

Universidade Estadual de Campinas
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação
Departamento de Sistemas e Controle de Energia

Uma Formulação Analítica Alternativa para a Análise Modal da Estabilidade de Tensão em Sistemas de Energia Elétrica

Luiz Carlos Pereira da Silva

Orientador: Prof. Dr. Vivaldo Fernando da Costa

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, UNICAMP, como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Campinas
Março de 1997

Este exemplar corresponde à edição final da tese
defendida por LUIZ CARLOS PEREIRA
DA SILVA e aprovada pela Comissão
Juizadora em 14 / 03 / 1997.
Vivaldo Fernando da Costa
Orientador

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

Si38f Silva, Luiz Carlos Pereira da
Uma formulação analítica alternativa para a análise modal da estabilidade de tensão em sistemas de energia elétrica / Luiz Carlos Pereira da.--Campinas, SP: [s.n.], 1997.

Orientador: Vivaldo Fernando da Costa.
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação

1. Sistemas de energia elétrica - Estabilidade. 2. Colapso (Eletricidade). 3. Análise modal. I. Costa, Vivaldo Fernando da. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. III. Título.

ABSTRACT

This work presents an alternative model for voltage stability studies by modal analysis. The proposed model is based on power sensitivities, used to establish the dynamic power balance conditions at the network buses. An important characteristic of this model relies on the preservation of the system's structure. The load flow jacobian is preserved as a submatrix of the system dynamic jacobian matrix. Therefore, it is possible to compare the dynamic and static approaches of the problem. Test results on three systems examples for different generator and load models are presented. It has been concluded that the generator and load modeling play an important role on voltage stability studies.

AGRADECIMENTOS

- Prof. Dr. Vivaldo Fernando da Costa pela excelente orientação, por todo o conhecimento transmitido sobre diversos assuntos e principalmente pela amizade e confiança.
- Aos professores Ana Cristina, Básilio, Bim, Castro, Murari, Vivaldo e Yaro pelas aulas, conversas e dicas importantes.
- Cynthia Mendonça Moreira pelos importantes comentários ao longo do trabalho e pela leitura do manuscrito.
- Aos amigos Alysson, André, Cynthia, Elias, Fábio, Fernandos, Getúlio, Gustavo, José Luiz, Larissa, Márcio, Pilar e Roberta (especial) pelo carinho e apoio fundamental para a realização desse trabalho.
- A minha família por me incentivar em todos os momentos e por me mostrar o caminho do trabalho e da união.
- Ao CNPq pelo apoio financeiro.

Dedico essa pequena conquista a memória de meus avôs e de meu tio

Geraldo Silvério Diniz

João Ribeiro da Silva

Salviano Sousa Santos

SIMBOLOGIA

ω	velocidade angular;
δ	abertura angular do gerador;
E'_d	componente de eixo direto da tensão transitória;
E'_q	componente de eixo em quadratura da tensão transitória;
E_{FD}	tensão de campo do gerador;
T'_{do}	constante de tempo transitória de eixo direto com estator em circuito aberto;
T'_{qo}	constante de tempo transitória de eixo em quadratura com estator em circuito aberto;
T_E, T_A, T_F	constantes de tempo do excitador tipo I-IEEE;
K_E, K_A, K_F	ganhos do excitador tipo I-IEEE;
P_m	potência mecânica aplicada pela turbina ao eixo do gerador;
D	coeficiente de amortecimento da máquina síncrona;
M	coeficiente de inércia;
x_d	reatância síncrona de eixo direto;
x'_d	reatância transitória de eixo direto;
x_q	reatância síncrona de eixo em quadratura;
x'_q	reatância transitória de eixo em quadratura;
V_{REF}	tensão de referência do sistema de excitação;
s	operador laplaciano;
j	operador complexo;
Δ	variação incremental;
$\dot{x}$	derivada da variável de estado x em relação ao tempo;
OLTC	On-Load Tap Changer;
SVC's	Systems Var Compesators;
FACT's	Flexible AC Transmission Systems.

ÍNDICE

RESUMO.....	i
ABSTRACT.....	ii
AGRADECIMENTOS.....	iii
SIMBOLOGIA.....	v
CAPÍTULO 1 Introdução.....	1
CAPÍTULO 2 Estabilidade de Tensão de Sistemas Elétricos de Potência.....	3
2.1 Introdução.....	3
2.2 Estabilidade de Tensão.....	4
2.3 Mecanismos do Colapso de Tensão.....	5
2.4 Classificação da Estabilidade de Tensão.....	8
2.4.1 Estabilidade de Pequenas Perturbações.....	10
2.4.2 Estabilidade de Tensão de Grandes Perturbações.....	11
2.5 Metodologias de Análise da Estabilidade de Tensão.....	12
2.5.1 Abordagens Estáticas.....	12
2.5.1.1 Método de Curvas P-V e Q-V.....	13
2.5.1.2 Método de Sensibilidade V-Q.....	15
2.5.1.3 Análise Modal Estática (Q-V).....	16
2.5.1.4 Bifurcação Estática.....	19
2.5.1.5 Índices.....	20
2.5.2 Abordagens Dinâmicas.....	21
2.5.2.1 Análise Modal.....	21
2.5.2.2 Simulação no Domínio do Tempo.....	21

Sumário.....	21
CAPÍTULO 3 Análise Modal Aplicada à Estabilidade de Tensão.....	23
3.1 Introdução.....	23
3.2 Análise Modal de um Sistema Dinâmico.....	23
3.3 Análise Modal da Estabilidade de Tensão.....	27
3.3.1 Modelos por Injeção de Corrente.....	28
3.3.1.1 Modelo de Kundur.....	28
3.3.1.2 Modelo de Martins.....	30
3.3.2 Modelos por Injeção de Potência.....	31
3.3.2.1 Modelo de Pai.....	31
3.4 Uma Formulação Analítica Alternativa para a Análise Modal da Estabilidade de Tensão Baseada no Balanço Nodal de Potência.....	37
3.4.1 Linearização do Modelo de Sétima Ordem	41
3.4.2 Formação da matriz de estado.....	46
3.5 Modelagem da Carga.....	48
3.5.1 Modelos Estáticos... ..	49
3.5.2 Modelos Dinâmicos.	50
CAPÍTULO 4 Simulações e Resultados.....	54
4.1 Introdução.....	54
4.2 Sistema Teste de 1 Gerador e 2 Barras.....	55
4.2.1 Simulações Usando o Modelo de Quarta Ordem para a Unidade Geradora.....	56
4.2.2 Simulações Usando o Modelo de Quinta Ordem para a Unidade Geradora.....	65
4.2.3 Simulações Usando o Modelo de Sexta Ordem para a Unidade Geradora.....	69
4.2.4 Simulações Usando o Modelo de Sétima Ordem para a Unidade Geradora.....	74

4.3	Sistema Teste de 2 Geradores e 3 Barras.....	80
4.4	Sistema Teste de 3 Geradores e 9 Barras.....	82
	Sumário.....	85
CAPÍTULO 5	Conclusões.....	86
	Sugestões para Trabalhos Futuros.. ..	88
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	89
APÊNDICE A	Programa Desenvolvido Para Estudos da Estabilidade de Tensão	
	Através da Análise Modal.....	94
APÊNDICE B	Cálculo das Condições Iniciais.....	97
APÊNDICE C	Como Montar a Matriz de Estado.....	99
APÊNDICE D	Modelagens Utilizadas para as Máquinas Síncronas e Sistemas de	
	Excitação.....	103
APÊNDICE E	Parâmetros e Sensibilidades de Potência.....	107
APÊNDICE F	O Problema dos Autovalores Nulos.....	109

CAPÍTULO 1

Introdução

Desde o início dos anos 80 o problema da estabilidade de tensão tem se constituído num dos principais obstáculos à operação estável dos sistemas de energia elétrica. Instabilidade de tensão, caracterizada por um declínio progressivo e incontrolável das tensões, ou por oscilações de tensão com amplitudes crescentes, tem causado blecautes em sistemas elétricos de vários países. Um dos últimos exemplos foi o blecaute que atingiu quinze estados da região oeste dos EUA, por duas horas, em julho de 1996 [Folha de São Paulo]. No Brasil, problemas de estabilidade de tensão também tem ocorrido [Lemos, 1996], [Prada, 1993]. A causa básica do problema se deve ao crescente aumento da demanda, sem um correspondente aumento das capacidades de transmissão e geração dos sistemas de energia elétrica.

O problema da estabilidade de tensão tem sido abordado segundo dois pontos de vista: estático e dinâmico. As abordagens estáticas são essencialmente baseadas nos modelos de fluxo de potência. A abordagem dinâmica pode ser realizada através da simulação não linear no domínio do tempo ou através da análise modal.

Neste trabalho é apresentado um modelo baseado na metodologia do balanço nodal de potência, para a abordagem dinâmica da estabilidade de tensão via análise modal. A principal característica exibida por este modelo reside na preservação da estrutura do sistema. O jacobiano do fluxo de potência fica preservado como uma submatriz da matriz jacobiana do sistema dinâmico. Desta maneira, é possível se fazer comparações entre a análise dinâmica do problema (autovalores) e a análise estática (singularidade do jacobiano do fluxo de potência). Esta característica também é exibida pelo modelo utilizado em [Ranjan, 1993], [Rajagopalan, 1992], [Sauer, 1990] para a análise da estabilidade de tensão. Isto é inerente ao fato de ambos serem

desenvolvidos através da metodologia do balanço nodal de potência. No entanto, no modelo proposto neste trabalho, a implementação de cargas não-lineares, carga dinâmica agregada ou de qualquer outro dispositivo é bastante simplificada.

Este trabalho objetiva demonstrar a viabilidade deste modelo para a análise modal (dinâmica) da estabilidade de tensão em sistemas de energia elétrica. A sua organização é apresentada a seguir.

No capítulo 2 são abordados, inicialmente, conceitos básicos sobre o fenômeno da instabilidade de tensão, e as causas de seu aparecimento. Em seguida, é feita uma classificação da estabilidade de tensão, e as principais metodologias de análise (estáticas e dinâmicas) são abordadas.

O capítulo 3 apresenta, inicialmente, os fundamentos da análise modal, bem como os principais modelos aplicados ao problema da estabilidade de tensão. Em seguida, é apresentado o modelo alternativo proposto neste trabalho.

O capítulo 4 apresenta os resultados de simulações obtidos através deste modelo para 3 sistemas citados na literatura. São consideradas várias possibilidades para a modelagem dos geradores e das cargas.

O capítulo 5 apresenta as conclusões gerais deste trabalho, bem como sugestões para possíveis continuações.

CAPÍTULO 2

Estabilidade de Tensão de Sistemas Elétricos de Potência

2.1 Introdução

A estabilidade de um sistema elétrico de potência se refere à sua capacidade de permanecer num estado de equilíbrio sob condições normais de operação, bem como a de adquirir um estado de equilíbrio aceitável após ser submetido à perturbações.

Desde a constituição dos primeiros sistema elétricos de potência, os principais obstáculos à operação estável destes sistemas tem sido relacionado a manutenção do sincronismo de seus geradores síncronos, condição necessária para a operação estável dos mesmos [Kimbark, 1948]. Este tipo de estabilidade é ditado pela dinâmica dos ângulos dos rotores dos geradores, e recebe da literatura recente a denominação de estabilidade de ângulo [Taylor, 1993].

Dois aspectos deste problema têm sido discutidos com mais intensidade: o primeiro envolvendo grandes perturbações nas condições de operação do sistema, provocadas por distúrbios significativos tais como curtos-circuitos na rede de transmissão, perdas de grandes blocos de carga ou geração, é denominado de **estabilidade transitória**. O segundo, relacionado a variações lentas ou graduais nas condições do sistema, devidas aos efeitos de pequenas perturbações de natureza aleatória que ocorrem durante a operação normal do mesmo, é denominado de **estabilidade de pequenas perturbações**. Em ambos os casos, a instabilidade pode ocorrer sob a forma monotônica ou oscilatória, as quais são respectivamente decorrentes da falta de torques sincronizantes ou de torques de amortecimento dos geradores síncronos.

No entanto, desde o final dos anos 70, tem ocorrido casos em que a instabilidade tem se manifestado mesmo quando há suficiente torque sincronizante e de amortecimento. Ela é

provocada essencialmente pela insuficiência de suporte reativo do sistema, e também pode ocorrer sob a forma monotônica ou oscilatória. No primeiro caso ela se caracteriza por um declínio lento e gradual da tensão, e no segundo por oscilações de tensão de amplitudes crescentes. O termo instabilidade de tensão tem sido utilizado para a descrição destes fenômenos.

2.2 Estabilidade de Tensão

Devido às restrições econômicas e ambientais que tem sido impostas ao desenvolvimento de novas linhas de transmissão e unidades geradoras, existe uma tendência contínua no planejamento e na operação de sistemas elétricos de potência de maximizar o carregamento dos mesmos, de modo a atender à crescente demanda da carga. A principal consequência desta tendência tem sido a redução das margens de estabilidade destes sistemas. Estas margens sempre estiveram relacionadas aos limites térmicos e de estabilidade de ângulo. No entanto, devido à tendência também contínua de interligações de sistemas, as redes elétricas tem ficado mais densas, e nestas condições, a prática de maximizar os fluxos de potência na rede de transmissão tem levado ao aparecimento de problemas de estabilidade relacionados ao controle da potência reativa. Casos ocorreram em sistemas elétricos de vários países, inclusive do Brasil, em que a instabilidade se manifestou por um comportamento anormal das tensões do sistema, podendo ou não envolver a instabilidade de ângulo. Este fenômeno denominado instabilidade de tensão tem se caracterizado, na maioria dos casos, por um declínio progressivo e incontrolável da magnitude das tensões das barras de carga do sistema, embora oscilações de tensão com amplitudes crescentes também possam ocorrer.

A instabilidade de tensão é essencialmente um fenômeno local, mas suas consequências podem ter um impacto difundido. Os eventos que se seguem a esta instabilidade podem levar uma parte significativa da rede a um perfil de baixa tensão. Desta maneira, a redução inerente dos

torques sincronizantes poderá acarretar na perda de sincronismo entre várias partes do sistema (ilhamentos) e blecaute parcial ou total poderá ocorrer. Este tipo de instabilidade tem sido referido na literatura como colapso de tensão. Blecautes como os que ocorreram no sistema da França em 1978 [Mansour, 1993], no sistema da Bélgica em 1982, no sistema da Suécia em 1983 [Walve, 1986], bem como no sistema Sul do Brasil em 1994 [Lemos, 1996], foram resultados do colapso de tensão nestes sistemas. A causa primária do problema está relacionada ao suporte insuficiente ou inadequado de reativos do sistema quando a demanda da carga torna-se excessiva, bem como a ação, nestas condições, dos mecanismos que serão descritos em seguida.

2.3 Mecanismos do Colapso de Tensão

O colapso de tensão caracteriza-se inicialmente por uma variação lenta do ponto de operação do sistema, de tal maneira que as magnitudes das tensões de certas barras de carga decrescem gradualmente por um longo período de tempo (frequentemente minutos), até que uma queda abrupta ocorre. O evento inicial que desencadeia este processo dinâmico pode ser um pequeno e inesperado aumento de carga, tal como ocorreu no Japão em 1987 [Chiang, 1995], ou uma contingência, tal como ocorreu na Suécia em 1982 [Walve, 1986]. A essência do problema reside na incapacidade do sistema de manter o balanço de reativos ao longo deste processo dinâmico. Os principais fatores responsáveis por esta incapacidade são:

- **Fontes Insuficientes de Reativos**

A compensação de reativos é de fundamental importância para a manutenção da estabilidade do sistema, e deve envolver uma utilização adequada de capacitores (*Shunt* e *Série*), compensadores estáticos (SVC's), bem como condensadores síncronos. Na medida do possível, a potência reativa deve ser gerada próximo dos pontos de consumo, visto que a sua transmissão em

condições de alto carregamento ativo (tendência existente na operação), ou mesmo quando estas condições são decorrentes de contingências, é extremamente ineficiente, ou mesmo inviável.

Vários especialistas de empresas concessionárias de energia [Nedwick, 1995], [Taylor, 1993], [Kundur, 1993], recomendam que a compensação de reativos seja feita de modo a permitir que os geradores operem com fatores de potência próximos da unidade. Desta maneira, uma “reserva reativa” estará disponível nos geradores, o que resulta em muitas vantagens, como por exemplo o fato deles atenderem muito mais rapidamente a solicitação de reativos do sistema do que o chaveamento de fontes estáticas (bancos de capacitores) [Nedwick, 1995].

Problemas com a estabilidade de tensão afloram quando uma área de carga do sistema fica sujeita a um déficit de reativos após a ocorrência de uma perturbação. Sendo impraticável a transmissão de potência reativa a partir de fontes remotas, é imperativo que este déficit seja compensado pela “reserva reativa” local. Se isto não puder ser realizado, principalmente devido à ação dos limitadores de corrente de campo e de armadura dos geradores, a queda inerente das tensões nas barras de carga acarretará na ativação de dispositivos de controle de tensão, tais como os OLTC's. Nestas condições de “reserva reativa” local insuficiente, a ação destes dispositivos pode ser fatal para a estabilidade de tensão do sistema.

- **OLTC's**

A principal função dos OLTC's consiste na redução das flutuações de tensão nas barras de carga do sistema. No entanto, podem também causar o colapso de tensão. Os OLTC's possuem uma dinâmica lenta, associada com as variações de *taps* necessárias para manter as tensões secundárias (do lado da carga) nos valores nominais. Eles começam a restaurar estas tensões na faixa de 30 a 60 segundos após a ocorrência de uma perturbação no sistema, tal como uma contingência. Ao fazerem isso, demandam mais potência reativa do sistema, e se esta não puder ser atendida devido às restrições da rede de transmissão e/ou aos limites de reativos dos geradores, estas tensões cairão ainda mais, ao invés de subirem. Variações adicionais dos *taps* só

só irão agravar o problema. Este fenômeno, denominado de ação reversa dos OLTC's [Ohtsuki, 1991], [Sekine, 1990], [Hiskens, 1993], foi a causa decisiva de alguns casos de colapso de tensão relatados na literatura [Kundur, 1993]. Em outros, o colapso foi evitado bloqueando-se os mecanismos de mudança dos *taps*.

- **Características das Cargas**

Em geral, a instabilidade de tensão manifesta-se como instabilidade das tensões de barras de carga críticas do sistema. Desta forma, as características que as cargas exibem em níveis baixos de tensão são considerados de fundamental importância no mecanismo da instabilidade de tensão.

Cargas que exibem características de impedância ou corrente constante não causam a instabilidade de tensão [Pal, 1992]. Esta é ditada essencialmente pelas cargas que exibem características de potência constante. Cabe salientar, que esta característica não é estática. Quando ocorre uma súbita queda nas tensões devido à ocorrência de uma perturbação no sistema, este tipo de carga drena do sistema a corrente necessária para satisfazer a demanda ao nível pré-perturbação. Este processo não é instantâneo. Existe uma dinâmica que resulta do desejo de se manter esta demanda. Para cargas, tais como motores de indução esta característica é inerente. Outras exibem esta característica devido à ação de mecanismos de controle que são projetados para manter a tensão dos mesmos constantes, tais como OLTC's, abordados anteriormente. Cargas termostaticamente controladas também exibem esta característica. Todos esses processos dinâmicos individuais dos diferentes tipos de carga são impostos ao sistema de forma conjunta. Este só pode "enxergar" os efeitos agregados, isto é, como devidos ao comportamento agregado das cargas individuais. A Figura 2.1 ilustra a composição de uma barra de carga do sistema.

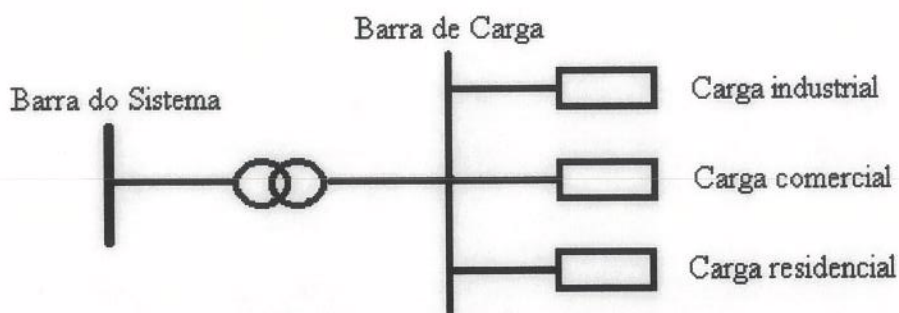


Figura 2.1 - Composição da carga

A Figura 2.2 mostra a resposta típica de uma carga agregada para uma variação em degrau da tensão.

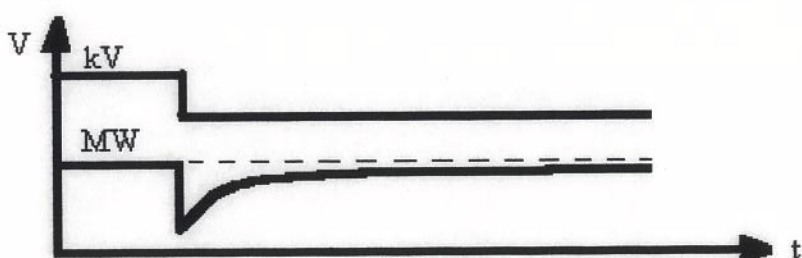


Figura 2.2 - Comportamento dinâmico típico de uma carga agregada

O comportamento dinâmico monotônico de cargas agregadas é a causa direta do modo monotônico do colapso de tensão. Esta é a razão pela qual a modelagem dinâmica de cargas agregadas tem sido considerada por vários especialistas, como um dos mais importantes assuntos de pesquisa em estabilidade de tensão [Xu, 1993]. No capítulo 3 será apresentado um modelo que tem sido utilizado em vários estudos relatados na literatura, o qual também será considerado pelo modelo proposto neste trabalho para a análise da estabilidade de tensão.

2.4 Classificação da Estabilidade de Tensão

A instabilidade de tensão pode ocorrer quando o sistema é submetido a grandes perturbações, tais como faltas, perdas de grandes blocos de carga ou de geração. Mas pode também ocorrer na ausência delas, como por exemplo, quando o sistema é submetido a uma

pequena variação do seu ponto de operação. Desta forma, o problema de estabilidade de tensão, assim como o da estabilidade de ângulo, pode ser investigado segundo dois aspectos: estabilidade de grandes e pequenas perturbações [Kundur, 1993].

Estes dois aspectos do problema podem ser visualizados considerando-se a curva P-V para o sistema mostrado na Figura 2.3.



Figura 2.3 - Carga alimentada por barra infinita

Se a carga for aumentada gradativamente do valor inicial $P_0 + jQ_0$, com Q_0 constante, a curva P-V mostrada na Figura 2.4 pode ser obtida.

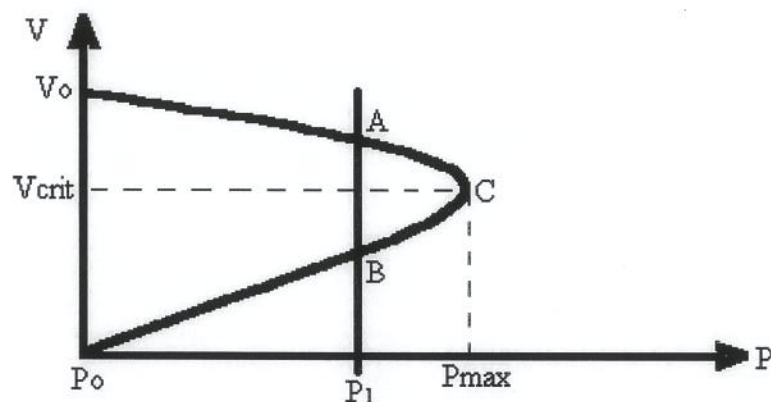


Figura 2.4 - Curva P-V do sistema mostrado na Figura 2.3

Esta curva mostra a variação da tensão na barra de carga conforme a demanda (P) aumenta. O limite máximo de transferência de potência é atingido em P_{max} . A operação próxima deste ponto, denominado “nariz” da curva P-V, tem sido apontado na literatura como sendo a causa principal do problema da estabilidade de tensão. Conforme será abordado posteriormente, as análises estáticas do problema identificam este ponto de tensão crítica V_{crit} , como sendo o limite de estabilidade de tensão do sistema.

A curva P-V indica os pontos de operação para os quais nenhum desbalanceamento de potência reativa existe através do sistema. Tendo em vista o fato de que ela se expande para a direita com injeção adicional de reativos, as áreas internas e externa caracterizam-se, respectivamente, por excesso e déficit de reativos.

2.4.1 Estabilidade de Pequenas Perturbações

A estabilidade de tensão de pequenas perturbações diz respeito à estabilidade do ponto de operação do sistema. Conforme é mostrado na Figura 2.4, para uma carga de potência constante P_1 , a interseção de sua característica (linha vertical) com a curva P-V resulta em dois pontos de equilíbrio, A e B. O ponto de equilíbrio A é estável, visto que para esta carga constante (estática), a tensão não pode subir para dentro da área de déficit de reativos, nem descer para a área de excesso de reativos. No entanto, o ponto de equilíbrio B é instável, visto que para uma pequena variação de reativos, a tensão irá subir pelo excesso de suprimento de reativos da área interna, ou irá cair pela falta de reativos da área externa [Sekine, 1992].

Utilizando um modelo de primeira ordem para representar o comportamento dinâmico de uma carga de potência constante, Pal [Pal, 1992] demonstrou que se o estado final do sistema após a ocorrência de uma pequena perturbação situar-se na região V_0ACB da curva P-V (Figura 2.4), o sistema pós-perturbação será estável, isto é, o ponto de operação irá mover-se para o ponto de equilíbrio A. A região V_0ACB , isto é, a região da curva P-V à direita do ponto de equilíbrio instável B, é a região de atração do ponto de equilíbrio estável A.

2.4.2 Estabilidade de Tensão de Grandes Perturbações

O sistema é estável a grandes perturbações se existir um ponto de equilíbrio estável para o sistema pós-perturbação [Pal,1992]. Isto pode ser visualizado, considerando-se o sistema da Figura 2.3 alimentando inicialmente uma carga P_1 , e supondo que uma perturbação cause a perda de uma linha do circuito duplo de transmissão. A Figura 2.5 mostra as curvas P-V pós e pré-perturbação.

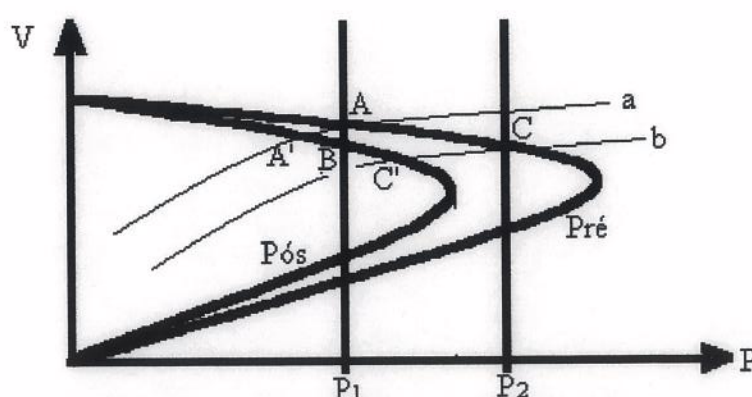


Figura 2.5 - Curvas P-V (Pré e Pós-Perturbação) e características das cargas

Para a carga inicial P_1 , os pontos A e B são, respectivamente, os pontos de equilíbrio estáveis do sistema pré e pós perturbação. A transição entre eles se dá através de um processo dinâmico. Instantaneamente após a ocorrência da perturbação, a carga se comporta como impedância constante, e desta forma, o ponto de operação move-se de A para A', interseção desta característica instantânea da carga, mostrada pela linha (a), com a curva P-V pós-perturbação. Visto que A' está dentro da região de atração do ponto de equilíbrio estável B do sistema pós-perturbação, o ponto de operação irá mover-se para B, e o sistema será estável.

Se a carga inicial é P_2 (maior do que a máxima potência que pode ser suprida pelo sistema pós-perturbação), o ponto de operação move-se de C para C' após a ocorrência da perturbação. Como não existe ponto de equilíbrio para o sistema pós-perturbação se o nível de carga é P_2 , o

colapso de tensão irá ocorrer se a carga tentar manter esta demanda pré-perturbação. No entanto, este processo de restauração da carga é lento, e em geral, existe tempo suficiente para que medidas corretivas sejam tomadas, de modo a se garantir a estabilidade do sistema.

2.5 Metodologias de Análise da Estabilidade de Tensão

A instabilidade ou colapso de tensão é um processo dinâmico. Ela é ditada essencialmente pelo comportamento dinâmico das cargas, bem como pela ação dos mecanismos de controle de tensão. Desta forma, é imperativo que uma formulação dinâmica para o sistema seja utilizada na análise do problema. No entanto, muitos aspectos do problema de estabilidade de tensão podem ser analisados através de métodos estáticos.

2.5.1 Abordagens Estáticas

Os métodos estáticos de análise da estabilidade de tensão são essencialmente baseados nas equações do fluxo de potência. Em geral, estes métodos buscam responder três questões básicas no que diz respeito à estabilidade de tensão [Mansour, 1993, 1990]:

1. Dada uma condição de operação, o sistema é estável ?
2. Para uma dada condição de operação, o quão próximo o sistema está da instabilidade?
3. Se o sistema é instável, onde e porque a instabilidade ocorreu?

Em outras palavras, estes métodos buscam responder questões relativas à margens de estabilidade de tensão, bem como aos mecanismos da instabilidade. Alguns dos principais métodos utilizados em vários estudos relatados na literatura serão abordados em seguida.

2.5.1.1 Método de Curvas P-V e Q-V

Estes são os métodos tradicionalmente utilizados pelas empresas concessionárias de energia elétrica para a análise da estabilidade de tensão. Eles envolvem a geração de curvas P-V e Q-V para barras de carga selecionadas do sistema, através da utilização de fluxos de potência convencionais.

- **Curvas P-V**

A essência deste método reside na determinação da demanda máxima que o sistema pode atender (ponto “nariz” da curva P-V), identificada como a condição em que o colapso de tensão irá ocorrer. Desta forma, para um dado ponto de operação, a distância ao ponto “nariz” da curva P-V indica a margem de estabilidade de tensão do sistema, do ponto de vista da estabilidade de pequenas perturbações (aumento gradativo do carregamento do sistema).

Em geral, para cada barra de carga selecionada a curva P-V é obtida através da execução em sequência do fluxo de potência para vários incrementos de carga, mantendo-se constante a demanda das demais barras. Este procedimento envolve um alto consumo de tempo computacional, e não fornece informações sobre os mecanismos da instabilidade. Outra desvantagem deste método reside na impossibilidade de se gerar curvas P-V completas, devido a problemas de convergência do fluxo de potência próximo do ponto “nariz”.

- **Curvas Q-V**

A curva Q-V, assim como a curva P-V, também é obtida através de uma sequência de soluções do fluxo de potência. Ela fornece informação de como varia a tensão em uma barra de teste, denominada “barra Q-V” (escolhida com base, principalmente, nas informações propiciadas pelos operadores do sistema) em função da injeção de potência reativa. Para a sua obtenção, um condensador síncrono hipotético é adicionado à barra Q-V. A sua tensão é ajustada de modo a produzir potência de saída nula na condição inicial. Em seguida, a sequência de pontos (Q,V) é

determinada diminuindo-se paulatinamente a sua tensão à medida em que a injeção de reativos é calculada através do fluxo de potência. Computacionalmente, isto é realizado convertendo-se a barra em questão em barra P-V sem limites de injeção de potência reativa. Os valores de tensão são representados no eixo das abscissas, e os da potência reativa injetada no eixo das ordenadas, conforme ilustra a Figura 2.6 [Taylor, 1993].

