



Universidade Estadual de Campinas  
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação  
Departamento de Sistemas de Energia Elétrica

## Estimação de Estado Generalizada Trifásica

**Autor: Madson Côrtes de Almeida**

**Orientador: Prof. Dr. Ariovaldo Verandio Garcia**

**Co-orientador: Prof. Dr. Eduardo Nobuhiro Asada**

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da Unicamp como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Ariovaldo Verandio Garcia (Presidente)	FEEC / UNICAMP
Prof. Dr. Júlio César Stacchini de Souza	UFF
Prof. Dr. João Bosco Augusto London Júnior	EESC / USP
Prof. Dr. Carlos Alberto de Castro Júnior	FEEC / UNICAMP
Prof. Dr. Carlos Alberto Favarin Murari	FEEC / UNICAMP
Prof. Dr. Fujio Sato	FEEC / UNICAMP

Campinas, 31 de Julho de 2007

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

AL64e Almeida, Madson Côrtes de  
Estimação de estado generalizada trifásica / Madson  
Côrtes de Almeida. --Campinas, SP: [s.n.], 2007.

Orientadores: Ariovaldo Verandio Garcia e Eduardo  
Nobuhiro Asada.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas,  
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação.

1. Sistemas de energia elétrica – Estimação de estado. 2.  
Redes trifásicas. 3. Estimação de estado generalizado. I.  
Garcia, Ariovaldo Verandio. II. Asada, Eduardo Nobuhiro.  
III. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de  
Engenharia Elétrica e de Computação. IV. Título.

Título em Inglês: Three-phase generalized state estimation.

Palavras-chave em Inglês: State estimation, Observability restoration, Gross errors  
detection and identification, Generalized networks, Three-  
phase networks.

Área de concentração: Energia Elétrica

Titulação: Doutor em Engenharia Elétrica

Banca examinadora: Júlio César Stacchini de Souza, Carlos Alberto de Castro Júnior,  
Carlos Alberto Favarin Murari e Fujio Sato.

Data da defesa: 31/07/2007

Programa de Pós-Graduação: Engenharia Elétrica

## COMISSÃO JULGADORA - TESE DE DOUTORADO

**Candidato:** Madson Côrtes de Almeida

**Data da Defesa:** 31 de julho de 2007

**Título da Tese:** "Estimação de Estado Generalizada Trifásica"

Prof. Dr. Ariovaldo Verândio Garcia (Presidente): \_\_\_\_\_

Prof. Dr. Júlio César Stacchini de Souza: \_\_\_\_\_

Prof. Dr. João Bosco Augusto London Júnior: \_\_\_\_\_

Prof. Dr. Carlos Alberto Favarin Murari: \_\_\_\_\_

Prof. Dr. Carlos Alberto de Castro Júnior: \_\_\_\_\_

Prof. Dr. Fujio Sato: \_\_\_\_\_

Aos meus pais e avós

## AGRADECIMENTOS

Ao professor Ariovaldo Verandio Garcia que com a sua valiosa orientação viabilizou a execução deste trabalho. Pela amizade, bons exemplos e pelos mais de dez anos de convivência.

Ao meu co-orientador professor Eduardo Nobuhiro Asada pela amizade, apoio e valiosas sugestões.

Ao Luiz, Walmir e Zé pela longa amizade e convivência.

Aos professores André, Castro, Murari, Sato e Vivaldo que ajudam a fazer do DSEE um ambiente de trabalho saudável e produtivo.

À Dona Edna e à Alaíde pelos excelentes serviços prestados durante todos esses anos.

Aos amigos do DSEE pela paciência, respeito e amizade.

À minha família pelo apoio incondicional.

À Andressa pelo carinho e companheirismo.

À FAPESP pelo apoio financeiro.

## RESUMO

Desde a sua introdução em 1969 por Fred C. Schweppe, J. Wildes e D. Rom, a estimação de estado em sistemas de energia elétrica tem sido largamente estudada. Atualmente, a estimação de estado vem evoluindo para uma modelagem mais completa, capaz de tratar variáveis não consideradas no modelo barra/ramo das redes. Entre os avanços mais significativos destaca-se a modelagem de chaves e disjuntores proposta em 1993 por A. J. Monticelli que deu origem à chamada estimação de estado generalizada.

Neste trabalho, a estimação de estado generalizada é aplicada a redes trifásicas de energia elétrica nas quais os desbalanços nas cargas e os desequilíbrios na rede são considerados. A utilização dessa modelagem leva a um grau de detalhamento superior ao dos modelos por fase e, conseqüentemente, o estado estimado é mais preciso. Além disso, a modelagem trifásica permite que os sistemas de transmissão e distribuição sejam tratados indistintamente.

Para a função estimador de estado foram implementados os métodos baseados na matriz ganho e no *tableau* esparsa de Hachtel. As particularidades associadas à aplicação desses métodos ao modelo generalizado trifásico são apresentadas e discutidas. Na análise de observabilidade implementou-se o método baseado na fatoração da matriz ganho e um novo método baseado na solução de mínima norma do estimador de estado, que é uma das principais contribuições deste trabalho. Por fim, no problema da detecção e identificação de erros grosseiros foram implementados os métodos dos resíduos normalizados e dos multiplicadores de Lagrange normalizados.

## ABSTRACT

Since its introduction in 1969 by Fred C. Schweppe, J. Wildes and D. Rom, the power system state estimation has been widely studied. The state estimation is evolving to a more detailed modeling, which considers state variables not commonly used in bus/branch system modeling. A generalized state estimation model, in which switches and circuit breakers are represented, was proposed in 1993 by A. J. Monticelli.

In this work the generalized state estimation approach is applied to a three-phase power system model, where the unbalanced loads and the asymmetric nature of the system are considered. This treatment provides a more precise real-time model and, consequently, a more precise estimated state. Moreover, it allows that the same state estimation model be applied to both transmission and distribution systems.

The three-phase state estimator has been implemented with gain matrix and Hachtel's sparse tableau approaches. Details about differences between the three-phase model and single-phase models are presented. In observability analysis a new method based on minimum norm solution has been introduced, and represents the main contribution of this work. The observability analysis based on gain matrix factorization have also been implemented for comparison purposes. Finally, in the bad data detection and identification, the normalized residuals method and the normalized Lagrange multipliers method have been implemented.

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Modelagem dos Componentes da Rede</b>	<b>5</b>
2.1	Introdução . . . . .	5
2.2	Cargas . . . . .	6
2.3	Elementos em Derivação ( <i>Shunt</i> ) . . . . .	6
2.4	Elementos em Série . . . . .	7
2.5	Linhas de Transmissão . . . . .	7
2.5.1	Linhas curtas . . . . .	7
2.5.2	Linhas médias . . . . .	8
2.5.3	Linhas longas . . . . .	9
2.6	Circuitos Mutuamente Acoplados . . . . .	9
2.7	Gerador Síncrono Trifásico . . . . .	11
2.7.1	Gerador sem regulador de tensão . . . . .	11
2.7.2	Gerador com regulador de tensão . . . . .	13
2.8	Transformadores Trifásicos . . . . .	14
2.9	Formação da Matriz de Admitâncias do Sistema . . . . .	15
2.10	Conclusões . . . . .	16
<b>3</b>	<b>Fluxo de Carga Trifásico</b>	<b>17</b>
3.1	Introdução . . . . .	17
3.2	Solução das Equações do Fluxo de Carga . . . . .	17
3.2.1	Barras de carga . . . . .	18
3.2.2	Barras de geração . . . . .	18
3.2.3	Barra de referência . . . . .	19
3.3	Variáveis do Fluxo de Carga . . . . .	19
3.4	Solução pelo Método de Newton-Raphson . . . . .	20
3.5	Equações Básicas . . . . .	21
3.6	Equações da Matriz Jacobiana . . . . .	23
3.6.1	Derivadas parciais da potência ativa injetada na fase $p$ da barra $i$ . . . . .	23

3.6.2	Derivadas parciais da potência reativa injetada na fase $p$ da barra $i$ . . . . .	25
3.6.3	Derivadas parciais da potência ativa total injetada pelo gerador $i$ . . . . .	26
3.6.4	Derivadas parciais da equação do regulador de tensão . . . . .	27
3.7	Fluxo de Corrente nos Ramos . . . . .	28
3.8	Fluxo de Potência Ativa e Reativa nos Ramos . . . . .	30
3.9	Estudo de Caso . . . . .	31
<b>4</b>	<b>Estimador de Estado Generalizado Trifásico</b> . . . . .	<b>35</b>
4.1	Introdução . . . . .	35
4.2	Modelagem do Problema . . . . .	36
4.3	Matriz Jacobiana do Estimador de Estado Trifásico no Modelo Barra/Ramo . . . . .	37
4.3.1	Medidas de injeção de potência . . . . .	38
4.3.2	Medidas de fluxos de potência nas linhas . . . . .	38
4.3.3	Medidas de tensão . . . . .	42
4.4	Estimação dos <i>Taps</i> dos Transformadores . . . . .	42
4.4.1	Derivadas dos fluxos de potência nos transformadores . . . . .	43
4.5	O Modelo Generalizado da Rede . . . . .	47
4.5.1	Modelagem de componentes e as variáveis de estado . . . . .	47
4.5.2	Representação das chaves/disjuntores trifásicos . . . . .	49
4.6	Matriz Jacobiana do Estimador de Estado Generalizado . . . . .	50
4.7	Estudo de Caso: Estimador Utilizando Matriz Ganho . . . . .	52
4.8	Estimador de Estado com Restrições de Igualdade . . . . .	56
4.8.1	Equação normal . . . . .	57
4.8.2	Inclusão de restrições de igualdade . . . . .	58
4.9	Tableau Esparso . . . . .	59
4.9.1	Formulação básica . . . . .	59
4.9.2	Inclusão de restrições de igualdade . . . . .	61
4.10	Dimensão das Matrizes Envolvidas no Problema Generalizado Trifásico . . . . .	62
4.11	Estudo de Caso: Estimador Utilizando <i>Tableau</i> de Hachtel . . . . .	63
4.12	Estimação de Estado de Ilhas Observáveis sem Gerador . . . . .	65
4.12.1	Solução proposta . . . . .	65
4.12.2	Estudo de caso . . . . .	67
4.13	Conclusões . . . . .	70
<b>5</b>	<b>Análise de Observabilidade Generalizada Trifásica</b> . . . . .	<b>71</b>
5.1	Introdução . . . . .	71
5.2	Definição de Observabilidade . . . . .	72
5.3	Observabilidade Topológica . . . . .	73
5.4	Definição Matemática de Observabilidade . . . . .	74

5.5	Método da Matriz Ganho . . . . .	75
5.5.1	Observabilidade e fatoração da matriz ganho . . . . .	76
5.5.2	Inclusão de pseudomedidas não redundantes . . . . .	76
5.6	Algoritmo de Análise de Observabilidade . . . . .	77
5.7	Particularidades da Análise de Observabilidade Trifásica . . . . .	79
5.8	Estudo de Caso: Rede Trifásica com Modelagem Barra/Ramo . . . . .	80
5.9	Análise de Observabilidade por Solução de Mínima Norma . . . . .	82
5.9.1	Matriz de Gram . . . . .	83
5.9.2	Encontrando um conjunto de medidas não redundantes . . . . .	84
5.10	Solução de Mínima Norma . . . . .	86
5.10.1	Obtenção da solução de mínima norma . . . . .	87
5.11	Restauração da Observabilidade . . . . .	92
5.11.1	Subproblema reativo da restauração da observabilidade . . . . .	93
5.12	Análise de Observabilidade em Redes Generalizadas Trifásicas . . . . .	94
5.12.1	Ilhas observáveis em redes generalizadas . . . . .	96
5.12.2	Algoritmo de análise de observabilidade generalizada trifásica . . . . .	97
5.13	Estudo de Caso: Análise de Observabilidade por Solução de Mínima Norma . . . . .	100
5.13.1	Análise de observabilidade em redes não observáveis . . . . .	102
5.13.2	Alocação de pseudomedidas ativas . . . . .	103
5.13.3	Alocação de pseudomedidas reativas . . . . .	105
5.14	Conclusões . . . . .	107
<b>6</b>	<b>Tratamento de Erros Grosseiros na Estimação de Estado Generalizada Trifásica</b>	<b>109</b>
6.1	Introdução . . . . .	109
6.2	Caracterização dos Erros . . . . .	111
6.3	Detecção e Identificação a Partir do Maior Resíduo Normalizado . . . . .	112
6.3.1	Análise de sensibilidade . . . . .	113
6.3.2	Matrizes de covariância . . . . .	114
6.3.3	Matriz de covariância dos resíduos normalizados . . . . .	115
6.3.4	Regra dos resíduos normalizados . . . . .	116
6.3.5	Algoritmo baseado nos resíduos normalizados . . . . .	118
6.4	Estudo de Caso . . . . .	119
6.5	Erros Topológicos . . . . .	123
6.6	Multiplicadores de Lagrange Normalizados . . . . .	124
6.6.1	Análise dos erros nas medidas regulares e nas restrições de igualdade . . . . .	124
6.6.2	Algoritmo baseado nos multiplicadores de Lagrange normalizados . . . . .	126
6.7	Estudo de Casos . . . . .	127
6.7.1	Erros simples . . . . .	128
6.7.2	Erros múltiplos não interativos . . . . .	130

6.7.3	Erros interativos em medidas . . . . .	131
6.8	Conclusões . . . . .	132
<b>7</b>	<b>Conclusões</b>	<b>133</b>
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>134</b>
<b>A</b>	<b>Dados da Rede de 6 Barras</b>	<b>141</b>
<b>B</b>	<b>Fatoração da Matriz de Gram</b>	<b>145</b>
<b>C</b>	<b>Multiplicador de Lagrange Normalizado Associado a um Erro Simples</b>	<b>147</b>
<b>D</b>	<b>Estudo de Caso: Sistema 30 Barras Generalizado Trifásico</b>	<b>149</b>
D.1	Análise de Observabilidade . . . . .	152
D.2	Estimador de Estado . . . . .	153
D.3	Tratamento de Erros Grosseiros . . . . .	155
D.3.1	Erros não correlacionados . . . . .	155
D.3.2	Erros em medidas correlacionadas . . . . .	156
D.4	Dados da Rede de 30 Barras . . . . .	158
<b>E</b>	<b>Trabalhos Publicados e Submetidos</b>	<b>161</b>

# Lista de Tabelas

2.1	Matrizes de admitâncias primitivas dos transformadores . . . . .	14
3.1	Estado da rede de seis barras - cargas desbalanceadas . . . . .	32
3.2	Fluxos na rede de seis barras - cargas desbalanceadas . . . . .	32
3.3	Estado da rede de seis barras - cargas balanceadas . . . . .	33
3.4	Fluxos na rede de seis barras - cargas balanceadas . . . . .	33
4.1	Novas variáveis de estado e pseudomedidas do modelo generalizado . . . . .	49
4.2	Dados do sistema de 12 barras . . . . .	54
4.3	Variâncias adotadas para as medidas/pseudomedidas . . . . .	54
4.4	Medidas não nulas disponíveis . . . . .	55
4.5	Estado estimado para o sistema de 10 barras - matriz ganho . . . . .	55
4.6	Fluxos estimados nas chaves . . . . .	56
4.7	Diferença das tensões nos terminais das chaves fechadas . . . . .	56
4.8	Dados do sistema de 12 barras . . . . .	63
4.9	Dimensão e grau de esparsidade das matrizes envolvidas . . . . .	63
4.10	Estado estimado para o sistema de 10 barras - <i>tableau</i> esperso . . . . .	64
4.11	Fluxos estimados nas chaves . . . . .	64
4.12	Medidas não nulas disponíveis . . . . .	68
4.13	Estado estimado para a ilha observável - matriz ganho . . . . .	68
4.14	Estado estimado para a ilha observável - <i>tableau</i> esperso . . . . .	69
4.15	Estado estimado para a ilha observável - matriz ganho - com algoritmo 4.1 . . . . .	69
4.16	Estado estimado para a ilha observável - <i>tableau</i> esperso - com algoritmo 4.1 . . . . .	69
5.1	Medidas disponíveis . . . . .	81
5.2	Estado obtido para o sistema de seis barras . . . . .	82
5.3	Aberturas angulares nos ramos sistema de seis barras . . . . .	82
5.4	Medidas disponíveis . . . . .	101
5.5	Pivôs associados às medidas ativas e às restrições . . . . .	101
5.6	Pivôs associados às medidas ativas e às restrições . . . . .	102
5.7	Ramos com fluxos não nulos . . . . .	103

5.8	Pivôs associados às pseudomedidas de injeção . . . . .	104
5.9	Medidas e restrições ativas não redundantes . . . . .	106
5.10	Medidas e restrições reativas não redundantes . . . . .	106
6.1	Caracterização de erros múltiplos interativos em medidas . . . . .	111
6.2	Variâncias e desvios padrões adotadas para as medidas . . . . .	120
6.3	Medidas não nulas disponíveis . . . . .	120
6.4	Erros múltiplos não interativos . . . . .	121
6.5	Maiores resíduos normalizados - erros não interativos . . . . .	121
6.6	Erros interativos não conformativos . . . . .	122
6.7	Erros interativos conformativos . . . . .	122
6.8	Maiores resíduos normalizados - erros interativos não conformativos . . . . .	123
6.9	Maiores resíduos normalizados - erros interativos conformativos . . . . .	123
6.10	Variâncias e desvios padrões adotadas para as medidas/pseudomedidas . . . . .	128
6.11	Medidas não nulas disponíveis . . . . .	128
6.12	Erro simples em medida regular . . . . .	129
6.13	Multiplicadores de Lagrange normalizados . . . . .	129
6.14	Erro simples na topologia (estado de chaves) . . . . .	129
6.15	Multiplicadores de Lagrange normalizados . . . . .	130
6.16	Erros não interativos . . . . .	130
6.17	Multiplicadores de Lagrange normalizados - erros não interativos . . . . .	130
6.18	Erros interativos não conformativos . . . . .	131
6.19	Multiplicadores de Lagrange normalizados - erros interativos não conformativos . . . . .	131
6.20	Erros conformativos . . . . .	131
6.21	Multiplicadores de Lagrange normalizados - erros interativos conformativos . . . . .	132
A.1	Resistências série das linhas . . . . .	141
A.2	Reatâncias série das linhas . . . . .	141
A.3	Parâmetros shunt das linhas . . . . .	141
A.4	Cargas balanceadas . . . . .	142
A.5	Cargas desbalanceadas . . . . .	142
A.6	Parâmetros do transformador . . . . .	142
A.7	Parâmetros do gerador . . . . .	142
A.8	Resistências série das linhas . . . . .	143
A.9	Reatâncias série das linhas . . . . .	143
A.10	Parâmetros shunt das linhas . . . . .	143
A.11	Cargas desbalanceadas . . . . .	144
A.12	Parâmetros do transformador . . . . .	144
A.13	Parâmetros do gerador . . . . .	144

D.1	Medidas e restrições ativas disponíveis . . . . .	150
D.2	Continuação da Tabela D.1 . . . . .	151
D.3	Resumo da análise de observabilidade . . . . .	152
D.4	Estado estimado para o sistema de 30 barras generalizado . . . . .	154
D.5	Fluxos estimados nas chaves . . . . .	155
D.6	Erro múltiplos em medidas regulares - erros não correlacionados . . . . .	155
D.7	Multiplicadores de Lagrange normalizados - erros não correlacionados . . . . .	156
D.8	Erros múltiplos na topologia da rede - erros não correlacionados . . . . .	156
D.9	Multiplicadores de Lagrange normalizados - erros não correlacionados . . . . .	156
D.10	Erros não conformativos . . . . .	157
D.11	Multiplicadores de Lagrange normalizados - erros não conformativos . . . . .	157
D.12	Erros conformativos . . . . .	157
D.13	Multiplicadores de Lagrange normalizados - erros conformativos . . . . .	158
D.14	Parâmetros dos geradores e compensadores síncronos . . . . .	158
D.15	Resistências série das linhas . . . . .	158
D.16	Reatâncias série das linhas . . . . .	159
D.17	Parâmetros shunt das linhas . . . . .	159
D.18	Parâmetros dos transformadores . . . . .	159

# Lista de Figuras

1.1	Funções de um centro de controle . . . . .	2
1.2	Modelo de estimação de duas fases . . . . .	3
1.3	Modelo de estimação generalizado . . . . .	3
2.1	Linha trifásica curta . . . . .	7
2.2	Linha trifásica média . . . . .	8
2.3	Circuitos mutuamente acoplados . . . . .	9
2.4	Duas linhas mutuamente acopladas . . . . .	10
2.5	Gerador sem regulador de tensão . . . . .	12
2.6	Gerador com regulador de tensão . . . . .	13
2.7	Transformador trifásico . . . . .	14
2.8	Sistema de três barras . . . . .	15
3.1	Grandezas especificadas e variáveis do gerador . . . . .	18
3.2	Dimensões da matriz Jacobiana . . . . .	24
3.3	Fluxo das correntes na linha . . . . .	29
3.4	Sistema trifásico de seis barras . . . . .	32
4.1	Modelo $\pi$ para um componente da rede . . . . .	39
4.2	a) Modelo generalizado da rede; b) Modelo barra/ramo da rede . . . . .	48
4.3	Chaves/disjuntores trifásicos . . . . .	50
4.4	Sistema generalizado trifásico de 4 barras . . . . .	51
4.5	Sistema 10 barras generalizado . . . . .	53
4.6	Estrutura da matriz ganho para o sistema de 10 barras (2126 elementos não nulos) . . . . .	54
4.7	Estrutura do <i>tableau</i> esparsos para o sistema de 10 barras (2020 elementos não nulos) . . . . .	64
4.8	Ilha observável sem gerador . . . . .	67
5.1	Análise de observabilidade topológica . . . . .	74
5.2	Matriz ganho de uma rede observável após a fatoração triangular . . . . .	76
5.3	Pivô nulo na matriz ganho fatorada . . . . .	76
5.4	Matriz ganho de uma rede não observável após a fatoração triangular . . . . .	77
5.5	Equação resultante após a inclusão das pseudomedidas . . . . .	77

5.6	Sistema monofásico e trifásico de duas barras . . . . .	79
5.7	Matriz Jacobiana e vetor de estado - modelo barra/ramo . . . . .	80
5.8	Sistema trifásico de seis barras . . . . .	80
5.9	Ilhas observáveis do sistema trifásico de seis barras . . . . .	81
5.10	Sistema monofásico de seis barras com medidas disponíveis . . . . .	85
5.11	Sistema de seis barras com medidas disponíveis . . . . .	88
5.12	Resultado da análise de observabilidade - sistema de seis barras . . . . .	90
5.13	Caso patológico do sistema de seis barras . . . . .	90
5.14	Resultado da análise de observabilidade - caso especial . . . . .	91
5.15	Ilhas observáveis e pseudomedidas candidatas . . . . .	93
5.16	Sistema generalizado trifásico de quatro barras . . . . .	95
5.17	Ilhas observáveis em um sistema generalizado . . . . .	97
5.18	Sistema de dez barras generalizado . . . . .	100
5.19	Ilhas observáveis do sistema de dez barras generalizado . . . . .	104
5.20	Ilhas observáveis do sistema de dez barras generalizado . . . . .	107
6.1	Caracterização de erros múltiplos iterativos em medidas . . . . .	111
6.2	Sistema trifásico de seis barras . . . . .	119
6.3	Sistema dez barras generalizado . . . . .	127
D.1	Rede de 30 barras generalizada trifásica com medidores . . . . .	152
D.2	Ilhas observáveis da Rede de 30 barras generalizada trifásica . . . . .	153
D.3	Estrutura do <i>tableau</i> esparso . . . . .	154

# Principais Símbolos e Nomenclaturas

- $Y$ : Matriz de admitâncias de um elemento da rede.  $Y = G + jB$
- $Z$ : Matriz de impedâncias de um elemento da rede.
- $Ys$ : Matriz de admitâncias de parâmetros série.  $Ys = Gs + jBs$
- $Zs$ : Matriz de impedâncias de parâmetros série.
- $Ysh$ : Matriz de admitância de parâmetros em derivação ou *shunt*.  $Ysh = Gsh + jBsh$
- $G$ : Matriz de condutâncias. Pode ser série  $Gs$  ou *shunt*  $Gsh$ .
- $B$ : Matriz de susceptâncias. Pode ser série  $Bs$  ou *shunt*  $Bsh$ .
- $p$  e  $m$ : Fases da rede. Pode assumir os valores  $a$ ,  $b$  ou  $c$ .
- $M^{pm}$ : Elemento de acoplamento entre as fases  $p$  e  $m$  na matriz de parâmetros  $M$ .
- $M_{ik}$ : Matriz de parâmetros do elemento que conecta as barras  $i$  e  $k$ .
- $M_{ik}^{pm}$ : Elemento de acoplamento entre as fases  $p$  e  $m$  da matriz de parâmetros  $M_{ik}$ .
- $M$ : Pode ser a matriz  $Y$ ,  $Z$ ,  $Ys$ ,  $Zs$ ,  $Ysh$ ,  $G$ ,  $B$ ,  $Gsh$ ,  $Bsh$ ,  $Gs$  e  $Bs$ .
- $E_i^p$ : Tensão complexa na fase  $p$  da barra  $i$ .  $E_i^p = V_i^p \angle \theta_i^p$ .
- $V_i^p$ : Módulo da tensão complexa  $E_i^p$ .
- $\theta_i^p$ : Ângulo da tensão complexa  $E_i^p$ .
- $E_i^{abc}$ : Vetor com as tensões complexas nas fases  $a$ ,  $b$  e  $c$  da barra  $i$ .
- $E_{ik}^{abc} = E_i^{abc} - E_k^{abc}$ : Vetor de diferenças de tensão na fase  $p$  das barras  $i$  e  $k$ .
- $E_{ik}^p = E_i^p - E_k^p$ : Diferença de tensão na fase  $p$  das barras  $i$  e  $k$ .
- $I_i^p$ : Corrente complexa na fase  $p$  da barra  $i$ .
- $I_i^{abc}$ : Vetor com as correntes complexas nas fases  $a$ ,  $b$  e  $c$  da barra  $i$ .
- $I_{ik}^{abc}$ : Vetor de fluxos de corrente nas três fases da barra  $i$  para a barra  $k$ .
- $I_{ik}^p$ : Fluxo de corrente na fase  $p$  da barra  $i$  para a barra  $k$ .
- $P_i^p$ : Potência ativa injetada na fase  $p$  da barra  $i$ .
- $Q_i^p$ : Potência reativa injetada na fase  $p$  da barra  $i$ .
- $P_{ik}^p$ : Fluxo de potência ativa na fase  $p$  da barra  $i$  para a barra  $k$ .
- $Q_{ik}^p$ : Fluxo de potência reativa na fase  $p$  da barra  $i$  para a barra  $k$ .
- $\theta_{ik}^{pm}$ : Diferença entre o ângulo da tensão da fase  $p$  da barra  $i$  e o ângulo da fase  $m$  da barra  $k$ .
- $P_i$ : Potência ativa trifásica total injetada na barra  $i$ .
- $(E_{int})_i = (V_{int})_i \angle (\theta_{int})_i$ : Tensão complexa da fase  $a$  da barra interna do gerador  $i$ .
- $S_{ik}^{p*} =$  Conjugado complexo do fluxo de potência aparente na fase  $p$  da barra  $i$  para a barra  $k$ .

# Capítulo 1

## Introdução

A estimação de estado em sistemas de energia elétrica foi definida em 1969 por Fred C. Schweppe, J. Wildes e D. Rom [Schweppe et al., 1969]. Desde então, ela tem sido largamente estudada e inúmeros avanços foram alcançados, os quais resultaram na diversificação e consolidação das suas teorias. Nos últimos anos a estimação de estado vem evoluindo para uma modelagem mais completa, capaz de tratar variáveis não consideradas no modelo barra/ramo das redes.

O processo de estimação de estado faz parte de um conjunto de funções para a geração do modelo em tempo real da rede. As principais funções do processo de estimação de estado são o analisador de observabilidade, o processador de erros grosseiros e o estimador de estado. O objetivo do processo de estimação de estado é fornecer o estado atual do sistema de energia com a maior precisão possível, a partir do qual as demais funções de análise e controle são realizadas.

As funções da estimação de estado são realizadas a partir de um conjunto de dados do sistema classificados em estáticos e dinâmicos. Os dados estáticos contêm informações sobre a conectividade da rede, descrevendo como as seções de barramento se conectam, além dos parâmetros das linhas, dos transformadores, dos bancos de capacitores e dos reatores, entre outros. Entre os dados dinâmicos têm-se as magnitudes das tensões nas barras, os fluxos de corrente nas linhas, os fluxos de potência ativa, os fluxos de potência reativa, etc. Além dos valores analógicos, os dados dinâmicos contêm informações sobre a situação dos disjuntores, das chaves e da posição dos *taps* dos transformadores. Os dados dinâmicos são obtidos periodicamente (em média a cada 4 segundos) e, depois de processados pelo SCADA (*Supervisory Control and Data Acquisition*), são enviados às funções de construção do modelo em tempo real da rede, conforme a Figura 1.1.

No processo de estimação de estado baseado no modelo barra/ramo, conhecida a topologia da rede, é realizada a análise de observabilidade, onde são identificadas as porções da rede para as quais pode-se realizar a estimação de estado. Caso exista redundância suficiente, erros inaceitáveis nas

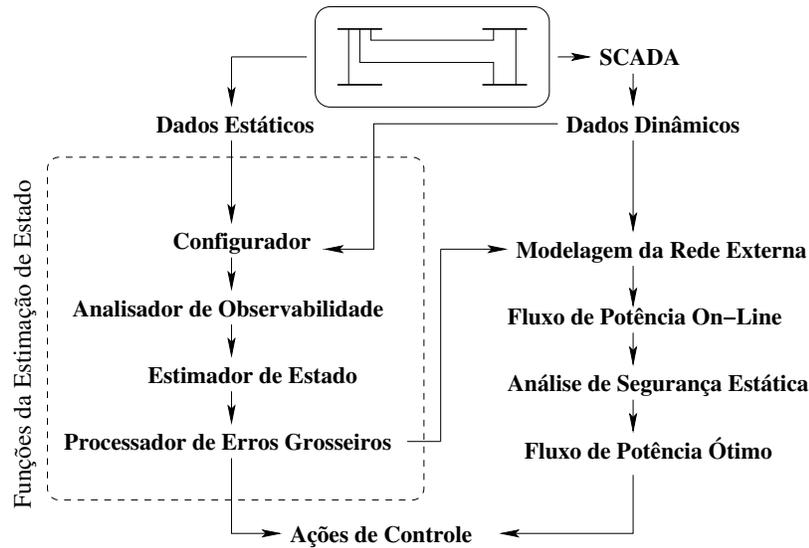


Figura 1.1: Funções de um centro de controle

medidas são detectados, identificados e corrigidos (ou eliminados) através do processamento de erros grosseiros. Tais erros podem surgir, por exemplo, devido a problemas na calibração dos medidores, a falhas na transmissão de dados, a equipamentos defeituosos. No processo de estimação de estado, a quantidade, o tipo e a localização das medidas são fatores decisivos no tratamento dos erros e na análise de observabilidade. Entretanto, a maioria dos sistemas de energia elétrica apresenta baixa redundância no conjunto de medidas, o que torna o processo de estimação muito mais complexo. Além disso, o processo de estimação de estado pode ser complicado pelo mau condicionamento das matrizes causado pelos elementos de baixa impedância, pelas diferentes ponderações das medidas, por erros na topologia da rede e por erros nos valores dos parâmetros.

Na modernização dos métodos de estimação de estado, a modelagem dos elementos de impedância nula proposta em [Monticelli and Garcia, 1991] e formalizada para a modelagem de chaves e disjuntores em [Monticelli, 1993a] e [Monticelli, 1993b] iniciou uma nova fase na estimação de estado. Nesse processo de evolução, além da possibilidade da estimação do estado de chaves e disjuntores, os parâmetros de componentes da rede como linhas de transmissão, transformadores e elementos *shunt* tornaram-se passíveis de estimação. A esse modelo mais completo do estimador de estado deu-se o nome de generalizado, o qual foi formalizado em [Alsaç et al., 1998].

Na Figura 1.2 apresenta-se o modelo tradicional da estimação de estado também conhecida como estimação de duas fases. Nesse modelo o processador topológico recebe informações do estado das chaves, das seções de barramento e da conectividade dos componentes e gera o modelo barra/ramo da rede, onde as barras representam as subestações e os ramos representam as linhas de transmissão e os transformadores, sendo que para efeito da estimação de estado, considera-se que o modelo barra/ramo é livre de erros. Na segunda fase da estimação de estado, o modelo da rede, os valores

dos parâmetros e as informações das medidas analógicas são processados e o estado é estimado. Por se tratar de um modelo em que a topologia da rede e o estado estimado são tratados separadamente, os erros na topologia da rede manifestam-se como se fossem erros nas medidas e seu tratamento é indireto e complicado.

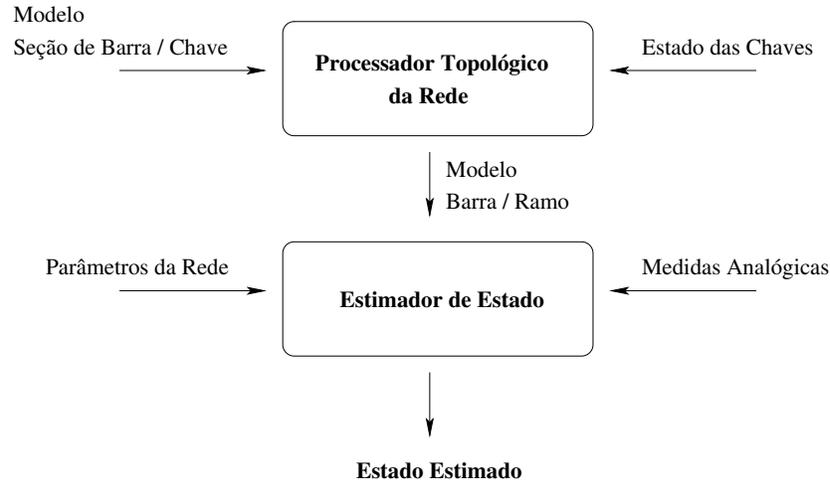


Figura 1.2: Modelo de estimação de duas fases

Na Figura 1.3 apresenta-se o modelo generalizado da estimação de estado, no qual processam-se simultaneamente as medidas lógicas (estados de chaves e disjuntores) e as medidas analógicas e, portanto, erros de medidas e/ou de topologia são tratados de uma só vez.

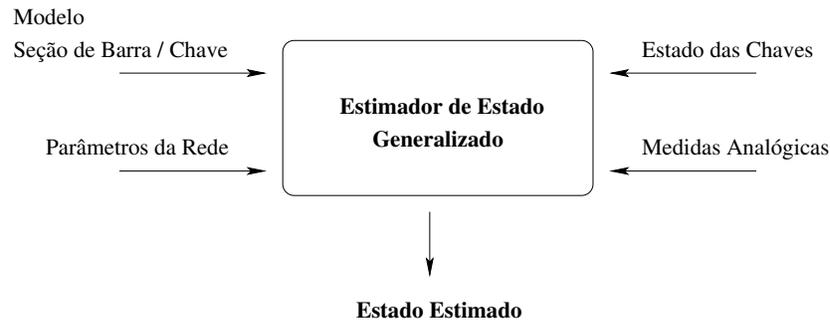


Figura 1.3: Modelo de estimação generalizado

Neste trabalho, aplica-se o modelo generalizado de estimação de estado a redes trifásicas de energia elétrica nas quais os desbalanços nas cargas e os desequilíbrios na rede são considerados. Enquanto os desbalanços nas cargas são mais acentuados nos sistemas de distribuição, devido à presença de cargas monofásicas e bifásicas, os desequilíbrios na rede são mais pronunciados nos sistemas de transmissão e são causados pela não transposição das linhas e pelo compartilhamento das faixas de servidão por várias linhas [Zhong and Abur, 2002]. A utilização de uma modelagem trifásica

permite um grau de detalhamento superior ao dos modelos por fase (monofásicos) e, conseqüentemente, o estado estimado é mais preciso. A modelagem trifásica permite ainda que se determine, por exemplo, as perdas por fase. Além disso, os sistemas de transmissão e distribuição podem ser tratados indistintamente, permitindo que a estimação de estado seja realizada simultaneamente nos diversos níveis de tensão [Hansen and Debs, 1995].

No Capítulo 2 são apresentados os modelos trifásicos tradicionais dos componentes da rede que se mostraram adequados ao problema da estimação de estado. No Capítulo 3 é descrito o problema do fluxo de carga trifásico, o qual é utilizado para gerar as medidas necessárias à estimação de estado. Além disso, o estudo do problema do fluxo de carga trifásico facilita a compreensão do problema de estimação de estado trifásica. No Capítulo 4 trata-se do estimador de estado, sendo apresentados o estimador baseado na matriz ganho e o estimador baseado no *tableau* esparso de Hachtel [Hachtel, 1976]. Ainda nesse capítulo, apresenta-se o problema e a solução da estimação de estado de ilhas observáveis sem gerador. Essa solução é uma das contribuições originais desse trabalho. No Capítulo 5 aborda-se o problema da análise de observabilidade, sendo apresentadas duas formas distintas de tratamento do problema. A primeira proposta é baseada na fatoração da matriz ganho, que foi inicialmente apresentada para redes monofásicas por Monticelli e Wu em [Monticelli and Wu, 1985a] e a segunda abordagem é baseada na solução de mínima norma do estimador de estado e esta abordagem constitui uma das principais contribuições originais deste trabalho. O Capítulo 6 trata do problema da detecção e identificação de erros grosseiros. Os métodos dos resíduos normalizados e dos multiplicadores de Lagrange normalizados apresentados para redes monofásicas em [Monticelli and Garcia, 1983] e [Clements and Simões-Costa, 1998] são aplicados às redes generalizadas trifásicas. Nesse capítulo aborda-se o tratamento de erros em medidas e na topologia da rede. Por fim, no Capítulo 7 apresentam-se as conclusões gerais deste trabalho. Para os leitores interessados em reproduzir as aplicações apresentadas, o Apêndice D contém uma série de resultados obtidos com uma versão generalizada trifásica do sistema de 14 barras do IEEE. No Apêndice E são apresentadas as publicações geradas a partir deste trabalho.

## Capítulo 2

# Modelagem dos Componentes da Rede

### 2.1 Introdução

As necessidades operativas de um sistema de energia elétrica inserido em um ambiente competitivo exigem que as suas funções de análise e diagnóstico sejam realizadas de maneira muito mais precisa, requerendo, portanto, uma modelagem mais completa para os componentes da rede. Na maioria das aplicações disponíveis em um centro de controle considera-se que as cargas são balanceadas e as redes equilibradas, o que permite a utilização do modelo por fase ou monofásico (modelo de seqüência positiva), que é muito mais simples. Uma modelagem trifásica da rede permite um grau de detalhamento muito superior ao dos modelos por fase, aumentando a confiabilidade das análises realizadas [Baran and Kelley, 1994]. Assim, é possível, por exemplo, a obtenção de informações das perdas por fase [Hansen and Debs, 1995]. Outra vantagem da abordagem trifásica é que ela não diferencia os sistemas de transmissão e distribuição, permitindo que as análises sejam realizadas simultaneamente nos diversos níveis de tensão da rede.

Com a adoção de uma modelagem trifásica é possível considerar os desbalanços nas cargas e os desequilíbrios na rede. Os desbalanços nas cargas são mais pronunciados nos sistemas de média e baixa tensão e se devem à impossibilidade de distribuir uniformemente as cargas entre as fases, além da presença de cargas monofásicas e bifásicas. Os desequilíbrios na rede são mais acentuados nos níveis de tensão mais elevados e podem ser causados pela não-transposição das fases das linhas e pelo compartilhamento das faixas de servidão por diversas linhas. Esses desequilíbrios podem ser contabilizados pelos acoplamentos mútuos entre as fases dos elementos da rede. Desconsiderar esses efeitos, como ocorre nas abordagens monofásicas, pode comprometer os resultados das análises realizadas [Baran and Kelley, 1994].

Para que o estudo trifásico da rede seja suficientemente preciso e seguro, é necessário trabalhar

com os modelos adequados dos componentes do sistema [Baran and Kelley, 1994], tornando possível considerar tanto o efeito do acoplamento entre as fases de um dispositivo, como o efeito do acoplamento entre os dispositivos que se localizem próximos uns dos outros. Por certo, a utilização de modelos trifásicos implica no aumento do número de variáveis do problema, mas com eles são alcançados aumentos significativos na precisão e na confiabilidade dos estudos realizados. Isso permite uma melhor compreensão do ponto de operação do sistema e dos efeitos ligados aos desequilíbrios nas cargas e aos desbalanços na rede [Hansen and Debs, 1995].

Neste Capítulo são discutidos apenas os aspectos básicos da modelagem trifásica dos componentes da rede necessários à compreensão deste texto. Exposições detalhadas desses componentes podem ser encontradas em [Arrillaga et al., 1983] e [Chen and Dillon, 1974].

## 2.2 Cargas

As cargas são modeladas como injeções de potências ativas e reativas. Por questões ligadas à convergência do processo iterativo, normalmente admitem-se cargas conectadas em estrela solidamente aterradas [Dorel and Dias, 1983]. A especificação de cargas desequilibradas é trivial, bastando inserir os valores das cargas em cada uma das fases.

## 2.3 Elementos em Derivação (*Shunt*)

Capacitores e reatores são tratados da mesma forma que as cargas do tipo impedância constante, sendo fundamental a consideração do tipo de ligação. Considere como exemplo um banco trifásico de capacitores, sua matriz de admitâncias primitivas equivalente é diagonal já que não se consideram os acoplamentos entre suas fases, ou seja,  $Ysh^{ab} = Ysh^{ac} = Ysh^{ba} = Ysh^{bc} = Ysh^{ca} = Ysh^{cb} = 0$ . A matriz de admitâncias primitivas do banco de capacitores *shunt*, contribui somente para a matriz de admitâncias nodais próprias da barra onde o banco está conectado.

$$[Ysh] = \begin{bmatrix} 1/j\chi_c & 0 & 0 \\ 0 & 1/j\chi_c & 0 \\ 0 & 0 & 1/j\chi_c \end{bmatrix}_{3 \times 3} \quad (2.1)$$

## 2.4 Elementos em Série

Qualquer elemento conectado entre duas barras  $i$  e  $k$  pode ser considerado um elemento em série. Um exemplo típico é um banco trifásico de capacitores, o qual normalmente é considerado como não-acoplado, resultando em uma matriz diagonal de admitâncias primitivas, como abaixo:

$$[Y_s] = \begin{bmatrix} 1/j\chi_c & 0 & 0 \\ 0 & 1/j\chi_c & 0 \\ 0 & 0 & 1/j\chi_c \end{bmatrix}_{3 \times 3} \quad (2.2)$$

A matriz de admitâncias primitivas do banco em série ( $Y_s$ ) contribui para as matrizes de admitâncias nodais próprias e mútuas das barras  $i$  e  $k$ , conforme a Equação 2.3, onde as matrizes  $Y_{ii} = Y_{kk} = Y_s$  e as matrizes  $Y_{ik} = Y_{ki} = -Y_s$ .

$$[Y] = \begin{bmatrix} Y_s & -Y_s \\ -Y_s & Y_s \end{bmatrix}_{6 \times 6} \quad (2.3)$$

## 2.5 Linhas de Transmissão

As linhas de transmissão são modeladas de acordo com o seu comprimento e elas podem ser classificadas em curtas, médias e longas.

### 2.5.1 Linhas curtas

As linhas curtas normalmente aparecem em sistemas de distribuição, elas podem ser modeladas considerando-se apenas os efeitos eletromagnéticos o que resulta em um modelo com somente elementos série, conforme a Figura 2.1. Cada elemento série é formado por uma resistência e uma reatância.

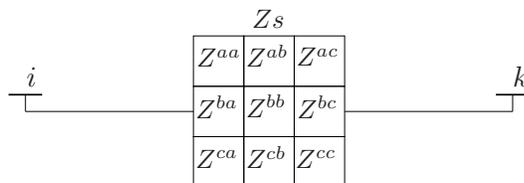


Figura 2.1: Linha trifásica curta

A partir desse modelo, tem-se a matriz de impedâncias primitivas de fase  $Z_s$  da Equação 2.4:

$$\begin{bmatrix} E_{ik}^a \\ E_{ik}^b \\ E_{ik}^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{ik}^{aa} & Z_{ik}^{ab} & Z_{ik}^{ac} \\ Z_{ik}^{ba} & Z_{ik}^{bb} & Z_{ik}^{bc} \\ Z_{ik}^{ca} & Z_{ik}^{cb} & Z_{ik}^{cc} \end{bmatrix}_{3 \times 3} \begin{bmatrix} I_{ik}^a \\ I_{ik}^b \\ I_{ik}^c \end{bmatrix} \implies [E_{ik}^{abc}] = [Z_s][I_{ik}^{abc}] \quad (2.4)$$

A matriz de impedâncias primitivas de fase é simétrica, uma vez que os elementos  $Z_{ik}^{pm}$  e  $Z_{ik}^{mp}$  que representam o acoplamento entre as fases  $p$  e  $m$  da linha que conecta as barras  $i$  e  $k$  são iguais. Porém, os elementos que representam os acoplamentos entre as diversas fases dessa linha podem ser diferentes entre si, o que implica na não-diagonalização da matriz de impedâncias primitivas ao aplicar as componentes simétricas.

Para obter a matriz de admitâncias primitivas, basta inverter a matriz de impedâncias primitivas. A matriz de admitâncias primitivas mantém a simetria da matriz de impedâncias primitivas. A partir da matriz de admitâncias primitivas, obtém-se a matriz de admitâncias nodais da linha, como abaixo,

$$\begin{bmatrix} I_i^{abc} \\ I_k^{abc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_s^{-1} & -Z_s^{-1} \\ -Z_s^{-1} & Z_s^{-1} \end{bmatrix}_{6 \times 6} \begin{bmatrix} E_i^{abc} \\ E_k^{abc} \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

### 2.5.2 Linhas médias

Nas linhas de transmissão médias consideram-se os efeitos eletromagnéticos e eletrostáticos, cujo modelo corresponde a parâmetros série e *shunt* formando um modelo  $\pi$  nominal para cada uma de suas fases. Nesse modelo, os parâmetros são representados por matrizes de ordem  $3 \times 3$ , de acordo com a Figura 2.2.

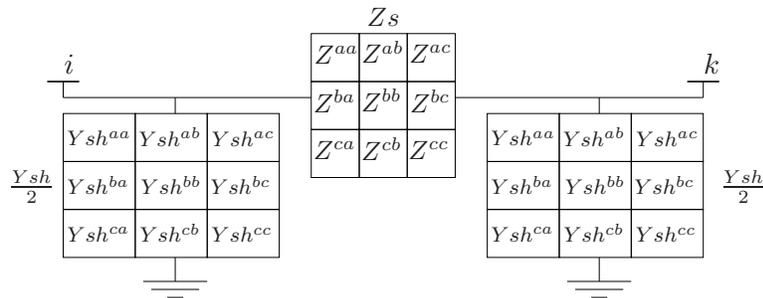


Figura 2.2: Linha trifásica média

A matriz de admitâncias nodais da linha é escrita como:

$$\begin{bmatrix} I_i^{abc} \\ I_k^{abc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Zs^{-1} + Ysh/2 & -Zs^{-1} \\ -Zs^{-1} & Zs^{-1} + Ysh/2 \end{bmatrix}_{6 \times 6} \begin{bmatrix} E_i^{abc} \\ E_k^{abc} \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

### 2.5.3 Linhas longas

Nas linhas de transmissão longas, da mesma forma que nas linhas médias, consideram-se os efeitos eletromagnéticos e eletrostáticos, levando a um modelo  $\pi$  equivalente para cada uma de suas fases, cujos parâmetros são corrigidos para considerar os efeitos do comprimento da linha. A matriz de admitâncias nodais é idêntica àquela adotada para as linhas médias apresentada na Equação 2.6.

Nesse modelo é possível considerar a presença do solo, de cabos-guarda aterrados e o fato de os cabos serem constituídos de feixes de condutores. Os efeitos da transposição das linhas podem ser quantificados através da permutação das linhas e das colunas das matrizes de parâmetros de acordo com a posição das fases [Dorel and Dias, 1983].

## 2.6 Circuitos Mutuamente Acoplados

Quando duas ou mais linhas de transmissão ocupam a mesma faixa de servidão por um longo trecho, os efeitos eletrostáticos e eletromagnéticos do acoplamento entre elas devem ser levados em consideração [Arrillaga et al., 1983]. Suponha o caso onde há duas linhas trifásicas mutuamente acopladas formando um subsistema com quatro barras, onde o acoplamento entre os elementos série representa o efeito eletromagnético e o acoplamento entre os elementos *shunt* representa o efeito eletrostático ou capacitivo. Esses efeitos estão representados na Figura 2.3.

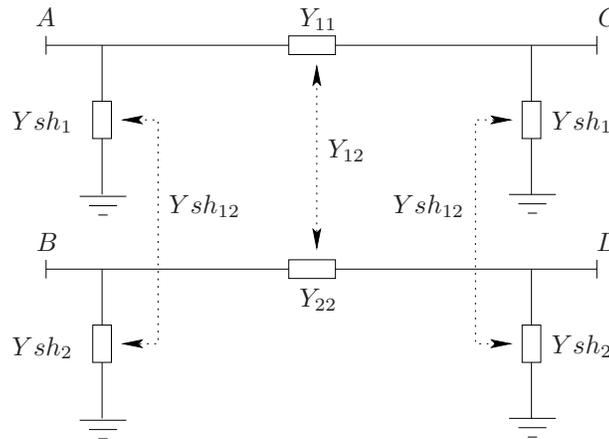


Figura 2.3: Circuitos mutuamente acoplados

Como o acoplamento mútuo é bilateral, tem-se  $Y_{12} = Y_{21}^T$  e  $Ysh_{12} = Ysh_{21}^T$ . Portanto, a matriz de admitâncias nodais para essa rede é dada por:

$$\begin{bmatrix} I_A^{abc} \\ I_B^{abc} \\ I_C^{abc} \\ I_D^{abc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{11} + Ysh_1 & Y_{12} + Ysh_{12} \\ Y_{12}^T + Ysh_{12}^T & Y_{22} + Ysh_2 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -Y_{11} & -Y_{12} \\ -Y_{12}^T & -Y_{22} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} -Y_{11} & -Y_{12} \\ -Y_{12}^T & -Y_{22} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} Y_{11} + Ysh_1 & Y_{12} + Ysh_{12} \\ Y_{12}^T + Ysh_{12}^T & Y_{22} + Ysh_2 \end{bmatrix} \end{bmatrix}_{12 \times 12} \begin{bmatrix} E_A^{abc} \\ E_B^{abc} \\ E_C^{abc} \\ E_D^{abc} \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Observando atentamente a Equação 2.7 nota-se que ela é similar à Equação 2.6 encontrada para as linhas trifásicas não-acopladas, onde as submatrizes de ordem  $3 \times 3$  são agora submatrizes de ordem  $6 \times 6$  e, portanto, o tratamento dado às linhas mutuamente acopladas é similar àquele dado às linhas não-acopladas, salvo que as matrizes de parâmetros série e *shunt* têm sua dimensão multiplicada pelo número de linhas acopladas. Assim, para as duas linhas trifásicas mutuamente acopladas tem-se:

$$\begin{bmatrix} I_A^{abc} \\ I_B^{abc} \\ I_C^{abc} \\ I_D^{abc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Zs^{-1} + Ysh/2 & -Zs^{-1} \\ -Zs^{-1} & Zs^{-1} + Ysh/2 \end{bmatrix}_{12 \times 12} \begin{bmatrix} E_A^{abc} \\ E_B^{abc} \\ E_C^{abc} \\ E_D^{abc} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

A partir da Equação 2.8 é possível redesenhar o modelo para as duas linhas trifásicas mutuamente acopladas conforme a Figura 2.4.

