

UNICAMP - UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS.  
FEEC - FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E COMPUTAÇÃO.  
DENSIS -DEPARTAMENTO DE SISTEMAS DE ENERGIA.

# Uma Metodologia de Cálculo do *Spot Price* com Restrições de Segurança.

**Por:** ENG. SANDRA KISE UEHARA.

**Orientador:** PROF. DR. TAKAAKI OHISHI.

**Banca Examinadora:**

PROF. DR. CARLOS A. CASTRO JR. (**FEEC - UNICAMP**).

PROF. DR. LEONARDO NEPOMUCENO ( **UNESP** ).

PROF. DR. SECUNDINO SOARES FILHO (**FEEC - UNICAMP**).

Dissertação de Mestrado submetida à  
Faculdade de Engenharia Elétrica e Computação  
( FEEC ) da Universidade Estadual de Camp-  
inas ( UNICAMP ) para o preenchimento dos pré-  
requisitos parciais para a obtenção do Título de  
Mestre em Engenharia Elétrica.

Novembro de 2002.

*My work can be described as "market engineering", using price and incentive mechanisms for coordination of decentralized systems. Market engineering employs economic theory and operations research tools in the same way as mechanical or electrical engineering employ physics and mathematics.*

PROF. SHUMUEL OREN.

University of California.

*Aos meus pais, Sr. Hachiro Uehara e Sra.  
Akiko Kakeya Uehara e, aos meus irmãos, André  
Yugou, Alain Shou e Sofia Kimi Uehara.*

*Este projeto contou com o suporte financeiro da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo ( FAPESP ).*

# Resumo

Desejando contribuir com o bom andamento do processo de reestruturação em vigor no Setor Elétrico Brasileiro **SEB**, decidimo-nos então em desenvolver um mecanismo, dedicado aos sistemas hidrotérmicos, por meio do qual é possível obter, para um dado nó e para uma dada hora, o respectivo custo marginal apenas com base no estado em que o sistema em estudo se encontra independentemente portanto, das regras de mercado. Custo este que, por sua vez, pode servir, perfeitamente, de base para o cálculo da tarifa de energia elétrica. Dentre os diversos mecanismos citados na literatura especializada, os denominados de *spot price* e de nodal foram os que apresentaram características muito próximas daquele que ansiamos desenvolver. Visto que ambos os mecanismos *spot price* e nodal apresentam limitações que os impedem de serem aplicados plenamente em sistemas hidrotérmicos, seja por questões de segurança ou energéticas, propomo-nos então, por meio desta dissertação de Mestrado, a ( **1** ) adaptar o mecanismo *spot price*, originalmente dedicado aos sistemas térmicos, para lidar com sistemas hidrotérmicos, ( **2** ) tornar o mecanismo *spot price* robusto o suficiente aos danos causados tanto pela presença de um ou mais congestionamentos como pela perda de um ou mais ramos presentes no sistema de transmissão, ( **3** ) adaptar o mecanismo nodal, também originalmente dedicado aos sistemas térmicos, para lidar com sistemas hidrotérmicos e ( **4** ) apontar as semelhanças e as diferenças apresentadas por ambos os mecanismos *spot price* e nodal.

# Abstract

Desiring to contribute with the good course of the reorganization now in process in the Brazilian Electric Sector, we decided to develop a mechanism, dedicated to hydrothermal systems, by means of which it is possible to get, for a given node and a given hour, the respective marginal cost based only on the state of the system and, consequently, independent of market rules. This marginal cost, on the other hand, can serve perfectly as the base for the electric energy tariff calculation. Amongst the many mechanisms cited in specialized literature, the ones known as spot price and nodal had been the methodologies that had presented characteristics very closed to the one that we intend to develop. Since both the mechanisms spot price and nodal have limitations that hinder them to be applied fully in hydrothermal systems, either for security or energy questions, so we decided to ( **1** ) to adapt the spot price mechanism, originally dedicated to the thermal systems, to deal with hydrothermal systems, ( **2** ) to adapt the spot price mechanism in order to become robust to the damages caused by the presence of one or more congestions and by the loss of one or more lines in the transmission system, ( **3** ) to adapt the nodal mechanism, also originally dedicated to the thermal systems, to deal with hydrothermal systems and ( **4** ) to point the similarities and the differences presented for both the spot price and nodal mechanisms.

# Agradecimentos

*Amigo é coisa pra se guardar  
No lado esquerdo do peito  
Mesmo que o tempo e a distância  
Digam não  
Mesmo esquecendo a canção  
E o que importa é ouvir  
A voz que vem do coração  
Pois seja o que vier  
Venha o que vier  
Qualquer dia, amigo, eu volto  
A te encontrar  
Qualquer dia, amigo,  
A gente vai se encontrar*

**Trecho de "Canção da América"  
Milton Nascimento/Fernando Brant**

Esta é a forma que encontrei para dizer . . .

Aos Professores do curso de Pós-Graduação da Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação ( FEEC ) da Universidade Estadual de Campinas ( UNICAMP ) por terem compartilhado comigo o seu conhecimento.

Ao Prof. Dr. Takaaki Ohishi, pelo seu companherismo, pela sua paciência, pela sua compreensão e pela sua atenção.

Ao Prof. Dr. André M. França pela sua contribuição positiva na conclusão desta Dissertação de Mestrado.

Aos Profs. Bernado Severo da Silva Filho, Alexandre Assis Carvalho, David Martins Vieira e José Cláudio de Souza ( in memorium ) da Faculdade de Engenharia Elétrica da Universidade do Estado do Rio de Janeiro ( UERJ ) pelos exemplos de profissionalismo e de caráter.

À minha família por tudo.

Aos "zês-manés"( amigos ) e "marias-manés" ( amigas ) de toda a minha vida pelo o que me ensinaram sobre, à princípio, pequenas coisas da vida como, por exemplo, sobre as melhores mesas de bar da cidade, sobre o que fazer para se recuperar de um porre e, principalmente, sobre o quão gostoso é receber um sorriso, um abraço e sobre viver ( bem ) para ter do que se lembrar.

Ao Mako, a Dani e ao Dinho pelo apoio que me deram ao chegar a cidade de Campinas.

À FAPESP, por ter oferecido todo apoio necessário à execução de deste projeto de pesquisa.

**. . . Muito Obrigada!!!**

# Conteúdo

<b>Resumo</b>	<b>iii</b>
<b>Abstract</b>	<b>iii</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2 Mecanismo <i>Spot Price</i></b>	<b>3</b>
2.1 Introdução . . . . .	3
2.2 Definição . . . . .	3
2.3 Componentes . . . . .	5
2.4 Operação do Sistema . . . . .	6
2.4.1 Componente $\lambda(t)$ : Sistema Lambda . . . . .	6
2.4.2 Componente $\eta_{L,k}(t)$ : Perdas associadas à Transmissão . . . . .	6
2.5 Qualidade . . . . .	7
2.5.1 Componente $\gamma_{QS}(t)$ : Qualidade Associada à Geração . . . . .	7
2.5.2 Componente $\eta_{QS,k}(t)$ : Qualidade Associada à Transmissão . . . . .	9
2.6 <i>Revenue Reconciliation</i> . . . . .	10
<b>3 Análise Elétrica</b>	<b>12</b>
3.1 Introdução . . . . .	12
3.2 Dados de Transmissão . . . . .	12
3.3 Modelo . . . . .	12
<b>4 Pré-Despacho Econômico ou Despacho Hidrotérmico</b>	<b>23</b>
4.1 Introdução . . . . .	23
4.2 Dados de Geração . . . . .	24

4.3	Restrições de Meta Energética ou de Geração ( Caso Base ) . . . . .	29
4.4	Restrições de Transmissão DC ou Pré-Contingência . . . . .	34
4.5	Restrições de Segurança ou Pós-Contingência . . . . .	37
<b>5</b>	<b>Mecanismo Calcado no Conceito <i>Spot Price</i> e Sistemas Hidrotérmicos</b>	<b>44</b>
5.1	Introdução . . . . .	44
5.2	Simplificações . . . . .	45
5.2.1	Custo Marginal com Geração $\lambda( t )$ . . . . .	46
5.2.2	Custo Marginal com Reserva Girante $\gamma_{QS}( t )$ . . . . .	46
5.2.3	Custo Marginal com Perdas Elétricas $\eta_{L,k}( t )$ . . . . .	46
5.2.4	Custo Marginal com Congestionamentos $\eta_{QS,k}( t )$ . . . . .	47
5.3	Do DEC para o DH ( e variações ): Influência sobre $\rho_k( t )$ . . . . .	48
<b>6</b>	<b>Mecanismo Calcado no Conceito Nodal e Sistemas Hidrotérmicos</b>	<b>64</b>
6.1	Introdução . . . . .	64
6.2	Restrição de Meta Energética ou de Geração . . . . .	64
<b>7</b>	<b>Conclusões</b>	<b>75</b>

# Lista de Figuras

2.1	$\rho_k(t)$ Depende do Estado do Sistema . . . . .	4
2.2	Congestionamento: Apesar de local, danos se propagam por todo o sistema - Efeito Avalanche	10
3.1	Diagrama Unifilar do Sistema Hidrotérmico em Estudo . . . . .	13
3.2	Equivalente $\pi$ de um ramo $l_{k,m}$ qualquer cujo o nó origem é dado por $k$ e o destino, por $m$	15
4.1	Curvas de Demanda . . . . .	25
4.2	Curva Custo Térmico x Potência em MW . . . . .	26
4.3	Usina Hidrelétrica de Salto Grande: Curva de Perdas $\times$ Potência . . . . .	27
4.4	Custo Marginal $\times$ Potência em MW . . . . .	28
4.5	Custo Marginal $\times$ Geração . . . . .	29
4.6	Despacho SEM Meta Energética . . . . .	33
4.7	Despacho COM Meta Energética . . . . .	33
4.8	$\lambda(t)$ SEM Meta Energética . . . . .	33
4.9	$\lambda(t)$ COM Meta Energética . . . . .	33
5.1	Mecanismo <i>Spot Price</i> dedicado aos Sistemas Hidrotérmicos . . . . .	44
5.2	Excedente Marginal com Perdas Elétricas referente ao ramo $l_{2,5}$ ao longo das 24 h . . . . .	50
5.3	Excedentes Marginais com Perdas Elétricas e com Congestionamentos para às 19 h . . . . .	51
5.4	<b>DEC</b> às 19 h: Cenário 1 . . . . .	53
5.5	<b>DEC</b> às 19 h: Cenário 2 . . . . .	53
5.6	<b>DEC</b> às 19 h: Cenário 3 . . . . .	54
5.7	<b>DEC</b> às 19 h: Cenário 4 . . . . .	54
5.8	Com base no <b>DEC</b> , $\rho_k(t)$ ao longo das 24 h para os nós de geração . . . . .	55
5.9	Com base no <b>DH</b> , $\rho_k(t)$ ao longo das 24 h para os nós de geração . . . . .	56

5.10	Com base no <b>DH PRE</b> , $\rho_k(t)$ ao longo das 24 h para os nós de geração . . . . .	57
5.11	Com base no <b>DDH PRE e POS</b> , $\rho_k(t)$ ao longo das 24 h para os nós de geração . . . . .	58
5.12	Com base no <b>DEC</b> , $\rho_k(t)$ ao longo das 24 h para os nós de carga . . . . .	60
5.13	Com base no <b>DH</b> , $\rho_k(t)$ ao longo das 24 h para os nós de carga . . . . .	61
5.14	Com base no <b>DH PRE</b> , $\rho_k(t)$ ao longo das 24 h para os nós de carga . . . . .	62
5.15	Com base no <b>DH PRE e POS</b> , $\rho_k(t)$ ao longo das 24 h para os nós de carga . . . . .	63
6.1	Mecanismo Nodal adaptado para lidar com Sistemas Hidrotérmicos . . . . .	68
6.2	Despacho via <b>FPO</b> . . . . .	69
6.3	Multiplicador de Lagrange $\xi_{l_{k,m},t}^{max}$ SEM Meta Energética . . . . .	70
6.4	Multiplicador de Lagrange $\xi_{l_{k,m},t}^{max}$ COM Meta Energética . . . . .	70
6.5	Excedentes Marginais com Congestionamentos . . . . .	73
6.6	$\lambda_k(t)$ ao longo das 24 para os Nós de Geração e de Carga . . . . .	74

# Lista de Tabelas

3.1	Dados referentes ao Sistema de Transmissão. . . . .	13
4.1	Dados referentes ao Parque Gerador. . . . .	25
4.2	Influência META ENERGÉTICA: Custo com Produção e $\lambda( t )$ . . . . .	32
4.3	Influência META ENERGÉTICA: Montante Entregue por Unidade de Geração . . . . .	33
4.4	Análise Elétrica para o Intervalo das 19 h . . . . .	34
4.5	Influência RESTRIÇÃO PRÉ-CONTINGÊNCIA: Custo com Produção e $\lambda( t )$ . . . . .	37
4.6	Influência RESTRIÇÕES PRÉ E PÓS-CONTINGÊNCIA: Custo com Produção e $\lambda( t )$ . . . . .	41
4.7	Desvio Percentual GERAÇÃO . . . . .	42
5.1	Influência exercida pelo estado ou, melhor dizendo, nível de segurança sobre os custo com produção e marginal com geração . . . . .	48
5.2	Componentes referentes ao PARQUE GERADOR . . . . .	53
5.3	Componentes referentes ao SISTEMA DE TRANSMISSÃO . . . . .	54
5.4	Influência exercida pelo estado ou, melhor dizendo, nível de segurança sobre $\rho_k( t )$ . . . . .	59
6.1	Influência META ENERGÉTICA: Custo com Produção [ \$ ] . . . . .	69
6.2	Influência META ENERGÉTICA: Montante Entregue por Unidade de Geração . . . . .	69
6.3	Influência Exercida pela META ENERGÉTICA sobre $\lambda_k( t )$ . . . . .	71
6.4	Custo com Produção e Marginal com Geração via Mecanismo Nodal e <i>Spot Price</i> . . . . .	72

# Capítulo 1

## Introdução

O Setor Elétrico Brasileiro ( **SEB** ), em sua busca por preço, desempenho e serviço de qualidade, viu-se obrigado a se reestruturar. Processo este, isto é, reestruturação esta cuja evolução depende de como o **SEB** irá: ( **1** ) definir os custos e, conseqüentemente, as tarifas de energia elétrica, ( **2** ) garantir o livre acesso à transmissão de modo a inserir na geração a competição e ( **3** ) definir as regras de mercado, isto é, as regras por meio das quais deverá ser capaz de estimular o mercado de energia elétrica brasileiro a almejar pela eficiência econômica.

Desejando contribuir com o bom andamento do processo de reestruturação em vigor no **SEB**, decidimo-nos então em desenvolver um mecanismo, dedicado aos sistemas hidrotérmicos, por meio do qual é possível obter, para um dado nó e para uma dada hora, o respectivo custo marginal apenas com base no estado em que o sistema em estudo se encontra independentemente portanto, das regras de mercado. Custo este que, por sua vez, pode servir, perfeitamente, de base para o cálculo da tarifa de energia elétrica.

Dentre os diversos mecanismos citados na literatura especializada, os denominados de *spot price*, proposto inicialmente por (Caramanis et al., 1982) sendo tratado posteriormente com requinte de detalhes em (Schweppe et al., 1987), e de **nodal**, tal como apresentado e citado em (Oren et al., 1995), em (Gedra, 1999), em (da Silva et al., 2000) e em (da Silva, 2001), foram os que apresentaram características muito próximas daquele que ansiamos desenvolver. Por meio de ambos os mecanismos é possível obter, para um dado nó e para uma dada hora, o respectivo custo marginal. Custo este que poderá ser desagregado em custos com geração, com reserva girante, com perdas elétricas e com congestionamentos como no caso do mecanismo *spot price* ou apenas em custos com geração e com congestionamentos como no caso do mecanismo nodal. Ambos os mecanismos são fortemente dependentes do estado, isto é, do ponto de operação no qual o sistema em estudo se encontra. Ponto de operação este que pode ser obtido ou por meio de um estudo de despacho econômico clássico ( **DEC** ) como no caso do mecanismo *spot price* ou por meio de um estudo de fluxo de potência ótimo clássico ( **FPOC** ) como no caso do mecanismo nodal. Repare que, por não levar em consideração o sistema de transmissão, pelo estudo de **DEC**, ao contrário do de **FPOC**, corre-se o risco de se obter um ponto de operação que, sob o aspecto elétrico, pode não ser seguro em razão da presença de um ou mais congestionamentos. Observe ainda que, ao lidarmos com

sistemas hidrotérmicos, seja por meio de um estudo de **DEC** ou de **FPOC**, ambos os estudos tendem, por apresentar um custo bem inferior ao da planta térmica, a exaurir a planta hidráulica o que, sob o ponto de vista energético, pode não ser muito sensato em razão do forte acoplamento espaço-temporal existente entre as decisões tomadas no presente e as que serão tomadas no futuro sobre o uso a ser dado à água contida nos reservatórios das hidrelétricas presentes no sistema em estudo. Decisões insensatas poderão nos levar a cenários marcados ou pelo desperdício ou pelo déficit. Ambos os casos são acompanhados por um aumento nos custos logo, devem ser evitados.

Visto que ambos os mecanismos *spot price* e nodal apresentam limitações que os impedem de serem aplicados plenamente em sistemas hidrotérmicos, seja por questões ou de segurança ou energéticas, propomo-nos então, por meio desta dissertação de Mestrado, a ( **1** ) adaptar o mecanismo *spot price*, originalmente dedicado aos sistemas térmicos, para lidar com sistemas hidrotérmicos, ( **2** ) tornar o mecanismo *spot price* robusto o suficiente aos danos causados tanto pela presença de um ou mais congestionamentos como pela perda de um ou mais ramos no sistema de transmissão, ( **3** ) adaptar o mecanismo nodal, também originalmente dedicado aos sistemas térmicos, para lidar com sistemas hidrotérmicos e ( **4** ) apontar as semelhanças e as diferenças apresentadas por ambos os mecanismos *spot price* e nodal.

Dando continuidade a este trabalho, por meio do **Capítulo 2**, apresentaremos, de forma sucinta, o mecanismo *spot price*. Já pelo **Capítulo 3**, apresentaremos o modelo adotado pelo estudo de análise elétrica, isto é, o modelo por meio do qual, para um dado ponto de operação qualquer, avaliamos, sob o aspecto elétrico, o respectivo nível de segurança. Agora, com relação ao **Capítulo 4**, descreveremos de que forma foram realizadas as adaptações propostas para o mecanismo *spot price* pelos itens ( **1** ) e ( **2** ) do parágrafo anterior que nos permitiram lidar com sistemas hidrotérmicos e com os danos causados tanto pela presença de um ou mais congestionamentos como pela perda de um ou mais ramos no sistema em estudo, isto é, que nos permitiram migrar dos modelos de despacho econômico clássico ou térmico para os de pré-despacho econômico ou de despacho hidrotérmico com restrições de transmissão DC e de segurança. Restrições estas que, nesta dissertação de Mestrado em particular, passaremos a denominá-las, respectivamente, de pré-contingência e pós-contingência. Já por meio do **Capítulo 5**, discutiremos a respeito da influência exercida pelas adaptações descritas no **Capítulo 4** sobre o comportamento apresentado pelo mecanismo *spot price*. Agora, com relação ao **Capítulo 6**, discutiremos a influência exercida pela a adaptação proposta pelo item ( **3** ) do parágrafo anterior sobre o mecanismo nodal que, por sua vez, permitiu-nos lidar com sistemas hidrotérmicos. Por fim, pelo **Capítulo 7**, apresentaremos as conclusões.

## Capítulo 2

# Mecanismo *Spot Price*

### 2.1 Introdução

O Setor Elétrico Brasileiro ( **SEB** ) se encontra em um período de transição bastante conturbado marcado, por exemplo, por *blackouts* capazes de levar abaixo o centro econômico do país ou então, mais recentemente, pela implantação de uma ( radical ) política de racionamento que levou o país inteiro a olhar com mais cautela a questão do uso da energia elétrica. Diríamos até a olhar com um certo assombro pois, apesar da queda em termos de desempenho dos serviços prestados pelo **SEB**, têm-se presenciado aumentos graduais nas tarifas de energia elétrica.

Seria então indecente demais propormos um mecanismo de formação de preços ao **SEB** capaz de encorajar tanto a geração como a demanda a agirem de modo a contribuírem positivamente com a operacionalidade do sistema elétrico de potência como um todo sem que para isso seja necessário controlar<sup>1</sup> de forma tão direta a carga? Mecanismo este capaz de fomentar não só a satisfação em todos os segmentos da indústria de energia elétrica<sup>2</sup> como também a redução na incidência de *blackouts*? Esperando estar diante de uma negação, seguiremos então com a apresentação do mecanismo *spot price*, proposto inicialmente por (Caramanis et al., 1982) sendo posteriormente tratado com requinte de detalhes em (Schweppe et al., 1987).

### 2.2 Definição

Apesar de estarmos conscientes da existência de diversas metodologias que se propõem a estimar, para o  $k$ -ésimo nó e para a hora  $t$ , o respectivo *spot price*  $\rho_k(t)$ , ao optarmos por fazer uso daquela que o define com base no custo marginal, isto é, com base na **Eq. 2.1**, tal decisão, segundo (Schweppe et al., 1987), irá nos permitir gerar um retorno financeiro capaz de cobrir não só os custos com a operação do sistema como também aqueles relacionados com o capital. Custo marginal este que depende, tal como

---

<sup>1</sup>Via o estabelecimento de horários de verão, de racionamentos e etc;

<sup>2</sup>Geração, transmissão, distribuição, comercialização e demanda;

descrito por meio da **Fig. 2.1**, do estado ou, melhor dizendo, das condições de geração, de transmissão e de demanda vigentes no sistema em estudo. Repare que, ao trabalharmos com tamanha quantidade de informações, estaremos garantindo preço, desempenho e serviço de qualidade ao consumidor já que se está determinando um  $\rho_k(t)$  no qual restrições associadas ao balanço de energia, às Leis de Kirchoff e às limitações físicas apresentadas pelo parque gerador e pelo sistema de transmissão ( podendo ou não incluir a rede de distribuição ) foram levadas em consideração. Observe também que, desde de que assuma a geração sendo despachada de maneira otimizada, impor tarifas com base no custo marginal nos permite gerar um retorno financeiro que excede o custo médio associado à operação do sistema. Logo, fica óbvio que o fim dado à parcela do retorno financeiro que não chega a ser usada para cobrir os custos associados à operação do sistema se resume a cobrir aqueles associados ao capital. Ressalta-se ainda que, em sistemas ditos perfeitos, tal imposição nos permite gerar um retorno financeiro igual à soma dos custos associados à operação do sistema e ao capital enquanto que nos ditos reais, isto é, na prática, ora acima ora abaixo deste valor.

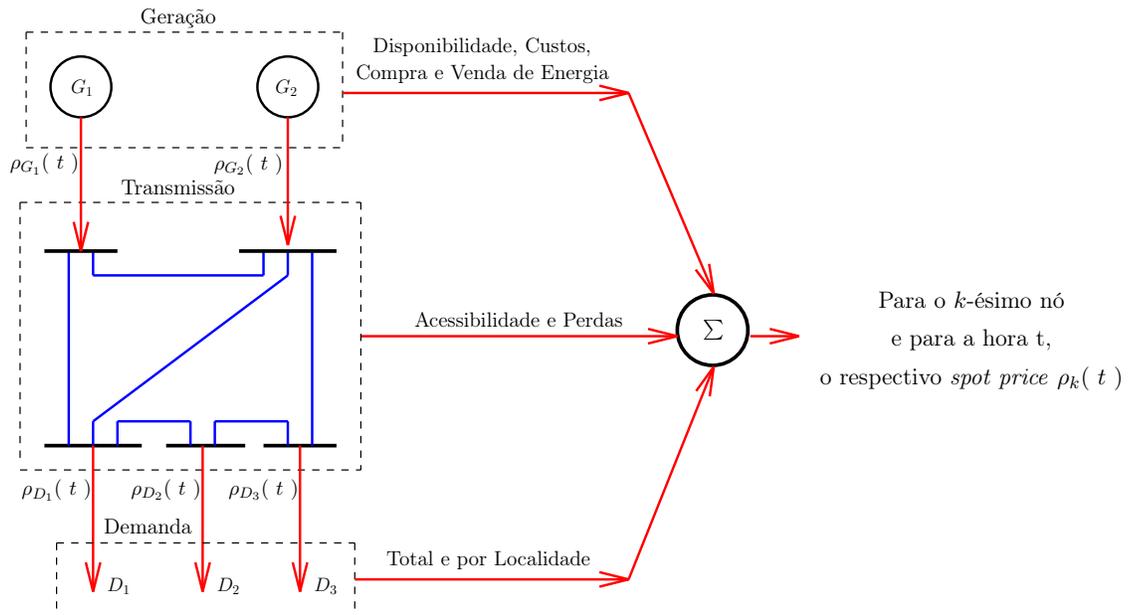


Figura 2.1:  $\rho_k(t)$  Depende do Estado do Sistema

$$\rho_k(t) = \frac{\partial \left[ \begin{array}{c} \text{Custo total em se prover energia elétrica a todos os consumidores} \\ \text{neste e nos próximos instantes de tempo} \end{array} \right]}{\partial d_k(t)} \quad (2.1)$$

Onde,

- ▷  $\rho_k(t)$ : Para o  $k$ -ésimo nó e para a hora  $t$ , corresponde ao respectivo *spot price*  $\rho_k(t)$  [ \$/MWh ];
- ▷  $d_k(t)$ : Para o  $k$ -ésimo nó e para a hora  $t$ , corresponde à respectiva injeção líquida de potência ativa [ MWh ];

## 2.3 Componentes

Para o  $k$ -ésimo nó e para a hora  $t$ , o respectivo *spot price*  $\rho_k(t)$  é dado pela soma dos componentes apresentados a seguir:

$$\rho_k(t) = \underbrace{\underbrace{\gamma_F(t)}_{(1)} + \underbrace{\gamma_M(t)}_{(2)} + \underbrace{\gamma_{QS}(t)}_{(3)} + \underbrace{\gamma_R(t)}_{(4)}}_{\text{Geração}} + \underbrace{\underbrace{\eta_{L,k}(t)}_{(5)} + \underbrace{\eta_{QS,k}(t)}_{(6)} + \underbrace{\eta_{R,k}(t)}_{(7)}}_{\text{Transmissão}} \quad (2.2)$$

Onde,

- ▷ ( 1 ): Representa o custo marginal com combustível associado à geração;
- ▷ ( 2 ): Representa o custo marginal com manutenção associado à geração;
- ▷ ( 3 ): Representa o custo marginal com qualidade associado à geração;
- ▷ ( 4 ): Representa o custo marginal com *Revenue Reconciliation*<sup>3</sup> associado à geração;
- ▷ ( 5 ): Representa o custo marginal com perdas elétricas associado à transmissão;
- ▷ ( 6 ): Representa o custo marginal com qualidade associado à transmissão;
- ▷ ( 7 ): Representa o custo marginal com *Revenue Reconciliation* associado à transmissão.

Segundo (Schweppe et al., 1987), a cada um dos componentes de  $\rho_k(t)$ , dado pela **Eq. 2.2**, deve-se associar uma interpretação física e ( ou ) econômica o que, por sua vez, não significa que sejam uns independentes dos outros já que alguns componentes, como veremos em breve, têm seus valores atrelados a outros como, por exemplo, o caso de  $\eta_{L,k}(t)$  que depende de  $\lambda(t)$ . Observe que os componentes associados à transmissão têm seus valores atrelados à localização física do  $k$ -ésimo nó no sistema elétrico em estudo. Destaca-se ainda que optamos por ignorar o componente referente à manutenção da transmissão uma vez que é de difícil modelagem e, em geral, de pouca importância. Ressalta-se também o fato de que os componentes relacionados à qualidade pelo lado da geração  $\gamma_{QS}(t)$  e pelo lado da transmissão  $\eta_{QS,k}(t)$  só se farão notar em  $\rho_k(t)$  somente diante da presença de violações na geração e na transmissão. Violações estas que poderão ocorrer simultaneamente ou não. Em breve, veremos que tais componentes podem influenciar na decisão a ser tomada quanto a se gerar e, conseqüentemente, a se consumir mais ou menos energia elétrica.

Podemos ainda remanejar os componentes da **Eq. 2.2** em grupos tais como:

---

<sup>3</sup>O mesmo que retorno financeiro ( custos fixos com capital, taxa de retorno e etc );

$$\begin{array}{ccc}
 \underbrace{\lambda(t)}_{\text{Sistema Lambda}} = \underbrace{\gamma_F(t) + \gamma_M(t)}_{\text{Sistema Lambda}} & & \underbrace{\eta_k(t)}_{\text{Custo Marginal}} = \underbrace{\eta_{L,k}(t) + \eta_{QS,k}(t)}_{\text{Custo Marginal}} \\
 \underbrace{\gamma(t)}_{\text{Custo Marginal}} = \underbrace{\lambda(t) + \gamma_{QS}(t)}_{\text{Custo Marginal}} & & \underbrace{\eta_k(t)}_{\text{Custo Marginal}} = \underbrace{\eta_{L,k}(t) + \eta_{QS,k}(t)}_{\text{Custo Marginal}} \\
 \text{associado ao Parque Gerador} & & \text{associado ao Sistema de Transmissão}
 \end{array} \tag{2.3}$$

## 2.4 Operação do Sistema

Em geral, estando o sistema a operar de forma segura, dentre os componentes de  $\rho_k(t)$  os que apresentam maior peso são os que respondem pelos custos com a operação do sistema elétrico:

$$\underbrace{\gamma_F(t) + \gamma_M(t)}_{\text{Geração}} + \underbrace{\eta_{L,k}(t)}_{\text{Rede}} = \underbrace{\lambda(t) + \eta_{L,k}(t)}_{\text{Custos com a Operação do Sistema}} \tag{2.4}$$

### 2.4.1 Componente $\lambda(t)$ : Sistema Lambda

Definimos  $\lambda(t)$  de acordo com a **Eq. 2.5** o que corresponde, teoricamente, à solução obtida através da resolução de um problema de *unit commitment*. Problema este cuja resolução nos permite definir o planejamento de curto-prazo ( dias ) isto é, permite-nos, para cada uma das unidades de geração, estabelecer ( **1** ) quando entrar no, ( **2** ) quanto deverá entregar para o e ( **3** ) quando sair do sistema em estudo. Em geral, segundo (Schweppe et al., 1987),  $\lambda(t)$  tende a acompanhar o comportamento de  $d(t)$ .

$$\lambda(t) = \frac{\partial \left[ \begin{array}{c} \text{Custos Totais com Combustível e com Manutenção} \\ \text{associados à Operação da Geração} \end{array} \right]}{\partial d(t)} \tag{2.5}$$

Onde,

▷  $d(t)$ : Para uma dada hora  $t$ , corresponde à demanda total do sistema [ MWh ].

### 2.4.2 Componente $\eta_{L,k}(t)$ : Perdas associadas à Transmissão

Para o  $k$ -ésimo nó e para a hora  $t$ , descrevemos por meio de  $\eta_{L,k}(t)$ , dado pela **Eq. 2.6**, a influência exercida pelas perdas elétricas associadas à transmissão em  $\rho_k(t)$ . Segundo (Schweppe et al., 1987), mesmo diante de um cenário em que o percentual anual de perdas é relativamente baixo,

a participação de  $\eta_{L,k}(t)$  no valor final a ser atribuído a  $\rho_k(t)$  passa a ser bastante significativa nos períodos de ponta do sistema.

$$\eta_{L,k}(t) = \left[ \lambda(t) + \gamma_{QS}(t) \right] \frac{\partial L(t)}{\partial d_k(t)} \approx \left[ \lambda(t) + \gamma_{QS}(t) \right] \sum_i 2R_i z_i(t) \frac{\partial z_i(t)}{\partial d_k(t)} \quad (2.6)$$

Onde:

- ▷  $R_i$ : Para o  $i$ -ésimo ramo, corresponde ao respectivo parâmetro resistência [  $\Omega$  ].
- ▷  $z_i(t)$ : Para o  $i$ -ésimo ramo e para uma dada hora  $t$ , corresponde ao respectivo fluxo de potência ativa [ MWh ];
- ▷  $L(t) = \sum_i L_i[z_i(t)]$ : Para uma dada hora  $t$ , corresponde às respectivas perdas elétricas totais [ MWh ];
- ▷  $L_i[z_i(t)] = R_i z_i^2(t)$ : Para o  $i$ -ésimo ramo e para uma dada hora  $t$ , corresponde às respectivas perdas elétricas [ MWh ];

Observe que, de acordo com a **Eq. 2.6**, a influência de  $d_k(t)$  sobre as perdas elétricas totais depende, única e exclusivamente, da localização física do  $k$ -ésimo nó no sistema.

