

**WILSON APARECIDO DE OLIVEIRA**

**“ANÁLISE DE OBSERVABILIDADE BASEADA EM VARIÂNCIAS DE MEDIDAS  
ESTIMADAS”**

***“OBSERVABILITY ANALYSIS BASED ESTIMATED MEASURES VARIANCES”***

**CAMPINAS**

**2012**

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS**  
**FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO**

**WILSON APARECIDO DE OLIVEIRA**

**“ANÁLISE DE OBSERVABILIDADE BASEADA EM VARIÂNCIAS DE MEDIDAS ESTIMADAS”**

**“OBSERVABILITY ANALYSIS BASED ESTIMATED MEASURES VARIANCES”**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da Universidade Estadual de Campinas para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica, na área de concentração de Energia Elétrica.

*Master dissertation presented to the Electrical Engineering Postgraduation Program of the School of Electrical and Computer Engineering of the University of Campinas to obtain the degree of Master in Electrical Engineering, in the concentration area of Electrical Energy.*

**Orientador: Prof. Dr. Madson Cortes de Almeida**

***Tutor: Professor Madson Cortes de Almeida***

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE À VERSÃO FINAL DA DISSERTAÇÃO DEFENDIDA PELO ALUNO WILSON APARECIDO DE OLIVEIRA E ORIENTADA PELO PROF. DR. MADSON CORTES DE ALMEIDA

-----

**CAMPINAS**

**2012**

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

OL4a Oliveira, Wilson Aparecido de  
Análise de observabilidade baseada em variâncias de  
medidas estimadas / Wilson Aparecido de Oliveira. --  
Campinas, SP: [s.n.], 2012.

Orientador: Madson Cortes de Almeida.  
Dissertação de Mestrado - Universidade Estadual de  
Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de  
Computação.

1. Sistemas de energia elétrica - Estimação de estado.  
2. Estimação de estado generalizado. 3. Sistemas de  
energia elétrica. 4. Análise de covariância. 5. Análise de  
variância. I. Almeida, Madson Cortes de, 1973-. II.  
Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de  
Engenharia Elétrica e de Computação. III. Título.

Título em Inglês: Observability analysis based estimated measures variances

Palavras-chave em Inglês: Electric power systems - State estimation, Estimation of  
generalized state, Electric power systems, Analysis of  
covariance, Analysis of variance

Área de concentração: Energia Elétrica

Titulação: Mestre em Engenharia Elétrica

Banca examinadora: João Bosco Augusto London Júnior, Fujio Sato

Data da defesa: 15-08-2012

Programa de Pós Graduação: Engenharia Elétrica

## COMISSÃO JULGADORA - TESE DE MESTRADO

**Candidato:** Wilson Aparecido de Oliveira

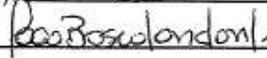
**Data da Defesa:** 15 de agosto de 2012

**Título da Tese:** "Análise de Observabilidade Baseada em Variâncias de Medidas Estimadas"

Prof. Dr. Madson Cortes de Almeida (Presidente):



Prof. Dr. João Bosco Augusto London Júnior:



Prof. Dr. Fujio Sato:



*Aos meus filhos*

## **AGRADECIMENTOS**

Ao professor Madson Cortes de Almeida que, com sua valiosa orientação, possibilitou a execução deste trabalho.

Ao professor Walmir de Freitas Filho, pela oportunidade de concretizar um grande sonho.

Ao professor Fujio Sato, a quem respeito desde os tempos da graduação.

À minha família pelo apoio por todos estes anos.

À minha esposa por sempre me motivar.

## RESUMO

Este trabalho apresenta uma metodologia completa para análise de observabilidade de sistemas de energia elétrica. A observabilidade da rede é determinada a partir do traço da matriz de covariância das medidas estimadas, as variâncias dos fluxos estimados permitem a identificação das ilhas observáveis e a restauração da observabilidade é realizada a partir das variâncias das medidas estimadas. As variâncias necessárias são obtidas da matriz de ganho linearizada regularizada. Além das medidas disponíveis, na formação da matriz de ganho regularizada admite-se a existência de pseudomedidas de ângulo em todas as barras da rede.

O estimador de estado linearizado regularizado e a metodologia de identificação de ramos observáveis a partir das variâncias dos fluxos estimados foram apresentados em [Almeida, Garcia e Asada, 2011]. As novas contribuições deste trabalho são o mecanismo de verificação da observabilidade, baseado no traço da matriz de covariância das medidas estimadas, o mecanismo de restauração da observabilidade, desenvolvido a partir da análise das variâncias das medidas, e a inclusão de medição fasorial sincronizada na formulação matemática utilizada.

**Palavras-chave:** Análise de Observabilidade. Covariância das Medidas Estimadas. Estimação de Estado. Medição Fasorial Sincronizada. Sistemas Elétricos de Potência. Variância dos Fluxos Estimados.

## **ABSTRACT**

*The purpose of this work is to present a complete methodology for observability analysis of electric power systems. The observability of the network is determined from the trace of the covariance matrix of the measurement estimate, the variance of the estimated power flow allow the identification of observable islands and the restoration of observability is performed from the variance of the measurement estimate. The variances required are obtained from the regularized linearized gain matrix. Besides the measurements available, in the formation of regularized gain matrix allows the existence of voltage angle pseudomeasurements on all buses of the network.*

*The regularized least squares power system state estimation and the methodology of analysis of the variance of the estimated power flow is based in [Almeida, Garcia e Asada, 2011]. The new contributions of this work are the observability checking mechanism, based on the trace of the covariance matrix of the measurement estimate, the mechanism of restoration of observability, developed from the analysis of variance of the measurement and the inclusion of synchronized phasor measurement in the mathematical formulation utilized.*

**Keywords:** *Observability Analysis. Covariance of the Measurement Estimate. State Estimation. Synchronized Phasor Measurement. Electric Power Systems. Variance of the Estimated Power Flow.*

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1.1</b> – Funções de um Centro de Controle. ....	3
<b>Figura 1.2</b> – Modelo de Estimação Tradicional. ....	4
<b>Figura 1.3</b> – Modelo de Estimação Generalizada. ....	4
<b>Figura 2.1</b> – Rede de 8 Barras Observável. ....	9
<b>Figura 2.2</b> – Rede de 8 Barras Não Observável. ....	12
<b>Figura 2.3</b> – Rede de 8 Barras Observável. ....	14
<b>Figura 2.4</b> – Resíduo Quadrático da Estimação em função das Variâncias das Medidas e das Pseudomedidas (Rede de 8 Barras Observável). ....	19
<b>Figura 2.5</b> – Rede de 8 Barras Não Observável. ....	20
<b>Figura 2.6</b> – Resíduo Quadrático da Estimação em função das Variâncias das Medidas e das Pseudomedidas (Rede de 8 Barras Não Observável). ....	23
<b>Figura 3.1</b> – Análise de Observabilidade Topológica. ....	32
<b>Figura 3.2</b> – Rede de 8 Barras utilizada para Análise de Observabilidade.....	33
<b>Figura 3.3</b> – Rede de 8 Barras utilizada para Análise de Observabilidade – Método Topológico. ....	34
<b>Figura 3.4</b> – Rede de 8 Barras utilizada para Análise de Observabilidade – Inclusão de Pseudomedida ( $P_2$ ). ....	34
<b>Figura 3.5</b> – Matriz Ganho de uma Rede Observável após a Fatoração Triangular. ....	37
<b>Figura 3.6</b> – Pivô Nulo na Matriz Ganho Fatorada. ....	37
<b>Figura 3.7</b> – Matriz Ganho de uma Rede Não Observável após a Fatoração Triangular.....	38
<b>Figura 3.8</b> – Equação Resultante após a Inclusão das Pseudomedidas. ....	38
<b>Figura 3.9</b> – Rede de 8 Barras utilizada para Análise de Observabilidade.....	42
<b>Figura 4.1</b> – Sistema de Teste para o Caso Parcialmente Observável. ....	51
<b>Figura 4.2</b> – Variâncias dos Fluxos de Potência Ativa Estimados – Sistema de 4 Barras.....	55
<b>Figura 4.3</b> – Variâncias dos Fluxos de Potência Ativa Estimados – Sistema de 4 Barras.....	57
<b>Figura 4.4</b> – Variâncias do Fluxo de Potência Ativa Linearizado Estimado – Análise de Sensibilidade. ....	59
<b>Figura 4.5</b> – Diagrama em Bloco de uma PMU típica.....	61
<b>Figura 4.6</b> – Sistema de Teste de 4 Barras Radial. ....	62
<b>Figura 4.7</b> – Variâncias dos Fluxos de Potência Ativa Linearizado Estimados – Sistema de 4 Barras sem e com inclusão de PMUs.....	63
<b>Figura 5.1</b> – Rede de 8 Barras utilizada para Análise de Observabilidade.....	66

<b>Figura 5.2</b> – Variâncias dos Fluxos de Potência Ativa Linearizado Estimado – Sistema de 8 Barras.	68
<b>Figura 5.3</b> – Variâncias dos Fluxos de Potência Ativa Linearizado Estimado – Sistema de 8 Barras após a Remoção das Injeções Irrelevantes. ....	69
<b>Figura 5.4</b> – Variâncias do Fluxo de Potência Ativa Linearizado Estimado – Sistema de 8 Barras com a inclusão de $P_2$ . ....	71
<b>Figura 5.5</b> – Sistema de 14-Barras IEEE com Medidas Disponíveis.....	72
<b>Figura 5.6</b> – Variâncias do Fluxo de Potência Ativa Linearizado Estimado (IEEE 14-Barras). ....	73
<b>Figura 5.7</b> – Variâncias do Fluxo de Potência Ativa Linearizado Estimado (IEEE 14-Barras) – Alocação de PMU na Barra 9. ....	74
<b>Figura 5.8</b> – Variâncias do Fluxo de Potência Ativa Linearizado Estimado (IEEE 14-Barras) – Alocação de PMU na Barra 13. ....	75
<b>Figura 5.9</b> – Sistema de 30-Barras IEEE com Medidas Disponíveis.....	76
<b>Figura 5.10</b> – Variâncias do Fluxo de Potência Ativa Linearizado Estimado (IEEE 30-Barras). ....	77

## LISTA DE TABELAS

<b>Tabela 1</b> – Análise da Sensibilidade quanto ao Peso das Medidas e Pseudomedidas .....	59
---	----

## LISTA DE ALGORITMOS

<b>Algoritmo 1</b> – Verificação da Observabilidade pelo Método da Matriz Ganho.....	39
<b>Algoritmo 2</b> – Identificação das Ilhas Observáveis pelo Método da Matriz Ganho.....	40
<b>Algoritmo 3</b> – Restauração da Observabilidade pelo Método da Matriz Ganho.....	41
<b>Algoritmo 4</b> – Verificação da Observabilidade pelo Método das Variâncias.....	53
<b>Algoritmo 5</b> – Identificação das Ilhas Observáveis pelo Método das Variâncias.....	55
<b>Algoritmo 6</b> – Restauração da Observabilidade pelo Método das Variâncias.....	58

## LISTA DAS PRINCIPAIS ABREVIATURAS, SIGLAS E SÍMBOLOS

$\theta$	Vetor de Variáveis de Estado
$e$	Vetor de Erros das Medidas
EE	Estimador de Estado
EELR	Estimador de Estado Linearizado Regularizado
G	Matriz Ganho
H	Matriz Jacobiana
$I_n$	Matriz Identidade de ordem $n$
LI	Linearmente Independente
$n$	Número de Barras
NPV	Número de Pivôs Nulos
PMU	<i>Phasor Measurement Units</i>
$R_z^{\wedge}$	Matriz de Covariância das Medidas Estimadas
$R_z$	Matriz de Covariância das Medidas
S	Matriz Diagonal cujos Elementos são Pesos das Pseudomedidas de Ângulo
SCADA	<i>Supervisory Control and Data Acquisition</i>
V	Matriz de Ponderação
W	Matriz de Ponderação das Medidas ( $= R_z^{-1}$ )
$\Theta$	Matriz de Covariância dos Estados Estimados

## SUMÁRIO

<b>1.</b>	<b>Introdução.....</b>	<b>1</b>
1.1.	OBJETIVOS .....	4
1.2.	ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO.....	5
<b>2.</b>	<b>Estimador Linearizado Regularizado .....</b>	<b>7</b>
2.1.	ESTIMADOR LINEARIZADO CLÁSSICO.....	7
2.1.1.	EXEMPLO PARA CASO OBSERVÁVEL .....	9
2.1.2.	EXEMPLO PARA CASO PARCIALMENTE OBSERVÁVEL.....	12
2.2.	ESTIMADOR REGULARIZADO LINEARIZADO .....	13
2.2.1.	EXEMPLO PARA CASO OBSERVÁVEL .....	14
2.2.2.	EXEMPLO PARA CASO PARCIALMENTE OBSERVÁVEL.....	19
2.3.	PROPRIEDADES DAS MATRIZES DE COVARIÂNCIA .....	24
2.3.1.	MATRIZ DE COVARIÂNCIA DAS MEDIDAS ESTIMADAS .....	24
2.3.2.	PROPRIEDADE DO TRAÇO DA MATRIZ $R_z$ .....	25
2.3.3.	PROPRIEDADE DAS VARIÂNCIAS DOS FLUXOS ESTIMADOS.....	26
<b>3.</b>	<b>Análise de Observabilidade .....</b>	<b>29</b>
3.1.	INTRODUÇÃO.....	29
3.2.	DEFINIÇÃO DE OBSERVABILIDADE .....	30
3.3.	OBSERVABILIDADE TOPOLÓGICA.....	31
3.3.1.	EXEMPLO .....	32
3.4.	OBSERVABILIDADE NUMÉRICA .....	35
3.4.1.	MÉTODO DA MATRIZ GANHO .....	36
3.4.1.1.	OBSERVABILIDADE E FATORAÇÃO DA MATRIZ GANHO.....	36
3.4.1.2.	ALGORITMO DE ANÁLISE DE OBSERVABILIDADE .....	39
3.4.1.3.	EXEMPLO .....	41
<b>4.</b>	<b>Metodologia Proposta para a Análise de Observabilidade .....</b>	<b>49</b>
4.1.	INTRODUÇÃO.....	50
4.2.	VERIFICAÇÃO DA OBSERVABILIDADE .....	50
4.2.1.	EXEMPLO .....	51
4.3.	IDENTIFICAÇÃO DAS ILHAS OBSERVÁVEIS .....	53
4.3.1.	EXEMPLO .....	54
4.4.	RESTAURAÇÃO DA OBSERVABILIDADE .....	56
4.4.1.	EXEMPLO .....	56
4.5.	ANÁLISE DA SENSIBILIDADE DO PESO DAS MEDIDAS E PSEUDOMEDIDAS .....	58
4.6.	MEDIÇÃO FASORIAL SINCRONIZADA .....	60
4.6.1.	EXEMPLO .....	62
<b>5.</b>	<b>Testes e Resultados.....</b>	<b>65</b>
5.1.	SISTEMA DE 8 BARRAS .....	65
5.2.	SISTEMA DE 14 BARRAS .....	71
5.2.1.	SISTEMA DE 14 BARRAS – PMU NA BARRA 9.....	73
5.2.2.	SISTEMA DE 14 BARRAS – PMU NA BARRA 13.....	74
5.3.	SISTEMA DE 30 BARRAS .....	75
<b>6.</b>	<b>Conclusões .....</b>	<b>79</b>
6.1.	SUGESTÕES DE CONTINUIDADE DO TRABALHO.....	80
6.2.	PUBLICAÇÕES REALIZADAS.....	81
	<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>83</b>
	<b>ANEXOS .....</b>	<b>85</b>
	ANEXO A - LEMA DA MODIFICAÇÃO DE MATRIZES INVERSAS .....	87

# Capítulo 1

## Introdução

A estimação de estado representa um dos tópicos mais estudados na área de modelagem e processamento em tempo-real de sistema de energia elétrica. Desde os primeiros estudos publicados em [Schweppe e Wildes, 1970], [Schweppe e Ron, 1970] e [Scheppe, 1970], inúmeros melhoramentos e modelos foram propostos, o que resultou na consolidação teórica e prática dos estimadores de estado. Dentre as propostas inovadoras destaca-se, por exemplo, a modelagem generalizada da rede. Esta modelagem permite estimar simultaneamente as variáveis de estado convencionais (módulos e ângulos das tensões nas barras), o estado de chaves e disjuntores, e parâmetros de componentes, de modo que erros na topologia possam ser detectados e corrigidos ao mesmo tempo em que o estado da rede é estimado [Alsaç, Vempati, Stott e Monticelli, 1998].

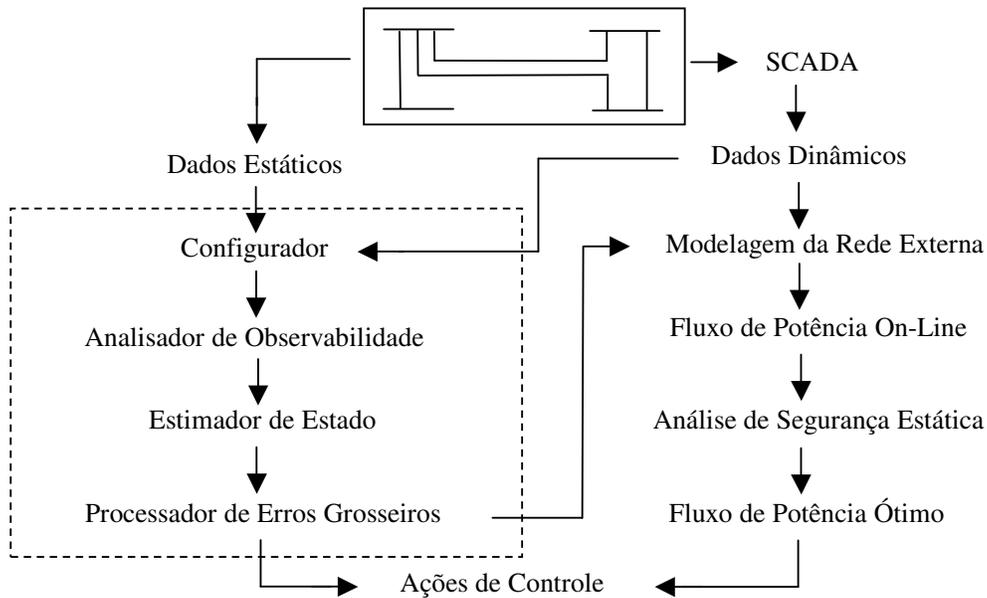
O objetivo do estimador de estado (EE) é prover um estado preciso e confiável do sistema de energia a partir da topologia do sistema e de medidas obtidas em tempo real. O processo de estimação é realizado a partir de três funções básicas: análise e restauração de observabilidade, estimação de estado, e identificação e detecção de erros grosseiros. Estas funções são geralmente executadas separadamente apesar de serem fortemente relacionadas. Este trabalho trata da função de análise de observabilidade.

A análise de observabilidade é a função que trata da solvabilidade do problema de estimação de estado. Inicialmente esta função deve determinar se o conjunto de medidas disponíveis é suficiente para que o estado de toda a rede seja determinado. Destaca-se que mesmo quando o sistema de medição é planejado para tornar a rede totalmente observável, situações imprevistas como falhas no sistema de comunicação podem tornar o sistema momentaneamente não observável. Neste caso, a função de análise de observabilidade deve identificar as partes observáveis (ilhas observáveis) e não observáveis da rede e, em seguida, identificar um conjunto

de pseudomedidas de injeção ou pseudomedidas de fluxo capazes de restaurar a observabilidade de toda a rede sem interferir na qualidade do estado estimado dentro das ilhas observáveis [Monticelli and Wu, 1985a].

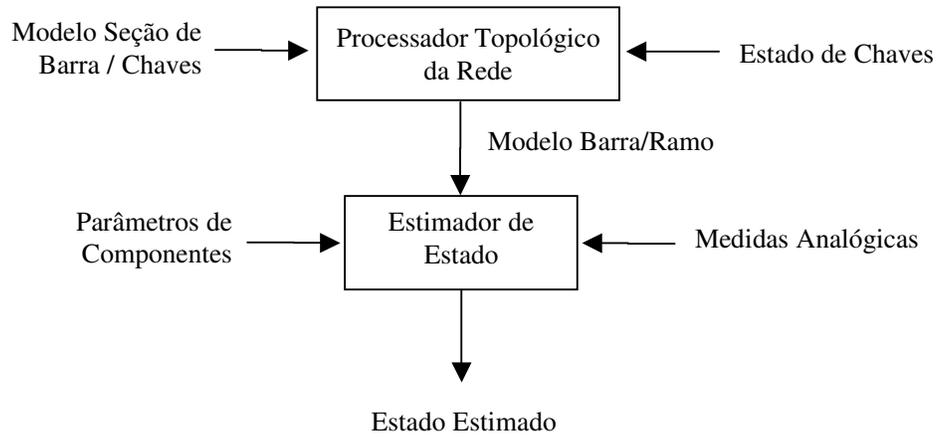
Depois que a solvabilidade do problema é verificada, o estimador de estado encontra a melhor estimativa para as condições de operação do sistema. Finalmente, realiza-se o tratamento de erros grosseiros, onde as medidas contendo erros grosseiros são identificadas e corrigidas, caso o grau de redundância das medidas seja adequado. As medidas portadoras de erros grosseiros são aquelas com erros maiores do que supõe o modelo de medição. Problemas nos canais de comunicação, instrumentos de medição defeituosos ou descalibrados, dados não confiáveis provenientes de regiões de fronteira com áreas não supervisionadas podem ser causas desses erros.

