

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA DE CAMPINAS

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

PROPAGAÇÃO DE ONDAS ELETROMAGNÉTICAS EM MEIOS
COM CAMADAS MÚLTIPLAS USANDO FUNÇÕES DE GREEN

DIÁDICAS E SUA APLICAÇÃO NO
MODELAMENTO DE FLORESTAS

07/82

GERVÁSIO PROTÁSIO DOS SANTOS CAVALCANTE
Orientador - Prof. Dr. ATTÍLIO JOSÉ GIAROLA
Co-Orientador - Prof. Dr. DAVID ANTHONY ROGERS

Tese de Doutorado apresentada
à Faculdade de Engenharia da
Universidade Estadual de Campinas

JANEIRO - 1982

DEDICATÓRIA

Aos meus pais:

Valdemar e Joana

A minha esposa:

Sandra

Aos meus filhos:

Luciana, Cristiana e André

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. DAVID ANTHONY ROGERS, pela orientação inicial e ao Prof. Dr. ATTÍLIO JOSÉ GIAROLA pela sua continuação cujos interesse, apoio e sugestões foram manifestados no transcorrer do trabalho.

Ao Prof. Dr. RUI FRAGASSI DE SOUZA, pelas sugestões e interesse.

À Senhora GILDA DE ABREU TRAVASSOS AERNY e WASHINGTON LUIZ DE PAULA PEREIRA, pelo trabalho datilográfico.

À UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ, através do Departamento de Engenharia Elétrica do Centro Tecnológico pela oportunidade de realização deste trabalho.

À Coordenação do Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), através do Plano Institucional de Capacitação Docente (PICD) e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo apoio financeiro.

E aos amigos que direta ou indiretamente colaboraram para a realização deste trabalho.

SUMÁRIO

A propagação de ondas eletromagnéticas em meios com várias camadas horizontais é analisado neste trabalho. Os campos eletromagnéticos, em suas formas integrais, são obtidos através das funções de Green diádicas dadas em termos de suas expansões em autofunções. São considerados casos de três e quatro camadas e uma generalização das funções de Green diádicas é proposta para o problema de N- camadas. É analisada a rádio-comunicação para o caso particular de um meio com três camadas, onde, nesta classe de problemas, o campo distante é dado principalmente pela onda lateral. É mostrado que esta onda pode ser reforçada através da inclinação do dipolo, em uma posição que otimiza sua excitação. São apresentados resultados em termos da "rádio-perda", considerando-se florestas típicas, para os casos de dipolos vertical, horizontal e com inclinação otimizada.

Neste trabalho é ainda proposto um modelo de quatro camadas dielétricas para analisar a propagação das ondas eletromagnéticas em florestas onde duas camadas dielétricas com perdas são usadas para representar as copas e os troncos das árvores. Estas camadas são colocadas sobre uma terra plana com condutividade finita. Os resultados teóricos para a "rádio-perda", considerando-se dipolos vertical e horizontal, apresentam boa concordância com os dados experimentais disponíveis, para as florestas consideradas. Para esta comparação os parâmetros da região das copas foram estimados.

ÍNDICE

1. Introdução	1
2. Considerações Preliminares	4
2.1. Características Gerais dos Meios	4
2.2. Mecanismos de Propagação	5
3. Funções de Green Diádicas	7
3.1. Expansão em autofunções das funções de Green Diádicas	10
3.2. Ondas Cilíndricas	12
4. Formulação do Problema	16
4.1. Função de Green Diádica para o Espaço Livre	16
4.2. Funções de Green Diádicas para meios de três camadas	17
4.3. Funções de Green Diádicas para meios de quatro camadas	20
4.4. Funções de Green Diádicas para meios de N- camadas	22
5. Campos Eletromagnéticos na forma Integral para meios de quatro camadas associados às Funções de Green Diádicas	23
5.1. Fonte de corrente localizada no meio 3	24
5.1.1. Polarização Vertical	24
5.1.2. Polarização Horizontal	25
5.2. Fonte de corrente localizada no meio 2	28
5.1.3. Polarização Vertical	28
5.1.4. Polarização Horizontal	29
6. Determinação dos campos associados à onda lateral para meios de quatro camadas	33
6.1. Natureza da onda lateral	33
6.2. Estimativa dos campos nas Polarizações Vertical, Horizontal e Inclínada	36
6.2.1. Fonte de corrente localizada no meio 3	36
6.2.2. Fonte de corrente localizada no meio 2	46

6.3. Ângulo Ótimo de Inclinação	48
7. Resultados	49
7.1. Otimização da Rádio-Comunicação em meios de três camadas	49
7.2. Rádio-Perda em meios de quatro camadas	51
8. Conclusões	68
Apêndices	
A - Diáda	71
B - Método do ponto de sela	73
C - Resistência de Radiação para Dipolos Vertical e Horizontal na presença de uma terra plana com condutividade finita	78
Referências	81

CAPÍTULO I

Introdução

A análise da propagação de ondas eletromagnéticas em meios semi-infinitos ou dispostos em camadas horizontais é de grande interesse em comunicações submarinas, explorações geofísicas, rádio-propagação em floresta, aplicações em agricultura e outras. A análise mais rigorosa, considerando um dipolo vertical no espaço livre acima de uma terra plana com condutividade finita, foi realizada em 1909 por Sommerfeld [1]. Em 1951, em uma dissertação de Moore, foi feito um estudo considerando a fonte submersa em um meio semi-infinito com perdas [2]. Posteriormente, surgiram outros trabalhos, analisados na ref. [3], objetivando desenvolver técnicas para predizer a perda total na transmissão de ondas eletromagnéticas em meios com perdas. Estas análises foram efetuadas usando a teoria do potencial de Hertz, cuja expressão pode ser obtida através da determinação dos campos de um dipolo elementar, satisfazendo condições de contorno particulares. Entretanto, uma análise compacta e mais abrangente pode ser efetuada através da utilização de funções de Green diádicas. Neste método são utilizadas as funções vetoriais de onda \bar{L} , \bar{M} e \bar{N} constituintes da expansão em autofunções das funções de Green diádicas. Estas funções foram introduzidas em 1935 por Hansen [4]. Posteriormente tais funções foram utilizadas na análise da propagação em guias de ondas e cavidades ressonantes [5,6,7,8,9].

O uso das funções de Green diádicas para análise da propagação de ondas eletromagnéticas em meios semi-infinitos foi descrito por Tai [7] e uma generalização destas funções foi obtida recentemente para o caso de meios com N- camadas [10].

Neste trabalho, é feita a análise da propagação de ondas eletromagnéticas, em meios de camadas múltiplas, através do método das funções de Green diádicas. Objetiva-se, particularmente, aplicações em ambientes florestais, cujo interesse tem sido despertado para utilizações em comunicações civis e militares, notadamente em sistemas móveis que atravessam florestas, expedições científicas, controle de parques florestais, entre outras.

Na propagação de ondas eletromagnéticas em florestas, além da sua formação e densidade, é necessário levar em conta inúmeros parâmetros, tais como frequência, distância entre o transmissor e o receptor, altura das antenas em relação ao solo, propriedades elétricas dos meios (terra, floresta, ar) e fatores meteorológicos. Assim, em sua forma geral, o problema é extremamente complexo. Entretanto, um modelo atualmente usado para representar a floresta, consistindo de uma camada dielétrica homogênea e isotrópica colocada sobre uma terra plana com condutividade finita, tem apresentado resultados aceitáveis.

Em virtude de tais observações, neste trabalho é também proposto um modelo de quatro camadas dielétricas para analisar a propagação de ondas eletromagnéticas em florestas, onde duas camadas dielétricas com perdas homogêneas e isotrópicas são usadas para representar a copa e o tronco das árvores na floresta. Este modelo permite levar em conta parte das não homogeneidades horizontais da floresta, permitindo uma melhor aproximação com situações reais.

No roteiro adotado, no Capítulo 2, são apresentadas algumas fórmulas, bem como é feita uma caracterização dos meios e dos mecanismos de propagação, como suporte para os capítulos subsequentes.

No Capítulo 3 é apresentada a formulação do problema da propagação de ondas eletromagnéticas através da expansão em autofunções das funções de Green diádicas.

No Capítulo 4 são determinadas as expressões das

funções de Green diádicas nos casos de meios com três e quatro camadas. A partir delas podem ser obtidas expressões, nas formas integrais, para os campos eletromagnéticos, considerando-se como fonte dipolos elétricos elementares. Ainda neste capítulo são determinadas expressões para as funções de Green diádicas espalhadas para meios de N- camadas.

No Capítulo 5 são obtidas expressões nas formas integrais para os campos elétricos nos meios de quatro camadas, considerando-se dipolos elétricos elementares localizados nas camadas intermediárias.

No Capítulo 6 é discutida a natureza da onda lateral, bem como é feita a determinação dos campos associados a este mecanismo de propagação, considerando-se meios de quatro camadas, nas polarizações vertical, horizontal e inclinada. Ainda neste capítulo é feita a otimização da rádio-comunicação entre dois pontos, associada a um ângulo ótimo de inclinação para excitação da onda lateral, no exemplo considerado.

No capítulo subsequente (Capítulo 7) são apresentados os principais resultados teóricos, assentados nos dados experimentais disponíveis, para florestas típicas. O trabalho finaliza com algumas conclusões e sugestões julgadas importantes (Capítulo 8).

CAPÍTULO 2

Considerações preliminares

2.1. Características gerais dos meios

Através deste trabalho a propriedade elétrica do meio será definida pela permissividade complexa, $\epsilon_r \epsilon_0 = \epsilon' + j\sigma/\omega$, e a permeabilidade magnética, μ , será considerada a mesma do espaço livre, μ_0 , em todos os casos. Por conveniência estas propriedades serão englobadas na constante de propagação, dada por

$$k = \omega \sqrt{\epsilon \mu (1 + j \frac{\sigma}{\omega \epsilon})} \quad (2.1)$$

onde σ é a condutividade do meio e ω a frequência angular.

A fonte de corrente e todos os campos eletromagnéticos associados são considerados possuidores de uma variação com o tempo da forma $\exp(-j\omega t)$, a qual ficará subentendida neste trabalho.

Os meios que influenciam na propagação em florestas são o ar, a floresta propriamente dita e o solo. Uma análise das características elétricas dos meios mostra a impossibilidade de se estabelecer uma solução geral para o problema de propagação. Entretanto, o que tem sido feito são considerações que facilitam o desenvolvimento de soluções com resultados práticos satisfatórios. Alguns valores médios para a condutividade e a permissividade relativa do solo serão considerados dentro da

faixa abaixo para um solo típico:

$$1 \leq \sigma \text{ (m S/m)} \leq 100 \text{ e } 5 \leq \epsilon_r \leq 100 \quad (2.2)$$

As propriedades elétricas da floresta são extremamente complicadas. A maioria do espaço entre as árvores é, em alguns casos, ocupado pelo ar. As árvores e outros tipos de vegetação têm uma condutividade relativamente alta e uma permissividade com uma distribuição mais ou menos aleatória sobre a superfície. Entretanto, estes efeitos podem ser desprezados para comprimentos de onda na faixa de 3 a 50 metros [11,12] e modelos teóricos determinísticos, relativamente precisos, utilizam os parâmetros característicos de florestas típicas na faixa de

$$0,01 \leq \sigma_f \text{ (m S/m)} \leq 0,5 \text{ e } 1,01 \leq \epsilon_f \leq 1,5 \quad (2.3)$$

2.2. Mecanismos de propagação

A maioria dos estudos prévios sobre a propagação em florestas utilizam modelos, que não atentam para as propriedades eletromagnéticas da vegetação e sim para as características físicas do terreno, tais como irregularidades, curvatura da terra..., e para a difração sofrida pela onda. Com isto, são utilizados fatores de correção empíricos ou estatísticos que, embora sendo convenientes para estabelecer critérios de propagação, não caracterizam um mecanismo responsável pela propagação em florestas. Várias tentativas foram feitas para explicar a presença da vegetação: Pounds e La Grone [13], em 1963, sugeriram que a floresta fosse vista como uma placa dielétrica dissipativa; Sachs e Wyatt [11], em 1966, utilizando o modelo de placa dissipativa (modelo de 3 camadas), consideraram ondas laterais, mecanismo esse que mostrou boa concordância com os resultados experimentais; Tamir [14], em 1967, estudou a propagação de ondas eletromagnéticas em floresta através de três mecanismos distintos: propagação via ionosfera, ótica-geométrica no interior da floresta e através da onda lateral. Posteriormente, Dence e Tamir [15], em 1969, ratificaram o mecanismo através

das ondas laterais, utilizado por Sachs e Wyatt como sendo o mais apropriado para analisar o fenômeno de propagação envolvido.

CAPÍTULO 3

Funções de Green Diádicas

Para introduzir as funções de Green Diádicas é conveniente apresentar um exemplo da determinação dos campos eletromagnéticos utilizando estas funções.

Para isto será considerada a estrutura de N-camadas, mostrada na Fig. 3.1, com a fonte localizada na posição $(0,0,z')$ de um sistema de coordenadas cilíndricas na região (0). As regiões \underline{l} e \underline{i} estão localizadas acima e abaixo da região (0), respectivamente.

A equação de onda para o campo elétrico, em uma dada região ou camada p, com fonte localizada em:

$f(p, f = -i, \dots, -1, 0, 1, \dots, \ell)$, é dada por:

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E}_p - k_p^2 \vec{E}_p = j\omega\mu_f \vec{J}_f \delta_p^f \quad (3.1)$$

onde δ_p^f é o delta de Kronecker (δ_p^f igual a um para $f=p$ e igual a zero para $f \neq p$), e \vec{J}_f é a densidade de corrente elétrica da fonte.

As condições de contorno que devem ser satisfeitas pelos campos elétricos \vec{E}_p e \vec{E}_{p+1} , e pelos campos magnéticos \vec{H}_p e \vec{H}_{p+1} nas interfaces $z=d_p(p=-i, \dots, -1, 0, 1, \dots, \ell)$, são

$$\hat{n} \times \vec{E}_p = \hat{n} \times \vec{E}_{p+1} \quad (3.2)$$

$$\hat{n} \times \bar{H}_p = \hat{n} \times \bar{H}_{p+1} \quad (3.3)$$

ou, das equações de Maxwell,

$$\frac{1}{\epsilon_p} \hat{n} \times \nabla \times \bar{H}_p = \frac{1}{\epsilon_{p+1}} \hat{n} \times \nabla \times \bar{H}_{p+1} \quad (3.4)$$

$$\frac{1}{\mu_p} \hat{n} \times \nabla \times \bar{E}_p = \frac{1}{\mu_{p+1}} \hat{n} \times \nabla \times \bar{E}_{p+1} \quad (3.5)$$

As funções de Green diádicas dos tipos elétrica e magnética, em um ponto de observação \bar{R} , na camada p , devidas a uma fonte localizada em \bar{R}' , na camada f , são expressas como $\bar{G}_{ep}(\bar{R}/\bar{R}')$ e $\bar{G}_{mp}(\bar{R}/\bar{R}')$, respectivamente, e estão relacionadas através das equações

$$\nabla \times \bar{G}_{ep} = \bar{G}_{mp} \quad (3.6)$$

$$\nabla \times \bar{G}_{mp} = \bar{I} \delta(\bar{R}-\bar{R}') + k^2 \bar{G}_{ep} \quad (3.7)$$

onde $\bar{I} \delta(\bar{R}-\bar{R}')$ é a função delta unitária diádica. Eliminando-se \bar{G}_{ep} ou \bar{G}_{mp} em (3.6) e (3.7) obtêm-se as equações de ondas

$$\nabla \times \nabla \times \bar{G}_{ep}(\bar{R}/\bar{R}') - k^2 \bar{G}_{ep}(\bar{R}/\bar{R}') = \bar{I} \delta(\bar{R}/\bar{R}') \quad (3.8)$$

$$\nabla \times \nabla \times \bar{G}_{mp}(\bar{R}/\bar{R}') - k^2 \bar{G}_{mp}(\bar{R}/\bar{R}') = \nabla \times [\bar{I} \delta(\bar{R}-\bar{R}')] \quad (3.9)$$

As funções de Green diádicas, \bar{G}_e e \bar{G}_m , as quais são soluções de (3.8) e (3.9), são classificadas de acordo com as condições de contorno a serem satisfeitas nas interfaces dos meios. As funções de primeira espécie satisfazem as condições de contorno de Dirichlet

$$\hat{n} \times \bar{G}_{ep} = 0 \quad (3.10)$$

$$\hat{n} \times \bar{G}_{mp} = 0 \quad (3.11)$$

e as funções de segunda espécie satisfazem a condição de Neumann

$$\hat{n} \times \nabla \times \bar{G}_{ep} = 0 \quad (3.12)$$

$$\hat{n} \times \nabla \times \bar{G}_{mp} = 0 \quad (3.13)$$

As funções de terceira espécie satisfazem condições de contorno mistas semelhantes às dadas por (3.2) a (3.5) as quais serão utilizadas através do trabalho:

$$\hat{n} \times \bar{G}_{ep}(\bar{R}/\bar{R}') = \hat{n} \times \bar{G}_{ep+1}(\bar{R}/\bar{R}') \quad (3.14)$$

$$\hat{n} \times \bar{G}_{mp}(\bar{R}/\bar{R}') = \hat{n} \times \bar{G}_{mp+1}(\bar{R}/\bar{R}') \quad (3.15)$$

ou,

$$\frac{1}{\epsilon_p} \hat{n} \times \nabla \times \bar{G}_{mp}(\bar{R}/\bar{R}') = \frac{1}{\epsilon_{p+1}} \hat{n} \times \nabla \times \bar{G}_{mp+1}(\bar{R}/\bar{R}') \quad (3.16)$$

$$\frac{1}{\mu_p} \hat{n} \times \nabla \times \bar{G}_{ep}(\bar{R}/\bar{R}') = \frac{1}{\mu_{p+1}} \hat{n} \times \nabla \times \bar{G}_{ep+1}(\bar{R}/\bar{R}') \quad (3.17)$$

Além destas condições de contorno, as funções elétricas ou magnéticas devem satisfazer a condição de radiação de Sommerfeld no infinito

$$\lim_{R \rightarrow \infty} R [\nabla \times \bar{G} - jkR \times \bar{G}] = 0 \quad (3.18)$$

Usando-se o teorema vetorial de Green e algumas operações, pode ser mostrado que a escolha das funções de Green diádicas permitirá determinar os campos eletromagnéticos, conhecendo-se a fonte de corrente $\bar{J}_f(\bar{R}')$ (ver, por exemplo, Tai [7]) e usando-se as seguintes expressões [16]

$$\bar{E}_p(\bar{R}) = j\omega\mu_f \iiint_{v'} \bar{G}_{ep}(\bar{R}/\bar{R}') \cdot \bar{J}_f(\bar{R}') dv' \quad (3.19)$$

$$\bar{H}_p(\bar{R}) = \iiint_{v'} \bar{G}_{mp}(\bar{R}/\bar{R}') \cdot \bar{J}_f(\bar{R}') dv' \quad (3.20)$$

onde v' é o volume das fontes sobre o qual a integração é rea-

lizada.

As funções de Green diádicas para o problema de N-camadas serão apresentadas em suas formas gerais no Capítulo 4.

3.1. Expansão em autofunções das funções de Green diádicas

As equações (3.19) e (3.20) mostram que os campos eletromagnéticos, devidos a uma fonte de corrente arbitrária, ficam determinados a partir do conhecimento da função de Green diádica associada. Por conseguinte, é necessário que se conheçam soluções das equações diferenciais para as funções de Green dadas por (3.8) e (3.9).

Vários métodos de solução são considerados na bibliografia, entretanto, pouca atenção tem sido dada ao método da expansão em autofunções vetoriais de onda introduzidas por Hansen [4], o qual será utilizado neste trabalho.

Considerem-se as funções vetorial e escalar \bar{F} e ψ , respectivamente, como sendo soluções de

$$\nabla^2 \bar{F} + k^2 \bar{F} = 0 \quad (3.21a)$$

$$\nabla^2 \psi + k^2 \psi = 0 \quad (3.21b)$$

Três funções vetoriais de onda independentes podem ser construídas para solução da equação (3.21a), usando como função geradora a função característica ψ , solução de (3.21b).

Estas funções são

$$\bar{L} = \nabla \psi \quad (3.22a)$$

$$\bar{M} = \nabla \times (\bar{a} \psi) \quad (3.22b)$$

$$\bar{N} = \frac{1}{k} \nabla \times \nabla \times (\bar{a} \psi) \quad (3.22c)$$

onde k é a constante de propagação introduzida na construção de \bar{N} para dar simetria com \bar{M} e \bar{a} é um vetor arbitrário, mas constante.

Tendo em vista as propriedades de ortogonalidades das funções vetoriais, \bar{L} , \bar{M} e \bar{N} , uma combinação linear dessas funções, com coeficientes a determinar, é usada como solução de (3.8) ou (3.9).

A esta técnica é associado o método de Ohm-Rayleigh, que permite encontrar a solução de uma equação diferencial não homogênea do tipo (3.8) ou (3.9).

O método de Ohm-Rayleigh sugere expandir $\bar{I} \delta(\bar{R}/\bar{R}')$, em termos das autofunções de uma equação homogênea do mesmo tipo que (3.8) ou (3.9). As autofunções, neste caso, são as funções vetoriais \bar{L} , \bar{M} e \bar{N} , soluções de (3.21a). Uma vez conhecida a expansão em autofunções da função delta diádica, a representação da função de Green diádica será encontrada.

Segundo Morse e Feshbach [6] a expansão da função delta diádica é dada por

$$\bar{I} \delta(\bar{R}-\bar{R}') = \bar{D}_I(\bar{R}-\bar{R}') + \bar{D}_S(\bar{R}-\bar{R}') \quad (3.23)$$

onde

$$\bar{D}_I(\bar{R}-\bar{R}') = \sum_m \frac{\bar{L}_m(\bar{R}) \bar{L}_m^*(\bar{R}')}{\Lambda_m} \quad (3.24)$$

$$\bar{D}_S(\bar{R}-\bar{R}') = \sum_m \left[\frac{\bar{M}_m(\bar{R}) \bar{M}_m^*(\bar{R}')}{\Lambda'_m} + \frac{\bar{N}_m(\bar{R}) \bar{N}_m^*(\bar{R}')}{\Lambda''_m} \right] \quad (3.25)$$

e Λ'_m e Λ''_m são as constantes de normalização. A soma acima pode ser um conjunto discreto ou contínuo de "m". $\bar{D}_I(\bar{R}-\bar{R}')$ representa a componente irrotacional e $\bar{D}_S(\bar{R}-\bar{R}')$ a componente solenoidal da função delta diádica. Pela teoria espectral, a função de Green diádica será

$$\bar{G}(\bar{R}/\bar{R}') = \frac{-\bar{D}_I(\bar{R}-\bar{R}')}{k^2} + \sum_m \left[\frac{\bar{M}_m(\bar{R}) \bar{M}_m^*(\bar{R}')}{\Lambda'_m} + \frac{\bar{N}_m(\bar{R}) \bar{N}_m^*(\bar{R}')}{\Lambda''_m} \right] \frac{1}{k_m^2 - k^2} \quad (3.26)$$

que é solução de (3.8) ou (3.9), sujeita às condições de contorno e de radiação.

3.2. Ondas cilíndricas

Dada a simetria dos problemas propostos contidos no Capítulo 4, as funções de onda vetorial cilíndricas podem ser usadas na expansão em autofunções, das funções de Green diádicas dadas por (3.26).

A função característica ψ , solução de (3.21b), pode ser colocada na forma [5]

$$\psi = f(r, \phi) e^{\pm jhz} \quad (3.27)$$

onde $f(r, \phi)$ é uma solução de

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \phi^2} + (k^2 - h^2) f = 0 \quad (3.28)$$

que, por separação de variáveis, obtém-se

$$f = f_1(r) f_2(\phi) \quad (3.29)$$

onde $f_1(r)$ e $f_2(\phi)$ são soluções das equações

$$r \frac{d}{dr} \left(r \frac{df_1}{dr} \right) + [(k^2 - h^2) r^2 - q^2] f_1 = 0 \quad (3.30a)$$

$$\frac{d^2 f_2}{d\phi^2} + q^2 f_2 = 0 \quad (3.30b)$$

Os parâmetros q e h são as constantes de separação. Uma solução de (3.30a) será da forma

$$f_1 = Z_q \left(\sqrt{k^2 - h^2} r \right) \quad (3.31)$$

chamada função de Bessel ou função circular cilíndrica de ordem q e argumento $(\sqrt{k^2 - h^2} r)$.