## 2.5 Qualidade

Independente da metodologia aplicada, tanto o componente referente à qualidade associado à geração,  $\gamma_{QS}(t)$ , como aquele associado à transmissão,  $\eta_{QS,k}(t)$ , apresentam, em geral, valores muito próximos ou iguais à 0 ( zero ) exceto em situações em que estamos no limiar de desrespeitar os limites físicos apresentados ou pela geração ou pela transmissão ou por ambas. Nestes casos, tais componentes passam a apresentar valores bastante expressivos passando a responder por uma parcela mais significativa no valor final a ser atribuído a  $\rho_k(t)$ . Subentende-se portanto que os componentes  $\gamma_{QS}(t)$  e  $\eta_{QS,k}(t)$  têm o poder de tornar mais ou menos atrativo o valor a ser pago ( recebido ) pelo consumidor ( gerador ) pela energia elétrica consumida ( gerada ).

### 2.5.1 Componente $\gamma_{QS}(t)$ : Qualidade Associada à Geração

Estando o sistema em estudo próximo de exaurir, em termos de capacidade, a geração, isto é, próximo de violar a restrição de reserva girante descrita pela **Eq. 2.7**,  $\gamma_{QS}(t)$  se faz notar em  $\rho_k(t)$ . Todos os nós, sejam de geração ou de carga, enxergam o mesmo valor de  $\gamma_{QS}(t)$ .

$$g(t) \leq g_{crit,\gamma}(t) \quad (2.7)$$

Onde,

- ▷  $g(t)$ : Para uma dada hora  $t$ , corresponde ao total gerado pelo sistema<sup>4</sup> [ MWh ];
- ▷  $g_{crit,\gamma}(t)$ : Corresponde ao nível de geração crítica do sistema em estudo. Em geral, costuma-se operar a geração com uma certa folga, isto é, em um patamar abaixo de  $g_{crit,\gamma}(t)$  de modo que qualquer aumento de demanda não previsto possa ser atendido sem maiores transtornos.

Já com relação aos métodos que se propõem a estimar  $\gamma_{QS}(t)$ , temos:

### *Market Clearing Price*

Para uma dada hora  $t$ , à medida que a geração se aproxima de sua máxima capacidade, menor é a folga e conseqüentemente, o nível de segurança do sistema logo, desejando manter  $d(t) < g_{crit,\gamma}(t)$ , deve-se inibir qualquer aumento de carga. Inibição esta que será promovida através de um aumento no custo marginal. Ajusta-se portanto  $\gamma_{QS}(t)$  de modo a retratar tal situação crítica.

### *Value of Unserved Energy*

Com base na média de energia não-servida<sup>5</sup> aos consumidores, ajusta-se  $\gamma_{QS}(t)$  de modo a retratar os danos causados aos consumidores por não terem feito uso de toda a energia elétrica de que necessitavam.

### *Allocation of Peaking Plant Capital*

Temos  $\gamma_{QS}(t)$  sendo definido de acordo com a **Eq. 2.8**:

$$\gamma_{QS}(t) = A_{QS,\gamma} \frac{a_\gamma(t)}{\bar{a}_\gamma} \quad (2.8)$$

Onde,

- ▷  $A_{QS,\gamma}$ : Corresponde ao *Annualized Capital Cost of Peaking Plant* [ \$/MW ];
- ▷  $a_\gamma(t)$ : Corresponde ao *Loss of Load Probability due to Generation at hour t* também conhecido como  $LOLP_\gamma(t)$ ;

Se assumirmos sermos capazes de prevêr, sem erros, todos os eventos que poderão vir a acontecer com 1 h de antecedência então, poderemos fazer uso da seguinte aproximação:

---

<sup>4</sup>Incluindo as perdas totais do sistema, isto é, para um dada hora  $t$ ,  $g(t) = \underbrace{d(t)}_{\text{Demanda Total}} + \underbrace{L(t)}_{\text{Perdas Totais}} ;$

<sup>5</sup>Há situações em que, em razão das limitações físicas do parque gerador, deixamos de atender a um aumento de carga. A esse bloco de energia que não nos foi possível disponibilizar ao sistema, dá-se o nome de energia não-servida;

$$a_{\gamma}(t) = \begin{cases} 1 & , g(t) > g_{crit,\gamma}(t) \\ 0 & , \text{ caso contrário} \end{cases} \quad (2.9)$$

No entanto, segundo (Schweppe et al., 1987), em modelos mais razoáveis, à medida em que nos aproximamos de  $g_{crit,\gamma}(t)$ , tem-se  $a_{\gamma}(t)$  variando gradativamente de 0 ( zero ) a 1 ( um ).

▷  $\bar{a}_{\gamma} = \sum_{t=1}^{8760} a_{\gamma}(t)$ , onde as 8760 h consideradas correspondem a um intervalo de tempo equivalente a 1 ano.

Segundo (Schweppe et al., 1987), os dois últimos, *Value of Unserved Energy Method* e o *Allocation of Peaking Plant Capital Method*, são os que mais se ajustam à realidade.

### 2.5.2 Componente $\eta_{QS,k}(t)$ : Qualidade Associada à Transmissão

Constatada a presença de um ou mais ramos congestionados<sup>6</sup>,  $\eta_{QS,k}(t)$ , dado pela **Eq. 2.10**, passa a se fazer notar em  $\rho_k(t)$ . Cada nó, seja de geração ou de carga, enxerga um valor distinto de  $\eta_{QS,k}(t)$  podendo este adotar valores positivos ou negativos dependendo da maneira de como se dá a sua contribuição no que diz respeito à manutenção da segurança do sistema elétrico em estudo.

$$\eta_{QS,k}(t) = \theta_{QS,\eta,i}(t) \frac{\partial z_i(t)}{\partial d_k(t)} \quad (2.10)$$

Onde,

▷  $\theta_{QS,\eta,i}(t)$ : Assim como o custo marginal, dado em [ \$/MWh ]. A seguir, iremos apresentar dois dos métodos que, em geral, vem sendo utilizados na sua obtenção:

▷ *Market Clearing Multiplier Model*;

Para uma dada hora  $t$ , à medida que vão se fazendo notar mais de um congestionamentos, menor é o nível de segurança do sistema em estudo. Logo, deve-se inibir qualquer aumento de fluxo ativo nos ramos que se encontram muito próximos de se tornarem congestionados ou que já se encontram congestionados. Inibição esta que será promovida através de um aumento no custo marginal. Ajusta-se portanto  $\theta_{QS,\eta,i}(t)$  de modo a retratar tal situação crítica.

▷ *Network Quality of Supply Cost Model*

Deve-se optar por uma função custo que apresente um crescimento significativo em um curto espaço tempo à medida que nos aproximamos de um estado em que um ou mais congestionamentos poderão se fazer notar levando o sistema a um ponto de operação não-seguro.

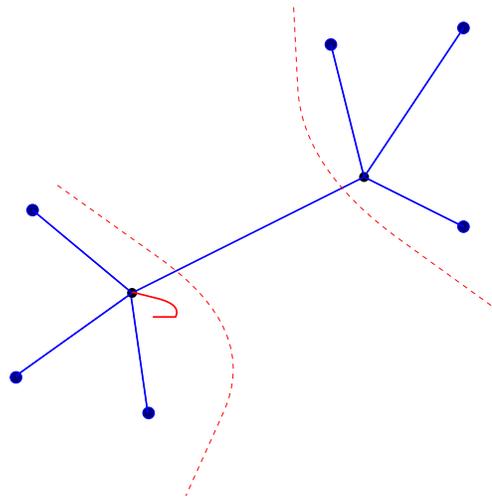
$$\theta_{QS,\eta,i}(t) = \frac{\partial (\text{Função Custo})}{\partial z_i(t)} \quad (2.11)$$

---

<sup>6</sup>Ramos sobrecarregados, congestionados;

- ▷  $z_i(t)$ : Corresponde ao fluxo de potência ativa verificado em um determinado ramo  $i$  que se encontra congestionado ao longo de uma dada hora  $t$  [ MWh ];

Digamos que um certo ponto do sistema tenha sido infectado por um evento qualquer. Apesar da contaminação ser local, os danos não se restringem à área afetada, propagando-se ao longo de todo o sistema - Efeito Avalanche ou Dominó. Logo, de acordo com (Schweppe et al., 1987), todos sem exceção, uns com maior e outros com menor intensidade, terão os seus  $\rho_k(t)$  afetados de alguma forma como mostra a **Fig.2.2**.



Onde,  $\tilde{\rho}_k(t)$  é dado por:

$$\tilde{\rho}_k(t) = \underbrace{\underbrace{\gamma_F(t) + \gamma_M(t)}_{\lambda(t)} + \gamma_{QS}(t)}_{\gamma(t)} + \underbrace{\eta_{L,k}(t) + \eta_{QS,k}(t)}_{\eta_k(t)} \quad (2.13)$$

Custos Marginais associados à Geração e à Transmissão

Assumindo  $\gamma_R(t)$  e  $\eta_{R,k}(t)$  sendo dados por:

$$\gamma_R(t) = m\gamma(t) \quad \text{e} \quad \eta_{R,k}(t) = m\eta_k(t) \quad (2.14)$$

Ao substituírmos as **Eq. 2.13** e **2.14** na **Eq. 2.2**, teremos então:

$$\begin{aligned} \rho_k(t) &= \underbrace{\underbrace{\gamma_F(t) + \gamma_M(t)}_{\lambda(t)} + \gamma_{QS}(t)}_{\gamma(t)} + \gamma_R(t) + \eta_{L,k}(t) + \eta_{QS,k}(t) + \eta_{R,k}(t) = \\ &= \gamma(t) + \gamma_R(t) + \underbrace{\eta_{L,k}(t) + \eta_{QS,k}(t)}_{\eta_k(t)} + \eta_{R,k}(t) = \\ &= \underbrace{\gamma(t) + \eta_k(t)}_{\tilde{\rho}_k(t)} + \gamma_R(t) + \eta_{R,k}(t) = \\ &= \tilde{\rho}_k(t) + \underbrace{\gamma_R(t)}_{m\gamma(t)} + \eta_{R,k}(t) = \\ &= \tilde{\rho}_k(t) + m\gamma(t) + \underbrace{\eta_{R,k}(t)}_{m\eta_k(t)} = \\ &= \tilde{\rho}_k(t) + m \underbrace{[\gamma(t) + \eta_k(t)]}_{m\tilde{\rho}_k(t)} = \\ &= (m + 1) \tilde{\rho}_k(t) \end{aligned} \quad (2.15)$$

# Capítulo 3

## Análise Elétrica

### 3.1 Introdução

Dado um ponto de operação qualquer, este, sob o aspecto elétrico, é dito seguro somente na ausência de congestionamentos<sup>1</sup> cujas presenças são facilmente constatadas por meio de estudos de análise elétrica calcados, no caso desta dissertação de Mestrado em particular, em um Modelo de Fluxo de Carga Linearizado ou Fluxo DC.

Dada a importância deste tipo de estudo nas adaptações propostas no **Capítulo 1** para o mecanismo *spot price* que, por sua vez, permitir-lhe-ão lidar com os danos causados tanto pela presença de um ou mais congestionamentos como pela perda de um ou mais ramos, seguiremos então, com as descrições do sistema hidrotérmico ( transmissão apenas ) em estudo e do modelo matemático adotado.

### 3.2 Dados de Transmissão

Descreve-se por meio da **Fig. 3.1** o sistema hidrotérmico que irá ser adotado por esta dissertação de Mestrado. Trata-se de um exemplo meramente didático cujos dados de transmissão se encontram disponibilizados por meio da **Tab. 3.1**.

### 3.3 Modelo

Dado um sistema elétrico de potência qualquer, os seus componentes podem ser arranjados em dois grupos: ( **1** ) os que estão conectados entre um nó qualquer e o nó-terra tais como os geradores, as cargas, os reatores e capacitores *shunt* e ( **2** ) os que estão conectados entre dois nós quaisquer tais como as linhas de transmissão, os transformadores e outros componentes de controle.

---

<sup>1</sup>Gerenciamento pelo lado da demanda, expansão do sistema de transmissão e a adoção de pontos de operação robustos são alguns dos exemplos de medidas que podem ser tomadas no sentido de amenizar os danos causados pela presença de congestionamentos no sistema em estudo;

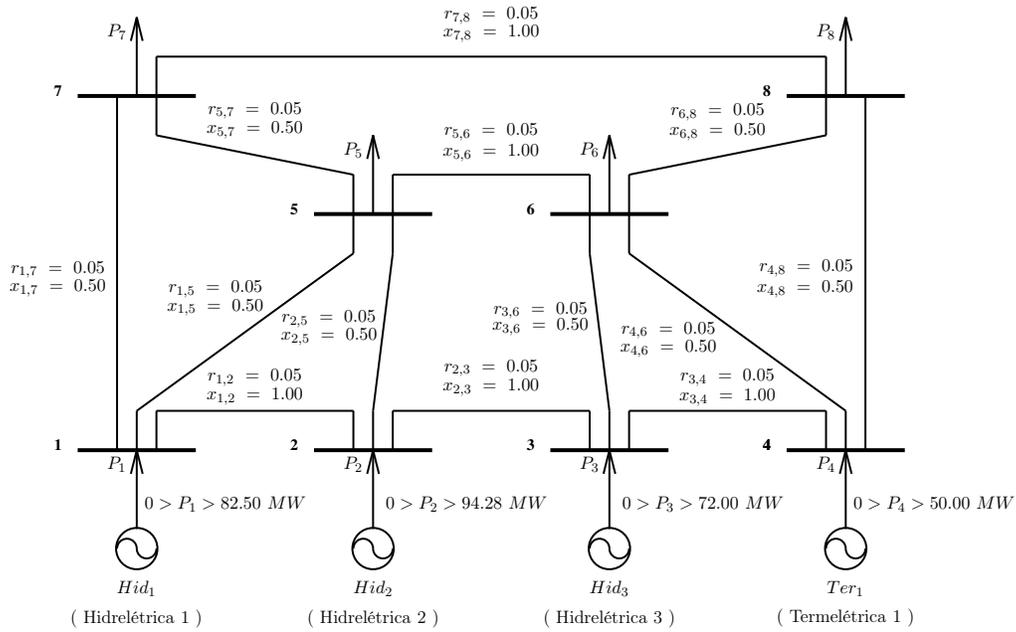


Figura 3.1: Diagrama Unifilar do Sistema Hidrotérmico em Estudo

Índice	Nó		Parâmetros [ pu ]		Fluxo Máximo [ pu ]
	k ( origem )	m ( destino )	$r_l$ ou $r_{km}$	$x_l$ ou $x_{km}$	$f_l^{max}$ ou $f_{k,m}^{max}$
1	1	2	0.05	1.00	0.5550
2	1	5	0.05	0.50	0.6221
3	1	7	0.05	0.50	0.6861
4	2	3	0.05	1.00	0.4279
5	2	5	0.05	0.50	0.6356
6	3	4	0.05	1.00	0.3510
7	3	6	0.05	0.50	0.7709
8	4	6	0.05	0.50	0.2554
9	4	8	0.05	0.50	0.5288
10	5	6	0.05	1.00	0.1700
11	5	7	0.05	0.50	0.2549
12	6	8	0.05	0.50	0.2734
13	7	8	0.05	1.00	0.1686

Tabela 3.1: Dados referentes ao Sistema de Transmissão.

Tem-se ainda, cada nó do sistema sendo definido por quatro parâmetros: ( **1** )  $V_k$  que corresponde à magnitude da tensão nodal verificada no  $k$ -ésimo nó, ( **2** )  $\theta_k$  que corresponde ao ângulo de fase da tensão nodal verificado no  $k$ -ésimo nó, ( **3** )  $P_k$  que corresponde à injeção líquida<sup>2</sup> de potência ativa verificada no  $k$ -ésimo nó e ( **4** )  $Q_k$  que corresponde à injeção líquida de potência reativa verificada no  $k$ -ésimo nó.

Dependendo dos parâmetros ditos como sendo conhecidos, definem-se três tipos de nós: ( **1** ) PQ (  $P_k$  e  $Q_k$ , conhecidos e  $V_k$  e  $\theta_k$ , a determinar ), ( **2** ) PV (  $P_k$  e  $V_k$ , conhecidos e  $Q_k$  e  $\theta_k$ , a determinar ) e ( **3** ) V $\theta$  (  $V_k$  e  $\theta_k$ , conhecidos e  $P_k$  e  $Q_k$ , a determinar ).

Os nós dos tipos PV e PQ correspondem, respectivamente, aos nós de geração<sup>3</sup> e de carga do sistema. Quanto ao nó<sup>4</sup> V $\theta$ , além de servir de referência angular para o sistema<sup>5</sup>, fornece o montante necessário para cobrir as perdas verificadas no sistema de transmissão, fechando-se, deste modo, o balanço de energia.

O estado<sup>6</sup> assim como de que maneira se dá o fluxo de energia elétrica em um dado sistema elétrico de potência qualquer são alguns dos pontos investigados em um estudo de fluxo de carga ( ou de potência ). Trata-se de uma abordagem estática uma vez que é definida por um conjunto de equações ( **Eq. 3.1** ) e inequações ( **Eq. 3.2** ) algébricas não-lineares que correspondem, respectivamente, às Leis de Kirchhoff e às restrições associadas à operação do sistema e aos limites físicos de seus componentes (Monticelli, 1983).

$$\begin{cases} P_k & = \sum_{m \in \Omega_k} P_{km}(V_k, V_m, \theta_k, \theta_m) \\ Q_k + Q_k^{sh}(V_k) & = \sum_{m \in \Omega_k} Q_{km}(V_k, V_m, \theta_k, \theta_m) \end{cases} \quad (3.1)$$

$$\begin{cases} V_k^{min} \leq V_k \leq V_k^{max} \\ Q_k^{min} \leq Q_k \leq Q_k^{max} \end{cases} \quad (3.2)$$

Onde,

- ▷  $k$ : 1, 2, 3, ..., N nós;
- ▷  $l_{k,m}$ : Corresponde ao ramo cujo o nó origem é dado pelo índice  $k$  e o destino, ao índice  $m$ ;
- ▷  $\Omega_k$ : Corresponde ao conjunto de nós vizinhos ao  $k$ -ésimo nó;
- ▷  $V_k, V_m$ : Dado um ramo  $l_{k,m}$  qualquer, correspondem, respectivamente, às magnitudes das tensões nodais verificadas nos nós  $k$  e  $m$ ;

<sup>2</sup>Estando um gerador e um consumidor quaisquer conectados a um mesmo nó, a injeção líquida de potência ativa corresponde à diferença entre o tanto que foi gerado e o tanto que foi consumido no já citado nó;

<sup>3</sup>Incluindo-se os compensadores síncronos, responsáveis pela manutenção dos perfis de tensão do sistema;

<sup>4</sup>Também conhecida como nó de referência, *swing* ou *slack*;

<sup>5</sup>A referência de magnitude de tensão é dada pelo nó-terra;

<sup>6</sup>Magnitude e ângulos de fase das tensões nodais;

- ▷  $\theta_k, \theta_m$ : Dado um ramo  $l_{k,m}$  qualquer, correspondem, respectivamente, aos ângulos de fase das tensões nodais verificados nós  $k$  e  $m$ ;
- ▷  $P_{km}$ : Corresponde ao fluxo de potência ativa verificado em um ramo  $l_{k,m}$  qualquer;
- ▷  $Q_{km}$ : Corresponde ao fluxo de potência reativa verificado em um ramo  $l_{k,m}$  qualquer;
- ▷  $Q_k^{sh}$ : Corresponde, em termos de reativos, ao montante entregue a um dado sistema elétrico de potência qualquer pelo elemento *shunt*<sup>7</sup> que se encontra conectado ao nó  $k$ ;
- ▷  $V_k^{min}$  e  $V_k^{max}$ : Correspondem, respectivamente, aos limitantes inferior e superior de magnitude de tensão do nó  $k$  ( somente para os do tipo **PQ** );
- ▷  $Q_k^{min}$  e  $Q_k^{max}$ : Correspondem, respectivamente, aos limitantes inferior e superior de injeção de potência reativa do nó  $k$  ( somente para os do tipo **PV** );

Estando a trabalhar, inicialmente, com um sistema composto apenas por geradores, ramos e cargas, tem-se um ramo  $l_{k,m}$  qualquer do sistema sendo caracterizado por meio de um modelo denominado de equivalente  $\pi$  que o define por meio de três parâmetros: ( **1** ) a resistência série  $r_{km}$ , ( **2** ) a reatância<sup>8</sup> série  $x_{km}$  e ( **3** ) a susceptância<sup>9</sup> *shunt*  $b_{km}^{sh}$ .

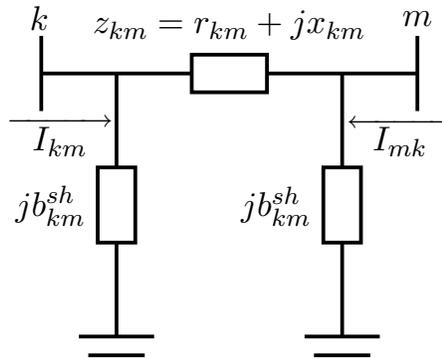


Figura 3.2: Equivalente  $\pi$  de um ramo  $l_{k,m}$  qualquer cujo o nó origem é dado por  $k$  e o destino, por  $m$

A impedância equivalente da associação em série  $z_{km}$  é dada pela **Eq. 3.4** enquanto que a admitância equivalente  $y_{km}$ , é dada pela **Eq. 3.5**:

<sup>7</sup>Reatores e capacitores. Sendo  $b_{sh}^k$  a susceptância *shunt* que se encontra conectada ao nó  $k$ , tem-se então  $Q_k^{sh}$  sendo definido de acordo com a **Eq. 3.3**:

$$Q_k^{sh} = b_{sh}^k V_k^2; \quad (3.3)$$

<sup>8</sup>Positiva caracterizando portanto, o efeito indutivo apresentado por um ramo qualquer do sistema. A corrente, ao percorrer um ramo qualquer do sistema, produzirá em torno dele um campo eletromagnético;

<sup>9</sup>Negativa caracterizando portanto, o efeito capacitivo apresentado por um ramo qualquer do sistema. Ramos e o nó-terra vistos como sendo as placas de um capacitor;

$$z_{km} = r_{km} + jx_{km} \quad (3.4)$$

$$y_{km} = \frac{1}{z_{km}} = g_{km} + jb_{km} = \frac{r_{km}}{r_{km}^2 + x_{km}^2} - j \frac{x_{km}}{r_{km}^2 + x_{km}^2} \quad (3.5)$$

A corrente  $I_{km}$  é dada em função das tensões terminais,  $\dot{E}_k$  e  $\dot{E}_m$ , e dos parâmetros do modelo equivalente  $\pi$ ,  $y_{km}$  e  $jb_{km}^{sh}$  :

$$I_{km} = \underbrace{y_{km}(\dot{E}_k - \dot{E}_m)}_{\text{Série}} + \underbrace{jb_{km}^{sh}\dot{E}_k}_{\text{Shunt}} \Leftrightarrow \begin{cases} \dot{E}_k = V_k e^{j\theta_k} \\ \dot{E}_m = V_m e^{j\theta_m} \end{cases} \quad (3.6)$$

De maneira análoga, tem-se  $I_{mk}$  sendo dada por:

$$I_{mk} = y_{km}(\dot{E}_m - \dot{E}_k) + jb_{km}^{sh}\dot{E}_m \quad (3.7)$$

Em se tratando da potência complexa  $S_{km}^*$ , esta é dada por:

$$S_{km}^* = P_{km} - jQ_{km}^{sh}\dot{E}_m = \dot{E}_k^* I_{km} = y_{km} V_k e^{-j\theta_k} (V_k e^{j\theta_k} - V_m e^{j\theta_m}) + jb_{km}^{sh} V_k^2 \quad (3.8)$$

Os fluxos ativo  $P_{km}$  e reativo  $Q_{km}$  correspondem, respectivamente, às partes real e imaginária de  $S_{km}^*$ :

$$\underbrace{\theta_{km} = (\theta_k - \theta_m)}_{\text{( Abertura Angular )}} \Leftrightarrow \begin{cases} P_{km} = V_k^2 g_{km} - V_k V_m g_{km} \cos \theta_{km} - V_k V_m b_{km} \sin \theta_{km} \\ Q_{km} = -V_k^2 (b_{km} + b_{km}^{sh}) + V_k V_m b_{km} \cos \theta_{km} - V_k V_m g_{km} \sin \theta_{km} \end{cases} \quad (3.9)$$

Analogamente, os fluxos ativo  $P_{mk}$  e reativo  $Q_{mk}$  são dados por:

$$\begin{cases} P_{mk} = V_m^2 g_{km} - V_k V_m g_{km} \cos \theta_{km} + V_k V_m b_{km} \sin \theta_{km} \\ Q_{mk} = -V_m^2 (b_{km} + b_{km}^{sh}) + V_k V_m b_{km} \cos \theta_{km} + V_k V_m g_{km} \sin \theta_{km} \end{cases} \quad (3.10)$$

Já com relação às perdas ativa  $P_{km}^{\text{perdas}}$  e reativa  $Q_{km}^{\text{perdas}}$  associadas ao sistema de transmissão, estas são dadas por:

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \text{Magnitude de tensão} \\
 \text{sobre } z_{km} \\
 P_{km}^{\text{perdas}} = P_{km} + P_{mk} = \overbrace{g_{km} (V_k^2 + V_m^2 - 2V_k V_m \cos \theta_{km})} \\
 = \underbrace{g_{km} |\dot{E}_k - \dot{E}_m|^2}_{\text{Ativos sobre } z_{km}} \\
 \\
 \text{Geração} \\
 \text{de reativos em } b_{km}^{sh} \\
 Q_{km}^{\text{perdas}} = Q_{km} + Q_{mk} = \underbrace{-b_{km}^{sh} (V_k^2 + V_m^2)}_{\text{Reativos}} - \overbrace{b_{km} (V_k^2 + V_m^2 - 2V_k V_m \cos \theta_{km})} \\
 = \underbrace{-b_{km}^{sh} (V_k^2 + V_m^2)}_{\text{Reativos}} - b_{km} |\dot{E}_k - \dot{E}_m|^2 \\
 \text{sobre } z_{km}
 \end{array} \right. \quad (3.11)$$

Em estudos de fluxo de carga, em razão das peculiaridades operacionais e físicas apresentadas por sistemas elétricos de potência de grande porte, observou-se que, quanto maiores forem os níveis de tensão, mais válidas são as aproximações que se encontram descritas abaixo:

$$\begin{aligned}
 V_k &\cong V_m \cong 1 \text{ pu} \\
 \theta \text{ pequeno} &\Leftrightarrow \sin \theta_{km} \cong \theta_{km} \text{ e } \cos \theta_{km} \cong 1 \\
 r_{km} \ll x_{km} &\Leftrightarrow b_{km} \cong -\frac{1}{x_{km}} \text{ e } g_{km} \cong 0
 \end{aligned} \quad (3.12)$$

Perceba que ao se aplicar a **Eq. 3.12** na **Eq. 3.13**:

$$\left\{ \begin{array}{l}
 P_{km} = V_k^2 g_{km} - V_k V_m g_{km} \cos \theta_{km} - V_k V_m b_{km} \sin \theta_{km} \\
 P_{mk} = V_m^2 g_{km} - V_k V_m g_{km} \cos \theta_{km} + V_k V_m b_{km} \sin \theta_{km}
 \end{array} \right. \quad (3.13)$$

Obtém-se:

$$P_{km} = -P_{mk} = x_{km}^{-1} \theta_{mk} = \frac{\theta_k - \theta_m}{x_{km}} \quad (3.14)$$

Repare que, de acordo com **Eq.3.14**, o fluxo de potência ativa  $P_{km}$  em um ramo qualquer do sistema é, aproximadamente, proporcional à sua abertura angular ( $\theta_k - \theta_m$ ) e se desloca no sentido do maior para o menor ângulo. Tal relação é similar àquela existente entre os fluxos de corrente e as quedas de tensão em um circuito de corrente contínua<sup>10</sup>. Em razão desta propriedade, desenvolveu-se um modelo denominado de Fluxo de Carga Linearizado ou Fluxo DC, capaz de estimar a um baixo custo computacional e a uma precisão satisfatória, de que maneira se dá a distribuição dos fluxos de

<sup>10</sup>A relação existente entre a tensão e a corrente verificada em um dado componente sendo alimentado por corrente contínua é linear - Lei de Ohm;

potência ativa em um sistema qualquer apresentando melhores resultados tanto maiores forem os níveis de tensão (Monticelli, 1983).

Dando continuidade à apresentação do Modelo de Fluxo DC, do sistema elétrico de potência proposto há pouco composto apenas por geradores, ramos e cargas, caracterizamos, apenas sob o aspecto ativo, os ramos por meio da **Eq. 3.14** restando portanto, os elementos externos, isto é, os geradores ( nós de geração ) e as cargas ( nós de carga ). Ambos são representados por meio de injeções líquidas de potência ativa e reativa. No entanto, a exemplo do que foi feito com os ramos, iremos caracterizá-los apenas sob o aspecto ativo logo, tem-se, de acordo com **Eq.3.15**, a injeção de potência ativa líquida verificada no  $k$ -ésimo nó do sistema em estudo, seja de geração ou de carga, sendo dada pela soma dos fluxos ativos que partem do mesmo:

$$P_k = \sum_{m \in \Omega_k} x_{km}^{-1} \theta_{km} \quad (3.15)$$

Observe que a **Eq.3.15** pode ser reescrita da seguinte forma:

$$P_k = \left( \sum_{m \in \Omega_k} x_{km}^{-1} \theta_k + \sum_{m \in \Omega_k} -x_{km}^{-1} \theta_m \right) \quad (3.16)$$

Que, por sua vez, admite a seguinte representação matricial:

$$\underline{\mathbf{P}} = \underline{\mathbf{B}} \underline{\boldsymbol{\theta}} \quad (3.17)$$

Onde,

- ▷  $\underline{\boldsymbol{\theta}}$ : Corresponde ao vetor composto pelos ângulos de fase das tensões verificadas nos nós;
- ▷  $\underline{\mathbf{P}}$ : Corresponde ao vetor composto pelas injeções líquidas de potência ativa verificadas nos nós;
- ▷  $\underline{\mathbf{B}}$ : Corresponde à matriz admitância nodal sendo dada por:

$$\underline{\mathbf{B}} = \underline{\mathbf{A}} \underline{\mathbf{X}}^{-1} \underline{\mathbf{A}}^T \quad (3.18)$$

Onde,

- ▷  $\underline{\mathbf{A}}$ : Corresponde à matriz incidência. Traz consigo informações sobre a configuração física do sistema elétrico de potência em estudo. Quanto às suas dimensões, estas serão definidas de acordo com o número de nós ( linhas de  $\underline{\mathbf{A}}$  ) e de ramos ( colunas de  $\underline{\mathbf{A}}$  ) presentes no sistema em análise. Já com relação aos seus elementos, têm-se:

$$A_{(k, l_{k,m})} = \begin{cases} 1, & \begin{cases} \text{Caso o nó } k \text{ corresponda ao nó origem do ramo } l_{k,m}. \\ \text{Exemplo: dado o elemento } A_{(1, l_{1,2})}, \text{ encontram-se} \\ \text{em estudo o nó } \mathbf{1} \text{ e o ramo } \mathbf{l_{1,2}}. \text{ Repare que o nó} \\ \mathbf{1} \text{ corresponde ao nó origem do ramo } \mathbf{l_{1,2}} \\ \text{logo, } A_{(1, l_{1,2})} = 1; \end{cases} \\ -1, & \begin{cases} \text{Caso o nó } k \text{ corresponda ao nó destino do ramo } l_{k,m}. \\ \text{Exemplo: dado o elemento } A_{(2, l_{1,2})}, \text{ encontram-se} \\ \text{em estudo o nó } \mathbf{2} \text{ e o ramo } \mathbf{l_{1,2}}. \text{ Repare que o nó} \\ \mathbf{2} \text{ corresponde ao nó destino do ramo } \mathbf{l_{1,2}} \\ \text{logo, } A_{(2, l_{1,2})} = -1; \end{cases} \\ 0, & \text{ caso não haja conexão entre os nós } k \text{ e } m. \end{cases} \quad (3.19)$$

Tomando por base o sistema elétrico de potência que se encontra descrito por meio da **Fig. 3.1**, a matriz **A** correspondente é dada por:

$k \backslash l_{k,m}$	$l_{1,2}$	$l_{1,5}$	$l_{1,7}$	$l_{2,3}$	$l_{2,5}$	$l_{3,4}$	$l_{3,6}$	$l_{4,6}$	$l_{4,8}$	$l_{5,6}$	$l_{5,7}$	$l_{6,8}$	$l_{7,8}$
1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	-1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	-1	0	1	1	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	-1	0	1	1	0	0	0	0
5	0	-1	0	0	-1	0	0	0	0	1	1	0	0
6	0	0	0	0	0	0	-1	-1	0	-1	0	1	0
7	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	1
8	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	-1	-1

(3.20)

▷ **X**: Corresponde à matriz reatância-série. Trata-se de uma matriz do tipo diagonal cuja diagonal principal irá receber os valores de reatância-série  $x_{km}$  dos ramos presentes no sistema em estudo. Tendo como base, novamente, o sistema elétrico de potência descrito pela **Fig. 3.1**, a matriz **X** correspondente é dada por:

$l_{k,m} \setminus l_{k,m}$	$l_{1,2}$	$l_{1,5}$	$l_{1,7}$	$l_{2,3}$	$l_{2,5}$	$l_{3,4}$	$l_{3,6}$	$l_{4,6}$	$l_{4,8}$	$l_{5,6}$	$l_{5,7}$	$l_{6,8}$	$l_{7,8}$
$l_{1,2}$	1.00	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$l_{1,5}$	0	0.50	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$l_{1,7}$	0	0	0.50	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$l_{2,3}$	0	0	0	1.00	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$l_{2,5}$	0	0	0	0	0.50	0	0	0	0	0	0	0	0
$l_{3,4}$	0	0	0	0	0	1.00	0	0	0	0	0	0	0
$l_{3,6}$	0	0	0	0	0	0	0.50	0	0	0	0	0	0
$l_{4,6}$	0	0	0	0	0	0	0	0.50	0	0	0	0	0
$l_{4,8}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0.50	0	0	0	0
$l_{5,6}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.00	0	0	0
$l_{5,7}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.50	0	0
$l_{6,8}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.50	0
$l_{7,8}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.00

(3.21)

Observe que, de acordo com a descrição de  $\mathbf{A}$  e de  $\mathbf{X}$ ,  $\mathbf{B}$  depende, única e exclusivamente, dos parâmetros elétricos e da topologia do sistema em estudo. Repare ainda que, de acordo com a **Eq. 3.17**, tendo-se se desprezado as perdas associadas à transmissão<sup>11</sup>, a soma dos componentes de  $\underline{\mathbf{P}}$  é nula, isto é, a injeção de potência ativa em um nó  $k$  qualquer do sistema pode ser obtida a partir da soma algébrica das demais caracterizando portanto, a singularidade de  $\mathbf{B}$ . Na tentativa de se contornar tal problema, elimina-se de  $\mathbf{B}$  a linha e a coluna que trazem consigo informações sobre o nó que serve de referência angular para o sistema ( nó  $V\Theta$  ), obtendo-se, deste modo, uma matriz não-singular<sup>12</sup> denominada de  $\mathbf{B}'$ .

