

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO
DEPARTAMENTO DE MICROONDA E OPTICA

Análise de Estruturas Fotônicas por Elementos Finitos no Domínio da Frequência

Dissertação submetida à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da Universidade Estadual de Campinas, para preenchimento dos pré-requisitos parciais para obtenção do Título de **Doutor em Engenharia Elétrica**.

Autor: **Cosme Eustaquio Rubio Mercedes**

Orientador: **Prof. Dr. Hugo Enrique Hernández Figueroa**

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Hugo Enrique Hernández Figueroa - DMO/FEEC/UNICAMP

Prof. Dr. Antônio Romeiro Sapienza - UERJ

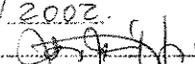
Profa. Dra. Maria Aparecida Gonçalves Martinez - Universidade Presbiteriana Mackenzie

Prof. Dr. Mauricio Silveira - INATEL

Prof. Dr. Edson Moschim - DSIF/FEEC/UNICAMP

Prof. Dr. Rui Fragassi Souza - DMO/FEEC/UNICAMP

7 de junho de 2002

Este exemplar corresponde a redação final da tese defendida por <u>COSME EUSTAQUIO RUBIO MERCEDES</u> e aprovada pela Comissão julgada em <u>07/JUNHO/2002</u> .
 Orientador

PRINT/ARAB

UNIDADE BC
Nº CHAMADA T/UNICAMP
R825a
V _____ EX _____
TOMBO BCI 50791
PROC 16-837102
C _____ DIK _____
PREÇO R\$ 11,00
DATA 11/09/02
Nº CPD _____

CM00173029-9

IB ID 256555

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

R825a Rubio Mercedes, Cosme Eustaquio
Análise de estruturas fotônicas por elementos finitos
no domínio da frequência / Cosme Eustaquio Rubio
Mercedes. --Campinas, SP: [s.n.], 2002.

Orientador: Hugo Enrique Hernández Figueroa.
Tese (doutorado) - Universidade Estadual de
Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de
Computação.

1. Análise numérica. 2. Método dos elementos finitos.
3. Padé, Aproximante de. 4. Problemas de condições de
contorno – Soluções numéricas I. Hernández Figueroa,
Hugo Enrique. II. Universidade Estadual de Campinas.
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. III.
Título.

Abstract

Novel 2D finite element formulations in the frequency domain, for the simulation of arbitrary planar photonic junctions, were developed and thoroughly described. Such junctions are composed by multiple access ports, fed by supposedly very long photonics guides. On the boundaries of the computational window, placed over not guided radiation regions, PMLs (*Perfectly Matched Layers*) were adopted. On the ports or access waveguides, five different boundary conditions were implemented: The first, based on a modal expansion of the fields; the second, considering a pure modal wave variation; the third, based on the paraxial approach of the fields, and the last two, based on the Padé (Padé(1,1) and Padé (2,2)) or wide angle approximations. These three last boundary conditions, to the best of our knowledge, were proposed here for the first time, and represent efficient alternatives (relatively to the first) and more reliable (relatively to the second) for the simulation of a wide range of planar junctions. The performance of the proposed schemes, was evaluated through the analysis of a considerable number of examples. A strategy to analyze photonic circuits, combining the presented schemes with the BPM (*Beam Propagation Method*), is also discussed and widely illustrated. Structures of current interest, such as highly compact resonators, used as add/drop devices in DWDM (*Dense Wavelength Division Multiplexing*) systems were analyzed in detail.

Resumo

Foram desenvolvidos códigos numéricos, baseados em elementos finitos 2D no domínio da frequência, para a simulação de junçamentadas por guias fotônicos, supostamente muito longos. Sobre as fronteiras da janela computacional, nas regiões de radiação não guiada, foram utilizadas PMLs (*Perfectly Matched Layers*). Sobre as portas ou regiões de acesso, cinco esquemas foram desenvolvidos, utilizando-se cinco condições de contorno diferentes: a primeira baseada na expansão modal dos campos; a segunda considerando-se uma variação de onda TEM (transversal eletromagnética); a terceira baseada na aproximação paraxial dos campos, e as duas ultimas baseadas em aproximações de Padé (Padé(1,1) e Padé(2,2)) ou de ângulo largo. Estas três últimas, até onde sabemos, estão sendo propostas pela primeira vez, e representam alternativas eficientes (relativamente à primeira) e confiáveis (relativamente à segunda), para a simulação de uma extensa gama de junções planares. O desempenho dos esquemas propostos, foi avaliado através da análise de um número considerável de exemplos. Uma estratégia para analisar circuitos fotônicos, combinando os esquemas apresentados e o BPM (*Beam Propagation Method*), é discutida e fartamente ilustrada. Estruturas de interesse atual, como ressoadores altamente compactos, utilizados como elementos add/drop em sistemas DWDM (*Dense Wavelength Division Multiplexing*), foram analisados em detalhe.

20243053

Agradecimentos

Primeiro agradeço a Deus pela sua infinita bondade comigo.

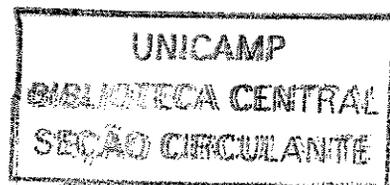
Agradeço também ao Professor Doutor Hugo Enrique Hernández Figueroa, pela orientação, confiança, paciência, e pelo material fornecido durante o desenvolvimento deste trabalho.

Agradeço à minha esposa, Meche, por estar presente em todos os momentos, pela sua ajuda e carinho recebido durante o desenvolvimento deste trabalho. Gostaria de dedicar esta tese a nossa querida filha, Paula Juliana, que nasceu durante o desenvolvimento desta tese, e tem sido fonte de felicidade e inspiração.

Aos meus amados pais Felix e Olinda, e meus irmãos Obídio, German, Wilmer, Arnildo, Odar, Carlos, e Elder, que apesar de estarem distantes, me deram amor e me incentivaram para a conclusão deste trabalho.

Aos colegas do DMO, em especial, ao Vitaly e Marcelo, pelo convívio, amizade e incentivo durante os meus estudos.

Finalmente, gostaria de agradecer à CAPES (*Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Ensino Superior*), pelo apoio financeiro.



Sumário

RESUMO	i
AGRADECIMENTOS	ii
SUMÁRIO	iii
LISTA DE FIGURAS	vi
1 Introdução	1
1.1 Considerações Iniciais	1
1.2 Sumário da Tese	4
2 Formulação pelo Método de Elementos Finitos da Equação de Onda Escalar 2-D	7
2.1 Introdução	7
2.2 Formulação pelo Método de Elementos Finitos da Equação de Onda Escalar 2-D . . .	8
2.2.1 Equação de Onda Escalar	9
2.2.2 Aplicação do Método dos Elementos Finitos	10
2.2.3 Discretização pelo Método dos Elementos Finitos	11
2.3 Condições de Contorno	13
2.3.1 Condições de Contorno por Expansão Modal (CCEM)	13
2.3.2 Condições de Contorno Simples (CCS)	14
2.3.3 Condições de Contorno Paraxial (CCP)	15
2.3.4 Condições de Contorno de Padé (CC de Padé)	16

2.4	Método de Propagação de Ângulo Largo	18
2.5	Cálculo das Potências Acopladas nos Guias de Acesso	19
3	Comparação de Resultados Empregando Diferentes Condições de Contorno para Descontinuidades Abruptas	21
3.1	Introdução	21
3.2	Deslocamento Transversal de Guias de Onda	22
3.3	Descontinuidade Abrupta de Guia de Onda	36
3.4	Junção em Ângulo Reto com Ressonador	41
3.5	Divisor de Potência em Formato T com Ressonadores e Espelhos	46
3.6	Conclusões	53
4	Análise de Filtros Ópticos Ressonantes	55
4.1	Introdução	55
4.2	Cavidades Ressonantes	56
4.3	Filtro Óptico com Microcavidades Ressonantes	60
4.4	Análise de Filtro Óptico com Microcavidades Ressonantes em Anel	63
4.4.1	Simulação de Filtro com uma única Cavidade Ressonante em Anel	65
4.4.2	Simulação de Filtro com duas Cavidades Ressonantes em Anel	66
4.5	Análise de Filtro Óptico com Microcavidade Ressonante Quadrada	70
4.5.1	Simulação de uma única Cavidade Ressonante Quadrada	73
4.5.2	Simulação de Filtro com Duas Cavidades Ressonantes Quadradas	82
4.6	Conclusões	85
5	Conclusões e Trabalhos Futuros	87
5.1	Conclusões	87
5.2	Trabalhos Futuros	89
	Referências Bibliográficas	91

A	Uso das PMLs na Dedução da Equação de Onda Escalar 2D	97
A.1	Introdução	97
A.2	Formulação Vetorial	99
A.3	Caso Escalar	102
A.4	Cálculo do Parâmetro s	103
B	Método dos Elementos Finitos de Galerkin	105
B.1	Introdução	105
B.2	Formulação do Método	105
B.3	Aplicação do MEF na Equação de Onda Escalar 2D	107

3.11	Potências relativas refletidas, calculadas usando CCS, CCP, CC de Padé(1,1), CC de Padé(2,2) e CCEM em função de b/d , para o deslocamento transversal de guias de onda, com $L = 0,5\mu m$	28
3.12	Amplitude do campo elétrico na porta 2, $z = 3\mu m$, para $b/d = 0,5$, com $L = 0,5\mu m$	29
3.13	Curvas de contorno do campo elétrico, calculado usando a CCS, para o deslocamento de guia de onda de $b/d = 0,5$, com $L = 0,5\mu m$	29
3.14	Curvas de contorno do campo elétrico, calculado usando a CCP, para o deslocamento de guia de onda de $b/d = 0,5$, com $L = 0,5\mu m$	30
3.15	Curvas de contorno do campo elétrico, calculado usando a CC de Padé(1,1), para o deslocamento de guia de onda de $b/d = 0,5$, com $L = 0,5\mu m$	30
3.16	Curvas de contorno do campo elétrico, calculado usando a CC de Padé(2,2), para o deslocamento de guia de onda de $b/d = 0,5$, com $L = 0,5\mu m$	31
3.17	Curvas de contorno do campo elétrico, calculado usando a CCEM, para o deslocamento de guia de onda de $b/d = 0,5$, com $L = 0,5\mu m$	31
3.18	Potências relativas transmitidas e radiadas, calculadas usando CCS, CCP, CC de Padé(1,1), CC de Padé(2,2), e CCEM em função de b/d , para o deslocamento transversal de guias de onda, com $L = 1\mu m$	32
3.19	Potências relativas refletidas, calculadas usando CCS, CCP, CC de Padé(1,1), CC de Padé(2,2) e CCEM em função de b/d , para o deslocamento transversal de guias de onda, com $L = 1\mu m$	32
3.20	Amplitude do campo elétrico na porta 2, $z = 3\mu m$, para $b/d = 0,5$, com $L = 1\mu m$	33
3.21	Curvas de contorno do campo elétrico, calculado usando a CCS, para o deslocamento de guia de onda de $b/d = 0,5$, com $L = 1\mu m$	33
3.22	Curvas de contorno do campo elétrico, calculado usando a CCP, para o deslocamento de guia de onda de $b/d = 0,5$, com $L = 1\mu m$	34
3.23	Curvas de contorno do campo elétrico, calculado usando a CC de Padé(1,1), para o deslocamento de guia de onda de $b/d = 0,5$, com $L = 1\mu m$	34
3.24	Curvas de contorno do campo elétrico, calculado usando a CC de Padé(2,2), para o deslocamento de guia de onda de $b/d = 0,5$, com $L = 1\mu m$	35
3.25	Curvas de contorno do campo elétrico, calculado usando a CCEM, para o deslocamento de guia de onda de $b/d = 0,5$, com $L = 1\mu m$	35
3.26	Descontinuidade abrupta de guia de onda.	37

Lista de Figuras

2.1	Estrutura geral para a simulação de junções planares. A junção dentro do domínio Ω é alimentada por até quatro portas. São usadas PMLs para a simulação de domínios abertos conjuntamente com condições de contorno do campo nulo sobre as paredes: $\phi = 0$	9
3.1	Estrutura com deslocamento transversal de guias de onda.	23
3.2	Potências relativas transmitidas e radiadas, calculadas usando CCS, CCP, CC de Padé(1,1), CC de Padé(2,2), e CCEM em função de b/d , para o deslocamento transversal de guias de onda, com $L = 0, 2\mu m$	23
3.3	Potências relativas refletidas, calculadas usando CCS, CCP, CC de Padé(1,1), CC de Padé(2,2) e CCEM em função de b/d , para o deslocamento transversal de guias de onda, com $L = 0, 2\mu m$	24
3.4	Amplitude do campo elétrico na porta 2, $z = 3\mu m$, para $b/d = 0, 5$, com $L = 0, 2\mu m$	24
3.5	Curvas de contorno do campo elétrico, calculado usando a CCS, para o deslocamento de guia de onda de $b/d = 0, 5$, com $L = 0, 2\mu m$	25
3.6	Curvas de contorno do campo elétrico, calculado usando a CCP, para o deslocamento de guia de onda de $b/d = 0, 5$, com $L = 0, 2\mu m$	25
3.7	Curvas de contorno do campo elétrico, calculado usando a CC de Padé(1,1), para o deslocamento de guia de onda de $b/d = 0, 5$, com $L = 0, 2\mu m$	26
3.8	Curvas de contorno do campo elétrico, calculado usando a CC de Padé(2,2), para o deslocamento de guia de onda de $b/d = 0, 5$, com $L = 0, 2\mu m$	26
3.9	Curvas de contorno do campo elétrico, calculado usando a CCEM, para o deslocamento de guia de onda de $b/d = 0, 5$, com $L = 0, 2\mu m$	27
3.10	Potências relativas transmitidas e radiadas, calculadas usando CCS, CCP, CC de Padé(1,1), CC de Padé(2,2), e CCEM em função de b/d , para o deslocamento transversal de guias de onda, com $L = 0, 5\mu m$	28

3.27	Potências radiadas e transmitidas em função da razão t_1/t_2 , calculadas com os cinco esquemas de contorno: CCS, CCP, CC de Padé(1,1), CC de Padé(2,2) e CCEM, para uma descontinuidade abrupta no guia de onda.	37
3.28	Potências refletida em função da razão t_1/t_2 , calculadas com as condições de contorno as CCS, CCP, CC de Padé(1,1), CC de Padé(2,2) e CCEM, para uma descontinuidade abrupta no guia de onda.	38
3.29	Curvas de contorno do campo elétrico, calculado usando a CCS, para a descontinuidade de guia de onda, $t_1/t_2 = 0, 1$	38
3.30	Curvas de contorno do campo elétrico, calculado usando a CCP, para a descontinuidade de guia de onda, $t_1/t_2 = 0, 1$	39
3.31	Curvas de contorno do campo elétrico, calculado usando a CC de Padé(1,1), para a descontinuidade de guia de onda, $t_1/t_2 = 0, 1$	39
3.32	Curvas de contorno do campo elétrico, calculado usando a CC de Padé(2,2), para a descontinuidade de guia de onda, $t_1/t_2 = 0, 1$	40
3.33	Curvas de contorno do campo elétrico, calculado usando a CCEM, para a descontinuidade de guia de onda, $t_1/t_2 = 0, 1$	40
3.34	Junção de ângulo reto com ressoador.	41
3.35	Potências transmitidas relativas para a porta 2 na junção de ângulo reto com ressoador para modos TE.	42
3.36	Potências refletidas relativas para a porta 1, na junção em ângulo reto com ressoador para modos TE.	42
3.37	Potências transmitidas relativas para a porta 2, na junção em ângulo reto com ressoador para modos TM.	43
3.38	Potências refletidas relativas para a porta 1, na junção em ângulo reto com ressoador para modos TM.	43
3.39	Curvas de contorno do campo elétrico, para $\lambda = 1,54\mu m$, obtida usando a CCS para a junção em ângulo reto com ressoador.	44
3.40	Curvas de contorno do campo elétrico, para $\lambda = 1,54\mu m$, obtida usando a CCP para a junção em ângulo reto com ressoador.	44
3.41	Curvas de contorno do campo elétrico, para $\lambda = 1,54\mu m$, obtida usando a CC de Padé(1,1) para a junção em ângulo reto com ressoador.	45
3.42	Curvas de contorno do campo elétrico, para $\lambda = 1,54\mu m$, obtida usando a CC de Padé(2,2) para a junção em ângulo reto com ressoador.	45

3.43	Curvas de contorno do campo elétrico, para $\lambda = 1,54\mu m$, obtida usando a CCEM para a junção em ângulo reto com ressoador.	46
3.44	Divisor de potência em formato T com ressoadores e espelhos na junção.	47
3.45	Potências transmitidas relativas para a porta 2 no divisor de potência em formato T com ressoadores e espelhos na junção para modos TE.	47
3.46	Potências refletidas relativas para a porta 1 no divisor de potência em formato T com ressoadores e espelhos na junção para modos TE.	48
3.47	Potências transmitidas relativas para a porta 2 no divisor de potência em formato T com ressoadores e espelhos na junção para modos TM.	48
3.48	Potências refletidas relativa para a porta 1 no divisor de potência em formato T com ressoadores e espelhos na junção para modos TM.	49
3.49	Curvas de contorno do campo elétrico, para $\lambda = 1,515\mu m$, obtidas usando a CCS para o divisor de potência em formato T com ressoadores e espelhos na junção.	50
3.50	Curvas de contorno do campo elétrico, para $\lambda = 1,515\mu m$, obtidas usando a CCP para o divisor de potência em formato T com ressoadores e espelhos na junção.	50
3.51	Curvas de contorno do campo elétrico, para $\lambda = 1,515\mu m$, obtidas usando a CC de Padé(1,1) para o divisor de potência em formato T com ressoadores e espelhos na junção.	51
3.52	Curvas de contorno do campo elétrico, para $\lambda = 1,515\mu m$, obtidas usando a CC de Padé(2,2) para o divisor de potência em formato T com ressoadores e espelhos na junção.	51
3.53	Curvas de contorno do campo elétrico, para $\lambda = 1,515\mu m$, obtidas usando a CCEM para o divisor de potência em formato T com ressoadores e espelhos na junção.	52
4.1	Esquema básico de um laser: um meio de amplificação e dois espelhos refletores para a realimentação.	57
4.2	Padrão de onda estacionária em uma cavidade ressonante.	58
4.3	Frequências ressonantes em uma cavidade.	59
4.4	Filtro óptico como dispositivo de 4 portas, onde um elemento ressonante é colocado entre dois guias de onda, e o acoplamento com os guias é obtido por meio de campos avanescentes. As letras A, B, C e D denotam as portas de entrada e saída, onde assume-se que luz entra na estrutura via a porta A.	61
4.5	Filtro de alta ordem, de onda propagante, com ressoadores dispostos em paralelo.	61
4.6	Filtro de alta ordem, de onda propagante, com ressoadores dispostos em série.	62
4.7	Filtro de alta ordem de onda estacionária.	62

4.8	Filtro óptico com elemento ressonante em anel, cujo acoplamento com os guias é obtido por meio de campo evanescente.	63
4.9	Geometria do filtro com elemento ressoador em anel. Os valores dos parâmetros são dados no texto.	66
4.10	Potência relativa transmitida para as portas P_B e P_C , em função do comprimento de onda, para o filtro com cavidade ressonante em anel.	67
4.11	Resposta espectral do ressoador em anel para um intervalo amplo de comprimento de onda; a curva de potência transmitida relativa para a porta P_B é mostrada em função do comprimento de onda.	67
4.12	Resposta espectral do ressoador em anel para um intervalo amplo de comprimento de onda; a curva de potência transmitida relativa para a porta P_C é mostrada em função do comprimento de onda.	68
4.13	Curvas de contorno do módulo do campo elétrico para o comprimento de onda de ressonância; $\lambda = 1,3345\mu m$	68
4.14	Curvas de contorno do módulo do campo elétrico para comprimento de onda fora do comprimento de onda de ressonância; $\lambda = 1,304\mu m$	69
4.15	Geometria de dois ressoadores em anel acoplados em série. R_i é o rádio do anel i , medido até o centro do guia de onda do anel.	71
4.16	Potência relativa transmitida para as portas P_B e P_C , em função do comprimento de onda, para o filtro composto por dois anéis em série.	71
4.17	Curvas de contorno do módulo do campo elétrico, para o filtro composto por dois anéis em série, para o comprimento de onda de ressonância, $\lambda = 1,3349\mu m$	72
4.18	Curvas de contorno do módulo do campo elétrico, para o filtro composto por dois anéis em série, para comprimento de onda fora do comprimento de ressonância, $\lambda = 1,330\mu m$	72
4.19	Configuração do micro-ressoador quadrado. w é a largura do guia de onda, g é a distancia entre os guias de onda e a cavidade, W e L são a largura e o comprimento da cavidade, respectivamente, e n_s , n_g são os índices de refração da casca e da região de guiamento, respectivamente.	74
4.20	Potência relativa transmitida entre as portas $P_A - P_D$, em função do comprimento de onda, para o ressoador de uma única cavidade quadrada.	74
4.21	Curvas de contorno do módulo do campo elétrico para o comprimento de onda de ressonância, $\lambda = 1,532\mu m$	75
4.22	Curvas de contorno do módulo do campo elétrico fora do comprimento de onda de ressonância, $\lambda = 1,525\mu m$	75

4.23	Resposta espectral do ressoador quadrado para um intervalo amplo de comprimentos de onda, as curvas de potências transmitidas entre as portas $P_A - P_D$ são mostradas em função do comprimento de onda, λ	76
4.24	Curvas de contorno do campo elétrico para o comprimento de onda de ressonância $\lambda = 1,366\mu m$	77
4.25	Curvas de contorno do campo elétrico para o comprimento de onda de ressonância $\lambda = 1,409\mu m$	77
4.26	Curvas de contorno do campo elétrico para o comprimento de onda de ressonância $\lambda = 1,459\mu m$	78
4.27	Curvas de contorno do módulo do campo elétrico para o comprimento de onda de ressonância $\lambda = 1,573\mu m$	78
4.28	Curvas de contorno do campo elétrico para o comprimento de onda de ressonância $\lambda = 1,691\mu m$	79
4.29	Potências transmitidas P_A-P_D em função do comprimento de onda λ , para pequenas variações de W , δW , da configuração de um único ressoador quadrado, considerando $L = W$	80
4.30	Potências transmitidas P_A-P_D em função do comprimento de onda λ , para pequenas variações de W , δW , da configuração de um único ressoador quadrado.	80
4.31	Potências transmitidas P_A-P_D em função do comprimento de onda λ , para pequenas variações de L , δL , da configuração de um único ressoador quadrado.	81
4.32	Potências transmitidas P_A-P_D em função do comprimento de onda λ , para pequenas variações de n_g , δn_g , para configurações de um único ressoador quadrado.	81
4.33	Potências transmitidas P_A-P_D em função do comprimento de onda λ , para pequenas variações de w , δw , e configurações de um único ressoador quadrado.	82
4.34	Geometria de um dispositivo de filtro <i>add-drop</i> baseado em dois micro-ressoadores retangulares idênticos em cascata ou paralelo.	83
4.35	Potências transmitidas relativas para as portas $P_A - P_D$ em função do comprimento de onda para o filtro de duas cavidades retangulares em paralelo.	84
4.36	Curvas de contorno do módulo do campo elétrico, para o filtro de duas cavidades retangulares em paralelo, no comprimento de onda de ressonância $\lambda = 1,532\mu m$	84
4.37	Curvas de contorno do módulo do campo elétrico, para o filtro de duas cavidades retangulares em paralelo, em comprimento de onda fora da ressonância, $\lambda = 1,525\mu m$	85
A.1	Truncamento do domínio computacional utilizando PML perpendicular à direção z . A onda plana incidente não sofre reflexão, pois ela é atenuada no interior da PML.	98

Capítulo 1

Introdução

1.1 Considerações Iniciais

A simulação computacional é uma ferramenta que permite reduzir grandemente gastos de tempo de processo de fabricação de estruturas fotônica integradas. Atualmente, métodos numéricos eficientes e modelos físicos realistas são necessários para a ótima implementação e realização de projetos complexos, os quais nos levam a ter uma idéia precisa dos resultados práticos na maioria de casos.

Quando deseja-se prever qualitativamente o comportamento de uma determinada estrutura fotônica, métodos numéricos de menor complexidade, que requeiram menores recursos computacionais e tempo de processamento precisam ser utilizados. Em particular, o Método de Elementos Finitos (MEF) é uma ferramenta poderosa e eficiente para as mais gerais (estruturas de forma arbitrária, materiais não homogêneos, e meios anisotrópicos) estruturas fotônicas.

Nesse ambiente, a aproximação de estruturas tridimensionais por estruturas bidimensionais (2D) permite que se tenha uma visão clara e intuitiva dos fenômenos físicos envolvidos [1], [2], [3], embora, na maioria dos casos, com precisão limitada (perda de generalidade). O uso de métodos de elementos finitos 2D é mais restrito, pois a radiação em 2D diferencia-se significativamente do caso 3D. Resultados de aproximações planares podem servir como ponto de partida para uma melhor otimização na abordagem de modelos físicos mais reais (ou complexos), ou ainda para desenvolvimento de novas técnicas de simulação.

Em guias planares, onde tem-se admitido a condição de guiamento fraco, é possível separar o campo eletromagnético em ondas de tipo TE e TM [1]; neste caso obtém-se equações, tais que, a partir

de uma das componentes do campo elétrico ou magnético, podem ser obtidas as outras componentes. Desta forma, torna-se necessário resolver apenas a equação de onda escalar para uma das componentes [3], o que é sumamente importante do ponto de vista de cálculo numérico devido à menor complexidade de modelamento e esforço computacional.

Um dos problemas de crucial importância do cálculo numérico em óptica integrada é a simulação de junções de guias de onda planares; em especial, os problemas de estruturas com descontinuidades longitudinais [6], [8], [9], [11], [14]. Nas descontinuidades que envolvem propagação em dois sentidos longitudinais opostos, devido à reflexão do campo elétrico-magnético, o método numérico deve ser capaz de levar em conta simultaneamente ondas co-e contra-propagantes. Problemas semelhantes surgem quando deseja-se simular estruturas de dispositivos mais gerais (como por exemplo: acopladores direcionais, ressoadores ópticos, espelhos, lasers, divisores de potência, e demultiplexadores), os quais envolvem estruturas com múltiplas portas de acesso, em que se tem propagação em varias direções [16], [24], [38], [56].

Muitos métodos numéricos foram desenvolvidos para a simulação de estruturas fotônicas com variação abrupta de índice de refração, ou outros tipos de descontinuidades; entre eles: Método dos Elementos de Fronteira (BEM - *Boundary Element Method*) [11] e MEF [3], [13], [16]. O método que se destaca, entre eles, é o MEF que foi descrito pela primeira vez por Koshiba em 1998 [13], e é atualmente uma das técnicas numéricas mais difundidas para simular a propagação dos campos eletromagnéticos em junções em óptica integrada [3], [13], [16], e [18].

De outra forma, o método de propagação de feixes (BPM - *Beam Propagation Method*) de ângulo largo [32], [33], [37], e os métodos bidirecionais de propagação de feixes [35], também têm sido utilizados na análise de estruturas que apresentam reflexões relativamente altas. De qualquer forma, dependendo da ordem de aproximação do esquema utilizado e da estrutura considerada, esses métodos não descrevem corretamente ondas extremamente não paraxiais, e há um grande comprometimento do esforço computacional quando se utilizam métodos de aproximação mais fiéis ou mais aproximados (por exemplo, métodos de Padé de alta ordem) na propagação.

O MEF no domínio bidimensional (MEF-2D) com condições de contorno apropriadas permite simular estruturas com ondas propagantes em qualquer direção sobre o plano. Ele é definido num domínio limitado do plano, de forma que alguns artifícios são necessários para simular estruturas abertas assim como também simular guias de acesso conectados ao domínio 2D. Este método permite também modelar estruturas não-homogêneas de qualquer formato, e, dependendo das condições de

contorno utilizadas, o sistema matricial final pode ser resolvido de forma bastante eficiente [17]-[23].

Também, condições de contorno especiais como as condições de contorno absorventes (ABC-*Absorbing Boundary Condition*), [27], [29] são utilizadas sobre as fronteiras do domínio computacional, nas regiões de radiação não guiadas. Neste contexto, destacamos uma técnica bastante usada com bons resultados, a qual é chamada de Camadas Perfeitamente Casadas (PML-*Perfectly Matched Layer*). Esta técnica que usa PML, consiste em recobrir a fronteira do domínio de operação com camadas de um material artificial, o qual absorve ondas incidentes sem que haja reflexões em determinadas interfaces. As PMLs foram propostas pela primeira vez por Berenger em 1994 [25], e é atualmente uma das técnicas mais difundidas para tratar problemas com reflexões nas fronteiras [16], [25], [28], [31]; permitindo ainda utilizar condições de contorno de campo nulo sobre as fronteiras do domínio escolhido. Em vista da simplicidade destas condições de contorno absorventes, pois não implicam em custos adicionais quanto ao modelamento e implementação, as mesmas foram adotadas neste trabalho.

Uma técnica que vem sendo utilizada para simular guias de acesso às junções ópticas planares, consiste em expandir o campo eletromagnético em termos dos modos normais do referido guia [3], [8], [11], visando obter condições de contorno relacionando o campo eletromagnético e sua derivada longitudinal (normal). No caso de guias abertos (não blindados), essa expansão, mesmo utilizando modos ortogonais, que facilita o cálculo, inclui integrais sobre o espectro contínuo de modos radiados, tornando o processo de geração das matrizes muito trabalhoso. Desta forma, para contornar este inconveniente, alguns autores [11], [13], [15], [16] substituem o domínio (configuração de guia de onda aberto) não limitado por uma configuração equivalente limitada ou blindada para tratar o espectro inteiro como um conjunto discreto de modos. Essa técnica considera as paredes do guia fechado ou blindado como sendo paredes elétricas ou magnéticas, de tal forma que as integrais da estrutura aberta transformam-se em somatórios. A acuracidade desta representação do campo eletromagnético depende do distanciamento entre as paredes de blindagem. Se for utilizado um guia fechado, com expansão no espectro discreto, a técnica de expansão modal oferece resultados muito confiáveis, uma vez que permite levar em conta todos os modos que compõem o campo eletromagnético nos guias de acesso, inclusive modos evanescentes. De qualquer forma, o método torna-se bastante complexo computacionalmente, uma vez que para se obter convergência da solução, torna-se necessário encontrar um conjunto suficientemente grande de modos de cada guia; portanto, resulta em uma redução da esparsidade das matrizes geradas em cada porta e o tempo de cálculo de modos aumenta consideravelmente [17].

Como uma alternativa às condições de contorno obtidas por expansão modal do campo em cada porta de acesso, desenvolvemos condições de contorno menos complexas do ponto de vista de modelamento e implementação computacional, as quais representam campos eletromagnéticos em guias de acesso a junções. Estas condições de contorno são obtidas mediante a aproximação paraxial [17]-[19], [22], e aproximações de Padé na derivada longitudinal (normal) do campo sobre as portas de acesso [20], [21] e [23]. Sua aplicação e implementação é extremamente direta e os resultados obtidos são excelentes, quando da comparação com os resultados obtidos com a condição de contorno por expansão modal, inclusive para ondas evanescentes. Embora exista um comprometimento do esforço computacional quando se usam aproximações de Padé de alta ordem, as aproximações de ordens relativamente baixas produzem excelentes resultados, como será mostrado no desenvolvimento do trabalho.

1.2 Sumário da Tese

No Capítulo 2, apresenta-se a formulação do problema no domínio da frequência a partir da equação de onda escalar 2D para campos eletromagnéticos, bem como uma visão clara e detalhada do uso das PMLs nas fronteiras do domínio. Mais detalhes do uso das PMLs são dados no Apêndice A. A aplicação dos MEFs para tal equação de onda 2D escalar é apresentada a seguir, bem como sua discretização, baseada no Método de Galerkin. Cinco condições de contorno são usadas para a representação dos campos eletromagnéticos nos guias de onda de acesso: Condição de Contorno por Expansão Modal (CCEM), Condição de Contorno Simples (CCS), Condição de Contorno Paraxial (CCP), Condição de Contorno de Padé(1,1) (CC de Padé(1,1)) e Condição de Contorno de Padé(2,2) (CC de Padé(2,2)). Até onde sabemos, as três últimas condições de contorno (CCP, CC de Pade(1,1) e CC de Pade(2,2)), constituem contribuições originais.

No Capítulo 3, verificamos a validade dos métodos propostos na simulação de junções de guias de onda ópticos planares com descontinuidades abruptas, utilizando-se diversos exemplos de geometrias complexas. Os exemplos a serem apresentados são os seguintes: deslocamento transversal de guias de onda, descontinuidade abrupta de guia de onda [3], junção de ângulo reto com alto contraste de índice, e divisor de potência em formato T, também com alto contraste de índice, com ressoadores e espelhos na junção [24]. Em todos os exemplos, fazem-se comparações das características de transmissão obtidas usando as cinco condições de contorno, assim como, também, mostram-se curvas de contorno dos módulos dos campos eletromagnéticos. O esquema CCEM é considerado como referência

para comparação, por ser uma técnica de reconhecida eficiência.

No Capítulo 4 é feita uma análise de estruturas ressonantes não periódicas, e suas aplicações como filtros ópticos em sistemas de comunicações de multiplexação em comprimento de onda (*WDM-Wavelength Division Multiplexing*). São analisados ressoadores com geometria anular e quadrada. Estas estruturas são as mais exploradas na literatura, devido à sua simplicidade de fabricação. Como já foi mostrada a eficiência dos esquemas CCP, CC de Padé(1,1) e, principalmente, do esquema CC de Padé(2,2) no Capítulo 3, no Capítulo 4 essa análise é feita utilizando apenas o método de CC de Padé(2,2), por ser o mais exato entre todos os métodos propostos.

No Capítulo 5 apresenta-se as conclusões sobre o trabalho desenvolvido e perspectivas para trabalhos futuros, dentro desta linha de pesquisa. No final da tese inclui-se um Apêndice onde é deduzida a equação de onda 2D escalar a partir das equações de Maxwell, em cujo desenvolvimento inclui o uso das PMLs, e um outro Apêndice onde apresenta-se o MEF baseado no Método de Galerkin.

Boa parte dos resultados apresentados neste trabalho foram apresentados em congressos e publicados em anais e revistas [18]-[23].

Capítulo 2

Formulação pelo Método de Elementos Finitos da Equação de Onda Escalar 2-D

2.1 Introdução

O Método dos Elementos Finitos (MEF) é um método numérico utilizado na resolução de equações diferenciais parciais em domínios finitos. Através de uma discretização de domínios originais contínuos de problemas físicos, obtém-se sistemas de equações lineares, que em geral são esparsos, os quais podem ser resolvidos utilizando técnicas eficientes. A esparsidade das matrizes geradas é uma das principais vantagens do MEF, a qual faz com que o sistema seja fácil de se resolver. Uma outra vantagem é sua versatilidade para análise de estruturas de geometrias complexas; dito em outras palavras, o MEF pode ser utilizado em domínios com características não-homogêneas de formatos arbitrários. Assim, por exemplo, em regiões onde exista muita variação e/ou alta intensidade do campo eletromagnético, usam-se malhas mais refinadas do que nas outras regiões onde a variação do campo e/ou a intensidade são menores. Esta situação é, em geral, difícil ou às vezes impossível, de ser tratada eficientemente com outros métodos, como o Método de Diferenças Finitas (MDF).