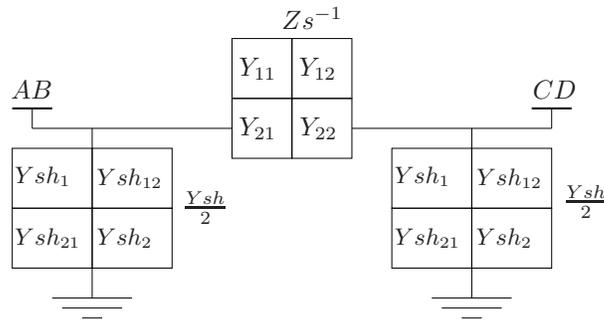


Figura 2.4: Duas linhas mutuamente acopladas

Numa situação específica, considerando-se que as linhas mutuamente acopladas estão conectadas entre as barras  $i$  e  $k$  tem-se que:

$$\begin{aligned} I_i^{abc} &= I_A^{abc} + I_B^{abc} & E_i^{abc} &= E_A^{abc} = E_B^{abc} \\ I_k^{abc} &= I_C^{abc} + I_D^{abc} & E_k^{abc} &= E_C^{abc} = E_D^{abc} \end{aligned} \quad e \quad (2.9)$$

Aplicando as condições da Equação 2.9 na Equação 2.7, tem-se:

$$\begin{aligned} I_i^{abc} &= [Y_{11} + Ysh_1 + Y_{12}^T + Ysh_{12}^T + Y_{12} + Ysh_{12} + Y_{22} + Ysh_2]E_i^{abc} - [Y_{11} + Y_{12}^T + Y_{12} + Y_{22}]E_k^{abc} \\ I_k^{abc} &= [Y_{11} + Y_{12}^T + Y_{12} + Y_{22}]E_i^{abc} - [Y_{11} + Ysh_1 + Y_{12}^T + Ysh_{12}^T + Y_{12} + Ysh_{12} + Y_{22} + Ysh_2]E_k^{abc} \end{aligned} \quad (2.10)$$

Organizando os termos da Equação 2.10 e colocando-os na forma matricial, chega-se a:

$$\begin{bmatrix} I_i^{abc} \\ I_k^{abc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_P & -Y_{11} - Y_{12}^T - Y_{12} - Y_{22} \\ -Y_{11} - Y_{12}^T - Y_{12} - Y_{22} & Y_P \end{bmatrix}_{6 \times 6} \begin{bmatrix} E_i^{abc} \\ E_k^{abc} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

com  $Y_P = Y_{11} + Ysh_1 + Y_{12}^T + Ysh_{12}^T + Y_{12} + Ysh_{12} + Y_{22} + Ysh_2$ .

Note que a forma da matriz de admitâncias nodais da Equação 2.11 é a mesma obtida para as linhas sem acoplamento mostrada na Equação 2.6. As matrizes  $3 \times 3$  fora da diagonal são formadas pelo negativo da soma das matrizes de parâmetros série e as matrizes  $3 \times 3$  da diagonal são formadas pela soma das matrizes de parâmetros série com as matrizes de parâmetros *shunt*.

## 2.7 Gerador Síncrono Trifásico

Nos estudos de fluxo de carga trifásico opta-se por representar as máquinas por suas reatâncias e tensões internas, de forma a permitir uma avaliação dos desbalanços das correntes e tensões nos seus terminais. São abordadas as máquinas síncronas sem e com regulação de tensão, além dos compensadores síncronos [Arrillaga et al., 1983].

### 2.7.1 Gerador sem regulador de tensão

Na representação trifásica dos geradores síncronos são necessárias duas barras trifásicas por máquina, uma barra interna  $i$  e uma barra terminal  $t$ . As tensões na barra interna do gerador são constantes em módulo e defasadas de  $120^\circ$  entre si, conforme indicado na Equação 2.12.

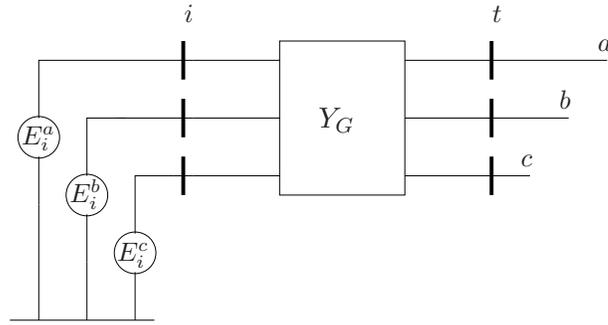


Figura 2.5: Gerador sem regulador de tensão

$$\begin{aligned}
 E_i^p &= V_i^p \angle \theta^p, \quad \text{com } p = a, b, c. \\
 \theta^b &= \theta^a - 120^\circ \\
 \theta^c &= \theta^a + 120^\circ
 \end{aligned} \tag{2.12}$$

A matriz de admitâncias primitivas é obtida admitindo-se que as máquinas são projetadas para exibir uma perfeita simetria, sendo que sua representação em componentes simétricas leva a uma matriz diagonal, como indicado na Equação 2.13.

$$\begin{bmatrix} E_i^0 - E_t^0 \\ E_i^+ - E_t^+ \\ E_i^- - E_t^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z^0 & 0 & 0 \\ 0 & Z^+ & 0 \\ 0 & 0 & Z^- \end{bmatrix}_{3 \times 3} \begin{bmatrix} I_i^0 \\ I_i^+ \\ I_i^- \end{bmatrix} \implies [E_{it}^{0+-}] = [Z^{0+-}][I_i^{0+-}] \tag{2.13}$$

onde  $Z^0$ ,  $Z^+$  e  $Z^-$  são respectivamente as impedâncias de seqüência zero, de seqüência positiva e de seqüência negativa;  $I_i^0$ ,  $I_i^+$  e  $I_i^-$  são as correntes complexas de seqüência zero, de seqüência positiva e de seqüência negativa injetadas na barra  $i$  e  $E_i^0$ ,  $E_i^+$  e  $E_i^-$  são as tensões complexas de seqüência zero, de seqüência positiva e de seqüência negativa na barra  $i$ . Essa nomenclatura também é válida para a barra terminal. Realizando a transformação das componentes simétricas em componentes de fase, têm-se:

$$[I_i^{abc}] = [T][Z^{0+-}]^{-1}[T]^{-1}[E_{it}^{abc}] = [Y_G][E_{it}^{abc}] \tag{2.14}$$

$$[Y_G] = [T][Z^{0+-}]^{-1}[T]^{-1} = 1/3 \begin{bmatrix} Y^0 + Y^+ + Y^- & Y^0 + aY^+ + a^2Y^- & Y^0 + a^2Y^+ + aY^- \\ Y^0 + a^2Y^+ + aY^- & Y^0 + Y^+ + Y^- & Y^0 + aY^+ + a^2Y^- \\ Y^0 + aY^+ + a^2Y^- & Y^0 + a^2Y^+ + aY^- & Y^0 + Y^+ + Y^- \end{bmatrix} \tag{2.15}$$

onde  $Y^0 = 1/Z^0$ ,  $Y^+ = 1/Z^+$ ,  $Y^- = 1/Z^-$ ,  $a = \cos(120^\circ) + j\text{sen}(120^\circ)$  e  $T$  é a matriz de transformação de componentes simétricas em componentes de fase. Assim, é possível escrever a matriz de admitâncias nodais para o gerador, como:

$$\begin{bmatrix} I_i^{abc} \\ I_t^{abc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_G & -Y_G \\ -Y_G & Y_G \end{bmatrix}_{6 \times 6} \begin{bmatrix} E_i^{abc} \\ E_t^{abc} \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

### 2.7.2 Gerador com regulador de tensão

Quando há a necessidade de controlar a tensão terminal de uma máquina, utilizam-se os reguladores automáticos de tensão, cuja idéia está ilustrada na Figura 2.6. Isso implica na necessidade de inclusão de uma equação relativa à regulação de tensão.

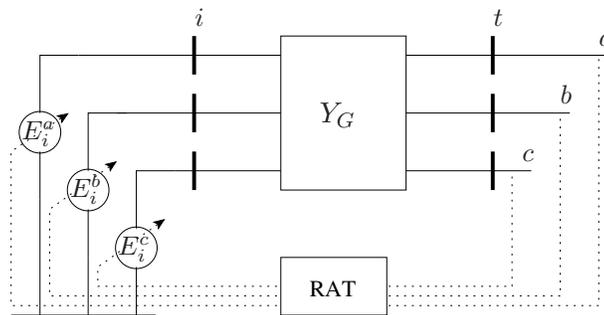


Figura 2.6: Gerador com regulador de tensão

A matriz de admitâncias nodais é a mesma definida para o caso do gerador sem regulador de tensão. Nesse modelo controla-se a magnitude da tensão interna de forma que a tensão terminal seja mantida em um valor especificado. Considerando que as tensões na barra interna são equilibradas, somente o módulo e o ângulo da tensão na fase  $a$  são tratados como variáveis. No gerador que fornece a referência angular para a rede, o mais adequado é manter constante a magnitude da tensão na fase  $a$  da barra terminal, permitindo-se a obtenção de resultados mais realistas. A associação entre as tensões internas e as tensões terminais do gerador é feita pela equação da potência ativa trifásica total especificada e por uma equação que relaciona diretamente as magnitudes dessas tensões. A forma como essas relações acontecem é descrita no próximo capítulo.

Por fim, o compensador síncrono é modelado como um gerador síncrono cuja potência ativa trifásica total especificada é nula.

## 2.8 Transformadores Trifásicos

No modelo adotado considera-se que os transformadores trifásicos são formados pela associação de transformadores monofásicos e os parâmetros de suas fases são perfeitamente balanceados [Arrillaga et al., 1983], [Chen et al., 1991]. Sob essas condições, os diversos tipos de conexão dos transformadores podem ser representados por matrizes básicas. Outras abordagens podem ser encontradas em [Hong and Wang, 1997], [Kersting et al., 1999] e [Selva and David, 2002].

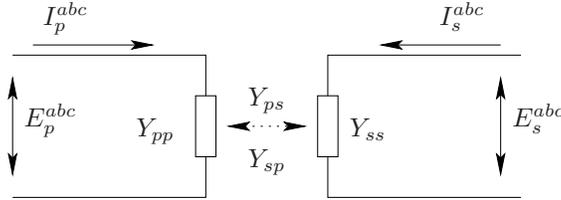


Figura 2.7: Transformador trifásico

A Figura 2.7 representa um transformador trifásico onde as correntes  $I_p^{abc}$  e  $I_s^{abc}$  são vetores contendo, respectivamente, as correntes de linha do lado do primário e do lado do secundário do transformador. Os vetores  $V_p^{abc}$  e  $V_s^{abc}$  contêm as tensões de fase do lado do primário e do lado do secundário do transformador. As matrizes  $Y_{pp}$ ,  $Y_{ss}$ ,  $Y_{ps}$  e  $Y_{sp}$  contêm as admitâncias próprias e mútuas no primário e no secundário do transformador. Como o acoplamento é simétrico, tem-se que  $Y_{sp} = Y_{ps}^T$ . Portanto, a matriz de admitâncias nodais do transformador é dada por:

$$\begin{bmatrix} I_p^{abc} \\ I_s^{abc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{pp} & Y_{ps} \\ Y_{sp} & Y_{ss} \end{bmatrix}_{6 \times 6} \begin{bmatrix} E_p^{abc} \\ E_s^{abc} \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

As submatrizes  $Y_{pp}$ ,  $Y_{ss}$ ,  $Y_{sp}$  e  $Y_{ps}$  são definidas na Tabela 2.1 de acordo com o tipo de conexão do transformador. As matrizes  $Y_I$ ,  $Y_{II}$  e  $Y_{III}$  também são apresentadas abaixo,  $y_t$  a admitância de ligação do transformador [Arrillaga et al., 1983].

Tabela 2.1: Matrizes de admitâncias primitivas dos transformadores

Primário	Secundário	$Y_{pp}$	$Y_{ss}$	$Y_{ps}$ e $Y'_{sp}$
Y-g	Y-g	$Y_I$	$Y_I$	$-Y_I$
Y-g	Y	$Y_{II}$	$Y_{II}$	$-Y_{II}$
Y-g	D	$Y_I$	$Y_{II}$	$Y_{III}$
Y	Y	$Y_{II}$	$Y_{II}$	$-Y_{II}$
Y	D	$Y_{II}$	$Y_{II}$	$Y_{III}$
D	D	$Y_{II}$	$Y_{II}$	$Y_{II}$

$$Y_I = \begin{bmatrix} y_t & 0 & 0 \\ 0 & y_t & 0 \\ 0 & 0 & y_t \end{bmatrix}, \quad Y_{II} = 1/3 \begin{bmatrix} 2y_t & -y_t & -y_t \\ -y_t & 2y_t & -y_t \\ -y_t & -y_t & 2y_t \end{bmatrix}, \quad Y_{III} = 1/\sqrt{3} \begin{bmatrix} -y_t & y_t & 0 \\ 0 & -y_t & y_t \\ y_t & 0 & -y_t \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

Finalmente, para considerar os *taps* do primário e do secundário basta realizar as seguintes operações: dividir a matriz de admitâncias próprias do primário por  $t_i^2$ , dividir a matriz de admitâncias próprias do secundário por  $t_k^2$  e dividir as matrizes de admitâncias mútuas por  $(t_i \cdot t_k)$ , sendo  $t_i$  e  $t_k$  os *taps* do primário e do secundário respectivamente.

## 2.9 Formação da Matriz de Admitâncias do Sistema

Nas redes trifásicas a matriz de admitâncias do sistema é formada a partir de duas regras simples [Arrillaga et al., 1983]. São elas:

- A matriz de admitâncias próprias de qualquer barra é formada pela soma das matrizes de admitâncias próprias dos elementos conectados à barra.
- A matriz de admitâncias mútuas entre duas barras é o negativo da soma das matrizes de admitâncias mútuas individuais de todos os elementos conectados entre as barras.

Como exemplo de formação da matriz de admitâncias de uma rede suponha o sistema trifásico da Figura 2.8. Ele é composto por três barras, um gerador e duas linhas. A barra 4 é a barra interna do gerador.

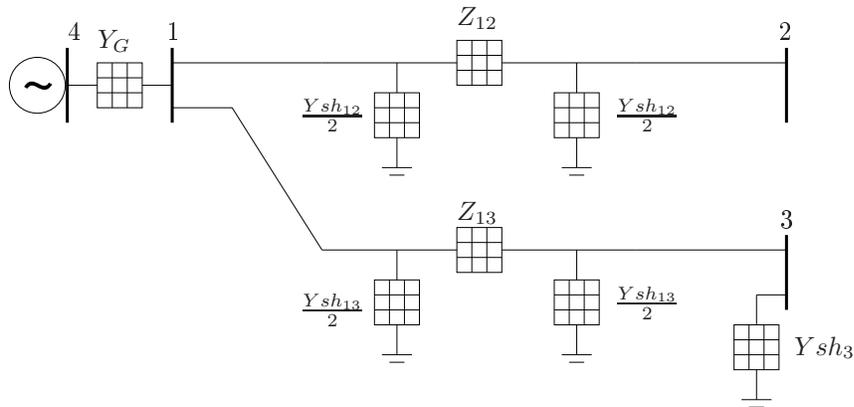


Figura 2.8: Sistema de três barras

Na Equação 2.19 os elementos  $Z_{12}$  e  $Z_{13}$  são matrizes de dimensão  $3 \times 3$  que representam os parâmetros série das linhas 1 – 2 e 1 – 3. Os elementos  $Ysh_{12}$  e  $Ysh_{13}$  são matrizes de dimensão  $3 \times 3$  que representam os parâmetros *shunt* das linhas 1 – 2 e 1 – 3. O elemento  $Y_G$  é uma matriz  $3 \times 3$  que representa os parâmetros do gerador e o elemento  $Ysh_3$  é uma matriz  $3 \times 3$  que representa um banco de capacitores conectado à barra 3. Cada linha dessas matrizes representa uma das fases do componente ao qual a matriz está associada. A matriz de admitâncias da rede tem dimensão  $12 \times 12$  e cada um dos seus elementos representa o acoplamento entre duas fases de quaisquer dois componentes da rede. Assim, por exemplo, o elemento da posição (4,3) da matriz de admitâncias da rede representa a admitância mútua entre a fase *a* da linha 1 – 3 e a fase *c* da linha 1 – 2.

$$Y = \begin{bmatrix} [Z_{12}^{-1} + \frac{Ysh_{12}}{2} + \frac{Ysh_{13}}{2} + Z_{13}^{-1} + Y_G] & -[Z_{12}]^{-1} & -[Z_{13}]^{-1} & -[Y_G] \\ & [Z_{12}^{-1} + \frac{Ysh_{12}}{2}] & 0 & 0 \\ & & -[Z_{13}^{-1} + \frac{Ysh_{13}}{2} + Ysh_3] & 0 \\ & & & -[Y_G] \end{bmatrix}_{12 \times 12} \quad (2.19)$$

## 2.10 Conclusões

Neste Capítulo foram apresentados os modelos trifásicos dos componentes da rede que são utilizados no estimador de estado trifásico. Os modelos das chaves trifásicas incluídas na modelagem generalizada da rede são apresentados no Capítulo que trata do estimador de estado generalizado trifásico. Os modelos utilizados para os componentes da rede são os modelos clássicos, os quais foram escolhidos em função do seu bom comportamento nos casos estudados. Além disso, os modelos adotados permitem uma boa compreensão dos efeitos causados pelos desbalanços das cargas e pelos desequilíbrios da rede no estado estimado.

## Capítulo 3

# Fluxo de Carga Trifásico

### 3.1 Introdução

Neste capítulo são discutidos alguns aspectos considerados relevantes para a implementação e a resolução do problema do fluxo de carga trifásico em redes de energia elétrica visando uma melhor compreensão do problema da estimação de estado em redes trifásicas. Em [Arrillaga et al., 1983], [Dorel and Dias, 1983], [Zago, 1992], [Wasley and Slash, 1974], [Garcia and Zago, 1996] e [Arrillaga and Harker, 1978] são tratados diversos aspectos básicos ligados ao problema do fluxo de carga trifásico.

No contexto deste trabalho, o fluxo de carga é utilizado para a geração das medidas utilizadas pelo estimador de estado, além disso, o estado fornecido pelo fluxo de carga serve de base de comparação para o estado encontrado pelo estimador. Os modelos trifásicos dos componentes da rede utilizados pelo fluxo de carga trifásico e pelo estimador de estado trifásico são os mesmos.

### 3.2 Solução das Equações do Fluxo de Carga

Na solução numérica das equações do fluxo de carga, a complexidade adicional do modelo trifásico se deve ao aumento do número de variáveis do problema. Estruturalmente, as equações do fluxo de carga trifásico são muito semelhantes às equações do fluxo de carga monofásico. Inicialmente, as barras do sistema trifásico são classificadas de acordo com suas variáveis especificadas (previstas, conhecidas). No caso trifásico é necessário adicionar um tipo de barra que não aparece no caso monofásico, a fim de representar as barras internas dos geradores. Assim, os tipos de barra disponíveis nesse problema são:

### 3.2.1 Barras de carga

Nas barras de carga são especificados os valores das injeções de potências ativas e reativas em cada uma de suas fases. Assim, na representação trifásica são definidas seis incógnitas que são os módulos e os ângulos das tensões nas suas três fases. As barras terminais dos geradores normalmente são tratadas como barras de carga.

### 3.2.2 Barras de geração

As barras de geração são separadas em barras com e sem regulação de tensão (RAT). As barras com geradores são modeladas por uma barra interna e uma barra terminal. Na Figura 3.1 mostra-se o esquema de um gerador com suas grandezas especificadas (indicadas pelo superescrito  $^{esp}$ ) e suas variáveis.

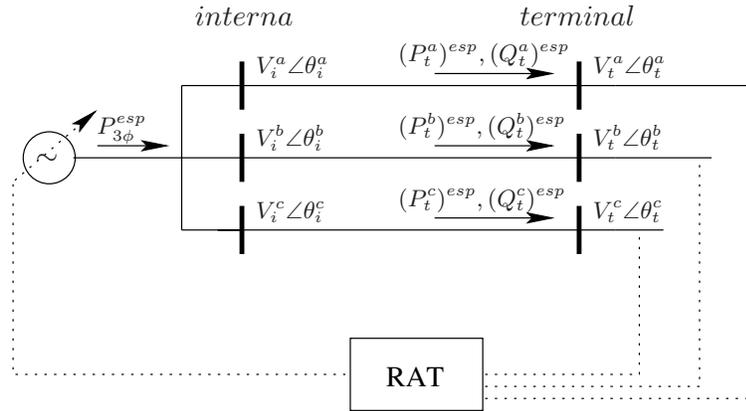


Figura 3.1: Grandezas especificadas e variáveis do gerador

$$\begin{cases} V_i^a = V_i^b = V_i^c \\ \theta_i^b = \theta_i^a - 120^\circ \\ \theta_i^c = \theta_i^a + 120^\circ \end{cases} \quad (3.1)$$

Nas barras de geração onde não há regulação de tensão, especificam-se a injeção de potência ativa trifásica total e o módulo da tensão nas três fases da barra interna. Como admite-se que há equilíbrio nas tensões de fase da barra interna, a única incógnita nessa barra é o ângulo da tensão da fase  $a$ , já que os ângulos das fases  $b$  e  $c$  estão defasados respectivamente de  $-120^\circ$  e  $+120^\circ$  em relação ao ângulo da fase  $a$ . Os módulos e os ângulos das tensões nas três fases da barra terminal podem ser determinados já que as injeções das potências ativas e reativas nas três fases da barra terminal normalmente são especificadas.

Nas barras com geradores onde há regulação de tensão, as incógnitas são: o módulo da tensão na fase  $a$  da barra interna, o ângulo da tensão da fase  $a$  da barra interna e o módulo e o ângulo das tensões nas três fases da barra terminal, totalizando oito incógnitas. Das oito equações necessárias para resolver o problema, seis equações são expressas a partir dos *mismatches* das potências ativas e reativas injetadas nas três fases da barra terminal, uma equação é obtida do *mismatch* da injeção de potência ativa trifásica total especificada e a última equação é obtida da função de regulação da tensão do gerador. Se a função de regulação da tensão é do tipo  $f(V_t^a, V_t^b, V_t^c) = V_t^a$ , isso equivale a especificar a magnitude da tensão terminal da fase  $a$ .

### 3.2.3 Barra de referência

A barra de referência é uma barra com gerador. Em sistemas conexos há apenas uma barra desse tipo, também conhecida como barra *swing* ou barra *slack*.

Quando não há controle de tensão no gerador onde se aloca a referência, devem ser fixados o módulo e o ângulo da tensão na fase  $a$  da sua barra interna. Assim, não há necessidade de ter equações para a barra interna e, portanto, ela não participa do processo iterativo de solução do fluxo de carga. Caso haja controle de tensão no gerador onde se aloca a referência, torna-se mais realista especificar o módulo da tensão na fase  $a$  da sua barra terminal e o ângulo da tensão na fase  $a$  da sua barra interna. Portanto, o gerador de referência tem duas incógnitas a menos que os demais geradores da rede, o que permite a eliminação das equações da injeção de potência ativa trifásica total e do regulador de tensão. Ao eliminar a equação da injeção da potência ativa trifásica total deve-se retirar do sistema de equações o ângulo da tensão interna da fase  $a$ . Ao eliminar a equação do regulador de tensão deve-se retirar do sistema de equações o módulo da tensão terminal da fase  $a$ , ao mesmo tempo em que deve-se fixar o valor desse módulo.

Um procedimento alternativo à eliminação da equação do regulador é manter a equação do regulador e o módulo da tensão terminal da fase  $a$  no sistema de equações, sem a necessidade de especificar esse módulo. Tal procedimento é viável se a função do regulador é dada por  $f(V_t^a, V_t^b, V_t^c) = V_t^a$ , onde  $V_t^a$  é o módulo da tensão da fase  $a$  da barra terminal do gerador de referência. Isso equivale a especificar o módulo da tensão da fase  $a$  da barra terminal.

## 3.3 Variáveis do Fluxo de Carga

Para a determinação do estado da rede é necessário ter um número de equações igual ao número de incógnitas do problema. Cada uma dessas equações é obtida a partir de uma grandeza especificada, assim, o número de grandezas especificadas deve ser igual ao número de incógnitas. Supondo

que o sistema tenha um total de  $n$  barras, sendo  $ng$  geradores e  $nb$  barras de carga, tem-se que  $n = nb + ng$ . Nos  $ng$  geradores devem ser determinados os módulos e os ângulos das tensões nas três fases da barra terminal, mais o módulo e o ângulo da tensão na fase  $a$  da barra interna. Nas  $nb$  barras de carga devem ser determinados os módulos e os ângulos das tensões nas três fases. No gerador de referência são especificados o ângulo da tensão da fase  $a$  da barra interna e o módulo da tensão da fase  $a$  da barra terminal, restando, portanto, o módulo da tensão na fase  $a$  da barra interna, o ângulo da tensão na fase  $a$  da barra terminal e o módulo e o ângulo das tensões nas fases  $b$  e  $c$  da barra terminal. Se houver na rede gerador sem regulador de tensão, os números de variáveis e incógnitas do problema devem ser alterados de acordo com as colocações feitas na seção anterior.

Dadas essas condições, o número total de incógnitas do problema é  $nv = 6nb + 8ng - 2$ . Para que as  $nv$  incógnitas possam ser determinadas, são necessárias  $nv$  equações. Em cada barra de carga são especificados os valores das injeções de potências ativas e reativas em cada fase, o que dá origem a seis equações. Em cada gerador é especificada a injeção de potência ativa trifásica total, a equação da regulação de tensão e mais as injeções de potências ativas e reativas nas três fases da barra terminal, o que dá origem a oito equações. Por fim, considerando as duas equações que devem ser desprezadas na barra de referência o problema torna-se determinado.

### 3.4 Solução pelo Método de Newton-Raphson

O fluxo de carga trifásico, da mesma forma que o fluxo de carga monofásico, é resolvido em duas etapas. Na primeira etapa é determinado o estado do sistema, ou seja, os módulos e os ângulos das tensões nas três fases de todas as barras da rede. Na segunda etapa são determinados os fluxos de potência ativa e reativa nas três fases de todos os ramos da rede. A primeira etapa do problema é resolvida com o método iterativo de Newton-Raphson e a segunda, pela substituição direta dos parâmetros da rede e do estado do sistema nas equações dos fluxos. No programa implementado, a matriz Jacobiana é atualizada a cada iteração.

Na inicialização do processo é necessário considerar que os ângulos das fases de uma barra devem estar defasados entre si de  $120^\circ$  e os módulos das tensões devem ser iguais a  $1 pu$ . Além disso, é muito importante considerar a defasagem de  $\pm 30^\circ$  imposta pelos transformadores trifásicos, de acordo com sua configuração. Uma estratégia bastante interessante para definir o estado inicial da rede trifásica é a utilização do estado obtido a partir de um fluxo de carga monofásico. Ao estado fornecido pelo fluxo de carga monofásico para a barra  $i$  ( $E_i^{1\phi}$ ) basta agregar as diferenças de  $\pm 120^\circ$  aos ângulos das tensões e considerar os módulos das tensões nas três fases da barra trifásica iguais ao módulo da tensão monofásica da barra, conforme a Equação 3.2.

$$E_i^{1\phi} = V_i^{1\phi} \angle \theta_i^{1\phi} \longrightarrow \begin{cases} E_i^a = V_i^{1\phi} \angle \theta_i^{1\phi} \\ E_i^b = V_i^{1\phi} \angle \theta_i^{1\phi} - 120^\circ \\ E_i^c = V_i^{1\phi} \angle \theta_i^{1\phi} + 120^\circ \end{cases} \quad (3.2)$$

### 3.5 Equações Básicas

As injeções de potência ativa e reativa nas barras de carga e nas barras terminais dos geradores são dadas abaixo. Elas são definidas na fase  $p$  da barra  $i$  pelas Equações 3.3 e 3.4.

$$P_i^p = V_i^p \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^3 V_k^m [G_{ik}^{pm} \cos \theta_{ik}^{pm} + B_{ik}^{pm} \sin \theta_{ik}^{pm}] \quad (3.3)$$

$$Q_i^p = V_i^p \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^3 V_k^m [G_{ik}^{pm} \sin \theta_{ik}^{pm} - B_{ik}^{pm} \cos \theta_{ik}^{pm}] \quad (3.4)$$

onde,  $n$  é o número de barras da rede,  $V_k^m$  é o módulo da tensão na fase  $m$  da barra  $k$ ,  $G_{ik}^{pm}$  é a condutância entre as fases  $p$  e  $m$  do ramo alocado entre as barras  $i$  e  $k$ ,  $\theta_{ik}^{pm}$  é a diferença entre o ângulo da fase  $p$  da barra  $i$  e o ângulo da fase  $m$  da barra  $k$ , ou seja,  $\theta_{ik}^{pm} = \theta_i^p - \theta_k^m$  e  $B_{ik}^{pm}$  é a susceptância entre as fases  $p$  e  $m$  do ramo alocado entre as barras  $i$  e  $k$ .

O conjunto  $k$  contém todas as barras do sistema e os parâmetros  $G_{ik}^{pm}$  e  $B_{ik}^{pm}$  são não nulos sempre que houver conexão física entre a barra  $i$  e as barras do conjunto  $k$ . As Equações 3.3 e 3.4 também são válidas para as barras conectadas às linhas que sofrem os efeitos de acoplamentos mútuos com outras linhas.

Os erros (*mismatches*) das potências ativas e reativas injetadas na fase  $p$  da barra  $i$  são expressos pelas Equações 3.5 e 3.6, onde os índices *esp* e *calc* indicam respectivamente as grandezas especificadas e calculadas.

$$\Delta P_i^p = (P_i^p)^{esp} - (P_i^p)^{calc} = 0 \quad (3.5)$$

$$\Delta Q_i^p = (Q_i^p)^{esp} - (Q_i^p)^{calc} = 0 \quad (3.6)$$

A potência ativa trifásica total injetada por um gerador é calculada em sua barra interna. Ela é expressa pela soma das potências ativas injetadas em cada uma das fases de sua barra interna. A Expressão 3.7 mostra esta relação, onde  $(V_{int})_i$  é o módulo da tensão na barra interna  $i$  do gerador cuja barra terminal é a barra  $t$ .

$$P_i = \sum_{p=1}^3 (V_{int})_i \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^3 V_k^m [G_{ik}^{pm} \cos\theta_{ik}^{pm} + B_{ik}^{pm} \sen\theta_{ik}^{pm}] \quad (3.7)$$

Nos geradores, com exceção da barra de referência, especifica-se também a potência ativa trifásica total injetada em sua barra terminal. Assim, no cálculo do erro da potência ativa trifásica total injetada pelo gerador, expresso na Equação 3.8, a potência é especificada na barra terminal e calculada na barra interna, portanto, são desprezadas as perdas internas do gerador.

$$\Delta P_i = (P_t)^{esp} - (P_i)^{calc} = 0 \quad (3.8)$$

A tensão terminal dos geradores é controlada pelo esquema de regulação de tensão adotado. O erro de tensão no regulador do gerador cuja barra interna é a barra  $i$  é dado pela diferença entre a tensão especificada no regulador,  $(V_{reg})_i^{esp}$ , e uma função das tensões na barra terminal  $t$  do gerador.

$$(\Delta V_{reg})_i = (V_{reg})_i^{esp} - f(V_t^a, V_t^b, V_t^c)^{calc} = 0 \quad (3.9)$$

A equação da regulação da tensão pode, por exemplo, ser a tensão da fase  $a$  da barra terminal do gerador ou uma média das tensões nas três fases da barra terminal do gerador. Assim:

$$(\Delta V_{reg})_i = (V_{reg})_i^{esp} - V_t^a = 0 \quad (3.10)$$

ou

$$(\Delta V_{reg})_i = (V_{reg})_i^{esp} - \frac{1}{3}(V_t^a + V_t^b + V_t^c) = 0 \quad (3.11)$$

### 3.6 Equações da Matriz Jacobiana

A matriz Jacobiana de um sistema trifásico é formada por submatrizes associadas às grandezas especificadas e às barras do sistema. Cada um dos elementos das submatrizes é uma derivada parcial de uma grandeza especificada com relação a uma das variáveis procuradas. Essa informação junto com os erros calculados serve para determinar os incrementos nas variáveis procuradas a cada iteração do processo de Newton-Raphson, através do sistema de Equações 3.12.

$$\begin{bmatrix} \Delta P_i^p \\ \Delta P_i \\ \Delta Q_i^p \\ \Delta (V_{reg})_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_i^p}{\partial \theta} & \frac{\partial P_i^p}{\partial \theta_{int}} & \frac{\partial P_i^p}{\partial V} & \frac{\partial P_i^p}{\partial V_{int}} \\ \frac{\partial P_i}{\partial \theta} & \frac{\partial P_i}{\partial \theta_{int}} & \frac{\partial P_i}{\partial V} & \frac{\partial P_i}{\partial V_{int}} \\ \frac{\partial Q_i^p}{\partial \theta} & \frac{\partial Q_i^p}{\partial \theta_{int}} & \frac{\partial Q_i^p}{\partial V} & \frac{\partial Q_i^p}{\partial V_{int}} \\ \frac{\partial (V_{reg})_i}{\partial \theta} & \frac{\partial (V_{reg})_i}{\partial \theta_{int}} & \frac{\partial (V_{reg})_i}{\partial V} & \frac{\partial (V_{reg})_i}{\partial V_{int}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta \theta_{int} \\ \Delta V \\ \Delta V_{int} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Na matriz Jacobiana, os elementos relacionados às potências ativas e reativas das barras de carga são de dimensão  $3 \times 3$ , uma vez que os módulos e os ângulos das tensões nas três fases dessas barras devem ser determinados. Os elementos associados às barras de geração são escalares, já que as tensões internas dos geradores síncronos são perfeitamente equilibradas, logo, basta calcular a tensão em uma das fases das barras internas para determinar as outras duas.

A Jacobiana será uma matriz quadrada de dimensão  $6nb + 2ng$ , já que em cada barra de carga há seis variáveis e nas barras de geração há apenas duas variáveis a determinar. O valor  $nb$  contém o número de barras de carga, onde incluem-se as barras terminais dos geradores. O valor  $ng$  é o número de barras internas dos geradores, que é igual ao número de geradores. Portanto, a Jacobiana tem a dimensão do número de variáveis do problema, ou seja,  $nv = 6nb + 2ng$ , enquanto que, as submatrizes têm as dimensões indicadas na Figura 3.2.

#### 3.6.1 Derivadas parciais da potência ativa injetada na fase $p$ da barra $i$

Se  $m \neq p$  e/ou  $i \neq k$

$$\frac{\partial P_i^p}{\partial V_k^m} = V_i^p [G_{ik}^{pm} \cos \theta_{ik}^{pm} + B_{ik}^{pm} \sin \theta_{ik}^{pm}] \quad (3.13)$$

Se  $m = p$  e  $i = k$

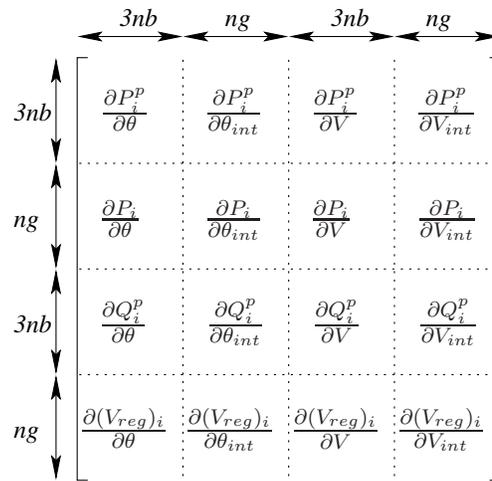


Figura 3.2: Dimensões da matriz Jacobiana

$$\frac{\partial P_i^p}{\partial V_k^m} = \frac{[(V_i^p)^2 G_{ii}^{pp} + P_i^p]}{V_i^p} \quad (3.14)$$

Se  $m \neq p$  e/ou  $i \neq k$

$$\frac{\partial P_i^p}{\partial \theta_k^m} = V_i^p V_k^m [G_{ik}^{pm} \text{sen} \theta_{ik}^{pm} - B_{ik}^{pm} \text{cos} \theta_{ik}^{pm}] \quad (3.15)$$

Se  $m = p$  e  $i = k$

$$\frac{\partial P_i^p}{\partial \theta_k^m} = -B_{ii}^{pp} (V_i^p)^2 - V_i^p \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^3 V_k^m [G_{ik}^{pm} \text{sen} \theta_{ik}^{pm} - B_{ik}^{pm} \text{cos} \theta_{ik}^{pm}] \quad (3.16)$$

Se  $i$  for a barra terminal da barra  $k$

$$\frac{\partial P_i^p}{\partial (\theta_{int})_k} = \sum_{m=1}^3 (V_{int})_k V_i^p [G_{ik}^{pm} \text{sen} \theta_{ik}^{pm} - B_{ik}^{pm} \text{cos} \theta_{ik}^{pm}] \quad (3.17)$$

Se  $i$  não for a barra terminal da barra  $k$

$$\frac{\partial P_i^p}{\partial (\theta_{int})_k} = 0 \quad (3.18)$$

Se  $i$  for a barra terminal da barra  $k$

$$\frac{\partial P_i^p}{\partial (V_{int})_k} = V_i^p \sum_{m=1}^3 [G_{ik}^{pm} \cos \theta_{ik}^{pm} + B_{ik}^{pm} \sen \theta_{ik}^{pm}] \quad (3.19)$$

Se  $i$  não for a barra terminal da barra  $k$

$$\frac{\partial P_i^p}{\partial (V_{int})_k} = 0 \quad (3.20)$$

### 3.6.2 Derivadas parciais da potência reativa injetada na fase $p$ da barra $i$

Se  $m \neq p$  e/ou  $i \neq k$

$$\frac{\partial Q_i^p}{\partial V_k^m} = V_i^p [G_{ik}^{pm} \sen \theta_{ik}^{pm} - B_{ik}^{pm} \cos \theta_{ik}^{pm}] \quad (3.21)$$

Se  $m = p$  e  $i = k$

$$\frac{\partial Q_i^p}{\partial V_k^m} = \frac{-B_{ii}^{pp} (V_i^p)^2 + Q_i^p}{V_i^p} \quad (3.22)$$

Se  $m \neq p$  e/ou  $i \neq k$

$$\frac{\partial Q_i^p}{\partial \theta_k^m} = -V_i^p V_k^m [G_{ik}^{pm} \cos \theta_{ik}^{pm} + B_{ik}^{pm} \sen \theta_{ik}^{pm}] \quad (3.23)$$

Se  $m = p$  e  $i = k$

$$\frac{\partial Q_i^p}{\partial \theta_k^m} = -G_{ii}^{pp} (V_i^p)^2 + P_i^p \quad (3.24)$$

Se  $i$  for a barra terminal da barra  $k$

$$\frac{\partial Q_i^p}{\partial (V_{int})_k} = \sum_{m=1}^3 V_i^p [G_{ik}^{pm} \text{sen}\theta_{ik}^{pm} - B_{ik}^{pm} \text{cos}\theta_{ik}^{pm}] \quad (3.25)$$

Se  $i$  não for a barra terminal da barra  $k$

$$\frac{\partial Q_i^p}{\partial (V_{int})_k} = 0 \quad (3.26)$$

Se  $i$  for a barra terminal da barra  $k$

$$\frac{\partial Q_i^p}{\partial (\theta_{int})_k} = - \sum_{m=1}^3 V_i^p (V_{int})_k [G_{ik}^{pm} \text{cos}\theta_{ik}^{pm} + B_{ik}^{pm} \text{sen}\theta_{ik}^{pm}] \quad (3.27)$$

Se  $i$  não for a barra terminal da barra  $k$

$$\frac{\partial Q_i^p}{\partial (\theta_{int})_k} = 0 \quad (3.28)$$

### 3.6.3 Derivadas parciais da potência ativa total injetada pelo gerador $i$

Se  $k$  for a barra terminal da barra  $i$

$$\frac{\partial P_i}{\partial V_k^m} = \sum_{p=1}^3 (V_{int})_i [G_{ik}^{pm} \text{cos}\theta_{ik}^{pm} + B_{ik}^{pm} \text{sen}\theta_{ik}^{pm}] \quad (3.29)$$

Se  $k$  não for a barra terminal da barra  $i$

$$\frac{\partial P_i}{\partial V_k^m} = 0 \quad (3.30)$$

Se  $i = k$

$$\frac{\partial P_i}{\partial (V_{int})_i} = \frac{P_i}{(V_{int})_i} + \sum_{p=1}^3 \sum_{m=1}^3 (V_{int})_i [G_{ii}^{pm} \cos \theta_{ii}^{pm} + B_{ii}^{pm} \sen \theta_{ii}^{pm}] \quad (3.31)$$

Se  $i \neq k$

$$\frac{\partial P_i}{\partial (V_{int})_k} = 0 \quad (3.32)$$

Se  $k$  for a barra terminal da barra  $i$

$$\frac{\partial P_i}{\partial \theta_k^m} = \sum_{p=1}^3 (V_{int})_i V_k^m [G_{ik}^{pm} \sen \theta_{ik}^{pm} - B_{ik}^{pm} \cos \theta_{ik}^{pm}] \quad (3.33)$$

Se  $k$  não for a barra terminal da barra  $i$

$$\frac{\partial P_i}{\partial \theta_k^m} = 0 \quad (3.34)$$

Se  $k = i$

$$\frac{\partial P_i}{\partial (\theta_{int})_i} = \sum_{m=1}^3 (-B_{ii}^{mm} (V_{int})_i^2 - Q_i^m) + \sum_{m=1}^3 \sum_{p=1}^3 (V_{int})_i^2 [G_{ii}^{pm} \sen \theta_{ii}^{pm} - B_{ii}^{pm} \cos \theta_{ii}^{pm}] \quad (3.35)$$

Se  $k \neq i$

$$\frac{\partial P_i}{\partial (\theta_{int})_k} = 0 \quad (3.36)$$

### 3.6.4 Derivadas parciais da equação do regulador de tensão

Caso i:

$$\frac{\partial (V_{reg})_i}{\partial V_i^1} = 1; \quad \frac{\partial (V_{reg})_i}{\partial V_i^2} = 0; \quad \frac{\partial (V_{reg})_i}{\partial V_i^3} = 0 \quad (3.37)$$

Caso ii:

$$\frac{\partial(V_{reg})_i}{\partial V_i^1} = \frac{1}{3}; \quad \frac{\partial(V_{reg})_i}{\partial V_i^2} = \frac{1}{3}; \quad \frac{\partial(V_{reg})_i}{\partial V_i^3} = \frac{1}{3} \quad (3.38)$$

Todas as demais derivadas parciais da função do regulador de tensão são nulas.

### 3.7 Fluxo de Corrente nos Ramos

A Figura 3.3 representa uma linha de transmissão trifásica conectando as barras  $i$  e  $k$  de um sistema. O modelo utilizado é o modelo  $\pi$  equivalente. As admitâncias série  $Ys$  e *shunt*  $Ysh$  são matrizes  $3 \times 3$  que contêm as admitâncias próprias e as mútuas entre as fases.

Aplicando a lei das correntes de Kirchhoff na barra  $i$ ,

$$I_{ik} + Ish_i - Is = 0 \quad (3.39)$$

$$I_{ik} = Is - Ish_i \quad (3.40)$$

$$I_{ik} = (E_i - E_k)Ys - Ysh(0 - E_i) \quad (3.41)$$

$$I_{ik} = (Ys + Ysh)E_i - YsE_k \quad (3.42)$$

Escrevendo a Equação 3.42 na forma matricial, tem-se:

$$\begin{bmatrix} I_{ik}^a \\ I_{ik}^b \\ I_{ik}^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Ys^{aa} + Ysh^{aa} & Ys^{ab} + Ysh^{ab} & Ys^{ac} + Ysh^{ac} \\ Ys^{ba} + Ysh^{ba} & Ys^{bb} + Ysh^{bb} & Ys^{bc} + Ysh^{bc} \\ Ys^{ca} + Ysh^{ca} & Ys^{cb} + Ysh^{cb} & Ys^{cc} + Ysh^{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_i^a \\ E_i^b \\ E_i^c \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Ys^{aa} & Ys^{ab} & Ys^{ac} \\ Ys^{ba} & Ys^{bb} & Ys^{bc} \\ Ys^{ca} & Ys^{cb} & Ys^{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_k^a \\ E_k^b \\ E_k^c \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

Isolando cada uma das equações, chega-se a:

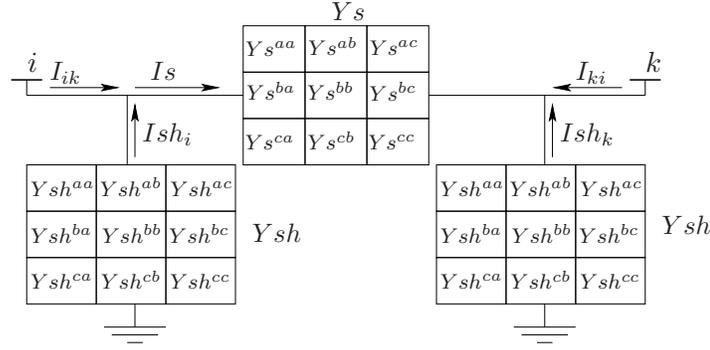


Figura 3.3: Fluxo das correntes na linha

$$\begin{aligned}
 I_{ik}^a &= Y_s^{aa} E_i^a + Y_s^{ab} E_i^b + Y_s^{ac} E_i^c + Y_{sh}^{aa} E_i^a + Y_{sh}^{ab} E_i^b + Y_{sh}^{ac} E_i^c - Y_s^{aa} E_k^a + Y_s^{ab} E_k^b + Y_s^{ac} E_k^c \\
 I_{ik}^b &= Y_s^{ba} E_i^a + Y_s^{bb} E_i^b + Y_s^{bc} E_i^c + Y_{sh}^{ba} E_i^a + Y_{sh}^{bb} E_i^b + Y_{sh}^{bc} E_i^c - Y_s^{ba} E_k^a + Y_s^{bb} E_k^b + Y_s^{bc} E_k^c \\
 I_{ik}^c &= Y_s^{ca} E_i^a + Y_s^{cb} E_i^b + Y_s^{cc} E_i^c + Y_{sh}^{ca} E_i^a + Y_{sh}^{cb} E_i^b + Y_{sh}^{cc} E_i^c - Y_s^{ca} E_k^a + Y_s^{cb} E_k^b + Y_s^{cc} E_k^c
 \end{aligned} \tag{3.44}$$

Portanto, a corrente que flui da fase  $p$  da barra  $i$  para a fase  $p$  barra  $k$  é dada por:

$$I_{ik}^p = \sum_{m=1}^3 [(Y_s^{pm} + Y_{sh}^{pm}) E_i^m - Y_s^{pm} E_k^m] \tag{3.45}$$

O termo  $Y_{sh}$  corresponde às admitâncias *shunt* e o termo  $Y_s$  corresponde às admitâncias série da linha. Para obter o fluxo de corrente da fase  $p$  da barra  $k$  para a fase  $p$  da barra  $i$ , basta trocar os índices  $i$  e  $k$ . Portanto,

$$I_{ki}^p = \sum_{m=1}^3 [(Y_s^{pm} + Y_{sh}^{pm}) E_k^m - Y_s^{pm} E_i^m] \tag{3.46}$$

A Equação 3.46 do fluxo de corrente na fase  $p$  do ramo  $i - k$  é definida supondo que há somente uma linha conectando as barras  $i$  e  $k$ . Caso existam  $nl$  linhas conectando a barra  $i$  à barra  $k$  essa equação pode ser escrita como:

$$I_{ik}^p = \sum_{l=1}^{nl} \sum_{m=1}^3 [(Y_s^{pm} + Y_{sh}^{pm}) E_i^m - Y_s^{pm} E_k^m] \tag{3.47}$$

A soma em  $l$  permite que sejam contabilizados os efeitos que a corrente da fase  $p$  da linha  $l$  sofre da própria linha  $l$  e das linhas paralelas a  $l$ . A soma em  $m$  permite que sejam contabilizados os

efeitos de todas as fases de cada uma das linhas.

### 3.8 Fluxo de Potência Ativa e Reativa nos Ramos

A potência aparente que flui da fase  $p$  da barra  $i$  em direção a fase  $p$  da barra  $k$  é dada por:

$$S_{ik}^{p*} = E_i^{p*} I_{ik}^p \quad (3.48)$$

Substituindo a Equação 3.46 na Equação 3.48, tem-se:

$$S_{ik}^{p*} = E_i^{p*} \sum_{m=1}^3 [(Y s_{ik}^{pm} + Y sh_{ik}^{pm}) E_i^m - Y s_{ik}^{pm} E_k^m] \quad (3.49)$$

e como  $Y s_{ik}^{pm} = G s_{ik}^{pm} + j B s_{ik}^{pm}$  e  $Y sh_{ik}^{pm} = j B sh_{ik}^{pm}$ , chega-se a:

$$S_{ik}^{p*} = E_i^{p*} \sum_{m=1}^3 \{ [G s_{ik}^{pm} + j(B s_{ik}^{pm} + B sh_{ik}^{pm})] E_i^m - [G s_{ik}^{pm} + j B s_{ik}^{pm}] E_k^m \} \quad (3.50)$$

Substituindo  $E_i^p = V_i^p e^{j\theta_i^p}$ ,  $E_i^m = V_i^m e^{j\theta_i^m}$  e  $E_k^m = V_k^m e^{j\theta_k^m}$  encontra-se:

$$S_{ik}^{p*} = V_i^p e^{-j\theta_i^p} \sum_{m=1}^3 \{ [G s_{ik}^{pm} + j(B s_{ik}^{pm} + B sh_{ik}^{pm})] V_i^m e^{j\theta_i^m} - [G s_{ik}^{pm} + j B s_{ik}^{pm}] V_k^m e^{j\theta_k^m} \} \quad (3.51)$$

$$S_{ik}^{p*} = \sum_{m=1}^3 \{ [G s_{ik}^{pm} + j(B s_{ik}^{pm} + B sh_{ik}^{pm})] V_i^m V_i^p e^{-j\theta_i^m} - [G s_{ik}^{pm} + j B s_{ik}^{pm}] V_k^m V_i^p e^{-j\theta_k^m} \} \quad (3.52)$$

Como  $e^{-j\theta} = \cos\theta - j\sin\theta$  e separando as partes ativa e reativa da potência, chega-se às equações dos fluxos de potência ativa e reativa em cada uma das fases das linhas.

$$P_{ik}^p = \sum_{m=1}^3 \{V_i^m V_i^p [Gs_{ik}^{pm} \cos\theta_{ii}^{pm} + (Bs_{ik}^{pm} + Bsh_{ik}^{pm}) \text{sen}\theta_{ii}^{pm}] - V_k^m V_i^p [Gs_{ik}^{pm} \cos\theta_{ik}^{pm} + Bs_{ik}^{pm} \text{sen}\theta_{ik}^{pm}]\} \quad (3.53)$$

$$Q_{ik}^p = - \sum_{m=1}^3 \{-[V_i^m V_i^p [Gs_{ik}^{pm} \text{sen}\theta_{ii}^{pm} - (Bs_{ik}^{pm} + Bsh_{ik}^{pm}) \cos\theta_{ii}^{pm}] + V_k^m V_i^p [Gs_{ik}^{pm} \text{sen}\theta_{ik}^{pm} - Bs_{ik}^{pm} \cos\theta_{ik}^{pm}]]\} \quad (3.54)$$

Rearranjando os sinais da equação do fluxo de potência reativa tem-se:

$$Q_{ik}^p = \sum_{m=1}^3 \{V_i^m V_i^p [Gs_{ik}^{pm} \text{sen}\theta_{ii}^{pm} - (Bs_{ik}^{pm} + Bsh_{ik}^{pm}) \cos\theta_{ii}^{pm}] - V_k^m V_i^p [Gs_{ik}^{pm} \text{sen}\theta_{ik}^{pm} - Bs_{ik}^{pm} \cos\theta_{ik}^{pm}]\} \quad (3.55)$$

Para obter o fluxo de potência ativa e reativa na fase  $p$  da barra  $k$  para a barra  $i$ , basta trocar os índices  $i$  e  $k$ , conforme é feito nas Equações 3.56 e 3.57.

$$P_{ki}^p = \sum_{m=1}^3 \{V_k^m V_k^p [Gs_{ki}^{pm} \cos\theta_{kk}^{pm} + (Bs_{ki}^{pm} + Bsh_{ki}^{pm}) \text{sen}\theta_{kk}^{pm}] - V_i^m V_k^p [Gs_{ki}^{pm} \cos\theta_{ki}^{pm} + Bs_{ki}^{pm} \text{sen}\theta_{ki}^{pm}]\} \quad (3.56)$$

$$Q_{ki}^p = \sum_{m=1}^3 \{V_k^m V_k^p [Gs_{ki}^{pm} \text{sen}\theta_{kk}^{pm} - (Bs_{ki}^{pm} + Bsh_{ki}^{pm}) \cos\theta_{kk}^{pm}] - V_i^m V_k^p [Gs_{ki}^{pm} \text{sen}\theta_{ki}^{pm} - Bs_{ki}^{pm} \cos\theta_{ki}^{pm}]\} \quad (3.57)$$

### 3.9 Estudo de Caso

O sistema adotado para testes é apresentado na Figura 3.4. Esse sistema possui seis barras, um gerador e um transformador conectado em delta/estrela-aterrado. A barra 7 é a barra interna do gerador, nela é alocada a referência de ângulo da rede, portanto, as tensões na barra 7 são equilibradas. Os dados da rede são apresentados no Apêndice A. Os parâmetros dos componentes da rede foram obtidos na referência [Arrillaga et al., 1983].

