

# Universidade Estadual de Campinas Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação Departamento de Sistemas e Controle de Energia

# Desenvolvimento de um Programa Computacional Visando o Estudo das Tensões Induzidas por Descargas Atmosféricas

*Fernando Zago* Engenheiro Eletricista

### Prof. Dr. José Pissolato Filho

Orientador

**Prof. Dr. Geraldo Peres Caixeta** Co-orientador

Tese submetida à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da Universidade Estadual de Campinas, para preenchimento dos pré-requisitos parciais para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

#### Banca Examinadora

Prof. Dr. José Pissolato Filho – UNICAMP/ FEEC/ DSCE Prof. Dr. Carlos Rodrigues de Souza – UNICAMP/ FEEC/ DSCE Prof. Dr. José Osvaldo Saldanha Paulino – UFMG/ DEE

Campinas, 03 de Setembro de 2004

# Ficha Catalográfica

### FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

Z13d	Zago, Fernando Desenvolvimento de um programa computacional visando o estudo das tensões induzidas por descargas atmosféricas / Fernando ZagoCampinas, SP: [s.n.], 2004.
	Orientadores: José Pissolato Filho, Geraldo Peres Caixeta. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação.
	<ol> <li>Compatibilidade eletromagnética.</li> <li>Indução eletromagnética.</li> <li>Sistema de energia – Proteção.</li> <li>Raio.</li> <li>Cálculos numéricos – Programas de computador.</li> <li>Pissolato Filho, José.</li> <li>Caixeta, Geraldo Peres.</li> <li>Universidade Estadual de Campinas.</li> <li>Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação.</li> <li>Título.</li> </ol>

### Resumo

Este trabalho apresenta uma análise do comportamento das correntes e tensões induzidas em linhas de transmissão não-simétricas (com componentes espaciais em  $x, y \in z$ ) excitadas por campos eletromagnéticos externos. A influência destes campos nas linhas é determinada por simulações computacionais no domínio do tempo. No processo de simulação, cada componente da linha de transmissão não-simétrica é discretizada em dipolos responsáveis pela geração de campos eletromagnéticos quando percorridos por transitórios de corrente elétrica, assim sendo, o canal da descarga atmosférica é considerado como uma linha de transmissão composta por um grande conjunto de dipolos. Estes dipolos são pequenos o suficiente para que a corrente que os percorre possa ser considerada constante ao longo da extensão de cada um deles.

As tensões induzidas nas linhas de transmissão são determinadas levando em consideração as componentes do campo elétrico externo tangencial e vertical em relação às linhas como sendo fontes de tensão distribuídas ao longo delas.

O comportamento do campo eletromagnético no interior de um sistema de proteção contra descargas atmosféricas (SPDA), quando este é submetido a um transitório de corrente elétrica provocado por um raio, é apresentado neste trabalho, bem como a tensão induzida em linhas aéreas não-simétricas presentes em seu interior. É mostrado que estas estruturas de proteção podem ser usadas para atenuar o campo eletromagnético em seu interior visando à proteção de equipamentos eletro-eletrônicos, uma vez que, as tensões induzidas sobre estes acabam também sendo atenuadas. Uma estrutura fechada, como um SPDA, composta de um número considerável de cabos condutores interconectados, pode tornar-se uma gaiola de Faraday.

Tensões induzidas por descargas atmosféricas em modelos simples de linhas aéreas de energia ou de telecomunicações, dispostas aleatoriamente no espaço, também são abordadas neste trabalho.

As simulações do transitório de corrente elétrica nas estruturas estudadas foram feitas usando a técnica numérica *transmission line modelling method* (TLM) e o campo eletromagnético gerado por estes transitórios foi determinado utilizando expressões em coordenadas Cartesianas especialmente desenvolvidas para esta finalidade.

### Abstract

This work presents an analysis of the behavior of the induced currents and voltages on nonsymmetrical transmission lines (with components on  $\mathbf{x}$ , $\mathbf{y}$  and  $\mathbf{z}$ ), excited by an external electromagnetic field through a computer simulation in time domain. In the simulation process, each component of the non-symmetrical transmission line is discretizated on dipole elements. These dipoles become electromagnetic field sources when electric current flows through them, so the lightning channel is taken into account like a transmission line made up of several dipoles. The dipoles are short enough that current can be considered constant along the length of each one. The induced voltages on transmission lines are simulated considering the component of the external electric field that is tangent and vertical to the lines as distributed voltage sources along them.

The study of the behavior of the electromagnetic field inside shielded structures (shielded enclosure) and on overhead lines inside them, when they are submitted to a transitory of electric current caused by lightning, is presented. It is shown that these shielded structures can be used in systems of electrical protection by attenuating the electromagnetic field and, consequently, the induced voltages in their interiors. A closed structure, made up of a considerable number of interconnected cables, can become a good approach for a Faraday cage.

Induced voltages by lightning on simple models of energy overhead lines or telecommunication lines, with aleatory positions on space, were studied. Simulations of the transitory of electric current in the studied structures were made using the numeric technique transmission line modelling method (TLM). Through the transitory of these currents the electromagnetic field in time domain, applying expressions adequately developed for this end, was obtained and applied to find the induced voltages.

## Agradecimentos

Aos meus pais, Antônio e Maria, pelo suporte e incentivo dados ao longo de toda a minha vida;

Aos professores *José Pissolato Filho* e *Geraldo Peres Caixeta* pela grande amizade, pela força e pela imprescindível orientação ao longo da realização deste trabalho;

À Raquel pelo constante apoio, ajuda e idéias inspiradoras;

A todos os funcionários do Laboratório de Alta Tensão pela ajuda prestada;

Aos inúmeros amigos e professores da *FEEC*, da *UFMG*, do *CPqD*, da *Francetelecom*, da *Indelec* e da *Hindelet* que sempre contribuíram de alguma forma;

À CAPES pelo suporte financeiro.

## Sumário

Resumo	iii
Abstract	iv
Agradecimentos	v
Sumário	vi
Capítulo 1: Introdução	1
1.1 Abordagem do trabalho	3
1.2 Visão geral	4
Capítulo 2: Descargas Atmosféricas, SPDAs e Linhas Aéreas	5
2.1 Histórico	5
2.2 Características físicas das descargas atmosféricas	6
2.3 Sistemas de proteção contra descargas atmosféricas	11
2.4 Linhas aéreas	15
Capítulo 3: Modelagem Matemática	17
3.1 Evolução	17
3.2 Dedução das expressões para o cálculo do campo eletromagnético	19
<b>3.2.1</b> Vetor potencial magnético $(\vec{A})$	22
<b>3.2.2</b> Intensidade do campo magnético ( $\vec{H}$ )	23
<b>3.2.3 Campo elétrico</b> $(\vec{E})$	25
3.3 Cálculo da tensão induzida a partir do campo eletromagnético incidente	34

Capítulo 4: O Método Numérico TLM e o Programa para Cálculo de Tensões Induzidas						
4.1 O método numérico TLM 4.2 O método TLM unidimensional 4.2.1 Terminações						
					4.2.2 Equacionamento TLM de tensões induzidas	56
					4.3 Transformação dos condutores de um SPDA em linhas de transmissão	60 60 61 62
4.3.1 Impedância de um cabo horizontal						
4.3.2 Impedância de um cabo vertical						
4.3.3 Resistência por unidade de comprimento da linha (R)						
4.3.4 Haste de aterramento e malha de aterramento	62					
4.3.5 O canal da descarga considerado como uma linha de transmissão	64					
Capítulo 5: Primeira Análise e Validação do Método Proposto	66					
5.1 Comparações com dados de tensões induzidas em linhas aéreas	66 74					
5.2 Comparações com dados de tensões induzidas em SPDAs						
Capítulo 6: Estudo de Casos Diversos Através de Simulações Computacionais	82					
6.1 Casos envolvendo linhas aéreas	82					
6.2 Casos envolvendo SPDAs	88					
Capítulo 7: Conclusões	95					
Referências Bibliográficas	97					
Anexos	101					
A1	101					
A2	102					
A3	103					
A4	104					
A5	105					
A6	106					
A7	107					

# Capítulo 1 Introdução

Com o avanço da microeletrônica nos últimos anos e o seu uso cada vez mais disseminado em todo o tipo de equipamento elétrico, faz-se necessário o desenvolvimento de técnicas de proteção bastante sofisticadas. Estas técnicas devem acompanhar e proteger a evolução destes equipamentos, que a cada dia que passa são mais sensíveis e susceptíveis às interferências eletromagnéticas geradas por outros equipamentos e, principalmente, por campos eletromagnéticos naturais como os gerados por descargas atmosféricas.

A evolução da microeletrônica é baseada em uma grande diminuição do tamanho físico destes componentes (processo chamado de miniaturização) e, conseqüentemente, em uma enorme diminuição nos níveis de decisão da lógica em que eles operam. Além disso, há um grande aumento na potência processada por unidade de volume do componente e a freqüência de operação em alguns deles está na ordem de algumas dezenas de gigahertz, ou seja, com pulsos elétricos apresentando tempo de subida da ordem de picossegundos. Tudo isso vem influenciando determinantemente na fragilidade destes componentes frente aos mais diversos tipos de interferências eletromagnéticas existentes nos ambientes escolhidos para abrigá-los.

Quando uma descarga atmosférica acontece, ocorre uma rápida variação do campo eletromagnético (da ordem de microssegundos), que se propaga em todas as direções do espaço a partir do canal da descarga e que pode encontrar em seu caminho algum equipamento sensível o suficiente para ser danificado. Isto ocorre devido às sobre-tensões induzidas pelo transitório de corrente presente no canal da descarga atmosférica. Nestes casos, fica claro que danos causados por raios não ocorrem somente às estruturas atingidas diretamente por eles, mas também às estruturas e/ou equipamentos nas vizinhanças do seu ponto de impacto, que acabam sofrendo danos causados por este tipo de interferência eletromagnética natural.

É difícil e bastante custoso implementar uma perfeita blindagem eletromagnética, principalmente, levando-se em consideração que por questões econômicas e, também, por causa do peso, cada vez mais peças metálicas são substituídas por peças plásticas nas caixas externas dos mais diversos tipos de equipamentos eletrônicos. Acaba sendo bastante vantajoso e até mesmo necessário

considerar na fase inicial do projeto de um prédio aspectos relacionados à blindagem eletromagnética, fornecida por sua estrutura metálica, como forma de reforço da proteção dos equipamentos que ele abrigará.

Nos casos em que a descarga atmosférica atinge diretamente a estrutura metálica do prédio, o efeito da indução eletromagnética em circuitos sensíveis instalados no interior da edificação é muito mais danoso devido a sua grande intensidade.

Muitos experimentos têm sido feitos visando o desenvolvimento de modelos que ilustrem o comportamento dos sistemas de proteção contra descargas atmosféricas (SPDA), com relação ao campo eletromagnético presente em seu interior quando uma descarga atmosférica o atinge diretamente ou indiretamente (efeito indutivo), mas estes testes têm se mostrados caros e dificeis de serem implementados, o que a princípio justificaria a busca de um modelo computacional capaz de representar adequadamente este ambiente eletromagnético. Além dos testes realizados em edificações em tamanho real, existem aqueles realizados em edificações com tamanhos reduzidos, que envolvem até mesmo uma representação reduzida do próprio canal da descarga atmosférica. Embora estes modelos reduzidos apresentem em alguns casos resultados próximos dos obtidos em escala real e sejam bem mais baratos de serem realizados que estes, eles também são bastante complicados de serem controlados. Isto mais uma vez reforça a idéia de que um eficiente modelo computacional, capaz de representar adequadamente a interação das correntes e dos campos eletromagnéticos gerados pela descarga atmosférica com os condutores de uma edificação, seria muito útil no próprio auxílio à implementação destes experimentos.

A evolução da capacidade de processamento dos computadores tem se apresentado constante e muito rápida e isto tem trazido um concomitante aumento no emprego de técnicas computacionais na resolução de problemas de eletromagnetismo.

Simulações computacionais permitem a elaboração completa de projetos extremamente complicados e a detecção de problemas de planejamento antes mesmo de eles serem executados, o que permite uma grande economia de tempo e dinheiro.

É possível destacar três importantes categorias de métodos computacionais ligados à resolução de problemas de eletromagnetismo: analíticos, numéricos e sistemas especialistas. Os métodos analíticos adotam simplificações na geometria do problema objetivando a aplicação de expressões já consagradas, como as quatro equações de Maxwell. Os métodos numéricos aplicam diretamente equações sujeitas às condições de contorno da geometria do problema e os sistemas especialistas não

calculam diretamente as equações que descrevem o problema, ao invés disso, estimam valores para os parâmetros de interesse baseados em um banco de dados.

Existem atualmente vários programas baseados em métodos analíticos, que são bastante úteis quando as interações eletromagnéticas da configuração em estudo podem ser antecipadas, entretanto a maioria dos problemas de compatibilidade eletromagnética é tão imprevisível que este método se torna impraticável.

Apesar de os métodos numéricos geralmente requererem mais cálculos computacionais que os métodos analíticos e os sistemas especialistas, eles são ferramentas poderosas na análise de campos eletromagnéticos. Tais métodos determinam a solução de um problema baseados na análise de todo o campo envolvido e sem a necessidade de uma pré-análise de quais campos são mais significativos.

Quando uma combinação entre os métodos analítico e numérico pode ser aplicada, a técnica numérica torna-se menos onerosa e mais simplificada [1].

Existem vários métodos numéricos em eletromagnetismo aplicados na solução de problemas de campos. Cada um possui características vantajosas (ou limitações) dependendo do tipo de problema a ser analisado. Esses métodos podem ser classificados em grupos genéricos, baseados no domínio da variável desejada (domínio do tempo ou da freqüência) e no domínio do operador (equações diferenciais ou integrais). Na análise de transitórios eletromagnéticos, os métodos diferenciais no domínio do tempo são mais versáteis, sendo a técnica transmission line modelling method (TLM) [1], [2] e a técnica das diferenças finitas no domínio do tempo (DFDT) [3],[4] as mais difundidas ultimamente. Existem vários aspectos similares nessas duas técnicas, apesar de a filosofia de modelagem ser diferente. Enquanto na técnica DFDT as equações de Maxwell são aplicadas na forma diferencial, na técnica TLM o princípio de propagação de Huygens é implementado substituindo todo espaço por linhas de transmissão interconectadas.

#### 1.1 Abordagem do trabalho

Objetivando a obtenção de um programa computacional capaz de antecipar os efeitos da indução eletromagnética de descargas atmosféricas sobre linhas de transmissão de energia, sobre linhas de telecomunicações e sobre estruturas de proteção contra descargas atmosféricas, foi necessário,

primeiramente, a escolha de um modelo de acoplamento eletromagnético adequado e, posteriormente, a comparação de resultados obtidos a partir de simulações com resultados obtidos experimentalmente.

Como ponto de partida foi utilizado o programa desenvolvido em [1], cujo código é capaz de calcular convenientemente o campo eletromagnético em um ponto qualquer no interior de um SPDA quando este é atingido diretamente por um raio. O código TLM unidimensional [1], [2] foi usado para calcular o transitório de corrente nas estruturas estudadas como em [1], porém com o acréscimo de fontes de tensão distribuídas ao longo dos condutores das estruturas. Estas fontes foram devidamente calculadas a partir do campo eletromagnético no qual estes condutores estavam imersos e a introdução delas no código TLM foi responsável pela representação matemática do fenômeno da indução eletromagnética sobre estes condutores.

#### 1.2 Visão geral

Este trabalho foi organizado em sete capítulos e pretende mostrar um método computacional que pode ser aprimorado e utilizado na obtenção de estimativas das tensões induzidas por descargas atmosféricas em estruturas ou condutores metálicos.

O Capítulo 2 fornece ao leitor algumas noções básicas sobre o fenômeno físico das descargas atmosféricas e oferece alguns comentários gerais sobre SPDAs e linhas aéreas.

No Capítulo 3, é encontrada toda a modelagem matemática referente ao cálculo do campo eletromagnético gerado por um dipolo hertziano, bem como o modelo matemático adotado para representar o acoplamento existente entre os campos eletromagnéticos gerados por uma descarga atmosférica e os condutores metálicos de um SPDA ou linha aérea.

O método numérico TLM é apresentado no Capítulo 4 em conjunto com o seu equacionamento levando em consideração a presença de fontes de tensão distribuídas ao longo das linhas de transmissão modeladas.

Uma validação preliminar do método proposto é feita no Capítulo 5 através de comparações entre os resultados obtidos em simulações e em experimentos realizados por outros autores.

São apresentadas no Capítulo 6 as simulações de alguns casos interessantes envolvendo SPDAs e linhas aéreas e, finalmente, no Capítulo 7, são encontradas algumas conclusões e propostas de trabalho futuro neste mesmo tema.

## Capítulo 2

### Descargas Atmosféricas, SPDAs e Linhas Aéreas

As características das descargas atmosféricas de maior interesse para este trabalho são o posicionamento espacial e a extensão do canal da descarga, assim como a velocidade e as formas de onda da corrente elétrica presentes nele. Estes são os dados fundamentais para a representação adequada do fenômeno da indução eletromagnética em linhas aéreas de energia ou de telecomunicações e em estruturas presentes no interior de um SPDA.

Será descrito sinteticamente neste capítulo alguns conceitos ligados ao fenômeno físico da descarga atmosférica utilizados ao longo deste trabalho e a sua interação com SPDAs e linhas aéreas.

#### 2.1 Histórico

A fascinação que os raios exercem sobre o ser humano não é recente, pois existem símbolos mitológicos e ritos envolvendo raios datando de mais de 2000 a.C. [5]. Tratados como algo com origens sobrenaturais, eram considerados a grande arma dos deuses.

Para os gregos quem detinha o poder de castigar usando os raios era *Zeus*, para os romanos era *Júpiter* e para os vikings esse deus era *Thor*. No oriente, existem estátuas de *Buda* segurando raios em suas mãos. Índios da América do Norte acreditavam que os raios eram provenientes do místico pássaro trovão que, quando batia as asas, produzia o som característico.

Toda a magia e misticismo existente em torno dos raios ainda podem ser verificados facilmente nos dias de hoje. Um exemplo disto é a chamada "pedra de raio", que se origina no ponto de impacto do raio com o solo devido à fusão deste e que é buscada e guardada por muitas pessoas em suas casas, pois estas acreditam que as guardando estarão protegidas contra os raios.

Somente a partir do século XVII os pesquisadores começaram a perceber as características elétricas dos raios e que, por ocasião das tempestades, era possível captar eletricidade e carregar os corpos da mesma forma que se fazia com as conhecidas máquinas eletrostáticas existentes na época.

Benjamin Franklin realizou o primeiro estudo científico dos raios durante a segunda metade do século XVIII. Naquela época, a ciência já estava desenvolvida a ponto de ser possível separar cargas elétricas positivas e negativas e estocá-las em primitivos capacitores, que podiam gerar faíscas facilmente observáveis.

Enquanto muitos já haviam notado uma grande semelhança entre as faíscas obtidas em laboratório e os raios, Franklin foi o primeiro a projetar um experimento capaz de comprovar a sua natureza elétrica. Franklin propôs mais de um experimento, porém o mais famoso foi aquele a partir do qual foi possível a obtenção durante uma tempestade de faíscas elétricas entre um fio metálico preso a uma pipa e objetos metálicos aterrados ao solo.

Franklin foi também o primeiro cientista a propor um método de proteção de edificios contra raios, que consistia de uma haste metálica de 2,5 a 3m acima do edifício e aterrada ao solo.

Pouco progresso havia sido alcançado na compreensão das propriedades dos raios até o final do século XIX, quando a fotografía e a espectroscopia passaram a estarem disponíveis para este tipo de pesquisa. Medidas de corrente foram feitas na Alemanha por Pockels (1897-1900), que analisou o campo magnético induzido pela corrente da descarga e estimou os seus valores [6].