As funções da estimação de estado são realizadas a partir de um conjunto de dados do sistema classificados em estáticos e dinâmicos. Os dados estáticos contêm informações sobre a conectividade da rede, descrevendo como as seções de barramento se conectam, além de parâmetros das linhas, dos transformadores, dos bancos de capacitores e dos reatores, entre outros. Entre as medidas dinâmicas têm-se as magnitudes das tensões nas barras, os fluxos de corrente nas linhas, os fluxos de potência ativa, os fluxos de potência reativa, etc. Além dos valores analógicos, os dados dinâmicos contêm informações sobre a situação dos disjuntores, das chaves e da posição dos *taps* dos transformadores. Os dados dinâmicos são obtidos periodicamente e, depois de processados pelo SCADA (*Supervisory Control and Data Acquisition*), são enviados às funções de construção do modelo em tempo real da rede, conforme **Figura 1.1**. As funções do estimador de estado estão destacadas dentro da janela tracejada.

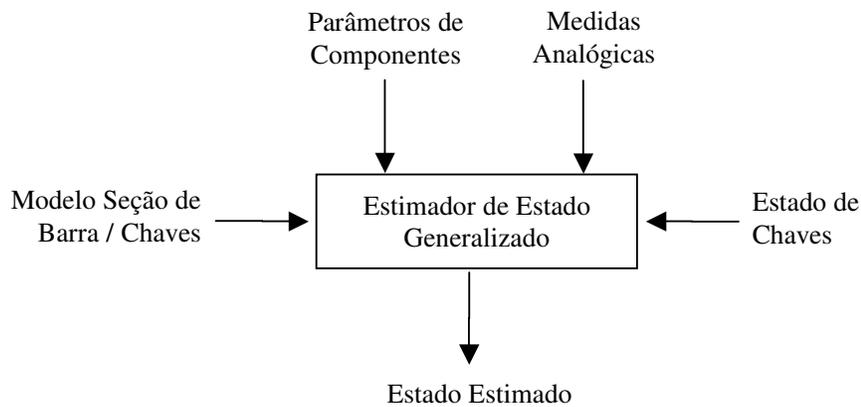


**Figura 1.1** – Funções de um Centro de Controle.

A **Figura 1.2** apresenta o modelo tradicional de estimação também chamado de modelo de duas fases. Note que o configurador topológico fornece o modelo conexo da rede com a associação das medidas aos componentes e o estimador aceita a configuração como correta. Nesse caso, um erro topológico dificilmente será detectado, uma vez que a hipótese inicial apresenta-se incorreta. Já no modelo generalizado, apresentado na **Figura 1.3**, o tratamento da topologia da rede, das medidas e dos parâmetros é realizado pelo estimador de estado, o que viabiliza a detecção de erros topológicos.



**Figura 1.2** – Modelo de Estimação Tradicional.



**Figura 1.3** – Modelo de Estimação Generalizada.

### 1.1. Objetivos

Neste contexto, este trabalho apresenta uma metodologia completa para análise de observabilidade de sistemas de energia elétrica baseada na variância das medidas estimadas e na variância dos fluxos de potência estimados. O estimador de estado linearizado regularizado e a metodologia de identificação de ramos observáveis a partir das variâncias dos fluxos estimados

foram apresentados em [Almeida, Garcia e Asada, 2011]. As novas contribuições deste trabalho são o mecanismo de verificação da observabilidade, baseado no traço da matriz de covariância das medidas estimadas, o mecanismo de restauração da observabilidade, desenvolvido a partir da análise das variâncias das medidas, e a inclusão de medição fasorial sincronizada na formulação matemática utilizada.

## **1.2. Organização do Trabalho**

A estrutura deste trabalho apresenta-se como segue. No Capítulo 2 são abordados os estimadores linearizados clássico e regularizado, onde o conceito de variável de estado é apresentado, os modelos de medição são discutidos e o estado e os parâmetros de estimação são introduzidos. Os princípios da análise de observabilidade, incluindo tanto o modelo topológico como o numérico, são descritos no Capítulo 3. No Capítulo 4 é discutida a análise de observabilidade baseada no estimador linearizado regularizado, e onde são apresentadas as principais contribuições deste trabalho. Os testes e resultados com os sistemas de 8, 14 e 30 barras são descritos no Capítulo 5. E, finalmente, no capítulo 6, são discutidas as conclusões e as perspectivas para os trabalhos futuros.



# Capítulo 2

## Estimador Linearizado Regularizado

O objetivo deste capítulo é discutir o Estimador de Estado Linearizado Regularizado (EELR) apresentado em [Almeida, Garcia e Asada, 2011]. O processo de regularização resulta da inclusão de pseudomedidas de ângulos em todas as barras da rede. Com a regularização é possível estimar um estado para a rede e calcular as variâncias das grandezas estimadas mesmo quando a rede é não observável.

Inicialmente é apresentado o Estimador de Estado Linearizado Clássico e em seguida apresenta-se o processo de regularização. Para melhor entendimento, o EELR será aplicado a um sistema de oito barras obtido em [Monticelli, 1999], o que permite validar os conceitos utilizados. Por fim, a matriz de covariância das medidas estimadas e suas propriedades, obtidas a partir do EELR, serão discutidas. Tais propriedades são os pilares da metodologia desenvolvida neste trabalho, a qual será abordada nos próximos capítulos.

### 2.1. Estimador Linearizado Clássico

Conforme discutido em [Monticelli, 1999], o problema do Estimador de Estado Linearizado (Estimador CC) é normalmente formulado como um sistema de equações lineares (o modelo de medidas), e resolvido como um problema de mínimos quadrados ponderados. O modelo de medidas da estimação de estado relaciona medidas com variáveis de estado por:

$$z = H\theta + e \quad (2-1)$$

onde:

- $\theta$  é o vetor contendo as  $n$  variáveis de estado do problema (ângulo de fase das tensões);
- $z$  é o vetor contendo as  $m$  medidas disponíveis;
- $H$  é a matriz Jacobiana  $m \times n$ ;
- $H\theta$  é o vetor de funções lineares que relaciona as medidas com as variáveis de estado;
- $e$  é o vetor contendo os erros randômicos das medidas;
- $m$  é o número de medidas;
- $n$  é o número de variáveis de estado.

Desse modo, o vetor de resíduo das medidas é definido como:

$$r = z - H\theta \quad (2-2)$$

O problema dos mínimos quadrados ponderados para o sistema sobredeterminado deve encontrar o vetor  $\theta$  que minimiza o índice  $J_H(\theta)$ , definido como segue:

$$J_H(\theta) = (z - H\theta)'W(z - H\theta) \quad (2-3)$$

Neste índice, a matriz  $W$  é diagonal com os elementos representando os pesos das medidas. Geralmente,  $W$  é obtida a partir das recíprocas das variâncias das medidas:

$$W = R_z^{-1} = \begin{bmatrix} \sigma_m^{-2} & & & \\ & \sigma_m^{-2} & & \\ & & \dots & \\ & & & \sigma_m^{-2} \end{bmatrix}_{m \times m} \quad (2-4)$$

onde  $R_z$  é a matriz da covariância das medidas.

O índice de desempenho  $J_H(\theta)$  pode ser diferenciado para obter as condições de otimalidade de primeira ordem, resultando em:

$$\hat{G}\theta = H'Wz \quad (2-5)$$

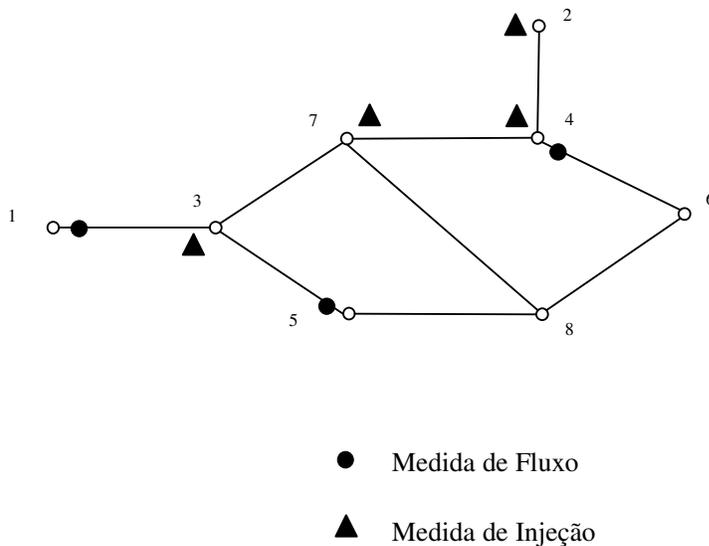
onde  $\theta$  é o vetor contendo o estado estimado e  $G = H' W H$  é a matriz ganho da rede. Assim, o estado estimado obtido pelo estimador de estado linearizado clássico é dado por:

$$\hat{\theta} = G^{-1} H' W z \quad (2-6)$$

A seguir, o estimador CC clássico apresentado nesta seção é aplicado a uma rede observável e a uma rede não observável. Estes mesmo exemplos serão resolvidos mais a frente com o estimador regularizado e, assim, as diferenças entre o estimador CC clássico e o regularizado se tornarão claras.

### 2.1.1. Exemplo para Caso Observável

Para ilustrar a aplicação do estimador CC clássico a uma rede observável, considere o caso mostrado na **Figura 2.1**. Esta rede foi obtida na referência [Monticelli, 1999].



**Figura 2.1** – Rede de 8 Barras Observável.

Por simplicidade vamos considerar todos os ramos da rede representados por reatâncias unitárias, como é comum na análise de observabilidade. Além disso, vamos considerar que as medidas são perfeitas, ou seja, sem ruído e que as variâncias de todas as medidas são iguais a  $10^{-4}$ . Nesse caso, a matriz Jacobiana ( $H$ ), o vetor das medidas ( $z$ ) e a matriz de ponderação ( $W$ ) são:

$$H = \begin{matrix} & \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 & \theta_4 & \theta_5 & \theta_6 & \theta_7 & \theta_8 \\ P_2 & & 1 & & -1 & & & & \\ P_3 & -1 & & 3 & & -1 & & -1 & \\ P_4 & & -1 & & 3 & & -1 & -1 & \\ P_7 & & & -1 & -1 & & & 3 & -1 \\ P_{13} & 1 & & -1 & & & & & \\ P_{46} & & & & 1 & & -1 & & \\ P_{53} & & & -1 & & 1 & & & \end{matrix}$$

$$z = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -2 \\ 2 \\ 1 \\ -2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$W = \begin{bmatrix} 10^4 & & & & & & & & \\ & 10^4 & & & & & & & \\ & & 10^4 & & & & & & \\ & & & 10^4 & & & & & \\ & & & & 10^4 & & & & \\ & & & & & 10^4 & & & \\ & & & & & & 10^4 & & \\ & & & & & & & 10^4 & \\ & & & & & & & & 10^4 \end{bmatrix}$$

Conforme as grandezas acima, a matriz ganho da rede ( $G = H' \times W \times H$ ) é como segue. Note a presença do valor  $10^{10}$  na primeira linha e na primeira coluna da matriz ganho,  $G$ , representando a adoção do ângulo da barra 1 como referência angular para a rede.

$$G = 1 \times 10^5 \times \begin{bmatrix} 100000 & 0 & -0,4 & 0 & 0,1 & 0 & 0,1 & 0 \\ 0 & 0,2 & 0 & -0,4 & 0 & 0,1 & 0,1 & 0 \\ -0,4 & 0 & 1,2 & 0,1 & -0,4 & 0 & -0,6 & 0,1 \\ 0 & -0,4 & 0,1 & 1,2 & 0 & -0,4 & -0,6 & 0,1 \\ 0,1 & 0 & -0,4 & 0 & 0,2 & 0 & 0,1 & 0 \\ 0 & 0,1 & 0 & -0,4 & 0 & 0,2 & 0,1 & 0 \\ 0,1 & 0,1 & -0,6 & -0,6 & 0,1 & 0,1 & 1,1 & -0,3 \\ 0 & 0 & 0,1 & 0,1 & 0 & 0 & -0,3 & 0,1 \end{bmatrix}$$

O vetor de estados estimados  $\hat{\theta}$  e o vetor de resíduos das medidas são:

$$\hat{\theta} = G^{-1} \times (H' \times W) \times z = \begin{bmatrix} 0 \\ -4 \\ -1 \\ -3 \\ -2 \\ -1 \\ -2 \\ -4 \end{bmatrix}$$

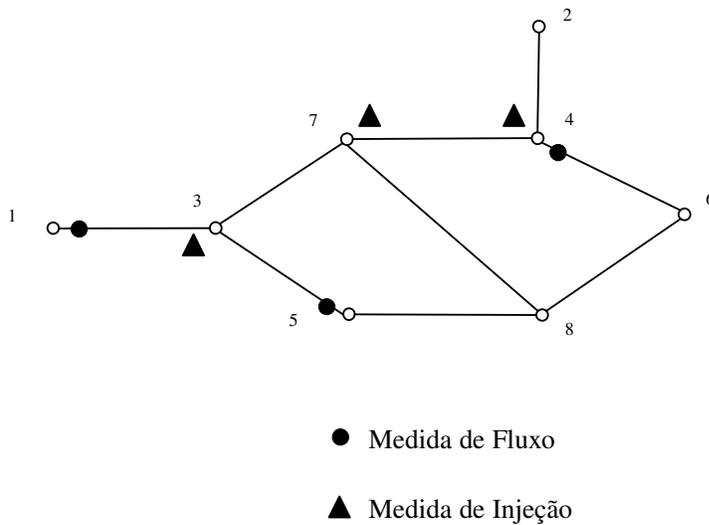
$$r = z - H \times \theta = 1 \times 10^{-13} \times \begin{bmatrix} -0,0622 \\ 0 \\ 0,4707 \\ -0,1954 \\ -0,0533 \\ 0,1821 \\ -0,0444 \end{bmatrix}$$

Como os resíduos das medidas são pequenos, significa que o estado estimado adere bem aos valores medidos e, portanto, o estado estimado é de boa qualidade. Por fim, o vetor dos fluxos de potência ativa calculados para os ramos da rede é mostrado a seguir:

$$P_{km} = \begin{bmatrix} P_{13} & 1 \\ P_{24} & -1 \\ P_{35} & 1 \\ P_{37} & 1 \\ P_{46} & -2 \\ P_{47} & -1 \\ P_{58} & 2 \\ P_{68} & 3 \\ P_{78} & 2 \end{bmatrix}$$

### 2.1.2. Exemplo para Caso Parcialmente Observável

Neste exemplo, para tornar a rede não observável a injeção na barra 2 ( $P_2$ ) foi removida. As demais condições do exemplo anterior foram mantidas. A nova rede não observável é mostrada na **Figura 2.2**.



**Figura 2.2** – Rede de 8 Barras Não Observável.

Note que neste caso não é possível resolver o estimador linearizado pelo método clássico, uma vez que o posto da matriz ganho não é completo e, portanto, não é possível calcular a sua inversa. Conforme será mostrado na próxima seção, com o estimador regularizado linearizado este

problema é resolvido através da inclusão de pseudomedidas de ângulos em todas as barras e com o ajuste adequado das variâncias das pseudomedidas.

## 2.2. Estimador Regularizado Linearizado

Considere novamente o modelo de medição linearizado da equação (2-1). Considere ainda que além das medidas disponíveis para a estimação de estado há pseudomedidas de ângulo das tensões nas  $n$  barras da rede. Desse modo, as matrizes Jacobiana e de ponderação podem ser reescritas, respectivamente, como segue:

$$J = \begin{pmatrix} H \\ \vdots \\ I \end{pmatrix} \quad (2-7)$$

$$V = \begin{pmatrix} W & 0 \\ 0 & S \end{pmatrix} \quad (2-8)$$

onde  $H$  e  $W$  são como definidas anteriormente,  $I$  é a matriz identidade de ordem  $n$  representando a matriz Jacobiana das pseudomedidas de ângulo e  $S$  é uma matriz diagonal cujos elementos são os pesos das pseudomedidas de ângulo. Neste caso, os elementos de  $S$  são o inverso das variâncias das pseudomedidas, ou seja,

$$S = \begin{pmatrix} \sigma_p^{-2} & & & \\ & \sigma_p^{-2} & & \\ & & \dots & \\ & & & \sigma_p^{-2} \end{pmatrix}_{n \times n} \quad (2-9)$$

Considerando as novas matrizes Jacobiana,  $J$ , e de ponderação,  $V$ , a matriz de ganho linearizada pode ser escrita como:

$$G = J'VJ = (H'WH + S) \quad (2-10)$$

Esta nova matriz de ganho é dita regularizada, pois ela tem posto completo e, assim, a solução do estimador linearizado mostrada abaixo sempre pode ser obtida, mesmo que a rede seja não observável.

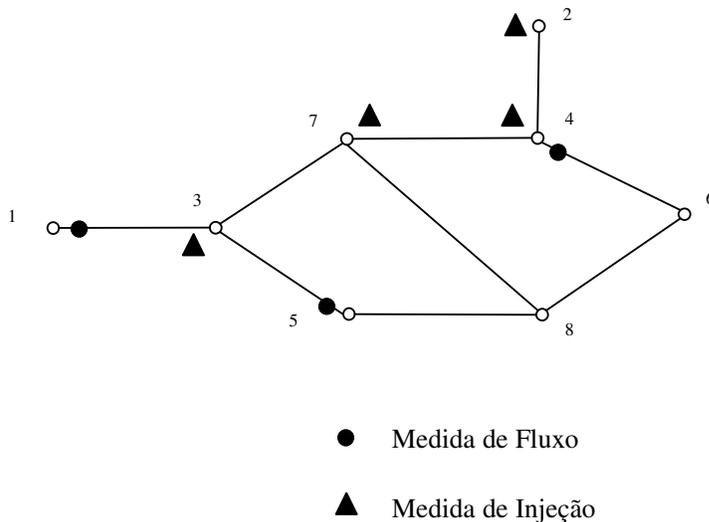
$$G\hat{\theta} = J'Vz = (H'W \ S)z \quad (2-11)$$

Note que o novo vetor  $z$  contém agora  $m$  medidas mais  $n$  pseudomedidas de ângulo e  $S$  é um termo de regularização da matriz de ganho. Este procedimento é conhecido como regularização de Tikhonov [Tikhonov e Arsenin, 1977].

A seguir o estimador regularizado será aplicado aos exemplos discutidos na seção anterior.

### 2.2.1. Exemplo para Caso Observável

Para ilustrar a aplicação do estimador regularizado linearizado vamos retomar o exemplo observável mostrado na seção anterior. Apenas para facilitar a leitura, a rede observável é apresentada novamente a seguir. Todas as condições utilizadas anteriormente são mantidas. Além disso, as variâncias das pseudomedidas de ângulos são iguais a  $10^4$ , significando que estas medidas são de baixa qualidade.



**Figura 2.3** – Rede de 8 Barras Observável.

As matrizes Jacobianas ( $H$  e  $J$ ), o vetor contendo as medidas e as pseudomedidas ( $z$ ) e as matrizes de ponderação  $W$  e  $S$  são mostrados abaixo. Note que as pseudomedidas de ângulo são todas nulas.

$$H = \begin{matrix} & \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 & \theta_4 & \theta_5 & \theta_6 & \theta_7 & \theta_8 \\ P_2 & & 1 & & -1 & & & & \\ P_3 & -1 & & 3 & & -1 & & -1 & \\ P_4 & & -1 & & 3 & & -1 & -1 & \\ P_7 & & & -1 & -1 & & & 3 & -1 \\ P_{13} & 1 & & -1 & & & & & \\ P_{46} & & & & 1 & & -1 & & \\ P_{53} & & & -1 & & 1 & & & \end{matrix}$$

$$J = \begin{matrix} & \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 & \theta_4 & \theta_5 & \theta_6 & \theta_7 & \theta_8 \\ P_2 & & 1 & & -1 & & & & \\ P_3 & -1 & & 3 & & -1 & & -1 & \\ P_4 & & -1 & & 3 & & -1 & -1 & \\ P_7 & & & -1 & -1 & & & 3 & -1 \\ P_{13} & 1 & & -1 & & & & & \\ P_{46} & & & & 1 & & -1 & & \\ P_{53} & & & -1 & & 1 & & & \\ \theta_1 & 1 & & & & & & & \\ \theta_2 & & 1 & & & & & & \\ \theta_3 & & & 1 & & & & & \\ \theta_4 & & & & 1 & & & & \\ \theta_5 & & & & & 1 & & & \\ \theta_6 & & & & & & 1 & & \\ \theta_7 & & & & & & & 1 & \\ \theta_8 & & & & & & & & 1 \end{matrix}$$



$$G = 1 \times 10^5 \times \begin{bmatrix} 0,2 & 0 & -0,4 & 0 & 0,1 & 0 & 0,1 & 0 \\ 0 & 0,2 & 0 & -0,4 & 0 & 0,1 & 0,1 & 0 \\ -0,4 & 0 & 1,2 & 0,1 & -0,4 & 0 & -0,6 & 0,1 \\ 0 & -0,4 & 0,1 & 1,2 & 0 & -0,4 & -0,6 & 0,1 \\ 0,1 & 0 & -0,4 & 0 & 0,2 & 0 & 0,1 & 0 \\ 0 & 0,1 & 0 & -0,4 & 0 & 0,2 & 0,1 & 0 \\ 0,1 & 0,1 & -0,6 & -0,6 & 0,1 & 0,1 & 1,1 & -0,3 \\ 0 & 0 & 0,1 & 0,1 & 0 & 0 & -0,3 & 0,1 \end{bmatrix}$$

Note que neste caso não foi preciso adotar uma referência angular para a rede já que todas as barras possuem pseudomedidas de ângulo. Entretanto, uma pseudomedida de ângulo poderia ter recebido um peso elevado, sendo tomada como referência angular, conforme foi feito no caso do estimador clássico.