Neste Capítulo são desenvolvidas as formulações por elementos finitos da equação de onda escalar 2D no domínio da frequência, também conhecida como a equação de Helmholtz, a qual descreve o comportamento do campo eletromagnético em guias de onda planares. Inicialmente, apresenta-se o modelo matemático usado para uma estrutura planar fotônica geral e logo discretiza-se o mesmo usando o MEF Residual de Galerkin. Usamos o Método de Galerkin, devido a sua simplicidade, apresentando resultados equivalentes aos MEFs obtidos a partir de Princípios Variacionais [4]. Sobre

as portas ou regiões de acesso, cinco esquemas foram desenvolvidos, utilizando-se cinco condições de contorno diferentes: a primeira baseada na expansão modal dos campos; a segunda considerando-se uma variação de onda modal bem definida; a terceira baseada na aproximação paraxial dos campos, e as duas últimas baseadas em aproximações de Padé (Padé(1,1) e Padé(2,2)) ou de ângulo largo.

Para limitar o domínio computacional, adotamos uma técnica bastante utilizada, chamada de Camadas Perfeitamente Casadas (PMLs - *Perfectly Matched Layers*), baseada na inclusão de materiais virtuais bianisotrópicos e absorventes, nas regiões adjacentes às paredes que limitam o domínio [16], [18], [28], [31]. As PMLs conseguem absorver quase completamente as ondas incidentes nas fronteiras desejadas, sem permitir reflexões de volta para o domínio computacional, daí o nome de camadas perfeitamente casadas.

2.2 Formulação pelo Método de Elementos Finitos da Equação de Onda Escalar 2-D

Nesta seção, apresenta-se a formulação da equação de onda escalar para domínios 2-D, assim como a sua discretização utilizando elementos finitos. Por estarmos tratando de guias de onda e estruturas que em geral são abertas, as equações deveriam ser resolvidas em todo o plano R^2 , de forma que todo o campo radiado (estendendo-se a grandes distâncias) pudesse ser tratado adequadamente. Dada a impossibilidade prática deste tratamento, consideramos um domínio Ω finito em R^2 , limitado ou truncando por uma fronteira Γ , na qual adotamos diferentes esquemas como condições de contorno que simulem regiões abertas. Esta abordagem pode também ser interpretada como um problema de espalhamento.

Considere uma estrutura óptica bidimensional generalizada de geometria arbitrária, como a junção mostrada na Figura 2.1 onde a janela computacional (domínio retangular 2-D) está no plano yz e não existe variação na direção x , ($\partial/\partial x = 0$). Convergem nessa estrutura guias de acesso, os quais também serão denominados de portas de acesso/entrada ou saída. Embora a junção planar ilustrada na Figura 2.1 apresente quatro guias de acesso, a análise descrita a seguir se aplica, a princípio, a junções com um número ilimitado de portas.

Para simplificar a formulação e implementação computacional, definem-se eixos de coordenadas retangulares locais sobre as linhas do contorno Γ_1 , Γ_2 , Γ_3 e Γ_4 . Também, para um correto tratamento de guias abertos usamos PMLs juntamente com condições de campo nulo ($\phi = 0$) na fronteira Γ onde

$$\int_{\Omega} \left[w s_y \frac{\partial}{\partial y} \left(p \frac{s_y}{s} \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + w s_z \frac{\partial}{\partial z} \left(p \frac{s_z}{s} \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) + k_0^2 q s \phi w \right] d\Omega = 0 \quad (2.6)$$

$\forall w \in V(\Omega)$, onde $V(\Omega)$ é um subespaço do espaço de funções de Hilbert, cujas funções, suas primeiras derivadas e segundas derivadas pertencem ao espaço de funções quadrado integrável no sentido de Lebesgue.

Aplicando identidades e utilizando o teorema da divergência, veja [4] e Apêndice B, a Equação (2.6) pode ser escrita como:

$$\int_{\Omega} \left[p \frac{s_y^2}{s} \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right) + p \frac{s_z^2}{s} \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right) + k_0^2 q s w \phi \right] d\Omega = \sum_{i=1}^4 \int_{\Gamma_i} p \frac{s_y^2}{s} \frac{\partial \phi_i}{\partial y_i} d\Gamma_i \quad (2.7)$$

Observa-se que a integração por partes introduzida na formulação de Galerkin, faz com que a solução ϕ não seja mais procurada em $V(\Omega)$ e, sim, em um espaço de funções com menos condições de diferenciabilidade, isto é: cujos elementos e suas primeiras derivadas deverão ser apenas integráveis no sentido de Lebesgue. Este espaço coincide com o espaço de funções contínuas, $C^0(\Omega)$

2.2.3 Discretização pelo Método dos Elementos Finitos

Fazendo

$$\psi_l(y_l, z_l) = \frac{\partial \phi_l(y_l, z_l)}{\partial z_l}, \text{ para } l = 1 \text{ até } 4 \quad (2.8)$$

em cada porta de acesso, discretizando (2.7) e fazendo a montagem de matrizes correspondentes, veja [4] e Apêndice B, a equação (2.7) transforma-se, na sua versão matricial, para

$$[A] \{\phi\} = \sum_{i=1}^4 [C]_i \{\phi_i\}, \quad (2.9)$$

onde

$$[A] = \sum_{\epsilon} \epsilon \left[p \frac{s_y^2}{s} \{N_y\} \{N_y\}^T + p \frac{s_z^2}{s} \{N_z\} \{N_z\}^T - k_0^2 q s \{N\} \{N\}^T \right] dydz, \quad (2.10)$$

as componentes do vetor $\{\phi\}$ são os valores de ϕ em todos os nós de Ω , $\{\phi\}_l$ é o vetor correspondente a ϕ em cada fronteira Γ_l ; as matrizes $[C]_l$ são a representação discreta do operador diferencial $\partial/\partial z_l$ em cada porta de acesso e serão obtidas dependendo da condição de contorno utilizadas em cada

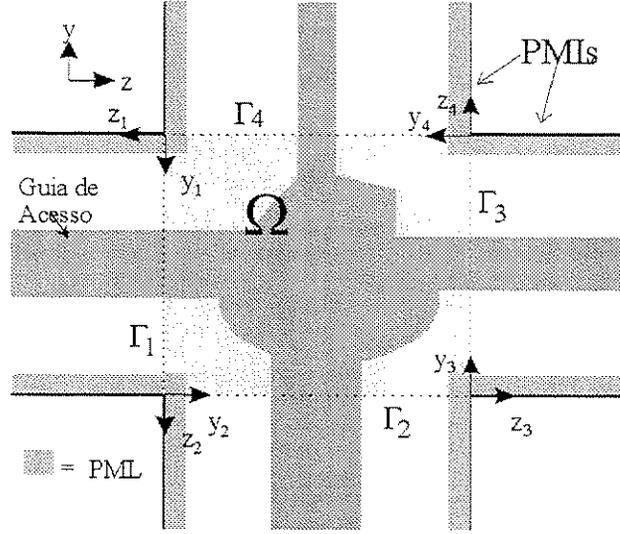


Figura 2.1: Estrutura geral para a simulação de junções planares. A junção dentro do domínio Ω é alimentada por até quatro portas. São usadas PMLs para a simulação de domínios abertos conjuntamente com condições de contorno do campo nulo sobre as paredes: $\phi = 0$.

os campos radiam para o infinito, isto para ambas polarizações TE e TM. Podemos escrever a fronteira Γ como

$$\Gamma = \sum_{i=1}^4 \Gamma_i \quad (2.1)$$

e sobre tais fronteiras Γ_i (portas) são definidas condições de contorno que relacionam o campo e sua derivada normal, levando em conta a existência dos guias de acesso. O uso adequado destas condições de contorno são o objetivo principal deste trabalho, e será abordado em detalhe no contexto de formulação e discretização pelo MEF. A dedução analítica da equação de onda que modela a propagação de luz nesta estrutura, levando em conta as PMLs, encontra-se no Apêndice A.

2.2.1 Equação de Onda Escalar

Seguindo a notação de [16] e o Apêndice A, a equação que desejamos discretizar é dada por:

$$s_y \frac{\partial}{\partial y} \left(p \frac{s_y}{s} \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + s_z \frac{\partial}{\partial z} \left(p \frac{s_z}{s} \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) + k_0^2 q s \phi = 0, \quad (2.2)$$

onde

$$\phi = E_x, \quad p = 1, \quad q = n^2, \quad \text{para ondas TE} \quad (2.3)$$

$$\phi = H_x, \quad p = 1/n^2, \quad q = 1, \quad \text{para ondas TM} \quad (2.4)$$

$$s = \begin{cases} 1 - j \frac{3}{2k_0 n \delta} \left(\frac{\rho}{\delta}\right)^2 \ln(R^{-1}) & , \quad \text{na PML} \\ 1 & , \quad \text{fora da PML} \end{cases} \quad (2.5)$$

sendo $k_0 = 2\pi/\lambda$ o número de onda da luz no vácuo, E_x e H_x são as componentes x dos campos elétrico e magnético, respectivamente, n é o índice de refração, δ é a espessura das PML, ρ a distância ao início da camada e R é chamado de coeficiente de refletividade teórica, [16], [28]. Os parâmetros s_y e s_z assumem os valores dados na Tabela 2.1, e estão definidos de acordo com a orientação das PMLs.

	$\perp y$	$\perp z$	$\perp y \text{ e } z$
s_y	1	s	1
s_z	s	1	1

Tabela 2.1: Valores de s_x e s_y segundo orientação das PMLs.

Na expressão para s , dada na Equação (2.5), foi escolhido um perfil de variação quadrática, com respeito à distância ρ , para sua parte imaginária. Fez-se esta escolha devido aos ótimos resultados apresentados para um grande número de casos, [16]-[23], [28], [31].

2.2.2 Aplicação do Método dos Elementos Finitos

Primeiramente, para discretizar a Equação (2.2) no plano yz , é necessário obter a sua forma integral equivalente. Uma das formas de se obter tal representação integral é feita através do Método de Elementos Finitos de Galerkin, uma outra forma é obtida através de uso do método variacional, onde a solução que otimiza o funcional corresponde à equação diferencial (2.2). Neste trabalho, usamos o método de Galerkin pela sua generalidade e simplicidade na implementação, pois ao contrário do método variacional, não é necessário encontrar um funcional para cada equação diferencial. Além disso, quando a solução numérica da Equação (2.2) e condições de contorno apropriadas existe, ela é única, e as soluções obtidas pelos métodos variacionais e método de Galerkin são equivalentes.

O Método de Galerkin, consiste em achar uma função $\phi \in V(\Omega)$ tal que,

fronteira Γ_l . Isso será feito na seção seguinte. O somatório \sum_e é feito com todos os elementos obtidos na partição do domínio computacional Ω .

A Equação (2.9) pode ser escrita em forma estendida como

$$\begin{bmatrix} [A]_{00} & [A]_{01} & [A]_{02} & [A]_{03} & [A]_{04} \\ [A]_{10} & [A]_{11} & [A]_{12} & [A]_{13} & [A]_{14} \\ [A]_{20} & [A]_{21} & [A]_{22} & [A]_{23} & [A]_{24} \\ [A]_{30} & [A]_{31} & [A]_{32} & [A]_{33} & [A]_{34} \\ [A]_{40} & [A]_{41} & [A]_{42} & [A]_{43} & [A]_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{\phi\}_0 \\ \{\phi\}_1 \\ \{\phi\}_2 \\ \{\phi\}_3 \\ \{\phi\}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \{0\} \\ [C]_1 \{\phi\}_1 \\ [C]_2 \{\phi\}_2 \\ [C]_3 \{\phi\}_3 \\ [C]_4 \{\phi\}_4 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

onde $[A]_{jj}$ são as submatrizes de $[A]$. Se considerarmos, sem perda de generalidade, $\phi_1(y_1, z_1)$ na fronteira Γ_1 como sendo: $\phi_1 = \phi_r + \phi_{inc}$, obtemos a equação matricial final

$$\begin{bmatrix} [A]_{00} & [A]_{01} & [A]_{02} & [A]_{03} & [A]_{04} \\ [A]_{10} & [\bar{A}]_{11} & [A]_{12} & [A]_{13} & [A]_{14} \\ [A]_{20} & [A]_{21} & [\bar{A}]_{22} & [A]_{23} & [A]_{24} \\ [A]_{30} & [A]_{31} & [A]_{32} & [\bar{A}]_{33} & [A]_{34} \\ [A]_{40} & [A]_{41} & [A]_{42} & [A]_{43} & [\bar{A}]_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{\phi\}_0 \\ \{\phi\}_r \\ \{\phi\}_2 \\ \{\phi\}_3 \\ \{\phi\}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \{0\} \\ [C]_1 \{\phi\}_{inc} \\ \{0\} \\ \{0\} \\ \{0\} \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

$$[\bar{A}]_{jj} = [A]_{jj} - [C]_j \quad \text{para } j = 1 \text{ até } 4 \quad (2.13)$$

Dependendo da esparsidade das matrizes $[C]_l$, portanto da matriz final $[\bar{A}]$, o sistema (2.12) pode ser de fácil resolução. Na seção seguinte apresentaremos cinco formas diferentes de representação do operador diferencial $\partial/\partial z_l$, e portanto na determinação da matriz $[C]_l$, e de denominação do esquema de condições de contorno utilizado.

Pretendemos resolver o sistema de equações do tipo $[\bar{A}] \{\phi\} = \{b\}$, onde $[\bar{A}]$ é uma matriz regular e $\{b\}$ um vetor coluna, a solução é obtida em duas etapas: Primeiro, fazemos a fatoração $[\bar{A}] = LU$ (L triangular inferior e U triangular superior); em seguida resolve-se o sistema LU , fazendo $L\{\xi\} = \{b\}$ (*forward substitution*) e $U\{\phi\} = \{\xi\}$ (*backward substitution*) [5]. Este procedimento tem sido adotado para matrizes esparsas.

2.3 Condições de Contorno

2.3.1 Condições de Contorno por Expansão Modal (CCEM)

Nesta condição de contorno, podemos representar guias de acesso abertos por guias blindados, considerando paredes duras como condições de campo nulo suficientemente distantes da região de guiamento; obtém-se, desta forma, um espectro discreto de modos para o guia conectado a cada porta l [3], [16]:

$$\phi_l(y_l, z_l) = \sum_m [a_{ml} \exp(j\beta_{ml}z_l) + b_{ml} \exp(-j\beta_{ml}z_l)] f_{ml}(y_l) \quad (2.14)$$

$$p_l \psi_l(y_l, z_l) = \sum_m j\beta_{ml} [a_{ml} \exp(j\beta_{ml}z_l) - b_{ml} \exp(-j\beta_{ml}z_l)] g_{ml}(y_l),$$

onde β_{ml} , a_{ml} e b_{ml} são a constante de propagação e as amplitudes do m -ésimo modo do guia l , respectivamente. As funções modais $f_{ml}(y_l)$ e $g_{ml}(y_l)$ satisfazem à seguinte relação

$$\int_{\Gamma_l} f_{ml}^*(y_l) g_{ml'}(y_l) dy_l = \delta_{ll'} \quad (2.15)$$

Aqui, $\delta_{ll'}$ é o símbolo para delta de Kronecker, e $*$ denota o complexo conjugado. Assumindo, sem perda de generalidade, que o modo fundamental é incidente na porta 1, resulta em $a_{m1} = 0$, para $m > 1$, e $b_{m2} = b_{m3} = b_{m4} = 0$, se o modo fundamental de entrada é normalizado, de tal forma que $a_{11} = 1$, obtém-se

$$\psi_l(y_l, z_l) = 2\delta_{l1} \sum_m j\beta_{m1} f_{m1}(y_1) - j \sum_m \beta_{ml} \left(\int_{\Gamma_l} g_{ml}^*(y_l) \phi_l(y_l) dy_l \right) g_{ml}(y_l). \quad (2.16)$$

Na forma discreta, a Equação (2.16) pode ser escrita como

$$[B]_l \{\psi\}_l = 2\delta_{l1} [B]_1 \{f\}_{01} - [B]_l [Z]_l \{\phi\}_l, \quad (2.17)$$

$$[Z]_l = \left(\sum_m j\beta_{ml} \{g_{ml}(y_l)\} \{g_{ml}(y_l)\}^T \right) [B]_l, \quad [B]_l = \sum_e \int_e p \frac{s_l^2}{s} \{N\}_l \{N\}_l^T dy_l, \quad j = 1 \text{ até } 4 \quad (2.18)$$

Dessa forma o sistema final estendido (2.9) fica como

$$\begin{bmatrix} [A]_{00} & [A]_{01} & [A]_{02} & [A]_{03} & [A]_{04} \\ [A]_{10} & [\bar{A}]_{11} & [A]_{12} & [A]_{13} & [A]_{14} \\ [A]_{20} & [A]_{21} & [\bar{A}]_{22} & [A]_{23} & [A]_{24} \\ [A]_{30} & [A]_{31} & [A]_{32} & [\bar{A}]_{33} & [A]_{34} \\ [A]_{40} & [A]_{41} & [A]_{42} & [A]_{43} & [\bar{A}]_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{\phi\}_0 \\ \{\phi\}_1 \\ \{\phi\}_2 \\ \{\phi\}_3 \\ \{\phi\}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \{0\} \\ 2[B]_1 \{f\}_{01} \\ \{0\} \\ \{0\} \\ \{0\} \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

$$[\bar{A}]_{jj} = [A]_{jj} - [B]_l [Z]_l, \quad j = 1 \text{ até } 4 \quad (2.20)$$

Neste esquema de condições de contorno, o conjunto de modos utilizados para a expansão modal pode ser obtido através de fórmulas analíticas [3] ou, ainda, através de uma formulação numérica, como, por exemplo, elementos finitos. Neste trabalho usa-se o método de elementos finitos 1D para obtenção dos modos.

Pelo fato da CCEM ser uma condição de contorno que oferece resultados mais exatos, é considerada como referência para comparação; ela permite levar em conta um número arbitrário de modos, inclusive modos radiados evanescentes. Porém, a CCEM tem duas grandes desvantagens: primeiramente, é necessário calcular um grande número de modos dos guias de acesso, geralmente da ordem de 100 modos, para obter convergência, tornando-se um processo bastante trabalhoso e demorado, dependendo da estrutura e do método de cálculo de autovalores escolhido. Esse fato torna-se ainda mais caro para o cálculo de modos em guias 3D, onde freqüentemente usa-se métodos numéricos complexos, pois nem sempre equações de autovalores analíticos estão disponíveis. Em segundo lugar, as matrizes $[Z]_l$ são cheias, diminuindo a esparsidade do sistema matricial final, e aumentando, portanto, a complexidade de solução do sistema final (2.19).

2.3.2 Condições de Contorno Simples (CCS)

Podemos considerar que o campo, na porta l , apresenta uma variação simplesmente harmônica com respeito a z_l [4], isto é

$$\phi_l(y_l, z_l) = \varphi_l(y_l) \exp(-jk_0 n_{0l} z_l), \quad l = 1 \text{ até } 4 \quad (2.21)$$

onde n_{0l} são os índices de refração de referência para cada porta l , e podem ser escolhidos reais ou complexos, dependendo se o campo envolve predominantemente ondas propagantes ou ondas evanescentes, respectivamente.

Derivando a expressão (2.21) com respeito a z_l , obtemos

$$\frac{\partial \phi(y_l, z_l)}{\partial z_l} = -jk_0 n_{0l} \varphi_l(y_l) \exp(-jk_0 n_{0l} z_l) \quad (2.22)$$

Na discretização desta condição de contorno, (2.22) é colocada no lado direito da Equação (2.7), e as matrizes $[C]_l$ são dadas por

$$[C]_l = lk_0 n_{0l} \sum_e \int_e p \frac{s_l^2}{s} \{N\}_l \{N\}_l^T dy_l \quad (2.23)$$

onde $s_1 = s_z$, $s_2 = s_y$, $s_3 = s_x$, $s_4 = s_y$. A condição de contorno assim obtida é extremamente simples e de fácil implementação, porém além de não tratar corretamente ondas evanescentes [17], não constitui uma boa aproximação da derivada de ϕ em z_l , levando a erros muito significativos na transmissão de modos propagantes. Em geral, esta condição tratará de maneira razoável um modo cujo índice efetivo $n_{eff} = n_{0l}$. No caso de propagação de um único modo, a relação (2.22) é exata, mas a propagação dos demais modos, no entanto, fica prejudicada quanto maior for a discrepância entre n_{eff} e n_{0l} . Contudo, neste esquema, a escolha do índice de referência, determinará a precisão das soluções obtidas [17]. As matrizes $[C]_l$ são todas diagonais (tridiagonais para elementos lineares e pentadiagonais para elementos quadráticos), de forma que a esparsidade da matriz final $[\bar{A}]$, dada na Equação (2.11), é a mesma da matriz $[A]$, dada em (2.12), portanto, o método fica muito eficiente em termos computacionais.

2.3.3 Condições de Contorno Paraxial (CCP)

Uma outra condição de contorno é obtida se considerarmos que o campo na porta l é da forma

$$\phi_l(y_l, z_l) = \varphi_l(y_l, z_l) \exp(-jk_0 n_{0l} z_l), \quad l = 1 \text{ até } 4 \quad (2.24)$$

Tomando a derivada com respeito a z_l , em (2.24), obtemos

$$\frac{\partial \phi(y_l, z_l)}{\partial z_l} = \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z_l} - jk_0 n_{0l} \varphi \right) \exp(-jk_0 n_{0l} z_l) \quad (2.25)$$

Para cálculo do termo $\partial \varphi / \partial z_l$, no lado direito de (2.25), usamos a aproximação de variação lenta (2.24) e (2.25) na equação de onda original 2D (2.2) e, desprezando o termo $\partial^2 \varphi / \partial z_l^2$, obtemos então a equação de propagação paraxial para a amplitude φ :

$$2jk_0 n_{0l} \frac{p}{s_z} \frac{\partial \varphi}{\partial z_l} + \frac{p}{s_y} \frac{\partial}{\partial y_l} \left(\frac{p}{s_y} \frac{\partial \varphi}{\partial y_l} \right) + k_0 (q - n_{0l}^2 p) \varphi = 0 \quad (2.26)$$

Logo, de (2.26) podemos obter

$$\frac{p}{s_z} \frac{\partial \varphi}{\partial z_l} = \frac{1}{2jk_0 n_{0l}} \left\{ \frac{p}{s_y} \frac{\partial}{\partial y_l} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y_l} \right) + k_0 (q - n_{0l}^2 p) \varphi \right\} \quad (2.27)$$

Na discretização desta condição de contorno, a expressão para $\partial \varphi / \partial z_l$, dada em (2.27), é colocada no lado direito da Equação (2.7), obtendo-se portanto as matrizes $[C]_l$, dadas como:

$$[C]_l = \frac{1}{2lk_0 n_{0l}} \sum_e \left[\int_e \frac{p}{s} \{N_y\}_l \{N_y\}_l^T dy_l + k_0^2 \int_e (sq + p \frac{n_0^2}{s}) \{N\}_l \{N\}_l^T dy_l \right] \quad (2.28)$$

Da mesma forma como a CCS, a CCP também apresenta limitações em relação à propagação de modos evanescentes, devido a ter assumido que a onda em cada porta tem um comportamento puramente paraxial; além disso, uma boa escolha do índice de referência, a qual determina a precisão da solução também é necessária, [17]. As matrizes $[C]_l$ também são todas diagonais, de forma que a esparsidade da matriz final é a mesma do que no caso da CCS; portanto o método da CCP fica também muito eficiente em termos computacionais, o tempo de cálculo é da mesma ordem do tempo usado pelo esquema CCS.

2.3.4 Condições de Contorno de Padé (CC de Padé)

Para calcular as integrais de fronteira, no lado direito de (2.7), expressamos o campo na porta l , mais uma vez, em termos da envoltória de variação lenta, como na Equação (2.24). Para o cálculo do termo $\partial \varphi / \partial z_l$, usamos as Equações (2.24) e (2.25) na equação de onda original 2D (2.2), obtemos, agora, a equação de propagação de ângulo largo para a amplitude φ :

$$\frac{p}{s_z^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z_l^2} - 2jk_0 n_{0l} \frac{p}{s_z} \frac{\partial \varphi}{\partial z_l} + \frac{p}{s_y} \frac{\partial}{\partial y_l} \left(\frac{p}{s_y} \frac{\partial \varphi}{\partial y_l} \right) + k_0 (q - n_{0l}^2 p) \varphi = 0 \quad (2.29)$$

onde assumiu-se que a variação de p , com respeito a z_l , é desprezível para os modos TM. Logo, (2.29) pode ser reescrita como

$$\frac{p}{s_z} \frac{\partial \varphi}{\partial z_l} = \frac{1}{2jk_0 n_{0l}} \frac{1}{\left(1 - \frac{1}{2jk_0 n_{0l}} \frac{\partial}{\partial z_l}\right)} \left\{ \frac{p}{s_y} \frac{\partial}{\partial y_l} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y_l} \right) + k_0 (q - n_{0l}^2 p) \varphi \right\} \quad (2.30)$$

Agora, se na Equação (2.30) usarmos a seguinte relação recursiva

$$\frac{p}{s_z} \frac{\partial}{\partial z_l} \Big|_k = \frac{1}{2jk_0 n_{0l}} \frac{1}{\left(1 - \frac{1}{2jk_0 n_{0l}} \frac{\partial}{\partial z_l} \Big|_{k-1}\right)} \left\{ \frac{p}{s_y} \frac{\partial}{\partial y_l} \left(\frac{\partial}{\partial y_l} \right) + k_0 (q - n_{0l}^2 p) \right\}, \quad k = 1, 2, \dots \quad (2.31)$$

obtemos os muito, conhecidos na literatura, esquemas de propagação de feixes de ângulo largo [32]-[37].

No processo recursivo, para $k = 1$, o termo $\partial/\partial z_l|_0$ no lado direito de (2.31), é zero, e o termo $\partial/\partial z_l|_1$ no lado esquerdo resulta na aproximação paraxial ou Padé(1,0) para o operador diferencial. As aproximações de Padé de alta ordem são obtidas usando (2.31) recursivamente, assim os termos $\partial/\partial z|_{2n-1}$, $\partial/\partial z|_{2n}$ para n inteiro ≥ 1 , correspondem às aproximações de Padé(n,n-1) e Padé(n,n), respectivamente [32]- [37].

A seguir, as Equações (2.30) e (2.31) são usadas no lado direito de (2.25) para se obter a desejada aproximação de Padé para $\partial\phi/\partial z$

$$\frac{p}{s_z} \frac{\partial\phi}{\partial z_{l,k}} = \frac{1}{2jk_0 n_{0l}} \frac{1}{\left(1 - \frac{1}{2jk_0 n_{0l}} \frac{\partial}{\partial z_l} \Big|_{k-1}\right)} \left\{ \frac{p}{s_y} \frac{\partial}{\partial y_l} \left(\frac{\partial\phi}{\partial y_l} \right) + k_0 (q - n_{0l}^2 p) \phi \right\} - jk_0 n_{0l} \phi, \quad k = 1, 2, \dots \quad (2.32)$$

Na discretização desta condição de contorno, a expressão (2.32) é colocada no lado direito de (2.7), desta forma, as matrizes $[C]_l$ nas Equações (2.9), (2.11) e (2.12) são dadas, agora, por

$$[C]_l = \frac{1}{2jk_0 n_{0l}} \left([M]_l [\widetilde{M}]_{l,k-1}^{-1} [H]_l + 2k_0^2 n_0^2 [M]_l \right) \quad (2.33)$$

$$[\widetilde{M}]_{l,k} = [M]_l + \frac{1}{4k_0^2 n_{0l}^2} [M]_l [\widetilde{M}]_{l,k-1}^{-1} [H]_l, \quad k = 2, 3, \dots \quad (2.34)$$

$$[\widetilde{M}]_{l,1} = [M]_l, \quad [H]_l = [K]_l - k_0^2 n_{0l}^2 [M]_l \quad (2.35)$$

$$[M]_l = \sum_e \int sp \{N\}_l \{N\}_l^T dy, \quad (2.36)$$

$$[K]_l = \sum_{\epsilon} \int_{\epsilon} \left[k_0^2 q_s \{N\}_l \{N\}_l^T - \frac{p}{s} \{N_y\}_l \{N_y\}_l^T \right] dy, \quad (2.37)$$

As CC de Padé apresentam um bom melhoramento no tratamento de propagação de ondas que não sejam de comportamento paraxial, assim como também de ondas evanescentes. No entanto a inversão de matrizes, dadas nas Equações (2.33) e (2.34), resultam em matrizes $[C]_l$ menos esparsas, tornando portanto a resolução do sistema final um tanto trabalhoso, mesmo assim, o tempo de cálculo da solução é menor do que o tempo utilizado pelo esquema que usa CCEM, especialmente para aproximações de Padé cuja ordem não seja muito alta. Essa vantagem é maior ainda quanto maior for o número de portas utilizadas numa estrutura. Esse fato será demonstrado nos exemplos de comparação apresentados no Capítulo 3. Embora, a formulação acima seja válida para qualquer ordem de condições de contorno de Padé, neste trabalho utilizamos apenas as CC de Padé(1,1) e CC de Padé(2,2), por se tratar de técnicas que não requerem muito esforço computacional e que apresentaram bons resultados quando comparados com os resultados existentes na literatura.

Em todas as simulações deste trabalho, foi utilizado $n_{0l} = n_{eff0}$, onde n_{eff0} é o índice efetivo do modo fundamental do guia l .

2.4 Método de Propagação de Ângulo Largo

Depois de resolver o sistema final, dado na Equação (2.12), usando métodos clássicos de resolução de sistema de equações lineares, aplicamos o Método de Propagação de Ângulo Largo (Wide Angle- BPM) em cada guia de onda de acesso. Essa estratégia pode ser implementada a partir da Equação (2.29), usando a aproximação de Padé(1,1) das Equações (2.30) e (2.31), discretizando a mesma e aplicando o algoritmo de diferenças finitas de propagação de Crank-Nicholson em cada passo, como é feito em [33] [16]. O índice refrativo n_{0l} é atualizado a cada passo de propagação usando

$$n_{0l}^2 = Re \left[\frac{\{\varphi\}_l^\dagger [K]_l \{\varphi\}_l}{\{\varphi\}_l^\dagger [M]_l \{\varphi\}_l} \right] \quad (2.38)$$

onde \dagger denota o complexo conjugado da transposta [33]. O uso de índice de refração complexo está sendo formulado usando métodos variacionais e será proposto em trabalho futuro, [57], [58].

2.5 Cálculo das Potências Acopladas nos Guias de Acesso

Se ϕ_l é o campo na porta l , o cálculo de potência em cada porta é dado por

$$P_l = \operatorname{Re} \left(\frac{j}{2w\mu_0} \int \phi_l \frac{\partial \phi_l}{\partial z_l} dy_l \right), \quad (2.39)$$

$$P_{inc} = \operatorname{Re} \left(\frac{j}{2w\mu_0} \int \phi_{inc} \frac{\partial \phi_{inc}}{\partial z_l} dy_l \right), \quad (2.40)$$

$$P_{ref} = \operatorname{Re} \left(\frac{j}{2w\mu_0} \int \phi_{ref} \frac{\partial \phi_{ref}}{\partial z_l} dy_l \right), \quad (2.41)$$

$$P_{tra} = \operatorname{Re} \left(\frac{j}{2w\mu_0} \int \phi_{tras} \frac{\partial \phi_{tras}}{\partial z_l} dy_l \right), \quad l > 1 \quad (2.42)$$

as quais são a parte real das componentes longitudinais do vetor de Poynting, pois representam a potência na direção de propagação.

Se ϕ_l for expandido em termos dos modos ortogonais da porta l , obtemos

$$P_{inc} = \frac{\beta_{01}}{2w\mu_0} \int f_{01}(y_1) g_{01}(y_1) dy_1, \quad (2.43)$$

$$P_{ref} = \frac{\beta_{ml}}{2w\mu_0} |b_{ml}|^2, \quad P_{tra} = \frac{\beta_{ml}}{2w\mu_0} |a_{ml}|^2, \quad (2.44)$$

onde a_{ml} , b_{ml} são dadas por

$$a_{ml} = \exp(-j\beta_{ml}) \int g_{ml}^*(y_l) \phi_{trasi}(y_l) dy_l, \quad (2.45)$$

$$b_{ml} = \exp(j\beta_{ml}) \int g_{ml}^*(y_l) \phi_{ref}(y_l) dy_l. \quad (2.46)$$

Capítulo 3

Comparação de Resultados Empregando Diferentes Condições de Contorno para Descontinuidades Abruptas

3.1 Introdução

Para mostrar a aplicabilidade das técnicas propostas, neste Capítulo comparamos os resultados obtidos com as cinco condições de contorno: CCEM, CCS, CCP, CC de Páde(1,1) e CC de Padé(2,2), para quatro exemplos, os quais são os seguintes: deslocamento transversal de guias de onda, descontinuidade abrupta de guia de onda [3], junção de ângulo reto com alto contraste de índice refrativo [24], e divisor de potência em formato T, também com alto contraste de índice refrativo, com ressoadores e espelhos na junção [24].

No primeiro exemplo, compara-se as características de transmissão e curvas de contorno para três domínios Ω , diferentes; isto apenas para modos TE. No segundo exemplo, compara-se os resultados para um domínio Ω e somente modos TE foram considerados. No terceiro exemplo, calcula-se as características de transmissão, reflexão e distribuição de campos para modos TE e TM. No quarto exemplo são feitas simulações similares às obtidas no exemplo três; calculam-se características de transmissão, reflexão e, também, distribuição de campos dos modos TE e TM para a estrutura de divisor de potência. Nos quatro exemplos apresentados, a variação abrupta (descontinuidade) da estrutura está contida no domínio 2D, Ω . Em todos os exemplos, as PMLs utilizadas possuem $\delta = 0,2\mu m$ e $R = 10^{-20}$ e são descritas na geometria de cada estrutura dada. Também, o índice efetivo dos modos

fundamentais dos guias de entrada/saída foi usado como índice de referência para todos os esquemas.

Na implementação da CCEM, utilizou-se um artifício de extensão do domínio 1D, isto apenas para cálculo dos modos na expansão modal do campo nos guias de acesso, [17]. Ao invés de se expandir o campo em termos dos modos do guia original com paredes elétricas/magnéticas distanciadas de w , utilizam-se modos de um guia expandido $w(\supset w)$. Sendo assim, dispõe-se de um número maior de modos radiados dentro de um intervalo fixo de constantes de propagação. A solução obtida desta forma se aproxima bastante do resultado para guia aberto, cujo espectro radiado é contínuo [17].

Os cálculos de potência de transmissão e reflexão são feitos depois de ter-se propagado o campo de certa distância em cada guia de acesso, usando para isso o BPM de ângulo largo [32], [33].

3.2 Deslocamento Transversal de Guias de Onda

Uma primeira comparação foi feita considerando um deslocamento transversal de guia na junção de dois guias de onda, como mostrado na Figura 3.1, onde $\lambda = 1,55\mu m$, $d = 0,2\mu m$, $n_c = 1$, $n_f = 3,2$ e foi assumido o modo fundamental TE incidente na porta 1. O deslocamento é de uma distância b de um guia em relação ao outro, de forma que um grande nível de radiação é esperado. O domínio $\Omega = [L/2 : L/2]\mu m \times [-4 : 4]\mu m$ é dividido em elementos triangulares quadráticos e usam-se 100 modos nas portas de acesso para a CCEM. O tamanho de passo é $\Delta z = 0,02\mu m$ para o BPM de ângulo largo com 268 elementos de linha quadráticos em cada guia de onda de acesso, 1 e 2, respectivamente.

