

Parâmetro de Tese

Este exemplar corresponde à redação
final da tese defendida por Josué Imier
Guimarães Ramos e aprovada pela
Comissão Julgadora em 03/Julho/86


C/ptat/86

GERAÇÃO DE TRAJETÓRIAS CONTINUAS PARA ROBÔS MANIPULADORES:
ASPECTOS CINEMATICOS E COMPUTACIONAIS

Josue Junior Guimarães Ramos

Orientador: Prof Dr Clésio Tozzi
FEE-UNICAMP
Junho/1986

AGRADECIMENTOS

A todos que durante a realização deste trabalho me proporcionaram o apoio necessário e em especial a:

Aos meus familiares;

A Rita;

A SIGLA Equipamentos Elétricos e em especial a Charles Inglese pelo apoio dado no período que fui seu funcionário;

Ao Instituto de Automação do Centro Tecnológico para a Informática (CTI) pelo apoio e condições oferecidas;

Aos colegas do CTI, em especial a Bosco, Takita, Mizutani, Marcões, Aguillera, Othon, José Paulo, Ana Clélia, Ralph, Helio Azevedo e Takao pelo incentivo, orientação, discussões e apoio;

Ao meu orientador pelo incentivo, orientação, discussões e apoio oferecido;

Aos professores do setor de Automática e Computação da UNICAMP;

Ao pessoal do Centro de Computação do Depto de Física da UNICAMP e em especial ao prof Maia;

A Rita e Sílvia pela dedicação na datilografia desta dissertação;

GERAÇÃO DE TRAJETÓRIAS CONTINUAS PARA ROBÔS MANIPULADORES: ASPECTOS CINEMÁTICOS E COMPUTACIONAIS

RESUMO

Uma das ferramentas para a automação em modernos sistemas de manufatura é o robô manipulador. Em diferentes tarefas de um robô manipulador como soldagem a arco, aplicação de adesivos, corte de peças, etc, é necessário que este execute diferentes formas de movimentos como retas, curvas.

Neste sentido são necessárias técnicas para a realização destes movimentos. O princípio envolvido nestas técnicas é a transformação de movimentos do manipulador no espaço de trabalho para movimentos de cada uma das articulações do robô manipulador.

O principal objetivo deste trabalho é tratar os aspectos cinemáticos e computacionais relacionados com a geração de trajetórias de robô manipuladores. Os principais aspectos tratados são:

- .a problemática da transformação de uma posição e orientação espacial para os valores de cada articulação que satisfazem tal condição (transformada inversa), com aplicações a vários manipuladores, incluindo casos de degeneração e casos em que não se obtém uma solução analítica;

- .a Jacobiana direta e inversa : métodos para sua obtenção e o relacionamento existente entre a forma de representação da orientação utilizada e a sua dimensão;

- .a obtenção do modelo dinâmico para um manipulador com três graus de liberdade;

- .apresentação das principais técnicas de geração de trajetórias, e a realização em simulação destas com a proposição de algumas variantes, em função dos resultados obtidos;

- .a apresentação de estruturas computacionais de controladores de robô;

- .a descrição das características e os resultados obtidos com a implementação de um controlador para um braço com dois graus de liberdade

CONTINUOUS PATH GENERATION FOR ROBOT MANIPULATORS: KINEMATICS AND COMPUTATIONAL FEATURES

ABSTRACT

The robot manipulator is a tool for the automation in modern manufacturing systems. In different robot tasks like arc welding, glueing, cutting, etc, the robot must execute different movements like straight lines, circles, etc.

So, it is necessary the knowledge of technics to realize this kind of movement. The principle involved in these technics is the transformation of manipulator movements from the workspace to each manipulator joints.

The main objective of this work is to treat kinematics and computational features related to the trajectory generation for robot manipulators. This work contains:

- .the transformation from a spatial position and orientation to each joint value that obtains the position (the Inverse Kinematics Problem), and the application to different manipulators, including degenerated situations and cases where it is not possible to obtain an analitical solution;

- .the Inverse and direct Jacobian: methods to obtain and the realationship between the orientation representaion and its dimension;

- . the presentation of technics for trajetory generation and their simulation and results obtained, including the proposition of variations;

- . the presentation of the informatics structure of some robots controlers;

- . and, the characteristics description and results obtained with the implemmmentationn of a controller for a robot arm with two degrees of freedom.

INDICE

CAPÍTULO 1: INTRODUÇÃO

CAPÍTULO 2: MODELAMENTO MATEMÁTICO

2.1 MODELAMENTO GEOMÉTRICO

- 2.1.1 Alocação de Sistemas de Coordenadas
- 2.1.2 Parametros de Denavit-Hartenberg
- 2.1.3 Matriz de Transformação entre sistemas de Coordenadas
- 2.1.4 Modelo geométrico direto (transformada direta)
- 2.1.5 Um exemplo de Aplicação

2.2 MODELAMENTO GEOMÉTRICO INVERSO

- 2.2.1 Obtenção da Transformada Inversa
- 2.2.2 Obtenção da Transformada Inversa para Robô Esférico
 - a) Obtenção das coordenadas generalizadas
 - b) Número de Configurações possíveis
- 2.2.3 Obtenção da transformada inversa para robô articulado com seis graus de liberdade
 - a) Obtenção das expressões para as coordenadas generalizadas
 - b) Número de configurações possíveis
 - c) Resultados obtidos por simulação
 - c1) Oito configurações
 - c2) Quatro configurações
 - c3) Posições degeneradas
- 2.2.4 Obtenção da transformada inversa para robô articulado com 5 graus de liberdade
- 2.2.5 Obtenção da transformada inversa para robô cartesiano

2.3 RESULTADOS OBTIDOS NOS TRABALHOS RELATIVOS A TRANSFORMADA INVERSA

- 2.3.1 Escolha de configurações
- 2.3.2 Tratamento das Degenerações
- 2.3.3 Casos em que não se obteve sucesso no uso da metodologia
 - 2.3.3.1 Robô R30
 - 2.3.3.2 Robô Hitachi

2.4 MODELO CINEMÁTICO

- 2.4.1 Modelo Cinemático e diferencial direto
 - a) Obtenção da Jacobiana
 - a1) Metodo Indireto
 - a2) Metodo direto
 - b) Transformação entre representações
- 2.4.2 Modelo Cinemático e diferencial Inverso
 - a) Obtenção da Jacobiana Inversa
 - b) Singularidade da Jacobiana
- 2.4.3 Obtenção das Acelerações

CAPÍTULO 3: GERAÇÃO DE TRAJETÓRIAS

3.1 CONTROLE PONTO A PONTO

3.2 GERAÇÃO DE TRAJETÓRIAS NO ESPAÇO OPERACIONAL

- 3.2.1 Geração de Trajetórias a partir da transformada Inversa
- 3.2.2 Técnicas de Geração de Trajetória baseadas na Jacobiana
 - 3.2.2.1 Técnica de Whitney
 - 3.2.2.2 Comando Diferencial
 - 3.2.2.3 Técnica de Mizutani - ATGS

3.3 GERAÇÃO DE POSIÇÃO E ORIENTAÇÃO (Geração de "Poses")

- 3.3.1 Técnica de Richard Paul
- 3.3.2 Técnica de Taylor
- 3.3.3 Outras formas de Geração de Poses

3.4 INTERPOLAÇÃO DAS COORDENADAS GENERALIZADAS

3.5 PLANEJAMENTO DE TRAJETÓRIAS

3.6 DISCUSSÕES

CAPÍTULO 4: SIMULAÇÃO DE DIFERENTES TÉCNICAS DE GERAÇÃO DE TRAJETÓRIAS

4.1 MODELO MATEMÁTICO

4.2 MODELO DO SERVOMECANISMO

4.3 DESCRIÇÃO DO SIMULADOR

4.4 RESULTADOS DA SIMULAÇÃO

- 4.4.1 Dados Utilizados
- 4.4.2 Tipos de Curvas Simuladas
- 4.4.3 Parâmetros usados na comparação dos resultados
- 4.4.4 Inclusão de "Feed Forward"
- 4.4.5 Tabela de Resultados
- 4.4.6 Discussões
 - a) Influência dos Ganhos
 - b) Influência do Intervalo de Geração das Referências
 - c) Comportamento Transitório
 - d) Concatenação de diferentes curvas
 - e) Saturação dos Servomecanismos

CAPÍTULO 5: ASPECTOS RELACIONADOS A IMPLANTAÇÃO DE UM SISTEMA QUE REALIZA TRAJETÓRIAS CONTÍNUAS

5.1 TEMPO DE CÁLCULO

- a) Cálculo da Transformada Direta
- b) Cálculo da Transformada Inversa
- c) Cálculo da Jacobiana Inversa
- d) Cálculo dos "set points" do controlador

5.2 ESTRUTURAS COMPUTACIONAIS

- 5.2.1 Controlador do Robô PUMA
- 5.2.2 Controlador da Equipe de Robótica do LAAS
- 5.2.3 Estrutura para cálculo da transformada inversa em Paralelo

5.3 EXEMPLO DE IMPLEMENTAÇÃO DE UM CONTROLADOR

- 5.3.1 Estrutura Mecânica
- 5.3.2 Características do Sistema
- 5.3.3 Características da Estrutura de Controle
- 5.3.4 Equações Usadas
 - a) Posição da Extremidade do braço
 - b) Transformada Inversa
 - c) Sistemas de coordenadas usados na geração de trajetórias
 - d) Equação para controle de trajetória segundo o ATGS
 - e) Jacobiana
 - f) Jacobiana Inversa
 - g) Obtenção das referências de velocidades angulares
 - h) Controlador de posição tipo proporcional-Integral
- 5.3.5 Estrutura Computacional
- 5.3.6 Estrutura de Software
- 5.3.7 Resultados

CAPÍTULO 6: CONCLUSÕES

CAPÍTULO 7: BIBLIOGRAFIA

APÊNDICES

Apêndice 1 Componentes de um robô Manipulador

- AP2.1 Estrutura Mecânica
- AP2.2 Acionadores
- AP2.3 Sensores
- AP2.4 Sistema de Controle

Apêndice 2 Transformação Homogênea e Representação da orientação de corpos no espaço

- AP2.1 Transformação Homogênea
- AP.2 Representação da Orientação de corpos no espaço
 - a) Ângulos de Euler
 - b) Roll, Pitch e Yaw
 - c) Ângulos de Bryant
 - d) Rotação em torno de um eixo qualquer

- e) Parâmetros de Euler
- f) Quaternions

Apendice 3 Modelo Dinâmico

AP3.1 Obtenção do Modelo Dinâmico

AP3.2 Obtenção do Modelo Dinâmico para o Robô Smart 200

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1 Motivação

Nas indústrias modernas, vem crescendo ano a ano o uso de manipuladores exercendo diferentes funções, como carregamento e descarregamento, soldagem a ponto, soldagem a arco, pintura, aplicação de adesivos, montagem, etc.

Tendo em vista o fato que os estudos em robótica no nosso país começaram a ter força a partir de 1982 com o trabalho de Paulo Amaral /5/, é importante a dedicação de esforços nesta área visando formar um massa crítica de pessoas com experiência no desenvolvimento de robôs.

1.2 Objetivos

Este trabalho tem como objetivo apresentar diversos aspectos relacionados à implementação de um "controlador de robô", que controla a execução de trajetórias contínuas. Quando se objetiva implementar um controlador para tal robô, deve se abordar um conjunto de problemas:

- . como se relaciona a posição e orientação espacial dos dispositivos montados no manipulador com os valores das posições dos eixos cada um dos seus motores ;
- . quais são as técnicas para fazer com que a ponta do manipulador execute uma trajetória desejada;
- . qual o desempenho destas técnicas;
- . que estruturas computacionais são utilizadas em controladores de robôs manipuladores.

No decorrer dos capítulos deste trabalho estão mostradas algumas respostas para estes problemas, incluindo a descrição da implementação de um controlador de robô, desenvolvimento que integra todos os resultados obtidos no decorrer deste trabalho.

1.3 Conteúdo do trabalho

Este trabalho foi realizado utilizando-se como principais referências dos artigos citados na bibliografia os livros de Richard Paul /51/, Brady /8/, Renaud /60/, as teses de doutoramento de Megahed /40/, Khatib /27/, Richard Paul /55/ e os trabalhos de Mizutani e Hasegawa /43,44,45,46/ no TIT.

O desenvolvimento do trabalho compreende 6 capítulos e 3 apêndices

- . Capítulo 2 : Neste capítulo é descrito o modelo matemático de um robô; a solução da transformada inversa, com o desenvolvimento de soluções para diferentes configurações de manipuladores e a apresentação de casos degenerados; o modelamento cinemático e o seu relacionamento com a forma de representação da orientação; a transformação entre os modelos cinemáticos obtidos com as diferentes representações de orientação;
- . Capítulo 3 : Resume as diferentes técnicas de geração de trajetórias descritas na literatura pesquisada;
- . Capítulo 4 : Apresenta a estrutura do simulador utilizado para verificar o desempenho das diferentes técnicas descritas no capítulo 4. São apresentados resultados de simulação de diferentes trajetórias em diferentes intervalos de amostragens. Destaca-se como resultado a inclusão de "feed forward" da velocidade espacial, e os resultados obtidos com a inclusão da saturação dos servomecanismos no modelo do sistema;
- . Capítulo 5 : Apresenta os tempos de cálculo e as restrições causadas pelo mesmo na implantação de controladores de robô e estruturas computacionais utilizadas para superar tal problema. São descritos também os principais aspectos da implementação de um controlador de robô que realiza trajetórias retilíneas e circulares num braço com dois graus de liberdade;
- . Capítulo 6 : Contem as conclusões do trabalho;
- . Capítulo 7 : Contem as referências bibliográficas;
- . Apêndice 1 : Contem a descrição geral dos componentes de um manipulador;
- . Apêndice 2 : Contem a descrição das formas utilizadas para a representação da posição e orientação de corpos no espaço;
- . Apêndice 3 : Contem o modelo dinâmico, segundo a metodologia de Lagrange, para um braço com três graus de liberdade;

CAPÍTULO 2

MODELAMENTO MATEMÁTICO

Para controlar os movimentos de um robô manipulador é necessário conhecer o seu modelo matemático. O modelo matemático de um robô pode apresentar graus de complexidade diversos, podendo incluir aspectos como representação de componentes não lineares, aspectos estocásticos, etc. Existe uma relação de compromisso entre a complexidade do modelo, viabilidade computacional e a precisão nos resultados.

O modelo matemático de um robô inclui o modelo cinemático e o modelo dinâmico.

Modelo cinemático: Possibilita a conversão entre o sistema de coordenadas de trabalho, denominado espaço operacional e os sistemas de coordenadas de cada articulação e denominado espaço de coordenadas generalizadas do robô. Através do modelo cinemático pode-se obter as variáveis cinemáticas do manipulador tais como posição, velocidade ou aceleração.

Modelo dinâmico: permite calcular os esforços necessários para a movimentação do manipulador. Este modelo possui um comportamento mais próximo da estrutura real do que o modelo cinemático; a custa de uma maior complexidade e do maior número de informações.

Este capítulo ilustra a aplicação de técnicas para modelamento cinemático, aplicadas a vários manipuladores com a ilustração de casos de degeneração e casos em que as técnicas descritas não são válidas. O Objetivo é ilustrar experiências na área de modelamento geométrico mostrando as diferenças no modelo geométrico e as dificuldades apresentadas em função do tipo do manipulador, visando a implementação de controladores para robôs manipuladores.

2.1. MODELAMENTO GEOMÉTRICO

No modelo geométrico são estabelecidas as relações entre os estados de cada articulação e a posição e orientação do efetuador em relação a um referencial no espaço de trabalho. Para alguns autores /27 e 40/ esta transformação é chamada modelo geométrico do robô. A partir do modelo geométrico são obtidas as demais variáveis cinemáticas (velocidade e aceleração).

A ferramenta básica usada para a obtenção do modelo geométrico é o sistema de coordenadas homogêneo. O apêndice 2 o descreve com maiores detalhes.

2.1.1. Alocação de Sistemas de Coordenadas

Visando caracterizar os movimentos relativos entre os corpos de um mecanismo são alocados sistemas de coordenadas conforme sistemática estabelecida por Denavit-Hartenberg /18/.

Para cada corpo rígido do mecanismo é alocado um sistema de coordenadas. A transformação de valores de um sistema para outro é feita segundo a sistemática de Denavit-Hartenberg, que resulta em transformações homogêneas. Através de transformações sequenciais a posição e orientação do efetuador pode ser expressa em coordenadas de base.

Conforme citado no capítulo 2 são usados em robótica dois tipos de juntas: rotóide e prismática a cada junta é associado um sistema de coordenadas de acordo com as seguintes regras.

- . Alocar um sistema de coordenadas (x_0 , y_0 , z_0) na base. O eixo z_0 deve ter a mesma direção do eixo de movimento da junta 1. A direção do eixo x_0 é arbitrária.
- . Estabelecimento dos outros sistemas de coordenadas:

Para $i = 1$ até NGRaus de liberdade Faça

Início

- . Alinhar Z_i com o eixo da junta $i + 1$;
- . Alocar a origem do sistema de coordenada "i" na intersecção de Z_i e Z_{i-1} ou intersecção entre o eixo Z_i e a normal comum entre os eixos Z_i e Z_{i-1} ;
- . Estabelecer $X_i = \pm(Z_{i-1} \times Z_i) / |Z_{i-1} \times Z_i|$ ou ao longo da normal comum entre os eixos Z_i e Z_{i-1} quando estes forem paralelos;
- . Estabelecer Y_i de forma que $Y_i = (X_i \times Z_i)$, completando a regra da mão direita.

Fim.

A figura 2.1 ilustra a alocação dos sistemas de coordenadas em um robô

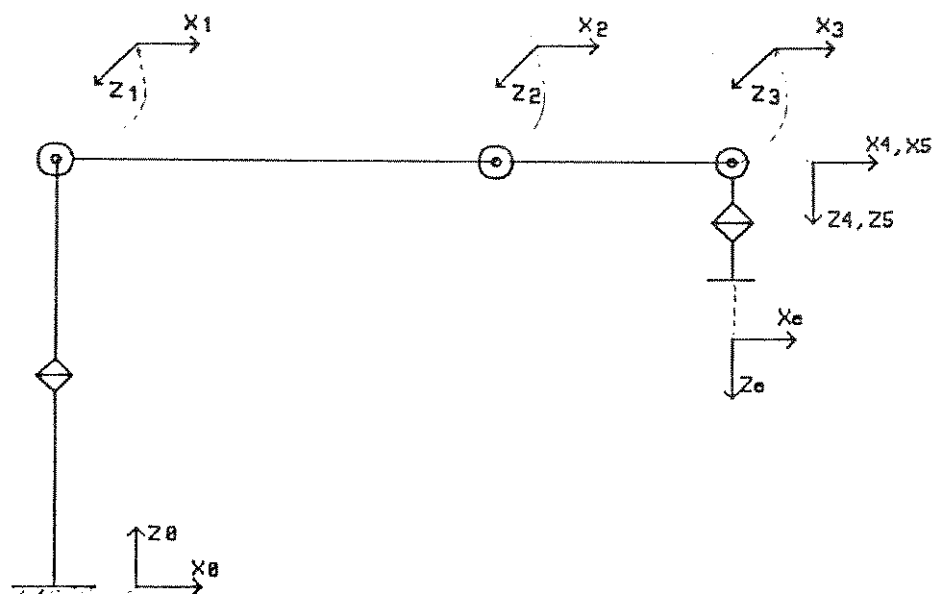


Figura 2.1 - Representação segundo norma JIS /24/ do robô K15 da VW /71/ com alocação dos sistemas de coordenadas em cada articulação, segundo metodologia de Denavit-Hartenberg.

2.1.2. Parâmetros de Denavit-Hartenberg

Uma vez alocados os sistemas de coordenadas, podem ser obtidos os quatro valores geométricos, chamados parâmetros de Denavit-Hartenberg:

θ_{i-1} = ângulo de junta entre o eixo X_{i-1} e o eixo X_i com respeito ao eixo Z_{i-1} (utilizando a regra da mão direita)

d_i = a distância da origem do sistema de coordenadas $(i-1)$ intersecção do eixo Z_{i-1} e o eixo X_i ao longo do eixo Z_{i-1}

α_i = é o ângulo de rotação do eixo Z_{i-1} para o eixo Z_i , com respeito ao eixo X_i

a_i = é a distância da intersecção dos eixos Z_{i-1} e X_i à origem do sistema de coordenadas i ao longo do eixo X_i .

A figura 2.2 mostra os parâmetros de Denavit-Hartenberg para um sistema com 3 juntas obtidos a partir da alocação conveniente de seus sistemas de coordenadas.

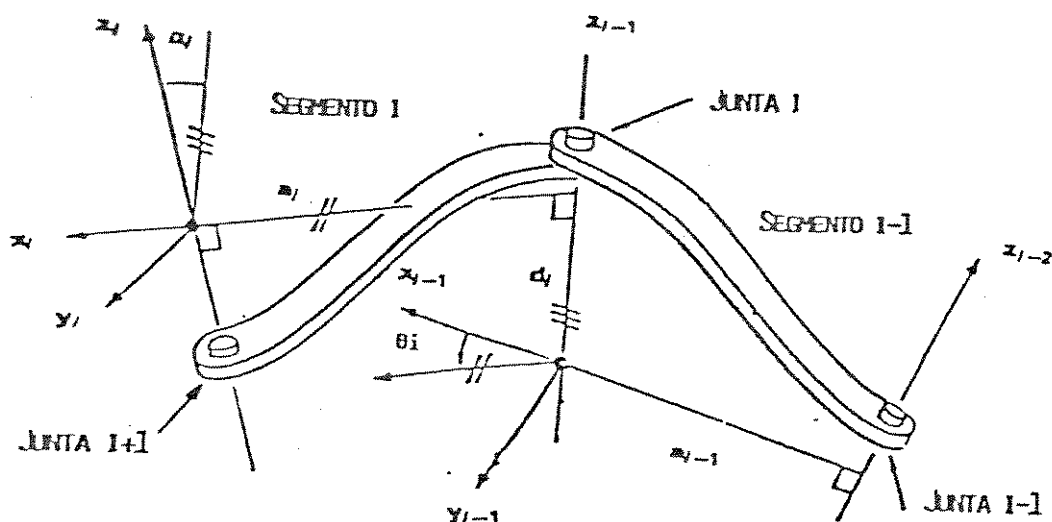


Figura 2.2 - Parâmetros de Denavit-Hartenberg entre três juntas

Os parâmetros de Denavit-Hartenberg do robô estão associados a uma matriz de transformação homogênea que caracteriza as interações entre sistemas de coordenadas. Estes parâmetros (α, a, d, θ) correspondem as seguintes transformações concatenadas: uma rotação " α " em torno do eixo x , seguida por uma translação de " a " unidades ao longo do eixo " x ", seguida de uma translação de " d " unidades ao longo do eixo " z ", seguida de uma rotação de um ângulo " θ " em torno do eixo " z ".

$$A_i = \text{Rot}(Z, \theta_i) \cdot \text{Trans}(z, d_i) \cdot \text{Trans}(x, a_i) \cdot \text{Rot}(X, \alpha_i) \quad (2.1)$$

As variáveis associadas a cada link são chamadas de coordenadas generalizadas. Já que estas podem ser deslocamentos lineares ou angulares dependendo do tipo de articulação da junta. Estas coordenadas generalizadas correspondem ao parâmetro " θ " se a junta for articulada ou ao parâmetro " d " se a junta translacional.

Nas figuras 2.3. a 2.7. estão ilustrados sistemas de coordenadas alocados a robôs articulado, esférico e cartesiano e seus parâmetros de Denavit-Hartenberg.

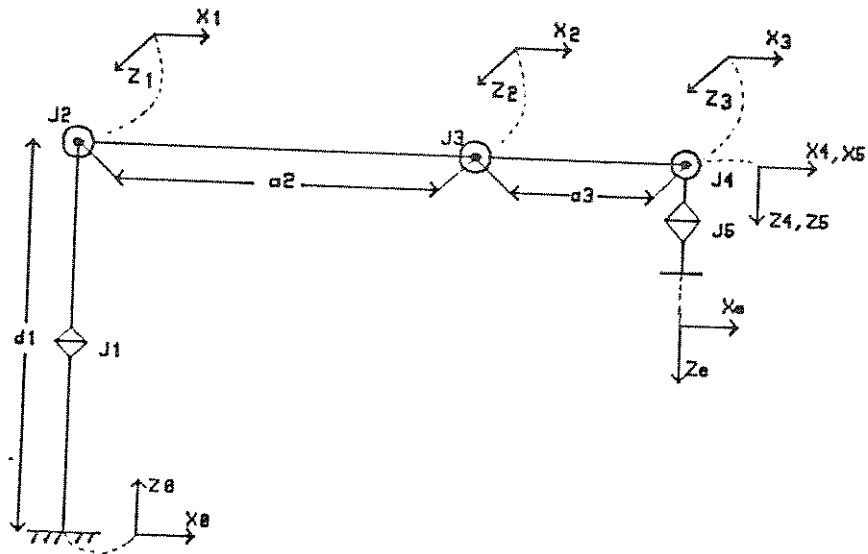


Figura 2.3 Sistemas de coordenadas e parâmetros de Denavit-Hartenberg para o robô K15 da VW /71/

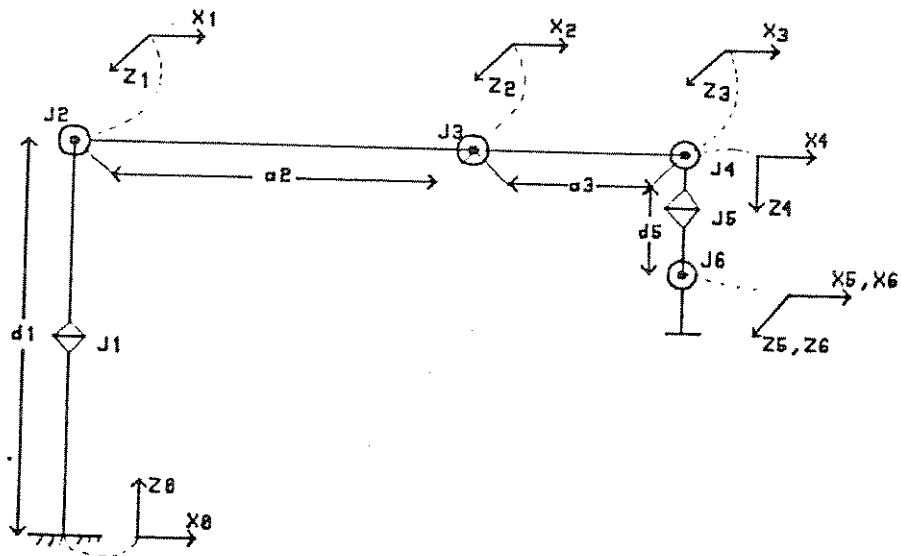


Figura 2.4 Sistemas de coordenadas e parâmetros de Denavit-Hartenberg para o robô K15 acrescido de mais um grau de liberdade (K16)

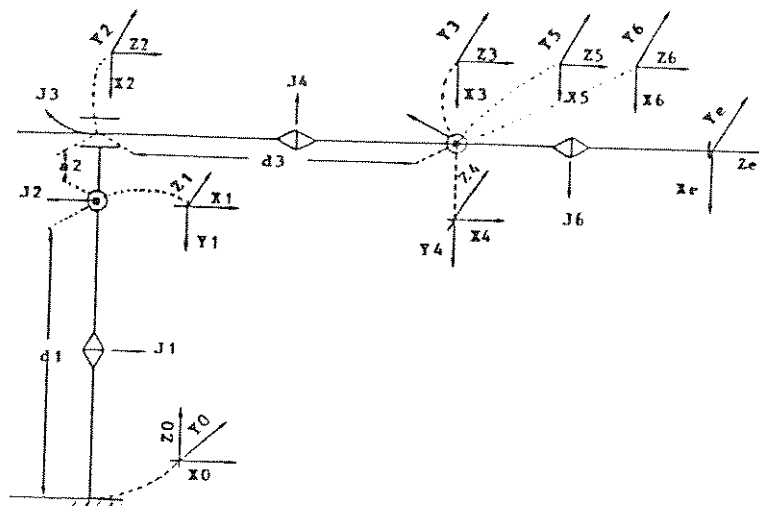


Figura 2.5 Sistemas de coordenadas e parâmetros de Denavit-Hartenberg para o robô esférico correspondente ao robô R30 da VW com o parâmetro "d5" nulo.

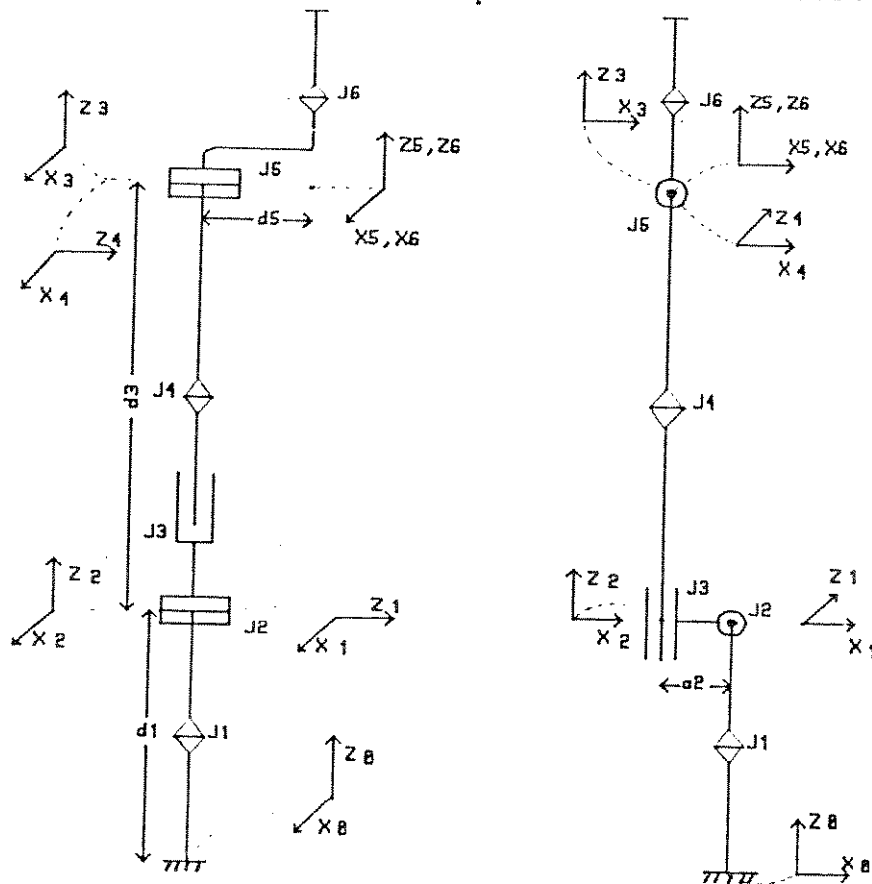


Figura 2.6 Sistemas de coordenadas e parâmetros de Denavit-Hartenberg para o robô esférico R30 da VW /71/. Estão ilustradas duas vistas ortogonais para facilitar a visualização.

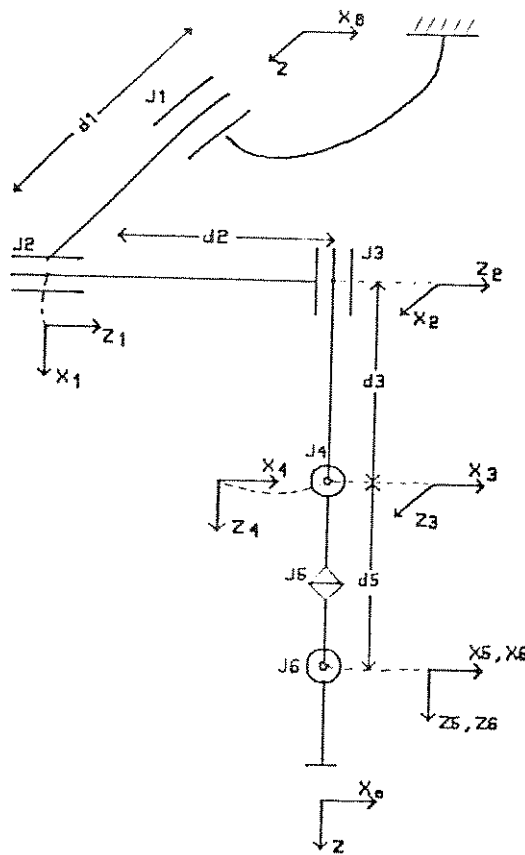


Figura 2.7 Sistemas de coordenadas e parâmetros de Denavit-Hartenberg para o robô cartesiano

A tabela 2.1 contém os parâmetros de Denavit-Hartenberg para os robôs ilustrados nas figuras 2.3 a 2.7.

TABELA 2.1.

Parâmetros de Denavit-Hartenberg das configurações de robô ilustradas nas figuras 2.3 a 2.7

a) Parâmetros para robô K15 (fig 2.3)

link	coordenada generalizada	Parâmetros de D-H			
		d_i	a_i	α_i	θ_i
1	tet1	d_1	0	90	tet1
2	tet2	0	a_2	0	tet2
3	tet3	0	a_3	0	tet3
4	tet4	0	0	90	tet4
5	tet5	0	0	0	tet5

b) Parâmetros para robô K16 (fig. 2.4)

coordenada		Parâmetros de D-H			
link	generalizada	d _i	a _i	α _i	θ _i
1	θ ₁	d ₁	0	90	θ ₁
2	θ ₂	0	a ₂	0	θ ₂
3	θ ₃	0	a ₃	0	θ ₃
4	θ ₄	0	0	90	θ ₄
5	θ ₅	d ₅	0	-90	θ ₅
6	θ ₆	0	0	90	θ ₆

c) Parâmetros para robô esférico (fig. 2.5)

coordenada		Parâmetros de D-H			
link	generalizada	d _i	a _i	α _i	θ _i
1	θ ₁	d ₁	0	-90	θ ₁
2	θ ₂	0	a ₂	+90	θ ₂
3	d ₃	d ₃	0	0	0
4	θ ₄	0	0	-90	θ ₃
5	θ ₅	0	0	+90	θ ₄
6	θ ₆	0	0	0	θ ₆

d) Parâmetros para robô R30 (fig 2.6)

coordenada		Parâmetros de D-H			
link	generalizada	d _i	a _i	α _i	θ _i
1	θ ₁	d ₁	0	-90	θ ₁
2	θ ₂	0	a ₂	+90	θ ₂
3	d ₃	d ₃	0	0	0
4	θ ₄	0	0	-90	θ ₄
5	θ ₅	d ₅	0	+90	θ ₅
6	θ ₆	0	0	0	θ ₆

e) Parâmetros para robô cartesiano (fig.2.7)

coordenada		Parâmetros de D-H			
link	generalizada	d _i	a _i	α _i	θ _i
1	d ₁	d ₁	0	-90	-90
2	d ₂	d ₂	0	-90	-90
3	d ₃	d ₃	0	-90	-90
4	θ ₄	0	0	90	θ ₄
5	θ ₅	0	0	-90	θ ₅
6	θ ₆	0	0	0	θ ₆

2.1.3. Matriz de Transformação entre Referenciais ligados aos diversos corpos

Considerando os parâmetros de Denavit-Hartenberg como descritos na equação 2.1, a matriz A_i pode ser descrita pela equação 2.1a

$$A_i = \text{Rot}(Z, \theta_i) \cdot \text{Trans}(z, d_i) \cdot \text{Trans}(x, a_i) \cdot \text{Rot}(X, \phi_i) \quad (2.1)$$

$$A_i = \begin{bmatrix} c\theta_i & -c\theta_i \cdot s\phi_i & s\phi_i \cdot s\theta_i & a_i \cdot c\theta_i \\ s\theta_i & c\theta_i \cdot s\phi_i & -s\phi_i \cdot s\theta_i & a_i \cdot s\theta_i \\ 0 & s\phi_i & c\phi_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \text{onde } c\theta_i &= \cos(\theta_i) \\ s\theta_i &= \sin(\theta_i) \\ c\phi_i &= \cos(\phi_i) \\ s\phi_i &= \sin(\phi_i) \end{aligned}$$

(2.1a)

Assim, para o robô K16, cujos parâmetros estão contidos na tabela 2.1b as seguintes matrizes de transformação (A_i), entre os sistemas de coordenadas alocados nos seus "links", são obtidas.

$$A_1 = \begin{bmatrix} c_1 & 0 & s_1 & 0 \\ s_1 & 0 & -c_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} c_2 & -s_2 & 0 & a_2 c_2 \\ s_2 & c_2 & 0 & a_2 s_2 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} c_3 & -s_3 & 0 & a_3 c_3 \\ s_3 & c_3 & 0 & a_3 s_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_4 = \begin{bmatrix} c_4 & 0 & -s_4 & 0 \\ c_4 & 0 & c_4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_5 = \begin{bmatrix} c_5 & 0 & -s_5 & 0 \\ s_5 & 0 & c_5 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & d_5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_6 = \begin{bmatrix} c_6 & 0 & s_6 & 0 \\ s_6 & 0 & -c_6 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2.1.4. Modelo Geométrico direto (Transformada Direta)

Dadas, para um robô, as diversas matrizes de transformação entre sistemas de coordenadas, pode-se obter a matriz homogênea que descreve a posição e orientação do efetuador através do produto das matrizes A_i (dadas pela equação 2.1a). Esta matriz é chamada de matriz de transformada direta.

$$T_n = \prod_{i=1}^n A_i \quad (2.2)$$

onde: T_n = transformada direta do robô

n = graus de liberdade do robô

A_i = matriz de transformação entre sistemas de coordenadas sucessivos.

Enquanto a transformada direta está associada a matriz de transformação homogênea (implicando no uso de 12 variáveis), autores franceses /40, 27, 60/ utilizam-se o chamado modelo geométrico direto. Este permite obter um vetor com variáveis que caracterizam a posição e a orientação do ferramenta do robô. A posição pode ser descrita por coordenadas cartesianas, cilíndricas, etc. A orientação pode ser representada por diferentes de formas como: parâmetros de Euler, ângulos de Bryant, ou qualquer umas das formas descritas no apêndice 2. Assim, estes autores utilizam frequentemente o modelo geométrico direto com posição descrita pelas coordenadas cartesianas e pelos parâmetros de Euler (e_2 , e_3 , e_4), como definidos na equação 2.8

Assim:

$$X = [l \ m \ n \ p \ q \ r]^T \quad (2.8)$$

onde: x = posição e orientação do efetuador (modelo geométrico direto)

l = componente "px" da matriz T_i

m = componente "py" da matriz T_i

n = componente "pz" da matriz T_i

p = parâmetro de Euler e_2

q = parâmetro de Euler e_3

r = parâmetro de Euler e_4

Logo relação existente entre o modelo geométrico direto e a transformada direta, é que a transformada direta é uma caso particular do modelo geométrico direto que utiliza a matriz de transformação homogênea para representar a orientação.

A seguir estão ilustradas as matrizes para transformada direta para os robôs cujos parâmetros estão descritos pelas tabelas 2.1.a a 2.1.e

Robo K15

cl.c234.c5+s1.s5	-cl.c234.s5+s1.c5	cl.s234	cl(a3.c23+a2.c2)
s1.c234.c5-cl.s5	-s1.c234.s5-cl.c5	s1.s234	s1(a3.c23+a2.c2)
s234.c5	-s234.s5	-c234	a3.s23+a2.s2+d1
0	0	0	1
			(3.4)

Robo K16

cl(c234.c5.c6-s234.s6)+s1.s5.c6	-cl.c234.s5+s1.c5	cl(c234.c5.s6+s234.c6)+s1.s5.s6	cl(s234.d5+a3.c23+a2.c2
s1(c234.c5.c6-s234.s6)-cl.s5.c6	-s1.c234.s5-cl.c5	s1(c234.c5.s6+s234.c6)-cl.s5.s6	s1(s234.d5+a3.c23+a2.c2
s234.c5.c6+c234.s6	-s234.s5	s234.c5.s6-c234.c6	-c234.d5+s23.a3+s2.a2+d1
0	0	0	1
			(3.5)

Robo esferico

cl(c2(c4.c5.c6-s4.s6)-s2.s5.s6)-s1(s4.c5.c6+c4.s6)	cl(c2(-c4.c5.s6-s4.c6)-s2.s5.s6)-s1(-s4.c5.s6+c4.c6)	cl(c2.c4.s5+s2.c5)-s1.s4.s5	cl(s2.d3+a2.c2)
s1(c2(c4.c5.c6-s4.s6)-s2.s5.s6)+c1(s4.c5.c6+c4.s6)	s1(c2(-c4.c5.s6-s4.c6)-s2.s5.s6)+c1(-s4.c5.s6+c4.c6)	s1(c2.c4.s5+s2.c5)+c1.s4.s5	s1(s2.d3+a2.c2)
-s2(c4.c5.c6-s4.s6)-c2.s5.c6	-s2(-c4.c5.s6-s4.s6)+c2.s5.s6	-s2.c4.s5+c2.c5	c2.d3-a2.s2+d1
0	0	0	1
			(3.6)

Robo R30

cl(c2(c4.c5.c6-s4.s6)-s2.s5.c6)-s1(s4.c5.c6+c4.s6)	cl(c2(-c4.c5.s6-s4.c6)+s2.s5.s6)-s1(-s4.c5.s6+c4.c6)	cl(c2.c4.s5+s2.c5)-s1.s4.s5	cl(-c2.s4.d5+s2.d3+a2.c2)-s1.c4.d5
s1(c2(c4.c5.c6-s4.s6)-s2.s5.s6)+c1(s4.c5.c6+c4.s6)	s1(c2(-c4.c5.s6-s4.c6)-s2.s5.s6)+c1(-s4.c5.s6+c4.c6)	s1(c2.c4.s5+s2.c5)+c1.s4.s5	s1(-c2.s4.d5+s2.d3+a2.c2)+c1.c4.d5
-s2(c4.c5.c6-s4.s6)-c2.s5.c6	-s2(-c4.c5.s6-s4.c6)+c2.s5.s6	-s2.c4.s5+c2.c5	s2.s4.d5+c2.d3-a2.s2+d1
0	0	0	1
			(3.7)

Robo Cartesiano

c4.c5.c6-s4.s6	-c4.c5.s6-s4.s6	-c4.s5	s4.d5+d2
s4.c5.c6+c4.s6	-s4.c5.s6+c4.s6	-s4.s5	-c4.d5-d3
s5.c6	-s5.s6	c5	d1
0	0	0	1
			(3.8)

2.1.5 Um exemplo de aplicação

As linguagens modernas para a programação de robô usam o conceito de sistemas de coordenadas /51 e 39/. O uso de sistemas de coordenadas é vantajoso pois pelo uso de transformações é possível definir as interações entre os diversos dispositivos e pontos no ambiente de trabalho. Isto é mostrado pela ilustração de uma aplicação.

Associam-se sistemas de coordenadas aos diferentes objetos do ambiente de trabalho de forma conveniente a aplicação, como ilustra a figura 2.8, onde:

- A = referencial absoluto
- Z = matriz de transformação a referencia da base e A
- T6 = matriz de transformação entre punho do robô e a base.
- E = matriz de transformação da ferramenta em relação ao punho.
- B = matriz de transformação da referência do objeto a trabalhar (bloco) em relação a A
- G = matriz de transformação do ponto de ataque da garra em relação a referência do bloco.

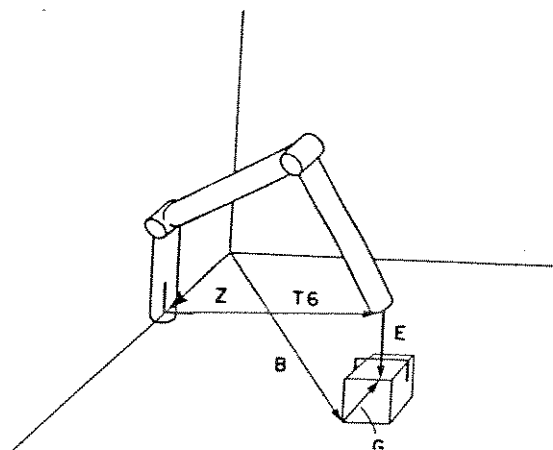


Figura 2.8 - Caracterização dos sistemas de coordenadas em um ambiente de trabalho.

O posicionamento do robô no ambiente, é definido por transformações entre os sistemas de coordenadas através do uso de matrizes de transformação entre cada sistema de coordenadas. A posição da ferramenta em relação ao sistema de coordenadas da base pode ser expressa nas duas formas descritas na equação 2.9. Uma caracteriza as transformações associadas ao manipulador (Z.T6.E) e a outra caracterizando as transformações associadas com o ambiente de trabalho (B.G)

$$Z.T6.E = B.G = \text{Posição da ferramenta} \quad (2.9)$$

Um dos problemas em aplicações é obter a matriz T_6 que define a configuração (posição e orientação) do manipulador para uma operação.

Para definir a posição e orientação do efetuador, a partir dos diversos referenciais componentes do ambiente de trabalho, deve-se isolar a expressão da matriz T_6 contida na equação 2.9, e a partir de seu valor dado pela equação 2.10, calcular os valores das coordenadas generalizadas que satisfazem tal situação. Qualquer controlador de robô manipulador deve prover de tal recurso, não sendo isto trivial, e é o objetivo da seção 2.2 e 2.3 deste trabalho.

$$T_6 = Z^{-1} . B . G . E \quad (2.10)$$

Um outro exemplo do uso de transformações é o uso de sensor visual, como ilustra a aplicação da figura 2.9, onde

Ba = base da câmara relativa ao referencial do sistema;

Ca = câmara relativa a sua base

C = cubo relativo a câmara

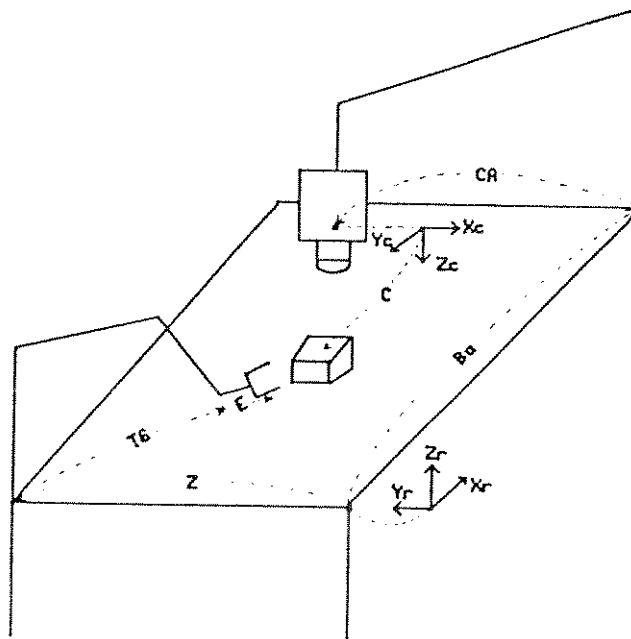


Figura 2.9 - Ilustra-se o uso de sistemas de coordenadas em um sistema com sensor visual onde uma câmara de televisão informa para o controlador do robô a matriz de transformação entre o sistema de coordenadas do cubo e da câmara.

