



Universidade Estadual de Campinas
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação
Departamento de Sistemas e Controle da Energia
Laboratório de Dinâmica de Máquinas Elétricas

UMA CONTRIBUIÇÃO AO MODELAMENTO
MATEMÁTICO DINÂMICO DE MÁQUINAS
ASSÍNCRONAS TRIFÁSICAS

Marcio Massakiti Kubo
Engenheiro Eletricista

Prof. Dr. Ernesto Ruppert Filho
Orientador

*Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de
Computação da Universidade Estadual de Campinas como parte dos
requisitos exigidos para obtenção do título de*
MESTRE EM ENGENHARIA ELÉTRICA

BANCA EXAMINADORA
Prof. Dr. Ernesto Ruppert Filho
Prof. Dr. Antonio Lyrio Tadeu de Almeida - EFEI/Itajubá
Prof^a. Dr^a. Francisca Ap. de Camargo Pires - UNICAMP/FEEC
Prof. Dr. Carlos Rodrigues de Souza - UNICAMP/FEEC

Campinas, setembro de 2000

*A meus pais Antonio e Kazumi e
a meus irmãos Marcelo e Erica,
pois é por meio destas pessoas que
tenho feito grandes realizações.*

Resumo

Apresenta-se neste trabalho, um modelo matemático dinâmico da máquina de indução trifásica onde são contempladas tanto a falta de circularidade da superfície interna do estator como da superfície externa do rotor.

Os modelos matemáticos dinâmicos existentes na literatura consideram o entreferro da máquina constante o que, de fato, não ocorre. Mostra-se neste trabalho, que pequenas variações nas circularidades dessas superfícies (ovalizações) produzem oscilações, às vezes grandes, no conjugado eletromagnético de regime permanente.

Com o modelo apresentado pode-se reproduzir com razoável precisão essas oscilações de conjugado eletromagnético.

Abstract

It is presented in this thesis a three-phase induction machine dynamic mathematical model taking into account the non-circularities of the stator internal surface and the rotor external surface.

The dynamic mathematical models presented in the respective literature suppose constant air-gap which is not true in real machines.

It is shown in this paper that even very small changes in the stator and rotor surface circularities (egg-shaped) are responsible for sometimes large motor electromagnetic steady-state torque oscillations.

With the model developed in this thesis, it can produce with sensible accuracy the oscillations in the motor electromagnetic torque.

Agradecimentos

Ao professor Ernesto Ruppert Filho pela orientação e empenho sem os quais a realização deste trabalho não seria possível.

Ao professor Carlos Alberto Murari por ceder os equipamentos necessários aos experimentos.

Ao colega e amigo Roberto pelas muitas dúvidas esclarecidas e pelo suporte técnico em várias etapas do trabalho experimental.

À colega e amiga Luciana pelo auxílio dado em diversos problemas.

Ao amigo Bonani pelo auxílio prestado na montagem dos equipamentos.

Aos amigos do Departamento de Sistemas e Controle da Energia: Edson, Fernando, Joanna, Ricardo, Enes, Jês, Izabel, Nelson, André, Geomar, Reinaldo, Élcio, Marcos, Tereza, Caixeta e a todos pelos bons momentos que me deram a oportunidade de desfrutar.

À CAPES pelo apoio financeiro.

À minha namorada Daisy pelo apoio e compreensão imprescindíveis.

E sobretudo agradeço a Deus, por permitir tudo isso.

Sumário

Resumo	i
Abstract	ii
Agradecimentos	iii
Lista de Figuras	vi
Lista de Tabelas	viii
1 Introdução	1
1.1 Histórico	1
1.2 Escopo e fundamentação do trabalho	3
1.3 Diretrizes do trabalho	4
2 Modelamento Matemático	6
2.1 Introdução	6
2.2 Enrolamentos da máquina e força magnetomotriz no entreferro	7
2.3 O entreferro	8
2.4 Força magnetomotriz resultante no entreferro	12
2.5 Indutâncias da máquina de indução	18
2.6 Modelo matemático dinâmico da máquina de indução trifásica	25
3 Circuito equivalente de um motor de indução trifásico	34
3.1 Introdução	34
3.2 Fluxo de potências e perdas no motor	34
3.3 Circuito equivalente	37
3.4 Potências e conjugado no motor de indução	38
3.5 Determinação dos parâmetros do circuito equivalente	40
3.5.1 Medição da resistência elétrica por fase do enrolamento de estator .	40
3.5.2 Ensaio em vazio	42
3.5.3 Ensaio de rotor bloqueado ou travado	45

4	Sistema experimental e ensaios realizados	48
4.1	Introdução	48
4.2	Ensaio em carga nominal	49
4.3	Medição da resistência elétrica dos enrolamentos de estator por fase	53
4.4	Medição da resistência elétrica dos enrolamentos de rotor por fase	53
4.5	Ensaio em vazio	54
4.6	Ensaio em rotor bloqueado	54
4.7	Ensaio em vazio com rotor em aberto e acionado por motor de corrente contínua na velocidade síncrona	56
4.8	Motor de indução acionando máquina CC em vazio	56
5	Determinação de perdas e dos parâmetros do circuito equivalente do motor	59
5.1	Introdução	59
5.2	Determinação das perdas ferro no motor de indução (P_{fe})	59
5.3	Determinação das perdas adicionais (P_{ad})	60
5.4	Determinação das perdas mecânicas no motor de indução (P_{mmi})	60
5.5	Determinação das perdas mecânicas da máquina de corrente contínua	60
5.6	Determinação da potência mecânica (no eixo) do motor	61
5.7	Determinação das perdas cobre no enrolamento de estator do motor de indução	61
5.8	Determinação das perdas cobre no enrolamento de rotor do motor de indução	62
5.9	Balço de potência no motor de indução	62
5.10	Conjugado eletromagnético do motor de indução	62
5.11	Circuito equivalente do motor de indução	63
6	Resultados de simulação e experimentais	71
6.1	Introdução	71
6.2	Resultados experimentais	72
6.3	Resultados de simulações	75
6.4	Conclusões	80
6.5	Sugestões para novos trabalhos	80
	Referências Bibliográficas	81

Lista de Figuras

1.1	Motor de indução com carcaça em balanço e célula de carga para medição do conjugado	2
1.2	Conjugado eletromagnético de regime permanente do motor de indução trifásico	2
2.1	Seção transversal de uma MI c/ deformação no rotor	8
2.2	Diagrama planificado: irregularidades de rotor	9
2.3	Diagrama planificado: irregularidades de Estator	9
2.4	Irregularidades de estator e de rotor	11
2.5	Circuito de integração	12
2.6	Distribuição senoidal dos enrolamentos da fase ‘as’.	13
2.7	Força magnetomotriz do enrolamento as para $\mathcal{F}mm(0) = 0$	15
2.8	Força magnetomotriz do enrolamento as	16
2.9	Modelo idealizado da máquina de indução trifásica	26
2.10	Relação entre os eixos de estator (as, bs, cs), rotor (ar, br, cr) e D,Q	27
3.1	Circuito equivalente por fase do motor	37
3.2	Estator ligado em estrela	40
3.3	Estator ligado em delta	41
3.4	Equivalência $\Delta - Y$	41
3.5	Esquema elétrico para ensaio em vazio	43
3.6	Circuito equivalente do motor	43
3.7	Circuito equivalente simplificado (1)	43
3.8	Circuito equivalente simplificado (2)	44
3.9	Esquema elétrico para ensaio em rotor travado	45
3.10	Circuito equivalente do motor para rotor bloqueado	46
4.1	Montagem do trabalho experimental	49
4.2	Vista completa da montagem utilizada no laboratório	51
4.3	Vista de sensores de corrente (sensor de efeito Hall e resistores “shunt”)	52
4.4	Vista do sensor de velocidade (“encoder”) e dos sensores para corrente de rotor	52

LISTA DE FIGURAS

5.1	Circuito equivalente por fase do motor	65
5.2	Superfície de erro (1)	68
5.3	Superfície de erro (2)	68
6.1	Conjugado eletromagnético do motor de indução em regime permanente . .	72
6.2	Correntes elétricas nos enrolamentos de estator	73
6.3	Corrente na fase <i>ar</i> do rotor	74
6.4	Tensões de fase aplicadas no motor	74
6.5	Conjugados eletromagnéticos de regime permanente	75
6.6	Correntes elétricas de estator obtidas por simulação	76
6.7	Conjugados eletromagnéticos de regime permanente - simulação com tensões senoidal e amostrada	77
6.8	Conjugados eletromagnéticos de regime permanente - simulação com parâmetros otimizados apenas para estator	77
6.9	Conjugados eletromagnéticos de regime permanente obtido em simulação para entreferro entre 0,32 e 0,38 mm e para entreferro entre 0,33 e 0,37 mm	78
6.10	Conjugados eletromagnéticos de regime permanente obtido em simulação para entreferro entre 0,32 e 0,38 mm e para entreferro entre 0,31 e 0,39 mm	79

Lista de Tabelas

4.1	Ensaio do motor em carga	50
4.2	Ensaio em vazio	55
4.3	Ensaio de rotor bloqueado	55
4.4	Ensaio de motor acionado em velocidade síncrona	56
4.5	Ensaio de motor acionando máquina CC em vazio	58
5.1	Resultados obtidos a partir de parâmetros otimizados	70
5.2	Resultados obtidos pelo método convencional	70
5.3	Parâmetros Calculados	70

Capítulo 1

Introdução

1.1 Histórico

Este trabalho teve início quando se pesquisava a influência da saturação magnética no comportamento transitório do conjugado eletromagnético de um motor de indução trifásico.

Alguns estudos já haviam sido feitos anteriormente observando-se as formas de onda de correntes de enrolamentos de estator e de rotor e usando-as para calcular o conjugado eletromagnético com expressões derivadas de modelos matemáticos dinâmicos conhecidos [4]. Entretanto, não se tinha observado diretamente o conjugado transitório através de medição por um instrumento adequado.

Uma célula de carga adequada para funcionar sob tração e compressão, com precisão de 0,2% e resposta em tempo de 0,001 s foi adquirida e instalada na ponta de um braço preso à carcaça em balanço de um motor de indução (figura 1.1). A célula de carga é dotada de um sistema condicionador de sinal com circuito de calibração e foi ligada a um sistema de aquisição de dados.

Após um razoável tempo gasto para a calibração da célula usando pesos padrões e o próprio circuito de calibração disponível no condicionador de sinais da mesma, pôde-se observar a forma de onda do conjugado eletromagnético do motor em função do tempo e notar-se oscilações bastante significativas que se superpõem ao valor médio constante do conjugado eletromagnético em regime permanente (figura 1.2).

Essas oscilações de conjugado são sintomas da existência de conjugado de relutância magnética no motor, o que leva a crer que variações de entreferro o tenham produzido.

Como os modelos matemáticos dinâmicos de motores de indução trifásicos apresentados na literatura, notadamente o apresentado em [4], que é o mais utilizado nas diversas aplicações de motores, apresentam conjugado eletromagnético de regime permanente absolutamente constante, como será visto no capítulo 6, resolveu-se pesquisar e construir um modelo matemático dinâmico que bem representasse o fenômeno observado.

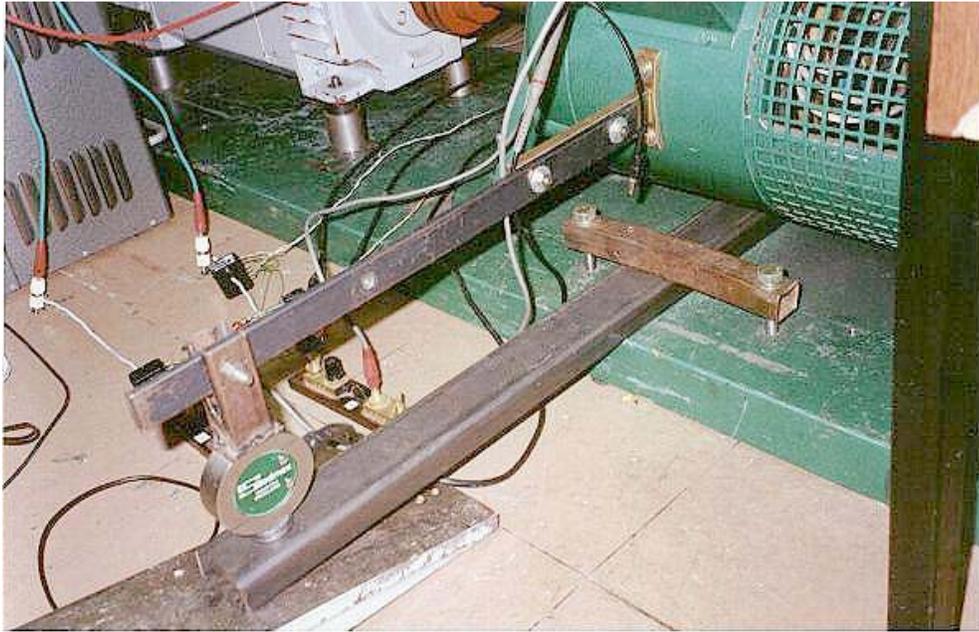


Figura 1.1: Motor de indução com carcaça em balanço e célula de carga para medição do conjugado

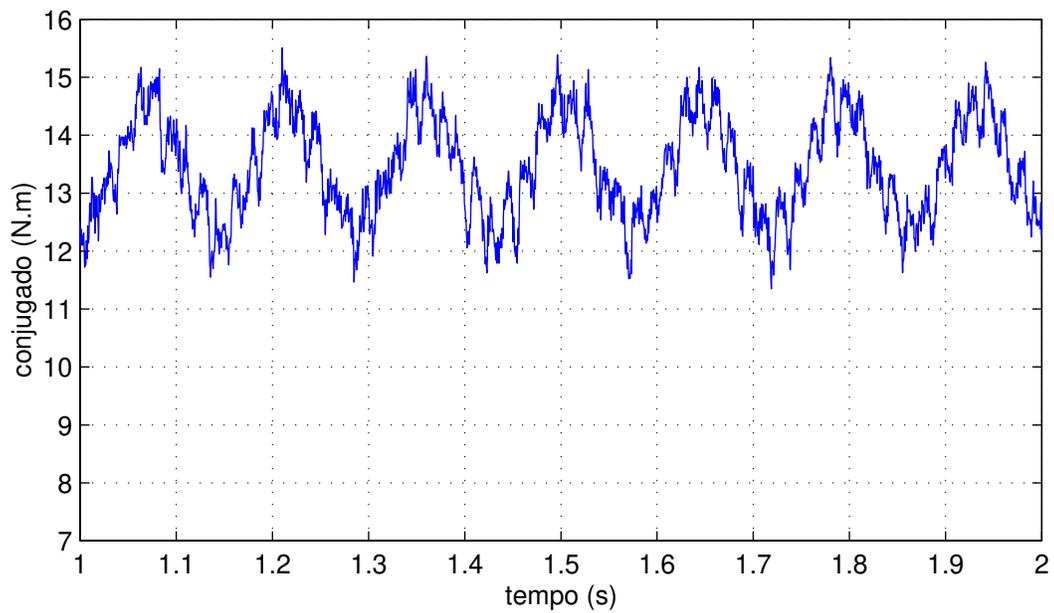


Figura 1.2: Conjugado eletromagnético de regime permanente do motor de indução trifásico

1.2 Escopo e fundamentação do trabalho

As máquinas de indução, quando alimentadas por tensões senoidais, apresentam distorções em seu conjugado eletromagnético, que provém do conteúdo harmônico de distribuição espacial de campo magnético produzido pelos enrolamentos no entreferro. Essas distorções produzem efeitos prejudiciais ao funcionamento da máquina em regime permanente.

Elas são devidas basicamente a dois fatores importantes:

- a) distribuição do enrolamento pelas ranhuras que pode ser feita de muitas maneiras com passo completo ou encurtado.
- b) a variação do entreferro ao longo das superfícies interna do estator e externa do rotor.

Os projetistas em geral conhecem certas regras para projetar enrolamentos de modo a tentar minimizar as distorções devidas à distribuição das bobinas ao longo do estator e do rotor. Entretanto, conseguem no máximo, minimizá-las, mas não eliminá-las.

Contudo, o fator que define mais claramente as características da distorção do conjugado eletromagnético parece ser, pelos resultados obtidos neste trabalho, efetivamente a variação do entreferro da máquina.

A variação do entreferro da máquina ocorre de três maneiras diferentes:

- a) devido à falta de circularidade tanto da superfície interna do estator como da superfície externa do rotor,
- b) devido a irregularidades pontuais das mesmas superfícies e
- c) devido à existência de ranhuras e dentes no estator de máquinas de rotor em gaiola e no estator e no rotor de máquinas de rotor enrolado (ou rotor de anéis).

Neste trabalho não foram considerados as causas mencionadas pelos itens *b* e *c*, mas somente os efeitos da não circularidade das superfícies de estator e de rotor.

A falta de circularidade de estator e de rotor caracterizam irregularidades de entreferro (variações de entreferro) que ocorrem por ocasião da construção da máquina, especialmente devido a excentricidades na usinagem de superfícies e na montagem, alinhamento de eixo e aquecimento devido à operação e devido a tratamentos térmicos porventura realizados. Essas irregularidades se caracterizam por uma ovalização tanto da superfície de estator como da de rotor.

Considerando-se somente o fenômeno de falta de circularidade tanto na superfície interna do estator como da externa do rotor, é possível estabelecer, como será mostrado ao longo do trabalho, um modelo matemático dinâmico do motor, que reproduz de maneira muito aproximada os efeitos observados na figura 1.2.

1.3 Diretrizes do trabalho

No capítulo 2 apresenta-se o modelo matemático dinâmico da máquina de indução trifásica proposta e mostra-se as diferenças físicas e computacionais entre ele e o modelo comumente utilizado na literatura [4].

Os modelos matemáticos dinâmicos do motor de indução trifásico e da máquina síncrona de pólos salientes apresentados em [4] foram utilizados para o estabelecimento do modelo aqui estudado.

O mesmo tipo de procedimento usado em [4] para representar a variação de entreferro da máquina síncrona de pólos salientes devido à forma do rotor foi utilizado neste trabalho. Entretanto, neste caso, foi introduzida também, formulação para representar variações na superfície do estator.

Para tal fim, foram utilizadas funções senoidais, pois estas permitem a manipulação e o cálculo da força magnetomotriz no entreferro, dos fluxos magnéticos ligados com os enrolamentos tanto de estator como de rotor e conseqüentemente das indutâncias próprias de enrolamentos de fase e mútuas entre enrolamentos.

Esse modelo matemático utiliza como parâmetros a resistência elétrica do enrolamento de estator por fase, a resistência elétrica do enrolamento de rotor por fase, as reatâncias de dispersão de estator e de rotor por fase e a reatância de magnetização do motor por fase que são os parâmetros do circuito equivalente usual apresentado na literatura [1, 2, 3, 4, 5].

Para avaliar a validade do modelo dinâmico, foi necessário ensaiar o motor de indução em carga. Escolheu-se a carga nominal por ser ela, em geral, a mais aplicada no motor e nesta situação, registrou-se o conjugado eletromagnético em regime permanente em função do tempo.

A partir do ensaio em carga do motor de indução, foi necessário identificar os parâmetros do seu circuito equivalente à carga nominal para usá-los no modelo matemático dinâmico estabelecido no capítulo 2 e confrontar o conjugado eletromagnético obtido por simulação com o conjugado obtido experimentalmente em carga nominal.

Observou-se, com surpresa, a dificuldade de encontrar parâmetros adequados para representar o motor em carga nominal. Para retratar essa dificuldade, construiu-se uma seqüência de capítulos até chegar aos parâmetros necessários e de forma aproximada.

No capítulo 3 apresenta-se um texto onde se discute o fluxo de potência e as perdas no motor, bem como a topologia do circuito equivalente a ser utilizado e a determinação dos seus parâmetros através dos ensaios em vazio e em rotor travado.

No capítulo 4 apresenta-se o sistema experimental montado no LADIME (Laboratório de Dinâmica de Máquinas Elétricas) da FEEC/UNICAMP para o ensaio em carga e para os ensaios em vazio e em rotor travado com os respectivos resultados.

Nesses ensaios, foi utilizada instrumentação eletrônica moderna com sensores Hall de corrente, célula de carga, sensor de velocidade tipo encoder, sensor de temperatura e sistema de aquisição de dados para colhê-los e tratá-los matematicamente. Não houve medições baseadas em leitura visual.

No capítulo 5 apresenta-se o cálculo de todas as perdas e potências do motor mostrando que o valor de conjugado eletromagnético medido está correto. Apresenta-se também neste capítulo uma ampla discussão sobre os parâmetros do circuito equivalente a serem utilizados no modelo matemático dinâmico para comprovação da precisão do modelo para representar o fenômeno em observação.

No capítulo 6 são apresentados os resultados das diversas simulações realizadas e as comparações com resultados experimentais e as conclusões devidas.

Capítulo 2

Modelamento Matemático

2.1 Introdução

Nesse capítulo, modifica-se o modelo matemático dinâmico do motor de indução trifásico apresentado em [4], de modo a torná-lo capaz de contemplar, de forma média, as irregularidades no entreferro (distância entre as superfícies interna de estator e externa de rotor) da máquina, decorrentes da falta de circularidade tanto da superfície interna do estator, como da superfície externa do rotor. Considera-se a existência de ovalizações que ocorrem tanto na superfície de estator como na do rotor e não são consideradas as irregularidades decorrentes da existência de ranhuras e dentes de estator, no caso de motores de rotor em gaiola, nem de ranhuras e dentes de estator e de rotor, no caso de motores de rotor enrolado.

A introdução do efeito das irregularidades do tipo não circularidade apresentadas no entreferro no modelo matemático dinâmico da máquina de indução, apresentada neste capítulo, baseia-se no modelamento matemático dinâmico de uma máquina síncrona trifásica de pólos salientes apresentado em [4]. Nessa referência, o autor determina a forma de onda da força magnetomotriz resultante no entreferro da máquina síncrona e a usa para o cálculo dos fluxos concatenados com os diversos enrolamentos de fases de estator e de rotor que, por sua vez, são usados para o cálculo das indutâncias mútuas entre esse enrolamentos.

Apesar dos enrolamentos de estator das máquinas de indução trifásicas serem idênticos aos de uma máquina síncrona trifásica, as irregularidades no entreferro das máquinas de indução não são tão evidentes como as apresentadas pelas máquinas síncronas de pólos salientes. Nestas, as irregularidades resultam de uma forma proposital de construção do rotor, ou seja, construção com peças polares magnéticas. O autor [4] constrói o modelo para uma máquina síncrona, no que se refere à determinação da forma de onda da força magnetomotriz de entreferro e à determinação das diversas indutâncias próprias de enrolamentos e mútuas entre enrolamentos e o generaliza para máquinas de indução simplesmente argumentando que nestas não ocorrem irregularidades de entreferro.

Desta maneira, o modelo matemático dinâmico apresentado em [4] não considera

as irregularidades do entreferro para as máquinas de indução e portanto, supõe que o entreferro seja absolutamente constante.

A falta de consideração das irregularidades do entreferro no modelo dinâmico da máquina de indução acarreta a supressão de um fenômeno importante que é a oscilação do conjugado eletromagnético da máquina em torno de um valor médio, mesmo em regime permanente, como será mostrado neste trabalho.

As irregularidades no entreferro das máquinas de indução aparecem por ocasião da construção da máquina devido às excentricidades na usinagem da superfície do rotor, na montagem do estator, problemas de folgas de mancal, bem como à tendência natural de ovalização tanto de rotor como de estator. O entreferro apresenta comprimentos variáveis ao longo da superfície do rotor porém, o seu comportamento pode ser tratado de maneira média como tendo um valor médio, uma variação máxima superior e uma variação máxima inferior, normalmente até fornecidas pelo fabricante ao cliente.

2.2 Enrolamentos da máquina e força magnetomotriz no entreferro

Considera-se uma máquina assíncrona trifásica com enrolamento de estator conectado em Y e para ela faz-se as seguintes suposições [4]:

- não existem harmônicos temporais e nem espaciais.
- os efeitos de histerese e correntes de Foucault são desprezados.
- não há saturação no material ferromagnético (permeabilidade relativa magnética do material é constante).
- a distribuição dos enrolamentos na periferia do estator e do rotor é de natureza senoidal.
- a periferia do estator e do rotor são considerados lisos, isto é, não possuem ranhuras e nem dentes.