Feitas as devidas considerações sobre a singularidade de  $\mathbf{B}$ , tem-se então o estado do sistema elétrico de potência descrito pela **Fig. 3.1** cuja referência angular é dada pelo nó  $\mathbf{1}$  sendo definido por meio de um novo conjunto de equações lineares dado por:

<sup>11</sup> Repare que, ao se aplicar a **Eq. 3.12** em **Eq. 5.6**, têm-se  $P_{km}^{perdas}$  e  $Q_{km}^{perdas}$ , aproximadamente, iguais a 0 ( zero );

<sup>12</sup> Repare que, ao eliminarmos a linha e a coluna de  $\mathbf{B}$  que trazem consigo informações sobre o nó  $V\Theta$ , estaremos eliminando de  $\mathbf{A}$  (  $\mathbf{A}^T$  ) a linha ( coluna ) referente ao nó  $V\Theta$ ;

$$\underbrace{\begin{pmatrix} p_2 \\ p_3 \\ p_4 \\ p_5 \\ p_6 \\ p_7 \\ p_8 \end{pmatrix}}_{\underline{\mathbf{P}'}} = \underbrace{\begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & -1 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 5 & 0 & -2 & 0 & -2 \\ -2 & 0 & 0 & 7 & -1 & -2 & 0 \\ 0 & -2 & -2 & -1 & 7 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 5 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & -2 & -1 & 5 \end{pmatrix}}_{\underline{\mathbf{B}'}} \underbrace{\begin{pmatrix} \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \\ \theta_5 \\ \theta_6 \\ \theta_7 \\ \theta_8 \end{pmatrix}}_{\underline{\Theta'}} \quad (3.22)$$

Manipulando de forma adequada as **Eqs. 3.17 e 3.18**, é possível ainda obter a relação existente entre os vetores fluxo  $\underline{\mathbf{f}}^{13}$  e injeção de potência  $\underline{\mathbf{P}}$  ativos onde  $\underline{\mathbf{H}}$  corresponde à matriz de sensibilidade<sup>14</sup>:

$$\underline{\mathbf{f}} = \underline{\mathbf{X}}^{-1} \underline{\mathbf{A}}^T \underbrace{\left[ \underline{\mathbf{A}} \underline{\mathbf{X}}^{-1} \underline{\mathbf{A}}^T \right]^{-1}}_{\underline{\Theta'}} \underline{\mathbf{P}'} = \underline{\mathbf{H}} \underline{\mathbf{P}'} \quad (3.23)$$

Tomando-se por base, mais uma vez, o sistema elétrico de potência descrito pela **Fig. 3.1** cuja referência angular é dada pelo nó **1**, tem-se a correspondente relação entre fluxos e injeções ativos sendo dada por:

$$\begin{pmatrix} f_{l_{1,2}} \\ f_{l_{1,5}} \\ f_{l_{1,7}} \\ f_{l_{2,3}} \\ \mathbf{f}_{l_{2,5}} \\ f_{l_{3,4}} \\ \mathbf{f}_{l_{3,6}} \\ f_{l_{4,6}} \\ f_{l_{4,8}} \\ f_{l_{5,6}} \\ f_{l_{5,7}} \\ f_{l_{6,8}} \\ f_{l_{7,8}} \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} -0.4091 & -0.2727 & -0.2273 & -0.1818 & -0.2273 & -0.1136 & -0.2045 \\ -0.3636 & -0.3939 & -0.3939 & -0.5303 & -0.4091 & -0.2879 & -0.3788 \\ -0.2273 & -0.3333 & -0.3788 & -0.2879 & -0.3636 & -0.5985 & -0.4167 \\ +0.1364 & -0.4242 & -0.2879 & -0.0152 & -0.2727 & -0.0530 & -0.2348 \\ +\mathbf{0.4545} & +\mathbf{0.1515} & +\mathbf{0.0606} & -\mathbf{0.1667} & +\mathbf{0.0455} & -\mathbf{0.0606} & +\mathbf{0.0303} \\ +0.0455 & +0.1818 & -0.2273 & +0.0000 & -0.0455 & -0.0227 & -0.1136 \\ +\mathbf{0.0909} & +\mathbf{0.3939} & -\mathbf{0.0606} & -\mathbf{0.0152} & -\mathbf{0.2273} & -\mathbf{0.0303} & -\mathbf{0.1212} \\ +0.0000 & +0.0303 & +0.3939 & -0.0152 & -0.1364 & +0.0152 & +0.1061 \\ +0.0455 & +0.1515 & +0.3788 & +0.0152 & +0.0909 & -0.0379 & -0.2197 \\ -0.0455 & -0.3030 & -0.3485 & +0.0606 & -0.4091 & -0.0379 & -0.3106 \\ +0.1364 & +0.0606 & +0.0152 & +0.2424 & +0.0455 & -0.3106 & -0.0379 \\ +0.0455 & +0.1212 & -0.0152 & +0.0303 & +0.2273 & -0.0530 & -0.3258 \\ -0.0909 & -0.2727 & -0.3636 & -0.0455 & -0.3182 & +0.0909 & -0.4545 \end{pmatrix}}_{\text{Matriz de Sensibilidade } \underline{\mathbf{H}} - \text{PRÉ-CONTINGÊNCIA}} \begin{pmatrix} \mathbf{P}_2 \\ \mathbf{P}_3 \\ \mathbf{P}_4 \\ \mathbf{P}_5 \\ \mathbf{P}_6 \\ \mathbf{P}_7 \\ \mathbf{P}_8 \end{pmatrix} \quad (3.24)$$

<sup>13</sup>  $f_{l_{k,m}} \in \underline{\mathbf{f}}$ .  $f_{l_{k,m}} = P_{km}$ ;

<sup>14</sup> Também denominada de matriz de participação. Repare que sendo  $\underline{\mathbf{B}} = \left[ \underline{\mathbf{A}} \underline{\mathbf{X}}^{-1} \underline{\mathbf{A}}^T \right]$  singular logo, não-inversível, deve-se, ao se determinar  $\underline{\mathbf{H}}$ , remover de  $\underline{\mathbf{A}}$  ( $\underline{\mathbf{A}}^T$ ) a linha (coluna) que traz consigo as informações referentes ao nó  $V\Theta$ ;

Observe que, de acordo com a **Eq. 3.24**, cada elemento<sup>15</sup> de **H** expressa com quanto um certo nó  $k$  qualquer do sistema, seja de geração ou de carga, contribui na composição do fluxo ativo verificado em um dado ramo  $l_{k,m}$  qualquer. Repare ainda que, a exemplo de **B**, **H** também depende, única e exclusivamente, dos parâmetros e da topologia do sistema em estudo. Havendo alterações, seja de parâmetros ou de topologia, uma nova matriz **H** deve ser determinada. Desejando demonstrar a influência exercida por alterações no sistema em estudo sobre o fluxo ativo verificado em um ramo qualquer, simulamos a perda do ramo  $l_{2,5}$ . Perda esta que resultou, por exemplo, em um aumento<sup>16</sup> de 41.66 % na participação de  $p_2$  na composição do fluxo ativo verificado no ramo  $l_{3,6}$  como podemos observar por meio das **Eqs. 3.24 e 3.25**:

$$\begin{pmatrix} f_{l_{1,2}} \\ f_{l_{1,5}} \\ f_{l_{1,7}} \\ f_{l_{2,3}} \\ f_{l_{3,4}} \\ \mathbf{f}_{l_{3,6}} \\ f_{l_{4,6}} \\ f_{l_{4,8}} \\ f_{l_{5,6}} \\ f_{l_{5,7}} \\ f_{l_{6,8}} \\ f_{l_{7,8}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.6818 & -0.3636 & -0.2636 & -0.0818 & -0.2545 & -0.0773 & -0.2227 \\ -0.1636 & -0.3273 & -0.3673 & -0.6036 & -0.3891 & -0.3145 & -0.3655 \\ -0.1545 & -0.3091 & -0.3691 & -0.3145 & -0.3564 & -0.6082 & -0.4118 \\ +0.3182 & -0.3636 & -0.2636 & -0.0818 & -0.2545 & -0.0773 & -0.2227 \\ +0.1000 & +0.2000 & -0.2200 & -0.0200 & -0.0400 & -0.0300 & -0.1100 \\ \mathbf{+0.2182} & \mathbf{+0.4364} & \mathbf{-0.0436} & \mathbf{-0.0618} & \mathbf{-0.2145} & \mathbf{-0.0473} & \mathbf{-0.1127} \\ +0.0182 & +0.0364 & +0.3964 & -0.0218 & -0.1345 & +0.0127 & +0.1073 \\ +0.0818 & +0.1636 & +0.3836 & +0.0018 & +0.0945 & -0.0427 & -0.2173 \\ -0.1727 & -0.3455 & -0.3655 & +0.1073 & -0.4218 & -0.0209 & -0.3191 \\ +0.0091 & +0.0182 & -0.0018 & +0.2891 & +0.0327 & -0.2936 & -0.0464 \\ +0.0636 & +0.1273 & -0.0127 & +0.0236 & +0.2291 & -0.0555 & -0.3245 \\ -0.1455 & -0.2909 & -0.3709 & -0.0255 & -0.3236 & +0.0982 & -0.4582 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_2 \\ p_3 \\ p_4 \\ p_5 \\ p_6 \\ p_7 \\ p_8 \end{pmatrix} \quad (3.25)$$

Matriz de Sensibilidade **H** - PÓS-CONTINGÊNCIA

Por fim, ressaltamos que o modelos apresentado neste capítulo foi implementado em MATLAB<sup>®</sup> ( versão 6.0 ).

<sup>15</sup>O mesmo que fator de sensibilidade ou de participação;

<sup>16</sup> $p_2$  de 9.09 passou a responder por 21.82 % do fluxo ativo verificado no ramo  $l_{3,6}$ .

## Capítulo 4

# Pré-Despacho Econômico ou Despacho Hidrotérmico

### 4.1 Introdução

Sistemas hidrotérmicos, isto é, sistemas cuja matriz energética é composta tanto por termelétricas<sup>1</sup> como por hidrelétricas, são extremamente dependentes do regime hidrológico de suas bacias hidrográficas. Imagine por exemplo que, de acordo com o planejamento energético, estamos prestes a encarar um período hidrológico úmido pouco favorável seguido de um período seco extremamente severo. Diante de tais perspectivas, repare que, dependendo de como iremos utilizar no presente a água, corremos o risco de estarmos encarando no futuro situações em que nos veremos sendo obrigados, por exemplo, a conviver com racionamentos de energia elétrica. Graças a este forte acoplamento espaço-temporal existente entre as decisões tomadas no presente e as que serão tomadas num futuro próximo sobre o uso<sup>2</sup> a ser dado à água, dizemos que os sistemas hidrotérmicos são dinâmicos. Característica esta que se desconsiderada, poderá gerar, em um futuro não muito distante, cenários ou de déficit<sup>3</sup> ou de desperdício<sup>4</sup> de energia elétrica. Ambos os cenários são acompanhados por um aumento<sup>5</sup> nos custos de produção e, con-

---

<sup>1</sup>Combustíveis fósseis, biomassa e nuclear;

<sup>2</sup>Quanto ao uso a ser dado à água, além da geração de energia elétrica, deverão ser considerados também o consumo humano, a irrigação ( agricultura ), a navegação ( transporte de pessoas e de mercadorias ) e entre outros;

<sup>3</sup>Como vimos há pouco, além dos racionamentos, medidas tais como redução da jornada de trabalho, criação de um sistema de rodízio de cortes de carga e de feriados fora de época, apesar de reduzirem o consumo de energia elétrica, inibem qualquer tentativa de alavancar a economia de qualquer país promovendo portanto, uma redução no poder aquisitivo da população em geral. No entanto, nem todas as medidas apresentam este tipo de caráter prejudicial. Um exemplo disto são os programas de conservação de energia elétrica pois conscientizam os consumidores sobre o porquê devemos evitar os desperdícios de energia elétrica;

<sup>4</sup>Atendendo à critérios de segurança, todo o excedente de água que não possa ser comportado pelo reservatório será jogado fora, isto é, será vertido. Logo, jogar-se-á fora água que poderia estar sendo usada para se gerar energia elétrica;

<sup>5</sup>No caso de haver pouca água, sensato seria reduzir a participação da planta hidráulica e, conseqüentemente, aumentar a da planta térmica no atendimento à demanda. Com uma participação mais significativa das termelétricas no atendimento à demanda, observa-se uma elevação nos custos totais e marginais em razão de seu custo ser superior ao apresentado pelas

seqüentemente, de operação devendo portanto, serem evitados. Repare ainda que, além do acoplamento espaço-temporal, considerações a respeito dos limites operacionais impostos tanto pela geração como pela transmissão também deverão ser levadas em conta ao definirmos um ponto de operação para o sistema hidrotérmico em estudo que nos permita atender, de forma ininterrupta e segura, a demanda global ao menor custo possível. Ponto de operação este que pode ser obtido, por exemplo, por meio de um modelo de despacho econômico clássico ( **DEC** ). No entanto, por não levar em consideração o acoplamento espaço-temporal nem o sistema de transmissão, forte é a probabilidade de gerarmos por meio deste modelo pontos de operação que podem não ser seguros tanto sob o aspecto energético ( tendem, em razão de seu baixo custo, a exaurir a planta hidráulica em detrimento da térmica ) como sob o elétrico ( incapacidade de lidar com os danos causados tanto pela presença de um ou mais congestionamentos como pela perda de um ou mais ramos ) logo, adaptações deverão ser incorporadas ao modelo de despacho econômico clássico. Adaptações estas que, por sua vez, tornarão o mecanismo *spot price* apto para lidar com sistemas hidrotérmicos e com danos causados tanto pela presença de um ou mais congestionamentos como pela perda de um ou mais ramos. Logo, seguiremos então com as descrições do sistema hidrotérmico em estudo ( geração apenas ) e da influência exercida pelas adaptações sobre o despacho do parque gerador e sobre os custos total e marginal.

## 4.2 Dados de Geração

Como mencionamos no **Item 4.1**, para o sistema hidrotérmico descrito por meio da **Fig. 3.1** cuja curva de demanda se encontra descrita por meio da **Fig. 4.1** e cujos dados de transmissão e de geração se encontram disponíveis, respectivamente, por meio das **Tab. 3.1** e **4.1**, desejamos obter um ponto de operação tal que nos permita atender a demanda global exigida em uma dada hora ao menor custo possível sem que para isso seja necessário negligenciar o acoplamento espaço-temporal e os limites impostos tanto pela geração como pela transmissão. Custo este cujo comportamento é dependente daqueles apresentados por dois conjuntos distintos de funções quadráticas:

---

hidrelétricas. Agora no caso que haver água em abundância, todas as vezes que vertemos, estaremos perdendo a oportunidade de ganhar algum dinheiro em cima da energia elétrica que poderia estar sendo gerada com a água que está sendo jogada fora;

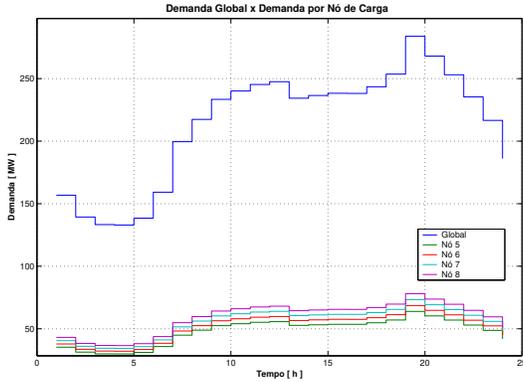


Figura 4.1: Curvas de Demanda

Quanto ao perfil exibido pela curva de demanda, este se aproxima do apresentado pelo sistema da Eletropaulo. Obteve-se, inicialmente, uma curva de valores médios com base nos dados de demanda dos dias 08/08 ( quarta ), 09/08 ( quinta ) e 10/08/01 ( sexta ) e, em seguida, dentre os já citados valores médios, a máxima demanda verificada ao longo do dia. Sendo conhecido o valor médio da máxima demanda, normalizou-se os demais valores em relação a este valor em particular. Dada a normalização, uma curva de fatores de carga pode ser obtida. Querendo trabalhar com curvas de demanda de comportamento similares e que se diferenciam entre

si apenas pelo seu deslocamento em relação ao eixo vertical, basta definir o nível de carregamento do sistema e realizar o produto deste valor pela curva de fatores de carga. Observe que o horário de ponta do sistema é das 18 às 20 h sendo o intervalo das 19 h o mais crítico ( demanda em 283.84 MW o que corresponde à 95 % de 298.78 MW, isto é, da máxima capacidade de geração do sistema em estudo ).

Usinas Hidrelétricas		
Função de Perdas Totais em Hidrelétricas	Hid <sub>1</sub>	$f_1(p_{1,t}) = 0.0044p_{1,t}^2 - 0.3059p_{1,t} + 6.7043$
	Hid <sub>2</sub>	$f_2(p_{2,t}) = 0.0027p_{2,t}^2 - 0.2347p_{2,t} + 6.7875$
	Hid <sub>3</sub>	$f_3(p_{3,t}) = 0.0039p_{3,t}^2 - 0.2486p_{3,t} + 5.1120$
Limites [ MW ]	Hid <sub>1</sub>	$18.0000 \leq p_{1,t} \leq 82.5000$
	Hid <sub>2</sub>	$10.0000 \leq p_{2,t} \leq 94.2800$
	Hid <sub>3</sub>	$8.0000 \leq p_{3,t} \leq 72.0000$
Meta [ MW ]	Hid <sub>1</sub>	1491.1940
	Hid <sub>2</sub>	1704.1190
	Hid <sub>3</sub>	1301.4060
Usinas Termelétricas		
Função Custo Térmico	Ter <sub>1</sub>	$f_4(p_{4,t}) = 0.0018p_{4,t}^2 + 9.2200p_{4,t} + 630.0000$
Limites	Ter <sub>1</sub>	$10.0000 \leq p_{4,t} \leq 50.0000$

Tabela 4.1: Dados referentes ao Parque Gerador.

As usinas hidrelétricas **Hid<sub>1</sub>**, **Hid<sub>2</sub>** e **Hid<sub>3</sub>** têm seus perfis montados em cima dos apresentados, respectivamente, pelas Usinas de Canoas II ( 3 unidades ), de Jurumirim ( 2 unidades ) e de Salto Grande ( 4 unidades ). Observe ainda que, de acordo com os dados apresentados pela **Tab. 4.1**, trata-se de um sistema hidrotérmico onde forte é a presença hidráulica já que dos 298.78 MW ( termelétrica + hidrelétrica ) que poderão vir a ser disponibilizados ao sistema, 83.27 % virá da planta hidráulica, isto é, das hidrelétricas. Já com relação à termelétrica **Ter<sub>1</sub>**, baseada no perfil de uma das termelétricas estudadas em (de Oliveira, 1999).

▷ O primeiro será composto pelas funções custo térmico  $f_i(p_{i,t})$ ;

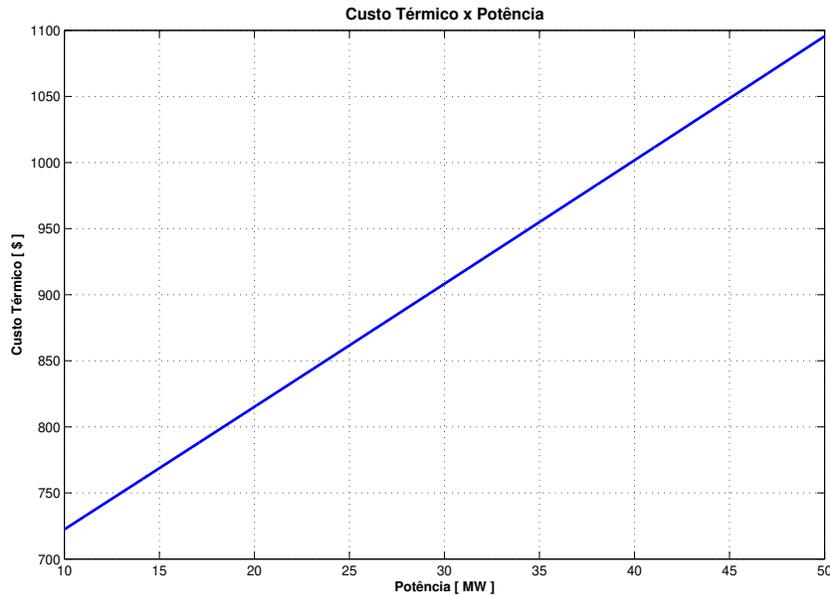


Figura 4.2: Curva Custo Térmico x Potência em MW

Para o sistema hidrotérmico descrito por meio da **Fig. 3.1**, observe que, de acordo com a **Fig. 4.2**, a influência exercida pelo montante ativo entregue pela termelétrica **Ter<sub>1</sub>**, a única do sistema, sobre o seu custo é descrita por uma função quadrática de comportamento bastante suave ( quase linear ). Repare ainda que o mínimo global da curva se encontra fora da faixa de operação da termelétrica **Ter<sub>1</sub>** ( respectivamente, de 10 a 50 MW ).

▷ O segundo, pelas funções custo com perdas totais em hidrelétricas  $f_j(p_{j,t})$ .

A função custo com perdas hidráulicas totais  $f_j(p_{j,t})$  é dada pelo produto de uma constante  $v$  pela função de perdas totais em hidrelétricas  $f_j^{perdas}(p_{j,t})$  associada à  $j$ -ésima hidrelétrica em uma dada hora  $t$ .

$$f_j(p_{j,t}) = v f_j^{perdas}(p_{j,t}) = v( a_j p_{j,t}^2 + b_j p_{j,t} + c_j ) \quad (4.1)$$

Onde,

▷  $v$ : Corresponde ao valor a ser pago pela energia entregue ao sistema pelas hidrelétricas [ \$/MWh ];

Optou-se por fixar  $v$  em **10.6308 [ \$/MW ]**. Quanto à definição deste valor, adotou-se o seguinte procedimento: para o sistema descrito pela **Fig. 3.1** cujo ponto de operação para uma dada hora será obtido por meio do modelo descrito através da **Eq. 4.3**, enquanto o multiplicador de Lagrange associado à restrição de atendimento da demanda,  $\lambda(t)$ , não se estabilizar, isto é, tornar-se constante, deve-se incrementar  $v$  de  $\Delta v$  ( $v$  e  $\Delta v > 0$ ). Logo, para um sistema hidrotérmico qualquer,  $v$  corresponde ao maior custo ( marginal ) com produção ( e, conseqüentemente, com operação ) que poderá se observar ao longo de todo o horizonte de estudo.

$\geq f_j^{perdas}(p_{j,t})$ : Define-se a função de perdas totais em hidrelétricas  $f_j^{perdas}(p_{j,t})$  como sendo aquela dada pela soma das influências exercidas pelas perdas mais significativas sobre a operação da  $j$ -ésima hidrelétrica, isto é, pelas perdas por canal de fuga, hidráulicas e por rendimento do conjunto turbina-gerador.

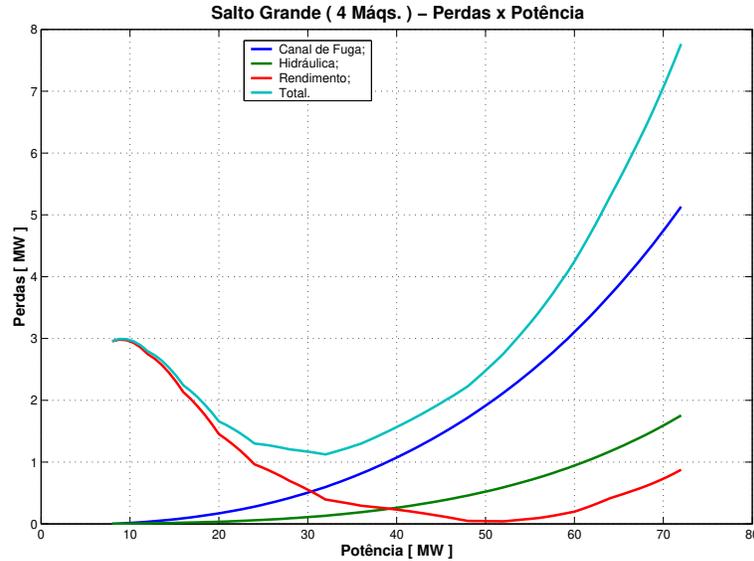


Figura 4.3: Usina Hidrelétrica de Salto Grande: Curva de Perdas  $\times$  Potência

De acordo com a **Fig. 4.3**, elaborada com base nos dados da Usina de Salto Grande<sup>6</sup>, observe que cada uma das perdas citadas há pouco tem o seu comportamento (de forma mais ou menos acentuada) regido por uma função quadrática. Repare ainda que (1) a curva que representa as **perdas totais em hidrelétricas**, ao contrário da descrita pela **Fig. 4.2**, caracteriza bem o comportamento a ser apresentado por uma função quadrática e que (2) o mínimo global da função de perdas totais em hidrelétricas e, conseqüentemente, da função custo com perdas totais em hidrelétricas encontra-se, em geral, dentro da faixa de operação da hidrelétrica em estudo (no caso da Usina de Salto Grande, de 8 a 72 MW).

Dadas as nuances apresentadas pelas funções custo térmico  $f_i(p_{i,t})$  e custo com perdas totais em hidrelétricas  $f_j(p_{j,t})$ , segundo a **Fig. 4.4**, ao analisar o comportamento apresentado por ambas sob a ótica do custo marginal<sup>7</sup>, observou-se que, ao atender a todo e qualquer aumento de demanda, deve-se dar preferência à hidrelétrica em detrimento da termelétrica uma vez que a primeira se mostrou muito mais barata que a última. Por exemplo, por meio de uma hidrelétrica (no caso, a de Salto Grande), a um custo (marginal) em torno de 1.50 [\$/MW], é possível fornecer ao sistema 50 MW. Já por

<sup>6</sup>De acordo com **Tab. 4.1**, corresponde à usina hidrelétrica **Hid3**;

<sup>7</sup>Para uma dada hora  $t$ , tomando como exemplo a  $i$ -ésima termelétrica do sistema em estudo, define-se o seu respectivo

custo marginal  $\lambda_t$  por meio de 
$$\frac{\partial \left\{ \left[ \sum_{i=1}^G f_i(p_{i,t}) + \sum_{j=1}^H f_j(p_{j,t}) \right] + \left[ \lambda_t \left( d_t - \left( \sum_{i=1}^G p_{i,t} + \sum_{j=1}^H p_{j,t} \right) \right) \right] \right\}}{\partial p_{i,t}} = 0$$
 sendo dado portanto em [\$/MW]. Representa, em termos práticos, o quanto custaria ao agente responsável pela  $i$ -ésima termelétrica para atender um novo consumidor;

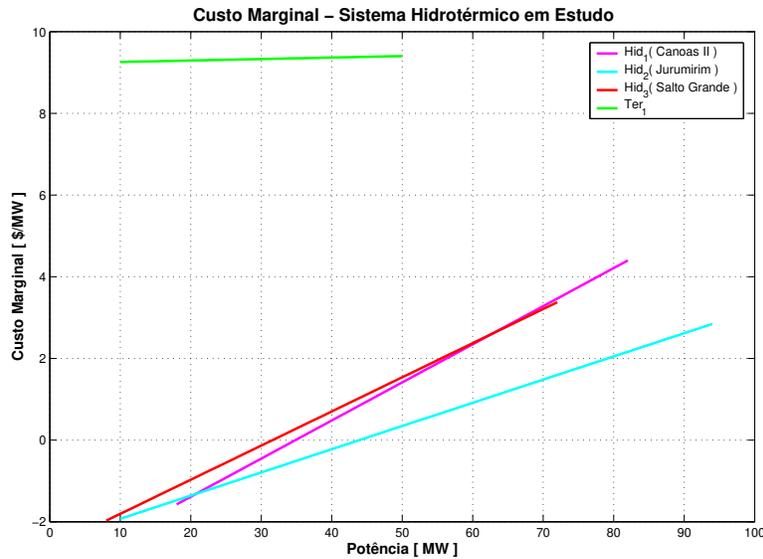


Figura 4.4: Custo Marginal  $\times$  Potência em MW

meio de uma termelétrica, para se disponibilizar o mesmo montante, seriam necessários algo em torno de 9.40 [ \$/MW ]. Resumindo, a termelétrica chega a ser 627.67 % mais cara que uma hidrelétrica. Como o preço a ser atribuído à energia elétrica entregue é regido pelo custo marginal apresentado pela unidade geradora mais cara do sistema, deve-se dar preferência aos modelos de otimização que, desde que o acoplamento espaço-temporal seja respeitado, tendem a exaurir a capacidade das hidrelétricas em detrimento das termelétricas.

Caso houvesse apenas a preocupação de se atender a demanda exigida pelo sistema e de se respeitar os limites operacionais dos geradores, despacharíamos o parque gerador de acordo com o comportamento apresentado pela curva descrita pela **Fig. 4.5**. Quanto à presença de custos marginais negativos, observe que estando o sistema a exigir, em termos de demanda, algo em torno de 46 e de 125 MW, todos os geradores se encontram em um ponto de operação bem aquém de suas condições nominais onde baixa é a produtividade ( em especial, das hidrelétricas ) devendo ser portanto evitada<sup>8</sup>. Repare ainda que para níveis de geração<sup>9</sup> inferiores a 258.78 MW, qualquer novo consumidor que vier se conectar ao sistema, será atendido, única e exclusivamente, pelas hidrelétricas no entanto, para os superiores a 258.78 MW, este será atendido, também de forma única e exclusiva, pelo gerador mais caro do sistema, isto é, pela termelétrica<sup>10</sup> uma vez que, em termos de capacidade de geração, ter-se-á exaurido a planta hidráulica.