Uma solução de (3.30b) é da forma

$$f_2 = e^{jn\phi} \quad (3.32)$$

Portanto ψ pode ser construída a partir de ondas elementares, da forma

$$\psi_n = e^{jn\phi} Z_q(\sqrt{k^2 - h^2} r) e^{\pm jhz} \quad (3.33)$$

A constante de propagação h , em geral, é complexa, o que leva os campos a não serem necessariamente periódicos em z .

A equação (3.33) pode ser construída em termos de funções de Bessel de primeira espécie, denominadas $\psi_n^{(1)}$, formadas por J_n , e as $\psi_n^{(2)}$ ou $\psi_n^{(3)}$ formadas por N_n ou $H_n^{(1)}$, respectivamente. Devido a certas desvantagens no uso de funções angulares complexas do tipo $e^{jn\phi}$, o tratamento será feito usando-se funções reais do tipo $\cos n\phi$ e $\sin n\phi$, denominadas par(e) e impar(o).

Assim,

$$\psi_{e_{n\lambda}}^{(1)} = \begin{pmatrix} \cos n\phi \\ \sin n\phi \end{pmatrix} J_n(\lambda r) e^{jhz} \quad (3.34)$$

$$\psi_{o_{n\lambda}}^{(2)} = \begin{pmatrix} \cos n\phi \\ \sin n\phi \end{pmatrix} N_n(\lambda r) e^{jhz} \quad (3.35)$$

$$\psi_{o_{n\lambda}}^{(3)} = \begin{pmatrix} \cos n\phi \\ \sin n\phi \end{pmatrix} H_n^{(1)}(\lambda r) e^{jhz} \quad (3.36)$$

onde,

$$\lambda = \sqrt{k^2 - h^2}$$

Lembrando que:

$$\bar{L} = \nabla\psi, \quad \bar{M} = \nabla \times (\bar{a}\psi) \quad \text{e} \quad \bar{N} = \frac{1}{k} \nabla \times \bar{M}$$

tem-se

$$\begin{aligned} \bar{L}_{e_{n\lambda}}(h) = & \left[\frac{\partial}{\partial r} Z_n(\lambda r) \begin{pmatrix} \cos n\phi \\ \sin n\phi \end{pmatrix} \hat{r} \pm \frac{n}{r} Z_n(\lambda r) \begin{pmatrix} \sin n\phi \\ \cos n\phi \end{pmatrix} \hat{\phi} \right. \\ & \left. + jh Z_n(\lambda r) \begin{pmatrix} \cos n\phi \\ \sin n\phi \end{pmatrix} \hat{z} \right] e^{jhz} \end{aligned} \quad (3.37)$$

$$\bar{M}_{e_{n\lambda}}(h) = \left[\pm \frac{n}{r} Z_n(\lambda r) \left(\frac{\text{sen } n\phi}{\text{cos } n\phi} \right) \hat{r} - \frac{\partial}{\partial r} Z_n(\lambda r) \left(\frac{\text{cos } n\phi}{\text{sen } n\phi} \right) \hat{\phi} \right] e^{jhz} \quad (3.38)$$

$$\begin{aligned} \bar{N}_{e_{n\lambda}}(h) = \frac{1}{k} & \left[jh \frac{\partial}{\partial r} Z_n(\lambda r) \left(\frac{\text{cos } n\phi}{\text{sen } n\phi} \right) \hat{r} \pm jh \frac{n}{r} Z_n(\lambda r) \left(\frac{\text{sen } n\phi}{\text{cos } n\phi} \right) \hat{\phi} \right. \\ & \left. + \lambda^2 Z_n(\lambda r) \left(\frac{\text{cos } n\phi}{\text{sen } n\phi} \right) \hat{z} \right] e^{jhz} \end{aligned} \quad (3.39)$$

que, levadas em (3.26), formam as funções de Green diádicas, que serão consideradas no próximo capítulo, nas várias estruturas analisadas, objetivando-se a determinação dos campos eletromagnéticos.

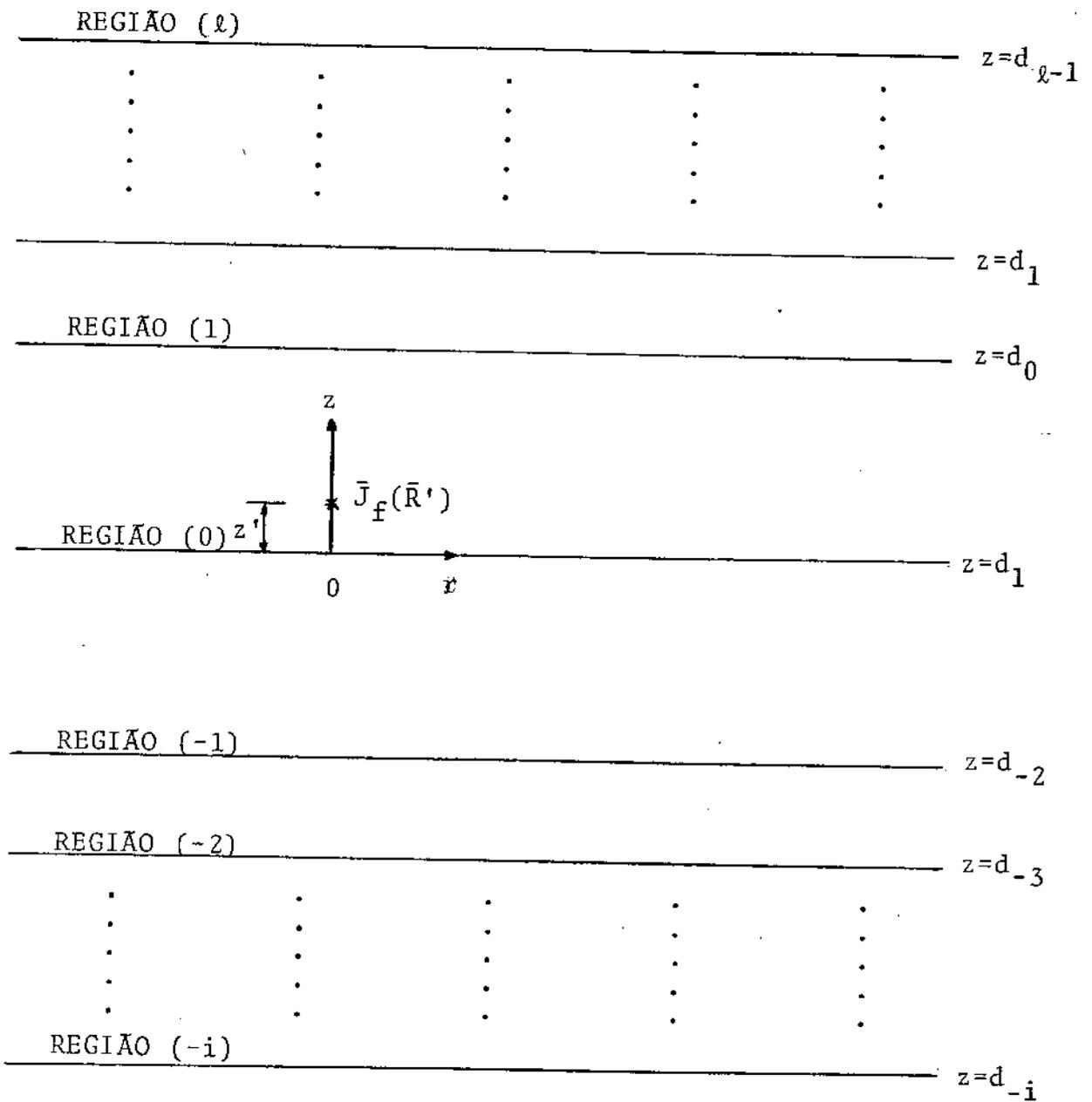


Fig. 3.1. Configuração geométrica do problema de N- camadas

CAPÍTULO 4

Formulação do problema

4.1. Função de Green diádica para o espaço livre

A função de Green diádica para o espaço livre, do tipo elétrica, $\bar{G}_{eo}(\bar{R}/\bar{R}')$, satisfazendo (3.8) e as condições de radiação de Sommerfeld, será usada para construir as funções de Green diádicas para o problema de múltiplas camadas dielétricas. Usando-se o método da superposição do espalhamento, a função de Green diádica do tipo elétrica, $\bar{G}_{ep}(\bar{R}/\bar{R}')$, em uma dada camada "p" pode ser encontrada através da seguinte equação:

$$\bar{G}_{ep}(\bar{R}/\bar{R}') = \bar{G}_{eo}(\bar{R}/\bar{R}') \delta_p^f + \bar{G}_{ep}^S(\bar{R}/\bar{R}') \quad (4.1)$$

onde, $\bar{G}_{ep}^S(\bar{R}/\bar{R}')$ é a função de Green diádica espalhada.

A diádica $\bar{G}_{eo}(\bar{R}/\bar{R}')$ pode ser expressa na forma de expansão em autofunções apenas em duas variáveis e em forma fechada na terceira variável. [17].

Neste caso, $\bar{G}_{eo}(\bar{R}/\bar{R}')$ é dada por

$$\bar{G}_{eo}(\bar{R}/\bar{R}') = -\frac{\bar{z}\bar{z}'\delta(\bar{R}-\bar{R}')}{k_0^2} + \frac{j}{4\pi} \int_0^\infty \frac{d\lambda}{h\lambda} \sum_{m=0}^\infty (2-\delta_0) \begin{cases} \bar{M}_{e_{n\lambda}}(h) \bar{M}'_{e_{n\lambda}}(-h) + \\ \bar{M}_{e_{n\lambda}}(-h) \bar{M}'_{e_{n\lambda}}(h) + \end{cases}$$

$$\left. \begin{aligned} &+ \bar{N}_{e_{n\lambda}} (h) \bar{N}'_{e_{n\lambda}} (-h) \\ &+ \bar{N}_{e_{n\lambda}} (-h) \bar{N}'_{e_{n\lambda}} (h) \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &, z \geq z' \\ &, z \leq z' \end{aligned} \quad (4.2)$$

onde δ_0 é o delta de Kroneker (δ_0 igual a um para n igual a zero e δ_0 igual a zero para n diferente de zero) e as funções \bar{M} e \bar{N} são dadas por (3.38) e (3.39). O primo nas funções \bar{M}' e \bar{N}' é usado para indicar que elas são expressas em termos das coordenadas (r', ϕ', z') e $h = \sqrt{k^2 - \lambda^2}$.

Como o principal interesse deste trabalho é desenvolver uma formulação para determinar campos eletromagnéticos fora da região da fonte, $\bar{G}_{e0}(\bar{R}/\bar{R}')$ será dada somente pelo segundo termo do lado direito da equação (4.2).

4.2. Funções de Green diádicas para meios de três camadas

Uma situação típica de um meio com três camadas é aquela onde uma camada dielétrica é colocada sobre a superfície de uma terra plana. Por conveniência será examinado somente o caso onde a fonte está localizada na camada dielétrica (meio 2), conforme mostrado na Fig. 4.1.

As funções de Green diádicas, usando-se (4.1), podem ser expressas como

$$\bar{G}_{e1} = \bar{G}_{e1}^S \quad z \geq H \quad (4.3)$$

$$\bar{G}_{e2} = \bar{G}_{e0} + \bar{G}_{e2}^S \quad H \geq z \geq 0 \quad (4.4)$$

$$\bar{G}_{e3} = \bar{G}_{e3}^S \quad z \leq 0 \quad (4.5)$$

onde, por conveniência, a dependência funcional (\bar{R}/\bar{R}') foi omitida.

Para se encontrar as funções de Green diádicas, a função diádica para o espaço livre será tomada como base.

A fim de satisfazerem as condições de contorno e radiação, as funções diádicas espalhadas \bar{G}_{ep}^S ($p=1,2$ e 3) serão construídas modificando-se convenientemente \bar{G}_{e0} .

Na construção das \bar{G}_{ep} usam-se como elementos anteriores as autofunções $\bar{M}(\pm h)$ e $\bar{N}(\pm h)$ de maneira a satisfazerem a condição de radiação para $z \rightarrow \pm \infty$. Para elementos posteriores usam-se as autofunções $\bar{M}'(\pm h)$ e $\bar{N}'(\pm h)$, tais que as condições de contorno nas interfaces dos meios sejam satisfeitas.

Assim, as funções de Green diádicas espalhadas podem ser construídas como segue:

$$\bar{G}_{e1}^S = \frac{j}{4\pi} \int_0^\infty \frac{d\lambda}{h_2\lambda} \sum_{n=0}^\infty (2-\delta_0) \{ \bar{M}(h_1) [e \bar{M}'(-h_2) + e' \bar{M}'(h_2)] + \bar{N}(h_1) [f \bar{N}'(-h_2) + f' \bar{N}'(h_2)] \} \quad (4.6)$$

$$\begin{aligned} \bar{G}_{e2}^S = \frac{j}{4\pi} \int_0^\infty \frac{d\lambda}{h_2\lambda} \sum_{n=0}^\infty (2-\delta_0) \{ & \bar{M}(h_2) [a \bar{M}'(-h_2) + a' \bar{M}'(h_2)] \\ & + \bar{N}(h_2) [b \bar{N}'(-h_2) + b' \bar{N}'(h_2)] \\ & + \bar{M}(-h_2) [c \bar{M}'(-h_2) + a \bar{M}'(h_2)] \\ & + \bar{N}(-h_2) [d \bar{N}'(-h_2) + b \bar{N}'(h_2)] \} \end{aligned} \quad (4.7)$$

$$\begin{aligned} \bar{G}_{e3}^S = \frac{j}{4\pi} \int_0^\infty \frac{d\lambda}{h_2\lambda} \sum_{n=0}^\infty (2-\delta_0) \{ & \bar{M}(-h_3) [g \bar{M}'(-h_2) + g' \bar{M}'(h_2)] \\ & + \bar{N}(-h_3) [u \bar{N}'(-h_2) + u' \bar{N}'(h_2)] \} \end{aligned} \quad (4.8)$$

onde, $h_i = \sqrt{k_i^2 - \lambda^2}$, $i=1,2$ e 3

e os coeficientes que aparecem em (4.6), (4.7) e (4.8) são obtidos através das condições de contorno. Por simplicidade os subscritos das funções $\bar{M}_{e_{n\lambda}}$ (h) e $\bar{N}_{e_{n\lambda}}$ (h) foram omitidos.

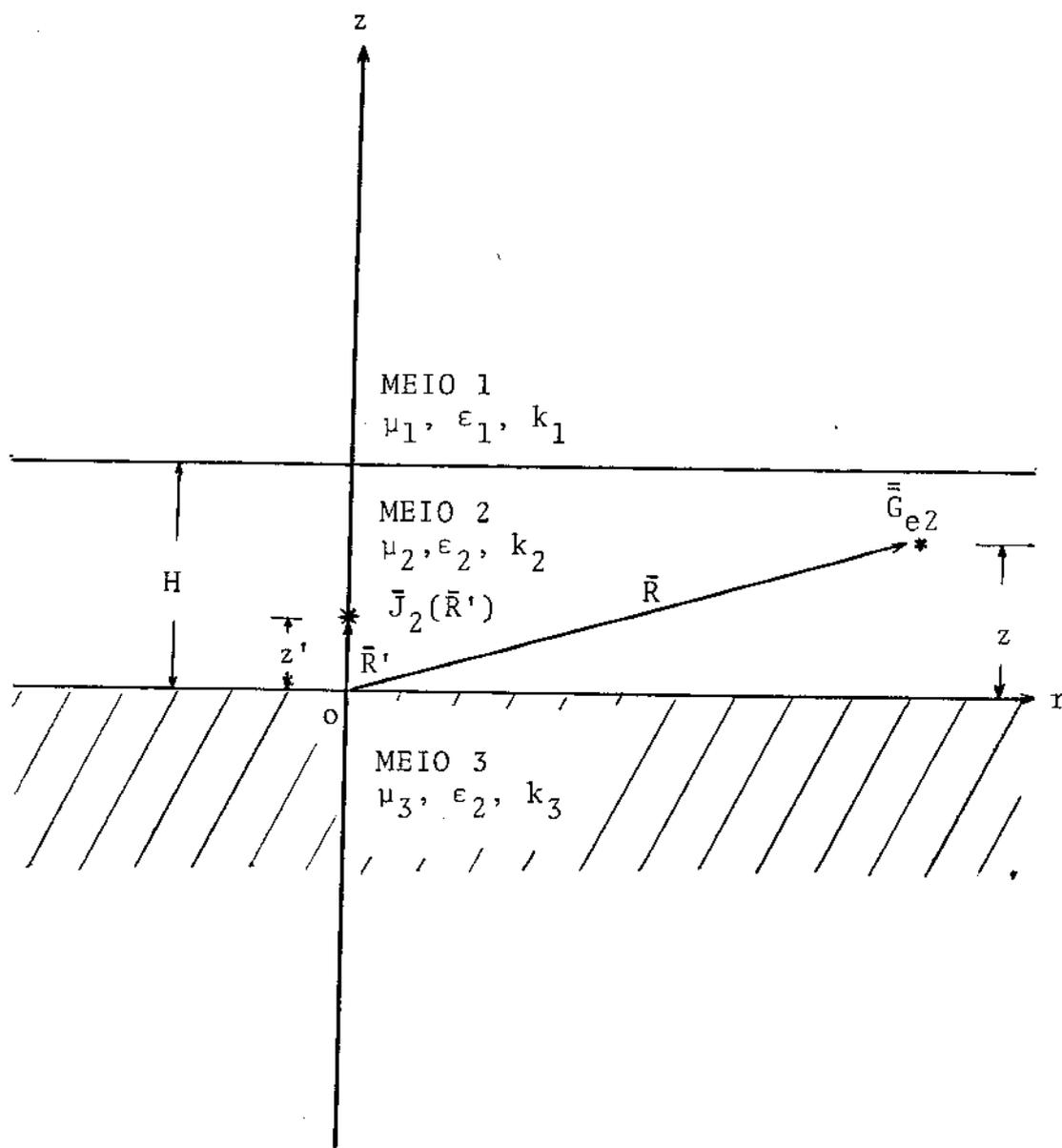


Fig. 4.1. Geometria para meios com três camadas

4.3. Funções de Green diádicas para meios de quatro camadas

As funções de Green diádicas para uma geometria de quatro camadas, com propriedades elétricas vistas na Fig. 4.2 , são obtidas de maneira semelhante ao caso anterior.

As funções de Green diádicas espalhadas são obtidas para dois casos considerados: (a) fonte no meio 2 (f=2); (b) fonte no meio 3 (f=3)

$$\begin{aligned} \bar{G}_{e1}^S = \frac{j}{4\pi} \int_0^\infty \frac{d\lambda}{h_f \lambda} \sum_{n=0}^\infty (2-\delta_0) \{ \bar{M}(h_1) [e_f \bar{M}'(-h_f) + e_f' \bar{M}'(h_f)] \\ + \bar{N}(h_1) [f_f \bar{N}'(-h_f) + f_f' \bar{N}'(h_f)] \} \end{aligned} \quad (4.9)$$

$$\begin{aligned} \bar{G}_{e2}^S = \frac{j}{4\pi} \int_0^\infty \frac{d\lambda}{h_f \lambda} \sum_{n=0}^\infty (2-\delta_0) \{ \bar{M}(h_2) [p_f \bar{M}'(-h_f) + q_f \bar{M}'(h_f)] \\ + \bar{N}(h_2) [r_f \bar{N}'(-h_f) + s_f \bar{N}'(h_f)] \\ + \bar{M}(-h_2) [t_f \bar{M}'(-h_f) + p_f' \bar{M}'(h_f)] \\ + \bar{N}(-h_2) [v_f \bar{N}'(-h_f) + r_f' \bar{N}'(h_f)] \} \end{aligned} \quad (4.10)$$

$$\begin{aligned} \bar{G}_{e3}^S = \frac{j}{4\pi} \int_0^\infty \frac{d\lambda}{h_f \lambda} \sum_{n=0}^\infty (2-\delta_0) \{ \bar{M}(h_3) [a_f \bar{M}'(-h_f) + a_f' \bar{M}'(h_f)] \\ + \bar{N}(h_3) [b_f \bar{N}'(-h_f) + b_f' \bar{N}'(h_f)] \\ + \bar{M}(-h_3) [c_f \bar{M}'(-h_f) + a_f' \bar{M}'(h_f)] \\ + \bar{N}(-h_3) [d_f \bar{N}'(-h_f) + b_f' \bar{N}'(h_f)] \} \end{aligned} \quad (4.11)$$

$$\begin{aligned} \bar{G}_{e4}^S = \frac{j}{4\pi} \int_0^\infty \frac{d\lambda}{h_f \lambda} \sum_{n=0}^\infty (2-\delta_0) \{ \bar{M}(-h_4) [g_f \bar{M}'(-h_f) + g_f' \bar{M}'(h_f)] \\ + \bar{N}(-h_4) [u \bar{N}'(-h_f) + u' \bar{N}'(h_f)] \} \end{aligned} \quad (4.12)$$

onde os coeficientes são obtidos a partir das condições de contorno e $h_f \sqrt{k_f^2 - \lambda^2}$.

4.4. Funções de Green diádicas para meios de N-camadas

As funções de Green diádicas para uma geometria de N-camadas é uma generalização das funções obtidas nos parágrafos anteriores. A configuração geométrica do problema é a apresentada na Fig. 3.1.

Através dos métodos utilizados anteriormente as funções de Green diádicas espalhadas são dadas, em sua forma compacta, por

$$\begin{aligned} \bar{G}_{ep}^S = & \frac{j}{4\pi} \int_0^\infty \frac{d\lambda}{\lambda h_f} \sum_{n=0}^\infty (2-\delta_0) \{ (1-\delta_p^i) \bar{M}(h_p) [(1-\delta_f^l) a_p \bar{M}'(-h_f) \\ & + (1-\delta_f^i) b_p \bar{M}'(h_f)] + (1-\delta_p^i) \bar{N}(h_p) [(1-\delta_f^l) c_p \bar{N}'(-h_f) + (1-\delta_f^i) d_p \bar{N}'(h_f)] \\ & + (1-\delta_p^l) \bar{M}(-h_p) [(1-\delta_f^l) e_p \bar{M}'(-h_f) + (1-\delta_f^i) f_p \bar{M}'(h_f)] \\ & + (1-\delta_p^l) \bar{N}(-h_p) [(1-\delta_f^l) g_p \bar{N}'(-h_f) + (1-g_f^i) u_p \bar{N}'(h_f)] \} \end{aligned} \quad (4.13)$$

onde os coeficientes podem ser obtidos através das condições de contorno dadas por (3.14) a 3.17).

CAPÍTULO 5

Campos eletromagnéticos na forma integral
para meios de quatro camadas
associados às funções de Green diádicas

Como visto anteriormente, os campos eletromagnéticos devidos a uma fonte de corrente conhecida, ficam determinados a partir do conhecimento das funções de Green diádicas, usando-se as equações (3.19) ou (3.20).

As funções de Green diádicas, para este caso, podem ser obtidas levando-se (4.9) a (4.12) em (4.1).

A densidade de corrente de um dipolo elétrico na camada 2 ou 3 (ver Fig. 4.2) pode ser expressa como:

$$\bar{J}_f(\bar{R}') = \bar{c} \delta(x-0) \delta(y-0) \delta(z-z') \quad (5.1)$$

onde \bar{c} é o momento do dipolo elétrico.

