

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE SISTEMAS

**BUSCA TABU APLICADA AO PROBLEMA DE
LOCALIZAÇÃO DE FACILIDADES COM RESTRIÇÕES DE
CAPACIDADE E FONTE ÚNICA**

Autor: Daniel Fernando Mechlin Prado

Orientador: Vinícius Amaral Armentano

Tese de Mestrado apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Área de concentração: **Automação.**

Banca Examinadora

Roberto Diéguez Galvão COPPE/UFRJ
Takaaki Ohishi DENSIS/FEEC/Unicamp
Vinícius Amaral Armentano DENSIS/FEEC/Unicamp

Campinas, SP

Agosto/2007

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

P882b Prado, Daniel Fernando Mechlin
Busca Tabu aplicada ao problema de localização de facilidades com restrições de capacidade e fonte única / Daniel Fernando Mechlin Prado. --Campinas, SP: [s.n.], 2007.

Orientador: Vinícius Amaral Armentano
Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação.

1. Otimização combinatória. 2. Heurística. I. Armentano, Vinícius Amaral. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. III. Título.

Título em Inglês: Tabu search heuristic for the single source capacitated facility location problem

Palavras-chave em Inglês: Facility location, Combinatorial optimization, Heuristic, Tabu Search

Área de concentração: Automação

Titulação: Mestre em Engenharia Elétrica

Banca examinadora: Roberto Diéguez Galvão, Takaaki Ohishi

Data da defesa: 21/08/2007

Programa de Pós-Graduação: Engenharia Elétrica

COMISSÃO JULGADORA - TESE DE MESTRADO

Candidato: Daniel Fernando Mechlin Prado

Data da Defesa: 21 de agosto de 2007

Título da Tese: "Busca Tabu Aplicada ao Problema de Localização de Facilidades com Restrições de Capacidade e Fonte Única"

Prof. Dr. Vinicius Amaral Armentano (Presidente):

Vinicius A. Armentano

Prof. Dr. Roberto Diéguez Galvão:

Roberto Diéguez Galvão

Prof. Dr. Takaaki Ohishi:

Takaaki Ohishi

RESUMO

Localização de facilidades é uma das atividades da área de logística que envolve decisões do número, localização e tamanho das facilidades a serem usadas. A localização de facilidades é uma questão central no planejamento estratégico de empresas públicas e privadas e está associada à variação da população em uma região, capital de investimento e estimativa de clientes que podem ser servidos. Este trabalho aborda o problema de localização de facilidades com restrições de capacidade e fonte única para atender a demanda de clientes. A fonte única impõe que um cliente seja atendido por uma única facilidade, e o objetivo é minimizar os custos de instalação e atendimento dos clientes. Este problema tem diversas aplicações, incluindo a localização de concentradores em redes de telecomunicações. Trata-se de um problema complexo de otimização combinatória, em que métodos exatos não produzem uma solução ótima em tempo viável, e portanto o uso de métodos heurísticos é pertinente. O objetivo deste trabalho é o desenvolvimento e implementação de um algoritmo de busca tabu para o problema, e comparação de seu desempenho com outros métodos apresentados na literatura.

Palavras-chave: Localização de Facilidades, Otimização Combinatória, Heurística, Busca Tabu

ABSTRACT

Facility location is a logistic problem that involves the decision on the number, location and capacity of facilities to be opened. Facility location is an important area in the strategic planning of public and private companies and is associated with population changes, money availability for investment and the estimation of the number of customers to be served. This work addresses on single source capacitated facility location problem. Single source imposes that each customer must be assigned to only one facility, and the objective is to minimize the installation and transportation costs. This problem has several applications, including the network concentrator location problem. It is a complex combinatorial optimization problem, which cannot be solved by exact methods in small computational times; therefore, heuristics methods are indicated. The objective of this thesis is the development and implementation of a tabu search algorithm for the problem and a comparative analysis with other methods available in the literature.

Keywords: Facility location, Combinatorial Optimization, Heuristic, Tabu Search

Á Lídia, meu amor, que me acompanhou e apoiou nesta árdua e longa jornada, em diversos papéis: como namorada, noiva e esposa, mas, principalmente, como amiga, e a quem espero retribuir todos os dias *roubados* em plena juventude, dedicados aos meus estudos.

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador, Professor Vinícius Amaral Armentano, pela sua orientação, paciência e por ter acreditado no meu trabalho, apesar da dupla jornada.

Ao meu companheiro de estudos, Professor Luís Henrique Sacchi, que me ajudou infinitamente neste trabalho e a quem devo muito do que aprendi no Mestrado.

À Lídia, minha esposa, pelo apoio, incentivo, companheirismo, dedicação, amor e compreensão durante todos os momentos.

Aos meus pais e irmãos, por me ajudarem a construir a base disso tudo e pelo exemplo de valorização dos estudos que sempre me deram.

Aos familiares e amigos que me incentivaram e compreenderam minha ausência em diversos momentos importantes.

À Lume, que com seu bom senso canino, apoiou e alegrou meus dias de estudo.

Aos colegas de DENSIS, pela paciência com o “aluno do noturno” que deixava os computadores travados.

A todos que me apoiaram e que acreditaram em meu potencial neste longo caminhar...

SUMÁRIO

RESUMO	v
ABSTRACT	vii
AGRADECIMENTOS	xi
SUMÁRIO	xiii
LISTA DE TABELAS	xv
LISTA DE FIGURAS	xvii
Introdução	1
Capítulo 1	3
1.1 Problemas Estáticos e Determinísticos	4
Problemas de Cobertura	6
Problemas de p-centros	8
Problemas de p-dispersão	9
Problemas de p-medianas e p-centros com Capacidade Limitada	10
Problema de Localização de Facilidades sem Restrições de Capacidade	10
Problema de Localização de Facilidades com Restrições de Capacidade	11
Problema de Localização de Facilidades com Capacidade Limitada e Fonte Única ..	11
1.2 Problemas Dinâmicos e Probabilísticos	12
Modelos de Localização Dinâmicos	12
Modelos de Localização Probabilísticos	14
1.3 Modelos Integrados	16
Modelos de Localização-Roteamento	16
Modelos de Projetos de Redes	17
Capítulo 2	19
2.1 Modelo Matemático	19
2.2 Estrutura do Problema	20
2.3 Revisão bibliográfica	25
Capítulo 3	39
3.1 Heurísticas Construtivas e Busca Local de Designação	40
3.1.1. Geração de um Conjunto Inicial de Facilidades Abertas	40
3.1.2. Heurística de Designação de Clientes	42
3.1.3. Busca Local para o Problema de Designação Generalizado	44
3.2 A Busca Tabu de Facilidades	45
3.2.1. Movimentos e vizinhanças	45
3.2.2. Memorização de soluções visitadas e conjunto elite	46
3.2.3. Atributo e duração tabu	47
3.2.4. Critério de aspiração	47
3.2.5. Memória de curto prazo	48
3.2.6. Memória de longo prazo	48
3.2.7. Intensificação	49
3.2.8. Diversificação	50
3.2.9. Ciclos de busca	51
3.3 Pós-otimização por Religação de Caminho	51
3.4 Busca Tabu dos Clientes	53

3.4.1. Movimentos e Vizinhanças	53
3.4.2. Classificação de movimentos	53
3.4.3. Atributo e Duração Tabu	58
3.4.4. Critério de Aspiração	58
3.4.5. Memória de Curto Prazo	59
3.4.6. Memória de Longo Prazo	59
3.4.7. Intensificação	59
3.4.8. Diversificação	59
3.4.9. Ciclos de Busca	60
3.5 A Relaxação Lagrangiana	60
3.5.1. A Heurística Lagrangiana	62
3.5.2. O Algoritmo Utilizado	63
Capítulo 4	65
4.1 Conjuntos de teste de Holmberg et al. (1999)	65
4.2 Conjuntos de teste de Delmaire et al. (1999)	67
4.3 Conjuntos de teste de Pirkul (1987)	69
4.4 Conjuntos de teste de Cortinhal e Captivo (2003)	70
4.5 Resultados computacionais	71
Conclusões	93
Bibliografia	95

LISTA DE TABELAS

Tabela 1. Problemas de Holmberg et al. (1999)	66
Tabela 2. Problemas de Delmaire et al. (1999)	68
Tabela 3. Problemas de Pirkul (1987)	69
Tabela 4. Problemas de Cortinhal e Captivo (2003)	70
Tabela 5. Parâmetros das Buscas	72
Tabela 6. Resultados das Heurísticas Construtivas e Busca Local	73
Tabela 7. Resultados da Busca Tabu de Facilidades	75
Tabela 8. Resultados com Busca Tabu na Designação de Clientes	77
Tabela 9. Tempos computacionais médios de BTCID	78
Tabela 10. Resultados comparativos para o conjunto de teste de Holmberg et al. (1999)	79
Tabela 11. Resultados dos critérios de escolha de movimento na Busca Tabu do PDG...	81
Tabela 12. Resultados dos critérios de normalização no Teste da Razão	82
Tabela 13. Resultados comparativos para o conjunto de teste de Delmaire et al. (1999)...	83
Tabela 14. Desempenho da Relaxação Lagrangiana	85
Tabela 15. Resultados comparativos para o conjunto de teste de Cortinhal e Captivo (2003)	87
Tabela 16. Resultados comparativos para o conjunto de teste de Pirkul (1987)	90

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Classificação de movimentos	54
Figura 2. Desvios percentuais relativos das Heurísticas Construtivas e Busca Local	74
Figura 3. Desvios percentuais relativos de HCLK, HCI e HCB	75
Figura 4. Desvios percentuais relativos da Busca Tabu de Facilidades	76
Figura 5. Desvios percentuais relativos da Busca Tabu na Designação de Clientes	77
Figura 6. Desvios percentuais relativos para o conjunto de teste de Holmberg et al. (1999)	79
Figura 7. Tempos computacionais para o conjunto de teste de Holmberg et al. (1999) ...	80
Figura 8. Desvios percentuais relativos para os critérios de escolha de movimentos	81
Figura 9. Desvios percentuais relativos para critérios de normalização no Teste da Razão	82
Figura 10. Desvios percentuais relativos para o conjunto de teste de Delmaire et al. (1999)	84
Figura 11. Tempos computacionais para o conjunto de teste de Delmaire et al. (1999) .	84
Figura 12. Desvios percentuais relativos para o conjunto de teste de Cortinhal e Captivo (2003)	88
Figura 13. Tempos computacionais para o conjunto de teste de Cortinhal e Captivo (2003)	88
Figura 14. Desvios percentuais relativos para o conjunto de teste de Pirkul (1987)	91
Figura 15. Tempos computacionais para o conjunto de teste de Pirkul (1987)	91

Introdução

Localização de facilidades é uma das atividades da área de logística que envolve decisões do número, localização e tamanho das facilidades a serem usadas para suprir a demanda de clientes. Desse modo, trata-se de uma questão central no planejamento estratégico de empresas públicas e privadas e está associada à variação da população em uma região, capital de investimento e estimativa de clientes que podem ser servidos.

O problema de localização de facilidades com restrições de capacidade e fonte única, aqui abordado, trata do caso em que facilidades, tais como fábricas, postos de atendimento ou concentradores de rede, são limitados em capacidade e os seus clientes finais, sejam eles lojas atendidas pela fábrica, usuários do serviço público ou computadores instalados na rede, devem ter sua demanda completamente atendida por uma única facilidade. O objetivo do problema é minimizar os custos de instalação e atendimento dos clientes.

No setor privado, a questão da proximidade aos centros consumidores é fortemente levada em consideração. Aspectos como distância em relação aos clientes ou centros de consumo e/ou custo de instalação em um dado local influenciam diretamente os preços praticados por empresas, o que afeta a competitividade das mesmas. Porém, nessa área, muitas vezes, a instalação de fábricas se dá em função de subsídios fiscais disponibilizados pelas prefeituras e/ou governos estaduais.

Da mesma forma, a instalação de postos de serviços públicos (hospitais, estações de metrô, postos de saúde, delegacias, escolas, pontos de ônibus) em determinados locais são questões que afetam o grau de satisfação da população em relação aos serviços, bem como o nível dos investimentos para atender a necessidade da mesma. Nesse caso, aspectos como impacto ambiental e questões geográficas também devem ser considerados, bem como questões políticas.

O estudo do problema de localização de facilidades com restrições de capacidade e fonte única mostra-se, assim, bastante útil nos tempos modernos, apesar de se tratar de um problema clássico na área de otimização combinatória. No entanto, as dificuldades e especificidades do mundo real, tanto no setor privado quanto no público, fazem com que os modelos de problemas de localização sejam pouco utilizados pelos administradores.

Além disso, trata-se de um problema complexo de otimização combinatória, em que métodos exatos não produzem uma solução ótima em tempo viável, e, portanto, o uso de métodos heurísticos é pertinente. Uma metaheurística bastante conhecida é a busca tabu, que visa superar a otimalidade local durante a busca em vizinhança. Foi constatado um pequeno número de publicações que envolvem tal técnica associada ao problema aqui abordado.

O objetivo deste trabalho é o desenvolvimento e implementação de um algoritmo de busca tabu para o problema de localização de facilidades com restrições de capacidade e fonte única e a comparação de tal mecanismo com resultados apresentados na literatura. O trabalho encontra-se dividido em quatro capítulos. Uma descrição sucinta dos diferentes problemas de localização é apresentada no capítulo 1. A apresentação do problema estudado nessa dissertação, sua formulação e estrutura e uma breve revisão bibliográfica do mesmo constituem o capítulo 2. No terceiro capítulo, a metaheurística de busca tabu proposta é explicada. No capítulo 4, os resultados obtidos e comparações entre eles são apresentados. Por fim, as conclusões e as sugestões de melhorias futuras são listadas, seguidas pelas referências bibliográficas.

Capítulo 1

Problemas de Localização de Facilidades

A localização de facilidades é uma questão central no planejamento estratégico de diversas empresas públicas e privadas. Exemplos de localização no setor privado envolvem armazéns, centros de distribuição, lojas de cadeias de revendedores, concentradores em redes de telecomunicações; enquanto, no setor público, exemplos típicos são postos de saúde, estações de bombeiros e escolas. A seleção de bons locais para instalar ou expandir facilidades, bem como a determinação da capacidade das mesmas, está associada à variação da população em áreas de uma região (bairro, cidade, estado ou país), tendências de mercado, capital de investimento e estimativa de clientes que podem ser servidos.

Historicamente, o estudo da teoria de localização iniciou-se com o trabalho de Weber em 1909, que aborda o problema de localizar um armazém de forma a minimizar a distância total entre ele e os clientes. O interesse pela teoria de localização aumentou expressivamente com os trabalhos de Hakimi (1964,1965) sobre a localização de um centro de comutação em uma rede de comunicações, objetivando minimizar a distância total entre o centro e os clientes; e a localização de uma estação de polícia para comunidades interligadas por um sistema de rodovias, que visava minimizar a distância máxima das

comunidades à estação de polícia. Hakimi considerou o problema mais geral de localizar uma ou mais facilidades numa rede de forma a minimizar a soma total das distâncias dos clientes às facilidades mais próximas ou minimizar a máxima dessas distâncias.

A importância estratégica levantada por tais trabalhos despertou o interesse pela teoria de localização associada a uma grande diversidade de problemas. Uma ampla literatura foi desenvolvida para abordar esses problemas, muitos deles formulados como modelos de programação inteira mista. De modo geral, eles pertencem à categoria de problemas NP-difíceis e, usualmente, a obtenção da solução ótima de problemas práticos de médio e grande porte pode requerer tempo computacional proibitivo.

Uma grande variedade de problemas de localização emergiu a partir da década de 1960, diante de sua importância estratégica. Devido à complexidade computacional, grande parte da pesquisa concentrou-se em problemas estáticos e determinísticos. No entanto, a literatura em problemas dinâmicos e probabilísticos tem proliferado. Em geral, problemas dinâmicos envolvem decisões do número de facilidades a serem abertas e onde localizá-las em cada período de um horizonte de planejamento, em resposta à variação da demanda ao longo do tempo. Modelos probabilísticos refletem a incerteza de parâmetros tais como demanda, tempos de viagem e custos. Mais recentemente, problemas de localização têm sido integrados com outros problemas de logística, tais como roteamento de veículos e projeto de redes, criando os chamados problemas integrados.

Revisões abrangentes sobre os problemas de localização acima citados encontram-se nos artigos de Owen e Daskin (1998) e Current et al. (2002). Klose e Drexler (2004) apresentam uma revisão extensa sobre modelos de localização para o projeto de sistemas de distribuição, que envolvem o problema de localização de facilidades e designação de clientes a facilidades.

1.1 Problemas Estáticos e Determinísticos

Dentre os vários problemas de localização de facilidades estáticos e determinísticos estudados, destacam-se os problemas de p -medianas, cobertura, p -centros, p -dispersão e problemas de localização de facilidades com designação de clientes envolvendo custo fixo

e custo de atendimento da demanda dos clientes, tais como problemas de localização de facilidades sem restrições de capacidade, com restrições de capacidade, e com capacidade limitada e fonte única.

A seguir, apresentam-se modelos matemáticos desses importantes problemas de localização, e, para tal, considere os seguintes parâmetros:

J = conjunto de nós j que representam os clientes, $j = 1, \dots, n$

I = conjunto de locais i candidatos à localização de facilidades, $i = 1, \dots, m$

q_j = demanda do cliente j

d_{ij} = distância do cliente j à facilidade localizada em i

c_{ij} = custo de atender a demanda q_j a partir de uma facilidade localizada em i

f_i = custo fixo de instalação de uma facilidade no local i

Q_i = capacidade da facilidade instalada no local i

O espaço dos vetores \mathbf{x} com n componentes reais não negativas é representado por R_+^n e o espaço dos vetores com m componentes binárias 0 ou 1 é representado por B^m . A cardinalidade do conjunto S é denotada por $|S|$. Uma variável comum a todos os problemas descritos a seguir é:

$$y_i = \begin{cases} 1, & \text{se a facilidade é aberta no local } i \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Problemas de Medianas

Em diversas situações, a distância para atingir uma facilidade é o fator preponderante na definição de sua localização. A proximidade é desejável para a localização de facilidades, tais como escolas, bibliotecas, postos de saúde e postos policiais.

O problema de p -medianas, introduzido por Hakimi (1964), tem essa característica e envolve a localização de p facilidades e designação de clientes a elas, de modo a minimizar a soma das distâncias entre clientes e facilidades. Considere as variáveis:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se o cliente } j \text{ é designado à facilidade localizada em } i \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

e a seguinte formulação:

$$\min \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} c_{ij} x_{ij} \quad (1.1)$$

$$\sum_{i \in I} x_{ij} = 1, \quad \forall j \in J \quad (1.2)$$

$$x_{ij} \leq y_i, \quad \forall i \in I, \forall j \in J \quad (1.3)$$

$$\sum_{i \in I} y_i = p \quad (1.4)$$

$$\mathbf{x} \in B^{I \times J}, \mathbf{y} \in B^I \quad (1.5)$$

A função objetivo (1.1) minimiza o custo total de designação de clientes a facilidades. As restrições (1.2), levando-se em consideração (1.5), garantem que cada cliente j é atendido por uma única facilidade, enquanto que as restrições (1.3) asseguram que cada cliente j só pode ser designado a uma facilidade aberta no local i . A restrição (1.4) indica que exatamente p facilidades são abertas, e a restrição (1.5) representa o tipo das variáveis.

Problemas de Cobertura

Existem situações em que o modelo p -medianas não é apropriado. A instalação de serviços de emergência (cuja demanda tem uma natureza crítica, como estações de corpo de bombeiros, postos de serviço de resgate emergencial e ambulâncias), é um exemplo disso, sendo a mesma determinada pela distância máxima ou pelo tempo aceitável para atendimento.

A cobertura dos clientes é o principal foco nesse tipo de problema de localização, em que a demanda de um cliente é dita coberta quando pode ser atendida em um dado tempo ou distância máximos. Duas variantes são comumente estudadas: problemas em que a cobertura de todos os clientes a custo mínimo é requerida e problemas em que a cobertura dos clientes é maximizada devido à limitação de recursos.

Na primeira versão, conhecida como problema de cobertura de conjuntos, o objetivo é minimizar o custo da localização de facilidades de modo que a demanda de cada cliente seja atendida por pelo menos uma facilidade. Seja $N_j = \{i : d_{ij} \leq D\}$, o conjunto de facilidades i , tais que a distância das mesmas em relação ao cliente j é limitada por uma distância máxima aceitável (ou tempo máximo aceitável) D . A formulação matemática é dada por:

$$\min \sum_{i \in I} f_i y_i \quad (1.6)$$

$$\sum_{i \in N_j} y_i \geq 1, \quad \forall j \in J \quad (1.7)$$

$$\mathbf{y} \in B^{|I|} \quad (1.8)$$

A função objetivo (1.6) minimiza o custo de localização das facilidades. As restrições (1.7) indicam que todos os clientes j são atendidos por pelo menos uma facilidade e a restrição (1.8) indica o tipo das variáveis.

No problema de cobertura determina-se o número mínimo de facilidades de modo a atingir um nível de cobertura correspondente à demanda total do conjunto de clientes J . Em várias aplicações práticas, porém, o nível desejado de cobertura não é um bom parâmetro para a determinação de facilidades a serem abertas, mas sim a quantidade de recursos disponível para a construção dessas facilidades. Nesses casos, a determinação das localidades objetiva a cobertura máxima de clientes dentro de uma distância aceitável D , para um número máximo de facilidades a ser aberto. A formulação desse problema requer as seguintes variáveis:

$$z_j = \begin{cases} 1, & \text{se o nó } j \text{ está coberto} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

O problema de máxima cobertura resulta em:

$$\max \sum_{j \in J} q_j z_j \quad (1.9)$$

$$z_j \leq \sum_{i \in N_j} y_i, \quad \forall j \in J \quad (1.10)$$

$$\sum_{i \in I} y_i \leq p \quad (1.11)$$

$$\mathbf{y} \in B^{|I|}, \mathbf{z} \in B^{|J|} \quad (1.12)$$

A função objetivo (1.9) maximiza a demanda total coberta. As restrições (1.10) impõem que o cliente j pode ser coberto se pelo menos uma facilidade $i \in N_j$ é aberta. A restrição (1.11) limita o número de facilidades abertas, enquanto que a restrição (1.12) representa o tipo das variáveis.

Problemas de p -centros

O problema de p -centros envolve a localização de p centros e designação de clientes a eles, de forma a minimizar a máxima distância de qualquer cliente à facilidade mais próxima.

Duas variações são possíveis ao problema: quando as facilidades só podem ser abertas em nós de clientes da rede subjacente, tem-se o problema de p -centros-nós; e quando as mesmas podem ser localizadas em qualquer ponto da rede, tem-se o problema de p -centros-absolutos.

Para formular o problema, considere as seguintes variáveis:

r = distância máxima entre um nó de cliente e a facilidade a qual é designado

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se o cliente } j \text{ é designado à facilidade localizada em } i \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Tem-se o seguinte problema:

$$\min r \quad (1.13)$$

$$r \geq \sum_{i \in I} d_{ij} x_{ij}, \quad \forall j \in J \quad (1.14)$$

$$(1.2) - (1.5)$$

A função objetivo (1.13) minimiza a distância máxima r de um cliente a uma facilidade e a restrição (1.14) expressa essa distância como um limitante superior da

distância d_{ij} de cada cliente j a uma facilidade i . As demais restrições provêm da formulação do problema de p -medianas.

Problemas de p -dispersão

Os modelos de problemas anteriormente descritos são adequados em situações em que se valoriza a proximidade das facilidades a serem instaladas. Existem, no entanto, aplicações nas quais o objetivo é maximizar a distância mínima entre qualquer par de facilidades, tais como depósitos de lixo, aterros, estações de tratamento de esgoto, aeroportos, usinas ou, simplesmente, lojas revendedoras de uma mesma marca, para evitar a concorrência exacerbada. Também no estabelecimento de instalações militares, deseja-se o distanciamento entre elas, para dificultar ataques.

O problema de p -dispersão estabelece facilidades que maximizam a distância entre qualquer par de facilidades. Seja $d_{ii'}$ a distância entre os locais i e i' , $i, i' \in I$ e considere a seguinte variável:

g = distância mínima de separação entre qualquer par de facilidades

Sua formulação é dada por:

$$\max g \quad (1.15)$$

$$\sum_{i \in I} y_i = p \quad (1.16)$$

$$g \leq M(2 - y_i - y_{i'}) + d_{ii'}, \quad i, i' \in I, i < i' \quad (1.17)$$

$$\mathbf{y} \in B^{|I|} \quad (1.18)$$

tal que M é uma constante de valor elevado, por exemplo, $\max_{i, i' \in I} \{d_{ii'}\}$.

A função objetivo (1.15) maximiza a distância entre duas facilidades. A restrição (1.16) estipula que p facilidades são localizadas. As restrições (1.17) definem a mínima separação entre um par qualquer de facilidades abertas: se uma das variáveis y_i ou $y_{i'}$ é nula, então a restrição fica desativada, mas se ambas forem iguais a 1, a restrição torna-se

$g \leq d_{ii}$. Desse modo, maximizar g tem o efeito de forçar com que a distância entre facilidades seja a maior possível.

Problemas de p -medianas e p -centros com Capacidade Limitada

Em diversas situações, como por exemplo, a localização de escolas para atender a demanda de alunos de uma cidade ou a determinação de locais para a realização de concursos vestibulares, a capacidade Q_i da facilidade no local i , em problemas de p -medianas e p -centros, deve ser explicitada. As restrições de capacidade substituem as restrições (1.3) e são expressas por:

$$\sum_{j \in J} q_j x_{ij} \leq Q_i y_i, \quad \forall i \in I \quad (1.19)$$

Problema de Localização de Facilidades sem Restrições de Capacidade

Esse problema trata da localização de facilidades com capacidade ilimitada e designação de clientes às mesmas, com o objetivo de minimizar o custo fixo de instalação de facilidades e o custo variável de atendimento das demandas dos clientes. Considere as seguintes variáveis:

x_{ij} = fração da demanda q_j atendida pela instalação localizada em i , $i \in I, j \in J$

O modelo do problema pode ser representado da maneira abaixo:

$$\min \sum_{i \in I} f_i y_i + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} c_{ij} x_{ij} \quad (1.20)$$

$$\sum_{i \in I} x_{ij} = 1, \quad \forall j \in J \quad (1.21)$$

$$x_{ij} \leq y_i, \quad \forall i \in I, \forall j \in J \quad (1.22)$$

$$\mathbf{y} \in B^{|I|}, 0 \leq x_{ij} \leq 1, \quad \forall i \in I, \forall j \in J \quad (1.23)$$

A função objetivo (1.20) expressa a minimização da soma de custos fixos e variáveis. As restrições (1.21) asseguram que a demanda do cliente j é atendida. As restrições (1.22) garantem que uma fração não nula de demanda somente pode ser atendida por uma facilidade aberta no local i . A restrição (1.23) refere-se ao tipo das variáveis.