<sup>8</sup>É como se os agentes responsáveis pelas unidades de geração pagassem para não operar nesta região onde baixa é a produtividade;

<sup>9</sup>86.61 % de 298.78 MW;

<sup>10</sup>Ao depender unicamente de uma termelétrica para suprir qualquer novo consumidor que venha se conectar ao sistema, verificou-se um aumento de 148 % no custo marginal já que de 4.47 subiu para 9.26 [ \$/MW ];

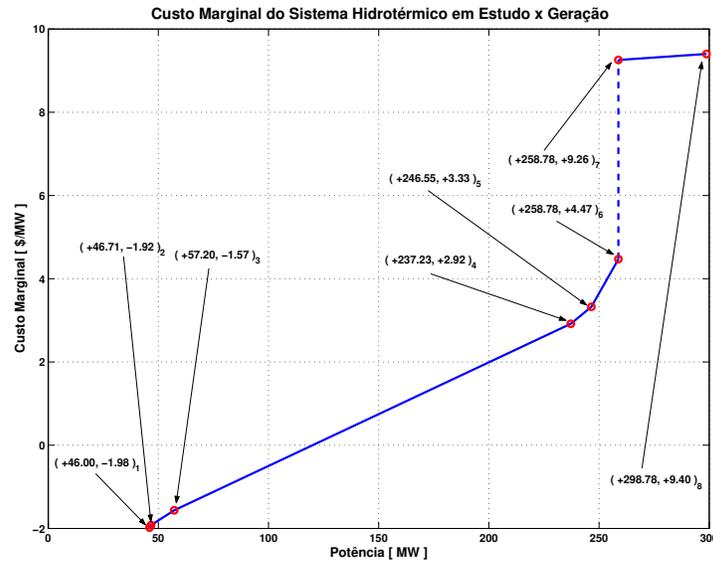


Figura 4.5: Custo Marginal × Geração

### 4.3 Restrições de Meta Energética ou de Geração ( Caso Base )

Tal como descrito por meio da **Eq. 4.2**, através de um modelo de despacho econômico clássico ( **DEC** ) é possível obter, para uma dada hora, um ponto de operação tal que nos permita atender a demanda global ao menor custo possível sem que para isso seja necessário negligenciar os limites impostos pela geração. Cientes de que, em geral, a demanda global varia ao longo das 24 h de um dia qualquer, deve-se então, obter um ponto de operação para cada um dos 24 intervalos de 1 h, isto é, deve-se implementar um modelo de **DEC** para cada um dos 24 intervalos de 1 h. Entretanto, como mencionado no **Item 4.1**, tal modelo se mostrou inapropriado para lidar com sistemas hidrotérmicos já que, uma vez que as hidrelétricas apresentam um custo bem inferior ao das termelétricas, tende a exaurir a planta hidráulica em detrimento da térmica o que, por sua vez, sob o aspecto energético, pode não ser sensato logo, algum tipo de adaptação deve ser proposta. Adaptação esta que se resume a estipular, para cada uma das hidrelétricas presentes no sistema em estudo, o volume total de água ( montante total de energia elétrica ) que poderá ser deplecionado ( gerada ) dos seus ( em seus ) reservatórios ( conjuntos turbina-gerador ) ao final das 24 h de um dia qualquer, isto é, a impor uma meta energética ou de geração a cada uma das hidrelétricas presentes no sistema em estudo. Observe que, na prática, estaremos, por meio da imposição de restrições de meta energética ou de geração, restringindo o uso dos recursos hídricos ao longo das 24 h de um dia qualquer logo, devemos optar por um modelo que nos permita atender, para cada um dos 24 intervalos de 1h, a demanda global ao menor custo possível sem que para isso seja necessário negligenciar os limites impostos pela geração e, ao final das 24 h de um dia qualquer, a meta energética imposta a cada uma das hidrelétricas presentes no sistema em estudo, isto é, devemos optar por um modelo de pré-despacho econômico ou despacho hidrotérmico tal como descrito por meio da **Eq. 4.3**.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Minimizar} \quad \sum_{i=1}^G f_i(p_i) + \sum_{j=1}^H f_j(p_j) \\ \text{Sujeito a} \quad \left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^G p_i = d \quad (\lambda) \\ p_i^{\min} \leq p_i \leq p_i^{\max} \quad (\xi_i^{\min} \text{ e } \xi_i^{\max}) \\ p_j^{\min} \leq p_j \leq p_j^{\max} \quad (\xi_j^{\min} \text{ e } \xi_j^{\max}) \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (4.2)$$

Onde,

- ▷  $i = 1, 2, 3, \dots, G$  unidades termelétricas;
- ▷  $j = 1, 2, 3, \dots, H$  unidades hidrelétricas;
- ▷  $f_i(p_i)$ : Corresponde à função custo térmico referente à  $i$ -ésima termelétrica;
- ▷  $f_j(p_j)$ : Corresponde à função custo com perdas hidráulicas totais referente à  $j$ -ésima hidrelétrica;
- ▷  $p_i$ : Corresponde, em termos de potência ativa, ao montante entregue pela  $i$ -ésima termelétrica;
- ▷  $p_j$ : Corresponde, em termos de potência ativa, ao montante entregue pela  $j$ -ésima hidrelétrica;
- ▷  $d$ : Corresponde à demanda global do sistema em estudo;
- ▷  $\lambda$ : Corresponde ao multiplicador de Lagrange associado à restrição de atendimento à demanda;
- ▷  $p_i^{\min}$  e  $p_i^{\max}$ : Correspondem, em termos de capacidade de geração, aos limitantes inferior ( ou mínimo ) e superior ( ou máximo ) da  $i$ -ésima termelétrica;
- ▷  $p_j^{\min}$  e  $p_j^{\max}$ : Correspondem, em termos de capacidade de geração, aos limitantes inferior e superior da  $j$ -ésima hidrelétrica;
- ▷  $\xi_i^{\min}$  e  $\xi_i^{\max}$ : Correspondem, respectivamente, aos multiplicadores de Lagrange associados às restrições referentes aos limitantes inferior e superior de geração da  $i$ -ésima termelétrica;
- ▷  $\xi_j^{\min}$  e  $\xi_j^{\max}$ : Correspondem, respectivamente, aos multiplicadores de Lagrange associados às restrições referentes aos limitantes inferior e superior de geração da  $j$ -ésima hidrelétrica.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Minimizar} \\ \text{Sujeito a} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \sum_{t=1}^T \left[ \sum_{i=1}^G f_i( p_{i, t} ) + \sum_{j=1}^H f_j( p_{j, t} ) \right] \\ \sum_{i=1}^G p_{i, t} = d_t \text{ ou } d( t ) \quad ( \lambda_t \text{ ou } \lambda( t ) ) \\ \sum_{t=1}^T p_{j, t} = m_j \quad ( \mu_j ) \\ p_i^{min} \leq p_{i, t} \leq p_i^{max} \quad ( \xi_{i, t}^{min} \text{ e } \xi_{i, t}^{max} ) \\ p_j^{min} \leq p_{j, t} \leq p_j^{max} \quad ( \xi_{j, t}^{min} \text{ e } \xi_{j, t}^{max} ) \end{array} \right. \quad (4.3)$$

Onde,

- ▷  $t = 1, 2, 3, \dots, T$  horas;
- ▷  $i = 1, 2, 3, \dots, G$  unidades termelétricas;
- ▷  $j = 1, 2, 3, \dots, H$  unidades hidrelétricas;
- ▷  $f_i( p_{i, t} )$ : Para uma dada hora  $t$ , corresponde à função custo térmico referente à  $i$ -ésima termelétrica;
- ▷  $f_j( p_{j, t} )$ : Para uma dada hora  $t$ , corresponde à função custo com perdas hidráulicas totais referente à  $j$ -ésima hidrelétrica;
- ▷  $p_{i, t}$ : Para uma dada hora  $t$ , corresponde, em termos de potência ativa, ao montante entregue pela  $i$ -ésima termelétrica;
- ▷  $p_{j, t}$ : Para uma dada hora  $t$ , corresponde, em termos de potência ativa, ao montante entregue pela  $j$ -ésima hidrelétrica;
- ▷  $d_t$  ou  $d( t )$ : Para uma dada hora  $t$ , corresponde à demanda global do sistema em estudo;
- ▷  $\lambda_t$  ou  $\lambda( t )$ : Para uma dada hora  $t$ , corresponde ao multiplicador de Lagrange associado à restrição de atendimento à demanda;
- ▷  $m_j$ : Ao final de  $T$  horas, corresponde à meta energética imposta à  $j$ -ésima hidrelétrica;
- ▷  $\mu_j$ : Ao final de  $T$  horas, corresponde ao multiplicador de Lagrange associado à restrição de atendimento à meta energética;
- ▷  $p_i^{min}$  e  $p_i^{max}$ : Correspondem, em termos de capacidade de geração, aos limitantes inferior ( ou mínimo ) e superior ( ou máximo ) da  $i$ -ésima termelétrica;
- ▷  $p_j^{min}$  e  $p_j^{max}$ : Correspondem, em termos de capacidade de geração, aos limitantes inferior e superior da  $j$ -ésima hidrelétrica;

- ▷  $\xi_{i,t}^{min}$  e  $\xi_{i,t}^{max}$ : Para uma dada hora  $t$ , correspondem, respectivamente, aos multiplicadores de Lagrange associados às restrições referentes aos limitantes inferior e superior de geração da  $i$ -ésima termelétrica;
- ▷  $\xi_{j,t}^{min}$  e  $\xi_{j,t}^{max}$ : Para uma dada hora  $t$ , correspondem, respectivamente, aos multiplicadores de Lagrange associados às restrições referentes aos limitantes inferior e superior de geração da  $j$ -ésima hidrelétrica.

Para o sistema hidrotérmico descrito por meio da **Fig. 3.1** e cuja curva de demanda se encontra descrita por meio da **Fig. 4.1** e cujos dados de transmissão e de geração se encontram disponíveis, respectivamente, por meio das **Tab. 3.1** e **4.1**, observe que, de acordo com o que se encontra descrito por meio das **Tab. 4.2** e **4.3**, ao impormos ao sistema uma restrição de meta energética ou de geração, isto é, ao migrarmos do modelo de despacho econômico clássico para o de pré-despacho econômico ou despacho hidrotérmico:

- ▷ A planta térmica de 5.35 passou a responder por 12.35 % de toda a energia elétrica entregue ao sistema ao final das 24 h de um dia qualquer o que representou um aumento de 7.38 % no custo marginal  $\lambda_t$  ou  $\lambda(t)$  no período das 19 h e nos com produção ( e, conseqüentemente, com operação ) do sistema em estudo, de 11.04 %;

Na prática, repare que deixamos de gerar por meio das unidades de geração mais baratas do sistema, isto é, por meio das hidrelétricas **Hid<sub>2</sub>** e **Hid<sub>3</sub>** algo em torno de 383.73 MW que passaram a ser entregues pelas mais caras do sistema, ou seja, pela hidrelétrica **Hid<sub>1</sub>** ( considerada, dentre as hidrelétricas, como sendo a mais cara ) e pela termelétrica **Ter<sub>1</sub>** ( considerada, dentre as unidades de geração, como sendo a mais cara do sistema ) onde somente a última abocanhou 93.67 % deste montante.

- ▷ Tanto o despacho das hidrelétricas como o custo marginal  $\lambda_t$  ou  $\lambda(t)$  do sistema apresentaram, ao longo das 24 h de um dia qualquer, comportamentos similares ao da demanda global como podemos observar ao compararmos a **Fig. 4.6** com **Fig. 4.7** e a **Fig. 4.8** com **Fig. 4.9**.

Cenário	Custo com Produção [ \$ ]	$\lambda(t)$ [ \$/MWh ]		
		Horário de Ponta [ h ]		
		18	19	20
Sem Restrição de Meta Energética*	21830.89	3.9597	9.3476	9.2899
Com Restrição de Meta Energética†	24240.22	9.3871	10.0375	9.6439

Tabela 4.2: Influência META ENERGÉTICA: Custo com Produção e  $\lambda(t)$

\*Modelo de Despacho Econômico Clássico ( **DEC** ) cuja formulação genérica é dada pela **Eq. 4.2**. Neste caso, resolveu-se um modelo de **DEC** para cada um dos 24 intervalos de 1 h;

†Modelo de Pré-Despacho Econômico ou Despacho Hidrotérmico cuja formulação genérica é dada pela **Eq. 4.3**.

Montante entregue ao sistema em estudo ao final das 24 h de um dia qualquer: $\approx 5130.06$ MW								
Cenário	Montante Entregue por Unidade Presente no Sistema [ MW ]				Participação no Total Entregue ao Sistema [ % ]			
	Hid <sub>1</sub>	Hid <sub>2</sub>	Hid <sub>3</sub>	Ter <sub>1</sub>	Hid <sub>1</sub>	Hid <sub>2</sub>	Hid <sub>3</sub>	Ter <sub>1</sub>
Sem Meta Energética	1467.31	1965.45	1423.41	274.27	28.60	38.31	27.74	5.35
Com Meta Energética	1491.19	1704.12	1301.02	633.73	29.08	33.22	25.36	12.35

Tabela 4.3: Influência META ENERGÉTICA: Montante Entregue por Unidade de Geração

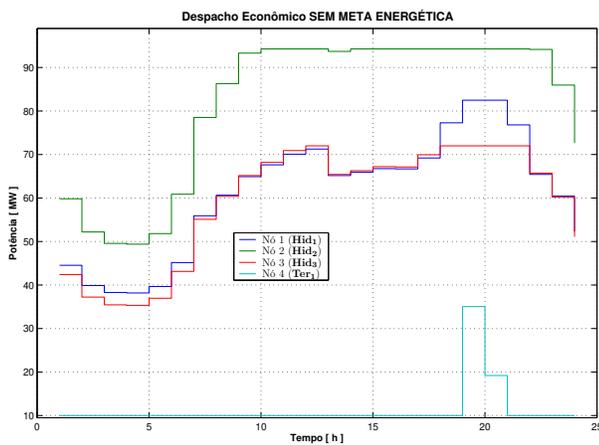


Figura 4.6: Despacho SEM Meta Energética

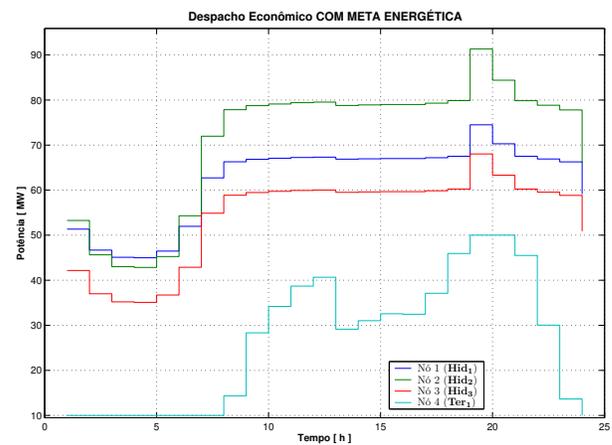
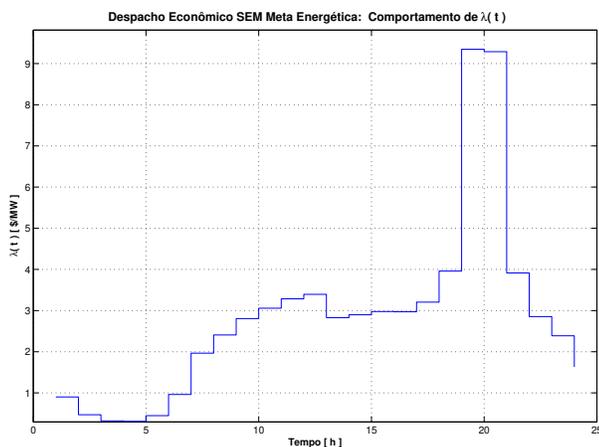
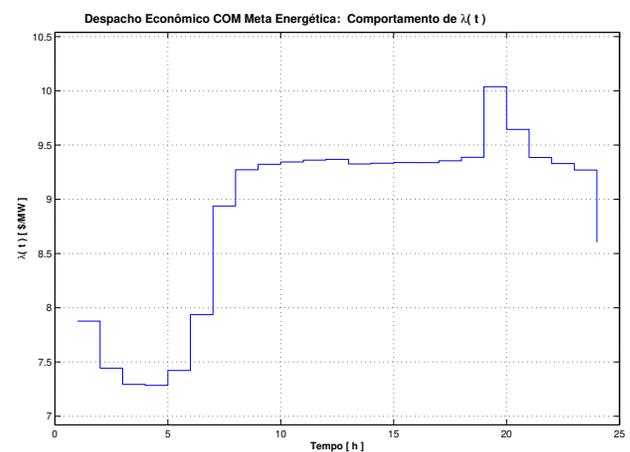


Figura 4.7: Despacho COM Meta Energética

Figura 4.8:  $\lambda(t)$  SEM Meta EnergéticaFigura 4.9:  $\lambda(t)$  COM Meta Energética

## 4.4 Restrições de Transmissão DC ou Pré-Contingência

Lidando apenas com os 24 pontos de operação propostos pelo modelo descrito por meio da Eq. 4.3, isto é, pelo modelo de pré-despacho econômico ou despacho hidrotérmico, de acordo com a Tab. 4.4, caso o sistema hidrotérmico em estudo os adote, apesar de nos permitir atender a demanda global exigida pelo sistema hidrotérmico em estudo em cada um dos 24 intervalos de 1 h sem que para isso tenhamos que desconsiderar tanto o acoplamento espaço-temporal como os limites operacionais do parque gerador, apenas aquele que corresponde ao intervalo das 19 h ( ponta do sistema ) se mostraria inseguro já que, de acordo com o estudo de análise elétrica, a presença de um congestionamento no ramo  $l_{2,5}$  seria constatada ( 5º coluna da 9º linha de Tab. 4.4 ).

Índice	Nó		Fluxo Máximo [ pu ]	Fluxo 19 h [ pu ]					
				Despacho Hidrotérmico*		Despacho Hidrotérmico com Restrições			
				Pré <sup>§</sup>	Pós <sup>¶</sup>	Pré-Contingência <sup>†</sup>		Pré e Pós-Contingência <sup>‡</sup>	
1	k	m	$f_{k,m}^{\max}$ ou $f_l^{\max}$	Pré <sup>§</sup>	Pós <sup>¶</sup>	Pré	Pós	Pré	Pós
1	1	2	0.5550	0.1578	0.5444	0.1238	0.4852	0.1225	0.4839
2	1	5	0.6221	0.3290	0.6126	0.3545	0.6195	0.3571	0.6221
3	1	7	0.6861	0.5737	0.6768	0.5869	0.6833	0.5894	0.6858
4	2	3	0.4279	0.1109	0.3687	0.0839	0.3247	0.0884	0.3292
<b>5</b>	<b>2</b>	<b>5</b>	<b>0.6022</b>	<b>0.6445</b>	-	<b>0.6022</b>	-	<b>0.6022</b>	-
6	3	4	0.3510	0.1881	0.2655	0.1890	0.2612	0.1874	0.2596
<b>7</b>	<b>3</b>	<b>6</b>	<b>0.7709</b>	<b>0.6031</b>	<b>0.7836</b>	<b>0.6058</b>	<b>0.7744</b>	<b>0.6023</b>	<b>0.7709</b>
8	4	6	0.2554	0.2269	0.2527	0.2278	0.2519	0.2275	0.2516
9	4	8	0.5288	0.4612	0.5128	0.4612	0.5093	0.4598	0.5080
10	5	6	0.1700	0.0902	0.0902	0.0857	0.0830	0.0884	0.0802
11	5	7	0.2549	0.2447	0.0642	0.2324	0.0638	0.2323	0.0637
12	6	8	0.2734	0.2343	0.2601	0.2333	0.2574	0.2323	0.2564
13	7	8	0.1686	0.0851	0.0077	0.0861	0.0138	0.0884	0.0162

Tabela 4.4: Análise Elétrica para o Intervalo das 19 h

\*Modelo de Despacho Hidrotérmico descrito por meio da Eq. 4.3;

†Modelo de Despacho Hidrotérmico com Restrições Pré-Contingência descrito por meio da Eq. 4.5;

‡Modelo de Despacho Hidrotérmico com Restrições Pré e Pós-Contingência descrito por meio da Eq. 4.8;

§Sistema em Pré-Contingência, isto é, anterior à perda do ramo  $l_{2,5}$ ;

¶Sistema em Pós-Contingência, isto é, posterior à perda do ramo  $l_{2,5}$ .

Na presença de um ou mais congestionamentos, faz-se necessário então redespachar a geração. Redespacho este que, regido pela Eq. 4.5, encontrar-se-á amarrado às restrições<sup>11</sup> pré-contingência, dadas

<sup>11</sup>Como já mencionado anteriormente, optamos por adotar o termo restrição pré-contingência em detrimento do termo restrição de transmissão DC. Observe ainda que tal restrição depende, dentre outros, de  $H_{n,m}$ . Diante de alterações físicas como, por exemplo, as provocadas pela perda de um ou mais ramos, uma nova matriz  $\mathbf{H}$  deverá ser montada o que, por sua

por meio da **Eq. 4.4**, cujas existências se resumem a condicionar o sistema em estudo a buscar por um novo ponto de operação tal que permita ramos como os que se encontram na situação do ramo  $l_{2,5}$  a atuarem dentro de suas faixas de trabalho, isto é, em respeito aos seus limites operacionais.

$$\left| \sum_{m \in M} H_{n, m} p_{m, t} \right| \leq f_n^{max} \quad (4.4)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Minimizar} \quad \sum_{t=1}^T \left[ \sum_{i=1}^G f_i(p_{i, t}) + \sum_{j=1}^H f_j(p_{j, t}) \right] \\ \text{Sujeito a} \quad \left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^G p_{i, t} = d_t \text{ ou } d(t) \quad (\lambda_t \text{ ou } \lambda(t)) \\ \sum_{t=1}^T p_{j, t} = m_j \quad (\mu_j) \\ \left| \sum_{m \in M} H_{n, m} p_{m, t} \right| \leq f_n^{max} \quad (\zeta_{n, t}^{min} \text{ e } \zeta_{n, t}^{max}) \\ p_i^{min} \leq p_{i, t} \leq p_i^{max} \quad (\xi_{i, t}^{min} \text{ e } \xi_{i, t}^{max}) \\ p_j^{min} \leq p_{j, t} \leq p_j^{max} \quad (\xi_{j, t}^{min} \text{ e } \xi_{j, t}^{max}) \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (4.5)$$

Onde,

- ▷  $t = 1, 2, 3, \dots, T$  horas;
- ▷  $i = 1, 2, 3, \dots, G$  unidades termelétricas;
- ▷  $j = 1, 2, 3, \dots, H$  unidades hidrelétricas;
- ▷  $f_i(p_{i, t})$ : Para uma dada hora  $t$ , corresponde à função custo térmico referente à  $i$ -ésima termelétrica;
- ▷  $f_j(p_{j, t})$ : Para uma dada hora  $t$ , corresponde à função custo com perdas hidráulicas totais referente à  $j$ -ésima hidrelétrica;
- ▷  $p_{i, t}$ : Para uma dada hora  $t$ , corresponde, em termos de potência ativa, ao montante entregue pela  $i$ -ésima termelétrica;
- ▷  $p_{j, t}$ : Para uma dada hora  $t$ , corresponde, em termos de potência ativa, ao montante entregue pela  $j$ -ésima hidrelétrica;
- ▷  $d_t$  ou  $d(t)$ : Para uma dada hora  $t$ , corresponde à demanda global do sistema em estudo;
- ▷  $\lambda_t$  ou  $\lambda(t)$ : Para uma dada hora  $t$ , corresponde ao multiplicador de Lagrange associado à restrição de atendimento à demanda;
- ▷  $m_j$ : Ao final de  $T$  horas, corresponde à meta energética imposta à  $j$ -ésima hidrelétrica;

- ▷  $\mu_j$ : Ao final de  $T$  horas, corresponde ao multiplicador de Lagrange associado à restrição de atendimento à meta energética;
- ▷  $n \in N$ ,  $l \in L$ ,  $N \subset L$  onde  $L$  corresponde ao conjunto composto por todos ramos presentes no sistema em estudo e  $N$ , ao composto por todos os elementos, isto é, por todos os ramos de  $L$  exceto por aqueles que não se encontram congestionados<sup>12</sup>;
- ▷  $m \in M$ ,  $k \in K$ ,  $M \subset K$  onde  $K$  corresponde ao conjunto composto por todos nós presentes no sistema em estudo e  $M$ , ao composto por todos os elementos, isto é, por todos os nós de  $K$  exceto por aquele que serve de referência para o sistema em estudo;
- ▷  $H_{n, m} \in \mathbf{H}$  onde  $\mathbf{H}$  corresponde à matriz de sensibilidade. Matriz esta que, como vimos no **Capítulo 3**, depende apenas da topologia e dos parâmetros do sistema em estudo. Já  $H_{n, m}$ , corresponde com quanto o  $m$ -ésimo nó ( $m \in M$ ) contribui na composição do fluxo ativo verificado no  $n$ -ésimo ramo ( $n \in N$ );
- ▷  $p_{m,t} \in \mathbf{P}_t$ , onde, para uma dada hora  $t$ ,  $\mathbf{P}_t$  corresponde ao vetor injeção ativa e  $p_{m,t}$ , à injeção ativa verificada no  $m$ -ésimo nó ( $m \in M$ );
- ▷  $f_n^{max} \in \mathbf{f}^{max}$  onde  $\mathbf{f}^{max}$  corresponde ao vetor máximo fluxo ativo e  $f_n^{max}$ , ao máximo fluxo ativo permitido pelo  $n$ -ésimo ramo ( $n \in N$ );
- ▷  $p_i^{min}$  e  $p_i^{max}$ : Correspondem, em termos de capacidade de geração, aos limitantes inferior ( ou mínimo ) e superior ( ou máximo ) da  $i$ -ésima termelétrica;
- ▷  $p_j^{min}$  e  $p_j^{max}$ : Correspondem, em termos de capacidade de geração, aos limitantes inferior e superior da  $j$ -ésima hidrelétrica;
- ▷  $\xi_{i,t}^{min}$  e  $\xi_{i,t}^{max}$ : Para uma dada hora  $t$ , correspondem, respectivamente, aos multiplicadores de Lagrange associados às restrições referentes aos limitantes inferior e superior de geração da  $i$ -ésima termelétrica;
- ▷  $\xi_{j,t}^{min}$  e  $\xi_{j,t}^{max}$ : Para uma dada hora  $t$ , correspondem, respectivamente, aos multiplicadores de Lagrange associados às restrições referentes aos limitantes inferior e superior de geração da  $j$ -ésima hidrelétrica.
- ▷  $\zeta_{n,t}^{min}$  e  $\zeta_{n,t}^{max}$ : Em uma dada hora  $t$ , correspondem, respectivamente, aos multiplicadores de Lagrange associados às restrições referentes aos limitantes inferior e superior de fluxo ativo do  $n$ -ésimo ramo.

Mais uma vez, fazendo uso do sistema hidrotérmico descrito por meio da **Fig. 3.1** e cuja curva de demanda se encontra descrita por meio da **Fig. 4.1** e cujos dados de transmissão e de geração

<sup>12</sup>Suponha que dos 24 pontos de operação propostos, três se mostraram inseguros: ( **1** ) às 18 h, em razão de um congestionamento no ramo  $l_{2, 5}$ , ( **2** ) às 19 h, em razão dos congestionamentos nos ramos  $l_{2, 5}$ ,  $l_{3, 6}$  e  $l_{1, 7}$  e ( **3** ) às 20 h, em razão dos congestionamentos nos ramos  $l_{2, 5}$  e  $l_{3, 6}$ . Repare que, de acordo com o que foi dito até o momento, para cada um dos intervalos ditos como sendo inseguros, temos  $N$  sendo dado de acordo com: ( **1** ) para o intervalo das 18 h,  $N_{18 h} = \{ l_{2, 5} \}$ , ( **2** ) para o intervalo das 19 h,  $N_{19 h} = \{ l_{2, 5}, l_{3, 6}, l_{1, 7} \}$  e ( **3** ) para o intervalo das 20 h,  $N_{20 h} = \{ l_{2, 5}, l_{3, 6} \}$ ;

se encontram disponíveis, respectivamente, por meio das **Tab. 3.1** e **4.1**, observe que, de acordo com o que se encontra descrito por meio da **Tab. 4.5**, ao incluímos uma restrição do tipo da descrita por meio da **Eq. 4.4** ao modelo descrito por meio da **Eq. 4.3**, isto é, ao migrarmos dos modelos de pré-despacho econômico ou despacho hidrotérmico para os de pré-despacho econômico ou despacho hidrotérmico com restrições pré-contingência, houve um aumento de 7.05% no custo marginal  $\lambda_t$  ou  $\lambda(t)$  no período das 19 h e nos com produção ( e, conseqüentemente, com operação ), inferior a 0.03 %. Ressalta-se ainda que os resultados apresentados na 2ª linha da **Tab. 4.5** foram obtidos mantendo-se a restrição<sup>13</sup> pré-contingência referente ao ramo  $l_{2,5}$ , dada pela **Eq. 4.6**, ao longo de todo o horário de ponta, isto é, das 18 às 20 h.

Cenário	Custo com Produção [ \$ ]	$\lambda(t)$ [ \$/MWh ]		
		Horário de Ponta [ h ]		
		18	19	20
Com Restrição de Meta Energética	24240.22	9.3871	10.0375	9.6439
Com Restrições de Meta Energética e de Pré-Contingência*	24246.35	9.3872	10.7446	9.6465

Tabela 4.5: Influência RESTRIÇÃO PRÉ-CONTINGÊNCIA: Custo com Produção e  $\lambda(t)$

\*Modelo descrito por meio da **Eq. 4.5**, isto é, pelo de pré-despacho econômico ou despacho hidrotérmico com restrições pré-contingência.

$$\left( \begin{array}{cccccc} +0.4545 & +0.1515 & +0.0606 & -0.1667 & +0.0455 & -0.0606 & +0.0303 \end{array} \right) \begin{pmatrix} p_{2,t} \\ p_{3,t} \\ p_{4,t} \\ p_{5,t} \\ p_{6,t} \\ p_{7,t} \\ p_{8,t} \end{pmatrix} \leq f_{l_{2,5},t}^{max}$$

Restrição PRÉ-CONTINGÊNCIA referente ao ramo  $l_{2,5}$

(4.6)

## 4.5 Restrições de Segurança ou Pós-Contingência

Lidando novamente com os 24 pontos de operação propostos pelo modelo descrito por meio da **Eq. 4.3**, isto é, pelo modelo de pré-despacho econômico ou despacho hidrotérmico, de acordo com a **Tab. 4.4**, caso o sistema hidrotérmico em estudo os adote, observe que, com a perda do ramo do  $l_{2,5}$ , apesar de nos permitir atender a demanda global exigida pelo sistema hidrotérmico em estudo em cada

<sup>13</sup>Com relação ao termo à esquerda, consiste, basicamente, em destacar de **Eq. 3.24** a linha que traz consigo informações sobre o ramo  $l_{2,5}$ ;

um dos 24 intervalos de 1 h sem que para isso tenhamos que desconsiderar tanto o acoplamento espaço-temporal como os limites operacionais do parque gerador, novamente apenas aquele que corresponde ao intervalo das 19 h ( ponta do sistema ) se mostraria inseguro já que, de acordo com o estudo de análise elétrica, a presença de um congestionamento, desta vez, no ramo  $l_{3,6}$  seria constatado ( 6° coluna da 11° linha de **Tab. 4.4** ).

Em razão do surgimento de um ou mais novos pontos de congestionamento, isto é, em razão dos danos causados pela perda de um ou mais ramos, faz-se necessário redespachar novamente a geração. Redespacho este que, regido, desta vez, pela **Eq. 4.8**, encontrar-se-á amarrado não só às restrições pré-contingência como também às restrições pós-contingência<sup>14</sup>, dadas por meio da **Eq. 4.7**, cujas existências se resumem a condicionar o sistema em estudo a buscar por um novo ponto de operação tal que permita ramos como os que se encontram na situação do ramo  $l_{3,6}$

- ▷  $f_j(p_j, t)$ : Para uma dada hora  $t$ , corresponde à função custo com perdas hidráulicas totais referente à  $j$ -ésima hidrelétrica;
- ▷  $p_i, t$ : Para uma dada hora  $t$ , corresponde, em termos de potência ativa, ao montante entregue pela  $i$ -ésima termelétrica;
- ▷  $p_j, t$ : Para uma dada hora  $t$ , corresponde, em termos de potência ativa, ao montante entregue pela  $j$ -ésima hidrelétrica;
- ▷  $d_t$  ou  $d(t)$ : Para uma dada hora  $t$ , corresponde à demanda global do sistema em estudo;
- ▷  $\lambda_t$  ou  $\lambda(t)$ : Para uma dada hora  $t$ , corresponde ao multiplicador de Lagrange associado à restrição de atendimento à demanda;
- ▷  $m_j$ : Ao final de  $T$  horas, corresponde à meta energética imposta à  $j$ -ésima hidrelétrica;
- ▷  $\mu_j$ : Ao final de  $T$  horas, corresponde ao multiplicador de Lagrange associado à restrição de atendimento à meta energética;
- ▷  $n \in N, l \in L, N \subset L$  onde  $L$  corresponde ao conjunto composto por todos ramos presentes no sistema em estudo e  $N$ , ao composto por todos os elementos, isto é, por todos os ramos de  $L$  exceto por aqueles que não se encontram congestionados;
- ▷  $m \in M, k \in K, M \subset K$  onde  $K$  corresponde ao conjunto composto por todos nós presentes no sistema em estudo e  $M$ , ao composto por todos os elementos, isto é, por todos os nós de  $K$  exceto por aquele que serve de referência para o sistema em estudo;
- ▷  $H_{n, m} \in \mathbf{H}$  onde  $\mathbf{H}$  corresponde à matriz de sensibilidade. Matriz esta que, como vimos no **Capítulo 3**, depende apenas da topologia e dos parâmetros do sistema em estudo. Já  $H_{n, m}$ , corresponde com quanto o  $m$ -ésimo nó ( $m \in M$ ) contribui na composição do fluxo ativo verificado no  $n$ -ésimo ramo ( $n \in N$ );
- ▷  $p_{m,t} \in \mathbf{P}_t$ , onde, para uma dada hora  $t$ ,  $\mathbf{P}_t$  corresponde ao vetor injeção ativa e  $p_{m,t}$ , à injeção ativa verificada no  $m$ -ésimo nó ( $m \in M$ );
- ▷  $f_n^{max} \in \mathbf{f}^{max}$  onde  $\mathbf{f}^{max}$  corresponde ao vetor máximo fluxo ativo e  $f_n^{max}$ , ao máximo fluxo ativo permitido pelo  $n$ -ésimo ramo ( $n \in N$ );
- ▷  $n^{crit} \in N^{crit}, N^{crit} \subset N$  onde  $N^{crit}$  corresponde ao conjunto composto por todos os ramos considerados pelo estudo de análise elétrica como sendo fortes candidatos a deixarem do sistema em razão de seu estado crítico;

Em estudos de análise elétrica, costuma-se levantar o comportamento apresentado pelo sistema em estudo diante da perda de, no máximo, dois ramos já que pouquíssima é a probabilidade de ocorrer a perda de mais de dois ramos simultaneamente.