Inicialmente, foram realizadas simulações utilizando uma janela numérica Ω , com $L = 0,2\mu m$ dividido em 1079 elementos quadráticos triangulares. As potências relativas transmitida, radiada e refletida, calculadas com as cinco condições de contorno, CCS, CCP, CCs de Padé e CCEM, são apresentadas nas Figuras 3.2 e 3.3, respectivamente, onde todas as curvas são determinadas em função da razão b/d . A Figura 3.4 mostra a amplitude do campo elétrico na porta 2 da estrutura ($z = 3\mu m$), e as Figuras 3.5 até 3.9, mostram, respectivamente, as curvas de contorno do campos elétrico calculadas com as cinco condições de contorno, todas para um deslocamento de guia tal que $b/d = 0,5$. Comparando os resultados, pode-se observar que, desde que $|n_f - n_c|$ seja grande, os esquemas da CCP e das CC de Padé oferecem resultados mais exatos que os obtidos com a CCS e a CCP, quando comparados com a MEBC. Devido a L ser muito pequeno, uma grande quantidade de modos radiados evanescentes existe, permitindo que a radiação nos casos da CCS e da CCP apresentem

qualitativamente diferenças significativas em relação às CC de Padé e à CCEM. É esperado que aumentando L , os resultados das condições CCS e CCP sejam mais confiáveis.

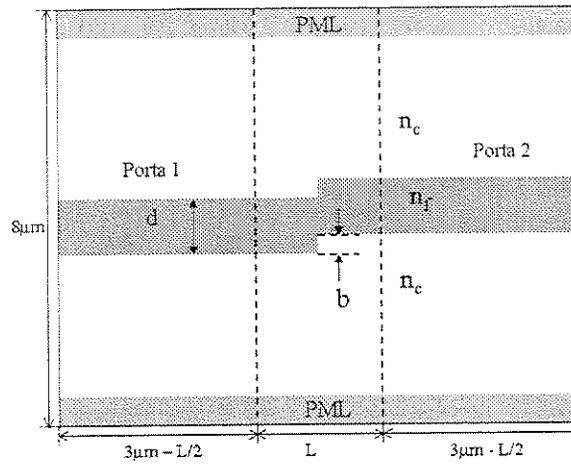


Figura 3.1: Estrutura com deslocamento transversal de guias de onda.

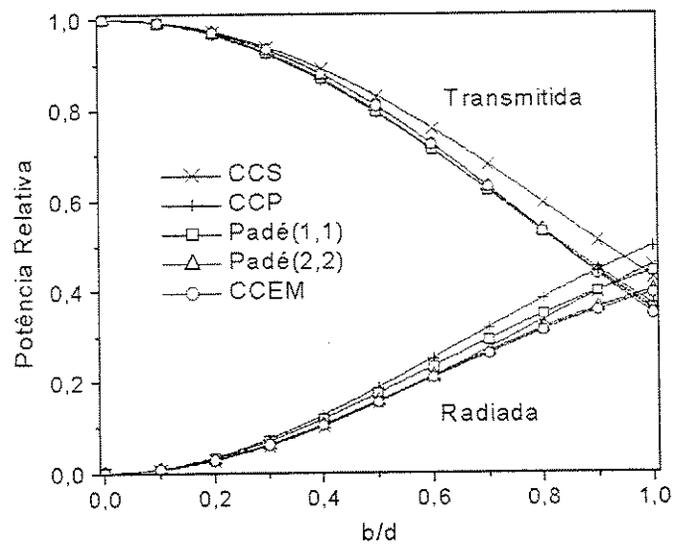


Figura 3.2: Potências relativas transmitidas e radiadas, calculadas usando CCS, CCP, CC de Padé(1,1), CC de Padé(2,2), e CCEM em função de b/d , para o deslocamento transversal de guias de onda, com $L = 0,2\mu m$.

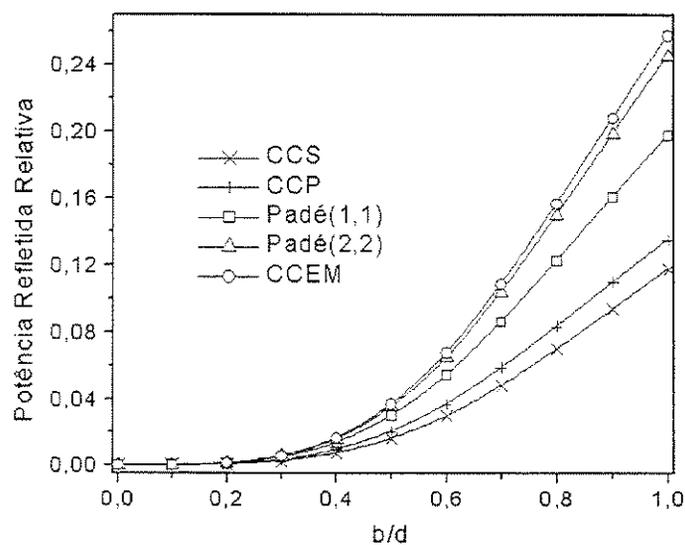


Figura 3.3: Potências relativas refletidas, calculadas usando CCS, CCP, CC de Padé(1,1), CC de Padé(2,2) e CCEM em função de b/d , para o deslocamento transversal de guias de onda, com $L = 0,2\mu m$.

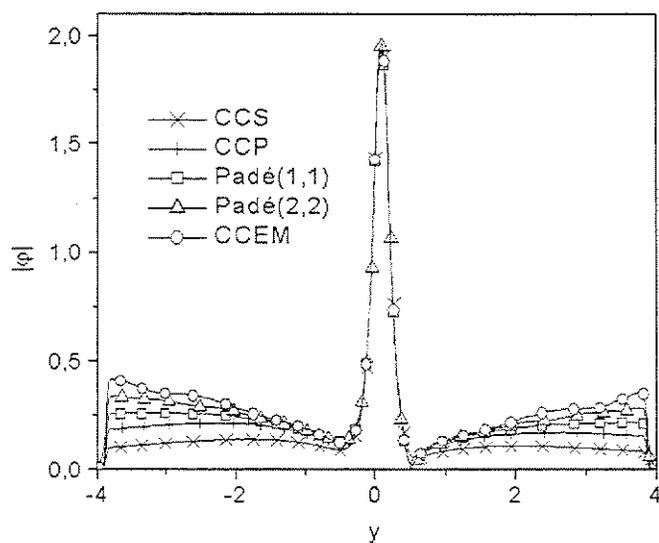


Figura 3.4: Amplitude do campo elétrico na porta 2, $z = 3\mu m$, para $b/d = 0,5$, com $L = 0,2\mu m$.

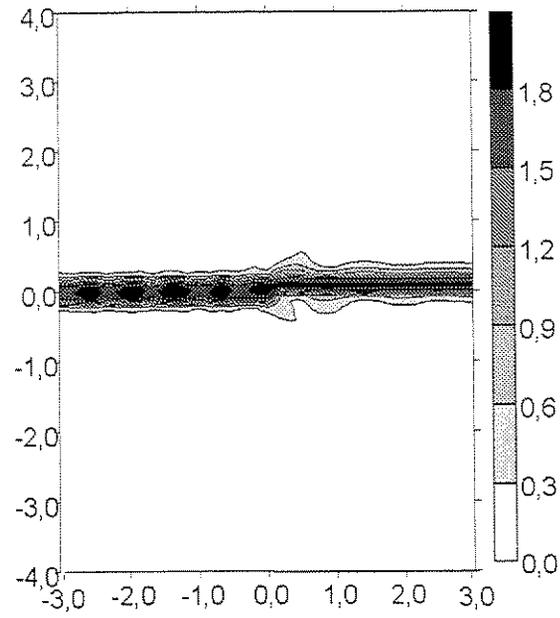


Figura 3.5: Curvas de contorno do campo elétrico, calculado usando a CCS, para o deslocamento de guia de onda de $b/d = 0,5$, com $L = 0,2\mu m$.

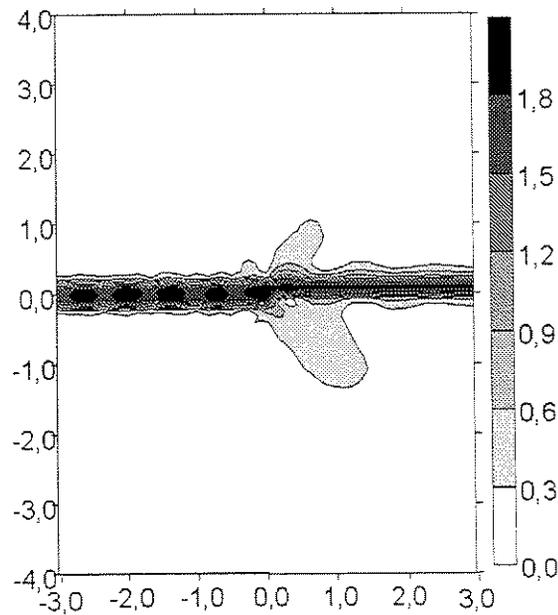


Figura 3.6: Curvas de contorno do campo elétrico, calculado usando a CCP, para o deslocamento de guia de onda de $b/d = 0,5$, com $L = 0,2\mu m$.

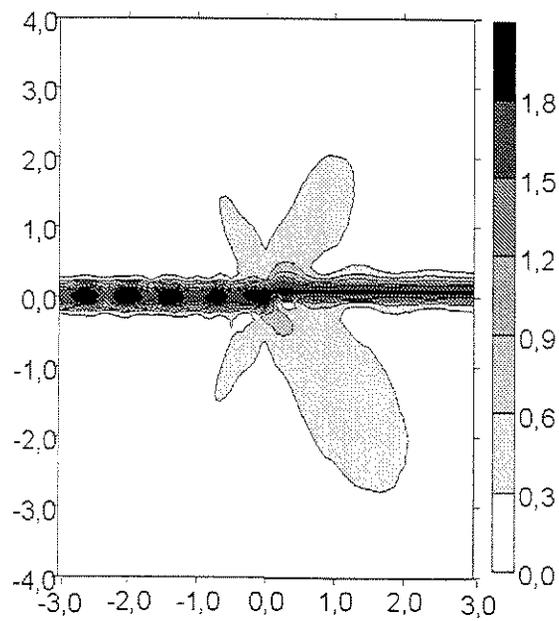


Figura 3.7: Curvas de contorno do campo elétrico, calculado usando a CC de Padé(1,1), para o deslocamento de guia de onda de $b/d = 0,5$, com $L = 0,2\mu\text{m}$.

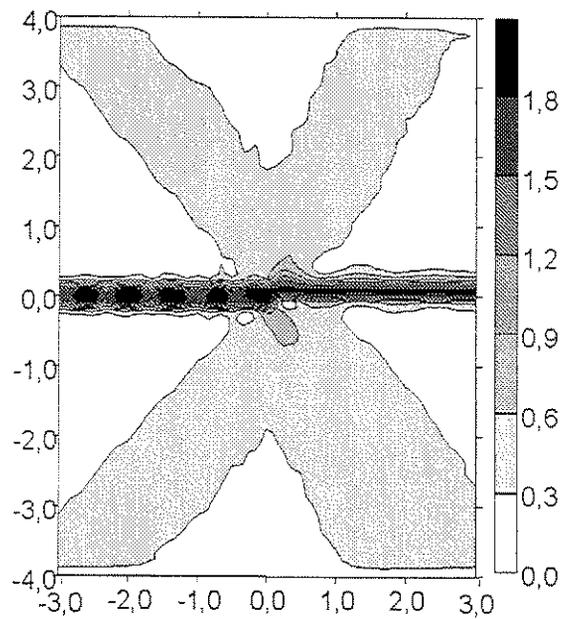


Figura 3.8: Curvas de contorno do campo elétrico, calculado usando a CC de Padé(2,2), para o deslocamento de guia de onda de $b/d = 0,5$, com $L = 0,2\mu\text{m}$.

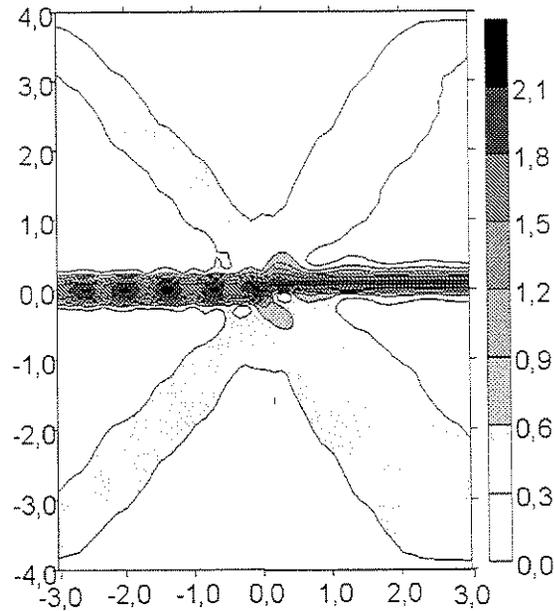


Figura 3.9: Curvas de contorno do campo elétrico, calculado usando a CCEM, para o deslocamento de guia de onda de $b/d = 0,5$, com $L = 0,2\mu m$.

A seguir, o mesmo teste foi realizado para uma janela numérica Ω com $L = 0,5\mu m$ dividido em 2545 elementos triangulares quadráticos. Como L , neste exemplo, é maior do que no caso anterior, é de se esperar que os campos calculados com a CCS e a CCP sejam mais próximos aos calculados com as CC de Padé e a CCEM; isto de fato se observa nas Figuras 3.10 e 3.11, onde se mostram, como na simulação anterior, as potências relativas transmitida, radiada e refletida, respectivamente. Na Figura 3.12 mostra-se a amplitude do campo elétrico na porta 2, isto é, em $z = 3\mu m$ e $d/b = 0,5$, para as cinco condições de contorno usadas. Nas Figuras 3.13 até 3.17, mostram-se, respectivamente, as curvas de contorno do campo elétrico, calculadas para $d/b = 0,5$.

Finalmente, as mesmas simulações foram realizadas para uma janela numérica com $L = 1\mu m$, dividida em 5233 elementos triangulares quadráticos. As Figuras 3.18 e 3.19 mostram, como nas simulações anteriores, as potências relativas transmitida, radiada e refletida para as cinco condições de contorno, respectivamente. A Figura 3.20 mostra a amplitude do campo elétrico na porta 2, e as Figuras 3.21 até 3.25, mostram, respectivamente, as curvas de contorno do campo elétrico calculadas para $d/b = 0,5$. Nota-se que os resultados obtidos com a CCS e a CCP aproximam-se muito mais, dos obtidos com as CC de Padé e a CCEM, como pode ser observado mais claramente no cálculo das potências transmitida e radiada, Figura 3.18. Mas existe ainda diferenças significativas, as quais

podem ser claramente observadas nas curvas de contorno dadas nas Figuras 3.21 até 3.25.

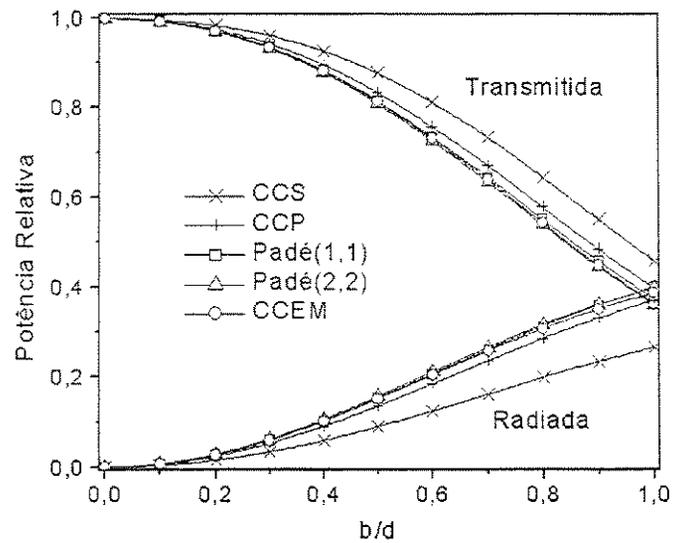


Figura 3.10: Potências relativas transmitidas e radiadas, calculadas usando CCS, CCP, CC de Padé(1,1), CC de Padé(2,2), e CCEM em função de b/d , para o deslocamento transversal de guias de onda, com $L = 0,5\mu m$.

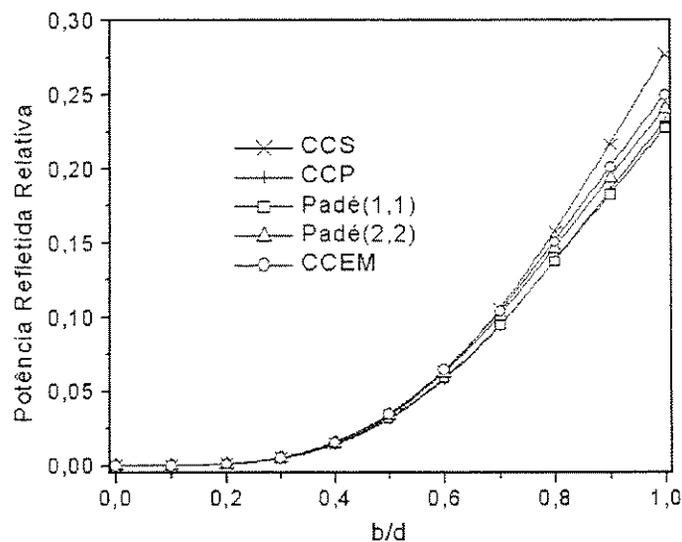


Figura 3.11: Potências relativas refletidas, calculadas usando CCS, CCP, CC de Padé(1,1), CC de Padé(2,2) e CCEM em função de b/d , para o deslocamento transversal de guias de onda, com $L = 0,5\mu m$.

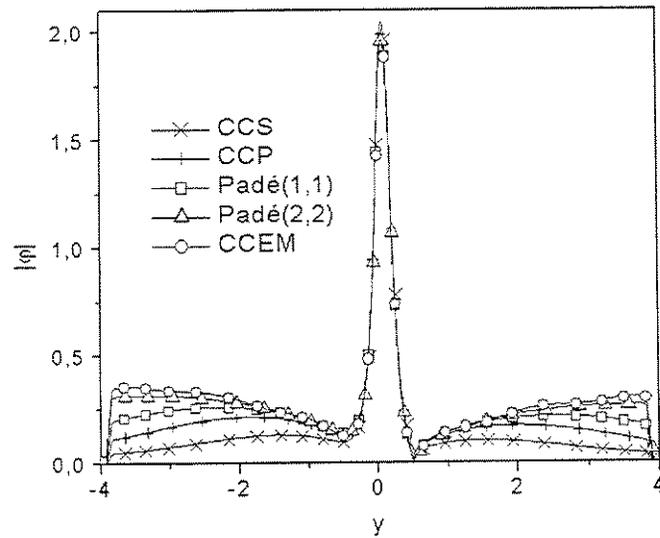


Figura 3.12: Amplitude do campo elétrico na porta 2, $z = 3\mu m$, para $b/d = 0,5$, com $L = 0,5\mu m$.

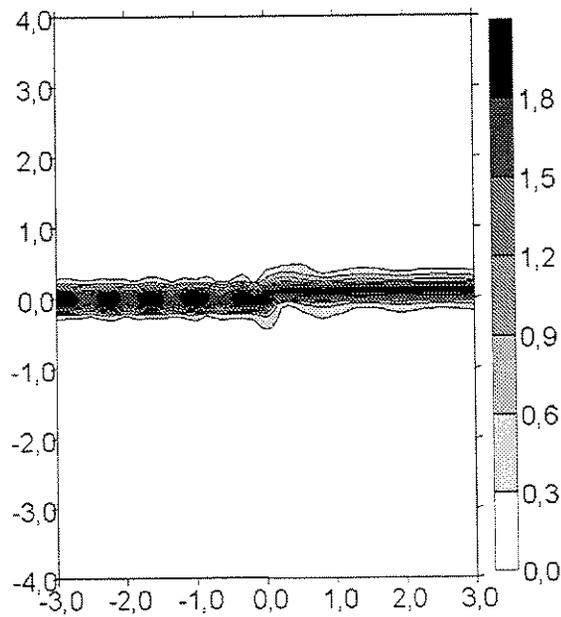


Figura 3.13: Curvas de contorno do campo elétrico, calculado usando a CCS, para o deslocamento de guia de onda de $b/d = 0,5$, com $L = 0,5\mu m$.

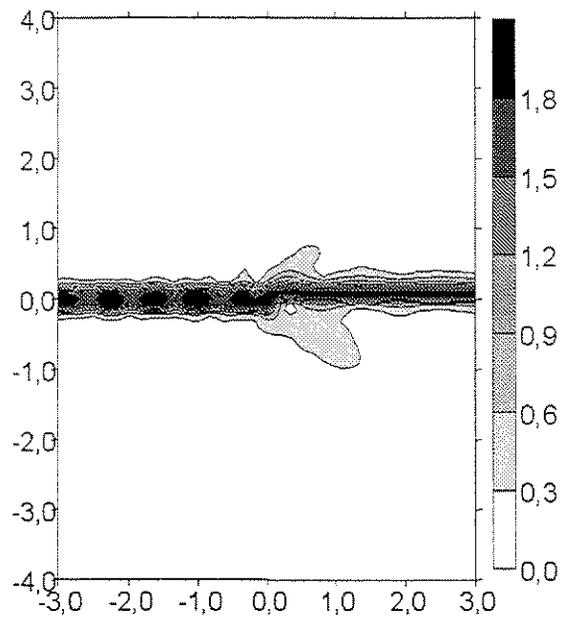


Figura 3.14: Curvas de contorno do campo elétrico, calculado usando a CCP, para o deslocamento de guia de onda de $b/d = 0,5$, com $L = 0,5\mu m$.

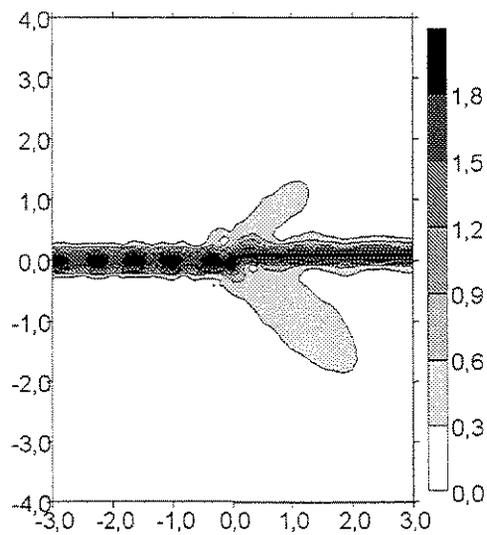


Figura 3.15: Curvas de contorno do campo elétrico, calculado usando a CC de Padé(1,1), para o deslocamento de guia de onda de $b/d = 0,5$, com $L = 0,5\mu m$.

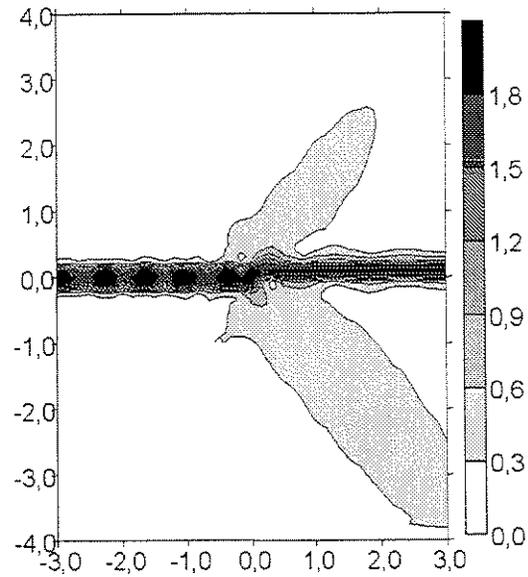


Figura 3.16: Curvas de contorno do campo elétrico, calculado usando a CC de Padé(2,2), para o deslocamento de guia de onda de $b/d = 0,5$, com $L = 0,5\mu m$.

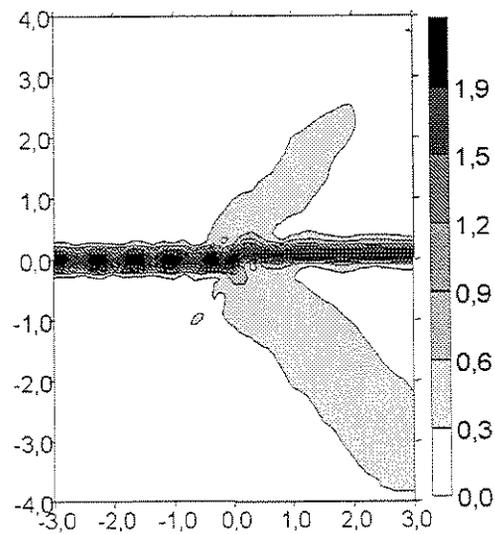


Figura 3.17: Curvas de contorno do campo elétrico, calculado usando a CCEM, para o deslocamento de guia de onda de $b/d = 0,5$, com $L = 0,5\mu m$.

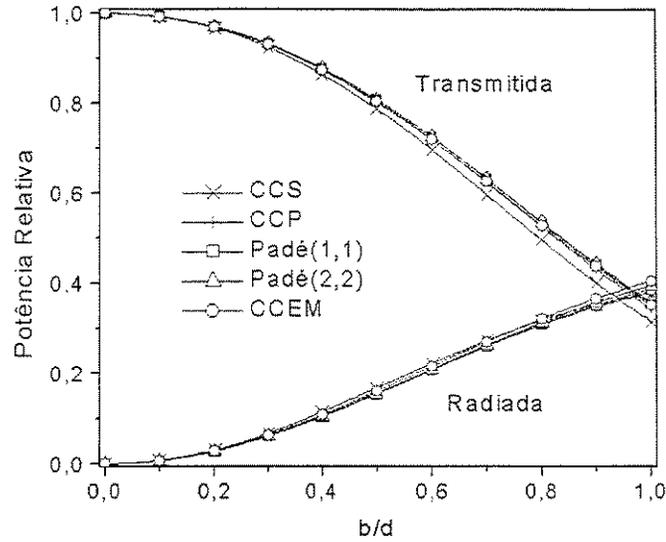


Figura 3.18: Potências relativas transmitidas e radiadas, calculadas usando CCS, CCP, CC de Padé(1,1), CC de Padé(2,2), e CCEM em função de b/d , para o deslocamento transversal de guias de onda, com $L = 1\mu m$.

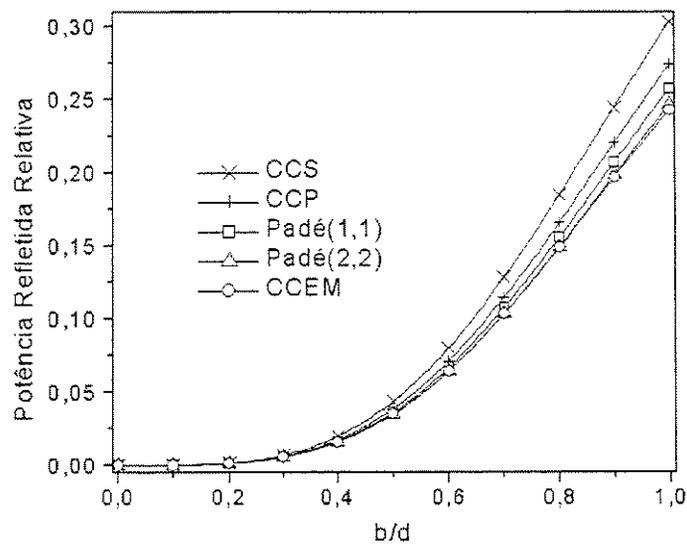


Figura 3.19: Potências relativas refletidas, calculadas usando CCS, CCP, CC de Padé(1,1), CC de Padé(2,2) e CCEM em função de b/d , para o deslocamento transversal de guias de onda, com $L = 1\mu m$.

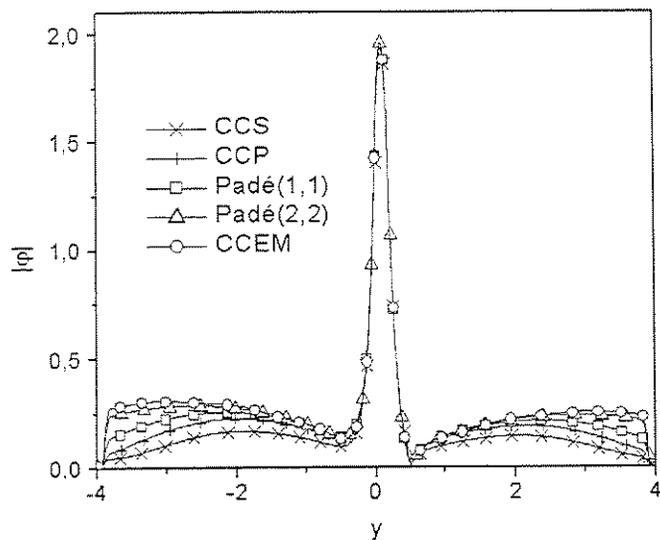


Figura 3.20: Amplitude do campo elétrico na porta 2, $z = 3\mu\text{m}$, para $b/d = 0,5$, com $L = 1\mu\text{m}$.

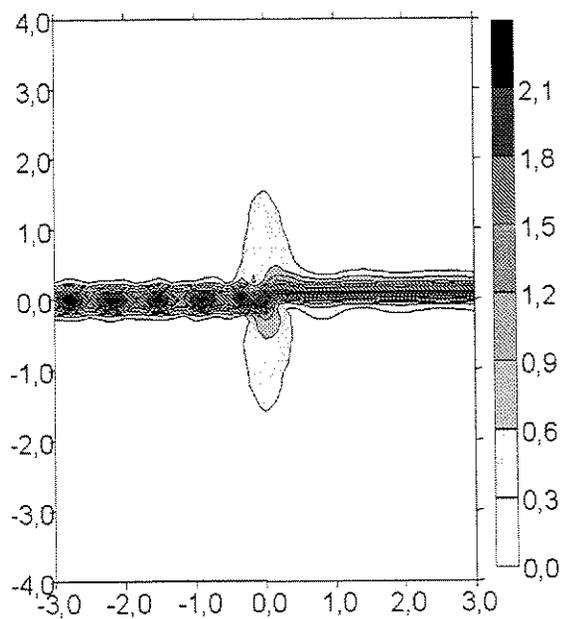


Figura 3.21: Curvas de contorno do campo elétrico, calculado usando a CCS, para o deslocamento de guia de onda de $b/d = 0,5$, com $L = 1\mu\text{m}$.

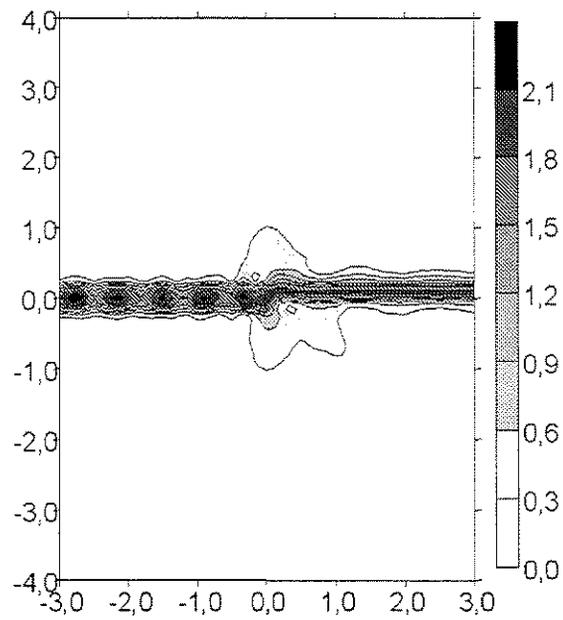


Figura 3.22: Curvas de contorno do campo elétrico, calculado usando a CCP, para o deslocamento de guia de onda de $b/d = 0,5$, com $L = 1\mu m$.

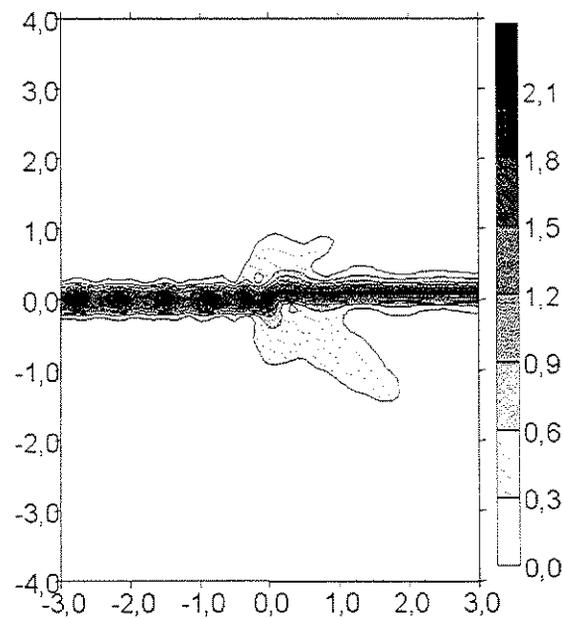


Figura 3.23: Curvas de contorno do campo elétrico, calculado usando a CC de Padé(1,1), para o deslocamento de guia de onda de $b/d = 0,5$, com $L = 1\mu m$.

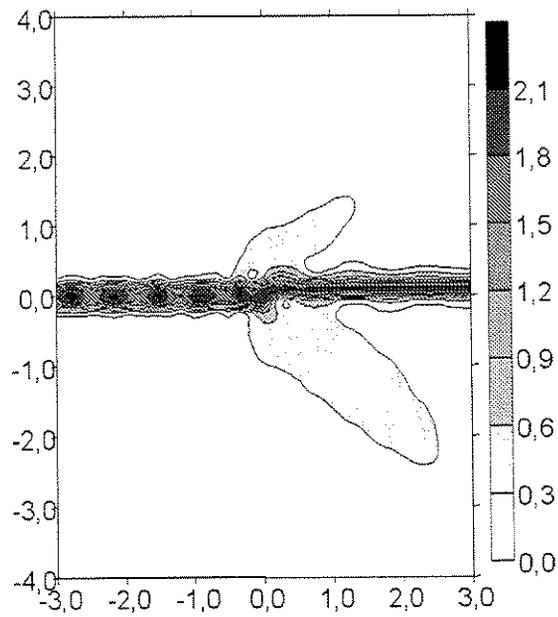


Figura 3.24: Curvas de contorno do campo elétrico, calculado usando a CC de Padé(2,2), para o deslocamento de guia de onda de $b/d = 0,5$, com $L = 1\mu m$.

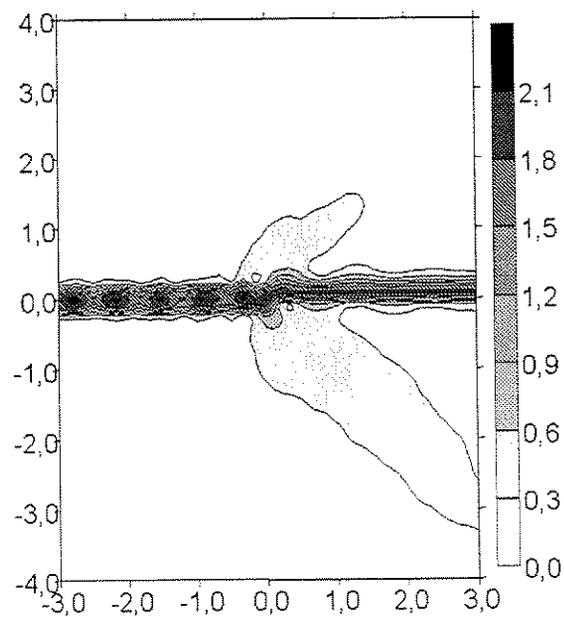


Figura 3.25: Curvas de contorno do campo elétrico, calculado usando a CCEM, para o deslocamento de guia de onda de $b/d = 0,5$, com $L = 1\mu m$.