São apresentados dois casos. No primeiro caso o estado da rede foi calculado considerando-se as

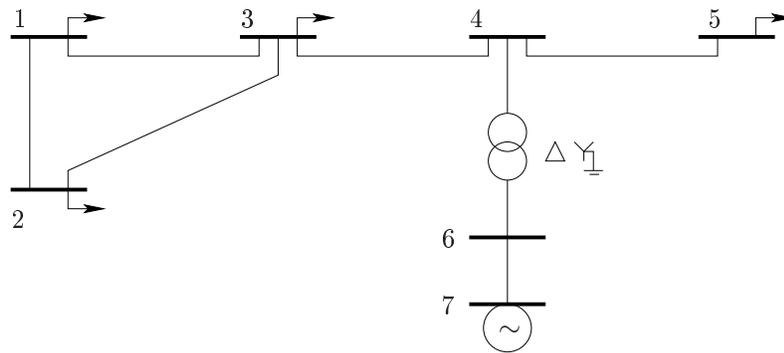


Figura 3.4: Sistema trifásico de seis barras

cargas desbalanceadas. A tolerância adotada para convergência foi de  $10^{-5}$  e o processo convergiu em quatro iterações. O estado e os fluxos nas linhas da rede são apresentados respectivamente nas Tabelas 3.1 e 3.2.

Tabela 3.1: Estado da rede de seis barras - cargas desbalanceadas

Barra	$V^a$	$V^b$	$V^c$	$\theta^a$	$\theta^b$	$\theta^c$
1	0,9986	0,9606	1,0020	18,12	-103,19	138,64
2	0,9958	0,9614	0,9999	17,79	-103,44	138,39
3	1,0010	0,9708	1,0002	18,01	-103,00	138,83
4	1,0159	0,9810	1,0037	18,92	-101,77	140,02
5	1,0099	0,9651	0,9988	18,52	-103,25	138,86
6	1,0500	1,0381	1,0280	-1,84	-122,87	118,22
7	1,0578	1,0578	1,0578	0,00	-120,00	120,00

Tabela 3.2: Fluxos na rede de seis barras - cargas desbalanceadas

Ramo	$P^a$ [MW]	$P^b$ [MW]	$P^c$ [MW]	$Q^a$ [MVar]	$Q^b$ [MVar]	$Q^c$ [MVar]
1-2	23,261	19,795	24,121	4,093	-1,969	3,304
1-3	-68,261	-64,795	-66,121	-16,093	-11,031	-14,304
2-3	-16,814	-16,102	-13,965	-11,282	-16,527	-7,323
3-4	-115,315	-110,002	-105,746	-27,336	-32,699	-28,044
4-5	20,010	30,235	27,996	8,502	9,308	8,984
2-1	-23,186	-19,898	-24,035	-5,718	0,527	-4,677
3-1	68,637	65,777	65,720	13,570	9,034	12,405
3-2	16,678	16,225	14,027	8,766	14,665	5,639
4-3	116,619	110,437	105,494	27,945	33,867	28,753
5-4	-20,000	-30,000	-28,000	-10,000	-10,000	-10,000

No segundo caso as cargas são balanceadas e a carga total em cada barra é a mesma do primeiro caso. A tolerância adotada para a convergência foi de  $10^{-5}$  e o processo convergiu em três iterações.

O estado e os fluxos nas linhas da rede são apresentados respectivamente nas Tabelas 3.3 e 3.4.

Tabela 3.3: Estado da rede de seis barras - cargas balanceadas

Barra	$V^a$	$V^b$	$V^c$	$\theta^a$	$\theta^b$	$\theta^c$
1	0,9986	0,9890	1,0011	18,26	-102,30	137,83
2	0,9958	0,9899	0,9991	17,95	-102,58	137,60
3	0,9997	0,9983	1,0017	18,23	-102,25	138,05
4	1,0145	1,0077	1,0070	19,15	-101,11	139,29
5	1,0079	0,9963	0,9981	18,28	-102,19	138,33
6	1,0500	1,0499	1,0454	-2,01	-122,30	117,85
7	1,0677	1,0677	1,0677	0,00	-120,00	120,00

Tabela 3.4: Fluxos na rede de seis barras - cargas balanceadas

Ramo	$P^a[MW]$	$P^b[MW]$	$P^c[MW]$	$Q^a[MVar]$	$Q^b[MVar]$	$Q^c[MVar]$
1-2	21,744	22,265	23,822	3,425	-2,748	4,023
1-3	-67,744	-68,265	-69,821	-16,425	-10,252	-17,023
2-3	-16,328	-15,638	-14,262	-9,933	-16,242	-9,590
3-4	-112,117	-113,053	-111,909	-29,412	-30,172	-31,076
4-5	25,970	26,117	26,131	8,771	8,885	8,871
2-1	-21,672	-22,362	-23,738	-5,067	1,242	-5,410
3-1	67,982	69,263	69,566	13,990	7,959	15,172
3-2	16,135	15,789	14,343	7,422	14,214	7,904
4-3	113,334	113,494	111,790	30,019	31,110	32,073
5-4	-26,000	-26,000	-26,000	-10,000	-10,000	-10,000

Nos dois casos apresentados são considerados os desequilíbrios nos parâmetros da rede. Comparando-se os casos é possível verificar os efeitos causados pelos desequilíbrios na rede e pelos desbalanços nas cargas. As diferenças entre os estados obtidos para os dois casos se devem aos desbalanços nas cargas, já que os parâmetros da rede são os mesmos para os dois casos. As diferenças entre as tensões nas fases da rede no segundo caso se devem aos desequilíbrios nos parâmetros da rede, já que nesse caso as cargas estão balanceadas.

Além dos casos apresentados foram realizados diversos testes. O fluxo de carga trifásico desenvolvido mostrou-se robusto e bem comportado. Observou-se que o tipo de conexão dos transformadores influi no processo de convergência e que a definição do estado inicial da rede interfere na convergência do fluxo de carga. A definição do ponto de inicialização das incógnitas a partir do estado gerado por um fluxo de carga monofásico mostrou-se bastante eficiente.

## Capítulo 4

# Estimador de Estado Generalizado Trifásico

### 4.1 Introdução

A função estimador de estado é definida como a resolução do problema de minimização da função não-linear do sistema sobredeterminado formado pelas equações que representam as medidas realizadas no sistema de potência. Na formulação barra/ramo do estimador de estado pressupõe-se que não há erros na topologia da rede e nem nos seus parâmetros. Na estimação de estado baseada no modelo generalizado da rede, os estados de chaves e disjuntores, bem como os parâmetros da rede, podem ser estimados.

Neste Capítulo são tratados os principais aspectos ligados ao desenvolvimento da função estimador de estado para uma rede trifásica onde as chaves e os disjuntores são explicitamente representados. São abordadas as soluções do estimador de estado baseadas na matriz ganho e na matriz *tableau* esparsa de Hachtel [Hachtel, 1976] [Wu et al., 1988a]. Ambas as soluções utilizam a matriz Jacobiana completa atualizada a cada iteração do processo de estimação. Neste Capítulo também são apresentadas todas as equações relacionadas ao problema, inclusive aquelas necessárias para a estimação dos *taps* dos transformadores. São consideradas medidas de fluxo e injeção de potências ativas e reativas, mais as medidas de tensão. As medidas de corrente e as medidas dos ângulos da relação de transformação dos transformadores não são consideradas.

## 4.2 Modelagem do Problema

No estimador de estado considera-se o modelo não-linear das medidas representado da seguinte forma:

$$z = h(x) + e \quad (4.1)$$

onde  $z$  é um vetor com as  $\mu$  medidas disponíveis,  $x$  é um vetor contendo os  $n$  estados da rede,  $h$  é um vetor de funções não-lineares que relaciona as medidas aos estados, e  $e$  é um vetor contendo os erros nas  $\mu$  medidas. Considera-se que  $e$  possui distribuição normal com média nula e matriz covariância, denotada por  $R_z$ , conhecida [Monticelli, 1999], [Monticelli, 2000] e [Monticelli and Garcia, 1990]. A diagonal de  $R_z$  contém as variâncias das medidas.

Na maioria das abordagens o estado estimado é obtido pelo método dos mínimos quadrados ponderados, minimizando-se a função  $J(x)$ :

$$J(x) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m \left( \frac{z_j - h_j(x)}{\sigma_j} \right)^2 = \frac{1}{2} [z - h(x)]' R_z^{-1} [z - h(x)] \quad (4.2)$$

onde  $\sigma_j$  é a variância da medida  $z_j$ . O estado estimado  $\hat{x}$  é obtido igualando-se o gradiente de  $J(x)$  a zero e resolvendo-se o sistema não linear obtido pelo método de Newton-Raphson. Ou seja, chamando-se de  $g(x)$  o gradiente, o sistema não linear a ser resolvido é:

$$g(\hat{x}) = \frac{\partial J(\hat{x})}{\partial x} = - \sum_{j=1}^m \left( \frac{z_j - h_j(\hat{x})}{\sigma_j} \right) \frac{\partial h_j(\hat{x})}{\partial x} = -H'(\hat{x}) R_z^{-1} [z - h(\hat{x})] = 0 \quad (4.3)$$

onde  $H(x) = \frac{\partial h(x)}{\partial x}$  é a Jacobiana de  $h(x)$ .

Para resolver esse problema de forma iterativa, expande-se  $g(x)$  em torno de um ponto e resolve-se o sistema linear:

$$g(x + \Delta x) \simeq g(x) + G(x)\Delta x = 0 \quad (4.4)$$

$$-g(x) = G(x)\Delta x \quad (4.5)$$

onde  $G(x)$  é a matriz Hessiana de  $J(x)$ , dada por:

$$G(x) = \frac{\partial^2 J(x)}{\partial x^2} = H'(x)R_z^{-1}H(x) - \sum_{j=1}^m [z - h(x)] \frac{\partial^2 h_j(x)}{\partial x^2} \quad (4.6)$$

A matriz Hessiana  $G(x)$  é chamada de matriz ganho e no método de Gauss-Newton o seu termo dependente da derivada parcial de segunda ordem é desprezado. Assim, a matriz ganho se torna:

$$G(x) = H'(x)R_z^{-1}H(x) \quad (4.7)$$

Da Equação 4.5 obtém-se o processo iterativo para obtenção do estado, dado na Equação 4.8. Uma condição de parada (a adotada neste trabalho) é que os incrementos  $\Delta x^\nu$  na iteração  $\nu$  sejam menores, em módulo, que uma dada tolerância  $\varepsilon$ .

$$\begin{aligned} G(x^\nu)\Delta x^\nu &= H'(x^\nu)R_z^{-1}[z - h(x^\nu)] \\ x^{\nu+1} &= x^\nu + \Delta x^\nu \end{aligned} \quad (4.8)$$

O desempenho numérico dessa formulação pode ser afetado negativamente por, entre outros aspectos: (a) a presença de medidas de injeção, (b) o uso de fatores de ponderação elevados e (c) a presença de ramos com impedância muito baixa. Esses problemas se agravam pois a matriz ganho é obtida pelo quadrado da matriz Jacobiana, o que piora o seu condicionamento. Assim, a maioria dos métodos numéricos robustos de estimação de estado são baseados em formas não quadráticas.

### 4.3 Matriz Jacobiana do Estimador de Estado Trifásico no Modelo Barra/Ramo

A matriz Jacobiana do estimador de estado trifásico baseado no modelo barra/ramo da rede é obtida conforme o sistema de Equações 4.9.

$$\begin{bmatrix} \Delta P_k^p \\ \Delta Q_k^p \\ \Delta P_{ik}^p \\ \Delta Q_{ik}^p \\ \Delta |V_k^p| \end{bmatrix}_\mu = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_k^p}{\partial \theta} & \frac{\partial P_k^p}{\partial \theta_{int}} & \frac{\partial P_k^p}{\partial V} & \frac{\partial P_k^p}{\partial V_{int}} \\ \frac{\partial Q_k^p}{\partial \theta} & \frac{\partial Q_k^p}{\partial \theta_{int}} & \frac{\partial Q_k^p}{\partial V} & \frac{\partial Q_k^p}{\partial V_{int}} \\ \frac{\partial P_{ik}^p}{\partial \theta} & \frac{\partial P_{ik}^p}{\partial \theta_{int}} & \frac{\partial P_{ik}^p}{\partial V} & \frac{\partial P_{ik}^p}{\partial V_{int}} \\ \frac{\partial Q_{ik}^p}{\partial \theta} & \frac{\partial Q_{ik}^p}{\partial \theta_{int}} & \frac{\partial Q_{ik}^p}{\partial V} & \frac{\partial Q_{ik}^p}{\partial V_{int}} \\ \frac{\partial |V_k^p|}{\partial \theta} & \frac{\partial |V_k^p|}{\partial \theta_{int}} & \frac{\partial |V_k^p|}{\partial V} & \frac{\partial |V_k^p|}{\partial V_{int}} \end{bmatrix}_{\mu \times nv} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta \theta_{int} \\ \Delta V \\ \Delta V_{int} \end{bmatrix}_{nv} \quad (4.9)$$

$$[\Delta z]_\mu = H_{\mu \times nv} [\Delta x]_{nv} \quad (4.10)$$

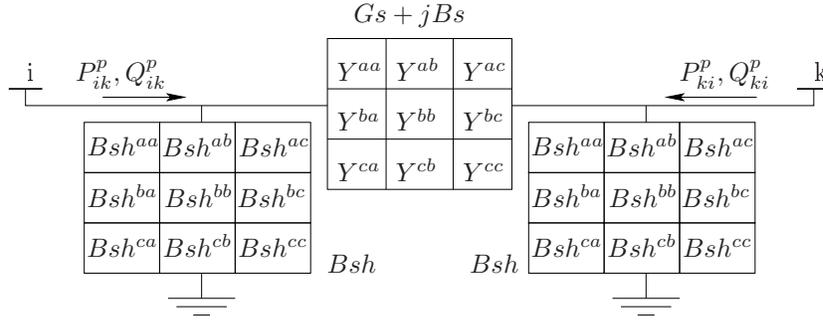
As dimensões dessa matriz Jacobiana são determinadas de acordo com o número de medidas  $\mu$ , o número de barras  $nb$  e número de geradores da rede  $ng$ . Essa matriz Jacobiana tem dimensão  $\mu \times nv$ , onde o número de variáveis  $nv$ , é dado por  $nv = 6nb + 2ng$ . Em cada barra de carga da rede há seis variáveis de estado, que são os módulos e os ângulos das tensões em cada uma de suas três fases. Nos geradores, as tensões nas barras internas são equilibradas, portanto, essas barras são responsáveis por mais duas variáveis de estado, que são o módulo e o ângulo da tensão na fase  $a$  da barra interna. A seguir são apresentadas as expressões para os elementos da matriz Jacobiana.

### 4.3.1 Medidas de injeção de potência

As derivadas parciais das injeções de potência ativa e reativa na fase  $p$  da barra  $k$  são idênticas às derivadas utilizadas na resolução do problema do fluxo de carga trifásico. Todas essas equações foram apresentadas no Capítulo 3.

### 4.3.2 Medidas de fluxos de potência nas linhas

Conhecidas as medidas de fluxo de potência ativa e reativa nas fases dos componentes da rede é preciso conhecer as suas derivadas parciais com relação aos estados a serem estimados. Primeiro são apresentadas as derivadas do fluxo de potência ativa e, em seguida, as derivadas do fluxo de potência reativa. As equações dos fluxos de potência ativa e reativa na fase  $p$  de uma linha trifásica alocada entre as barras  $i$  e  $k$ , representada por um modelo  $\pi$ , conforme a Figura 4.1, são usadas na obtenção das derivadas apresentadas.


 Figura 4.1: Modelo  $\pi$  para um componente da rede

O fluxo de potência ativa na fase  $p$  da linha que conecta as barras  $i$  e  $k$  é definido por:

$$P_{ik}^p = \sum_{m=1}^3 \{V_i^m V_i^p [Gs_{ik}^{pm} \cos\theta_{ii}^{pm} + (Bs_{ik}^{pm} + Bsh_{ik}^{pm}) \text{sen}\theta_{ii}^{pm}] - V_k^m V_i^p [Gs_{ik}^{pm} \cos\theta_{ik}^{pm} + Bs_{ik}^{pm} \text{sen}\theta_{ik}^{pm}]\} \quad (4.11)$$

onde  $p$  é a fase na qual a medida é efetuada e  $m$  é o conjunto das fases  $a, b$  e  $c$ . Os demais termos dessa equação foram definidos no Capítulo 3. Assim, as derivadas do fluxo de potência ativa com relação às variáveis de estado são mostradas a seguir.

### Derivadas de $P_{ik}^p$ em relação a $V$

Se  $i \neq k$ , consideram-se todas as fases da barra  $k$

$$\frac{\partial P_{ik}^p}{\partial V_k^m} = -V_i^p [Gs_{ik}^{pm} \cos\theta_{ik}^{pm} + Bs_{ik}^{pm} \text{sen}\theta_{ik}^{pm}] \quad (4.12)$$

Se  $m \neq p$ , consideram-se todas as fases da barra  $i$ , menos a fase  $p$

$$\frac{\partial P_{ik}^p}{\partial V_i^m} = V_i^p [Gs_{ik}^{pm} \cos\theta_{ii}^{pm} + (Bs_{ik}^{pm} + Bsh_{ik}^{pm}) \text{sen}\theta_{ii}^{pm}] \quad (4.13)$$

Se  $m = p$  e  $i = k$ , considera-se somente a fase  $p$  da barra  $i$

$$\frac{\partial P_{ik}^p}{\partial V_i^p} = V_i^p G_{ik}^{pp} + \sum_{m=1}^3 \{V_i^m [Gs_{ik}^{pm} \cos\theta_{ii}^{pm} + (Bs_{ik}^{pm} + Bsh_{ik}^{pm}) \text{sen}\theta_{ii}^{pm}] - V_k^m [Gs_{ik}^{pm} \cos\theta_{ik}^{pm} + Bs_{ik}^{pm} \text{sen}\theta_{ik}^{pm}]\} \quad (4.14)$$

Derivadas de  $P_{ik}^p$  em relação a  $\theta$

Se  $i \neq k$ , consideram-se todas as fases da barra  $k$

$$\frac{\partial P_{ik}^p}{\partial \theta_k^m} = -V_i^p V_k^m [Gs_{ik}^{pm} \text{sen}\theta_{ik}^{pm} - Bs_{ik}^{pm} \cos\theta_{ik}^{pm}] \quad (4.15)$$

Se  $m \neq p$ , consideram-se todas as fases da barra  $i$ , menos a fase  $p$

$$\frac{\partial P_{ik}^p}{\partial \theta_i^m} = V_i^p V_i^m [Gs_{ik}^{pm} \text{sen}\theta_{ii}^{pm} - (Bs_{ik}^{pm} + Bsh_{ik}^{pm}) \cos\theta_{ii}^{pm}] \quad (4.16)$$

Se  $m = p$  e  $i = k$ , considera-se somente a fase  $p$  da barra  $i$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_{ik}^p}{\partial \theta_i^p} &= -(V_i^p)^2 (Bs_{ik}^{pp} + Bsh_{ik}^{pp}) - \sum_{m=1}^3 V_i^p V_i^m [Gs_{ik}^{pm} \text{sen}\theta_{ii}^{pm} - (Bs_{ik}^{pm} + Bsh_{ik}^{pm}) \cos\theta_{ii}^{pm}] \\ &+ \sum_{m=1}^3 V_i^p V_k^m [Gs_{ik}^{pm} \text{sen}\theta_{ik}^{pm} - Bs_{ik}^{pm} \cos\theta_{ik}^{pm}] \end{aligned} \quad (4.17)$$

A equação do fluxo de potência reativa na fase  $p$  da linha alocada entre as barras  $i$  e  $k$  é definida por:

$$Q_{ik}^p = \sum_{m=1}^3 \{V_i^m V_i^p [Gs_{ik}^{pm} \text{sen}\theta_{ii}^{pm} - (Bs_{ik}^{pm} + Bsh_{ik}^{pm}) \cos\theta_{ii}^{pm}] - V_k^m V_i^p [Gs_{ik}^{pm} \text{sen}\theta_{ik}^{pm} - Bs_{ik}^{pm} \cos\theta_{ik}^{pm}]\} \quad (4.18)$$

A partir dela definem-se suas derivadas com relação às variáveis de estado, como segue:

**Derivadas de  $Q_{ik}^p$  em relação a  $V$**

Se  $i \neq k$ , consideram-se todas as fases da barra  $k$

$$\frac{\partial Q_{ik}^p}{\partial V_k^m} = -V_i^p [Gs_{ik}^{pm} \text{sen}\theta_{ik}^{pm} - Bs_{ik}^{pm} \text{cos}\theta_{ik}^{pm}] \quad (4.19)$$

Se  $m \neq p$ , consideram-se todas as fases da barra  $i$ , menos a fase  $p$

$$\frac{\partial Q_{ik}^p}{\partial V_i^m} = V_i^p [Gs_{ik}^{pm} \text{sen}\theta_{ii}^{pm} - (Bs_{ik}^{pm} + Bsh_{ik}^{pm}) \text{cos}\theta_{ii}^{pm}] \quad (4.20)$$

Se  $m = p$  e  $i = k$ , considera-se somente a fase  $p$  da barra  $i$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_{ik}^p}{\partial V_i^p} &= -V_i^p (B_{ik}^{pp} + Bsh_{ik}^{pp}) + \sum_{m=1}^3 V_i^m [Gs_{ik}^{pm} \text{sen}\theta_{ii}^{pm} - (Bs_{ik}^{pm} + Bsh_{ik}^{pm}) \text{cos}\theta_{ii}^{pm}] \\ &\quad - \sum_{m=1}^3 V_k^m [Gs_{ik}^{pm} \text{sen}\theta_{ik}^{pm} - Bs_{ik}^{pm} \text{cos}\theta_{ik}^{pm}] \end{aligned} \quad (4.21)$$

**Derivadas de  $Q_{ik}^p$  em relação a  $\theta$**

Se  $i \neq k$ , consideram-se todas as fases da barra  $k$

$$\frac{\partial Q_{ik}^p}{\partial \theta_k^m} = V_i^p V_k^m [Gs_{ik}^{pm} \text{cos}\theta_{ik}^{pm} + Bs_{ik}^{pm} \text{sen}\theta_{ik}^{pm}] \quad (4.22)$$

Se  $m \neq p$ , consideram-se todas as fases da barra  $i$ , menos a fase  $p$

$$\frac{\partial Q_{ik}^p}{\partial \theta_i^m} = -V_i^p V_i^m [Gs_{ik}^{pm} \text{cos}\theta_{ii}^{pm} + (Bs_{ik}^{pm} + Bsh_{ik}^{pm}) \text{sen}\theta_{ii}^{pm}] \quad (4.23)$$

Se  $m = p$  e  $i = k$ , considera-se somente a fase  $p$  da barra  $i$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_{ik}^p}{\partial \theta_i^p} = & -(V_i^p)^2 G_{ik}^{pp} + \sum_{m=1}^3 V_i^p V_i^m [G_{ik}^{pm} \cos \theta_{ii}^{pm} + (B_{ik}^{pm} + B_{sh}_{ik}^{pm}) \text{sen} \theta_{ii}^{pm}] \\ & - \sum_{m=1}^3 V_i^p V_k^m [G_{ik}^{pm} \cos \theta_{ik}^{pm} + B_{ik}^{pm} \text{sen} \theta_{ik}^{pm}] \end{aligned} \quad (4.24)$$

As derivadas parciais do fluxo de potência ativa e reativa com relação aos demais estados procurados são nulas uma vez que não há relação entre elas.

### 4.3.3 Medidas de tensão

O valor do módulo da tensão medido na barra  $i$  é igual ao da tensão real somada a um erro  $e$ , ou seja,  $V_i^{esp} = V_i + e_i$ . Tomando a derivada parcial dessa tensão com relação às variáveis de estado, tem-se que:

$$\frac{\partial V_i^{esp}}{\partial V_i} = 1 \quad (4.25)$$

Portanto, basta incluir na matriz Jacobiana o valor 1 na posição referente à tensão procurada  $V_i$ . As demais derivadas associadas a essa medida de tensão são nulas.

## 4.4 Estimação dos *Taps* dos Transformadores

Para a estimação dos *taps* dos transformadores é necessário que as equações dos fluxos de potência ativa e reativa nas fases dos transformadores apresentem explicitamente os *taps* do primário e do secundário. Além disso, é necessário que a matriz Jacobiana do estimador de estado incorpore os *taps* e as novas medidas de fluxos de potências ativas e reativas nas fases do transformador. O processo de obtenção das equações dos fluxos é similar ao realizado no Capítulo 3 para as linhas de transmissão, entretanto, na equação do fluxo de corrente os *taps* aparecem explicitamente. Portanto, a corrente que flui na fase  $p$  do transformador trifásico alocado entre as barras  $i$  e  $k$  é dada por:

$$I_{ik}^p = \sum_{m=1}^3 \frac{Y_{ii}^{pm}}{t_i^2} E_i^m + \sum_{m=1}^3 \frac{Y_{ik}^{pm}}{t_i t_k} E_k^m \quad (4.26)$$

onde  $Y_{ii}$  e  $Y_{ik}$  são respectivamente as matrizes de admitâncias próprias e mútuas do transformador,  $t_i$  e  $t_k$  são os taps do lado  $i$  e do lado  $k$  do transformador e as tensões são:  $E_i^p = V_i^p e^{j\theta_i^p}$ ,  $E_i^m = V_i^m e^{j\theta_i^m}$  e  $E_k^m = V_k^m e^{j\theta_k^m}$ . Além disso,  $Y_{ik}^{pm} = G_{ik}^{pm} + jB_{ik}^{pm}$  e  $Y_{ii}^{pm} = G_{ii}^{pm} + jB_{ii}^{pm}$ . Assim, a potência aparente que flui na fase  $p$  da barra  $i$  para a barra  $k$  do transformador é dada por:

$$S_{ik}^{p*} = E_i^{p*} I_{ik}^p \quad (4.27)$$

$$S_{ik}^{p*} = V_i^p e^{-j\theta_i^p} \sum_{m=1}^3 \frac{G_{ii}^{pm} + jB_{ii}^{pm}}{t_i^2} V_i^m e^{j\theta_i^m} + V_i^p e^{-j\theta_i^p} \sum_{m=1}^3 \frac{G_{ik}^{pm} + jB_{ik}^{pm}}{t_i t_k} V_k^m e^{j\theta_k^m} \quad (4.28)$$

Realizando as manipulações e separando as partes ativa e reativa da potência, obtêm-se as equações dos fluxos de potência ativa e reativa em cada uma das fases do transformador.

$$P_{ik}^p = \sum_{m=1}^3 \left\{ \frac{V_i^p}{t_i^2} V_i^m [G_{ii}^{pm} \cos\theta_{ii}^{pm} + B_{ii}^{pm} \text{sen}\theta_{ii}^{pm}] + \frac{V_i^p}{t_i t_k} V_k^m [G_{ik}^{pm} \cos\theta_{ik}^{pm} + B_{ik}^{pm} \text{sen}\theta_{ik}^{pm}] \right\} \quad (4.29)$$

$$Q_{ik}^p = \sum_{m=1}^3 \left\{ \frac{V_i^p}{t_i^2} V_i^m [G_{ii}^{pm} \text{sen}\theta_{ii}^{pm} - B_{ii}^{pm} \cos\theta_{ii}^{pm}] + \frac{V_i^p}{t_i t_k} V_k^m [G_{ik}^{pm} \text{sen}\theta_{ik}^{pm} - B_{ik}^{pm} \cos\theta_{ik}^{pm}] \right\} \quad (4.30)$$

#### 4.4.1 Derivadas dos fluxos de potência nos transformadores

Dada a equação do fluxo de potência ativa na fase  $p$  do transformador, suas derivadas são apresentadas abaixo.

##### Derivadas de $P_{ik}^p$ em relação a $V$

Se  $i \neq k$ , consideram-se todas as fases da barra  $k$

$$\frac{\partial P_{ik}^p}{\partial V_k^m} = \frac{V_i^p}{t_i t_k} [G_{ik}^{pm} \cos\theta_{ik}^{pm} + B_{ik}^{pm} \text{sen}\theta_{ik}^{pm}] \quad (4.31)$$

Se  $m \neq p$ , consideram-se todas as fases da barra  $i$ , menos a fase  $p$

$$\frac{\partial P_{ik}^p}{\partial V_i^m} = \frac{V_i^p}{t_i^2} [G_{ii}^{pm} \cos \theta_{ii}^{pm} + B_{ii}^{pm} \sen \theta_{ii}^{pm}] \quad (4.32)$$

Se  $m = p$  e  $i = k$ , considera-se somente a fase  $p$  da barra  $i$

$$\frac{\partial P_{ik}^p}{\partial V_i^p} = \frac{V_i^p}{t_i^2} G_{ii}^{pp} + \sum_{m=1}^3 \left\{ \frac{1}{t_i^2} V_i^m [G_{ii}^{pm} \cos \theta_{ii}^{pm} + B_{ii}^{pm} \sen \theta_{ii}^{pm}] + \frac{1}{t_i t_k} V_k^m [G_{ik}^{pm} \cos \theta_{ik}^{pm} + B_{ik}^{pm} \sen \theta_{ik}^{pm}] \right\} \quad (4.33)$$

### Derivadas de $P_{ik}^p$ em relação a $\theta$

Se  $i \neq k$ , consideram-se todas as fases da barra  $k$

$$\frac{\partial P_{ik}^p}{\partial \theta_k^m} = \frac{V_i^p}{t_i t_k} V_k^m [G_{ik}^{pm} \sen \theta_{ik}^{pm} - B_{ik}^{pm} \cos \theta_{ik}^{pm}] \quad (4.34)$$

Se  $m \neq p$ , consideram-se todas as fases da barra  $i$ , menos a fase  $p$

$$\frac{\partial P_{ik}^p}{\partial \theta_i^m} = \frac{V_i^p}{t_i^2} V_i^m [G_{ii}^{pm} \sen \theta_{ii}^{pm} - B_{ii}^{pm} \cos \theta_{ii}^{pm}] \quad (4.35)$$

Se  $m = p$  e  $i = k$ , considera-se somente a fase  $p$  da barra  $i$

$$\frac{\partial P_{ik}^p}{\partial \theta_i^p} = -\frac{(V_i^p)^2}{t_i^2} B_{ii}^{pp} + \sum_{m=1}^3 \left\{ -\frac{V_i^p}{t_i^2} V_i^m [G_{ii}^{pm} \sen \theta_{ii}^{pm} - B_{ii}^{pm} \cos \theta_{ii}^{pm}] - \frac{V_i^p}{t_i t_k} V_k^m [G_{ik}^{pm} \sen \theta_{ik}^{pm} - B_{ik}^{pm} \cos \theta_{ik}^{pm}] \right\} \quad (4.36)$$

**Derivadas de  $P_{ik}^p$  em relação aos *taps***

derivada com relação ao *tap* da barra  $i$

$$\frac{\partial P_i^p}{\partial t_i} = \frac{\partial P_{ik}^p}{\partial t_i} = \sum_{m=1}^3 \left\{ -2 \frac{V_i^p}{t_i^3} V_i^m [G_{ii}^{pm} \cos \theta_{ii}^{pm} + B_{ii}^{pm} \sin \theta_{ii}^{pm}] - \frac{V_i^p}{t_i^2 t_k} V_k^m [G_{ik}^{pm} \cos \theta_{ik}^{pm} + B_{ik}^{pm} \sin \theta_{ik}^{pm}] \right\} \quad (4.37)$$

derivada com relação ao *tap* da barra  $k$

$$\frac{\partial P_i^p}{\partial t_k} = \frac{\partial P_{ik}^p}{\partial t_k} = - \frac{V_i^p}{t_i t_k^2} \sum_{m=1}^3 V_k^m [G_{ik}^{pm} \cos \theta_{ik}^{pm} + B_{ik}^{pm} \sin \theta_{ik}^{pm}] \quad (4.38)$$

Dada a equação do fluxo de potência reativa na fase  $p$  do transformador, tem-se abaixo suas derivadas com relação às variáveis de estado.

**Derivadas de  $Q_{ik}^p$  em relação a  $V$** 

Se  $i \neq k$ , consideram-se todas as fases da barra  $k$

$$\frac{\partial Q_{ik}^p}{\partial V_k^m} = \frac{V_i^p}{t_i t_k} [G_{ik}^{pm} \sin \theta_{ik}^{pm} - B_{ik}^{pm} \cos \theta_{ik}^{pm}] \quad (4.39)$$

Se  $m \neq p$ , consideram-se todas as fases da barra  $i$ , menos a fase  $p$

$$\frac{\partial Q_{ik}^p}{\partial V_i^m} = \frac{V_i^p}{t_i^2} [G_{ii}^{pm} \sin \theta_{ii}^{pm} - B_{ii}^{pm} \cos \theta_{ii}^{pm}] \quad (4.40)$$

Se  $m = p$  e  $i = k$ , considera-se somente a fase  $p$  da barra  $i$

$$\frac{\partial Q_{ik}^p}{\partial V_i^p} = \frac{-V_i^p}{t_i^2} B_{ii}^{pm} + \sum_{m=1}^3 \left\{ \frac{1}{t_i^2} V_i^m [G_{ii}^{pm} \sin \theta_{ii}^{pm} - B_{ii}^{pm} \cos \theta_{ii}^{pm}] + \frac{1}{t_i t_k} V_k^m [G_{ik}^{pm} \sin \theta_{ik}^{pm} - B_{ik}^{pm} \cos \theta_{ik}^{pm}] \right\} \quad (4.41)$$

### Derivadas de $Q_{ik}^p$ em relação a $\theta$

Se  $i \neq k$ , consideram-se todas as fases da barra  $k$

$$\frac{\partial Q_{ik}^p}{\partial \theta_k^m} = -\frac{V_i^p}{t_i t_k} V_k^m [G_{ik}^{pm} \cos \theta_{ik}^{pm} + B_{ik}^{pm} \sen \theta_{ik}^{pm}] \quad (4.42)$$

Se  $m \neq p$ , consideram-se todas as fases da barra  $i$ , menos a fase  $p$

$$\frac{\partial Q_{ik}^p}{\partial \theta_i^m} = -\frac{V_i^p}{t_i^2} V_i^m [G_{ii}^{pm} \cos \theta_{ii}^{pm} + B_{ii}^{pm} \sen \theta_{ii}^{pm}] \quad (4.43)$$

Se  $m = p$  e  $i = k$ , considera-se somente a fase  $p$  da barra  $i$

$$\frac{\partial Q_{ik}^p}{\partial \theta_i^p} = -\frac{(V_i^p)^2}{t_i^2} G_{ii}^{pp} + \sum_{m=1}^3 \left\{ \frac{V_i^p}{t_i^2} V_i^m [G_{ii}^{pm} \cos \theta_{ii}^{pm} + B_{ii}^{pm} \sen \theta_{ii}^{pm}] + \frac{(V_i^p)}{t_i t_k} V_k^m [G_{ik}^{pm} \cos \theta_{ik}^{pm} + B_{ik}^{pm} \sen \theta_{ik}^{pm}] \right\} \quad (4.44)$$

### Derivadas de $Q_{ik}^p$ em relação aos taps

derivada com relação ao tap da barra  $i$

$$\frac{\partial Q_i^p}{\partial t_i} = \frac{\partial Q_{ik}^p}{\partial t_i} = \sum_{m=1}^3 \left\{ -2 \frac{V_i^p}{t_i^3} V_i^m [G_{ii}^{pm} \sen \theta_{ii}^{pm} - B_{ii}^{pm} \cos \theta_{ii}^{pm}] - \frac{V_i^p}{t_i^2 t_k} V_k^m [G_{ik}^{pm} \sen \theta_{ik}^{pm} - B_{ik}^{pm} \cos \theta_{ik}^{pm}] \right\} \quad (4.45)$$

derivada com relação ao tap da barra  $k$

$$\frac{\partial Q_i^p}{\partial t_k} = \frac{\partial Q_{ik}^p}{\partial t_k} = -\frac{V_i^p}{t_i t_k^2} \sum_{m=1}^3 V_k^m [G_{ik}^{pm} \sen \theta_{ik}^{pm} - B_{ik}^{pm} \cos \theta_{ik}^{pm}] \quad (4.46)$$

As derivadas apresentadas para os fluxos de potência ativa e reativa com relação aos taps, são iguais às derivadas das injeções de potência ativa e reativa nos terminais dos transformadores calculadas com relação aos taps. Isso acontece pois as injeções de potência numa fase de uma barra

são definidas como sendo as somas dos fluxos incidentes nas fases da barra. As demais derivadas das injeções permanecem iguais àquelas definidas para o fluxo de carga trifásico no Capítulo 3.

## 4.5 O Modelo Generalizado da Rede

No modelo generalizado da rede são representadas todas as conexões da rede fornecidas pelo configurador. Assim, a estimação de estado generalizada é realizada num modelo de rede onde alguns de seus elementos são representados fisicamente. Dispositivos não representados no modelo barra/ramo, como seções de barramento e chaves/disjuntores são representados explicitamente. O termo generalizado é usado para enfatizar que além das tensões complexas nodais, estados de chaves e disjuntores e parâmetros da rede podem ser estimados.

No modelo generalizado a representação deixa de ser do tipo barra/ramo para se tornar do tipo seção-de-barramento/chave/ramo, cujas diferenças básicas são:

- Modelo barra/ramo
  - Ramos: Linhas de transmissão e transformadores
  - Nó: Subestações
- Modelo seção-de-barramento/chave/ramo
  - Ramos: Chaves, disjuntores, linhas de transmissão e transformadores
  - Nó: Seções de barramento

Na Figura 4.2 apresentam-se as formas generalizada e barra/ramo de uma rede. Na forma generalizada, as chaves, os disjuntores e as seções de barramento da Subestação 1 são representadas, enquanto, no modelo barra/ramo todos esses elementos são agrupados em uma única barra.

A modelagem explícita das chaves facilita a identificação de erros na topologia da rede (erros em estados de chaves). As medidas feitas nos ramos com impedância nula e nas chaves podem ser consideradas acrescentando-se novas variáveis de estado ao problema.

### 4.5.1 Modelagem de componentes e as variáveis de estado

As variáveis de estado mais comumente utilizadas na estimação de estado são os módulos e os ângulos das tensões complexas nodais. As relações de transformação nos transformadores com *taps* variáveis sob carga também podem ser tratadas como variáveis de estado. Conhecidos os estados

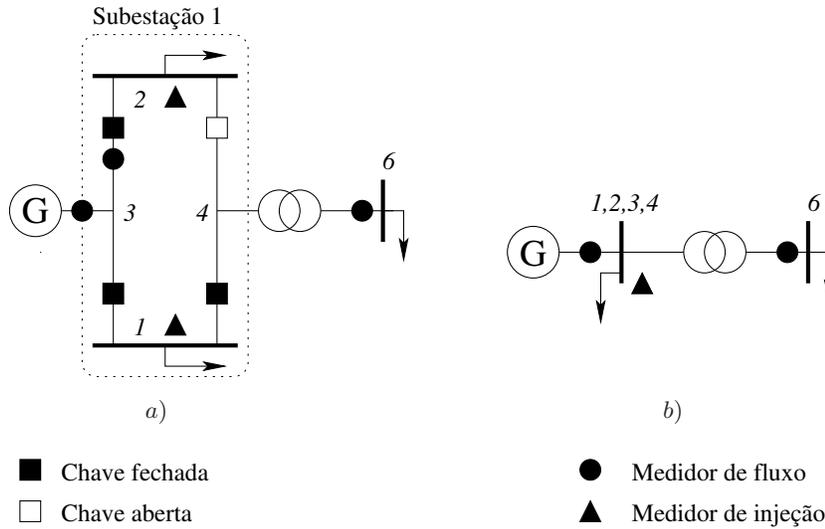


Figura 4.2: a) Modelo generalizado da rede; b) Modelo barra/ramo da rede

da rede, os fluxos de potência nos ramos que obedecem às *Leis de Ohm* podem ser determinados. Todavia, em ramos nos quais as *Leis de Ohm* não são aplicáveis, como os ramos com impedância nula, os ramos com impedância desconhecida e as fases fechadas das chaves trifásicas, os fluxos não podem ser determinados a partir das variáveis de estado. Nesses casos, uma alternativa é introduzir os próprios fluxos nas fases como variáveis de estado adicionais. No caso das fases abertas das chaves trifásicas, embora o seu fluxo seja conhecido, não há relação entre as tensões nos terminais das chaves e o fluxo. Portanto, o uso dos fluxos nas fases como variáveis de estado é estendido às fases abertas das chaves trifásicas.

A representação de dispositivos com impedância nula foi inicialmente proposta em [Monticelli and Garcia, 1991] como alternativa à representação de ramos com baixa impedância ou impedância nula que causavam problemas numéricos. Essa proposta foi posteriormente formalizada em [Monticelli, 1993a] para a representação de chaves e disjuntores.

Para as fases fechadas das chaves trifásicas as seguintes restrições ou pseudomedidas são incluídas na estimação de estado:

$$V_{ik}^m = V_i^m - V_k^m = 0$$

e

$$\theta_{ik}^m = \theta_i^m - \theta_k^m = 0$$

Nesse caso, as injeções  $P_{ik}^m$  e  $Q_{ik}^m$  são usadas como variáveis de estado adicionais. Essas variáveis de estado independem das tensões complexas nos terminais das chaves, já que as *Leis de Ohm* não

podem ser usadas para obter as correntes nos ramos como função das suas tensões terminais.

Para as fases abertas das chaves trifásicas, as mesmas variáveis de estado são incluídas no estimador de estado. Porém, as pseudomedidas incluídas são:

$$P_{ik}^m = 0$$

e

$$Q_{ik}^m = 0$$

No caso das fases das chaves com estado desconhecido não se inclui pseudomedidas no problema e as variáveis de estado são os fluxos através das fases das chaves. Nos casos onde o estado das fases das chaves é desconhecido ou duvidoso, é preferível tratar tais chaves como sendo de estado desconhecido e realizar a estimação do seu estado.

Na Tabela 4.1 apresenta-se um resumo, com os dispositivos, as variáveis de estado e as pseudomedidas a serem adicionadas ao problema da estimação de estado generalizada. Neste trabalho não foram estudados casos de estimação de parâmetros da rede.

Tabela 4.1: Novas variáveis de estado e pseudomedidas do modelo generalizado

Dispositivo	Variável de Estado	Pseudomedidas
Fase de chave aberta	$P_{ik}^m$ e $Q_{ik}^m$	$P_{ik}^m = 0$ e $Q_{ik}^m = 0$
Fase de chave fechada	$P_{ik}^m$ e $Q_{ik}^m$	$V_i^m - V_k^m = 0$ e $\theta_i^m - \theta_k^m = 0$
Fase de chave ?	$P_{ik}^m$ e $Q_{ik}^m$	Nenhuma
? - de estado desconhecido		

### 4.5.2 Representação das chaves/disjuntores trifásicos

As chaves trifásicas são representadas de modo que suas fases são independentes. Assim, o estado de cada uma de suas fases é estimado separadamente e não é contabilizado qualquer tipo de acoplamento entre elas. Portanto, admite-se a possibilidade de que numa chave trifásica os estados de suas fases sejam diferentes, conforme a Figura 4.3.c. Para cada fase de uma chave são incluídos no problema as variáveis de estado e as pseudomedidas correspondentes, de acordo com a Tabela 4.1.

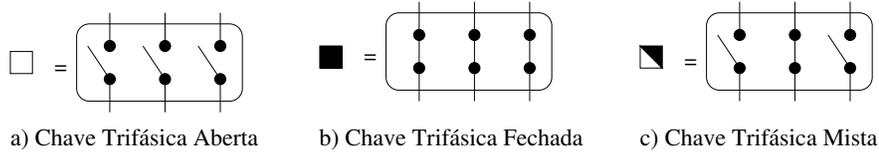


Figura 4.3: Chaves/disjuntores trifásicos

## 4.6 Matriz Jacobiana do Estimador de Estado Generalizado

A matriz Jacobiana do estimador de estado generalizado baseado na matriz ganho, representada na Equação 4.47, contém as derivadas de todas as medidas e restrições disponíveis com relação às variáveis de estado. Entre essas medidas há as injeções nulas nas barras de passagem (barras onde não há carga e nem geração), que são inerentes à topologia da rede e, portanto, não estão associadas a nenhum medidor e as medidas regulares, obtidas dos medidores instalados na rede. Além dessas medidas, há as restrições de igualdade associadas ao estado das chaves trifásicas representadas na rede. Note que as restrições associadas às chaves abertas são representadas na Equação 4.47 junto com os fluxos ativos ( $\Delta P_{ik}^p$ ) e reativos ( $\Delta Q_{ik}^p$ ).

$$\begin{pmatrix} \Delta P_k^p \\ \Delta Q_k^p \\ \Delta P_{ik}^p \\ \Delta Q_{ik}^p \\ \Delta |V_k^p| \\ \Delta \theta_{ik}^p \\ \Delta V_{ik}^p \end{pmatrix}_{\mu+rs} = \begin{pmatrix} \frac{\partial P_k^p}{\partial \theta} & \frac{\partial P_k^p}{\partial \theta_{int}} & \frac{\partial P_k^p}{\partial V} & \frac{\partial P_k^p}{\partial V_{int}} & \frac{\partial P_k^p}{\partial P_{ik}^p} & \frac{\partial P_k^p}{\partial Q_{ik}^p} \\ \frac{\partial Q_k^p}{\partial \theta} & \frac{\partial Q_k^p}{\partial \theta_{int}} & \frac{\partial Q_k^p}{\partial V} & \frac{\partial Q_k^p}{\partial V_{int}} & \frac{\partial Q_k^p}{\partial P_{ik}^p} & \frac{\partial Q_k^p}{\partial Q_{ik}^p} \\ \frac{\partial P_{ik}^p}{\partial \theta} & \frac{\partial P_{ik}^p}{\partial \theta_{int}} & \frac{\partial P_{ik}^p}{\partial V} & \frac{\partial P_{ik}^p}{\partial V_{int}} & \frac{\partial P_{ik}^p}{\partial P_{ik}^p} & \frac{\partial P_{ik}^p}{\partial Q_{ik}^p} \\ \frac{\partial Q_{ik}^p}{\partial \theta} & \frac{\partial Q_{ik}^p}{\partial \theta_{int}} & \frac{\partial Q_{ik}^p}{\partial V} & \frac{\partial Q_{ik}^p}{\partial V_{int}} & \frac{\partial Q_{ik}^p}{\partial P_{ik}^p} & \frac{\partial Q_{ik}^p}{\partial Q_{ik}^p} \\ \frac{\partial |V_k^p|}{\partial \theta} & \frac{\partial |V_k^p|}{\partial \theta_{int}} & \frac{\partial |V_k^p|}{\partial V} & \frac{\partial |V_k^p|}{\partial V_{int}} & \frac{\partial |V_k^p|}{\partial P_{ik}^p} & \frac{\partial |V_k^p|}{\partial Q_{ik}^p} \\ \frac{\partial \theta_{ik}^p}{\partial \theta} & \frac{\partial \theta_{ik}^p}{\partial \theta_{int}} & \frac{\partial \theta_{ik}^p}{\partial V} & \frac{\partial \theta_{ik}^p}{\partial V_{int}} & \frac{\partial \theta_{ik}^p}{\partial P_{ik}^p} & \frac{\partial \theta_{ik}^p}{\partial Q_{ik}^p} \\ \frac{\partial V_{ik}^p}{\partial \theta} & \frac{\partial V_{ik}^p}{\partial \theta_{int}} & \frac{\partial V_{ik}^p}{\partial V} & \frac{\partial V_{ik}^p}{\partial V_{int}} & \frac{\partial V_{ik}^p}{\partial P_{ik}^p} & \frac{\partial V_{ik}^p}{\partial Q_{ik}^p} \end{pmatrix}_{\mu+rs \times nv} \begin{pmatrix} \Delta \theta \\ \Delta \theta_{int} \\ \Delta V \\ \Delta V_{int} \\ \Delta P_{ik}^p \\ \Delta Q_{ik}^p \end{pmatrix}_{nv} \quad (4.47)$$

As dimensões da matriz Jacobiana do estimador de estado generalizado são determinadas de acordo com o número de medidas disponíveis  $\mu$  (medidas regulares mais as injeções nulas nas barras de passagem), o número de barras  $nb$ , o número de geradores da rede  $ng$  e o número de restrições de igualdade associadas ao estado das chaves representadas,  $rs$ . Para cada fase aberta ou fechada de uma chave são incluídas duas restrições e para cada fase com estado duvidoso não se inclui

nenhuma restrição. A matriz Jacobiana tem dimensão  $(\mu + rs) \times nv$ , onde o número de variáveis  $nv$ , é dado por  $nv = 6nb + 2ng + 6nc$ , sendo  $nc$  o número de chaves representadas. Em cada barra da rede há seis variáveis de estado, que são os módulos e os ângulos das tensões em cada uma de suas três fases. Como nos geradores as tensões nas barras internas são equilibradas, cada gerador é responsável por mais duas variáveis de estado, que são o módulo e o ângulo da tensão na fase  $a$  da sua barra interna. Para cada chave trifásica representada incluem-se como variáveis de estado os fluxos ativo e reativo em cada uma de suas fases.

Para ilustrar a formação da matriz Jacobiana de uma rede generalizada, seja o sistema da Figura 4.4, no qual cada medidor trifásico disponibiliza medidas nas três fases. Nessa figura o ramo 1 – 2 representa um transformador trifásico, o ramo 2 – 3 representa uma chave trifásica (elemento de impedância nula), o ramo 3 – 4 representa uma linha trifásica e a barra *int* representa a barra interna do gerador. Nesse caso, considera-se que a fase  $a$  da chave está fechada, enquanto, as fases  $b$  e  $c$  estão abertas. Na Equação 4.48, a submatriz  $H_d$  contém as derivadas das medidas  $P_{2,1}^a, P_{2,1}^b, P_{2,1}^c, P_1^a, P_1^b, P_1^c, P_{4,3}^a, P_{4,3}^b, P_{4,3}^c, Q_{2,1}^a, Q_{2,1}^b, Q_{2,1}^c, Q_1^a, Q_1^b, Q_1^c, Q_{4,3}^a, Q_{4,3}^b$  e  $Q_{4,3}^c$ , com relação aos módulos e aos ângulos das tensões complexas nodais nas barras do sistema. Essas medidas não dependem dos fluxos na chave e, portanto, suas derivadas com relação aos fluxos são nulas.

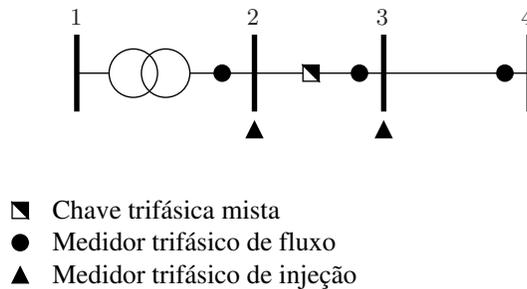


Figura 4.4: Sistema generalizado trifásico de 4 barras

Na matriz Jacobiana da Equação 4.48, as pseudomedidas  $\theta_{2,3}^a$  e  $V_{2,3}^a$  foram incluídas pois a fase  $a$  da chave está fechada e as pseudomedidas  $P_{2,3}^b, P_{2,3}^c, Q_{2,3}^b$  e  $Q_{2,3}^c$  foram incluídas pois as fases  $b$  e  $c$  da chave estão abertas. Os termos  $h_{P_k^m}$  e  $h_{Q_k^m}$  contêm respectivamente as derivadas das injeções ativas e reativas na fase  $m$  da barra  $k$  com relação aos ângulos e aos módulos das tensões nas barras.

$$\begin{array}{c}
\vdots \\
P_2^a \\
P_2^b \\
P_2^c \\
P_3^a \\
P_3^b \\
P_3^c \\
Q_2^a \\
Q_2^b \\
Q_2^c \\
Q_3^a \\
Q_3^b \\
Q_3^c \\
P_{2,3}^b \\
P_{2,3}^c \\
Q_{2,3}^b \\
Q_{2,3}^c \\
\theta_{2,3}^a \\
v_{2,3}^a
\end{array}
\begin{pmatrix}
\cdots & \theta_2^a & \cdots & \theta_3^a & \cdots & v_2^a & \cdots & v_3^a & \cdots & P_{2,3}^a & P_{2,3}^b & P_{2,3}^c & Q_{2,3}^a & Q_{2,3}^b & Q_{2,3}^c \\
& & & H_d & & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
& & & h_{P_2^a} & & & & & & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
& & & h_{P_2^b} & & & & & & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
& & & h_{P_2^c} & & & & & & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
& & & h_{P_3^a} & & & & & & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
& & & h_{P_3^b} & & & & & & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
& & & h_{P_3^c} & & & & & & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\
& & & h_{Q_2^a} & & & & & & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
& & & h_{Q_2^b} & & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
& & & h_{Q_2^c} & & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
& & & h_{Q_3^a} & & & & & & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\
& & & h_{Q_3^b} & & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\
& & & h_{Q_3^c} & & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\
\cdots & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\cdots & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
\cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
\cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
\cdots & 1 & \cdots & -1 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\cdots & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 1 & \cdots & -1 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{pmatrix}
\tag{4.48}$$

## 4.7 Estudo de Caso: Estimador Utilizando Matriz Ganho

Nesta seção apresentam-se alguns resultados obtidos com o estimador de estado construído a partir da matriz ganho. Os testes foram realizados com o sistema mostrado na Figura 4.5. Esse sistema é composto por dez barras/seções-de-barramento, três linhas trifásicas com parâmetros desequilibrados, dois transformadores conectados em delta/estrela-aterrado e dois geradores. Duas de suas subestações estão detalhadamente representadas. A Subestação 1 contém três seções de barramento e duas chaves trifásicas, enquanto a Subestação 2 contém quatro seções de barramento e cinco chaves trifásicas. Na Figura 4.5, são apresentados ainda os medidores trifásicos disponíveis e cada um deles pode fornecer medidas nas três fases do ramo ou da barra onde ele está localizado. Os parâmetros dessa rede são apresentados no Apêndice A.