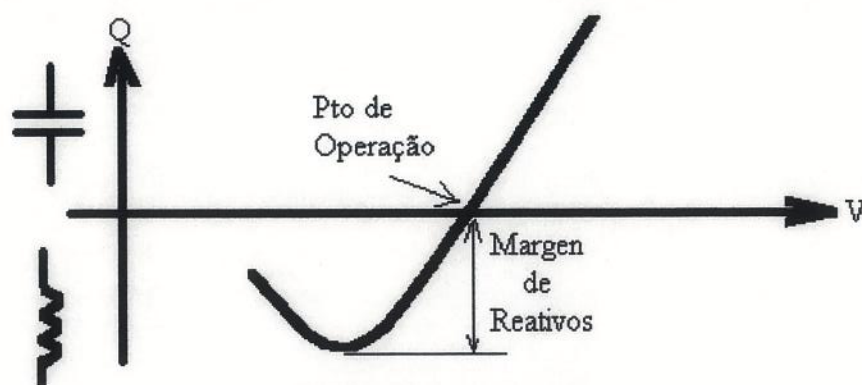


Figura 2.6 - Curva Q-V

Nesta Figura é mostrado também a margem de reativos disponível na barra em questão. A margem de reativos é a diferença entre a potência reativa de saída nula do condensador síncrono e a potência de saída do mesmo na base da curva Q-V, que representa o limite de estabilidade de tensão ($dQ/dV = 0$).

A principal vantagem deste método é que ele é simples e rápido para se determinar a margem reativa em barras críticas. No entanto, ele envolve várias limitações, dentre as quais o fato de estressar a capacidade de atendimento do sistema em apenas uma barra. Isto pode deturpar as condições de estabilidade do sistema, levando a resultados enganosos [Kundur, 1993].

2.5.1.2 Método de Sensibilidade V-Q

Este método é essencialmente relacionado a análise da matriz jacobiana que resulta da solução de um fluxo de potência do sistema. O modelo linearizado em torno do ponto de operação é expresso por:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{P\theta} & J_{PV} \\ J_{Q\theta} & J_{QV} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

onde

- ΔP : variação incremental de potência ativa
- ΔQ : variação incremental de potência reativa
- $\Delta \theta$: variação incremental do ângulo da tensão nodal
- ΔV : variação incremental da magnitude da tensão nodal

Os elementos da matriz jacobiana representam as sensibilidades entre as variações das injeções de potência e as variações das tensões nas barras do sistema. Ela pode ser alterada para incluir as características (estáticas) dos geradores, cargas, dispositivos de compensação de reativos [Kundur, 1993], [Mansour, 1993].

Para cada ponto de operação as variações de potência ativa são supostas nulas ($\Delta P = 0$), e a estabilidade é avaliada considerando-se a relação incremental entre V e Q, ou seja:

$$\Delta Q = J_R \Delta V \quad (2.2)$$

onde

$$J_R = [J_{QV} - J_{Q\theta} J_{P\theta}^{-1} J_{PV}]$$

é a matriz jacobiana reduzida do sistema.

Da equação (2.1) pode-se escrever:

$$\Delta V = J_R^{-1} \Delta Q \quad (2.3)$$

onde J_R^{-1} é a matriz jacobiana V-Q reduzida. O i-ésimo elemento da diagonal representa a sensibilidade V-Q da barra i, ou ainda, a inclinação da curva Q-V da barra i para um dado ponto de operação. A estabilidade de tensão é avaliada através do sinal das sensibilidades V-Q de todas as barras do sistema. Sensibilidade V-Q positiva significa que para uma injeção de potência reativa em uma dada barra, a sua tensão aumenta. O sistema é estável se todas as sensibilidades V-Q forem positivas, e instável se pelo menos uma barra apresentar sensibilidade V-Q negativa. Quanto menor a sensibilidade mais estável é o sistema. Esta sensibilidade se torna infinita no limite de estabilidade de tensão, traduzido pela singularidade da matriz jacobiana reduzida J_R .

Embora a determinação das sensibilidades V-Q em todas as barras seja útil para se avaliar a estabilidade de tensão, este método tem aplicação muito limitada. A instabilidade de tensão não ocorre para barras individuais, e sim para modos individuais, e nestes, cada barra do sistema exibe um diferente grau de participação, conforme será visto em seguida pela análise modal estática.

2.5.1.3 Análise Modal Estática (Q-V)

A análise modal Q-V envolve a determinação dos autovalores e autovetores associados da matriz de sensibilidade Q-V reduzida (matriz jacobiana J_R da equação 2.2). Os autovalores desta matriz identificam os diferentes modos pelos quais o sistema pode se tornar instável. O significado destes modos pode ser visualizado considerando-se inicialmente a relação incremental entre a tensão e a potência reativa da barra de carga do sistema isolado mostrado na Figura 2.5, dada por:

$$\lambda \Delta V = \Delta Q \quad (2.4)$$

onde λ representa o jacobiano reduzido da rede, sendo para este caso um mero coeficiente. Ele também pode ser considerado como sendo o autovalor do jacobiano. Se o valor de $\lambda \rightarrow 0$, a

sensibilidade da tensão à uma pequena variação na carga reativa torna-se infinita. Este é o limite de estabilidade de tensão. O sistema é estável para $\lambda > 0$ e instável para $\lambda < 0$. Ou seja, o sistema é estável quando uma injeção de potência reativa positiva na barra, eleva a sua tensão.

Considere-se agora um sistema ideal, cuja matriz jacobiana é da forma mostrada pela expressão:

$$\begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \\ \vdots \\ \Delta Q_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \lambda_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \\ \vdots \\ \Delta V_n \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Se um autovalor λ_i tende a zero, uma pequena variação de reativos na barra i irá causar uma variação muito grande na sua tensão. As outras barras não são afetadas. O colapso de tensão tende a ocorrer apenas na barra i . Desta forma, comparando-se os valores dos elementos (autovalores) desta matriz jacobiana, tem-se uma indicação das barras mais vulneráveis à ocorrência de instabilidade de tensão.

No entanto, infelizmente, a matriz jacobiana de um sistema real não é uma matriz diagonal. Mas ela pode ser diagonalizada através de técnicas de análise modal, e desta forma, a seguinte relação transformada entre as variações incrementais de tensão e potência reativa pode ser obtida [Xu, 1993].

$$\begin{bmatrix} \Delta q_1 \\ \Delta q_2 \\ \vdots \\ \Delta q_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \lambda_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta v_1 \\ \Delta v_2 \\ \vdots \\ \Delta v_n \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

onde

$$[\Delta v] = [T][\Delta V]$$

$$[\Delta q] = [T][\Delta Q]$$

$$[T] \rightarrow \text{matriz dos autovetores esquerdos de } [J_R]$$

O vetor $[\Delta v]$ é denominado vetor das **tensões modais**. Cada tensão modal é uma combinação linear das variações das tensões das barras do sistema. O vetor $[\Delta q]$ é denominado de vetor das **potências reativas modais**. Cada potência reativa modal é uma combinação linear das variações de potência reativa nas barras do sistema.

Para o i -ésimo modo tem-se:

$$\Delta v_i = \frac{1}{\lambda_i} \Delta q_i \quad (2.7)$$

Conforme é enfatizado por Xu e outros [Xu,1993], a principal conclusão que se pode tirar desta expressão, é que o colapso de tensão se traduz, na verdade, pelo colapso da tensão modal, e não pelo de uma tensão “física”. Ele ocorre quando $\lambda_i=0$, visto que nesta condição, uma pequena variação de Δq_i acarreta em uma variação infinita de Δv_i . Se $\lambda_i>0$ as variações Δv_i e Δq_i se dão no mesmo sentido, indicando que o sistema é estável. Se $\lambda_i<0$ as variações de Δv_i e Δq_i se dão em sentidos contrários, indicando que o sistema é instável.

A implementação desta técnica de análise para sistemas reais é descrita em detalhes por Gao, Morrison e Kundur [Gao, 1992]. A partir do cálculo dos autovalores e autovetores esquerdos e direitos são obtidos fatores de participação das barras, geradores e linhas de transmissão em modos críticos. Estes fatores de participação fornecem informações valiosas sobre os mecanismos da instabilidade, bem como sobre as áreas mais vulneráveis a problemas de estabilidade de tensão. Estas mesmas informações são propiciadas por uma metodologia alternativa proposta em [Pinto, 1994], que realiza a análise modal da matriz jacobiana $(-J_R)^{-1}$, ao invés da matriz (J_R) utilizada na metodologia descrita em [Gao, 1992].

Conforme enfatizam vários pesquisadores [Vieira, 1994], resultados obtidos com a análise modal são rigorosamente válidos somente para variações incrementais. O potencial desta

metodologia reside na sua capacidade de propiciar informações sobre as tendências das variações do sistema, e não nos valores numéricos reais destas variações.

2.5.1.4 Bifurcação Estática

Os avanços ocorridos, principalmente na última década, da teoria de sistemas dinâmicos não-lineares, particularmente da teoria das bifurcações, tem sido utilizados por vários pesquisadores para caracterizarem o fenômeno da instabilidade de tensão. Esta teoria permite o entendimento do comportamento dinâmico do sistema em termos da dependência que este possui de seus parâmetros. Estes parâmetros muitas vezes variam com o tempo, bem como com as condições de operação. Conforme eles variam, o ponto de equilíbrio do sistema pode sofrer uma mudança qualitativa, bem como pode mudar o número de pontos de equilíbrio. Podem aparecer novos pontos de equilíbrio, ou desaparecer os já existentes. Os valores dos parâmetros para os quais estas mudanças denominadas **bifurcações** ocorrem, são denominados de **valores de bifurcação** [Abed, 1990], [Bompard, 1993], [Kwatny, 1995], [Hiskens, 1995], [Vu, 1995].

Esta teoria foi utilizada pela primeira vez na análise da estabilidade de tensão por Kwatny e outros [Kwatny, 1986]. O problema foi considerado por estes autores do ponto de vista (estático) das equações do fluxo de potência. Esta abordagem pode ser visualizada representando-se estas equações na forma:

$$g(y, \mu) = 0 \quad (2.8)$$

onde $y \in \mathbb{R}^n$ é o vetor que contém as variáveis algébricas (magnitudes e ângulos das tensões nodais) e $\mu \in \mathbb{R}^n$ é o vetor das variáveis de controle (parâmetros) do sistema.

A essência desta metodologia consiste em caracterizar o conjunto solução das equações do fluxo de potência (eq.2.8), em uma dada vizinhança de um ponto de equilíbrio (y^*, μ^*) . Este

ponto é um ponto de bifurcação e μ^* é o valor de bifurcação do parâmetro, se na vizinhança de (y^*, μ^*) existir y_1, y_2 e μ tais que $g(y_1, \mu) = 0, g(y_2, \mu) = 0$ e $y_1 \neq y_2$. Este ponto de bifurcação ocorre somente quando a matriz jacobiana é singular (possui autovalor nulo). Quando existem múltiplas soluções do fluxo de potência, elas correspondem a múltiplos pontos de equilíbrio do sistema na vizinhança deste ponto de bifurcação, também denominado de **ponto sela-nó (saddle-node)** ou **bifurcação estática**. Uma das principais causas de seu aparecimento é o alcance do limite de máxima transferência de potência (ponto “nariz” da curva P-V), conforme a demanda ativa ou reativa (parâmetro μ) é aumentada gradativamente. No contexto da curva P-V (Figura 2.4) a bifurcação saddle-node ocorre quando um ponto de equilíbrio instável B (saddle) aproxima-se de um ponto de equilíbrio estável A (node), conforme a demanda aumenta [Lemos, 1996].

2.5.1.5 Índices

A busca de indicadores da estabilidade de tensão tem recebido um considerável interesse da parte de vários pesquisadores. Índices que buscam quantificar o quão próximo um dado ponto de operação está do limite de estabilidade de tensão, são de extrema utilidade para a detecção e prevenção da instabilidade de tensão, tanto no planejamento como na operação dos sistemas de potência. Vários índices tem sido propostos [Vournas, 1993, 1994], [Nema, 1996]. Praticamente todos os métodos de cálculo de índices desenvolvidos até o momento são estáticos, e portanto, são essencialmente relacionados ao fluxo de potência. Desta forma, estes índices se baseiam em alguma medida do grau de singularidade da matriz jacobiana do fluxo de potência, identificado como o limite (estático) de estabilidade de tensão [Prada, 1993], [Navarro-Perez, 1991].

2.5.2 Abordagens Dinâmicas

A abordagem dinâmica da estabilidade de tensão pode ser realizada através da análise modal [Rajagopalan, 1992], [Vargas, 1993] ou através da simulação no domínio do tempo [Kundur, 1993], [Deuse, 1992].

2.5.2.1 Análise Modal

Por ser a metodologia utilizada por este trabalho para a análise da estabilidade de tensão, a mesma não será abordada neste capítulo, e sim no capítulo 3.

2.5.2.2 Simulação no Domínio do Tempo

As simulações não lineares no domínio do tempo propiciam a reprodução mais precisa possível do fenômeno da instabilidade de tensão. Elas são imprescindíveis para o estudo da coordenação dos dispositivos de controle, bem como da proteção. Devido ao fato de esta abordagem envolver um elevado número de simulações, ela apresenta a desvantagem de exibir um alto custo computacional. Além disso, ela não propicia informações sobre o grau de estabilidade do sistema (margens). A sua aplicação é restrita a investigação de situações específicas de colapso de tensão [Gao, 1992].

Sumário

Neste capítulo foram apresentados os conceitos básicos para a compreensão do fenômeno da estabilidade de tensão, bem como as principais metodologias utilizadas para a análise deste

fenômeno. No capítulo 3 é apresentado o modelo proposto por este trabalho para a abordagem dinâmica da estabilidade de tensão via análise modal.

CAPÍTULO 3

Análise Modal Aplicada à Estabilidade de Tensão

3.1 Introdução

Neste capítulo é apresentado o modelo proposto neste trabalho para a análise modal da estabilidade de tensão em sistemas de energia elétrica. Inicialmente são abordados alguns conceitos fundamentais sobre a estabilidade de sistemas dinâmicos, bem como os modelos mais comumente citados na literatura para o estudo dinâmico da estabilidade de tensão via análise modal.

3.2 Análise Modal de um Sistema Dinâmico [Kundur, 1993], [Hauer, 1989]

A modelagem geral de um sistema dinâmico consiste de um conjunto de equações diferenciais não lineares de primeira ordem e de um conjunto de equações algébricas da forma

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x, u) \\ y &= g(x, u)\end{aligned}\tag{3.1}$$

onde:

x é o vetor de variáveis de estado

u é o vetor de entradas do sistema

y é o vetor de saídas do sistema.

Para análise de pequenas perturbações as equações diferenciais e algébricas (3.1) podem ser linearizadas em torno do ponto de equilíbrio para o qual a perturbação será analisada, obtendo-se a seguinte forma matricial:

$$\begin{aligned}\dot{\Delta x} &= A \Delta x + B \Delta u \\ \Delta y &= C \Delta x + D \Delta u\end{aligned}\tag{3.2}$$

onde

$$\begin{aligned}A &= \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} & B &= \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u_1} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial u_r} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial u_1} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial u_r} \end{bmatrix} \\ C &= \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial g_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial g_m}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial g_m}{\partial x_n} \end{bmatrix} & D &= \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial u_1} & \cdots & \frac{\partial g_1}{\partial u_r} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial g_m}{\partial u_1} & \cdots & \frac{\partial g_m}{\partial u_r} \end{bmatrix}\end{aligned}$$

representando um sistema de n estados, r entradas e m saídas.

Aplicando a transformada de Laplace na equação (3.2) obtém-se as equações de estado do sistema no domínio da frequência

$$\begin{aligned}\Delta X(s) &= \frac{\text{adj}(sI - A)}{\det(sI - A)} [\Delta X(0) + B \Delta U(s)] \\ \Delta Y(s) &= C \frac{\text{adj}(sI - A)}{\det(sI - A)} [\Delta X(0) + B \Delta U(s)] + D \Delta U(s)\end{aligned}\tag{3.3}$$

As transformadas de Laplace de Δx e Δy tem duas componentes, uma dependente das condições iniciais e outra dependente das entradas. São chamadas de componente da resposta à entrada nula e componente da resposta ao estado nulo, respectivamente. Os pólos de $\Delta X(s)$ e $\Delta Y(s)$ são as raízes da equação (3.4)

$$\det(sI - A) = 0\tag{3.4}$$

Os valores de s que satisfazem a equação (3.4), conhecida como equação característica, são chamados de autovalores da matriz A .

Os autovalores da matriz A são os valores de λ para os quais existem soluções não triviais para a equação (3.5)

$$A\Phi = \lambda\Phi \quad (3.5)$$

a qual pode ser escrita como

$$(A - \lambda I)\Phi = 0 \quad (3.6)$$

A condição para que a solução da equação (3.6) seja não trivial é dada por:

$$\det(A - \lambda I) = 0 \quad (3.7)$$

O vetor coluna Φ_i que satisfaz a equação

$$A \Phi_i = \lambda_i \Phi_i \quad (3.8)$$

é chamado de autovetor direito de A associado com o autovalor λ_i . Similarmente o vetor linha Ψ_i que satisfaz a equação

$$\Psi_i A = \lambda_i \Psi_i \quad (3.9)$$

é chamado autovetor esquerdo de A associado com o autovalor λ_i . A partir do exposto anteriormente, pode-se obter a expressão

$$A\Phi = \Phi\Lambda \quad \text{ou} \quad \Phi^{-1}A\Phi = \Lambda \quad (3.10)$$

onde Φ é a matriz de autovetores direito, $\Psi = \Phi^{-1}$ é a matriz de autovetores esquerdo e Λ é a matriz diagonal de autovalores.

A estabilidade de um sistema dinâmico linear é completamente independente das entradas, e portanto a resposta a entrada nula é suficiente para que a análise da estabilidade do sistema seja conclusiva. A resposta do sistema dinâmico à entrada nula é a solução da equação

$$\dot{\Delta x} = A \Delta x \quad (3.11)$$

A análise da estabilidade do sistema consiste na observação dos autovalores e autovetores da matriz de estado A . Na equação (3.11), cada variável de estado aparece como uma

combinação linear das outras variáveis. Este acoplamento dificulta a separação dos parâmetros que têm maior influência na resposta livre do sistema. Por isso é realizada a transformação

$$\Delta x = \Phi z \quad (3.12)$$

para se eliminar esse acoplamento entre as variáveis de estado. Substituindo (3.12) em (3.11), tem-se:

$$\Phi \dot{z} = A\Phi z \Rightarrow \dot{z} = \Phi^{-1}A\Phi z \Rightarrow \dot{z} = \Lambda z \quad (3.13)$$

que representa o desacoplamento entre as equações diferenciais de primeira ordem, ou seja:

$$\dot{z}_i = \lambda_i z_i \Rightarrow z_i(t) = z_i(0)e^{\lambda_i t} \quad (3.14)$$

Voltando-se para as variáveis de estado original, tem-se:

$$\Delta x(t) = \sum_{i=1}^n \Phi_i c_i e^{\lambda_i t} \quad \text{onde} \quad c_i = \Psi_i \Delta x_i(0) = z_i(0) \quad (3.15)$$

A equação (3.15) mostra a resposta do sistema à entrada nula em termos das condições iniciais, dos autovalores e autovetores da matriz de estado A.

Um autovalor real corresponde a um modo não oscilatório. Sendo negativo representa um modo estável, que estabiliza mais rápido quanto maior for a magnitude do autovalor. Sendo positivo representa instabilidade aperiódica (monotônica). Autovalores complexos ocorrem em pares conjugados, e cada par corresponde a um modo oscilatório. A componente real dá o amortecimento, e a componente imaginária dá a frequência de oscilação. Parte real negativa representa amortecimento das oscilações, enquanto parte real positiva representa oscilações de amplitudes crescentes. É possível ainda, saber quais variáveis de estado participam mais de um determinado modo, através dos fatores de participação.

O conceito de fator de participação foi desenvolvido para medir o grau de participação de uma variável de estado em um determinado modo de variação [Pagola, 1989], [Sancha, 1988], [Sekine, 1992], [Verghese, 1982], [Kundur, 1993]. A determinação das variáveis de estado que

participam mais em um determinado modo instável é uma tarefa muito importante. Com essas informações pode-se dizer, por exemplo, qual foi a dinâmica que levou o sistema à instabilidade. Uma medida dessa participação pode ser obtida através dos autovetores esquerdos e direitos.

Sejam Φ_i e Ψ_i os autovetores direito e esquerdo relacionados ao autovalor λ_i de A. Então o fator que mede a participação da k-ésima variável de estado no i-ésimo modo é definido como:

$$P_{ki} = \Psi_{ki} \Phi_{ik} \quad (3.16)$$

A partir do exposto acima pode ser montada a matriz de participação P, que relaciona todas as variáveis de estados com todos os modos de variação. Cabe salientar que:

- O fator de participação é adimensional, e independe das unidades das variáveis de estado;
- A soma dos fatores de participação de um modo em todos os estados é um;
- Por causa da ortogonalidade dos autovetores esquerdos e direitos, a soma dos fatores de participação de um estado em todos os modos é um.

3.3 Análise Modal da Estabilidade de Tensão

Um sistema de energia elétrica pode ser descrito por um sistema algébrico/diferencial da forma

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{z}) \\ 0 &= \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{z}) \end{aligned} \quad (3.17)$$

onde $\mathbf{x}$ é um vetor de variáveis de estado e $\mathbf{z}$ é um vetor de variáveis algébricas.

As equações diferenciais representam a dinâmica dos geradores, reguladores e cargas, enquanto que as equações algébricas representam a rede de transmissão, as cargas estáticas, e a conexão da rede com todos os dispositivos dinâmicos do sistema. Existem dois caminhos para se

modelar o sistema de energia elétrica na forma dada pela equação (3.17): por injeção de corrente e por injeção de potência.

3.3.1 Modelos por Injeção de Corrente

Modelam a rede, as cargas, ou qualquer outro componente conectado à rede, por injeções de corrente. Nessa metodologia, os efeitos estáticos dos componentes são introduzidos na matriz de admitância nodal do sistema.

3.3.1.1 Modelo de Kundur [Kundur, 1993]

O modelo linearizado para cada equipamento pode ser colocado na seguinte forma:

$$\begin{aligned}\Delta \dot{\mathbf{x}}_i &= \mathbf{A}_i \Delta \mathbf{x}_i + \mathbf{B}_i \Delta \mathbf{v} \\ \Delta \mathbf{I}_i &= \mathbf{C}_i \Delta \mathbf{x}_i - \mathbf{Y}_i \Delta \mathbf{v}\end{aligned}\tag{3.18}$$

onde

$\mathbf{x}_i$ variáveis de estado do i-ésimo equipamento

$\mathbf{I}_i$ injeção de corrente do i-ésimo equipamento

$\mathbf{v}$ vetor de tensões de barra

As matrizes $\mathbf{A}_i$, $\mathbf{B}_i$, $\mathbf{C}_i$ e $\mathbf{Y}_i$ são formadas pela linearização das equações diferenciais e algébricas calculadas para um dado ponto de operação, e representam as máquinas síncronas e os controles a elas associados, cargas de motores, SVC's e OLTC's.

O vetor de correntes e de tensões têm duas componentes para cada equipamento ou barra, correspondentes as componentes real e imaginária.

Combinando as equações para todos os equipamentos, resulta:

$$\dot{\Delta x} = A_D \Delta x + B_D \Delta v \quad (3.19)$$

$$\Delta I = C_D \Delta x - Y_D \Delta v$$

onde x é o vetor de estado completo, e A_D e C_D são formadas por blocos diagonais de submatrizes A_i e C_i associadas com cada equipamento individual. As matrizes B_i e Y_i possuem termos não nulos somente nas posições correspondentes à barra i e em alguma outra barra remota utilizada para o controle do equipamento. Essas matrizes são reunidas para formar B_D e Y_D .

O fluxo de corrente na rede de transmissão é representado pelas equações nodais

$$\Delta I = Y_N \Delta v \quad (3.20)$$

onde os elementos de Y_N incluem os efeitos das cargas estáticas não lineares (potência, corrente e impedância constante).

Associando as equações da rede (3.20) com as equações algébricas dos equipamentos (3.19), resulta:

$$C_D \Delta x - Y_D \Delta v = Y_N \Delta v \Rightarrow \Delta v = (Y_N + Y_D)^{-1} C_D \Delta x \quad (3.21)$$

Substituindo a equação (3.21) em (3.19), obtém-se a equação de estado do sistema

$$\dot{\Delta x} = [A_D + B_D (Y_N + Y_D)^{-1} C] \Delta x = A \Delta x \quad (3.22)$$

onde A é a matriz de estado do sistema.

Nesse modelo, qualquer equipamento é modelado em função das variáveis de estado e das tensões de barra. Significa que independente do número de equipamentos, para um sistema de n barras o número de variáveis algébricas é $2n$.

3.3.1.2 Modelo de Martins [Martins, 1986, 1990]

Linearizando-se o sistema de equações diferenciais e algébricas (3.17), obtêm-se:

$$\begin{aligned}\Delta \dot{\mathbf{x}} &= \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{(\mathbf{x}^0, \mathbf{z}^0)} \Delta \mathbf{x} + \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{z}} \right|_{(\mathbf{x}^0, \mathbf{z}^0)} \Delta \mathbf{z} \\ 0 &= \left. \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{(\mathbf{x}^0, \mathbf{z}^0)} \Delta \mathbf{x} + \left. \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{z}} \right|_{(\mathbf{x}^0, \mathbf{z}^0)} \Delta \mathbf{z}\end{aligned}\quad (3.23)$$

onde $\mathbf{x}^0$ e $\mathbf{z}^0$ são os valores iniciais das variáveis de estado e algébricas calculados a partir da saída do fluxo de carga do caso base, e fazendo-se as derivadas iguais a zero nas equações diferenciais.

Definindo-se

$$\begin{aligned}J_1 &= \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{(\mathbf{x}^0, \mathbf{z}^0)} & J_2 &= \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{z}} \right|_{(\mathbf{x}^0, \mathbf{z}^0)} \\ J_3 &= \left. \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{(\mathbf{x}^0, \mathbf{z}^0)} & J_4 &= \left. \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{z}} \right|_{(\mathbf{x}^0, \mathbf{z}^0)}\end{aligned}\quad (3.24)$$

as equações (3.23) podem ser escritas na seguinte forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{\mathbf{x}} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x} \\ \Delta \mathbf{z} \end{bmatrix}\quad (3.25)$$

A matriz jacobiana J do sistema é formada pelas submatrizes J_1 , J_2 , J_3 e J_4 . Eliminando-se as variáveis algébricas, resulta :

$$\Delta \dot{\mathbf{x}} = (J_1 - J_2 J_4^{-1} J_3) \Delta \mathbf{x} = A \Delta \mathbf{x}\quad (3.26)$$

onde A é a matriz de estado do sistema.

A grande diferença do modelo de Martins comparado ao de Kundur, deve-se ao fato de que no modelo de Martins, os geradores são modelados em função das variáveis de estado, das tensões de barras e das correntes de eixo direto e eixo em quadratura. Isto significa que para um sistema de n barras, m geradores e p motores, o número de variáveis algébricas é $2(m+p)+2n$, ou seja, $2(m+p)$ variáveis algébricas a mais do que as do modelo de Kundur. Uma aplicação da

análise modal à estabilidade de tensão através do modelo de Martins foi realizada em [Lerm, 1995].

3.3.2 Modelos por Injeção de Potência

O sistema de energia elétrica é modelado utilizando-se a metodologia do balanço nodal de potência, e portanto, todos os seus componentes são modelados por injeções de potência. Uma das principais características exibidas pelos modelos obtidos através desta metodologia, é a preservação da estrutura do sistema. A importância disto, no que diz respeito a estabilidade de tensão, foi demonstrada por Rajagopalan e outros [Rajagopalan, 1992] utilizando o modelo por injeção de potência apresentado por Sauer e Pai [Sauer, 1990], o qual exibe a característica de explicitar o jacobiano do fluxo de carga na matriz jacobiana do sistema dinâmico (preservação da estrutura da rede), estes autores demonstraram que a singularidade do jacobiano do fluxo de carga não é uma condição suficiente para se avaliar a estabilidade de tensão do sistema. Este modelo, referido neste trabalho como modelo de Pai, é descrito em seguida.

3.3.2.1 Modelo de Pai

A modelagem de um sistema com m geradores e n barras é mostrada com detalhes em [Ranjan, 1993]. Nesse trabalho será mostrado somente o modelo linearizado descrito na forma matricial.

• Equações diferenciais

As equações diferenciais linearizadas para a i -ésima máquina são da forma:

$$\dot{\Delta x_i} = A_{1i}\Delta x_i + A_{2i}\Delta I_{gi} + A_{3i}\Delta V_{gi} + E_i\Delta u_i \quad i = 1, \dots, m \quad (3.27)$$

Para m máquinas, tem-se:

$$\dot{\Delta x} = A_1 \Delta x + A_2 \Delta I_g + A_3 \Delta v_g + E \Delta u \quad (3.28)$$

onde

$$\Delta I_{gi} = \begin{bmatrix} \Delta I_{di} \\ \Delta I_{qi} \end{bmatrix}; \Delta v_{gi} = \begin{bmatrix} \Delta \theta_i \\ \Delta v_i \end{bmatrix}; \Delta u_i = \begin{bmatrix} \Delta T_i \\ \Delta v_{refi} \end{bmatrix}; i = 1, \dots, m; \Delta v_{li} = \begin{bmatrix} \Delta \theta_i \\ \Delta v_i \end{bmatrix} i = m+1, \dots, n;$$

Δx_i vetor de variáveis de estado da máquina i

Δx vetor de variáveis de estado completo

A_1 , A_2 , A_3 e E são formadas pelas submatrizes A_{1i} , A_{2i} , A_{3i} e E_i na diagonal, representando a dinâmica de cada unidade geradora.

• Equações algébricas do estator

A inclusão das correntes de eixo direto e de eixo em quadratura na modelagem ($2m$ variáveis algébricas), faz surgir um grupo de $2m$ equações a mais na representação dos equipamentos.

Para a i -ésima máquina, as equações linearizadas são:

$$0 = B_{1i} \Delta x_i + B_{2i} \Delta I_{gi} + B_{3i} \Delta v_{gi} \quad i = 1, \dots, m \quad (3.29)$$

Para todas as máquinas, tem-se:

$$0 = B_1 \Delta x + B_2 \Delta I_g + B_3 \Delta v_g \quad (3.30)$$

B_1 , B_2 e B_3 são formadas pelas submatrizes B_{1i} , B_{2i} e B_{3i} na diagonal, representando as equações algébricas do estator de cada máquina.

• Equações da rede nas barras de geração

Nas barras de geração deve ser feito o balanço de potência entre os geradores, as cargas e a rede.

Para a i-ésima barra o balanço de potência na forma linearizada, é :

$$0 = C_{1i} \Delta x_i + C_{2i} \Delta I_{gi} + [C_{3i1} \ C_{3i2} \ \dots \ C_{3im}] \Delta v_g + [C_{4i,m} \ C_{4i,m+1} \ \dots \ C_{4i,n}] \Delta v_1 + \Delta S_{gi}(v_i) \quad (3.31)$$

$i = 1, \dots, m$

Para m barras de geração, tem-se:

$$0 = \begin{bmatrix} C_{11} & & \\ & \dots & \\ & & C_{1m} \end{bmatrix} \Delta x + \begin{bmatrix} C_{21} & & \\ & \dots & \\ & & C_{2m} \end{bmatrix} \Delta I_g + \begin{bmatrix} C_{3,1,1} & \dots & C_{3,1,m} \\ & \dots & \\ C_{3,m,1} & \dots & C_{3,m,m} \end{bmatrix} \Delta v_g + \begin{bmatrix} C_{4,1,m+1} & \dots & C_{4,1,n} \\ & \dots & \\ C_{4,m,m+1} & \dots & C_{4,m,n} \end{bmatrix} \Delta v_1 + \Delta S_{Lg}(v) \quad (3.32)$$

que pode ser colocada na forma compacta :

$$0 = C_1 \Delta x + C_2 \Delta I_g + C_3 \Delta v_g + C_4 \Delta v_1 + \Delta S_{Lg}(v) \quad (3.33)$$

• Equações da rede nas barras de carga

Nas barras de carga deve ser feito o balanço de potência entre as cargas e a rede de transmissão.