Os campos elétricos, quando a fonte está localizada no meio 2 ou 3 e para as polarizações vertical e horizontal, são obtidos a partir das equações (3.19), (4.1) e (5.1). Assim, tem-se:

$$\bar{E}_p(\bar{R}) = j\omega\mu_0 \bar{G}_{ep} \cdot \bar{c} |_{\bar{R}'=(0,0,z')} \quad (5.2)$$

5.1. Fonte de corrente localizada no meio 3

5.1.1. Polarização vertical

Neste caso o momento do dipolo \vec{c} é dado por $c_z \hat{z}$, que, levado em (5.2), permite obter

$$\vec{E}_p(\vec{R}) = j\omega\mu_0 c_z \vec{G}_{ep} \cdot \hat{z} |_{\vec{R}'=(0,0,z')} \quad (5.3)$$

como,

$$\vec{M}'_{e_{n\lambda}}(\pm h_f) \cdot \hat{z} = 0 \quad (5.4a)$$

e

$$\vec{N}'_{e_{0\lambda}}(\pm h_f) \cdot \hat{z} = \frac{\lambda^2}{k_f} e^{\pm jh_f z'}, \text{ em } \vec{R}' = (0,0,z'), \quad (5.4b)$$

os campos nos diversos meios são dados por

$$\vec{E}_1^V(\vec{R}) = -\frac{\omega\mu_0}{4\pi} c_z \int_0^\infty \frac{\lambda d\lambda}{h_3 k_3} \vec{N}_{e_{0\lambda}}(h_1) [f_3 e^{-jh_3 z'} + f'_3 e^{jh_3 z'}] \quad (5.5)$$

$$\begin{aligned} \vec{E}_2^V(\vec{R}) = & -\frac{\omega\mu_0}{4\pi} c_z \int_0^\infty \frac{\lambda d\lambda}{h_3 k_3} [\vec{N}_{e_{0\lambda}}(h_2) (r_3 e^{-jh_3 z'} + s_3 e^{jh_3 z'}) \\ & + \vec{N}_{e_{0\lambda}}(-h_2) (v_3 e^{-jh_3 z'} + r'_3 e^{jh_3 z'})] \quad (5.6) \end{aligned}$$

$$\vec{E}_3^V(\vec{R}) = -\frac{\omega\mu_0}{4\pi} c_z \int_0^\infty \frac{\lambda d\lambda}{h_3 k_3} \left\{ \begin{aligned} & + [\vec{N}_{e_{0\lambda}}(h_3) (1+b_3) + d_3 \vec{N}_{e_{0\lambda}}(-h_3)] e^{-jh_3 z'} \\ & + [\vec{N}_{e_{0\lambda}}(h_3) b'_3 + b_3 \vec{N}_{e_{0\lambda}}(-h_3)] e^{jh_3 z'} \end{aligned} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} H \geq z \geq z' \\ \\ \end{array} \right\} \quad (5.7a)$$

$$\left\{ \begin{aligned} & + [\vec{N}_{e_{0\lambda}}(-h_3) (1+b_3) + b'_3 \vec{N}_{e_{0\lambda}}(h_3)] e^{jh_3 z'} \\ & + [\vec{N}_{e_{0\lambda}}(h_3) b_3 + d_3 \vec{N}_{e_{0\lambda}}(-h_3)] e^{-jh_3 z'} \end{aligned} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} 0 \leq z \leq z' \\ \\ \end{array} \right\} \quad (5.7b)$$

$$\vec{E}_4^V(\vec{R}) = -\frac{\omega\mu_0}{4\pi} c_z \int_0^\infty \frac{\lambda d\lambda}{h_3 k_3} \vec{N}_{e_{0\lambda}}(-h_4) [u_3 e^{-jh_3 z'} + u'_3 e^{jh_3 z'}] \quad (5.8)$$

5.1.2. Polarização horizontal

Neste caso, o momento de dipolo \vec{c} é dado por $c_x \hat{x}$, que, levado em (5.2), permite obter

$$\vec{E}_p(\vec{R}) = j\omega\mu_0 c_x \vec{G}_{ep} \cdot \hat{x} |_{\vec{R}' = (0,0,z')} \quad (5.9)$$

como

$$\vec{M}'_{o1\lambda}(\pm h_f) \cdot \hat{x} = \frac{\lambda}{2} e^{\pm jh_f z'} \quad (5.10a)$$

e

$$\vec{N}'_{e1\lambda}(\pm h_f) \cdot \hat{x} = j \frac{h_f}{k_f} \frac{\lambda}{2} e^{\pm jh_f z'}, \text{ em } \vec{R}' = (0,0,z') \quad (5.10b)$$

os campos são dados por

$$\begin{aligned} \vec{E}_1^H(\vec{R}) = -\frac{\omega\mu_0}{4\pi} c_x \int_0^\infty \frac{d\lambda}{h_3} [\vec{M}'_{o1\lambda}(h_1)(e_3 e^{-jh_3 z'} + e'_3 e^{jh_3 z'}) \\ + j \left(\frac{h_3}{k_3}\right) \vec{N}'_{e1\lambda}(h_1)(f_3 e^{-jh_3 z'} + f'_3 e^{jh_3 z'})] \quad (5.11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{E}_2^H(\vec{R}) = -\frac{\omega\mu_0}{4\pi} c_x \int_0^\infty \frac{d\lambda}{h_3} \{ [\vec{M}'_{o1\lambda}(h_2)(p_3 e^{-jh_3 z'} + q_3 e^{jh_3 z'}) \\ + \vec{M}'_{o1\lambda}(-h_2)(t_3 e^{-jh_3 z'} + p'_3 e^{jh_3 z'})] \\ + j \left(\frac{h_3}{k_3}\right) [\vec{N}'_{e1\lambda}(h_2)(r_3 e^{-jh_3 z'} + s_3 e^{jh_3 z'}) \\ + \vec{N}'_{e1\lambda}(-h_2)(v_3 e^{-jh_3 z'} + r'_3 e^{jh_3 z'})] \} \quad (5.12) \end{aligned}$$

$$\bar{E}_3^H(\bar{R}) = -\frac{\omega\mu_0}{4\pi} c_x \int_0^\infty \frac{d\lambda}{h_3} \left\{ \begin{array}{l} [\bar{M}_{01\lambda}(h_3)(1+a_3) + c_3 \bar{M}_{01\lambda}(-h_3)] e^{-jh_3 z'} \\ + [\bar{M}_{01\lambda}(h_3)a'_3 + a_3 \bar{M}_{01\lambda}(-h_3)] e^{jh_3 z'} \\ + j\left(\frac{h_3}{k_3}\right) \{ [\bar{N}_{e1\lambda}(h_3)(1+b_3) + d_3 \bar{N}_{e1\lambda}(-h_3)] e^{-jh_3 z'} \\ + [\bar{N}_{e1\lambda}(h_3)b'_3 + b_3 \bar{N}_{e1\lambda}(-h_3)] e^{jh_3 z'} \} \end{array} \right\} \quad H \gg z \gg z' \quad (5.13)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} [\bar{M}_{01\lambda}(-h_3)(1+a_3) + a'_3 \bar{M}_{01\lambda}(h_3)] e^{jh_3 z'} \\ + [\bar{M}_{01\lambda}(-h_3)c_3 + a_3 \bar{M}_{01\lambda}(h_3)] e^{-jh_3 z'} \\ + j\frac{h_3}{k_3} \{ [\bar{N}_{e1\lambda}(-h_3)(1+b_3) + b'_3 \bar{N}_{e1\lambda}(h_3)] e^{jh_3 z'} \\ + [\bar{N}_{e1\lambda}(-h_3)d_3 + b_3 \bar{N}_{e1\lambda}(h_3)] e^{-jh_3 z'} \} \end{array} \right\} \quad 0 \leq z \leq z' \quad (5.14)$$

$$\bar{E}_4^H(\bar{R}) = -\frac{\omega\mu_0}{4\pi} c_x \int_0^\infty \frac{d\lambda}{h_3} \{ \bar{M}_{01\lambda}(-h_4) [g'_3 e^{jh_3 z'} + g_3 e^{-jh_3 z'}] \\ + j\left(\frac{h_3}{k_3}\right) \bar{N}_{e1\lambda}(-h_4) [u'_3 e^{jh_3 z'} + u_3 e^{-jh_3 z'}] \} \quad (5.15)$$

onde

$$\bar{M}_{01\lambda}(\pm h_f) = \left[\mp \frac{J_1(\lambda r)}{r} \cos\phi \hat{r} - \frac{\partial J_1(\lambda r)}{\partial r} \sin\phi \hat{\phi} \right] e^{\pm jh_f z} \quad (5.16)$$

$$\bar{N}_{e1\lambda}(\pm h_f) = \frac{1}{k_f} \left[jh_f \frac{\partial J_1(\lambda r)}{\partial r} \cos\phi \hat{r} \mp jh_f \frac{J_1(\lambda r)}{r} \sin\phi \hat{\phi} \right. \\ \left. + \lambda^2 J_1(\lambda r) \cos\phi \hat{z} \right] e^{\pm jh_f z} \quad (5.17a)$$

$$\bar{N}_{01\lambda}(\pm h_f) = \frac{1}{k_f} \left[\mp jh_f J_1(\lambda r) \hat{r} + \lambda^2 J_0(\lambda r) \hat{z} \right] e^{\pm jh_f z} \quad (5.17b)$$

e os coeficientes são dados por

$$1 + a_3 = \frac{1 + R_1^H R_2^H e^{j2h_2 S}}{D_3^H} ; \quad a'_3 = R_3^H (1 + a_3) \quad (5.18)$$

$$c_3 = \frac{(R_2^H + R_1^H e^{j2h_2 S}) e^{j2h_3 H}}{D_3^H} ; \quad a_3 = R_3^H c_3 \quad (5.19)$$

$$e_3 = T_1^H T_2^H \frac{e^{j(h_3-h_2)H} e^{j(h_2-h_1)(H+S)}}{D_3^H} ; e'_3 = R_3^H e_3 \quad (5.20)$$

$$p_3 = T_2^H \frac{e^{j(h_3-h_2)H}}{D_3^H} ; q_3 = R_3^H p_3 \quad (5.21)$$

$$t_3 = T_2^H \frac{R_1^H e^{j2h_2(H+S)} e^{j(h_3-h_2)H}}{D_3^H} ; p'_3 = R_3^H t_3 \quad (5.22)$$

$$g'_3 = T_3^H \frac{1 + R_1^H R_2^H e^{j2h_2S}}{D_3^H} \quad (5.23)$$

$$g_3 = T_3^H \frac{(R_2^H + R_1^H e^{j2h_2S}) e^{j2h_3H}}{D^H} \quad (5.24)$$

onde,

$$R_1^H = \frac{h_2-h_1}{h_2+h_1} ; R_2^H = \frac{h_3-h_2}{h_3+h_2} ; R_3^H = \frac{h_3-h_4}{h_3+h_4} \quad (5.25)$$

$$T_1^H = \frac{2h_2}{h_2+h_1} ; T_2^H = 1 + R_2^H ; T_3^H = 1 + R_3^H \quad (5.26)$$

$$D_3^H = (1 + R_1^H R_2^H e^{j2h_2S}) (1 - R_2^H R_3^H e^{j2h_3H}) ; R_{21}^H = \frac{R_2^H + R_1^H e^{j2h_2S}}{1 + R_1^H R_2^H e^{j2h_2S}} \quad (5.27)$$

e mais,

$$(1+b_3) = \frac{1 + R_1^V R_2^V e^{j2h_2S}}{D_3^V} ; b'_3 = R_3^V (1+b_3) \quad (5.28)$$

$$d_3 = \frac{(R_2^V + R_1^V e^{j2h_2S}) e^{j2h_3H}}{D^V} ; b_3 = R_3^V d_3 \quad (5.29)$$

$$r_3 = T_2^V \frac{e^{j(h_3-h_2)H}}{D^V} ; S_3 = R_3^V r_3 \quad (5.30)$$

$$v_3 = T_2^V \frac{R_1^V e^{j2h_2(H+S)} e^{j(h_3-h_2)H}}{D^V} ; \quad r_3' = R_3^V v_3 \quad (5.31)$$

$$f_3 = T_1^V T_2^V \frac{e^{j(h_3-h_2)H} e^{j(h_2-h_1)(H+S)}}{D^V} ; \quad f_3' = R_3^V f_3 \quad (5.32)$$

$$u_3 = T_3^V \frac{1 + R_1^V R_2^V e^{j2h_2S}}{D^V} \quad (5.33)$$

$$u_3' = T_3^V \frac{(R_2^V + R_1^V e^{j2h_2S}) e^{j2h_3H}}{D^V} \quad (5.34)$$

onde,

$$R_1^V = \frac{k_1^2 h_2 - k_2^2 h_1}{k_1^2 h_2 + k_2^2 h_1} ; R_2^V = \frac{k_2^2 h_3 - k_3^2 h_2}{k_2^2 h_3 + k_3^2 h_2} ; R_3^V = \frac{k_4^2 h_3 - k_3^2 h_4}{k_4^2 h_3 + k_3^2 h_4} \quad (5.35)$$

$$T_1^V = \frac{2k_1 k_2 h_2}{k_1^2 h_2 + k_2^2 h_1} ; T_2^V = \frac{2k_1 k_3 h_3}{k_2^2 h_3 + k_3^2 h_2} ; T_3^V = \frac{2k_3 k_4 h_3}{k_4^2 h_3 + k_3^2 h_4} \quad (5.36)$$

$$D^V = (1 + R_1^V R_2^V e^{j2h_2S}) [1 - R_2^V R_3^V e^{j2h_3H}] ; R_{21}^V = \frac{R_2^V + R_1^V e^{j2h_2S}}{1 + R_1^V R_2^V e^{j2h_2S}} \quad (5.37a)$$

$$h_i = \sqrt{k_i^2 - \lambda^2} \quad i = 1, 2, \dots \quad (5.37b)$$

5.2. Fonte de corrente localizada no meio 2

5.1.3. Polarização vertical

Neste caso os campos nos diversos meios são dados por

$$\bar{E}_1^V(\bar{R}) = -\frac{\omega\mu_0}{4\pi} c_z \int_0^\infty \frac{\lambda d\lambda}{h_2 k_2} \bar{N}_{e0\lambda}(h_1) [f_2 e^{-jh_2 z'} + f_2' e^{jh_2 z'}] \quad (5.38)$$

$$\bar{E}_2^V(\bar{R}) = -\frac{\omega\mu_0}{4\pi} c_z \int_0^\infty \frac{\lambda d\lambda}{h_2 k_2} \left\{ \begin{array}{l} [\bar{N}_{e0\lambda}(h_2)(1+b_2) + d_2 \bar{N}_{e0\lambda}(-h_2)] e^{-jh_2 z'} \\ + [\bar{N}_{e0\lambda}(h_2)b'_2 + b_2 \bar{N}_{e0\lambda}(-h_2)] e^{jh_2 z'} \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} (H+S) \gg z \gg z' \\ \\ H \leq z \leq z' \end{array} \quad (5.39)$$

$$\bar{E}_3^V(\bar{R}) = -\frac{\omega\mu_0}{4\pi} c_z \int_0^\infty \frac{\lambda d\lambda}{h_2 k_2} [\bar{N}_{e0\lambda}(h_3)(r_2 e^{-jh_2 z'} + s_2 e^{jh_2 z'}) + \bar{N}_{e0\lambda}(-h_3)(v_2 e^{-jh_2 z'} + r'_2 e^{jh_2 z'})] \quad (5.40)$$

$$\bar{E}_4^V(\bar{R}) = -\frac{\omega\mu_0}{4\pi} c_z \int_0^\infty \frac{\lambda d\lambda}{h_2 k_2} \bar{N}_{e0\lambda}(-h_4) [u_2 e^{-jh_2 z'} + u'_2 e^{jh_2 z'}] \quad (5.41)$$

5.1.4. Polarização horizontal

Para a polarização horizontal os campos são dados por,

$$\bar{E}_1^H(\bar{R}) = \frac{\omega\mu_0}{4\pi} c_x \int_0^\infty \frac{d\lambda}{h_2} [\bar{M}_{o1\lambda}(h_1)(e_2 e^{-jh_2 z'} + e'_2 e^{jh_2 z'}) + j\left(\frac{h_2}{k_2}\right) \bar{N}_{e1\lambda}(h_1)(f_2 e^{-jh_2 z'} + f'_2 e^{jh_2 z'})] \quad (5.42)$$

$$\bar{E}_2^H(\bar{R}) = -\frac{\omega\mu_0}{4\pi} c_x \int_0^\infty \frac{d\lambda}{h_2} \left\{ \begin{array}{l} [\bar{M}_{01\lambda}(h_2)(1+a_2) + c_2\bar{M}_{01\lambda}(-h_2)]e^{-jh_2z'} \\ + [\bar{M}_{01\lambda}(h_2)a'_2 + a_2\bar{M}_{01\lambda}(-h_2)]e^{jh_2z'} \\ + j\left(\frac{h_2}{k_2}\right) [\bar{N}_{e1\lambda}(h_2)(1+b_2) + d_2\bar{N}_{e1\lambda}(-h_2)]e^{-jh_2z'} \\ + [\bar{N}_{e1\lambda}(h_2)b'_2 + b_2\bar{N}_{e1\lambda}(-h_2)]e^{jh_2z'} \end{array} \right\} \quad (H+S) \gg z \gg z' \\ \left\{ \begin{array}{l} [\bar{M}_{01\lambda}(-h_2)(1+a_2) + a'_2\bar{M}_{01\lambda}(h_2)]e^{jh_2z'} \\ + [\bar{M}_{01\lambda}(-h_2)c_2 + a_2\bar{M}_{01\lambda}(h_2)]e^{-jh_2z'} \\ + j\left(\frac{h_2}{k_2}\right) \{ [\bar{N}_{e1\lambda}(-h_2)(1+b_2) + b'_2\bar{N}_{e1\lambda}(h_2)]e^{jh_2z'} \\ + [\bar{N}_{e1\lambda}(-h_2)d_2 + b_2\bar{N}_{e1\lambda}(h_2)]e^{-jh_2z'} \end{array} \right\} \quad H < z < z' \quad (5.43)$$

$$\bar{E}_3^H(\bar{R}) = -\frac{\omega\mu_0}{4\pi} c_x \int_0^\infty \frac{d\lambda}{h_2} \{ [\bar{M}_{01\lambda}(h_3)(p_2e^{-jh_2z'} + q_2e^{jh_2z'}) \\ + \bar{M}_{01\lambda}(-h_3)(t_2e^{-jh_2z'} + p'_2e^{jh_2z'})] \\ + j\left(\frac{h_2}{k_2}\right) [\bar{N}_{e1\lambda}(h_2)(r_2e^{-jh_2z'} + s_2e^{jh_2z'}) \\ + \bar{N}_{e1\lambda}(-h_2)(v_2e^{-jh_2z'} + r'_2e^{jh_2z'})] \} \quad (5.44)$$

$$\bar{E}_4^H(\bar{R}) = -\frac{\omega\mu_0}{4\pi} c_x \int_0^\infty \frac{d\lambda}{h_2} [\bar{M}_{01\lambda}(-h_4)(g'_2e^{jh_2z'} + g_2e^{-jh_2z'}) \\ + j\left(\frac{h_2}{k_2}\right) \bar{N}_{e1\lambda}(-h_4)(u'_2e^{jh_2z'} + u_2e^{-jh_2z'})] \quad (5.45)$$

onde, $\bar{M}_{01\lambda}(\pm h)$ e $\bar{N}_{e1\lambda}(\pm h)$ são dadas por (5.16) e (5.17a) e os coeficientes são

$$1 + a_2 = \frac{1}{D_2^H} ; c_2 = (1 + a_2) R_1^H e^{j2h_2(H+S)} \quad (5.46)$$

$$a'_2 = \frac{R_{23}^H e^{-j2h_2H}}{D_2^H} ; a_2 = R_1^H e^{j2h_2(H+S)} a'_2 \quad (5.47)$$

$$p_2' = \frac{T_1^H}{D_2^H} \frac{e^{j(h_3-h_2)H}}{1 - R_2^H R_3^H e^{j2h_3H}} ; q_2 = R_3^H p_2' ; g_2' = T_3^H p_2' \quad (5.48)$$

$$t_2 = \frac{T_1^H R_1^H}{D_2^H} \frac{e^{j2h_2(H+S)}}{1 - R_2^H R_3^H e^{j2h_3H}} ; p_2 = R_3^H t_2 ; g_2 = T_3^H t_2 \quad (5.49)$$

$$e_2 = T_1^H \frac{e^{j(h_2-h_1)(H+S)}}{D_2^H} ; e_2' = T_1^H \frac{e^{-j(h_2+h_1)H} e^{j(h_2-h_1)S}}{D_2^H} \quad (5.50)$$

$$D_2^H = 1 - R_1^H R_{23}^H e^{j2h_2S} ; R_{23}^H = \frac{-R_2^H + R_3^H e^{j2h_3H}}{1 - R_2^H R_3^H e^{j2h_3H}} \quad (5.51)$$

e mais:

$$1 + b_2 = \frac{1}{D_2^V} ; d_2 = (1 + b_2) R_1^V e^{j2h_2(H+S)} \quad (5.52)$$

$$b_2' = \frac{R_{23}^V e^{-j2h_2H}}{D_2^V} ; b_2 = b_2' R_1^V e^{j2h_2(H+S)} \quad (5.53)$$

$$r_2' = \frac{T_1^V}{D_2^V} \frac{e^{j(h_3-h_2)H}}{1 - R_2^V R_3^V e^{j2h_3H}} ; s_2 = R_3^V r_2' ; u_2' = T_3^V r_2' \quad (5.54)$$

$$v_2 = \frac{T_1^V R_1^V}{D_2^V} \frac{e^{j2h_2(H+S)}}{1 - R_2^V R_3^V e^{j2h_3H}} ; r_2 = R_3^V v_2 ; u_2 = T_3^V v_2 \quad (5.55)$$

$$f_2 = T_1^V \frac{e^{j(h_2-h_1)(H+S)}}{D_2^V} ; f_2' = T_1^H \frac{e^{-j(h_2+h_1)H} e^{j(h_2-h_1)S}}{D_2^V} \quad (5.56)$$

com,

$$D_2^V = 1 - R_1^V R_{23}^V e^{j2h_2S} ; R_{23}^V = \frac{-R_2^V + R_3^V e^{j2h_3H}}{1 - R_2^V R_3^V e^{j2h_3H}} \quad (5.57a)$$

$$h_i = \sqrt{k_i^2 - \lambda^2} ; i = 1, 2, \dots \quad (5.57b)$$

As expressões para os campos elétricos nos meios de três camadas podem ser obtidas a partir das expressões para meios de quatro camadas, considerando-se, por exemplo, as propriedades elétricas do meio 2 iguais às do meio 3.

CAPÍTULO 6

Determinação dos campos associados à onda lateral para meios de quatro camadas

De acordo com as observações feitas no parágrafo 2.2, o mecanismo de propagação mais adequado para as estruturas analisadas neste trabalho é através das ondas laterais. Em vista de tais considerações, neste capítulo é mostrada a natureza das ondas laterais, bem como são determinados os campos elétricos para estruturas de quatro camadas através deste mecanismo.

6.1. Natureza da onda lateral

Quando uma onda plana incide em uma superfície de separação entre dois meios diferentes, homogêneos, com dielétricos isotrópicos, conforme mostrado na Fig. 6.1., surgem ondas refletidas e refratadas em conjunção com a onda incidente.

Neste modelo semi-infinito, observa-se o raio direto, refletido e refratado, cujas trajetórias TR, TSR e TAB, respectivamente, aparecem como uma contribuição da óptica-geométrica a este caso.

Se o semi-espaco inferior for um meio de baixas perdas, qualquer difração adicional ao campo poderá ser desprezível em comparação às contribuições da óptica-geométrica acima. Entretanto, se o semi-espaco for um meio com perdas, aparecerá

uma predominância da difração sobre uma larga faixa de parâmetros envolvidos e esta componente em questão é a onda lateral, que, em uma aproximação quase-óptica, aparece na Fig. 6.1, na trajetória TDCR, e será analisada abaixo.

Supõe-se que a fonte está localizada no ponto T. Na região de campo distante, tem-se o ponto B que está próximo à interface dos meios. A onda caminha nos percursos correspondentes aos raios TR, TSR e TAB. O raio TS incide na fronteira em um ângulo maior que o da reflexão total interna, descaracterizando-se para a presente análise. O raio TA sofre uma refração e caminha no percurso AB e, quando se aproxima de TD, ou seja, quando a sua incidência tender para um ângulo crítico θ_c de reflexão total interna, leva AB a se aproximar da fronteira ($z=0$), o que causa a onda lateral. Esta onda se propaga, causando uma perturbação na fronteira, e gera uma nova onda no meio inferior, como visto na Fig. 6.1, que atingirá o ponto R.

O ângulo de incidência θ_i e o ângulo de refração θ_r são dados pela lei da refração,

$$\text{sen } \theta_i = \frac{1}{n} \text{sen } \theta_r \quad (6.1)$$

onde n é o índice de refração do meio inferior em relação ao espaço livre considerado para o meio superior.

Para a reflexão total interna, θ_i tende a θ_c e θ_r tende a 90° , logo

$$\text{sen } \theta_c = \frac{1}{n} \quad (6.2)$$

Desta maneira uma onda lateral pode ser gerada (aproximação quase-óptica) por um raio sub-superficial, indo de encontro à interface $z=0$ em um ângulo crítico de reflexão total interna θ_c , com respeito a vertical. O ângulo $\theta_c = \arcsen(1/n)$, que ocorre de um meio denso para um rarefeito, pode ser complexo, indicando tanto atenuação como mudança de fase no caminho do raio na sub-superfície.

