Luciano Leonel Mendes

Modelos Matemáticos para Estimação do Desempenho de Sistemas de Multiplexação por Divisão em Freqüências Ortogonais

Tese de Doutorado apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP - como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.
Área de concentração: Telecomunicações e Telemática

Orientador: Prof. Dr. Renato Baldini Filho

Campinas 2007

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

	Mendes, Luciano Leonel
M522m	Modelos matemáticos para estimação do desempenho de sistemas de multiplexação por divisão em freqüências ortogonais / Luciano Leonel Mendes. – Campinas, SP: [s.n.], 2007.
	Orientador: Renato Baldini Filho.
	Tese de Doutorado - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação.
	1. Sistemas de comunicação sem fio. 2. Sistemas de transmissão de dados. 3. Multiplexação. 4. Análise de erros (Matemática). 5. Sistemas não-lineares. I. Baldini Filho, Renato. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. III. Título

Título em Inglês:	Mathematical models for performance estimation of orthogonal frequency division multiplexing systems.
Palavras-chave em Inglês:	Digital communications, OFDM, Symbol error probability, Diversity, Clipping,
Área de concentração:	Telecomunicações e Telemática
Titulação:	Doutor em Engenharia Elétrica
Banca Examinadora:	Carlos Aurélio Faria da Rocha, Fabbryccio Akkazzha Chaves Machado Cardoso, Jaime Portugheis, João Baptista Tadanobu Yabu-Uti
Data da defesa:	26/07/2007

. Programa de Pós-Graduação: Engenharia Elétrica

Luciano Leonel Mendes

Modelos Matemáticos para Estimação do Desempenho de Sistemas de Multiplexação por Divisão em Freqüências Ortogonais.

Tese de Doutorado apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.
Área de concentração: Telecomunicações e Telemática.
Aprovação em 26/07/2007

Banca Examinadora:
Prof. Dr. Carlos Aurélio Faria da Rocha - UFSC
Prof. Dr. Fabbryccio A. C. M. Cardoso - UNICAMP
Prof. Dr. Jaime Portugheis - UNICAMP
Prof. Dr. João Baptista T. Yabu-Uti - UNICAMP
Prof. Dr. Renato Baldini Filho - UNICAMP

Campinas, SP
2007

COMISSÃO JULGADORA - TESE DE DOUTORADO

Candidato: Luciano Leonel Mendes

Data da Defesa: 26 de julho de 2007

Título da Tese: "Modelos Matemáticos para Estimação do Desempenho de Sistemas de Multiplexação por Divisão em Frequências Ortogonais"

Prof. Dr. Renato Baldini Filho (Presidente): ______________________

Prof. Dr. Carlos Aurélio Faria da Rocha: ______________________

Prof. Dr. João Baptista Tadanobu Yabu-uti: ______________________

Prof. Dr. Jaime Portugheis: ______________________

Prof. Dr. Fabbryccio Akkazzha Chaves Machado Cardoso: ______________________

Resumo

O objetivo deste trabalho é apresentar uma análise detalhada do desempenho de sistemas OFDM, considerando a ação do ruído, seletividade na resposta em freqüência do canal, mobilidade do receptor, uso de esquemas de diversidade e ceifamento do sinal por parte do amplificador de potência. O procedimento de realização desta análise consiste em determinar expressões analíticas para estimar a probabilidade de erro de símbolo, comparando as expressões teóricas com resultados obtidos por simulações computacionais. O efeito do erro de estimação de canal no desempenho do sistema, considerando os diferentes cenários mencionados, também foi considerado, uma vez que empregou-se diversos algoritmos de estimação de canal nas simulações implementadas.

Existe na literatura diversas expressões para estimar a probabilidade de erro de símbolo nas diferentes situações analisadas neste trabalho. No entanto, essas expressões são válidas para as modulações M QAM quadradas. Neste trabalho, expressões válidas para as modulações não quadradas são apresentadas para todos os cenários analisados. Além disso, algumas considerações utilizadas no desenvolvimento da expressão para estimar a probabilidade de erro de símbolo devido ao ceifamento são revistas, o que resulta em uma expressão mais realista.

Este trabalho também apresenta uma breve descrição sobre as principais técnicas de controle de potência de pico para sinais OFDM, descrevendo detalhadamente o uso da transformada de Walsh-Hadamard para este fim. A integração desta transformada com todos os esquemas empregados ao longo do trabalho também é apresentada e o desempenho dos esquemas resultantes é comparado com o desempenho dos esquemas convencionais.

Palavras-chave: Comunicação Digital, OFDM, Probabilidade de Erro de Símbolo, Diversidade, Ceifamento.

Abstract

The aim of this work is to present a detailed analysis about the performance of OFDM systems considering noise, frequency selective fading, moving receiver, diversity and signal clipping by the high power amplifier. The approach used in the development of this analysis consists on determining analytical equations to estimate the symbol error probability and compare the theoretical results with the ones obtained by computational simulation. The effect of the channel estimation error is also considered in this analysis, once different channel estimation algorithms is employed to estimate the channel frequency response in the developed simulations.

In the literature there are several expressions to estimate the symbol error probability in the different situations mentioned above. However, these expressions have been developed for square M QAM constellations. This work presents expressions that are also valid for non-square M QAM constellations. Also, the expression to estimate the symbol error probability due the clipping is rewritten, resulting in a new expression that is more accurate than the original one.

This work also presents a short description of the main techniques used to control the peak to average power ratio in OFDM signals. The Walsh-Hadamard Transform technique is detailed described and its integration with all the schemes used in this work is presented. The performance of the resulting integration is compared with the performance of the conventional systems.

Keywords: Digital Communications, OFDM, Symbol Error Probability, Diversity, Clipping.

Agradecimentos

Ao meu orientador, Prof. Dr. Renato Baldini Filho, pela imensa atenção dedicada a este trabalho.

Aos professores que forneceram-me os conhecimentos necessários para que esta tese se tornasse realidade.

Ao Instituto Nacional de Telecomunicações, pelo apoio incondicional.

Aos membros da Banca de Qualificação, pelas diretrizes para a finalização deste trabalho.

À minha esposa, Adriana, pela paciência e compreensão incomensuráveis durante as noites que fiquei ausente, dedicando-me a este trabalho.

Aos meus pais e irmãos, pelo apoio e incentivo.

À minha esposa.

Índice

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

Lista de Símbolos

$\|\|(\cdot)\|\|_2$	-	Norma-2 de $(\cdot)$.
$\|\|(\cdot)\|\|_\infty$	-	Norma infinita de $(\cdot)$.
α	-	Fator de decaimento do filtro cosseno elevado.
γ	-	Relação sinal-ruído média em um canal radiomóvel.
$\bar{\gamma}$	-	Relação sinal-ruído na saída do combinador.
$\bar{\gamma}_\xi$	-	Relação sinal-ruído na saída do combinador, ponderada pelo fator ξ.
$\bar{\gamma}_\varsigma$	-	Relação sinal-ruído média na entrada do combinador.
$\delta(t)$	-	Função impulso unitário.
Δf	-	Espaçamento entre duas sub-portadoras adjacentes.
ΔHz	-	Espaçamento entre duas portadoras piloto adjacentes.
ΔT	-	Duração do tempo de guarda.
$\bar{\varepsilon}$	-	Energia média do sinal na entrada do combinador.
η	-	Influência do ceifamento no espectro de amplitudes do sinal.
θ_i	-	Fase do i-ésimo percurso com distribuição uniforme.
$\theta(t)$	-	Fase variante no tempo com distribuição uniforme.
ϑ	-	Limiar de interferência no espectro do sinal que resulta em erro de símbolo.
ι	-	Limiar de recepção.
λ	-	Comprimento de onda do sinal.
λ_l	-	Taxa de cruzamento de limiar de ceifamento.
$\bar{\mu}$	-	Número médio de vizinhos dos símbolos da constelação.
μ_c	-	Valor médio dos símbolos da constelação.
μ_i	-	Número de símbolos com i vizinhos.
μ_s	-	Média das amostras do símbolo OFDM.
ν	-	Distância entre o símbolo e o limiar de decisão.
ξ	-	Fator de ponderação da relação sinal-ruído, em função da geometria da constelação.
ϖ	-	Número de ceifamentos.
ϱ	-	Soma quadrática dos ganhos dos J percursos entre a(s) antena(s) transmissora(s) e as antenas receptoras.
σ_c	-	Desvio padrão dos símbolos da constelação.
σ_I	-	Desvio padrão da componente em fase do ruído.
σ_n	-	Desvio padrão do ruído.

σ_Q - Desvio padrão da componente em quadratura do ruído.
σ_r - Desvio padrão das variáveis gaussianas ortogonais que geram a variável Rayleigh.
σ_s - Desvio padrão das amostras do símbolo OFDM.
τ_i - Atraso do i-ésimo percurso.
τ_c - Duração do ceifamento.
τ_{ch} - Tempo de coerência do canal.
τ_m - Tempo médio da duração do ceifamento.
$\phi(x)$ - Função geratriz de momento da variável x.
$\Phi(x)$ - Função densidade cumulativa de probabilidade para uma variável gaussiana normalizada.
ω - Freqüência angular.
Ω_N - Matriz de Wash-Hadamard de ordem N.
ω_i - i-ésima freqüência angular de um sinal.
ω_r - Freqüência angular da portadora de radiofreqüência.
A - Amplitude do sinal OFDM.
a - Amostra temporal da amplitude do sinal OFDM.
a_i - Amplitude o i-ésimo percurso.
A_{max} - Máxima amplitude do sinal OFDM.
b - Bit transmitido.
b' - Bit recebido.
BW_c - Banda de coerência do canal.
BW_s - Largura de faixa sinal.
BW_{sp} - Largura de faixa de cada sub-portadora do sistema OFDM.
$\overrightarrow{c}_\Omega$ - Símbolos seriais espalhados pela matriz de Wash-Hadamard.
$\mathcal{C}$ - Matriz de transmissão empregada nos esquemas STC.
c_i - i-ésimo símbolo serial em fase e quadratura.
c_i' - i-ésimo símbolo serial recebido.
$\overrightarrow{c}_n$ - Vetor com N símbolos seriais.
$\bar{E}$ - Energia média de símbolo.
$\mathrm{E}[\cdot]$ - Valor esperado de $(\cdot)$.
E_{est} - Erro quadrático médio da estimativa da resposta em freqüência do canal.
E_M - Matriz de equalização.
$\bar{E}_T$ - Energia total do símbolo na saída do combinador.
f - Freqüência.
$\mathcal{F}(\cdot)$ - Transformada de Fourier de $(\cdot)$.
f_D - Desvio de freqüência Doppler.
f_i - i-ésima freqüência do sinal.
f_{max} - Máxima freqüência do sinal.
$F_X(x)$ - Função densidade cumulativa de probabilidade da variável X.
$(\cdot)^{\mathcal{H}}$ - Operação transposta conjugada de $(\cdot)$.
$h(t)$ - Resposta ao impulso do canal.
H - Resposta em freqüência do canal.
H_{est} - Resposta em freqüência estimada do canal.
I - Número de percursos do canal.
$\mathcal{I}(\cdot)$ - Parte imaginária de $(\cdot)$.

I_D	-	Matriz identidade.
i_n	-	Componente em fase do n-ésimo símbolo serial.
i'_n	-	Componente em fase recebida.
I_{max}	-	Máximo valor em fase de um símbolo serial.
j	-	Unidade imaginária.
J	-	Número de antenas de recepção.
k_B	-	Fator de redução da Banda de coerência do canal.
K	-	Número de símbolos OFDM em um quadro.
l	-	Limiar de ceifamento.
L	-	Número de projeções nos eixos em fase e quadratura.
l_b	-	Número de linhas (ou colunas) que formam um "braço"da constelação M QAM em cruz.
m	-	Índice temporal das amostras do sinal OFDM discreto.
M	-	Ordem da modulação digital.
N	-	Número de portadoras do sistema OFDM.
N_0	-	Densidade espectral de potência do ruído.
N_{0T}	-	Densidade espectral de potência do ruído na saída do combinador.
N_p	-	Número de portadoras piloto.
$n(t)$	-	Ruído no domínio do tempo.
p	-	Valor transmitido na portadora piloto.
$\mathcal{P}$	-	Expoente para determinação do número de pontos da FFT.
p_{ι_i}	-	Probabilidade do sinal proveniente da i-ésima antena estar abaixo do limiar de recepção ι.
$p_\tau(t)$	-	Forma de onda do pulso ceifado.
$P_\tau(\omega)$	-	Espectro de amplitude do pulso ceifado.
$P_C[erro]$	-	Probabilidade de erro para modulações M QAM em cruz.
p_e	-	Probabilidade de erro de símbolo.
P_i	-	i-ésimo percurso do canal.
P_{in}	-	Potência de entrada.
$P_N[erro]$	-	Probabilidade de erro de símbolo devido apenas à ação do ruído.
P_{out}	-	Potência de saída.
$P_Q[erro]$	-	Probabilidade de erro para modulações M QAM quadradas.
$P_S[erro]$	-	Probabilidade de erro para modulações M QAM sobrepostas.
$p(x)$	-	Função densidade de probabilidade de x.
$P[x]$	-	Probabilidade da variável X assumir o valor x.
$P[x/y]$	-	Probabilidade condicional de x dado y.
Q_{max}	-	Máximo valor em quadratura do símbolo serial.
q_n	-	Componente em quadratura do i-ésimo símbolo serial.
$\mathrm{Q}(x)$	-	Função calda de gaussiana.
$\Re(\cdot)$	-	Parte real de $(\cdot)$.
R_b	-	Taxa de bit.
r_i	-	Ganho do i-ésimo percurso com distribuição de Rayleigh.
R_m	-	Taxa de símbolos de cada sub-portadora do sistema OFDM.
R_s	-	Taxa de símbolos.

$r(t)$	-	Ganho do canal variante no tempo com distribuição e Rayleigh.
r_{TG}	-	Relação entre o tempo de guarda e o tempo útil do símbolo OFDM.
$\hat{s}$	-	Sinal na saída do combinador.
$s_{k,i}$	-	Sinal transmitido na k-ésima antena no instante iT.
$\overrightarrow{s}_m$	-	Vetor com N elementos, representando a saída da IFFT.
s_m	-	Sinal de transmissão discreto.
s_{pi}	-	Símbolo piloto transmitido na antena i.
s_{r_b}	-	Sinal recebido em banda-base.
$s_{r_{bb}}$	-	Produto entre o sinal recebido e a portadora de RF.
s_{r_m}	-	Sinal recebido discreto.
$s_r(t)$	-	Sinal recebido no domínio do tempo.
$s(t)$	-	Sinal transmitido no domínio do tempo.
t	-	Tempo.
t_0	-	Instante de ocorrência do ceifamento.
T	-	Tempo útil do símbolo OFDM.
T_1	-	Primeiro momento do espalhamento temporal.
T_2	-	Segundo momento do espalhamento temporal.
T_{OFDM}	-	Tempo total do símbolo OFDM.
T_{RMS}	-	Desvio padrão do espalhamento temporal.
v	-	Velocidade de deslocamento do móvel.
$\mathrm{Var}[\cdot]$	-	Variância de $(\cdot)$.
w_i	-	Ganho de potência do i-ésimo percurso.

Lista de Abreviaturas e Siglas

AWGN	-	*Additive White Gaussian Noise* - Ruído Gaussiano Branco Aditivo.
BER	-	*Bit Error Rate* - Taxa de Erro de Bit.
BPSK	-	*Binary Phase Shit Keying* - Modulação Binária através do Chaveamento de Fase.
CPLX	-	Complexo.
DAB	-	*Digital Audio Broadcasting* - Radiodifusão de Áudio Digital.
DFT	-	*Discrete Fourier Transform* - Transformada Discreta de Fourier.
DMT	-	*Discrete Multitone* - Multitons Discreto.
DVB	-	*Digital Video Broadcasting* - Radiodifusão de Vídeo Digital.
DVB-T	-	*Digital Video Broadcasting - Terrestrial* - Radiodifusão de Vídeo Digital Terrestre.
EGC	-	*Egual Gain Combining* - Combinação com Ganhos Iguais.
FFT	-	*Fast Fourier Transform* - Transformada Rápida de Fourier.
FIR	-	*Finite Impulse Response* - Resposta ao Impulso Finita.
ICI	-	*Intercarrier Interference* - Interferência Inter-portadoras.
IDFT	-	*Inverse Discrete Fourier Transform* - Transformada Discreta de Fourier Inversa.
IFFT	-	*Inverse Fast Fourier Transform* - Transformada Rápida de Fourier Inversa.
IID	-	Independente e Identicamente Distribuídas.
IIS	-	Interferência Intersimbólica.
IMAG	-	Imaginário.
ISDB	-	*Integrated Services Digital Broadcasting* - Serviços Integrados para Radiodifusão Digital.
ISDB-T	-	*Integrated Services Digital Broadcasting - Terrestrial* - Serviços Integrados para Radiodifusão Digital Terrestre.
LIT	-	Linear e Invariante no Tempo.
MRC	-	*Maximum Ratio Combining* - Combinação por Máxima Razão.
MRC-OFDM	-	*Maximum Ratio Combining and Orthogonal Frequency Division Multiplexing* - Combinação por Máxima Razão e Multiplexação por Divisão em Freqüências Ortogonais.
OFDM	-	*Orthogonal Frequency Division Multiplexing* - Multiplexação por Divisão em Freqüências Ortogonais.

PAPR	-	*Peak to Average Power Ratio* - Relação entre Potência de Pico e Potência Média.
PCM	-	*Pulse Code Modulation* - Modulação por Codificação de Pulsos.
PDA	-	*Personal Digital Assistant* - Assistente Pessoal Digital.
QAM	-	*Quadrature Amplitude Modulation* - Modulação em Fase e Quadratura.
QPSK	-	*Quadrature Phase Shift Keying* - Modulação através do Chaveamento em Fase e Quadratura.
RE	-	Real.
RF	-	Radiofreqüência.
SC	-	*Selection Combining* - Combinação por Seleção.
SER	-	*Symbol Error Rate* - Taxa de Erro de Símbolo.
SFBC	-	*Space Frequency Block Coding* - Codificação de Bloco Espaço-Freqüência.
SFC	-	*Space Frequency Coding* - Codificação Espaço-Freqüência.
SFC-OFDM	-	*Space Frequency Coding and Orthogonal Frequency Division Multiplexing* - Codificação Espaço-Freqüência e Multiplexação por Divisão em Freqüências Ortogonais.
SLM	-	*Selective Mapping* - Mapeamento Seletivo.
SLM-OFDM	-	*Selective Mapping and Orthogonal Frequency Division Multiplexing* - Mapeamento Seletivo e Multiplexação por Divisão em Freqüências Ortogonais.
STBC	-	*Space Time Block Coding* - Codificação de Bloco Espaço-Temporal.
STC	-	*Space Time Coding* - Codificação Espaço-Temporal.
STC-OFDM	-	*Space Time Coding and Orthogonal Frequency Division Multiplexing* - Codificação Espaço-Temporal e Multiplexação por Divisão em Freqüências Ortogonais.
WH	-	*Walsh-Hadamard transform* - transformada de Walsh-Hadamard.
WH-MRC-OFDM	-	*Walsh-Hadamard transformed Maximum Ratio Combining and Orthogonal Frequency Division Multiplexing* - Transformada de Walsh-Hadamard aplicada a Combinação por Máxima Razão e Multiplexação por Divisão em Freqüências Ortogonais.
WH-SFC-OFDM	-	*Walsh-Hadamard transformed Space Frequency Coding and Orthogonal Frequency Division Multiplexing* - Transformada de Walsh-Hadamard aplicada a Codificação Espaço-Freqüência e Multiplexação por Divisão em Freqüências Ortogonais.
WH-STC-OFDM	-	*Walsh-Hadamard transformed Space Time Coding and Orthogonal Frequency Division Multiplexing* - Transformada de Walsh-Hadamard aplicada a Codificação Espaço-Temporal e Multiplexação por Divisão em Freqüências Ortogonais.
Wi-FI	-	*Wireless Fidelity* - Fidelidade Sem Fio.
Wi-MAX	-	*Worldwide interoperabilty for Microwave Access* - Interoperabilidade Global para Acesso por Microondas.
WLAN	-	*Wireless Local Area Network* - Rede Local Sem Fio.

Capítulo 1

Introdução

Atualmente, os serviços de comunicação de radiodifusão, tais como televisão e rádio, estão sendo digitalizados. Além disso, os novos serviços de rede de computadores sem fio estão se tornando mais populares com o advento dos padrões Wi-FI (*Wireless Fidelity*) e Wi-MAX (*Worldwide interoperability for Microwave Access*) e a cada dia aumenta a demanda por maior vazão de dados nos sistemas de comunicação celulares. Nestes cenários, a largura de faixa ocupada pelo sinal de transmissão normalmente é maior do que a banda de coerência do canal, o que resulta em um desvanecimento seletivo. Para mitigar esse problema, os mais recentes padrões de comunicação digital a altas taxas, como DAB (*Digital Audio Broadcasting*), DVB (*Digital Video Broadcasting*), ISDB (*Integrated Service of Digital Broadcasting*), Wi-FI, Wi-MAX, entre outros, empregam a técnica de multiplexação por divisão em freqüências ortogonais (OFDM - *Orthogonal Frequency Division Multiplexing*). Desta forma, há um grande interesse no desempenho desta técnica de transmissão em diferentes canais de comunicação, principalmente nos casos onde há mobilidade e não-linearidades.

Em vários destes padrões, existem diferentes opções de modulação digital, o que permite definir uma relação de compromisso entre robustez e vazão. No entanto, esses padrões somente empregam modulações com geometria quadrada, o que significa que o número de bits transmitidos por símbolo da modulação é sempre par. Isso, no entanto, resulta em alterações muito abruptas de robustez e vazão, que poderiam ser minimizadas com o uso de modulações com geometria não quadrada. Assim, seria possível empregar modulações onde o número de bits por símbolo seja um número ímpar, tornando as transições mais suaves. O uso das constelações não-quadradas traz ainda outro benefício, que se torna ainda mais relevante considerando o seu uso em sistemas OFDM. O arranjo não quadrado da constelação permite reduzir a relação entre a potência de pico e a potência média da mesma, diminuindo a influência dos amplificadores não-lineares no sinal transmitido.

O objetivo deste trabalho é apresentar uma análise sobre o desempenho do sistema OFDM, considerando diversas situações. Para atingir esse objetivo, este texto está organizado da seguinte forma: o Capítulo 2 apresenta os princípios da técnica OFDM, incluindo os métodos de geração e detecção dos símbolos OFDM. Ainda neste capítulo, apresenta-se algumas técnicas para a estimação de canal. O Capítulo 3 apresenta uma análise sobre o desempenho das modulações M QAM (*M-ary Quadrature Amplitude Modulation*) em canais lineares e invariantes no tempo, mostrando também que o desempenho de sistemas com portadora singela e múltiplas portadoras em canais desta natureza é exatamente o mesmo. As expressões para cálculo da probabilidade de erro de símbolo para as modulações M QAM em cruz e M QAM sobreposta são contribuições destes trabalho. Ainda neste capítulo, apresenta-se uma análise sobre o desempenho das diferentes técnicas de estimação de canal considerando um canal seletivo em freqüência.

No Capítulo 4, realiza-se uma análise do desempenho do sistema OFDM em canais móveis e seletivos em freqüência. A generalização da expressão da probabilidade de erro de símbolo considerando o canal Rayleigh para as modulações M QAM não quadradas é uma contribuição deste trabalho. Aqui também realiza-se uma análise sobre o desempenho das diferentes técnicas de estimação de canal, considerando os efeitos da mobilidade do receptor com relação ao transmissor.

Já no Capítulo 5, apresenta-se uma análise sobre o desempenho de dois esquemas de diversidade em conjunto com o OFDM. Considera-se, primeiramente, um sistema de diversidade de recepção que emprega o algoritmo de combinação de máxima razão. Em seguida, é considerado o sistema de diversidade de transmissão, obtido através de um código espaço-temporal. O código espaço temporal pode ser integrado ao OFDM de duas maneiras básicas. A primeira possibilidade consiste em um sistema STC-OFDM (*Space Time Code*-OFDM). Já a segunda possibilidade consiste em um sistema SFC-OFDM (*Space Frequency Code*-OFDM). O desempenho das diferentes possibilidades de estimação de canal para todas essas técnicas é analisado. A generalização da expressão para o cálculo da probabilidade de erro de símbolo para as modulações M QAM não quadrada em canais lineares variantes no tempo considerando esquemas de diversidade, também consiste em uma contribuição deste trabalho.

Finalmente, o Capítulo 6 apresenta uma análise sobre o desempenho do sistema OFDM em canais não lineares, onde os picos do sinal OFDM são ceifados devido a ação do amplificador de potência. Esta análise está dividida em 4 etapas. Na primeira, considera-se apenas a ação do ceifamento no sinal. A seguir, considera-se também a ação do ruído AWGN (*Additive White Gaussian Noise*). Em seguida, considera-se a mobilidade do receptor e o uso dos esquemas de diversidade de recepção e de transmissão. Por último, apresenta-se as principais técnicas para controle de potência de pico do sinal OFDM, destacando-se o uso de transformada de Walsh-Hadamard para este fim. A integração desta transformada com os diferentes esquemas estudados ao longo do trabalho, bem como o desempenho das soluções resultantes destas combinações são analisadas. As contribuições deste capítulo são a melhoria da expressão para cálculo da probabilidade de erro de símbolo considerando o efeito do ceifamento, tornando-a mais realista, e sua generalização para modulações M QAM não quadradas. Além disso, apresenta-se uma expressão generalizada para estimar a probabilidade de erro de símbolo de sistemas M QAM em canais não-lineares, variantes no tempo e seletivos em freqüência. Também merece destaque o estudo do desempenho dos esquemas de diversidade em canais não-lineares e variantes no tempo, com e sem o uso da transformada de Walsh-Hadamard, realizado através de simulações computacionais.

Capítulo 2

Multiplexação por Divisão em Freqüências Ortogonais

A técnica de transmissão utilizando múltiplas portadoras foi apresentada na década de 60 como uma solução para transmitir sinais digitais a altas taxas. No entanto, o sistema OFDM apenas começou a se tornar popular na década de 90, com o advento de processadores digitais de sinais com alta capacidade, quando o OFDM foi proposto como solução para o acesso à serviços digitais através de cabos telefônicos, em um sistema denominado de DMT (*Discrete Multitone*) [1]. Já em [2], os autores propõem o uso do OFDM em sistemas sem fio para mitigar os problemas relacionados a seletividade em freqüência do canal. Atualmente, o OFDM é a interface aérea de diversos padrões de transmissão digital de banda larga, como os padrões de áudio digital DAB [3], de televisão digital DVB-T [4] e ISDB-T [5], além dos padrões WI-FI [6] e WI-MAX [7] de redes sem fio.

2.1 Princípio da Técnica OFDM

Em um canal de comunicação onde as estações transmissoras e receptoras utilizam antenas omnidirecionais, é possível que réplicas atrasadas do sinal transmitido atinjam o receptor vindas de percursos distintos, conforme ilustrado na Figura 2.1.

A resposta ao impulso deste canal é dada por

$$h(t) = \sum_{i=0}^{I-1} a_i \delta(t - \tau_i), \tag{2.1}$$

onde a_i e τ_i são, respectivamente, a atenuação e o atraso sofrido pelo $i-$ésimo percurso e I é o

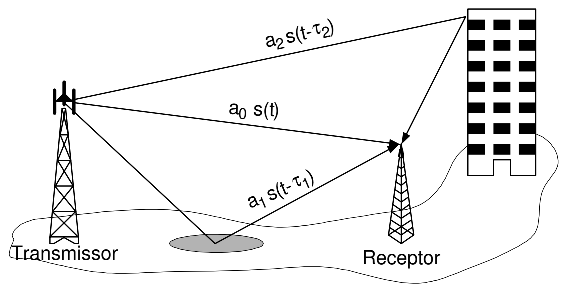


Figura 2.1: *Canal de comunicação com múltiplos percursos.*

número de percursos entre a antena transmissora e receptora. τ_0 é o atraso sofrido no percurso em visada direta que, nesta análise, será considerado nulo.
A resposta em freqüência deste canal é dada por

$$H(j\omega) = \mathcal{F}\left\{h(t)\right\} = \sum_{i=0}^{I-1} a_i \exp\left(-j\omega\tau_i\right). \tag{2.2}$$

A Figura 2.2 apresenta um exemplo de resposta em freqüência para um canal onde $I = 2$, $a_0 = a_1 = 1$, $\tau_0 = 0$ e $\tau_1 = 1s$.

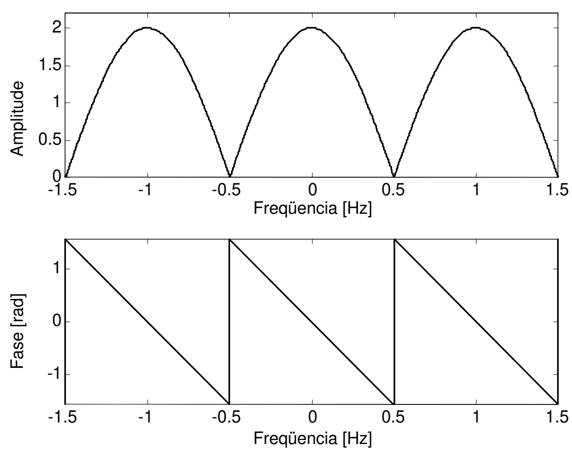


Figura 2.2: *Resposta em freqüência de um canal com múltiplos percursos.*

O grau de degradação no sinal causado por um canal com múltiplos percursos depende das atenuações e dos atrasos introduzidos em cada percurso, bem como da largura de faixa do sinal transmitido. A banda de coerência do canal é definida como a largura de faixa na qual o desvanecimento no canal pode ser considerado plano. Assim, se o sinal apresentar uma largura de faixa menor do que a banda de coerência do canal, então os efeitos dos múltiplos percursos não causam desvanecimento seletivo na banda de freqüência ocupada pelo sinal transmitido [8]. A banda de coerência de um canal é dada por [9]

$$BW_c = \frac{1}{k_B\, T_{rms}}, \tag{2.3}$$

onde k_B é um parâmetro de redução, normalmente estabelecido em 50 para uma coerência de 90%,

$$T_{rms} = \sqrt{T_2 - T_1^2} \tag{2.4}$$

é o desvio padrão do espalhamento temporal e

$$\begin{aligned} T_1 &= \frac{\sum_{i=0}^{I-1} |a_i|^2\, \tau_i}{\sum_{k=0}^{I-1} |a_i|^2} \\ T_2 &= \frac{\sum_{i=0}^{I-1} |a_i|^2\, \tau_i^2}{\sum_{k=0}^{I-1} |a_i|^2} \end{aligned} \tag{2.5}$$

são, respectivamente, o primeiro e segundo momento do espalhamento temporal.

A largura de faixa de um sinal em banda passante proveniente de uma modulação digital em fase e quadratura é dada por [10]

$$BW_s = \frac{R_b}{\log_2(M)}(1+\alpha) = R_s(1+\alpha), \tag{2.6}$$

onde R_b é a taxa de bit necessária para garantir a qualidade de serviço do sistema, M é a ordem da modulação empregada, R_s é a taxa de sinalização na saída do modulador digital em fase e quadratura e α é o fator de decaimento do filtro de Nyquist [10][11] empregado.
A Equação (2.6) mostra que para diminuir substancialmente a largura de faixa do sinal deve-se aumentar a ordem da modulação empregada. No entanto, em muitos casos esta medida não pode ser aplicada, pois o aumento da ordem da modulação pode requerer um aumento inviável na potência de transmissão, para que a taxa de erro de bit do sistema se mantenha a mesma [11]. Assim, caso a banda de coerência do canal seja menor do que a banda do sinal, este irá sofrer desvanecimento seletivo em freqüência. Uma forma de minimizar o impacto desta interferência é a utilização de um dispositivo adaptativo capaz de identificar e cancelar as versões atrasadas do sinal transmitido [12]. Este dispositivo, denominado de equalizador, pode se tornar complexo e caro quando o canal de comunicação apresenta condições severas de seletividade em freqüência.

O princípio básico do OFDM é dividir a seqüência de dados, que deve ser transmitida a uma taxa de sinalização de R_s símbolos por segundo, em N feixes de dados paralelos, cada um operando a uma taxa de R_s/N símbolos por segundo. Cada um destes feixes modula uma sub-portadora, de modo que a vazão total do sistema seja equivalente a vazão com apenas uma portadora. Em geral, as freqüências das portadoras utilizadas para transmitir sinais multiplexados no domínio da freqüência devem estar espaçadas de um valor maior do que a largura de faixa de cada sub-portadora, ou seja,

$$\begin{aligned} \Delta f &> BW_{sp} \\ &> \frac{BW_s}{N} \\ &> 2R_m = \frac{2R_s}{N}, \end{aligned} \tag{2.7}$$

onde BW_{sp} é a largura de faixa ocupada por uma sub-portadora e R_m é a taxa de sinalização de uma sub-portadora. Neste caso, considerou-se $\alpha = 1$.

No entanto, realizar o espaçamento entre as sub-portadoras apresentado em (2.7) resulta em uma largura de faixa total muito maior do que a largura de faixa do mesmo sinal modulando um única portadora. Para evitar este problema, é necessário que as sub-portadoras sejam sobrepostas no espectro de freqüência, sem introduzir ICI (*Intercarrier Interference*). Para isto, as sub-portadoras devem ser ortogonais entre si, ou seja,

$$\int_0^T \cos(\omega_i t)\, \cos(\omega_k t) = 0 \quad \text{qualquer } i, k \text{ e } i \neq k, \tag{2.8}$$

onde $T = 1/R_m$ é o tempo de sinalização de cada sub-portadora.

Existem diversos espaçamentos de freqüência que garantem a ortogonalidade entre as sub-portadoras, porém, o menor espaçamento com fins práticos é $\Delta f = R_m$ [13]. Desta forma, para a freqüência na qual uma sub-portadora apresenta amplitude máxima, todas as demais devem possuir amplitude nula. Outra grande vantagem de se utilizar $\Delta f = R_m$ é que a largura de faixa ocupada pelo sinal OFDM é igual a largura de faixa ocupada por um sinal com portadora única. A Figura 2.3 apresenta a sobreposição das sub-portadoras utilizadas para gerar um sinal OFDM.

Caso o número de sub-portadoras seja suficientemente grande, o canal com desvanecimento seletivo para o sinal com portadora única passa a se comportar como um canal com desvanecimento plano para cada sub-portadora do sinal OFDM, evitando a necessidade do uso de equalizadores complexos no receptor. A Figura 2.4 ilustra o efeito do canal seletivo em freqüência no sinal de portadora única e múltiplas portadoras.

Na Figura 2.4c é possível observar que o processo de equalização fica muito simplificado,

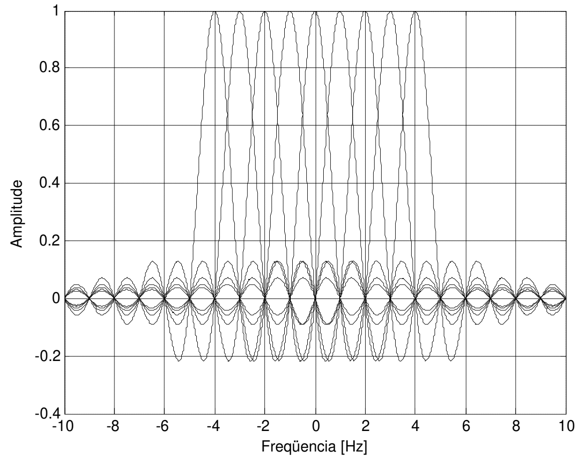


Figura 2.3: *Espectro de amplitudes das sub-portadoras sobrepostas de um sinal OFDM.*

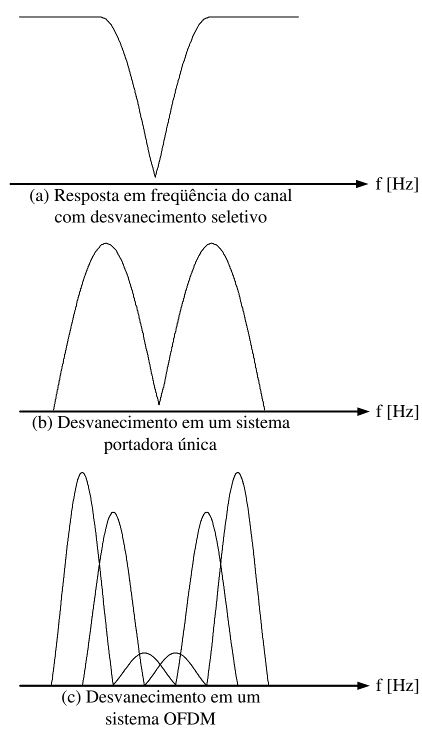


Figura 2.4: *(a) Resposta em freqüência do canal com desvanecimento seletivo. (b) Efeito no sinal transmitido utilizando uma única portadora. (c) Efeito no sinal transmitido utilizando múltiplas portadoras.*

bastando aplicar um ganho específico para cada sub-portadora. O uso de sub-portadoras piloto permite estimar a resposta em freqüência do canal, conforme será demonstrado na seção 2.4.

2.2 Geração e Recepção de Sinais OFDM

A primeira abordagem apresentada para geração de sinais OFDM consiste em utilizar um conversor serial-paralelo para separar a seqüência de entrada em N feixes de dados [14]. Cada um destes feixes modula uma sub-portadora complexa, formada por um seno e um cosseno na mesma freqüência. A soma de todas as formas de onda moduladas resulta no sinal OFDM. O diagrama em blocos de um transmissor utilizando esta técnica é apresentado na Figura 2.5

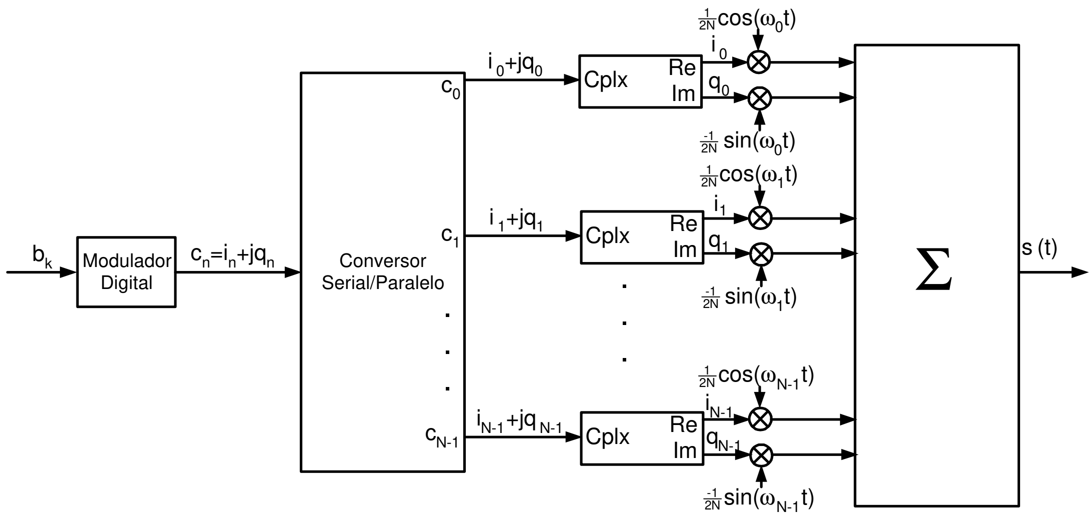


Figura 2.5: *Diagrama em blocos de um transmissor OFDM*

No diagrama da Figura 2.5, a seqüência binária de dados, b_k, é mapeada por um modulador digital em fase e quadratura em uma seqüência de símbolos complexos $c_n = i_n + jq_n$. A componente real do símbolo, i_n, que representa o sinal em fase, modula a cossenóide de freqüência ω_n, enquanto que a componente imaginária, q_n, que representa a componente em quadratura, modula a senóide também de freqüência ω_n. Desta forma, o símbolo OFDM pode ser expresso por

$$s(t) = \frac{1}{2N} \sum_{n=0}^{N-1} \left[i_n \cos(\omega_n t) - q_n \operatorname{sen}(\omega_n t) \right], \tag{2.9}$$

onde N é o número de sub-portadoras empregadas. Como as funções seno e cosseno são ortogonais entre si e o espaçamento entre as freqüências ω_n é igual a R_m, de modo que a condição apresentada em (2.8) seja satisfeita, então o sinal OFDM pode ser detectado utilizando um banco de $2N$ correlatores, tal como mostrado na Figura 2.6.

Assumindo que o sinal recebido, $s_r(t)$, é igual ao sinal transmitido, $s(t)$, a informação em fase transmitida na k-ésima portadora pode ser recuperada, conforme mostrado em (2.10) [15].

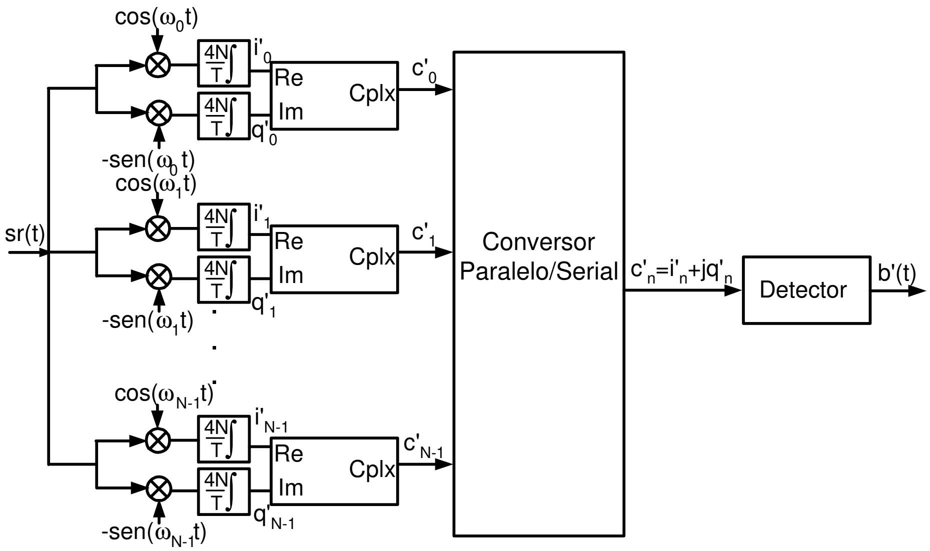


Figura 2.6: *Diagrama em blocos do detector OFDM*

$$\begin{aligned}
i'_k &= \frac{4N}{T}\int_0^T \frac{1}{2N}\sum_{n=0}^{N-1}\left[i_n\cos(\omega_n t) - q_n\,\mathrm{sen}(\omega_n t)\right]\cos(\omega_k t)dt \\
&= \frac{2}{T}\int_0^T \sum_{n=0}^{N-1} i_n\cos(\omega_n t)\,\cos(\omega_k t)dt \\
&\underbrace{- \frac{2}{T}\int_0^T \sum_{n=0}^{N-1} q_n\,\mathrm{sen}(\omega_n t)\,\cos(\omega_k t)dt}_{0} \\
&= \frac{2}{T}\int_0^T i_k\cos(\omega_k t)\,\cos(\omega_k t)dt \\
&\underbrace{+ \frac{2}{T}\int_0^T \sum_{n=1;\, n\neq k}^{N-1} i_n\cos(\omega_n t)\,\cos(\omega_k t)dt}_{0} \\
&= \frac{2i_k}{T}\int_0^T \cos^2(\omega_k t)dt = i_k.
\end{aligned} \tag{2.10}$$

A recepção das componentes em quadratura pode ser feita realizando o mesmo procedimento apresentado em (2.10), mas utilizando a função $-\,\mathrm{sen}(\omega_k)$ ao invés da função $\cos(\omega_k)$.

Para que as sub-portadoras não interfiram entre si, é necessário que todos os osciladores apresentados no diagrama da Figura 2.5 estejam perfeitamente espaçados de R_m Hz. O mesmo é necessário no receptor e, além disto, o sincronismo de freqüência com o transmissor deve ser preciso. Para que a técnica OFDM apresente vantagens relevantes sobre o sistema de portadora única, é necessário que o número de portadoras seja elevado. No padrão Wi-MAX, por exemplo, é previsto o uso de 128 à 2048 portadoras. Já nos padrões de TV Digital ISDB-T e DVB, são previstas 2048, 4096 e 8182 portadoras. A implementação deste número de osciladores em sincronismo é inviável para fins comerciais.

No entanto, é possível gerar o sinal OFDM de uma maneira mais simples, se a teoria de processamento digital de sinais for aplicada. Observando (2.9), o sinal OFDM pode ser visto como uma série de Fourier truncada de N elementos, onde as componentes em fase e quadratura são os coeficientes desta série. Assim, a equação (2.9) pode ser reescrita da seguinte forma

$$s(t) = \frac{1}{2N}\sum_{n=0}^{N-1} \Re\left[i_n \cos(\omega_n t) + j i_n \operatorname{sen}(\omega_n t) + j q_n \cos(\omega_n t) - q_n \operatorname{sen}(\omega_n t)\right], \tag{2.11}$$

onde $\Re(\cdot)$ é a parte real de $(\cdot)$.

Amostrando o sinal $s(t)$ apresentado em (2.11) a uma taxa de R_s amostras por segundo, é possível representar o sinal OFDM como

$$s(mT_s) \triangleq s_m = \Re\left\{\frac{1}{2N}\sum_{n=0}^{N-1} c_n e^{j\frac{2\pi n}{N}m}\right\}, \tag{2.12}$$

onde m é o índice temporal das amostras do sinal OFDM. A partir de (2.12), é possível implementar um esquema de transmissão OFDM não coerente, onde apenas a parte real do sinal é transmitida.

A Equação (2.12) mostra que o sinal OFDM amostrado pode ser obtido realizando a IDFT (*Inverse Discrete Fourier Transform*) dos símbolos c_n. Logo, os símbolos c_n podem ser vistos como raias espectrais do símbolo OFDM, s_m.

Para demodular o sinal OFDM basta aplicar a DFT (*Discrete Fourier Transform*) no sinal OFDM amostrado, multiplicando o resultado por dois para realizar a correção de escala. No entanto, pelo fato de apenas a parte real da IDFT ser transmitida, é necessário compensar a perda da parte imaginária amostrando o símbolo OFDM com uma taxa duas vezes maior na recepção [15]. Assim, tem-se que [13]

$$c'_l = 2\sum_{m=0}^{2N-1} s_m\, e^{-j\frac{2\pi l}{2N}m} \quad \text{para } l = 0,\, 1,\, \ldots,\, 2N-1, \tag{2.13}$$

cujo resultado é dado por

$$c'_l = \begin{cases} 2i_0 & l = 0 \\ i_l + jq_l & 1 \leq l \leq N-1 \\ \text{irrelevante} & N \leq l \leq 2N-1 \end{cases} . \tag{2.14}$$

Note que o símbolo recebido na primeira portadora não possui parte imaginária e a amplitude da parte real recebida é duas vezes a amplitude transmitida. A parte imaginária não é recebida, pois quando utiliza-se a IDFT, o símbolo OFDM gerado está em banda base, ou seja, a primeira freqüência do sinal OFDM é 0 Hz. Logo, a função senoidal será nula, impedindo a transmissão do sinal q_0. A parte real do símbolo recebido na freqüência nula tem o dobro da amplitude devido ao resultado da correlação apresentada em (2.10), para $\omega_k = 0$. A Figura 2.7 apresenta um exemplo do sinal OFDM amostrado para a recepção e as componentes em fase e quadratura recuperadas. Neste caso, utilizou-se a modulação QPSK (*Quadrature Phase Shift Keying*) e 4 sub-portadoras para gerar o símbolo OFDM. A taxa de bits empregada foi de 2 bit/s.

O procedimento para geração e recepção de sinais OFDM apresentado requer que o receptor opere com uma taxa de amostragem duas vezes maior do que o transmissor. Esse incoveniente pode ser evitado se o transmissor também enviar a parte imaginária do símbolo OFDM, empregando uma modulação em fase e quadratura, tal como mostra a Figura 2.8.

Neste caso, o sinal passa-faixa transmitido é dado por

$$\begin{aligned} s(t) &= \frac{1}{2N} \sum_{n=0}^{N-1} \Re\left[c_n \mathrm{e}^{j\omega_n t}\, \mathrm{e}^{j\omega_r t}\right] \\ &= \frac{1}{2N} \sum_{n=0}^{N-1} \Re\left[c_n \mathrm{e}^{j(\omega_n+\omega_r)t}\right] \\ &= \frac{1}{2N} \sum_{n=0}^{N-1} \Re\left\{(i_n + jq_n)\left\{\cos\left[(\omega_n+\omega_r)t\right] + j\,\mathrm{sen}\left[(\omega_n+\omega_r)t\right]\right\}\right\} \\ &= \frac{1}{2N} \sum_{n=0}^{N-1} \left\{i_n \cos\left[(\omega_r+\omega_n)\,t\right] - q_n\,\mathrm{sen}\left[(\omega_r+\omega_n)\,t\right]\right\}, \end{aligned} \tag{2.15}$$

onde ω_r é a freqüência da portadora de radiofreqüência (RF), ω_n é a freqüência da n-ésima sub-portadora e $\mathcal{I}(\cdot)$ é a parte imaginária de $(\cdot)$. Note que o sinal na saída da IDFT passa por um conversor digital-analógico antes de ser transladado para a freqüência de canal.

A recepção do sinal OFDM pode ser feita através de um sistema representado pelo diagrama em blocos apresentado na Figura 2.9.