Problema de Localização de Facilidades com Restrições de Capacidade

Nesse caso, associa-se uma capacidade Q_i à facilidade localizada em i , e o modelo matemático é idêntico ao anterior ao se substituir as restrições (1.22) pelas restrições (1.19).

Problema de Localização de Facilidades com Capacidade Limitada e Fonte Única

Esse é o problema abordado nesta dissertação. Ele endereça um cenário específico no problema de localização de facilidades em que as facilidades têm capacidade limitada e os clientes, tais como lojas ou computadores instalados numa rede, devem ser atendidos por uma única facilidade ou fonte provedora. Aplicações para o **Problema de Localização de Facilidades com Capacidade Limitada e Fonte Única (PLCFU)** envolvem alocação e planejamento escolar de estudantes em vilarejos (Barceló e Casanovas, 1984); empresas e indústrias com depósitos de tamanho limitado e centrais de telefonia com capacidade limitada (Klincewicz e Luss, 1986), localização de concentradores com capacidade limitada em projetos topológicos de redes de computadores (Pirkul, 1987).

Considere as seguintes variáveis:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se o cliente } j \text{ é designado à facilidade localizada em } i \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

O PLCFU pode ser modelado como se segue:

$$\min \sum_{i \in I} f_i y_i + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} c_{ij} x_{ij} \quad (1.24)$$

$$\sum_{i \in I} x_{ij} = 1, \quad \forall j \in J \quad (1.25)$$

$$\sum_{j \in J} q_j x_{ij} \leq Q_i y_i, \quad \forall i \in I \quad (1.26)$$

$$\mathbf{x} \in B^{I \times J}, \mathbf{y} \in B^I, \quad \forall i \in I, \forall j \in J \quad (1.27)$$

A função objetivo (1.24) consiste da minimização da soma dos custos fixos e variáveis. As restrições (1.25) garantem que a demanda de cada cliente é atendida e, devido a (1.27), que cada cliente j é designado a uma única facilidade, enquanto as restrições

(1.26) representam a limitação de capacidade da facilidade se a mesma é aberta no local i . A restrição (1.27) expressa o tipo das variáveis.

1.2 Problemas Dinâmicos e Probabilísticos

Por se tratar de um problema relacionado à estratégia e ao planejamento, é necessário inserir ao problema de localização de facilidades, aspectos de incerteza futura, de modo a manter os resultados de tal planejamento duradouros, levando-se em conta não só a evolução da demanda, mas também momentos para expansões e realocações.

Modelos dinâmicos de localização levam em consideração a variação de parâmetros (por exemplo, a demanda) ao longo do tempo, enquanto que modelos probabilísticos tratam de parâmetros aleatórios. Apesar de alguns pesquisadores terem se enveredado pelo estudo probabilístico e de aspectos dinâmicos da localização de facilidade há muitos anos, a maioria das pesquisas relacionadas a esses problemas foi publicada apenas recentemente.

Um exemplo é o artigo de Brotcorne et al (2003), que faz uma revisão de modelos estáticos, probabilísticos e dinâmicos utilizados no problema de localização de ambulâncias. Enquanto os modelos estáticos focam na questão da cobertura, modelos probabilísticos assumem, por exemplo, que há uma probabilidade de ocupação dos veículos num dado sistema, e os modelos dinâmicos criam estratégias para evitar falta de atendimentos, adotando repetidamente remanejamentos de veículos ao longo do dia.

Modelos de Localização Dinâmicos

Como mencionado por Ballou (1968), o futuro não pode ser desprezado na análise de localização. O fator tempo é incorporado aos modelos dinâmicos. Dois tipos de problemas dinâmicos são citados em (Current et al., 1998): os implicitamente dinâmicos e os explicitamente dinâmicos.

No primeiro tipo, facilidades abertas num dado momento são consideradas abertas durante todo o horizonte de planejamento. No entanto, apesar dessa característica permanecer estática, parâmetros do problema (como demandas e tempo de viagem) podem variar ao longo do tempo.

Já os modelos explícitos adotam as possibilidades de abertura e fechamento das facilidades ao longo do tempo. Aspectos temporais são adicionados ao modelo estático usual e as decisões de abrir e/ou fechar facilidades consideram alterações dos parâmetros de entrada, tais como demanda; tempo e custo de transporte; disponibilidade de facilidades; custos fixos e variáveis; número de facilidades a serem estabelecidas e lucro.

Em (Canel et al., 2001), propõe-se um algoritmo para resolver o problema de localização de facilidades com restrições de capacidade em múltiplos períodos de tempo e com diversos produtos sendo manufaturados e distribuídos pelas facilidades. O modelo proposto visa minimizar o custo total de transportes dos diferentes produtos entre as facilidades, além do custo de abertura, reabertura e fechamento de facilidades, ao longo dos diversos períodos de tempo. O algoritmo proposto é dividido em três fases. Na primeira fase, chamada de ciclo dinâmico, tenta-se identificar, através de regras de simplificação conceitualmente similares às desenvolvidas por Akinc e Khumawala (1977) para o problema estático com restrições de capacidade, quais facilidades devem ser abertas ou fechadas na solução ótima do problema. As regras são aplicadas em todos os períodos de tempo e se todas as facilidades são corretamente determinadas e uma solução ótima é obtida, encerra-se o algoritmo. Caso contrário, inicia-se o ciclo estático, que corresponde à segunda fase, em que são encontradas por *branch-and-bound* as soluções ótimas estáticas para cada intervalo de tempo considerado pelo modelo e é composta uma lista de configurações de facilidades estáticas candidatas a integrem a solução ótima do problema. Na terceira e última fase, programação dinâmica é usada para determinar a solução ótima do problema, a partir da avaliação da lista de configurações candidatas gerada na segunda fase.

O projeto estratégico de uma cadeia de suprimentos genérica, que envolve distribuição e armazenagem de diferentes produtos e atendimento de demandas previamente conhecidas, num cenário dinâmico, é descrito em (Melo et al., 2005). Aborda-se a localização e o remanejamento dinâmico de facilidades através da criação de um modelo matemático que considera remanejamento gradual, possíveis expansões e reduções de capacidade (mudanças frequentes no planejamento econômico industrial). As decisões do modelo proposto incluem: onde e quando uma re-alocação de facilidades deve ser

aplicada; como reduzir gradualmente a capacidade de facilidades em operação e quando transferir a produção para novas facilidades construídas, sem interromper a cadeia produtiva e usando o capital disponível; como deve ser operada a cadeia, em cada período de planejamento, com relação ao fornecimento de materiais, armazenamento e entrega, de tal modo que as demandas sejam satisfeitas com o menor custo possível. O objetivo do modelo proposto é minimizar os custos de: produção, transportes entre facilidades, manutenção de estoques e abertura de facilidades. O modelo é comparado com alguns outros encontrados na literatura e são apresentados os impactos numéricos causados pela variação de alguns fatores através de testes computacionais.

Modelos de Localização Probabilísticos

Os modelos citados anteriormente admitem que os parâmetros dos problemas são conhecidos, mesmo quando variam com o tempo. Aspectos incertos que afetam demandas, tempo de transporte, custos, distância aos centros consumidores e números de facilidades a serem abertas são desprezados, apesar de ser bastante freqüente a falta de conhecimento sobre o comportamento futuro de tais parâmetros quando esses modelos são planejados.

Duas vertentes principais destacam-se nos problemas de localização envolvendo parâmetros incertos: os modelos probabilísticos e os modelos de planejamento de cenários. O objetivo de ambos é obter soluções robustas para a localização de facilidades para qualquer parâmetro aleatório.

Os modelos probabilísticos consideram distribuições probabilísticas para as suas variáveis aleatórias. Tais distribuições são ora incorporadas à programação matemática, ora a estruturas de filas.

Um dos exemplos de incorporação de distribuições em programação matemática é o programa estocástico de dois estágios para o problema de localização de facilidades sem restrições de capacidade e o problema de p -medianas, proposto em (Loveaux, 1986). No primeiro estágio determinam-se a localização e o tamanho das facilidades que devem ser construídas, e no segundo estágio especifica-se a alocação de recursos produtivos para atingir as demandas mais lucrativas. Incertezas são consideradas nas demandas, custos de

produção e de transporte, bem como nos preços de venda. A relação entre os dois tipos de problemas estudados é explorada.

Um tipo de problema estocástico bastante estudado envolve a disponibilidade das facilidades, por exemplo, de ambulâncias. Em grande parte da literatura, são empregadas distribuições probabilísticas com teorias de filas. Em (Galvão et al., 2005), dois modelos probabilísticos clássicos para o problema de localização de serviços de ambulâncias ou resgate emergencial que adotam a disponibilidade dos veículos como uma variável aleatória, são comparados e relacionados entre si: o problema de localização com máxima cobertura esperada e o problema de localização com máxima disponibilidade. As extensões dos modelos apresentadas nesse artigo, modificam suas hipóteses de carga de trabalho equilibrada entre os veículos e de atuação independente das ambulâncias, adotando modelos com taxa de ocupação definida por servidor específico e despachos de veículos. O algoritmo proposto envolve o uso intrínseco do modelo de hipercubo de Larson (1974) nas heurísticas de busca local. Tal modelo incorpora complexidades geográficas e temporais na representação de sistemas *server-to-customer*, baseado na teoria de filas distribuídas, sendo importante ferramenta no planejamento de sistemas de serviços. Foi aplicado ainda o método heurístico *Simulated Annealing* para as extensões dos dois problemas analisados, melhorando-se tanto a performance total quanto a obtenção dos ótimos em relação às heurísticas de busca local.

Outro exemplo do emprego de estruturas de filas é a aplicação do modelo de hipercubo de Larson no problema probabilístico de localização de serviços de atendimento emergencial descrita em (Takeda et al., 2007), onde é feita uma análise do Serviço de Atendimento Médico Urgente (SAMU) empregado na cidade de Campinas. Tal análise aponta os benefícios da descentralização parcial da localização das ambulâncias, bem como do aumento da frota.

Como citado anteriormente, outra possibilidade para tratamento de incertezas em problemas de localização, usualmente adotado nos casos onde não há informação sobre parâmetros incertos, é a adoção de planejamento de cenários, ou seja, são especificados estados futuros possíveis e encontradas soluções de bom desempenho para todos os

cenários. A definição dos diferentes cenários se dá pela caracterização quantitativa dos vários parâmetros de entrada: os valores dos parâmetros variam ao longo do tempo, assumindo, no entanto, valores fixos em cada cenário pré-definido. Nesse caso, os custos esperados se tornam irrelevantes e medidas de robustez são adotadas, como *minmax custo*, a solução que minimiza o custo máximo em todos os cenários, e *minmax arrependimento (regret)*, a solução que minimiza a máxima diferença entre o custo de uma solução em um dado cenário e o custo da solução ótima nesse cenário. As funções objetivo mais frequentes para o método de planejamento de cenários incluem: otimizar um desempenho desejado em todos os cenários; otimizar a performance no pior caso; minimizar o arrependimento desejado ou o pior caso de arrependimento em todos os cenários.

Schilling (1982) analisa o problema de localizar facilidades ao longo do tempo utilizando planejamento de cenários. Cenários individuais são usados para identificar um conjunto de boas configurações de localização, sendo que cada um deles pode ser visto como um plano de contingência. Propõe-se a construção inicial de facilidades comuns a todas as contingências, deixando as decisões que diferem nas contingências para um momento posterior, quando maiores informações sobre o futuro estarão disponíveis.

1.3 Modelos Integrados

Uma vertente relativamente nova dos problemas de localização considera aspectos integrados de problemas de logística.

Modelos de Localização-Roteamento

Nagy e Salhi (2007) apresentam uma revisão do problema integrado de localização-roteamento, que é definido como “planejamento de localização com consideração de aspectos de planejamento de rotas”. A definição provém de um enfoque hierárquico, em que o objetivo é resolver o problema de localização (problema mestre) e, para tal, é necessário resolver simultaneamente o problema de roteamento de veículos (subproblema). Os autores destacam a crítica de pesquisadores a tal abordagem integrada que mistura o problema estratégico de localização com o problema tático de planejamento de rotas, isso é,

problemas com diferentes horizontes de planejamento, e argumentam que o enfoque integrado leva à redução de custos em um planejamento de longo prazo.

Aplicações práticas de localização-roteamento envolvem distribuição de alimentos e bebidas; localização de bancos de sangue; distribuição de jornais e revistas; localização para plantio; coleta de lixo; localização de equipamentos militares, determinação de rotas de emergência; entrega de dinheiro; distribuição de remédios; projeto de redes de telecomunicações e redes ópticas.

A maioria dos problemas de localização-roteamento consiste em facilidades servindo clientes conectados a depósitos por rotas. Não há rotas ligando as facilidades entre si. Os dados de entrada são comumente tratados como determinísticos, porém existem trabalhos com demandas estocásticas. Quanto ao horizonte de planejamento, existem modelos com um único período e modelos com múltiplos períodos, sendo poucos os trabalhos publicados para o último caso. Em termos de soluções propostas, métodos heurísticos são mais frequentes, porém há também o uso de métodos exatos.

A função objetivo mais frequente envolve a minimização do custo total, que inclui custos de estocagem e de transporte. A estrutura das rotas é tomada da seguinte forma: um veículo inicia suas rotas a partir de um depósito, atende alguns clientes e retorna ao depósito inicial. Variações como viagens de ida e volta, veículos que fazem entrega e coleta também são encontradas na literatura.

Modelos de Projetos de Redes

Problemas que combinam localização de facilidades e projeto de redes são utilizados em situações em que há um compromisso entre custos de facilidades, custos de projeto de rede e custos de operação. São contextos em que é mais econômico reconfigurar a rede do que abrir novas facilidades, comumente encontrados em redes de telecomunicações; planejamentos regionais; redes de companhias aéreas; redes de transmissão, entre outras aplicações. Devido à sua complexidade e à diversidade de cenários que engloba, vários são os enfoques dos trabalhos já publicados.

Em (Cordeau et al., 2006), uma nova formulação estática é fornecida ao projeto de uma cadeia de suprimentos e rede logística de uma fábrica operando em um único país. O objetivo do problema de projeto de redes, no trabalho mencionado, é minimizar os custos fixos e variáveis relacionados à matéria-prima, produção, armazenagem e transporte de produtos, atendendo as demandas dos clientes. As decisões relacionadas ao projeto de redes são classificadas em três grupos, de acordo com sua importância e horizonte de tempo que consideram:

- decisões estratégicas: relacionadas à localização, capacidade e tecnologia empregada em fábricas, com horizonte de tempo de vários anos;
- decisões táticas: seleção de fornecedores, definição de produtos designados a cada fábrica e armazém, bem como definição de canal de distribuição e meio de transporte, cuja revisão pode ser intercalada por poucos meses;
- decisões de operações: referem-se aos fluxos de materiais, produtos semi-acabados e produtos acabados, que podem ser modificados em curto prazo.

O tratamento isolado de tais decisões diminui a complexidade do problema, porém a sua integração como uma rede traz benefícios. Dois métodos de resolução são apresentados: *branch-and-bound* com cálculo de limitantes inferiores via simplex e decomposição de Benders.

Melkote e Daskin (2001) também combinam o problema de localização de facilidades e projeto de redes, considerando o modelo clássico de Problema de Localização de Facilidades com Restrições de Capacidade a partir do qual é determinada a topologia de rede. No modelo sugerido, são consideradas as seguintes hipóteses: cada nó da rede representa um ponto de demanda; facilidades podem ser situadas apenas em nós; apenas uma facilidade pode ser estabelecida em cada nó; os clientes devem se deslocar até as facilidades para serem servidos. O objetivo é minimizar os custos relacionados ao transporte de fluxo entre dois nós, os custos de construção de ligações entre nós e os custos fixos de construção de facilidades nos nós. O artigo descreve várias desigualdades válidas derivadas do modelo, utilizadas para apertar os limitantes do problema relaxado.

Capítulo 2

O problema de localização de facilidades com capacidade limitada e fonte única

Este capítulo aborda o Problema de Localização de Facilidades com Capacidade Limitada e Fonte Única (PLCFU), conhecido na língua inglesa como *Single Source Capacitated Facility Location Problem*. A partir do seu modelo matemático são identificadas estruturas que são exploradas em métodos de resolução na literatura.

2.1 Modelo Matemático

O PLCFU envolve um conjunto J de n clientes e um conjunto I de m locais candidatos para localização de facilidades. Cada cliente j tem uma demanda q_j , a capacidade de uma facilidade instalada no local i é Q_i e cada cliente deve ser atendido por uma única facilidade. A abertura de uma facilidade no local i incorre em custo fixo f_i e se o cliente j é designado à facilidade aberta no local i , tem-se um custo c_{ij} de atendimento ou transporte da demanda q_j .

Este problema é representado pelo seguinte modelo matemático:

$$\min \sum_{i \in I} f_i y_i + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} c_{ij} x_{ij} \quad (2.1)$$

$$\sum_{i \in I} x_{ij} = 1, \quad \forall j \in J \quad (2.2)$$

$$\sum_{j \in J} q_j x_{ij} \leq Q_i y_i, \quad \forall i \in I \quad (2.3)$$

$$\mathbf{x} \in B^{|I||J|}, \mathbf{y} \in B^{|I|}, \quad \forall i \in I, \forall j \in J \quad (2.4)$$

onde todos os coeficientes têm valores não-negativos, $I = [1, m]$ e $J = [1, n]$.

As variáveis binárias x_{ij} indicam quando um dado cliente j está designado a uma dada facilidade i ($x_{ij} = 1$) ou não ($x_{ij} = 0$). As variáveis binárias y_i demonstram quando uma dada facilidade está aberta ($y_i = 1$) ou fechada ($y_i = 0$). A restrição (2.4) explicita o tipo das variáveis. O conjunto de restrições (2.2) assegura que todos os clientes j têm suas demandas atendidas e, diante de x_{ij} binárias, assegura-se que todos os clientes j são designados a uma única facilidade, enquanto que as restrições (2.3) impõem a limitação de capacidade para cada facilidade i aberta.

2.2 Estrutura do Problema

O PLCFU é um problema de programação inteira que pertence à classe dos problemas *NP-difíceis*. Ao se abrir um conjunto de facilidades, isso é, atribuir-se valores binários para as variáveis $y_i, i \in I$, recai-se num **Problema de Designação Generalizado** (PDG), em inglês, *Generalised Assignment Problem* (GAP), que é também um problema *NP-difícil*. Essa e outras estruturas do problema são exploradas em trabalhos da literatura através de diferentes variantes de relaxação lagrangiana, de acordo com a restrição relaxada ou dualizada.

Além disso, ao se relaxar a condição de integralidade das variáveis $x_{ij}, i \in I, j \in J$, fazendo-as contínuas ($0 \leq x_{ij} \leq 1$), e retirar-se as restrições de capacidade (2.3) e substituí-

las por $x_{ij} \leq y_i, \forall i \in I, \forall j \in J$, tem-se o problema de localização de facilidades com capacidade ilimitada, também *NP-difícil*. Tais estruturas podem ser exploradas ao se aplicar uma relaxação lagrangiana adequada.

Uma análise da estrutura do problema passa, portanto, pelas várias possibilidades de relaxação que podem ser aplicadas ao PLCFU, de acordo com a restrição que é escolhida para ser relaxada.

Sejam $u_j, j \in J$ as variáveis duais associadas às restrições (2.2). A relaxação dessas restrições leva ao problema lagrangiano (R.1):

$$(R.1) \quad \min \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} c_{ij} x_{ij} + \sum_{i \in I} f_i y_i + \sum_{j \in J} u_j \left(1 - \sum_{i \in I} x_{ij} \right)$$

$$\sum_{j \in J} q_j x_{ij} \leq Q_i y_i, \quad \forall i \in I \quad (2.3)$$

$$\mathbf{x} \in B^{I \times J}, \mathbf{y} \in B^I, \quad \forall i \in I, \forall j \in J \quad (2.4)$$

Esse problema decompõe-se em m subproblemas com a forma:

$$z_i^{R_1} = \min \sum_{j \in J} (c_{ij} - u_j) x_{ij} + f_i y_i$$

$$\sum_{j \in J} q_j x_{ij} \leq Q_i y_i$$

$$\mathbf{x} \in B^{I \times J}, \mathbf{y} \in B^I, \quad \forall i \in I, \forall j \in J$$

Se $y_i = 0$, então $z_i^{R_1} = 0$. Se $y_i = 1$, então o problema acima corresponde a um problema da mochila, em inglês, *knapsack problem*, com valor ótimo z_i^* e, portanto,

$$z_i^{R_1} = \min \{0, z_i^*\}.$$

Com a adição de um conjunto redundante de restrições, dado por $\sum_{i \in I} Q_i y_i \geq \sum_{j \in J} q_j$, obtêm-se limitantes inferiores mais apertados para o problema relaxado acima. Nesse caso, adotando-se as variáveis duais $r_j, j \in J$ também associadas às restrições (2.2), obtêm-se

novamente o problema (R.1), porém sujeito às restrições adicionais. Esta nova relaxação é representada por (R.2).

$$(R.2) \quad \min \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} c_{ij} x_{ij} + \sum_{i \in I} f_i y_i + \sum_{j \in J} r_j \left(1 - \sum_{i \in I} x_{ij} \right)$$

$$\sum_{j \in J} q_j x_{ij} \leq Q_i y_i, \quad \forall i \in I \quad (2.3)$$

$$\sum_{i \in I} Q_i y_i \geq \sum_{j \in J} q_j \quad (2.5)$$

$$\mathbf{x} \in B^{I \times J}, \mathbf{y} \in B^I, \quad \forall i \in I, \forall j \in J \quad (2.4)$$

Se $y_i = 1, \forall i \in I$, tem-se novamente uma decomposição do problema lagrangiano em m problemas da mochila nas variáveis x_{ij} para cada $i \in I$:

$$M_i = \min \sum_{j \in J} (c_{ij} - r_j) x_{ij} + f_i$$

$$\sum_{j \in J} q_j x_{ij} \leq Q_i, \quad \forall i \in I$$

$$\mathbf{x} \in B^{I \times J}, \quad \forall i \in I, \forall j \in J$$

Desta forma, o problema lagrangiano pode ser reescrito como:

$$\min \sum_{i \in I} M_i y_i + \sum_{j \in J} r_j$$

$$\sum_{i \in I} Q_i y_i \geq \sum_{j \in J} q_j$$

$$\mathbf{y} \in B^I,$$

que também corresponde a um problema da mochila.

Shidharan (1993) demonstra que se x_{ij}^* é a solução ótima de M_i nas variáveis x_{ij} e y_i^* é a solução ótima do problema da mochila nas variáveis y_i , então uma solução ótima do problema lagrangiano é dada por $y_i = y_i^*$ e

$$x_{ij} = \begin{cases} x_{ij}^*, & \text{se } y_i = 1 \\ 0, & \text{se } y_i = 0 \end{cases}$$

Um modelo matemático alternativo à (2.1-2.4), que permite identificar outra estrutura é dado por:

$$\min \sum_{i \in I} f_i y_i + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} c_{ij} x_{ij} \quad (2.1)$$

$$\sum_{i \in I} x_{ij} = 1, \quad \forall j \in J \quad (2.2)$$

$$\sum_{j \in J} q_j x_{ij} \leq Q_i, \quad \forall i \in I \quad (2.3)'$$

$$x_{ij} \leq y_i, \quad \forall i \in I, \forall j \in J \quad (2.6)$$

$$\mathbf{x} \in B^{|I| \times |J|}, \mathbf{y} \in B^{|I|}, \quad \forall i \in I, \forall j \in J \quad (2.4)$$

Sejam $v_i \geq 0, i \in I$ as variáveis duais associadas às restrições (2.3)'. A relaxação desse conjunto de restrições leva ao problema lagrangiano (R.3):

$$(R.3) \quad \min \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} c_{ij} x_{ij} + \sum_{i \in I} f_i y_i + \sum_{i \in I} v_i \left(\sum_{j \in J} q_j x_{ij} - Q_i \right)$$

$$\sum_{i \in I} x_{ij} = 1, \quad \forall j \in J \quad (2.2)$$

$$x_{ij} \leq y_i, \quad \forall i \in I, \forall j \in J \quad (2.6)$$

$$\mathbf{x} \in B^{|I| \times |J|}, \mathbf{y} \in B^{|I|}, \quad \forall i \in I, \forall j \in J \quad (2.4)$$

que corresponde ao problema de localização de facilidades sem restrições de capacidade.

Uma quarta possibilidade de relaxação consiste em associar variáveis duais $w_{ij} \geq 0, \forall i \in I, \forall j \in J$ às restrições (2.6), relaxando-as. O problema lagrangiano (R.4) resultante é dado por:

$$(R.4) \quad \min \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} c_{ij} x_{ij} + \sum_{i \in I} f_i y_i + w_{ij} \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} (x_{ij} - y_i)$$

$$\sum_{i \in I} x_{ij} = 1, \quad \forall j \in J \quad (2.2)$$

$$\sum_{j \in J} q_j x_{ij} \leq Q_i, \quad \forall i \in I \quad (2.3)'$$

$$\mathbf{x} \in B^{I \times J}, \mathbf{y} \in B^I, \quad \forall i \in I, \forall j \in J \quad (2.4)$$

O problema acima decompõe-se em um PDG, nas variáveis \mathbf{x} , e um problema trivial em \mathbf{y} descritos por:

$$\min \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} (c_{ij} + w_{ij}) x_{ij}$$

$$\sum_{i \in I} x_{ij} = 1, \quad \forall j \in J$$

$$\sum_{j \in J} q_j x_{ij} \leq Q_i, \quad \forall i \in I$$

$$\mathbf{x} \in B^{I \times J}, \quad \forall i \in I, \forall j \in J$$

e

$$\min \sum_{i \in I} \left(f_i - \sum_j w_{ij} \right) y_i$$

$$\mathbf{y} \in B^I, \quad \forall i \in I$$

cuja solução é $y_i = 1$ se $\left(f_i - \sum_{j \in J} w_{ij} \right) < 0$ e $y_i = 0$, caso contrário.