O vetor de estados estimados  $\hat{\theta}$  e o vetor de resíduos das medidas são:

$$\hat{\theta} = G^{-1} \times [H' \times W \ S] \times z = \begin{bmatrix} 2,1250 \\ -1,8750 \\ 1,1250 \\ -0,8750 \\ 0,1250 \\ 1,1250 \\ 0,1250 \\ -1,8750 \end{bmatrix}$$

$$r = z - H \times \theta = 1 \times 10^{-6} \times \begin{bmatrix} 0,0149 \\ 0,1732 \\ -0,0522 \\ 0,0019 \\ 0,0261 \\ -0,0317 \\ 0,0186 \end{bmatrix}$$

Como os resíduos das medidas são pequenos, significa que o estado estimado adere bem aos valores medidos e, portanto, o estado estimado é de boa qualidade.

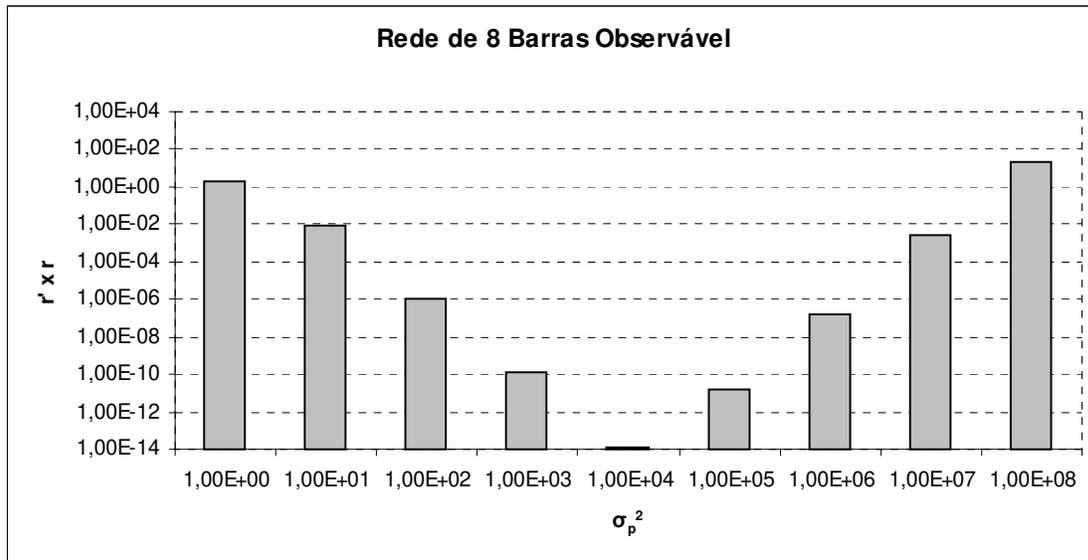
Por fim, o vetor dos fluxos de potência ativa calculados para os ramos da rede é mostrado a seguir. Note que este vetor apresenta os mesmos valores obtidos com o estimador linearizado

clássico, significando que os estados obtidos com o estimador clássico e com o estimador regularizado são equivalentes.

$$P_{km} = \begin{matrix} P_{13} \\ P_{24} \\ P_{35} \\ P_{37} \\ P_{46} \\ P_{47} \\ P_{58} \\ P_{68} \\ P_{78} \end{matrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \\ -2 \\ -1 \\ 2 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Observe que no estimador regularizado deve haver um compromisso entre os valores das variâncias das medidas e os valores das variâncias das pseudomedidas para que o estado estimado atenda às medidas disponíveis. Em geral, recomenda-se que as medidas recebam variâncias pequenas enquanto as pseudomedidas recebem variâncias elevadas. Na análise de observabilidade, uma boa prática é usar para as variâncias das pseudomedidas o inverso das variâncias das medidas. Além disso, recomenda-se usar valores nulos para as pseudomedidas de ângulo.

Para mostrar o comportamento do estimador regularizado em função das variâncias das medidas e das pseudomedidas, a figura a seguir apresenta o valor do resíduo quadrático,  $r'r$ , em função das variâncias das medidas, com as variâncias das pseudomedidas iguais ao inverso das variâncias das medidas. Todas as pseudomedidas de ângulo são nulas.

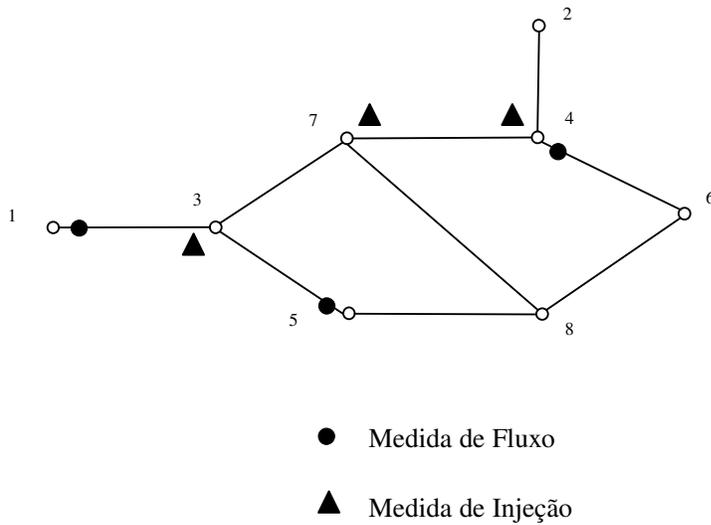


**Figura 2.4** – Resíduo Quadrático da Estimação em função das Variâncias das Medidas e das Pseudomedidas (Rede de 8 Barras Observável).

Para pequenos valores de variâncias das pseudomedidas ( $\sigma_p^2 = 10^0$ ), o resíduo quadrático,  $r'xr$ , apresenta valores maiores, o que significa que o estado estimado não aderiu bem às medidas disponíveis. À medida que aumentamos o valor de  $\sigma_p^2$  e, conseqüentemente, diminuimos o valor de  $\sigma^2$ , o valor do resíduo quadrático inicialmente diminui e depois volta a crescer. Este aumento do resíduo quadrático se deve à piora do condicionamento numérico da matriz de ganho regularizada para valores muito elevados de  $\sigma_p^2$ . Entretanto, verifica-se que para  $\sigma_p^2$  entre  $10^2$  e  $10^7$  têm-se resíduos quadráticos baixos, o que significa que o estado estimado adere bem às medidas disponíveis. Portanto, tem-se uma boa faixa para o ajuste das variâncias das medidas e das pseudomedidas em que é possível obter uma boa estimativa para o estado a partir do estimador regularizado linearizado.

### 2.2.2. Exemplo para Caso Parcialmente Observável

Para ilustrar a aplicação do estimador regularizado linearizado a uma rede não observável vamos retomar o exemplo mostrado na seção anterior. A rede não observável é apresentada novamente a seguir. Todas as condições utilizadas anteriormente são mantidas. Além disso, as variâncias das pseudomedidas de ângulos são iguais a  $10^4$ , significando que estas medidas são de baixa qualidade.



**Figura 2.5** – Rede de 8 Barras Não Observável.

A matriz Jacobiana ( $H$ ), o vetor contendo as medidas e as pseudomedidas ( $z$ ) e as matrizes de ponderação  $W$  e  $S$  são mostrados abaixo. As pseudomedidas de ângulo são todas nulas.

$$H = \begin{matrix} & \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 & \theta_4 & \theta_5 & \theta_6 & \theta_7 & \theta_8 \\ P_3 & \begin{bmatrix} -1 & & 3 & & -1 & & -1 & & \end{bmatrix} \\ P_4 & & \begin{bmatrix} & -1 & & 3 & & -1 & -1 & & \end{bmatrix} \\ P_7 & & & \begin{bmatrix} & & -1 & -1 & & & 3 & -1 & \end{bmatrix} \\ P_{13} & \begin{bmatrix} 1 & & -1 & & & & & & \end{bmatrix} \\ P_{46} & & & & \begin{bmatrix} & & & 1 & & -1 & & & \end{bmatrix} \\ P_{53} & & & & & \begin{bmatrix} & & -1 & & 1 & & & & \end{bmatrix} \end{matrix}$$



$$G = 1 \times 10^5 \times \begin{bmatrix} 0,2 & 0 & -0,4 & 0 & 0,1 & 0 & 0,1 & 0 \\ 0 & 0,1 & 0 & -0,3 & 0 & 0,1 & 0,1 & 0 \\ -0,4 & 0 & 1,2 & 0,1 & -0,4 & 0 & -0,6 & 0,1 \\ 0 & -0,3 & 0,1 & 1,1 & 0 & -0,4 & -0,6 & 0,1 \\ 0,1 & 0 & -0,4 & 0 & 0,2 & 0 & 0,1 & 0 \\ 0 & 0,1 & 0 & -0,4 & 0 & 0,2 & 0,1 & 0 \\ 0,1 & 0,1 & -0,6 & -0,6 & 0,1 & 0,1 & 1,1 & -0,3 \\ 0 & 0 & 0,1 & 0,1 & 0 & 0 & -0,3 & 0,1 \end{bmatrix}$$

O vetor de estados estimados  $\hat{\theta}$  e o vetor de resíduos das medidas são apresentados a seguir. Neste caso, diferentemente do estimador linearizado clássico, é possível obter um estado estimado para todas as barras da rede.

$$\hat{\theta} = G^{-1} \times [H' \times W \ S] \times z = \begin{bmatrix} 2,0213 \\ -1,4255 \\ 1,0213 \\ -0,7021 \\ 0,0213 \\ 1,2979 \\ 0,0213 \\ -2,2553 \end{bmatrix}$$

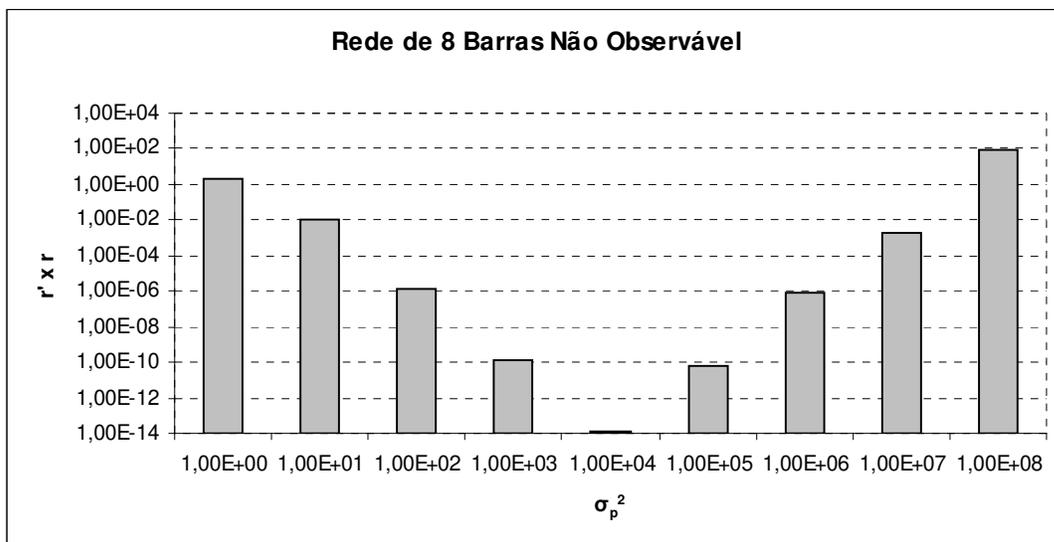
$$r = z - H \times \theta = 1 \times 10^{-6} \times \begin{bmatrix} 0,1378 \\ 0,0666 \\ -0,0196 \\ 0,0503 \\ 0,0075 \\ 0,0261 \end{bmatrix}$$

Como os resíduos das medidas são pequenos, significa que o estado estimado adere bem aos valores medidos. Além disso, o vetor dos fluxos de potência ativa calculados para os ramos da rede é mostrado a seguir. Note que nos ramos observáveis ( $P_{13}$ ,  $P_{35}$ ,  $P_{37}$  e  $P_{46}$ ), os fluxos de potência calculados são os mesmos obtidos para o caso observável, o que significa que o estado estimado para as partes observáveis da rede é de boa qualidade. A análise da observabilidade será melhor discutida nos próximos capítulos.

$$P_{km} = \begin{bmatrix} P_{13} & 1 \\ P_{24} & -0,7234 \\ P_{35} & 1 \\ P_{37} & 1 \\ P_{46} & -2 \\ P_{47} & -0,7234 \\ P_{58} & 2,2766 \\ P_{68} & 3,5532 \\ P_{78} & 2,2766 \end{bmatrix}$$

Portanto, o estimador de estado regularizado permite estimar o estado de redes observáveis com qualidade similar à apresentada pelo estimador clássico CC e possibilita ainda, ao contrário deste último, estimar com boa qualidade o estado das partes observáveis de redes não observáveis sem que a fase de restauração da observabilidade seja realizada.

Assim como realizado para o caso observável, novamente o comportamento dos resíduos quadráticos obtidos com o estimador regularizado em função das variâncias das medidas e das pseudomedidas foi analisado; porém desta vez para a rede de 8 barras não observável. Conforme apresentado na figura a seguir, foi verificado o mesmo comportamento do valor do resíduo quadrático,  $r'r$ , em função das variâncias das medidas. Ou seja, novamente há uma boa faixa para o ajuste das variâncias das medidas e das pseudomedidas em que é possível obter uma boa estimativa para o estado a partir do estimador regularizado linearizado.



**Figura 2.6** – Resíduo Quadrático da Estimação em função das Variâncias das Medidas e das Pseudomedidas (Rede de 8 Barras Não Observável).

Além das características do estimador regularizado linearizado mostradas, a seguir são apresentadas propriedades da matriz de covariância das medidas estimadas, obtidas a partir do estimador regularizado, que são a base para os algoritmos de análise e restauração da observabilidade desenvolvidos nesta dissertação.

### 2.3. Propriedades das Matrizes de Covariância

A metodologia desenvolvida para verificação da observabilidade é baseado no traço da matriz de covariância das medidas estimadas, e os mecanismos de identificação das ilhas observáveis e restauração da observabilidade são desenvolvidos a partir da análise das variâncias das medidas. Assim, serão discutidas algumas propriedades da matriz de covariância das medidas estimadas, as quais são fundamentais para o desenvolvimento dos algoritmos propostos.

#### 2.3.1. Matriz de Covariância das Medidas Estimadas

A matriz de covariância das medidas estimadas é dada por:

$$R_z = HG^{-1}H' \quad (2-12)$$

onde  $G$  é a matriz ganho da rede e  $H$  é a matriz Jacobiana das medidas disponíveis. Observe que a matriz ganho adotada pode ser a do estimador regularizado e nesse caso, teremos:

$$R_z = H(H'WH + S)^{-1}H' \quad (2-13)$$

com  $W$  sendo a matriz de ponderação das medidas e  $S$  sendo a matriz de ponderação das pseudomedidas de ângulos.

### 2.3.2. Propriedade do Traço da Matriz $R_z$

Considere uma rede observável contendo  $n$  barras,  $m$  medidas e  $n$  pseudomedidas de ângulo. As matrizes Jacobiana e de ponderação correspondentes podem ser escritas como:

$$J = \begin{pmatrix} H \\ \vdots \\ I_n \end{pmatrix} \quad (2-14)$$

$$V = \begin{pmatrix} W & 0 \\ 0 & S \end{pmatrix} \quad (2-15)$$

onde  $H$  é a matriz Jacobiana de ordem  $m \times n$  e posto igual a  $n-1$ ,  $I_n$  é uma matriz identidade de ordem  $n$ , representando a matriz Jacobiana das pseudomedidas,  $W$  e  $S$  são as matrizes diagonais de ponderação das medidas e das pseudomedidas, respectivamente.

Admitindo que as informações contidas nas medidas disponíveis sejam mais confiáveis que as informações contidas nas pseudomedidas, as seguintes considerações podem ser feitas:

- A variância das medidas é igual a  $\sigma^2$ ;
- A variância das pseudomedidas é igual a  $\sigma_p^2$ ;
- $\sigma^2 = \sigma_p^{-2}$ ;
- $\sigma_p^2 \gg 1$ .

Portanto, os elementos da diagonal das matrizes de ponderação são  $S_{i,i} = \sigma_p^{-2} \ll 1$  e  $W_{i,i} = \sigma_p^2 \gg 1$ . Desse modo, a matriz ganho correspondente pode ser escrita como:

$$G = H'WH + S \cong H'WH \quad (2-16)$$

e, portanto, o traço de  $R_z$  é:

$$tr\left\{R_z\right\} = tr\left\{HG^{-1}H'\right\} = tr\left\{H(H'WH)^{-1}H'\right\} = \quad (2-17)$$

$$\text{tr}\left\{R_z^\wedge\right\} = \text{tr}\left\{H(H'H)^{-1}H'\right\}\sigma^2 = \text{tr}\left\{(H'H)^{-1}H'H\right\}\sigma^2 = \quad (2-18)$$

$$\text{tr}\left\{R_z^\wedge\right\} = \text{tr}\{I_{n-1}\}\sigma^2 = (n-1)\sigma^2 \quad (2-19)$$

Portanto, se uma rede é observável, o traço da sua matriz de covariância das medidas estimadas é igual ao posto da matriz Jacobiana das suas medidas. Caso a rede seja não observável, o posto de  $H$  será menor que  $n-1$ , ou seja,  $\text{tr}\{R_z^\wedge\} \leq (n-1)\sigma^2$ .

### 2.3.3. Propriedade das Variâncias dos Fluxos Estimados

Considere uma rede contendo  $n$  barras com suas medidas contidas na matriz Jacobiana  $H$ . Suponha que a matriz Jacobiana contem  $p$  linhas linearmente independentes (LI), com  $p < n-1$ . A rede contem ainda  $q$  linhas redundantes às  $p$  linhas LI. A rede contem também pseudomedidas de ângulo em todas as barras. Suponha que não há injeções irrelevantes. As matrizes Jacobiana e de ponderação correspondentes podem ser escritas como:

$$H_{m \times n} = \begin{pmatrix} H_a & 0 \\ H_b & 0 \\ I_a & 0 \\ 0 & I_b \end{pmatrix} \quad (2-20)$$

$$W = \begin{pmatrix} W_a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & W_b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_b \end{pmatrix} \quad (2-21)$$

As dimensões de  $H_a$ ,  $H_b$ ,  $I_a$  e  $I_b$  serão respectivamente  $(p \times p+1)$ ,  $(q \times p+1)$ ,  $(p+1 \times p+1)$  e  $(n-p-1 \times n-p-1)$ . Assim, a matriz ganho regularizada pode ser escrita como:

$$G = \begin{pmatrix} H'_a W_a H_a + H'_b W_b H_b + S_a & 0 \\ 0 & S_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_a & 0 \\ 0 & S_b \end{pmatrix} \quad (2-22)$$

onde  $G_a$  terá dimensão  $(p+1 \times p+1)$  e  $S_b$  terá dimensão  $(n-p-1 \times n-p-1)$ . Note que  $G_a$  terá o posto de  $S_a$ , já que  $S_a$  é uma matriz diagonal com todos os elementos da diagonal não nulos.

Considere agora uma matriz Jacobiana  $H_f$  contendo os fluxos nos ramos da rede. Se as colunas de  $H_f$  forem ordenadas do mesmo modo que as colunas matriz Jacobiana anterior, podemos escrevê-la como:

$$H_f = \begin{pmatrix} H_o & 0 \\ H_x & H_y \end{pmatrix} \quad (2-23)$$

As dimensões de  $H_o$ ,  $H_x$  e  $H_y$  serão respectivamente  $(o \times p+1)$ ,  $(r-o \times p+1)$  e  $(r \times n-p-1)$ , onde  $o$  é o número de ramos observáveis,  $r$  é o número de ramos da rede e  $n$  é o número de barras. Assim, a matriz de covariância dos fluxos estimados será:

$$R_f = H_f G^{-1} H'_f = \begin{pmatrix} H_o & 0 \\ H_x & H_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G_a^{-1} & 0 \\ 0 & S_b^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H'_o & H'_x \\ 0 & H'_y \end{pmatrix} \quad (2-24)$$

$$R_f = \begin{pmatrix} H_o G_a^{-1} H'_o & H_o G_a^{-1} H'_x \\ H_x G_a^{-1} H'_o & H_x G_a^{-1} H'_x + H_y S_b^{-1} H'_y \end{pmatrix} \quad (2-25)$$

$$R_f = \begin{pmatrix} R_o & H_o G_a^{-1} H'_x \\ H_x G_a^{-1} H'_o & R_u \end{pmatrix} \quad (2-26)$$

Na matriz de covariância dos fluxos estimados acima, as variâncias dos fluxos nos ramos observáveis, contidas em  $R_o$ , serão função de  $G_a^{-1}$  e, portanto, de  $\sigma^2$ . Enquanto isso, as variâncias dos fluxos nos ramos não observáveis, contidas na matriz  $R_u$ , serão função de  $S_b^{-1}$  e, portanto, de  $\sigma_p^2$ . Como assumimos que  $\sigma_p^2 = 1/\sigma^2$  e que  $\sigma_p^2 \gg 1$ , as variâncias dos fluxos estimados nos ramos observáveis assumirão valores elevados, proporcionais a  $\sigma_p^2$ , e as variâncias dos fluxos estimados nos ramos observáveis assumirão valores pequenos, proporcionais a  $\sigma^2$ . Desse modo, com a

escolha adequada dos valores das variâncias das medidas e das pseudomedidas é possível identificar os ramos observáveis e não observáveis a partir dos valores das variâncias dos fluxos linearizados estimados.

# Capítulo 3

## Análise de Observabilidade

Antes da apresentação da metodologia de análise de observabilidade desenvolvida nesta dissertação, é importante realizar uma breve revisão de alguns dos principais métodos disponíveis na literatura. A discussão destes métodos permitirá a introdução de conceitos importantes que serão usados na metodologia proposta neste trabalho. A seguir o problema da análise de observabilidade é introduzido e os conceitos básicos associados ao problema são apresentados. Por fim, apresenta-se em detalhes o método proposto em [Monticelli and Wu, 1985a] e [Monticelli and Wu, 1985b]. Este método foi escolhido por ter sido utilizado como referência na verificação dos resultados obtidos com a metodologia proposta.