- ▷  $\tilde{n} \in \tilde{N}$ ,  $\tilde{N} \subset L$  onde  $\tilde{N}$  corresponde, com a perda dos  $N^{crit}$  ramos, ao conjunto composto por todos os elementos, isto é, por todos os ramos de  $(L - N^{crit})$  exceto por aqueles que não se encontram congestionados<sup>15</sup>;
- ▷  $H_{\tilde{n}, m} \in \tilde{H}$  onde  $\tilde{H}$ , em razão das alterações na topologia do sistema em estudo provocadas pela perda dos  $N^{crit}$  ramos, corresponde à nova matriz de sensibilidade. Já  $\tilde{H}_{\tilde{n}, m}$ , corresponde com quanto o  $m$ -ésimo nó ( $m \in M$ ) contribui na composição do fluxo ativo verificado no  $\tilde{n}$ -ésimo ramo ( $\tilde{n} \in \tilde{N}$ );
- ▷  $f_{\tilde{n}}^{max} \in \mathbf{f}^{max}$  onde  $f_{\tilde{n}}^{max}$  corresponde ao máximo fluxo ativo permitido pelo  $\tilde{n}$ -ésimo ramo.
- ▷  $p_i^{min}$  e  $p_i^{max}$ : Correspondem, em termos de capacidade de geração, aos limitantes inferior ( ou mínimo ) e superior ( ou máximo ) da  $i$ -ésima termelétrica;
- ▷  $p_j^{min}$  e  $p_j^{max}$ : Correspondem, em termos de capacidade de geração, aos limitantes inferior e superior da  $j$ -ésima hidrelétrica;
- ▷  $\xi_{i,t}^{min}$  e  $\xi_{i,t}^{max}$ : Para uma dada hora  $t$ , correspondem, respectivamente, aos multiplicadores de Lagrange associados às restrições referentes aos limitantes inferior e superior de geração da  $i$ -ésima termelétrica;
- ▷  $\xi_{j,t}^{min}$  e  $\xi_{j,t}^{max}$ : Para uma dada hora  $t$ , correspondem, respectivamente, aos multiplicadores de Lagrange associados às restrições referentes aos limitantes inferior e superior de geração da  $j$ -ésima hidrelétrica.
- ▷  $\zeta_{n,t}^{min}$  e  $\zeta_{n,t}^{max}$ : Em uma dada hora  $t$ , correspondem, respectivamente, aos multiplicadores de Lagrange associados às restrições referentes aos limitantes inferior e superior de fluxo ativo do  $n$ -ésimo ramo.
- ▷  $\tilde{\zeta}_{\tilde{n},t}^{min}$  e  $\tilde{\zeta}_{\tilde{n},t}^{max}$ : Em uma dada hora  $t$ , correspondem, respectivamente, aos multiplicadores de Lagrange associados às restrições referentes aos limitantes inferior e superior de fluxo ativo do  $\tilde{n}$ -ésimo ramo.

Mais uma vez, fazendo uso do sistema hidrotérmico descrito por meio da **Fig. 3.1** e cuja curva de demanda se encontra descrita por meio da **Fig. 4.1** e cujos dados de transmissão e de geração se encontram disponíveis, respectivamente, por meio das **Tab. 3.1** e **4.1**, observe que, de acordo com o que se encontra descrito por meio da **Tab. 4.6**, ao incluirmos restrições do tipo das descritas por meio das **Eqs. 4.4** e **4.7** ao modelo descrito por meio da **Eq. 4.3**, isto é, ao migrarmos dos modelos de pré-despacho econômico ou despacho hidrotérmico para os de pré-despacho econômico ou despacho hidrotérmico com restrições pré e pós-contingência, houve um aumento de 7.66% no custo marginal  $\lambda_t$  ou  $\lambda(t)$  no período das 19 h e nos com produção ( e, conseqüentemente, com operação ), inferior a 0.03 %.

Repare ainda que, ao migrarmos dos modelos de pré-despacho econômico ou despacho hidrotérmico com restrições pré-contingência para os de pré-despacho econômico ou despacho hidrotérmico com

<sup>15</sup>Suponha que, com a perda do ramo  $l_{2,5}$ , dos 24 pontos de operação propostos, três se mostraram inseguros: ( **1** ) às 18 h, em razão de um congestionamento no ramo  $l_{3,6}$ , ( **2** ) às 19 h, em razão dos congestionamentos nos ramos  $l_{3,6}$  e  $l_{1,7}$  e ( **3** ) às 20 h, em razão de um congestionamento no ramo  $l_{3,6}$ . Repare que, de acordo com o que foi dito até o momento, para cada um dos intervalos ditos como sendo inseguros, temos  $\tilde{N}$  sendo dado de acordo com: ( **1** ) para o intervalo das 18 h,  $\tilde{N}_{18h} = \{ l_{3,6} \}$ , ( **2** ) para o intervalo das 19 h,  $\tilde{N}_{19h} = \{ l_{3,6}, l_{1,7} \}$  e ( **3** ) para o intervalo das 20 h,  $\tilde{N}_{20h} = \{ l_{3,6} \}$ ;

Cenário	Custo com Produção [ \$ ]	$\lambda(t)$ [ \$/MWh ]		
		Horário de Ponta [ h ]		
		18	19	20
Com Restrição de Meta Energética	24240.22	9.3871	10.0375	9.6439
Com Restrições de Meta Energética de Pré-Contingência	24246.35	9.3872	10.7446	9.6465
Com Restrições de Meta Energética e de Pré e Pós-Contingência*	24246.42	9.3871	10.8067	9.6468

Tabela 4.6: Influência RESTRIÇÕES PRÉ E PÓS-CONTINGÊNCIA: Custo com Produção e  $\lambda(t)$ 

\*Modelo descrito por meio da Eq. 4.8, isto é, pelo de pré-despacho econômico ou despacho hidrotérmico com restrições pré e pós-contingência.

restrições pré e pós-contingência, houve um aumento de 0.5780 % no custo marginal  $\lambda_t$  ou  $\lambda(t)$  no período das 19 h e nos com produção ( e, conseqüentemente, com operação ), inferior a 0.0003 %. Ressalta-se também que os resultados apresentados na 3ª da Tab. 4.6 foram obtidos: ( 1 ) incorporando-se ao modelo descrito por meio da Eq. 4.5, além da referente ao ramo  $l_{3,6}$ , restrições pós-contingência referentes aos ramos  $l_{1,5}$  e  $l_{1,7}$  já que, de acordo com a Tab. 4.4, qualquer variação superior a 1.55 % nos fluxos ativos verificados em ambos os ramos poderá levá-los ao estado de sobrecarga e ( 2 ) mantendo-se tanto a restrição pré-contingência referente ao ramo  $l_{2,5}$ , dada pela Eq. 4.6, como as restrições pós-contingência referentes aos ramos  $l_{1,5}$ ,  $l_{1,7}$  e  $l_{3,6}$ , dada pela Eq. 4.9, ao longo de todo o horário de ponta, isto é, das 18 às 20 h.

$$\left( \begin{array}{cccccc} -0.1636 & -0.3273 & -0.3673 & -0.6036 & -0.3891 & -0.3145 & -0.3655 \\ -0.1545 & -0.3091 & -0.3691 & -0.3145 & -0.3564 & -0.6082 & -0.4118 \\ +0.2182 & +0.4364 & -0.0436 & -0.0618 & -0.2145 & -0.0473 & -0.1127 \end{array} \right) \begin{array}{c} p_{2,t} \\ p_{3,t} \\ p_{4,t} \\ p_{5,t} \\ p_{6,t} \\ p_{7,t} \\ p_{8,t} \end{array} \leq \begin{array}{c} f_{l_{1,5},t}^{max} \\ f_{l_{1,7},t}^{max} \\ f_{l_{3,6},t}^{max} \end{array}$$

Restrições PÓS-CONTINGÊNCIA referentes aos ramos  $l_{1,5}$ ,  $l_{1,7}$  e  $l_{3,6}$

(4.9)

Ainda com relação às restrições pré e pós-contingência, observe também que, de acordo com a Tab. 4.4, somente com a inclusão restrições pré ( referente ao ramo  $l_{2,5}$  ) e pós-contingência ( referentes aos ramos  $l_{1,5}$ ,  $l_{1,7}$  e  $l_{3,6}$  ) ao modelo descrito por meio da Eq. 4.3 é que fomos capazes de eliminar os congestionamentos verificados no sistema em estudo em seus estados anterior ( 9ª coluna da 9ª linha da Tab. 4.4 ) e posterior ( 10ª coluna da 11ª linha da Tab. 4.4 ) à perda do ramo  $l_{2,5}$

Destaca-se ainda que, de acordo com a Tab. 4.7, independente do estado em que o sistema se

- DESVIO PERCENTUAL GERAÇÃO -

REFERÊNCIA: DESPACHO PROPOSTO PELO MODELO  
DESCRITO POR MEIO DA EQ. 4.3, ISTO É,  
PELO DE PRÉ-DESPACHO ECONÔMICO OU DESPACHO HIDROTÉRMICO

Modelos	Pré-Despacho Econômico ou Despacho Hidrotérmico com Restrições Pré-Contingência				Pré-Despacho Econômico ou Despacho Hidrotérmico com Restrições Pré e Pós-Contingência			
	t [ h ]	Hid <sub>1</sub>	Hid <sub>2</sub>	Hid <sub>3</sub>	Ter <sub>4</sub>	Hid <sub>1</sub>	Hid <sub>2</sub>	Hid <sub>3</sub>
1	0.6161	-0.8429	0.3147	0	0.6699	-0.8160	0.2153	0
2	0.6746	-0.9843	0.3630	0	0.7341	-0.9534	0.2498	0
3	0.6999	-1.0469	0.3826	0	0.7594	-1.0106	0.2622	0
4	0.7066	-1.0507	0.3765	0	0.7633	-1.0122	0.2568	0
5	0.6797	-0.9921	0.3629	0	0.7434	-0.9628	0.2461	0
6	0.6072	-0.8253	0.3092	0	0.6601	-0.7986	0.2115	0
7	0.5078	-0.6269	0.2418	0	0.5520	-0.6106	0.1695	0
8	0.4796	-0.5799	0.2242	0.0097	0.5208	-0.5642	0.1554	0.0160
9	0.4737	-0.5719	0.2243	0.0011	0.5176	-0.5569	0.1577	-0.0042
10	0.4755	-0.5727	0.2247	0	0.5156	-0.5521	0.1560	-0.0064
11	0.4713	-0.5676	0.2203	0.0047	0.5138	-0.5500	0.1503	0.0028
12	0.4728	-0.5677	0.2276	-0.0084	0.5159	-0.5524	0.1573	-0.0059
13	0.4749	-0.5705	0.2263	-0.0096	0.5163	-0.5541	0.1511	0.0051
14	0.4737	-0.5695	0.2235	-0.0029	0.5162	-0.5561	0.1542	0.0039
15	0.4726	-0.5708	0.2263	-0.0021	0.5131	-0.5541	0.1567	0.0015
16	0.4712	-0.5692	0.2256	-0.0018	0.5137	-0.5536	0.1559	0.0006
17	0.4720	-0.5688	0.2235	0.0003	0.5141	-0.5523	0.1540	0.0008
18	0.4702	-0.5651	0.2199	0.0028	0.5096	-0.5465	0.1507	0.0035
<b>19</b>	<b>-9.7491</b>	<b>11.3090</b>	<b>-4.5044</b>	<b>0</b>	<b>-10.6050</b>	<b>10.9599</b>	<b>-3.0985</b>	<b>0</b>
20	0.4109	-0.4854	0.1908	0	0.4502	-0.4690	0.1252	0
21	0.4703	-0.5675	0.2225	0.0037	0.5122	-0.5487	0.1542	-0.0011
22	0.4730	-0.5781	0.2295	0.0083	0.5150	-0.5550	0.1575	-0.0033
23	0.4789	-0.5792	0.2276	-0.0051	0.5176	-0.5592	0.1589	-0.0102
24	0.5368	-0.6834	0.2636	0	0.5838	-0.6644	0.1846	0

Tabela 4.7: Desvio Percentual GERAÇÃO

encontra ( se em pré ou em pós-contingência ), os montantes de energia elétrica entregues pelas hidrelétricas **Hid<sub>1</sub>** e **Hid<sub>3</sub>** sofreram aumentos em torno de, respectivamente, 0.5 a 0.2 % enquanto que o entregue pela hidrelétrica **Hid<sub>2</sub>** ( a mais barata ) sofreu uma redução em torno de 0.6 % ao longo dos 24 intervalos de 1 h exceto no 19<sup>o</sup> onde se observou, de uma forma mais acentuada, o contrário já que, enquanto que o entregue pela hidrelétrica **Hid<sub>2</sub>** sofreu um aumento em torno de 11 %, os entregues pelas hidrelétricas **Hid<sub>1</sub>** e **Hid<sub>3</sub>** sofreram, respectivamente, uma redução em torno de 10 e 3 %.

Por fim, ressalta-se que todos os modelos apresentados neste capítulo foram implementados em MATLAB<sup>®</sup> ( versão 6.0 ). Dentre as funções disponibilizadas, fizemos uso da função `fmincon`, uma das ferramentas que compõem o pacote *Optimization Toolbox*, desenvolvida, única e exclusivamente, para a resolução de problemas não-lineares restritos por meio do que chamamos de *Sequential Quadratic Programming* cuja implementação consiste de três etapas principais: ( **1** ) *Updating of the Hessian matrix of the Lagrangian function*, ( **2** ) *Quadratic programming problem solution* e ( **3** ) *Line search and merit function calculation*.

## Capítulo 5

# Mecanismo Calcado no Conceito *Spot Price* e Sistemas Hidrotérmicos

### 5.1 Introdução

Tal como proposto por (Schweppe et al., 1987), definir, para o  $k$ -ésimo nó e para a hora  $t$ , o respectivo custo marginal  $\rho_k(t)$  por meio de um mecanismo concebido com base no conceito de *spot price* consiste, basicamente, em resolver um modelo de despacho econômico clássico. Entretanto, desejando torná-lo apto para lidar com sistemas hidrotérmicos, fomos obrigados a migrar dos modelos de despacho econômico clássico (DEC) para os de pré-despacho econômico ou despacho hidrotérmico<sup>1</sup> (DH), como podemos observar por meio do diagrama de blocos que se encontra descrito por meio da **Fig. 5.1**. Observe que, na prática, estamos lidando com um tipo controlador à malha fechada.

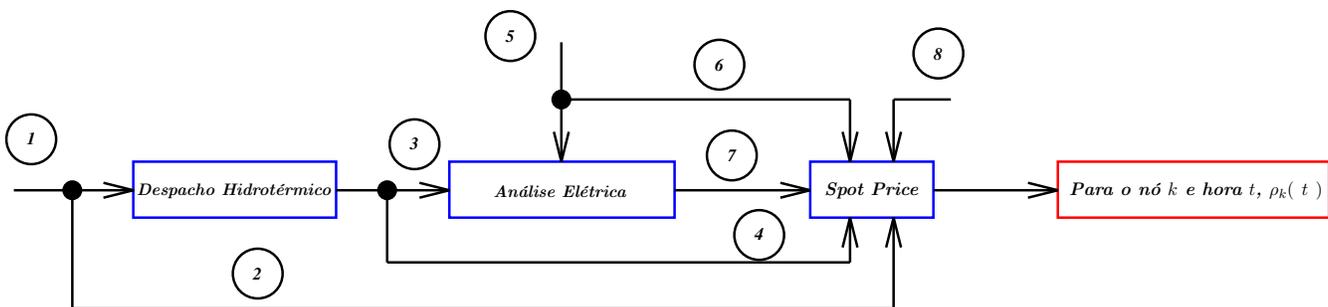


Figura 5.1: Mecanismo *Spot Price* dedicado aos Sistemas Hidrotérmicos

Onde,

<sup>1</sup>Incluindo os de despacho hidrotérmico com restrições pré-contingência e os de despacho hidrotérmico com restrições pré e pós-contingência;

- ▷ ( 1 ): Funções custo térmico e com perdas hidrelétricas, demanda global em uma dada hora  $t$ , meta energética ao final de  $T$  horas ( específico de usinas hidrelétricas ), limites operacionais das unidades de geração ( sejam elas termelétricas ou hidrelétricas );
- ▷ ( 2 ): Para uma dada hora  $t$ , a respectiva demanda global;
- ▷ ( 3 ): Para uma dada hora  $t$ , a respectiva injeção ativa nos nós de geração;
- ▷ ( 4 ): Para uma dada hora  $t$ , o respectivo multiplicador de Lagrange  $\lambda( t )$  associado à restrição de atendimento à demanda global;
- ▷ ( 5 ): Demanda ativa nos nós de carga em uma dada hora  $t$ , parâmetros ( resistência e reatância do ramos ) e limites operacionais do sistema de transmissão;
- ▷ ( 6 ): Parâmetros do sistema de transmissão;
- ▷ ( 7 ): Para uma dada hora  $t$ , fluxo ativo nos ramos, matriz de sensibilidade  $\mathbf{H}$ , conjunto dos prováveis eventos críticos que poderão ocorrer no sistema de transmissão;
- ▷ ( 8 ): Para uma dada hora  $t$ , nível de geração crítica do sistema.

## 5.2 Simplificações

Ao lidar com sistemas hidrotérmicos, fomos obrigados a migrar dos modelos de despacho econômico clássico para os de despacho hidrotérmico ( incluindo os de despacho hidrotérmico com restrições pré-contingência e os de despacho hidrotérmico com restrições pré e pós-contingência ). Na prática, tal mudança nos permitiu obter pontos de operação mais robustos o que, por sua vez, refletiu-se, em especial, sobre o o custo marginal com geração  $\lambda( t )$ . Desejando avaliar de que forma tal mudança se refletiu sobre  $\rho_k( t )$ , simplificações foram realizadas nos levando a redefiní-lo de acordo com:

$$\rho_k( t ) = \underbrace{\lambda( t ) + \gamma_{QS}( t )}_{\text{Geração}} + \underbrace{\eta_{L,k}( t ) + \eta_{QS,k}( t )}_{\text{Transmissão}} \quad (5.1)$$

Observe que, de acordo com a **Eq. 5.1**, foram levados em conta apenas os componentes que demonstraram ser fortemente dependentes do ponto de operação no qual o sistema em estudo se encontra desconsiderando portanto, os referentes ao retorno financeiro associados à geração  $\gamma_{QS}( t )$  e à transmissão  $\eta_{QS, k}( t )$ . Apesar de cientes de sua importância, ambos, tal como descritos por meio do **Capítulo 2**, encontram-se atrelados ao fator de multiplicação  $m$  que, por sua vez, é indiferente a qualquer alteração no estado em que o sistema em estudo se encontra já que se mantém constante ao longo das 8760 h de um ano qualquer.

### 5.2.1 Custo Marginal com Geração $\lambda( t )$

De acordo com a **Eq. 5.2**, corresponde ao multiplicador de Lagrange associado à restrição de atendimento da demanda global.

$$\sum_{i=1}^G p_{i,t} + \sum_{j=1}^H p_{j,t} = d( t ) \quad ( \lambda( t ) ) \quad (5.2)$$

Onde,

- ▷  $p_{i,t}$ : Para uma dada hora  $t$ , corresponde, em termos de potência ativa, ao montante entregue pela  $i$ -ésima usina termelétrica;
- ▷  $p_{j,t}$ : Para uma dada hora  $t$ , corresponde, em termos de potência ativa, ao montante entregue pela  $j$ -ésima usina hidrelétrica;
- ▷  $d( t )$ : Para uma dada hora  $t$ , corresponde à demanda global do sistema em estudo.

### 5.2.2 Custo Marginal com Reserva Girante $\gamma_{QS}( t )$

Optou-se, dentre as abordagens citadas ao longo do **Capítulo 2**, pela denominada de *Market Clearing based on Linear Demand Response* que o define de acordo com a **Eq. 5.3**:

$$\gamma_{QS}( t ) = \begin{cases} \lambda_{crit}( t ) \frac{[g_{crit,\gamma}( t ) - d_o( t )]}{d_o( t )\beta( t)} & , d( t ) \leq g_{crit,\gamma}( t ) < d_o( t ); \\ 0 & , \text{ caso contrário.} \end{cases} \quad (5.3)$$

Onde,

- ▷  $g_{crit,\gamma}( t )$ : Para uma dada hora  $t$ , corresponde ao nível de geração crítica do sistema em estudo;
- ▷  $\lambda_{crit}( t )$ : Para uma dada hora  $t$ , se  $d( t ) = g_{crit,\gamma}( t )$  então,  $\lambda_{crit}( t )$  corresponde ao multiplicador de Lagrange associado à restrição de atendimento de demanda global;
- ▷  $\beta( t ) < 0$ : Corresponde ao parâmetro de *demand elasticity*;

Segundo (Schweppe et al., 1987), expressa-se por meio de  $\beta( t )$  o quão sensível o consumo de energia elétrica é à tarifa de energia elétrica ( motivação financeira ).

- ▷  $d_o( t )$ : Para uma dada hora  $t$ , se  $d( t ) > g_{crit,\gamma}( t )$  então,  $d_o( t ) = d( t )$ .

### 5.2.3 Custo Marginal com Perdas Elétricas $\eta_{L,k}( t )$

Conforme nos foi apresentado no **Capítulo 2**, obtemos  $\eta_{L,k}( t )$  por meio da **Eq. 2.6**.

### 5.2.4 Custo Marginal com Congestionamentos $\eta_{QS,k}(t)$

De acordo com a **Eq. 5.4**,  $\eta_{QS,k}(t)$  é composto por 2 termos: o ( 1 ) primeiro denominado de *Network Quality of Supply Cost* e o ( 2 ) segundo, de *Market Clearing Multiplier*. No entanto, segundo (Schweppe et al., 1987), não se costuma fazer uso de ambos os termos ao mesmo tempo. Ao optarmos por zerar  $N_{QS,\eta,i}(t)$ , estaremos então definindo  $\eta_{QS,k}(t)$  por meio de *Market Clearing Multiplier Model* enquanto que ao optarmos por zerar  $\mu_{QS,\eta,i}(t)$ , por meio de *Network Quality of Supply Cost Model*.

$$\begin{aligned}
 \eta_{QS,k}(t) &= \theta_{QS,\eta,i}(t) \frac{\partial z_i(t)}{\partial d_k(t)} && = \\
 &= \sum_i \left[ \frac{\partial N_{QS,i}[z_i(t)]}{\partial z_i(t)} + \mu_{QS,\eta,i}(t) \right] \frac{z_i(t)}{\partial d_k(t)} && = \\
 &= \sum_i \left[ \underbrace{\frac{\partial N_{QS,\eta,i}(t)}{\partial z_i(t)} \frac{\partial z_i(t)}{\partial d_k(t)}}_{\text{Termo 1}} + \underbrace{\mu_{QS,\eta,i}(t) \frac{\partial z_i(t)}{\partial d_k(t)}}_{\text{Termo 2}} \right] && (5.4) \\
 &\quad \text{Network Quality of Supply Cost} \quad \text{Market Clearing Multiplier}
 \end{aligned}$$

Onde,

- ▷  $z_i(t)$ : Para o  $i$ -ésimo ramo e para uma dada hora  $t$ , corresponde ao respectivo fluxo de potência ativa [ MWh ];
- ▷  $d_k(t)$ : Para o  $k$ -ésimo nó e para a hora  $t$ , corresponde à respectiva injeção líquida de potência ativa [ MWh ];
- ▷  $N_{QS,i}(t)$ : Para o  $i$ -ésimo ramo e para uma dada hora  $t$ , corresponde à respectiva função custo com qualidade associado à transmissão [ \$ ];

Sugere-se em (Schweppe et al., 1987) que  $N_{QS,i}(t)$  seja definida por uma função quadrática em  $z_i(t)$  para que, estando o  $i$ -ésimo ramo na iminência de violar os seus limites operacionais, possa apresentar um crescimento significativo em um curto espaço de tempo.

- ▷  $\mu_{QS,\eta,i}(t)$ : Para o  $i$ -ésimo ramo e para uma dada hora  $t$ , corresponde ao respectivo multiplicador de Lagrange associado à restrição referente aos limites operacionais, mais precisamente, ao limite superior [ \$/MWh ];
- ▷  $\frac{\partial z_i(t)}{\partial d_k(t)}$ : Trata-se do termo  $-H_{i,k}$  onde  $H_{i,k}$  corresponde ao elemento da matriz sensibilidade  $\mathbf{H}$  cuja definição é dada pela **Eq. 3.23**.

Para esta dissertação de Mestrado em particular, decidimo-nos por definir  $\eta_{QS,k}(t)$  por meio do *Network Quality of Supply Cost Model* cuja  $N_{QS,i}(t)$  será dada de acordo com a **Eq. 5.5**:

$$N_{QS,i}( t ) = \begin{cases} 0, & |z_i( t )| \leq z_{i,max} \\ c \frac{g_i}{b_i^2} z_i^2( t ), & |z_i( t )| > z_{i,max} \end{cases} \quad (5.5)$$

Onde,

- ⊇  $c$ : Corresponde à constante de proporcionalidade;
- ⊇  $g_i$ : Para o  $i$ -ésimo ramo, corresponde ao respectivo parâmetro condutância série [  $\mathcal{U}$  ];
- ⊇  $b_i$ : Para o  $i$ -ésimo ramo, corresponde ao respectivo parâmetro susceptância série [  $\mathcal{U}$  ];
- ⊇  $\frac{g_i}{b_i^2} z_i^2( t )$ : Para o  $i$ -ésimo ramo e para a hora  $t$ , corresponde à respectiva perda elétrica [ MW ];
- ⊇  $z_{i,max}$ : Para o  $i$ -ésimo ramo, corresponde, em termos de fluxo ativo, ao respectivo limitante superior [ MW ]

### 5.3 Do DEC para o DH ( e variações ): Influência sobre $\rho_k( t )$

Desejando tornar o mecanismo *spot price* apto para lidar com sistemas hidrotérmicos, fomos forçados a migrar dos modelos de despacho econômico clássico ( **DEC** ) para os de pré-despacho econômico ou despacho hidrotérmico ( **DH** ). Entretanto, ansiando torná-lo robusto o suficiente aos danos causados pela presença de um ou mais congestionamentos, fomos forçados, mais uma vez, a migrar, desta vez, dos modelos de **DH** para os de despacho hidrotérmico com restrições pré-contingência ( **DH PRE** ). Não satisfeitos ainda já que almejávamos torná-lo também robusto o suficiente aos danos causados pela perda de um ou mais ramos, fomos forçados, novamente, a migrar, desta vez, dos modelos de **DH PRE** para os de despacho hidrotérmico com restrições pré e pós-contingência ( **DH PRE e POS** ).

Despacho		Desvio Percentual [ % ]	
Referência	Comparado a	$\lambda( t )$ às 19 h [ \$/MWh ]	Custo com Produção [ \$ ]
<b>DEC</b> <sup>†</sup>	<b>DH</b> <sup>*</sup>	7.38	11.04
	<b>DH PRE</b> <sup>‡</sup>	14.95	11.06
	<b>DH PRE e POS</b> <sup>§</sup>	15.61	11.06
<b>DH</b>	<b>DH PRE</b>	7.05	< 0.03
	<b>DH PRE e POS</b>	7.66	< 0.03

Tabela 5.1: Influência exercida pelo estado ou, melhor dizendo, nível de segurança sobre os custo com produção e marginal com geração

\*Modelo de Pré-Despacho Econômico ou Despacho Hidrotérmico descrito por meio da **Eq. 4.3**;

†Modelo de Despacho Econômico Clássico descrito por meio da **Eq. 4.2**;

‡Modelo de Despacho Hidrotérmico com Restrições Pré-Contingência descrito por meio da **Eq. 4.5**;

§Modelo de Despacho Hidrotérmico com Restrições Pré e Pós-Contingência descrito por meio da **Eq. 4.8**;

Perceba que, de acordo com a **Tab. 5.1**, a medida que migrávamos de um modelo para o outro, pontos de operação cada vez mais robustos eram obtidos entretanto, às custas de aumentos significativos nos custos com produção e, principalmente, nos custos marginais com geração  $\lambda(t)$  o que, por sua vez, refletiu-se sobre  $\rho_k(t)$ .

Para o sistema hidrotérmico descrito por meio da **Fig. 3.1** cuja curva de demanda se encontra descrita por meio da **Fig. 4.1** e cujos dados de transmissão e de geração se encontram disponíveis, respectivamente, por meio das **Tabs. 3.1** e **4.1**, tendo adotado o nó 1 como sendo do tipo  $V\Theta$  e fixado  $\beta(t)$ ,  $c$  e  $g_{crit,\gamma}(t)$ , respectivamente, em -1.5, em 248.78 e em 268.90 MW<sup>2</sup> ( únicos ao longo das 24 h ), tomando como base o ponto de operação proposto para o intervalo das 19 h pelo modelo de despacho econômico clássico e estando cientes de que, neste intervalo em particular, além de termos excedido o nível de geração crítica  $g_{crit,\gamma}(t)$ , constatamos a presença de um congestionamento no ramo  $l_{2,5}$ , ao optarmos por definir  $\rho_k(t)$  de acordo com a **Eq. 5.1**, observe que:

- ▷ Com relação aos componentes associados à geração, de acordo com a **Tab. 5.2** e com as **Figs. 5.4** e **5.5**, todos os nós, sejam de geração ou de carga, enxergam valores idênticos de  $\lambda(t)$  e de  $\gamma_{QS}(t)$ ;
- ▷ Já com relação aos componentes associados à transmissão, de acordo com a **Tab. 5.3** e com as **Figs. 5.6** e **5.7**, todos os nós, sejam de geração ou de carga, enxergam valores distintos de  $\eta_{L,k}(t)$  e de  $\eta_{QS,k}(t)$ .

Graças aos componentes associados à transmissão, todos os nós, sejam de geração ou de carga, enxergam valores distintos de  $\rho_k(t)$ . Repare que, de acordo com a **Fig. 5.6**, dado um ramo  $l_{k,m}$  qualquer, por meio da **Eq. 5.6**, é possível estimar o que denominamos de excedente marginal com perdas elétricas  $\eta_{l_{k,m}}^L(t)$ .

$$\eta_{l_{k,m}}^L(t) = \underbrace{\eta_{L,k}(t)}_{\text{Para o } k\text{-ésimo nó}} - \underbrace{\eta_{L,m}(t)}_{\text{Para o } m\text{-ésimo nó}} \quad (5.6)$$

Concentrando-nos apenas no ramo  $l_{2,5}$ , observe ainda que, de acordo com a **Fig. 5.2**, a medida que migramos de um modelo para outro, isto é, a medida que adotamos pontos de operação cada vez mais robustos, o excedente marginal com perdas elétricas tende a apresentar um comportamento similar ao apresentado pela demanda global.