A análise inicial será feita supondo que a máquina seja de rotor de geometria irregular, tal como mostrado na figura 2.1. Independente desta deformação, os enrolamentos do rotor, assim como os do estator, estarão deslocados fisicamente entre si de 120° . Na prática, tais deformações são pequenas e assim, pode-se considerar desprezíveis seus efeitos com relação à disposição e distribuição dos enrolamentos.

Os eixos as , bs , cs , ar , br e cr denotam sentido positivo do fluxo produzido por cada enrolamento. Supõe-se que cada espira se estende por π radianos.

Os símbolos \odot e \otimes representam cada um dos lados de bobina de um enrolamento distribuído senoidalmente e estão localizados no ponto onde há maior densidade de condutores. O símbolo \odot denota corrente positiva quando orientada no sentido de sair do

papel. O símbolo \otimes denota corrente positiva quando orientada no sentido de perfurar o papel. Esses símbolos estão dispostos na figura 2.1 de tal forma que, circulando corrente pelos enrolamentos no sentido indicado, cada enrolamento produzirá um fluxo em sentido positivo ao indicado pelo seu eixo de orientação.

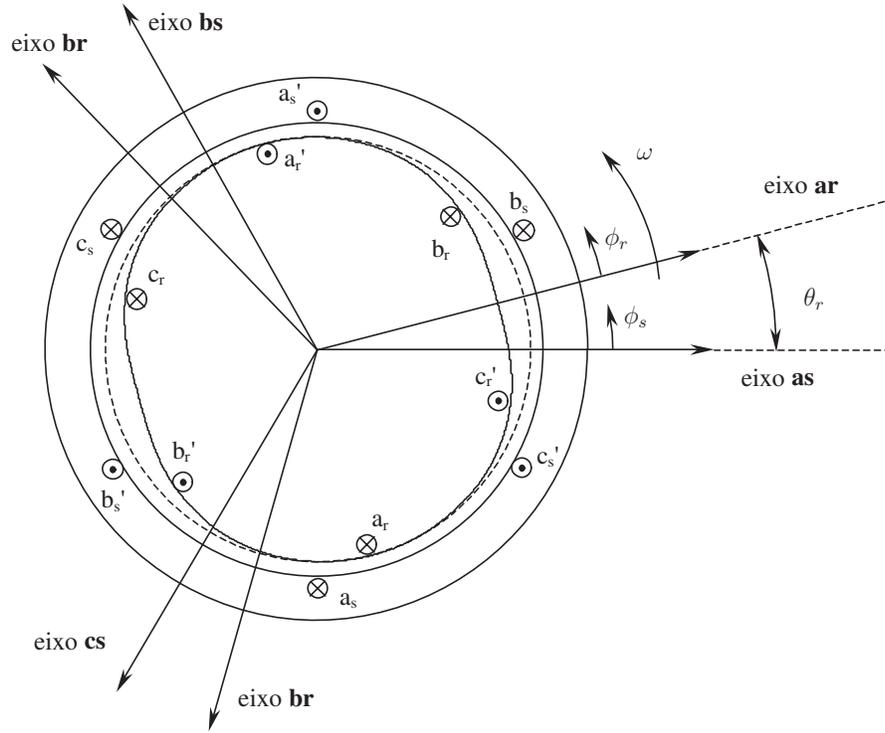


Figura 2.1: Seção transversal de uma MI c/ deformação no rotor

2.3 O entreferro

Para maior clareza, é conveniente representar a máquina da figura 2.1 pelo seu diagrama planificado, como mostra a figura 2.2. E, de modo a relacionar o diagrama com a representação da seção transversal da figura 2.1, define-se como positivo o deslocamento à esquerda da origem.

É possível, para um dado deslocamento relativo entre os eixos as e bs , relacionar ϕ_s , ϕ_r e θ_r :

$$\phi_s = \phi_r + \theta_r \tag{2.1}$$

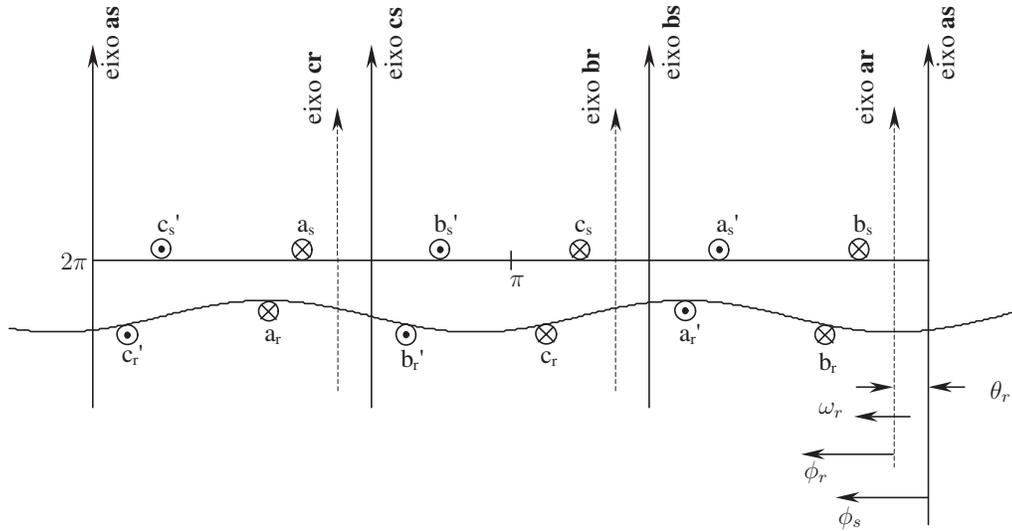


Figura 2.2: Diagrama planificado: irregularidades de rotor

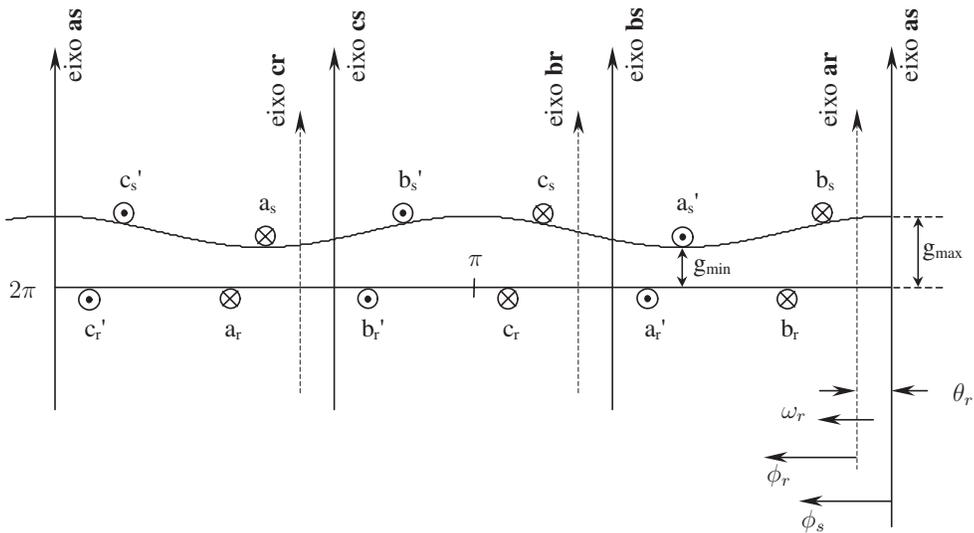


Figura 2.3: Diagrama planificado: irregularidades de Estator

Considera-se, inicialmente, as irregularidades de rotor conforme [4], a variação do comprimento do entreferro ao longo da circunferência da máquina devido a irregularidades no rotor pode ser descrita como:

$$g(\phi_r) = \frac{1}{\alpha - \alpha_r \cos 2\phi_r} \quad (2.2)$$

$$\text{ou} \quad g(\phi_s - \theta_r) = \frac{1}{\alpha - \alpha_r \cos 2(\phi_s - \theta_r)} \quad (2.3)$$

onde o comprimento mínimo do entreferro é $(\alpha + \alpha_r)^{-1}$ e o máximo é $(\alpha - \alpha_r)^{-1}$:

$$g_{min} = \frac{1}{\alpha + \alpha_r} \quad (2.4)$$

$$g_{max} = \frac{1}{\alpha - \alpha_r} \quad (2.5)$$

Assim, explicitando α e α_r tem-se:

$$\alpha = \frac{g_{max} + g_{min}}{2 g_{max} g_{min}} \quad (2.6)$$

$$\alpha_r = \frac{g_{max} - g_{min}}{2 g_{max} g_{min}} \quad (2.7)$$

Para o caso em que a variação no entreferro depende das irregularidades do estator, tal qual a mostra figura 2.3, tem-se:

$$g(\phi_s) = \frac{1}{\alpha - \alpha_s \cos 2\phi_s} \quad (2.8)$$

$$\text{ou} \quad g(\phi_r + \theta_r) = \frac{1}{\alpha - \alpha_s \cos 2(\phi_r + \theta_r)} \quad (2.9)$$

As equações para a determinação dos coeficientes α e α_s neste caso são idênticas às equações (2.6) e (2.7).

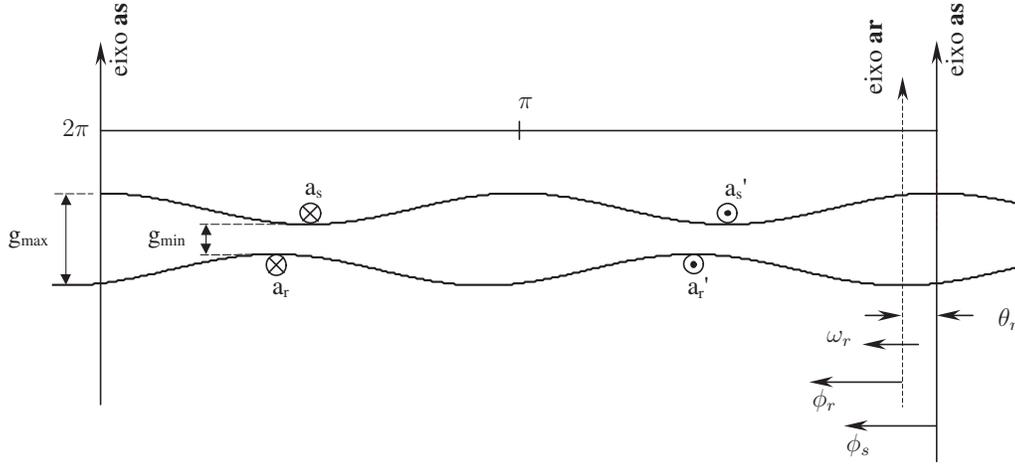


Figura 2.4: Irregularidades de estator e de rotor

Na figura 2.4 apresenta-se o diagrama para o caso de uma máquina que apresenta estator e rotor com geometria aproximadamente elíptica. Obviamente, é também possível expressar a variação do comprimento do entreferro com os efeitos combinados das irregularidades de estator e de rotor, utilizando-se a mesma idéia apresentada nas equações anteriores. Assim, a expressão mais adequada para o propósito deste trabalho é:

$$g(\phi_s, \phi_r) = \frac{1}{\alpha - \alpha_s \cos 2\phi_s - \alpha_r \cos 2\phi_r} \quad (2.10)$$

A partir da equação 2.1, pode-se escrever a equação 2.10 em função de ϕ_s e θ_r ou em função de ϕ_r e θ_r :

$$g(\phi_s, \theta_r) = \frac{1}{\alpha - \alpha_s \cos 2\phi_s - \alpha_r \cos 2(\phi_s - \theta_r)} \quad (2.11)$$

$$\text{ou } g(\phi_r, \theta_r) = \frac{1}{\alpha - \alpha_s \cos 2(\phi_r + \theta_r) - \alpha_r \cos 2\phi_r} \quad (2.12)$$

Neste caso, para o cálculo dos coeficientes da função que descreve a variação do entreferro, o valor de α pode ser determinado pela equação (2.6). Porém, para que a função tenha valores variando entre g_{min} e g_{max} , a relação entre α_s e α_r deve ser tal que:

$$\alpha_s + \alpha_r = \frac{g_{max} - g_{min}}{2 g_{max} g_{min}} \quad (2.13)$$

Desde que obedecendo à condição imposta pela equação (2.13), é possível variar a intensidade dos efeitos referentes a cada um dos elementos (estator e rotor).

O motivo pelo qual se pode julgar conveniente descrever a variação do comprimento do entreferro no formato dado pela equação (2.11) é que as funções são senoidais, o que torna possível a solução analítica das integrais para a determinação das indutâncias da máquina.

2.4 Força magnetomotriz resultante no entreferro

Antes de se realizar o cálculo das indutâncias da máquina considerando-se a falta de circularidade na periferia de estator e de rotor, é necessário a determinação da forma de onda da força magnetomotriz resultante ao longo do entreferro.

Como definido anteriormente, supõe-se uma máquina de enrolamentos com distribuição senoidal. Uma vez que os enrolamentos nas três fases do motor são idênticos, isto é, possuem o mesmo número de espiras e, fisicamente, estão deslocados de 120° , pode-se fazer a análise a partir da fase as e, posteriormente, generalizá-la para os demais enrolamentos.

A grandeza física que expressa a propriedade de magnetizar um meio qualquer é a intensidade de campo magnético H . A lei circuital de Ampère relaciona a intensidade de campo magnético produzida em torno de um condutor quando este é percorrido por uma corrente elétrica e é escrita como:

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum i \quad (2.14)$$

Assim, a lei circuital de Ampère estabelece que a integral de linha realizada em torno de um circuito fechado C é igual à corrente elétrica total enlaçada por esse circuito. A orientação positiva para o circuito de integração é dado pela regra da mão direita.

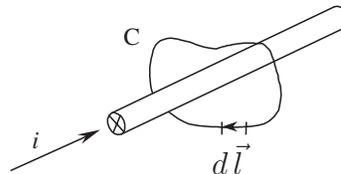


Figura 2.5: Circuito de integração

Essa corrente total enlaçada pela curva C é identificada como sendo a força magnetomotriz $\mathcal{F}mm$ necessária para se produzir um campo magnético H e uma indução magnética (ou densidade de fluxo magnético) B , tal que:

$$\mathcal{F}mm = \oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} \quad (2.15)$$

Ao contrário do campo magnético, que é uma grandeza independente da natureza do material, a densidade de fluxo é uma grandeza cuja intensidade se encontra intimamente relacionada com as propriedades magnéticas do material, em particular com a sua permeabilidade magnética. Assim, ambas as grandezas, se não houver saturação magnética, se relacionam da seguinte forma:

$$B = \mu H \quad (2.16)$$

$$\mu = \mu_r \mu_0 \quad (2.17)$$

onde:

- μ_0 é a permeabilidade magnética do ar
- μ_r é a permeabilidade relativa do material magnético
- μ é a permeabilidade do material magnético

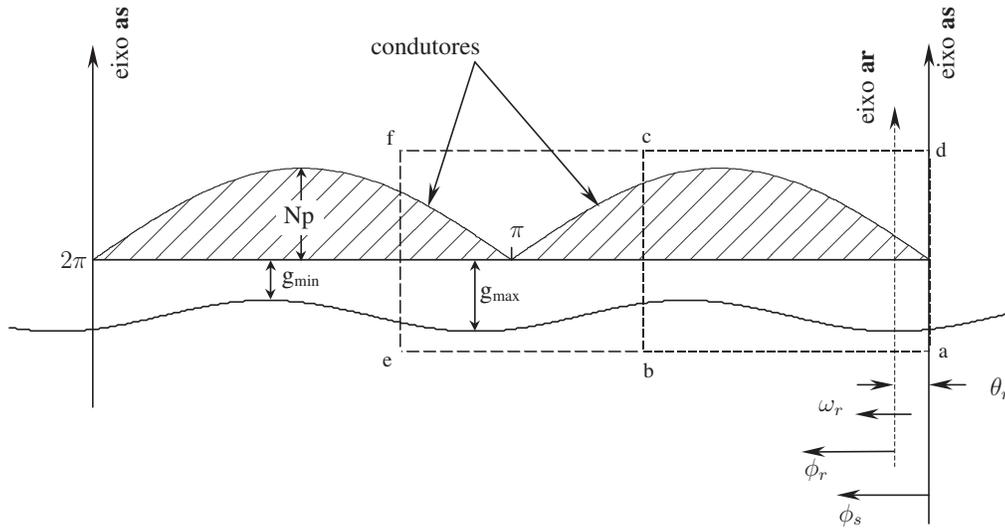


Figura 2.6: Distribuição senoidal dos enrolamentos da fase 'as'.

Considere agora que a distribuição do enrolamento da fase as da figura 2.6 (distribuição senoidal) seja descrita da seguinte forma:

$$N_{as}(\phi_s) = \begin{cases} N_p \operatorname{sen} \phi_s & \text{p/ } 0 \leq \phi_s \leq \pi \\ -N_p \operatorname{sen} \phi_s & \text{p/ } \pi \leq \phi_s \leq 2\pi \end{cases} \quad (2.18)$$

onde N_p representa a máxima densidade de condutores ou de espiras expressa em espiras por radiano. Se N_s for definida como sendo o número de espiras de um enrolamento distribuído senoidalmente tem-se:

$$N_s = \int_0^\pi N_p \operatorname{sen} \phi_s d\phi_s = 2 N_p \quad (2.19)$$

Observa-se que para a determinação do número de condutores (ou de espiras), o intervalo de integração deve ser de 0 a π radianos. Aplicando-se a lei circuital de Ampère no circuito fechado ‘abcd’ da figura 2.6 tem-se:

$$\int_a^b H \cdot dl + \int_b^c H \cdot dl + \int_c^d H \cdot dl + \int_d^a H \cdot dl = -i_{as} \int_0^{\phi_s} \frac{N_s}{2} \operatorname{sen}(\xi) d\xi \quad (2.20)$$

Para o circuito ‘aefd’ tem-se:

$$\begin{aligned} \int_a^e H \cdot dl + \int_e^f H \cdot dl + \int_f^d H \cdot dl + \int_d^a H \cdot dl = \\ = -i_{as} \int_0^\pi \frac{N_s}{2} \operatorname{sen}(\xi) d\xi + i_{as} \int_\pi^{\phi_s} \left[-\frac{N_s}{2} \operatorname{sen}(\xi)\right] d\xi \end{aligned} \quad (2.21)$$

É importante observar que para a orientação adotada (sentido horário) no circuito de integração, as correntes que fluem pelos condutores localizados no intervalo $(0, \pi)$ são supostas negativas. As correntes que fluem nos condutores localizados no intervalo $(\pi, 2\pi)$ são supostas positivas.

Devido à alta permeabilidade do material ferromagnético do estator e do rotor, pode-se considerar que os campos magnéticos mais intensos estão essencialmente no entreferro e que estes tendem a estar orientados na direção axial, já que o comprimento do entreferro é relativamente pequeno comparado ao diâmetro interno do estator. Deste modo, desenvolvendo-se as equações (2.20) e (2.21), obtém-se o mesmo resultado, que pode ser expresso por:

$$H(\phi_s) \cdot g(\phi_s) - H(0) \cdot g(0) = \frac{N_s}{2} i_{as} \cdot [\cos(\phi_s) - 1] \quad (2.22)$$

Como a força magnetomotriz é definida como a integral de linha de H , o primeiro membro da equação (2.22) pode ser escrito da seguinte forma:

$$\mathcal{F}mm(\phi_s) + \mathcal{F}mm(0) = \frac{N_s}{2} i_{as} \cdot [\cos(\phi_s) - 1] \quad (2.23)$$

Na equação (2.23), o sinal está incorporado no valor da força magnetomotriz, isto é, $\mathcal{F}mm(0) = -H(0) \cdot g(0)$.

Para que se possa desenhar a forma de onda da força magnetomotriz é necessário conhecer o valor de $\mathcal{F}mm(0)$. Na falta deste, a figura 2.7 mostra a forma da força magnetomotriz se, inicialmente, for suposto que o seu valor inicial seja zero.

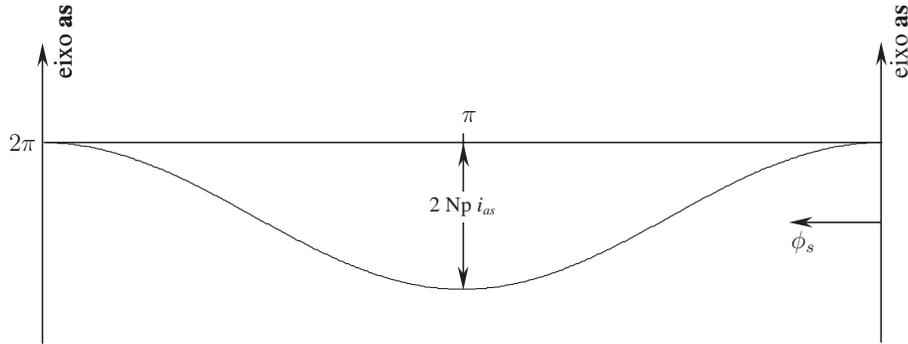


Figura 2.7: Força magnetomotriz do enrolamento as para $\mathcal{F}mm(0) = 0$

Deve-se considerar que a lei de Gauss estabelece que:

$$\int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \quad (2.24)$$

Em outras palavras, o fluxo magnético que atravessa uma superfície fechada S é zero. Para o caso da máquina elétrica, onde se considera que a densidade de fluxo seja apenas na direção radial, tem-se:

$$\int_0^{2\pi} B(\phi_s) r l d\phi_s = 0 \quad (2.25)$$

onde l é o comprimento axial do entreferro da máquina e r é raio médio do entreferro. Assim, $r l d\phi_s$ é uma área elementar de uma superfície cilíndrica imaginária definida no meio entreferro da máquina. A equação (2.25) deixa claro que a suposição de $\mathcal{F}mm(0) = 0$ é errônea.