### 3.1. Introdução

Na análise de observabilidade deve-se verificar se o conjunto de medidas disponíveis é suficiente para estimar o estado de toda a rede de interesse e, em caso negativo, devem ser determinadas as porções observáveis da rede e as pseudomedidas necessárias para que a observabilidade da rede seja restaurada [Monticelli and Wu, 1985a], [Monticelli and Wu, 1985b] e [Clements et al., 1980].

Em 1975 Clements e Wollenberg investigaram as condições mínimas para a observabilidade da rede a partir da topologia e das leis de *Kirchhoff*. Eles introduziram o conceito de ilhas observáveis e propuseram um algoritmo heurístico que, embora não pudesse ser utilizado em tempo real, permitiu que fossem desenvolvidos os conceitos de observabilidade algébrica, topológica e numérica apresentados em [Clements et al., 1980]. Em [Monticelli and Wu, 1985a], foi proposto

um método numérico de observabilidade capaz de simular o comportamento da análise de observabilidade topológica e, em seguida, esse método foi estendido aos estimadores ortogonais. Em [Monticelli and Garcia, 1991], apresenta-se o modelo de estimação de estado com a inclusão de elementos de impedância nula. Essa abordagem foi estendida para os dispositivos de chaveamento e novas variáveis de estado foram incluídas no problema dando origem à análise de observabilidade generalizada. Em [Simões-Costa et al., 2002], o conceito de observabilidade topológica foi estendido para o modelo generalizado. Alguns importantes algoritmos topológicos para avaliar a observabilidade da rede, desenvolvidos a partir de teorias de grafos, foram propostos em [Clements et al., 1980], [Clements et al., 1981] e [Quintana et al., 1982].

### 3.2. Definição de Observabilidade

Uma rede é considerada observável se o seu estado pode ser estimado a partir do conjunto de medidas disponíveis. A observabilidade depende do número, do tipo e da localização dessas medidas. Se não houver medidas suficientes para a estimação do estado de toda a rede, devem ser determinadas as porções da rede cujo estado pode ser estimado, as chamadas ilhas observáveis.

Para o modelo barra/ramo da rede as seguintes definições são aplicáveis [Clements and Krumpholz, 1975]:

- **Definição 1:** Uma ilha é uma parte conexa de uma rede onde os nós representam as subestações e os ramos representam linhas de transmissão, transformadores e capacitores série.
- **Definição 2:** Uma ilha observável é uma ilha em que todos os fluxos nos ramos podem ser calculados a partir das medidas disponíveis independente do valor adotado para a referência angular.

De acordo com essas definições, se existir um fluxo circulante não nulo em uma rede observável, deve haver ao menos um medidor indicando esse fluxo. Da mesma forma, se todos os medidores indicarem valores nulos, não deve existir nenhum fluxo circulante. Quando uma rede é não observável, pode haver fluxos calculados não nulos na rede enquanto todas as suas medidas

são nulas. Isso acontece devido aos valores arbitrários associados às referências angulares necessárias para tornar o problema da estimação de estado factível. Nessas condições, os ramos com fluxos não nulo são considerados não observáveis.

Se for adotado o modelo seção-de-barramento/chave/ramo, também chamado de modelo generalizado da rede, o conceito de observabilidade deve ser estendido para tratar das novas variáveis de estado incluídas no problema devido à modelagem das chaves. As definições anteriores são generalizadas como segue [Monticelli, 1993b]:

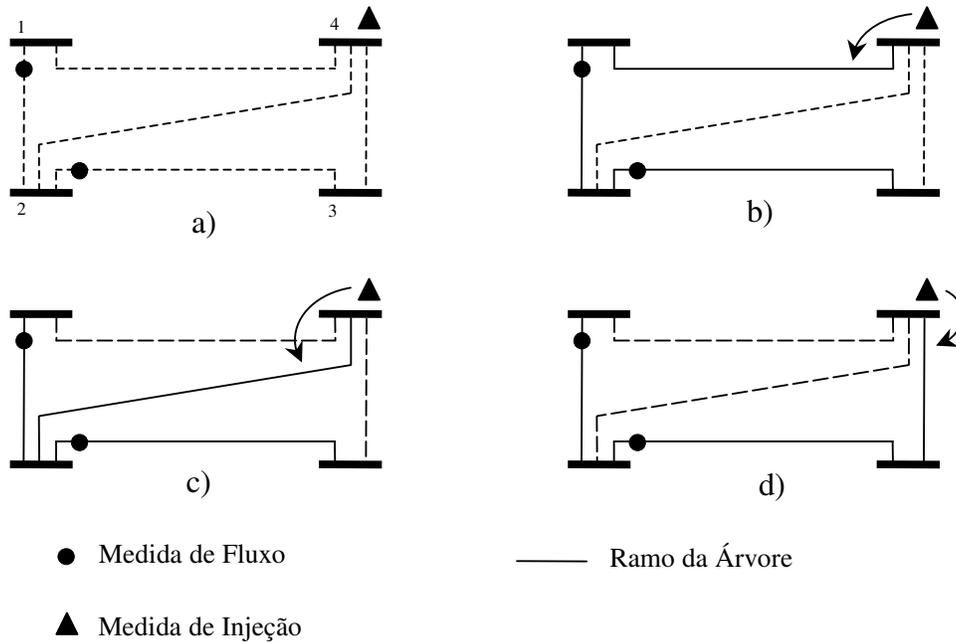
- **Definição 3:** Uma ilha representa um conjunto de elementos conectados em que as seções de barramento são representadas por nós. Linhas de transmissão, transformadores, chaves abertas, chaves fechadas e chaves com estado desconhecido são representados por ramos.
- **Definição 4:** Uma ilha observável é uma ilha na qual todos os fluxos nos ramos podem ser calculados a partir das medidas e pseudomedidas disponíveis. Os fluxos independem dos valores das referências.

### 3.3. Observabilidade Topológica

O conceito de observabilidade topológica foi apresentado em 1975 por Clements e Wollenberg. Esse conceito se baseia na relação entre as medidas disponíveis para estimação de estado e o grafo da rede cujas arestas representam os ramos e os vértices representam as barras do sistema. A idéia do algoritmo topológico é associar as medidas de fluxo aos ramos onde elas são realizadas e as medidas de injeção a um dos ramos incidentes à barra onde a medida de injeção é realizada. Quando uma árvore é formada dessas associações, a rede é observável. Os algoritmos topológicos, por realizarem uma busca de uma árvore geradora (*spanning tree*) observável, resultam em um problema combinatorial.

Na **Figura 3.1** a análise de observabilidade topológica é aplicada a uma rede de quatro barras, o que permite a compreensão desta metodologia. Na **Figura 3.1**, apresentam-se as possibilidades de associação entre as medidas e os ramos. Como ao fim do processamento das medidas é formada uma árvore geradora, então, a rede é observável. É importante verificar que para o mesmo conjunto de medidas é possível obter diferentes árvores geradoras, já que as medidas de

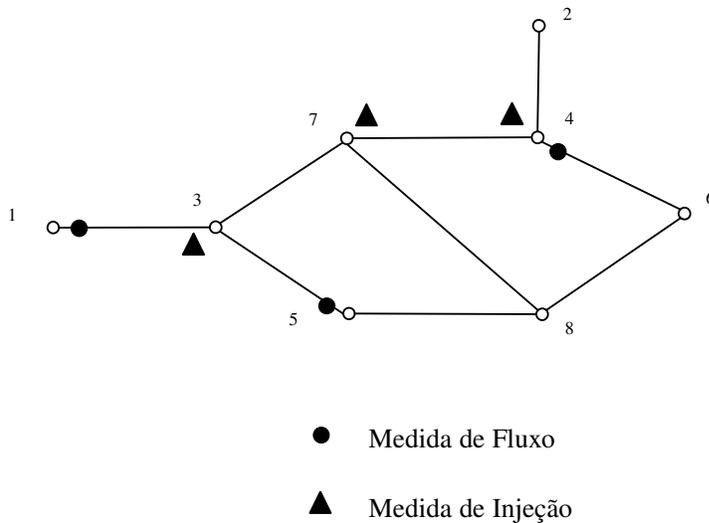
injeção podem ser associadas a mais de um ramo. Em redes de pequeno porte, utilizando-se os conceitos da análise de observabilidade topológica, é possível, por inspeção visual, verificar se a rede é completamente ou parcialmente observável. Portanto, o estudo das abordagens topológicas da análise de observabilidade é fundamental no desenvolvimento de uma boa compreensão do problema. A seguir, apenas para ilustrar, apresenta-se mais um exemplo de aplicação desta metodologia a uma rede de oito barras.



**Figura 3.1** – Análise de Observabilidade Topológica.

### 3.3.1. Exemplo

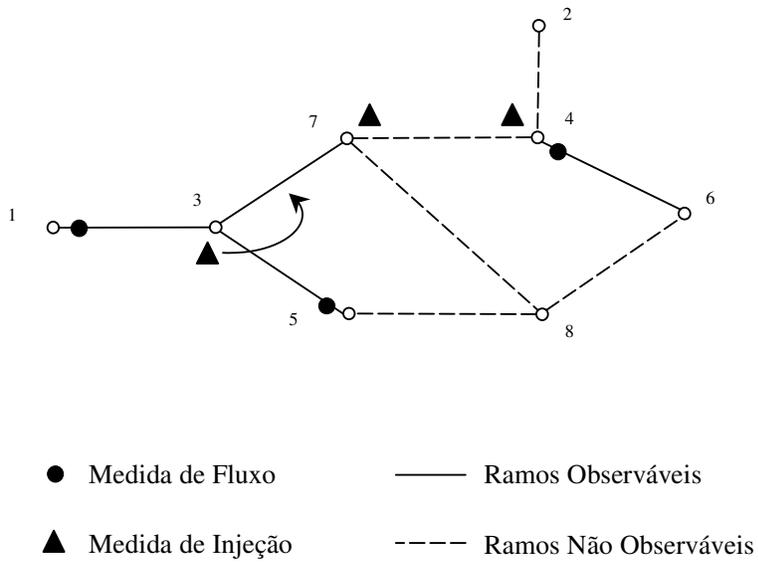
Para este exemplo foi utilizado o sistema de oito barras apresentado em [Monticelli, 1999] e mostrado na **Figura 3.2**. Para a validação dos resultados, esta mesma rede será utilizada quando na análise de observabilidade pelos métodos numéricos descritos nos próximos capítulos.



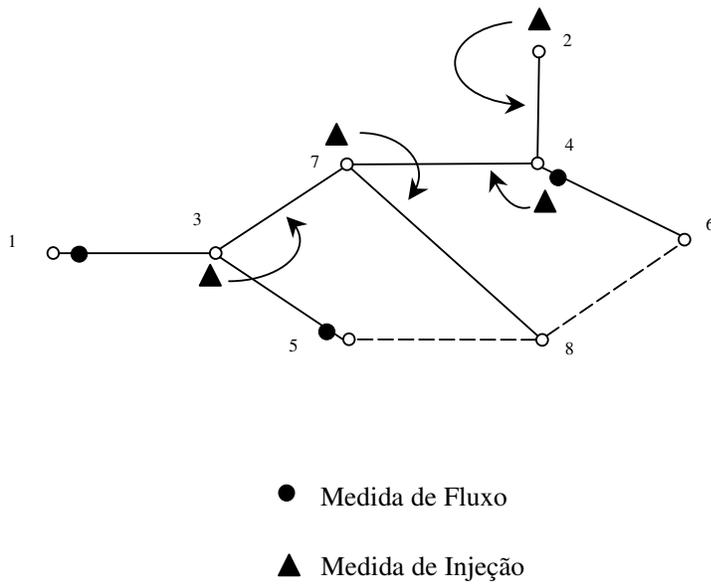
**Figura 3.2** – Rede de 8 Barras utilizada para Análise de Observabilidade.

Aplicando a metodologia de análise de observabilidade topológica e considerando as medidas de fluxos ( $P_{13}$ ,  $P_{46}$ ,  $P_{53}$ ) e injeções ( $P_3$ ,  $P_4$ ,  $P_7$ ) identificadas na **Figura 3.2**, verifica-se que a rede é parcialmente observável e os ramos observáveis e não observáveis são mostrados na **Figura 3.3**. Na aplicação da metodologia, inicialmente as medidas de fluxo são associadas aos ramos onde elas são medidas. Em seguida, a medida de injeção da barra 3 é associada ao ramo 3-7, pois este é o único ramo que pode ser associado a  $P_3$ . Na seqüência, nota-se que as medidas de injeção das barras 4 e 7 podem ser associadas a dois ramos da cada uma. Além disso, verifica-se que não há combinação dessas associações que resulte em uma árvore geradora e, portanto, conclui-se que a rede é não observável.

Se desejarmos tornar esta rede observável é possível, por exemplo, incluir uma medida ou pseudomedida de injeção na barra 2. A **Figura 3.4** mostra uma das soluções de associação entre as medidas e os ramos que dão origem a uma árvore geradora, mostrando que a rede passa a ser observável com a alocação de  $P_2$ .



**Figura 3.3** – Rede de 8 Barras utilizada para Análise de Observabilidade – Método Topológico.



**Figura 3.4** – Rede de 8 Barras utilizada para Análise de Observabilidade – Inclusão de Pseudomedida ( $P_2$ ).

### 3.4. Observabilidade Numérica

De acordo com a referência [Korres and Katsikas, 2005], a definição matemática de observabilidade é apresentada a seguir:

Seja uma matriz  $A_{m \times n}$ . O espaço coluna de  $A$ , escrito por  $\mathcal{R}\{A\}$ , é o subespaço de  $\mathbb{R}^m$  formado pelas colunas de  $A$ . O posto de  $A$ , escrito como  $posto\{A\}$ , é a dimensão de  $\mathcal{R}\{A\}$ , ou seja, é o número de colunas linearmente independentes da matriz  $A$ . Se todas as colunas de  $A$  são linearmente independentes o  $posto\{A\}$  é completo. Assim,

$$posto\{A\} = dim[\mathcal{R}\{A\}] \quad (3-1)$$

O espaço nulo de  $A$ , escrito como  $N\{A\}$ , é o subespaço de  $\mathbb{R}^n$  formado por todos os vetores  $x \in \mathbb{R}^n$ , tais que  $Ax = 0$ . A nulidade de  $A$ , escrita como  $null\{A\}$ , é a dimensão de  $N\{A\}$ :

$$null\{A\} = dim[N\{A\}] \quad (3-2)$$

O *posto* e a *nulidade* da matriz  $A$  estão relacionadas como segue:

$$posto\{A\} = n - null\{A\} = posto\{A'\} = m - null\{A'\} \quad (3-3)$$

De acordo como essas definições, um sistema de energia é dito *algebricamente observável* [Lugtu et al., 1980] se sua matriz Jacobiana ( $H$ ) e, conseqüentemente, sua matriz ganho ( $G$ ) possuírem *posto* completo em qualquer iteração  $v$  do processo de convergência do estimador de estado, ou seja, se  $posto\{H\} = posto\{G\} = n - 1$  e  $null\{H\} = null\{G\} = 0$ . Um sistema de energia é dito numericamente observável se o estado estimado pode ser obtido. Se o sistema é numericamente observável ele é algebricamente observável, entretanto, a recíproca não é verdadeira. Logo, quando o conjunto de medidas disponíveis é tal que o vetor estado convergido pode ser calculado, o sistema é dito observável.

Portanto, a observabilidade da rede pode ser verificada a partir da matriz Jacobiana, da matriz ganho ou de suas variações, como a matriz Gram (Almeida, Asada e Garcia, 2008). A seguir apresenta-se o método proposto em [Monticelli and Wu, 1985a] e [Monticelli and Wu, 1985b] que

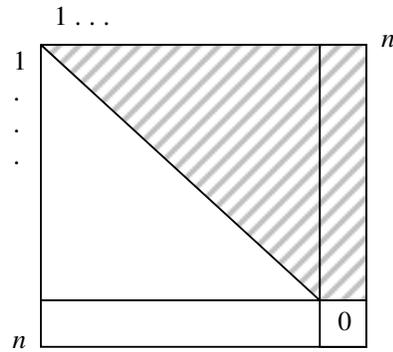
é baseado na matriz ganho. Este método foi selecionado por ter sido utilizado como referência na verificação dos resultados obtidos com a metodologia proposta.

### **3.4.1. Método da Matriz Ganho**

O método da matriz ganho para análise de observabilidade foi inicialmente apresentado para o modelo barra/ramo das redes monofásicas em [Monticelli and Wu, 1985a]. Em seguida, ele foi aplicado para redes generalizadas em [Alsaç et al., 1998]. Esse método se baseia na solução do estimador CC com a inclusão de pseudomedidas de ângulos nas barras associadas aos pivôs nulos obtidos durante a fatoração da matriz ganho.

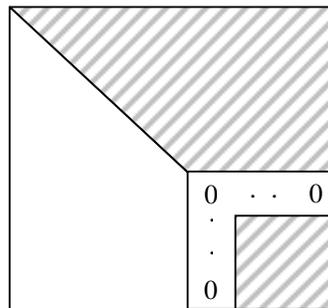
#### **3.4.1.1. Observabilidade e Fatoração da Matriz Ganho**

Para uma rede observável a fatoração triangular da matriz ganho resulta no aparecimento de um único pivô nulo conforme ilustra a **Figura 3.5** e, portanto, a matriz ganho é singular. Nesse caso é preciso inserir uma medida de ângulo, uma referência angular, para tornar a matriz não singular. O valor dessa referência é arbitrário e os valores dos demais ângulos dependem do valor escolhido para a referência. Ao contrário, os fluxos de potência não dependem do valor da referência e são determinados apenas pelas medidas disponíveis para estimação de estado. Se a referência angular for alocada antes da fatoração triangular da matriz ganho, não aparecerá nenhum pivô nulo para um sistema observável [Monticelli and Wu, 1985a].



**Figura 3.5** – Matriz Ganho de uma Rede Observável após a Fatoração Triangular.

Quando a fatoração triangular é aplicada à matriz ganho de uma rede não observável, ao menos um pivô nulo será encontrado durante a fatoração. Neste caso, os elementos da coluna localizados abaixo do pivô nulo e de sua linha são todos nulos [Monticelli and Wu, 1985a], conforme ilustra a **Figura 3.6**. Assim, quando uma rede é não observável a fatoração triangular com pivoteamento completo da matriz ganho leva à forma mostrada na **Figura 3.7**, onde mais de um pivô nulo estão presentes na matriz ganho fatorada.



**Figura 3.6** – Pivô Nulo na Matriz Ganho Fatorada.

$$\begin{array}{|c|} \hline x_a \\ \hline x_b \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline 0 \\ \hline \cdot \\ \hline 0 \\ \hline 0 \\ \hline \end{array}$$

**Figura 3.7** – Matriz Ganho de uma Rede Não Observável após a Fatoração Triangular.

Para resolver o sistema de equações mostrado na **Figura 3.7** e encontrar o estado não observável da rede basta inserir o valor 1 no lugar dos pivôs nulos e inserir valores arbitrários [1, 2, ...] no lado direito da equação, conforme ilustra a **Figura 3.8**. Esse procedimento corresponde à inclusão de pseudomedidas de ângulo de valores arbitrários no problema de estimação de estado. Essas pseudomedidas são não redundantes e, portanto, sua inclusão não altera o estado estimado das ilhas observáveis [Monticelli and Wu, 1985a]. Elas servem como referência angular para as ilhas observáveis existentes na rede.

$$\begin{array}{|c|} \hline x_a \\ \hline x_b \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline 0 \\ \hline \cdot \\ \hline 0 \\ \hline 0 \\ \hline 1 \\ \hline 2 \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array}$$

**Figura 3.8** – Equação Resultante após a Inclusão das Pseudomedidas.

### 3.4.1.2. Algoritmo de Análise de Observabilidade

Em geral, na análise de observabilidade são assumidas as seguintes hipóteses:

- a. As medidas são realizadas aos pares, ou seja, para cada medida ativa há uma reativa correspondente;
- b. Há um número razoável de medidas de tensão disponíveis.

Com isso, a análise de observabilidade pode ser realizada tomando como variáveis de estado apenas os ângulos das tensões de fase das barras e como medidas os fluxos e as injeções de potências ativa na rede.

O **Algoritmo 1** a seguir provê a análise de observabilidade.

---

**Algoritmo 1** – Verificação da Observabilidade pelo Método da Matriz Ganho.

1: Montar  $H (H_{m \times n})$ ;

2: Montar  $G (G_{n \times n})$ ;

3: Realizar a Fatoração Triangular de  $G$

- a) se  $NPV > 1$ , a rede é não observável;
  - b) se  $NPV = 1$ , a rede é observável.
- 

onde:

-  $m$ : número de medidas;

-  $n$ : número de estados ou barras;

-  $NPV$ : número de pivôs nulos encontrados durante a fatoração triangular.

**Notas:**

a) Caso seja encontrado um pivô nulo durante a fatoração triangular de  $G$ , o mesmo deve ser substituído por “1” para que a fatoração prossiga;

b) Se a coluna de  $H$  correspondente à barra de referência for removida,  $H$  terá dimensão  $m \times (n-1)$  e o seu posto completo será igual a  $n-1$ . Ou seja, a rede será observável se  $NPV = 0$ .

O **Algoritmo 2** a seguir provê a identificação das ilhas observáveis. Um aspecto importante dos algoritmos de identificação de ilhas observáveis é o tratamento das chamadas injeções irrelevantes. Na presença destas injeções, caso a rede apresente um elevado grau de simetria em sua topologia e no conjunto de medidas, as ilhas observáveis podem não ser adequadamente formadas. Assim, é necessário identificar e remover as injeções irrelevantes caso elas existam [Monticelli e Wu, 1985a]. Uma injeção é dita irrelevante caso a sua medição seja realizada em uma barra terminal de um ramo não observável. Portanto, após a identificação dos ramos observáveis, as injeções irrelevantes podem ser facilmente identificadas.