Assim a partir da informação da matriz de transformação entre a câmara e o cubo o controlador pode obter a configuração do robô para que este pegue o cubo:

$$\begin{aligned} Z.T6.E &= Ba.Ca.C \\ \text{ou} \quad -1 \quad & \quad -1 \\ T6 &= Z^{-1}.Ba.Ca.C.E \end{aligned} \quad (2.11)$$

Em uma aplicação na qual o robô deva pegar uma peça num ambiente de trabalho, o processador do sensor visual deve enviar pelo menos a matriz de transformação do objeto que deve ser trabalhado (matriz C) em relação à câmara ao controlador do robô. Este dado é fundamental na determinação dos parâmetros da matriz T6 requerida para determinação do posicionamento do robô.

2.2. MODELO GEOMÉTRICO INVERSO -(Transformada Inversa)

Dada a matriz T_6 ($X = T_d(q)$) o modelo geométrico inverso ou transformada inversa visa a obtenção das coordenadas generalizadas do robô a partir da matriz T_6 ($X = T_d(q)$), ou seja obter a função recíproca:

$$q = T_{inv}(X).$$

onde

q = vetor de coordenadas generalizadas

T_d = transformada direta

T_{inv} = Transformada inversa

X = Matriz que descreve a posição e orientação (modelo geométrico direto)

A dificuldade de obtenção da função recíproca(T_{inv}) é devido a não linearidade da função $T_d(q)$ implicando na impossibilidade de aplicação dos teoremas de resolução de sistemas de equações /40/

Renaud /60/, define um manipulador como resolúvel quando é possível determinar todas as configurações (diferentes conjuntos de coordenadas generalizadas) que correspondem a uma certa posição e orientação.

Segundo Megahed /40/, até o presente momento não foi obtido um procedimento analítico geral para a obtenção da transformada inversa. As soluções obtidas correspondem a casos particulares e foram obtidos por tentativa. Este autor constatou também que os manipuladores resolúveis são aqueles que possuem a maioria dos parâmetros de Denavit-Hartenberg nulos.

2.2.1. Obtenção da Transformada Inversa

Existem métodos analíticos e numéricos para a obtenção da transformada inversa. A vantagem dos métodos analíticos em relação aos métodos numéricos estão relacionados com a obtenção de todas soluções para o modelo geométrico inverso e um menor número de cálculos. Os métodos numéricos apresentam vantagem da generalidade. Neste trabalho é abordado somente métodos analíticos.

O procedimento analítico mais adotado para obtenção da transformada inversa foi desenvolvido por Paul /51 e 52/ e consiste num método sistemático que usa de uma forma recursiva as matrizes de transformação homogênea " A_i " (equação 2.1a)

tomando-se :

$$U_j = \prod_{i=j}^n A_i \quad \text{para } 1 \leq j \leq n \quad (2.12)$$

n = graus de liberdade do robô

Verifica-se que as seguintes igualdades são válidas:

$$\begin{aligned}
U_1 &= A_1.A_2 \dots A_{n-1}.A_n = T \\
U_2 &= A_2.A_3 \dots A_{n-1}.A_n = A_1^{-1} T \\
&\vdots \\
U_{n-1} &= A_{n-1}.A_n = A_{n-2}.A_{n-3} \dots A_2.A_1^{-1} T
\end{aligned} \tag{2.13}$$

Do sistema de equações obtido em 2.13 as variáveis correspondentes podem ser isoladas com uma certa facilidade, desde que seja possível a obtenção da transformada inversa.

A obtenção da transformada inversa é facilitada quando os pontos seguintes são seguidos,

. Utilização da função arco tangente - a utilização da função arco seno ou arco cosseno conduz a problemas de precisão e de indefinição do quadrante da solução /51/. A utilização da função arco tangente permite contornar estes problemas /51/, tendo em vista a necessidade da obtenção do quadrante da solução é definida a função arco tangente real (ATRE), que obtém o arco tangente no quadrante especificado pelos senos e cossenos do ângulo. Ela verifica os sinais do numerador e denominador (deve-se fornecer isoladamente os valores numéricos do numerador e denominador) e escolhe o quadrante do ângulo.

. Na obtenção analítica da transformada inversa para manipulador com juntas articuladas obtém-se expressões do tipo

$$x_1.\cos(tet) + x_2.\sin(tet) = x_3 \tag{2.14}$$

Esta expressão admite duas soluções:

$$\sin(tet) = \frac{x_2.x_3 - \delta_1.x_1.(x_1^2 + x_2^2 - x_3^2)^{0.5}}{x_1^2 + x_2^2} \tag{2.15a}$$

$$\cos(tet) = \frac{x_1.x_3 - \delta_1.x_2.(x_1^2 + x_2^2 - x_3^2)^{0.5}}{x_1^2 + x_2^2} \tag{2.15b}$$

$$\text{onde } \delta = \pm 1 \text{ e } x_1^2 + x_2^2 \geq x_3^2 \tag{2.15c}$$

Devido os problemas de precisão já citados, usa-se a função arco tangente real para a obtenção da solução.

A restrição para a solução dada na equação 2.15c corresponde a limitação física do robô em atingir um ponto fora de seu espaço de trabalho.

. Outro tipo de expressão que ocorre na solução para juntas articuladas são aquelas na qual o seno e coseno da "i-ésima" junta estão explícitos, ou seja:

$$\begin{aligned} \cos(\theta_i) &= f_1 & \text{onde } f_1 \text{ e } f_2 \text{ são funções} \\ \sin(\theta_i) &= f_2 \end{aligned}$$

Mais uma vez, devido problemas de precisão, aplica-se a função ATRE para obtenção dos ângulos procurados.

Na sequência são apresentados as transformadas inversas para alguns casos

2.2.2 Obtenção da transformada inversa para o robô esférico ilustrado na figura 2.5 e parâmetros da tabela 2.1c

As matrizes de transformação de Denavit-Hartenberg (A_i) entre os referenciais alocados nas juntas e suas respectivas inversas são as seguintes:

$$A_1 = \begin{bmatrix} c_1 & 0 & -s_1 & 0 \\ s_1 & 0 & c_1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_1^{-1} = \begin{bmatrix} c_1 & s_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & d_1 \\ -s_1 & c_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} c_2 & 0 & s_2 & a_2 c_2 \\ s_2 & 0 & -c_2 & a_2 s_2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_2^{-1} = \begin{bmatrix} c_2 & s_2 & 0 & -a_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ s_2 & c_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_3^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A4 = \begin{bmatrix} |c4 & 0 & -s4 & 0| \\ |s4 & 0 & c4 & 0| \\ |0 & -1 & 0 & 0| \\ |0 & 0 & 0 & 1| \end{bmatrix}$$

$$A4^{-1} = \begin{bmatrix} | -c4 & s4 & 0 & 0| \\ | 0 & 0 & -1 & 0| \\ | -s4 & c4 & 0 & 0| \\ | 0 & 0 & 0 & 1| \end{bmatrix}$$

$$A5 = \begin{bmatrix} |c5 & 0 & s5 & 0| \\ |s5 & 0 & -c5 & 0| \\ |0 & 1 & 0 & 0| \\ |0 & 0 & 0 & 1| \end{bmatrix}$$

$$A5^{-1} = \begin{bmatrix} |c5 & s5 & 0 & 0| \\ |0 & 0 & 1 & 0| \\ |s5 & -c5 & 0 & 0| \\ |0 & 0 & 0 & 1| \end{bmatrix}$$

$$A6 = \begin{bmatrix} |c6 & -s6 & 0 & 0| \\ |s6 & c6 & 0 & 0| \\ |0 & 0 & 1 & 0| \\ |0 & 0 & 0 & 1| \end{bmatrix}$$

$$A6^{-1} = \begin{bmatrix} |c6 & s6 & 0 & 0| \\ | -s6 & c6 & 0 & 0| \\ |0 & 0 & 1 & 0| \\ |0 & 0 & 0 & 1| \end{bmatrix}$$

As igualdades para o caso de robô com 6 graus de liberdade são as seguintes:

$$U1 = A1.A2.A3.A4.A5.A6 = U1' = T6 \quad (2.16)$$

$$U2 = A2.A3.A4.A5.A6 = U2' = A1^{-1} . T6 \quad (2.17)$$

$$U3 = A3.A4.A5.A6 = U3' = A2^{-1} . A1^{-1} . T6 \quad (2.18)$$

$$U4 = A3.A4.A6 = U4' = A3^{-1} . A2^{-1} . A1^{-1} . T6 \quad (2.19)$$

$$U5 = A5.A6 = U5' = A5^{-1} . A4^{-1} . A3^{-1} . A2^{-1} . A1^{-1} . T6 \quad (2.20)$$

$$U6 = A6 = U6' = A5^{-1} . A4^{-1} . A3^{-1} . A2^{-1} . A1^{-1} . T6 \quad (2.21)$$

Desenvolvendo os produtos matriciais, obtém-se o seguinte conjunto de matrizes U_i para o robô esférico contidas nas equações 2.16a a 2.21a

[illegible]

[illegible]

$$\begin{array}{ccccccc}
\begin{array}{c} U_4 \\ \hline c_4.c_5.c_6.s_4.s_6 \\ \hline s_4.c_5.c_6.c_4.s_6 \\ \hline -s_5.s_6 \\ \hline 0 \end{array} & \begin{array}{c} -c_4.c_5.s_6-s_4.c_6 \\ \hline -s_4.c_5.s_6+c_4.c_6 \\ \hline -s_5.c_6 \\ \hline 0 \end{array} & \begin{array}{c} -s_4.d_5 \\ \hline c_4.d_5 \\ \hline 0 \\ \hline 1 \end{array} & \begin{array}{c} U_4' \\ \hline c_2(c_1.nx+sl.ny)-s_2.nz \\ \hline -sl.nx+c_1.ny \\ \hline s_2(c_1.nx+sl.ny)+c_2.nz \\ \hline 0 \end{array} & \begin{array}{c} c_2(c_1.nx+sl.ny)-s_2.nz \\ \hline -sl.nx+c_1.ny \\ \hline s_2(c_1.nx+sl.ny)+c_2.nz \\ \hline 0 \end{array} & \begin{array}{c} c_2(c_1.ax+sl.ay)-s_2.az \\ \hline -sl.ax+c_1.ay \\ \hline s_2(c_1.ax+sl.ay)+c_2.az \\ \hline 0 \end{array} & \begin{array}{c} c_2(c_1.px+sl.py)+s_2(-pz+dl)-a_2 \\ \hline -sl.px+c_1.y \\ \hline s_2(c_1.px+sl.py)+c_2(-pz+dl)-d_3 \\ \hline 1 \end{array} \\
\hline & = & & & & & (3.18a)
\end{array}$$

U_3	U_3'	
$\begin{bmatrix} c4.d5.c6+s4.s6 & -c4.c5.s6-s4.c6 & c4.s5 & -s4.d5 \\ s4.c5.c6+c4.s6 & -s4.c5.s6+c4.c6 & s4.s5 & c4.d5 \\ -s5.s6 & & c5 & d3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} c2(c1.nx+sl.ny)-s2.nz & c2(c1.ox+sl.oy)-s2.oz & c2(c1.ax+sl.ay)-s2.az & c2(c1.px+sl.py)+s2(-pz+dl)-a2 \\ -sl.nx+cl.ny & -sl.ox+cl.oy & -sl.ax+cl.ay & -sl.px+cl.py \\ s2(c1.nx+sl.ny)+c2.nz & s2(c1.ox+sl.oy)+c2.oz & s2(c1.ax+sl.ay)+c2.az & s2(c1.px+sl.py)+c2(pz-dl) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

[illegible]

[illegible]

a) Obtenção das coordenadas generalizadas:

A partir das equações 2.38a a 2.43a, obtém-se as coordenadas generalizadas.

- . Obtenção de $tet1$ é obtido a partir dos elementos $U4(2,4)$ e $U4'(2,4)$ contidos na equação 2.19a

$$-s1.px + c1.py = 0$$

Esta expressão admite duas soluções:

$$tet1 = ATRE(py, px) \quad [caso \&1 = +1] \quad (2.22)$$

$$tet'1 = tet1 + 180 \quad [caso \&1 = -1] \quad (2.22a)$$

- . Obtenção de $tet2$ é obtido igualando-se os elementos $U3(1,4)$ e $U3'(1,4)$ da equação 2.18a

$$c2(c1.px + s1.py) + s2(-pz + d1) - az = 0$$

tomando-se $f1p = (c1.px + s1.py)$

$R1 = -pz + d1$, e utilizando o valor de $tet1$ obtido em 2.22 obtém-se as equações abaixo, similares a da equação 2.14,

$$c2.f1p + s2.R1 = az$$

a solução é similar a dada pela equação 2.15a e 2.15b,

$$s2 = \frac{R1.az + \frac{0.5}{f1p^2 + R1^2} (f1p^2 + R1^2 - az^2)}{f1p^2 + R1^2} \quad (2.23)$$

$$c2 = \frac{f1p.az + \frac{0.5}{f1p^2 + R1^2} (f1p^2 + R1^2 - az^2)}{f1p^2 + R1^2} \quad (2.23a)$$

onde $\&2 = \pm 1$ e $f1p^2 + R1^2 - az \geq 0$

Para $tet2$ as seguintes soluções são obtidas

$$tet2 = ATRE(s2, c2) \quad \text{com } \&2 = +1 \quad (2.23b)$$

$$tet2' = ATRE(s2, c2) \quad \text{com } \&2 = -1 \quad (2.23c)$$

- . Obtenção de d3: é obtido igualando-se os termos $U4(3,4)$ e $U4'(3,4)$ dados pela equação 2.19a e utilizando os valores obtidos em 2.22 e 2.23

$$d3 = s2(c1.px + s1.py) - c2(-pz + d1) \quad (2.24)$$

- . Obtenção de tet4: é obtido igualando-se os termos de $U5(1,4)$ e $U5'(1,4)$ dados pela equação 2.20a e utilizando os valores das equações acima

$$c4 [c2(c1.px+s1.py) + s2 (-pz+d1) - a2] + s4 (-s1.px + c1.py) = 0$$

Esta expressão apresenta duas soluções:

$$\begin{aligned} tet4 = \text{ATRE} ((c2(c1.px + s1.py) + s2(-pz+d1)-a2), (s1.px-c1.py) \\ (\text{caso } \&3 = 1) \end{aligned} \quad (2.25a)$$

$$tet4' = tet + 180 \text{ graus } (\text{caso } \&3 = -1) \quad (2.25b)$$

- . Obtenção de tet5: é obtido igualando-se os termos de $U5(1,3)$ com $U5'(1,3)$ e $U5(2,3)$ com $U5'(2,3)$ da equação 2.20a e os demais valores acima obtidos

$$\begin{aligned} s5 &= c4[c2(c1.ax+s1.ay) - s2.az] + s4(-s1.ax+c1.ay) \\ c5 &= s2(c1.ax+s1.ay) + c2.az \\ tet5 &= \text{ATRE} (s5, c5). \end{aligned} \quad (2.26)$$

- . Obtenção de tet6: é obtido igualando-se os termos de $U6(1,2)$ com $U6'(1,2)$ e $U6(2,2)$ com $U6'(2,2)$ da equação 2.21a e os valores acima obtidos

$$S6 = -c5\{c4[c2(c1.Ox+S1.Oy) - s2.Oz] + s4(-s1.Ox+c1.Oy)\} - s5(s2(c1.Ox+s1.Oy)-c2.Oz) \quad (2.27a)$$

$$C6 = s4[c2(c1.Ox+s1.Oy)-s2.Oz] + c4(-s1.ax+c1.ay) \quad (2.27b)$$

$$tet6 = \text{ATRE} (s6, c6) \quad (2.27c)$$

b) Número de configurações possíveis

Em função da combinação dos diferentes valores de $\&i$ a tabela 2.2 ilustra o conjunto de configurações possíveis para este caso na solução da transformada inversa

θ_1	θ_2	θ_3	Configuração
+1	+1	+1	1
+1	+1	-1	2
+1	-1	+1	3
+1	-1	-1	4
-1	+1	+1	5
-1	+1	-1	6
-1	-1	+1	7
-1	-1	-1	8

tabela 2.2 Configurações para robô esférico em função de θ_1

2.2.3 Resultados da transformada inversa para um robô articulado com 6 graus de liberdade - K16 ilustrado na figura 2.4 e parâmetros contidos na tabela 2.1.b

a) Obtenção das expressões para as coordenadas generalizadas

Adotando-se o mesmo procedimento descrito anteriormente obteve-se as seguintes soluções para o robô chamado K16 (fig. 2.4)

$$\theta_1 - \theta_1 = \text{ATRE}(p_y, p_x) \quad \text{para } \theta_1 = 1 \quad (2.28a)$$

$$\theta_1' = \theta_1 + 180 \quad \text{para } \theta_1 = -1 \quad (2.28b)$$

θ_3 : não é obtida diretamente mas é função de θ_{234} que apresenta as seguintes expressões: (onde $\theta_{234} = \theta_2 + \theta_3 + \theta_4$)

$$\theta_{234} = \text{ATRE}(O_z, C1.O_x + S1.O_y), \quad \text{para } \theta_2 = 1$$

$$\theta_{234}' = \theta_{234} + 180 \quad \text{para } \theta_2 = -1 \quad (2.29)$$

As expressões básicas para obtenção de θ_3 são as seguintes:

$$c1.p_x + s1.p_y = s23.d5 + c23.a3 + a2.c2$$

$$p_z - d1 = -c23.d5 + s23.a3 + a2.s2$$

tomando $f1p = c1.px + s1.py$
 $k2 = pz.d1$

$$c23.a3 + a2.c2 = f1p - s234.d5 \quad (2.30a)$$

$$s23.a3 + a2.s2 = k2 - c234.d5 \quad (2.30b)$$

Elevando-se ao quadrado, e somando-se as duas expressões anteriores obtém-se:

$$a3^2 + 2.c3.a3.a2 + a2^2 = f1p^2 + k2^2 - 2.d5 (f1p.s234 + k2.c234) + d5^2$$

$$c3 = \frac{f1p^2 + k2^2 + d5^2 - a3^2 - a2^2 - 2d5(f1p.s234 + k2.c234)}{2a3.a2} \quad (2.30c)$$

$$s3 = \&3 (1 - c3^{0,5}) \quad \text{onde } \&3 = \pm 1 \quad (2.30d)$$

$$tet3 = ATRE(s3, c3) \quad \text{com } \&3 = +1 \quad (2.30e)$$

$$tet3' = ATRE(s3, c3) \quad \text{com } \&3 = -1 \quad (2.30f)$$

Let2

Desenvolvendo as equações 2.30a e 2.30b obtém-se:

$$(c2.c3 - s2.s3)a3 + c2.a2 = f1p - s234.d5$$

$$(s2.c3 + s3.c2)(a3 + s2.a2 = (pz - d1) + c234.d5$$

tomando $v1 = f1p - s234.d5$
 $v2 = (pz - d1) + c234.d5$

$$(c3.a3 + a2)c2 - (a3.s3).s2 = v1$$

$$(a3.s3).c2 + (c3.a3 + a2).s2 = v2$$

A partir destas expressões obtém-se:

$$c2 = \frac{v1.(c3.s3+a2) + v2.s3.s3}{((c3.a3+a2)*x2)+((a3.s3)*x2)} \quad (2.31a)$$

$$s2 = \frac{v2.(c3.a3+a2) - v1.a3.s5}{((c3.a3+a2)*x2)+((a3.s3)*x2)} \quad (2.31b)$$

$$e \quad tet2 = ATRE (s2, c2) \quad (2.31c)$$

tet4

$$tet4 = tet234 - tet2 - tet3 \quad (2.32)$$

tet5

$$s5 = -c234(c1.ox+s1.oy) - s234.Oz \quad (2.35a)$$

$$c5 = s1.Ox - c1.Oy \quad (2.33b)$$

$$tet5 = ATRE(s5, c5) \quad (2.33c)$$

tet6

$$s6 = c5(c234(c1.ax+s1.ay) + s234.az) + s5(s1.ax+c1.ay) \quad (2.34a)$$

$$c6 = s234.(c1.ax+s1.ay) - c234.az \quad (2.34b)$$

$$tet6 = ATRE (s6, c6) \quad (2.34c)$$

b) Número de configurações possíveis para K16

Este robô apresenta o mesmo número de configurações que o robô esférico ilustrado anteriormente.

A fig. 2.10 ilustra o caminho para a obtenção das diferentes configurações para o robô K16

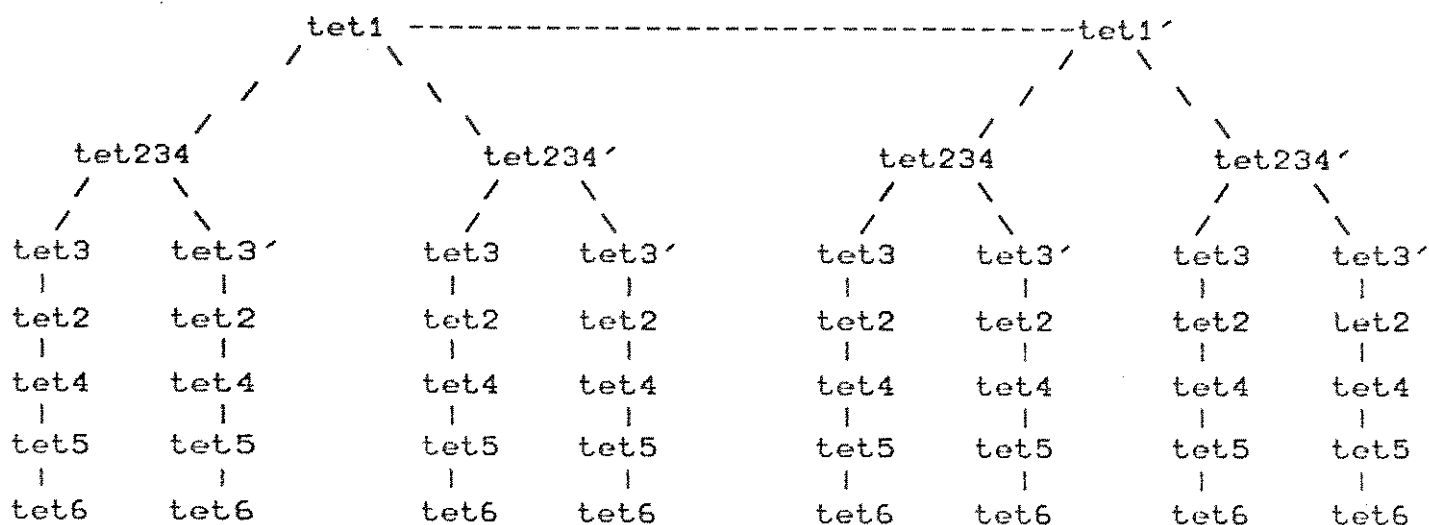


Figura 2.10 - Caminhos para obtenção das diversas configurações para o robô K16

c) Alguns resultados obtidos por simulação

A seguir estão ilustrados alguns resultados obtidos em simulação, para a transformada inversa de K16. De maneira geral estes resultados se diferenciam principalmente no que diz respeito o número de configurações possíveis

- . 8 configurações
- . 4 configurações
- . infinitas configurações em posições degeneradas

c1) Exemplo 1 - Oito configurações

Este é o caso previsto no modelo matemático. São possíveis oito soluções como mostra a fig. 2.11.

ANGULOS DE REFERENCIA
TREF= 0.000E+00 TREF= -80.9
POSICAO DE REFERENCIA

0.81	-0.42	-0.41	-1.7
-0.38	-0.91	-0.18	0.00E+00
0.45	-0.12E-01	-0.89	-0.58

TREF= -65.8

TREF= -31.6

TREF= -25.0

TREF= -155

*****SOLUCAO 3*****

ANGULOS CALCULADOS

TOBT= 180.0	TOBT=-102.8	TOBT= 114.5	TOBT=-13.32	TOBT=-155.0	TOBT= 25.00
-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------

*****SOLUCAO 19*****

ANGULOS CALCULADOS

TOBT= 180.0	TOBT=-38.84	TOBT=-114.5	TOBT= 151.6	TOBT=-155.0	TOBT= 25.00
-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------

*****SOLUCAO 35*****

ANGULOS CALCULADOS

TOBT= 180.0	TOBT=-99.07	TOBT= 65.79	TOBT=-148.4	TOBT= 155.0	TOBT=-155.0
-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------

*****SOLUCAO 51*****

ANGULOS CALCULADOS

TOBT= 180.0	TOBT=-55.48	TOBT=-65.79	TOBT=-60.41	TOBT= 155.0	TOBT=-155.0
-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------

*****SOLUCAO 67*****

ANGULOS CALCULADOS

TOBT=0.0000E+00	TOBT=-124.5	TOBT= 65.79	TOBT=-119.6	TOBT=-25.00	TOBT=-155.0
-----------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------

*****SOLUCAO 83*****

ANGULOS CALCULADOS

TOBT=0.0000E+00	TOBT=-80.93	TOBT=-65.79	TOBT=-31.60	TOBT=-25.00	TOBT=-155.0
-----------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------

*****SOLUCAO 99*****

ANGULOS CALCULADOS

TOBT=0.0000E+00	TOBT=-141.2	TOBT= 114.5	TOBT= 28.36	TOBT= 25.00	TOBT= 25.00
-----------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------

*****SOLUCAO 115*****

ANGULOS CALCULADOS

TOBT=0.0000E+00	TOBT=-77.16	TOBT=-114.5	TOBT=-166.7	TOBT= 25.00	TOBT= 25.00
-----------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------

Figura 2.11 - Resultado de simulacao onde usando como entrada uma matriz descrevendo a posicao orientacao de referencia, obtém-se as possíveis soluções para a transformada inversa do robô K16.

- Representação das configurações.

As figuras 2.12.a 2.12.h ilustram a representação das configurações para as soluções listadas na figura 2.11, correspondentes ao par $tet1$ e $tet1 + 180$, chamadas de configurações direita e canhota respectivamente /70/ por guardarem semelhança com a situação do braço humano.

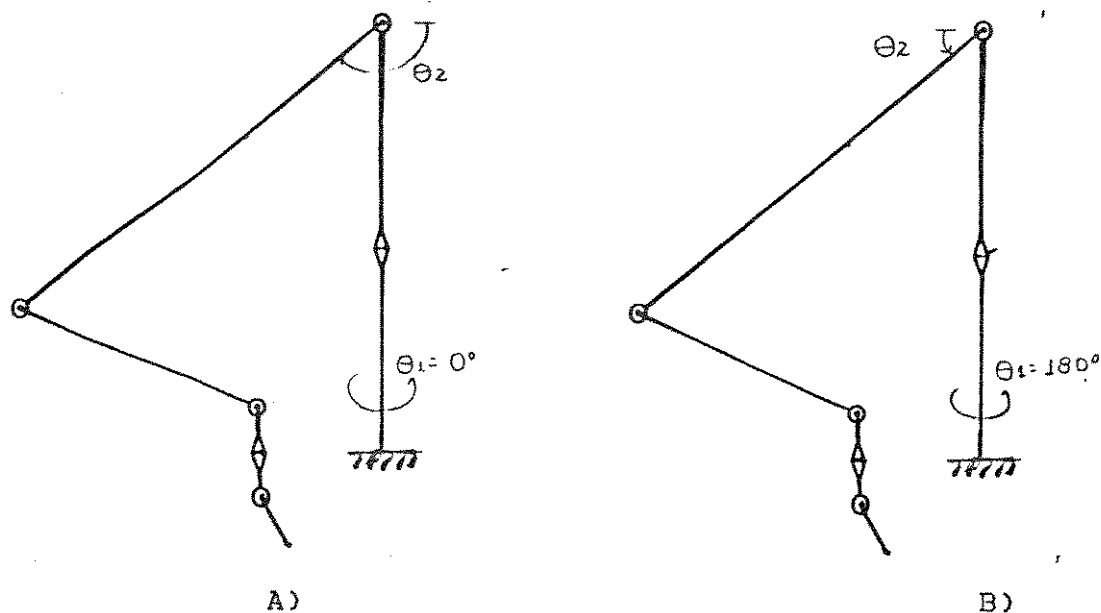


Figura 2.12 - A) Configuração direita 1 - corresponde as coordenadas generalizadas dadas pela solução 99
B) Configuração canhota 1 - corresponde as coordenadas generalizadas dadas pela solução 19

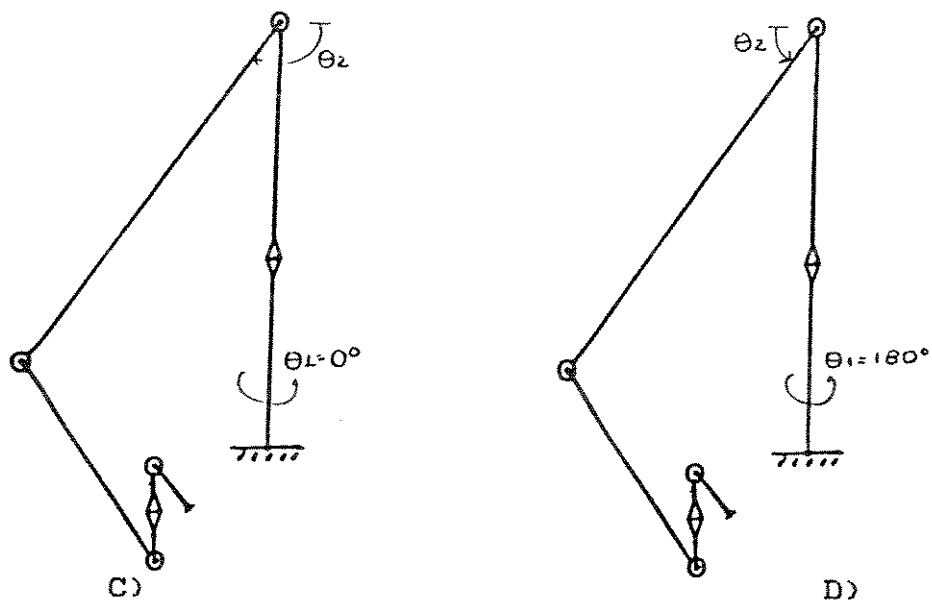
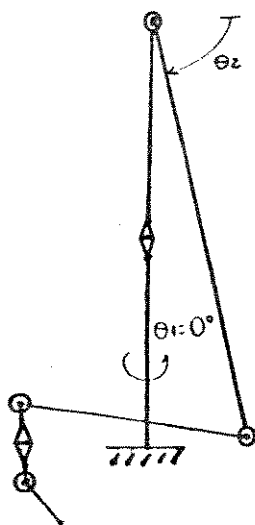
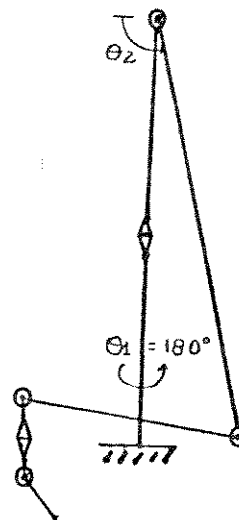


Figura 2.12 - C) Configuração direita 2 - corresponde as coordenadas generalizadas dadas pela solução 67
D) Configuração canhota 2 - corresponde as coordenadas generalizadas dadas pela solução 51

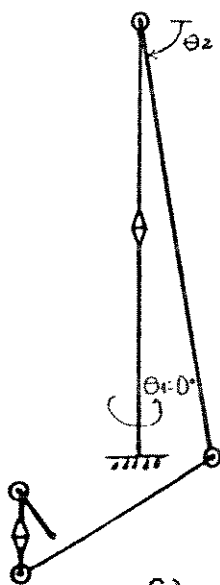


E)

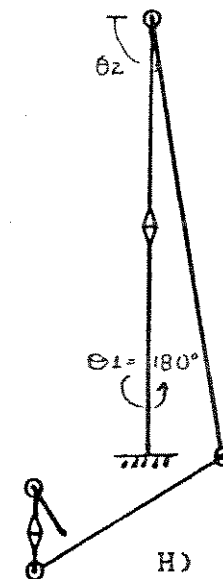


F)

Figura 2.12 - E) Configuração direita 3 - corresponde as coordenadas generalizadas dadas pela solução 83
F) Configuração canhota 3 - corresponde as coordenadas generalizadas dadas pela solução 35



G)



H)

Figura 2.12 - G) Configuração direita 4 - corresponde as coordenadas generalizadas dadas pela solução 115
H) Configuração canhota 4 - corresponde as coordenadas generalizadas dadas pela solução 3

c2) Exemplo 2: Quatro Configurações.

Neste caso devido a limitações físicas não são possíveis oito configurações. Um exemplo para este caso está ilustrado na figura 2.16. tendo-se observado durante o trabalho que o número de soluções diminui quando o ponto objetivo se aproxima do limite de alcance do manipulador.

**** CONFIGURACAO DE REFERENCIA 3

ANGULOS DE REFERENCIA					
TREF= 0.000E+00	TREF= -145.	TREF= 25.0	TREF= 25.0	TREF= 25.0	TREF= 25.0
POSICAO DE REFERENCIA					
0.35	0.37E-01	-0.94	-7.5		
-0.38	-0.91	-0.18	0.00E+00		
-0.86	0.42	-0.30	-0.26		

*****SOLUCAD 3*****

ANGULOS CALCULADOS					
TOBT= 180.0	TOBT=-52.30	TOBT= 25.00	TOBT= 122.3	TOBT=-155.0	TOBT= 25.00

*****SOLUCAD 19*****

ANGULOS CALCULADOS					
TOBT= 180.0	TOBT=-35.00	TOBT=-25.00	TOBT= 155.0	TOBT=-155.0	TOBT= 25.00
SOLUCAO IMPOSSIVEL- RAIZ DE N NEGATIVO					
SOLUCAO IMPOSSIVEL- RAIZ DE N NEGATIVO					

*****SOLUCAD 35*****

ANGULOS CALCULADOS					
TOBT=0.0000E+00	TOBT=-145.0	TOBT= 25.00	TOBT= 25.00	TOBT= 25.00	TOBT= 25.00

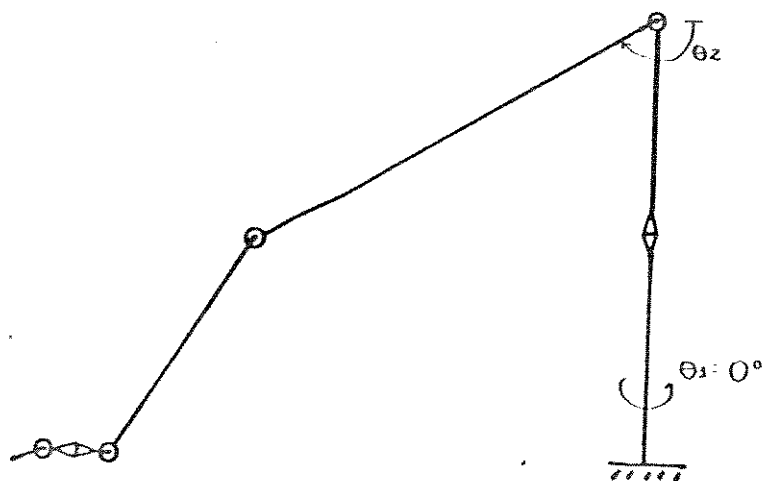
*****SOLUCAD 51*****

ANGULOS CALCULADOS					
TOBT=0.0000E+00	TOBT=-127.7	TOBT=-25.00	TOBT= 57.70	TOBT= 25.00	TOBT= 25.00

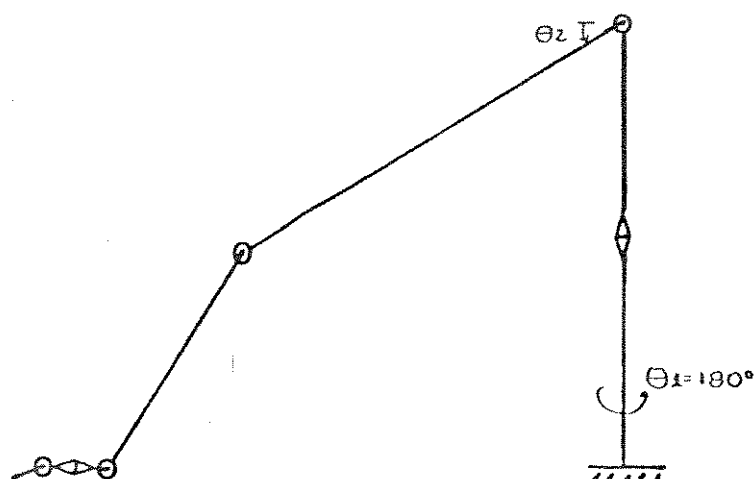
Figura 2.13 - Caso em que a transformada inversa apresenta 4 soluções.

- Representação das configurações.

A figura 2.14.a a 2.14.d mostra o perfil das configurações as configurações direita e canhota quando se obtém quatro soluções, para as soluções listadas na figura 2.13



A)

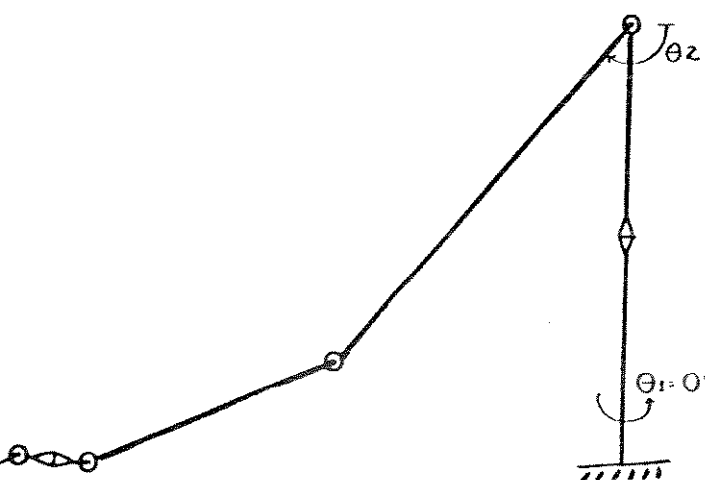


B)

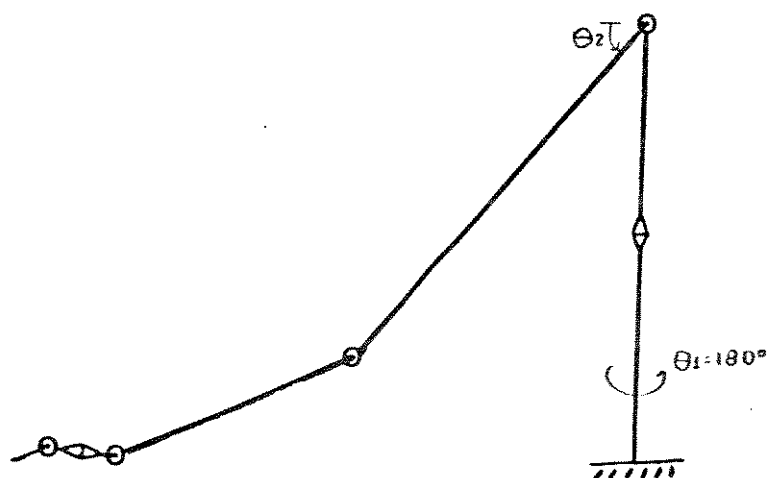
Figura 2.14 - Caso em que a transformada inversa apresenta 4 soluções.

A) Configuração direita 1 : corresponde a solução 35

B) Configuração canhota 1 : corresponde a solução 19



C)



D)

Figura 2.14 - Caso em que a transformada inversa apresenta 4 soluções.

C) Configuração direita 2 : corresponde a solução 51

D) Configuração canhota 2 : corresponde a solução 3

c3). Exemplo 3: posições degeneradas.

Em alguns casos no cálculo da transformada inversa as expressões para o seno e cosseno tendem a zero, e isto torna indefinida a função arco tangente. Este caso é chamado de degeneração. Pode-se mostrar que estes casos correspondem a redundância local do manipulador, isto é, o manipulador possui um número de graus de liberdade maior do que o requerido para o posicionamento. Assim no robô K16 existem os seguintes casos de degeneração:

-Caso de Degeneração para o ângulo tet_{234}

O caso da degeneração tet_{234} ocorre quando simultaneamente $O_z = 0$ e $c1.Ox + s1.Oy = 0$, já que $\text{tg}(\text{tet}_{234}) = O_z / (c1.Ox + s1.Oy)$.

A expressão $c1.Ox + s1.Oy$ é nula nas seguintes situações:

. O_x e O_y iguais a zero, este caso não é aceitável já que se $O_z=0$ necessariamente $(O_x^2 + O_y^2)^{0.5} = 1$ pois o vetor $\underline{O}$ possui módulo unitário.

$$.c1.Ox = -s1.Oy$$

Desenvolvendo-se as expressões acima mostra-se que os valores O_y e O_x estão relacionados com tet_1 na situação de degeneração de forma que $O_y = c1$ e $O_x = -s1$

A partir dos resultados acima constata-se o seguinte para a coordenada generalizada tet_5 :

. As expressões para obtenção de tet_5 são as seguintes:

$$\begin{aligned}s5 &= -c234(c1.Ox + s1.Oy) - s234.O_z \\ c5 &= s1.Ox - c1.Oy\end{aligned}$$

. No caso de degeneração de tet_{234} : $O_z \Rightarrow 0$ e $c1.Ox + s1.Oy \Rightarrow 0$ logo isto implica que $s5 \Rightarrow 0$, e $c5 \Rightarrow -1$, já que $O_x \Rightarrow -s1$ e $O_y \Rightarrow c1$

. Assim constata-se que quando há tendência para degeneração de tet_{234} , a coordenada generalizada tet_5 tende para $n.\pi$ ($n = 0, 1, \dots$). Isto faz com que o eixo da junta 6 evolua para uma posição paralela ao eixo da junta 4, como ilustrado na fig. 2.15.; este caso é chamado por Renaud/2/ de degeneração do efetuador.

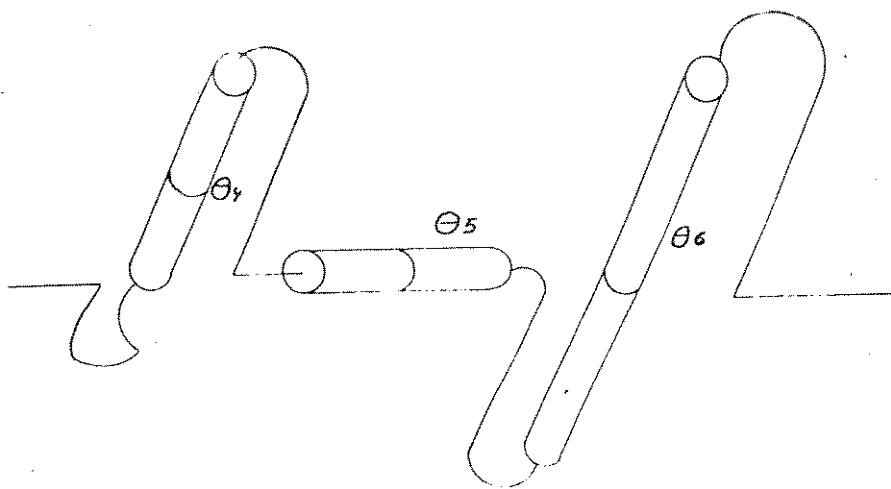


Figura 2.15 - Ilustração da degeneração tet234

Pode-se mostrar que o alinhamento do eixo da junta 6 com o eixo da junta 4 conduz a um sistema de equações que admite infinitas soluções, o que caracteriza uma degeneração.

-Degeneração tet1

Este é o caso no qual $tgtet1 \Rightarrow 0/0$. Isto é $py \Rightarrow 0$ e $px \Rightarrow 0$. Conforme pode ser observado pela figura 2.16 /60/ que qualquer valor da junta 1 satisfaz o posicionamento desejado.

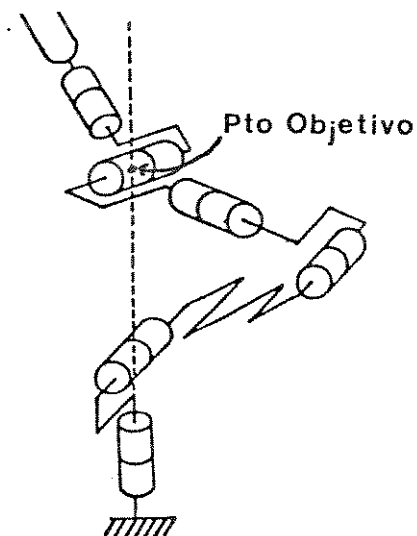


Figura 2.16 - Degeneração tet1

Pode-se notar na fig. 2.16 que quando o ponto de posicionamento encontra-se no prolongamento do eixo da junta 1 a sua variação não influi na posição do efetuator.