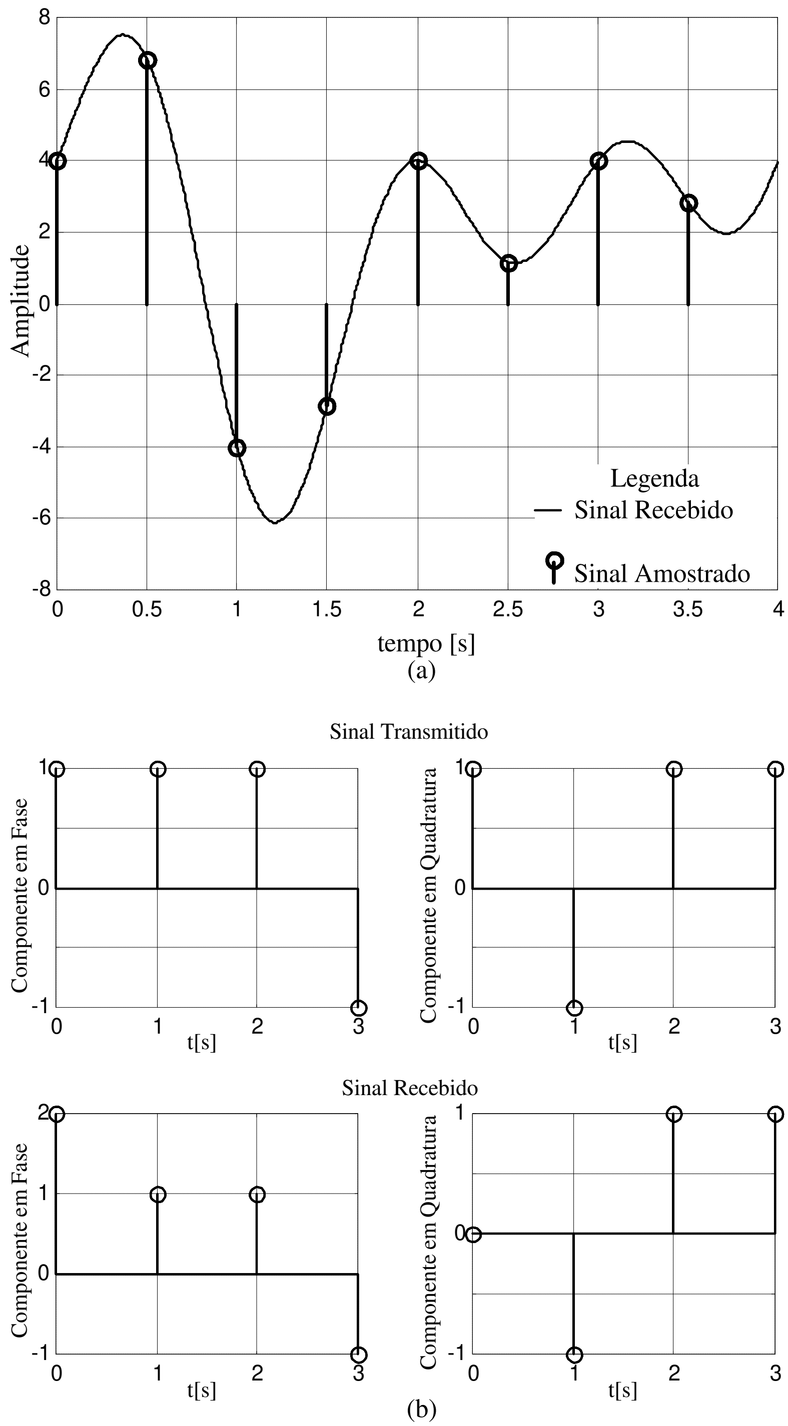


Figura 2.7: *(a) Sinal OFDM amostrado para a recepção e (b) componentes em fase e quadratura resultantes do processo de detecção.*

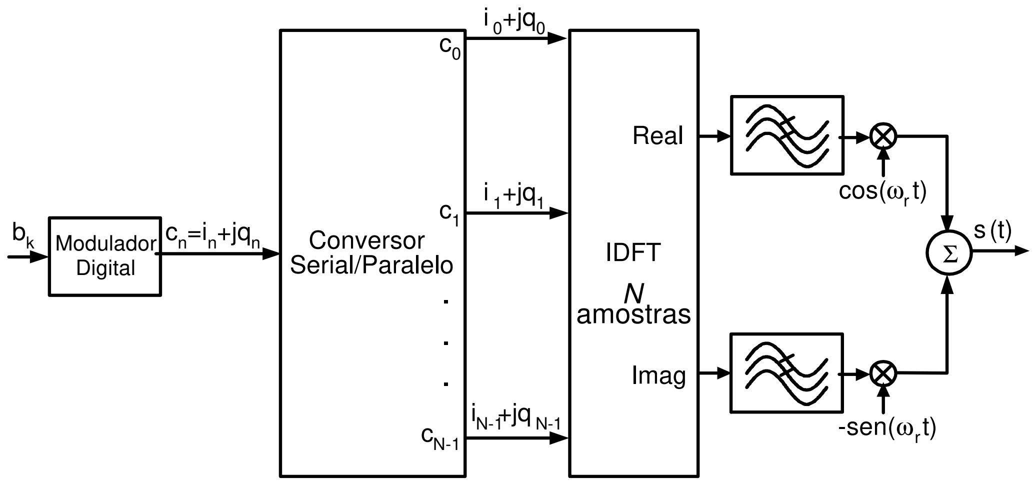


Figura 2.8: *Diagrama em blocos do sistema de transmissão de sinais OFDM empregando modulação em fase e quadratura.*

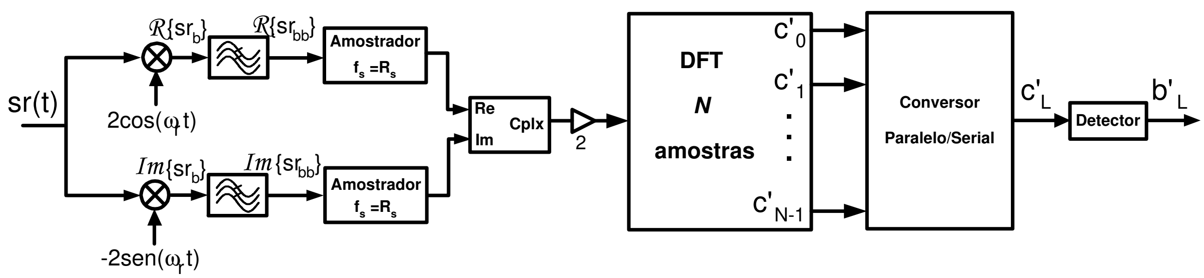


Figura 2.9: *Diagrama em blocos do sistema de recepção de sinais OFDM empregando demodulação em fase e quadratura.*

Assim, assumindo um canal ideal sem a presença do ruído, o sinal entregue para o bloco que realiza a DFT é dado por

$$s_{r_b}(t) = s(t)\, 2\mathrm{e}^{-j\omega_r t} = \frac{1}{2N} \sum_{n=0}^{N-1} \Re\left[c_n \mathrm{e}^{j\omega_n t}\, \mathrm{e}^{j\omega_r t}\right] 2\mathrm{e}^{-j\omega_r t}. \tag{2.16}$$

Após o filtro passa-baixa, tem-se

$$\begin{aligned} s_{r_{bb}} &= \frac{1}{2N}\sum_{n=0}^{N-1}\left[i_n\cos\left(\omega_n t\right) - q_n \operatorname{sen}\left(\omega_n t\right) + j i_n \operatorname{sen}\left(\omega_n t\right) + j q_n\cos\left(\omega_n t\right)\right] \\ &= \frac{1}{2N}\sum_{n=0}^{N-1} c_n \mathrm{e}^{j\omega_n t}. \end{aligned} \tag{2.17}$$

Amostrando o sinal a uma taxa de R_s amostras por segundo, que é a mesma taxa de amostragem empregada na transmissão, e aplicando a DFT multiplicada por um fator 2, tem-se

$$\begin{aligned} c_l' &= \frac{1}{N}\sum_{m=0}^{N-1}\sum_{n=0}^{N-1} c_n \mathrm{e}^{j\frac{2\pi n}{N}m}\mathrm{e}^{-j\frac{2\pi l}{N}m} \qquad l = 0,\, 1,\, 2,\, \ldots\, N-1 \\ &= \frac{1}{N}\sum_{m=0}^{N-1}\sum_{n=0}^{N-1} c_n \mathrm{e}^{j\frac{2\pi}{N}m(n-l)} \\ &= \frac{1}{N}\sum_{m=0}^{N-1}\sum_{n=0}^{N-1}\left\{ i_n\cos\left[\frac{2\pi}{N}m(n-l)\right] + j i_n \operatorname{sen}\left[\frac{2\pi}{N}m(n-l)\right] + j q_n\cos\left[\frac{2\pi}{N}m(n-l)\right] + \right. \\ &\left. - q_n \operatorname{sen}\left[\frac{2\pi}{N}m(n-l)\right]\right\}. \end{aligned} \tag{2.18}$$

O resultado obtido em (2.18) deve ser analisado sob duas condições distintas. A primeira é o caso onde $n \neq l$. Neste caso, (2.18) resulta na soma de senos e cossenos cujo o número de ciclos em $m = 0, 1, \ldots N-1$ é sempre um valor inteiro. Logo, $\hat{c}_l = 0$ para este caso. A segunda condição é quando $n = l$. Neste caso, tem-se

$$\begin{aligned} c_l' &= \frac{1}{N}\sum_{m=0}^{N-1} c_l e^{j\frac{2\pi}{N}m(l-l)} = \frac{1}{N}\sum_{m=0}^{N-1} c_l \\ &= i_n + j q_n, \end{aligned} \tag{2.19}$$

que representa a informação transmitida.

O tempo disponível para que o processador digital realize a IDFT na transmissão e a DFT na recepção é de $T = 1/R_m$ segundos. Com o aumento do número de portadoras, o tempo disponível para realizar as operações envolvidas na IDFT e na DFT aumenta linearmente, porém, o tempo necessário para realizar estas operações também aumenta, mas de forma exponencial [13]. Para um número elevado de portadoras, a taxa de processamento necessária pode inviabilizar a geração e a recepção do sinal OFDM. Desta forma, pode-se concluir que o emprego da IDFT/DFT substitui a complexidade de implementação dos osciladores em sincronismo pela carga computacional necessária para gerar/receber os sinais OFDM. Uma maneira de minimizar o tempo de processamento é utilizar um algoritmo eficiente para o cálculo da IDFT/DFT. Este algoritmo é denominado de FFT (*Fast Fourier Transform*) e permite que o tempo de geração/detecção de sinais OFDM seja reduzido, desde que o número de portadoras empregado seja dado por

$$N = 2^{\mathcal{P}}, \tag{2.20}$$

onde $\mathcal{P}$ é um número inteiro maior que zero. Neste caso, o tempo necessário para realizar as operações da FFT também cresce linearmente com o aumento do número de portadoras.

2.3 Tempo de Guarda

O fato da largura de faixa de cada sub-portadora ser menor do que a banda de coerência do canal torna o sistema OFDM muito robusto aos múltiplos percursos introduzidos pelo canal. No entanto, as versões atrasadas dos símbolos podem causar uma IIS (Interferência Intersimbólica) que resulte na queda de desempenho do sistema. Como o tempo de símbolo OFDM é longo, é possível introduzir um tempo de guarda entre os símbolos maior do que o espalhamento temporal do canal, sem degradar severamente a vazão do sistema. O sinal transmitido durante o tempo de guarda não possui informações úteis aos usuários, podendo ser visto como uma sobrecarga do sistema para aumentar a robustez aos múltiplos percursos. Deste modo, a princípio, poderia-se manter o sinal nulo durante todo o tempo de guarda, conforme mostra a Figura 2.10.

No entanto, essa abordagem causa uma transição abrupta no domínio do tempo, resultando em aumento das componentes espectrais fora da largura de faixa desejada. Uma maneira de contornar essa situação é empregar o conceito do prefixo cíclico. Conforme pode ser visto em (2.9), o símbolo OFDM torna-se um sinal periódico em T segundos, caso os coeficientes i_n e q_n sejam constantes ao longo do tempo. Isso significa que a primeira e a última amostra do símbolo OFDM são idênticas. Deste modo, uma cópia de parte do fim do símbolo OFDM pode ser transportada para o início do símbolo, resultando em um tempo de guarda que não introduza variações abruptas no símbolo. A Figura 2.11 apresenta um símbolo OFDM com o tempo de guarda preenchido com um prefixo cíclico.

A duração do tempo de guarda normalmente é representada como uma fração da duração do tempo útil. Assim, a duração do símbolo OFDM mais o tempo de guarda é escrita como

$$T_{OFDM} = \Delta T + T = (r_{TG} + 1)T, \tag{2.21}$$

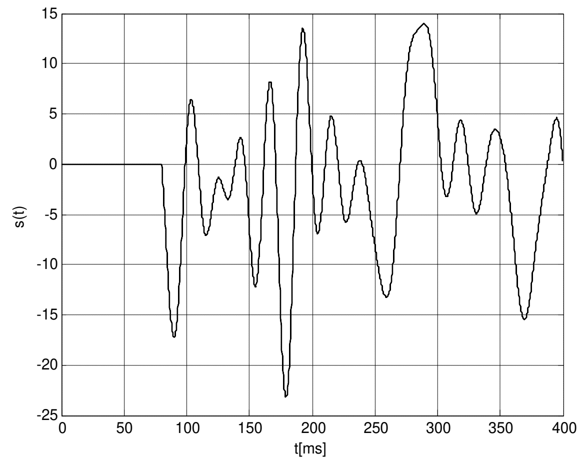


Figura 2.10: *Tempo de guarda nulo para símbolos OFDM.*

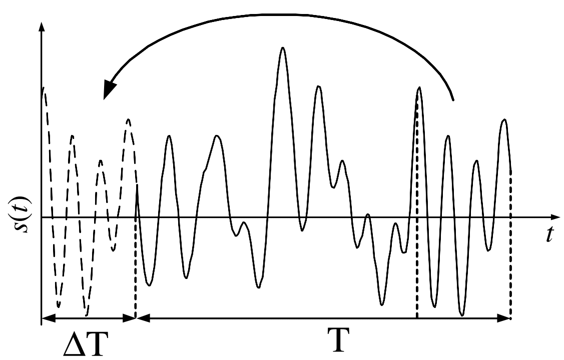


Figura 2.11: *Prefixo cíclico para inserção de tempo de guarda.*

onde ΔT é a duração do tempo de guarda, T é o tempo de símbolo útil e r_{TG} é a razão entre a duração do tempo de guarda e o tempo útil, ou seja,

$$r_{TG} = \frac{\Delta T}{T}. \tag{2.22}$$

É importante observar que o tempo de guarda deve ser removido antes do símbolo ser entregue para a FFT. Caso isso não ocorra, o tempo de guarda introduzirá ICI nos símbolos seriais, reduzindo o desempenho do sistema.

2.4 Equalização para Sinais OFDM

Embora o tempo de guarda elimine a IIS dos símbolos OFDM, a versão atrasada do sinal causa uma interferência intra-símbolo, conforme mostra a Figura 2.12.

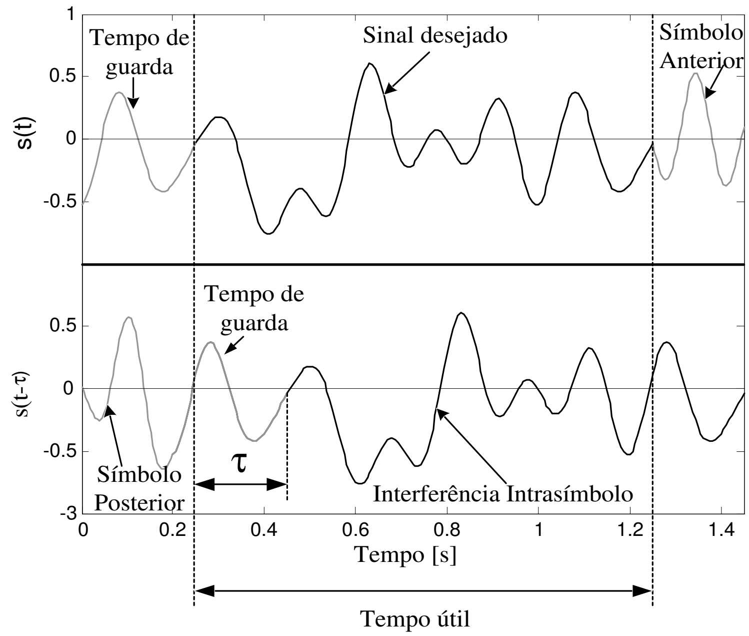


Figura 2.12: *Interferência da versão atrasada do símbolo OFDM.*

Na Figura 2.12 é possível observar que o símbolo desejado sofre a influência de sua versão atrasada, mas sem influência de outros símbolos adjacentes. Assim, desconsiderando as atenuações introduzidas pelo canal e o ruído, o sinal recebido dentro do tempo útil é dado por

$$\begin{aligned} sr(t) &= s(t) + s(t-\tau) \\ &= \sum_{n=0}^{N-1} \{i_n \cos(\omega_n t) + i_n \cos[\omega_n(t+\tau)] - q_n \operatorname{sen}(\omega_n t) - q_n \operatorname{sen}[\omega_n(t+\tau)]\}, \end{aligned} \tag{2.23}$$

ou seja, todas as sub-portadoras do símbolo OFDM sofrem uma rotação de fase e uma atenuação em função da versão atrasada do sinal. Para viabilizar a recepção, é necessário eliminar essa interferência através da equalização. Existem diferentes técnicas para equalizar o sinal OFDM, tanto no domínio da freqüência quanto no domínio do tempo. No entanto, a equalização de sinais OFDM no domínio da freqüência é mais difundida e, portanto, esta será a técnica adotada neste trabalho [16] [17]. Neste procedimento, um conjunto de sub-portadoras, denominadas de portadoras piloto, não são empregadas para transmitir dados. O valor da amplitude, fase e freqüência destas sub-portadoras são conhecidos a cada símbolo OFDM. Desta forma, o receptor é capaz de estimar a resposta do canal na freqüência das portadoras pilotos. Para obter uma estimativa da resposta para as demais sub-portadoras, é necessário realizar uma interpolação. A Figura 2.13 ilustra como esse procedimento pode ser realizado, assumindo que a interpolação linear foi empregada.

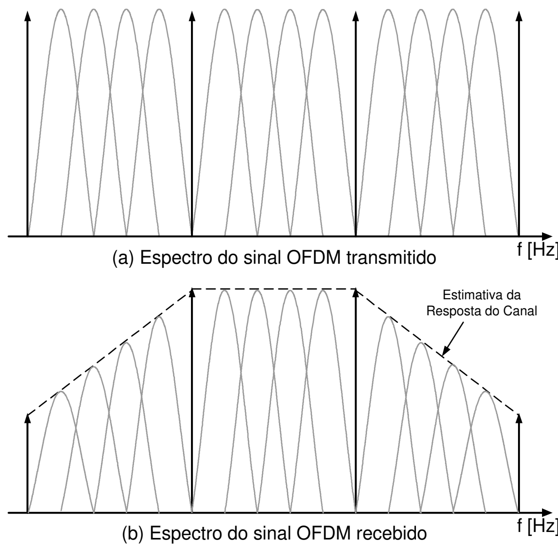


Figura 2.13: *Estimação do canal utilizando portadoras piloto.*

Para equalizar o sinal recebido, basta multiplicar os dados na saída da FFT pelo inverso da estimação obtida através da interpolação. Existem diversas maneiras diferentes para realizar essa interpolação. As sub-seções a seguir apresentam algumas soluções.

2.4.1 Interpolação Linear

A técnica da interpolação linear, ilustrada na Figura 2.13, é a maneira mais simples de se obter uma estimativa da resposta em freqüência do canal. Neste caso, a resposta em freqüência para qualquer sub-portadora localizada entre duas portadoras pilotos é dada por

$$H(f) = \frac{H(f_i) - H(f_{i+1})}{f_i - f_{i+1}}\, f + \frac{H(f_{i+1})\, f_i - H(f_i)\, f_{i+1}}{f_i - f_{i+1}}, \tag{2.24}$$

onde f é a freqüência da sub-portadora cuja resposta em freqüência deseja-se obter, f_i é a freqüência da piloto imediatamente abaixo da freqüência f, f_{i+1} é a freqüência da piloto imediatamente acima da freqüência f, $H(f_i)$ e $H(f_{i+1})$ são as estimativas obtidas na freqüência de cada uma das pilotos.

O resultado obtido em (2.24) é uma reta entre as duas pilotos. A Figura 2.14 apresenta a resposta em freqüência de um canal de comunicação, juntamente com o resultado obtido através da interpolação linear.

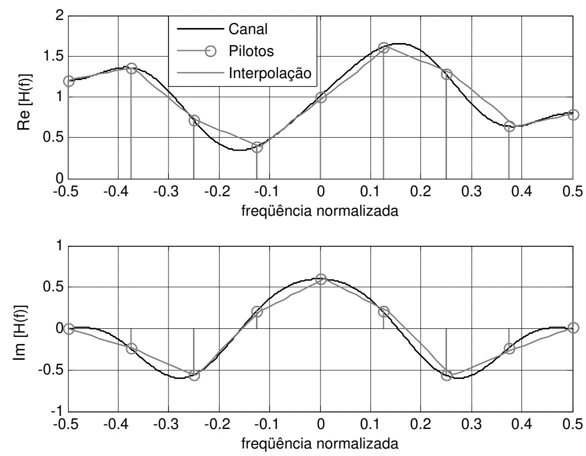


Figura 2.14: *Estimação do canal utilizando interpolação linear.*

Conforme pode ser visto na Figura 2.14, existe um erro na estimativa do canal obtida pela interpolação linear. Esse erro pode ser mensurado através do erro quadrático médio definido por

$$E_{est} = \frac{\sqrt{\sum_{i=0}^{N-1} \left[\left| H(f_i) - H_{est}(f_i) \right| \right]^2}}{N}, \tag{2.25}$$

onde $H(f_i)$ é a resposta em freqüência do canal na freqüência f_i, enquanto que $H_{est}(f_i)$ é a resposta em freqüência estimada do canal na mesma freqüência. No caso do exemplo apresentado na Figura 2.14, o erro quadrático médio obtido foi igual à $13,1473 \times 10^{-3}$. Obviamente, esse erro na estimativa do canal resulta em um erro no sinal equalizado, reduzindo assim o desempenho do sistema. A Figura 2.15 apresenta a parte real e a parte imaginária dos símbolos QPSK equalizados, onde é possível verificar a influência do erro de interpolação.

2.4.2 Interpolação Cúbica

A interpolação cúbica é, na verdade, uma interpolação polinomial de 3ª ordem feita em partes [18]. Neste caso, 4 pilotos adjacentes são empregadas para obter um polinômio de ordem 3 que é utilizado para estimar a resposta em freqüência do canal para cada um dos trechos entre duas portadoras piloto adjacentes. Utilizando esse método, é possível obter uma estimativa mais suave do canal, reduzindo o erro quadrático médio. A Figura 2.16 apresenta a interpolação

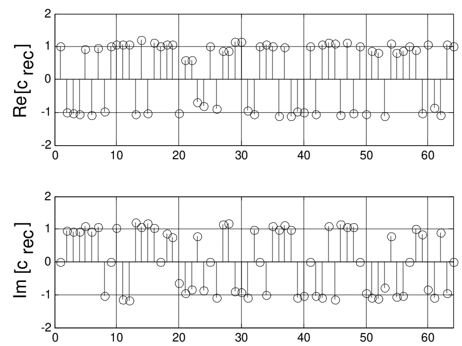


Figura 2.15: *Símbolos QPSK equalizados utilizando interpolação linear.*

cúbica para o mesmo canal empregado na Figura 2.14.

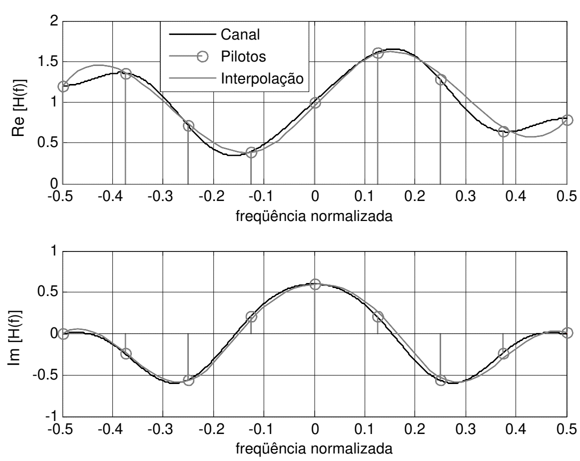


Figura 2.16: *Estimação do canal utilizando interpolação cúbica.*

Utilizando (2.25), tem-se que o erro quadrático médio obtido com a interpolação cúbica é igual à $8,4818 \times 10^{-3}$. A redução no erro de estimação resulta em um menor erro nos símbolos equalizados, conforme pode ser visto na Figura 2.17.

2.4.3 Interpolação com Filtro FIR

A interpolação utilizando filtros com resposta ao impulso finita (FIR - *Finite Impulse Response*) também pode ser empregada para se obter uma estimação do canal. Neste caso, as amostras da resposta do canal são tratadas como sendo um sinal no domínio do tempo. Entre essas amostras são introduzidas amostras nulas. Em seguida, este sinal é aplicado em um filtro digital

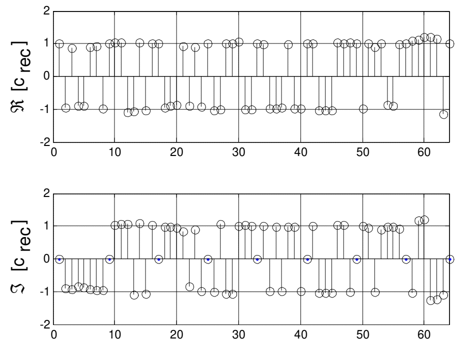


Figura 2.17: *Símbolos QPSK equalizados utilizando interpolação cúbica.*

passa-baixa, cuja resposta ao impulso permite que as amostras não nulas do sinal original não sejam alteradas, enquanto que as amostras nulas inseridas sejam interpoladas. Normalmente, esse filtro apresenta um comprimento de poucas amostras. Nas simulações apresentadas ao longo deste trabalho empregou-se um filtro FIR com 8 tomadas. A Figura 2.18 ilustra o funcionamento deste tipo de interpolação.

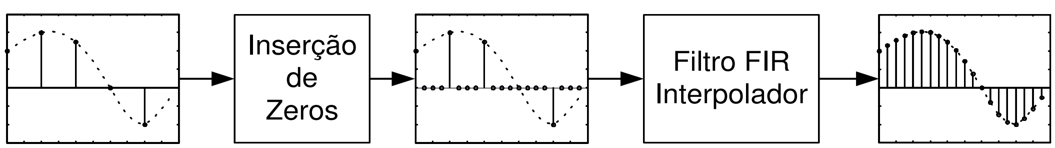


Figura 2.18: *Diagrama em blocos da interpolação utilizando filtro FIR.*

Os resultados obtidos com este tipo de interpolação são precisos, conforme pode ser verificado na Figura 2.19. Neste exemplo, o erro quadrático médio é igual a $6,4385 \times 10^{-3}$, resultando em uma menor interferência nos símbolos equalizados, conforme mostra a Figura 2.20.

2.4.4 Interpolação com FFT

A interpolação por FFT consiste em, primeiramente, realizar a transformada de Fourier das amostras do canal nas freqüências das portadoras piloto. Em seguida, adiciona-se amostras nulas para, finalmente, realizar a IFFT e obter um sinal interpolado [19] [20]. A Figura 2.21 mostra um diagrama descritivo deste tipo de interpolação.

A técnica de interpolação por FFT emprega todas as amostras úteis simultaneamente para obter a interpolação do sinal. No caso da interpolação linear, apenas 2 amostras são utilizadas para cada trecho. Na interpolação cúbica são empregadas 4 amostras para cada trecho. O

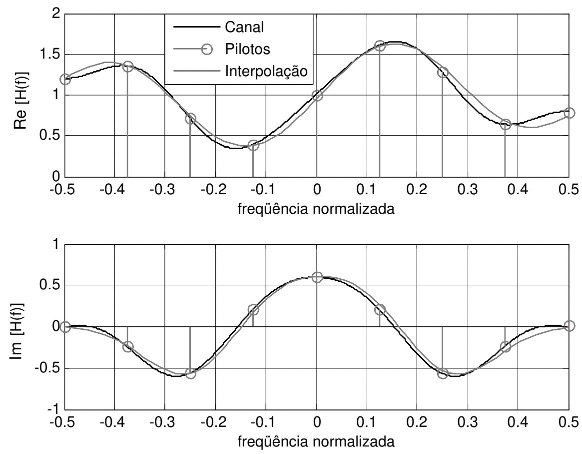


Figura 2.19: *Estimação do canal utilizando interpolação com filtro FIR.*

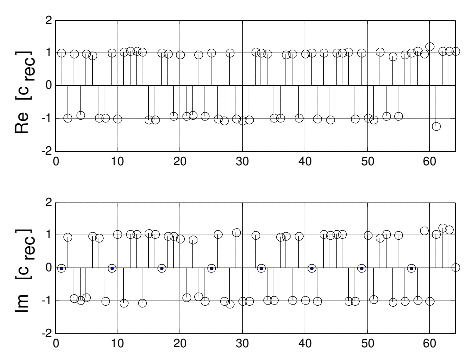


Figura 2.20: *Símbolos QPSK equalizados utilizando interpolação com filtro FIR.*

número de amostras empregadas simultaneamente na interpolação por filtro FIR depende do comprimento da resposta ao impulso do filtro, que normalmente é de ordem baixa. Deste modo, o uso da interpolação por FFT pode resultar em uma interpolação com menor erro quadrático médio, principalmente nos casos em que o espaçamento entre as portadoras pilotos é da ordem de grandeza da banda de coerência do canal. No caso deste exemplo, o erro quadrático médio obtido foi igual a $7,0766 \times 10^{-3}$.

A Figura 2.22 apresenta a estimativa da resposta em freqüência do canal obtida através da interpolação por FFT, enquanto que a Figura 2.23 apresenta os símbolos equalizados.

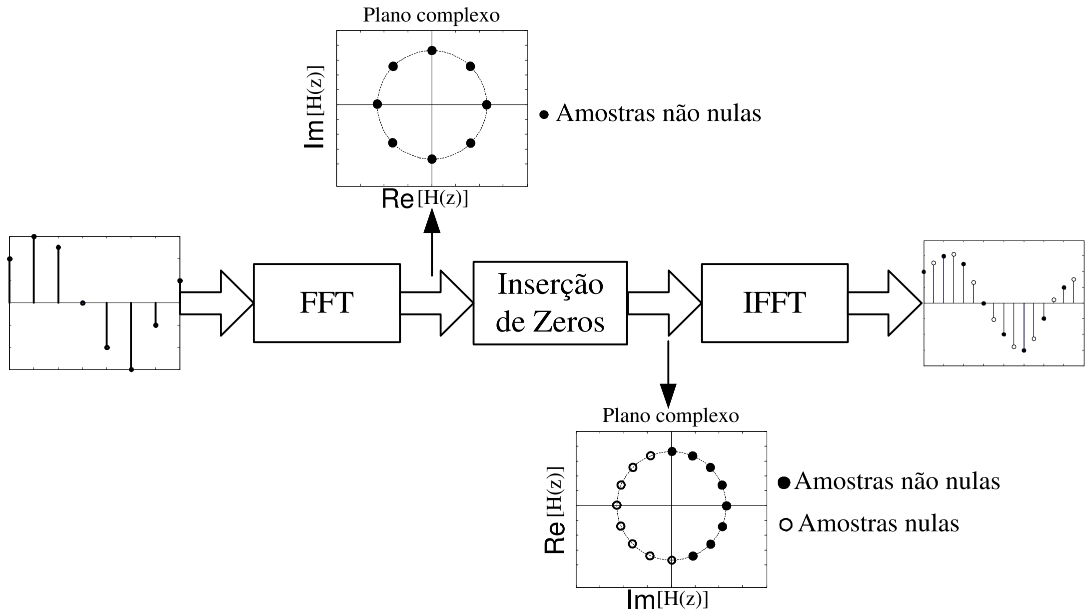


Figura 2.21: *Diagrama descrição para interpolação utilizando FFT.*

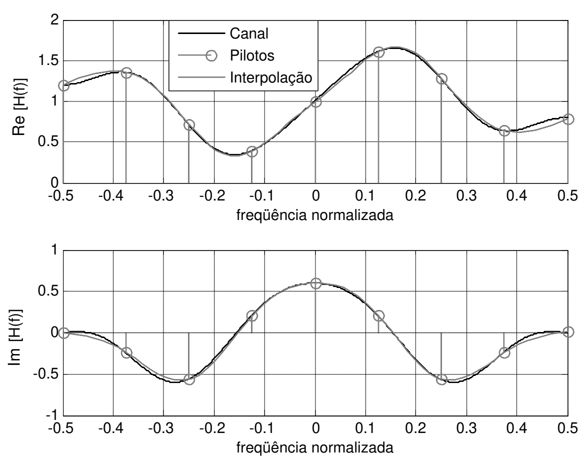


Figura 2.22: *Estimação do canal utilizando interpolação com FFT.*

2.4.5 Deslocamento Espectral das Portadoras Piloto

Caso o espaçamento espectral entre as portadoras piloto seja maior do que a banda de coerência do canal, não haverá resolução suficiente para que o erro na estimativa do canal seja baixo. Uma solução para este problema consiste em inserir um número maior de portadoras piloto. O problema com essa abordagem é que quanto maior for o número de portadoras piloto, menor

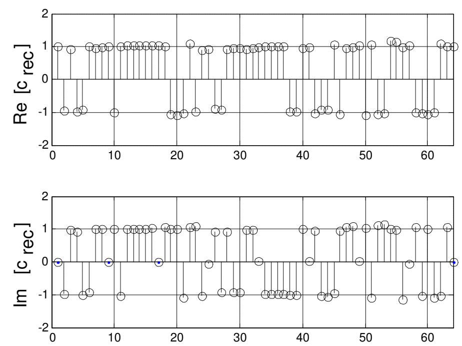


Figura 2.23: *Símbolos QPSK equalizados utilizando interpolação com FFT.*

será a vazão do sistema, uma vez que a taxa de bits total do sistema é dada por

$$R_b = \frac{(N - N_p)\ \log_2(M)}{T_{OFDM}} = \frac{(N - N_p)\ \log_2(M)}{(1 + r_{Tg})T}, \tag{2.26}$$

onde N é o número total de sub-portadoras, N_p é o número de portadoras piloto e M é a ordem da modulação digital empregada.

Uma outra maneira de aumentar a resolução para estimar o canal é empregar o deslocamento espectral das portadoras piloto [4] [5]. Considere que o tempo de coerência do canal seja maior do que a duração de vários símbolos OFDM, ou seja, a resposta em freqüência do canal é a mesma para vários símbolos transmitidos. Neste caso, é possível mudar a posição das pilotos de um símbolo OFDM para outro. Fazendo com que esse padrão de deslocamento se repita a cada K símbolos OFDM, onde

$$K\, T_{OFDM} < \tau_{ch} \tag{2.27}$$

e τ_{ch} é o tempo de coerência do canal, então é possível aumentar a resolução da estimação em K vezes sem reduzir a vazão de dados do sistema, conforme pode ser visto na Figura 2.24.

2.5 Conclusões

A técnica de transmissão utilizando múltiplas portadoras é uma solução interessante para a transmissão de dados a altas taxas em canais seletivos em freqüência. A utilização da IFFT e FFT para geração e recepção, respectivamente, dos símbolos OFDM permite que essa técnica seja empregada sem um aumento considerável da complexidade do sistema. O uso do tempo de guarda aumenta a robustez do sistema frente aos múltiplos percursos do canal. As portadoras pilotos permitem que uma estimativa da resposta em freqüência do canal seja obtida, onde a

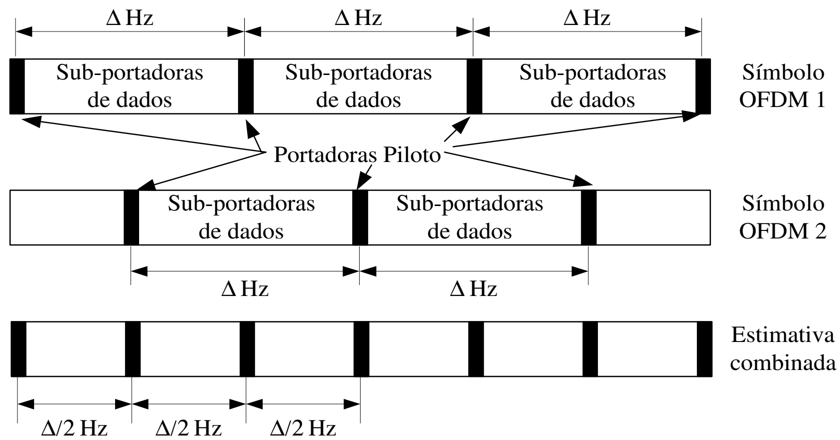


Figura 2.24: *Deslocamento das pilotos entre os símbolos OFDM.*

precisão desta estimativa depende da técnica de interpolação empregada. O uso do deslocamento espectral das portadoras piloto pode reduzir o erro na estimação do canal, principalmente nos casos onde o canal é estático.

Capítulo 3

Desempenho de Sistemas M QAM-OFDM em Canais Lineares Invariantes no Tempo

A técnica de transmissão OFDM normalmente é empregada em conjunto com as modulações M QAM. Se a largura de faixa do sinal OFDM for igual à largura de faixa de um sinal com portadora única, então a potência do ruído AWGN que interfere no sistema será igual nos dois casos. Assim, o desempenho do sistema M QAM-OFDM é equivalente ao desempenho de um sistema de portadora única empregando a mesma modulação. Logo, somente é interessante empregar a técnica OFDM nos casos em que a resposta do canal for seletiva em freqüência.

Muitos padrões de sistemas digitais a alta taxa empregam modulações M QAM de diferentes ordens. Isso permite que a vazão do sistema seja ajustada em função da relação sinal-ruído disponível. No entanto, apenas as modulações M QAM quadradas são empregadas. Conseqüentemente, os saltos de vazão são grandes, mesmo quando a redução ou aumento necessário na relação sinal-ruído é pequeno. Isso pode ser minimizado com o uso de modulações M QAM não quadradas.

Expressões de probabilidade de erro de símbolo para as modulações M QAM quadradas em canais AWGN estão disponíveis na literatura [10][11]. As expressões existentes para as modulações M QAM não quadradas são aproximações obtidas a partir dessas expressões para as modulações M QAM quadradas [10][11].

Este capítulo apresenta duas expressões para a probabilidade de erro de símbolo de modulações não quadradas, considerando a geometria da constelação. Serão analisadas as modulações em cruz e sobreposta. Os resultados teóricos obtidos são comparados com os resultados de simulação. É importante ressaltar que as expressões apresentadas neste capítulo são aproximações que podem até mesmo serem utilizadas como limitantes superiores para a probabilidade de erro de símbolo. No entanto, estas aproximações se tornam precisas para relações sinal-ruído elevadas.

Em [21], os autores apresentam uma expressão para a análise de probabilidade de erro de símbolo para modulações M QAM em cruz em canais AWGN, que é praticamente a mesma apresentada neste trabalho. No entanto, os resultados obtidos neste capítulo para as modulações M QAM em cruz e M QAM sobreposta foram publicados previamente em [22].

3.1 Desempenho de modulações M QAM quadradas

Uma constelação M QAM quadrada é formada por $M = 2^k$ símbolos, onde k é um número natural par diferente de zero. Desta forma, pode-se representar os símbolos em um plano complexo em fase e quadratura, onde o número de projeções em cada um dos eixos é dado por

$$L = \sqrt{M}. \tag{3.1}$$

A Figura 3.1 apresenta alguns exemplos de modulações M QAM quadradas, onde $c_n = i_n + j\, q_n$ representa os símbolos das constelação.

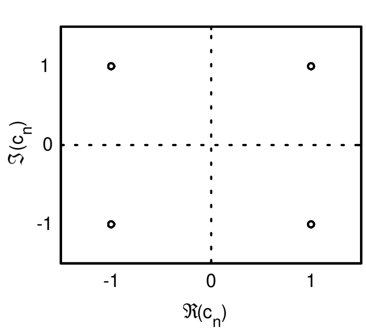
Note que em todos os casos os símbolos estão espaçados no mínimo de 2ν, onde $\nu = 1$ nos casos apresentados na Figura 3.1. Se o símbolo recebido estiver dentro da região de decisão do símbolo transmitido, então o receptor de distância mínima irá decidir em favor do símbolo transmitido. Caso contrário, o detector irá cometer um erro de decisão. Os limiares de decisão estão representados como linhas tracejadas na Figura 3.1.

Sendo o ruído modelado como uma variável aleatória complexa cujas partes real e imaginária são independentes e possuem distribuição gaussiana com média nula e variância σ_n^2, onde

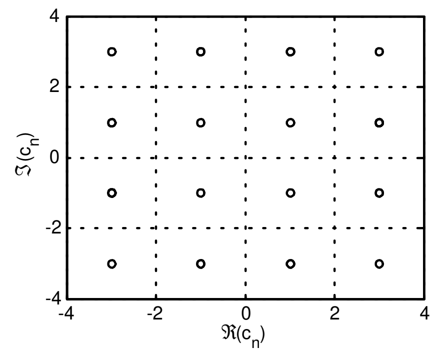
$$\sigma_n^2 = \frac{N_0}{2} \tag{3.2}$$

e N_0 é a densidade espectral unilateral de potência do ruído. Assim, o ruído causa uma dispersão dos símbolos recebidos em torno das coordenadas originais dos símbolos transmitidos. A Figura 3.2 apresenta a função densidade de probabilidade do ruído bidimensional enquanto que a Figura 3.3 apresenta a influência deste ruído na constelação recebida, para o caso da modulação 16 QAM.

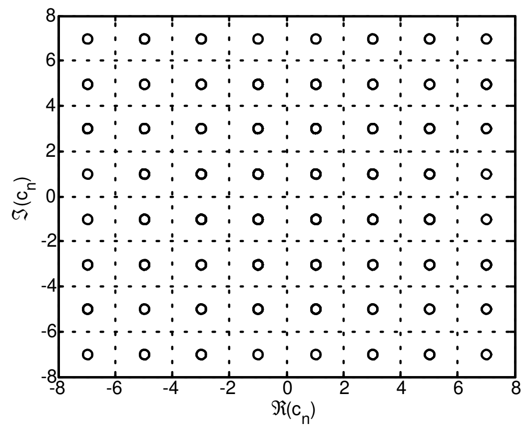
Note que a potência do ruído está igualmente dividida nos eixos I e Q, ou seja, a potência



(a) Modulação 4QAM



(b) Modulação 16QAM



(c) Modulação 64QAM

Figura 3.1: *Diferentes modulações M QAM quadradas. (a) Modulação 4 QAM (ou QPSK). (b) Modulação 16 QAM. (c) Modulação 64 QAM.*

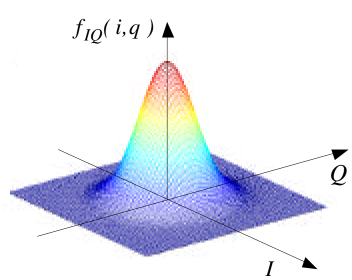


Figura 3.2: *Função densidade de probabilidade para o ruído AWGN complexo.*

do ruído em cada um dos eixos é dada por

$$\sigma_I^2 = \sigma_Q^2 = \frac{\sigma_n^2}{2} = \frac{N_0}{4}. \tag{3.3}$$

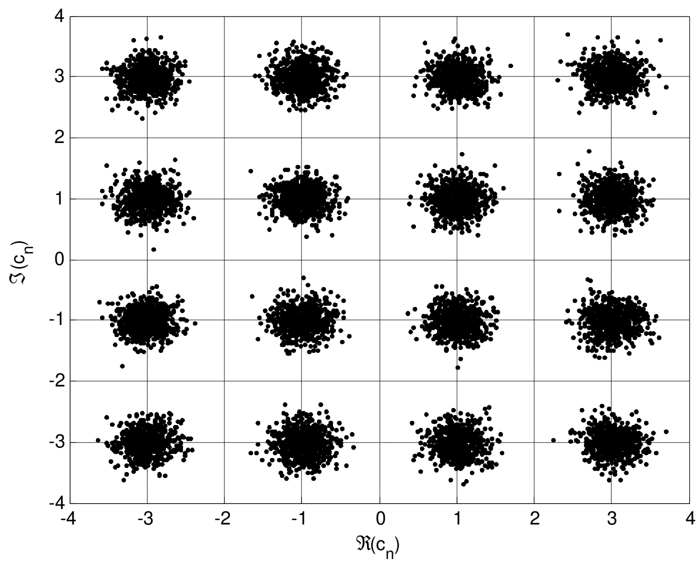


Figura 3.3: *Influência do ruído em uma constelação 16 QAM.*

A probabilidade de erro condicional devido ao AWGN é dada por

$$p_e = P[c_k \text{ ser recebido}/c_i \text{ foi enviado}] \qquad k \neq i, \tag{3.4}$$

ou seja, um erro de símbolo ocorre quando o ruído faz com que as coordenadas do símbolo recebido ultrapasse os limiares de decisão do símbolo transmitido. Note que basta analisar apenas um dos eixos da constelação para determinar a probabilidade de erro de símbolo. A Figura 3.4 ilustra como determinar essa probabilidade de erro para uma modulação M QAM.

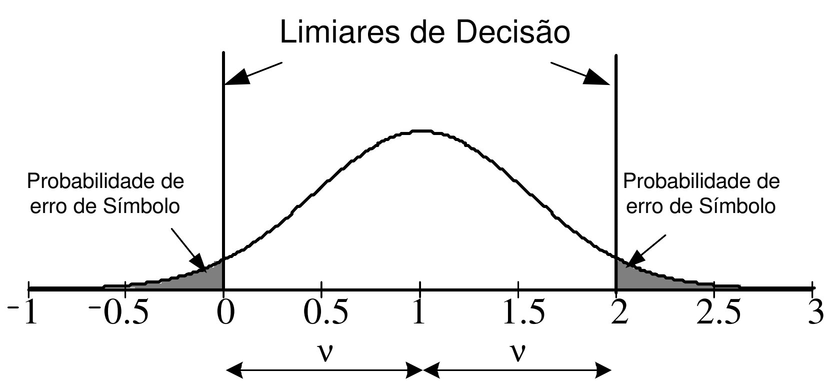


Figura 3.4: *Probabilidade de erro de símbolo.*

Assim, a probabilidade de erro de símbolo pode ser estimada por

$$p_e \approx \bar{\mu}\, \mathrm{Q}\left(\frac{\nu}{\sigma_I}\right), \tag{3.5}$$

onde $\bar{\mu}$ é o número médio de vizinhos da constelação e

$$\mathrm{Q}(x) = \int_x^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{y^2}{2}\right) \mathrm{d}y. \tag{3.6}$$

A energia média da constelação M QAM quadrada pode ser representada em função da distância entre os símbolos da constelação, isto é,

$$\begin{aligned} \bar{E} &= \sum_{i=0}^{\frac{L}{2}-1} \sum_{k=0}^{\frac{L}{2}-1} \left\{ \frac{\left[\nu\,(2i+1)\right]^2 + \left[\nu\,(2k+1)^2\right]}{\left(\frac{L}{2}\right)^2} \right\} \\ &= \frac{2}{3}\nu^2 \left(L^2 - 1\right). \end{aligned} \tag{3.7}$$

Utilizando o resultado apresentado em (3.7) é possível representar a distância entre os símbolos da modulação em função da energia média da constelação:

$$\nu = \sqrt{\frac{3\bar{E}}{2\,(L^2-1)}}. \tag{3.8}$$

Substituindo (3.3) e (3.8) em (3.5), tem-se

$$p_e \approx \bar{\mu}\ \mathrm{Q}\left(\sqrt{\frac{6\bar{E}}{(L^2-1)\,N_0}}\right). \tag{3.9}$$

Para determinar o número médio de vizinhos, $\bar{\mu}$, é necessário considerar a geometria da constelação. Para qualquer constelação quadrada o número de símbolos, μ_i, com i vizinhos é dado por:

$$\begin{aligned} \mu_2 &= 4 \\ \mu_3 &= 4(L-2) \\ \mu_4 &= (L-2)^2 = L^2 - 4L + 4. \end{aligned} \tag{3.10}$$

Note que não existe símbolo com mais que quatro vizinhos, qualquer que seja a constelação M QAM quadrada.

Assim, o número médio de vizinhos da constelação é obtido pela expressão:

$$\begin{aligned}\bar{\mu} &= \frac{2\,\mu_2 + 3\,\mu_3 + 4\,\mu_4}{L^2} \\ &= \frac{4(L-1)}{L}.\end{aligned} \tag{3.11}$$

Substituindo (3.11) em (3.9), tem-se

$$p_e \approx \frac{4(L-1)}{L}\,\mathrm{Q}\left(\sqrt{\frac{6\bar{E}}{(L^2-1)\,N_0}}\right). \tag{3.12}$$

Como a densidade espectral de potência do ruído AWGN é constante em toda a banda de interesse, a relação sinal-ruído em cada sub-portadora do sinal OFDM será igual a relação sinal-ruído do sinal com portadora única. Assim, o desempenho do sistema OFDM em um canal AWGN será igual ao desempenho do sistema de portadora única, desde que a modulação empregada em ambos os casos possua a mesma ordem. A Figura 3.5 apresenta a curva de desempenho traçada utilizando (3.12) para a modulação 16 QAM, juntamente com o resultado da simulação computacional para um sistema OFDM com modulação 16 QAM e 2048 portadoras.

3.2 Desempenho de modulações M QAM não quadradas

Na literatura existem algumas expressões para estimar o desempenho de sistemas M QAM cuja constelação é formada por 2^k símbolos, para k ímpar, ou seja, constelações não quadradas [10][11]. No entanto, essas expressões são aproximações obtidas a partir da equação desenvolvida para constelações quadradas e não levam em consideração a geometria da constelação.

Existem diferentes maneiras de construir uma constelação M QAM não-quadrada. Nesta seção serão apresentadas novas abordagens para estimar a probabilidade de erro de símbolo para as duas geometrias mais empregadas: a constelação em cruz e a constelação sobreposta.

3.2.1 Modulações M QAM em cruz

Uma constelação M QAM em cruz é formada por uma sub-constelação quadrada central contendo $M/2$ símbolos e por quatro "braços"contendo $M/8$ símbolos cada um. A Figura 3.6 apresenta uma constelação 128 QAM em cruz.

O primeiro passo para encontrar a probabilidade de erro deste tipo de modulação é determinar o número de projeções em cada eixo. A sub-constelação central possui $M/2$ símbolos, resultando em $\sqrt{M/2}$ projeções. Os demais $M/2$ símbolos da constelação formam as linhas e

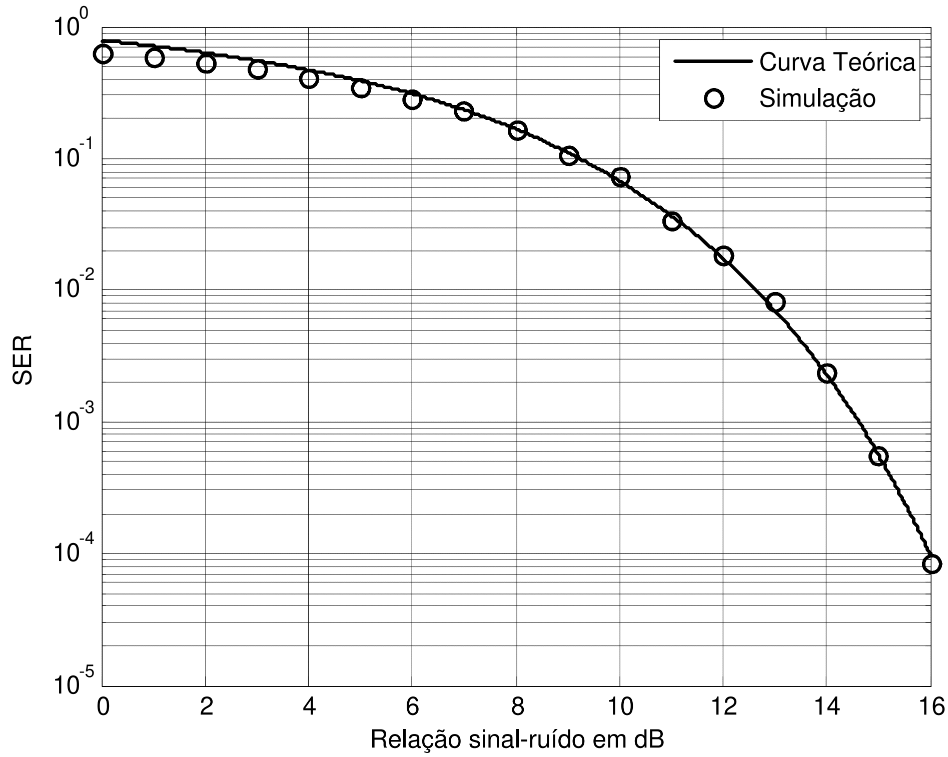


Figura 3.5: *Desempenho teórico e simulado de um sistema OFDM com modulação 16 QAM em canal AWGN.*

as colunas dos "braços" da constelação. Logo, o número de linhas (ou colunas) que formam um braço é dado por

$$l_b = \frac{M/2}{4\sqrt{M/2}} = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{M}{2}}. \tag{3.13}$$

Assim, o número de projeções por eixo da modulação M QAM em cruz é dado por

$$\begin{aligned} L &= \sqrt{M/2} + 2\,l_b \\ &= \frac{3}{4}\sqrt{2M}. \end{aligned} \tag{3.14}$$

A seguir, é necessário determinar o número de símbolos, μ_i com i vizinhos. Para os símbolos com quatro vizinhos, tem-se

$$\begin{aligned} \mu_4 &= \frac{M}{2} + 4\left(\sqrt{\frac{M}{2}} - 2\right)(l_b - 1) \\ &= M - 3\sqrt{2M} + 8. \end{aligned} \tag{3.15}$$

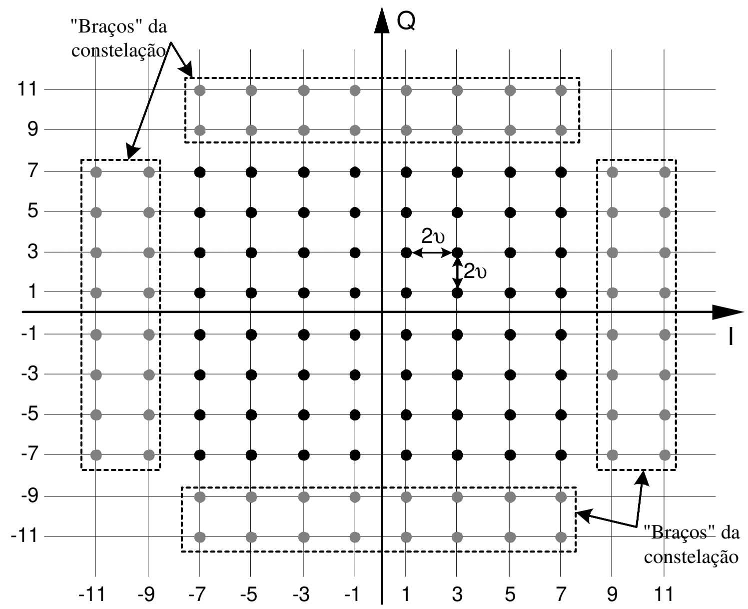


Figura 3.6: *Constelação 128QAM em cruz.*

Para os símbolos com três vizinhos, tem-se

$$\begin{aligned} \mu_3 &= 4\left(\sqrt{\frac{M}{2}} - 2\right) + 8\,(l_b - 1) \\ &= 3\sqrt{2M} - 16. \end{aligned} \tag{3.16}$$

Finalmente, o número de símbolos com 2 vizinhos é dado por

$$\mu_2 = 8. \tag{3.17}$$

Assim, o número médio de vizinhos na constelação M QAM em cruz é dado por

$$\begin{aligned} \bar{\mu} &= \frac{1}{M}\sum_{i=2}^{4} i\,\mu_i \\ &= 4 - 3\sqrt{\frac{2}{M}}. \end{aligned} \tag{3.18}$$

A energia média da constelação em função da distância mínima entre os símbolos (2ν) é dada por

$$\begin{aligned}\bar{E} &= \frac{\sum_{i=0}^{\frac{L}{2}-1}\sum_{j=0}^{\frac{L}{2}-1}\left\{[\nu(2i+1)]^2+[\nu(2j+1)]^2\right\} - \sum_{i=\frac{L}{3}}^{\frac{L}{2}-1}\sum_{j=\frac{L}{3}}^{\frac{L}{2}-1}\left\{[\nu(2i+1)]^2+[\nu(2j+1)]^2\right\}}{\left(\frac{L}{2}\right)^2-\left(\frac{L}{2}-\frac{L}{3}\right)^2} \\ &= \frac{\nu^2}{6}\left(\frac{31}{9}L^2-4\right).\end{aligned} \tag{3.19}$$

Logo,

$$\nu = \sqrt{\frac{54\bar{E}}{31L^2-36}}. \tag{3.20}$$

Utilizando os resultados apresentados em (3.18) e (3.20), tem-se que

$$\begin{aligned}p_e &\approx \bar{\mu}\,\mathrm{Q}\left(\sqrt{\frac{\nu^2}{\sigma_I^2}}\right) \\ &\approx \left(4-3\sqrt{\frac{2}{M}}\right)\mathrm{Q}\left(\sqrt{\frac{54\bar{E}}{31L^2-36}\,\frac{4}{N_0}}\right) \\ &\approx \frac{8L-9}{2L}\,\mathrm{Q}\left(\sqrt{\frac{216}{31L^2-36}\,\frac{\bar{E}}{N_0}}\right).\end{aligned} \tag{3.21}$$

Novamente, espera-se que o desempenho de um sistema OFDM utilizando modulação M QAM em cruz seja o mesmo que o sistema com portadora única com a mesma modulação. A Figura 3.7 apresenta a curva de desempenho obtida em (3.21) para a modulação 32 QAM em cruz, juntamente com o resultado da simulação computacional para um sistema OFDM de 2048 portadoras, empregando a constelação 32 QAM em cruz.