Para a i-ésima barra o balanço de potência na forma linearizada, é dado por:

$$0 = [D_{1,m+1,1} \ D_{1,m+1,2} \ \dots \ D_{1,m+1,m}] \Delta v_g + [D_{2,m+1,m+1} \ D_{2,m+1,m+2} \ \dots \ D_{2,m+1,n}] \Delta v_1 + \Delta S_{Li}(v_i) \quad (3.34)$$

$i = m+1, \dots, n$

Para as (n-m) barras de carga, tem-se:

$$0 = \begin{bmatrix} D_{1,m+1,1} & \dots & D_{1,m+1,m} \\ & \dots & \\ D_{1,n,1} & \dots & D_{1,n,m} \end{bmatrix} \Delta v_g + \begin{bmatrix} D_{2,m+1,m+1} & \dots & D_{2,m+1,n} \\ & \dots & \\ D_{2,n,m+1} & \dots & D_{2,n,n} \end{bmatrix} \Delta v_1 + \Delta S_{Ll}(v) \quad (3.35)$$

que pode ser colocada na forma compacta

$$0 = D_1 \Delta v_g + D_2 \Delta v_1 + \Delta S_{Ll}(v) \quad (3.36)$$

Reunindo-se as equações algébricas e diferenciais (3.28, 3.30, 3.33 e 3.36), obtém-se as equações linearizadas do modelo de Pai:

$$\Delta \dot{x} = A_1 \Delta x + A_2 \Delta I_g + A_3 \Delta v_g + E \Delta u$$

$$0 = B_1 \Delta x + B_2 \Delta I_g + B_3 \Delta v_g$$

$$0 = C_1 \Delta x + C_2 \Delta I_g + C_3 \Delta v_g + C_4 \Delta v_1 + \Delta S_{Lg}(v) \quad (3.37)$$

$$0 = D_1 \Delta v_g + D_2 \Delta v_1 + \Delta S_{Ll}(v)$$

Na forma matricial, tem-se:

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{x} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 & A_3 & 0 \\ B_1 & B_2 & B_3 & 0 \\ C_1 & C_2 & C_3 & C_4 \\ 0 & 0 & D_1 & D_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta I_g \\ \Delta v_g \\ \Delta v_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \Delta S_{Lg}(v) \\ \Delta S_{Ll}(v) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Delta u \quad (3.38)$$

Foi considerada a modelagem de carga estática não linear dependente da tensão, mas podem ser incluídos modelos de carga agregada, cargas dependentes da frequência, OLTC's e dispositivos FACTS.

Na maioria dos casos, as correntes de eixo direto e de eixo em quadratura ΔI_g , não são variáveis de interesse. Portanto, podem ser eliminadas do conjunto de equações globais, resultando em:

$$\begin{aligned} \Delta \dot{x} &= (A_1 - A_2 B_2^{-1} B_1) \Delta x + (A_3 - A_2 B_2^{-1} B_3) \Delta v_g + E \Delta u \\ 0 &= (C_1 - C_2 B_2^{-1} B_1) \Delta x + (C_3 - C_2 B_2^{-1} B_3) \Delta v_g + C_4 \Delta v_1 + \Delta S_{Lg}(v) \\ 0 &= D_1 \Delta v_g + D_2 \Delta v_1 + \Delta S_{Ll}(v) \end{aligned} \quad (3.39)$$

que podem ser colocadas na forma matricial

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{x} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{A}_1 & \hat{A}_3 & 0 \\ \hat{C}_1 & \hat{C}_3 & C_4 \\ 0 & D_1 & D_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta v_g \\ \Delta v_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \Delta S_{Lg} \\ \Delta S_{Ll} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Delta u \quad (3.40)$$

onde as variáveis algébricas são:

$$[\Delta \mathbf{v}_g^T \mid \Delta \mathbf{v}_1^T] = [\Delta \theta_1 \Delta v_1 \dots \Delta \theta_m \Delta v_m \mid \Delta \theta_{m+1} \Delta v_{m+1} \dots \Delta \theta_n \Delta v_n]$$

O jacobiano do fluxo de carga pode ser explicitado através de uma reordenação das variáveis algébricas. Basta que as tensões das barras PQ e os ângulos das barras PV e PQ sejam separados das outras variáveis algébricas, como indicado abaixo.

$$[\Delta \mathbf{z}^T \mid \Delta \mathbf{v}^T] = [\Delta \theta_1 \Delta v_1 \Delta v_2 \dots \Delta v_m \mid \Delta \theta_2 \Delta \theta_3 \dots \Delta \theta_n \Delta v_{m+1} \Delta v_{m+2} \dots \Delta v_n]$$

A matriz de cargas também deve ser reordenada para que o sistema permaneça inalterado. Ou seja:

$$[\Delta \mathbf{S}_1^T \mid \Delta \mathbf{S}_2^T] = [\Delta P_{L1} \Delta Q_{L1} \Delta Q_{L2} \dots \Delta Q_{Lm} \mid \Delta P_{L2} \Delta P_{L3} \dots \Delta P_{Ln} \Delta Q_{Lm+1} \Delta Q_{Lm+2} \dots \Delta Q_{Ln}]$$

A nova forma matricial é

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{\mathbf{x}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{A}}_1 & \tilde{\mathbf{A}}_2 & \tilde{\mathbf{A}}_3 \\ \tilde{\mathbf{B}}_1 & \tilde{\mathbf{B}}_2 & \tilde{\mathbf{B}}_3 \\ \tilde{\mathbf{C}}_1 & \tilde{\mathbf{C}}_2 & \tilde{\mathbf{C}}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x} \\ \Delta \mathbf{z} \\ \Delta \mathbf{v} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \Delta \mathbf{S}_1 \\ \Delta \mathbf{S}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{E} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Delta \mathbf{u} \quad (3.41)$$

ΔS_1 e ΔS_2 podem ser facilmente usadas para representar cargas estáticas dependentes da tensão ou da frequência. Seja o modelo exponencial, por exemplo

$$\begin{aligned} P_{Li} &= P_{Li0} (v_i / v_{i0})^{n_{pi}} & i = 1, \dots, n \\ Q_{Li} &= Q_{Li0} (v_i / v_{i0})^{n_{qi}} & i = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (3.42)$$

Linearizando, tem-se:

$$\begin{aligned} \Delta P_{Li} &= n_{pi} (P_{Li0} / v_{i0}) \Delta v_i & i = 1, \dots, n \\ \Delta Q_{Li} &= n_{qi} (Q_{Li0} / v_{i0}) \Delta v_i & i = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (3.43)$$

A matriz de cargas quando incluída na matriz de estados vai alterar somente alguns elementos de $\tilde{\mathbf{B}}_3$, $\tilde{\mathbf{C}}_2$ e $\tilde{\mathbf{C}}_3$, resultando em:

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{\mathbf{x}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{A}}_1 & \tilde{\mathbf{A}}_2 & \tilde{\mathbf{A}}_3 \\ \tilde{\mathbf{B}}_1 & \tilde{\mathbf{B}}_2 & \tilde{\mathbf{B}}_3 \\ \tilde{\mathbf{C}}_1 & \tilde{\mathbf{C}}_2 & \tilde{\mathbf{C}}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x} \\ \Delta \mathbf{z} \\ \Delta \mathbf{v} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{E} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Delta \mathbf{u} \quad (3.44)$$

onde

$$J_{FC} = \bar{C}_3 \quad \text{jacobiano do fluxo de carga}$$

$$J_{ALG} = \begin{bmatrix} \tilde{B}_2 & \bar{B}_3 \\ \bar{C}_2 & \bar{C}_3 \end{bmatrix} \quad \text{é definido como jacobiano algébrico.}$$

Finalmente, eliminando as variáveis algébricas, obtém-se :

$$\Delta \dot{x} = A\Delta x + E\Delta u \quad (3.45)$$

onde A é a matriz de estado do sistema, dada por:

$$A = \tilde{A}_1 - \begin{bmatrix} \tilde{A}_2 & \tilde{A}_3 \end{bmatrix} [J_{ALG}]^{-1} \begin{bmatrix} \tilde{B}_1 \\ \tilde{C}_1 \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

A maior desvantagem desse modelo é a inclusão das correntes de eixo em quadratura e de eixo direto na modelagem das máquinas sem nenhuma necessidade prática. Esse procedimento, além de aumentar o número de variáveis algébricas, aumenta a complexidade dos modelos das máquinas e aumenta o esforço computacional na eliminação das variáveis algébricas.

A sua principal vantagem reside na explicitação do jacobiano do fluxo de carga, bem como na definição do jacobiano algébrico, o que, conforme demonstrado por Pai e outros [Ranjan, 1993], [Rajagopalan, 1992], é de fundamental importância para a análise da estabilidade de tensão.

O modelo de Pai tem sido utilizado em vários estudos importantes, como por exemplo: análise de estabilidade estrutural [Pai, 1995]; estudos sobre a modelagem das cargas dinâmicas [Lesieutre, 1995]; [Chow, 1990]; análise de bifurcações [Abed, 1990], [Rajagopalan, 1989], [Bompard, 1993]. No entanto, a inclusão das correntes de eixo direto e eixo em quadratura na modelagem das máquinas representa uma deficiência importante que pode ser evitada, como mostra a formulação alternativa proposta por este trabalho, que será apresentada em seguida.

3.4 Uma Formulação Analítica Alternativa para a Análise Modal da Estabilidade de Tensão Baseada no Balanço Nodal de Potência

A hipótese básica para desenvolver o modelo proposto neste trabalho, é o princípio geral de que o balanço de potência ativa e reativa deve ser satisfeito continuamente para qualquer barra do sistema durante um processo dinâmico [Deckmann, 1993]. A modelagem do sistema para análise dinâmica é muito simplificada por esta hipótese, além de permitir como no modelo de Pai, que o jacobiano do fluxo de carga seja explicitado e que as informações do jacobiano algébrico sejam aproveitadas.

Será apresentada uma modelagem detalhada de um sistema com m unidades geradoras e n barras à luz do balanço nodal de potência. A Figura 3.1 simboliza esse sistema. Inicialmente será considerado um modelo estático para as cargas, mas os modelos dinâmicos serão abordados posteriormente.

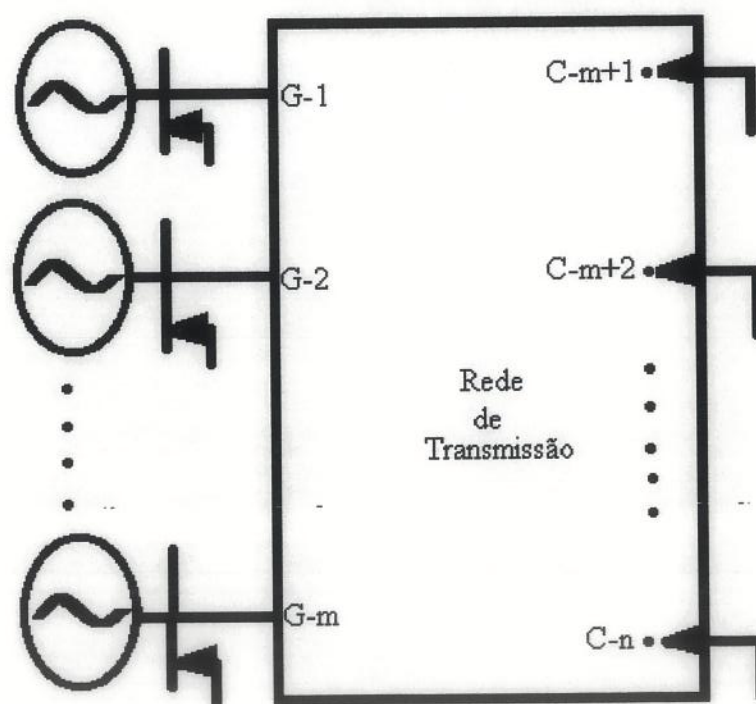


Figura 3.1 - Sistema de m geradores e n barras

São considerados dois modelos para os geradores síncronos (com e sem enrolamento amortecedor) e dois modelos para os sistemas de excitação (excitador eletromecânico e excitador estático). Portanto, são quatro possibilidades para a representação das unidades geradoras, através da combinação dos dois modelos para a máquina síncrona com os dois modelos para o sistema de excitação, conforme foi apresentado em [Pai, Ranjan & Sauer, 1993].

- **Balanco nodal de potência nas barras de geração**

Nas barras de geração faz-se o balanço de potência ativa e reativa entre a injeção de potência dos geradores e o fluxo de potência nas linhas conectadas ao barramento (Figura 3.2).

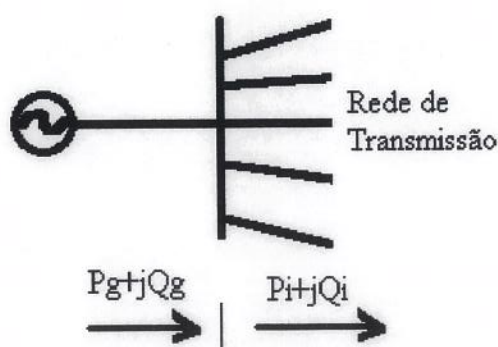


Figura 3.2 - Barra de geração

Considerando-se positiva a injeção de potência entrando na barra, e negativa a injeção de potência saindo da barra, o balanço de potência na barra terminal do gerador é dado por:

$$\begin{aligned} P_{gi} - P_i &= 0 \\ Q_{gi} - Q_i &= 0 \end{aligned} \quad i = 1, \dots, m \quad (3.47)$$

- **Balanco nodal de potência nas barras de carga**

Nas barras de carga faz-se o balanço de potência ativa e reativa entre a injeção de potência das cargas e o fluxo de potência das diversas linhas de transmissão conectadas as mesmas. A convenção utilizada pelos programas do fluxo de potência considera a injeção de potência das cargas e os fluxos de potência nas linhas saindo do barramento, conforme ilustrado na Figura 3.3.

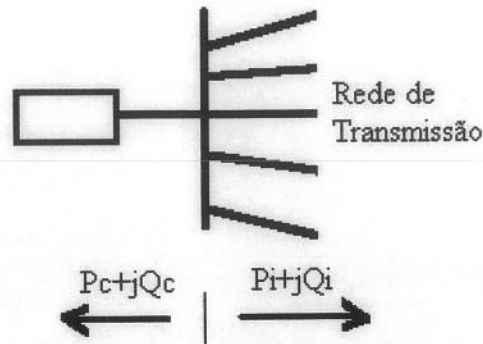


Figura 3.3 - Barra de carga

Desta forma, o balanço de potência é dado por:

$$\begin{aligned} -P_{ci} - P_i &= 0 \\ -Q_{ci} - Q_i &= 0 \quad i = m+1, \dots, n \end{aligned} \quad (3.48)$$

Resta agora calcular as injeções de potência para cada gerador e carga, bem como o fluxo de potência na rede. Será apresentado o modelo de sétima ordem para as unidades geradoras (as outras combinações serão apresentadas no apêndice D). Esse modelo considera um enrolamento amortecedor no eixo em quadratura, resultando em variações na tensão de eixo direto da máquina. É considerado o modelo de quarta ordem para a máquina síncrona e o modelo de terceira ordem para o excitador eletromecânico.

• Injeção de potência nas barras de geração

A injeção de potência de cada gerador em sua respectiva barra terminal é calculada somente em função das variáveis de estado e das tensões nodais, sendo dada por [Deckmann, 1993]:

$$\begin{aligned} P_g &= \frac{V}{x'_d} E'_q \sin(\delta - \theta) - \frac{VE'_d}{x'_q} \cos(\delta - \theta) + \frac{V^2}{2} \sin 2(\delta - \theta) \left(\frac{1}{x'_q} - \frac{1}{x'_d} \right) \\ Q_g &= \frac{V}{x'_d} E'_q \cos(\delta - \theta) + \frac{VE'_d}{x'_q} \sin(\delta - \theta) + \frac{V^2}{2} [1 - \cos 2(\delta - \theta) \left(\frac{1}{x'_q} - \frac{1}{x'_d} \right)] - \frac{V^2}{x'_d} \end{aligned} \quad (3.49)$$

• Injeção de Potência nas Barras de Carga

Por simplicidade será considerado inicialmente um modelo de carga estático não linear dependente da tensão (posteriormente, será incluído um modelo dinâmico de carga)

$$P_{ci} = P_{i0} (v_i / v_{i0})^{np} \quad (3.50)$$

$$Q_{ci} = Q_{i0} (v_i / v_{i0})^{nq}$$

onde, para

$$\begin{aligned} np = nq = 0 & \quad \text{carga de potência constante} \\ np = nq = 1 & \quad \text{carga de corrente constante} \\ np = nq = 2 & \quad \text{carga de impedância constante.} \end{aligned}$$

- **Fluxo de potência na rede de transmissão**

O fluxo de potência na rede de transmissão é representado pelas equações:

$$\begin{aligned} P_i &= \sum_{k=1}^n v_i v_k Y_{ik} \cos(\theta_i - \theta_k - \alpha_{ik}) \\ Q_i &= \sum_{k=1}^n v_i v_k Y_{ik} \sin(\theta_i - \theta_k - \alpha_{ik}) \quad i = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (3.51)$$

- **Modelo do gerador**

Equações de oscilação do gerador

$$\begin{aligned} \frac{d\delta}{dt} &= \omega - \omega_s \\ M \frac{d\omega}{dt} &= P_m - P_g - D\omega \end{aligned} \quad (3.52)$$

Balanco de fluxo do gerador

$$\begin{aligned} T'_{do} \frac{dE'_q}{dt} &= E_{fd} - E'_q - \frac{(x_d - x'_d)}{x'_d} (E'_q - V \cos(\delta - \theta)) \\ T'_{qo} \frac{dE'_d}{dt} &= -E'_d + \frac{(x_q - x'_q)}{x'_q} (-E'_d + V \sin(\delta - \theta)) \end{aligned} \quad (3.53)$$

- **Modelo do excitador eletromecânico**

$$\begin{aligned} T_E \frac{dE_{fd}}{dt} &= -K_E E_{fd} + V_R \\ T_A \frac{dV_R}{dt} &= -V_R + K_A R_f - \frac{K_A K_F}{T_F} E_{fd} + K_A (V_{ref} - V) \end{aligned} \quad (3.54)$$

$$T_F \frac{dR_f}{dt} = -R_f + \frac{K_F}{T_F} E_{fd}$$

onde a variável de realimentação convencional V_F foi trocada pela variável R_f usando a transformação linear

$$R_F = \frac{K_F}{T_F} E_{FD} - V_F \quad (3.55)$$

A variável R_f identifica melhor os modos de oscilação, e normalmente gera um modo conjugado junto com E'_q . A Figura 3.4 mostra o diagrama de blocos do excitador eletromecânico ou excitador tipo I - IEEE.

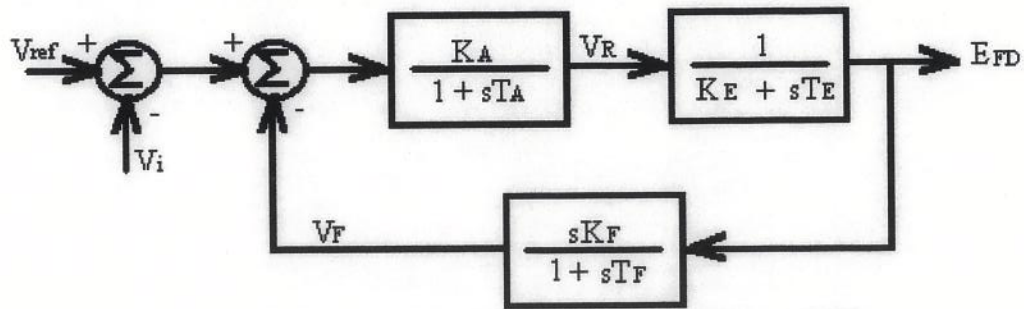


Figura 3.4 - Excitador eletromecânico tipo I-IEEE

Apresentadas todas as contribuições para o sistema algébrico/diferencial, resta realizar as linearizações necessárias para que a análise modal possa ser aplicada.

3.4.1 Linearização do Modelo de Sétima Ordem

Será mostrada a linearização do modelo de sétima ordem. A linearização dos outros modelos pode ser realizada similarmente, e portanto serão omitidas.

- **Linearização da injeção de potência nas barras de geração**

A linearização das equações (3.49) resultam em :

$$\Delta P_{gi} = A_{1gi} \Delta \delta_i - A_{1gi} \Delta \theta_i + A_{2gi} \Delta E'_{qi} + A_{3gi} \Delta V_i + A_{4gi} \Delta E'_{di} \quad (3.56)$$

$$\Delta Q_{gi} = R_{1gi} \Delta \varphi_i - R_{1gi} \Delta \theta_i + R_{2gi} \Delta E'_{qi} + R_{3gi} \Delta v_i + R_{4gi} \Delta E'_{di}$$

Os parâmetros (A e R) representam as sensibilidades de potência ativa e reativa em relação as variáveis de estado e as tensões nodais, e são mostradas no apêndice E.

- **Linearização da injeção de potência nas barras de carga**

A linearização das equações (3.50) resultam em :

$$\begin{aligned} \Delta P_{ci} &= n_p (P_{i0} / v_{i0}) \Delta v_i = A_{ci} \Delta v_i \\ \Delta Q_{ci} &= n_q (Q_{i0} / v_{i0}) \Delta v_i = R_{ci} \Delta v_i \end{aligned} \quad i = m+1, \dots, n \quad (3.57)$$

- **Linearização do fluxo de potência na rede de transmissão**

A linearização das equações (3.51) resultam em :

$$\begin{aligned} \Delta P_i &= A_{2,ii} \Delta v_i + A_{1,ii} \Delta \theta_i + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n [A_{1,ik} \Delta \theta_k + A_{2,ik} \Delta v_k] \\ \Delta Q_i &= R_{2,ii} \Delta v_i + R_{1,ii} \Delta \theta_i + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n [R_{1,ik} \Delta \theta_k + R_{2,ik} \Delta v_k] \end{aligned} \quad (3.58)$$

- **Linearização das equações diferenciais**

A linearização das equações (3.52, 3.53 e 3.54) resultam em :

$$\Delta \dot{\varphi}_i = \Delta \omega_i$$

$$M_i \Delta \dot{\omega}_i = \Delta P_{mi} - A_{1gi} \Delta \varphi_i + A_{1gi} \Delta \theta_i - A_{2gi} \Delta E'_{qi} - A_{3gi} \Delta v_i - A_{4gi} \Delta E'_{di} - D_i \Delta \omega_i$$

$$T_{doi} \Delta \ddot{E}_{qi} = \Delta E_{fdi} - \frac{X_{di}}{X'_{di}} \Delta E'_{qi} + K_{1i} \Delta v_i - K_{2i} \Delta \varphi_i + K_{2i} \Delta \theta_i$$

$$T_{qoi} \Delta \ddot{E}_{di} = - \frac{X_{qi}}{X'_{qi}} \Delta E'_{di} + K_{3i} \Delta v_i + K_{4i} \Delta \varphi_i - K_{4i} \Delta \theta_i \quad (3.59)$$

$$T_{Ei} \Delta \dot{E}_{fdi} = -K_{Ei} \Delta E_{fdi} + \Delta v_{Ri}$$

$$T_{Ai} \Delta \dot{v}_{Ri} = -\frac{K_{Ai} K_{Fi}}{T_{Fi}} \Delta E_{fdi} + K_{Ai} \Delta R_{fi} - \Delta v_{Ri} + K_{Ai} \Delta v_{refi} - K_{Ai} \Delta v_i$$

$$T_{Fi} \Delta \dot{R}_{fi} = \frac{K_{Fi}}{T_{Fi}} \Delta E_{fdi} - \Delta R_{fi} \quad i=1, \dots, m;$$

• **Linearização das equações do balanço de potência nas barras de geração**

A linearização das equações (3.47) resultam em:

$$\begin{aligned} \Delta P_{gi} - \Delta P_i &= 0 \\ \Delta Q_{gi} - \Delta Q_i &= 0 \quad i = 1, \dots, m \end{aligned} \quad (3.60)$$

Substituindo-se as injeções de potência dos geradores e as equações do fluxo de carga linearizados, equações (3.56) e (3.58) na equação (3.60), obtêm-se:

$$\begin{aligned} A_{1gi} \Delta \theta_i + (-A_{1,ii} - A_{1gi}) \Delta \theta_i + A_{2gi} \Delta E'_{qi} + (A_{3gi} - A_{2,ii}) \Delta v_i \\ A_{4gi} \Delta E'_{di} - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n [A_{2,ik} \Delta v_k + A_{1,ik} \Delta \theta_k] &= 0 \end{aligned} \quad (3.61)$$

$$\begin{aligned} R_{1gi} \Delta \theta_i + (-R_{1,ii} - R_{1gi}) \Delta \theta_i + R_{2gi} \Delta E'_{qi} + (R_{3gi} - R_{2,ii}) \Delta v_i \\ R_{4gi} \Delta E'_{di} - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n [R_{2,ik} \Delta v_k + R_{1,ik} \Delta \theta_k] &= 0 \end{aligned}$$

Na forma matricial, tem-se:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_{1gi} & 0 & A_{2gi} & A_{4gi} & 0 & 0 & 0 \\ R_{1gi} & 0 & R_{2gi} & R_{4gi} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Delta x_i + \\ &\quad \left[\begin{bmatrix} -A_{1,il} & -A_{2,il} \\ -R_{1,il} & -R_{2,il} \end{bmatrix} \cdots \begin{bmatrix} -A_{1,ii} - A_{1gi} & -A_{2,ii} + A_{3gi} \\ -R_{1,ii} - R_{1gi} & -R_{2,ii} + R_{3gi} \end{bmatrix} \cdots \begin{bmatrix} -A_{1,in} & -A_{2,in} \\ -R_{1,in} & -R_{2,in} \end{bmatrix} \right] \Delta v \end{aligned} \quad (3.62)$$

$i=1, \dots, m$

ou

$$0 = C_i \Delta x_i + D_i \Delta v \quad i=1, \dots, m \quad (3.63)$$

onde

Δx_i variáveis de estado dos equipamentos dinâmicos conectados à i-ésima barra

Δv vetor de tensões nodais

• **Linearização das equações do balanço de potência nas barras de carga**

A linearização das equações (3.48) resultam em :

$$\begin{aligned} -\Delta P_{ci} - \Delta P_i &= 0 \\ -\Delta Q_{ci} - \Delta Q_i &= 0 \quad i = m+1, \dots, n \end{aligned} \quad (3.64)$$

Substituindo-se a injeção de potência da carga e as equações do fluxo de carga linearizados, dados pelas equações (3.57) e (3.58), respectivamente, na equação (3.65), obtém-se:

$$\begin{aligned} -A_{1,ii}\Delta\theta_i + (-A_{ci} - A_{2,ii})\Delta v_i - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n [A_{2,ik}\Delta v_k + A_{1,ik}\Delta\theta_k] &= 0 \\ -R_{1,ii}\Delta\theta_i + (-R_{ci} - R_{2,ii})\Delta v_i - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n [R_{2,ik}\Delta v_k + R_{1,ik}\Delta\theta_k] &= 0 \end{aligned} \quad (3.65)$$

Forma matricial

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -A_{1,ii} & -A_{2,ii} \\ -R_{1,ii} & -R_{2,ii} \end{bmatrix} \dots \begin{bmatrix} -A_{1,ii} & -A_{2,ii} & -A_{ci} \\ -R_{1,ii} & -R_{2,ii} & -R_{ci} \end{bmatrix} \dots \begin{bmatrix} -A_{1,in} & -A_{2,in} \\ -R_{1,in} & -R_{2,in} \end{bmatrix} \Delta v \quad (3.66)$$

$i = m+1, \dots, n$

ou

$$0 = C_i \Delta x_i + D_i \Delta v \quad i = m+1, \dots, n \quad (3.67)$$

Quando for usada modelagem estática para as cargas a submatriz C_i será nula. Isto não ocorre quando a modelagem dinâmica da carga é considerada.

Associando-se as equações (3.63) e (3.67) para n barras, obtém-se:

$$0 = C \Delta x + D \Delta v \quad (3.68)$$

Δx vetor de variáveis de estado do sistema

Onde C e D são formadas pelas submatrizes C_i e D_i , sendo que D pode ser uma matriz cheia, dependendo da topologia do sistema.

As equações diferenciais linearizadas (3.59) podem ser colocadas na forma matricial :

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{\theta}_i \\ M_i \Delta \dot{\omega}_i \\ T_{doi}' \Delta \dot{E}_{qi} \\ T_{qoi}' \Delta \dot{E}_{di} \\ T_{Ei} \Delta \dot{E}_{fdi} \\ T_{Ai} \Delta \dot{V}_{Ri} \\ T_{Fi} \Delta \dot{R}_{fi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -A_{1gi} & -D_i & -A_{2gi} & -A_{4gi} & 0 & 0 & 0 \\ -K_{2i} & 0 & -\frac{x_{di}}{x'_{di}} & 0 & 1 & 0 & 0 \\ K_{4i} & 0 & 0 & -\frac{x_{qi}}{x'_{qi}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{K_{Ei}}{T_{Fi}} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{K_{Ai}K_{Fi}}{T_{Fi}} & -1 & K_{Ai} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{K_{Fi}}{T_{Fi}} & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_i \\ \Delta \omega_i \\ \Delta E_{qi}' \\ \Delta E_{di}' \\ \Delta E_{fdi}' \\ \Delta V_{Ri} \\ \Delta R_{fi} \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ A_{1gi} & A_{3gi} \\ K_{2i} & K_{1i} \\ -K_{4i} & K_{3i} \\ 0 & 0 \\ 0 & -K_{Ai} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_i \\ \Delta V_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & K_{Ai} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta P_{mi} \\ \Delta V_{refi} \end{bmatrix} \quad (3.69)$$

Com isso, cada unidade geradora (máquina síncrona e sistema de excitação), carga dinâmica agregada, motor de indução, ou qualquer componente que tenha modelagem dinâmica pode ser representado na forma:

$$\Delta \dot{x}_i = A_i \Delta x_i + B_i \Delta v_i + E_i \Delta u_i \quad (3.70)$$

onde

Δu_i variáveis de entrada da i-ésima unidade geradora.

Deve-se notar que não aparecem na modelagem, as variáveis corrente de eixo direto e corrente de eixo em quadratura.

Associando-se para m unidades geradoras, obtém-se:

$$\Delta \dot{x} = A \Delta x + B \Delta v + E \Delta u \quad (3.71)$$

onde

Δu é o vetor de entradas do sistema

A, B e E são formadas por blocos diagonais de submatrizes A_i , B_i e E_i .

3.4.2 Formação da matriz de estado (Apêndices C, F)

Tendo-se os modelos linearizados de todos os componentes, o próximo passo é a obtenção da matriz de estado do sistema. Esta pode ser obtida através da eliminação de todas as variáveis algébricas, conforme será mostrado a seguir.

Reunindo-se as equações algébricas e diferenciais (3.68) e (3.71), obtêm-se:

$$\Delta \dot{x} = A \Delta x + B \Delta v + E \Delta u \quad (3.72)$$

$$0 = C \Delta x + D \Delta v$$

que podem ser colocadas na forma matricial

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{x} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E \\ 0 \end{bmatrix} \Delta u \quad (3.73)$$

Eliminando-se as variáveis algébricas ($2n$ variáveis, correspondentes às magnitudes e ângulos das tensões das barras), resulta:

$$\Delta v = -D^{-1}C \Delta x \quad (3.74)$$

Substituindo-se a equação (3.74) na equação (3.72), resulta :

$$\Delta \dot{x} = (A - BD^{-1}C) \Delta x + E \Delta u = \bar{A} \Delta x + E \Delta u \quad (3.75)$$

onde

$$\bar{A} = (A - BD^{-1}C)$$

é a matriz de estado do sistema.