Deve-se ainda considerar o aspecto construtivo da máquina. Como se supôs que a máquina possui um entreferro que é descrito por uma função periódica,

$$g(\phi_r) = g(\phi_r + \pi) \quad (2.26)$$

$$\text{ou} \quad g(\phi_s - \theta_r) = g(\phi_s - \theta_r + \pi) \quad (2.27)$$

Para que as equações (2.25) e (2.26) sejam satisfeitas, a força magnetomotriz no entreferro deverá ter valor médio igual a zero, como é mostrado na figura 2.8, portantoo

$$\mathcal{F}mm(\phi_s) = -\mathcal{F}mm(\phi_s + \pi) \quad (2.28)$$

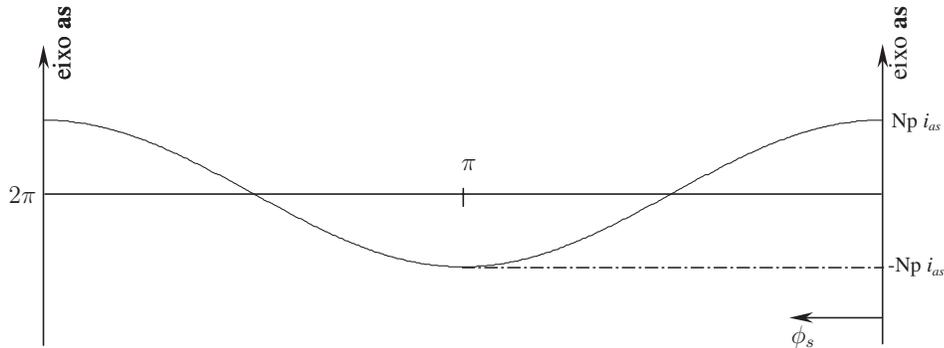


Figura 2.8: Força magnetomotriz do enrolamento as

Assim, para o enrolamento as , a FMM pode ser escrita como:

$$\mathcal{F}mm_{as}(\phi_s) = \frac{N_s}{2} i_{as} \cos(\phi_s) \quad (2.29)$$

Como os enrolamentos bs e cs são idênticos ao enrolamento as , porém deslocados fisicamente de 120° , tem-se:

$$\mathcal{F}mm_{bs}(\phi_s) = \frac{N_s}{2} i_{bs} \cos\left(\phi_s - \frac{2\pi}{3}\right) \quad (2.30)$$

$$\mathcal{F}mm_{cs}(\phi_s) = \frac{N_s}{2} i_{cs} \cos\left(\phi_s + \frac{2\pi}{3}\right) \quad (2.31)$$

Todo o desenvolvimento apresentado até o momento para os enrolamentos do estator, evidentemente, pode ser usado para os enrolamentos do rotor. Lembrando que o deslocamento angular entre os enrolamentos do estator e os do rotor é dado pela equação (2.1) e definindo N_r como sendo o número de espiras de um enrolamento distribuído senoidalmente, as formas de onda das forças magnetomotrizes dos enrolamentos do rotor podem ser escritas da seguinte forma:

$$\mathcal{F}mm_{ar}(\phi_r) = \frac{N_r}{2} i_{ar} \cos \phi_r \quad (2.32)$$

$$\mathcal{F}mm_{br}(\phi_r) = \frac{N_r}{2} i_{br} \cos\left(\phi_r - \frac{2\pi}{3}\right) \quad (2.33)$$

$$\mathcal{F}mm_{cr}(\phi_r) = \frac{N_r}{2} i_{cr} \cos\left(\phi_r + \frac{2\pi}{3}\right) \quad (2.34)$$

Para uma máquina de P pólos, a distribuição dos enrolamentos e as forças magnetomotrizes dos estator podem ser escritas como segue:

$$N_{as}(\phi_s) = \frac{N_s}{2} \left| \sin\left(\frac{P}{2}\phi_s\right) \right| \quad (2.35)$$

$$N_{bs}(\phi_s) = \frac{N_s}{2} \left| \sin\left(\frac{P}{2}\phi_s - \frac{2\pi}{3}\right) \right| \quad (2.36)$$

$$N_{cs}(\phi_s) = \frac{N_s}{2} \left| \sin\left(\frac{P}{2}\phi_s + \frac{2\pi}{3}\right) \right| \quad (2.37)$$

$$\mathcal{F}mm_{as}(\phi_s) = \frac{N_s}{2} i_{as} \cos\left(\frac{P}{2}\phi_s\right) \quad (2.38)$$

$$\mathcal{F}mm_{bs}(\phi_s) = \frac{N_s}{2} i_{bs} \cos\left(\frac{P}{2}\phi_s - \frac{2\pi}{3}\right) \quad (2.39)$$

$$\mathcal{F}mm_{cs}(\phi_s) = \frac{N_s}{2} i_{cs} \cos\left(\frac{P}{2}\phi_s + \frac{2\pi}{3}\right) \quad (2.40)$$

2.5 Indutâncias da máquina de indução

Em sistemas magneticamente lineares, a indutância própria é definida pela razão entre o fluxo concatenado com um enrolamento e a corrente que flui no próprio enrolamento supondo que todas as demais são nulas. A indutância mútua é definida pela razão entre o fluxo concatenado por um enrolamento e a corrente que flui em outro enrolamento supondo que todas as demais são nulas.

Nesta análise, para que o cálculo das indutâncias seja o mais abrangente possível, supõe-se a falta de circularidade tanto no estator quanto no rotor. Assim, utiliza-se as equações (2.11) e (2.12) para descrever a variação do entreferro. A determinação de α , α_s e α_r é feita usando-se as equações (2.6) e (2.13)

Como:

$$B = \mu_0 \frac{\mathcal{F}mm}{g} \quad (2.41)$$

A densidade de fluxo do entreferro devido apenas à corrente (i_{as}) circulando pelo enrolamento as , para uma máquina de 4 pólos, pode ser determinado substituindo as equações (2.38) e (2.11) em (2.41):

$$\begin{aligned} B_{as}(\phi_s, \theta_r) &= \mu_0 \frac{\mathcal{F}mm_{as}(\phi_s)}{g(\phi_s, \theta_r)} \\ &= \mu_0 \frac{N_s}{2} i_{as} \cos 2\phi_s [\alpha - \alpha_s \cos 2\phi_s - \alpha_r \cos 2(\phi_s - \theta_r)] \end{aligned} \quad (2.42)$$

Analogamente, a densidade de fluxo devido apenas a corrente i_{bs} é:

$$B_{bs}(\phi_s, \theta_r) = \mu_0 \frac{N_s}{2} i_{bs} \cos \left(2\phi_s - \frac{2\pi}{3} \right) [\alpha - \alpha_s \cos 2\phi_s - \alpha_r \cos 2(\phi_s - \theta_r)] \quad (2.43)$$

E para a corrente i_{cs} ,

$$B_{cs}(\phi_s, \theta_r) = \mu_0 \frac{N_s}{2} i_{cs} \cos \left(2\phi_s + \frac{2\pi}{3} \right) [\alpha - \alpha_s \cos 2\phi_s - \alpha_r \cos 2(\phi_s - \theta_r)] \quad (2.44)$$

Para os fluxos nos enrolamentos ar , br e cr do rotor tem-se:

$$B_{ar}(\phi_r, \theta_r) = \mu_0 \frac{N_r}{2} i_{ar} \cos 2\phi_r [\alpha - \alpha_s \cos 2(\phi_r + \theta_r) - \alpha_r \cos 2\phi_r] \quad (2.45)$$

$$B_{br}(\phi_r, \theta_r) = \mu_0 \frac{N_r}{2} i_{br} \cos \left(2\phi_r - \frac{2\pi}{3} \right) [\alpha - \alpha_s \cos 2(\phi_r + \theta_r) - \alpha_r \cos 2\phi_r] \quad (2.46)$$

$$B_{cr}(\phi_r, \theta_r) = \mu_0 \frac{N_r}{2} i_{cr} \cos \left(2\phi_r + \frac{2\pi}{3} \right) [\alpha - \alpha_s \cos 2(\phi_r + \theta_r) - \alpha_r \cos 2\phi_r] \quad (2.47)$$

Para o cálculo da indutância própria, considera-se inicialmente o fluxo concatenado por uma única espira que se estende a longo de $2\pi/P$ radianos e que está localizado num ângulo ϕ_s . O fluxo concatenado é determinado realizando-se a integral de área ao longo da superfície aberta definida pela espira. Nesse caso:

$$\Phi(\phi_s, \theta_r) = \int_{\phi_s}^{\phi_s + \frac{2\pi}{P}} B(\xi, \theta_r) r l d\xi \quad (2.48)$$

onde:

- Φ é o fluxo concatenado com a espira orientada de ϕ_s do eixo as
 l é o comprimento axial do entreferro da máquina
 r é o raio medido até comprimento médio do entreferro
 ξ é uma variável auxiliar

Para se obter o fluxo concatenado com todo o enrolamento, é necessário somar os fluxos concatenados com todas as suas espiras. Assim, o cálculo dos fluxos concatenados com um enrolamento inteiro envolve uma integral dupla, como mostra a equação (2.49):

$$\begin{aligned}
 \lambda &= \lambda_l + \int N(\phi_s) \Phi(\phi_s, \theta_r) d\phi_s \\
 &= \lambda_l + \int N(\phi_s) \int_{\phi_s}^{\phi_s + \frac{2\pi}{P}} B(\xi, \theta_r) r l d\xi d\phi_s
 \end{aligned} \tag{2.49}$$

onde $N(\phi_s)$ é a função que descreve a distribuição do enrolamento e λ_l é o fluxo de dispersão do enrolamento.

Desta forma, o fluxo concatenado pelo enrolamento as devido à corrente circulando no próprio enrolamento poderá ser calculado substituindo as equações (2.19) e (2.42) em (2.49):

$$\begin{aligned}
 \lambda_{asas} &= L_{ls} i_{as} + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} N_{as}(\phi_s) \Phi_{as}(\phi_s, \theta_r) d\phi_s \\
 &= L_{ls} i_{as} + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} N_{as}(\phi_s) \int_{\phi_s}^{\phi_s + \frac{\pi}{2}} B_{as}(\xi, \theta_r) r l d\xi d\phi_s \\
 &= L_{ls} i_{as} + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \left[-\frac{N_s}{2} \text{sen}(\phi_s) \right] \int_{\phi_s}^{\phi_s + \frac{\pi}{2}} \mu_0 \frac{N_s}{2} i_{as} \cos 2\xi \times \\
 &\quad [\alpha - \alpha_s \cos 2\xi - \alpha_r \cos 2(\xi - \theta_r)] r l d\xi d\phi_s \\
 &= L_{ls} i_{as} + \left(\frac{N_s}{2} \right)^2 \pi \mu_0 r l \left(\alpha - \frac{\alpha_s}{2} - \frac{\alpha_r}{2} \cos 2\theta_r \right) i_{as}
 \end{aligned} \tag{2.50}$$

onde L_{ls} é indutância de dispersão do enrolamento.

É importante lembrar que a integração é feita no intervalo $(\pi, 2\pi)$ para satisfazer a convenção adotada de que fluxo concatenado positivo é obtido na direção do eixo as

quando corrente positiva circula nos condutores do enrolamento (de acordo com a regra da mão direita).

A indutância própria do enrolamento as é obtida pela divisão do resultado da equação (2.50) por i_{as} :

$$L_{asas} = L_{ls} + \left(\frac{N_s}{2}\right)^2 \pi \mu_0 r l \left(\alpha - \frac{\alpha_s}{2} - \frac{\alpha_r}{2} \cos 2\theta_r\right) \quad (2.51)$$

A indutância mútua entre os enrolamentos as e bs pode ser determinado calculando-se o fluxo concatenado pelo enrolamento as devido à corrente elétrica que circula pelo enrolamento bs . Neste caso, o acoplamento magnético que pode ocorrer na extremidades dos enrolamentos serão desprezados. Assim:

$$\begin{aligned} \lambda_{asbs} &= \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} N_{as}(\phi_s) \Phi_{bs}(\phi_s, \theta_r) d\phi_s \\ &= \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} N_{as}(\phi_s) \int_{\phi_s}^{\phi_s+\pi} B_{bs}(\xi, \theta_r) r l d\xi d\phi_s \\ &= \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \left[-\frac{N_s}{2} \text{sen}(\phi_s)\right] \int_{\phi_s}^{\phi_s+\frac{\pi}{2}} \mu_0 \frac{N_s}{2} i_{bs} \cos\left(2\xi - \frac{2\pi}{3}\right) \times \\ &\quad [\alpha - \alpha_s \cos 2\xi - \alpha_r \cos 2(\xi - \theta_r)] r l d\xi d\phi_s \\ &= -\left(\frac{N_s}{2}\right)^2 \frac{\pi}{2} \mu_0 r l \left[\alpha + \frac{\alpha_s}{2} + \alpha_r \cos\left(2\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right)\right] i_{bs} \end{aligned} \quad (2.52)$$

Dividindo o resultado da equação (2.52) por i_{bs} tem-se:

$$L_{asbs} = -\left(\frac{N_s}{2}\right)^2 \frac{\pi}{2} \mu_0 r l \left[\alpha + \frac{\alpha_s}{2} + \alpha_r \cos\left(2\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right)\right] \quad (2.53)$$

A indutância mútua entre os enrolamentos as e ar devido à corrente circulando no enrolamento ar pode ser calculada substituindo a expressão (2.45) em termos de $\phi_s - \theta_r$ na equação (2.49) e dividindo o resultado por i_{ar} :

$$\begin{aligned}
\lambda_{asar} &= \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} N_{as}(\phi_s) \Phi_{ar}(\phi_s, \theta_r) d\phi_s \\
&= \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} N_{as}(\phi_s) \int_{\phi_s}^{\phi_s + \frac{\pi}{2}} B_{ar}(\xi, \theta_r) r l d\xi d\phi_s \\
&= \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \left[-\frac{N_s}{2} \text{sen}(\phi_s) \right] \int_{\phi_s}^{\phi_s + \frac{\pi}{2}} \mu_0 \frac{N_r}{2} i_{ar} \cos 2(\xi - \theta_r) \times \\
&\quad [\alpha - \alpha_s \cos 2\xi - \alpha_r \cos 2(\xi - \theta_r)] r l d\xi d\phi_s \\
&= \left(\frac{N_s N_r}{4} \right) \pi \mu_0 r l \left[\alpha - \frac{\alpha_s}{2} - \frac{\alpha_r}{2} \right] \cos(\theta_r) i_{ar}
\end{aligned} \tag{2.54}$$

$$L_{asar} = \left(\frac{N_s N_r}{4} \right) \pi \mu_0 r l \left[\alpha - \frac{\alpha_s}{2} - \frac{\alpha_r}{2} \right] \cos(\theta_r) \tag{2.55}$$

As indutâncias próprias e mútuas do rotor podem ser calculadas de forma análoga às calculadas para o estator. Nesse caso, as equações devem estar escritas em função de ϕ_r . A exemplo, o fluxo concatenado pelo enrolamento ar devido à corrente (i_{ar}) fluindo em seus condutores é:

$$\begin{aligned}
\lambda_{arar} &= L_{lr} i_{ar} + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} N_{ar}(\phi_r) \Phi_{ar}(\phi_r, \theta_r) d\phi_r \\
&= L_{lr} i_{ar} + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} N_{ar}(\phi_r) \int_{\phi_r}^{\phi_r + \frac{\pi}{2}} B_{ar}(\xi, \theta_r) r l d\xi d\phi_r \\
&= L_{lr} i_{ar} + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \left[-\frac{N_r}{2} \text{sen}(\phi_r) \right] \int_{\phi_r}^{\phi_r + \frac{\pi}{2}} \mu_0 \frac{N_r}{2} i_{ar} \cos 2\xi \times \\
&\quad [\alpha - \alpha_s \cos 2(\xi + \theta_r) - \alpha_r \cos 2\xi] r l d\xi d\phi_r \\
&= L_{lr} i_{ar} + \left(\frac{N_r}{2} \right)^2 \pi \mu_0 r l \left(\alpha - \frac{\alpha_s}{2} \cos 2\theta_r - \frac{\alpha_r}{2} \right) i_{ar}
\end{aligned} \tag{2.56}$$

Dividindo o resultado da equação (2.54) por i_{ar} , a indutância própria do enrolamento ar será expressa por:

$$L_{arar} = L_{lr} + \left(\frac{N_r}{2}\right)^2 \pi \mu_0 r l \left(\alpha - \frac{\alpha_s}{2} \cos 2\theta_r - \frac{\alpha_r}{2}\right) \quad (2.57)$$

onde L_{lr} é a indutância de dispersão do rotor.

Todas as demais indutâncias próprias e mútuas poderão ser determinadas utilizando o mesmo procedimento apresentado. Para que se possa expressar as indutâncias de forma compacta, define-se:

$$L_A = \left(\frac{N_s}{2}\right)^2 \pi \mu_0 r l \quad (2.58)$$

$$L_B = \left(\frac{N_r}{2}\right)^2 \pi \mu_0 r l \quad (2.59)$$

$$L_C = \left(\frac{N_s N_r}{4}\right) \pi \mu_0 r l \quad (2.60)$$

Assim, as indutâncias dos enrolamentos das máquinas poderão ser expressas como segue:

$$L_{asas} = L_{ls} + L_A \left[\alpha - \frac{\alpha_s}{2} - \frac{\alpha_r}{2} \cos 2\theta_r\right] \quad (2.61)$$

$$L_{bsbs} = L_{ls} + L_A \left[\alpha + \frac{\alpha_s}{4} - \frac{\alpha_r}{2} \cos(2\theta_r + \gamma)\right] \quad (2.62)$$

$$L_{cses} = L_{ls} + L_A \left[\alpha + \frac{\alpha_s}{4} - \frac{\alpha_r}{2} \cos(2\theta_r - \gamma)\right] \quad (2.63)$$

$$L_{asbs} = -\frac{L_A}{2} \left[\alpha - \frac{\alpha_s}{2} + \alpha_r \cos(2\theta_r - \gamma)\right] \quad (2.64)$$

$$L_{ascs} = -\frac{L_A}{2} \left[\alpha - \frac{\alpha_s}{2} + \alpha_r \cos(2\theta_r + \gamma)\right] \quad (2.65)$$

$$L_{bscs} = -\frac{L_A}{2} [\alpha + \alpha_s + \alpha_r \cos(2\theta_r)] \quad (2.66)$$

$$L_{arar} = L_{lr} + L_B \left[\alpha - \frac{\alpha_s}{2} \cos 2\theta_r - \frac{\alpha_r}{2} \right] \quad (2.67)$$

$$L_{brbr} = L_{lr} + L_B \left[\alpha - \frac{\alpha_s}{2} \cos(2\theta_r - \gamma) + \frac{\alpha_r}{4} \right] \quad (2.68)$$

$$L_{cr cr} = L_{lr} + L_B \left[\alpha - \frac{\alpha_s}{2} \cos(2\theta_r + \gamma) + \frac{\alpha_r}{4} \right] \quad (2.69)$$

$$L_{arbr} = -\frac{L_B}{2} \left[\alpha + \alpha_s \cos(2\theta_r + \gamma) - \frac{\alpha_r}{2} \right] \quad (2.70)$$

$$L_{arcr} = -\frac{L_B}{2} \left[\alpha + \alpha_s \cos(2\theta_r - \gamma) - \frac{\alpha_r}{2} \right] \quad (2.71)$$

$$L_{brcr} = -\frac{L_B}{2} \left[\alpha + \alpha_s \cos(2\theta_r) + \alpha_r \right] \quad (2.72)$$

$$L_{asar} = L_C \left[\alpha - \frac{\alpha_s}{2} - \frac{\alpha_r}{2} \right] \cos \theta_r \quad (2.73)$$

$$L_{asbr} = L_C \left[\left(\alpha - \frac{\alpha_s}{2} \right) \cos(\theta_r + \gamma) - \frac{\alpha_r}{2} \cos(\theta_r - \gamma) \right] \quad (2.74)$$

$$L_{ascr} = L_C \left[\left(\alpha - \frac{\alpha_s}{2} \right) \cos(\theta_r - \gamma) - \frac{\alpha_r}{2} \cos(\theta_r + \gamma) \right] \quad (2.75)$$

$$L_{bsar} = L_C \left[\left(\alpha - \frac{\alpha_r}{2} \right) \cos(\theta_r - \gamma) - \frac{\alpha_s}{2} \cos(\theta_r + \gamma) \right] \quad (2.76)$$

$$L_{bsbr} = L_C \left[\alpha \cos \theta_r - \frac{\alpha_s}{2} \cos(\theta_r - \gamma) - \frac{\alpha_r}{2} \cos(\theta_r + \gamma) \right] \quad (2.77)$$

$$L_{bscr} = L_C \left[\alpha \cos(\theta_r + \gamma) - \left(\frac{\alpha_s}{2} + \frac{\alpha_r}{2} \right) \cos \theta_r \right] \quad (2.78)$$

$$L_{csar} = L_C \left[\left(\alpha - \frac{\alpha_r}{2} \right) \cos(\theta_r + \gamma) - \frac{\alpha_s}{2} \cos(\theta_r - \gamma) \right] \quad (2.79)$$

$$L_{csbr} = L_C \left[\alpha \cos(\theta_r - \gamma) - \left(\frac{\alpha_s}{2} + \frac{\alpha_r}{2} \right) \cos \theta_r \right] \quad (2.80)$$

$$L_{cscar} = L_C \left[\alpha \cos \theta_r - \frac{\alpha_s}{2} \cos(\theta_r + \gamma) - \frac{\alpha_r}{2} \cos(\theta_r - \gamma) \right] \quad (2.81)$$

$$(2.82)$$

Adotando a notação matricial para as indutâncias da máquina define-se:

$$\mathbf{L}_s = \begin{bmatrix} L_{asas} & L_{asbs} & L_{ascs} \\ L_{bsas} & L_{bsbs} & L_{bscs} \\ L_{csas} & L_{csbs} & L_{cscs} \end{bmatrix} \quad (2.83)$$

$$\mathbf{L}_r = \begin{bmatrix} L_{arar} & L_{arbr} & L_{arcr} \\ L_{brar} & L_{brbr} & L_{brcr} \\ L_{crar} & L_{crbr} & L_{cr cr} \end{bmatrix} \quad (2.84)$$

$$\mathbf{L}_{sr} = \begin{bmatrix} L_{asar} & L_{asbr} & L_{ascr} \\ L_{bsar} & L_{bsbr} & L_{bscr} \\ L_{csar} & L_{csbr} & L_{cscr} \end{bmatrix} \quad (2.85)$$

onde:

L_s é a matriz das indutâncias do estator

L_r é a matriz das indutâncias do rotor

L_{sr} é a matriz das indutâncias mútuas entre estator e rotor

As grandezas fluxo magnético concatenado com os enrolamentos de estator (λ_{abc_s}), fluxo magnético concatenado com os enrolamentos de rotor (λ_{abc_r}), correntes de estator (I_{abc_s}) e correntes de rotor (I_{abc_r}) podem ser escritas como:

$$\lambda_{abc_s} = [\lambda_{as} \quad \lambda_{bs} \quad \lambda_{cs}]^t \quad (2.86)$$

$$\lambda_{abc_r} = [\lambda_{ar} \quad \lambda_{br} \quad \lambda_{cr}]^t \quad (2.87)$$

$$I_{abc_s} = [i_{as} \quad i_{bs} \quad i_{cs}]^t \quad (2.88)$$

$$I_{abc_r} = [i_{ar} \quad i_{br} \quad i_{cr}]^t \quad (2.89)$$

Pode-se escrever as equações de fluxos concatenados com cada um dos enrolamentos como segue:

$$\begin{bmatrix} \lambda_s \\ \lambda_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & L_{sr} \\ (L_{sr})^t & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_s \\ I_r \end{bmatrix} \quad (2.90)$$

2.6 Modelo matemático dinâmico da máquina de indução trifásica

A consideração da falta de circularidade do estator e do rotor da máquina não altera a forma de determinação do modelo matemático dinâmico apresentado em [4]. Entretanto, altera consideravelmente os resultados obtidos nas simulações porque o entreferro não é mais constante.

No modelo tradicional, quando escrito na referência trifásica (coordenadas a, b, c), devido ao movimento relativo entre estator e rotor, apresenta em suas equações diferenciais de tensões, indutâncias que variam com o tempo, tornando-as equações diferenciais a coeficientes variáveis com o tempo, bastante trabalhosas e muito demoradas para serem resolvidas em computador.

Com a transformação das equações de tensões para um sistema bifásico de referência (DQ), obtêm-se equações com coeficientes constantes e mais simples de serem resolvidas computacionalmente.

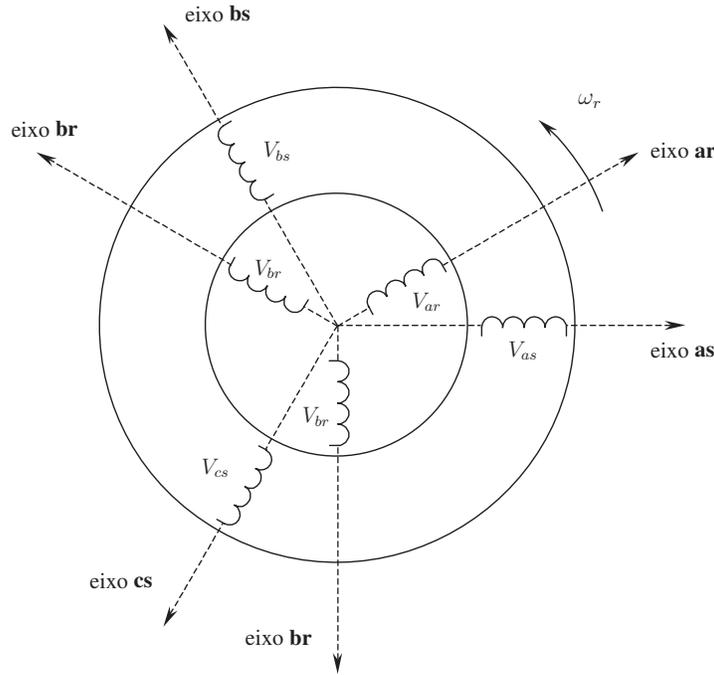


Figura 2.9: Modelo idealizado da máquina de indução trifásica

Infelizmente, tal benefício é perdido quando a falta de circularidade é inserida no modelo. Apesar disso, o sistema de referência bifásico traz uma série de simplificações que ainda o tornam atrativo para expressar o comportamento dinâmico da máquina.