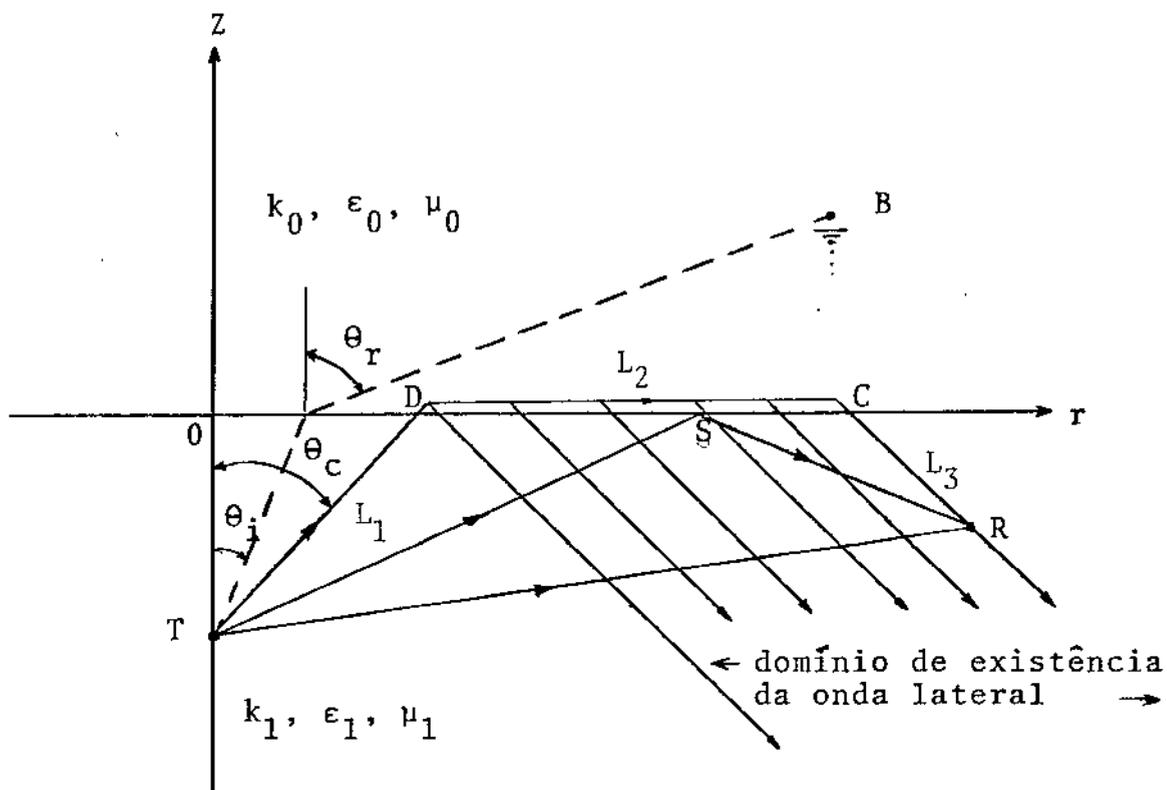


Fig.6.1 - Natureza da onda lateral

6.2- Estimativa dos campos nas polarizações vertical, horizontal e inclinada

Na propagação de ondas eletromagnéticas em meios dispostos em camadas pode ser obtida uma solução formal na qual o campo no receptor é dado em uma forma integral [18, 19, 20, 21]. Tal representação integral foi também obtida neste trabalho, mostrada no capítulo 3, para a geometria particular de quatro camadas.

Dentro de uma certa faixa de parâmetros, é possível efetuar esta integração através de uma aproximação analítica. Esta solução assintótica corresponde ao mecanismo de propagação da onda lateral, o qual será utilizado a seguir.

Tendo em vista as aplicações práticas consideradas, serão calculadas somente as componentes 3 do campo elétrico para o dipolo inclinado e a componente ϕ para o dipolo horizontal.

6.2.1. Fonte de corrente localizada no meio 3

Na estrutura apresentada na Fig. 4.2 a fonte de corrente será considerada como um dipolo elétrico, com um ângulo de inclinação " α " com respeito ao plano horizontal $z=z'$.

Neste caso a densidade de corrente será dada por

$$\vec{J}_3(\vec{R}) = (p_x \hat{x} + p_z \hat{z}) \delta(x-0) \delta(y-0) \delta(z-z') \quad (6.3)$$

onde p_x e p_z são os momentos dos dipolos horizontal e vertical, que neste caso são dados por $I a \cos \alpha$ e $I a \sin \alpha$, respectivamente.

O campo no meio 3, devido ao dipolo inclinado, será dado pela superposição dos campos devidos a dipolos horizontal e vertical, estudados no Capítulo 5. Desta maneira obtém-se para a região $H \gg z \gg z'$.

$$\vec{E}_3^I(\vec{R}) = -\frac{\omega \mu_0}{4\pi} \int_0^\infty \frac{d\lambda}{h_3} \left\{ \begin{array}{l} p_x \{ [\bar{M}_{01\lambda}(h_3)(1+a_3) + c_3 \bar{M}_{01\lambda}(-h_3)] e^{-jh_3 z'} \\ + [\bar{M}_{01\lambda}(h_3)a'_3 + a_3 \bar{M}_{01\lambda}(-h_3)] e^{jh_3 z'} \\ + j \left(\frac{h_3}{k_3}\right) \{ [\bar{N}_{e1\lambda}(h_3)(1+b_3) + d_3 \bar{N}_{e1\lambda}(-h_3)] e^{-jh_3 z'} \\ + [\bar{N}_{e1\lambda}(h_3)b'_3 + b_3 \bar{N}_{e1\lambda}(-h_3)] e^{jh_3 z'} \} \} \\ + p_z \{ [\bar{N}_{e0\lambda}(h_3)(1+b_3) + d_3 \bar{N}_{e0\lambda}(-h_3)] e^{-jh_3 z'} \\ + [\bar{N}_{e0\lambda}(h_3)b'_3 + b_3 \bar{N}_{e0\lambda}(-h_3)] e^{jh_3 z'} \} \end{array} \right. \quad (6.4)$$

e para a região $0 \gg z \gg z'$ obtêm-se

$$\bar{E}_3^I(\bar{R}) = -\frac{\omega\mu_0}{4\pi} \int_0^\infty \frac{d\lambda}{h_3} \left\{ \begin{aligned} & p_x' \{ [\bar{M}_{01\lambda}(-h_3)(1+a_3) + a_3' \bar{M}_{01\lambda}(h_3)] e^{jh_3 z'} \\ & + [\bar{M}_{01\lambda}(-h_3)c_3 + a_3' \bar{M}_{01\lambda}(h_3)] e^{-jh_3 z'} \\ & + j\left(\frac{h_3}{k_3}\right) \{ [\bar{N}_{e1\lambda}(-h_3)(1+b_3) + b_3' \bar{N}_{e1\lambda}(h_3)] e^{jh_3 z'} \\ & + [\bar{N}_{e1\lambda}(-h_3)d_3 + b_3' \bar{N}_{e1\lambda}(h_3)] e^{-jh_3 z'} \} \\ & + p_z \{ [\bar{N}_{e0\lambda}(-h_3)(1+b_3) + b_3' \bar{N}_{e0\lambda}(h_3)] e^{jh_3 z'} \\ & + [\bar{N}_{e0\lambda}(-h_3) d_3 + b_3' \bar{N}_{e0\lambda}(h_3)] e^{-jh_3 z'} \} \end{aligned} \right. \quad (6.5)$$

Usando-se as expressões para $M_{e_{n\lambda}}$ e $\bar{N}_{e_{n\lambda}}$, dadas por (5.16), (5.17a) e (5.17b), e utilizando-se os coeficientes que aparecem em (5.18) a (5.57), as componentes z e ϕ do campo elétrico podem ser extraídas de (6.4) ou (6.5). Por conveniência, os campos serão analisados somente para a região $H \gg z \gg z'$. Desta maneira, obtêm-se

$$E_z^I = -j \frac{\omega\mu_0}{4\pi k_3^2} \int_0^\infty \lambda^2 d\lambda \frac{(1+R_3^v e^{j2h_3 z'}) (1+R_{21}^v e^{j2h_3(H-z)})}{(1-R_{21}^v R_3^v e^{j2h_3 H})} e^{jh_3(z-z')} \cdot [p_x \cos\phi J_1(\lambda r) + jp_z \frac{\lambda}{h_3} J_0(\lambda r)] \quad (6.6)$$

e

$$E_\phi^H = -\frac{\omega\mu_0}{4\pi} \int_0^\infty \frac{d\lambda}{h_3} \text{sen } \phi \left[\frac{\partial J_1(\lambda r)}{\partial r} f_\phi^H - \frac{J_1(\lambda r)}{r} \left(\frac{h_3}{k_3}\right) f_\phi^v \right] \quad (6.7)$$

onde,

$$f_\phi^{H,v} = \frac{(e^{-jh_3 z'} + R_3^{H,v} e^{jh_3 z'}) (e^{jh_3 z} + R_2^{H,v} e^{jh_3(2H-z)})}{(1 - R_{21}^{H,v} R_3^{H,v} e^{j2h_3 H})} \quad (6.8)$$

O integrando de (6.6) é composto de dois termos, um proporcional ao dipolo vertical, p_z e outro ao dipolo horizontal, p_x . Cada integral será calculada separadamente. A componente z do campo elétrico irradiado, devido ao dipolo vertical, é dada por

$$E_z^V = q \int_{-\infty}^{\infty} \phi(\lambda) \frac{\lambda^3}{h_3} H_0^{(1)}(\lambda r) d\lambda \quad (6.9)$$

onde

$$q = - \frac{\omega \mu_0 p_z}{8\pi k_3^2} \quad (6.10)$$

$$\phi(\lambda) = \frac{(1+R_3^V e^{j2h_3 z'}) (1+R_{21}^V e^{j2h_3(H-z)})}{(1-R_{21}^V R_3^V e^{j2h_3 H})} e^{jh_3(z-z')} \quad (6.11)$$

e a função de Bessel $J_0(\lambda r)$ foi transformada em uma função de Hankel $H_0^{(1)}(\lambda r)$, a fim de mudar os limites de integração de zero a infinito para limites mais convenientes de menos infinito a mais infinito.

A integral (6.9) representa o campo no meio 3, constituindo-se de uma superposição de ondas cilíndricas que se refletem sucessivamente nas interfaces dos meios com coeficientes R_1 , R_2 e R_3 .

Uma aproximação convencional para calcular campos distantes é através do método do ponto de sela (ver Apêndice B). Para este propósito, convém introduzir-se a seguinte transformação

$$\lambda = k_3 \text{ sen } v \quad (6.12)$$

a qual mapeia o percurso ao longo do eixo real no plano λ em um percurso P_0 no plano complexo $v=v'+jv''$. Por esta transformação obtém-se

$$h_i = k_3 \sqrt{n_i^2 - \text{sen}^2 v} \quad (6.13)$$

onde,

$$n_i = \frac{k_i}{k_3}, \quad i = 1, 2, 3 \text{ e } 4 \quad (6.14)$$

Como h_i é uma função de valores múltiplos, devem ser considerados os pontos de ramificação no plano complexo v . Como normalmente feito, é conveniente supor lâminas múltiplas do plano v , e que em cada lâmina $\sqrt{n_i^2 - \text{sen}^2 v}$ seja de valor único. Em uma das lâminas, dita superior, supõe-se $I_m(\sqrt{n_i^2 - \text{sen}^2 v}) > 0$ e o percurso de integração P_0 se estenderá nesta lâmina. Os pontos de ramificação relacionados com h_3 são removidos na transformação (6.12) restando somente os pontos de ramificação relacionados a h_1, h_2 e h_4 que são dados por

$$v_i = \text{sen}^{-1}(\pm n_i) \quad , \quad i = 1, 2, 4 \quad (6.15)$$

Estas situações são mostradas na Fig. 6.2.

Como este desenvolvimento está sendo feito para campos distantes, a função de Hankel no integrando de (6.9) pode ser colocada em sua expansão assintótica. Portanto, fazendo-se uso das transformações acima, a equação (6.9) torna-se:

$$E_z^V = q' \int_{P_0} \phi(v) e^{jk_3 r \text{sen } v} dv \quad (6.16)$$

onde,

$$q' = q k_3^{5/2} \sqrt{\frac{2}{\pi r}} e^{-j\pi/4} \quad (6.17)$$

$$\phi(v) = \frac{(1+R_3^V e^{j2k_3 \cos v \cdot z'}) (1+R_{21}^V e^{j2k_3 \cos v \cdot (H-z)}) e^{jk_3 \cos v \cdot (z-z')}}{(1-R_{21}^V R_3^V e^{jk_3 \cos v \cdot H})} \quad (6.18)$$

Uma aproximação diferente para calcular (6.16) pode ser usada através da expansão do denominador de (6.18) dada por

$$(1-R_{21}^V R_3^V e^{j2k_3 \cos v \cdot H})^{-1} = \sum_{m=0}^{\infty} [R_{21}^V R_3^V e^{j2k_3 \cos v \cdot H}]^m \quad (6.19)$$

quando, então, o campo fica dado por

$$E_z^V = \sum_{m=0}^{\infty} q' I_m(v) \quad (6.20)$$

onde

$$I_m(v) = \int_{P_0} F_m(v) e^{jk_3 r \text{sen } v} dv \quad (6.21)$$

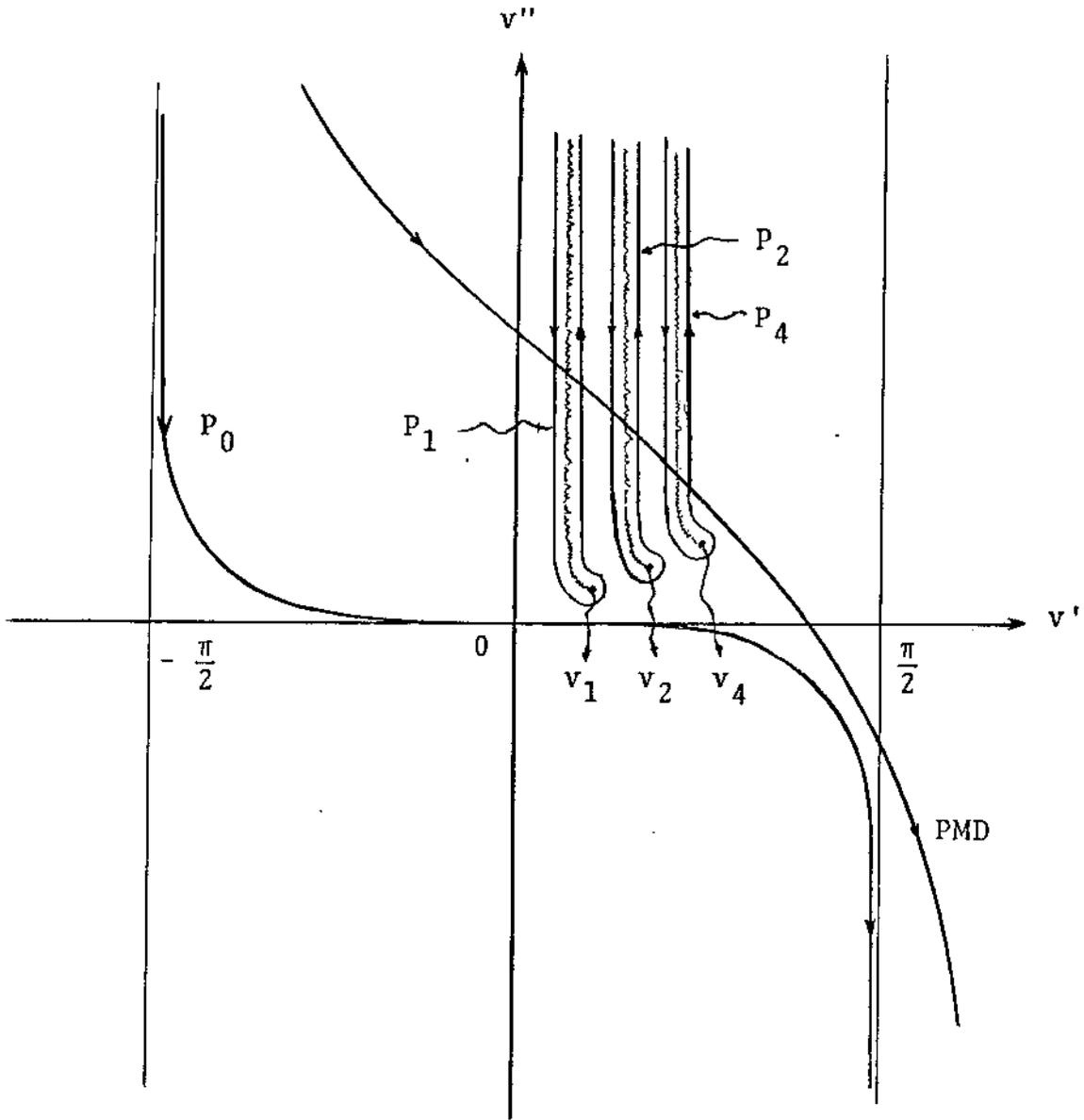


Fig.6.2 - Transformação do percurso de integração no plano complexo v .

e

$$F_m(v) = (e^{-jk_3 \cos v \cdot z'} + R_3^V e^{jk_3 \cos v \cdot z'}) (e^{jk_3 \cos v \cdot z} + R_{21}^V e^{jk_3 \cos v(2H-z)}) (R_{21}^V R_3^V e^{j2k_3 \cos v \cdot H})^m (\sin v)^{5/2} \quad (6.22)$$

Na equação (6.20) foi trocada a ordem da integração com o somatório, observando-se, portanto, que a integral $I_m(v)$ não tem polos. Isto, contudo, não remove a necessidade de se considerarem os pontos de ramificação, o que será feito posteriormente.

A componente E_z^V pode ser colocada ainda na seguinte forma

$$E_z^V = \sum_j I_j, \quad I_j = \sum_{m=0}^{\infty} q^m I_{jm}, \quad (j = 1, 2, 3, 4) \quad (6.23)$$

com

$$I_{jm} = \int_{p_0} C_j(v) e^{jk_3 R_{jm} \cos(v-v_{jm})} [R_{21}^V R_3^V]^m (\sin v)^{5/2} dv \quad (6.24)$$

e

$$C_1(v) = 1 \quad z_{1m} = (2mH+z-z') = R_{1m} \cos(v_{1m}) \quad (6.25a)$$

$$C_2(v) = R_{21}^V(v) \quad z_{2m} = (2mH+z+z') = R_{2m} \cos(v_{2m}) \quad (6.25b)$$

$$C_3(v) = R_3^V(v) \quad z_{3m} = 2(m+1)H-z-z' = R_{3m} \cos(v_{3m}) \quad (6.25c)$$

$$C_4(v) = R_{21}^V(v) R_3^V(v) \quad z_{4m} = 2(m+1)H-z+z' = R_{3m} \cos(v_{1m}) \quad (6.25d)$$

$$R_{jm} = \sqrt{r^2 + z_{jm}^2}; \quad r = R_{jm} \sin(v_{jm}); \quad v_{jm} = \text{tg}^{-1}\left(\frac{r}{z_{jm}}\right) \quad (6.25e)$$

A notação acima leva em conta que a equação (6.22) pode ser desmembrada em quatro termos, correspondentes a $i = 1, 2, 3$ e 4 .

A equação (6.24) apresenta características que permitem sua determinação através do método do ponto de sela, cuja solução, dada abaixo, resulta da integração feita no percurso de máxima declividade (PMD), mostrado na Fig. 6.2.

$$I_{jm}^S = \sqrt{\frac{2\pi}{jk_3 R_{jm}}} C_j(v_{jm}) [R_{21}^V(v_{jm}) R_3^V(v_{jm})]^m (\text{sen } v_{jm})^{5/2} e^{jk_3 R_{jm}} \quad (6.26)$$

onde, o ponto de sela é dado por v_{jm} e, através de (6.23), o campo fica dado por

$$E_{zS}^V = -\frac{\omega \mu_0}{4\pi} p_z \sum_{j=1}^4 \sum_{m=0}^{\infty} \text{sen}^2(v_{jm}) C_j(v_{jm}) [R_{21}^V(v_{jm}) R_3^V(v_{jm})]^m \left[\frac{e^{jk_3 R_{jm}}}{R_{jm}} \right] \quad (6.27)$$

Como pode ser observado em (6.27), para grandes distâncias e meios com perdas, E_{zS}^V é bastante atenuada. Por conseguinte, a contribuição predominante estará associada aos mecanismos da onda lateral dada através das integrais nos percursos, contornando os cortes (percursos P_1 , P_2 e P_4), desde que os pontos de ramificação tenham sido cruzados na transformação para o PMD.

O campo da onda lateral será dado por

$$E_{zLateral}^V \propto \underbrace{\int_{j^\infty}^{v_1^-} + \int_{v_1^+}^{j^\infty}}_{\text{ponto de ramificação 1}} + \underbrace{\int_{j^\infty}^{v_2^-} + \int_{v_2^+}^{j^\infty}}_{\text{ponto de ramificação 2}} + \underbrace{\int_{j^\infty}^{v_4^-} + \int_{v_4^+}^{j^\infty}}_{\text{ponto de ramificação 4}} \quad (6.28)$$

onde as integrais associadas aos pontos de ramificação são calculadas nos percursos (j^∞, v_1^-) no lado esquerdo do corte e (v_1^+, j^∞) lado direito do corte.

Considerando-se primeiramente a integral associada ao ponto de ramificação v_1 , a qual será expressa na forma

$$I_{m1} = \int_{P_1} F_m(v) e^{\rho f(v)} dv \quad (6.29)$$

onde, $\rho \equiv k_3 r$ e $f(v) \equiv j \text{sen } v$. $F_m(v)$ é considerada de variação lenta em torno do ponto de ramificação, em relação ao integrando, no percurso de máxima declividade; $f(v)$ é obtido através da seguinte transformação

$$f(v) = f(v_1) - x^2 \quad (6.30)$$

onde x é real e varia de $-\infty$ a $+\infty$.

Desenvolvendo-se $F_m(v)$ e $f(v)$ em série de Taylor em torno do ponto de ramificação v_1 e, através de (6.30), obtêm-se

$$x^2 = f'(v_1)(v-v_1) + \dots \quad (6.31)$$

e, por inversão de série, obtêm-se

$$dv = j \frac{2x}{\cos v_1} dx \quad (6.32)$$

e, através de (6.30),

$$\text{sen } v = n_1 + jx^2 \quad (6.33)$$

Fazendo-se as substituições necessárias, obtêm-se

$$I_{m1} = j \frac{2}{\cos v_1} e^{jk_3 r n_1} \int_{P_1} F_m(v) x e^{-k_3 r x^2} dx \quad (6.34)$$

Como $F_m(v)$ está sendo considerada regular e de variação lenta em torno de v_1 , é necessário considerar somente o primeiro termo do desenvolvimento em série. $F_m(v)$ contém as funções de valores múltiplos, sendo, portanto, necessário considerar-se o sinal da raiz $\sqrt{n_1^2 - \text{sen}^2 v}$ no percurso p_1 em cada lado do corte. E, para isto, convém denominar F_m^+ e F_m^- nos percursos correspondentes em torno do corte

Trocando-se o limite da primeira integral em F_m^- obtêm-se

$$I_{m1} = j \frac{2}{\cos v_1} e^{jk_3 r n_1} \int_{v_1}^{j\infty} [F_m^+(v) - F_m^-(v)] x e^{-k_3 r x^2} dx \quad (6.35)$$

Através de (6.33) pode-se considerar a seguinte aproximação

$$\sqrt{n_1^2 - \text{sen}^2 v} \sim \sqrt{n_1^2 - (1-j)x^2}$$

$$e \quad \sqrt{n_2^2 - \text{sen}^2 v} \sim \sqrt{n_2^2 - n_1^2} \quad (6.36)$$

Desta maneira pode-se escrever (6.22) como

$$F_m^{\pm}(v) = [R_{21}^{\pm v}]^m e^{bz} + [R_{21}^{\pm v}]^{(m+1)} e^{b(2H-z)} [e^{-bz'} + R_3^v e^{bz'}] [R_3^v e^{2bH}]^m (\text{sen } v)^{5/2} \quad (6.37)$$

onde $R_{21}^{\pm v}$ representa a modificação do sinal do radical associado a R_1^v e $b = jk_3 \cos v$.