A pesquisa moderna data do trabalho de C.T.R.Wilson, que fez pela primeira vez o uso de medidas do campo elétrico, tentando entender a organização das cargas elétricas envolvidas em uma descarga atmosférica [6].

Nas últimas décadas, as pesquisas sobre raios avançaram muito devido à necessidade cada vez maior de proteção que os atuais sistemas eletrônicos exigem e, principalmente, devido aos enormes prejuízos causados em todo o mundo por este fenômeno natural capaz de destruir edificações, tirar a vida, queimar florestas inteiras e derrubar aviões e ônibus espaciais.

### 2.2 Características físicas das descargas atmosféricas

Para que uma descarga atmosférica possa ocorrer é necessário que a nuvem fique carregada eletricamente. A explicação mais aceita para a ocorrência deste fenômeno é a de que pequenas partículas presentes no interior da nuvem, compostas por poeira, água e cristais de gelo (hidrometeoros), crescem e interagem entre si através de colisões. A partir destas colisões as partículas menores adquirem carga elétrica positiva, enquanto as partículas maiores, carga elétrica negativa [6].

Estas partículas, através da ação de movimentos de convecção e da própria força da gravidade, acabam separando-se e tornando, a parte superior da nuvem, carregada positivamente e a parte inferior, negativamente. Esta separação de cargas produz uma enorme diferença de potencial no interior da nuvem e desta para o solo.

A diferença de potencial entre a nuvem e o solo pode chegar a milhões de Volts e, eventualmente, pode ocorrer a ruptura dielétrica do ar e o raio ter início [7].

O processo mais comum de formação de uma descarga atmosférica, levando-se em conta a distribuição de cargas elétricas na nuvem, no canal da descarga e no solo, é representada esquematicamente na Figura 2.1.

A Figura 2.1 representa uma descarga atmosférica nuvem-solo descendente, de polaridade negativa, embora existam muitos outros tipos de descargas atmosféricas.



Figura 2.1: Formação da descarga atmosférica.

Quatro tipos de descargas atmosféricas, levando-se em consideração os pontos entre os quais elas são observadas, podem ser destacadas [7]:

- Descarga nuvem-terra;
- Descarga nuvem-nuvem;
- Descarga dentro da própria nuvem;
- Descarga nuvem-atmosfera.

Embora não sejam as mais comuns, as descargas de maior relevância para este trabalho são aquelas que ocorrem entre a nuvem e a terra, pois são estas as mais perigosas e as grandes responsáveis pelas tensões induzidas nas estruturas estudadas. As descargas mais comuns são aquelas que ocorrem dentro da própria nuvem, porém para este trabalho elas são consideradas irrelevantes.

É possível classificar as descargas também pela sua polaridade, ou seja, positiva ou negativa, dependendo da polaridade das cargas depositadas no canal durante a sua formação. A classificação ainda pode ser feita de acordo com a direção de propagação: ascendentes ou descendentes.

As descargas, como a apresentada na Figura 2.1, representam 90% das descargas entre nuvem e solo [7].

Quando o gradiente do potencial elétrico provocado pela concentração de cargas na nuvem excede a rigidez dielétrica do ar, tem início o processo da descarga atmosférica. As cargas caminham em direção à terra passo a passo por caminhos não-lineares, constituindo o chamado líder descendente. A duração média de cada passo do líder é de 1µs e neste tempo ele percorre uma distância em torno de 10 e 50m sempre buscando o percurso mais fácil (de menor resistividade) para a formação de um canal ionizado entre a nuvem e o solo [7], [8].

Para a referência [7] existe uma pausa entre 20 e 50µs entre cada passo do líder descendente, enquanto para a referência [8] este tempo está em torno de 30 e 50µs.

A carga total transportada pelo líder descendente apresenta um valor em torno de 5 Coulombs de cargas negativas em direção ao solo, em um tempo médio de dezenas de milissegundos.

De acordo com a referência [7], a velocidade média do líder descendente é em torno de 200km/s e o valor da sua corrente média situa-se entre 100A e 1kA, com pulsos de corrente em torno de 1kA.

Conforme o líder descendente se aproxima do solo ocorre uma grande intensificação do campo elétrico. Isto origina um movimento de cargas de polaridades opostas às do líder descendente resultando no líder ascendente, que parte de algum ponto do solo em direção à nuvem. Em algum ponto

entre o solo e a nuvem, os líderes descendente e ascendente se encontram dando origem a um canal ionizado contínuo e, conseqüentemente, tem-se o início da corrente de retorno.

A corrente de retorno se propaga por este canal pré-ionizado, que pode ser considerado um condutor não-linear, com perdas e eletricamente carregado, anulando as suas cargas e, posteriormente, as cargas da nuvem.

A corrente de retorno apresenta uma frente de onda que pode variar de 1 a 10µs e tempo de semi-cauda entre 20 e 60µs com amplitudes na faixa de 10 a 100kA. A sua velocidade de propagação pode variar de 6% a 45% da velocidade da luz no vácuo [9]. O tempo de trânsito da corrente de retorno ao longo do canal é da ordem de 100µs e a velocidade próxima ao solo é mais alta que próxima à nuvem [7].

Quando o centro de cargas da nuvem que iniciou o processo da descarga atmosférica é completamente descarregado, o seu potencial elétrico fica bastante reduzido em relação aos outros centros de carga existentes na nuvem e, desta forma, ocorrem descargas subseqüentes. Estas descargas descarregam os outros centros de carga da nuvem pelo canal ionizado formado durante a primeira descarga, porém seguindo um caminho sem ramificações e com velocidade bem maior que a primeira.

Na análise do fenômeno da indução eletromagnética em linhas e estruturas metálicas, a primeira corrente de retorno deve ser considerada a mais importante, pois apresenta uma amplitude maior que as descargas subseqüentes.

A Tabela 2.1 representa alguns dados importantes relativos às descargas atmosféricas negativas descendentes [9], [10].

Outra característica típica das descargas atmosféricas é o trovão. Este som é gerado pelo aquecimento do canal durante a descarga, algo em torno de 20.000 °C (três vezes a temperatura na superfície do Sol), que causa uma grande compressão no ar produzindo uma onda de choque, que decai como uma onda acústica se propagando a partir do canal do raio [6].

Formação do canal da descarga						
Propagação passo a passo						
	Mínimo	Médio	Máximo			
Comprimento do passo [m]	3	50	200			
Intervalo de tempo entre passos [µs]	30	50	125			
Velocidade média de propagação [m/s]	$1 \times 10^{5}$	$1,5x10^{5}$	$2,6x10^{6}$			
Carga depositada no canal [C]	3	5	20			
Propagação Contínua						
	Mínimo	Médio	Máximo			
Velocidade média de propagação [m/s]	$1 \times 10^{6}$	$2x10^{6}$	$2,1x10^{7}$			
Carga depositada no canal [C]	0,2	1	6			
Corrente de retorno						
	Mínimo	Médio	Máximo			
Velocidade média de propagação [m/s]	$2x10^{7}$	$8 \times 10^{7}$	$1,6x10^8$			
Taxa de subida da corrente [kA/µs]	< 1	10	> 80			
Tempo de pico da corrente [µs]	< 1	2	30			
Valor de pico da corrente [kA]	-	10-20	110			
Tempo de semi-cauda da corrente [µs]	10	40	250			
Carga transferida excluindo a corrente contínua [C]	0,2	2,5	20			
Comprimento do canal [km]	2	5	14			
Diâmetro do canal [cm]	1,5	5	200			
Descarga atmosférica						
	Mínimo	Médio	Máximo			
Número de descargas (inicial mais subseqüentes)	1	3-4	26			
Intervalo de tempo entre inicial e subseqüente [ms]	3	40	100			
Duração da descarga [s]	0,01	0,2	2			
Carga transferida incluindo a corrente contínua [C]	3	25	90			

Tabela 2.1: Dados relativos às descargas atmosféricas.

#### 2.3 Sistemas de proteção contra descargas atmosféricas

A origem dos sistemas de proteção contra descargas atmosféricas remonta à necessidade primordial de se evitar os danos causados pela elevada corrente de retorno dos raios. Desta forma, um bom SPDA é aquele capaz de captar descargas atmosféricas, que danificariam a estrutura protegida, e conduzir estas elevadas correntes em segurança para o solo (sistema de aterramento). Este raciocínio ainda é válido, porém atualmente existem muitos esforços em se tentar dar um caráter mais voltado à compatibilidade eletromagnética no projeto e estudo de SPDAs [10] à [16].

O desenvolvimento acelerado das grandes metrópoles nos surpreende rotineiramente com a construção de enormes edificios. A grande quantidade de cabos de energia e de transferência de dados e dos mais diversos tipos de equipamentos eletrônicos abrigados no interior destas edificações acaba se tornando alvos fáceis para os problemas causados pelos transitórios eletromagnéticos oriundos de descargas atmosféricas.

Uma das propostas deste trabalho é avaliar o campo eletromagnético no interior de uma estrutura metálica, que é gerado por uma descarga atmosférica, através da análise de tensões induzidas em pequenas linhas aéreas presentes no interior destas estruturas.

A norma brasileira NBR5419 regulamenta três métodos diferentes de proteção de estruturas: método Franklin, Eletrogeométrico e Faraday. Estes métodos se diferenciam pela forma de captação da descarga atmosférica, que nos métodos Franklin e Eletrogeométrico é feita através de hastes metálicas verticais ou de cabos horizontais suspensos e que no método Faraday é feita através de cabos condutores horizontais apoiados na própria estrutura a ser protegida (Figura 2.2).

Na Figura 2.2, os casos  $A \in B$  representam as formas de captação de raios utilizadas pelos métodos Franklin e Eletrogeométrico e o caso C representa uma gaiola de Faraday.

A principal diferença entre os métodos Franklin e Eletrogeométrico está na forma matemática de se calcular o volume de proteção. A tendência é o método Franklin desaparecer e dar lugar aos métodos Eletrogeométrico e Faraday, pois estes apresentam maior embasamento matemático e experimental.

Para todos os três métodos de proteção é muito importante o correto dimensionamento dos condutores de descida e da malha de aterramento. A NBR5419 permite que as estruturas metálicas presentes no concreto armado das edificações possam ser usadas como parte do sistema de proteção, desde que a resistência elétrica da ferragem ao longo de um pilar seja menor ou igual a um 1 $\Omega$ .



h- haste metálica aterrada;
chs- cabos horizontais suspensos;
chns- cabos horizontais apoiados na própria estrutura.

Figura 2.2: Diferentes SPDAs.

Do ponto de vista de proteção e de estética o método Faraday leva grandes vantagens em relação aos outros dois métodos, embora o seu custo seja mais elevado. Este método é baseado na teoria de Faraday segundo a qual o campo no interior de uma gaiola é nulo, mesmo quando existem elevadas correntes circulando por seus condutores. Na prática, o campo só será nulo no centro da gaiola e somente no caso onde uma distribuição de corrente uniforme por toda superfície da gaiola for verificada.

Na teoria, uma gaiola perfeita é formada por chapas metálicas contínuas soldadas, mas, na prática, uma gaiola de Faraday pode ser formada por condutores horizontais e verticais conectados entre si. Neste caso, a proteção será maior à medida que o espaçamento entre estes condutores for menor, conforme representado na Figura 2.3.

Embora a norma brasileira permita o uso das estruturas de concreto armado e de concreto prémoldado para o escoamento e distribuição da corrente oriunda de uma descarga atmosférica, o uso do concreto protendido é expressamente proibido. Isto se deve ao fato do concreto protendido apresentar aço tencionado no seu interior e, desta forma, a responsabilidade do aço na sustentação estrutural da construção acaba sendo extremamente importante e qualquer dano causado a ele pode levar ao colapso de toda a estrutura.



Nível 1: Gaiola com baixo nível de proteção contra campos eletromagnéticos no seu interior; Nível 2: Gaiola com alto nível de proteção.

Figura 2.3: Gaiolas com diferentes níveis de proteção.

É sempre muito importante que a conexão do sistema de proteção com a malha de terra esteja em perfeitas condições e que isto possa ser verificado com facilidade, pois uma má conexão ou, até mesmo, uma descontinuidade entre os dois sistemas pode acarretar acidentes muito graves. A falta de um dos cabos de descida devido a uma conexão ruim pode causar, por exemplo, um incêndio ou uma explosão devido a faíscas ou à sobrecarga dos outros cabos (aquecimento) em ambientes inflamáveis.

O campo eletromagnético jamais será nulo no interior de um SPDA, embora seja possível estudar a melhor disposição dos cabos que o compõe para obter os menores níveis de campo no seu interior e, conseqüentemente, encontrar o melhor posicionamento de cabos e de equipamentos no interior da estrutura de tal maneira que eles sofram o mínimo com estas perturbações. Desta forma, estes equipamentos podem ter bastante reduzida a probabilidade de um mau funcionamento causado pela interferência eletromagnética gerada por uma descarga atmosférica.

Um dos componentes mais importantes de um SPDA é a malha de aterramento (ou sistema de aterramento), pois, além de ter a importante função de facilitar o escoamento para a terra de toda a corrente captada pelo SPDA durante a descarga atmosférica, ela tem a função de proteger as pessoas contra tensões de passo, que podem surgir no solo e pôr em risco a vida de quem estiver por perto no momento da descarga (Figura 2.4 [5]).

Neste trabalho, cada condutor metálico presente no SPDA é tratado como se fosse uma linha de transmissão. Considerando que todo condutor que carrega uma corrente elétrica gera um campo

eletromagnético e que todo condutor sob a ação de um campo eletromagnético desenvolve tensões proporcionais às componentes do campo elétrico paralelas ao próprio condutor ou, no caso de um circuito fechado, correntes proporcionais aos campos magnéticos variantes que atravessam o seu interior [17], é possível utilizar o trabalho desenvolvido em [1] para obter um método computacional capaz de fornecer as tensões induzidas em SPDAs e em linhas aéreas devido às descargas atmosféricas.



Figura 2.4: Tensão de passo com e sem a malha de aterramento.

O canal da descarga atmosférica também é considerado como uma linha de transmissão neste trabalho [1], [18], sendo que para descargas atmosféricas diretas no SPDA ela encontra-se conectada a este e para descargas indiretas ela encontra-se conectada ao solo no ponto de impacto devidamente escolhido.

### 2.4 Linhas aéreas

Grande parte dos danos materiais causados por descargas atmosféricas está diretamente ligada às tensões induzidas em linhas aéreas de energia ou de telecomunicações. Devido a sua importância, este assunto foi explorado em inúmeros trabalhos científicos e, ao contrário dos SPDAs, apresenta uma vasta coletânea de dados experimentais e computacionais a seu respeito.

Na realização deste trabalho, as linhas aéreas serviram como ponto de partida para o desenvolvimento do programa computacional, pois a grande quantidade de dados e o menor número de condutores envolvidos em relação aos SPDAs torna a análise destas linhas mais simples que a dos SPDAs.

A maior dificuldade na modelagem das linhas aéreas ocorre quando são consideradas linhas com múltiplos condutores e linhas com blindagem e múltiplos condutores internos (por exemplo, cabos telefônicos). As linhas constituídas por dois ou mais condutores apresentam acoplamento eletromagnético mútuo, representado pelas matrizes de capacitância e indutância (2.1) e (2.2), respectivamente.

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & \cdots & C_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{n1} & \cdots & C_{nn} \end{bmatrix}$$
(2.1)

	$L_{11}$	•••	$L_{1n}$
L =	•	•••	:
	$L_{n1}$	•••	$L_{nn}$

(2.2)

onde o índice n representa a quantidade de condutores internos, os termos da diagonal principal representam as capacitâncias e indutâncias próprias de cada condutor (do condutor em relação à terra) e os demais termos representam as capacitâncias e indutâncias mútuas entre os condutores.

No cálculo da tensão induzida sobre as linhas multifiliares é assumido que o acoplamento eletromagnético entre os próprios condutores não afeta o acoplamento entre estes e a descarga atmosférica, pois o acoplamento mútuo só se manifesta a partir do momento que as correntes originadas pelas tensões induzidas começam a circular por eles [19], [20].

Para linhas aéreas com blindagem, como é o caso dos cabos telefônicos, o cálculo da tensão induzida entre um condutor interno e a blindagem pode tornar-se extremamente complexo se for considerado o acoplamento existente entre este condutor interno e todos os demais. Com o objetivo de simplificar o processo de cálculo, o circuito formado por cada condutor interno e a blindagem pode ser modelado como sendo um cabo coaxial. Desta forma, o circuito formado pela blindagem e a terra pode ser considerado uma linha de transmissão unifilar, na qual a descarga atmosférica induz tensões e correntes.

Conhecendo-se a impedância de transferência e a corrente induzida pela descarga atmosférica na blindagem do cabo, a tensão induzida entre esta e qualquer condutor interno pode ser calculada [19].

# Capítulo 3 Modelagem Matemática

Conforme foi observado no Capítulo 2, os SPDAs e as linhas aéreas são muito bem descritos, com relação à sua forma espacial, por segmentos de retas. Cada segmento de reta que compõe estas estruturas é considerado neste trabalho como sendo uma linha de transmissão, cujos parâmetros são calculados conforme será descrito posteriormente.

A disposição e forma espaciais das estruturas sobre as quais se pretende calcular a tensão induzida por descargas atmosféricas mostra que o sistema de coordenadas mais adequado para as suas representações é o sistema de coordenadas Cartesianas.

Como o fenômeno de tensão induzida nestas estruturas trata-se de um estudo com características puramente transitórias, é possível afirmar que é necessária a adoção do domínio do tempo nos cálculos, o que não aconteceria se o fenômeno apresentasse características de regime permanente onde a melhor escolha seria o domínio da freqüência.

Neste capítulo, serão mostradas as equações de campos eletromagnéticos em coordenadas Cartesianas e no domínio do tempo [1] utilizadas no desenvolvimento deste trabalho e a partir das quais é possível a obtenção dos campos gerados por linhas de transmissão percorridas por transitórios de corrente elétrica. Será mostrado também o modelo de acoplamento eletromagnético adotado para a determinação das tensões induzidas por uma descarga atmosférica sobre uma linha de transmissão.

### 3.1 Evolução

Há muito tempo, pesquisadores de todo o mundo na área de descargas atmosféricas têm tentado equacionar adequadamente os campos eletromagnéticos gerados por este fenômeno natural. A recompensa para estes esforços pode ser vista na grande variedade de modelos propostos e no avanço cada vez maior da capacidade do homem de prever as influências de um raio sobre estruturas e sistemas elétricos ou de telecomunicações.

Em 1975, Uman desenvolveu uma expressão analítica em coordenadas cilíndricas e no domínio do tempo para o cálculo do campo eletromagnético gerado por descargas atmosféricas. Neste trabalho, Uman considerou o canal da descarga atmosférica como sendo uma antena de dipolo vertical [21] à [23]. Em conjunto com Rubinstein, Uman introduziu posteriormente correções nesta expressão quando as relações entre as componentes do campo e a distância foram adequadas pelos termos de retardo no tempo [24], [25]. Thottappillil e outros também apresentaram uma expressão, assim como Uman, já com os efeitos de retardo no tempo [26],[27].

Com o objetivo de determinar o campo eletromagnético gerado por linhas de transmissão no domínio do tempo, Thomas [28] desenvolveu expressões analíticas em coordenadas Cartesianas, em 1994. Estas expressões mostraram uma grande flexibilidade quando usadas na determinação dos campos gerados por linhas dispostas em uma única dimensão.