Qualquer elemento dinâmico a ser incluído no sistema deve ser modelado na seguinte forma:

$$\begin{aligned} \Delta \dot{\mathbf{x}}_k &= \mathbf{A}_k \Delta \mathbf{x}_k + \mathbf{B}_k \Delta \mathbf{v}_k \\ 0 &= \mathbf{C}_k \Delta \mathbf{x}_k + \mathbf{D}_k \Delta \mathbf{v}_k \end{aligned} \quad (3.76)$$

O modelo geral sofrerá as seguintes modificações :

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{\mathbf{x}} \\ \Delta \dot{\mathbf{x}}_k \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & 0 & \mathbf{B} \\ 0 & \mathbf{A}_k & \mathbf{B}_k \\ \mathbf{C} & \mathbf{C}_k & \mathbf{D} + \mathbf{D}_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x} \\ \Delta \mathbf{x}_k \\ \Delta \mathbf{v} \end{bmatrix} \quad (3.77)$$

resultando em

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{\tilde{\mathbf{x}}} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{A}} & \tilde{\mathbf{B}} \\ \tilde{\mathbf{C}} & \tilde{\mathbf{D}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \tilde{\mathbf{x}} \\ \Delta \mathbf{V} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{E}} \\ 0 \end{bmatrix} \Delta u \quad (3.78)$$

Deve ser observado que o vetor de variáveis de estado foi aumentado, e que, o sistema algébrico, o sistema diferencial e as interfaces entre os dois sistemas foram alterados. No entanto, as variáveis algébricas não foram alteradas.

Comparado ao modelo de Pai, a visualização de modelos de carga agregada, ou motor de indução, ou LTC, SVC, ou qualquer outro equipamento com modelagem dinâmica, é bem mais simples, devido ao número bem menor de matrizes, permitindo assim uma visualização global do sistema, facilitando a inclusão de qualquer um desses equipamentos. O apêndice C traz maiores detalhes sobre a formação da matriz de estado do sistema.

A mesma reordenação de variáveis sugerida por Pai pode ser aplicada facilmente ao modelo apresentado nesse trabalho. Basta que as variáveis do fluxo de potência (- $\Delta \mathbf{v}$ - variações de tensões das barras PQ e variações de ângulos nas barras PQ e PV) sejam separadas das demais variáveis (- $\Delta \mathbf{z}$ - variações de tensão das barras PV e *swing* e variação de ângulo da barra *swing*), ou seja:

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{x} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & D_1 & D_2 \\ C_2 & D_3 & D_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta z \\ \Delta v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Delta u \quad (3.79)$$

Feita essa reordenação, o jacobiano do fluxo de carga fica como uma submatriz da matriz jacobiana do sistema, isto é,

$$J_{FC} = D_4 \text{ jacobiano do fluxo de carga}$$

e o jacobiano algébrico pode ser definido como:

$$J_{ALG} = \begin{bmatrix} D_1 & D_2 \\ D_3 & D_4 \end{bmatrix}$$

A diferença essencial deste modelo em relação ao modelo de Pai reside no balanço de potência efetuado nas barras terminais dos geradores. No modelo de Pai os geradores são modelados por fontes de tensão dependentes das correntes terminais dos mesmos, ou seja, é um modelo por injeção de potência que não elimina as variáveis de corrente. No modelo alternativo proposto estas variáveis não aparecem (as injeções de potência são função somente das variáveis de estado e das variáveis do fluxo de potência). Além de facilitar a modelagem dos equipamentos, este modelo mantém todas as vantagens que o modelo de Pai apresenta sobre os modelos por injeção de corrente, no que diz respeito à aplicação da análise modal ao problema da estabilidade de tensão. A inclusão da modelagem das cargas é descrita em seguida.

3.5 Modelagem da Carga

Quando se fala em estabilidade de um sistema está implícito que se trata de um sistema dinâmico. A instabilidade de tensão é regida pela carga, o que torna obrigatório a consideração de um modelo dinâmico para a mesma [Pal, 1992, 1993, 1995].

As dinâmicas que afetam a estabilidade de tensão são as dinâmicas das cargas e dos equipamentos de controle de tensão, especialmente os controles de excitação do gerador. É portanto, de extrema importância que as cargas dinâmicas sejam representadas por modelos dinâmicos válidos, para que se tenha uma análise dinâmica da estabilidade de tensão correta. Esta é uma questão fechada entre os pesquisadores da área. Daí a necessidade de uma discussão detalhada sobre os modelos de carga existentes. Existem na literatura diversos trabalhos que investigam os efeitos da modelagem das cargas na estabilidade de tensão, e esse assunto ainda é tema de várias pesquisas em todo o mundo [Chow, 1990], [Komami, 1987], [Milanovic, 1985], [Pai, 1995], [Gebreselassie, 1994].

3.5.1 Modelos Estáticos

Os modelos estáticos mais comuns são o polinomial e o exponencial.

- **Modelo polinomial**

Representa a demanda de potência ativa e reativa da carga por funções polinomiais, na forma:

$$\begin{aligned} P &= P_o \left[a_p + b_p \left(\frac{V}{V_o} \right) + c_p \left(\frac{V}{V_o} \right)^2 \right] \\ Q &= Q_o \left[a_q + b_q \left(\frac{V}{V_o} \right) + c_q \left(\frac{V}{V_o} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (3.80)$$

onde P_o e Q_o representam os valores nominais de potência ativa e reativa da carga para a tensão nominal V_o , e a , b e c representam as parcelas de potência, corrente e impedância constantes da carga, seja parte ativa ou reativa. A linearização desse modelo é direta, e é dada por:

$$\begin{aligned}\Delta P &= P_o \left[\left(\frac{b_p}{V_o} \right) + 2 \left(\frac{c_p}{V_o} \right) \right] \Delta V \\ \Delta Q &= Q_o \left[\left(\frac{b_q}{V_o} \right) + 2 \left(\frac{c_q}{V_o} \right) \right] \Delta V\end{aligned}\tag{3.81}$$

• Modelo exponencial

Representa a demanda de potência ativa e reativa da carga por funções exponenciais, na forma:

$$\begin{aligned}P &= P_o \left(\frac{V}{V_o} \right)^{np} \\ Q &= Q_o \left(\frac{V}{V_o} \right)^{nq}\end{aligned}\tag{3.82}$$

onde, para

$np = nq = 0$	carga de potência constante
$np = nq = 1$	carga de corrente constante
$np = nq = 2$	carga de impedância constante

Linearizando-se resulta,

$$\begin{aligned}\Delta P &= np \left(\frac{P_o}{V_o} \right) \Delta V \\ \Delta Q &= nq \left(\frac{Q_o}{V_o} \right) \Delta V\end{aligned}\tag{3.83}$$

Esses modelos podem ser inseridos na formulação apresentada nesse trabalho sem nenhuma alteração, exatamente na forma como foram descritos.

3.5.2 Modelos Dinâmicos

O primeiro modelo dinâmico de carga utilizado para a análise de estabilidade de tensão foi o modelo do motor de indução [Xu, 1993]. No entanto, as cargas das barras de alta tensão são

na verdade uma composição de motores de indução, cargas de MVA constante controlada por LTC ou por outro equipamento de controle, bem como cargas controladas termostaticamente. A essa composição deu-se o nome de carga agregada.

Vários modelos dinâmicos de carga existentes na literatura podem ser usados para explicar características básicas da estabilidade de tensão. Estes modelos podem representar uma grande variedade de cargas agregadas que exibem uma recuperação de forma mais ou menos exponencial, tais como cargas dinâmicas de potência constante (cargas estáticas controladas por LTC ou outros equipamentos de controle) e o próprio motor de indução.

Existem vários modelos de carga que visam representar todas as cargas através de um modelo geral, conhecidos por modelos agregados [Hill, 1993, 1994], [Kariisson, 1994], [Pal, 1995]. Nesse trabalho será apresentado um dos modelos mais comumente citado na literatura, apresentado por Wilsun-Xu & Mansour [Xu, 1993].

• Modelo de Wilsun Xu & Mansour

Considera que a demanda de carga (ativa e reativa) tem duas componentes: uma transitória (P_t , Q_t) e outra de regime permanente (P_s , Q_s). A Figura 3.5 ilustra a representação para a carga ativa.

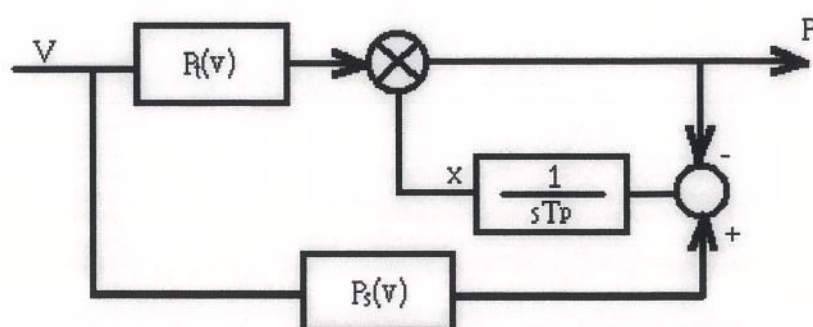


Figura 3.5 - Diagrama de blocos, para a potência ativa, do modelo de Xu & Mansour

As equações das potências ativa e reativa são dadas respectivamente, por:

$$\begin{aligned}
 T_p \dot{x} &= P_s(V) - P & ; & & P &= xP_t(V) \\
 T_q \dot{y} &= Q_s(V) - Q & ; & & Q &= yQ_t(V)
 \end{aligned}
 \tag{3.84}$$

Estes autores consideram dois modelos para as funções que representam as componentes estática e dinâmica da carga, que são os modelos exponencial e polinomial.

* Modelo exponencial

Representa as componentes transitória e estática da carga por funções exponenciais da tensão.

$$\begin{aligned}
 P_t(V) &= V^\alpha \\
 P_s(V) &= P_o V^a \\
 Q_t(V) &= V^\beta \\
 Q_s(V) &= Q_o V^b
 \end{aligned}
 \tag{3.85}$$

Substituindo-se as equações (3.85) nas equações (3.84) resulta em:

$$\begin{aligned}
 T_p \dot{x} &= P_o V^a - xV^\alpha \\
 T_q \dot{y} &= Q_o V^b - yV^\beta \\
 P &= xV^\alpha \\
 Q &= yV^\beta
 \end{aligned}
 \tag{3.86}$$

Linearizando-se as equações (3.86), tem-se:

$$\begin{aligned}
 T_p \Delta \dot{x} &= -V^\alpha \Delta x + (P_o a V^{a-1} - x\alpha V^{\alpha-1}) \Delta V \\
 T_q \Delta \dot{y} &= -V^\beta \Delta y + (Q_o b V^{b-1} - y\beta V^{\beta-1}) \Delta V \\
 \Delta P &= V^\alpha \Delta x + x\alpha V^{\alpha-1} \Delta V \\
 \Delta Q &= V^\beta \Delta y + y\beta V^{\beta-1} \Delta V
 \end{aligned}
 \tag{3.87}$$

* Modelo polinomial

Representa as componentes transitória e estática da carga por funções polinomiais da tensão, dadas por:

$$\begin{aligned}
P_t(V) &= c_2 V^2 + c_1 V + c_0 \\
P_s(V) &= P_o(d_2 V^2 + d_1 V + d_0) \\
Q_t(V) &= e_2 V^2 + e_1 V + e_0 \\
Q_s(V) &= Q_o(f_2 V^2 + f_1 V + f_0)
\end{aligned} \tag{3.88}$$

Substituindo-se a equação (3.88) na equação (3.84) resulta em:

$$\begin{aligned}
T_p \dot{x} &= P_o(d_2 V^2 + d_1 V + d_0) - x(c_2 V^2 + c_1 V + c_0) \\
T_q \dot{y} &= Q_o(f_2 V^2 + f_1 V + f_0) - y(e_2 V^2 + e_1 V + e_0) \\
P &= x(c_2 V^2 + c_1 V + c_0) \\
Q &= y(e_2 V^2 + e_1 V + e_0)
\end{aligned} \tag{3.89}$$

Linearizando-se a equação (3.89), tem-se:

$$\begin{aligned}
T_p \Delta \dot{x} &= -(c_2 V^2 + c_1 V + c_0) \Delta x + [P_o(2d_2 V + d_1) - x(2c_2 V + c_1)] \Delta V \\
T_q \Delta \dot{y} &= -(e_2 V^2 + e_1 V + e_0) \Delta y + [Q_o(2f_2 V + f_1) - y(2e_2 V + e_1)] \Delta V \\
\Delta P &= (c_2 V^2 + c_1 V + c_0) \Delta x + x(2c_2 V + c_1) \Delta V \\
\Delta Q &= (e_2 V^2 + e_1 V + e_0) \Delta y + y(2e_2 V + e_1) \Delta V
\end{aligned} \tag{3.90}$$

Na forma como foi apresentado, o modelo de Wilson Xu & Mansour pode ser diretamente incluído no modelo alternativo apresentado nesse trabalho. Resultados da aplicação deste modelo à estabilidade de tensão considerando o modelo dinâmico de carga, bem como modelos estáticos são mostrados no capítulo 4.

CAPÍTULO 4

Simulações e Resultados

4.1 Introdução

Neste capítulo são apresentadas e discutidas várias simulações obtidas através das quatro variações do modelo proposto neste trabalho para a análise modal da estabilidade de tensão. Foram utilizados três sistemas sugeridos em diversos artigos técnicos da literatura: Os sistemas considerados são: 1) Um gerador e duas barras [Rajagopalan, 1992]; 2) Dois geradores e três barras [Rajagopalan, 1989]; 3) Três geradores e nove barras [Ranjan, 1993]. Foram considerados os modelos estáticos de carga dependente da tensão (potência, corrente e impedância constantes) e o modelo dinâmico de carga agregada de Xu & Mansour, abordados no capítulo 3.

Em todas as simulações são considerados incrementos de carga a partir de uma carga inicial, sendo que a análise modal é aplicada para cada nível de carga. O incremento de carga pode ser realizado de três maneiras: 1) Mantendo o fator de potência constante, ou seja, incrementando na mesma proporção as demandas ativa e reativa da carga, o que será simbolizado por PQ na ilustração dos resultados; 2) Considerando que toda a demanda de reativos será fornecida localmente, ou seja, mantendo a carga reativa constante e incrementando somente a demanda de potência ativa da carga, simbolizado por P; e 3) Incrementando somente a demanda de potência reativa da carga e mantendo a demanda de potência ativa constante, simbolizado por Q.

A análise modal de cada ponto de operação é realizada através de um programa desenvolvido nesse trabalho e descrito no apêndice A.

4.2 Sistema Teste de 1 Gerador e 2 Barras

Para o sistema de duas barras (Figura 4.1) são apresentadas todas as simulações, considerando quatro modelagens para a unidade geradora, os vários modelos de carga citados anteriormente e as três maneiras de se realizar o incremento de carga. A observação e classificação dos fenômenos da instabilidade de tensão são efetuadas através deste sistema. Os sistemas de dois e três geradores servem para fortalecer a eficiência do método, e portanto são apresentadas somente algumas simulações para esses sistemas. Em todas as simulações a potência de base considerada é de 100 MVA.

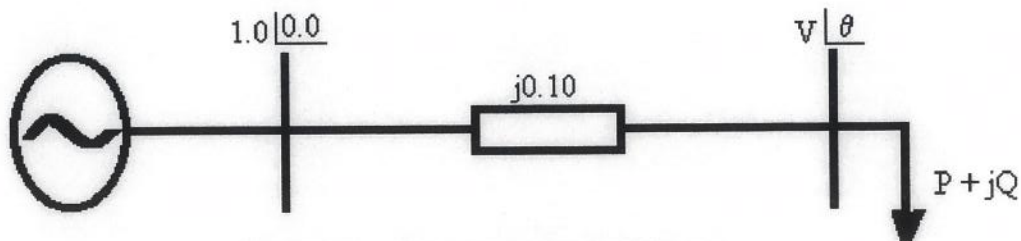


Figura 4.1 - Sistema teste de 2 barras

- Dados do gerador

Tabela 4.1

H(s)	D	R_a (pu)	X_d (pu)	X'_d (pu)	X_q (pu)	X'_q (pu)	T'_{do} (s)	T'_{qo} (s)
6.4	0.0	0.0	0.8958	0.1198	0.8645	0.1969	6.0	0.535

- Dados do regulador automático de tensão

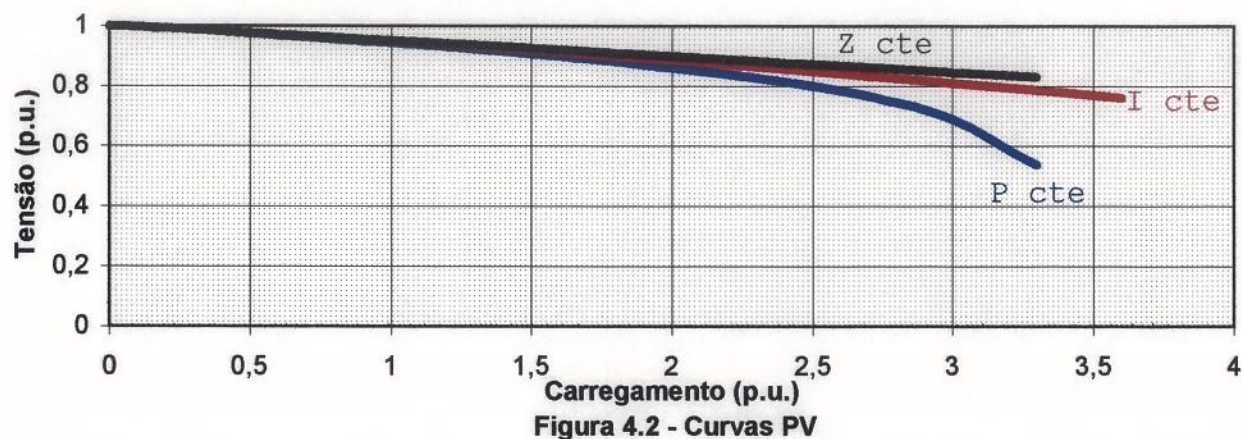
Tabela 4.2

K_a (pu)	T_a (s)	K_f (pu)	T_f (s)	K_e (pu)	T_e (s)
20.0	0.2	0.063	0.35	1.0	0.314

- Curvas P-V

As curvas P-V são obtidas através de simulações consecutivas do fluxo de potência. Foram considerados incrementos na carga ativa e reativa, mantendo o fator de potência

constante. Foi considerado uma carga de $(100+j48.7)\text{MVA}$ multiplicada por um fator carregamento (p). A Figura 4.2 mostra as curvas P-V do sistema teste de 02 barras considerando os modelos estáticos de carga de potência, corrente e impedância constantes.



Os limites estáticos de carregamento (limite de transferência de potência), representados pela divergência do fluxo de potência, são mostrados na Tabela 4.3.

Tabela 4.3

Modelo de Carga	Carregamento(p.u.)	Tensão(p.u.)
Potência constante	3.13	0.578
Corrente constante	3.6	0.758
Impedância constante	3.3	0.829

4.2.1 Simulações Usando o Modelo de Quarta Ordem para a Unidade Geradora

Esse modelo considera o gerador sem enrolamento amortecedor e o excitador do tipo estático, conforme apresentado no apêndice D. As variáveis de estado são δ , ω , E'_q e E_{FD} . Se a carga tem representação dinâmica, inclui-se as variáveis de estado da carga (x e y).

• Carga de corrente constante

A Figura 4.3 mostra a trajetória dos autovalores críticos com a carga modelada por corrente constante e considerando as três maneiras de se incrementar a carga. Observa-se, a partir

dessa figura, que carga de corrente constante não causa instabilidade, visto que os autovalores críticos tem parte real negativa e se deslocam no sentido negativo do eixo real.

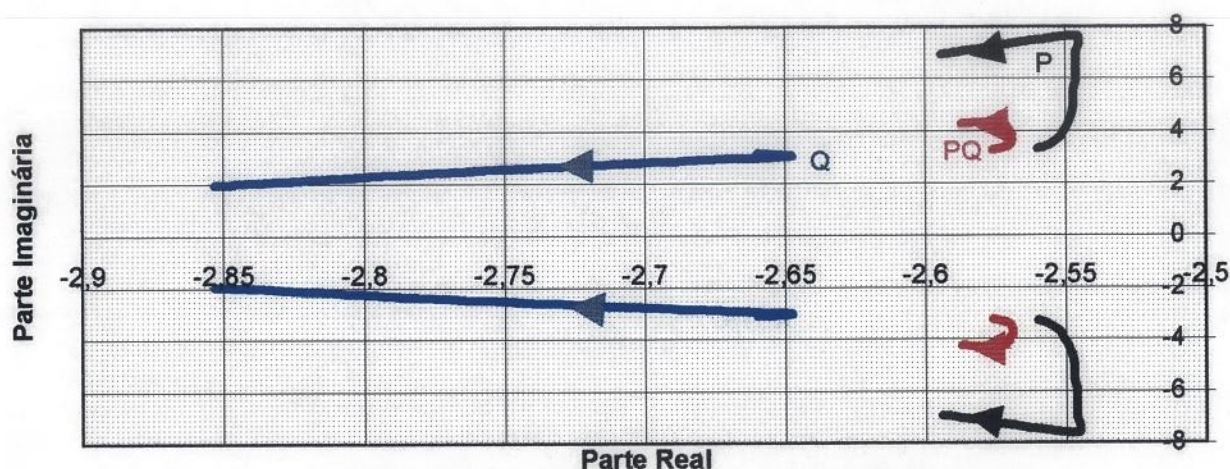


Figura 4.3 - Trajetória dos autovalores críticos

A Tabela 4.4 contém alguns autovalores quando o incremento de carga do tipo PQ é considerado. Essa tabela mostra também que os determinantes algébrico e do fluxo de carga não mudam de sinal.

Tabela 4.4

Carregamento(p.u)	Autovalores	Det Jalg	Det Jfc
1.0	$-2.571 \pm j3.388$	1445.8	88.37
2.0	$-2.569 \pm j3.846$	1660.9	71.78
3.0	$-2.573 \pm j4.280$	1417.3	42.44

- **Carga de impedância constante**

A Tabela 4.5 contém alguns autovalores quando o incremento de carga do tipo PQ é considerado. Essa tabela mostra também que os determinantes algébrico e do fluxo de carga não mudam de sinal.

Tabela 4.5

Carregamento(p.u)	Autovalores	Det Jalg	Det Jfc
1.0	$-2.651 \pm j3.348$	1602.51	94.27
2.0	$-2.729 \pm j3.132$	2748.29	85.92
3.0	$-2.801 \pm j2.605$	4778.63	68.69

A Figura 4.4 representa a trajetória dos autovalores críticos com a carga modelada por impedância constante e considerando as três maneiras de se incrementar a carga. Observa-se, a

partir dos gráficos, que carga de impedância constante não causa instabilidade, visto que os autovalores críticos tem parte real negativa e se deslocam no sentido negativo do eixo real.

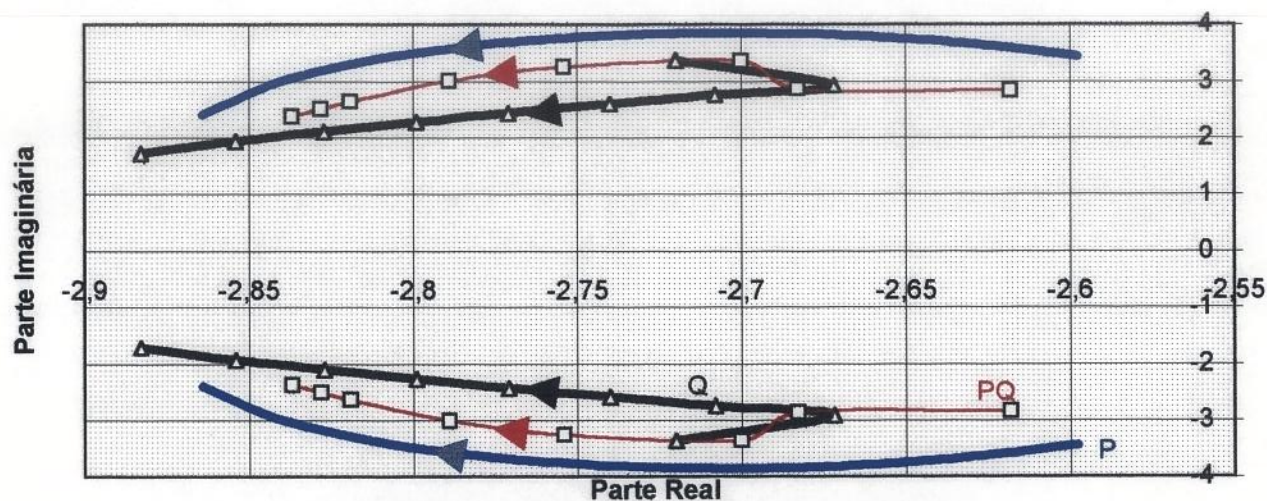


Figura 4.4 - Trajetória dos autovalores críticos

- Carga de potência constante

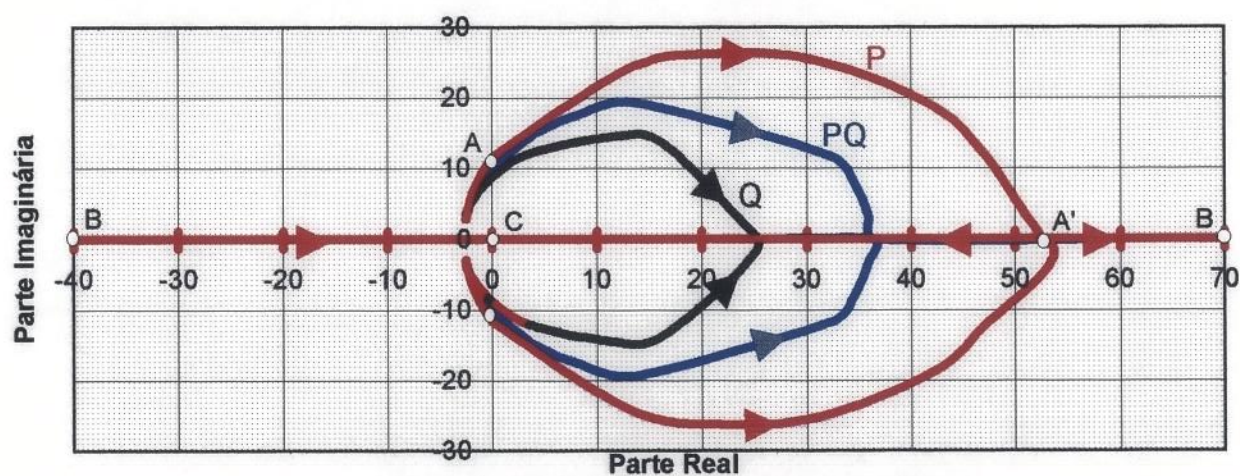


Figura 4.5 - Trajetória dos autovalores críticos

A Figura 4.5 mostra a trajetória dos autovalores críticos com a carga modelada por potência constante e considerando as três maneiras de se incrementar a carga. Observa-se, a partir dos gráficos, que carga estática de potência constante pode causar instabilidade de tensão, visto que os autovalores críticos se deslocam no sentido positivo do eixo real.

Pode-se observar que a maneira pela qual a carga é incrementada não altera a forma da trajetória dos autovalores críticos, ou seja, os fenômenos que levam o sistema à instabilidade,

independem do tipo de incremento. Portanto, nas simulações seguintes é considerado apenas um tipo de incremento.

Na trajetória dos autovalores críticos para carga de potência constante existem alguns pontos que merecem um pouco mais de atenção, chamados pontos de bifurcação do sistema. A partir desses pontos é que tem-se tentado definir os limites de estabilidade do sistema, e além disso eles podem explicar a natureza do fenômeno de instabilidade de tensão.

Uma forma prática de reconhecer um ponto de bifurcação (já definido formalmente no capítulo 2) é através da observação da parte real dos autovalores críticos. O ponto para o qual um autovalor real ou um par conjugado de autovalores mudam do semiplano direito para o semiplano esquerdo do plano complexo, ou vice versa, indica uma bifurcação. Em um sistema linearizado podem ser identificados três diferentes bifurcações, chamados pontos de bifurcação local. Esses três pontos podem ser definidos como segue: 1) Um par conjugado com parte real nula define um ponto de bifurcação de hopf (*Hopf Bifurcation* - HB); 2) Um autovalor real mudando do semiplano direito para o esquerdo através do infinito define um ponto de singularidade induzida (*Singularity Induced Bifurcation* - SIB); 3) Um autovalor real mudando de semiplano através da origem define um ponto de bifurcação sela-nó (*Saddle-Node Bifurcation* - SNB) [Lemos, 1996], [Lee, 1995], [Venkatasubramanian, 1993].

Na Figura 4.5 podem ser identificados todos esses pontos de bifurcação. Inicialmente, para um baixo carregamento o par conjugado de autovalores críticos tem parte real negativa, e o sistema é estável. A medida que o carregamento é aumentado esse par conjugado se desloca no sentido do semiplano direito, ou seja, a sua parte real se aproxima da origem. No ponto (A), a parte real do par conjugado se anula. A partir desse ponto o sistema é instável, e a instabilidade se caracteriza por oscilações de amplitudes crescentes. Conforme é mostrado na Tabela 4.6, as variáveis de estado que mais participam desse modo instável são E_q' e E_{FD} , mostrando que a

dinâmica responsável pela instabilidade de tensão nesse caso, é a dinâmica do controle de tensão do sistema. Um outro ponto interessante mostrado nessa tabela é que o jacobiano algébrico muda de sinal no ponto (B), exatamente quando um autovalor muda de semiplano através do infinito.

Tabela 4.6

Ponto	Carga (p.u.)	Autovalores	Fat.Participação		Det Jalg	Det Jfc
			E'_q	E_{FD}		
(A)	2.2335	$-0.003 \pm j10.096$	0.558	0.558	212.36	50.34
(A')	2.341	31.52	3.342	4.342	15.186	46.68
		42.45	4.342	3.342		
(B)	2.348	17.241	1.031	0.031	1.609	46.434
		728.95				
	2.35	16.03	0.963	0.037	-2.301	46.363
		-547.52				
(C)	3	0.068	0.791	0.209	-1940.5	16.248
(D)	3.13	-1.728	1.332	0.332	-3824.7	-9.5

No ponto (A') o par conjugado separa-se em dois autovalores reais. A instabilidade de tensão a partir desse ponto é da forma monotônica ou aperiódica. Seguindo de (A'), um autovalor retorna ao semiplano esquerdo pelo eixo real com uma velocidade menor do que a do outro que segue no sentido positivo do eixo real até atingir o infinito em (B). Atingido esse ponto, o autovalor desaparece do semiplano direito no infinito e aparece no semiplano esquerdo no infinito negativo. Esse é o ponto de singularidade induzida, que está relacionado com a singularidade do jacobiano algébrico, e representa o limite de controlabilidade de tensão do sistema. Enquanto isso, o outro autovalor viaja lentamente pelo eixo real voltando para o semiplano esquerdo (nesse momento esse autovalor representa o único modo instável do sistema) atingindo o eixo imaginário no ponto (C) que representa a bifurcação sela-nó (a partir desse ponto o sistema volta a ser estável, indicando a polêmica operação estável na região inferior da curva P-V). Essa bifurcação está relacionada com a singularidade da matriz de estado do sistema, e normalmente, ocorre um pouco antes do limite estático de carregamento, representado pela singularidade do jacobiano do fluxo de potência que ocorre no ponto (D) da Figura 4.6 para um carregamento de

$3.13 \times (100 + j48.7) \text{ MVA}$. A Tabela 4.6 mostra esses pontos de bifurcação considerando incremento de carga do tipo PQ.