2.2.4 Resultados da transformada inversa do robô articulado com 5 graus de liberdade - K15 ilustrado na fig. 2.5. e parâmetros contidos na tabela 2.1.a

$$\begin{aligned} \underline{\text{tet1}} \quad \text{tet1} &= \text{ATRE}(\text{py}, \text{px}) & \text{com } \&1 = +1 & (2.35a) \\ \text{tet1}' &= \text{tet1} + 180 & \text{com } \&1 = -1 & (2.35b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{\text{tet2}} \quad \text{definindo } f11p &= c1.px + s1.py \\ V1 &= pz.d1 \\ V2 &= (a3)^2 - (a2)^2 + (v1)^2 + (f11p)^2 \\ R &= 2a2 (f11p) + (v1)^2 \\ \text{Disc} &= \&2 V1 - ((V2/R)^2) & \text{com } \&2 = \pm 1 \end{aligned}$$

$$\text{tet2} = \text{ATRE}((v2.v1 - f11p.DISC), (DISC.v1 - v2.f11p)) \quad (2.36)$$

tet3 é obtido primeiramente tet23

$$\text{tet23} = \text{ATRE}((v1 - a2.s2), (f11p - a2.c2)) \quad (2.37a)$$

$$\text{tet3} = \text{tet23} - \text{tet2} \quad (2.37b)$$

$$\underline{\text{tet4}} \quad s4 = c32(c1.ax + s1.ay) + s32.az \quad (2.38a)$$

$$c4 = s32(c1.ax + s1.ay) - c32.az \quad (2.38b)$$

$$\text{tet4} = \text{ATRE}(s4, c4) \quad (2.38c)$$

$$\underline{\text{tet5}} \quad s5 = -c234(c10x + s1.Oy) - s234.Oz \quad (2.39a)$$

$$c5 = s1.Ox - c1.Oy \quad (2.39b)$$

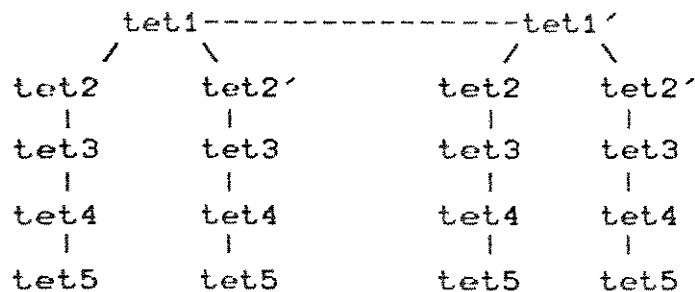
$$\text{tet5} = \text{ATRE}(s5, c5) \quad (2.39c)$$

. Número de configurações

São possíveis as seguintes configurações para K15 em função de δ_1 :

δ_1	δ_2	Configuração
+1	+1	1
+1	-1	2
-1	+1	3
-1	-1	4

O caminho seguido para obtenção das soluções possíveis para K15 é o seguinte:



2.2.5 Robô cartesiano

O robô cartesiano ilustrado na figura 2.6 apresenta as variáveis $d_1, d_2, d_3, tet_4, tet_5$ e tet_6 e que são obtidas das seguintes expressões:

$$\underline{d_1}: d_1 = pz \quad (2.40)$$

$$\underline{tet_4}: tet_4 = ATRE(ay, ax) \quad \text{com } \delta_1 = +1 \quad (2.41a)$$

$$tet_4' = tet_4 + 180 \quad \text{com } \delta_1 = -1 \quad (2.41b)$$

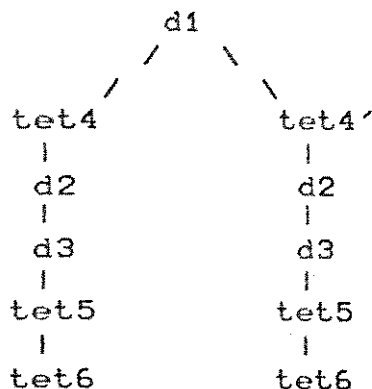
$$\underline{d_2}: d_2 = -s_4.d_5 - px \quad (2.42)$$

$$\underline{d_3}: d_3 = -c_4.d_5 - py \quad (2.43)$$

$$\underline{tet5}: \quad tet5 = ATRE(c4.ax-s4.ay, az) \quad (2.44)$$

$$\underline{tet6}: \quad tet6 = ATRE(-c5(-c4.Ox+s4.Oy)+s5.Oz, s4.Ox+c4.Oy) \quad (2.45)$$

O número de configurações para o robô cartesiano utilizado como modelo são duas, e o caminho para obtenção destas configurações é o seguinte:



2.3. RESULTADOS OBTIDOS NO TRABALHO RELATIVOS A TRANSFORMADA INVERSA

Os varios exemplos mostrados no decorrer do item 2.2 mostram diferentes aspectos que devem ser considerados na resolução da transformada inversa que são destacados a seguir.

2.3.1 Escolha de configurações

Conforme foi ilustrado anteriormente são possíveis várias configurações para uma posição de referência. Entretanto nada foi comentado sobre qual método para escolha de uma determinada configuração a ser adotada pelo controlador em função dos seguintes fatos:

. Em um manipulador real, um dos fatores que diminui as possibilidades de escolha são os limites físicos de cada articulação. Isto reduz de forma considerável o numero de possibilidades.

. Outra limitação advém do fato que a escolha de uma configuração possa ser estar relacionada com a trajetória que o manipulador está seguindo e pode ser objeto de critérios que levam em conta o objetivo final e dos obstáculos existentes no ambiente de trabalho. Neste sentido o controlador do robô PUMA /70/, oferece ao usuário comandos para a escolha da configuração.

2.3.2 Tratamento de degenerações

Os casos de degeneração são caracterizados pela impossibilidade de obtenção do arcotangente para uma coordenada generalizada. As alternativas para estas situações não são muitas, sendo também pouco frequentes as citações destas alternativas na literatura.

A alternativa mais simples é fixar segundo algum critério que deve estar relacionado com a estrutura do manipulador uma das variáveis que contribui para a degeneração,

Como as degenerações são características das estruturas mecânicas articuladas, neste trabalho notou-se que é necessário um estudo particularizado da arquitetura mecânica visando a definição das situações de degeneração e a definição de uma estratégia para tratá-las.

2.3.3 Casos em que a solução analítica não pode ser encontrada por esta metodologia

A seguir citados dois casos nos quais a metodologia de Richard Paul não forneceu a transformada inversa para o robô estudado: o robô R30 da VW /71/, e o robô Hitachi ilustrado por Megahed/40/.

2.3.3.1 Robô R30

O robô R30 está ilustrado na figura 2.6. Ele apresenta algumas similaridades com o robô esférico cuja solução da transformada inversa é apresentada no item 2.2.3. A diferença entre estes dois robôs está no fato que o robô R30 não apresenta o parâmetro d_5 nulo, esta situação faz com que o manipulador não seja resolúvel.

A seguir estão ilustrados os vários passos para a obtenção da transformada inversa para o robô R30.

Parâmetros de Denavit-Hartenberg

Link	coordenada generalizada	Parâmetros de Denavit-Hartenberg			
		d_i	a_i	α_i	θ_i
1	tet1	d_1	0	-90	tet1
2	tet2	0	a_2	+90	tet2
3	d_3	d_3	0	0	0
4	tet4	0	0	-90	tet4
5	tet5	d_5	0	+90	tet5
6	tet6	0	0	0	tet6

Matrizes A1

$$A1 = \begin{vmatrix} |c1 & 0 & -s1 & 0| \\ |s1 & 0 & c1 & 0| \\ |0 & -1 & 0 & d1| \\ |0 & 0 & 0 & 1| \end{vmatrix}$$

$$A1^{-1} = \begin{vmatrix} |c1 & s1 & 0 & 0| \\ |0 & 0 & -1 & +d1| \\ |-s1 & c1 & 0 & 0| \\ |0 & 0 & 0 & 1| \end{vmatrix}$$

$$A2 = \begin{vmatrix} |c2 & 0 & s2 & a2c2| \\ |s2 & 0 & -c2 & a2s2| \\ |0 & 1 & 0 & 0| \\ |0 & 0 & 0 & 1| \end{vmatrix}$$

$$A2^{-1} = \begin{vmatrix} |c2 & s2 & 0 & -a2| \\ |0 & 0 & 1 & 0| \\ |s2 & -c2 & 0 & 0| \\ |0 & 0 & 0 & 1| \end{vmatrix}$$

$$A3 = \begin{vmatrix} |1 & 0 & 0 & 0| \\ |0 & 1 & 0 & 0| \\ |0 & 0 & 1 & d3| \\ |0 & 0 & 0 & 1| \end{vmatrix}$$

$$A3^{-1} = \begin{vmatrix} |1 & 0 & 0 & 0| \\ |0 & 1 & 0 & 0| \\ |0 & 0 & 1 & -d3| \\ |0 & 0 & 0 & 1| \end{vmatrix}$$

$$A4 = \begin{vmatrix} |c4 & 0 & -s4 & 0| \\ |s4 & 0 & c4 & 0| \\ |0 & -1 & 0 & 0| \\ |0 & 0 & 0 & 1| \end{vmatrix}$$

$$A4^{-1} = \begin{vmatrix} |c4 & s4 & 0 & 0| \\ |0 & 0 & -1 & 0| \\ |-s4 & c4 & 0 & 0| \\ |0 & 0 & 0 & 1| \end{vmatrix}$$

$$A5 = \begin{vmatrix} |c5 & 0 & s5 & 0| \\ |s5 & 0 & -c5 & 0| \\ |0 & 1 & 0 & d5| \\ |0 & 0 & 0 & 1| \end{vmatrix}$$

$$A5^{-1} = \begin{vmatrix} |c5 & s5 & 0 & 0| \\ |0 & 0 & 1 & -d5| \\ |s5 & -c5 & 0 & 0| \\ |0 & 0 & 0 & 1| \end{vmatrix}$$

$$A6 = \begin{vmatrix} |c6 & -s6 & 0 & 0| \\ |s6 & c6 & 0 & 0| \\ |0 & 0 & 1 & 0| \\ |0 & 0 & 0 & 1| \end{vmatrix}$$

$$A6^{-1} = \begin{vmatrix} |c6 & s6 & 0 & 0| \\ |-s6 & c6 & 0 & 0| \\ |0 & 0 & 1 & 0| \\ |0 & 0 & 0 & 1| \end{vmatrix}$$

Equações para resolução da Transformada Inversa.

As equações 2.46 a 2.50 são equações usadas para a obtenção da transformada inversa:

[illegible]

A obtenção de $tet1$ do vetor de coordenadas generalizadas, deve ser feita a partir do conjunto de equações abaixo, obtidas a partir das equações 2.45 a 2.50

$$-s1.px+c1.py = c3.d5 \quad (\text{a partir da matriz } U2(3,4))$$

$$s2(c1.px+s1.py)-c2(-pz+d1) = d3 \quad (\text{a partir da matriz } U3(3,4))$$

$$c2(c1.px+s1.py)+s2(-pz+d1)-a2 = -s3.d5 \quad (\text{a partir da matriz } U4(1,4))$$

Observa-se das equações acima que é possível a obtenção de uma solução para o sistema de equações quando o parâmetro $d5$ for nulo. É o caso robô esférico ilustrado na seção 2.3.2

2.3.3.2 Robô Hitachi

O robô HPR da Hitachi (fig. 2.17) apresenta uma cadeia cinemática fechada interna que corresponde a mais de dois links ligados a mesma junta. Esta cadeia apresenta a vantagem de permitir uma maior rigidez estrutural. Em contrapartida tem como inconveniente a não validade dos modelos descritos neste trabalho, já que os mesmos não são válidas para estes tipos de estrutura.

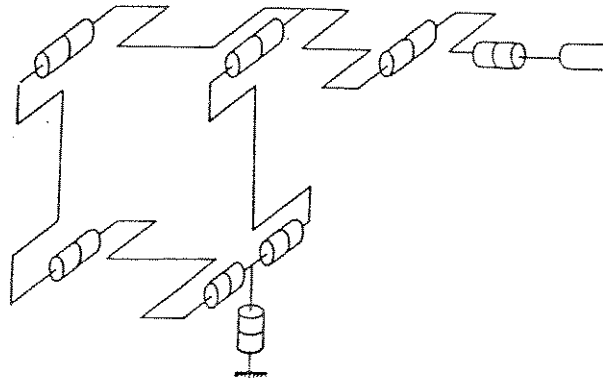
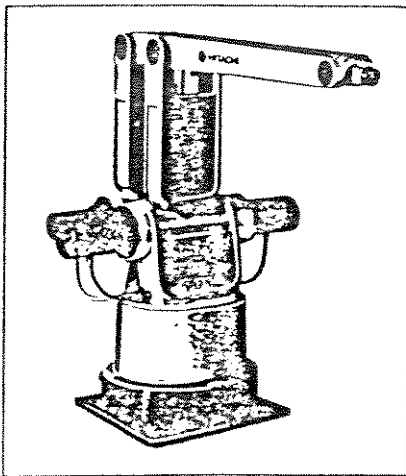


Figura 2.17 - Robô Hitachi HPR

Para obtenção do modelo cinemático direto desta estrutura, os parâmetros de Denavit-Hartenberg são insuficientes /40/, já que estes são usados para definir referenciais em corpos que possuem apenas duas juntas. Neste caso são utilizados os parâmetros de SHETH-UICKER (6 parâmetros) que são uma extensão dos parâmetros de Denavit-Hartenberg. Os parâmetros de Sheth-Uicker são utilizados para mais de duas juntas ligadas a um corpo.

O modelo geométrico direto para o robô Hitachi é descrito em /40/ e o autor cita que até a conclusão de seus estudos não tinha sido obtido um procedimento para obtenção analítica da transformada inversa para robôs que contenham alguma cadeia cinemática fechada na sua estrutura.

2.4. MODELAMENTO CINEMATICO

O modelo cinemático e diferencial tratam das relações entre variações nas coordenadas generalizadas e variações nas coordenadas espaciais e vice-versa. O relacionamento entre alterações diferenciais nas coordenadas generalizadas e as variações no espaço operacional devido a estas variações é chamado de modelo diferencial direto. O relacionamento entre as variações diferenciais no espaço operacional e as variações nas coordenadas generalizadas é chamado modelo diferencial inverso.

Os modelos diferencial e cinemático encontram aplicações em situações que requerem ajustes na posição, orientação espacial e na movimentação coordenada no espaço, e se tem dificuldade na obtenção da transformada inversa. A utilização destes modelos é descrita no capítulo 3 que trata das técnicas de geração de trajetórias.

2.4.1. Modelo Cinemático e Diferencial Direto

Os modelos cinemático e diferencial direto, descrevem a variação da posição e orientação do efetuador em função das variações das coordenadas generalizadas.

$$\begin{aligned}dPOS &= f(dqi) \\ dORI &= g(dqi)\end{aligned}$$

onde dPOS significa diferencial da posição
dORI significa diferencial da orientação
dqi significa diferencial das coordenadas generalizadas

A variação da posição normalmente é descrita como a variação das coordenadas x, y e z do efetuador:

$$dPOS = [dx \ dy \ dz]^T$$

A variação da orientação pode ser descrita de diferentes formas dependendo da maneira como é representada a orientação.

O diferencial dos componentes da matriz X que descreve a posição e orientação em função das coordenadas generalizadas é conhecida como Jacobiano "J" e corresponde as derivadas de cada termo que descreve a posição e orientação em função das coordenadas generalizadas.

[J(q)]: matriz das derivadas parciais da posição e orientação.

Cada elemento da matriz jacobiana é dado pela equação 2.51

onde X : Matriz que descreve a posição e orientação

i : elementos da linha da matriz, cada elemento correspondendo a um termo que descreve posição e orientação

j : corresponde a cada coordenada generalizada

$J_{i,j}$: elemnto i,j da Jacobiana

$$J_{i,j} = \frac{dX_i(q)}{dq_j} \quad (2.51)$$

Assim uma variação diferencial de posição, chamada de modelo diferencial direto, é obtido a partir da equação 2.52

$$dx = J(q).dq \quad (2.52)$$

Da mesma forma mostra-se /51 e 60/ que o modelo cinemático direto que fornece a taxa de variação da posição e orientação do efetuador no tempo é dado pela equação 2.53:

$$\dot{X} = J(q).\dot{q} \quad (2.53)$$

onde

$\dot{X}$ = taxa de variação da posição e orientação

$\dot{q}$ = taxa de variação das coordenadas generalizadas

a)- Obtenção da Jacobiana

Para a obtenção da Jacobiana existem os métodos direto e indireto/40/.

Deve ser destacado que dependendo da forma adotada para descrição da orientação são obtidas diferentes Jacobianas. Autores franceses /40 e 27/, chamam matriz Jacobiana de Base(J_0), a Jacobiana obtida a partir da definição de deslocamentos diferenciais "dx, dy e dz" e rotações diferenciais "rx, ry e rz" em torno de cada um dos eixos.

Esta matriz pode ser também obtida pelo calculo das velocidades lineares (V_x, V_y e V_z) e angulares (w_x, w_y e w_z) do efetuador do robô usando procedimentos da mecânica clássica.

a1) Método indireto para obtenção da Jacobiana

O método indireto para o cálculo da Jacobiana baseia-se na diferenciação do modelo geométrico direto do robô. A restrição deste método é a necessidade de se conhecer o modelo geométrico direto, que é derivado da matriz T_1 . Assim, para o caso que são usados os ângulos de Bryant (a, b e c) como descritores da orientação os termos do modelo diferencial são os seguintes /60/:

$$\begin{aligned}
 \frac{dl}{dq_1} &= \frac{dpx}{dq_1} \\
 \frac{dm}{dq_1} &= \frac{dpy}{dq_1} \\
 \frac{dn}{dq_1} &= \frac{dpz}{dq_1} \\
 \frac{da}{dq_1} &= \frac{1}{((Oz)**2)+((az)**2)} (Oz \frac{daz}{dq_1} - az \frac{dOz}{dq_1}) \\
 \frac{db}{dq_1} &= - \frac{1}{[1 + (nz)**2]**0,5} \frac{dnz}{dq_1} \\
 \frac{dc}{dq_1} &= \frac{1}{((nx)**2)+((ny)**2)} (ny \frac{dnx}{dq_1} - nx \frac{dny}{dq_1})
 \end{aligned} \tag{2.54}$$

No caso do uso dos parâmetros de Euler (e1, e2, e3 e e4) para descrição da orientação, o modelo diferencial direto é dado por /60/.

$$\begin{aligned}
 \frac{dl}{dq_1} &= \frac{dpx}{dq_1} \\
 \frac{dm}{dq_1} &= \frac{dpy}{dq_1} \\
 \frac{dn}{dq_1} &= \frac{dpz}{dq_1} \\
 \frac{de1}{dq_1} &= \frac{1}{8e1} \left(\frac{dnx}{dq_1} - \frac{dOy}{dq_1} - \frac{daz}{dq_1} \right) \\
 \frac{de2}{dq_1} &= \frac{1}{8e2} \left(-\frac{dnx}{dq_1} + \frac{dOy}{dq_1} - \frac{daz}{dq_1} \right) \\
 \frac{de3}{dq_1} &= \frac{1}{8e3} \left(-\frac{dnx}{dq_1} - \frac{dOy}{dq_1} + \frac{daz}{dq_1} \right) \\
 \frac{de4}{dq_1} &= \frac{1}{8e4} \left(\frac{dnx}{dq_1} + \frac{dOy}{dq_1} + \frac{daz}{dq_1} \right)
 \end{aligned} \tag{2.55}$$

No caso em que a posição e orientação é descrita pela matriz homogênea, cada linha da matriz Jacobiana corresponderá a derivada parcial de cada componente da matriz de transformada direta /60/ .

linha	derivada parcial em relação a q_i	
1	dpx/dq_1	(2.56)
2	dpy/dq_1	
3	dpz/dq_1	
4	dnx/dq_1	
5	dny/dq_1	
6	dnz/dq_1	
7	$d0x/dq_1$	
8	$d0y/dq_1$	
9	$d0z/dq_1$	
10	dax/dq_1	
11	day/dq_1	
12	daz/dq_1	

Deve ser observado que dependendo da forma de representação da orientação matriz Jacobiana apresentará diferentes dimensões para o mesmo numero(n) de graus de liberdade do manipulador:

descrição da orientação	dimensão da Jacobiana
ângulos de Bryant	$6 \times n$
parâmetros de Euler	$7 \times n$
matriz homogênea	$12 \times n$

Assim, a forma de representação da orientação conduz a Jacobianas de diferentes dimensões. A opção deve ser feita por representações que conduzam a matriz de menor dimensão que torna o trabalho de análise mais simples.

a2) Método direto para obtenção da Jacobiana

O método direto para a obtenção da Jacobiana consiste na obtenção das equações das velocidades lineares e angulares ou na obtenção de deslocamentos infinitesimais de um ponto do robô quando do movimento de todas articulações. Assim, Renaud /60/ mostra:

Para uma junta prismática um incremento infinitesimal dq_i da coordenada generalizada q_i provoca um incremento infinitesimal de posição dp_i e um incremento de orientação dO_i , descrito por:

$$dp_i = dq_i \cdot z_i \quad (2.57)$$

$$dO_i = 0$$

onde z_i é o vetor que descreve a orientação do eixo z da junta i em relação ao referencial absoluto.

De modo equivalente para uma junta articulada obtém-se:

$$\begin{aligned} dp_i &= (dq_i \cdot z_i) \times p_{i,n} \\ dO_i &= dq_i \cdot z_i \end{aligned} \quad (2.58)$$

onde $p_{i,n}$: vetor posição do sistema de coordenada n em relação ao sistema i

definindo $@$: indicador do tipo de junta

$@ = 0$ para junta rotativa

$@ = 1$ para junta prismática

e

$@ = 1 - @$

As equações 2.57 e 2.58 podem ser escritas de modo geral:

$$\begin{aligned} dp_i &= (@i \cdot z_i + @i \cdot z_i \times p_{i,n}) \cdot dq_i \\ dO_i &= (@i \cdot z_i) \cdot dq_i \end{aligned} \quad (2.59)$$

Usando o princípio da superposição, pode-se afirmar /60/ que o incremento de posição e orientação global é a soma dos incrementos elementares.

$$dp = \sum_{i=0}^n (@i \cdot z_i + @i \cdot z_i \times p_{i,n}) \cdot dq_i \quad (2.60)$$

$$dO = \sum_{i=0}^n (@i \cdot z_i) \cdot dq_i \quad (2.61)$$

A matriz Jacobiana de base é obtida a partir das equações 2.60 e 2.61 e cada coluna descrita pela equação 2.62

$$J_{01,k}(q) = \begin{vmatrix} @1 \cdot Z''_{01} \cdot (p(1,n+1) - p(11)) + @1 \cdot z_{01} \\ @1 \cdot z_{01} \end{vmatrix} \quad (2.62)$$

onde Z''_{01} : é a matriz de transformação entre o referencial ligado a base (sistema 0) e o referencial ligado ao eixo 1.

$$Z''_{01} = \begin{vmatrix} 0 & -a_{01z} & a_{01y} \\ a_{01z} & 0 & -a_{01x} \\ -a_{01y} & a_{01x} & 0 \end{vmatrix}$$

z_{01} : vetor p componente da matriz de transformação entre os sistemas 0 e 1

a_{01} : vetor a componente da matriz de transformação entre os sistemas 0 e 1

@ : parâmetro associado ao tipo da junta

i : indicador da articulação i

b) Transformação entre Jacobianas resultantes de diferentes representações

Conforme já foi visto anteriormente pode-se ter diversas Jacobianas, correspondentes a diferentes formas de representação da orientação. Megahed e Khatib /40 e 27/, descrevem detalhadamente o processo de obtenção das diversas Jacobianas a partir da matriz Jacobiana de base, usando transformações do tipo:

$$J_r(q) = R_r(q) J_o(q) \quad (2.63)$$

onde $J_o(q)$ = matriz Jacobiana de base

$J_r(q)$ = matriz Jacobiana para a representação de orientação "r"

$R_r(q)$ = matriz de transformação da Jacobiana considerada para a Jacobiana "r"

Utilizando ângulos de Euler(a,b e c), para a representação da orientação a conversão entre a Jacobiana de base e a Jacobiana desejada é dada pela equação 2.64 /60/.

$$J_e(q) = Re \cdot J_o(q), \quad b \neq n.P1 \quad (2.64)$$

onde:

$$Re = \begin{array}{c|ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & & & & \\ 0 & 0 & 0 & & F(q) & & \\ 0 & 0 & 0 & & & & \end{array}$$

$$F(q) = \begin{array}{ccc|c|c} a' & -sa \cdot ctgb & ca \cdot ctgb & 1 & |wx| \\ b' & ca & sa & 0 & |wy| \\ c' & sa/sb & -ca/sb & 0 & |wz| \end{array}$$

$$\begin{array}{l} |wx| \\ |wy| \\ |wz| \end{array} = \begin{array}{ccc|c} 0 & ca & sa \cdot sb & |a'| \\ 0 & sa & -ca \cdot sb & |b'| \\ 1 & 0 & cb & |c'| \end{array}$$

$$a' = \frac{da}{dt}, \quad b' = \frac{db}{dt}, \quad c' = \frac{dc}{dt}$$

. Se for utilizada a matriz homogênea, a matriz de transformação, R_h entre a Jacobiana de base e a Jacobiana homogênea (J_h) é a seguinte /27/:

$$J_h(q) = R_h \cdot J_o(q) \quad (2.65)$$

$$R_h = \begin{array}{c|ccc} I3 & & & 03,3 \\ \hline & & & \\ 09,3 & & E(q) & \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{onde } I3 : \text{matriz unitária } 3 \times 3 \\ 03,3 : \text{matriz nula } 3 \times 3 \\ 09,3 : \text{matriz nula } 9 \times 3 \end{array}$$

$$E(q) = \begin{array}{c|ccc} 0 & nz & -ny & \\ -nz & 0 & nx & \\ ny & -nx & 0 & \\ \hline 0 & oz & -oy & \\ -oz & 0 & ox & \\ oy & -ox & 0 & \\ \hline 0 & az & -ay & \\ -az & 0 & ax & \\ ay & -ax & 0 & \end{array}$$

.Observações

Da mesma forma que a Jacobiana esta relacionada com a escolha da forma de descrição da orientação, ela também esta relacionada com o sistema de coordenadas empregado para sua obtenção. Orin/48/ cita que para o mesmo procedimento de cálculo da jacobiana, diferentes autores usaram diferentes sistemas de coordenadas. Waldron/48/, determina os componentes da Jacobiana em relação a base, sendo o ponto para o referencial de velocidade a origem do sistema de coordenada da base. Olson e Ribble/48/, determinam os componentes da Jacobiana em relação ao sistema de coordenadas da base e o ponto de referencia de velocidade é o centro do "end effector". No trabalho de Renaud /60/, a velocidade e os componentes da Jacobiana estão associados com um link "11" que está a meio caminho entre a base e o efetuator.

Como existem transformações entre jacobianas relacionadas a diferentes descrições de orientação, também podem ser obtidas transformações entre os diferentes referenciais usados no cálculo da Jacobiana. Isto encontra aplicações principalmente na obtenção de expressões simplificadas da Jacobiana.

2.4.2. Modelo Cinemático e Diferencial Inverso

Os modelos cinemático e diferencial inverso relacionam as variações das coordenadas generalizadas em função das variações da posição e orientação.

Os modelos tem a forma da equação

$$dq = f(dPOS, dORI)$$

e são obtidos a partir da inversão da matriz Jacobiana

$$dq = J^{-1}(q).dx \quad (\text{modelo diferencial Inverso}) \quad (2.66)$$

$$\dot{q} = J^{-1}(q).\dot{x} \quad (\text{modelo cinemático Inverso}) \quad (2.67)$$

O problema básico dos modelos diferencial inverso e cinemático inverso é a obtenção da Jacobiana inversa. A Jacobiana inversa pode ser obtida de duas formas distintas.

- . Invertendo a matriz Jacobiana em todas as configurações correspondentes a uma situação dada;
- . Diferenciando a transformada inversa.

a) Obtenção da Jacobiana inversa

A opção de diferenciação da transformação inversa, sempre que esta for disponível, é recomendada por Megahed/40/, pois este procedimento fornece o o resultado com o número mínimo de operações. Entretanto este não é o caso geral, pois não atende a todas configurações de manipuladores, conforme foi mostrado nos itens 2.2 e 2.3. Desta forma são necessárias técnicas eficientes para a obtenção da Jacobiana inversa.

A inversão da Jacobiana pode ser feita numericamente ou literalmente. Os métodos numéricos são os conhecidos métodos de Gauss e Cramer que apresentam baixa eficiência, enquanto que os métodos literais são mais eficientes /40/, e dentre eles destacam-se:

.O método analítico de Cramer

. O método que utiliza da inversão das matrizes que intervém no cálculo na Jacobiana

A segunda técnica pode tornar-se mais eficiente quando o cálculo da Jacobiana é feito a partir de sistemas preferenciais, e são usadas transformações para outros sistemas, como foi realizado por Renaud /60/. Neste caso a Jacobiana de base pode ser obtida da seguinte forma:

$$J_0(q) = M(q) N(q) J_p(q) \quad (2.68)$$

$$\text{onde } M(q) = \begin{array}{c|c|c} & & \\ \hline & R_{0p} & 03 \\ \hline & \text{---} & \text{---} \\ \hline & 03 & R_{0p} \\ \hline \end{array} \quad (2.68a)$$

$$N(q) = \begin{array}{c|c|c} & 13 & -V \\ \hline & \text{---} & \text{---} \\ \hline & 03 & 13 \\ \hline \end{array} \quad (2.68b)$$

$$\text{e, } V = \sum_{i=p+1}^n R_{ip}^T P_{i+1} R_{ip} \quad (2.68c)$$

onde: $J_p(q)$: é uma matriz $6 \times n$ com o mesmo número de elementos linearmente independentes ("rank") que a matriz $J_o(q)$, sendo chamada Jacobiana preferencial.

R_p : Matriz de rotação entre a base e o sistema de coordenadas preferencial utilizada para o cálculo da Jacobiana

P_1 : matriz construída a partir do vetor posição do sistema de coordenadas 1 como se segue

$$P_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -p_{z1} & p_{y1} \\ p_{z1} & 0 & -p_{x1} & 1 \\ -p_{y1} & p_{x1} & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

As inversas das matrizes $M^{-1}(q)$ e $N^{-1}(q)$ são as seguintes /27/:

$$M^{-1}(q) = \begin{bmatrix} T & \\ ROp & 03 \\ \hline 03 & ROp \end{bmatrix}$$

$$N^{-1}(q) = \begin{bmatrix} 13 & V \\ \hline 03 & 13 \end{bmatrix}$$

onde R_p^T = transposta da matriz R_p

$$e \quad J_o^{-1} = J_p^{-1} \cdot N^{-1} \cdot M^{-1} \quad (2.68d)$$

A vantagem do método resulta do fato que a matriz J_p apresenta uma expressão mais simples que J_o , o que faz com que a obtenção da Jacobiana inversa torne-se mais simples conforme descrito por Orin/48/ e Renaud/60/.

- Pseudo inversa

Quando a Jacobiana não é inversível, a alternativa é a obtenção de sua pseudo-inversa. A pseudo inversa de uma matriz real A , com dimensão $m \times n$ é a matriz B com dimensão $n \times m$, se as seguintes condições forem satisfeitas:

$$\begin{aligned} A B A &= A & B A B &= B \\ (AB)^T &= AB & (BA)^T &= BA \end{aligned} \quad (2.69)$$

A matriz B que satisfaz esta condição é única e é representada por Megahed /40/ e Khatib/27/ por A".

A matriz pseudo inversa de uma matriz pode ser calculada por métodos que necessitam ou não o cálculo explícito do "rank" da matriz, conforme descrito por Khatib/27/.

b) Singularidades da Jacobiana

Os casos singulares da matriz jacobiana são caracterizados pela impossibilidade de obtenção de sua matriz inversa, e estão associados às posições degeneradas do manipulador /51/

Existe uma associação entre os casos de degeneração e o rank da matriz jacobiana. O "rank" da matriz J numa certa configuração corresponde ao número de graus de liberdade do robô /27/. Caso o rank da matriz jacobiana seja maior que número de graus de liberdade necessários para o posicionamento em causa, o manipulador é dito localmente redundante ou redundante. Deve destacar que um manipulador com mais de 6 graus de liberdade é um manipulador redundante.

Os casos de singularidade locais ou redundância local (degeneração) de um manipulador não redundante são caracterizados pela anulação do determinante da matriz J1

é interessante destacar a seguinte situação, ilustrado por Khatib/27/:

$$J(q) = R_1(q).J_1(q)$$

onde J1 = Jacobiana determinada segundo o referencial '1'

Pode-se ter singularidades devido a matriz R1 ou devido a matriz J1. A singularidade devido a R1 é dita singularidade ligada a forma de orientação escolhida (conforme a equação 2.64) e a singularidade devida a J1 é chamada de singularidade ligada a estrutura do manipulador.

Com a escolha conveniente do sistema para obtenção da matriz J1, esta pode ser uma matriz esparsa. Isto torna possível a obtenção de uma expressão simples para o determinante da matriz e neste caso ele pode ser facilmente determinado como mostrou Khatib/27/ para o robô TH8/40/.

$$\det |J_1(q)| = L_2.L_3(c_2.L_2+c_23)s_3.s_5 \quad (2.70)$$

Os casos de singularidade estrutural para este manipulador podem ser determinados a partir da equação 2.70, igualando-a a zero .

2.4.3. Obtenção das acelerações

As acelerações podem ser obtidas a partir da Jacobiana, da forma ilustrada pela equação 2.71

$$\ddot{\mathbf{X}} = \mathbf{J} \cdot \ddot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{J}} \cdot \dot{\mathbf{q}} \quad (2.71)$$

onde $\ddot{\mathbf{X}}$ = aceleração espacial

$\ddot{\mathbf{q}}$ = acelerações generalizadas

$\dot{\mathbf{J}}$ = taxa de variação no tempo da Jacobiana

CAPÍTULO 3

GERAÇÃO DE TRAJETÓRIAS

Com o objetivo de detalhar as partes componentes de um robô manipulador, visando o domínio desta tecnologia, é importante detalhar a parte responsável pelo controle de seus movimentos, neste sentido este capítulo objetiva mostrar diferentes técnicas para controlar os movimentos de um manipulador.

Os movimentos de um robô podem ser dos seguintes tipos

(a) Manutenção da posição da ferramenta no espaço de trabalho dentro de uma faixa de precisão mesmo com perturbações.

(b) Condução de uma ferramenta no espaço de trabalho segundo um caminho pré-definido.

(c) Condução da ferramenta segundo um caminho definido por dispositivos de sensoreamento.

(d) Aplicação em dispositivo localizado no espaço de trabalho, através do efetuador, de força previamente definida.

(e) Capacidade de movimentar-se em um ambiente de trabalho não definido previamente.

É objeto deste capítulo descrever aspectos relacionados com os itens a e b, destacando-se as principais técnicas utilizadas na geração dos movimentos de robôs.

3.1. CONTROLE PONTO A PONTO

O controle da posição ou controle ponto a ponto do robô tem como objetivo manter a posição do efetuador dentro de uma faixa de precisão, mesmo com perturbações. Este mesmo controle é utilizado para a movimentação do efetuador entre duas posições especificadas pelo usuário, quando não se deseja que o manipulador siga um caminho especificado no seu espaço de trabalho. Este tipo de movimento é chamado movimento ponto a ponto (PTP).

Para controle ponto a ponto (PTP), o controlador do robô contém servomecanismos de posição que controlam cada coordenada generalizada. A maioria dos robôs de primeira geração empregam servomecanismo clássico, com compensadores tipo Proporcional (P), Proporcional Integral (PI) ou Proporcional Integral Derivativo (PID), para controlar cada uma das coordenadas generalizadas. O diagrama em blocos para cada coordenada generalizada é do tipo ilustrado na figura 3.1.

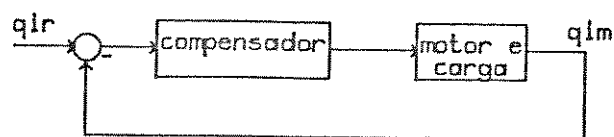


Figura 3.1 - Sistema de controle de posição.

Uma vez definida uma trajetória, o controle serve para obrigar o sistema a segui-la. Se a trajetória entre os pontos não é definida, o servo é definido e ajustado segundo algum critério, como movimentação a velocidade máxima para cada junta individualmente, o resultado é que a trajetória seguida no espaço é dependente do critério de ajuste de cada um dos servomecanismos. Esta dependência é explicitada pelas equações abaixo.

$$\text{Trajetória} = f(q)$$

$$q = f1(\text{servomecanismos})$$

Esta influência é melhor observada na figura 3.2, que ilustra o caminho percorrido por um robô, com três graus de liberdade com controle de posição para as coordenadas generalizadas, realizando movimento PTP entre dois pontos sucessivos.

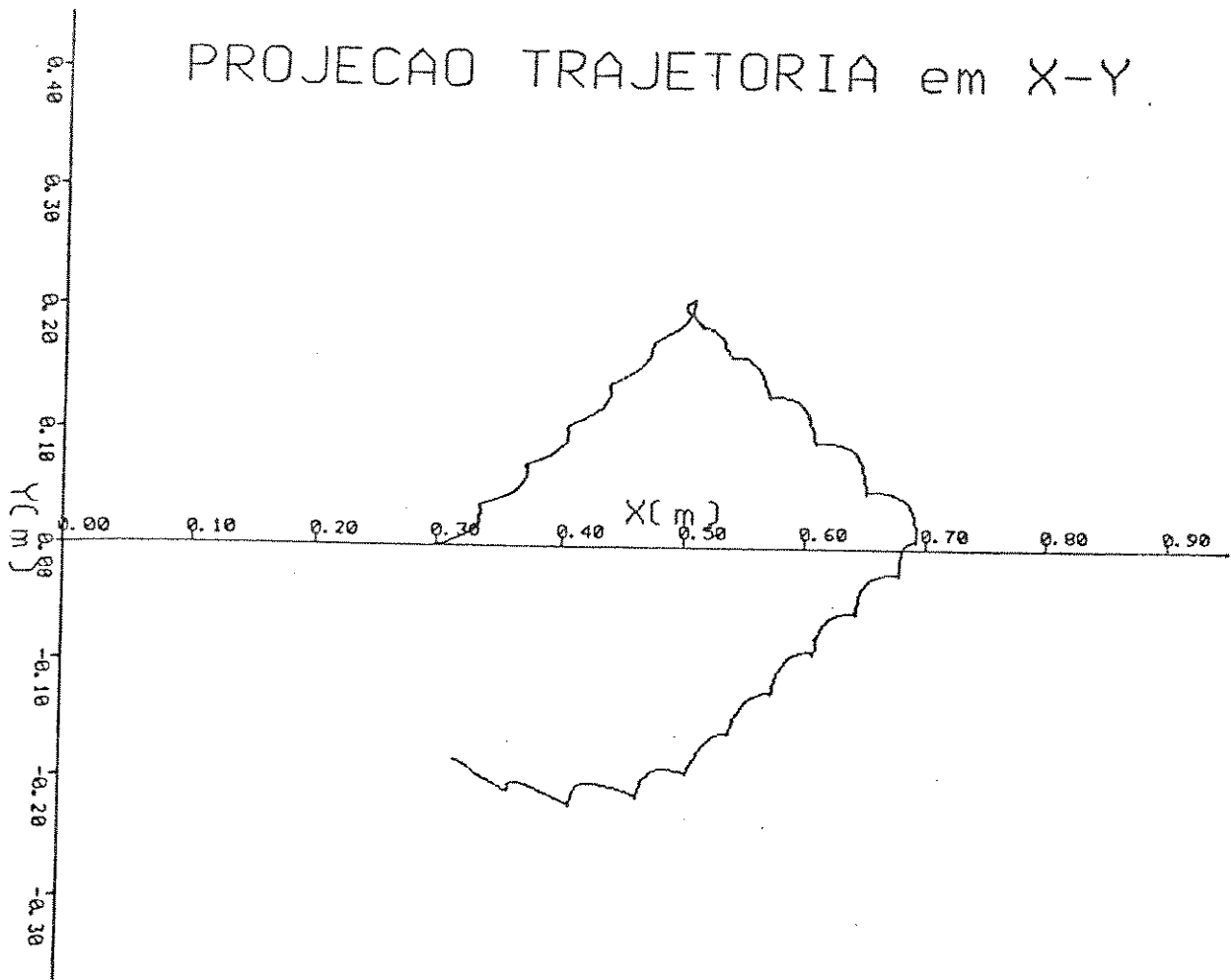


Figura 3.2 - Trajetória seguida por um mecanismo quando são gerados um conjunto de pontos correspondentes a retas e círculos quando de um movimento PTP.

Conforme pode ser observado na figura 3.2, há um desvio de até 12mm em relação ao caminho previsto (linha reta), usando-se um espaçamento de 60mm entre dois pontos sucessivos. Este comportamento é observado em movimentos para os quais não há uma sistema de geração de trajetórias de referência no espaço operacional, e resulta nos chamados movimentos PTP

Em oposição a movimentação ponto a ponto tem-se a movimentação por caminhos continuos na qual a partir da descrição da trajetória desejada entre pontos do espaço de trabalho, o manipulador segue a trajetória entre dois pontos pelo caminho especificado através do sistema de geração de trajetórias.

3.2. CONTROLE DE TRAJETÓRIAS NO ESPAÇO OPERACIONAL

O controle de trajetórias no espaço operacional tem como objetivo fazer com que o robô siga continuamente uma trajetória pré definida no espaço operacional. Esta trajetória pode ser considerado como a combinação da forma da variação de sua posição e sua orientação no espaço de trabalho

Variação do posicionamento

constante
linear
parábola
cúbica
etc.

Variação da orientação

constante
linear
parábola
cúbica
etc.

É objetivo desta seção descrever as principais técnicas de controle de trajetória. Deve-se destacar que existem duas possibilidades no que diz respeito a implementação de controle de trajetória para robôs: a primeira que desacopla os movimentos no espaço operacional com os movimentos no espaço de coordenadas generalizadas como as técnicas baseadas na transformada inversa, e a segunda que não realiza tal desacoplamento como as técnicas baseadas na jacobiana.

3.2.1. Geração de Trajetória a Partir da Transformada Inversa

O uso da transformada inversa para a geração de trajetórias permite o desacoplamento entre a geração de trajetória no espaço operacional e o controle das coordenadas generalizadas. A figura 3.3, ilustra em diagrama de blocos, os princípios gerais para a controle de trajetórias usando-se a transformada inversa.

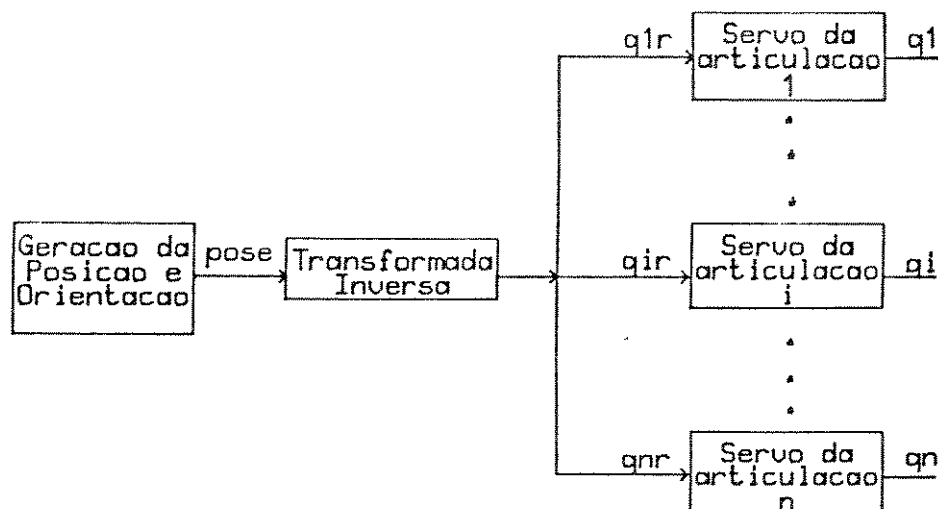
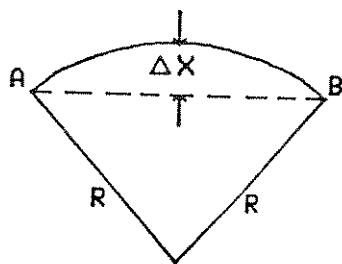


Figura 3.3 - realização de movimentos com a transformada inversa

A realização de movimentos, consiste na geração da posição e orientação desejada a cada instante de tempo; o cálculo das coordenadas generalizadas correspondente a posição e orientação desejadas, e o envio destes valores aos servomecanismos de posição de cada uma das coordenadas generalizadas. A geração de "poses" a intervalos de tempo adequados, tem como o resultado a movimentação do efetuador do robô segundo uma trajetória espacial próxima da trajetória desejada.

A frequência de geração da referências é função da dinâmica dos controladores, e uma ferramenta de simulação ajuda o ajuste destes controladores e a definição desta frequência.

Na geração de trajetórias com a transformada inversa é necessário se estimar o desvio da trajetória que o manipulador assume entre cada intervalo. Supondo que a velocidade linear permanece constante a cada intervalo de geração de referências e que o braço realiza uma trajetória circular neste intervalo, o desvio de trajetória é dado pela equação 3.1./51/



$$DX = \frac{V \cdot \text{Torb}}{8 \cdot R} \quad (3.1)$$

onde DX : desvio de trajetória
Torb: intervalo para geração de referências
R : dimensão resultantes dos links
V : Velocidade linear

Figura 3.4 - Desvio da trajetória entre dois pontos sucessivos.

A tabela 3.1 relaciona para alguns robôs, o desvio máximo de trajetória para diferentes velocidades de deslocamento /51/.

Robô	Velocidade (m/seg)	Desvio (cm)	Velocidade (m/seg)	Desvio (cm)
unimate 2000	0,1	0,001	0,25	0,006
braço de stanford	0,1	0,00066	0,25	0,004
braço do MIT	0,1	0,00030	0,25	0,002

Tabela 3.1 -Desvio maximo estimado para alguns robôs

3.2.2. Técnicas de Movimentação baseadas na Jacobiana

Conforme já foi descrito, o mapeamento entre movimentos diferenciais do espaço de coordenadas generalizadas para o espaço operacional e vice-versa pode ser feito pela matriz Jacobiana.

$$dX = J \cdot dq$$

$$dq = J^{-1} \cdot dX$$

$$\dot{X} = J \cdot \dot{q}$$

$$\dot{q} = J^{-1} \cdot \dot{X}$$

Algumas técnicas de geração de trajetórias foram desenvolvidas utilizando este princípio e são descritas a seguir:

3.2.2.1 Técnica de Whitney (Resolved Motion Rate Control)

Os trabalhos de Whitney /73/, estão relacionados com a movimentação de teleoperadores, que quando tem suas articulações comandadas individualmente, tem sua operação dificultada. Assim Whitney propõe que a movimentação seja comandada por velocidades no espaço cartesiano e transformadas (resolvidas) para o espaço das coordenadas generalizadas pelo uso de Jacobianas.