Em 2000, Caixeta [1] apresentou em seu trabalho de doutorado um novo conjunto de expressões analíticas em coordenadas Cartesianas no domínio do tempo com o mesmo propósito de Thomas [28] e, além disso, uma metodologia para que estas expressões pudessem ser aplicadas em linhas de transmissão dispostas em posições arbitrárias, ou seja, dispostas no espaço com componentes nos eixos x, y e z (linhas de transmissão não- simétricas), conforme representado na Figura 3.1.



Figura 3.1: Linha disposta arbitrariamente no espaço.

Caixeta [1] considerou também em seu trabalho o campo eletromagnético gerado por estruturas espaciais formadas por linhas de transmissão interconectadas quando estas são submetidas a injeções

de correntes (transitórios de correntes) causadas, por exemplo, por descargas atmosféricas diretas. A determinação destes transitórios foi implementada em um programa computacional escrito em linguagem FORTRAN utilizando a técnica numérica TLM [2]. Cada um dos elementos infinitesimais em que as linhas são divididas pelo código TLM foi considerado um pequeno dipolo hertziano e a contribuição de cada um destes dipolos no campo eletromagnético total gerado pela linha de transmissão foi determinada com o uso de expressões analíticas em coordenadas Cartesianas no domínio do tempo especialmente desenvolvidas para esta finalidade [1].

#### 3.2 Dedução das expressões para o cálculo do campo eletromagnético

Nesta seção, serão mostradas as expressões para o cálculo do campo eletromagnético gerado por um dipolo hertziano disposto arbitrariamente no espaço [1], conforme a Figura 3.2.



Figura 3.2: Representação espacial do dipolo.

onde:

- $\blacktriangleright$  P (x, y, z) é o ponto onde se deseja calcular o campo eletromagnético;
- ➢ i (x', y',z', t') é a corrente que atravessa o dipolo;
- R é a distância da origem ao ponto P (x, y, z);
- R' é a distância da origem ao dipolo;
- r é a distância do dipolo ao ponto P (x, y, z).

As expressões a seguir foram aplicadas levando em consideração um plano de terra com condutividade infinita onde o método das imagens pôde ser aplicado [29]. Desta forma, o campo eletromagnético devido à imagem do dipolo conforme a sua direção e o seu sentido pode ser calculado tomando r como sendo a distância do centro do dipolo imagem ao ponto P(x, y, z).

Para um meio linear, homogêneo, isotrópico e que conserve suas características constantes ao longo do tempo, a partir das quatro equações de Maxwell, têm-se que:

Lei de Gauss (eletrostática):

$$\vec{\nabla} \cdot \left( \varepsilon \vec{E} \right) = \rho \tag{3.1}$$

Lei de Gauss (magnetostática):

$$\vec{\nabla} \cdot \left( \mu \vec{H} \right) = 0$$

(3.2)

- $\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial(\mu \vec{H})}{\partial t}$ (3.3)
- Lei de Ampère:

➢ Lei de Faraday:

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \left(\varepsilon \vec{E}\right)}{\partial t}$$
(3.4)

onde:

- >  $\varepsilon$  é a permissividade dielétrica do meio, que para o ar é  $\varepsilon = \varepsilon_0 = 8,854.10^{-12}$  [F/m];
- >  $\mu$  é a permeabilidade magnética do meio, que para o ar é  $\mu = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  [H/m];
- >  $\rho$  é a densidade de carga no ponto P (x, y, z). Considerando-se que a expressão não será aplicada em nenhum meio com carga, admite-se que  $\rho = 0$ ;
- >  $\vec{J}$  é a densidade de corrente de condução.

Supondo que a fonte do campo não sofra influência do próprio campo, será considerado  $\vec{J}$  conhecido.

Com essas considerações as quatro equações de Maxwell assumem as seguintes formas:

$$\vec{\nabla} \cdot \left( \varepsilon \vec{E} \right) = 0 \tag{3.5}$$
$$\vec{\nabla} \cdot \left( \mu \vec{H} \right) = 0$$

$$\vec{r} \quad \vec{r} \quad \partial \vec{H}$$
(3.6)

$$\nabla \times E = -\mu \frac{\partial H}{\partial t}$$
(3.7)

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

(3.8)

Considerando o sistema de coordenadas Cartesianas, as equações (3.5) à (3.8) representam um sistema com quatro equações e seis incógnitas.

As expressões dos campos elétrico e magnético podem ser obtidas através da aplicação do vetor potencial magnético retardado ( $\vec{A}(t - r/c)$ ) e do potencial elétrico (V - escalar): de (3.6),

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu_0} \vec{\nabla} \times \left(\mu \vec{A}\right)$$
(3.9)

e de (3.7),

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \rightarrow \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \left(\vec{\nabla} \times \vec{A}\right)}{\partial t}$$
$$\vec{\nabla} \times \left(\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}\right) = 0$$
$$\vec{E} = -\vec{\nabla} V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$
(3.10)

### 3.2.1 Vetor potencial magnético $(\vec{A})$

Com o objetivo de calcular o campo magnético, será aplicado como passo intermediário a definição do vetor potencial magnético [30]:

$$\vec{A}(R,t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \frac{I\left(r^2, t - r/c\right)d\vec{V}}{r}$$
(3.11)

ou, em função da densidade de corrente, sabendo-se que:

$$I(r', t-r/c) = \int_{S'} \vec{J}(r', t-r/c) \cdot d\vec{S'} = \int_{S'} J(r', t-r/c) \, dS'$$

$$\vec{A}(R,t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V} \frac{\vec{J}(r) dV'}{r}$$
(3.12)

onde

- > r é a distância da fonte ao ponto onde se deseja calcular  $\vec{A}$ ;
- r' indica a posição da corrente elementar;
- >  $d\vec{l}'$  (dx', dy' e dz') é o elemento infinitesimal que indica a direção do vetor densidade de corrente  $\vec{J}(r')$  associado à corrente I(r');
- > c é a velocidade da luz no vácuo ( $\approx 3.10^8$ m/s);
- >  $d\vec{S}'$  é o elemento de área infinitesimal, paralelo à  $\vec{J}(r', t r/c)$ ;
- > dV' é o volume infinitesimal sobre o elemento onde a densidade de corrente está presente.

Para coordenadas Cartesianas, em função do tempo e na forma diferencial, a expressão (3.12) assume a seguinte forma:

Capítulo 3: Modelagem Matemática

$$d\vec{A}(R,t) = \frac{\mu_0 \vec{J}(r', t - r/c)}{4\pi r} dx' dy' dz'$$
(3.12a)

Considerando como fonte de campo eletromagnético a corrente elétrica presente em linhas, cujo diâmetro é muito pequeno (comparado ao tamanho total da linha), pode-se assumir a densidade de corrente ( $\vec{J}$ ) como sendo uma densidade linear de corrente (em A/m) distribuída conforme o eixo de orientação no qual ela está presente. Desta forma, a expressão (3.12a) assume a seguinte forma:

$$d\vec{A}(R,t) = \left[ dA_{z}(R,t)\hat{a}_{x} + dA_{y}(R,t)\hat{a}_{y} + dA_{z}(R,t)\hat{a}_{z} \right]$$
(3.13)

sendo:

$$dA_{x}(R,t) = \frac{\mu_{0} i_{x}(r', t - r/c)}{4\pi r} dx'$$
  

$$dA_{y}(R,t) = \frac{\mu_{0} i_{y}(r', t - r/c)}{4\pi r} dy'$$
  

$$dA_{z}(R,t) = \frac{\mu_{0} i_{z}(r', t - r/c)}{4\pi r} dz'$$
(3.14)

### 3.2.2 Intensidade de campo magnético ( $\vec{H}$ )

Expandindo a forma diferencial da expressão (3.9):

$$d\vec{H}(R,t) = \frac{1}{\mu_0} \vec{\nabla} \times \left[ d\vec{A}(R,t) \right]$$

e aplicando o conceito de rotacional em coordenadas Cartesianas, tem-se:

$$d\vec{H}(R,t) = \frac{1}{\mu_0} \begin{cases} \left[ \frac{\partial (dA_z)}{dy} - \frac{\partial (dA_y)}{\partial z} \right] \hat{a}_x + \left[ \frac{\partial (dA_x)}{\partial z} - \frac{\partial (dA_z)}{\partial x} \right] \hat{a}_y + \\ + \left[ \frac{\partial (dA_y)}{\partial x} - \frac{\partial (dA_x)}{\partial y} \right] \hat{a}_z \\ + \left[ \frac{\partial (dA_y)}{\partial x} - \frac{\partial (dA_x)}{\partial y} \right] \hat{a}_z \end{cases}$$
(3.15)

derivando cada um dos termos do rotacional e considerando a expressão (3.14):

$$\begin{aligned} \frac{\partial (dA_z)}{dy} &= \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i_z (r^{,}, t - r/c)}{r} dz^{,} \right) \\ &= -\frac{\mu_0}{4\pi r} \left[ \frac{1}{c} \frac{\partial i_z (r^{,}, t - r/c)}{\partial t} + \frac{i_z (r^{,}, t - r/c)}{r} \right] \frac{\partial r}{\partial y} dz^{,} \\ &= -\frac{\mu_0}{4\pi r} \left[ \frac{1}{c} \frac{\partial i_z (r^{,}, t - r/c)}{\partial t} + \frac{i_z (r^{,}, t - r/c)}{r} \right] \frac{(y - y^{,})}{r} dz^{,} \end{aligned}$$

Adotando o mesmo procedimento para o restante das derivadas parciais da expressão do rotacional, obtêm-se as expressões diferenciais da intensidade do campo magnético  $(dH_x, dH_y, dH_z)$ :

$$dH_{x}(R,t) = -\frac{1}{4\pi r^{2}} \left\{ \left[ \frac{\left(y - y^{*}\right)}{c} \frac{\partial i_{z}\left(r^{*}, t - r/c\right)}{\partial t} + \frac{i_{z}\left(r^{*}, t - r/c\right)}{r} \right] dz^{*} - \left[ \frac{\left(z - z^{*}\right)}{c} \frac{\partial i_{y}\left(r^{*}, t - r/c\right)}{\partial t} + \frac{i_{y}\left(r^{*}, t - r/c\right)}{r} \right] dy^{*} \right\}$$

$$(3.16)$$

$$dH_{y}(R,t) = -\frac{1}{4\pi r^{2}} \left\{ \left[ \frac{\left(z-z^{\prime}\right)}{c} \frac{\partial i_{x}\left(r^{\prime},t-r/c\right)}{\partial t} + \frac{i_{x}\left(r^{\prime},t-r/c\right)}{r} \right] dx^{\prime} - \left[ \frac{\left(x-x^{\prime}\right)}{c} \frac{\partial i_{z}\left(r^{\prime},t-r/c\right)}{\partial t} + \frac{i_{z}\left(r^{\prime},t-r/c\right)}{r} \right] dz^{\prime} \right\}$$

$$(3.17)$$

$$dH_{z}(R,t) = -\frac{1}{4\pi r^{2}} \left\{ \left[ \frac{\left(x-x^{\cdot}\right)}{c} \frac{\partial i_{y}\left(r^{\cdot},t-r/c\right)}{\partial t} + \frac{i_{y}\left(r^{\cdot},t-r/c\right)}{r} \right] dy^{\cdot} - \left[ \frac{\left(y-y^{\cdot}\right)}{c} \frac{\partial i_{x}\left(r^{\cdot},t-r/c\right)}{\partial t} + \frac{i_{x}\left(r^{\cdot},t-r/c\right)}{r} \right] dx^{\cdot} \right\}$$

$$(3.18)$$

Substituindo (3.16) à (3.18) em (3.15), obtém-se a expressão diferencial do vetor intensidade de campo magnético em função do espaço e do tempo  $(d\vec{H}(R,t-r/c))$ :

$$d\vec{H}(R,t-r/c) = dH_x(R,t-r/c)\hat{a}_x + dH_y(R,t-r/c)\hat{a}_y + dH_z(R,t-r/c)\hat{a}_z$$
(3.19)

que integrando torna-se:

$$\vec{H}(R,t-r/c) = H_x(R,t-r/c)\hat{a}_x + H_y(R,t-r/c)\hat{a}_y + H_z(R,t-r/c)\hat{a}_z$$
(3.20)

As expressões (3.16) à (3.20) são as expressões finais para o cálculo das três componentes da intensidade do campo magnético  $(H_x, H_y \in H_z)$ .

### **3.2.3** Campo Elétrico ( $\vec{E}$ )

Partindo da expressão (3.10) o gradiente do potencial elétrico em coordenadas Cartesianas, é:

$$\vec{\nabla} \cdot dV = \frac{\partial (dV)}{\partial x} \hat{a}_x + \frac{\partial (dV)}{\partial y} \hat{a}_y + \frac{\partial (dV)}{\partial z} \hat{a}_z$$
(3.21)

Pela condição de Lorentz,

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = -\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial V}{\partial t} \to V = -\frac{1}{\mu_0 \varepsilon_0} \int_0^t \left( \vec{\nabla} \cdot \vec{A} \right) d\tau$$

$$dV = -\frac{1}{\mu_0 \varepsilon_0} \int_0^t \left[ \vec{\nabla} \cdot \left( d\vec{A} \right) \right] d\tau$$
(3.22)

Calculando o divergente do vetor diferencial potencial magnético a partir das expressões (3.13) e (3.14):

$$\vec{\nabla} \cdot \left( d\vec{A} \right) = \frac{\partial (dA_x)}{\partial x} + \frac{\partial (dA_y)}{\partial y} + \frac{\partial (dA_z)}{\partial z}$$

e derivando cada componente em seu respectivo eixo, tem-se:

$$\frac{\partial(dA_x)}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{\mu_0}{4\pi r} i_x \left( r^{,}, t - r / c \right) \right] dx^{,}$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi r^2} \left[ \frac{\partial i_x \left( r^{,}, t - r / c \right)}{\partial x} r - \frac{\partial r}{\partial x} i_x \left( r^{,}, t - r / c \right) \right] dx^{,}$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi r^2} \left[ -\frac{r}{c} \frac{\partial i_x \left( r^{,}, t - r / c \right)}{\partial t} \frac{\partial r}{\partial x} - i_x \left( r^{,}, t - r / c \right) \frac{\partial r}{\partial x} \right] dx^{,}$$

resultando em:

$$\frac{\partial \left(dA_{x}\right)}{\partial x} = -\frac{\mu_{0}}{4\pi r^{2}} \left[ \frac{\left(x - x^{,}\right)}{c} \frac{\partial i_{x}\left(r^{,}, t - r/c\right)}{\partial t} + \frac{\left(x - x^{,}\right)}{r} i_{x}\left(r^{,}, t - r/c\right) \right] dx^{,}$$

$$(3.23)$$

As componentes do divergente devido aos eixos y e z podem ser obtidas de maneira semelhante, resultando em:

26

Capítulo 3: Modelagem Matemática

$$\frac{\partial (dAy)}{\partial y} = -\frac{\mu_0}{4\pi r^2} \left[ \frac{(y-y)}{c} \frac{\partial i_y(r, t-r/c)}{\partial t} + \frac{(y-y)}{r} i_y(r, t-r/c) \right] dy,$$

$$\frac{\partial (dAz)}{\partial z} = -\frac{\mu_0}{4\pi r^2} \left[ \frac{(z-z)}{c} \frac{\partial i_z(r, t-r/c)}{\partial t} + \frac{(z-z)}{r} i_z(r, t-r/c) \right] dz,$$
(3.24)
$$(3.25)$$

Substituindo as expressões (3.23) à (3.25) em (3.22), tem-se para o termo em função de *x*:

$$dV(x) = \frac{1}{4\pi \varepsilon_0 r^2} \left[ \frac{(x-x)}{c} \int_0^t \frac{\partial i_x(r, t-r/c)}{\partial t} + \frac{(x-x)}{r} \int_0^t i_x(r, t-r/c) dr \right] dx$$

e, fazendo o mesmo para y e z, o diferencial do potencial elétrico total assume a seguinte forma:

$$dV = \frac{1}{4\pi \varepsilon_0 r^3} \left\{ \underbrace{\left(x - x^{\cdot}\right) \left[\frac{r}{c} i_x \left(r^{\cdot}, t - r/c\right) + \int_0^t i_x \left(r^{\cdot}, t - r/c\right) dr\right]}_{f(x)} dx^{\cdot} + \underbrace{\left(y - y^{\cdot}\right) \left[\frac{r}{c} i_y \left(r^{\cdot}, t - r/c\right) + \int_0^t i_y \left(r^{\cdot}, t - r/c\right) dr\right]}_{f(y)} dy^{\cdot} + \underbrace{\left(z - z^{\cdot}\right) \left[\frac{r}{c} i_z \left(r^{\cdot}, t - r/c\right) + \int_0^t i_z \left(r^{\cdot}, t - r/c\right) dr\right]}_{f(z)} dz^{\cdot} \right\}}_{f(z)}$$
(3.26)

Aplicando o gradiente na expressão (3.26), a componente x do gradiente do diferencial do potencial elétrico torna-se:

$$\frac{\partial V}{\partial x}\hat{a}_{x} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_{0}} \left\{ \frac{1}{r^{3}} \left[ \frac{\partial f(x)}{\partial x} + \frac{\partial f(y)}{\partial x} + \frac{\partial f(z)}{\partial x} \right] - \frac{3}{r^{4}} \frac{\partial r}{\partial x} \left[ f(x) + f(y) + f(z) \right] \right\}$$
(3.27)

onde a derivada parcial de f(x), com relação a x é:

$$\frac{\partial}{\partial x}f(x) = (x-x^{*})\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{r}{c}i_{x}\left(r^{*},t-r/c\right)+\int_{0}^{t}i_{x}\left(r^{*},t-r/c\right)d\tau\right)\right] + \frac{r}{c}i_{x}\left(r^{*},t-r/c\right)+\int_{0}^{t}i_{x}\left(r^{*},t-r/c\right)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}f(x) = (x-x^{*})\left[\frac{1}{c}\frac{\partial r}{\partial x}i_{x}\left(r^{*},t-r/c\right)+\frac{r}{c}\frac{\partial i_{x}\left(r^{*},t-r/c\right)}{\partial x}+\int_{0}^{t}\frac{\partial i_{x}\left(r^{*},t-r/c\right)}{\partial x}d\tau\right] + \frac{r}{c}i_{x}\left(r^{*},t-r/c\right)+\int_{0}^{t}i_{x}\left(r^{*},t-r/c\right)d\tau$$

$$\frac{\partial}{\partial x}f(x) = (x-x^{*})\left[\frac{1}{c}\frac{\partial r}{\partial x}dx\right] + \frac{r}{c}i_{x}\left(r^{*},t-r/c\right) + \int_{0}^{t}i_{x}\left(r^{*},t-r/c\right)d\tau$$

$$\frac{\partial}{\partial x}f(x) = \frac{(x-x^{*})^{2}}{rc}i_{x}\left(r^{*},t-r/c\right) - \frac{(x-x^{*})^{2}}{c^{2}}\frac{\partial}{\partial t}i_{x}\left(r^{*},t-r/c\right) - \frac{(x-x^{*})^{2}}{rc}i_{x}\left(r^{*},t-r/c\right) + \frac{r}{c}i_{x}\left(r^{*},t-r/c\right)d\tau$$

$$\frac{\partial}{\partial x}f(x) = \frac{r}{c}i_{x}\left(r^{*},t-r/c\right) - \frac{(x-x^{*})^{2}}{c^{2}}\frac{\partial}{\partial t}i_{x}\left(r^{*},t-r/c\right) + \int_{0}^{t}i_{x}\left(r^{*},t-r/c\right)d\tau$$
(3.28)

e, através das mesmas manipulações matemáticas, as funções f(y) e f(z) são:

$$\frac{\partial}{\partial x}f(y) = -\frac{\left(y - y^{,}\right)\left(x - x^{,}\right)}{c^{2}}\frac{\partial i_{y}\left(r^{,}, t - r/c\right)}{\partial t}$$
(3.29)
$$\frac{\partial}{\partial x}f(z) = -\frac{\left(z-z^{,}\right)\left(x-x^{,}\right)}{c^{2}}\frac{\partial i_{z}\left(r^{,},t-r/c\right)}{\partial t}$$
(3.30)