A referência [4] apresenta detalhadamente a dedução do modelo e a teoria de sistemas de referência. Procura-se nesta seção, desenvolver apenas o essencial para obter-se a forma final das equações que representarão o comportamento da máquina considerando-se a falta de circularidade de estator e de rotor.

A máquina de indução utilizada na parte experimental pode ser representada pelo modelo idealizado que é mostrado na figura 2.9, no qual são adotadas as simplificações mencionadas no início do capítulo.

A figura 2.10 mostra a posição angular dos eixos do estator e do rotor de uma máquina trifásica e um terceiro sistema de eixos ortogonais (eixos D e Q) girando a uma velocidade angular elétrica igual a velocidade síncrona ω_s . É importante lembrar que a velocidade angular do sistema de referência DQ pode ser arbitrária, porém as mais comuns de serem usadas são:

$$\begin{aligned} \omega_{sist} &= \omega_s \quad (\text{sistema de referência síncrono}) \\ \omega_{sist} &= 0 \quad (\text{sistema de referência estacionário}) \\ \omega_{sist} &= \omega_r \quad (\text{sistema de referência fixo no rotor}) \end{aligned}$$

Os eixos as , bs e cs estão fixos no estator, enquanto que os eixos ar , br e cr estão fixos no rotor e giram a uma velocidade angular ω_r em relação ao estator.

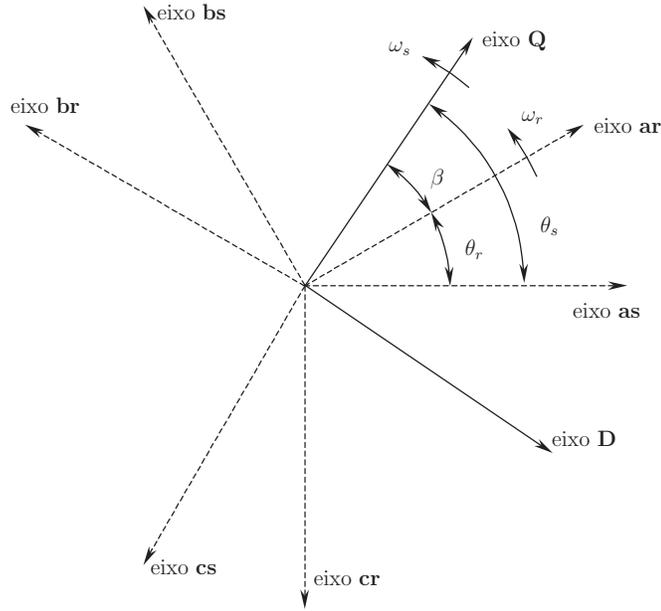


Figura 2.10: Relação entre os eixos de estator (as, bs, cs), rotor (ar, br, cr) e D,Q

Definindo as matrizes de resistências elétricas dos enrolamentos de estator e de rotor por fase como:

$$R_s = r_s I_u \quad (2.91)$$

$$R_r = r_r I_u \quad (2.92)$$

onde:

r_s é a resistência dos enrolamentos do estator

r_r é a resistência dos enrolamentos do rotor

I_u é a matriz identidade (3×3)

Definindo p como sendo um operador que representa a derivada no tempo, as equações de tensões da máquina de indução podem ser expressas da seguinte forma:

$$V_{abc_s} = R_s I_{abc_s} + p\lambda_{abc_s} \quad (2.93)$$

$$V_{abc_r} = R_r I_{abc_r} + p\lambda_{abc_r} \quad (2.94)$$

$$V_{abc_s} = [v_{as} \ v_{bs} \ v_{cs}]^t \quad (2.95)$$

$$V_{abc_r} = [v_{ar} \ v_{br} \ v_{cr}]^t \quad (2.96)$$

$$\mathbf{i}_{abc_s} = [i_{as} \quad i_{bs} \quad i_{cs}]^t \quad (2.97)$$

$$\mathbf{i}_{abc_r} = [i_{ar} \quad i_{br} \quad i_{cr}]^t \quad (2.98)$$

$$\lambda_{abc_s} = [\lambda_{as} \quad \lambda_{bs} \quad \lambda_{cs}]^t \quad (2.99)$$

$$\lambda_{abc_r} = [\lambda_{ar} \quad \lambda_{br} \quad \lambda_{cr}]^t \quad (2.100)$$

Quando se expressa as equações de tensão da máquina, é conveniente que todas as suas variáveis estejam referidas ao estator. Assim:

$$\mathbf{V}'_{abc_r} = \frac{N_s}{N_r} \mathbf{V}_{abc_r} \quad (2.101)$$

$$\mathbf{I}'_{abc_r} = \frac{N_r}{N_s} \mathbf{I}_{abc_r} \quad (2.102)$$

$$\lambda'_{abc_r} = \frac{N_s}{N_r} \lambda_{abc_r} \quad (2.103)$$

Os coeficientes das indutâncias próprias e mútuas definidas pelas equações (2.58), (2.59) e (2.60) estão associados pelo mesmo circuito magnético.

$$L'_B = \left(\frac{N_s}{N_r} \right)^2 L_B = \left(\frac{N_s}{2} \right)^2 \pi \mu_0 r l = L_A \quad (2.104)$$

$$L'_C = \left(\frac{N_s}{N_r} \right)^2 L_C = \left(\frac{N_s}{2} \right)^2 \pi \mu_0 r l = L_A \quad (2.105)$$

Assim, podem-se utilizar o mesmo coeficiente para todos as indutâncias:

$$L = L_A = L'_B = L'_C = \left(\frac{N_s}{2} \right)^2 \pi \mu_0 r l \quad (2.106)$$

Para a resistência e a indutância de dispersão do rotor tem-se:

$$R'_r = \left(\frac{N_s}{N_r} \right)^2 R_r \quad (2.107)$$

$$L'_{lr} = \left(\frac{N_s}{N_r} \right)^2 L_{lr} \quad (2.108)$$

Podem-se então, reescrever as equações dos fluxos concatenados definidas na seção anterior como segue:

$$\begin{bmatrix} \lambda_s \\ \lambda_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & L'_{sr} \\ (L'_{sr})^t & L'_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_s \\ I_r \end{bmatrix} \quad (2.109)$$

E para equações de tensões tem-se:

$$V_{abc_s} = R_s I_{abc_s} + p\lambda_{abc_s} \quad (2.110)$$

$$V'_{abc_r} = R'_r I'_{abc_r} + p\lambda'_{abc_r} \quad (2.111)$$

As equações de transformação das grandezas (tensões, correntes e fluxos concatenados) dos sistema de referência trifásico para o sistema DQ são representadas pelas equações a seguir, onde f e uma grandeza genérica. Definindo vetores F tem-se:

$$F_{abc_s} = \begin{bmatrix} f_{as} & f_{bs} & f_{cs} \end{bmatrix}^t \quad (2.112)$$

$$F_{abc_r} = \begin{bmatrix} f_{ar} & f_{br} & f_{cr} \end{bmatrix}^t \quad (2.113)$$

$$F_{qd0_s} = \begin{bmatrix} f_{qs} & f_{ds} & f_{0s} \end{bmatrix}^t \quad (2.114)$$

$$F_{qd0_r} = \begin{bmatrix} f_{qr} & f_{dr} & f_{0r} \end{bmatrix}^t \quad (2.115)$$

$$\theta_s = \omega_s t \quad (2.116)$$

$$\theta_r = \int_0^t \omega_r(\xi) d\xi + \theta_r(0) \quad (2.117)$$

$$\beta = \theta_s - \theta_r \quad (2.118)$$

onde:

- θ_s é o deslocamento angular do sistema de referência DQ em relação ao eixo magnético as
- θ_r é o deslocamento angular entre os eixos magnéticos as e ar
- β é o deslocamento angular relativo entre o sistema de eixo DQ e o rotor
- ω_s é a velocidade angular elétrica do sistema DQ
- ω_r é a velocidade angular elétrica do rotor
- ξ é uma variável auxiliar de integração

A transformação de coordenadas do sistema ABC para o sistema DQ deve ser feito através das expressões (2.119) e (2.123) e das matrizes de transformação K_s e $(K_s)^{-1}$ definidas em (2.120) e (2.121) para o estator e K_r e $(K_r)^{-1}$ definidas em (2.124) e (2.125) para o rotor [4].

Com $\gamma = 2\pi/3$, para o estator tem-se:

$$F_{qd0_s} = K_s F_{abc_s} \quad (2.119)$$

$$K_s = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta_s) & \cos(\theta_s - \gamma) & \cos(\theta_s + \gamma) \\ \text{sen}(\theta_s) & \text{sen}(\theta_s - \gamma) & \text{sen}(\theta_s + \gamma) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (2.120)$$

A transformação inversa é:

$$F_{abc_s} = (K_s)^{-1} F_{qd0_s} \quad (2.121)$$

$$(K_s)^{-1} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_s) & \text{sen}(\theta_s) & 1 \\ \cos(\theta_s - \gamma) & \text{sen}(\theta_s - \gamma) & 1 \\ \cos(\theta_s + \gamma) & \text{sen}(\theta_s + \gamma) & 1 \end{bmatrix} \quad (2.122)$$

Para o rotor tem-se:

$$F_{qd0_r} = K_r F_{abc_r} \quad (2.123)$$

$$K_r = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\beta) & \cos(\beta - \gamma) & \cos(\beta + \gamma) \\ \text{sen}(\beta) & \text{sen}(\beta - \gamma) & \text{sen}(\beta + \gamma) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (2.124)$$

A transformação inversa é:

$$F_{abc_r} = (K_r)^{-1} F_{qd0_r} \quad (2.125)$$

$$(K_r)^{-1} = \begin{bmatrix} \cos(\beta) & \text{sen}(\beta) & 1 \\ \cos(\beta - \gamma) & \text{sen}(\beta - \gamma) & 1 \\ \cos(\beta + \gamma) & \text{sen}(\beta + \gamma) & 1 \end{bmatrix} \quad (2.126)$$

Aplicando as matrizes de transformação nas variáveis tensão e corrente das equações de tensão tem-se:

$$V_{qd0_s} = R_s I_{qd0_s} + \omega_s \lambda_{dq_s} + p\lambda_{qd0_s} \quad (2.127)$$

$$V'_{qd0_r} = R'_r I'_{qd0_r} + (\omega_s - \omega_r) \lambda'_{dq_r} + p\lambda'_{qd0_r} \quad (2.128)$$

onde:

$$\lambda_{dq_s} = \begin{bmatrix} \lambda_{ds} & -\lambda_{qs} & 0 \end{bmatrix}^t \quad (2.129)$$

$$\lambda_{dq_r} = \begin{bmatrix} \lambda'_{dr} & -\lambda'_{qr} & 0 \end{bmatrix}^t \quad (2.130)$$

E para as equações dos fluxos concatenados:

$$\begin{bmatrix} \lambda_{qd0_s} \\ \lambda'_{qd0_r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_s L_s (K_s)^{-1} & K_s L'_{sr} (K_r)^{-1} \\ K_r (L'_{sr})^t (K_s)^{-1} & K_r L'_r (K_r)^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{qd0_s} \\ I'_{qd0_r} \end{bmatrix} \quad (2.131)$$

Calculando-se as sub-matrizes da equação (2.131) tem-se:

$$\begin{aligned} M &= K_s L'_{sr} (K_r)^{-1} = K_r (L'_{sr})^t (K_s)^{-1} \\ &= \frac{3}{4} L \begin{bmatrix} 2\alpha - \alpha_{sr} & -\alpha_{sr} & 0 \\ -\alpha_{sr} & 2\alpha + \alpha_{sr} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.132)$$

$$\alpha_{sr} = \alpha_s \cos 2\theta_s + \alpha_r \cos 2\beta \quad (2.133)$$

onde L é definido pela equação (2.106) e pode ser calculado em função da reatância de magnetização X_m através da equação (2.134):

$$L = \frac{2}{3} \frac{X_m}{\omega_s} \left(\frac{g_{max} + g_{min}}{2} \right) \quad (2.134)$$

$$K_s L_s (K_s)^{-1} = L_{ls} I + M \quad (2.135)$$

$$K_r L'_r (K_r)^{-1} = L'_{lr} I + M \quad (2.136)$$

A equação (2.131) pode ser escrita como segue:

$$\begin{bmatrix} \lambda_{qd0_s} \\ \lambda'_{qd0_r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{ls} I_u + M & M \\ M & L'_{lr} I_u + M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{qd0_s} \\ I'_{qd0_r} \end{bmatrix} \quad (2.137)$$

As equações de tensão são normalmente escritas na forma expandida para efeito de simulação. Desta forma:

$$v_{qs} = r_s i_{qs} + \omega_s \lambda_{ds} + p\lambda_{qs} \quad (2.138)$$

$$v_{ds} = r_s i_{ds} - \omega_s \lambda_{qs} + p\lambda_{ds} \quad (2.139)$$

$$v_{0s} = r_s i_{0s} + p\lambda_{0s} \quad (2.140)$$

$$v'_{qr} = r'_r i'_{qr} + (\omega_s - \omega_r) \lambda'_{dr} + p\lambda'_{qr} \quad (2.141)$$

$$v'_{dr} = r'_r i'_{dr} - (\omega_s - \omega_r) \lambda'_{qr} + p\lambda'_{dr} \quad (2.142)$$

$$v'_{0r} = r'_r i'_{0r} + p\lambda'_{0r} \quad (2.143)$$

A potência de entrada na máquina de indução para o sistema de referência trifásico é dada por:

$$P_e = v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c \quad (2.144)$$

Utilizando-se as matrizes de transformação obtém-se:

$$P_e = \frac{3}{2} (v_{qs} i_{qs} + v_{ds} i_{ds} + v_{0s} i_{0s}) \quad (2.145)$$

De acordo com a referência [4], o conjugado eletromagnético pode ser expresso por:

$$T_{em} = \left(\frac{3}{2}\right) \left(\frac{P}{2}\right) (\lambda_{ds, 1qs} - \lambda_{qs, 1ds}) \quad (2.146)$$

$$\text{ou} \quad T_{em} = \left(\frac{3}{2}\right) \left(\frac{P}{2}\right) (\lambda_{ds, 1qs} - \lambda_{qs, 1ds}) \quad (2.147)$$

onde P é o número de pólos da máquina.

O conjugado e a velocidade do rotor podem ser relacionados pela seguinte forma:

$$J \frac{d\omega_{rm}}{dt} = T_{em} - T_c \quad (2.148)$$

$$\omega_{rm} = \left(\frac{2}{P} \right) \omega_r \quad (2.149)$$

onde:

- J é o momento de inércia do rotor
- T_c é o conjugado de carga (na qual as perdas mecânicas encontram-se incorporadas)
- ω_{rm} é a velocidade mecânica do rotor

Capítulo 3

Circuito equivalente de um motor de indução trifásico

3.1 Introdução

Apresenta-se neste capítulo, uma pequena revisão de conceitos sobre motores de indução trifásicos com o objetivo de chegar ao seu circuito equivalente.

O modelo apresentado no capítulo 2 tem como parâmetros os mesmos do circuito equivalente tradicional do motor de indução, que é apresentado nos diversos livros textos e normas técnicas [1, 3, 4, 5], ou seja: resistência elétrica por fase do enrolamento de estator (R_1), resistência elétrica por fase do enrolamento de rotor (R_2), reatâncias de dispersão dos enrolamentos de estator e de rotor (X_1 e X_2) e reatância de magnetização (X_m), todos eles referidos ao lado do estator.

Através do equacionamento do fluxo de potência ao longo do motor, com o cálculo de diversas perdas, consegue-se tratar o ensaio do motor em carga e determinar o seu circuito equivalente cujos parâmetros serão utilizados na simulação dinâmica usando o modelo matemático dinâmico do capítulo 2.

Com isso consegue-se determinar o valor médio do conjugado eletromagnético e confrontar o resultado com o obtido nos ensaios a serem apresentados nos próximos dois capítulos.

3.2 Fluxo de potências e perdas no motor

$$\boxed{\text{Potência elétrica de entrada } (P_e)} - \boxed{\text{Perdas}} = \boxed{\begin{array}{c} \text{Potência mecânica de saída} \\ \text{ou} \\ \text{Potência da carga} \\ \text{ou} \\ \text{Potência no eixo } (P_{mec}) \end{array}}$$

As perdas no motor são divididas em perdas elétricas e perdas mecânicas. As perdas mecânicas (P_m) são potências dissipadas por atrito e ventilação e as perdas elétricas são constituídas por potências dissipadas nos condutores dos enrolamentos de estator e de rotor chamadas comumente de perdas cobre nos enrolamentos de estator e de rotor (P_{cu_1} e P_{cu_2}), as perdas nos núcleos magnéticos do estator e do rotor constituídas por perdas por histerese e por correntes parasitas, comumente chamadas de perdas ferro (P_{fe}) e, finalmente, as perdas adicionais ou complementares (P_{ad}), normalmente, neste modelo, chamadas de “stray-load losses”. As perdas mecânicas, as perdas no ferro e as perdas adicionais constituem as perdas rotacionais (P_r).

$$P_r = P_m + P_{fe} + P_{ad} \quad (3.1)$$

Essas perdas são aproximadamente constantes tanto durante a partida do motor como em regime permanente [2]:

$$P_{mec} = P_e - (P_{cu_1} + P_{cu_2} + P_r) \quad (3.2)$$

A potência elétrica de entrada do motor é dada por:

$$P_e = \sqrt{3} V_1 I_1 \cos \Phi_1 \quad (3.3)$$

onde:

V_1 é o valor eficaz da tensão de linha aplicada no enrolamentos de estator

I_1 é o valor eficaz da corrente elétrica no enrolamento de estator

$\cos \phi_1$ é o fator de potência do motor

As perdas cobre no estator e no rotor são dadas por:

$$P_{cu_1} = 3 R_1 I_1^2 \quad (3.4)$$

$$P_{cu_2} = 3 R_2 I_2^2 \quad (3.5)$$

onde:

R_1 é a resistência equivalente por fase do enrolamento de estator

R_2 é a resistência equivalente por fase do enrolamento de rotor

I_2 é o valor eficaz da corrente elétrica nos enrolamentos de rotor

A perdas adicionais ou “stray-load losses” são todas as perdas não cobertas nos ítems anteriores e incluem as perdas por correntes parasitas nos condutores do estator e do rotor e perdas devido aos harmônicos de campo magnético no estator e no rotor devido às ranhuras e dentes e devido à forma apenas aproximadamente senoidal da força magnetomotriz total da máquina.

A potência transferida do estator para o rotor é chamada de potência do entreferro ou potência eletromagnética (P_{em}). O seu valor a partir da potência elétrica de entrada é:

$$P_{em} = P_e - (P_{cu_1} + P_{fe_1} + P_{ad_1}) \quad (3.6)$$

onde:

P_{fe_1} é a parcela da perda no ferro referente ao estator

P_{ad_1} é a parcela referente às perdas adicionais do estator

A parcela P_{fe_1} das perdas ferro do estator é muito maior do que a do rotor (mais de 200 vezes) devido ao fato da frequência do fluxo magnético no ferro do estator ser muito maior do que a do fluxo do rotor. Desta maneira pode-se escrever $P_{fe_1} = P_{fe}$.

A referência [3] estabelece que para motores de indução de potência nominal inferior a 125 HP, as perdas adicionais podem ser consideradas como sendo de 1,8% da potência mecânica de saída do motor (potência nominal).

A potência mecânica de saída (no eixo) é dada por:

$$P_{mec} = P_{em} - (P_{cu_2} + P_{ad_2} + P_m) \quad (3.7)$$

onde P_{ad_2} é a parcela referente às perdas adicionais do rotor.

O rendimento do motor é dado pela relação entre a potência de saída (P_{mec}) e a potência elétrica de entrada (P_e).

$$\eta = \frac{P_{mec}}{P_e} = \frac{P_e - Perdas}{P_e} = 1 - \frac{Perdas}{P_e} \quad (3.8)$$

$$Perdas = (1 - \eta) P_e \quad (3.9)$$

3.3 Circuito equivalente

Devido à indução de tensões e correntes no circuito do rotor ser essencialmente uma operação de transformação, o circuito equivalente do motor de indução é bastante semelhante ao do transformador. A forma geral do circuito equivalente por fase visto do lado do estator é mostrado na figura 3.1. O circuito equivalente por fase de um motor de indução trifásico pressupõe que estator e rotor estejam ligados em estrela.

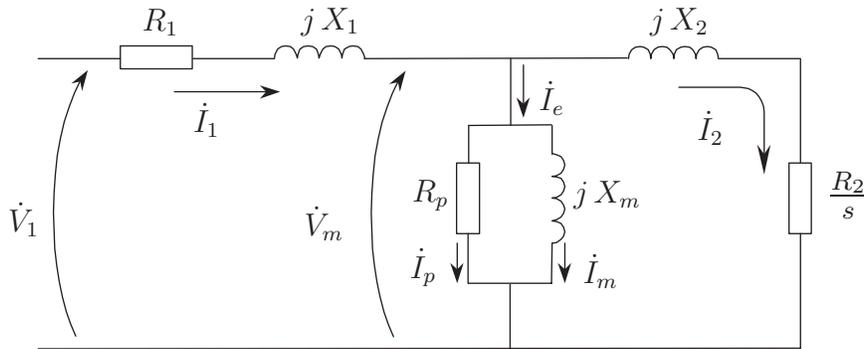


Figura 3.1: Circuito equivalente por fase do motor

onde:

- \dot{V}_1 é a tensão de fase do estator (valor eficaz)
- \dot{V}_m é a tensão de excitação do motor ou força eletromotriz do rotor (valor eficaz)
- \dot{I}_1 é a corrente elétrica de enrolamento do estator (valor eficaz)
- \dot{I}_2 é a corrente elétrica de enrolamento do rotor (valor eficaz)
- \dot{I}_e é a corrente elétrica de excitação (valor eficaz)
- \dot{I}_m é a corrente elétrica de magnetização (valor eficaz)
- \dot{I}_p é a corrente elétrica de perdas (valor eficaz)
- s é o escorregamento da máquina no ponto de operação considerado

Os parâmetros do circuito equivalente são:

- a) resistência elétrica do enrolamento de estator (R_1)
- b) resistência elétrica do enrolamento de rotor (R_2)
- c) reatância de dispersão do enrolamento de estator (X_1)
- d) reatância de dispersão do enrolamento de rotor (X_2)
- e) reatância de magnetização (X_m)
- f) resistência elétrica de perdas (R_p)

3.4 Potências e conjugado no motor de indução

Da figura 3.1 tem-se:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{V}_1}{\dot{Z}_e} \quad (3.10)$$

$$\dot{Z}_e = (R_1 + j X_1) + \dot{Z}_{e2} \quad (3.11)$$

$$\dot{Z}_{e2} = \left(\frac{1}{R_p} + \frac{1}{j X_m} + \frac{1}{R_2/s + j X_2} \right)^{-1} \quad (3.12)$$

$$P_{cu1} = 3 R_1 I_1^2 \quad (3.13)$$

$$P_{fe} = 3 \frac{V_m^2}{R_p} = 3 R_p I_p^2 \quad (3.14)$$

$$\dot{V}_m = \dot{V}_1 - (R_1 + j X_1) \dot{I}_1 \quad (3.15)$$

$$\dot{I}_p = \frac{\dot{V}_m}{R_p} \quad (3.16)$$

$$P_{em} = P_1 - P_{cu1} - P_{fe} - P_{ad1} \quad (3.17)$$

Observando-se o circuito equivalente com todas as perdas, que não as perdas cobre, colocadas no resistor R_p conclui-se que

$$P_{em} = 3 \frac{R_2}{s} I_2^2 \quad (3.18)$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{V}_m}{R_2/s + j X_2} \quad (3.19)$$

$$P_{cu_2} = 3 R_2 I_2^2 \quad (3.20)$$

A potência mecânica interna do motor pode ser escrita como:

$$P_{meci} = P_{em} - P_{cu_2} = 3 \frac{R_2}{s} I_2^2 - 3 R_2 I_2^2 = (1 - s) \left(3 \frac{R_2}{s} I_2^2 \right) \quad (3.21)$$

$$P_{meci} = (1 - s) P_{em} \quad (3.22)$$

A potência mecânica de saída (P_{mec}) é dada por:

$$P_{mec} = P_{meci} - P_m \quad (3.23)$$

O conjugado eletromagnético do motor é calculado por

$$T_{em} = \frac{P_{em}}{\omega_{ms}} = \frac{P_{meci}}{\omega_m} \quad (3.24)$$

onde:

ω_{ms} é a velocidade angular mecânica síncrona

ω_m é a velocidade angular do rotor do motor

$$\omega_{ms} = 2\pi f_{ms} = 2\pi \left(\frac{2 f_s}{P} \right) \quad (3.25)$$

$$\omega_m = 2\pi (1 - s) \left(\frac{2 f_s}{P} \right) \quad (3.26)$$

onde:

f_s é a frequência da tensão de alimentação do motor, denominada frequência síncrona

P é o número de pólos do motor

O conjugado no eixo é dado por:

$$T_{mec} = \frac{P_{mec}}{\omega_m} = \frac{P_{em} - (P_{cu2} + P_{ad2} + P_m)}{\omega_m} \quad (3.27)$$

3.5 Determinação dos parâmetros do circuito equivalente

O circuito equivalente é uma das ferramentas que se usa para estudar o comportamento em regime permanente do motor diante de variações de carga. Entretanto, para usá-lo, é necessário determinar os seus parâmetros que são R_1 , X_1 , R_2 , X_2 , X_m e R_p .