A Tabela 4.2 apresenta informações sobre o conjunto de medidas disponíveis para estimação de estado. A tolerância adotada para a convergência do estimador de estado foi de  $10^{-6}$  e o estimador

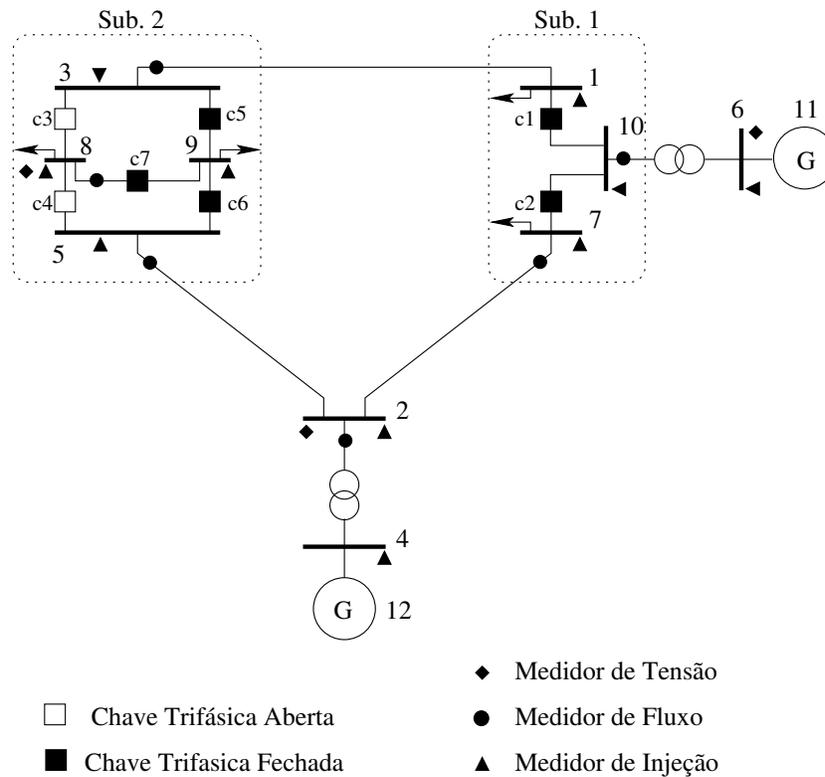


Figura 4.5: Sistema 10 barras generalizado

convergiu em quatro iterações. As variâncias adotadas para as medidas são apresentadas na Tabela 4.3. Os valores adotados para as variâncias das pseudomedidas que representam o estado das chaves e para as injeções nulas nas barras de passagem são menores. Nos testes realizados não foram observadas variações no número de iterações em função dessas variâncias, entretanto, não é possível afirmar que o estimador de estado baseado na matriz ganho se manterá robusto e bem comportado quando aplicado a sistemas reais de grande porte mal condicionados.

O conjunto de medidas disponíveis para estimação de estado é apresentado na Tabela 4.4, essas medidas não são perfeitas e, portanto, os resíduos da estimação de estado serão não nulos. A dimensão da matriz Jacobiana é  $139 \times 106$ . Na Figura 4.6 observa-se a estrutura da matriz ganho correspondente, que tem dimensão  $106 \times 106$  e grau de esparsidade de 81,08 %.

O estado estimado para a rede e os fluxos estimados para as chaves são apresentados respectivamente nas Tabelas 4.5 e 4.6. Observa-se na Tabela 4.6 que os fluxos estimados nas chaves abertas (chaves 3 e 4) não são nulos, isso significa que as restrições de igualdade associadas a essas chaves não foram completamente atendidas, mesmo ao adotar para elas variâncias menores que as das demais medidas. Por fim, na Tabela 4.7 observa-se que as diferenças obtidas para os módulos e para os ângulos das tensões nos terminais de algumas das chaves fechadas são não nulas. Novamente, as restrições de igualdade associadas ao estado das chaves fechadas não foram plenamente satisfeitas,

já que nessas chaves tais restrições deveriam ser nulas. Portanto, conclui-se que além dos possíveis problemas de convergência provenientes do mau condicionamento numérico do sistema, o estimador de estado baseado na matriz ganho pode levar a conclusões erradas sobre o estado de chaves e disjuntores, já que, por exemplo, em chaves abertas o fluxo estimado pode ser não nulo.

Tabela 4.2: Dados do sistema de 12 barras

Tipo de Medida	$N^\circ$
Tensões	07
Fluxos (ativo e reativo)	30
Injeções não Nulas (ativa e reativa)	24
Injeções Nulas (ativo e reativo)	36
Pseudomedidas de Fluxo (ativo e reativo)	12
Pseudomedidas de Tensão (módulo e ângulo)	30
Total de medidas disponíveis	139

Tabela 4.3: Variâncias adotadas para as medidas/pseudomedidas

Tipo de Medida	Variância
Tensões	$1 \times 10^{-3}$
Fluxos (ativos e reativos)	$1 \times 10^{-3}$
Injeções não Nulas (ativos e reativos)	$2 \times 10^{-3}$
Injeções Nulas (ativos e reativos)	$1 \times 10^{-8}$
Pseudomedidas de Fluxo (ativo e reativo)	$1 \times 10^{-4}$
Pseudomedidas de Tensão (módulo e ângulo)	$1 \times 10^{-4}$

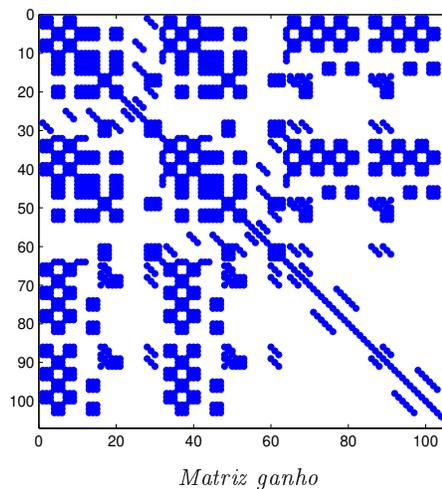


Figura 4.6: Estrutura da matriz ganho para o sistema de 10 barras (2126 elementos não nulos)

Tabela 4.4: Medidas não nulas disponíveis

Tipo	de	p/	Valores Medidos		
			$\phi^a$	$\phi^b$	$\phi^c$
<i>P</i>	10	6	-0,8371	-0,3073	-0,8574
<i>P</i>	2	4	-3,7162	-3,5969	-3,7525
<i>Q</i>	10	6	-1,4795	-1,2741	-1,4707
<i>Q</i>	2	4	-0,3550	-0,2542	-0,2942
<i>P</i>	3	1	n.d	n.d	0,6720
<i>P</i>	5	2	-3,0202	-2,6266	-2,7997
<i>P</i>	7	2	-0,6863	-0,9213	n.d
<i>Q</i>	3	1	n.d	n.d	-0,3823
<i>Q</i>	5	2	-0,7025	-0,6630	-0,4619
<i>Q</i>	7	2	0,0683	0,0999	n.d
<i>P</i>	8	9	-1,2214	-1,0051	-1,0778
<i>Q</i>	8	9	-0,5471	-0,5155	-0,4123
<i>P</i>	1	-	-1,0363	-0,8986	-1,2134
<i>P</i>	7	-	-1,0333	-0,8917	-1,1859
<i>P</i>	8	-	-1,2507	-1,0337	-1,0825
<i>P</i>	9	-	-1,2263	-1,0113	-1,0667
<i>Q</i>	1	-	-0,5416	-0,4153	-0,5958
<i>Q</i>	7	-	-0,5381	-0,4236	-0,5991
<i>Q</i>	8	-	-0,5418	-0,5095	-0,4266
<i>Q</i>	9	-	-0,5382	-0,5081	-0,4158
<i>V</i>	2	-	1,0385	1,0317	n.d
<i>V</i>	6	-	1,0485	1,0499	1,0719
<i>V</i>	8	-	n.d	1,0375	1,0288

n.d - medida não disponível.

As injeções nulas não são apresentadas.

Tabela 4.5: Estado estimado para o sistema de 10 barras - matriz ganho

Barra	$V^a$	$V^b$	$V^c$	$\theta^a$	$\theta^b$	$\theta^c$
1	1,0337	1,0433	1,0410	17,22	-102,20	136,99
2	1,0343	1,0420	1,0392	19,38	-100,19	139,31
3	1,0241	1,0368	1,0331	18,06	-101,07	138,28
4	1,0399	1,0400	1,0424	-2,98	-122,83	117,09
5	1,0234	1,0362	1,0337	18,21	-101,13	138,27
6	1,0505	1,0496	1,0560	-12,35	-131,97	107,88
7	1,0344	1,0421	1,0410	17,30	-102,18	136,82
8	1,0237	1,0366	1,0328	18,14	-101,10	138,27
9	1,0237	1,0366	1,0332	18,14	-101,10	138,27
10	1,0340	1,0435	1,0409	17,14	-102,16	137,00
11	1,0658	1,0658	1,0658	-11,81	-131,81	108,19
12	1,0537	1,0537	1,0537	0,00	-120,00	120,00

módulos em pu e ângulos em graus

Tabela 4.6: Fluxos estimados nas chaves

Chave	de	p/	Fluxos Ativos			Fluxos Reativos			Subestação
			$\phi^a$	$\phi^b$	$\phi^c$	$\phi^a$	$\phi^b$	$\phi^c$	
1	1	10	-0,4829	-0,3260	-0,5714	-0,8821	-0,7460	-0,9625	1
2	7	10	-0,3518	0,0249	-0,2783	-0,5992	-0,5275	-0,5041	1
3	3	8	0,0010	0,0013	0,0002	-0,0002	-0,0001	0,0007	2
4	5	8	0,0010	0,0013	0,0002	-0,0002	-0,0001	0,0007	2
5	3	9	-0,5556	-0,5899	-0,6642	0,3748	0,3607	0,3819	2
6	5	9	3,0150	2,6331	2,8106	0,7055	0,6627	0,4607	2
7	8	9	-1,2312	-1,0183	-1,0794	-0,5447	-0,5140	-0,4191	2

fluxos em pu

Tabela 4.7: Diferença das tensões nos terminais das chaves fechadas

Chave	$\Delta V^a$	$\Delta V^b$	$\Delta V^c$	$\Delta \theta^a$	$\Delta \theta^b$	$\Delta \theta^c$
1	0,0003	0,0002	0,0001	0,08	0,04	0,01
2	0,0006	0,0014	0,0001	0,16	0,02	0,18
5	0,0004	0,0002	0,0001	0,08	0,03	0,01
6	0,0003	0,0004	0,0005	0,07	0,03	0,00
7	0,0000	0,0000	0,0006	0,00	0,00	0,00

módulos em pu e ângulos em graus

## 4.8 Estimador de Estado com Restrições de Igualdade

Na estimação de estado modelada a partir da matriz ganho é comum associar pesos elevados às restrições de igualdade. Essa forma de tratamento das restrições de igualdade pode levar ao mau condicionamento numérico da matriz ganho. Além disso, a representação dos ramos de baixa impedância e a utilização de diferentes pesos para as medidas podem contribuir para piorar esse condicionamento. A origem do mau condicionamento está em grande parte ligada à necessidade de fazer o produto da matriz Jacobina para a obtenção da matriz ganho.

Para contornar esses problemas foram propostos métodos que trabalham diretamente com a matriz Jacobiana ao invés da matriz ganho. Em [Aschmoneit et al., 1977] é apresentada uma das primeiras propostas para representação de injeções nulas como restrições de igualdade, entretanto a modelagem sugerida torna o sistema indefinido e rotinas adequadas de fatoração devem ser utilizadas, como as apresentadas em [Bunch and Parlett, 1971]. Em [Machado et al., 1991] propõe-se a utilização do pivoteamento misto na estimação de estado que utiliza o *tableau* esparsos. Em [Gjelsvik et al., 1985] propõe-se o uso do *tableau* de Hachtel [Hachtel, 1976] no qual todas as medidas, incluindo as restrições de igualdade, são inseridas na matriz aumentada não quadrática. Em [Nucera and Gilles, 1991] apresenta-se uma formulação por blocos do *tableau* de Hachtel evitando o uso de rotinas especializadas de fatoração e melhorando a estabilidade e a eficiência numérica do problema

de estimação de estado com restrições de igualdade. Uma outra opção à formação da matriz ganho é utilizar métodos baseados em transformações ortogonais. Em [Quintana and Simões-Costa, 1981a] e [Quintana and Simões-Costa, 1981b] propõe-se respectivamente o uso da transformação de Householder por coluna e o uso da rotação de Givens. Em [Holten et al., 1988] apresenta-se uma comparação entre diferentes métodos de estimação de estado. Essa comparação se concentra na estabilidade numérica, na eficiência computacional e na complexidade de implementação, e conclui-se que o método do *tableau* de Hachtel possui um bom compromisso entre estabilidade numérica e o desempenho computacional. Em [Clements et al., 1990] apresenta-se um algoritmo que emprega transformação de variáveis para resolver o problema da estimação de estado com restrições de igualdade.

Dentre as propostas presentes na literatura para o tratamento das restrições de igualdade no problema da estimação de estado, o método do *tableau* de Hachtel foi implementado e comparado com o método da matriz ganho. A seguir apresenta-se em detalhes o *tableau* esparsa de Hachtel.

#### 4.8.1 Equação normal

Conforme foi discutido na seção de modelagem do problema, o estimador de estado não-linear é representado por:

$$z = h(x) + e \quad (4.49)$$

Reescrevendo esse modelo na forma ponderada, tem-se:

$$z^w = h(x)^w + e^w \quad (4.50)$$

onde  $z^w = R_z^{-1/2} z$  é o vetor de medidas ponderadas e  $e^w$  é um vetor de erros com média nula e variância unitária. Todas as formulações que seguem são apresentadas em sua forma ponderada, porém, o superescrito ( $^w$ ) é omitido por simplicidade.

Assim, o problema é determinar o estado estimado  $\hat{x}$  que melhor se ajusta ao modelo de medição. A solução desse problema pode ser obtida minimizando o resíduo quadrático ponderado  $J(x)$ .

$$J(x) = \frac{1}{2} r' r \quad (4.51)$$

onde  $r = z - h(x)$  é o vetor de resíduos ponderados. A condição ótima de primeira ordem do índice  $J(x)$  é dada por:

$$H(x)(z - h(x)) = 0 \quad (4.52)$$

#### 4.8.2 Inclusão de restrições de igualdade

Considere agora o seguinte problema:

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & J(x) = \frac{1}{2}r'r \\ \text{s.a} \quad & c(x) = 0 \end{aligned}$$

onde  $c(x) = 0$  representa um conjunto de restrições não-lineares como as injeções nulas em barras de passagem. Associando os multiplicadores  $\lambda$  a essas restrições de igualdade, o problema de otimização pode ser expresso pela função Lagrangeana da Equação 4.53, onde o vetor  $\Lambda$  contém os multiplicadores associados às restrições de igualdade:

$$\mathcal{L}(x, \Lambda) = \frac{1}{2}r'(x)r(x) - \Lambda'c(x) \quad (4.53)$$

Aplicando as condições de otimalidade, tem-se:

$$\partial\mathcal{L}/\partial x = -H'r(x) - C'(x)\Lambda = 0 \quad (4.54)$$

$$\partial\mathcal{L}/\partial\Lambda = -c(x) = 0 \quad (4.55)$$

onde  $H(x) = \frac{\partial h(x)}{\partial x}$  e  $C(x) = \frac{\partial c(x)}{\partial x}$ .

Aplicando o método de Gauss-Newton, tem-se a seguinte expansão em série de Taylor de  $r(x)$  e  $c(x)$ :

$$r(x) \simeq r^\nu - H'(x)\Delta x^\nu \quad (4.56)$$

$$c(x) = c(x^\nu) + C(x^{nu})\Delta x^\nu \quad (4.57)$$

Em face dessas aproximações lineares, as equações obtidas das aplicações das condições de otimalidade podem ser reescritas como:

$$\begin{bmatrix} H'(x^\nu)H(x^\nu) & -C'(x^\nu) \\ -C(x^\nu) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x^\nu \\ \Lambda^{\nu+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H'(x^\nu)r(x^\nu) \\ c(x^\nu) \end{bmatrix} \quad (4.58)$$

As vantagens de modelar as restrições de igualdade ao invés de adotar altos pesos para elas são: (a) na Equação 4.58 não aparece o produto matricial sobre as restrições de igualdade e (b) não se associam pesos às restrições de igualdade, assim, essas restrições são satisfeitas sem deteriorar o condicionamento das matrizes.

As desvantagens dessa formulação são: (a) se as restrições de igualdade envolvem dados contendo erros, a convergência do estimador e o tratamento de erros é seriamente prejudicada e (b) a matriz de coeficientes deixa de ser definida (positiva ou negativa), portanto, pivôs nulos podem aparecer durante a sua fatoração. Há várias estratégias propostas na literatura para lidar com a indefinição da matriz de coeficientes.

## 4.9 Tableau Esparso

A representação não quadrática das restrições de igualdade foi discutida. Agora essa representação será estendida para as medidas regulares. O termo regulares se refere às medidas que de fato são realizadas, assim, as pseudomedidas surgidas devido a modelagem das chaves e as medidas de injeção nula nas barras de passagem não são contabilizadas entre as medidas regulares.

### 4.9.1 Formulação básica

A formulação básica trata do problema sem as restrições de igualdade. Assim, considere o seguinte problema:

$$\begin{array}{ll} \text{Min} & J(x) = \frac{1}{2}r'r \\ \text{s.a} & z - h(x) = r \end{array}$$

Nesse caso a função Lagrangeana é,

$$\mathcal{L}(x, \Gamma) = \frac{1}{2}r'(x)r(x) - \Gamma'(r - z + h(x)) \quad (4.59)$$

onde os multiplicadores  $\gamma$ , componentes do vetor  $\Gamma$ , referem-se às medidas regulares. Aplicando as condições de otimalidade, têm-se:

$$\partial\mathcal{L}/\partial\Gamma = -r + z - h(x) = 0 \quad (4.60)$$

$$\partial\mathcal{L}/\partial x = -H'(x)\Gamma = 0 \quad (4.61)$$

$$\partial\mathcal{L}/\partial r = r - \Gamma = 0 \quad (4.62)$$

A Equação 4.62 mostra que os multiplicadores  $\gamma$  associados às restrições  $r = z - h(x)$  são iguais aos resíduos  $r$ . Assim, a Equação 4.60 pode ser escrita como:

$$-\Gamma + z - h(x) = 0 \quad (4.63)$$

Se os valores atualizados  $\Gamma^{\nu+1}$  e  $h(x^\nu) = H(x^\nu)\Delta x^\nu$  são adotados para resolver as equações associadas às condições de otimalidade (método de Gauss-Newton), chega-se a:

$$\Gamma^{\nu+1} + H(x^\nu)\Delta x^\nu = r(x^\nu) \quad (4.64)$$

$$H'(x^\nu)\Gamma^{\nu+1} = 0 \quad (4.65)$$

e, portanto,

$$\begin{bmatrix} I & H(x^\nu) \\ H(x^\nu) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Gamma^{\nu+1} \\ \Delta x^\nu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r(x^\nu) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.66)$$

Fatorando o sistema acima na ordem indicada, tem-se o seguinte sistema reduzido:

$$\begin{bmatrix} I & H(x^\nu) \\ 0 & -H'(x^\nu)H(x^\nu) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Gamma^{\nu+1} \\ \Delta x^\nu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r(x^\nu) \\ -H(x^\nu)r(x^\nu) \end{bmatrix} \quad (4.67)$$

Embora esses dois sistemas sejam matematicamente equivalentes, se a fatoração for realizada com precisão finita, os resultados encontrados dependerão da ordem de pivoteamento, o que dificulta sua utilização [Monticelli, 1999].

#### 4.9.2 Inclusão de restrições de igualdade

Considere agora o seguinte problema:

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & J(x) = \frac{1}{2}r'r \\ \text{s.a} \quad & r = z - h(x) \\ & c(x) = 0 \end{aligned}$$

A função Lagrangeana associada a esse problema é:

$$\mathcal{L}(x, r, \Lambda) = \frac{1}{2}r'(x)r(x) - \Lambda'c(x) - \Gamma'(r - z + h(x)) \quad (4.68)$$

As condições de otimalidade dessa função podem ser escritas na forma do *tableau* de Hachtel, como segue:

$$\begin{bmatrix} I & 0 & H(x^\nu) \\ 0 & 0 & C(x^\nu) \\ H'(x^\nu) & C'(x^\nu) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Gamma^{\nu+1} \\ \Lambda^{\nu+1} \\ \Delta x^\nu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r(x^\nu) \\ -c(x^\nu) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.69)$$

Novamente o sistema é esperso e não definido, sendo necessário o uso de pivoteamento. Os vetores  $\Gamma$  e  $\Lambda$  contêm respectivamente os multiplicadores de Lagrange associados às restrições,  $r = z - h(x)$ , das medidas regulares e os multiplicadores de Lagrange associados às demais restrições de igualdade, como as injeções nulas em barras de passagem, os fluxos nulos nas fases das chaves abertas e as aberturas angulares nulas nas fases das chaves fechadas.

Se a forma ponderada dos vetores e das matrizes não for considerada, o *tableau* de Hachtel pode ser escrito na forma:

$$\begin{bmatrix} R_z & 0 & H(x^\nu) \\ 0 & 0 & C(x^\nu) \\ H'(x^\nu) & C'(x^\nu) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Gamma^{\nu+1} \\ \Lambda^{\nu+1} \\ \Delta x^\nu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r(x^\nu) \\ -c(x^\nu) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.70)$$

## 4.10 Dimensão das Matrizes Envolvidas no Problema Generalizado Trifásico

Na estimação de estado realizada a partir da matriz ganho, as dimensões das matrizes envolvidas são determinadas a partir do número de medidas  $\mu$  ( $\mu$  contém as medidas regulares mais as restrições de igualdade) e do número e do tipo das barras da rede. A matriz Jacobiana envolvida tem dimensão de  $\mu \times nv$ , onde o número de variáveis  $nv$  é dado por  $nv = 6nb + 2ng$ , com  $nb$  sendo o número de barras de carga e  $ng$  o número de geradores. A matriz ganho é quadrada de ordem  $\mu \times \mu$ . Portanto, tem-se:

$$G_{nv \times nv} \Delta x_{nv \times 1} = H'_{nv \times \mu} R_z^{-1}{}_{\mu \times \mu} \Delta z_{\mu \times 1} \quad (4.71)$$

Para o caso do *tableau* de Hachtel, a matriz Jacobiana contém somente as medidas regulares, portanto,  $H$  é de ordem  $(\mu - s) \times nv$ , com  $s$  sendo o número total de restrições de igualdade. A matriz  $C$ , contendo as restrições de igualdade será de ordem  $s \times nv$ . A matriz identidade presente no *tableau* será de ordem  $(\mu - s) \times (\mu - s)$ . Portanto, o *tableau* terá dimensão  $(\mu + nv) \times (\mu + nv)$ . Assim, as dimensões do problema são:

$$\begin{matrix} & \mu-s & s & nv & & 1 & & 1 \\ \begin{matrix} \mu-s \\ s \\ nv \end{matrix} & \begin{pmatrix} I & 0 & H(x^\nu) \\ 0 & 0 & C(x^\nu) \\ H'(x^\nu) & C'(x^\nu) & 0 \end{pmatrix} & & & \begin{matrix} \mu-s \\ s \\ nv \end{matrix} & \begin{pmatrix} \Gamma^{\nu+1} \\ \Lambda^{\nu+1} \\ \Delta x^\nu \end{pmatrix} & = & \begin{matrix} \mu-s \\ s \\ nv \end{matrix} & \begin{pmatrix} r(x^\nu) \\ -c(x^\nu) \\ 0 \end{pmatrix} \end{matrix} \quad (4.72)$$

Portanto, a resolução do problema de estimação de estado através do *tableau* de Hachtel implica no aumento das dimensões do problema. Entretanto, tem-se uma melhora no condicionamento das matrizes de coeficientes envolvidas e um conseqüente aumento da robustez no processo de estimação de estado. Além disso, há uma melhora na qualidade do estado estimado, uma vez que as restrições de igualdade serão perfeitamente atendidas, e os multiplicadores associados às medidas podem ser utilizados na detecção de erros grosseiros [Clements and Simões-Costa, 1998].

## 4.11 Estudo de Caso: Estimador Utilizando *Tableau* de Hachtel

Nesta seção são apresentados os resultados dos testes realizados com o sistema mostrado na Figura 4.5. O estimador de estado utilizado é baseado no *tableau* esparso de Hachtel. O conjunto de medidas utilizado é o mesmo da Tabela 4.4, o que permite a comparação dos resultados obtidos nesta seção com aqueles da Seção 4.7, onde o estimador utilizado foi construído a partir da matriz ganho. A tolerância adotada para a convergência do estimador de estado foi de  $10^{-6}$  e a convergência foi alcançada em quatro iterações. As variâncias adotadas para as medidas são apresentadas na Tabela 4.3. As variâncias definidas para as injeções nulas e para as pseudomedidas incluídas devido a modelagem das chaves não são necessárias.

A dimensão das matrizes envolvidas no problema, bem como o seu grau de esparsidade são definidos na Tabela 4.9. Observe que o *tableau* esparso tem 2020 elementos não nulos, enquanto a matriz ganho para o mesmo caso contém 2126 elementos não nulos. Na Figura 4.7 observa-se a estrutura do *tableau* esparso correspondente. Na Tabela 4.8 apresenta-se a quantidade de medidas e pseudomedidas disponíveis.

O estado estimado para a rede e os fluxos estimados para as chaves são apresentados respectivamente nas Tabelas 4.10 e 4.11. Observa-se na Tabela 4.11 que os fluxos estimados nas chaves abertas (chaves 3 e 4) são nulos, o que significa que as restrições de igualdade associadas às chaves abertas foram plenamente atendidas. Por fim, as diferenças dos módulos e dos ângulos das tensões nos terminais das chaves fechadas são nulas, portanto, as restrições de igualdade associadas às chaves foram plenamente atendidas, ao contrário do foi observado no estimador baseado na matriz ganho.

Tabela 4.8: Dados do sistema de 12 barras

Tipo de Medida	$N^{\circ}$
Tensões Regulares	07
Fluxos Regulares (ativo e reativo)	30
Injeções Regulares (ativa e reativa)	24
Injeções Nulas (ativo e reativo)	36
Pseudomedidas de Fluxo(ativo e reativo)	12
Pseudomedidas de Tensão (módulo e ângulo)	30
Total de Medidas Disponíveis	139

Tabela 4.9: Dimensão e grau de esparsidade das matrizes envolvidas

Matriz	Dimensão	Esparsidade
Jacobiana das Medidas Regulares(H)	$61 \times 106$	93,5 %
Jacobiana das Restrições de Igualdade (C)	$78 \times 106$	93,2 %
Tableau Esparso	$245 \times 245$	96,6 %

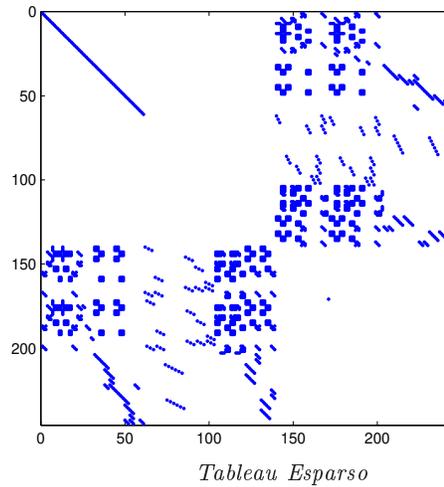


Figura 4.7: Estrutura do *tableau* esperso para o sistema de 10 barras (2020 elementos não nulos)

Tabela 4.10: Estado estimado para o sistema de 10 barras - *tableau* esperso

Barra	$V^a$	$V^b$	$V^c$	$\theta^a$	$\theta^b$	$\theta^c$
1	1,0335	1,0433	1,0403	17,20	-102,14	137,01
2	1,0340	1,0418	1,0392	19,34	-100,15	139,36
3	1,0232	1,0361	1,0336	18,15	-101,09	138,31
4	1,0399	1,0397	1,0423	-2,99	-122,83	117,10
5	1,0232	1,0361	1,0336	18,15	-101,09	138,31
6	1,0499	1,0494	1,0556	-12,31	-131,93	107,90
7	1,0335	1,0433	1,0403	17,20	-102,14	137,01
8	1,0232	1,0361	1,0336	18,15	-101,09	138,31
9	1,0232	1,0361	1,0336	18,15	-101,09	138,31
10	1,0335	1,0433	1,0403	17,20	-102,14	137,01
11	1,0654	1,0654	1,0654	-11,77	-131,77	108,23
12	1,0536	1,0536	1,0536	0,00	-120,00	120,00

módulos em pu e ângulos em graus

Tabela 4.11: Fluxos estimados nas chaves

Chave	de	p/	Fluxos Ativos			Fluxos Reativos			Subestação
			$\phi^a$	$\phi^b$	$\phi^c$	$\phi^a$	$\phi^b$	$\phi^c$	
1	1	10	-0,4534	-0,3362	-0,5551	-0,8918	-0,7471	-0,9671	1
2	7	10	-0,3644	0,0258	-0,3026	-0,5937	-0,5240	-0,4989	1
3	3	8	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	2
4	5	8	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	2
5	3	9	-0,5981	-0,5704	-0,6735	0,3873	0,3657	0,3809	2
6	5	9	3,0324	2,6276	2,8233	0,7024	0,6616	0,4579	2
7	8	9	-1,2254	-1,0224	-1,0803	-0,5469	-0,5149	-0,4185	2

fluxos em pu

## 4.12 Estimação de Estado de Ilhas Observáveis sem Gerador

Na estimação de estado de sistemas de energia elétrica a perda momentânea de algumas medidas disponíveis pode impedir a estimação do estado de toda a rede de interesse. Nessas condições, as porções da rede cujo estado pode ser estimado são chamadas de ilhas observáveis. Dependendo da configuração da rede, do número, do tipo e da localização das medidas disponíveis, essas ilhas observáveis podem ou não conter geradores. No caso da estimação de estado de ilhas observáveis em redes trifásicas, a falta de geradores cria um problema na definição da referência angular da rede [de Almeida et al., 2006b].

No problema da estimação de estado trifásica, normalmente adota-se como referência o ângulo da tensão da fase  $a$  da barra interna de um dos geradores. Como as tensões na barra interna dos geradores são perfeitamente equilibradas, ao fixar o ângulo da tensão da fase  $a$  da barra interna, fixam-se os ângulos das fases  $b$  e  $c$  dessa mesma barra (Equação 4.73), o que implica na adoção de três referências angulares. No caso da estimação de estado trifásica de ilhas observáveis sem gerador, ao fixar o ângulo da fase  $a$  de uma das barras da ilha, está se adotando apenas uma referência angular. Assim, as relações entre as tensões de fase nessa ilha observável são determinadas apenas pelos acoplamentos mútuos entre essas fases. Entretanto, tais acoplamentos nem sempre são suficientemente fortes para garantir a manutenção do compromisso entre as tensões das fases durante a convergência do estimador.

$$\begin{bmatrix} V_i^a \angle \theta_i^a \\ V_i^b \angle \theta_i^b \\ V_i^c \angle \theta_i^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_i^a \angle (\theta_i^a) \\ V_i^a \angle (\theta_i^a - 120^\circ) \\ V_i^a \angle (\theta_i^a + 120^\circ) \end{bmatrix} \quad (4.73)$$

Nos testes realizados, o estimador de estado trifásico mostrou-se bastante instável quando aplicado a ilhas observáveis sem gerador onde as linhas são desequilibradas. Além disso, observou-se um aumento das instabilidades à medida em que são introduzidos desbalanços nas cargas. Em muitos dos casos estudados sob essas condições, o número de iterações do estimador foi bastante elevado e o estado estimado convergiu para valores muito diferentes dos esperados.

### 4.12.1 Solução proposta

A solução mais simples para esse problema é adotar os três ângulos das tensões de uma das barras da ilha como referências. Entretanto, essa solução só é adequada se não há desequilíbrios nas linhas e nem desbalanços nas cargas da ilha observável. Em condições de equilíbrio, cada fase da ilha observável trifásica se comporta como uma rede monofásica e, portanto, é possível

adotar uma referência para cada uma delas. Nos casos onde há desequilíbrios, a adoção de três referências impede que os desequilíbrios da rede e os desbalanços das cargas sejam adequadamente representados no estado estimado, o que o afasta do estado real.

Em ilhas observáveis sem gerador onde há desequilíbrios na rede é possível incluir referências angulares nas três fases de uma barra da rede durante as iterações iniciais, até que o estado atual se aproxime do estado convergido da rede. Em seguida, as referências das fases  $b$  e  $c$  podem ser removidas para que os desequilíbrios da rede se manifestem livremente no estado estimado. Para definir até que ponto as três referências devem ser mantidas, avaliam-se os incrementos nos estados entre iterações consecutivas, já que quanto mais próximo o estado atual estiver do ponto de convergência, menores são as correções no estado.

O algoritmo abaixo resume a idéia apresentada para manter a estabilidade do estimador de estado trifásico durante a estimação do estado de ilhas observáveis sem gerador.

**Algoritmo 4.1:**

- i* Faça  $\nu = 0$ ;
- ii* Faça  $\nu = \nu + 1$ . Realize uma iteração do estimador considerando as referências  $\theta_{ref}^a = 0^\circ$ ,  $\theta_{ref}^b = -120^\circ$  e  $\theta_{ref}^c = 120^\circ$  simultaneamente;
- iii* O maior incremento no estado  $max(|\Delta x^\nu|) \leq 10^{-3}$ ? Se sim, vá para o passo *iv*. Caso contrário volte ao passo *ii*;
- iv* Faça  $\nu = \nu + 1$ . Realize uma iteração do estimador considerando apenas a referência  $\theta_{ref}^a = 0^\circ$ ;
- v* A convergência foi alcançada? Se sim, pare. Caso contrário volte ao passo *iv*.

Observações:

- No passo *iii*, o valor de corte ( $10^{-3}$ ) foi definido experimentalmente. Se for adotado um valor menor, por exemplo,  $10^{-4}$ , serão necessárias mais iterações para atender a esse requisito. Se for adotado um valor maior, é possível que ao atender o requisito o estado corrente não esteja suficientemente próximo do estado convergido, o que dificultaria a convergência para o estado correto. Nos casos estudados o valor de corte sugerido não comprometeu o desempenho do algoritmo. Uma proposta baseada nos mesmos conceitos, mas que utiliza os incrementos nos ângulos das tensões como critério de convergência é apresentada em [de Almeida et al., 2006b]. De acordo com os casos apresentados nessa referência, o critério baseado nos incrementos dos ângulos das tensões parece ser mais seguro, entretanto, por simplicidade de apresentação da idéia optou-se neste trabalho pelo critério do valor de corte mostrado no algoritmo acima.

## 4.12.2 Estudo de caso

Para demonstrar o problema observado na estimação de estado de ilhas observáveis sem gerador é utilizada a ilha observável mostrada na Figura 4.8. Essa ilha é derivada da rede apresentada na Figura 4.5 e utiliza os mesmos parâmetros. As medidas disponíveis para estimação de estado são mostradas na Tabela 4.12. Os valores dessas medidas são os mesmos utilizados nos demais testes deste Capítulo.

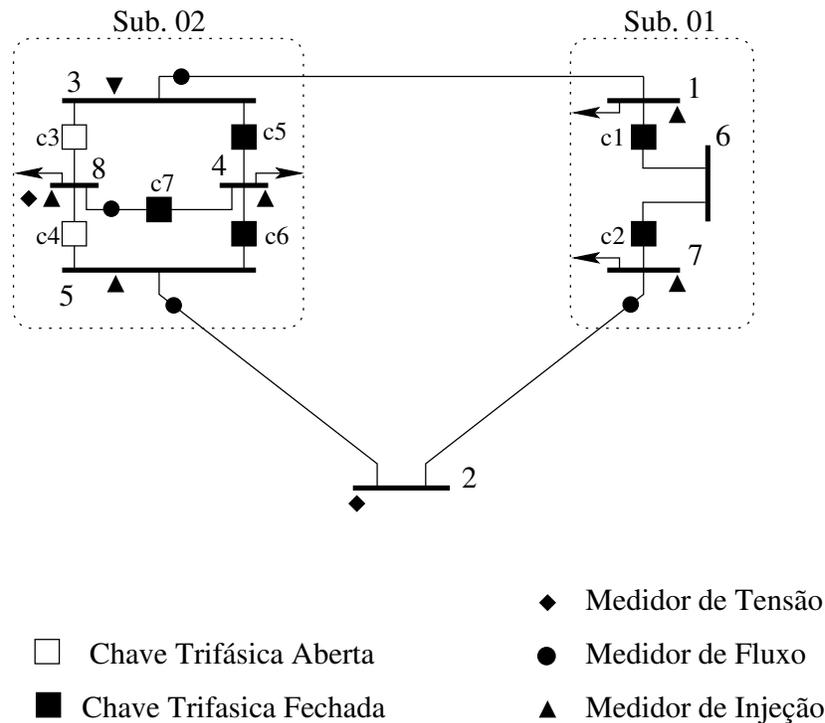


Figura 4.8: Ilha observável sem gerador

Inicialmente, são estimados os estados da ilha adotando-se apenas uma referência na fase *a* da Barra 8. Os estados estimados com os métodos da matriz ganho e do *tableau* esparsa são mostrados respectivamente nas Tabelas 4.13 e 4.14. Em ambos os casos a tolerância adotada para convergência foi de  $10^{-6}$  e as variâncias das medidas são aquelas da Tabela 4.3. Foram necessárias oito iterações para a convergência do estimador baseado na matriz ganho e nove iterações para o estimador baseado no *tableau* esparsa. Em ambos os casos o estado estimado se afastou do estado esperado.

Nas Tabelas 4.15 e 4.16 são apresentados os estados obtidos para os métodos da matriz ganho e do *tableau* esparsa com o uso do artifício sugerido. A tolerância adotada em ambos os casos foi de  $10^{-6}$  e a convergência foi alcançada nos dois casos após quatro iterações. Os resultados apresentados indicam que a estratégia proposta permite que o estado seja encontrado com um número de iterações compatível com o problema e que os efeitos dos desequilíbrios na rede e dos desbalanços nas cargas podem se pronunciar no estado estimado aproximando-o do estado real da rede.

Tabela 4.12: Medidas não nulas disponíveis

Tipo	de	p/	Valores Medidos		
			$\phi^a$	$\phi^b$	$\phi^c$
<i>P</i>	3	1	n.d	n.d	0,6720
<i>P</i>	5	2	-3,0202	-2,6266	-2,7997
<i>P</i>	7	2	-0,6863	-0,9213	n.d
<i>Q</i>	3	1	n.d	n.d	-0,3823
<i>Q</i>	5	2	-0,7025	-0,6630	-0,4619
<i>Q</i>	7	2	0,0683	0,0999	n.d
<i>P</i>	8	9	-1,2214	-1,0051	-1,0778
<i>Q</i>	8	9	-0,5471	-0,5155	-0,4123
<i>P</i>	1	-	-1,0363	-0,8986	-1,2134
<i>P</i>	7	-	-1,0333	-0,8917	-1,1859
<i>P</i>	8	-	-1,2507	-1,0337	-1,0825
<i>P</i>	9	-	-1,2263	-1,0113	-1,0667
<i>Q</i>	1	-	-0,5416	-0,4153	-0,5958
<i>Q</i>	7	-	-0,5381	-0,4236	-0,5991
<i>Q</i>	8	-	-0,5418	-0,5095	-0,4266
<i>Q</i>	9	-	-0,5382	-0,5081	-0,4158
<i>V</i>	2	-	1,0385	1,0317	n.d
<i>V</i>	8	-	n.d	1,0375	1,0288

n.d - medida não disponível.

As injeções nulas não são apresentadas.

Por fim, observa-se que mesmo com a utilização do artifício sugerido, os estados estimados para as barras da ilha observável são diferentes daqueles estados apresentados nas seções anteriores deste capítulo (Tabelas 4.5 e 4.10), apesar de os valores adotados para as medidas serem os mesmos. Essas diferenças ocorrem pois as medidas utilizadas não são perfeitas. Se elas fossem perfeitas os estados da Tabelas 4.5 e 4.10 coincidiriam respectivamente com os estados das Tabelas 4.15 e 4.16.

Tabela 4.13: Estado estimado para a ilha observável - matriz ganho

Barra	$V^a$	$V^b$	$V^c$	$\theta^a$	$\theta^b$	$\theta^c$
1	1,0405	1,0456	1,0329	-1,09	-119,70	90,20
2	1,0385	1,0324	1,0448	1,69	-118,25	92,67
3	1,0265	1,0369	1,0290	0,00	-118,87	91,69
5	1,0271	1,0364	1,0287	-0,00	-118,91	91,70
7	1,0399	1,0461	1,0332	-1,08	-119,66	90,20
8	1,0268	1,0368	1,0288	-0,00	-118,89	91,69
9	1,0268	1,0367	1,0288	-0,00	-118,89	91,69
10	1,0402	1,0458	1,0331	-1,09	-119,68	90,20

módulos em pu e ângulos em graus

Tabela 4.14: Estado estimado para a ilha observável - *tableau* esparso

Barra	$V^a$	$V^b$	$V^c$	$\theta^a$	$\theta^b$	$\theta^c$
1	1,0434	1,0356	1,0372	-0,79	-130,82	110,38
2	1,0387	1,0387	1,0365	1,19	-128,97	113,01
3	1,0317	1,0311	1,0288	0,00	-129,71	111,80
5	1,0317	1,0311	1,0288	0,00	-129,71	111,80
7	1,0434	1,0356	1,0372	-0,79	-130,82	110,38
8	1,0317	1,0311	1,0288	0,00	-129,71	111,80
9	1,0317	1,0311	1,0288	0,00	-129,71	111,80
10	1,0434	1,0356	1,0372	-0,79	-130,82	110,38

módulos em pu e ângulos em graus

Tabela 4.15: Estado estimado para a ilha observável - matriz ganho - com algoritmo 4.1

Barra	$V^a$	$V^b$	$V^c$	$\theta^a$	$\theta^b$	$\theta^c$
1	1,0378	1,0377	1,0371	-0,85	-121,15	118,69
2	1,0383	1,0372	1,0341	1,17	-119,07	121,06
3	1,0280	1,0315	1,0291	-0,02	-119,99	120,00
5	1,0278	1,0311	1,0287	0,02	-120,01	120,00
7	1,0381	1,0375	1,0375	-0,89	-121,12	118,70
8	1,0279	1,0321	1,0289	0,00	-120,00	120,00
9	1,0279	1,0315	1,0289	0,00	-120,00	120,00
10	1,0380	1,0376	1,0373	-0,87	-121,14	118,70

módulos em pu e ângulos em graus

Tabela 4.16: Estado estimado para a ilha observável - *tableau* esparso - com algoritmo 4.1

Barra	$V^a$	$V^b$	$V^c$	$\theta^a$	$\theta^b$	$\theta^c$
1	1,0371	1,0380	1,0361	-0,88	-121,11	118,69
2	1,0374	1,0377	1,0341	1,16	-119,06	121,07
3	1,0269	1,0316	1,0286	-0,00	-120,00	120,00
5	1,0269	1,0316	1,0286	-0,00	-120,00	120,00
7	1,0371	1,0380	1,0361	-0,88	-121,11	118,69
8	1,0269	1,0316	1,0286	0,00	-120,00	120,00
9	1,0269	1,0316	1,0286	-0,00	-120,00	120,00
10	1,0371	1,0380	1,0361	-0,88	-121,11	118,69

módulos em pu e ângulos em graus

## 4.13 Conclusões

Neste Capítulo tratou-se da função estimador de estado. Foram apresentados os métodos da matriz ganho e do *tableau* esparso de Hachtel. Discutiu-se a modelagem das chaves trifásicas e sua inclusão no problema da estimação de estado generalizada trifásica. Além disso, foi apresentado o problema da convergência do estimador de estado quando aplicado a ilhas observáveis sem geradores e foi proposta uma solução para esse problema. Essa solução é uma das contribuições deste trabalho. Uma proposta similar que utiliza os incrementos nos ângulos das tensões nas barras como critério de convergência é apresentada em [de Almeida et al., 2006b].

Nos testes realizados, o estimador de estado mostrou-se robusto e bem comportado. Os desequilíbrios da rede, os desbalanços nas cargas e a modelagem dos elementos de baixa impedância não interferiram de modo significativo na convergência do estimador. Por fim, nos testes realizados constatou-se que o uso do método do *tableau* esparso de Hachtel mostrou-se mais adequado à resolução do problema generalizado trifásico, já que nele as restrições de igualdade do problema são mais adequadamente representadas.

## Capítulo 5

# Análise de Observabilidade Generalizada Trifásica

### 5.1 Introdução

Na análise de observabilidade deve-se verificar se o conjunto de medidas disponíveis é suficiente para estimar o estado de toda a rede de interesse e, em caso negativo, devem ser determinadas as porções observáveis da rede e as pseudomedidas necessárias para que a observabilidade da rede seja restaurada [Monticelli and Wu, 1985a], [Monticelli and Wu, 1985b] e [Clements et al., 1980].

Em 1975 Clements e Wollenberg investigaram as condições mínimas para a observabilidade da rede a partir da topologia e das leis de *Kirchhoff*. Eles introduziram o conceito de ilhas observáveis e propuseram um algoritmo heurístico que, embora não pudesse ser utilizado em tempo real, permitiu que fossem desenvolvidos os conceitos de observabilidade algébrica, topológica e numérica apresentados em [Clements et al., 1980]. Em [Monticelli and Wu, 1985a], foi proposto um método numérico de observabilidade capaz de simular o comportamento da análise de observabilidade topológica e, em seguida, esse método foi estendido aos estimadores ortogonais. Em [Monticelli and Garcia, 1991], apresenta-se o modelo de estimação de estado com a inclusão de elementos de impedância nula. Essa abordagem foi estendida para os dispositivos de chaveamento e novas variáveis de estado foram incluídas no problema dando origem à análise de observabilidade generalizada. Em [Simões-Costa et al., 2002], o conceito de observabilidade topológica foi estendido para o modelo generalizado. Alguns importantes algoritmos topológicos para avaliar a observabilidade da rede, desenvolvidos a partir de teorias de grafos, foram propostos em [Clements et al., 1980] [Clements et al., 1981] e [Quintana et al., 1982].

Neste Capítulo são apresentados dois métodos numéricos para a realização da análise de obser-

vabilidade. O primeiro método é baseado na solução do estimador CC com a inclusão de pseudo-medidas de ângulo nas barras associadas aos pivôs nulos encontrados durante a fatoração da matriz ganho. Esse método foi inicialmente desenvolvido para redes monofásicas e é apresentado em [Monticelli and Wu, 1985a]. Neste trabalho, esse método é aplicado a redes trifásicas com modelagem barra/ramo. O segundo método apresentado é um novo método baseado na solução de mínima norma do estimador de estado, e é uma das principais contribuições deste trabalho. O método baseado na solução de mínima norma é aplicado à análise de observabilidade de redes generalizadas trifásicas.

## 5.2 Definição de Observabilidade

Uma rede é considerada observável se o seu estado pode ser estimado a partir do conjunto de medidas disponíveis. A observabilidade depende do número, do tipo e da localização dessas medidas. Se não houver medidas suficientes para a estimação do estado de toda a rede, devem ser determinadas as porções da rede cujo estado pode ser estimado (ilhas observáveis).

Para o modelo barra/ramo da rede as seguintes definições são aplicáveis [Clements and Krumpholz, 1975]:

- **Definição 1:** Uma ilha é uma parte conexa de uma rede onde os nós representam as subestações e os ramos representam linhas de transmissão, transformadores e capacitores série.
- **Definição 2:** Uma ilha observável é uma ilha em que todos os fluxos nos ramos podem ser calculados a partir das medidas disponíveis independente do valor adotado para a referência angular.

De acordo com essas definições, se existir um fluxo circulante não nulo em uma rede observável, deve haver ao menos um medidor indicando esse fluxo. Da mesma forma, se todos os medidores indicarem valores nulos, não deve existir nenhum fluxo circulante. Quando uma rede é não observável, pode haver fluxos calculados não nulos na rede enquanto todas as suas medidas são nulas. Isso acontece devido aos valores arbitrários associados às referências angulares necessárias para tornar o problema da estimação de estado factível. Nessas condições, os ramos com fluxo não nulo são considerados não observáveis.

Se for adotado o modelo seção-de-barramento/chave/ramo, também chamado de modelo generalizado da rede, o conceito de observabilidade deve ser estendido para tratar das novas variáveis de estado incluídas no problema devido à modelagem das chaves. As definições anteriores são generalizadas como segue [Monticelli, 1993b]:

- **Definição 3:** Uma ilha representa um conjunto de elementos conectados em que as seções de barramento são representadas por nós. Linhas de transmissão, transformadores, chaves abertas, chaves fechadas e chaves com estado desconhecido são representados por ramos.
- **Definição 4:** Uma ilha observável é uma ilha na qual todos os fluxos nos ramos podem ser calculados a partir das medidas e pseudomedidas disponíveis. Os fluxos independem dos valores das referências.

As principais diferenças entre as definições acima estão no tratamento das pseudomedidas incluídas devido à presença das chaves e aos fluxos nas chaves que também devem ser obtidos durante a análise de observabilidade generalizada.

### 5.3 Observabilidade Topológica

O conceito de observabilidade topológica foi apresentado em 1975 por Clements e Wollenberg. Esse conceito se baseia na relação entre as medidas disponíveis para estimação de estado e o grafo da rede cujas arestas representam os ramos e os vértices representam as barras do sistema. A idéia do algoritmo topológico é associar as medidas de fluxo aos ramos onde elas são realizadas e as medidas de injeção a um dos ramos incidentes à barra onde a medida de injeção é realizada. Quando uma árvore é formada dessas associações, a rede é observável. Os algoritmos topológicos, por realizarem uma busca de uma árvore geradora (*spanning tree*) observável, resultam em problemas combinatoriais.

A Figura 5.1 exemplifica a aplicação da análise de observabilidade topológica. Na Figura 5.1.a apresenta-se uma rede de quatro barras e as medidas disponíveis. Nas Figuras 5.1.b, 5.1.c e 5.1.d apresentam-se as possibilidades de associação entre as medidas e os ramos. Como ao fim do processamento das medidas todas as barras pertencem a uma única ilha, a rede é completamente observável. Em redes de pequeno porte, utilizando-se os conceitos da análise de observabilidade topológica, é possível, por inspeção visual, afirmar se a rede é completa ou parcialmente observável. Portanto, o estudo das abordagens topológicas da análise de observabilidade é fundamental no desenvolvimento de uma visão mais ampla desse problema.