Já de acordo com **Fig. 5.7**, por meio da **Eq. 5.7**, o que denominamos de excedente marginal com congestionamentos  $\eta_{l_{k,m}}^{QS}(t)$ .

$$\eta_{l_{k,m}}^{QS}(t) = \underbrace{\eta_{QS,k}(t)}_{\text{Para o } k\text{-ésimo nó}} - \underbrace{\eta_{QS,m}(t)}_{\text{Para o } m\text{-ésimo nó}} \quad (5.7)$$

<sup>2</sup>Corresponde a 90 % da máxima capacidade de geração do sistema em estudo, isto é, de 298.78 MW;

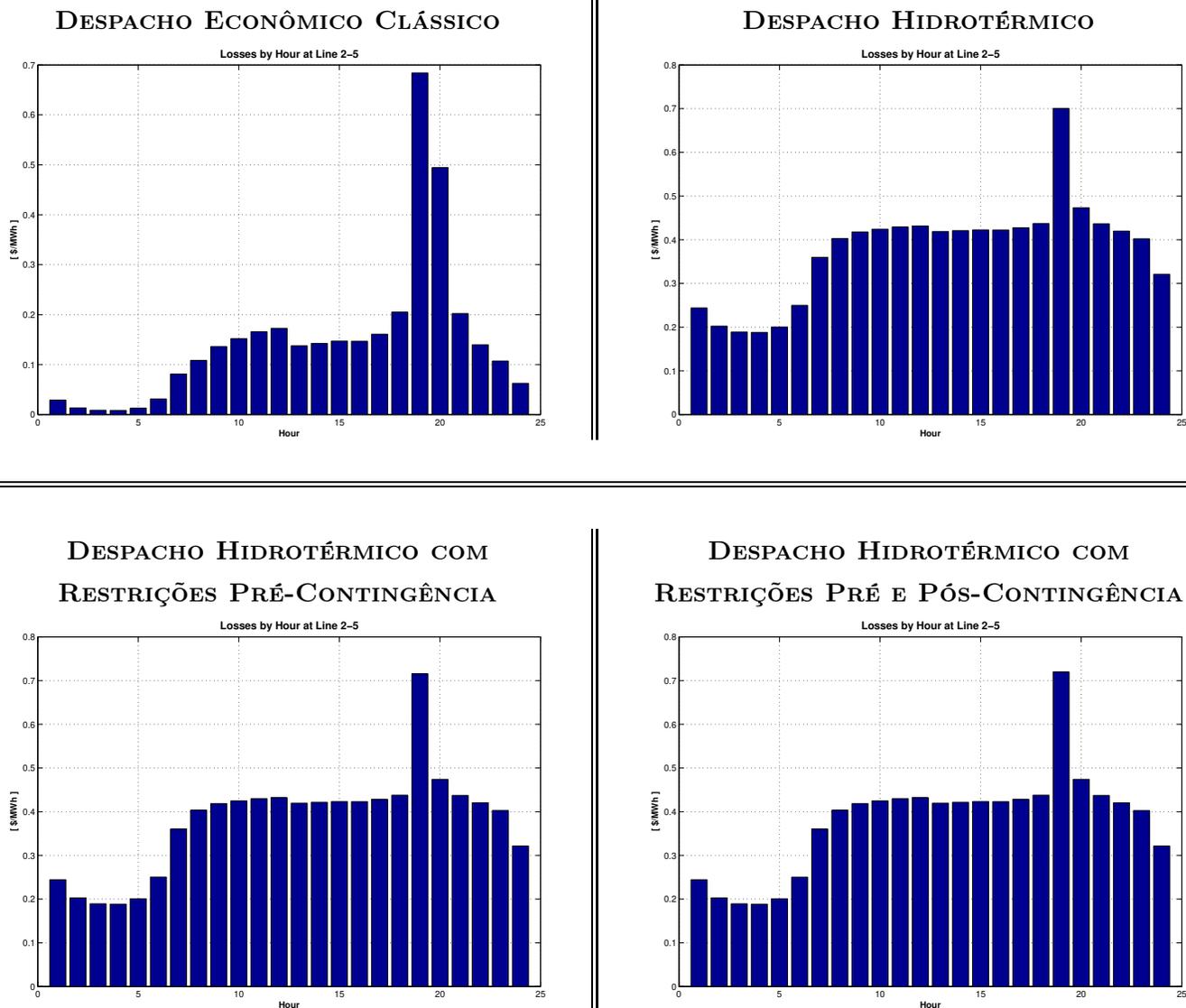


Figura 5.2: Excedente Marginal com Perdas Elétricas referente ao ramo  $l_{2,5}$  ao longo das 24 h

Concentrando-nos apenas no intervalo das 19 h, observe ainda que, de acordo com a Fig. 5.3, em termos de expressividade,  $\eta_{l_k, m}^{QS}(t)$  supera e muito  $\eta_{l_k, m}^L(t)$ . Repare também que a medida que migramos de um modelo para outro, isto é, a medida que vão sendo tomadas medidas cuja existência se resume a inibir o surgimento de um ou mais congestionamentos, chegaremos a um cenário onde constataremos somente a presença de excedentes marginais com perdas elétricas.

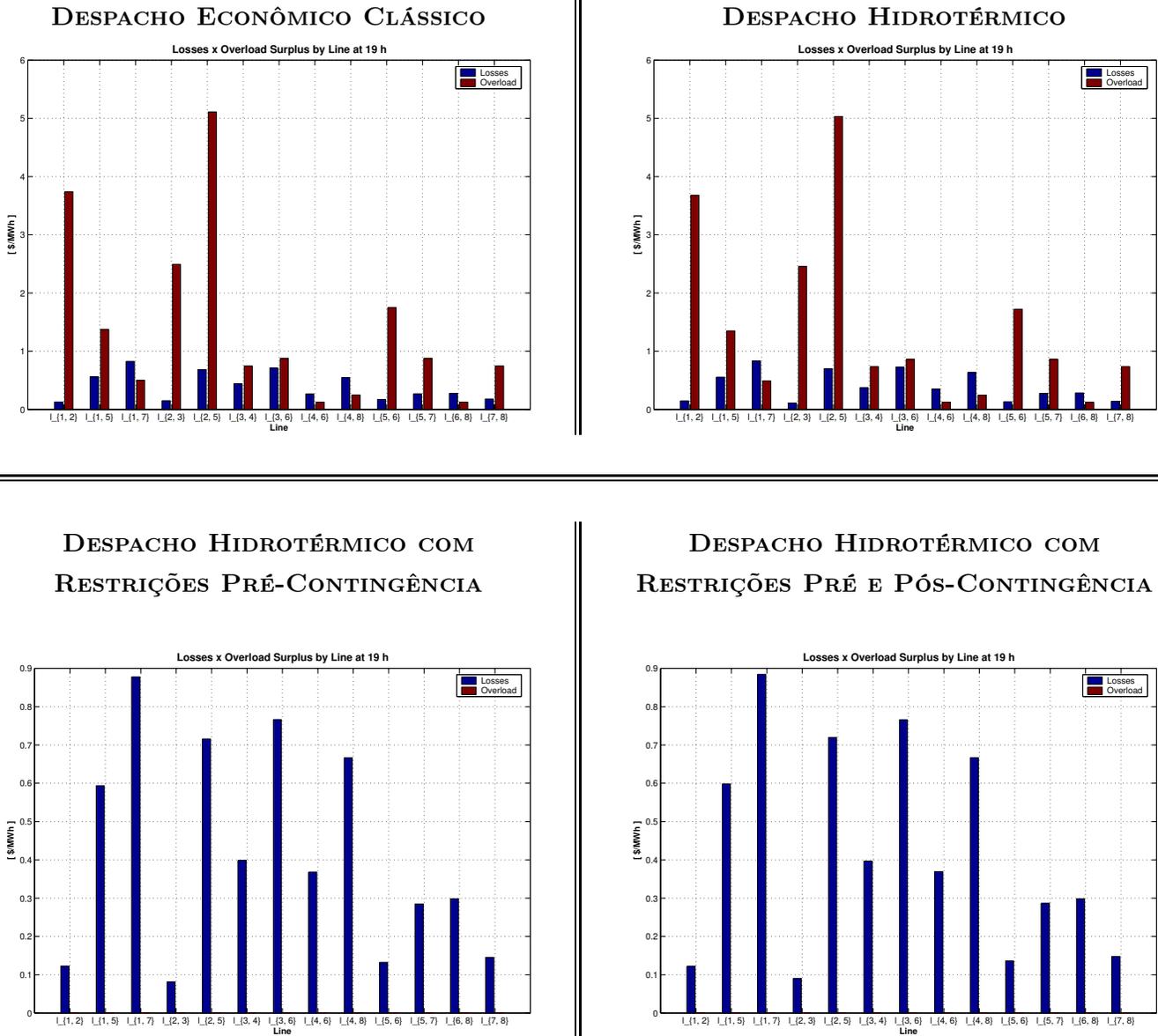


Figura 5.3: Excedentes Marginais com Perdas Elétricas e com Congestionamentos para às 19 h

Concentrando-nos apenas no nó<sup>3</sup> de geração 2, isto é, em apenas um dos extremos do ramo  $l_{2, 5}$ , uma vez que o custo marginal com geração  $\lambda(t)$  é dito como sendo a viga-mestra de  $\rho_2(t)$ , observe que:

<sup>3</sup>Segundo o estudo de análise elétrica, o único dentre 13 ramos a operar em sobrecarga pelo modelo de despacho econômico clássico;

- ▷ Tomando como base a **Fig. 5.8**, por meio do gráfico que se encontra no:
- ▷ Canto superior direito, repare que, em razão da curva  $\lambda(t)$ , praticamente, coincidir com a curva  $\lambda(t) + \eta_{L, 2}(t)$ , pouca é a influência exercida pelo custo marginal com perdas elétricas  $\eta_{L, 2}(t)$ . Como consequência direta disto, observe ainda que, na ausência de eventos que possam provocar o surgimento tanto de  $\gamma_{QS}(t)$  como de  $\eta_{QS, 2}(t)$ ,  $\rho_2(t) = \lambda(t) + \eta_{L, 2}(t) \approx \lambda(t)$ ;
  - ▷ Canto superior esquerdo, repare que, somente no intervalo das 19h, a curva  $\lambda(t) + \gamma_{QS}(t)$  se distingue de forma bastante significativa da curva  $\lambda(t)$  em razão da demanda global  $d(t)$  exceder o nível de geração crítica  $g_{crit, \gamma}(t)$ ;
  - ▷ Canto inferior esquerdo, repare que a curva  $\lambda(t) + \gamma_{QS}(t)$  se encontra muito abaixo da curva  $\lambda(t)$  em razão de um congestionamento no ramo  $l_{2, 5}$  que perdurou no sistema das 9 às 22 h;
  - ▷ Canto inferior direito, repare que a curva  $\underbrace{\lambda(t) + \gamma_{QS}(t) + \eta_{L, 2}(t) + \eta_{QS, 2}(t)}_{\rho_2(t)}$  se encontra muito abaixo da curva  $\lambda(t)$  dando a entender que, graças à influência exercida por  $\eta_{QS, 2}(t)$ , o nó de geração 2 não terá como cobrir os seus custos com geração a contento sendo então, desestimulado a gerar energia elétrica.
- ▷ Tomando como base as **Figs. 5.8, 5.9, 5.10 e 5.11**, a medida que migrávamos de um modelo para o outro, isto é, a medida que adotávamos pontos de operação mais robustos, repare que a influência exercida tanto por  $\gamma_{QS}(t)$  como por  $\eta_{L, 2}(t)$  se manteve, praticamente, inalterada. Já a exercida por  $\eta_{QS, 2}(t)$ , foi caindo e caindo até se tornar nula.

Ao nos concentrarmos nos demais nós do sistema, tomando como base as **Figs. 5.8, 5.9, 5.10, 5.11, 5.12, 5.13, 5.14 e 5.15**, elaboramos o seguinte padrão de comportamento para  $\rho_k(t)$  que, por sua vez, encontra-se disponível por meio da **Tab. 5.4**. Observe que, para os nós de geração, quanto menor for o nível de segurança do sistema em estudo, mais abaixo da curva  $\lambda(t)$  estará a curva  $\underbrace{\lambda(t) + \gamma_{QS}(t) + \eta_{L, k}(t) + \eta_{QS, k}(t)}_{\rho_k(t)}$ . Como consequência direta disto, os nós de geração se sentirão desestimulados a gerar energia elétrica. Já os nós de carga, quanto menor for o nível de segurança do sistema em estudo, mais acima da curva  $\lambda(t)$  estará a curva  $\underbrace{\lambda(t) + \gamma_{QS}(t) + \eta_{L, k}(t) + \eta_{QS, k}(t)}_{\rho_k(t)}$ . Como consequência direta disto, os nós de carga se sentirão desestimulados a consumir energia elétrica.

Por fim, ressaltamos que o modelos apresentado neste capítulo foi implementado em MATLAB<sup>®</sup> ( versão 6.0 ).

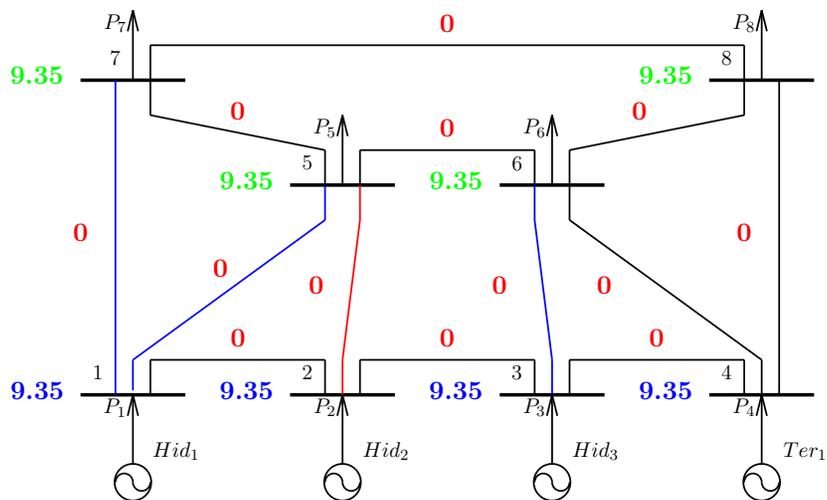


Figura 5.4: DEC às 19 h: Cenário 1

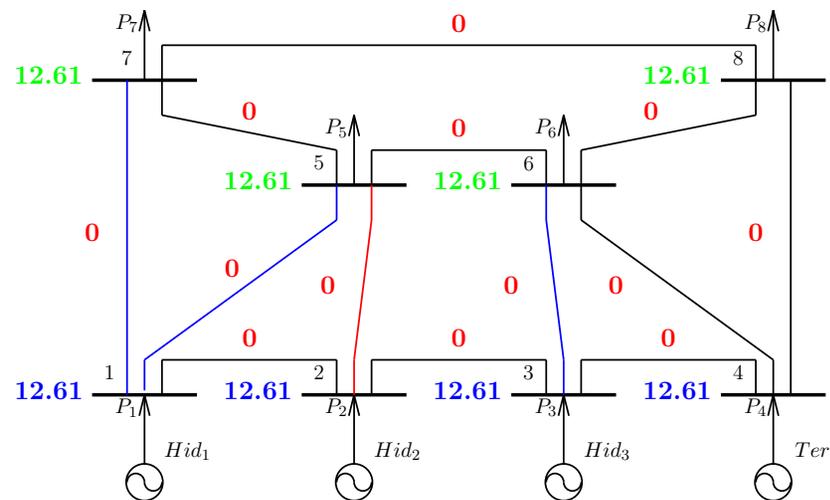


Figura 5.5: DEC às 19 h: Cenário 2

Cenário 1:  $\rho_k(t) = \lambda(t)$ ;

Cenário 2:  $\rho_k(t) = \lambda(t) + \gamma_{QS}(t)$ ;

**CENÁRIOS 1 E 2: COMPONENTES REFERENTES AO PARQUE GERADOR**

Componentes	▷ $\lambda(t)$ e $\gamma_{QS}(t)$ : Correspondem, respectivamente, aos custos marginais com geração e com reserva girante*;
Análise	▷ Observações: <ul style="list-style-type: none"> <li>▷ Todos os nós ( de <b>geração</b> e de <b>carga</b> ) enxergam valores idênticos de <math>\lambda(t)</math> e de <math>\gamma_{QS}(t)</math>;</li> <li>▷ Não há <b>excedentes</b> marginais com perdas elétricas e com congestionamentos.</li> </ul>
	▷ Justificativas: <ul style="list-style-type: none"> <li>▷ <b>Nós de Geração</b> repassam ( integralmente ) aos <b>nós de carga</b> os seus custos marginais com geração e com reserva girante.</li> </ul>

Tabela 5.2: Componentes referentes ao PARQUE GERADOR

\*Por meio de  $\gamma_{QS}(t)$ , estimulamos ( **1** ) a geração a investir em expansão ( seja em construção ou em repotencialização ) e ( **2** ) a demanda a gerenciar o seu consumo de energia elétrica. Repare ainda que, de acordo com a **Eq. 2.6**, a participação de  $\eta_{L,k}(t)$  na composição de  $\rho_k(t)$  é diretamente proporcional à participação de  $\gamma_{QS}(t)$ ;

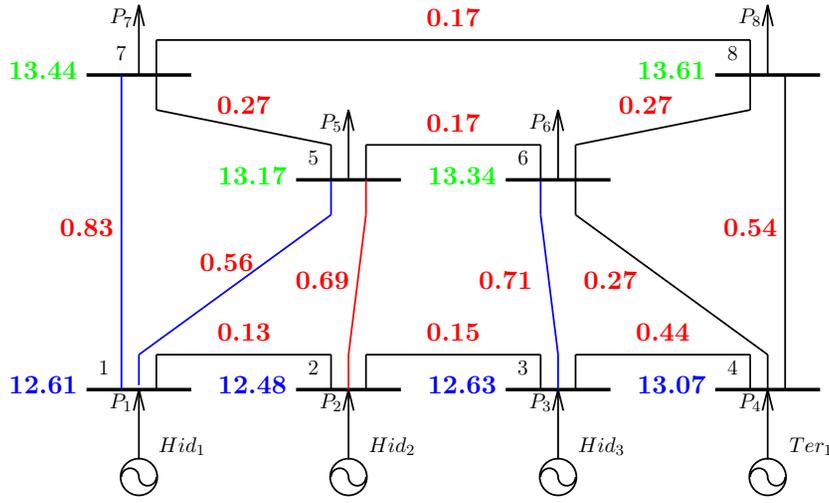


Figura 5.6: DEC às 19 h: Cenário 3

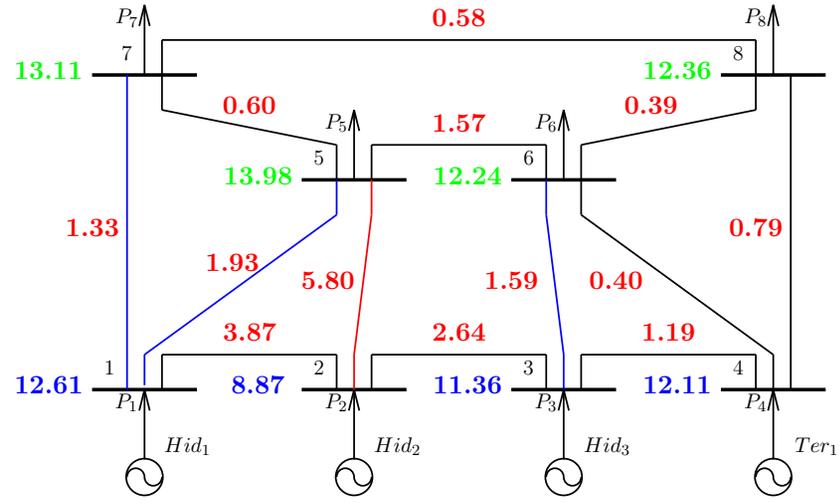


Figura 5.7: DEC às 19 h: Cenário 4

**Cenário 3:**  $\rho_k(t) = \lambda(t) + \gamma_{QS}(t) + \eta_{L,k}(t)$ ;  
**Excedentes** por perdas elétricas: valores em módulo;

**Cenário 4:**  $\rho_k(t) = \lambda(t) + \gamma_{QS}(t) + \eta_{L,k}(t) + \eta_{QS,k}(t)$ ;  
**Excedentes** por perdas elétricas e por congestionamentos: valores em módulo;

**CENÁRIOS 3 E 4: COMPONENTES REFERENTES AO SISTEMA DE TRANSMISSÃO**

Componentes	<ul style="list-style-type: none"> <li>▷ <math>\eta_{L,k}(t)</math> e <math>\eta_{QS,k}(t)</math>: Correspondem, respectivamente, aos custos marginais com perdas elétricas e com congestionamentos*;</li> </ul>
Análise	<ul style="list-style-type: none"> <li>▷ Observações:                             <ul style="list-style-type: none"> <li>▷ Todos os nós ( de <b>geração</b> e de <b>carga</b> ) enxergam valores distintos de <math>\eta_{L,k}(t)</math> e de <math>\eta_{QS,k}(t)</math>;</li> <li>▷ Há <b>excedentes</b> marginais com perdas e com congestionamentos.</li> </ul> </li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>▷ Justificativas: Em função de sua contribuição<sup>†</sup> na manutenção da segurança do sistema, os <b>nós de geração</b> e os ( <b>nós de carga</b> ) serão ou estimulados ou desestimulados, respectivamente, a produzir e a consumir energia elétrica.</li> </ul>

Tabela 5.3: Componentes referentes ao SISTEMA DE TRANSMISSÃO

\*Por meio de  $\eta_{QS,k}(t)$ , estimula-se a transmissão a investir em expansão ( seja em construção ou em repotencialização ) e a demanda ( geração ) a gerenciar o ( a ) seu ( sua ) consumo ( produção ) de energia elétrica. Observe ainda que, ao expandir a transmissão, estar-se-á minimizando as suas perdas assim como a influência exercida por  $\eta_{L,k}(t)$  sobre  $\rho_k(t)$ ;

<sup>†</sup>Dada em função do fator de participação  $H_{i,k}$  onde  $i$  corresponde ao índice do ramo e  $k$ , ao do nó. Observe que, de acordo com as **Eq.s. 2.6 e 2.10**, valores positivos ( negativos ) de  $H_{i,k}$  equivalem à contribuições negativas ( positivas ), isto é, à desestímulos ( estímulos );

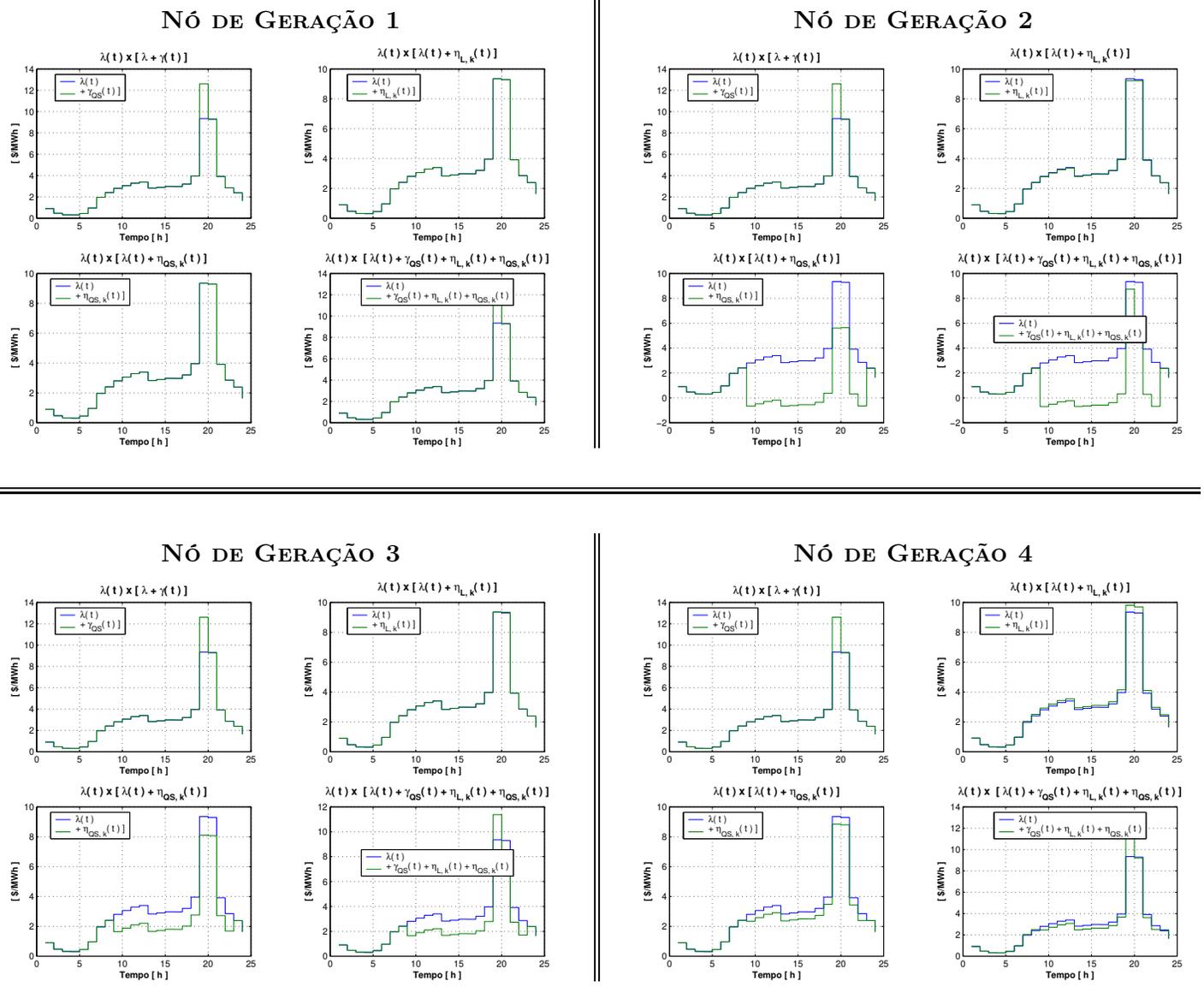


Figura 5.8: Com base no DEC,  $\rho_k(t)$  ao longo das 24 h para os nós de geração

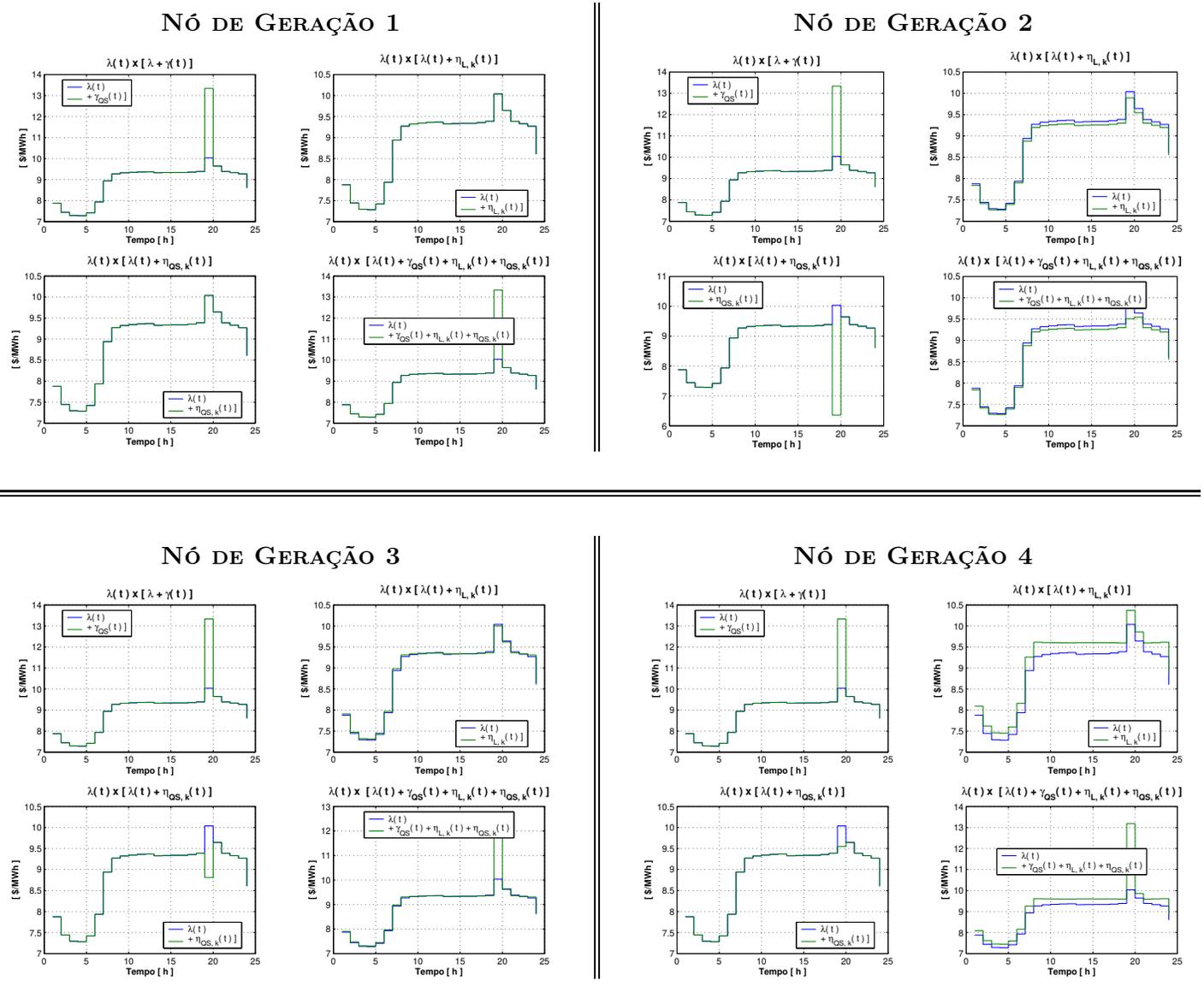


Figura 5.9: Com base no DH,  $\rho_k(t)$  ao longo das 24 h para os nós de geração

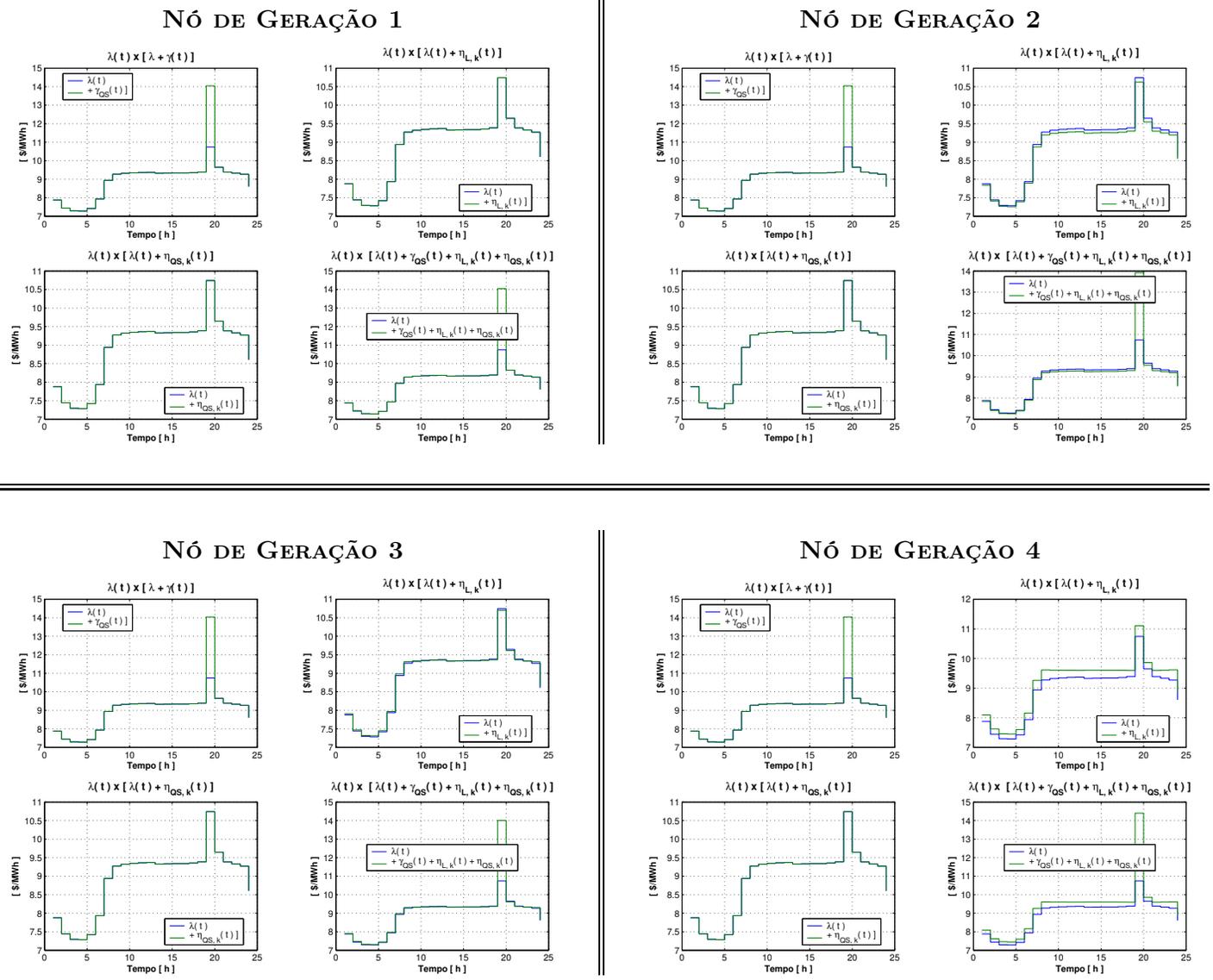


Figura 5.10: Com base no DH PRE,  $\rho_k(t)$  ao longo das 24 h para os nós de geração