Lembrando-se que:

$$R_{21}^{\pm v} = \frac{R_2^v + R_1^v e^{2ds}}{1 + R_1^v R_2^v e^{2ds}} ; \quad d = jk_3 \sqrt{n_2^2 - \text{sen}^2 v} \quad (6.38)$$

$$R_1^v(v) = \frac{n_1^2 \sqrt{n_2^2 - \text{sen}^2 v} - n_2^2 \sqrt{n_1^2 - \text{sen}^2 v}}{n_1^2 \sqrt{n_2^2 - \text{sen}^2 v} + n_2^2 \sqrt{n_1^2 - \text{sen}^2 v}} \quad (6.39)$$

$$R_2^v(v) = \frac{n_2^2 \cos v - \sqrt{n_2^2 - \text{sen}^2 v}}{n_1^2 \cos v + \sqrt{n_2^2 - \text{sen}^2 v}} \quad (6.40)$$

$$R_3^v(v) = \frac{n_4^2 \cos v - \sqrt{n_4^2 - \text{sen}^2 v}}{n_4^2 \cos v + \sqrt{n_4^2 - \text{sen}^2 v}} \quad (6.41)$$

e, usando-se (6.36), pode-se obter

$$[R_{21}^{\pm v}]^{m,m+1} = \begin{cases} (R')^m (1 \pm jmZx) & \text{para } m \\ (R')^{m+1} (1 \pm j(m+1)Zx) & \text{para } m+1 \end{cases} \quad (6.42)$$

onde,

$$Z = \frac{8n_2^4 \sqrt{n_1} \sqrt{1-n_1^2} e^{2ds}}{n_1^2 [n_2^4 (1-n_1^2) (1+e^{2ds})^2 - (n_2^2-n_1^2) (1-e^{2ds})^2]} \quad (6.43)$$

$$R' = \frac{n_2^4 \sqrt{1-n_1^2} (1+e^{2ds}) - \sqrt{n_2^2-n_1^2} (1-e^{2ds})}{n_2^2 \sqrt{1-n_1^2} (1+e^{2ds}) + \sqrt{n_2^2-n_1^2} (1-e^{2ds})} \quad (6.44)$$

Por conseguinte,

$$[\bar{F}_m^+(v) - \bar{F}_m^-(v)] = 2jZA(R')^m [m e^{bz} + R'(m+1) e^{b(2H-z)}]x \quad (6.45)$$

onde,

$$A = (e^{-bz'} + R_3^v e^{bz'}) (R_3^v e^{2bH})^m (\text{sen } v)^{5/2} \quad (6.46)$$

Levando-se (6.45) em (6.35), obtêm-se

$$I_{m1} = -\frac{2}{\cos v_1} e^{jk_1 r} [ZA(R')^m (m e^{bz} + R'(m+1) e^{b(2H-z)}) \int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-k_3 r x^2} dx] \quad (6.47)$$

com

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-\rho x^2} dx = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{\rho}} \quad (6.48)$$

Fazendo-se as substituições convenientes, a componente z do campo elétrico para a polarização vertical fica assim determinada

$$E_z^v = \frac{120 \sqrt{2} p_z n_1^2 e^{j\frac{\pi}{4}}}{r^2} \frac{n_2^4 e^{jk_1 r} e^{2ds} (e^{-bz'} + R_3^v e^{bz'})}{n_2^4 (1-n_1^2) (1+e^{2ds})^2 - (n_2^2-n_1^2) (1-e^{2ds})^2} \sum_{m=0}^{\infty} (R_3^v R')^m e^{2bH} [m e^{bz} + R'(m+1) e^{b(2H-z)}] \quad (6.49)$$

Considerando-se as integrais relativas ao ponto de ramificação v_2 , no percurso p_2 , observa-se que não há contribuição do ponto de ramificação v_2 , bem como as integrais devidas ao ponto de ramificação v_4 serão desprezadas, devido à grande condutividade do solo (meio 4). Portanto, o campo para a polarização vertical será dado apenas por (6.49).

Adotando-se os mesmos procedimentos pode-se estimar o campo E_z para a polarização horizontal; como o campo para a polarização vertical já foi encontrado, a superposição dos resultados dá a componente E_z^I para o dipolo inclinado. Desta forma obtêm-se:

$$E_z^I = \frac{120 \sqrt{2} I a e^{-j \frac{\pi}{4}} n_1^2}{r^2} E_1 E_2 \left[\text{sen } \alpha + \frac{\sqrt{1-n_1^2}}{n_1} \cos \phi \cos \alpha \right] \quad (6.50)$$

onde,

$$E_1 = \frac{n_2^4 e^{jk_1 r} e^{2ds} (e^{-bz'} + R_3^V e^{bz'})}{n_2^4 (1-n_1^2) (1+e^{2ds})^2 - (n_2^2-n_1^2) (1-e^{2ds})^2} \quad (6.51)$$

$$E_2 = \sum_{m=0}^{\infty} (R_3^V R_3^V e^{2bH})^m \left[\bar{m} e^{bz} + R_3^V(m+1) e^{b(2H-z)} \right] \quad (6.52)$$

e "α" é o ângulo de inclinação do dipolo em relação ao plano horizontal.

A componente φ do campo elétrico dado por (6.7), devido a um dipolo horizontal, pode ser encontrada adotando-se os mesmos procedimentos anteriores. Assim, tem-se

$$E_\phi = \frac{120 \sqrt{2} I a n_1^2 e^{-j \frac{\pi}{4}}}{r^2} \text{sen } \phi \frac{e^{jk_1 r} e^{2ds} (e^{-bz'} + R_3^H e^{bz'})}{(1-n_1^2) (1+e^{2ds})^2 - (n_2^2-n_1^2) (1-e^{2ds})^2} \sum_{m=0}^{\infty} (R_3^H R_3^H e^{jbH})^m \left[\bar{m} e^{bz} + R_3^H(m+1) e^{b(2H-z)} \right] \quad (6.53)$$

onde,

$$R_2^h = \frac{\sqrt{1-n_1^2} - \sqrt{n_4^2 - n_2^2}}{\sqrt{1-n_1^2} + \sqrt{n_4^2 - n_2^2}} \quad (6.54)$$

$$R_3^H = \frac{\sqrt{1-n_1^2} (1+e^{2ds}) - \sqrt{n_2^2-n_1^2} (1-e^{2ds})}{\sqrt{1-n_1^2} (1+e^{2ds}) + \sqrt{n_2^2-n_1^2} (1-e^{2ds})} \quad (6.55)$$

6.2.2. Fonte de corrente localizada no meio 2

Para este caso as componentes z e φ do campo elétrico podem também ser obtidas associadas às polarizações vertical e horizontal.

$$E_z^V = \frac{\omega\mu_0}{4\pi k_2} I a \int_0^\infty \frac{\lambda^3 d\lambda}{h_2} J_0(\lambda r) F^V(\lambda) \quad (6.56)$$

e

$$E_z^H = \frac{\omega\mu_0}{4\pi k_2} I a \int_0^\infty \lambda^2 d\lambda \cos \phi J_1(\lambda r) F^V(\lambda) \quad (6.57)$$

$$E_\phi^H = \frac{\omega\mu_0}{4\pi} I a \int_0^\infty \frac{\lambda d\lambda}{h_2} \sin \phi J_0(\lambda r) F^H(\lambda) \quad (6.58)$$

onde,

$$F^{V,H}(\lambda) = \frac{(e^{jh_2 z + R_1^{V,H}} e^{jh_2 [(H+s)-z]})(e^{-jh_2 z' + R_{23}^{V,H}} e^{-jh_2 (2H-z)})}{[1 - R_1^{V,H} R_{23}^{V,H} e^{j2h_2 s}]} \quad (6.59)$$

As soluções das integrais dadas por (6.56), (6.57) e (6.58) estão associadas às contribuições devidas à onda lateral e foram calculadas de maneira semelhante às anteriores. Portanto, as componentes z e ϕ do campo elétrico, para a região $(H+s) \gg z \gg z'$, serão dadas por:

$$E_z^V = A_0 e^{b'(2H-z-z')} (1 + R_{23}^V e^{-2b'(H-z')}) \cdot \sum_{m=0}^\infty (R_{23}^V e^{2b's})^m (e^{2b's+m} (e^{2bs} + e^{-2b'(H-z)})) \quad (6.60)$$

$$E_z^H = A_0 e^{b'(2H-z-z')} (1 + R_{23}^V e^{-2b'(H-z')}) \frac{\sqrt{1-n_1'^2}}{n_1'} \cos \phi \cdot \sum_{m=0}^\infty (R_{23}^V e^{2b's})^m [e^{2b's+m} (e^{2b's} + e^{-2b'(H-z)})] \quad (6.61)$$

$$E_\phi^H = A_0 e^{b'(2H-z-z')} (1 + R_{23}^H e^{-2b'(H-z')}) \sin \phi \cdot \sum_{m=0}^\infty (R_{23}^H e^{2b's})^m [e^{2b's+m} (e^{2b's} + e^{-2b'(H-z)})] \quad (6.62)$$

onde $R_{23}^{V,H}$ foi definida em (5.57) e

$$A_0 = \frac{30 \sqrt{2} I_a e^{j(k_1 r - \pi/4)}}{r^2} \cdot \frac{n_1'^2}{1-n_1'^2} \quad (6.63)$$

e

$$b' = jk_2 \sqrt{1-n_1'^2}; \quad n_1' = \frac{k_i}{k_2} \quad (i=1,3,4) \quad (6.64)$$

6.3. Ângulo ótimo de inclinação

Como estabelecido anteriormente, o campo é dado principalmente pela onda lateral. Uma característica importante da onda lateral é o fato de sua excitação estar associada a um certo ângulo crítico de reflexão total interna $v_c = \arcsen(n_1)$; portanto, é intuitivo esperar que o campo será intensificado se a fonte for orientada de maneira que seu lóbulo principal aponte para esta direção v_c . No caso de meios de baixas perdas a irradiação máxima ocorre no plano normal ao eixo do dipolo inclinado, tal que $\alpha_m = v_c$. Para o caso de meios com perdas α_m dependerá das perdas.

A expressão para o campo devido ao dipolo inclinado pode ser analisada de maneira a ser encontrada a máxima intensidade de irradiação. É óbvio, da equação (6.50), que o máximo está na direção $\phi=0$ e $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ou $\phi=0$ e $0 > \alpha > -\frac{\pi}{2}$, tal que o máximo estenda-se no plano xz. Para $\phi=0$ a dependência de (6.50) com α pode ser expressa por

$$f(\alpha) = \left| \text{sen } \alpha + \frac{\sqrt{1-n_1'^2}}{n_1'} \cos \alpha \right| \quad (6.65)$$

Para α real o máximo de $f(\alpha)$ ocorre para

$$\text{tg} 2 \alpha_m = \frac{2R_e \{\sqrt{n^2-1}\}}{|n^2-1| - 1} \quad (6.66)$$

onde, $n = 1/n_1'$.

Este resultado é idêntico ao obtido por Staiman e Tamir [22] para a geometria do semi-espaco, visto que a contribuição da onda lateral na interface floresta-terra foi desprezada para os casos práticos considerados aqui.

CAPÍTULO 7

Resultados

Neste capítulo serão apresentados os principais resultados teóricos obtidos e suas comparações quantitativas com os dados experimentais disponíveis.

7.1. Otimização da rádio-comunicação em meios de três camadas

Para substanciar a análise teórica desenvolvidas nos capítulos antecedentes, convém considerar, como exemplo a componente E_z do campo, devido a um dipolo inclinado, para um meio de apenas três camadas. Esta componente pode ser obtida da equação (6.50) e é um posicionamento considerado para antenas receptoras em muitos casos práticos. Os resultados serão dados em termos de rádio-perda, L_B , através da equação abaixo [27]

$$L_B = 36,57 + 20 \log f + 20 \log E_0 - 20 \log E_z^I \quad (7.1)$$

onde f é a frequência em MHz , E_0 é a intensidade de campo sem atenuação, em $\mu V/m$, esperado de um sistema de transmissão, a uma milha, e $E_z^I (\mu V/m)$ é o valor eficaz calculado em termos do mesmo sistema de transmissão para determinar E_0 .

Devido à grande variação dos parâmetros medidos em florestas [23, 24, 25, 26] é praticamente impossível obterem-se curvas para todas as combinações possíveis destas constantes. Para efeito de ilustração, três casos são considerados e colocados na Tabela I. A primeira e segunda colunas de valores correspondem a florestas tropicais "médias" e "densas", respectivamente [15]. A terceira coluna corresponde a valores recomendados para a floresta amazônia (floresta equatorial densa), onde foram conduzidas medições de intensidade de campo em Tabatinga (AM) por Assis [26].

Nas Figs. 7.1, 7.2 e 7.3 são apresentados os resultados da rádio-perda dados pela equação (7.1) em função da distância, dada em milhas, entre o transmissor e o receptor.

As trajetórias retas (devidas à variação da onda lateral, $[E_z]$, com a distância ser da forma r^{-2}) nas figuras foram obtidas para as polarizações horizontal (H), vertical (V) e inclinada (I). As rádio-perdas foram calculadas para a faixa de 0,2 a 1 milha. O limite inferior está associado às limitações do método de resolução das integrais. O limite superior de 1 milha (1,61 km) foi adotado levando-se em conta situações encontradas na prática. Entretanto, este limite pode ser estendido a distâncias da ordem de 20 milhas, mesmo que o terreno seja irregular [14].

As Figs. 7.1, 7.2 e 7.3 apresentam características interessantes. No caso de meios de pequenas perdas, floresta tropical "média", Fig. 7.1, a polarização vertical é notadamente preferencial em relação à polarização horizontal com um fator da ordem de 5 dB. Na Fig. 7.2, onde é considerada uma floresta tropical "densa", esta preferência é mantida, porém, não acentuada. E, à medida que a floresta torna-se mais densa, como no caso da floresta equatorial "densa" da Fig. 7.3, esta ordem de preferência é invertida, com o mesmo fator de separação da ordem de 5 dB. E, para estes casos analisados, a otimização da rádio-perda através da polarização inclinada apresenta uma melhoria em L_B da ordem de 0,5 a 3 dB, em relação à polarização mais favorável (vertical ou horizontal).

As Figs. 7.4, 7.5 e 7.6 mostram os diagramas de radiação de potência da onda lateral para as florestas conside-

radas na Tabela I. Os diagramas são dados na frequência de 6MHz e para as polarizações vertical, horizontal e inclinada, normalizadas em relação ao ângulo máximo, α_m , em cada caso.

Da equação (6.66) observa-se que, quando o módulo do índice de refração $|n| = 1/n_1$ aumenta, a diferença entre os diagramas de radiação para $\alpha=0$ (polarização horizontal) e para $\alpha=\alpha_m$ (polarização inclinada) passam a diminuir. Este comportamento pode ser observado nas Figs. 7.4, 7.5 e 7.6, as quais formam uma sequência com o aumento do módulo do índice de refração $|n|$ associado às florestas descritas na Tabela I.

O reforço à onda lateral e o aumento na diretividade são evidentes nestas figuras quando a polarização atinge sua inclinação ótima. Isto sugere que o reforço à onda lateral pode aumentar consideravelmente se uma antena com alto ganho for dirigida ao longo de α_m .

Na Fig. 6.1, a energia da onda lateral é guiada ao longo da trajetória L_1 , a qual é somente parte do percurso total da onda lateral. O percurso maior é L_2 , no qual a onda lateral caminha paralela à interface no meio superior e, por conseguinte, independentemente do índice de refração n do meio inferior. Consequentemente o ângulo α_m é determinado essencialmente na trajetória L_1 . Portanto, somente propriedades da região próxima da antena necessitam ser conhecidas para propósitos de otimização da comunicação via onda lateral. Assim, o ângulo ótimo α_m , tem um papel importante, especialmente no caso de antenas de altos ganhos.

7.2. Rádio-perda em meios de quatro camadas

Os resultados teóricos para o modelo de quatro camadas serão dados em termos de uma outra definição de rádio-perda, mais representativa das perdas do sistema [15],

$$L = 10 \log \left| \frac{2 I}{a E_{z, \phi}} \right|^2 R(z') R(z) \quad (7.2)$$

onde $R(z)$ e $R(z')$ são as resistências de radiação dos dipolos (analisadas no Apêndice C), a uma altura z' e z em relação à

terra, e E_z, ϕ é a componente z ou ϕ do campo elétrico dadas por (6.49) e (6.53) ao longo da antena receptora, nas polarizações vertical e horizontal, respectivamente.

Para efeito de comparação com dados experimentais disponíveis, será considerada uma floresta tipo "média" com valores dos parâmetros descritos nas figuras a seguir.

Nas Figs. 7.7 (a,b) e 7.8 (a,b) são apresentadas as curvas para as rádio-perdas, dadas por (7.2), em função da relação entre a altura da copa e altura do tronco das árvores, S/H , para várias frequências de operação, e diferentes alturas de antenas, nas polarizações vertical e horizontal. Estas curvas foram traçadas para valores de S/H variando entre zero e infinito, cujos valores extremos são tendências para modelos de três camadas.

Nestas figuras observam-se oscilações das rádio-perdas para os diversos valores da relação S/H , notadamente em frequências mais altas. Estas oscilações são produzidas por ondas refletidas adicionais, provocadas pela variação da interface copa e tronco das árvores, associadas às variações médias das propriedades dos meios, cuja interferência pode ser construtiva ou destrutiva e, portanto, pode modificar consideravelmente a rádio-perda.

No caso das antenas localizadas no topo das árvores ($z=z'=10$ m) as amplitudes das oscilações de L , nas Figs. 7.7(a,b) são aproximadamente constantes para a polarização vertical, o que não ocorre para a polarização horizontal, mais sensível às interferências produzidas pela variação de S/H .

Nas antenas localizadas em $z=z'=3$ m, nas Figs. 7.8 (a,b), este comportamento é praticamente mantido, entretanto, é observado um aumento nas amplitudes médias das rádio-perdas. Esta perda adicional, denominada "perda por separação", surge quando as antenas são deslocadas da interface (espaço livre) - (copa das árvores) (meio 1 - meio 2) para uma posição abaixo. A "perda por separação" se relaciona ao fato da onda lateral ter que caminhar em um meio dissipativo, ao longo do percurso principal entre a antena e a interface (espaço livre) - (copa das árvores). Esta situação pode ser visualizada na Fig. 6.1, onde este percurso seria L_1 e L_3 .

TABELA I - Parâmetros característicos de florestas típicas

Altura da floresta	H(m)	10	20	30
Parâmetros da floresta	ϵ_2	1,1	1,3	1,3
	σ_2 (ms/m)	0,1	0,3	1,0
Parâmetros da terra	ϵ_3	20	50	50
	σ_3 (ms/m)	10	100	100

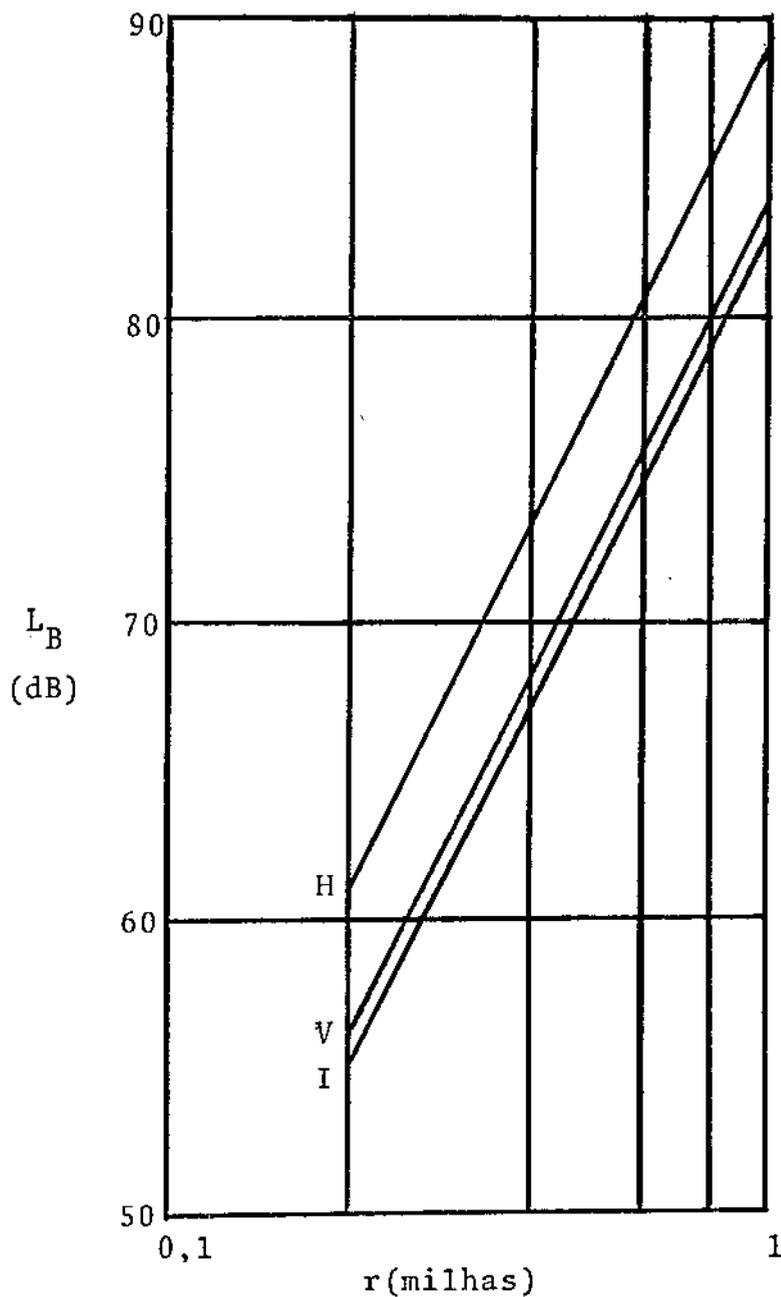


Fig.7.1 - Predição para a perda básica na transmissão para uma floresta tropical "média", com $\epsilon_2 = 1,1$, $\sigma_2 = 0,1$ ms/m, $\epsilon_3 = 20$, $\sigma_3 = 10$ m s/m, $\alpha_m = 63,4^\circ$ nas polarizações vertical (V), horizontal(H) e inclinada (I) em 6 MHz.

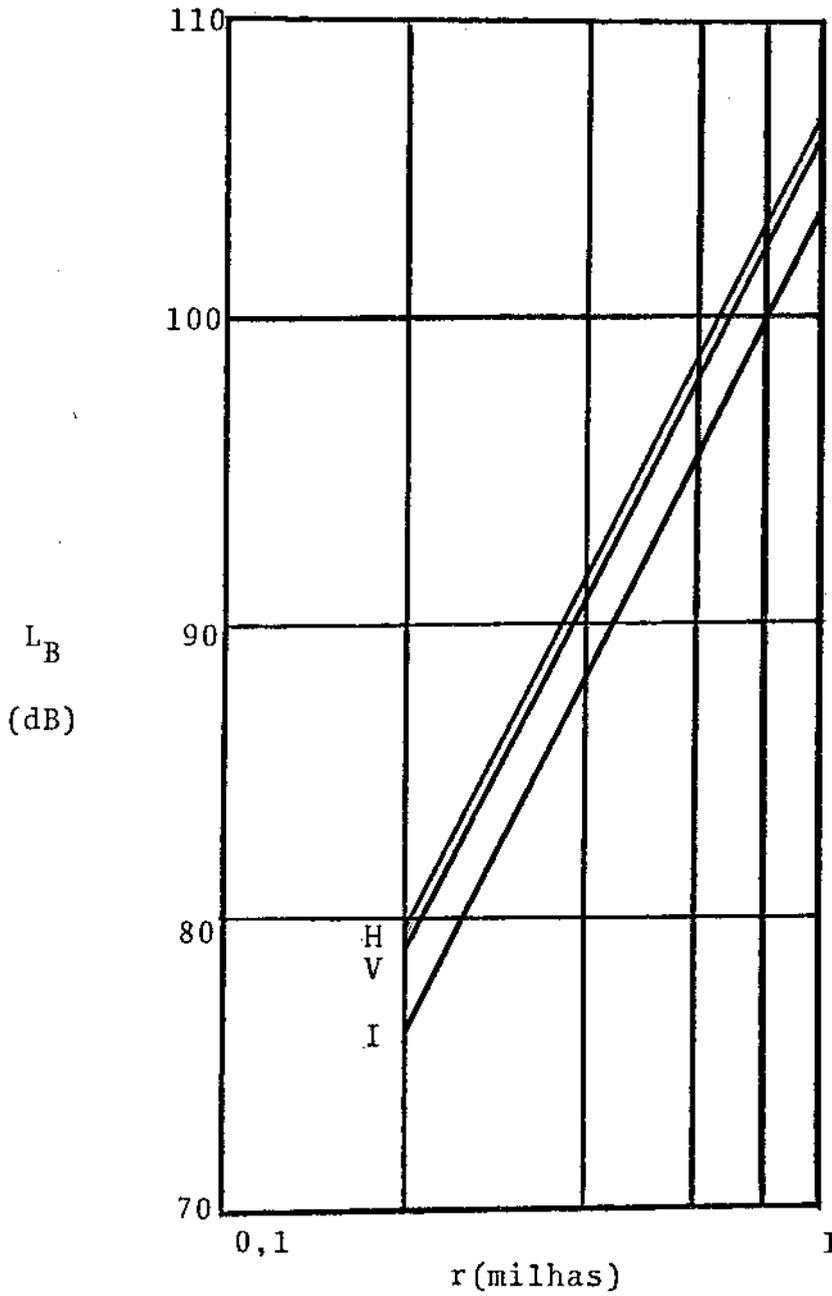


Fig.7.2 - Predição para a perda básica na transmissão para uma floresta tropical "densa" com $\epsilon_2 = 1,3$, $\sigma_2 = 0,3$ m s/m, $\epsilon_3 = 50$, $\sigma_3 = 100$ m s/m, $\alpha_m = 46^\circ$, nas polarizações vertical (V), horizontal (H) e inclinada (I) em 6 MHz.

