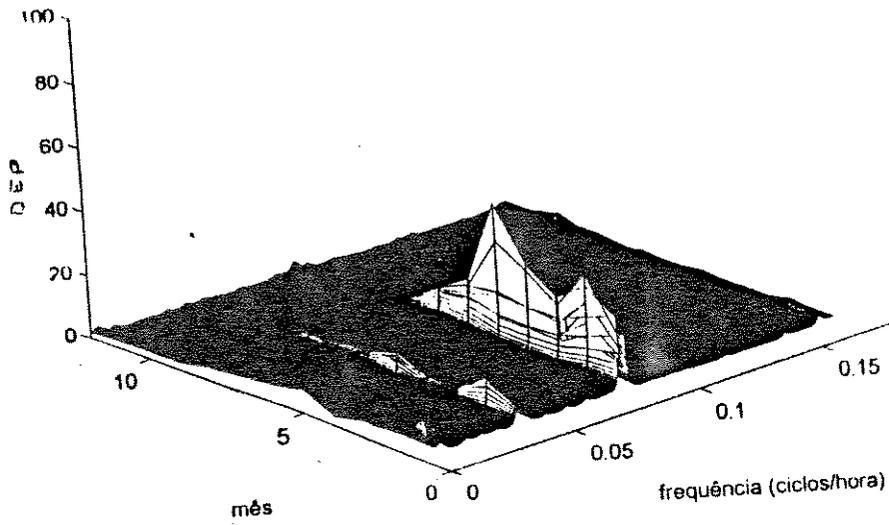


b) Ano 1987.

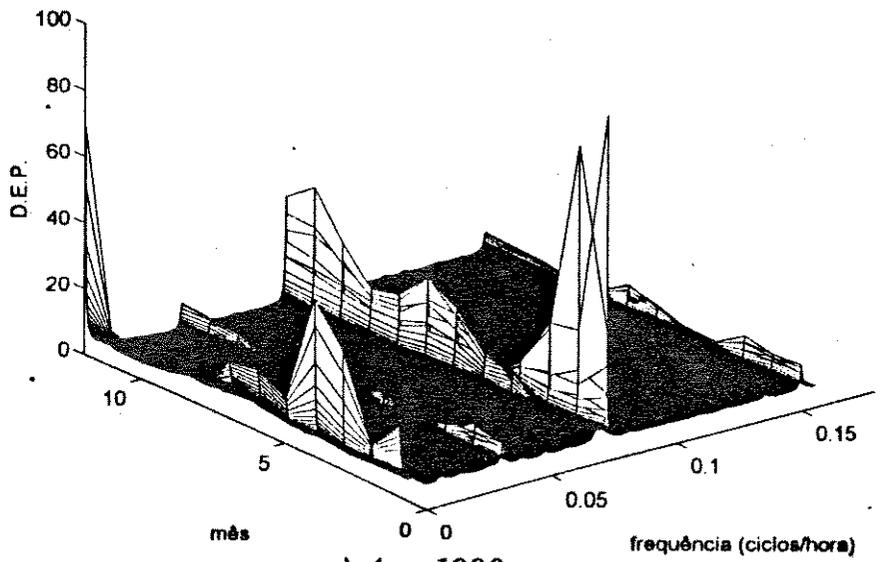


c) Ano 1988.

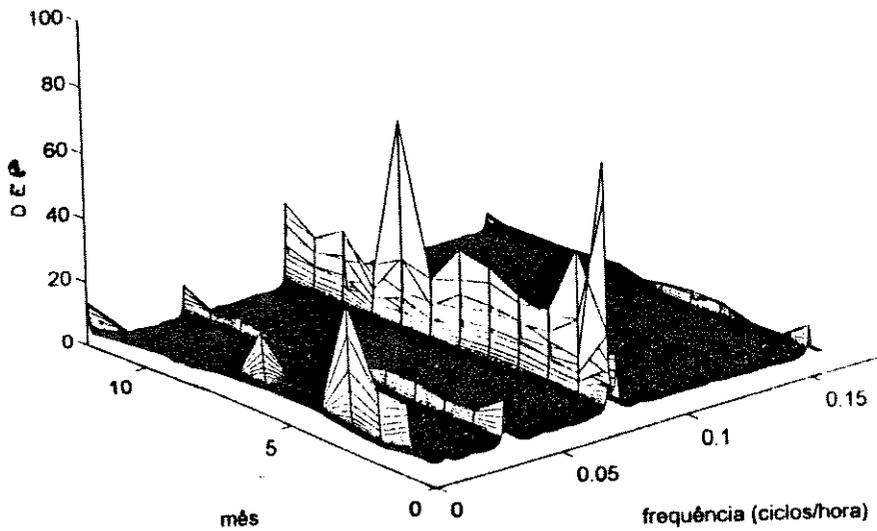
**Figura V.5 - Espectros de potência por filtragem adaptativa
visão tridimensional do espectro completo.**



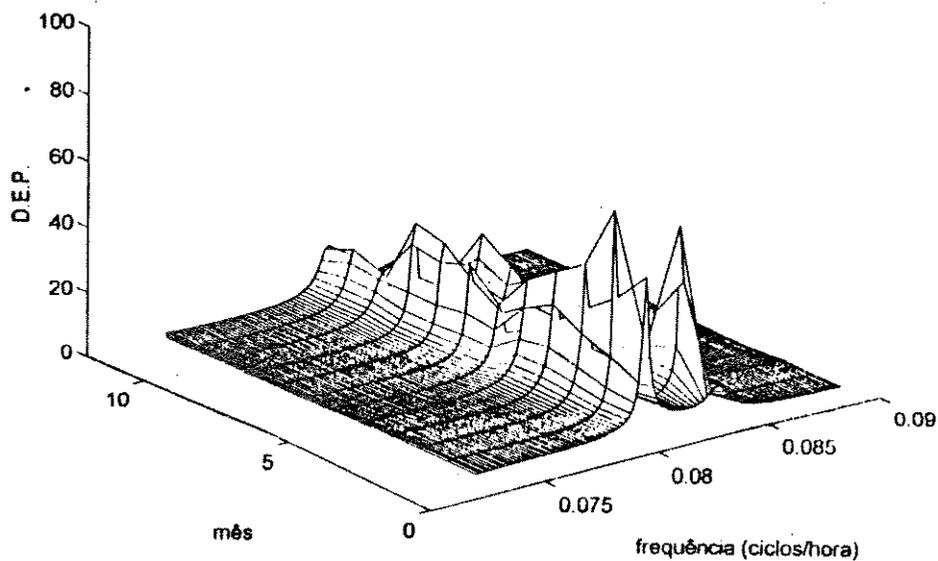
d) Ano 1989.



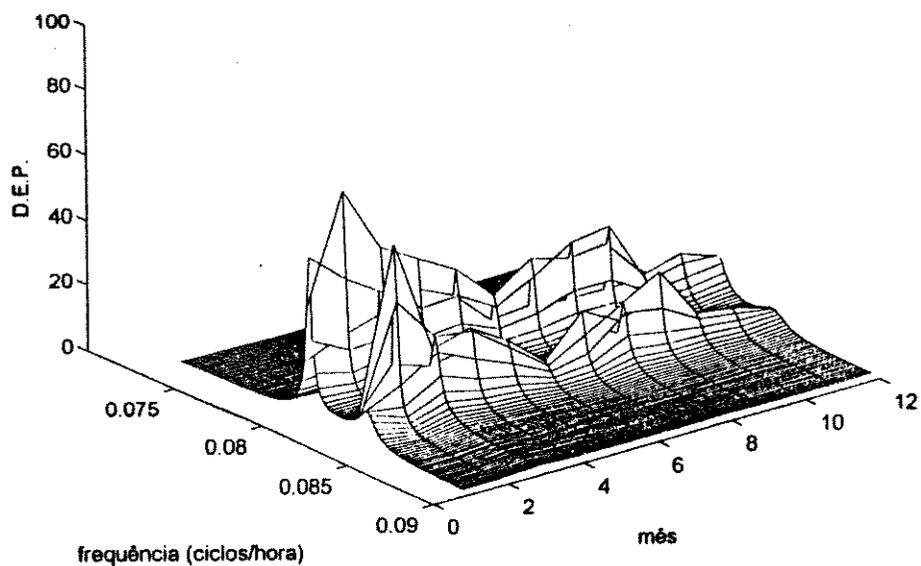
e) Ano 1990.



f) Ano 1991.

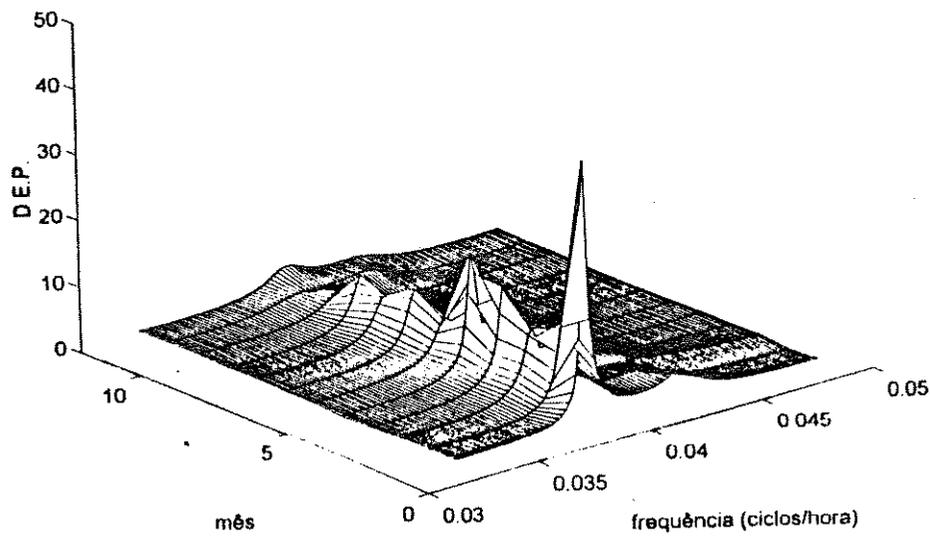


a.1) intervalo de freqüência da semidiurna - visualização à esquerda.