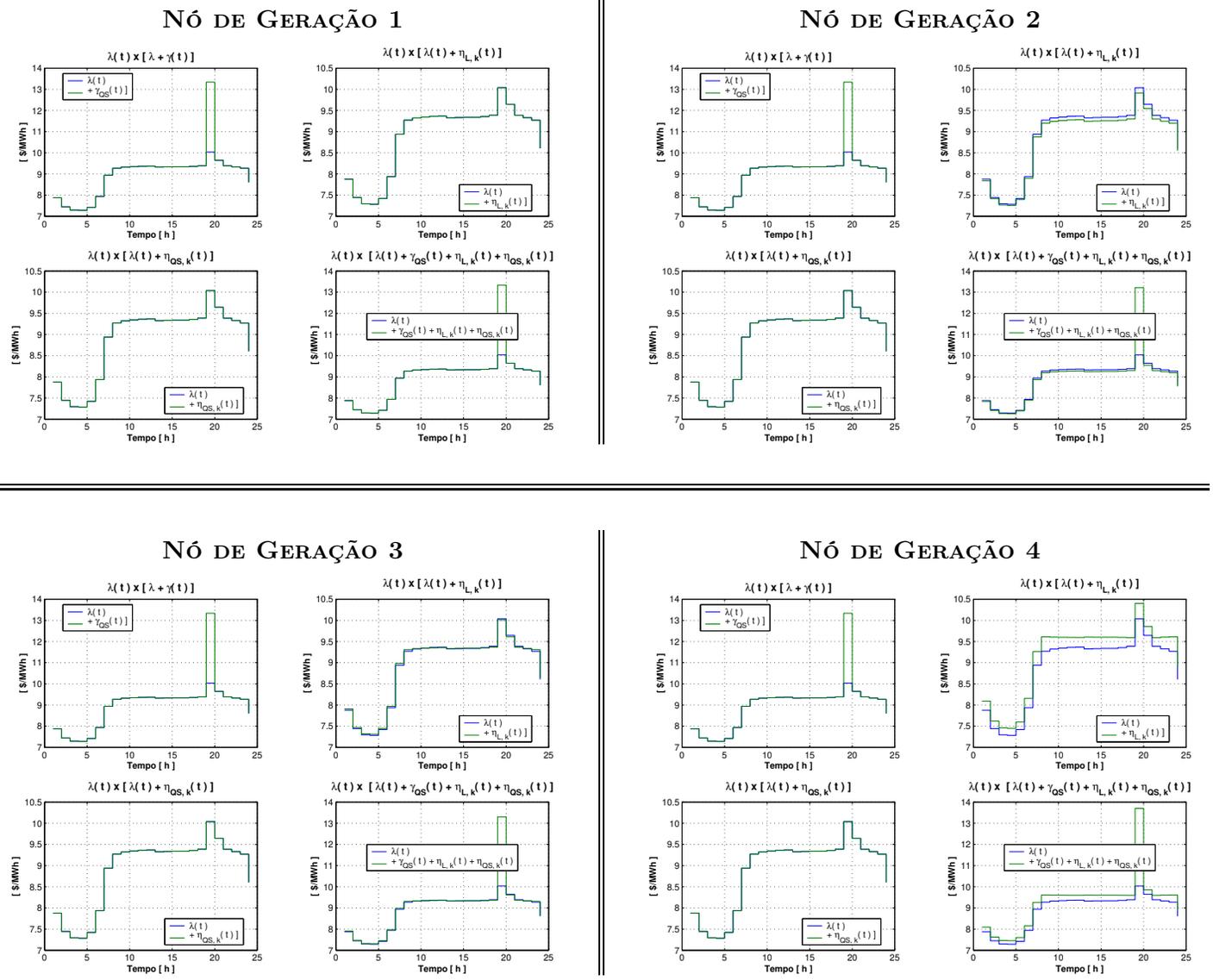


Figura 5.11: Com base no DDH PRE e POS,  $\rho_k(t)$  ao longo das 24 h para os nós de geração

MODELO	CAUSA	EFEITO
DEC	<p>▷ <b>Geração</b> Às 19 h, <math>d( t ) &gt; g_{crit}, \gamma( t )</math>;</p> <p>▷ <b>Transmissão</b> Das 9 às 22 h, constatou-se um congestionamento em <math>l_2, 5</math>;</p>	<p>Para o <math>k</math>-ésimo nó, temos:</p> <p>▷ <b>01 : 00 ~ 08 : 00 h e 23 : 00 ~ 24 : 00 h:</b> <math>\rho_k( t ) = \lambda( t ) + \eta_{L, k}( t ) \approx \lambda( t )</math></p> <p>▷ <b>09 : 00 ~ 18 : 00 h e 20 : 00 ~ 22 : 00 h:</b> <math>\rho_k( t ) = \lambda( t ) + \eta_{L, k}( t ) + \eta_{QS, k}( t )</math> <math>\approx \lambda( t ) + \eta_{QS, k}( t )</math></p> <p>▷ <b>19 : 00 h:</b> <math>\rho_k( t ) = \lambda( t ) + \gamma_{QS}( t ) + \eta_{L, k}( t ) + \eta_{QS, k}( t )</math> <math>\approx \lambda( t ) + \gamma_{QS}( t ) + \eta_{QS, k}( t )</math>.</p>
DH	<p>▷ <b>Geração</b> Às 19 h, <math>d( t ) &gt; g_{crit}, \gamma( t )</math>;</p> <p>▷ <b>Transmissão</b> Às 19 h, constatou-se um congestionamento em <math>l_2, 5</math>;</p>	<p>Para o <math>k</math>-ésimo nó, temos:</p> <p>▷ <b>01 : 00 ~ 18 : 00 h e 20 : 00 ~ 24 : 00 h:</b> <math>\rho_k( t ) = \lambda( t ) + \eta_{L, k}( t ) \approx \lambda( t )</math></p> <p>▷ <b>19 : 00 h:</b> <math>\rho_k( t ) = \lambda( t ) + \gamma_{QS}( t ) + \eta_{L, k}( t ) + \eta_{QS, k}( t )</math> <math>\approx \lambda( t ) + \gamma_{QS}( t ) + \eta_{QS, k}( t )</math>.</p>
DH PRE e DH PRE e POS	<p>▷ <b>Geração</b> Às 19 h, <math>d( t ) &gt; g_{crit}, \gamma( t )</math>;</p> <p>▷ <b>Transmissão</b> Ao longo das 24 h, nenhum congestionamento foi verificado.</p>	<p>Para o <math>k</math>-ésimo nó, temos:</p> <p>▷ <b>01 : 00 ~ 18 : 00 h e 20 : 00 ~ 24 : 00 h:</b> <math>\rho_k( t ) = \lambda( t ) + \eta_{L, k}( t ) \approx \lambda( t )</math></p> <p>▷ <b>19 : 00 h:</b> <math>\rho_k( t ) = \lambda( t ) + \gamma_{QS}( t ) + \eta_{L, k}( t )</math> <math>\approx \lambda( t ) + \gamma_{QS}( t )</math>.</p>

Tabela 5.4: Influência exercida pelo estado ou, melhor dizendo, nível de segurança sobre  $\rho_k( t )$

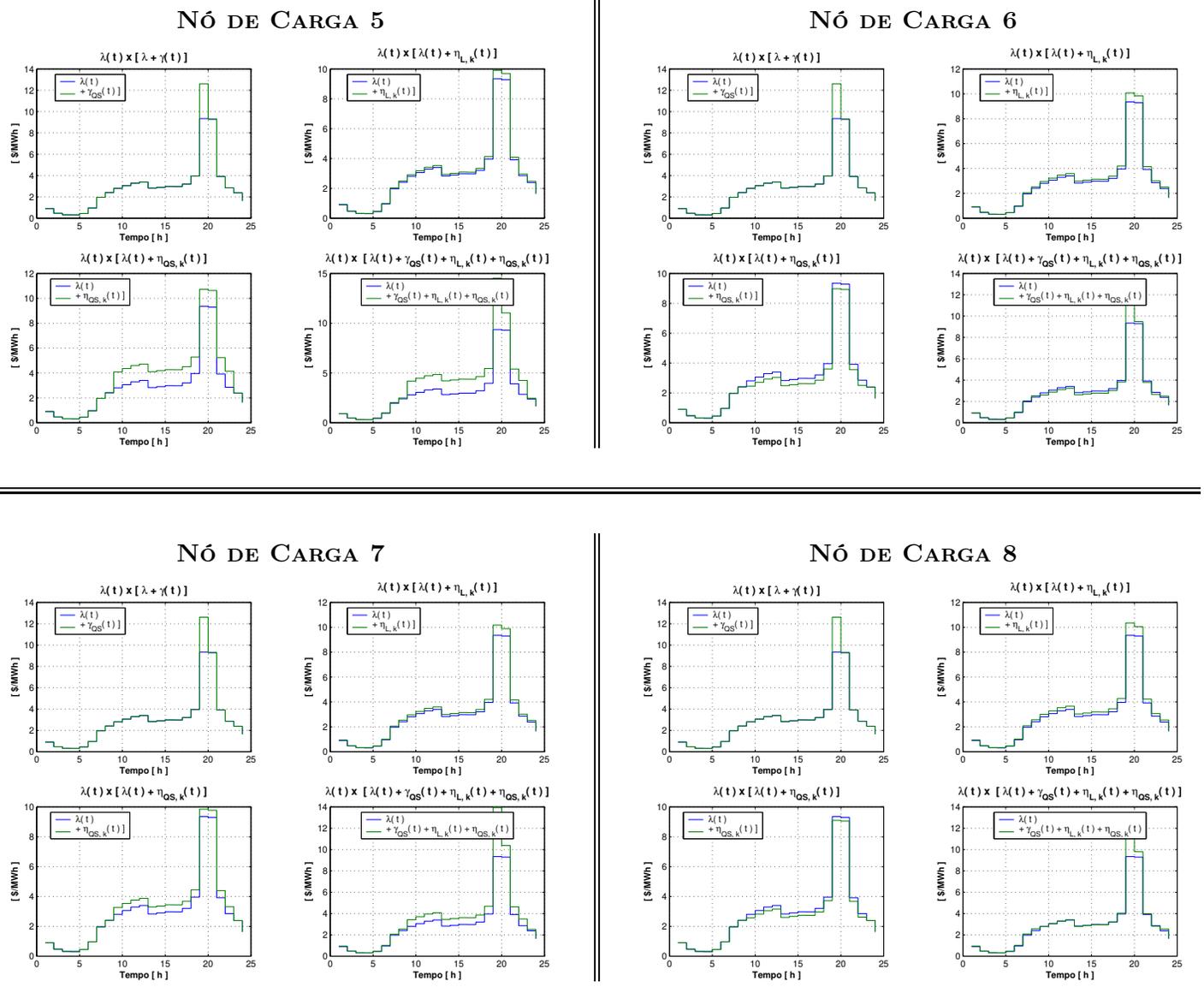


Figura 5.12: Com base no DEC,  $\rho_k(t)$  ao longo das 24 h para os nós de carga

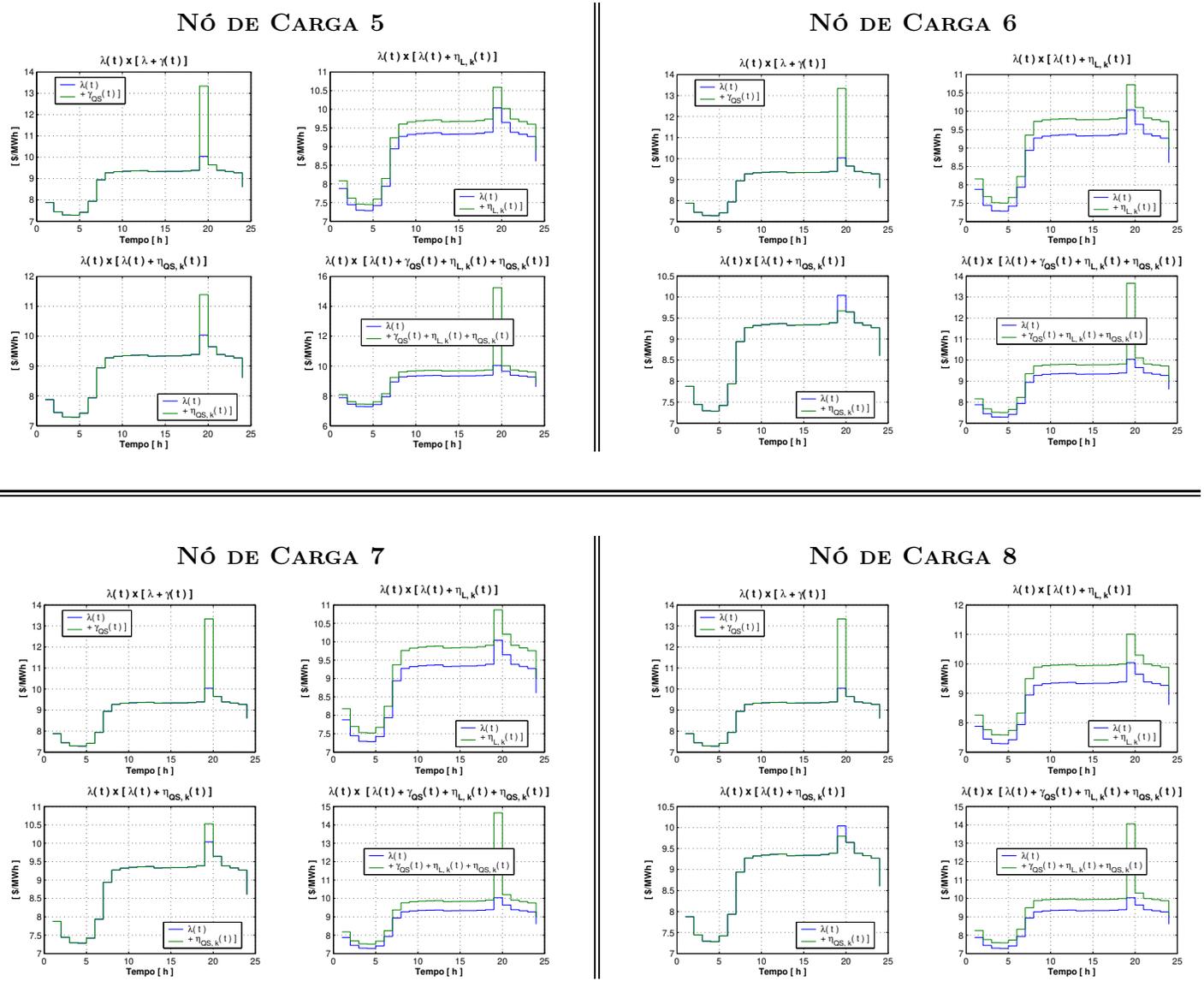


Figura 5.13: Com base no DH,  $\rho_k(t)$  ao longo das 24 h para os nós de carga

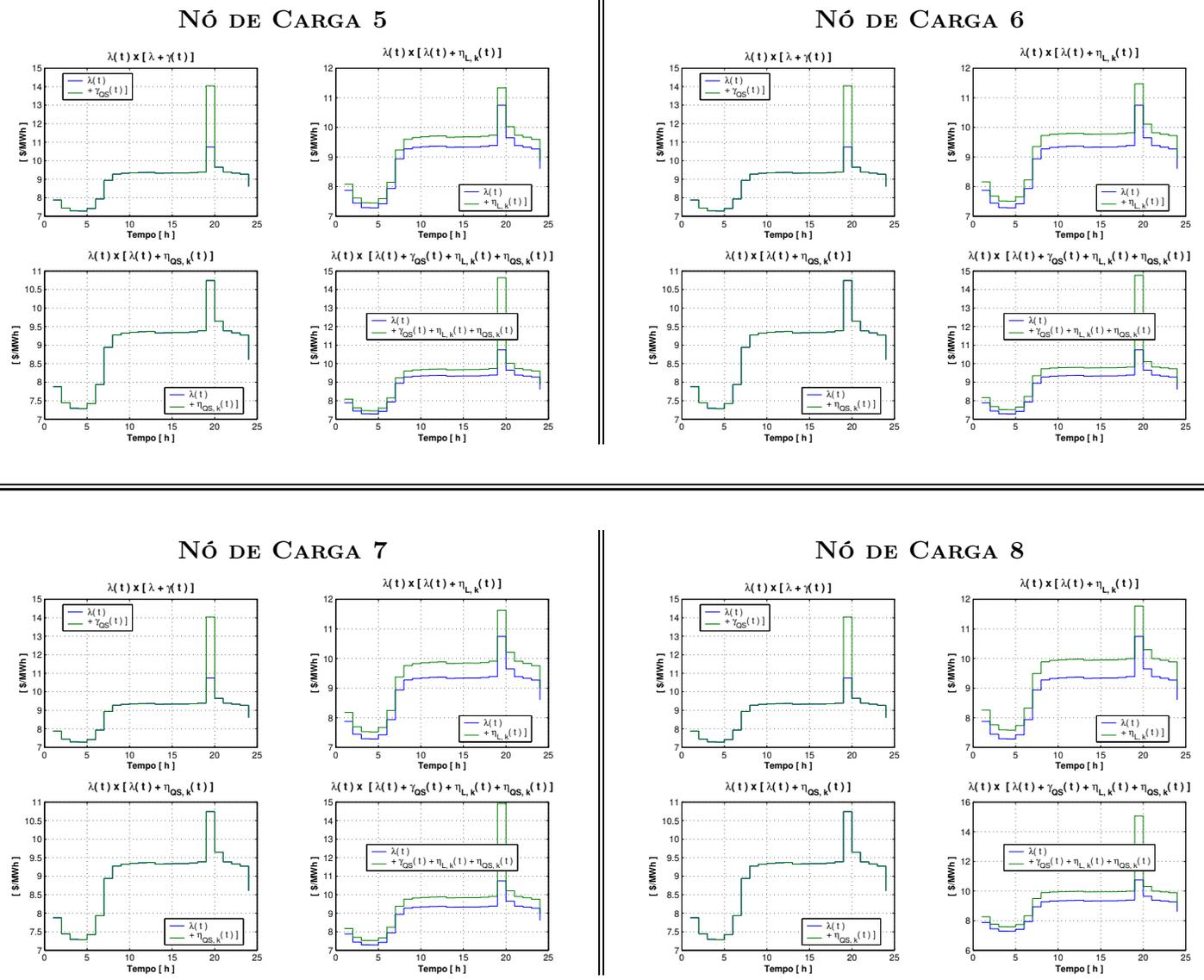


Figura 5.14: Com base no **DH PRE**,  $\rho_k(t)$  ao longo das 24 h para os nós de carga

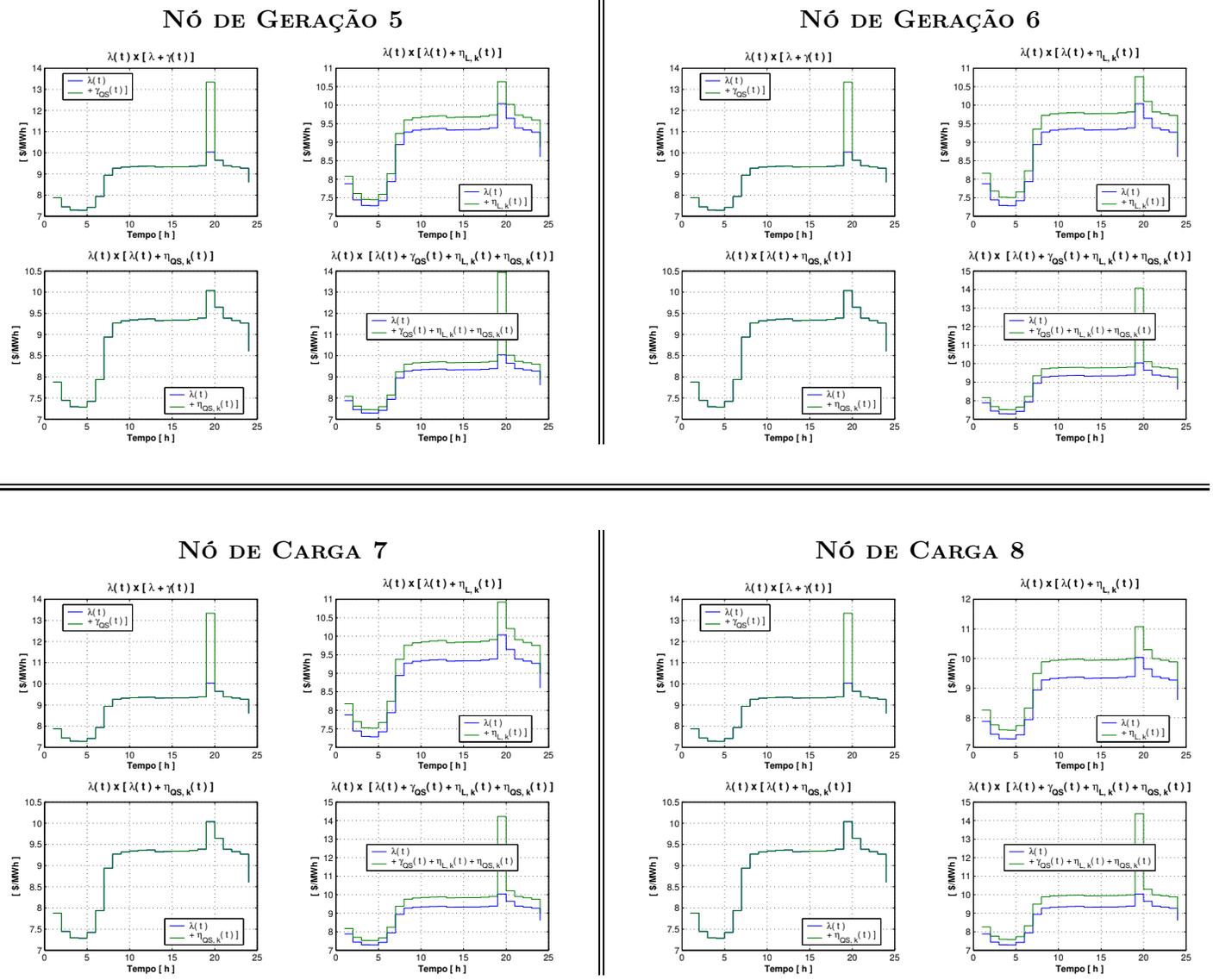


Figura 5.15: Com base no DH PRE e POS,  $\rho_k(t)$  ao longo das 24 h para os nós de carga

## Capítulo 6

# Mecanismo Calcado no Conceito Nodal e Sistemas Hidrotérmicos

### 6.1 Introdução

Tal como apresentado e citado em (Oren et al., 1995), em (Gedra, 1999), em (da Silva et al., 2000) e em (da Silva, 2001), definir, para o  $k$ -ésimo nó e para a hora  $t$ , o respectivo custo marginal  $\lambda_k(t)$  por meio de um mecanismo, originalmente dedicado aos sistemas térmicos, concebido com base no conceito nodal consiste, basicamente, em resolver um modelo de fluxo de potência ótimo clássico ( **FPOC** ). Entretanto, a exemplo do modelo de despacho econômico, tal modelo é dito como sendo inapropriado para lidar com sistemas hidrotérmico uma vez que tende, em razão de seu baixo custo, a exaurir a planta hidráulica em detrimento da térmica o que, sob o aspecto energético, pode não ser muito sensato logo, algum tipo de adaptação deve ser proposta. Adaptação esta cuja descrição e influência passaremos a apresentar no item a seguir.

### 6.2 Restrição de Meta Energética ou de Geração

Tal como descrito por meio da **Eq. 6.1**, através de um modelo de fluxo de potência ótimo clássico ( **FPOC** ) é possível obter, para uma dada hora, um ponto de operação tal que nos permita respeitar as equações de balanço de energia ao menor custo possível sem que para isso seja necessário negligenciar os limites impostos tanto pela geração como pela transmissão. Cientes de que, em geral, as equações de balanço de energia variam ao longo das 24 h de um dia qualquer, deve-se então, obter um ponto de operação para cada um dos 24 intervalos de 1 h, isto é, deve-se implementar um modelo de **FPOC** para cada um dos 24 intervalos de 1 h.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Minimizar} \quad \sum_{i=1}^G f_i(p_i) + \sum_{j=1}^H f_j(p_j) \\ \text{Sujeito a} \quad \left\{ \begin{array}{l} p_k = \sum_{m \in \Omega_k} x_{l_{k,m}}^{-1} \theta_{l_{k,m}} \quad (\lambda_k) \\ \left| \sum H_{l_{k,m},k} p_k \right| \leq f_{l_{k,m}}^{max} \quad (\xi_{l_{k,m}}^{min} \text{ e } \xi_{l_{k,m}}^{max}) \\ p_i^{min} \leq p_i \leq p_i^{max} \quad (\xi_i^{min} \text{ e } \xi_i^{max}) \\ p_j^{min} \leq p_j \leq p_j^{max} \quad (\xi_j^{min} \text{ e } \xi_j^{max}) \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (6.1)$$

Onde,

- ▷  $i = 1, 2, 3, \dots, G$  unidades termelétricas;
- ▷  $j = 1, 2, 3, \dots, H$  unidades hidrelétricas;
- ▷  $k = 1, 2, 3, \dots, B$  nós;
- ▷  $p_i$ : Corresponde, em termos de potência ativa, ao montante entregue pela  $i$ -ésima termelétrica;
- ▷  $p_j$ : Corresponde, em termos de potência ativa, ao montante entregue pela  $j$ -ésima hidrelétrica;
- ▷  $f_i(p_i)$ : Corresponde à função custo térmico referente à  $i$ -ésima termelétrica;
- ▷  $f_j(p_j)$ : Corresponde à função custo com perdas hidráulicas totais referente à  $j$ -ésima hidrelétrica;
- ▷  $l_{k,m}$ : Corresponde ao ramo cujo o nó origem é dado pelo índice  $k$  e o destino, pelo índice  $m$ ;
- ▷  $p_k$ : Para o  $k$ -ésimo nó, corresponde à respectiva injeção líquida de potência ativa;
- ▷  $m \in \Omega_k$ : Corresponde ao conjunto composto pelos nós vizinhos ao  $k$ -ésimo nó;
- ▷  $x_{l_{k,m}}$ : Corresponde ao parâmetro reatância indutiva do ramo  $l_{k,m}$ ;
- ▷  $\theta_{l_{k,m}}$ : Corresponde ao parâmetro abertura angular do ramo  $l_{k,m}$ ;
- ▷  $\lambda_k$ : Para o  $k$ -ésimo nó, corresponde ao respectivo multiplicador de Lagrange associado à restrição de balanço de energia ou, melhor dizendo, o respectivo custo marginal;
- ▷  $H_{l_{k,m},k} \in \mathbf{H}$  onde  $\mathbf{H}$  corresponde, tal como descrita por meio da **Eq. 3.23**, à matriz sensibilidade. Já com relação ao fator de participação ou de sensibilidade  $H_{l_{k,m},k}$ , corresponde com quanto o  $k$ -ésimo nó contribui na composição do fluxo ativo verificado no ramo  $l_{k,m}$ ;
- ▷  $f_{l_{k,m}}^{max}$ : Corresponde, em termos de fluxo ativo, ao limitante superior ( ou máximo ) do ramo  $l_{k,m}$ ;
- ▷  $\xi_{l_{k,m}}^{min}$  e  $\xi_{l_{k,m}}^{max}$ : Correspondem, respectivamente, aos multiplicadores de Lagrange associados às restrições referentes aos limitantes inferior e superior de fluxo ativo do ramo  $l_{k,m}$ ;

- ▷  $p_i^{min}$  e  $p_i^{max}$ : Correspondem, em termos de capacidade de geração, aos limitantes inferior e superior da  $i$ -ésima termelétrica;
- ▷  $p_j^{min}$  e  $p_j^{max}$ : Correspondem, em termos de capacidade de geração, aos limitantes inferior e superior da  $j$ -ésima hidrelétrica;
- ▷  $\xi_i^{min}$  e  $\xi_i^{max}$ : Correspondem, respectivamente, aos multiplicadores de Lagrange associados às restrições referentes aos limitantes inferior e superior de geração da  $i$ -ésima termelétrica;
- ▷  $\xi_j^{min}$  e  $\xi_j^{max}$ : Correspondem, respectivamente, aos multiplicadores de Lagrange associados às restrições referentes aos limitantes inferior e superior de geração da  $j$ -ésima hidrelétrica.

Entretanto, tal modelo se mostrou inapropriado para lidar com sistemas hidrotérmicos já que, uma vez que as hidrelétricas apresentam um custo bem inferior ao das termelétricas, tende a exaurir a planta hidráulica em detrimento da térmica o que, por sua vez, sob o aspecto energético, pode não ser sensato logo, algum tipo de adaptação deve ser proposta. Adaptação esta que se resume a impor uma meta energética ou de geração a cada uma das hidrelétricas presentes no sistema em estudo. Observe que, por estarmos restringindo o uso dos recursos hídricos ao longo das 24 h de um dia qualquer, devemos optar por modelo que nos permita respeitar, para cada um dos 24 intervalos de 1h, as equações de balanço de energia ao menor custo possível sem que para isso seja necessário negligenciar os limites impostos tanto pela geração como pela transmissão e atender, ao final das 24 h de um dia qualquer, a meta energética imposta a cada uma das hidrelétricas presentes no sistema em estudo, isto é, devemos optar por um modelo de fluxo de potência ótimo com restrições de meta energética ou de geração tal como descrito por meio da **Eq. 6.2**.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Minimizar} \\ \text{Sujeito a} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \sum_{t=1}^T \left[ \sum_{i=1}^G f_i(p_i, t) + \sum_{j=1}^H f_j(p_j, t) \right] \\ p_{k, t} = \sum_{m \in \Omega_k} x_{l_{k, m}}^{-1} \theta_{l_{k, m}, t} \quad (\lambda_{k, t} \text{ ou } \lambda_k(t)) \\ \sum_{t=1}^T p_{j, t} = m_j \quad (\mu_j) \\ \left| \sum_{t=1}^T H_{l_{k, m}, k} p_{k, t} \right| \leq f_{l_{k, m}}^{max} \quad (\xi_{l_{k, m}, t}^{min} \text{ e } \xi_{l_{k, m}, t}^{max}) \\ p_i^{min} \leq p_{i, t} \leq p_i^{max} \quad (\xi_{i, t}^{min} \text{ e } \xi_{i, t}^{max}) \\ p_j^{min} \leq p_{j, t} \leq p_j^{max} \quad (\xi_{j, t}^{min} \text{ e } \xi_{j, t}^{max}) \end{array} \right. \quad (6.2)$$

Onde,

- ▷  $t = 1, 2, 3, \dots, T$  horas;
- ▷  $i = 1, 2, 3, \dots, G$  unidades termelétricas;

- ▷  $j = 1, 2, 3, \dots, H$  unidades hidrelétricas;
- ▷  $f_i(p_i, t)$ : Para uma dada hora  $t$ , corresponde à função custo térmico referente à  $i$ -ésima termelétrica;
- ▷  $p_i, t$ : Para uma dada hora  $t$ , corresponde, em termos de potência ativa, ao montante entregue pela  $i$ -ésima termelétrica;
- ▷  $p_j, t$ : Para uma dada hora  $t$ , corresponde, em termos de potência ativa, ao montante entregue pela  $j$ -ésima hidrelétrica;
- ▷  $f_j(p_j, t)$ : Para uma dada hora  $t$ , corresponde à função custo com perdas hidráulicas totais referente à  $j$ -ésima hidrelétrica;
- ▷  $l_{k, m}$ : Corresponde ao ramo cujo o nó origem é dado pelo índice  $k$  e o destino, pelo índice  $m$ ;
- ▷  $p_{k, t}$ : Para o  $k$ -ésimo nó, corresponde à respectiva injeção líquida de potência ativa;
- ▷  $m \in \Omega_{k, t}$ : Corresponde ao conjunto composto pelos nós vizinhos ao  $k$ -ésimo nó;
- ▷  $x_{l_{k, m}}$ : Corresponde ao parâmetro reatância indutiva do ramo  $l_{k, m}$ ;
- ▷  $\theta_{l_{k, m}, t}$ : Para uma dada hora  $t$ , corresponde ao parâmetro abertura angular do ramo  $l_{k, m}$ ;
- ▷  $\lambda_{k, t}$  ou  $\lambda_k(t)$ : Para o  $k$ -ésimo nó, corresponde ao respectivo multiplicador de Lagrange associado à restrição de balanço de energia ou, melhor dizendo, ao respectivo custo marginal;
- ▷  $m_j$ : Ao final de  $T$  horas, corresponde à meta energética imposta à  $j$ -ésima hidrelétrica;
- ▷  $\mu_j$ : Ao final de  $T$  horas, corresponde ao multiplicador de Lagrange associado à restrição de atendimento à meta energética;
- ▷  $H_{l_{k, m}, k} \in \mathbf{H}$  onde  $\mathbf{H}$  corresponde, tal como descrita por meio da **Eq. 3.23**, à matriz sensibilidade. Já com relação ao fator de participação ou de sensibilidade  $H_{l_{k, m}, k}$ , corresponde com quanto o  $k$ -ésimo nó contribui na composição do fluxo ativo verificado no ramo  $l_{k, m}$ ;
- ▷  $f_{l_{k, m}}^{max}$ : Corresponde, em termos de fluxo ativo, ao limitante superior do ramo  $l_{k, m}$ ;
- ▷  $\xi_{l_{k, m}, t}^{min}$  e  $\xi_{l_{k, m}, t}^{max}$ : Correspondem, respectivamente, aos multiplicadores de Lagrange associados às restrições referentes aos limitantes inferior e superior de fluxo ativo do ramo  $l_{k, m}$ ;
- ▷  $p_i^{min}$  e  $p_i^{max}$ : Correspondem, em termos de capacidade de geração, aos limitantes inferior ( ou mínimo ) e superior ( ou máximo ) da  $i$ -ésima termelétrica;
- ▷  $p_j^{min}$  e  $p_j^{max}$ : Correspondem, em termos de capacidade de geração, aos limitantes inferior e superior da  $j$ -ésima hidrelétrica;
- ▷  $\xi_{i, t}^{min}$  e  $\xi_{i, t}^{max}$ : Para uma dada hora  $t$ , correspondem, respectivamente, aos multiplicadores de Lagrange associados às restrições referentes aos limitantes inferior e superior de geração da  $i$ -ésima termelétrica;

- ▷  $\xi_{j,t}^{min}$  e  $\xi_{j,t}^{max}$ : Para uma dada hora  $t$ , correspondem, respectivamente, aos multiplicadores de Lagrange associados às restrições referentes aos limitantes inferior e superior de geração da  $j$ -ésima hidrelétrica.