Para determinar os parâmetros do motor de indução procede-se de maneira análoga ao que se faz para o transformador, ou seja:

- Mede-se a resistência elétrica em corrente contínua por fase do estator;
- Executa-se o ensaio em vazio;
- Executa-se o ensaio de rotor travado ou bloqueado.

Para a realização desses ensaios deve-se proceder de acordo com as normas técnicas vigentes. Neste trabalho utilizou-se a norma Std 112-1996 do IEEE [3].

3.5.1 Medição da resistência elétrica por fase do enrolamento de estator

A resistência elétrica por fase do enrolamento de estator é determinada através da medição da corrente elétrica em decorrência da aplicação de uma tensão contínua entre cada duas linhas sucessivamente. A medição é feita em corrente contínua para que não haja indução no enrolamento de rotor e nem reatância no circuito de estator.

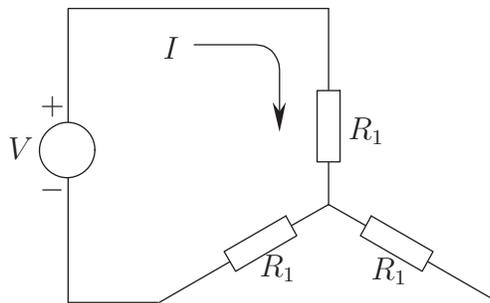


Figura 3.2: Estator ligado em estrela

Se a ligação do estator for do tipo estrela, tem-se:

$$V = 2 R_1 I \Rightarrow R_1 = \frac{V}{2I} \quad (3.28)$$

Como o circuito equivalente é por fase, há necessidade de ter-se enrolamentos ligados em estrela. Neste caso, a ligação já está em estrela.

Se a ligação do estator for do tipo delta tem-se:

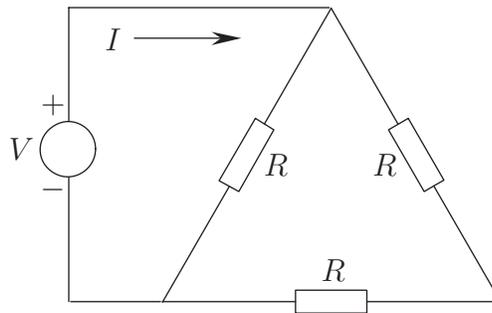


Figura 3.3: Estator ligado em delta

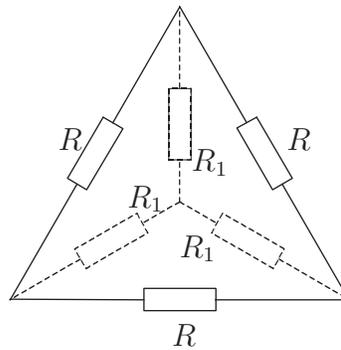


Figura 3.4: Equivalência $\Delta - Y$

$$R_{\Delta} = \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{2R} \right)^{-1} = \frac{2R}{3} \quad (3.29)$$

$$V = \frac{2R}{3} I \Rightarrow R = \frac{3V}{2I} \quad (3.30)$$

Passando-se de ligação delta para ligação estrela para satisfazer aos requisitos do circuito equivalente por fase tem-se:

$$R_1 = \frac{R^2}{3R} = \frac{R}{3} = \frac{V}{2I} \quad (3.31)$$

R_1 é a resistência elétrica equivalente do estator considerando-o ligado em estrela.

É necessário salientar que o valor de R_1 calculado não é totalmente preciso porque despreza o efeito pelicular, o que ocorre quando se aplica tensão alternada no enrolamento. A temperatura também modifica a resistência elétrica.

A variação da resistência elétrica com a temperatura deve ser levada em conta de acordo com a equação 3.32 [3]:

$$R = R_0 \frac{\theta_k + \theta}{\theta_k + \theta_0} \quad (3.32)$$

R_0 é a resistência elétrica medida na temperatura θ_0

R é a resistência elétrica corrigida para a temperatura θ

θ_k é um valor cujo o negativo representa a temperatura na qual o material apresenta resistência elétrica nula. Cada material apresenta um θ_k específico. Normalmente usa-se $\theta_k = 234,5^\circ\text{C}$ para o cobre e $\theta_k = 236,4^\circ\text{C}$ para o alumínio.

3.5.2 Ensaio em vazio

O ensaio em vazio mede as perdas rotacionais do motor e fornece informações sobre a corrente de magnetização. A única carga no motor corresponde às perdas mecânicas (atrito e ventilação). O escorregamento do motor é muito pequeno (da ordem de 0,1%).

O esquema elétrico para a realização do ensaio é o mostrado na figura 3.5. A tensão V aplicada, é a tensão nominal da máquina. Mede-se as correntes I_A , I_B e I_C e as potências W_1 e W_2 .

$$I_1 = \frac{I_A + I_B + I_C}{3} \quad (3.33)$$

$$P_1 = W_1 + W_2 \quad (3.34)$$

O circuito equivalente da figura 3.1 pode ser redesenhado como mostra a figura 3.6.

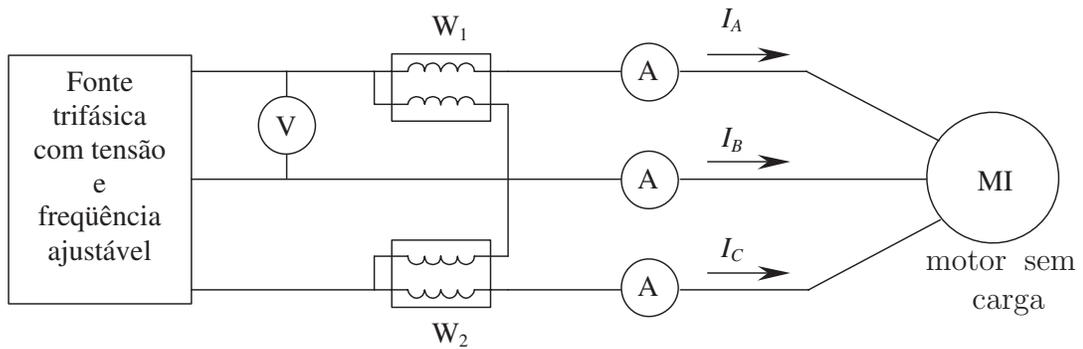


Figura 3.5: Esquema elétrico para ensaio em vazio

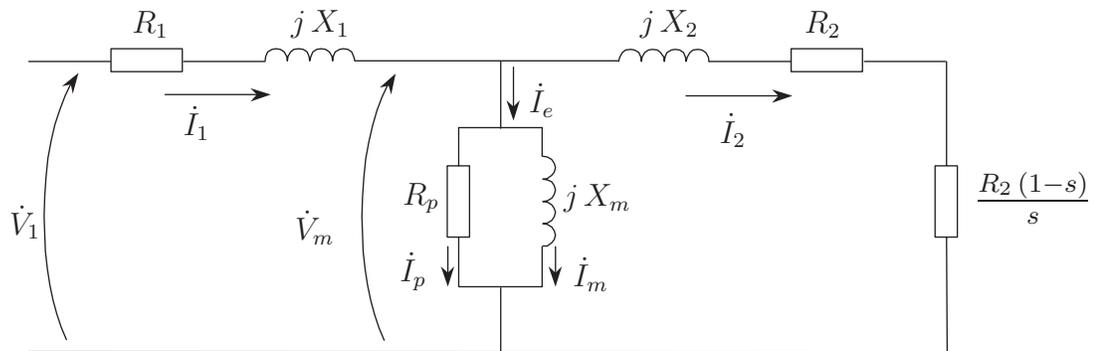


Figura 3.6: Circuito equivalente do motor

Como s é muito pequeno, $R_2(1-s)/s$ é muito maior do que R_2 e também do que X_2 . O circuito equivalente pode ser simplificado, como mostra a figura 3.7.

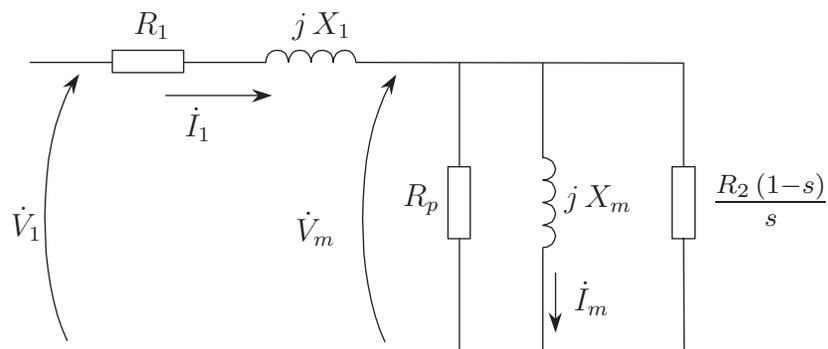


Figura 3.7: Circuito equivalente simplificado (1)

A corrente \dot{I}_2 é extremamente pequena pois s é muito pequeno, de modo que as perdas cobre no rotor são muito pequenas. Desse modo, a potência de entrada (medida pelos wattímetros) mede as perdas no motor.

$$P_e = P_{cu_1} + P_{fe} + P_m + P_{ad} = P_{cu_1} + P_r \quad (3.35)$$

As resistências elétricas R_p e $R_2(1-s)/s$ representam as perdas rotacionais e podem ser associados em paralelo (R_{rot}).

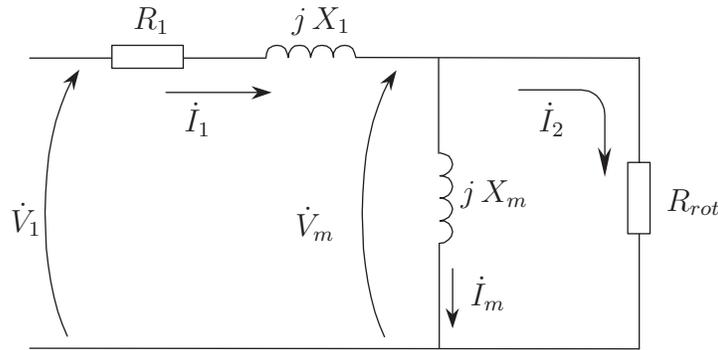


Figura 3.8: Circuito equivalente simplificado (2)

A corrente (\dot{I}_m) necessária para estabelecer o campo magnético na máquina é alta em motores de indução devido à alta relutância do entreferro de tal modo que X_m será muito menor do que R_p e o fator de potência do circuito será muito baixo. Desse modo a impedância equivalente do circuito pode ser escrita como:

$$|\dot{Z}_{ev}| = Z_{ev} = \frac{V_1}{I_1} \approx X_1 + X_2 \quad (3.36)$$

$$V_1 = \frac{V}{\sqrt{3}} \quad (3.37)$$

onde V é a tensão nominal eficaz de linha do motor.

Outra maneira de ver o ensaio é a seguinte:

$$Z_{ev} = \frac{V_1}{I_1} \quad (3.38)$$

$$R_{ev} = \frac{P_1}{I_1^2} \quad (3.39)$$

$$X_{ev} = \sqrt{Z_{ev}^2 - R_{ev}^2} \approx X_1 + X_m \quad (3.40)$$

3.5.3 Ensaio de rotor bloqueado ou travado

O esquema para o ensaio é mostrado na figura 3.9. A tensão de entrada V_1 deve ser ajustada de tal modo a se ter $I_1 = (I_A + I_B + I_C)/3$ igual à corrente nominal. Mede-se a potência $P_1 = W_1 + W_2$.

Como o rotor está travado (não gira), o escorregamento s é unitário ($s = 1$). Dessa forma, $R_2/s = R_2$ e, como R_2 e X_2 têm valores baixos comparados com X_m , a corrente elétrica I_1 passará quase toda por R_2 e X_2 .

No ensaio em vazio não havia a interferência do rotor de modo que a frequência da fonte tinha que ser a frequência da tensão nominal de alimentação. Neste caso, o ensaio precisa ser realizado numa frequência próxima da frequência nominal da corrente de rotor. Em geral, realiza-se este ensaio numa frequência de 25% da nominal de estator para obter-se valores aceitáveis dos parâmetros de rotor.

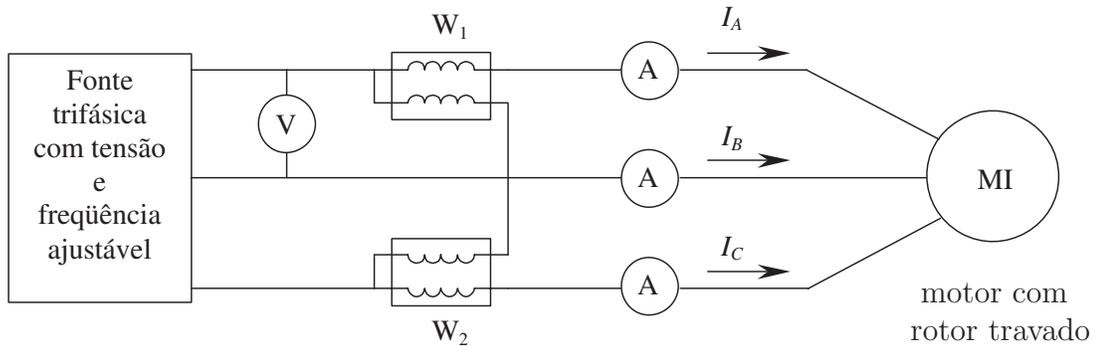


Figura 3.9: Esquema elétrico para ensaio em rotor travado

$$P_{bl} = V_1 I_1 \cos \theta_{bl} \quad (3.41)$$

$$fp_{bl} = \cos(\theta_{bl}) = \frac{P_1}{V_1 I_1} \quad (3.42)$$

$$Z_{bl} = \frac{V_1}{I_1} \quad (3.43)$$

$$\dot{Z}_{bl} = R_{bl} + j X'_{bl} = Z_{bl} \cos \theta_{bl} + j Z_{bl} \sin \theta_{bl} \quad (3.44)$$

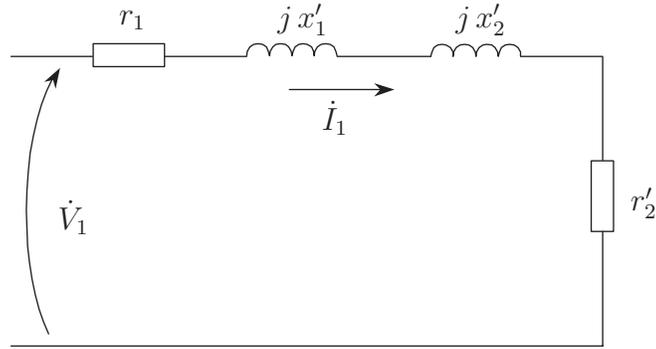


Figura 3.10: Circuito equivalente do motor para rotor bloqueado

$$R_{bl} = R_1 + R'_2 \quad (3.45)$$

$$R'_2 = R_{bl} - R_1 \quad (3.46)$$

$$X'_{bl} = X'_1 + X'_2 \quad (3.47)$$

X'_1 e X'_2 são as reatâncias na frequência de ensaio (f_e).

É necessário corrigir a soma $X'_1 + X'_2$ para a frequência síncrona (f_s) ou frequência nominal.

$$X_1 + X_2 = \frac{f_s}{f_e} (X'_1 + X'_2) \quad (3.48)$$

onde f_s é a frequência nominal (frequência síncrona).

Determinado ($X_1 + X_2$) é necessário determinar X_1 e X_2 . Não há um modo exato de separar X_1 e X_2 , mas apenas a experiência de muitos anos de projeto e de fabricação de motores que os fabricantes mundiais possuem.

A referência [3] estabelece que:

$X_1/X_2 = 1,00$ para motores de rotor em gaiola de categoria A e D (NEMA)
e para motores de rotor enrolado.

$X_1/X_2 = 0,67$ para motores de rotor em gaiola de categoria B (NEMA)

$X_1/X_2 = 0,43$ para motores de rotor em gaiola de categoria C (NEMA)

NEMA é a “National Electrical Manufacturers Association” dos Estados Unidos.

Determinado X_1 obtem-se X_m a partir da equação (3.40).

$$X_m = X_e - X_1 \quad (3.49)$$

As referências [1, 3] mostram ainda uma correção que deve ser feita no valor obtido de R'_2 para a obtenção de R_2 . Essa correção vem do fato de que o valor $(R_{bl} - R_1)$, obtido no ensaio de rotor travado, é o valor da parte real de $R_2 + j X_2$ em paralelo com $j X_m$. Desse modo:

$$R_2 = R'_2 \left(\frac{X_2 + X_m}{X_m} \right) \quad (3.50)$$

Capítulo 4

Sistema experimental e ensaios realizados

4.1 Introdução

Para a verificação experimental do modelo matemático dinâmico desenvolvido no capítulo 2, foi necessário acionar o motor em carga nominal à plena tensão. Evidentemente que, em se tratando de estudar o comportamento do conjugado eletromagnético, a condição nominal de operação do motor é a mais indicada.

O ensaio em carga nominal foi realizado diversas vezes com controle rígido de temperatura de estator da máquina no intuito de que ela se estabilizasse antes da medição de qualquer grandeza. Deste ensaio resultou a medição do conjugado eletromagnético utilizando uma célula de carga montada sob um braço fixo à carcaça em balanço do motor nas condições nominais da máquina.

A fim de determinar os parâmetros do circuito equivalente a serem utilizados no modelo matemático dinâmico desenvolvido no capítulo 2, foram também realizados o ensaio de medição de resistência elétrica do enrolamento de estator por fase, ensaio em vazio do motor e ensaio em rotor travado.

Outros ensaios foram realizados para fins de determinação de perdas nas máquinas envolvidas. Para determinação das perdas ferro no motor de indução, foi realizado ensaio em vazio na máquina com rotor em circuito aberto acionada por uma máquina de corrente contínua e, para a determinação das perdas mecânicas na máquina de corrente contínua, foi realizado o ensaio do motor acionando a máquina de corrente contínua em vazio.

Pelo fato de se estar trabalhando com uma máquina de indução de rotor enrolado, foi possível também medir a resistência elétrica por fase do enrolamento de rotor.

As medições foram realizadas utilizando sensores e sistema de aquisição de dados de maneira a evitar leituras visuais em instrumentos.

4.2 Ensaio em carga nominal

Para a execução deste e dos outros ensaios, construiu-se uma bancada experimental constituída de:

- a) um motor de indução de rotor enrolado com carcaça em balanço de 2,24 kW, 220 V, 9 A, 4 pólos e fator de potência 0,80 de fabricação Equacional Elétrica e Mecânica Ltda;
- b) um gerador de corrente contínua de 5,2 kW / 2000 rpm de fabricação Weg Indústrias S.A.;
- c) carga resistiva variável de potência 3 kW de fabricação Eletele Ind. de Reostatos e Resistências Ltda;
- d) um inversor de 3 kW para promover alimentação em frequência variável de fabricação Weg Indústrias S.A.;
- e) um retificador para o acionamento do gerador em corrente contínua de fabricação Weg Indústrias S.A.;
- f) um variador de tensão alternada de 3 kW de fabricação STP - Sociedade Técnica Paulista Ltda;
- g) um sistema de aquisição de dados de fabricação Lynx Tecnologia Eletrônica Ltda;
- h) sensores de corrente tipo Hall, de velocidade e de temperatura de fabricações diversas;
- i) osciloscópio Tektronix/TDS360;
- j) fonte de tensão contínua;
- k) multímetro diversos;
- l) computador digital acoplado ao sistema de aquisição de dados;
- m) célula de carga para medição de força de fabricação Sodmex Ind. e Com. de Material de Extensometria Ltda.

O esquema de montagem é mostrado na figura 4.1.

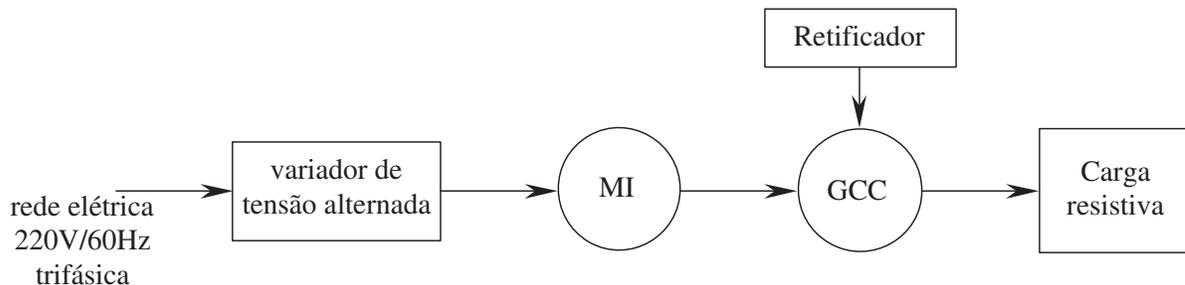


Figura 4.1: Montagem do trabalho experimental

O gerador de corrente contínua foi excitado convenientemente e a carga resistiva determinada de modo a obter na entrada do motor 9 A, fator de potência 0,8 com tensão de 220 V aplicada no estator do motor. O conjunto permaneceu em operação durante cerca de 3 h para que a temperatura de motor se estabilizasse. A temperatura medida em regime permanente foi de 58°C após a estabilização.

Obteve-se os seguintes resultados em três medições em instantes diferentes:

Tabela 4.1: Ensaio do motor em carga

Grandeza		M1	M2	M3
V_{ab}	(V)	218,78	218,97	220,28
V_{bc}	(V)	220,32	220,60	221,22
V_{ca}	(V)	218,84	219,10	219,74
V_{med}	(V)	219,31	219,55	220,41
I_{as}	(A)	8,79	8,76	8,84
I_{bs}	(A)	9,26	9,23	9,24
I_{cs}	(A)	8,86	8,85	8,8
I_{med_s}	(A)	8,97	8,95	8,96
I_{ar}	(A)	21,644	21,587	21,610
I_{br}	(A)	21,780	21,718	21,742
I_{cr}	(A)	19,156	19,162	19,155
I_{med_r}	(A)	20,860	20,822	20,836
P_{cc}	(W)	1871,78	1863,68	1871,18
P	(W)	2733,50	2725,40	2732,90
T_{em}	(N.m)	13,36	13,37	13,36
n	(rpm)	1703,24	1695,90	1695,73
fp		0,8021	0,8012	0,7889

Na tabela 4.1:

V_{ab} , I_{bc} e I_{ca}	são as tensões aplicadas nos enrolamentos de estator (eficazes)
I_{as} , I_{bs} e I_{cs}	são as correntes nos enrolamentos de estator (eficazes)
I_{ar} , I_{br} e I_{cr}	são as correntes nos enrolamentos de rotor (eficazes)
P_{cc}	é a potência medida nos terminais do gerador de corrente contínua
P	é a potência de entrada do motor
n	é a velocidade angular do motor
T_{em}	é o conjugado eletromagnético do motor
fp	é o fator de potência do motor

Todas as medições (tensões, correntes de estator, correntes de rotor, potência de entrada motor, velocidade) foram feitas através de sensores e sistema de aquisição de dados com respectivos tratamentos matemáticos para a obtenção dos valores médios e eficazes necessários.