Substituindo as expressões (3.28) à (3.30) em (3.27) e desenvolvendo, tem-se:

$$4\pi \varepsilon_{0} \frac{\partial (dV)}{\partial x} = \left\{ \left[ \frac{1}{r^{2}c} - \frac{3(x-x^{\cdot})^{2}}{r^{4}c} \right] i_{x} (r^{\cdot}, t-r/c) - \frac{(x-x^{\cdot})^{2}}{r^{3}c^{2}} \frac{\partial i_{x} (r^{\cdot}, t-r/c)}{\partial t} + \left[ \frac{1}{r^{3}} - \frac{3(x-x^{\cdot})^{2}}{r^{5}} \right] \int_{0}^{t} i_{x} (r^{\cdot}, t-r/c) \right\} dx^{\cdot} - \left\{ \frac{3(x-x^{\cdot})(y-y^{\cdot})}{r^{4}c} i_{y} (r^{\cdot}, t-r/c) + \left[ \frac{(y-y^{\cdot})(x-x^{\cdot})}{r^{3}c^{2}} \frac{\partial i_{y} (r^{\cdot}, t-r/c)}{\partial t} + \frac{3(x-x^{\cdot})(y-y^{\cdot})}{r^{5}} \int_{0}^{t} i_{y} (r^{\cdot}, t-r/c) d\tau \right\} dy^{\cdot} - \left\{ \frac{3(x-x^{\cdot})(z-z^{\cdot})}{r^{4}c} i_{z} (r^{\cdot}, t-r/c) + \frac{(z-z^{\cdot})(x-x^{\cdot})}{r^{3}c^{2}} \frac{\partial i_{z} (r^{\cdot}, t-r/c)}{\partial t} + \frac{3(x-x^{\cdot})(z-z^{\cdot})}{r^{5}} \int_{0}^{t} i_{z} (r^{\cdot}, t-r/c) d\tau \right\} dz^{\cdot} \right\} dz^{\cdot}$$

$$(3.31)$$

Através do mesmo procedimento obtêm-se as expressões das componentes y e z do gradiente do diferencial do potencial elétrico:

$$4\pi\varepsilon_{0}\frac{\partial(dV)}{\partial y} = -\left\{\frac{3(x-x')(y-y')}{r^{4}c}i_{x}(r',t-r/c) + \frac{(x-x')(y-y')}{r^{3}c^{2}}\frac{\partial i_{x}(r',t-r/c)}{\partial t} + \left\{\frac{3(x-x')(y-y')}{r^{5}}\right]_{0}^{t}i_{x}(r',t-r/c)\right\}dx + \left\{\left[\frac{1}{r^{2}c} - \frac{3(y-y')^{2}}{r^{4}c}\right]i_{y}(r',t-r/c) - \frac{(y-y')^{2}}{r^{3}c^{2}}\frac{\partial i_{y}(r',t-r/c)}{\partial t} + \left[\frac{1}{r^{3}} - \frac{3(y-y')^{2}}{r^{5}}\right]_{0}^{t}i_{y}(r',t-r/c)d\tau\right\}dy - \left\{\frac{3(y-y')(z-z')}{r^{4}c}i_{z}(r',t-r/c) + \frac{(y-y')(z-z')}{r^{3}c^{2}}\frac{\partial i_{z}(r',t-r/c)}{\partial t} + \frac{3(y-y')(z-z')}{r^{5}}i_{z}(r',t-r/c)d\tau\right\}dz$$

$$(3.32)$$

$$\begin{aligned} &4\pi\varepsilon_{0}\frac{\partial(dV)}{\partial z} = -\left\{\frac{3(x-x^{\cdot})(z-z^{\cdot})}{r^{4}c}i_{x}(r^{\cdot},t-r/c) + \frac{(x-x^{\cdot})(z-z^{\cdot})}{r^{3}c^{2}}\frac{\partial i_{x}(r^{\cdot},t-r/c)}{\partial t} + \right. \\ &+ \left[\frac{3(x-x^{\cdot})(z-z^{\cdot})}{r^{5}}\right]_{0}^{t}i_{x}(r^{\cdot},t-r/c)\right\}dx + \left\{\left[-\frac{3(z-z^{\cdot})(y-y^{\cdot})}{r^{4}c}\right]i_{y}(r^{\cdot},t-r/c) + \right. \\ &+ \frac{(x-x^{\cdot})(z-z^{\cdot})}{r^{3}c^{2}}\frac{\partial i_{y}(r^{\cdot},t-r/c)}{\partial t} + \left[\frac{3(y-y^{\cdot})(z-z^{\cdot})}{r^{5}}\right]_{0}^{t}i_{y}(r^{\cdot},t-r/c)d\tau\right\}dy + \\ &+ \left\{\left[\frac{1}{r^{2}c}-\frac{3(z-z^{\cdot})^{2}}{r^{4}c}\right]i_{z}(r^{\cdot},t-r/c) + \frac{(z-z^{\cdot})^{2}}{r^{3}c^{2}}\frac{\partial i_{z}(r^{\cdot},t-r/c)}{\partial t} + \left. + \left[\frac{1}{r^{3}}-\frac{3(z-z^{\cdot})^{2}}{r^{5}}\right]_{0}^{t}i_{z}(r^{\cdot},t-r/c)d\tau\right\}dz. \end{aligned}$$

(3.33)

Capítulo 3: Modelagem Matemática

Derivando o vetor diferencial do potencial magnético com relação ao tempo, que está presente nas equações (3.13) e (3.14), obtém-se:

$$\frac{\partial (dA_x(R,t))}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i_x(r, t - r/c)}{r} dx \right]$$
$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial i_x(r, t - r/c)}{\partial t} - \frac{1}{r^2} i_x(r, t - r/c) \frac{\partial r}{\partial t} \right] dx$$

que manipulando torna-se:

$$\frac{\partial (dA_x(R,t))}{\partial t} = \frac{\mu_0}{4\pi r} \left[ \frac{\partial i_x(r,t-r/c)}{\partial t} - \frac{c}{r} i_x(r,t-r/c) \right] dx^{\prime}$$
(3.34)

fazendo o mesmo para as componentes y e z, obtêm-se:

$$\frac{\partial \left( dA_{y}(R,t) \right)}{\partial t} = \frac{\mu_{0}}{4\pi r} \left[ \frac{\partial i_{y}\left( r^{,},t-r/c \right)}{\partial t} - \frac{c}{r} i_{y}\left( r^{,},t-r/c \right) \right] dy^{,}$$

$$\frac{\partial \left( dA_{z}(R,t) \right)}{\partial t} = \frac{\mu_{0}}{4\pi r} \left[ \frac{\partial i_{z}\left( r^{,},t-r/c \right)}{\partial t} - \frac{c}{r} i_{z}\left( r^{,},t-r/c \right) \right] dz^{,}$$
(3.36)

Substituindo as expressões (3.31) à (3.33) e (3.34) à (3.36) em (3.10), tem-se, finalmente, a expressão do campo elétrico:

$$\vec{E}(R,t) = \int_{R} dE_{x}(R,t)\hat{a}_{x} + \int_{R} dE_{y}(R,t)\hat{a}_{y} + \int_{R} dE_{z}(R,t)\hat{a}_{z}$$
(3.37)

onde:

$$\begin{aligned} &4\pi\varepsilon_{0} dE_{x}(R,t) = \left\{ \left[ \frac{3(x-x^{\cdot})^{2}}{r^{4}c} - \frac{1}{r^{2}c} \right] i_{x}(r^{\cdot},t-r/c) + \left[ \frac{(x-x^{\cdot})^{2}}{r^{3}c^{2}} - \frac{1}{rc^{2}} \right] \frac{\partial i_{x}(r^{\cdot},t-r/c)}{\partial t} + \right. \\ &+ \left[ \frac{3(x-x^{\cdot})^{2}}{r^{5}} - \frac{1}{r^{3}} \right] \int_{0}^{t} i_{x}(r^{\cdot},t-r/c) d\tau \right\} dx + \left\{ \frac{3(x-x^{\cdot})(y-y^{\cdot})}{r^{4}c} i_{y}(r^{\cdot},t-r/c) + \right. \\ &+ \frac{(x-x^{\cdot})(y-y^{\cdot})}{r^{3}c^{2}} \frac{\partial i_{y}(r^{\cdot},t-r/c)}{\partial t} + \frac{3(x-x^{\cdot})(y-y^{\cdot})}{r^{5}} \int_{0}^{t} i_{y}(r^{\cdot},t-r/c) d\tau \right\} dy + \\ &+ \left\{ \frac{3(x-x^{\cdot})(z-z^{\cdot})}{r^{4}c} i_{z}(r^{\cdot},t-r/c) + \frac{(x-x^{\cdot})(z-z^{\cdot})}{r^{3}c^{2}} \frac{\partial i_{z}(r^{\cdot},t-r/c)}{\partial t} + \right. \\ &+ \frac{3(x-x^{\cdot})(z-z^{\cdot})}{r^{5}} \int_{0}^{t} i_{z}(r^{\cdot},t-r/c) d\tau \right\} dz \end{aligned}$$

$$(3.38)$$

$$4\pi\varepsilon_{0}dE_{y}(R,t) = \left\{\frac{3(x-x)(y-y)}{r^{4}c}i_{x}(r,t-r/c) + \frac{(x-x)(y-y)}{r^{3}c^{2}}\frac{\partial i_{x}(r,t-r/c)}{\partial t} + \frac{3(x-x)(y-y)}{r^{5}}\int_{0}^{t}i_{x}(r,t-r/c)d\tau\right\}dx + \left\{\left[\frac{3(y-y)^{2}}{r^{4}c} - \frac{1}{r^{2}c}\right]i_{x}(r,t-r/c) + \left[\frac{(y-y)^{2}}{r^{3}c^{2}} - \frac{1}{rc^{2}}\right]\frac{\partial i_{y}(r,t-r/c)}{\partial t} + \left[\frac{3(y-y)^{2}}{r^{5}} - \frac{1}{r^{3}}\right]\int_{0}^{t}i_{y}(r,t-r/c)d\tau\right\}dy + \left\{\frac{3(y-y)(z-z)}{r^{4}c}i_{z}(r,t-r/c) + \frac{(y-y)(z-z)}{r^{3}c^{2}}\frac{\partial i_{z}(r,t-r/c)}{\partial t} + \frac{3(y-y)(z-z)}{r^{5}}\frac{\partial i_{z}(r,t-r/c)}{\partial t}\right\}dy$$

(3.39)

$$\begin{split} &4\pi\varepsilon_{0}dE_{z}(R,t) = \left\{\frac{3(x-x^{\cdot})(z-z^{\cdot})}{r^{4}c}i_{x}(r^{\cdot},t-r/c) + \frac{(x-x^{\cdot})(z-z^{\cdot})}{r^{3}c^{2}}\frac{\partial i_{x}(r^{\cdot},t-r/c)}{\partial t} + \right. \\ &+ \frac{3(x-x^{\cdot})(z-z^{\cdot})}{r^{5}}\int_{0}^{t}i_{x}(r^{\cdot},t-r/c)d\tau\right\}dx^{\prime} + \left\{\left[\frac{3(y-y^{\cdot})(z-z^{\cdot})}{r^{4}c}\right]i_{y}(r^{\cdot},t-r/c) + \right. \\ &+ \frac{(y-y^{\cdot})(z-z^{\cdot})}{r^{3}c^{2}}\frac{\partial i_{y}(r^{\cdot},t-r/c)}{\partial t} + \frac{3(y-y^{\cdot})(z-z^{\cdot})}{r^{5}}\int_{0}^{t}i_{y}(r^{\cdot},t-r/c)d\tau\right\}dy^{\prime} + \\ &+ \left\{\left[\frac{3(z-z^{\cdot})^{2}}{r^{4}c} - \frac{1}{r^{2}c}\right]i_{z}(r^{\cdot},t-r/c) + \left[\frac{(z-z^{\cdot})^{2}}{r^{3}c^{2}} - \frac{1}{rc^{2}}\right]\frac{\partial i_{z}(r^{\cdot},t-r/c)}{\partial t} + \right. \\ &+ \frac{3(z-z^{\cdot})^{2}}{r^{5}}\int_{0}^{t}i_{z}(r^{\cdot},t-r/c)d\tau\right\}dz^{\prime} \end{split}$$

(3.40)

As expressões (3.37) à (3.40) são as expressões finais para o cálculo das três componentes do campo elétrico  $(E_x, E_y \in E_z)$ .

Estas expressões foram desenvolvidas em [1] e para serem aplicadas em conjunto com a técnica numérica TLM na determinação do campo eletromagnético gerado por transitórios de corrente elétrica em linhas de transmissão. Os elementos infinitesimais, nos quais o código TLM divide as linhas de transmissão, são considerados dipolos hertzianos pelas expressões.

Os dipolos que compõe cada linha de transmissão são considerados pequenos o suficiente para que a corrente que os atravessa seja constante ao longo de suas extensões. Desta forma, conhecida a corrente elétrica em um dipolo qualquer em um instante t - r/c, o campo eletromagnético pode ser calculado no instante t em um ponto P(x, y, z) distante r do centro do dipolo. Com este método fica evidente a facilidade em se tratar linhas dispostas arbitrariamente no espaço, pois os elementos de corrente pertencentes a cada dipolo dessas linhas são projetados nos respectivos eixos de coordenadas Cartesianas.

Nas expressões (3.38) à (3.40), os termos de campo próximo e distante ficam distintamente representados. Os termos em função da derivada da corrente ( $\partial i(r', t - r/c) / \partial t$ ) referem-se às componentes do campo irradiado (campo distante), os quais são funções da distância na forma 1/r. Os

termos em função da corrente que circula pelo dipolo (i(r', t - r/c)) referem-se às componentes do campo indutivo, os quais são funções da distância na forma  $1/r^2$ . Já os termos em função da carga presente no dipolo ( $\int i(r', t - r/c)$ ) referem-se às componentes do campo eletrostático (campo próximo), os quais são funções da distância na forma  $1/r^3$ .

## 3.3 Cálculo da tensão induzida a partir do campo eletromagnético incidente

Uma das fases mais importantes deste trabalho foi a escolha de um modelo de acoplamento eletromagnético adequado para representar a tensão induzida em linhas aéreas e SPDAs pelos campos gerados por uma descarga atmosférica. Esta escolha levou em consideração a forma como estava estruturado o programa computacional desenvolvido em [1], uma vez que, este programa foi a base para a criação e desenvolvimento do método e do novo programa para cálculo das tensões induzidas desenvolvidos neste trabalho.

O programa computacional desenvolvido em [1] é capaz de calcular o campo eletromagnético gerado por qualquer linha de transmissão quando esta é percorrida por um transitório de corrente elétrica. Assim, um modelo de acoplamento eletromagnético simples, que fosse capaz de representar a tensão induzida em uma linha de transmissão considerando apenas as componentes do campo elétrico ou magnético incidentes nesta linha, foi pesquisado.

Diferentes técnicas para o cálculo de tensões induzidas em linhas de transmissão foram propostas desde o ano de 1945, sendo a grande maioria delas equivalentes entre si, as quais geralmente modelam o acoplamento de campo eletromagnético de origem externa com a linha como fontes de tensão ou de corrente distribuídas ao longo desta. A diferença entre cada técnica reside essencialmente na forma de representação das fontes distribuídas ao longo de linhas de transmissão como a ilustrada na Figura 3.3.

Na formulação apresentada por Taylor [31], as fontes distribuídas ao longo da linha são funções do campo elétrico e também do campo magnético, conforme é representado em (3.41) e (3.42).



Figura 3.3: Linha de transmissão terminada em cargas distintas.

$$\frac{\partial v(z,t)}{\partial z} + L \frac{\partial i(z,t)}{\partial t} = \int_{0}^{h} \frac{\partial B_{y}^{e}(x,z,t)}{\partial t} dx$$

$$\frac{\partial i(z,t)}{\partial z} + C \frac{\partial v(z,t)}{\partial t} = -C \int_{0}^{h} \frac{\partial E_{x}^{e}(x,z,t)}{\partial t} dx$$
(3.41)
(3.42)

onde:

- ➢ V (z, t): tensão na linha em função do tempo e da posição;
- ➢ i (z, t): corrente na linha em função do tempo e da posição;
- > C: capacitância por unidade de comprimento da linha;
- L: indutância por unidade de comprimento da linha.

As condições de contorno, na formulação de Taylor, para a linha da Figura 3.3 são:

$$v(0,t) = -Z_{L1} i(0,t)$$

$$v(L,t) = Z_{L2} i(L,t)$$

36

Os segundos membros das equações (3.41) e (3.42) representam fontes distribuídas em função da densidade de fluxo magnético transverso (componente y) e em função da componente vertical do campo elétrico (componente x).

Na formulação proposta por Agrawal [32], as fontes distribuídas ao longo da linha são funções apenas das componentes do campo elétrico externo, conforme é representado em (3.43) e (3.44).

$$\frac{\partial v^{s}(z,t)}{\partial z} + L \frac{\partial i(z,t)}{\partial t} = E_{z}^{e}(h,z,t)$$

$$\frac{\partial i(z,t)}{\partial z} + C \frac{\partial v^{s}(z,t)}{\partial t} = 0$$
(3.43)

onde  $v^{s}(z,t)$  representa a tensão de espalhamento, relacionada à tensão total na linha pelas equações (3.45) e (3.46).

$$v^{s}(z,t) = v(z,t) - v^{e}(z,t)$$

$$v^{e}(z,t) = -\int_{0}^{h} E_{x}^{e}(x,z,t) dx$$
(3.46)

onde  $v^e(z,t)$  é a tensão de excitação.

As condições de contorno, na formulação de Agrawal, para a linha ilustrada na Figura 3.3 são:

$$v^{s}(0,t) = -Z_{L1} i(0,t) + \int_{0}^{h} E_{x}^{e}(x,0,t) dx$$
$$v^{s}(L,t) = Z_{L2} i(L,t) + \int_{0}^{h} E_{x}^{e}(x,L,t) dx.$$

Já na formulação proposta por Rachidi [33], as fontes distribuídas ao longo da linha são funções apenas das componentes do campo magnético externo, conforme é representado em (3.47) e (3.48).

Capítulo 3: Modelagem Matemática

$$\frac{\partial v(z,t)}{\partial z} + L \frac{\partial i^{s}(z,t)}{\partial t} = 0$$

$$\frac{\partial i^{s}(z,t)}{\partial z} + C \frac{\partial v(z,t)}{\partial t} = -\frac{1}{L} \int_{0}^{h} \frac{\partial B_{z}^{e}(x,z,t)}{\partial y} dx$$
(3.47)
$$(3.48)$$

onde  $i^{s}(z,t)$  é a corrente de espalhamento, relacionada à corrente total na linha pelas equações (3.49) e (3.50).

$$i(z,t) = i^{s}(z,t) + i^{e}(z,t)$$

$$i^{e}(z,t) = \frac{1}{L} \int_{0}^{h} B_{y}^{e}(x,z,t) dx$$
(3.49)
(3.50)

onde  $i^{e}(z,t)$  é a corrente de excitação (ou incidente).

As condições de contorno, na formulação de Rachidi, para a linha ilustrada na Figura 3.3 são:

$$i^{s}(0,t) = -\frac{v(0,t)}{Z_{L1}} - \frac{1}{L} \int_{0}^{h} B_{y}^{e}(x,0,t) dx$$

$$i^{s}(L,t) = \frac{v(L,t)}{Z_{L2}} - \frac{1}{L} \int_{0}^{h} B_{y}^{e}(x,L,t) dx.$$

Embora em uma primeira análise qualquer um destes três modelos pudesse ser usado neste trabalho, foi feita a opção de utilizar o modelo desenvolvido por Agrawal e modificado por Master e Uman [34], pois este se adaptaria mais facilmente à porção já escrita do programa computacional [1] e, além disso, trata-se do melhor modelo dentre os três sob o ponto de vista de inúmeros autores.