Em termos computacionais de tempo de cálculo, na Tabela 3.1 são exibidos os tempos de cálculo usados pelos esquemas de CCS, CCP, CC de Padé(1,1), CC de Padé(2,2) e CCEM, para os três domínios ($L = 0,2\mu m$, $L = 0,5\mu m$, $L = 1\mu m$) utilizados nesta seção. Um processador Athlon 1GB, com 512 Mbytes de Memória RAM, 30 Mbytes de HD, Sistema Operacional Linux, Mandrake 7.2 foi usado. Nesta Tabela, podemos ver que um aumento das dimensões do domínio, portanto um aumento no número de elementos, implica num aumento considerável do tempo de cálculo nos métodos usados, especialmente os métodos que usam CC de Padé, ou o método de CCEM. Pode-se observar, também, que ainda que esse aumento de tempo de cálculo seja significativo, o tempo usado pelos métodos de Padé é ainda menor do que o tempo utilizado pelo método de CCEM.

Esquema	L=0,2	L=0,5	L=1,0
CCS	1	2	7
CCP	1	2	7
Padé(1,1)	9	16	30
Padé(2,2)	17	24	38
CCEM	21	28	42
nel	1.079	2.545	5.233

Tabela 3.1: Tempos de cálculo relativos obtidos utilizando os esquemas de CCS, CCP, CC de Padé(1,1), CC de Padé(2,2) e CCEM para o deslocamento transversal de guias de onda e três domínios diferentes, $L = 0,2\mu m$, $L = 0,5\mu m$, $L = 1\mu m$. *nel* é o número de elementos.

3.3 Descontinuidade Abrupta de Guia de Onda

A seguir, consideramos uma descontinuidade abrupta na largura como mostrado na Figura 3.26, onde $\lambda = 0,6328\mu m$, $t_2 = \lambda/\pi$, $n_c = 1$, $n_f = \sqrt{5}$ e o modo fundamental TE é assumido como incidente na porta 1, essa estrutura é a mesma usada em [3] e [18].

As potências relativas radiada e transmitida são mostradas na Figura 3.27 e a potência relativa refletida é mostrada na Figura 3.28, todas as curvas são determinadas em função da relação t_1/t_2 . As Figuras 3.29 até 3.33 mostram as curvas de contorno dos módulos do campo elétrico para $t_1/t_2 = 0,1$. Comparando os resultados, observamos claramente que quanto mais alto é a ordem do esquema de Padé, os resultados tem uma melhor concordância com aqueles obtidos com a CCEM; este fato pode-se observar melhor na Figura 3.28. As diferenças observadas nos resultados, correspondentes à CCS são

devidas, principalmente, à presença de modos de radiação evanescentes nas portas de acesso, os quais não são tratados corretamente por este esquema e, também, devido ao alto contraste de índice que conduz a um espectro de onda amplo. Estes dois efeitos podem ser tratados com mais precisão com os esquemas das CC de Padé.

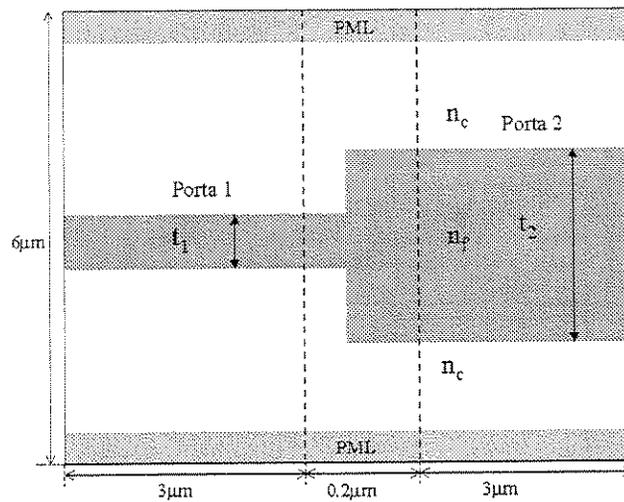


Figura 3.26: Descontinuidade abrupta de guia de onda.

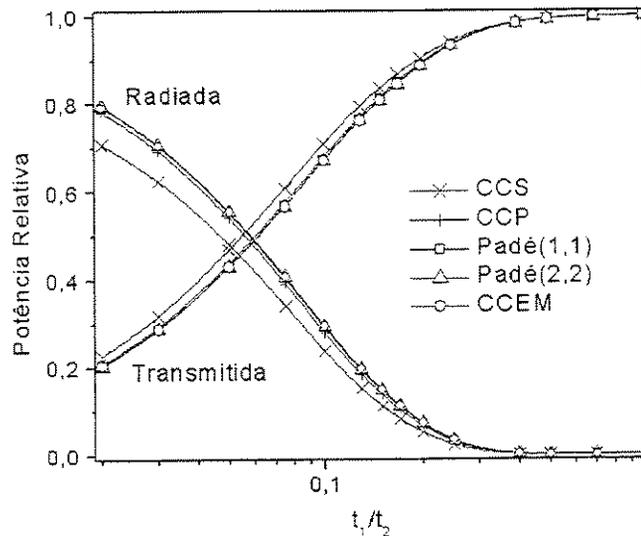


Figura 3.27: Potências radiadas e transmitidas em função da razão t_1/t_2 , calculadas com os cinco esquemas de contorno: CCS, CCP, CC de Padé(1,1), CC de Padé(2,2) e CCEM, para uma descontinuidade abrupta no guia de onda.

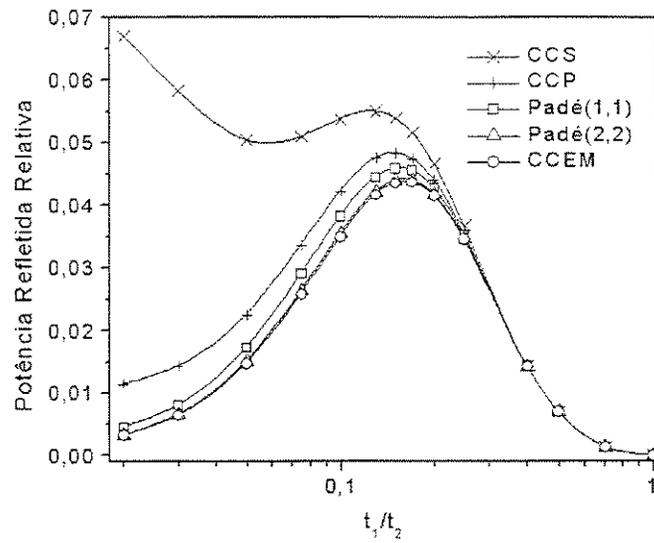


Figura 3.28: Potências refletida em função da razão t_1/t_2 , calculadas com as condições de contorno as CCS, CCP, CC de Padé(1,1), CC de Padé(2,2) e CCEM, para uma descontinuidade abrupta no guia de onda.

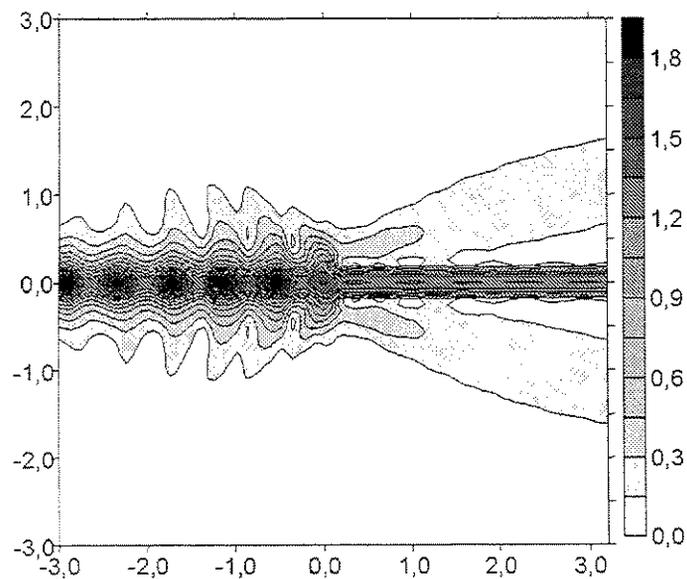


Figura 3.29: Curvas de contorno do campo elétrico, calculado usando a CCS, para a descontinuidade de guia de onda, $t_1/t_2 = 0,1$.

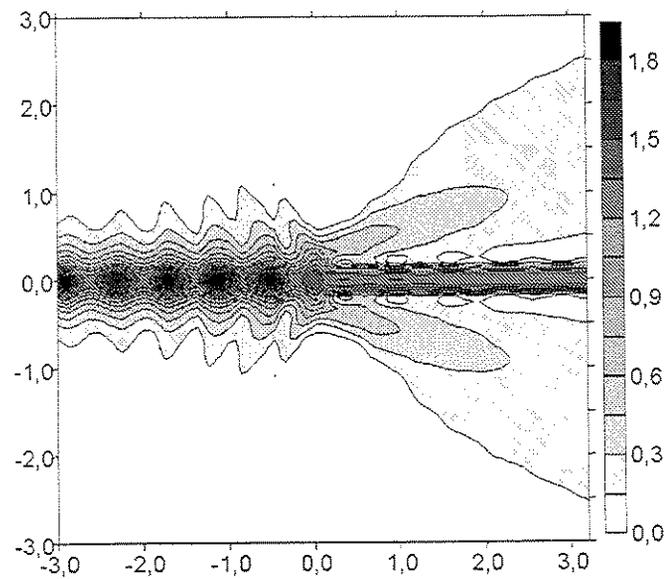


Figura 3.30: Curvas de contorno do campo elétrico, calculado usando a CCP, para a descontinuidade de guia de onda, $t_1/t_2 = 0,1$.

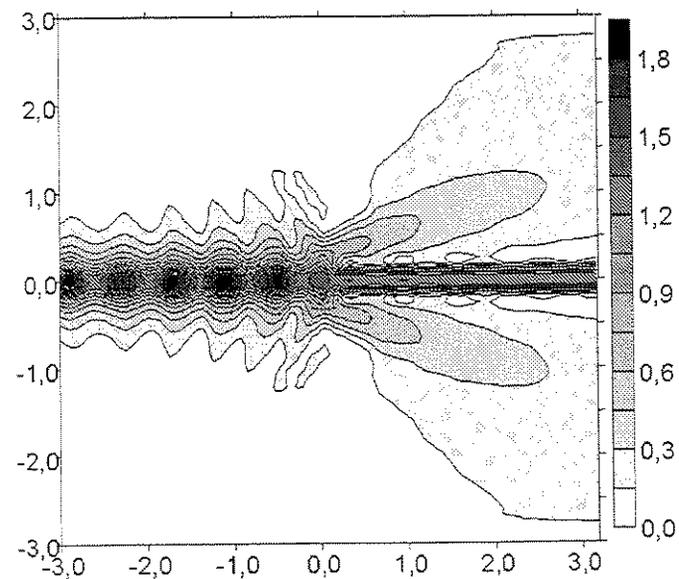


Figura 3.31: Curvas de contorno do campo elétrico, calculado usando a CC de Padé(1,1), para a descontinuidade de guia de onda, $t_1/t_2 = 0,1$.

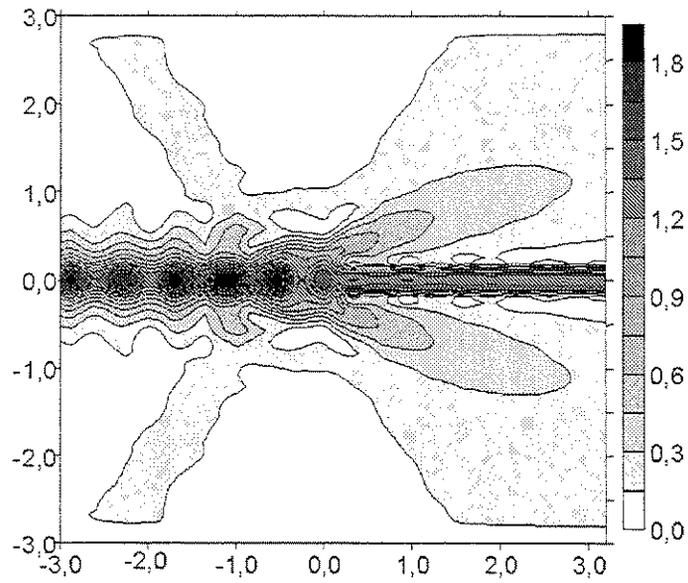


Figura 3.32: Curvas de contorno do campo elétrico, calculado usando a CC de Padé(2,2), para a descontinuidade de guia de onda, $t_1/t_2 = 0,1$.

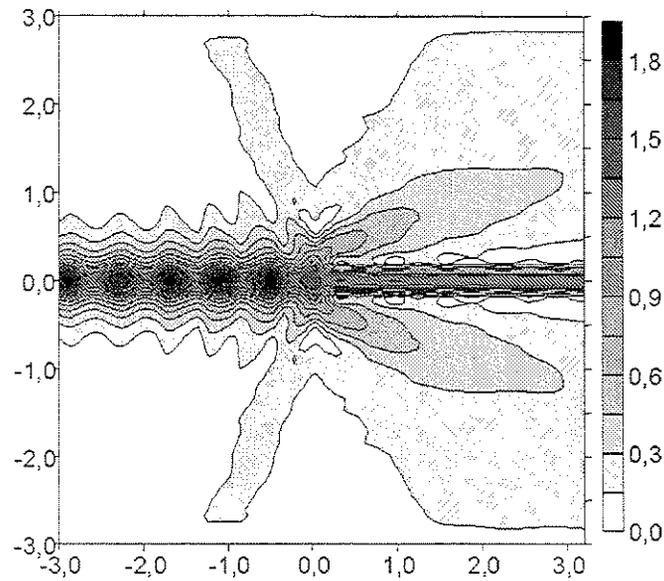


Figura 3.33: Curvas de contorno do campo elétrico, calculado usando a CCEM, para a descontinuidade de guia de onda, $t_1/t_2 = 0,1$.

Neste exemplo, usamos um domínio $\Omega = [0 : 0,2]\mu\text{m} \times [-3 : 3]\mu\text{m}$ discretizado com 2712

elementos triangulares quadráticos e 100 modos para a CCEM. O tamanho de passo é $\Delta z = 0,01\mu m$ para o BPM de ângulo largo nas portas de acesso 1 e 2, com 290 e 202 elementos de linha quadráticos, respectivamente.

3.4 Junção em Ângulo Reto com Ressorador

Uma junção em ângulo reto com alto contraste de índice ($\Delta n = 2,2$) e com uma cavidade ressonante quadrada em contato, como mostrada na Figura 3.34, é escolhida como terceiro exemplo. Esta geometria é igual a aquelas adotadas em [17], [18], [24]. O guia de onda tem índice refrativo $n_f = 3,2$, largura $w = 0,2\mu m$, cercado pelo ar ($n_c = 1$); são escolhidos tais parâmetros para assegurar a operação de guia de onda de um único modo sobre a largura de banda de excitação inteira.

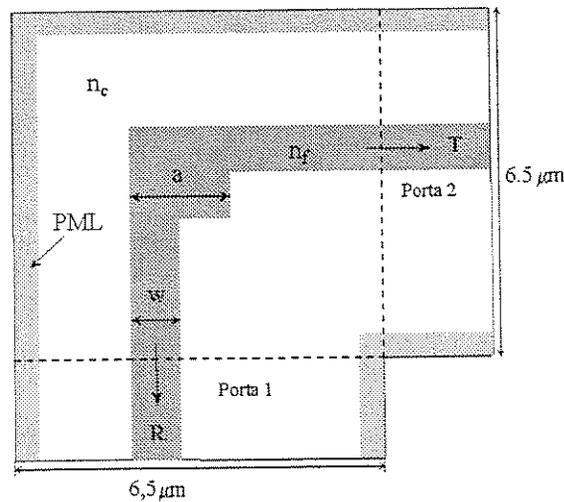


Figura 3.34: Junção de ângulo reto com ressonador.

O lado do ressonador definido na Figura 3.34 é $a = 0,62\mu m$. Nas simulações, 100 modos foram aplicados nos dois guias de acesso (1 e 2) para a CCEM, e o domínio bidimensional Ω é $[-2,5 : 4]\mu m \times [-4 : 2,5]\mu m$, discretizado com 17.958 elementos triangulares quadráticos. O BPM de ângulo largo, com tamanho de passo $\Delta z = 0,01\mu m$ e 158 elementos de linha quadráticos, é aplicado nas portas 1 e 2, respectivamente.

As potências relativas transmitida e refletida para esta estrutura, em função do comprimento de onda, para modos TE e TM, são mostradas nas Figuras 3.35 até 3.38, respectivamente, usando

as cinco condições de contorno aqui implementadas. Tem-se o modo fundamental TE incidente na porta 1, no caso de propagação de ondas TE, e o modo fundamental TM é considerado no caso de propagação de ondas TM, respectivamente. As Figuras 3.39 até 3.43 mostram a amplitude do campo elétrico para $\lambda = 1,54\mu m$, calculado usando CCS, CCP, CC de Pade(1,1), CC de Pade(2,2) e CCEM, respectivamente.

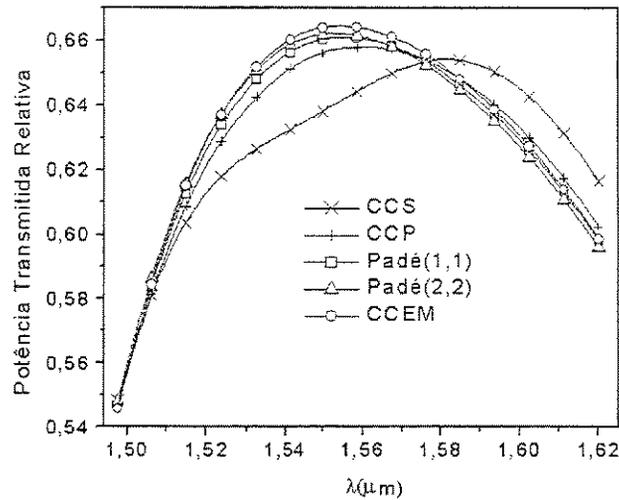


Figura 3.35: Potências transmitidas relativas para a porta 2 na junção de ângulo reto com ressonador para modos TE.

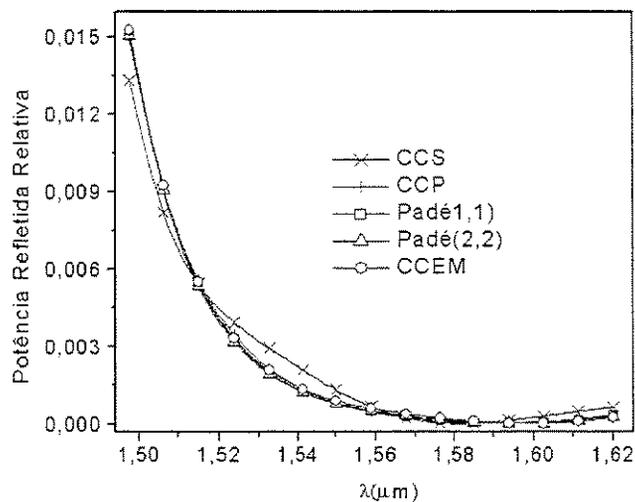


Figura 3.36: Potências refletidas relativas para a porta 1, na junção em ângulo reto com ressonador para modos TE.

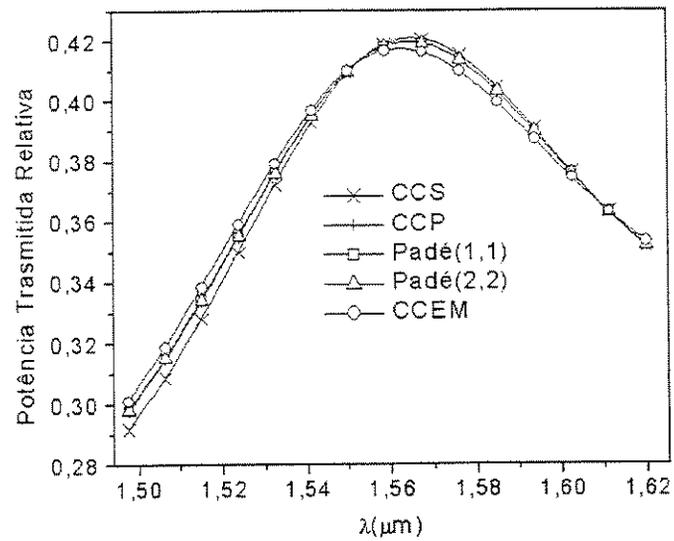


Figura 3.37: Potências transmitidas relativas para a porta 2, na junção em ângulo reto com ressonador para modos TM.

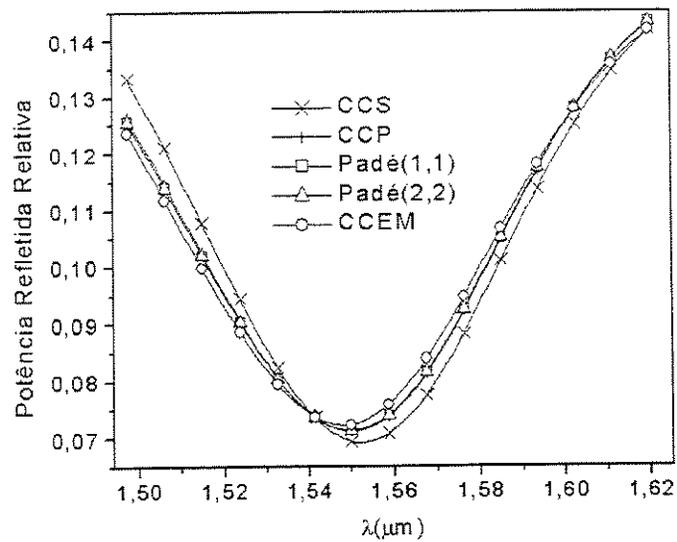
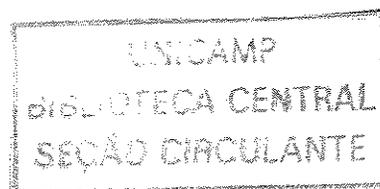


Figura 3.38: Potências refletidas relativas para a porta 1, na junção em ângulo reto com ressonador para modos TM.



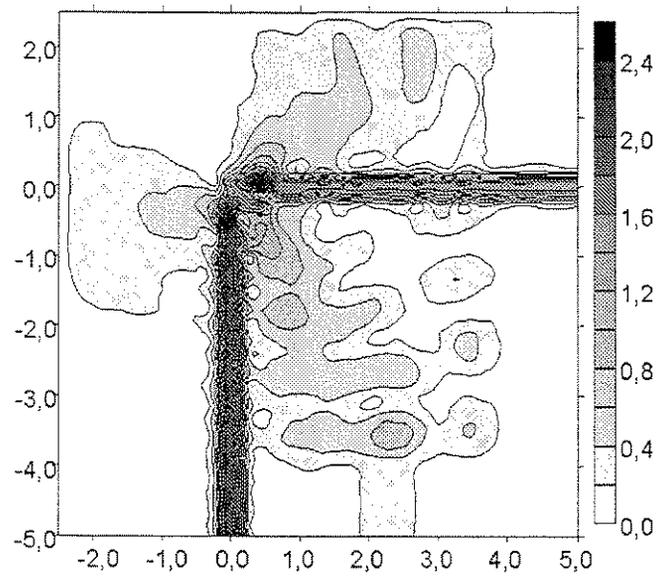


Figura 3.39: Curvas de contorno do campo elétrico, para $\lambda = 1,54\mu m$, obtida usando a CCS para a junção em ângulo reto com ressoador.

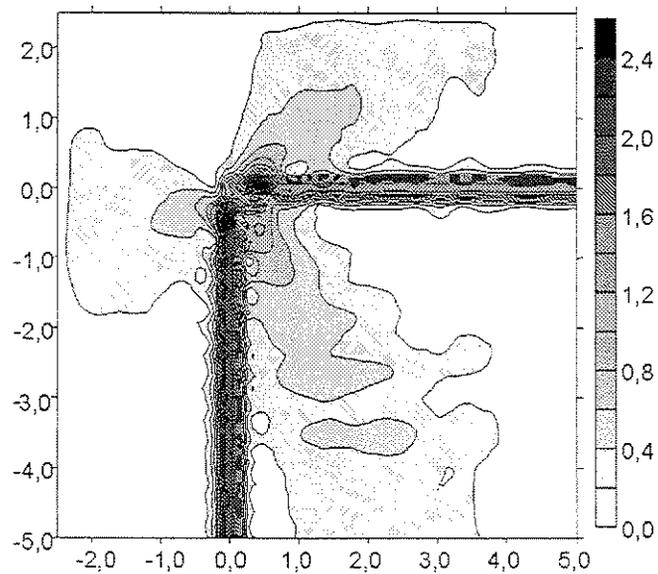


Figura 3.40: Curvas de contorno do campo elétrico, para $\lambda = 1,54\mu m$, obtida usando a CCP para a junção em ângulo reto com ressoador.

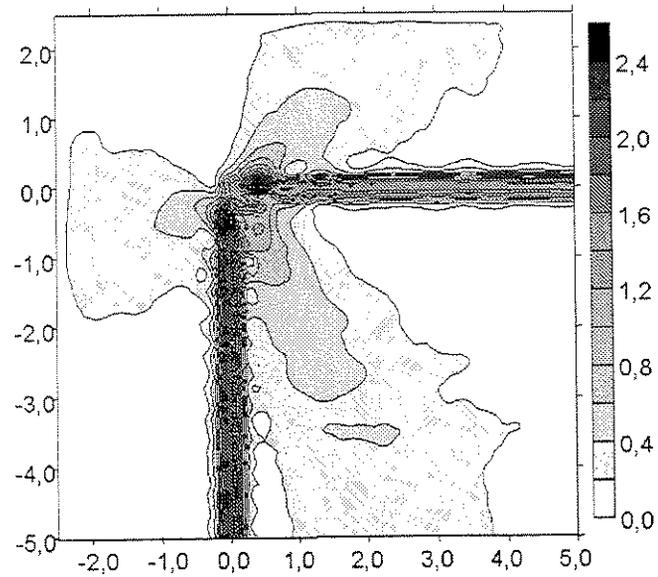


Figura 3.41: Curvas de contorno do campo elétrico, para $\lambda = 1,54\mu m$, obtida usando a CC de Padé(1,1) para a junção em ângulo reto com ressoador.

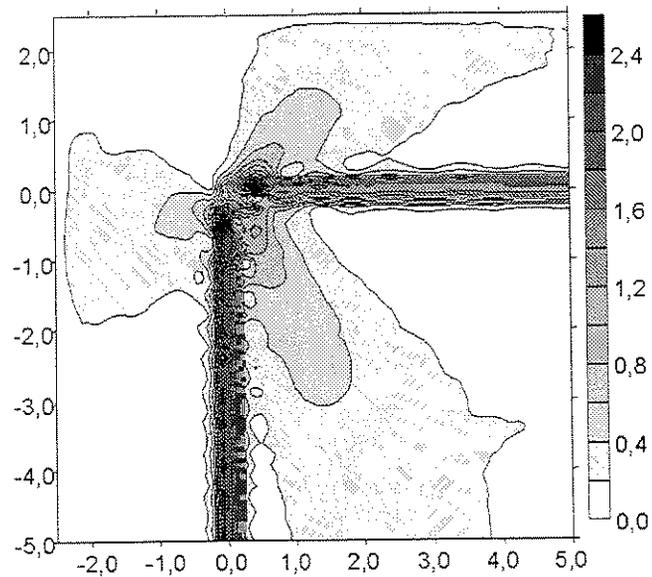


Figura 3.42: Curvas de contorno do campo elétrico, para $\lambda = 1,54\mu m$, obtida usando a CC de Padé(2,2) para a junção em ângulo reto com ressoador.

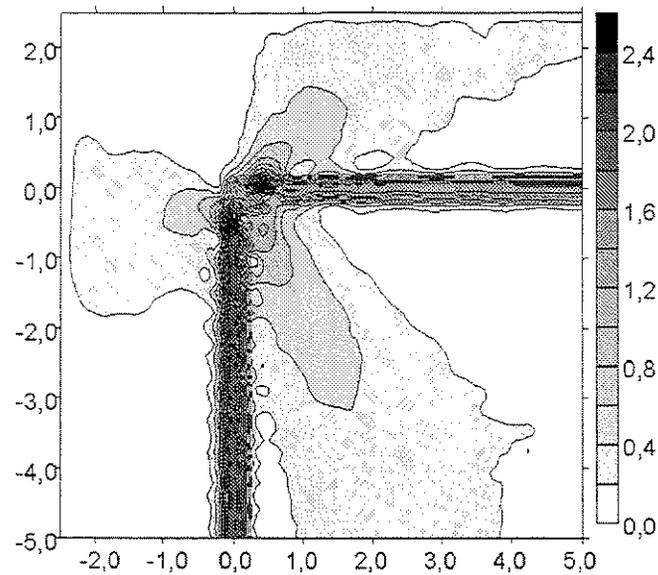


Figura 3.43: Curvas de contorno do campo elétrico, para $\lambda = 1,54\mu m$, obtida usando a CCEM para a junção em ângulo reto com ressonador.

Os resultados obtidos com a CCP e as CC de Padé estão em concordância com aqueles obtidos usando CCEM e os de [24], de onde o exemplo foi tirado. A partir das Figuras 3.35 até 3.43, podemos dizer, claramente, que os resultados obtidos com a técnica recentemente proposta, exibe uma melhor concordância com a CCEM do que os resultados obtidos usando CCS e CCP, para quase todo o domínio de comprimentos de onda considerados.

3.5 Divisor de Potência em Formato T com Ressonadores e Espelhos

Como um quarto exemplo, consideramos um divisor de feixes em formato T, como mostrado na Figura 3.44, que está composto de uma cavidade ressonante de dois ressoadores e dois espelhos na junção. Os parâmetros dados nessa figura são: $a = 0,72\mu m$, $b = 0,66\mu m$, $x = 0,40\mu m$, $t = 0,44\mu m$, $w = 0,2\mu m$, e os índices refrativos são $n_s = 1$ e $n_f = 3,2$, [24]. Esta estrutura é usada para dividir ou combinar potência, e é essencialmente um guia do tipo Y com abertura de ângulo de 90° . Como discutida em [24], esta junção tem característica de otimizar a potência transmitida para as portas 2 e 3, quando comparado à junção em formato T, mas projetada sem usar tais cavidades ressonantes e espelhos.

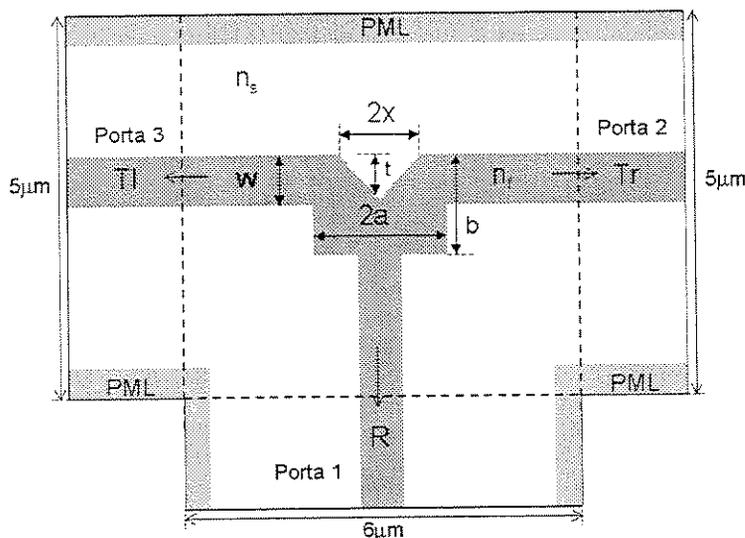


Figura 3.44: Divisor de potência em formato T com ressonadores e espelhos na junção.

Neste exemplo, usamos o domínio $\Omega = [-3 : 3] \mu\text{m} \times [-3 : 2] \mu\text{m}$ dividido em 11.925 elementos triangulares quadráticos e 100 modos foram usados para a CCEM. Também, o BPM de ângulo largo com tamanho de passo $\Delta z = 0,01 \mu\text{m}$ foi aplicado com 152, 128, e 128 elementos quadráticos 1D nas portas 1, 2 e 3, respectivamente.

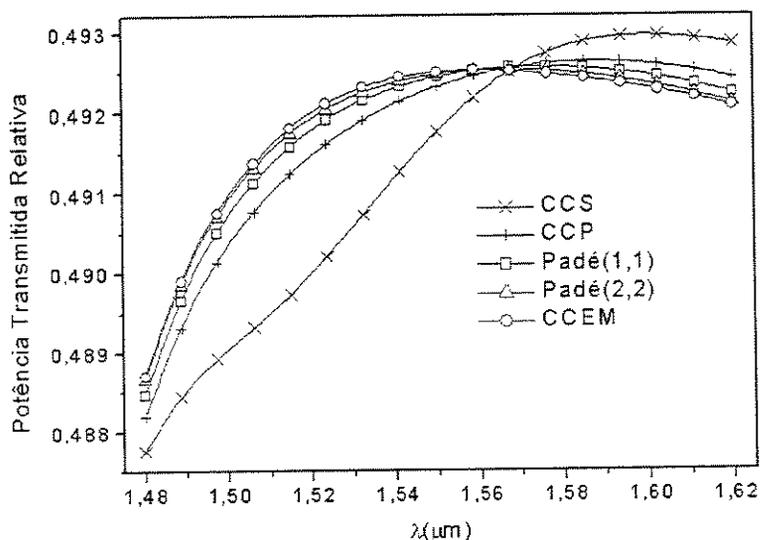


Figura 3.45: Potências transmitidas relativas para a porta 2 no divisor de potência em formato T com ressonadores e espelhos na junção para modos TE.

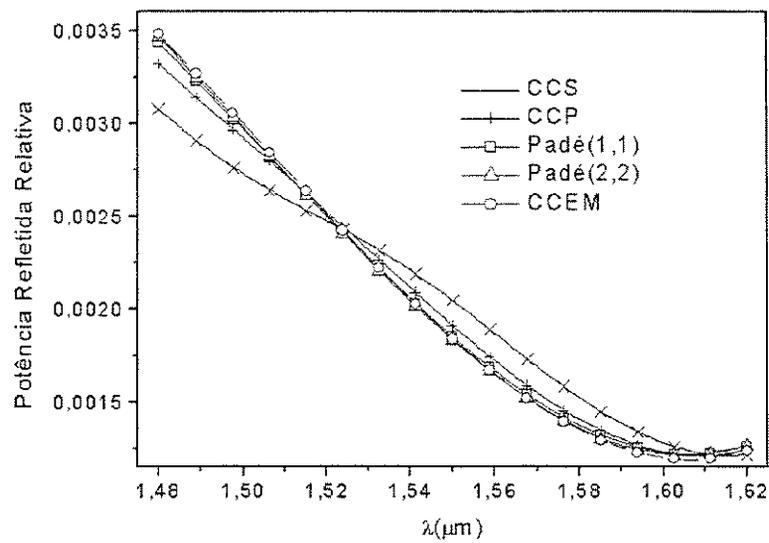


Figura 3.46: Potências refletidas relativas para a porta 1 no divisor de potência em formato T com ressonadores e espelhos na junção para modos TE.

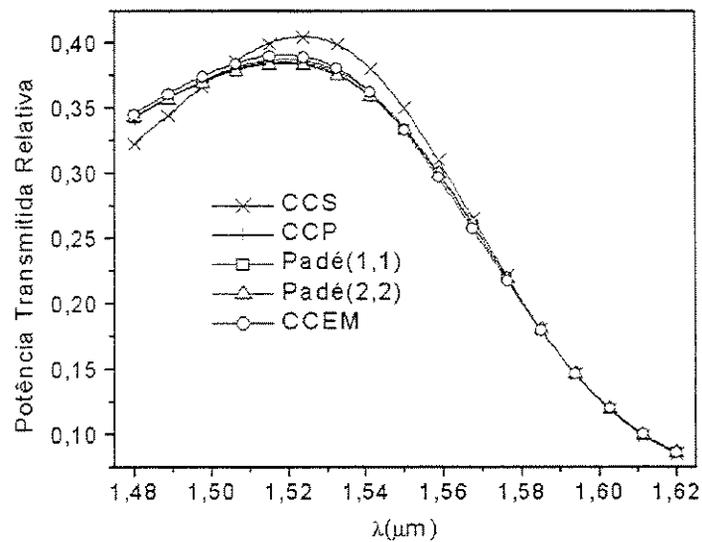


Figura 3.47: Potências transmitidas relativas para a porta 2 no divisor de potência em formato T com ressonadores e espelhos na junção para modos TM.