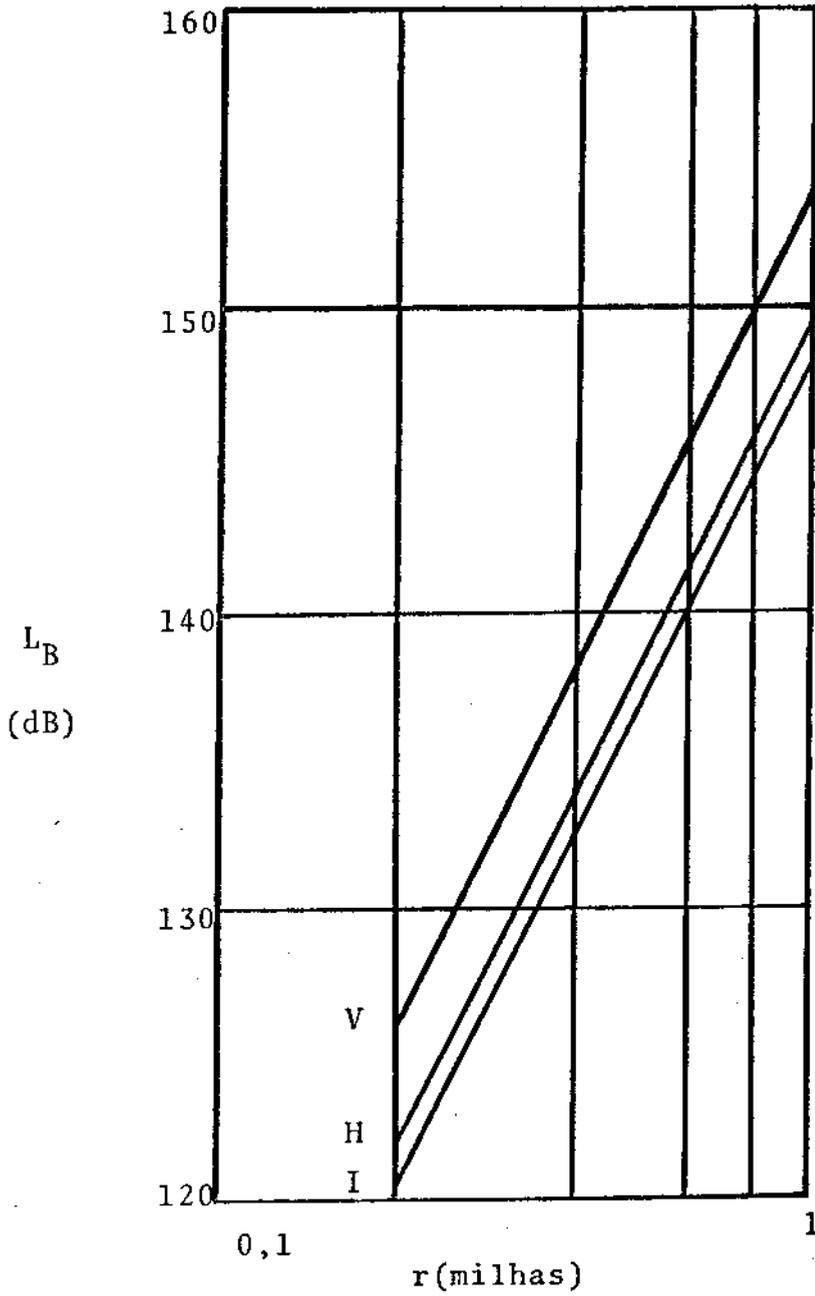


Fig.7.3 - Predição para a perda básica na transmissão para uma floresta equatorial "densa", $\epsilon_2 = 1,3$, $\sigma_2 = 1$ m s/m, $\epsilon_3 = 50$, $\sigma_3 = 100$ m s/m, $\alpha_m = 25,9^\circ$, nas polarizações vertical (V), horizontal (H) e inclinada (I) em 6 MHz.

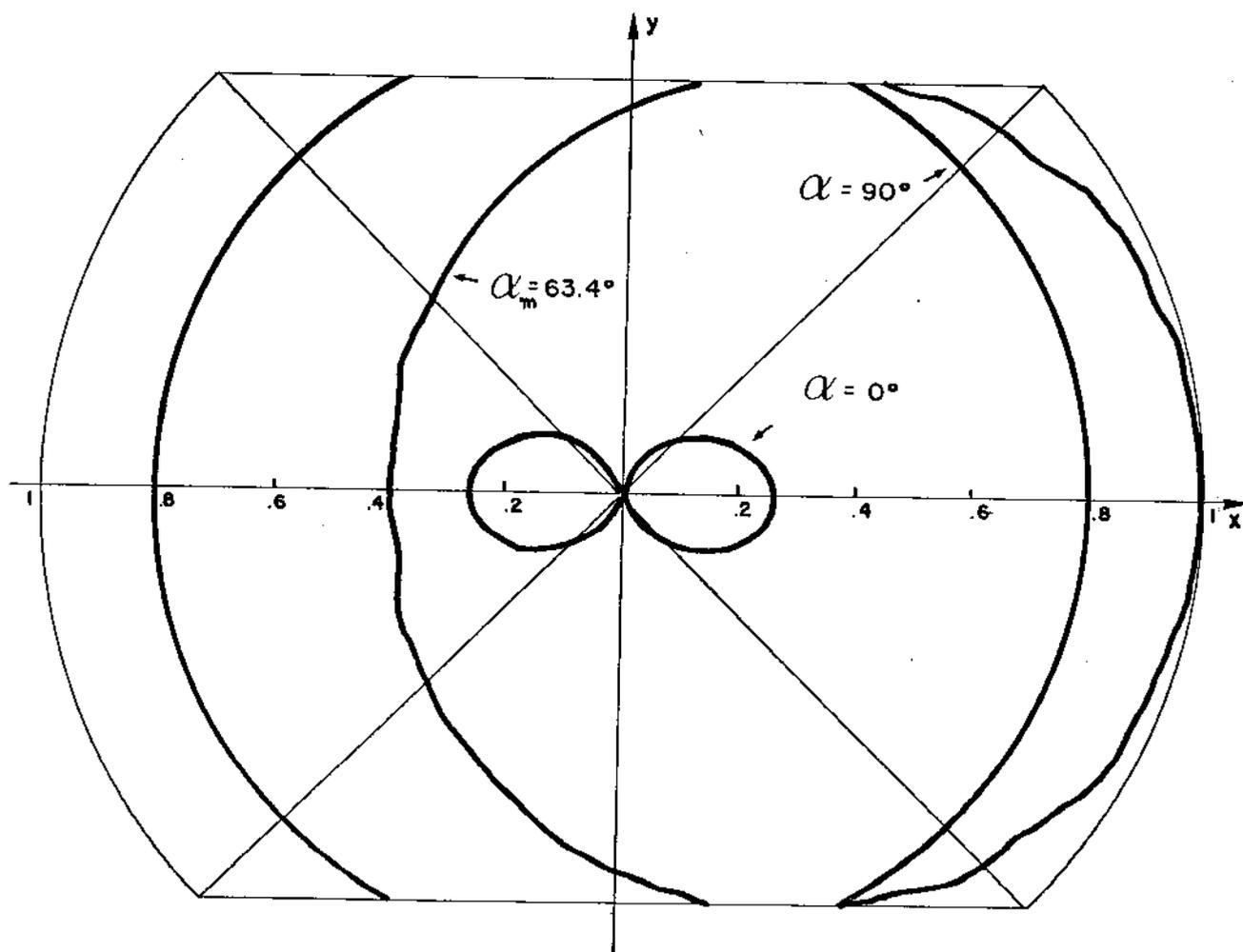


Fig.7.4 - Diagrama de radiação de potência para um dipolo em uma floresta tropical "média", onde os parâmetros são os mesmos descritos na Fig.7.1, nas polarizações vertical ($\alpha = 90^\circ$), horizontal ($\alpha = 0^\circ$) e inclinada (α_m) em 6 MHz.

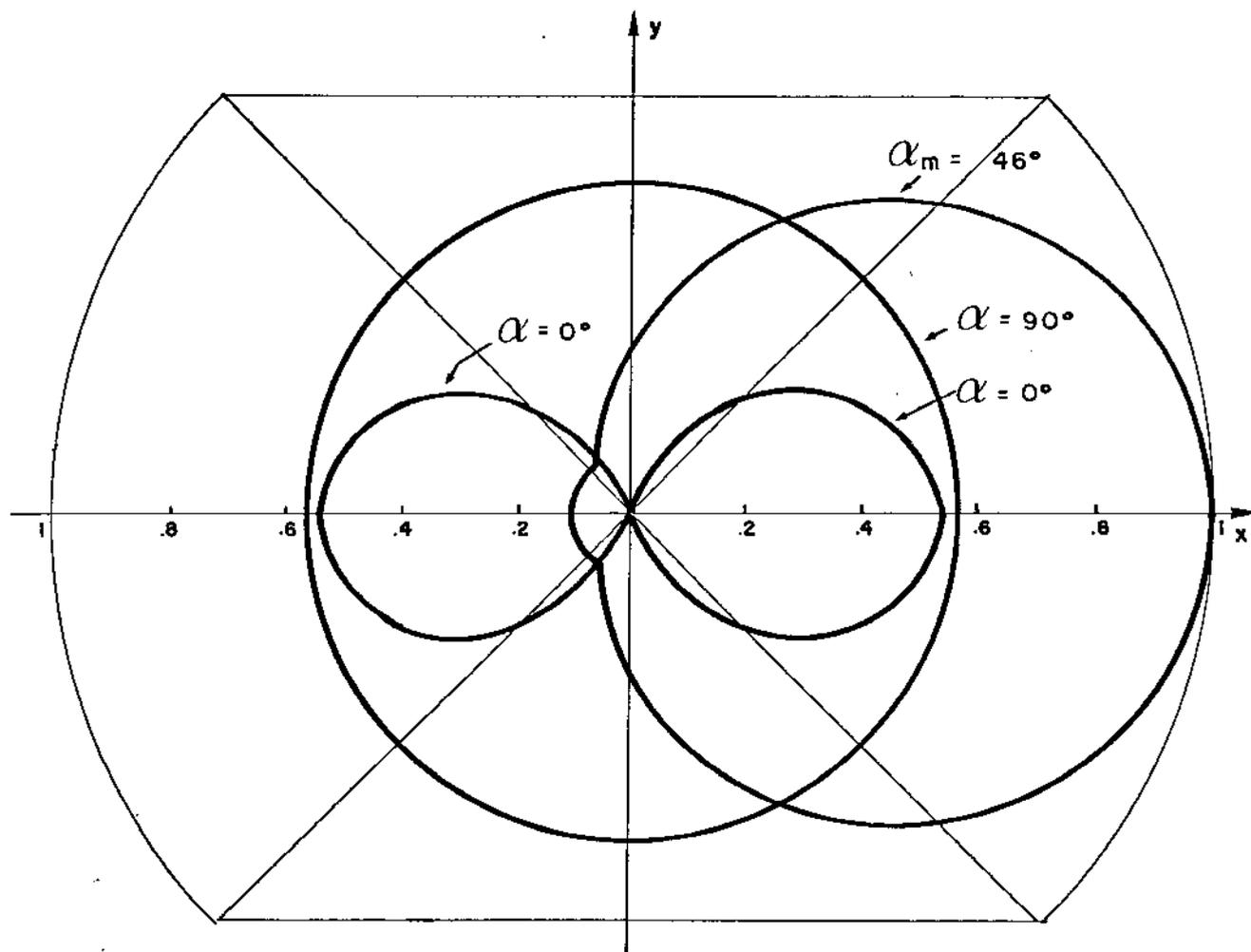


Fig.7.5 - Diagrama de radiação de potência para um dipolo em uma floresta tropical "densa", com parâmetros descritos na Fig.7.2, nas polarizações vertical ($\alpha = 90^\circ$), horizontal ($\alpha = 0^\circ$) e inclinada (α_m) em 6 MHz.

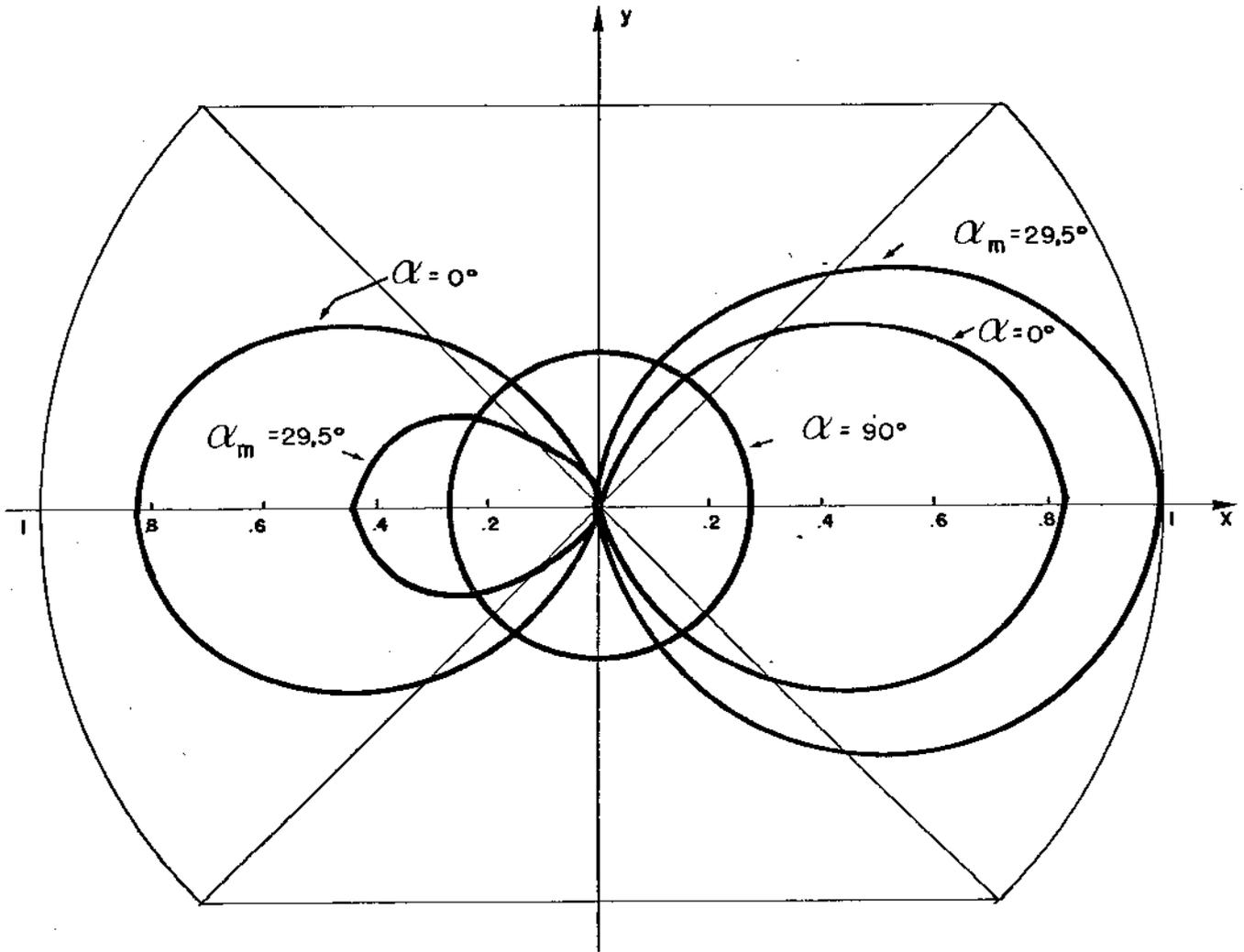


Fig.7.6 - Diagrama de radiação de potência para um dipolo em uma floresta equatorial "densa", com parâmetros descritos na Fig.7.3, nas polarizações vertical ($\alpha = 90^\circ$), horizontal ($\alpha = 0^\circ$) e inclinada (α_m) em 6 MHz.

Uma análise quantitativa das Figs. 7.7(a,b) e 7.8(a,b) associadas com os dados experimentais usados por Dence e Tamir [15], vistos nas Figs. 7.9(a,b), mostram que as variações na relação S/H envolvem completamente estes dados. Várias curvas da variação da rádio-perda em função da frequência, na faixa de 2 a 250 MHz, para diferentes relações S/H foram examinadas e, somente o caso mais concordante, S/H=9, é apresentado na Fig. 7.9 (a,b). Nesta figura, além das curvas para as polarizações vertical (linhas cheias) e horizontal (linhas tracejadas) são mostrados os resultados experimentais, conforme denominados na figura. Estes resultados foram apresentados na referência [15] e representam valores médios resultantes de inúmeras medições.

O comportamento oscilatório das curvas para a polarização horizontal na Fig. 7.9(a,b) é causado pela baixa impedância equivalente apresentada pelos meios abaixo da fonte, principalmente pela condutividade do solo, considerada alta. Este efeito é análogo ao que ocorre em uma linha de transmissão curto-circuitada. Para a polarização horizontal, a ação do curto-circuito é mínima (campo elétrico máximo) quando a antena está localizada a $\frac{\lambda}{4}$ da interface, e máxima (campo elétrico mínimo) quando a antena está a $\frac{\lambda}{2}$. Para a polarização vertical, a componente do campo elétrico é normal à interface e, portanto, o efeito é menos pronunciado.

Pode ser observado na Fig. 7.9 (a,b) que a concordância com os dados experimentais estende-se a frequências tão altas como 250 MHz. Entretanto, deve-se ter cuidado na utilização deste modelo em tais frequências, tendo em vista a não uniformidade da vegetação no percurso de transmissão.

As Figs. 7.10 a 7.12 são gráficos adicionais da rádio-perda, em função da distância, entre o transmissor e o receptor, dados em milhas com dados estimativos para uma floresta estudada por Sachs e Wyatt [11]. Nos gráficos, os dados experimentais estão associados às letras A e B. Estas letras simbolizam medições feitas em dois experimentos (A e B) no interior da floresta.

As curvas foram calculadas para uma dada frequência, f , em MHz, e diferentes alturas de tronco, H , em metros, conforme especificadas em cada figura e para os seguintes parâ-

metros de entrada comuns:

Altura média da floresta: 12,2 m (experimental)
Região das copas: $\epsilon_2=1,12$ e $\sigma_2=0,12$ m s/m
Região dos troncos: $\epsilon_3=1,02$ e $\sigma_3=0,02$ m s/m
Parâmetros do solo: $\epsilon_4=15$ e $\sigma_3= 10$ m s/m

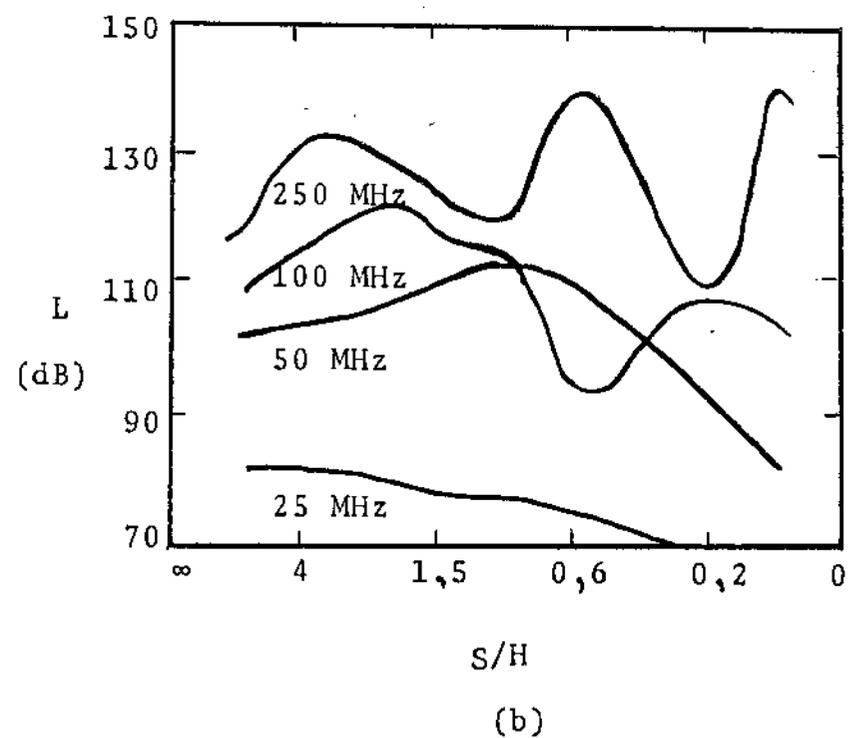
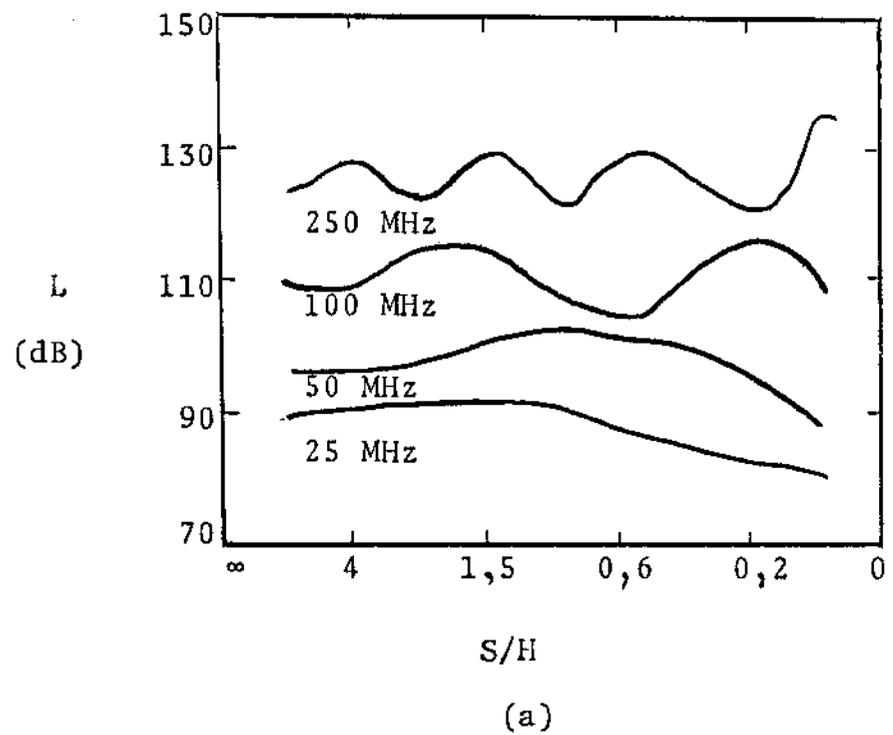
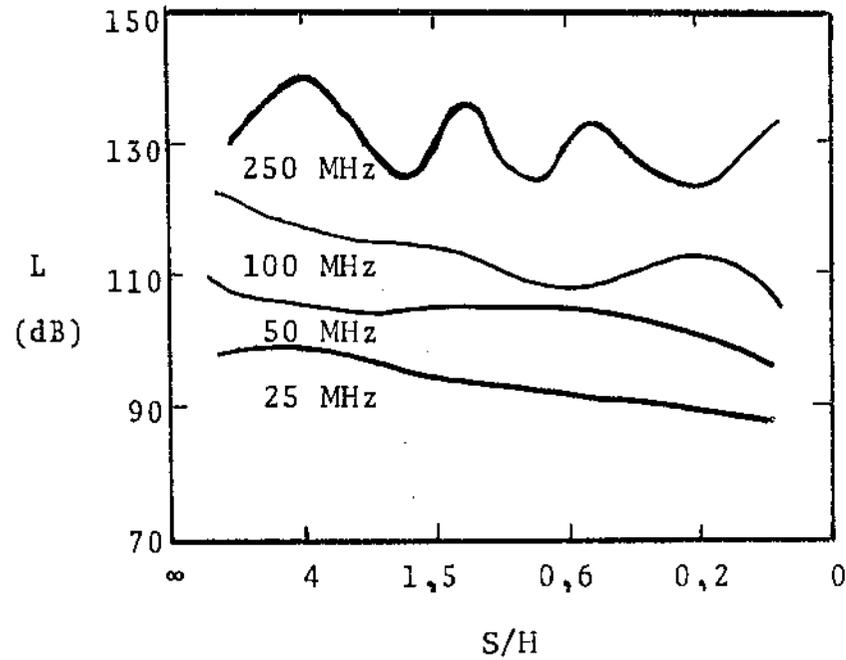
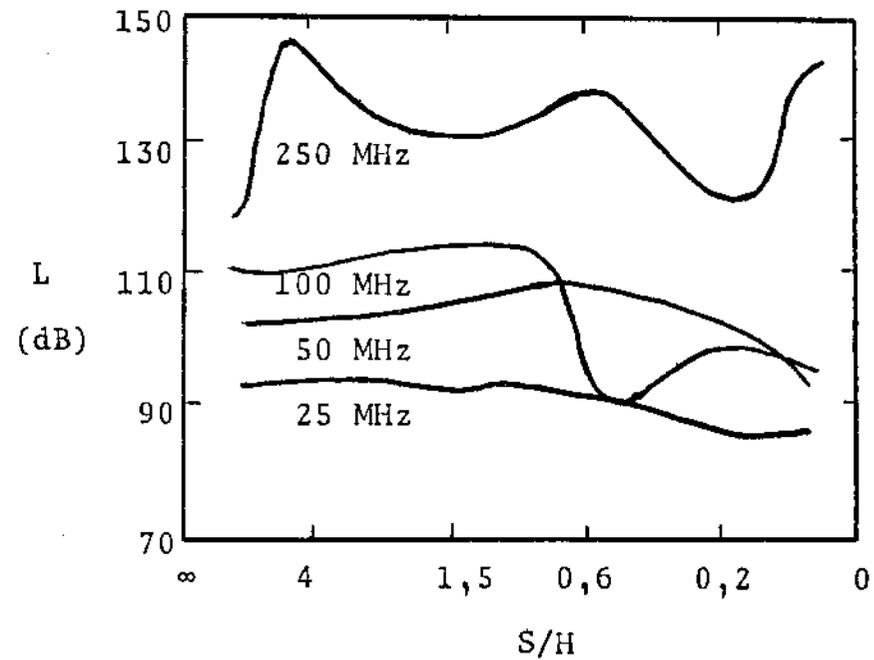