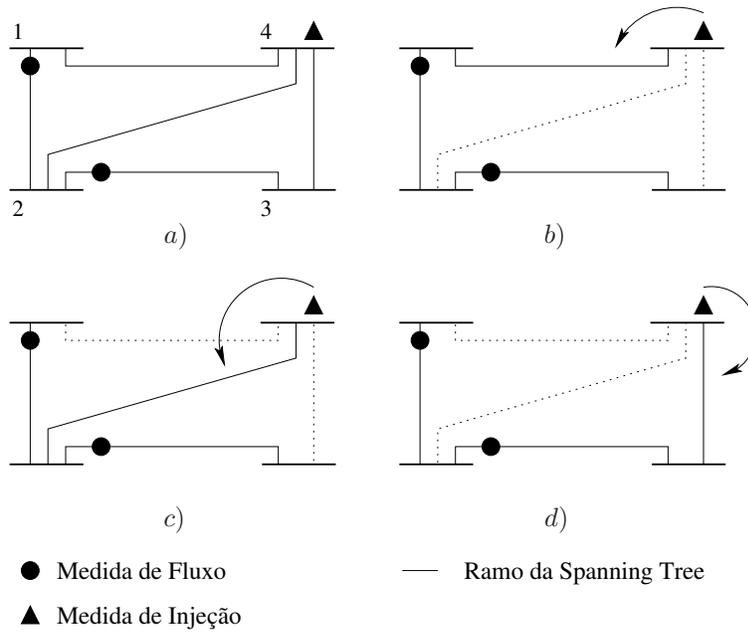


Figura 5.1: Análise de observabilidade topológica

## 5.4 Definição Matemática de Observabilidade

De acordo com a referência [Korres and Katsikas, 2005], a definição matemática de observabilidade é apresentada a seguir:

Seja uma matriz  $A_{\mu \times n}$ . O espaço coluna de  $A$ , escrito por  $\mathfrak{R}\{A\}$ , é o subespaço de  $\mathbb{R}^\mu$  formado pelas colunas de  $A$ . O *posto* de  $A$ , escrito como  $\text{posto}\{A\}$ , é a dimensão de  $\mathfrak{R}\{A\}$ , ou seja, é o número de colunas linearmente independentes da matriz  $A$ . Se todas as colunas de  $A$  são linearmente independentes o *posto* $\{A\}$  é completo. Assim,

$$\text{posto}\{A\} = \dim[\mathfrak{R}\{A\}] \quad (5.1)$$

O espaço nulo de  $A$ , escrito como  $\mathcal{N}\{A\}$ , é o subespaço de  $\mathbb{R}^n$  formado por todos os vetores  $x \in \mathbb{R}^n$ , tais que  $Ax = 0$ . A *nulidade* de  $A$ , escrita como  $\text{null}\{A\}$ , é a dimensão de  $\mathcal{N}\{A\}$ :

$$\text{null}\{A\} = \dim[\mathcal{N}\{A\}] \quad (5.2)$$

O *posto* e a *nulidade* da matriz  $A$  estão relacionadas como segue:

$$\text{posto}\{A\} = n - \text{null}\{A\} = \text{posto}\{A'\} = \mu - \text{null}\{A'\} \quad (5.3)$$

Um sistema de energia é dito *algebricamente observável* [Lugtu et al., 1980] se sua matriz Jacobiana ( $H$ ) e, conseqüentemente, sua matriz ganho ( $G$ ) possuírem *posto* completo em qualquer iteração  $\nu$  do processo de convergência do estimador de estado, ou seja, se  $\text{posto}\{H\} = \text{posto}\{G\} = n - 1$  e  $\text{null}\{H\} = \text{null}\{G\} = 0$ . Um sistema de energia é dito *numericamente observável* [Lugtu et al., 1980] se o estado estimado  $\hat{x}$  pode ser obtido da Equação 5.4 partindo-se do *flat start* definido na Equação 5.5. Se o sistema de energia é *numericamente observável* ele é *algebricamente observável*, entretanto, a recíproca não é necessariamente verdadeira. Portanto, quando o conjunto de medidas disponíveis é tal que o vetor estado convergido  $\hat{x}$  pode ser calculado a partir da Equação 5.4, o sistema é dito observável.

$$G(x^\nu)(x^{\nu+1} - x^\nu) = H'R_z^{-1}\Delta z^\nu \quad (5.4)$$

$$\begin{cases} E_i^a = 1\angle 0^\circ \text{ pu} \\ E_i^b = 1\angle -120^\circ \text{ pu} \\ E_i^c = 1\angle 120^\circ \text{ pu} \end{cases} \text{ para } i = 1, 2, \dots, n. \quad (5.5)$$

## 5.5 Método da Matriz Ganho

O método da matriz ganho para análise de observabilidade foi inicialmente apresentado para o modelo barra/ramo das redes monofásicas em [Monticelli and Wu, 1985a]. Em seguida, ele foi aplicado para redes generalizadas em [Alsaç et al., 1998]. Esse método se baseia na solução do estimador CC com a inclusão de pseudomedidas de ângulo nas barras associadas aos pivôs nulos obtidos durante a fatoração da matriz ganho.

A seguir descreve-se o método da matriz ganho e apresenta-se uma versão trifásica dessa abordagem.

### 5.5.1 Observabilidade e fatoração da matriz ganho

Para uma rede observável a fatoração triangular da matriz ganho resulta no aparecimento de um pivô nulo conforme a Figura 5.2 e, portanto, a matriz ganho é singular. Essa situação requer a inclusão de uma referência angular na rede tornando-a não singular. O valor dessa referência é arbitrário e os valores dos demais ângulos dependem do valor escolhido. Os fluxos de potência não dependem desse valor e são determinados pelas medidas disponíveis para estimação de estado. Se a referência angular for definida antes da fatoração triangular da matriz ganho, não aparecerá nenhum pivô nulo para um sistema observável [Monticelli and Wu, 1985a].

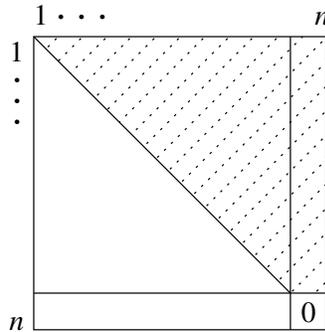


Figura 5.2: Matriz ganho de uma rede observável após a fatoração triangular

### 5.5.2 Inclusão de pseudomedidas não redundantes

Quando um pivô nulo é encontrado durante a fatoração triangular da matriz ganho, os elementos da linha do pivô e os elementos de sua coluna localizados abaixo do pivô são nulos [Monticelli and Wu, 1985b], conforme a Figura 5.3. Assim, quando uma rede é não observável a fatoração triangular com pivoteamento completo da matriz ganho leva à forma mostrada na Figura 5.4.

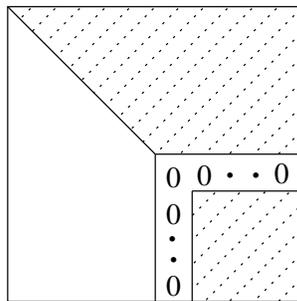


Figura 5.3: Pivô nulo na matriz ganho fatorada

Para resolver o sistema de equações mostrado na Figura 5.4, basta inserir o valor 1 no lugar dos pivôs nulos e inserir valores arbitrários  $[0, 1, 2, \dots]$  no lado direito da equação conforme a Figura

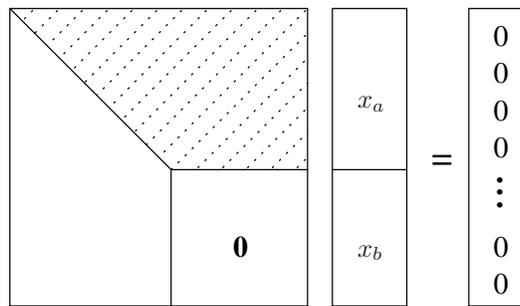


Figura 5.4: Matriz ganho de uma rede não observável após a fatoração triangular

5.5. Esse procedimento corresponde à inclusão de pseudomedidas de ângulo de valores arbitrários no problema de estimação de estado. Essas pseudomedidas são não redundantes tanto às medidas disponíveis como entre si e, portanto, sua inclusão não altera o estado estimado das ilhas observáveis [Monticelli and Wu, 1985a]. Elas servem como referência angular para as ilhas observáveis encontradas durante a análise de observabilidade.

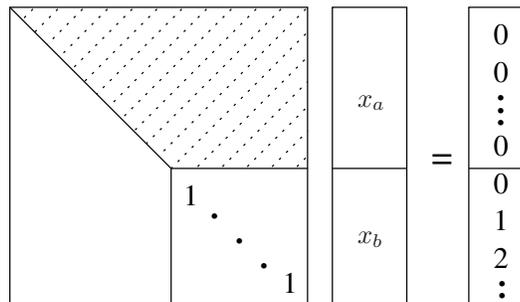


Figura 5.5: Equação resultante após a inclusão das pseudomedidas

## 5.6 Algoritmo de Análise de Observabilidade

Na análise de observabilidade são assumidas as seguintes hipóteses:

- a. As medidas são realizadas aos pares, ou seja, para cada medida ativa há uma medida reativa correspondente;
- b. Há um número razoável de medidas de tensão disponíveis.

Com isso, a análise de observabilidade pode ser realizada tomando como variáveis de estado apenas os ângulos das tensões de fase das barras e como medidas os fluxos e as injeções de potência ativa nas fases da rede.

A versão trifásica para redes barra/ramo do algoritmo de análise de observabilidade baseado na matriz ganho é apresentada a seguir:

### Algoritmo 5.1

- i* Inicialize o conjunto de medidas com todas as medidas disponíveis;
- ii* Monte a matriz ganho  $G_{P\theta} = H'_{P\theta}R^{-1}H_{P\theta}$ ;
- iii* Realize a fatoração triangular da matriz  $G_{P\theta}$ , introduzindo referências onde pivôs nulos forem encontrados. Se somente um pivô nulo for encontrado, pare, a rede é observável;
- iv* Resolva a equação  $G_{P\theta}[x_a \ x_b]' = [z_a \ z_b]'$  considerando todas as medidas nulas, exceto as pseudomedidas  $z_b$ , que assumirão os valores  $0, 1, 2, 3, \dots$ ;
- v* Calcule as aberturas angulares nos ramos da rede atual;
- vi* Remova da rede os elementos onde existir ao menos um ramo com abertura angular não nula. Esses elementos são não-observáveis;
- vii* Remova as medidas de injeções de potência das barras terminais dos elementos excluídos no passo *vi*;
- viii* Se ocorrerem modificações, volte ao passo *ii*;
- ix* Forme ilhas com as barras conectadas por ramos com fluxo nulo.
- x* Fim

Observações:

- Nesse algoritmo, os elementos com abertura angular nula em todas as suas fases são observáveis e, portanto, são parte da mesma ilha observável. Assim, todos os elementos que conectam as barras de uma ilha observável são observáveis e fazem parte dessa ilha.
- No passo *iii* do algoritmo, considera-se que o ângulo de referência ainda não foi incluído no problema. Caso ele tenha sido incluído o sistema é observável se nenhum pivô nulo for encontrado.
- No passo *v* do algoritmo, se a abertura angular é nula, o fluxo no ramo é nulo. Trata-se por ramo qualquer uma das fases de um elemento que conecte duas barras ou seções de barramento.
- No passo *vi*, se ao menos uma das fases de um elemento série apresentar abertura angular diferente de zero, esse elemento é não observável e deve ser removido. Portanto, a não observabilidade de apenas uma das fases de um elemento da rede compromete a observabilidade das três fases desse elemento. Isso acontece pois o fluxo em qualquer ramo da rede depende das tensões em todas as fases das barras terminais desse ramo, ou seja,  $P_{ik}^a$  é função de  $\{V_i^{abc}, V_k^{abc}, \theta_i^{abc}, \theta_k^{abc}\}$ .

- As injeções em barras cujos ramos adjacentes pertencem a diferentes ilhas observáveis são *irrelevantes* para a observabilidade da rede. As medidas de fluxo nos ramos não observáveis também são *irrelevantes* para a observabilidade da rede. As medidas *irrelevantes* podem ser reutilizadas durante a restauração da observabilidade.

## 5.7 Particularidades da Análise de Observabilidade Trifásica

Na análise de observabilidade trifásica é possível classificar uma medida de fluxo na fase de um elemento da rede como *irrelevante*, o que não ocorre na análise de observabilidade no modelo monofásico. Nas Figuras 5.6.a e 5.6.b apresentam-se respectivamente uma linha trifásica com seus medidores e a linha monofásica equivalente com seus medidores. A existência de um medidor na rede monofásica equivale à existência de três medidores na rede trifásica. Nas Figuras 5.6.c e 5.6.d apresentam-se dois casos da linha trifásica onde a configuração dos medidores não tem equivalente monofásico. Nesses dois casos, a linha trifásica é não observável, uma vez que há 12 variáveis de estado (seis em cada barra) e apenas oito medidas disponíveis (duas em cada medidor). Portanto, nos casos representados nas Figuras 5.6.c e 5.6.d as medidas de fluxo disponíveis são *irrelevantes* para a observabilidade da rede, já que elas são insuficientes para tornar a linha observável.

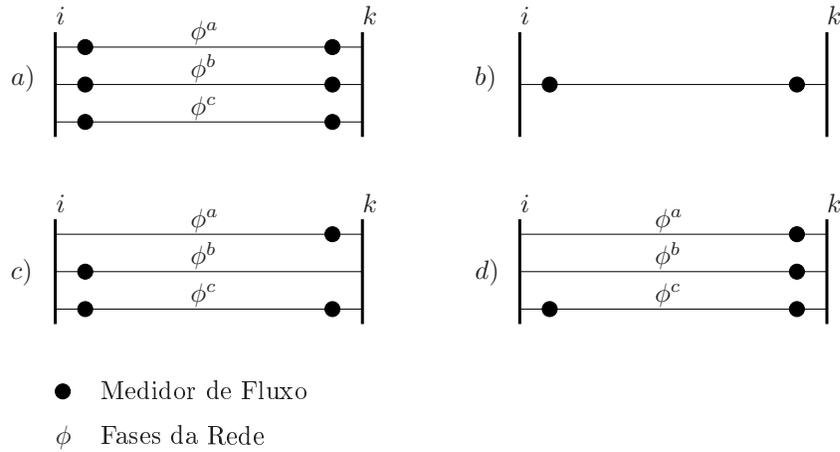


Figura 5.6: Sistema monofásico e trifásico de duas barras

A matriz Jacobiana para análise de observabilidade aplicado a uma rede barra/ramo é construída de acordo com a estrutura apresentada na Figura 5.7. Nesse caso, o vetor estado é formado pelos ângulos das tensões nas fases das barras da rede. Na equação da Figura 5.7  $np$  é o número de medidas de injeção de potência ativa somado ao número de medidas de fluxo de potência ativa,  $ng$  é o número de geradores e de barras internas dos geradores e  $nb$  é o número de barras de carga. Na montagem dessa matriz Jacobiana são utilizadas as mesmas equações das derivadas apresentadas no Capítulo 4.

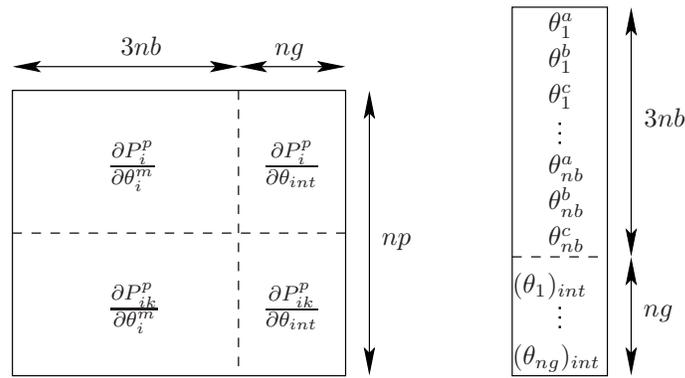


Figura 5.7: Matriz Jacobiana e vetor de estado - modelo barra/ramo

## 5.8 Estudo de Caso: Rede Trifásica com Modelagem Barra/Ramo

Nesta seção são apresentados testes realizados com o sistema trifásico da Figura 5.8. Nessa figura são apresentados os medidores disponíveis. Esse sistema é o mesmo utilizado no Capítulo 3 e os seus dados são apresentados no Apêndice A.

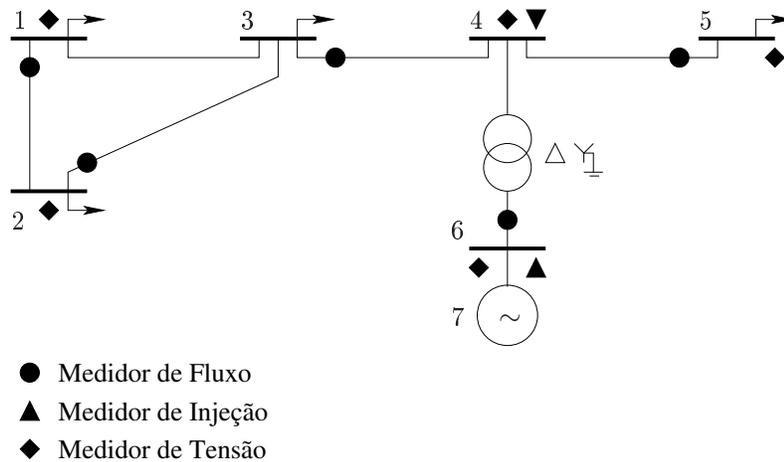


Figura 5.8: Sistema trifásico de seis barras

Na montagem da matriz ganho são considerados todos os parâmetros da rede com seus valores reais. As variâncias das medidas são unitárias e o estado usado para a montagem da matriz Jacobiana é o *flat start* definido na Equação 5.5. As defasagens angulares provocadas pelo transformador são desprezadas. O conjunto de medidas disponíveis para estimação de estado é apresentado na Tabela 5.1, além dessas medidas são utilizadas todas as injeções nulas decorrentes da topologia da rede. Os valores das medidas não são apresentados pois na análise de observabilidade todas as medidas são consideradas nulas.

Nas Tabelas 5.2 e 5.3 apresentam-se o estado obtido do analisador de observabilidade e as

Tabela 5.1: Medidas disponíveis

Medida	Medida
$P_{6,4}^{abc}$	$P_{1,2}^{abc}$
$P_{2,3}^{abc}$	$P_{3,4}^{ab}$
$P_{5,4}^c$	$Q_{1,2}^{abc}$
$Q_{2,3}^{abc}$	$Q_{3,4}^{ab}$
$Q_{5,4}^c$	$Q_{6,4}^{abc}$
$V_1^{ab}$	$V_2^{ac}$
$V_4^a$	$V_5^{ac}$
$V_6^{abc}$	

aberturas angulares nos ramos da rede calculadas a partir desse estado. Os elementos da rede onde há ao menos um ramo com abertura angular diferente de zero são não observáveis. Removendo-se os ramos não observáveis encontram-se as ilhas observáveis indicadas na Figura 5.9. Portanto, há três ilhas observáveis formadas pelas barras  $\{1, 2, 3\}$ ,  $\{4, 6, 7\}$  e  $\{5\}$ . Nas fases de cada ilha observável os ângulos são iguais entre si, assim, por exemplo, na primeira ilha  $\theta_1^a = \theta_2^a = \theta_3^a$ ,  $\theta_1^b = \theta_2^b = \theta_3^b$  e  $\theta_1^c = \theta_2^c = \theta_3^c$ .

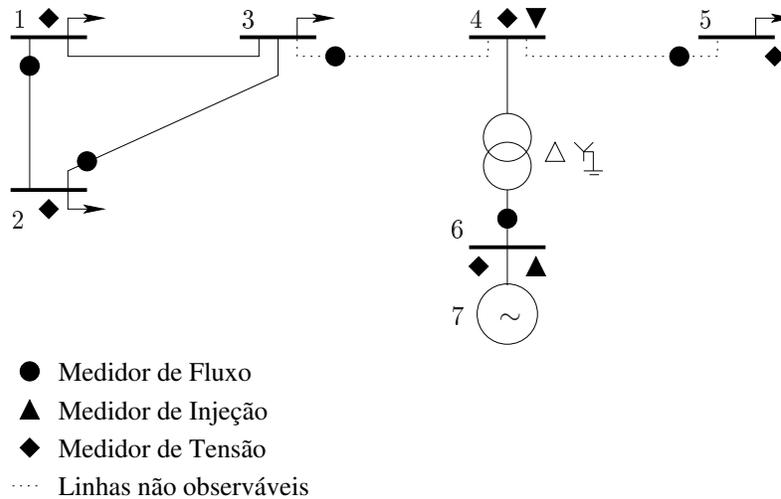


Figura 5.9: Ilhas observáveis do sistema trifásico de seis barras

Por fim, são consideradas irrelevantes para a observabilidade da rede as medidas de fluxo  $P_{5,4}^c$ ,  $P_{3,4}^a$ ,  $P_{3,4}^b$ ,  $Q_{5,4}^c$ ,  $Q_{3,4}^a$  e  $Q_{3,4}^b$  realizadas nos ramos não observáveis, as medidas de injeção  $P_4^a$ ,  $P_4^b$ ,  $P_4^c$ ,  $Q_4^a$ ,  $Q_4^b$  e  $Q_4^c$  que são realizadas em uma barra adjacente aos ramos não observáveis e a medida de tensão  $V_4^a$  realizada na barra não observável. Portanto, na análise de observabilidade trifásica é possível haver medidas de tensão e medida de fluxo irrelevantes, o que não acontece na análise de observabilidade monofásica onde apenas as medidas de injeção podem ser classificadas como irrelevantes.

Tabela 5.2: Estado obtido para o sistema de seis barras

Barra	$\theta^a$	$\theta^b$	$\theta^c$
1	0,0000	2,3633	3,0944
2	0,0000	2,3633	3,0944
3	0,0000	2,3633	3,0944
4	5,0000	2,9056	7,0944
5	2,0000	0,9056	6,0944
6	5,0000	2,9056	7,0944
7	5,0000	2,9056	7,0944

ângulos em graus

Tabela 5.3: Aberturas angulares nos ramos sistema de seis barras

de	p	$\phi^a$	$\phi^b$	$\phi^c$	Estado
1	2	0,0000	0,0000	0,0000	observável
1	3	0,0000	0,0000	0,0000	observável
2	3	0,0000	0,0000	0,0000	observável
3	4	-5,0000	-0,5423	-4,0000	não observável
4	5	3,0000	2,0000	1,0000	não observável
6	4	0,0000	0,0000	0,0000	observável
7	6	0,0000	0,0000	0,0000	observável

ângulos em graus

## 5.9 Análise de Observabilidade por Solução de Mínima Norma

Nesta seção apresenta-se um novo método numérico voltado para a análise e para a restauração da observabilidade na estimação de estado de sistemas de energia elétrica. Esse método é baseado na solução de mínima norma do estimador de estado e na fatoração triangular da matriz de Gram das medidas. A matriz de Gram é construída considerando as linhas da matriz Jacobiana como vetores.

Inicialmente, obtém-se um conjunto de medidas não redundantes e verifica-se se o sistema é ou não observável. Caso ele não seja, soluções de mínima norma são obtidas usando o conjunto de medidas não redundantes e a partir delas encontram-se as ilhas observáveis. Finalmente, a matriz de Gram fatorada resultante da verificação da observabilidade é usada para a restauração da observabilidade.

Na apresentação do método é utilizado o modelo por fase (monofásico) para em seguida aplicá-lo às redes generalizadas trifásicas. Na próxima subseção apresenta-se a matriz de Gram e algumas de suas propriedades.

### 5.9.1 Matriz de Gram

Seja  $h'_j$  ( $h_j$  transposta) a linha  $j$  da matriz Jacobiana  $H$ . Os elementos de  $h'_j$  são as derivadas da função que representa essa medida com relação às variáveis de estado do problema. Se essa medida é redundante a um conjunto de medidas, então, a linha  $j$  mais as linhas correspondentes às medidas desse conjunto formam um conjunto de linhas linearmente dependentes. Supondo a existência de  $\mu$  medidas disponíveis para estimação de estado, a matriz Jacobiana correspondente será:

$$H = \begin{pmatrix} h'_1 \\ h'_2 \\ \dots \\ h'_\mu \end{pmatrix}$$

A matriz de Gram ( $A$ ) associada aos vetores  $h_i, i = 1, \dots, \mu$  é formada pelos produtos escalares (ou produtos internos) desses vetores, ou seja,

$$A = HH' = \begin{pmatrix} h'_1 h_1 & \dots & h'_1 h_\mu \\ \dots & \dots & \dots \\ h'_\mu h_1 & \dots & h'_\mu h_\mu \end{pmatrix}$$

O elemento  $A_{ij}$  é o produto escalar dos vetores  $h_i$  e  $h_j$ , ou  $A_{ij} = h'_i h_j$ . Da álgebra linear [Jain and Gupta, 1970], tem-se que a matriz  $A$  é não singular se e somente se os vetores  $h_i, i = 1, \dots, \mu$  forem linearmente independentes, ou similarmente, se as  $\mu$  medidas forem não redundantes. Isso pode ser verificado de maneira simples. Sejam dois vetores  $u$  e  $y$  de dimensão  $(n \times 1)$ , os quais são não nulos e linearmente dependentes. Então, há escalares  $\gamma$  e  $\beta$ , com ao menos um deles não nulo, tais que:

$$\gamma u' + \beta y' = 0$$

Assumindo que  $\gamma \neq 0$ , pode-se escrever,

$$u' = -\frac{\beta}{\gamma} y' = k y'$$

A matriz de Gram nesse caso é:

$$A = \begin{bmatrix} u' \\ y' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u'u & u'y \\ y'u & y'y \end{bmatrix}$$

Realizando a fatoração triangular de  $A$  e considerando que  $u' = k y'$ ,

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} u'u & u'y \\ 0 & y'y - \frac{y'u}{u'u}u'y \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} y'y - \frac{y'u}{u'u}u'y &= y'y - \frac{y'(ky)}{k^2(y'y)}(ky')y \\ &= y'y - y'y = 0 \end{aligned}$$

Assim, durante a fatoração triangular da matriz de Gram, um pivô nulo na posição  $A_{jj}$  significa que o conjunto de vetores correspondentes  $h'_i$ ,  $i = 1, \dots, j$  é linearmente dependente, ou que a medida  $j$  é redundante com uma ou mais das  $j-1$  medidas fatoradas anteriormente.

Em [Pursell and Trimble, 1991], mostra-se que a fatoração triangular da matriz de Gram corresponde à ortogonalização (sem normalização) de Gram-Schmidt das linhas da matriz Jacobiana  $H$  quando as operações lineares da fatoração triangular são aplicadas à essa matriz.

### 5.9.2 Encontrando um conjunto de medidas não redundantes

Se uma rede é observável os *postos* das matrizes Jacobiana, ganho e de Gram são iguais a  $n-1$ , onde  $n$  é o número de variáveis de estado do problema [Monticelli and Wu, 1985a].

#### Algoritmo 5.2

- i* Defina a ordem na qual as medidas disponíveis serão consideradas (ordem de inclusão das medidas na matriz de Gram);
- ii* Forme e fatore a matriz de Gram conforme o Apêndice B;
- iii* Descarte as medidas associadas a pivôs nulos. Essas medidas são redundantes;
- iv* Se há  $n-1$  medidas não descartadas (mantidas), pare. O sistema é observável e as  $n-1$  medidas mantidas formam um conjunto de medidas não redundantes.

*v* Fim

Observações:

- Esse algoritmo pode fornecer diferentes conjuntos de medidas não redundantes dependendo da ordem em que as medidas são fatoradas [de Almeida et al., 2006a].
- No passo *i* recomenda-se considerar primeiro as medidas de fluxo e em seguida as medidas de injeção. Isso pode reduzir o número de *fill-ins* durante fatoração triangular da matriz de Gram.
- No passo *ii* a inclusão de uma medida e sua fatoração pode ser feita passo a passo. Como apenas as não redundantes são mantidas, a dimensão máxima da matriz de Gram é igual ao número de medidas não redundantes. Sempre que for necessário incluir uma nova medida nessa matriz a inclusão pode ser feita da forma indicada no Apêndice B.

### Exemplo:

Na Figura 5.10 é apresentado um sistema monofásico de seis barras e mais um conjunto de medidas redundantes. A ordem em que as medidas são alocadas para a formação da matriz de Gram é indicada ao lado de cada medidor. As reatâncias dos ramos são unitárias. A matriz Jacobiana ( $H$ ), a matriz de Gram original ( $A$ ) e sua correspondente forma fatorada ( $\tilde{A}$ ) são apresentadas a seguir.

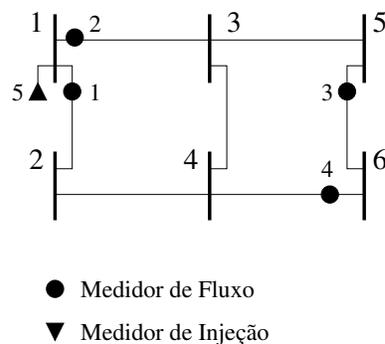


Figura 5.10: Sistema monofásico de seis barras com medidas disponíveis

$$H = \begin{matrix} & \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 & \theta_4 & \theta_5 & \theta_6 \\ \begin{matrix} h_{P_{1,2}} \\ h_{P_{1,3}} \\ h_{P_{5,6}} \\ h_{P_{4,6}} \\ h_{P_1} \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 2 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

$$A = \begin{matrix} & P_{1,2} & P_{1,3} & P_{5,6} & P_{4,6} & P_1 \\ \begin{matrix} P_{1,2} \\ P_{1,3} \\ P_{5,6} \\ P_{4,6} \\ P_1 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 & 3 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 0 \\ 3 & 3 & 0 & 0 & 6 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

$$\tilde{A} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 & 3 \\ & 1,5 & 0 & 0 & 1,5 \\ & & 2 & 1 & 0 \\ & & & 1,5 & 0 \\ & & & & 0 \end{pmatrix}$$

Como apenas o pivô associado à quinta medida é nulo, a injeção  $P_1$  é redundante e, portanto, as demais medidas são todas não redundantes. Se a ordem de fatoração das medidas for alterada, um conjunto distinto de medidas não redundantes será obtido.

## 5.10 Solução de Mínima Norma

Em uma rede ou ilha observável de  $n$  nós, o posto da matriz Jacobiana  $H$  é igual a  $n-1$ , ou seja, o número de medidas não redundantes é igual a  $n-1$ . Portanto, para que a matriz  $H$  tenha posto completo, adota-se um valor para o ângulo da barra de referência (que pode ser encarado como uma pseudomedida de ângulo).

Em uma ilha observável onde todas as medidas são nulas, todos os fluxos calculados são nulos [Monticelli and Wu, 1985a]. Se apenas o ângulo da barra de referência for não nulo, os estados de todas as barras da ilha observável são iguais ao valor adotado para essa referência e, portanto, todos

os fluxos calculados permanecerão nulos.

Assim, para a obtenção da solução de mínima norma que é usada na análise de observabilidade são consideradas as seguintes condições:

- Para cada ilha observável aloca-se um ângulo não nulo como referência.
- Todas as demais medidas utilizadas devem ser nulas.

### 5.10.1 Obtenção da solução de mínima norma

Seja o modelo de medidas  $z = H \theta$  com a matriz Jacobiana  $H_{\mu \times n}$  contendo  $\mu$  medidas não redundantes e  $n$  estados a estimar. Se a rede em questão é não observável, então,  $\mu < n$ ,  $\text{posto}(H) = \mu$  e o sistema de equações tem infinitas soluções. Nessas condições, é possível obter uma solução especial cuja norma seja mínima como segue:

$$\begin{array}{ll} \text{minimizar} & \frac{1}{2} \theta' \theta \\ \text{s. a.} & H \theta - z = 0 \end{array}$$

Resolvendo por Lagrange, tem-se:

$$\min \mathcal{L} = \frac{1}{2} \theta' \theta - \lambda' (H \theta - z) \quad (5.6)$$

onde as condições de otimalidade de primeira ordem são:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \theta} = \hat{\theta} - H' \lambda = 0 \quad (5.7)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = H \hat{\theta} - z = 0 \quad (5.8)$$

e, portanto,

$$\hat{\theta} = H' \lambda \quad (5.9)$$

Substituindo  $\hat{\theta}$  em (5.8) tem-se:

$$HH'\lambda = z \quad (5.10)$$

e, finalmente, substituindo  $\lambda$  em (5.9), tem-se:

$$\hat{\theta} = H'(HH')^{-1}z = H'A^{-1}z \quad (5.11)$$

que é a solução de mínima norma do problema. Nessa solução aparece a inversa da matriz de Gram ( $A$ ). Dessa forma, os fatores triangulares obtidos durante a busca pelas medidas não redundantes podem ser reutilizados na obtenção da solução de mínima norma, o que contribui para o bom desempenho computacional do método.

### Exemplo A:

Seja o sistema de seis barras da Figura 5.11 e o conjunto de medidas não redundantes disponível. As reatâncias dos ramos são unitárias.

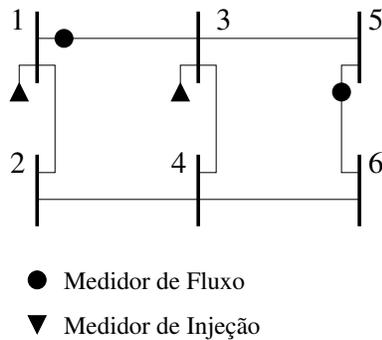


Figura 5.11: Sistema de seis barras com medidas disponíveis

A matriz Jacobiana correspondente é:

$$H = \begin{matrix} & \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 & \theta_4 & \theta_5 & \theta_6 \\ \begin{matrix} h_{P_{1,3}} \\ h_{P_{5,6}} \\ h_{P_1} \\ h_{P_3} \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 3 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Para obter as soluções de mínima norma deve-se alocar uma referência angular em uma das barras e considerar que todas as medidas disponíveis são nulas. Assim, o vetor de medidas é:

$$z = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Alocando a referência na barra 1 tem-se o vetor de estado  $\theta^1$  da Equação 5.12. Nesse vetor, o estado das barras  $\{1, 2, 3\}$  é igual ao valor da referência e, portanto, essas barras formam uma ilha observável. Alocando a referência na barra 4, apenas a própria barra 4 apresenta o estado igual ao valor da referência, assim, o vetor de estado  $\theta^4$  indica que a barra 4 está isolada. Finalmente, alocando-se a referência na barra 5 tem-se o vetor de estado  $\theta^5$  que aponta uma ilha formada pelas barras  $\{4, 5\}$ .

$$\theta^1 = \begin{pmatrix} 1,00 \\ 1,00 \\ 1,00 \\ 1,33 \\ 0,66 \\ 0,66 \end{pmatrix} \quad \theta^4 = \begin{pmatrix} 0,36 \\ 0,36 \\ 0,36 \\ 1,00 \\ -0,27 \\ -0,27 \end{pmatrix} \quad \theta^5 = \begin{pmatrix} 0,28 \\ 0,28 \\ 0,28 \\ -0,42 \\ 1,00 \\ 1,00 \end{pmatrix} \quad (5.12)$$

De acordo com as soluções apresentadas na Equação 5.12, a identificação das ilhas observáveis pode ser feita a partir de uma dessas soluções agrupando-se as barras de mesmo estado. Por exemplo, em  $\theta^1$  o estado das barras 1, 2, 3 é 1,00, o estado da barra 4 é 1,33 e o estado das barras 5 e 6 é 0,66.

A partir de qualquer uma das soluções apresentadas na Equação 5.12 é possível obter os fluxos nos ramos com os quais se identificam os ramos não observáveis e, conseqüentemente, as injeções irrelevantes. Os ramos não observáveis são aqueles com fluxo não nulo e as injeções irrelevantes são aquelas com ao menos um ramo não observável incidente [Monticelli and Wu, 1985a]. No exemplo, os ramos incidentes à injeção  $P_1$  são 1 – 2 e 1 – 3, enquanto os ramos incidentes à injeção  $P_3$  são 1 – 3, 3 – 4 e 3 – 5. Como os fluxos  $P_{3,4}$  e  $P_{3,5}$  são não nulos, os ramos 3 – 4 e 3 – 5 são não observáveis e a injeção  $P_3$  é irrelevante para a observabilidade da rede conforme se observa na Figura 5.12.

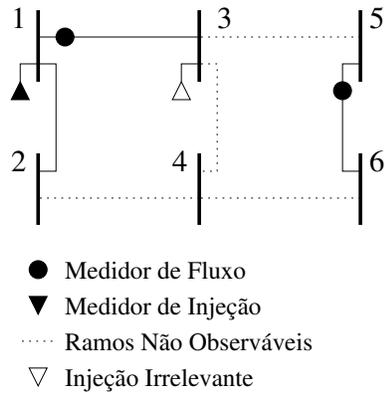


Figura 5.12: Resultado da análise de observabilidade - sistema de seis barras

### Exemplo B: Tratamento de casos patológicos

Seja o sistema de seis barras com o conjunto de medidas não redundantes da Figura 5.13. Inicialmente todos os ramos tem reatância unitária.

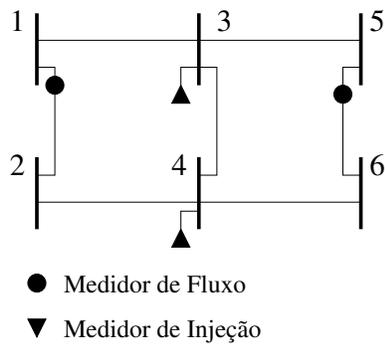


Figura 5.13: Caso patológico do sistema de seis barras

A matriz Jacobiana correspondente a esse conjunto de medidas é:

$$H = \begin{matrix} & \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 & \theta_4 & \theta_5 & \theta_6 \\ \begin{matrix} h_{P_{1,2}} \\ h_{P_{5,6}} \\ h_{P_3} \\ h_{P_4} \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 3 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 3 & 0 & -1 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Alocando uma referência na barra 1 tem-se a solução  $\theta_*^1$  que aponta a existência das ilhas observáveis  $\{1,2\}$ ,  $\{3,4\}$  e  $\{5,6\}$ . Alocando a referência na barra 3 tem-se a solução  $\theta_*^3$  segundo a qual a rede é formada por uma única ilha. Portanto, há uma incoerência entre essas soluções e as

ilhas observáveis não podem ser identificadas. Casos patológicos como esse, normalmente ocorrem devido a igualdade dos parâmetros e a simetria da rede.

$$\theta_*^1 = \begin{pmatrix} 1,0 \\ 1,0 \\ 0,4 \\ 0,4 \\ -0,2 \\ -0,2 \end{pmatrix} \quad \theta_*^3 = \begin{pmatrix} 1,0 \\ 1,0 \\ 1,0 \\ 1,0 \\ 1,0 \\ 1,0 \end{pmatrix}$$

Na análise de observabilidade proposta por Monticelli e Wu em [Monticelli and Wu, 1985b] os casos patológicos são contornados com novas passagens pelo algoritmo após a remoção das injeções irrelevantes. Na solução de mínima norma esse problema é contornado adotando-se reatâncias diferentes para cada um dos ramos da rede. Assim, obtêm-se as novas soluções  $\theta^1$  e  $\theta^3$ , nas quais agrupando-se as barras de mesmo estado têm-se as ilhas observáveis  $\{1, 2\}$ ,  $\{5, 6\}$ ,  $\{3\}$  e  $\{4\}$ . Na Figura 5.14 apresenta-se o resultado da análise de observabilidade realizada.

$$\theta^1 = \begin{pmatrix} 1,00 \\ 1,00 \\ 0,67 \\ 0,59 \\ -0,19 \\ -0,19 \end{pmatrix} \quad \theta^3 = \begin{pmatrix} 1,22 \\ 1,22 \\ 1,00 \\ 0,94 \\ 0,42 \\ 0,42 \end{pmatrix}$$

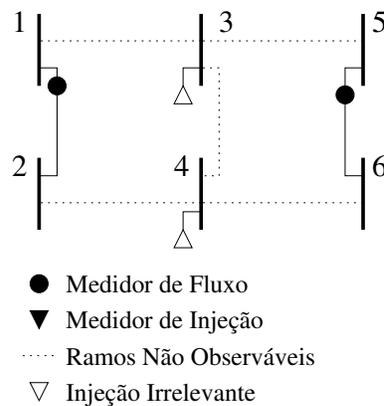


Figura 5.14: Resultado da análise de observabilidade - caso especial

## 5.11 Restauração da Observabilidade

Em geral, os sistemas de medição são projetados para serem observáveis, entretanto, devido a falhas no sistema de aquisição de dados e as mudanças na topologia da rede, o sistema pode se tornar temporariamente não observável. A perda da observabilidade inviabiliza a execução das funções de análise e controle da operação nas partes não observáveis da rede. Nesse caso, para restaurar a observabilidade da rede deve-se concatenar as ilhas observáveis, tornando observáveis as porções não observáveis da rede. Isso pode ser feito alocando-se pseudomedidas de injeção de potência não redundantes (pseudomedidas de fluxo de potência também podem ser usadas) de modo que o estado estimado das ilhas observáveis permaneça inalterado.

Em [Monticelli and Wu, 1985a] afirma-se que ao adicionar um conjunto mínimo de pseudomedidas não redundantes à rede tornando-a minimamente observável, o estado das ilhas observáveis não é alterado. Uma rede é dita minimamente observável quando ela se torna observável após a alocação de medidas não redundantes (medidas críticas). Uma medida é crítica para a observabilidade da rede quando a sua retirada torna a rede não observável.

As grandezas candidatas à alocação podem ser fluxos e/ou injeções de potência. Como é mais comum na literatura, são tratadas apenas as pseudomedidas de injeção. São designadas como *medidas disponíveis* as medidas utilizadas na determinação do estado das ilhas observáveis, entre as quais estão as medidas irrelevantes. As pseudomedidas de injeção candidatas são aquelas situadas em barras com injeção não observável. Os valores adotados para as pseudomedidas de injeção podem ser obtidos a partir de previsões baseadas em análises do histórico da rede, bem como podem ser adotados os seus últimos valores conhecidos.

Neste trabalho propõe-se a restauração da observabilidade de redes de energia elétrica a partir da fatoração da matriz de Gram. Seleciona-se dentro de um conjunto de pseudomedidas de injeção candidatas um subconjunto capaz de tornar a rede minimamente observável. Esse subconjunto selecionado depende da ordem em que as pseudomedidas são processadas.

### Exemplo:

Seja novamente o sistema de seis barras da Figura 5.15. Por simplicidade todas as reatâncias são unitárias. De acordo com a definição, as injeções candidatas são:  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_5$  e  $P_6$ .

A matriz de Gram fatorada ( $\tilde{A}^4$ ) para esse caso é:

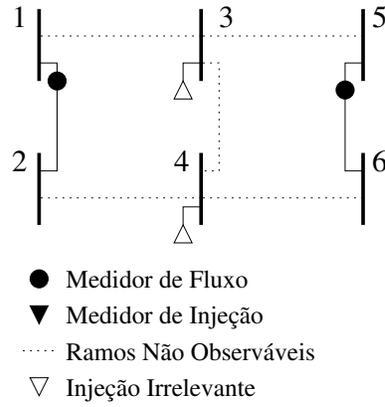


Figura 5.15: Ilhas observáveis e pseudomedidas candidatas

$$\tilde{A}^4 = \begin{pmatrix} 2,00 & -1,00 & 1,00 \\ & 2,00 & -1,00 & 1,00 \\ & & 11,00 & -5,00 \\ & & & 8,73 \end{pmatrix}$$

Alocando-se, por exemplo, a injeção  $P_1$ , tem-se a nova matriz de Gram fatorada ( $\tilde{A}^5$ ). Como o pivô associado a  $P_1$  é não nulo,  $P_1$  é uma medida não redundante às medidas anteriormente fatoradas. Com a alocação de  $P_1$  a rede passa a ter cinco medidas não redundantes e, portanto, a rede é observável.

$$\tilde{A}^5 = \begin{pmatrix} 2,00 & -1,00 & 1,00 & 3,00 \\ & 2,00 & -1,00 & 1,00 \\ & & 11,00 & -5,00 & -3,50 \\ & & & 8,73 & -1,09 \\ & & & & 0,25 \end{pmatrix}$$

Por fim, observe que no caso da análise de observabilidade não há necessidade de utilização de reatância diferentes para os ramos, mesmo nos casos patológicos, ou seja, as propriedades da matriz de Gram se mantêm independente dos valores adotados para as reatâncias dos ramos.

### 5.11.1 Subproblema reativo da restauração da observabilidade

Nas abordagens apresentadas na literatura, como em [Monticelli and Wu, 1985a] e [Gou and Abur, 2000], trata-se o problema da restauração da observabilidade avaliando-se apenas as medidas

ativas e os ângulos das tensões. Assim, as conclusões obtidas para as injeções ativas são estendidas às injeções reativas, e para cada pseudomedida de injeção ativa alocada, aloca-se a pseudomedida de injeção reativa correspondente. Entretanto, é possível que existam redundâncias entre as pseudomedidas de injeção reativa alocadas e os módulos das tensões disponíveis, o que pode resultar na indesejada alteração do estado das ilhas observáveis.

Para contornar esse problema é possível aplicar a metodologia de restauração da observabilidade ao subproblema reativo. No subproblema reativo, as medidas disponíveis são os fluxos de potência reativa, as injeções de potência reativa e as de tensão. As variáveis de estado são os módulos das tensões nas barras. Para o caso generalizado, os fluxos de potência reativa nas chaves são incluídos entre as variáveis de estado.

Da aplicação dessa proposta, conclui-se que as barras onde se alocam as pseudomedidas de injeção ativa não necessariamente são as mesmas onde se alocam as pseudomedidas de injeção reativa. Além disso, o número de pseudomedidas de injeção ativa e reativa alocadas nem sempre é o mesmo. Na seção de estudo de casos esse problema é apresentado e a solução proposta é aplicada.

## 5.12 Análise de Observabilidade em Redes Generalizadas Trifásicas

Para a aplicação dos algoritmos propostos às redes generalizadas trifásicas é preciso realizar algumas alterações, já que ao modelar as chaves trifásicas, os fluxos nas chaves são incluídos no conjunto das variáveis de estado do problema. O vetor de variáveis de estado do problema  $x_p$  mostrado na Equação 5.13, contém os ângulos das tensões de fase das barras de carga ( $\theta$ ), os ângulos das tensões internas dos geradores ( $\theta_{int}$ ) e os fluxos ativos nas fases das chaves da rede ( $P_{ij}^p$ ). Além das alterações no vetor de estado, na nova matriz Jacobiana são incluídas as medidas de fluxo de potência ativa ( $P_{km}^p$ ), as medidas de injeção de potência ativa ( $P_k^p$ ), as restrições associadas às chaves fechadas ( $\theta_{ij}^p$ ) e as restrições associadas às chaves abertas ( $Pr_{ij}^p$ ) conforme a Equação 5.14.

As dimensões da nova matriz Jacobiana são determinadas de acordo com o número de medidas ativas disponíveis  $np$ , o número de barras de carga  $nb$ , o número de geradores da rede  $ng$  e o número de restrições de igualdade associadas ao estado das chaves representadas  $rc$ . Portanto, a nova matriz Jacobiana tem uma dimensão de  $np + rc \times nv_p$ , onde o número de variáveis  $nv_p$  é dado por  $nv_p = 3nb + ng + 3nc$ , sendo  $nc$  o número de chaves representadas. Em cada barra da rede há três variáveis de estado que são os ângulos das tensões em cada uma de suas fases. Como nos geradores as tensões nas barras internas são equilibradas, cada gerador é responsável por mais uma variável de estado que é o ângulo da tensão na fase  $a$  da sua barra interna. Para cada chave trifásica representada inclui-se como variável de estado o fluxo ativo em cada uma de suas fases.

$$x_p = \begin{pmatrix} (\theta)_{3nb} \\ \text{---} \\ (\theta_{int})_{ng} \\ \text{---} \\ (P_{ij}^p)_{3nc} \end{pmatrix}_{nv_p} \quad (5.13)$$

$$\begin{pmatrix} P_k^p \\ P_{km}^p \\ P_{ij}^p \\ Pr_{ij}^p \\ \theta_{ij}^p \end{pmatrix}_{np+rc} = \begin{pmatrix} \frac{\partial P_k^p}{\partial \theta} & \frac{\partial P_k^p}{\partial \theta_{int}} & \frac{\partial P_k^p}{\partial P_{ij}^p} \\ \frac{\partial P_{ik}^p}{\partial \theta} & \frac{\partial P_{ik}^p}{\partial \theta_{int}} & \frac{\partial P_{ik}^p}{\partial P_{ij}^p} \\ \frac{\partial P_{ij}^p}{\partial \theta} & \frac{\partial P_{ij}^p}{\partial \theta_{int}} & \frac{\partial P_{ij}^p}{\partial P_{ij}^p} \\ \frac{\partial Pr_{ij}^p}{\partial \theta} & \frac{\partial Pr_{ij}^p}{\partial \theta_{int}} & \frac{\partial Pr_{ij}^p}{\partial P_{ij}^p} \\ \frac{\partial \theta_{ij}^p}{\partial \theta} & \frac{\partial \theta_{ij}^p}{\partial \theta_{int}} & \frac{\partial \theta_{ij}^p}{\partial P_{ij}^p} \end{pmatrix}_{np+rc \times nv_p} \begin{pmatrix} \theta \\ \theta_{int} \\ P_{ij}^p \end{pmatrix}_{nv_p} \quad (5.14)$$

Para ilustrar a formação da matriz Jacobiana de uma rede generalizada veja o sistema da Figura 5.16. Esse sistema representa uma rede generalizada trifásica de quatro barras. A rede é generalizada pois a chave trifásica que conecta as seções de barramento 2 e 3 é representada. Nesse caso, considera-se que a fase *a* da chave está fechada e as fases *b* e *c* estão abertas. Na Equação 5.15 a submatriz  $H_{P\theta}$  contém as derivadas das medidas  $P_{2,1}^a$ ,  $P_{2,1}^b$ ,  $P_{2,1}^c$ ,  $P_1^a$ ,  $P_1^b$ ,  $P_1^c$ ,  $P_{4,3}^a$ ,  $P_{4,3}^b$  e  $P_{4,3}^c$  com relação aos ângulos das tensões complexas nas barras do sistema. Essas medidas não dependem dos fluxos ativos na chave e, portanto, suas derivadas com relação a esses fluxos são nulas. Todas as outras medidas e pseudomedidas dependem dos fluxos ativos nas chaves que são incluídos como variáveis de estado devido a modelagem da chave trifásica.

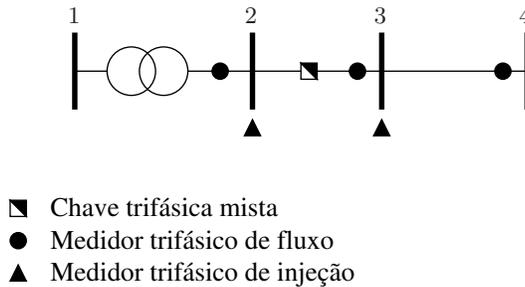


Figura 5.16: Sistema generalizado trifásico de quatro barras

Na matriz Jacobiana da Equação 5.15 a pseudomedida  $\theta_{2,3}^a$  foi incluída na matriz Jacobiana pois a fase *a* da chave está fechada e as pseudomedidas  $P_{2,3}^b$  e  $P_{2,3}^c$  foram incluídas, pois as fases *b* e *c*

da chave estão abertas. Os termos  $h_{P_k^m}$  contêm as derivadas da injeção na fase  $m$  da barra  $k$  com relação aos ângulos das tensões.

$$\begin{array}{c} \vdots \\ P_2^a \\ P_2^b \\ P_2^c \\ P_3^a \\ P_3^b \\ P_3^c \\ P_{2,3}^b \\ P_{2,3}^c \\ \theta_{2,3}^a \end{array} \begin{pmatrix} \cdots & \theta_2^a & \cdots & \theta_3^a & \cdots & P_{2,3}^a & P_{2,3}^b & P_{2,3}^c \\ & & & H_{P\theta} & & & & \\ & & & h_{P_2^a} & & 1 & 0 & 0 \\ & & & h_{P_2^b} & & 0 & 1 & 0 \\ & & & h_{P_2^c} & & 0 & 0 & 1 \\ & & & h_{P_3^a} & & -1 & 0 & 0 \\ & & & h_{P_3^b} & & 0 & -1 & 0 \\ & & & h_{P_3^c} & & 0 & 0 & -1 \\ \cdots & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 \\ \cdots & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 \\ 1 & & & -1 & & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (5.15)$$

### 5.12.1 Ilhas observáveis em redes generalizadas

No modelo generalizado a representação das chaves e disjuntores implica em algumas alterações no tratamento das ilhas observáveis. Para compreender melhor o conceito de ilhas observáveis no contexto da estimação de estado generalizada, considere os casos apresentados na Figura 5.17. No caso da Figura 5.17.a é apresentado um sistema conexo onde a quantidade de medidas é insuficiente para tornar a rede observável, já que os fluxos nas fases da chave não podem ser determinados a partir das medidas disponíveis. Nesse caso, é necessário alocar mais de uma referência angular durante a análise de observabilidade. No caso da Figura 5.17.b aloca-se um novo medidor de injeção na barra 3. Dessa forma, os fluxos nas fases da chave podem ser determinados, a rede passa a ser observável e é necessário alocar apenas uma referência angular. Na Figura 5.17.c, onde têm-se as mesmas medidas do caso anterior, a abertura da chave não altera a observabilidade da rede, já que todos os fluxos nos ramos podem ser calculados a partir das medidas disponíveis. Nesse caso, é necessário alocar mais de uma referência angular, entretanto, os fluxos em todos os ramos do sistema podem ser calculados a partir das medidas disponíveis e, portanto, segundo o conceito generalizado de observabilidade, esse sistema forma uma única ilha observável. No conceito clássico de observabilidade esse sistema é formado por duas ilhas observáveis.