3.2.2 Modulações M QAM sobrepostas

A modulação M QAM sobreposta é formada por duas constelações $\frac{M}{2}$QAM deslocadas, tal como exemplificado na Figura 3.8.

Os limiares de decisão para a modulação M QAM sobreposta podem ser facilmente obtidos se a constelação sofrer uma rotação de fase de -45°, tal como mostra a Figura 3.9. Como rotações de fase não alteram o desempenho da constelação [23] pode-se obter a probabilidade de erro de símbolo baseando-se na constelação da Figura 3.9.

Note que, neste caso, o número de projeções nos eixos em fase e quadratura não são iguais. Por este motivo é mais simples obter uma expressão para a probabilidade de erro em função do número total de símbolos da constelação, M. Observando ainda a Figura 3.9, é possível

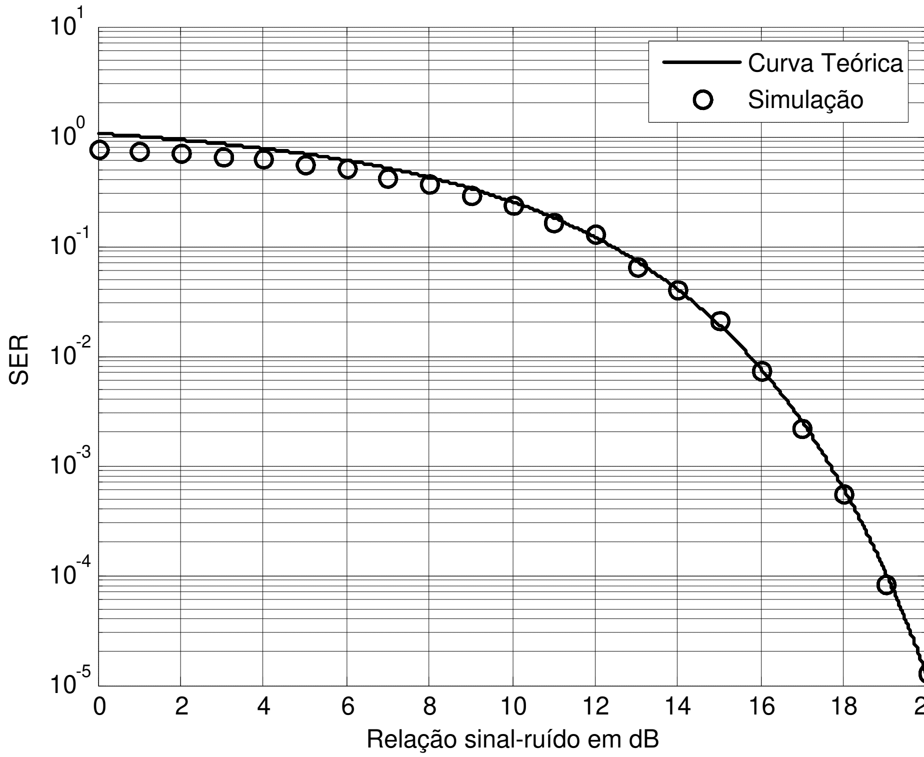


Figura 3.7: *Desempenho teórico e simulado de um sistema OFDM com modulação 32 QAM em cruz em canal AWGN.*

concluir que existem dois símbolos que apresentam apenas 1 vizinho. Assim,

$$\mu_1 = 2. \tag{3.22}$$

Já o número de símbolos com dois vizinhos é dado por

$$\begin{aligned} \mu_2 &= 4\left(\sqrt{\frac{M}{2}} - 1\right) \\ &= \sqrt{8M} - 4. \end{aligned} \tag{3.23}$$

e o número de símbolos com 4 vizinhos é dado por

$$\begin{aligned} \mu_4 &= \frac{\left(\sqrt{2M} - 2\right)^2}{2} \\ &= M + 2 - \sqrt{8M}. \end{aligned} \tag{3.24}$$

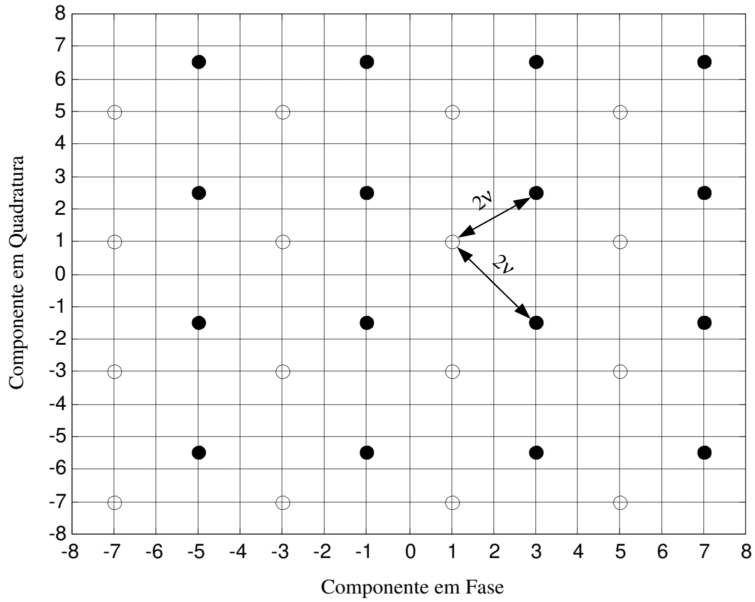


Figura 3.8: *Modulação M QAM sobreposta.*

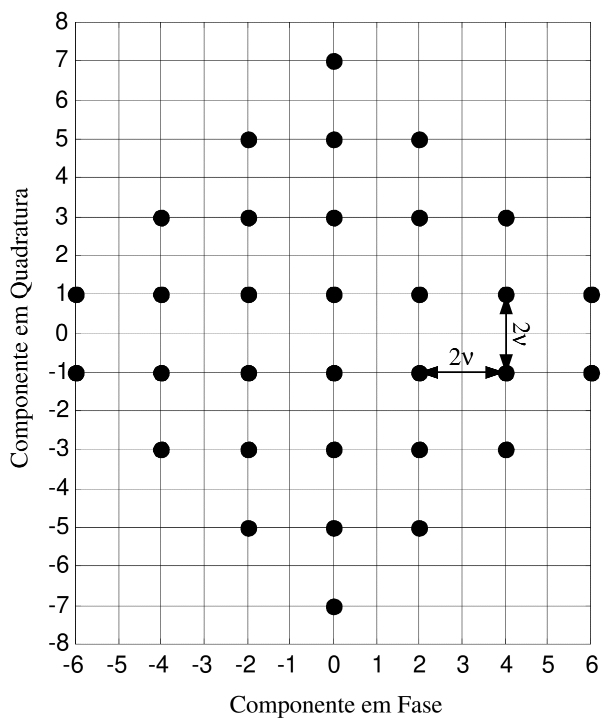


Figura 3.9: *Modulação M QAM sobreposta com rotação de -45°.*

Assim, o número médio de vizinhos desta constelação é dado por

$$\begin{aligned}\bar{\mu} &= \frac{1}{M} \sum_{i=1,\, i\neq 3}^{4} i\,\mu_i \\ &= \frac{4M - 4\sqrt{2M} + 2}{M}.\end{aligned} \tag{3.25}$$

O próximo passo para obter o desempenho da modulação é determinar a energia média da constelação em função de ν. Para isto, observe que a energia média da constelação M QAM sobreposta é igual a energia média de uma constelação quadrada com $2M$ símbolos, onde a distância mínima é $2\nu\cos(45)$, tal como mostra a Figura 3.10.

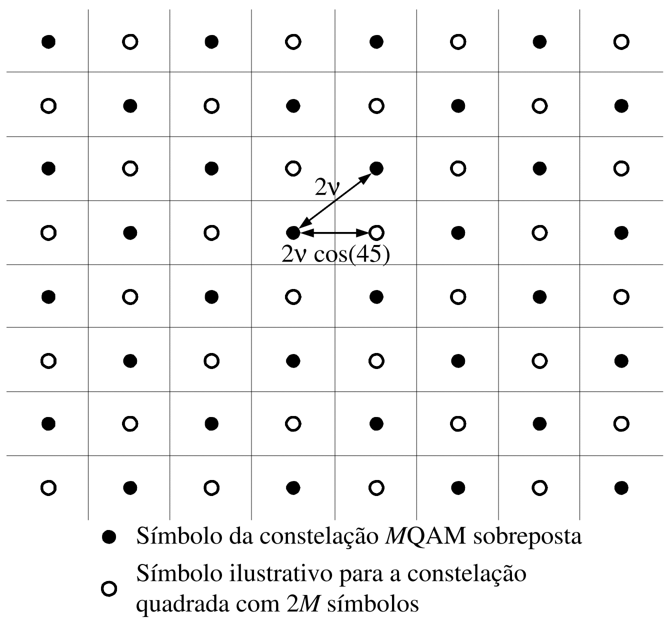


Figura 3.10: *Modulação $2MQAM$ quadrada com energia média igual à M QAM sobreposta.*

Logo,

$$\begin{aligned}\bar{E} &= \frac{1}{2M} \sum_{j=-\frac{\sqrt{2M}}{2}}^{\frac{\sqrt{2M}}{2}-1} \sum_{i=-\frac{\sqrt{2M}}{2}}^{\frac{\sqrt{2M}}{2}-1} \left\{[(2i+1)\nu\cos(45^\circ)]^2 + [(2j+1)\nu\cos(45^\circ)]^2\right\} \\ &= \frac{1}{3}\nu^2(2M-1).\end{aligned} \tag{3.26}$$

Assim,

$$\nu = \sqrt{\frac{3\bar{E}}{2M-1}}. \tag{3.27}$$

Finalmente, a probabilidade de erro de símbolo para modulações M QAM sobreposta é dada por

$$\begin{aligned} p_e &\approx \bar{\mu}\,\mathrm{Q}\left(\sqrt{\frac{\nu^2}{\sigma_I^2}}\right) \\ &\approx \frac{4M - 4\sqrt{2M} + 2}{M}\,\mathrm{Q}\left(\sqrt{\frac{3\bar{E}}{2M-1}\,\frac{4}{N_0}}\right) \\ &\approx \frac{4M - 4\sqrt{2M} + 2}{M}\,\mathrm{Q}\left(\sqrt{\frac{12}{2M-1}\,\frac{\bar{E}}{N_0}}\right). \end{aligned} \tag{3.28}$$

Novamente, o emprego do OFDM não causa mudança no desempenho do sistema em canais AWGN. A Figura 3.11 apresenta a curva de desempenho obtida em (3.28), juntamente com o resultado de simulação para um sistema OFDM com constelação 32QAM sobreposta e 2048 portadoras.

3.3 Desempenho em canais seletivos em freqüência

O desempenho de um sistema OFDM em canais seletivos em freqüência depende da resposta ao impulso do canal, do número de portadoras empregadas, da distância entre as portadoras piloto e também da técnica de interpolação empregada. Para que as expressões de desempenho obtidas neste capítulo possam ser empregadas para estimar o desempenho do sistema OFDM em canais seletivos em freqüência é necessário que a resposta em freqüência do canal possua ganho médio unitário, ou seja, que o ganho do canal esteja normalizado e que o número de portadoras seja suficientemente alto para que o desvanecimento no canal seja considerado plano para cada uma das sub-portadoras.

As simulações são realizadas para um canal de comunicação cujas características são apresentadas na Tabela 3.1, onde P_i denota o i-ésimo percurso do canal.

A Figura 3.12 apresenta a resposta em freqüência do canal A. Empregando (2.3) obtém-se uma banda de coerência igual à $64,38$ kHz para este canal, considerando-se uma coerência de 90%. Os parâmetros para o sistema OFDM considerado são apresentados na Tabela 3.2.

A Figura 3.13 apresenta o desempenho do sistema OFDM para modulação 16 QAM, con-

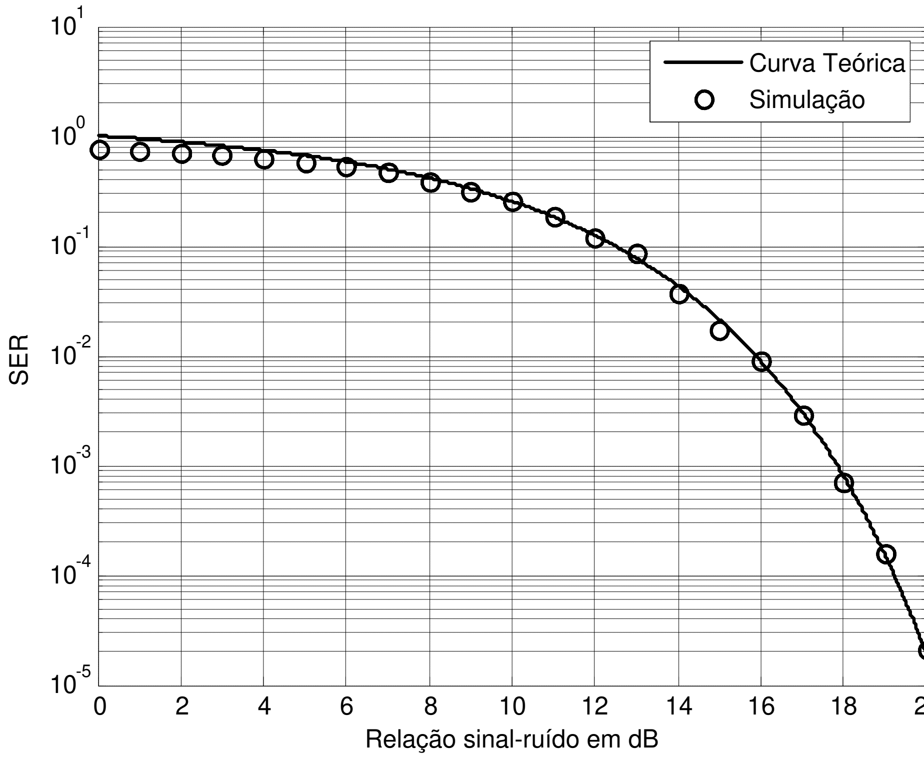


Figura 3.11: *Desempenho teórico e simulado de um sistema com modulação 32 QAM sobreposta e OFDM em canal AWGN.*

Tabela 3.1: *Perfil de atraso do canal seletivo em freqüência.*

Nome	Parâmetro	P_0	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
Canal A	Atraso [μs]	0	0,15	2,22	3,05	5,86	5,93
	Ganho de amplitude	0,997	0,0417	0,024	0,0324	0,0437	0,0229
	Fase	-22,85°	157,79°	-27,2°	-26,44°	-5,89°	12,71°

siderando as técnicas de interpolação apresentadas no Capítulo 2, onde conclui-se que há uma perda de desempenho devido ao erro na estimação do canal. Para baixos valores de relação sinal-ruído (menor que 11dB), não há muita diferença entre os diferentes métodos de interpolação. No entanto, a medida em que a relação sinal-ruído aumenta, fica evidente que a interpolação empregando o método da FFT apresenta os melhores resultados.

A Figura 3.14 apresenta o desempenho do sistema OFDM para modulação 32 QAM em cruz, considerando ainda as técnicas de interpolação apresentadas no Capítulo 2. Novamente, para relações sinal-ruído baixas (menor que 21dB), todas as técnicas de interpolação apresentam desempenho semelhante. Para relações sinal-ruído maiores, é possível verificar que a estimação

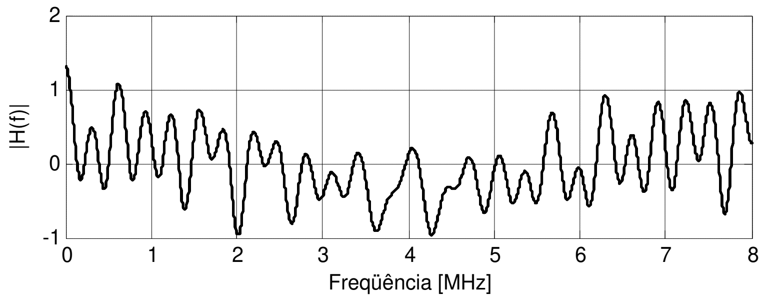


Figura 3.12: *Resposta em freqüência do canal A.*

Tabela 3.2: *Parâmetros do sistema OFDM.*

Parâmetros	**Valor**
Modulação	M QAM
Número total de sub-portadoras	2048
Número total de pilotos	129
Tempo de símbolo OFDM útil (T)	256 μs
Tempo de guarda (ΔT)	$T/16$=62,5 μs
Tempo total do símbolo OFDM (T_{OFDM})	272 μs
Espaçamento entre as pilotos	62,5 kHz
Modulação empregada nas portadoras piloto	BPSK
Taxa de amostragem	8 MHz

empregando FFT apresenta os melhores resultados. Neste caso, o patamar de erro devido à estimação do canal fica mais evidente para as interpolações cúbica e com filtro FIR, enquanto não foi possível observar o patamar de erro para a interpolação por FFT, mesmo para taxas de erro de símbolo de aproximadamente 10^{-7}.

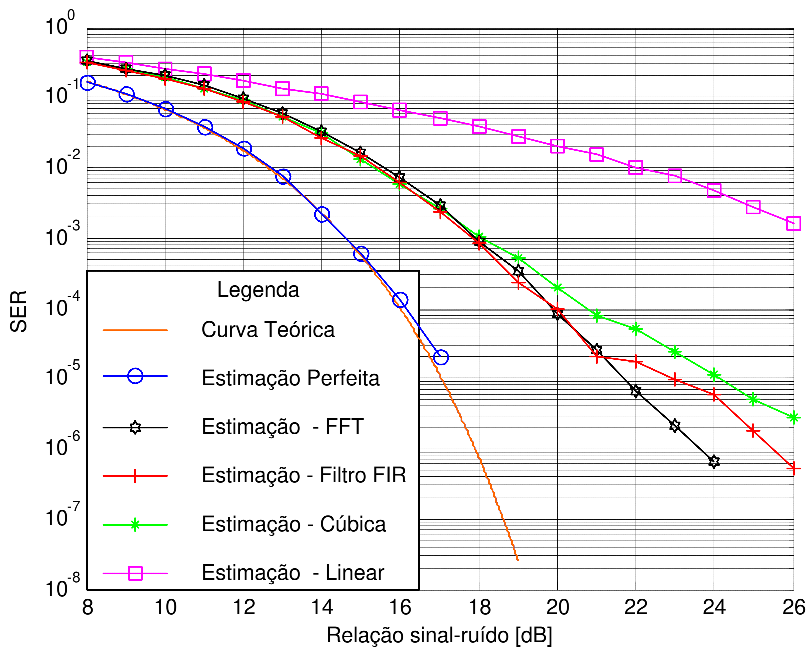


Figura 3.13: *Desempenho do sistema OFDM com modulação 16 QAM no canal A.*

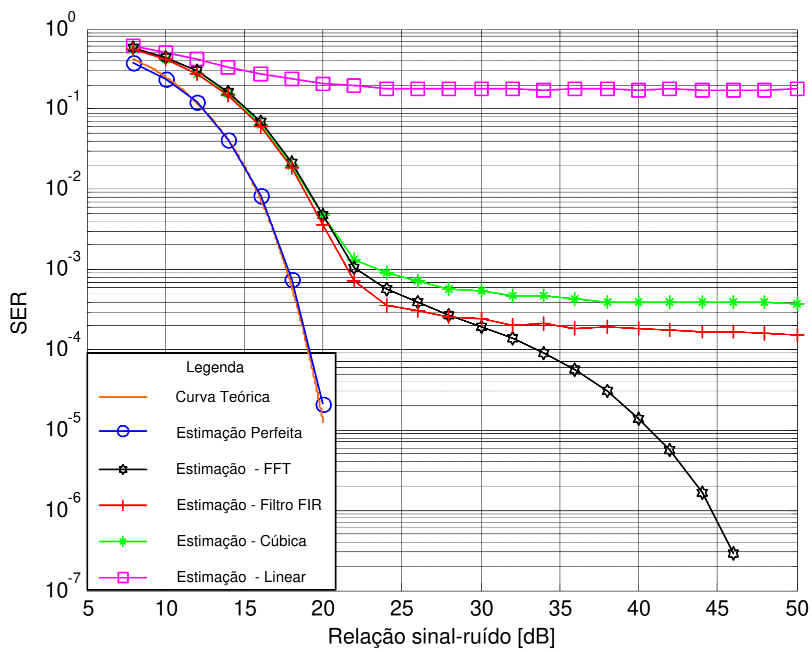


Figura 3.14: *Desempenho do sistema OFDM com modulação 32 QAM em cruz no canal A.*

3.4 Conclusões

Este capítulo apresentou o desenvolvimento das expressões para a probabilidade de erro de símbolo para modulações quadradas e não quadradas, sendo que o segundo conjunto de resultados consiste em uma contribuição original deste trabalho.

A análise do desempenho das diferentes técnicas de interpolação mostrou que a interpolação por FFT apresenta o melhor desempenho em canais lineares, ruidosos, estáticos e seletivos em freqüência. O patamar de erro de símbolo obtido com esta técnica de interpolação é diversas ordens de grandeza menor do que os patamares obtidos com as interpolações linear, cúbica ou com filtro FIR. Isto possui como penalidade a maior complexidade de implementação da técnica de interpolação por FFT.

Neste trabalho não foi feita a análise da probabilidade de erro de bit, uma vez que esta depende do mapeamento dos bits nos símbolos da constelação. Embora essa análise seja simples para as modulações M QAM quadradas, a obtenção de uma probabilidade de erro de bit para modulações não quadradas pode se tornar complexa. Em [21], os autores apresentam análises para o cálculo da BER para as constelações em cruz e sobreposta, respectivamente, considerando mapeamentos específicos.

Capítulo 4

Desempenho de Sistemas OFDM em Canais Radiomóveis

Hoje há um grande interesse na transmissão de dados a altas taxas para receptores móveis, tais como celulares, PDA's (*Personal Digital Assistant*), notebooks, televisores digitais, etc. Desta forma, a análise do desempenho de sistemas OFDM em canais móveis é de grande interesse [9]. Neste capítulo, realiza-se uma análise do canal de comunicação móvel e determina-se qual é o impacto da mobilidade no desempenho do sistema OFDM, considerando as diferentes modulações QAM e as técnicas de interpolação estudadas. Para o procedimento demonstrado ao longo deste capítulo considera-se que o receptor de distância mínima seja empregado na detecção do sinal.

4.1 Desempenho em Canais Rayleigh

O canal de comunicação para um sistema de radiodifusão é composto por diversos percursos entre a antena transmissora e a receptora. No caso de um sistema com mobilidade, cada percurso que compõe a resposta ao impuso do canal é uma variável aleatória complexa, cuja magnitude, $r_i(t)$, possui distribuição de Rayleigh e a fase, $\theta_i(t)$, possui distribuição uniforme. Logo, a resposta ao impulso do canal é dada por

$$h(t) = \sum_{i=0}^{I-1} r_i(t) \mathrm{e}^{j\theta_i(t)} \delta(t - \tau_i). \tag{4.1}$$

Como $r_i(t)$ e $\theta_i(t)$ variam ao longo do tempo, a resposta em freqüência do canal também varia ao longo do tempo. Assumindo que o número de sub-portadoras que compõe o símbolo OFDM seja suficientemente elevado, a banda de coerência do canal será muito maior do que a separação entre duas sub-portadoras adjacentes. Neste caso, cada sub-portadora sofre desvanecimento plano e, na presença de ruído, o sinal recebido pode ser expresso por

$$s_r(t) = r(t)e^{j\theta(t)}s(t) + n(t). \tag{4.2}$$

onde $s(t)$ é o sinal transmitido em uma dada sub-portadora e $n(t)$ é uma amostra de ruído.

Normalmente, a velocidade com que o móvel se desloca com relação a estação transmissora é baixa. Isto significa que a variação da amplitude e da fase ao longo do tempo é lenta. Assim o canal se mantém praticamente constante durante a transmissão de alguns símbolos. O intervalo de tempo durante o qual o canal permanece praticamente invariante no tempo é chamado de tempo de coerência do canal, e é definido como

$$\tau_{ch} = \frac{1}{f_D}, \tag{4.3}$$

onde f_D é o desvio de freqüência Doppler. O valor máximo do desvio Doppler, para um móvel se deslocando a uma velocidade v é dado por

$$f_D = \frac{v}{\lambda}, \tag{4.4}$$

onde $\lambda = 3 \times 10^8/f$ é o comprimento de onda do sinal de freqüência f no vácuo.

O desvanecimento em um dado canal radiomóvel é lento para um tempo de sinalização menor que o tempo de coerência do canal. Isto significa que o símbolo é transmitido antes que mudanças significativas ocorram no valor de $r(t)$ e $\theta(t)$. Assim, circuitos projetados para estimar a resposta do canal apresentam bom desempenho, onde a rotação de fase introduzida pelo canal pode ser compensada. Assumindo-se que o canal seja lento e que o receptor utiliza um filtro de Nyquist, pode-se simplificar a notação, suprimindo-se a dependência com relação ao tempo. Logo, pode-se reescrever a equação 4.2 como

$$s_r = rs + n. \tag{4.5}$$

A probabilidade de erro de símbolo de um sistema de transmissão digital em um canal Rayleigh, considerando uma perfeita estimativa da resposta em freqüência do canal, é dada por

$$p_e = \int_{-\infty}^{\infty} P[e/r]p(r)\mathrm{d}r, \tag{4.6}$$

onde $P(e/r)$ é a probabilidade de erro instantânea condicionada a r, em canal AWGN ponderada pela variação da relação sinal-ruído devido ao desvanecimento. Para uma modulação M QAM a probabilidade de erro de símbolo pode ser escrita como

$$P[e] \approx \bar{\mu}\,\mathrm{Q}\left(\sqrt{\xi\frac{\bar{E}}{N_0}}\right), \tag{4.7}$$

onde $\bar{\mu}$ é o número médio de vizinhos da constelação e ξ é um fator que depende da geometria e do número de símbolos da constelação. A função $\mathrm{Q}(x)$ já definida em (3.6) é a área sob a calda da distribuição gaussiana, reproduzida a seguir por conveniência

$$\mathrm{Q}(x) = \int_x^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{y^2}{2}\right)\mathrm{d}y.$$

Logo,

$$P[e/r] \approx \bar{\mu}\,\mathrm{Q}\left(\sqrt{r^2\xi\frac{\bar{E}}{N_0}}\right) = \frac{\bar{\mu}}{\sqrt{2\pi}} \int_{x=\sqrt{r^2\xi\frac{\bar{E}}{N_0}}}^\infty \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)\mathrm{d}x. \tag{4.8}$$

Como a função densidade de probabilidade da amplitude de do sinal é dada por

$$p(r) = \frac{r}{\sigma_r^2}\exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma_r^2}\right) \qquad r > 0, \tag{4.9}$$

onde σ_r é o desvio padrão das gaussianas complexas que geram a distribuição de Rayleigh [25], então, aplicando este resultado juntamente com (4.8) em (4.6), tem-se

$$p_e \approx \frac{\bar{\mu}}{\sigma_r^2\sqrt{2\pi}} \int_{r=0}^\infty \int_{x=\sqrt{r^2\xi\frac{\bar{E}}{N_0}}}^\infty r\exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma_r^2}\right)\exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}r. \tag{4.10}$$

Para resolver esta integral dupla, deve-se realizar uma inversão na ordem de integração. Para isso, é necessário identificar a área de integração no plano $x \times r$, conforme apresentado na Figura 4.1

Assim, é possível definir novas faixas de variação de x e r como

$$\begin{aligned} &0 < x < \infty\,, \\ &0 < r < \sqrt{\frac{x^2}{\xi\frac{\bar{E}}{N_0}}}\ . \end{aligned} \tag{4.11}$$

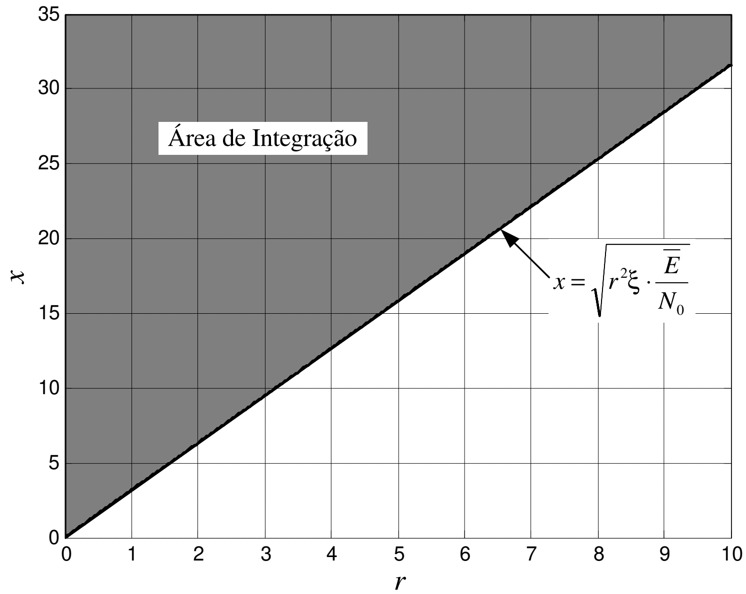


Figura 4.1: *Área de integração para inversão da ordem das integrais da equação 4.10.*

Logo, (4.10) pode ser reescrita como

$$\begin{aligned}
p_e &\approx \frac{\bar{\mu}}{\sigma_r^2\sqrt{2\pi}} \int_{x=0}^{\infty} \int_{r=0}^{\sqrt{\frac{x^2}{\xi\frac{\bar{E}}{N_0}}}} r \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma_r^2}\right) \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) \mathrm{d}r\mathrm{d}x \\
&= \frac{\bar{\mu}}{\sigma_r^2\sqrt{2\pi}} \left\{ \int_{x=0}^{\infty} \sigma_r^2 \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)\mathrm{d}x - \int_{x=0}^{\infty} \sigma_r^2 \exp\left(-\frac{x^2}{2} - \frac{x^2}{2\xi\sigma_r^2\frac{\bar{E}}{N_0}}\right)\mathrm{d}x \right\} \\
&= \frac{\bar{\mu}}{\sqrt{2\pi}} \left\{ \frac{\sqrt{2\pi}}{2} - \int_{x=0}^{\infty} \exp\left[-\frac{x^2}{2}\left(1 + \frac{1}{\xi\sigma_r^2\frac{\bar{E}}{N_0}}\right)\right]\mathrm{d}x \right\} \\
&= \frac{\bar{\mu}}{\sqrt{2\pi}} \left\{ \frac{\sqrt{2\pi}}{2} - \frac{\sqrt{2\pi}}{2\sqrt{1 + \frac{1}{\xi\sigma_r^2\frac{\bar{E}}{N_0}}}} \right\} \\
&= \frac{\bar{\mu}}{2}\left(1 - \sqrt{\frac{\xi\sigma_r^2\bar{E}/N_0}{1 + \xi\sigma_r^2\bar{E}/N_0}}\right).
\end{aligned} \tag{4.12}$$

Fazendo $\gamma = \xi\sigma_r^2\bar{E}/N_0$, tem-se

$$p_e \approx \frac{\bar{\mu}}{2}\left(1 - \sqrt{\frac{\gamma}{1+\gamma}}\right). \tag{4.13}$$

A Tabela 4.1 apresenta os parâmetros de (4.12) e (4.13) para as modulações apresentadas no Capítulo 3.

Tabela 4.1: *Valores de $\bar{\mu}$ e ξ para as diferentes constelações.*

Modulação	$\bar{\mu}$	ξ	L
M QAM quadrada	$\frac{4(L-1)}{L}$	$\frac{6}{L^2-1}$	$\sqrt{M}$
M QAM em cruz	$\frac{8L-9}{2L}$	$\frac{216}{31L^2-36}$	$\frac{3}{4}\sqrt{2M}$
M QAM sobreposta	$\frac{4M-4\sqrt{2M}+2}{M}$	$\frac{12}{2M-1}$	—

A Figura 4.2 apresenta a curva teórica e as simulações para o sistema OFDM com a modulação 16 QAM, considerando todas as interpolações apresentadas no Capítulo 2.

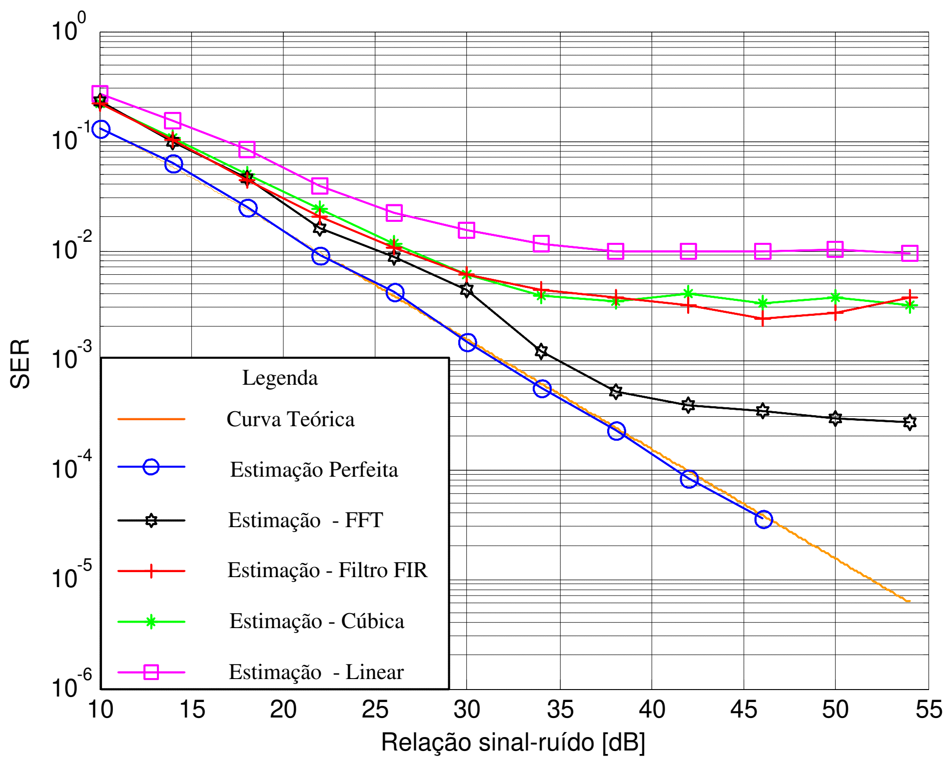


Figura 4.2: *Desempenho do sistema OFDM com modulação 16 QAM no canal A, definido no Capítulo 3, com mobilidade e $\sigma_r = 1$.*

Para obter os resultados apresentados na Figura 4.2 considerou-se que o canal de comunicação permanece invariante durante o tempo de um símbolo OFDM. Nestas condições, o desempenho do sistema OFDM em um canal seletivo e móvel é o mesmo do sistema com portadora única em um canal plano e móvel. Isso pode ser comprovado verificando-se que o desempenho do sistema OFDM com estimação perfeita do canal coincide com a curva teórica dada por (4.13). No entanto, se o canal variar sua resposta em freqüência de forma contínua ao longo do tempo, isto irá afetar a ortogonalidade das sub-portadoras, resultando em um patamar de erro para o sistema OFDM, mesmo com a estimação perfeita do canal.

Agora considerando as diferentes técnicas de estimação de canal, novamente é possível verificar que o erro na estimação resulta em uma redução do desempenho do sistema. Para relações sinal-ruído de até 30 dB não há grandes diferenças entre as técnicas FIR, cúbica e FFT. No entanto, é possível verificar que o patamar de erro para a interpolação por FFT é aproximadamente 10 vezes menor do que o patamar das técnicas cúbica e FIR, o que comprova novamente que a interpolação por FFT resulta em um melhor desempenho.

A Figura 4.3 apresenta o desempenho do sistema OFDM com modulação 32 QAM em cruz no mesmo canal utilizado para obter os resultados apresentados na Figura 4.2, onde pode-se novamente corroborar o resultado teórico apresentado em (4.13) com resultados obtidos em simulação com estimação perfeita do canal. Também é possível verificar que a interpolação empregando a FFT apresenta, novamente, desempenho superior as demais técnicas de interpolação.

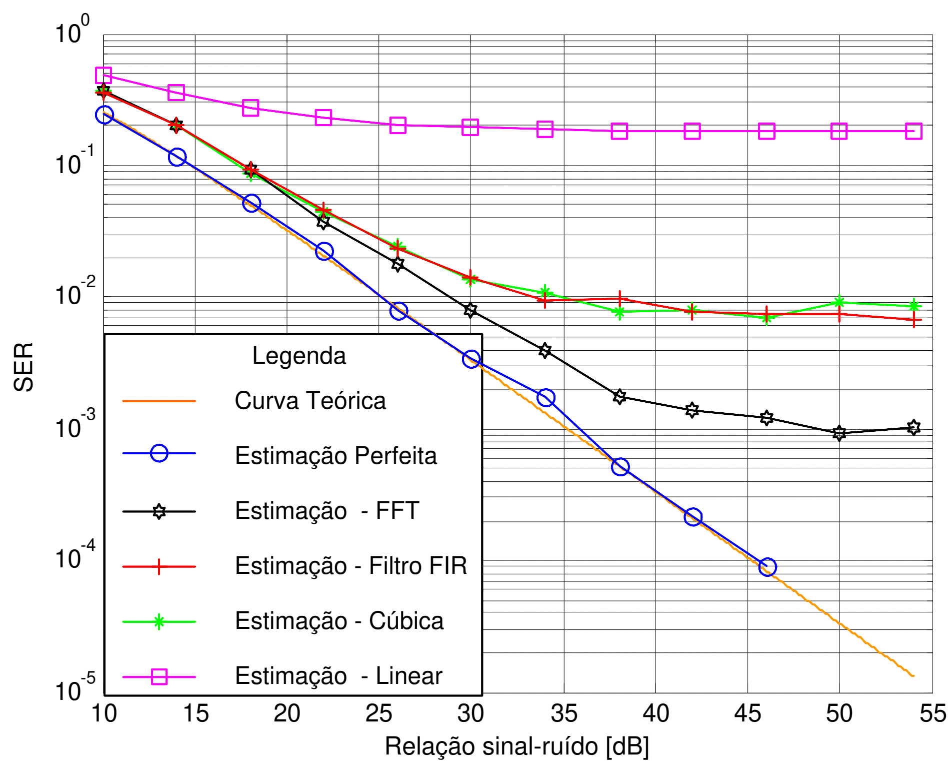


Figura 4.3: *Desempenho do sistema OFDM com modulação 32 QAM em cruz no canal A, definido no Capítulo 3 com mobilidade e* $\sigma_r = 1$.

4.2 Conclusões

A obtenção de expressões analíticas para o cálculo do desempenho de sistemas OFDM em canais móveis é uma ferramenta crucial para o projeto de redes de computadores sem fio locais e metropolitanas, bem como da TV Digital para recepção em dispositivos móveis. Neste capítulo foram desenvolvidas expressões analíticas para a probabilidade de erro de símbolo para um canal com mobilidade, cuja função densidade de probabilidade de Rayleigh caracteriza a magnitude do sinal recebido ao longo do tempo e a fase faria segundo uma distribuição uniforme. Também foi apresentado o desenvolvimento teórico para estimar a probabilidade de erro de símbolo para as modulações M QAM apresentadas no Capítulo 3. As expressões para as modulações M QAM não quadradas consistem em uma contribuição deste capítulo.

Nas simulações realizadas considerou-se que o canal permanecia estático durante todo o período de um símbolo OFDM. Deste modo, a mobilidade não afeta a ortogonalidade das sub-portadoras e a expressão obtida para sistemas de portadora única pode ser empregada para estimar a probabilidade de erro de símbolo do sistema OFDM. Também considerou-se que a banda de coerência do canal era maior do que a largura de faixa de uma sub-portadora, de tal modo que a seletividade em freqüência que afetava toda a banda se apresentasse como plana na faixa de cada sub-portadora. Ainda com relação aos resultados das simulações, comprovou-se novamente que a técnica de interpolação por FFT apresenta melhor desempenho dentre as técnicas analisadas.

Capítulo 5

Esquemas de Diversidade para Sistemas OFDM

Uma das principais razões pela degradação do desempenho de um sistema com recepção móvel é o fato da magnitude do sinal sofrer atenuações profundas (desvanecimento) durante um certo intervalo de tempo. Uma maneira de minimizar este problema de perda de desempenho do sistema é utilizar uma técnica de diversidade. O princípio básico é fornecer ao receptor versões descorrelacionadas do sinal transmitido, de tal forma que a probabilidade de todas as versões sofrerem desvanecimento severo ao mesmo tempo seja pequena.

As principais técnicas de diversidade são:

- Diversidade Espacial: basicamente consiste em utilizar J antenas de recepção separadas de modo a garantir que os diferentes percursos sejam descorrelacionados. A principal vantagem desta técnica é que não é necessário aumentar a largura de faixa do sinal para obter a diversidade. A desvantagem é que nem sempre é possível conseguir o espaçamento entre as antenas necessário para uma baixa correlação entre os percursos. Em sistemas celulares, fica inviável utilizar esta técnica de diversidade nas unidades móveis, devido ao seu tamanho reduzido. Normalmente, utiliza-se diversidade espacial de recepção apenas nas estações radiobase. Em 1998, Alamouti [26] apresentou uma nova técnica de diversidade espacial, onde ao invés de utilizar duas antenas na recepção, utiliza-se duas antenas na transmissão e J antenas na recepção. O desempenho deste esquema é equivalente ao esquema de diversidade de recepção com $2J$ antenas.

- Diversidade em freqüência: o princípio deste sistema de diversidade consiste em transmitir as informações utilizando J bandas de freqüências distintas. O espaçamento entre as portadoras deve ser maior do que a banda de coerência do canal. Como a eficiência espectral deste esquema é muito baixa, ele é pouco utilizado [8].

- Diversidade Temporal: neste esquema a informação é transmitida em instantes de tempo distintos, onde a separação temporal deve ser maior do que o tempo de coerência do canal. Este esquema também reduz a eficiência espectral do sistema, caso a taxa de transmissão tenha que se manter constante [8].

Neste capítulo apenas as técnicas de diversidade espacial serão exploradas, por serem estas largamente utilizadas. Na técnica de diversidade de recepção existem diferentes esquemas para combinar o sinal recebido a partir das J antenas: combinação por seleção, combinação por máxima razão e combinação com ganhos iguais. A combinação por seleção (SC - *Selection Combining*) consiste em selecionar sempre a antena receptora que fornece o sinal com maior potência. O fato deste esquema ignorar as informações proveniente das demais antenas faz com que seu desempenho não seja ótimo. Já a combinação com ganhos iguais (EGC - *Equal Gain Combining*) é uma simplificação do esquema de combinação por máxima razão. O EGC é empregado quando as características de desvanecimento dos J percursos não podem ser estimadas na recepção. Finalmente, o esquema de combinação por máxima razão (MRC - *Maximum Ratio Combining*) utiliza todas as informações proveniente das antenas de recepção, juntamente com as estimativas de desvanecimento de todos os percursos, resultando em um desempenho ótimo no caso em que os J percursos são descorrelacionados.[8] [9].

A técnica de diversidade de transmissão está se tornando cada vez mais comum nos padrões de alta de taxa de dados que prevêem recepção por dispositivos móveis. Desta forma, este capítulo também irá abordar as diferentes maneiras de combinar esta solução com a técnica OFDM.

5.1 Combinação por Máxima Razão

Neste esquema de diversidade, os sinais provenientes das J antenas de recepção são combinados linearmente para formar o sinal que será entregue ao detector. Assim, é possível maximizar a relação entre a energia de símbolo e a variância do ruído. A Figura 5.1 apresenta o esquema de diversidade MRC.

Para facilitar o desenvolvimento da expressão analítica do desempenho do sistema com diversidade de recepção, considera-se que o tempo de sinalização é muito menor do que o tempo de coerência do canal, de modo que o canal possa ser considerado invariante no tempo durante a transmissão de um símbolo. Assim, a notação de tempo será suprimida nas equações apresentadas a seguir.

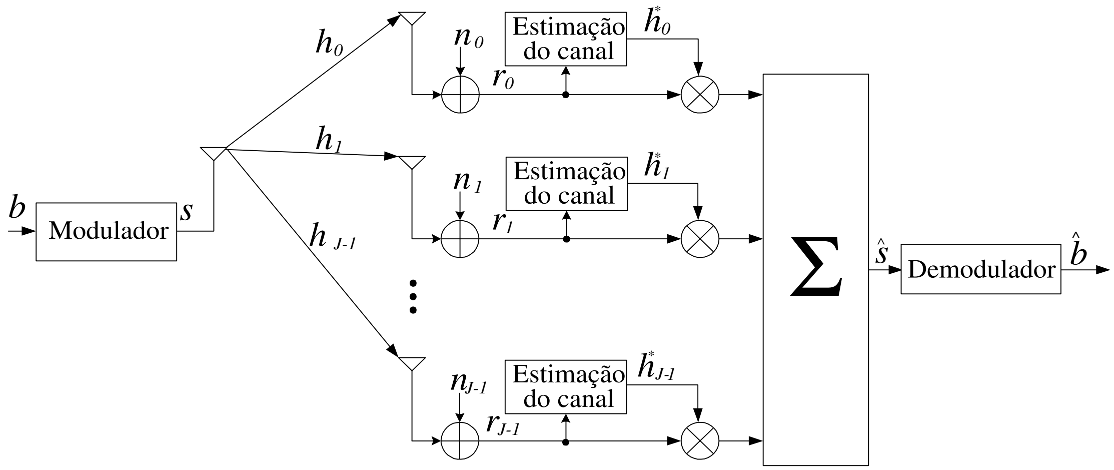


Figura 5.1: *Diagrama em blocos de um sistema MRC com J antenas de recepção.*

O sinal transmitido, s, percorre J percursos independentes até atingir as antenas de recepção. Cada percurso apresenta um fator de atenuação $h_i = r_i e^{-j\theta_i}$, onde r_i é uma variável aleatória com distribuição Rayleigh e θ_i é uma variável aleatória uniformemente distribuída entre 0 e 2π. Segundo a figura 5.1, o sinal recebido na $i-$ésima antena é dado por

$$s_{r_i} = s\, h_i + n_i, \tag{5.1}$$

onde n_i é uma amostra do ruído aditivo com densidade espectral de potência bilateral $N_0/2$. O sinal s_{r_i} é entregue ao estimador de canal, responsável em obter os coeficientes h_i^*. Para a análise do desempenho deste esquema, assume-se que o estimador de canal é ideal, ou seja, o receptor conhece perfeitamente o canal de comunicação. Finalmente, o sinal $\hat{s}$, dado por

$$\hat{s} = \sum_{i=0}^{J-1} s_{r_i}\, h_i^* \tag{5.2}$$

é utilizado pelo detector para estimar a informação transmitida.

Logo, tem-se que

$$\begin{aligned}
\hat{s} &= \sum_{i=0}^{J-1} (s\,h_i + n_i)\; h_i^* \\
&= \sum_{i=0}^{J-1} (s\,h_i\,h_i^* + n_i\,h_i^*) \\
&= \sum_{i=0}^{J-1} r_i^2 s + \sum_{i=0}^{J-1} r_i e^{-j\theta_i} n_i \\
&= \left(r_0^2 + r_1^2 + \cdots + r_{J-1}^2\right) s + \sum_{i=0}^{J-1} r_i e^{-j\theta_i} n_i.
\end{aligned} \tag{5.3}$$

O resultado apresentado na equação 5.3 mostra como o esquema apresentado na Figura 5.1 fornece diversidade. Observando o primeiro termo desta equação, fica claro que a probabilidade de todos os coeficientes r_i^2 apresentarem um desvanecimento severo é pequena. A probabilidade da atenuação de potência inserida no i-ésimo percurso estar abaixo de um limiar de recepção, ι, é dada por

$$p\left[r_i < \iota\right] = \int_0^{\iota} p(r_i)\mathrm{d}r = p_{\iota_i}. \tag{5.4}$$

Logo, a probabilidade de todos os percursos apresentarem uma atenuação abaixo do limiar de recepção é dada por

$$p_{\iota_T} = p(\iota_0)\,p(\iota_1)\,p(\iota_2)\ldots p(\iota_{J-1}) = p_{\iota_i}^J. \tag{5.5}$$

Para determinar o desempenho de um sistema de transmissão digital neste cenário, é necessário determinar a energia do sinal e a densidade espectral de ruído na saída do combinador. Como a variância de cada amostra n_i é N_0, tem-se que a variância total é dada por

$$N_{0_T} = N_0 \sum_{i=0}^{J-1} r_i^2. \tag{5.6}$$

Já a energia média do sinal na saída do combinador é dada por

$$\bar{E}_T = \bar{E} \left| \sum_{i=0}^{J-1} \left(r_i^2\right) \right|^2, \tag{5.7}$$

onde $\bar{E}$ é a energia média dos símbolos da constelação empregada.

Portanto, a relação sinal-ruído na saída do combinador é dada por

$$\bar{\gamma} = \frac{\bar{E}}{N_0} \frac{\left|\sum_{i=0}^{J-1} (r_i^2)\right|^2}{\sum_{i=0}^{J-1} r_i^2} \tag{5.8}$$

uma vez que r_i é um número real para qualquer i. Utilizando a desigualdade de Cauchy-Schwarz [11], que afirma que

$$\left|\sum_{i=0}^{J-1} a_i\, b_i\right|^2 \leq \sum_{i=0}^{J-1} |a_i|^2 \sum_{i=0}^{J-1} |b_i|^2, \tag{5.9}$$

onde a igualdade somente é mantida se $a_i = b_i^*$, então é possível reescrever a equação 5.8 como

$$\begin{aligned} \bar{\gamma} &= \frac{\bar{E}}{N_0} \frac{\sum_{i=0}^{J-1} |r_i|^2 \sum_{i=0}^{J-1} |r_i|^2}{\sum_{i=0}^{J-1} |r_i|^2} \\ &= \frac{\bar{E}}{N_0} \sum_{i=0}^{J-1} |r_i|^2. \end{aligned} \tag{5.10}$$

Note que este resultado implica que a melhor relação sinal-ruído é obtida quando o ganho do i-ésimo braço é multiplicado pela atenuação apresentada no i-ésimo percurso. Isto significa que o percurso mais atenuado é menos relevante na composição do sinal que será entregue ao detector. Note que, uma vez que a relação sinal-ruído do i-ésimo braço é dada por $r_i^2 \frac{\bar{E}}{N_0}$, então a relação sinal-ruído total pode ser vista como a soma das J relações sinal-ruído individuais. Deste modo, a relação sinal-ruído total pode ser elevada, mesmo que a relação sinal-ruído de cada braço seja baixa. No caso do esquema de combinação seletiva, a relação sinal-ruído total é, simplesmente, a maior das J relações sinal-ruído possíveis.