A composição de relaxações também resulta em estruturas interessantes para resolução. Sejam as variáveis duais $s_j, j \in J$ associadas às restrições (2.2) e $t_i \geq 0, i \in I$ as variáveis duais associadas às restrições (2.3)'. A relaxação dessas duas restrições leva ao problema lagrangiano (R.5):

$$(R.5) \quad \min \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} c_{ij} x_{ij} + \sum_{i \in I} f_i y_i + \sum_{j \in J} s_j \left[1 - \sum_{i \in I} x_{ij} \right] + \sum_{i \in I} t_i \left[-y_i + \sum_{j \in J} \left(\frac{q_j}{Q_i} \right) x_{ij} \right]$$

$$x_{ij} \leq y_i, \quad \forall i \in I, \forall j \in J \quad (2.6)$$

$$\mathbf{x} \in B^{I \times J}, \mathbf{y} \in B^I, \quad \forall i \in I, \forall j \in J \quad (2.4)$$

Adotando-se variáveis $C_{ij} = c_{ij} - s_j + t_i \left(\frac{q_j}{Q_i} \right)$, tem-se a formulação abaixo:

$$\min \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} C_{ij} x_{ij} + \sum_{i \in I} (f_i - t_i) y_i + \sum_{j \in J} s_j$$

sujeito a (2.4) e (2.6).

Assumindo-se a facilidade i aberta, ou seja, $y_i = 1$, tem-se que a parcela dependente de i na função objetivo é dada por $a_i = f_i - t_i + \sum_{j \in J} \min(0, C_{ij})$, reduzindo-se o problema a:

$$\min \sum_{i \in I} a_i y_i + \sum_{j \in J} s_j$$

$$y_i = 1 \quad \forall i \in K$$

$$x_{ij} \leq 1, \quad \forall i \in K, \forall j \in J \text{ e } x_{ij} = 0, \quad \forall i \notin K, \forall j \in J$$

$$\mathbf{y} \in B^{|I|}, \quad \forall i \in I$$

onde K é o conjunto de facilidades abertas.

Tal problema pode ser resolvido por inspeção: $y_i = 1, \forall i \in K$ e, para as demais facilidades, ordenam-se as mesmas na ordem crescente de a_i e abrem-se as facilidades nesta ordem até que a demanda esteja toda atendida. As designações são determinadas da seguinte forma: $x_{ij} = 1$ se $y_i = 1$ e $C_{ij} \leq 0$; caso contrário, $x_{ij} = 0$.

2.3 Revisão bibliográfica

Uma das primeiras tentativas em otimizar o problema com fontes únicas foi feita por Neebe e Rao (1983), ao abordarem o problema de designação de usuários a fontes, uma aplicação do PLCFU, onde facilidades são chamadas de fontes (provedoras de serviços) e clientes são equivalentes a usuários de tais serviços. Há também uma capacidade de atendimento máxima para cada fonte e cada usuário deve ser atendido por uma única fonte. O problema foi formulado como uma partição de conjuntos e resolvido pelo método *branch-and-bound*. Os autores observam que a solução da relaxação linear em cada nó tem

alta probabilidade de ser inteira, e portanto a árvore *branch-and-bound* não é muito grande. Aplicou-se tal método a alguns problemas de teste com dimensões que variam de 4 a 25 locais candidatos e de 5 a 40 clientes.

Devido à complexidade do PLCFU, o uso de métodos exatos para resolvê-lo restringiu-se a problemas pequenos e médios. Pode-se afirmar que as tentativas mais estudadas e bem sucedidas de resolver grandes problemas de PLCFU, nessa época, basearam-se no desenvolvimento em torno de heurísticas lagrangianas.

Barceló e Casanovas (1984) propuseram uma heurística lagrangiana para o problema em que o número máximo de facilidades era pré-definido, ou seja, o conjunto adicional de restrições do tipo $\sum_{i \in I} y_i \leq K$ é intrínseco ao modelo. São apresentadas três possíveis relaxações lagrangianas: a relaxação R1, a relaxação R3 e uma relaxação que envolve as restrições (2.2) e as restrições introduzidas para limitar o número de facilidades abertas acima citadas. No algoritmo proposto, faz-se uso da relaxação R1 e aplica-se uma heurística de duas fases para encontrar soluções factíveis. Primeiramente, determinam-se as facilidades abertas a partir de uma heurística gulosa baseada no cálculo da vantagem de incluir uma dada facilidade na solução, feito a partir dos multiplicadores de Lagrange e da análise do problema dual. Na segunda fase, resolve-se o PDG resultante, designando-se os clientes a essas facilidades. Inicialmente, adota-se a designação direta dos clientes às facilidades de acordo com o custo mínimo de designação. No entanto, se a solução resultante for inactível, faz-se uma re-designação, adotando-se uma penalidade. A penalidade é calculada pela diferença entre o custo da designação do cliente que leva ao estouro de capacidade de uma dada facilidade (menor custo) e o custo da designação do mesmo cliente à outras facilidades abertas com capacidade suficiente para atendê-lo. Escolhe-se a nova designação através da solução de um problema da mochila usado para estabelecer a menor somatória das penalidades. Alguns resultados foram apresentados para conjuntos de testes envolvendo 2 a 10 locais candidatos e 5 a 20 clientes e apontaram grande dependência entre o algoritmo de resolução do problema da mochila adotado e a performance em tempo computacional.

Klincewicz e Luss (1986) desenvolveram outra heurística lagrangiana a partir de R3. Os subproblemas lagrangianos assim obtidos são problemas de localização de facilidades sem restrição de capacidade, os quais são resolvidos, de forma ótima, pelo método dual ascendente, introduzido por Erlenkotter (1978). A solução inicial é fornecida por uma heurística de adição e, ao final da fase lagrangiana, uma heurística, baseada em custos diferenciais, faz os ajustes necessários para tentar diminuir o custo da solução e melhorar as designações. A meta do trabalho era encontrar bons multiplicadores, para os quais a solução do problema relaxado fosse factível em termos de capacidade para o problema inicial e próxima dos melhores limitantes inferiores encontrados. Foram testados 12 problemas, modificados a partir dos problemas de teste criados por Kuehn e Hamburger (1963), com um número de facilidades candidatas igual a 25 ou 26 e 50 clientes. Os resultados obtidos pela heurística de relaxação lagrangiana foram muito bons e demonstraram que relaxar as restrições de capacidade é vantajoso, pois fornece subproblemas que podem ser resolvidos rapidamente pelo algoritmo crescente dual.

Uma abordagem baseada em R2 e na solução de problemas da mochila foi desenvolvida por Pirkul, em 1987. De acordo com (Beasley, 1993), essa abordagem de Pirkul fornecia a melhor solução factível até então. No trabalho de Pirkul, dois métodos heurísticos foram sugeridos: o primeiro envolve duas fases, a primeira para escolha dos locais dos concentradores e a segunda para alocação dos nós a essas localidades. Faz-se a abertura de locais dos concentradores a partir do compromisso entre custo de abertura e custo de transporte. A avaliação desse compromisso é feita a partir de soluções obtidas variando-se um fator de carga que mede o balanceamento da capacidade ocupada nos concentradores. A designação dos nós é então refeita baseada nos concentradores escolhidos na fase inicial. O segundo método usa a relaxação lagrangiana R2, tentando estabelecer uma solução factível para cada fase do método subgradiente. As soluções do problema relaxado podem envolver casos em que os nós são servidos por mais de um concentrador e nós que não são servidos por nenhum. Além disso, é possível que a capacidade dos concentradores escolhidos não atenda a demanda. A heurística primeiramente resolve a questão da capacidade faltante, adicionando-se concentradores que não estão na solução do problema relaxado e que causem a menor redução do limitante

inferior, até que a capacidade seja suficiente para a demanda. Depois é refeita a designação dos nós: aqueles designados a um único concentrador são mantidos e um novo problema é montado com nós não designados ou com designações múltiplas. Além disso, os casos de capacidade excedida também são revisados. O problema resultante tem dimensões reduzidas, e é resolvido baseado em minimização de custos de designações (técnica de arrependimento). Aplica-se ainda análise de sensibilidade, resultando na redução do problema, já que os limitantes encontrados são bastante próximos das melhores soluções factíveis: privilegia-se a fixação de variáveis y_i , já que sua eliminação ($y_i = 0$) corresponde a várias designações x_{ij} fixadas em 0. Após análise de sensibilidade, nos casos em que não há uma solução ótima, aplica-se um algoritmo de *branch-and-bound*, com dois níveis: no primeiro, fixam-se as localidades dos concentradores (variáveis y_i); quando um conjunto de variáveis y_i é escolhido, forma-se uma nova árvore, para a designação dos nós (fixam-se as variáveis x_{ij}). Resultados computacionais envolvendo problemas de 10 ou 20 potenciais concentradores e de 40 a 100 clientes são apresentados.

Darby-Dowman e Lewis (1998) definiram uma classe de PLCFU para a qual, através de R3, produz-se soluções infactíveis para o problema não-relaxado, independentemente dos valores dos multiplicadores usados. Essa classe é determinada pela relação entre custos fixos e custos variáveis das facilidades. Com isso, demonstraram que a relaxação lagrangiana não é um bom método de resolução para um dado conjunto de casos de testes e uma verificação preliminar da condição que define tal conjunto é desejável para se evitar a escolha de um método errado de resolução.

Barceló et al. (1991) consideraram, tanto no modelo com variáveis x_{ij} contínuas ($0 \leq x_{ij} \leq 1$), quanto no modelo com variáveis x_{ij} inteiras ($\mathbf{x} \in B^{|\mathbf{I}||\mathbf{J}|}, \forall i \in \mathbf{I}, \forall j \in \mathbf{J}$), a adição de duas restrições. A primeira restringe o número de facilidades abertas: $\sum_{i \in \mathbf{I}} y_i \leq K$. A segunda garante ao problema com variáveis contínuas, que o conjunto de plantas selecionado, em cada passo da decomposição, satisfaz a demanda requerida: $\sum_{i \in \mathbf{I}} Q_i y_i \geq \sum_{j \in \mathbf{J}} q_j$. O problema foi reformulado, adicionando-se variáveis auxiliares,

$x_{ij} = w_{ij}$, para aplicação do método de decomposição lagrangiana, que também é conhecido como separação de variáveis. Faz-se uso das novas variáveis w_{ij} nas restrições (2.2), mantendo-se as demais com x_{ij} . Separa-se a componente $\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} x_{ij}$ da função objetivo em $\alpha \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} x_{ij} + \beta \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} w_{ij}$, onde $\alpha + \beta = 1$. Relaxa-se então o novo conjunto de restrições adicionado, recaindo-se em dois problemas mais simples: um que trata as variáveis \mathbf{x}, \mathbf{y} e outro que contém apenas \mathbf{w} como conjunto de variáveis. O problema em w é um problema de designação simples, enquanto que outro pode ser resolvido por projeção no espaço y , ou seja, para cada facilidade é estimado o benefício de sua abertura, resolvendo-se o problema da mochila em \mathbf{x} , e optando-se pela abertura das facilidades através da resolução do problema da mochila em y . Obtém-se assim limitantes inferiores para o problema original e seu aprimoramento é feito pela adoção do método do subgradiente na atualização dos multiplicadores de Lagrange. Uma heurística é utilizada na obtenção de limitantes superiores e um procedimento de *branch-and-bound* encerra a busca de soluções.

Sridharan, em 1993, considerou relaxações lagrangianas R2 e R3. O emprego de R3 implica na resolução de um problema sem restrições de capacidade a cada iteração da heurística lagrangiana. Já a adoção de R2 recai em um problema dual lagrangiano equivalente ao problema da mochila para cada facilidade. A heurística apresentada baseou-se em R2. Cada solução ao problema dual resulta em um conjunto de variáveis $y_i = 1$, que reduz o problema ao problema de transportes com fonte única, além de fornecer um limitante inferior. A soma do custo solução do problema de transportes e dos custos de abertura do conjunto de facilidades resulta no limitante superior. Empregam-se algoritmos conhecidos na resolução dos problemas da mochila e no problema de transportes. O artigo ainda demonstra como a heurística pode ser adaptada ao problema de *bin packing* e localização de concentradores.

Beasley (1993) propôs uma heurística baseada em R5, com aplicação do método do subgradiente para otimização dos limitantes inferiores e redução do problema a partir da exclusão de variáveis y_i definidas como abertas ou fechadas a partir de testes. Criou-se, desse modo, um algoritmo mais robusto, gerando soluções de boa qualidade para os

diferentes problemas de localização de facilidades: p -medianas, sem restrições de capacidade, com restrições de capacidade e com restrições de capacidade com fonte única. Para cada problema, Beasley criou uma heurística específica, sendo que, para o PLCFU, propôs um procedimento de designação em que, para um dado conjunto de facilidades abertas, consideram-se os clientes em ordem decrescente de demanda e são avaliadas apenas as facilidades com capacidade suficiente para atender toda a demanda do cliente. Seus resultados superaram os obtidos por Klincewicz e Luss, porém perderam para os resultados de Pirkul.

Agar e Salhi (1998) aprofundaram o trabalho de Beasley através de eficientes modificações. Adotaram R5 e obtiveram o conjunto de facilidades a serem abertas por inspeção. Uma solução primal factível foi, então, construída, baseada na resolução do PDG em duas fases: na primeira, o problema não-capacitado é resolvido, alocando-se os clientes às facilidades abertas; então, há um procedimento de re-designação, baseado em penalidades, a fim de restaurar a factibilidade, seguido da solução do problema da mochila. Quando o problema é do tipo fonte única, o método de solução é modificado, já que, após a determinação das facilidades a serem abertas, o problema reduzido torna-se um PDG. O método de resolução do PDG indicado é uma aproximação proposta por Barceló e Casanovas (1984), em que um método de duas fases é adotado: primeiramente o problema sem restrições de capacidade é resolvido, relaxando-se as restrições de capacidade, o que cria uma solução binária que não é necessariamente factível. Penalidades são impostas e re-designações são tentadas. As melhorias verificadas em relação ao modelo de Beasley devem-se a uma busca mais efetiva e ao uso mais eficiente da solução do problema dual para obter o limitante superior. O benefício do uso de soluções aproximadas nos sub-problemas também é demonstrado.

Ferreira Filho e Galvão (1998) propuseram uma busca tabu para o problema de localização de concentradores. O artigo visa responder perguntas como, quantos e onde devem ser instalados os concentradores que atendem a uma rede e que usuários devem ser atendidos por cada concentrador. Para tal, foi desenvolvida uma heurística de busca tabu. Uma heurística de relaxação lagrangiana, a partir de R1, foi também desenvolvida para fornecer limitantes para comparações de desempenho. Na heurística de busca tabu, a

duração tabu adotada depende dos movimentos executados, sendo portanto, dinâmica. A solução inicial foi obtida pela heurística aditiva de Klincewicz e Luss (1986), e, a partir dela, a vizinhança é formada usando movimentos de abertura e fechamento de concentradores. Ao invés de solucionar um problema de designação a cada movimento executado, utilizaram-se procedimentos heurísticos para cálculo das economias obtidas com o mesmo, isto é, os concentradores adicionados foram ocupados, de tal modo que o custo de designação a eles associado não supera o melhor custo de designação até então encontrado. Se a capacidade do concentrador aberto é insuficiente para atender a demanda dos usuários re-alocados, a estimativa de economia é ajustada por um fator igual à razão entre a capacidade do concentrador e a soma das demandas dos usuários. No movimento de fechamento, os usuários foram re-designados aos concentradores já existentes. Os valores de economia, ao invés de calculados de forma precisa, foram estimados por expressões matemáticas, economizando, assim, tempo computacional. Os melhores movimentos são executados e após a definição do movimento envolvendo concentradores, faz-se a re-designação dos usuários por dois critérios: alocação na ordem decrescente de custo diferencial entre o melhor e o segundo melhor movimento (técnica de arrependimento) e, para movimentos promissores (que levam a soluções melhores que a incumbente), uma alocação exata. O critério de parada foi definido pelo número máximo de 250 iterações ou 100 iterações sem melhoria de função objetivo. A heurística de busca tabu desenvolvida inclui apenas estratégias de curto prazo e os resultados obtidos com problemas de até 20 potenciais concentradores (facilidades) e 100 usuários (clientes) mostraram-se competitivos com outros métodos.

Hindi e Pienkosz (1999) voltaram a utilizar R2. O cálculo dos limitantes inferiores é similar ao adotado em (Sridharan, 1993). Soluções factíveis e limitantes superiores foram determinados por um procedimento diferente, o qual combina uma heurística construtiva gulosa, baseada no máximo arrependimento, com uma busca em vizinhança restrita. A relaxação aplicada recai em $m + 1$ problemas da mochila e adota-se o algoritmo de Martello e Toth (1990) para resolvê-lo. O método do subgradiente também foi adotado e as escolhas dos multiplicadores iniciais e do passo seguiram procedimentos empíricos. A heurística utilizada para obter a solução inicial factível, bem como para encontrar limitantes

superiores ao final de cada iteração do método do subgradiente (ou, em problemas de larga escala, apenas em iterações que levam a limitantes inferiores menores), consiste de três fases, com pequenas diferenças entre os dois usos. Na primeira fase da heurística, utiliza-se o máximo arrependimento. Associa-se uma penalidade para se designar um cliente a uma dada facilidade: no caso da planta não estar aberta, a penalidade corresponde a $c_{ij} + \frac{f_i q_j}{Q_i}$; caso a planta esteja aberta, a penalidade é apenas c_{ij} . Quando o que se busca são os limitantes superiores, apenas c_{ij} é utilizado. O valor de arrependimento é calculado para cada cliente não designado como a diferença entre o segundo menor e o menor valores de penalidade, tomando-se as facilidades que possuem capacidade residual suficiente para atender a demanda do cliente. Se apenas uma facilidade tem capacidade residual suficiente, o valor de arrependimento para tal designação é adotado como sendo um valor elevado. O algoritmo é repetido até que todos os clientes sejam designados: escolhe-se o cliente não designado com máximo arrependimento e o mesmo é designado à planta em que há capacidade residual e com menor valor de penalidade. Caso nenhuma planta tenha capacidade suficiente, aloca-se o mesmo àquela com maior capacidade residual. A cada designação, atualizam-se os valores de arrependimento e penalidade. Inicia-se então uma segunda fase de busca pela factibilidade com uso de movimentos de inserção e troca de clientes que resultem em diminuição da infactibilidade. Finalmente, faz-se uma busca em vizinhança restrita, a partir de deslocamentos e trocas de clientes que visam diminuição do custo total, sendo que apenas movimentos factíveis são permitidos. A solução obtida visa principalmente problemas de larga escala (de 1000 clientes e 100 locais candidatos), porém mostrou-se também satisfatória em problemas menores (de 10 a 20 locais candidatos e 20 a 50 clientes).

Delmaire et al. (1999) testaram várias heurísticas para o PLCFU: algoritmo evolutivo; GRASP; *simulated annealing* e busca tabu. Todos os algoritmos propostos fazem uso direto da estrutura do problema e dividem a solução do mesmo em duas etapas: uma, para seleção das facilidades, e outra para designação dos clientes às mesmas. Além disso, exploram a mesma estrutura de vizinhança, o que inclui a exploração de regiões infactíveis. O

algoritmo evolutivo partiu de uma população inicial de soluções e as modificou via *crossover* e mutação. A estrutura utilizada para representar a população baseou-se em dois vetores: um vetor binário com número de elementos igual ao número de facilidades e um vetor de inteiros com número de elementos igual ao número de clientes. Em um primeiro nível, pratica-se *crossover* e mutação no vetor de facilidades. Para cada conjunto de facilidades abertas, aplica-se um algoritmo evolutivo na designação dos clientes. O GRASP inicia-se com a fase construtiva: facilidades são abertas e clientes são designados a elas de tal forma que a capacidade delas não seja ultrapassada. Uma vez designado, um cliente jamais será re-designado a outra facilidade nessa heurística. Em cada facilidade, os clientes são alocados em ordem de custo de designação, enquanto que as facilidades são abertas de

acordo com uma função gulosa dada por: $\tau_i = \frac{f_i + \sum_{j \in C_i} c_{ij}}{|C_i|}$, onde C_i corresponde ao

conjunto de clientes não designados tal que a soma das suas demandas não supera a capacidade em i . Todas as facilidades fechadas são avaliadas e é aberta aquela que tem o menor valor associado. Nessa facilidade, são designados os clientes disponíveis, de acordo com a ordem de custo de designação. Uma busca local é então aplicada com cinco diferentes tipos de movimento: deslocamento de clientes; troca de clientes; fechamento de facilidades; troca de todos os clientes entre duas facilidades (mantendo-se o conjunto de facilidades abertas) e troca de todos os clientes entre duas facilidades em estados diferentes (uma facilidade aberta é fechada e seus clientes são designados a uma facilidade originalmente fechada). A redução da infactibilidade é obtida por deslocamentos e trocas de clientes. O algoritmo de *simulated annealing* também é dividido em uma fase de escolha de facilidades e outra de designação de clientes. Na escolha das facilidades utiliza-se uma variação da heurística gulosa, onde facilidades são abertas até que a demanda dos clientes seja satisfeita. Os clientes não designados são alocados na ordem decrescente de demanda, privilegiando as facilidades com maior capacidade residual. As melhores soluções são separadas e o *simulated annealing* é aplicado, e soluções com custos fixos maiores que os custos da melhor solução são desprezadas. A busca é feita baseada em trocas e deslocamentos de clientes, permitindo-se movimentos infactíveis. Finalmente, o algoritmo

de busca tabu aplicado tem sua fase inicial de escolha de soluções similar ao mecanismo usado no algoritmo anterior, porém as designações dos clientes nas soluções separadas é feita através de uma busca tabu. Novamente os movimentos são de troca e deslocamento de clientes e a lista tabu é uma lista circular de pares (i, j) com duração tabu fixa. O critério de aspiração garante que soluções com função objetivo melhor e que não aumentem a infeasibilidade sejam permitidas. A diversificação é feita ao término do ciclo de busca, reiniciando-se o processo, não mais a partir dos custos de designação, mas pela escolha de designações de clientes a facilidades com de baixa frequência de residência. Os algoritmos propostos foram bem sucedidos, provendo resultados melhores dos que até então encontrados para os conjuntos de teste utilizados (com 10 a 20 clientes e 20 a 50 locais candidatos). O algoritmo evolutivo foi bem apenas nas instâncias menores. *Simulated annealing* e GRASP mostraram-se bastante eficazes, porém a busca tabu foi o melhor algoritmo testado.

A partir do estudo anterior, Delmaire et al. concluíram que uma abordagem híbrida seria promissora, desde que unisse a velocidade do GRASP para encontrar boas soluções iniciais e a sofisticação da Busca Tabu. E, nesse mesmo ano, publicaram resultados para um GRASP reativo, uma busca tabu e dois modelos híbridos de busca tabu e GRASP. O problema relaxado é tratado, sendo que a relaxação é feita com a inclusão de condições de contorno à formulação original do problema. Além disso, uma função de penalidade é incluída na função objetivo, para calcular o grau de infeasibilidade da solução. Alguns movimentos são utilizados a fim de explorar a mesma vizinhança nos diferentes métodos aplicados. Os movimentos usados em todos os métodos são: inserção de clientes; troca de clientes; troca entre facilidades abertas; trocas entre uma facilidade aberta e uma fechada e inclusão de facilidade fechada. O GRASP reativo baseou-se no GRASP anteriormente desenvolvido, porém, nesse caso, os parâmetros de decisão se auto-calibram. O GRASP é um método baseado em duas fases que se alternam: na primeira, uma solução é obtida e, na segunda, uma busca local é executada. Uma lista de candidatos é construída e o elemento que compõe a solução construtiva é aleatoriamente escolhido. No caso do GRASP reativo, os parâmetros de aleatoriedade se auto-calibram. A heurística construtiva utilizada nunca fere a capacidade das plantas abertas e os clientes são alocados na ordem crescente de custo

de alocação, não sendo re-designados até que a busca local seja praticada. As plantas são abertas também pela ordem crescente da função gulosa que caracteriza a heurística construtiva. Na busca local existe um procedimento de factibilização que finaliza a heurística. A busca tabu empregada utiliza uma fase construtiva que ao invés de se caracterizar por alocar todos os clientes sem violar as capacidades, prioriza a abertura de plantas até que a demanda dos clientes sejam atendidas. A intensificação trabalha apenas com deslocamentos e trocas de clientes. No primeiro dos modelos híbridos, a busca começa com uma fase de diversificação baseada no GRASP, seguida de uma intensificação. No segundo modelo híbrido, inicia-se com o GRASP reativo e na segunda fase do mesmo a busca tabu é utilizada como mecanismo de fortalecimento da busca local, com elementos de intensificação e diversificação da busca tabu aplicados após a fase construtiva e busca local. Os resultados mostraram que os métodos foram eficientes, com um tempo de resposta pequeno e resultados melhores que os obtidos até aquele momento (conjuntos de teste com 20 a 90 clientes e 10 a 30 locais candidatos), destacando-se os modelos híbridos.