A Figura 4.6 mostra a relação entre a análise dinâmica (análise modal) e a análise estática (baseada nos jacobianos algébrico e do fluxo de carga) usando o incremento de carga do tipo PQ. Nesse caso, fica claro que essas duas abordagens devem ser usadas em conjunto para que todos os possíveis fenômenos da estabilidade sejam visualizados.

As bifurcações relacionadas com a dinâmica do controle de tensão (*Hopf Bifurcation*, *Induced Singularity Bifurcation* e *Saddle-Node Bifurcation*) podem ser visualizadas através da abordagem dinâmica, pela monitoração da parte real dos autovalores críticos (pontos A, B e C no gráfico). A singularidade do jacobiano algébrico indica o ponto de bifurcação de singularidade induzida (ponto B). A singularidade do jacobiano do fluxo de potência indica o limite estático de carregamento (ponto D), [Nema, 1996].

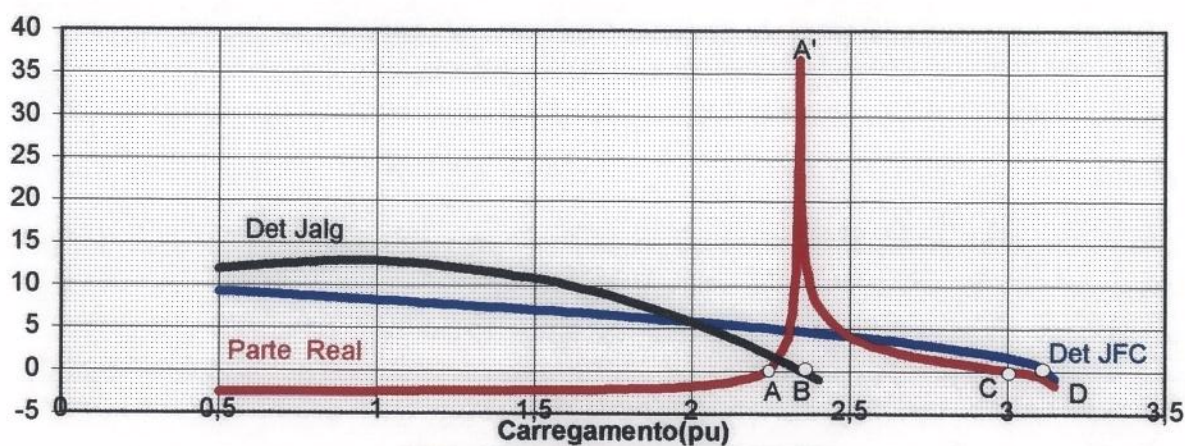


Figura 4.6 - Pontos de bifurcação

Na confecção do gráfico da Figura 4.6, os valores dos determinantes dos jacobianos algébricos e do fluxo de potência foram colocados em uma escala apropriada para melhorar a apresentação dos resultados.

- **Carga dinâmica - modelo de Xu & Mansour**

É um dos modelos de carga agregada mais citados na literatura, e torna ainda mais real o sistema sob análise.

* **Dados da carga**

Tabela 4.7

T_p (s)	c_0	c_1	c_2	d_0	d_1	d_2
0.038	0.0	0.2	0.669	1.084314	-0.160027	0.074291
T_q (s)	e_0	e_1	e_2	f_0	f_1	f_2
0.002642	-0.073	-4.741	5.731	2.64256	-4.458275	2.817158

Nos resultados que são apresentados em seguida o modelo de Xu & Mansour foi usado para representar a carga de um conjunto de motores de indução de 500 HP. Os dados da carga, mostrados na Tabela 4.7, foram obtidos em [Lerm, 1995]. Foi considerado incremento de carga do tipo PQ.

A Figura 4.7 mostra a trajetória dos autovalores críticos considerando o modelo de carga dinâmica de Xu & Mansour. Nesse caso, foram monitorados dois modos críticos, um modo real e um conjugado. Inicialmente, para um baixo carregamento, existe um autovalor real se deslocando rapidamente no sentido do semiplano direito, enquanto o par conjugado se desloca mais lentamente em direção ao eixo real, ou seja, tem a sua parte imaginária diminuída. O modo real atinge o eixo imaginário no ponto (A), resultando em instabilidade de tensão monotônica. A variável de estado que participa de forma decisiva desse modo é a variável de estado que representa a dinâmica da carga reativa (y), conforme é mostrado na Tabela 4.8, fortalecendo a importância da representação dinâmica da carga para estudos de estabilidade de tensão. Enquanto isso, o modo conjugado continua se aproximando do eixo real, até atingi-lo no ponto (B), quando o sistema já é instável devido ao modo real. No ponto (B), o modo conjugado divide-se em dois modos reais, um se desloca no sentido negativo do eixo real, enquanto o outro se desloca no sentido positivo, alcançando o eixo imaginário no ponto (C) e fazendo surgir mais um modo instável. As variáveis de estado que mais participam desse modo são E'_q , E_{FD} , x e y .

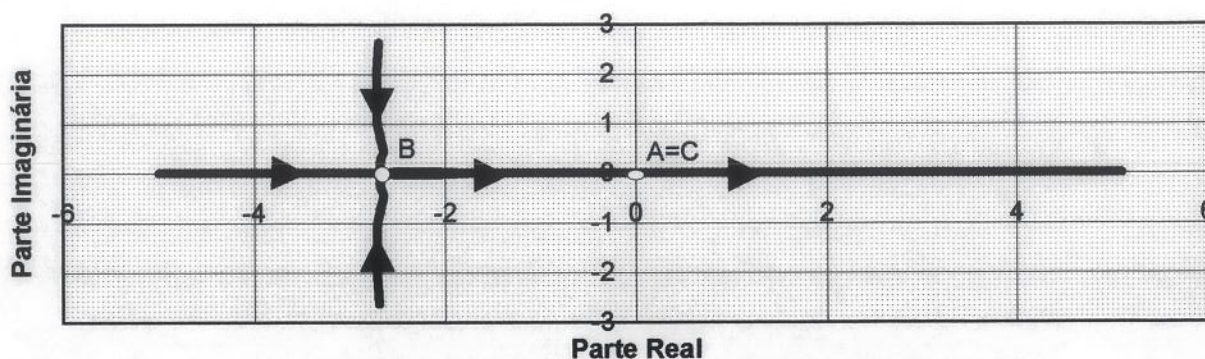


Figura 4.7 - Trajetória dos autovalores críticos

Conforme foi mostrado no capítulo 3, o jacobiano algébrico contém as características estáticas da rede, dos geradores e das cargas, e mesmo quando a carga tem um modelo dinâmico as suas características estáticas vão estar representadas. É importante perceber que esse jacobiano não representa simplesmente a rede como o jacobiano do método de Newton-Raphson. O jacobiano do fluxo de carga apresentado nesse modelo é uma submatriz do jacobiano algébrico. O único truque, brilhantemente percebido por Pai, foi a reordenação das variáveis algébricas para separar na parte inferior da matriz jacobiana algébrica os ângulos das barras PV e PQ e as tensões das barras PQ, que são as variáveis do fluxo de carga.

Um dos grandes méritos do modelo de Pai, bem como do modelo proposto neste trabalho, é o fato de eles proporcionarem a comparação entre análise dinâmica e análise estática. Com esse objetivo, os jacobianos algébrico e do fluxo de carga foram monitorados através do cálculo dos seus determinantes. A Figura 4.8 mostra essa comparação. Nessa figura foram plotadas as partes reais dos dois modos críticos (análise dinâmica), juntamente com o determinante do jacobiano do fluxo de carga que foi colocado em uma escala apropriada (análise estática). Esse resultado é surpreendente, visto que o jacobiano do fluxo de carga detectou os dois pontos de bifurcação exatamente iguais aos obtidos pela análise dinâmica, representadas pelos pontos (A) e (C) na figura (4.8).

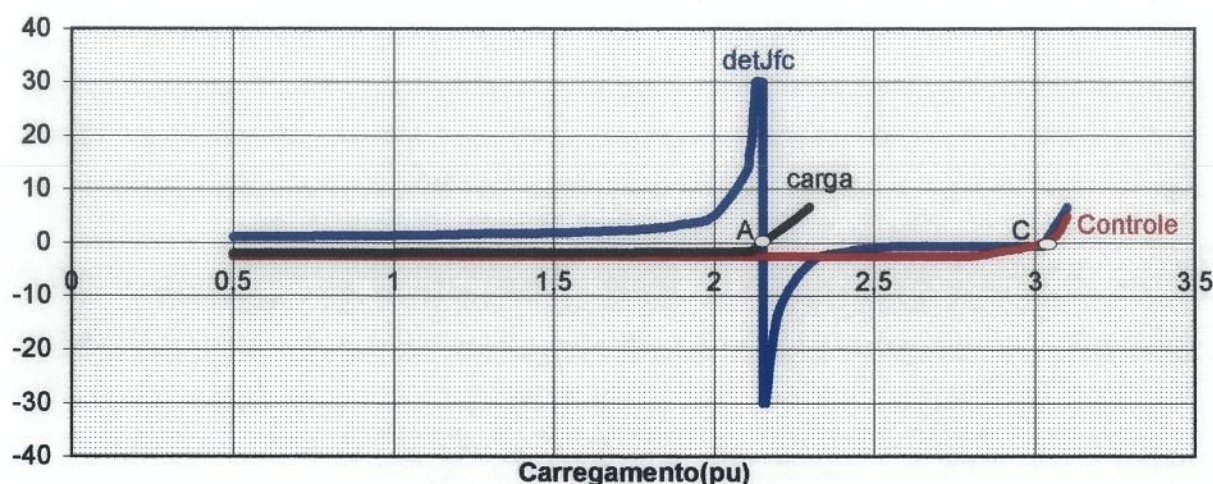


Figura 4.8 - Pontos de bifurcação

O jacobiano algébrico detectou apenas a bifurcação do ponto A. O comportamento do jacobiano algébrico é semelhante ao do fluxo de potência até o ponto (A) e depois disso continua negativo até a divergência do fluxo de potência.

Tabela 4.8

Ponto	Carga(pu)	Autovalores	Fatores de Participação				Det Jalg	Det Jfc
			E'_q	E_{FD}	x	y		
(A)	2.1522	-0.058	0.0	0.0	0.0	1.0	39865369	486376
	2.1525	+0.078	0.0	0.0	0.0	1.0	-29620119	-361267
(B)	2.77	-2.516	0.0	0.0	0.008	0.992	-6106.6	-31.02
		-2.752						
(C)	3.02	341.639	0.874	0.132	0.247	0.011	-2484.9	-0.628
		-0.166						
	3.03	592.194	0.804	0.096	0.281	0.011	-2348.3	0.270
		0.083						
		607.97						

A Tabela 4.8 mostra alguns autovalores, fatores de participação, e determinantes. É interessante destacar que a mudança de sinal dos determinantes dos jacobiano do fluxo de carga ou do jacobiano algébrico, pelo infinito ou pela origem, está relacionada com a mudança de semiplano de algum autovalor real.

4.2.2 Simulações Usando o Modelo de Quinta Ordem para a Unidade Geradora

Esse modelo considera um enrolamento amortecedor colocado no eixo em quadratura, o que resulta em variações na tensão de eixo direto, adicionando uma equação diferencial na modelagem do gerador. O modelo do excitador é do tipo estático. Nesse caso as variáveis de estado são δ , ω , E'_q , E'_d e E_{FD} (Apêndice D). Se a carga tem representação dinâmica, inclui-se as variáveis de estado da carga (x e y).

- **Carga de corrente constante com incremento de carga do tipo PQ**

Não causa instabilidade de tensão, pois a parte real do par conjugado de autovalores críticos é negativa e se desloca no sentido negativo do eixo real, conforme é mostrado na Figura 4.9.

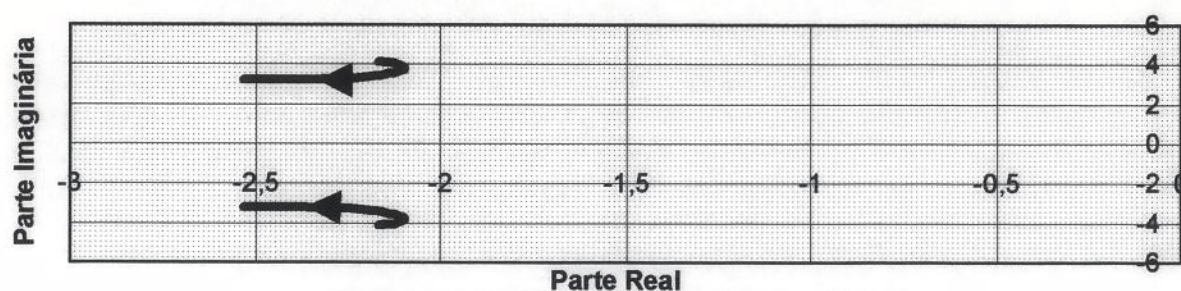


Figura 4.9 - Trajetória dos autovalores críticos

A Tabela 4.9 contém alguns autovalores para esse caso.

Tabela 4.9

Carregamento (pu)	Autovalores	Det Jalg	Det Jfc
1.0	$-2.362 \pm j3.198$	4225.93	88.39
2.0	$-2.124 \pm j3.588$	3865.01	71.78
3.0	$-2.121 \pm j4.025$	2715.39	42.44

- **Carga de impedância constante com incremento de carga do tipo PQ**

Não causa instabilidade de tensão, pois a parte real do par conjugado de autovalores críticos é negativa e se desloca no sentido negativo do eixo real, conforme mostra a Figura 4.10.

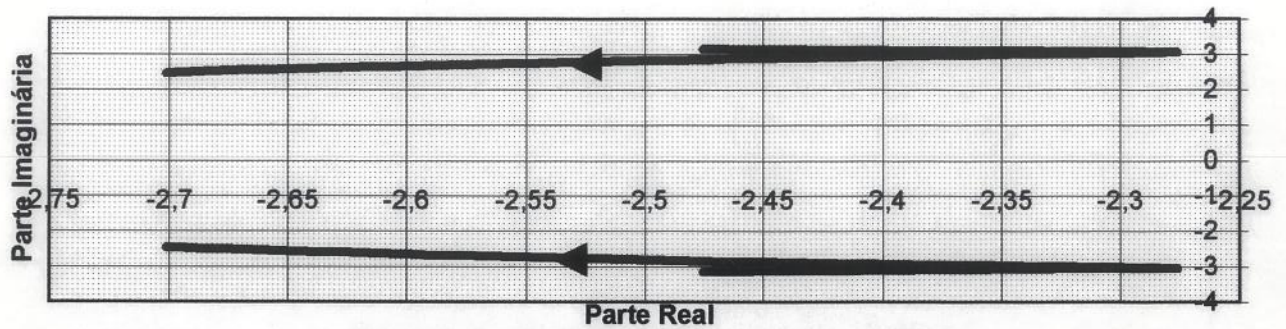


Figura 4.10 - Trajetória dos autovalores críticos

A Tabela 4.10 contém alguns autovalores para esse caso. Essa tabela mostra também que os determinantes algébrico e do fluxo de carga não mudam de sinal.

Tabela 4.10

Carregamento(p.u)	Autovalores	Det Jalg	Det Jfc
1.0	$-2.314 \pm j3.064$	4920.31	94.27
2.0	$-2.341 \pm j32.997$	6115.56	85.93
3.0	$-2.627 \pm j2.619$	8056.94	68.70

• **Carga de potência constante com incremento de carga do tipo PQ**

Tabela 4.11

Ponto	Carga (p.u.)	Autovalores	Fatores de Participação			Det Jalg	Det Jfc
			E'_q	E'_d	E_{FD}		
(A)	2.245	$0.014 \pm j6.559$	0.534	0.177	0.504	893.78	50.34
(A')	2.462	12.677	0.196	2.621	3.425	140.29	46.68
		17.860	0.815	2.836	2.651		
(B)	2.497	6.140	0.492	0.522	0.014	8.159	40.99
	2.5	609.403				-5.377	40.86
		5.927					
		-953.838	0.487	0.504	0.009		
(C)	3	0.066	0.792	0.0	0.209	-1940.5	16.218
(D)	3.12	-0.777	0.930	0.0	0.056	-4042.7	3.361
	3.13	-0.978	0.980	0.017	0.003	-4389.9	0.176

Há um par conjugado de autovalores críticos monitorados na Figura 4.11 com um comportamento idêntico ao da Figura 4.5, ou seja, foram detectados os mesmos pontos de bifurcação, apenas para níveis de carga levemente maiores quando o enrolamento amortecedor é considerado (comparação entre as Tabelas 4.6 e 4.11). As variáveis de estado que mais participam desse modo instável são E'_q e E_{FD} , os autovalores e fatores de participação para esses pontos são mostrados na Tabela 4.11.

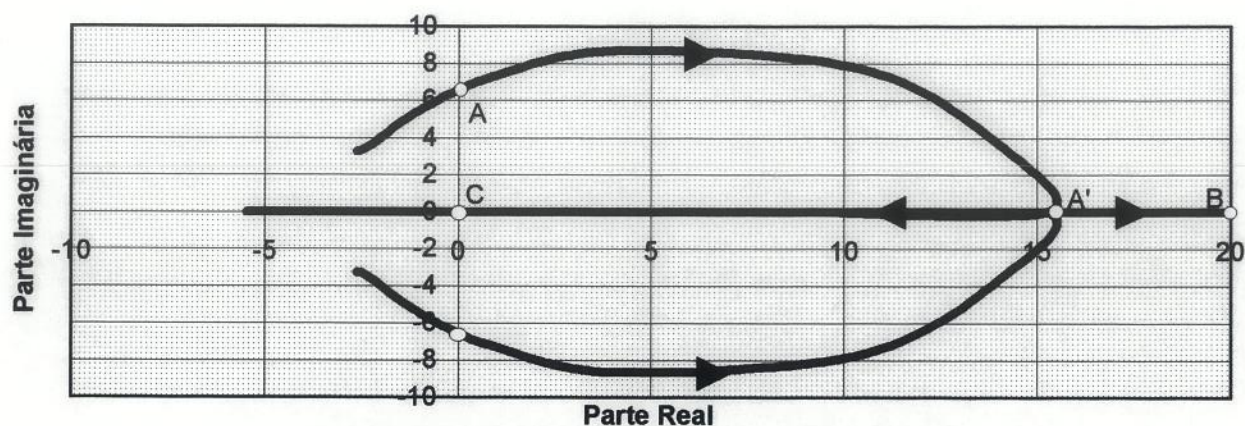


Figura 4.11 - Trajetória dos autovalores críticos

A Figura 4.12 mostra a comparação entre a análise dinâmica e a estática.

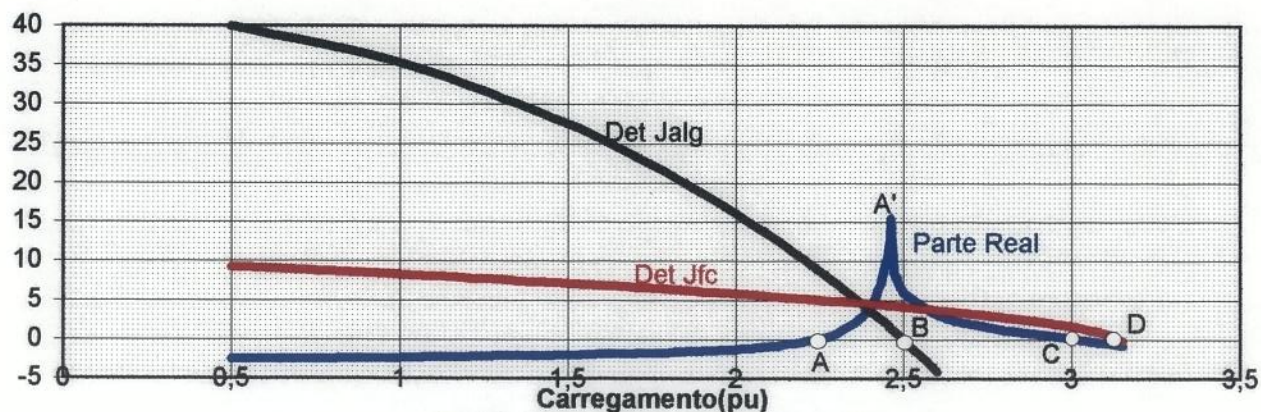


Figura 4.12 - Pontos de bifurcação

A sequência de bifurcações é a mesma da Figura 4.6 quando o enrolamento amortecedor não é considerado, ou seja, o enrolamento amortecedor não representa uma contribuição importante para a análise da estabilidade de tensão. Nessa simulação ele apenas aumenta o nível de carga para o qual acontece o ponto de bifurcação de hopf de 2.2335pu para 2.245pu.

- **Carga dinâmica - modelo de Xu & Mansour com incremento de carga do tipo PQ.**

Novamente, foram monitorados dois modos críticos, um modo real e um conjugado, mostrados na Figura 4.13. Inicialmente, para um baixo carregamento, existe um autovalor real se deslocando rapidamente no sentido do semiplano direito, enquanto o par conjugado se desloca lentamente em direção ao eixo real. O modo real atinge o eixo imaginário no ponto (A), resultando em instabilidade de tensão monotônica. A variável de estado que participa de forma

decisiva desse modo é a variável de estado que representa a dinâmica da carga reativa (y), Tabela 4.12. Enquanto isso, o modo conjugado continua se aproximando do eixo real, até atingi-lo no ponto (B), quando o sistema já é instável devido ao modo real. No ponto (B), o modo conjugado se divide em dois modos reais, um se desloca no sentido negativo do eixo real, enquanto o outro se desloca no sentido positivo, alcançando o eixo imaginário no ponto (C) e fazendo surgir mais um modo instável. As variáveis de estado que mais participam desse modo são E'_q , E_{FD} , x e y , conforme mostra a Tabela 4.12.

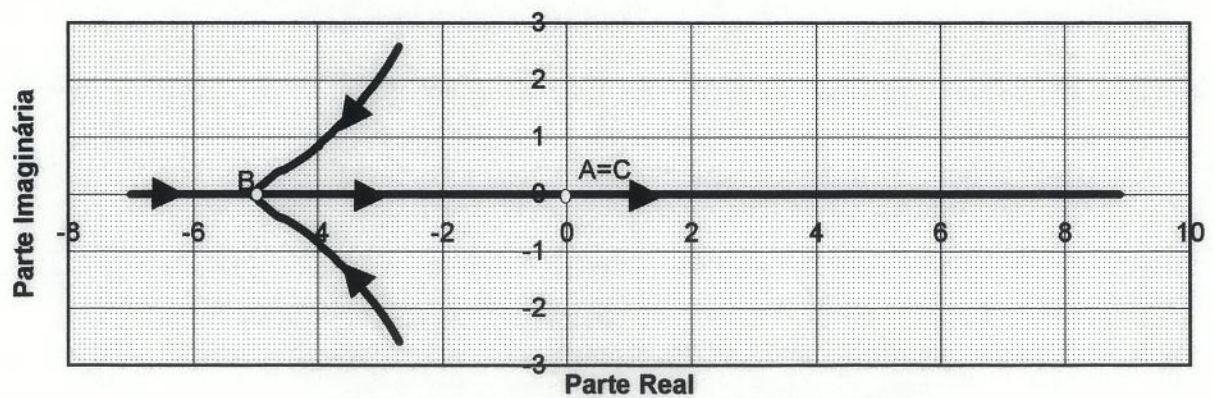


Figura 4.13 - Trajetória dos autovalores críticos

Na figura 4.14, foram plotadas as partes reais dos dois modos críticos (análise dinâmica) juntamente com o determinante do jacobiano do fluxo de carga que foi colocado em uma escala apropriada (análise estática).

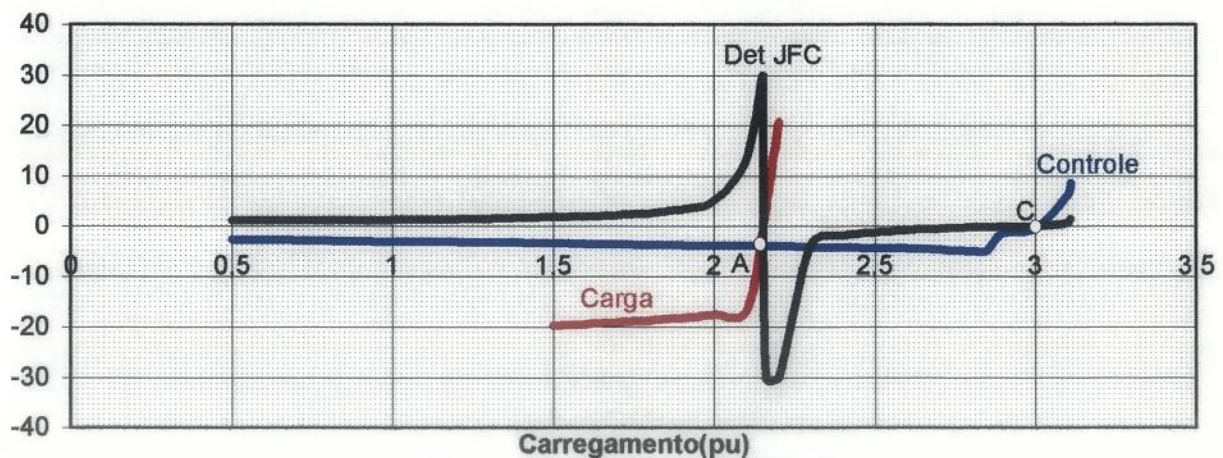


Figura 4.14 - Pontos de bifurcação

O jacobiano do fluxo de carga detectou os dois pontos de bifurcação exatamente iguais aos obtidos pela análise dinâmica, representadas pelos pontos (A) e (C) no gráfico. O jacobiano algébrico detectou apenas a bifurcação do ponto A. A Tabela 4.12 mostra o determinante do jacobiano do fluxo de carga mudando de sinal nos ponto (A) e (C), ao mesmo tempo que os autovalores críticos passam pela origem. Enquanto o jacobiano algébrico só muda de sinal no ponto (A), não detectando a bifurcação do ponto (C).

Tabela 4.12

Ponto	Carga(pu)	Autovalores	Fatores de Participação					Det Jalg	Det Jfc
			E'_q	E'_d	E_{FD}	x	y		
(A)	2.152	-0.141	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0	26677606	199616
	2.1525	0.071	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0	-52954807	-396097
(B)	2.8	$-5.001 \pm j0.057$	0.258	0.0	0.0	0.09	0.0	-7508.5	-26.14
		392.481	0.0	0.0	0.0	0.0	0.98		
(C)	3	-0.536	0.96	0.05	0.0	0.179	0.179	-3280.78	-2.463
		647.8				0.022	0.981		
	3.1	6.031	0.189	0.113	0.022	0.867	0.036	-1197.18	6.595

Essa simulação confirma que a contribuição do enrolamento amortecedor na estabilidade de tensão do sistema não é de grande importância.

4.2.3 Simulações Usando o Modelo de Sexta Ordem para a Unidade Geradora

Esse modelo considera o gerador sem enrolamento amortecedor e o excitador do tipo eletromecânico, conforme mostrado no apêndice D. As variáveis de estado são δ , ω , E'_q , E_{FD} , V_R e R_f . Se a carga tem representação dinâmica, inclui-se as variáveis de estado da carga (x e y).

• Carga de corrente constante com incremento de carga do tipo PQ

Não causa instabilidade de tensão, pois a parte real do par conjugado de autovalores críticos é negativa e se desloca no sentido negativo do eixo real, conforme mostra a Figura 4.15.

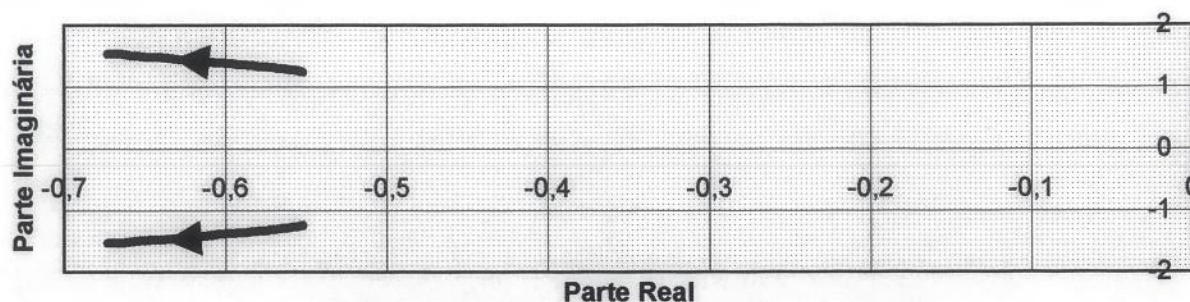


Figura 4.15 - Trajetória dos autovalores críticos

A Tabela 4.13 contém alguns autovalores e valores dos determinantes.

Tabela 4.13

Carregamento(p.u)	Autovalores	Det Jalg	Det Jfc
1.0	$-0.559 \pm j1.274$	1445.8	88.37
2.0	$-0.607 \pm j1.398$	1660.9	71.78
3.0	$-0.665 \pm j1.521$	1417.3	42.44

- Carga de impedância constante com incremento de carga do tipo PQ

Não causa instabilidade de tensão, pois a parte real do par conjugado de autovalores críticos é negativa e se desloca no sentido negativo do eixo real, conforme mostra a Figura 4.16.

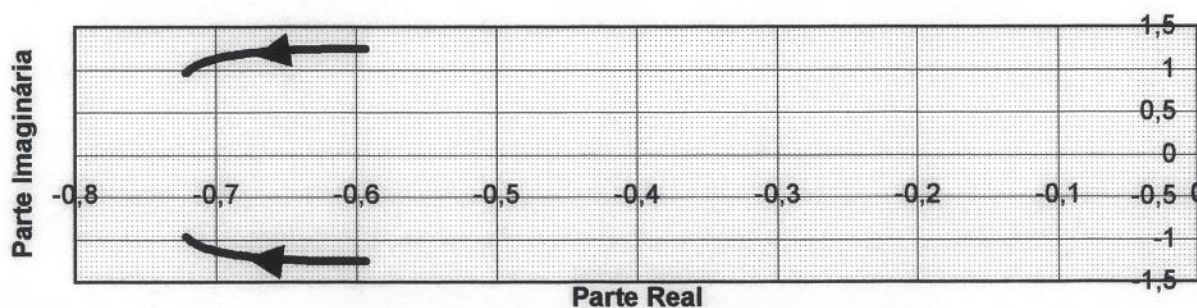


Figura 4.16 - Trajetória dos autovalores críticos

A Tabela 4.14 contém alguns autovalores. para esse caso.

Tabela 4.14

Carregamento(p.u)	Autovalores	Det Jalg	Det Jfc
1.0	$-0.635 \pm j1.242$	1602.49	94.27
2.0	$-0.692 \pm j1.162$	2748.25	85.93
3.0	$-0.718 \pm j1.007$	4778.41	68.70

- Carga de potência constante com incremento do tipo PQ

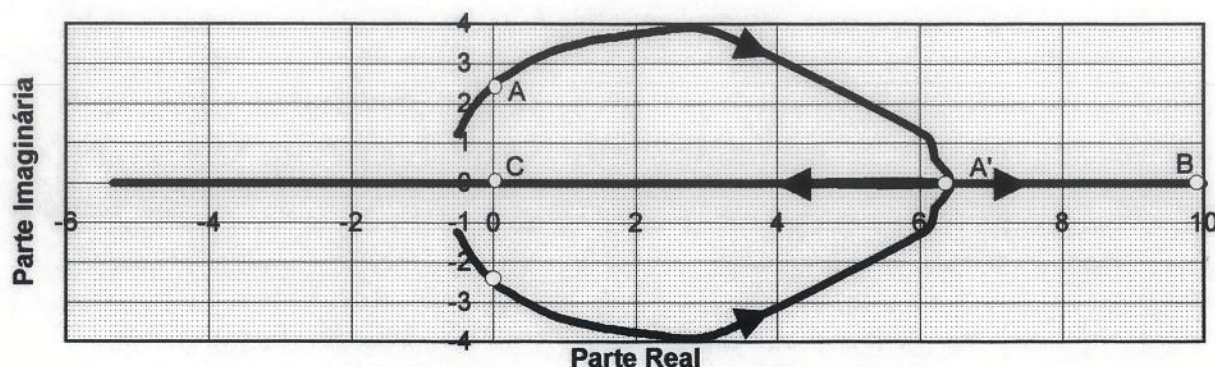


Figura 4.17 - Trajetória dos autovalores críticos

Inicialmente, para um baixo carregamento, há um par conjugado de autovalores críticos com parte real negativa, e o sistema é estável. A medida que o carregamento é aumentado esse par conjugado se desloca no sentido do semiplano direito, de acordo com a Figura 4.17. As variáveis de estado que mais participam desse modo são E'_q e R_f , como pode ser visto na Tabela 4.15. A Figura 4.18 mostra a comparação entre as análises dinâmica e estática.