A probabilidade de erro em um canal com desvanecimento plano modelado pela distribuição de Rayleigh pode ser obtida se a função densidade de probabilidade da relação sinal-ruído na saída do combinador for conhecida. Seja $\varrho = \sum_{i=0}^{J-1} r_i^2$. Como o desvanecimento em cada braço de recepção é Rayleigh, então a função densidade de probabilidade de ϱ será a soma dos quadrados das J variáveis Rayleigh. Primeiramente, deve-se encontrar a função densidade de probabilidade de $w_i = r_i^2$. Sabe-se que

$$p(w_i)\mathrm{d}w_i = p(r_i)\mathrm{d}r_i, \tag{5.11}$$

onde $\mathrm{d}w_i$=$2r_i\mathrm{d}r_i$.

Assim,

$$\begin{aligned} p(w_i) &= \left.\frac{p(r_i)}{2r_i}\right|_{r_i=\sqrt{w_i}} \\ &= \left.\frac{1}{2\sigma_r^2}\exp\left(-\frac{r_i^2}{2\sigma_r^2}\right)\right|_{r_i=\sqrt{w_i}} \\ &= \frac{1}{2\sigma_r^2}\exp\left(-\frac{w_i}{2\sigma_r^2}\right). \end{aligned} \tag{5.12}$$

A função geratriz de momento de w_i é dada por

$$\begin{aligned} \phi(w_i) = E\left[e^{sw_i}\right] &= \int_0^\infty e^{sw_i}\, p(w_i)\mathrm{d}w_i \\ &= \frac{1}{2\sigma_r^2}\int_0^\infty \exp\left(sw_i - \frac{w_i}{2\sigma_r^2}\right)\mathrm{d}w_i \\ &= \frac{1}{2\sigma_r^2}\int_0^\infty \exp\left[-w_i\left(\frac{1}{2\sigma_r^2} - s\right)\right]\mathrm{d}w_i \\ &= \frac{1}{2\sigma_r^2}\,\frac{2\sigma_r^2}{(1-2\sigma_r^2 s)} \\ &= \frac{1}{2\sigma_r^2\left(\frac{1}{2\sigma_r^2} - s\right)}. \end{aligned} \tag{5.13}$$

Por definição, a função densidade de probabilidade da soma de variáveis aleatórias independentes é igual a convolução das funções densidade de probabilidade individuais. Desta forma, a função densidade de probabilidade de ϱ é dada por

$$p(\varrho) = p(w_0) * p(w_1) * p(w_2) * \cdots * p(w_{J-1}). \tag{5.14}$$

Logo, a função geratriz de momento de ϱ é dada pelo produto das funções geratriz de momento de w_i. Como w_i são identicamente distribuídas, tem-se

$$\begin{aligned} \phi(\varrho) = \prod_{i=0}^{J-1}\phi(w_i) &= \left[\frac{1}{2\sigma_r^2\left(\frac{1}{2\sigma_r^2} - s\right)}\right]^J \\ &= \left[\frac{1/2\sigma_r^2}{(1/2\sigma_r^2 - s)}\right]^J. \end{aligned} \tag{5.15}$$

O resultado apresentado na equação 5.15 é a função geratriz de momento de uma variável aleatória com distribuição de Erlang. Logo, a função densidade de probabilidade de ϱ é dada por

$$\begin{aligned} p(\varrho) &= \frac{\left(\frac{1}{2^J\sigma_r^{2J}}\right)\varrho^{J-1}\exp\left(-\frac{1}{2\sigma_r^2}\varrho\right)}{(J-1)!} \\ &= \frac{1}{2^J\sigma_r^{2J}(J-1)!}\varrho^{J-1}\exp\left(-\frac{1}{2\sigma_r^2}\ \varrho\right). \end{aligned} \tag{5.16}$$

Finalmente, como $\bar{\gamma} = \bar{E}/N_0\,\varrho$, a função densidade de probabilidade de $\bar{\gamma}$ é dada por

$$\begin{aligned} p(\bar{\gamma})\mathrm{d}\bar{\gamma} &= p(\varrho)\mathrm{d}\varrho \\ p(\bar{\gamma}) &= \left.\frac{p(\varrho)}{\bar{E}/N_0}\right|_{\varrho=\frac{\bar{\gamma}}{\bar{E}/N_0}}. \end{aligned} \tag{5.17}$$

Aplicando a equação 5.16 na equação 5.17, tem-se

$$\begin{aligned} p(\bar{\gamma}) &= \frac{1}{2^J\sigma_r^{2J}\bar{E}/N_0(J-1)!}\ \left(\frac{\bar{\gamma}}{\bar{E}/N_0}\right)^{J-1}\ \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_r^2}\ \frac{\bar{\gamma}}{\bar{E}/N_0}\right) \\ &= \frac{1}{\left(2\sigma_r^2\ \bar{E}/N_0\right)^J(J-1)!}\bar{\gamma}^{J-1}\exp\left(-\frac{\bar{\gamma}}{2\sigma_r^2\bar{E}/N_0}\right). \end{aligned} \tag{5.18}$$

A função densidade de probabilidade de $\bar{\gamma}$ pode ser utilizada para estimar a probabilidade de erro de um dado esquema de modulação digital no canal Rayleigh. Seja a probabilidade de erro de uma modulação digital dada por

$$P[e|\bar{\gamma}] \approx \bar{\mu}\,\mathrm{Q}\left(\sqrt{\xi\bar{\gamma}}\right) = \bar{\mu}\,\mathrm{Q}\left(\sqrt{\bar{\gamma}_\xi}\right). \tag{5.19}$$

Como $\bar{\gamma}_\xi = \xi\bar{\gamma}$, então

$$\begin{aligned} p(\bar{\gamma}_\xi) &= \left.\frac{p(\bar{\gamma})}{\xi}\right|_{\bar{\gamma}=\frac{\bar{\gamma}_\xi}{\xi}} \\ &= \frac{1}{\left(2\sigma_r^2\ \xi\bar{E}/N_0\right)^J(J-1)!}\bar{\gamma}^{J-1}\exp\left(-\frac{\bar{\gamma}}{2\sigma_r^2\xi\bar{E}/N_0}\right). \end{aligned} \tag{5.20}$$

Fazendo $2\sigma_r^2\ \xi\bar{E} = \bar{\varepsilon}$, tem-se

$$p(\bar{\gamma}_\xi) = \frac{1}{(\bar{\varepsilon}/N_0)^J(J-1)!}\bar{\gamma}_\xi^{J-1}\exp\left(-\frac{\bar{\gamma}_\xi}{\bar{\varepsilon}/N_0}\right). \tag{5.21}$$

Assim, a probabilidade de erro, considerando o esquema de diversidade MRC, é dada por

$$\begin{aligned} p_e &\approx \int_{\bar{\gamma}_\xi=0}^{\infty} p[e|\bar{\gamma}_\xi]\, p(\bar{\gamma}_\xi)\mathrm{d}\bar{\gamma}_\xi \\ &= \frac{\bar{\mu}}{\sqrt{\pi}(\bar{\varepsilon}/N_0)^J(J-1)!}\int_{\bar{\gamma}_\xi=0}^{\infty}\int_{x=\sqrt{\frac{\bar{\gamma}_\xi}{2}}}^{\infty} \bar{\gamma}_\xi^{J-1}\exp\left(\frac{\bar{\gamma}_\xi}{\bar{\varepsilon}/N_0}\right)\exp\left(-x^2\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}\bar{\gamma}_\xi. \end{aligned} \tag{5.22}$$

Para resolver a equação 5.22 é necessário inverter a ordem de integração, levando em consideração a área de interesse representada na Figura 5.2.

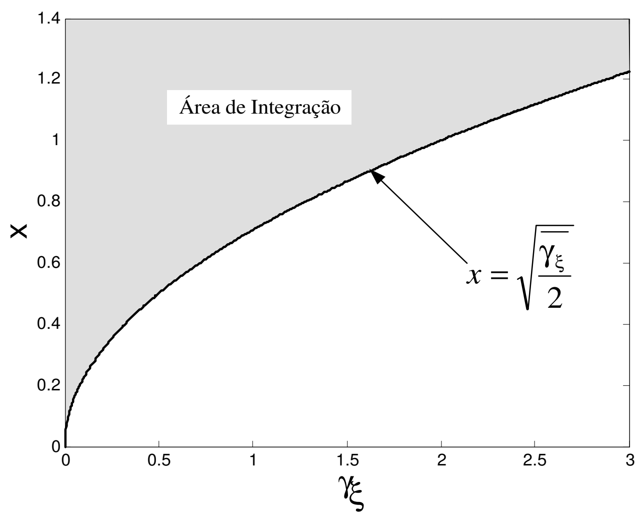


Figura 5.2: *Área de integração da equação 5.22.*

Observando a Figura 5.2 é possível concluir que

$$\begin{aligned} 0 \leq\, & x < \infty\,, \\ 0 \leq\, & \bar{\gamma}_\xi \leq 2x^2. \end{aligned} \tag{5.23}$$

Assim, tem-se

$$p_e \approx \frac{\bar{\mu}}{\sqrt{\pi}(\bar{\varepsilon}/N_0)^J(J-1)!}\int_{x=0}^{\infty}\int_{\bar{\gamma}_\xi=0}^{2x^2} \bar{\gamma}_\xi^{J-1}\exp\left(\frac{\bar{\gamma}_\xi}{\bar{\varepsilon}/N_0}\right)\exp\left(-x^2\right)\mathrm{d}\bar{\gamma}_\xi\mathrm{d}x. \tag{5.24}$$

Resolvendo a equação 5.24, tem-se [27]

$$p_e \approx \bar{\mu}\left(\frac{1-\varsigma}{2}\right)^J \sum_{k=0}^{J-1}\left(\begin{array}{c} J-1+k \\ k \end{array}\right)\left(\frac{1+\varsigma}{2}\right)^k, \tag{5.25}$$

onde

$$\varsigma = \sqrt{\frac{\bar{\varepsilon}/2N_0}{1+\bar{\varepsilon}/2N_0}} = \sqrt{\frac{\bar{\gamma}_\varsigma}{1+\bar{\gamma}_\varsigma}}. \tag{5.26}$$

A diversidade de recepção apresentada pode ser aplicada a sistemas com múltiplas portadoras, tal como mostra a Figura 5.3.

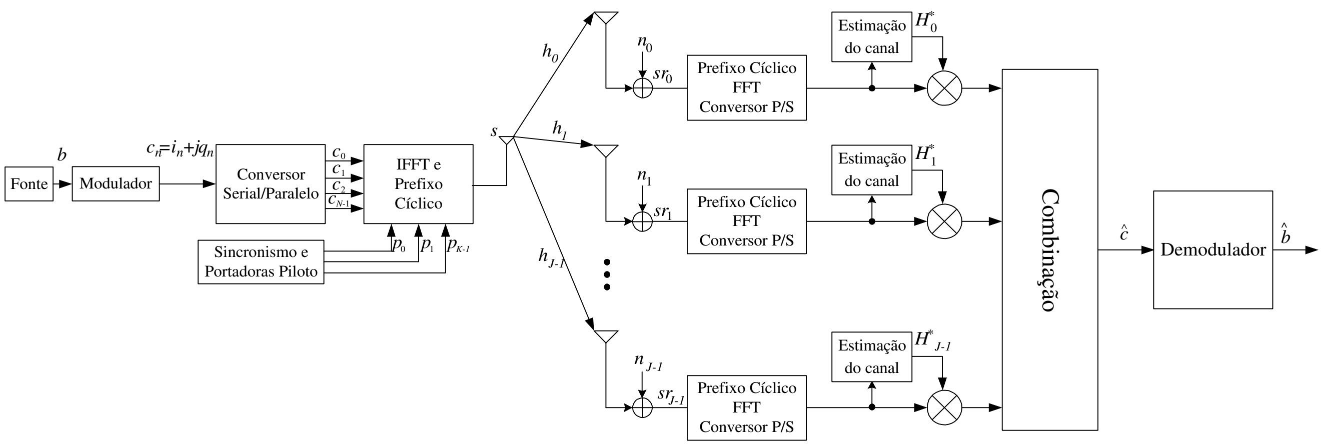


Figura 5.3: *Diagrama de blocos de um sistema OFDM com recepção MRC utilizando J antenas.*

A Figura 5.4 apresenta a curva de probabilidade de erro de símbolo teórica e os resultados de simulação empregando modulação 16 QAM, enquanto que a Figura 5.5 apresenta esta comparação para um sistema OFDM com modulação 32 QAM em cruz. Em ambos os casos realizou-se a simulação com estimação perfeita do canal e também com as técnicas de interpolação apresentadas no Capítulo 2. Foram utilizadas duas antenas de recepção.

Observando a Figura 5.4 é possível verificar que a técnica de interpolação com FFT apresenta o melhor desempenho para relações sinal-ruído maiores que 26 dB. No entanto, o ganho deste tipo de interpolação com relação às interpolações cúbica e com filtro FIR torna-se menor, se comparado com o ganho obtido em canais estáticos. Essa redução fica mais evidente no caso apresentado na Figura 5.5.

Logo, o aumento na ordem da modulação faz com que o desempenho da interpolação por FFT seja praticamente igual ao desempenho das interpolações cúbica ou com filtro FIR. No entanto, a implementação das últimas é mais simples do que a implementação da interpolação por FFT. Assim, o uso da interpolação por FFT não é justificado quando a ordem da modulação é elevada.

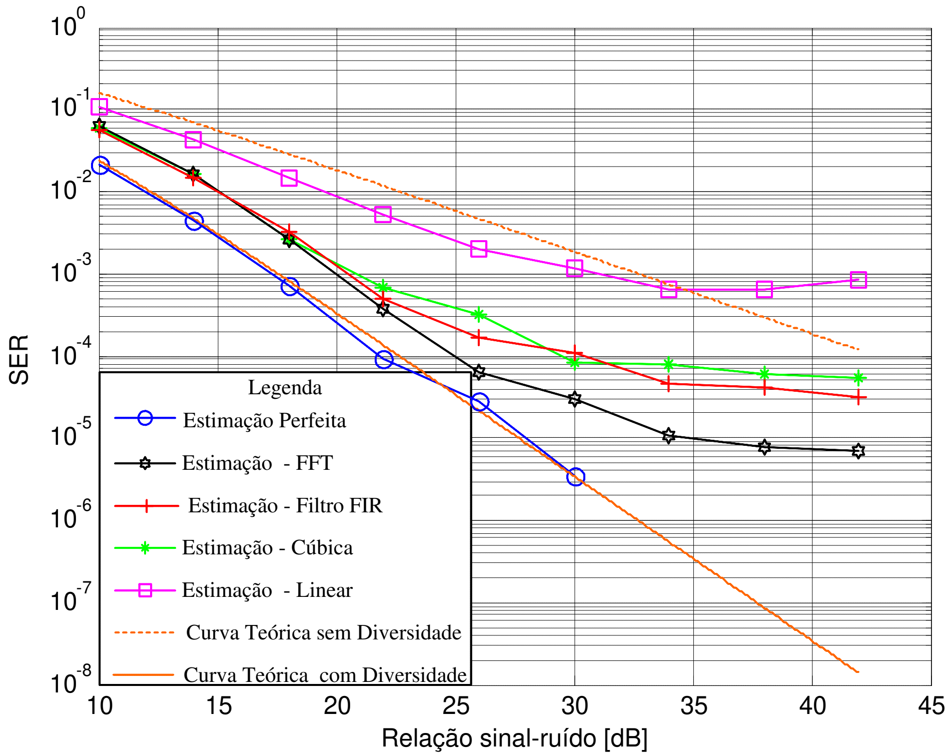


Figura 5.4: *Desempenho do sistema MRC-OFDM com modulação 16 QAM no canal A com mobilidade e* $\sigma_r = 1$.

5.2 Diversidade Espacial na Transmissão

O uso de diversidade espacial na recepção representa uma maneira de minimizar os efeitos do desvanecimento no desempenho do esquema de modulação digital empregado. No entanto, existem diversos cenários onde seria interessante utilizar diversidade espacial na transmissão, ao invés de utilizá-la na recepção. Um exemplo é na radiodifusão de sinais digitais. Em geral, em sistemas de radiodifusão, os transmissores cobrem uma grande área, provendo serviços para vários receptores. Deste modo, é mais interessante permitir que os receptores sejam o mais simples e baratos possíveis, enquanto os transmissores podem ser mais caros e complexos. A Figura 5.6 apresenta o cenário onde a diversidade espacial de transmissão foi empregada para um serviço de radiodifusão.

Mesmo nos sistemas ponto-a-ponto bidirecional, o uso de diversidade espacial na transmissão pode apresentar uma melhora de desempenho. Nestes enlaces, é bastante comum o uso de diversidade espacial de recepção, ou seja, os rádios já possuem duas antenas para a recepção do sinal, mas apenas uma antena é utilizada para a transmissão a cada tempo de sinalização. Se

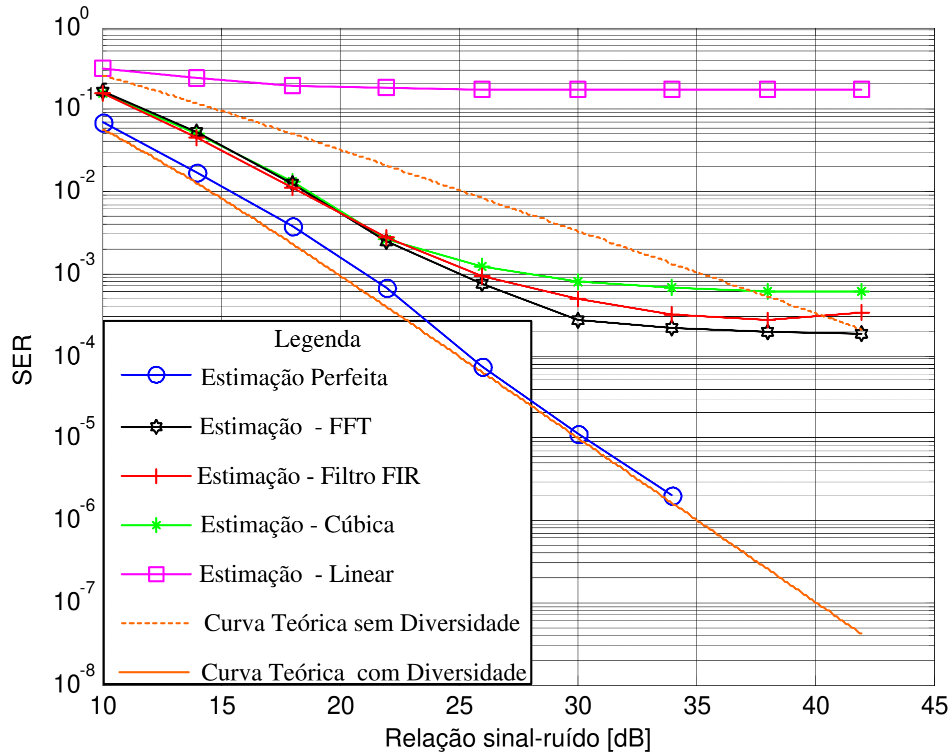


Figura 5.5: *Desempenho do sistema MRC-OFDM com modulação 32 QAM em cruz no canal A com mobilidade e* $\sigma_r = 1$.

esta técnica de diversidade de transmissão for utilizada, ambas antenas são empregadas para transmitir informações simultaneamente, o que faz que o ganho de diversidade seja dobrado. A Figura 5.7 apresenta o diagrama em blocos de um esquema que utiliza apenas a diversidade de recepção, enquanto que a Figura 5.8 apresenta o diagrama em blocos de um sistema de diversidade de transmissão e recepção.

As redes locais sem fio (WLAN) e as redes AD-HOC são casos onde o uso da diversidade de transmissão e recepção é viável. Nestes sistemas, a mobilidade sempre é um requisito que deve ser atendido. Por este motivo, diversos fabricantes de equipamentos para rede sem fio utilizam duas antenas para obter diversidade espacial na recepção. Assim, do mesmo modo que nos cenários de enlaces ponto-a-ponto, as antenas de recepção podem ser empregadas também para a transmissão, dobrando a ordem de diversidade do sistema.

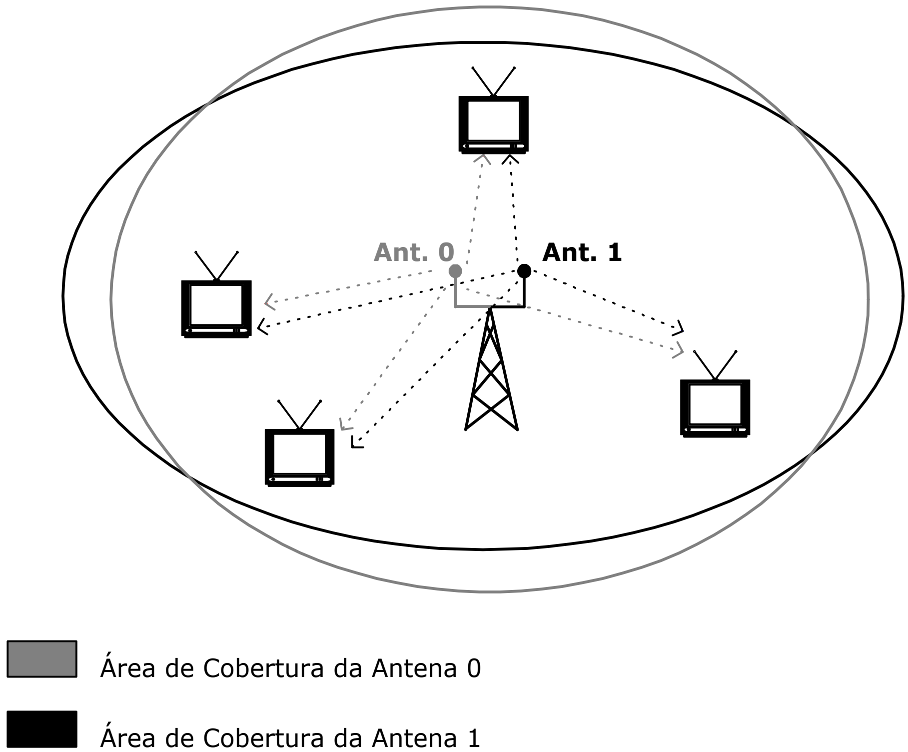


Figura 5.6: *Cenário de radiodifusão utilizando diversidade espacial na transmissão.*

5.2.1 Código Espaço-Temporal

Um dos esquemas de diversidade de transmissão mais difundido atualmente é o proposto por S. Alamouti em [26]. Este esquema é conhecido como código de bloco espaço-temporal (STBC - *Space Time Block Code*). O princípio básico deste esquema consiste em arranjar os símbolos a serem transmitidos em uma matriz espaço-temporal, de modo que o receptor possa recuperá-los utilizando a diversidade obtida através dos diferentes percursos entre as antenas de transmissão e recepção. A tabela 5.1 apresenta a matriz espaço-temporal empregada neste esquema. Os símbolos c_k e c_{k+1} são transmitidos nos instantes de tempo t e $t+T_s$, respectivamente, onde T_s é a duração de um símbolo.

Tabela 5.1: *Matriz de transmissão para o esquema de Alamouti.*

Tempo	Antena 0	Antena 1
instante kT_s	c_k	$-c_{k+1}^*$
instante $(k+1)T_s$	c_{k+1}	c_k^*

Para que os sinais transmitidos simultaneamente nas duas antenas de transmissão não

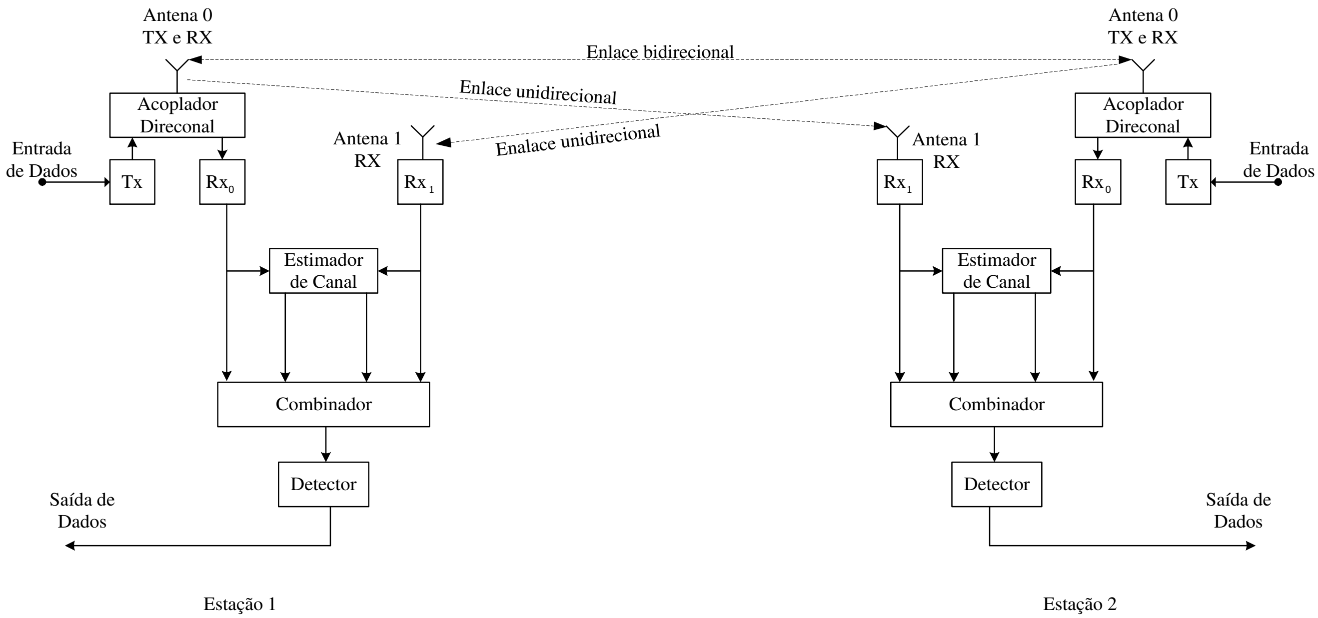


Figura 5.7: *Diagrama em blocos de um sistema com diversidade de recepção.*

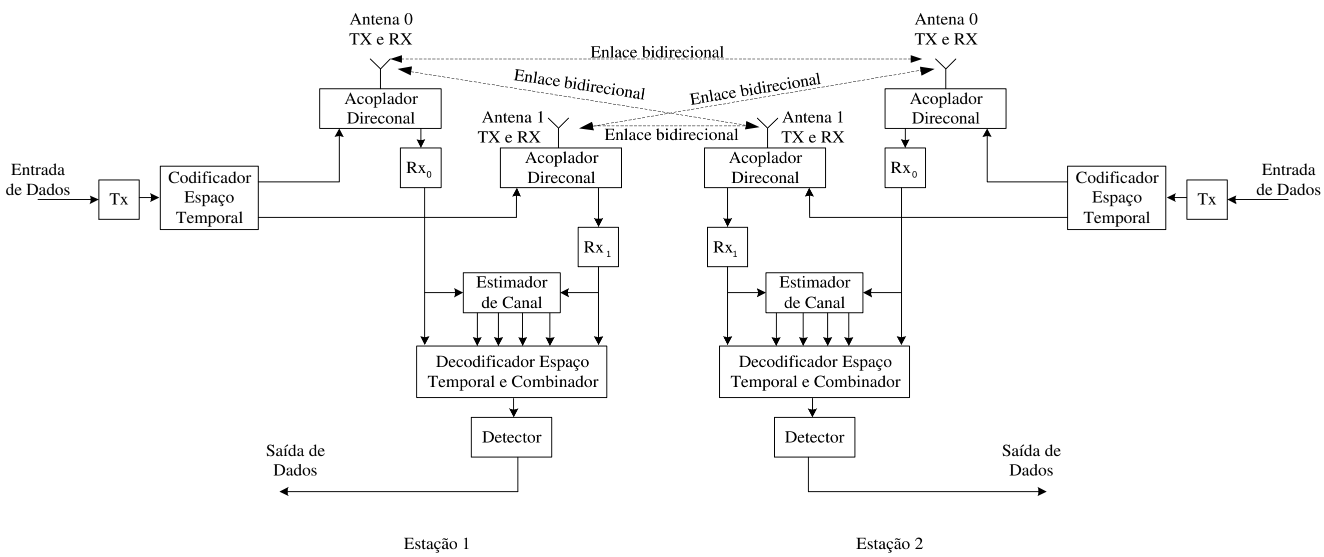


Figura 5.8: *Diagrama em blocos de um sistema com diversidade de transmissão.*

causem interferência intersimbólica, é necessário que a seguinte condição seja satisfeita [28]:

$$\frac{\mathcal{C}\,\mathcal{C}^{\mathcal{H}}}{|c_k|^2 + |c_{k+1}|^2} = I_D, \tag{5.27}$$

onde $\mathcal{C}$ é a matriz de transmissão apresentada na Tabela 5.1, $(\cdot)^{\mathcal{H}}$ denota a operação transposta conjugada (hermetiano) e I_D é a matriz identidade. Note que os sinais transmitidos pelas duas antenas durante os instantes kT_s e $(k+1)T_s$ formam uma palavra-código da codificação espaço-temporal.

Assumindo que o receptor possui apenas uma antena de recepção pode-se implementar este esquema de diversidade conforme apresentado na Figura 5.9.

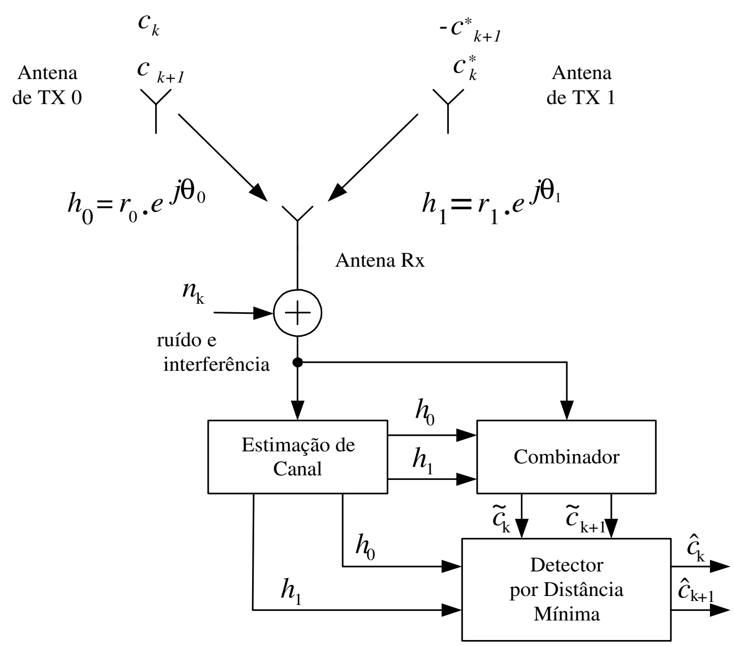


Figura 5.9: *Diagrama em Blocos do Esquema de Alamouti, considerando uma antena de recepção.*

Os sinais transmitidos pelas antenas 0 e 1 sofrem os efeitos introduzidos pelos canais de comunicação com desvanecimento plano com distribuição Rayleigh. Na proposta apresentada em [26] considerou-se que o desvanecimento no canal de comunicação era plano em toda a faixa de freqüência de interesse e que o tempo de coerência do canal era maior que o tempo de sinalização de uma palavra código (desvanecimento plano e lento), ou seja,

$$\tau_{ch} > 2T_s, \tag{5.28}$$

uma vez que a palavra-código é composta por dois símbolos. Deste modo, considera-se que as variáveis h_0 e h_1 sejam constantes durante o tempo de sinalização de pelo menos dois símbolos.

Assim, o sinal recebido no instante de tempo kT_s é dado por

$$r_k = h_0 c_k - h_1 c_{k+1}^* + n_k, \tag{5.29}$$

enquanto que o sinal recebido no instante $(k+1)T_s$ é dado por

$$r_{k+1} = h_0 c_{k+1} + h_1 c_k^* + n_{k+1}, \tag{5.30}$$

onde n_k e n_{k+1} são as amostras de ruído nos instantes de tempo kT_s e $(k+1)T_s$, respectivamente.

Os sinais r_k e r_{k+1} devem ser combinados de modo que a diversidade obtida pela transmissão dos sinais em canais descorrelacionados seja obtida. A combinação apresentada em (5.31) e (5.32) resultam na diversidade desejada.

$$\begin{aligned}
\hat{c}_k &= h_0^* r_k + h_1 r_{k+1}^* \\
&= h_0^* \left(h_0 c_k - h_1 c_{k+1}^* + n_k\right) + h_1 \left(h_0 c_{k+1} + h_1 c_k^* + n_{k+1}\right)^* \\
&= |h_0|^2 c_k - h_0^* h_1 c_{k+1}^* + h_0^* n_k + h_0^* h_1 c_{k+1}^* + |h_1|^2 c_k + h_1 n_{k+1}^* \\
&= \left(|h_0|^2 + |h_1|^2\right) c_k + h_0^* n_k + h_1 n_{k+1}^*.
\end{aligned} \tag{5.31}$$

$$\begin{aligned}
\hat{c}_{k+1} &= h_0^* r_{k+1} - h_1 r_k^* \\
&= h_0^* \left(h_0 c_{k+1} + h_1 c_k^* + n_{k+1}\right) - h_1 \left(h_0 c_k - h_1 c_{k+1}^* + n_k\right)^* \\
&= |h_0|^2 c_{k+1} + h_0^* h_1 c_k^* + h_0^* n_{k+1} - h_0^* h_1 c_k^* + |h_1|^2 c_{k+1} - h_1 n_k^* \\
&= \left(|h_0|^2 + |h_1|^2\right) c_{k+1} - h_1 n_k^* + h_0^* n_{k+1}.
\end{aligned} \tag{5.32}$$

As Equações (5.31) e (5.32) mostram que os símbolos estimados $\hat{c}_k$ e $\hat{c}_{k+1}$ sofrem a influência das amostras de ruído transmitidas nos instantes de tempo kT e $(k+1)T$. Considere que a potência total empregada na técnica de diversidade de transmissão seja igual à potência utilizada em um esquema MRC, de modo que a potência em cada uma das antenas seja igual à metade da potência empregada no esquema MRC. Logo, como cada sinal recebido está contaminado por duas amostras de ruído independentes, espera-se que o desempenho do esquema de Alamouti sofra uma redução de desempenho de 3dB, quando comparado com o esquema MRC correspondente. Portanto, pode-se adequar (5.25) para obter uma expressão analítica para o desempenho do esquema de diversidade de transmissão, fazendo

$$p_e \approx \bar{\mu} \left(\frac{1 - \varsigma}{2} \right)^{2J} \sum_{k=0}^{2J-1} \left(\begin{array}{c} 2J - 1 + k \\ k \end{array} \right) \left(\frac{1 + \varsigma}{2} \right)^{k}, \tag{5.33}$$

onde

$$\varsigma = \sqrt{\frac{\bar{\varepsilon}/4N_0}{1 + \bar{\varepsilon}/4N_0}} = \sqrt{\frac{\bar{\gamma}_\varsigma}{2 + \bar{\gamma}_\varsigma}} \tag{5.34}$$

e J é o número de antenas de recepção.

A Figura 5.10 apresenta uma comparação entre a curva teórica apresentada em (5.33) com a simulação computacional, considerando um sistema com portadora única e a modulação BPSK coerente em um canal plano e lento.

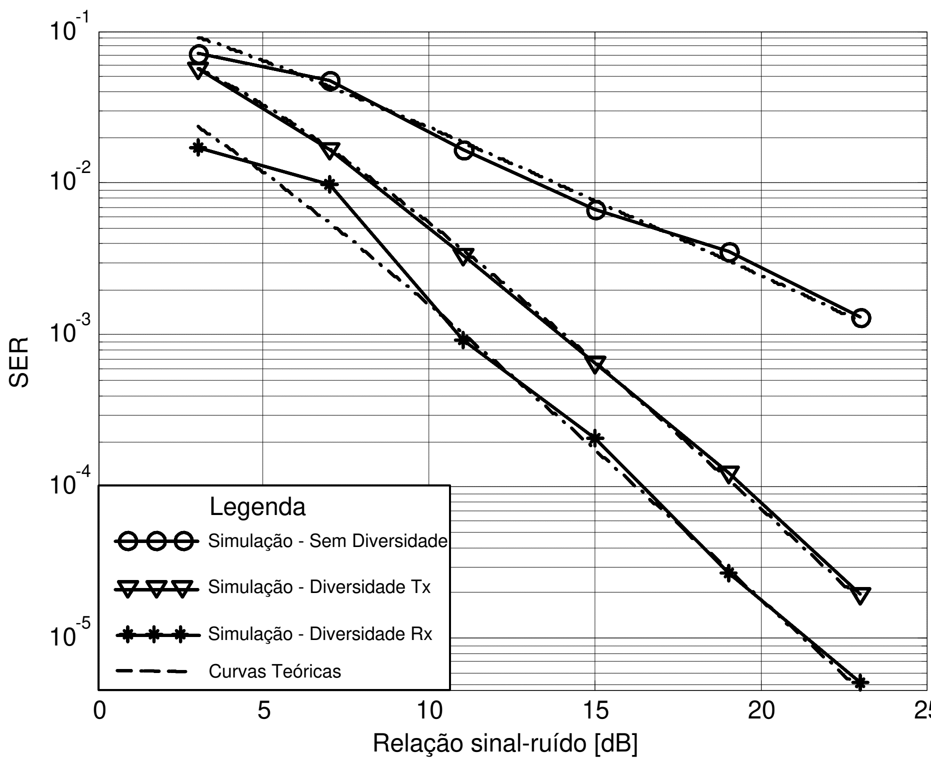


Figura 5.10: *Desempenho de um sistema com diversidade de transmissão e modulação BPSK coerente com portadora singela em canal Rayleigh plano e* $\sigma_r = 1$.

Para um receptor com duas antenas de recepção, o esquema de Alamouti fornece um ganho de diversidade de ordem 4. A Figura 5.11 apresenta um esquema onde emprega-se duas antenas de transmissão e duas antenas de recepção para obter diversidade, onde a matriz de transmissão permanece a mesma mas os sinais recebidos em cada antena e em cada instante de tempo são diferentes do caso anterior, onde o receptor possui apenas uma antena. Considere a seguinte

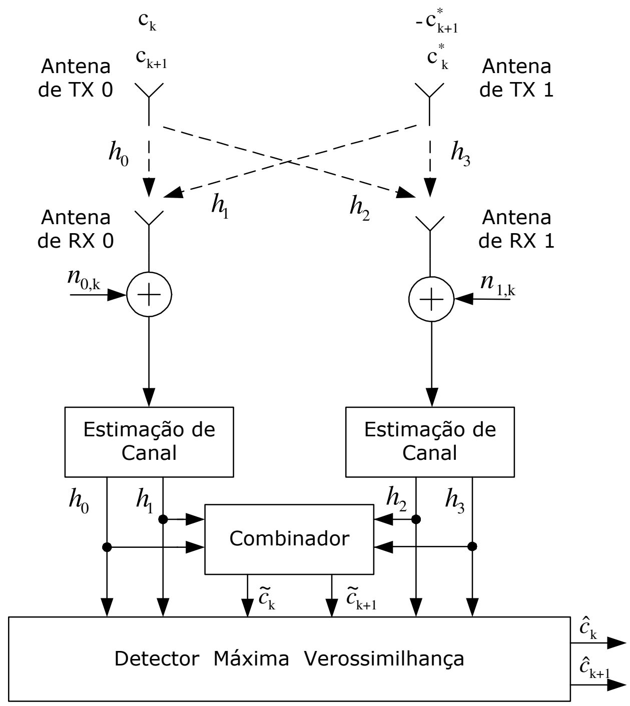


Figura 5.11: *Esquema de diversidade com duas antenas de transmissão e duas antenas de recepção.*

nomenclatura para a modelagem matemática deste esquema:

- h_0: resposta ao impulso do canal de comunicação entre a antena de Tx. 0 e a antena de Rx. 0.
- h_1: resposta ao impulso do canal de comunicação entre a antena de Tx. 1 e a antena de Rx. 0.
- h_2: resposta ao impulso do canal de comunicação entre a antena de Tx. 0 e a antena de Rx. 1.
- h_3: resposta ao impulso do canal de comunicação entre a antena de Tx. 1 e a antena de Rx. 1.
- $r_{0,k}$: sinal recebido pela antena de Rx. 0 no instante de tempo kT_s.
- $r_{1,k}$: sinal recebido pela antena de Rx. 1 no instante de tempo kT_s.

- $r_{0,k+1}$: sinal recebido pela antena de Rx. 0 no instante de tempo $(k+1)T_s$.
- $r_{1,k+1}$: sinal recebido pela antena de Rx. 1 no instante de tempo $(k+1)T_s$.
- $n_{0,k}$: amostra de ruído presente na antena de Rx. 0 no instante de tempo kT_s.
- $n_{1,k}$: amostra de ruído presente na antena de Rx. 1 no instante de tempo kT_s.
- $n_{0,k+1}$: amostra de ruído presente na antena de Rx. 0 no instante de tempo $(k+1)T_s$.
- $n_{1,k+1}$: amostra de ruído presente na antena de Rx. 1 no instante de tempo $(k+1)T_s$.

Assim, pode-se escrever que

$$\begin{aligned} r_{0,k} &= h_0 c_k - h_1 c_{k+1}^* + n_{0,k}\,, \\ r_{1,k} &= h_2 c_k - h_3 c_{k+1}^* + n_{1,k}\,, \\ r_{0,k+1} &= h_0 c_{k+1} + h_1 c_k^* + n_{0,k+1}\,, \\ r_{1,k+1} &= h_2 c_{k+1} + h_3 c_k^* + n_{1,k+1}. \end{aligned} \tag{5.35}$$

As Equações (5.36) e (5.37) mostram como os sinais recebidos devem ser combinados para que a diversidade entre os quatro percursos independentes seja alcançada.

$$\begin{aligned} \hat{c}_k =& h_0^* r_{0,k} + h_1 r_{0,k+1}^* + h_2^* r_{1,k} + h_3 r_{1,k+1}^* \\ =& h_0^* \left(h_0 c_k - h_1 c_{k+1}^* + n_{0,k}\right) + h_1 \left(h_0 c_{k+1} + h_1 c_k^* + n_{0,k+1}\right)^* + \\ &+ h_2^* \left(h_2 c_k - h_3 c_{k+1}^* + n_{1,k}\right) + h_3 \left(h_2 c_{k+1} + h_3 c_k^* + n_{1,k+1}\right)^* \\ =& \left(|h_0|^2 + |h_1|^2 + |h_2|^2 + |h_3|^2\right) c_k + h_0^* n_{0,k} + h_1 n_{0,k+1}^* + h_2^* n_{1,k} + h_3 n_{1,k+1}^*. \end{aligned} \tag{5.36}$$

$$\begin{aligned} \hat{c}_{k+1} =& h_0^* r_{0,k+1} - h_1 r_{0,k}^* + h_2^* r_{1,k+1} - h_3 r_{1,k}^* \\ =& h_0^* \left(h_0 c_{k+1} + h_1 c_k^* + n_{0,k+1}\right) - h_1 \left(h_0 c_k - h_1 c_{k+1}^* + n_{0,k}\right)^* + \\ &+ h_2^* \left(h_2 c_{k+1} + h_3 c_k^* + n_{1,k+1}\right) - h_3 \left(h_2 c_k - h_3 c_{k+1}^* + n_{1,k}\right)^* \\ =& \left(|h_0|^2 + |h_1|^2 + |h_2|^2 + |h_3|^2\right) c_{k+1} + h_0^* n_{0,k+1} - h_1 n_{0,k}^* + h_2^* n_{1,k+1} - h_3 n_{1,k}. \end{aligned} \tag{5.37}$$

Observe que se a potência em cada antena de transmissão for a metade da potência empregada em um sistema com diversidade de recepção, então o esquema de Alamouti com duas antenas de recepção apresentará uma redução de desempenho de 3 dB com relação ao esquema de diversidade de recepção com 4 antenas.

5.3 Integração da Diversidade de Transmissão com o OFDM

O principal problema com a técnica proposta por Alamouti é que o desvanecimento do canal deve ser plano para que o desempenho teórico seja alcançado. No entanto, como já foi discutido anteriormente, atualmente os serviços de comunicações digitais exigem larguras de faixa cada vez maiores, de modo que o canal geralmente é seletivo em freqüência. A associação da codificação espaço-temporal com o sistema OFDM é uma solução para se obter diversidade de transmissão em canais seletivos em freqüência. As principais formas de combinar a codificação espaço-temporal com OFDM são apresentadas a seguir.

5.3.1 Codificação Espaço-Temporal com OFDM

A codificação espaço-temporal pode ser aplicada em dois símbolos OFDM adjacentes, tal como ilustra a Figura 5.12. Essa combinação resulta STC-OFDM (*Space Time Coding* - *Orthogonal Frequency Division Multiplexing*) [29]. Neste caso, a matriz de transmissão é representada pela Tabela 5.2.

Tabela 5.2: *Matriz de transmissão para o esquema STC-OFDM.*

	Antena 0	Antena 1
k-ésima portadora do i-ésimo símbolo OFDM	c_i	$-c_{i+1}^*$
k-ésima portadora do $(i+1)$-ésimo símbolo OFDM	c_{i+1}	c_i^*

Note que os resultados apresentados em (5.31) e (5.32) podem ser utilizados para combinar os sinais recebidos, onde r_k passa a ser o sinal recebido da $k-$ésima sub-portadora no instante de tempo iT_{OFDM}, enquanto que r_{k+1} é o sinal recebido no instante $(i+1)T_{OFDM}$, ambos na mesma freqüência. Nesta técnica, a resposta em freqüência do canal pode variar de uma sub-portadora para a outra. No entanto, para que o ganho de diversidade seja máximo, é necessário que a resposta em freqüência do canal se mantenha constante durante o intervalo dos dois símbolos OFDM.

5.3.2 Codificação Espaço-Freqüência com OFDM

Na codificação espaço-freqüência, a matriz de transmissão apresentada na Tabela 5.1 não é montada em dois instantes de tempo distintos, mas sim em duas sub-portadoras adjacentes, conforme apresentado na Tabela 5.3 e ilustrado na Figura 5.13. Este esquema é denominado de SFC-OFDM (*Space Frequency Coding* - *Orthogonal Frequency Division Multiplexing*) [30].

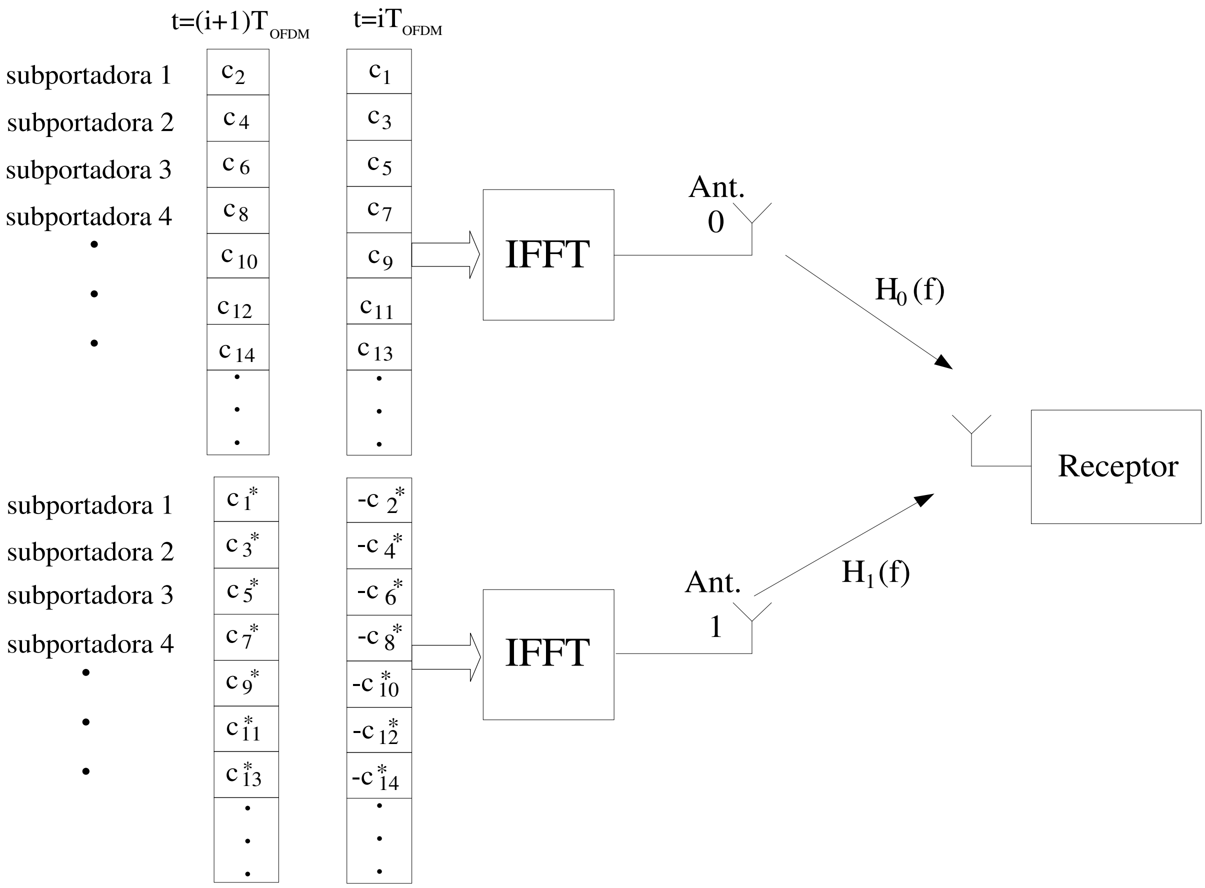


Figura 5.12: *Esquema de diversidade espaço-temporal com OFDM.*

É importante ressaltar que após a FFT na recepção, o mesmo procedimento de detecção apresentado em (5.31) e (5.32) pode ser empregado para obter as estimativas dos símbolos transmitidos nas duas sub-portadoras, onde r_k passa a ser o sinal recebido na freqüência da k-ésima sub-portadora e r_{k+1} o sinal recebido na freqüência da $(k+1)$-ésima sub-portadora, ambas do mesmo símbolo OFDM.

Note que no esquema apresentado na Figura 5.13, o desvanecimento no canal não precisa ser plano para todas as freqüências do sinal OFDM, mas para que o esquema de diversidade de transmissão funcione adequadamente, é necessário que a resposta em freqüência do canal seja a mesma para as duas sub-portadoras adjacentes. A resposta em freqüência do canal também deve se manter invariante ao longo da duração do símbolo OFDM, ou seja, o tempo de coerência do canal deve ser maior do que o tempo de sinalização do sistema OFDM.

Tabela 5.3: *Matriz de transmissão para o esquema SFC-OFDM.*

	Antena 0	Antena 1
k-ésima portadora do i-ésimo símbolo OFDM	c_k	$-c_{k+1}^*$
$(k+1)$-ésima portadora do i-ésimo símbolo OFDM	c_{k+1}	c_k^*

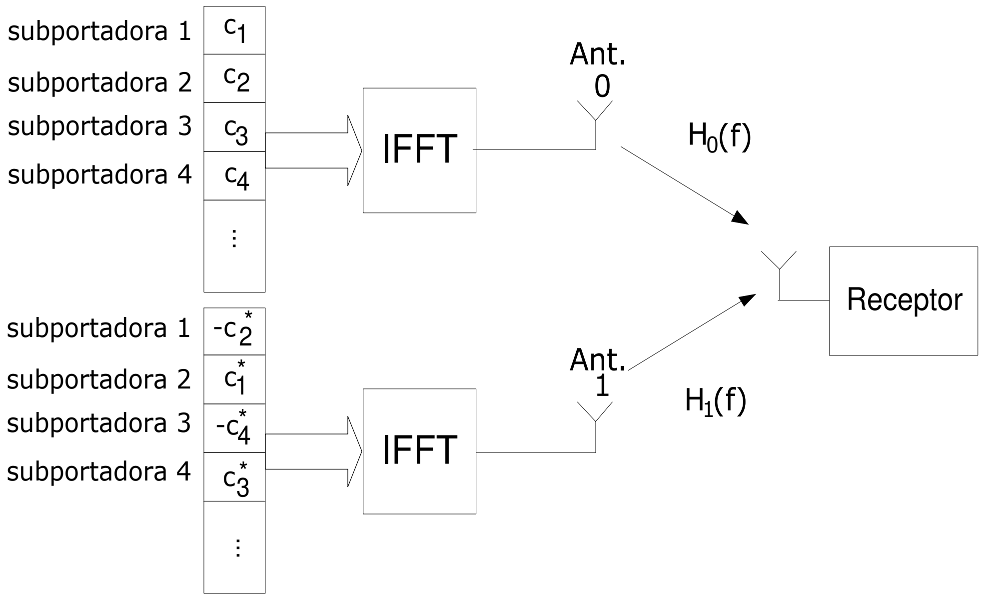


Figura 5.13: *Esquema de diversidade espaço-freqüência com OFDM.*

5.4 Estimação de canal para sistemas STC- e SFC-OFDM

Nos sistemas STC-OFDM e SFC-OFDM com uma antena de recepção é necessário estimar os dois canais de comunicação para que o sistema opere corretamente. Existem diferentes maneiras de estimar os canais de comunicação. Algumas destas técnicas serão apresentadas a seguir.