Assim a movimentação é realizada da seguinte forma:

Velocidade linear: a velocidade linear desejada é obtida em função das posições iniciais e finais desejadas e do tempo (T) desejado para a movimentação.

Velocidade angular: a velocidade angular é obtida em função do ângulo (θ) que o vetor que descreve a orientação inicial deve girar em torno de um vetor k para se superpor ao vetor que descreve a orientação final ($\text{Rot}(k, \theta)$).

Multiplicando-se os componentes do vetor k pelo fator θ/T , obtém-se:

$$[w_x \ w_y \ w_z] = [k_x \ k_y \ k_z] \cdot \theta/T \quad (3.2a)$$

E definindo-se o vetor velocidade, que tem como elementos os componentes dos vetores de velocidade angular e velocidade linear.

$$V = [V_x \ V_y \ V_z \ W_x \ W_y \ W_z] \quad (3.2b)$$

A velocidade linear para a movimentação, obtida da diferença das posições iniciais e finais, deve ser projetada no referencial ligado ao efetuador, a cada instante do movimento, o que é obtido pelo produto escalar dos vetores componentes da transformada direta e o vetor velocidade

$$\begin{aligned} V_x &= (n(q) \wedge (p_F - p_I)) / T \\ V_y &= (o(q) \wedge (p_F - p_I)) / T \\ V_z &= (a(q) \wedge (p_F - p_I)) / T \end{aligned} \quad (3.2c)$$

onde $n(q)$: vetor n da transformada direta correspondente as variáveis generalizadas em $q(t)$.

$o(q)$: vetor o da transformada direta correspondente as variáveis generalizadas em $q(t)$.

$a(q)$: vetor a da transformada direta correspondente as variáveis generalizadas em $q(t)$.

p_F : vetor p correspondente a posição final

p_I : vetor p correspondente a posição inicial

As referencias para a movimentação são dadas pelo seguinte algoritmo:

Início

Até $t = T$ execute

. Projecção do vetor velocidade linear

$$\begin{aligned} V_x &= n(q) \wedge v \\ V_y &= o(q) \wedge v \\ V_z &= a(q) \wedge v \end{aligned} \quad (3.2d)$$

$$q'(t) = J^{-1}(q) \cdot [V_x \ V_y \ V_z \ W_x \ W_y \ W_z]^T$$

$$q(t+dt) = q(t) + q'(t) \cdot dt$$

$$t = t + dt$$

Fim

onde $J^{-1}(q)$: Jacobiana inversa na configuração q
 $q(t)$: valor de referência para as coordenadas generalizadas no instante " t ".
 $q'(t)$: velocidades generalizadas no instante " t ".
 dt : incremento de tempo

3.2.2.2 Comando diferencial

O comando diferencial opera a partir da geração de "set point" de posição e orientação pelo sistema de geração de "poses" e o cálculo do erro de posição e orientação entre a posição de referência e a posição atual. A posição atual é calculada pela transformada direta a partir das coordenadas generalizadas. A partir do erro e do modelo diferencial inverso é gerado o incremento nos referenciais dos servomecanismos das coordenadas generalizadas de forma a diminuir a diferença entre a posição espacial naquele instante e a posição espacial desejada.

O comando diferencial baseia-se no uso do modelo diferencial inverso para a geração de movimentos conforme mostrado na equação 3.3. e diagrama esquemático na figura 3.5

$$\Delta x(t) = X_{REF}(t) - X(t)$$

$$\Delta q(t) = J^{-1}(q) \cdot \Delta x(t) \quad (3.3)$$

$$q_{REF}(t+dt) = q(t) + \Delta q(t)$$

onde $X_{REF}(t)$: referência de posição e orientação
 $X(t)$: posição e orientação no instante "t"
 $\Delta x(t)$: diferencial de posição e orientação
 $q(t)$: valores das coordenadas generalizadas no instante "t"
 $q_{REF}(t)$: referência para as coordenadas generalizadas no instante "t"

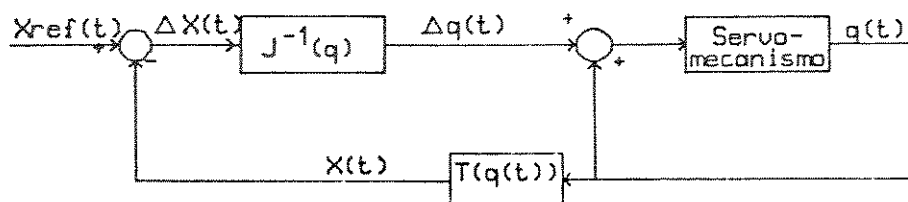


Figura 3.5 - Diagrama esquemático para comando diferencial de trajetória

3.2.2.3 Técnica de Mizutani - Servomecanismo autônomo de geração de trajetórias - ATGS

O servomecanismo autônomo para geração de trajetórias(ATGS), contém termos para a geração da trajetória especificada e para a correção de desvios nesta trajetória. Ele atua de forma a gerar as velocidades espaciais requeridas para a movimentação segundo um caminho especificado. A figura 3.6 ilustra o ATGS.

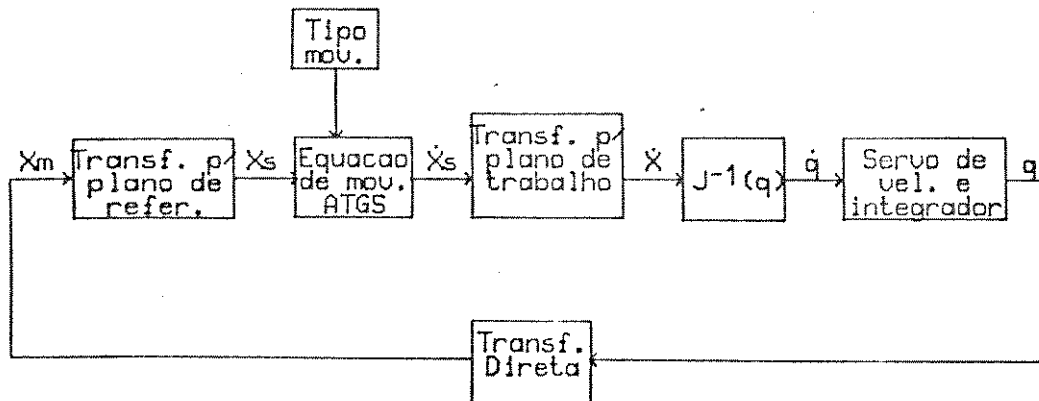


Figura 3.6 - Geração de trajetória usando ATGS.

Conforme pode ser observado na figura 3.6. e citado por Mizutani /43/ o algoritmo ATGS realiza geração de trajetórias por meio do controle das velocidades das coordenadas generalizadas: ou seja são gerados pelo algoritmo ATGS, referências das velocidades espaciais que mantêm a trajetória. As velocidades espaciais são transformadas em velocidades das articulações por meio da Jacobiana, e um servomecanismo de velocidade controla em velocidade o movimento das juntas.

As referências de velocidade são compostas de um termo de geração da trajetória e um termo de recuperação da trajetória.

O algoritmo ATGS é obtido a partir dos seguintes passos:

Obtenção do termo de Geração da trajetória

Considerando-se uma equação que descreva um movimento planar:

$$f(X_s, Y_s) = 0 \quad \text{e} \quad Z_s = 0 \quad (3.4a)$$

Para que o mecanismo realize este movimento planar com uma velocidade tangencial "V", demonstra-se a partir da projeção do vetor "V" nos eixos X_s e Y_s (conforme pode ser visualizado na fig 3.7) que a taxa de variação no tempo das coordenadas X_s e Y_s é dada por:

$$\dot{X}_s = V \left(\frac{df}{dY_s} \right) \frac{1}{|\text{grad}(f)|}$$

$$\dot{Y}_s = -V \left(\frac{df}{dX_s} \right) \frac{1}{|\text{grad}(f)|} \quad (3.4b)$$

onde $\text{grad}(f)$: gradiente da função f que descreve a trajetória

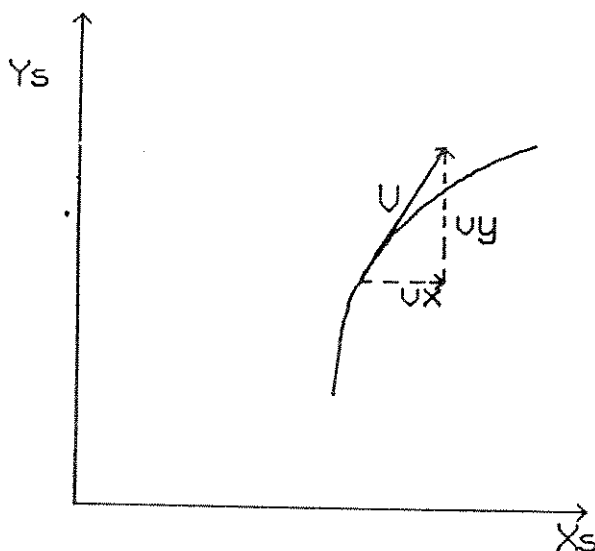


Figura 3.7 - A projeção da velocidade "V" tangente a curva permite obter suas componentes X_s e Y_s .

Como no caso da reta $f = Y_s - a X_s - b$, a partir das equações 3.4a e 3.4b obtém-se a equação diferencial 5.8c para o movimento.

$$\text{grad}(f) = -a i + 1 j$$

$$|\text{grad}(f)| = (a^2 + 1)^{0,5}$$

$$\dot{X}_s = \frac{-a \cdot V}{(a^2 + 1)^{0,5}} \quad (3.4c)$$

$$\dot{Y}_s = \frac{V}{(a^2 + 1)^{0,5}}$$

Obtenção do termo de Correção da trajetória

Visando eliminar desvios da trajetória, Mizutani /43/ utiliza uma função de penalização, equação 3.5, para recuperação de erros que ocorrem na trajetória.

$$J = [f^2(X_s, Y_s) + Z_s^2] / 2 \quad (3.5)$$

Esta função de penalização apresenta valores nulos quando o erro entre a trajetória efetiva e a trajetória definida é nulo. Mizutani /43/, mostra que a partir da função de penalização pode-se obter uma velocidade normal a trajetória chamada de velocidade de recuperação, pois permite recuperar a trajetória. O parâmetro chamado ganho de recuperação (Krec) permite definir a intensidade desta recuperação conforme mostra a equação 3.6

$$\begin{aligned} VRX &= -Krec \frac{dJ}{dX_s} \frac{1}{(grad(f))^2} \\ VRY &= -Krec \frac{dJ}{dY_s} \frac{1}{(grad(f))^2} \\ VRZ &= -Krec.Z_s \end{aligned} \quad (3.6)$$

onde VR: são os componentes da velocidade de recuperação.

E a equação para o movimento baseado no ATGS é soma das equações de geração e recuperação da trajetória.

Assim baseado neste procedimento pode-se obter as equações para diversos tipos de trajetória, como ilustra a tabela 3.2 /44 /.

Trajetoária	Função	Equação diferencial			
linha reta	$f=Y_s-a.X_s-b$	$ X_s = \frac{-1}{gr \times 2}$	$ Krec.f \quad gr.V$	$. -a $	
		$ Y_s $	$gr.V$	$Krec.f$	$ 1 $
círculo	$f=0,5(x_s^2+Y_s^2-R^2)$	$ X_s = \frac{-1}{R \times 2}$	$ 0,5Krec.f \quad -R.V$	$. X_s $	
		$ Y_s $	$R.V$	$0.5.Krec.f$	$ Y_s $
parábola	$f=Y_s-a.X_s^2-C$	$ X_s = \frac{-1}{gp \times 2}$	$ Krec.f \quad gp.V$	$. -2a.X_s $	
		$ Y_s $	$gp.V$	$Krec.f$	$ 1 $

Tabela 3.2. Equações diferenciais para algumas curvas usando ATGS
 onde $gr=|grad(ys-axs-b)|$
 $gp=|grad(Ys-aXs^2-C)|$

3.3 GERAÇÃO DE POSIÇÃO E ORIENTAÇÃO

Conforme já foi ilustrado, algumas técnicas para a geração de trajetórias requerem um sistema para a geração de posições intermediárias, que gere "poses" a intervalos adequados. São ilustradas a seguir algumas alternativas.

3.3.1 Técnica de Richard Paul

Paul /51/, propõe que a geração dos pontos intermediários para uma movimentação segundo uma reta seja uma interpolação linear para a posição e uma variação de orientação resultante da composição de duas rotações. A cada um dos pontos é associado um referencial, chamados T61 e T62. É definida uma matriz de transformação "D" entre os dois referenciais. Esta matriz é uma função do tempo e das matrizes T61 e T62.

Deste modo as seguintes relações podem ser escritas

$$T6(r) = T61 \cdot D(r) \quad (3.7)$$

onde $T6(r)$: matriz T6 de transformação entre o referencial T61 e T6(r)
para $(r = t/T)$

T : tempo total para a movimentação

t : instante na movimentação

$T6(0) = T61$

$T6(1) = T62$

$D(r)$: matriz de transformação do referencial 1 para o referencial no instante "r".

Para o instante inicial e final do movimento tem-se $T6(0)=T61$, e $T6(1)=T62$ e a partir destas equações obtém-se as seguintes relações:

$$T6(1) = T62 = T61 \cdot D(1)$$

$$e \quad D(1) = T61^{-1} \cdot T62 \quad (3.7a)$$

A matriz $D(r)$, para transformação entre o referencial T61 e T62, é obtida por Paul/51/, a partir da consideração de que ela é composta de 3 transformações sucessivas: uma translação $T(r)$, uma rotação para alinhamento do vetor a ($Ra(r)$) componente da matriz de transformação homogênea e uma rotação para alinhamento do vetor o desta mesma matriz. A matriz $D(r)$ pode ser escrita:

$$D(r) = T(r) \cdot Ra(r) \cdot Ro(r) \quad (3.7b)$$

A matriz D(r) resulta em /51/

$$D(r) = \begin{vmatrix} Dr11 & Dr12 & Dr13 & Dr14 \\ Dr21 & Dr22 & Dr23 & Dr24 \\ Dr31 & Dr32 & Dr33 & Dr34 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (3.8)$$

onde:

Os termos da primeira coluna são obtidos do produto vetorial dos termos da segunda e terceira coluna. Os outros termos são os seguintes:

$$Dr12 = -s(r.\phi)[s(\psi)**2 (1-c(r.tet))+c(r.tet)] + c(r.\phi)[-s(\psi).c(\psi)(1-c(r.tet))]$$

$$Dr22 = -s(r.\phi)[-s(\psi).c(\psi).(1-c(r.tet))] + c(r.\phi)[c(\psi)**2 .(1-c(r.tet))+c(r.tet)]$$

$$Dr.32 = -s(r.\phi)[-c(\psi).s(r.tet)]+c(r.\phi)[-s(\phi).s(r.tet)]$$

$$Dr.13 = c(\psi).s(r.tet)$$

$$Dr23 = s(\psi).s(r.tet)$$

$$Dr33 = c(r.tet)$$

$$Dr14 = r.x$$

$$Dr24 = r.y$$

$$Dr34 = r.z$$

$$\text{onde } c(\phi) = \cos(\phi) \\ s(\phi) = \sin(\phi)$$

Os valores ψ , tet , ϕ , x , y e z , que aparecem nas expressões acima são obtidas das matrizes T61 e T62 da seguinte forma:

$$T61 = \begin{vmatrix} p1nx & p1ox & p1ax & p1px \\ p1ny & p1oy & p1ay & p1py \\ p1nz & p1oz & p1az & p1pz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad T62 = \begin{vmatrix} p2nx & p2ox & p2ax & p2px \\ p2ny & p2oy & p2ay & p2pz \\ p2nz & p2oz & p2az & p2pz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

chamando p_{1n} o vetor n da matriz T_{61}
 p_{1o} o vetor o da matriz T_{61}
 p_{1a} o vetor a da matriz T_{61}
 p_{2n} o vetor n da matriz T_{62}
 p_{2a} o vetor o da matriz T_{62}
 p_{2p} o vetor a da matriz T_{62}

obs.: O operador $\wedge$ indica produto escalar

$$tg(\psi) = \frac{P_{1o} \wedge P_{2a}}{P_{1n} \wedge P_{2a}}$$

$$tg(tet) = \frac{((P_{1n} \wedge P_{2a})^2 + (P_{1o} \wedge P_{2a})^{0,5}}{P_{1o} \wedge P_{2a}}$$

$$s(\phi) = -s(\psi).c(\psi)(1-c(tet))(P_{1n} \wedge P_{2n}) + \\ (c(\psi)*2(1-c(tet))+c(tet))(P_{1o} \wedge P_{2n}) - \\ s(\psi).s(tet)(P_{1a} \wedge P_{2n})$$

$$c(\phi) = -s(\psi).c(\psi)(1-c(tet))(P_{1n} \wedge P_{2o}) + \\ (c(\psi)*2(1-c(tet))+c(tet))(P_{1o} \wedge P_{2o}) - \\ s(\psi).s(tet).(P_{1a} \wedge P_{2o})$$

$$tg(\phi) = ATRE(s\phi, c\phi)$$

$$x = P_{1n} \wedge (P_{2p} - P_{1p})$$

$$y = P_{1o} \wedge (P_{2p} - P_{1p})$$

$$z = P_{1a} \wedge (P_{2p} - P_{1p})$$

3.3.2 Técnica de Taylor

Taylor /67/ ,propõe uma variação do método de Paul para a geração da "poses". A alternativa utilizada é o emprego de quaternions para a descrição da orientação.

Assim, se temos os referenciais associados a dois pontos entre os quais deseja-se a execução de uma trajetória retilínea: descritos por:

p_i - vetor posição do ponto i

S_i - quaternion descrevendo a orientação i

A posição no instante "t" é dada por /67/:

$$\begin{aligned} p(t) &= p_1 - h(t) (p_1 - p_0) \\ h(t) &= (T-t)/T \end{aligned} \quad (3.9)$$

T : tempo para execução do movimento

A orientação no instante "t" /67/:

$$S_2 = S_1 \circ S_r \text{ (produto de quaternions)} \quad (3.9a)$$

ou seja, o quaternion descrevendo a rotação do sistema 1 para o sistema 2 é o quaternion S_r .

$$S_r = S_1^{-1} \circ S_2 \quad (3.9b)$$

Considerando-se que o quaternion que descreve a rotação tem a forma : $(\cos(\text{tot}/2), \text{sen}(\text{tot}/2) \cdot \underline{k})$, pode-se obter facilmente o ângulo tot e vetor $\underline{k}$ do quaternion S_r .

A orientação no instante "t" é dada por:

$$S_r(t) = S_1 \circ (\cos(h(t) \cdot \frac{\text{tot}}{2}), \text{sen}(h(t) \cdot \frac{\text{tot}}{2}) \cdot \underline{k}) \quad (3.9c)$$

A vantagem desta técnica segundo Taylor /67/, é o fato de apresentar menor quantidade de cálculos do que os necessários pela técnica de Paul e por apresentar uma simplicidade maior na descrição da orientação.

3.3.3 Outras formas de geração de poses

Pode-se vislumbrar outras alternativas para a geração de poses, sendo estas relacionadas principalmente pela forma de variação da orientação.

Bruhm /9/, propõe que seja feita uma interpolação linear entre os ângulos Roll, Pitch e Yaw (RPY) que descrevem duas orientações sucessivas.

Da mesma forma, pode-se vislumbrar outras técnicas de interpolação, principalmente nos aspectos relacionadas com a representação da orientação. Assim são possíveis diferentes estratégias por exemplo com a interpolação dos ângulos de euler, parâmetros de euler, e outras alternativas.

3.4 Interpolação das coordenadas generalizadas

Conforme é mostrado no capítulo 5, uma estrutura de controlador de robô normalmente é composta por vários processadores: Dentre estes, existem processadores cuja função é controlar o movimento de pelo menos uma articulação a partir de referências de coordenadas generalizadas enviadas por um sistema supervisor.

Assim, Paul /51/ propõe uma estratégia para tratamento dos "set points" enviados pelo sistema supervisor, que deve ser realizada pelos processadores que controlam as coordenadas generalizadas. Este sugere que em vez de haver uma passagem direta do set point anterior para o novo seja feita uma interpolação entre estes valores como mostra a equação 3.10

$$h = \frac{T}{\text{Torb}}$$

$$q = [0,5(Q(i+2)-2Q(i+1)+Q(i))].h + [Q(i+1)-Q(i)].h + (Q(i+1)-Q(i))/2$$

$$q' = \frac{[Q(i+2)-2Q(i+1)+Q(i)]}{\text{Torb}}.h + \frac{Q(i+1)-Q(i)}{\text{Torb}} \quad (3.10)$$

onde

q = referência de posição utilizada pelo servo de junta

q' = referência de velocidade utilizada pelo servo de junta

Torb : intervalo entre cada envio de configurações aos servos de junta

T : tempo a partir do ultimo envio de set points

i : instante de calculo

$Q(i)$: configuração de referencia para o instante i , é composta de um conjunto de valores de coordenadas generalizadas

$Q(i+1)$: configuração de referência para o instante $i+1$

A equação 3.10, tem o efeito de fazer com que as referências de posição utilizadas pelos servomecanismos das coordenadas generalizadas sejam suavizadas e apresentem o comportamento da curva continua ilustrada na figura 3.8, que tem um crescimento do tipo aceleração constante.

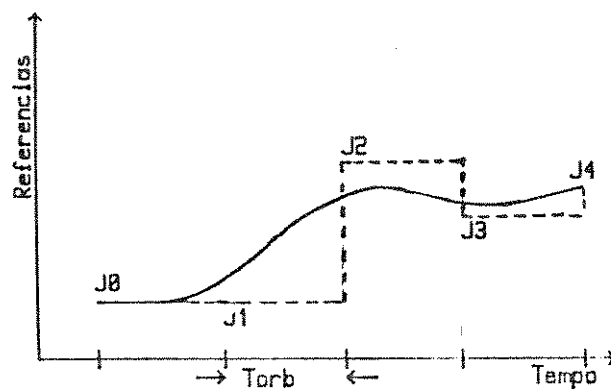


Figura 3.8- Esquema de interpolação à aceleração constante para a geração de referências para os servos de junta.

Alguns autores usam outras formas para a interpolação e concatenação de trajetórias no espaço das coordenadas generalizadas, dentre estes pode-se citar CHU /12/ que utiliza interpolação por "splines".

3.5 Planejamento de trajetórias

Devido ao mapeamento não linear entre o espaço operacional e o espaço das coordenadas generalizadas, pontos que estão próximos no espaço operacional podem estar afastados no espaço de coordenadas generalizadas. De outro lado, uma certa trajetória pode passar por situações de degeneração ou situações onde não existam soluções para a transformada inversa.

Todos os fatores citados anteriormente, geram a necessidade que os sistemas para a movimentação no espaço cartesiano possuam recursos que permitam um planejamento das trajetórias. O planejamento da trajetória pode ser feito durante programação da máquina ("off line"), ou anteriormente a execução de um movimento ("on line").

Caso o planejamento de trajetória seja feito "off line" existe a desvantagem em relação ao "on line" de não permitir que o sistema se adapte em tempo real a comandos de sensores.

Conforme afirma Brady /8/ um dos esquemas mais potentes para o planejamento de trajetórias retilíneas é o desenvolvido por Taylor /67/, descrito a seguir e que permite definir iterativamente o passo de interpolação para geração de uma trajetória retilínea.

Procedimento Taylor

Seja P1 e P2 os pontos inicial e final de uma reta. A definição dos pontos intermediários é feita pelo seguinte procedimento.

- . Calcular $P_m = (P1 + P2)/2$
- . Obter q_{i1} = transformada inversa de P1
- . Obter q_{i2} = transformada inversa de P2
- . Calcular $q_{im} = (q_{i1} + q_{i2})/2$
- . Se erro entre a posição e orientação obtida com q_{im} menor que o especificado

então "stop"

senão P2 = Pm e repetir procedimento

fim

Este procedimento faz com que haja uma busca recursiva até que a posição e orientação obtida estejam dentro da faixa de tolerância. Este procedimento permite que o desvio de trajetória seja controlado, definindo-se de forma flexível o passo de interpolação na realização de movimentos retilíneos.

3.6 Discussões

a) Consequência da não utilização do modelo dinâmico no controle

Conforme pode ser observado das equações de um modelo dinâmico de robô no apêndice 3, existem um conjunto de termos no modelo dinâmico que não são considerados no projeto do servomecanismo clássico. Estes termos resultam em torques devido a força gravitacional, devido a movimentação das outras articulações (forças de coriolis e centrífugas) e devido às acelerações das outras articulações. Também devido a movimentação das outras articulações coordenadas a inércia vista pelo servomecanismo também varia. A figura 3.9 ilustra onde agem as perturbações na forma de torques (T_p) que vão alterar o torque agindo sobre o mecanismo e que prejudicam o desempenho do sistema de controle.

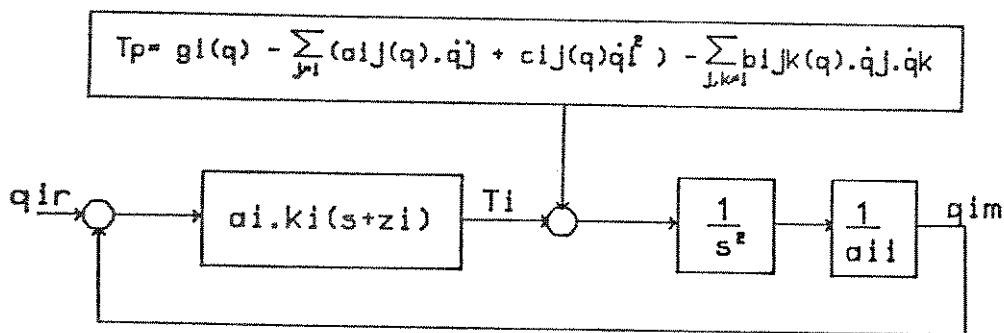


Figura 3.9.- Sistema de controle de posição destacando-se fontes de perturbação.

A influência dos vários fatores de perturbação, segundo Khatib/27/, é a seguinte :

Inércia variável(a_{ii}): Devido a redução mecânica entre o acionamento e a carga, a influência da inércia variável do sistema não é significativa no comportamento transitório do sistema. Segundo Khatib/27/ em alguns casos este termo não é alterado por um fator maior que dois.

Outros fatores: Os outros fatores são torque de perturbação: forças de coriolis, forças gravitacionais. Em uma simulação realizada por Khatib/27/, verificou-se na movimentação senoidal em torno de um ponto de referência com velocidade máxima de 1 rd/s e aceleração máxima de 2 rd/s², perturbações na quarta articulação da ordem de 20 rd/s². Estes resultados, mostram a conveniência da consideração dos fatores de perturbação no contro-lador do sistema, e o uso de uma lei de comando que leve em consideração estes efeitos dinâmicos para uma melhora de performance do controlador.

b) Tempo de cálculo da Jacobiana

Conforme já foi destacado no capítulo 2 , são feitos vários esforços no sentido de diminuir o tempo de cálculo da jacobiana. Desta forma o emprego das técnicas de geração de trajetórias que utilizam a jacobiana está relacionado com a otimização do cálculo da Jacobiana

c) Compensadores agindo no espaço operacional

O Algumas técnicas, como as que utilizam a transformada inversa e a diferencial apresentam como inconveniente o fato do sistema de controle retroagir nas coordenadas generalizadas através de compensadores PID. A consequência deste fato é um desempenho inferior ao que se obteria se estes compensadores agissem nas variáveis do espaço operacional segundo Renaud e Khatib /60 e 27/.

Neste sentido deve-se destacar que o ATGS possui seus compensadores agindo no espaço operacional

d) Características inerentes do ATGS

Tendo em vista as características do ATGS, um sistema de controle de robô que o utilize deve possuir um sistema de supervisão que controla os pontos finais de um movimento e defina o tipo e os parâmetros do movimento sendo executado, já que o algoritmo não tem características de controle de posição. Estas características permite o emprego de um sistema hierarquizado para controle, conforme cita Mizutani /44/. A hierarquia mais baixa é exercida pelo servomecanismo de velocidade das juntas, que é comandado pelo ATGS, sendo este por sua vez é comandado pelo sistema supervisor de movimentos

CAPÍTULO 4

SIMULAÇÃO DAS DIFERENTES TÉCNICAS DE GERAÇÃO DE TRAJETÓRIAS

Este capítulo descreve a simulação das diferentes técnicas de geração de trajetórias, descritas no capítulo 4, para o robô Smart 200, com 3 graus de liberdade ilustrado na figura 4.1. Para tal efetuou-se alterações no simulador desenvolvido por Tsukamoto et al /68/ no sentido de permitir a simulação de diferentes tipos de trajetórias e diferentes técnicas de geração de trajetórias. Aproveitou-se de tal simulador principalmente o modelo dinâmico do robô Smart 200, que continuou sendo o objeto de estudo.

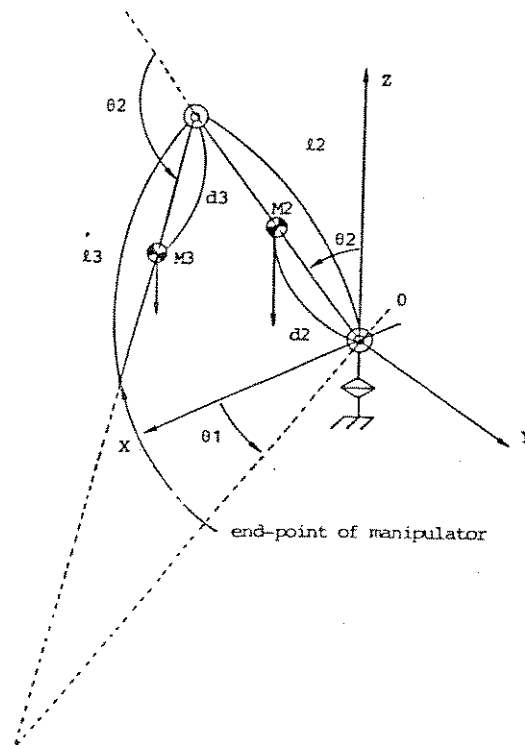


Figura 4.1 - Diagrama esquemático e parâmetros do robô articulado com três graus de liberdade (Smart 200).

4.1. MODELO MATEMÁTICO

A obtenção do modelo dinâmico para o robô Smart 200 está descrita no apêndice 3 deste trabalho e o modelo cinemático, baseado na metodologia apresentada no capítulo 2, é obtido como se segue.

4.1.2. Modelo Cinemático

a) Transformada direta

$$T_3 = \begin{bmatrix} nx & ox & ax & px \\ ny & oy & ay & py \\ nz & oz & az & pz \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C1.S23 & C1.C23 & S1 & C1(L3.S23+L2.S2) \\ S1 & S1.S23 & C1 & S1(L3.S23+L2.S2) \\ -C23 & S23 & 0 & L3.C23+L2.C2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

b) Transformada inversa

A transformada inversa para o robô foi obtida segundo a metodologia descrita no capítulo 4, e as expressões para as varias coordenadas generalizadas são as seguintes:

$$\begin{aligned} \text{tet1} \quad \text{tet1} &= \text{ATRE} (py/px) \text{ com } \delta_1 = +1 \\ \text{tet1}' &= \text{tet1} + 180 \text{ com } \delta_1 = -1 \end{aligned} \quad (4.2a)$$

$$\begin{aligned} \text{tet3} \quad \text{dado } f_{11p} &= c1.px+s1.py \\ C3 &= \frac{f_{11p}^2 + Pz^2 - L2^2 - L3^2}{2.L2.L3} \\ S3 &= \delta_2 (1 - c3^2)^{0,5} \text{ com } \delta_2 = \pm 1 \\ \text{tet3} &= \text{ATRE}(s3, c3) \text{ com } \delta_2 = +1 \\ \text{tet3}' &= \text{ATRE}(s3, c3) \text{ com } \delta_2 = -1 \end{aligned} \quad (4.2b)$$

$$\begin{aligned} \text{tet2} \quad S2 &= -L3.S3.pz + (L3.C3+L2).f_{11p} \\ C2 &= L3.s3.f_{11p} + (L3.C3+L2).pz \\ \text{tet2} &= \text{ATRE} (s2, c2) \end{aligned} \quad (4.2c)$$

- Árvore das configurações

O robô Smart admite 4 configurações para cada posição de referência correspondentes a $\theta_1 = \pm 1$ e $\theta_2 = \pm 1$



c) Jacobiana

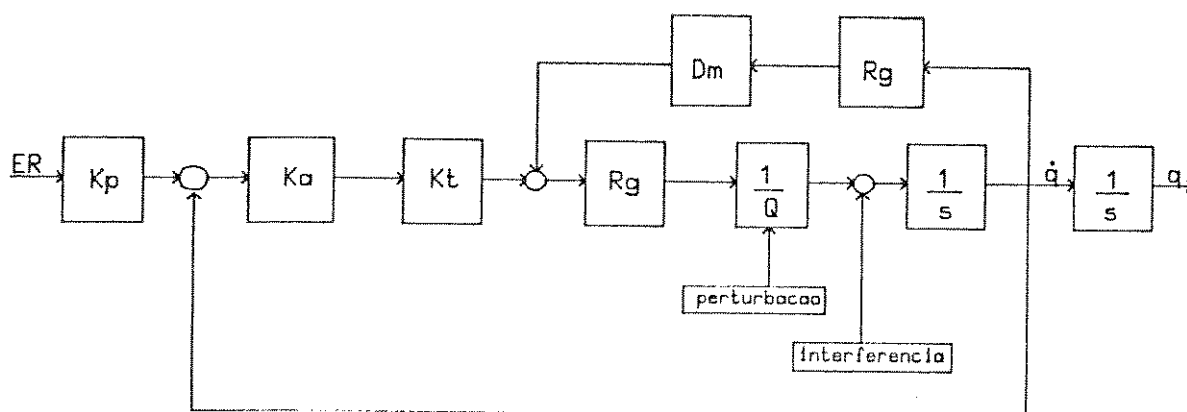
Como o manipulador apresenta 3 graus de liberdade, não permitindo controle de orientação, será considerada somente a Jacobiana para a variação das posições x, y e z.

$$\begin{aligned} x &= c1(L3.S23+L2.S2) \\ y &= S1(L3.S23+L2.S2) \\ z &= L3.C23+L2.C2 \end{aligned} \quad (4.3a)$$

$$J = \begin{bmatrix} -S1L3.S23+L2.S2 & C1(L3.C23+L2.C2) & C1.L3.C23 \\ C1(L3.S23+L2.S2) & S1(L3.C23+L2.C2) & S1.L3.C23 \\ 0 & -L3.S23-L2.S2 & -L3.S23 \end{bmatrix} \quad (4.3b)$$

4.2. MODELO DO SERVOMECANISMO SIMULADO

Cada articulação do robô é controlada por um servomecanismo. O modelo para cada um destes servomecanismos contempla os componentes eletromecânicos que influenciam a movimentação do robô, ele está ilustrado na figura 4.2



onde k_p = ganho do pré-amplificador
 k_t = característica do motor
 rg = relação de engrenagens
 Q = matriz de inércia do eixo
 s = operador integração
 D_m = amortecimento

Figura 4.2 - Diagrama do servo mecanismo simulado

Estão caracterizadas no modelo a inércia variável representada pela matriz Q do modelo dinâmico que é calculada em função da configuração das juntas, e a interferência devido a força de coriolis e gravitacional como definido no modelo dinâmico.

4.3. DESCRIÇÃO DO SIMULADOR

O simulador implementado, é uma evolução do simulador implementado por Tsukamoto et al/68/. Tem como características adicionais a simulação de diferentes técnicas de geração de trajetórias, e a utilização de uma linguagem simplificada para descrição de movimentos.

A figura 4.3 mostra o diagrama de blocos do simulador, enquanto que as figuras 4.4, 4.5, 4.6, 4.7, 4.8 e 4.9, mostram com maiores detalhes alguns blocos da figura 4.3

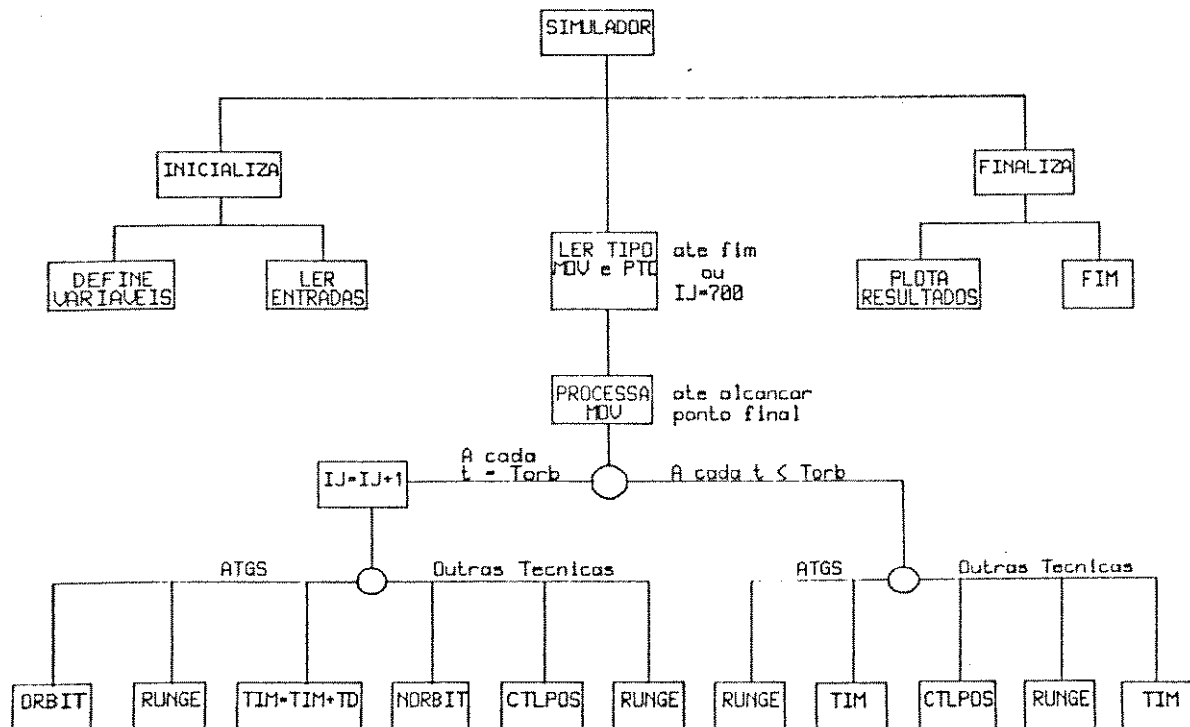


Figura 4.3 - Simulador: O módulo chamado simulador é o responsável pela concatenação e execução das diferentes funções do sistema.

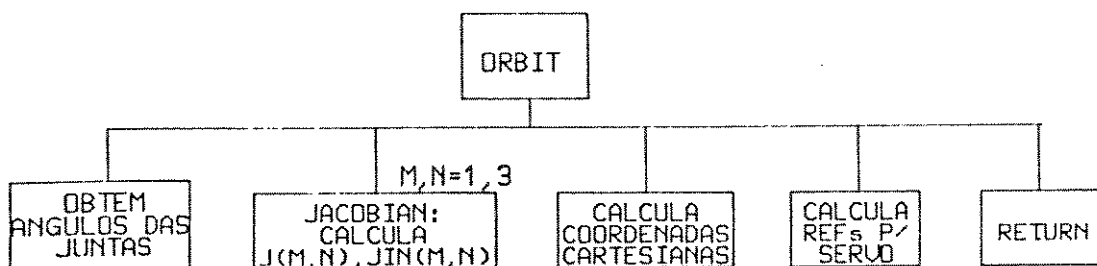


Figura 4.4 - ORBIT Rotina para geração de referências dos servomecanismos de velocidade para a técnica ATGS.

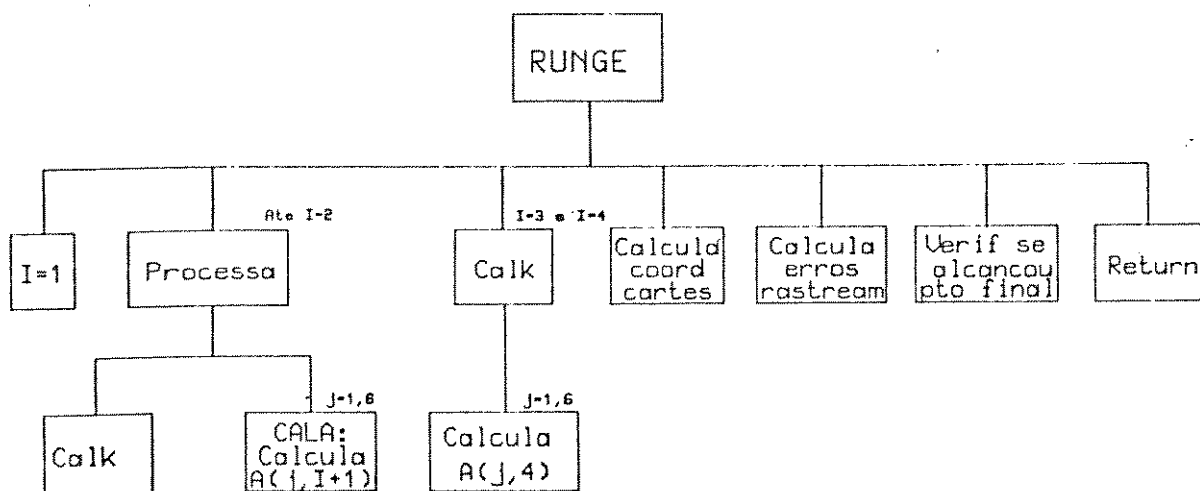


Figura 4.5 - Runge Rotina para integração numérica

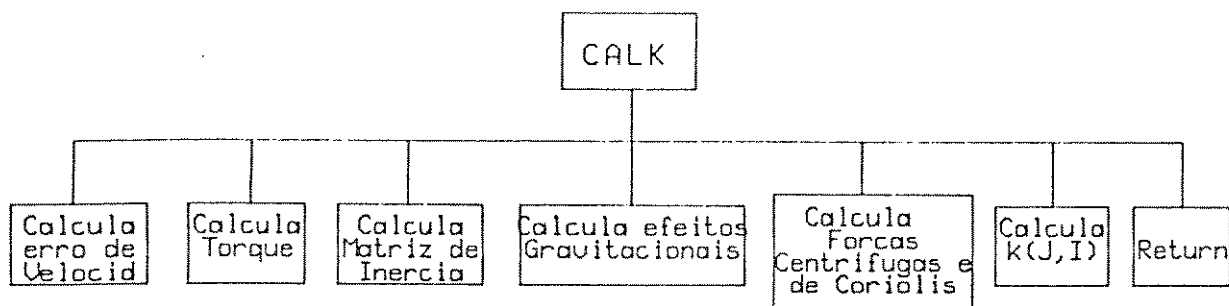


Figura 4.6 - Calk Rotina de cálculo dos torques e acelerações das coordenadas generalizadas

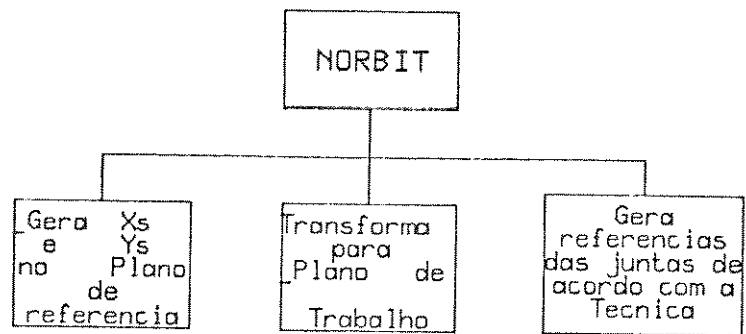


Figura 4.7 - NORBIT Gera a referência de posição e velocidade de acordo com a equação do movimento para todos os metodos exceto o ATGS

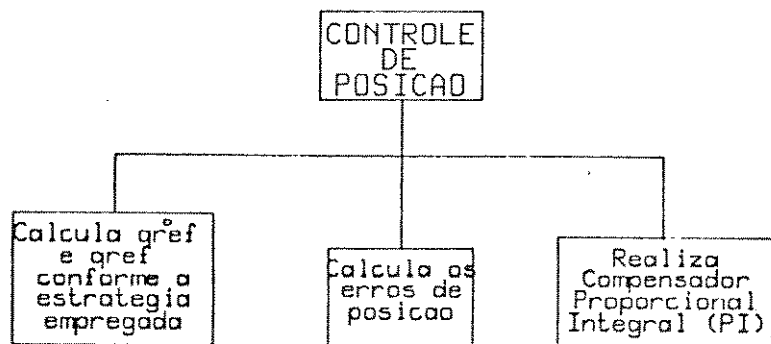


Figura 4.8 - CTLPOS Implementa a estratégia de controle de posição de cada coordenada generalizada.

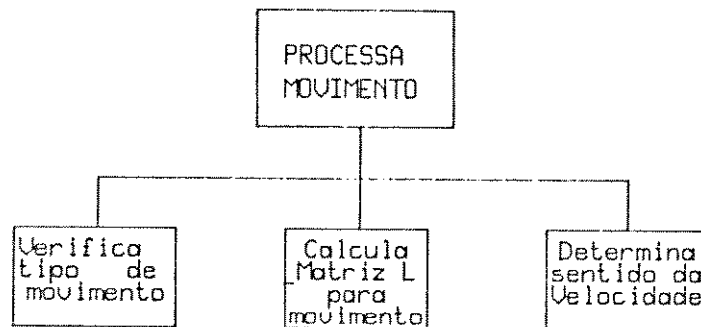


Figura 4.9 - Processa Movimento Inicialização das matrizes de transformação requeridas para geração de movimentos em função do tipo de trajetória realizada

4.4. RESULTADOS DA SIMULAÇÃO

Os resultados da simulação permitiram avaliar o desempenho de diferentes técnicas e a proposição de novas variantes.