Fig. 7.7 - Rádio-perda em função da relação S/H para as frequências indicadas, considerando-se os seguintes parâmetros para os meios: meio 2 ($\epsilon_2 = 1,12$; $\sigma_2 = 0,12$ m s/m), meio 3 ($\epsilon_3 = 1,03$; $\sigma_3 = 0,03$ m s/m) e meio 4 ($\epsilon_4 = 20$; $\sigma_4 = 10$ m s/m), com antenas localizadas em $z = z' = 10$ m nas polarizações (a) vertical e (b) horizontal.

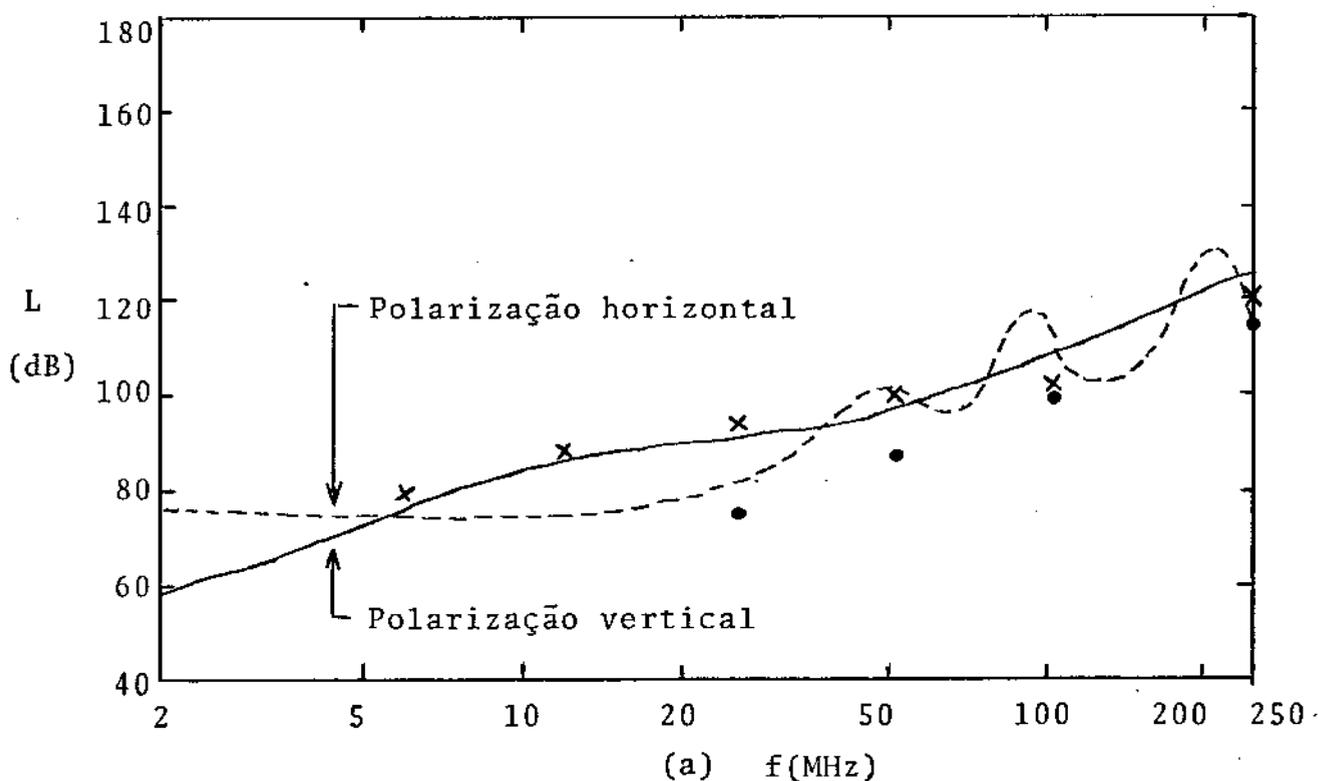
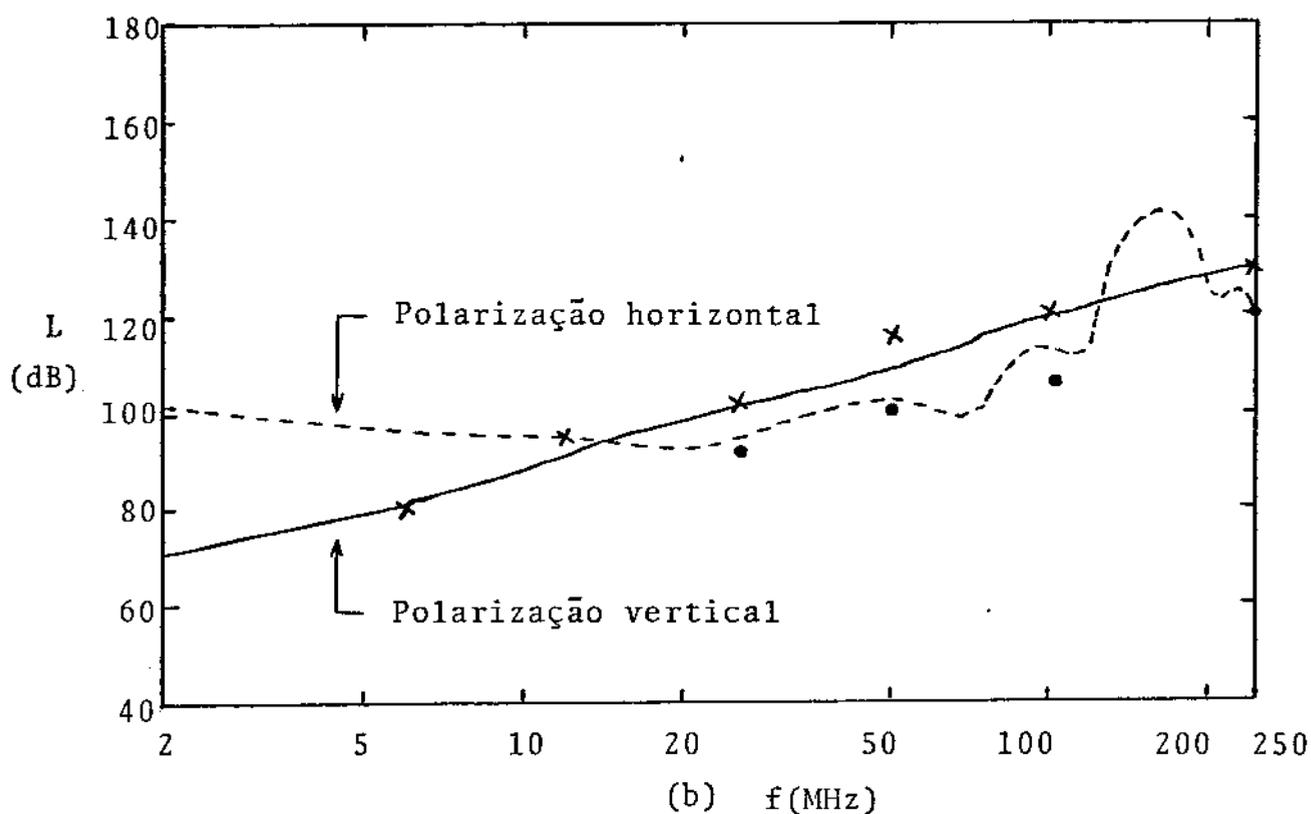


(a)



(b)

Fig. 7.8 - Rádio-perda em função da relação S/H para as frequências indicadas e os meios considerados na Fig.7.7, com antenas localizadas em $z = z' = 3$ m, nas polarizações (a) vertical e (b) horizontal.



Dados experimentais: $\left\{ \begin{array}{l} \times \text{ polariza\c{c}\~{a}o vertical} \\ \bullet \text{ polariza\c{c}\~{a}o horizontal} \end{array} \right.$

Fig.7.9 - R\u00e1dio-perda, L , em fun\u00e7\u00e3o da frequ\u00eancia entre dipolos separados por uma dist\u00e2ncia de 1 km, para os meios considerados na Fig.7.7, com $S = 9 \text{ m}$ e $H = 1 \text{ m}$. (a) $z = z' = 10 \text{ m}$; (b) $z = z' = 3 \text{ m}$.

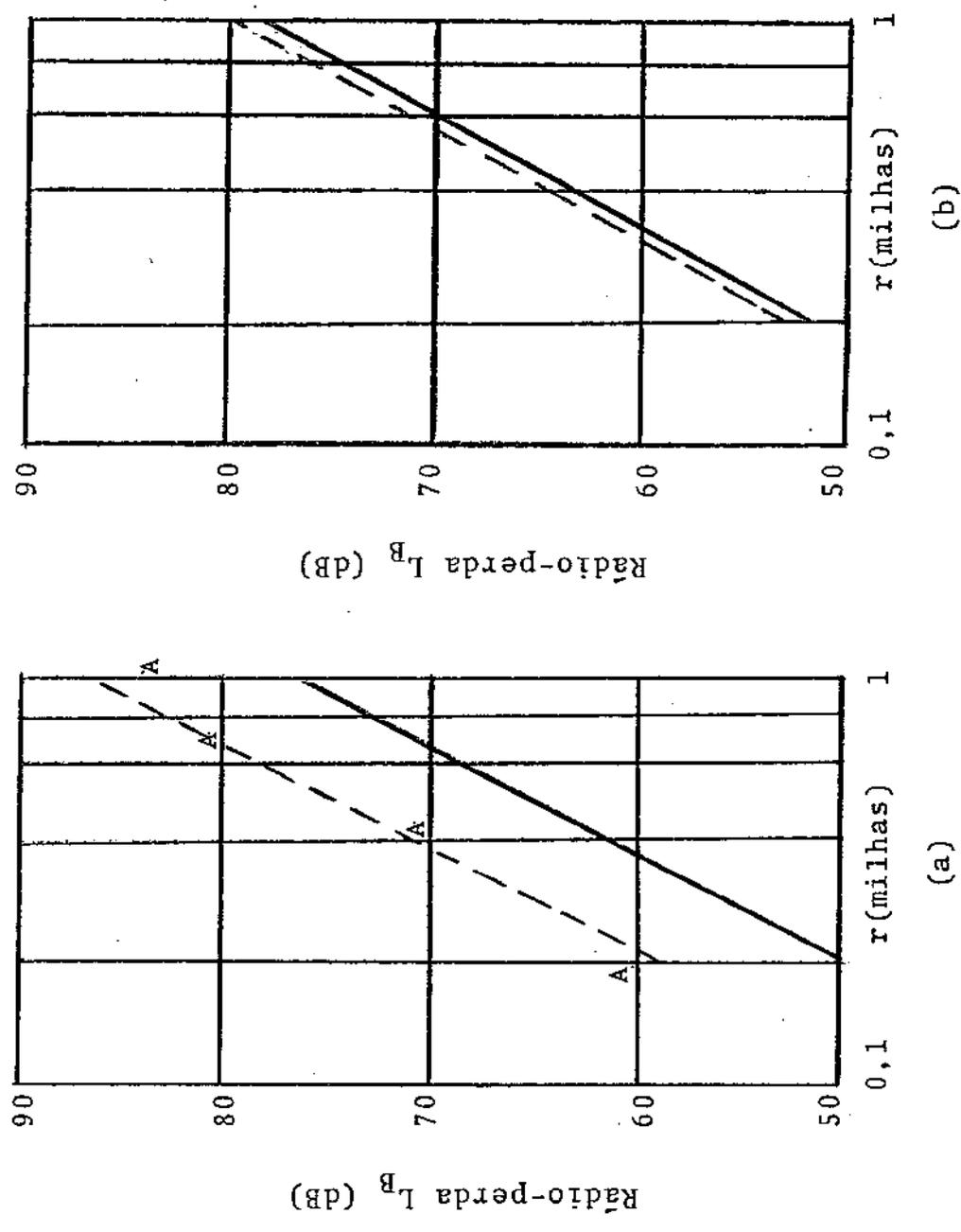


Fig.7.10 - Rádio-perda em função da distância, na frequência de 6 MHz e nas polarizações (a) vertical e (b) horizontal.

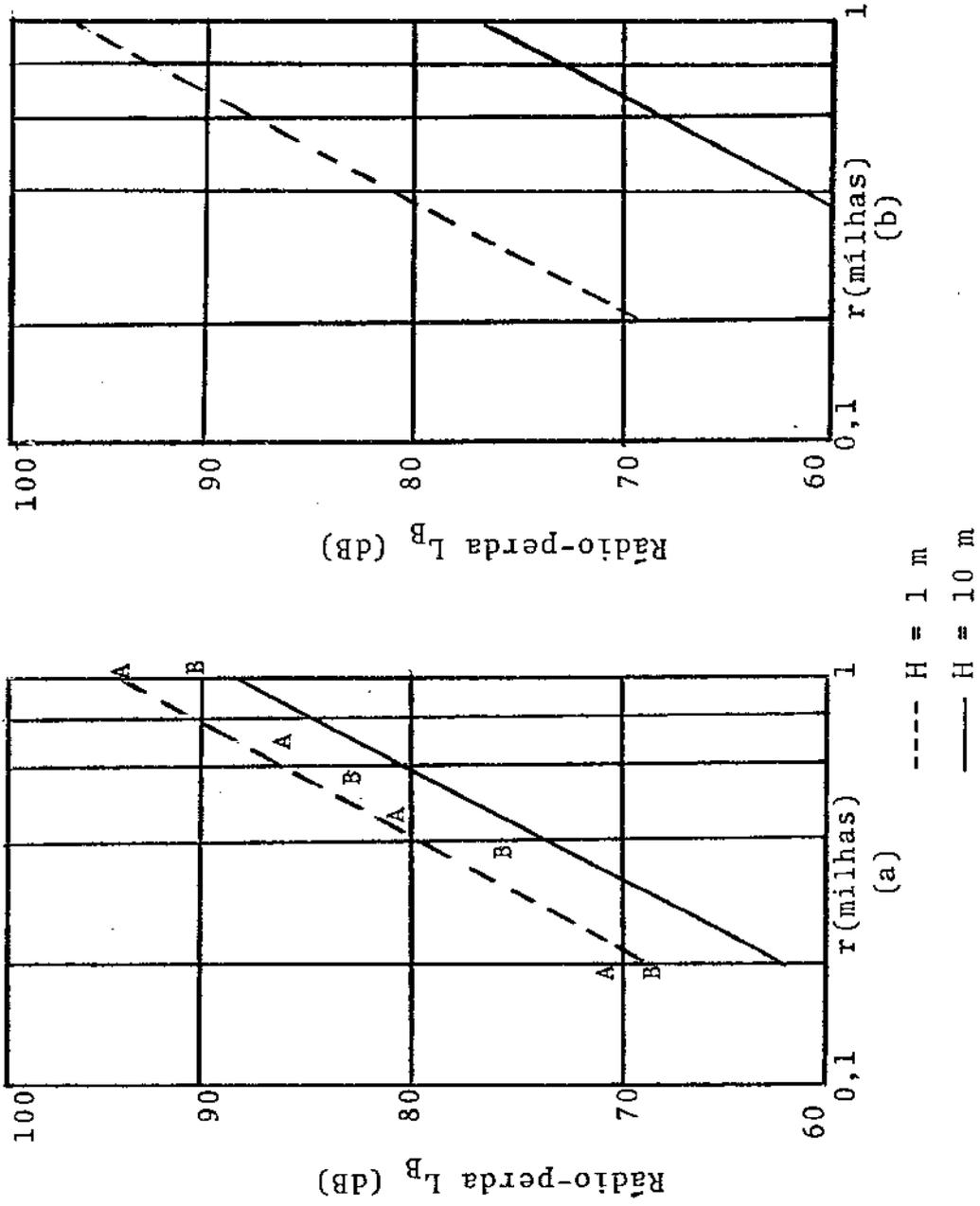


Fig.7.11 - Rádio-perda em função da distância, na frequência de 25,5 MHz e nas polarizações (a) vertical e (b) horizontal.

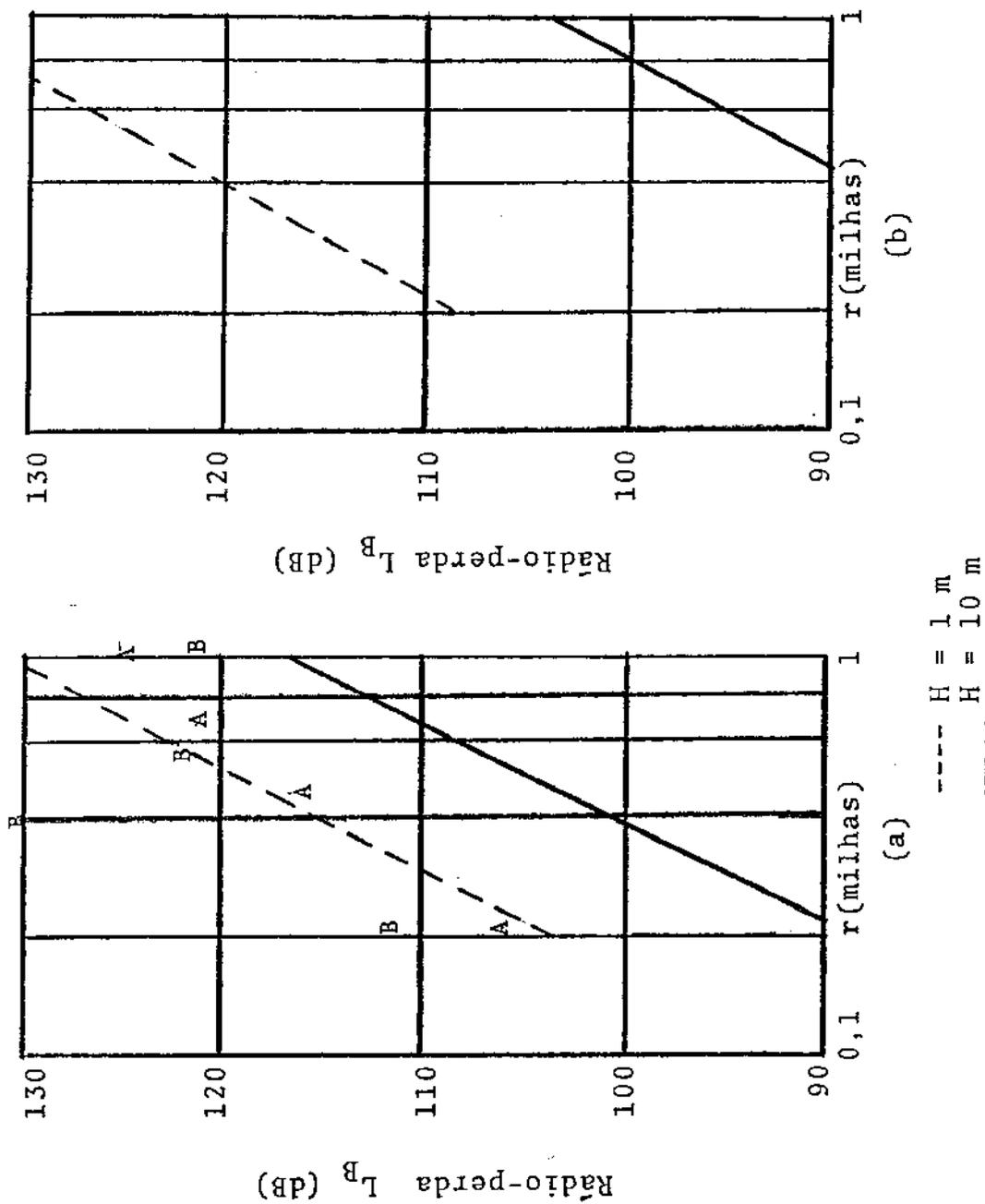


Fig. 7.12 - Rádio-perda em função da distância, na frequência de 100 MHz e nas polarizações (a) vertical e (b) horizontal.

CAPÍTULO 8

Conclusões

A propagação de ondas eletromagnéticas em meios semi-infinitos ou dispostos em camadas tem sido estudada através da teoria do potencial de Hertz. Neste trabalho, foi utilizado um método de solução envolvendo as funções de Green diádicas. Neste método, foram utilizadas as funções vetoriais de onda \bar{L} , \bar{M} e \bar{N} constituintes da expansão em autofunções das funções de Green diádicas. Os campos eletromagnéticos foram encontrados na sua forma integral, com as condições de contorno apropriadas. Este método é útil por várias razões, tais como: a teoria espectral garante a exatidão da expansão em autofunções ; a função de Green diádica, em região fora da fonte, permite maior flexibilidade com relação às coordenadas espaciais, assegurando maior convergência exponencial; possibilidade de considerarem-se fontes com distribuição arbitrária de corrente e a utilização em meios isotrópicos e/ou anisotrópicos. Testes de convergência aplicados a modelos de duas e três camadas, feitas na referência [10], mostram a concordância com resultados obtidos através da teoria do potencial de Hertz. É razoável, pois, admitir que as expressões para as funções de Green diádicas para meios de N-camadas são consistentes, e, logicamente, os campos elétricos para o modelo proposto de quatro camadas, são representativos.