Holmberg et al. (1999) propuseram a aplicação do método conhecido por *repeated matching* que consiste num algoritmo que resolve uma série de problemas de *matching* até que um critério de convergência seja satisfeito. São associados uma heurística lagrangiana, com otimização por subgradiente; uma heurística primal forte, com *repeated matching*; e um *branch-and-bound*. Aplica-se *branch-and-bound* para resolver o problema de forma exata e a heurística lagrangiana é utilizada para encontrar limitantes em cada nó da árvore de *branch-and-bound*, atingindo limitantes inferiores e superiores. O processo de ramificação envolve as variáveis y e x , o que demonstrou ser mais eficiente em termos de tempo computacional e tamanho da árvore. As soluções iniciais são obtidas a partir de R1, recaindo-se em problemas da mochila resolvidos por Martello e Toth (1990). Através do método subgradiente, resolve-se o problema dual, atingindo-se um limitante inferior. A partir daí alguns testes de penalidade são aplicados para redução do problema. Aplica-se então uma heurística primal simples que resulta em uma solução factível e um limitante superior. A heurística remove entregas desnecessárias a clientes que recebem sua demanda de mais de uma facilidade, priorizando a retirada de facilidades com maior custo de designação. Depois, clientes sem entrega são adicionados a facilidades com capacidade

suficiente e menor custo possível. Se nenhuma facilidade já aberta é capaz de atender tal cliente, uma a facilidade com menor custo total é aberta. Uma heurística primal forte é então utilizada: aplica-se o algoritmo de *repeated matching*. Algumas designações são removidas quando melhorias não são verificadas (*splitting*), o que reduz o problema original e auxilia na busca um limitante superior melhor. Os parâmetros do método do subgradiente são atualizados, retornando-se para a solução de um novo problema dual e aplicação de novas ramificações e cortes, até que se atinja o critério de parada. Os autores comparam o desempenho dessa implementação com resultados obtidos pelo CPLEX para problemas com 10 a 30 locais candidatos e 50 a 200 clientes, demonstrando a eficiência do método.

Uma heurística baseada em um algoritmo de *repeated matching*, foi sugerida por Rönnqvist et al. (1999). Inicialmente, define-se um empacotamento factível e computam-se os custos de *matching*. Resolve-se então o problema de *matching* e verifica-se se houve uma melhoria. Caso haja melhoria na solução local, retorna-se ao cálculo de custos de *matching*, recaindo em novo problema a ser resolvido. Se não há tal melhoria, resolve-se o PDG resultante e atualiza-se a melhor solução global: caso o número de iterações não tenha chegado ao fim, a melhor solução local deve ser reposta e reinicia-se o processo de *matching*. Os resultados apresentam certa melhora em relação aos resultados de Pirkul (1987), em três conjuntos de problemas aleatoriamente gerados com dimensões de 10 a 30 facilidades candidatas e 50 a 150 clientes. O artigo explica em detalhes a montagem dos blocos da estrutura de *matching*.

Ahuja et al. (2002) desenvolveram uma técnica de vizinhança ampla para o PLCFU, base do trabalho publicado posteriormente em 2004. A vizinhança de larga escala inicialmente considerada é a vizinhança de clientes, que é obtida ao se variar ciclicamente as designações de clientes solitários e de conjuntos de clientes entre as facilidades. A busca em tal vizinhança é parcial, através de uma heurística que detecta ciclos de custo negativos nos grafos. São analisadas tanto as múltiplas trocas aplicadas a um único cliente, em um grafo de melhoria de clientes, quanto as múltiplas trocas aplicadas a múltiplos clientes, em um grafo de melhoria de facilidades. Uma segunda vizinhança de larga escala utilizada é aquela obtida pela abertura e fechamento de facilidades e troca entre facilidades, o que

pode ser acompanhado de uma mudança completa ou nenhuma mudança em termos de designações de clientes. A seleção de movimentos de clientes busca arranjá-los a um menor custo de designação. Porém, avaliar dentre todos os movimentos factíveis aqueles que são lucrativos é uma tarefa *NP-difícil*. Portanto, o uso de estimativas, criando-se métodos heurísticos, possibilita a re-designação parcial para cálculo de economia. Com isso, ganha-se em tempo e diminui-se a complexidade. O algoritmo de busca parte de uma solução inicial factível e procede com mudanças locais obtidas através de movimentos de facilidades e clientes. Primeiramente são testados movimentos de transferências entre facilidades, que são menos custosos e levam a melhorias significativas. Aplica-se na seqüência múltiplas trocas de clientes. Uma vez verificadas todas as múltiplas trocas lucrativas de clientes, realizam-se movimentos de abertura, fechamento e transferências facilidades, seguidos de nova busca de múltiplas trocas lucrativas de clientes. Finalmente, quando nenhum movimento de facilidade é possível dentro do processo de múltiplas trocas de clientes, aplica-se a troca de clientes solitários. A fim de evitar que o algoritmo fique preso a um ótimo local, aplicam-se também múltiplos reinícios, que produzem várias soluções iniciais factíveis (adotando-se R1 e o método do subgradiente). Mesmo sem a utilização de um algoritmo de busca mais elaborado, os resultados obtidos demonstram efetividade do método e das estruturas de vizinhança para resolver problemas de larga escala.

O trabalho de Captivo e Cortinhal (2003) tem por objetivo desenvolver uma solução baseada em heurística lagrangiana, porém reforçada por procedimentos de busca. Um conjunto de restrições redundantes é adicionado ao problema ($\sum_{i \in I} Q_i y_i \geq \sum_{j \in J} q_j$), a fim de gerar limitantes inferiores mais apertados, recaindo-se em R3. Primeiramente, estabelecem-se os limitantes, utilizando-se o algoritmo de Martello e Toth (1990) para o problema da mochila e o método do subgradiente. Esses resultados do problema relaxado, obtidos a cada iteração do método do subgradiente, são submetidos a uma heurística de re-designação de duas fases, a qual busca soluções factíveis ao problema não relaxado. Na primeira fase, faz-se as designações dos clientes designados a mais de uma facilidade àquelas com menor custo de designação. Ordenam-se então os clientes que não estiverem designados pela

ordem decrescente de demandas e designa-se os mesmos às facilidades com capacidade residual suficiente. Caso tal facilidade não exista, é feita a designação à facilidade com menor custo de designação. A segunda fase inicia-se a partir de tal solução, realizando uma busca, com movimentos de troca de clientes e deslocamento de clientes. Busca local e busca tabu foram implementados. Em ambas, a região de inactibilidade pode ser visitada. A busca local, baseada em método local decrescente, privilegia o movimento que mais melhora a solução corrente, dentre todos os movimentos possíveis. Se a solução corrente é factível, soluções factíveis com menor custo são favorecidas, e se a solução corrente é inactível, soluções com menor grau de inactibilidade são favorecidas. A busca tabu foi desenvolvida com mecanismos de oscilação estratégica e movimentos compostos. O movimento de troca é considerado tabu se pelo menos um dos clientes é tabu para a facilidade que o está recebendo. Já na inserção, o movimento é tabu se o cliente é designado para uma facilidade em que o mesmo é proibido. A duração tabu é proporcional à frequência da designação desde o início da busca. A aspiração é baseada na função objetivo, em que soluções que a melhoram são sempre permitidas. A busca na inactibilidade é feita sempre que m iterações sem melhoria forem executadas. O critério de parada é baseado no número máximo de iterações e/ou no número máximo de iterações sem melhoria. A heurística lagrangiana com busca tabu mostrou-se mais promissora que a busca local e os resultados obtidos para problemas de teste variados foram muito bons. Verificou-se também que a média de desvios entre limitante inferior e superior é altamente dependente dos valores e características desses casos de teste e da estrutura de dados utilizada pelos mesmos.

Capítulo 3

Busca Tabu aplicada ao PLCFU

Neste capítulo é apresentado o método heurístico desenvolvido neste trabalho para a resolução do PLCFU, que contém quatro fases. A fase 1 trata de heurísticas construtivas para a obtenção de uma solução inicial e de uma busca local para a designação de clientes a facilidades. A fase 2 envolve um algoritmo de busca tabu para a seleção de facilidades a serem abertas e, para um dado conjunto de facilidades abertas, a designação de clientes a estas facilidades é feita através de regras heurísticas e de busca local. A fase 3 envolve uma pós-otimização através da estratégia de religação de caminhos (*path relinking*). Finalmente, a fase 4 compreende outro algoritmo de busca tabu para designação de clientes a facilidades, que é aplicado às melhores soluções obtidas na fase 3. A qualidade das soluções obtidas pelo método heurístico é avaliada por um limitante inferior obtido por relaxação lagrangiana, apresentada no final do capítulo.

A busca tabu foi introduzida por Glover (1986) e desenvolvida em detalhes pelo autor (Glover, 1989, 1990) e em parceria com Laguna (Glover e Laguna, 1997), como uma estratégia de busca local baseada em memória que transcende a otimalidade local através da proibição de certos movimentos. A memória tem estruturas de curto e de longo prazo. A

forma usual da memória de curto prazo monitora os atributos da solução que foram alterados no passado recente. Atributos selecionados que ocorrem em soluções visitadas recentemente são armazenados em uma lista tabu para impedir a ciclagem de soluções visitadas e forçar a investigação de outras regiões do espaço de soluções. A memória de longo prazo contém uma história seletiva de soluções encontradas durante a busca, bem como de seus atributos.

É uma metaheurística que tem sido aplicada com sucesso em uma grande variedade de problemas de otimização combinatória (Glover e Laguna, 1997). A busca tabu, nesse sentido, foi relativamente pouco explorada na resolução do PLCFU, e isto motiva seu uso neste trabalho.

3.1 Heurísticas Construtivas e Busca Local de Designação

A seguir, são apresentadas as heurísticas construtivas propostas para a obtenção de uma solução inicial para o PLCFU. Ao se fixar as facilidades abertas dessa solução, aplica-se uma heurística construtiva e uma busca local para resolver o problema de designação generalizado (PDG).

3.1.1. Geração de um Conjunto Inicial de Facilidades Abertas

A heurística construtiva para geração de um conjunto inicial de facilidades abertas para o PLCFU é baseada nas heurísticas construtivas de Klincewicz e Luss (1986) e Delmaire et al. (1999).

Klincewicz e Luss (1986) propõem uma heurística construtiva que adiciona uma facilidade por vez ao conjunto de K facilidades abertas. Nessa heurística, primeiro abrem-se facilidades e, posteriormente, designam-se clientes às facilidades abertas. Na descrição da heurística a seguir, denota-se Z^s como o custo da melhor solução corrente ou solução incumbente.

Passo 0. Faça $K = \emptyset$ e $Z^s = \infty$.

Passo 1. Para cada facilidade $i \notin K$, calcule uma estimativa R_i da economia resultante caso a facilidade i seja incluída em K . Para tal, calcule inicialmente a economia w_{ij} de se designar um cliente j à facilidade $i \notin K$ em lugar de designar j a $k \in K$:

$$w_{ij} = \max \left\{ \min_{k \in K} (c_{kj} - c_{ij}), 0 \right\},$$

e seja $\Omega_i = \sum_{j \in J} w_{ij}$, $i \notin K$, a economia em relação a todos os clientes (todos os clientes são designados a i em lugar de k).

$$\text{Seja } h_i = \min \left\{ \frac{Q_i}{\sum_{\{j: w_{ij} > 0\}} q_j}, 1 \right\}, \text{ a proporção da capacidade } Q_i \text{ utilizada por clientes } j$$

em que a economia w_{ij} é positiva. Como o custo de abertura da facilidade i é f_i , então a estimativa R_i é definida por:

$$R_i = \Omega_i h_i - f_i, \quad i \notin K.$$

Passo 2. Abra a facilidade i' que atinge o máximo R_i para $i \notin K$ e adicione i' a K .

Passo 3. Se $\sum_{i \in K} Q_i < \sum_{j \in J} q_j$, volte ao passo 2. Caso contrário, continue.

Passo 4. Para cada cliente j , calcule o custo diferencial entre a melhor e a segunda melhor designação em K . Ordene j em ordem decrescente de custos diferenciais.

Passo 5. Para cada cliente j ordenado, designe o mesmo à facilidade aberta com mínimo custo de designação e capacidade remanescente suficiente. Se, para algum cliente j , nenhuma designação factível é possível, retorne ao passo 2. Caso contrário, continue.

Passo 6. Qualquer facilidade i sem nenhum cliente designado deve ser removida de K e não deve ser re-adicionada em iterações futuras. Se o custo total da última solução factível encontrada for menor que Z^s , atualiza-se Z^s com seu valor e retorna-se ao passo 1. Caso contrário, pare.

Delmaire et al. (1999) propõem uma heurística construtiva gulosa, que abre uma facilidade por vez, e é usada em conjunto com a metaheurística GRASP. Na descrição desta heurística a seguir, C representa o conjunto de clientes designados a facilidades abertas.

Passo 0: Faça $K = \emptyset$ e $C = \emptyset$.

Passo 1: Enquanto $C \neq J$ faça:

Para $i \notin K$, ordene os clientes na forma crescente dos custos c_{ij} , $j \notin C$ e designe cada cliente, na ordem dos custos, à facilidade no local i , tal que a soma das demandas não supere a capacidade em i . Seja C_i , o conjunto destes clientes. Para $i \notin K$, calcule:

$$\tau_i = \frac{f_i + \sum_{j \in C_i} c_{ij}}{|C_i|}$$

Abra a facilidade i^* , tal que $i^* = \operatorname{argmin}\{\tau_i, i \notin K\}$, e atualize $C = C \cup C_{i^*}$.

Na heurística acima, decide-se simultaneamente qual facilidade abrir e quais clientes são designados a ela. A heurística de Klincewicz e Luss (1986) mostra-se mais promissora, pois separa tais decisões. No entanto, a primeira facilidade aberta nesta última heurística é escolhida como aquela de menor custo fixo, que é um critério pobre. Por este motivo, a primeira facilidade aberta é escolhida de acordo com o critério da heurística de Delmaire et al. (1999), que leva em consideração o custo fixo e o custo de designação. Portanto, a heurística construtiva de seleção de facilidades abertas proposta neste trabalho segue a heurística de Klincewicz e Luss (1986), com exceção da primeira facilidade, que é escolhida de acordo com o critério de Delmaire et al. (1999).

3.1.2. Heurística de Designação de Clientes

Verifica-se que a heurística construtiva proposta fornece uma boa solução inicial em termos de facilidades abertas. No entanto, a designação dos clientes às facilidades abertas nem sempre gera bons resultados. Martello e Toth (1981) propuseram funções $f(i, j)$ para o problema de designação generalizado (PDG), que são usadas para designar clientes a facilidades abertas. A idéia principal é o cálculo, para cada cliente j , da diferença entre o segundo menor e o menor valor da função $f(i, j)$, conhecido como arrependimento

(*regret*), e a designação dos clientes em ordem decrescente desta diferença. Para cada cliente, a facilidade mais atrativa é dada por

$$\rho_j = \max_i \min_{s \neq i} (f(s, j) - f(i, j))$$

ou

$$\rho_j = \min_{s \neq i_j} (f(s, j) - f(i_j, j))$$

em que $i_j = \arg \min_i f(i, j)$. Para o conjunto de facilidades abertas pela heurística da seção 3.1.1., o procedimento de Martello e Toth (1981) pode ser descrito da seguinte maneira:

Passo 0. Crie uma cópia do vetor de capacidades das facilidades localizadas em i , $Q_i' = Q_i, i = 1, \dots, m$, para guardar a capacidade residual de cada facilidade após as designações.

Passo 1. Crie, para cada cliente j , o conjunto das facilidades cuja capacidade residual atende a demanda de tal cliente: $F_j = \{i : q_j \leq Q_i'\}, j \in J$. Se este conjunto é vazio para algum j , então não há solução factível para o problema. Caso contrário, encontre:

$$i_j = \arg \min_{i \in F_j} f(i, j), \quad j \in J;$$

$$\rho_j = \min_{\substack{s \in F_j \\ s \neq i_j}} (f(s, j) - f(i_j, j)), \quad j \in J.$$

Passo 2: Seja $\hat{j} = \arg \max_{j \in J} \rho_j$, ou seja, \hat{j} é o próximo cliente a ser designado, e aloque-o à facilidade $i_{\hat{j}}$. Então, atualize a capacidade residual em $i_{\hat{j}}$ e retire o elemento \hat{j} de J :

$$Q_{i_{\hat{j}}}' = Q_{i_{\hat{j}}}' - q_{\hat{j}} \text{ e } J = J \setminus \{\hat{j}\}.$$

Passo 3: Se o conjunto $J = \emptyset$, pare: foi encontrada uma solução factível para o PDG. Caso contrário, volte ao Passo 2.

Martello e Toth (1981) propuseram quatro funções:

$$(1) \quad f(i, j) = c_{ij}$$

$$(2) \quad f(i, j) = q_j$$

$$(3) \quad f(i, j) = q_j / Q_i$$

$$(4) \quad f(i, j) = -c_{ij} / q_j$$

A função (1) tem como principal motivação a busca pelas designações de menores custos. A função (2) e (3) visam designar clientes que demandem o mínimo de capacidade absoluta ou relativa. A função (4) combina os efeitos de custo e demanda.

A heurística de designação aqui proposta emprega primeiro a função (1) e, caso nenhuma solução factível seja encontrada, é feita uma tentativa com o critério (2).

3.1.3. Busca Local para o Problema de Designação Generalizado

A solução inicial S obtida na seção anterior constitui o ponto de partida para uma busca local ou busca em vizinhança de descida. A busca local é definida por um operador denominado movimento que conecta a solução S a outra solução chamada solução vizinha S' . O movimento induz uma vizinhança da solução S que contém todas as soluções vizinhas geradas pelo movimento aplicado a S . No caso estudado, todas as soluções vizinhas são visitadas e a solução vizinha factível de menor custo é escolhida para prosseguir com a busca local, desde que seu custo seja inferior ao custo de S . Esse procedimento continua até que a vizinhança não contenha soluções de custo inferior, e nesse caso, tem-se um mínimo local em relação à vizinhança.

A busca local empregada neste trabalho envolve dois tipos de movimento. O primeiro tipo é o movimento de troca entre dois clientes designados a facilidades distintas. Esse é um movimento de influência menor, pois mantém a cardinalidade dos clientes designados às facilidades. O segundo tipo é o movimento de inserção que retira um cliente designado a uma facilidade e o aloca a outra facilidade, e que tem influência maior que o movimento de troca. Outros tipos de movimento foram testados, tais como a troca de até dois clientes designados a facilidades distintas, mas que não se mostraram promissores, por requerem

maior tempo computacional e resultam em melhoria marginal em relação aos movimentos de troca simples e inserção.

A busca local é iniciada com a vizinhança de troca até atingir um mínimo local com relação a essa vizinhança. Esse mínimo local é então o ponto de partida para a busca com a vizinhança de inserção até atingir um mínimo local com relação a esta vizinhança. O mínimo local obtido é então o ponto de partida para a vizinhança de troca e este processo cíclico continua até atingir um mínimo local em relação às duas vizinhanças, que corresponde à solução inicial para a busca tabu de facilidades, descrita a seguir.

3.2 A Busca Tabu de Facilidades

Para cada conjunto de facilidades abertas na busca tabu, aplica-se a heurística de designação e a busca local para resolução do PDG. São descritos a seguir os componentes da busca tabu de facilidades, como vizinhança, duração tabu e critério de aspiração. Além disso, são detalhadas as memórias de curto e longo prazo. O processo de busca tabu nas facilidades foi implementado com ciclos, que incluem as fases de curto prazo, intensificação e diversificação.

3.2.1. Movimentos e vizinhanças

Dois estados são possíveis para as facilidades no PLCFU: facilidade aberta ou facilidade fechada. A variável binária y_i é utilizada para representar estes estados, isto é, $y_i = 1$ para facilidade i aberta e $y_i = 0$ para facilidade i fechada.

Os movimentos empregados na busca tabu de facilidades são os de abertura e fechamento de facilidades. A vizinhança de uma dada solução é, portanto, determinada pelas m soluções diferentes decorrentes de apenas uma alteração de estado de facilidades (de aberta para fechada e vice-versa). Todas as soluções vizinhas são avaliadas.

Para que a busca seja mais abrangente, aplica-se também um mecanismo de relaxamento e aperto das capacidades das facilidades de cada solução, ou seja, avalia-se o movimento com capacidades originais das facilidades e o movimento com capacidades reduzidas ou expandidas nas facilidades. O objetivo de tal mecanismo é forçar a abertura de

mais facilidades quando há um aperto nas capacidades e o fechamento de facilidades quando há relaxamento das mesmas. O percentual de acréscimo das capacidades é positivo e o de redução é negativo, e seus valores dependem de qual ciclo de busca está sendo executado. Empiricamente, para um total de oito ciclos, foram estipulados os valores -5%, -2%, 0%, 2%, 4%, 6%, 8%, 10%, na ordem dos ciclos, isso é, nos dois primeiros ciclos incentiva-se um número menor de facilidades em relação aos seis ciclos restantes.

Para cada conjunto de facilidades abertas da vizinhança, aplica-se a heurística de designação de clientes ao PDG com capacidade original e com capacidade aumentada (reduzida). Se a solução encontrada pela heurística é factível, aplica-se a busca local a ela. Se a solução é infactível depois da aplicação das funções (1) e (2), aplica-se novamente a função (1) aos clientes que não puderam ser designados por falta de capacidade (as funções referenciadas estão definidas em 3.1.2). Aplica-se então uma busca local com movimentos de troca e inserção de clientes buscando uma solução factível e de mínimo custo. Caso não exista solução factível, escolhe-se aquela com menor medida de infactibilidade e aplica-se a vizinhança de trocas, buscando novamente uma solução factível e de mínimo custo. Se nenhuma solução factível é encontrada, abandona-se o conjunto corrente de facilidades abertas e fechadas. A medida de infactibilidade corresponde ao excesso da demanda total dos clientes em relação à capacidade das facilidades abertas.

3.2.2. Memorização de soluções visitadas e conjunto elite

Durante a busca tabu de facilidades é armazenado um resumo de cada nova solução encontrada. Tal resumo contém informações sobre o estado de cada facilidade; valor da função objetivo; se a solução é factível ou não; e a medida da infactibilidade, como definida acima. Para um novo conjunto de facilidades abertas e fechadas visitado, aplica-se a heurística de designação de clientes e busca local de clientes a esse conjunto, e armazena-se o resumo da nova solução ao conjunto de soluções já visitadas. Os atributos não coincidem em duas soluções diferentes, uma vez que a seqüência binária que guarda o estado das facilidades é única para cada solução. Tal mecanismo de memorização e busca de soluções através de árvores binárias é disponível como biblioteca do C++ e conhecido por árvore

rubro-negra (*red-black tree*, Cormen, 2001), uma árvore de busca equilibrada que não permite colisões e cujo tempo de inserção, remoção e busca é $O(\log m)$.

Armazena-se, durante a busca, um conjunto elite composto pelas dez melhores soluções sujeito a uma distância mínima entre soluções para manter um grau de diversidade. Inicialmente, esse conjunto é vazio e as dez primeiras soluções o compõem. Define-se como uma medida de distância entre duas soluções, a soma de estados diferentes entre facilidades nas mesmas. Comparam-se todas as facilidades nas duas soluções: se uma facilidade está aberta em uma solução e fechada em outra, a distância é incrementada em um; se ambas estão iguais, nada é somado à distância. Seja s_p a pior solução do conjunto elite e s_m a melhor solução (incumbente) do conjunto. Uma nova solução s entra no conjunto se tem custo menor que s_p e se a distância de s às demais soluções é maior que a distância de s_p às demais soluções. Se a nova solução s tem custo menor que s_m (a solução incumbente é atualizada), então entra no conjunto, independente de sua distância às demais soluções. Quando uma nova solução entra no conjunto, então a pior solução é excluída do mesmo.

3.2.3. Atributo e duração tabu

Cada vez em que uma facilidade muda o seu estado, classifica-se o seu estado antigo como um estado proibido (tabu) durante um certo número de iterações, chamado de duração tabu. Depois de passada a duração tabu, o movimento deixa a lista tabu e passa a ser permitido novamente. A duração tabu aqui utilizada é um valor d , aleatoriamente escolhido entre $d_{min} \times m$ e $d_{max} \times m$, onde d_{min} e d_{max} são empiricamente determinados. Um novo valor de duração tabu é selecionado a cada ciclo de busca.

3.2.4. Critério de aspiração

Movimentos considerados tabus são permitidos apenas quando o critério de aspiração é satisfeito. Adota-se aqui o critério clássico, isso é, um movimento a um estado tabu é permitido, se a solução resultante é melhor que a solução incumbente.

3.2.5. Memória de curto prazo

A memória de curto prazo para a busca tabu consiste na lista tabu que proíbe movimentos recentes. A lista tabu é aqui implementada através de um vetor \mathbf{I} com m componentes. O elemento l_i de \mathbf{I} representa a iteração na qual a facilidade i mudou seu estado pela última vez.

Adotando-se uma notação similar à utilizada em (Sun, 2006), seja k o contador do número de movimentos ou iterações realizados desde o início da busca e Δz_i^k a variação de custo resultante do movimento de troca de estado da facilidade i na iteração k . Numa dada iteração \bar{k} , seleciona-se a facilidade \bar{i} , tal que a variação da função objetivo para tal facilidade é dada por $\Delta z_{\bar{i}}^{\bar{k}} = \min \{ \Delta z_i^{\bar{k}} \mid i = 1, \dots, m \}$. Se a condição tabu $\bar{k} - l_{\bar{i}} \leq d$ não é verificada, o movimento de troca de estado da facilidade \bar{i} é executado. Caso contrário, o movimento é caracterizado como tabu e só é realizado se satisfizer o critério de aspiração, isto é, $z + \Delta z_{\bar{i}}^{\bar{k}} < z_0$, em que z é a função objetivo atual e z_0 é o valor da solução incumbente. Se em uma dada iteração, todos os movimentos vizinhos são tabu e o critério de aspiração não é satisfeito, escolhe-se o movimento que fica liberado mais cedo da condição tabu.

O procedimento da memória de curto prazo termina quando a melhor solução não é atualizada por $\alpha_1 m$ movimentos, tal que $\alpha_1 > 0$ é um parâmetro. O critério de parada é, portanto, dado por $k - k_0 > \alpha_1 m$, em que k é a iteração atual e k_0 é a iteração onde foi obtida a solução incumbente.

3.2.6. Memória de longo prazo

A memória de longo prazo é utilizada para a elaboração de estratégias de intensificação e diversificação. Estruturas de memória baseada em frequência de residência e frequência de transição são usadas para este fim.

Um vetor Φ com m componentes é usado para representar a memória de frequência de residência. A frequência de residência ϕ_i consiste do quociente do número de iterações

em que uma dada facilidade i permaneceu aberta desde que a busca começou e o número total de iterações.