5.4.1 Estimação de canal utilizando símbolos pilotos e supressão de sinalização

Esta técnica consiste em transmitir um símbolo piloto pela antena 0, enquanto a sinalização pela antena 1 é suprimida. Assim, estima-se $H_0(f)$ sem a influência do sinal da antena de transmissão 1. No próximo intervalo de sinalização, o símbolo piloto é transmitido pela antena 1. Assim, estima-se $H_1(f)$ sem a influência do sinal da antena de transmissão 0. A Figura 5.14 apresenta a técnica de estimação de canal com supressão de sinalização em cada antena [13].

Como durante a transmissão dos símbolos piloto não há transmissão de dados, todas as

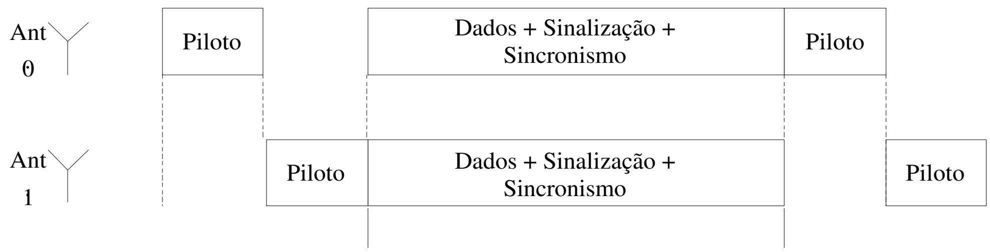


Figura 5.14: *Estimação de canal utilizando símbolos pilotos e supressão da sinalização.*

portadoras do sinal OFDM podem ser usadas para estimar o canal. Isto significa que esta técnica de estimação de canal resulta na máxima resolução possível no domínio da freqüência. Assim, se o canal não variar significativamente durante o intervalo de tempo entre a transmissão de símbolos piloto, então o erro na estimativa do canal é mínimo. Neste caso, o tempo de coerência do canal deve atender a condição:

$$\tau_{ch} > (K_D + 2)T_{OFDM}, \tag{5.38}$$

onde K_D é o número de símbolos transmitidos entre os símbolos piloto. Note que, nesta técnica, não é necessário transmitir portadoras piloto em todos os símbolos OFDM, de modo que a taxa de bits do sistema é dada por

$$R_b = \frac{K_D}{K_D + 2} \frac{N \log_2(M)}{T_{OFDM}}. \tag{5.39}$$

Em canais radiomóveis, o tempo de coerência do canal é inversamente proporcional à velocidade de locomoção da unidade móvel. Assim, o baixo tempo de coerência força à necessidade de atualizar a estimativa do canal em curtos períodos de tempo para evitar a queda de desempenho do sistema. Com esta técnica de estimação de canal, isto significa reduzir o parâmetro K_D, o que reduz sensivelmente a vazão do sistema. Por este motivo, a técnica de estimação empregando símbolos pilotos com supressão de sinalização não é empregada em sistemas onde a alta mobilidade se faz presente.

No entanto, nos casos onde o tempo de coerência do canal é longo, esta técnica apresenta resultados próximos do limite estabelecido pela curva teórica, tal como mostra a Figura 5.15. O canal utilizado para obter os resultados de simulação apresentados na Figura 5.15 é o mesmo que foi empregado nas demais simulações apresentadas ao longo deste trabalho. Empregou-se a transmissão SFC-OFDM, onde os parâmetros do sistema OFDM também mantiveram-se os mesmos. A modulação empregada foi a 16 QAM. Nesta simulação considerou-se que o canal permaneceu invariante no tempo durante a transmissão de 12 símbolos OFDM consecutivos.

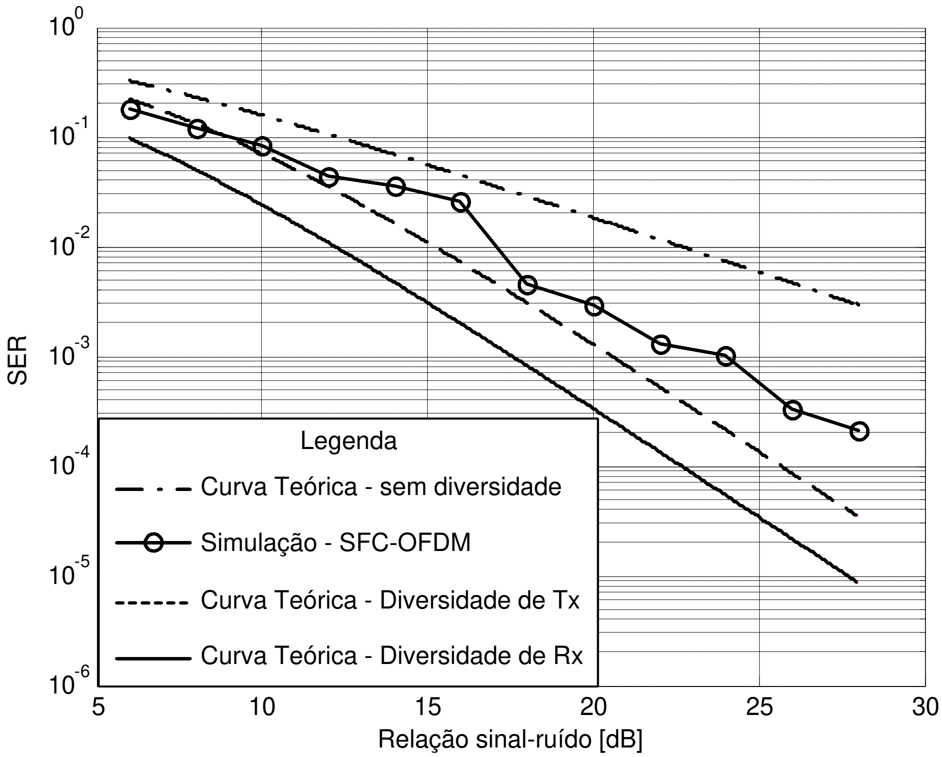


Figura 5.15: *Desempenho da técnica de estimação com símbolos pilotos e supressão de sinalização no canal A com desvanecimento lento.*

5.4.2 Estimação de canal utilizando símbolo sem supressão de sinalização

É possível aumentar a taxa de bits do sistema empregando a estimação de canal com símbolos pilotos sem suprimir a sinalização. Neste caso, deve-se empregar a codificação espaço-freqüência nos símbolos piloto. A codificação espaço-temporal não resulta em aumento da taxa de bits, uma vez que é necessário transmitir dois símbolos piloto para que seja possível estimar o canal. No caso da técnica SFC-OFDM, os símbolos pilotos sofrem a codificação espaço-freqüência tal como apresentado na Tabela 5.3. A Figura 5.16 ilustra essa técnica.

A taxa de bits deste sistema é dada por

$$R_b = \frac{K_D}{K_D+1}\,\frac{N\log_2(M)}{T_{OFDM}}. \tag{5.40}$$

Seja p o valor transmitido em cada portadora do símbolo piloto sem a codificação espaço-

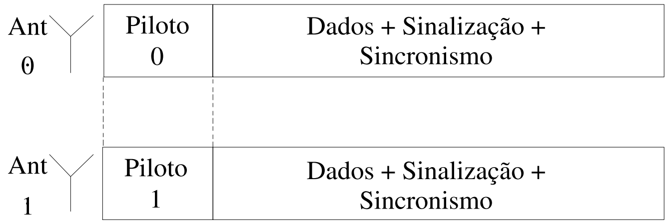


Figura 5.16: *Técnica de estimação de canal sem supressão de sinalização para sistemas SFC-OFDM.*

freqüência. Logo,

$$\begin{aligned} s_{p_0}(k) &= p \qquad \forall\ k \\ s_{p_1}(k) &= \begin{cases} -p^* & \text{para } k \text{ par} \\ p^* & \text{para } k \text{ ímpar} \end{cases}, \end{aligned} \tag{5.41}$$

onde s_{p_i} é o símbolo piloto transmitido na antena i e k é o índice da sub-portadora do símbolo OFDM. Os sinais recebidos na k e $(k+1)$-ésima sub-portadoras são dados por

$$\begin{aligned} r_k &= H_0 p - H_1 p^* + n_k \\ r_{k+1} &= H_0 p + H_1 p^* + n_{k+1}. \end{aligned} \tag{5.42}$$

Resolvendo-se o sistema de equações apresentados em (5.42) para H_0 e H_1, tem-se

$$\begin{aligned} H_0 &= \frac{r_{k+1} + r_k - n_k - n_{k+1}}{2p} \\ H_1 &= \frac{r_{k+1} - r_k + n_k - n_{k+1}}{2p^*}. \end{aligned} \tag{5.43}$$

Como as amostras de ruído, n_k e n_{k+1} não podem ser determinadas, a estimativa da resposta em freqüência dos canais sofre a influência do ruído. Logo, a a resposta em freqüência estimada será dada por

$$\begin{aligned} \hat{H}_0 &= \frac{r_{k+1} + r_k}{2p} \\ \hat{H}_1 &= \frac{r_{k+1} - r_k}{2p^*}. \end{aligned} \tag{5.44}$$

Note que o uso desta técnica para estimar o canal resulta em uma resolução duas vezes menor do que a estimação utilizando supressão de sinalização, já que neste caso, é necessário que a resposta em freqüência do canal seja a mesma para as freqüências k e $k+1$. Caso a resposta em freqüência do canal varie significativamente entre duas portadoras adjacentes, a correlação entre as partes da palavra código do SFC-OFDM será afetada, resultando na redução de desempenho do sistema. A Figura 5.17 apresenta o desempenho deste esquema no mesmo canal de comunicação empregado nas demais simulações e considerando os mesmos parâmetros para o sistema SFC-OFDM empregado para obter o resultado de simulação apresentado na Seção 5.4.1.

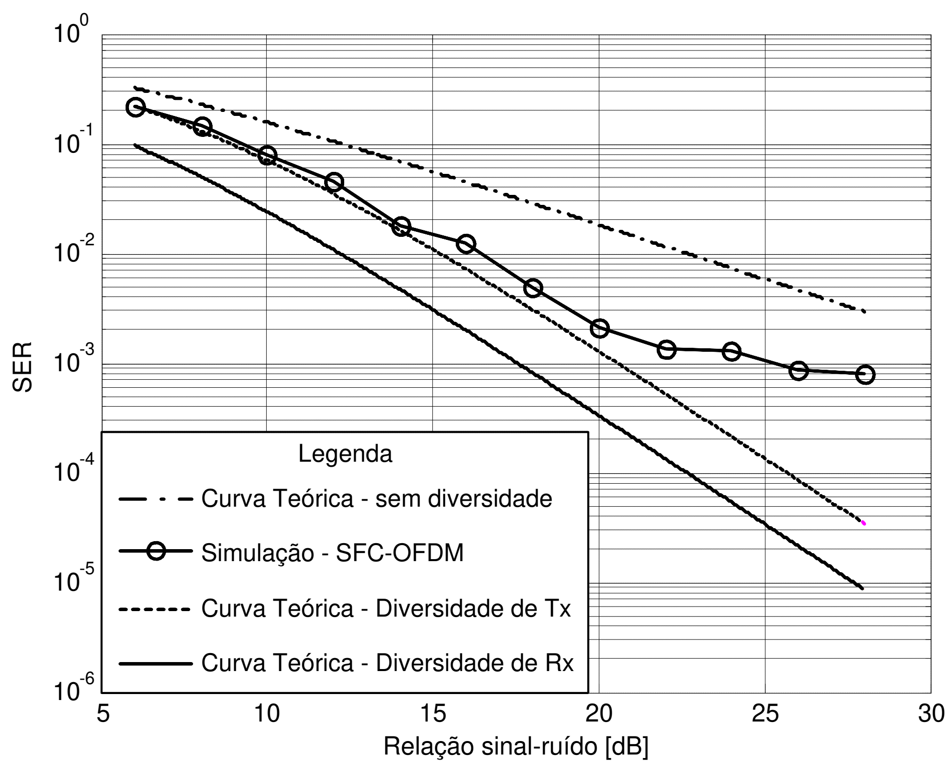


Figura 5.17: *Desempenho da técnica de estimação com símbolos pilotos sem supressão de sinalização no canal A com desvanecimento lento.*

Observando a Figura 5.17, é possível concluir que a redução na resolução da estimativa da resposta em freqüência do canal resulta em um patamar de erro de símbolo. Este patamar não pode ser observado na Figura 5.15, pois neste caso a resolução da estimativa da resposta em freqüência do canal é máxima.

5.4.3 Estimação de canal empregando portadoras piloto

O uso do esquema de diversidade visa principalmente melhorar o desempenho do sistema em canais variantes no tempo. Em sistemas com mobilidade, o tempo de coerência do canal é da mesma ordem de grandeza do símbolo OFDM. Deste modo, fica inviável empregar a técnica de estimação de canal utilizando símbolos piloto, pois isto degradará de maneira significativa o desempenho do sistema, pois a estimativa de canal seria pouco precisa entre os símbolos piloto.

No entanto, é possível realizar a estimação do canal empregando portadoras piloto em todos os símbolos OFDM. Desta forma, pode-se obter uma estimativa da resposta em freqüência do canal a cada palavra-código recebida. O modo de realizar a estimação depende da técnica de transmissão empregada: STC-OFDM ou SFC-OFDM.

Estimação de canal com portadoras piloto em sistemas STC-OFDM

No sistema STC-OFDM, as portadoras piloto são inseridas no símbolo OFDM e sofrem a codificação tal como apresentada na Tabela 5.2 [31]. A Figura 5.18 ilustra como essa técnica pode ser aplicada.

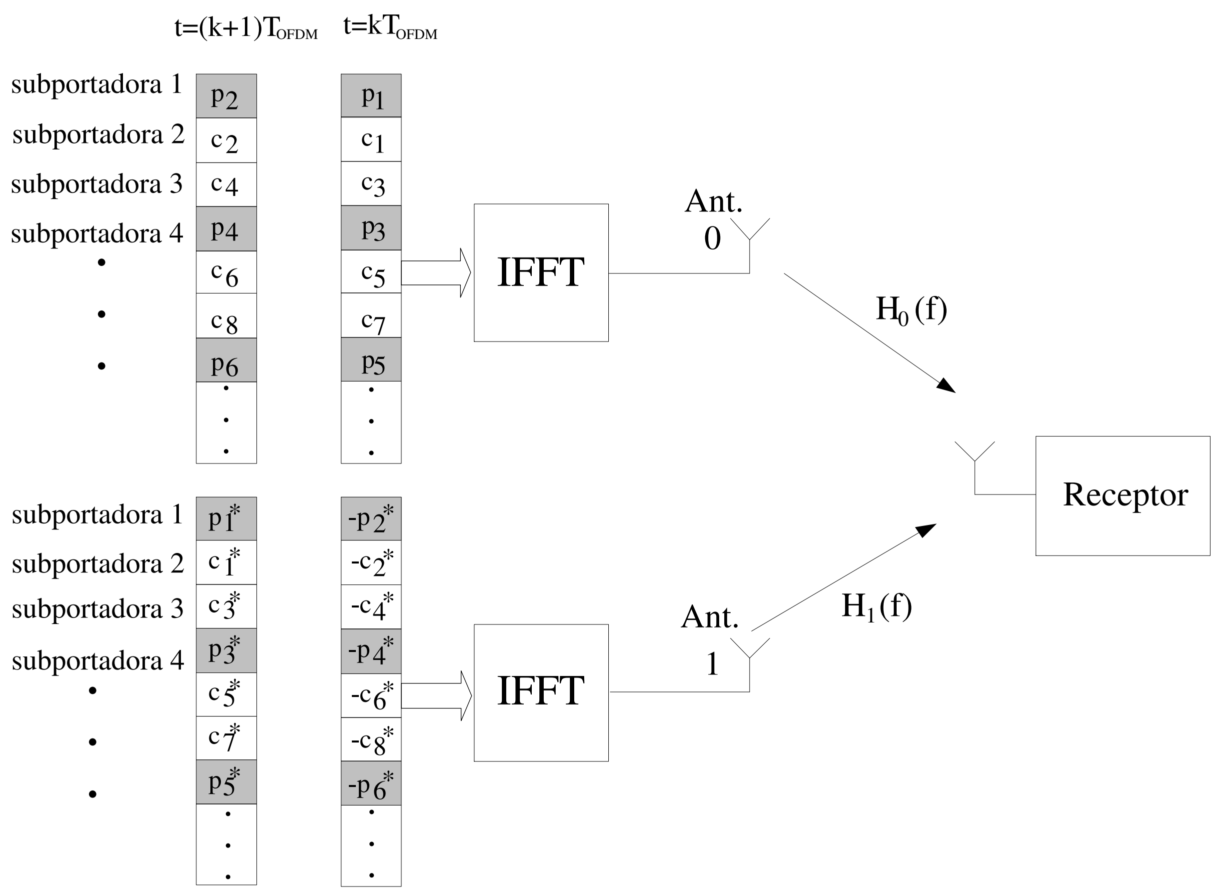


Figura 5.18: *Técnica de estimação de canal utilizando portadoras piloto no esquema STC-OFDM.*

Utilizando este método, é possível obter uma estimativa do canal com a mesma resolução que a técnica apresentada no Capítulo 2. No entanto, neste caso é necessário que o canal permaneça invariante no tempo pelo menos durante 2 T_{OFDM} segundos, para que a estimativa obtida seja válida para toda a palavra código.

Os sinais recebidos na freqüência das portadoras piloto nos instantes kT_{OFDM} e $(k+1)T_{OFDM}$ são, respectivamente,

$$\begin{aligned} r_k &= H_0(f_i)p_j - H_1(f_i)p_{j+1}^* + n_k\,, \\ r_{k+1} &= H_0(f_i)p_{j+1} + H_1(f_i)p_j^* + n_{k+1}\,, \end{aligned} \tag{5.45}$$

onde f_i é a freqüência da i-ésima portadora piloto e p_j é o valor transmitido na portadora piloto. Assumindo-se $p_j = p$ para qualquer j e resolvendo o sistema de equações apresentado em (5.45) para $H_0(f_i)$ e $H_1(f_i)$, tem-se

$$\begin{aligned} H_0(f_i) &= \frac{r_{k+1} + r_k - n_k - n_{k+1}}{2p}\,, \\ H_1(f_i) &= \frac{r_{k+1} - r_k + n_k - n_{k+1}}{2p^*}. \end{aligned} \tag{5.46}$$

Como o valor das amostras do ruído não podem ser estimado, a estimativa para a resposta em freqüência do canal nas freqüências das sub-portadoras piloto será dada por

$$\begin{aligned} \hat{H}_0(f_i) &= \frac{r_{k+1} + r_k}{2p}\,, \\ \hat{H}_1(f_i) &= \frac{r_{k+1} - r_k}{2p^*}\,, \end{aligned} \tag{5.47}$$

onde haverá um erro devido ao ruído. Para obter a estimativa da resposta em freqüência do canal nas freqüências das sub-portadoras de dados pode-se empregar as técnicas de interpolação apresentadas no Capítulo 2. A Figura 5.19 apresenta o desempenho de um sistema STC-OFDM com os mesmos parâmetros empregados nas demais simulações, considerando-se a modulação 16 QAM. Já a Figura 5.20 apresenta o desempenho do sistema STC-OFDM para a modulação 32 QAM em cruz. Em ambas situações, considerou-se o canal estático durante a palavra-código.

Observando os resultados apresentados nas Figuras 5.19 e 5.20 é possível concluir que as técnicas de estimação apresentam desempenho semelhante tanto em sistemas STC-OFDM quanto em sistemas MRC-OFDM, salvo a penalidade de 3 dB. No entanto, para o esquema MRC, o canal deve permanecer constante apenas durante o tempo de um símbolo OFDM, enquanto, que no esquema STC-OFDM, é necessário que a resposta em freqüência do canal permaneça constante durante pelo menos dois símbolos OFDM para que a análise realizada seja válida. Dentre as diferentes técnicas de interpolação analisadas, a interpolação por FFT

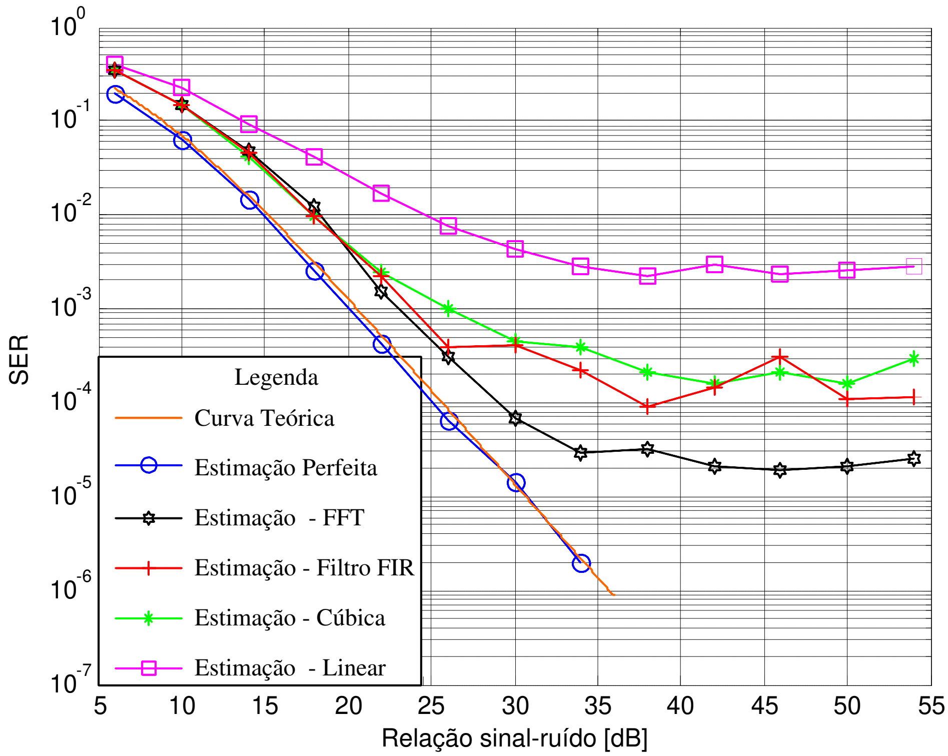


Figura 5.19: *Desempenho do sistema STC-OFDM com estimação de canal, para modulação 16 QAM em um canal radiomóvel.*

foi a que apresentou melhor desempenho, embora a diferença com relação a interpolação cúbica e com filtro FIR não seja tão pronunciada como no caso de canais estáticos. Pode-se perceber também que este ganho se torna menor quando a ordem da modulação aumenta, o que leva a concluir que a complexidade de implementação da interpolação por FFT não seja justificada em sistemas OFDM que empregam diversidade em canais móveis, principalmente quando a ordem de modulação é elevada.

Estimação de canal com portadoras piloto em sistemas SFC-OFDM

As portadoras piloto no sistema SFC-OFDM devem ser inseridas em pares em um símbolo OFDM, já que a codificação espaço-freqüência ocorre tal como apresentado na Tabela 5.3. A Figura 5.21 ilustra como as portadoras piloto são transmitidas em um sistema SFC-OFDM [32]. Note que para manter a vazão no sistema SFC-OFDM igual à vazão no sistema STC-OFDM é necessário reduzir a resolução na estimativa do canal pela metade, já que são necessárias duas portadoras piloto para cada ponto estimado da resposta em freqüência. No entanto, com a técnica SFC-OFDM é possível estimar o canal a cada símbolo OFDM, uma vez que a palavra-

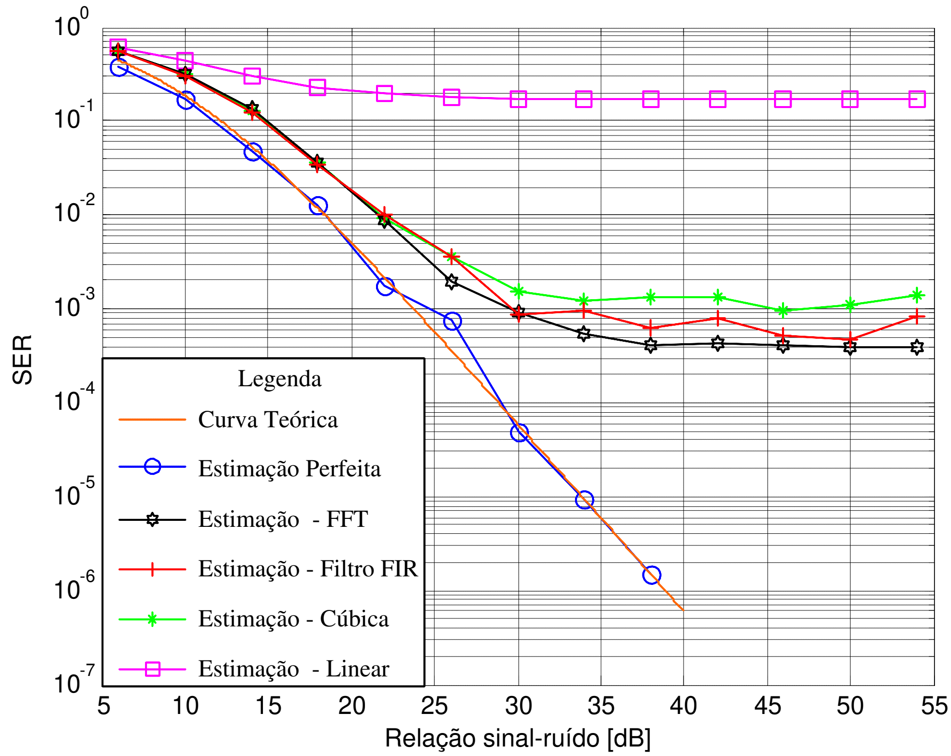


Figura 5.20: *Desempenho do sistema STC-OFDM com estimação de canal, para modulação 32 QAM em cruz.*

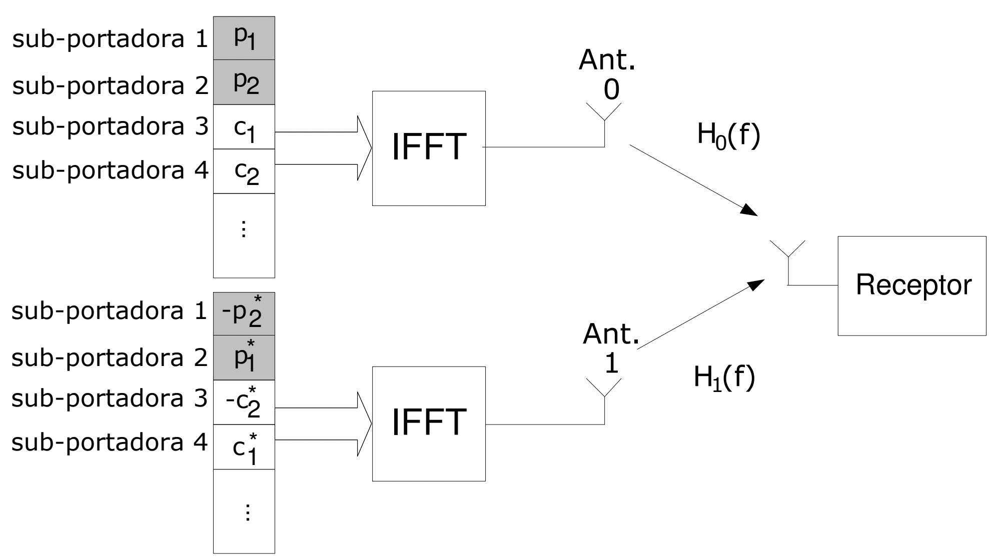


Figura 5.21: *Técnica de estimação de canal utilizando portadoras piloto no esquema SFC-OFDM.*

código da codificação espaço-freqüência é composta de um único símbolo OFDM. Isto significa que a resolução temporal da amostragem do canal em um sistema SFC-OFDM é duas vezes maior do que no caso do sistema STC-OFDM.

Desta forma é possível concluir que o STC-OFDM deve ser empregado em sistemas onde a banda de coerência do canal é o fator limitante, enquanto que o SFC-OFDM deve ser empregado nos casos onde o fator limitante é o tempo de coerência do canal.

Para realizar a estimação de canal, as portadoras piloto também sofrem a codificação espaço-freqüência tal como apresentado na Tabela 5.3. Logo, o sinal recebido nas freqüências das portadoras piloto são

$$\begin{aligned} r_k &= H_0(f_k)p_j - H_1(f_k)p_{j+1}^* + n_k\,, \\ r_{k+1} &= H_0(f_{k+1})p_{j+1} + H_1(f_{k+1})p_j^* + n_{k+1}, \end{aligned} \tag{5.48}$$

onde f_k é a freqüência da k-ésima portadora piloto e n_k é a amostra de ruído nesta mesma freqüência. Assumindo que $p_j = p$ para qualquer j e como $H_0(f_k) = H_0(f_{k+1}) = H_0$ e $H_1(f_k) = H_1(f_{k+1}) = H_1$, então tem-se

$$\begin{aligned} r_k &= H_0 p - H_1 p^* + n_k\,, \\ r_{k+1} &= H_0 p + H_1 p^* + n_{k+1}. \end{aligned} \tag{5.49}$$

Como o receptor não conhece o valor instantâneo das amostras do ruído, não é possível remover a influência do ruído da estimativa da resposta em freqüência dos canais. Logo, tem-se que

$$\begin{aligned} \hat{H}_0 &= \frac{r_{k+1} + r_k}{2p}\,, \\ \hat{H}_1 &= \frac{r_{k+1} - r_k}{2p^*}. \end{aligned} \tag{5.50}$$

A estimativa para a resposta em freqüência dos canais nas freqüências das sub-portadoras de dados pode ser obtida através das técnicas de interpolação apresentadas no Capítulo 2. As Figuras 5.22 e 5.23 apresentam, respectivamente, o desempenho de um sistema SFC-OFDM com modulação 16 QAM e 32 QAM em cruz no canal seletivo em freqüência com mobilidade. Considerou-se que o canal permaneceu estático durante a transmissão de um símbolo OFDM.

Conforme pode-se observar nas Figuras 5.22 e 5.23, o desempenho do sistema SFC-OFDM no canal A, definido no Capítulo 3, foi inferior ao desempenho do STC-OFDM, principalmente considerando-se a interpolação cúbica. No caso do SFC-OFDM, mesmo para estimação perfeita do canal há uma redução de desempenho com relação à curva teórica. Isto se deve ao fato da seletividade do canal tornar a resposta em freqüência diferente para duas sub-portadoras

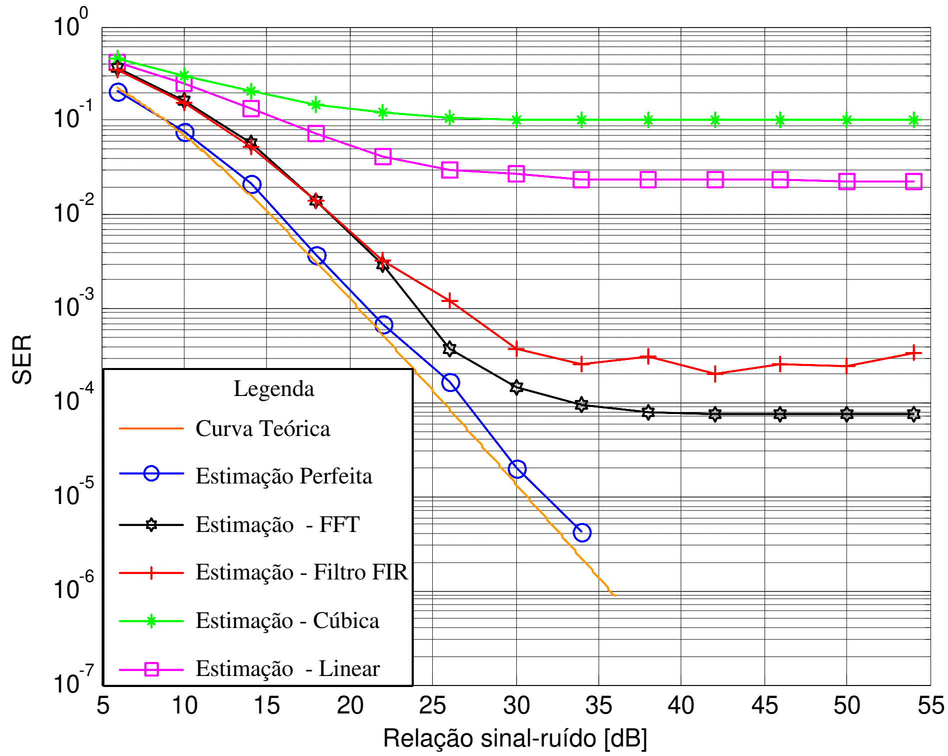


Figura 5.22: *Desempenho do sistema SFC-OFDM com estimação de canal, para modulação 16 QAM.*

adjacentes. Com isso e correlação entre as partes da palavra-código fica afetada, reduzindo o desempenho do sistema. Já no caso das interpolações, a redução de desempenho se deve ao fato de que com N_p portadoras piloto no sistema SFC-OFDM é possível estimar apenas $N_p/2$ freqüências, uma vez que, para estimar cada freqüência são necessárias duas portadoras piloto. Para tornar o desempenho do SFC-OFDM semelhante ao STC-OFDM neste canal é necessário aumentar o número de portadoras piloto, sacrificando a vazão.

Novamente, é possível verificar que a interpolação por FFT foi a que apresentou melhor resultado, porém seu ganho comparado com a interpolação com filtro FIR foi pequeno. Esse ganho foi ainda menor para modulações com ordens mais elevadas.

5.5 Conclusões

Para aumentar o desempenho de um sistema de comunicação a altas taxas em um cenário onde o canal é seletivo em freqüência e com mobilidade, é necessário combinar o OFDM com algum esquema de diversidade. O uso da diversidade de recepção resulta em ganhos de diversidade de

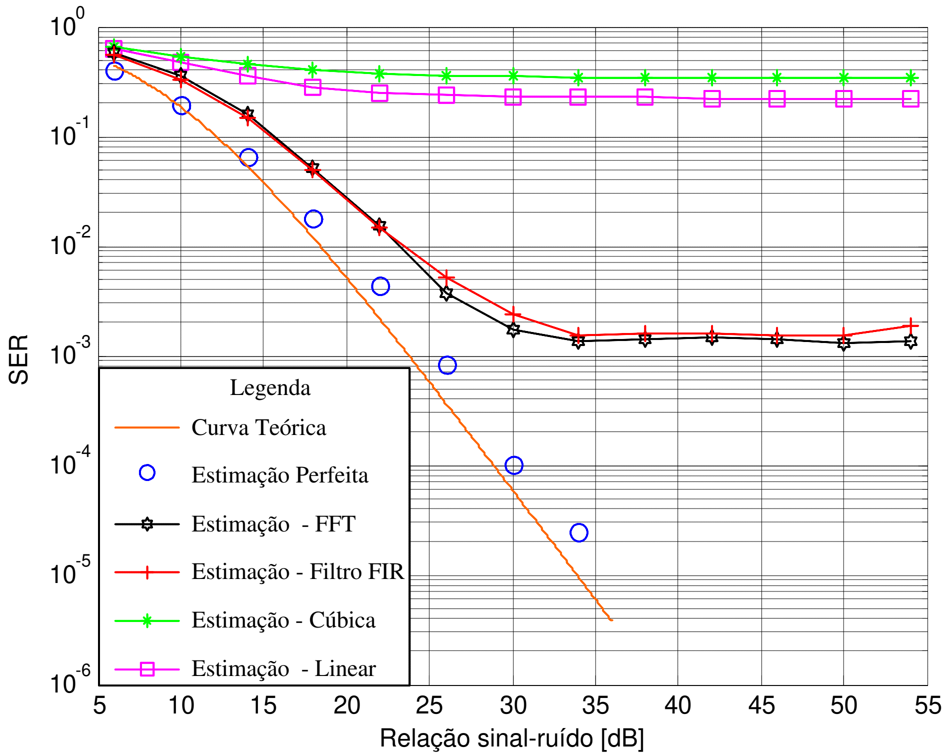


Figura 5.23: *Desempenho do sistema SFC-OFDM com estimação de canal, para modulação 32 QAM em cruz.*

ordem igual ao número de antenas empregada no receptor. No entanto, em muitas situações é inviável utilizar múltiplas antenas de recepção devido ao tamanho do receptor e também devido ao custo. Nestes casos, é mais interessante empregar a combinação do OFDM com a técnica de diversidade de transmissão. Assim, é possível obter ganhos de diversidade de ordem $2J$, onde J é o número de antenas empregada no receptor e onde se emprega duas antenas transmissoras. Neste caso, há uma penalidade de 3 dB no desempenho, comparado com o sistema de diversidade de recepção, quando a potência de transmissão total em ambos os casos é mantida a mesma.

As duas principais maneiras de integrar a diversidade de transmissão ao OFDM é utilizar a codificação espaço-temporal ou a codificação espaço-freqüência. A junção da codificação espaço-temporal com o OFDM (STC-OFDM) resulta em um sistema onde a palavra-código é formada por dois símbolos OFDM adjacentes. Assim, a resposta em freqüência do canal pode variar de uma sub-portadora para outra, mas esta deve manter-se invariante no tempo durante pelo menos dois símbolos OFDM. Já na junção da codificação espaço-freqüência com o OFDM (SFC-OFDM), as palavras-códigos são formadas empregando duas sub-portadoras adjacentes de um mesmo símbolo OFDM. Deste modo, a resposta em freqüência do canal deve ser a mesma para as sub-portadoras adjacentes. No entanto, como todas as palavras-código estão contidas em um único símbolo OFDM, o canal deve permanecer invariante no tempo durante apenas a duração de um símbolo OFDM. Assim, pode-se concluir que o STC-OFDM aplica-se a situações onde a banda de coerência do canal é o fator limitante para o sistema, enquanto que o SFC-OFDM se torna interessante para aplicações onde o tempo de coerência do canal é o fator limitante.

Nas simulações apresentadas neste capítulo o canal de comunicação permaneceu invariante no tempo durante a transmissão das palavras-código. Desta forma não foi possível analisar a degradação que a mobilidade introduz no sistema STC-OFDM. No entanto, como o canal empregado é seletivo em freqüência, a degradação da seletividade do canal no SFC-OFDM ficou evidente.

As expressões de probabilidade de erro de símbolo para as modulações M QAM foram generalizadas para o caso das constelações não-quadradas, o que constituiu em uma contribuição original deste capítulo. Outra contribuição é composta pelos resultados das simulações computacionais, onde se comprovou que a interpolação por FFT também apresenta o melhor desempenho quando esquemas de diversidade são empregados. No entanto, o ganho da interpolação por FFT comparado com a interpolação empregando filtro FIR e a interpolação cúbica não é elevado, tornando-se praticamente nulo quando a ordem de modulação se torna elevada. Isto leva a concluir que o ganho de desempenho obtido com o uso da interpolação por FFT pode não justificar a complexidade de implementação desta técnica quando o canal é seletivo em freqüência e variante no tempo e um esquema de diversidade é empregado.

Capítulo 6

Desempenho de Sistemas OFDM em Canais Não Lineares

Uma das principais desvantagens do OFDM é a alta relação entre a potência de pico e a potência média (PAPR - *Peak to Average Power Ratio*) [15], uma vez que os amplificadores de potência projetados para operar na potência média do sinal podem ceifar os picos de tensão do mesmo. Esse ceifamento introduz interferências dentro e fora da banda do sinal. Enquanto que a interferência fora da banda do sinal pode ser removida utilizando filtros, a interferência dentro da banda introduz ICI, prejudicando a ortogonalidade entre as mesmas, resultando no aumento da taxa de erro de símbolo. Neste capítulo será apresentado um modelo para estimar a taxa de erro de símbolo devido a este ceifamento. Os resultados disponíveis na literatura até então apresentam modelos otimistas, onde a probabilidade de erro é muito menor do que a real [15], ou pessimistas, onde a probabilidade de erro é muito maior do que a real [33]. Além disto, essas estimativas de taxa de erro de símbolo só existem para modulações quadradas. Os resultados analíticos que serão apresentados neste capítulo visam atingir uma estimativa mais acurada para esses erros. Além disso, apresenta-se também uma análise para as modulações não quadradas estudadas no Capítulo 3. Finalmente, apresenta-se expressões para estimar a taxa de erro de símbolo considerando apenas a ação do ceifamento, considerando também a ação do ruído AWGN e, finalmente, considerando a ação conjunta do ceifamento, ruído e a mobilidade do receptor.

Com o intuito de extender o estudo realizado, este capítulo apresenta uma análise de desempenho dos esquemas de diversidade considerando a ação do ceifamento do sinal na transmissão. Esta análise é feita através de simulações computacionais e comparações com as equações teóricas desenvolvidas para o caso onde não há diversidade. Por último, é feita uma breve descrição sobre algumas técnicas para reduzir a probabilidade de ceifamento do sinal OFDM.

A técnica que emprega o uso da Transformada de Walsh-Hadamard foi explorada em maiores detalhes e seu desempenho em conjunto com o OFDM e também considerando os esquemas de diversidade foi analisado através de simulações computacionais.

6.1 Estatísticas do Sinal OFDM

O método de geração do sinal OFDM, tal como apresentado no Capítulo 2 faz com esse sinal tenha algumas características interessantes. A máxima amplitude que o símbolo OFDM pode apresentar é dada por

$$A_{max} \approx \sqrt{I_{max}^2 + Q_{max}^2}\, N, \tag{6.1}$$

onde I_{max} e Q_{max} são, respectivamente, o maior valor possível no eixo em fase e no eixo em quadratura que um símbolo da modulação M QAM empregada pode apresentar na transmissão.

Os picos elevados do sinal OFDM somente acontecerão quando as componentes cossenoidais e senoidais estiverem em fase. Assumindo-se que a fonte de dados seja aleatória, independente e equiprovável, então o símbolo OFDM pode ser visto como uma soma de N variáveis aleatórias. Assim, o sinal OFDM pode ser modelado como um processo estocástico [25]. Considere que

- $\overrightarrow{c}_n = [c_0 \quad c_1 \quad \cdots \quad c_{N-1}]$: vetor de N símbolos seriais a serem transmitidos.

- $\overrightarrow{s}_m = \mathrm{IFFT}\{\overrightarrow{c}_n\} = [s_0, \quad s_1, \quad s_2, \quad \ldots \quad , \quad s_{N-1}]$: vetor do sinal OFDM no domínio do tempo.

Como a fonte é equiprovável, todas as variáveis aleatórias que compõem o vetor $\overrightarrow{c}_n$ e $\overrightarrow{s}_m$ possuem a mesma média e variância, expressas por [25]

$$\begin{aligned}
\mathrm{E}[c_0] = \mathrm{E}[c_1] = \mathrm{E}[c_2] = \cdots = \mathrm{E}[c_{N-1}] = \mu_c \\
\mathrm{Var}[c_0] = \mathrm{Var}[c_1] = \mathrm{Var}[c_2] = \cdots = \mathrm{Var}[c_{N-1}] = \sigma_c^2 \\
\mathrm{E}[s_0] = \mathrm{E}[s_1] = \mathrm{E}[s_2] = \cdots = \mathrm{E}[s_{N-1}] = \mu_s \\
\mathrm{Var}[s_0] = \mathrm{Var}[s_1] = \mathrm{Var}[s_2] = \cdots = \mathrm{Var}[s_{N-1}] = \sigma_s^2,
\end{aligned} \tag{6.2}$$

onde $\mathrm{E}[\cdot]$ é a média de $(\cdot)$ e $\mathrm{Var}[\cdot]$ é a variância de $(\cdot)$.

Como as bases do sistema OFDM são ortogonais, pode-se modelar o sinal OFDM como um processo gaussiano ergódico, onde

$$\begin{aligned}
\mathrm{E}[\overrightarrow{s}_m] &= \sum_{n=0}^{N-1} \mathrm{E}[s_m] = N\mu_s \\
\mathrm{Var}[\overrightarrow{s}_m] &= \sum_{n=0}^{N-1} \mathrm{Var}[s_m] = N\sigma_s^2.
\end{aligned} \tag{6.3}$$

O Teorema do Limite Central [25] afirma que a função densidade de probabilidade da soma de N variáveis aleatórias, cujo valor numérico da média difere do valor numérico da variância, tende para a distribuição gaussiana, onde a média da soma é a soma das N médias e a variância da soma é a soma das N variâncias. Sendo A a amplitude do sinal OFDM no domínio do tempo, pode-se definir sua função distribuição cumulativa de probabilidade como

$$\mathrm{F}_A(\mathrm{a}) \cong \Phi\left(\frac{\mathrm{a} - N\mu_s}{\sqrt{N\sigma_s^2}}\right), \tag{6.4}$$

onde $\mathrm{F}_A(\mathrm{a})$ é a função distribuição cumulativa da variável aleatória A, referente a amplitude do sinal OFDM e $\Phi(z)$ é a função distribuição cumulativa de uma variável aleatória gaussiana de média nula e variância unitária. Logo, a função densidade de probabilidade da amplitude do sinal OFDM pode ser escrita como

$$p(\mathrm{a}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\, N\sigma_s^2}} \exp\left[-\frac{(\mathrm{a} - N\mu_s)^2}{2N\sigma_s^2}\right]. \tag{6.5}$$

A Figura 6.1 apresenta a função densidade de probabilidade de um sinal OFDM de 2048 portadoras, gerado com modulação 16 QAM, juntamente com a função densidade de probabilidade gaussiana de mesma média e variância.

Através da Figura 6.1 é possível verificar que o sinal OFDM possui um grande desvio padrão, o que resulta em uma variância elevada. Embora a amplitude do sinal apresente maior probabilidade de estar entre $-\sigma_s$ e $+\sigma_s$, existe a possibilidade de ocorrer valores instantâneos de amplitude muito maiores do que o desvio padrão do sinal. Por este motivo, o mesmo apresenta uma alta PAPR, que é expressa por

$$\mathrm{PAPR}(\overrightarrow{s}_m) = \frac{||\overrightarrow{s}_m||_\infty^2}{\mathrm{E}[||\overrightarrow{s}_m||_2^2]/N}, \tag{6.6}$$

onde $||(\cdot)||_\infty$ é a norma infinita de $(\cdot)$ e $||(\cdot)||_2$ é a norma-2 de $(\cdot)$.

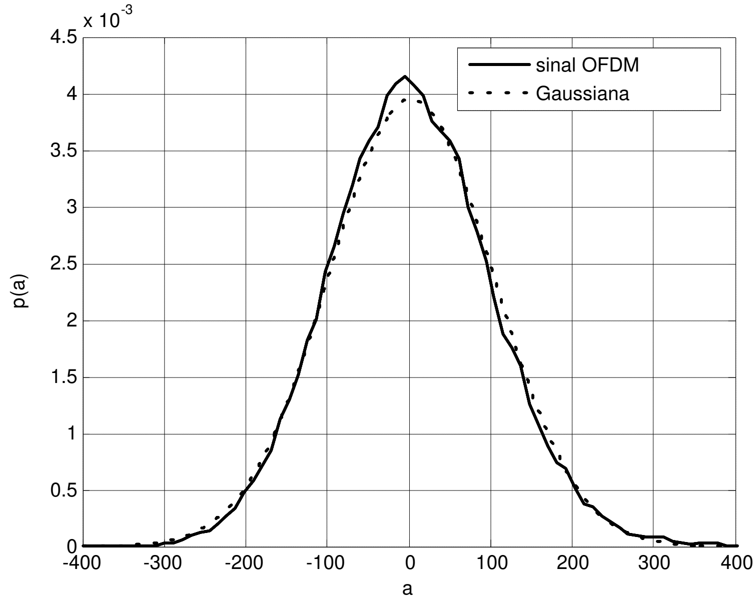


Figura 6.1: *Função densidade de probabilidade de um sinal OFDM*

As definições de norma infinita e de norma-2 são

$$\begin{aligned} ||\overrightarrow{x}||_\infty &= \max(\overrightarrow{x})\,, \\ ||\overrightarrow{x}||_2 &= \left[\sum_{i=0}^{N-1} |x_i|^2\right]^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x_o^2 + x_1^2 + x_3^2 + \cdots + x_{N-1}^2}. \end{aligned} \tag{6.7}$$

Assim, pode-se reescrever (6.6) como

$$\begin{aligned} \mathrm{PAPR}(\overrightarrow{s}_m) =& \frac{\max(|\overrightarrow{s}_m|)^2}{\mathrm{E}\left\{\left[\sum_{m=0}^{N-1} |\overrightarrow{s}_m|^2\right]^{\frac{1}{2}}\right\}^2 /N} \\ =& \frac{\max(|\overrightarrow{s}_m|)^2}{\sum_{m=0}^{N-1} \mathrm{E}\left[|s_m|^2\right]/N}. \end{aligned} \tag{6.8}$$

Conforme apresentado em (6.3), o sinal OFDM no domínio do tempo é um processo ergódico, ou seja,

$$\mathrm{E}[|s_0|^2] = \mathrm{E}[|s_1|^2] = \mathrm{E}[|s_2|^2] = \cdots = \mathrm{E}[|s_{N-1}|^2] = \mathrm{E}[|\overrightarrow{s}_m|^2]. \tag{6.9}$$

Logo,

$$\mathrm{PAPR}(\overrightarrow{s}_m) = \frac{\max(\overrightarrow{s}_m)^2}{N\mathrm{E}\left[|\overrightarrow{s}_m|^2\right]/N} = \frac{\max(\overrightarrow{s}_m)^2}{\mathrm{E}\left[|\overrightarrow{s}_m|^2\right]}. \tag{6.10}$$

O termo $\mathrm{E}\left[|\overrightarrow{s}_m|^2\right]$ define a potência total do sinal OFDM e é expresso por

$$\mathrm{E}\left[|\overrightarrow{s}_m|^2\right] = \mathrm{Var}[\overrightarrow{s}_m] + \mathrm{E}[\overrightarrow{s}_m]^2, \tag{6.11}$$

onde a $\mathrm{Var}[\overrightarrow{s}_m]$ é a potência AC e $\mathrm{E}[\overrightarrow{s}_m]^2$ é a potência DC do sinal OFDM.

Embora o valor DC do sinal OFDM não seja nulo, devido ao fato do coeficiente c_0 ser transportado na freqüência nula, este valor é várias ordens de grandeza menor do que o desvio padrão do sinal e pode ser desconsiderado. Assim, (6.10) pode ser simplificada para

$$\mathrm{PAPR}(\overrightarrow{s}_m) \approx \frac{\max(|\overrightarrow{s}_m|)^2}{\mathrm{Var}\left[\overrightarrow{s}_m\right]} = \frac{\max(|\overrightarrow{s}_m|)^2}{N\sigma_s^2}, \tag{6.12}$$

onde σ_s^2 é a variância do sinal OFDM.

A Figura 6.2 mostra um trecho do sinal OFDM no domínio do tempo, juntamente com os valores de $+\sqrt{N}\sigma_s$ e $-\sqrt{N}\sigma_s$.

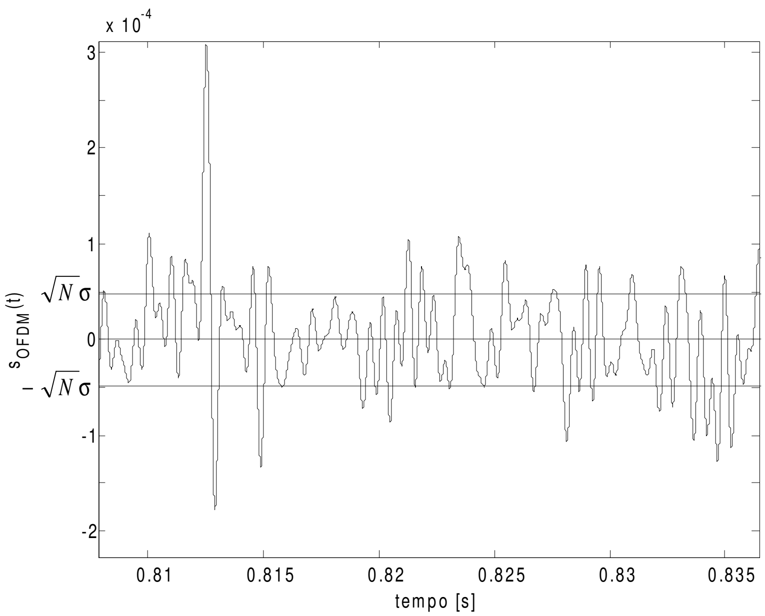


Figura 6.2: *Sinal OFDM no domínio do tempo*

6.2 Desempenho em canais com ceifamento

Os amplificadores de RF empregados nos sistemas de transmissão normalmente são projetados para operar pouco abaixo do ponto de compressão de 1 dB, para que a sua eficiência seja elevada. O ponto de compressão de 1 dB é o ponto na curva de potência de saída × potência de entrada onde o ganho de potência é 1 dB menor do que seria caso o amplificador não atingisse a saturação. O ponto de compressão de 1 dB é utilizado para identificar o limiar entre as regiões linear e não linear do amplificador. A Figura 6.3 ilustra um exemplo da curva de transferência de potência para um amplificador de RF com ganho de aproximadamente 7 dB, onde o ponto Y indica o ponto de compressão de 1 dB.