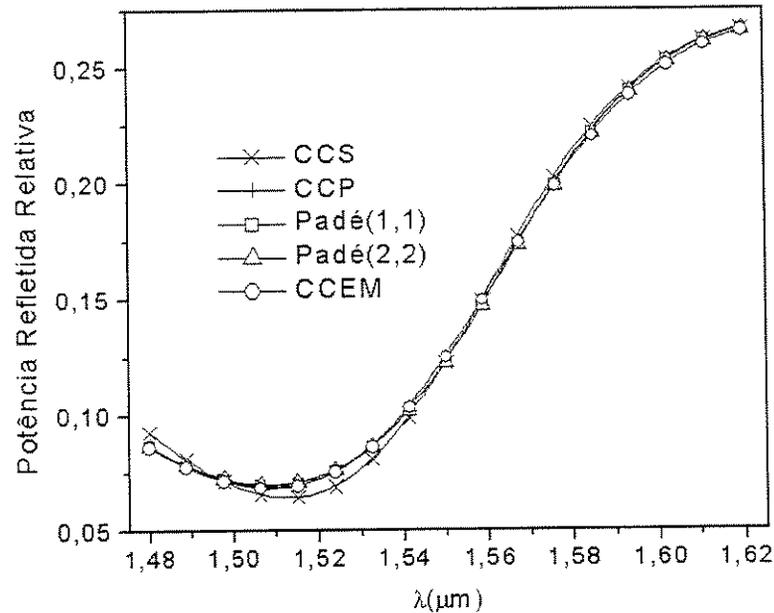


Figura 3.48: Potências refletidas relativa para a porta 1 no divisor de potência em formato T com ressonadores e espelhos na junção para modos TM.

Nas Figuras 3.45 até 3.48, são mostradas as curvas de potência relativas refletida e transmitida para esta junção, em função do comprimento de onda, para ambas as propagações de modos TE e TM, respectivamente. Devido à simetria da estrutura com respeito aos guias 2 e 3, a potência transmitida é distribuída igualmente nas duas portas (2 e 3), portanto, apenas as curvas da potência transmitida para a porta 2 é graficada. Novamente, pode ser observado que a CCP e as CCs de Padé oferecem melhores resultados que aqueles obtidos usando CCS, mesmo que as reflexões na porta de acesso 1 sejam quase nulas. As curvas de contorno do módulo do campo elétrico para as cinco condições de contorno nesta estrutura de divisor de potência são mostradas nas Figuras 3.49 até 3.53. Observando as Figuras 3.51 até 3.53, podemos dizer que a distribuição do campo obtidas usando as CC de Padé e a CCEM são qualitativamente as mesmas.

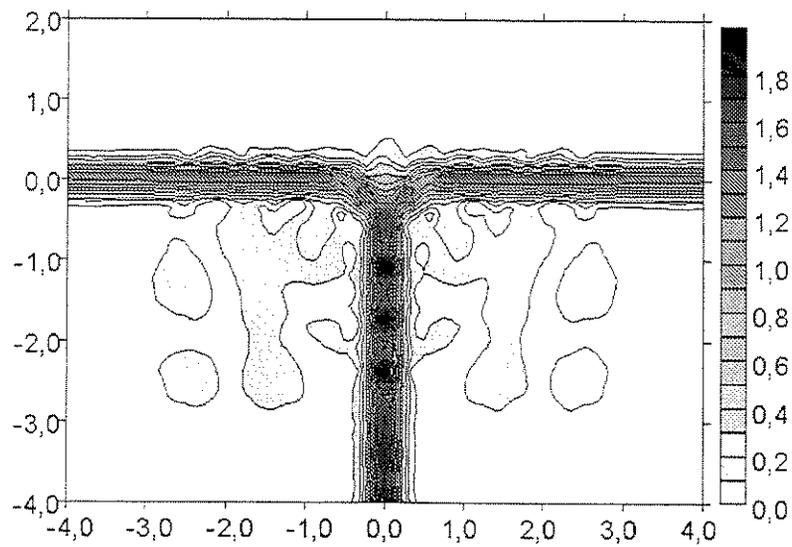


Figura 3.49: Curvas de contorno do campo elétrico, para $\lambda = 1,515\mu m$, obtidas usando a CCS para o divisor de potência em formato T com ressoadores e espelhos na junção.

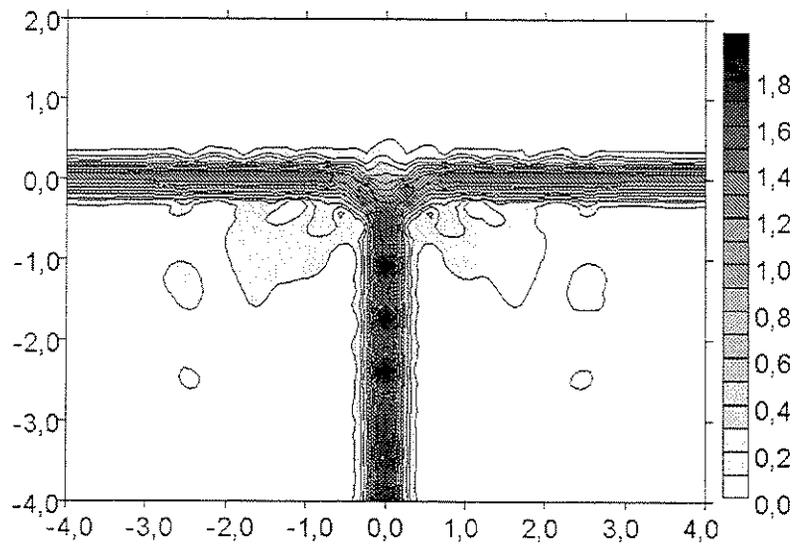


Figura 3.50: Curvas de contorno do campo elétrico, para $\lambda = 1,515\mu m$, obtidas usando a CCP para o divisor de potência em formato T com ressoadores e espelhos na junção.

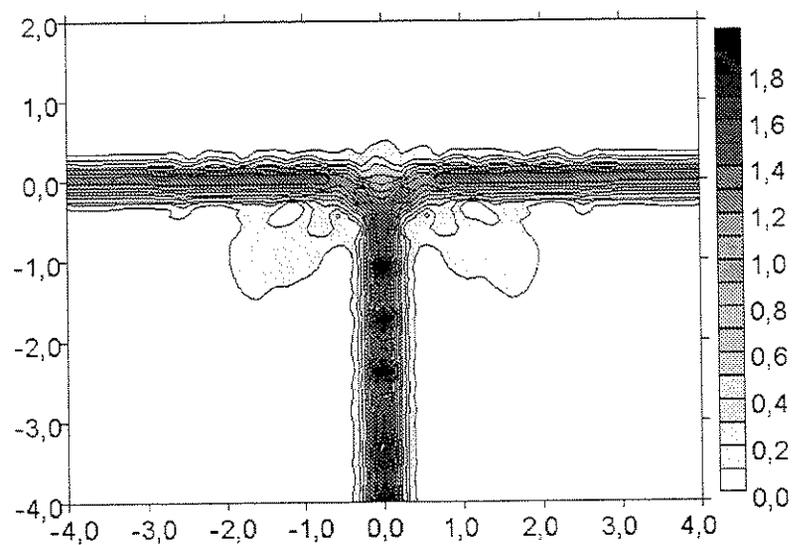


Figura 3.51: Curvas de contorno do campo elétrico, para $\lambda = 1,515\mu m$, obtidas usando a CC de Padé(1,1) para o divisor de potência em formato T com ressoadores e espelhos na junção.

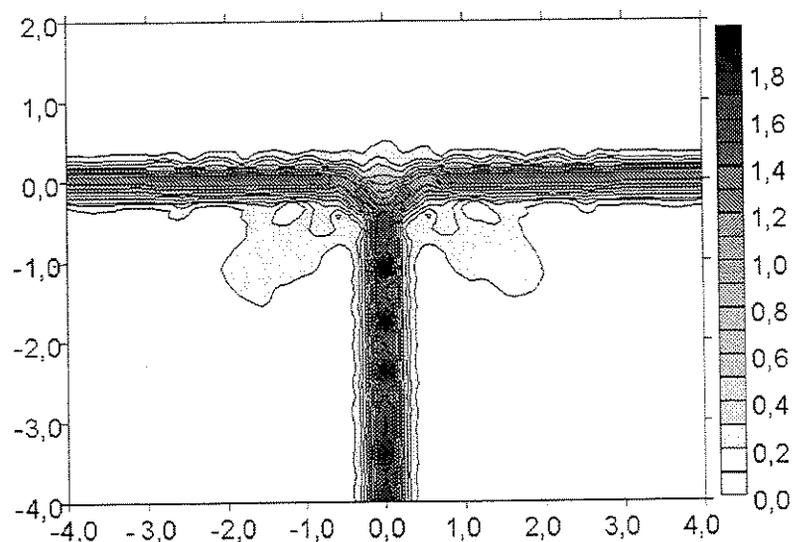


Figura 3.52: Curvas de contorno do campo elétrico, para $\lambda = 1,515\mu m$, obtidas usando a CC de Padé(2,2) para o divisor de potência em formato T com ressoadores e espelhos na junção.

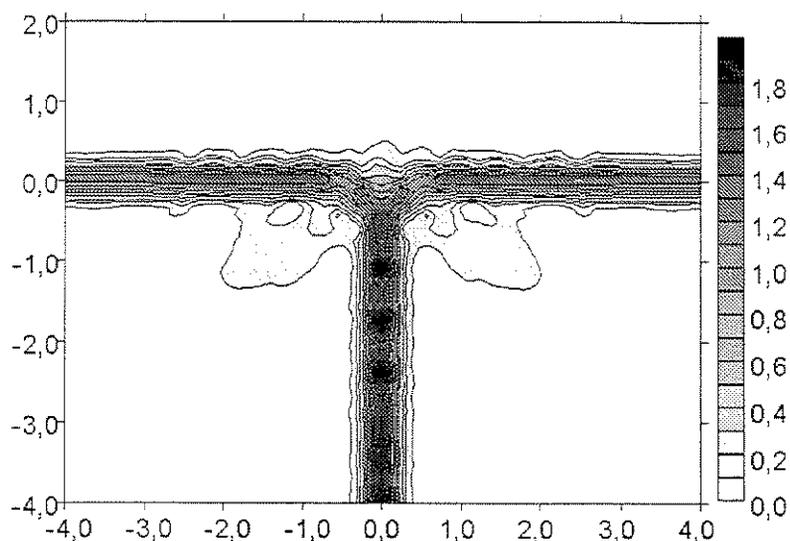


Figura 3.53: Curvas de contorno do campo elétrico, para $\lambda = 1,515\mu\text{m}$, obtidas usando a CCEM para o divisor de potência em formato T com ressoadores e espelhos na junção.

Finalmente, na Tabela 3.2, são exibidos os tempos de cálculo relacionados às CCs de Padé, CCP, CCS e CCEM para os quatro exemplos apresentados neste Capítulo. Nesta Tabela, podemos ver que as CCs de Padé requerem um tempo de computador maior que o tempo utilizado pelas CCS e da CCP, mas esse tempo é ainda menor que o tempo usado pela CCEM. Isso mostra a aplicabilidade da utilização das CC de Padé para a análise deste tipo de estruturas.

Esquema\Exemplo	desloc.	step	corner	divisor
CCS	1	2	83	80
CCP	1	2	83	80
Padé(1,1)	9	14	118	161
Padé(2,2)	17	21	120	163
CCEM	21	28	130	170
nel	1.079	2.712	17.958	11.925

Tabela 3.2: Tempos de cálculo relativos das CCS, CCP, CC de Padé e CCEM para os quatro exemplos apresentados neste Capítulo: Deslocamento transversal de guias de onda (desloc.), Descontinuidade abrupta de guia de onda (step), Junção em ângulo reto com ressoador (corner), e Divisor de potência em formato T com ressoadores e espelhos na junção (divisor).

3.6 Conclusões

Com o objetivo de validar e demonstrar a eficiência das técnicas da CCP, e das CC de Padé propostas, analisou-se várias estruturas planares com descontinuidades. Consideramos: deslocamento transversal de guias de onda, descontinuidade abrupta na largura de guia de onda, junção em ângulo reto com alto contraste de índice refrativo, e divisor de potência em formato T, também com alto contraste de índice refrativo, com ressoadores e espelhos na junção. Os resultados apresentam excelente concordância com aqueles obtidos com a CCEM, a qual é uma técnica de reconhecida eficiência e precisão, assim também com resultados existentes na literatura. Constatou-se que a CC de Padé(2,2) é a mais acurada, entre todas as técnicas propostas; inclusive o tempo de cálculo é, ainda, menor do que o tempo de cálculo requerido pela CCEM.

Capítulo 4

Análise de Filtros Ópticos Ressonantes

4.1 Introdução

Os sistemas de comunicações ópticas atuais usam esquemas de multiplexação por divisão em comprimento de onda (WDM-*Wavelength Division Multiplexing*) para atender a crescente demanda proveniente dos muitos tipos de serviços oferecidos. Essa demanda tem exigido o desenvolvimento de dispositivos que, além de serem compactos, sejam também de bom desempenho.

Os sistemas WDM foram evoluindo à medida que os dispositivos utilizados tiveram seu desempenho melhorado. Desde 1994, os sistemas evoluíram daqueles de 2 canais para os de 8, 16, 32 e 40 canais. Os sistemas WDM densos (DWDM) poderão, no futuro, ser compostos com número de canais de até 80, cuja implementação tem sido possível com a melhoria do desempenho de diversos dispositivos envolvidos em sua configuração. Amplificadores ópticos de faixa cada vez mais larga e curva de ganho plana, lasers de largura espectral estreita e componentes passivos de baixa perda e faixa estreita são necessários para o sucesso da implementação de tais redes de altas taxas de transmissão e velocidade.

As redes ópticas WDM fazem uso de dispositivos para inserir ou extrair (*add-drop*) canais ao longo do caminho óptico. Desta forma, o sucesso desta técnica depende do desempenho dos dispositivos utilizados, e a interferência destes no desempenho dos canais vizinhos deve ser mínima. Os filtros de extração de canais ópticos (*drop-pass*), que acessam apenas um comprimento de onda do sinal WDM sem perturbar os outros canais, tornam-se elementos indispensáveis neste âmbito. Entre eles, os filtros ressonantes tornaram-se candidatos atrativos para esta proposta, em virtude de oferecerem

uma largura de faixa espectral estreita.

Há várias abordagens para determinar o desempenho de filtros ressonantes; algumas delas são: a dos modos acoplados no tempo [38], [40]; matriz de espalhamento [46], uma técnica equivalente à desenvolvida para o projeto de filtros digitais de Resposta de Impulso Finito (*FIR-Finite Impulse Response*), que permite a síntese de filtros de múltiplos ressoadores de anel [45], e uma rigorosa técnica de expansão modal [56]. Estas abordagens não são necessariamente técnicas distintas, pois elas têm em comum o objetivo de determinar a resposta do filtro.

Neste Capítulo, é dada a idéia básica do funcionamento das cavidades ressonantes; posteriormente, faz-se uma análise numérica detalhada de filtros ressonantes obtidos a partir de cavidades ressonantes em forma de anel e quadrada, onde usam-se até dois anéis ou dois quadrados, respectivamente. Para as simulações, usamos a CC de Padé(2,2), a qual foi escolhida pela exatidão de seus resultados e pela praticidade de seu uso em tais estruturas. Em todos os exemplos aqui apresentados usa-se a espessura da PML de $\delta = 0,2\mu m$ e o parâmetro de reflexão teórica $R = 10^{-20}$. Na simulação de uma única cavidade ressonante quadrada, estuda-se a dependência das características de acoplamento em termos dos parâmetros da geometria da configuração

4.2 Cavidades Ressonantes

A análise de uma cavidade ressonante pode ser realizada fazendo-se uma analogia com um oscilador de radiofrequência, que consiste de um amplificador, um circuito sintonizado e um mecanismo de realimentação. Neste dispositivo, o circuito sintonizador determina a frequência de oscilação e o mecanismo de realimentação conecta a saída do amplificador com sua entrada, aumentando o sinal conforme ele é amplificado. Um pequeno intervalo de tempo depois de ter sido sintonizado, um estado estacionário é atingido e, após este ponto, o oscilador mantém uma saída de potência constante.

Os componentes de um laser, como mostrado na Figura 4.1, o qual consiste de um meio de amplificação com espelhos colocados em cada extremidade, e têm funções semelhantes as dos osciladores de baixas frequências. O meio de amplificação entre os espelhos determina o ganho. A frequência de saída e a largura espectral do laser são determinados pelo comprimento da cavidade e pelo índice de refração da estrutura. Os espelhos fornecem realimentação para o oscilador de luz, refletindo a luz para dentro do meio de amplificação. A potência sai da cavidade ressonante do laser através de um dos espelhos das extremidades, que tem refletividade parcial. Em alguns lasers, ambos

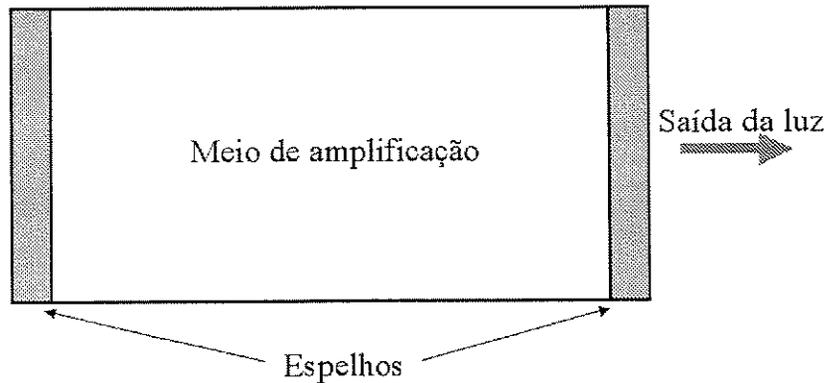


Figura 4.1: Esquema básico de um laser: um meio de amplificação e dois espelhos refletoras para a realimentação.

os espelhos são refletoras parciais, sendo assim possível obter potência nas duas extremidades do dispositivo.

Os dois espelhos mostrados na Figura 4.1 formam uma cavidade dentro da qual duas ondas eletromagnéticas existem, uma movendo para a direita e outra para a esquerda, interferindo uma na outra. O campo total na cavidade é a soma das duas ondas. Assim, quando as ondas têm a mesma fase, elas adicionam-se construtivamente; o módulo do campo total é maior que o módulo de cada uma de suas componentes. Quando as ondas estão desfasadas em 180° , elas interferem-se destrutivamente; o campo total é zero quando ondas da mesma amplitude interferem-se destrutivamente.

Por meio da representação completa de onda para todos os períodos de tempo, é possível encontrar-se um padrão repetitivo de máximos, mínimos e nulos. Isto resulta no padrão de onda estacionária mostrada na Figura 4.2. Em certos pontos, o campo é sempre zero; em outros pontos, o campo oscila, dentro dos limites especificados no desenho na Figura 4.2.

Para um número inteiro de meios comprimentos de onda, o padrão não se altera:

$$L = \frac{m\lambda}{2}, \quad (m = 1, 2, 3, \dots) \quad (4.1)$$

onde λ é o comprimento de onda guiado no material dentro da cavidade. Na Figura 4.2, $L = 2\lambda$, portanto $m = 4$, conforme (4.1). Somente comprimentos de onda que satisfaçam (4.1) podem existir dentro da cavidade em um estado estacionário. Ondas de outros comprimentos, lançadas dentro da cavidade interferem-se destrutivamente muito rapidamente. Nota-se, portanto, que os comprimentos

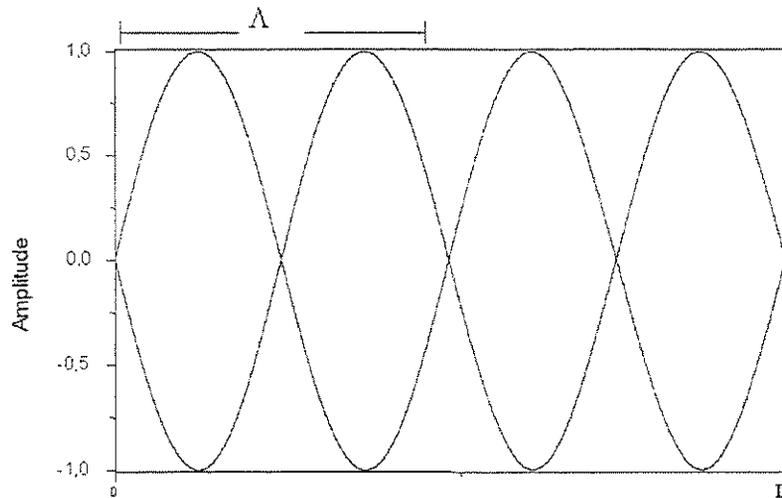


Figura 4.2: Padrão de onda estacionária em uma cavidade ressonante.

de onda que satisfazem (4.1) são dados por $\lambda = 2L/m$.

$$\lambda = \frac{2L}{m}, \quad (m = 1, 2, 3, \dots) \quad (4.2)$$

A Equação (4.1) pode ser verificada sabendo-se que a mudança de fase para uma onda que percorre uma volta completa na cavidade deve ser um múltiplo de 2π radianos. Lembrando que a mudança de fase é dada por kz_0 , onde $k = 2\pi/\lambda$ e z_0 é o comprimento do caminho para uma volta completa, a condição de ressonância é, portanto, $2Lk = 2m\pi$, resultando diretamente em (4.1).

De acordo com (4.2), as cavidades são ressonantes em um certo número de comprimentos de onda. As frequências ressonantes são encontradas pela combinação da Equação (4.2) com as relações $\lambda = v/f$ e $v = c/n_{eff}$.

$$\Delta\lambda = \frac{2L}{m}, \quad \longrightarrow \quad \frac{v}{f} = \frac{2L}{m} \quad \longrightarrow \quad \frac{c}{n_{eff}f} = \frac{2L}{m} \quad \longrightarrow \quad 2n_{eff}Lf = mc. \quad (4.3)$$

Portanto

$$f_m = \frac{mc}{2n_{eff}L} \quad (m = 1, 2, 3, \dots) \quad (4.4)$$

onde n_{eff} é o índice de refração efetivo do material dentro da cavidade. As várias frequências de ressonância, mostradas na Figura 4.3, são os modos longitudinais da cavidade.

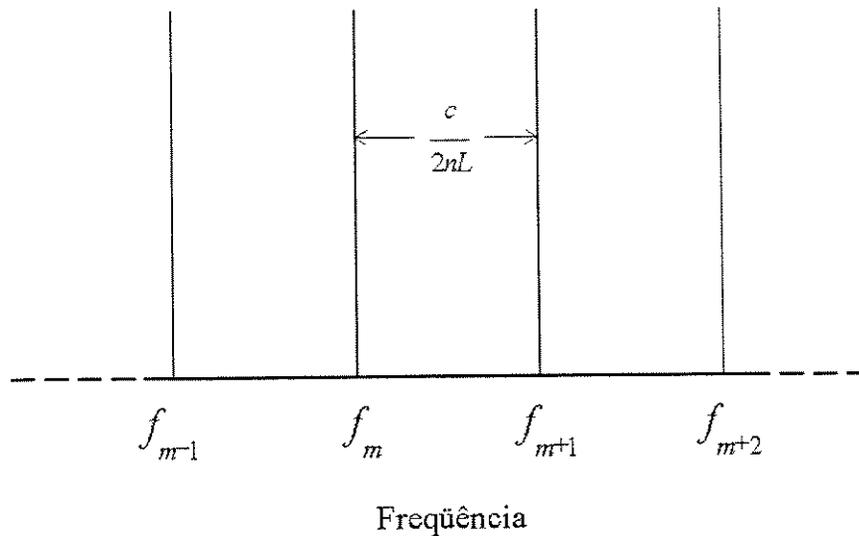


Figura 4.3: Frequências ressonantes em uma cavidade.

O espaçamento entre modos longitudinais adjacentes na cavidade é chamado de Faixa de Espectro Livre (FSR - *Free Spectral Range*), sendo dado por:

$$\Delta f = f_{m+1} - f_m = \frac{(m+1)c}{2n_{eff}L} - \frac{mc}{2n_{eff}L} = \frac{(m+1-m)c}{2n_{eff}L} = \frac{c}{2n_{eff}L} \quad (4.5)$$

A correspondente relação para a FSR em comprimento de onda, $\Delta\lambda$, é encontrada por meio da relação

$$\frac{\Delta f}{f} = -\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} \longrightarrow \Delta\lambda = -\lambda_0 \frac{\Delta f}{f}, \quad (4.6)$$

como $f = c/\lambda_0$, a Equação (4.6) resulta em

$$\Delta\lambda = -\frac{\lambda_0^2}{c} \Delta f = -\frac{\lambda_0^2}{2n_{eff}L} \quad (4.7)$$

De acordo com a Equação (4.7), o espaçamento entre os modos longitudinais em uma cavidade ressonante é inversamente proporcional ao comprimento L da cavidade. Portanto, para se obter uma grande FSR, necessita-se de cavidades ressonantes da ordem de micrometros, denominadas microcavidades.

4.3 Filtro Óptico com Microcavidades Ressonantes

A estrutura básica de filtro óptico, é formada por uma cavidade ressonante colocada entre dois guias de onda ópticos. Um deles forma a linha principal ou guia de entrada e o outro, a linha secundária, receptora ou guia de saída, conforme ilustrado na Figura 4.4. Dependendo do comprimento de onda de ressonância, o sinal correspondente é extraído do guia de entrada e transferido para o guia de saída. Os elementos ressonantes podem possuir diversas formas, tais como discos, anéis, retângulos, quadrados, esferas e cilindros.

Para ilustrar o princípio de operação do filtro, suponha-se que no guia de entrada estejam presentes três comprimentos de onda λ_1 , λ_2 e λ_3 ; conforme ilustrado na Figura 4.4, λ_2 é o comprimento de onda de ressonância projetado que é transferido para o guia de saída por meio do elemento ressonante. O acoplamento do sinal é realizado via campos evanescentes. Assim, no outro extremo da linha principal os comprimentos de onda λ_1 e λ_3 emergem sem alteração e a janela óptica correspondente a λ_2 pode ser preenchida com outras informações no mesmo comprimento de onda. Embora o filtro não realize diretamente a função de inserir canal ao sinal contido no guia principal, ele permite que o sinal esteja livre para receber outro canal na janela agora disponível. A colocação de um acoplador direcional, por exemplo, pode realizar esta tarefa.

Na Figura 4.4, o coeficiente de acoplamento, κ , entre os guias de onda e o ressoador, é controlado pela separação entre eles, o que determina o comprimento de acoplamento, d . O coeficiente de acoplamento determina a velocidade com a qual a energia em um guia de onda é transferida para o outro; assim, quanto maior for este coeficiente, mais rápida é a transferência de energia entre os guias de onda.

Há, essencialmente, duas versões de filtros ressonantes, cujos modos de operação baseiam-se ou em onda propagante ou em onda estacionária, conforme ilustram as Figuras 4.5, 4.6 e 4.7. Os filtros baseados em onda propagante são mais atrativos, pois basta apenas um elemento ressonante para remover toda a potência do sinal no comprimento de onda de ressonância, ao contrário dos filtros de onda estacionária que precisam de dois elementos ressoadores, onde o segundo age como refletor [38], [40], [56]. A combinação de mais ressoadores com fatores de acoplamento adequados pode realizar outras funções de transferência; assim, os filtros de alta ordem podem ser sintetizados como a disposição de ressoadores em paralelo ou em série [40], conforme ilustram as Figuras 4.5 e 4.6, respectivamente.

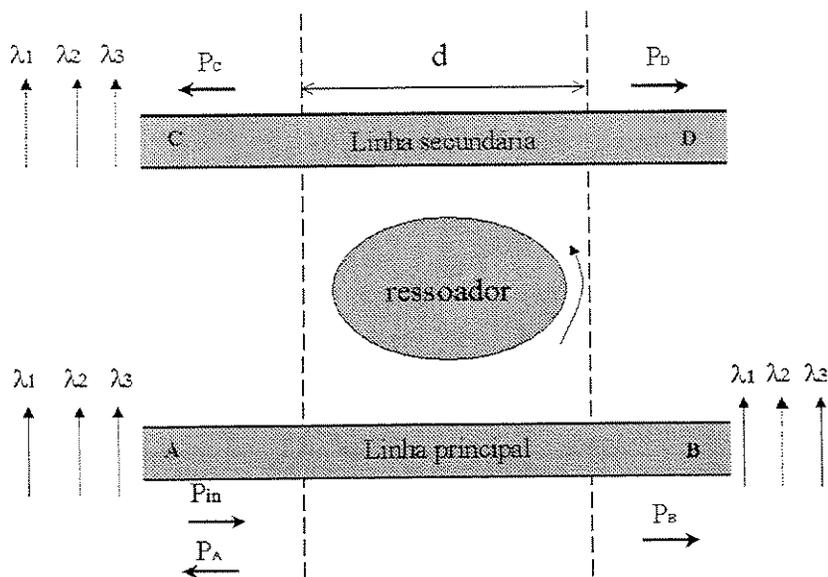


Figura 4.4: Filtro óptico como dispositivo de 4 portas, onde um elemento ressonante é colocado entre dois guias de onda, e o acoplamento com os guias é obtido por meio de campos avançantes. As letras A, B, C e D denotam as portas de entrada e saída, onde assume-se que luz entra na estrutura via a porta A.

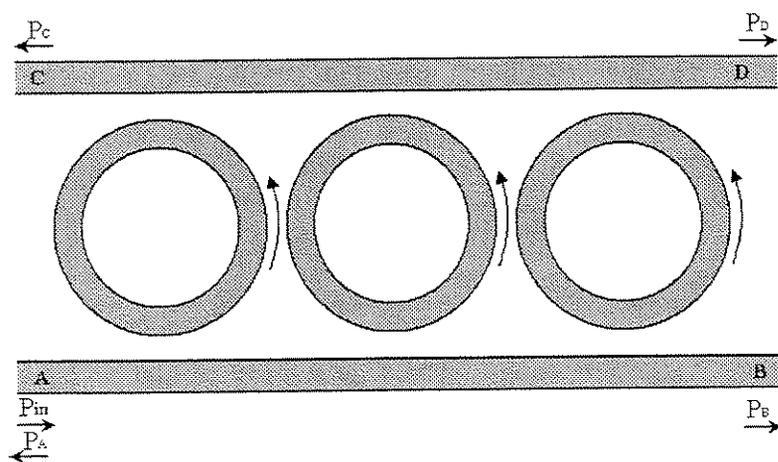


Figura 4.5: Filtro de alta ordem, de onda propagante, com ressoadores dispostos em paralelo.

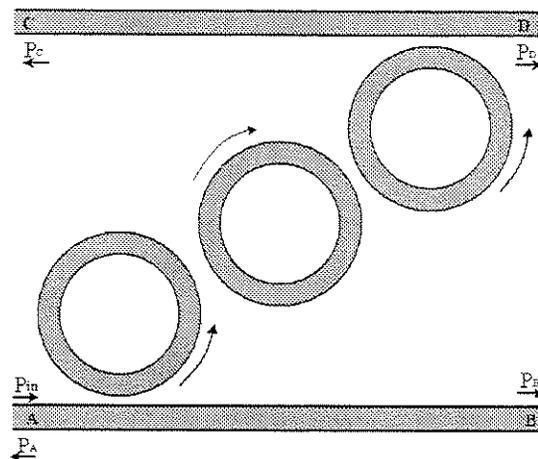


Figura 4.6: Filtro de alta ordem, de onda propagante, com ressoadores dispostos em série.

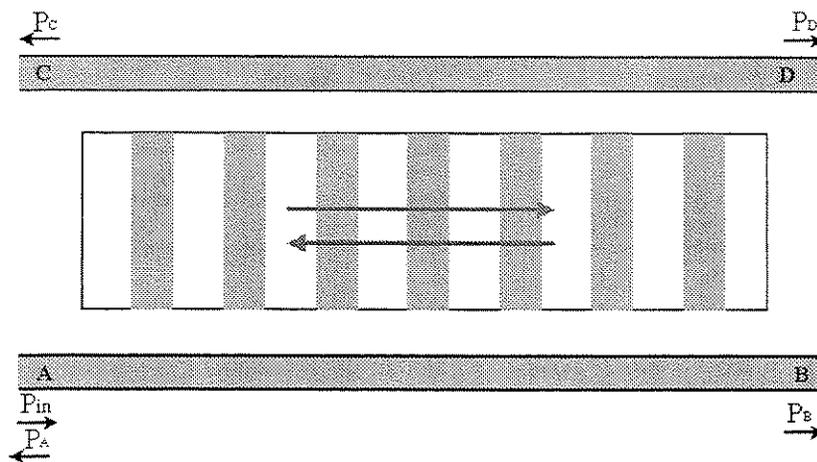


Figura 4.7: Filtro de alta ordem de onda estacionária.

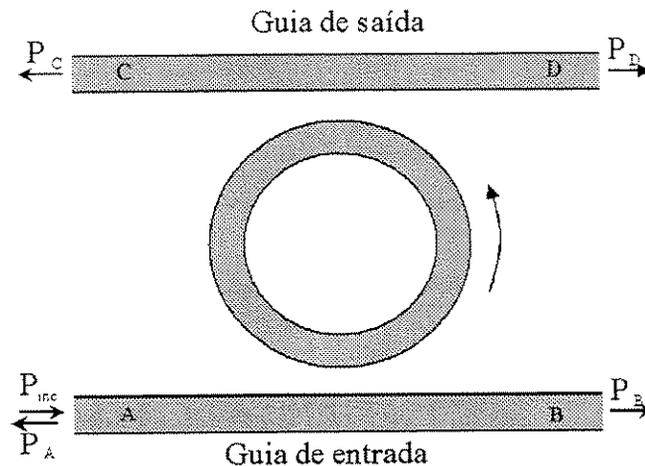


Figura 4.8: Filtro óptico com elemento ressonante em anel, cujo acoplamento com os guias é obtido por meio de campo evanescente.

Quando se utiliza ressoadores ópticos em WDM, o número de canais ópticos é determinado pela FSR e pela finesse do ressonador, onde a finesse é expressa pela razão entre a FSR e a largura de banda de ressonância; assim sendo, os ressoadores ideais para WDM devem ter grande FSR e alta finesse para acomodar vários canais, além de valores altos de transmissão na ressonância, para minimizar as perdas por inserção [46].

4.4 Análise de Filtro Óptico com Microcavidades Ressonantes em Anel

Os filtros ópticos com anéis são mais analisados na literatura por exibir um desempenho adequado em sistemas WDM. Anéis ópticos ressoadores podem ser usados em componentes que desempenham funções importantes de filtragem, roteamento, multiplexação e demultiplexação de comprimentos de onda. A Figura 4.8 mostra uma estrutura típica de um anel ressonador acoplado lateralmente a dois guias de onda retos. Os dois guias de onda retos servem como acopladores de entrada e de saída de campos evanescentes.