O conjugado da carcaça (conjugado eletromagnético) foi medido através de uma célula de carga montada na extremidade de haste presa na carcaça.

As figuras 4.2, 4.3 e 4.4 mostram detalhes da montagem:



Figura 4.2: Vista completa da montagem utilizada no laboratório

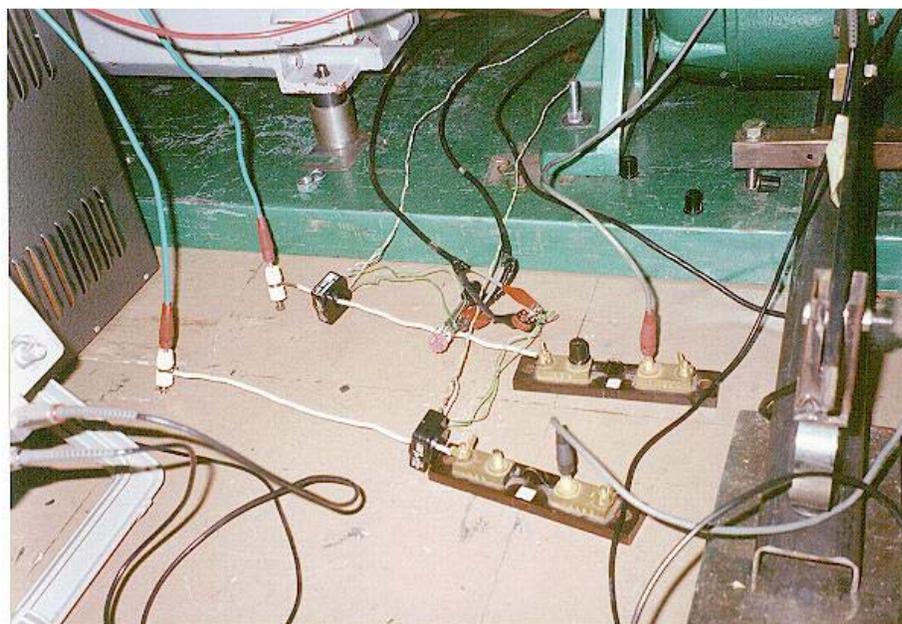


Figura 4.3: Vista de sensores de corrente (sensor de efeito Hall e resistores “shunt”)

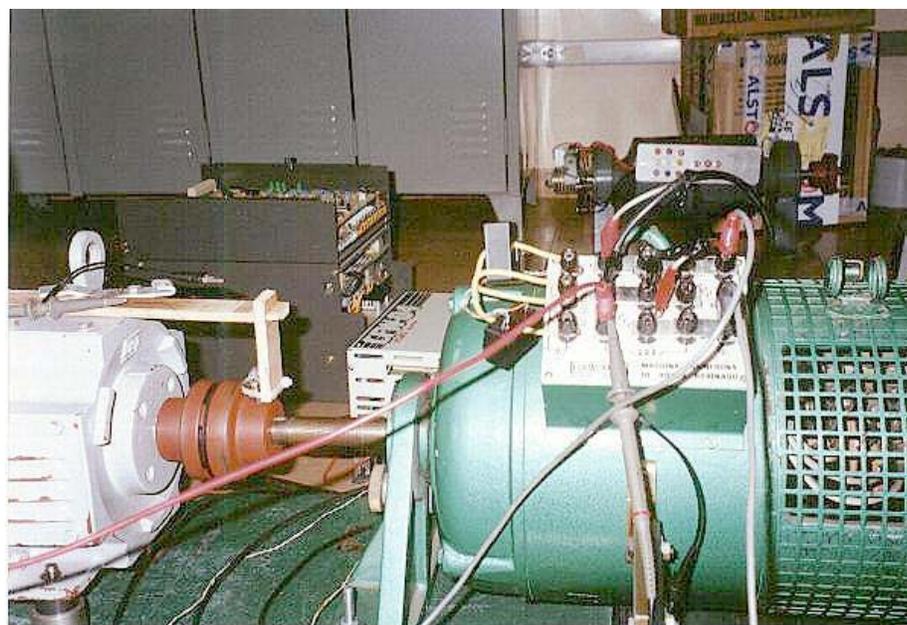


Figura 4.4: Vista do sensor de velocidade (“encoder”) e dos sensores para corrente de rotor

Os valores das grandezas necessárias foram obtidos fazendo-se uma média aritmética dos resultados das 3 medições. Dessa forma, obteve-se:

Tensão de linha de alimentação (eficaz):	219,76 V
Corrente média de estator (eficaz):	8,96 V
Potência elétrica média de entrada:	2730,6 W
Fator de potência médio:	0,800
Velocidade média:	1698,4 rpm
Conjugado eletromagnético (carcaça) médio:	3,36 N.m
Corrente média do rotor(eficaz):	20,84 A
Potência de saída do gerador CC:	1868,88 W

4.3 Medição da resistência elétrica dos enrolamentos de estator por fase

O motor apresenta ligação triângulo no enrolamento de estator. A medição foi realizada como mostrado no capítulo 3 obtendo-se o seguinte resultado:

$$R_{ab} = \frac{6,2}{5,13} = 1,2086 \Omega \quad R_{bc} = \frac{6,1}{5,02} = 1,2151 \Omega \quad R_{ca} = \frac{6,1}{5,1} = 1,1961 \Omega$$

$$R = \frac{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}}{6} = 0,6033 \Omega \quad \text{a } 23^\circ \text{ C}$$

Esse valor corrigido para 58°C produz

$$R_{1(58^\circ\text{C})} = 0,6033 \cdot \frac{234,5 + 58}{234,5 + 23} = 0,6856 \Omega$$

4.4 Medição da resistência elétrica dos enrolamentos de rotor por fase

O motor apresenta ligação em estrela no rotor e obteve-se

$$R_{xy} = \frac{1,179}{5} = 0,2358 \Omega \quad R_{yz} = \frac{1,225}{5} = 0,2450 \Omega \quad R_{zx} = \frac{1,154}{5} = 0,2308 \Omega$$

$$R = \frac{R_{xy} + R_{yz} + R_{zx}}{6} = 0,1195 \Omega \quad \text{a } 23^\circ \text{ C}$$

Esse valor corrigido a 58°C produz:

$$R_{2(58^\circ\text{C})} = 0,1358 \Omega$$

Observa-se que R'_2 é o valor de resistência elétrica por fase medida no rotor. Esse valor referido ao estator, em conexão estrela, é calculado por:

$$R'_2 = \left(\frac{N_2}{N_1} \right)^2 R_2 = 3^2 \cdot 0,1358 = 1,222 \Omega$$

4.5 Ensaio em vazio

O ensaio em vazio foi realizado como visto no capítulo 3 obtendo-se os resultados mostrados na tabela 4.2. O motor foi aquecido à temperatura de 58°C antes do ensaio ser feito.

Os valores a serem utilizados nesse ensaio foram obtidos pela média de 3 medições realizadas e são mostrados abaixo.

$$V_{vazio} = 223,92 \text{ V} \quad I_{vazio} = 4,38 \text{ A} \quad P_{vazio} = 160,57 \text{ W}$$

Neste caso, a potência P corresponde à soma das perdas mecânicas com as perdas cobre no estator e ferro do motor.

4.6 Ensaio em rotor bloqueado

O ensaio em rotor bloqueado foi realizado como visto no capítulo 3 obtendo-se os resultados apresentados na tabela 4.3. As medições foram feitas em 15 Hz ($0,25 \times 60 = 15 \text{ Hz}$).

Os valores a serem utilizados nesse ensaio foram obtidos pela média das três medições realizadas e são:

$$V_{bl} = 28,11 \text{ V} \quad I_{bl} = 9,23 \text{ A} \quad P_{bl} = 332,25 \text{ W}$$

Tabela 4.2: Ensaio em vazio

Grandeza		M1	M2	M3
V_{ab}	(V)	222,94	222,99	222,97
V_{bc}	(V)	223,45	223,53	223,47
V_{ca}	(V)	222,32	222,34	222,28
V_{med}	(V)	222,90	222,95	222,91
I_{as}	(A)	4,18	4,17	4,15
I_{bs}	(A)	4,61	4,61	4,59
I_{cs}	(A)	4,39	4,39	4,36
I_{med}	(A)	4,39	4,39	4,37
P	(W)	160,52	160,68	160,52

Tabela 4.3: Ensaio de rotor bloqueado

Grandeza		M1	M2	M3
V_{ab}	(V)	27,27	27,48	27,47
V_{bc}	(V)	28,27	28,43	28,42
V_{ca}	(V)	28,40	28,56	28,66
V_{med}	(V)	27,98	28,16	28,18
I_{as}	(A)	9,08	9,09	9,05
I_{bs}	(A)	9,27	9,26	9,26
I_{cs}	(A)	9,34	9,36	9,34
I_{med}	(A)	9,23	9,24	9,22
P	(W)	330,67	334,48	331,61

4.7 Ensaio em vazio com rotor em aberto e acionado por motor de corrente contínua na velocidade síncrona

A finalidade deste ensaio foi a de medir as perdas ferro no motor. Alimentado com tensão nominal, o motor foi posto a girar na velocidade síncrona com auxílio da máquina de corrente contínua. Como as perdas mecânicas são supridas pela máquina auxiliar, a potência de entrada medida nos terminais da máquina de indução corresponde às perdas cobre no estator (P_{cu1}) e às perdas ferro (P_{fe}) no motor.

Os resultados de três medições são apresentados na tabela 4.4. Antes do ensaio ter sido realizado, a motor foi aquecido até a temperatura de 58°C .

Os valores a serem utilizados nesse ensaio foram obtidos pela média de três medições e são:

$$V_{ra} = 222,28 \text{ V} \quad I_{ra} = 4,33 \text{ A} \quad P_{ra} = 79,33 \text{ W}$$

Tabela 4.4: Ensaio de motor acionado em velocidade síncrona

Grandeza	M1	M2	M3
V_{ab} (V)	222,18	222,19	222,23
V_{bc} (V)	222,78	222,78	222,90
V_{ca} (V)	221,75	221,74	221,84
V_{med} (V)	223,23	222,24	222,36
I_{as} (A)	4,30	4,30	4,30
I_{bs} (A)	4,37	4,37	4,38
I_{cs} (A)	4,34	4,33	4,34
I_{med} (A)	4,33	4,33	4,34
P (W)	78,16	78,35	78,48

4.8 Motor de indução acionando máquina CC em vazio

O motor foi posto a girar acionando a mesma máquina utilizada no ensaio em carga. A finalidade deste ensaio foi a de determinar as perdas mecânicas do gerador de CC. O

resultado de três medições é mostrado na tabela 4.5. O motor foi aquecido a 58°C antes do ensaio ser realizado.

Os valores a serem utilizados nesse ensaio foram obtidos pela média de três medições e são:

$$V_{cc} = 223,03 V \quad I_{cc} = 4,40 A \quad P_{cc} = 211,75 W$$

Tabela 4.5: Ensaio de motor acionando máquina CC em vazio

Grandeza	M1	M2	M3
V_{ab} (V)	223,31	223,44	223,56
V_{bc} (V)	223,27	223,37	223,49
V_{ca} (V)	222,14	222,30	222,38
V_{med} (V)	222,91	223,04	223,15
I_{as} (A)	4,21	4,22	4,21
I_{bs} (A)	4,65	4,67	4,65
I_{cs} (A)	4,33	4,34	4,32
I_{med} (A)	4,40	4,41	4,39
P (W)	211,82	211,76	211,66

Capítulo 5

Determinação de perdas e dos parâmetros do circuito equivalente do motor

5.1 Introdução

Neste capítulo é feito um balanceamento de potências do ensaio em carga da máquina.

O objetivo é mostrar como a energia se distribui pela máquina, bem como mostrar que o valor medido do conjugado eletromagnético é correto.

Em seguida determina-se os parâmetros do circuito magnético a partir dos ensaios de medição de resistência elétrica do enrolamento de estator por fase, ensaio em vazio e ensaio de rotor bloqueado e verifica-se que os parâmetros obtidos não permitem refletir, através do circuito equivalente, as condições de operação da máquina em carga nominal.

Foram feitas tentativas sem sucesso de determinar parâmetros do circuito equivalente que refletissem a condição de ensaio em carga nominal para utilizá-los no modelo de simulação dinâmica. Com isso utilizou-se parâmetros que melhor aproximaram os resultados encontrados no ensaio em carga.

A razão disto certamente é que os parâmetros utilizados no modelo matemático dinâmico do motor usualmente utilizado na literatura [4], não são suficientes para bem representar a máquina em situação de carga nominal.

5.2 Determinação das perdas ferro no motor de indução (P_{fe})

Do ensaio em vazio do motor alimentado em tensão nominal, com rotor em aberto, acionado pelo motor de corrente contínua na velocidade síncrona, relatada no item 4.7, pode-se escrever:

$$P = P_{cu1} + P_{fe} \quad (5.1)$$

$$P_{cu1} = 3 \times 0,6853 \times 4,33^2 = 38,55 \quad \text{W} \quad (5.2)$$

$$P_{fe} = P - P_{cu1} = 78,33 - 38,55 = 39,78 \quad \text{W} \quad (5.3)$$

5.3 Determinação das perdas adicionais (P_{ad})

De acordo com [3] e considerando os dados de placa da máquina de indução onde consta que a potência mecânica da máquina é de 2240 W pode-se escrever aproximadamente que as perdas nominais no motor são:

$$P_{ad} = 0,018 \times 2240 = 40,23\text{W} \quad (5.4)$$

5.4 Determinação das perdas mecânicas no motor de indução (P_{mmi})

Do ensaio em vazio relatado no item 4.5 pode-se escrever:

$$P = P_{cu1} + P_{fe} + P_{mmi} \quad (5.5)$$

$$P_{cu1} = 3 \times 0,6853 \times 4,38^2 = 39,44 \quad \text{W} \quad (5.6)$$

$$P_{mmi} = P - P_{cu1} - P_{fe} = 160,57 - 39,44 - 39,78 = 81,35\text{W} \quad (5.7)$$

5.5 Determinação das perdas mecânicas da máquina de corrente contínua

Do ensaio em vazio com o motor acionando a máquina de corrente contínua em vazio do item 4.8 pode-se escrever:

$$P = P_{cu1} + P_{fe} + P_m \quad (5.8)$$

onde P_m é a potência mecânica total do motor de indução e da máquina de corrente contínua.

$$P_{cu1} = 3 \times 0,6853 \times 4,40^2 = 39,80 \quad \text{W} \quad (5.9)$$

$$P_{fe} = 39,78 \quad \text{W} \quad (5.10)$$

$$P_m = 211,75 - 39,8 - 39,78 = 132,17 \quad \text{W} \quad (5.11)$$

As perdas na máquina de corrente contínua podem ser calculadas por:

$$P_{mcc} = P_m - P_{mmi} = 132,17 - 81,35 = 50,82 \text{ W} \quad (5.12)$$

5.6 Determinação da potência mecânica (no eixo) do motor

Em ensaios anteriormente realizados [6] as perdas elétricas da máquina de corrente contínua foram medidas. Determinou-se, para a situação de carga e de velocidade deste caso:

$$\begin{aligned} \text{Perdas cobre totais}(P_{cucc}): & 229,6 \text{ W} \\ \text{Perdas ferro:} & 46 \text{ W} \end{aligned}$$

A perdas no comutador informadas pelo fabricante valem:

$$\text{Perdas comutador } (P_{com}): 48 \text{ W}$$

Dessa forma, utilizando a potência medida nos terminais do gerador de corrente contínua no ensaio em carga mostrado no item 4.2, pode-se calcular a potência mecânica do motor que corresponde à potência de entrada do gerador de corrente contínua.

$$P_{mec} = P_{cc} + P_{cucc} + P_{fecc} + P_{com} + P_{mcc} \quad (5.13)$$

$$= 1868,88 + 229,6 + 46 + 48 + 50,82 = 2243,30 \text{ W} \quad (5.14)$$

5.7 Determinação das perdas cobre no enrolamento de estator do motor de indução

Dos ensaios realizados com o sistema experimental, relatados nos itens 4.2 e 4.3, pode-se escrever que as perdas joule no cobre no enrolamento de estator do motor de indução, à plena carga, valem:

$$P_{cu_1} = 3 R_1 I_1^2 = 3 \times 0,6853 \times 8,96^2 = 165,05 \text{ W} \quad (5.15)$$

5.8 Determinação das perdas cobre no enrolamento de rotor do motor de indução

Dos ensaios realizados com os sistema experimental relatados nos ítems 4.2 e 4.4 pode-se escrever que as perdas joule no cobre do enrolamento do rotor do motor de indução à plena carga, valem:

$$P_{cu_2} = 3 R_2 I_2^2 \quad (5.16)$$

A corrente eficaz I_2 mostrada no ítem 4.2 corresponde à corrente no enrolamento de rotor. Para determinar-se a corrente no enrolamento do rotor vista do lado do estator tem-se:

$$I'_r = \frac{N_s}{N_r} I_r = \frac{20,84}{3} = 6,946 \text{ A} \quad (5.17)$$

Dessa forma:

$$P_{cu_2} = 3 \times 1,1187 \times 6,946^2 = 161,93 \text{ W} \quad (5.18)$$

5.9 Balanço de potência no motor de indução

A equação de balanço de potência do motor de indução (5.19) deve ser satisfeita.

$$P_e = P_{mec} + P_{cu_1} + P_{cu_2} + P_{fe} + P_{mmi} + P_{ad} \quad (5.19)$$

Dessa forma, as perdas adicionais podem ser calculadas:

$$P_{ad} = 2730,6 - 2243,3 - 165,05 - 161,92 - 39,78 - 81,35 = 39,20 \text{ W} \quad (5.20)$$

Observa-se que $P_{ad} = 0,01747 \times 2243,30 = 39,20 \text{ W}$ está conforme referência [3] como mencionado no capítulo 3 e no ítem 5.3.

Dessa forma o balanço de potência do motor de indução em operação com carga nominal se fecha corretamente permitindo o cálculo do conjugado eletromagnético com boa precisão como se mostra no ítem a seguir.

5.10 Conjugado eletromagnético do motor de indução

O conjugado eletromagnético do motor de indução pode ser calculado a partir das potências já calculadas. Como se viu no capítulo 3, a potência eletromagnética pode ser escrita como:

$$P_{em} = P_e - (P_{cu_1} + P_{fe_1} + P_{ad_1}) \quad (5.21)$$

Como não se dispõe de um método adequado para separar as perdas adicionais entre estator e rotor, supõe-se aqui uma divisão das perdas adicionais em partes iguais entre estator e rotor.

$$P_{ad_1} = P_{ad_2} = \frac{P_{ad}}{2} = \frac{39,2}{2} = 19,6 \quad \text{W} \quad (5.22)$$

Assim:

$$P_{em} = 2730,6 - (165,05 - 39,78 - 19,6) = 2506,17 \quad \text{W} \quad (5.23)$$

O torque eletromagnético é calculado então por:

$$T_{em} = \frac{P_{em}}{\omega_{ms}} = \frac{2506,17}{2\pi \frac{1800}{60}} = 13,30 \quad \text{N.m} \quad (5.24)$$

É importante lembrar que o conjugado eletromagnético médio medido na carcaça do motor, conforme se vê na tabela 4.1, é de 13,36 N.m, o que mostra que a medição de conjugado eletromagnético realizada é coerente com as outras medições feitas.

5.11 Circuito equivalente do motor de indução

No capítulo 4 foi apresentado uma metodologia para a determinação dos parâmetros do circuito equivalente do motor de indução trifásico em estudo, que normalmente aparece em livros texto [1] e que é recomendado em [3]. Essa metodologia se baseia nos ensaios de medição de resistência elétrica do enrolamento de estator por fase, ensaio em vazio e ensaio em rotor travado. O circuito equivalente por fase considerado para o motor é o mostrado na figura 3.8 e que tem como parâmetros as resistências elétricas por fase dos enrolamentos de estator e de rotor (R_1 e R_2), as reatâncias de dispersão dos enrolamentos de estator e de rotor (X_1 e X_2) por fase e a reatância de magnetização (X_m).

Esses mesmos parâmetros são os utilizados nos modelos matemáticos dinâmicos diversos mostrados na literatura onde se destaca o modelo apresentado em [4].

Calcula-se o circuito equivalente utilizando-se a resistência elétrica por fase do enrolamento de estator que, a 58°C, é

$$R_1 = 0,6853 \Omega$$

Do ensaio em vazio (item 4.5) tem-se:

$$Z_{ev} = \frac{V_{1v}}{I_{1v}} = \frac{222,92}{\sqrt{3} \times 4,38} = 29,3842 \Omega$$

$$R_{ev} = \frac{P_{1v}}{I_{1v}^2} = \frac{160,57}{3 \times 4,38^2} = 2,7899 \Omega$$

$$X_{ev} = \sqrt{Z_{ev}^2 - R_{ev}^2} = 29,2515 \Omega \approx X_1 + X_2$$

Do ensaio de rotor bloqueado (item 4.6) que foi realizado em 15 Hz tem-se:

$$\cos \phi_{1b} = \frac{P_{1b}}{V_{1b} I_{1b}} = \frac{332,25}{\sqrt{3} \times 28,11 \times 9,23} = 0,7393$$

$$\phi_{1b} = 0,7387 \text{ rad}$$

$$Z_{1b} = \frac{V_{1b}}{I_{1b}} = \frac{28,11}{\sqrt{3} \times 9,23} = 1,7583 \Omega$$

$$\dot{Z}_{1b} = R_{1b} + j X_{1b} = Z_{1b} (\cos \phi_{1b} + j \sin \phi_{1b})$$

$$R_{1b} = R_1 + R_2 = Z_{1b} \cos \phi_{1b} = 1,3000 \Omega$$

$$R_2 = R_{1b} - R_1 = 0,6147 \Omega$$

$$X_{1b} = Z_{1b} \sin \phi_{1b} = X'_1 + X'_2 = 1,1839 \Omega (15 \text{ Hz})$$

$$X_1 + X_2 = \left(\frac{60}{15} \right) (X'_1 + X'_2) = 4,7358 \Omega$$

Para motor de rotor enrolado, de acordo com [3] tem-se:

$$X_1 = X_2 = \frac{4,7358}{2} = 2,3679 \Omega$$

Do ensaio em vazio

$$X_m = X_{ev} - X_1 = 26,8836 \Omega$$

$$R_2 = \left(\frac{2,3679 + 26,8836}{26,8836} \right) \cdot 0,6147 = 0,6688 \Omega$$

Com esses parâmetros pode-se desenhar e desenvolver o circuito equivalente abaixo. O objetivo é o de verificar em que condições de potência de entrada, corrente elétrica de enrolamento de estator, fator de potência e torque eletromagnético a máquina opera quando representada por esse circuito elétrico equivalente quando alimentada na mesma tensão do ensaio (219,76 V) e girando na mesma velocidade do ensaio em carga (1695,726 rpm, escorregamento de 0,05793).