4.4.1. Dados Utilizados

Os dados utilizados pelo simulador são os seguintes:

- .mi: Massa dos links
- .li: dimensão dos links
- .di: posição dos centros de massa de cada link
- .kti: características do motor
- .dmi: atrito viscoso
- .rgi: redução de engrenagem
- .kai: ganho do servo de velocidade
- .Kpi: ganho do controlador de posição do servo de junta
- .Kii: ganho integral do servo de posição
- .Krec: ganho de recuperação para o ATGS

.ts: tempo de integração

.torbit: intervalo para geração de trajetórias

.Dados para o movimento :contém o tipo de movimento a realizar, a velocidade de movimento e as coordenadas dos pontos necessários para a descrição do movimento. Caso seja reta são necessários 2 pontos , caso círculo são necessários 3 pontos . A figura 4.10 ilustra os dados que descrevem o movimento,utilizando uma linguagem simplificada:

```
100  R
200  0.8
300  0.30,0.,0.
400  0.5,0.2,0.2
500  C
600  0.8
700  0.5,0.2,0.2
750  0.6,0.1,0.0
800  0.7,0.,0.
900  R
910  0.8
920  0.7,0.0,0.0
930  0.5,-0.2,-0.2
940  C
950  0.8
960  0.5,-0.2,-0.2
965  0.4,0.1,0.0
970  0.3,0.0,0.0
1000 F
```

Figura 4.10 - Arquivo de entrada de dados que descreve um movimento
Os comandos são os seguintes:

linhal	Comando	função
100	R	Comando para linha reta
200	0.8	velocidade do movimento em m/s
300	0.3,0.0,0.0	Coordenadas x,y e z do ponto inicial
400	0.5,0.2,0.2	Coordenadas x,y e z do ponto final(m)
500	C	Comando para círculo
600	0.8	velocidade do movimento em m/s
700	0.5,0.2,0.2	Coordenadas x,y e z do ponto inicial
750	0.6,0.1,0.0	Coordenadas x,y e z do ponto médio
800	0.7,0.0,0.0	Coordenadas x,y e z do ponto final
900	R	Comando para linha reta
910	0.8	velocidade do movimento em m/s
920	0.7,0.0,0.0	Coordenadas x,y e z do ponto inicial
930	0.5,-.2,-.2	Coordenadas x,y e z do ponto final(m)
940	C	Comando para círculo
950	0.8	velocidade do movimento em m/s
960	0.5,-.2,-.2	Coordenadas x,y e z do ponto inicial
800	0.4,0.1,0.0	Coordenadas x,y e z do ponto médio
900	0.3,0.0,0.0	Coordenadas x,y e z do ponto final
1000	F	Fim

4.4.2. Tipos de curvas simuladas

Foram simulados 3 tipos de curvas

- Reta entre dois pontos
- Circulo contido em um plano inclinado
- Combinação dos dois casos

As figuras 4.11 a 4.13 ilustram a projeção destes movimentos para reta, círculo e trajetórias combinadas.

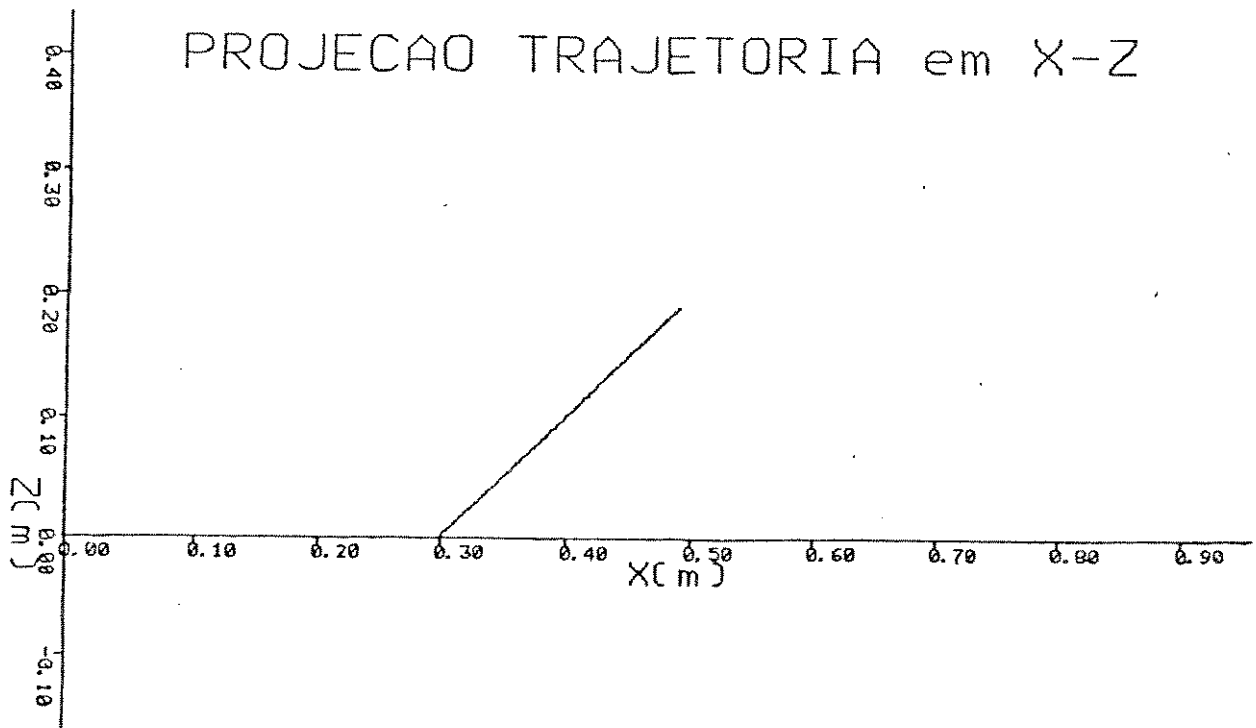


Figura 4.11 - Resultados para movimento segundo linha reta utilizando-se tecnica baseada na transformada inversa com intervalo de amostragem de 5 mseg

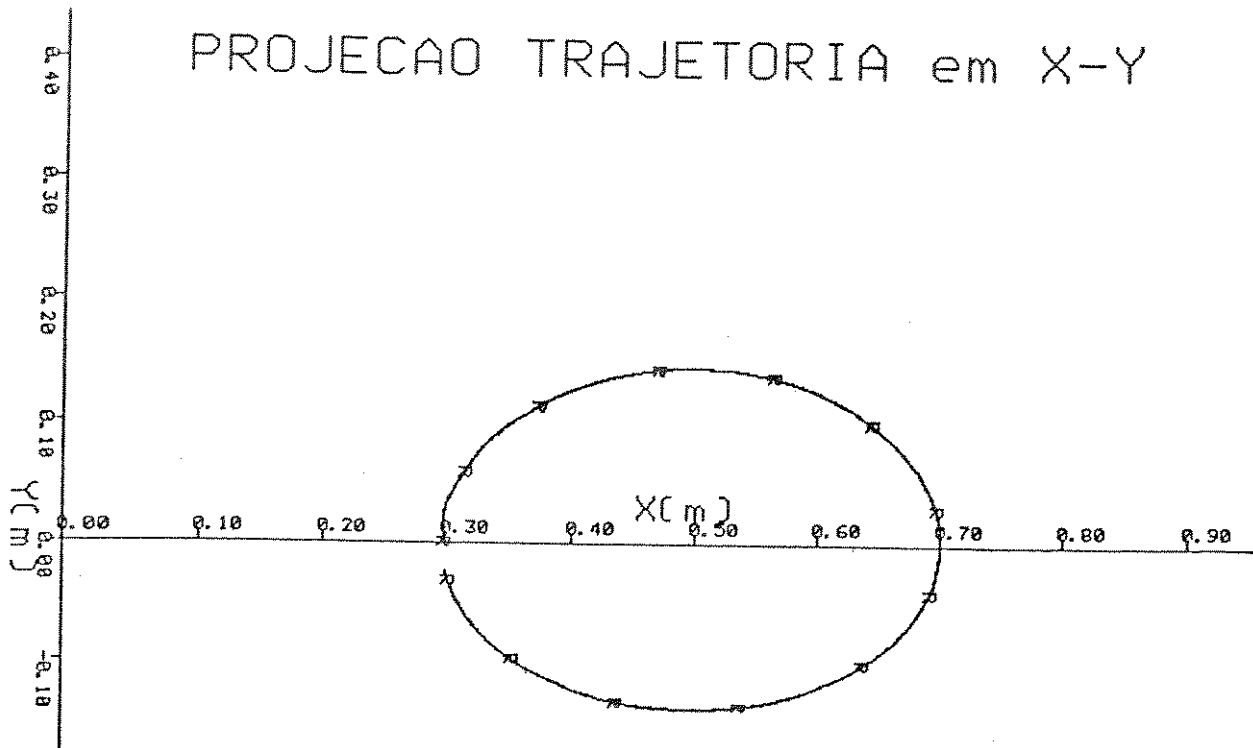


Figura 4.12 - Resultados para círculo utilizando o ATGS com intervalo de amostragem de 15ms

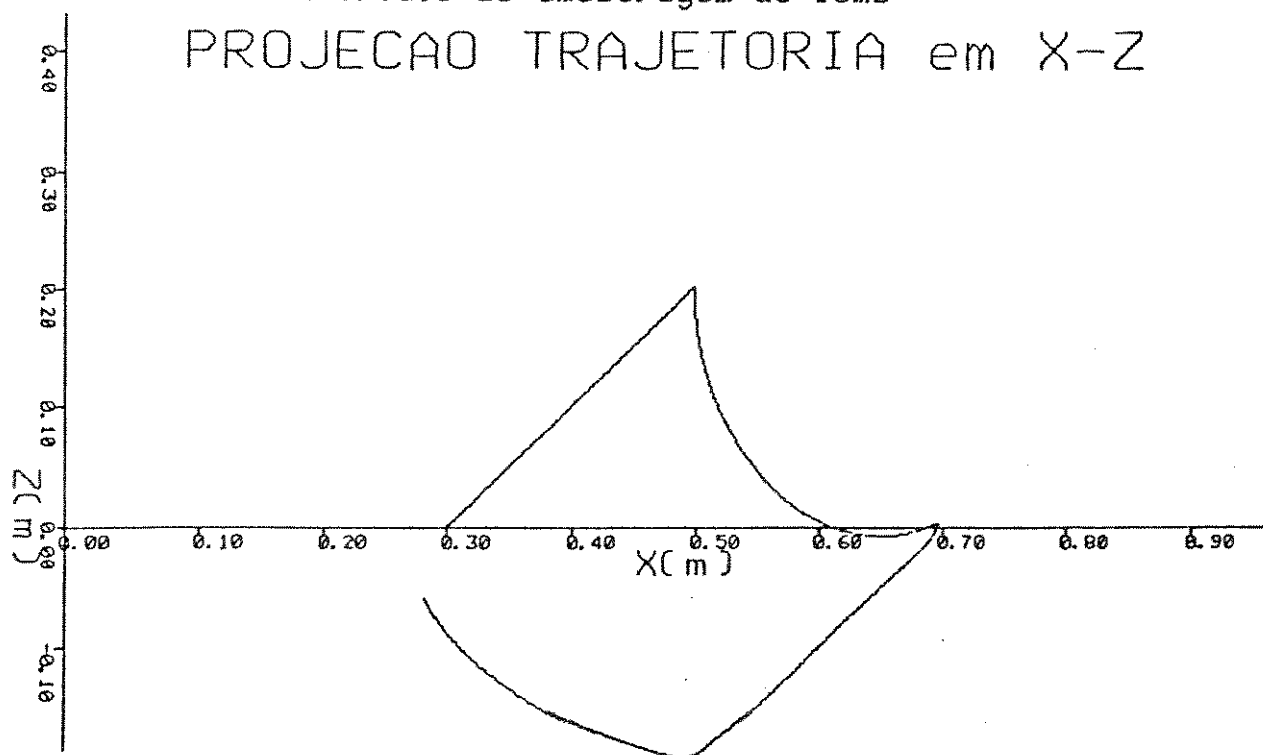


Figura 4.13 - Resultados quando há retas e círculos, para a sequência de movimentos ilustrada na figura 4.10, utilizando-se a técnica diferencial com tempo de amostragem de 5 ms

4.4.3. Parametros usados na comparação dos resultados

Os parâmetros para a avaliação do desempenho das diferentes técnicas são: erro medio e desvio padrão da trajetória, média e desvio padrão da velocidade. Os resultados obtidos no simulador são apresentados na forma de gráficos. Os seguintes gráficos são obtidos: erros nas coordenadas espaciais, velocidade espacial, valores das coordenadas generalizadas para a trajetória e velocidades generalizadas; todos em função do tempo. As figuras 4.15 a 4.16 mostram os resultados obtidos no caso de uma trajetória combinada para tecnica diferencial (descrito na seção 3.2.2.2) e tempo de amostragem de 5 ms.

```
SIMULACAO PARA ROBO ARTICULADO

Parametros

Metodo utilizado => .

descriptores de tecnica=1PXXXF

m2= 5.600 (kg) m3= 4.000 (kg)
l2= 0.4000 (m) l3= 0.4000 (m)
d2= 0.2000 (m) d3= 0.2200 (m)
kt1=0.2200E-01(n.m/rad/s) kt2=0.9360E-01(n.m/rad/s)
kt3=0.2296E-01(n.m/rad/s) dm1=0.1570E-03(n.m/rad/s)
dm2=0.9360E-03(n.m/rad/s) dm3=0.1436E-03(n.m/rad/s)

reducao de engrenagem
rg1= 140.0 rg2= 100.0 rg3= 160.0

ganhos do servo
kp1= 69.00 kp2= 74.00 kp3= 16.00

ganhos do servo
ka1= 50.00 ka2= 50.00 ka3= 50.00

ganho de recuperacao = 50.00 (/s)

tempos de amostragem
para orbita = 0.5000E-02( s) para servo= 0.5000E-03( s)

angulo de parada = 350.0 (graus)

RESULTADOS

numero de dados= 700 num dad reais= 3496

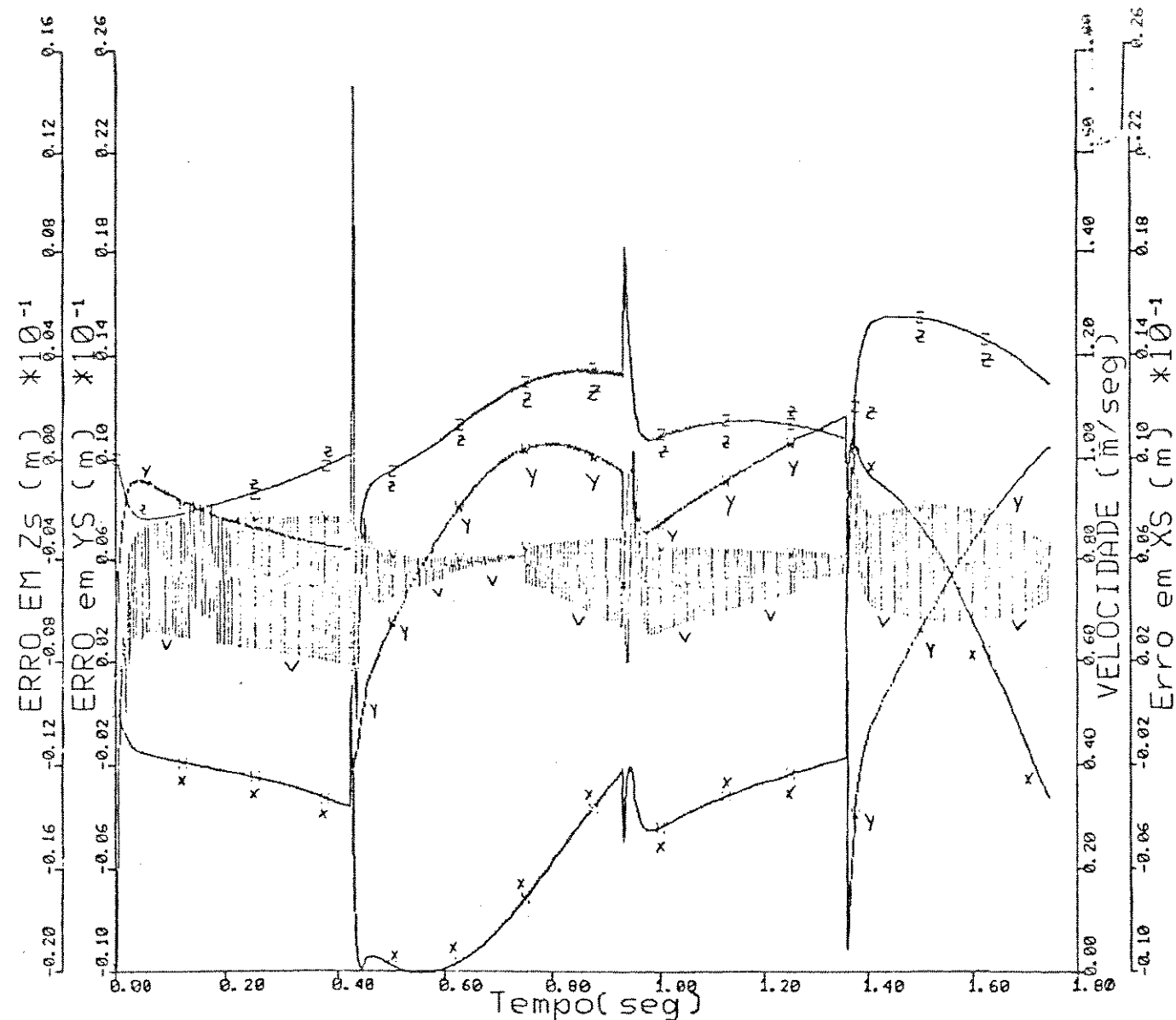
media do erro em xs = 0.74E-02
media do erro em ys = -0.24E-02
media do erro em zs = 0.14E-02

desvio padrao em xs = 0.33E-02
desvio padrao em ys = 0.50E-02
desvio padrao em zs = 0.24E-02

origem do .
media de velocidade = 0.80 (m/s)
desvio padrao de velocidade = 0.10

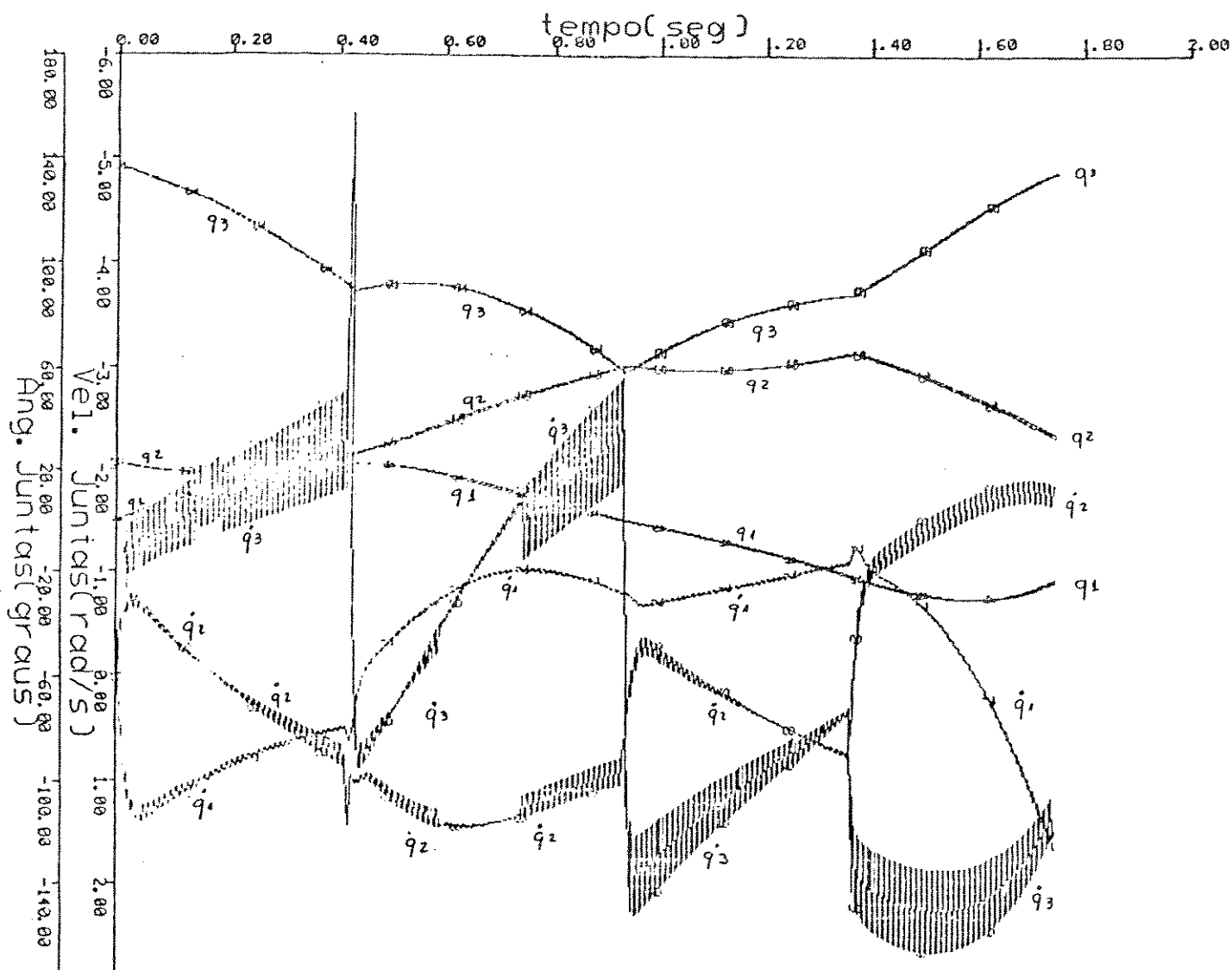
GRAFICO:
```

Figura 4.14 - Resultado da simulação, cuja trajetória está ilustrada na figura 4.13



legenda: V - velocidade espacial
 X - erro em Xs
 Y - erro em Ys
 Z - erro em Zs

Figura 4.15 - Gráfico dos erros (X, Y e Z) em relação a trajetória de referência e a velocidade para movimentação com curvas combinadas, para técnica que usa a transformada inversa (item 3.2.1). Chama-se atenção para a oscilação observada na velocidade espacial, que se encontra numa faixa 0.2m/s (25%) em consequência da técnica utilizada para geração de trajetórias.



$\dot{q}_i$ = velocidade da junta i
 q_i = posição da junta i

Figura 4.16 - Gráfico dos valores das coordenadas generalizadas e suas velocidades para o movimento mostrado na figura 4.13. Pode-se observar que as velocidades generalizadas também apresentam grandes oscilações

4.4.4. Inclusão de "Feed Forward"

Um resultado obtido/59/ neste trabalho é a constatação que a inclusão de "feed-forward" da velocidade espacial melhora o desempenho em velocidade para as técnicas de geração de trajetórias descritas no capítulo 3, conforme é descrito a seguir.

Na realização da simulação constatou-se que técnicas que utilizam a referência da velocidade de movimento no espaço, como o ATGS e a técnica de Whitney, não apresentam oscilações na velocidade espacial e na velocidade das coordenadas generalizadas similares as ilustradas nas figuras 4.15 e 4.16.

Na técnica de Whitney, descrita na seção 4.2.2.1 a geração de referências é feita segundo as seguintes equações:

$$\begin{aligned} \dot{q}(k) &= J(q(k-1)) \cdot \dot{X} \\ \dot{q}(k) &= \dot{q}(k-1) + \ddot{q}(k) \cdot dt \end{aligned} \quad (4.4)$$

Os resultados com técnica de Whitney não foram eficientes no que diz respeito a precisão em trajetória, mas apresentaram um bom desempenho para a velocidade espacial, com baixo desvio padrão comparado aos outros resultados. A principal razão para este mau desempenho, é que Whitney não define uma estratégia para a correção dos "set points" de posição.

Entretanto baseado no fato que a técnica de Whitney apresenta uma resposta adequada em velocidade e as outras técnicas apresentam um bom desempenho no controle de posição, verificou-se que com a inclusão de um termo "feed forward" da velocidade de movimento espacial, nas técnicas descritas no capítulo 4, ilustradas nas figuras 4.17 4.18 e 4.19, houve uma melhora acentuada na resposta em velocidade destas técnicas.

Para a técnica diferencial foram incluídas as seguintes variantes

a) "Feed forward" da velocidade na malha de posição do servomecanismo
figura 4.17

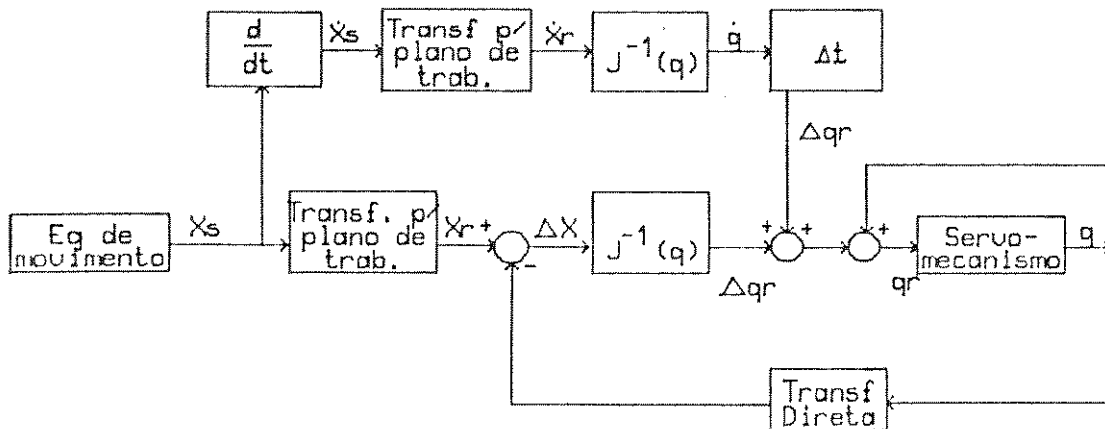


Figura 4.17 - Geração de trajetória com componente feed forward no compensador de posição do servomecanismo

b) Feed forward da velocidade espacial na malha de velocidade do servomecanismo - figura 4.18

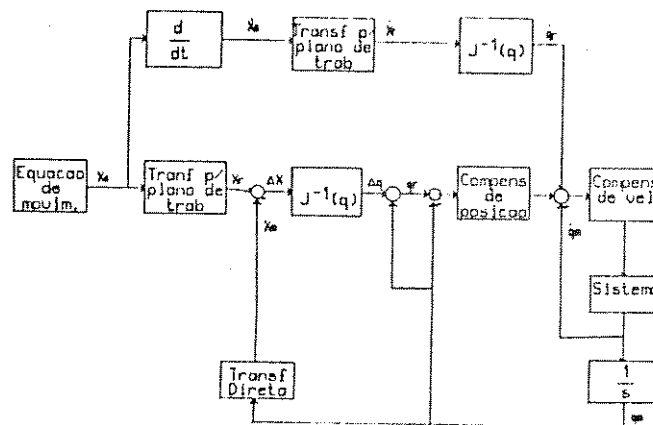


Figura 4.18 - Geração de trajetória com componente feed forward no compensador de velocidade do servomecanismo

Para a técnica baseada na transformada inversa foi incluído "feed forward na malha de posição conforme ilustra a figura 4.19

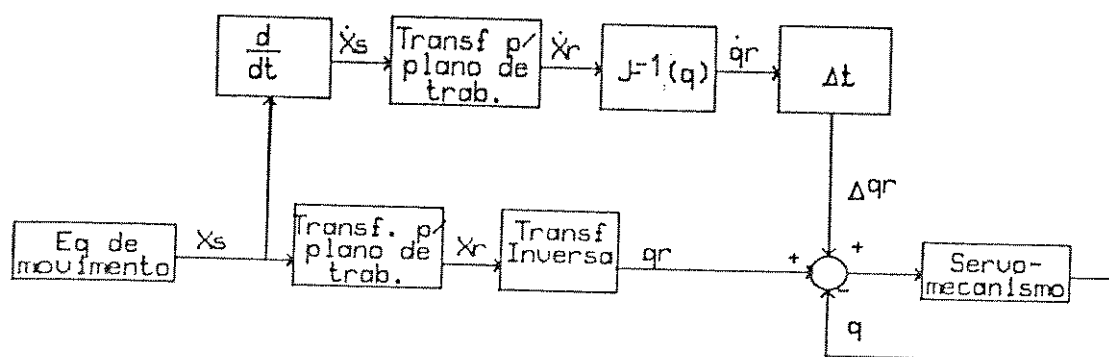


Figura 4.19 - Geração de trajetória com componente feed forward no compensador de posição do servomecanismo

A inclusão do termo "feed forward" para a técnica baseada na transformada inversa apresenta o seguinte efeito na equação de controle para cada coordenada generalizada, considerando-se que se tem um controlador para cada junta similar a figura 4.2:

$$\text{Sem Feed Forward : } ER = (qr - qm - qm'/Kp) \quad (4.5)$$

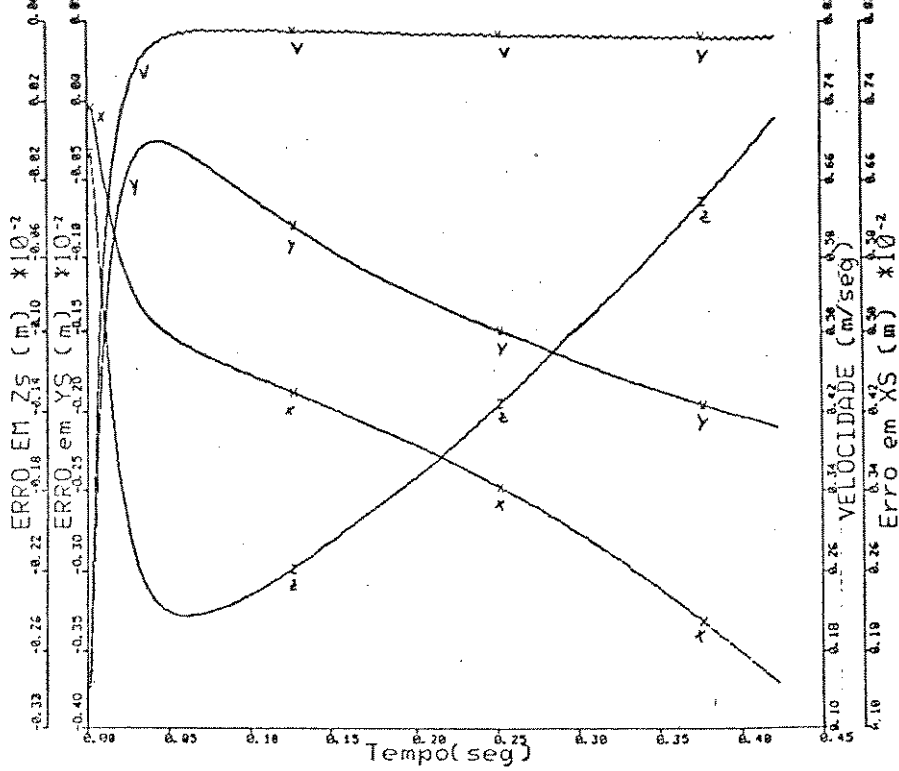
$$\begin{aligned} \text{Com Feed Forward: } ERF &= [(qr - qm) + (qr'.dt - qm'/Kp)] \\ ERF &= (qr - qm) + (qr' - kv.qm') - qr'(1-dt) \end{aligned} \quad (4.6)$$

onde Kp : ganhos do controlador de posição
 qr : referência para a coordenada generalizada
 qm : valor medido da coordenada generalizada
 qm' : velocidade generalizada
 qr' : referência de velocidade generalizada obtida a partir da velocidade espacial de referência
 ER e ERF : equação de controle sem e com "feed forward" respectivamente
 kv : $1/kp$

A equação 4.6 mostra que com a inclusão do componente "feed forward" da velocidade, o sinal de controle (ERF) é influenciado por um termo gerado a partir da velocidade espacial do braço. O efeito deste componente é introduzir no sinal de referência um desvio " $dqr = qr'.dt$ ", correspondendo a um termo de controle de velocidade ($qr' - kv.qm'$), e a um termo de feed forward $qr'(1-dt)$.

As figuras 4.20 e 4.21 mostram o efeito do componente feed forward de velocidade em uma técnica que usa a transformada inversa (abreviado com IF nas seções seguintes) para uma trajetória retilínea. Nota-se que o emprego de um componente feed-forward no sistema de geração de trajetórias, faz com que as velocidades apresentem menos oscilações.

A)



B)

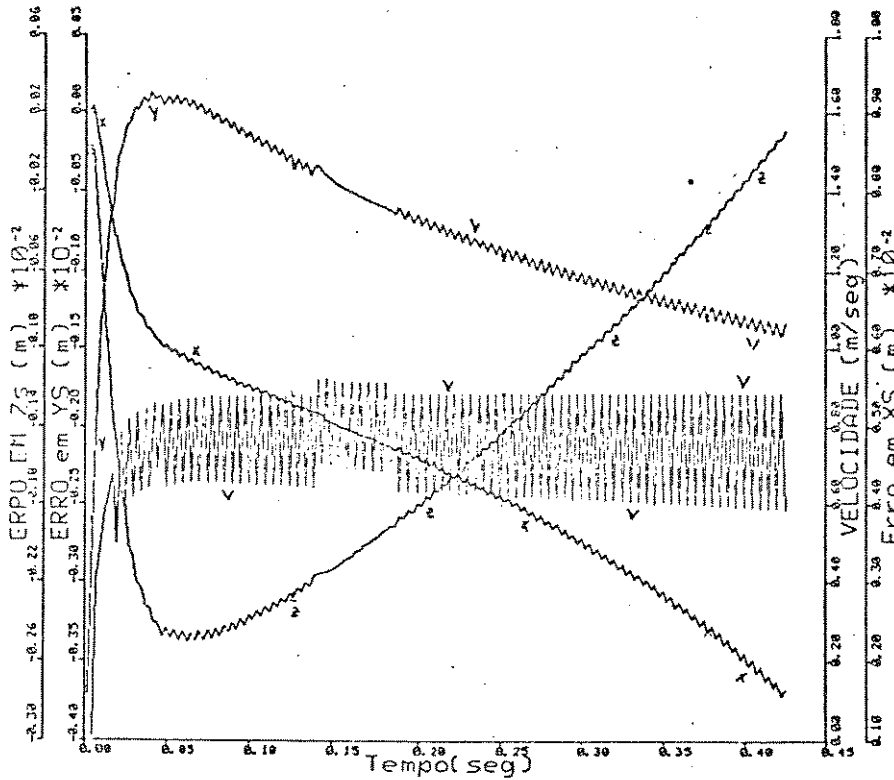
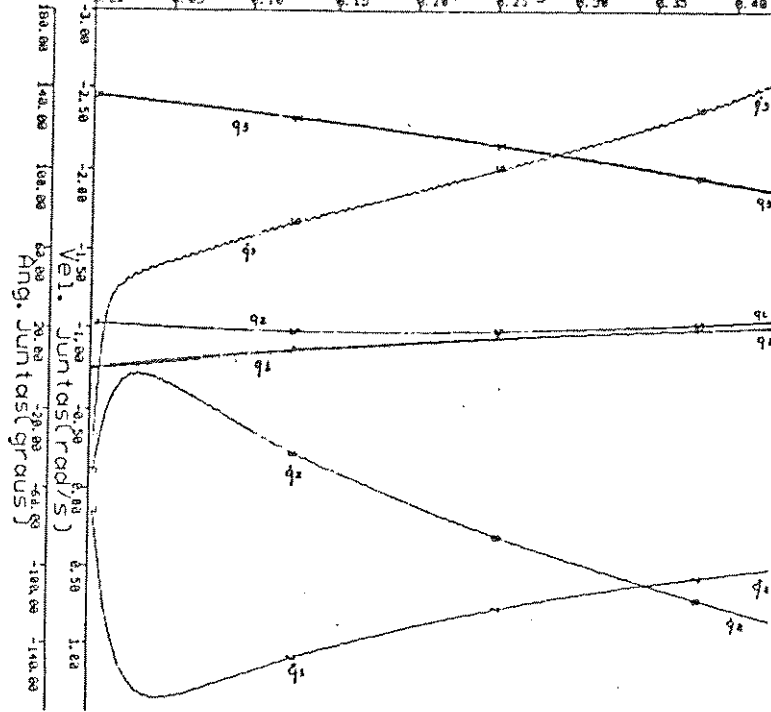


Figura 4.20. - Ilustra o efeito "feed forward" na velocidade espacial para trajetória retilínea
a) Resultado com "feed forward"
b) Resultado sem "feed forward"

A)



B)

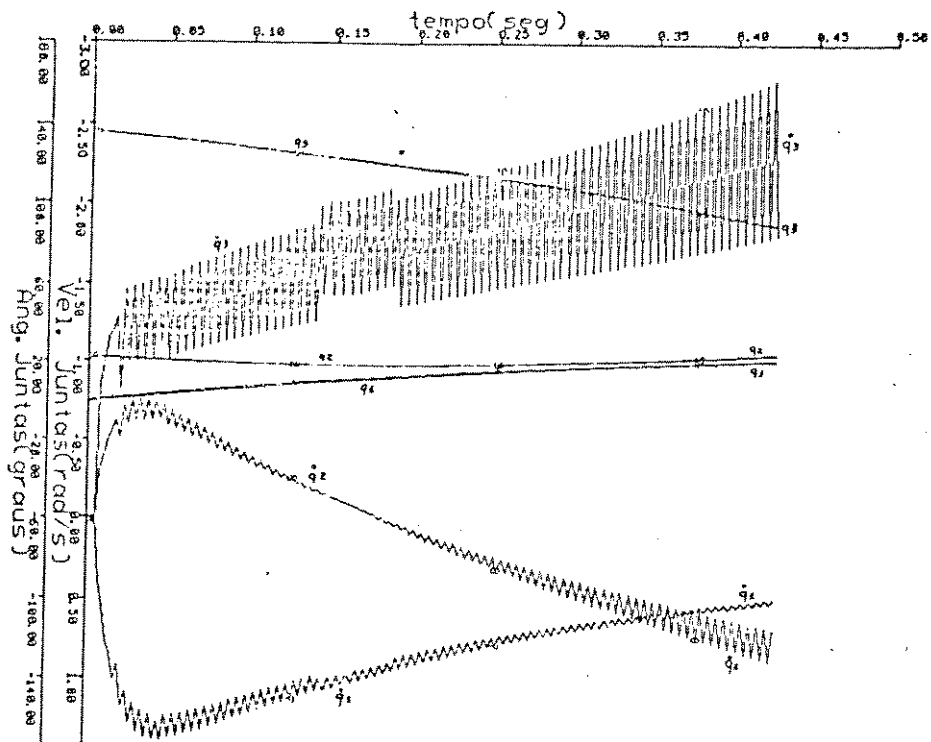


Figura 4.21. - Ilustra o efeito "feed forward" na resposta de velocidade das coordenadas generalizadas para trajetória retilínea
a) Resultado com "feed forward"
b) Resultado sem "feed forward"

4.4.5. Tabela de Resultados

Nas tabelas 4.1 a 4.6 são apresentadas os resultados da simulação para diferentes técnicas, utilizando-se diferentes intervalos de geração de referências de trajetória(TORB). O intervalo de integração dos servomecanismos de junta foi fixado em 0.5 ms. Deve-se destacar que os controladores de cada coordenada generalizada foram ajustados individualmente para amortecimento crítico.