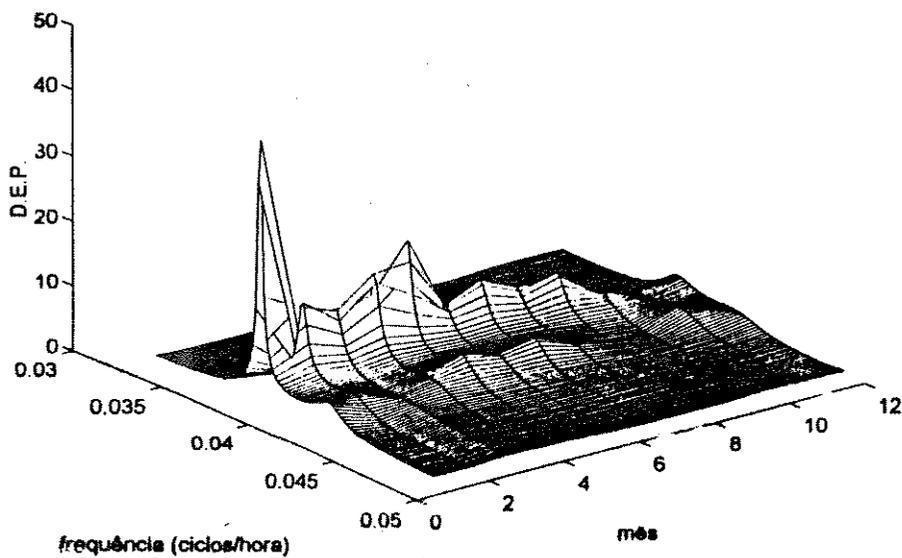


a.2) intervalo de freqüência da semidiurna - visualização à direita.

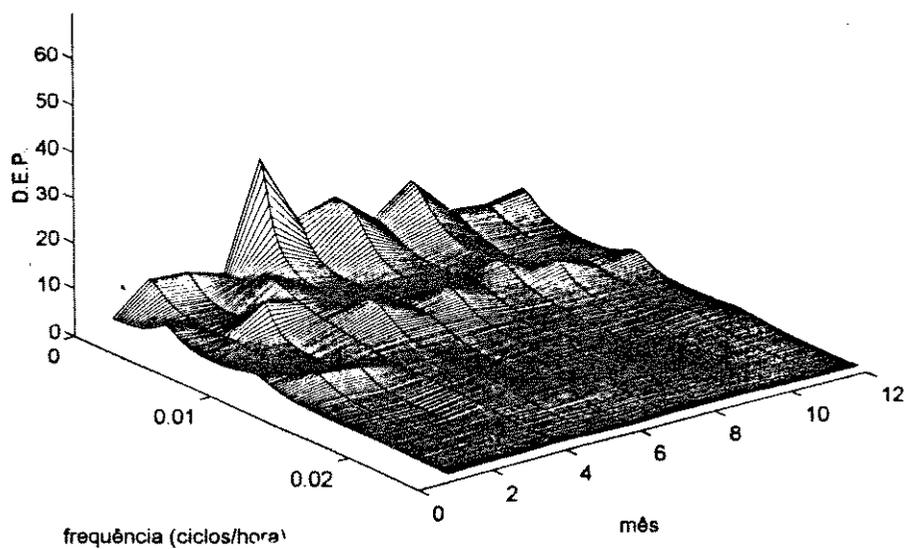
**Figura V.6 - Espectros de potência por filtragem adaptativa
visão tridimensional parcial do espectro
Ano 1986.**



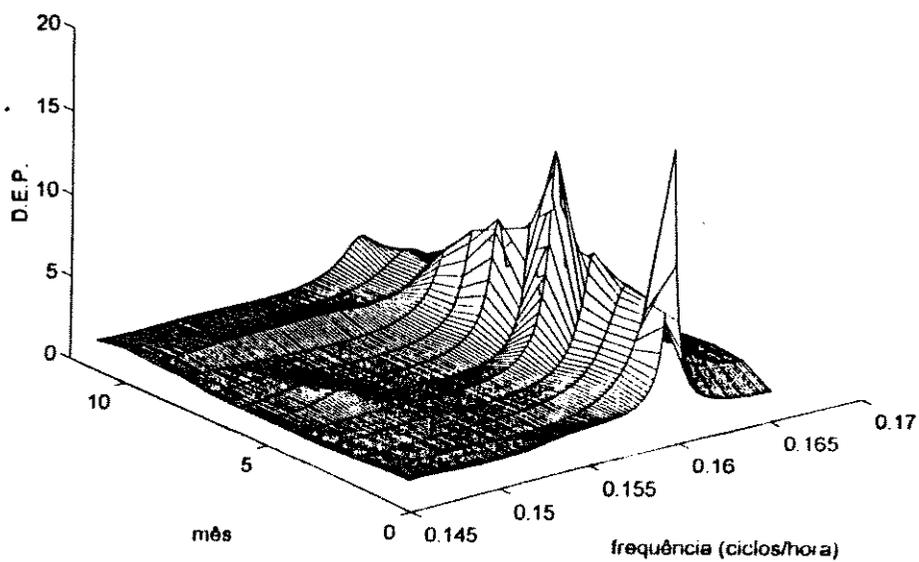
b.1) intervalo de freqüência da diurna - visualização à esquerda.



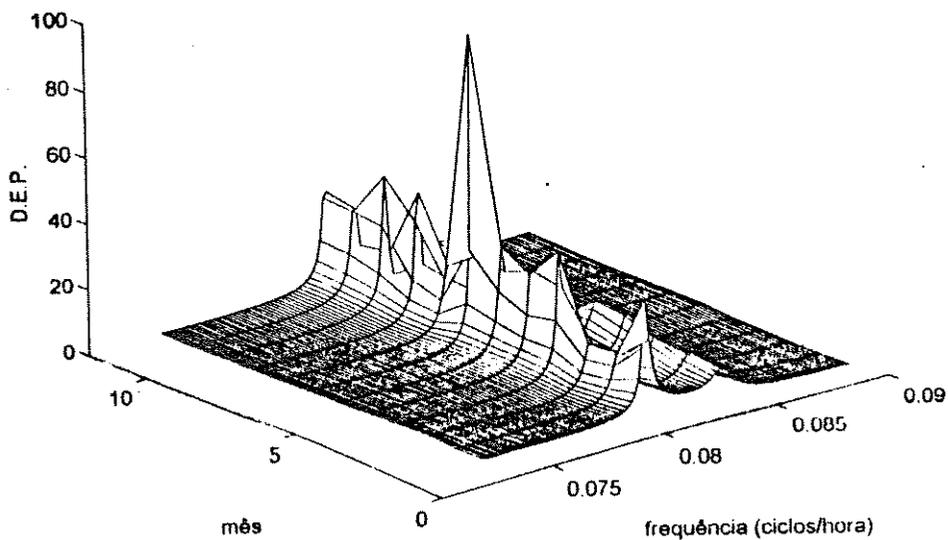
b.2) intervalo de freqüência da diurna - visualização à direita.



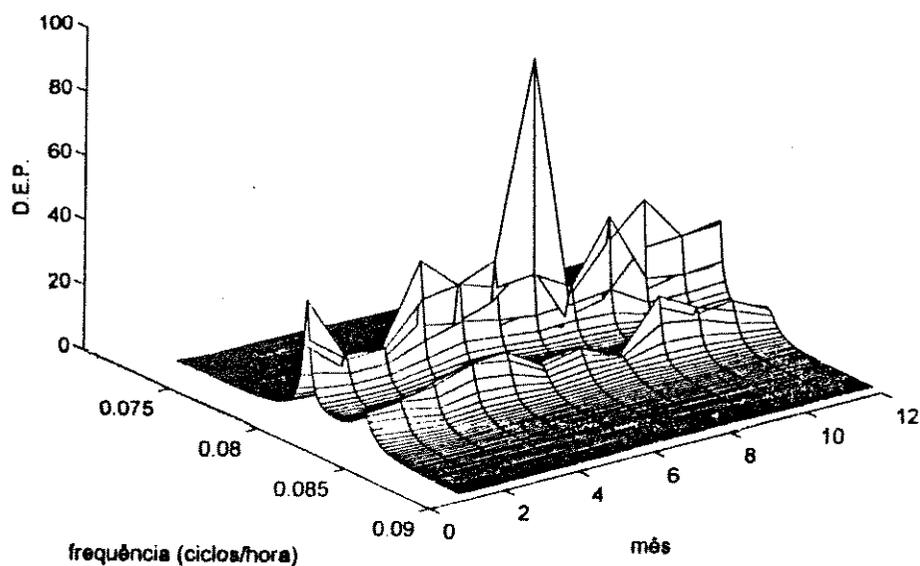
c) intervalo das baixas frequências.



d) intervalo das altas frequências.

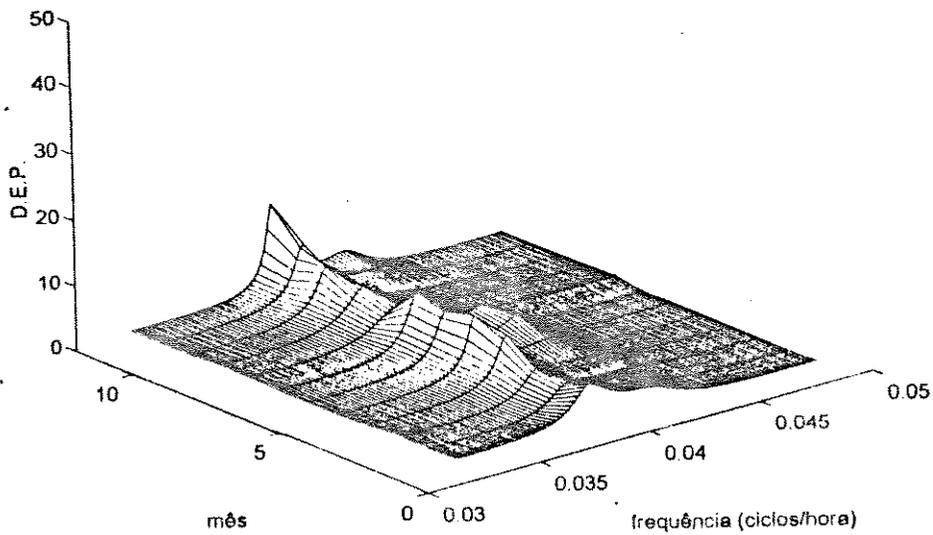


a.1) intervalo de freqüência da semidiurna - visualização à esquerda.