Tal como podemos observar por meio **Fig. 6.1**, repare que, em razão da simplicidade apresentada pelo mecanismo nodal, estamos lidando, na prática, com um controlador à malha aberta.

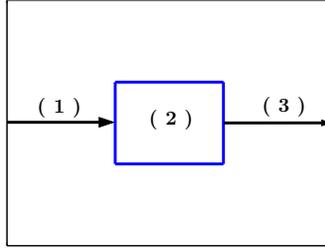


Figura 6.1: Mecanismo Nodal adaptado para lidar com Sistemas Hidrotérmicos

Onde,

- ▷ ( 1 ): Fornecer ( **a** ) para a  $i$ -ésima termelétrica, para a  $j$ -ésima hidrelétrica e para a hora  $t$ , as respectivas funções custo térmico  $f_i(p_i, t)$  e custo com perdas hidráulicas  $f_j(p_j, t)$ ; ( **b** ) para o  $k$ -ésimo nó e para a hora  $t$ , a respectiva injeção ( líquida ) de potência ativa  $p_{k,t}$ ; ( **c** ) para o ramo  $l_{k,m}$ , a respectiva reatância-série  $x_{l_{k,m}}$ ; ( **d** ) para o ramo  $l_{k,m}$  e para a hora  $t$ , a respectiva abertura angular  $\theta_{l_{k,m},t}$ ; ( **e** ) para a  $j$ -ésima hidrelétrica, a respectiva meta energética  $m_j$ ; ( **f** ) para o ramo  $l_{k,m}$  e para o  $k$ -ésimo nó, o respectivo fator de participação ou fator de sensibilidade  $H_{l_{k,m},k}$ ; ( **g** ) para o ramo  $l_{k,m}$ , o respectivo limite operacional superior  $f_{l_{k,m}}^{max}$ ; ( **h** ) para a  $i$ -ésima termelétrica e para a  $j$ -ésima hidrelétrica, os respectivos limites operacionais  $p_i^{min}$ ,  $p_i^{max}$ ,  $p_j^{min}$  e  $p_j^{max}$ ;
- ▷ ( 2 ): Para uma dada hora  $t$ , tal como descrito por meio da **Eq. 6.2**, executar um fluxo de potência ótimo com restrições de meta energética;
- ▷ ( 3 ): Para o  $k$ -ésimo nó e para hora  $t$ , extrair do fluxo de potência com restrições de meta energética, o respectivo multiplicador de Lagrange associado à restrição de balanço de energia ou, melhor dizendo, o respectivo custo marginal  $\lambda_{k,t}$  ou  $\lambda_k(t)$ ;

Para o sistema hidrotérmico descrito por meio da **Fig. 3.1** e cuja curva de demanda se encontra descrita por meio da **Fig. 4.1** e cujos dados de transmissão e de geração se encontram disponíveis, respectivamente, por meio das **Tab. 3.1** e **4.1**, ao migrarmos dos modelos de fluxo de potência ótimo clássico para os de fluxo de potência com restrições de meta energética ou de geração, observe que:

- ▷ De acordo com o que se encontra descrito por meio das **Tab. 6.1** e **6.2**, a planta térmica de 5.82 passou a responder por 12.35 % de toda a energia elétrica entregue ao sistema em estudo ao

final de 24 h o que, por sua vez, resultou em um aumento de 10.06% no custo com produção ( e, conseqüentemente, com operação );

Cenário	FPOC SEM Meta Energética	FPOC COM Meta Energética
Custo com Produção [ \$ ]	22030.61	24246.37

Tabela 6.1: Influência META ENERGÉTICA: Custo com Produção [ \$ ]

Repare que, na prática, deixamos de gerar por meio das hidrelétricas algo em torno de 335.13 MW que passaram a ser entregues integralmente pela única termelétrica do sistema.

Montante entregue ao sistema em estudo ao final das 24 h de um dia qualquer: $\approx 5130.40$ MW								
Cenário	Montante Entregue por Unidade Presente no Sistema [ MW ]				Participação no Total Entregue ao Sistema [ % ]			
	Hid <sub>1</sub>	Hid <sub>2</sub>	Hid <sub>3</sub>	Ter <sub>1</sub>	Hid <sub>1</sub>	Hid <sub>2</sub>	Hid <sub>3</sub>	Ter <sub>1</sub>
FPOC SEM Meta Energética	1507.00	1894.30	1429.60	298.60	29.39	36.92	27.87	5.82
FPOC COM Meta Energética	1491.19	1704.12	1301.02	633.73	29.07	33.22	25.37	12.35

Tabela 6.2: Influência META ENERGÉTICA: Montante Entregue por Unidade de Geração

- ▷ O despacho das hidrelétricas tende a acompanhar o comportamento apresentado pela demanda ao longo das 24 h de um dia qualquer como podemos observar por meio da **Fig. 6.2**;

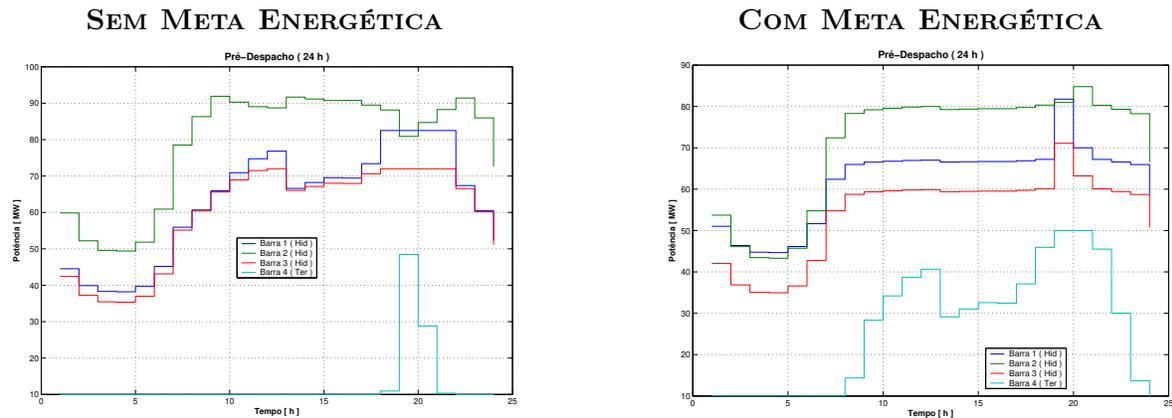


Figura 6.2: Despacho via FPO

- ▷ De acordo com a **Fig. 6.3**, ao longo das 24 h, a restrição referente aos limites operacionais do ramo  $l_{2,5}$  se manteve ativa entre 9 e 22 h;

Como conseqüência direta disto, numa tentativa de inibir o surgimento de um congestionamento no ramo  $l_{2,5}$ , através dos custos marginais, desestimula-se, em particular, o nó de geração 2 a produzir e o nó de carga 5, a consumir energia elétrica das 9 às 22 h como podemos observar por meio da **Tab. 6.3**.

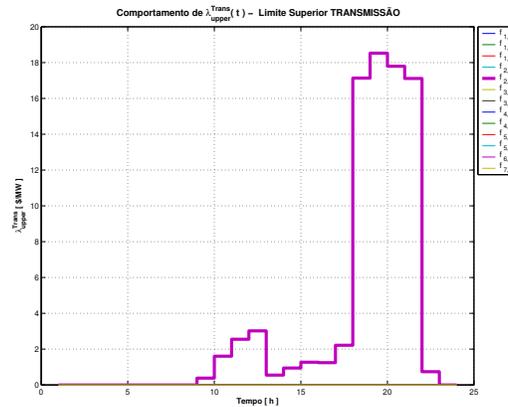


Figura 6.3: Multiplicador de Lagrange  $\xi_{l_{k,m,t}}^{max}$  SEM Meta Energética

Observe ainda que custa ao sistema algo em torno de 18.53 [ \$/MWh ] para se transportar, às 19 h, 1 MW pelo ramo  $l_{2,5}$  ).

- ▷ De acordo com a **Fig. 6.4**, ao longo das 24 h, a restrição referente aos limites operacionais do ramo  $l_{2,5}$  se tornou ativa apenas no intervalo das 19 h;

Como consequência direta disto, numa tentativa de inibir o surgimento de um congestionamento no ramo  $l_{2,5}$ , através dos custos marginais, desestimula-se, em particular, o nó de geração 2 a produzir e o nó de carga 5, a consumir energia elétrica às 19 h como podemos observar por meio da **Tab. 6.3**.

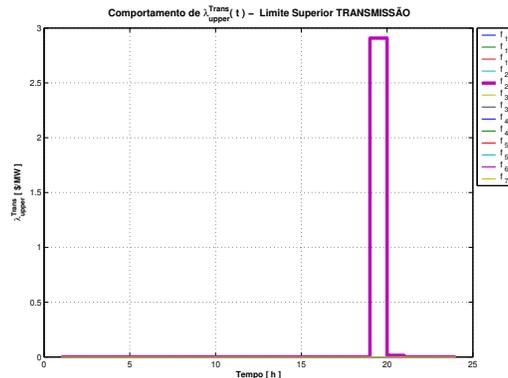


Figura 6.4: Multiplicador de Lagrange  $\xi_{l_{k,m,t}}^{max}$  COM Meta Energética

Observe ainda que custa ao sistema algo em torno de 2.91 [ \$/MWh ] ( 15.70 % de 18.53 [ \$/MWh ] ) para se transportar, às 19 h, 1 MW pelo ramo  $l_{2,5}$ .

- ▷ De acordo com a **Tab. 6.3**, estando as restrições referentes aos limites operacionais de todo o sistema de transmissão inativas, todos os nós, sem exceção, enxergam valores idênticos de  $\lambda_k(t)$ ;

t [ h ]	Para o $k$ -ésimo Nó e para a Hora $t$ , Respetivo Custo Marginal $\lambda_k( t )$ [ \$/MWhh ]															
	FPOC SEM Meta Energética								FPOC COM Meta Energética							
	Nó 1	Nó 2	Nó 3	Nó 4	Nó 5	Nó 6	Nó 7	Nó 8	Nó 1	Nó 2	Nó 3	Nó 4	Nó 5	Nó 6	Nó 7	Nó 8
1	0.90								7.88							
2	0.47								7.44							
3	0.32								7.29							
4	0.31								7.28							
5	0.45								7.42							
6	0.96								7.94							
7	1.97								8.94							
8	2.41								9.27							
9	2.90	2.72	2.84	2.88	2.96	2.88	2.92	2.89	9.32							
10	3.36	2.63	3.12	3.27	3.63	3.29	3.46	3.31	9.34							
11	3.72	2.56	3.34	3.57	4.15	3.61	3.88	3.64	9.36							
12	3.94	2.54	3.46	3.73	4.42	3.78	4.10	3.82	9.37							
13	2.96	2.71	2.88	2.93	3.05	2.94	3.00	2.95	9.33							
14	3.11	2.68	2.97	3.05	3.27	3.07	3.17	3.08	9.33							
15	3.23	2.66	3.04	3.16	3.45	3.18	3.31	3.20	9.34							
16	3.23	2.66	3.04	3.15	3.43	3.17	3.30	3.19	9.34							
17	3.59	2.59	3.26	3.46	3.96	3.49	3.73	3.53	9.36							
<b>18</b>	<b>10.30</b>	<b>2.51</b>	<b>7.70</b>	<b>9.26</b>	<b>13.15</b>	<b>9.52</b>	<b>11.34</b>	<b>9.78</b>	<b>9.39</b>							
<b>19</b>	<b>10.53</b>	<b>2.10</b>	<b>7.71</b>	<b>9.40</b>	<b>13.61</b>	<b>9.68</b>	<b>11.64</b>	<b>9.96</b>	<b>10.75</b>	<b>9.43</b>	<b>10.31</b>	<b>10.57</b>	<b>11.23</b>	<b>10.61</b>	<b>10.92</b>	<b>10.66</b>
<b>20</b>	<b>10.40</b>	<b>2.31</b>	<b>7.71</b>	<b>9.35</b>	<b>13.37</b>	<b>9.60</b>	<b>11.48</b>	<b>9.86</b>	<b>9.65</b>							
21	10.30	2.52	7.70	9.26	13.15	9.52	11.33	9.78	9.39							
22	3.03	2.70	2.92	2.99	3.16	3.00	3.08	3.01	9.33							
23	2.39								9.27							
24	1.63								8.60							

Tabela 6.3: Influência Exercida pela META ENERGÉTICA sobre  $\lambda_k( t )$

Ao fazermos uso dos pontos de operação propostos pelo modelo de fluxo de potência ótimo clássico, tal situação pode ser perfeitamente verificada das 1 às 9 h e das 21 às 24 h. Já pelo modelo de fluxo de potência com restrições de meta energética ou de geração, das 1 às 18 h e das 20 às 24 h.

- ▷ Essencialmente, os modelos de fluxo de potência com restrições de meta energética ou de geração e os de despacho hidrotérmico com restrições de pré-contingência são equivalentes;

- MECANISMO NODAL -								
FLUXO DE POTÊNCIA COM RESTRIÇÕES DE META ENERGÉTICA								
Custo com Produção [ \$ ]								
24246.37								
Para o $k$ -ésimo nó e para a hora $t$ , o respectivo $\lambda_k(t)$ [ \$/MWh ]								
t [ h ]	Nó 1	Nó 2	Nó 3	Nó 4	Nó 5	Nó 6	Nó 7	Nó 8
18	9.39							
19	10.75	9.43	10.31	10.57	11.23	10.61	10.92	10.66
20	9.65							
- Mecanismo <i>Spot Price</i> -								
DESPACHO HIDROTÉRMICO COM RESTRIÇÕES PRÉ-CONTINGÊNCIA								
Custo com Produção [ \$ ]								
24246.35								
Para o $k$ -ésimo nó e para a hora $t$ , o respectivo $\lambda(t)$ [ \$/MWh ]								
t [ h ]	Nó 1	Nó 2	Nó 3	Nó 4	Nó 5	Nó 6	Nó 7	Nó 8
18	9.39							
19	10.75							
20	9.65							

Tabela 6.4: Custo com Produção e Marginal com Geração via Mecanismo Nodal e *Spot Price*

Pelo modelo de fluxo de potência com restrições de meta energética ou de geração, de todo o sistema de transmissão, somente a restrição referente aos limites operacionais do ramo  $l_{2,5}$  se tornou ativa o que, por sua vez, permitir-nos-ia, remover, tranqüilamente, as demais restrições. Ao removê-las, cairíamos então em um modelo de despacho hidrotérmico com restrições pré-contingência. Repare que, com base nos resultados obtidos em ambos os modelos citados há pouco, é possível mensurar o quão estimulado um dado nó do sistema se sentirá em alterar o seu comportamento com relação ao produto energia elétrica. Exemplo: com base no modelo de despacho hidrotérmico com restrições pré-contingência, custa ao sistema algo em torno de 10.75 [ \$/MWh ] para se fornecer 1 MW no intervalo das 19 h, isto é, o custo marginal com geração do sistema para o intervalo das 19 h gira em torno de 10.75 [ \$/MWh ]. Observe então que, de acordo com a **Tab. 6.4**, pelo modelo de fluxo de potência com restrições de meta energética ou de geração, em razão da ativação da restrição

referente aos limites operacionais do ramo  $l_{2,5}$ , o custo marginal com geração do nó de geração 2 por exemplo, de 10.75 cai para 9.43 [ \$/MWh ] ( -12.28 % ) o que, por sua vez, poderá não ser suficiente para cobrir os seus custos.

- ▷ Dado um ramo  $l_{k,m}$  qualquer do sistema, enquanto houver uma ou mais restrições referentes ao sistema de transmissão ativas, para uma dada hora  $t$ , com base nos custos marginais atribuídos aos seus extremos, é possível definir o respectivo excedente marginal com congestionamento. Excedente este que, por sua vez é dado pela subtração do custo marginal atribuído ao  $k$ -ésimo nó e do atribuído ao  $m$ -ésimo nó. Exemplo: para o intervalo das 19 h, pelo modelo de fluxo de potência ótimo clássico, o excedente com congestionamento referente ao ramo  $l_{2,5}$  será dado por  $\lambda_2(19h) - \lambda_5(19h) = 2.10 - 13.61 = -11.51$  [ \$/MWh ]. Já pelo modelo de fluxo de potência com restrições de meta energética ou de geração, em razão de uma elevação no nível de segurança do sistema, cai para -1.80 [ \$/MWh ];

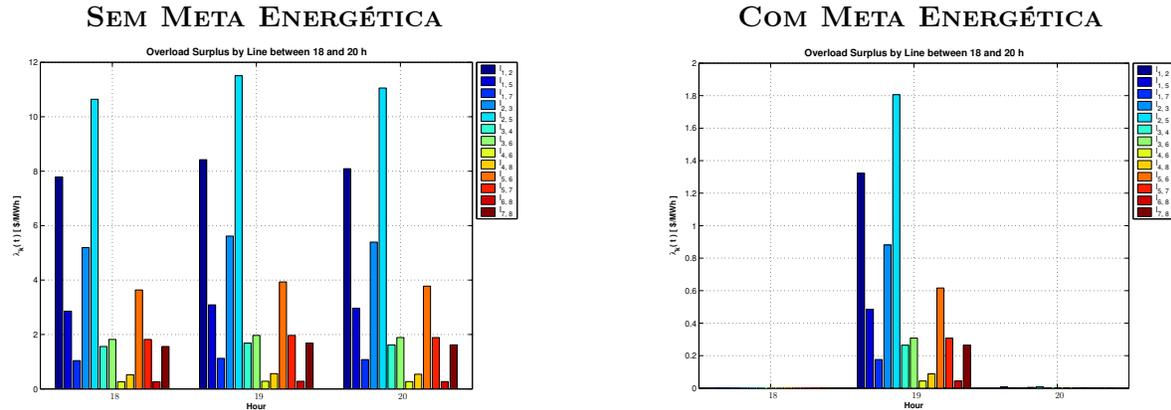


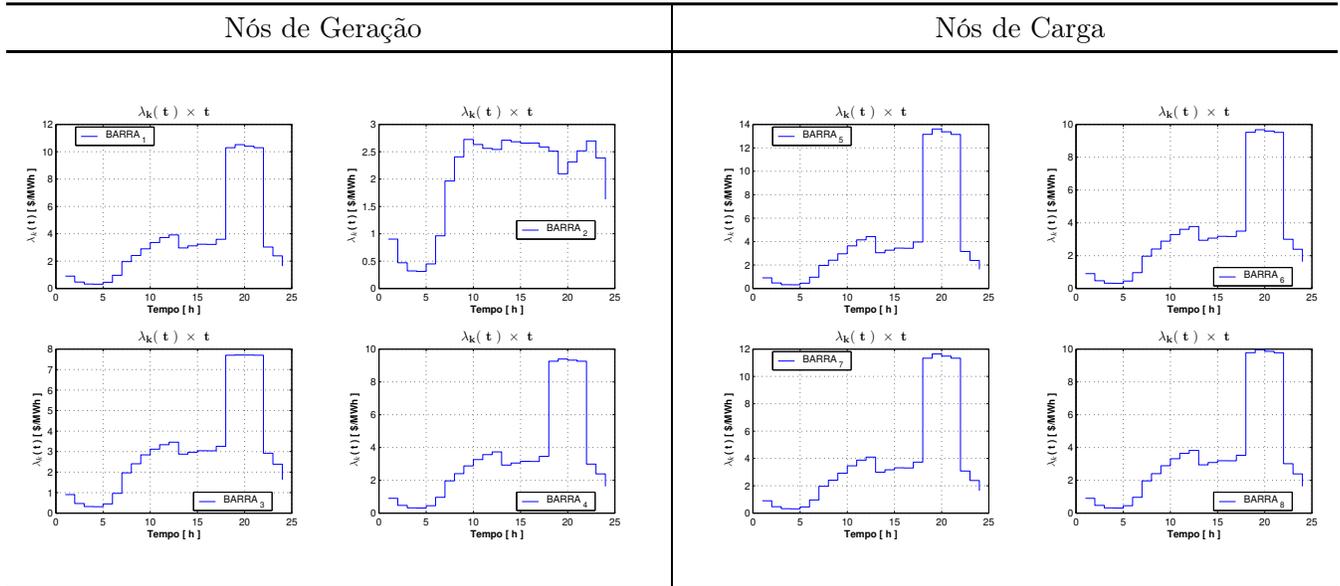
Figura 6.5: Excedentes Marginais com Congestionamentos

Repare ainda que, de acordo com a **Fig. 6.5**, ao longo do horário de ponta do sistema, os ramos responsáveis pelos maiores excedentes marginais com congestionamentos são os que têm ou como nó destino ou como nó origem um dos extremos do ramo  $l_{2,5}$ .

- ▷ De acordo com a **Fig. 6.6**, ao compararmos ambos os quadros referentes aos nós de geração ( nós de carga ), fica evidente que o custo marginal  $\lambda_k(t)$  tende a acompanhar o comportamento apresentado pela demanda. Repare ainda que, em razão de uma elevação no nível de segurança do sistema, os estímulos recebidos, em particular, pelo nó de geração 2 para reduzir a sua produção, quando comparados aos recebidos via modelo de fluxo de potência ótimo clássico, foram menores.

Por fim, ressalta-se que todos os modelos apresentados neste capítulo foram implementados em MATLAB<sup>®</sup> ( versão 6.0 ). Dentre as funções disponibilizadas, fizemos uso da função `fmincon`, uma das ferramentas que compõem o pacote *Optimization Toolbox*, desenvolvida, única e exclusivamente, para a resolução de problemas não-lineares restritos.

FPO SEM META ENERGÉTICA



FPO COM META ENERGÉTICA

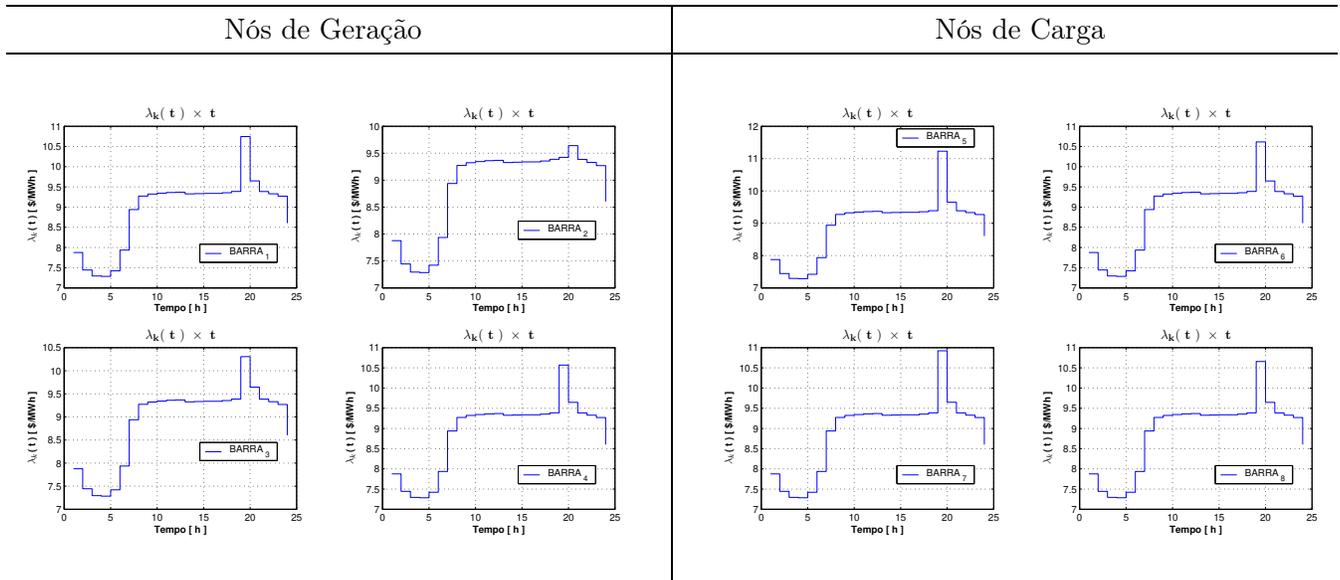


Figura 6.6:  $\lambda_k(t)$  ao longo das 24 para os Nós de Geração e de Carga

# Capítulo 7

## Conclusões

Iniciamos esta dissertação de Mestrado, almejando desenvolver um mecanismo, dedicado aos sistemas hidrotérmicos, por meio do qual poderíamos obter, para um dado nó e para uma dada hora, o respectivo custo marginal apenas com base no seu estado ( independentemente portanto, das regras de mercado ) e a terminamos tendo em mãos não apenas um mas dois mecanismos, originalmente dedicados aos sistemas térmicos e com características muito próximas, denominados de *spot price* e de nodal que, ao serem adaptados, tornaram-se aptos para lidar com sistemas hidrotérmicos.

O mecanismo *spot price*, quando comparado ao nodal, peca pela complexidade e prima pela expressividade de seus indicadores de eficiência econômica. Peca pela complexidade uma vez que depende dos estudos de despacho econômico e de análise elétrica para se obter, para o  $k$ -ésimo nó e para a hora  $t$ , o respectivo custo marginal  $\rho_k(t)$  enquanto que o nodal, depende apenas de um estudo de fluxo de potência ótimo para se obter, para o  $k$ -ésimo nó e para a hora  $t$ , o respectivo custo marginal  $\lambda_k(t)$ . Prima pela expressividade de seus indicadores financeiros uma vez que nos permite desagregar  $\rho_k(t)$  em custos com geração, com reserva girante, com perdas elétricas, com congestionamentos e com retorno financeiro enquanto que o nodal, permite-nos desagregar  $\lambda_k(t)$  apenas em custos marginais com geração e com congestionamentos. Expressividade esta favorecida também pela sua flexibilidade já que nos oferece meios de acentuar ou de atenuar a influência<sup>1</sup> exercida pelas perdas elétricas ou pelos congestionamentos ou por qualquer outro fator sobre  $\rho_k(t)$  enquanto que o nodal, nada nos oferece.

Para o mecanismo *spot price*, três foram as adaptações propostas: ( **1** ) a primeira, ao impormos à planta hidráulica uma restrição de meta energética ou de geração, visávamos torná-lo apto a lidar com sistemas hidrotérmicos o que, por sua vez, forçou-nos a migrar dos modelos de despacho econômico para os de pré-despacho econômico ou despacho hidrotérmico; ( **2** ) a segunda, ao impormos restrições pré-contingência ao modelo de de pré-despacho econômico ou despacho hidrotérmico, visávamos torná-lo robusto o suficiente aos danos causados pela presença de um ou mais congestionamentos o que, por sua vez, forçou-nos a migrar deste para o de pré-despacho econômico ou despacho hidrotérmico com restri-

---

<sup>1</sup>Por exemplo, dependendo do valor atribuído ao parâmetro  $\beta(t)$ , menor ou maior é a influência exercida pelo custo marginal com reserva girante  $\gamma_{QS}(t)$  ( e, conseqüentemente, com perdas elétricas  $\eta_{L, k}(t)$  ) sobre  $\rho_k(t)$ ;

ções pré-contingência e ( 3 ) a terceira e última, ao impormos restrições pós-contingência ao modelo de pré-despacho econômico ou despacho hidrotérmico com restrições pré-contingência, visávamos torná-lo robusto aos danos causados pela perda de um ou mais ramos o que, por sua vez, forçou-nos a migrar deste para o de pré-despacho econômico ou despacho hidrotérmico com restrições pré e pós-contingência. A cada adaptação, custos cada vez maiores com produção e marginal com geração foram observados.

Já para o mecanismo nodal, apenas uma única adaptação foi proposta. Adaptação esta que, ao impor à planta hidráulica uma restrição de meta energética ou de geração, o tornaria apto a lidar com sistemas hidrotérmicos mesmo que, a exemplo do mecanismo *spot price*, às custas de um aumento nos custos com produção e marginal com geração.

No contexto geral, tanto os mecanismos concebidos com base no conceito de *spot price* como no de nodal, caracterizam-se por induzir todos aqueles que se encontram conectados ao sistema em estudo, sejam eles nós de geração ou de carga, a buscarem por um ponto de operação que permita o sistema em estudo operar de forma segura já que penaliza ( premia ) os que se portam como ' maus ( bons ) meninos '.

Apesar de limitados já que apenas alguns poucos aspectos operacionais relacionados apenas à parte ativa foram abordados, ao final desta dissertação de Mestrado, vimos que fomos capazes de tornar os mecanismos *spot price* e nodal, originalmente dedicados aos sistemas térmicos, aptos para lidar com sistemas hidrotérmicos. Estimulados pelos resultados obtidos, passamos a almejar feitos ainda maiores, passamos a ansiar por um mecanismo, dedicado aos sistemas hidrotérmicos, capaz de lidar com, pelos menos, os aspectos operacionais relacionados não só à parte ativa como também à parte reativa mais significativos, por meio do qual é possível obter, para o  $k$ -ésimo nó e para hora  $t$ , o respectivo custo marginal. Pretenciosos demais ou não, mesmo que a pequenos passos, daremos continuidade a este trabalho rumo ao desenvolvimento de tal mecanismo.

# Bibliografia

- Bazaraa, M. S. and Shetty, C. M. (1979). *Nonlinear Programming*, John-Wiley.
- Borenstein, C. R., de B. Camargo, C. C., Cunha, C. J. C. A., de Santana an Helder Queiroz Pinto Júnior, E. A. and de Araújo, J. L. R. (1999). *Regulação e Gestão Competitiva no Setor Elétrico Brasileiro*, Editora Sagra Luzzatto, Porto Alegre-RS, Brasil.
- Caramanis, M., Bohn, R. and Schweppe, F. (1982). Optimal spot pricing: Practice e theory, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems* **PAS-101**: 1–12.
- da Silva, E. L. (2001). *Formação de Preços em Mercados de Energia Elétrica*, Editora Sagra Luzzatto, Porto Alegre, Brasil.
- da Silva, E. L., Morales, J. C. and Mello, A. C. (2000). Gerenciamento do congestionamento em mercados de energia elétrica sob competição, *VII SEPOPE* .
- de Oliveira, A. A. (1999). *Uma metodologia para o cálculo do spot price em sistemas hidrotérmicos.*, Master's thesis, FEEC-Unicamp, Campinas.
- Encina, A. S. A. (1999). *Um modelo de otimização do despacho de máquinas em usinas hidrelétricas*, Master's thesis, FEEC-Unicamp, Campinas.
- Fracaro, A. V. (1994). *Planejamento da operação de curto prazo de sistemas hidrotérmicos com restrições de segurança.*, Master's thesis, FEEC-Unicamp, Campinas.
- Gedra, T. W. (1999). On transmission congestion and pricing, *IEEE Transactions on Power System* **14**.
- Monticelli, A. J. (1983). *Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica*, Editora Edgard Blücher Ltda.
- Ohishi, T. (1990). *Planejamento da Operação de Curto Prazo de Sistemas Hidrotérmicos Predominantemente Hidráulicos*, PhD thesis, FEEC - UNICAMP, FEEC-Unicamp, Campinas.
- ONS (2001). *Relatório Anual 2001*, Operador Nacional do Sistema, RJ, Brasil.
- Oren, S. S. and Smith, S. A. (1993). *Service Opportunities foe Electric Utilities: Creating Differentiated Products*, Kluwer Academic Publishers, Boston/Dordrecht/London.

- 
- Oren, S., Spiller, P. T., Variaya, P. and Wutcher, F. (1995). Nodal prices and transmission rights: A critical appraisal, *The Electricity Journal* **8**: 24–35.
- Pechman, C. (1993). *Regulating Power: The Economics of Electricity in the Information Age*, Kluwer Academic Publishers, Boston/Dordrecht/London.
- Schweppe, F. C., Caramanis, M. C., Tabors, R. D. and Born, R. E. (1987). *Spot Pricing of Electricity*, Kluwer Academic Publishers, Boston, Dordrecht, London.