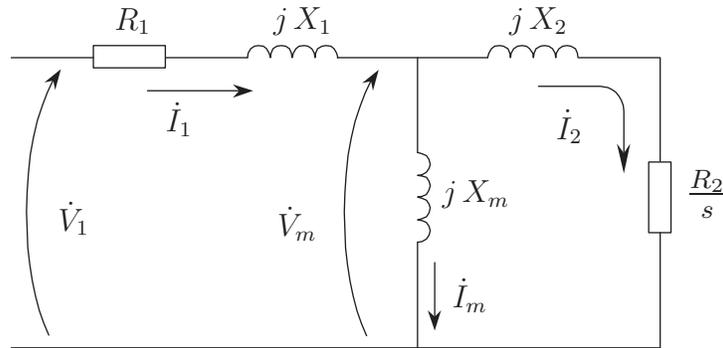


Figura 5.1: Circuito equivalente por fase do motor

Com:

$$\begin{aligned} R_1 &= 0,6853 \Omega & X_1 &= X_2 = 2,3679 \Omega \\ R_2 &= 0,6688 \Omega & X_m &= 26,8836 \Omega \end{aligned}$$

Do circuito equivalente do motor, calcula-se a impedância de entrada \dot{Z}_e :

$$\dot{Z}_e = R_1 + jX_1 + \frac{j(R_2/s + jX_2)}{R_2/s + j(X_2 + X_m)} \quad (5.25)$$

Substituindo-se os valores dos parâmetros e do escorregamento tem-se:

$$\dot{Z}_e = 9,1227 + j7,8743 = 12,0511 \angle 0,7121 \Omega$$

A corrente elétrica de enrolamento de estator e o fator de potência do motor podem ser calculados por:

$$I_1 = \frac{\dot{V}_1}{\dot{Z}_e} = 10,5284 \underline{-0,7121} \text{ A}$$

$$fp = \cos \phi = \cos[\text{ângulo}(\dot{Z}_e)] = 0,7570$$

A potência de entrada é dada por:

$$P_1 = \sqrt{3} V_1 I_1 \cos \phi = 3033,7 \text{ W}$$

A potência eletromagnética vale:

$$P_{em} = 3 \frac{R_2}{s} I_2^2 = 2805,8 \text{ W}$$

O torque eletromagnético é calculado por:

$$T_{em} = \frac{P_{em}}{2\pi \frac{rpm}{60}} = \frac{P_{em}}{60\pi} = 14,8851 \text{ N.m}$$

Observa-se que os valores obtidos são bem diferentes dos valores obtidos no ensaio em carga que são os valores nominais da máquina:

$$\begin{array}{ll} P_1 = 2730,6 \text{ W} & fp = 0,8007 \\ I_1 = 8,96 \text{ A} & T_{em} = 13,36 \text{ N.m} \end{array}$$

Os parâmetros obtidos não podem ser usados no modelo matemático dinâmico do motor. Para o motor ser bem representado, os parâmetros do circuito equivalente devem ser tais que reproduzam as condições nominais de estator e o torque eletromagnético.

Deve-se então, resolver o problema de determinar os parâmetros $X_1 = X_2$, R_2 e X_m (R_1 é mantido constante e igual a $0,6853 \Omega$) sujeitos às restrições dadas pelas equações deduzidas adiante, (5.26), (5.27) e (5.28).

Com os valores medidos no ensaio em carga nominal tem-se:

$$Z_e = \frac{V}{\sqrt{3} I} = \frac{219,76}{\sqrt{3} \times 8,96} = 14,1606$$

$$\phi = \hat{angulo}(\dot{Z}_e) = \cos^{-1} \left(\frac{P}{\sqrt{3} V I} \right) = \cos^{-1} \left(\frac{2730,6}{\sqrt{3} \times 219,76 \times 8,96} \right) = 0,6424$$

$$\mathcal{R}eal\{\dot{Z}_e\} = Z_e \cos \phi = 11,3376$$

$$\mathcal{I}mag\{\dot{Z}_e\} = Z_e \sin \phi = 8,4841$$

De (5.25):

$$\mathcal{R}eal\{\dot{Z}_e\} - 11,3376 = 0 \quad (5.26)$$

$$\mathcal{I}mag\{\dot{Z}_e\} - 8,4841 = 0 \quad (5.27)$$

Como a impedância \dot{Z}_e é dada por (5.25):

$$\dot{V}_m = \dot{V}_1 - \dot{I}_1 (R_1 + j X_1)$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{V}_m}{R_2/s + j X_2}$$

$$T_{em} = 3 \frac{R_2}{s \omega_s} |\dot{I}_2|^2$$

$$3 \frac{R_2}{s \omega_s} |\dot{I}_2|^2 - 13,36 = 0 \quad (5.28)$$

Entretanto, o problema de resolver o conjunto de equações (5.26), (5.27) e (5.28) não tem solução deste caso, como foi verificado usando o “toolbox” de otimização do Matlab (Optim), o que mostra uma grande deficiência desse modelo de circuito equivalente que não contempla a resistência elétrica de perdas e que tem de ser usado no modelo matemático dinâmico [4]. A figura 5.2 mostra uma superfície de erro descrita pela seguinte função:

$$erro(X_1 = X_2, X_m) = y_1 + y_2 + y_3$$

onde:

$$y_1 = |\mathcal{R}eal\{\dot{Z}_e\} - 11,3376|$$

$$y_2 = |\mathcal{I}mag\{\dot{Z}_e\} - 8,4841|$$

$$y_3 = \left| 3 \frac{R_2}{s} |\dot{I}_2|^2 - 13,36 \right|$$

que são funções das variáveis $X_1 = X_2$ e X_m com $R_1 = 0,6853 \Omega$ e $R_2 = 0,7969 \Omega$.

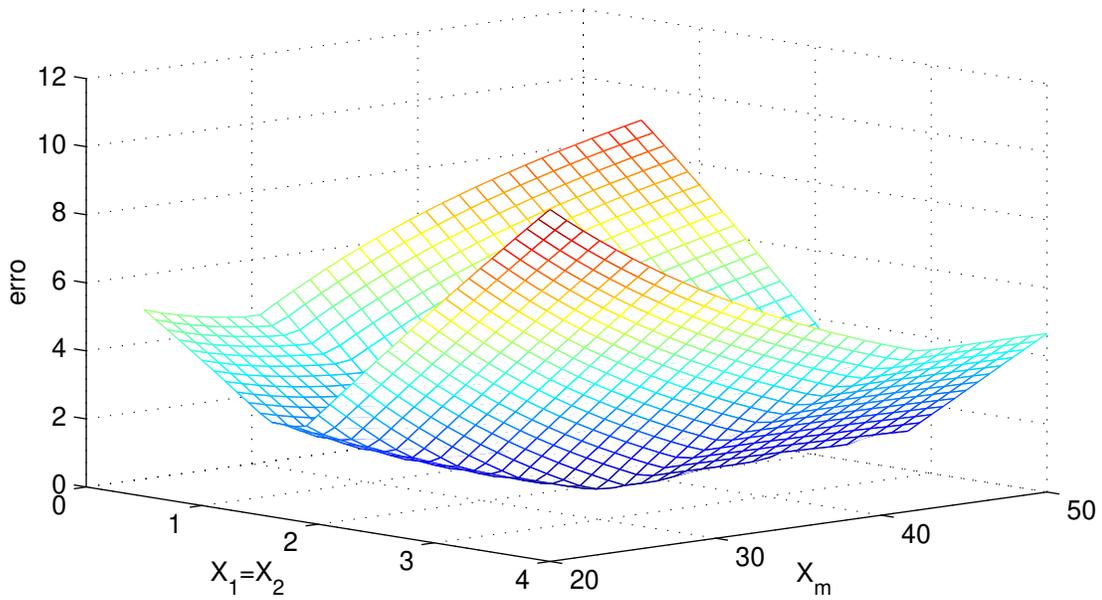


Figura 5.2: Superfície de erro (1)

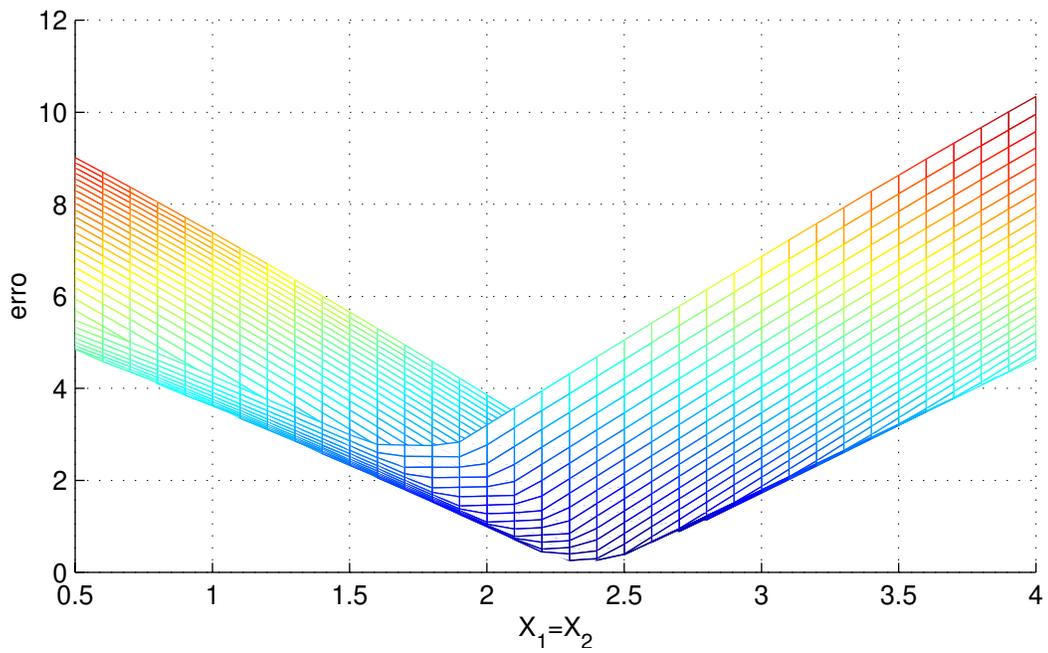


Figura 5.3: Superfície de erro (2)

Esse valor de R_2 corresponde à melhor aproximação da função *erro* do valor zero.

A figura 5.3 mostra o mesmo gráfico da figura 5.2 vista com o eixo $X_1 = X_2$ perpendicular ao plano do papel. Observa-se pela forma da superfície que não há cruzamento com o plano $erro = 0$.

O problema foi relaxado resolvendo-se as equações (5.26) e (5.27) para R_2 e X_m a partir dos valores de $R_1 = 0,6853\ \Omega$ e $X_1 = X_2 = 26,8836\ \Omega$.

Com isso, obteve-se valores de R_1 , $X_1 = X_2$, R_2 e X_m que reproduzem as condições nominais de estator e aproximam o melhor possível o valor do torque eletromagnético. Utilizando o “toolbox” de otimização (Optim) e tendo como ponto de partida a dupla [$R_2 = 0,6688$, $X_m = 26,8836$] e escorregamento de 0,057930 obteve-se:

$$R_2 = 0,7969\ \Omega \quad X_m = 35,2307\ \Omega$$

Calculando-se agora o circuito equivalente com $R_1 = 0,6853\ \Omega$, $X_1 = X_2 = 2,3679\ \Omega$, $R_2 = 0,7969\ \Omega$ e $X_m = 35,2307\ \Omega$ obteve-se:

$$\begin{aligned} P_1 &= 2730,6\ \text{W} & I_1 &= 8,9599\ \text{A} \\ fp &= 0,8006 & I_2 &= 7,8844\ \text{A} \end{aligned}$$

Os valores de estator são idênticos às condições nominais de operação da máquina. Entretanto o torque eletromagnético é dado por:

$$\begin{aligned} P_{em} &= 3 \times \frac{0,7969}{0,05730} \times 7,8844^2 = 2565,5\ \text{W} \\ T_{em} &= \frac{P_{em}}{60\pi} = 13,61\ \text{N.m} \end{aligned}$$

Este valor, porém, está bem próximo do valor medido (13,36 N.m) de tal modo que o circuito equivalente pode ser utilizado.

Como o problema colocado anteriormente, de resolver as equações (5.26), (5.27) e (5.28) não apresenta uma solução, pode-se, com um ponto de partida dado por: [$R_2 = 0,7969\ \Omega$, $X_m = 35,2307\ \Omega$, $X_1 = X_2 = 2,3679\ \Omega$] obter-se, usando o “toolbox” Optim, os parâmetros $R_2 = 0,8028\ \Omega$, $X_1 = X_2 = 2,4059\ \Omega$ e $X_m = 35,0857\ \Omega$.

Esse novo circuito equivalente fornece dessa forma:

$$\begin{aligned} P_1 &= 2701,2\ \text{W} & I_1 &= 8,9016\ \text{A} & T_{em} &= 13,466\ \text{N.m} \\ fp &= 0,7972 & I_2 &= 7,8136\ \text{A} \end{aligned}$$

Vê-se que estes parâmetros ($R_1 = 0,6853 \Omega$, $R_2 = 0,8028 \Omega$, $X_1 = X_2 = 2,4059 \Omega$ e $X_m = 35,0857 \Omega$) permitem que o circuito equivalente reproduza melhor o comportamento do motor em regime permanente tanto em relação ao estator como ao rotor e serão usados no modelo matemático dinâmico para estudo teórico do efeito das não circularidades de estator e de rotor através de simulação.

Nas tabelas (5.1) e (5.2) são comparados as grandezas medidas com as calculadas a partir de parâmetros obtidos pelo método de otimização e pelo método convencional.

Tabela 5.1: Resultados obtidos a partir de parâmetros otimizados

Grandeza	Medido	Calculado	erro(%)
P_e (W)	2730,6	2701,2	1,06
I_1 (A)	8,96	8,90	0,65
T_{em} (N.m)	13,36	13,466	0,79
fp	0,8007	0,7972	0,44

Tabela 5.2: Resultados obtidos pelo método convencional

Grandeza	Medido	Calculado	erro(%)
P_e (W)	2730,6	3037,3	11,1
I_1 (A)	8,96	10,53	17,52
T_{em} (N.m)	13,36	14,96	11,45
fp	0,8007	0,7570	5,46

Tabela 5.3: Parâmetros Calculados

Grandeza	convencional	otimizado
R_1	0,6853	0,6853
R_2	0,6688	0,8028
$X_1 = X_2$	2,3679	2,4059
X_m	26,8836	35,0857

Capítulo 6

Resultados de simulação e experimentais

6.1 Introdução

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos no trabalho experimental relatados no capítulo 4 e nas simulações realizadas usando o modelo matemático do capítulo 2. Os resultados das simulações são comparados com os resultados experimentais.

É conveniente, neste momento, recordar o trabalho que foi realizado nesta pesquisa.

No capítulo 2 foi desenvolvido um modelo matemático dinâmico para o motor de indução trifásico levando em conta a variação do entreferro representada por não circularidades das superfícies interna de estator e externa de rotor. Considerou-se que tanto o rotor quanto o estator se apresentam ovalizados.

Esse modelo tem como parâmetros aqueles do circuito equivalente clássico do motor de indução e que não inclui as perdas rotacionais.

No capítulo 3 foi apresentada as teorias de balanço de potência no motor e de circuito equivalente do motor necessários para o desenvolvimento dos capítulos 4 e 5.

No capítulo 4 relatou-se a experiência realizada de aplicar carga nominal no motor e analisar as grandezas envolvidas, notadamente o conjugado eletromagnético em regime permanente. Realizou-se neste capítulo todos os ensaios necessários para determinação das diversas perdas no motor e para determinação dos parâmetros do circuito equivalente.

No capítulo 5 as diversas perdas no motor foram calculadas e o balanço de potências realizado mostrou que o conjugado eletromagnético médio em regime permanente estava correto. Entretanto, as oscilações apresentadas em torno desse conjugado médio só poderiam ser explicadas através do modelo matemático dinâmico do capítulo 2.

Para determinar valores de parâmetros de circuito equivalente que reproduzissem com bastante aproximação as condições nominais da máquina, foi necessário resolver-se o problema matemático de determinar R_1 , R_2 , X_1 , X_2 e X_m que satisfizessem as condições de desempenho nominal de estator e de rotor ou, pelo menos as condições nominais de

estator.

Com esses parâmetros determinados é que foram realizadas as simulações usando o modelo matemático dinâmico do capítulo 2, cujos resultados são agora apresentados e comparados com os resultados experimentais.

6.2 Resultados experimentais

Através do sistema experimental montado no LADIME (capítulo 4) obteve-se, nas condições nominais de tensão de alimentação e de carga, a curva de conjugado eletromagnético em regime permanente do motor de indução mostrada na figura 6.1.

Observa-se, nesta figura, como já mostrado na introdução deste trabalho, uma oscilação intensa no conjugado eletromagnético em torno de um valor médio. Os valores mostrados correspondem a um intervalo de tempo de 1 segundo de amostragem, tomado durante a operação em regime permanente, com temperatura estabilizada em 58°C.

O conjugado médio calculado pelos dados amostrados foi de 13,36 N.m, após tratamento dos dados e eliminação de valor de “off-set” inerente ao sistema de aquisição e ao circuito de condicionamento de sinal da célula de carga.

É interessante ressaltar que as oscilações em torno do valor médio decorrem não só da falta de circularidade das superfícies interna de estator e externa de rotor, objeto deste

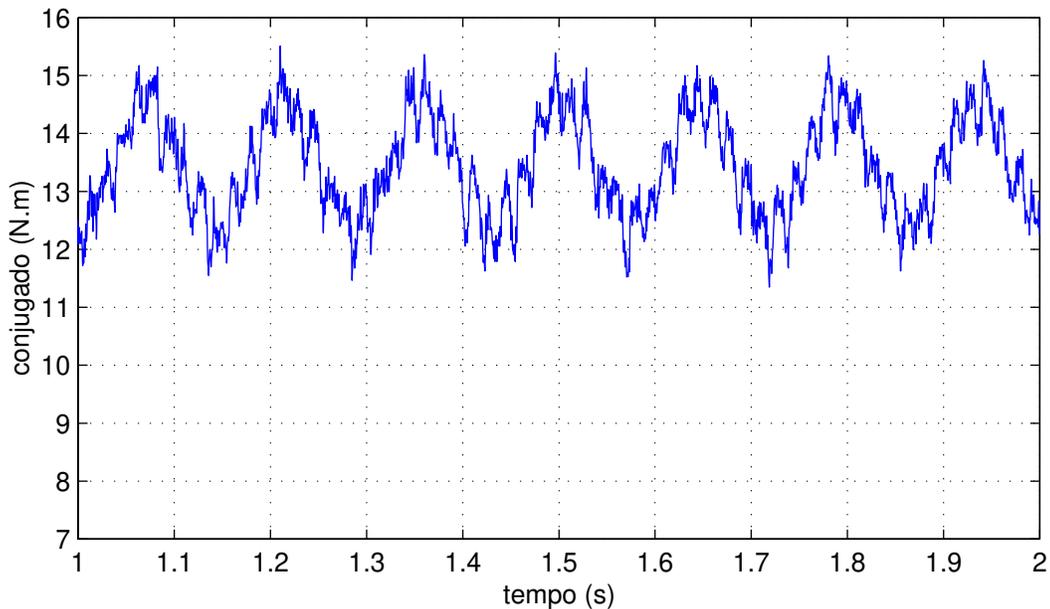


Figura 6.1: Conjugado eletromagnético do motor de indução em regime permanente

trabalho, mas também devido às irregularidades pontuais dessas superfícies e devido à existência de ranhuras e dentes nessas superfícies, já que se trata de um motor de indução de rotor enrolado e, também, devido à distribuição dos enrolamentos de estator e de rotor.

É importante informar também, que a faixa de variação de entreferro declarada pelo fabricante do motor de indução é de um entreferro mínimo (g_{min}) de 0,30 mm até um entreferro máximo de (g_{max}) de 0,40 mm com entreferro médio de 0,35 mm.

A velocidade média de operação do motor medida durante a tomada da amostra anterior, foi de 1695,730 rpm que corresponde a um escorregamento de 0,057928.

A frequência média de oscilação do conjugado em regime permanente foi medida usando a janela de tempo mostrada na figura 6.1 obtendo-se o valor de 6,9524 Hz.

Na figura 6.2 observa-se as correntes elétricas dos enrolamentos de estator amostradas em um intervalo de tempo menor do que o anterior para se ter uma melhor definição da figura, porém, suficiente para mostrar a existência de uma modulação em frequência de 6,9414 Hz.

Na figura 6.3 apresenta-se a corrente de rotor da fase *ar*, cuja a amplitude foi utilizada no capítulo 4. Observa-se que a frequência dessa corrente é de $0,057928 \times 60 = 3,4757$ Hz.

Na figura 6.4 as tensões de fase da rede elétrica são mostradas. Observa-se que elas são apenas aproximadamente senoidais e que, no momento da aquisição, apresentaram a frequência de 60,0165 Hz, portanto, um desvio de frequência de 0,0274%.

Evidentemente que há uma influência das tensões aplicadas no enrolamento do estator no conjugado eletromagnético do motor. Essa diferença é mostrada em resultados de simulação a serem relatados adiante.