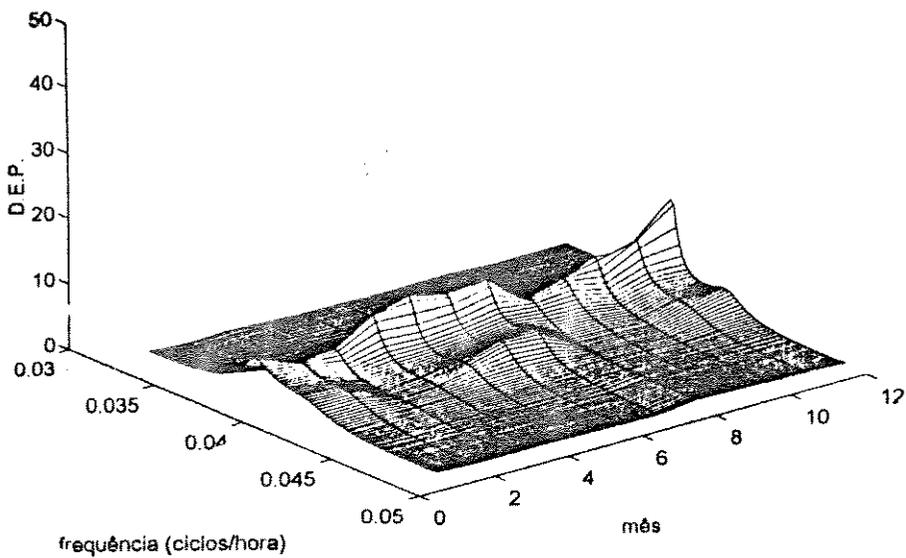


a.2) intervalo de freqüência da semidiurna - visualização à direita.

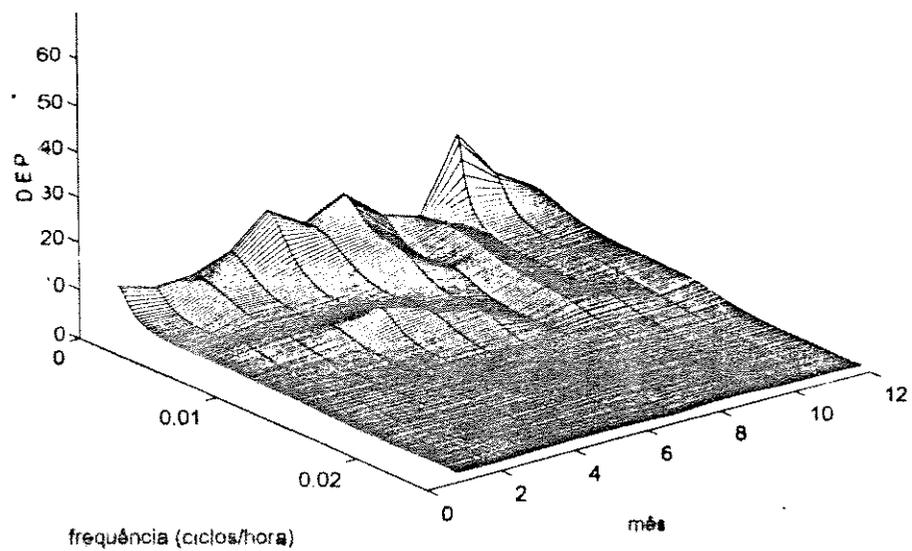
**Figura V.7 - Espectros de potência por filtragem adaptativa
visualização tridimensional parcial do espectro
Ano 1987.**



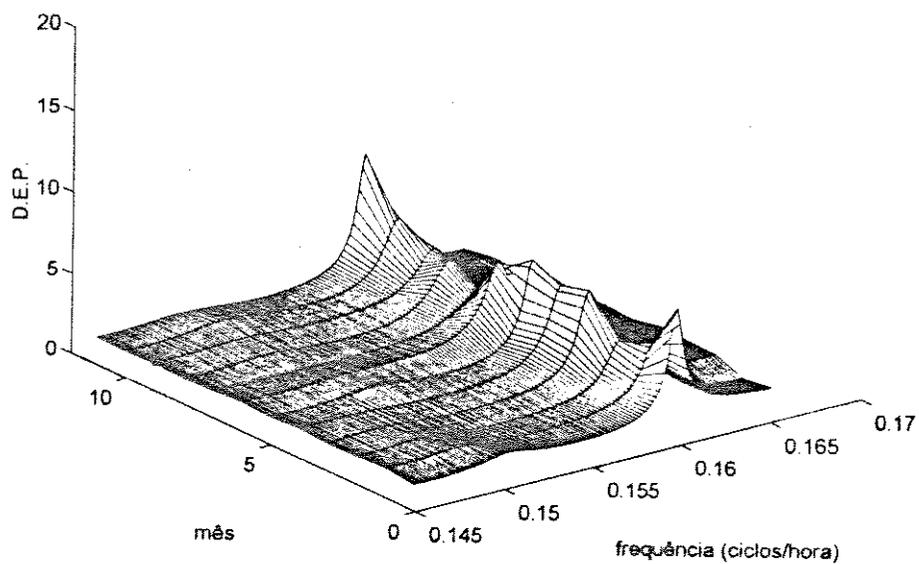
b.1) intervalo de freqüência da diurna - visualização à esquerda.



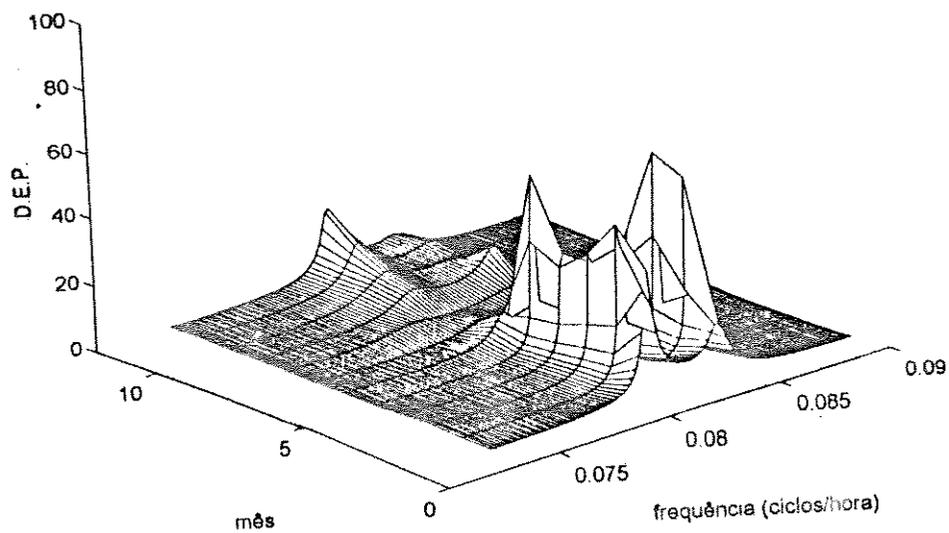
b.2) intervalo de freqüência da diurna - visualização à direita.



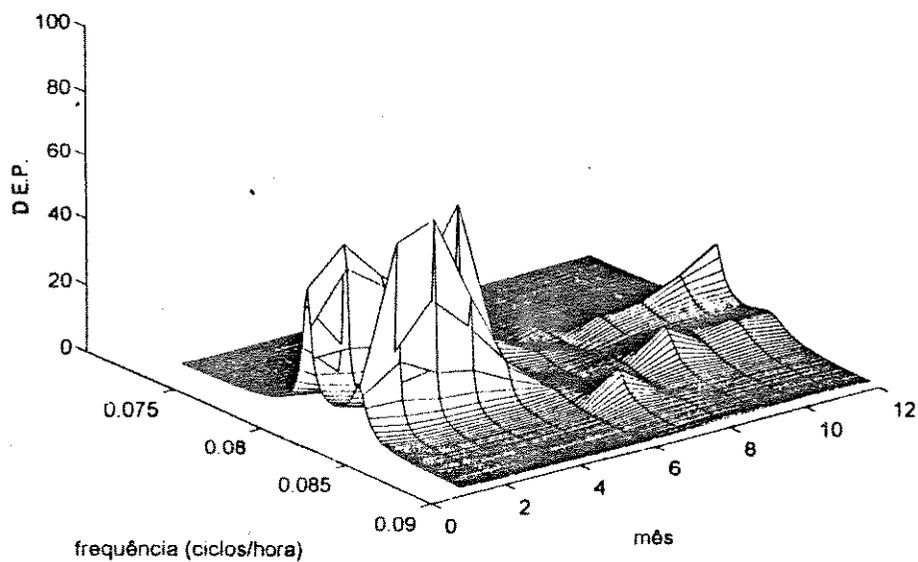
c) intervalo das baixas frequências



d) intervalo das altas frequências

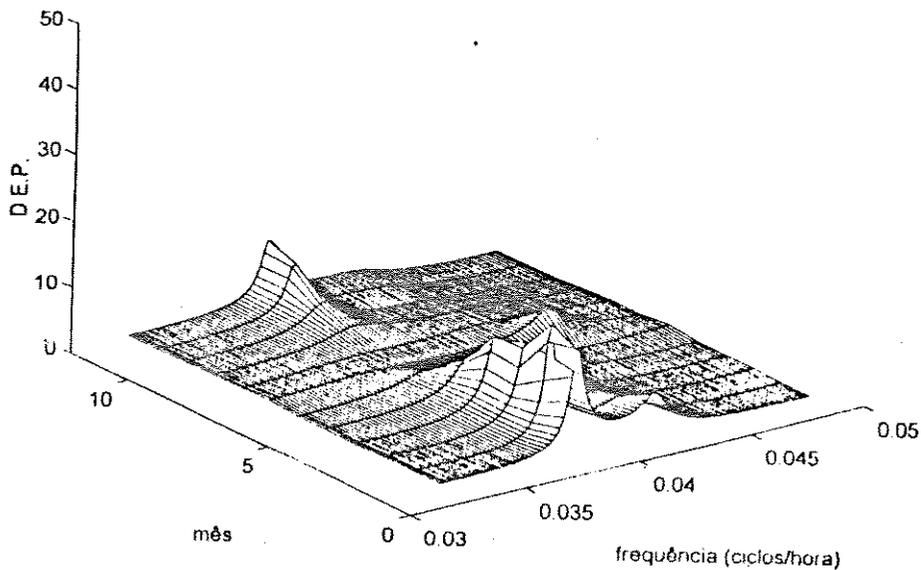


a.1) intervalo de frequência da semidiurna - visualização à esquerda.