Tabela 4.15

Ponto	Carga (p.u.)	Autovalores	Fatores de Participação		Det Jalg	Det Jfc
			E'_q	R_f		
(A)	2.05	$-0.015 \pm j2.421$	0.652	0.385	503.26	56.15
(A')	2.302	5.508 7.196	4.443 5.431	0.591 0.297	89.31	48.03
(B)	2.345	2.577 140.374	1.007		8.547	46.56
	2.35	2.463 -530.379	1.001		-2.283	46.36
(C)	3	0.026	0.316	0.483	-1940.52	16.25
(D)	3.1	-0.240	0.246	0.570	-2620.52	6.88
	3.13	-0.272	0.271	0.587	-3182.63	-0.710

Como a carga é modelada por potência constante, a única dinâmica responsável pela instabilidade de tensão é a dinâmica do controle de tensão do gerador. Através das tabelas 4.6 e 4.15 pode-se comparar os dois modelos utilizados para o regulador automático de tensão.

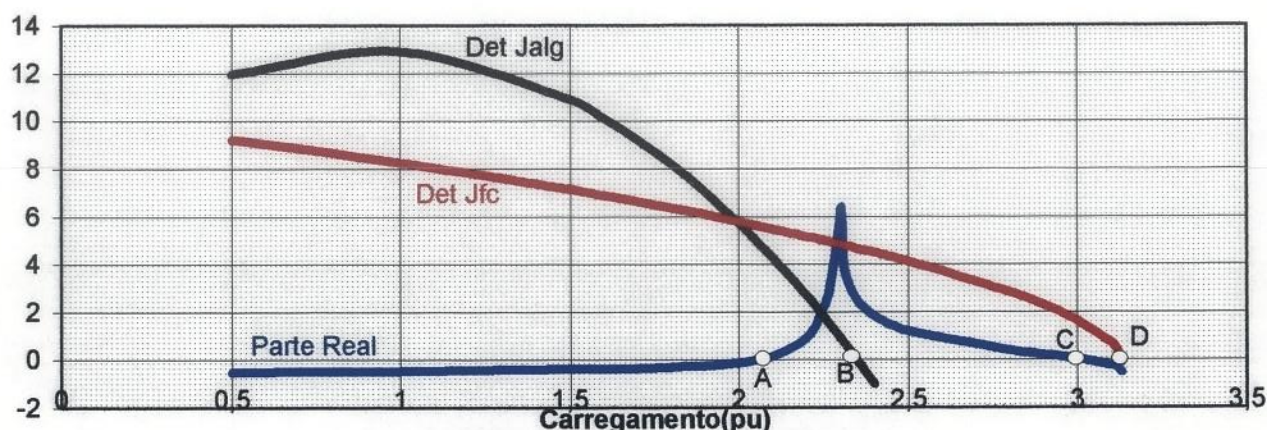


Figura 4.18 - Pontos de bifurcação

A principal diferença detectada foi no nível de carga para o qual ocorre o ponto de bifurcação de hopf. Para o regulador estático foi de 2.2335pu e para o regulador eletromecânico foi de 2.05pu, ou seja, o modelo estático aumenta a margem de estabilidade de tensão do sistema.

- **Carga dinâmica - modelo de Xu & Mansour com incremento de carga do tipo PQ**

Foram monitorados dois modos críticos, um modo real e um conjugado, mostrados na Figura 4.19. Inicialmente, para um baixo carregamento, existe um autovalor real se deslocando rapidamente no sentido do semiplano direito, enquanto o par conjugado se desloca mais lentamente em direção ao eixo real. O modo real atinge o eixo imaginário no ponto (A), resultando em instabilidade de tensão monotônica. A variável de estado que participa de forma decisiva desse modo é a que representa a dinâmica da carga reativa (y), como pode ser visto na Tabela 4.16, comprovando a importância da representação dinâmica da carga para estudos de estabilidade de tensão.

Tabela 4.16

Ponto	Carga (p.u.)	Autovalores	Fatores de Participação					Det Jalg	Det Jfc
			E'_q	E_{FD}	R_f	x	y		
(A)	2.152	-0.145	0.0	0.0	0.0	0.0	1.00	16358206	199616
	2.153	0.293	0.0	0.0	0.0	0.0	1.00	-7869715	-95936
(B)	3.0255	$-0.051 \pm j0.143$	1.348	0.307	1.287	0.423	0.018	-2417	-0.184
(C)	3.027	0.025	3.461	0.650	2.553	1.112	0.046	-2388	0.005

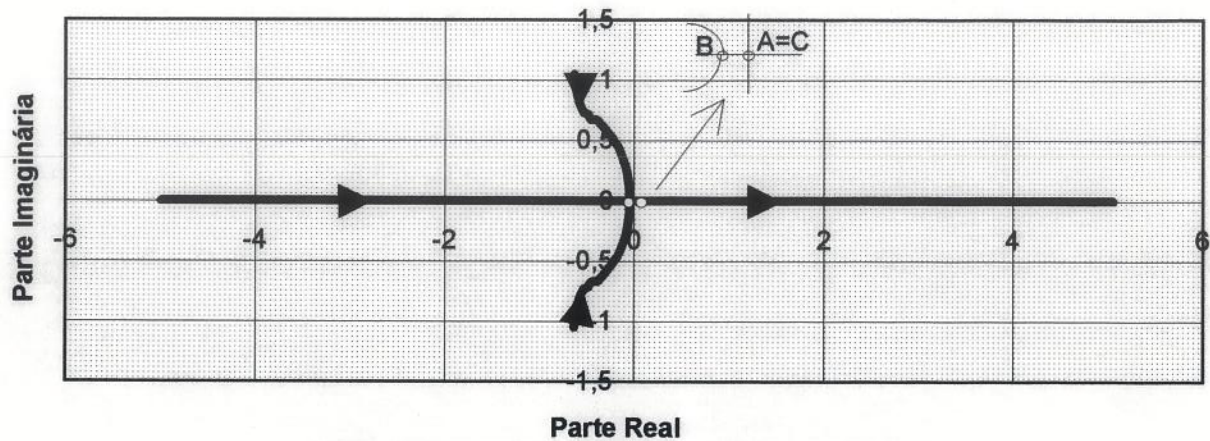


Figura 4.19 - Trajetória dos autovalores críticos

O modo conjugado continua se aproximando do eixo real, até atingi-lo no ponto (B), quando o sistema já é instável devido ao modo real. No ponto (B), o modo conjugado se divide em dois modos reais, um se desloca no sentido negativo do eixo real, enquanto o outro se desloca no sentido positivo, alcançando o eixo imaginário no ponto (C) e fazendo surgir mais um modo instável. As variáveis de estado que mais participam desse modo são E'_q , R_f , x e y .

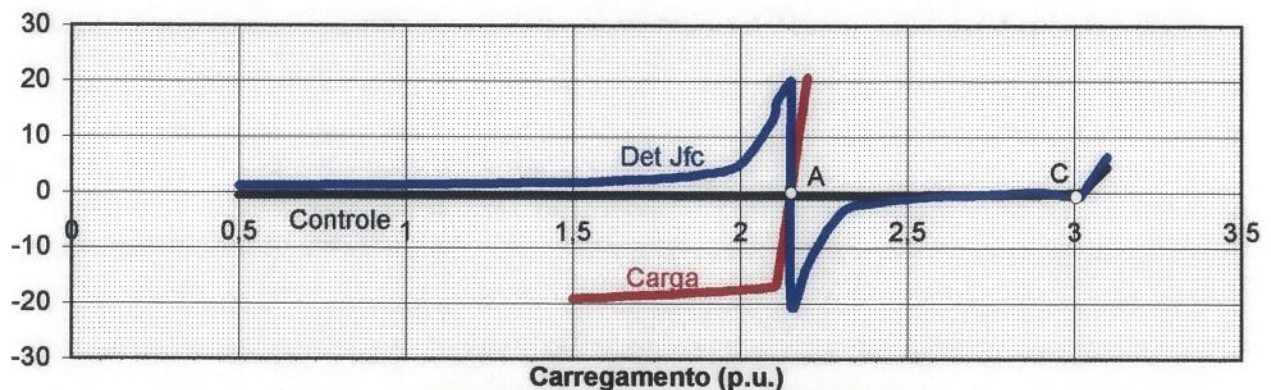


Figura 4.20 - Pontos de bifurcação

Na comparação entre a análise estática e a dinâmica (Figura 4.20), os jacobianos algébrico e do fluxo de carga são precisos na determinação das bifurcações obtidas pela análise dinâmica. Este fato leva a conclusão de que a parte estática da representação dinâmica da carga é suficiente para determinar os limites de estabilidade de tensão, ou seja, um desses jacobianos pode fornecer um índice de estabilidade de tensão confiável mesmo quando for considerado um modelo dinâmico para a carga.

4.2.4 Simulações Usando o Modelo de Sétima Ordem para a Unidade Geradora

Esse modelo considera um enrolamento amortecedor, colocado no eixo em quadratura. O excitador considerado é do tipo eletromecânico, conforme apresentado no capítulo 3. As variáveis de estado são δ , ω , E'_q , E'_d , E_{FD} , V_R e R_f . Se a carga tem representação dinâmica, inclui-se as variáveis de estado da carga (x e y).

- **Carga de corrente constante com incremento de carga do tipo PQ**

Não causa instabilidade de tensão, pois a parte real do par conjugado de autovalores críticos é negativa e se desloca no sentido negativo do eixo real, como é mostrado na Figura 4.21.

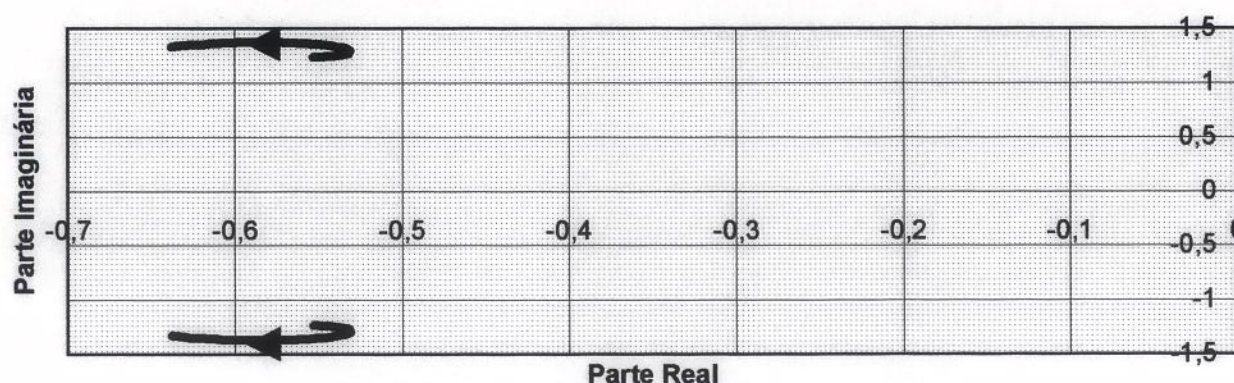


Figura 4.21 - Trajetória dos autovalores críticos

A Tabela 4.17 contém alguns autovalores para o caso considerado.

Tabela 4.17

Carregamento(p.u)	Autovalores	Det Jalg	Det Jfc
1.0	$-0.527 \pm j1.286$	4224.8	88.37
2.0	$-0.545 \pm j1.426$	3864.2	71.78
3.0	$-0.604 \pm j1.554$	2714.2	42.44

- **Carga de impedância constante com incremento de carga do tipo PQ**

Não causa instabilidade de tensão, pois a parte real do par conjugado de autovalores críticos é negativa e se desloca no sentido negativo do eixo real, conforme mostra a Figura 4.22.

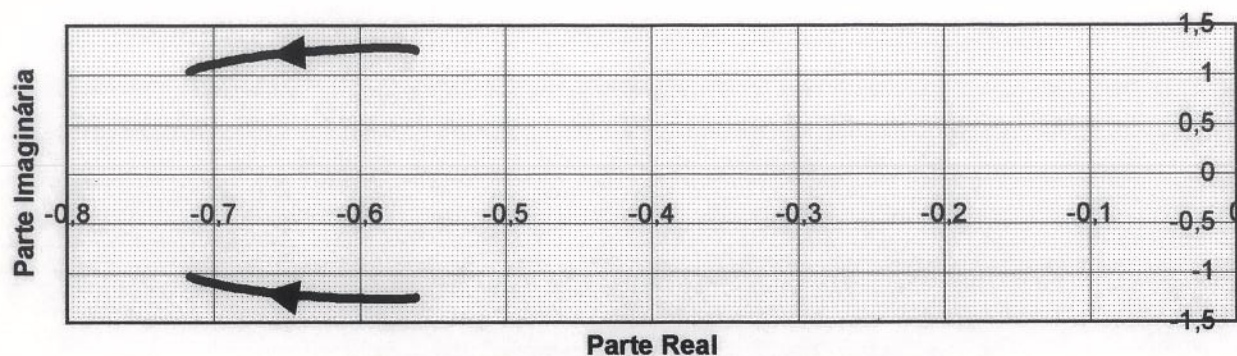


Fig. 4.22 - Trajetória dos autovalores críticos

A Tabela 4.18 contém alguns autovalores para esse caso.

Tabela 4.18

Carregamento(p.u)	Autovalores	Det Jalg	Det Jfc
1.0	$-0.585 \pm j1.269$	4920.2	94.3
2.0	$-0.665 \pm j1.193$	6115.1	85.9
3.0	$-0.713 \pm j1.018$	8056.7	68.7

- Carga de potência constante com incremento do tipo PQ

Há um par conjugado de autovalores críticos com parte real negativa, e o sistema é estável. A medida que o carregamento é aumentado esse par conjugado se desloca no sentido do semiplano direito, conforme mostra a Figura 4.23. A forma das trajetórias dos autovalores críticos é a mesma quando a carga é modelada por potência constante, independente dos modelos dos geradores e reguladores considerados.

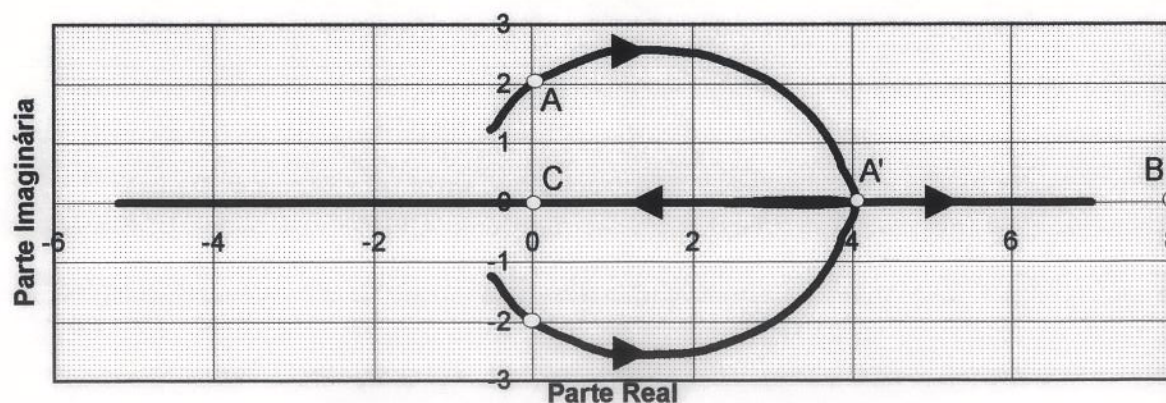


Figura 4.23 - Trajetória dos autovalores críticos

As variáveis de estado que mais participam desse modo são E'_q e R_f , como mostra a Tabela 4.19.

Das simulações considerando a carga como potência constante, a que considera o excitador eletromecânico e o gerador com enrolamento amortecedor (modelo de sétima ordem) foi a que apresentou o menor limite de estabilidade de tensão, visto que o ponto de bifurcação de hopf aconteceu para um carregamento de 1.94pu. A sequência de bifurcações é a mesma para as várias modelagens dos geradores e dos reguladores (hopf, singularidade induzida e sela-nó).

Tabela 4.19

Ponto	Carga (p.u.)	Autovalores	Fat.Participação		Det Jalg	Det Jfc
			E'_q	R_f		
(A)	1.5	$-0.348 \pm j1.530$	0.547	0.386	2752.2	71.18
	1.96	$-0.004 \pm j2.003$	0.558	0.343	1720.4	58.85
(A')	2.3716	3.839 4.027			469.7	45.603
	2.49	1.316 147.79	0.504	0.499	33.56	41.24
(B)	2.5	1.261 -971.057	0.487	0.513	-5.235	40.857
	3.0	0.025	0.315	0.483	-2626.2	16.22
(D)	3.12	-0.355	0.179	0.638	-4042.6	3.362

A Figura 4.24 mostra a comparação entre as análises dinâmica e estática.

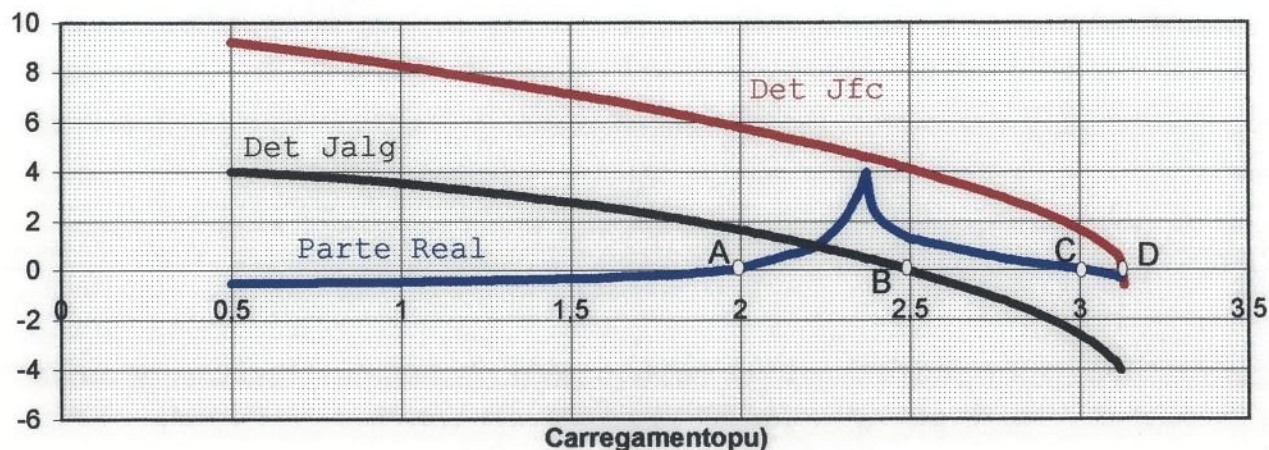


Figura 4.24 - Pontos de bifurcação

- **Carga dinâmica - modelo de Xu & Mansour com incremento de carga do tipo PQ.**

A Figura 4.25 mostra a trajetória dos autovalores para os dois modos críticos existentes, um real e um conjugado. Inicialmente, para um baixo carregamento, os dois modos se deslocam

no sentido do semiplano direito, ou seja, qualquer um dos dois pode causar instabilidade de tensão.

O modo conjugado alcança o eixo imaginário no ponto (A1), antes que o modo real. A partir desse ponto o sistema é instável e sofre oscilações de tensão de amplitudes crescentes. Mas, talvez por um problema do modelo dinâmico de carga utilizado, o par conjugado retorna no sentido do semiplano esquerdo, atingindo o eixo imaginário novamente no ponto (A2), o sistema volta a ser estável já que o modo real ainda é negativo. As variáveis de estado que participam mais desse modo são E'_q , R_f e y , como mostra a Tabela 4.20. Significa que a dinâmica do controle de tensão junto com a dinâmica da carga são responsáveis pela instabilidade desse modo.

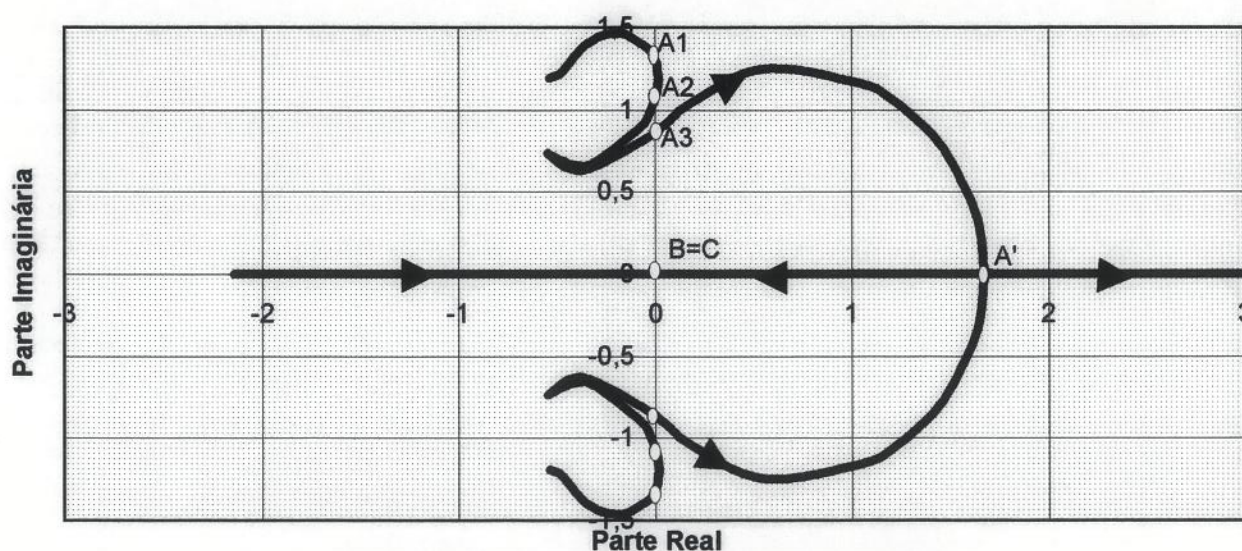


Figura 4.25 - Trajetória dos autovalores críticos

O modo real alcança o eixo imaginário no ponto (B), mas tem um comportamento muito curioso na vizinhança desse ponto. Para um carregamento de 2.1525 o autovalor é negativo e o determinante do jacobiano do fluxo de carga é positivo, e para um carregamento de 2.1527 o autovalor é negativo e o determinante do jacobiano do fluxo de carga é negativo, ou seja, a mudança de sinal desse determinante indica que o autovalor cruzou o eixo imaginário. Em outras palavras, significa que entre esses dois valores de carregamento o autovalor cruzou o eixo

imaginário e por algum motivo voltou rapidamente para o semi plano esquerdo continuando estável até a divergência do fluxo de potência.

A partir do ponto (A2) o modo conjugado continua no sentido negativo do eixo real, então há uma inversão no deslocamento desse modo que volta novamente na direção do semiplano esquerdo, alcançando o eixo imaginário no ponto (A3). A partir desse ponto o sistema volta a ser instável por oscilações de tensão de amplitudes crescentes. No ponto (A') o modo conjugado se divide em dois modos reais, a partir desse ponto a instabilidade de tensão é da forma monotônica. Um dos autovalores se desloca no sentido negativo do eixo real atingindo o eixo imaginário no ponto (C), enquanto o outro se desloca no sentido positivo permanecendo no semiplano direito até a divergência do fluxo de potência.

A variável de estado que participa de forma decisiva do modo real é a que representa a dinâmica da carga reativa (y), como pode ser visto na Tabela 4.20.

Tabela 4.20

Ponto	Carga (p.u.)	Autovalores	Fatores de Participação					Det Jalg	Det Jfc
			E'_q	E'_d	R_f	x	y		
(A1)	1.94	$0.003 \pm j1.298$ -2.157	0.386		0.296		0.198	44697	384.8
(A2)	2.02	$-0.007 \pm j1.041$ -1.477	0.354		0.288		0.276	69749	570.7
(A3)	2.26	$0.027 \pm j0.890$						-77525	-535.7
(B)	2.1525	-0.00000...					1.00	45673585	341719
	2.1527	-0.00000...					0.986	-1107868433	-8287644
(C)	2.94	-0.030 13.114	0.343		0.536			-4449	-8.445

Na Figura 4.26 foram plotadas as partes reais dos dois modos críticos juntamente com o determinante do jacobiano do fluxo de carga. O jacobiano do fluxo de carga detectou o ponto de bifurcação relacionado com a dinâmica da carga exatamente igual ao obtido pela análise dinâmica. A bifurcação de sela-nó do ponto (C) também foi bem detectada pelas duas metodologias. Nenhuma das bifurcações de hopf relacionadas com alguma deficiência do modelo de carga de

Xu-Mansour, representadas pelos pontos A1, A2 e A3, foram detectadas pelo jacobiano do fluxo de carga.

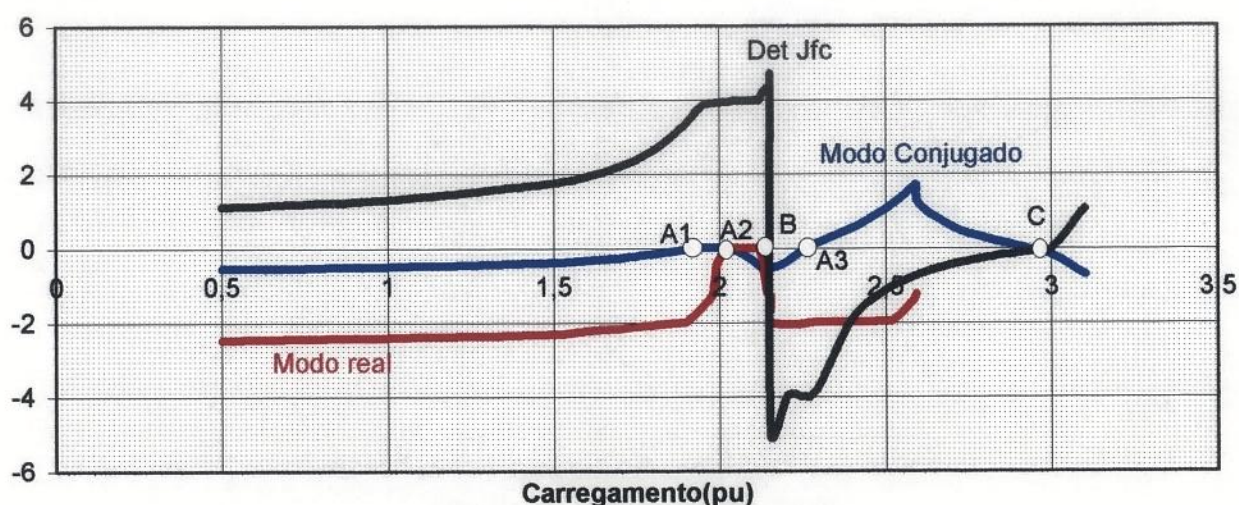


Fig. 4.26 - Pontos de bifurcação

Quando a carga recebe um modelo dinâmico, espera-se que a instabilidade de tensão seja monotônica e que o fator causador dessa instabilidade seja a dinâmica da carga. Nesse caso, os fenômenos que levam a instabilidade não ficam evidentes. O modo real que causaria instabilidade monotônica de repente muda de sentido, e o modo conjugado que causa a instabilidade através de oscilações de tensão de amplitudes crescentes apresenta um comportamento muito estranho. Preferimos concluir que o modelo dinâmico utilizado para a carga não se comporta bem para esse caso. A modelagem dinâmica das cargas agregadas é um problema ainda sem solução, e é motivo de estudos de vários importantes grupos de trabalho em todo o mundo [Hill, 1993].

Os resultados apresentados para o modelo de sétima ordem estão de acordo com os resultados obtidos em [Lerm, 1995] através do modelo de Martins.

4.3

Sistema Teste de 2 Geradores e 3 Barras

Para esse sistema será considerado apenas o modelo de carga de potência constante e o modelo de sétima ordem para as unidades geradoras. Essa simulação também foi realizada por [Rajagopalan, 1989] utilizando o modelo de Pai, e os resultados estão de acordo.

- Dados dos geradores

Tabela 4.21

Gerador	H(s)	D(pu)	R_a (pu)	X_d (pu)	X'_d (pu)	X_q (pu)	X'_q (pu)	T'_{do} (s)	T'_{qo} (s)
1	46.64	9.6	0.0	0.146	0.061	0.097	0.061	8.96	0.81
2	12.0	2.5	0.0	0.896	0.119	0.865	0.119	6.0	0.535

- Dados dos reguladores (válidos para todos os geradores)

Tabela 4.22

K_a (pu)	T_a (s)	K_f (pu)	T_f (s)	K_e (pu)	T_e (s)
20.0	0.2	0.063	0.35	1.0	0.314

Todos os dados para esse sistema foram obtidos em [Rajagopalan, 1989].

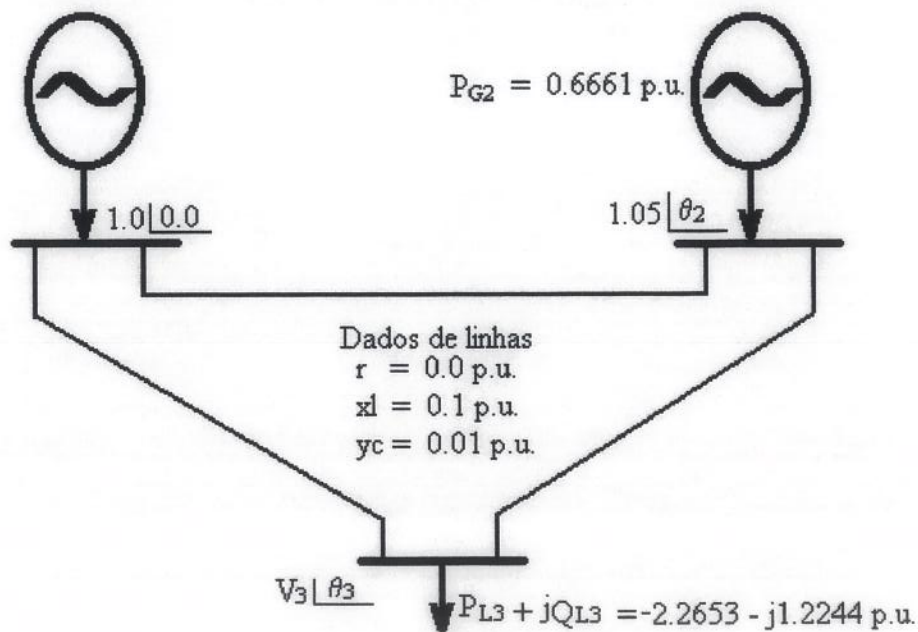


Figura 4.27 - Sistema teste de 3 barras

- **Carga de potência constante com incremento do tipo P**

O comportamento dos autovalores para esse caso é semelhante as simulações para o sistema de 2 barras. O ponto de *Hopf Bifurcation* (ponto A da Figura 4.28) ocorre para um carregamento de $(-6.879-j1.2244)\text{pu}$, e os autovalores críticos para esse ponto tem parte real nula ($0.071 \pm j2.385$). Os valores de operação do sistema para esse nível de carga, mostrados na Tabela 4.23, estão de acordo com os apresentados em [Rajagopalan, 1989].