A seguinte notação foi utilizada nas tabelas 4.1 a 4.6

<u>abrev.</u>	<u>Técnica</u>
D	: diferencial
DP	: diferencial com "feed forward" da velocidade espacial na malha de posição
DV	: diferencial com feed forward da velocidade espacial na malha de velocidade
IP	: Inversa
IF	: inversa com feed forward da velocidade espacial malha de posição
IR	: inversa com interpolação linear
IN	: inversa com interpolação quadrática normal
IM	: inversa com interpolação quadrática modificada
A	: ATGS

Ganho do : Norm significa ganho normal
servo Red significa ganho reduzido

TORB : Intervalo para controle de trajetória

			erros de posição						Velocidade	
			erro médio			desvio padrão			média	Desvio
Técn.	Ganho	TORB	XS	YS	ZS	XS	YS	ZS		Padrão
		(ms)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(m/s)	(m/s)
D	NORM	0,5	5,7	-2,3	-1,4	1,0	0,76	0,77	0,79	0,086
"	"	2,5	6,5	-2,3	-1,4	1,1	0,77	0,75	0,79	0,099
"	"	5	7,5	-2,3	-1,3	1,1	0,78	0,76	0,79	0,14
"	"	5	11	-2,2	-1,2	1,8	0,87	0,76	0,80	0,47
DP	NORM	0,5	-5,4	-2,3	-1,4	1,0	0,76	0,76	0,79	0,082
"	"	2,5	5,4	-2,3	-1,4	1,0	0,76	0,76	0,79	0,082
"	"	5	5,4	-2,3	-1,4	1,0	0,76	0,75	0,79	0,082
"	"	15	5,3	-2,3	-1,2	0,99	0,75	0,72	0,79	0,082
DV	NORM	0,5	-0,14	0,084	-0,093	0,058	0,035	0,80	0,022	0,082
"	"	2,5	0,063	0,084	-0,065	0,040	0,047	0,035	0,80	0,036
"	"	5	1,6	0,084	-0,028	0,16	0,041	0,049	0,80	0,10
"	"	15	5,4	0,066	0,19	1,2	0,31	0,24	0,81	0,45
IP	NORM	0,5	5,7	-2,3	-1,5	1,0	0,77	0,79	0,79	0,086
"	Y	2,5	6,5	-2,3	-1,5	1,1	0,78	0,79	0,79	0,099
"	"	5	7,5	-2,3	-1,4	1,1	0,79	0,80	0,79	0,14
"	RED	15	13	0,29	0,30	1,7	0,35	0,25	0,77	0,12
"	"	15	11	-2,2	-1,4	1,8	0,88	0,84	0,80	0,47
IF	NORM	0,5	5,3	-2,3	-1,4	1,0	0,77	0,79	0,79	0,082
"	"	2,5	5,3	-2,3	-1,4	1,0	0,77	0,78	0,79	0,082
"	"	5	5,3	-2,3	-1,4	1,0	0,76	0,78	0,79	0,082
"	"	15	5,3	-2,3	-1,3	0,99	0,76	0,74	0,79	0,082
IR	NORM	0,5	5,7	-2,3	-1,5	1,0	0,77	0,79	0,79	0,084
"	"	2,5	5,7	-2,3	-1,5	0,99	0,77	0,79	0,79	0,10
"	"	5,0	5,7	-2,3	-1,4	0,98	0,77	0,79	0,79	0,21
"	"	15	5,8	-2,3	-1,2	2,2	0,99	0,91	1,0	0,75
IM	NORM	1	5,1	-2,3	-1,5	0,83	0,76	0,79	0,79	0,075
"	"	2,5	2,2	-2,3	-1,5	0,66	0,73	0,78	0,80	0,078
"	"	5	-8,0	-2,4	-1,3	1,3	0,66	0,81	0,85	0,43
"	"	15	-110	-5,6	18	22	5,3	7,3	6,4	2,8
IN	NORM	1	-0,8	0,086	-0,094	0,41	0,079	0,075	0,80	0,031
"	"	2,5	-5,5	0,046	0,010	0,87	0,16	0,25	0,81	0,13
"	"	5	-23	-0,16	0,93	2,9	0,47	0,89	1,0	0,73
"	(Overflow)									
A	NORM	0,5	3,8	0,1	-0,022	2,0	0,047	0,040	0,78	0,034
"	"	2,5	5,2	0,1	0,016	1,9	0,049	0,051	0,78	0,063
"	"	5,0	6,9	0,099	0,063	2,0	0,055	0,075	0,77	0,086
"	"	15	6,9	0,099	0,063	2,0	0,055	0,075	0,77	0,086
A	(50)	0,5	3,8	0,25	-0,051	2,0	0,12	0,093	0,78	0,034
"	(50)	2,5	5,2	0,25	0,046	1,9	0,12	0,11	0,79	0,063
"	(50)	5	6,9	0,24	0,17	2,0	0,11	0,15	0,77	0,086
"	(50)	15	14	0,22	0,63	2,3	0,11	0,43	0,76	0,14

Tabela 4.1. - Resultados para movimento retilíneo com o uso de diferentes técnicas

			erros de posição				Velocidade	
			erro médio		desvio padrão		Média	Desvio
Técn.	Ganho	TORB	R	ZS	R	ZS	Padrão	
		(ms)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(ms)	(ms)
D	NORM	0,5	1,5	-0,45	2,4	2,6	0,80	0,057
"	"	2,5	1,5	-0,45	2,4	2,6	0,80	0,065
"	"	5	1,4	-0,45	2,4	2,6	0,80	0,10
"	"	15	1,4	-0,46	2,4	2,6	0,83	0,37
DP	NORM	0,5	1,5	-0,45	2,4	2,6	0,8	0,055
"	"	2,5	1,5	-0,45	2,4	2,6	0,8	0,055
"	"	5,0	1,5	-0,45	2,4	2,6	0,8	0,055
"	"	15	1,6	-0,46	2,4	2,6	0,8	0,055
DP	RED	115	5,2	-0,51	7,0	0,89	0,86	0,20
DV	NORM	0,5	0,12	-0,29	0,18	0,18	0,80	0,013
"	"	2,5	0,11	-0,29	0,18	0,18	0,80	0,026
"	"	5,0	0,11	-0,28	0,18	0,18	0,80	0,081
"	"	15	0,068	-0,24	0,46	0,34	0,83	0,36
DV	RED	5,0	0,057	-0,34	0,24	0,20	0,80	0,013
IP	NORM	0,5	1,5	-0,43	2,4	2,6	0,8	0,065
"	"	2,5	1,5	-0,43	2,4	2,6	0,8	0,065
"	"	5,0	1,5	-0,43	2,4	2,6	0,8	0,10
"	"	15	1,4	-0,43	2,5	2,6	0,83	0,37
IP	NORM	115	0,81	-0,35	5,4	5,1	0,89	2,0
IP	RED	0,5	-0,65	-0,54	0,48	0,98	0,79	0,055
"	"	2,5	-0,65	-0,54	0,48	0,98	0,79	0,060
"	"	5,0	-0,65	-0,54	0,48	0,98	0,79	0,073
"	"	15	-0,67	-0,55	0,50	0,98	0,79	0,19
IF	NORM	2,5	1,5	-0,43	2,4	2,6	0,80	0,055
"	"	2,5	1,5	0,44	2,4	2,6	0,80	0,055
"	"	5,0	1,5	-0,44	2,4	2,6	0,80	0,055
"	"	15	1,6	-0,45	2,4	2,6	0,80	0,055
IF	RED	0,5	-0,65	-0,54	0,48	0,98	0,79	0,054
"	"	2,5	-0,65	-0,54	0,48	0,97	0,79	0,054
"	"	5,0	-0,65	-0,54	0,48	0,97	0,79	0,054
"	"	15	-0,56	-0,54	0,52	0,97	0,79	0,054
IN	Norm	1,0	0,13	-0,29	0,18	0,19	0,80	0,019
"	"	2,5	0,36	-0,31	0,23	0,25	0,81	0,10
"	"	10	2,1	-0,36	1,0	0,51	1,0	0,57
"	"	15	84	0,16	41	12	10	6,6
IM	NORM	1,0	1,5	-0,43	2,4	2,6	0,80	0,053
"	"	2,5	1,5	-0,43	2,4	2,6	0,80	0,070
"	"	5,0	1,9	-0,43	2,4	2,6	0,86	0,35
"	"	15	31	-0,21	16	6,2	6,7	3,5
A	NORM	0,5	0,053	-0,19	0,13	0,11	0,81	0,029
"	"	2,5	0,12	-0,19	0,15	0,11	0,81	0,041
"	"	5,0	0,21	-0,19	0,17	0,11	0,81	0,053
"	"	15			INSTAVEL			
A	RED	0,5	0,13	-0,50	0,35	0,29	0,81	0,029
"	"	2,5	0,31	-0,50	0,38	0,29	0,81	0,041
"	"	5,0	0,53	-0,50	0,44	0,29	0,81	0,053
"	"	15	1,4	-0,50	0,85	0,30	0,81	0,085

Tabela 4.2. - Resultados para movimento circular com o uso de diferentes técnicas

Téc.	Ganho	TORB	erros de posição						Velocidade	
			erro médio			desvio padrão			média	Desvio
			XS	YS	ZS	XS	YS	ZS		
		(ms)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(m/s)	(m/s)
D	NORM	0,5	5,9	-2,4	1,4	2,9	4,2	2,4	0,80	0,067
"	"	2,5	6,6	-2,4	1,4	3,1	4,6	2,5	0,80	0,068
"	"	5	7,4	-2,4	1,4	3,3	5,0	2,4	0,80	0,10
"	"	15	11	-2,4	1,4	4,4	6,8	2,5	0,82	0,33
DP	NORM	0,2	5,6	-2,4	1,4	2,8	4,0	2,4	0,80	0,066
"	"	2,5	5,6	-2,4	1,4	2,8	4,0	2,5	0,80	0,064
"	"	5	5,6	-2,4	1,4	2,8	4,0	2,5	0,80	0,058
"	"	15	5,6	-2,4	1,5	2,7	4,1	2,5	0,80	0,07
DV	NORM	0,5	-0,22	0,033	0,039	0,85	1,0	0,95	0,82	0,086
"	"	2,5	0,43	0,023	0,040	0,92	1,2	1,0	0,81	0,079
"	"	5	1,2	-0,015	0,052	1,0	1,3	1,0	0,81	0,10
"	"	15	4,5	-4,3	0,1	2,1	3,0	1,1	0,84	0,33
IP	NORM	0,5	5,9	-2,4	1,4	2,8	4,2	2,4	0,80	0,066
"	"	2,5	5,6	-2,4	1,4	2,8	4,0	2,5	0,80	0,064
"	"	5	7,4	-2,4	1,4	3,3	5,0	2,5	0,80	0,10
"	"	15	11	-2,4	1,3	4,4	6,8	2,6	0,82	0,33
"	"	40	18	-2,5	1,2	8,3	12	3,0	0,90	0,92
"	"	75	28	-3,3	1,6	16	19	4,6	0,89	1,5
"	"	110								
IF	NORM	0,5	5,6	-2,4	1,4	2,8	4,0	2,4	0,80	0,065
"	"	2,5	5,6	-2,4	1,4	2,8	4,0	2,4	0,80	0,065
"	"	5	5,6	-2,4	1,4	2,8	4,1	2,5	0,80	0,056
"	"	15	5,6	-2,4	1,5	2,7	4,2	2,5	0,80	0,07
IR	NORM	0,5	5,9	-2,4	1,4	2,8	4,2	2,4	0,8	0,066
"	"	2,5	5,8	-2,4	1,4	2,8	4,2	2,5	0,8	0,081
"	"	5	5,8	-2,4	1,4	2,8	4,2	2,5	0,81	0,16
"	"	15	5,9	-2,4	1,4	3,1	4,3	2,6	0,99	0,57
A	NORM	0,5	-1,1	2,4	0,0045	8,3	4,6	0,89	0,82	0,067
"	"	2,5	0,72	1,8	0,013	7	4	1	0,82	0,078
"	"	5	3,5	1,1	0,031	5,5	4,2	1,3	0,82	0,088
"	RED	15	8,3	0,54	0,36	5,1	5,7	2,3	0,82	0,088

Tabela 4.3. - Resultados para movimentos com trajetórias combinadas para diferentes técnicas

TORB (ms)	Técnica	erros de posição						Velocidade	
		erro médio			desvio padrão			média	Desvio
		XS (mm)	YS (mm)	ZS (mm)	XS (mm)	YS (mm)	ZS (mm)	(m/s)	Padrão (m/s)
0,5	DV	-0,14	0,084	-0,093	0,071	0,058	0,035	0,80	0,022
(1)	IN	-0,8	0,086	-0,094	0,41	0,079	0,075	0,80	0,031
0,5	A	3,8	0,25	-0,051	2,0	0,12	0,093	0,78	0,034
2,5	DV	0,63	0,084	-0,065	0,040	0,047	0,035	0,80	0,036
	A	5,2	0,025	0,046	1,9	0,12	0,11	0,79	0,063
	IF/DP	5,3	-2,3	-1,4	1,0	0,77	0,78	0,79	0,082
5	DV	1,6	0,084	-0,028	0,16	0,041	0,049	0,80	0,10
	IF/DP	5,3	-2,3	-1,4	1,0	0,76	0,78	0,79	0,082
	A	6,9	0,24	0,17	2,0	0,11	0,15	0,77	0,086
15	IF/DP	5,3	-2,3	-1,2	0,99	0,75	0,72	0,79	0,082
	DV	5,4	0,066	0,19	1,2	0,31	0,24	0,81	0,45
	A	19	0,22	0,63	2,3	0,11	0,43	0,76	0,14

Tabela 4.4. - Técnicas mais eficientes para trajetória retilínea

TORB (ms)	Técnica	erros de posição				Velocidade	
		erro médio		desvio padrão		Média	Desvio
		R	ZS	R	ZS	Padrão	Padrão
		(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(ms)	(ms)
0,5	DV	0,12	-0,29	0,18	0,18	0,80	0,013
(1)	IN	0,13	-0,29	0,18	0,19	0,80	0,019
0,5	A	0,053	-0,19	0,13	0,11	0,81	0,029
2,5	DV	0,11	-0,29	0,18	0,18	0,80	0,026
	A	0,12	-0,19	0,15	0,11	0,81	0,041
5,0	DV	0,11	-0,28	0,18	0,18	0,80	0,081
	A	0,21	-0,19	0,17	0,11	0,81	0,053
	IP(Red)	-0,65	-0,54	0,48	0,98	0,79	0,073
15	IF(Red)	-0,56	-0,54	0,52	0,97	0,79	0,054
	IP(Red)	-0,67	-0,55	0,50	0,98	0,79	0,19
	DP	1,6	-0,46	2,4	2,6	0,8	0,055

Tabela 4.5. - Técnicas mais eficientes para trajetória circular com diferentes intervalos de geração de referências

Torb (ms)	Técnica	erros de posição						Velocidade	
		erro médio			desvio padrão			média	Desvio
		XS (mm)	YS (mm)	ZS (mm)	XS (mm)	YS (mm)	ZS (mm)	(m/s)	Padrão (m/s)
0,5	DV	-0,22	0,033	0,039	0,85	1,0	0,95	0,82	0,086
	IF	5,6	-2,4	1,4	2,8	4,0	2,4	0,80	0,065
	DP	5,6	-2,4	1,4	2,8	4,0	2,4	0,80	0,066
2,5	DV	0,43	0,023	0,040	0,92	1,2	1,0	0,81	0,079
	IF	5,6	-2,4	1,4	2,8	4,0	2,4	0,80	0,065
	IP	5,6	-2,4	1,4	2,8	4,0	2,5	0,80	0,064
5,0	DV	-1,2	-0,015	0,052	1,0	1,3	1,0	0,81	0,10
	DP	5,6	-2,4	1,4	2,8	4,0	2,5	0,80	0,058
	IF	5,6	-2,4	1,4	2,8	4,1	2,5	0,80	0,056
15	DV	5,6	-2,4	1,5	2,7	4,1	2,5	0,80	0,07
	IF	5,6	-2,4	1,5	2,7	4,2	2,5	0,80	0,07
	A	8,3	0,54	0,36	5,1	5,7	2,3	0,82	0,088

Tabela 4.6. - Melhores resultados para trajetórias combinadas

4.4.6. Discussões

A seguir são destacados os principais resultados obtidos na simulação.

a) Influência dos ganhos

Pode-se observar das tabelas (tabela 5.1 a tabela 4.6), a influência dos ganhos:

- . Nas técnicas IP ,D, DV e DP , constatou-se que houve uma diminuição da precisão com o aumento do ganho proporcional dos controladores de posição das coordenadas generalizadas. Isto pode ser justificado pelo fato dos controladores agirem individualmente sem consideração do efeito destes na trajetória espacial. O efeito do aumento do ganho é tornar mais rápida a resposta para cada articulação.
- . No ATGS a precisão aumentou com o aumento do ganho de recuperação da trajetória. Uma das justificativas para este fato é que o compensador do ATGS age no espaço operacional corrigindo mais intensamente desvios da trajetória espacial, enquanto que os compensadores das outras técnicas agem individualmente para cada articulação.

b) Influência do intervalo de geração das referências(Torb)

De modo geral a precisão da trajetória tende a diminuir com o aumento do intervalo de geração de referências.

Constatou-se que a na maioria das técnicas que os erros de posição não crescem de forma tão acentuada como os erros de velocidade no intervalo de 0.5ms a 15ms. Entretanto o crescimento do erro de velocidade é maior principalmente se não há "feed forward" da velocidade espacial.

Destaca-se que no caso da técnica ATGS, que o aumento de Torb pode causar a instabilidade do sistema. Isto foi mostrado por Mizutani /43/, pois existe um controle em malha fechada para a trajetória espacial, implicando que o aumento de tempo de amostragem conduza o sistema a instabilidade como qualquer sistema de controle .

c) Comportamento transitório

Estudou-se também o resultado obtido para as diversas técnicas quando se especifica uma trajetória para a qual o ponto em que o manipulador está posicionado é diferente do ponto inicial especificado pela trajetória.

O algoritmo ATGS apresenta resultados diferentes daqueles obtidos pelas demais técnicas. Dadas as características do ATGS: controlar a trajetória através de velocidade, e possuir uma estratégia para recuperação de trajetória. Quando o ponto inicial especificado não se encontra na trajetória definida, a recuperação da trajetória é feita de forma que se percorra a mínima distância (ou da forma mais rápida). Conforme está ilustrado na figura 4.22; para uma situação onde o braço se encontra no centro do círculo, o ATGS faz com que este não passe pelo ponto inicial deste círculo mas recupere a trajetória de acordo com equação de recuperação de trajetória definida pelo algoritmo, provocando a realização da trajetória ilustrada.

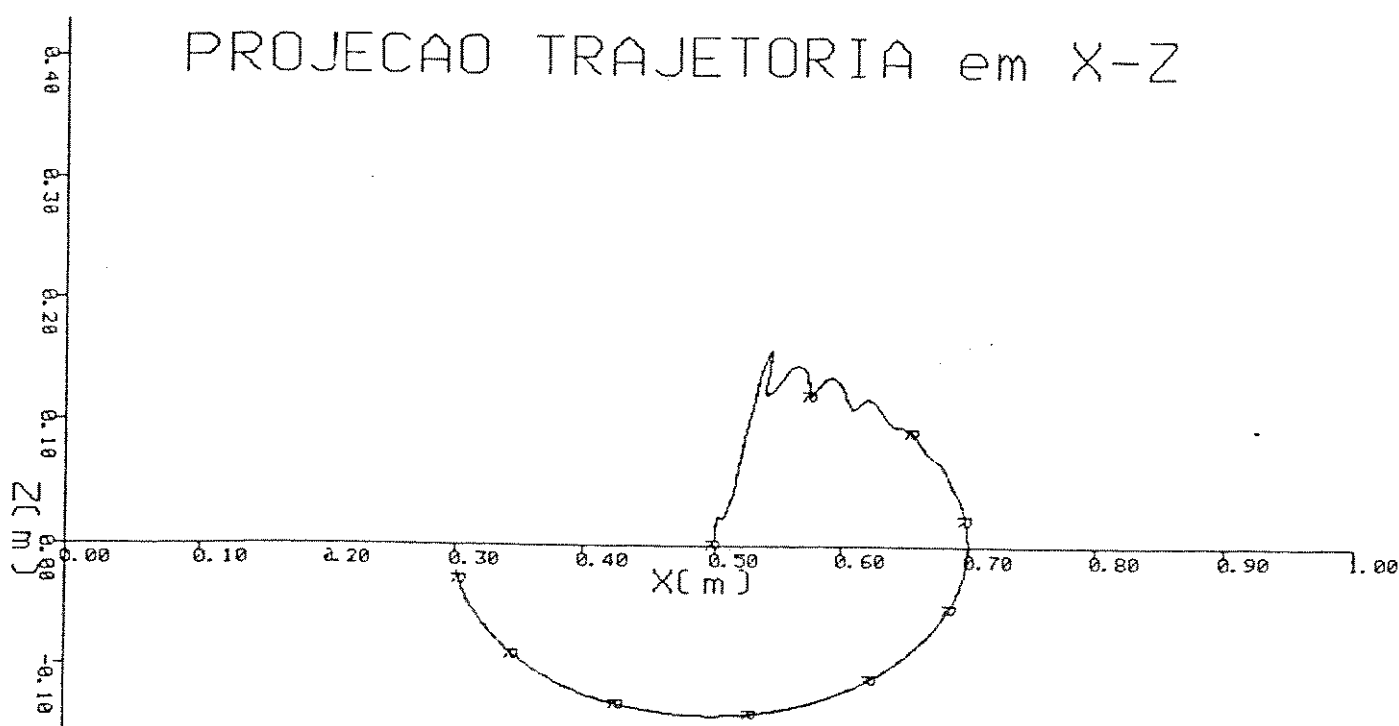


Figura 4.22. - Trajetória percorrida quando o ponto inicial se encontra fora da curva para a técnica ATGS.

Por outro lado, as outras técnicas técnicas simuladas, tentam acompanhar as referências de trajetória, isto está ilustrado na figura 4.23.

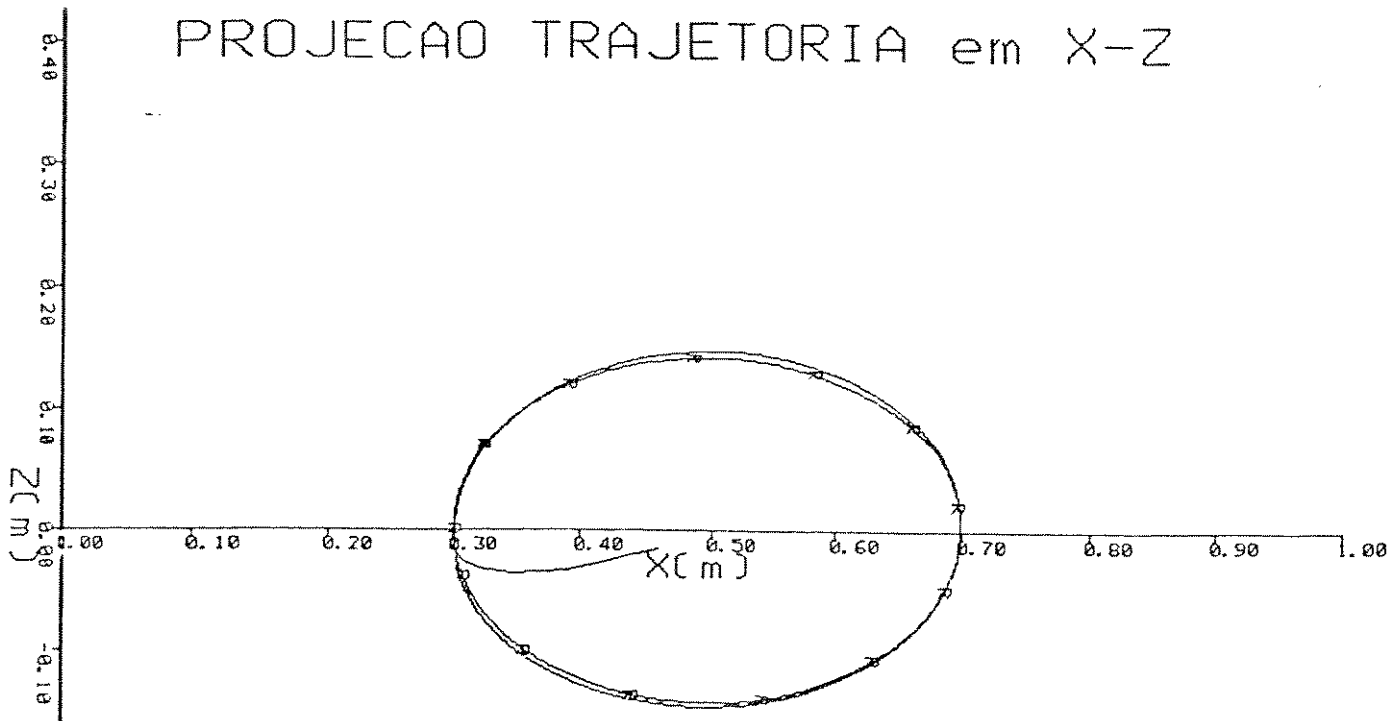


Figura 4.23. - Trajetória seguida quando o ponto inicial se encontra fora da curva para técnica D

d) Concatenação entre diferentes curvas

Conforme pode ser verificado na figura 4.24, no ATGS a concatenação de curvas diferentes, por exemplo reta para círculo ou retas com diferentes parâmetros, pode ocorrer um desvio de trajetória maior que o encontrado em outras técnicas, principalmente quando se encontra próximo ao limite de estabilidade. Isto é devido as características do ATGS, o qual a cada mudança de trajetória ocorre uma mudança na estrutura do controlador, corresponde a mudança das equações das curvas.

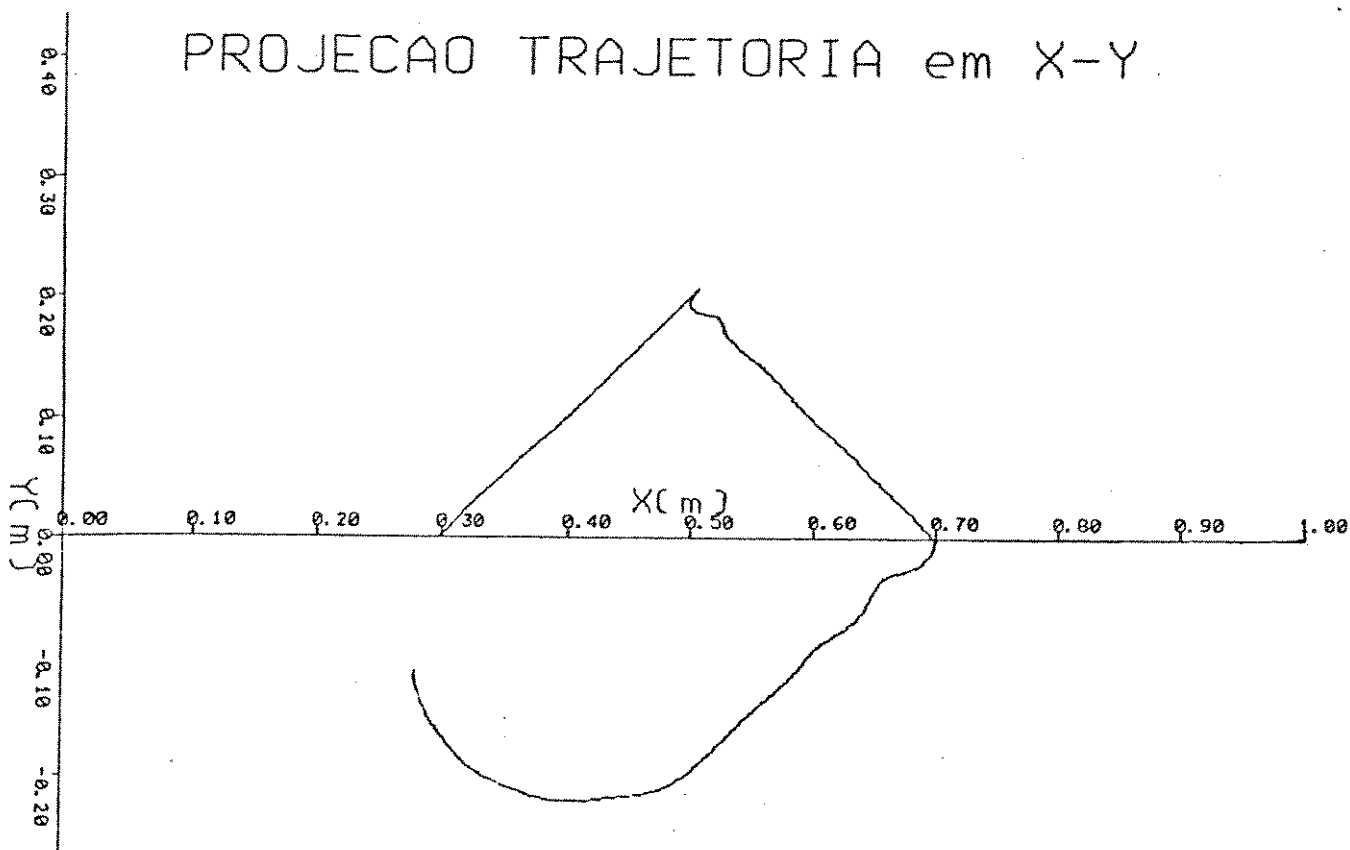


Figura 4.24. - Desvio de trajetória na concatenação de curvas causado pela mudança na estrutura do controlador

e) Saturação dos Servomecanismos

Os resultados mostrados anteriormente, foram obtidos sem a consideração de saturação na velocidade dos servomecanismos das coordenadas generalizadas. Verificou-se o comportamento das técnicas mais eficientes em relação a esta situação, usando um intervalo de 5 ms para geração das referências de trajetória.

- **Trajelórias retilíneas** : As tabelas 4.7 e 4.8 mostram os resultados para o caso de geração de retas a velocidade 0,8 m/s e 0,4 m/s e as tabelas 4.9 e 4.10 os resultados para geração de círculo, considerando-se as mesmas velocidades.

TÉCNICA	DESVIO DA TRAJETÓRIA DE REFERÊNCIA						VELOCIDADE (m/s)	
	XS	YS	ZS	XS	YS	ZS	MÉDIA	DESV. PADRÃO
ID	61	17	46	38	21	3,4	0,52	0,085
DV	52	13	8,1	36	17	5,6	0,53	0,068
ATGS	59	1,6	1,4	38	2,1	1,0	0,48	0,090
DP	56	13	8,0	36	16	5,7	0,52	0,083

Tabela 4.7 - Resultados p/ trajetórias retilíneas comandadas a 0,8 m/s

TÉCNICA	DESVIO DA TRAJETÓRIA DE REFERÊNCIA						VELOCIDADE (m/s)	
	XS	YS	ZS	XS	YS	ZS	MÉDIA	DESV. PADRÃO
D	8,6	1,6	-0,53	3,7	2,9	1,0	0,38	0,049
ATGS	8,4	0,37	-0,053	4,8	0,28	0,15	0,37	0,034
DP	7,4	1,5	0,41	3,6	2,7	0,92	0,38	0,042

Tabela 4.8 - Resultados p/ trajetórias retilíneas comandadas a 0,4 m/s

TÉCNICA	DESVIO DA TRAJET. DE REFERÊNCIA				VELOCIDADE (m/s)	
	RAIO	ZS	RAIO	ZS	MÉDIA	DESV. PADRÃO
I	-65	6,5	54	41	0,54	0,091
ATGS	-17	-6,5	19	9,8	0,47	0,12
DP	65	10	53	41	0,54	0,090

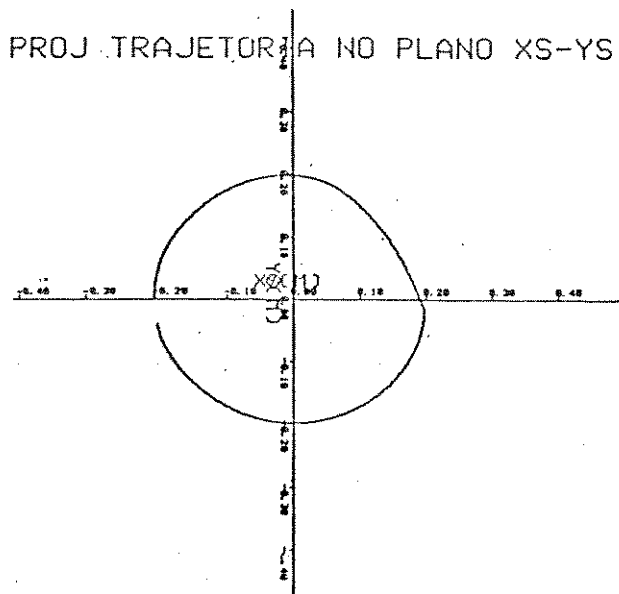
Tabela 4.9 - Resultados para trajetórias circulares com referência de velocidade tangencial de 0,8 m/s

TÉCNICA	DESVIO DA TRAJET. DE REFERÊNCIA				VELOCIDADE (m/s)	
	RAIO	ZS	RAIO	ZS	MÉDIA	DESV. PADRÃO
I	-19	5,7	21	25	0,38	0,05
DV	-18	-2,8	19	23	0,38	0,043
DP	-18	-2,9	19	23	0,38	0,044
ATGS	-3,4	-2,1	7,4	4,4	0,39	0,076

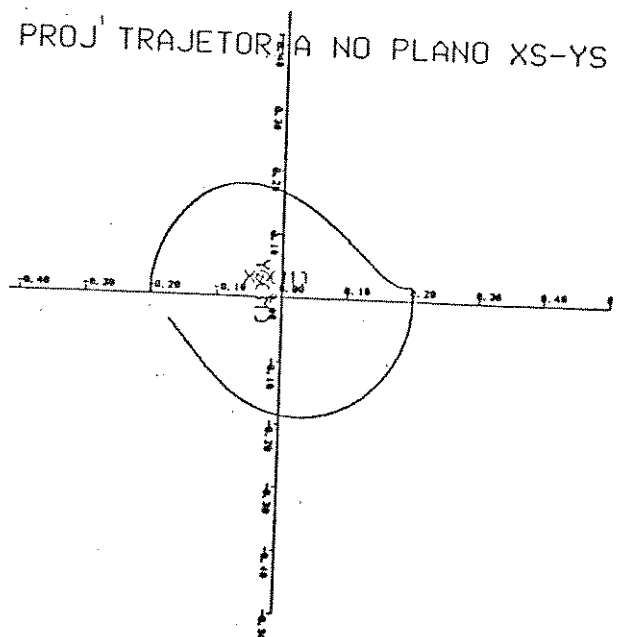
Tabela 4.10 - Resultados para trajetórias circulares com referência de velocidade tangencial de 0,4 m/s

- Comentários sobre os resultados

Os resultados obtidos, considerando-se a saturação em velocidade dos servomecanismos de velocidade mostram que das estratégias empregadas, a ATGS foi a que teve maior imunidade à saturação de velocidade do servomecanismo. As figuras 4.25a e 4.25b ilustram os resultados obtidos para a geração de trajetórias circulares a 0,4 m/s para duas técnicas (ATGS e IP).



A)



B)

Figura 4.25. Trajetória circular resultante quando se considera a saturação de velocidade dos servomecanismos
 A) ATGS
 B) Técnica baseada na transformada inversa(IP)

CAPÍTULO 5

ASPECTOS RELACIONADOS A IMPLANTAÇÃO DE UM SISTEMA QUE REALIZA TRAJETÓRIAS CONTÍNUAS

São discutidos os aspectos relacionados ao tempo de cálculo, estrutura computacional e é descrita a implementação de um controlador.

5.1. TEMPO DE CÁLCULO

Os sistemas que realizam controle de movimento por trajetórias contínuas, principalmente para robôs articulados, apresentam como principal problema na sua implementação, a superação dos problemas relacionados ao tempo de cálculo.

O cálculo dos seguintes elementos são os que apresentam maior influência no tempo total

- Cálculo da transformada direta e inversa;
- Cálculo da Jacobiana Inversa;
- Cálculo dos "set points" do controlador.

a) Cálculo da Transformada Direta

Megahed /40/, mostra que são necessários aproximadamente 30 multiplicações, 26 adições, 8 funções seno/coseno e 3 raízes quadradas para obtenção do modelo geométrico direto do robô TH8, que possui uma estrutura RTTRRR.

A realização destas operações por um coprocessador aritmético tipo 8087/23/, implicaria em aproximadamente 2,5ms, considerando-se somente os tempos para os cálculos.

b) Cálculo da Transformada Inversa

Paul/51/, mostrou que na obtenção da transformada inversa de um robô tipo "RRRRRR" necessita-se de 26 multiplicações, 20 adições e a chamada de 16 funções transcendentais. Um coprocessador tipo 8087 realizaria estas operações em aproximadamente 3,6 ms.

c) Cálculo da Jacobiana Inversa

A Jacobiana de um manipulador é tipicamente uma matriz 6×6 . Segundo Megahed/40/, para o manipulador TH8/40/ são necessários 41 multiplicações e 12 adições. Isto implica em aproximadamente 1,2 ms de tempo de cálculo para o coprocessador 8087.

d) Cálculo das referências para o Controlador

É problemático o uso do modelo dinâmico no cálculo das referências dos controladores. Megahed/40/, mostra que no caso do manipulador TH8 o uso do modelo dinâmico implica em 221 multiplicações, 177 adições e 6 funções seno/coseno para o cálculo das referências, demandando um tempo de 14ms, como mostra a tabela 5.1.

	Núm de operações	tempo p/8087 em microsegundos)	Total ms)
Multiplicações	292	25	7,30
Adições	215	18	3,870
Seno/Coseno	14	150	2,100
Raiz quadrada	3	36	0,108
total			14 ms

Tabela 5.1 tempo de cálculo para o modelo dinâmico do robô TH8 usando o coprocessador 8087

Conforme pode ser observado o tempo estimado somente para os cálculos básicos sem consideração de "Overheads" é da ordem de 14 milissegundos para um coprocessador aritmético tipo 8087. Isto reforça a necessidade de estudos para a determinação das simplificações possíveis e a especificação de arquiteturas para os sistemas de controle que atendam os requisitos de desempenho e tempo de cálculo.

5.2. ESTRUTURAS COMPUTACIONAIS

Visando atender a restrição imposta sobre o tempo de cálculo tem-se procurado estabelecer estruturas computacionais adequadas.

Assim, são apresentados aqui exemplos de algumas estruturas já implementadas para alguns controladores.

5.2.1. Controlador do Robô Puma

A figura 5.1. /38/ ilustra a estrutura do Controlador.

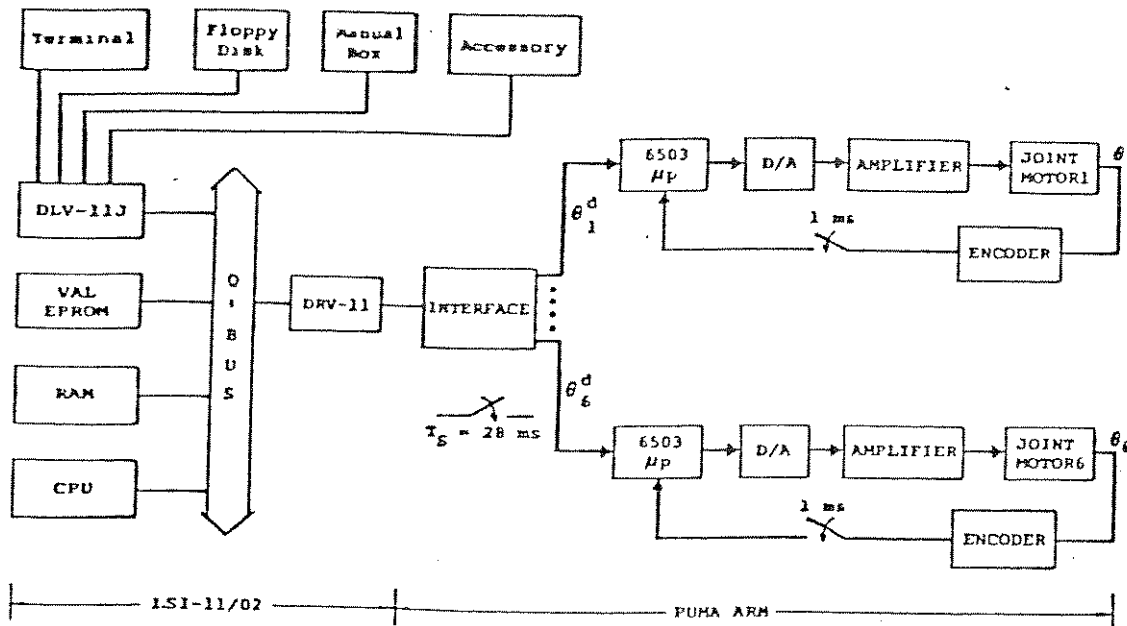


Figura 5.1. - Arquitetura do Controlador do robô PUMA

A estrutura do controlador do robô puma é composta de uma CPU LSI 11/02 que exerce a função de controle e coordenação dos movimentos (realizando inclusive o cálculo da transformada inversa) e gerenciamento das operações do sistema. A cada 28 ms esta CPU envia uma nova referência de posição angular aos microprocessadores tipo MOSTEK "6503" responsáveis pelo controle de cada uma das articulações do manipulador. Estes controladores de junta possuem um tempo de amostragem da ordem de 1 milissegundo.

5.2.2. Controlador da Equipe de Robótica do LAAS

A estrutura para controle usada pela equipe de robótica do LAAS/34/ utiliza como módulos de base, microprocessadores tipo Intel 8086, interligados com um microprocessador mestre por meio de "mail boxes".

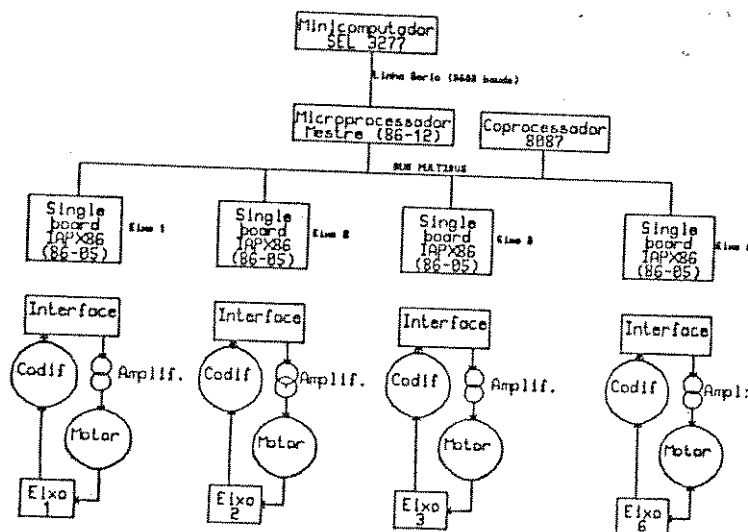


Figura 5.2. - Controlador LAAS

5.2.3. Estrutura para cálculo da transformada Inversa em Paralelo

Mancini e AL /41/, desenvolveram uma estrutura chamada CYCLOPE, que realiza o cálculo da transformada inversa de um robô com cinco graus de liberdade de forma paralela, possibilitando a realização de movimentos coordenados.

A estrutura foi realizada usando como processadores para o cálculo da transformada inversa a CPU 8085 acoplada a um processador aritmético (unidade chamada de IKT na figura 5.3). Um outro microprocessador "8748" implementa a estratégia de controle de cada uma das coordenadas generalizadas.

Este sistema utilizou uma estratégia de cálculo da transformada inversa adequada a cálculos paralelos. O tempo para sua obtenção foi da ordem de 15 ms para o pior caso.

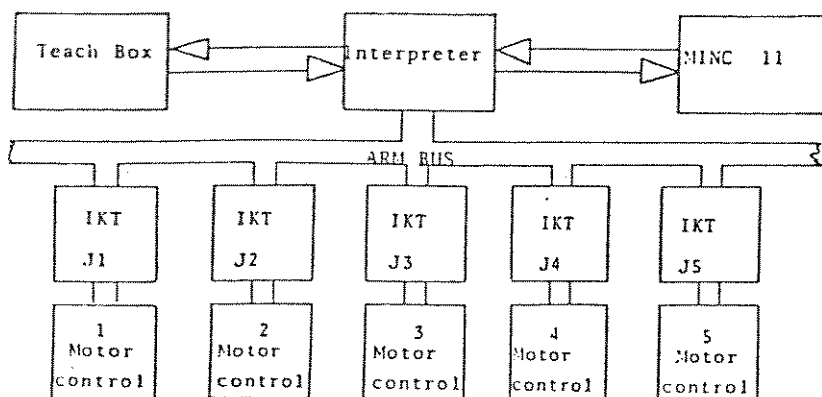


Figura 5.3 - Estrutura do Sistema Cyclope

5.3. EXEMPLO DE IMPLEMENTAÇÃO DE UM CONTROLADOR

Visando obter uma experiência prática na implementação de controladores de robô foi implementado no Centro Tecnológico para Informática/6/ um controlador para um braço com dois graus de liberdade. A seguir são descritos os principais tópicos relativos a sua implementação.

5.3.1. Estrutura Mecânica

A figura 5.5. representa esquematicamente o mecanismo utilizado. Ele é composto de engrenagens, motores para o acionamento e potenciômetros para a medida de posição de cada coordenada generalizada.

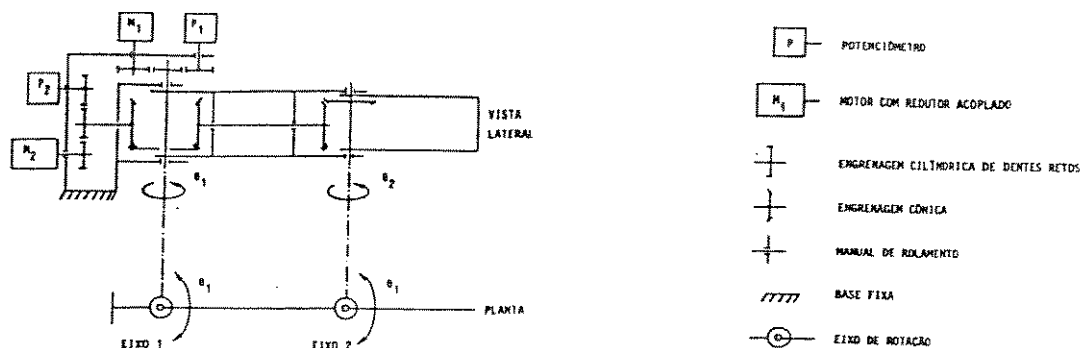


Figura 5.5 - Representação esquemática do mecanismo.

Devido as características do acionamento mecânico utilizado, o acionamento somente do motor M2 provoca movimentos da junta 2 com reflexos na posição da junta 1. Enquanto que o acionamento do motor M1 provoca

movimentos na junta 1 e 2 com reflexos nas posições da junta 1 e 2. Isto é devido ao uso das engrenagens diferenciais no acionamento mecânico. Conforme mostra Mizutani /45/, o uso de engrenagens da forma ilustrada na figura 5.5 faz com que os links 1 e 2 tenham os movimentos ilustrados na figura 5.6

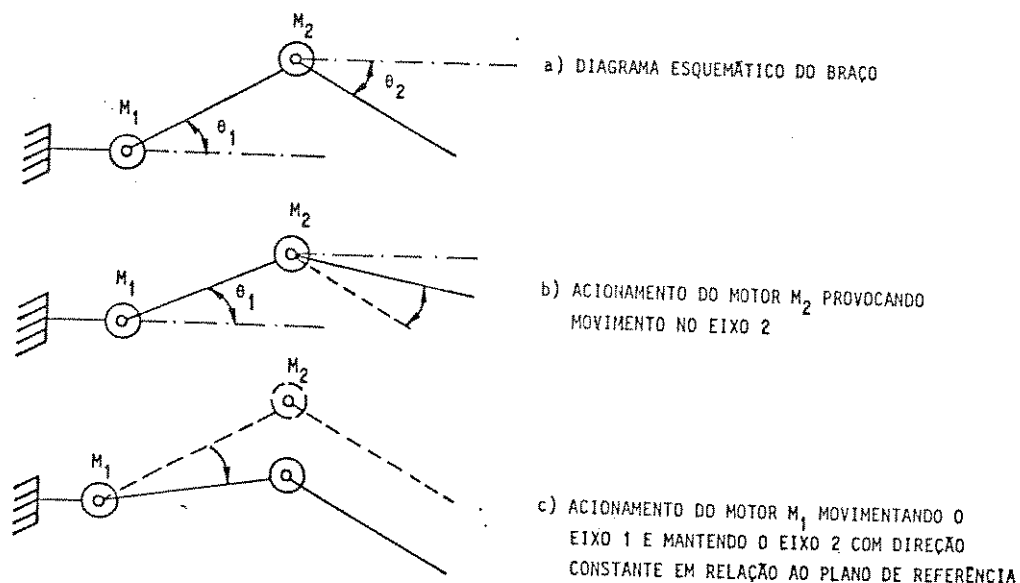


Figura 5.6 - Movimentos dos links 1 e 2 quando do acionamento dos motores M_1 e M_2 .

5.3.2. Características do Sistema

O sistema foi implantado de forma a oferecer facilidades de operação. Ele executa as seguintes funções.

- . Execução de movimentos retílineos, circulares e ponto a ponto.
- . Programação dos movimentos
- . Execução dos movimentos de forma autonoma ou passo a passo
- . Alteração dos parâmetros dos controladores

5.3.3. Características da Estrutura de Controle

A estrutura que controla a execução dos movimentos pode ser decomposta em alguns níveis como ilustra a figura 5.7

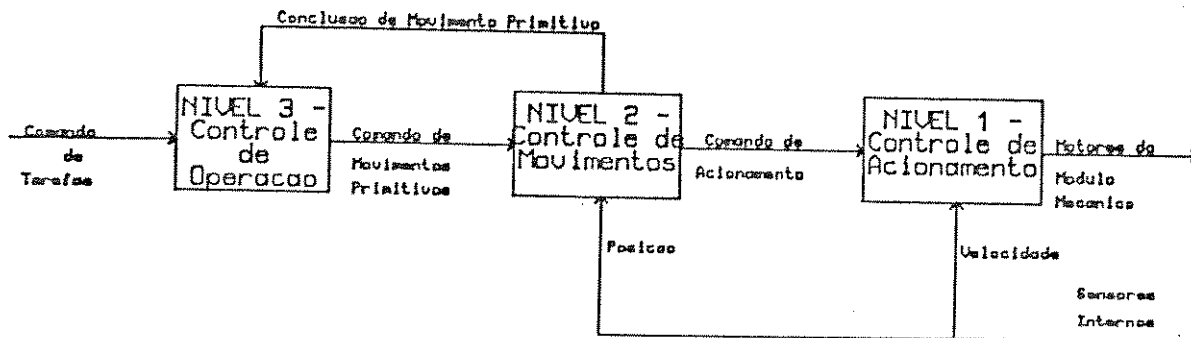


Figura 5.6. - Níveis hierárquicos do módulo de execução dos movimentos

Os diversos níveis da estrutura hierárquica que controla a execução dos movimentos, têm as seguintes responsabilidades :

- . Nível 1 - Controle de Acionamento : Realiza o controle dos motores elétricos das juntas através de um servomecanismo de velocidade e um módulo de potência. As referências de velocidade para este controlador são enviadas pelo nível de controle de movimento.

- . Nível 2 - Controle de Movimento : Gera as referências de velocidade para os controladores de acionamento de forma adequada ao tipo de movimento especificado pelo controle de operação. O nível controle de movimento implementa os diferentes controladores requeridos pelo sistema. Neste implementação ele contém:

- .. dois controladores de posição com diferentes tempos de amostragem ativados em função da distância que a extremidade do braço se encontra do ponto objeto;

- .. os controladores de trajetória retilínea e circular que utilizam o algoritmo ATGS.