Para o caso de uma linha de transmissão aérea com múltiplos condutores perfeitos, posicionada sobre um solo com condutividade infinita, as expressões em forma matricial obtidas pelas equações de Maxwell sobre a curva de integração C, representada na Figura 3.3, são mostradas em (3.51) à (3.53).

$$\frac{\partial}{\partial z} \Big[ V_i^s(z) \Big] + \Big[ R_{ij} \Big] \Big[ I_i(z) \Big] + \Big[ L_{ij} \Big] \frac{\partial}{\partial t} \Big[ I_i(z) \Big] = \Big[ E_z^{\ i}(z, h_i) \Big]$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \Big[ I_i(z) \Big] + \Big[ C_i \Big] \frac{\partial}{\partial z} \Big[ V_i^s(z) \Big] = 0$$
(3.51)

$$\frac{\partial}{\partial z} [I_i(z)] + [C_{ij}] \frac{\partial}{\partial t} [V_i^s(z)] = 0$$
(3.52)

$$\left[V_{i}^{t}(z)\right] = \left[V_{i}^{s}(z)\right] - \left[\int_{0}^{h_{i}} E_{x}^{i}(x,z)dx\right]$$
(3.53)

onde:

 $\succ$  V<sup>s</sup>(x): tensão de espalhamento;

 $\succ$  V<sup>t</sup> (x): tensão total;

- >  $E_x^{i}(x,z)$ : campo elétrico vertical incidente;
- >  $E_z^{i}(x,z)$ : campo elétrico horizontal incidente.

A linha considerada no desenvolvimento matemático deste modelo está posicionada ao longo do eixo z sendo o eixo x vertical em relação à linha e com origem no plano de terra. A altura da linha é h e o índice i denota um condutor qualquer da linha, que é composta por múltiplos condutores.

Nas equações (3.51) à (3.53), a matriz I é a matriz das correntes. L, C e R são a indutância, capacitância e resistência por unidade de comprimento da linha, respectivamente. O índice ij em R, C e L denota os valores mútuos para estas grandezas (entre os fios  $i_n e j_n$ ).

Na dedução das equações (3.51) a (3.53), as seguintes suposições foram feitas [34]:

- A soma das correntes entre a linha aérea e o plano de terra é zero;
- As indutâncias internas da terra e do fio podem ser desprezadas;
- > A resistência da terra é independente da freqüência;
- A capacitância e a indutância por unidade de comprimento da linha aérea foram definidas para os campos incidentes como sendo iguais aos valores apresentados por ondas eletromagnéticas se propagando no modo TEM sobre um plano de terra perfeitamente condutor.

A Figura 3.4 ilustra o modelo adotado para representar o acoplamento eletromagnético entre descargas atmosféricas e condutores aéreos ou formadores de SPDAs. Nesta figura, as fontes de tensão compostas pelo campo elétrico vertical nas extremidades da linha e em sua parte inferior, assim como, as fontes de tensão compostas pelo campo elétrico tangencial ao longo da linha, representam os campos em cada trecho da linha e, portanto, eles são afetados por atrasos no tempo, mudanças de amplitude e de forma de onda em cada posição considerada [34].



Figura 3.4: Circuito representativo do acoplamento eletromagnético entre uma linha de transmissão e os campos gerados por uma descarga atmosférica.

A principal vantagem de se utilizar o modelo ilustrado na Figura 3.4 é o fato de serem empregadas somente componentes do campo elétrico para a obtenção da tensão induzida na linha.

É necessário salientar que todos estes métodos ou modelos de acoplamento mencionados apresentam resultados praticamente idênticos [35], principalmente, com relação aos valores de pico das tensões ou correntes obtidas, embora, em alguns casos, seja perceptível uma pequena variação entre eles com relação às formas de onda.

## **Capítulo 4**

# O Método Numérico TLM e o Programa para Cálculo de Tensões Induzidas

A técnica numérica TLM será apresentada e discutida neste capítulo, bem como a sua interação com as equações para o cálculo do campo eletromagnético demonstradas no capítulo anterior.

Serão calculados os diversos parâmetros das linhas de transmissão visando uma representação adequada dos SPDAs quando estes forem modelados como conjuntos de linhas interconectadas e devidamente terminadas. Além disso, será mostrada a forma como o canal da descarga atmosférica também é considerado uma linha de transmissão possibilitando a realização de uma análise detalhada de como a posição e o comprimento do canal influenciam no grau da perturbação eletromagnética gerada pelo raio.

A maneira como as fontes de tensão distribuídas foram introduzidas no equacionamento TLM, para que o efeito da tensão induzida pela descarga atmosférica pudesse ser considerado, com base no modelo de acoplamento eletromagnético descrito no Capítulo 3 [32],[34], também será abordado.

## 4.1 O método numérico TLM

O primeiro trabalho de Peter B. Johns e R.L. Beurle [36] deu início ao que viria a se tornar um dos mais eficientes e difundidos métodos numéricos utilizados na solução de problemas de eletromagnetismo: The Transmission Line Modelling Method (TLM).

A base matemática do TLM foi inspirada no modelo de propagação de onda em duas dimensões de Huygens [37].

Huygens considerava o espaço composto por partículas (as chamadas partículas do Éter) e que quando um pulso de onda eletromagnética (ou "partícula") colidia com um agrupamento destas mesmas partículas (nó) ele causava uma dispersão destas em todas as direções do espaço[37].

O modelo discretizado de Huygens para a propagação de ondas no espaço está representado na Figura 4.1 e a velocidade (v) de propagação da onda é definida em (4.1).

$$\frac{\Delta z}{\Delta t}$$

onde  $\Delta t$  é o tempo que a onda leva para ir de um nó a outro do sistema.



v =

Figura 4.1: Modelo discretizado de Huygens.

Na Figura 4.1, fica evidente que cada novo ponto da frente de onda primária (cada novo nó atingido) pode ser considerado como sendo uma frente de onda secundária e esférica de radiação e, assim, sucessivamente. O princípio de Huygens é interessante do ponto de vista da engenharia por apresentar um modelo extremamente simples de ser implementado numericamente e por resultar em uma adequada representação para propagação de ondas no espaço.

Inspirado neste princípio, o método TLM utiliza impulsos elétricos para descrever a propagação de ondas eletromagnéticas no espaço conectando os nós do modelo discretizado de Huygens por linhas de transmissão, conforme esquematizado na Figura 4.2.

A impedância vista pela onda de tensão incidente em um dos nós é igual ao paralelo dos outros três nós e, como todos possuem a mesma característica (meio isotrópico), isto é,  $Z_{c1}=Z_{c2}=Z_{c3}=Z_{c4}=Z_c$ , a impedância vista pela onda de tensão progressiva da linha 1 será o paralelo entre  $Z_{c2}$ ,  $Z_{c3}$  e  $Z_{c4}$ , ou seja,  $Z_c/3$ , o que resulta em um coeficiente de reflexão da onda de tensão dado por (4.2).

(4.1)



Figura 4.2: Modelo bidimensional do método TLM.

Isto resulta em reflexão da onda de tensão com magnitude de -0.5pu e transmissão aos outros três nós de 0.5pu, enquanto para a onda de corrente em 0.5pu e de -0.5pu, respectivamente.

Chamando de  $V_{1,n}^d$ ,  $V_{2,n}^d$ ,  $V_{3,n}^d$ ,  $V_{4,n}^d$  as tensões progressivas (diretas) nos nós de 1 a 4, respectivamente, em um instante  $t = n\Delta t$ , as tensões regressivas (inversas) nestes nós em uma linha **1** no instante  $t = (n+1)\Delta t$  serão:

$$V_{l,n+1}^{i} = \frac{1}{2} \left[ \sum_{k=1}^{4} V_{k,n}^{d} - V_{l,n}^{d} \right]$$
(4.3)

ou em forma matricial:

$$\begin{bmatrix} V_1^i \\ V_2^i \\ V_3^i \\ V_4^i \end{bmatrix}_{n+1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^d \\ V_2^d \\ V_3^d \\ V_4^d \end{bmatrix}_n$$
(4.4)

Na Figura 4.2, pode-se verificar que cada tensão refletida em um determinado nó, localizado na posição (**z**,**y**), torna-se tensão progressiva para o próximo nó, conforme equacionado em (4.5).

$$\begin{cases} V_{1,n+1}^{d}(z,y) = V_{3,n+1}^{i}(z,y-1) \\ V_{2,n+1}^{d}(z,y) = V_{4,n+1}^{i}(z-1,y) \\ V_{3,n+1}^{d}(z,y) = V_{1,n+1}^{i}(z,y+1) \\ V_{4,n+1}^{d}(z,y) = V_{2,n+1}^{i}(z+1,y) \end{cases}$$

$$(4.5)$$

As expressões (4.4) e (4.5) fazem parte da modelagem TLM em duas dimensões e demonstram que, se conhecidas as condições iniciais, a magnitude da tensão e da corrente podem ser obtidas a qualquer instante  $t = (n+1)\Delta t$ , bastando para isso que sejam determinados os valores para os instantes anteriores  $t = n\Delta t$ , através de um processo iterativo.

Na propagação de onda em duas dimensões no modo TM, ou seja, com componentes  $H_x$ ,  $H_y$  e  $E_z$ , as equações de Maxwell são reduzidas a [2]:

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} = -\mu \frac{H_x}{\partial t}$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial x} = -\mu \frac{\partial H_y}{\partial t}$$
(4.6)

(4.7)

44

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = \varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial t}$$
(4.8)

Diferenciando (4.6) em relação a y, (4.7) em relação a x e substituindo o resultado em (4.8), tem-se:

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} = \mu \varepsilon \frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2}$$
(4.9)

Adotando o método TLM, com a representação paralela para os nós que simbolizam a interconexão das linhas de transmissão (Figura 4.3 [2]), é possível encontrar uma equação de tensão isomorfa à (4.9):

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( \frac{V_z}{\Delta z} \right) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left( \frac{V_z}{\Delta z} \right) = (2\varepsilon) \mu \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left( \frac{V_z}{\Delta z} \right)$$
(4.10)

Comparando (4.10) com (4.9), é possível fazer a seguinte equivalência:

$$\frac{V_z}{\Delta z} \leftrightarrow E_z \tag{4.11}$$

Portanto o nó representado na Figura 4.3, com aqueles parâmetros escolhidos, modela uma propagação de onda no modo TM em um meio com parâmetros  $2\varepsilon e \mu$ .

O mesmo raciocínio pode ser seguido para modelar uma propagação no modo TE, embora seja necessário utilizar um outro modelo de nó (chamado nó TLM série [2]).

Em 1975, Aktarzad e Johns [38] estenderam este processo para propagações em três dimensões e, nos dias de hoje, essa tem sido a principal aplicação do método TLM.

A eficácia na representação da propagação de ondas eletromagnéticas através do espaço pelo método TLM tridimensional foi comprovada por centenas de trabalhos científicos publicados, embora, para levar em consideração a interação de ondas eletromagnéticas com estruturas metálicas, este método ainda seja de difícil implementação. Nestes casos, ocorrem inúmeros problemas na determinação das corretas condições de contorno do meio e, além disso, é consumido muito tempo de

processamento e memória computacional, pois todo o espaço tridimensional em torno da estrutura considerada deve ser discretizado.

Como o principal objetivo deste trabalho é justamente a determinação da interação de ondas eletromagnéticas com estruturas metálicas (tensões induzidas), o método TLM tridimensional parece não ser a melhor opção. A melhor escolha neste caso acaba sendo unir a flexibilidade fornecida pelo método TLM unidimensional na manipulação de linhas de transmissão com a simplicidade de implementação computacional oferecida pelas expressões analíticas abordadas no Capítulo 3.



Figura 4.3: Modelo de nó TLM paralelo: (A) detalhe e (B) ampliado.

## 4.2 O método TLM unidimensional

Objetivando a determinação do transitório de corrente no canal da descarga atmosférica, nos SPDAs e nas linhas aéreas, foi adotado na elaboração deste trabalho o código TLM unidimensional. Quando usado em apenas uma dimensão, o método TLM é capaz de fornecer a solução de problemas de eletromagnetismo com propagação ao longo de um único eixo do sistema de coordenadas Cartesianas.

Por exemplo, assumindo-se uma onda se propagando ao longo do eixo x, as únicas componentes de campo eletromagnético diferentes de zero são  $E_y$  e  $B_z$ . Expandindo (3.7) e (3.8) e simplificando, obtêm-se:

$$\frac{\partial E_{y}}{\partial x} = -\frac{\partial B_{z}}{\partial t}$$

$$-\frac{\partial H_{z}}{\partial x} = J_{y} + \frac{\partial D_{y}}{\partial t}$$
(4.12)
(4.13)

Multiplicando (4.13) por  $\mu$  e aplicando a lei de Ohm ( $J_y = \sigma E_y$ ), tem-se:

$$-\frac{\partial B_z}{\partial x} = \mu \sigma E_y + \mu \varepsilon \frac{\partial E_y}{\partial t}$$
(4.14)

Derivando (4.14) em relação a t, (4.12) em relação a x e substituindo  $B_z$ :

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \mu \varepsilon \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} + \mu \sigma \frac{\partial E_y}{\partial t}$$
(4.15)

Colocando (4.15) em função da densidade de corrente:

$$\frac{\partial^2 J_y}{\partial x^2} = \mu \varepsilon \frac{\partial^2 J_y}{\partial t^2} + \mu \sigma \frac{\partial J_y}{\partial t}$$
(4.16)

Considerando o modelo elétrico de uma linha de transmissão com perdas e formada por dois condutores, ilustrado na Figura 4.4, e aplicando as leis de tensão e corrente de Kirchhoff, obtêm-se:

Capítulo 4: O Método Numérico TLM e o Programa para Cálculo de Tensões Induzidas

$$-\frac{V(x+\Delta x,t)-V(x,t)}{\Delta x} = Ri(x,t) + L\frac{\partial i(x,t)}{\partial t}$$
(4.17)

que no limite de  $\Delta x \rightarrow 0$  se torna:

$$-\frac{\partial V(x,t)}{\partial x} = Ri(x,t) + L\frac{\partial i(x,t)}{\partial t}$$
(4.18)

e, também:

$$i(x,t) - G\Delta x V(x + \Delta x, t) - C\Delta x \frac{\partial V(x + \Delta x, t)}{\partial t} - i(x + \Delta x, t) = 0$$
(4.19)

que no limite de  $\Delta x \rightarrow 0$  se torna:

$$-\frac{\partial i(x,t)}{\partial x} = GV(x,t) + C\frac{\partial V(x,t)}{\partial t}$$

(4.20)



Figura 4.4 : Circuito equivalente de um segmento  $\Delta x$  de uma linha de transmissão.

As equações (4.18) e (4.20) são as chamadas equações do Telegrafista. Substituindo (4.18) em (4.20) e tomando  $R=0\Omega$  (linha sem perdas), obtém-se:

$$\frac{\partial^2 i}{\partial x^2} = \frac{LC}{(\Delta x)^2} \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} + \frac{GL}{(\Delta x)^2} \frac{\partial i}{\partial t}$$

(4.21)

Observando o isomorfismo existente entre (4.16) e (4.21), é possível fazer as seguintes equivalências:

$$i \leftrightarrow J_y$$
  $\frac{C}{\Delta x} \leftrightarrow \varepsilon$   
 $\frac{L}{\Delta x} \leftrightarrow \mu$   $\frac{G}{\Delta x} \leftrightarrow \sigma$ 

Da mesma forma seria possível fazer uma associação entre E<sub>v</sub> e a tensão na linha.

Conforme foi demonstrado, o método TLM unidimensional é capaz de determinar os campos eletromagnéticos associados com propagações em uma única dimensão, pois discretiza o espaço em segmentos de linhas de transmissão como o representado na Figura 4.4. Esta capacidade não foi utilizada na elaboração deste trabalho, pois as equações abordadas no Capítulo 3 tiveram esta função, embora tenha sido utilizada a capacidade do método de manipular e representar com facilidade as linhas de transmissão.

Para o método TLM cada segmento da linha de transmissão tem a forma representada na Figura 4.5 [2].



Figura 4.5 : Modelo TLM para um elemento  $\Delta x$  de uma linha de transmissão.

O modelo TLM representado na Figura 4.5, com indutância L e capacitância C, possui impedância característica dada por (4.22) e tempo de trânsito dado por (4.23).

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad \Omega \tag{4.22}$$

Capítulo 4: O Método Numérico TLM e o Programa para Cálculo de Tensões Induzidas

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{\Delta x}{\frac{1}{\sqrt{\frac{LC}{\Delta x^2}}}} = \sqrt{LC}$$

(4.23)

Através da junção de n elementos infinitesimais, como o ilustrado na Figura 4.5, é possível compor uma linha de transmissão com tamanho  $l = n.\Delta x$ . Esta característica foi bastante explorada neste trabalho, uma vez que, todos os condutores que compõe os SPDAs e as linhas aéreas foram modelados como sendo linhas de transmissão. Além disso, a própria discretização imposta pelo código TLM foi aproveitada, pois cada um dos elementos infinitesimais foi tratado como sendo um dipolo hertziano gerando campos eletromagnéticos e, no momento da determinação do acoplamento eletromagnético, a cada um desses elementos foram conectadas fontes de tensão induzida (fontes distribuídas).

O equacionamento básico do método TLM utilizado para representar sinais de tensão e de corrente viajando ao longo de linhas de transmissão é mais bem compreendido através de uma análise cuidadosa do esquema da Figura 4.6 [2] e das equações e equivalentes de Thevenin obtidos a partir dele.



Figura 4.6: Nó *n* representando a junção de dois elementos infinitesimais (conexão entre duas linhas).

Os índices da Figura 4.6 relacionados com a tensão ou a corrente são:

- $\blacktriangleright$  V $\rightarrow$  tensão viajando na linha;
- >  $I \rightarrow$  corrente viajando na linha;
- $\succ$  k $\rightarrow$  instante de tempo;
- ▶ n→ nó considerado (ponto de conexão);
- $\blacktriangleright$  i / r $\rightarrow$  incidente / refletida;
- $\blacktriangleright$  L / R $\rightarrow$  esquerda / direita.

Por exemplo,  ${}_{k}VL_{n}^{i}$  lê-se: tensão incidindo à esquerda do nó *n* em um instante de tempo *k*.

Em um nó *n* qualquer, a tensão total  $_kV_n$  em um instante de tempo *k* será o resultado da soma das tensões incidentes no nó vindas da direita ( $_kVR_n^i$ ) e da esquerda ( $_kVL_n^i$ ). O valor da tensão resultante ( $_kV_n$ ) deve ser calculado substituindo os circuitos à direita e à esquerda do nó *n* por seus respectivos equivalentes de Thevenin (Figura 4.7).



Figura 4.7: Equivalente de Thevenin da junção das linhas de transmissão em um instante de tempo *k*.

A partir da Figura 4.7 obtém-se o equacionamento básico do método TLM.

Capítulo 4: O Método Numérico TLM e o Programa para Cálculo de Tensões Induzidas

Para a tensão em um dado nó *n*:

$$_{k}V_{n} = \frac{\frac{2_{k}VL_{n}^{i}}{Z_{0}} + \frac{2_{k}VR_{n}^{i}}{Z_{0} + R}}{\frac{1}{Z_{0}} + \frac{1}{R + Z_{0}} + G}$$
(4.24)

Da mesma forma a corrente:

$${}_{k}I_{n} = \frac{{}_{k}V_{n} - 2{}_{k}VR_{n}^{T}}{R + Z_{0}}$$

onde  $_{k}V_{n}$  é obtido a partir de (4.24).