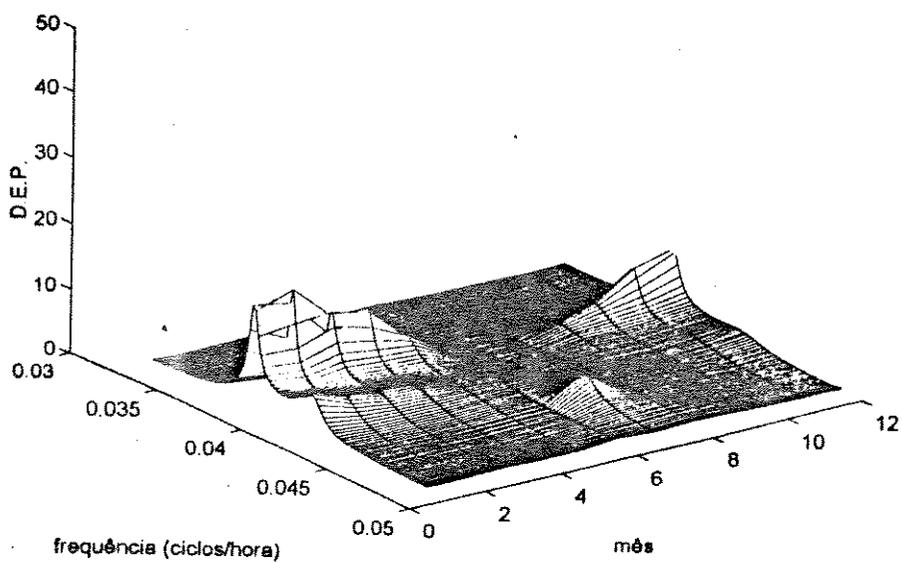


a.2) intervalo de frequência da semidiurna - visualização à direita

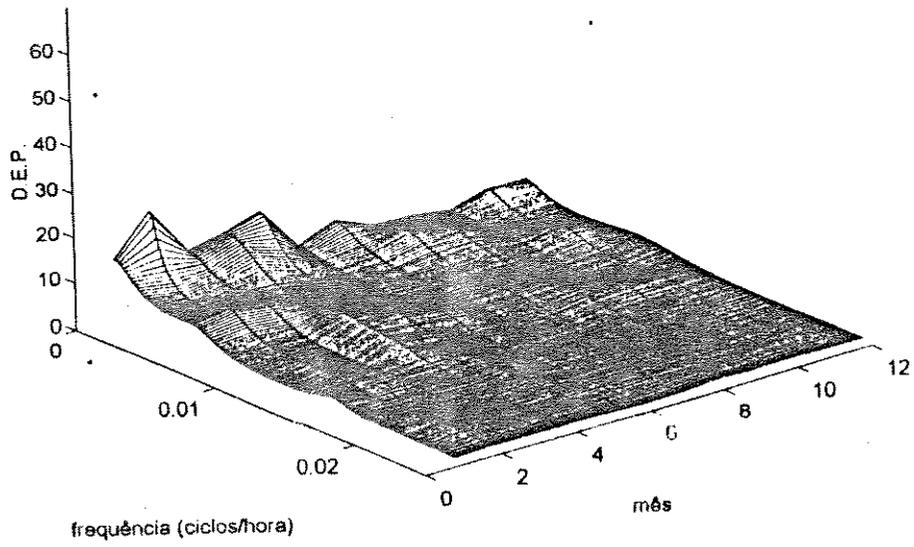
**Figura V.8 - Espectros de potência por filtragem adaptativa
visão tridimensional parcial do espectro
Ano 1988.**



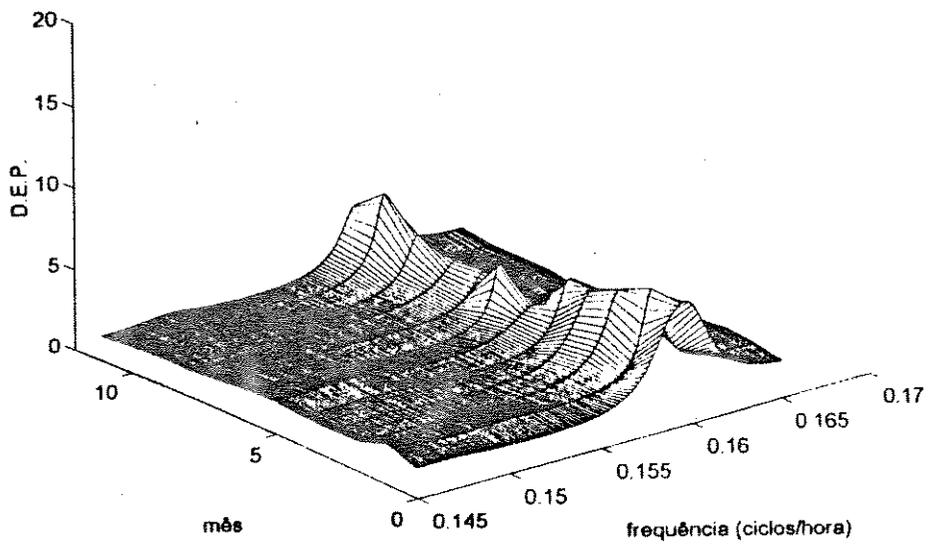
b.1) intervalo de freqüência da diurna - visualização à esquerda.



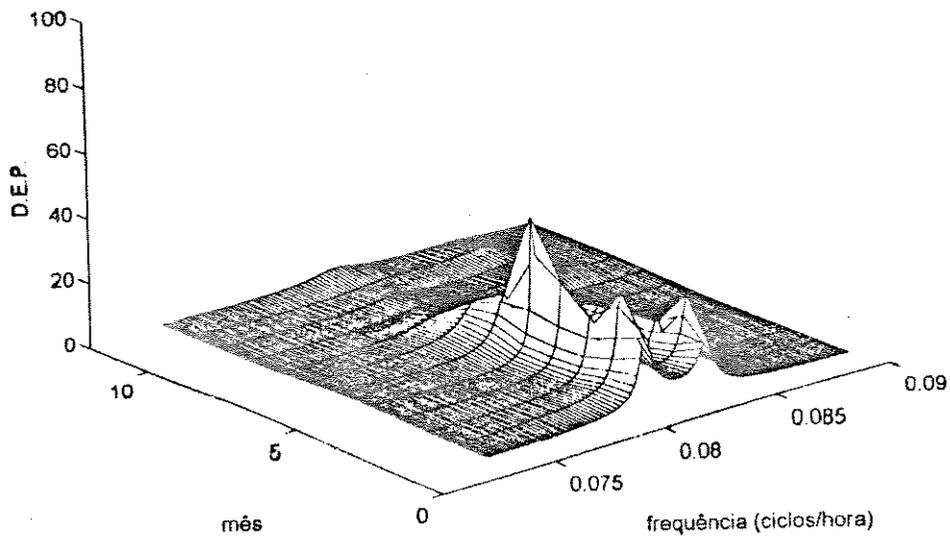
b.2) intervalo de freqüência da diurna - visualização à direita



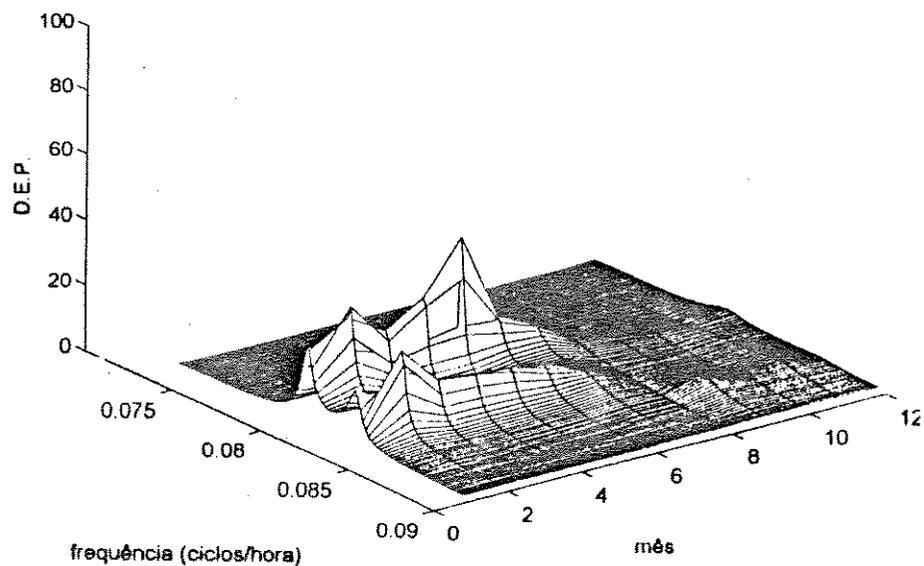
c) intervalo das baixas freqüências.



d) intervalo das altas freqüências

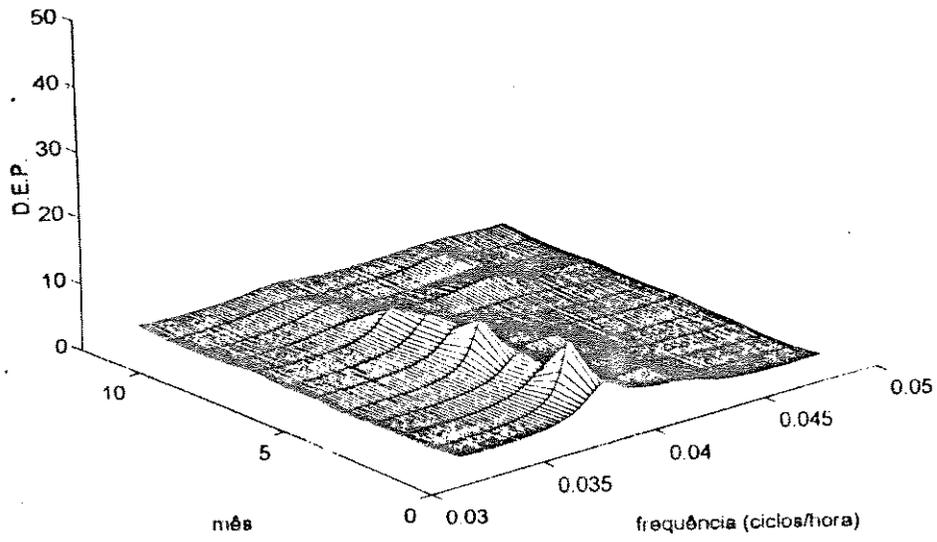


a.1) intervalo de frequência da semidiurna - visualização à esquerda.