- . Nível 3 - Controle de Operação : Realiza a seleção do modo de controle de movimento, controle de posição (PI) e controle de trajetória (ATGS), a ser utilizado a cada período do relógio do sistema. Isto é feito em função do tipo de trajetória em execução e dos erros angulares ou da distância que a extremidade do braço se encontra do ponto final..PA

- Algoritmo que descreve a estrutura de controle do sistema

Este algoritmo é executado a cada tick do relógio do sistema e pode ser dividido nas seguintes partes:

Parte 1 - Na primeira parte deste algoritmo é calculado o erro (Erro1) entre os valores atuais das juntas (Teta1) e o ponto final (Qref1)

Parte 2 - Dependendo do tipo de movimento que estiver sendo executado é realizado movimento ponto a ponto ou trajetória contínua

a) No caso de movimento ponto a ponto existem duas situações : controle de posição A com ganho baixo atuando nas vizinhanças do ponto final ($\text{Erro1} < \text{Tlim1}$) evitando oscilações devido a folgas mecânicas e controle de posição B com ganho mais elevado atuando nas outras regiões.

b) NO caso de controle de trajetórias são executados os seguintes passos:

-verificação de degenerações: caso o braço esteja totalmente esticado (teta1 igual a teta2) é interrompida a execução do movimento

-é calculada a posição da ponta do braço e calcula-se o desvio em relação a posição final. São definidas tres regiões, região de aceleração, região de velocidade constante e região de desaceleração. Dependendo da região são usados diferentes algoritmos para cálculo das velocidades usadas nos algoritmos de controle de trajetória.

-Caso já se tenha chegado nas vizinhanças do ponto final do movimento (região de parada) é ativado controle de posição A, para manter o braço parado.

A seguir é descrito em linguagem de descrição de algoritmos, o algoritmo que controla a operação do nível 3 do sistema.

ALGORITMO DE CONTROLE DE OPERAÇÃO

- . Ler Teta1 e Teta2
- . Erro1 = Qref1-Teta1;
- . Erro2 = Qref2-Teta2

```

. Se Movimento PTP
. então Se erro2 < Tlim e erro1 < Tlim
.     então Realizar Controle de Posição A
.     então Realizar Controle de Posição B
. então Início de Controle de trajetória
.     Teta1 igual a Teta2 (Caso de degeneração)?
.     não Calcula a posição X e Y da ponta do braço
.         Calcula o desvio da posição espacial do braço (DPP) em relação
            a posição final requerida
.         Verifica se está na região de aceleração(a partir de DPP)?
.         sim Realiza algoritmo de aceleração
.         Ativa o controle de trajetória
.         não Se o braço deve parar, Verifica se o braço se encontra na
            região de frenagem(a partir de DPP)?
.         sim Verifica se o braço está na região de parada
.             sim Ativa o controle de posição A
.             não Realiza o algoritmo de frenagem
.             Ativa o controle de trajetória
. FIM DO CONTROLE DE OPERAÇÃO

```

5.3.4. Equações usadas

A seguir são descritas as diversas equações usadas pelo sistema de controle.

A figura 5.7. ilustra a representação esquemática do braço, destacando os sistemas de coordenadas utilizados para medida dos ângulos, que são paralelos devido a forma que foram colocados os potenciômetros de medição da posição no sistema construído.

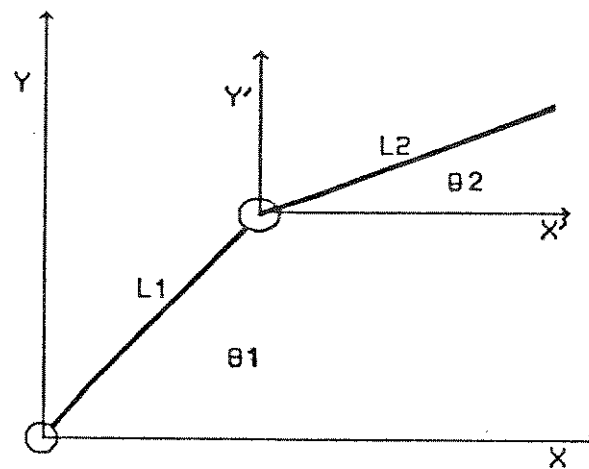


Figura 5.7. - Representação esquemática do braço com 2 graus de liberdade, destacando o sistema X-Y usado como referencial onde é medido θ_1 e o sistema X'-Y' paralelo a X-Y onde é medido θ_2 .

a) Posição da Extremidade do Braço

$$X = L1.\cos(\theta_1) + L2.\cos(\theta_2)$$

$$Y = L1.\sin(\theta_1) + L2.\sin(\theta_2)$$

b) Transformada Inversa para o Braço

- Expressão para θ_1

$$\sin(\theta_1) = Y \cdot s(\phi) - X \cdot c(\phi)$$

$$\cos(\theta_1) = Y \cdot c(\phi) - X \cdot s(\phi)$$

$$\theta_1 = \text{ATRE}(\sin(\theta_1), \cos(\theta_1)) \quad \text{para } \delta_1 = +1$$

$$\theta_1' = \text{ATRE}(\sin(\theta_1), \cos(\theta_1)) \quad \text{para } \delta_1 = -1$$

onde
$$s(\phi) = (L1^2 + RD^2 - L2^2) / ((X^2 + Y^2)^{0,5}) * 2 * L1$$

$$c(\phi) = \delta_1 * (1 - s(\phi)^2)^{0,5}$$

- Expressão para θ_2

$$\theta_2 = \text{ATRE}((Y - L1 \cdot \sin(\theta_1)), (X - L1 \cdot \cos(\theta_1)))$$

c) Sistemas de coordenadas usados na geração das trajetórias

- . Reta - Devido a possibilidade de coeficientes angulares infinitos na geração de trajetória retilínea entre dois pontos, adotou-se um sistema de coordenadas X_s-Y_s com o eixo X pertencendo a reta que liga os dois pontos (ponto inicial e final) da reta. A origem deste sistema

é localizada no ponto final.

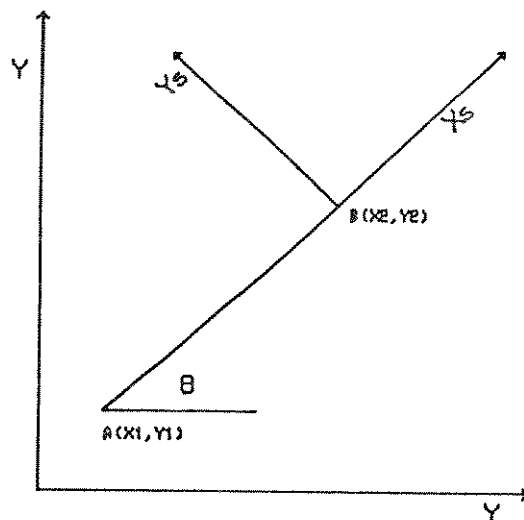


Figura 5.8. - Sistemas de Coordenadas para reta. Ilustra-se o ângulo (tet) entre este sistema e o sistema de referência

Assim, qualquer ponto expresso no sistema X-Y será expresso no sistema Xs-Ys pelas equações

$$X_s = (X - X_2) \cos \theta + (Y - Y_2) \sin \theta$$

$$Y_s = -(X - X_2) \sin \theta + (Y - Y_2) \cos \theta$$

onde : θ é ângulo que a reta AB forma com o eixo X.

X e Y as posições do braço no sistema X-Y

. Círculo : Para o círculo considera-se o centro do círculo como origem do sistema de coordenadas, realizando-se somente uma translação

$$X_s = X - X_c$$

$$Y_s = Y - Y_c$$

onde X_c e Y_c são as coordenadas do centro do círculo

d) Equação para controle de trajetória segundo o algoritmo ATGS

Como o algoritmo ATGS calcula as velocidades espaciais são referidas aos sistema Xs-Ys estas devem ser transformadas para o sistema X-Y

. Reta : $f = Y_s$, os parâmetros a e b são nulos

$$X_s' = V$$

$$Ys' = -KRET.Ys$$

onde KRET : Ganho de recuperação par reta
 Ys : Coordenada Y no plano de referência da reta
 V : Velocidade de movimento
 Xs' : Velocidade requerida para o eixo Xs
 Ys' : Velocidade requerida para o eixo Ys

- A transformação das velocidades do plano Xs-Ys para o plano X-Y é dada por :

$$X' = Xs.COS tet + Ys.SEN tet$$

$$Y' = -Xs.SEN tet + Ys.COS tet$$

$$. \text{Círculo} : f = Xs^2 + Ys^2 - R^2, \quad R : \text{raio do círculo}$$

$$\begin{bmatrix} X' \\ Y' \end{bmatrix} = \frac{-1}{R \times 2} \begin{bmatrix} 0,5.f & -R.V \\ R.V & 0,5.f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Xs' \\ Ys' \end{bmatrix}$$

e) Jacobiana:

A Jacobiana realiza a transformação de velocidades no espaço operacional para velocidades generalizadas.

$$J = \begin{bmatrix} \frac{d}{dt}(X) & \frac{d}{dt}(X) \\ \frac{d}{dt}(Y) & \frac{d}{dt}(Y) \end{bmatrix}$$

$$J = \begin{bmatrix} -L1.SEN tet1 & -L2.SEN tet2 \\ L1.COS tet1 & L2.COS tet2 \end{bmatrix}$$

f) Jacobiana Inversa

$$J^{-1} = \frac{1}{L1.L2.SEN(tet2 - tet1)} \begin{bmatrix} L2.COS tet2 & -L2.SEN tet2 \\ -L1.COS tet1 & -L1.SEN tet1 \end{bmatrix}$$

. A Jacobiana inversa não pode ser obtida quando o termo $\text{SEN}(\text{tet2} - \text{tet1})$ tende a zero. Isto corresponde ao caso em que $\text{tet2} = \text{tet1}$ e, o manipulador se encontra totalmente esticado.

g) Obtenção das referências das velocidades angulares

As velocidades angulares quando o sistema estiver no modo de controle ATGS são obtidas pelo modelo cinemático inverso:

$$\begin{bmatrix} \text{tet1}' \\ \text{tet2}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ J \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}$$

$$\text{tet1}' = \frac{1}{L1.L2.SEN(\text{tet2} - \text{tet1})} (X'.L2.COS\text{tet2} + Y'.L2.SEN\text{tet2})$$

$$\text{tet2}' = \frac{1}{L1.L2.SEN(\text{tet2} - \text{tet1})} (-X'.L2.COS\text{tet1} - Y'.L1.SEN\text{tet1})$$

h) Controlador de Posição tipo Proporcional Integral (PI)

O controlador PI discreto para controlar cada coordenada generalizada é o seguinte

$$\text{lerro} = \text{lerro} + K_i \cdot T_s (\text{tetREF} - \text{tetm})$$

$$\text{tet}'\text{REF} = K_p (\text{tetREF} - \text{tetm}) + \text{lerro}$$

onde T_s : tempo de amostragem
 tetREF : posição angular de referência
 tetm : posição angular medida
 $\text{tet}'\text{REF}$: referência para o servo de velocidade
 K_p : ganho proporcional
 K_i : ganho integral
 lerro : integral do erro, corresponde ao termo integral do controlador

5.3.5. Estrutura Computacional

O tempo de cálculo é um dos fatores que influenciam o desempenho do sistema. Para superar tal problema procurou-se na medida do possível evitar cálculos redundantes, já que as equações descritas nos itens 5.3.4.,

excessão feita ao item b, devem ser implementadas em tempo real quando se usa o ATGS.

Operação	Adições		Multiplicações			
	Reta	Circ.	Reta	Circ.	Seno	Coseno
1. Posição X e Y	2	2	4	4	2	2
2. Transformação de Coordenada	4	2	4	4		
3. Obtenção X Y Reta Círculo	2	4	5	12		
4. 1 e 2	3	3	8	8		
TOTAL	11	11	21	28	2	2

Tabela 5.2. - Número de operações necessárias para o algoritmo ATGS

O numero de cálculos requeridos para realização do controle de trajetória usando o algoritmo ATGS, ilustrado na tabela 5.2., forçou o uso de um processador aritmético. O processador utilizado foi o processador aritmético AMD 9511/1/, com tempos de cálculo de 80 microsegundos para cada adição em ponto flutuante e 180 microsegundos para cada multiplicação em ponto flutuante. Esta estrutura, ilustrada na figura 5.9., usa um controlador industrial baseado no bus ECB/61/.

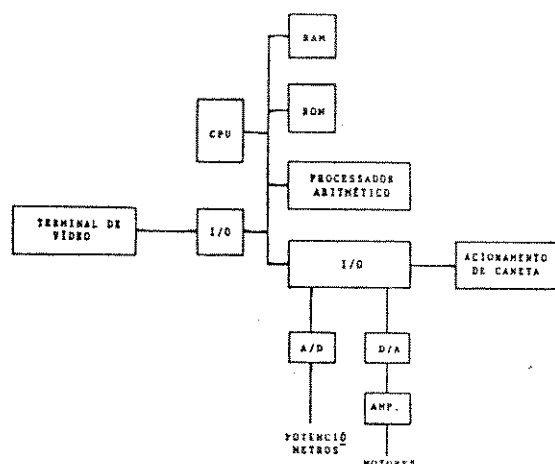


Figura 5.9 - Estrutura informática para controle de um braço com dois graus de liberdade

Tendo em vista o elevado tempo de cálculo para as funções seno e coseno(3 ms), implementou-se tabelas de seno e coseno. A partir destes valores realizou-se a estimativa inicial para os calculos obteve-se valores da ordem de 1,7 ms para reta e 6 ms para o círculo, e que foram considerados dentro dos limites aceitaveis para o sistema

5.3.6. Estrutura de Software

O software do sistema foi implementado usando-se o modelo para modelamento de software de tempo real chamado GMB (graph model of Behavior)/69/. O uso deste modelo permitiu fazer a aplicação de técnicas de Engenharia de Software para o uso em robótica. A figura 5.10 ilustra o grafo de controle GMB /5/ para o sistema.

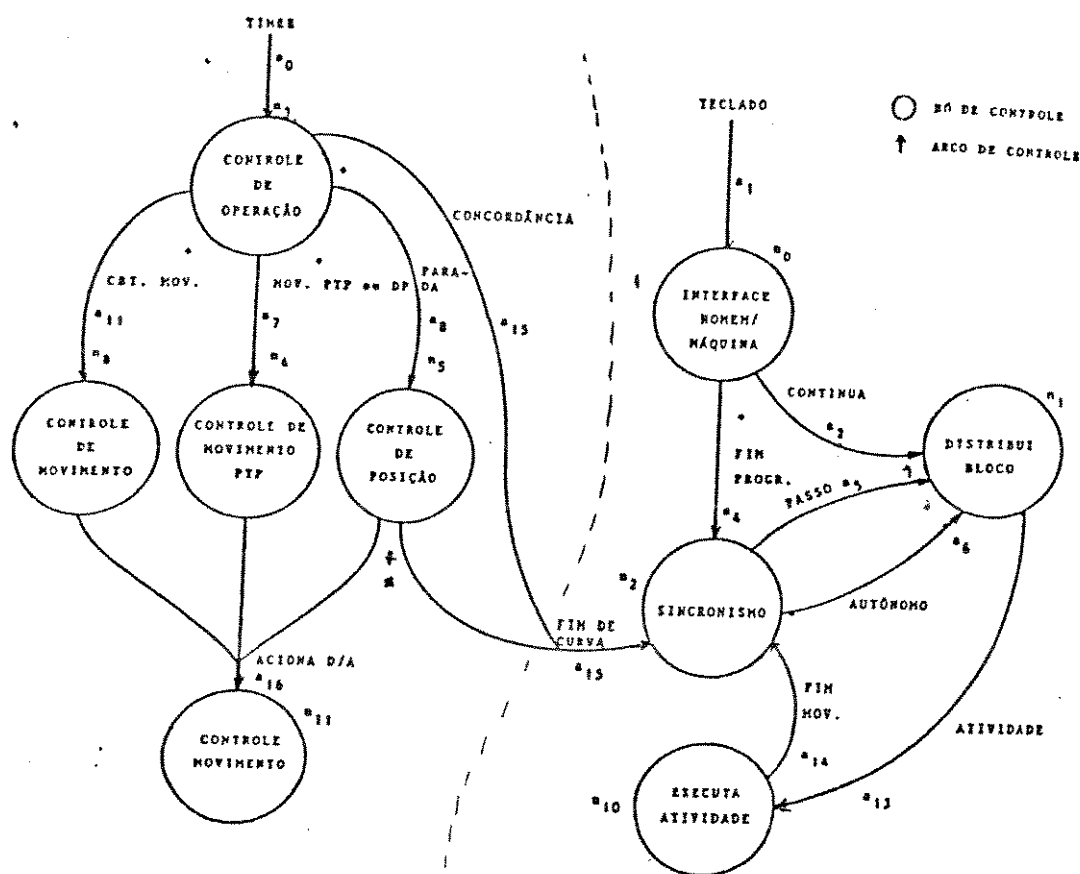


Figura 5.10 Grafo de controle GMB para o sistema

Conforme pode-se observar na figura 5.10, o sistema é composto pelos seguintes módulos:

- Interface Homem máquina: consiste numa linguagem iterativa entre o sistema e o operador por meio perguntas e

respostas

- Sincronismo: Sincroniza a execução dos blocos de programa em sequência indicando para o operador o final da execução bloco
- Distribui Bloco: sempre que ativado verifica se existem blocos de programa para serem executados. Se existir o bloco é retirado e direcionado ao processo adequado
- Atividade: é responsável com qualquer interação com o ambiente externo
- Controle de Operação: é ativado via interrupção do timer do sistema. Calcula a posição atual da extremidade do braço e em função deste resultado e do tipo do movimento ativa um dos três processos de controle: controle de movimento, controle PTP e controle de posição.
- Controle de movimento: é ativado sempre que houver controle de trajetória
- Controle de movimento PTP: responsável pelos movimentos ponto a ponto sem controle de trajetória
- Controle de Posição: mantém o braço numa posição definida
- Controle de acionamento: gera as referências adequadas para o dispositivo eletrônico que aciona os motores dos eixos do mecanismo

O software total do sistema ocupa aproximadamente 12 Kbytes, principalmente porque as rotinas aritméticas não foram chamadas através de subrotinas, mas através de macros com o objeto de minimizar tempos

5.3.7. Resultados

Os resultados obtidos permitiram implementar o algoritmo ATGS num braço com dois graus de liberdade e utilizar a experiência adquirida na simulação de diferentes técnicas de geração de trajetória e nos estudos que estão contidos nos capítulos anteriores. Deve-se destacar a contribuição de Hélio Azevedo/5/, que foi o responsável pelo uso de um executivo de tempo real e o modelo GMB no sistema.

a) Tempos de Cálculo

Os tempos de cálculos obtidos estão contidos na tabela 5.2. Deve-se destacar que devido ao uso do modelo GMB, introduziu-se um overhead

computacional da ordem de 3.6ms a cada período do relógio clock do sistema.

TIPO DE TRAJETÓRIA	TEMPO (ms)	OVERHEAD (ms)	TEMPO REAL (ms)
Reta	10	3,6	6,4
Círculo	12	3,6	8,4
Controle de Posição	7,5	3,6	3,4

Tabela 5.2. - Tempos de cálculo obtidos para diferentes tipos de controle de trajetória

b) Trajetórias

a figura 5.11 ilustra a execução repetida a uma trajetória programada para a execução pelo mecanismo. Nela estão contidas retas e círculos. Deve-se destacar que a precisão das trajetórias foi limitada principalmente pela folga existente na redução mecânica interna aos motores de acionamento.

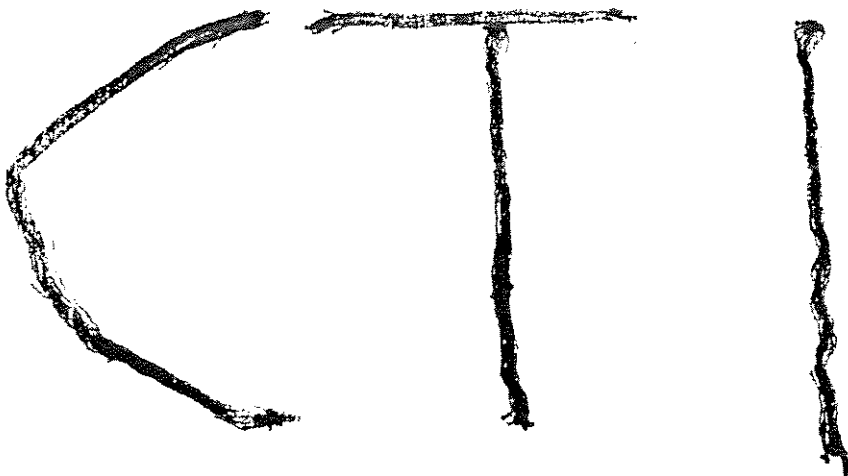


Figura 5.11 Trajetória executada pelo mecanismo

CAPÍTULO 6

CONCLUSÕES

A seguir são apresentadas as conclusões deste trabalho e apresentadas sugestões para outros trabalhos.

Neste trabalho abordou-se os principais aspectos relacionados com:

.a modelagem matemática de robôs, principalmente o modelo cinemático de robôs com estruturas cinemáticas simples;

.a descrição das principais técnicas de geração de trajetórias;

.a descrição de estruturas computacionais de controladores de robô;

e implementou-se:

.a simulação destas técnicas e a proposição de variantes que foram testadas em um robô com tres graus de liberdade

.um controlador de robô, que realiza trajetórias continuas, para um braço com dois graus de liberdade

Os resultados e a experiência obtidos no campo da modelagem, geração de trajetórias e da implantação do controlador, permitiram a obtenção de um maior domínio tecnológico que facilitará a implantação de estruturas computacionais mais complexas para controle de robôs.

Sugere-se para trabalhos posteriores utilizando-se como base este trabalho:

. Simulação gráfica da movimentação de robôs com seis graus de liberdade em uma célula de manufatura;

. Estudo do modelo geométrico de robôs com cadeias cinemáticas complexas;

. Estudo e verificação do efeito da dinâmica de manipuladores no desempenho das técnicas de geração de trajetórias;

. Implantação de um sistema de controle para um braço com seis graus de liberdade

APENDICE 1

COMPONENTES DE UM ROBO MANIPULADOR

Os robôs manipuladores são dispositivos usados em diferentes aplicações, agindo no seu espaço operacional com diferentes dispositivos ligados a sua estrutura mecânica.

Os robôs são constituídos dos seguintes módulos:

- . módulo mecânico que suporta a ferramenta;
- . módulo de acionamento que age sobre a estrutura mecânica;
- . módulo de controle que controla a execução dos movimentos e que atua sobre o módulo de acionamento em função das instruções para movimentação e das informações dos sensores.
- . módulo de programação onde é definida o sequenciamento dos movimentos;
- . o módulo de reconhecimento interage com sensores mais complexos visando retirar informações importantes para o sistema;
- . módulo sensor que realiza pré tratamento nas informações dos sensores;

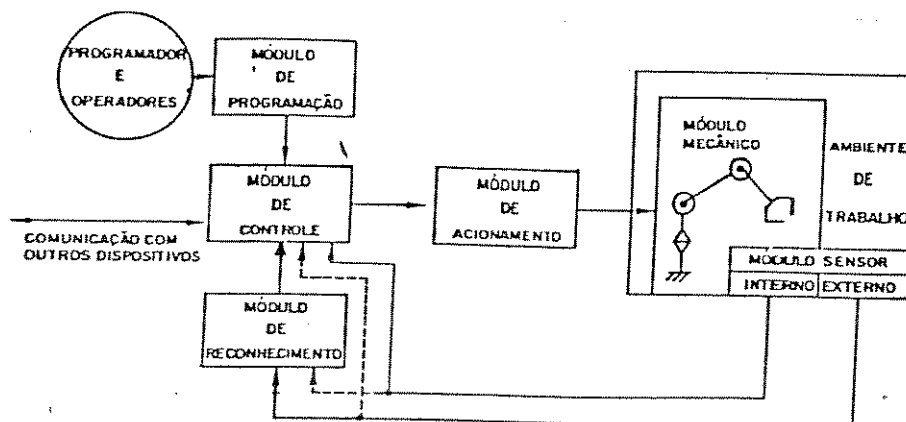


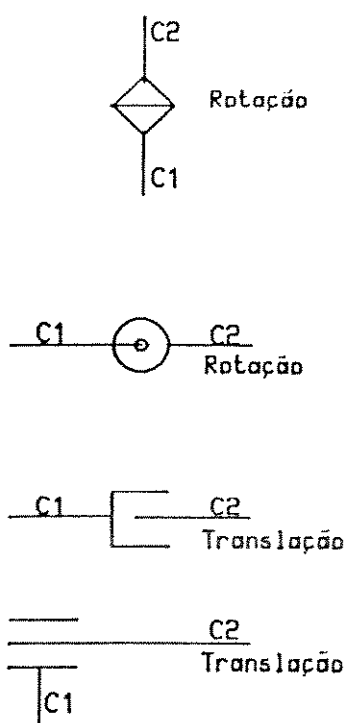
Figura AP1.1 - Módulos componentes de um robô.

AP1.2 Estrutura Mecânica

A estrutura mecânica juntamente com os acionadores tem como função posicionar e orientar a ferramenta no espaço. Para a execução de tal função, ela é constituída de corpos rígidos chamados "links" (eixos ou elos) conectados por meio de juntas.

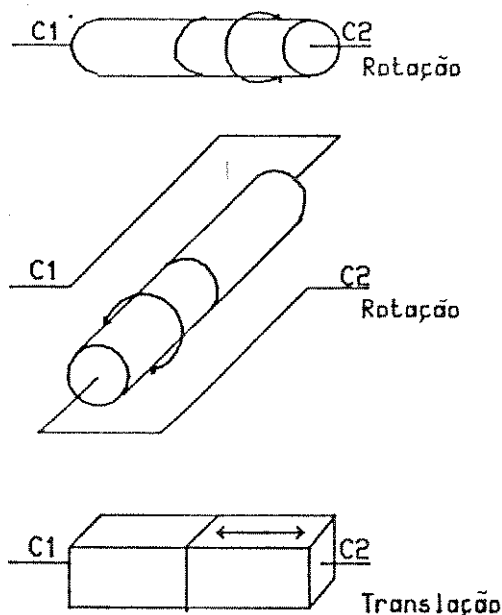
As juntas utilizadas na maioria dos robôs são do tipo rotóide e prismática. Elas ligam os corpos e permitem um movimento relativo entre estes. Estes movimentos podem ser de rotação (R), ou de translação (T). A figura AP1.2 ilustra os tipos de juntas usadas em robôs, segunda duas representações a JIS/24/ e a de RENAUD/60/. Enquanto a primeira apresenta a vantagem de se poder rapidamente realizar esquemas de movimentos a outra ilustra melhor o efeito espacial.

Representação JIS



(a)

Representação RENAUD



(b)

Figura AP1.2 - Tipos de juntas usadas em robô

a) Representação segundo norma JIS /24/

b) Representação adotada por Renaud /60/

A ligação adequada dos corpos rígidos permite ao manipulador diferentes graus de mobilidade no espaço. Assim um dispositivo pode ser

capaz somente de posicionar a ferramenta, ou capaz de posicionar e orientar a mesma.

Para que um dispositivo seja capaz de posicionar e orientar arbitrariamente um objeto no espaço é necessário que este possua no mínimo seis juntas ligadas de forma adequada; variando de forma independente os parâmetros que descrevem a posição e orientação. Chama-se "**grau de liberdade**" o número dos parâmetros que descrevem a posição e orientação que são afetados por uma configuração de robô

.PA

A figura AP1.3 ilustra configurações usadas nos primeiros três graus de liberdade de robôs /60/.

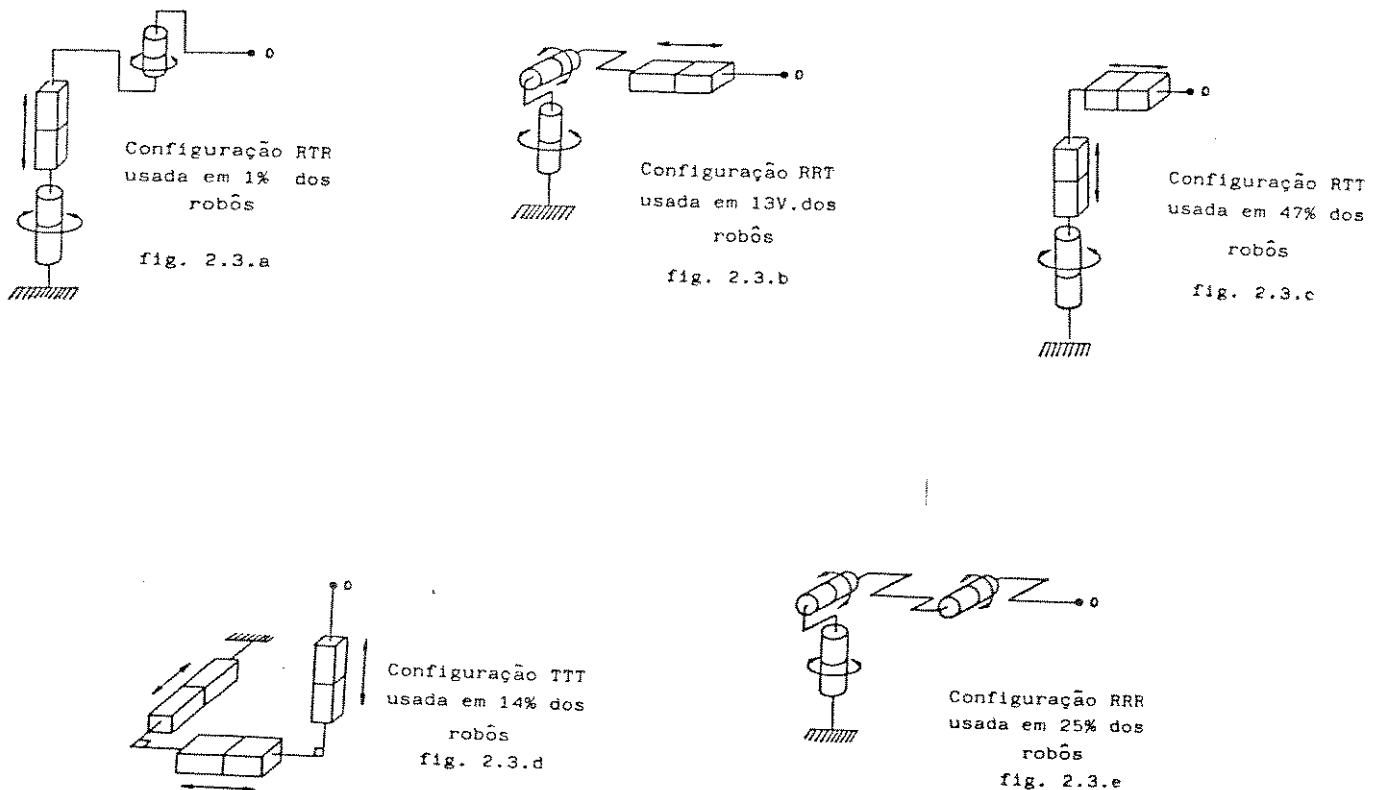


Figura AP1.3 - Configurações usadas para os primeiros três graus de liberdade

As dimensões dos "links" do robô e as limitações angulares ou alcances das juntas definem o **espaço** e o **volume de trabalho** do robô, que correspondem a área e o volume útil varrido pela ferramenta do robô.

A figura AP1.4 ilustra o espaço de trabalho para o robô R30, da Volkswagen /71/.

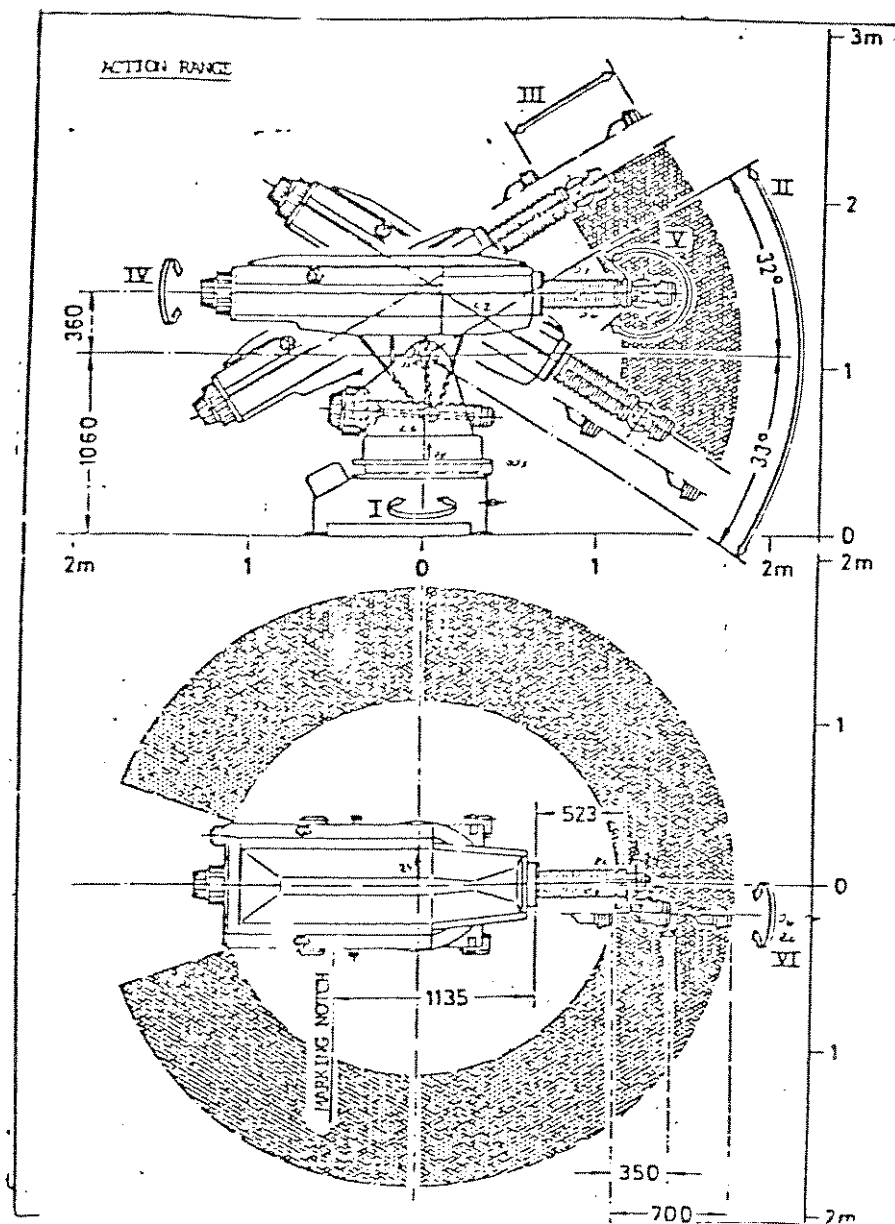


Figura AP1.4 - Espaço de trabalho do robô R30

AP1.2. Acionadores

São dispositivos cuja finalidade é acionar o mecanismo causando a alteração da posição (linear ou angular) relativa entre os corpos componentes do robô. Normalmente realizam a transformação de um sinal de referência de baixa potência para um sinal de potência elevada que permite o acionamento do mecanismo. Os acionadores mais comuns são: acionadores elétricos, acionadores pneumáticos e acionadores hidráulicos.

AP1.3. Sensores

São dispositivos que permitem medir o estado do robô. Podem ser classificados como sensores internos e externos.

Sensores internos: são os sensores que medem a posição e velocidade, aceleração, corrente, etc.; e são essenciais ao controle da movimentação do robô.

Sensores externos: são dispositivos que permitem um melhor conhecimento do ambiente de trabalho. Cita-se como exemplo sensores de tato, de proximidade, de visão, etc.

AP1.4. Sistema de Controle

É responsável pela coordenação dos movimentos pelo controle dos acionadores a partir das informações obtidas pelos sensores. Executa a estratégia de controle e sequenciamento de movimentos do robô. Dependendo da complexidade do robô, este sistema controla não apenas o estado interno do mecanismo bem como a sua interação com o ambiente de trabalho através de medidas obtidas de sensores externos. A estrutura do sistema de controle do robô possui uma organização hierárquica conforme mostra a figura AP1.5.

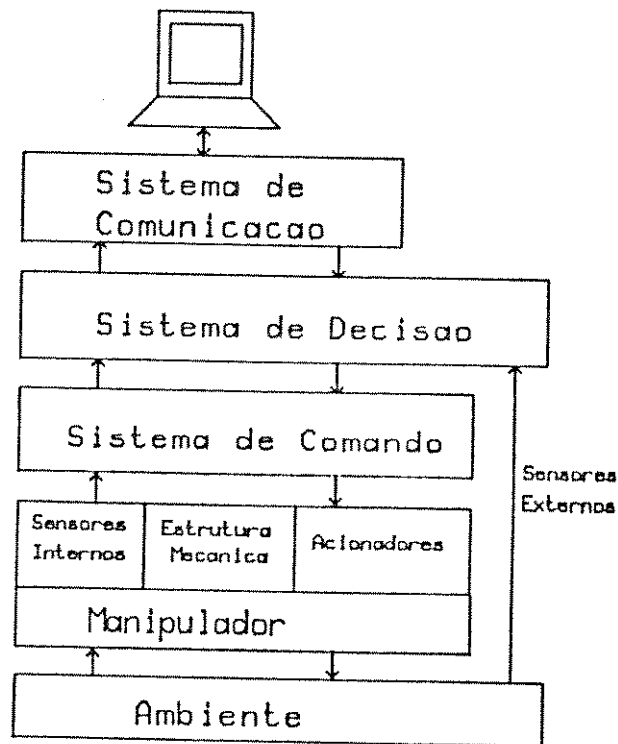


Figura AP1.5 - Componentes de uma estrutura de controle.

O **sistema de comando** tem como função gerar os sinais que são enviados aos atuadores. Estes sinais são gerados a partir das informações dos sensores e do tipo de movimento que deve ser realizado. Em aplicações mais complexas as informações do tipo de movimento podem ser geradas pelo sistema de decisão como resultado das informações obtidas dos sensores externos.

O **sistema de decisão** tem como função concatenar as sequências de movimentos primitivos que o manipulador deve executar em função de informações obtidas dos sensores externos e de instruções definidas pelo usuário.

O **sistema de comunicação** gerencia a troca de informações entre o sistema de decisão, o usuário e dispositivos externos. Estão incluídos neste sistema recursos que permitem ao usuário "programar" as sequências de movimentos e/ou obter informações sobre o estado do sistema.

APENDICE 2

TRANSFORMAÇÃO HOMOGÊNEA E REPRESENTAÇÃO DA ORIENTAÇÃO DE CORPOS NO ESPAÇO

AP2.1. Transformação Homogênea

Tendo em vista a necessidade do emprego de transformações de coordenadas em robótica é utilizado o sistema de coordenadas homogêneo. A utilização do sistema de coordenadas homogêneo permite a representação das transformações de translação, rotação, escalamento e perspectiva ou uma combinação destas por uma matriz 4x4, denominada matriz homogênea.

É associado às matrizes homogêneas um vetor em coordenadas homogêneas. Um vetor em coordenadas homogêneas pode ser entendido como a adição de uma coordenada extra em cada vetor, representando um fator de escala.

O vetor $v = a\mathbf{i} + b\mathbf{j} + c\mathbf{k}$ é representado em coordenadas homogêneas por

$v = (k \mid l \mid m \mid w)$, onde: $a = k/w$, $b = l/w$, $c = m/w$ e w diferente de zero. Em aplicações correntes na robótica w é tomado com o valor unitário.

A matriz homogênea é composta das seguintes sub-matrizes:

$$T = \begin{array}{|c|c|c|} \hline \text{Sub-matriz de} & \text{Transformação de} & \\ \hline \text{rotação escala} & \text{translação} & \\ \hline (3 \times 3) & (3 \times 1) & \\ \hline \text{Transformação de} & & \\ \hline \text{perspectiva} & 1 & \\ \hline (1 \times 3) & & \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline nx \ ox \ ax & px \\ \hline ny \ oy \ ay & py \\ \hline nz \ oz \ az & pz \\ \hline p1 \ p2 \ p2 & 1 \\ \hline \end{array} \quad (AP2.1)$$

. Sub-matriz de rotação, pode ser entendida como uma matriz que representa o sequenciamento de rotações em torno de cada um dos eixos de um sistema de coordenadas e o escalamento que cada eixo sofreu. Considerando um escalamento unitário para todos os eixos, as rotações em torno de cada um dos eixos são representadas pelas seguintes matrizes:

$$\text{Rot}(x, \text{tet1}) = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 0 & 0 \\ \hline 0 & \cos(\text{tet1}) & -\sin(\text{tet1}) \\ \hline 0 & \sin(\text{tet1}) & \cos(\text{tet1}) \\ \hline \end{array} \quad (AP2.2)$$

onde Rot(x, tet1): rotação de um ângulo tet1 em torno do eixo x

$$\text{Rot (y, tet2)} = \begin{vmatrix} \cos(\text{tet2}) & 0 & \sin(\text{tet2}) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\text{tet2}) & 0 & \cos(\text{tet2}) \end{vmatrix} \quad (\text{AP2.3})$$

onde Rot (y,tet2): rotação de um ângulo tet3 em torno de eixo y

$$\text{Rot (z, tet3)} = \begin{vmatrix} \cos(\text{tet3}) & -\sin(\text{tet3}) & 0 \\ \sin(\text{tet3}) & \cos(\text{tet3}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (\text{AP2.4})$$

onde Rot (z, tet3): rotação de um ângulo tet3 em torno do eixo z

. **Sub-matriz de translação** (Trans) é um vetor que indica a translação

$$\text{Trans (V)} = \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix} \quad (\text{AP2.5})$$

. **Transformação de perspectiva** representa o escalamento que as coordenadas do eixo x e y ou z ,sofrem quando da projeção da imagem em um plano situado a uma distância 'd' do observador, tomando-se um eixo de visada.

Em controle de robôs a matriz de transformação homogênea é normalmente utilizada com o fator de escala unitário e os termos para projeção por perspectiva são nulos.É representada pela matriz

$$T = \begin{vmatrix} nx & ox & ax & px \\ ny & oy & ay & py \\ nz & oz & az & pz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (\text{AP2.6})$$

a) Propriedades da transformação homogênea

A transformação homogênea apresenta as seguintes propriedades:

- . As transformações sucessivas aplicadas a um vetor podem ser aplicadas de uma só vez por meio de matriz de transformação obtida pela multiplicação das matrizes referentes a cada transformação;
- . Em robótica a transformação homogênea representa um sistema de coordenadas ortonormal composto pelos vetores unitários $\underline{n}$, $\underline{o}$ e $\underline{a}$, projetados num sistema de referência $\underline{x}$, $\underline{y}$ e $\underline{z}$, e cuja origem em relação ao sistema de referência está deslocada do vetor $\underline{p}$ (fig AP2.1)

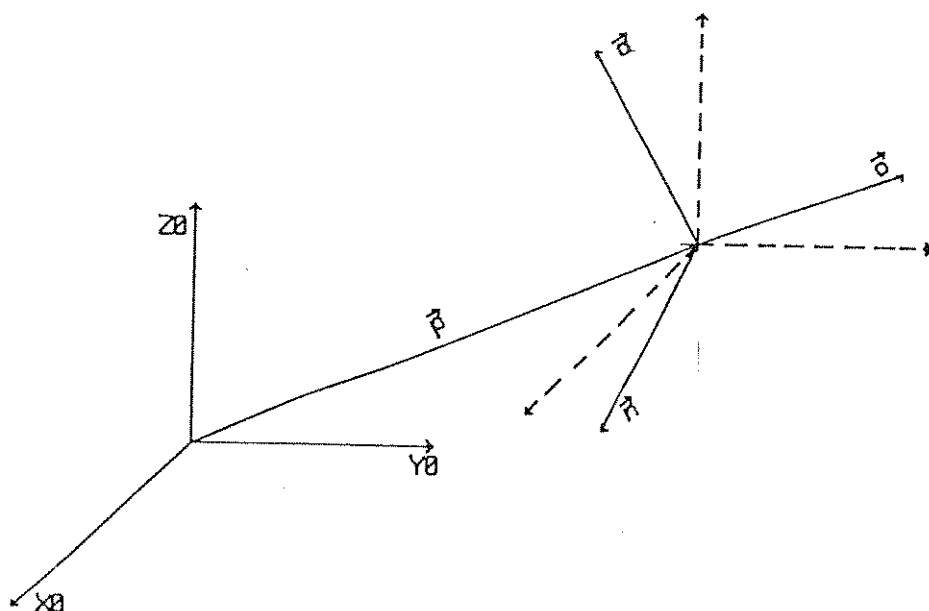


Figura AP2.1 - interpretação geométrica da matriz de transformação homogênea, onde o vetor p representa o vetor posição do sistema ortonormal formado pelos vetores n , o e a .

- . Dada a matriz de transformação A e dada a matriz de transformação B , o produto da matriz B pela matriz A ($B \cdot A$) é chamada **pré-multiplicação** e, pode ser interpretado como uma transformação feita no sistema de coordenadas de referência. O produto ($A \cdot B$) é chamado **pos-multiplicação** e pode ser interpretado como uma transformação feita em relação ao sistema de coordenadas resultante da transformação A .

AP2.2. Representação da orientação de corpos no espaço

Considerando-se um sistema de coordenadas ortonormal ligado a um corpo, existem diversas formas de representação da orientação destes vetores em relação a um referencial. Uma forma já descrita é a sub-matriz de rotação da transformação homogênea. É conveniente notar que esta representação necessita um conjunto de nove parâmetros.

Outras formas de representação que exigem um número menor de parâmetros para descrição da orientação são descritas a seguir.

a) Ângulos de Euler

A orientação pode ser descrita como uma sequência de rotações sucessivas em torno dos eixos z , y' e z'' . Correspondem respectivamente a uma rotação de um ângulo " α " em torno do eixo z , seguida de uma rotação de

um ângulo "b" em torno do novo eixo y(y') e uma rotação de um ângulo "c" em torno do novo eixo z(z''). Estes três ângulos são chamados de ângulos de Euler e correspondem a três parâmetros para a representação da orientação.

$$\text{Euler}(a, b, c) = \text{Rot}(z, a) \cdot \text{Rot}(y', b) \cdot \text{Rot}(z'', c)$$

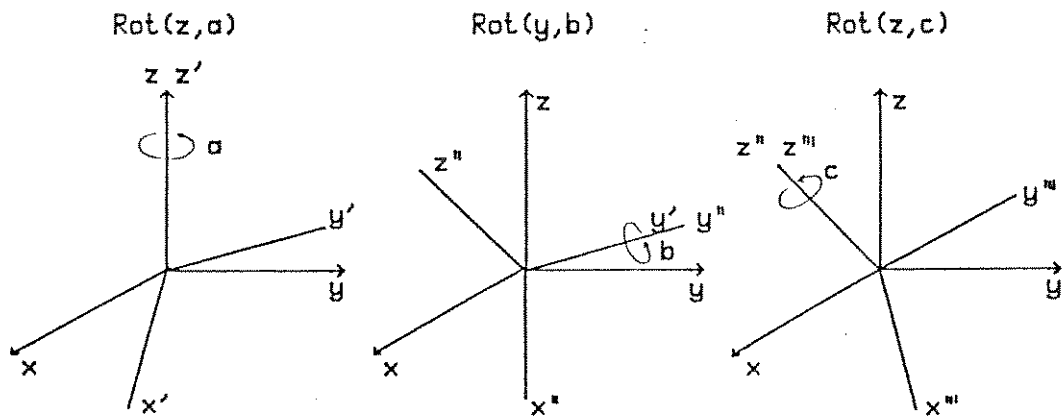


Figura AP2.2 - Representa-se as várias rotações para se obter a orientação pelos ângulos de Euler.