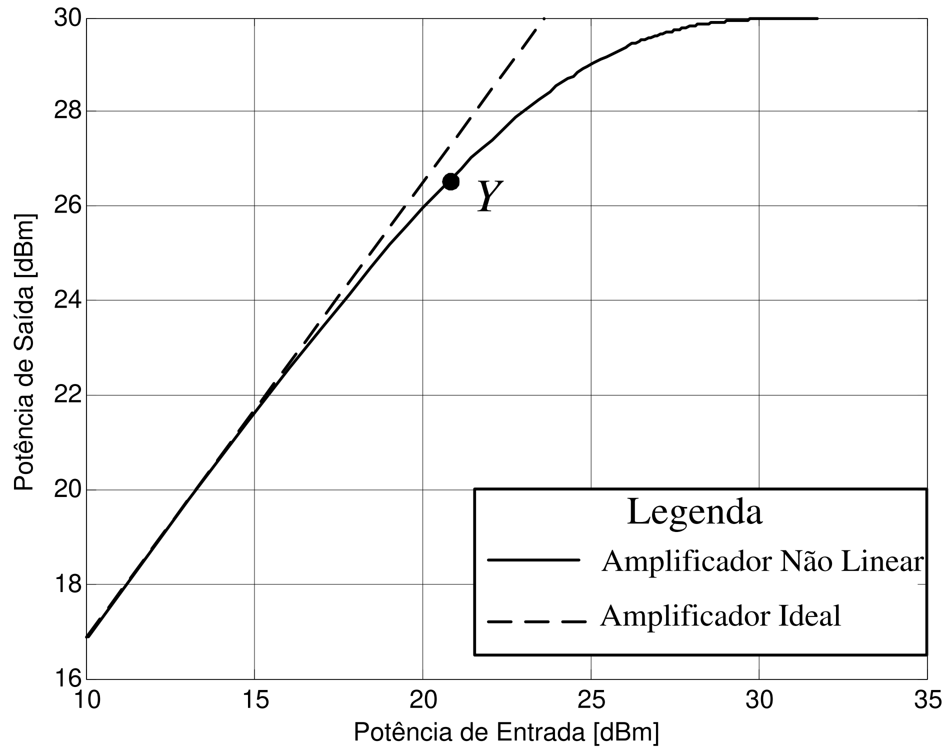


Figura 6.3: *Ponto de operação do amplificador de potência.*

Isto significa que a potência média do sinal OFDM leva o amplificador a operar próximo da saturação. Assim, os picos do sinal OFDM serão ceifados pelo amplificador de potência, causando uma distorção não linear no sinal.

Existem alguns trabalhos na literatura que modelam este efeito e estimam a probabilidade de erro devido ao ceifamento [15] [33] [34] [35]. Dentre as diferentes abordagem para modelar o ceifamento, duas se destacam. A primeira trata o ceifamento como sendo um ruído AWGN cuja potência é igual a potência da parcela ceifada do sinal. Nessa abordagem a interferência entre as portadoras causada pela quebra de ortogonalidade do símbolo OFDM não é levada em consideração, resultando em um modelo otimista para a probabilidade de erro de símbolo [15]. A segunda abordagem trata o ceifamento como um ruído impulsivo cuja duração e instante de ocorrência são variáveis aleatórias. Esse ruído impulsivo resulta em interferência entre as portadoras, tornando o modelo mais realista. No entanto, a abordagem apresentada em [33] é pessimista pois assume que a ocorrência de um ceifamento a uma determinada amplitude resulta em erros nos N símbolos de informação transmitidos em um símbolo OFDM, resultando em um limitante superior para a probabilidade de erro de símbolo. Este modelo pode ser modificado para se obter uma curva média para a probabilidade de erro de símbolo, levando-se em consideração uma quantidade de erros de símbolo mais realista quando há ocorrência de um ceifamento a determinada amplitude.

Considere que o amplificador de RF ceife as amplitudes do sinal OFDM maiores que l, tal como mostra a Figura 6.4.

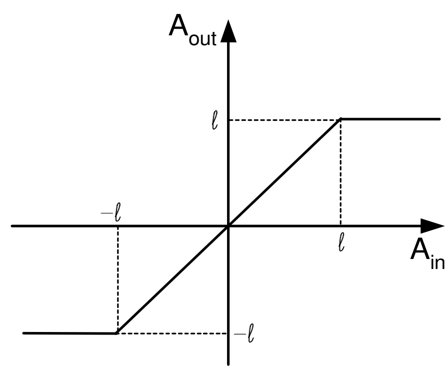


Figura 6.4: *Relação entre o sinal de entrada e de saída de um amplificador de potência com ganho normalizado.*

Para determinar a influência do ceifamento no desempenho do sistema é necessário modelar o tempo de ocorrência do ceifamento, sua duração e a forma de onda do pulso ceifado. A Figura 6.5 mostra a parcela do sinal OFDM que seria ceifada por um amplificador de RF.

Segundo [36], o número de ceifamentos ocorridos em uma determinada unidade de tempo é uma variável aleatória com distribuição de Poisson, ou seja, a função densidade de probabilidade do número de ocorrências de ceifamento é dada por

$$p(\varpi) = \begin{cases} \frac{\lambda_l^{\varpi}\, e^{-\lambda_l}}{\varpi!} & ; \quad \varpi \geq 0 \\ 0 & ; \text{caso contrário,} \end{cases} \tag{6.13}$$

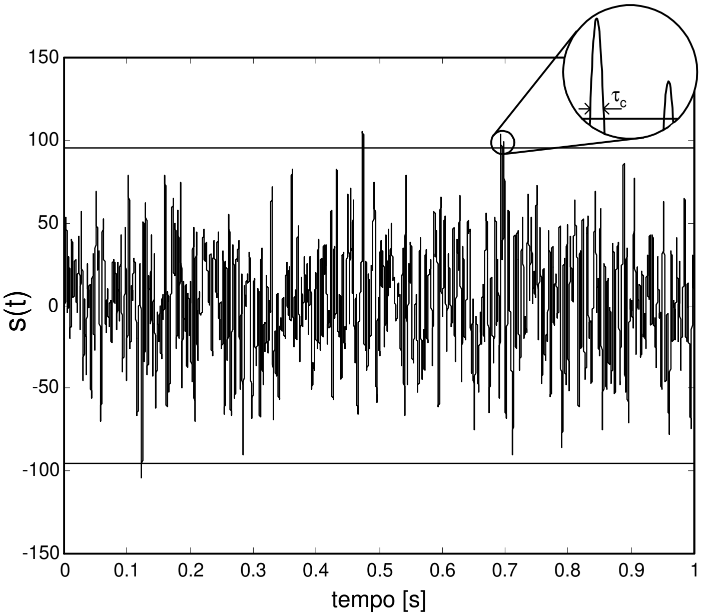


Figura 6.5: *Ceifamento de pico do sinal OFDM*

onde ϖ é a variável aleatória que define o número de ceifamentos ocorridos em um intervalo de tempo e λ_l é a taxa de cruzamento de limiar, dada por [36]

$$\lambda_l = \frac{2N}{\sqrt{3}\,T} \exp\left(-\frac{l^2}{2N\sigma_s^2}\right), \tag{6.14}$$

A Figura 6.6 mostra a distribuição de Poisson juntamente com a função densidade de probabilidade obtida através da análise estatística de resultados de simulação computacional.

Uma vez determinado as características estatísticas do cruzamento de limiar, é necessário encontrar a função densidade de probabilidade do tempo em que a amplitude do sinal OFDM permanece acima deste limiar, ou seja, é necessário encontrar as estatísticas sobre a duração do ceifamento. Em [36] provou-se que a duração do ceifamento de um sinal com distribuição gaussiana é uma variável aleatória com distribuição Rayleigh, ou seja,

$$p(\tau_c) = \begin{cases} \frac{\pi}{2}\,\frac{\tau_c}{\tau_m^2}\,e^{-\frac{\pi}{4}\left(\frac{\tau_c}{\tau_m}\right)^2} & \text{para} \qquad \tau_c > 0 \\ 0 & \text{caso contrário,} \end{cases} \tag{6.15}$$

onde τ_c é uma variável aleatória que define o tempo de ceifamento e τ_m é a duração média do ceifamento.

Com as estatísticas sobre a taxa de ocorrência do ceifamento e a duração do mesmo, é

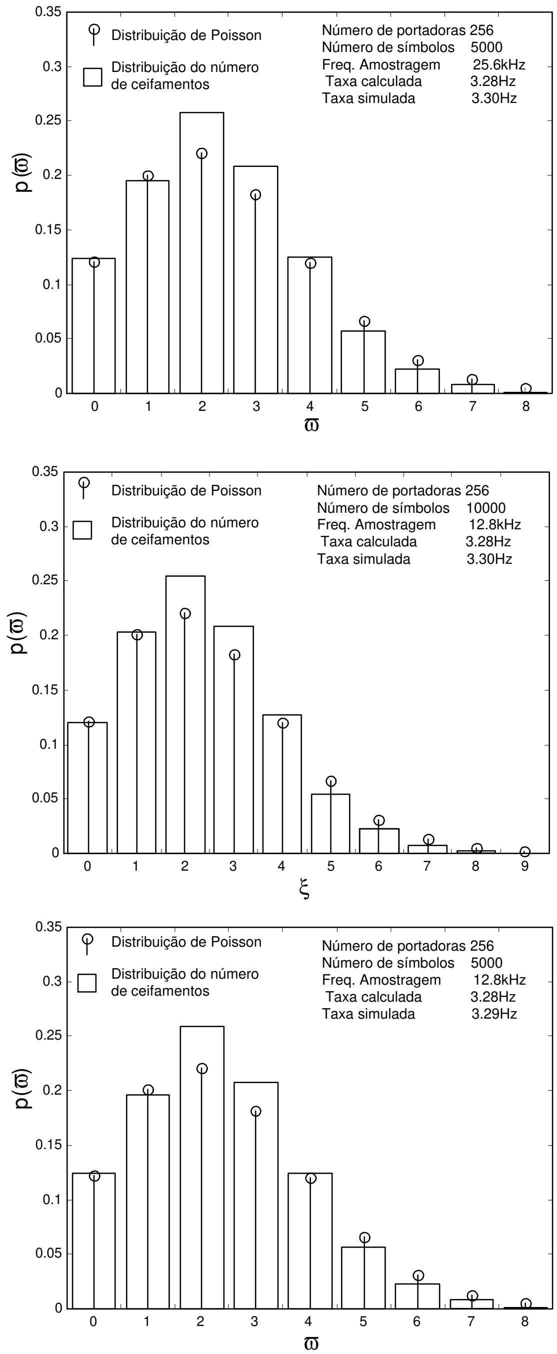


Figura 6.6: *Função massa de probabilidade da taxa de cruzamento de limiar*

possível determinar a probabilidade de ocorrência do ceifamento em um símbolo OFDM como

$$P[|s(t)| > l] = 2Q\left(\frac{l}{\sqrt{N}\sigma_s}\right) = \lambda_l \, \tau_m. \tag{6.16}$$

Para realizar a análise do efeito do ceifamento pode-se normalizar a potência do sinal OFDM para a unidade, ou seja, assume-se que $\sqrt{N}\sigma_s = 1$. Logo, tem-se que

$$\tau_m = \frac{2\,\mathrm{Q}(l)}{\lambda_l}. \tag{6.17}$$

A função $\mathrm{Q}(l)$ pode ser expressa por uma série dada por

$$\begin{aligned} Q(l) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_l^{\infty} e^{-\frac{u^2}{2}} \mathrm{d}u \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,l}\, e^{-\frac{l^2}{2}} \left[1 - \frac{1}{l^2} + \frac{3}{l^4} - \ldots\right] \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,l}\, e^{-\frac{l^2}{2}} - \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,l^3}\, e^{-\frac{l^2}{2}} + \frac{3}{\sqrt{2\pi}\,l^5}\, e^{-\frac{l^2}{2}} - \ldots. \end{aligned} \tag{6.18}$$

Para valores elevados de nível de ceifamento pode-se aproximar a função $Q(l)$ utilizando apenas o primeiro termo mais significativo da série. Assim,

$$Q(l) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,l}\, e^{-\frac{l^2}{2}}. \tag{6.19}$$

Aplicando-se o resultado obtido em (6.19) em (6.17), tem-se

$$\tau_m \approx \frac{T}{N\,l}\sqrt{\frac{3}{2\pi}} = \frac{1}{f_{max}\,l}\sqrt{\frac{3}{2\pi}}, \tag{6.20}$$

onde f_{max} é a máxima freqüência do sinal OFDM. A Figura 6.7 mostra a função densidade de probabilidade Rayleigh, juntamente com a distribuição da duração do tempo de ceifamento obtida através de simulação computacional.

A forma de onda do pulso ceifado também é considerada para o desenvolvimento deste modelo, pois esta define a interferência entre as sub-portadoras causadas pela quebra de ortogonalidade do símbolo OFDM. Conforme pode-se observar na Figura 6.5, a forma de onda deste pulso é parabólica e pode ser aproximada por [36]

$$p_\tau(t) = \frac{2\pi^2 N^2 l}{3T^2}\left(-t^2 + \frac{1}{4}\tau_c^2\right)\,\mathrm{ret}\left(\frac{t}{\tau_c}\right), \tag{6.21}$$

onde $\mathrm{ret}\left(\frac{t}{\tau_c}\right)$ é um pulso retangular de largura τ_c e amplitude unitária.

A Figura 6.8 apresenta a forma de onda dos pulsos ceifados juntamente com a aproximação obtida em (6.21). A influência do pulso ceifado nas demais portadoras é dada pela transformada de Fourier de (6.21).

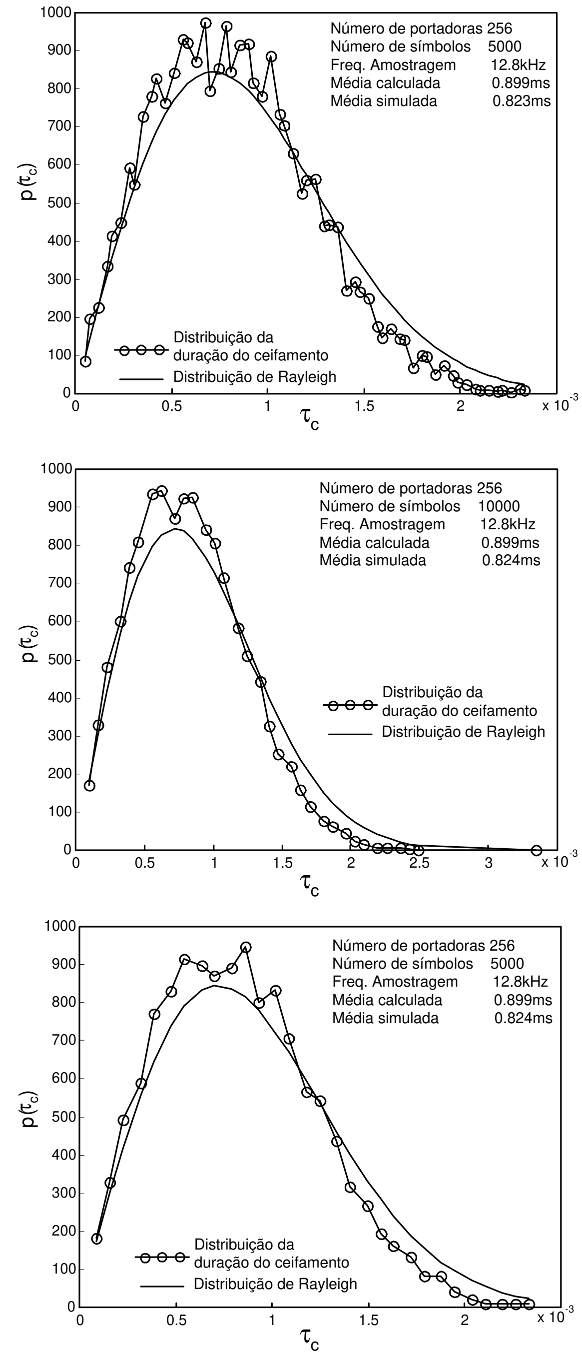


Figura 6.7: *Função densidade de probabilidade da duração do ceifamento*

O espectro de amplitude instantâneo do pulso ceifado é dado por

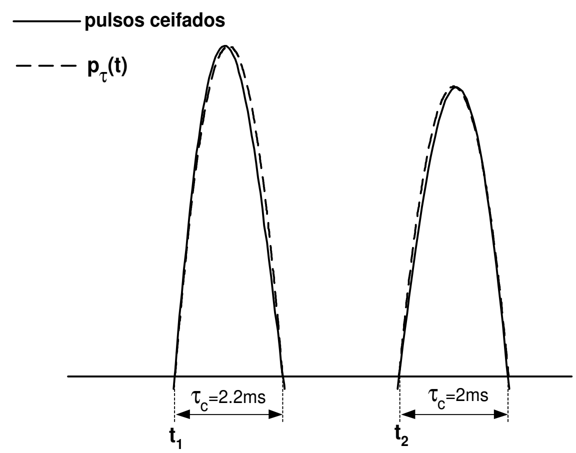


Figura 6.8: *Comparação entre pulso parabólico e parcela ceifada do sinal OFDM.*

$$
\begin{aligned}
P_\tau(\omega) = \mathcal{F}\left\{p_\tau(t)\right\} &= \int_{-\infty}^{+\infty} p_\tau(t)\, e^{-j\omega t}\mathrm{d}t \\
&= \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\frac{2\pi^2 N^2 l}{3T^2}\left(-t^2+\frac{1}{4}\tau_c^2\right)\,\mathrm{ret}\left(\frac{t}{\tau_c}\right)\right]\, e^{-j\omega t}\mathrm{d}t \\
&= \frac{4l\tau_c(\pi N)^2\sqrt{N}}{3\omega^2 T^3}\left[\mathrm{sinc}\left(\frac{\omega\tau_c}{2}\right)-\cos\left(\frac{\omega\tau_c}{2}\right)\right]\,\exp\left[-j\omega\left(t_0+\frac{\tau_c}{2}\right)\right].
\end{aligned}
\tag{6.22}
$$

Como tem-se interesse na influência do pulso de ceifamento apenas nas freqüências das sub-portadoras apenas, pode-se fazer

$$
\omega = 2\pi\frac{k}{T}, \qquad k = 1,\, 2,\, 3,\, \ldots N, \tag{6.23}
$$

o que leva (6.22) a ter a seguinte representação:

$$
\begin{aligned}
P_\tau(k) &= \frac{4l\tau_c(\pi N)^2\sqrt{N}}{3\left(2\pi\frac{k}{T}\right)^2 T^3}\left[\mathrm{sinc}\left(\frac{2\pi\frac{k}{T}\tau_c}{2}\right)-\cos\left(\frac{2\pi\frac{k}{T}\tau_c}{2}\right)\right]\,\exp\left[-j\frac{2\pi k}{T}\left(t_0+\frac{\tau_c}{2}\right)\right] \\
&= \frac{l\tau_c N^2\sqrt{N}}{3k^2 T}\left[\mathrm{sinc}\left(\pi\frac{k}{T}\tau_c\right)-\cos\left(\pi\frac{k}{T}\tau_c\right)\right]\,\exp\left[-j\frac{2\pi k}{T}\left(t_0+\frac{\tau_c}{2}\right)\right].
\end{aligned}
\tag{6.24}
$$

Como $T >> \tau_c$, pode-se empregar a seguinte aproximação

$$
\mathrm{sinc}(a) - \cos(a) \approx \frac{a^2}{3} \quad ; \quad 0 < a << 1. \tag{6.25}
$$

Logo, tem-se

$$\begin{aligned} P_{\tau}(k) &\approx \frac{l\tau_c N^{\frac{5}{2}}}{3k^2 T} \frac{\left(\pi \frac{k}{T}\tau_c\right)^2}{3} \exp\left[-j\frac{2\pi k}{T}\left(t_0 + \frac{\tau_c}{2}\right)\right] \\ &= \frac{l\tau_c^3 \pi^2 N^{\frac{5}{2}}}{9T^3} \exp\left[-j\frac{2\pi\, k}{T}\left(t_0 + \frac{\tau_c}{2}\right)\right]. \end{aligned} \tag{6.26}$$

Observando o resultado apresentado em (6.26) é possível concluir que o ceifamento causa uma variação na amplitude e na fase da k-ésima sub-portadora. Assumindo-se que a rotação de fase seja mitigada pelo esquema de estimação de canal, pode-se considerar apenas a influência introduzida na amplitude das sub-portadoras.

Seja

$$\eta = \frac{l\tau_c^3 \pi^2 N^{\frac{5}{2}}}{9T^3} \tag{6.27}$$

a influência introduzida na amplitude da $k-$ésima sub-portadora. A probabilidade de erro devido ao ceifamento pode ser escrita como

$$P_c[erro] = P[erro/ceifamento]\, P[ceifamento]. \tag{6.28}$$

Assumindo-se que um erro ocorre quando $\eta \geq \vartheta$, então a condição limite para ocorrência de um erro é dada por

$$\vartheta = \eta \quad \therefore \quad \vartheta = \frac{l\tau_c^3 \pi^2 N^{\frac{5}{2}}}{9T^3}. \tag{6.29}$$

Assim , é possível determinar a duração do ceifamento que resulta em erro em função do limiar ϑ. Portanto,

$$\tau_c = \left(\frac{9T^3\vartheta}{l\pi^2 N^{\frac{5}{2}}}\right)^{\frac{1}{3}}. \tag{6.30}$$

Deste modo pode-se afirmar que

$$P\left[\eta > \vartheta\right] = P\left[\tau_c > \left(\frac{9T^3\vartheta}{l\pi^2 N^{\frac{5}{2}}}\right)^{\frac{1}{3}}\right] = P\left[\tau_c > B\right], \tag{6.31}$$

onde

$$B = \left(\frac{9T^3\vartheta}{l\pi^2 N^{\frac{5}{2}}}\right)^{\frac{1}{3}} \tag{6.32}$$

Como a função densidade de probabilidade de τ_c é dada por (6.15), pode-se escrever que

$$P\left[\tau_c > B\right] = \frac{\pi}{2\tau_m^2}\int_B^\infty \tau_c \exp\left[-\frac{\pi}{4}\left(\frac{\tau_c}{\tau_m}\right)^2\right]\mathrm{d}\tau_c. \tag{6.33}$$

Fazendo-se $\frac{\pi}{4\tau_m^2} = k_1$, $\tau_c^2 = u$ e $\mathrm{d}u = 2\mathrm{d}\tau_c$, tem-se

$$\begin{aligned}\int_B^\infty \tau_c \exp\left[-\frac{\pi}{4}\left(\frac{\tau_c}{\tau_m}\right)^2\right]\mathrm{d}\tau_c &= \int_B^\infty \frac{\exp\left(-k_1\, u\right)}{2}\mathrm{d}u \\ &= \frac{1}{2k_1}\exp\left(-k_1\, B^2\right).\end{aligned} \tag{6.34}$$

Portanto,

$$\begin{aligned}P\left[\tau_c > \left(\frac{9T^3\vartheta}{l\pi^2 N^{\frac{5}{2}}}\right)^{\frac{1}{3}}\right] &= \frac{\pi}{4\tau_m^2 k_1}\exp\left[-k_1\left(\frac{9T^3\vartheta}{l\pi^2 N^{\frac{5}{2}}}\right)^{\frac{2}{3}}\right] \\ &= \exp\left[-\frac{\pi}{4\tau_m^2}\left(\frac{81T^6\vartheta^2}{l^2\pi^4N^5}\right)^{\frac{1}{3}}\right].\end{aligned} \tag{6.35}$$

Como $\tau_m = \frac{T}{lN}\sqrt{\frac{3}{2\pi}}$, tem-se

$$P\left[\tau_c > \left(\frac{9T^3\vartheta}{l\pi^2 N^{\frac{5}{2}}}\right)^{\frac{1}{3}}\right] = \exp\left[-\left(\frac{3\pi^2 N l^4\vartheta^2}{8}\right)^{\frac{1}{3}}\right]. \tag{6.36}$$

Empregando-se a igualdade apresentada em (6.31) e o resultado obtido em (6.36) é possível obter a Função Distribuição Cumulativa de ϑ.

$$\begin{aligned}F_\vartheta(\vartheta) &= P[\vartheta \le \eta] = 1 - P[\eta > \vartheta] \\ &= 1 - \exp\left[-\left(\frac{3\pi^2 N l^4\vartheta^2}{8}\right)^{\frac{1}{3}}\right] \\ &= 1 - \exp\left\{-\left[\frac{1}{2}\left(\frac{\vartheta}{\frac{2}{\sqrt{3N}\,l^2\pi}}\right)^2\right]^{\frac{1}{3}}\right\}.\end{aligned} \tag{6.37}$$

O resultado apresentado em (6.37) indica que ϑ possui distribuição que pode ser obtida através da soma complexa de duas variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas [37], ou seja,

$$\vartheta \exp(j\theta) = X + jY, \tag{6.38}$$

onde X e Y são variáveis com as seguintes funções densidade de probabilidade

$$\begin{aligned} p(x) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\left(\frac{2}{\sqrt{3N}\,l^2\pi}\right)^{\frac{1}{3}}} \exp\left[-\frac{x^{\frac{2}{3}}}{2\left(\frac{2}{\sqrt{3N}\,l^2\pi}\right)^{\frac{2}{3}}}\right] \\ p(y) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\left(\frac{2}{\sqrt{3N}\,l^2\pi}\right)^{\frac{1}{3}}} \exp\left[-\frac{y^{\frac{2}{3}}}{2\left(\frac{2}{\sqrt{3N}\,l^2\pi}\right)^{\frac{2}{3}}}\right] \end{aligned} \tag{6.39}$$

e θ é uma variável aleatória uniformemente distribuída entre $-\pi$ e π. Logo, a probabilidade da projeção de ϑ sobre o eixo em fase (ou em quadratura) ultrapassar um dado limiar, x, é dada por

$$P[\vartheta\cos(\theta) > x] = \mathrm{Q}\left[\left(\frac{x}{\frac{2}{\sqrt{3N}\,l^2\pi}}\right)^{\frac{1}{3}}\right]. \tag{6.40}$$

A probabilidade de erro dado que ocorreu um ceifamento do sinal, considerando uma modulação M QAM cujo espaçamento mínimo entre dois símbolos adjacentes é 2ν, é dada por

$$P[erro/ceifamento] \approx \bar{\mu}\,\mathrm{Q}\left[\left(\frac{\nu}{\frac{2}{\sqrt{3N}\,l^2\pi}}\right)^{\frac{1}{3}}\right]. \tag{6.41}$$

Conforme já foi demonstrado anteriormente, a probabilidade de ocorrência do ceifamento é dada por

$$P[ceifamento] = P[|s(t)| > l] = 2\,\mathrm{Q}(l), \tag{6.42}$$

quando a potência do sinal OFDM está normalizada. Logo, a probabilidade de erro devido ao ceifamento é dada por

$$P[erro] \approx 2\bar{\mu}\,\mathrm{Q}(l)Q\left[\left(\frac{\nu\sqrt{3N}\,l^2\pi}{2}\right)^{\frac{1}{3}}\right]. \tag{6.43}$$

Conforme apresentado no Capítulo 3, o valor de $\bar{\mu}$ e de ν dependem da geometria da constelação. A Tabela 6.1 apresenta o valor de ν normalizado para que a potência do símbolo OFDM seja unitária e de μ em função do tipo de modulação digital. Logo, as expressões para estimar a probabilidade de erro de símbolo devido ao ceifamento para modulações M QAM quadrada,

Tabela 6.1: *Valores de ν e μ em função da modulação digital.*

Tipo de modulação	Valor de ν	Valor de μ	Valor de L
M QAM quadrada	$\sqrt{\frac{3}{2N(L^2-1)}}$	$\frac{4(L-1)}{L}$	$\sqrt{M}$
M QAM em cruz	$\sqrt{\frac{54}{(31L^2-36)N}}$	$\frac{8L-9}{2L}$	$\frac{3}{4}\sqrt{2M}$
M QAM sobreposta	$\sqrt{\frac{3}{(2M-1)N}}$	$\frac{4M-4\sqrt{2M}+2}{M}$	—

M QAM em cruz e M QAM sobreposta são dadas, respectivamente, por

$$
\begin{aligned}
p_Q[erro] &\approx \frac{8\,(L-1)}{L}\,\mathrm{Q}(l)\,\mathrm{Q}\left[\left(\frac{3\pi l^2}{\sqrt{8\,(L^2-1)}}\right)^{\frac{1}{3}}\right] \\
p_C[erro] &\approx \frac{8L-9}{L}\,\mathrm{Q}(l)\,\mathrm{Q}\left[\left(\sqrt{\frac{81\pi^2 l^4}{62L^2-72}}\right)^{\frac{1}{3}}\right] \\
p_S[erro] &\approx \frac{8M-8\sqrt{2M}+4}{M}\,\mathrm{Q}(l)\,\mathrm{Q}\left[\left(\frac{3\pi l^2}{\sqrt{4\,(2M-1)}}\right)^{\frac{1}{3}}\right].
\end{aligned}
\tag{6.44}
$$

A Figura 6.9 apresenta o desempenho teórico e simulado para um sistema OFDM com modulação 64 QAM com 32 sub-portadoras.

A Figura 6.10 apresenta o desempenho teórico e simulado para sistemas OFDM com modulações 32 QAM em cruz e sobreposta, onde em ambos os casos utilizou-se 16 sub-portadoras.

Os resultados apresentados nas Figuras 6.9 e 6.10 mostram que a curva teórica apresentada em (6.44) aproxima-se melhor dos resultados de simulação para valores mais elevados do nível de ceifamento. Essa limitação para baixos valores de l se deve a simplificação apresentada em (6.19), que é válida para valores elevados do argumento da função $\mathrm{Q}(x)$. Outro ponto que deve ser observado é que os resultados apresentados em (6.44) não constituem mais um limitante superior para a probabilidade de erro de símbolo, mas são mais realistas que a estimativa apresentada em [33].

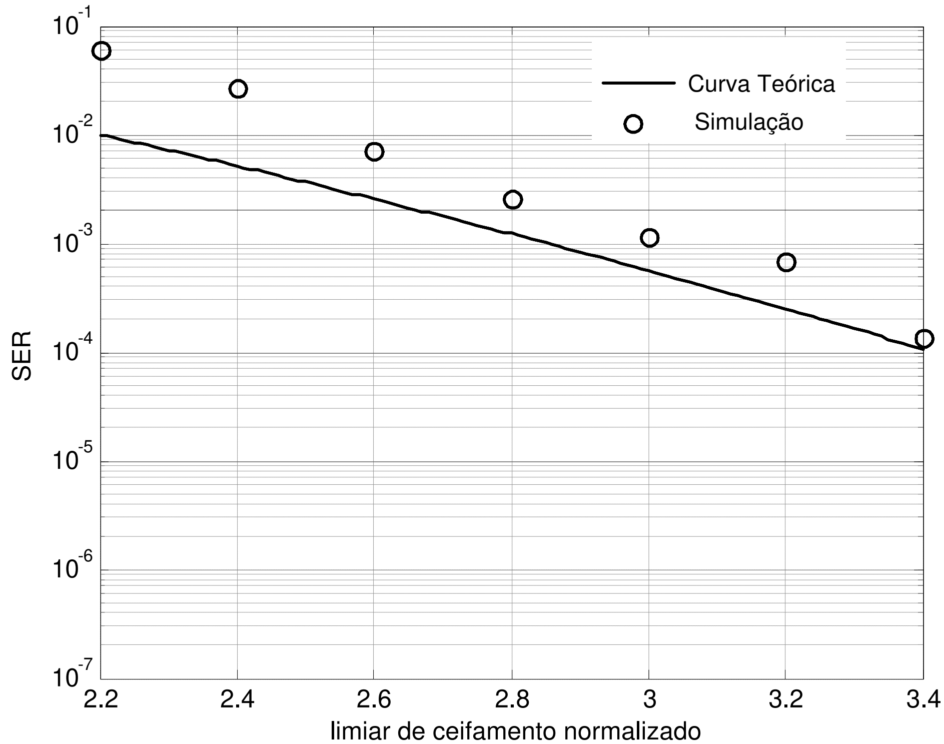


Figura 6.9: *Desempenho de um sistema 64 QAM-OFDM em canal não linear.*

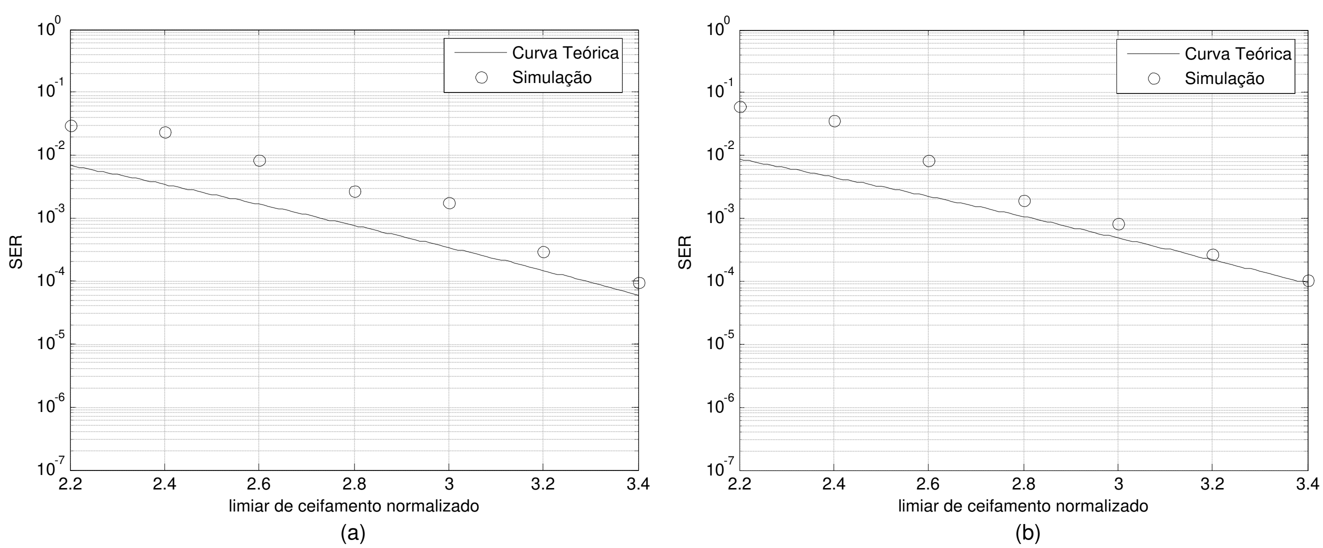


Figura 6.10: *Desempenho de sistemas 32 QAM-OFDM em canal não linear. (a) 32 QAM com constelação em cruz e (b) 32 QAM com constelação sobreposta.*

6.3 Desempenho de Sistemas OFDM em Canais Ruidosos Não Lineares

As expressões apresentadas em (6.44) determinam a probabilidade de erro devida apenas a ação do ceifamento. Em canais ruidosos não lineares, a probabilidade de erro de símbolo é dada por

$$P[erro] \leq P[erro/\text{ceif},\, n]P[ceif] + P_N[erro], \tag{6.45}$$

onde $P[erro/ceif,\, n]$ é a probabilidade de erro devido ao ceifamento na presença do ruído AWGN, $P[ceif]$ é a probabilidade de ceifamento e $P_N[erro]$ é a probabilidade de erro devido ao ruído AWGN. A probabilidade de erro devido ao ceifamento na presença do ruído AWGN é dada por

$$P[erro/ceif,\, n] \approx \bar{\mu} \int_{-\infty}^{\infty} P[\vartheta \cos(\theta) > \nu - n] p(n) \mathrm{d}n, \tag{6.46}$$

onde $p(n)$ é a função densidade de probabilidade do ruído AWGN, dada por

$$p(n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\, \sigma_n} \exp\left(-\frac{n^2}{2\sigma_n^2}\right). \tag{6.47}$$

Observando (6.46), é possível concluir que a principal ação do ruído na probabilidade de erro devido ao ceifamento é reduzir a distância entre os símbolos adjacentes, resultando em uma degradação no desempenho do sistema. Utilizando o resultado apresentado em (6.40), tem-se que

$$P[\vartheta \cos(\theta) > \nu - n] = \mathrm{Q}\left[\left(\frac{\nu - n}{\frac{2}{\sqrt{3N}\, l^2 \pi}}\right)^{\frac{1}{3}}\right]. \tag{6.48}$$

Aplicando (6.47) e (6.48) em (6.46), tem-se

$$P[erro/\text{ceif},\, n] \approx \frac{\bar{\mu}}{\sqrt{2\pi}\, \sigma_n} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{n^2}{2\sigma_n^2}\right) \mathrm{Q}\left[\left(\frac{\sqrt{3N}\, \pi l^2 \nu}{2} - \frac{\sqrt{3N}\, \pi l^2 n}{2}\right)^{\frac{1}{3}}\right] \mathrm{d}n. \tag{6.49}$$

Já a probabilidade de erro devido ao ruído, conforme apresentada no Capítulo 3 é dada por

$$P_N[erro] \approx \bar{\mu}\, \mathrm{Q}\left(\frac{\nu}{\sigma_n}\right). \tag{6.50}$$

Aplicando (6.49) e (6.50) em (6.45) e sabendo que a probabilidade de ocorrência de ceifamento é $2\,\mathrm{Q}(l)$, conforme demonstrado em (6.16), tem-se

$$\begin{aligned} P[erro] \approx{} & \frac{2\,\mathrm{Q}(l)\bar{\mu}}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_n} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{n^2}{2\sigma_n^2}\right) \mathrm{Q}\left[\left(\frac{\sqrt{3N}\,\pi l^2 \nu}{2} - \frac{\sqrt{3N}\,\pi l^2 n}{2}\right)^{\frac{1}{3}}\right] \mathrm{d}n + \\ & + \bar{\mu}\,\mathrm{Q}\left(\frac{\nu}{\sigma_n}\right). \end{aligned} \tag{6.51}$$

Utilizando os valores apresentados na Tabela 6.1 é possível obter expressões para analisar a probabilidade de erro de sistemas OFDM em canais AWGN com ceifamento, para modulações M QAM quadradas, M QAM em cruz e M QAM sobrepostas. Para a modulação M QAM quadrada, tem-se

$$\begin{aligned} P_Q[erro] \approx{} & \frac{8(L-1)\,\mathrm{Q}(l)}{\sqrt{2\pi L}\,\sigma_n} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{n^2}{2\sigma_n^2}\right) \mathrm{Q}\left[\left(\frac{3\pi l^2}{\sqrt{8\,(L^2-1)}} - \frac{\sqrt{3N}\,\pi l^2 n}{2}\right)^{\frac{1}{3}}\right] \mathrm{d}n + \\ & + \frac{4(L-1)}{L}\,\mathrm{Q}\left(\sqrt{\frac{3}{2(L^2-1)\sigma_n^2}}\right). \end{aligned} \tag{6.52}$$

Para modulação M QAM em cruz, tem-se

$$\begin{aligned} P_C[erro] \approx{} & \frac{(8L-9)\,\mathrm{Q}(l)}{\sqrt{2\pi}\sigma_n L} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{n^2}{2\sigma_n^2}\right) \mathrm{Q}\left[\left(\sqrt{\frac{81\pi^2 l^4}{62L^2-72}} - \frac{\sqrt{3N}\pi l^2 n}{2}\right)^{\frac{1}{3}}\right] \mathrm{d}n \\ & + \frac{8L-9}{2L}\,\mathrm{Q}\left(\sqrt{\frac{54}{(31L^2-36)\sigma_n^2}}\right). \end{aligned} \tag{6.53}$$

Para a modulação M QAM sobreposta, tem-se

$$\begin{aligned} P_S[erro] \approx{} & \frac{(8M-8\sqrt{2M}-4)\,\mathrm{Q}(l)}{\sqrt{2\pi}\sigma_n M} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{n^2}{2\sigma_n^2}\right) \mathrm{Q}\left[\left(\frac{3\pi l^2}{\sqrt{4(2M-1)}} - \frac{\sqrt{3N}\pi l^2 n}{2}\right)^{\frac{1}{3}}\right] \mathrm{d}n \\ & + \frac{4M-4\sqrt{2M}-2}{M}\,\mathrm{Q}\left(\sqrt{\frac{3}{(2M-1)\sigma_n^2}}\right). \end{aligned} \tag{6.54}$$

A Figura 6.11 apresenta o desempenho de um sistema OFDM com modulação 16 QAM em canal com limiar de ceifamento fixado em 3 vezes o desvio padrão do sinal. O desempenho das técnicas de estimação de canal também é apresentado. Considerou-se o canal seletivo em freqüência, cujo perfil de atrasos foi apresentado no Capítulo 3. As Figuras 6.12 e 6.13 apresenta o desempenho do sistema OFDM sobre as mesmas condições, mas considerando as modulações 32 QAM em cruz e 32 QAM sobreposta, respectivamente.

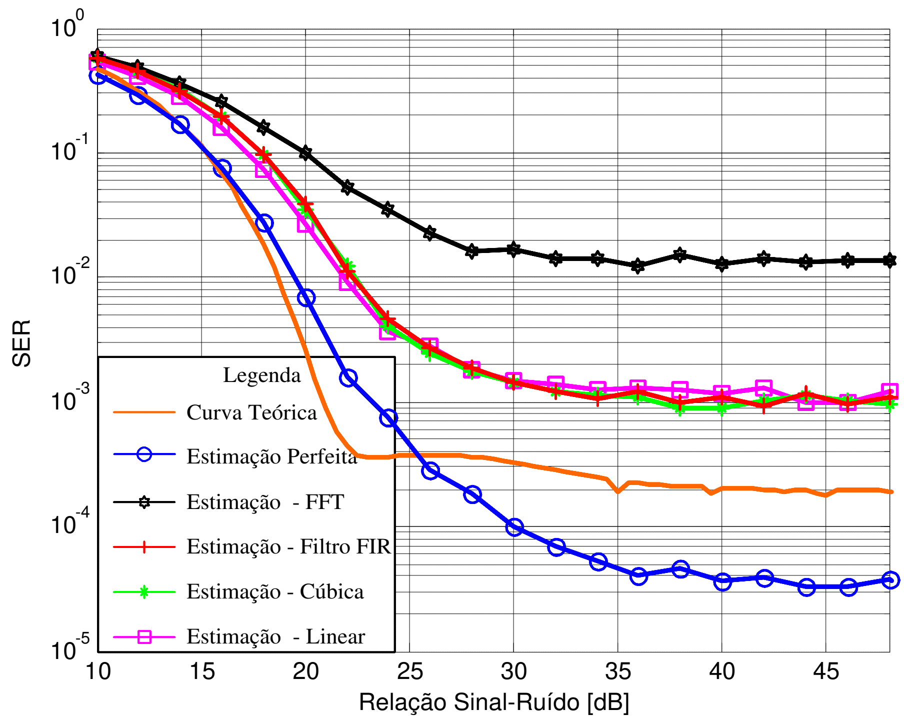


Figura 6.11: *Desempenho teórico e simulado de um sistema OFDM com modulação 16 QAM no canal A, na presença de ruído e com limiar de ceifamento normalizado igual à 3.*

Os desvios entre os resultados das simulações computacionais e das equações apresentadas em (6.52), (6.53) e (6.54) se devem principalmente às aproximações empregadas na construção do modelo. No entanto, esse desvio é menor do que o apresentado em outros modelos disponíveis na literatura [15] [33].

Também é possível observar que as técnicas de interpolação linear, cúbica e com filtro FIR apresentam desempenho semelhante. A técnica de interpolação por FFT foi a que apresentou maior queda de desempenho. Isto se deve ao fato do canal não linear introduzir intermodulações que afetam as portadoras piloto de maneira desigual. Como as técnicas clássicas de interpolação empregam poucas portadoras piloto para estimar uma determinada faixa da resposta em freqüência do canal, a influência de uma portadora piloto que foi severamente afetada fica limitada a poucos símbolos de informação. Já na interpolação por FFT, todas as portadoras piloto são empregadas para obter a estimativa de toda a resposta em freqüência do canal.

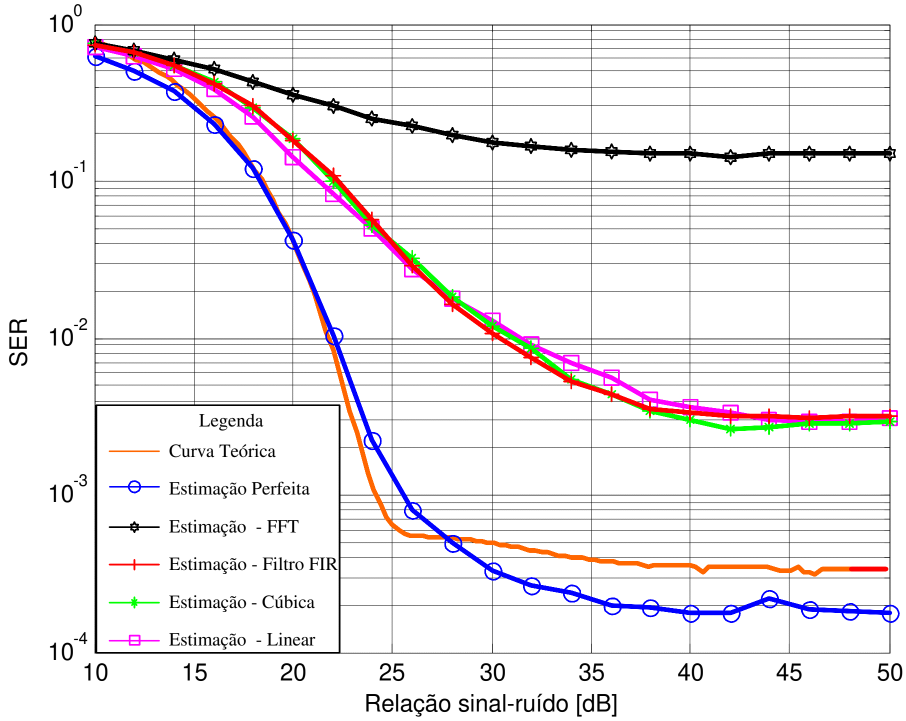


Figura 6.12: *Desempenho teórico e simulado de um sistema OFDM com modulação 32 QAM em cruz no canal A, na presença de ruído e com limiar de ceifamento normalizado igual à 3.*

Assim, as portadoras piloto severamente afetadas introduzem um erro de estimação para todas as sub-portadoras de dados. Desta forma, pode-se concluir que o uso da interpolação por FFT não é adequado para os casos onde o canal possui características não-lineares.

6.4 Desempenho de Sistemas OFDM em Canais Não Lineares Variantes no Tempo

O emprego do OFDM nos sistemas digitais de radiodifusão, tais como, a televisão e o rádio digitais, além de seu uso nos padrões de rede sem fio, faz com que haja grande interesse no desempenho desta técnica em canais não lineares variantes no tempo. Pode-se obter uma aproximação para a probabilidade de erro de símbolo neste cenário, considerando-se um canal variante no tempo, seletivo em freqüência, com banda de coerência maior do que a separação entre as sub-portadoras e o tempo de coerência maior que o tempo de símbolo OFDM. Considerando-se que os ganhos dos diversos percursos entre as antenas de transmissão e recepção sejam variáveis

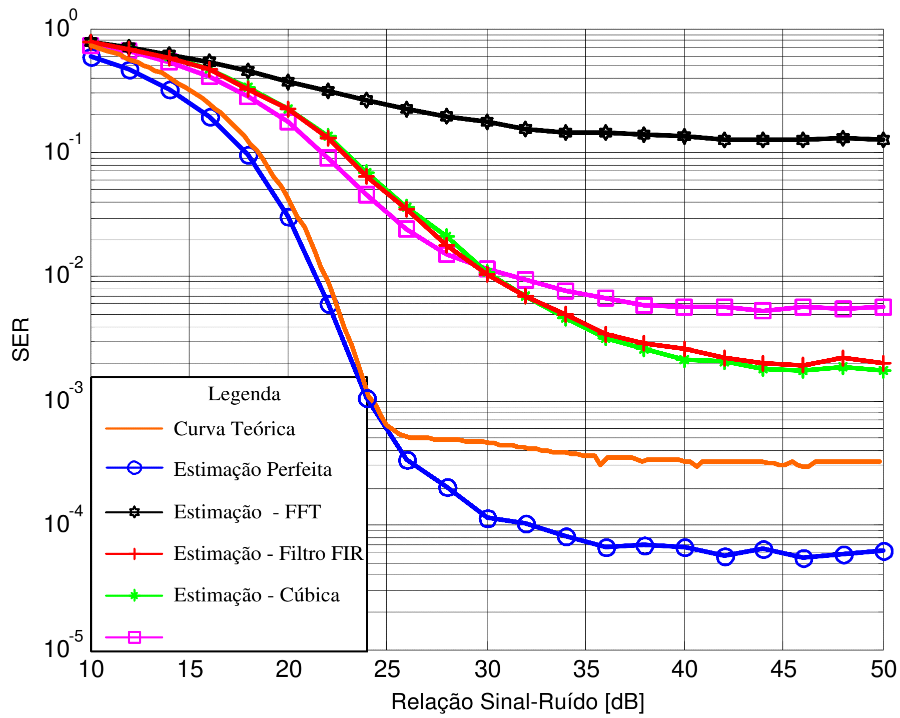


Figura 6.13: *Desempenho teórico e simulado de um sistema OFDM com modulação 32 QAM sobreposta no canal A, na presença de ruído e com limiar de ceifamento normalizado igual à 3.*

aleatórias com distribuição de Rayleigh, então pode-se escrever que

$$h(t) = \sum_{i=0}^{I-1} r_i(t)\delta(t - \tau_i), \tag{6.55}$$

onde, novamente, τ_i é o atraso do i-ésimo percurso e I é o número total de percursos do canal. Como a resposta em freqüência do canal pode ser considerada plana para cada subportadora, pode-se dizer que a resposta em freqüência do canal para uma dada subportadora sofre desvanecimento plano com distribuição Rayleigh. Assim, a probabilidade de erro é dada por

$$P[erro] \approx \int_0^\infty P[e/r]p(r)\mathrm{d}r, \tag{6.56}$$

onde $p(r)$ é a função densidade de probabilidade de Rayleigh. A probabilidade de erro condicional ao desvanecimento, na presença do ruído e do ceifamento pode ser obtida a partir da equação (6.51), ou seja

$$P[erro/r] \approx \frac{2\,\mathrm{Q}(l)\bar{\mu}}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_n}\int_{-\infty}^{\infty}\exp\left(-\frac{n^2}{2\sigma_n^2}\right)\mathrm{Q}\left[\left(\frac{\sqrt{3N}\,\pi l^2\nu r}{2}-\frac{\sqrt{3N}\,\pi l^2 n r}{2}\right)^{\frac{1}{3}}\right]\mathrm{d}n+\bar{\mu}\,\mathrm{Q}\left(\frac{\nu r}{\sigma_n}\right). \tag{6.57}$$

A probabilidade de erro de símbolo é, portanto, dada por

$$\begin{aligned}P[erro] \approx{}& \frac{2\,\mathrm{Q}(l)\bar{\mu}}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_n\sigma_r^2}\int_0^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}r\exp\left(-\frac{n^2}{2\sigma_n^2}-\frac{r^2}{2\sigma_r^2}\right)\,\mathrm{Q}\left[\left(\frac{\sqrt{3N}\,\pi l^2\nu r}{2}-\frac{\sqrt{3N}\,\pi l^2 n r}{2}\right)^{\frac{1}{3}}\right]\mathrm{d}n\mathrm{d}r+\\&+\frac{\bar{\mu}}{\sigma_r^2}\int_0^{\infty}r\exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma_r^2}\right)\,\mathrm{Q}\left(\frac{r\nu}{\sigma_n}\right)\mathrm{d}r\end{aligned} \tag{6.58}$$

A equação (6.58) pode ser particularizada para a geometria da constelação, substituindo os valores de $\bar{\mu}$ e ν, conforme apresentados na Tabela 6.1. Assim, as probabilidades de erro para modulações M QAM quadradas, M QAM não quadradas em cruz e M QAM não quadradas sobreposta são dadas, respectivamente, por

$$\begin{aligned}P_Q[erro] \approx{}& \frac{8Q(l)(L-1)}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_n\sigma_r^2 L}\int_0^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}r\exp\left(-\frac{n^2}{2\sigma_n^2}-\frac{r^2}{2\sigma_r^2}\right)\,\mathrm{Q}\left[\left(3\pi l^2 r\sqrt{\frac{N\bar{E}}{8\,(L^2-1)}}-\frac{\sqrt{3N}\,\pi l^2 n r}{2}\right)^{\frac{1}{3}}\right]\mathrm{d}n\mathrm{d}r+\\&+\frac{4(L-1)}{\sigma_r^2 L}\int_0^{\infty}r\exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma_r^2}\right)\,\mathrm{Q}\left(\sqrt{\frac{3r^2\bar{E}}{2\,(L^2-1)\,\sigma_n^2}}\right)\mathrm{d}r,\end{aligned} \tag{6.59}$$

$$\begin{aligned}P_C[erro] \approx{}& \frac{Q(l)(8L-9)}{\sqrt{2\pi}\sigma_n\sigma_r^2 L}\int_0^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}r\exp\left(-\frac{n^2}{2\sigma_n^2}-\frac{r^2}{2\sigma_r^2}\right)\mathrm{Q}\left[\left(\pi l^2 r\sqrt{\frac{81N\bar{E}}{2\,(31L^2-36)}}-\frac{\sqrt{3N}\pi l^2 n r}{2}\right)^{\frac{1}{3}}\right]\mathrm{d}n\mathrm{d}r+\\&+\frac{8L-9}{2\sigma_r^2 L}\int_0^{\infty}r\exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma_r^2}\right)\,\mathrm{Q}\left(\sqrt{\frac{54r^2\bar{E}}{\sigma_n^2\,(31L^2-36)}}\right)\mathrm{d}r,\end{aligned} \tag{6.60}$$

$$\begin{aligned}P_S[erro] \approx{}& \frac{4Q(l)\left(2M-2\sqrt{2M}+1\right)}{\sqrt{2\pi}\sigma_n\sigma_r^2 M}\int_0^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}r\exp\left(-\frac{n^2}{2\sigma_n^2}-\frac{r^2}{2\sigma_r^2}\right)\mathrm{Q}\left[\left(\frac{3\pi l^2 r}{2}\sqrt{\frac{N\bar{E}}{2M-1}}-\frac{\sqrt{3N}\pi l^2 n r}{2}\right)^{\frac{1}{3}}\right]\mathrm{d}n\mathrm{d}r+\\&+\frac{4M-4\sqrt{2M}+2}{\sigma_r^2 M}\int_0^{\infty}r\exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma_r^2}\right)\,\mathrm{Q}\left(\sqrt{\frac{3r^2\bar{E}}{\sigma_n^2(2M-1)}}\right)\mathrm{d}r.\end{aligned} \tag{6.61}$$

As integrais apresentadas em (6.59), (6.60) e (6.61) não possuem soluções analíticas, mas podem ser resolvidas numericamente, empregando-se ferramentas matemáticas computacionais. As Figuras 6.14, 6.15 e 6.16 apresentam, respectivamente, o desempenho de sistemas OFDM com modulação 16 QAM, 32 QAM em cruz e 32 QAM sobreposta, no canal A definido no Capítulo 3, para um limiar de ceifamento, l, igual à 3. O desempenho simulado das diferentes técnicas de estimação de canal apresentadas no Capítulo 2 também são apresentados nestas mesmas figuras.