A tensão total na entrada da linha à esquerda é

$$_{k}VL_{n} =_{k}V_{n}$$

$$(4.26)$$

e na direita é

$$_{k}VR_{n} = 2_{k}VR^{i}_{n} +_{k}I_{n}Z_{0}$$

onde  $_kI_n$  é obtido de (4.25).

As tensões refletidas à direita e à esquerda são:

$$_{k}VL^{r}{}_{n} =_{k}VL_{n} -_{k}VL^{i}{}_{n}$$

$$(4.28)$$

$$_{k}VR^{r}{}_{n} =_{k}VR_{n} -_{k}VR^{i}{}_{n}$$

(4.29)

(4.27)

E, tornando todo o processo iterativo, as novas tensões incidentes serão:

$$_{k+1}VL^{i}{}_{n} =_{k}VR^{r}{}_{n-1}$$
(4.30)

(4.25)

$$_{k+1}VR'_{n} =_{k}VL'_{n-1}$$
(4.31)

As equações (4.24) à (4.31), obtidas a partir do esquema mostrado na Figura 4.6, descrevem a parcela do método TLM responsável pela representação da maior parte dos nós existentes no modelo TLM de uma linha de transmissão: conexão entre duas linhas. Para que a representação de uma linha pelo método seja completa, é necessário o equacionamento das seguintes condições de terminação ou de contorno da linha [1], [2]:

- Terminação em fonte de excitação (V<sub>s</sub>);
- > Terminação em carga  $(R_t)$ ;
- Terminação em mais de uma linha (derivação).

## 4.2.1 Terminações

#### Terminação em fonte de excitação

Para o caso de uma fonte de tensão (excitação) conectada ao nó de uma extremidade qualquer (n=1) do esquema representado na Figura 4.6, é obtido o circuito equivalente de Thevenin ilustrado na Figura 4.8. Neste trabalho, esta fonte de excitação assumiu características elétricas típicas de descargas atmosféricas e foi sempre conectada a uma das extremidades da linha de transmissão vertical responsável pela representação do canal do raio, conforme ilustrado na Figura 4.9.



Figura 4.8: Equivalente de Thevenin para o nó conectado à fonte de excitação.



Figura 4.9: Exemplo de excitação do canal da descarga atmosférica.

Analisando o circuito da Figura 4.8 obtêm-se as seguintes equações:

$${}_{k}V_{1} = \frac{\frac{k}{R_{s}}V_{s}}{\frac{1}{R_{s}} + \frac{2}{Z_{0} + R}}{\frac{1}{R_{s}} + \frac{1}{R + Z_{0}}}$$
(4.32)
$${}_{k}I_{1} = \frac{k}{R}\frac{V_{1} - 2}{R + Z_{0}}VR_{1}^{i}}{R + Z_{0}}$$
(4.33)
$${}_{k}VR_{1} = 2_{k}VR_{1}^{i} + {}_{k}I_{1}Z_{0}$$
(4.34)
$${}_{k}VR_{1}^{r} = {}_{k}VR_{1} - {}_{k}VR_{1}^{i}$$
(4.35)

$$_{k+1}VR'_{1} =_{k}VL'_{2}$$
(4.36)

#### Terminação em carga

O caso ilustrado na Figura 4.10 de uma linha de transmissão com sua extremidade conectada a uma resistência de valor  $R_t$  torna possível representação de uma infinidade de configurações. Por exemplo, os condutores verticais de um SPDA conectados à malha de aterramento de resistência  $R_t$  ou, ainda, uma linha aérea com suas extremidades terminadas em resistências passam a ser devidamente modelados através da adoção deste tipo de terminação.



Figura 4.10: Extremidade da linha conectada à resistência R<sub>t</sub> e seu equivalente de Thevenin.

A obtenção das equações do método TLM neste caso é bastante simples. Analisando o equivalente de Thevenin da Figura 4.10 têm-se:

$${}_{k}I_{n} = \frac{2 {}_{k}VL^{i}{}_{n}}{R_{i} + Z_{0}}$$
(4.37)

$$_{k}V_{n}=R_{t}\cdot_{k}I_{n}$$

(4.38)

Tornando o processo iterativo:

$${}_{k}VL^{r}{}_{n} = {}_{k}V_{n} - {}_{k}VL^{i}{}_{n}$$

$$(4.39)$$

$${}_{k+1}VL^{i}{}_{n} = {}_{k}VR^{r}{}_{n-1}$$

(4.40)

De acordo com a escolha dos valores para a resistência  $R_T$ , é possível levar em consideração situações clássicas envolvendo terminações de linhas de transmissão:

- ▶  $R_t \rightarrow \infty$  (linha aberta);
- $\triangleright$  R<sub>t</sub> → 0Ω (linha em curto circuito);
- →  $R_t \rightarrow Z_0$  (linha casada);

#### Terminação em mais de uma linha (derivação)

Voltando ao circuito da Figura 4.3 e estudando o seu equivalente de Thevenin, ilustrado na Figura 4.11, é possível equacionar o contorno do método TLM para linhas de transmissão conectadas a várias outras linhas. Na Figura 4.11,  $V_n^i$  é a tensão viajando pela linha *n* e incidindo no nó que simboliza a interconexão das quatro linhas de transmissão da Figura 4.3.



Figura 4.11: Equivalente de Thevenin de uma derivação em três linhas de transmissão.

As equações obtidas para este tipo de terminação foram muito úteis na realização deste trabalho, pois permitiram uma adequada representação da conexão dos condutores responsáveis pela formação das arestas do SPDA (por exemplo, as quinas do prédio).

Através da análise do circuito ilustrado na Figura 4.11, obtém-se:

$$_{k}V_{n} = V_{Z} = \frac{1}{2}(V^{i}_{1} + V^{i}_{2} + V^{i}_{3} + V^{i}_{4})$$
(4.41)

Aplicando a forma geral das equações (4.28) e (4.29) e considerando valores diferentes para as impedâncias características das linhas 1, 2, 3 e 4, respectivamente,  $Z_{C1}$ ,  $Z_{C2}$ ,  $Z_{C3}$  e  $Z_{C4}$ , obtém-se a forma matricial geral [1]:

$$\begin{bmatrix} V_{1}^{i} \\ V_{2}^{i} \\ \vdots \\ V_{lm}^{i} \end{bmatrix}_{n} = \begin{bmatrix} \frac{Z_{p}^{1} - Z_{c_{1}}}{Z_{p}^{1} + Z_{c_{1}}} & \frac{Z_{c_{2}} - Z_{p}^{2}}{Z_{p}^{2} + Z_{c_{2}}} & \cdots & \frac{Z_{c_{lm}} - Z_{p}^{lm}}{Z_{p}^{lm} + Z_{c_{lm}}} \\ \vdots & \frac{Z_{p}^{2} - Z_{c_{2}}}{Z_{p}^{2} + Z_{c_{2}}} & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{Z_{c_{lm}} - Z_{p}^{lm}}{Z_{p}^{lm} + Z_{c_{lm}}} & \cdots & \cdots & \frac{Z_{p}^{lm} - Z_{c_{lm}}}{Z_{p}^{lm} + Z_{c_{lm}}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{1}^{d} \\ V_{2}^{d} \\ \vdots \\ V_{lm}^{d} \end{bmatrix}_{n}$$

$$(4.42)$$

onde  $Z_p^d$  é o paralelo de todas as impedâncias pertencentes ao nó, com exceção da impedância da linha que origina a onda progressiva e *lm* é o número máximo de linhas conectadas ao nó. Assim,  $Z_p^1$  representa a impedância vista pela linha 1.  $V_n^d$  e  $V_n^i$  são as tensões viajando pela linha *n* incidindo no ponto de derivação e saindo do ponto de derivação, respectivamente.

#### 4.2.2 Equacionamento TLM de tensões induzidas

O equacionamento TLM levando em consideração linhas de transmissão compostas por elementos infinitesimais contendo fontes distribuídas, conforme o ilustrado na Figura 3.4, também exige a determinação de um equivalente de Thevenin.

Tomando como base as referências [39] e [34] foi proposto o equivalente de Thevenin mostrado na Figura 4.12. A partir deste circuito torna-se possível a obtenção de grande parte do código TLM usado em conjunto com as expressões do Capítulo 3 para determinar as tensões induzidas por descargas atmosféricas. Na Figura 4.12, as variáveis  $\mathbf{E}_{\mathbf{X}}$ ,  $\mathbf{E}_{\mathbf{Z}}$  e **h** referem-se aos campos elétricos tangencial e verticais à linha e à altura da linha, respectivamente.



Figura 4.12: Equivalente de Thevenin do modelo TLM de uma linha com fontes distribuídas.

O circuito da Figura 4.12 é bastante semelhante ao da Figura 4.7 e, assim sendo, as equações (4.24) e (4.25) tomam a seguinte forma:

$$_{k}V_{n} = \frac{\frac{2_{k}VL_{n}^{i}}{Z_{0}} + \frac{2_{k}VR_{n}^{i}}{Z_{0} + R} - hE_{Z}\left(\frac{1}{Z_{0}} + \frac{1}{Z_{0} + R}\right) + E_{x}\Delta x\left(\frac{1}{Z_{0}} - \frac{1}{Z_{0} + R}\right)}{\frac{1}{Z_{0}} + \frac{1}{R + Z_{0}} + G}$$

$$(4.43)$$

$${}_{k}I_{n} = \frac{{}_{k}V_{n} - 2 {}_{k}VR_{n}{}^{i} + E_{x}\Delta x + hE_{z}}{R + Z_{0}}$$
(4.44)

A tensão total na entrada da linha à esquerda ( $_kVL_n$ ) continua sendo representada por (4.26), mas a tensão total à direita ( $_kVR_n$ ) assume a seguinte forma:

$${}_{k}VR_{n} = 2 {}_{k}VR_{n}{}^{i} - E_{x} \Delta x - h E_{z} + {}_{k} I_{n} Z_{0}$$
(4.45)

As demais equações permanecem inalteradas, embora nos contornos ainda existam algumas

alterações:

Terminação em fonte de excitação

$$_{k}V_{1} = \frac{\frac{_{k}V_{s}}{R_{s}} + \frac{2_{k}VR_{1}^{i} - hE_{z} - E_{x}\Delta x}{Z_{0} + R}}{\frac{1}{R_{s}} + \frac{1}{R + Z_{0}}}$$

(4.46)

(4.47)

$${}_{k}I_{1} = \frac{{}_{k}V_{1} - 2 {}_{k}VR_{1}^{i} + E_{x}\Delta x + hE_{z}}{R + Z_{0}}$$

Terminação em carga

$${}_{k}I_{n} = \frac{2 {}_{k}VL_{n}^{i} + E_{x} \Delta x - 2 h E_{z}}{R_{T} + Z_{0}}$$

$${}_{k}V_{n} = R_{T \cdot k}I_{n}$$
(4.48)

(4.49)

A terminação em mais de uma linha (derivação) permanece inalterada, pois as alterações sofridas pelas equações (4.24), (4.25) e (4.27) acabam sendo implicitamente embutidas na matriz (4.42).

A utilização das equações (4.43) à (4.49) na modelagem do acoplamento eletromagnético entre os diversos condutores e os campos gerados pela descarga atmosférica foi feita assumindo a hipótese de que os próprios condutores não afetam significativamente os campos provenientes desta.

As equações do método TLM incluindo as fontes de tensão distribuídas acabam reduzidas às suas formas originais quando estas fontes são iguais a zero.

O fluxograma ilustrado na Figura 4.13 mostra sucintamente como o código TLM interage com as expressões do Capítulo 3. Através dele é possível notar a existência de dois momentos diferentes no uso do método TLM: no primeiro momento, seu uso é feito para calcular o transitório de corrente no canal da descarga e, assim, possibilitar a aplicação das expressões analíticas para o cálculo do campo eletromagnético gerado pela descarga; no segundo momento, seu uso fica restrito à utilização do campo calculado anteriormente para determinar as fontes de tensão distribuídas e, conseqüentemente, calcular o transitório de corrente induzida nas estruturas perturbadas.



Figura 4.13: Fluxograma sucinto da relação entre o método TLM e as expressões usadas no cálculo do campo eletromagnético.

#### 4.3 Transformação dos condutores de um SPDA em linhas de transmissão

Um SPDA é formado pela interconexão de cabos condutores dispostos na horizontal, vertical ou, ainda, conectados ortogonalmente (disposição genérica). Tratando tais cabos como linhas de transmissão, é possível aplicar a técnica TLM nas suas modelagens e calcular os parâmetros R, L e C a cada elemento infinitesimal destas linhas [1]. Neste trabalho, estes cabos foram considerados sobre um solo perfeitamente condutor e imersos no ar, cuja permissividade dielétrica é  $\varepsilon = \varepsilon_0 = 8,854 \ 10^{-12} \ [F/m]$  e a permeabilidade magnética é  $\mu = \mu_0 = 4\pi 10^{-7} \ [H/m]$ , no cálculo de seus parâmetros .

#### 4.3.1 Impedância de um cabo horizontal

Para o cálculo da capacitância, será considerada uma linha de comprimento infinito sobre um plano perfeitamente condutor e a sua imagem. A linha é modelada como um cilindro de raio a, a uma altura h do solo e carregada com uma carga por unidade de comprimento  $\rho_L$  [C/m]. Assim, a capacitância por unidade de comprimento da linha é dada por (4.50) [1], [40].

$$C_{h} = \frac{2\pi\varepsilon}{\ln\left(\frac{2h}{a}\right)} \quad [F/m]$$
(4.50)

onde  $\varepsilon$  é a permissividade dielétrica do meio [F/m].

Para uma linha com a mesma geometria usada no cálculo da capacitância, o fluxo magnético é invariável ao longo da linha, uma vez que, esta tem comprimento considerado infinito. Assim, para a indutância por unidade de comprimento da linha tem-se (4.52) [1], [40].

$$L = \frac{\varphi}{I}$$

$$L_{h} = \frac{\mu}{2\pi} \ln\left(\frac{2h}{a}\right) \quad [\text{H/m}]$$

$$(4.51)$$

$$(4.52)$$

Desta forma, a impedância característica de um cabo horizontal é dada por (4.53) [1].

$$Z_{ch} = \sqrt{\frac{L_h}{C_h}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \ln\left(\frac{2h}{a}\right) \quad [\Omega]$$
(4.53)

## 4.3.2 Impedância de um cabo vertical

Considerando um cabo com forma cilíndrica, comprimento z, diâmetro d e a s metros de altura do solo, disposto na vertical, Kuffel [41] propõe as expressões (4.54) e (4.55) para a capacitância e para a indutância própria do cabo, respectivamente.

$$C_{\nu} = \frac{2\pi\varepsilon z}{\ln\left(\frac{2z}{d}\sqrt{\frac{4s+z}{4s+3z}}\right)} \quad [F]$$
(4.54)

$$L_{\nu} = \frac{\mu z}{2\pi} \ln\left(\frac{2z}{d}\sqrt{\frac{4s+z}{4s+3z}}\right) \quad [\text{H}]$$
(4.55)

Desta forma, para a impedância característica do cabo vertical, tem-se a expressão (4.56) [1].

$$Z_{Cv} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \ln\left(\frac{2z}{d}\sqrt{\frac{4s+z}{4s+3z}}\right) \quad [\Omega]$$
(4.56)

#### 4.3.3 Resistência por unidade de comprimento da linha (R)

A resistência da linha pode ser desprezada em algumas situações, pois a sua magnitude é normalmente da ordem de m $\Omega$ . Para um fio com secção transversal circular, raio *a* e condutividade  $\sigma$  [S/m] homogênea, a resistência por unidade de comprimento é dada pela expressão (4.57) [29].

$$R = \frac{1}{\sigma \pi a^2} \quad [\Omega/\mathrm{m}]$$
(4.57)

#### 4.3.4 Haste de aterramento e malha de aterramento

Em faixas de freqüências acima da ordem de MHz ou em solos que apresentam baixas condutividades, a resistência de aterramento revela propriedades capacitivas e indutivas [1], [42].

Segundo Rudenberg [42], a resistência ( $\mathbf{R}$ ) de uma haste de aterramento de raio  $\mathbf{a}$  e comprimento  $\mathbf{z}$  é dada pela expressão (4.58) e a capacitância que surge em paralelo com  $\mathbf{R}$  é representada por (4.59).

$$R = \frac{1}{2\pi\sigma z} \ln\left(\frac{2z}{a}\right) \quad [\Omega]$$
(4.58)

$$C = \frac{2\pi\varepsilon z}{\ln\left(\frac{2z}{a}\right)} \quad [F]$$

(4.59)

onde  $\varepsilon$  [F/m] é a constante de permissividade dielétrica do solo.

A expressão (4.59) é praticamente a mesma apresentada por Kuffel [41], considerando-se a haste conectada ao solo.

A presença de corrente na haste gera campo magnético em torno desta, como este campo é bem

maior nas proximidades da haste, onde a densidade de corrente é maior, o efeito indutivo devido à corrente de fuga pode ser desprezado. A indutância própria da haste é dada pela expressão (4.60) [41].

$$L = \frac{\mu z}{2\pi} \ln\left(\frac{2z}{a}\right)$$
 [H]

onde  $\mu$  [H/m] é a constante de permeabilidade magnética do solo.

A constante de tempo capacitiva é dada pela expressão (4.61) [1]:

$$\tau_{C} = RC = \frac{\varepsilon}{\sigma} \quad [s]$$
(4.61)

a qual é função apenas da constante de permissividade dielétrica e da condutividade do solo.

A constante de tempo indutiva é dada pela expressão (4.62) [1]:

$$\tau_L = \frac{L}{R} = \mu \sigma z^2 \quad [s]$$
(4.62)

a qual é função, além da constante de permeabilidade magnética e da condutividade do solo, do quadrado do comprimento da haste.

O limite de freqüência, abaixo do qual uma haste se comporta como uma impedância puramente resistiva, pode ser obtido a partir da expressão do período de oscilação natural, dada por (4.63) [1].

$$T = 2\pi\sqrt{LC} = 2\pi z\sqrt{\mu \varepsilon} \quad [s]$$
(4.63)

A impedância equivalente da haste, devido ao efeito capacitivo e indutivo, é dada pela expressão (4.64) [1].

$$Z = \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \ln\left(\frac{2z}{a}\right) \quad [\Omega]$$
(4.64)

(4.60)

A resistência equivalente de aterramento de uma haste é dada pelo paralelo entre Z (4.64) e R (4.58).

Para solos com condutividade muito baixa, como em terrenos rochosos, o efeito indutivo e capacitivo é predominante tendo a resistência pouca influência.

Uma malha de aterramento é formada por hastes interligadas por cabos dispostos na horizontal. Cada cabo a uma profundidade h, por simplicidade, pode ser considerado como uma linha de transmissão e seus parâmetros (L e C) são os mesmos de uma linha de transmissão aérea disposta a uma altura h do solo, pois é considerado um solo de condutividade infinita, é adotada a teoria das imagens e é desprezado o acoplamento entre os elementos da estrutura. Sendo assim, (4.50) e (4.52) se aplicam para este caso segundo o trabalho realizado em [1]. Já a resistência do cabo é dada pelas expressões (4.65) e (4.66) [43]:

$$R = \frac{1}{\pi \sigma z} \left[ \ln \left( \frac{2z}{\sqrt{2ah}} \right) - 1 \right] \quad [\Omega] \text{ (para h << z)}$$

$$R = \frac{1}{2\pi \sigma z} \left[ \ln \left( \frac{2z}{a} \right) - 1 + \frac{z}{4h} \right] \quad [\Omega] \text{ (para h >> z)}$$

$$(4.65)$$

$$(4.66)$$

#### 4.3.5 O canal da descarga considerado como uma linha de transmissão

A literatura especializada conta com inúmeros trabalhos científicos que tratam da modelagem do canal da descarga atmosférica. Existem modelos extremamente sofisticados e complexos, capazes de considerar os efeitos corona, a variação da velocidade e as perdas ao longo do canal.