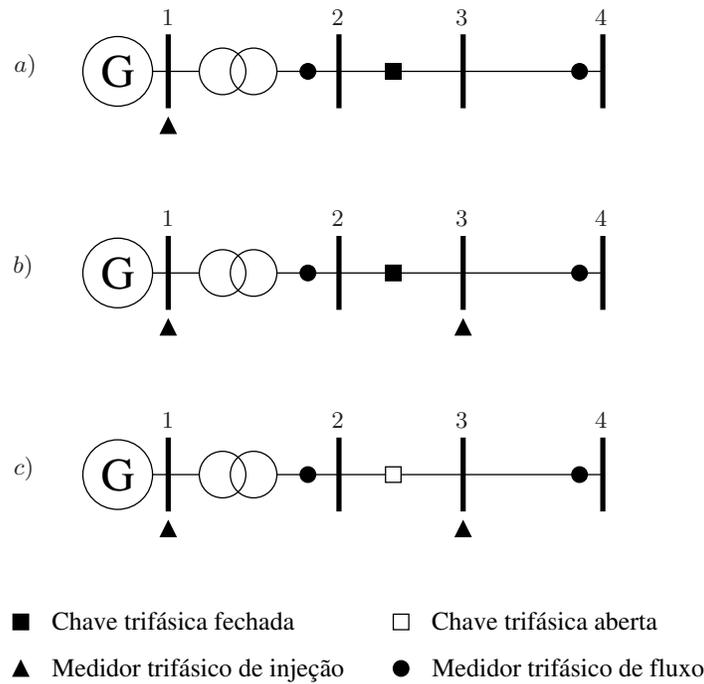


Figura 5.17: Ilhas observáveis em um sistema generalizado

### 5.12.2 Algoritmo de análise de observabilidade generalizada trifásica

O algoritmo de análise de observabilidade é composto pelas seguintes etapas.

- 1 Verificar se a rede é observável. Caso ela não seja, identificar entre as medidas disponíveis um conjunto de medidas não redundantes;
- 2 Identificar as ilhas observáveis a partir da solução de mínima norma;
- 3 Restaurar a observabilidade da rede alocando um conjunto de pseudomedidas de injeção não redundantes.

O algoritmo da primeira etapa foi descrito na seção 5.9.2.

Na obtenção das ilhas observáveis as referências angulares podem ser alocadas tanto em variáveis de ângulo como em variáveis de fluxo de potência ativa nas chaves. As ilhas são formadas agrupando-se nós conectados por ramos com fluxo nulo.

#### Algoritmo 5.3

- i* Verifique se a rede é observável. Caso não seja, identifique um conjunto de medidas não redundantes.

- ii* Monte a matriz Jacobiana utilizando apenas as medidas não redundantes;
- iii* Faça o vetor  $x_p = 0$  e os escalares  $ni = 0$  e  $i = 1$ ;
- iv* Faça  $ni = ni + 1$ . Obtenha a solução de mínima norma  $x_p^i$  para a referência alocada na  $i$ -ésima variável de estado. Se o elemento  $j$  do vetor  $x_p^i$  é igual a 1, faça  $x_p(j) = ni$ ;
- v* Se não há mais referências a alocar, vá para o passo *vii*. Caso contrário, vá para o passo *vi*;
- vi* Aloque a referência em uma nova variável de estado. Volte ao passo *iv*.
- vii* Calcule os fluxos nos ramos da rede utilizando o estado  $x_p$ . Os fluxos nas chaves são fornecidos diretamente no vetor  $x_p$  e, portanto, não precisam ser calculados;
- viii* Forme as ilhas agrupando as barras e as seções de barramento conectadas pelos elementos cujos fluxos nas três fases sejam nulos. Esses elementos são observáveis.
- ix* Fim

Observações:

- No passo *iv*, a solução de mínima norma é obtida considerando todas as medidas e pseudo-medidas nulas, exceto a referência que vale 1.
- No passo *vi*, a referência inicialmente é alocada nas variáveis de ângulo e, nesse caso, ela pode ser alocada em qualquer ângulo cujo valor em  $x_p$  seja nulo. Em seguida, a referência é alocada nas variáveis de fluxo nas chaves. As variáveis de fluxo aptas a receber uma referência são aquelas cujo pivô obtido da alocação de uma referência nessa variável é diferente de zero. Caso contrário, a referência alocada é redundante às medidas presentes na matriz de Gram e essas referências devem ser não redundantes às medidas disponíveis para estimação de estado.
- Quando em  $x_p$  todas as variáveis de ângulo são não nulas e as variáveis de fluxo nas chaves foram testadas, não há mais referências a alocar.
- Nos algoritmos clássicos, como os das referências [Monticelli and Wu, 1985b] e [Jr. et al., 2007], após a remoção das injeções irrelevantes é necessário realizar mais uma passagem pelo algoritmo para verificar se as ilhas candidatas a ilhas observáveis são de fato observáveis. No algoritmo proposto, essa segunda passagem não é necessária, o que o torna computacionalmente bastante eficiente.

Na terceira etapa do algoritmo não há modificações significativas. As injeções candidatas podem ocorrer nas fases das barras ou em seções de barramento. Por comodidade, essa etapa do algoritmo é novamente descrita a seguir:

**Algoritmo 5.4**

- i* Obtenha as ilhas observáveis;
- ii* Obtenha o conjunto de pseudomedidas candidatas. Esse conjunto é composto pelas injeções localizadas nas barras ou seções de barramento que tenham ao menos um elemento não observável adjacente. Se o conjunto de candidatas é vazio, pare.
- iii* Recarregue a matriz de Gram fatorada contendo apenas as medidas não redundantes obtidas na primeira etapa do algoritmo.
- iv* Inclua uma pseudomedida candidata por vez na matriz de Gram e fatore-a. Se o seu pivô é não nulo a medida deve ser mantida, caso contrário ela deve ser descartada. Pare quando o número total de pivôs não nulos for igual ao número de variáveis de estado a estimar ( $nv_p - 1$ ). A solução é o conjunto de pseudomedidas mantidas.
- v* Fim

### 5.13 Estudo de Caso: Análise de Observabilidade por Solução de Mínima Norma

Para aplicação do algoritmo de análise de observabilidade baseado na solução de mínima norma é utilizado o sistema generalizado trifásico da Figura 5.18. As medidas disponíveis são mostradas na Tabela 5.4. As injeções não nulas associadas à topologia da rede não são apresentadas, porém todas elas são utilizadas. Nos testes realizados são considerados pivôs nulos todos os pivôs menores que  $10^{-5}$ .

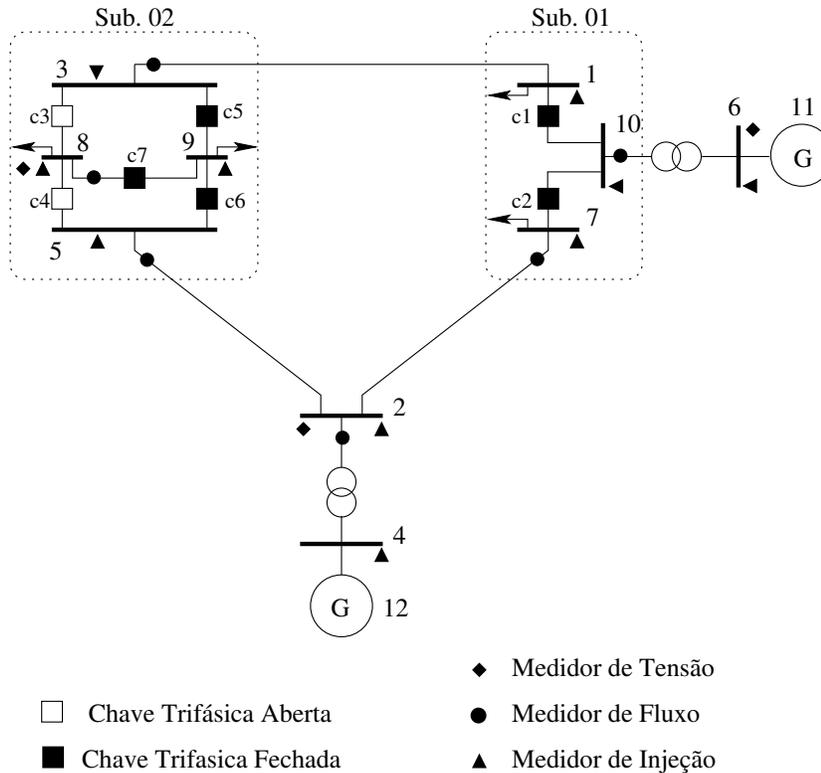


Figura 5.18: Sistema de dez barras generalizado

De forma similar ao que é feito na análise de observabilidade monofásica as condutâncias e os shunts das linhas são desprezados. Além disso, as defasagens decorrentes da configuração dos transformadores são desconsideradas. Os demais parâmetros da rede assumem os seus valores reais. O *flat start* adotado é apresentado na Equação 5.5.

Inicialmente considera-se que todas as medidas da Tabela 5.4 estão disponíveis. Novamente as injeções nulas associadas à topologia da rede são utilizadas e não são apresentadas na tabela. Na Tabela 5.5 apresentam-se os pivôs obtidos para as medidas disponíveis. O número de variáveis de estado do problema é  $nv_p = 3nb + ng + 3nc = 3 * 10 + 2 + 3 * 7 = 53$ . Como há  $nv_p - 1 = 52$  pivôs não nulos a rede é observável. Essa condição foi verificada pelo estimador de estado nos casos

estudados no Capítulo 4.

Tabela 5.4: Medidas disponíveis

Medida	Medida
$P_{10,6}^{abc}$	$P_{2,4}^{abc}$
$Q_{10,6}^{abc}$	$Q_{2,4}^{abc}$
$P_{3,1}^{ab}$	$P_{5,2}^{abc}$
$P_{7,2}^{ab}$	$Q_{3,1}^c$
$Q_{5,2}^{abc}$	$Q_{7,2}^c$
$P_{8,9}^{abc}$	$Q_{8,9}^{abc}$
$P_1^{abc}$	$P_7^{abc}$
$P_8^{abc}$	$P_9^{abc}$
$Q_1^{abc}$	$Q_7^{abc}$
$Q_8^{abc}$	$Q_9^{abc}$
$V_2^{ab}$	$V_6^{abc}$
$V_8^{bc}$	

Tabela 5.5: Pivôs associados às medidas ativas e às restrições

Medida	Pivô	Medida	Pivô	Medida	Pivô
$\theta_{1,10}^a$	2,00	$\theta_{1,10}^b$	2,00	$\theta_{1,10}^c$	2,00
$\theta_{7,10}^a$	1,50	$\theta_{7,10}^b$	1,50	$\theta_{7,10}^c$	1,50
$Pr_{3,8}^a$	1,00	$Pr_{3,8}^b$	1,00	$Pr_{3,8}^c$	1,00
$Pr_{5,8}^a$	1,00	$Pr_{5,8}^b$	1,00	$Pr_{5,8}^c$	1,00
$\theta_{3,9}^a$	2,00	$\theta_{3,9}^b$	2,00	$\theta_{3,9}^c$	2,00
$\theta_{5,9}^a$	1,50	$\theta_{5,9}^b$	1,50	$\theta_{5,9}^c$	1,50
$\theta_{8,9}^a$	1,33	$\theta_{8,9}^b$	1,33	$\theta_{8,9}^c$	1,33
$P_{10,6}^a$	4957,37	$P_{10,6}^b$	4957,37	$P_{10,6}^c$	4957,37
$P_{2,4}^a$	1385,04	$P_{2,4}^b$	1385,04	$P_{2,4}^c$	1385,04
$P_{3,1}^c$	364,51	$P_{5,2}^a$	8258,67	$P_{5,2}^b$	8155,76
$P_{5,2}^c$	5834,16	$P_{7,2}^a$	87,01	$P_{7,2}^b$	128,39
$P_{8,9}^a$	1,00	$P_{8,9}^b$	1,00	$P_{8,9}^c$	1,00
$P_2^a$	0,00	$P_2^b$	0,00	$P_2^c$	0,00
$P_4^a$	3510,58	$P_4^b$	397,37	$P_4^c$	303,90
$P_6^a$	5623,58	$P_6^b$	0,00	$P_6^c$	0,00
$P_1^a$	1,00	$P_1^b$	1,00	$P_1^c$	1,00
$P_3^a$	1,00	$P_3^b$	1,00	$P_3^c$	1,00
$P_5^a$	1,00	$P_5^b$	1,00	$P_5^c$	1,00
$P_7^a$	1,00	$P_7^b$	1,00	$P_7^c$	1,00
$P_8^a$	0,00	$P_8^b$	0,00	$P_8^c$	0,00
$P_9^a$	0,00	$P_9^b$	0,00	$P_9^c$	0,00
$P_{10}^a$	0,00	$P_{10}^b$	0,00	$P_{10}^c$	0,00

$Pr$  - restrições nas chaves abertas

### 5.13.1 Análise de observabilidade em redes não observáveis

Para a aplicação do analisador de observabilidade considera-se que são perdidas as medidas de injeção nas barras 1 e 7. Na Tabela 5.6 apresentam-se os pivôs obtidos após a perda dessas injeções. Como há 49 pivôs não nulos a rede é não observável. Na nova condição, as injeções na barra 10 passaram a apresentar pivôs não nulos.

Tabela 5.6: Pivôs associados às medidas ativas e às restrições

Medida	Pivô	Medida	Pivô	Medida	Pivô
$\theta_{1,10}^a$	2,00	$\theta_{1,10}^b$	2,00	$\theta_{1,10}^c$	2,00
$\theta_{7,10}^a$	1,50	$\theta_{7,10}^b$	1,50	$\theta_{7,10}^c$	1,50
$Pr_{3,8}^a$	1,00	$Pr_{3,8}^b$	1,00	$Pr_{3,8}^c$	1,00
$Pr_{5,8}^a$	1,00	$Pr_{5,8}^b$	1,00	$Pr_{5,8}^c$	1,00
$\theta_{3,9}^a$	2,00	$\theta_{3,9}^b$	2,00	$\theta_{3,9}^c$	2,00
$\theta_{5,9}^a$	1,50	$\theta_{5,9}^b$	1,50	$\theta_{5,9}^c$	1,50
$\theta_{8,9}^a$	1,33	$\theta_{8,9}^b$	1,33	$\theta_{8,9}^c$	1,33
$P_{10,6}^a$	4957,37	$P_{10,6}^b$	4957,37	$P_{10,6}^c$	4957,37
$P_{2,4}^a$	1385,04	$P_{2,4}^b$	1385,04	$P_{2,4}^c$	1385,04
$P_{3,1}^c$	364,51	$P_{5,2}^a$	8258,67	$P_{5,2}^b$	8155,76
$P_{5,2}^c$	5834,16	$P_{7,2}^a$	87,01	$P_{7,2}^b$	128,39
$P_{8,9}^a$	1,00	$P_{8,9}^b$	1,00	$P_{8,9}^c$	1,00
$P_2^a$	0,00	$P_2^b$	0,00	$P_2^c$	0,00
$P_4^a$	3510,58	$P_4^b$	397,37	$P_4^c$	303,90
$P_6^a$	5623,58	$P_6^b$	0,00	$P_6^c$	0,00
$P_3^a$	1,00	$P_3^b$	1,00	$P_3^c$	1,00
$P_5^a$	1,00	$P_5^b$	1,00	$P_5^c$	1,00
$P_8^a$	0,00	$P_8^b$	0,00	$P_8^c$	0,00
$P_9^a$	0,00	$P_9^b$	0,00	$P_9^c$	0,00
$P_{10}^a$	2,00	$P_{10}^b$	2,00	$P_{10}^c$	2,00

*Pr* - restrições nas chaves abertas

Na obtenção da solução de mínima norma inicialmente aloca-se uma referência na primeira variável de estado ( $\theta_1^a$ ) que é o ângulo da tensão na fase *a* da barra 1. O estado obtido  $x_p^1$  é apresentado na Equação 5.16. De acordo com o estado  $x_p^1$ , todos os ângulos das tensões são não nulos e, portanto, as próximas referências devem ser alocadas em variáveis de fluxo ativo nas chaves. De acordo com o algoritmo avalia-se a possibilidade de alocação das referências nas variáveis de fluxo e as variáveis aptas a receber essas referências são a trigésima terceira, a trigésima quarta e a trigésima quinta variáveis, ou seja,  $P_{1,10}^a$ ,  $P_{1,10}^b$  e  $P_{1,10}^c$ . Os estados obtidos para a referência alocada nessas variáveis e o estado final  $x_p$  são mostradas nas Equações 5.16, 5.17, 5.18, 5.19 e 5.20.

$$(x_p^1)_k = \begin{cases} 1, & k = 1, \dots, 32 \\ 0, & k = 33, \dots, 53 \end{cases} \quad (5.16)$$

$$(x_p^{33})_k = \begin{cases} 1, & k = 33 \\ -1, & k = 36 \\ 0, & \forall k \end{cases} \quad (5.17)$$

$$(x_p^{34})_k = \begin{cases} 1, & k = 34 \\ -1, & k = 37 \\ 0, & \forall k \end{cases} \quad (5.18)$$

$$(x_p^{35})_k = \begin{cases} 1, & k = 35 \\ -1, & k = 38 \\ 0, & \forall k \end{cases} \quad (5.19)$$

$$x_p = \begin{cases} 1, & k = 1, \dots, 32 \\ 2, & k = 33 \\ 3, & k = 34 \\ 4, & k = 35 \\ -2, & k = 36 \\ -3, & k = 37 \\ -4, & k = 38 \\ 0, & \forall k \end{cases} \quad (5.20)$$

A partir do estado final  $x_p$  obtém-se os fluxos nos ramos da rede. Os ramos com fluxo não nulo e, portanto, não observáveis são as chaves 1 e 2 conforme a Tabela 5.7. Esses fluxos são obtidos diretamente do vetor  $x_p$ . Conhecidos os ramos não observáveis detecta-se a presença de duas ilhas observáveis na rede. Uma ilha é formada pela barra 6, a seção de barramento 10 e a barra interna do gerador conectado à barra 10. A segunda ilha é formada pelas demais barras e seções de barramento. Essas ilhas podem ser observadas na Figura 5.19.

Tabela 5.7: Ramos com fluxos não nulos

Elemento	de	p/	Fluxos		
			$\phi^a$	$\phi^b$	$\phi^c$
Chave 1	1	10	2	3	4
Chave 2	7	10	2	3	4

### 5.13.2 Alocação de pseudomedidas ativas

De acordo com o algoritmo de restauração da observabilidade, as pseudomedidas de injeção candidatas estão nas barras que não dispõem de medidas de injeção e que são adjacentes aos ramos não observáveis. Assim, as injeções candidatas são:  $P_1^a$ ,  $P_1^b$ ,  $P_1^c$ ,  $P_7^a$ ,  $P_7^b$  e  $P_7^c$ .

Como há 49 medidas não redundantes é necessário alocar três pseudomedidas de injeção para

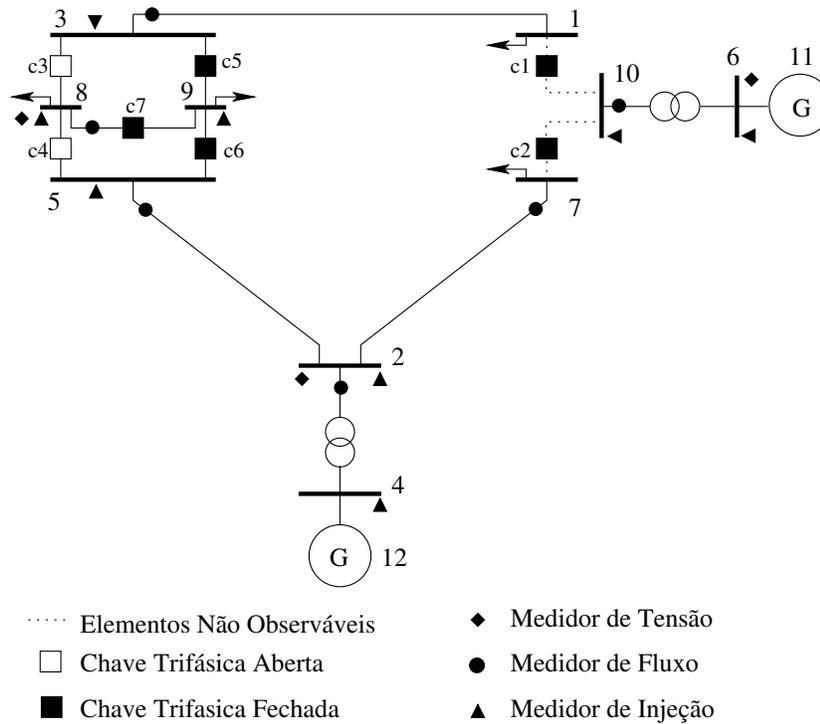


Figura 5.19: Ilhas observáveis do sistema de dez barras generalizado

tornar a rede observável. Após a aplicação do algoritmo são encontrados pivôs não nulos associados às pseudomedidas  $P_1^a$ ,  $P_1^b$  e  $P_1^c$ . Essas pseudomedidas são não redundantes às medidas disponíveis para estimação de estado e elas são suficientes para restaurar a observabilidade da rede. Os pivôs associados a todas as pseudomedidas alocadas são apresentados na Tabela 5.8. Se a ordem de fatoração das pseudomedidas fosse alterada, a solução do problema de restauração da observabilidade poderia ser diferente.

Tabela 5.8: Pivôs associados às pseudomedidas de injeção

Medida	Pivô
$P_1^a$	0,50
$P_1^b$	0,50
$P_1^c$	0,50
$P_7^a$	0,00
$P_7^b$	0,00
$P_7^c$	0,00

### 5.13.3 Alocação de pseudomedidas reativas

Para ilustrar o problema da indesejada redundância entre as pseudomedidas de injeção reativa alocadas na restauração da observabilidade e as medidas de tensão disponíveis, suponha que no sistema do exemplo anterior são removidas as medidas  $P_{10,6}^a$ ,  $P_{10,6}^b$  e  $P_{10,6}^c$  e são recuperadas as medidas  $P_1^a$ ,  $P_1^b$  e  $P_1^c$ . Nessas condições, o algoritmo de análise de observabilidade fornece o resultado apresentado na Figura 5.20, onde a chave 2, o transformador que conecta as barras 10 e 6 e o gerador 11 são não observáveis. Nessas condições, o algoritmo de restauração da observabilidade indica a necessidade de alocar a medida de injeção  $P_7^a$ . Na Tabela 5.9 observa-se que há 51 medidas ativas não redundantes e, portanto, a alocação da pseudomedida  $P_7^a$  mais uma referência angular na barra interna do gerador 11 torna o sistema observável.

Aplicando a restauração da observabilidade às grandezas reativas são encontradas 53 medidas não redundantes conforme se observa na Tabela 5.10. No subproblema reativo da restauração da observabilidade não há necessidade de alocar uma referência equivalente à referência angular do subproblema ativo e, portanto, como há  $nv$  medidas não redundantes a rede é observável. Na Tabela 5.10 são apresentadas as medidas reativas não redundantes. Entre as medidas reativas não redundantes há as medidas de tensão  $V_2^a$  e  $V_6^a$  e as demais medidas não redundantes são os pares das medidas ativas não redundantes da Tabela 5.9. Portanto, como do ponto de vista das grandezas reativas a rede é observável, qualquer medida ou pseudomedida reativa alocada é redundante às medidas disponíveis para estimação de estado. Nesse caso, ao alocar a pseudomedida  $Q_7^a$ , possíveis erros contidos nessa pseudomedida contaminarão o estado das ilhas observáveis.

Tabela 5.9: Medidas e restrições ativas não redundantes

Medidas Regulares			
$P_{2,4}^a$	$P_{2,4}^b$	$P_{2,4}^c$	$P_{3,1}^c$
$P_{5,2}^a$	$P_{5,2}^b$	$P_{5,2}^c$	$P_{7,2}^a$
$P_{7,2}^b$	$P_{8,9}^a$	$P_{8,9}^b$	$P_{8,9}^3$
$P_4^a$	$P_4^b$	$P_4^c$	$P_6^a$
$P_6^b$	$P_6^c$	$P_1^a$	$P_1^b$
$P_1^c$	$P_3^a$	$P_3^b$	$P_3^c$
$P_5^a$	$P_5^b$	$P_5^c$	$P_{10}^a$
$P_{10}^b$	$P_{10}^c$		

Restrições de Ângulo			
$\theta_{1,10}^a$	$\theta_{1,10}^b$	$\theta_{1,10}^c$	$\theta_{7,10}^a$
$\theta_{7,10}^b$	$\theta_{7,10}^c$	$\theta_{3,9}^a$	$\theta_{3,9}^b$
$\theta_{3,9}^c$	$\theta_{5,9}^a$	$\theta_{5,9}^b$	$\theta_{5,9}^c$
$\theta_{8,9}^a$	$\theta_{8,9}^b$	$\theta_{8,9}^c$	

Restrições de Fluxo			
$Pr_{3,8}^a$	$Pr_{3,8}^b$	$Pr_{3,8}^c$	$Pr_{5,8}^a$
$Pr_{5,8}^b$	$Pr_{5,8}^c$		

Tabela 5.10: Medidas e restrições reativas não redundantes

Medidas Regulares			
$Q_{2,4}^a$	$Q_{2,4}^b$	$Q_{2,4}^c$	$Q_{3,1}^c$
$Q_{5,2}^a$	$Q_{5,2}^b$	$Q_{5,2}^c$	$Q_{7,2}^a$
$Q_{7,2}^b$	$Q_{8,9}^a$	$Q_{8,9}^b$	$Q_{8,9}^3$
$Q_4^a$	$Q_4^b$	$Q_4^c$	$Q_6^a$
$Q_6^b$	$Q_6^c$	$Q_1^a$	$Q_1^b$
$Q_1^c$	$Q_3^a$	$Q_3^b$	$Q_3^c$
$Q_5^a$	$Q_5^b$	$Q_5^c$	$Q_{10}^a$
$Q_{10}^b$	$Q_{10}^c$	$V_2^a$	$V_6^a$

Restrições de Ângulo			
$V_{1,10}^a$	$V_{1,10}^b$	$V_{1,10}^c$	$V_{7,10}^a$
$V_{7,10}^b$	$V_{7,10}^c$	$V_{3,9}^a$	$V_{3,9}^b$
$V_{3,9}^c$	$V_{5,9}^a$	$V_{5,9}^b$	$V_{5,9}^c$
$V_{8,9}^a$	$V_{8,9}^b$	$V_{8,9}^c$	

Restrições de Fluxo			
$Qr_{3,8}^a$	$Qr_{3,8}^b$	$Qr_{3,8}^c$	$Qr_{5,8}^a$
$Qr_{5,8}^b$	$Qr_{5,8}^c$		

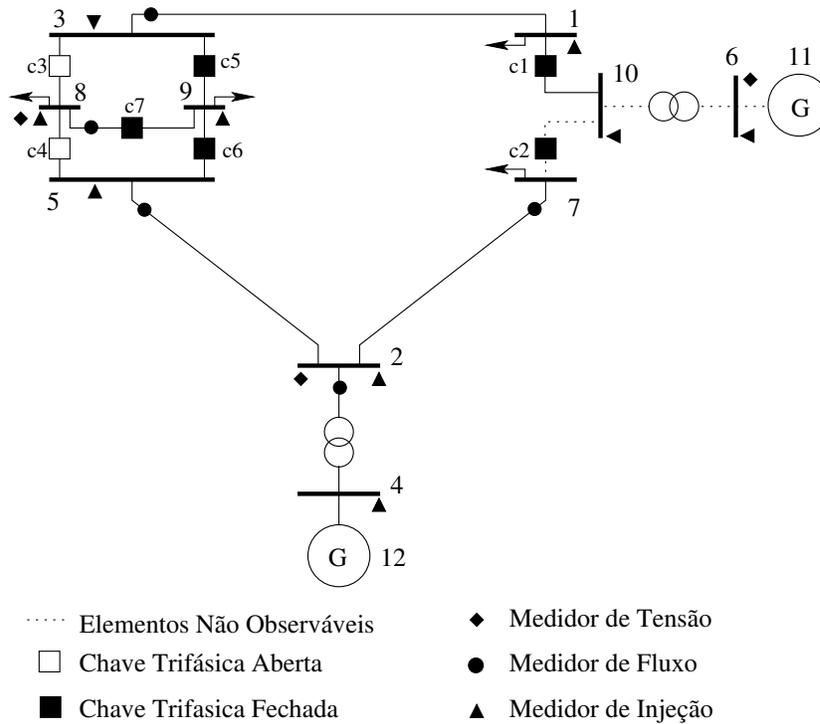


Figura 5.20: Ilhas observáveis do sistema de dez barras generalizado

## 5.14 Conclusões

Um aspecto importante da análise de observabilidade trifásica é que a observabilidade dos geradores também é verificada. Num gerador observável a tensão da sua barra interna pode ser estimada, enquanto em um gerador não observável isso não é possível. Nas redes trifásicas um gerador é modelado por uma barra interna, uma barra terminal e um ramo que as conecta. Assim, se na análise de observabilidade o fluxo em ao menos uma das fases desse ramo é não nulo, essas fases são não observáveis e o estado da barra interna não pode ser estimado.

Em todas as etapas do método de análise de observabilidade proposto utiliza-se a matriz de Gram. Na primeira etapa, a matriz de Gram contendo todas as medidas é fatorada e a observabilidade da rede é verificada. Desse processo é obtida uma matriz de Gram fatorada contendo somente medidas não redundantes. Essa última matriz é utilizada nas demais etapas do processo, portanto, o esforço computacional da primeira etapa é aproveitado na identificação das ilhas observáveis e na restauração da observabilidade, o que torna a análise de observabilidade computacionalmente eficiente. Além disso, nos testes realizados observou-se que em uma única passagem do algoritmo é possível identificar as ilhas observáveis. Isso não acontece por exemplo no método da matriz ganho, que exige uma nova passagem pelo algoritmo após a remoção das medidas irrelevantes.

Na etapa de restauração da observabilidade foi proposta a extensão desse processo para o sub-

problema reativo. Nos métodos de restauração da observabilidade propostos na literatura, como em [Quintana et al., 1982], [Monticelli and Wu, 1985b], [Simões-Costa et al., 2002] e [Jr. et al., 2007], normalmente, apenas o subproblema ativo é estudado e as conclusões obtidas desse problema são estendidas às grandezas reativas, entretanto, nesses trabalhos não se apresenta um estudo mais detalhado do caso reativo. Neste trabalho verificou-se que as pseudomedidas reativas alocadas podem ser redundantes às medidas de tensão disponíveis, assim, os erros contidos nas pseudomedidas reativas podem implicar no aparecimento de indesejadas alterações no estado das ilhas observáveis. Um estudo mais detalhado desse problema é apresentado pelos autores desta tese no artigo 3 do apêndice E.

## Capítulo 6

# Tratamento de Erros Grosseiros na Estimação de Estado Generalizada Trifásica

### 6.1 Introdução

Na estimação de estado as medidas portadoras de erros grosseiros ou medidas espúrias são aquelas com erros maiores do que supõe o modelo de medição. Esses erros podem ter várias causas, tais como problemas nos canais de comunicação, instrumentos de medição descalibrados ou defeituosos, dados não confiáveis provenientes de regiões de fronteira com áreas não supervisionadas, entre outros. Os erros grosseiros podem ocorrer tanto em medidas analógicas, como as medidas de tensão e fluxo, como em estados de chaves e disjuntores e em parâmetros da rede. Erros analógicos apresentam maior dificuldade de identificação quando são múltiplos e conformativos e erros no estado de chaves e disjuntores são especialmente prejudiciais já que levam a uma representação incorreta da topologia da rede. Erros em parâmetros da rede são mais raros, porém, seus efeitos podem ser tão prejudiciais quanto os erros topológicos. Neste trabalho não são abordados os erros em parâmetros da rede.

Antes da fase de detecção de erros grosseiros é realizada uma pré-filtragem dos erros críticos. Nessa fase são realizados testes como a comparação das medidas com seus valores nominais, a comparação dos valores medidos com os valores medidos na coleta anterior, a coerência com as leis de Kirchhoff, a comparação dos valores medidos nas extremidades de um mesmo circuito, a coerência dos valores medidos com os estados de chaves e disjuntores, etc. Apesar da pré-filtragem, medidas com erros grosseiros de maior magnitude, entre 3 e 10 desvios padrões requerem técnicas

mais elaboradas para sua detecção e identificação [Simões-Costa and Salgado, 2002]. Algumas dessas técnicas são discutidas neste Capítulo.

Conceitualmente, uma medida possui um erro grosseiro se ela está em desacordo com as demais medidas disponíveis para estimação de estado. Segundo [Schweppe et al., 1970] e [Merril and Schweppe, 1971] a verificação da existência de erro em uma medida depende do estado estimado para a rede sem a presença da medida avaliada. Assim, para a avaliação das  $\mu$  medidas disponíveis é necessário estimar o estado  $\mu$  vezes. Entretanto, o esforço computacional envolvido inviabiliza essa proposta e torna necessário o desenvolvimento de métodos indiretos [Monticelli and Garcia, 1983]. Nessa classe há, entre outros, o método dos resíduos normalizados, o método dos multiplicadores de Lagrange normalizados e o teste do índice  $J(\hat{x})$ .

Após a identificação das medidas portadoras de erros grosseiros, essas devem ser eliminadas, corrigidas ou substituídas por pseudomedidas obtidas a partir da análise do comportamento histórico da rede.

Em geral, propostas existentes na literatura utilizam o maior resíduo normalizado, o maior multiplicador de Lagrange normalizado ou testes de hipóteses baseadas nas propriedades estatísticas dos estimadores. Na classe das propostas que utilizam o maior resíduo normalizado há, por exemplo, [Monticelli and Garcia, 1983], [Wu et al., 1988b], [Slutsker, 1989] e [Vempati and Shoultz, 1991]. Na classe das propostas que utilizam teste de hipóteses têm-se [Milli et al., 1984] e [Abur, 1990]. Entre as propostas que utilizam o maior multiplicador de Lagrange normalizado há [Wu et al., 1988a], [Clements and Simões-Costa, 1998] e [Asada et al., 2005]. Em [Clements and Simões-Costa, 1998] adota-se pela primeira vez os multiplicadores de Lagrange normalizados na detecção e identificação de erros topológicos e em [Asada et al., 2005] apresenta-se uma estratégia de busca de medidas espúrias no problema da estimação de estado generalizada usando a metaheurística *busca tabu*.

A inclusão da representação de chaves e disjuntores na estimação de estado implica em mudanças na detecção e identificação de erros grosseiros, já que os estados desses novos dispositivos são, também, passíveis de erros. Quando os estados de chaves e disjuntores são representados, é possível analisar o vetor de resíduos normalizados ou o vetor de multiplicadores de Lagrange normalizados para identificar erros topológicos e nas medidas analógicas. Neste Capítulo são apresentados os métodos do maior resíduo normalizado e dos multiplicadores de Lagrange normalizados para a detecção e a identificação de erros grosseiros na estimação de estado trifásica. A detecção e a identificação de erros no estado de chaves e disjuntores são feitas a partir dos multiplicadores de Lagrange normalizados. São discutidos casos onde esses métodos são eficientes e casos onde eles são ineficientes.

## 6.2 Caracterização dos Erros

A presença de erros nas medidas que sejam incompatíveis com os seus desvios padrões levam à estimação incorreta do estado real da rede. Além disso, erros na topologia da rede e a modelagem incorreta de seus componentes podem implicar em erros na estimação de estado. De acordo com a sua ocorrência, os erros podem ser classificados como:

- i* Erros Simples - Quando há apenas uma medida com erro;
- ii* Erros Múltiplos - Quando há mais de uma medida com erro;
  - ii.a* Não interativos - Os erros não interagem e podem ser analisados separadamente. Normalmente esses erros ocorrem em pontos eletricamente distantes.
  - ii.b* Interativos - Os erros ocorrem em medidas que possuem elevada correlação entre si.
    - ii.b 1* Interativos não-conformativos - Os erros ocorrem em medidas relacionadas, mas os erros não concordam entre si.
    - ii.b 2* Interativos conformativos - Os erros ocorrem em medidas relacionadas e esses erros concordam entre si.

Tabela 6.1: Caracterização de erros múltiplos interativos em medidas

$P_{1-2}$	$P_{2-1}$	$P_{2-3}$	$P_2$	tipo de erro
1 pu	-1 pu	-1 pu	-2 pu	Sem erro
1 pu	-2 pu	-2 pu	-4 pu	conformativo
2 pu	-3 pu	-1 pu	-2 pu	não conformativo

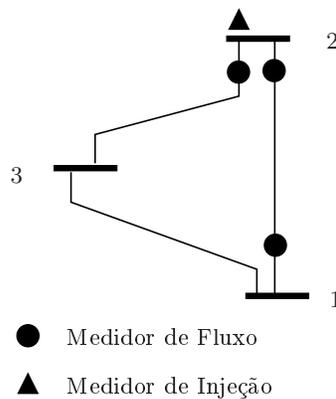


Figura 6.1: Caracterização de erros múltiplos interativos em medidas

Na Tabela 6.1 apresentam-se valores medidos para os fluxos e injeções disponíveis no sistema da Figura 6.1. Na primeira linha da tabela são apresentadas as medidas sem erros. Na segunda linha

há erros nos fluxos  $P_{2,1}$ ,  $P_{3,2}$  e na injeção  $P_2$ . Esses erros são coerentes entre si e o balanço dos fluxos na barra 2 está correto. Na terceira linha há erros nas medidas  $P_{1,2}$  e  $P_{2,1}$ , entretanto, esses erros não são coerentes entre si.

A detecção e identificação de erros simples, erros múltiplos não interativos e erros múltiplos interativos e não conformativos podem ser realizadas através da análise dos resíduos normalizados e dos multiplicadores de Lagrange normalizados, desde que se tenha a redundância adequada no conjunto de medidas. Para a análise dos erros múltiplos interativos conformativos ainda não há uma metodologia geral consolidada, entretanto, em [Asada et al., 2005] apresenta-se uma metodologia baseada em *busca tabu* bastante promissora.

### 6.3 Detecção e Identificação a Partir do Maior Resíduo Normalizado

Seja um conjunto de  $\mu$  medidas de um sistema com  $n$  barras. O vetor de resíduos estimados das medidas é definido como  $\hat{r} = z - \hat{z}$ , onde  $z$  é o vetor contendo as  $\mu$  medidas e  $\hat{z}$  é o vetor contendo os valores calculados para essas medidas a partir do estado estimado  $\hat{x}$ . Assim, os resíduos representam a diferença entre as medidas reais e os valores estimados para essas medidas e podem, portanto, ser vistos como os valores que o modelo de medição não é capaz de explicar admitindo-se que a topologia e os parâmetros da rede são perfeitamente conhecidos. Na obtenção de  $\hat{z}_i$  são utilizadas todas as medidas disponíveis, inclusive a medida  $z_i$ .

Na formulação do modelo de medição supõe-se que o vetor de erros estimados para as medidas apresenta uma distribuição normal com média zero e matriz de variância conhecida. Portanto, na ausência de erros grosseiros, 99,7% desses resíduos se encontrarão a uma distância da média inferior a três vezes o desvio padrão. Caso os resíduos violem tais suposições, pode-se inferir que medidas contendo erros grosseiros foram processadas. Além disso, a análise dos resíduos permitirá a identificação das medidas corrompidas. Considera-se que há redundância suficiente no conjunto de medidas.

Após o cálculo do estado estimado  $\hat{x}$ , os resíduos normalizados para todas as medidas são calculados e a medida  $z_i$  com maior resíduo normalizado em valor absoluto é identificada. Essa medida é temporariamente suspeita de conter erro.

$\tilde{z}_i$  é o valor estimado para a  $i$ -ésima medida considerando todas as medidas existentes, exceto a medida  $z_i$ . Assim,  $\tilde{z}_i$  representa a forma como as demais medidas do sistema vêem a medida  $z_i$ . O valor de  $\tilde{z}_i$  pode ser estimado a partir da análise de sensibilidade e é dado por:

$$\tilde{z}_i = z_i - \frac{\sigma_i^2}{\rho_{ii}^2} r_i \quad (6.1)$$

onde  $\sigma_i$  é o desvio padrão da medida  $z_i$ ,  $\rho_{ii}^2$  é o  $i$ -ésimo elemento da diagonal da matriz de covariância dos resíduos estimados  $R_{\hat{r}}$  e  $r_i$  é o resíduo da medida  $z_i$ .

Se  $z_i$  é a única medida com erro grosseiro,  $\tilde{z}_i$  é uma boa estimativa do valor verdadeiro dessa variável e uma estimativa do erro grosseiro é dada por:

$$\hat{b}_i = \frac{z_i - \tilde{z}_i}{\sigma_i} = \frac{\sigma_i}{\rho_{ii}^2} r_i \quad (6.2)$$

Se houver redundância suficiente, o valor estimado  $\hat{b}_i$  apresentará bons resultados mesmo na presença de várias medidas com erro grosseiro [Monticelli, 2000]. O índice  $\hat{b}_i$  obtido na Equação 6.2 representa a coerência entre a medida  $z_i$  e a memória que o sistema possui dessa medida.

Portanto, ao invés de usar testes estatísticos como o teste  $J(\hat{x})$  para detecção de medidas espúrias é possível utilizar o método dos resíduos normalizados. Nesse caso, os cálculos necessários são realizados a partir das matrizes de sensibilidade, o que os torna computacionalmente mais eficientes.

### 6.3.1 Análise de sensibilidade

Para saber como o estado estimado  $\hat{x}$  e o vetor de resíduos de estimação  $\hat{r}$  são sensíveis a uma perturbação no vetor de medidas  $z$ , considera-se o modelo de estimação  $z = h(x) + e$ . De acordo com esse modelo chegou-se, no Capítulo 4, à Equação 4.8, reescrita abaixo.

$$\Delta \hat{x} = [G^{-1}(\hat{x})H'(\hat{x})W]\Delta z \quad (6.3)$$

onde  $G^{-1}(\hat{x})H'(\hat{x})W$  é a matriz de sensibilidade do estado estimado com relação ao vetor de medidas,  $W = R_z^{-1}$  e  $R_z$  é a matriz de covariância do vetor de medidas.

O vetor de resíduos estimados é dado por  $\hat{r} = z - h(\hat{x})$ , logo, após uma perturbação no vetor de medidas tem-se:

$$\hat{r} + \Delta \hat{r} = z + \Delta z - h(\hat{x} + \Delta \hat{x}) \quad (6.4)$$

Expandindo  $h(x)$  em torno de  $\hat{x}$ , tem-se:

$$h(\hat{x} + \Delta\hat{x}) \cong h(\hat{x}) + H(\hat{x})\Delta\hat{x} \quad (6.5)$$

e, portanto,

$$\hat{r} + \Delta\hat{r} = z + \Delta z - h(\hat{x}) - H(\hat{x})\Delta\hat{x} \quad (6.6)$$

$$\Delta\hat{r} = \Delta z - H(\hat{x})\Delta\hat{x} \quad (6.7)$$

Das Equações 6.3 e 6.7 chega-se a:

$$\Delta\hat{r} = [I - H(\hat{x})G^{-1}(\hat{x})H'(\hat{x})W]\Delta z \quad (6.8)$$

onde  $I$  é uma matriz identidade de ordem  $\mu$ . Finalmente, a matriz de sensibilidades dos resíduos estimados com relação ao vetor de medidas é:

$$S = \frac{\partial\hat{r}}{\partial z} = I - H(\hat{x})G^{-1}(\hat{x})H'(\hat{x})W = R_{\hat{r}}W \quad (6.9)$$

### 6.3.2 Matrizes de covariância

*Teorema:* Seja  $u$  e  $v$  dois vetores aleatórios relacionados pela equação  $u = Mv$ . Se  $M$  é uma matriz de transformação conhecida, então, a matriz de covariância do vetor  $u$  é dada por:

$$cov(u) = M[cov(v)]M'$$

Sabendo que na Equação 6.3  $W = R_z^{-1}$  e aplicando o teorema tem-se a matriz de covariância do estado estimado como segue:

$$R_{\hat{x}} = (G^{-1}(\hat{x})H'(\hat{x})W)R_z(G^{-1}(\hat{x})H'(\hat{x})W)' \quad (6.10)$$

$$R_{\hat{x}} = G^{-1}(\hat{x}) \quad (6.11)$$

Uma estimativa  $\hat{z}$  para o vetor de medidas  $z$  é dada por  $\hat{z} = H(\hat{x})\hat{x}$  e, portanto, a matriz de covariância do vetor de medidas estimadas é:

$$R_{\hat{z}} = H(\hat{x})R_{\hat{x}}H'(\hat{x}) = H(\hat{x})G^{-1}(\hat{x})H'(\hat{x}) \quad (6.12)$$

Da mesma forma, considerando a Equação 6.8, a matriz de covariância do vetor de resíduos estimados é dada por:

$$R_{\hat{r}} = (I - H(\hat{x})G^{-1}(\hat{x})H'(\hat{x})W)R_z(I - H(\hat{x})G^{-1}(\hat{x})H'(\hat{x})W)' \quad (6.13)$$

$$R_{\hat{r}} = R_z - H(\hat{x})G^{-1}(\hat{x})H'(\hat{x}) \quad (6.14)$$

$$R_{\hat{r}} = (I - H(\hat{x})G^{-1}(\hat{x})H'(\hat{x})R_z^{-1})R_z = SR_z \quad (6.15)$$

$$R_{\hat{r}} = R_z - R_{\hat{z}} \quad (6.16)$$

Portanto, segundo a Equação 6.16, a matriz de covariância do vetor de resíduos estimados é a diferença entre a matriz de covariância do vetor de medidas e a matriz de covariância do vetor de medidas estimadas. Assim, em qualquer medida não redundante a variância da medida estimada é igual a variância da medida e, portanto, a variância do resíduo estimado é nula. Nesse caso, a estimativa para a medida não redundante é igual à própria medida e o resíduo da sua estimação é nulo.

### 6.3.3 Matriz de covariância dos resíduos normalizados

Dada uma medida não crítica (redundante)  $z_i$ , o seu resíduo normalizado  $r_i^n$  pode ser definido como a razão entre o seu resíduo estimado  $\hat{r}_i = z_i - \hat{z}_i$  e a sua variância estimada  $\rho_{ii}$ . Assim, o vetor de resíduos normalizados é definido por:

$$r^n = \text{diag}(R_{\hat{r}})^{-1/2} \hat{r} \quad (6.17)$$

onde  $\text{diag}(R_{\hat{r}})$  é a matriz formada pelos elementos da diagonal da matriz de covariância dos resíduos estimados  $R_{\hat{r}}$ . A partir disso, a matriz de covariância dos resíduos normalizados pode ser escrita como:

$$R_{r^n} = \text{diag}(R_{\hat{r}})^{-1/2} R_{\hat{r}} \text{diag}(R_{\hat{r}})^{-1/2} \quad (6.18)$$

$$R_{r^n} = \begin{pmatrix} 1 & & & & \\ & 1 & & \frac{\rho_{ij}^2}{\rho_{ii}\rho_{jj}} & \\ & & \ddots & & \\ & & & \ddots & \\ \frac{\rho_{ij}^2}{\rho_{ii}\rho_{jj}} & & & & 1 \\ & & & & & 1 \end{pmatrix} \quad (6.19)$$

onde  $\rho_{ij}^2$  é o elemento  $R_{\hat{r}}(i, j)$  e o coeficiente de correlação  $\gamma_{ij} = R_{r^n}(i, j)$  tem o seu valor absoluto menor ou igual a um, ou seja,  $|\gamma_{ij}| \leq 1$  conforme é mostrado em [Monticelli and Garcia, 1983].

### 6.3.4 Regra dos resíduos normalizados

Considere um conjunto de medidas perfeitas que possui redundância suficiente para permitir a identificação dos erros. Seja  $z_i$  a única medida defeituosa. Ela é afetada pelo erro grosseiro  $b_i\sigma_i$ , onde  $\sigma_i$  é o desvio padrão da medida  $z_i$ . Assim, o vetor de medidas é dado por:

$$z = z_v + b_i\sigma_i e_i \quad (6.20)$$

$$\Delta z = z - z_v = b_i\sigma_i e_i \quad (6.21)$$

onde  $z_v$  é o valor calculado para as medidas a partir de  $x_v$  ( $z_v$  contém as medidas sem erros grosseiros nem erros aleatórios),  $x_v$  é o vetor com o estado verdadeiro e  $e_i$  é um vetor nulo exceto pelo  $i$ -ésimo elemento que é unitário. Se o estado for estimado a partir das medidas  $z_v$  o vetor de resíduos será nulo.

Da relação de sensibilidade 6.9 segue que:

$$\Delta \hat{r} = \hat{r} = R_{\hat{r}} W \Delta z = (b_i \sigma_i^{-1}) R_{\hat{r}} e_i \quad (6.22)$$

onde  $R_{\hat{r}} e_i$  é a  $i$ -ésima coluna de  $R_{\hat{r}}$ .

O vetor de resíduos normalizados é dado por:

$$r^n = \text{diag}(R_{\hat{r}})^{-1/2} \hat{r} = b_i \sigma_i^{-1} \text{diag}(R_{\hat{r}})^{-1/2} R_{\hat{r}} e_i \quad (6.23)$$

Na forma matricial a equação anterior pode ser escrita como:

$$r^n = b_i \sigma_i^{-1} \begin{pmatrix} \rho_{1i}^2 \rho_{11}^{-1} \\ \vdots \\ \rho_{ii} \\ \vdots \\ \rho_{ji}^2 \rho_{jj}^{-1} \\ \vdots \\ \rho_{mi}^2 \rho_{mm}^{-1} \end{pmatrix} \quad (6.24)$$

Dividindo um resíduo genérico  $r_j^n$  pelo resíduo  $r_i^n$  que está associado à medida que contém erro grosseiro, tem-se:

$$\frac{r_j^n}{r_i^n} = \frac{|\rho_{ji}^2|}{\rho_{jj} \rho_{ii}} = |\gamma_{ji}| \leq 1 \quad (6.25)$$

e, portanto,

$$r_i^n \geq r_j^n \quad (6.26)$$

Assim, no processo de estimação de estado quando somente uma medida possui erro grosseiro e as demais medidas são perfeitas (livres de erros grosseiros e erros aleatórios), a medida com erro grosseiro apresentará o maior resíduo normalizado em valor absoluto. Podem existir outras medidas com resíduo normalizado de mesmo valor, porém, nenhuma delas apresentará um resíduo normalizado maior que o da medida  $z_i$ .

### 6.3.5 Algoritmo baseado nos resíduos normalizados

Admitindo que as medidas realizadas por um medidor seguem uma distribuição normal, 99,7% dessas medidas estão na faixa  $\pm 3\sigma_i$ . Se  $\hat{b}\sigma_i$  está fora dessa faixa, então a medida  $z_i$  contém erro grosseiro. O limite de detecção de erros grosseiros normalmente adotado é de  $3\sigma_i$  ou  $4\sigma_i$ . O algoritmo de detecção e identificação é descrito a seguir:

**Algoritmo 6.1:**

*i* Determine o estado estimado  $\hat{x}$  com todas as medidas disponíveis.

*ii* Calcule os resíduos normalizados

$$r_j^n = \frac{r_j}{\rho_{jj}} = \frac{z_j - h_j(\hat{x})}{\rho_{jj}} \quad (6.27)$$

para todas as medidas  $j = 1, 2, \dots, \mu$ .

*iii* Encontre a medida com o maior resíduo normalizado em valor absoluto ( $\max |r_i^n|$ ).

*iv* Se  $\max |r_i^n|$  for maior que 3 vá para o passo *v*. Caso contrário pare,  $z_i$  não contém erro grosseiro.

*v* Remova  $z_i$  do conjunto de medidas disponíveis. Volte ao passo *i*.

*vi* Fim.

Observações:

- No passo *iv*, quando o resíduo normalizado é maior que 3 significa que a medida  $z_i$  possui um erro maior que três vezes o seu desvio padrão.
- No passo *v*, ao invés de eliminar a medida  $z_i$  é possível substituí-la por uma pseudomedida ou corrigi-la dependendo do grau de redundância das medidas.

O método do maior resíduo normalizado foi aplicado a diversos casos de erros na estimação de estado generalizada trifásica. Esse método mostrou-se eficiente nos casos de erros simples e erros múltiplos não interativos. Nos casos onde os erros interagem entre si e, principalmente, nos casos onde os erros são conformativos, o processo de identificação apresentou falhas. Nesses casos, o maior resíduo normalizado foi associado a medidas que não possuíam erros, mas que possuíam elevada correlação com as medidas defeituosas. Normalmente, as medidas em pontos eletricamente próximos às medidas defeituosas foram apontadas como sendo portadoras de erros grosseiros.