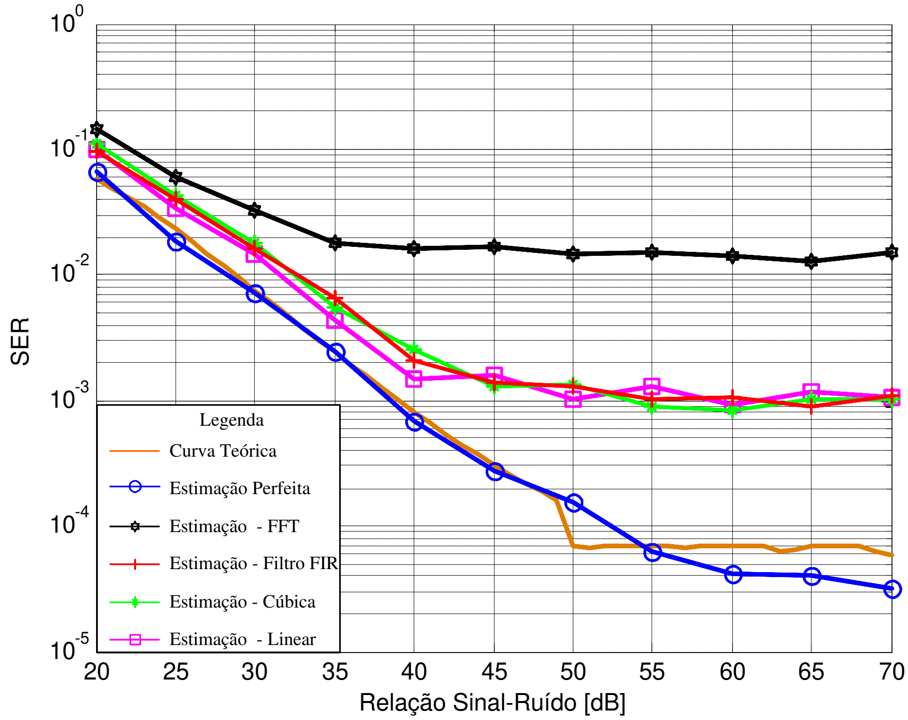


Figura 6.14: *Desempenho teórico e simulado de um sistema OFDM com modulação 16 QAM no canal A, na presença de ruído, com limiar de ceifamento normalizado igual à 3 e mobilidade* ($\sigma_r^2 = 1$).

As Figuras 6.14, 6.15 e 6.16 mostram que a técnica de interpolação por FFT apresenta, novamente, o pior desempenho. As demais técnicas de interpolação apresentam desempenho praticamente igual entre si. Também é possível observar que a curva teórica apresenta boa aderência aos resultados de simulação obtidos com estimação perfeita do canal. Nota-se que há uma pequena descontinuidade na curva teórica no ponto onde atinge-se o patamar de erro. Essa descontinuidade é causada pelo algoritmo de integração empregado e depende do passo de integração. Utilizando-se um passo de integração menor diminui-se essa descontinuidade, mas aumenta-se a variação da curva ao longo do patamar de erro.

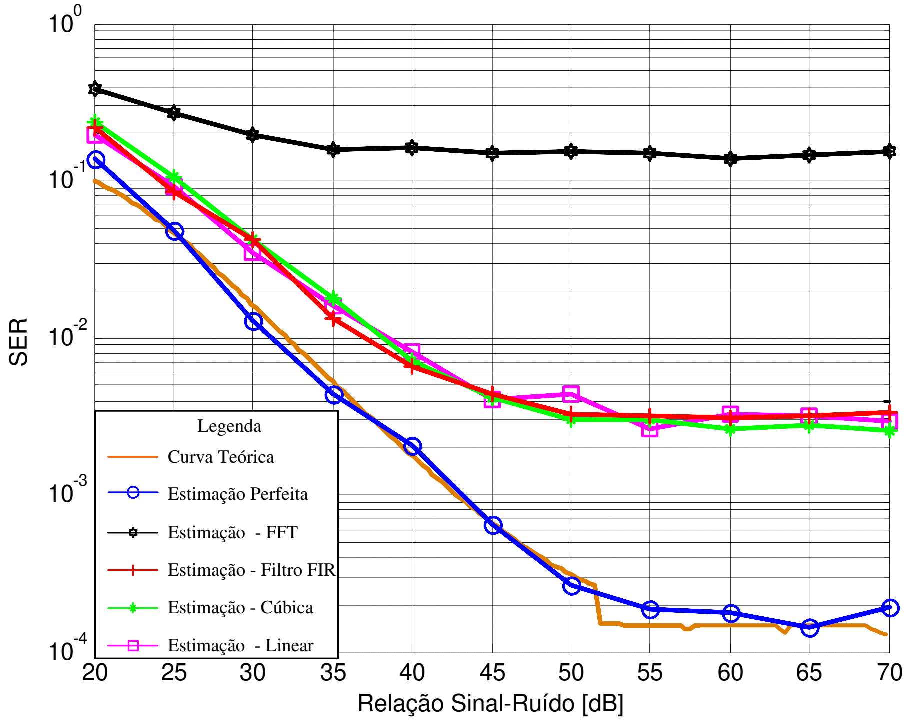


Figura 6.15: *Desempenho teórico e simulado de um sistema OFDM com modulação 32 QAM em cruz no canal A, na presença de ruído, com limiar de ceifamento normalizado igual à 3 e mobilidade* $(\sigma_r^2 = 1)$.

6.5 Desempenho de Sistemas OFDM com Diversidade em Canais Não Lineares Variantes no Tempo

A aplicação prática de diversidade em sistemas OFDM para radiodifusão de sinais digitais está se tornando comum. Por este motivo, a obtenção do desempenho das principais técnicas de diversidade na presença da mobilidade e do ceifamento do sinal é importante. Nesta seção serão apresentadas comparações entre as curvas de desempenho analíticas apresentadas em (6.59), (6.60) e (6.61) com resultados de simulação computacional.

Os esquemas de diversidade proporcionam diversas réplicas do sinal transmitido, que são recebidas por percursos distintos, resultando em um ganho de diversidade. No entanto, no caso de canais não lineares, estas réplicas que chegam ao receptor possuem distorções dentro da faixa de interesse, que comprometem o desempenho do sistema. Logo, é importante analisar o desempenho dos diferentes esquemas de diversidade em canais onde o ceifamento do sinal está presente. A primeira análise realizada compara o desempenho dos sistemas MRC-OFDM, STC-OFDM e SFC-OFDM com modulação 32 QAM em cruz e 64 QAM, assumindo-se estimação

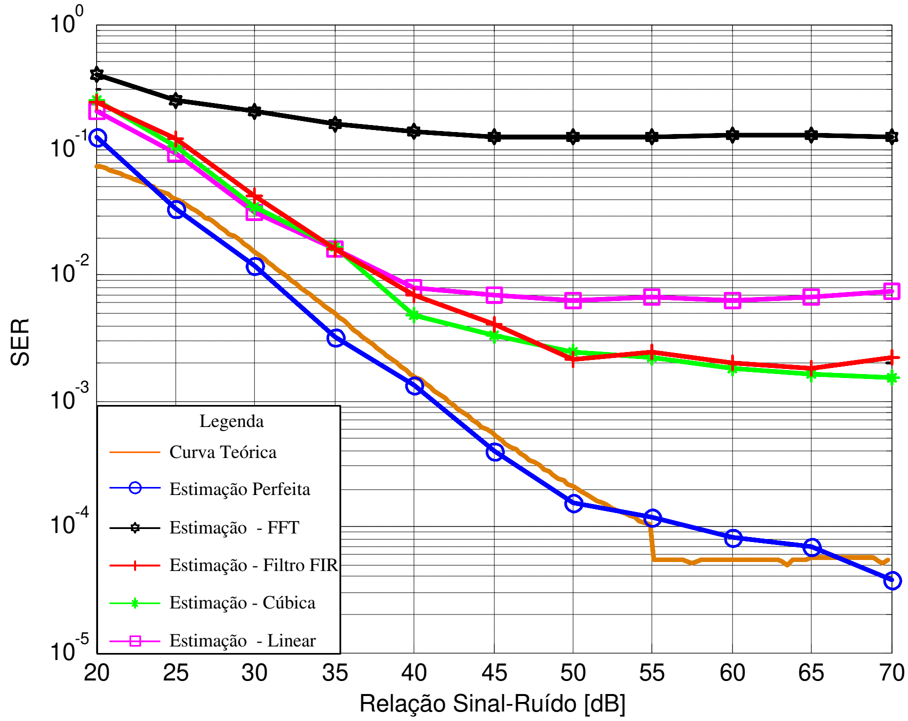


Figura 6.16: *Desempenho teórico e simulado de um sistema OFDM com modulação 32 QAM sobreposta no canal A, na presença de ruído, com limiar de ceifamento normalizado igual à 3 e mobilidade* ($\sigma_r^2 = 1$).

perfeita do canal. A Figura 6.17 compara o desempenho simulado com a curva teórica obtida para o caso sem diversidade. Os esquemas de diversidade apresentam um ganho com relação ao esquema sem diversidade para valores baixos de relação sinal-ruído média. No entanto, o patamar de erros observados nos esquemas de diversidade é praticamente o mesmo que o estimado por (6.59) e (6.60). Também é possível observar que o patamar de erro obtido com esquema MRC-OFDM foi menor do que nos demais esquemas, seguido pelo STC-OFDM e pelo SFC-OFDM. O MRC-OFDM apresenta melhor desempenho pelo fato do ceifamento atuar da mesma forma em todas as réplicas que chegam ao receptor, uma vez que apenas um sinal é irradiado pelo transmissor. Embora os canais sejam independentes, a ocorrência do ceifamento entre as versões que chegam ao receptor é 100% correlacionada. Isto significa que a soma das versões recebidas não contribui para a degradação por ICI, já que a relação sinal-ICI em cada versão é a mesma.

Já nos esquemas STC-OFDM e SFC-OFDM, os ceifamentos dos sinais transmitidos nas antenas 0 e 1 não ocorrem no mesmo instante de tempo. Isso significa que a ICI presente nas versões recebidas do sinal não é a mesma. De fato, a combinação dos sinais na recepção resulta

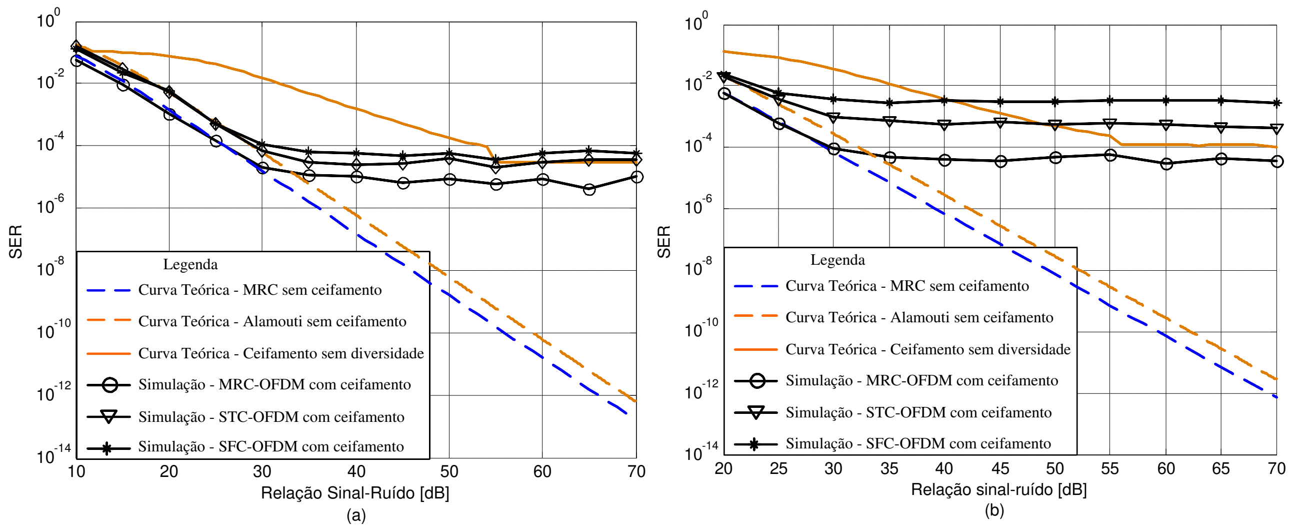


Figura 6.17: *Comparação de desempenho das técnicas MRC-OFDM, STC-OFDM e SFC-OFDM em canal seletivo em freqüência com ceifamento ($l = 3$) e mobilidade. (a) Modulação 32 QAM sobreposta e (b) Modulação 64 QAM.*

na soma das degradações sofridas pelos dois sinais transmitidos. No caso do SFC-OFDM, o ceifamento individual dos sinais causa, ainda, uma redução na correlação das partes da palavra-código, que é formada pelos símbolos transmitidos em duas sub-portadoras adjacentes. Essa degradação resulta em um desempenho pior do que o STC-OFDM.

Conclui-se que o uso de esquemas de diversidade em canais móveis não-lineares somente traz benefício para as situações em que a relação sinal-ruído média é baixa. Nos casos em que a relação sinal-ruído média é elevada, o desempenhos dos esquemas de diversidade é praticamente o mesmo que dos sistemas OFDM convencionais.

6.6 Controle de Potência de Pico de Sinais OFDM

O ceifamento do sinal OFDM corresponde a uma grande limitação de desempenho do sistema. Por esta razão, o controle da potência de pico do sinal OFDM gera grande interesse desde que esta técnica começou a ser usada em aplicações comerciais de larga escala. Uma maneira simples de evitar a ocorrência do ceifamento é utilizar um *back-off* no amplificador de potência, ou seja, projeta-se o amplificador para operar com uma potência b_{off} dB maior do que a potência média do sinal OFDM de entrada [38]. Obviamente, essa solução não é atraente, pois há uma grande ineficiência de energia do amplificador de potência, o que pode ser proibitivo, principalmente nos sistemas que exigem altas potências de transmissão.

Outra maneira de controlar a potência de pico do sinal OFDM é utilizar um sistema de pré-distorção. O princípio básico desta técnica é distorcer o sinal OFDM antes da transmissão, utilizando uma função de transferência inversa a do amplificador, tal como mostra a Figura 6.18 [39] [40]. A Figura 6.19 mostra o diagrama em blocos de um sistema OFDM empregando pré-distorção.

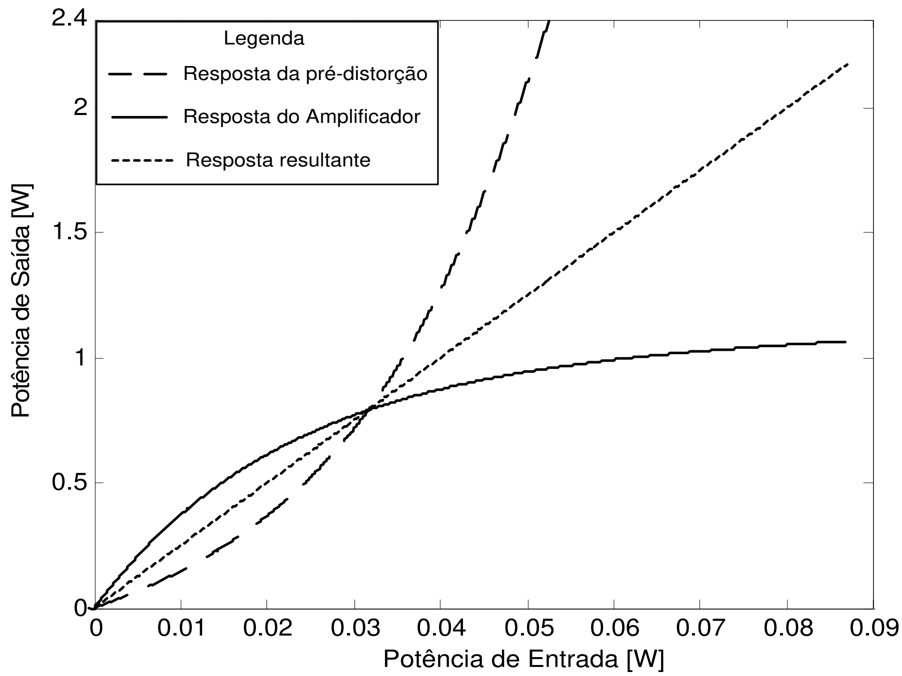


Figura 6.18: *Princípio de funcionamento da técnica de pré-disotrção.*

Nesta técnica, uma amostra do sinal amplificado é realimentada para o sistema de processamento, que emprega um algoritmo de atualização para determinar a função de transferência do amplificador e, conseqüentemente, calcular a sua função inversa. A desvantagem desta abordagem é a complexidade do sistema de pré-distorção. No entanto, como esta técnica não exige nenhum tipo de processamento no receptor, ela se mostra atrativa para os padrões de comunicação digital que já utilizam o OFDM e que não podem desprezar o legado existente, como de por exemplo, televisores e receptores já em operação.

Ainda na linha de pré-distorção do sinal OFDM, existem algumas abordagens que empregam o uso de compressores no transmissor e expansores no receptor [41] [42]. O princípio desta técnica é o mesmo empregado nos sistemas de comunicação de voz digital que utilizam a lei-a ou a lei-μ do PCM (*Pulse Code Modulation*) para telefonia, ou seja, emprega-se no transmissor

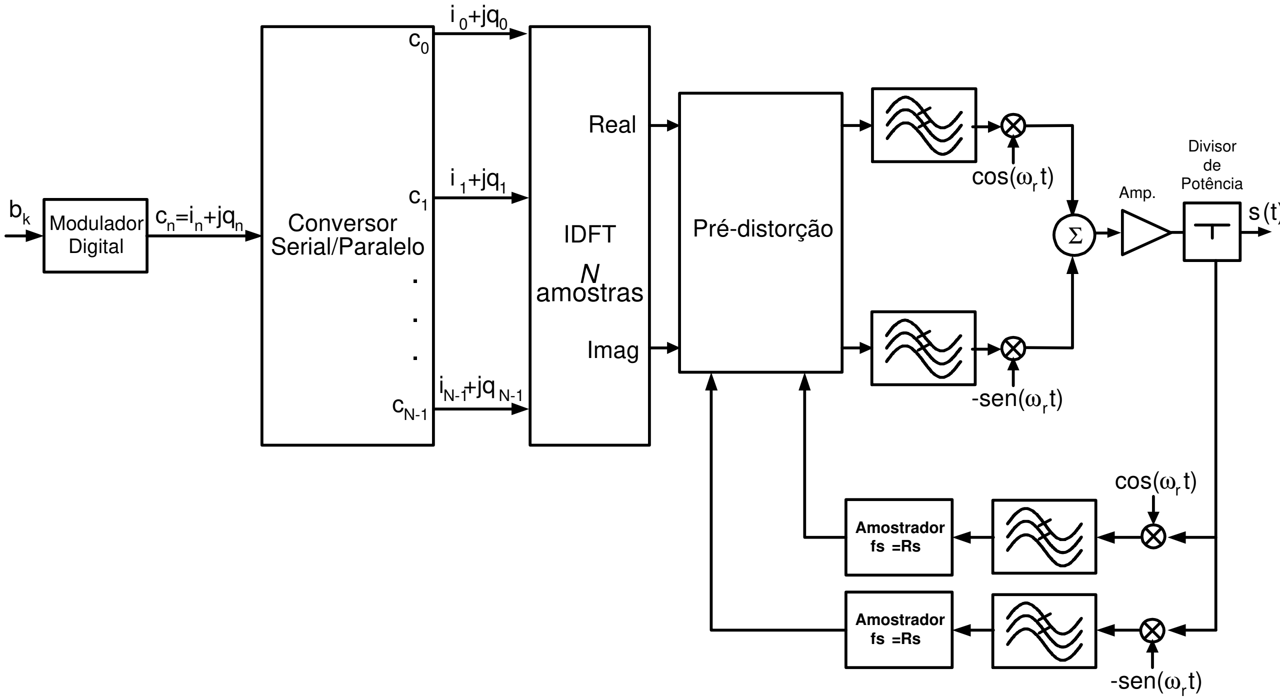


Figura 6.19: *Diagrama em blocos de um sistema OFDM com pré-distorção.*

uma função de transferência que resulta na compressão dos picos de amplitude do sinal OFDM antes da amplificação. Deste modo, o sinal comprimido não sofre as distorções não lineares do amplificador de potência. Na recepção, o sinal passa por uma função de transferência inversa àquela empregada no transmissor, causando a expansão do sinal. A Figura 6.20 apresenta o diagrama em blocos de um sistema que emprega esta técnica.

As abordagens para controle da PAPR em sinais OFDM que mais vêm sendo estudadas consistem em codificar a informação a ser transmitida com o objetivo de evitar a ocorrência de picos no sinal OFDM. A abordagem do Mapeamento Seletivo (SLM - *Selective Mapping*) [43] [44] consiste em multiplicar o vetor de dados $\vec{c}$ por várias seqüências pseudo-aleatórias (PN - *Pseudo Noise*) distintas, gerando assim diferentes versões do sinal OFDM. Após a IFFT, um seletor escolhe a versão que apresenta a menor PAPR para ser transmitida. O seletor insere a informação sobre qual foi a seqüência PN utilizada, empregando algumas sub-portadoras de sinalização pré-definidas para este fim. A Figura 6.21 apresenta o diagrama em blocos do sistema SLM-OFDM.

O uso de códigos corretores de erros desenvolvidos especialmente para evitar a ocorrência de picos de amplitude do sinal OFDM consiste em outra solução interessante para evitar as não-linearidades do amplificador. Existem diversas abordagens seguindo esta linha [45], [46],

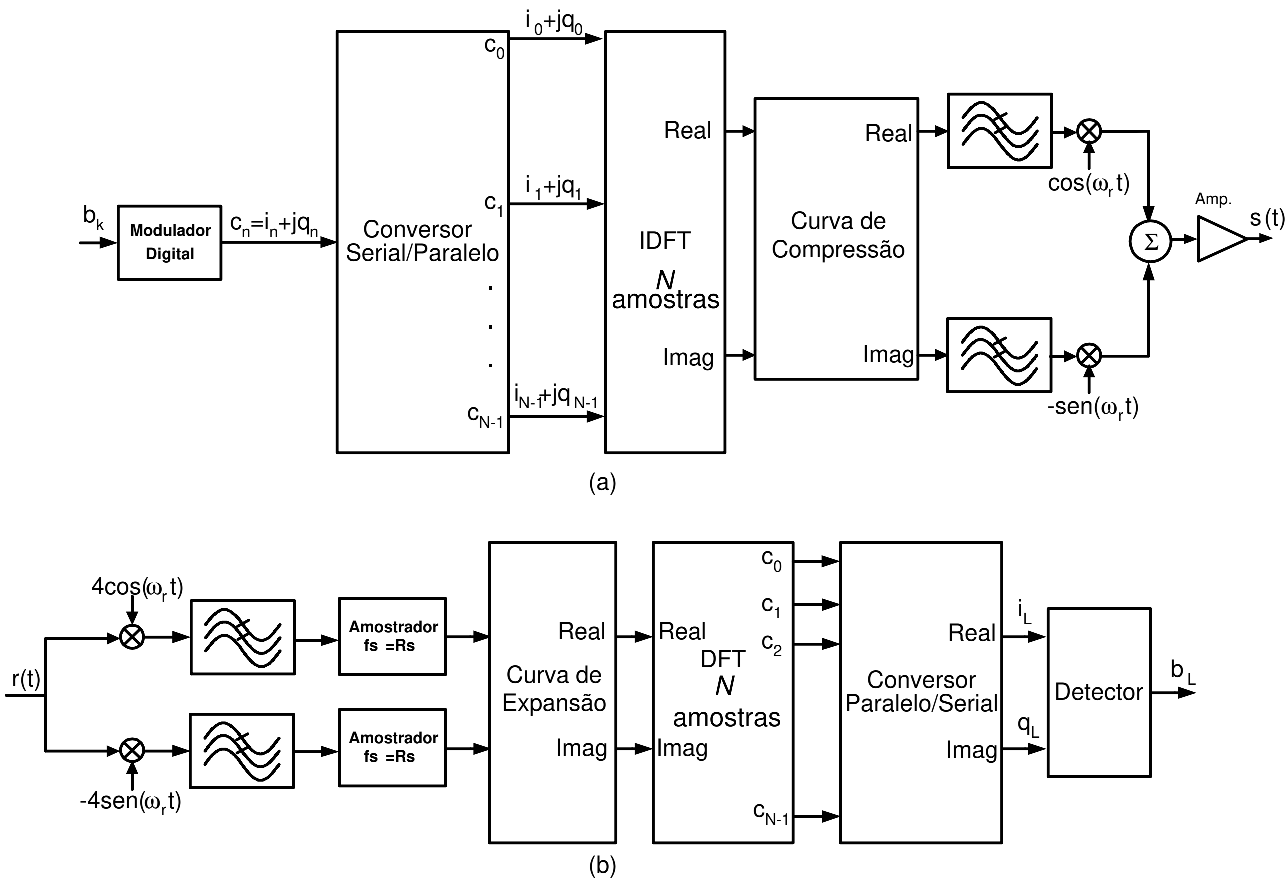


Figura 6.20: *Diagrama em blocos de um sistema OFDM empregando controle de PAPR através da compressão e expansão. (a) Diagrama do transmissor. (b) Diagrama do receptor.*

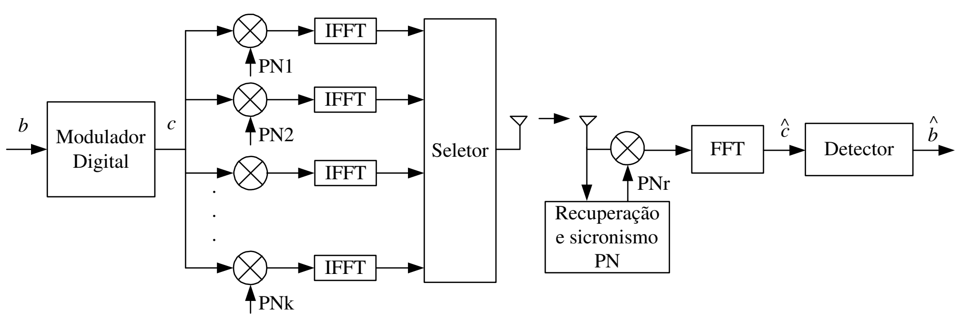


Figura 6.21: *Diagrama em blocos de do sistema SLM-OFDM.*

[47] e [48]. Dentre essas diferentes técnicas, a que a utiliza a transformada de Walsh-Hadamard para a redução da PAPR parece ser a mais interessante devido a sua simplicidade de imple-

mentação e fácil integração com os diferentes esquemas OFDM. Por este motivo, esta técnica será apresentada com maiores detalhes a seguir.

6.6.1 Controle de PAPR empregando a Transformada de Walsh-Hadamard

A transformada discreta de Walsh-Hadamard [49] consiste em multiplicar um vetor de entrada com $2m$ elementos por uma matriz quadrada de dimensão $2m$, dada por

$$\Omega_{2m} = \begin{bmatrix} \Omega_m & \Omega_m \\ \Omega_m & -\Omega_m \end{bmatrix}. \tag{6.62}$$

Portanto, a matriz de Walsh-Hadamard de ordem $2m$ é obtida através da concatenação sucessiva das matrizes de Walsh-Hadamard de ordem inferiores, sendo a matriz fundamental dada por

$$\Omega_1 = [1]. \tag{6.63}$$

A Equação (6.64) apresenta as matrizes de Walsh Hadamard de ordem 2, 4 e 8, sucessivamente.

$$\begin{aligned}
\Omega_2 &= \frac{1}{\sqrt{N}} \begin{bmatrix} +1 & +1 \\ +1 & -1 \end{bmatrix} \\
\Omega_4 &= \frac{1}{\sqrt{N}} \begin{bmatrix} +1 & +1 & +1 & +1 \\ +1 & -1 & +1 & -1 \\ +1 & +1 & -1 & -1 \\ +1 & -1 & -1 & +1 \end{bmatrix} \\
\Omega_8 &= \frac{1}{\sqrt{N}} \begin{bmatrix} +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 \\ +1 & -1 & +1 & -1 & +1 & -1 & +1 & -1 \\ +1 & +1 & -1 & -1 & +1 & +1 & -1 & -1 \\ +1 & -1 & -1 & +1 & +1 & -1 & -1 & +1 \\ +1 & +1 & +1 & +1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ +1 & -1 & +1 & -1 & -1 & +1 & -1 & +1 \\ +1 & +1 & -1 & -1 & -1 & -1 & +1 & +1 \\ +1 & -1 & -1 & +1 & -1 & +1 & +1 & -1 \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{6.64}$$

A transformada de Walsh-Hadamard pode ser empregada em conjunto com a técnica OFDM [50], tal como mostra a Figura 6.22.

Os dados a serem transmitidos são agrupados em um vetor com N elementos. Esse vetor

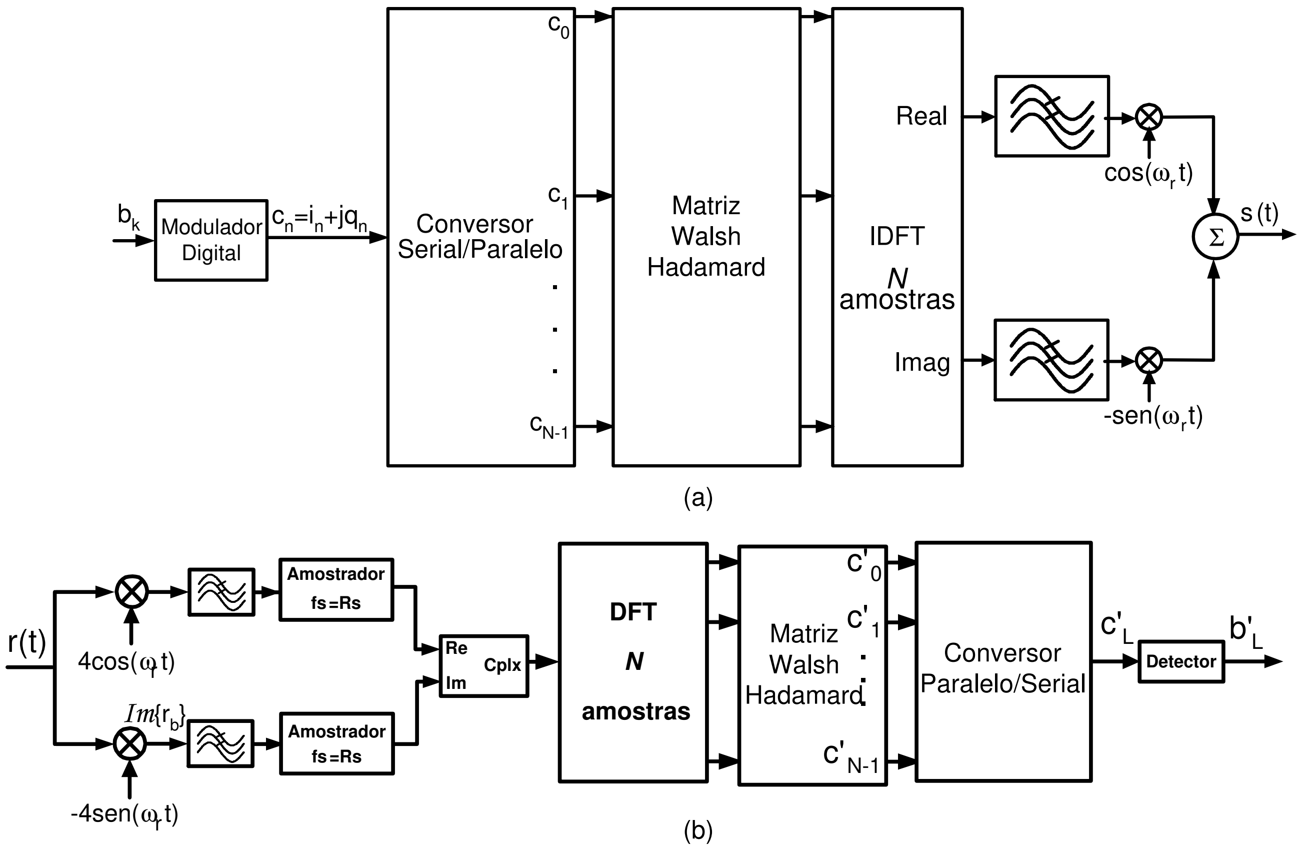


Figura 6.22: *Diagrama em blocos de um sistema OFDM empregando controle de PAPR através da transformada de Walsh-Hadamard. (a) Diagrama do transmissor. (b) Diagrama do receptor.*

multiplica a matriz de Walsh-Hadamard, Ω_N, resultando em um vetor cujos os elementos são combinações lineares dos N símbolos desejados. Por exemplo, para $N = 4$, tem-se

$$\begin{aligned}\vec{c}_\Omega = \vec{c}\,\Omega_N &= [c_0 \quad c_1 \quad c_2 \quad c_3]\frac{1}{\sqrt{4}}\begin{bmatrix} +1 & +1 & +1 & +1 \\ +1 & -1 & +1 & -1 \\ +1 & +1 & -1 & -1 \\ +1 & -1 & -1 & +1 \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{\sqrt{4}}[c_0+c_1+c_2+c_3 \qquad c_0-c_1+c_2-c_3 \qquad c_0+c_1-c_2-c_3 \qquad c_0-c_1-c_2+c_3]\end{aligned} \tag{6.65}$$

Os picos que aparecem no símbolo OFDM convencional ocorrem quando os símbolos seriais, c_i, resultam na soma em fase de diversas sub-portadoras. Aplicando-se a transformada de Walsh-Hadamard, as componentes transmitidas em cada sub-portadora consiste em uma soma ponderada pelo fatores +1 ou -1. Logo, como os símbolos c_i são variáveis aleatórias indenpendente e identicamente distribuídas (i.i.d.) com distribuição uniforme, a probabilidade de ocorrência dos picos de amplitude é reduzida, pois a amplitude da soma em fase das sub-portadoras também é reduzida. A Figura 6.23 mostra a função densidade de probabilidade da PAPR para os símbolos OFDM obtidos da forma convencional e com os símbolos OFDM obtidos através da transformada de Walsh-Hadamard. Considerou-se, neste caso, 128 sub-portadoras para cada símbolo OFDM.

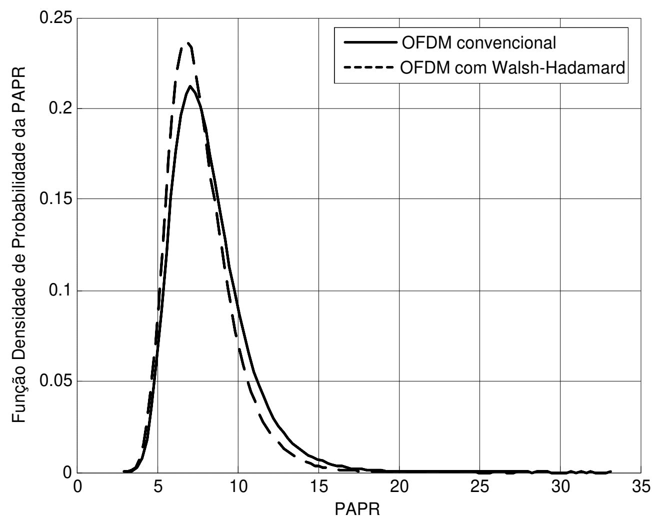


Figura 6.23: *Função densidade de probabilidade da PAPR.*

A recepção do sinal espalhado pela matriz de Walsh-Hadamard pode ser feita através da multiplicação do sinal na saída da FFT pela mesma matriz utilizada para o espalhamento na transmissão. Assim, assumindo um canal plano e sem ruído, tem-se

$$\hat{c} = \overrightarrow{c}_{\Omega}\,\Omega_N. \tag{6.66}$$

Considere o exemplo com $N = 4$. Logo,

$$\begin{aligned}\hat{c} &= \frac{1}{4}[c_0+c_1+c_2+c_3 \quad c_0-c_1+c_2-c_3 \quad c_0+c_1-c_2-c_3 \quad c_0-c_1-c_2+c_3]\begin{bmatrix} +1 & +1 & +1 & +1 \\ +1 & -1 & +1 & -1 \\ +1 & +1 & -1 & -1 \\ +1 & -1 & -1 & +1 \end{bmatrix} \\ &= [c_0 \quad c_1 \quad c_2 \quad c_3].\end{aligned} \tag{6.67}$$

No caso de um canal seletivo em freqüência, é necessário equalizar o sinal na saída da FFT, uma vez que

$$\overrightarrow{\hat{c}}_{\Omega} = \frac{1}{\sqrt{4}}[(c_0+c_1+c_2+c_3)H_0 \quad (c_0-c_1+c_2-c_3)H_1 \quad (c_0+c_1-c_2-c_3)H_2 \quad (c_0-c_1-c_2+c_3)H_3], \tag{6.68}$$

onde H_k é a resposta do canal na freqüência da k-ésima sub-portadora. Note que o uso da transformada de Walsh-Hadamard pode resultar em um melhor desempenho do sistema em canais seletivos em freqüência, uma vez que quando a seletividade do canal causa uma forte atenuação em uma dada portadora, nenhum símbolo é severamente afetado, mas todos os símbolos sofrem uma pequena distorção. A equalização pode ser realizada multiplicando-se o sinal na saída da FFT pela matriz de equalização, ou seja,

$$\overrightarrow{c}_{eq} = \overrightarrow{\hat{c}}_{\Omega} E_M\,, \tag{6.69}$$

onde

$$E_M = \begin{bmatrix} \frac{H_0^*}{|H_0|^2} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \frac{H_1^*}{|H_1|^2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{H_{N-1}^*}{|H_{N-1}|^2} \end{bmatrix}. \tag{6.70}$$

Embora com o uso da transformada de Walsh-Hadamard seja possível utilizar símbolos pilotos para estimar a resposta em freqüência do canal, não é mais possível utilizar as portadoras pilotos da forma convencional para esse mesmo fim. Existem propostas para empregar as portadoras piloto para estimar a resposta em freqüência do canal em sistemas OFDM que utilizam a transformada de Walsh-Hadamard [51] [52], mas não é objetivo deste trabalho explorar essas técnicas. Nas simulações realizadas nesta seção, assume-se que o receptor tem conhecimento da resposta em freqüência do canal.

A Figura 6.24 mostra o desempenho de um sistema OFDM que emprega a transformada de Walsh-Hadamard e modulação 16 QAM em canal seletivo e ruidoso. O limiar de ceifamento do amplificador é três vezes maior do que o desvio padrão do símbolo OFDM convencional que emprega a mesma modulação. A Figura 6.25 apresenta o desempenho de um sistema OFDM sob as mesmas condições, mas considerando a modulação 32 QAM em cruz.

Observando-se os resultados apresentados nas Figuras 6.24 e 6.25 é possível concluir que o uso da transformada de Walsh-Hadamard resulta em uma redução do patamar de erro causado pelo ceifamento, quando comparado com as previsões teóricas obtidas para o sistema OFDM convencional.

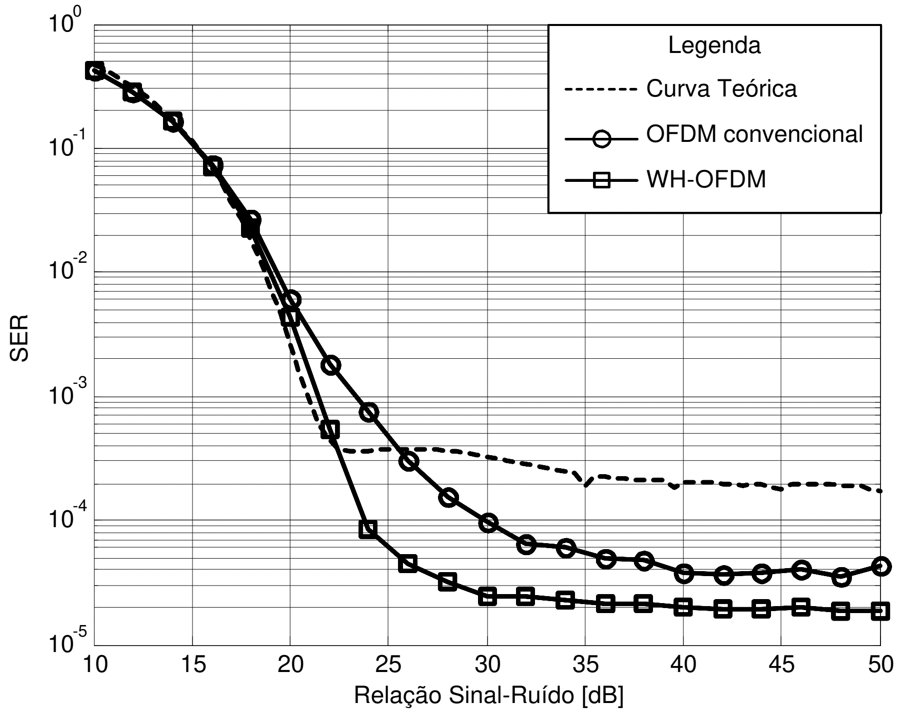


Figura 6.24: *Comparação de desempenho entre as técnicas WH-OFDM e OFDM convencional, ambas com modulação 16 QAM em canal seletivo em freqüência com limiar de ceifamento normalizado l=3.*

Já as Figuras 6.26 e 6.27 realizam a mesma comparação apresentada nas Figuras 6.24 e 6.25, porém considerando a mobilidade do canal. Ambas as figuras mostram que o uso da transformada de Walsh-Hadamard também resulta em uma redução do patamar de erro de símbolo nos casos onde o canal é variante no tempo.

A transformada de Walsh-Hadamard também pode ser empregada em conjunto com os esquemas de diversidade apresentados no Capítulo 5. A Figura 6.28 mostra essa integração com o esquema MRC-OFDM [53].

Os símbolos na saída do modulador são o espalhados através da multiplicação pela matriz de Walsh-Hadamard. O resultado deste espalhamento é aplicado a IFFT de N amostras, resultando em um símbolo OFDM com menor PAPR. Na recepção, cada braço do receptor processa os sinais de maneira independente. Estas réplicas distintas são combinadas através de (5.3), reescrita a seguir por conveniência, mas negligenciando a presença do ruído.

$$\hat{s} = \left(r_0^2 + r_1^2 + \cdots + r_{J-1}^2\right) s. \tag{6.71}$$

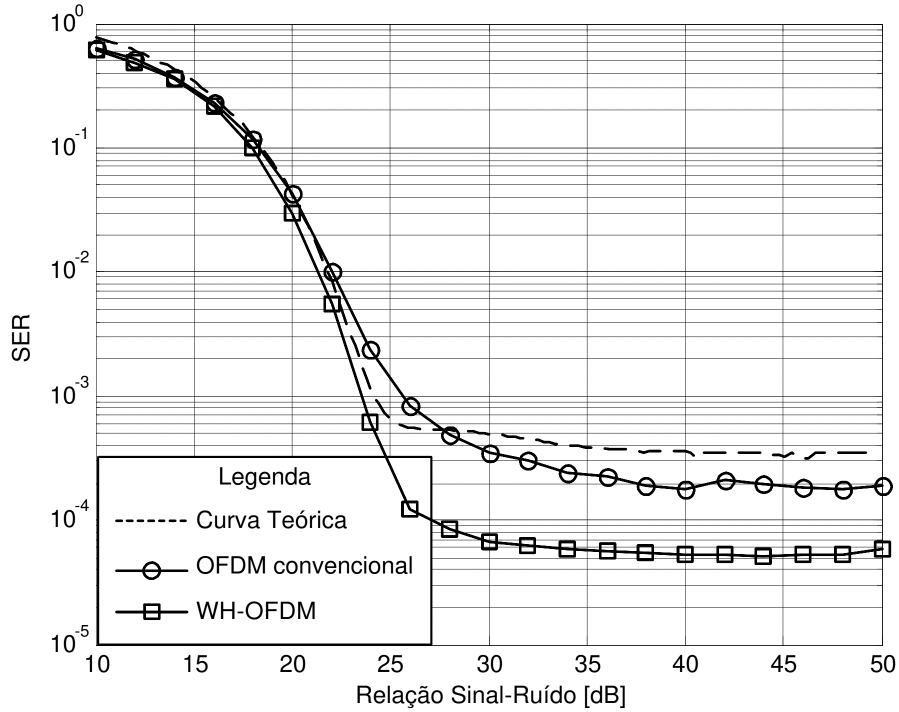


Figura 6.25: *Comparação de desempenho entre as técnicas WH-OFDM e OFDM convencional, ambas com modulação 32 QAM em cruz em canal seletivo em freqüência com limiar de ceifamento normalizado l=3.*

Note que neste caso o sinal s consiste na transformada de Walsh-Hadamard dos símbolos desejados. Portanto, para recuperar a informação transmitida é necessário multiplicar o sinal na saída do combinador pela matriz de Walsh-Hadamard, ou seja,

$$\hat{c} = \hat{s}\,\Omega_N = \left[\left(r_0^2 + r_1^2 + \cdots + r_{J-1}^2\right) c\,\Omega_N\right]\Omega_N \tag{6.72}$$

Como

$$\Omega_N\,\Omega_N = I_D, \tag{6.73}$$

então pode-se escrever que

$$\hat{c} = \left(r_0^2 + r_1^2 + \cdots + r_{J-1}^2\right) c, \tag{6.74}$$

o que mostra que a transformada de Walsh-Hadamard não interfere no ganho de diversidade obtido com o esquema MRC. No entanto, na presença do ceifamento, o uso da transformada de Walsh-Hadamard resulta em uma redução do patamar de erro de símbolo. A Figura 6.29 comprova essa afirmação através da comparação de desempenho do esquema MRC-OFDM

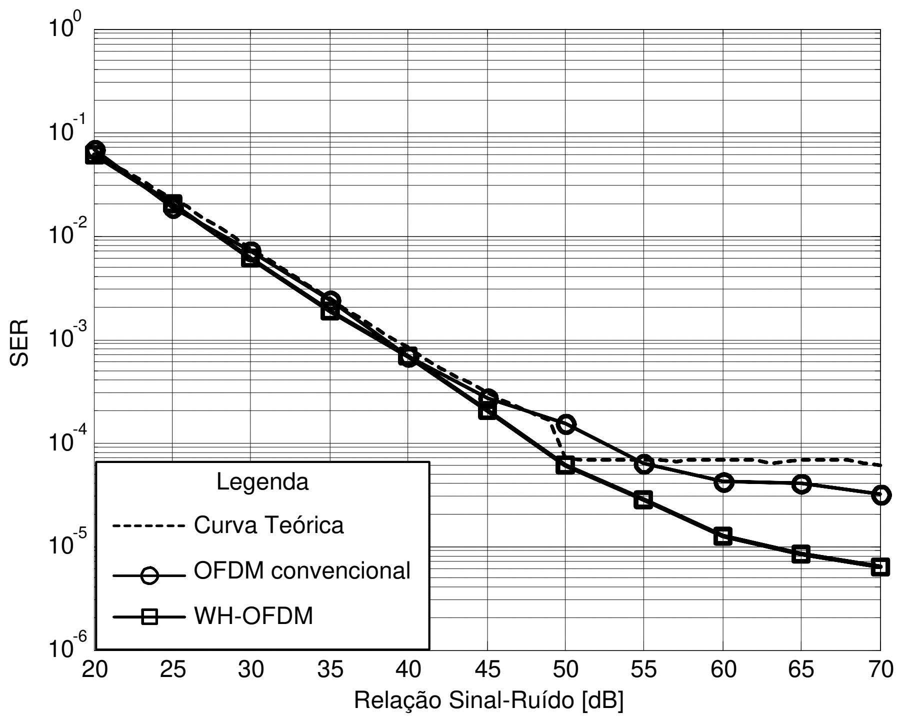


Figura 6.26: *Desempenho do sistema WH-OFDM com modulação 16 QAM em canal seletivo em freqüência e variante no tempo, com l=3.*

convencional com o esquema WH-MRC-OFDM (Walsh-Hadamard MRC-OFDM).

Observando a Figura 6.29, é possível concluir que o uso da transformada de Walsh-Hadamard em conjunto com o esquema de diversidade de recepção apresenta uma redução no patamar de erro de símbolo de aproximadamente 50 vezes, ao passo que ganho do esquema WH-OFDM sobre o OFDM convencional é de aproximadamente 5 vezes. Assim, o uso em conjunto da transformada de Walsh-Hadamard e da diversidade de recepção resulta em um ganho considerável de desempenho em canais não-lineares, seletivos em freqüência e variantes no tempo.

Os esquemas STC-OFDM e SFC-OFDM também podem ser integrados com a transformada de Walsh-Hadamard [54] [55]. Nestes casos, os símbolos de informação a serem transmitidos são multiplicados pela matriz de espalhamento antes de serem entregues ao codificador espaço-temporal ou espaço-freqüência, tal como ilustrado na Figura 6.30.