---

**Algoritmo 2** – Identificação das Ilhas Observáveis pelo Método da Matriz Ganho.

1: Resolver o estimador CC para encontrar o estado não observável da rede, por:

a)  $\theta = G^{-1} H^T z$ , onde  $G = H^T H$  ;

2: Calcular os fluxos nos ramos, por:

a)  $P_{km} = (\theta_k - \theta_m) / x_{km}$  ;

3: Se  $P_{km} \neq 0$ , o ramo  $k - m$  é não observável;

4: Identificar e remover as injeções irrelevantes e voltar ao passo 1;

5: Se não há injeções irrelevantes, agrupar os ramos observáveis formando as ilhas observáveis.

---

Note que a matriz Jacobiana  $H$  contém as medidas disponíveis mais as pseudomedidas de ângulo que representam as referências angulares incluídas quando os eventuais pivôs nulos forem encontrados durante a fatoração triangular da Matriz Ganho. No passo 2, o termo  $x_{km}$  é a reatância do ramo  $k - m$ .

O **Algoritmo 3** a seguir provê a restauração da observabilidade. Na restauração devem ser alocadas apenas pseudomedidas não redundantes às medidas ou pseudomedidas já alocadas, ou seja, as grandezas alocadas para a restauração da observabilidade devem ser críticas. Desse modo, as possíveis imprecisões das pseudomedidas não afetarão o estado das ilhas observáveis. As pseudomedidas candidatas à restauração da observabilidade podem ser fluxos e/ou injeções de potência. Neste trabalho será considerada apenas a possibilidade de alocação de injeções de potência por se tratarem de um problema mais complexo. As pseudomedidas de injeção candidatas são aquelas situadas nas barras terminais dos ramos não observáveis, sendo que as

barras que já possuem medida de injeção não fazem parte da lista. Os valores adotados para as pseudomedidas podem ser obtidos do comportamento histórico da rede, bem como podem ser adotados os últimos valores conhecidos dessas grandezas. Observe que se as pseudomedidas são de baixa qualidade, apenas o estado das porções não observáveis da rede será afetado, o estado das ilhas observáveis será afetado apenas pelas medidas disponíveis.

---

**Algoritmo 3** – Restauração da Observabilidade pelo Método da Matriz Ganho.

- 1: Calcular os fluxos nos ramos utilizando o estado estimado não observável  $\theta$ ;
- 2: Montar a lista de injeções candidatas. Se  $P_{km} \neq 0$ , as pseudomedidas de injeção das barras  $k$  e  $m$  farão parte da lista de injeções candidatas. Barras que já possuem medida de injeção não farão parte da lista;
- 3: Montar  $H$  utilizando todas as medidas disponíveis mais uma injeção candidata escolhida aleatoriamente;
- 4: Realizar a análise de observabilidade:
  - a) se a rede é observável: fim;
  - b) se a rede é não observável, estimar o novo estado  $\theta$  e voltar ao passo 1.

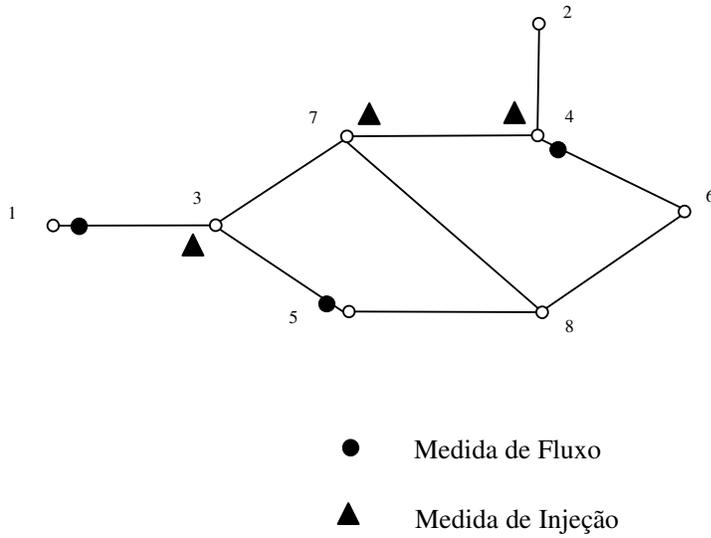
---

**Nota:** Nesta etapa não há remoção das injeções irrelevantes.

A seguir apresenta-se um exemplo de aplicação da metodologia de análise de observabilidade descrita. Este sistema será um dos utilizados para a validação da metodologia proposta nesta dissertação.

#### **3.4.1.3. Exemplo**

Assim como realizado na análise de observabilidade pelo método topológico, será avaliado o sistema de oito barras apresentado em [Monticelli, 1999] ilustrado novamente na **Figura 3.9**. Por simplicidade todos os ramos da rede são representados por reatâncias unitárias.



**Figura 3.9** – Rede de 8 Barras utilizada para Análise de Observabilidade.

A matriz Jacobiana ( $H$ ), a matriz Ganho ( $G$ ) e sua respectiva forma fatorada ( $U$ ) são:

$$H = \begin{matrix} P_3 \\ P_4 \\ P_7 \\ P_{13} \\ P_{46} \\ P_{53} \end{matrix} \begin{bmatrix} \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 & \theta_4 & \theta_5 & \theta_6 & \theta_7 & \theta_8 \\ -1 & & 3 & & -1 & & -1 & \\ & -1 & & 3 & & -1 & -1 & \\ & & -1 & -1 & & & 3 & -1 \\ 1 & & -1 & & & & & \\ & & & 1 & & -1 & & \\ & & -1 & & 1 & & & \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{matrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \\ \theta_5 \\ \theta_6 \\ \theta_7 \\ \theta_8 \end{matrix} \begin{bmatrix} \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 & \theta_4 & \theta_5 & \theta_6 & \theta_7 & \theta_8 \\ 2 & 0 & -4 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -3 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ -4 & 0 & 12 & 1 & -4 & 0 & -6 & 1 \\ 0 & -3 & 1 & 11 & 0 & -4 & -6 & 1 \\ 1 & 0 & -4 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -4 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -6 & -6 & 1 & 1 & 11 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & -3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$U = \begin{matrix} & \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 & \theta_4 & \theta_5 & \theta_6 & \theta_7 & \theta_8 \\ \theta_1 & \left[ \begin{array}{cccccccc} 2 & 0 & -4 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ & 1 & 0 & -3 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ & & 4 & 1 & -2 & 0 & -4 & 1 \\ & & & 1,75 & 0,5 & -1 & -2 & 0,75 \\ & & & & 0,3571 & 0,2857 & -0,9286 & 0,2857 \\ & & & & & 0,2 & -0,4 & 0,2 \\ & & & & & & 0 & 0 \\ & & & & & & & 0 \end{array} \right] \end{matrix}$$

Como há dois pivôs nulos na matriz  $U$ , então, a rede é não observável. Faz-se necessário, portanto, a identificação das ilhas observáveis. Os ramos observáveis e as ilhas observáveis serão identificados a partir dos fluxos calculados com o estado não observável. Para obter o estado não observável são incluídas pseudomedida de ângulo nas barras 7 e 8 que estão associadas aos pivôs nulos. Os valores dessas pseudomedidas são mostrados no vetor  $z$  abaixo. Note que o valor de todas as medidas disponíveis é zero.

$$z = \begin{matrix} P_3 \\ P_4 \\ P_7 \\ P_{13} \\ P_{46} \\ P_{53} \\ \theta_7 \\ \theta_8 \end{matrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{matrix} P_3 \\ P_4 \\ P_7 \\ P_{13} \\ P_{46} \\ P_{53} \\ \theta_7 \\ \theta_8 \end{matrix} \begin{matrix} \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 & \theta_4 & \theta_5 & \theta_6 & \theta_7 & \theta_8 \\ \begin{bmatrix} -1 & 0 & 3 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 3 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Assim, o estado não observável estimado é:

$$\hat{\theta} = (H' H)^{-1} H' z = \begin{bmatrix} \theta_1 & 1 \\ \theta_2 & -1 \\ \theta_3 & 1 \\ \theta_4 & 0 \\ \theta_5 & 1 \\ \theta_6 & 0 \\ \theta_7 & 1 \\ \theta_8 & 2 \end{bmatrix}$$

Como base no estado estimado acima os fluxos de potência ( $P_{km}$ ) dos ramos foram calculados e são mostrados abaixo. Os ramos com fluxo não nulo são não observáveis.

$$P_{km} = \begin{bmatrix} P_{13} & 0 \\ P_{24} & -1 \\ P_{35} & 0 \\ P_{37} & 0 \\ P_{46} & 0 \\ P_{47} & -1 \\ P_{58} & -1 \\ P_{68} & -2 \\ P_{78} & -1 \end{bmatrix}$$

Para identificar corretamente os ramos observáveis e as ilhas observáveis é necessário identificar e remover as injeções irrelevantes da rede. São consideradas irrelevantes as injeções realizadas em barra conectadas a ramos não observáveis. Portanto, como as barras 4 e 7 estão conectadas a ramos não observáveis, as injeções das barra 4 e 7 são irrelevantes e serão removidas. Note que a injeção da barra 3 foi mantida, pois esta é conectada a ramos observáveis.

Como foram identificadas duas injeções irrelevantes, estas injeções devem ser removidas e um novo estado não observável deve ser calculado. Este procedimento foi realizado e as novas matrizes e vetores obtidos são mostrados abaixo.

$$H = \begin{matrix} & \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 & \theta_4 & \theta_5 & \theta_6 & \theta_7 & \theta_8 \\ P_3 & \begin{bmatrix} -1 & 0 & 3 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \\ P_{13} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ P_{46} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ P_{53} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$G = \begin{matrix} & \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 & \theta_4 & \theta_5 & \theta_6 & \theta_7 & \theta_8 \\ \theta_1 & 2 & 0 & -4 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ \theta_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \theta_3 & -4 & 0 & 11 & 0 & -4 & 0 & -3 & 0 \\ \theta_4 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ \theta_5 & 1 & 0 & -4 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ \theta_6 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \theta_7 & 1 & 0 & -3 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ \theta_8 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

$$U = \begin{matrix} & \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 & \theta_4 & \theta_5 & \theta_6 & \theta_7 & \theta_8 \\ \theta_1 & 2 & 0 & -4 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ \theta_2 & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \theta_3 & & & 3 & 0 & -2 & 0 & -1 & 0 \\ \theta_4 & & & & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ \theta_5 & & & & & 0,1667 & 0 & -0,1667 & 0 \\ \theta_6 & & & & & & 0 & 0 & 0 \\ \theta_7 & & & & & & & 0 & 0 \\ \theta_8 & & & & & & & & 0 \end{matrix}$$

Note que com a remoção das injeções irrelevantes são necessárias novas pseudomedidas de ângulo nas barras 2 e 6.

$$z = \begin{matrix} P_3 \\ P_{13} \\ P_{46} \\ P_{53} \\ \theta_2 \\ \theta_6 \\ \theta_7 \\ \theta_8 \end{matrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{matrix} P_3 \\ P_{13} \\ P_{46} \\ P_{53} \\ \theta_2 \\ \theta_6 \\ \theta_7 \\ \theta_8 \end{matrix} \begin{matrix} \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 & \theta_4 & \theta_5 & \theta_6 & \theta_7 & \theta_8 \\ \begin{bmatrix} -1 & 0 & 3 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$\theta = \begin{bmatrix} \theta_1 & 3 \\ \theta_2 & 1 \\ \theta_3 & 3 \\ \theta_4 & 2 \\ \theta_5 & 3 \\ \theta_6 & 2 \\ \theta_7 & 3 \\ \theta_8 & 4 \end{bmatrix}$$

$$P_{km} = \begin{bmatrix} P_{13} & 0 \\ P_{24} & -1 \\ P_{35} & 0 \\ P_{37} & 0 \\ P_{46} & 0 \\ P_{47} & -1 \\ P_{58} & -1 \\ P_{68} & -2 \\ P_{78} & -1 \end{bmatrix}$$

Conclui-se que não há novas injeções irrelevantes, pois não há mais injeções realizadas em barra conectadas a ramos não observáveis. Portanto, com base nos fluxos calculados, os ramos observáveis são 1–3, 3–5, 3–7 e 4–6, já que os seus fluxos calculados são nulos. Finalmente, agrupando os ramos observáveis encontram-se as ilhas observáveis.

O próximo passo é a restauração da observabilidade, realizada conforme descrita no **Algoritmo 3**. Analisando os fluxos não nulos, as injeções candidatas seriam  $P_2$ ,  $P_4$ ,  $P_5$ ,  $P_6$ ,  $P_7$  e  $P_8$ , entretanto, as barras 4 e 7 já possuem medidas de injeção e não podem receber pseudomedidas de injeção. Assim como realizado no método topológico, a injeção de potência na barra 2 ( $P_2$ ) foi escolhida como candidata. A seguir são mostradas as novas matrizes Jacobiana ( $H$ ), Ganho ( $G$ ) e a forma fatorada da matriz ganho ( $U$ ):

$$H = \begin{matrix} & \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 & \theta_4 & \theta_5 & \theta_6 & \theta_7 & \theta_8 \\ P_2 & & 1 & & -1 & & & & \\ P_3 & -1 & & 3 & & -1 & & -1 & \\ P_4 & & -1 & & 3 & & -1 & -1 & \\ P_7 & & & -1 & -1 & & & 3 & -1 \\ P_{13} & 1 & & -1 & & & & & \\ P_{46} & & & & 1 & & -1 & & \\ P_{53} & & & -1 & & 1 & & & \end{matrix}$$

$$G = \begin{matrix} & \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 & \theta_4 & \theta_5 & \theta_6 & \theta_7 & \theta_8 \\ \theta_1 & 2 & 0 & -4 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ \theta_2 & 0 & 2 & 0 & -4 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ \theta_3 & -4 & 0 & 12 & 1 & -4 & 0 & -6 & 1 \\ \theta_4 & 0 & -4 & 1 & 12 & 0 & -4 & -6 & 1 \\ \theta_5 & 1 & 0 & -4 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ \theta_6 & 0 & 1 & 0 & -4 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ \theta_7 & 1 & 1 & -6 & -6 & 1 & 1 & 11 & -3 \\ \theta_8 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & -3 & 1 \end{matrix}$$

$$U = \begin{matrix} & \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 & \theta_4 & \theta_5 & \theta_6 & \theta_7 & \theta_8 \\ \theta_1 & 2 & & & & & & & \\ \theta_2 & & 2 & & & & & & \\ \theta_3 & & & 4 & & & & & \\ \theta_4 & & & & 3,75 & & & & \\ \theta_5 & & & & & 0,4333 & & & \\ \theta_6 & & & & & & 0,2667 & & \\ \theta_7 & & & & & & & 0,2692 & \\ \theta_8 & & & & & & & & 0,1429 & -0,1429 \\ & & & & & & & & & 0 \end{matrix}$$

Como o número de pivôs nulos na matriz  $U$  é igual a 1, conclui-se que a rede tornou-se observável com a inclusão da injeção de potência na barra 2 ( $P_2$ ).



## Capítulo 4

# Metodologia Proposta para a Análise de Observabilidade

Após a discussão dos conceitos básicos associados à análise de observabilidade, neste capítulo será apresentada uma metodologia completa para a análise de observabilidade de sistemas de energia elétrica baseada na variância das medidas estimadas e na variância dos fluxos de potência estimados. Serão descritas as novas contribuições deste trabalho: o mecanismo de verificação da observabilidade, baseado no traço da matriz de covariância das medidas estimadas, o mecanismo de restauração da observabilidade, desenvolvido a partir da análise das variâncias das medidas, e a inclusão de medição fasorial sincronizada na formulação matemática utilizada. O estimador de estado linearizado regularizado e a metodologia de identificação dos ramos observáveis foram apresentados em [Almeida, Garcia e Asada, 2011].

Para melhorar a compreensão da metodologia proposta, serão discutidos exemplos com uma rede de pequeno porte. Além disso, serão apresentadas uma análise da sensibilidade quanto à variância das medidas e das pseudomedidas, a aplicação da metodologia a redes contendo medição fasorial sincronizada e os aspectos computacionais envolvidos. Os testes e resultados com sistemas de maior porte, incluindo o de 8 barras, que vem sendo utilizado ao longo deste trabalho para validação dos resultados, estão apresentados no Capítulo 5.

#### 4.1. Introdução

O problema de análise de observabilidade de sistemas de energia elétrica é composto por três funções. Na primeira delas a observabilidade da rede é verificada. Em seguida, são identificadas as ilhas observáveis e, finalmente, deve-se encontrar um conjunto de pseudomedidas, geralmente pseudomedidas de injeção, capazes de tornar a rede observável sem alterar o estado estimado das ilhas observáveis.

Nesta seção apresenta-se uma metodologia completa de análise de observabilidade que utiliza as variâncias das medidas estimadas. As variâncias são calculadas a partir da matriz de ganho regularizada linearizada. As medidas disponíveis, por serem mais confiáveis, são associadas a baixas variâncias, enquanto que as pseudomedidas de ângulo são associadas a variâncias elevadas.

#### 4.2. Verificação da Observabilidade

A matriz de covariância dos estados estimados  $\Theta$  é a inversa da matriz ganho. Portanto, no caso do estimador linearizado regularizado, esta matriz é dada por:

$$\Theta = G^{-1} = (H^T W H + S)^{-1} \quad (4-1)$$

e a matriz de covariância das medidas estimadas é definida como segue:

$$R_z = H \times \Theta \times H^T \quad (4-2)$$

Conforme estabelecido no Capítulo 2, assumindo que a variância das medidas é o inverso da variância das pseudomedidas,  $\sigma^2 = 1/\sigma_p^2$ , que  $\sigma^2 \ll 1$  e que os ramos das redes são representados por reatâncias unitárias, como é comum nas metodologias de análise de observabilidade, temos que:

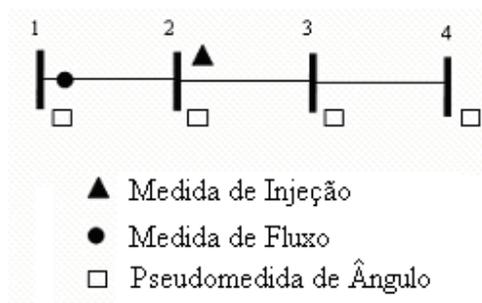
- se  $tr(R_z) = (n-1) \times \sigma^2$  a rede é observável;
- se  $tr(R_z) < (n-1) \times \sigma^2$  a rede é não observável.

onde  $tr(R_z)$  é o traço da matriz de covariância das medidas estimadas  $R_z$ .

Neste ponto é importante observar que como a matriz  $S$  tem posto completo, a matriz ganho regularizada linearizada, ao contrário da matriz ganho linearizada convencional, sempre terá inversa. Assim, a matriz de covariância das medidas e, conseqüentemente, as covariâncias das medidas sempre podem ser obtidas.

#### 4.2.1. Exemplo

O sistema da **Figura 4.1** foi obtido na referência [Almeida, Garcia e Asada, 2011]. Este sistema radial de quatro barras possui reatâncias unitárias para todos os ramos. As variâncias das medidas são consideradas iguais a  $10^{-4}$ , enquanto que as variâncias das pseudomedidas são iguais a  $10^4$ .



**Figura 4.1** – Sistema de Teste para o Caso Parcialmente Observável.

Neste caso o sistema de medidas contém uma medida de injeção na barra 2, uma medida de fluxo de potência no ramo 1–2 e pseudomedidas de ângulo de tensão em todas as barras. Conforme o modelo apresentado, as matrizes Jacobianas, as matrizes de ponderação e as matrizes de covariâncias são:

$$H = P_2 \begin{bmatrix} \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 & \theta_4 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$J = \begin{matrix} P_2 & \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 & \theta_4 \\ P_{12} & & & & \\ \theta_1 & & & & \\ \theta_2 & & & & \\ \theta_3 & & & & \\ \theta_4 & & & & \end{matrix} \begin{bmatrix} -1 & 2 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$W = 10^4 \begin{bmatrix} 1 & \\ & 1 \end{bmatrix}$$

$$S = 10^{-4} \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & 1 & \\ & & & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Theta = 10^4 \times \begin{bmatrix} 0,3333 & 0,3333 & 0,3333 & 0 \\ 0,3333 & 0,3333 & 0,3333 & 0 \\ 0,3333 & 0,3333 & 0,3333 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1,0000 \end{bmatrix}$$

$$R_z = 10^{-4} \times \begin{bmatrix} 1,0000 & 0 \\ 0 & 1,0000 \end{bmatrix}$$

Como há duas medidas disponíveis, a matriz de covariância das medidas estimadas tem dimensão  $2 \times 2$ . Além disso, como estas medidas são linearmente independentes, o traço desta matriz é  $2 \times 10^{-4}$ . Como este traço é menor que  $(n-1) \times \sigma^2 = 3 \times 10^{-4}$ , a rede é não observável. Note, por exemplo, que se uma medida de fluxo for alocada no ramo 3-4, o traço da nova matriz  $R_z$  passa a valer  $3 \times 10^{-4}$ , indicando que a rede torna-se observável.

De modo similar às abordagens clássicas, nos algoritmos propostos nesta dissertação, admite-se que as medidas de potência ativa e reativa são realizadas aos pares e que existem medidas de magnitude tensão suficientes [Clements, Krumpholz e Davis, 1980]. Assim, o problema de análise de observabilidade pode ser tratado a partir do modelo linearizado do estimador de estado.

O **Algoritmo 4** a seguir provê a verificação da observabilidade.

---

**Algoritmo 4** – Verificação da Observabilidade pelo Método das Variâncias.

1: Montar a matriz de covariância das medidas estimadas,  $R_z$ , conforme a equação (4-2);

2: Se  $tr(R_z) = (n-1) \times \sigma^2$ , então, a rede é observável;

3: Caso contrário, a rede é não observável.