Em caso de um anel usado como elemento ressonante, dois modos propagantes podem ser excitados, de acordo com o sentido considerado: modo propagante horário (CPM-*Clockwise Propa-*

gating Mode) e modo propagante anti-horário (CCPM-*Counterclockwise Propagating Mode*); assim, por exemplo, em um modo de onda propagante no sentido horário, tal como o modo suportado por um anel ressonador, a potência flui continuamente em somente uma direção no ressonador. Na Figura 4.8, o modo propagante no sentido horário do guia de entrada excita o modo propagante no sentido anti-horário do anel. No caso ideal, os dois modos não são acoplados e é usual considerar desprezível a reflexão para trás, resultando na excitação de apenas um modo [45]. Esta consideração não se aplica ao caso em que algum tipo de perturbação, como rugosidade das paredes do anel, torna os dois modos casados em fase [39].

Os mecanismos de perdas que podem afetar o fator de qualidade, Q (o qual é a razão entre a frequência central e a largura da frequência de ressonância na potência média), das microcavidades ressonantes em anel são a absorção intrínseca do material, as perdas por radiação causada pela curvatura do guia de onda, pelo espalhamento devido às rugosidades da superfície do guia de onda, e também por causa das perdas no acoplamento da cavidade ressonante com guias de onda. Estimativas das perdas por rugosidade na superfície indicam que o espalhamento em microcavidades pode não somente limitar o fator de qualidade destes dispositivos como, também, produzir reflexões, excitando modos contra-propagantes, [39].

Anéis ressoadores, baseados em estruturas de guias de onda com fraco confinamento lateral, exibem baixas perdas de propagação, porém o pequeno contraste de índice de refração acarreta grandes perdas por curvatura em anéis com diâmetros inferiores a $1mm$ [43], [50].

De outra forma, os anéis semicondutores com alto contraste de índice de refração têm atraído muita atenção, pois a vantagem deste ressonador compacto é fortemente guiante, incluindo grande espaçamento longitudinal entre os modos e grande potencial para integração com outros dispositivos semicondutores [43], [50]. A largura submicrométrica (da ordem de $0,3\mu m$ a $0,5\mu m$) e o alto contraste lateral de índice de refração dos guias de onda semicondutores, implicam em um aumento significativo da dispersão no guia. A influência desta dispersão é ilustrada na equação que fornece a FSR entre dois modos longitudinais [44]:

$$\Delta\nu_{FSR} = \frac{c}{\pi} \left(\frac{m+1}{D_{eff}(\nu_{m+1}) n_{eff}(\nu_{m+1})} - \frac{m}{D_{eff}(\nu_m) n_{eff}(\nu_m)} \right) \quad (4.8)$$

onde D_{eff} é o diâmetro efetivo do anel e ν_m são as frequências de ressonância. A quantidade πD_{eff} corresponde ao perímetro da circunferência na qual propaga-se o modo guiado; isto é, o valor de D_{eff} é a distância entre dois picos do perfil do modo transversal encontrado ao longo do diâmetro do anel.

Para um ressoador com um diâmetro D , relativamente grande, e com a dispersão de guia de onda desprezível, a equação da FSR pode ser simplificada para [48]:

$$\Delta\nu_{FSR} \frac{c}{D\pi n_{eff}} \quad (4.9)$$

Porém, para microcavidades ressonantes semicondutoras em anel, $n_{eff}(\nu_m) \neq n_{eff}(\nu_{m+1})$ porque a dispersão no guia de onda é alta e o espaçamento longitudinal dos modos é grande. Além disso, D_{eff} é significativamente menor do que o diâmetro D e é uma função da frequência. Portanto, a equação da FSR não pode ser simplificada para o caso em que elementos ressonantes em anel são compostos por estruturas da ordem de micrometros. Da mesma forma, o fator Q é afetado pela dispersão relativamente grande.

4.4.1 Simulação de Filtro com uma única Cavidade Ressonante em Anel

A configuração do filtro ressoador em anel, apresentada na Figura 4.9, é analisada por meio de simulação numérica nesta seção, utilizando, para isso, o método de elementos finitos com CC de Padé(2,2) nas quatro portas. A eficiência de acoplamento entre os guias de onda é controlada pelo valor do espaçamento, g , entre os guias de onda retos e o anel, e pelo diâmetro externo do anel, D , que afeta o comprimento da região de interação. O coeficiente de acoplamento, κ , é definido como a porcentagem de potência acoplada do guia de onda de entrada para o anel.

Os parâmetros da geometria da estrutura são: índice de refração do guia e do anel são: $n_g = n_a = 3$, índice de refração do substrato $n_s = 1$, espessura dos guias de onda e do anel são $w = w_a = 0,2\mu m$, espaçamento entre os guias de onda retos e o anel $g = 0,2\mu m$, o raio do anel $R = 1,7\mu m$, [40]. A excitação da estrutura é feita a partir do modo fundamental transversal elétrico, TE_0 , na porta A. Para simular uma estrutura, de forma a se obter alta precisão numérica, a malha de discretização deve ser feita com ordem de nanometros, de modo a garantir que todas as variações de índice de refração da estrutura sejam completamente analisadas. Assim, o domínio $\Omega = [2,5 : 2,5]\mu m \times [2,7 : 2,7]\mu m$, foi dividida em 38.318 elementos quadráticos.

A resposta espectral do filtro com elemento ressoador em anel é mostrada nas Figuras 4.10 até 4.12. A potência acoplada para as portas B e C é mostrada em detalhe na Figura 4.10, enquanto que as Figuras 4.11 e 4.12 mostram, separadamente, as mesmas potências acopladas, mas para um domínio maior de comprimentos de onda. As frequências de ressonância foram obtidas como sendo, $\lambda = 1,1912\mu m$, $\lambda = 1,2353\mu m$, $\lambda = 1,2829\mu m$, $\lambda = 1,3345\mu m$, e $\lambda = 1,3904\mu m$. As Figuras 4.13 e 4.14

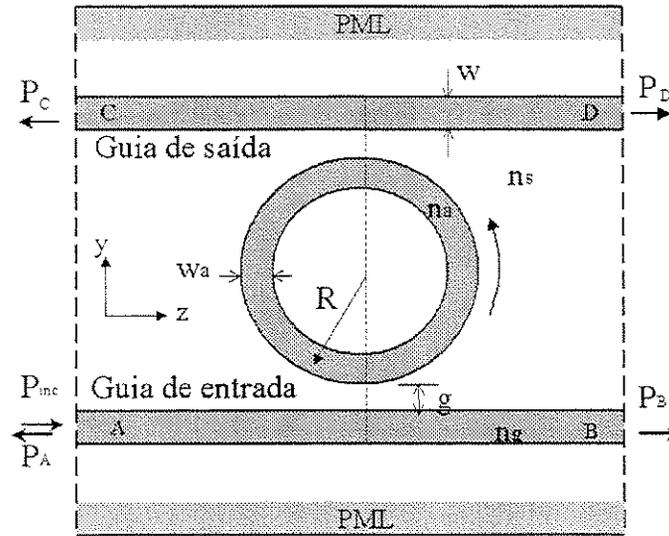


Figura 4.9: Geometria do filtro com elemento ressonador em anel. Os valores dos parâmetros são dados no texto.

mostram as curvas de contorno do módulo do campo elétrico no filtro ressonador para o comprimento de onda de ressonância, $\lambda = 1,3345\mu m$, e para o comprimento de onda fora de ressonância, $\lambda = 1,304\mu m$, respectivamente.

4.4.2 Simulação de Filtro com duas Cavidades Ressonantes em Anel

Quando vários ressoadores são acoplados, a forma da faixa passante pode tornar-se mais plana, enquanto que a taxa de rejeição de sinal fora da faixa passante é significativamente aumentada. Os ressoadores em anel podem ser acoplados de modo a formarem arranjos em série [40], [45], [46]-[48], [51] e paralelo [38], [49], [52]-[55], conforme mostrado nas Figuras 4.5 e 4.6, respectivamente. Os termos série e paralelo são usados por causa da analogia com o projeto de filtros elétricos RLC.

No arranjo em série, cada ressoador está mutuamente acoplado e o sinal que é extraído na porta de saída precisa passar seqüencialmente por cada ressoador. Por causa desta transferência seqüencial de potência, todos os ressoadores precisam ser ressonantes em um comprimento de onda comum. A largura de faixa da curva de resposta no caso de arranjo em série é determinada fisicamente pela separação entre os anéis. No arranjo paralelo todos os ressoadores estão acoplados tanto para o guia de onda de entrada quanto para o guia de onda de saída, mas não estão acoplados mutuamente.

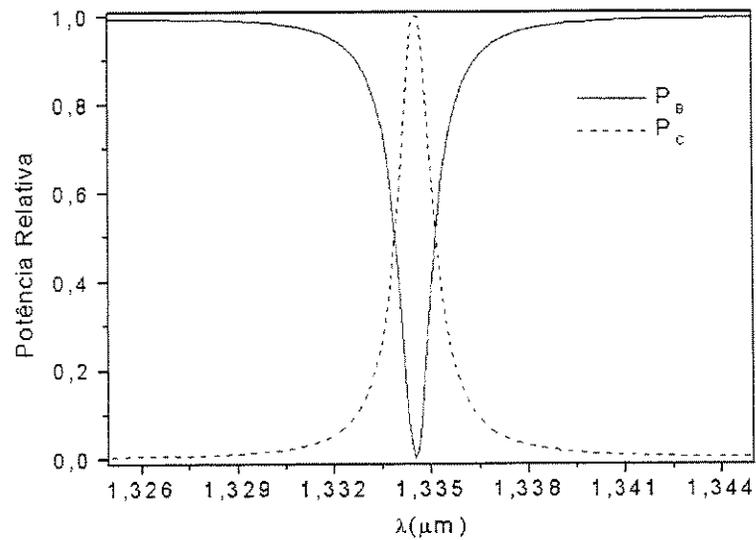


Figura 4.10: Potência relativa transmitida para as portas P_B e P_C , em função do comprimento de onda, para o filtro com cavidade ressonante em anel.

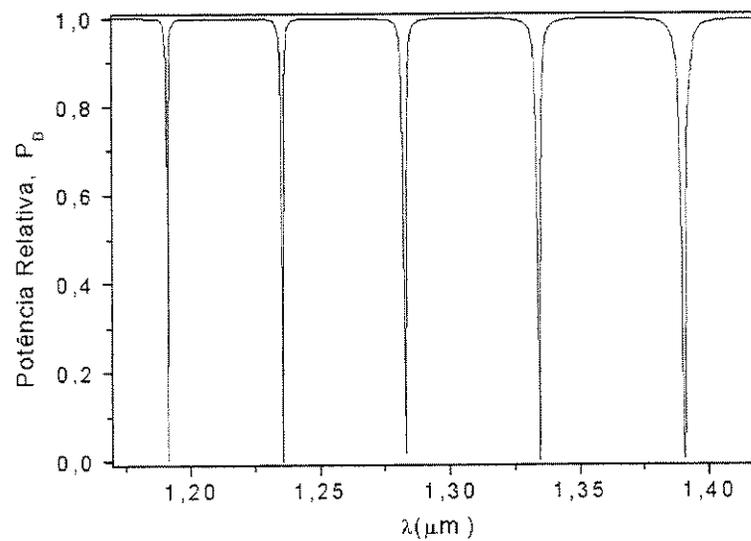


Figura 4.11: Resposta espectral do ressoador em anel para um intervalo amplo de comprimento de onda; a curva de potência transmitida relativa para a porta P_B é mostrada em função do comprimento de onda.

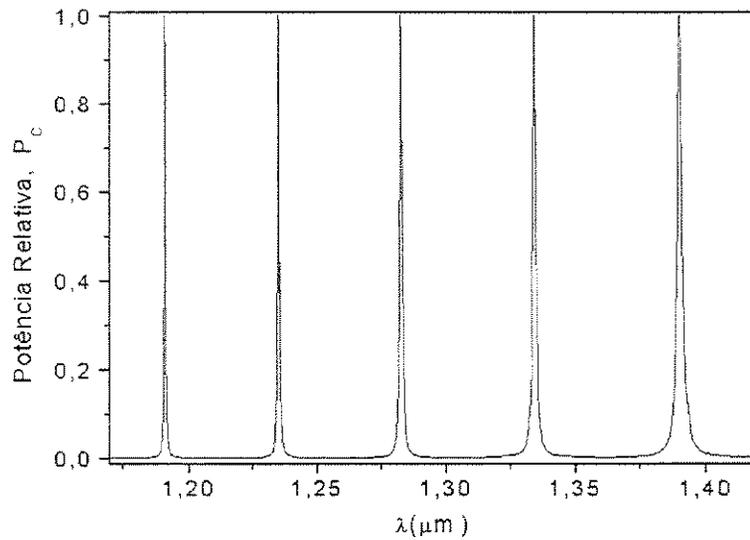


Figura 4.12: Resposta espectral do ressoador em anel para um intervalo amplo de comprimento de onda; a curva de potência transmitida relativa para a porta P_C é mostrada em função do comprimento de onda.

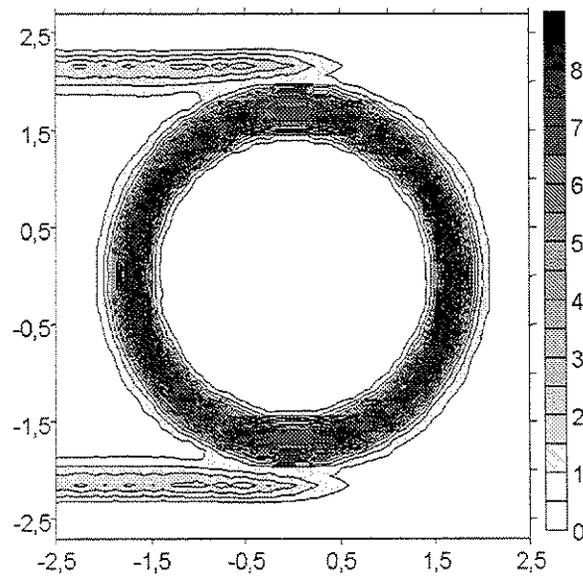


Figura 4.13: Curvas de contorno do módulo do campo elétrico para o comprimento de onda de ressonância; $\lambda = 1,3345\mu\text{m}$.

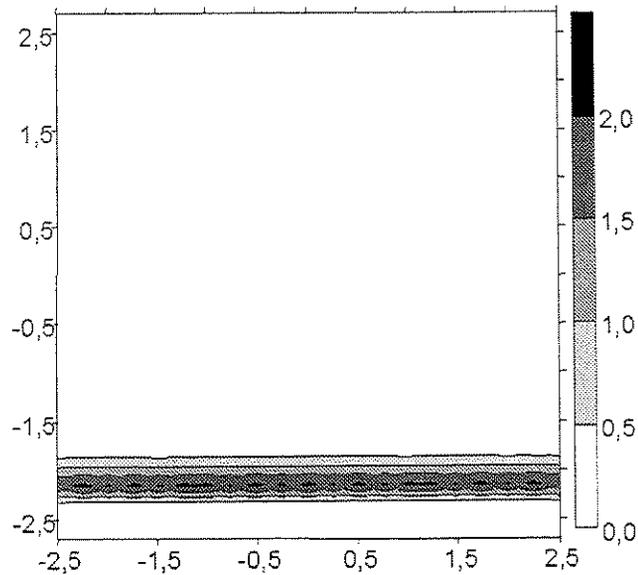


Figura 4.14: Curvas de contorno do módulo do campo elétrico para comprimento de onda fora do comprimento de onda de ressonância; $\lambda = 1,304\mu m$.

Os ressoadores estão acoplados por meio do caminho óptico formado pelos guias de onda de entrada e saída que os interligam. São estes caminhos ópticos que determinam a largura de faixa da curva de resposta no caso de arranjo paralelo. No arranjo paralelo, um sinal óptico passa por todos os ressoadores simultaneamente, e as ressonâncias de cada anel podem não ser precisamente as mesmas. Este desalinhamento das frequências de ressonância, por sua vez, acarreta o surgimento de múltiplos picos espúrios (*ripple*) no formato de curva de resposta

Embora os acoplamentos em série impliquem em desempenhos teoricamente melhores em filtros de alta ordem, ressoadores acoplados em paralelo podem oferecer vantagens de fabricação [52].

O projeto de dispositivos baseado em um grau altíssimo de confinamento, onde elementos ressonantes estão dispostos em série, com diferença de índice de refração da ordem 3:1, são propostos em [51]. Os núcleos estreitos de guias de onda monomodo ($0,42\mu m$ e $0,62\mu m$) são diretamente gravados nos substratos. Isto possibilita a construção de dispositivos com raios de curvatura da ordem de poucos micrometros, tornando-os compactos. Por meio do uso de técnicas de crescimento de alta qualidade, guias de onda com perdas menores que 10 dB por *cm* têm sido fabricados [51].

O efeito da complexidade da estrutura de um filtro sobre seu fator de qualidade é também

de grande interesse. As perdas são da ordem 12,8 dB para um esquema usando três anéis e o fator de qualidade é limitado pela perda do ressoador, que é estimada da ordem de 12%, para um filtro ressoador simples [51]. As perdas são determinadas pela assimetria de acoplamento entre os guias de onda de entrada e de saída, em relação ao ressoador e pelo desalinhamento dos ressoadores acoplados [51].

Para a simulação numérica, consideramos o exemplo de duas cavidades ressonantes em anel e em série, como mostrado na Figura 4.15. A Figura 4.16 mostra a resposta espectral do filtro, onde foram usados os seguintes parâmetros de geometria: os raios dos anéis são $R_i = 1,7\mu m$; os valores dos índices de refração dos anéis e dos guias de onda retos são $n_{ai} = n_{gi} = 3$, o índice do substrato é $n_s = 1$, a largura dos anéis e dos guias de onda retos são $w_r = w = 0,2\mu m$, a distância entre os anéis e os guias de onda retos é $g = 0,2\mu m$, e a distância entre anéis é $g_1 = 0,43\mu m$. Nas simulações usou-se um domínio $\Omega = [-3,9 : 3,9]\mu m \times [-4,1 : 4,1]\mu m$, dividido em 79.858 elementos quadráticos. A partir da Figura 4.16, pode-se observar que a resposta de dois anéis em série resulta em um maior estreitamento da faixa passante, em comparação à resposta do filtro composto por apenas um anel. Essa é uma boa característica desejada de filtros em sistemas WDM. As curvas de contorno do módulo do campo elétrico para o filtro com duas cavidades ressonantes em anel, calculado usando CC de Padé(2,2), são mostradas na Figura 4.17, na frequência de ressonância, $\lambda = 1,3349\mu m$. A Figura 4.18 mostra o campo elétrico fora da frequência de ressonância, $\lambda = 1,330\mu m$.

Esses resultados estão em concordância com aqueles apresentados em [40], de onde este exemplo foi tirado, o qual valida mais uma vez os esquemas de CCs de Padé, especialmente a CC de Padé(2,2).

4.5 Análise de Filtro Óptico com Microcavidade Ressonante Quadrada

Dependendo da configuração, o ressoador pode exibir excelentes características de *add-drop* em comprimentos de onda. Uma técnica que usa microressoadores para a demultiplexação de comprimentos de onda no cenário da óptica integrada deve, eventualmente, constituir uma alternativa às bem sucedidas abordagens convencionais, tais como arranjos de grades de guias de onda, onde as dimensões típicas do dispositivo são consideravelmente grandes.

Tradicionalmente, a maior parte das propostas de microressoadores tratam com geometrias cilíndricas ou esféricas suaves [38], [40], [45]-[55]. Alternativamente, acoplando os guias de onda por

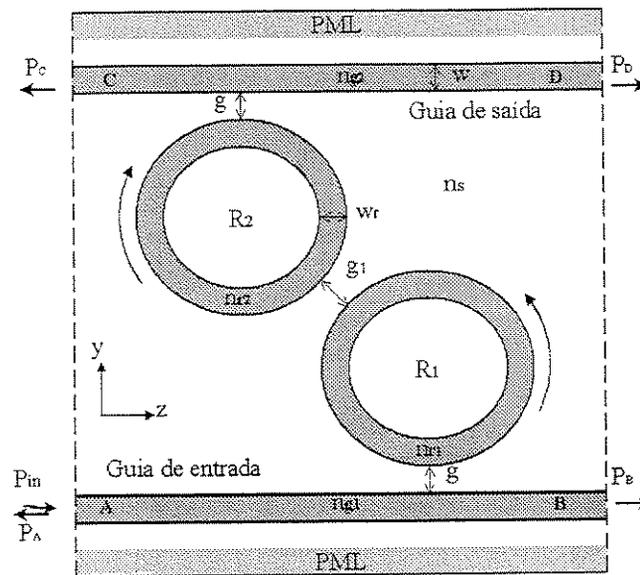


Figura 4.15: Geometria de dois ressoadores em anel acoplados em série. R_i é o rádio do anel i , medido até o centro do guia de onda do anel.

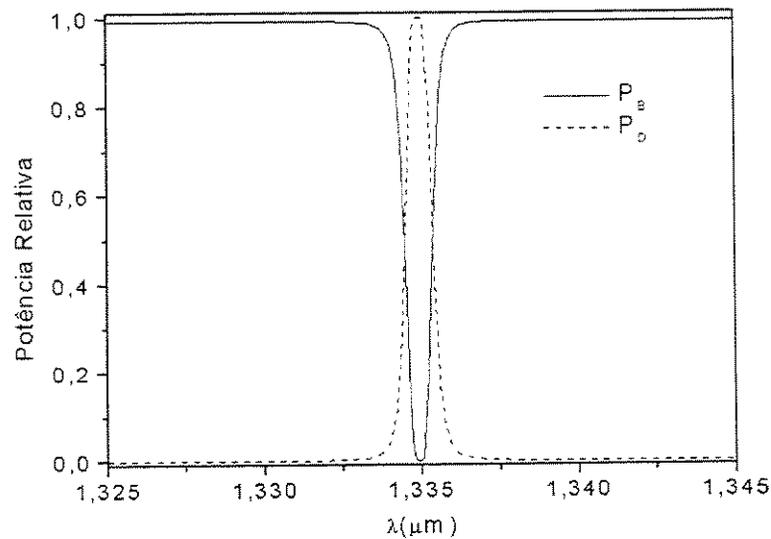


Figura 4.16: Potência relativa transmitida para as portas P_B e P_C , em função do comprimento de onda, para o filtro composto por dois anéis em série.

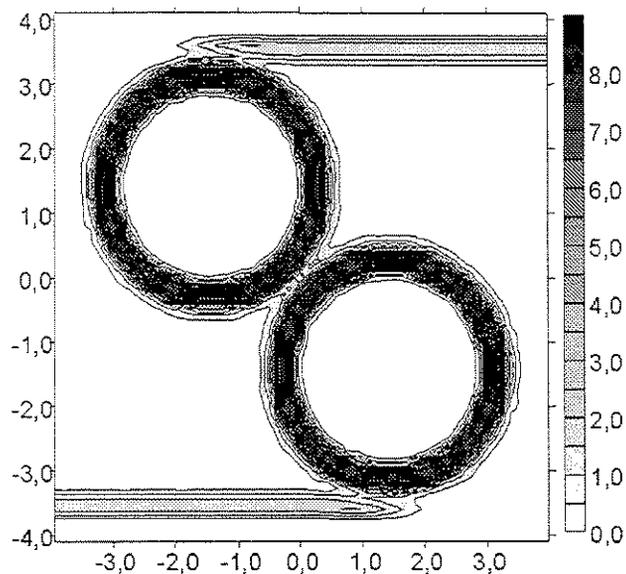


Figura 4.17: Curvas de contorno do módulo do campo elétrico, para o filtro composto por dois anéis em série, para o comprimento de onda de ressonância, $\lambda = 1,3349\mu m$.

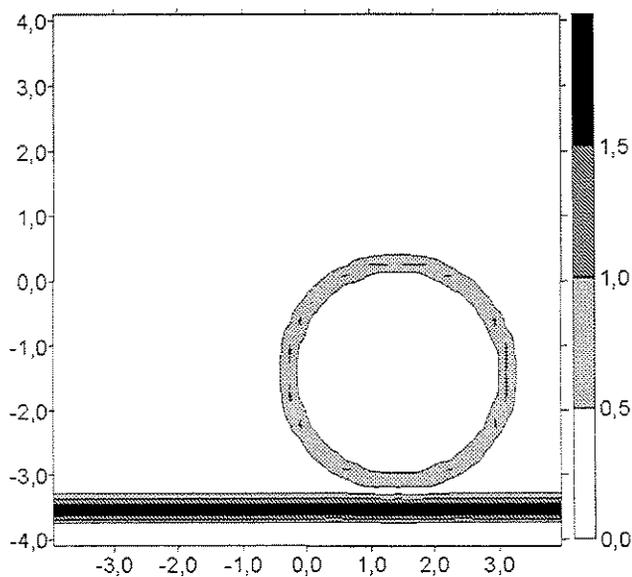


Figura 4.18: Curvas de contorno do módulo do campo elétrico, para o filtro composto por dois anéis em série, para comprimento de onda fora do comprimento de ressonância, $\lambda = 1,330\mu m$.

pequenas cavidades retangulares ou quadradas pode-se, também, conduzir a dispositivos de ressoadores que mostrem a funcionalidade de filtragem desejada [38], [56]. Além do próprio desempenho e extrema compacidade, o ressoador composto de uma única cavidade quadrada, como na Figura 4.19, tem boas propriedades que podem ser simuladas fácil e eficientemente pelo MEF e CCs de Padé.

Nesta seção apresentamos os cálculos detalhados dos resultados de simulação para um único ressoador quadrado e o filtro óptico composto por duas cavidades quadradas, incluindo várias ilustrações de padrões de campo de ondas estacionárias para algumas das configurações ressonantes. Algumas observações do comportamento espectral, com respeito aos parâmetros da geometria, são apresentados para o ressoador de uma única cavidade. Da mesma forma como na seção anterior, todos os cálculos desta seção também foram obtidos usando o método da CC de Padé(2,2).

4.5.1 Simulação de uma única Cavidade Ressonante Quadrada

Por motivo de comparação, todas as simulações desta seção usam o tipo de material e parâmetros de geometria como usados em [38] e [56]. Os parâmetros da Figura 4.19 são: índice de refração do substrato $n_s = 1$, índice de refração dos guias de onda retos e da cavidade $n_g = 3,2$. A distância $g = 0,29\mu m$ entre os guias de onda de largura $w = 0,2\mu m$ e a cavidade quadrada de lados $W = L = 1,54\mu m$. O domínio $\Omega = [-1,75 : 1,75]\mu m \times [-1,75 : 1,75]\mu m$ dividido em 21.560 elementos quadráticos. Todos os cálculos foram feitos somente para polarização TE, com uma única componente do campo elétrico.

O fato mais notável no espectro de transmissão de ressonância acentuada, que o esquema CC Padé(2,2) pode prever, é no comprimento de onda $\lambda = 1,532\mu m$, que corresponde a um comprimento de onda de ressonância. A Figura 4.20 mostra a resposta espectral do dispositivo com microressoador num intervalo reduzido do comprimentos de onda, na vizinhança da frequência ressonante, o padrão de curvas de contorno do campo elétrico é mostrado nas Figuras 4.21 e 4.22, na frequência de ressonância, $\lambda = 1,532\mu m$, e fora da frequência de ressonância, $\lambda = 1,525\mu m$, respectivamente.

Podemos notar diferentes contribuições ao campo elétrico total, existindo ondas saindo nas portas C e D , e uma onda com amplitude um pouco maior saindo através da porta B . O campo elétrico na porta A é uma superposição do campo incidente e uma onda de saída com amplitude menor, que é a onda refletida. Ao contrário dos, padrões de onda propagante, que são observados em ressoadores de formato de disco ou anel, o presente dispositivo mostra um campo de ressonância de onda estacionária dentro da cavidade. Este padrão de campo oscilatório não tem preferência por uma

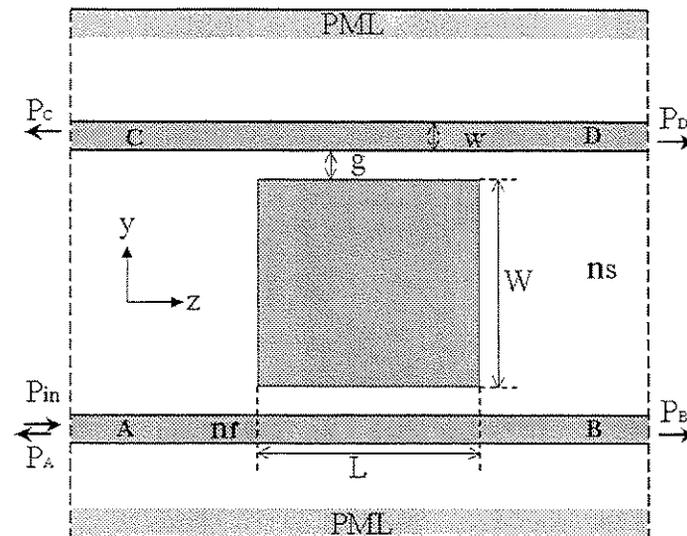


Figura 4.19: Configuração do micro-ressoador quadrado. w é a largura do guia de onda, g é a distância entre os guias de onda e a cavidade, W e L são a largura e o comprimento da cavidade, respectivamente, e n_s , n_g são os índices de refração da casca e da região de guiamento, respectivamente.

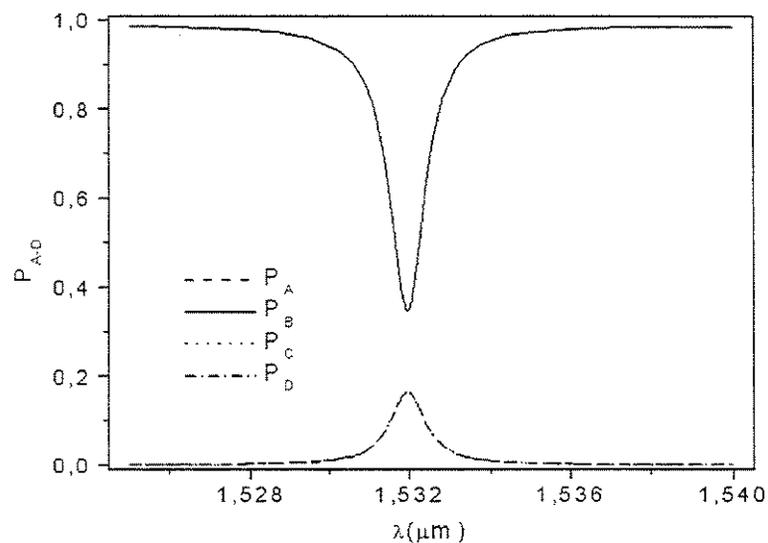


Figura 4.20: Potência relativa transmitida entre as portas $P_A - P_D$, em função do comprimento de onda, para o ressoador de uma única cavidade quadrada.

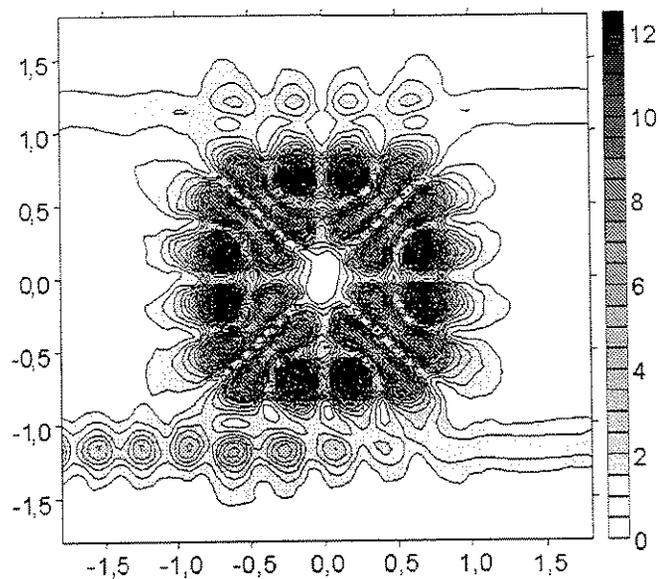


Figura 4.21: Curvas de contorno do módulo do campo elétrico para o comprimento de onda de ressonância, $\lambda = 1,532 \mu\text{m}$.

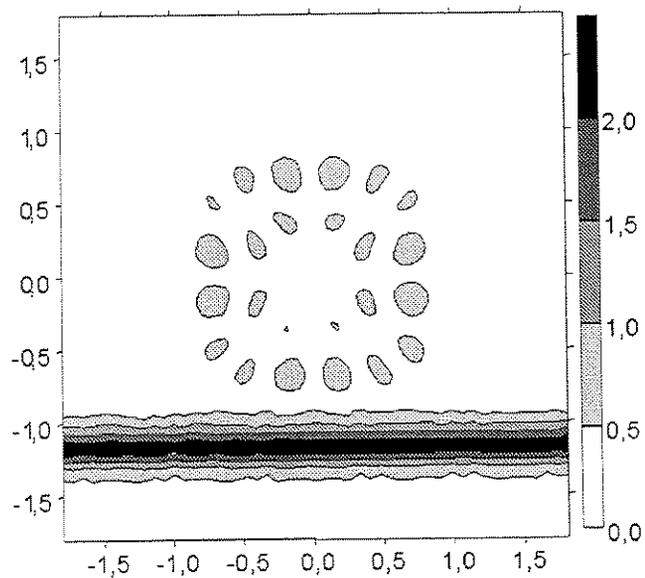


Figura 4.22: Curvas de contorno do módulo do campo elétrico fora do comprimento de onda de ressonância, $\lambda = 1,525 \mu\text{m}$.

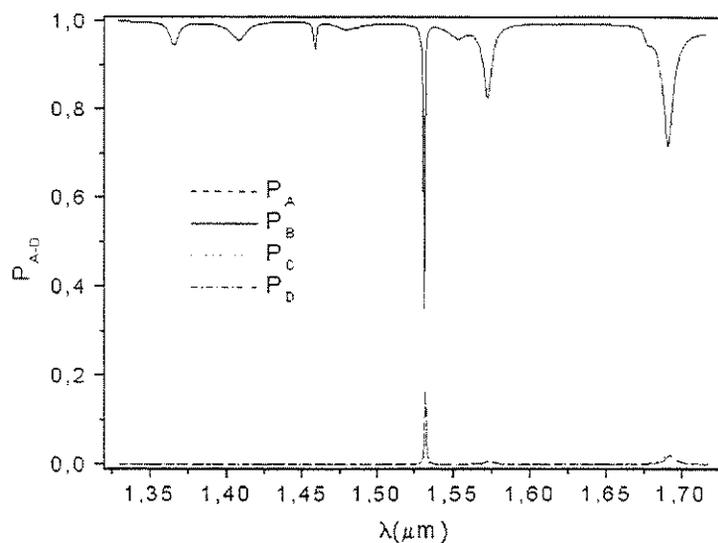


Figura 4.23: Resposta espectral do ressonador quadrado para um intervalo amplo de comprimentos de onda, as curvas de potências transmitidas entre as portas $P_A - P_D$ são mostradas em função do comprimento de onda, λ .

direção de propagação, portanto, as quantidades de potência que são retiradas para as portas C e D e refletidas para a porta A , são iguais.

A partir das Figuras 4.21 e 4.22, podemos observar que, na configuração de ressonância, o módulo máximo do campo elétrico na cavidade é, aproximadamente, 5 vezes o máximo valor do módulo em um guia de onda isolado.

As Figuras 4.23 a 4.28 mostram a transmissão de potência e o padrão do campo elétrico para várias frequências de ressonância menos acentuadas: $\lambda = 1,366\mu m$, $\lambda = 1,409\mu m$, $\lambda = 1,459\mu m$, $\lambda = 1,573\mu m$ e $\lambda = 1,691\mu m$, respectivamente. Todas essas frequências exibem um padrão de onda estacionária mais ou menos definido dentro da cavidade. A diferença ocorre no comprimento de onda $\lambda = 1,691\mu m$, onde dificilmente existe acomplamento de potência entre os guias C e D .