O trabalho desenvolvido por Mattos [18] pode ser enquadrado como um destes modelos sofisticados, pois considera o canal da descarga como sendo uma linha de transmissão possuindo parâmetros R, L e C não lineares e não uniformes ao longo de sua extensão, isto é, os parâmetros são calculados em função do tempo e do espaço. Com esta abordagem é possível modelar adequadamente a maioria dos efeitos citados, embora, para um estudo inicial, este modelo possa introduzir complicações na análise dos resultados obtidos.
Embora em [1] tenha sido utilizado o modelo descrito em [12], neste trabalho optou-se por um modelo mais simples de representação do canal. Esta escolha permitiu uma análise mais fácil dos resultados obtidos e teve grande importância na fase inicial de testes do programa computacional.

O modelo adotado neste trabalho, assim como em [1] e em [12], admite o canal da descarga como sendo uma linha de transmissão, mas com os parâmetros R, L e C lineares e uniformes ao longo da linha. A corrente elétrica é aplicada em uma das extremidades desta linha e é matematicamente representada por uma onda em forma de dupla exponencial (4.67), responsável pela simulação da corrente de retorno com razoável aproximação.

$$I = A \left[ \exp(-\alpha t) - \exp(-\beta t) \right]$$
(4.67)

onde:

➢ A: amplitude da descarga;

>  $\alpha \in \beta$ : números reais escolhidos de acordo com a forma da onda desejada.

Escolhendo valores adequados de R, L e C, os efeitos da velocidade de propagação da onda no canal e da impedância do canal podem ser facilmente analisados.

### **Capítulo 5**

## Primeira Análise e Validação do Método Proposto

A eficiência de um modelo físico, matemático ou computacional pode ser avaliada levando-se em consideração a fidelidade com a qual é capaz de prever o comportamento do que está sendo modelado frente a uma infinidade de condições de contorno diferentes. Para medir esta eficiência e, por vezes, ajustar o próprio modelo, acaba sendo necessária a realização de exaustivos experimentos onde todas as variáveis de interesse devem ser cuidadosamente controladas e monitoradas.

Experimentos amplos e cuidadosos consomem muito tempo e dinheiro, mas são absolutamente indispensáveis para o desenvolvimento da ciência em suas diversas áreas. Atualmente, existe a tendência de realização de tais experimentos em conjunto com simulações feitas em computador, pois, através de um bom modelo computacional, é possível extrapolar dados obtidos experimentalmente e, até mesmo, corrigir eventuais falhas no processo experimental. Isto acaba sugerindo uma espécie de ciclo virtuoso, à medida que, os próprios modelos computacionais requerem a realização de inúmeros experimentos reais que possibilitem o seu desenvolvimento.

Neste capítulo, serão abordados alguns dos testes experimentais e trabalhos científicos utilizados como guias no desenvolvimento e validação deste método, que foi implementado na forma de um programa computacional escrito em linguagem FORTRAN e que pode ser usado para calcular tensões induzidas por descargas atmosféricas.

### 5.1 Comparações com dados de tensões induzidas em linhas aéreas

O início das comparações realizadas entre o método proposto e os resultados experimentais ou teóricos obtidos por outros autores envolveu configurações de linhas aéreas bastante simples com relação ao número de condutores e à disposição espacial.

A literatura especializada está repleta de trabalhos científicos, que abordam de várias maneiras diferentes o fenômeno da indução eletromagnética em linhas aéreas. O caso mais comumente abordado é o de uma linha composta por um único condutor a uma altura constante do solo e disposta ao longo

de um único eixo do sistema de coordenadas Cartesianas.

A primeira comparação foi feita com o trabalho realizado por Oliveira [19]. Nele, foi utilizada a teoria de Rusck [20] para determinar as tensões induzidas por descargas atmosféricas em linhas aéreas, pois se trata de um modelo de eficiência comprovada e relativamente simples de ser implementado.

Embora a teoria de Rusck [20] consiga prever com um grau de erro bastante satisfatório as tensões induzidas em casos onde a topologia da linha considerada é bastante simples, como o caso representado na Figura 5.1, o mesmo parece não ocorrer em casos mais complexos de acodo com a referência [44]. Uma possível explicação para isto pode ser a não consideração da influência do comprimento e do posicionamento espacial do canal da descarga de forma adequada.

O caso base utilizado para a comparação foi o de uma linha monofásica (Figura 5.1) apresentando as seguintes características [19]:

- Altura em relação ao solo: h =10m;
- Diâmetro do condutor: 8,15mm;
- $\blacktriangleright$  Comprimento da linha: L = 1000m;
- > Terminações casadas:  $R_T = Z_0 = 500 \Omega$ .



Figura 5.1: Caso base para comparação com a referência [19].

Os parâmetros escolhidos para a descarga atmosférica usada no caso base foram [19]:

- > Valor de pico da corrente:  $I_P = 50 kA$ ;
- Velocidade da corrente no canal da descarga: 30m/µs;
- > Tempo de frente da corrente:  $1\mu$ s;
- Coordenadas da descarga: x = 100m e y = 500m;
- Ponto de observação da tensão induzida: y = 500m.

O resultado da simulação feita através do programa escrito em FORTRAN, supondo o comprimento do canal igual a 5 km (valor típico segundo a Tabela 2.1) e com a corrente de retorno do raio registrada na Figura 5.2, está ilustrado na Figura 5.3.



Figura 5.2: Corrente no canal da descarga atmosférica.



Figura 5.3: Tensão induzida obtida da simulação da linha aérea.

O valor obtido por [19] ficou em torno de 157kV para a tensão de pico induzida na linha e a sua onda apresentou um tempo de frente por volta de 5µs (Figura 4.2 do anexo A1). Estes valores estão satisfatoriamente próximos dos obtidos pelo método descrito neste trabalho e mostrados na Figura 5.3.

A próxima comparação foi feita com um dos resultados obtidos experimentalmente no *Electric Power Research Institute* (EPRI) e registrado na referência [44].

Na Figura 5.4, é esquematizado o experimento montado no EPRI para pesquisar raios trigados. As linhas usadas no experimento apresentavam 682m de comprimento e eram espaçadas entre si por 1,82m, sendo que 15 postes de madeira espaçados por volta de 49m faziam a sustentação delas.

A linha superior tinha uma altura em relação ao solo de 7,5m e estava casada em ambas as extremidades por resistências de  $455\Omega$ . O lançador de foguetes utilizado para desencadear a descarga e, conseqüentemente, o ponto de impacto da descarga com o solo estavam localizados a 145m da linha.



Figura 5.4: Experimento montado no EPRI de acordo com a referência [44].

Para simular este experimento, foi adotada uma onda de corrente no canal da descarga próxima da corrente de retorno medida na base do lançador de foguetes registrada com o nome de evento 93-05 na referência [44] (Figura 4b do anexo A2). Foi assumido um comprimento de 5km para o canal, embora, desta vez, a velocidade de propagação da corrente tenha sido considerada igual a 1,2.10<sup>8</sup>m/s, uma vez que, a referência [44] sugere este valor como sendo típico nos seus experimentos.

A corrente de retorno utilizada na simulação está ilustrada na Figura 5.5, enquanto a tensão induzida na linha proveniente da simulação, vista nas proximidades do poste P9, encontra-se na Figura 5.6.



Figura 5.5: Corrente de retorno semelhante à corrente 93-05 [44].



Figura 5.6: Tensão induzida proveniente da simulação da linha aérea.

O valor experimental registrado no evento 93-05 [44] para a tensão induzida próxima ao poste P9 (Figura 5.4) mostra um pico de 50,5kV e um tempo de subida da onda por volta de 1,8 $\mu$ s (Figura 4a do anexo A2). Comparando estes valores com os obtidos da Figura 5.6 (simulação) é encontrado um erro de aproximadamente -7,4% em relação ao evento 93-05, que acaba sendo menor que o erro encontrado por [19] (-15%) para a simulação do mesmo evento.

A próxima comparação será feita com o modelo reduzido de uma linha aérea. No trabalho realizado por Santos [10], foram feitos inúmeros testes com o comportamento de estruturas em tamanho reduzido frente aos campos eletromagnéticos típicos de uma descarga atmosférica, os quais foram gerados por uma antena desenvolvida em laboratório especialmente para esta finalidade. A comparação entre o trabalho de Santos [10] e este foi de enorme importância, pois esta referência é uma das poucas publicações que consideram de forma experimental os efeitos do canal da descarga atmosférica no processo de indução eletromagnética sobre linhas aéreas e SPDAs.

Visando o estudo de modelos reduzidos, Santos [10] desenvolveu em laboratório um modelo reduzido para o canal da descarga onde pulsos de corrente extremamente rápidos (da ordem de nanossegundos) puderam ser injetados possibilitando uma eficiente análise experimental das tensões induzidas em estruturas deste tipo, as quais sempre apresentaram um fator de escala com relação às estruturas em tamanho real.

Um destes experimentos montados em laboratório está esquematizado na Figura 5.7. O pulso de corrente usado na perturbação do sistema foi injetado em um canal devidamente modelado para apresentar as características de um canal real. Levando-se em consideração todos os fatores de escala presentes entre um modelo real e este modelo reduzido, foi usado um canal com H= 12m de comprimento e uma onda de corrente com velocidade de propagação pelo canal de v = 24,79m/µs [10].

A forma de onda da corrente utilizada na simulação, muito semelhante à forma de onda presente no canal da descarga do experimento [10] (Figura 11 do anexo A3), está registrada na Figura 5.8 e a tensão induzida proveniente da simulação é mostrada na Figura 5.9.



Figura 5.7: Diagrama esquemático da montagem em modelo reduzido de uma linha aérea [10].



Figura 5.8: Corrente aplicada no canal de tamanho reduzido da simulação.



Figura 5.9: Tensão induzida obtida da simulação da linha aérea de tamanho reduzido.

O valor de pico da tensão induzida na linha aérea medido experimentalmente em [10] foi de aproximadamente 300mV e a onda de tensão apresentou um tempo de subida em torno de 45ns (Figura 12 do anexo A4). Estes valores, quando comparados com os da Figura 5.9, demonstram uma excelente correspondência entre si, embora os tempos de subida e as formas de onda sejam um pouco diferentes.

#### 5.2 Comparações com dados de tensões induzidas em SPDAs

Ainda na referência [10], são encontrados inúmeros dados experimentais oriundos de testes com modelos reduzidos de SPDAs, mas, ao contrário dos testes feitos com linhas aéreas descritos anteriormente, o canal da descarga é agora conectado diretamente à estrutura simulando uma descarga atmosférica direta em uma edificação.

Objetivando a avaliação do efeito da blindagem eletromagnética fornecida por uma edificação composta por condutores metálicos, foi introduzido um pequeno "*loop*" condutor dentro de um SPDA de tamanho reduzido montado em laboratório. Este "*loop*" foi composto por condutores com as terminações casadas ( $R_T = Z_0 = 470\Omega$ ), conforme ilustrado na Figura 5.10. Desta forma, foram feitos testes com o canal conectado diretamente ao SPDA contendo o "*loop*" em seu interior (Caso 1) e,

posteriormente, com o canal conectado diretamente ao plano de terra (ponto T) somente com a presença do *"loop"* (Caso 2). A posição deste, em relação ao sistema de coordenadas adotado, foi mantida fixa para ambos os casos.



Figura 5.10: Montagens feitas em laboratório para testar a blindagem eletromagnética fornecida pelo SPDA [10].

Na Figura 5.10, as dimensões do prédio ( $\mathbf{H} \times \mathbf{W} \times \mathbf{D}$ ) são  $2\mathbf{m} \times 2\mathbf{m} \times 4\mathbf{m}$  e todos os condutores verticais estão aterrados diretamente ao solo. As dimensões do *"loop"* ( $\mathbf{h} \times \mathbf{l}$ ) são 48cm x 250cm. Os pontos  $P \in Q$  estão localizados em (333cm; 126cm; 48cm) e (83cm; 126cm; 48cm), respectivamente. O canal da descarga usado no experimento tinha H= 12m de altura e a velocidade de propagação da corrente por ele era v = 34m/µs. A corrente utilizada na simulação está registrada na Figura 5.11 e foi aproximadamente a mesma injetada no canal do laboratório (Figura 105 do anexo A5).

As tensões de pico alcançadas pelos casos 1 e 2 nos experimentos de laboratório [10] foram 80mV e 230mV, respectivamente (Figura 106 do anexo A6). Comparando estes valores com os das Figuras 5.12 e 5.13, provenientes da simulação com o método descrito neste trabalho, verifica-se uma diferença de somente 12,5% para o Caso 1, enquanto para o Caso 2 a diferença é bem maior: -33%.



Figura 5.11: Corrente aplicada no canal de tamanho reduzido da simulação.



Figura 5.12: Tensão induzida obtida da simulação do "loop" do Caso 1.



Figura 5.13: Tensão induzida obtida da simulação do "loop" do Caso 2.

Grandes diferenças percentuais, como a observada para o Caso 2, podem estar relacionadas a uma infinidade de fatores difíceis de serem analisados, embora, em uma primeira análise, estes números não sejam tão ruins, uma vez que, o efeito da blindagem eletromagnética fornecida pelo SPDA também pôde ser visualizado na simulação.

A próxima comparação com resultados provenientes de SPDAs teve um êxito maior. Neste caso, foi feita uma comparação com o trabalho realizado por Zeddam [45].

Em seu trabalho, Zeddam [45] criou um método baseado no domínio da freqüência usando uma combinação de equações do campo elétrico na forma integral com o método dos momentos e, posteriormente, utilizou a transformada de Fourier para passar ao domínio do tempo e representar o fenômeno da indução eletromagnética por descargas atmosféricas em SPDAs. O seu estudo mostra uma boa aproximação com resultados experimentais realizados no mesmo trabalho.

A configuração básica analisada na referência [45] é ilustrada na Figura 5.14. Esta consiste de um SPDA formado por condutores com comprimentos de 24m ( $\mathbf{H} \times \mathbf{W} \times \mathbf{D} = 24m \times 24m \times 24m$ ). O ponto de impacto da descarga atmosférica está situado em x = 0m e y = 200m, de acordo com o sistema de coordenadas da própria Figura 5.14, e todos os condutores verticais da estrutura estão diretamente conectados a um plano de terra.

Foi assumido um canal de descarga com 7km de comprimento (altitude), velocidade de

propagação da corrente no canal v =  $1,1.10^8$ m/s,  $\alpha = 3.10^4$ /s,  $\beta = 1.10^7$ /s (com  $\alpha \in \beta$  substituídos na equação 4.67) e corrente de pico I<sub>p</sub> = 10kA.

A corrente aplicada no canal da descarga é mostrada na Figura 5.15 e a simulação das correntes induzidas no meio dos condutores **2**, **3**, **4** e **5** (Figura 5.14), obtidas a partir do método adotado neste trabalho, estão registradas nas Figuras 5.16, 5.17, 5.18 e 5.19, respectivamente.



Figura 5.14: Sistema de coordenadas e geometria de um simples SPDA [45].



Figura 5.15: Corrente no canal da descarga atmosférica ( $x_0 = 0m$ ;  $y_0 = 200m$ ).



Figura 5.16: Corrente induzida no condutor 2 obtida da simulação do SPDA.



Figura 5.17: Corrente induzida no condutor **3** obtida da simulação do SPDA.



Figura 5.18: Corrente induzida no condutor 4 obtida da simulação do SPDA.



Figura 5.19: Corrente induzida no condutor **5** obtida da simulação do SPDA.

Com os valores das Figuras 5.16, 5.17, 5.18, e 5.19 foi montada a Tabela 5.1 onde são comparados os valores obtidos neste trabalho com os valores obtidos por Zeddam [45] (Figura 4 do anexo A7). Além dos valores de pico das correntes induzidas serem praticamente idênticos nos dois trabalhos, existe uma grande semelhança nas oscilações presentes nas ondas. É importante salientar que os períodos das oscilações existentes, bem como as formas de onda, são fortemente influenciadas pela velocidade de propagação apresentada pelas linhas de transmissão que compõe o SPDA. Como a referência [45] não explicita qual é esta velocidade, nas simulações foi adotado por simplicidade o valor  $v = 1,1.10^8$ m/s.

Condutor	Zeddam [45]	Simulação		
	I <sub>pico</sub> [A]	I <sub>pico</sub> [A]		
2	20	23		
3	10	11		
4	30	34		
5	50	74		

Tabela 5.1: Comparação entre os resultados das simulações e os da referência [45].

# Capítulo 6 Estudo de Casos Diversos Através de Simulações Computacionais

A facilidade com a qual é possível definir as mais diversas configurações de linhas aéreas e SPDAs, assim como, a possibilidade de estimar com grande rapidez a influência dos mais diversos parâmetros envolvidos nos efeitos de uma descarga atmosférica são, provavelmente, os principais atrativos do programa computacional desenvolvido a partir do método proposto neste trabalho.

Os efeitos sobre a intensidade da tensão induzida ocasionados pela corrente de retorno, pela posição espacial do canal da descarga com relação às estruturas, pelo comprimento do canal, pelas resistências de aterramento, pela forma e disposição espacial da própria estrutura, podem ser extraídos sem dificuldades das simulações. Além disso, a análise computacional pode ser utilizada no auxílio à execução de experimentos reais.

Devido à infindável quantidade de parâmetros presentes em uma situação real, as simulações computacionais jamais atingirão a representação perfeita do fenômeno real, embora possam ser utilizadas com grande proveito na obtenção de estimativas ou de aproximações. Em caráter ilustrativo, serão abordados neste capítulo algumas situações comuns envolvendo a interação entre as descargas atmosféricas e as linhas aéreas e os SPDAs.

Características de grande interesse para estudos de compatibilidade eletromagnética, como a eficiência da blindagem em diferentes configurações de SPDAs, serão devidamente explicitadas. Linhas aéreas compostas por segmentos de retas dispostos em diferentes planos do espaço, serão convenientemente abordadas.

#### 6.1 Casos envolvendo linhas aéreas

Visando a análise de uma linha aérea com topologia irregular, foram feitas simulações da linha ilustrada na Figura 6.1. Embora a topologia apresentada neste caso ainda esteja longe de uma situação real, esta representação acaba sendo mais realista que aquelas em apenas uma dimensão (um único eixo).

A altura da linha em relação ao solo foi considerada constante e igual a 10m ao longo de toda a sua extensão. A corrente da descarga atmosférica utilizada na perturbação foi aplicada em um canal de 2km de comprimento, apresentou velocidade de propagação  $v = 1,1.10^8$ m/s e sua forma de onda está registrada na Figura 6.2.



Figura 6.1: Linha aérea com topologia complexa.

Onde as coordenadas Cartesianas de cada ponto são:

- A: (0; 0; 2000)
  D: (150; 0; 10)
  B: (0; 0; 0)
  E: (150; 300; 10)
- C: (200; -200; 10)
   F: (50; 600; 10)



Figura 6.2: Corrente no canal da descarga atmosférica.

O resultado da simulação da tensão induzida no início da linha (ponto C) está registrado na Figura 6.3.



Figura 6.3: Tensão induzida na linha aérea com topologia complexa.

Variações no comprimento do canal da descarga atmosférica podem influenciar nos valores das tensões induzidas (ponto C). Esta influência é analisada para a linha da Figura 6.1 adotando diferentes valores para a extensão do canal, conforme ilustrado na Figura 6.4.



Figura 6.4: Influência do comprimento do canal da descarga atmosférica.