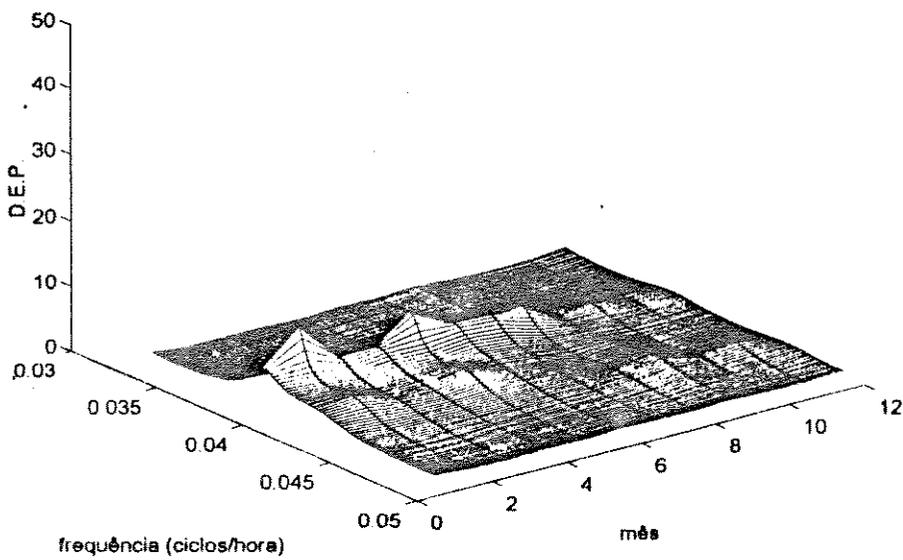


a.2) intervalo de frequência da semidiurna - visualização à direita.

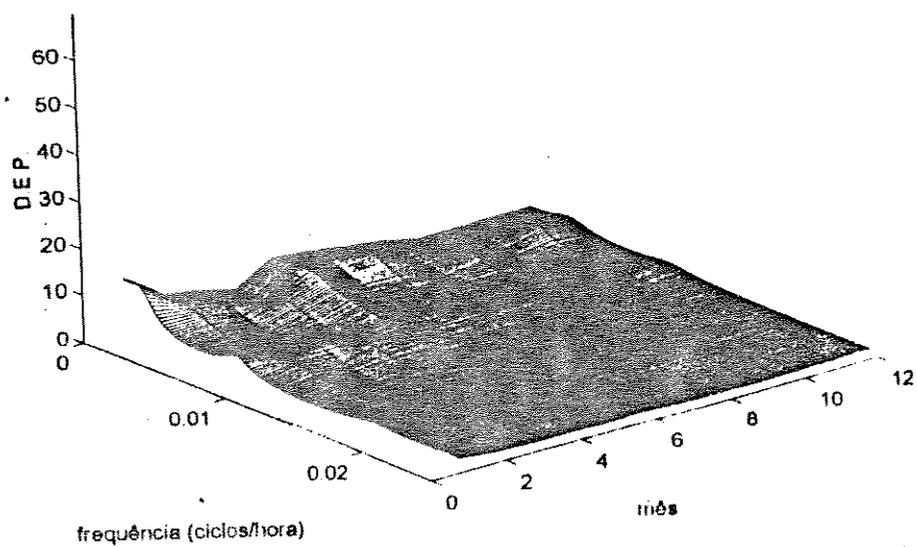
**Figura V.9 - Espectros de potência por filtragem adaptativa
visão tridimensional parcial do espectro
Ano 1989.**



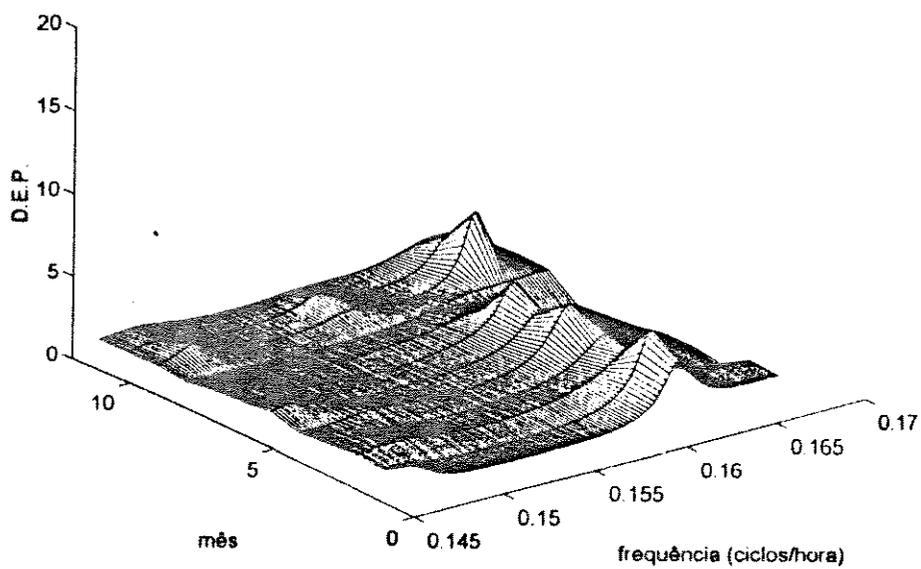
b.1) intervalo de freqüência da diurna - visualização à esquerda.



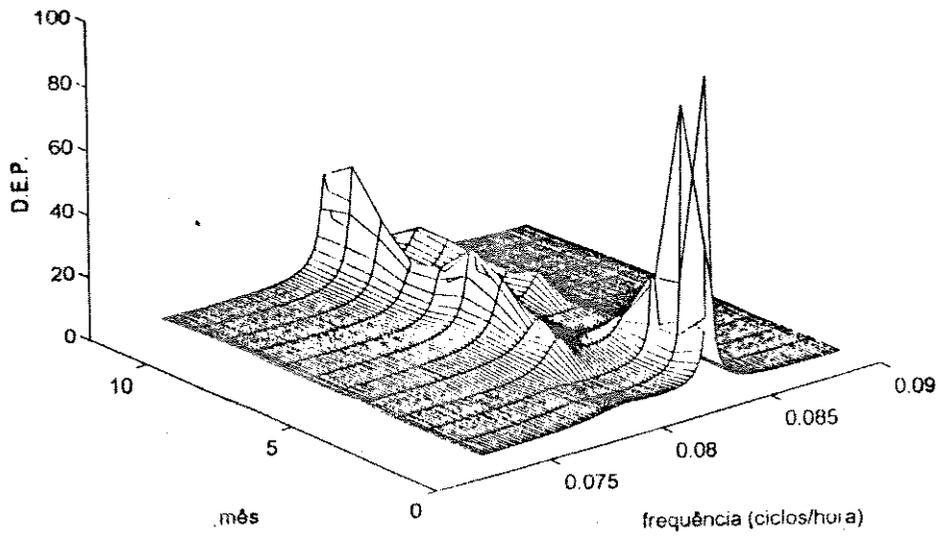
b.2) intervalo de freqüência da diurna - visualização à direita



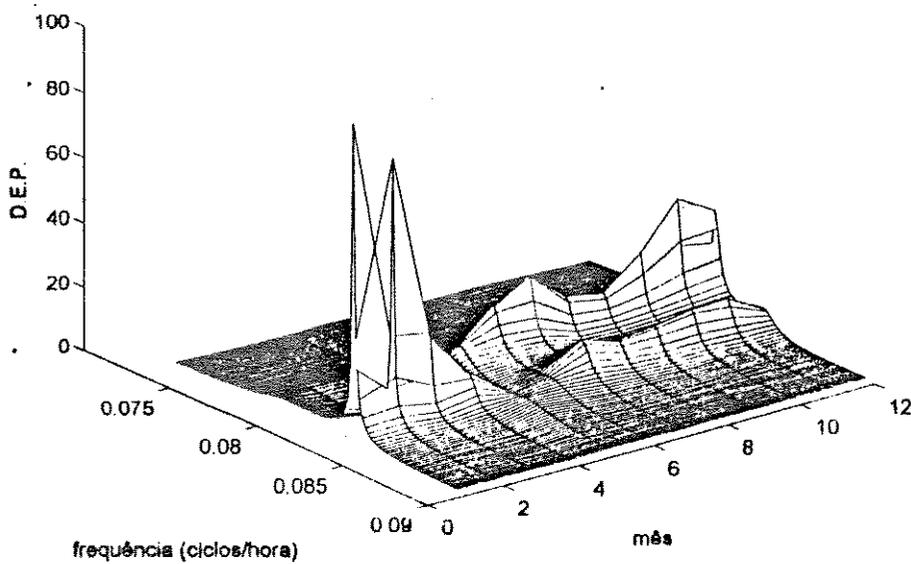
c) intervalo das baixas frequências.



d) intervalo das altas frequências

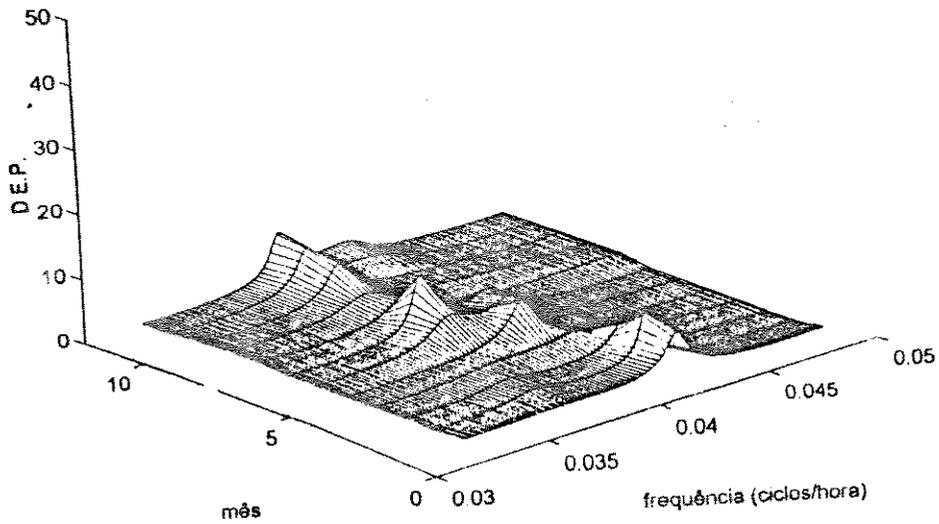


a.1) intervalo de frequência da semidiurna - visualização à esquerda.