A frequência de transição é representada pelo vetor Γ , de m componentes, cujo elemento ϕ_i corresponde ao número de vezes em que a facilidade i mudou seu estado de aberta para fechada e vice-versa desde que a busca começou, em relação ao número total de iterações.

3.2.7. Intensificação

Estratégias de intensificação são baseadas em modificações de regras de seleção de modo a incentivar combinações de movimentos e características de soluções consideradas boas.

A primeira estratégia de intensificação adotada é a intensificação por decomposição (Glover e Laguna, 1997) em que restrições são impostas a partes do problema ou da solução para que outras partes possam ser exploradas. Em nosso caso, a restrição corresponde à manutenção da abertura daquelas facilidades cuja frequência de residência individual é superior a 0.85 ($\phi_i > 0.85$), ou seja, se a facilidade está aberta em mais de 85% das soluções visitadas, é mantida aberta. Este valor de frequência de residência foi escolhido a partir de testes computacionais e é usado para todas as instâncias de teste.

A estratégia de intensificação baseada em frequência de residência é então utilizada para as facilidades livres que não são mantidas abertas compulsoriamente. Para intensificação, modifica-se a avaliação de um movimento de forma a incorporar um incentivo, que depende do estado atual da facilidade. O critério para selecionar uma facilidade \bar{i} para um movimento na iteração k no processo de intensificação é semelhante ao proposto por Sun (2006) e é dado por:

$$\Delta' z_{\bar{i}}^k = \min\{\Delta' z_i^k \mid i=1, \dots, m\},$$

tal que

$$\Delta'z_i^k = \begin{cases} \Delta z_i^k + \left[(1 - \phi_i) \times \frac{\text{número de facilidades fechadas}}{m} \times \bar{f} \right], & \text{se } y_i = 0, \\ \Delta z_i^k - \left[\phi_i \times \frac{\text{número de facilidades fechadas}}{m} \times \bar{f} \right], & \text{se } y_i = 1, \end{cases}$$

e $\bar{f} = \frac{1}{m} \sum_{i \in I} f_i$ é o custo fixo médio de abertura de facilidades.

Se a facilidade i está fechada ($y_i = 0$) e com baixa frequência de residência ϕ_i , tende a permanecer fechada, já que um valor mais elevado será somado a Δz_i^k , ou seja, o movimento é penalizado. Porém, se a frequência de residência é alta, um valor menor é somado a Δz_i^k e o movimento é menos penalizado. Portanto, facilidades que estão frequentemente abertas, mas no momento estão fechadas, têm mais chance de serem abertas.

Se a facilidade i está aberta ($y_i = 1$) e tem elevada frequência de residência ϕ_i , então tende a permanecer aberta, pois o valor que é subtraído de Δz_i^k é maior, incentivando o movimento. No entanto, se a frequência de residência é pequena, então o incentivo a permanecer aberta é reduzido. Portanto, facilidades que estão frequentemente abertas, e no momento estão abertas, têm mais chance de serem fechadas.

Se a solução incumbente é atualizada durante a fase de intensificação, retorna-se à fase de curto prazo. O processo de intensificação acaba quando a solução incumbente não é atualizada por $(\alpha_1 + \alpha_2)m$ movimentos, em que $\alpha_2 > 0$ é um parâmetro, isto é, tem como critério de parada: $k - k_0 > (\alpha_1 + \alpha_2)m$.

3.2.8. Diversificação

Estratégias de diversificação visam explorar regiões pouco visitadas. Uma estratégia muito usada consiste em penalizar movimentos em função das frequências de residência ou transição. Nesta implementação, os dois tipos de frequência são empregados de forma alternada, isto é, no primeiro movimento de diversificação, utiliza-se a frequência de residência, no movimento seguinte, utiliza-se a transição, e assim por diante. Essa

alternância produziu melhores resultados, quando comparado com o uso de apenas um dos tipos de frequência.

Um movimento é selecionado para mudar o estado da facilidade \bar{i} na iteração k de acordo com a expressão

$$\Delta'' z_i^k = \min\{\Delta' z_i^k \mid i=1, \dots, m\},$$

tal que

$$\Delta'' z_i^k = \Delta z_i^k + D p_i^k,$$

D é o parâmetro de diversificação e a penalidade p_i^k é dada por:

$$p_i^k = \begin{cases} \phi_i, & \text{se a frequência de residência é usada} \\ \varphi_i, & \text{se a frequência de transição é usada} \end{cases}$$

Se a solução incumbente é atualizada durante a fase de intensificação, retorna-se à fase de curto prazo. O processo de diversificação termina quando a solução incumbente não é atualizada por $(\alpha_1 + \alpha_2)m + \alpha_3\sqrt{m}$ movimentos de diversificação, em que $\alpha_3 > 0$ é um parâmetro. A raiz quadrada para número de movimentos de diversificação evidencia uma constatação empírica que tal número não deve ser elevado.

3.2.9. Ciclos de busca

O processo total de busca termina depois de C ciclos de busca completos, em que cada ciclo contém as fases de curto prazo, intensificação e diversificação, nessa ordem.

3.3 Pós-otimização por Religação de Caminho

A religação de caminho (*path relinking*) foi originalmente proposta por Glover (1996) como uma abordagem para integrar estratégias de intensificação e de diversificação em um contexto de busca tabu (Glover e Laguna, 1997) e busca por espalhamento (*scatter search*) (Glover, 1998; Martí et al., 2006). Esta abordagem gera novas soluções ao explorar trajetórias que conectam soluções de alta qualidade (intensificação) ou soluções de

diferentes regiões do espaço de soluções ou que exibam aspectos contrastantes (diversificação).

Em sua forma mais simples, a religação de caminho envolve duas soluções de referência, denominadas solução inicial, s_i , e solução guia, s_g . Partindo da solução inicial, um caminho é gerado por meio de movimentos em uma dada vizinhança, em direção à solução guia. Em outras palavras, a religação de caminho é um procedimento de busca em uma vizinhança modificada, constituída, em cada passo, por movimentos que introduzem atributos presentes na solução guia. Dentre os diversos movimentos possíveis executa-se o melhor, independentemente dele ser de melhoria ou de piora da função objetivo.

Neste trabalho a religação de caminho é aplicada para conectar as soluções do conjunto elite, como uma estratégia de pós-otimização. Dadas duas soluções do conjunto elite, dois caminhos são percorridos, cada um partindo de cada solução. Durante o procedimento pode surgir alguma solução que leve à atualização do conjunto de elite. Nesse caso, o conjunto é atualizado, da forma descrita anteriormente, e a religação de caminho é aplicada para conectar cada uma das soluções de elite remanescentes à nova solução de elite.

No contexto do PLCFU, parte-se da configuração de facilidades abertas e fechadas nos m locais, avalia-se o movimento de inversão de cada estado na solução inicial que diminua a distância de uma unidade em relação à solução guia, e executa-se o melhor movimento para obter uma nova configuração de facilidades abertas e fechadas. Verifica-se então se esta configuração já foi visitada, e em caso afirmativo, recupera-se a informação do resumo da resolução do PDG. Se a configuração é nova, aplica-se a heurística de designação para encontrar uma solução para o PDG. Se a solução é factível, aplica-se a busca local de clientes e retorna-se à configuração de facilidades corrente para aplicar um novo movimento que diminua a distância de uma unidade da solução guia, e assim por diante. Se a solução é infactível, tenta-se achar uma solução factível através do procedimento explicado na seção 3.2.1.

3.4 Busca Tabu dos Clientes

A busca tabu de clientes é aplicada às dez soluções do conjunto elite e seu objetivo é resolver o problema de designação generalizado, que resulta da fixação das facilidades abertas e fechadas. A busca tabu também compreende ciclos, cada um deles contendo as fases de curto prazo, intensificação e diversificação.

3.4.1. Movimentos e Vizinhanças

A vizinhança é definida por dois tipos de movimento, a saber, inserção de um cliente em outra facilidade e troca de dois clientes designados a facilidades distintas.

Em cada iteração todos os movimentos da vizinhança são avaliados, e o melhor movimento é executado.

A cada iteração, os movimentos são avaliados de acordo com as regras sugeridas por de Glover e Løkketangen (1998), que dependem da variação da função objetivo e da medida de infactibilidade correspondente ao excesso da demanda total dos clientes designados a facilidades em relação à capacidade destas.

3.4.2. Classificação de movimentos

Os movimentos são classificados em quatro tipos, de acordo com a preferência ou não pela variação da função objetivo e da medida de infactibilidade.

Para uma dada solução s , representa-se o seu valor de função objetivo por $z(s)$ e sua medida de infactibilidade por $i(s)$. Seja s' uma solução que é atingida por um movimento a partir da solução s . As variações do valor de função objetivo e da medida de infactibilidade são, conseqüentemente, dadas por:

$$\Delta z = z(s') - z(s)$$

$$\Delta i = i(s') - i(s)$$

Se $\Delta z < 0$, tem-se uma melhoria na função objetivo, e se $\Delta i < 0$, tem-se uma redução da medida de infactibilidade. A partir destas variações definem-se quatro tipos de movimento de acordo com o quadrante da Figura 1, em que o eixo horizontal representa a

variação de infactibilidade e o eixo vertical denota a variação na função objetivo. As linhas pontilhadas indicam exclusão do eixo associado ao tipo de movimento, de forma que as quatro regiões são disjuntas.

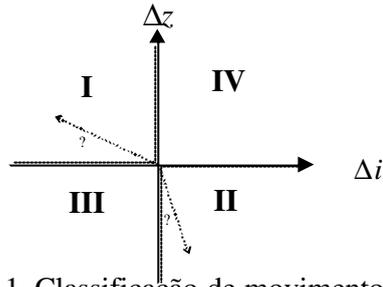


Figura 1. Classificação de movimentos

Sejam H_1 , H_2 , H_3 e H_4 os conjuntos de movimentos de cada tipo e sejam h_1 , h_2 , h_3 e h_4 movimentos que pertencem a cada conjunto. Os movimentos são classificados da seguinte forma:

I. Diminui a infactibilidade e piora a função objetivo:

$$H_1 = \{s \in N : \Delta z > 0, \Delta i < 0\};$$

II. Aumenta a infactibilidade e melhora a função objetivo:

$$H_2 = \{s \in N : \Delta z < 0, \Delta i > 0\};$$

III. Não aumenta a infactibilidade e não piora a função objetivo:

$$H_3 = \{s \in N : \Delta z \leq 0, \Delta i \leq 0\};$$

IV. Não diminui a infactibilidade e não melhora a função objetivo:

$$H_4 = \{s \in N : \Delta z \geq 0, \Delta i \geq 0\};$$

A partir destes quatro tipos de movimentos, definem-se quatro critérios de avaliação de movimentos.

Critério 1: Soma Ponderada

Avaliam-se todos os movimentos possíveis, baseados na inserção e troca de clientes. Faz-se uma soma ponderada das variações de valores de medida de infactibilidade e das variações dos valores da função objetivo, escolhendo-se o movimento com o menor valor da soma ponderada.

Critério 2: Teste da Razão

Estabelecem-se regras diferentes de acordo com o quadrante em que os movimentos estão inseridos no diagrama de classificação de movimentos. Para cada quadrante, apenas um movimento é considerado. Este foi o critério que apresentou melhor desempenho.

Movimentos inseridos no quadrante H_1 são escolhidos ao priorizarem-se aqueles que caminham em favor da factibilidade da solução: $h_1 = \arg \max \left(\frac{\Delta z(s')}{\Delta i(s')} : s' \in H_1 \right)$. Se há mais de um movimento definido por esse critério, a opção é pelo movimento que maximiza $\Delta i(s')$. É importante ressaltar que este quadrante não engloba $\Delta i(s') = 0$.

Quando os movimentos estão no quadrante H_2 , em que se prioriza melhorias de valores de função objetivo, a escolha considerada é: $h_2 = \arg \max \left(\frac{\Delta i(s')}{\Delta z(s')} : s' \in H_2 \right)$. Nos casos de mais de um movimento com mesmo valor para a função de escolha, opta-se pelo movimento que maximiza $\Delta i(s')$. Nesse caso, o quadrante não engloba $\Delta z(s') = 0$.

Movimentos inseridos no quadrante H_3 são considerados como aqueles que mais melhoram a solução com relação aos valores de função objetivo e de medida de infactibilidade, e, neste caso, é escolhido $h_3 = \arg \max (\Delta z(s') \times \Delta i(s') : s' \in H_3)$. Se mais de um movimento é escolhido por esse critério, opta-se, então, por aquele que minimiza $\max (\Delta z(s'), \Delta i(s'))$. Se $\Delta i(s') = 0$, escolhe-se o movimento que maximiza $\Delta z(s')$ e, se

$\Delta z(s') = 0$, escolhe-se o movimento que minimiza $\Delta i(s')$. Na busca, os movimentos desse quadrante são priorizados em relação aos demais movimentos.

Finalmente, se os movimentos envolvidos na escolha estão situados no quadrante H_4 , os menos desejáveis, faz-se $h_4 = \arg \min (\Delta z(s') \times \Delta i(s') : s' \in H_4)$, optando-se por aqueles que caminham muito pouco em direção à região infactível. Em caso de empate, a decisão é feita em favor do movimento que minimiza $\max (\Delta z(s'), \Delta i(s'))$. Se $\Delta i(s') = 0$, escolhe-se o movimento que maximiza $\Delta z(s')$ e, se $\Delta z(s') = 0$, escolhe-se o movimento que minimiza $\Delta i(s')$.

Um movimento do tipo III é sempre priorizado. Já os movimentos do tipo IV são desprezados, caso existam outros movimentos mais vantajosos. Se há movimentos nos quadrantes I e II, aplica-se ainda dois tipos de normalização para se fazer a escolha:

Normalização 1:

A primeira normalização baseia-se na definição de uma função para a variação de factibilidade $F(w, q) = w \sum |\Delta i(s')|^q$, $s' \in H$, $H = H_1 \cup H_2$, e das seguintes razões:

$$R = \frac{\sum |\Delta z(s')|}{F(w, q)}, \quad R_1(s') = \left[\frac{\Delta z(s')}{\Delta i(s') \times R} \right] \quad \text{e} \quad R_2(s') = \left[\frac{\Delta i(s') \times R}{\Delta z(s')} \right]. \quad \text{Faz-se } q=1, w=1. \quad \text{A}$$

escolha atende à expressão $\arg \max \{R_1(h_1), R_2(h_2)\}$, ou seja, graficamente, escolhe-se o movimento que forma o menor dos ângulos γ e λ , ao comparar-se os dois ângulos. Se $R_1(h_1) > R_2(h_2)$ escolhe-se o quadrante 1, caso contrário, escolhe-se 2.

Normalização 2:

Outra possibilidade de normalização é baseada na melhor solução factível encontrada num dado instante na busca. Supõe-se que seja z^* este valor e, caso não exista uma solução factível, z^* recebe o valor estimado da melhor solução. Se $z^* \leq z(s) + \varepsilon$, onde ε é um valor bem pequeno, escolhe-se o movimento do tipo I. Porém, se $z^* > z(s) + \varepsilon$, faz-se

$R' = \frac{z' - z(s)}{i(s)}$ e substitui-se R por R' nos cálculos da normalização anterior e escolhe-se

com critério similar. Para maiores detalhes, consulte (Løkketangen e Glover, 1998).

Critério 3: Soma Ponderada com Preferências

Calcula-se a soma ponderada das variações de valores de medida de inactibilidade e das variações dos valores da função objetivo em cada tipo de movimento e ordenam-se os valores obtidos, escolhendo-se o menor valor da soma ponderada, porém com a seguinte ordem de prioridade: tipo III é prioritário, tipo I ou tipo II (que são ordenados conjuntamente) e tipo IV (menos desejado).

Critério 4: Teste da Razão com Preferências

Critério similar ao 2, porém o movimento tipo I é preferido ao tipo II: prioriza-se a busca pela factibilidade em detrimento do valor da função objetivo. A ordem de escolha é, portanto: tipo III prioritário, tipo I, tipo II e tipo IV.

Todos os critérios de escolha de movimentos foram implementados neste trabalho. Durante toda a busca, portanto, são permitidos movimentos inactíveis. Ao invés de adotar apenas o valor da variação da inactibilidade na escolha dos movimentos, foi adotada uma penalidade que utiliza um parâmetro dinâmico de ajuste similar ao mencionado em (Geandreau et al., 1996). Tal penalidade ajusta o valor da inactibilidade na escolha dos movimentos.

O valor da penalidade é dado por $\Delta i \times \kappa \times \frac{c_{max}}{q_{max}}$, onde Δi é a variação de inactibilidade de um dado movimento, κ é o parâmetro de auto-ajuste e o último termo é o quociente dado por c_{max} , o maior custo de designação, e q_{max} , a maior demanda do conjunto de clientes (custo máximo de designação dividido por demanda máxima). O

parâmetro de penalização κ é igual a 1 inicialmente e é multiplicado por $2^{[(\alpha/5)-1]}$ a cada 10 iterações, onde α é o número de soluções inactiváveis encontradas nessas 10 iterações, o que faz com que se todas as 10 soluções forem inactiváveis, tenha-se o fator κ multiplicado por 2 e se todas as 10 soluções forem factíveis, tenha-se κ dividido por 2. Quando $\kappa > 800$, faz-se $\kappa = 100$, para que o valor não atinja valores muito elevados. Do mesmo modo, quando $\kappa < 10^{-15}$, reajusta-se o mesmo para $\kappa = 10^{-14}$, a fim de evitar valores ínfimos.

O **Teste da Razão** (critério 2) com normalização 2 prevaleceu em termos de qualidade na escolha dos movimentos.

3.4.3. Atributo e Duração Tabu

Quando um cliente é designado para outra facilidade, classifica-se sua designação anterior como tabu, ou seja, proíbe-se sua volta à facilidade de origem.

A duração tabu aqui utilizada é um valor d' aleatoriamente escolhido, com probabilidade uniforme, entre $d'_{min} \times n \times C_l$ e $d'_{max} \times n \times C_l$, onde d'_{min} e d'_{max} são empiricamente determinados. Um novo valor de duração tabu é selecionado a cada ciclo de busca.

O parâmetro C_l tem valor igual a um para as fases de curto prazo e diversificação. Durante a intensificação, verificou-se que a faixa de duração tabu deveria ser reduzida por um fator associado a clientes não designados a uma mesma facilidade em uma porcentagem de soluções visitadas. Neste caso, C_l representa a razão entre os clientes que não estão designados a uma mesma facilidade em 80% das soluções visitadas e o número total de clientes.

3.4.4. Critério de Aspiração

Adota-se o mesmo critério da busca tabu de facilidades, isto é, um movimento a um estado tabu é permitido, se a solução resultante é melhor que a solução incumbente.

3.4.5. Memória de Curto Prazo

A lista tabu é implementada através de uma matriz bidimensional $\mathbf{L} \in R^{m \times n}$, onde a posição l_{ij} dada pela facilidade i e pelo cliente j recebe o valor da duração tabu.

A memória de curto prazo termina quando a solução incumbente não é atualizada por $\alpha'_1 n$ movimentos, em que $\alpha'_1 > 0$ é um parâmetro. A avaliação de movimentos é feita pelo teste da razão com a normalização 2.

3.4.6. Memória de Longo Prazo

A memória de longo prazo implementada é baseada em frequência de residência apenas. Uma matriz bidimensional $\Theta \in R^{m \times n}$ é utilizada para representar a memória de longo prazo. Os elementos θ_{ij} o número de iterações nas quais um dado cliente j permaneceu alocado à facilidade i desde que a busca começou.

3.4.7. Intensificação

Utiliza-se somente intensificação por decomposição, isto é, se um cliente está designado a uma dada facilidade em mais de 80% das soluções ($\theta_{ij} \geq 0.80$), é mantido ali. A avaliação de movimentos é feita como na memória de curto prazo. A fase de intensificação é interrompida quando a solução incumbente não é melhorada por $(\alpha'_1 + \alpha'_2)n$ iterações, em que $\alpha'_2 > 0$ é um parâmetro.

3.4.8. Diversificação

A avaliação de movimentos nesta fase é feita pelo teste da razão com normalização 2, adicionado-se uma penalidade aos cálculos das variações de custo. A penalidade é proporcional à da frequência de residência do cliente na facilidade de destino. Considere o movimento de transferência do cliente j atualmente designado à facilidade i para a facilidade i' . A variação do custo é expressa como:

$$\Delta z' = \Delta z + \Delta z_{Intmax} \times F \times \theta_{i'j}$$

em que Δz_{Intmax} é a maior variação de função objetivo entre as soluções visitadas na fase de intensificação, e F é um parâmetro. Note que se o cliente j esteve por muito tempo na facilidade i' , sua frequência de residência será alta e é indesejável que ele retorne a tal facilidade. Com o uso da penalidade, a variação de custos será elevada e o movimento passa a ser menos vantajoso.

O processo de diversificação acaba quando a solução incumbente não é atualizada por $(\alpha'_1 + \alpha'_2 + \alpha'_3)n$ iterações, onde $\alpha'_3 > 0$ é um parâmetro.

3.4.9. Ciclos de Busca

O processo total de busca termina depois de C' ciclos de busca completos, incluindo curto prazo, intensificação e diversificação.

3.5 A Relaxação Lagrangiana

Como nem todos os conjuntos de teste aqui utilizados têm os valores ótimos divulgados, deseja-se obter bons limitantes inferiores para o PLCFU através de relaxação lagrangiana, para fins comparativos. Para tal propósito, implementou-se o algoritmo sugerido por Captivo e Cortinhal (2003).

Utilizando-se R2, transforma-se o problema em $(m+1)$ problemas da mochila, conforme já explicitado no capítulo anterior. Os problemas da mochila são resolvidos pelo algoritmo de Martello e Toth (1990), implementado e disponibilizado por Pisinger (1997), fornecendo, reconhecidamente, um resultado de boa qualidade. Esse algoritmo, porém, aplica-se ao problema da mochila de maximização, ou seja, para utilizá-lo, algumas modificações foram necessárias, transformando-se os m problemas em:

$$\max \sum_{j \in J} (-c_{ij} + r_j) x_{ij} - f_i$$

$$\sum_{j \in J} q_j x_{ij} \leq Q_i, \quad \forall i \in I$$

$$\mathbf{x} \in B^{|I||J|}, \quad \forall i \in I, \forall j \in J$$

O subproblema faltante transforma-se, por sua vez, em:

$$\begin{aligned} \max \sum_{i \in I} (-M_i) y_i - \sum_{j \in J} r_j \\ \sum_{j \in J} q_j \leq \sum_{i \in I} Q_i y_i \\ \mathbf{y} \in B^{|I|}, \quad \forall i \in I \end{aligned}$$

O método do subgradiente é adotado para resolver o problema resultante em relação aos multiplicadores \mathbf{r} , tornando-se importante a escolha dos valores iniciais dos multiplicadores e do passo utilizado para suas atualizações. Adotam-se os seguintes valores iniciais de multiplicadores e do passo:

$$r_j = \min_i c_{ij}, \quad \forall j \in J$$

$$T_k = \rho_k \frac{z^s - z(\mathbf{r})}{\|g\|}$$

onde z^s é o melhor limitante superior obtido pela busca tabu do PLCFU e $\|g\|$ é a norma do subgradiente atual. Os elementos do vetor subgradiente são dados por:

$$g_j = 1 - \sum_{i=1}^m x_{ij}, \quad \text{onde } j = 1, \dots, n$$

Os multiplicadores de Lagrange são atualizados por:

$$r_j = r_j + T_k g_j, \quad \forall j \in J$$

O valor de ρ_k é inicialmente colocado em 2 e dividido por dois após cinco iterações consecutivas sem melhoria no limitante inferior (z^i). De qualquer maneira, a cada 50 iterações, o valor de ρ_k é reiniciado em 2.

Os critérios de parada para a otimização são: 10.000 iterações, $\|g\| = 0$ ou diferença entre os limitantes superior e inferior menor que 1.

3.5.1. A Heurística Lagrangiana

Uma solução do problema relaxado é obtida a cada iteração do método subgradiente. Portanto, propõe-se uma heurística que visa obter soluções factíveis para o problema. Apenas para manter maior fidelidade ao algoritmo de Captivo e Cortinhal, adotou-se a mesma heurística nesta implementação, apesar de outras heurísticas terem sido implementadas anteriormente.

Cada solução do problema relaxado define um conjunto de facilidades abertas (conjunto $A \subseteq I$) com capacidade total maior ou igual à demanda total, dividindo-se os clientes em três subconjuntos, conforme em (Captivo e Cortinhal, 2003):

- Clientes designados a apenas uma facilidade: $J_{1FAC} = \left\{ j \in J \mid \sum_{i \in I} x_{ij} = 1 \right\}$;
- Clientes designados a mais de uma facilidade: $J_{+1FAC} = \left\{ j \in J \mid \sum_{i \in I} x_{ij} > 1 \right\}$;
- Clientes não designados a uma facilidade: $J_{0FAC} = \left\{ j \in J \mid \sum_{i \in I} x_{ij} = 0 \right\}$;

Tem-se que $J_{1FAC} \cap J_{+1FAC} \cap J_{0FAC} = \emptyset$ e $J_{1FAC} \cup J_{+1FAC} \cup J_{0FAC} = J$.

Na fase inicial da heurística, clientes pertencentes aos conjuntos J_{+1FAC} e J_{0FAC} são re-designados de tal forma que, ao final, $J_{1FAC} = J$ e $J_{+1FAC} = J_{0FAC} = \emptyset$. Para cada cliente j , $j \in J_{+1FAC}$, designa-se o mesmo à facilidade i_j de menor custo de designação, tal que

$$c_{i_j} = \min_{i \in I_j} c_{ij} \text{ e } I_j = \{i \in A \mid x_{ij} = 1\}. \text{ Definem-se } J_i = \{j \in J \mid x_{ij} = 1\} \text{ e } \Delta_i = \left\{ Q_i - \sum_{j \in J_i} q_j \right\}$$

para toda facilidade i , $i \in A$ e ordenam-se os clientes não designados j , $j \in J_{0FAC}$, pela ordem decrescente de suas demandas. Designam-se os mesmos priorizando-se o menor custo de designação em facilidades que atendam à sua demanda, ou seja, designa-se j à

facilidade aberta $i_1 \mid c_{i_1 j} = \min_{i \in A \mid \Delta_i - b_j \geq 0} c_{ij}$; caso não exista tal facilidade, designa-se o mesmo à

facilidade aberta com menor custo de designação, representada por $i_1 | c_{i_1 j} = \min_{i \in A} c_{ij}$.