. A matriz homogênea pode ser obtida a partir dos ângulos de Euler como se segue :

$$\text{Euler}(a, b, c) = \text{Rot}(z, a) \cdot \text{Rot}(y', b) \cdot \text{Rot}(z'', c) \quad (\text{AP2.7})$$

$$\text{Euler}(a, b, c) = \begin{vmatrix} \cos(a) & -\sin(a) & 0 & 0 \\ \sin(a) & \cos(a) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \cos(b) & 0 & \sin(b) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(b) & 0 & \cos(b) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \cos(c) & -\sin(c) & 0 & 1 \\ \sin(c) & \cos(c) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Chamando	$\cos(a) = ca$	$\cos(b) = cb$	$\cos(c) = cc$
	$\sin(a) = sa$	$\sin(b) = sb$	$\sin(c) = sc$

$$\text{Euler}(a, b, c) = \begin{vmatrix} ca \cdot cb \cdot cc & -sa \cdot sc & -ca \cdot cb \cdot sc - sa \cdot cc & ca \cdot sb & 0 \\ sa \cdot cb \cdot cc + ca \cdot sc & -sa \cdot cb \cdot sc + ca \cdot cc & sa \cdot sb & 0 & 0 \\ -sb \cdot cc & sb \cdot sc & cb & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

(AP2.7a)

b) "ROLL, PITCH e YAW"

Os termos "Roll", "Pitch" e "Yaw" são usados em navegação e correspondem respectivamente a uma rotação de um ângulo 'a' em torno do eixo z, seguido de uma rotação de um ângulo 'b' em torno do novo eixo y e uma rotação de um ângulo 'c' em torno do novo eixo x.

$$RPY = (a, b, c) = \text{Rot}(z, a) \cdot \text{Rot}(y, b) \cdot \text{Rot}(x, c) \quad (\text{AP2.8})$$

Para a representação da orientação segundo esta forma também são necessários 3 parâmetros.

c) Ângulos de Bryant

Neste caso a orientação é descrita por 3 ângulos que correspondem a uma rotação do ângulo 'a' em torno do eixo x, do ângulo 'b' em torno do novo eixo y e do ângulo 'c' em torno do novo eixo z.

$$BRY(a, b, c) = \text{Rot}(x, a) \cdot \text{Rot}(y, b) \cdot \text{Rot}(z, c) \quad (\text{AP2.9})$$

Desenvolvendo os produtos matriciais para a equação 2.9 resulta:

$$BRY(a, b, c) = \begin{pmatrix} cb \cdot cc & -cb \cdot cc & sb & 0 \\ ca \cdot sc + sa \cdot sb \cdot cc & ca \cdot cc - sa \cdot sb \cdot sb & -sa \cdot cb & 0 \\ sa \cdot sc - sa \cdot sb \cdot cc & sa \cdot cc + ca \cdot sc \cdot sc & ca \cdot cb & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{AP2.9a})$$

d) Rotação em torno de um eixo qualquer

A orientação pode ser descrita também pela rotação de um ângulo 'a' em torno de um eixo k (definido por um vetor unitário) / 51/, conforme ilustra a figura AP2.3.

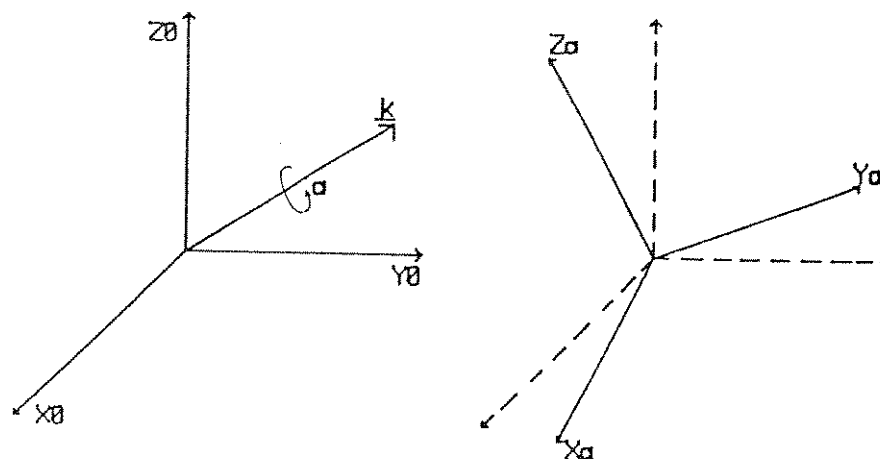


Figura AP2.3 - Ilustração da rotação do ângulo 'a' em torno de $\underline{k}$.

As relações entre rotação de um ângulo 'a' em torno de um eixo $\underline{k}$ e a matriz de transformação homogênea são dadas pelas seguintes equações /51/:

Dada uma matriz homogênea que descreve rotações, R.

$$R = \begin{vmatrix} n_x & o_x & a_x & 0 \\ n_y & o_y & a_y & 0 \\ n_z & o_z & a_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (\text{AP2.10})$$

O vetor $\underline{k}$ e o ângulo de rotação 'a' que realizam a mesma rotação são dados pela expressão

$$\begin{aligned} K_x &= \sin a \left(a_y - n_x \right) \frac{(n_x - o_y - a_z + 1)}{(3 - n_x - o_y - a_z)} \quad 0,5 \\ K_y &= \sin a \left(n_z - a_x \right) \frac{(n_y - n_z - a_x + 1)}{(3 - n_x - o_y - a_z)} \quad 0,5 \\ K_z &= \sin a \left(a_x - n_z \right) \frac{(a_z - o_y - n_x + 1)}{(3 - n_x - o_y - a_z)} \quad 0,5 \\ \cos(a) &= \frac{(n_x + o_y + a_z)}{2} \end{aligned} \quad (\text{AP2.11})$$

$$\begin{aligned} \text{onde } \text{sinal}(x_1 - x_2) &= -1 & \text{se } x_1 < x_2 \\ &= +1 & \text{se } x_2 > x_2 \end{aligned}$$

.Dado um vetor $\underline{k}$ e um ângulo de rotação α , os componentes da matriz de rotação equivalentes são os seguintes :

$$\begin{aligned} |n_x| &= |k_x.k_x(1-\cos(\alpha)) + \cos(\alpha)| \\ |n_y| &= |k_x.k_y(1-\cos(\alpha)) - k_x.\text{sen}(\alpha)| \\ |n_z| &= |k_x.k_z(1-\cos(\alpha)) + k_y.\text{sen}(\alpha)| \end{aligned} \quad (\text{AP2.12a})$$

$$\begin{aligned} |o_x| &= |k_x.k_y(1-\cos(\alpha)) + k_x.\text{sen}(\alpha)| \\ |o_y| &= |k_y.k_y(1-\cos(\alpha)) + \cos(\alpha)| \\ |o_z| &= |k_y.k_z(1-\cos(\alpha)) - k_x.\text{sen}(\alpha)| \end{aligned} \quad (\text{AP2.12b})$$

$$\begin{aligned} |a_x| &= |k_w.k_z(1-\cos(\alpha)) - k_y.\text{sen}(\alpha)| \\ |a_y| &= |k_y.k_z(1-\cos(\alpha)) + n_x.\text{sen}(\alpha)| \\ |a_z| &= |k_z.k_z(1-\cos(\alpha)) + \cos(\alpha)| \end{aligned} \quad (\text{AP2.12c})$$

Demonstra-se a partir das equações 2.12a, 2.12b e 2.12c, que a rotação de um vetor $\underline{v}$ em torno do eixo $\underline{k}$ de um ângulo " α " é dado pela equação:

$$\underline{v}' = \underline{v}\cos(\alpha) - (\underline{k} \times \underline{v})\text{sen}(\alpha) + \underline{k}(\underline{k} \cdot \underline{v})(1-\cos(\alpha)) \quad (\text{AP2.13})$$

Onde: $\underline{v}'$ representa o vetor resultante da rotação do vetor $\underline{v}$.
 $\cdot$ representa o operador produto escalar
 $\times$ representa o operador produto vetorial

e) Parâmetros de Euler

A orientação pode ser descrita pelos parametros de Euler /27/, que são definidos a partir do vetor $\underline{k}$ e do ângulo de rotação " α " como se segue:

$$\begin{aligned} e_1 &= \cos(\alpha/2) \\ e_2 &= k_x \cdot \text{sen}(\alpha/2) \\ e_3 &= k_y \cdot \text{sen}(\alpha/2) \\ e_4 &= k_z \cdot \text{sen}(\alpha/2) \end{aligned} \quad (\text{AP2.14})$$

Onde e_1, e_2, e_3, e_4 são os parâmetros de Euler:

. Os parâmetros de Euler são escritos em função dos ângulos de Euler. do seguinte modo /27/:

$$\begin{aligned}
 e1 &= \cos \frac{b}{2} \cdot \cos \frac{a+c}{2} \\
 e2 &= \sin \frac{b}{2} \cdot \cos \frac{a+c}{2} \\
 e3 &= \sin \frac{b}{2} \cdot \sin \frac{a-c}{2} \\
 e4 &= \cos \frac{b}{2} \cdot \sin \frac{a-c}{2}
 \end{aligned}
 \tag{AP2.14a}$$

. A matriz homogênea que representa orientação é escrita em função dos parâmetros de Euler do seguinte modo:

$$R = \begin{vmatrix}
 2(e1 \cdot e1 + e2 \cdot e2) - 1 & 2(e2 \cdot e3 - e1 \cdot e4) & 2(e2 \cdot e4 + e1 \cdot e3) & 0 \\
 2(e2 \cdot e3 + e1 \cdot e4) & 2(e1 \cdot e1 + e3 \cdot e3) - 1 & 2(e3 \cdot e4 - e1 \cdot e2) & 0 \\
 2(e2 \cdot e4 - e1 \cdot e3) & 2(e3 \cdot e4 + e1 \cdot e2) & 2(e1 \cdot e1 + e4 \cdot e4) - 1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1
 \end{vmatrix}
 \tag{AP2.15}$$

Renaud e Khatib /60 e 27/ mostram que escolhendo-se um ângulo "a" de rotação na faixa de 0 a π são necessários apenas três dos parâmetros de Euler para a definição da orientação.

. Os parâmetros de Euler são expressos em função da matriz homogênea que representa orientação do seguinte modo:

$$\begin{aligned}
 e1 &= 0,5 \cdot (nx + oy + az + 1)^{0.5} \\
 e2 &= 0,5 \cdot \sin(ay - oz) \cdot (nx - oy - az + 1)^{0.5} \\
 e3 &= 0,5 \cdot \sin(nz - ax) \cdot (-nx + oy - az + 1)^{0.5} \\
 e4 &= 0,5 \cdot \sin(ox - ny) \cdot (-nx + oy + az + 1)^{0.5}
 \end{aligned}
 \tag{AP2.16}$$

f) Quaternions

Uma forma alternativa para a representação de orientação e que oferece a vantagem de concatenar rotações de uma forma mais simples foi desenvolvido originalmente por Hamilton /22/ na obra "Elements of Quaternions".

Um quartenion consiste de um escalar s e um vetor $\underline{v}$. São representados pela forma $s + \underline{v}$ ou $(s, \underline{v})$. Existe uma analogia entre um quaternion e um número complexo, podendo o quartenion ser entendido como um número complexo com 4 dimensões.

- Operações sobre quaternions

. Multiplicação:

$$(S1, \underline{v1}) \circ (S2, \underline{v2}) = (S1.S2 - \underline{v1} \wedge \underline{v2}, S1.\underline{v2} + S2.\underline{v1} + \underline{v1} \times \underline{v2}) \quad (\text{AP2.17})$$

onde os símbolos indicam: $\circ$ = produto de quaternions
 $\wedge$ = produto escalar
 $\times$ = produto vetorial

. Adição:

$$(S1, \underline{v1}) + (S2, \underline{v2}) = (S1 + S2, \underline{v1} + \underline{v2}) \quad (\text{AP2.18})$$

. Produto com escalar:

$$S1(S2, \underline{v}) = (S1.S2, S1\underline{v}) \quad (\text{AP2.19})$$

. Métrica:

$$\| (S, \underline{v}) \|^2 = S^2 + \underline{v} \cdot \underline{v} \quad (\text{AP2.20})$$

. Conjugado de Q (com $Q = s + \underline{v}$)

$$Q^* = s - \underline{v} \quad (\text{AP2.21})$$

. Os quaternions que possuem a métrica unitária são chamados **quaternions unitários**. Mostra-se que os quartenions unitários são os que apresentam a forma $(\cos(\frac{\theta}{2}), \sin(\frac{\theta}{2}).\underline{k})$, onde $\underline{k}$ é um vetor unitário.

- Propriedades

. Os quaternions podem representar rotações como mostra a seguinte ex-

pressão, dado um quaternion correspondente a um vetor $\underline{y}$, o produto deste quaternion com os quaternions relativo ao vetor $\underline{k}$ e seu conjugado

$$(S, V) = \left(\cos\left(\frac{a}{2}\right), \sin\left(\frac{a}{2}\right) \underline{k} \right) \circ (0, \underline{y}) \circ \left(\cos\left(\frac{a}{2}\right), -\sin\left(\frac{a}{2}\right) \underline{k} \right)$$

Resulta em /8/

$$(S, V) = (0, \underline{y} \cos(a) - (\underline{k} \times \underline{y}) \sin(a) + \underline{k}(\underline{k} \cdot \underline{y}) (1 - \cos(a))) \quad (\text{AP2.22})$$

Esta expressão é a equivalente a equação 2.13, para o caso da rotação de um ângulo a em torno do vetor $\underline{k}$. Assim um quaternion da forma $(\cos(a/2), \sin(a/2) \cdot \underline{k})$ é equivalente a uma rotação de um ângulo "a" em torno do eixo definido pelo vetor $\underline{k}$.

. A concatenação de rotações pode ser expressa pela multiplicação de dois quaternions:

$$\left(\cos\frac{a_2}{2}, \sin\frac{a_2}{2} \underline{k}_2 \right) \circ \left(\cos\frac{a_1}{2}, \sin\frac{a_1}{2} \underline{k}_1 \right) \quad (\text{AP2.23})$$

Esta expressão é equivalente a uma rotação definida por $\text{Rot}(\underline{k}_1, a_1)$ seguida de uma rotação definida por $\text{Rot}(\underline{k}_2, a_2)$.

APÊNDICE 3

MODELO DINÂMICO DE UM MANIPULADOR

O modelo dinâmico de um manipulador permite calcular os diferentes esforços realizados nos acionadores para a realização de um movimento. Deve-se destacar que este trabalho limita-se a apresentar noções do modelo dinâmico, tendo em vista principalmente o uso no capítulo 4 referente a gerações de trajetórias. Não são discutidos aspectos referentes às diferentes formulações empregadas no modelamento dinâmico de robôs.

São empregados os modelos dinâmico direto e dinâmico inverso. O modelo dinâmico direto calcula os esforços generalizados, que são torques agindo em juntas rotacionais ou forças agindo em juntas prismáticas, em função das posições generalizadas (q), velocidades generalizadas (q') e acelerações generalizadas (q''). O modelo dinâmico inverso calcula as acelerações generalizadas (q'') em função das posições (q), velocidades (q') e esforços generalizados (E).

$$E = f(q, q', q'') \text{ - Modelo dinâmico direto} \quad (\text{AP3.2})$$

$$q'' = g(q, q', E) \text{ - Modelo dinâmico inverso} \quad (\text{AP3.3})$$

Para a obtenção do modelo dinâmico são utilizados parâmetros relacionados com massa, inércia, atrito, etc, que influem no comportamento do sistema.

A complexidade do modelo dinâmico deve ser determinada conjuntamente com os tempos associados ao sistema de controle. Modelos muito complexos resultam grande número de operações, demandando grande tempo de cálculo, podendo inviabilizar a implantação de controladores que empreguem o modelo dinâmico para uma maior precisão no controle.

AP3.1. Obtenção do Modelo Dinâmico

Uma das formulações para a obtenção do modelo dinâmico é a formulação Lagrange, que é a apresentada neste trabalho.

A formulação de Lagrange é objeto da física clássica sendo esforços generalizados (torque ou força) obtidos em função das energias cinética e potencial do sistema.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial q'} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} + F_i = E_i \quad (\text{AP3.4})$$

onde

E_i = força generalizada agindo na junta i
 L = lagrangiano $L = K - P$
 K = energia cinética
 P = energia potencial
 F_i = forças não conservativas que agem no sistema
 q = coordenada generalizada
 q' = velocidade generalizada

AP3.2. Obtenção do Modelo Dinâmico para o Robô SMART 200

Como ilustração mostra-se a obtenção do modelo dinâmico para um robô com três graus de liberdade usando a formulação de Lagrange. Este modelo foi obtido por Bosco Alves/3/ para o robô Smart 200/68/, ilustrado na figura AP3.1.

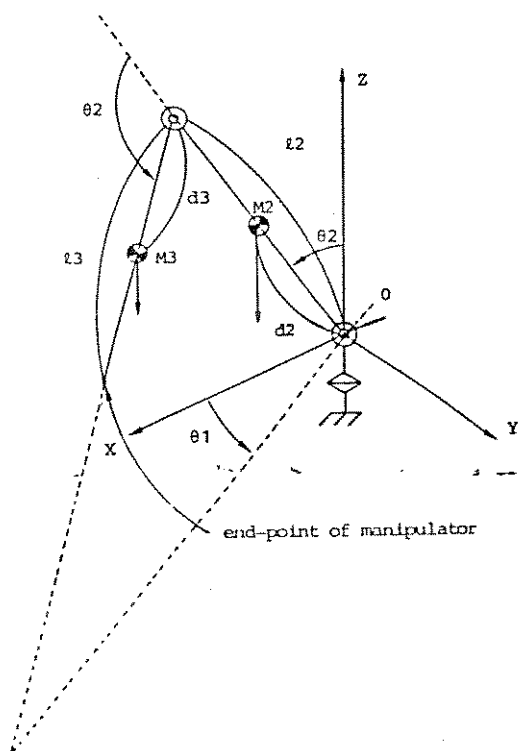


Figura AP3.1 - Diagrama esquemático e parâmetros do robô articulado com três graus de liberdade Smart 200

Pela formulação de lagrange o modelo dinâmico é obtido através da energia cinética e potencial que por sua vez são obtidas a partir das expressões da posição e velocidade dos centros de massa de cada link conforme ilustrado a seguir.

a) Posição dos centros de massa dos diversos "links"

A posição dos centros de massa dos diversos links em relação ao sistema de coordenadas composto por X,Y e Z ilustrado na figura 3.21. é dada por:

Link 1:

$$x_1 = y_1 = z_1 = 0 \quad (\text{AP3.5a})$$

Link 2:

$$x_2 = d_2 \cdot \sin q_2 \cdot \cos q_1$$

$$y_2 = d_2 \cdot \sin q_2 \cdot \sin q_1 \quad (\text{AP3.5b})$$

$$z_2 = d_2 \cdot \cos q_2$$

Link 3:

$$x_3 = (L_2 \cdot \sin q_2 + d_3 \cdot \sin(q_2 + q_3)) \cdot \cos q_1$$

$$y_3 = (L_2 \cdot \sin q_2 + d_3 \cdot \sin(q_2 + q_3)) \cdot \sin q_1 \quad (\text{AP3.5c})$$

$$z_3 = L_2 \cdot \cos q_2 + d_3 \cdot \cos(q_2 + q_3)$$

b) Velocidade tangencial dos centros de massa

Link 1:

$$\dot{x}_1 = \dot{y}_1 = \dot{z}_1 = 0 \quad (\text{AP3.6})$$

Link 2:

$$\dot{x}_2 = -d_2 \cdot \sin q_2 \cdot \sin q_1 \cdot \dot{q}_1 + d_2 \cdot \cos q_2 \cdot \cos q_1 \cdot \dot{q}_2$$

$$\dot{y}_2 = d_2 \cdot \sin q_2 \cdot \cos q_1 \cdot \dot{q}_1 + d_2 \cdot \cos q_2 \cdot \sin q_1 \cdot \dot{q}_2 \quad (\text{AP3.7a})$$

$$\dot{z}_2 = -d_2 \cdot \sin q_2 \cdot \dot{q}_2$$

$$V_2^2 = d_2^2 (\dot{q}_1^2 \cdot \sin^2 q_2 + \dot{q}_2^2) \quad (\text{AP3.7b})$$

Link 3:

$$\dot{x}_3 = L_2 \cdot \sin q_2 \cdot \sin q_1 \cdot \dot{q}_1 + L_2 \cdot \cos q_2 \cdot \cos q_1 \cdot \dot{q}_2 -$$

$$d_3 \cdot \sin(q_2 + q_3) \cdot \sin q_1 \cdot \dot{q}_1 + d_3 \cdot \cos(q_2 + q_3) \cdot \cos q_1 \cdot (\dot{q}_2 + \dot{q}_3) \quad (\text{AP3.8a})$$

$$y3' = -L2.\text{sen}q2.\cos q1.q1' + L2.\cos q2.\text{sen}q1.q2' + d3.\text{sen}(q2+q3).\cos q1.q1' + d3.\cos(q2+q3).\text{sen}q1.(q2'+q3') \quad (\text{AP3.8b})$$

$$z3' = -L2.\text{sen}q2.q2' - d3.\text{sen}(q2+q3).(q2'+q3') \quad (\text{AP3.8c})$$

$$V3 = L2^2.q2'^2 + d3^2.(q2'+q3')^2 + 2.L2.d3.\cos q2.q2'.(q2'+q3') + d3^2.\text{sen}^2(q2+q3).q1'^2 + L2^2.\text{sen}^2q2.q1'^2 + 2.L2.d3.\text{sen}q2.\text{sen}(q2+q3).q1'.(q2'+q3') \quad (\text{AP3.8d})$$

c) Energia cinética

Link 1:
 $K1 = 0 \quad (\text{AP3.9})$

Link 2:
 $K2 = 0,5.m2.v2^2 = 0,5.m2.d2^2(q1'.\text{sen}q2 + q2')^2 \quad (\text{AP3.10})$

Link 3:
 $K3 = 0,5.m3.v3^2 =$
 $= 0,5.m3(L2^2.q2'^2 + d3^2.(q2'+q3')^2 + 2.L2.d3.\cos q2.q2'.(q2'+q3') + d3^2.\text{sen}^2(q2+q3).q1'^2 + L2^2.\text{sen}^2q2.q1'^2 + 2.L2.d3.\text{sen}q2.\text{sen}(q2+q3).q1'.(q2'+q3')) \quad (\text{AP3.11})$

d) Energia Potencial

Link 1:
 $P1 = 0 \quad (\text{AP3.12})$

Link 2:
 $P2 = m2.g.h2 = m2.g.z2 = m2.g.d2.\cos q2 \quad (\text{AP3.13})$

Link 3:
 $P3 = m3.g.h3 = m3.g.L2.\cos q2 + m3.g.d3.\cos(q2+q3) \quad (\text{AP3.14})$

e) Langrangiano

$$\text{Energia cinética total } K = K_2 + K_3 \quad (\text{AP3.15a})$$

$$\text{Energia potencial total } P = P_2 + P_3 \quad (\text{AP3.15b})$$

$$L = K - P \quad (\text{AP3.15c})$$

$$\begin{aligned} &= 0,5.m_2.d_2^2 . q_1'^2 . \text{sen}^2 q_2 + 0,5.m_2.d_2^2 . q_2'^2 + 0,5.m_3.L_2^2 . q_2'^2 + \\ &0,5.m_3.d_3^2 . (q_2' + q_3')^2 + m_3.L_2.d_3.\text{cos} q_3 . q_2' . (q_2' + q_3') + \\ &0,5.m_2.d_3^2 . \text{sen}^2 (q_2 + q_3) . q_1'^2 + 0,5.m_3.L_2^2 . \text{sen}^2 q_2 . q_1'^2 + \\ &m_3.L_2.d_3.\text{sen} q_2 . \text{sen} (q_2 + q_3) . q_1'^2 - m_2.g.d_2.\text{cos} q_2 - \\ &m_3.g.L_2.\text{cos} q_2 - m_3.g.d_3.\text{cos} (q_2 + q_3) \end{aligned} \quad (\text{AP3.15d})$$

f) Obtenção dos esforços generalizadas

. Junta 1:

Visto esta junta ser articulada os esforços generalizados são torques, ($E_1 = T_1$) e são obtidos pela formulação de Lagrange conforme procedimento ilustrado a seguir:

$$\frac{d}{dt} \left| \frac{dL}{dq_1'} \right| - \frac{dL}{dq_1} = T_1 \quad (\text{AP3.16a})$$

$$\begin{aligned} \frac{dL}{dq_1'} &= m_2.d_2^2 . \text{sen} q_2 . q_1' + m_3.d_3^2 . \text{sen} (q_2 + q_3) . q_1' + m_3.L_2^2 . \text{sen} q_2 . q_1' + \\ &2.m_3.L_2.d_3.\text{sen} q_2 . \text{sen} (q_2 + q_3) . q_1' \end{aligned} \quad (\text{AP3.16b})$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left| \frac{dL}{dq_1'} \right| &= m_2.d_2^2 . \text{sen} q_2 . q_1'' + 2.m_2.d_2^2 . \text{sen} q_2 . \text{cos} q_2 . q_1' . q_2' + \\ &m_3.d_3^2 . \text{sen} (q_2 + q_3) . q_1'' + \\ &2.m_3.d_3^2 . \text{sen} (q_2 + q_3) . \text{cos} (q_2 + q_3) . q_1' . (q_2' + q_3') + \\ &m_3.L_2^2 . \text{sen} q_2 . q_1'' + 2.m_3.L_2^2 . \text{sen} q_2 . \text{cos} q_2 . q_1' . q_2' + \\ &2.m_3.L_2.d_3.\text{sen} q_2 . \text{sen} (q_2 + q_3) . q_1'' + \\ &2.m_3.L_2.d_3.\text{sen} q_2 . \text{cos} (q_2 + q_3) . q_1' . (q_2' + q_3') + \\ &2.m_3.L_2.d_3.\text{cos} q_2 . \text{sen} (q_2 + q_3) . q_1' . q_2' \end{aligned} \quad (\text{AP3.16c})$$

. Junta 2:

A junta 2 é articulada sendo o esforço generalizado torque ($E_2=T_2$), e são obtidos com a formulação de lagrange pelo seguinte procedimento

$$\frac{d}{dt} \left| \frac{dL}{dq_2'} \right| - \frac{dL}{dq_2} = T_2 \quad (AP3.17a)$$

$$\begin{aligned} \frac{dL}{dq_2'} = & m_2.d_2^2.q_2'^2 + m_3.L_2^2.q_2'^2 + m_3.d_3^2(q_2'+q_3')^2 + \\ & m_3.L_2.d_3.\cos q_3.(2q_2'+q_3') \end{aligned} \quad (AP3.17b)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left| \frac{dL}{dq_2'} \right| = & (m_2.d_2^2 + m_3.L_2^2).q_2'' + m_3.d_3^2(q_2''+q_3'') + \\ & m_3.L_2.d_3.\cos q_3(2q_2''+q_3'') - m_3.L_2.d_3.\sin q_3.q_3'.(2q_2'+q_3') \end{aligned} \quad (AP3.17c)$$

$$\begin{aligned} \frac{dL}{dq_2} = & m_2.d_2^2.q_1' \cdot \sin q_2 \cdot \cos q_2 + m_3.d_3^2 \cdot \sin(q_2+q_3) \cdot \cos(q_2+q_3).q_1'^2 + \\ & m_3.L_2^2 \cdot \sin q_2 \cdot \cos q_2.q_1'^2 + m_3.L_2.d_3 \cdot \sin q_2 \cdot \cos(q_2+q_3).q_1'^2 + \\ & m_3.L_2.d_3 \cdot \cos q_2 \cdot \sin(q_2+q_3).q_1'^2 + m_2.g.d_2 \cdot \sin q_2 + \\ & m_3.g.L_2 \cdot \sin q_2 + m_3.g.d_3 \cdot \sin(q_2+q_3) \end{aligned} \quad (AP3.17d)$$

. Junta 3:

A junta 3 por ser articulada, o esforço generalizado calculado pelo modelo dinâmico também é um torque ($E_3=T_3$)

$$\frac{d}{dt} \left| \frac{dL}{dq_3'} \right| - \frac{dL}{dq_3} = T_3 \quad (AP3.18a)$$

$$\frac{dL}{dq_3'} = m_3.d_3^2.(q_2''+q_3'')+ m_3.L_2.d_3.\cos q_3.q_2' \quad (AP3.18b)$$

$$\frac{d}{dt} \left| \frac{dL}{dq_3'} \right| = m_3.d_3^2.(q_2''+q_3'')+m_3.L_2.d_3.\cos q_3.q_2'' - m_3.L_2.d_3.\sen q_3.q_2'.q_3' \quad (AP3.18c)$$

$$\begin{aligned} \frac{dL}{dq_3} = & m_3.d_3^2.\sen(q_2+q_3).\cos(q_2+q_3).q_1'^2 + \\ & m_3.L_2.d_3.\sen q_2.\cos(q_2+q_3).q_1'^2 + m_3.g.d_3.\sen(q_2+q_3) - \\ & m_3.L_2.d_3.\sen q_3.q_2'.(q_2'+q_3') \end{aligned} \quad (AP3.18d)$$

g) Equação Dinâmica

A equação dinâmica que é composta pelos termos que são agrupados das equações anteriores tem a expressão geral dada pela equação 3.83

$$Q(q)q'' + C(q,q') + G(q) = E \quad (AP3.19)$$

onde

- q = vetor das coordenadas generalizadas
- q' = vetor das velocidades generalizadas
- q'' = vetor das acelerações generalizadas
- $Q(q)$ = matriz de inércia função das coordenadas generalizadas
- $C(q,q')$ = vetor das forças de Coriolis e Centrífuga
- $G(q)$ = Componente gravitacional

Para o robô Smart 200 os diversos componentes do modelo dinâmico são as seguintes:

. Matriz de inércia 3 x 3

$$Q_{11} = m_2.d_2^2.\sen^2 q_2 + m_3.d_3^2.\sen^2(q_2+q_3) + m_3.L_2^2.\sen^2 q_2 + 2.m_3.L_2.d_3.\sen q_2.\sen(q_2+q_3)$$

$$Q_{12} = 0$$

$$Q_{13} = 0$$

$$Q_{21} = 0$$

$$Q_{22} = m_2 \cdot d_2^2 + m_3 \cdot L_2^2 + m_3 \cdot d_3^2 + 2 \cdot m_3 \cdot L_2 \cdot d_3 \cdot \cos q_2 \quad (\text{AP3.20})$$

$$Q_{23} = m_3 \cdot d_3^2 + m_3 \cdot L_2 \cdot d_3 \cdot \cos q_2$$

$$Q_{31} = 0$$

$$Q_{32} = m_3 \cdot d_3^2 + m_3 \cdot L_2 \cdot d_3 \cdot \cos q_2$$

$$Q_{33} = m_3 \cdot d_3^2$$

onde

$$Q(q) = \begin{vmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} \\ Q_{21} & Q_{22} & Q_{23} \\ Q_{31} & Q_{32} & Q_{33} \end{vmatrix}$$

. Vetores componentes das forças de Coriolis

$$\begin{aligned} C(1) = & (m_2 \cdot d_2^2 \cdot \sin(2q_2) \cdot q_2' + \\ & 2 \cdot m_3 \cdot d_3 \cdot \cos(q_2 + q_3) \cdot (q_2' + q_3') \cdot (L_2 \cdot \sin q_2 + d_3 \cdot \sin(q_2 + q_3)) + \\ & 2 \cdot m_3 \cdot L_2 \cdot \cos q_2 \cdot q_2' \cdot (L_2 \cdot \sin q_2 + d_3 \cdot \sin(q_2 + q_3))) \cdot q_1' \end{aligned} \quad (\text{AP3.21a})$$

$$\begin{aligned} C(2) = & -m_3 \cdot L_2 \cdot d_3 \cdot \sin q_3 \cdot q_3' (2q_2' + q_3') - m_2 \cdot d_2^2 \cdot q_1' \cdot \sin q_2 \cdot \cos q_2 - \\ & m_3 \cdot d_3^2 \cdot \sin(q_2 + q_3) \cdot \cos(q_2 + q_3) \cdot q_1' - \\ & m_3 \cdot L_2^2 \cdot \sin q_2 \cdot \cos q_2 \cdot q_1' - m_3 \cdot L_2 \cdot d_3 \cdot \sin q_2 \cdot \cos(q_2 + q_3) \cdot q_1' - \\ & m_3 \cdot L_2 \cdot d_3 \cdot \cos q_2 \cdot \sin(q_2 + q_3) \end{aligned} \quad (\text{AP3.21b})$$

$$\begin{aligned} C(3) = & -m_3 \cdot L_2 \cdot d_3 \cdot \sin q_3 \cdot q_2'^2 - m_3 \cdot d_3^2 \cdot \sin(q_2 + q_3) \cdot \cos(q_2 + q_3) \cdot q_1'^2 - \\ & m_3 \cdot L_2 \cdot d_3 \cdot \sin q_2 \cdot \cos(q_2 + q_3) \cdot q_1'^2 \end{aligned} \quad (\text{AP3.21c})$$

$$C(q, q') = \begin{vmatrix} C(1) \\ C(2) \\ C(3) \end{vmatrix} \quad (\text{AP3.21d})$$

. Vetores componentes das forças gravitacionais

$$\begin{aligned} G(1) &= 0 \\ G(2) &= -m_2 \cdot g \cdot d_2 \cdot \sin q_2 - m_3 \cdot g \cdot L_2 \cdot \sin q_2 - m_3 \cdot g \cdot d_3 \cdot \sin(q_2 + q_3) \quad (\text{AP3.22a}) \\ G(3) &= -m_3 \cdot g \cdot d_3 \cdot \sin(q_2 + q_3) \end{aligned}$$

$$G(q) = \begin{pmatrix} G(1) \\ G(2) \\ G(3) \end{pmatrix} \quad (\text{AP3.22b})$$

E os esforços generalizadas, no caso torques pois as juntas são articuladas, compõem o vetor T.

$$E = \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{pmatrix} \quad (\text{AP3.23})$$

CAPITULO 7
BIBLIOGRAFIA

REF	AUTORES	TITULO	PUBLICACAO	OUTROS
1	AMD	Manual do Processador Aritmetico AMD 9511		
2	AUTOMATIX	Manual da linguagem Rail		
3	Alves, J B	Modelo dinamico do Robo Smart 200	Documento interno do centro tecnologica para informatica	1984
4	Amaral,P Pinto,B	O desenvolvimento e a construcao de um robo Industrial tipo braco articulado	Anais do 1 Conai	Sao Paulo, 1983
5	Azevedo,H Ramos,J et al	Implementacao de um controlador de robo	Anais do 2 Conai (Congresso Nacional de Automação Industrial)	Sao Paulo 1985
6	Benati,M Morasso,P Tagliasco,V	The Inverse Kinematics Problem for Anthropomorphic Manipulator arms	Transactions of the asme	vol 104 marco 1982
7	Brady,M Hollerbach,J Lozano-Peres	Robot Motion Planning and control	MIT Press	1982
8	Bruhm,H Ersu,E	Cartesian Path Planning by General Polynomial Interpolation		
9	CHI-Haur Wu Paul,R	Resolved Motion Force of robot manipulator	IEEE Trans Syst Man and Cybernetics	Vol smc 12 , junho 1982
10	Castain,R Paul,R	An on Line dynamic trajectory generator	The International Journal of Robotics Research	1985
11	Chu-Shin lin Po-Rong Chang	Joint Trajectories of Mechanical Manipulators for Cartesian Path Approximation	IEEE Transactions On Systems, Man And Cybernetics	Vol SMC 13, Num 6, Nov/dez 1983
12	Chu-Shin lin Po-rong Chang Luh,J.	Formulation and Optimization of Cubic Polynomial Joint Trajectories ffor I. R.	IEEE Transactons on Automatic Control	Vol AC-28, Num 12, dez 1983

CAPITULO 7
BIBLIOGRAFIA

REF	AUTORES	TITULO	PUBLICACAO	OUTROS
13	Colson, J Pereira, N	Kinematic Arrangements Used in Industrial robots	Anais do 13 ISIR	Chicago, 1983
14	Craig, J	Anatomy of an Off-line Programming System	Robotics Today	fev 1985
15	Dahan, M Minotti, P Hertrich, B	Generation de Trajectoires pour un Manipulateur a cinq parametres	Proc 6th world Congress on Theory of Machines and Mechanisms	1983
16	Dauchez, P Zapata, R. Fournier, A	Une Application Particuliere du modele cinematique a la commande coordonnee	R.A.I.R.O Automatique	Vol 18, num , 1984
17	Denavit, J Hartenberg, S	A Kinematic notation for lower-pair mechanisms based on matrices	J. Appl. Mecha	Junho-1955
18	Dooner, M	Robotics software and CAD/CAM	Computer-Aided Engineering Journal	dez 1984
19	Ersu, E Nungesser, D	A numerical approach for the universal solution of the inverse kinematic problem	?	?
20	Ferreira, E	Contr l'identification de parametres et a la commande dynamic adaptative robos	Tese de Doutor Engenheiro na Universidade Paul Sabatier	Toulouse 1984
21	Hamilton	Elements of Quaternions	Chelsea Publishing	New York 1969
22	Intel	Microprocessor and Peripheral Handbook		
24	Japan Industrial Standards (JIS)	Simbologia para robos	JIS B-0138	1980
25	Khalil, W	Generation of Straight Line Motion For Robots	?	?
26	Khalil, W Liegeois, A	Generation de Mouvements Optimaux en Robotique	R.A.I.R.O Automatique	vol 18, num 1, 1984

CAPITULO 7
BIBLIOGRAFIA

REF	AUTORES	TITULO	PUBLICACAO	OUTROS
===	=====	=====	=====	=====
27	Khatib,O	Comande Dynamique dans L'espace operationnel des robots manipulateurs	Tese da Ecole Nationale superieure de l'aeronautique e de l'espace	Toulouse-1980
28	Konstantinov,M Zamanov ,V Patarinski, S Nenchev,D	A new approach to the solution of the inverse Kinematics problem for Ind Robots	Proc 6th World congress on theory of machines and mechanisms	1983
29	Kuntze,H	Closed-loop Algorithms for industrial robots - State of the art	Process Automation	1984
30	LUH, J	Conventional Controller Design for Industrial Robots-A Tutorial	IEEE Transactions on Systems, Man and cybernetics	Vol SMC 13 Maio 1983
31	LUH, J	An Anatomy of Industrial Robots and their Controls	IEEE Transactions on Automatic Control	Vol AC-28, num 2,Fev 1983
32	LUH,J	Optimum Path Planing for Mechanical Manipulators	TRANSACTIONS OF THE ASME	vol 102, Junho 1981
33	LUH,J Walker,M Paul,R	On-line computational scheme for mechanical manipulators	Journal of dynamic systems, Measurement and control	vol 102 Junho 1980
34	Laboratoire d'Automatique e Analyse des Systemes -LAAS	Structure de Command Modulaire d'un robot Manipulateur	Anais da 1 Jornada anual do Projeto ARA(Automatizacao e Robotica Avancada)	1982 Poitiers
35	Lee,B Nho,T	Interpolation fo 2-dimensional Contouring Control	Anais do 13 ISIR	1983 , Chicago
36	Lee,C	A geometric approach in solving the inverse Kinematics of PUMA robots	Anais do 13 ISIR	Chicago 1983
37	Lee,C	Robot Arm Kinematics, Dynamics and Control	IEEE Computer	dez 1982
38	Lee,C	Hierarchical control structure using special purpose processors for control Robo	IEEE ???	1982

CAPITULO 7
BIBLIOGRAFIA

REF	AUTORES	TITULO	PUBLICACAO	OUTROS
==	=====	=====	=====	=====
39	Lozano-Perez	Robot Programmining	IEEE Proceedings	Vol 71 n 7 1983
40	MEGAHED, M	Une contribution au modele cinematique et dynamic des robots Manipulateurs	Tese de Doutor de Estado do Lab d'Automatique e Systemes-LAAS	Toulouse 1984
41	Mancine,L Nicolosi,N Scarselli,S Zoly G.	A new approach to coordinate transformation:Parallel Computation	Anais do13 ISIR	Chicago 1983
42	Milenjkovic,V Huang,B	Kinematics of Major Robot Linkage	Anais do 13 ISIR	Chicago 1983
43	Mizutani,T	ATGS- Autonomous trajectory Generating Servomechanism	Documento Interno do Instituto de Automacao do CTI- DTIA 4/85	1985
44	Mizutani,T Hasegawa,K	On the Autonomous Trajectory Generating Servomecanism for Manipulator Control	Systems Science VIII, International Conference on Systems Science	1983, Varsovia Polonia
45	Mizutani,T Hasegawa,K	On applications of diferential gear mechanism to Articulated Manipulator	Anais do 11 ISIR	Tokyo 1981
46	Mizutani,T Hasegawa,K	Manipulator Control Using Autonomous Trajectory Generating Mechanism	14 International Symposium on Robotics Research	Kyoto Japao 1984
47	Newmann,A Sproll	Computer Graphics		
48	Orin,D Schrader,W	Efficient Computation of the Jacobian for Robot Manipulators	International Journal of Robotics Research	Vol 3 num 4 1984
49	Palm, W Martino,D	Coordinated Control of a Robot Hand Possessing Multiple degrees of Feedom	Control of Manufacturing Process an Robotic Systems	New York, ASME, A983
50	Parkin,R	Inverse robot Kinematics derived from planes of movement	Robotics Age	agosto 1985

CAPITULO 7
BIBLIOGRAFIA

REF	AUTORES	TITULO	PUBLICACAO	OUTROS
=====	=====	=====	=====	=====
51	Paul, R	Robot Manipulators, Mathematics, Programming and control	MIT Press	1981
52	Paul, R Shimano,B Mayer,G	Kinematic control equations for simple manipulators	IEEE Trans Syst Man Cybernetics	vol smc-11, junho 1981
53	Paul, R Stevenson,C	Kinematics of robot Wrists	International Journal of Robotics Research	vol 2, num 1 1983
54	Paul,R	Manipulator Cartesian Path Control	IEEE Transactions on Systems, Man And Cybernetics	Vol SMC-9, Nov 1979
55	Paul,R	Modelling, Trajectory calculation and servoing of a computer Controlled Armn	Ph D Thesis -Stanford University	1972
56	Paul,R Shimano,B Mayer,G	Differential Kinematic Control Equations for simple manipulators	IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics	vol SMC-11, junho 1981
57	Pieper,D	Thw Kinematics of manipulators under computer control	PhD Thesis -Stanford University	1969
58	Ramos, J Alves, J Tozzi,C	Aplicacao de uma Metodologia Para resolucao do problema Cinematico de Robo	Anais do 5 Congresso Brasileiro de Automatica	Campina Grande -1984
59	Ramos,J Tozzi,C	Geracao de trajetorias contnuas para robo: Alternativas	Anais do 2 CONAI (congresso Nacional de Automação Industrial	Sao Paulo- 1985
60	Renaud, M Gorla,B	Modeles des Robots Manipulateurs- Application a leur commande	Cepadues - editions	1984 - Toulouse
61	Rifran	Sistema ECB		
62	Shahinpoor,M	The exact inverse kinematics solutions for the rhino XR-2 robot Manipulator	Robotics Age	agosto 1985

CAPITULO 7
BIBLIOGRAFIA

REF	AUTORES	TITULO	PUBLICACAO	OUTROS
===	=====	=====	=====	=====
63	Spur,G Duellen,G Wendt,W	Improvemnet of Dynamic Accuracy of continuos Control Paths	Robotics & Computer Integrated Manufacturing	Vol 1 Num 1 , 1984
64	Steinman,J Klafer RR	Straightline Motion of a Manipulator through Hybrid Computation	Anais do 13 ISR	Chicago 1983
65	Susan	A Comparative Study of Robot Programming Languages	IEEE Computer	dez 1982
66	Takase,K Paul, R	A structured approach to robot programming and Teaching	IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics	Vol SMC 11 num 4 1984
67	Alves, J B	Introducao a Robotica	A ser publicado por Cartigraf editora	1986 Campinas
68	Taylor,R	Planning and execution of Straight line Manipulator Trajectories	IBM Journal of research an development	Vol 23,num 4, july 1979
69	Tsukamoto	Controlador para Smart 200 e Controle de Trajetoria por ATGS	Relatorio Interno do TIT(Instituto Tecnologico de Tokio)	1985
70	Tsukumo,A Veiga,C Campos, R	Aplicacao do Modelo GMB em sistema de controle de processo	Anais do 5 Congresso Brasileiro de Automatica	Campina Grande 1984
71	UNIMATION	Manual de Usuario do robo PUMA		
72	Volkswagem	Manual de K15 e R30		
73	Vukobratovic,M	Problems of Mathematical modelling and control of Manipulation robots	International Journal of Production Research	Vol 20, num 3 ,1982
74	Whithney,D	The Mathematics of Coordinated Control of Prosthetic Arms and Manipulators	Journal of dynamic Systems,Measurement and Control	1972
75	YANG,A Freudenstein,A	Application of dual number Quaternion to the analyses of spatial Mechanisms	Transactions of the ASME	Junho 1964