Dentro dos objetivos do trabalho, alguns resultados interessantes foram observados. Em particular, foi mostrado

que a propagação das ondas eletromagnéticas nas estruturas consideradas, pode ser representada em termos da onda lateral, a qual é predominante em relação a outras contribuições, para distâncias < 100 km e frequências > 2 MHz [14]

A característica da onda lateral serviu como base qualitativa e quantitativa para explicar a natureza da rádio-comunicação entre dois pontos distantes, e, também, foi conveniente para apresentar um critério de otimização desta rádio-comunicação. Conseqüentemente, foi observado que esta otimização estava associada à orientação da antena, com o seu lóbulo principal apontando em uma direção próxima do ângulo crítico de excitação da onda lateral (no caso de meios de baixas perdas). Este resultado foi mostrado para um dipolo elétrico e, por extensão, foi indicado que o resultado também é válido para outros tipos de antenas direcionais. Foi também mostrado que, devido ao modo de propagação da onda lateral, o ângulo α_m depende principalmente das propriedades elétricas próximas da antena. Apesar dos resultados terem sido obtidos para meios de três camadas, é possível sua extensão para outras estruturas em camadas, desde que sejam válidas as análises feita via onda lateral.

No caso do modelo proposto, de quatro camadas horizontais, a floresta foi dividida em duas camadas representativas das regiões das copas e dos troncos. Neste modelo foram obtidos resultados teóricos para a rádio-perda em função da relação (altura da copa)-(altura do tronco) das árvores, S/H , para várias frequências e diferentes alturas de antenas, nas polarizações vertical e horizontal. Foram obtidos também, resultados para a rádio-perda em função da frequência, na faixa de 2-250 MHz, considerando-se a relação $S/H = 9$.

Os resultados teóricos foram comparados quantitativamente com os dados experimentais disponíveis e uma boa concordância foi obtida. Esta concordância é considerável, em vista do fato do modelo escolhido ser mais apropriado que o modelo geralmente utilizado (três camadas) para caracterizar a floresta, pois leva em conta parte das não-homogeneidades verticais da floresta.

Neste modelo, foi possível examinar a influência da relação entre as regiões das copas e dos troncos das árvores, através do fator S/H , na perda de transmissão. Isto sugere que, através de uma análise melhor dos perfís de florestas de maneira a estabelecer um fator S/H médio mais adequado, e, medidas das constantes elétricas das regiões das copas e dos troncos das ár-

vores, a teoria apresentada certamente levará a resultados mais próximos das situações práticas encontradas.

Como uma extensão deste trabalho, poderiam ser feitos alguns estudos, tais como: (a) analisar o modelo de quatro camadas considerando a fonte localizada no meio 1 (espaço livre) , sendo este trabalho de grande interesse no estudo do retro-espalhamento em áreas com vegetação; (b) analisar a propagação das ondas eletromagnéticas considerando-se percursos mistos na floresta; (c) considerar um modelo que leve em conta as não-homogeneidades horizontais e verticais; (d) analisar as vantagens ou desvantagens de se alterarem as alturas das antenas, de maneira a se obter uma modificação na rádio-perda, para o modelo de quatro camadas, considerando os outros fatores pré-fixados; (e) como pode ser observado neste trabalho, o método das funções de Green diádicas permite achar os campos eletromagnéticos para meios isotrópicos, de uma maneira mais vantajosa e, tal fato, segere a necessidade de se concentrarem esforços no sentido de se ampliarem as aplicações deste método, em especial no uso de meios anisotrópicos, que são ainda pouco explorados.

APÊNDICE A

DÍADA

Denomina-se díada a entidade matemática formada por dois vetores quaisquer, tais como \bar{A} e \bar{B} , tomados na seguinte ordem $\bar{A}\bar{B}$. Desta maneira, a díada \bar{D} pode ser dada por

$$\bar{D} = \bar{A}\bar{B} \quad (9.1)$$

onde \bar{A} é o seu elemento anterior e \bar{B} o seu elemento posterior. A díada \bar{D} obedece algumas definições de interesse, enumeradas abaixo:

a) Somatório de díadas

O somatório de díadas, cujos elementos anteriores e/ou posteriores são iguais, podem ser reduzidos a uma díada na forma de propriedade associativa.

Considerando-se as díadas $\bar{A}_1\bar{B}$, $\bar{A}_2\bar{B}$, ..., $\bar{A}_n\bar{B}$, com o vetor resultante $\bar{A} = \bar{A}_1 + \bar{A}_2 + \dots + \bar{A}_n$, a díada soma será

$$\begin{aligned} \bar{D} &= \bar{A}_1\bar{B} + \bar{A}_2\bar{B} + \bar{A}_3\bar{B} + \dots + \bar{A}_n\bar{B} = \\ &= (\bar{A}_1 + \bar{A}_2 + \bar{A}_3 + \dots + \bar{A}_n)\bar{B} = \\ &= \bar{A}\bar{B} \end{aligned} \quad (9.1)$$

b) Produto escalar e vetorial de uma díada por um vetor

O produto escalar anterior é dado por

$$\bar{C}.\bar{D} = (\bar{C}.\bar{A})\bar{B} = \bar{B}(\bar{C}.\bar{A}) = \bar{B}(\bar{A}.\bar{C}) \quad (9.2)$$

O produto escalar posterior é dado por

$$\bar{D}.\bar{C} = \bar{A}(\bar{B}.\bar{C}) = (\bar{B}.\bar{C})\bar{A} = (\bar{C}.\bar{B})\bar{A} \quad (9.3)$$

O produto vetorial é dado por

$$\bar{C} \times \bar{D} = (\bar{C} \times \bar{A}) \bar{B} \quad (9.4)$$

$$\bar{D} \times \bar{C} = \bar{A}(\bar{B} \times \bar{C}) \quad (9.5)$$

c) Díada transposta

$$\bar{\bar{D}} = \bar{B}\bar{A} \quad , \quad \bar{D} = \bar{A}\bar{B} \quad (9.6)$$

$$\bar{D} \cdot \bar{C} = \bar{C} \cdot \bar{\bar{D}} \quad (9.7)$$

d) Díada unitária

É a díada que, aplicada como prefator ou posfator sobre um vetor, produz o mesmo vetor.

Seja \bar{I} a díada unitária e \bar{A} um vetor qualquer, então

$$\bar{I} \cdot \bar{A} = \bar{A} \cdot \bar{I} = \bar{A} \quad (9.8)$$

e) Simetria

No caso particular das funções de Green diádicas que são consideradas neste trabalho, com notação $\bar{G}(\bar{R}/\bar{R}')$, onde os vetores posições \bar{R} e \bar{R}' estão associados à posição do ponto de observação e da fonte, respectivamente, convém adicionar a propriedade de simetria,

$$\bar{G}(\bar{R}/\bar{R}') = \bar{\bar{G}}(\bar{R}'/\bar{R}) \quad (9.9)$$

$$\bar{\nabla}' \times \bar{G}(\bar{R}'/\bar{R}) = \nabla \times \bar{G}(\bar{R}/\bar{R}) \quad (9.10)$$

onde ∇' está associado às coordenadas espaciais primadas ou, como convencionalizado no trabalho, às coordenadas da fonte.

APÊNDICE B

MÉTODO DO PONTO DE SELA

Como observado na Seção 6.2, os campos eletromagnéticos em meios de camadas múltiplas são normalmente expressos em suas representações integrais, as quais não podem ser calculadas em uma forma fechada. Em muitas aplicações, contudo, os integrandos contêm funções e parâmetros apresentando certas condições sob as quais as integrais podem ser aproximadas. Uma aproximação bastante útil é obtida através do método do ponto de sela ou de fase estacionária, descrito a seguir.

Este método permite calcular integrais do tipo

$$I = \int_C F(\eta) e^{\rho f(\eta)} d\eta \quad (9.11)$$

onde F e f são funções analíticas da variável complexa η ao longo do percurso de integração C o qual pode ser um contorno aberto ou fechado, e ρ é um parâmetro considerado grande, real e positivo.

O contorno C pode ser continuamente deformado em qualquer outro contorno, dito C' , sem alteração do valor da integral supondo-se que nenhuma singularidade estenda-se entre as duas curvas. Isto segue ao teorema de Cauchy, ou sua extensão, se C for fechado.

Considere-se

$$f(\eta) = f_1(\eta) + jf_2(\eta) \quad (9.12)$$

então,

$$e^{\rho f(\eta)} = \underbrace{e^{\rho f_1(\eta)}}_{\text{amplitude}} \cdot \underbrace{e^{j\rho f_2(\eta)}}_{\text{fase}} \quad (9.13)$$

O objetivo, então, será escolher uma curva C' passando através de um ponto de máximo de f_1 , η_0 , tal que, f_1 diminua rapidamente saindo deste ponto, ou seja, esteja em um percurso de máxima declividade. Assim sendo, a contribuição principal para a integral estará na vizinhança deste ponto em C' , visto que a contribuição de outro percurso será exponencialmente pequena em comparação.

Este ponto, denominado ponto de sela, é dado portanto, por

$$\frac{df}{d\eta} = 0 \quad \text{em } \eta = \eta_0 \tag{9.14}$$

É conveniente transformar a função $f(\eta)$ em uma outra função, um polinômio, que descreva mais simplesmente o arranjo em torno do ponto de sela. Esta transformação será dada, para o caso de ponto de sela de primeira ordem, por

$$f(\eta) = f(\eta_0) - s^2 \tag{9.15}$$

onde s é real, variando de $-\infty$ a $+\infty$, e no ponto de sela s é igual a zero. Desta maneira, (9.12) pode ser dada por

$$f(\eta) = f_1(\eta_0) - s^2 + jf_2(\eta_0) \tag{9.16}$$

Como se observa, com esta transformação a parte imaginária de $f(\eta)$ permanece constante e a parte real tem um máximo em $s = 0$ e diminui quando $s \neq 0$.

Levando-se (9.15) em (9.11) obtêm-se

$$I(s) = e^{\rho f(\eta_0)} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\rho s^2} \phi(s) ds \tag{9.17}$$

onde,

$$\phi(s) = F(\eta) \frac{d\eta}{ds} \tag{9.18}$$

Como ρ é considerado grande, somente pequenos valores de s contribuem para a integral. É portanto, conveniente expandir a função $\phi(s)$ em uma série de potências de s :

$$\phi(s) = \phi(0) + \phi'(0) s + \frac{1}{2} \phi''(0) s^2 + \dots \quad (9.19)$$

Substituindo-se esta série na integral (9.17), e usando os valores das integrais definidas

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\rho s^2} ds = \sqrt{\frac{\pi}{\rho}}, \quad \int_{-\infty}^{\infty} s^2 e^{-\rho s^2} ds = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{\rho^3}} \quad (9.20)$$

obtêm-se

$$I = \sqrt{\frac{\pi}{\rho}} e^{\rho f(\eta_0)} \left[\phi(0) + \frac{1}{\rho} \phi''(0) + \dots \right] \quad (9.21)$$

Portanto, o método do ponto de sela permite representar uma integral na forma de uma série de potências inversas de ρ . Se a função $\phi(s)$ for de variação lenta em relação ao termo exponencial $\exp(-\rho s^2)$, ou seja, suas derivadas forem suficientemente pequenas, a equação (9.21) poderá ficar limitada ao primeiro ou primeiros termos.

A equação (9.18) para $\phi(s)$ deve ser colocada em uma forma de série de potência em s , visto que seria muito difícil encontrar uma expressão explícita na forma fechada.

Diferenciando-se a equação (9.15) obtêm-se

$$\frac{d\eta}{ds} = \frac{2s}{f'(\eta)} \quad (9.22)$$

onde, substituindo-se em (9.18), encontra-se

$$\phi(s) = -2s \frac{F(\eta)}{f'(\eta)} \quad (9.23)$$

Representa-se, agora, as funções $f(\eta)$ e $F(\eta)$ como séries de potências de $x \equiv \eta - \eta_0$,

$$f(\eta) = f(\eta_0) - Ax^2 + Bx^3 + Cx^4 + \dots \quad (9.24)$$

onde,

$$A \equiv -\frac{1}{2} f''(\eta_0), \quad B \equiv \frac{1}{6} f'''(\eta_0), \quad C \equiv \frac{1}{24} f^{IV}(\eta_0)$$

e

$$F(\eta) = F(\eta_0) \left[1 + Px + Qx^2 + \dots \right], \quad (9.25)$$

onde,

$$P \equiv \frac{F'(\eta_0)}{F(\eta_0)}, \quad Q \equiv \frac{1}{2} \frac{F''(\eta_0)}{F(\eta_0)}$$

Substituindo-se $f(\eta)$ em (9.24) na equação (9.15), obtêm-se

$$- Ax^2 + Bx^3 + Cx^4 + \dots = -s^2 \quad (9.26)$$

Invertendo-se esta série, pode-se representar x como uma série de potência em "s" dada por

$$x = \frac{s}{\sqrt{A}} (1 + a_1 s + a_2 s^2 + \dots) \quad (9.27)$$

Substituindo-se esta expressão na equação (9.26), e igualando-se os coeficientes de potências iguais, obtêm-se

$$a_1 = \frac{B}{2A^{3/2}}, \quad a_2 = \frac{C}{2A^2} + \frac{5B^2}{8A^3} \quad (9.28)$$

Usando-se (9.24) e (9.25) em (9.23), tem-se

$$(s) = -2s F(\eta_0) \frac{1 + Px + Qx^2}{-2Ax + 3Bx^2 + 4Cx^3} \quad (9.29)$$

Substituindo-se x , dado por (9.27), na equação acima, encontra-se

$$\begin{aligned} \phi(s) = \frac{F(\eta_0)}{\sqrt{A}} \left[1 + \left(\frac{P}{A^{1/2}} + \frac{B}{A^{3/2}} \right) s + \right. \\ \left. + \left(\frac{Q}{A} + \frac{15}{8} \frac{B^2}{A^3} + \frac{3}{2} \frac{C}{A^2} + \frac{3}{2} \frac{BP}{A^2} \right) s^2 + \dots \right] \end{aligned} \quad (9.30)$$

Usando-se os valores de A , B , C , P e Q dados por (9.24) e (9.25), obtêm-se

$$\phi(0) = \sqrt{\frac{-2}{f''(\eta_0)}} F(\eta_0) \quad (9.31)$$

e

$$\frac{1}{2} \phi''(0) = \phi(0) \left[\frac{f'''}{(f'')^2 F} + \frac{1}{4} \frac{f^{IV}}{(f'')^2} - \frac{5}{12} \frac{(f''')^2}{(f'')^3} - \frac{F''}{F f''} \right] \quad (9.32)$$

APÊNDICE C

RESISTÊNCIA DE RADIAÇÃO PARA DIPOLOS VERTICAL E HORIZONTAL
NA PRESENÇA DE UMA TERRA PLANA COM CONDUTIVIDADE FINITA .

No projeto e no cálculo de sistemas de rádio-comunicação é necessário o conhecimento das perdas de potência devidas à proximidade da terra nas antenas. Uma apreciável quantidade da potência de entrada de uma antena transmissora, será absorvida pela proximidade da terra. Da mesma maneira, a antena receptora sofrerá uma redução na potência disponível.

A perda de uma antena, pela proximidade da terra depende de vários fatores, tais como: a frequência de operação; as propriedades eletromagnéticas da terra, características do terreno e outras estruturas ambientais; altura da antena em relação à superfície da terra; e o tipo de antena usado. Neste apêndice a discussão será restrita a antenas localizadas a uma altura z acima de uma terra, com condutividade, σ (ms/m), isotrópica e homogênea, com constante dielétrica relativa, ϵ_r , a permeabilidade magnética será considerada a mesma do espaço livre, μ_0 .

Apenas dois tipos de antenas serão considerados: dipolos elétricos vertical e horizontal, outros tipos podem ser encontrados na referência [28]. A corrente será considerada da forma $I_0 e^{j\omega t}$, com I_0 constante na antena. Os dipolos elementares terão comprimentos $d\ell$. Para antenas curtas práticas tendo distribuição linear de corrente, $d\ell$ poderia ser substituído por um comprimento efetivo $\ell_e = d\ell/2$.

As expressões para a resistência de entrada da antena podem ser obtidas a partir das expressões dos campos nas antenas através da relação

$$R(z) = E_{z,\phi} \frac{2\ell_e}{I_0} \quad (9.33)$$

onde $E_{z,\phi}$ é a componente z ou ϕ do campo elétrico na antena, em volt por metro.

A perda por proximidade da terra pode ser definida como a relação entre a resistência de entrada da antena, $R(z)$, e a resistência de radiação do espaço livre, $R_0 = 80\pi^2 \left(\frac{2le}{\lambda}\right)^2$,

$$L_{t,r} = 10 \log \left[R(z)/R_0 \right] \quad (9.34)$$

onde os subscritos "t" ou "r" estão associados às antenas transmissora ou receptora, respectivamente.

As fórmulas para calcular a relação $R(z)/R_0$, em (9.34), são dadas por:

a) Dipolo elétrico vertical

$$R(z)/R_0 = 1 + R_e \left\{ j \frac{3}{2\alpha^3} \left[I_1(N^2) + I_2(N^2) \right] \right\} \quad (9.35)$$

b) Dipolo elétrico horizontal

$$R(z)/R_0 = 1 + R_e \left\{ i \frac{3}{4\alpha^3} \left[I_1(1) + I_2(N^2) \right] \right\} \quad (9.36)$$

onde, $R_e\{.\}$ significa "parte real de",

$$I_1(\delta) = \alpha^2 \int_{j\alpha}^{\infty} \frac{\delta x - \sqrt{x^2 - A^2}}{\delta x + \sqrt{x^2 - A^2}} e^{-x} dx, \quad (9.37.a)$$

$$I_2(\delta) = \int_{j\alpha}^{\infty} x^2 \frac{\delta x - \sqrt{x^2 - A^2}}{\delta x + \sqrt{x^2 - A^2}} e^{-x} dx, \quad (9.37.b)$$

e

$$\alpha = 4\pi \frac{z}{\lambda} = \frac{4\pi}{300} z(\text{m}) \cdot f(\text{MHz}),$$

$$A = \alpha \sqrt{N^2 - 1} ; N^2 = \epsilon_r - j \frac{18\sigma (\text{m ms/m})}{f(\text{MHz})} , \quad (9.37.c)$$

com λ sendo o comprimento de onda do espaço livre, z a altura da antena acima da terra medida em metros, e f a frequência em mega-Hertz.

Para que as integrais dadas em (9.37.a e b) sejam calculadas numericamente através de subrotinas disponíveis [29], é conveniente fazer-se a seguinte transformação:

$$I_1(\delta) = -j\alpha^2 \int_0^\alpha \left\{ \frac{\delta y - \sqrt{y^2 + A^2}}{\delta y + \sqrt{y^2 + A^2}} \right\} e^{-jy} dy + \\ + \alpha^2 \int_0^\infty \left\{ \frac{\delta x - \sqrt{x^2 - A^2}}{\delta x + \sqrt{x^2 - A^2}} \right\} e^{-x} dx , \quad (9.38)$$

$$I_2(\delta) = j \int_0^\alpha y^2 \left\{ \frac{\delta y - \sqrt{y^2 + A^2}}{\delta y + \sqrt{y^2 + A^2}} \right\} e^{-jy} dy + \\ + \int_0^\infty x^2 \left\{ \frac{\delta x - \sqrt{x^2 - A^2}}{\delta x + \sqrt{x^2 - A^2}} \right\} e^{-x} dx , \quad (9.39)$$

onde $\text{Re} \left\{ \sqrt{x^2 - A^2} \right\} > 0$. Estas integrais foram calculadas numericamente usando-se subrotinas que executam a integração de uma da função, através de fórmulas de quadratura Gaussiana e Gaussiana-Laguerre, com utilização de 32 pontos.

REFERÊNCIAS

- 1 - A. Sommenfeld, Partial Differential Equations, N.Y.: Academic Press, 1969
- 2 - R.K. Moore, "The theory of radio communication between submerged submarines", Ph.D. Thesis, Cornell University, junho 1951.
- 3 - G.P.S. Cavalcante, e D.A. Rogers, "Análise das teorias sobre a propagação de ondas eletromagnéticas em florestas e suas aplicações", Relatório Técnico 67, contrato TELEBRÁS 139/76, nov. 1979.
- 4 - W.W. Hansen, "A new type of expansion in radiating problems", Phys. Review, 47, pp. 139-193, jan. 1935.
- 5 - J.A. Stratton, Electromagnetic Theory, N.Y.: McGraw-Hill, pp. 392-399, 1941.
- 6 - P.M. Morse e H. Feshback, Methods of Theoretical Physics, Parte I, pp. 52-54, Parte II, pp. 1759-1901, N.Y.: MacGraw-Hill, 1953.
- 7 - C.T. Tai, Dyadic Green's Functions in Electromagnetic Theory, Scranton, Pa.: Educational Pubs. 1971.
- 8 - Y. Rahmat-Samii , "On the question of computation of dyadic Green's functions at the source region in waveguide and cavities", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-23 , pp. 762-765, set. 1975.
- 9 - M. Kisliuk, "The dyadic Green's functions for cylindrical waveguide and cavities", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., MTT-28, pp. 894-898, agosto 1980.
- 10 - G.P.S. Cavalcante, D.A. Rogers e A.J. Giarola, "Analises da propagação de ondas eletromagnéticas em meios com camadas multiplas através das funções de Green diádicas", Relatório Técnico 17, FEC/UNICAMP, abril 1981.

- 11 - D.L. Sachs e P.J. Wyatt, "A conducting-slab model for electromagnetic propagation within a jungle medium", Radio Sci. vol.3, n°2, pp. 125-134, fev. 1968.
- 12 - S. Rosenbaum e L.W. Bowles, "Clutter return from vegetated areas", IEEE Trans. Antennas and Propagation , vol. AP-22, pp. 227-236, março 1974.
- 13 - D.J. Pounds e A.H. LaGrone , "Considering forest vegetation as an imperfect dielectric slab", Electric Engrg. Research Lab., University of Texas, Austin, Rept. 6-53, maio 1963.
- 14 - T. Tamir, "On radio-wave propagation in forest environments", IEEE Trans. Antennas Propagation, vol. AP-15, n°6, pp.806-817, nov. 1967.
- 15 - D. Dence e T. Tamir, "Radio Loss of lateral waves in forest environments", Radio Science, vol. 4, pp. 307-318, abril 1969.
- 16 - C.T. Tai, "On the eigenfunction expansion of dyadic Green's functions", Univ. Michigan, Ann Arbor, Tech. Rept., abril 1973, ver também Math. Note 65, 1980.
- 17 - W.A. Johnson, A.Q. Howard e D.G. Dudley, "On the irrotational component of the electric Green's dyadic", Radio Science, vol. 14, pp. 961-967, 1979.
- 18 - L.M. Brekhovskikh, "Waves in Layered Media", N.Y.: Academic Press, 1960.
- 19 - J.R. Wait, "Electromagnetic Waves in Stratified Media" , N.Y.: Pergamon, 1962.
- 20 - C.H. Stoyer, "Electromagnetic field at dipoles in stratified media", IEEE Trans. Antennas Propagation, AP-25, pp. 547-552, julho 1977.
- 21 - A. Arutaki, e J. Chiba, "Communication in three-layered conducting media with a vertical magnetic dipole", IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. AP-28, pp. 551-556, julho 1980.

- 22 - D. Staiman e T. Tamir, "The nature and optimization of the ground (lateral) wave excited by submerged antennas", Proc. IEE (London), vol. 113, pp. 1299-1310, agosto 1966.
- 23 - Jansky and Bailey Research and Engineering Department, "Tropical Research", final rept., vol. 1, 473 pgs., Atlantic Research Corp., Alexandria, Virginia, 1966.
- 24 - H.W. Parker e W. Makarabhiromya, "Electric constant measured in vegetation and in earth at five sites in Thailand", Stanford Res. Inst., Special Tech. Rept. 43, Menlo Park, California, 1967.
- 25 - J. Taylor, C.C. Han, C.L.Tien e G. Hagn, "Open-wire Transmission lines applied to the measurement of the macroscopic electrical properties of a forest region", Stanford Res. Inst., Special Tech. Rept 42, Menlo Park, California, outubro 1971.
- 26 - M.S. Assis, "Efeito da vegetação na propagação de ondas médias" Telebrasil, vol.6, RJ(Brasil), pp. 13-16, nov. 1979.
- 27 - L.C. Sturgill, "Tropical propagation research", Semiannual Report 9, 150 pgs., Atlantic Research Corp., Alexandria, Virginia, julho 1967.
- 28 - L.E., Vogler e J.L. Noble, "Curves of ground proximity loss for dipole antennas", Tech. Note 175, National Bureau of Standards, Boulder, Colorado, maio 1963.
- 29 - G.P.S. Cavalcante, A.J. Giarola, "Subrotinas Fortran para problemas de propagação de ondas eletromagnéticas em meios em camadas", Relatório Técnico 004 FEC/UNICAMP, janeiro 1982.