Atualiza-se, então, J_{i_1} e Δ_{i_1} .

Posteriormente à designação acima descrita, é aplicado um procedimento de Busca Local ao PDG, visando a uma melhoria da solução.

3.5.2. O Algoritmo Utilizado

O algoritmo empregado para relaxação lagrangiana é dado por:

Passo 0: Estipule valores iniciais para os multiplicadores de Lagrange, valor inicial de ρ_k , limitante inferior nulo ($z^i = 0$) e limitante superior igual ao melhor valor obtido pela Busca Tabu do PLCFU ($z^s = z_{BTCD}$).

Passo 1: Enquanto não for atingido algum critério de parada, faça:

Passo 2: Calcula-se $z(\mathbf{r})$, função objetivo de R2.

Passo 3: Atualiza-se o valor do melhor limitante inferior até aquele momento (z^i).

Passo 4: Busca-se uma nova solução factível ao problema, pela heurística lagrangiana apresentada anteriormente.

Passo 5: Aplica-se o procedimento de Busca Local nos clientes.

Passo 6: Atualiza-se o melhor valor de limitante superior (z^s) encontrado até então.

Passo 7: Se a diferença entre z^s e z^i é menor do uma unidade ($z^s - z^i < 1$), então, o procedimento é encerrado.

Passo 8: Atualizam-se os multiplicadores de Lagrange, calculando-se o vetor subgradiente g e sua norma $\|g\|$. Se a norma é nula, ou seja, $\|g\| = 0$, encerra-se o algoritmo. Caso contrário, atualiza-se, também, o valor de ρ_k e aplica-se a regra de cálculo dos novos multiplicadores de Lagrange.

Passo 9: De posse de novos valores, retorna-se ao **Passo 1**, até que se atinjam os critérios de parada. Se critério de parada for atingido, pare.

O valor inicial do limitante superior foi testado fazendo-se $z^s \rightarrow \infty$, valor originalmente indicado no algoritmo de Cortinhal e Captivo, porém verificou-se melhor desempenho com um maior aperto no limitante superior. Além disso, a busca local foi inserida e retirada para testes, demonstrando ligeira vantagem quando a busca local é realizada.

Capítulo 4

Resultados e Comparações

Este capítulo apresenta os experimentos computacionais para o PLCFU. São utilizados quatro diferentes conjuntos de problemas de teste disponíveis na literatura. Os experimentos foram realizados em um PC Intel Pentium 4, 2.8GHz, 1Gbyte RAM. Todos os procedimentos foram escritos em linguagem de programação C++ e compilados com Borland C++ Builder versão 5.0.

4.1 Conjuntos de teste de Holmberg et al. (1999)

O conjunto de teste de Holmberg et al.(1999) corresponde a setenta e uma instâncias de teste geradas aleatoriamente. Contém quatro subconjuntos de problemas, diferindo entre si pelo tamanho e propriedades. A tabela a seguir indica os números de facilidades e clientes para os subconjuntos:

Tabela 1. Problemas de Holmberg et al. (1999)

Subconjunto	Problemas	M	N
1	hol1-hol24	10-20	50
2	hol25-hol40	30	150
3	hol41-hol55	10-30	70-100
4	hol56-hol71	30	200

No primeiro subconjunto de problemas de testes, (hol1-hol24), todos os problemas têm 50 clientes, divididos em dois grupos: hol1-hol12, que possuem 10 locais candidatos à instalação de facilidades, e hol13-hol24, que possuem 20 locais candidatos. As demandas de hol1-hol12 são geradas a partir da distribuição uniforme de inteiros no intervalo entre 10 e 50 (aqui representado por $U[10,50]$), enquanto que as demandas de hol13-hol24 são inteiros em $U[30,80]$. Para as capacidades das facilidades foram utilizados valores inteiros em $U[100,500]$, enquanto que para os custos fixos foram escolhidos valores inteiros em $U[300,700]$. As coordenadas das localidades são geradas por $U[10,200]$. Os custos de designação foram determinados por $c_{ij} = \rho e_{ij}$, onde e_{ij} é a distância Euclidiana do local i ao local j e $\rho = 4$.

Em (hol25-hol40), os problemas têm 30 locais candidatos e 150 clientes. As demandas dos clientes foram geradas a partir de $U[10,50]$, as capacidades das facilidades a partir de $U[200,600]$, enquanto que os custos fixos de estabelecimento destas têm valores inteiros em $U[300,700]$. As coordenadas das localidades foram geradas a partir de $U[10,300]$ e os custos de designação foram baseados no problema de roteamento de veículos de Klincewicz et al. (1990), dados por: $c_{ij} = \rho_1(dw_j + e_{ij} + dw_i) + \rho_2q_j$. Nesta expressão, dw_x é a distância entre o depósito e o cliente x ; e_{ij} denota a distância entre i e j . Assume-se que o depósito está nas coordenadas $(0,0)$, $\rho_1 = 4$ e $\rho_2 = 2$. A heurística de Teitz e Bart (1968) é utilizada para especificar os locais candidatos.

O terceiro subconjunto de problema, (hol41-hol55), possui problemas com número de locais candidatos entre 10 e 30 e número de clientes entre 70 e 100. Os custos fixos das facilidades foram gerados por $U[300,600]$ e as capacidades das facilidades por $U[100,500]$. Baseado em problemas de teste de roteamento de veículos referenciados em Solomon (1987), foram definidas as localidades e as demandas. As coordenadas das localidades foram providas pelas três classes de dados espaciais utilizadas por Solomon, nas quais os clientes são localizados ou aleatoriamente ou em *clusters* ou como uma combinação de posicionamentos aleatórios e por *clusters*. Dois tipos de custos de designação foram utilizados: nos problemas (hol41-hol49), os custos foram baseados na localização das facilidades, assim como no subconjunto 1. Para os problemas (hol50-hol55), o custo de designação é baseado no problema de roteamento de veículos, como no subconjunto 2.

O subconjunto final (hol56-hol71) é gerado como o subconjunto 1, mas o número de locais candidatos é 30 e o número de clientes é 200. As capacidades e custos fixos são dados por $U[500-800]$ e $U[500-1500]$, respectivamente.

4.2 Conjuntos de teste de Delmaire et al. (1999)

O conjunto de teste de Delmaire et al.(1999) corresponde a cinquenta e sete instâncias de teste, divididas em sete subconjuntos. A tabela a seguir indica os números de locais e clientes para os subconjuntos:

Tabela 2. Problemas de Delmaire et al. (1999)

Subconjunto	Problemas	M	N
1	del1-del6	10	20
2	del7-del17	15	30
3	del18-del25	20	40
4	del26-del33	20	50
5	del34-del41	30	60
6	del41-del48	30	75
7	del49-del57	30	90

Nos subconjuntos de problemas de testes de 1 a 4, as demandas q_j são inteiros gerados pela distribuição uniforme no intervalo entre 10 e 30 ($U[10,30]$). As capacidades

são inteiros gerados por $U\left[20, \frac{2 \times \sum_{j \in J} q_j}{D_{coef} \times K} + 20\right]$. O parâmetro K representa uma estimativa

do número de facilidades abertas e é obtido aleatoriamente no intervalo $[0.1 \times n, n]$. O valor de D_{coef} é de aproximadamente 1.01 (não se tem informações sobre o parâmetro adotado, mas em função dos valores contidos nos conjuntos de teste, estimou-se que 1.01 é o valor

aproximado). Os custos fixos são inteiros calculados por $U\left[20 \times R, \left(\frac{2 \times \sum_{j \in J} q_j}{D_{coef} \times K} + 20\right) \times R\right]$,

em que R é um fator de proporcionalidade que varia entre 10 e 100, de acordo com os conjuntos de dados. Os custos de designação são inteiros gerados por $U[0,100]$. São calculados a partir de $c_{ij} = a_{ij} + r_{ij}q_j$, tomando-se a_{ij} como uma parcela fixa, aleatória, que depende da facilidade, e a segunda parcela $r_{ij}q_j$ como sendo proporcional à demanda.

Outro gerador de problemas foi implementado para avaliar o desempenho dos métodos propostos em problemas de tamanho maior, criando-se os subconjuntos de teste 5, 6 e 7. Adotaram-se as mesmas regras anteriores, porém com novos parâmetros: $D_{coef} = 1.01$

e, para cada subconjunto, utilizam-se, a cada dois problemas gerados, novos valores de R . Os valores são dados por $R = 10$, $R = 30$, $R = 60$ e $R = 90$.

4.3 Conjuntos de teste de Pirkul (1987)

O conjunto de teste de Pirkul (1987) corresponde a trezentos e vinte instâncias de teste, nas quais os dados utilizados para gerar os oito diferentes subconjuntos de problemas foram escolhidos aleatoriamente. A tabela abaixo indica os números de locais e clientes para os subconjuntos:

Tabela 3. Problemas de Pirkul (1987)

Subconjunto	Problemas	M	N
1	P1040	10	40
2	P1060	10	60
3	P1080	10	80
4	P10100	10	100
5	P2040	20	40
6	P2060	20	60
7	P2080	20	80
8	P20100	20	100

Para todos os subconjuntos, as demandas são definidas por: $q_j = 50 * R$, tal que R é um número selecionado em $U[0,1]$. O custo fixo das facilidades é definido por $f_i = W_1 + W_1 \times (R/4)$, tal que W_1 é uma constante positiva e R é o mesmo fator calculado anteriormente. Os pontos representando clientes e locais candidatos foram definidos pela distribuição uniforme em um retângulo de lados 50 e 100. A distância Euclidiana entre o local i e o local j (e_{ij}) foi utilizada para o cálculo dos coeficientes de custo c'_{ij} : $c'_{ij} = e_{ij} \times W_2$, tal que W_2 é um parâmetro positivo. Os custos em adquirir uma unidade de capacidade da facilidade em i (c''_i) são dados por $U[5,10]$. Os custos de designação são obtidos a partir de: $c_{ij} = c'_{ij} + c''_i q_j$. Os parâmetros W_1 e W_2 assumem os valores 200 e 400, e 4 e 2,

respectivamente. O limitante superior definido para a capacidade das facilidades é 500, resultando num limite de 20 clientes por local candidato, aproximadamente.

4.4 Conjuntos de teste de Cortinhal e Captivo (2003)

O conjunto de teste de Cortinhal e Captivo (2003) corresponde a trezentas e nove instâncias de teste. A tabela abaixo indica os números de locais e clientes para os subconjuntos:

Tabela 4. Problemas de Cortinhal e Captivo (2003)

Subconjunto	Problemas	M	N
1	8_25	8	25
2	25_25	25	25
3	33_50	33	50
4	50_50	50	50
5	25_50	25	50
6	25_100	25	100
7	25_250	25	250
8	25_500	25	500
9	50_100	50	100
10	50_250	50	250
11	50_500	50	500

Para todos os subconjuntos, as demandas dos clientes são números inteiros gerados por $U[5,35]$. As capacidades das facilidades também são números inteiros gerados a partir

de um outro intervalo: $U\left[\left\lfloor \frac{5nq}{m} \right\rfloor, \left\lfloor \frac{35nq}{m} \right\rfloor\right]$, onde $\lfloor x \rfloor$ representa o maior inteiro menor ou

igual a x , n é o número de clientes, m é o número de facilidades em potencial e q é a razão entre capacidade total e demanda total da instância de teste (para gerar as instâncias, adotaram-se os seguintes valores de q : 1.2, 1.3, 1.4, 1.5, 3.0 e 5.0). Os custos fixos são definidos por $f_i = U[0,90] + U[10,100] \times \sqrt{Q_i}$. Para definição dos custos de designação,

uma rede de densidade d e $(m+n)$ vértices foi utilizada, atribuindo-se o custo de cada arco por distribuição uniforme no intervalo $[0,100]$, criando-se assim uma matriz (foram adotados 3 valores de d diferentes: 25%, 50% e 75%). Tal matriz foi submetida ao algoritmo de Floyd (1962), obtendo-se a menor distância entre todos os pontos. Adotou-se então uma sub-matriz de m linhas e n colunas. Na tabela contendo resultados para tal conjunto de teste, a nomenclatura dos conjuntos contém as letras A, B ou C, que correspondem aos valores 25%, 50% e 75% adotados para d .

Os subconjuntos de 5 a 11 correspondem a 35 instâncias de maior dimensão, construídas com $q=3.0$ e $d=50\%$. O método de geração dos mesmos é similar ao anteriormente descrito, diferindo apenas pelos números de facilidades e clientes em cada instância.

4.5 Resultados computacionais

Os resultados são apresentados em desvio percentual relativo da função objetivo com relação ao valor ótimo da mesma: $DPR = \frac{Z - Z_o}{Z_o} \%$. Em instâncias de teste para as quais o valor do ótimo não é conhecido, adota-se Z_o como o melhor valor conhecido para a função objetivo.

Os valores dos parâmetros utilizados foram obtidos por um processo empírico, executando-se os problemas em intervalos consecutivos de valores para cada um dos parâmetros, primeiramente para a busca tabu de facilidades e, posteriormente, para a busca tabu de clientes. Executou-se, inicialmente, apenas o curto prazo, calibrando-se o mesmo. Depois, calibrou-se o longo prazo, apenas com intensificação. Adicionou-se, então, a diversificação. Também foi calibrado o número de ciclos de busca. Cada conjunto de instâncias foi calibrado separadamente. O processo de calibração concentrou-se no conjunto de testes de Holmberg et al. (1999), já que todos os problemas desse conjunto foram usados para a calibração. Nos demais conjuntos, apenas 40% dos problemas de testes foram utilizados para tal. A tabela 5 mostra os valores dos parâmetros para os quatro conjuntos de teste, a faixa usada para calibrá-los, e os valores do passo na faixa.

Tabela 5. Parâmetros das Buscas

Parâmetro	Holmberg et al. (1999)	Delmaire et al. (1999)	Pirkul (1987)	Cortinal e Captivo (2003)	Valores da Faixa de Calibração	Valor do Passo de Calibração
d_{\min}	0,20	0,20	0,05	0,30	0,05 – 0,30	0,05
d_{\max}	0,80	0,80	0,90	0,90	0,55 – 1,00	0,05
α_1	2,80	2,80	3,00	2,80	1,80 – 3,10	0,10
α_2	1,60	1,60	1,30	1,60	1,10 – 1,80	0,10
α_3	1,40	1,40	1,40	1,60	1,10 – 1,80	0,10
C	5	5	8	9	4 – 10	1
d'_{\min}	0,04	0,07	0,04	0,05	0,02 – 0,08	0,01
d'_{\max}	0,17	0,15	0,11	0,14	0,10 – 0,19	0,01
α'_1	2,90	2,70	1,90	2,80	1,80 – 3,00	0,10
α'_2	2,70	3,10	2,80	2,70	2,40 – 3,20	0,10
α'_3	0,16	0,19	0,17	0,18	0,10 – 0,20	0,10
C'	4	16	5	5	2 – 20	1

As tabelas que se seguem demonstram a evolução do desempenho das diferentes implementações testadas, demonstrando o gradual aumento na eficiência do algoritmo, quando aplicado ao conjunto de teste de Holmberg et al. (1999). Cada tabela é estruturada da seguinte forma: a primeira coluna expressa o nome do problema de teste, a segunda indica o número de locais candidatos a facilidades, a terceira indica o número de clientes, a quarta indica o número de problemas de teste do conjunto e as demais indicam valores dos

percentuais de desvio do valor da função objetivo em relação aos valores ótimos para as diferentes etapas da evolução do algoritmo aqui proposto. As etapas são:

- HCD - Heurística Construtiva de Delmaire et al.
- HCLK - Heurística Construtiva de Luss e Klincewicz
- HCI - Heurística Construtiva Inicial
- HCB - Facilidades Abertas em HCI e Heurística de Designação com Busca Local de Clientes
- BTF - Curto Prazo na Busca Tabu de Facilidades
- BTFI - Curto Prazo e Intensificação na Busca Tabu de Facilidades
- BTFID - Curto Prazo, Intensificação e Diversificação na Busca Tabu de Facilidades
- BTC - Conjunto Elite a partir de BTFID e Curto Prazo na Busca Tabu de Clientes, com Religação de Caminhos
- BTCI - Conjunto Elite a partir de BTFID e Curto Prazo e Intensificação na Busca Tabu de Clientes, com Religação de Caminhos
- BTCID - Conjunto Elite a partir de BTFID e Curto Prazo, Intensificação e Diversificação na Busca Tabu de Clientes, com Religação de Caminhos

Tabela 6. Resultados das Heurísticas Construtivas e Busca Local

Problemas	M	N	No. probl.	HCLK	HCD	HCI	HCB
hol1 -hol24	10 a 20	50	24	2,46	138,42	2,42	1,73
hol25- hol40	30	150	16	4,99	312,64	2,14	1,64
hol41- hol55	10 a 30	70 a 100	15	5,74	92,21	3,67	2,98
hol56- hol71	30	200	16	4,24	198,68	2,88	2,44
hol1 -hol71	10 a 30	50 a 200	71	4,12	181,50	2,72	2,13
No. Ótimos atingidos				2	0	7	10

A Tabela 6 mostra que a heurística construtiva inicial é superior às outras versões construtivas tanto em termos de número de ótimos atingidos como em relação à diminuição

de valores de desvios relativos. O uso da HCD, que apresenta fraco desempenho quando executada sozinha, na definição da primeira facilidade a ser aberta em HCLK, representa um aumento de 5 ótimos atingidos e uma redução de 1,40% nos desvios relativos de função objetivo. Percebe-se ainda uma evolução com a melhoria das designações de clientes ao se aplicar o HCB para este conjunto de testes. Graficamente, tem-se a representação dos desvios percentuais relativos conforme a Figura 2:

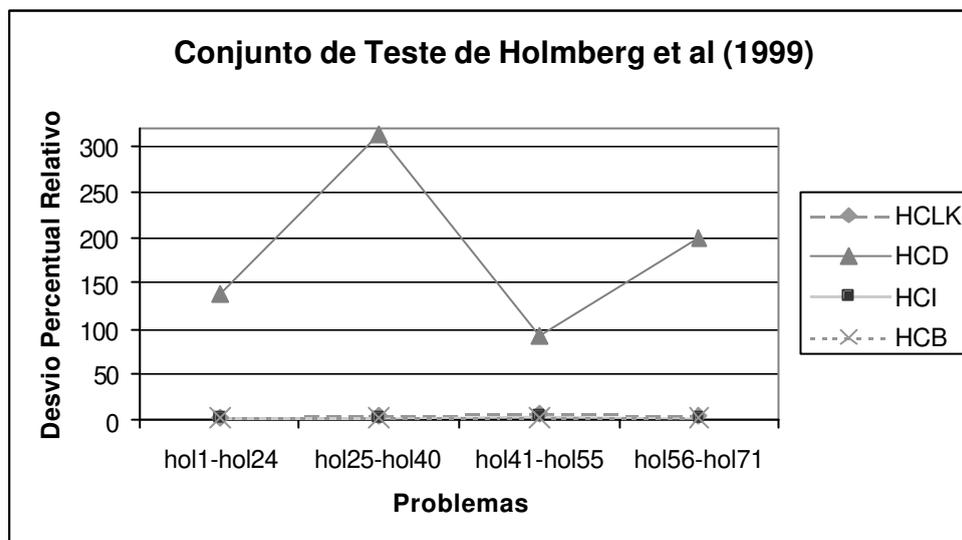


Figura 2. Desvios percentuais relativos das Heurísticas Construtivas e Busca Local

Como as curvas de HCLK, HCI e HCB são muito próximas na escala utilizada anteriormente, destacam-se as mesmas na Figura 3.

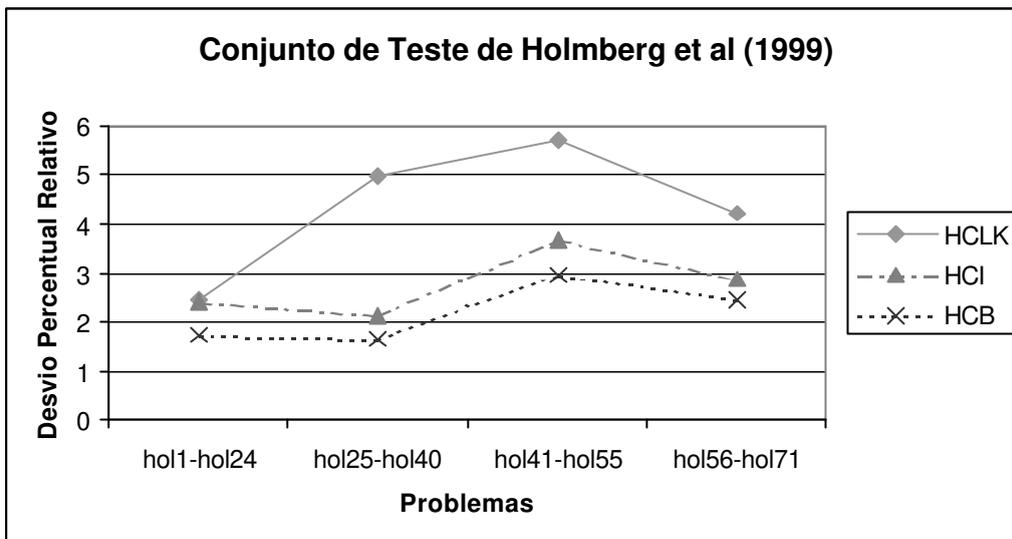


Figura 3. Desvios percentuais relativos de HCLK, HCI e HCB

A Tabela 7 demonstra a evolução da busca tabu aplicada ao conjunto de facilidades, comparando-se o desempenho da mesma quando são executadas as seguintes seqüências: ciclos de busca com curto prazo, ciclos de busca com curto prazo e intensificação e a busca completa, com ciclos de curto prazo, intensificação e diversificação.

Tabela 7. Resultados da Busca Tabu de Facilidades

Problemas	M	N	No. probl.	BTF	BTFI	BTFID
hol1 - hol24	10 a 20	50	24	0,08	0,09	0,07
hol25-hol40	30	150	16	0,08	0,08	0,08
hol41-hol55	10 a 30	70 a 100	15	0,37	0,36	0,18
hol56-hol71	30	200	16	0,10	0,06	0,03
hol1 - hol71	10 a 30	50 a 200	71	0,15	0,14	0,08
No. Ótimos atingidos				39	39	44

Graficamente, os resultados são representados na Figura 4:

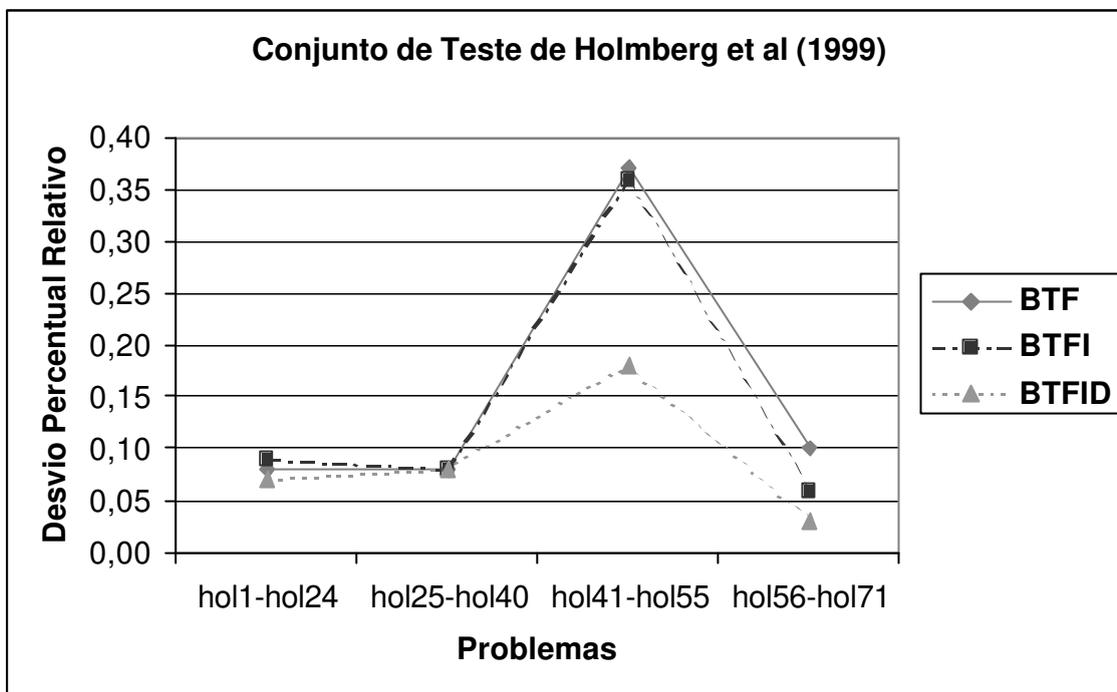


Figura 4. Desvios percentuais relativos da Busca Tabu de Facilidades

Há um grande salto no número de ótimos atingidos quando se compara o valor anterior de ótimos (10 para HCB). Verifica-se também uma considerável redução nos desvios relativos, tendo em vista que os problemas não resolvidos anteriormente são cada vez mais complexos em termos de estrutura e tamanho. Pequena evolução é verificada com a adição de intensificação. Com a inclusão da diversificação, uma acentuada evolução é verificada, com o número de ótimos atingindo 44 soluções e o desvio relativo caindo para menos de 0,10%.

A partir da aplicação da busca tabu de facilidades, verificou-se a necessidade de melhoria nas designações de clientes para que mais ótimos fossem atingidos. A Tabela 8 mostra a evolução do algoritmo de busca tabu de designações de clientes desenvolvido. Novamente, inicia-se apenas com curto prazo, adotando-se depois curto prazo e intensificação. Por último, a diversificação é adicionada.