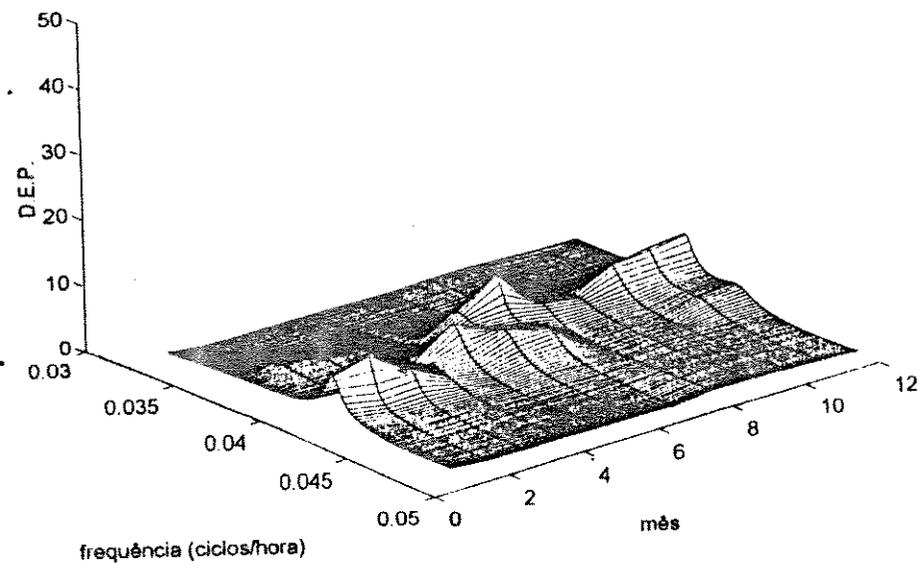


a.2) intervalo de frequência da semidiurna - visualização à direita.

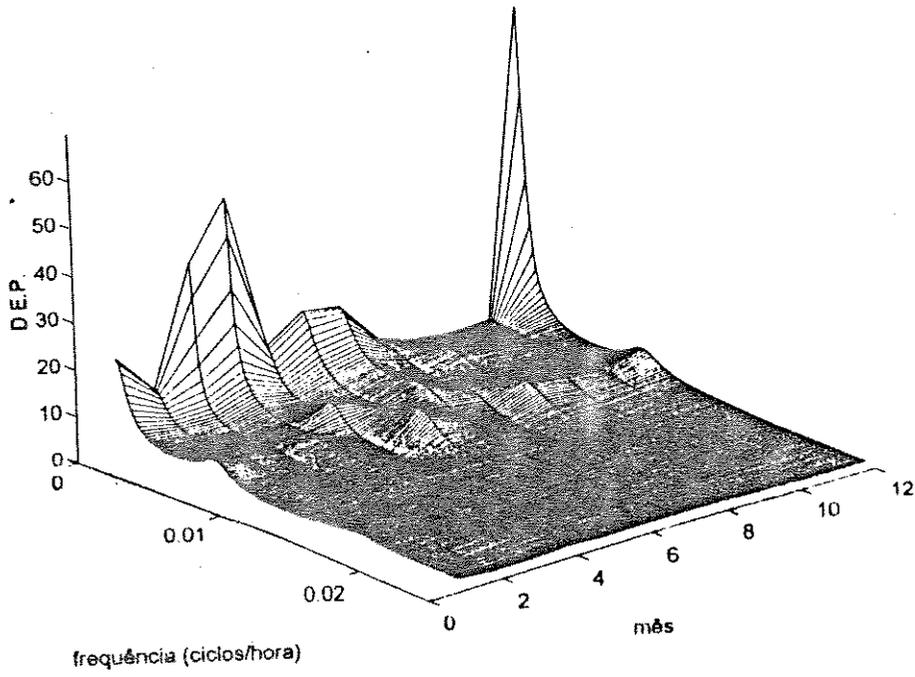
**Figura V.9 - Espectros de potência por filtragem adaptativa
visão tridimensional parcial do espectro
Ano 1990.**



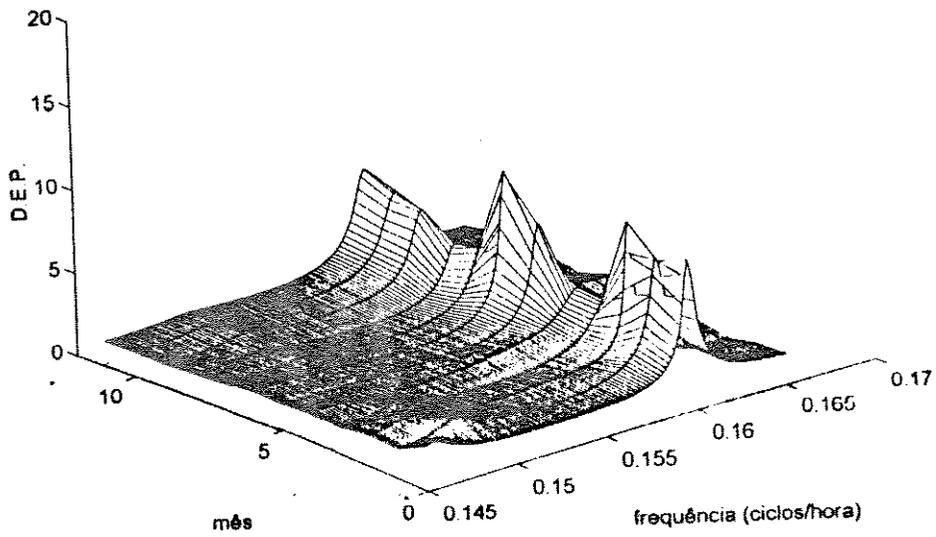
b.1) intervalo de freqüência da diurna - visualização à esquerda.



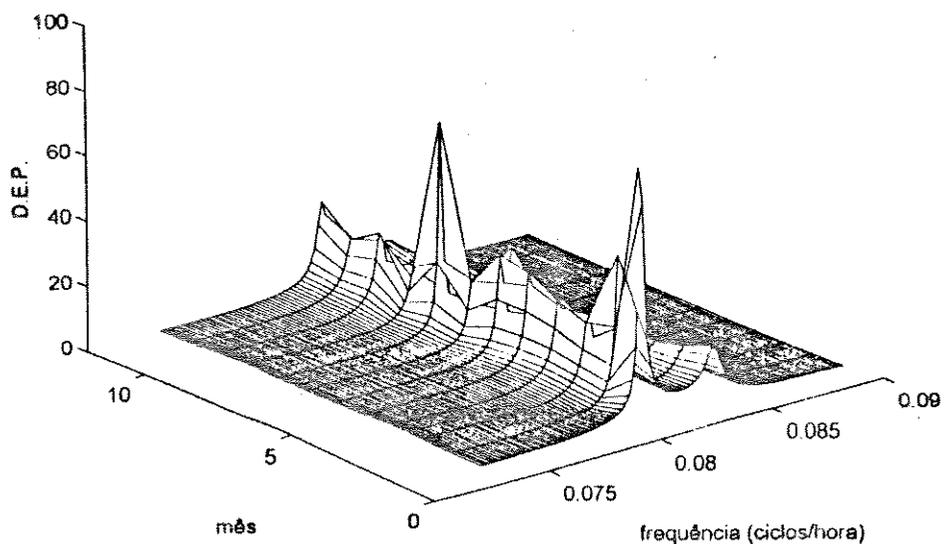
b.2) intervalo de freqüência da diurna - visualização à direita



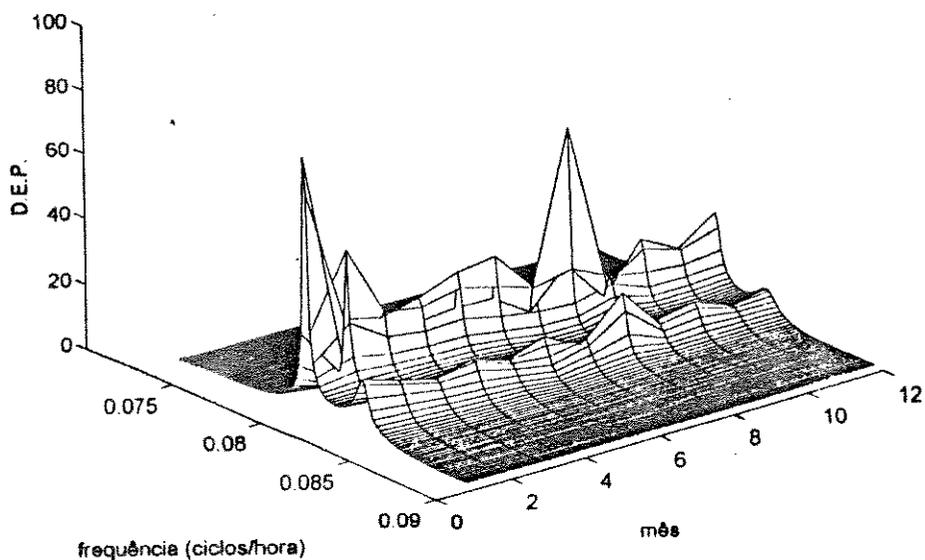
c) intervalo das baixas frequências.



d) intervalo das altas frequências

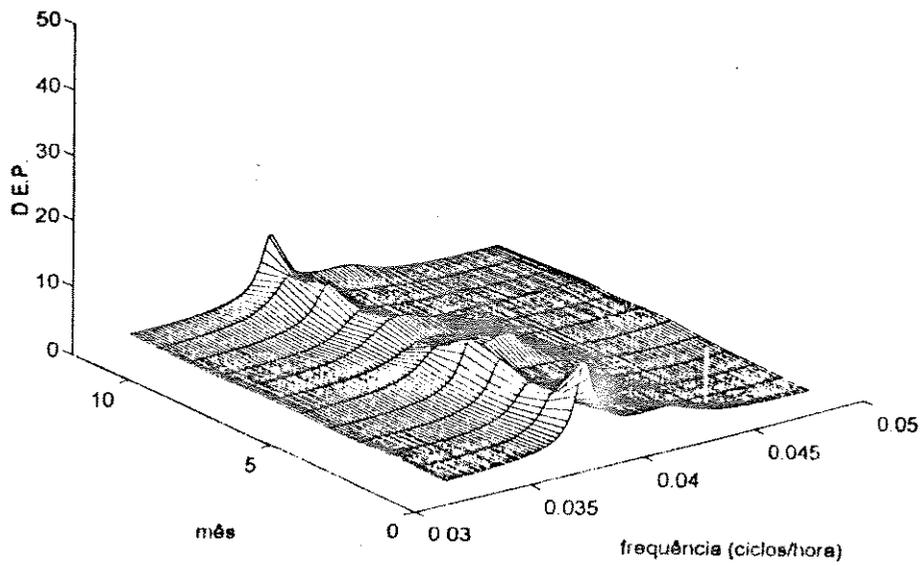


a.1) intervalo de frequência da semidiurna - visualização à esquerda.