Neste cenário, a codificação espaço-tempo ou espaço-freqüência é realizada sobre o sinal espalhado pela transformada de Walsh-Hadamard. Logo, no caso do WH-STC-OFDM, o sinal

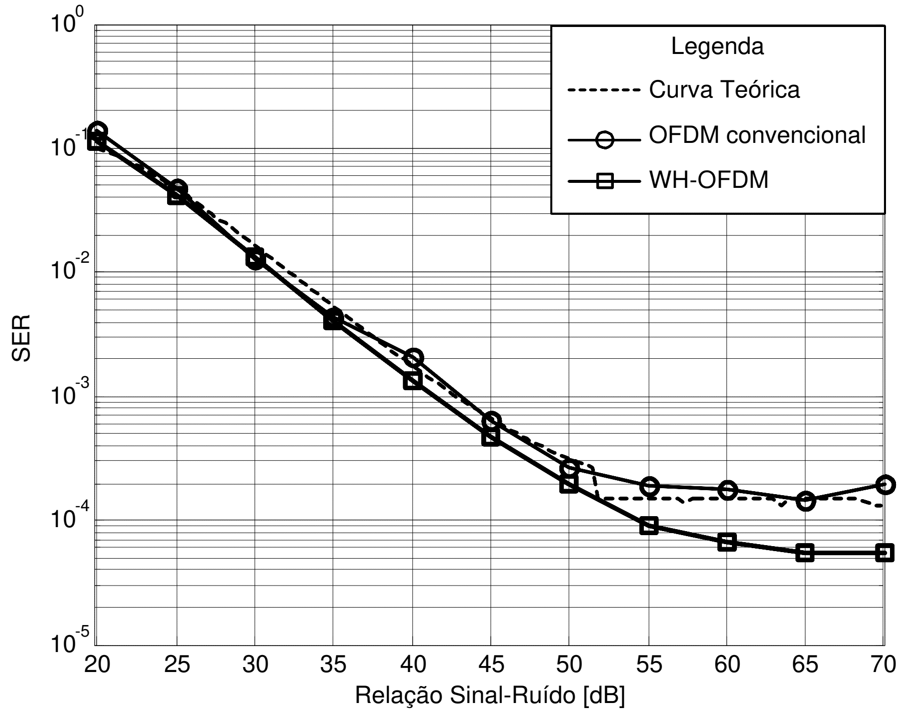


Figura 6.27: *Desempenho do sistema WH-OFDM com modulação 32 QAM em cruz em canal seletivo em freqüência e variante no tempo, com l=3.*

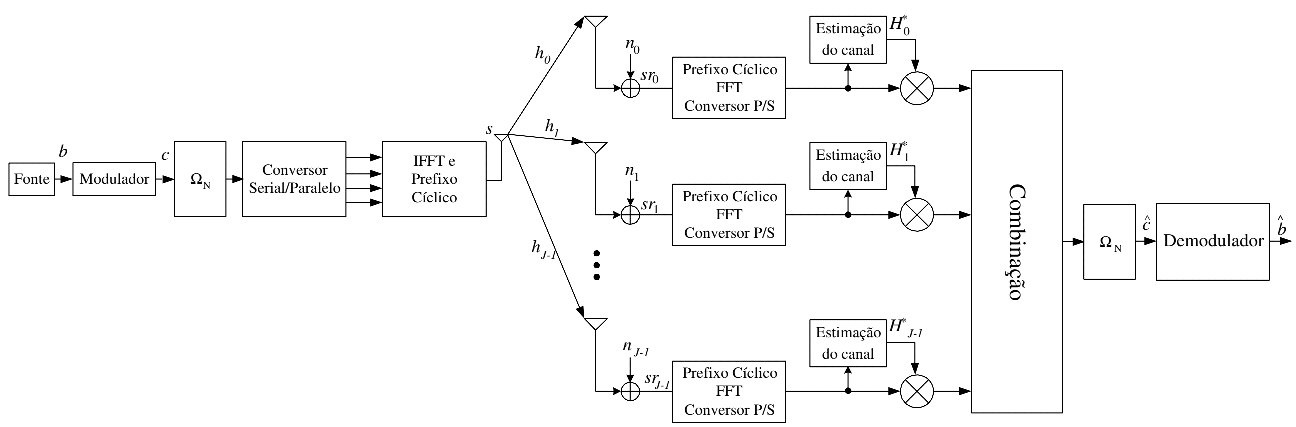


Figura 6.28: *Diagrama em blocos de um sistema MRC-OFDM com duas antenas de recepção, empregando controle de PAPR através da transformada de Walsh-Hadamard.*

transmitido no instante iT nas antenas 0 e 1 são, respectivamente,

$$
\begin{aligned}
s_{0,i} &= \mathrm{IFFT}\left[(\overrightarrow{c_i}\Omega_N)\right] \\
s_{1,i} &= \mathrm{IFFT}\left[-\left(\overrightarrow{c_{i+1}}\Omega_N\right)^*\right] = \mathrm{IFFT}\left[-\overrightarrow{c_{i+1}^*}\Omega_N\right],
\end{aligned}
\tag{6.75}
$$

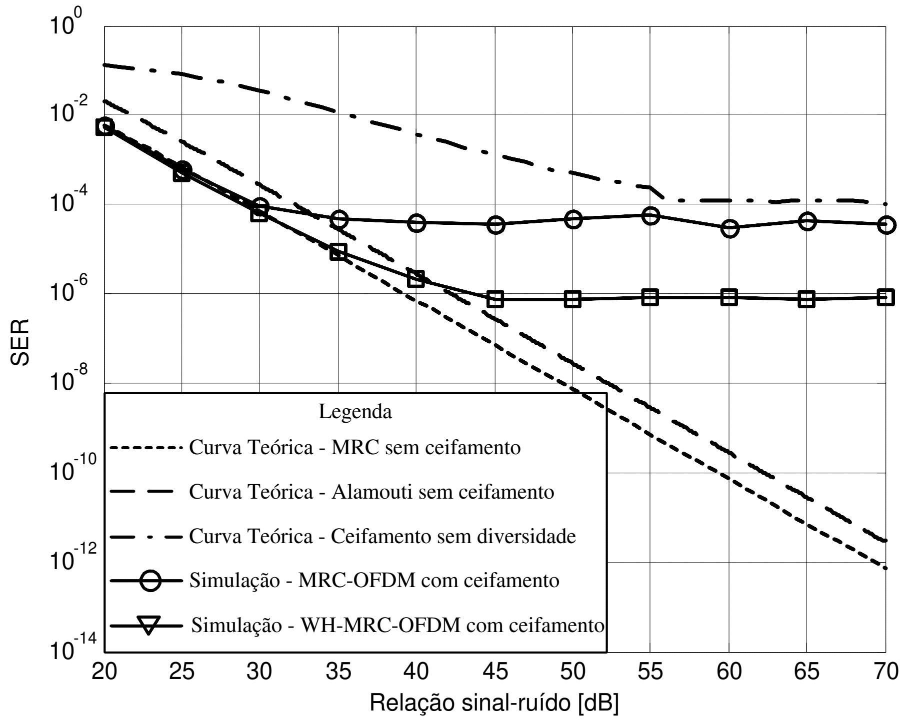


Figura 6.29: *Comparação de desempenho entre os esquemas 64 QAM MRC-OFDM convencional e 64 QAM MRC-OFDM empregando a transformada de Walsh-Hadamard, considerando canal seletivo em freqüência, variante no tempo e com limiar de ceifamento l=3.*

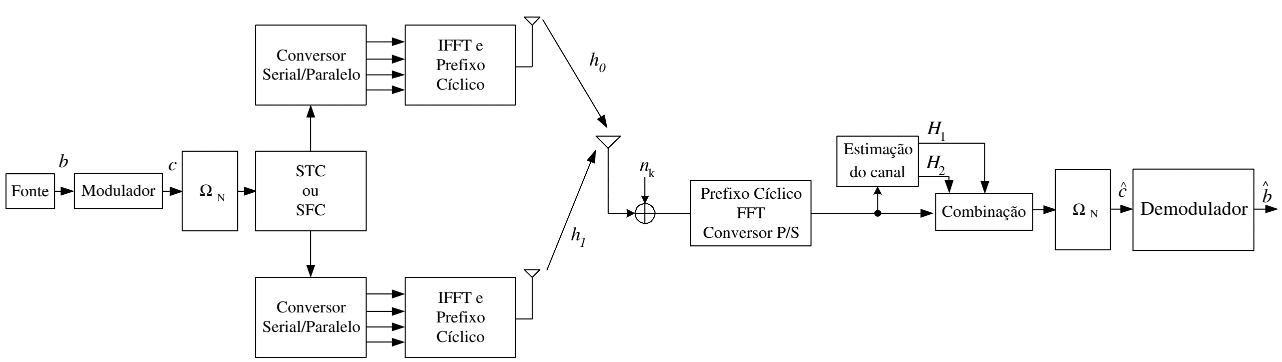


Figura 6.30: *Diagrama em blocos de um sistema WH-STC-OFDM ou WH-SFC-OFDM.*

onde $\overrightarrow{c_k}$ é o vetor com N símbolos da constelação que forma o k-ésimo símbolo OFDM. Já os sinais transmitidos no instante $(i+1)T$ são dados por

$$\begin{aligned} s_{0,i+1} &= \text{IFFT}\left[(\overrightarrow{c}_{i+1}\Omega_N)\right] \\ s_{1,i+1} &= \text{IFFT}\left[(\overrightarrow{c}_i\Omega_N)^*\right] = \text{IFFT}\left[\overrightarrow{c_i^*}\Omega_N\right]. \end{aligned} \tag{6.76}$$

Desconsiderando-se a ação do ruído, os sinais recebidos nos instantes iT e $(i+1)T$ após a FFT são, respectivamente, expressos por

$$\begin{aligned} r_i &= H_0\overrightarrow{c_i}\Omega_N - H_1\overrightarrow{c}^*_{i+1}\Omega_N \\ r_{i+1} &= H_0\overrightarrow{c}_{i+1}\Omega_N + H_1\overrightarrow{c_i^*}\Omega_N \end{aligned} \tag{6.77}$$

Assumindo-se que o receptor seja capaz de estimar corretamente a resposta em freqüência do canal, então pode-se utilizar (5.31) para obter o sinal o sinal espalhado $\overrightarrow{\hat{c}}_{i,\Omega}$. Assim,

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\hat{c}}_{i,\Omega} &= H_0^* r_i + H_1 r_{i+1}^* \\ &= H_0^*\left[H_0\overrightarrow{c}_i\Omega_N - H_1\overrightarrow{c}^*_{i+1}\Omega_N\right] + H_1\left[H_0\overrightarrow{c}_{i+1}\Omega_N + H_1\overrightarrow{c}^*_i\Omega_N\right]^* \\ &= \left(|H_0|^2+|H_1|^2\right)\overrightarrow{c}_i\Omega_N. \end{aligned} \tag{6.78}$$

Utilizando (5.32) é possível combinar os sinais recebidos para obter o sinal espalhado $\overrightarrow{\hat{c}}_{i+1,\Omega}$. Assim, tem-se

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\hat{c}}_{i+1,\Omega} &= H_0^* r_{i+1} - H_1 r_i^* \\ &= H_0^*\left[H_0\overrightarrow{c}_{i+1}\Omega_N + H_1\overrightarrow{c}^*_i\Omega_N\right] - H_1\left[H_0\overrightarrow{c_{i+1}}\Omega_N + H_1\overrightarrow{c}^*_i\Omega_N\right]^* \\ &= \left(|H_0|^2+|H_1|^2\right)\overrightarrow{c}_{i+1}\Omega_N. \end{aligned} \tag{6.79}$$

Para obter os símbolos $\overrightarrow{\hat{c}}_i$ e $\overrightarrow{\hat{c}}_{i+1}$ com o ganho de diversidade desejado, basta multiplicar os resultados apresentados em (6.78) e (6.78) pela matriz de Walsh-Hadamard. O procedimento para demonstrar que o SFC-OFDM pode ser combinado com a transformada de Walsh-Hadamard é análogo ao apresentado acima. A Figura 6.31 compara o desempenho dos esquemas WH-STC-OFDM e WH-SFC-OFDM com os respectivos esquemas sem diversidade.

Observando as Figuras 6.31 (a) e (b) pode-se perceber que, tal como no esquema WH-MRC-OFDM, a transformada de Walsh-Hadamard, quando associada aos esquemas de diversidade de transmissão, fornece um maior ganho de desempenho do que o uso apenas do esquema de diversidade. Outro ponto relevante é o fato do esquema WH-SFC-OFDM apresentar o mesmo patamar de erro de símbolo que o esquema WH-STC-OFDM. Isso significa que a redução da PAPR pelo uso da transformada de Walsh-Hadamard faz com que o nível de ICI no esquema

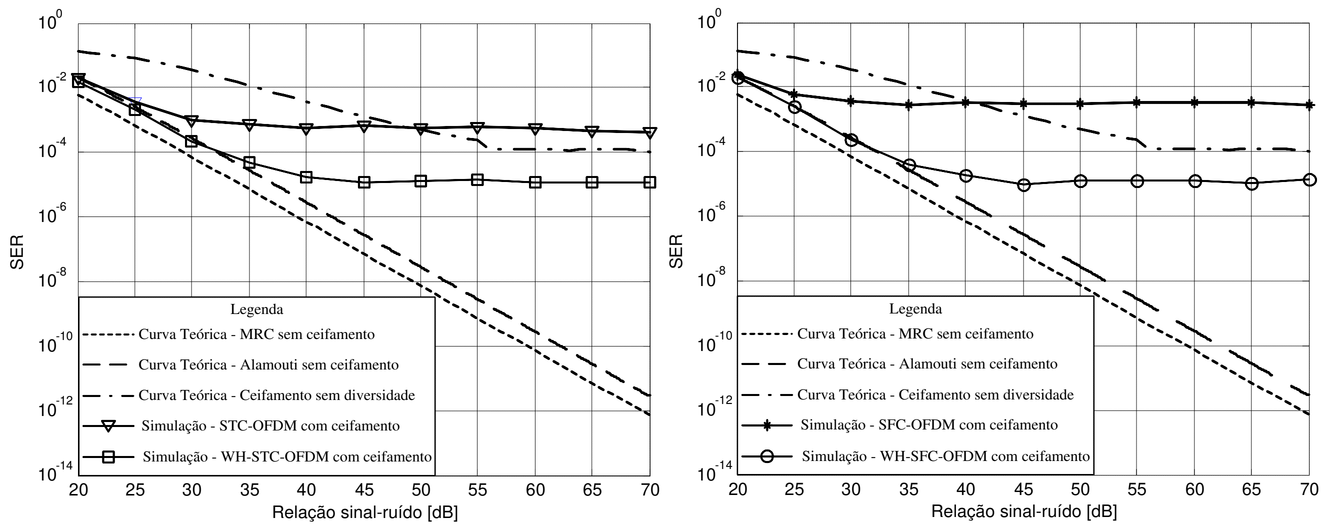


Figura 6.31: *Desempenho dos esquemas de diversidade de transmissão combinados com a transformada de Walsh-Hadamard, ambos empregando a modulação 64 QAM em canal seletivo em freqüência não linear com $l = 3$. (a) Comparação de desempenho entre os esquemas STC-OFDM e WH-STC-OFDM. (b) Comparação de desempenho entre os esquemas SFC-OFDM e WH-SFC-OFDM.*

WH-SFC-OFDM seja praticamente igual à ICI do esquema WH-STC-OFDM.

6.7 Conclusão

A ação dos amplificadores de potência no desempenho de sistemas de radiodifusão digital que empregam a técnica OFDM não pode ser desprezada. Este capítulo apresentou uma aproximação para a estimativa da probabilidade de erro de símbolo, considerando diferentes cenários. As curvas teóricas foram comparadas com os resultados obtidos em simulação computacional para corroboração dos resultados.

A análise de desempenho desenvolvida neste capítulo teve como ponto de partida os resultados apresentados em [33], onde os autores trabalham com um modelo para estimar a probabilidade de erro de símbolo para esquemas OFDM que empregam modulações M QAM quadradas. No entanto, este modelo é pessimista, pois considera que a ocorrência do ceifamento em um símbolo OFDM resulta em erros em todas as portadoras.

Na análise aqui apresentada, esse modelo foi retrabalhado e, como resultado, obteve-se um novo modelo mais realista, que não mais representa um limitante superior para a probabilidade de erro de símbolo, mas apresenta uma maior aderência com os resultados obtidos em simulação computacional. O modelo também foi generalizado para as modulações M QAM não quadradas. Além disso, este trabalho apresenta uma análise sobre o desempenho do esquema OFDM considerando o ceifamento no sistema de transmissão e a mobilidade do receptor. Em [33], os autores não consideram o ceifamento na transmissão, e sim na recepção, ao realizar a análise do efeito da mobilidade no desempenho do sistema. Essa consideração simplifica o desenvolvimento analítico do modelo, mas não corresponde ao cenário normalmente encontrado nos sistemas implantados.

A análise do desempenho dos sistemas OFDM em canais não-lineares ruidosos variantes no tempo contemplou a comparação de desempenho das diferentes técnicas de interpolação. Essa análise mostrou que embora todos as interpolações estudadas apresentem uma redução de desempenho quando o sinal sofre os efeitos do ceifamento, a técnica de interpolação por FFT é a que mais sofre com a não-linearidade. Os capítulos anteriores mostraram que a técnica de interpolação por FFT apresenta o melhor desempenho quando o canal de comunicação é linear. Entretanto, na presença de não-linearidades, o desempenho da interpolação por FFT é o mais pobre. Isso ocorre porque a interpolação por FFT utiliza todas as portadoras piloto para obter a estimativa da resposta em freqüência do canal para uma freqüência específica. A ocorrência do ceifamento, e a ICI resultante, provoca erros de estimação em algumas portadoras piloto específicas. Nos casos de esquemas de interpolação que empregam poucas portadoras piloto para obter a estimativa para uma faixa de freqüência do canal, o erro na estimativa causado pela ICI em uma portadora piloto fica concentrado na região vizinha à essa portadora piloto. Já na interpolação por FFT, esse erro de estimação é distribuído por toda a estimativa de canal, reduzindo o desempenho do sistema.

Outra contribuição apresentada neste capítulo consiste na análise de desempenho dos esquemas de diversidade em canais móveis não-lineares. Os resultados de simulação mostram que o uso dos esquemas de diversidade, tanto de transmissão quanto de recepção, fornecem ganho apenas nas situações onde a relação sinal-ruído é baixa.

No caso onde a relação sinal-ruído é elevada, o uso dos esquemas de diversidade não é justificado, uma vez que o patamar de erro de símbolo devido a não-linearidade do canal é praticamente o mesmo obtido pelo esquema OFDM sem diversidade. Os resultados da simulação computacional também mostram que os esquemas de diversidade de transmissão sofrem maior degradação devido a não-linearidade do canal do que o esquema de diversidade de recepção MRC. Isso ocorre porque nos esquemas de diversidade de transmissão, o ceifamento dos sinais transmitidos são independentes nas duas antenas, o que resulta na soma das interferências inter-portadoras no receptor. Essa soma de interferências afeta o esquema SFC-OFDM com maior intensidade, uma vez que a palavra código espaço-freqüência é formada por pares de sub-portadoras adjacentes.

Neste capítulo também analisou-se uma técnica para diminuir a probabilidade de ocorrência de ceifamento. Esta técnica consiste em multiplicar o vetor de símbolos a serem transmitidos por uma matriz de espalhamento de Walsh-Hadamard. Esse procedimento reduz a probabilidade de ocorrência de picos no sinal OFDM, pois cada sub-portadora passa a transportar uma combinação linear de todos os símbolos que comporia um símbolo OFDM convencional. Logo, a probabilidade de todas as sub-portadoras estarem em fase é reduzida, evitando-se picos elevados no sinal OFDM. Essa estratégia também é interessante no combate a desvanecimento seletivos profundos, uma vez que nulos espectrais não afetam severamente apenas um símbolo de dado serial, mas afetam ligeiramente todos os símbolos de dados que compõe o sinal OFDM.

Finalmente, apresenta-se uma comparação de desempenho entre o esquema OFDM convencional, considerando todos os tipos de estratégias de diversidade, com suas respectivas soluções empregando a transformada de Walsh-Hadamard. Esta análise mostra que sempre que um esquema de diversidade é combinado com a transformada de Walsh-Hadamard há um aumento no ganho do sistema, tornando a solução mais eficaz no combate às interferências introduzidas por um canal não-linear variante no tempo.

Capítulo 7

Conclusões

A técnica OFDM já é empregada em diversos padrões de comunicação digital. Logo, a análise de desempenho desta técnica consiste em objeto de interesse científico e prático. Este trabalho apresentou diversos aspectos relacionados ao desempenho de sistemas que empregam o OFDM:

- Desempenho da interpolação por FFT para a estimação da resposta em freqüência do canal: os resultados de simulação apresentados ao longo do texto mostram que esta técnica apresenta o melhor desempenho, desde que o canal seja linear. Nos casos onde há ceifamento do sinal transmitido, o desempenho desta técnica fica bastante prejudicado.

- Expressões para estimar o desempenho de sistemas OFDM com modulações M QAM não quadradas em canais lineares e seletivos em freqüência: apresentou-se neste trabalho duas novas expressões para estimar a probabilidade de erro de símbolo média, considerando-se modulações M QAM não quadradas. As geometrias analisadas ao longo deste trabalho foram a constelação em cruz e a constelação sobreposta. Os resultados teóricos obtidos foram corroborados pelos resultados de simulação, considerando um sistema com transmissão OFDM em canal seletivo em freqüência.

- Generalização das expressões de desempenho de sistemas M QAM em canais radiomóveis: os resultados obtidos previamente permitiram generalizar a expressão para o desempenho de modulações M QAM quadradas e não quadradas em canais radiomóveis. Os resultados de simulação corroboram os resultados teóricos. Empregou-se novamente o sistema OFDM e considerou-se o canal seletivo em freqüência.

- Generalização das expressões de desempenho de sistemas M QAM com diversidade em canais radiomóveis: a partir dos resultados apresentados anteriormente foi possível generalizar a expressão para o cálculo da probabilidade de erro de símbolo considerando as modulações M QAM quadradas e não quadradas em canais radiomóveis com diversidade. Considerou-se duas técnicas de diversidade distintas, sendo a primeira a técnica de diversidade de recepção e a segunda a técnica de diversidade de transmissão.

- Desempenho de sistemas OFDM em canais com ceifamento: apresentou-se expressões para estimar a probabilidade de erro de símbolo para sistemas M QAM-OFDM em canais com ceifamento de pico, onde a expressão obtida foi derivada de um resultado existente na literatura, porém com modificações para tornar a expressão mais próxima dos resultados práticos. Essa expressão também foi generalizada para as constelações não quadradas. A partir desse novo conjunto de equações, expandiu-se os resultados, considerando-se a presença do ruído e da mobilidade do receptor. Simulações computacionais permitiram analisar o comportamento das técnicas de diversidade na presença do ceifamento do sinal. Essa análise permitiu concluir que os esquemas de diversidade somente oferecem ganho de desempenho para baixas relações sinal-ruído, uma vez que a diversidade praticamente não altera o patamar de erro. Finalmente, foi feita uma breve descrição de algumas técnicas para controle da PAPR, dando-se destaque para o uso da transformada de Walsh-Hadamard. Simulações computacionais mostraram que o emprego desta simples técnica permite a redução dos patamares de erro de símbolo em todas as situações consideradas. Ainda, a combinação da transformada de Walsh-Hadamard em conjunto com as técnicas de diversidade resultaram em um aumento no desempenho do sistema que justifica esse uso combinado.

Além dos resultados listados acima, este trabalho apresentou uma revisão sobre as técnicas de geração e recepção de sinais OFDM, bem como sobre as principais técnicas de interpolação empregadas para estimar a resposta em freqüência do canal. O desempenho destas diferentes técnicas foi analisado nas diferentes situações através de simulação computacional.

Existem, ainda, diversas frentes de pesquisas a serem estudadas, merecendo particular destaque:

- a análise o desempenho das diferentes técnicas de interpolação em canais onde o efeito Doppler resulta na quebra de ortogonalidade do símbolo OFDM;

- a comparação de desempenho entre o STC-OFDM e SFC-OFDM em canais continuamente variantes no tempo;

- a determinação de uma expressão analítica para estimar a probabilidade de erro de símbolo em canais seletivos em freqüência, variantes no tempo e com ceifamento, considerando o uso das técnicas de diversidade;

- o desenvolvimento de expressões de probabilidade de erro de símbolo nos diversos cenários analisados, considerando modelos de canais mais abrangentes, como Rice, Nakagami-m, entre outras.

- a comparação de desempenho das diferentes técnicas de controle da PAPR, como pré-distorção, compressão e expansão, SLM e uso de códigos corretores de erro, considerando o ceifamento, ruído, mobilidade do receptor e o uso das técnicas de diversidade.

- a análise de desempenho de esquemas de estimação de canal para sistemas WH-OFDM, WH-MRC-OFDM, WH-STC-OFDM e WH-SFC-OFDM, através de simulações computacionais.

Anexo A

Artigos Publicados

Os seguintes artigos foram resultados dos estudos apresentados neste trabalho:

- L.L. Mendes, A. C. Silveira, "A New Approach to Analyze the Performance of Non-Square MQAM Systems in AWGN Channels", Wireless Personal Communication Symposium, Virgina Tech, Blacksburg, USA, 2004.

- L. L. Mendes, R. Baldini Filho, A. C. Silveira, "Performance of Non-Square M-QAM OFDM Systems in Non-linear Channel", Wireless Personal Communication Symposium, Virginia Tech, Blacksburg, USA, 2005.

- L. L. Mendes, R. Baldini Filho, A. C. Silveira, "On OFDM System Performance in Non-Linear AWGN Channel", Ambleside, UK, 2005.

- L. L. Mendes e R. Baldini Filho, "Uma Abordagem sobre Diversidade de Transmissão para Redes WLAN", Revista Telecomunicações, INATEL, Vol. 8, N°2, Dezembro de 2005.

- L. L. Mendes, S. A. Fasolo and R. Baldini Filho, "On Performance of STBC-OFDM and SFBC-OFDM in Selective Time Variant Channel", Wireless Personal Communication Symposium, Virginia Tech, Blacksburg, USA, 2006.

- G. C. Lima, L. L. Mendes, C. A. F. Rocha and R. Baldini Filho, "Performance Analysis of Channel Estimation Algorithms for a MIMO OFDM System under Digital TV Channels", VI International Telecommunication Symposium, Fortaleza, Brazil, 2006.

- G. C. Lima and L. L. Mendes, "Performance of STC-OFDM and SFC-OFDM for Digital Television Broadcasting", GSPX2006, Amsterdam, 2006.

Anexo B

Canal com Desvanecimento Rayleigh

Em um ambiente de propagação radiomóvel, o sinal proveniente da antena de transmissão pode chegar à antena receptora através de múltiplos percursos, tal como representado na Figura B.1.

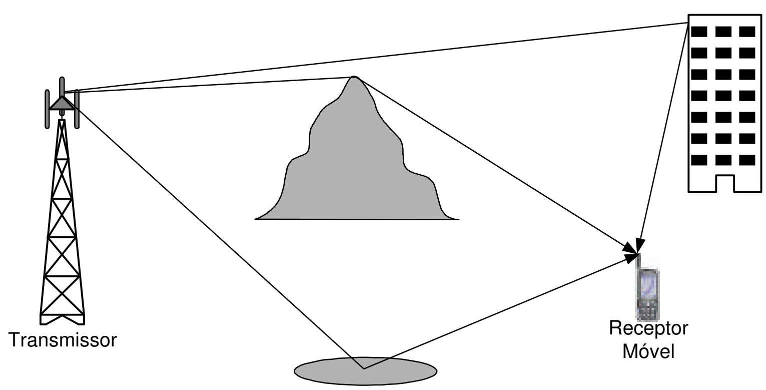


Figura B.1: *Ambiente radiomóvel*

O sinal passa-faixa recebido através do k-ésimo percurso pode ser representado por

$$s_k = a_k(t)\ \exp\left\{j\left[\omega_0 t + \theta_k(t)\right]\right\}, \tag{B.1}$$

onde $a_k(t)$ e $\theta_k(t)$ são, respectivamente, a atenuação, a fase inserida pelo k-ésimo percurso. Devido à mobilidade, estes parâmetros são variantes no tempo. A freqüência angular da portadora é representada por ω_0.

Assumindo que o ambiente radiomóvel possui n percursos independentes, tem-se que o sinal recebido é dado por

$$s_r = \sum_{k=1}^{n} a_k(t)\ \exp\{j\,[\omega_0 t + \theta_k(t)]\} = \sum_{k=1}^{n} a_k(t)\ \exp(j\theta_k(t))\exp(j\omega_0 t) = r\ \exp(j\theta)\exp(j\omega_0 t), \quad \text{(B.2)}$$

onde

$$\begin{aligned} r\exp(j\theta) &= \sum_{k=1}^{n} a_k(t)\exp(j\theta_k(t)) \\ &= \sum_{k=1}^{n} a_k(t)\cos[\theta_k(t)] + j\sum_{k=1}^{n} a_k(t)\,\mathrm{sen}[\theta_k(t)] \doteq x + jy \end{aligned} \quad \text{(B.3)}$$

e x e y são, respectivamente, as componentes em fase e quadratura.

Como cada percurso apresenta uma atenuação e rotação de fase distintas para cada obstáculo, pode-se dizer que $a_k(t)$ e $\theta_k(t)$ são variáveis aleatórias. Em canais variantes no tempo, o número de percursos é, normalmente, elevado. Assim, segundo o Teorema Central do Limite, pode-se aproximar as funções densidade de probabilidade de x e y como sendo gaussianas, ou seja,

$$\begin{aligned} p(x) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\ \sigma_x}\ \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}\right) \\ p(y) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\ \sigma_y}\ \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right). \end{aligned} \quad \text{(B.4)}$$

As variáveis x e y são independentes e identicamente distribuídas, pois são gaussianas descorrelacionadas. Logo, a função densidade de probabilidade conjunta de x e y é dada por

$$p(x,y) = p(x)\,p(y) = \frac{1}{2\pi\sigma_r^2}\exp\left[-\frac{(x^2+y^2)}{2\sigma_r^2}\right], \quad \text{(B.5)}$$

onde $\sigma_r = \sigma_x = \sigma_y$.

A partir da equação B.3, pode-se escrever que

$$\begin{aligned} r^2 &= x^2 + y^2 \\ \theta &= \arctan\left(\frac{y}{x}\right), \end{aligned} \quad \text{(B.6)}$$

de modo que

$$y = x\ \tan(\theta). \quad \text{(B.7)}$$

Aplicando a equação B.7 na equação B.6, tem-se

$$\begin{aligned} r^2 &= x^2 + x^2 \ \tan^2(\theta) = x^2 \left[1 + \tan^2(\theta)\right] = x^2 \left[1 + \frac{\text{sen}^2(\theta)}{\cos^2(\theta)}\right] \\ &= x^2 \left[\frac{cos^2(\theta) + \text{sen}^2(\theta)}{\cos^2(\theta)}\right] = \frac{x^2}{\cos^2(\theta)}. \end{aligned} \tag{B.8}$$

Portanto

$$x^2 = r^2 \cos^2(\theta). \tag{B.9}$$

Aplicando a equação B.9 na equação B.6, tem-se

$$r^2 = r^2 \cos^2(\theta) + y^2. \tag{B.10}$$

Assim,

$$\begin{aligned} &y^2 = r^2 - r^2 \cos^2(\theta) = r^2 \left[1 - \cos^2(\theta)\right] = \\ &y = r \,\text{sen}(\theta). \end{aligned} \tag{B.11}$$

Conhecendo a relação entre r e θ com x e y e conhecendo a função densidade de probabilidade conjunta de x e y é possível encontrar a função densidade de probabilidade conjunta de r e θ, uma vez que

$$p(r, \theta) = \left.\frac{p(x, y)}{\mathcal{J}(x, y)}\right|_{x = r\cos(\theta); \quad y = r\,\text{sen}(\theta)}, \tag{B.12}$$

onde $\mathcal{J}(x, y)$ é o Jacobiano de x e y com relação a r e θ, definido como

$$\mathcal{J}(x, y) = \begin{vmatrix} \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}x} & \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}x} \\ \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}y} & \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}y} \end{vmatrix}. \tag{B.13}$$

A derivada de r com relação a x é dada por

$$\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}x} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\sqrt{x^2 + y^2}\right) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}. \tag{B.14}$$

A derivada de r com relação a y é dada por

$$\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}y} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}y}\left(\sqrt{x^2 + y^2}\right) = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}. \tag{B.15}$$

A derivada de θ com relação a x é dada por

$$\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}x} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left[\arctan\left(\frac{y}{x}\right)\right] = -\frac{y}{x^2\left(1+\frac{y^2}{x^2}\right)}. \tag{B.16}$$

A derivada de θ com relação a y é dada por

$$\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}y} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}y}\left[\arctan\left(\frac{y}{x}\right)\right] = \frac{1}{x\left(1+\frac{y^2}{x^2}\right)}. \tag{B.17}$$

Aplicando as equações B.14, B.15, B.16 e B.17 na equação B.13, tem-se

$$\mathcal{J}(x,y) = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}\,\frac{1}{x\left(1+\frac{y^2}{x^2}\right)} + \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}\,\frac{y}{x^2\left(1+\frac{y^2}{x^2}\right)}. \tag{B.18}$$

Substituindo $x = r\cos(\theta)$ e $y = r\,\mathrm{sen}(\theta)$ na equação B.18, tem-se

$$\begin{aligned}
\mathcal{J}(x,y) &= \frac{1}{r}\,\frac{1}{1+\frac{\mathrm{sen}^2(\theta)}{\cos^2(\theta)}} + \frac{\mathrm{sen}^2(\theta)}{\cos^2(\theta)}\,\frac{1}{1+\frac{\mathrm{sen}^2(\theta)}{\cos^2(\theta)}} \\
&= \frac{1}{r}\left[\frac{\cos^2(\theta)}{\cos^2(\theta)+\mathrm{sen}^2(\theta)} + \frac{\mathrm{sen}^2(\theta)\cos^2(\theta)}{\cos^2(\theta)}\right] \\
&= \frac{1}{r}.
\end{aligned} \tag{B.19}$$

Aplicando o resultado da equação B.19 na equação B.12 resulta

$$\begin{aligned}
p(r,\theta) &= \frac{r}{2\pi\sigma_r^2}\exp\left[-\frac{(r^2\cos^2(\theta)+r^2\,\mathrm{sen}^2(\theta))}{2\sigma_r^2}\right] \\
&= \frac{r}{2\pi\sigma_r^2}\exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma_r^2}\right).
\end{aligned} \tag{B.20}$$

Utilizando a lei das probabilidades marginais obtém-se

$$\begin{aligned}
p(r) &= \int_{-\pi}^{\pi} p(r,\theta)\mathrm{d}\theta = \int_{-\pi}^{\pi}\frac{r}{2\pi\sigma_r^2}\exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma_r^2}\right)\mathrm{d}\theta \\
&= \frac{r}{2\pi\sigma_r^2}\exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma_r^2}\right)\,\theta|_{-\pi}^{\pi} \\
&= \frac{r}{\sigma_r^2}\exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma_r^2}\right) \qquad r > 0.
\end{aligned} \tag{B.21}$$

Do mesmo modo,

$$p(\theta) = \int_0^\infty p(r,\theta)\mathrm{d}r = \int_0^\infty \frac{r}{2\pi\sigma_r^2}\exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma_r^2}\right)\mathrm{d}r. \tag{B.22}$$

Sabendo que

$$\int_0^\infty r\exp\left(-a\,r^2\right)\mathrm{d}r = \frac{1}{2a}, \tag{B.23}$$

tem-se que

$$\begin{aligned} p(\theta) &= \frac{1}{2\pi\sigma_r^2}\,\frac{2\sigma_r^2}{2} \\ &= \frac{1}{2\pi} \qquad -\pi < \theta < \pi. \end{aligned} \tag{B.24}$$

Observando as equações B.21 e B.24 é possível concluir que a magnitude do sinal recebido possui distribuição de Rayleigh, enquanto que a fase do sinal recebido está uniformemente distribuída entre $-\pi$ e π. Como r e θ são independentes, pode-se escrever que

$$p(r,\theta) = p(r)\,p(\theta). \tag{B.25}$$

A Figura B.2 apresenta a função densidade de probabilidade de Rayleigh para diferentes valores de σ_r, enquanto que a figura B.3 apresenta a função densidade de probabilidade uniforme entre $-\pi$ e π.

Algumas estatísticas são importantes para o emprego da distribuição de Rayleigh como modelo de canal radiomóvel. Dentre elas, merecem destaque o primeiro e o segundo momento e a variância de r. O primeiro momento (ou média) de r é definido como

$$\mu_r = \int_0^\infty r\ p(r)\mathrm{d}r = \int_0^\infty \frac{r^2}{\sigma_r^2}\exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma_r^2}\right)\mathrm{d}r, \tag{B.26}$$

onde

$$\int_0^\infty r^2\exp\left(-a\ r^2\right)\mathrm{d}r = \frac{\sqrt{\pi}}{4\sqrt{a^3}}. \tag{B.27}$$

Como $a = \frac{1}{2\sigma_r^2}$, tem-se que

$$\mu_r = \frac{1}{\sigma_r^2}\sqrt{\frac{8\pi\ \sigma_r^6}{16}} = \sigma_r\sqrt{\frac{\pi}{2}}. \tag{B.28}$$

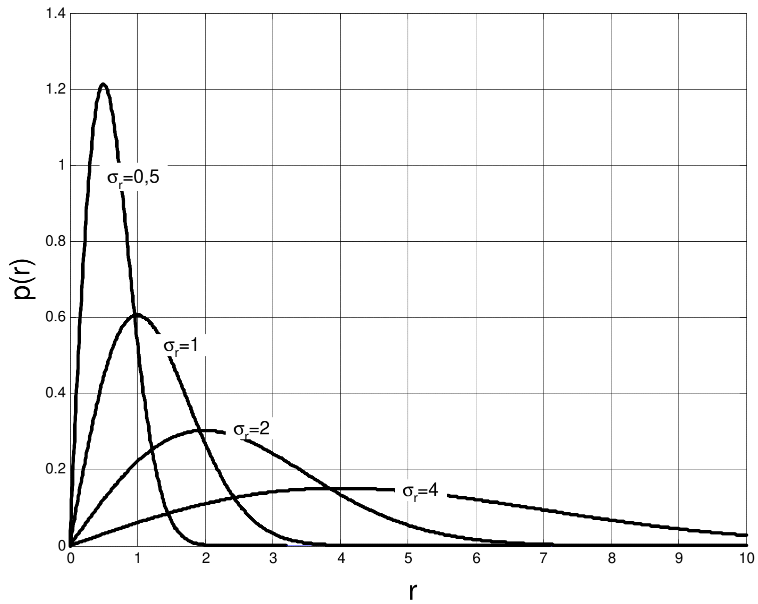


Figura B.2: *Distribuição Rayleigh para diferentes valores de* σ_r

A definição do segundo momento de r é dada por

$$E\left[r^2\right] = \int_0^\infty r^2\ p(r)\mathrm{d}r = \int_0^\infty \frac{r^3}{\sigma_r^2}\exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma_r^2}\right)\mathrm{d}r, \tag{B.29}$$

onde

$$\int_0^\infty r^3 \exp\left(-a\ r^2\right)\mathrm{d}r = \frac{1}{2a^2}. \tag{B.30}$$

Assim, tem-se

$$E\left[r^2\right] = \frac{1}{\sigma_r^2}\frac{\left(2\sigma_r^2\right)^2}{2} = 2\sigma_r^2. \tag{B.31}$$

Finalmente, a variância de r é dada por

$$\mathrm{VAR}[r] = E\left[r^2\right] - E^2\left[r\right]. \tag{B.32}$$

Aplicando os resultados obtidos nas equações B.28 e B.31 na equação B.32, tem-se

$$\mathrm{VAR}[r] = 2\sigma_r^2 - \left(\sigma_r\sqrt{\frac{\pi}{2}}\right)^2 = \left(2 - \frac{\pi}{2}\right)\ \sigma_r^2. \tag{B.33}$$

Figura B.3: *Distribuição uniforme.*

A função distribuição cumulativa de probabilidade (FDC) de r pode ser obtida através da função densidade de probabilidade. Por definição, tem-se que

$$P[r] = \int_{-\infty}^{r} p(u)\mathrm{d}u. \tag{B.34}$$

Logo, para a distribuição Rayleigh, tem-se

$$P[r] = \int_{0}^{r} \frac{u}{\sigma_r^2} \exp\left(-\frac{u^2}{2\sigma_r^2}\right) \mathrm{d}u. \tag{B.35}$$

Como

$$\int_{0}^{r} u \exp\left(-au^2\right) \mathrm{d}u = \frac{1}{2a}\left[1 - \exp\left(-a\, r^2\right)\right], \tag{B.36}$$

então

$$\begin{aligned} P[r] &= \frac{1}{\sigma_r^2}\,\sigma_r^2 \left[1 - \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma_r^2}\right)\right] \\ &= 1 - \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma_r^2}\right) \qquad r > 0. \end{aligned} \tag{B.37}$$

A Figura B.4 mostra a FDC Rayleigh para diferentes valores de σ_r.

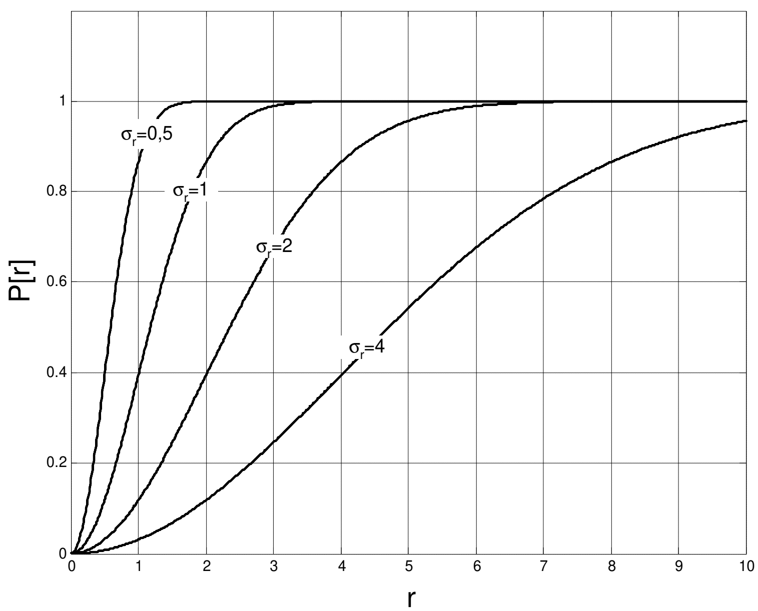


Figura B.4: *FDC Rayleigh para diferentes valores de σ_r.*

Referências Bibliográficas

[1] P.S. Chow; J.M. Cioffi; J.A.C. Bingham, "DMT-based ADSL: Concept, Architecture, and Performance", *IEE Colloquium on High Speed Access Technology and Services*, October 1994.

[2] Leonard J. Cimini Jr., "Analysis and Simulation of a Digital Mobile Channel using OFDM", *IEEE Transactions on Communications*, vol. 33, no. 7, pp. 665–675, July 1985.

[3] ETSI ETS 300 401, "Radio Broadcasting Systems; Digital Audio Broadcasting (DAB) to Mobile, Portable and Fixed Receivers", Tech. Rep., European Broadcasting Union, 2001.

[4] ETSI EN 300 744 V1.4.1, "Digital Video Broadcasting (DVB); Framing Structure, Channel Coding and Modulation for Digital Terrestrial Television", Tech. Rep., European Broadcasting Union, 2001.

[5] ITU-R 205/11, "Channel Coding, Frame Structure and Modulation cheme for Terrestrial Integrated Services Digital Broadcasting (ISDB-T)", Tech. Rep., International Telecommunication Union, 1999.

[6] IEEE Standard 802.11, "Wireless LAN Media Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) Specifications", Tech. Rep., Institute of Electrical and Electronic Engineers, 1999.

[7] IEEE Standard 802.16, "Air Interface for Fixed and Mobile Broadband Wireless Access Systems - Physical and Medium Control Layers for Combined Fixed and Mobile Operation in Lincensed Bands", Tech. Rep., Institute of Electrical and Electronic Engineers, 2005.

[8] M. Yacoub, *Foudations of Mobile Radio Engineering*, CRC Press, 1993.

[9] S. Benedetto and E. Biglieri, *Principles of Digital Transmission : With Wireless Applications*, Plenum Pub Corp, 1999.

[10] B. Sklar, *Digital Communications - Fundamentals and Applications*, Prentice Hall, 1988.

[11] S. Haykin, *Communication System*, John Wiley, 2001.

[12] A. Antoniov, *Digital Filters*, McGraw-Hill, 1993.

[13] A. R. Bahai and B. R. Saltzberg, *Multi-Carrier Digital Communications - Theory and Applications of OFDM*, Kluwer Academic, 1999.

[14] R. W. Chang, "Synthesis of Band-Limited Orthogonal Signals for Multi-channel Data Transmission", *Bell Systems Technical Journal*, vol. 45, 00. 1775–1796, December 1966.

[15] D. J. G. Mestdagh; P. Spruyt and B. Biran, "Analysis of Clipping Effect in DMT based ADSL Systems", *IEEE International Conference on Communication '94*, pp. 293–300, May 1994.

[16] J. J. van de Beek; O. Edfors; M. Sandell; S. K. Wilson and P.O. Borjesson, "On Channel Estimation in OFDM Systems", *Proc. IEEE Vehicular Technology Conference*, vol. 2, pp. 815–819, July 1995.

[17] Sinem Coleri; Mustafa Ergen; Anuj Puri and Ahmad Bahai, "Channel Estimation Techniques Based on Pilot Arrangement in OFDM Systems", *IEEE Transactions on Broadcasting*, vol. 48, no. 3, pp. 223–229, September 2002.

[18] C. Beatty R. Bartels and B. Barsky, *An Introduction to Splines for use in Computer Graphic and Geometric Modelling*, San Francisco, CA: Morgan Kaufmann, 1998.

[19] Yoshio Takeuchi Tadayuki Fukuhara, Hao Yuan and Hideo Kobayashi, "A Novel Channel Estimation Method for OFDM Transmission Technique under Fast Time-variant Fadin Channel", *IEEE Vehicular Technology Conference (VTC 2003-Spring)*, vol. 4, pp. 2343–2347, April 2003.

[20] Yupin Zhao and Aiping Huang, "A Novel Channel Estimation Method for OFDM Mobile Communication System Based on pilot Signals and Transform Domain Processing", *47th Vehicular Technology Conference*, vol. 3, pp. 2089–2093, May 1997.

[21] Pavan Kumar Vitthaladevuni, Mohamed-Slim Alouini and John C. Kieffer, "Exact BER Computation for Cross QAM Constellations", *IEEE Transactions on Wireless Communications,*, vol. 4, no. 6, pp. 3039–3050, November 2005.

[22] Luciano Leonel Mendes and Adonias Costa da Silveira, "A New Approach to Analyze the Performance of Non-square M-QAM Systems in AWGN Channels", *Wireless Personal Communication Symposium at Virginia Tech*, June 2004.

[23] E. Lee and D. Messerschmitt, *Digital Communication*, IE-Springer-VERLAG06, 2003.

[24] Lee Fang Wei, “Rotationally Invariant Convolutional Channel Coding with Expanded Signal Space - part I: 180° and part II: Nonlinear Codes”, *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 2, no. 5, pp. 659–686, September 1984.

[25] R. D. Yates and D. J. Goodman, *Probability and Stochastic Processes: A Friendly Introduction for Electrical and Computer Engineers*, John Wiley, 1999.

[26] S. Alamouti, “A Simple Transmit Diversity Technique for Wireless Communications”, *IEEE Journal of Selected Areas on Communications*, vol. 16, no. 8, pp. 1451–1458, October 1998.

[27] Milton Abramovitz and Irene Stegun, *Handbook of Mathematical Functions With Formulas, Graphs and Mathematical Tables*, Wiley-Interscience, 1993.

[28] N. Seshadri V. Tarokh and A. R. Calderbank, “Space-time Codes for High Data Rate Wireless Communication: Performance Criteria and Code Construction”, *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 44, no. 2, pp. 744–765, March 1998.

[29] K. F. Lee and D. B. Willians, “A Space-time Coded Transmit Diversity Technique for Frequency Selective Fading Channels”, *IEEE Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop*, pp. 149–152, March 2000.

[30] K. F. Lee and D. B. Willians, “A Space-Frequency Transmit Diversity Technique for OFDM Systems”, *IEEE Globecom*, pp. 1473–1477, November 2000.

[31] King F. Lee and Douglas B.Williams, “Pilot-symbol-assisted Channel Estimation for Space-Time Coded OFDM Systems”, *EURASIP Journal on Applied Signal Processing*, pp. 507–516, 2002.

[32] Bing Han; Xiqi Gao; Xiaohu You and Martin Weckerle, “Joint Channel Estimation and Symbol Detection for SFBC-OFDM Systems via em Algorithm”, *IEEE International Conference on Digital Communications*, vol. 6, pp. 3148–3152, June 2004.

[33] A. J. Goldsmith A. R. S. Bahai, M. Singh and B. R. Saltzberg, “A New Approach for Evaluating Clipping Distortion in Multicarrier Systems”, *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 20, no. 5, pp. 1037–1046, June 2002.

[34] K. R. Panta and J. Armstrong, "Effects of Clipping on Error Performance of OFDM in Frequency Selective Fading Channels", *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 3, no. 2, pp. 668–671, March 2004.

[35] H. Chen and A. M. Haimovich, "Iterative Estimation and Cancellation of Clipping Noise for OFDM Signals", *IEEE Communications Letters*, vol. 7, no. 7, pp. 305–307, July 2003.

[36] S. O. Rice, "Distribution of the Duration of Fades in Radio Transmission", *Bell Systems Technical Journal*, vol. 37, pp. 581–635, May1958.

[37] A. Papoulis, *Probability, Random Variables and Sthocastics Processes*, Mc Graw Hill, 1991.

[38] B.J. Dixon; R.D. Pollard; S. Iexekiel, "A Discussion of the Effects of Amplifier Back-off on OFDM", *High Frequency Postgraduate Student Colloquium*, pp. 14–19, September 1999.

[39] Hugo Durney Wasaff, *Adaptive Pre-Distortion for Nonlinear High Power Amplifiers in OFDM Systems*, PhD thesis, Universitat Politecnica d Catalunya, 2004.

[40] Serdar Sezginer and Hikmet Sari, "OFDM Peak Power Reduction using Metric-based Amplitude Pre-distortion", *IEEE Globecom'05*, December 2005.

[41] Tao Jiang; Yang Yang; and Yong-Hua Song, "Companding Technique for PAPR reduction in OFDM Systems Based on an Exponential Function", *IEEE Globecom'05*, December 2005.

[42] Yuanbin Guo and Joseph R. Cavallaro, "Reducing Peak-to-Average Power Ratio in OFDM Systems by Adaptive Dynamic Range Companding", *3G Wireless, World Wireless Congress*, pp. 536–541, May 2002.

[43] Maryam Sabbaghian, "Reducing Required Power Back-off of Nonlinear Amplifiers in Serial Modulation using SLM Method", *BCWS seminar*, November 2005.

[44] Lucia Valbonesi and Rashid Ansari, "Low-complexity Method for PAPR Reduction in OFDM Based on Frame Expansion Parameter Selection", *European Signal Processing Conference*, September 2005.

[45] D. Wulich, "Reduction of Peak to Mean Ratio of Multicarrier Modulation using Cyclic Coding", *Electronic Letters*, vol. 32, pp. 432–433, 1996.

[46] J.A. Davis and J. Jedwab, "Peak-to-Mean Power Control in OFDM, Golay Complementary Sequences, and Reed-Muller Codes", *Transactions on Information Theory*, vol. 45, pp. 2397–2417, November 1999.

[47] K.G. Paterson, "Generalized Reed-Muller Codes and Power Control in OFDM Modulation", *Transactions on Information Theory*, vol. 46, pp. 104–119, January 2000.

[48] K. Yang and S. Chang, "Peak to Average Power Control in OFDM using Standard Arrays of Linear Block Codes", *IEEE Communications Letters*, vol. 7, no. 4, pp. 174–176, April 2003.

[49] N. Ahmed and K. R. Rao, *Orthogonal Transforms for Digital Signal Processing*, Springer Verlag, 1975.

[50] M. Park; H. Jun and J. Cho, "PAPR Reduction in OFDM Transmission using Hadamard Transform", *IEEE International Conference on Communications*, vol. 1, pp. 430–433, June 2000.

[51] S. Sun; I. Wiemer; C.K. Ho and T.T. Tjhung, "Training Sequence Assisted Channel Estimation for MIMO OFDM Hadamard Transformed OFDM", *Wireless Communications and Networking*, pp. 38–43, March 2003.

[52] J. Akhtman and L. Hanzo, "Low-complexity Channel Estimation for OFDM and MC-CDMA", *Vehicular Technology Conference*, vol. 2, pp. 1134–1138, May 2004.

[53] L. Hanzo; M. Munster; B.J. Choi and T. Keller, "OFDM and MC-CDMA for Broadband Multi-user Communications, WLANS and Broadcasting", Tech. Rep., Department of Electronics and Computer Science, University of Southampton, 2005.

[54] Zhongding Lei Yan Wu and Sumei Sun, "Performance of Walsh-Hadamard Transformed STBC OFDM System", *Vehicular Technology Conference*, vol. 2, pp. 738–741, May 2004.

[55] Dlugaszewski Zbigniew and Wesolowski Krzysztof, "WHT/OFDM - An Improved OFDM Transmission Method for Selective Fading Channels", *Symposium on Communications and Vehicular Technologies*, January 2000.