---

O esforço computacional associada à verificação da observabilidade está concentrado na fatoração da matriz ganho regularizada. Esse esforço é similar ao requerido para a fatoração de uma matriz ganho clássica, já que na regularização são incluídos novos elementos apenas na diagonal da matriz ganho. Assim, o grau de esparsidade da matriz ganho regularizada é o mesmo da matriz ganho clássica que contém as mesmas medidas.

### 4.3. Identificação das Ilhas Observáveis

A idéia da análise de observabilidade consiste em calcular os intervalos de confiança dos fluxos de potência estimados dos ramos. Se um ramo é não observável, o intervalo de confiança resultará grande quando comparado ao de um ramo observável. O intervalo de confiança é uma função do desvio padrão do fluxo de potência estimado e é calculado a partir do fluxo de potência ativa linearizado. Considere o fluxo de potência ativa no ramo  $k - m$  escrito como:

$$P_{km} = \frac{1}{x_{km}} (\theta_k - \theta_m) = \frac{1}{x_{km}} \varepsilon'_{km} \theta \quad (4-3)$$

onde  $x_{km}$  é a reatância do ramo,  $\theta$  é o vetor de estado e  $\varepsilon_{km}$  é um vetor contendo apenas os elementos 1 e -1 nas posições  $k$  e  $m$ , respectivamente.

Portanto, a variância estimada de  $P_{km}$  é:

$$\sigma_{P_{km}}^2 = \frac{1}{x_{km}^2} \varepsilon'_{km} \Theta \varepsilon_{km} \quad (4-4)$$

Na forma matricial, temos,

$$\sigma_{P_{km}}^2 = \frac{1}{x_{km}^2} [\Theta_{kk} + \Theta_{mm} - 2\Theta_{km}] \quad (4-5)$$

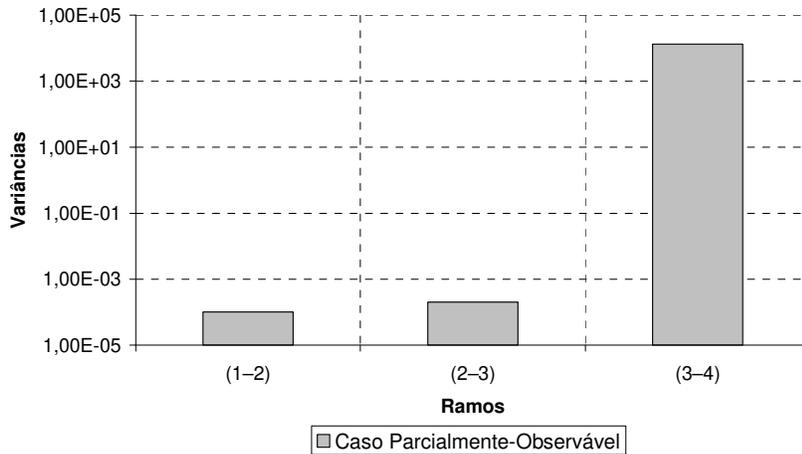
onde  $\Theta_{ij}$  é o elemento da linha  $i$  e da coluna  $j$  da matriz  $\Theta$ .

De acordo com as equações (4-1) e (4-5) as variâncias dos fluxos de potência estimados dependem da ponderação (inverso das variâncias) das medidas e das pseudomedidas. Novamente, admitindo que  $\sigma^2 = 1/\sigma_p^2$ ,  $\sigma^2 \ll 1$  e que os ramos das redes sejam representados por reatâncias unitárias, temos que:

- se  $\sigma_{P_{km}}^2 < \text{limiar}$ , o ramo  $k - m$  é observável;
- se  $\sigma_{P_{km}}^2 > \text{limiar}$ , o ramo  $k - m$  é não observável.

#### 4.3.1. Exemplo

Considere novamente o sistema da **Figura 4.1**, com os mesmos valores para as reatâncias e para as variâncias das medidas e pseudomedidas. O resultado do cálculo das variâncias dos fluxos estimados, de acordo com a equação (4-5), é indicado na **Figura 4.2** como caso parcialmente observável. É possível notar que as variâncias dos fluxos nos ramos 1-2 e 2-3, que são observáveis, apresentam valores muito menores que a variância do fluxo 3-4, o qual é não observável. Com base nos testes realizados observou-se que o valor 1 é um limiar adequado para a classificação dos ramos observáveis e não observáveis, desde que as condições  $\sigma^2 = 1/\sigma_p^2$ ,  $\sigma^2 \ll 1$  sejam satisfeitas.



**Figura 4.2** – Variâncias dos Fluxos de Potência Ativa Estimados – Sistema de 4 Barras.

O **Algoritmo 5** a seguir provê a identificação das ilhas observáveis.

---

**Algoritmo 5** – Identificação das Ilhas Observáveis pelo Método das Variâncias.

- 1: Calcule as variâncias  $\sigma_{P_{km}}^2$ , conforme a equação (4-5);
  - 2: Se  $\sigma_{P_{km}}^2 < 1$ , o ramo  $k - m$  é observável;
  - 3: Se  $\sigma_{P_{km}}^2 > 1$ , o ramo  $k - m$  é não observável;
  - 4: Se há injeções irrelevantes, remova estas injeções e volta ao passo 1;
  - 5: Forme as ilhas agrupando os ramos observáveis.
- 

No passo 4 do algoritmo anterior, de forma similar aos algoritmos clássicos de análise observabilidade, as injeções irrelevantes são aquelas realizadas nas barras terminais dos ramos não observáveis. A remoção das injeções irrelevantes é necessária, pois em redes com simetria na topologia e no conjunto de medidas podem ocorrer coincidências numéricas que levam a identificação incorreta dos ramos observáveis. Esta discussão é apresentada em detalhes, por exemplo, na referência [Almeida, Asada e Garcia, 2008].

Note que o esforço computacional associado a identificações dos ramos observáveis é baixo, uma vez que a matriz ganho regularizada já foi fatorada durante a análise de observabilidade e a remoção das injeções irrelevantes pode ser feita com o auxílio do *Lema da Modificação de Matrizes Inversas* apresentada no Anexo A desta dissertação.

#### 4.4. Restauração da Observabilidade

Em [Monticelli e Wu, 1985a] afirma-se que ao adicionar um conjunto mínimo de pseudomedidas não redundantes (pseudomedidas críticas) a uma rede tornando-a observável, o estado das ilhas observáveis não é alterado. Uma medida ou pseudomedida é crítica para a observabilidade da rede quando a sua retirada torna a rede não observável.

Com base nesses conceitos, esta seção apresenta um algoritmo capaz de selecionar um conjunto de pseudomedidas de injeção críticas que tornem a rede observável. A restauração da observabilidade também pode ser conseguida com a alocação de pseudomedidas de fluxo. Nesta dissertação serão tratadas apenas as pseudomedidas de injeção, como é mais comum na literatura.

O algoritmo proposto seleciona um conjunto de injeções candidatas e a cada iteração aloca uma injeção candidata até que a rede se torne observável. A lista de injeções candidatas é refeita a cada iteração. São consideradas candidatas as pseudomedidas de injeção das barras terminais dos ramos não observáveis. O exemplo a seguir ilustra a metodologia proposta. Esta metodologia é similar àquelas das referências [Monticelli e Wu, 1985a] e [Monticelli e Wu, 1985b], porém o mecanismo de verificação da observabilidade e de formação da lista de injeções candidatas é baseado nas variâncias das medidas.

##### 4.4.1. Exemplo

Retomando o exemplo anterior, como o ramo 3-4 é o único não observável as injeções nas barras 3 e 4 formarão a lista de injeção candidatas. As barras que contém medidas de injeção não podem fazer parte da lista de barras candidatas.

Alocando uma pseudomedida de injeção, por exemplo, na barra 4, constata-se que  $tr(R_z) = (n-1) \times \sigma^2$  e, portanto, a rede passa a ser observável. Destaca-se que neste caso as variâncias das pseudomedidas de injeção alocadas devem ser iguais às variâncias das medidas disponíveis.

As matrizes de interesse são mostradas a seguir para o caso de uma pseudomedida de injeção alocada na barra 4.

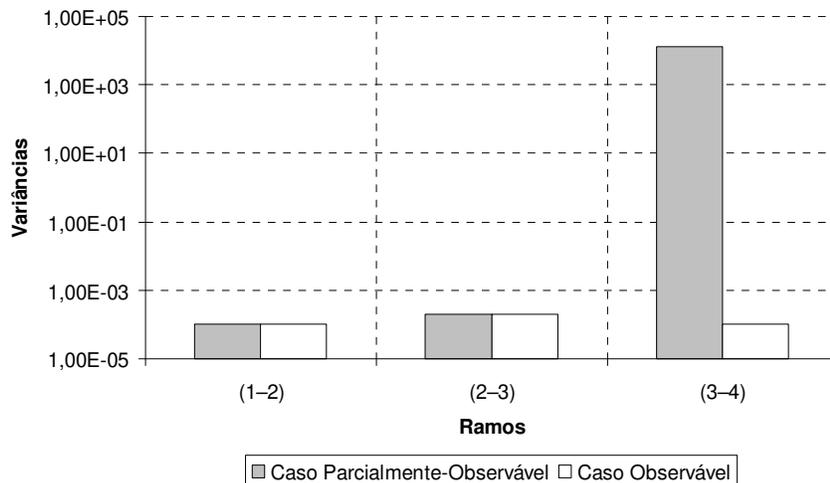
$$H = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Theta = 10^4 \times \begin{bmatrix} 0,2500 & 0,2500 & 0,2500 & 0,2500 \\ 0,2500 & 0,2500 & 0,2500 & 0,2500 \\ 0,2500 & 0,2500 & 0,2500 & 0,2500 \\ 0,2500 & 0,2500 & 0,2500 & 0,2500 \end{bmatrix}$$

A matriz de covariância das medidas estimadas resultante é:

$$R_z = 10^{-4} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

A **Figura 4.3** mostra as variâncias estimadas dos fluxos de potência ativa para o sistema de quatro barras no caso parcialmente observável e com a inclusão da pseudomedida de injeção na barra 4 (caso observável). Nesta figura observa-se claramente que após a inclusão da pseudomedida todos os ramos tornam-se observáveis e, portanto, a rede é observável, o que confirma a informação obtida do traço de  $R_z$ .



**Figura 4.3** – Variâncias dos Fluxos de Potência Ativa Estimados – Sistema de 4 Barras.

O **Algoritmo 6** a seguir provê a restauração da observabilidade.

---

**Algoritmo 6** – Restauração da Observabilidade pelo Método das Variâncias.

- 1: Realize a análise de observabilidade;
  - 2: Obtenha a lista de injeções candidatas;
  - 3: Inclua uma injeção candidata na rede e execute o Algoritmo 1. Caso a rede permaneça não observável, volte ao passo 1;
  - 4: A solução é o conjunto de pseudomedidas incluídas.
- 

O esforço computacional associada à restauração da observabilidade é o mais elevado de toda a metodologia proposta, já que ao incluir uma pseudomedida de injeção a matriz ganho regularizada deve ser fatorada novamente. Entretanto, esse esforço pode ser minimizado com o auxílio do *Lema da Modificação de Matrizes Inversas* apresentada no Anexo A desta dissertação.

#### 4.5. Análise da Sensibilidade do Peso das Medidas e Pseudomedidas

Um aspecto crítico da metodologia proposta é a definição dos valores adequados das variâncias das medidas e das pseudomedidas. Como assumimos que  $\sigma^2 = \sigma_p^{-2}$ , quanto menores os valores das variâncias das medidas, mais fácil é a classificação dos ramos observáveis e mais precisos são os valores calculados para as variâncias das medidas estimadas, o que é desejável. Em contrapartida, quanto menores os valores das variâncias das medidas, pior é o condicionamento da matriz ganho regularizada, o que é indesejável.

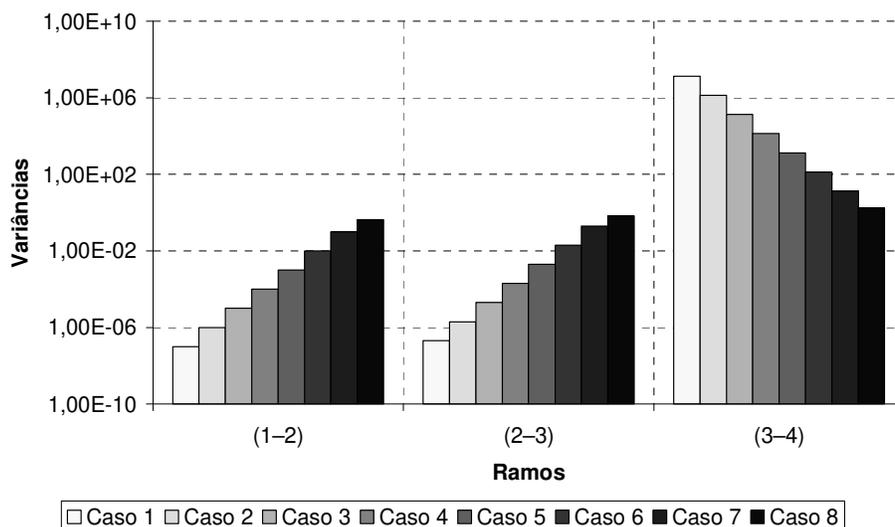
Nesta seção são apresentados diversos testes realizados considerando as variâncias das medidas entre  $10^{-2}$  e  $10^{-7}$  e, conseqüentemente, as variâncias das pseudomedidas entre  $10^2$  e  $10^7$ . O sistema utilizado foi o mesmo das seções anteriores, apresentado na **Figura 4.1**.

A **Tabela 1** apresenta as variâncias das medidas, das pseudomedidas e o condicionamento da matriz ganho regularizada resultante. Conforme foi afirmado, o condicionamento desta matriz piora à medida que as variâncias das medidas diminuem. Para variâncias menores que as mostradas na tabela, são observadas dificuldades na fatoração da matriz ganho regularizada.

**Tabela 1** – Análise da Sensibilidade quanto ao Peso das Medidas e Pseudomedidas.

	Variâncias das Medidas	Variâncias das Pseudomedidas	Condicionamento da Matriz G Regularizada
<b>Caso 1</b>	$10^{-7}$	$10^7$	$7,61 \times 10^{14}$
<b>Caso 2</b>	$10^{-6}$	$10^6$	$7,61 \times 10^{12}$
<b>Caso 3</b>	$10^{-5}$	$10^5$	$7,61 \times 10^{10}$
<b>Caso 4</b>	$10^{-4}$	$10^4$	$7,61 \times 10^8$
<b>Caso 5</b>	$10^{-3}$	$10^3$	$7,61 \times 10^6$
<b>Caso 6</b>	$10^{-2}$	$10^2$	$7,61 \times 10^4$
<b>Caso 7</b>	$10^{-1}$	$10^1$	$7,62 \times 10^2$
<b>Caso 8</b>	$10^0$	$10^0$	8,61

A **Figura 4.4** a seguir mostra as variâncias dos fluxos de potência estimados para os casos da **Tabela 1**. Nesta situação, a rede é tal que os ramos 1–2 e 2–3 são observáveis e o ramo 3–4 é não observável.



**Figura 4.4** – Variâncias do Fluxo de Potência Ativa Linearizado Estimado – Análise de Sensibilidade.

Note na figura anterior que quanto maior a diferença entre os valores das variâncias das medidas e das pseudomedidas, por exemplo, no caso 1, mais fácil é separar os ramos observáveis (1–2 e 2–3) dos não observáveis (3–4), já que as variâncias dos fluxos de potência estimados

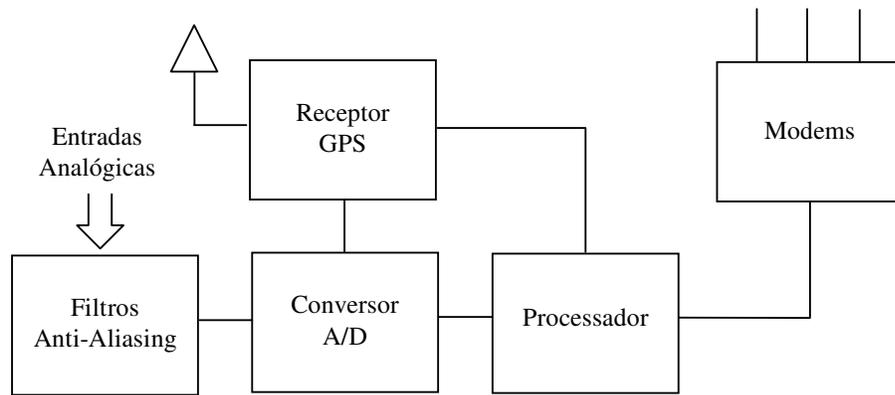
tornam-se mais distintas. Ao contrário, diminuindo a diferença entre os valores das variâncias das medidas e das pseudomedidas, os valores das variâncias dos fluxos de potência estimados tornam-se similares para os ramos observáveis e não observáveis, dificultando a classificação dos ramos.

Apesar das dificuldades narradas nesta seção, observa-se uma boa faixa para o ajuste das variâncias das medidas ( $\sigma^2$  entre  $10^{-2}$  e  $10^{-7}$ ) e das pseudomedidas ( $\sigma_p^2$  entre  $10^2$  e  $10^7$ ) em que é possível distinguir facilmente os ramos observáveis dos não-observáveis e calcular as variâncias das medidas estimadas com boa precisão, sem tornar o condicionamento da matriz ganho regularizada crítica.

#### 4.6. Medição Fasorial Sincronizada

Nos últimos anos, diversas tecnologias foram desenvolvidas para melhorar a qualidade das medidas obtidas e aumentar a confiabilidade do processo de estimação de estado. Entre essas tecnologias, podemos destacar as unidades de medição fasorial sincronizadas ou PMUs (do inglês *Phasor Measurement Units*).

Conforme discutido em [Phadke, Thorp, Nuqui e Zhou, 2009], as PMUs vem sendo estudadas desde os anos 80 e cada vez mais estão sendo utilizadas nos sistemas de energia elétrica. A **Figura 4.5** a seguir apresenta um diagrama de bloco de uma PMU típica, onde podemos identificar os seguintes sistemas: a aquisição dos dados analógicos, incluindo os filtros *anti-aliasing*, o conversor analógico/digital e um processador, sendo que a amostragem do *clock* nestes dispositivos é sincronizada por um sinal de tempo comum, normalmente provido por um GPS.



**Figura 4.5** – Diagrama em Bloco de uma PMU típica.

Nesta seção a metodologia proposta é aplicada a redes contendo medições fasoriais e medidas tradicionais obtidas via SCADA. Partindo da premissa que uma dada PMU possa medir o fasor de tensão na barra onde está instalada e os fasores de corrente nos ramos adjacentes [Borges, 2011]-[Chen e Abur, 2006]-[London, Piereti e Benedito, 2009] e que a impedância de todos os ramos é de 1 p.u., a parte real de um fasor de corrente pode ser escrito aproximadamente por [Zhu e Abur, 2007]:

$$\text{Real}(I_{ij}) = \theta_i - \theta_j \quad (4-6)$$

onde  $\theta_i$  e  $\theta_j$  são os ângulos de tensão das barras  $i$  e  $j$ , respectivamente.

Portanto, a matriz Jacobiana associada a uma PMU alocada na barra  $i$  e com medição de corrente no ramo  $i - j$  pode ser representada da seguinte forma:

$$H = \begin{matrix} & & \theta_i & \theta_j & & \\ \dots & & \dots & \dots & \dots & \dots \\ & & 1 & \dots & & \\ I_{ij} & & \dots & 1 & \dots & -1 & \dots \\ \dots & & \dots & \dots & \dots & & \end{matrix} \quad (4-7)$$

A seguir é apresentado um exemplo simples que ilustra a facilidade de inclusão de medições fasoriais na metodologia de análise de observabilidade proposta nesta dissertação.

#### 4.6.1. Exemplo

Inicialmente foi considerado o sistema de medição indicado na **Figura 4.6**, contendo apenas uma medida de fluxo de potência no ramo 1-2.

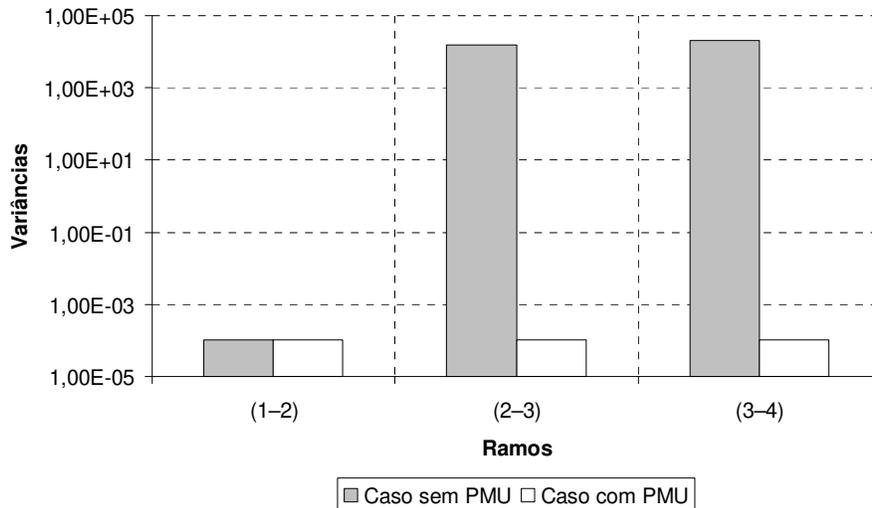


**Figura 4.6** – Sistema de Teste de 4 Barras Radial.

As variâncias são as mesmas dos exemplos anteriores e a reatância de todas as linhas são iguais a 1 p.u.. As variâncias dos fluxos de potência estimados para este caso estão na **Figura 4.7**, onde se verifica que apenas o ramo 1-2 é observável. As matrizes de interesse são:

$$H = [1 \quad -1 \quad 0 \quad 0]$$

$$\Theta = 10^4 \times \begin{bmatrix} 0,5000 & 0,5000 & 0 & 0 \\ 0,5000 & 0,5000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1,0000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1,0000 \end{bmatrix}$$



**Figura 4.7** – Variâncias dos Fluxos de Potência Ativa Linearizado Estimados – Sistema de 4 Barras sem e com inclusão de PMUs.