Tabela 8. Resultados com Busca Tabu na Designação de Clientes

Problemas	M	N	No. probl.	BTC	BTCI	BTCID
hol1 - hol24	10 a 20	50	24	0,00	0,00	0,00
hol25- hol40	30	150	16	0,00	0,00	0,00
hol41- hol55	10 a 30	70 a 100	15	0,00	0,00	0,00
hol56- hol71	30	200	16	0,0031	0,0004	0,0004
hol1 - hol71	10 a 30	50 a 200	71	0,0007	0,0001	0,0001
No. Ótimos atingidos				69	70	70

Graficamente, tem-se a representação dos desvios percentuais relativos para a Busca Tabu aplicada à Designação de Clientes na Figura 5:

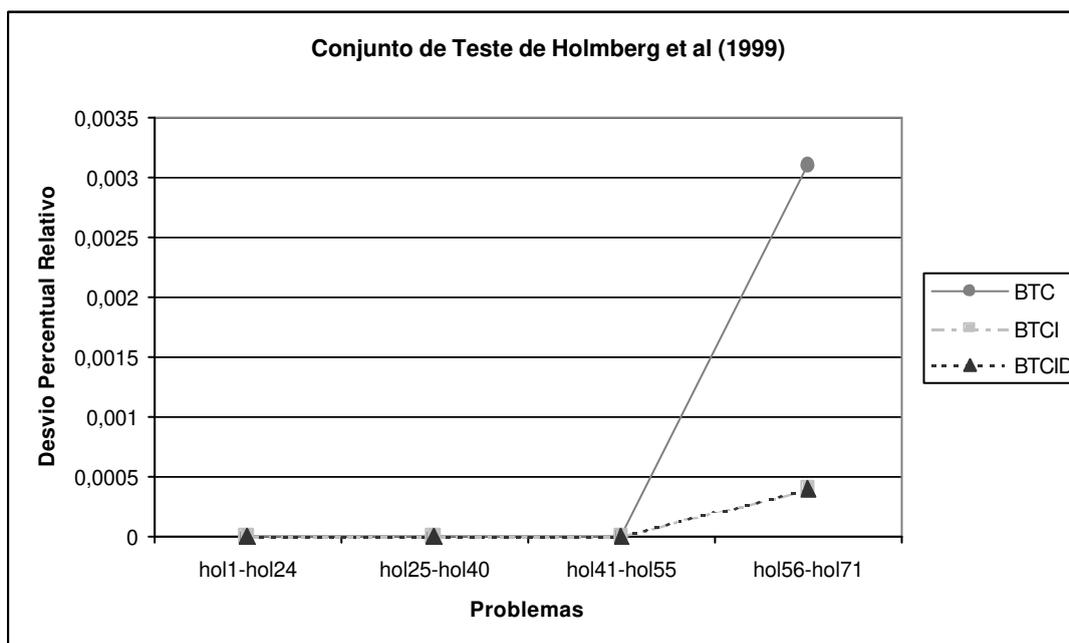


Figura 5. Desvios percentuais relativos da Busca Tabu na Designação de Clientes

Verifica-se uma melhoria grande de desempenho com a aplicação da heurística de busca tabu ao PDG, atingindo-se quase que a totalidade dos ótimos. Na realidade, variando-se os valores dos parâmetros, o único ótimo não atingido com os valores citados

anteriormente é também atingido, em detrimento dos valores de outros ótimos do conjunto de testes. O único ótimo não atingido corresponde ao problema p70, cujo ótimo tem função objetivo igual a 3231 e cujo resultado obtido foi 3233. Verifica-se pouca influência da diversificação neste conjunto de testes. Porém, executando-se apenas poucos ciclos de busca com curto prazo e intensificação e a mesma quantidade de ciclos com diversificação, verifica-se que a diversificação atua, principalmente a partir do segundo ciclo, quando executada.

A Tabela 9 mostra os tempos computacionais médios em segundos, tanto para atingir a solução incumbente, como em termos de execução total da busca em BTCID:

Tabela 9. Tempos computacionais médios de BTCID

Problemas	M	N	Tempo Médio De Incubente (s)	Tempo Médio Busca (s)
hol1 - hol24	10 a 20	50	0,70	8,50
hol25 - hol40	30	150	28,72	209,44
hol41 - hol55	10 a 30	70 a 100	5,63	44,12
hol56 - hol71	30	200	95,34	608,73
hol1 - hol71	10 a 30	50 a 200	29,38	196,39

Em termos de tempo computacional, verifica-se que em média, a solução incumbente é rapidamente encontrada, porém os tempos totais de busca são elevados. Isto se deve ao fato de que o método proposto engloba dois algoritmos de busca tabu, uma para escolha de facilidades e outra para designação de clientes.

O desempenho da heurística de busca tabu completa (BTCID) é comparado na Tabela 10 com o melhor método de busca da Heurística de Múltiplas Trocas (HMTA) do trabalho de Ahuja et al.(2004), cujos resultados correspondem aos melhores valores obtidos por métodos não exatos publicados para o conjunto de teste de Holmberg et al. (1999).

Tabela 10. Resultados comparativos para o conjunto de teste de Holmberg et al. (1999)

Problemas	M	N	no. probl.	Qtde. ótimos atingidos		Desvio percentual em relação ao ótimo		Tempo Computacional (s)	
				HMTA	BTCID	HMTA	BTCID	HMTA*	BTCID
hol1 - hol24	10 a 20	50	24	24	24	0,0	0,0	0,53	8,50
hol25- hol40	30	150	16	10	16	7,3	0,0	12,53	209,44
hol41- hol55	10 a 30	70 a 100	15	13	15	1,1	0,0	1,62	44,12
hol56- hol71	30	200	16	8	15	2,7	0,0004	15,85	608,73
hol1 - hol71	10 a 30	50 a 200	71	55	70	2,8	0,0001	6,91	196,39

* PC Athlon/1200MHz com 512Mb RAM, Red Hat Linux 7.1, compilador GNU g++

Graficamente, a comparação pode ser representada conforme a Figura 6 em termos de desvios percentuais relativos:

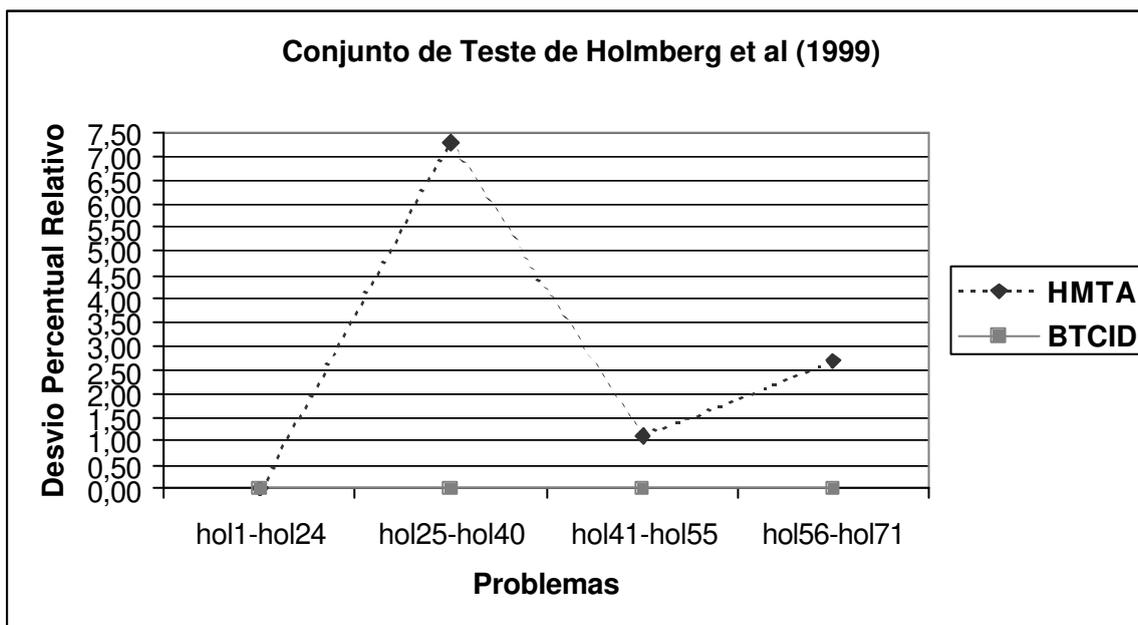


Figura 6. Desvios percentuais relativos para o conjunto de teste de Holmberg et al. (1999)

A representação gráfica dos tempos computacionais é dada pela Figura 7:

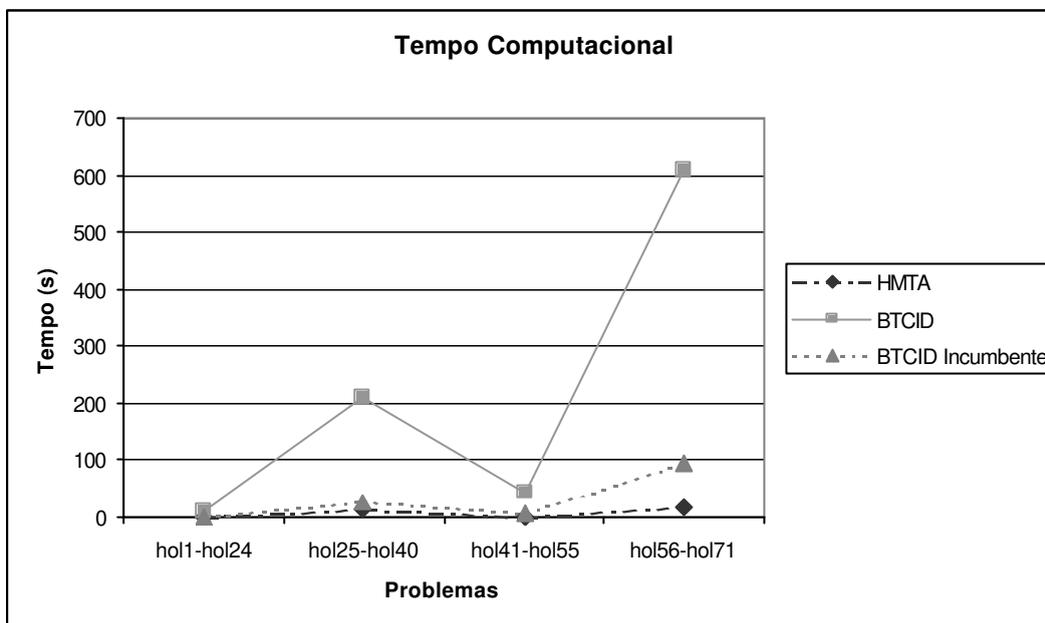


Figura 7. Tempos computacionais para o conjunto de teste de Holmberg et al. (1999)

Verifica-se assim que o desempenho do método aqui proposto é bastante superior ao de Ahuja et al. (2004), tanto em termos de desvio médio percentual como em número de ótimos obtidos. No entanto, o tempo computacional reportado pelos autores (desprezando-se o fato de que os computadores utilizados são diferentes e uma comparação direta é, portanto, difícil de ser feita) é muito menor que o utilizado pelo método aqui proposto, inclusive se for utilizado para comparação o tempo utilizado para encontrar a solução incumbente reportado na Tabela 9. Como explicado anteriormente, a complexidade do método aqui proposto explica tal disparidade.

Algumas decisões tomadas ao longo do desenvolvimento do algoritmo basearam-se em testes de desempenho, dos quais destaca-se a decisão pela escolha de movimento pelos critérios de Glover e Løkketangen (1998).

Tabela 11. Resultados dos critérios de escolha de movimento na Busca Tabu do PDG

Problemas	M	N	no. probl.	Soma Ponderada	Teste da Razão	Soma Ponderada com Preferências	Teste da Razão com Preferências
hol1-hol24	10 a 20	50	24	0,000	0,000	0,000	0,000
hol25-hol40	30	150	16	0,001	0,000	0,000	0,000
hol41-hol55	10 a 30	70 a 100	15	0,003	0,000	0,004	0,000
hol56-hol71	30	200	16	0,002	0,0004	0,003	0,002
hol1-hol71	10 a 30	50 a 200	71	0,0013	0,0001	0,0015	0,0004
No. Ótimos atingidos				66	70	67	70

Na Tabela 11, pode-se observar que o uso do Teste da Razão e o Teste da Razão com Preferências para escolha de movimentos na busca tabu do PDG incorrem em melhores soluções, atingindo 70 soluções ótimas cada. Porém, o segundo mecanismo tem uma maior média de desvio relativo que o primeiro critério. Os gráficos da Figura 8 mostram tal resultado:

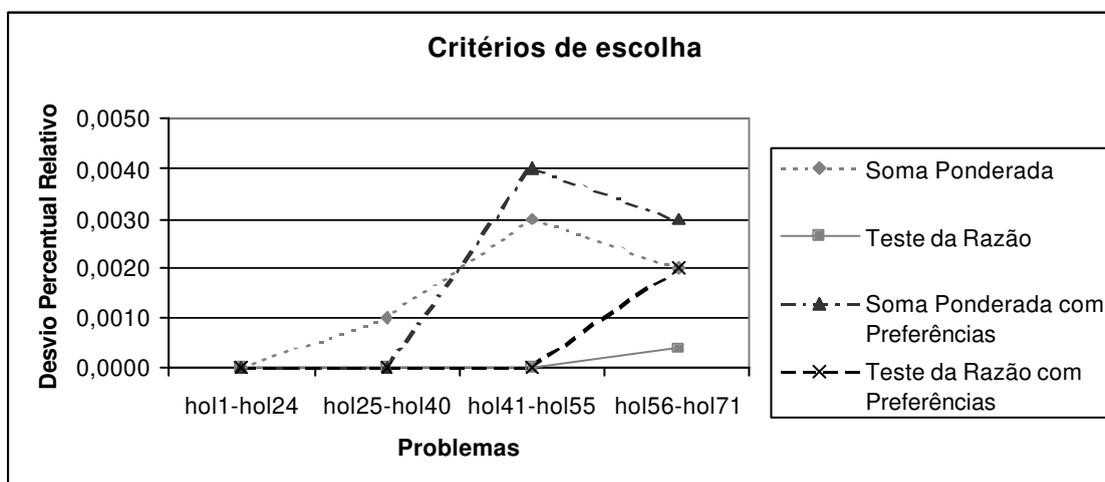


Figura 8. Desvios percentuais relativos para os critérios de escolha de movimentos

Outra escolha baseada em desempenho foi a do tipo de normalização para os critérios de Teste da Razão e Teste da Razão com Preferências. A Tabela 12 mostra os

resultados para as duas normalizações propostas por Glover e Løkketangen, quando utilizado o Critério de Teste da Razão.

Tabela 12. Resultados dos critérios de normalização no Teste da Razão

Problemas	M	N	no. probl.	Normalização 1	Normalização 2
hol1 - hol24	10 a 20	50	24	0,000	0,000
hol25- hol40	30	150	16	0,000	0,000
hol41- hol55	10 a 30	70 a 100	15	0,000	0,000
hol56- hol71	30	200	16	0,007	0,0004
hol1 - hol71	10 a 30	50 a 200	71	0,0015	0,0001
No. Ótimos atingidos				68	70

O mesmo resultado é graficamente representado na Figura 9:

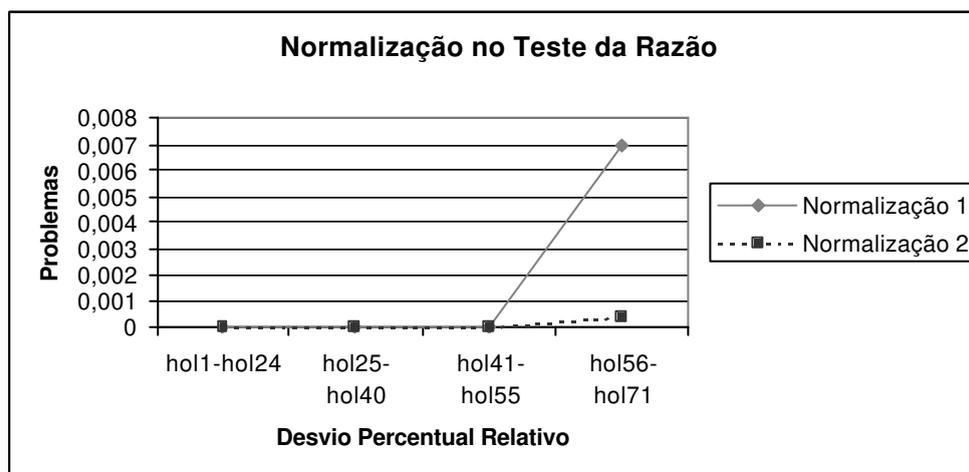


Figura 9. Desvios percentuais relativos para critérios de normalização no Teste da Razão

Verifica-se que a escolha da Normalização 2 gera melhores soluções que a Normalização 1, tanto em número de ótimos, quanto na média de desvio percentual relativo.

Em (Delmaire et al., 1999), os resultados numéricos dos valores das funções objetivo são divulgados para o conjunto de problemas de teste adotado. Tais valores, obtidos pelo

método híbrido que utiliza técnicas de GRASP e busca tabu, correspondem aos melhores resultados publicados para este conjunto de testes. Diante disso, segue a comparação dos valores divulgados em tal artigo (HHD – Heurística Híbrida de Delmaire et al.) com os valores obtidos pelo algoritmo aqui implementado, em termos de desvio percentual relativo ao melhor valor conhecido para tal conjunto de testes, fornecido em (Delmaire et al., 1999).

Tabela 13. Resultados comparativos para o conjunto de teste de Delmaire et al. (1999)

Problemas	M	N	no. probl.	Qtde. ótimos Atigindos		$\frac{Z - Z_o}{Z_o} \%$		HHD	BTCID	
				HHD	BTCID	HHD	BTCID	Tempo* (s)	Tempo de incumbente (s)	Tempo de execução (s)
del1 -del6	10	20	6	6	2	0,000	0,545	6,65	0,19	2,70
del7 -del17	15	30	11	11	2	0,000	0,723	11,89	2,21	9,63
del18 -del25	20	40	8	8	4	0,000	0,142	20,88	7,46	29,52
del26 -del33	20	50	8	8	3	0,000	0,274	33,54	15,12	47,32
del34 -del41	30	60	8	8	6	0,000	0,019	40,42	33,27	105,94
del42 -del49	30	75	8	6	3	0,017	0,085	56,75	44,52	174,81
del50 -del57	30	90	8	7	4	0,002	0,133	65,26	39,96	258,56
del1 -del57	10 a 30	20 a 90	57	54	24	0,003	0,289	33,63	20,01	88,31

* Tempos médios de execução (25 execuções) em sistema VAX-2000

Graficamente, tem-se a representação dos desvios percentuais relativos dada pela Figura 10:

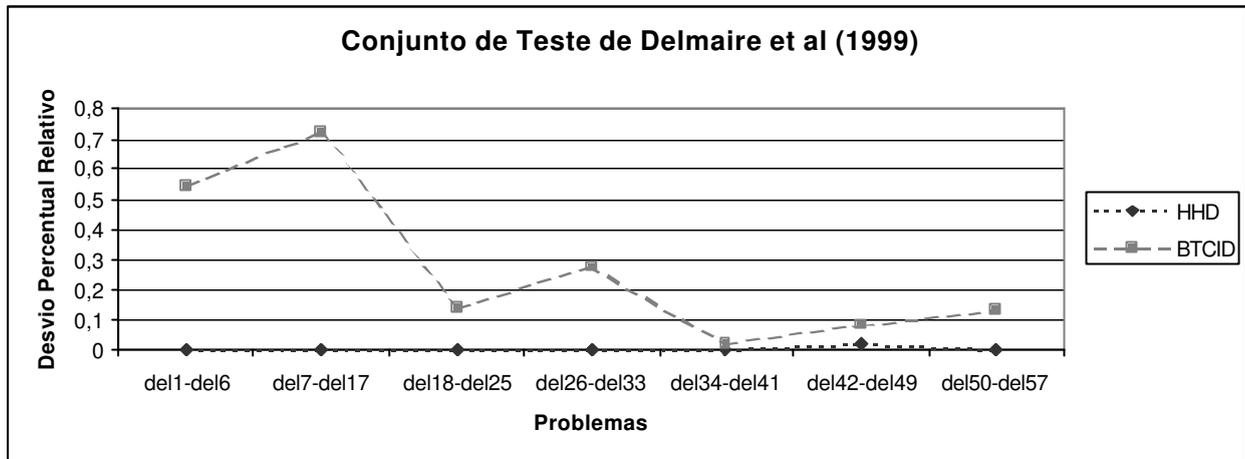


Figura 10. Desvios percentuais relativos para o conjunto de teste de Delmaire et al. (1999)

A representação gráfica dos tempos computacionais é dada pela Figura 11:

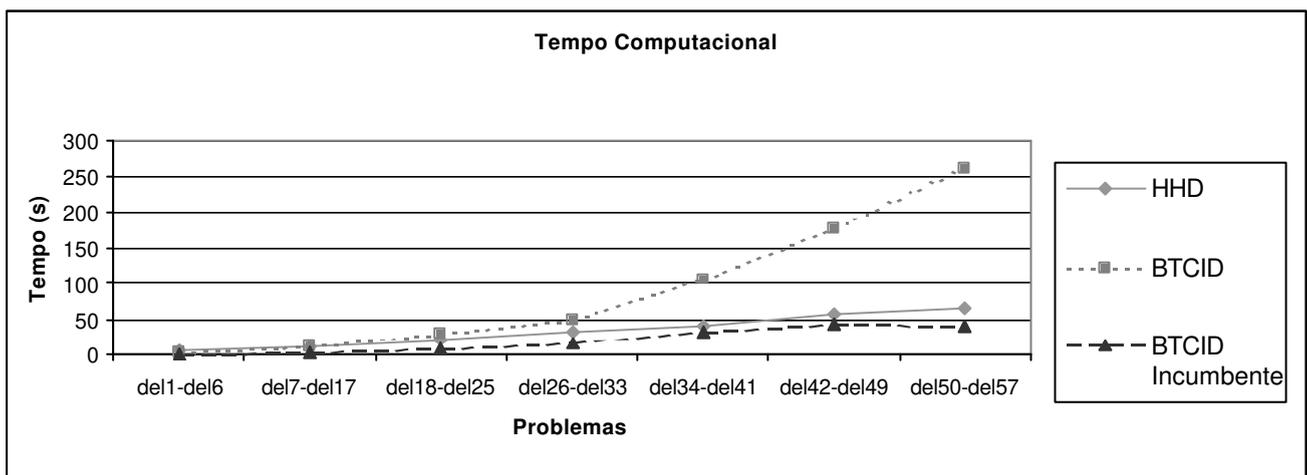


Figura 11. Tempos computacionais para o conjunto de teste de Delmaire et al. (1999)

Verifica-se que o desempenho do algoritmo aqui desenvolvido é pior que o algoritmo híbrido proposto pelos autores em (Delmaire et al., 1999), o que era até certo ponto esperado, já que o modelo híbrido dos autores foi desenvolvido focando em tal conjunto de testes e pelo fato de que a calibração do método aqui proposto focou principalmente no conjunto de testes de Holmberg et al. (1999). Em termos de tempo computacional, verifica-se que para instâncias de menor dimensão, o algoritmo aqui proposto é mais rápido que o método híbrido dos autores, porém nas instâncias de maior dimensão a busca para

designação torna-se custosa em termos de tempo computacional. No entanto, o tempo para encontrar a solução incumbente é relativamente baixo em BTCID.

Para os demais problemas de testes empregados, não foram publicados na literatura valores das soluções ótimas, nem das soluções encontradas. Diante disso, o desempenho do algoritmo é medido pela diferença percentual entre o valor encontrado e o limitante inferior calculado via relaxação lagrangiana. Para tal, foi desenvolvido o algoritmo de relaxação apresentado anteriormente no Capítulo 3. A tabela é estruturada da seguinte forma: a primeira coluna expressa o nome do problema de teste, a segunda indica o número de locais candidatos, a terceira indica o número de clientes, a quarta indica o número de problemas de teste do conjunto e as demais indicam os percentuais de desvio relativo e tempos computacionais.

Para os conjuntos de teste de Holmberg et al. (1999), a Tabela 14 mostra que a relaxação lagrangiana fornece limitantes bem apertados e o bom resultado do método aqui

proposto. O valor $\frac{(Z - Z^i)}{Z^i} \%$ corresponde ao desvio percentual relativo do valor obtido por BTCID em relação ao limitante inferior.

Tabela 14. Desempenho da Relaxação Lagrangiana para o conjunto de teste de Holmberg et al. (1999)

Problemas	M	N	No. probl.	$\frac{(Z - Z^i)}{Z^i} \%$
hol1 - hol24	10 a 20	50	24	0,363
hol25- hol40	30	150	16	0,693
hol41- hol55	10 a 30	70 a 100	15	0,550
hol56- hol71	30	200	16	0,436
hol1 - hol71	10 a 30	50 a 200	71	0,493

Verifica-se que o desvio relativo médio dos valores da função objetivo encontrada via BTCID em relação aos limitantes inferiores é de 0,493%, o que demonstra que a relaxação utilizada pode ser considerada de boa qualidade.

O desempenho de BTCID foi testado utilizando-se o conjunto de testes de Cortinhal e Captivo (2003). A comparação é feita em relação aos resultados apresentados pelo algoritmo de relaxação lagrangiana com busca tabu (RLCC – Relaxação Lagrangiana de Cortinhal e Captivo) apresentado em (Cortinhal e Captivo, 2003). Na Tabela 15,

$\frac{(Z - Z^i)}{Z^i} \%$ corresponde ao desvio percentual relativo do valor obtido po BTCID em relação ao limitante inferior e $\frac{(Z^s - Z^i)}{Z^i} \%$ corresponde ao desvio percentual relativo do limitante superior em relação ao limitante inferior obtidos via RLCC.