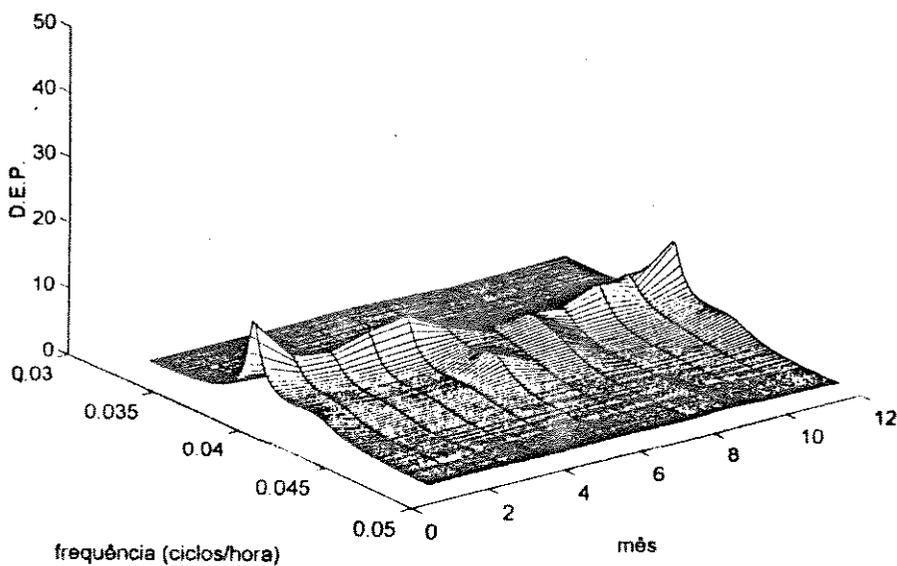


a.2) intervalo de frequência da semidiurna - visualização à direita.

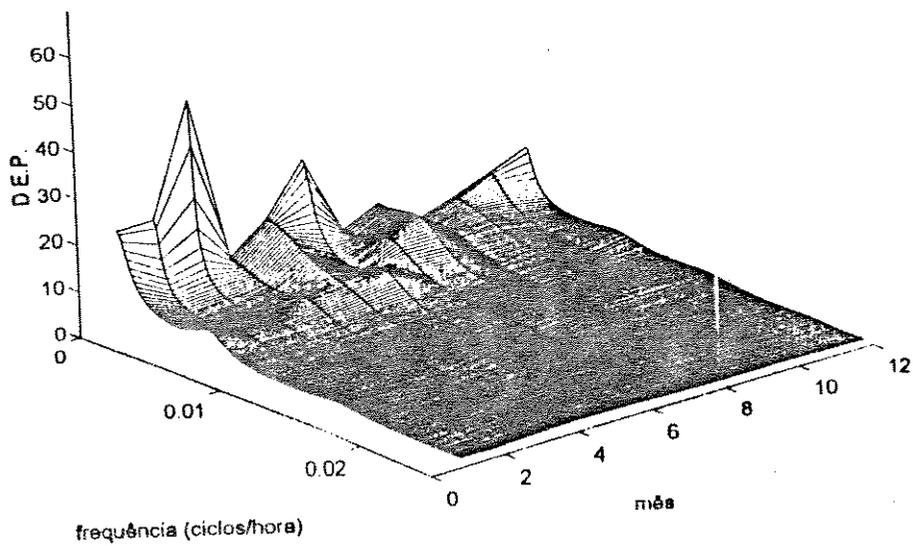
**Figura V.10 - Espectros de potência por filtragem adaptativa
visão tridimensional parcial do espectro
Ano 1991.**



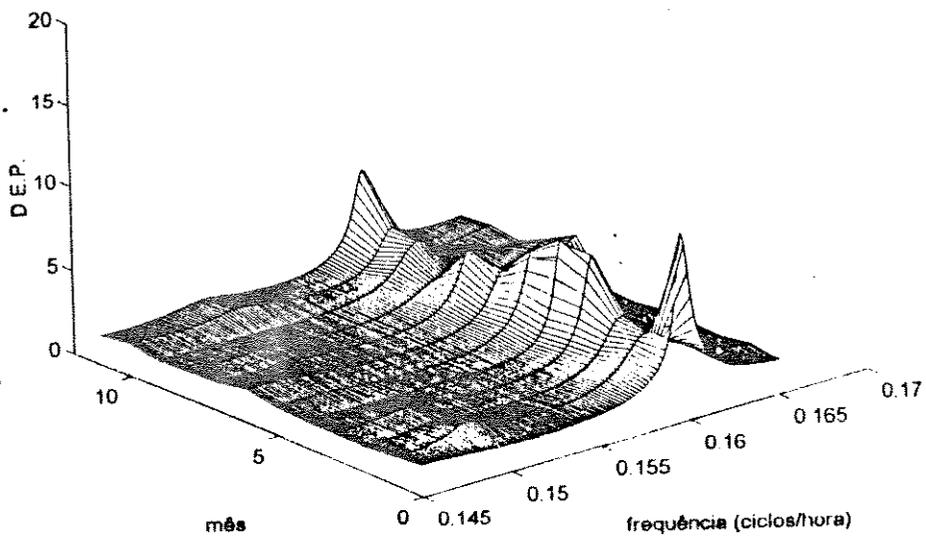
b.1) intervalo de freqüência da diurna - visualização à esquerda.



b.2) intervalo de freqüência da diurna - visualização à direita



c) intervalo das baixas frequências.



d) intervalo das altas frequências

- A componente diurna é mais importante no verão de 86, então ultrapassando em energia espectral as baixas frequências. Em média, é no outono e na primavera que ela aparece com maior relevância. As principais componentes diurnas são, em ordem decrescente, as que possuem os seguintes períodos: *26,18h (O₁); 23,92h (K₁) e 25h (Q₁)*. A componente de *26,18h* é sempre a mais importante, mas, em *1990* sua importância é equivalente às demais semi-diurnas.
- As componentes de baixa frequência são mais relevantes em *1990* e menos em *1989*. Aparecem principalmente três raias que tendem a variar a periodicidade de sua importância num ciclo mensal aproximado.
- As altas frequências apresentam energia espectral de valor assemelhado para todos os anos, sendo um pouco menor no ano de *89*.

V.5. CONCLUSÕES

Os espectros obtidos por filtragem adaptativa e por filtragem não-adaptativa aqui apresentados não relacionam-se a igual período de tratamento. Com o objetivo de obter-se informações mais relevantes aplicou-se a filtragem não-adaptativa para períodos de tempo equivalentes às estações do ano, permitindo análises do comportamento sazonal das principais componentes de maré. A filtragem adaptativa foi aplicada a um ano de registro, já que esta técnica apresenta precisão para registro assim tão longo. Aqui foram apresentados os resultados de iterações correspondentes a sucessivos dois meses de medidas. No entanto, nos testes realizados constatou-se que o resultado de três meses de iterações da filtragem adaptativa coincide com o obtido para a primeira estação (verão) por filtragem não-adaptativa, o que seria de esperar.

Desta forma, a filtragem adaptativa apresenta a vantagem de permitir uma visualização do comportamento das principais componentes de maré ao longo do ano e de facilitar comparações ano a ano. A justaposição dos resultados de todos os anos do período considerado (1986 a 1991) permite constatar discontinuidades em qualquer componente, o que é clara indicação de agentes externos interferentes ao fenômeno de maré, como chegada de frentes frias, intrusão de massas de água atípicas, etc., desde que se garanta a qualidade dos dados.

Assim, o modelo *AR* adaptativo mostrou-se um bom estimador do sinal de maré de um mar semi-fechado, fornecendo resultados coerentes com o dos capítulos anteriores. Permite detectar as componentes que mais contribuem para o sinal e a evolução dinâmica de seu comportamento ao longo do ano. Esta última informação constitui uma contribuição inédita e só é acessível através de algoritmo adaptativos eficientes como o *RLS*. De acordo com os resultados apresentados no item anterior percebe-se um comportamento distinto para as principais componentes ao longo dos anos em estudo. As componentes de maior energia, as semi-diurnas e as baixas frequências, tem seu comportamento influenciado pelas estações do ano.

Para um maior detalhamento deste comportamento dinâmico seria necessário uma coleta mais precisa dos dados de altura do nível do mar e o estudo da correlação com outros dados de interesse como posições do sol e da lua ao longo do período, intensidade e direção de ventos, etc.

ANEXO AO CAPÍTULO V

```

%
% PREDIÇÃO LINEAR - RLS
% (exemplo para o ano de 87)

% Entrada das Variáveis
N=48; % ordem do filtro

% Condições Iniciais
c=0.1; % constante positiva pequena
P=1/c*eye(N); % inicia inversa de Rxx - (eye= matriz identidade)
l=0.9958; % fator de esquecimento

H=zeros(1,N); % inicia coeficientes do filtro
X=zeros(1,N); % inicia vetor de entrada do filtro

% t87 - vetor de dados anual
x=[zeros(1,48),t87]; % sinal de entrada com filtro cheio de zeros

Nmax=length(x)-N; % No. máximo de iterações

vejo=240; % intervalo de visualização do espectro

% Iterações
for n=1:Nmax
    X=x((n+N-1):-1:n);
    K=P*X'/(1+X*P*X');
    e=x(n+N)-H*X';
    H=H+K'*e;
    clear e;
    P=(P-K*X*P)/l;

    Hn(n,(1:N))=H(1:N); % coeficientes do RLS
    eq(n)=e^2; % cálculo do erro
    er(n)=sum(eq(1:n))/n;

    if(mod(n,vejo)==0), % espectro estimado após n iterações
        Ar=[1,-H]; % cálculo dos coeficientes do polinômio
        [h1,w]=freqz(1,Ar,1024); % resposta em frequência
        f=w/(6*pi); % eixo de frequência em ciclo/hora
    end

% Plotagem iterativa dos espectros
    plot(f,abs(h1));
    titulo=sprintf('titulo');

end % do if da iteração
end % do for

% Gráfico da Convergência do Erro Quadrático Médio
plot(er);

% Gráfico da Convergência dos Coeficientes
plot(Hn);

% end do programa

```

CAPÍTULO VI

CONCLUSÕES

O estudo das oscilações de baixa frequência (*período maior do que 3 horas*) numa bacia semi-fechada foi realizado através da Transformada Rápida de Fourier (*FFT*), do Modelamento Auto-regressivo e da Filtragem Adaptativa.