Em seguida foi adicionada uma PMU na barra 3, que está disponibilizando as seguintes medições fasoriais sincronizadas:  $\theta_3$ ,  $I_{2,3}$  e  $I_{3,4}$ . Neste caso as matrizes de interesse são:

$$H = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\Theta = 10^{-3} \times \begin{bmatrix} 0,3000 & 0,2000 & 0,1000 & 0,1000 \\ 0,2000 & 0,2000 & 0,1000 & 0,1000 \\ 0,1000 & 0,1000 & 0,1000 & 0,1000 \\ 0,1000 & 0,1000 & 0,1000 & 0,2000 \end{bmatrix}$$

A **Figura 4.7** mostra ainda as variâncias dos fluxos linearizados estimados após a inclusão da PMU. Neste caso, a rede torna-se observável, já que todos os seus ramos passam a ser observáveis. Note que apesar de as PMUs fornecerem medidas mais confiáveis, na análise de observabilidade as variâncias das medidas obtidas das PMUs são consideradas iguais às variâncias das medidas obtidas do SCADA.



# Capítulo 5

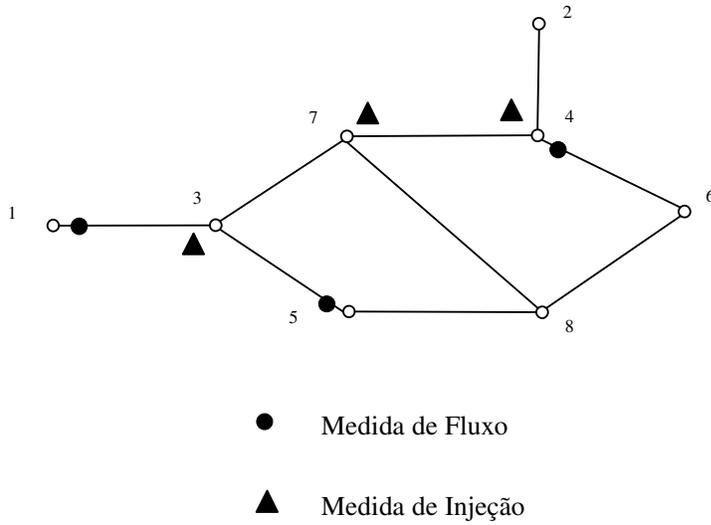
## Testes e Resultados

Neste capítulo serão discutidos os testes e resultados da aplicação da metodologia de análise de observabilidade proposta nesta dissertação. São apresentados testes com o sistema de 8 barras apresentado em [Monticelli, 1999], o qual vem sendo utilizado ao longo deste trabalho em vários momentos para validação dos resultados, o sistema de 14 barras do IEEE da referência [Oliveira e Almeida, 2012] e o sistema de 30 barras do IEEE utilizado em [Borges, 2011].

Todos os resultados apresentados nesta seção foram verificados a partir de resultados publicados na literatura.

### 5.1. Sistema de 8 Barras

Os algoritmos propostos no capítulo anterior foram aplicados ao sistema de 8 barras mostrado na **Figura 5.1**. Os ramos foram representados por reatâncias unitárias, as variâncias das medidas foram consideradas iguais a  $10^{-4}$ , enquanto que as variâncias das pseudomedidas foram iguais a  $10^4$ .



**Figura 5.1** – Rede de 8 Barras utilizada para Análise de Observabilidade.

Conforme o modelo discutido, a matriz Jacobiana ( $H$ ), as matrizes de ponderação ( $W$  e  $S$ ), a matriz de covariância dos estados estimados ( $\Theta$ ) e a matriz de covariância das medidas estimadas ( $R_z$ ) são:

$$H = \begin{bmatrix} -1 & 3 & -1 & -1 & & & & \\ & -1 & 3 & -1 & -1 & & & \\ & & -1 & -1 & & 3 & -1 & \\ 1 & & -1 & & & & & \\ & & & 1 & -1 & & & \\ & & -1 & & 1 & & & \end{bmatrix}$$

$$W = \begin{bmatrix} 10^4 & & & & & & & \\ & 10^4 & & & & & & \\ & & 10^4 & & & & & \\ & & & 10^4 & & & & \\ & & & & 10^4 & & & \\ & & & & & 10^4 & & \\ & & & & & & 10^4 & \\ & & & & & & & 10^4 \end{bmatrix}$$

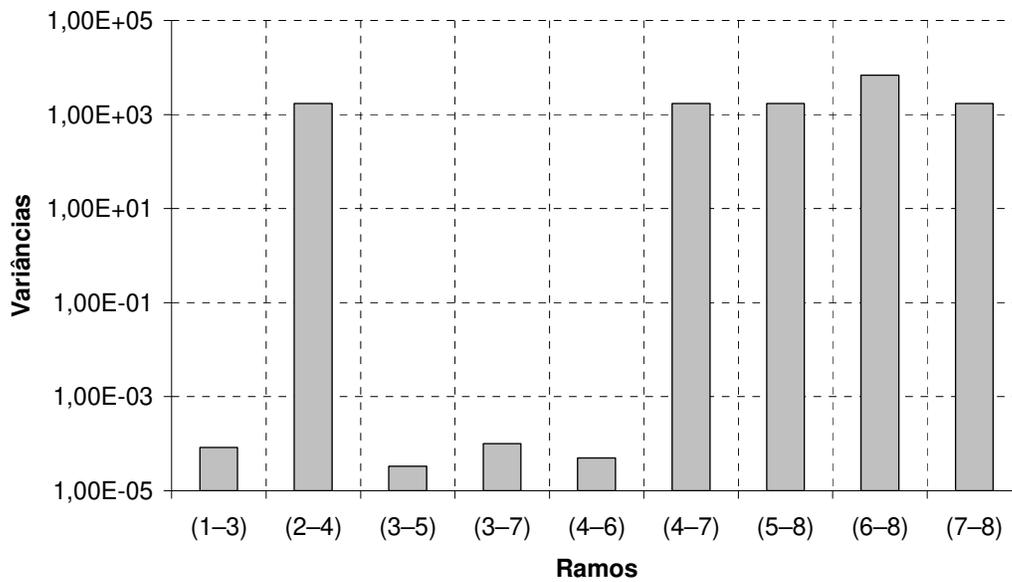
$$S = \begin{bmatrix} 10^{-4} & & & & & & & & \\ & 10^{-4} & & & & & & & \\ & & 10^{-4} & & & & & & \\ & & & 10^{-4} & & & & & \\ & & & & 10^{-4} & & & & \\ & & & & & 10^{-4} & & & \\ & & & & & & 10^{-4} & & \\ & & & & & & & 10^{-4} & \\ & & & & & & & & 10^{-4} \end{bmatrix}$$

$$\Theta = 10^3 \times \begin{bmatrix} 1,4894 & 0,2128 & 1,4894 & 0,8511 & 1,4894 & 0,8511 & 1,4894 & 2,1277 \\ 0,2128 & 5,7447 & 0,2128 & 2,9787 & 0,2128 & 2,9787 & 0,2128 & -2,5532 \\ 1,4894 & 0,2128 & 1,4894 & 0,8511 & 1,4894 & 0,8511 & 1,4894 & 2,1277 \\ 0,8511 & 2,9787 & 0,8511 & 1,9149 & 0,8511 & 1,9149 & 0,8511 & -0,2128 \\ 1,4894 & 0,2128 & 1,4894 & 0,8511 & 1,4894 & 0,8511 & 1,4894 & 2,1277 \\ 0,8511 & 2,9787 & 0,8511 & 1,9149 & 0,8511 & 1,9149 & 0,8511 & -0,2128 \\ 1,4894 & 0,2128 & 1,4894 & 0,8511 & 1,4894 & 0,8511 & 1,4894 & 2,1277 \\ 2,1277 & -2,5532 & 2,1277 & -0,2128 & 2,1277 & -0,2128 & 2,1277 & 4,4681 \end{bmatrix}$$

$$R_z = 10^{-4} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Neste exemplo, o traço da matriz de covariância das medidas estimadas é  $6 \times 10^{-4}$ , e como este traço é menor que  $(n-1) \times \sigma^2$ , a rede é não-observável.

Na **Figura 5.2** é possível observar as variâncias dos fluxos de potência ativa estimados, a partir dos quais são identificados os ramos observáveis e os não-observáveis. Conforme o algoritmo apresentado no capítulo anterior, os ramos não observáveis apresentam variâncias maiores que 1. Como os ramos 2-4, 4-7 e 7-8 são não observáveis, então, as injeções  $P_4$  e  $P_7$  são classificadas como injeções irrelevantes, já que elas são realizadas em barras terminais de ramos não observáveis. Como há injeções irrelevantes, elas devem ser removidas e os ramos não observáveis devem ser identificados novamente sem a presença dessas injeções.



**Figura 5.2** – Variâncias dos Fluxos de Potência Ativa Linearizado Estimado – Sistema de 8 Barras.

Removidas as injeções irrelevantes  $P_4$  e  $P_7$ , a **Figura 5.3** apresenta as novas variâncias dos fluxos de potência ativa estimados. De acordo com essas variâncias não há mais injeções irrelevantes na rede e, portanto, os ramos observáveis são aqueles cujas variâncias dos fluxos estimados são menores que 1. Os demais ramos são não observáveis.



$$W = \begin{bmatrix} 10^4 & & & & & & & \\ & 10^4 & & & & & & \\ & & 10^4 & & & & & \\ & & & 10^4 & & & & \\ & & & & 10^4 & & & \\ & & & & & 10^4 & & \\ & & & & & & 10^4 & \\ & & & & & & & 10^4 \end{bmatrix}$$

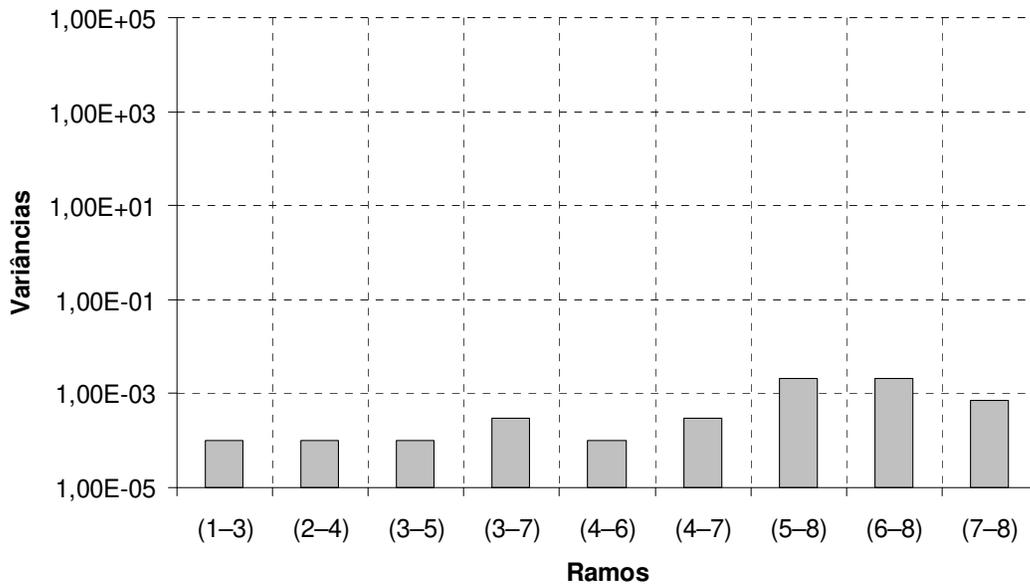
$$S = \begin{bmatrix} 10^{-4} & & & & & & & \\ & 10^{-4} & & & & & & \\ & & 10^{-4} & & & & & \\ & & & 10^{-4} & & & & \\ & & & & 10^{-4} & & & \\ & & & & & 10^{-4} & & \\ & & & & & & 10^{-4} & \\ & & & & & & & 10^{-4} \end{bmatrix}$$

$$\Theta = 10^3 \times \begin{bmatrix} 1,2500 & 1,2500 & 1,2500 & 1,2500 & 1,2500 & 1,2500 & 1,2500 & 1,2500 \\ 1,2500 & 1,2500 & 1,2500 & 1,2500 & 1,2500 & 1,2500 & 1,2500 & 1,2500 \\ 1,2500 & 1,2500 & 1,2500 & 1,2500 & 1,2500 & 1,2500 & 1,2500 & 1,2500 \\ 1,2500 & 1,2500 & 1,2500 & 1,2500 & 1,2500 & 1,2500 & 1,2500 & 1,2500 \\ 1,2500 & 1,2500 & 1,2500 & 1,2500 & 1,2500 & 1,2500 & 1,2500 & 1,2500 \\ 1,2500 & 1,2500 & 1,2500 & 1,2500 & 1,2500 & 1,2500 & 1,2500 & 1,2500 \\ 1,2500 & 1,2500 & 1,2500 & 1,2500 & 1,2500 & 1,2500 & 1,2500 & 1,2500 \\ 1,2500 & 1,2500 & 1,2500 & 1,2500 & 1,2500 & 1,2500 & 1,2500 & 1,2500 \end{bmatrix}$$

$$R_z = 10^{-4} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Como o traço da nova matriz de covariância das medidas estimadas é igual a  $7 \times 10^{-4} = (n-1) \times \sigma^2$ , a rede é observável. Além disso, a **Figura 5.4**, apresenta as variâncias dos fluxos de potência ativa estimados após a alocação de  $P_2$ . Conforme se observa na figura, todas as variâncias são menores que 1, o que também indica que a rede é observável. Destacamos que a variância

especifica para a pseudomedida de injeção,  $P_2$ , devem ser igual a  $10^{-4}$ , ou seja, igual ao valor da variância especificada para as medidas.



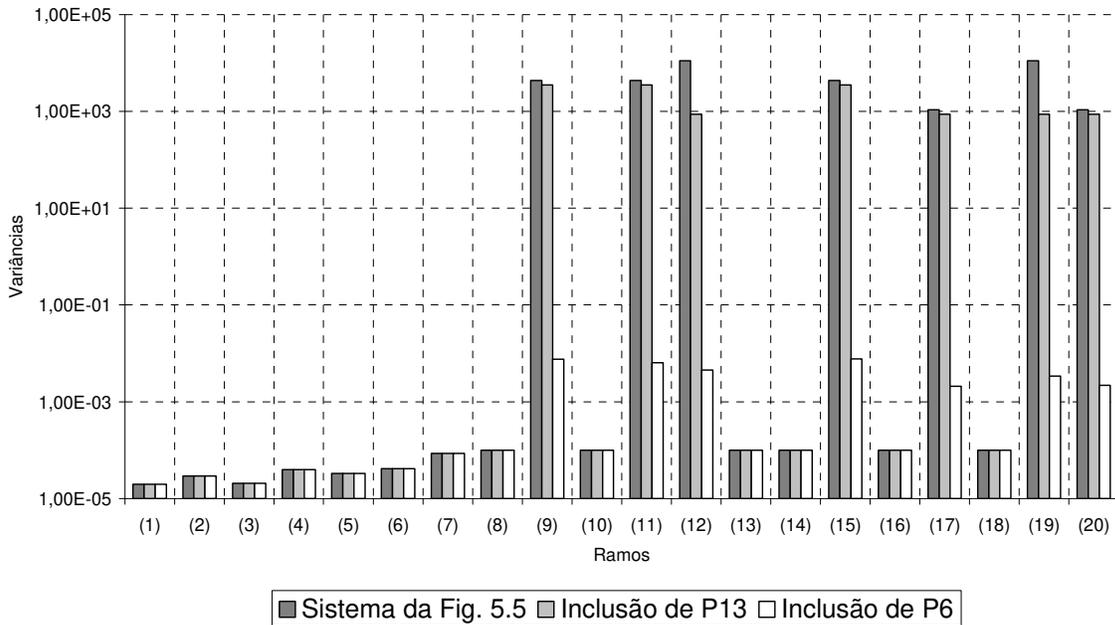
**Figura 5.4** – Variâncias do Fluxo de Potência Ativa Linearizado Estimado – Sistema de 8 Barras com a inclusão de  $P_2$ .

## 5.2. Sistema de 14 Barras

O sistema de 14 barras do IEEE utilizado nesta seção é mostrado na **Figura 5.5**. Novamente, os ramos foram representados por reatâncias unitárias, as variâncias das medidas foram consideradas iguais a  $10^{-4}$ , enquanto que as variâncias das pseudomedidas foram iguais a  $10^4$ .



também de  $P_6$  todos os ramos se tornam observáveis e o traço da matriz  $R^z$  nesta situação passa a valer  $13 \times 10^{-4}$ , o que indica a observabilidade da rede.



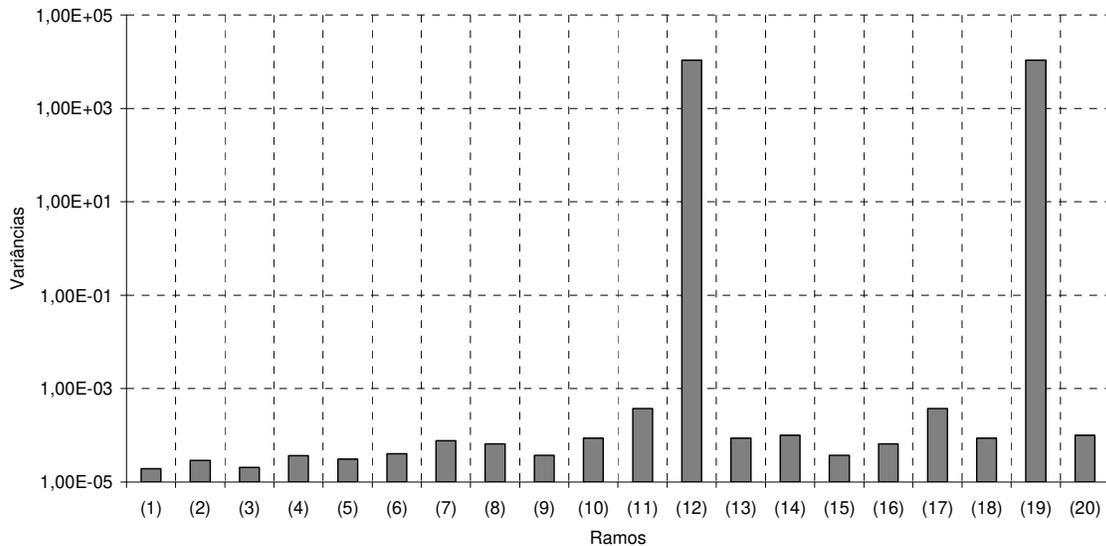
**Figura 5.6** – Variâncias do Fluxo de Potência Ativa Linearizado Estimado (IEEE 14-Barras).

### 5.2.1. Sistema de 14 Barras – PMU na Barra 9

Para este exemplo, além do sistema de medição indicado na **Figura 5.5**, foi adicionada uma PMU na barra 9, a qual está disponibilizando as seguintes medições fasoriais sincronizadas:  $\theta_9$ ,  $I_{9,4}$ ,  $I_{9,7}$ ,  $I_{9,10}$  e  $I_{9,14}$ . A matriz Jacobiana associada apenas a esta PMU na barra 9 é representada a seguir:

$$H_{PMU} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 4 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Neste caso, o traço da matriz de covariância das medidas estimadas é igual a  $12 \times 10^4$ , sendo menor que  $(n-1) \times \sigma^2$ , logo, conclui-se que o sistema é não-observável. As variâncias dos fluxos linearizados estimados são aqueles identificados na **Figura 5.7**, onde é possível observar os ramos observáveis e não observáveis. Note que mesmo com a inclusão da PMU na barra 9, o sistema ainda não se torna completamente observável, uma vez que os ramos 12 e 19 ainda permanecem não observáveis.



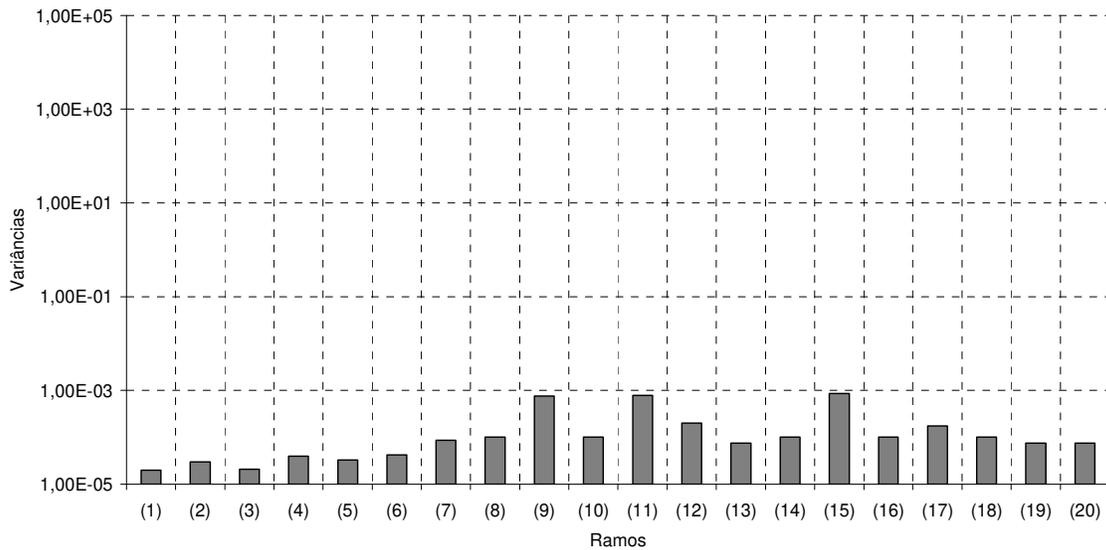
**Figura 5.7** – Variâncias do Fluxo de Potência Ativa Linearizado Estimado (IEEE 14-Barras) – Alocação de PMU na Barra 9.