## 6.4 Estudo de Caso

O sistema de teste é o mesmo utilizado no Capítulo 3. Seu diagrama é apresentado na Figura 6.2. Esse sistema possui seis barras, um gerador e um transformador conectado em delta/estrela-aterrado. Os seus dados são apresentados no Apêndice A. As variâncias adotadas para as medidas são apresentadas na Tabela 6.2 e as medidas disponíveis para estimação de estado são apresentadas na Tabela 6.3. Essas medidas são perfeitas e, portanto, não possuem qualquer tipo de erro além daqueles associados ao seu arredondamento. Todas as medidas de injeção nula associadas à topologia da rede são utilizadas. O valor de corte adotado foi de três vezes o desvio padrão.

São apresentados três casos de detecção e identificação de erros que sintetizam o comportamento do método do maior resíduo normalizado. No primeiro caso, são alocados erros simultâneos nas medidas  $P_{2,3}^a$ ,  $V_1^b$  e  $Q_5^c$  conforme a Tabela 6.4. Na Tabela 6.5 apresentam-se os cinco maiores resíduos normalizados obtidos a cada iteração do processo. Ao fim de cada iteração a medida deteriorada é removida. Na primeira iteração, a medida  $V_1^b$  é suspeita de conter erro grosseiro, já que ela apresenta o maior resíduo normalizado. Como o seu resíduo normalizado é maior que o valor de corte adotado, a suspeita é confirmada e, portanto, essa medida contém erro. Na segunda e na terceira iterações são detectados erros nas medidas  $P_{2,3}^a$  e  $Q_5^c$  respectivamente. Na quarta iteração, o maior resíduo normalizado é menor que o valor de corte e, portanto, não há mais medidas corrompidas. Assim, o método mostrou-se eficaz na identificação de erros não interativos.

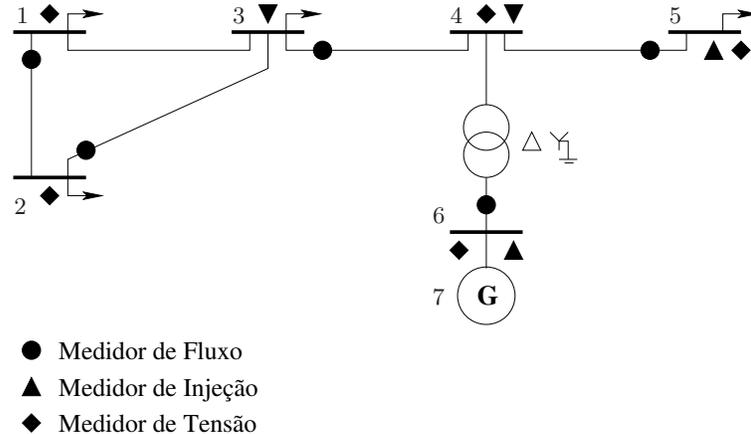


Figura 6.2: Sistema trifásico de seis barras

Tabela 6.2: Variâncias e desvios padrões adotadas para as medidas

Tipo de Medida	Variância ( $\sigma^2$ )	Desvio Padrão ( $\sigma$ )
Tensões	$1 \times 10^{-3}$	0,0316
Fluxos (ativos e reativos)	$1 \times 10^{-3}$	0,0316
Injeções não Nulas (ativas e reativas)	$1 \times 10^{-3}$	0,0316
Injeções Nulas (ativas e reativas)	$1 \times 10^{-8}$	$1 \times 10^{-4}$

Tabela 6.3: Medidas não nulas disponíveis

Tipo	de	p/	Valores Medidos		
			$\phi^a$	$\phi^b$	$\phi^c$
<i>P</i>	3	3	-0,9009	-0,8408	-0,7808
<i>P</i>	5	5	-0,6006	-0,9009	-0,8408
<i>Q</i>	3	3	-0,1502	-0,2703	-0,3003
<i>Q</i>	5	5	-0,3003	-0,3003	-0,3003
<i>P</i>	6	4	4,1148	4,3132	4,0127
<i>P</i>	1	2	0,6985	0,5944	0,7244
<i>P</i>	2	3	-0,5049	-0,4835	-0,4194
<i>P</i>	3	4	-3,4629	-3,3034	n.d
<i>P</i>	5	4	-0,6006	-0,9009	-0,8408
<i>Q</i>	1	2	0,1229	-0,0591	0,0992
<i>Q</i>	2	3	-0,3388	-0,4963	-0,2199
<i>Q</i>	3	4	-0,8209	-0,9819	n.d
<i>Q</i>	5	4	-0,3003	-0,3003	-0,3003
<i>Q</i>	6	4	1,8257	1,8659	2,0410
<i>V</i>	1	1	0,9986	0,9606	n.d
<i>V</i>	2	2	0,9958	n.d	0,9999
<i>V</i>	4	4	1,0159	n.d	n.d
<i>V</i>	5	5	1,0099	n.d	0,9988
<i>V</i>	6	6	1,0500	1,0381	1,0280

n.d - medida não disponível.

As injeções nulas não são apresentadas.

Tabela 6.4: Erros múltiplos não iterativos

Medida	Valor Correto	Erro	Identificado
$P_{2,3}^a$	-0,5049 pu	+0,15pu	Sim
$V_1^b$	0,9606 pu	+0,20pu	Sim
$Q_5^c$	-0,3003 pu	-0,15pu	Sim

Tabela 6.5: Maiores resíduos normalizados - erros não iterativos

Iteração 1		Iteração 2		Iteração 3		Iteração 4	
Medida	$r_i^n$	Medida	$r_i^n$	Medida	$r_i^n$	Medida	$r_i^n$
$V_1^b$	5,8514	$P_{2,3}^a$	3,9443	$Q_5^c$	3,4094	$V_6^c$	0,0014
$P_{1,2}^a$	3,7410	$P_{1,2}^a$	3,9171	$Q_{5,4}^c$	3,1894	$V_1^a$	0,0013
$P_{2,3}^a$	3,6966	$Q_5^c$	3,3865	$Q_3^c$	0,6031	$Q_{3,4}^b$	0,0011
$Q_5^c$	3,4595	$Q_{5,4}^c$	3,2125	$P_3^b$	0,5011	$P_{3,4}^b$	0,0010
$Q_{5,4}^c$	3,1395	$P_3^a$	2,7255	$P_3^a$	0,3663	$P_3^b$	0,0009

Nas Equações 6.28 e 6.29 são apresentadas porções das matrizes de covariância dos resíduos normalizados e da matriz de covariância dos resíduos estimados. As medidas são dispostas nas matrizes segundo a ordem:  $P_5^a$ ,  $P_5^b$ ,  $P_5^c$ ,  $Q_5^a$ ,  $Q_5^b$ ,  $Q_5^c$ ,  $P_{5,4}^a$ ,  $P_{5,4}^b$  e  $P_{5,4}^c$ . Nessas matrizes, os elementos de maior valor absoluto indicam que há uma maior correlação entre os resíduos das medidas envolvidas. Assim, por exemplo, o elemento  $R_{r,n}(2,8)$  indica que a medida  $P_5^b$  possui maior correlação com a medida  $P_{5,4}^b$  do que com as demais medidas mostradas. Além disso, se a medida  $P_5^b$  estiver corrompida, a medida  $P_{5,4}^b$  será uma das mais afetadas entre as medidas presentes nas matrizes de covariância apresentadas.

No segundo e terceiro casos analisados foram alocados erros nas medidas  $P_5^b$  e  $P_{5,4}^b$ . Esses erros possuem elevada correlação e, portanto, eles são iterativos. No primeiro caso, os erros acrescidos às medidas  $P_5^b$  e  $P_{5,4}^b$  são não conformativos e, no segundo caso, esses erros são conformativos. Os valores dos erros adicionados às medidas são mostrados respectivamente nas Tabelas 6.6 e 6.7.

Nas Tabelas 6.8 e 6.9 são apresentados os cinco maiores resíduos normalizados em cada iteração dos segundo e terceiro casos. Na primeira iteração do segundo caso a medida corrompida  $P_5^b$  é identificada. Na segunda iteração do segundo caso a medida corrompida  $P_{5,4}^b$  é identificada. Na terceira iteração desse caso indica-se que não há mais erros. Portanto, o método do maior resíduo normalizado mostrou-se eficaz na detecção e identificação de erros iterativos não conformativos.

Na primeira iteração do terceiro caso estudado, a medida  $P_{3,4}^b$  apresenta o maior resíduo normalizado, entretanto, essa medida não contém erro grosseiro e o processo de identificação está incorreto. Nesse caso, o método é capaz de detectar a presença do erro, porém, ele não é capaz de informar quais as medidas corrompidas. Em geral, dependendo da amplitude dos erros conformativos e da

redundância no conjunto de medidas, o método do maior resíduo normalizado é capaz de detectar a presença de erros, mas falha na identificação das medidas corrompidas.

$$R_{r^n} = \begin{pmatrix} 1,0000 & 0,0428 & 0,0123 & 0,0216 & 0,0672 & -0,0220 & -0,8303 & 0,0428 & 0,0123 \\ 0,0428 & 1,0000 & 0,0019 & -0,0752 & 0,0477 & 0,0086 & 0,0428 & -0,7638 & 0,0019 \\ 0,0123 & 0,0019 & 1,0000 & 0,0146 & -0,0148 & 0,0026 & 0,0123 & 0,0019 & -0,9383 \\ 0,0216 & -0,0752 & 0,0146 & 1,0000 & 0,0224 & -0,0031 & 0,0216 & -0,0752 & 0,0146 \\ 0,0672 & 0,0477 & -0,0148 & 0,0224 & 1,0000 & 0,0013 & 0,0672 & 0,0477 & -0,0148 \\ -0,0220 & 0,0086 & 0,0026 & -0,0031 & 0,0013 & 1,0000 & -0,0220 & 0,0086 & 0,0026 \\ -0,8303 & 0,0428 & 0,0123 & 0,0216 & 0,0672 & -0,0220 & 1,0000 & 0,0428 & 0,0123 \\ 0,0428 & -0,7638 & 0,0019 & -0,0752 & 0,0477 & 0,0086 & 0,0428 & 1,0000 & 0,0019 \\ 0,0123 & 0,0019 & -0,9383 & 0,0146 & -0,0148 & 0,0026 & 0,0123 & 0,0019 & 1,0000 \end{pmatrix} \quad (6.28)$$

$$R_{\hat{r}} = \begin{pmatrix} 0,5463 & 0,0238 & 0,0066 & 0,0120 & 0,0371 & -0,0117 & -0,4537 & 0,0238 & 0,0066 \\ 0,0238 & 0,5669 & 0,0010 & -0,0425 & 0,0269 & 0,0047 & 0,0238 & -0,4331 & 0,0010 \\ 0,0066 & 0,0010 & 0,5159 & 0,0079 & -0,0080 & 0,0013 & 0,0066 & 0,0010 & -0,4841 \\ 0,0120 & -0,0425 & 0,0079 & 0,5638 & 0,0126 & -0,0017 & 0,0120 & -0,0425 & 0,0079 \\ 0,0371 & 0,0269 & -0,0080 & 0,0126 & 0,5580 & 0,0007 & 0,0371 & 0,0269 & -0,0080 \\ -0,0117 & 0,0047 & 0,0013 & -0,0017 & 0,0007 & 0,5167 & -0,0117 & 0,0047 & 0,0013 \\ -0,4537 & 0,0238 & 0,0066 & 0,0120 & 0,0371 & -0,0117 & 0,5463 & 0,0238 & 0,0066 \\ 0,0238 & -0,4331 & 0,0010 & -0,0425 & 0,0269 & 0,0047 & 0,0238 & 0,5669 & 0,0010 \\ 0,0066 & 0,0010 & -0,4841 & 0,0079 & -0,0080 & 0,0013 & 0,0066 & 0,0010 & 0,5159 \end{pmatrix} \quad (6.29)$$

Tabela 6.6: Erros iterativos não conformativos

Medida	Valor Correto	Erro	Identificado
$P_5^b$	-0,9009 pu	-0,30 pu	Sim
$P_{5,4}^b$	-0,9009 pu	+0,20pu	Sim

Tabela 6.7: Erros iterativos conformativos

Medida	Valor Correto	Erro	Identificado
$P_5^b$	-0,9009 pu	+0,20 pu	Não
$P_{5,4}^b$	-0,9009 pu	+0,25 pu	Não

Portanto, desde que haja redundância suficiente para permitir a detecção e a identificação de erros grosseiros, o método do maior resíduo normalizado é eficaz na identificação e detecção de erros grosseiros simples, erros múltiplos não interativos e erros múltiplos interativos não conformativos. Por fim, nos testes apresentados após a remoção das medidas com erro os resíduos normalizados são pequenos, isso ocorre pois foram utilizadas medidas perfeitas.

Tabela 6.8: Maiores resíduos normalizados - erros iterativos não conformativos

Iteração 1		Iteração 2		Iteração 3	
Medida	$r_i^n$	Medida	$r_i^n$	Medida	$r_i^n$
$P_5^b$	10,7820	$P_{5,4}^b$	3,0470	$Q_{3,4}^b$	0,0016
$P_{5,4}^b$	10,2221	$P_{3,4}^b$	2,7307	$V_6^c$	0,0016
$P_{3,4}^b$	0,7397	$P_{6,4}^b$	1,9678	$V_1^a$	0,0015
$P_{6,4}^b$	0,5427	$Q_{3,4}^a$	1,4679	$V_1^b$	0,0014
$Q_{3,4}^a$	0,4102	$Q_{3,4}^b$	1,0296	$P_3^c$	0,0010

Tabela 6.9: Maiores resíduos normalizados - erros iterativos conformativos

Iteração 1		Iteração 2	
Medida	$r_i^n$	Medida	$r_i^n$
$P_{3,4}^b$	3,3387	$P_3^b$	1,5575
$P_{6,4}^b$	2,4404	$P_{5,4}^b$	1,3480
$P_{5,4}^b$	2,3241	$Q_3^c$	1,2036
$Q_{3,4}^a$	1,8475	$Q_{3,4}^a$	0,9192
$Q_{3,4}^b$	1,3460	$P_{3,4}^b$	0,8949

## 6.5 Erros Topológicos

A ocorrência de erro na topologia da rede pode ser extremamente prejudicial à qualidade da estimação de estado, principalmente se simultaneamente aos erros topológicos ocorrem erros nas medidas analógicas que sejam conformativos. Os erros topológicos mais comuns estão associados à conexão de linhas de transmissão, à configuração das subestações e à conexão de cagas e *shunts* em barras. Neste trabalho são considerados erros na conexão de linhas e na configuração das subestações causados por erros no estado de chaves e disjuntores.

O tratamento de erros topológicos é realizado simultaneamente ao tratamento de erro nas medidas. Conforme foi discutido, para cada fase de uma chave trifásica são incluídas restrições e variáveis de estado no problema de estimação de estado. A partir da análise dos resíduos normalizados associados a essas restrições ou dos multiplicadores de Lagrange normalizados associados a elas, é possível concluir se há ou não erros no estado das chaves e, conseqüentemente, erros na topologia da rede. A seguir, é apresentado o método dos multiplicadores de Lagrange normalizados. Nos casos estudados são incluídas situações de detecção e identificação de erros topológicos e de erros em medidas analógicas. O tratamento de erros topológicos a partir do método dos resíduos normalizados não é discutido, pois os resultados obtidos com os dois métodos para o tratamento de erros topológicos são similares.

## 6.6 Multiplicadores de Lagrange Normalizados

O tratamento de erros grosseiros utilizando os multiplicadores de Lagrange normalizados foi proposto em [Clements and Simões-Costa, 1998]. Nesse trabalho, mostra-se que na ausência de erros grosseiros nas medidas regulares e nas restrições de igualdade, os multiplicadores são variáveis aleatórias com média zero e matriz de variância conhecida. Assim, os multiplicadores de Lagrange têm comportamento semelhante ao vetor de resíduos normalizados na identificação de erros grosseiros nas medidas regulares e na topologia da rede. Para obtenção dos multiplicadores de Lagrange supõe-se que a estimação de estado generalizada trifásica é realizada a partir do *tableau* esparso de Hachtel. Assim, considere o problema a seguir:

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & J(x) = \frac{1}{2}r'r \\ \text{s.a} \quad & r = z - h(x) \\ & c(x) = 0 \end{aligned}$$

Otimizando a função Lagrangeana associada a esse problema é possível escrevê-la na forma do *tableau* esparso conforme a Equação 6.30. Nesse *tableau* os vetores  $\Gamma$  e  $\Lambda$  contêm respectivamente os multiplicadores de Lagrange associados aos resíduos das medidas regulares e aos resíduos das restrições de igualdade.

$$\begin{bmatrix} R_z & 0 & H \\ 0 & 0 & C \\ H' & C' & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Gamma \\ \Lambda \\ \Delta x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r \\ -c \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.30)$$

No ponto de convergência, obtêm-se do *tableau* as seguintes condições:

$$\begin{aligned} R_z\Gamma &= r \\ H'\Gamma + C'\Lambda &= 0 \end{aligned} \quad (6.31)$$

### 6.6.1 Análise dos erros nas medidas regulares e nas restrições de igualdade

Considere que o estado estimado e o estado verdadeiro de uma rede sejam respectivamente  $\hat{x}$  e  $x_v$ . Assim, o erro associado ao estado dessa rede é dado por  $\tilde{x} = \hat{x} - x_v$ . A expansão em série de Taylor dos vetores de medidas regulares e de restrições de igualdade em torno do estado estimado  $\hat{x}$ , é:

$$\begin{bmatrix} h(\hat{x}) \\ c(\hat{x}) \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} h(x_v) \\ c(x_v) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} H \\ C \end{bmatrix} \hat{x} \quad (6.32)$$

e a aproximação linearizada correspondente ao vetor de resíduos é:

$$r = \begin{bmatrix} z - h(x_v) \\ -c(x_v) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} H \\ C \end{bmatrix} \tilde{x} = \begin{bmatrix} \Delta z \\ \Delta c \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} H \\ C \end{bmatrix} \tilde{x} \quad (6.33)$$

Substituindo as expressões linearizadas das Equações 6.32 e 6.33 nas Equações 6.31, tem-se:

$$\left[ \begin{array}{cc|c} R_z & 0 & H \\ 0 & 0 & C \\ \hline H' & C' & 0 \end{array} \right] \begin{bmatrix} \Gamma \\ \Lambda \\ \tilde{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta z \\ \Delta c \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.34)$$

Portanto, os multiplicadores de Lagrange e o erro no estado estimado  $\tilde{x}$  estão relacionados a  $\Delta z$  e  $\Delta c$  por:

$$\begin{bmatrix} \Gamma \\ \Lambda \\ \tilde{x} \end{bmatrix} = \left[ \begin{array}{cc|c} R_z & 0 & H \\ 0 & 0 & C \\ \hline H' & C' & 0 \end{array} \right]^{-1} \begin{bmatrix} \Delta z \\ \Delta c \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.35)$$

onde:

$$\left[ \begin{array}{cc|c} R_z & 0 & H \\ 0 & 0 & C \\ \hline H' & C' & 0 \end{array} \right]^{-1} = \left[ \begin{array}{c|c} V & U \\ \hline U' & -\Sigma \end{array} \right] \quad (6.36)$$

E os multiplicadores de Lagrange são calculados por:

$$w = \begin{bmatrix} \Gamma \\ \Lambda \end{bmatrix} = V \begin{bmatrix} \Delta z \\ \Delta c \end{bmatrix} \quad (6.37)$$

Portanto, se não há erros nas restrições de igualdade e se os erros nas medidas são variáveis aleatórias de média zero e matriz de covariância  $R_z$ , então, os multiplicadores de Lagrange têm

média zero ( $E\{\Omega\} = 0$ ) e sua matriz de covariância é  $E\{\Omega \Omega'\} = V'$ . Como consequência, os multiplicadores de Lagrange normalizados são variáveis aleatórias de média nula e variância unitária e, portanto, podem ser utilizados na detecção e na identificação de erros grosseiros nas medidas regulares e no estado de chaves e disjuntores.

### 6.6.2 Algoritmo baseado nos multiplicadores de Lagrange normalizados

Define-se os multiplicadores de Lagrange normalizados  $w_i^n$  como:

$$w_i^n = \frac{w_i}{\sqrt{V_{ii}}} \quad (6.38)$$

Para as medidas regulares os multiplicadores de Lagrange normalizados são iguais aos resíduos normalizados. Assim, o algoritmo de detecção e identificação de erros que utiliza os multiplicadores de Lagrange normalizados é similar ao apresentado para os resíduos normalizados.

Em [Clements and Simões-Costa, 1998] mostra-se que se apenas a  $j$ -ésima medida ou restrição contiver erro grosseiro, a magnitude do multiplicador de Lagrange normalizado associado a ela ( $|w_j^n|$ ) não é menor que a magnitude de nenhum outro multiplicador de Lagrange normalizado (veja o Apêndice C), ou seja,

$$|w_j^n| \geq |w_i^n| \quad (6.39)$$

Portanto, de acordo com a Equação 6.39 e admitindo que as medidas realizadas seguem uma distribuição normal, é possível construir um algoritmo que permite a identificação das medidas portadoras de erro como segue.

#### Algoritmo 6.2:

- i* Determine o estado estimado  $\hat{x}$  com todas as medidas disponíveis.
- ii* Calcule os multiplicadores de Lagrange normalizados  $w_j^n$  para todas as medidas  $j = 1, 2, \dots, \mu$ .
- iii* Encontre a medida com o maior multiplicador de Lagrange normalizado em valor absoluto ( $\max|w_i^n|$ ).
- iv* Se  $\max|w_i^n|$  for maior que 3 vá para o passo *v*. Caso contrário pare,  $z_i$  não contém erro grosseiro.
- v* Remova  $z_i$  do conjunto de medidas disponíveis. Volte ao passo *i*.

Observações:

- No passo *iv*, quando  $\max|w_i^n|$  é maior que 3 significa que a medida  $z_i$  possui um erro maior que três vezes o seu desvio padrão.



casos onde ocorrem erros nas medidas regulares e no estado das chaves.

Tabela 6.10: Variâncias e desvios padrões adotadas para as medidas/pseudomedidas

Tipo de Medida	Variância ( $\sigma^2$ )	Desvio Padrão ( $\sigma$ )
Tensões	$1 \times 10^{-3}$	0,0316
Injeções não nulas (ativas e reativas)	$2 \times 10^{-3}$	0,0447
Fluxos (ativos e reativos)	$1 \times 10^{-3}$	0,0316

Tabela 6.11: Medidas não nulas disponíveis

Tipo	de	p/	Valores Medidos		
			$\phi^a$	$\phi^b$	$\phi^c$
<i>P</i>	10	6	-0,8055	-0,3057	-0,8882
<i>P</i>	2	4	-3,7155	-3,5827	-3,7630
<i>Q</i>	10	6	-1,5069	-1,2575	-1,4895
<i>Q</i>	2	4	-0,3283	-0,2719	-0,2837
<i>P</i>	3	1	n.d	n.d	0,7037
<i>P</i>	5	2	-3,0269	-2,6251	-2,7829
<i>P</i>	7	2	-0,6981	-0,9139	n.d
<i>Q</i>	3	1	n.d	n.d	-0,3534
<i>Q</i>	5	2	-0,6864	-0,6936	-0,4681
<i>Q</i>	7	2	0,0462	0,1090	n.d
<i>P</i>	8	9	-1,2408	-1,0096	-1,0772
<i>Q</i>	8	9	-0,5661	-0,5150	-0,4078
<i>P</i>	1	1	-1,0851	-0,9222	-1,1990
<i>P</i>	7	7	-1,0333	-0,8917	-1,1859
<i>P</i>	8	8	-1,2507	-1,0337	-1,0825
<i>P</i>	9	9	-1,2263	-1,0113	-1,0667
<i>Q</i>	1	1	-0,5416	-0,4153	-0,5958
<i>Q</i>	7	7	-0,5381	-0,4236	-0,5991
<i>Q</i>	8	8	-0,5418	-0,5095	-0,4266
<i>Q</i>	9	9	-0,5382	-0,5081	-0,4158
<i>V</i>	2	2	1,0385	1,0317	n.d
<i>V</i>	6	6	1,0485	1,0499	1,0719
<i>V</i>	8	8	n.d	1,0375	1,0288

n.d - medida não disponível.

As injeções nulas não são apresentadas.

### 6.7.1 Erros simples

Os erros simples são aqueles que acontecem em uma única medida ou em única fase de uma chave da rede. Na Tabela 6.12 apresenta-se um erro simples em uma medida regular. Na Tabela 6.13 apresentam-se os cinco maiores multiplicadores de Lagrange normalizados a cada iteração do processo de detecção e identificação desse erro. Na primeira iteração, o maior multiplicador de

Lagrange normalizado está associado à medida corrompida, portanto, o processo de identificação da medida defeituosa é eficaz. Na segunda iteração, o maior multiplicador normalizado é menor que o valor de corte  $e$ , portanto, não há mais medidas corrompidas.

Tabela 6.12: Erro simples em medida regular

Medida	Erro	Valor Correto
$P_{5,2}^a$	-0,316 pu	-3,0269 pu

Tabela 6.13: Multiplicadores de Lagrange normalizados

Iteração 1		Iteração 2	
Medida	$w_i^n$	Medida	$w_i^n$
$P_{5,2}^a$	7,8231	$P_2^c$	1,7563
$P_2^a$	6,5361	$P_{5,2}^c$	1,5155
$\theta_{5,9}^a$	4,6439	$P_{10}^c$	1,3002
$\theta_{3,9}^a$	4,6439	$P_1^c$	1,3002
$\theta_{1,10}^a$	4,6401	$P_7^c$	1,3002

Na Tabela 6.14 apresenta-se um caso de erro no estado da fase  $c$  da chave que conecta as seções de barramento 3 e 9 (chave 05). Como se supõe que a fase  $c$  da chave 05 está aberta, inclui-se no problema as restrições  $Pr_{3,9}^c = 0$  e  $Qr_{3,9}^c = 0$ . Na Tabela 6.15 apresentam-se os cinco maiores multiplicadores de Lagrange normalizados para cada iteração do processo. Na primeira iteração, o multiplicador de Lagrange normalizado associado à restrição  $Pr_{3,9}^c$  é o maior, portanto, essa restrição foi violada indicando que o estado da chave 05 contém erro. No caso apresentado, a violação ocorreu na restrição ativa associada à fase da chave, entretanto, essa violação poderia ter ocorrido na restrição reativa. Portanto, se o maior  $w_i^n$  está ligado a uma das restrições associadas a uma chave, o estado dessa chave está incorreto e sua correção é realizada invertendo o estado da chave. Ao fim de cada iteração, o erro detectado é removido, ora pela correção do estado da chave, ora pela remoção da medida com erro.

Ao realizar o estudo para detecção e identificação de erros grosseiros recomenda-se limitar o número de iterações do estimador de estado ou adotar uma tolerância de convergência maior, já que nos casos de erros no estado de chaves a convergência do estimador pode se tornar lenta aumentando o tempo do processo. Nos casos apresentados, limitou-se em 10 o número de iterações, mas a partir da terceira iteração a identificação já pode ser realizada com sucesso.

Tabela 6.14: Erro simples na topologia (estado de chaves)

Chave	Erro	Estado Correto
$Ch_{05}^c$	Aberto	Fechado

Tabela 6.15: Multiplicadores de Lagrange normalizados

Iteração 1		Iteração 2	
Medida	$w_i^n$	Medida	$w_i^n$
$Pr_{3,9}^c$	25,6770	$P_2^c$	1,7585
$P_3^c$	22,9789	$P_{5,2}^c$	1,5087
$P_{3,1}^c$	22,2529	$P_{2,4}^c$	1,2990
$P_{3,8}^c$	21,7023	$P_7^c$	1,2957
$Q_{3,9}^c$	13,8261	$P_{10}^c$	1,2957

### 6.7.2 Erros múltiplos não iterativos

Nesta seção, apresenta-se um caso onde ocorrem erros simultâneos no estado da fase  $b$  da chave que conecta as seções de barramento 8 e 9 (chave 07) e um erro no fluxo de potência reativa da fase  $c$  do transformador alocado entre as barras 10 e 6. Esses erros são descritos na Tabela 6.16. Na Tabela 6.17 apresentam-se os cinco maiores multiplicadores de Lagrange normalizados a cada iteração do processo de identificação de erros grosseiros.

Na primeira iteração do processo, a restrição  $Pr_{8,9}^b$  é violada e, portanto, identifica-se o erro na chave 07. Na segunda iteração, o maior multiplicador está associado ao fluxo  $Q_{10,6}^c$  e, portanto, identifica-se o erro nessa medida. Na terceira etapa do processo, o maior multiplicador é menor que o valor de corte adotado indicando a ausência de erros grosseiros.

Tabela 6.16: Erros não iterativos

Elemento	Erro	Estado Correto
$Q_{10,6}^c$	-0,3160 pu	-1,4895 pu
$Ch_{07}^b$	Aberto	Fechado

Tabela 6.17: Multiplicadores de Lagrange normalizados - erros não iterativos

Iteração 1		Iteração 2		Iteração 3	
Medida	$w_i^n$	Medida	$w_i^n$	Medida	$w_i^n$
$Pr_{8,9}^b$	42,8067	$Q_{10,6}^c$	6,0955	$P_2^c$	1,7602
$P_{8,9}^b$	31,9264	$Q_1^c$	5,3554	$P_{5,2}^c$	1,5188
$Pr_{3,8}^b$	28,5197	$Q_7^c$	5,3554	$P_{2,4}^c$	1,2983
$Pr_{5,8}^b$	28,5197	$Q_{10}^c$	5,3554	$P_7^c$	1,2945
$P_8^b$	23,1142	$P_6^c$	3,1206	$P_1^c$	1,2945

### 6.7.3 Erros iterativos em medidas

Nesta seção são tratados dois casos. No primeiro caso, os erros nas medidas são não conformativos e, no segundo, esses erros são conformativos. Na Tabela 6.18 apresentam-se os valores corretos das medidas e os valores supostos para essas medidas.

Os cinco maiores multiplicadores de Lagrange normalizados obtidos para cada iteração do processo de identificação são mostrados na Tabela 6.19. Nas duas primeiras iterações são identificados os erros nas medidas  $P_{2,4}^a$  e  $P_{5,2}^a$ . Na terceira iteração, o maior multiplicador de Lagrange indica que não há mais medidas portadoras de erro.

Tabela 6.18: Erros iterativos não conformativos

Medidas	Erro	Valor Correto
$P_{2,4}^a$	+0,4740 pu	-3,7155
$P_{5,2}^a$	-0,3160 pu	-3,0269

Tabela 6.19: Multiplicadores de Lagrange normalizados - erros iterativos não conformativos

Iteração 1		Iteração 2		Iteração 3	
Medida	$w_i^n$	Medida	$w_i^n$	Medida	$w_i^n$
$P_{2,4}^a$	16,5661	$P_{5,2}^a$	6,8746	$P_2^c$	1,7709
$P_2^a$	16,1898	$P_2^a$	5,3642	$P_{5,2}^c$	1,6393
$P_{5,2}^a$	13,0875	$\theta_{5,9}^a$	5,2194	$P_{10,6}^b$	1,4994
$\theta_{7,10}^a$	8,3207	$\theta_{3,9}^a$	5,2194	$P_{10}^c$	1,3737
$Q_4^b$	3,9411	$\theta_{1,10}^a$	5,2049	$P_1^c$	1,3737

No segundo caso estudado os erros são conformativos, ou seja, eles possuem uma elevada correlação e ainda concordam entre si. Nesse caso, acontecem erros simultâneos nas medidas conforme a Tabela 6.20.

Tabela 6.20: Erros conformativos

Medidas	Erro	Valor Correto
$P_{2,4}^a$	-0,3160 pu	-3,7155
$P_{5,2}^a$	-0,3160 pu	-3,0269

Os cinco maiores multiplicadores de Lagrange normalizados obtidos na primeira iteração do processo de identificação de erros são mostrados na Tabela 6.21. Nessa iteração, a medida  $P_3^a$  apresenta o maior multiplicador de Lagrange normalizado e é apontada como portadora de erro. Portanto, o método é capaz de detectar a presença de medidas com erro, mas ele não é capaz de identificar essas medidas.

Tabela 6.21: Multiplicadores de Lagrange normalizados - erros interativos conformativos

Iteração 1	
Medida	$w_i^n$
$P_9^a$	5,7293
$P_5^a$	5,7293
$P_3^a$	5,7293
$\theta_{5,9}^a$	5,6088
$\theta_{3,9}^a$	5,6088

## 6.8 Conclusões

Neste Capítulo foram apresentados os métodos do maior resíduo normalizado e do maior multiplicador de Lagrange normalizado para a detecção e identificação de erros grosseiros em medidas. O primeiro deles foi aplicado a redes trifásicas em sua formulação barra/ramo e o segundo foi aplicado a redes trifásicas generalizadas e, portanto, na determinação de erros em medidas e erros topológicos.

Os métodos estudados mostraram-se bastante eficientes na detecção e identificação de erros simples e erros múltiplos não interativos. Nos casos onde os erros são interativos e, principalmente, nos casos onde os erros são conformativos podem ocorrer falhas no processo de identificação. Essas falhas estão associadas à baixa redundância do conjunto de medidas.

## Capítulo 7

# Conclusões

Desde a sua definição em 1969 por Fred C. Schweppe, J. Wildes e D. Rom, a estimação de estado em sistemas de energia elétrica tem sido amplamente estudada. Atualmente, a estimação de estado vem evoluindo para uma modelagem mais completa, capaz de tratar variáveis não consideradas no modelo barra/ramo das redes. Entre os avanços mais significativos dos últimos anos destaca-se a modelagem dos elementos de impedância nula proposta em [Monticelli and Garcia, 1991] e formalizada para a modelagem de chaves e disjuntores em [Monticelli, 1993a] e [Monticelli, 1993b]. A partir desses avanços iniciou-se uma nova fase na estimação de estado, onde o estado de chaves e disjuntores, bem como os parâmetros dos componentes da rede são passíveis de estimação, o que deu origem à chamada estimação de estado generalizada. O termo generalizada refere-se às novas variáveis de estado incluídas no problema devido à modelagem das chaves e disjuntores.

Neste trabalho, a filosofia generalizada da estimação de estado foi aplicada a redes trifásicas de energia elétrica nas quais os desbalanços nas cargas e os desequilíbrios na rede são considerados. A utilização dessa modelagem leva a um grau de detalhamento superior ao dos modelos monofásicos e, conseqüentemente, o estado estimado é mais preciso. Além disso, a modelagem trifásica permite que os sistemas de transmissão e distribuição sejam tratados indistintamente, permitindo que a estimação de estado seja realizada simultaneamente nos diversos níveis de tensão.

Para a função estimador de estado foram implementados um método baseado na matriz ganho e um método baseado no *tableau* esparso de Hachtel. O método do *tableau* esparso de Hachtel mostrou-se mais adequado no tratamento das restrições de igualdade do problema. Entretanto, na implementação desse método é necessário tomar cuidados adicionais, já que o sistema torna-se indefinido e métodos especiais de fatoração devem ser utilizados. Além dos métodos de estimação de estado, foi apresentado o problema da definição das referências angulares na estimação de estado de ilhas observáveis sem gerador e foi proposta uma solução simples que pode ser aplicada independente

do método de estimação escolhido. Essa solução é uma das contribuições originais deste trabalho.

Para a análise de observabilidade foram apresentadas duas formas distintas de tratamento do problema. A primeira proposta baseia-se na fatoração da matriz ganho e foi inicialmente apresentada para redes monofásicas por Monticelli e Wu em [Monticelli and Wu, 1985a]. A segunda abordagem apresentada baseia-se na solução de mínima norma do estimador de estado. As ilhas observáveis identificadas com os dois métodos foram as mesmas. Com relação ao desempenho computacional, o método da solução de mínima norma mostrou-se bastante promissor, por não ser necessário realizar uma nova passagem pelo algoritmo após a remoção de medidas irrelevantes, enquanto que no primeiro método, essa passagem é necessária para verificar se as candidatas a ilhas observáveis são de fato observáveis. A análise de observabilidade baseada na solução de mínima norma é uma das principais contribuições originais deste trabalho.

Para o problema da detecção e identificação de erros grosseiros foram avaliados os métodos dos resíduos normalizados e dos multiplicadores de Lagrange normalizados apresentados para redes monofásicas em [Monticelli and Garcia, 1983] e [Clements and Simões-Costa, 1998]. Foram abordados o tratamento de erros em medidas analógicas e na topologia da rede. Os métodos avaliados apresentaram resultados similares. Na presença de erros simples, de erros múltiplos não interativos e de erros múltiplos interativos e não conformativos, ambos os métodos apresentaram um bom desempenho. Entretanto, na presença de erros múltiplos interativos conformativos, os métodos foram capazes de detectar a presença de erros, porém, foram deficientes na identificação das medidas corrompidas. Foram avaliadas variações dos métodos implementados, entretanto, os ganhos observados não foram suficientes para justificar o aumento requerido na carga computacional. O tratamento de erros grosseiros é uma tarefa bastante complexa e ainda não há uma metodologia consolidada aplicável em tempo real. Portanto, há necessidade de realização de mais pesquisas nessa área.

De modo geral, observou-se que a aplicação da estimação de estado generalizada trifásica em redes de grande porte exigiria uma elevada capacidade de processamento, o que inviabilizaria a sua execução em tempo real. Entretanto, a utilização da modelagem trifásica pode ser bastante útil na estimação de estado de regiões críticas para a operação da rede, dada a melhora alcançada na qualidade do estado estimado.

# Referências Bibliográficas

- A. Abur. A bad data identification method for linear programming state estimation. *IEEE Transactions on Power Systems*, 5(3):894–901, August 1990.
- O. Alsac, N. Vempati, B. Stott e A. Monticelli. Generalized state estimation. *IEEE Transactions on Power Systems*, 13(3):1069–1075, August 1998.
- J. Arrillaga e B. J. Harker. Fast decoupled three-phase load flow. *Proceedings of IEE*, 125(8):734–740, August 1978.
- J. Arrillaga, C. P. Arnold e B. J. Harker. *Computer Modelling of Electrical Power Systems*. John Wiley & Sons, 1983.
- E. N. Asada, A. V. Garcia e R. Romero. Identifying multiple interacting bad data in power system state estimation. *IEEE Power Engineering Society General Meeting*, pages 3013 – 3019, 12-16 June 2005.
- F. Aschmoneit, N. M. Peterson e E. C. Adrian. State estimation with equality constraints. *PICA '77 conference proceedings*, pages 427–430, 1977.
- M. E. Baran e A. W. Kelley. State estimation for real-time monitoring of distribution systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, 9(3):1601–1609, August 1994.
- J. Bunch e B. Parlett. Direct methods for solving symmetric indefinite systems of linear equations. *SIAM, Journal of numerical analysis*, 8(4):639–655, 1971.
- M. Chen e W. E. Dillon. Power system modeling. *Proceedings of IEEE*, 62(7):901–915, July 1974.
- T-H. Chen, M-S. Chen, T. Inoue, P. Kotas e E. A. Chebli. Three-phase co-generator and transformer models for distribution system analysis. *IEEE PES Winter Meeting*, PES(1):1 – 7, Feb 1991.
- K. A. Clements e G. R. Krumpholz. An algorithm for observability determination in power system state estimation. *IEEE Power Summer Meeting, San Francisco*, 1975.
- K. A. Clements e A. Simões-Costa. Topology error identification using normalized lagrange multipliers. *IEEE Transactions on Power Systems*, 13(4):347–353, August 1998.

- K. A. Clements, G. R. Krumpholz e P. W. Davis. Power system observability: A practical algorithm using network topology. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-99(4):1534–1542, July 1980.
- K. A. Clements, G. R. Krumpholz e P. W. Davis. Power system state estimation residual analysis: An algorithm using network topology. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-100(4):1779–1787, April 1981.
- K. A. Clements, G. W. Woodzell e R. C. Burchett. A new method for solving equality-constrained power system static-state estimation. *IEEE Transactions on Power Systems*, 5(4):1260–1266, Nov. 1990.
- M. C. de Almeida, E. N. Asada e A. V. Garcia. A numerical method for finding spanning trees in power system state estimation. In *International Conference on Power System Technology, 2006. PowerCon 2006. Chongqing, China*, volume 1, pages 1–6, 22-26 October 2006a.
- M. C. de Almeida, E. N. Asada e A. V. Garcia. Effects of load imbalance and system asymmetry on three-phase state estimation. In *IEEE Power Engineering Society General Meeting, 2006. Montreal, Canada*, pages 1–6, 18-22 June 2006b.
- S. R. Dorel e E. M. Dias. *Sistemas Elétricos de Potência - Regime Permanente*. Guanabara Dois, 1983.
- A. V. Garcia e M.G. Zago. Three-phase fast decoupled power flow for distribution networks. *IEE Proceedings of Generation, Transmission and Distribution*, 2(143):188–192, Mar 1996.
- A. Gjelsvik, S. Asm e L. Holtem. Hachtel's augmented matrix method - a rapid method improving numerical stability in power system static state estimation. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-104(11):2987–2993, 1985.
- B. Gou e A. Abur. A direct numerical method for observability analysis. *IEEE Transactions on Power Systems*, 15(2):625–630, May 2000.
- G. D. Hachtel. *The sparse tableau approach to finite elements assembly*. 1976.
- C. W. Hansen e A. S. Debs. Power systems estimation using three-phase models. *IEEE Transactions on Power Systems*, 10(2):818–824, May 1995.
- L. Holten, A. Gjelsvik, S. Aam, F. F. Wu e W-H. E. Liu. Comparison of different methods for state estimation. *IEEE Transactions on Power Systems*, 3(4):1798–1806, Nov. 1988.
- Y-Y. Hong e F-W. Wang. Investigation of impacts of different three-phase transformers connections and load models on unbalance in power systems by optimization. *IEEE Transactions on Power Systems*, 12(2):689–697, May 1997.

- V. K. Jain e R. D. Gupta. Identification of linear systems through a grammian technique. *International Journal of Control*, 12(3):421–431, 1970.
- J. B. A. London Jr., L. F. C. Alberto e N. G. Bretas. Analysis of measurement-set qualitative characteristics for state-estimation purposes. *IET Proceedings of Generation Transmission and Distribution*, 2007.
- W. H. Kersting, W. H. Phillips e C. Wayne. A new approach to modeling three-phase transformer connections. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 35(1):169–174, Jan/Feb 1999.
- G. N. Korres e P. J. Katsikas. Reduced model for numerical observability analysis in generalized state estimation. In *IEE Proceedings of Generation, Transmission and Distribution*, volume 152, pages 99–108, Jan 2005.
- R. L. Lugtu, D. F. Hackett, K. C. Liu e D. D. Might. Power system state estimator: detection of topological errors. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-99(6):2406–2411, 1980.
- P. A. Machado, G. P. Azevedo e A. J. Monticelli. A mixed pivoting approach to the factorization of indefinite matrices in power system state estimation. *IEEE Transactions on Power Systems*, 6(2):676–682, May 1991.
- H. M. Merrill e F. C. Schweppe. Bad data suppression in power system static state estimation. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-90(2):2718–2725, Nov/Dec 1971 1971.
- L. Milli, T. Van Cutsem e M. Ribbens-Pavella. Hypotheses testing identification: A new method for bad data analysis in power systems state estimation. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-103(11):3239–3252, November 1984.
- A. J. Monticelli. Electric power system state estimation. *Proceedings of IEEE*, 88(2):262–282, Feb 2000.
- A. J. Monticelli. Modeling circuit breakers in weighted least squares state estimation. *IEEE Transactions on Power Systems*, 8(3):1143–1149, Aug. 1993a.
- A. J. Monticelli. The impact of modeling short circuit branches in state estimation. *IEEE Transactions on Power Systems*, 8(1):364–370, Feb. 1993b.
- A. J. Monticelli. *State Estimation in Electric Power Systems: A Generalized Approach*. Kluwer Academic Publishers, 1999.
- A. J. Monticelli e A. V. Garcia. Fast decoupled state estimators. *IEEE Transactions on Power Systems*, 5(2):556–564, May 1990.

- A. J. Monticelli e A. V. Garcia. Reliable bad data processing for real-time state estimation. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-102(5):1126–1139, May 1983.
- A. J. Monticelli e A. V. Garcia. Modeling zero impedance branches in power system state estimation. *IEEE Transactions on Power Systems*, 6(4):1561–1570, Nov. 1991.
- A. J. Monticelli e F. F. Wu. Network observability: Theory. *IEEE Transactions on Apparatus and Systems*, PAS-104(5):1042–1048, may 1985a.
- A. J. Monticelli e F. F. Wu. Network observability: Identification of observable island and measurement placement. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-104(5):1035–1041, May 1985b.
- R. R. Nucera e M. L. Gilles. A blocked sparse matrix formulation for the solution of equality-constrained state estimation. *IEEE Transactions on Power Systems*, 6(1):214–224, Feb. 1991.
- Lyle Pursell e S.Y. Trimble. Gram-Schmidt orthogonalization by Gauss elimination. *American Mathematical Monthly*, Volume 98 (6):544–549, June/July 1991.
- V. H. Quintana e A. Simões-Costa. A robust numerical technique for power system state estimation. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-100(2):691–698, May 1981a.
- V. H. Quintana e A. Simões-Costa. An orthogonal row processing algorithm for power system sequential state estimation. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-100(2):3791–3800, August 1981b.
- V. H. Quintana, A. S. Simões-Costa e A. Mendel. Power system topological observability using a direct graph-theoretic approach. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-101(3):617–626, March 1982.
- F. C. Schweppe, J. Wildes e D. P. Rom. Power system static state estimation - part i, ii and iii. *Power Industry Computer Conference, PICA*, Denver, Colorado, June 1969.
- F. C. Schweppe, J. Wildes e D. P. Rom. Power system static state estimation - part i, ii and iii. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-89:120–135, Jan 1970.
- S. M. Selva e H. David. A new phase-coordinate transformer model for ybus analysis. *IEEE Transactions on Power Systems*, 17(4):951–956, November 2002.
- A. Simões-Costa e R. Salgado. Estimaco de estado em sistemas eltricos de potência. Technical report, Anais do XIV Congresso Brasileiro de Automática - CBA, Natal/RN - Brasil, 2-5 September 2002.
- A. Simões-Costa, E. M. Lourenco e K. A. Clements. Power system topological observability analysis including switching branches. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 17(2):250–256, May 2002.

- I. W. Slutsker. Bad data identification in power system state estimation based on measurement compensation and linear residual compensation. *IEEE Transactions on Power Systems*, 4(1): 53–60, February 1989.
- N. Vempati e R. R. Shoults. Sequential bad data analysis in state estimation using orthogonal transformations. *IEEE Transactions on Power Systems*, 6(1):157–166, February 1991.
- R. G. Wasley e M. A. Slash. Newton-raphson algorithm for 3-phase load flow. *Proceedings of IEE*, 121(7):630–638, July 1974.
- F. F. Wu, W. H. E. Liu, L. Holten, L. Gjelsvik e S. Aam. Observability analysis and bad data processing for state estimation using hachtel's augmented matrix method. *IEEE Transactions on Power Systems*, 3(2):604–611, May 1988a.
- F. F. Wu, Wen-Hsiung, E. Liu e S-M. Lu. Observability analysis and bad data detection processing for state estimation with equality constraints. *IEEE Transactions on Power Systems*, 3(2):541–548, May 1988b.
- M. G. Zago. Fluxo de carga trifásico. Tese de mestrado, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, UNICAMP, Dezembro 1992.
- S. Zhong e A. Abur. Effects of non-transposed lines and unbalanced loads on state estimation. *Power Engineering Society Winter Meeting*, 2:975–979, 27-31 Jan 2002.

# Apêndice A

## Dados da Rede de 6 Barras

Tabela A.1: Resistências série das linhas

linha	$r_{11}$	$r_{22}$	$r_{33}$	$r_{21}$	$r_{31}$	$r_{32}$	$r_{12}$	$r_{13}$	$r_{21}$
1-2	0,0023	0,0021	0,0024	0,0012	0,0011	0,0010	0,0012	0,0011	0,0010
1-3	0,0030	0,0042	0,0042	0,0025	0,0020	0,0040	0,0040	0,0020	0,0040
2-3	0,0030	0,0031	0,0033	0,0021	0,0020	0,0020	0,0021	0,0020	0,0020
3-4	0,0025	0,0022	0,0026	0,0013	0,0012	0,0010	0,0013	0,0012	0,0010
4-5	0,0050	0,0053	0,0054	0,0022	0,0017	0,0022	0,0022	0,0017	0,0022

parâmetros em pu

Tabela A.2: Reatâncias série das linhas

linha	$\chi_{11}$	$\chi_{22}$	$\chi_{33}$	$\chi_{21}$	$\chi_{31}$	$\chi_{32}$	$\chi_{12}$	$\chi_{13}$	$\chi_{23}$
1-2	0,0147	0,0150	0,0148	0,0080	0,0070	0,0080	0,0080	0,0070	0,0080
1-3	0,0250	0,0280	0,0280	0,0220	0,0250	0,0280	0,0250	0,0250	0,0280
2-3	0,0255	0,0253	0,0250	0,0120	0,0100	0,0120	0,0120	0,0100	0,0120
3-4	0,0137	0,0150	0,0146	0,0090	0,0070	0,0090	0,0090	0,0070	0,0090
4-5	0,0350	0,0400	0,0370	0,0130	0,0150	0,0150	0,0130	0,0150	0,0150

parâmetros em pu

Tabela A.3: Parâmetros shunt das linhas

linha	$y_{11}$	$y_{22}$	$y_{33}$	$y_{21}$	$y_{31}$	$y_{32}$	$y_{12}$	$y_{13}$	$y_{23}$
1-2	0,0450	0,0400	0,0350	-0,008	-0,009	-0,011	-0,008	-0,009	-0,011
1-3	0,0400	0,0350	0,0280	-0,045	-0,040	-0,032	-0,030	-0,035	-0,032
2-3	0,0430	0,0380	0,0250	-0,032	-0,028	-0,032	-0,040	-0,032	-0,028
3-4	0,0350	0,0352	0,0340	-0,013	-0,014	-0,013	-0,013	-0,014	-0,013
4-5	0,0345	0,0352	0,0343	-0,016	-0,014	-0,016	-0,016	-0,014	-0,016

parâmetros em pu

Tabela A.4: Cargas balanceadas

Barra	$P^a$ [MW]	$Q^a$ [MVar]	$P^b$ [MW]	$Q^b$ [MVar]	$P^c$ [MW]	$Q^c$ [MVar]
1	-46,00	-13,00	-46,00	-13,00	-46,00	-13,00
2	-38,00	-15,00	-38,00	-15,00	-38,00	-15,00
3	-28,00	-08,00	-28,00	-08,00	-28,00	-08,00
4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
5	-26,00	-10,00	-26,00	-10,00	-26,00	-10,00
6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Tabela A.5: Cargas desbalanceadas

Barra	$P^a$ [MW]	$Q^a$ [MVar]	$P^b$ [MW]	$Q^b$ [MVar]	$P^c$ [MW]	$Q^c$ [MVar]
1	-45,00	-12,00	-45,00	-13,00	-42,00	-11,00
2	-40,00	-17,00	-36,00	-16,00	-38,00	-12,00
3	-30,00	-05,00	-28,00	-09,00	-26,00	-10,00
4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
5	-20,00	-10,00	-30,00	-10,00	-28,00	-10,00
6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Tabela A.6: Parâmetros do transformador

Conexão	Tipo	$Y_t$	$tap_1$	$tap_2$
6 - 4	$\Delta$ :Yg	$0,0018 + j0,0380$	0,00	0,028

parâmetros em pu

Tabela A.7: Parâmetros do gerador

Gerador	$Y_0$	$Y_1$	$Y_2$	$P$	$V_{reg}$
1	$j0,150$	$j0,010$	$j0,091$	0,00	1,050

parâmetros em pu

# Dados da Rede Generalizada de 10 Barras

Tabela A.8: Resistências série das linhas

linha	$r_{11}$	$r_{22}$	$r_{33}$	$r_{21}$	$r_{31}$	$r_{32}$	$r_{12}$	$r_{13}$	$r_{21}$
1-3	0,0060	0,0060	0,0070	0,0020	0,0010	0,0020	0,0020	0,0010	0,0020
2-5	0,0023	0,0021	0,0024	0,0012	0,0011	0,0010	0,0012	0,0011	0,0010
2-7	0,0133	0,0140	0,0130	0,0060	0,0050	0,0060	0,0060	0,0050	0,0060

parâmetros em pu

Tabela A.9: Reatâncias série das linhas

linha	$\chi_{11}$	$\chi_{22}$	$\chi_{33}$	$\chi_{21}$	$\chi_{31}$	$\chi_{32}$	$\chi_{12}$	$\chi_{13}$	$\chi_{23}$
1-3	0,0450	0,0500	0,0470	0,0150	0,0170	0,0170	0,0150	0,0170	0,0170
2-5	0,0147	0,0150	0,0148	0,0080	0,0070	0,0080	0,0080	0,0070	0,0080
2-7	0,0904	0,0800	0,0850	0,0400	0,0300	0,0400	0,0400	0,0300	0,0400

parâmetros em pu

Tabela A.10: Parâmetros shunt das linhas

linha	$y_{11}$	$y_{22}$	$y_{33}$	$y_{21}$	$y_{31}$	$y_{32}$	$y_{12}$	$y_{13}$	$y_{23}$
1-3	0,0350	0,0352	0,0340	-0,006	-0,004	-0,006	-0,006	-0,004	-0,006
2-5	0,0450	0,0400	0,0350	-0,008	-0,009	-0,011	-0,008	-0,009	-0,011
2-7	0,2569	0,2600	0,2510	-0,050	-0,045	-0,042	-0,050	-0,045	-0,042

parâmetros em pu

Tabela A.11: Cargas desbalanceadas

Barra	$P^a$ [MW]	$Q^a$ [MVar]	$P^b$ [MW]	$Q^b$ [MVar]	$P^c$ [MW]	$Q^c$ [MVar]
1	-35,00	-18,00	-30,00	-14,00	-40,00	-20,00
2	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
3	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
7	-35,00	-18,00	-30,00	-14,00	-40,00	-20,00
8	-41,00	-18,00	-34,00	-17,00	-36,00	-14,00
9	-41,00	-18,00	-34,00	-17,00	-36,00	-14,00
10	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Tabela A.12: Parâmetros do transformador

Conexão	Tipo	$Y_t$	$tap_1$	$tap_2$
6 - 10	$\Delta:Yg$	$0,0006 + j0,0164$	0,00	0,010
4 - 2	$\Delta:Yg$	$0,0020 + j0,0380$	0,00	0,025

parâmetros em pu

Tabela A.13: Parâmetros do gerador

Gerador	Barra Terminal	$Y_0$	$Y_1$	$Y_2$	$P$	$V_{reg}$
1	06	$j0,025$	$j0,010$	$j0,021$	3,00	1,050
2	04	$j0,030$	$j0,015$	$j0,021$	0,00	1,040

parâmetros em pu

## Apêndice B

# Fatoração da Matriz de Gram

Dados  $k$  vetores linha linearmente independentes. A matriz de Gram resultante ( $A_k$ ) tem dimensão  $k$  e a matriz de Gram fatorada ( $\tilde{A}_k$ ) tem todos os pivôs não nulos.