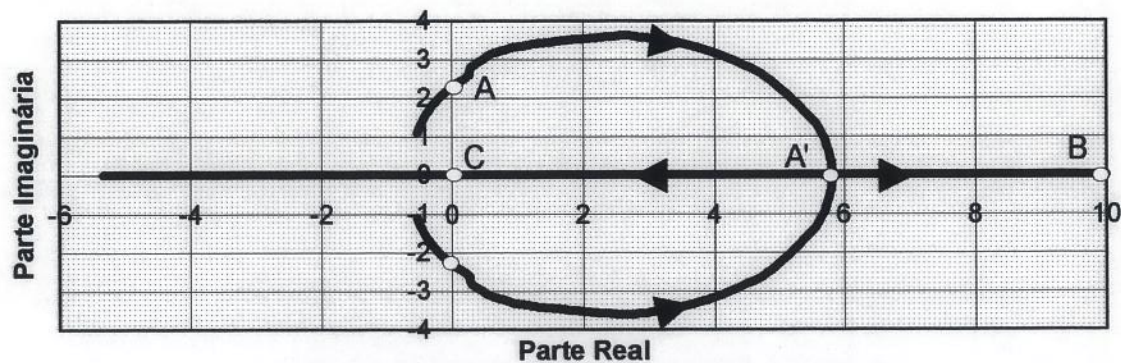


Figura 4.28 - Trajetória dos autovalores críticos

Tabela 4.23

Gerador	I_d	I_q	E'_q	E'_d	δ	ω	E_{FD}	V_R	R_f
G1	4.606	4.636	1.174	0.167	-0.466	377	1.566	1.566	0.282
G2	2.917	0.187	1.385	0.139	-0.0418	377	3.651	3.651	0.657
FP	E'_q	R_f	Barra	1	2	3			
G1	0.32	0.17	V	1.0	1.05	0.871			
G2	0.30	0.15	θ	0.0	-0.197	-0.498			

Os determinantes dos jacobianos algébrico e do fluxo de carga detectam os pontos de singularidade induzida (B) e o limite de carregamento (D), enquanto a análise modal detecta os pontos de bifurcação de hopf (A) e sela-nó (C). A Figura 4.29 mostra a parte real dos autovalores críticos e os determinantes dos jacobianos do fluxo de carga e algébrico.

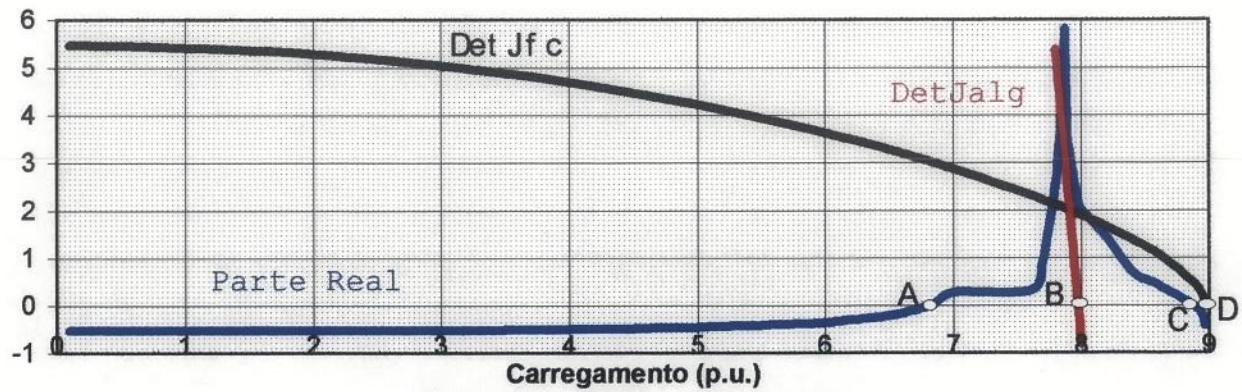


Figura 4.29 - Pontos de Bifurcação

4.4 Sistema Teste de 3 Geradores e 9 Barras

Para esse sistema será considerado somente o modelo de sétima ordem para as unidades geradoras e o modelo de potência constante para as cargas. O objetivo dessa simulação é simplesmente observar a eficiência do modelo para sistemas maiores. Esse sistema também foi simulado por [Rajagopalan, 1992] e [Ranjan, 1993] utilizando o modelo de Pai, e os resultados são concordantes.

Os dados para esse sistema foram obtidos em [Anderson & Foad, 1977].

- **Dados das linhas e transformadores**

Tabela 4.24

LT/Transformador	R(pu)	X_L (pu)	$B_c / 2$ (pu)
1-4	0.0	0.0576	0.0
2-7	0.0	0.0625	0.0
3-9	0.0	0.0586	0.0
4-5	0.010	0.085	0.088
4-6	0.017	0.092	0.079
5-7	0.032	0.161	0.153
6-9	0.039	0.170	0.179
7-8	0.0085	0.072	0.0745
8-9	0.0119	0.1008	0.1045

- **Dados das barras**

Tabela 4.25

Barra	V(pu)	$\theta(^{\circ})$	Pg(MW)	Qg(Mvar)	Pc(MW)	Qc(Mvar)
1	1.040	0.0	...	...	0.0	0.0
2	1.025	...	163.0	...	0.0	0.0
3	1.025	...	85.0	...	0.0	0.0
4	...	...	0.0	0.0	0.0	0.0
5	...	...	0.0	0.0	125.0	50.0
6	...	...	0.0	0.0	90.0	30.0
7	...	...	0.0	0.0	0.0	0.0
8	...	...	0.0	0.0	100.0	35.0
9	...	...	0.0	0.0	0.0	0.0

Os incrementos na carga da barra 5 deveriam ser divididos entre os geradores do sistema através de um esquema de redespacho econômico, mas para simplificar será dividido proporcionalmente a inércia de cada uma das máquinas.

- **Dados dos geradores**

Tabela 4.26

Gerador	H(s)	D	R_a (pu)	X_d (pu)	X'_d (pu)	X_q (pu)	X'_q (pu)	T'_{do} (s)	T'_{qo} (s)
1	23.64	0.0	0.0	0.1460	0.0608	0.0969	0.097	8.96	0.100
2	6.4	0.0	0.0	0.8958	0.1198	0.8645	0.1969	6.0	0.535
3	3.01	0.0	0.0	1.3125	0.1813	1.2578	0.25	5.89	0.6

- **Dados dos reguladores (válidos para todos os geradores)**

Tabela 4.27

K_a (pu)	T_a (s)	K_f (pu)	T_f (s)	K_e (pu)	T_e (s)
20.0	0.2	0.063	0.35	1.0	0.314

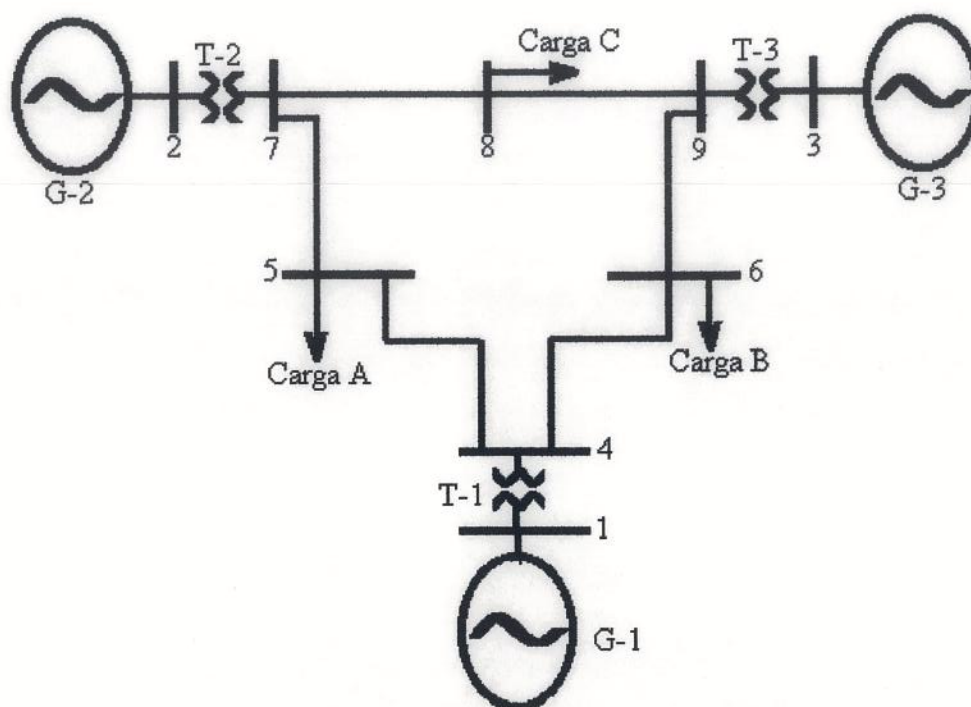


Figura 4.30 - Sistema teste de 9 barras

- Carga de Potência Constante com incremento do tipo P

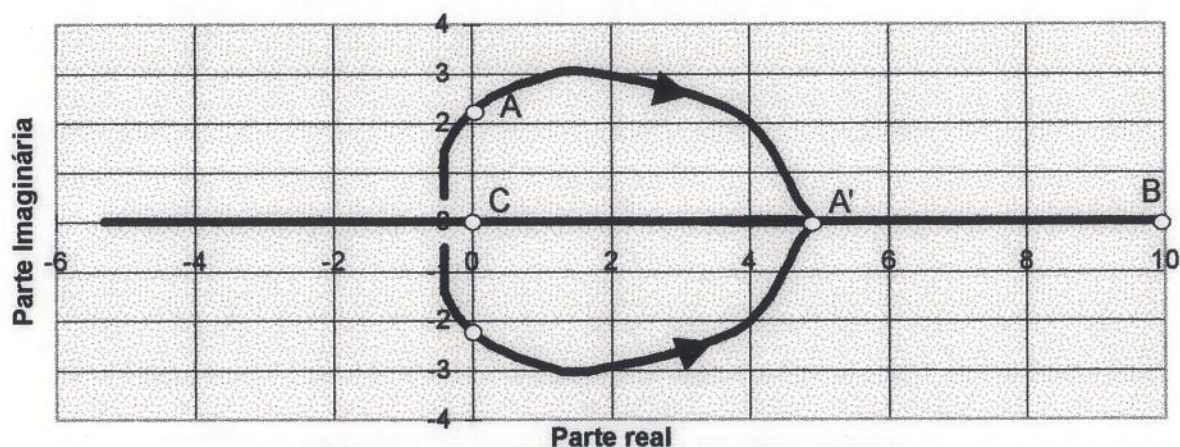


Figura 4.31 - Trajetória dos autovalores críticos

Como mostra a Figura 4.31, a trajetória dos autovalores críticos quando a carga é de potência constante tem o mesmo formato para os sistemas de 2, 3 e 9 barras. Ou seja, o tamanho do sistema não interfere nos fenômenos da instabilidade de tensão, e sim, a modelagem das cargas e dos equipamentos de controle de tensão. A contribuição de outros equipamentos, como por exemplo, OLTC's, motores de indução e dispositivos FACT's pode ser avaliada utilizando o modelo proposto neste trabalho. Esses pontos deverão ser abordados em trabalhos futuros.

Sumário

No capítulo 4 foram mostradas várias simulações considerando-se várias possibilidades para a modelagem das cargas, geradores e reguladores automáticos de tensão. Essas simulações possibilitam a observação de quais equipamentos contribuem mais ou menos para a instabilidade de tensão. Baseado nesses resultados, pode-se concluir sobre a importância do enrolamento amortecedor, sobre a modelagem mais apropriada para os reguladores automáticos de tensão, e principalmente, sobre a importância da representação dinâmica das cargas na instabilidade de tensão dos sistemas de energia elétrica. A comparação entre as análises dinâmica e estática leva a resultados bastante interessantes com relação a eficiência de ambas, isoladamente ou em conjunto. Essas conclusões são sintetizadas no capítulo 5.

CAPÍTULO 5

Conclusões

A principal característica exibida pelo modelo apresentado neste trabalho para a análise modal da estabilidade de tensão, é a preservação da estrutura do sistema (decorrente da utilização da metodologia do balanço nodal de potência). Desta maneira, ele permite que as análises dinâmica e estática do problema possam ser avaliadas conjuntamente.

Conforme mostram as simulações do capítulo 4, os pontos de bifurcação do sistema estão relacionados com algum autovalor nulo ou infinito na matriz de estado. Existem dois motivos para a matriz de estado ter um autovalor nulo ou infinito: 1) Este autovalor vem da representação dinâmica linearizada de algum equipamento, ou seja, um valor nulo ou infinito na diagonal da matriz A ; 2) Este autovalor vem da redução do sistema algébrico mostrada na equação (3.75), ou seja, vai estar relacionado com a singularidade do jacobiano algébrico (matriz D) ou com a singularidade da inversa do jacobiano algébrico (matriz D^{-1}), que introduz um valor infinito ou nulo na diagonal da matriz de estado, respectivamente.

Como mostra a equação (3.79), o jacobiano do fluxo de carga é uma submatriz do jacobiano algébrico. Algumas vezes o elemento causador da instabilidade está no jacobiano do fluxo de carga, outras vezes está no jacobiano algébrico, dependendo da modelagem utilizada para os equipamentos e para as cargas. As conclusões relacionadas abaixo vem da observação das simulações do capítulo 4, com comentários baseados nas equações (3.75) e (3.79).

- Para que todos os possíveis fenômenos da instabilidade de tensão sejam visualizados é necessário que as análises dinâmica (análise modal) e estática (baseada nos jacobianos algébrico e do fluxo de carga) sejam utilizadas em conjunto, de forma que uma complemente a outra.

- Carga estática de corrente ou impedância constante não causa instabilidade de tensão. A parte real dos autovalores é sempre positiva, e os determinantes dos jacobianos algébrico e do fluxo de carga são sempre positivos e nunca nulos.
- Carga estática de potência constante pode causar instabilidade de tensão monotônica ou através de oscilações de tensão de amplitudes crescentes. O ponto de *Hopf Bifurcation* só pode ser identificado através da análise dinâmica. O ponto de singularidade induzida esta relacionado com a singularidade do jacobiano algébrico ou com um autovalor infinito. Para esse modelo de carga existe uma região estável na parte inferior da curva P-V, e a dinâmica do controle de tensão do gerador é responsável pela instabilidade de tensão.
- Quando é usado um modelo dinâmico para a carga, a dinâmica responsável pela instabilidade de tensão passa a ser a da carga (principalmente a da carga reativa). A região estável na parte inferior da curva P-V desaparece. A instabilidade de tensão passa a ser monotônica em quase todos os casos, dependendo da modelagem das unidades geradoras. Nesse caso o jacobiano do fluxo de carga mostrou-se preciso na determinação dos pontos de bifurcação. Isto significa que a parte estática da representação da carga dinâmica pode ser suficiente para se concluir sobre a estabilidade de tensão e que esse jacobiano pode fornecer um índice confiável.
- Foram simulados dois modelos para o regulador automático de tensão (estático e eletromecânico) e dois modelos para a máquina síncrona (com e sem enrolamento amortecedor no eixo em quadratura). Se a carga é de potência constante, a trajetória dos autovalores críticos tem a mesma forma para qualquer uma das quatro combinações, ou seja, a sequência de bifurcações é a mesma (HB - SIB - SNB) independente de qual modelo de regulador ou de máquina síncrona seja usado. A única mudança é que essas bifurcações ocorrem em níveis de carga diferentes, como pode ser visto nas tabelas do capítulo 4. Se a carga tem um modelo dinâmico, a instabilidade de tensão foi do tipo monotônica quando o regulador estático foi

utilizado e do tipo oscilatória quando o regulador eletromecânico foi utilizado junto com enrolamento amortecedor.

- Resumindo todas essas conclusões, a instabilidade de tensão é causada pela dinâmica do controle de tensão do gerador quando o modelo de carga de potência constante é utilizado e, é causada pela carga quando o modelo de carga dinâmica é utilizado. Isto mostra a importância da representação da carga nos estudos de estabilidade de tensão.

Sugestões para Trabalhos Futuros

- A busca de índices e margens de segurança confiáveis é um assunto de grande interesse dos pesquisadores de sistemas de energia elétrica. Uma possível continuação para esse trabalho é a obtenção de um índice baseado nos jacobianos algébricos e do fluxo de carga, já que esses jacobianos mostraram ter muita informação sobre a estabilidade de tensão do sistema, mesmo quando a carga tem um modelo dinâmico.
- Para a simulação de grandes sistemas, os seguintes pontos devem ser trabalhados no modelo:
 - 1) Exploração da esparsidade das matrizes (A, B, C e D);
 - 2) Cálculo dos autovalores sem realizar a inversão do jacobiano algébrico, ou seja sem fazer a redução da equação (3.75);
 - 3) Cálculo de somente alguns autovalores do sistema (Análise Modal Seletiva).
- Existem vários equipamentos e modelos de carga que podem ser testados no modelo. Por exemplo, a contribuição dos OLTC's à instabilidade de tensão pode ser avaliada através dos fatores de participação. O motor de indução pode ser facilmente introduzido como modelo de carga e outros modelos de carga agregada, tais como modelo de Hill ou o modelo de Pal podem ser testados.
- Utilização em conjunto do modelo com fluxo de potência baseado em métodos de continuação.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abed, E.H.; Hamdan, A.M.A.; Lee, H.C. & Parlos, A.G., 1990, On Bifurcations in Power Systems Models and Voltage Collapse, *Proceedings of the 29th Conference on Decision and Control, Honolulu-Hawaii*, CH2917-3/90/0000-3014.
- Anderson, P. M. & Fouad, A. A., 1977, *Power System Control and Stability*, The Iowa State University Press, 464p.
- Bompard, E.; Carpaneto, E.; Chicco, G. & Napoli, R., 1993, A Practical Application of Bifurcation Theory to Dynamic Voltage Stability, *Colloquium of CIGRÉ Study Committee 38*, Florianopolis - Brazil.
- Chiang, H.-D. & Jean-Jumeau, R., 1995, Toward a Practical Performance Index for Predicting Voltage Collapse in Electric Power Systems, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 10, No. 2, pp. 584 -592.
- Chow, J.H. & Gebreselassie, A., 1990, Dynamic Voltage Stability Analysis of a Single Machine Constant Power Load System, *Proceedings of the 29th Conference on Decision and Control, Honolulu-Hawaii*, CH2917-3/90/0000-3057.
- Deckmann, S. M. & da Costa, V. F., 1993, A Power Sensitivity Model for Electromechanical Oscillation Studies, *IEEE Transactions on Power Systems*, SM 516-5 PWRS.
- Deuse, J. & Stubbe, M., 1992, Dynamic Simulation of Voltage Collapses, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 8, No. 3, pp. 894-904.
- Gao, B.; Morison, G. K. & Kundur, P., 1992, Voltage Stability Evaluation Using Modal Analysis, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 7, No. 4, pp. 1529-1542.
- Gebreselassie, A. & Chow, J. H., 1994, Investigation of the Effects of Load Models and Generator Voltage Regulators on Voltage Stability, *Electric Power & Energy Systems*, Vol. 16, No. 2, pp. 83-89.
- Hauer, J. F., 1990, Introduction to the 1989 IEEE/PES Symposium on Eigenanalysis and Frequency Domain Methods for System Dynamic Performance, *IEEE Power Engineering Society*, 90TH0292-3-PWR.
- Hill, D. J., 1993, Nonlinear Dynamic Load Models with Recovery for Voltage Stability Studies, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 8, No. 1, pp. 166-176.
- Hill, D. J. & Hiskens, I. A., 1994, Modelling, Stability and Control of Voltage Behaviour in Power Supply Systems, *IV SEPOPE, Foz do Iguaçu - Brazil*, pp. 1-17.
- Hiskens, I. A., 1995, Analysis Tools for Power Systems - Contending with Nonlinearities, *Proceedings of the IEEE*, Vol. 83, No. 11, pp. 1573-1585.

- Hiskens, I. A. & Hill, D. J., 1993, Dynamic Interaction Between Tapping Transformers , *PSCC-Proceedings* , Vol. 1, pp. 1027-1034.
- Jennings, A. & McKeown, J.J., 1992, Matrix Computation, John Wiley & Sons, Inc.
- Karlsson, D. & Hill, D.J., 1994, Modelling and Identification of Nonlinear Dynamic Loads in Power Systems, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 9, No.1, pp. 157-166.
- Kimbark, E. W., 1948, *Power System Stability*, John Wiley & Sons.
- Komani, S. & Kimura, S., 1987, Effect of Load Characteristics on Dynamic Stability of Power System, *Electrical Engineering in Japan*, Vol. 107, No. 4, pp. 32-41.
- Kundur, P., 1993, *Power System Stability and Control*, Mc Graw - Hill, 1176p.
- Kundur, P. & Morison, G. K., 1993, Practical Aspects of Voltage Stability Analysis, *Proceedings: EPRI/NERC Forum on Voltage Stability, Research Project 2473-62*, TR - 102222, pp. 19 - 34.
- Kwatny, H. G.; Fischl, R. F. & Nwankpa, C. O., 1995, Local Bifurcation in Power Systems: Theory, Computation, and Application, *Proceedings of the IEEE*, Vol. 83, No. 11, pp. 1456-1481.
- Kwatny, H.G., Pasrija, A.K. & Bahar, L.Y., 1986, Static Bifurcations in Electric Power Networks: Loss of Steady-State Stability and Voltage Collapse, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. CAS-33, No. 10, pp. 981-991.
- Lee, B. & Ajarapu, V., 1995, A Piecewise Global Small-Disturbance Voltage-Stability Analysis of Structure-Preserving Power System Models, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 10, No. 4, pp. 1963-1971.
- Lemos, B. F. A.; Lerm, A. A. P. & Silva, A. S., 1996, Estabilidade de Tensão : Uma Abordagem Através da Teoria de Bifurcações, *XI Congresso Brasileiro de Automática, São Paulo, SP*, pp. 1649 - 1654.
- Lerm, A. A. P., 1995, Análise Modal Aplicada a Estabilidade de Tensão com Inclusão de Modelos Dinâmicos de Carga, *dissertação de Mestrado*, UFSC.
- Lesieutre, B. C.; Sauer, P. W. & Pai, M. A., 1995, Development and Comparative Study of Induction Machine Based Dynamic P, Q Load Models, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 10, No. 1, pp. 182-191.
- Mansour, Y., 1990, Application of eigenanalysis to the Western North American Power Systems, *IEEE Power Engineering Society*, 90TH0292-3-PWR, pp. 97 - 104.
- Mansour, Y., 1993, Suggested Techniques for Voltage Stability Analysis, *IEEE Power Engineering Society*, 93TH0620-5PWR, 142p.

- Martins, N., 1986, Efficient Eigenvalue and Frequency Response Methods Applied to Power System Small-Signal Stability Studies, *IEEE Transactions on Power System*, Vol. PWR-1, No.1, pp. 217-226.
- Martins, N. & Lima, L. T. G., 1990, Eigenvalue and Frequency Domain Analysis of Small-Signal Electromechanical Stability Problems, *IEEE Power Engineering Society*, 90TH0292-3-PWR, pp. 17 - 33.
- Milanovic, J. V. & Hiskens, I. A., 1995, Effects of Load Dynamics on Power System Damping, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 10, No. 2, pp. 1022-1028.
- Morison, G.K.; Gao, B. & Kundur, P., 1993, Voltage Stability Analysis Using Static and Dynamic Approaches, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 8, No. 3, pp. 1159-1171.
- Navarro-Perez, R. & Prada, R. B., 1991, Voltage Collapse on Steady State Stability Limit, *International Workshop on Bulk Power System Voltage Phenomena 91: Stability e Security*.
- Nedwick, P., Mistr, A.F. & Croasdale, E.B., 1995, Reative Management a Key to Survival in the 1990s, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 10, No. 2, pp. 1036-1043.
- Nema, O.M.S., 1996, Índice de Proximidade ao Colapso de Tensão Baseado nas Perdas de Potência Ativa: Investigação do Potencial de Utilização na Análise de Segurança em Tempo Real de Sistemas Elétricos de Potência., Tese de Mestrado, FEEC-UNICAMP.
- Ohtsuki, H., Yokoyama, A. & Sekine, Y., 1991, Reverse Action of On-Load Tap Changer in Association with Voltage Collapse, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 6, No. 1, pp. 300-306.
- Pagola, F. L.; Pérez-Arriaga, I. J. & Verghese, G. C., 1989, On Sensitivities, Residues and Participations: Applications to Oscillatory Stability Analysis and Control, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 4, No. 1, pp. 278-285.
- Pagola, F. L.; Rouco, L. & Pérez-Arriaga, I. J., 1990, Analysis and Control of Small Signal Stability in Electric Power Systems by Selective Modal Analysis, *IEEE Power Engineering Society*, 90TH0292-3-PWR, pp. 77 - 96.
- Pai, M. A., 1981, *Power System Stability*, North-Holland Publishing Company.
- Pai, M. A.; Sauer, P. W.; Lesieutre, B. C. & Adapa, R., 1995, Structural Stability in Power Systems - Effect of Load Models, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 10, no. 2, pp. 609-615.
- Pai, M. A.; Sauer, P. W. & Lesieutre B. C., 1995, Static and Dynamic Nonlinear Loads and Structural Stability in Power Systems, *Proceedings of the IEEE*, Vol. 83, No. 11, pp. 1562-1571.

- Pal, M. K., 1992, Voltage Stability Conditions Considering Load Characteristics, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 7, No. 1, pp. 243-249.
- Pal, M. K., 1993, Voltage Stability : Analysis Needs, Modelling Requirement, and Modelling Adequacy, *Proceedings of the IEE*, Vol. 140, No. 4, pp. 279-286.
- Pal, M. K., 1995, Assessment of Corrective Measures for Voltage Stability Considering Load Dynamics, *Electrical Power & Energy Systems*, Vol. 17, No. 5, pp. 325-334.
- Pinto, H.J.C.P.; Martins, N.; Vieira F°, X.; Bianco, A.; Gomes, P. & Santos, M.G.dos, 1994, Modal Analysis for Voltage Stability: Application at Base Case and Point of Collapse., *Bulk Power System Voltage Phenomena III*, Davos, Switzerland.
- Prada, R. B. & Vieira F°, X., 1993, Voltage Stability System Critical Area Identification Based on the Existence of Maximum Power Flow Transmission, *PSCC*, Vol. 1, pp. 315-321.
- Press, W.H.; Flannery, B.P.; Teukolsky, S.A. & Vetterling, W.T., 1989, Numerical Recipes in Pascal, Cambridge University Press.
- Rajagopalan, C.; Lesieutre, B.; Sauer, P. W. & Pai, M. A., 1992, Dynamic Aspects of Voltage/Power Characteristics, *IEEE Transactions on Power Systems* , Vol. 7, No. 3, pp. 990-1000.
- Rajagopalan, C.; Sauer, P. W. & Pai, M. A., 1989, Analysis of Voltage Control Systems Exhibiting Hopf Bifurcation, *Proceedings of the 28th Conference on Decision and Control, Tampa - Florida IEEE*, CH2642-7/89/0000-0332.
- Ranjan, R. K.; Pai, M.A. & Sauer, P. W., 1993, Analytical Formulation of Small Signal Stability Analysis of Power Systems with Nonlinear Load Models, *Sādhanā*, Vol. 18, Part 5, pp. 869-889.
- Sancha, J. L. & Arriaga, I. J. P., 1988, Selective Modal Analysis of Power System Oscillatory Instability, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 3, No. 2, pp. 429-438.
- Sauer, P. W. & Pai, M. A., 1990 , Power System Steady-State Stability and the Load-Flow Jacobian, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 5, No. 4, pp. 1374-1381.
- Sekine, Y. & Ohtsuki, H, 1990, Cascaded Voltage Collapse, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 5, No. 1, pp. 250-256.
- Sekine, Y.; Takahashi, K.; Ichida, Y.; Ohura, Y. & Tsuchimori, N., 1992, Method of Analysis and Assessment on Power System Voltage Phenomena, and Improvements Including Control Strategies for Greater Voltage Stability Margins, *CIGRÉ*, 38-206, pp. 1 - 8.
- Taylor, C. W., 1993, *Power System Voltage Stability*, Mc Graw - Hill, 273p.

- Undrill, J. M., 1968, Dynamic Stability Calculations for an Arbitrary Number of Interconnected Synchronous Machines, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS 87, No. 3, pp 835-844.
- Vargas, L. & Quintana, V. H., 1993, Load Modeling and Eigenvalue Computations in Voltage Stability Analysis, *PSCC 11th Power Systems Computation Conference Proceedings*, Vol. 1, pp. 339-343.
- Venkatasubramanian, V.; Schattler, H. & Zaborszky, J., 1993, The Varied Origins of Voltage Collapse in the Large Power Systems, *Proceedings of 12TH World Congress International Federation of Automatic Control, Sydney, Australia*, Vol. 5, pp. 451-458.
- Vergheze, G. C.; Arriaga, I. J. P. & Schweppe, F. C., 1982, Selective Modal Analysis with Applications to Electric Power Systems, Part II : The Dynamic Stability Problem, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-101, No. 9, pp. 3126-3134.
- Vieira F°, X., Martins, N., Bianco, A., Pinto, H.J.C.P., Pereira, M.V.F., Gomes, P. & Santos, M.G. dos, 1994, Tools for Voltage Stability Analysis, Including a Probabilistic Approach, *IV SEPOPE*, Foz do Iguaçu - Brazil.
- Vournas, C. D., 1994, Voltage Stability and Controllability Indices for Multimachine Power Systems, *IEEE Power Engineering Society*, 94SM513-2-PWRS.
- Vournas, C. D. & Krassas, N. D., 1993, Voltage Stability as Affected by Static Load Characteristics, *IEE Proceedings-C*, Vol. 140, No. 3, pp. 221-228.
- Vournas, C. D. & Manos, G., 1993, An Overview of Dynamic Phenomena Related to Voltage Collapse, *IEEE/NTUA Athens Power Tech Conference*, pp. 471 - 478.
- Vu, K. T.; Liu, C. C.; Taylor, C.W. & Jimma, K.M., 1995, Voltage Instability : Mechanisms and Control Strategies, *Proceedings of the IEEE*, Vol. 83, No. 11, pp. 1442-1453.
- Walve, K., 1986, Modelling of Power System Components at Severe Disturbances, *CIGRE report 38-18*.
- Watkins, D.S., 1991, *Fundamentals of Matrix Computations*, John Wiley & Sons, Inc.
- Wilkinson, J. H., 1965, *The Algebraic Eigenvalue Problem*, Oxford University Press.
- Wilkinson, J. H. & Reinsch, C, 1971, *Handbook for Automatic Computation*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York.
- Xu, W. & Mansour, Y., 1993, Voltage Stability Analysis Using Generic Dynamic Load Models, *IEEE Transactions on Power Systems*, 93WM185-9PWRS, pp. 1 - 8.

APÊNDICE A

Programa Desenvolvido Para Estudos da Estabilidade de Tensão Através da Análise Modal

Este apêndice mostra o algoritmo utilizado nesse trabalho para a realização da análise modal da estabilidade de tensão. O apêndice mostra somente a ordem lógica das rotinas utilizadas no programa, sem entrar em detalhes de programação. É utilizada a linguagem PASCAL.

Nesse programa, a esparsidade da matriz de estado e dos jacobianos não foi explorada porque os problemas de estabilidade de tensão podem ser melhor entendidos e identificados em sistemas de pequeno porte, e, o objetivo inicial desse trabalho é validar o modelo baseado no balanço de potência proposto. Por esse mesmo motivo, a redução da matriz jacobiana do sistema para se obter a matriz de estado é realizada através da inversão do jacobiano algébrico e da multiplicação de matrizes, procedimento inaceitável para sistemas de grande porte.