### 5.2.2. Sistema de 14 Barras – PMU na Barra 13

Para este novo exemplo, além do sistema de medição indicado na **Figura 5.5**, desta vez foi adicionada uma PMU na barra 13, a qual está disponibilizando as seguintes medições fasoriais sincronizadas:  $\theta_{13}$ ,  $I_{13,6}$ ,  $I_{13,12}$  e  $I_{13,14}$ . A matriz Jacobiana associada apenas a esta PMU na barra 13 é representada a seguir:

$$H_{PMU} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

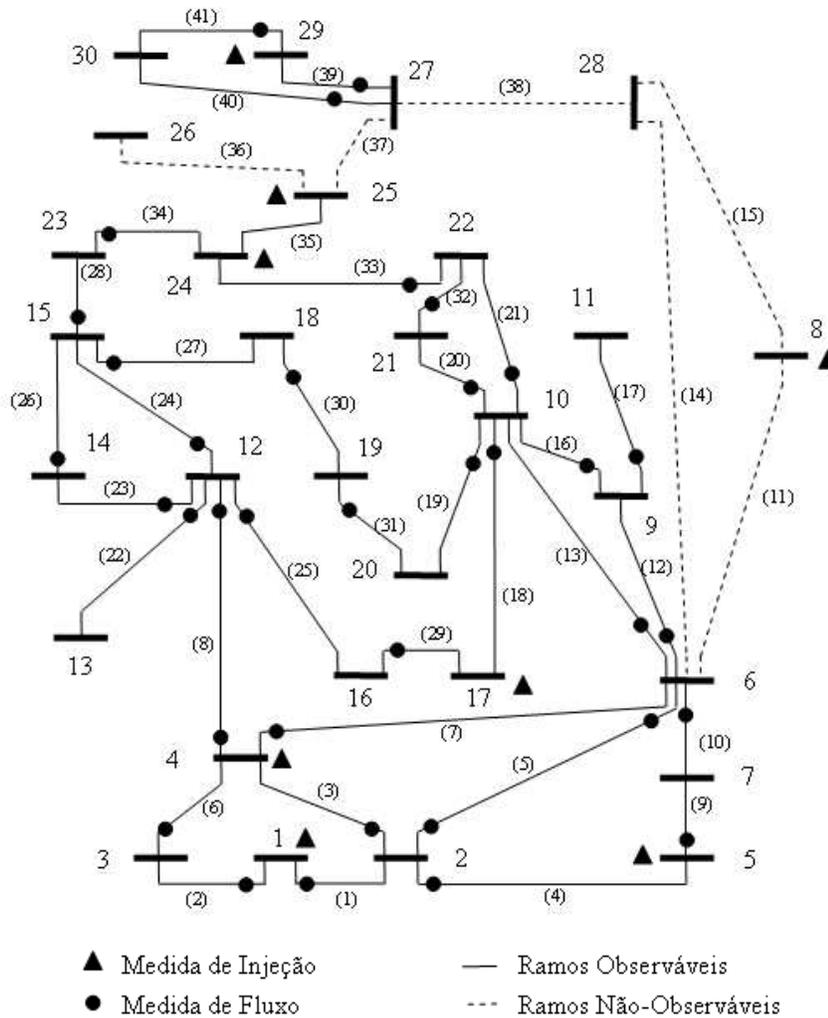
As variâncias dos fluxos linearizados estimados são aqueles identificados na **Figura 5.8**. Verifica-se que a inclusão da PMU na barra 13, todos os ramos se tornam observáveis e o traço da matriz  $R_z$  nesta situação passa a valer  $13 \times 10^{-4}$ , o que indica a observabilidade da rede.



**Figura 5.8** – Variâncias do Fluxo de Potência Ativa Linearizado Estimado (IEEE 14-Barras) – Alocação de PMU na Barra 13.

### 5.3. Sistema de 30 Barras

Os algoritmos apresentados foram aplicados também no sistema de 30 barras do IEEE mostrado na **Figura 5.9**. Como nos casos anteriores, os ramos foram representados por reatâncias unitárias, as variâncias das medidas foram consideradas iguais a  $10^{-4}$ , enquanto que as variâncias das pseudomedidas foram iguais a  $10^4$ .

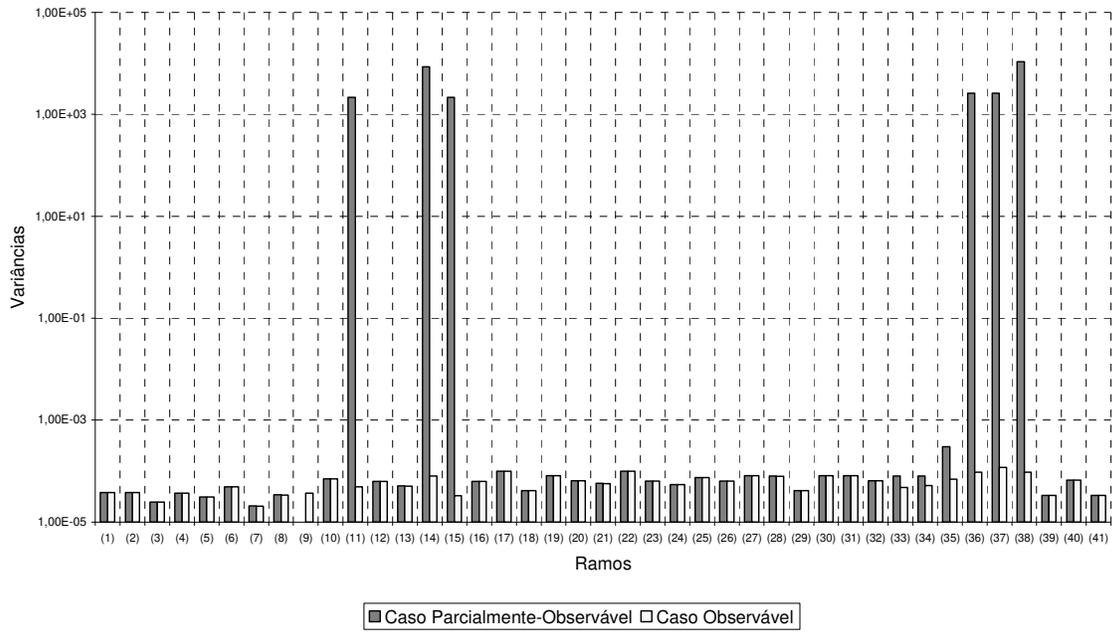


**Figura 5.9** – Sistema de 30-Barras IEEE com Medidas Disponíveis.

Neste caso, o traço da matriz de covariância das medidas estimadas é igual a  $27 \times 10^4$ , sendo menor que  $(n-1) \times \sigma^2 = 29 \times 10^4$ ; logo, conclui-se que o sistema é não-observável. Na **Figura 5.9** são indicados os ramos observáveis e não observáveis.

Assim como realizado em [Borges, 2011], se forem consideradas as seguintes medidas fasoriais:  $\theta_{26}^m, \theta_{28}^m$  (medidas de ângulo de fase de tensão),  $I_{26,25}, I_{28,27}, I_{28,8}, I_{28,6}$  (medidas de fluxo de corrente), o sistema torna-se observável.

A **Figura 5.10** mostra as variâncias dos fluxos estimados tanto para o caso parcialmente observável (sistema da **Figura 5.9**) como para o observável (após inclusão das medidas fasoriais identificadas anteriormente).



**Figura 5.10** – Variâncias do Fluxo de Potência Ativa Linearizado Estimado (IEEE 30-Barras).



# Capítulo 6

## Conclusões

O estimador de estado (EE) é uma ferramenta fundamental nos centros de controle dos modernos sistemas de energia elétrica. Ele provê informações precisas e confiáveis sobre as condições de operação da rede. Um estimador de estado é composto de três funções principais: (i) análise e restauração de observabilidade, (ii) estimação de estado e (iii) identificação e detecção de erros grosseiros. O processo de análise de observabilidade, objeto de estudo deste trabalho, determina se o conjunto de medidas disponíveis é suficiente para a estimação do estado de toda a rede. Note que mesmo quando o sistema de medição é planejado para tornar a rede totalmente observável, é possível que a perda de medidas durante a operação em tempo real torne a rede parcialmente observável. Neste caso, o sistema passa a ser formado por ilhas observáveis e partes não observáveis.

Neste trabalho foi apresentada uma metodologia para análise de observabilidade de sistemas de energia elétrica. A metodologia apresentada permite:

1. Determinar se uma rede é ou não observável através do traço da matriz de covariância das medidas estimadas;
2. Identificar as ilhas observáveis e as partes não observáveis da rede a partir da análise das variâncias dos fluxos de potência estimados;
3. Seleciona pseudomedidas de injeção capazes de tornar uma rede observável, sem afetar o estado das ilhas observáveis.

A metodologia proposta é baseada em um processo de regularização do problema. A regularização resulta da inclusão de pseudomedidas de ângulo em todas as barras da rede. A estas

pseudomedidas de ângulo são associadas variâncias elevadas, indicando que elas contêm informações de baixa qualidade. Em oposição, as medidas de fluxo e de injeção de potência disponíveis são associadas a variâncias pequenas, indicando que estas medidas contêm informações confiáveis.

De forma similar às abordagens clássicas, admite-se que as medidas de potência ativa e reativa são realizadas aos pares e que há medidas suficientes de magnitude tensão e, portanto, um modelo linearizado do estimador regularizado é adotado. Para comprovar a viabilidade da metodologia proposta foram apresentados testes realizados com os sistemas de 8, 14 e 30 barras do IEEE. Foram realizados testes presentes em diversos artigos, teses e dissertações para validar os algoritmos. Além disso, durante a apresentação das metodologias apresentam-se exemplos com um sistema de pequeno porte, executado passo a passo, que permite a clara compreensão da aplicação das propostas.

Em relação aos aspectos computacionais, o uso do lema de inversão de matrizes para a inclusão e remoção de medidas juntamente com esquemas de armazenamento e fatoração de matrizes esparsas permite implementar computacionalmente os algoritmos propostos de forma eficientes, mesmo para aplicações em tempo real.

As novas contribuições deste trabalho são o mecanismo de verificação da observabilidade, baseado no traço da matriz de covariância das medidas estimadas, o mecanismo de restauração da observabilidade, desenvolvido a partir da análise das variâncias das medidas, e a inclusão de medição fasorial sincronizada na formulação matemática utilizada.

### **6.1. Sugestões de continuidade do trabalho**

Destaca-se ainda que a formulação matemática da metodologia proposta é bastante adequada para a inclusão de medição fasorial sincronizada, conforme resultados apresentados.

Como perspectivas para trabalhos futuros, estão:

- Analisar o comportamento da metodologia proposta para sistemas reais;
- Inclusão da representação generalizada, com novas variáveis de estado incluídas no problema devido à modelagem de chaves e disjuntores;
- Aplicação da metodologia a modelos de rede trifásicos de energia elétrica.

## **6.2. Publicações realizadas**

Análise de Observabilidade baseada em Variâncias de Medidas Estimadas. Anais do IV Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos – SBSE, Goiânia/GO – Brasil, 15-18 Maio 2012.



## REFERÊNCIAS

- Monticelli, A. J. *State Estimation in Electric Power Systems: A Generalized Approach*. Kluwer Academic Publishers, 1999.
- Almeida, M. C.; Asada, E. N.; Garcia, A. V. Power System Observability Analysis Based on Gram Matrix and Minimum Norm Solution. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 23, n. 4, Nov. 2008.
- Almeida, M. C.; Garcia, A. V.; Asada, E. N. Regularized Least Squares Power System State Estimation. *IEEE Transactions on Power Systems*, Sep. 2011.
- Alsaç, O.; Vempati, N.; Stott, B.; Monticelli, A. Generalized state estimation. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 13, n. 3, pp. 1069-1075, Aug. 1998.
- Chen, J.; Abur, A. Placement of PMUs to enable bad data detection in state estimation. *IEEE Transactions on Power Systems*, [S.l.], v. 21, n. 4, p. 1608-1615, 2006.
- Clements, K. A.; Krumpholz, G. R. An algorithm for observability determination in power system state. *IEEE Power Summer Meeting*, San Francisco, 1975.
- Clements, K. A.; Krumpholz, G. R.; Davis, P. W. Power system state estimation residual analysis: An algorithm using network topology. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-100(4):1779-1787, April 1981.
- Korres, G. N.; Katsikas, P. J. Reduced model for numerical observability analysis in generalized state estimation. *In IEE Proceedings of Generation, Transmission and Distribution*, v. 152, pages 99-108, Jan. 2005.
- Krumpholz, G. R.; Clements, K. A.; Davis, P. W. Power System Observability: A Practical Algorithm Using Network Topology. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. PAS-99, n. 4 July/Aug. 1980.
- London, J. B. A.; Piereti, S. A. R.; Benedito, R. A. S.; Bretas, N. G. Redundancy and observability analysis of convention and PMU measurements. *IEEE Transactions on Power Systems*, [S.l.], v. 24, n. 3, p. 1629-1630, Aug. 2009.
- Lugtu, R. L.; Hachkett, D. F.; Liu, K. C.; Might, D. D. Power system state estimation: Detection of topological errors, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 99, n. 5, p. 2406-2412, 1980.
- Monticelli, A. J.; Wu, F. F. Network observability: Theory. *IEEE Transactions on Apparatus and Systems*, PAS-104(5):1042-1048, May 1985a.
- Monticelli, A. J.; Wu, F. F. Network observability: Identification of observable island and measurement placement. *IEEE Transactions on Apparatus and Systems*, PAS-104(5):1035-1041, May 1985b.

- Monticelli, A. J.; Garcia, A. V. Modeling zero impedance branches in power system state estimation, *IEEE Trans. Power Systems*, v. 6, n. 4, p. 1561-1570, 1991.
- Monticelli, A. J. The impact of modeling short circuit branches in state estimation, *IEEE Trans. Power Systems*, v. 8, n. 1, p. 364-370, 1993b.
- Oliveira, W. A.; Almeida, M. C. Análise de Observabilidade baseada em Variâncias de Medidas Estimadas. Anais do IV Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos – SBSE, Goiânia/GO – Brasil, 15-18 Maio 2012.
- Phadke, A. G.; Thorp, J. S.; Nuqui, R. F.; Zhou, M. Recent Developments in State Estimation with Phasor Measurements. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2009.
- Quintana, V. H.; Simões-Costa, A. S.; Mendel, A. Power system topological observability using a direct graph-theoretic approach. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-101(3):617-626, March 1982.
- Schweppe, F. C.; Wildes, J. Power system static state estimation, part I: Exact model. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. PAS-89, pp. 120-125, Jan. 1970.
- Schweppe, F.; Ron, D. Power system static-state estimation, Part II: Approximate model, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. PAS-89, n. 1, 1970.
- Schweppe, F. Power system static estimation, Part III: Implementation, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. PAS-89, n. 1, 1970.
- Simões-Costa, A.; Lourenço, E. M.; Clements, K. Power system topological observability analysis including switching branches, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 17, n. 2, p. 250-256, 2002.
- Tikhonov, A. N.; Arsenin, V. Solutions of Ill-Posed Problems (Scripta series in mathematics). Winston&Sons, Washington, 1977.
- Zhu, J.; Abur, A. Bad data identification when using phasor measurements. *IEEE Lausanne Power Tech*, [S.I.], p. 1676-1681, 2007.
- Asada, E. N. Análise de Observabilidade e Processamento de Erros Grosseiros Conformativos Utilizando a Metaheurística Busca Tabu na Estimção de Estado Generalizada. Tese de doutorado, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, UNICAMP, 2004.
- Almeida, M. C. Estimção de Estado Generalizada Trifásica. Tese de doutorado, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, UNICAMP, 2007.
- Borges, G. P. Análise de Observabilidade e Identificação de Medidas Críticas para Sistemas de Medição Formados por Medidas Convencionais e Fasoriais Sincronizadas. Tese de mestrado, Universidade de São Paulo – Escola de Engenharia de São Carlos, 2011.
- Castro, C. A. Apostila referente a disciplina de Análise Matricial de Sistemas de Energia Elétrica. Disponível em: <<http://www.dsee.fee.unicamp.br/~ccastro>>. Acesso em: 27 Jan. 2012.

## **ANEXOS**

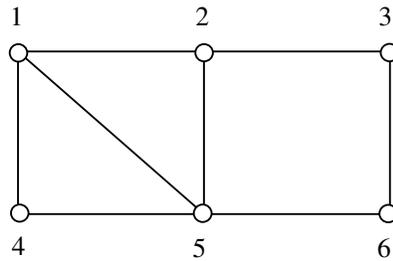


## **ANEXO A - Lema da Modificação de Matrizes Inversas**



O texto a seguir foi extraído da apostila referente a disciplina de Análise Matricial de Sistemas de Energia Elétrica (Prof. Dr. Carlos A. Castro).

Considere o sistema de potência de 6 barras e 8 ramos a seguir.



Referência: barra 1

$$P_i = -1 \text{ pu}, i = 2, \dots, 6$$

$$x_l = 1 \text{ pu}, l = 1, \dots, 8$$

A rede será representada pelo modelo de fluxo de carga linearizado:

$$B' \cdot \theta = P$$

Matriz  $B_0'$  do circuito original:

$$B_0' = \begin{bmatrix} \infty & -1 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 2 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & -1 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

Vetor de potências nodais:

$$P = [X \ -1 \ -1 \ -1 \ -1 \ -1]^T$$

Matriz inversa:

$$(B_1')^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,5826 & 0,4828 & 0,1379 & 0,2759 & 0,3793 \\ 0 & 0,4828 & 1,1034 & 0,1724 & 0,3448 & 0,7241 \\ 0 & 0,1379 & 0,1724 & 0,6207 & 0,2414 & 0,2069 \\ 0 & 0,2759 & 0,3448 & 0,2414 & 0,4828 & 0,4138 \\ 0 & 0,3793 & 0,7241 & 0,2069 & 0,4138 & 1,0690 \end{bmatrix}$$

Ângulos de fase do circuito original:

$$\theta^0 = (B'_0)^{-1} P = [0 \ -1,8621 \ -2,8276 \ -1,3793 \ -1,7586 \ -2,7931]^T$$

Considere agora a saída de operação do ramo 3-6:

$$B'_1 = B'_0 + \Delta B$$

Em que:

$$\Delta B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Nova matriz  $B_1'$ :

$$B_0' = \begin{bmatrix} \infty & -1 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 2 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & -1 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Nova matriz inversa:

$$(B_1')^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,625 & 0,625 & 0,125 & 0,250 & 0,250 \\ 0 & 0,625 & 1,625 & 0,125 & 0,250 & 0,250 \\ 0 & 0,125 & 0,125 & 0,625 & 0,250 & 0,250 \\ 0 & 0,250 & 0,250 & 0,250 & 0,500 & 0,500 \\ 0 & 0,250 & 0,250 & 0,250 & 0,500 & 1,500 \end{bmatrix}$$

Novos ângulos de fase:

$$\theta^1 = (B_1')^{-1} P = [0 \ -1,875 \ -2,875 \ -1,375 \ -1,750 \ -2,750]^T$$

Aplicando-se o IMML (*Inverse Matrix Modification Lemma*), o inverso da nova matriz  $B_1'$  pode ser obtido através de:

$$(B_1')^{-1} = (B_0')^{-1} - (B_0')^{-1} e_{km} [\Delta b^{-1} + e_{km}^T (B_0')^{-1} e_{km}]^{-1} e_{km}^T (B_0')^{-1}$$

Em que:

$$\Delta b = -1 / x_{3,6}$$

$$e_{km} = [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ -1]^T$$

Novos ângulos calculados através de IMML:

$$\theta^1 = (B_1')^{-1} P$$

$$\begin{aligned}
&= (B_0')^{-1} P - (B_0')^{-1} e_{km} [\Delta b^{-1} + e_{km}^T (B_0')^{-1} e_{km}]^{-1} e_{km}^T (B_0')^{-1} P \\
&= \theta^0 - (B_0')^{-1} e_{km} [\Delta b^{-1} + e_{km}^T (B_0')^{-1} e_{km}]^{-1} e_{km}^T \theta^0
\end{aligned}$$

Procedimento para o cálculo de  $\theta^1$  utilizando IMML:

(i) Montar vetor  $e_{km}$

(ii) Calcular  $z = (B_0')^{-1} e_{km}$ .

Esta operação é realizada através de uma substituição *fast forward* para o caminho de fatoração correspondente às barras 3 e 6 e de uma substituição *back* (deseja-se todo o vetor  $z$ ).

Obtém-se:

$$z = [0 \ 0,1034 \ 0,3793 \ -0,0345 \ -0,0690 \ -0,3448]^T$$

A equação fica:

$$\theta^1 = \theta^0 - z [\Delta b^{-1} + e_{km}^T z]^{-1} e_{km}^T \theta^0$$

(iii) Calcular  $\omega = [\Delta b^{-1} + e_{km}^T z]^{-1} = [\Delta b^{-1} + z_k - z_m]^{-1} = -3,6250$

A equação fica:

$$\theta^1 = \theta^0 - \omega z e_{km}^T \theta^0$$

(iv) Calcular  $\alpha = \omega e_{km}^T \theta^0 = \omega (\theta_k^0 - \theta_m^0) = 0,1250$

(v) Obter os novos ângulos:

$$\begin{aligned}
\theta^1 &= \theta^0 - \alpha z \\
&= [0 \ -1,875 \ -2,875 \ -1,375 \ -1,750 \ -2,750]^T
\end{aligned}$$