Ao incluir na matriz de Gram mais uma medida, tem-se:

$$A_{k+1} = \left( \begin{array}{ccc|c} & & & a_{1,k+1} \\ & & & \vdots \\ & & & \dots \\ & & & a_{k,k+1} \\ \hline a_{1,k+1} & \dots & a_{k,k+1} & a_{k+1,k+1} \end{array} \right)$$

As operações necessárias para triangularizar a matriz  $A_k$  são representadas por  $L_k^{-1}$ , assim,

$$\tilde{A}_k = L_k^{-1} A_k$$

e

$$\begin{pmatrix} \tilde{a}_{1,k+1} \\ \dots \\ \tilde{a}_{k,k+1} \end{pmatrix} = L_k^{-1} \begin{pmatrix} a_{1,k+1} \\ \dots \\ a_{k,k+1} \end{pmatrix}$$

A matriz de Gram imediatamente antes de fatorar a medida  $k + 1$  pode ser escrita como:

$$\left( \begin{array}{ccc|c} & & & \tilde{a}_{1,k+1} \\ & & & \vdots \\ & & & \dots \\ & & & \tilde{a}_{k,k+1} \\ \hline a_{1,k+1} & \dots & a_{k,k+1} & a_{k+1,k+1} \end{array} \right)$$

Portanto, se

$$\tilde{a}_{k+1,k+1} = a_{k+1,k+1} - \sum_{i=1}^k \frac{a_{k+1,i}}{\tilde{a}_{i,i}} \tilde{a}_{i,k+1}$$

for nulo, a medida  $k + 1$  é redundante em relação às  $k$  medidas linearmente independentes. Na equação acima  $\tilde{a}_{i,i}$  é a  $i$ -ésima diagonal de  $\tilde{A}_k$ .

## Apêndice C

# Multiplicador de Lagrange Normalizado Associado a um Erro Simples

Suponha que todas as medidas e restrições associadas a um sistema estejam corretas, exceto pela  $i$ -ésima medida/restrição que contém um erro grosseiro. Assim,

$$\begin{bmatrix} \Delta z \\ \Delta c \end{bmatrix} = \beta e_i \quad (\text{C.1})$$

onde  $e_i$  é a  $i$ -ésima linha da matriz identidade. Da equação 6.37, tem-se:

$$w_j = V_j \begin{bmatrix} \Delta z \\ \Delta c \end{bmatrix} = V_j \beta e_i \quad (\text{C.2})$$

Manipulando a equação 6.36 chega-se a:

$$V R V' = V \quad (\text{C.3})$$

e, portanto,

$$V_{ji} = \sum_{k=1}^m V_{jk} R_{kk} V_{ik} = u'_j u_i \quad (\text{C.4})$$

onde  $u_i = R_m^{1/2} V_i$  e  $V_i$  é a  $i$ -ésima coluna de  $V$ . Com isso, pode-se escrever  $w_j^n$  como:

$$w_j^n = \beta \frac{u_j' u_i}{\sqrt{(u_j' u_i)}} \quad (\text{C.5})$$

Da desigualdade de Schwartz tem-se que  $(u_j' u_i)^2 \leq (u_i' u_i)(u_j' u_j)$  e, portanto,

$$(w_j^n)^2 \leq (w_i^n)^2 \quad (\text{C.6})$$

## Apêndice D

# Estudo de Caso: Sistema 30 Barras Generalizado Trifásico

Neste apêndice são apresentados testes realizados com uma versão generalizada trifásica do sistema de 14 barras do IEEE. Esse sistema possui 30 barras/seções-de-barramento, dois geradores, três compensadores síncronos, três transformadores e três subestações detalhadamente representadas, onde há 23 chaves trifásicas. Os parâmetros dessa rede são apresentados no fim deste Apêndice. Os medidores disponíveis para estimação de estado são mostrados na Figura D.1. Os valores das medidas são mostrados na Tabela D.1, onde observa-se que a injeção nula da barra 26 não está disponível. A injeção nula na barra 26 é inerente à topologia da rede, portanto, sua remoção é de cunho didático e foi feita apenas para que se tenha a formação das ilhas observáveis de modo mais simples. As medidas  $P_{11}^a$  e  $Q_{11}^a$  apresentadas nessa tabela são utilizadas para a restauração da observabilidade da rede.

Tabela D.1: Medidas e restrições ativas disponíveis

Medida	Valor	Medida	Valor	Medida	Valor	Medida	Valor	Medida	Valor	Medida	Valor
$\theta_{18,19}^a$	0,000	$Vr_{18,19}^a$	0,000	$\theta_{18,19}^b$	0,000	$Vr_{18,19}^b$	0,000	$\theta_{18,19}^c$	0,000	$Vr_{18,19}^c$	0,000
$\theta_{17,18}^a$	0,000	$Vr_{17,18}^a$	0,000	$\theta_{17,18}^b$	0,000	$Vr_{17,18}^b$	0,000	$\theta_{17,18}^c$	0,000	$Vr_{17,18}^c$	0,000
$\theta_{17,30}^a$	0,000	$Vr_{17,30}^a$	0,000	$\theta_{17,30}^b$	0,000	$Vr_{17,30}^b$	0,000	$\theta_{17,30}^c$	0,000	$Vr_{17,30}^c$	0,000
$\theta_{15,30}^a$	0,000	$Vr_{15,30}^a$	0,000	$\theta_{15,30}^b$	0,000	$Vr_{15,30}^b$	0,000	$\theta_{15,30}^c$	0,000	$Vr_{15,30}^c$	0,000
$Pr_{1,15}^a$	0,000	$Qr_{1,15}^a$	0,000	$Pr_{1,15}^b$	0,000	$Qr_{1,15}^b$	0,000	$Pr_{1,15}^c$	0,000	$Qr_{1,15}^c$	0,000
$\theta_{1,19}^a$	0,000	$Vr_{1,19}^a$	0,000	$\theta_{1,19}^b$	0,000	$Vr_{1,19}^b$	0,000	$\theta_{1,19}^c$	0,000	$Vr_{1,19}^c$	0,000
$\theta_{2,24}^a$	0,000	$Vr_{2,24}^a$	0,000	$\theta_{2,24}^b$	0,000	$Vr_{2,24}^b$	0,000	$\theta_{2,24}^c$	0,000	$Vr_{2,24}^c$	0,000
$\theta_{23,24}^a$	0,000	$Vr_{23,24}^a$	0,000	$\theta_{23,24}^b$	0,000	$Vr_{23,24}^b$	0,000	$\theta_{23,24}^c$	0,000	$Vr_{23,24}^c$	0,000
$\theta_{20,23}^a$	0,000	$Vr_{20,23}^a$	0,000	$\theta_{20,23}^b$	0,000	$Vr_{20,23}^b$	0,000	$\theta_{20,23}^c$	0,000	$Vr_{20,23}^c$	0,000
$\theta_{20,22}^a$	0,000	$Vr_{20,22}^a$	0,000	$\theta_{20,22}^b$	0,000	$Vr_{20,22}^b$	0,000	$\theta_{20,22}^c$	0,000	$Vr_{20,22}^c$	0,000
$\theta_{21,22}^a$	0,000	$Vr_{21,22}^a$	0,000	$\theta_{21,22}^b$	0,000	$Vr_{21,22}^b$	0,000	$\theta_{21,22}^c$	0,000	$Vr_{21,22}^c$	0,000
$Pr_{2,21}^a$	0,000	$Qr_{2,21}^a$	0,000	$Pr_{2,21}^b$	0,000	$Qr_{2,21}^b$	0,000	$Pr_{2,21}^c$	0,000	$Qr_{2,21}^c$	0,000
$\theta_{5,25}^a$	0,000	$Vr_{5,25}^a$	0,000	$\theta_{5,25}^b$	0,000	$Vr_{5,25}^b$	0,000	$\theta_{5,25}^c$	0,000	$Vr_{5,25}^c$	0,000
$\theta_{5,26}^a$	0,000	$Vr_{5,26}^a$	0,000	$\theta_{5,26}^b$	0,000	$Vr_{5,26}^b$	0,000	$\theta_{5,26}^c$	0,000	$Vr_{5,26}^c$	0,000
$\theta_{5,27}^a$	0,000	$Vr_{5,27}^a$	0,000	$\theta_{5,27}^b$	0,000	$Vr_{5,27}^b$	0,000	$\theta_{5,27}^c$	0,000	$Vr_{5,27}^c$	0,000
$\theta_{5,28}^a$	0,000	$Vr_{5,28}^a$	0,000	$\theta_{5,28}^b$	0,000	$Vr_{5,28}^b$	0,000	$\theta_{5,28}^c$	0,000	$Vr_{5,28}^c$	0,000
$\theta_{5,29}^a$	0,000	$Vr_{5,29}^a$	0,000	$\theta_{5,29}^b$	0,000	$Vr_{5,29}^b$	0,000	$\theta_{5,29}^c$	0,000	$Vr_{5,29}^c$	0,000
$Pr_{16,25}^a$	0,000	$Qr_{16,25}^a$	0,000	$Pr_{16,25}^b$	0,000	$Qr_{16,25}^b$	0,000	$Pr_{16,25}^c$	0,000	$Qr_{16,25}^c$	0,000
$Pr_{16,26}^a$	0,000	$Qr_{16,26}^a$	0,000	$Pr_{16,26}^b$	0,000	$Qr_{16,26}^b$	0,000	$Pr_{16,26}^c$	0,000	$Qr_{16,26}^c$	0,000
$Pr_{16,27}^a$	0,000	$Qr_{16,27}^a$	0,000	$Pr_{16,27}^b$	0,000	$Qr_{16,27}^b$	0,000	$Pr_{16,27}^c$	0,000	$Qr_{16,27}^c$	0,000
$Pr_{16,28}^a$	0,000	$Qr_{16,28}^a$	0,000	$Pr_{16,28}^b$	0,000	$Qr_{16,28}^b$	0,000	$Pr_{16,28}^c$	0,000	$Qr_{16,28}^c$	0,000
$Pr_{16,29}^a$	0,000	$Qr_{16,29}^a$	0,000	$Pr_{16,29}^b$	0,000	$Qr_{16,29}^b$	0,000	$Pr_{16,29}^c$	0,000	$Qr_{16,29}^c$	0,000
$\theta_{5,16}^a$	0,000	$Vr_{5,16}^a$	0,000	$\theta_{5,16}^b$	0,000	$Vr_{5,16}^b$	0,000	$\theta_{5,16}^c$	0,000	$Vr_{5,16}^c$	0,000
$P_3^a$	-1,375	$P_3^b$	-1,405	$P_3^c$	-1,435	$P_4^a$	-1,862	$P_4^b$	-1,772	$P_4^c$	-0,676
$P_6^b$	-0,525	$P_6^c$	-0,540	$P_8^a$	0,000	$P_8^b$	0,000	$P_8^c$	0,000	$P_8^d$	0,000
$P_8^b$	0,000	$P_8^c$	0,000	$P_9^a$	-1,735	$P_9^b$	-1,344	$P_9^c$	-2,245	$P_{10}^a$	-1,802
$P_{10}^c$	-1,802	$P_{12}^c$	-0,556	$P_{11}^a$	-0,435	$Q_3^a$	-0,667	$Q_3^b$	-0,546	$Q_3^c$	-0,457
$Q_4^a$	-0,781	$Q_4^b$	-0,721	$Q_6^a$	-0,366	$Q_6^b$	-0,426	$Q_6^c$	-0,186	$Q_7^a$	0,000
$Q_7^b$	0,000	$Q_7^c$	0,000	$Q_8^a$	0,000	$Q_8^b$	0,000	$Q_8^c$	0,000	$Q_9^a$	-0,546
$Q_9^b$	-0,457	$Q_9^c$	-0,757	$Q_{10}^a$	-1,051	$Q_{10}^b$	-1,171	$Q_{12}^c$	-0,126	$Q_{11}^a$	não usada
$P_{4,9}^a$	1,141	$P_{4,9}^b$	1,085	$P_{4,9}^c$	1,203	$P_{4,7}^a$	1,001	$P_{4,7}^b$	1,136	$P_{4,7}^c$	0,889
$Q_{4,9}^a$	0,154	$Q_{4,9}^b$	0,155	$Q_{4,9}^c$	0,152	$Q_{4,7}^a$	0,435	$Q_{4,7}^b$	0,469	$Q_{4,7}^c$	0,604
$P_{1,25}^a$	1,855	$P_{1,25}^b$	1,645	$P_{1,25}^c$	1,989	$P_{25,1}^b$	-1,627	$P_{25,1}^c$	-1,963	$P_{15,2}^a$	-3,041
$P_{15,2}^b$	-3,048	$P_{15,2}^c$	-3,299	$P_{22,4}^a$	1,721	$P_{22,4}^b$	2,139	$P_{22,4}^c$	2,004	$P_{27,21}^a$	-4,311
$P_{27,21}^b$	-3,544	$P_{27,21}^c$	-3,289	$P_{4,3}^a$	-0,716	$P_{4,3}^b$	-0,668	$P_{4,3}^c$	-1,066	$P_{28,4}^a$	1,610
$P_{28,4}^b$	1,242	$P_{28,4}^c$	0,842	$P_{9,7}^a$	-0,971	$P_{9,7}^b$	-0,902	$P_{9,7}^c$	-1,143	$P_{8,7}^a$	-0,018
$P_{8,7}^b$	-0,234	$P_{8,7}^c$	0,252	$P_{14,9}^a$	-0,975	$P_{14,9}^b$	-0,652	$P_{10,9}^a$	0,609	$P_{10,9}^b$	0,956
$P_{10,9}^c$	0,553	$P_{11,10}^a$	2,427	$P_{11,10}^b$	2,466	$P_{11,10}^c$	2,360	$P_{13,6}^a$	-0,241	$P_{13,6}^b$	-0,138
$P_{13,6}^c$	-0,177	$P_{13,12}^a$	0,112	$P_{13,12}^b$	0,709	$P_{13,12}^c$	-0,101	$P_{12,6}^a$	-0,559	$P_{12,6}^b$	0,186
$P_{12,6}^c$	-0,656	$P_{23,3}^a$	1,931	$P_{23,3}^b$	2,546	$P_{23,3}^c$	2,319	$Q_{1,25}^a$	-0,129	$Q_{1,25}^b$	-0,238
$Q_{1,25}^c$	-0,329	$Q_{25,1}^a$	0,280	$Q_{25,1}^b$	0,414	$Q_{15,2}^a$	0,063	$Q_{15,2}^b$	0,103	$Q_{15,2}^c$	0,335
$Q_{22,4}^a$	-0,318	$Q_{22,4}^b$	-0,237	$Q_{22,4}^c$	0,005	$Q_{27,21}^a$	0,796	$Q_{27,21}^b$	0,573	$Q_{27,21}^c$	0,890
$Q_{4,3}^a$	-1,676	$Q_{4,3}^b$	-1,556	$Q_{4,3}^c$	-1,897	$Q_{28,4}^a$	0,056	$Q_{28,4}^b$	0,082	$Q_{28,4}^c$	-0,173
$Q_{9,7}^a$	1,042	$Q_{9,7}^b$	1,259	$Q_{9,7}^c$	0,907	$Q_{8,7}^a$	-1,507	$Q_{8,7}^b$	-1,752	$Q_{8,7}^c$	-1,521
$Q_{14,9}^a$	1,005	$Q_{14,9}^b$	0,492	$Q_{10,9}^a$	0,410	$Q_{10,9}^b$	0,937	$Q_{10,9}^c$	1,028	$Q_{11,10}^a$	1,430
$Q_{11,10}^b$	1,734	$Q_{11,10}^c$	2,178	$Q_{13,6}^a$	-0,386	$Q_{13,6}^b$	-0,456	$Q_{13,6}^c$	-0,277	$Q_{13,12}^a$	-1,227
$Q_{13,12}^b$	-0,867	$Q_{13,12}^c$	-0,563	$Q_{12,6}^a$	-1,496	$Q_{12,6}^b$	-1,255	$Q_{12,6}^c$	-0,663	$Q_{23,3}^a$	-0,690
$Q_{23,3}^c$	-0,684	$Q_{23,3}^d$	-0,278	$V_3^a$	1,030	$V_3^b$	1,036	$V_4^a$	1,019	$V_4^b$	1,022
$V_4^c$	1,019	$V_9^b$	1,041	$V_9^c$	1,037	$V_{12}^a$	1,051	$V_{12}^b$	1,049	$V_{13}^a$	1,043
$V_{13}^b$	1,047	$V_{13}^c$	1,043	$V_{14}^a$	1,040	$V_{14}^b$	1,040	$P_1^a$	0,000	$P_1^b$	0,000
$P_1^c$	0,000	$P_{15}^a$	0,000	$P_{15}^b$	0,000	$P_{15}^c$	0,000	$P_{17}^a$	-0,400	$P_{17}^b$	-0,460
$P_{17}^c$	-0,370	$P_{18}^a$	-0,380	$P_{18}^b$	-0,440	$P_{18}^c$	-0,500	$P_{19}^a$	0,000	$P_{19}^b$	0,000

$Pr$  e  $Qr$  são restrições nas chaves abertas

$Vr$  e  $\theta$  são restrições nas chaves fechadas

Esta tabela tem continuação

Tabela D.2: Continuação da Tabela D.1

Medida	Valor										
$P_{19}^c$	0,000	$P_{30}^a$	0,000	$P_{30}^b$	0,000	$P_{30}^c$	0,000	$Q_1^a$	0,000	$Q_1^b$	0,000
$Q_1^c$	0,000	$Q_{15}^a$	0,000	$Q_{15}^b$	0,000	$Q_{15}^c$	0,000	$Q_{17}^a$	-0,230	$Q_{17}^b$	-0,230
$Q_{17}^c$	-0,200	$Q_{18}^a$	-0,200	$Q_{18}^b$	-0,200	$Q_{18}^c$	-0,200	$Q_{19}^a$	0,000	$Q_{19}^b$	0,000
$Q_{19}^c$	0,000	$Q_{30}^a$	0,000	$Q_{30}^b$	0,000	$Q_{30}^c$	0,000	$P_{18,19}^a$	1,855	$P_{18,19}^b$	1,645
$P_{18,19}^c$	1,989	$P_{15,30}^a$	3,041	$P_{15,30}^b$	3,048	$P_{15,30}^c$	3,299	$P_{1,19}^a$	-1,855	$P_{1,19}^b$	-1,645
$P_{1,19}^c$	-1,989	$Q_{18,19}^a$	-0,129	$Q_{18,19}^b$	-0,238	$Q_{18,19}^c$	-0,329	$Q_{15,30}^a$	-0,063	$Q_{15,30}^b$	-0,103
$Q_{15,30}^c$	-0,335	$Q_{1,19}^a$	0,129	$Q_{1,19}^b$	0,238	$Q_{1,19}^c$	0,329	$P_2^a$	0,000	$P_2^b$	0,000
$P_2^c$	0,000	$P_{21}^a$	0,000	$P_{21}^b$	0,000	$P_{21}^c$	0,000	$P_{22}^a$	0,000	$P_{22}^b$	0,000
$P_{22}^c$	0,000	$P_{23}^a$	0,000	$P_{23}^b$	0,000	$P_{23}^c$	0,000	$P_{24}^a$	-0,680	$P_{24}^b$	-0,380
$P_{24}^c$	-0,530	$P_{20}^a$	0,000	$P_{20}^b$	0,000	$P_{20}^c$	0,000	$Q_2^a$	0,000	$Q_2^b$	0,000
$Q_2^c$	0,000	$Q_{21}^a$	0,000	$Q_{21}^b$	0,000	$Q_{21}^c$	0,000	$Q_{22}^a$	0,000	$Q_{22}^b$	0,000
$Q_{22}^c$	0,000	$Q_{23}^a$	0,000	$Q_{23}^b$	0,000	$Q_{23}^c$	0,000	$Q_{24}^a$	-0,430	$Q_{24}^b$	-0,280
$Q_{24}^c$	-0,310	$Q_{20}^a$	0,000	$Q_{20}^b$	0,000	$Q_{20}^c$	0,000	$P_{2,24}^a$	-3,058	$P_{2,24}^b$	-3,058
$P_{2,24}^c$	-3,306	$P_{21,22}^a$	-4,377	$P_{21,22}^b$	-3,603	$P_{21,22}^c$	-3,360	$Q_{2,24}^a$	0,022	$Q_{2,24}^b$	0,057
$Q_{2,24}^c$	0,257	$Q_{21,22}^a$	0,486	$Q_{21,22}^b$	0,316	$Q_{21,22}^c$	0,593	$P_5^a$	0,000	$P_5^b$	0,000
$P_5^c$	0,000	$P_{16}^a$	0,000	$P_{16}^b$	0,000	$P_{16}^c$	0,000	$P_{25}^a$	0,000	$P_{25}^b$	0,000
$P_{25}^c$	0,000	$P_{27}^a$	0,000	$P_{27}^b$	0,000	$P_{27}^c$	0,000	$P_{28}^a$	0,000	$P_{28}^b$	0,000
$P_{28}^c$	0,000	$P_{29}^a$	-0,380	$P_{29}^b$	0,000	$P_{29}^c$	-0,650	$Q_5^a$	0,000	$Q_5^b$	0,000
$Q_5^c$	0,000	$Q_{16}^a$	0,000	$Q_{16}^b$	0,000	$Q_{16}^c$	0,000	$Q_{25}^a$	0,000	$Q_{25}^b$	0,000
$Q_{25}^c$	0,000	$Q_{27}^a$	0,000	$Q_{27}^b$	0,000	$Q_{27}^c$	0,000	$Q_{28}^a$	0,000	$Q_{28}^b$	0,000
$Q_{28}^c$	0,000	$Q_{29}^a$	-0,130	$Q_{29}^b$	0,000	$Q_{29}^c$	-0,370	$P_{5,25}^a$	-1,852	$P_{5,25}^b$	-1,627
$P_{5,25}^c$	-1,963	$P_{5,26}^a$	4,177	$P_{5,26}^b$	3,929	$P_{5,26}^c$	3,764	$P_{5,27}^a$	-4,311	$P_{5,27}^b$	-3,544
$P_{5,27}^c$	-3,289	$P_{5,28}^a$	1,610	$P_{5,28}^b$	1,242	$P_{5,28}^c$	0,842	$P_{5,29}^a$	0,380	$P_{5,29}^b$	0,000
$P_{5,29}^c$	0,650	$Q_{5,25}^a$	0,180	$Q_{5,25}^b$	0,280	$Q_{5,25}^c$	0,414	$Q_{5,26}^a$	-1,158	$Q_{5,26}^b$	-0,935
$Q_{5,26}^c$	-1,497	$Q_{5,27}^a$	0,796	$Q_{5,27}^b$	0,573	$Q_{5,27}^c$	0,890	$Q_{5,28}^a$	0,056	$Q_{5,28}^b$	0,082
$Q_{5,28}^c$	-0,173	$Q_{5,29}^a$	0,130	$Q_{5,29}^b$	0,000	$Q_{5,29}^c$	0,370				

$Pr$  e  $Qr$  são restrições nas chaves abertas

$Vr$  e  $\theta$  são restrições nas chaves fechadas

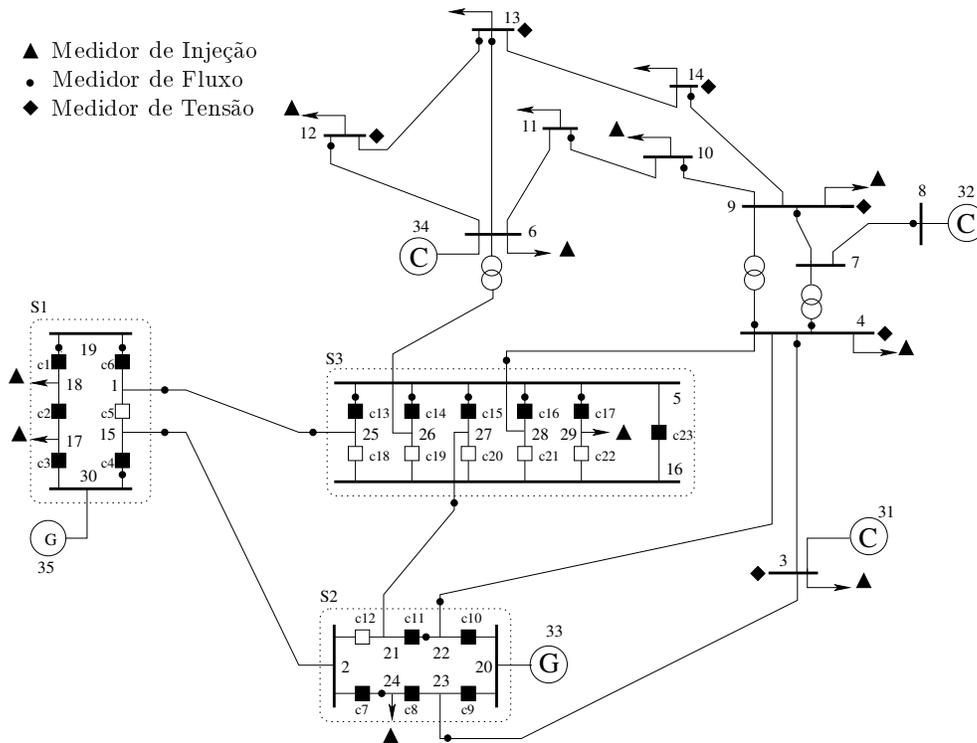


Figura D.1: Rede de 30 barras generalizada trifásica com medidores

## D.1 Análise de Observabilidade

Na análise de observabilidade é utilizado o algoritmo baseado na solução de mínima norma. Os resultados dessa análise são resumidos na Tabela D.3. Na Figura D.1 apresentam-se as ilhas observáveis desse sistema. Aplicando a análise de observabilidade às grandezas reativas conclui-se que a rede é observável. Assim, a pseudomedida de injeção  $Q_{11}^a$  é redundante a pelo menos uma das medidas de tensão. Portanto, alocando-se apenas a medida  $P_{11}^a$  a rede se torna observável.

Tabela D.3: Resumo da análise de observabilidade

Ramos Não Observáveis	13-14, 6-11, 26-6 e 34-6
Injeções Irrelevantes	$P_6^a$ , $P_6^b$ e $P_6^c$
Restauração da Observabilidade	$P_{11}^a$

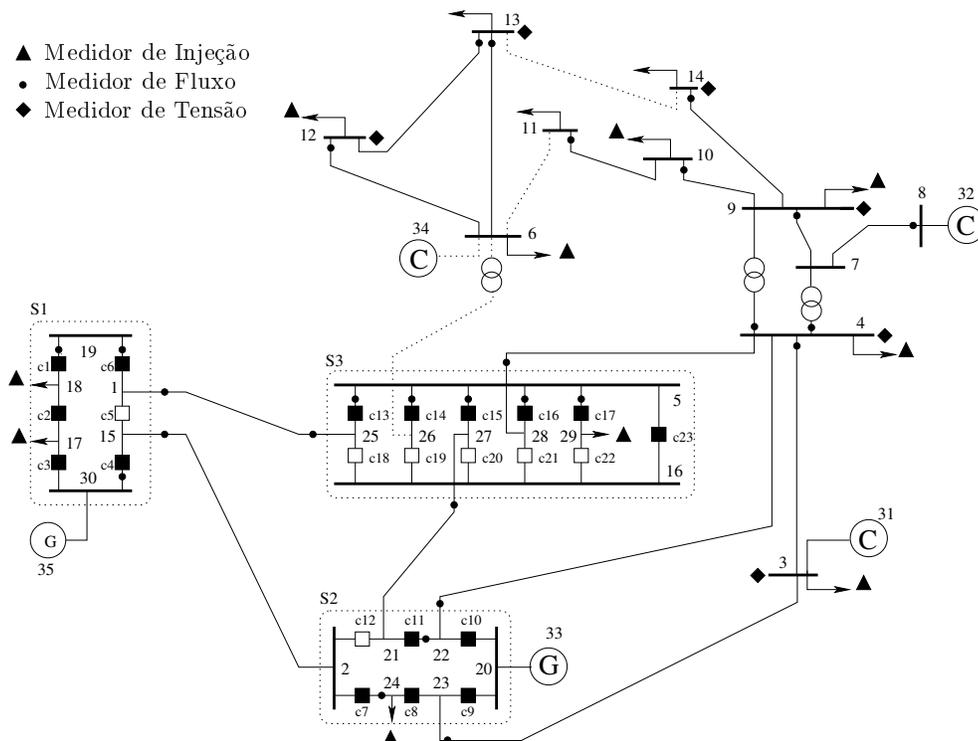


Figura D.2: Ilhas observáveis da Rede de 30 barras generalizada trifásica

## D.2 Estimador de Estado

O estado estimado e os fluxos obtidos para a rede após a restauração da observabilidade são apresentados respectivamente nas Tabelas D.4 e D.5. O estado foi obtido utilizando-se o estimador baseado no *tableau* esparso de Hachtel.

Nas condições atuais, o sistema tem 219 medidas regulares, 246 restrições de igualdade e o número de variáveis é de 328. Assim, a matriz Jacobiana formada pelas medidas regulares tem dimensão  $H_{219 \times 328}$  e a matriz Jacobiana contendo apenas as restrições de igualdade tem dimensão  $C_{246 \times 328}$ . Portanto, o *tableau* esparso terá dimensão  $T_{793 \times 793}$ . No *tableau* esparso há 6916 elementos não nulos e, portanto, 1,10 % dos seus elementos são não nulos. A estrutura do *Tableau* é mostrada na Figura D.3. O número de elementos não nulos do *tableau* é similar ao número de elementos não nulos da matriz ganho para o sistema nas mesmas condições.

Tabela D.4: Estado estimado para o sistema de 30 barras generalizado

Barra	$V^a$	$V^b$	$V^c$	$\theta^a$	$\theta^b$	$\theta^c$
1	1,0206	1,0273	1,0148	-0,05	-119,45	120,23
2	1,0256	1,0307	1,0127	1,77	-117,59	122,38
3	1,0306	1,0345	1,0365	-4,10	-123,41	115,97
4	1,0200	1,0231	1,0198	-4,28	-123,41	115,53
5	1,0219	1,0247	1,0143	-2,90	-122,45	116,60
6	1,0506	1,0497	1,0484	-6,62	-125,94	113,19
7	1,0216	1,0236	1,0165	-5,80	-125,12	114,20
8	1,0206	1,0246	1,0193	-5,47	-125,13	114,20
9	1,0382	1,0415	1,0377	-6,67	-125,66	113,01
10	1,0387	1,0423	1,0371	-6,84	-125,81	113,03
11	1,0438	1,0417	1,0382	-7,00	-126,18	112,98
12	1,0514	1,0495	1,0481	-6,42	-125,86	113,03
13	1,0437	1,0479	1,0439	-6,64	-126,14	113,04
14	1,0340	1,0402	1,0402	-6,77	-125,73	113,16
15	1,0206	1,0273	1,0148	-0,05	-119,45	120,23
16	1,0219	1,0247	1,0143	-2,90	-122,45	116,60
17	1,0206	1,0273	1,0148	-0,05	-119,45	120,23
18	1,0206	1,0273	1,0148	-0,05	-119,45	120,23
19	1,0206	1,0273	1,0148	-0,05	-119,45	120,23
20	1,0256	1,0307	1,0127	1,77	-117,59	122,38
21	1,0256	1,0307	1,0127	1,77	-117,59	122,38
22	1,0256	1,0307	1,0127	1,77	-117,59	122,38
23	1,0256	1,0307	1,0127	1,77	-117,59	122,38
24	1,0256	1,0307	1,0127	1,77	-117,59	122,38
25	1,0219	1,0247	1,0143	-2,90	-122,45	116,60
26	1,0219	1,0247	1,0143	-2,90	-122,45	116,60
27	1,0219	1,0247	1,0143	-2,90	-122,45	116,60
28	1,0219	1,0247	1,0143	-2,90	-122,45	116,60
29	1,0219	1,0247	1,0143	-2,90	-122,45	116,60
30	1,0206	1,0273	1,0148	-0,05	-119,45	120,23
31	1,0622	1,0622	1,0622	-3,84	-123,84	116,16
32	0,9983	0,9983	0,9983	-5,47	-125,47	114,53
33	1,0211	1,0211	1,0211	9,89	-110,11	129,89
34	1,1095	1,1095	1,1095	-6,45	-126,45	113,55
35	1,0244	1,0244	1,0244	0,00	-120,00	120,00

módulos em pu e ângulos em graus

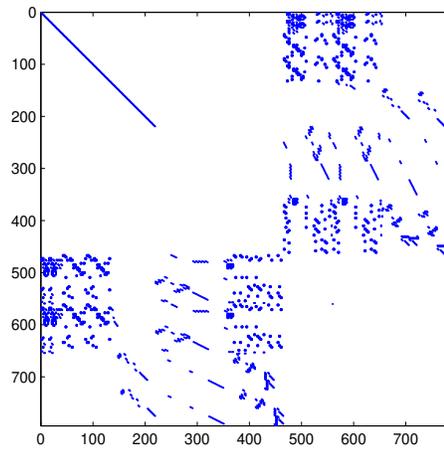
Figura D.3: Estrutura do *tableau* esparsa

Tabela D.5: Fluxos estimados nas chaves

Chave	Fluxos Ativos			Fluxos Reativos			Subestação
	$\phi^a$	$\phi^b$	$\phi^c$	$\phi^a$	$\phi^b$	$\phi^c$	
1	1,8557	1,6452	1,9897	-0,1300	-0,2400	-0,3303	1
2	2,2356	2,0853	2,4897	0,0701	-0,0396	-0,1308	1
3	-2,6355	-2,5454	-2,8598	-0,3003	-0,1907	-0,0687	1
4	3,0406	3,0491	3,2990	-0,0639	-0,1042	-0,3358	1
5	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	1
6	-1,8557	-1,6452	-1,9897	0,1300	0,2400	0,3303	1
7	-3,0575	-3,0593	-3,3054	0,0234	0,0579	0,2580	2
8	3,7375	3,4393	3,8354	0,4066	0,2221	0,0520	2
9	5,6679	5,9862	6,1548	-0,2852	-0,4640	-0,2271	2
10	6,0998	5,7378	5,3667	-0,7797	-0,5267	-0,5664	2
11	-4,3778	-3,6022	-3,3606	0,4951	0,3226	0,5987	2
12	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	2
13	-1,8522	-1,6274	-1,9634	0,1806	0,2816	0,4153	3
14	4,1740	3,9304	3,7612	-1,1602	-0,9361	-1,4977	3
15	-4,3089	-3,5461	-3,2889	0,7904	0,5706	0,8890	3
16	1,6071	1,2430	0,8411	0,0591	0,0838	-0,1767	3
17	0,3800	0,0000	0,6500	0,1300	0,0000	0,3700	3
18	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	3
19	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	3
20	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	3
21	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	3
22	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	3
23	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	3

fluxos em pu

## D.3 Tratamento de Erros Grosseiros

São apresentados testes com erros múltiplos não correlacionados, erros múltiplos correlacionados não conformativos e erros múltiplos correlacionados conformativos. Além disso, são avaliados casos onde ocorrem erros nas medidas regulares e erros topológicos.

### D.3.1 Erros não correlacionados

Na Tabela D.6 apresentam-se dois casos de erros não correlacionados em medidas regulares. Na Tabela D.7 são apresentados os cinco maiores multiplicadores de Lagrange normalizados a cada iteração do processo de identificação dos erros. Ao fim de cada iteração a medida com erro é removida. Nesses casos, o maior multiplicador normalizado indicou corretamente a medida corrompida.

Tabela D.6: Erro múltiplos em medidas regulares - erros não correlacionados

Medida	Valor Suposto	Valor Correto
$P_9^c$	-2,6453 pu	-2,2453 pu
$P_{23,3}^b$	2,1464 pu	2,5464 pu

Tabela D.7: Multiplicadores de Lagrange normalizados - erros não correlacionados

Iteração 1		Iteração 2		Iteração 3	
Medida	Resíduo	Medida	Resíduo	Medida	Resíduo
$P_{23,3}^b$	27,3499	$P_9^c$	12,9958	$Q_{22,4}^b$	2,3928
$P_9^c$	12,9612	$P_{14,9}^c$	12,9934	$Q_{22,4}^a$	2,3896
$P_{14,9}^c$	12,9612	$P_{10,9}^c$	6,8065	$Q_7^b$	2,1677
$\theta_{5,28}^b$	9,8351	$P_{4,9}^c$	5,5439	$Q_{9,7}^b$	2,1136
$\theta_{20,23}^b$	7,0523	$P_{9,7}^c$	5,4319	$Q_7^a$	2,0047

Na Tabela D.8 apresentam-se dois casos de erros no estado de chaves. Na Tabela D.9 apresentam-se os maiores multiplicadores de Lagrange obtidos a cada iteração para esses casos. Ao fim de cada iteração a chave com estado errado teve o seu estado corrigido.

Tabela D.8: Erros múltiplos na topologia da rede - erros não correlacionados

Caso	Chave	Estado Suposto	Restrições Associadas
1	$Ch_{06}^a$ (01:19)	Aberto	$Pr_{01,19}^c = 0$ e $Qr_{01,19}^c = 0$
2	$Ch_{10}^b$ (20:22)	Aberto	$Pr_{20,22}^b = 0$ e $Qr_{20,22}^b = 0$

Tabela D.9: Multiplicadores de Lagrange normalizados - erros não correlacionados

Iteração 1		Iteração 2		Iteração 3	
Medida	Resíduo	Medida	Resíduo	Medida	Resíduo
$Pr_{20,22}^b$	624,0715	$Pr_{1,19}^a$	298,8558	$Q_{22,4}^b$	2,3928
$P_{22}^b$	555,4349	$P_1^a$	227,4079	$Q_{22,4}^a$	2,3896
$P_{21}^b$	391,0830	$Pr_{1,15}^a$	210,5644	$Q_7^b$	2,1677
$Pr_{2,21}^b$	387,0646	$P_{25}^a$	167,0208	$Q_{9,7}^b$	2,1136
$\theta_{21,22}^b$	370,1819	$P_{19}^a$	143,8356	$Q_7^a$	2,0047

Nos casos da Tabela D.8 as violações ocorreram nas restrições ativas das chaves. Entretanto, o maior multiplicador de Lagrange normalizado poderia estar associado às restrições reativas. Assim, se o maior multiplicador de Lagrange normalizado está associado a uma das restrições de igualdade de uma chave (ativa ou reativa) o estado desta chave está incorreto.

### D.3.2 Erros em medidas correlacionadas

Nesta seção são tratados dois casos, no primeiro caso os erros nas medidas são correlacionados e não conformativos e, no segundo, os erros são correlacionados e conformativos. Na Tabela D.10 apresentam-se os valores corretos e os valores supostos das medidas. Esses erros não concordam entre si.

Tabela D.10: Erros não conformativos

Medida	Valor Suposto	Valor Correto
$P_{01,25}^c$	1,6893	1,9893
$P_{18,19}^c$	2,2893	1,9893

Os resultados obtidos para o primeiro caso estudado são mostrados na Tabela D.11. O processo de identificação de erros ocorre sem problemas. Na primeira iteração identifica-se o erro na medida  $P_{01,25}^c$  e na segunda iteração identifica-se o erro na medida  $P_{18,19}^c$ . Ao fim da terceira iteração constata-se que não há mais erros nas medidas disponíveis.

Tabela D.11: Multiplicadores de Lagrange normalizados - erros não conformativos

Iteração 1		Iteração 2		Iteração 3	
Medida	Resíduo	Medida	Resíduo	Medida	Resíduo
$P_{1,25}^c$	22,0439	$P_{18,19}^a$	298,8558	$Q_{22,4}^b$	2,3928
$P_{18,19}^c$	21,9844	$P_{19}^a$	227,4079	$Q_{22,4}^a$	2,3896
$P_{19}^c$	20,7849	$P_1^a$	210,5644	$Q_7^b$	2,1677
$P_1^c$	15,9641	$Pr_{1,15}^a$	167,0208	$Q_{9,7}^b$	2,1136
$Pr_{1,15}^c$	12,6933	$\theta_{11,19}^a$	143,8356	$Q_7^a$	2,0047

No segundo caso estudado os erros são conformativos, ou seja, eles concordam entre si. Esses erros são descritos na Tabela D.12.

Tabela D.12: Erros conformativos

Medida	Valor Suposto	Valor Correto
$P_{01,25}^c$	1,6893	1,9893
$P_{01,19}^c$	-1,6500	-1,9893
$P_{18,19}^c$	1,7093	1,9893

Os resultados do processo de detecção de erros são mostrados na Tabela D.13. Na primeira iteração do processo detecta-se que há erro na medida  $P_{01}^c$  o que não corresponde à realidade e, portanto, o processo de identificação falha.

Tabela D.13: Multiplicadores de Lagrange normalizados - erros conformativos

Iteração 1	
Medida	Resíduo
$P_1^c$	24,4050
$P_{1,15}^c$	23,3187
$P_{1,19}^c$	20,1109
$Pr_{18,19}^c$	19,4858
$\theta_{17,18}^c$	19,4858

## D.4 Dados da Rede de 30 Barras

Tabela D.14: Parâmetros dos geradores e compensadores síncronos

Gerador	Barra Terminal	$Y_0$	$Y_1$	$Y_2$	$P$	$V_{reg}$
31	03	$j0,025$	$j0,010$	$j0,021$	00,00	1,030
32	08	$j0,030$	$j0,015$	$j0,021$	00,00	1,020
33	20	$j0,100$	$j0,012$	$j0,088$	35,00	1,025
34	06	$j0,020$	$j0,012$	$j0,016$	00,00	1,050
35	30	$j0,120$	$j0,010$	$j0,091$	00,00	1,020

parâmetros em pu

Tabela D.15: Resistências série das linhas

linha	$r_{11}$	$r_{22}$	$r_{33}$	$r_{21}$	$r_{31}$	$r_{32}$	$r_{12}$	$r_{13}$	$r_{21}$
01-25	0,0060	0,0060	0,0070	0,0020	0,0010	0,0020	0,0020	0,0010	0,0020
02-15	0,0023	0,0021	0,0024	0,0012	0,0011	0,0010	0,0012	0,0011	0,0010
03-23	0,0133	0,0140	0,0130	0,0060	0,0050	0,0060	0,0060	0,0050	0,0060
04-22	0,0133	0,0140	0,0130	0,0060	0,0050	0,0060	0,0060	0,0050	0,0060
21-27	0,0060	0,0060	0,0070	0,0020	0,0010	0,0020	0,0020	0,0010	0,0020
03-04	0,0023	0,0021	0,0024	0,0012	0,0011	0,0010	0,0012	0,0011	0,0010
04-28	0,0033	0,0040	0,0030	0,0015	0,0012	0,0060	0,0060	0,0050	0,0060
07-09	0,0033	0,0040	0,0030	0,0015	0,0012	0,0060	0,0060	0,0050	0,0060
07-08	0,0023	0,0021	0,0024	0,0012	0,0011	0,0010	0,0012	0,0011	0,0010
09-14	0,0023	0,0021	0,0024	0,0012	0,0011	0,0010	0,0012	0,0011	0,0010
09-10	0,0023	0,0021	0,0024	0,0012	0,0011	0,0010	0,0012	0,0011	0,0010
10-11	0,0023	0,0021	0,0024	0,0012	0,0011	0,0010	0,0012	0,0011	0,0010
13-14	0,0033	0,0040	0,0030	0,0050	0,0060	0,0060	0,0060	0,0050	0,0060
06-11	0,0023	0,0021	0,0024	0,0012	0,0011	0,0010	0,0012	0,0011	0,0010
06-13	0,0123	0,0121	0,0124	0,0062	0,0061	0,0060	0,0062	0,0061	0,0060
12-13	0,0033	0,0040	0,0030	0,0050	0,0060	0,0060	0,0060	0,0050	0,0060
06-12	0,0023	0,0021	0,0024	0,0012	0,0011	0,0010	0,0012	0,0011	0,0010

parâmetros em pu

Tabela D.16: Reatâncias série das linhas

linha	$\chi_{11}$	$\chi_{22}$	$\chi_{33}$	$\chi_{21}$	$\chi_{31}$	$\chi_{32}$	$\chi_{12}$	$\chi_{13}$	$\chi_{23}$
01-25	0,0450	0,0500	0,0470	0,0150	0,0170	0,0170	0,0150	0,0170	0,0170
02-15	0,0147	0,0150	0,0148	0,0040	0,0030	0,0040	0,0040	0,0030	0,0040
03-23	0,0904	0,0800	0,0850	0,0400	0,0300	0,0400	0,0400	0,0300	0,0400
04-22	0,0904	0,0800	0,0850	0,0300	0,0200	0,0300	0,0300	0,0200	0,0300
21-27	0,0250	0,0300	0,0370	0,0050	0,0070	0,0070	0,0050	0,0070	0,0070
03-04	0,0147	0,0150	0,0148	0,0080	0,0070	0,0080	0,0080	0,0070	0,0080
04-28	0,0204	0,0200	0,0220	0,0040	0,0030	0,0040	0,0040	0,0030	0,0040
07-09	0,0204	0,0200	0,0220	0,0040	0,0030	0,0040	0,0040	0,0030	0,0040
07-08	0,0049	0,0050	0,0048	0,0060	0,0040	0,0060	0,0060	0,0040	0,0060
09-14	0,0057	0,0050	0,0048	0,0060	0,0040	0,0060	0,0060	0,0040	0,0060
09-10	0,0040	0,0050	0,0048	0,0060	0,0040	0,0060	0,0060	0,0040	0,0060
10-11	0,0049	0,0050	0,0048	0,0060	0,0040	0,0060	0,0060	0,0040	0,0060
13-14	0,0104	0,0100	0,0092	0,0020	0,0050	0,0020	0,0020	0,0050	0,0020
06-11	0,0047	0,0050	0,0048	0,0020	0,0020	0,0024	0,0020	0,0020	0,0024
06-13	0,0347	0,0350	0,0348	0,0380	0,0170	0,0180	0,0180	0,0170	0,0180
12-13	0,0104	0,0100	0,0120	0,0120	0,0050	0,0020	0,0020	0,0050	0,0020
06-12	0,0047	0,0050	0,0048	0,0060	0,0040	0,0060	0,0060	0,0040	0,0060

parâmetros em pu

Tabela D.17: Parâmetros shunt das linhas

linha	$y_{11}$	$y_{22}$	$y_{33}$	$y_{21}$	$y_{31}$	$y_{32}$	$y_{12}$	$y_{13}$	$y_{23}$
01-25	0,0350	0,0352	0,0340	-0,006	-0,004	-0,006	-0,006	-0,004	-0,006
02-15	0,0450	0,0400	0,0350	-0,008	-0,009	-0,011	-0,008	-0,009	-0,011
03-23	0,0569	0,0600	0,0510	-0,050	-0,045	-0,042	-0,050	-0,045	-0,042
04-22	0,0350	0,0352	0,0340	-0,006	-0,004	-0,006	-0,006	-0,004	-0,006
21-27	0,0450	0,0400	0,0350	-0,008	-0,009	-0,011	-0,008	-0,009	-0,011
03-04	0,0569	0,0600	0,0510	-0,005	-0,005	-0,004	-0,005	-0,005	-0,002
04-28	0,0569	0,0600	0,0510	-0,005	-0,005	-0,004	-0,005	-0,005	-0,002
07-09	0,0250	0,0200	0,0150	-0,004	-0,005	-0,006	-0,004	-0,005	-0,006
07-08	0,0250	0,0200	0,0150	-0,004	-0,005	-0,006	-0,004	-0,005	-0,006
09-14	0,0250	0,0200	0,0150	-0,004	-0,005	-0,006	-0,004	-0,005	-0,006
09-10	0,0250	0,0200	0,0150	-0,004	-0,005	-0,006	-0,004	-0,005	-0,006
10-11	0,0250	0,0200	0,0150	-0,004	-0,005	-0,006	-0,004	-0,005	-0,006
13-14	0,0369	0,0300	0,0210	-0,005	-0,005	-0,004	-0,005	-0,005	-0,002
06-11	0,0250	0,0200	0,0150	-0,004	-0,005	-0,006	-0,004	-0,005	-0,006
06-13	0,0250	0,0200	0,0250	-0,008	-0,009	-0,011	-0,008	-0,009	-0,011
12-13	0,0369	0,0300	0,0210	-0,005	-0,005	-0,004	-0,005	-0,005	-0,002
06-12	0,0250	0,0200	0,0150	-0,004	-0,005	-0,006	-0,004	-0,005	-0,006

parâmetros em pu

Tabela D.18: Parâmetros dos transformadores

Conexão	Tipo	$y_t$	$tap_1$	$tap_2$
26 - 6	Yg:Yg	$0,0006 + j0,0164$	0,0000	0,0100
4 - 9	Yg:Yg	$0,0020 + j0,0380$	0,0000	0,0250
4 - 7	Yg:Yg	$0,0020 + j0,0280$	0,0000	0,0150

parâmetros em pu

## Apêndice E

# Trabalhos Publicados e Submetidos

1. (Submetido) De ALMEIDA M. C, ASADA E. N e GARCIA, A. V, "On The Use of Gram Matrix in Power System State Estimation", *IEEE Transactions on Power Systems (PES Letters)*, March, 2007.
2. (Submetido) De ALMEIDA M. C, ASADA E. N e GARCIA, A. V, "Estimação de Estado em Redes Trifásicas: Análise de Redundância das Medidas usando Matriz de Gram". *Revista da Sociedade Brasileira de Automática - SBA*, Março de 2007.
3. (Submetido) De ALMEIDA M. C, ASADA E. N e GARCIA, A. V, "Observability Restoration in Power System State Estimation". *Proceedings of 2nd International Conferenc on Electrical Engineering - CEE2007*, Coimbra, 26-28 November, 2007.
4. De ALMEIDA M. C, ASADA E. N e GARCIA, A. V, "A Numerical Method for Finding Spanning Trees in Power System State Estimation". *International Conference on Power System Technology (PowerCon2006)*, Chongqing, China, pg. 1-6, 22 a 26 October de 2006.
5. De ALMEIDA M. C, ASADA E. N e GARCIA, A. V, "Effects of Load Imbalance and System Asymmetry on Three-Phase State Estimation". *IEEE Power Engineering Society General Meeting 2006*, Montreal, Canada, pg. 1-6, 18 a 22 June 2006.
6. De ALMEIDA M. C, ASADA E. N e GARCIA, A. V, "Análise e Restauração da Observabilidade na Estimação de Estado Trifásica". *XVI Congresso Brasileiro de Automática, (CBA2006)*, Salvador, Bahia , pg. 1-6, 3 a 6 de Outubro de 2006.