A seguir, analisamos a influência dos parâmetros da geometria no cálculo da resposta espectral do ressonador de uma única cavidade em quadrado. A partir da estimativa da tolerância de fabricação, para aplicações tal como a modulação, chaveamento ou roteamento de um sinal, um conhecimento detalhado da resposta do ressonador, com respeito a mudanças no material e parâmetros geométricos, é desejado [56]. As Figuras 4.29 até 4.33 resumem nossos resultados para uma única cavidade ressonante

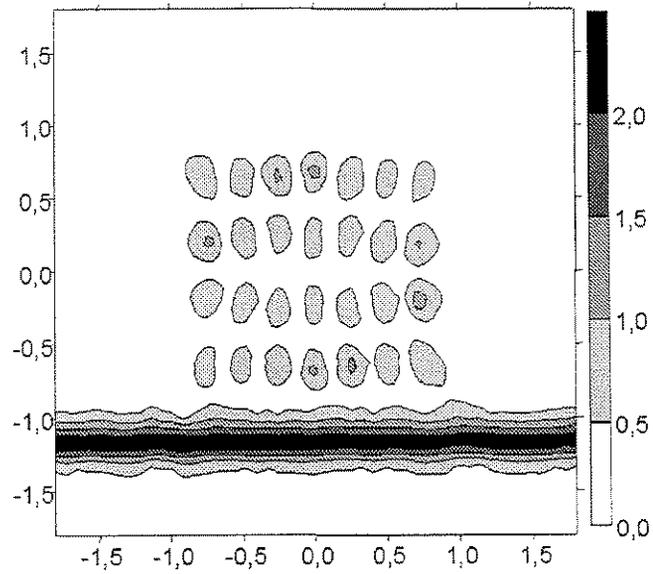


Figura 4.24: Curvas de contorno do campo elétrico para o comprimento de onda de ressonância $\lambda = 1,366\mu m$.

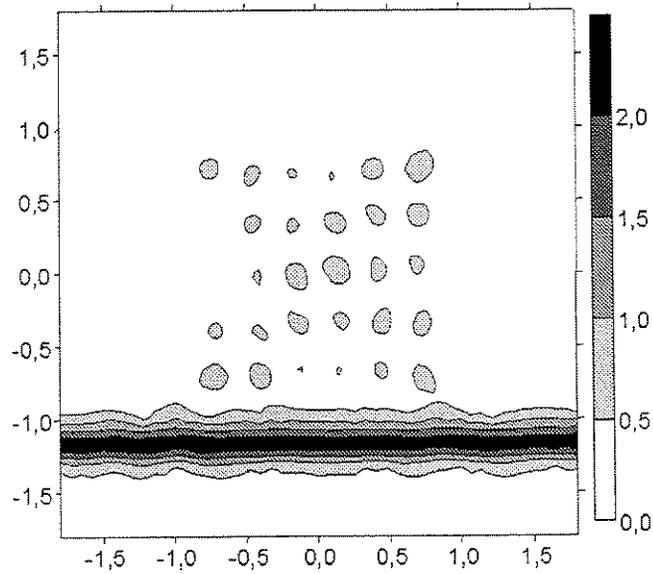


Figura 4.25: Curvas de contorno do campo elétrico para o comprimento de onda de ressonância $\lambda = 1,409\mu m$.

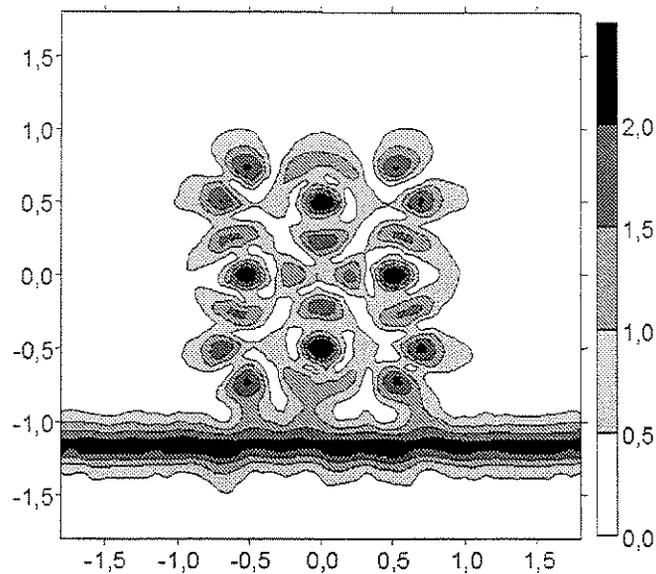


Figura 4.26: Curvas de contorno do campo elétrico para o comprimento de onda de ressonância $\lambda = 1,459\mu m$.

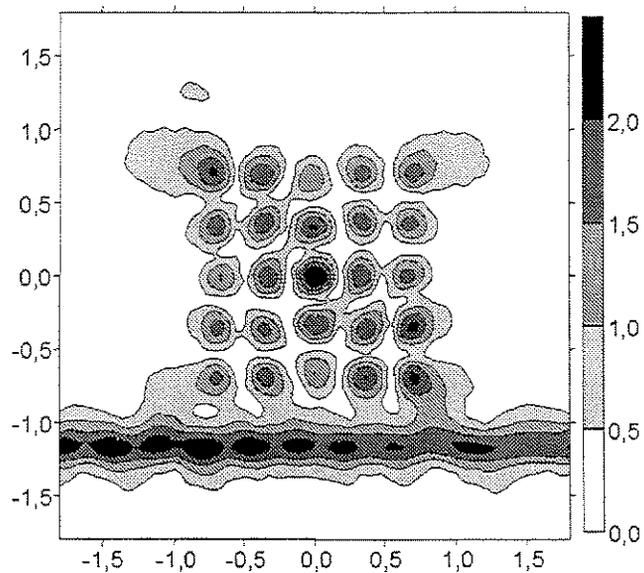


Figura 4.27: Curvas de contorno do módulo do campo elétrico para o comprimento de onda de ressonância $\lambda = 1,573\mu m$.

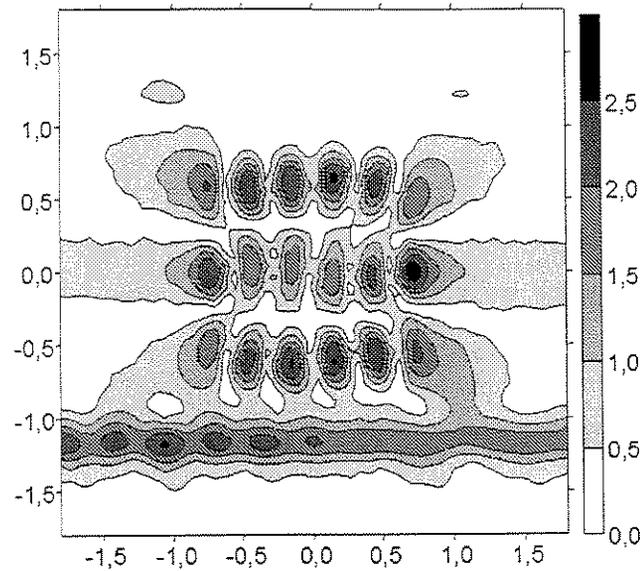


Figura 4.28: Curvas de contorno do campo elétrico para o comprimento de onda de ressonância $\lambda = 1,691\mu m$.

quadrada.

Uma alteração na área da cavidade, Figura 4.29, tem apenas uma menor influência na forma da ressonância, mas uma forte influência na sua posição. Uma mudança de $1nm$ no comprimento do lado da cavidade, muda a ressonância por, aproximadamente, a mesma quantidade. Um efeito similar pode ser obtido modificando o comprimento de onda da luz dentro da cavidade, isto é, mudando o índice refrativo do material da cavidade, Figura 4.32. Para variar a posição da ressonância em $1nm$, requer um valor de n_g de, aproximadamente, 2.10^{-3} menor do que o original.

Uma mudança em qualquer dos dois parâmetros, L ou W , fixando um deles, Figuras 4.30 e 4.31, resulta não apenas numa mudança na área mas, também, na forma da cavidade, com um pequeno efeito no deslocamento na posição da ressonância, mas um efeito grande na profundidade do decaimento de pico em P_B , quando comparado à uma mudança de dois parâmetros ao mesmo tempo. As curvas na Figura 4.31 sugerem que para um ótimo desempenho de ressoador, a cavidade deve ser um pouco mais longa que larga ($L > W$), talvez para compensar a perturbação da simetria quadrada causada pela presença de guias de onda.

Decrescendo a largura w do guia de onda, Figura 4.33, fortalece o acoplamento entre os três

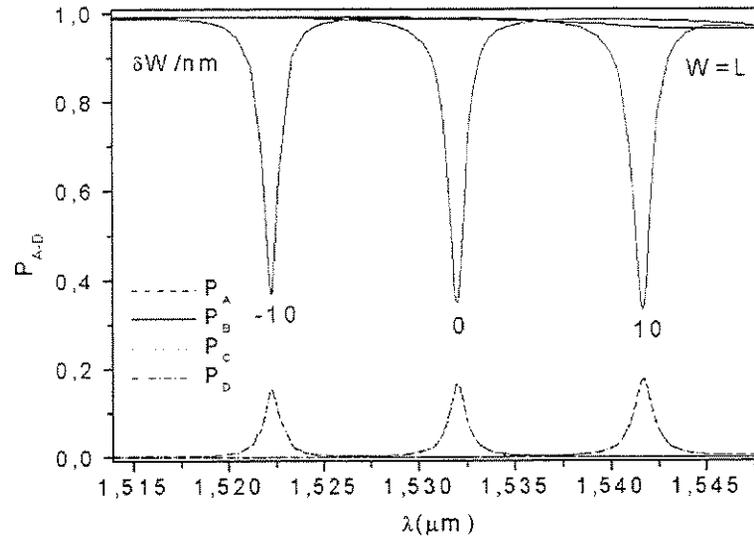


Figura 4.29: Potências transmitidas P_A - P_D em função do comprimento de onda λ , para pequenas variações de W , δW , da configuração de um único ressonador quadrado, considerando $L = W$.

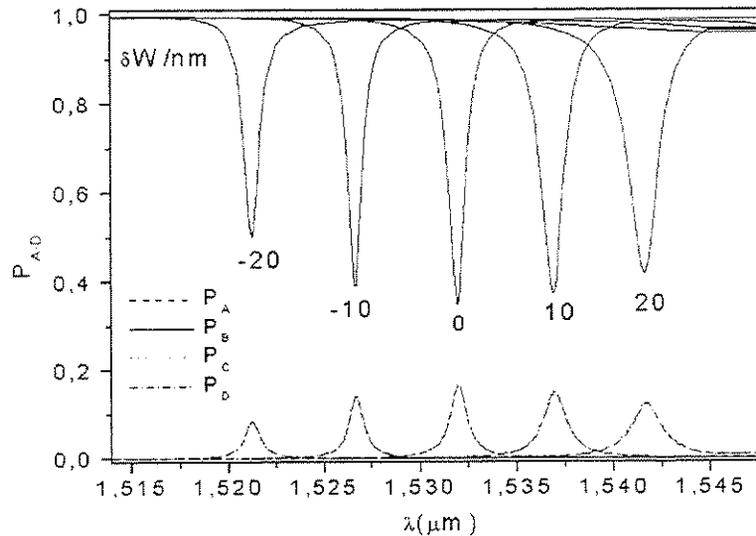


Figura 4.30: Potências transmitidas P_A - P_D em função do comprimento de onda λ , para pequenas variações de W , δW , da configuração de um único ressonador quadrado.

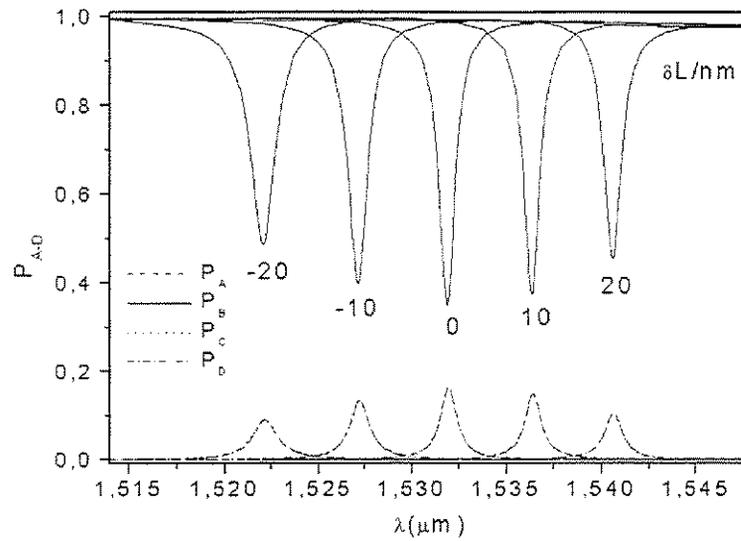


Figura 4.31: Potências transmitidas P_A - P_D em função do comprimento de onda λ , para pequenas variações de L , δL , da configuração de um único ressonador quadrado.

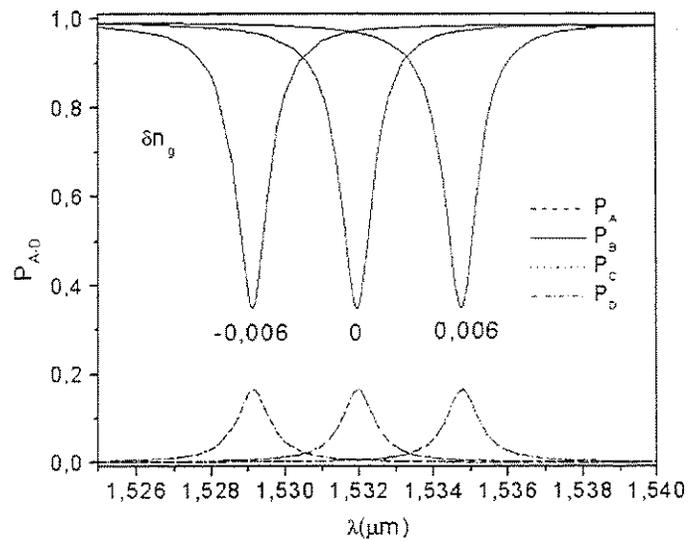


Figura 4.32: Potências transmitidas P_A - P_D em função do comprimento de onda λ , para pequenas variações de n_g , δn_g , para configurações de um único ressonador quadrado.

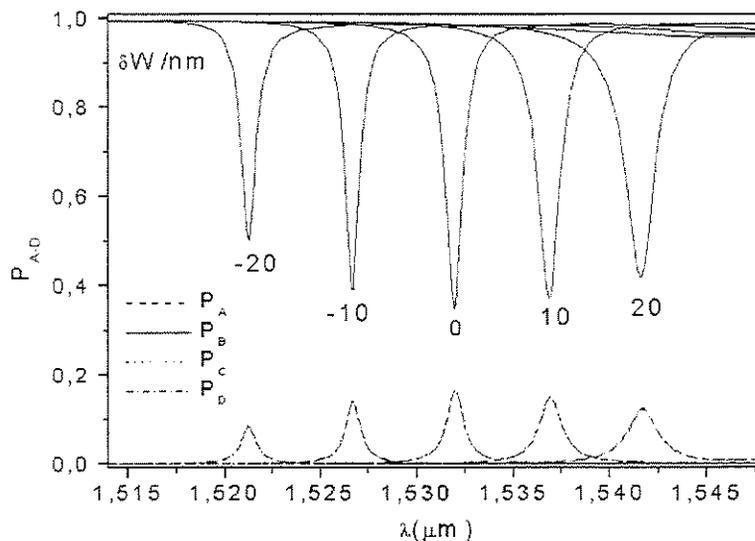


Figura 4.33: Potências transmitidas P_A - P_D em função do comprimento de onda λ , para pequenas variações de w , δw , e configurações de um único ressoador quadrado.

elementos. Isto tem apenas um pequeno impacto na posição de ressonância, mas um pronunciado efeito na largura e na profundidade do pico de ressonância. O forte acoplamento melhora o nível do pico de ressonância, mas também, ao mesmo tempo, alarga a curva de ressonância.

As simulações feitas com o método de diferenças finitas no domínio do tempo (FDTD-*Finite Difference Time Domain*) [38], localizam a ressonância no comprimento de onda de $1,545\mu\text{m}$, o qual desloca-se do presente resultado e [56], por uma quantidade que é muito maior do que a largura da curva de ressonância. Os resultados do método de FDTD foram calculados com uma largura da célula de malha de 20nm . De acordo com a Figura 4.29, assumindo uma incerteza desta ordem, por exemplo, para as dimensões da cavidade W e L , poderia ser bem explicada a discrepância na posição de ressonância.

4.5.2 Simulação de Filtro com Duas Cavidades Ressonantes Quadradas

Como igual quantidade de potência transferida para as portas do guia de onda, o acoplamento com uma única cavidade ressonante não é apropriada para aplicação como filtro *add-drop*. Esta seção contém cálculos de um dispositivo de filtro composto por duas cavidades ressonantes quadradas como proposto em [38] usando a teoria de modos acoplados no tempo, e [56], usando técnicas de expansão

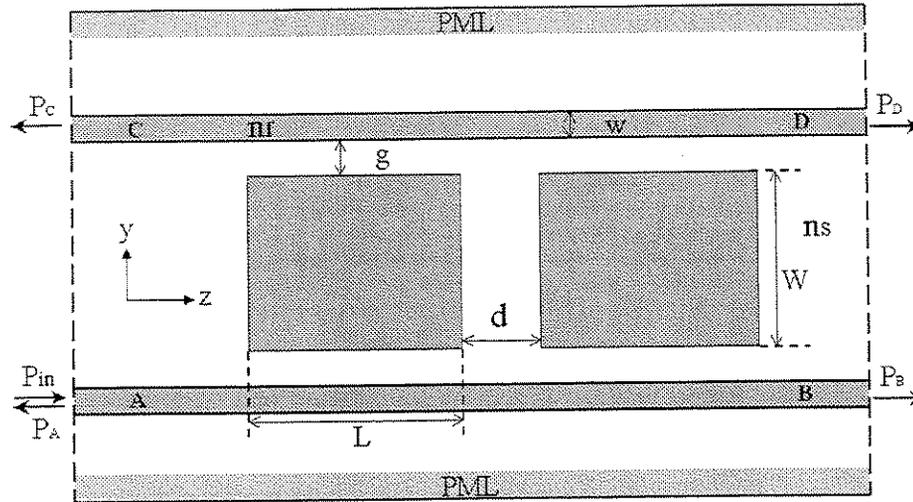


Figura 4.34: Geometria de um dispositivo de filtro *add-drop* baseado em dois micro-ressonadores retangulares idênticos em cascata ou paralelo.

modal. A Figura 4.34 mostra a geometria, onde os guias de onda são, agora, acoplados por duas cavidades retangulares, separadas entre elas por uma distância $d = 0,72\mu m$.

A resposta espectral desse filtro, na Figura 4.35, mostra uma ressonância no comprimento de onda $\lambda = 1,532\mu m$, que é observada também para um ressonador de uma única cavidade. Porém, em contraste com o dispositivo simples, em tal comprimento de onda a porta *B* recebe uma potência de 3%. Da mesma forma níveis de potência de 2% são refletidas para as portas *A* e *C*, enquanto 68% da potência de entrada é acoplada na porta *D*. A ressonância tem uma largura na metade da altura máxima (FWHM-*full width at half maximum*) de, aproximadamente, $1nm$.

As Figuras 4.36 e 4.37 mostram as curvas de contorno do módulo do campo elétrico para o comprimento de onda de ressonância $\lambda = 1,532\mu m$ e fora da ressonância, $\lambda = 1,525\mu m$, respectivamente. Escolhem-se esses comprimentos de onda de forma a mostrar os comportamentos opostos típicos do campo elétrico, as figuras indicam que, na configuração de ressonância, o módulo máximo do campo elétrico na cavidade é, aproximadamente, 5,6 vezes o máximo valor do módulo em um guia de onda isolado. O padrão de campo elétrico nas cavidades pode ser observado como sendo composto de dois campos ressonantes de uma única cavidade na mesma frequência. O pico de ressonância em $\lambda = 1,532\mu m$ é apenas o único valor onde aparece uma profundidade para P_B , e onde os canais *C* e *D* recebem diferentes quantidades de potência ópticas.

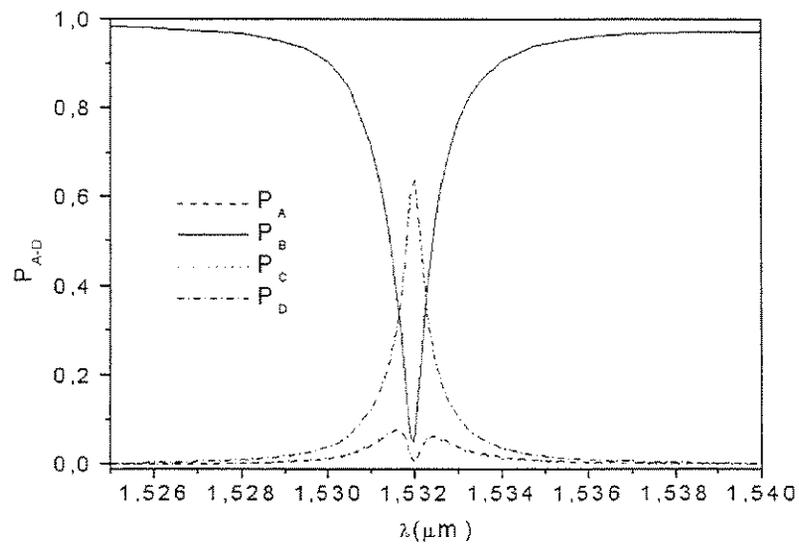


Figura 4.35: Potências transmitidas relativas para as portas $P_A - P_D$ em função do comprimento de onda para o filtro de duas cavidades retangulares em paralelo.

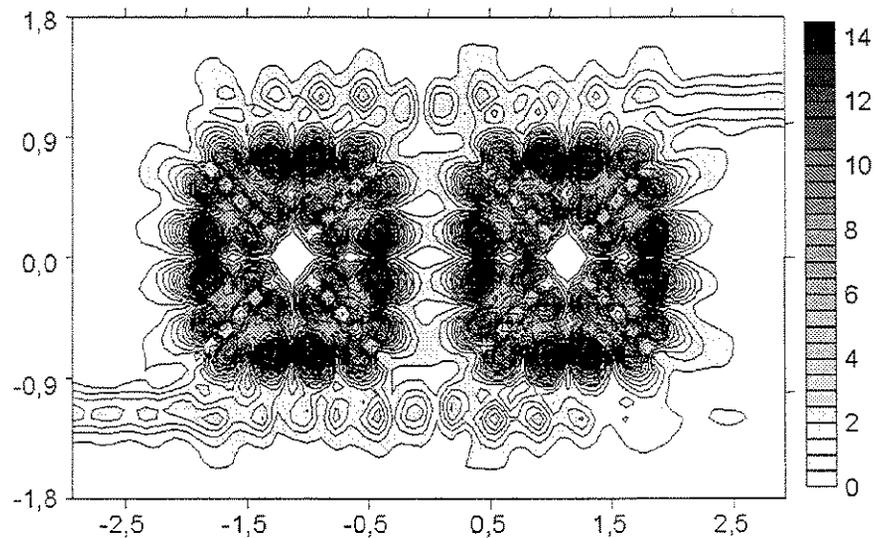


Figura 4.36: Curvas de contorno do módulo do campo elétrico, para o filtro de duas cavidades retangulares em paralelo, no comprimento de onda de ressonância $\lambda = 1,532\mu\text{m}$.

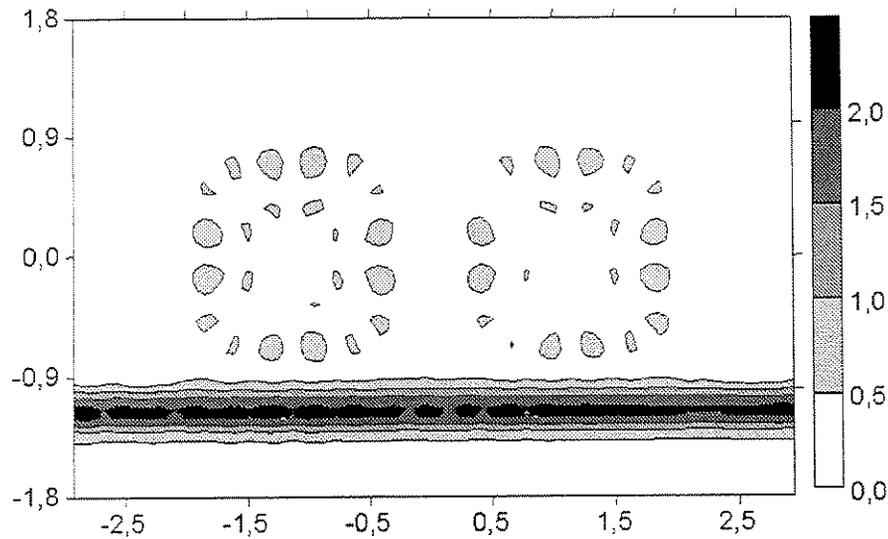


Figura 4.37: Curvas de contorno do módulo do campo elétrico, para o filtro de duas cavidades retangulares em paralelo, em comprimento de onda fora da ressonância, $\lambda = 1,525\mu\text{m}$.

Todos os resultados que correspondem a uma única cavidade ressonante quadrada e o filtro óptico composto por duas cavidades ressonantes quadradas, também estão em excelente concordância com aqueles apresentados em [38] e, principalmente, em [56], de onde estes exemplos foram tirados.

4.6 Conclusões

A técnica da CC de Padé(2,2) é aqui utilizada para analisar estruturas com cavidades ressonantes e suas aplicações como filtros ópticos em sistemas WDM. Analisamos as características dos filtros obtidos a partir de cavidades ressonantes em anel e cavidades quadradas. A dependência das características de acoplamento de uma cavidade ressonante quadrada em função dos seus parâmetros geométricos também foi analisada em detalhe. Examinando as curvas de contorno de campos e potências acopladas às portas de acesso, demonstramos que a CC de Padé(2,2) constitui uma excelente técnica para a análise de tais estruturas de filtros com ressoadores.

Capítulo 5

Conclusões e Trabalhos Futuros

5.1 Conclusões

Esta tese foi devotada ao modelamento e análise de estruturas fotônicas no domínio da frequência e, em especial, à análise de estruturas com descontinuidades abruptas de guias de onda ópticos planares e à análise de filtros obtidos a partir de cavidades ressonantes em sistemas WDM, as quais, como outras estruturas planares, podem ser modeladas com a equação de onda escalar 2D. Para isso, um desenvolvimento direto, eficiente e robusto de códigos baseados no Método de Elementos Finitos (MEF) foi aqui desenvolvido, e diversas aplicações originais foram demonstradas usando tais códigos. Constatamos que a simulação numérica é uma grande ferramenta que serve como etapa inicial na otimização de estruturas fotônicas reais ou, ainda, para testar de forma confiável os conceitos desenvolvidos a partir de modelos físicos simplificados.

Como descrito no Capítulo 2, cinco condições de contorno foram formuladas e implementadas com o MEF, para a representação de guias de acesso a junções de guias de onda planares. A primeira condição é uma condição de contorno de impedância, em que se assume que a variação do campo é puramente modal na direção do eixo do guia, nessa fronteira ou porta de acesso, esta condição foi chamada de Condição de Contorno Simples (CCS), pela simplicidade da implementação. A segunda condição é uma aproximação paraxial da derivada do campo na direção do eixo do guia de acesso, por essa razão foi denominada de Condição de Contorno Paraxial (CCP). A terceira e quarta condições de contorno foram obtidas como uma generalização da CCP; ao invés de utilizar uma aproximação paraxial da derivada do campo na direção do eixo do guia de acesso, consideramos aproximações de Padé: Padé(1,1) e Padé(2,2). Estas condições foram chamadas de Condições de Contorno de Padé,

CC de Padé(1,1) e CC de Padé(2,2), respectivamente. A quinta e última condição de contorno, que foi usada mais como referência para comparação de resultados, foi obtida a partir de fórmulas de expansão modal do campo nos guias de acesso. Esta foi chamada de Condição de Contorno por Expansão Modal (CCEM). Todas essas técnicas permitem simular junções ópticas planares com múltiplas portas ou guias de acesso, mas umas condições são mais precisas do que outras, como é verificado no Capítulo 3.

Para truncar o domínio computacional, utilizou-se as Camadas Perfeitamente Casadas (PML-*Perfectly Matched Layers*); elas permitem a absorção das ondas que seriam incidentes nas paredes da estrutura considerada, pois são colocadas nas regiões adjacentes às paredes.

No Capítulo 3, comparações feitas entre os métodos utilizando as cinco condições de contorno indicam que as técnicas da CCP e da CC de Padé, produzem resultados mais acurados do que os resultados obtidos com a CCS, quando comparados com os resultados do esquema CCEM; esses métodos tratam de forma correta os modos dos guias de acesso, inclusive modos evanescentes. A aplicação da CCS e da CCP, por outro lado, mesmo sendo de implementação extremamente simples, resultando em matrizes de fronteira esparsas, e apresentam resultados, no entanto, pouco confiáveis. Esse fato nota-se especialmente nos resultados da CCS, quando próximo das portas de acesso existirem modos evanescentes de amplitudes significativas.

Portanto, mesmo que as matrizes de fronteira resultantes das CC de Padé, não sejam mais esparsas, as quais aumentam a complexidade de resolução do sistema linear final, essas técnicas tornam-se uma melhor alternativa de simulação, para um grande número de situações, pois o tempo de cálculo é ainda menor do que o tempo utilizado pela CCEM, e com resultados excelentes. Esse fato pode ser observado nas Tabelas 3.1 e 3.2 do Capítulo 3.

Pode-se concluir, desta forma, que as CC de Padé constituem uma boa alternativa para simular estruturas fotônicas complexas, como as descritas no trabalho, pois os seus resultados são muito mais confiáveis quando comparados com os resultados da CCS e da CCP, e mais eficientes quando comparados com a CCEM no que se refere ao tempo computacional. Nos resultados apresentados no Capítulo 3, observamos como as técnicas da CCS e da CCP se tornam confiáveis para domínios suficientemente maiores, mas isso aumenta o esforço computacional, e os resultados não são ainda da exatidão das CC de Padé.

No Capítulo 4, analisamos o comportamento das cavidades ressonantes, especialmente anéis e quadrados, no seu uso como filtros ópticos em sistemas WDM. Mostramos a potencialidade do

esquema da CC de Padé(2,2), na simulação de estruturas fotônicas complicadas. Todos os resultados, para cavidades ressonantes e filtros ópticos ressonantes, também estão em plena concordância com os existentes na literatura, mostrando, mais uma vez, a eficiência, praticidade e robustez dos novos esquemas de Padé propostos.

Quando comparamos os algoritmos propostos com os algoritmos baseados no MEF no domínio do tempo [22], os algoritmos no domínio da frequência requerem domínios computacionais menores devido ao uso de condições de contorno apropriadas nas portas de acesso. As matrizes resultantes, porém, dependem da frequência de operação, o que implica na necessidade de uma decomposição LU para cada frequência, onerando o custo computacional. Em contrapartida, os algoritmos no domínio do tempo usam PMLs sobre toda a fronteira numérica, requerem em geral domínios maiores, que demandam um número maior de incógnitas. Os algoritmos no domínio da frequência são apropriados para problemas lineares ou problemas fracamente não-lineares, enquanto os algoritmos no domínio do tempo podem ser aplicados para problemas não-lineares em geral e, em caso de se tratar de problemas lineares, requer apenas uma decomposição LU. Assim, para problemas lineares onde seja necessário determinar as características de uma dada estrutura para poucas frequências específicas (banda estreita), os algoritmos no domínio da frequência constituem-se nos mais apropriados, no entanto para bandas largas de frequência, os algoritmos no domínio do tempo parecem ser os mais indicados [22].

Concluimos, portanto, que os métodos propostos podem ser usados como ferramenta numérica eficiente para projetar estruturas fotônicas com junções de grande complexidade, tarefa que poderá ser de crucial importância na redução dos custos totais de todo o processo, desde a concepção até a fabricação das mesmas.

5.2 **Trabalhos Futuros**

Para futuros trabalhos sugere-se a formulação das condições de contorno CCP e CC de Padé, para situações envolvendo estruturas tridimensionais e campos vetoriais completos, de forma a reduzir o tempo total de cálculo.

Do ponto de vista das aplicações, os métodos podem ainda ser utilizados para simulações de estruturas contendo inomogeneidades, perdas e, ainda, estruturas mais complexas como, por exemplo, cristais fotônicos.

Uma fundamentação da ótima utilização dos índices de referência complexos também é proposta como trabalho futuro; nossa experiência nos diz que uma escolha adequada deve ser feita em situações que apresentem ondas evanescentes, [57], [58].

Um outro trabalho possível consiste em planejar e projetar com ajuda dos métodos propostos, a redução para a ordem de micrometros de algumas estruturas fotônicas que ainda são simuladas e projetada na ordem milimétrica, mas que precisam ainda ser reduzidas para sua realização e integração compacta, especialmente os filtros ópticos em anel e demultiplexadores ópticos planares usando espelhos com grades (*Echelle grating waveguide demultiplexer*), [59].

Uma ultima proposta consiste em tratar de formular esquemas no domínio da frequência, de tal forma que apenas uma decomposição LU seja necessária no cálculo de uma banda de frequências.

Referências Bibliográficas

- [1] D. Marcuse, *Theory of Dielectric Optical Waveguides*, Academic Press, 1991, second edition.
- [2] D. Marcuse, *Light Transmission Optics*, Robert E. Krieger Pub. Comp., 1989, second edition.
- [3] M. Koshiha, *Optical Waveguide Theory by the Finite Element Method*, KTK Scientific Publisher-Tokyo/Kluwer Academic Publisher, 1992.
- [4] J. Jin, *The Finite Element in Electromagnetics*, John Wiley, 1993.
- [5] W. H. Press, B. P. Flannery, S. A. Flannery, and W. T. Vetterling, *Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing*. Cambridge: Cambridge University Press, 1993.
- [6] T. E. Rozzi, "Rigorous analysis of the step discontinuity in a planar dielectric waveguide", *IEEE Transactions on Microwave Theory Techniques*, Vol. MTT-26, pp. 738-746, October 1978.
- [7] T. Hosono, T. Hinata, and A. Inoue, "Numerical analysis of the discontinuities in slab dielectric waveguides", *Radio Science*, Vol. 17, No. 1, pp. 75-83, January 1982.
- [8] M. Koshiha, T. Miki, K. Oishi, and M. Suzuki, "On finite-element solution of the discontinuity problems in a bounded dielectric slab waveguide", *The Transactions of the IECE of Japan*, Vol. E 66, No. 4, April 1983.
- [9] V. Ramaswamy, P. G. Suchoski, Jr., "Power loss at a step discontinuity in an asymmetrical dielectric slab waveguide", *J. Opt. Soc. Am.A*, Vol. 1, pp. 754-759, July 1984.
- [10] S. Kagami and I. Fukai, "Application of boundary-element method to electromagnetic field problems", *IEEE Transaction on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 32, No. 4, April 1984.
- [11] M. Koshiha, M. Suzuki, "Boundary-element analysis of dielectric slab waveguide discontinuities", *Applied Optics*, Vol.25, No. 6, March 1986.