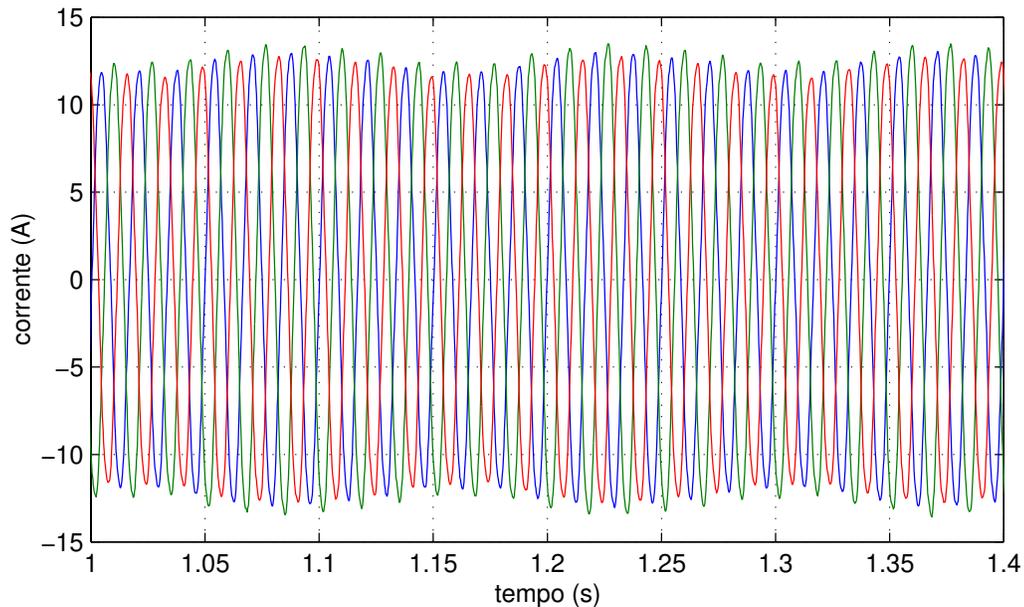


Figura 6.2: Correntes elétricas nos enrolamentos de estator

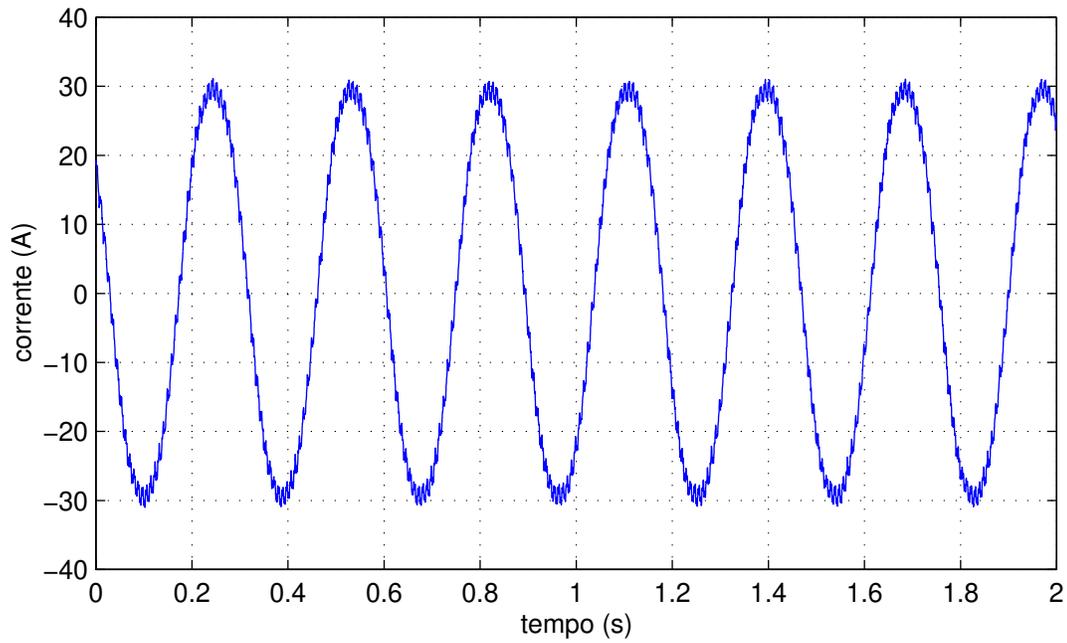


Figura 6.3: Corrente na fase *ar* do rotor

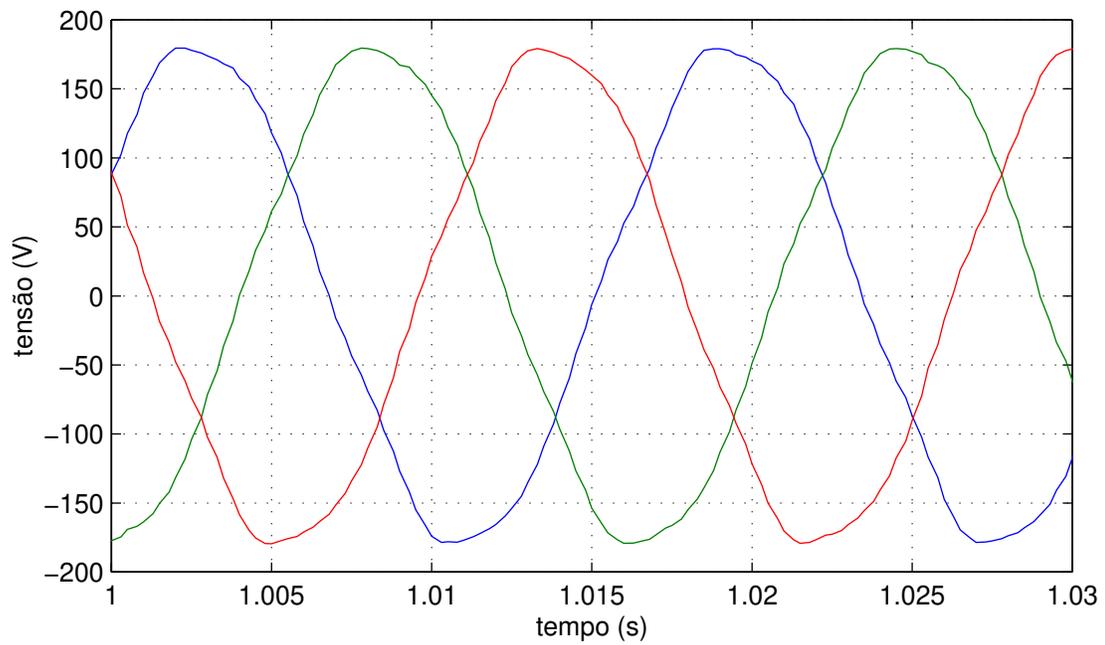


Figura 6.4: Tensões de fase aplicadas no motor

6.3 Resultados de simulações

Os resultados de simulações, usando o modelo matemático dinâmico apresentado no capítulo 2, podem ser divididos em 3 grupos quanto à faixa de variação do entreferro. No primeiro grupo são apresentados resultados para variações de entreferro na faixa de $g_{min} = 0,32$ mm e $g_{max} = 0,38$ mm, no segundo grupo na faixa de $g_{min} = 0,33$ mm e $g_{max} = 0,37$ mm e no terceiro grupo $g_{min} = 0,31$ mm e $g_{max} = 0,39$ mm.

Esses resultados podem também ser divididos em grupos quanto ao uso, na simulação, de tensões senoidais puras de 60 Hz ou de tensões amostradas durante os ensaios em carga nominal. Existe uma divisão em dois grupos quanto aos parâmetros do motor de indução utilizados nas simulações. Em um grupo estão os parâmetros obtidos por otimização de desempenho de estator e de rotor e no outro grupo estão os parâmetros obtidos por otimização de desempenho somente de estator.

Apesar da existência dos diversos grupos citados, procurou-se apresentar neste capítulo um conjunto de resultados que permitam ao leitor ter uma idéia dos diversos fenômenos e influências observados.

Na figura 6.5 apresenta-se o conjugado eletromagnético do motor de indução em regime permanente, obtido na simulação, com os parâmetros do circuito equivalente obtidos através da otimização dos desempenhos de estator e de rotor, com tensões senoidais puras de 60 Hz aplicadas e faixa de variação de entreferro considerada de 0,32 a 0,38 mm. Esse resultado é sobreposto ao conjugado amostrado para comparação.

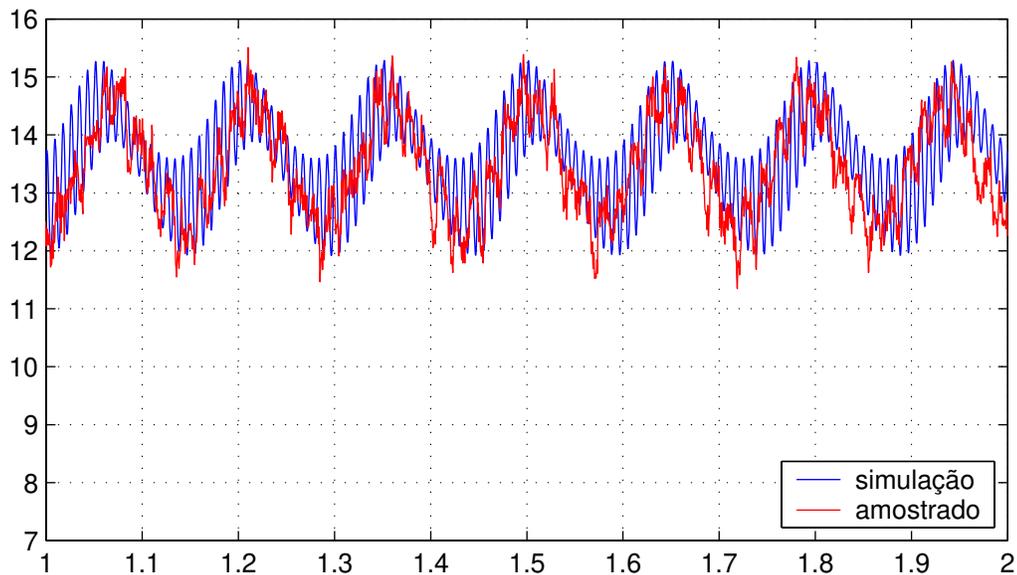


Figura 6.5: Conjugados eletromagnéticos de regime permanente

Observa-se nesse caso uma frequência média de 7,0650 Hz no conjugado obtido por simulação contra 6,9424 Hz medida durante a fase experimental. O conjugado médio obtido é de 13,465 N.m.

Na figura 6.6 apresenta-se as correntes de estator obtidas por simulação referentes ao caso anterior com tensão amostrada (que tem frequência de 60.018 Hz) e com tensão senoidal de 60 Hz.

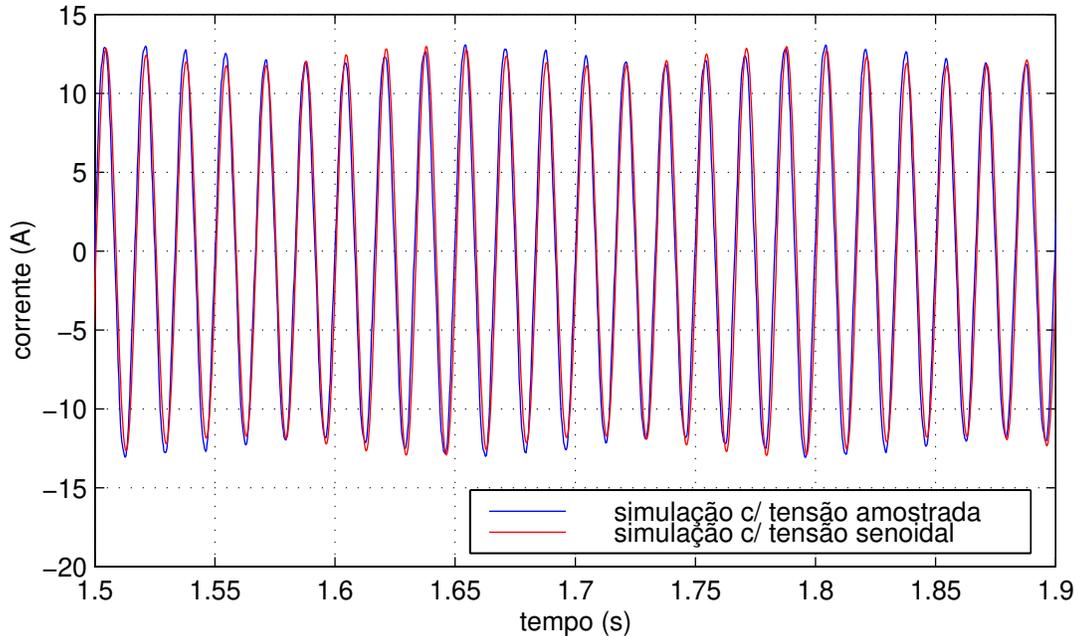


Figura 6.6: Correntes elétricas de estator obtidas por simulação

Observa-se em ambas as curvas da figura 6.6 que as diferenças entre os valores obtidos são muito pequenas.

A figura 6.7 apresenta o conjugado eletromagnético obtido por simulação em condições de parâmetros e de faixa de variação de entreferro iguais às anteriores, mas com tensões senoidais puras de 60 Hz e com tensões amostradas no experimento aplicadas ao motor.

Observa-se que existe diferença entre os conjugados, o que mostra que a distorção da tensão da rede afetou o conjugado do motor, porém afetou pouco. Evidentemente que esta não pode ser uma conclusão geral porque as tensões apresentam distorções típicas do sistema elétrico de cada local.

Entretanto, pode-se concluir que se as tensões satisfizerem às normas técnicas em relação a distorções de forma de onda, a influência será mínima no conjugado eletromagnético do motor. Essa conclusão pode ser tirada pelo fato de se ter, neste caso, uma tensão de fase da rede elétrica com distorção considerável.

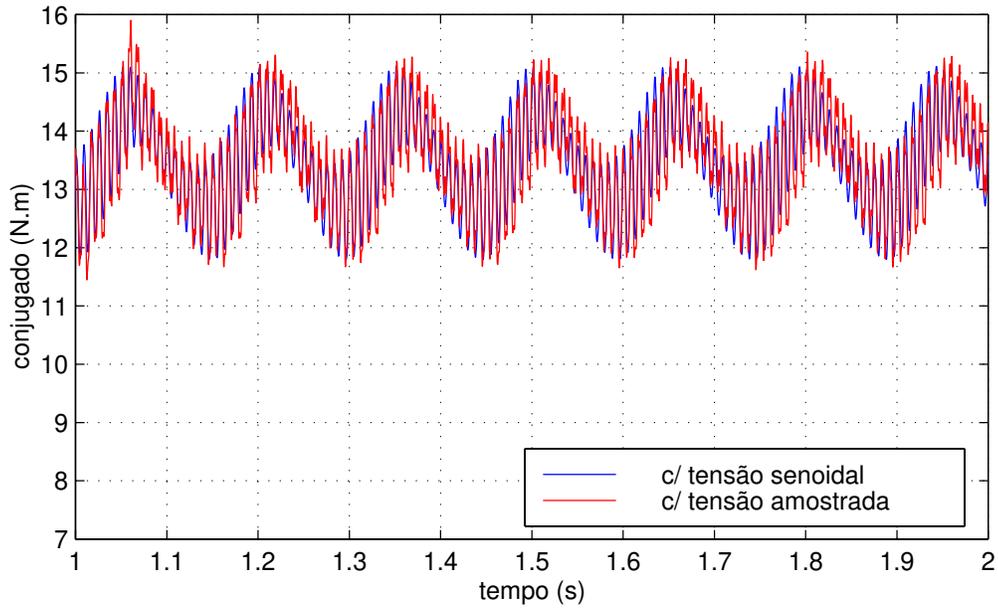


Figura 6.7: Conjugados eletromagnéticos de regime permanente - simulação com tensões senoidal e amostrada

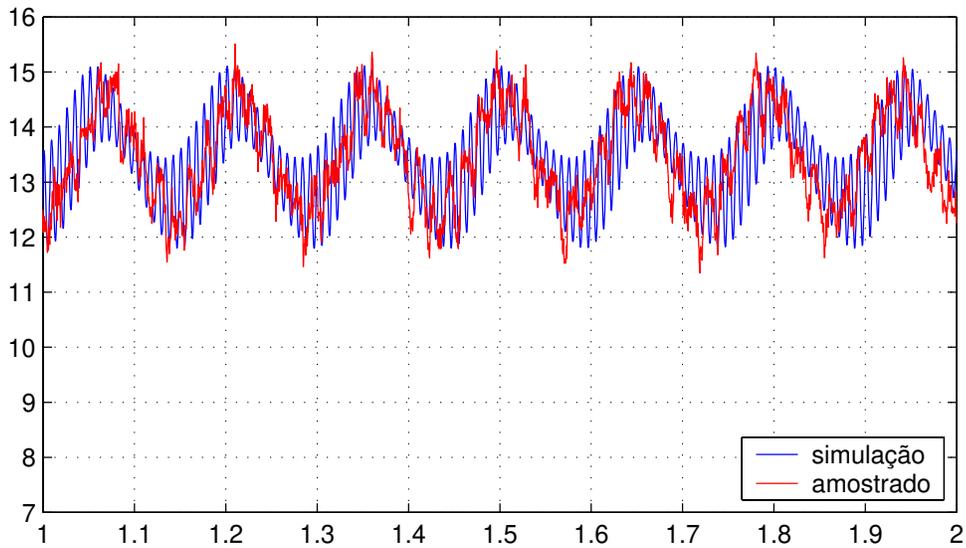


Figura 6.8: Conjugados eletromagnéticos de regime permanente - simulação com parâmetros otimizados apenas para estator

A figura 6.8 apresenta o conjugado eletromagnético do motor de indução em regime permanente obtido por simulação com os parâmetros do circuito equivalente obtidos através da otimização apenas do desempenho do estator, com tensão senoidal de 60 Hz e com faixa de variação de entreferro entre 0,32 e 0,38 mm. Novamente sobrepõe-se esse conjugado, obtido por simulação, ao conjugado amostrado.

Observa-se apenas algumas variações em relação ao caso anterior dando a indicação de que é possível trabalhar bem com o circuito equivalente que otimiza apenas as condições de estator. Neste caso o conjugado médio calculado na janela apresentada é de 13,61 N.m.

A figura 6.9 apresenta o conjugado eletromagnético do motor de indução em regime permanente com parâmetros de circuito equivalente obtidos através da otimização de desempenho do estator e do rotor, com tensão senoidal de 60 Hz e com faixas de variação de entreferro de 0,33 a 0,37 mm. Sobrepõe-se a esse resultado, o obtido também por simulação, nas mesmas condições, mas com faixa de variação de entreferro de 0,32 a 0,38mm.

A figura 6.10 apresenta o mesmo resultado anterior com entreferro variando entre 0,31 e 0,39 mm. Observa-se que o conjugado eletromagnético do motor em regime permanente é altamente sensível à variação do entreferro ou, em outras palavras, à ovalização relativa entre estator e rotor.

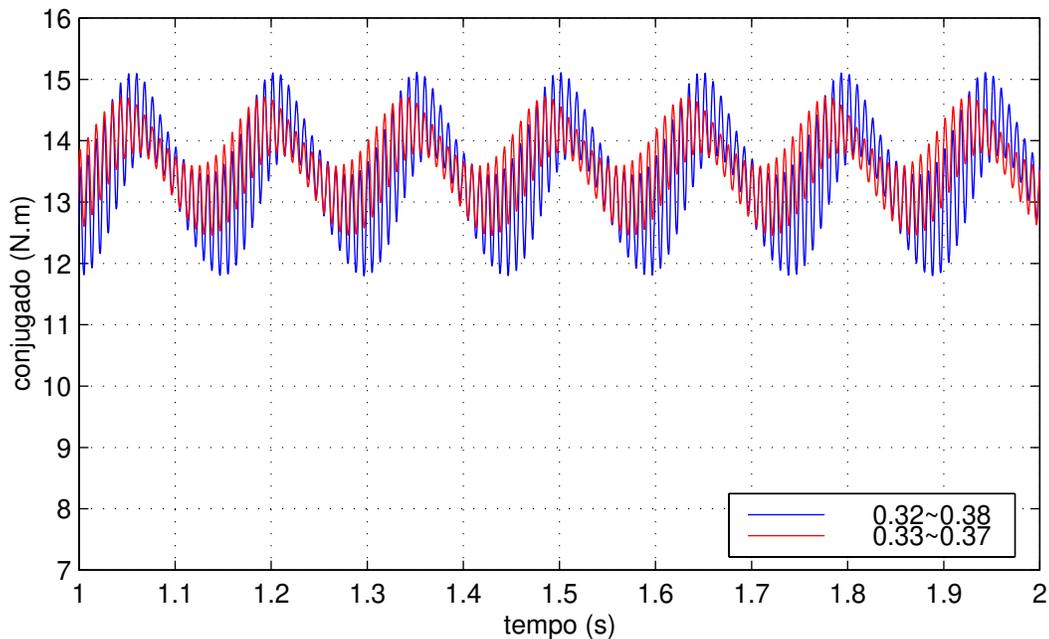


Figura 6.9: Conjugados eletromagnéticos de regime permanente obtido em simulação para entreferro entre 0,32 e 0,38 mm e para entreferro entre 0,33 e 0,37 mm

A faixa de variação entre 0,32 e 0,38 mm foi escolhida por casar melhor o resultado da simulação com o experimental e manter um entreferro médio de 0,35 mm e ela está contida na faixa de variação informada pelo fabricante, que está entre 0,3 e 0,4 mm.

Dessa maneira pode-se pensar em concluir que a verdadeira faixa de variação de entreferro médio desta máquina não seja de 0,3 a 0,4 mm, mas de 0,32 a 0,38 mm.

No LADIME existe um outro motor de potência de 2 cv, também com carcaça móvel e haste metálica adaptada para a medição de conjugado eletromagnético. No início dos estudos, ele foi usado e apresentou variações de entreferro bem maiores do que as apresentadas no caso estudado. isto mostra que definida a variação do entreferro mínima possível de obter, considerando a tecnologia que o fabricante dispõe, é possível com o modelo, obter os valores de oscilação do conjugado eletromagnético de regime permanente.

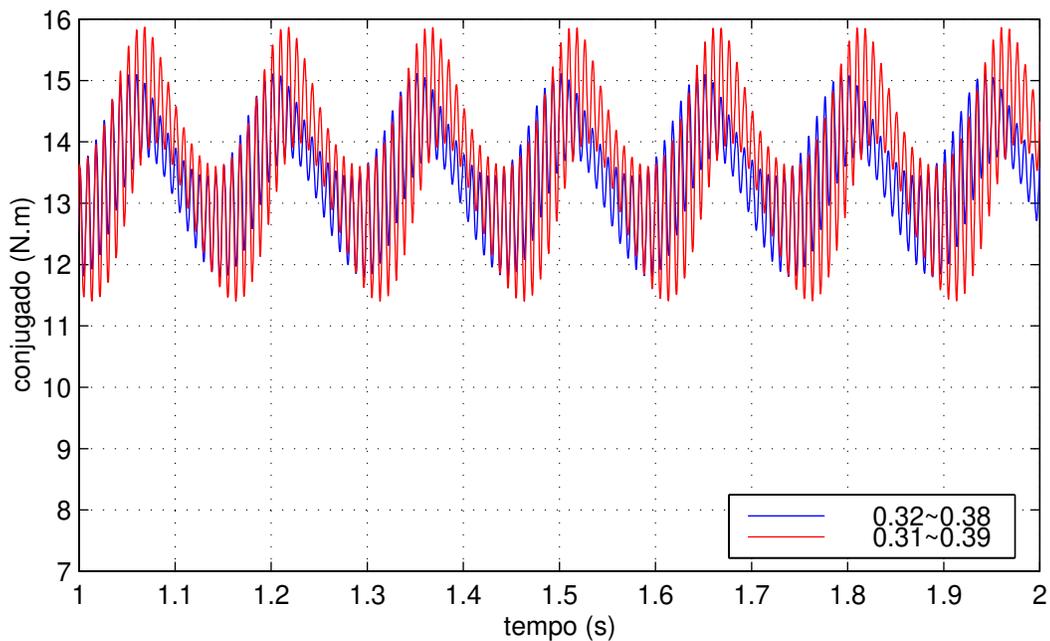


Figura 6.10: Conjugados eletromagnéticos de regime permanente obtido em simulação para entreferro entre 0,32 e 0,38 mm e para entreferro entre 0,31 e 0,39 mm

6.4 Conclusões

Apresentou-se nesse trabalho, um modelo matemático dinâmico capaz de reproduzir as oscilações, normalmente apresentadas, no conjugado eletromagnético de regime permanente de um motor de indução devidas à falta de circularidade das superfícies interna de estator e externa de rotor com precisão bastante adequada.

Mostrou-se também, neste trabalho, que as características principais dessa oscilação como, amplitude máxima e frequência, são devidas principalmente a variações de entreferro e que outras causas como irregularidades pontuais das superfícies de estator e de rotor, existência de ranhuras e distribuição dos enrolamentos afetam bem menos o conjugado do que a ovalização relativa entre as superfícies de estator e de rotor.

Adicionalmente, este trabalho revela a dificuldade que se apresenta em determinar os parâmetros de circuito equivalente que representem com fidelidade o desempenho do rotor, tanto do lado de estator como de rotor, para uma dada condição de operação, principalmente a condição nominal.

Como esses parâmetros são a base dos modelos matemáticos dinâmicos existentes na literatura, esses passam a ter os problemas aqui encontrados para representar uma dada condição dinâmica de operação do motor.

6.5 Sugestões para novos trabalhos

Este trabalho é um precursor deste assunto, sem dúvida nenhuma. Não há na literatura, salvo melhor juízo, qualquer estudo de dinâmica de motor de indução no sentido de verificar a influência do entreferro no conjugado.

Desse modo, há ainda tudo a fazer. Pode-se citar o que talvez seja mais premente:

- a) realizar ensaios com uma quantidade maior de motores com número de pólos diferentes;
- b) processar melhor os sinais digitais de conjugado e de correntes obtidos (análise espectral e outras);
- c) analisar o conjugado na ponta do eixo em relação ao conjugado eletromagnético;
- d) estudar a influência das ranhuras de estator e de rotor;
- e) estudar a influência de eventuais deformações localizadas no entreferro;
- f) estudar a influência da distribuição dos enrolamentos juntamente com a falta de circularidade das superfícies;
- g) estudar melhor os diferentes aspectos envolvidos com circuitos equivalentes relacionados com modelos matemáticos dinâmicos.

Referências Bibliográficas

- [1] A. E. Fitzgerald, C. Kingsley Jr and S. D. Umans, *Electric Machinery*, McGraw-Hill Book Company, 1990, 5th edition.
- [2] G. McPhearson and R. D. Laramore, *An Introduction to Electrical Machines and Transformers*, John Wiley and Sons, 1990, 2nd edition.
- [3] IEEE Std 112-1996, *IEEE Standard Test Procedure for Polyphase Induction Motors and Generators*, published by the Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc, 1997 edition.
- [4] P. C. Krause, *Analysis of Electric Machinery*, McGraw-Hill Book Company, New York, 1986.
- [5] P. C. Sen, *Principles of Electric Machines and Power Electronics*, John Wiley and Sons, 1997, 2nd edition.
- [6] Ronaldo Martins de Sousa, *Modelamento Matemático Dinâmico Térmico e Elétrico de Motores de Indução*, Tese de Mestrado, Faculdade de Engenharia Elétrica - Unicamp, 1996.