Tabela 15. Resultados comparativos para o conjunto de teste de Cortinha1 e Captivo (2003)

Problemas	M	N	no. probl.	BTCID	RLCC	BTCID		RLCC
				$\frac{(Z - Z^i)}{Z^i} \%$	$\frac{(Z^s - Z^i)}{Z^i} \%$	Tempo de incumbente(s)	Tempo de execução(s)	Tempo* (s)
A_8_25	8	25	27	0,511	0,167	0,11	1,46	8,98
B_8_25	8	25	27	0,397	0,113	0,22	1,49	6,27
C_8_25	8	25	28	0,320	0,058	0,24	1,47	3,73
A_25_25	25	25	23	1,752	1,013	35,16	55,02	22,48
B_25_25	25	25	21	1,641	1,872	37,76	55,75	19,23
C_25_25	25	25	21	1,452	1,012	28,24	52,84	18,03
A_33_50	33	50	24	0,931	0,978	160,99	236,96	67,61
B_33_50	33	50	24	0,789	0,990	191,46	247,27	60,60
C_33_50	33	50	24	0,740	0,380	164,27	251,80	57,17
A_50_50	50	50	19	1,591	1,915	1260,55	1270,24	92,22
B_50_50	50	50	17	1,018	1,703	1040,48	1343,28	88,36
C_50_50	50	50	19	1,053	1,243	1163,69	1440,92	85,80
B_25_50	25	50	5	0,387	0,09	57,77	82,90	41,60
B_25_100	25	100	5	0,161	0,08	175,11	261,64	132,80
B_25_250	25	250	5	0,051	0,02	466,83	1519,84	754,40
B_25_500	25	500	5	0,169	0,09	1925,95	10866,08	6323,60
B_50_100	50	100	5	0,418	0,11	1168,04	1272,44	186,80
B_50_250	50	250	5	0,426	0,07	8059,34	9610,38	1074,20
B_50_500	50	500	5	0,219	0,02	13091,75	21672,92	2875,25
Total	8 a 50	25 a 500	309	0,887	0,876	653,91	1055,89	184,45

* Os tempos computacionais fornecidos correspondem ao tempo médio de execução em PC Pentium II, 233 MHz.

Representando-se graficamente os desvios obtém-se a Figura 12:

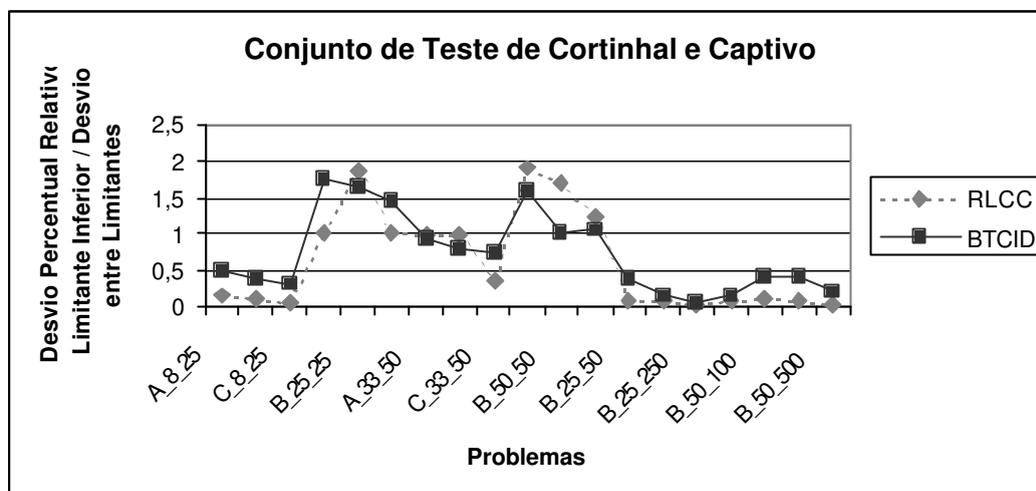


Figura 12. Desvios percentuais relativos para o conjunto de teste de Cortinhal e Captivo (2003)

Em termos de tempo computacional a representação gráfica é dada pela Figura 13:

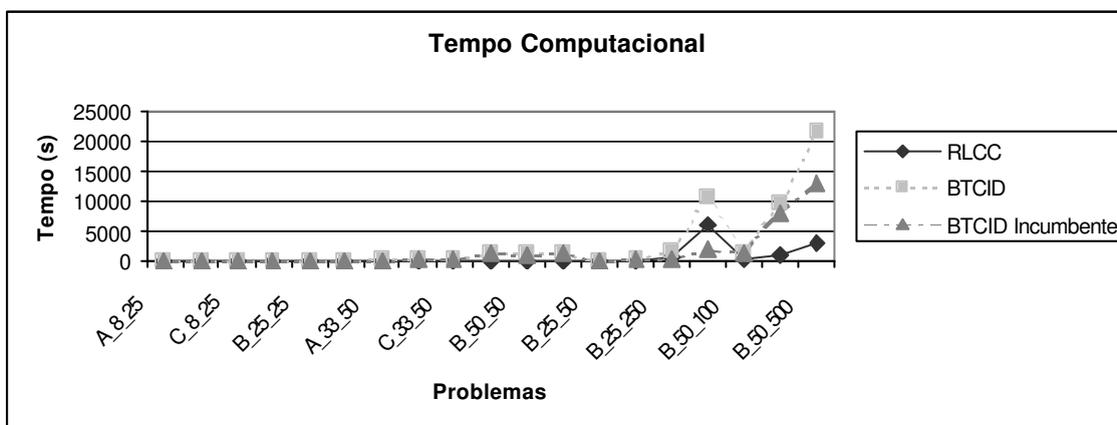


Figura 13. Tempos computacionais para o conjunto de teste de Cortinhal e Captivo (2003)

Verifica-se que o desvio obtido entre o valor do algoritmo aqui desenvolvido e o limitante inferior obtido pela relaxação lagrangiana são muito próximos do valor fornecido pelas autoras. Verifica-se em **negrito** um melhor desempenho do método aqui proposto, porém não é identificável nas instâncias um padrão que explique tal resultado. Novamente

verifica-se que em termos de tempo computacional, o algoritmo BTCID é mais rápido apenas para instâncias de menor dimensão.

Por último, seguem os resultados comparativos do desempenho do algoritmo aqui proposto quando aplicado ao conjunto de testes de Pirkul (1987). A comparação é feita em relação aos resultados apresentados pelo algoritmo de relaxação lagrangiana com busca tabu desenvolvido por Cortinhal e Captivo (RLCC – Relaxação Lagrangiana de Cortinhal e Captivo) e também com relação à heurística lagrangiana desenvolvida por Pirkul (HLP – Heurística Lagrangiana de Pirkul). Na Tabela 16, $\frac{(Z - Z^i)}{Z^i} \%$ corresponde ao desvio percentual relativo do valor obtido por BTCID em relação ao limitante inferior, $\frac{(Z - Z^o)}{Z^o} \%$ corresponde ao desvio percentual relativo valor de HLP em relação ao melhor valor conhecido e $\frac{(Z^s - Z^i)}{Z^i} \%$ corresponde ao desvio percentual relativo do limitante superior em relação ao limitante inferior obtidos por RLCC.

Tabela 16. Resultados comparativos para o conjunto de teste de Pirkul (1987)

Problemas	M	N	no. probl.	BTCID	HLP	HLCC	BTCID	BTCID	HLP	HLCC
				$\frac{(Z - Z^i)}{Z^i} \%$	$\frac{(Z - Z^o)}{Z^o} \%$	$\frac{(Z^s - Z^i)}{Z^i} \%$	Tempo de Incumbente (s)	Tempo de execução (s)	Tempo* (s)	Tempo** (s)
P1040	10	40	40	0,62	0,06	0,00	0,13	1,09	5,38	0,60
P1060	10	60	40	1,24	0,00	0,02	0,44	2,82	8,55	3,93
P1080	10	80	40	1,46	0,52	0,01	0,91	5,76	20,03	12,38
P10100	10	100	40	0,94	0,30	0,00	1,17	10,64	32,45	24,50
P2040	20	40	40	1,93	0,21	0,01	0,78	5,74	8,45	1,25
P2060	20	60	40	1,59	0,19	0,00	3,85	11,98	17,20	2,18
P2080	20	80	40	1,87	0,21	0,00	11,19	21,69	23,45	6,48
P20100	20	100	40	1,71	0,19	0,01	20,80	34,76	32,53	23,78
Total	10 a 20	40 a 100	320	1,42	0,21	0,01	4,91	11,81	18,50	9,38

* Os tempos computacionais fornecidos correspondem ao tempo médio de execução em IBM 3081-D com MVS/SP 1.3.2

* * Os tempos computacionais fornecidos correspondem ao tempo médio de execução em PC Pentium II, 233 MHz

Representam-se graficamente os desvios pelos gráficos da Figura 14:

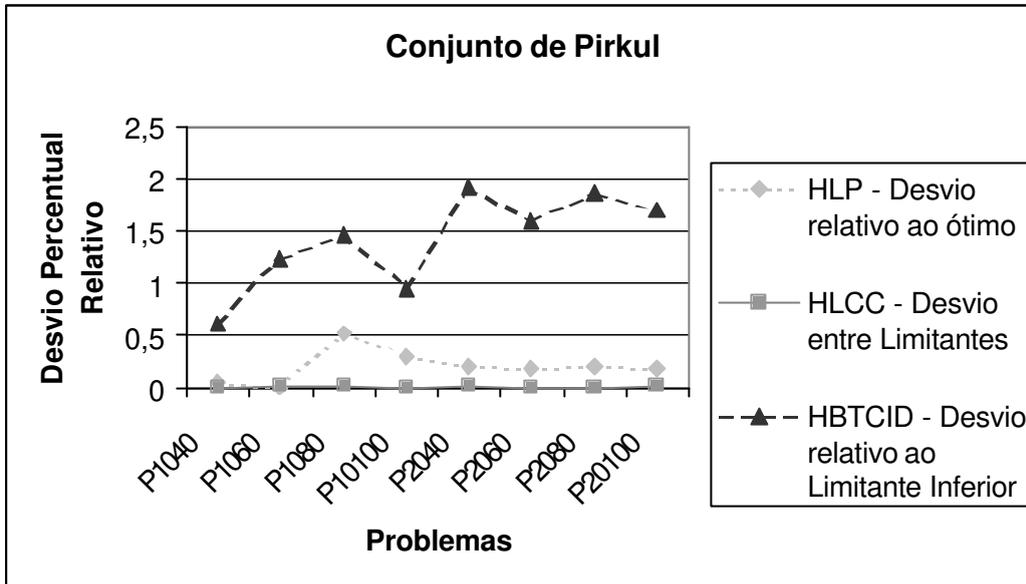


Figura 14. Desvios percentuais relativos para o conjunto de teste de Pirkul (1987)

A representação dos tempos computacionais é dada pela Figura 15:

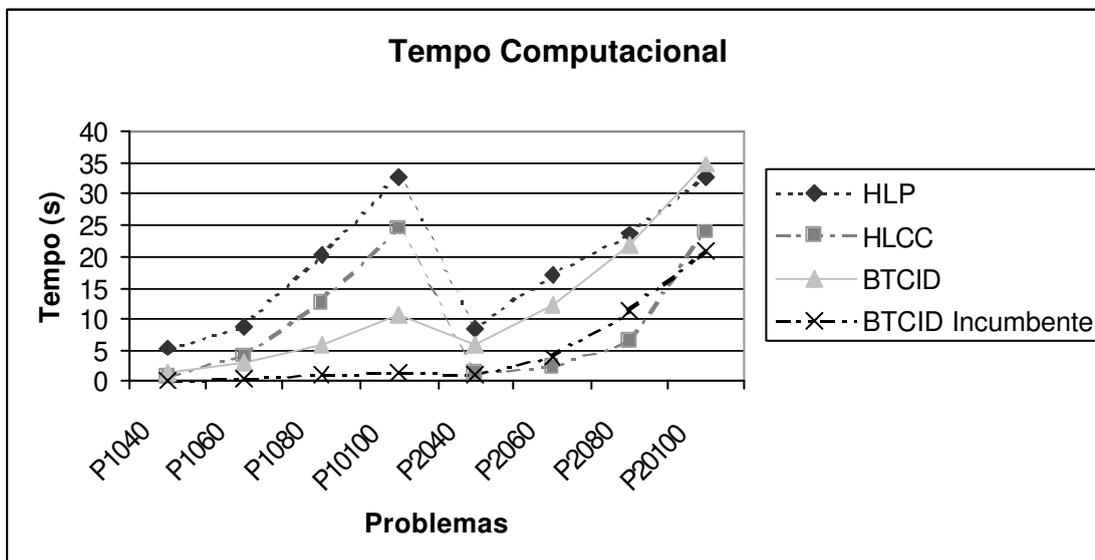


Figura 15. Tempos computacionais para o conjunto de teste de Pirkul (1987)

É difícil traçar comparações diretas com a Heurística Lagrangiana de Pirkul, já que os valores percentuais são tomados em relação a valores diferentes e a relaxação lagrangiana aplicada pelo autor é diferente da aqui empregada. Verifica-se, no entanto, que para este conjunto de testes, os desvios relativos entre o valor obtido pelo algoritmo e o limitante inferior obtidos foi maior que os desvios obtidos por Captivo e Cortinhal, dando novas evidências de problemas de calibração. Outra causa possível de tais resultados distintos são as pequenas diferenças das implementações entre o algoritmo de relaxação desenvolvido pelas autoras e o aqui empregado.

Conclusões

O objetivo deste trabalho foi desenvolver e implementar um método de solução para o problema de localização de facilidades com restrições de capacidade e fonte única. A escolha da busca tabu para a resolução do problema foi motivada pelos bons resultados obtidos em uma grande variedade de problemas de otimização e pela escassez de literatura sobre busca tabu na resolução de problemas de localização.

O algoritmo de busca tabu foi desenvolvido em etapas, sendo que em cada uma delas foram realizados testes para escolha do melhor método. Tal escolha foi baseada na avaliação do desempenho e na qualidade das soluções obtidas.

Primeiramente, uma solução inicial foi obtida por uma heurística construtiva. Foi escolhido um método que une duas heurísticas da literatura, baseado nos resultados obtidos para os problemas de teste de Holmberg et al. (1999), cujas soluções ótimas são conhecidas.

Foi implementada então a memória de curto prazo ao problema de escolha de facilidades e realizados novos testes, calibrando-se os parâmetros de duração tabu e critério de parada.

A partir dos resultados obtidos, a memória de longo prazo foi também desenvolvida, na tentativa de melhorar o desempenho da busca com procedimentos de intensificação e

diversificação, incorporados ao curto prazo. Testes demonstraram a gradual evolução do algoritmo, verificando-se significativa melhora com a inclusão da diversificação.

Após a escolha das facilidades abertas pelo mecanismo de busca tabu, foi criado um conjunto elite com dez soluções de alta qualidade e suficientemente distantes entre si, ao qual aplicou-se o método de religação de caminhos para melhoria do conjunto.

Desenvolveu-se, então, uma nova busca tabu, a fim de melhorar a designação dos clientes. Partindo-se das soluções do conjunto elite, aplicou-se uma memória de curto prazo relacionada às designações de clientes. A partir de testes de calibração, foram definidos os valores da duração tabu e critério de parada.

Estruturas de memória de longo prazo foram também desenvolvidas, com a criação de estratégias de intensificação e diversificação, que foram aplicadas em conjunto com a memória de curto prazo. A partir dos testes, verifica-se um notável aumento do número de soluções ótimas atingidas, verificando-se, neste caso, que a diversificação pouco influencia no processo de busca.

Os resultados obtidos via busca tabu foram comparados aos resultados obtidos através de outros métodos disponíveis na literatura. Para tal, uma heurística lagrangiana foi implementada.

Conclui-se que a busca tabu foi bastante eficaz na obtenção de soluções de qualidade, porém o tempo computacional foi, em geral, mais elevado. Isto se deve ao fato do método aqui proposto englobar duas buscas tabu: uma para determinar facilidades abertas e uma para a designação de clientes.

Extensões deste trabalho podem incluir a aplicação do algoritmo desenvolvido, com as devidas modificações e adaptações, a outros problemas de localização, como o problema de p-medianas ou problemas mais simples, como o problema sem restrições de capacidade ou sem fonte única. Além disso, o método de calibração utilizado pode ser melhorado, elegendo-se um conjunto robusto de problemas de teste e criando-se assim um conjunto único de parâmetros para o algoritmo.

Bibliografia

AGAR, M.C. e SALHI, S. 1998. Lagrangean heuristics applied to a variety of large capacitated plant location problems, *Journal of Operational Research Society*, 49, pp. 1072-1084;

AHUJA, R.K.; ORLIN, J.B.; SCAPARRA, M.P.; PALLOTINNO, S. e SCUTELLÀ, M.G. 2004. A multi-exchange heuristic for the single source capacitated facility location problem, *Management Science*, 50 (6), pp. 749-760;

AKINC, U. e KHUMAWALA, B. M. 1977. An efficient branch and bound algorithm for the capacitated warehouse location problem, *Management Science*, 23 (6), pp. 585-594;

ARMENTANO, V. e ARAUJO, O. C. B. 2006. Grasp with memory-based mechanisms for minimizing total tardiness in single machine scheduling with setup times, *Journal of Heuristics*, 12, pp. 427-446;

BALLOU, R. H. 1968. Dynamic warehouse location analysis, *Journal of Marketing Research*, 5, pp. 271-276;

BARCELÓ, J. e CASANOVAS, J. 1984. A heuristic lagrangean algorithm for the capacitated plant location problem, *European Journal of Operational Research*, 15, pp. 212-226;

BARCELÓ, Jaime; FERNANDEZ, Elena; JÖRNSTEN e Kurt O.1991. Computational results from a new Lagrangean relaxation algorithm for the capacitated plant location problem, *European Journal of Operational Research*, 53, pp. 38-45;

BEASLEY, J.E. 1993. Lagrangean heuristics for location problems, *European Journal of Operational Research*, 65, pp. 383-399;

BROTCORNE, L.; LAPORTE, G. e SEMET, F. 2003. Ambulance location and relocation models, *European Journal of Operational Research*, 47, pp. 451-463;

CANEL, C.; KHUMAWALA, M.; LAW, J. e LOH, A. 2001. An algorithm for the capacitated, multi-commodity multi-period facility location problem, *Computers e Operations Research*, 28, pp. 411-427;

CAPTIVO, M.E. e CORTINHAL, M.J. 2003. Upper and lower bounds for the single source capacitated location problem, *European Journal of Operational Research*, 151, pp. 333-351;

CORDEAU, J. F.; PASIN, F. e SOLOMON, M. M. 2006. An integrated model for logistics network design, *Annals of Operations Research*, 144, pp. 59-82;

CORMEN, T. H.; LEISERSON, C. E.; RIVEST, R. L. e STEIN, C. 2001. *Introduction to Algorithms*, segunda edição, MIT Press and McGraw-Hill;

CURRENT, J.; DASKIN, M. e SCHILLING, D. 2002. *Discrete Network Location Models*, Cap. 3 em *Facility Location Theory: Applications and Methods*, Z. Drezner e H Hamacher eds., Springer-Verlang, Berlin, pp. 81-118;

CURRENT, J.; RATICK, S. e REVELLE, C. 1998. Dynamic facility location when total number of facilities is uncertain: a decision analysis approach, *European Journal of Operational Research*, 110, pp. 597-609;

DARBY-DOWAN, K. e LEWIS, H.S. 1988. Lagrangian Relaxation and the Single-Source Capacitated Facility-Location Problem, *Journal of Operations Research Society*, 39(11), pp. 1035-1040;

DELMAIRE, H.; DÍAZ, J.A.; FERNÁNDEZ, E. e ORTEGA, M. 1999. Comparing New Heuristics for the Pure Integer Capacitated Plant Location Problem, *Investigacion Operativa*, 8 (1; 2; 3), pp 217-242;

DELMAIRE, H.; DÍAZ, J.A.; FERNÁNDEZ, E. e ORTEGA, M. 1999. Reactive GRASP and Tabu Search heuristics for the single source capacitated plant location problem, *Infor*, 37 (3), pp. 194-225;

ERLENKOTTER, D. 1978. A dual-based procedure for uncapacitated facility location, *Operations Research*, 26 (6), pp. 992-1009;

FILHO, V.J.M.F. e GALVÃO, R.D. 1998. A tabu search heuristic for the concentrator location problem, *Location Science*, 6, pp 189-209;

FLOYD, R. W. 1962. Algorithm 97: shortest path, *Communications of the ACM*, 5 (6), pp. 345;

GALVÃO, R. D.; CHIYOSHI, Y. e MORABITO, R. 2005. Towards unified formulations and extensions of two classical probabilistic location models, *Computers e Operations Research*, 32, pp. 15-33;

GENDREAU, M.; LAPORTE, G. e SÉGUIN, R. 1996. A tabu search heuristic for the vehicle routing problem with stochastic demands and customers, *Operations Research*, 44 (3), pp. 469-477;

GLOVER F. 1998. A template for scatter search and a path relinking in artificial evolution, *Lecture Notes in Computer Science*, 1363, pp. 13-54. J-K. Hao, E. Lutton, E. Ronald, M. Schoenauer e D. Snyers, Eds, Springer;

GLOVER, F. 1986. Future Paths for Integer Programming and Links to Artificial Intelligence, *Computers and Operations Research*, 13, pp. 533-549;

GLOVER F. 1989. Tabu Search, Part I, *ORSA Journal on Computing*, 1 (3), pp. 190-206;

GLOVER F. 1990. Tabu Search, Part II, *ORSA Journal on Computing*, 2 (1), pp. 4-32;

GLOVER, F. 1996. Tabu search and adaptive memory programming – Advances, applications and challenges, in BARR R.S.; HELGASON R.V. e KENNINGTON J.L., (ed.), *Computing Tools for Modeling, Optimization and Simulation: Interfaces in Computer Science and Operations Research*, pp. 1-75;

GLOVER, F. e LAGUNA, M. 1997. *Tabu Search*. Kluwer Academic Publishers, Boston/ Dordrecht/ London;

HAKIMI, L. 1964. Optimum location of switching centers and the absolute centers and medians of a graph *Operations Research*, 12, pp. 450-459;

HAKIMI, L. 1965. Optimum location of switching centers in a communications network and some related graph theoretic problems, *Operations Research*, 13, pp. 462-475;

HINDI, K.S. e PIEN'KOSZ, K. 1999. Efficient solution of large scale, single source, capacitated plant location problems, *Journal of Operational Research Society*, 50, pp. 268-274;

HOLMBERG, K.; RÖNNQVIST, M. e YUAN, D. 1999. An exact algorithm for the capacitated facility location problems with single sourcing, *European Journal of Operational Research*, 113, pp. 544-559;

KLINCEWICZ, J. e LUSS, H. 1986. A Lagrangian Relaxation Heuristic for Capacitated Facility Location with Single-Source Constraints, *Journal of Operational Research Society*, 37 (5), pp. 495-500;

KLINCEWICZ, J.; LUSS, H. e PILCHER, M. 1990. Fleet size planning when outside carrier service are available, *Transportation Science*, 24, pp. 169-182;

KLOSE, A. e DREXL, A. 2004. Facility location models for distribution system design, *European Journal of Operational Research*, Article in press;

KUEHN, A. A. e HAMBURGER, M. J. 1963. A heuristic program for locating warehouses, *Management Science*, 9, pp. 643-666;

LARSON, R. C. 1974. A hypercube queuing model for facility location and redistricting in urban emergency services, *Computers and Operations Research*, 1, pp. 67-95;

LØKKETANGEN, A. e GLOVER, F. 1998. Solving zero-one mixed programming problems using tabu search, *European Journal of Operational Research*, 106, pp. 624-658;

LOUVEAUX, F. V. 1986. Discrete stochastic location models, *Annals of Operations Research*, 6, pp. 23-34;

MARTELLO, S e TOTH, P. 1981. An algorithm for the generalized assignment problem, in BRANS, J.P (ed.), *Operational Research*, IFORS, North-Holland, Amsterdam, pp. 589-603;

MARTELLO, S e TOTH, P. 1990. Knapsack Problems, Algorithms and Computer Implementations, Wiley, New York;

MARTÍ, R.; LAGUNA, M. e GLOVER, F. 2006. Principles of Scatter Search, *European Journal of Operational Research*, 169, pp. 359-372;

MELKOTE, S. e DASKIN, M. S. 2001. Capacitated facility location/network design problems, *European Journal of Operational Research*, 129, pp. 481-495;

MELO, M. T.; NICKEL, S. e SALDANHA DA GAMA, F. 2005. Dynamic multi-commodity capacitated facility location: a mathematical modeling framework for strategic supply chain planning, *Computers e Operations Research*, 33, pp. 181-208;

NAGY, G. e SALHI, S. 2007. Location-routing: issues, models and methods, *European Journal of Operational Research*, 177, pp. 649-672.

NEEBE, A. W. e RAO, M. R. 1983. An algorithm for the fixed-charge assigning users to sources problem, *Journal of Operations Research Society*, 34 (11), pp. 1107-1113;

OWEN, S. H. e DASKIN, M. S. 1998. Strategic facility location: A review, *European Journal of Operational Research*, 111, pp 423-447;

PIRKUL, Hasan. 1987. Efficient Algorithms for the Capacitated Concentrator Location Problem, *Computational Operations Research*, 14(3) pp. 197-208;

RÖNNQVIST, M.; TRAGANTALERNGSAK, S. e HOLT, J. 1999. A repeated matching heuristic for the single-source capacitated facility location problems, *European Journal of Operational Research*, 116, pp. 51-68;

SOLOMON, M. 1987. Algorithms for the vehicle routing and scheduling problem with time window constraints, *Operations Research*, 35, pp. 254-265;

SCHILLING, D. A. 1982. Strategic facility planning: the analysis of options, *Decision Sciences*, 13, pp. 1-14;

SRIDHARAN, R. 1986. A heuristic lagrangean algorithm for the capacitated plant location problem – A comment, *European Journal of Operational Research*, 23, pp. 264-265;

SRIDHARAN, R. A. 1993. Lagrangian heuristic for the capacitated plant location problem with single source constraints, *European Journal of Operational Research*, 66, pp. 305-312;

SUN, M. 2006. Solving the uncapacitated facility location problem using tabu search, *Computers e Operations Research*, 33, pp. 2563-2589;

TAKEDA, R.; WIDMER, J. A. e MORABITO, R. 2007. Analysis of ambulance decentralization in an urban emergency medical service using the hypercube queueing model, *Computers e Operations Research*, 34, pp. 727-741;

TEITZ, M. e BART, P. 1968. Heuristic methods for estimating the general vertex median of a weighted graph, *Operations Research*, 16, pp. 955-961.