-
- [12] M. Koshiba, K. Ooishi, T. Miki, M. Suzuki, "Finite-element analysis of the discontinuities in a dielectric slab waveguide bounded by parallel plates", *Electronics Letters*, Vol. 18, No. 1, January 1982.
- [13] M. Koshiba and K. Hirayama, "Application of the finite-element method to arbitrarily shaped discontinuities in a dielectric slab waveguides", *IEE Proceedings*, Vol. 135, Pt. H, No. 1, pp. 8-12, 1988
- [14] K. Hirayama, and M. Koshiba, "Analysis of discontinuities in an asymmetric dielectric slab waveguide by combination of finite and boundary elements", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 40, No. 4, April 1992..
- [15] K. Hayashi, M. Koshiba, Y. Tsuji, S. Yoneta and R. Kaji, "Combination of the beam propagation method and mode expansion propagation method for bidirectional optical beam propagation analysis", *Journal of Lightwave Technology*, Vol 16, No. 11, pp. 2040-2045, 1998.
- [16] S. Yoneta, M. Koshiba and Y. Tsuji, "Combination of the beam propagation methods and the finite element method for the optical beam propagation analysis," *Journal of Lightwave Technology*, Vol. 17, No. 11, pp. 2398-2403, 1999.
- [17] M. I. Davanço, "Análise de junções ópticas planares pelo método dos elementos finitos", Tese de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas, Fevereiro de 2000.
- [18] M. I. Davanço, C. E. Rubio-Mercedes and H. E. Hernández-Figueroa, "Novel boundary condition for the finite-element solution of arbitrarily planar junction, *IEEE Photonics Technology Letters*, Vol. 13, No. 1, pp. 46-47, 2001.
- [19] C. E. Rubio-Mercedes, M. I. Davanço e H. E. Hernández-Figueroa, "Nova Condição de Contorno para a Análise Numérica de Junções Ópticas Planares", em *Anais do IX Simpósio Brasileiro de Microondas e Optoeletrônica*, pp. 564-567, agosto 07-11, 2000, João Pessoa.
- [20] C. E. Rubio-Mercedes, M. I. Davanço and H. E. Hernández-Figueroa, "Boundary Condition Based on the Padé Approximation for the Finite Element Solution of Arbitrary Planar Junctions", em *Anais do 2001 Integrated Photonics Research -IPR*, pp. ITuF5.1 - ITuF5.3, junho 11-13, 2001, California.
- [21] C. E. Rubio-Mercedes and H. E. Hernández-Figueroa, "Padé Boundary Condition for the Frequency Domain Finite-Element Solution of Arbitrary Planar Junctions", em *Anais do 2001 SBMO/IEEE MTT-S International Microwave and Optoelectronics Conference*, pp. 453-456, agosto 06-10, 2001, Belém.

-
- [22] V. F. Rodríguez-Esquerre, C. E. Rubio-Mercedes and H. E. Hernández-Figueroa, "Assessment of Time and Frequency Domain Finite Element Algorithms for Optical Junctions", em *Anais do 2001 SBMO/IEEE MTT-S International Microwave and Optoelectronics Conference*, pp. 465-468, agosto 06-10, 2001, Belém.
- [23] C. E. Rubio-Mercedes and H. E. Hernández-Figueroa, "Padé Boundary Conditions for the Finite-Element Solution of Arbitrary Planar Junctions", *Journal of Lightwave Technology*, 2002(submetido).
- [24] C. Manolatou, S. G. Johnson, S. Fan, P. R. Villeneuve, H. A. Haus and J. D. Joannopoulos, "High-density integrated optics", *Journal of Lightwave Technology*, Vol. 17, No. 9, pp. 1682-1692, 1999.
- [25] J. P. Berenger, "A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves", *Journal of Computational Physics*, Vol. 114, pp. 185-200, July 1994.
- [26] C. M. Rappaport, "Perfectly matched absorbing boundary condition based on anisotropic lossy mapping of space", *IEEE Microwave and Guided Wave Letters*, Vol. 5, No. 3, pp. 90-95, March 1995.
- [27] R. Mittra and U. Pökel, "A new look at the perfectly matched layer (PML) concept for the reflectionless absorption of electromagnetic waves", *IEEE Microwave and Guided Wave Letters*, Vol. 5, No. 3, pp. 84-86, March 1995.
- [28] U. Pökel and R. Mittra, "A finite-element-method frequency-domain application of the perfectly matched layer (PML) concept", *Microwave Opt. Technol. Lett.*, Vol. 9, No. 3, pp. 117-122, June 1995.
- [29] W. C. Chew and W. H. Weedon, "A 3D perfectly matched medium from modified Maxwell's equations with stretched coordinates", *Microwave Opt. Technol. Lett.*, Vol. 7, No. 13, September 1994.
- [30] Z. S. Sacks, D. M. Kingsland, R. Lee, and J. Lee, "A perfectly matched anisotropic absorber for use as an absorbing boundary condition", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 43, No. 12, pp. 1460-1463, December 1995.
- [31] W. P. Huang, C. L. Xu, W. Lu, W. Lui and K. Yokoyama, "The perfectly matched layer (PML) boundary condition for the beam propagation method", *IEEE Photonics Technology Letters*, Vol. 8, No. 5, pp. 649-651, May 1996.

-
- [32] G. R. Hadley, "Wide-angle beam propagation using Padé approximation operator", *Opt. Lett.*, Vol. 17, No. 20, pp. 1426-1428, 1992.
- [33] T. Yasui, M. Koshihara and Y. Tsuji, "A wide-angle finite element beam propagation method with perfectly matched layers for nonlinear optical waveguides", *Journal of Lightwave Technology*, Vol. 17, No. 10, pp. 1909-1914, 1999.
- [34] F. A. Milinazo, Cedric A. Zala and G. H. Brooke, "Rational square-root approximations for parabolic equation algorithms", *J. Acoustic Soc. Am.* Vol., 101, No. 2, 1997.
- [35] H. Rao, M. J. Steel, R. Scarmozzino and R. M. Osgood, Jr., "Complex propagation for evanescent waves in bidirectional beam propagation method", *Journal of Lightwave Technology*, Vol. 18, No. 8, pp. 1155-1160, 2000.
- [36] Y. Y. Lu, "A complex coefficient rational approximation of $\sqrt{1+x}$ ", *Appl. Numerical Mathematics*, 27, pp. 141-154, 1998.
- [37] H. El-Refaei, I. Betty, and D. Yevick, "The application of complex Padé approximations to reflection at optical waveguide facets", *IEEE Photonics Technology Letters*, Vol. 12, No. 2, 2000.
- [38] C. Manolatou, M. J. Khan, S. Fan, P. R. Villeneuve, H. A. Haus, and J. D. Joannopoulos, "Coupling of modes analysis of resonant channel add-drop filters," *IEEE Journal of Quantum Electronics*, Vol. 35, No. 9, pp. 1322-1331, September 1999.
- [39] B. E. Little, S. T. Chu, "Estimating surface-roughness loss and output coupling in microdisk resonators", *Optics Letters*, Vol. 21, No. 17, pp. 1390-1392, 1996.
- [40] B. E. Little, S. T. Chu, H. A. Haus, J. Foresi, and J. P. Laine, "Microring resonator channel dropping filters", *Journal of Lightwave Technology*, Vol. 15, No. 6, pp. 998-1005, June 1997.
- [41] B. E. Little, J. S. Foresi, G. Steinmeyer, E. R. Thoen, S. T. Chu, H. A. Haus, E. P. Ippen, L. C. Kimerling, and W. Greene, "Ultra-compact Si-SiO microring resonator optical channel dropping filters", *IEEE Photonics Technology Letters*, Vol. 10, No. 4, pp. 549-551, April 1998.
- [42] B. E. Little, H. A. Haus, J. S. Foresi, L. C. Kimerling, E. P. Ippen, and D. J. Ripin, "Wavelength switching and routing using absorption and resonance", *IEEE Photonics Technology Letters*, Vol. 10, No. 6, pp. 816-818, June 1998.
- [43] S. C. Hagness, D. Rafizadeh, S. T. Ho, and A. Taflove, "FDTD Microcavity simulations: Design and experimental realization of waveguide-coupled single-mode ring and whispering-gallery-mode

- disk resonators”, *Journal of Lightwave Technology*, Vol. 15, No. 11, pp. 2154-2165, Novembre 1997.
- [44] D. Rafizadeh, J. P. Zhang, S. C. Hagness, A. Taflove, K. A. Stair, S. T. Ho, and R. C. Tiberio, “Waveguide-coupled AlGaAs/GaAs microcavity ring and disk resonators with high finesse and 21.6nm free spectral range”, *Optics Letters*, Vol. 22, No. 16, pp. 1244-1246, August 1997.
- [45] R. Orta, P. Savi, R. Tascone, and D. Trincherio, “Synthesis of multiple-ring-resonator filters for optical systems”, *IEEE Photonics Technology Letters*, Vol. 7, No. 12, pp. 1447-1449, Dezember 1995.
- [46] K. Oda, N. Takato, and H. Toba, “A wide-FSR waveguide double-ring resonator for optical FDM transmission systems”, *Journal of Lightwave Technology*, Vol. 9, No. 6, pp. 728-736, June 1991.
- [47] K. Oda, S. Suzuki, H. Takahashi, H. Toba, “An optical FDM distribution experiment using a high finesse waveguide-type double ring resonator”, *IEEE Photonics Technology Letters*, Vol. 6, No. 8, pp. 1031-1034, August 1994
- [48] S. Suzuki, K. Oda, and Y. Hibino, “Integrated-optic double-ring resonators with a wide free spectra range of 100GHz”, *Journal of Lightwave Technology*, Vol. 13, No. 8, pp. 1766-1771, August 1995.
- [49] S. T. Chu, B. E. Little, W. Pan, T. Kanako and Y. Kokubun, “Second-order filter response from parallel coupled glassmicroring resonators”, *IEEE Photonics Technology Letters*, Vol. 11, No. 1, pp. 1426-1428, 1999.
- [50] A. Taflove and S. C. Hagness, *Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method*, Artech House, 2000.
- [51] J. V. Hryniewicz, P. P. Absil, B. E. Little, R. A. Wilson, and P. T. Ho, “Higher order filter response in coupled microring resonators”, *IEEE Photonics Technology Letters*, Vol. 12, No. 3, pp. 320-322, March 2000.
- [52] B. E. Little, S. T. Chu, J. V. Hryniewicz and P. P. Absil, “Filter synthesis for periodically coupled microring resonators”, *Optics Letters*, Vol. 25, No. 5, pp. 344-346, 2000.
- [53] G. Griffel, “Synthesis of optical filter using ring resonator arrays”, *IEEE Photonics Technology Letters*, Vol. 12, No. 7, pp. 810-812, 2000.
- [54] Y. Ma, S. H. Chang, S. S. Chang and S. T. Ho, “Improved optical filter response in cascaded InGaAsP/InP microdisk resonator”, *Electronics Letters*, Vol. 37, No. 9, pp. 564-565, 2001.

-
- [55] A. Melloni, "Synthesis of a parallel-coupled ring-resonator filter", *Optics Letters*, Vol. 26, No. 12, pp. 917-919, June 2001.
 - [56] M. Lohmeyer, "Mode expansion modeling of rectangular integrated optical microresonators", *Optical and Quantum Electronics*, 2001(aceito para publicação).
 - [57] R. E. Collin, *Field Theory of Guided Waves*. New York: McGraw-Hill, 1960.
 - [58] P. M. Morse and H. Feshbach, *Methods of Theoretical Physics*, McGraw-Hill, New York, 1953.
 - [59] E. S. Koteles, "Integrated planar waveguide demultiplexers for high density WDM applications", *WDM, a Critical Review*, CR71, R. T. Chen and L. S. Lome, editors, (SPIE Optical Engineering Press, Bellingham, USA) pp.3-32, 1999.

Apêndice A

Uso das PMLs na Dedução da Equação de Onda Escalar 2D

A.1 Introdução

A utilização de Camadas Perfeitamente Casadas (PML-*Perfectly Matched Layer*) para reduzir as reflexões nas fronteiras de um domínio computacional, foi primeiramente proposta por Berenger no ano de 1994 [25]. Essa técnica é formulada com o objetivo de desenvolver Condições de Contorno Absorventes (ABC-*Absorbing Boundary Condition*) apropriadas para o método de Diferenças Finitas no Domínio do Tempo (FDTD-*Finite Difference Time Domain*). Na formulação original, as PMLs, são baseada na separação de componentes do campo em sub-componentes nas direções retangulares, cujas componentes são atenuadas, resultando assim um “tipo de material” que permite reduzir as reflexões em paredes elétricas, magnéticas ou interfaces; portanto uma redução apropriada do domínio computacional pode ser feita. Como seu nome indica, as PMLs podem ser ajustadas de forma a ser perfeitamente casadas com um meio contíguo de forma que ondas incidentes do primeiro meio para o segundo não sofram reflexões na interface; também, devido a sua condutividade finita, as PMLs causam atenuação da onda propagante no seu interior. Desta forma, é possível aplicar uma PML numa região adjacente a uma parede na qual existe reflexão total, e ajusta-se a espessura da mesma de forma que a reflexão da onda incidente para o meio original seja aproximadamente zero. Esta idéia é ilustrada na Figura A.1, que mostra uma onda incidente sobre a PML, adjacente a uma parede de reflexão total; a espessura δ deve ser ajustada de forma que a onda refletida na fronteira tenha amplitude insignificante ao voltar para o domínio computacional.

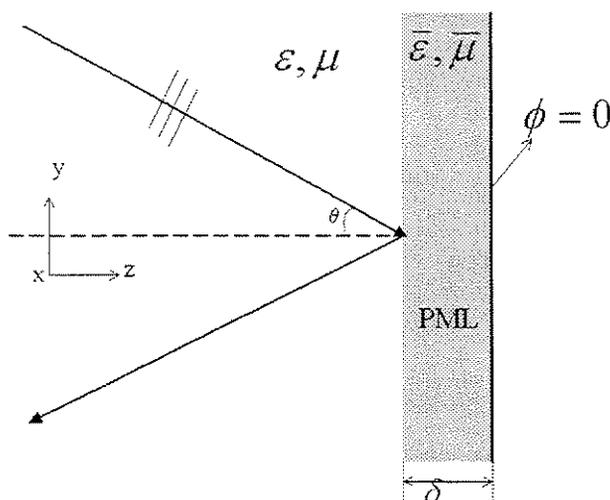


Figura A.1: Truncamento do domínio computacional utilizando PML perpendicular à direção z . A onda plana incidente não sofre reflexão, pois ela é atenuada no interior da PML.

As equações obtidas por Berenger são não-Maxwellianas (não satisfazem as equações de Maxwell e não são apropriadas para o uso do método de Elementos Finitos no Domínio da Frequência (FEFD-*Finite Element Frequency Domain*). Outros trabalhos, Rappaport [26] e Chew e Weedom [29], apresentaram uma dedução alternativa baseada no conceito de “mapeio anisotrópico de perdas no espaço” para a obtenção de PML absorventes apropriadas para o uso no método de FEFD. Infelizmente, no entanto, essas equações também são não-Maxwellianas e não tem uma forma apropriada para a formulação de elementos finitos, pois envolvem integrais de superfície difíceis de se manipular.

Mitra e Pökel [27], mostraram que a versão original, de divisão de componentes no domínio do tempo apresentadas em [25], podem ser manipuladas em forma compacta de tal forma que possam ser usadas no domínio da frequência, mas também resultam ser equações não-Maxwellianas e aparecem equações rotacionais que dependem das fontes. A forma final dessas equações são idênticas à versão de estreitamento de coordenadas, apresentadas em [26] e [29]. Também, Pökel e Mitra [28], mostraram que a forma final compacta obtida em [27] pode ser modificada com a idéia de obter um sistema de equações, expressado em termos de um operador rotacional modificado, o qual pode ser implementado diretamente no método de elementos finitos no domínio da frequência sem dificuldade no cálculo das integrais de superfície.

Ainda no ano de 1995, Sacks et al. [30] formularam as PML Anisotrópicas, com parâmetro de

continuidade negativa, na obtenção de PML apropriadas para a formulação do FEFD. Essa mesma formulação é utilizada neste trabalho, a qual é desenvolvida na forma vetorial e é particularizada para a equação de onda escalar, como veremos a seguir.

A.2 Formulação Vetorial

A forma geral das equações de Maxwell harmônicas no tempo são:

$$\begin{aligned}\nabla \times \vec{E} &= -j\omega [\mu] \vec{H} - [\sigma_M] \vec{H} \\ \nabla \times \vec{H} &= j\omega [\epsilon] \vec{E} - [\sigma_E] \vec{E} \\ \nabla \cdot [\epsilon] \vec{E} &= 0 \\ \nabla \cdot [\mu] \vec{H} &= 0.\end{aligned}\tag{A.1}$$

Nesta derivação, consideramos materiais onde $[\epsilon]$ e $[\mu]$ são tensores diagonais complexos da forma:

$$\begin{aligned}[\mu] &= \mu_0 \begin{pmatrix} \mu_x + \frac{\sigma_M^x}{j\omega} & 0 & 0 \\ 0 & \mu_y + \frac{\sigma_M^y}{j\omega} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_z + \frac{\sigma_M^z}{j\omega} \end{pmatrix} \\ [\epsilon] &= \epsilon_0 \begin{pmatrix} \epsilon_x + \frac{\sigma_E^x}{j\omega} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_y + \frac{\sigma_E^y}{j\omega} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_z + \frac{\sigma_E^z}{j\omega} \end{pmatrix}.\end{aligned}\tag{A.2}$$

Requere-se a seguinte condição de casamento de impedância do meio e do espaço livre

$$\frac{[\mu]}{\mu_0} = \frac{[\epsilon]}{\epsilon_0}.\tag{A.3}$$

Daqui, $[\bar{\mu}]$ e $[\bar{\epsilon}]$ podem ser escritas como

$$[\bar{\mu}] = \mu_0 [\Lambda] = \mu_0 \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{pmatrix} \quad (\text{A.4})$$

$$[\bar{\epsilon}] = \epsilon_0 [\Lambda] = \epsilon_0 \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{pmatrix}.$$

Conseqüentemente, as equações de Maxwell no meio reduzem-se a:

$$\begin{aligned} \nabla \times \vec{E} &= -j\omega\mu_0 [\Lambda] \vec{H} \\ \nabla \times \vec{H} &= j\omega\epsilon_0 [\Lambda] \vec{E} \\ \nabla \cdot [\Lambda] \vec{E} &= 0 \\ \nabla \cdot [\Lambda] \vec{H} &= 0. \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

Pode-se mostrar que ondas planas são auto-funções das equações de Maxwell no meio diagonalmente anisotrópico; assim soluções gerais para \vec{E} e \vec{H} podem ser obtidas a partir de ondas planas da forma

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \vec{\mathcal{E}} \exp \left[-j \left(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t \right) \right] \\ \vec{H} &= \vec{\mathcal{H}} \exp \left[-j \left(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

onde $\vec{k} = k_x \hat{x} + k_y \hat{y} + k_z \hat{z}$, $\vec{r} = x \hat{x} + y \hat{y} + z \hat{z}$, e $\vec{\mathcal{E}}$ e $\vec{\mathcal{H}}$ são vetores constantes.

Substituindo (A.6) em (A.5) resulta

$$\vec{k} \times \vec{\mathcal{E}} = \omega \mu_0 [\Lambda] \vec{\mathcal{H}}$$

$$\vec{k} \times \vec{\mathcal{H}} = -w\epsilon_0 [\Lambda] \vec{\mathcal{E}} \quad (\text{A.7})$$

$$\vec{k} \cdot [\Lambda] \vec{\mathcal{E}} = 0$$

$$\vec{k} \cdot [\Lambda] \vec{\mathcal{H}} = 0.$$

A relação de dispersão, a qual determina a forma do vetor de propagação \vec{k} , pode ser determinada facilmente usando as seguintes transformações de variáveis

$$\vec{\mathbf{E}} = [\Lambda]^{1/2} \vec{\mathcal{E}}$$

$$\vec{\mathbf{H}} = [\Lambda]^{1/2} \vec{\mathcal{H}} \quad (\text{A.8})$$

$$\vec{\mathbf{k}} = \frac{1}{\sqrt{abc}} [\Lambda]^{1/2} \vec{k}$$

Aplicando as transformações (A.8) em (A.7), resulta em

$$\vec{\mathbf{k}} \times \vec{\mathbf{E}} = w\mu_0 [\Lambda] \vec{\mathbf{H}}$$

$$\vec{\mathbf{k}} \times \vec{\mathbf{H}} = -w\epsilon_0 [\Lambda] \vec{\mathbf{E}} \quad (\text{A.9})$$

$$\vec{\mathbf{k}} \cdot \vec{\mathbf{E}} = 0$$

$$\vec{\mathbf{k}} \cdot \vec{\mathbf{H}} = 0.$$

Como $\vec{\mathbf{k}}$ é perpendicular a $\vec{\mathbf{E}}$ e $\vec{\mathbf{H}}$, a relação de dispersão pode ser obtida de (A.7), e é dada por

$$\vec{\mathbf{k}} \cdot \vec{\mathbf{k}} = \frac{k_x^2}{bc} + \frac{k_x^2}{ac} + \frac{k_x^2}{ab} = k_0^2 = w^2 \epsilon_0 \mu_0, \quad (\text{A.10})$$

onde tem-se usado novamente as transformações dadas em (A.8).

A relação de dispersão (A.10) é a equação de um elipsóide, cujas soluções são da forma

$$\begin{aligned}
k_x &= k_0 \sqrt{bc} \operatorname{sen}(\theta) \cos(\gamma) \\
k_y &= k_0 \sqrt{ac} \operatorname{sen}(\theta) \operatorname{sen}(\gamma) \\
k_z &= k_0 \sqrt{ab} \cos(\theta).
\end{aligned} \tag{A.11}$$

Este resultado diz que as componentes individuais do vetor de propagação podem ser manipuladas pelos parâmetros a , b e c .

A equação de onda vetorial para o campo elétrico é obtida a partir das equações de Maxwell, (A.5), como

$$\nabla \times [\Lambda]^{-1} \nabla \times \vec{E} = k_0^2 [\Lambda] \vec{E} \tag{A.12}$$

A.3 Caso Escalar

A equação de onda escalar desejada é obtida a partir da equação de onda vetorial (A.12). Assumindo $E_y = E_z = 0$, e $\partial/\partial x = 0$, obtemos

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{c} \frac{\partial E_x}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{b} \frac{\partial E_x}{\partial z} \right) + k_0^2 a E_x = 0. \tag{A.13}$$

Assim, quando temos camada perpendicular a y , a partir da relação de dispersão (A.10) obtemos $a = c = 1/b$ e com camada perpendicular a z , resulta em $a = b = 1/c$. Além disso, utilizando o teorema da dualidade para modos TM, obtemos a equação de onda escalar em forma compacta:

$$s_y \frac{\partial}{\partial y} \left(p \frac{s_y}{s} \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + s_z \frac{\partial}{\partial z} \left(p \frac{s_z}{s} \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) + k_0^2 q s \phi = 0 \tag{A.14}$$

onde

$$\phi = E_x, p = 1, q = n^2, \quad \text{para modos TE} \tag{A.15}$$

$$\phi = H_x, p = 1/n^2, q = 1, \quad \text{para modos TM}$$

n é o índice de refração, os parâmetros s_y e s_z assumem os valores definidos na Tabela 2.1, e estão definidos de acordo com a orientação das PMLs, isto é, $s_y = 1$, e $s_z = s$ para camadas perpendicular y , e $s_y = s$ e $s_z = 1$, para camadas perpendicular a z .

A.4 Cálculo do Parâmetro s

Para o cálculo do parâmetro s , pode-se definir o parâmetro de reflexão teórica [25], [28], [31] R , como sendo

$$R(\theta) = \exp \left[- (2 \cos(\theta) / c \epsilon_0) \delta \int_0^\delta \sigma(\rho) d\rho \right] \quad (\text{A.16})$$

onde, δ é a espessura das PML, ρ a distância normal ao início da camada, θ é o ângulo de incidência do feixe na PML, c é a velocidade da luz no espaço livre.

Considerando σ como

$$\sigma(\rho) = \sigma_{\text{máx}} \left(\frac{\rho}{\delta} \right)^n \quad (\text{A.17})$$

e usando (A.17) em (A.16), temos

$$\sigma(\rho) = \frac{(n+1)\epsilon_0 c}{2\delta \cos(\theta)} \left(\frac{\rho}{\delta} \right)^n \ln \left(\frac{1}{R(\theta)} \right). \quad (\text{A.18})$$

Assim, para $\theta = 0$, e $n = 2$, obtemos que s , na PML, é dado por

$$s = 1 - j \frac{3\epsilon_0}{2k_0 c \delta} \left(\frac{\rho}{\delta} \right)^2 \ln(1/R). \quad (\text{A.19})$$

Na expressão para s , dada na equação (A.19), foi escolhido um perfil de variação quadrática ($n = 2$), com respeito à distância ρ , para sua parte imaginária. Faz-se esta escolha devido a que este perfil apresenta ótimos resultados para um grande número de casos, [17]-[19], [28], [31].

Finalmente, as condições de continuidade para (A.14) são que ϕ , $\partial\phi/\partial y$ e $\partial\phi/\partial z$ sejam contínuas.

Apêndice B

Método dos Elementos Finitos de Galerkin

B.1 Introdução

Na área de eletromagnetismo computacional, geralmente são empregadas duas formulações do método dos elementos finitos (MEF) a formulação variacional e o método de Galerkin. As soluções obtidas com as duas formulações convergem para a mesma solução quando ela existir; porém a formulação de Galerkin é a mais geral e simples, enquanto a formulação variacional é uma forma mais complicada e tediosa de resolver um problema. Aqui apresentamos os princípios da formulação de Galerkin [4], o qual foi usado neste trabalho pela sua simplicidade e praticidade. A formulação variacional permite uma visão mais ampla e matemática do problema físico, mas às vezes, dependendo da equação a ser resolvida, é muito difícil, e até impossível, de encontrar o funcional envolvido para uma equação dada, principalmente em problemas com perdas, [3], [4].

B.2 Formulação do Método

Dado o problema de contorno

$$\mathcal{L}\phi = f \tag{B.1}$$

onde $\phi \in V(\Omega)$, sendo $V(\Omega)$ o espaço de funções definidas no domínio Ω , \mathcal{L} é um operador diferencial linear definido sobre o espaço de funções $V(\Omega)$. Pode-se definir o resíduo r , como

$$r = \mathcal{L}\phi - f. \quad (\text{B.2})$$

Se for tomadas as funções peso, ou também chamadas de funções teste, $w \in W$, com W um espaço de funções, o método dos pesos residuais ou método de Petrov-Galerkin é descrito como: achar $\phi \in V(\Omega)$ tal que;

$$R = \langle r, w \rangle = \langle \mathcal{L}\phi - f, w \rangle = \langle \mathcal{L}\phi, w \rangle - \langle f, w \rangle = 0, \quad \forall w \in W. \quad (\text{B.3})$$

Onde $\langle \cdot, \cdot \rangle$ denota o produto interno definido por

$$\langle v, w \rangle = \int_{\Omega} v w^* d\Omega \quad (\text{B.4})$$

e $*$ indica o complexo conjugado. Na formulação dada em (B.3), se $W = V(\Omega)$, o método denomina-se o Método de Galerkin, o qual é usado em nosso trabalho.

Geralmente, como é o nosso caso, o espaço de funções $V(\Omega)$ é um sub-espaço do espaço de Hilbert $H^2(\Omega)$, cujos elementos, suas primeira e segunda derivadas pertencem ao espaço de funções quadrado integrável no sentido de Lebesgue: $L^2(\Omega)$. Este espaço coincide com o espaço de funções em que as funções e as primeiras derivadas sejam contínuas, $C^1(\Omega)$. Nesse caso o produto interno definido por (B.4), resulta ser o produto interno usual de $L^2(\Omega)$, isto é, a integração é feita no sentido de Lebesgue.

Para a discretização de (B.3), faz-se uma representação da solução aproximada como uma combinação linear da forma,

$$\phi_n = \sum_{j=1}^n \alpha_j v_j(y, z) \quad (\text{B.5})$$

onde α_j são os coeficientes a serem encontrados, v_j são os elementos da base $V(\Omega)$.

No MEF, quando mais densa é a malha, maior será o número n , e para cada base de n elementos v_j , $V(\Omega)$ torna-se um espaço finito dimensional de dimensão n , digamos $V_n(\Omega)$, isto torna nosso problema original em um problema discreto n -dimensional. Portanto, teremos uma seqüência de sub-espaços finito dimensionais, tal que $V_n(\Omega) \subset V_{n+1}(\Omega) \subset V(\Omega)$ e quando existe convergência da seqüência obtida via este processo, $V_n(\Omega)$ converge a $V(\Omega)$ quando n tende ∞ , e para uma tolerância dada $\varepsilon > 0$, sempre existirá uma malha com número de incógnitas N de tal forma que $\forall n > N$ tem-se $|\phi - \phi_n| < \varepsilon$.

A versão discreta da formulação de Galerkin, para (B.2), é: dado o espaço $V_n(\Omega)$, achar $\phi_n \in V_n(\Omega)$ tal que;

$$R_n = \langle r_n, w_n \rangle = \langle \mathcal{L}\phi_n - f, w_n \rangle = \langle \mathcal{L}\phi_n, f \rangle - \langle \mathcal{L}, w_n \rangle = 0, \quad \forall w_n \in V_n(\Omega). \quad (\text{B.6})$$

Substituindo (B.5) em (B.3) e considerando $w = \phi_j$, obtém-se

$$\sum_{j=1}^n \alpha_j \int_{\Omega} v_i \mathcal{L}(v_j) d\Omega - \int_{\Omega} v_i f d\Omega = 0 \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (\text{B.7})$$

que pode ser rescrita na forma matricial como

$$[K] \{\alpha\} = \{b\} \quad (\text{B.8})$$

com

$$K_{i,j} = \int_{\Omega} v_i \mathcal{L}(v_j) d\Omega, \quad b_i = \int_{\Omega} v_i f d\Omega. \quad (\text{B.9})$$

B.3 Aplicação do MEF na Equação de Onda Escalar 2D

Como exemplo, o método de Galerkin descrito na seção anterior será aplicado na equação de onda escalar dada em (A.14), a equação de pesos residuais, dado em (B.2), é

$$r = s_y \frac{\partial}{\partial y} \left(p \frac{s_y}{s} \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + s_z \frac{\partial}{\partial z} \left(p \frac{s_z}{s} \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) + k_0^2 q s \phi. \quad (\text{B.10})$$

Daqui, a integral residual é:

$$R = \int_{\Omega} w \left[s_y \frac{\partial}{\partial y} \left(p \frac{s_y}{s} \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + s_z \frac{\partial}{\partial z} \left(p \frac{s_z}{s} \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) + k_0^2 q s \phi \right] d\Omega \quad (\text{B.11})$$

Em cada sub-domínio, ou elemento e , podemos considerar w como sendo as funções forma, N_i^e , definidas em cada elemento e [4], [3], assim (B.11), em cada elemento e , fica como

$$R_i^e = \int_{\Omega} N_i^e \left[s_y \frac{\partial}{\partial y} \left(p \frac{s_y}{s} \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + s_z \frac{\partial}{\partial z} \left(p \frac{s_z}{s} \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) + k_0^2 q s \phi \right] d\Omega, \quad i = 1, 2, 3. \quad (\text{B.12})$$

Usando as identidades

$$N_i^e s_y \left[\frac{\partial}{\partial y} \left(p \frac{s_y}{s} \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \right] = \frac{\partial}{\partial y} \left(p \frac{s_y^2}{s} \frac{\partial \phi}{\partial y} N_i^e \right) - p \frac{s_y^2}{s} \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial N_i^e}{\partial y} \right) \quad (\text{B.13})$$

$$N_i^e s_z \left[\frac{\partial}{\partial z} \left(p \frac{s_z}{s} \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \right] = \frac{\partial}{\partial z} \left(p \frac{s_z^2}{s} \frac{\partial \phi}{\partial z} N_i^e \right) - p \frac{s_z^2}{s} \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \left(\frac{\partial N_i^e}{\partial z} \right)$$

e o teorema de divergência (assumindo que as funções $ps_{y,z}/s$ são contínuas em cada elemento)

$$\Omega \left(\frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial U}{\partial z} \right) d\Omega = \oint_{\Gamma} (U\hat{y} + V\hat{z}) d\Gamma \quad (\text{B.14})$$

(B.12) pode ser escrito como

$$R_i^e = \int_{\Omega} \left[p \frac{s_y^2}{s} \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial N_i^e}{\partial y} \right) + p \frac{s_z^2}{s} \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \left(\frac{\partial N_i^e}{\partial z} \right) + k_0^2 q s \phi N_i^e \right] d\Omega - \sum_{l=1}^4 \int_{\Gamma_l} w p \frac{s_y^2}{s} \frac{\partial \phi_l}{\partial y_l} d\Gamma_l \quad (\text{B.15})$$

Observe que na expressão (B.12) pede-se que pelo menos a segunda derivada de ϕ seja de quadrado integrável no sentido de Lebesgue; no entanto, da expressão (B.15) resulta que apenas a primeira derivada seja quadrado integrável. Esta formulação da equação (B.15) é conhecida como a forma fraca de Galerkin. Nota-se que o grau de requerimento de derivação em ϕ caiu de ordem 2 para ordem 1; isto é fundamental para o método dos elementos finitos, pois no método são usadas funções de aproximação para interpolação de campo do tipo $C^0(\Omega)$, isto é, funções contínuas, porém com primeiras derivadas que podem ser descontínuas. Isto deve-se ao processo de discretização como será mostrado adiante.

E em cada elemento usamos a expressão para ϕ , como

$$\phi^e = \sum_{j=1}^3 N_j^e(y, z) \phi_j^e \quad (\text{B.16})$$

onde ϕ_j^e são os valores aproximados do campo em cada nó [4]; (B.16) é substituída em (B.15) e obtém-se

$$R_i^e = \int_{\Omega} \left[p \frac{s_y^2}{s} \left(\frac{\partial N_j^e}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial N_i^e}{\partial y} \right) + p \frac{s_z^2}{s} \left(\frac{\partial N_j^e}{\partial z} \right) \left(\frac{\partial N_i^e}{\partial z} \right) - k_0^2 q s N_j^e N_i^e \right] \phi_j^e d\Omega - \sum_{l=1}^4 \int_{\Gamma_l} w p \frac{s_y^2}{s} \frac{\partial \phi_l}{\partial y_l} d\Gamma_l. \quad (\text{B.17})$$

A Equação (B.17) pode ser escrita como

$$[R^e] = [A^e] \{ \phi^e \} - \sum_{l=1}^4 [C_l^{e1}] \{ \psi_l^{e1} \} \quad (\text{B.18})$$

onde $\{ \psi^e \}$ é o vetor coluna definido pela expressão (2.8), e as matrizes elementares $[A^e]$ e $[C^e]$ são dadas por:

$$[A^e] =_{\Omega_e} \left[p \frac{s_y^2}{s} \left(\frac{\partial N_j^e}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial N_i^e}{\partial y} \right) + p \frac{s_z^2}{s} \left(\frac{\partial N_j^e}{\partial z} \right) \left(\frac{\partial N_i^e}{\partial z} \right) - k_0^2 q s N_j^e N_i^e \right] dydz, \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (\text{B.19})$$

$$[C_l^e] = \int_{\Gamma_l^e} p \frac{s_l^2}{s} N_{l,i}^e N_{l,j}^e dy_l, \quad i, j = 1, 2 \quad (\text{B.20})$$

O sistema de equações é obtido, por montagem (B.18) em todos os elementos e , resultando então em

$$[R] = \sum_{e=1}^M [R^e] = \sum_{e=1}^M [A^e] \{\phi^e\} - \sum_{i=1}^4 \sum_{e_l=1}^{M_l} [C_l^{e_l}] \{\psi_l^{e_l}\} = \{0\} \quad (\text{B.21})$$

o qual também pode ser escrito como

$$[A] \{\phi\} = \sum_{i=1}^4 [C_l] \{\psi_l\}. \quad (\text{B.22})$$

A resolução do sistema (B.22) com condições e contorno apropriadas no cálculo de $\{\psi_l\}$, é o objetivo de nosso trabalho; isso é descrito principalmente no Capítulo 2.