Para fazer o cálculo dos autovalores e autovetores esquerdos e direitos da matriz de estado, foram usadas as rotinas apresentadas por [Wilkinson, 1965,1971], utilizadas pelos principais pacotes de análise de sistemas lineares, tais como EISPACK e LAPACK [Watkins, 1991], [Jennings, 1992], [Press, 1992]. Essas rotinas estão disponíveis na INTERNET em FORTRAN e C++. Podem ser encontradas também em ALGOL 60 no livro *Handbook for Automatic Computation* [Wilkinson, 1971].

• Algoritmo

1. Rodar o fluxo de carga do caso base
2. Calcular as condições iniciais para as variáveis de estado (Apêndice B)
3. Montar a matriz jacobiana do sistema (Apêndice C)
4. Reordenar as variáveis algébricas para explicitar o jacobiano do fluxo de carga

5. Reduzir a matriz jacobiana do sistema para obter a matriz de estado
6. Balancear a matriz de estado (rotina balanc)

Autovetores Direitos

7. Colocar a matriz de estado na forma de Hessenberg (rotina elmhes)
8. Gerar as Transformações de similaridade (rotina eltran)
9. Calcular os autovalores e autovetores direitos (rotina hqr2)
10. Recuperar os autovetores da matriz original (rotina balbak)

Autovetores Esquerdos (aplicar o procedimento usando a transposta da matriz de estado)

11. Colocar a transposta da matriz de estado na forma de Hessenberg (rotina elmhes)
12. Gerar as Transformações de similaridade (rotina eltran)
13. Calcular os autovalores e autovetores esquerdos (rotina hqr2)
14. Recuperar os autovetores da matriz original (rotina balbak)

Fatores de Participação

15. Normalizar as matrizes de autovetores esquerdos e direitos de forma que o produto entre elas seja a matriz identidade.
16. Calcular os fatores de participação

Determinantes

17. Calcular o determinante do jacobiano do fluxo de carga (obtido pela reordenação de variáveis)
18. Calcular o determinante do jacobiano algébrico
19. Calcular o determinante do jacobiano do fluxo de carga (do modelo de Newton-Rapshon)
20. Dar um incremento de carga e voltar ao passo 1 até a divergência do programa de fluxo de potência

Rodando este programa para vários níveis de carga, a trajetória dos autovalores críticos pode ser plotada, como foi mostrado no capítulo 4. O comportamento dos jacobianos do fluxo de

carga e algébrico pode ser plotado em função do carregamento, possibilitando a comparação entre análise dinâmica e estática.

A rotina `balanc` é usada para diminuir os erros de arredondamento durante o cálculo dos autovalores. Essa rotina faz algumas permutações de linhas e colunas na matriz de estado e acomoda os termos da matriz de forma que a matriz modificada tenha os mesmos autovalores, somente em posições diferentes. Os autovetores são modificados pela rotina `balanc`. Para recuperar os autovetores da matriz original, a rotina `balbak` é utilizada.

A rotina `elmhes` é utilizada em conjunto com a rotina `eltrans` para colocar a matriz de estado balanceada na forma de Hessenberg, e para gerar as transformações de similaridade.

Depois de executadas todas essas rotinas de preparação, a rotina (`hqr2`) que calcula os autovalores e autovetores pelo método QR pode ser executada. Para se obter os autovetores esquerdos basta que esse procedimento seja repetido utilizando a transposta da matriz de estado. Os autovalores serão os mesmos com ordem diferente e os autovetores esquerdos sairão transpostos. Será necessária uma reordenação de linhas para colocar os autovetores direitos e esquerdos na mesma ordem. Resta ainda normalizar as matrizes dos autovetores esquerdos e direitos de forma que o produto entre elas resulte na matriz identidade (complexa), e finalmente, calcular os fatores de participação (somente o módulo do fator de participação é de interesse [Kundur, 1993]). O procedimento deve ser repetido para vários incrementos de carga até que o programa de fluxo de potência pare de convergir. Os resultados de cada simulação são reunidos para formar os gráficos apresentados no capítulo 4.

APÊNDICE B

Cálculo das Condições Iniciais

O primeiro passo é rodar o fluxo de potência do caso base para se obter as tensões, ângulos e injeções de potência de todas as barras. Tendo a saída do fluxo de potência, as injeções de correntes e a aberturas angulares dos geradores podem ser calculadas. O próximo passo é zerar as derivadas das variáveis de estado em relação ao tempo, e isolar cada variável de estado em relação as variáveis do fluxo de carga e das variáveis de estado já calculadas. A figura B.1 ilustra uma barra de geração do sistema.

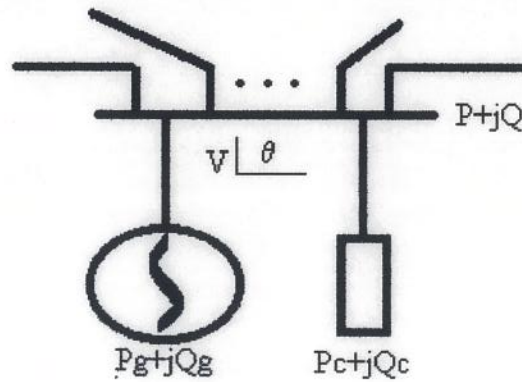


Figura B.1

- Injeção de corrente no gerador (baseado na equação : $S = VI^*$)

$$\vec{I}_g = \frac{(P - P_c)\cos(\theta) + (Q - Q_c)\sin(\theta)}{V} + j \frac{(P - P_c)\sin(\theta) - (Q - Q_c)\cos(\theta)}{V} = I_{greal} + jI_{gimag}$$

$$I_g = \sqrt{I_{greal}^2 + I_{gimag}^2} \quad (B.1)$$

$$\gamma = \arctan\left(\frac{I_{gimag}}{I_{greal}}\right)$$

- Abertura angular do gerador

$$\vartheta = \arctan\left(\frac{V\sin(\theta) + r_s I_g \sin(\gamma) + x_q I_g \cos(\gamma)}{V\cos(\theta) + r_s I_g \cos(\gamma) - x_q I_g \sin(\gamma)}\right) \quad (\text{B.2})$$

- Velocidade angular

$$\omega = \omega_{sinc} \quad (\text{B.3})$$

- Tensões e correntes de eixo em quadratura e eixo direto serão usadas apenas como variáveis auxiliares no cálculo das condições iniciais.

$$\begin{aligned} I_d &= I_g \cos(\gamma - \vartheta + \pi/2) \\ I_q &= I_g \sin(\gamma - \vartheta + \pi/2) \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

$$V_d = V \cos(\theta - \vartheta + \pi/2)$$

$$V_q = V \sin(\theta - \vartheta + \pi/2)$$

- Variáveis do sistema de excitação

$$\begin{aligned} E_{FD} &= x_d I_d + V_q + r_s I_q \\ R_f &= \frac{K_F E_{FD}}{T_F} \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

$$V_R = K_E E_{FD}$$

- Tensões transitórias de eixo direto e eixo em quadratura do gerador

$$E'_q = -(x_d - x'_d)I_d + E_{FD} \quad (\text{B.6})$$

$$E'_d = (x_q - x'_q)I_q$$

As condições iniciais de qualquer outro equipamento com componentes dinâmicas devem ser calculadas zerando as derivadas das variáveis de estado em relação ao tempo e resolvendo o sistema algébrico.

APÊNDICE C

Como montar a Matriz de Estado

Uma das vantagens do modelo apresentado nesse trabalho é justamente a facilidade de se montar a matriz de estados. Devido ao pequeno número de matrizes do modelo (quatro matrizes : A, B, C e D), é possível que todas as contribuições de uma determinada barra sejam alocadas na matriz jacobiana do sistema de uma única vez, ou seja, durante a execução da rotina que monta o modelo é necessário que se passe somente uma vez por cada barra do sistema. Essa disposição simplificada do sistema facilita a visualização de cada equipamento nas barras do sistema, ou seja, mantém a estrutura do sistema.

Será modelado o sistema de 03 barras e dois geradores da Figura 4.2 para ilustrar de forma gráfica essa facilidade na montagem da matriz de estado. Esse sistema tem 02 barras de geração e 01 barra de carga. Será considerado uma carga dinâmica na barra 03 e carga estática nas barras 01 e 02.

Qualquer elemento a ser incluído deve ser modelado na seguinte forma :

$$\begin{aligned} \Delta \dot{x}_k &= A_k \Delta x_k + B_k \Delta v_k \\ 0 &= C_k \Delta x_k + D_k \Delta v_k \end{aligned} \quad (C.1)$$

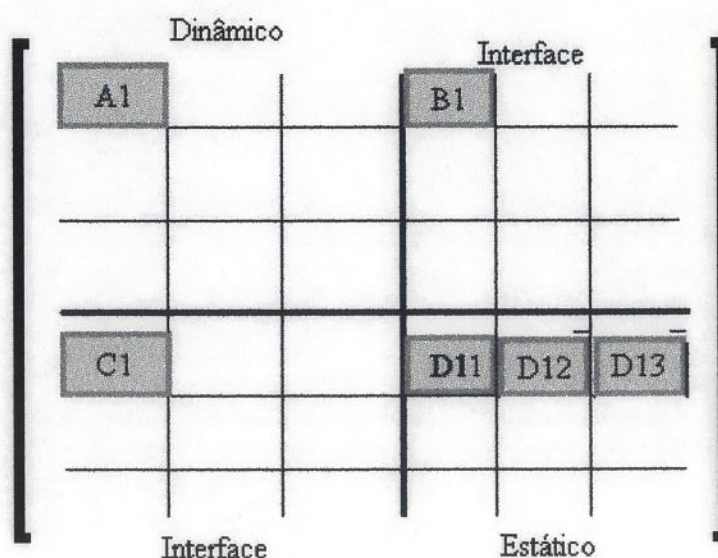
Se o modelo da carga é estático as submatrizes A, B e C são nulas.

É considerada inicialmente uma matriz jacobiana totalmente preenchida com zeros. O preenchimento da matriz é começado pela barra 01 que tem conectado a ela um gerador e uma carga estática. Todas as contribuições da barra 01 são alocadas na matriz de estados. O procedimento é repetido para cada uma das barras.

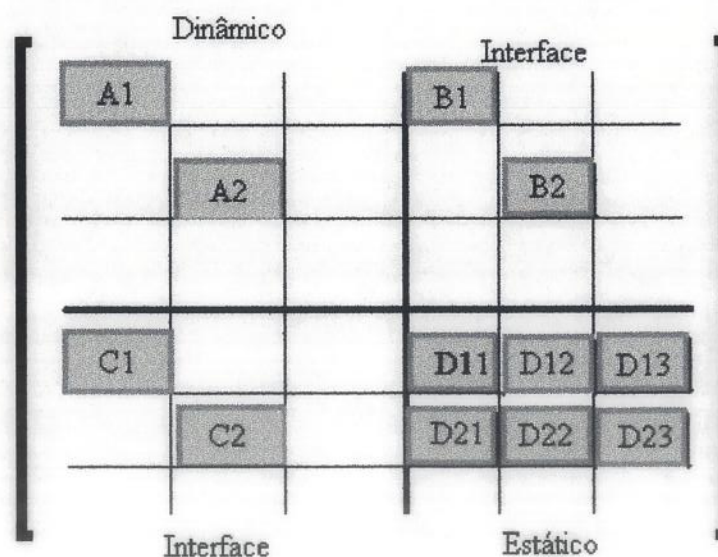
As matrizes A, B e C são formadas por blocos diagonais cuja ordem depende do modelo dinâmico adotado para cada equipamento, ou seja, essas três matrizes são altamente esparsas. A

matriz D é formada por blocos 2×2 . Essa matriz depende da topologia da rede, ou seja, existirá um bloco D_{ik} se existir uma ligação física entre as barras i e k . Para um sistema de grande porte a matriz D também será altamente esparsa, pois cada barra do sistema tem pouquíssimas ligações com as outras barras. Se esses sistemas são considerados, a inversão do jacobiano algébrico (matriz D) não é aconselhável, bem como o cálculo de todos os autovalores. Esses pontos ainda serão trabalhados no modelo.

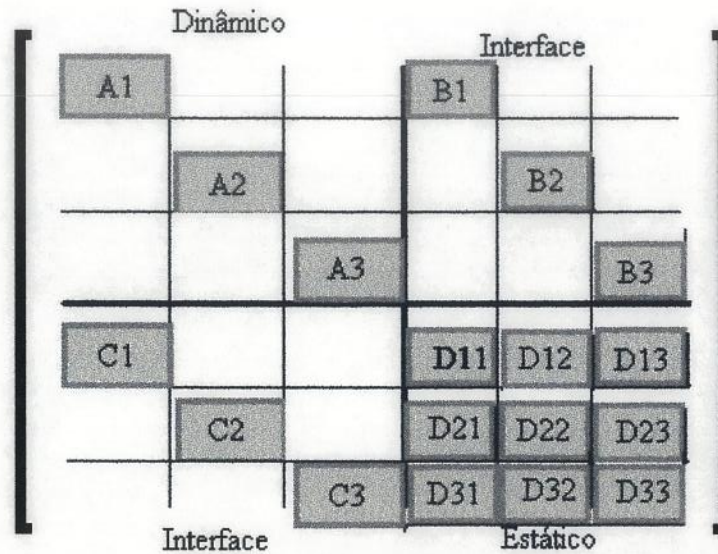
- **Preenchendo contribuições da barra 01**



- **Preenchendo contribuições da barra 02**



• Preenchendo contribuições da barra 03



Será mostrado abaixo esse mesmo sistema modelado por Pai, para que possam ser feitas algumas comparações. O modelo de cada equipamento deve ser colocado na seguinte forma:

$$\dot{\Delta x} = A_1 \Delta x + A_2 \Delta I_g + A_3 \Delta v_g + E \Delta u$$

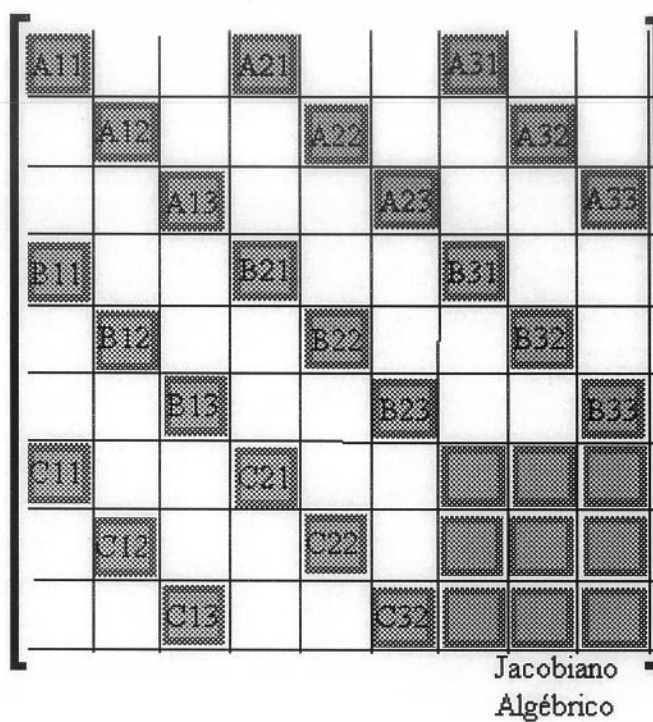
$$0 = B_1 \Delta x + B_2 \Delta I_g + B_3 \Delta v_g \quad (C.2)$$

$$0 = C_1 \Delta x + C_2 \Delta I_g + C_3 \Delta v_g + C_4 \Delta v_1 + \Delta S_{Lg}(v)$$

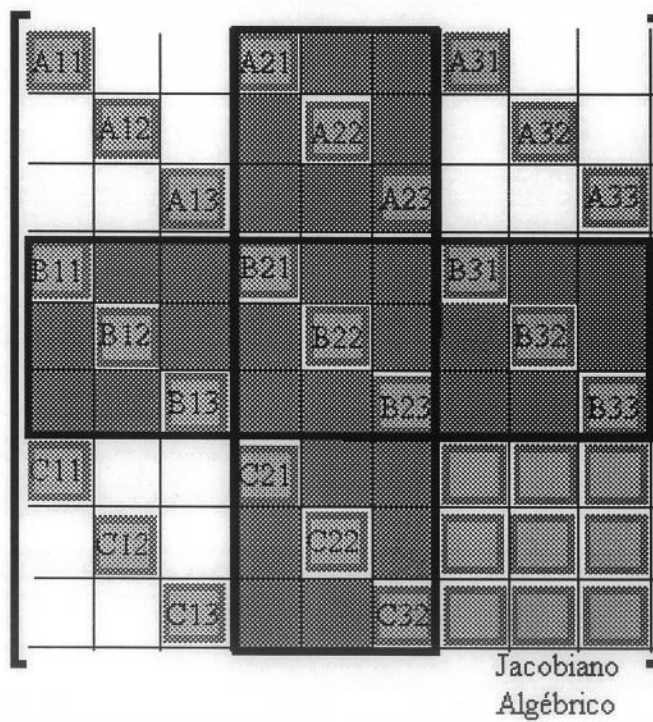
$$0 = D_1 \Delta v_g + D_2 \Delta v_1 + \Delta S_{Ll}(v)$$

No modelo de Pai, para modelar um equipamento são necessárias treze matrizes. Isso dificulta por exemplo, a inclusão de um outro equipamento dinâmico qualquer. Dificulta também a visualização do sistema como um todo. Um bom exemplo da dificuldade de inserir um modelo dinâmico no modelo de Pai pode ser visto em [Lesieutre, Pai, 1995]. Nesse trabalho os modelos dinâmicos desenvolvidos em função das variáveis do fluxo de carga e das variáveis de estado poderiam ser mais simples.

- Sistema de 03 barras modelado por Pai



A faixa sombreada representa as variáveis de corrente de eixo direto e de eixo em quadratura, maior diferença entre o modelo proposto neste trabalho e o modelo de Pai.



APÊNDICE D

Modelagens Utilizadas para as Máquinas Síncronas e Sistemas de Excitação

Neste apêndice são apresentadas as outras três combinações para a representação das unidades geradoras. A linearização desses modelos será omitida, mas, pode ser realizada analogamente à linearização do modelo de sétima ordem.

1. Gerador sem enrolamento amortecedor & Excitador Estático

Não considera enrolamento amortecedor, portanto a tensão de eixo direto da máquina não sofre variações, o que elimina uma equação diferencial. O modelo da máquina síncrona é de terceira ordem e o modelo do excitador estático de primeira ordem é considerado, resultando em um modelo de quarta ordem para a unidade geradora.

• Modelo do Gerador

Equações de oscilação do gerador

$$\begin{aligned} \frac{d\delta}{dt} &= \omega - \omega_s \\ M \frac{d\omega}{dt} &= P_m - P_g - D\omega \end{aligned} \quad (D.1)$$

Balço de fluxo do gerador

$$T'_{do} \frac{dE'_q}{dt} = E_{fd} - E'_q - \frac{(x_d - x'_d)}{x'_d} (E'_q - V \cos(\delta - \theta)) \quad (D.2)$$

• Modelo do Excitador

$$T_A \frac{dE_{fd}}{dt} = -E_{fd} + K_A (V_{ref} - V_i) \quad (D.3)$$

A Figura D.1 representa o diagrama de blocos do excitador estático.

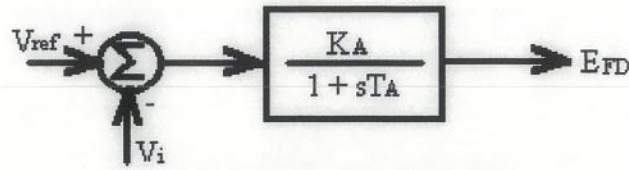


Figura D.1 - Excitador Estático

- **Injeção de Potência nas Barras de Geração**

$$\begin{aligned} P_g &= \frac{V}{x'_d} E'_q \sin(\delta - \theta) + \frac{V^2}{2} \sin 2(\delta - \theta) \left(\frac{1}{x'_q} - \frac{1}{x'_d} \right) \\ Q_g &= \frac{V}{x'_d} E'_q \cos(\delta - \theta) + \frac{V^2}{2} [1 - \cos 2(\delta - \theta) \left(\frac{1}{x'_q} - \frac{1}{x'_d} \right)] - \frac{V^2}{x'_d} \end{aligned} \quad (D.4)$$

2. Gerador com um enrolamento amortecedor & Excitador Estático

O modelo da máquina síncrona é de quarta ordem e o modelo do excitador estático de primeira ordem é considerado, resultando em um modelo de quinta ordem para a unidade geradora.

- **Modelo do Gerador**

Equações de oscilação do gerador

$$\begin{aligned} \frac{d\delta}{dt} &= \omega - \omega_s \\ M \frac{d\omega}{dt} &= P_m - P_g - D\omega \end{aligned} \quad (D.5)$$

Balanço de fluxo do gerador

$$\begin{aligned} T'_{do} \frac{dE'_q}{dt} &= E_{fd} - E'_q - \frac{(x'_d - x'_d)}{x'_d} (E'_q - V \cos(\delta - \theta)) \\ T'_{qo} \frac{dE'_d}{dt} &= -E'_d + \frac{(x'_q - x'_q)}{x'_q} (-E'_d + V \sin(\delta - \theta)) \end{aligned} \quad (D.6)$$

- **Modelo do Excitador**

$$T_A \frac{dE_{fd}}{dt} = -E_{fd} + K_A (V_{ref} - V_i) \quad (D.7)$$

- **Injeção de Potência nas Barras de Geração**

$$P_g = \frac{V}{x'_d} E'_q \sin(\delta - \theta) - \frac{VE'_d}{x'_q} \cos(\delta - \theta) + \frac{V^2}{2} \sin 2(\delta - \theta) \left(\frac{1}{x'_q} - \frac{1}{x'_d} \right) \quad (D.8)$$

$$Q_g = \frac{V}{x'_d} E'_q \cos(\delta - \theta) + \frac{VE'_d}{x'_q} \sin(\delta - \theta) + \frac{V^2}{2} [1 - \cos 2(\delta - \theta) \left(\frac{1}{x'_q} - \frac{1}{x'_d} \right)] - \frac{V^2}{x'_d}$$

3. Gerador sem enrolamento amortecedor & Excitador Eletromecânico

O modelo da máquina síncrona é de terceira ordem e o modelo do excitador eletromecânico de terceira ordem é considerado, resultando em um modelo de sexta ordem para a unidade geradora.

- **Modelo do Gerador**

Equações de oscilação do gerador

$$\begin{aligned} \frac{d\delta}{dt} &= \omega - \omega_s \\ M \frac{d\omega}{dt} &= P_m - P_g - D\omega \end{aligned} \quad (D.9)$$

Balço de fluxo do gerador

$$T'_{do} \frac{dE'_q}{dt} = E_{fd} - E'_q - \frac{(x_d - x'_d)}{x'_d} (E'_q - V \cos(\delta - \theta)) \quad (D.10)$$

- **Modelo do Excitador**

$$\begin{aligned} T_E \frac{dE_{fd}}{dt} &= -K_E E_{fd} + V_R \\ T_A \frac{dV_R}{dt} &= -V_R + K_A R_f - \frac{K_A K_F}{T_F} E_{fd} + K_A (V_{ref} - V) \\ T_F \frac{dR_f}{dt} &= -R_f + \frac{K_F}{T_F} E_{fd} \end{aligned} \quad (D.11)$$

• **Injeção de Potência nas Barras de Geração**

$$\begin{aligned}
 P_g &= \frac{V}{x'_d} E'_q \sin(\delta - \theta) + \frac{V^2}{2} \sin 2(\delta - \theta) \left(\frac{1}{x_q} - \frac{1}{x'_d} \right) \\
 Q_g &= \frac{V}{x'_d} E'_q \cos(\delta - \theta) + \frac{V^2}{2} [1 - \cos 2(\delta - \theta) \left(\frac{1}{x_q} - \frac{1}{x'_d} \right)] - \frac{V^2}{x'_d}
 \end{aligned}
 \tag{D.12}$$

APÊNDICE E

Parâmetros e Sensibilidades de Potência

São definidos nesse apêndice as sensibilidades de potência ativa e reativa e outros parâmetros utilizados na modelagem apresentada no capítulo 3.

Sensibilidades de potência ativa da rede em relação as tensões nodais.

$$A_{1,ii} = \frac{\partial P_i}{\partial \theta_i} = - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n v_i v_k Y_{ik} \sin(\theta_i - \theta_k - \alpha_{ik})$$

$$A_{2,ii} = \frac{\partial P_i}{\partial v_i} = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n v_k Y_{ik} \cos(\theta_i - \theta_k - \alpha_{ik}) + 2v_i Y_{ii} \cos(\alpha_{ii}) \quad (E.1)$$

$$A_{1,ik} = \frac{\partial P_i}{\partial \theta_k} = v_i v_k Y_{ik} \sin(\theta_i - \theta_k - \alpha_{ik})$$

$$A_{2,ik} = \frac{\partial P_i}{\partial v_k} = v_i Y_{ik} \cos(\theta_i - \theta_k - \alpha_{ik})$$

Sensibilidades de potência reativa da rede tensões nodais.

$$R_{1,ii} = \frac{\partial Q_i}{\partial \theta_i} = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n v_i v_k Y_{ik} \cos(\theta_i - \theta_k - \alpha_{ik})$$

$$R_{2,ii} = \frac{\partial Q_i}{\partial v_i} = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n v_k Y_{ik} \sin(\theta_i - \theta_k - \alpha_{ik}) - 2v_i Y_{ii} \sin(\alpha_{ii}) \quad (E.2)$$

$$R_{1,ik} = \frac{\partial Q_i}{\partial \theta_k} = -v_i v_k Y_{ik} \cos(\theta_i - \theta_k - \alpha_{ik})$$

$$R_{2,ik} = \frac{\partial Q_i}{\partial v_i} = v_i Y_{ik} \sin(\theta_i - \theta_k - \alpha_{ik})$$

Sensibilidades de potência ativa do gerador em relação as variáveis de estado e tensões

nodais.

$$\begin{aligned}
 A_{1gi} &= \frac{\partial P_{gi}}{\partial \delta_i} = \frac{v_i E'_{qi}}{X'_{di}} \cos(\delta_i - \theta_i) + \frac{v_i E'_{di}}{X'_{qi}} \sin(\delta_i - \theta_i) + \frac{v_i^2}{2} \cos 2(\delta_i - \theta_i) \left(\frac{1}{X'_{qi}} - \frac{1}{X'_{di}} \right) \\
 A_{2gi} &= \frac{\partial P_{gi}}{\partial E'_{qi}} = \frac{v_i}{X'_{di}} \sin(\delta_i - \theta_i) \\
 A_{3gi} &= \frac{\partial P_{gi}}{\partial v_i} = \frac{E'_{qi}}{X'_{di}} \sin(\delta_i - \theta_i) + \frac{E'_{di}}{X'_{qi}} \cos(\delta_i - \theta_i) + v_i \sin 2(\delta_i - \theta_i) \left(\frac{1}{X'_{qi}} - \frac{1}{X'_{di}} \right) \\
 A_{4gi} &= \frac{\partial P_{gi}}{\partial E'_{di}} = - \frac{v_i}{X'_{qi}} \cos(\delta_i - \theta_i)
 \end{aligned} \tag{E.3}$$

Sensibilidades de potência reativa do gerador em relação as variáveis de estado e tensões

nodais.

$$\begin{aligned}
 R_{1gi} &= \frac{\partial Q_{gi}}{\partial \delta_i} = - \frac{v_i E'_{qi}}{X'_{di}} \sin(\delta_i - \theta_i) + \frac{v_i E'_{di}}{X'_{qi}} \cos(\delta_i - \theta_i) - v_i^2 \sin 2(\delta_i - \theta_i) \left(\frac{1}{X'_{qi}} - \frac{1}{X'_{di}} \right) \\
 R_{2gi} &= \frac{\partial Q_{gi}}{\partial E'_{qi}} = \frac{v_i}{X'_{di}} \cos(\delta_i - \theta_i) \\
 R_{3gi} &= \frac{\partial Q_{gi}}{\partial v_i} = \frac{E'_{qi}}{X'_{di}} \cos(\delta_i - \theta_i) + \frac{E'_{di}}{X'_{qi}} \sin(\delta_i - \theta_i) - v_i [1 - \cos 2(\delta_i - \theta_i)] \left(\frac{1}{X'_{qi}} - \frac{1}{X'_{di}} \right) - 2 \frac{v_i}{X'_{di}} \\
 R_{4gi} &= \frac{\partial Q_{gi}}{\partial E'_{di}} = \frac{v_i}{X'_{qi}} \sin(\delta_i - \theta_i)
 \end{aligned} \tag{E.4}$$

Parâmetros utilizados na modelagem dinâmica dos geradores e reguladores

$$\begin{aligned}
 K_{1i} &= \frac{X_{di} - X'_{di}}{X'_{di}} \cos(\delta_i - \theta_i) & K_{2i} &= \frac{X_{di} - X'_{di}}{X'_{di}} v_i \sin(\delta_i - \theta_i) \\
 K_{3i} &= \frac{X_{qi} - X'_{qi}}{X'_{qi}} \sin(\delta_i - \theta_i) & K_{4i} &= \frac{X_{qi} - X'_{qi}}{X'_{qi}} \cos(\delta_i - \theta_i)
 \end{aligned} \tag{E.5}$$

APÊNDICE F

O Problema dos Autovalores Nulos

A formulação do sistema de potência na forma de equações de estado utiliza as variações de velocidade e ângulo do rotor como variáveis de estado. Por isso, a matriz de estado poderá ter um ou dois autovalores nulos [Kundur, 1994], [Pai, 1981], [Undrill, 1968].

Um desses autovalores é associado com a ausência de referência do ângulo do rotor, necessidade básica em todos os problemas do sistema de potência. A redundância do ângulo do rotor pode ser eliminada pela escolha de uma das máquinas como referência ou escolhendo-se como referência o centro de ângulo, e expressando as variações de ângulos de todas as outras máquinas com relação a esta referência [Pai, 1981].

F.1 Referência em uma das Máquinas

Seja a máquina R escolhida como referência, ou seja:

$$\frac{d\Delta\theta_R}{dt} = 0 \quad (F.1)$$

Para todas as outras máquinas ($i = 1, \dots, m; i \neq R$), tem-se:

$$\frac{d\Delta\theta_i}{dt} = \Delta\omega_i - \Delta\omega_R \quad (F.2)$$

Os fluxos de potência são funções das diferenças angulares que serão medidas em relação à máquina de referência, diminuindo-se a ordem do sistema de uma unidade.

O segundo autovalor nulo existe se todos os torques dos geradores forem independentes das variações de velocidade, ou seja, se o coeficiente de amortecimento D não for incluído na equação *swing*.

Este autovalor nulo pode ser evitado medindo-se as variações de velocidade com relação à máquina de referência, reduzindo-se a ordem do sistema em mais uma unidade.

F.2 Referência no Centro de Ângulo

Um caminho alternativo é o chamado centro de inércia ou centro de ângulo. A formulação é análoga ao princípio do centro de massa da mecânica. Considerar as variações de ângulo com relação a um sistema de referência sincronamente rotativo, leva a um sistema de referência variante no tempo.

Define-se o centro de ângulo como:

$$\partial_o = \frac{1}{M_T} \sum_{i=1}^m M_i \partial_i \quad \text{onde} \quad M_T = \sum_{i=1}^m M_i \quad (\text{F.3})$$

Define-se também o novo ângulo do rotor com relação ao centro de ângulo,

$$\begin{aligned} \partial_i' &= \partial_i - \partial_o \\ \omega_i' &= \omega_i - \omega_o \quad \text{onde} \quad \omega_o = \dot{\partial}_o \end{aligned} \quad (\text{F.4})$$

ω_o é definida como a frequência angular inercial.

Os autovalores nulos podem aparecer como pequenos autovalores, devido aos *mismatches* do fluxo de carga e da precisão limitada das rotinas de cálculo dos autovalores.