O sinal em estudo, altura do nível do mar amostrado no tempo em intervalos de *3h*, no período de janeiro de *86* a dezembro de *91*, é um sinal aleatório. Sua representação em frequência se dá através da densidade espectral de potência, obtida aqui pelo método do periodograma que realiza uma média entre os espectros fornecidos pela aplicação da *FFT* em diferentes trechos do sinal.

Os parâmetros do modelamento *AR* foram calculados através do Algoritmo de Levinson-Durbin considerando-se modelos de ordem *48* (*verão*), *49* (*outono*) e *50* (*primavera e inverno*). A partir desses parâmetros estima-se a densidade espectral de potência com uma definição maior que a obtida pelo uso do periodograma.

Os resultados obtidos por *FFT* e por Modelamento *AR* estiveram de acordo entre si e com os obtidos genérica e teoricamente por Doodson.

Para o período em questão o sinal apresentou natureza não-estacionária. Desta forma, realizou-se a filtragem adaptativa para obter um modelo *AR* variável com o tempo, ao longo de cada ano. O espectro de potência assim obtido foi também compatível com os resultados teóricos e com os já fornecidos pelos dois outros métodos. O filtro foi capaz de acompanhar as variações das principais componentes da maré ao longo do ano. O método apresenta rapidez e facilidade computacional.

referir-se à qualquer âmbito de intervalo de frequência de maré e também para qualquer comprimento do vetor de dados de entrada.

Por ser de fácil e rápida aplicabilidade, o modelamento *AR* adaptativo e não-adaptativo abre novas e interessantes perspectivas, em relação ao tradicionalmente utilizado. É interessante observar que tais métodos conseguem este bom desempenho, mesmo com um número bastante limitado de dados disponíveis. Além do interesse e originalidade dos resultados obtidos, aparece também a importante perspectiva de se vir a efetuar previsões de maré com base nesses modelos.

Tendo em vista esses breves comentários sugere-se, como continuidade a este trabalho, os seguintes tópicos:

- Aplicação dos métodos estudados no âmbito de altas frequências das componentes de maré ("*seiches*").
- Análise da correlação com dados de direção e intensidade de ventos, correntes e outros de relevância aos estudos oceanográficos.
- Estabelecimento de modelos mais gerais para o comportamento do fenômeno, com vistas na possibilidade de se realizar previsões.
- Utilização da transformada por "*Wavelets*" como ferramenta alternativa para a análise espectral dos dados e para a detecção de não-estacionaridades.

Finalmente, apresenta-se em anexo a cada capítulo os programas realizados ao longo do trabalho, de utilização relativamente simples para os interessados. É importante frisar que, longe de esgotar o assunto, esta tese visa sobretudo fornecer ao usuário em oceanografia um conjunto de técnicas cuja riqueza de conceitos e cujo potencial de aplicações não foram ainda suficientemente exploradas na área.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Horn, W., 1960
Some recent approaches on tidal predictions
Int. Hydrogr. Rev., vol. 37, nº 2, pp. 65-84.
- [2] Catton, D.B. and Cartwright, D.E., 1963
On the Fourier analysis of tidal observations
Int. Hydrogr. Rev., vol. 40, nº 1, pp. 113-125.
- [3] Doodson, A.T., 1957
The analysis of tidal observations
Phil. Trans. R. Soc., Ser. A, vol. 227, pp. 223-279.
- [4] Zetler, B.D. and Cummings, R.A., 1967
A harmonic method for predicting shallow-water tides
J. Mar. Res., vol. 25, nº 1, pp. 103-114.
- [5] Lennon, G.W., 1969
An intensive analysis of tidal data in the Thames Estuary
Proc. of the Symposium on Tides, Monaco. 28-29/04/1967, UNESCO.
- [6] Munk, W.H. and Cartwright, D.E., 1966
Tidal spectroscopy and prediction
Phil. Trans. R. Soc. Serv., vol. 259, nº 1105, pp. 533-581.
- [7] Cooley, J.W. and Tukey, J.W., 1965
An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series
Maths. Comput., vol. 19, pp. 297-301.
- [8] Olsen, K. and Hwang, L.S., 1971
Oscillations in a bay of arbitrary shape and variable depth
J. of Geophysical Research, vol. 76, nº 21, pp. 5048-5064.

- [9] Wiles, J.W., 1985
 Note on a parametrically excited, trapped crosswave
J. Fluid Mech. (1985), vol. 151, pp. 391-394.
- [10] Ghanimati, G.R. and Naghdi, P.M., 1986
 Oscillations over basins of variable depth
J. Fluid Mech. (1986), vol. 164, pp. 359-381.
- [11] MacMillan, D.H., 1966
 Tides, Cap. III, *Tidal Theory Today*, pp. 56-96
 CR Books Limited, London.
- [12] Anikouchine, W.A. and Sternberg, R.W., 1973.
 The World Ocean - an Introduction to Oceanography, Cap. 9, Tides, pp.
 133-159
 Prentice-Hall, New Jersey.
- [13] Doodson, A.T., Rossiter, J.R. and Corkan, R.H., 1954
 Tidal charts based on coastal data
Proc. Royal Soc. Edimb., A, 64, Pt I, 90-111.
- [14] Defant, A., 1960
Physical Oceanography, vol. II, part II, pp. 245-359
 Pergamon Press.
- [15] The Open University, 1978
 Science: A Tidal Level Course
 Oceanography Physical Process
 Unit 5 - Ocean Water Movements, pp. 40-91
 Ed. The Open University.

- [16] Melges de Figueiredo, L.H., Romano, A.L.T., Pereira, S.D., Herms, F.W., Tenenbaum, D.R., Bonecker, S., Gurgel, I.M.Y.N., Carvalheira, L.V., Mitchell, G.J.P., Crapez, M.A.C., Tosta, Z.T., Lacerda, T.P. et alli, 1991
Estudo dos Efeitos da Retenção de Hidrocarbonetos em Ambientes Costeiros na Baía de Ilha Grande, Rio de Janeiro
Etapa I, Relatório Final, vol. I, II, III; Convênio Universidade do Estado do Rio de Janeiro/CENPES-PETROBRÁS.
- [17] Azevedo, F.V., Knoppers, B.A., Patchineelam, S.R., Souza, M. de, Pires, V.S., 1990
Massas de Água e Material em Suspensão na Baía de Sepetiba, R.J.
Departamento de Geoquímica, Instituto de Química - UFF.
- [18] Carta Náutica nº 1607
Brasil Costa Sul - Baías de Ilha Grande e Sepetiba
Diretoria de Hidrografia e Navegação - DHN - da Marinha do Brasil, 1985.
- [19] Carta Náutica nº 1621 - ER1
Brasil Costa Sul - Parte Nordeste
Sportcart, 1992.
- [20] Barbiéri, E.B., 1988
Climatologia da Região da Baía de Sepetiba, R.J.
2º Relatório das Atividades do Projeto FINEP-UFF.
- [21] Ayoade, J.O., 1986
Introdução à Climatologia para os Trópicos, pp. 232-234
Difel
- [22] Lacerda, L.D., Rezende, C.E., Wasserman, J.C., José, D.M.V., Francisco, M.C.F., Martins, J.C.
Contaminação por metais pesados em manguezais do litoral Sudeste do Brasil
Programa de Pós-Graduação em Geoquímica, Instituto de Química - UFF.

- [23] Signorini, S.R., 1980
A study of the circulation in Bay of Ilha Grande and Bay of Sepetiba - Part I
- A survey of the circulation based on experimental field data
Bolm. Inst. Oceanograf., São Paulo, 29(1): 41-55.
- [24] Signorini, S.R., 1980
A study of the circulation in Bay of Ilha Grande and Bay of Sepetiba - Part
II - An assessment to the tidally and wind-driven circulation using a finite
element numerical model
Bolm. Inst. Oceanograf., São Paulo, 29(1): 57-68.
- [25] Moreira da Silva, P.C., 1963
Currents in canal north of the Ilha Grande (sw aproued to Guaíba). S.N.T.,
15 p.
- [26] Miranda, L.B. Ikeda, Y., Castro Filho, B.M., Pereira Filho, N., 1977
Note on the ocurrence of saline fronts in the Ilha Grande (R.J.) Region
Bolm. Inst. Oceanograf., São Paulo, 26: 249-259.
- [27] Marple Jr., S.L., 1987
Digital Spectral Analysis with Applications
Prentice - Hall, Inc. N.J.
- [28] Oppenheim, A. V. e Schafer, R.W., 1989
Discrete - Time Signal Procesing
Prentice - Hall, Inc., N.J.
- [29] Haykin, S., 1989
An Introduction to Analog and Digital Communications
John Wiley ans Sons
- [30] Haykin, S., 1989
Modern Filters
MacMillan Publishing Company, New York
Collier MacMillan Publishers, London
- [31] Bellanger, M., 1990

- [31] Bellanger, M., 1990
Traitement Numérique du Signal - Théorie et Pratique
Masson.
- [32] Haykin, S., 1991
Adaptative Filter Theory
Prentice-Hall, New Jersey
- [33] Romano, J.M.T., 1987
Localisation de Frequences Bruites par Filtrage Adaptative et Implantation
D'Algorithmes des Mondres Carres Rapides.
Tese de Doutorado, Centre D'Orsay, Université de Paris-Sud,
Paris, França.
- [34] Bellanger, M.G., 1987
Adaptative Digital Filters and Signal Analysis
Marcel Dekker Inc. New Jersey, .
- [35] PC-Matlab for MS-DOS Personal Computers
Version 3.2 - PC, 1987
The Math Works, Inc.
- [36] Widrow, B e Stearns, S.D., 1985
Adaptive Signal Processing
Prentice Hall, New Jersey
- [37] Coradine, L. C., 1993
Filtragem Adaptativa em Cascata:
Proposta de Estrutura e Algoritmo, Análise e Aplicações
Tese de Doutorado - FEE/UNICAMP
- [38] Gimenez, J.R.B, 1995
Sobre a Estabilidade Numérica dos Algoritmos de Mínimos Quadrados
Rápidos
Tese de Doutorado - FEE/UNICAMP
- [39] Antunes, E.J.B., 1992
Detecção de Frequências através de Predição Linear
Tese de Mestrado - FEE/UNICAMP

- [40] Neves Filho, S.da C. 1992
Variação da Maré Meteorológica no Litoral Sudeste do Brasil: 1965-1986
Tese de Mestrado - COPPE/UFRJ
- [41] Batista, A.S.W., 1992
Métodos de Estimção de Parâmetros de Modelo ARMA para Análise Espectral
Tese de Mestrado - FEE/UNICAMP
- [42] Tábua de Marés
Diretoria de Hidrografia e Navegação - DHN - Marinha do Brasil, 1992