Considerando a linha da Figura 6.1 com sua extremidade final em aberto  $(R_T \rightarrow \infty)$  e o canal da descarga com comprimento de 2Km, é obtida a tensão induzida (ponto C) ilustrada na Figura 6.5.



Figura 6.5: Tensão induzida na linha aérea com a extremidade final em aberto.

O mesmo tipo de teste foi feito com a extremidade final em curto circuito  $(R_T \rightarrow 0\Omega)$  e o resultado está registrado na Figura 6.6.



Figura 6.6: Tensão induzida na linha aérea com a extremidade final em curto circuito.

Tendo a Figura 6.1 como referência, o ponto de incidência da descarga atmosférica com o solo foi variado ao longo do eixo x visando avaliar a influência que a distância do canal tem na tensão induzida sobre a linha. Desta forma, os pontos  $A \in B$  sofreram deslocamentos sucessivos de 100m no sentido negativo do eixo x ficando cada vez mais distantes da linha, enquanto esta foi mantida fixa em relação ao sistema de coordenadas adotado na Figura 6.1.

As tensões induzidas para cada novo ponto de conexão do canal da descarga com o solo estão registradas na Figura 6.7 e foram simuladas para o ponto *C* da linha.



Figura 6.7: Influência da distância do canal à linha no valor da tensão induzida.

Uma análise simples da Figura 6.7 revela um comportamento bastante coerente da simulação, pois o aumento da distância entre o ponto de impacto da descarga atmosférica com o solo e a linha estudada resulta em uma diminuição na tensão induzida sobre esta.

A característica mais interessante do resultado apresentado pela Figura 6.7 acaba sendo a constatação de que há um comportamento aparentemente não linear entre a distância do canal do raio à linha e o valor da tensão induzida obtida.

### 6.2 Casos envolvendo SPDAs

Objetivando a análise da blindagem eletromagnética fornecida por um SPDA, foram consideradas duas diferentes configurações contendo uma pequena linha aérea no interior de cada uma delas. A Figura 6.8 representa o Caso 1, onde estão presentes somente o canal da descarga e a pequena linha aérea, a qual servirá como instrumento de medida da eficiência da blindagem eletromagnética através da visualização da intensidade da tensão induzida apresentada por ela. Nos três casos, a posição espacial da linha aérea, com relação ao sistema de coordenadas adotado, foi mantida constante.



Figura 6.8: Caso 1.

onde as coordenadas Cartesianas de cada ponto são:

A: (0; 210; 1000)
B: (0; 210; 0)
C: (20; 200; 3)
D: (10; 205; 3)

O Caso 2, ilustrado na Figura 6.9, representa o SPDA com menor número de condutores.



Figura 6.9: Caso 2.

onde as coordenadas Cartesianas de cada ponto são:

$\triangleright$	A: (0; 210; 1000)	$\triangleright$	G: (0; 210; 0)
	B: (0; 180; 30)	$\triangleright$	H: (30; 210; 0)
	C: (0; 210; 30)	$\triangleright$	I: (30; 180; 0)
	D: (30; 210; 30)	$\triangleright$	J: (20; 200; 3)
	E: (30; 180; 30)		K: (10; 205; 3)
⊳	F: (0; 180; 0)		

estando os pontos F, G, H e I (pertencentes ao plano de terra) conectados às resistências de terra  $R_T = Z_0 = 372\Omega$ .

Representando o SPDA com maior número de condutores, o Caso 3 encontra-se na Figura 6.10.



Figura 6.10: Caso 3.

onde as coordenadas Cartesianas de cada ponto são:

$\triangleright$	A: (0; 210; 1000)	$\triangleright$	I: (30; 180; 0)
	B: (0; 180; 30)	$\triangleright$	J: (0; 195; 30)
	C: (0; 210; 30)	$\triangleright$	K: (15; 210; 30)
	D: (30; 210; 30)	$\triangleright$	L: (30; 195; 30)
	E: (30; 180; 30)	$\triangleright$	M: (15; 180; 30)
$\triangleright$	F: (0; 180; 0)	$\triangleright$	N: (15; 195; 30)
$\triangleright$	G: (0; 210; 0)	$\triangleright$	O: (20; 200; 3)
$\triangleright$	H: (30; 210; 0)	$\triangleright$	P: (10; 205; 3)

estando os pontos F, G, H, e I (pertencentes ao plano de terra) conectados às resistências de terra  $R_T = Z_0 = 372\Omega$ .

O comprimento adotado para o canal da descarga atmosférica nas simulações dos SPDAs foi L = 1 km e a sua impedância característica foi assumida muito maior que a dos condutores destes (cerca de dez vezes maior). A corrente de retorno utilizada na perturbação do sistema está representada na Figura 6.11 e a sua velocidade de propagação foi fixada em  $1.10^8 \text{m/s}$ .

As tensões induzidas na linha aérea sob teste, para o caso onde não existe o SPDA (Caso 1) e para os casos onde a linha encontra-se abrigada no interior de um SPDA (Casos 2 e 3), estão ilustradas na Figura 6.12.



Figura 6.11: Corrente aplicada no canal da descarga atmosférica.



Figura 6.12: Tensão induzida na linha aérea sob teste em três diferentes configurações.

Objetivando analisar a relação do comprimento e do posicionamento de uma pequena linha aérea no interior de um SPDA com o nível da tensão induzida por uma descarga atmosférica, foram variados a posição da linha e o seu comprimento conforme ilustrado na Figura 6.13.



Figura 6.13: Variação do posicionamento espacial e do comprimento da linha aérea no interior dos SPDAs.

Os resultados obtidos para a nova linha aérea, considerando os casos abordados anteriormente nas Figuras 6.8, 6.9 e 6.10, estão ilustrados na Figura 6.14.



Figura 6.14: Tensão induzida na nova linha aérea sob teste para as três diferentes configurações.

Para estudar o efeito da variação da resistência de aterramento do SPDA na tensão induzida apresentada por uma linha aérea presente em seu interior, foram feitas simulações com diferentes valores de resistências (R<sub>T</sub>) conectadas aos condutores de descida do SPDA. O Caso 2 e a linha aérea original (Figura 6.9) foram utilizados para fazer este estudo.

Os resultados obtidos estão registrados na Figura 6.15, que mostra a tensão induzida na linha aérea localizada no interior da estrutura e a, respectiva, resistência de aterramento usada para conectar os condutores de descida do SPDA ao solo (pontos de conexão F, G, H e I).



Figura 6.15: Tensão induzida na linha aérea para diferentes valores de R<sub>T</sub> no SPDA.

O impacto que as terminações da linha aérea tem sobre a forma como se dá o acoplamento eletromagnético entre esta e o SPDA, no caso de uma descarga atmosférica direta, foi estudado para duas diferentes terminações: linha aérea com uma extremidade em aberto e linha aérea com uma extremidade em curto circuito.

Novamente, fez-se o uso do Caso 2 e da linha aérea original (Figura 6.9), mas, desta vez, com a extremidade K da linha em aberto e, posteriormente, em curto circuito. Os comportamentos apresentados pela linha nas duas situações estão ilustrados nas Figuras 6.16 e 6.17, respectivamente.



Figura 6.16: Tensão induzida na linha aérea com uma de suas extremidades em aberto.



Figura 6.17: Tensão induzida na linha aérea com uma de suas extremidades em curto circuito.

# Capítulo 7 Conclusões

A infinidade de aplicações na área de compatibilidade eletromagnética e o potencial de aprimoramento apresentados pelo método proposto neste trabalho acabam o tornando apenas o início de um longo processo de estudo e pesquisa.

No momento atual, é difícil prever quais são as limitações de modelagem ou de representações de casos que o método possui, embora certamente estas existam e possam ser determinadas com o auxílio de experimentos realizados em laboratório ou em campo.

Experimentos realizados no *Centro Internacional de Pesquisas em Descargas Atmosféricas Trigadas* localizados no *Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais* (INPE de Cachoeira Paulista) poderão ser mais bem planejados e executados com o uso do programa computacional desenvolvido a partir dos métodos descritos neste trabalho e no trabalho [1]. Por outro lado, o programa e o método em si sofrerão aprimoramentos e correções com o uso dos dados experimentais coletados neste centro e, desta forma, ficará claramente estabelecido um ciclo virtuoso de pesquisa e de evolução tecnológica e científica.

Além do aprimoramento e das possíveis correções que o método ainda exige, é necessário transpor as barreiras impostas pela interface usuário-programa e, também, pela alta capacidade de processamento e de memória exigidos do microcomputador durante a execução deste, as quais impedem a disseminação do uso desta ferramenta de projeto entre as mais diversas categorias de usuários.

No atual estágio de desenvolvimento, o programa apresenta uma interface bastante complicada, a qual exige um alto conhecimento técnico do próprio código deste por parte do usuário e, além disso, só é possível executá-lo em intervalos de tempo adequados em microcomputadores com memória *RAM* igual ou superior a 512 MB. Por exemplo, as simulações presentes neste trabalho foram todas realizadas em um microcomputador com 1GB de memória *RAM* e processador *Pentium IV* de 2,8 GHz e nenhuma delas demandou mais que 5 minutos de execução .

Uma possível linha de pesquisa que será seguida pelo autor em trabalhos futuros será justamente a elaboração de experimentos com SPDAs em tamanho real ou reduzido envolvendo o constante conflito entre dados experimentais coletados e os obtidos das simulações computacionais. Existe um forte desejo de se estender o alcance do método proposto neste trabalho para auxiliar na resolução de problemas de compatibilidade eletromagnética, que freqüentemente ocorrem no projeto dos mais diversos sistemas eletrônicos e, além disso, problemas com solos apresentando condutividades finitas, hastes aterradas e meios não homogêneos poderão ser estudados como conseqüência natural da evolução deste programa.

### **Referências Bibliográficas**

- [1] Caixeta G. P., "Simulação Computacional de Descargas Atmosféricas em Estruturas de Proteção Visando Análises de Compatibilidade Eletromagnética", Tese de Doutorado, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da UNICAMP, 2000.
- [2] Christopoulos C., "The Transmission-Line Modeling Method TLM", IEEE Press, 1995 New York, USA.
- [3] Taflove A. Computational Electrodynamics, "The Finite-Difference Time-Domain Method", Artech House, 1995.
- [4] Kunz and Luebbers, "The Finite Difference Time Domain Method for Electromagnetic", CRC Press, 1993.
- [5] Golde R. H., "Lightning", Academic Press, 1977
- [6] James E. Arnold, "Lightning Detection from Space", NASA/MSFC, 1997.
- [7] Uman Martin A., "Natural Lightning", IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 30, No 3, May/June, 1994.
- [8] Berger G., "Lightning Phenomena", III Seminário Internacional de Proteção Contra Descargas Atmosféricas, 5-9 Dezembro, São Paulo, Brasil, 1994.
- [9] Uman Martin A., "Lightning", Dover Publications, Inc., New York, 1984.
- [10] Santos Maria L. G. V., "Estudo e Construção de uma Antena para Gerar Campos Eletromagnéticos Similares aos Campos Criados por uma Descarga Atmosférica", Tese de Doutorado, Centro de Pesquisa e Desenvolvimento em Engenharia Elétrica da UFMG, 2000.
- [11] Caixeta G.P. and J. Pissolato Filho, "Electromagnetic Field Induced in the Interior of a Building by Lightning", 2<sup>th</sup> International Conference on Lightning Protection – ICLP, Birmingham/UK, September 1998.
- [12] Caixeta G.P. and J. Pissolato Filho, "Electromagnetic Fields Generated by Current Transients on Protection Structures Using TLM - a FDTD Comparison", 18th Annual Review of Progress in Applied Computational Electromagnetic — ACES Symposium, Monterey/USA:649—654, March 1997.

- [13] Caixeta G.P. and J. Pissolato Filho, "Numerical Simulation of Lightning Stroke on an LPS and the Electromagnetic Field Generated", 10th International Symposium on High Voltage Engineering — ISH Symposium, Montreal/Canada, August 1997.
- [14] Caixeta G.P. and J. Pissolato Filho, "Electromagnetic Fields Generated by Lightning on Protection Structures of Telecommunication Centers", IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility, Austin/USA: 374—378, August 1997.
- [15] Caixeta G.P. and J. Pissolato Filho, "Analysis of Electromagnetic Fields Generated by Lightning in Different Configurations of Protection Structures", IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility, Seattle/USA: 171—175, August 1999.
- [16] Caixeta G.P. and J. Pissolato Filho, "Calculation of Electromagnetic Fields from Arbitrary Conductors Configurations in Time-Domain Simulations", International Symposium on Electromagnetic Compatibility —EMC'98, Rome/Italy, September 1998.
- [17] Keiser B., "Principles of Electromagnetic Compatibility", 1987.
- [18] Mattos M. A. F., "Numerical Simulation of the Lightning Return Stroke", Ph.D. Thesis, University of Nottingham, School of Electrical and Electronic Engineering, December, 1988.
- [19] Oliveira Tarcísio A. S., "Cálculo de Tensão Induzida por Descarga Atmosférica em Linhas Aéreas de Energia e Cabos Telefônicos: uma Abordagem pela Teoria de Circuitos, Tese de Doutorado, Centro de Pesquisa e Desenvolvimento em Engenharia Elétrica da UFMG, 2001.
- [20] Rusck S., "Induced Lightning Over-Voltages on Power Transmission Lines with Special Reference to the Over-Voltage protection of Low Voltage Networks", Doctor's thesis, Trans. of Royal Institute of Tech., Stockholm, 1957.
- [21] Uman M. A., D. K. McLain and E. P. Krider, "The Electromagnetic Radiation from a Finite Antenna", American J. Phys., 43:33—38, January, 1975.
- [22] Rubinstein M. and M.A. Uman, "Methods for Calculating the Electromagnetic Fields from a Known Source Distribution: Application to lightning", IEEE - Trans. on EMC, 31(2):183—189, May, 1989.
- [23] Master M.J., M.A.Uman, Y.T.Lin and R.B.Standler, "Calculations of Lightning Return Stroke Electric and Magnetic Fields above Ground", J. Geophysical Research, Vol.86, No.C12, pp 12.127 – 12.132, December, 1981.

- [24] Rubinstein M. and Martin A. Uman, "Transient Electric and Magnetic Fields Associated with Establishing a Finite Electrostatic Dipole, Revisited", IEEE Trans. On EMC, Vol. 33, No. 4, November, 1991.
- [25] Rakov V.A. and M. A. Uman, "Review and Evaluation of Lightning Return Stroke Models Including Some Aspects of Their Application", IEEE Trans. On EMC, Vol. 40, No. 4, Nov., 1998.
- [26] Thottappillil R., V.A.Rakov and M.A.Uman, "Distribution of Charge Along the Lightning Channel: Relation to Remote Electric and Magnetic Fields and to Return Stroke Models", J. Geophysical Research, Vol.102, pp 6887 – 7006, 1997.
- [27] Thottappillil R., M.A.Uman and V.A.Rakov, "Treatment of Retardation Effects in Calculating the Radiated Electromagnetic Fields from the Lightning Discharge", J. Geophysical Research, Vol.103, pp 9003 – 9013, 1998.
- [28] Thomas D.W.P., C. Christopoulos, and E.T. Pereira, "Calculation of Radiated Electromagnetic Fields from Cables Using Time-Domain Simulation", IEEE Transaction on Electromagnetic Compatibility, 36(3):20 1— 205, August 1994.
- [29] Kraus J.D, "Electromagnetics", McGraw-Hill, second edition, 1988.
- [30] Ramo, Whinnery, and Van Duzer, "Fields and Waves in Communication Electronics", John Wiley & Sons, Second Edition, 1984.
- [31] Taylor C. D., R. S. Satterwhite and C.W. Harrisson, "The Response of a Terminated Two-Wire Transmission Line Excited by a Non-uniform Electromagnetic Field", IEEE Trans. Antennas Propagations, vol. AP-13, pp. 987-989, 1965.
- [32] A. K. Agrawal, H. J. Price and S. Gurbaxani, "Transient Response of a Multiconductor Transmission Line Excited by a Non-uniform Electromagnetic Field", IEEE Trans. Electromag. Compat., vol. EMC-22, pp.119-129, May 1980.
- [33] Rachidi F., "Formulation of the Field-to-Transmission Line Coupling Equations in Terms of Magnetic Excitation Field", IEEE Trans. On Electromag. Compat., vol 35, No 3, pp 404-407, 1993.
- [34] Marcos Rubinstein, Andrew Y. Tzeng, Martin A. Uman, Pedro J. Medelius and Ewen M. Thomson, "An Experimental Test of a Theory of Lightning Induced Voltages on an Overhead Wire", IEEE Trans. on Electromag. Compat., vol 31, No 4, November 1989.
- [35] Carlo A. Nucci and Farhad Rachidi, "On the Contribution of the Electromagnetic Field Components in Field-to-Transmission Line Interaction", IEEE Transactions on EMC, vol 37, No 4, November 1995.

- [36] Johns P. B. and Beurle R. L., "Numerical Solution of 2-dimensional Scattering Problems Using a Transmission-line Matrix", Proc. IEE, 1971, 118, pp 1203-1208.
- [37] Christopoulos C., "Transmission-line Modelling (TLM) for the Simulation of Circuits and Fields", Engineering Science and Education Journal, April 1994.
- [38] Aktarzad S. and P. B. Johns, "Solution of Maxwell's Equations in Three Space Dimensions and Time by TLM Method of Numerical Analysis", 1975, Proceedings of IEE 122, 1344-1348.
- [39] P. Naylor, C. Christopoulos, P. B. Johns, "Coupling Between Electromagnetic Fields and Wires Using TLM", IEE Proceedings, vol 134, Pt A, No 8, September 1987.
- [40] Paul C.R, "Introduction to Electromagnetic Compatibility", John Wiley & Sons, 1992.
- [41] Kuffel E. and W.S. Zaengl, "High Voltage Engineering", Pergamon Press, 1984.
- [42] Rudenberg Reinhhold, "Electrical Shock Waves in Power Systems", Harvard, New York, 1968.
- [43] Tesche lanoz and Karlsson, "EMC Analysis Methods and Computational Models", John Wiley & Sons, 1997.
- [44] Philip P. Barker, Thomas A. Short, Andre R. Eybert-Berard and Jean P. Berlandis, "Induced Voltage Measurements on an Experimental Distribution Line During Nearby Rocket Triggered Lightning Flashes", IEEE Trans. on Power Delivery, vol 11, No 2, April 1996.
- [45] Zeddam A. and Karwowski A., "Transient Currents on lightning Protection Systems due to the Indirect Lightning Effect", IEE Proc. Sci. Meas. Technol., vol 142, No 3, May 1995.
#### Anexo

### A1:

Figura extraída da referência [19].



Figura extraída da referência [44].



Figure 4 - Typical Induced Voltage and Corresponding Stroke Current (93-05).

## A3:

Figura extraída da referência [10].





Figura 11: Corrente aplicada na base do canal 1, com valor de pico = 46,8mA e tempo de frente = 45ns

# A4:

Figura extraída da referência [10].



Figura 12: Tensão induzida na linha, simulação x medição

104

## A5:

Figura extraída da referência [10].



Figura 105: Corrente aplicada no canal A x tempo

106

### **A6:**

Figura extraída da referência [10].



Figura 106: Tensão induzida em linha aérea x tempo

### A7:

Figura extraída da referência [45].





 $\begin{array}{l} H \times W \times D; 24 \text{ m} \times 24 \text{ m} \times 24 \text{ m} \\ \text{Ground-strike point at } x_0 = 0, y_0 = 200 \text{ m} \\ - - TL \text{ model} & \bullet \text{ seese } MTL \text{ model} \\ c \text{ Conductor } 2 = b \text{ Conductor } 3 = c \text{ Conductor } 4 = d \text{ Conductor } 5 \\ \end{array}$