

ANTENAS ALIMENTADORAS A

GUIAS DE ONDAS

CILÍNDRICOS , ABERTOS

EVANDRO CONFORTI

Orientadores: Prof.Dr.ATTÍLIO JOSÉ GIAROLA
Prof.Dr,RUI FRAGASSI SOUZA

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia, da Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP - como parte dos requisitos exigidos para obtenção do título de DOUTOR EM CIÊNCIAS.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA DE CAMPINAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

NOVEMBRO 1983

UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL

Aos meus pais,
João e Mercedes

AGRADECIMENTOS

- aos Profs. Dr. Attílio José Giarola e Rui Fragassi Souza, da UNICAMP, pela orientação;
- aos Profs. Sérgio Barroso de Assis Fonseca, da UnB e Antonio Roberto Panicali, do CPqD-TELEBRÁS, pelas críticas e sugestões;
- ao Prof. J.L.Yen, da Universidade de Toronto, pelas idéias sugeridas na parte inicial deste trabalho;
- aos colegas da UNICAMP, pelo incentivo;
- ao CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico), pelo apoio financeiro;
- à M.Júlia, pela datilografia;
- ao Edson e ao Luís, pelos desenhos.

SUMÁRIO

Apresentam-se os diagramas de irradiação e introduz-se o formalismo de cálculo no desempenho em polarização cruzada para a antena a guia de onda cilíndrico, aberto, semi-infinito, com paredes de espessura infinitesimal, utilizando a técnica de Wiener-Hopf. Os resultados computacionais são apresentados de forma a caracterizar completamente os campos distantes dessas antenas, operando no modo TE_{11} e são comparados com resultados experimentais ou teóricos obtidos pelo método dos momentos. Em adição, propõe-se e utiliza-se uma técnica para medida^{se} correntes em superfícies metálicas que não necessita a introdução de sulcos nessa superfície. Obtêm-se, dessa forma, a distribuição das correntes superficiais na parede externa do guia, assim como sua variação em função da espessura dessa parede. A partir da comparação com resultados obtidos por outros autores, que utilizam o método dos momentos, mostra-se o efeito causado pela espessura finita da parede do guia cilíndrico no desempenho dessa antena.

ABSTRACT

The radiation patterns and the theoretical development for the evaluation of the cross polarization behavior, using the Wiener-Hopf Technique, for semi-infinite and open cylindrical waveguide antennas with infinitesimal wall thickness are presented. The computed results are shown in a way as to completely characterize the far field of these antennas, operating in the TE_{11} mode. These results are compared with the available experimental data and theoretical results obtained by the moment's method. In addition, a technique for the measurement of currents in metal surfaces without the introduction of slots in these surfaces is described. This technique was used to measure the surface current distribution, as well as the effect of the wall thickness, on the external wall of the cylindrical waveguide. From the comparison of these measurements with the available theoretical results, obtained using the moment method, the effect of the thickness and the behavior of these antennas is analysed.

PREFÁCIO

Nos últimos anos, considerável esforço tem sido dedicado ao estudo e desenvolvimento de antenas parabólicas para sistemas de comunicações terrestres e via satélite. Essas antenas requerem alimentadores com bom casamento de impedância, diagramas de irradiação com simetria axial e alta pureza em polarização, de forma a aumentar sua eficiência, reduzir o derramamento ("spill-over") e permitir aplicações com reuso de frequência.

Alimentadores metálicos com guias corrugados, operando em modo híbrido, representam a melhor escolha na maioria dos casos*. Todavia, em algumas aplicações, esses alimentadores não são a melhor solução e tipos alternativos têm sido projetados. Particularmente, o alimentador a guia cilíndrico aberto, operando no modo TE_{11} , tem sido usado em aplicações recentes, tais como, para iluminar antenas refletoras com feixes amoldáveis por alimentação múltipla**, no desenvolvimento de novas técnicas de medida de ganho *** ou mesmo em atividades didáticas.

Nas aplicações, acima referidas, procura-se uma antena alimentadora compacta ou com desempenho bem conhecido. O guia cilíndrico aberto, operando no modo TE_{11} , satisfaz essas exigências por ser extramamente compacto e possuir formulação teórica exata****, para sua análise. No entanto, essa formulação teórica, baseada na técnica de Wiener-Hopf, ainda não havia sido utilizada em todo seu potencial e, a primeira contribuição deste trabalho foi estendê-la ao cálculo dos diagramas de fase e polarização cruzada para essa antena. Além disso, os resultados aqui apresentados são dispostos de forma a caracterizar completamente toda a faixa de operação do modo TE_{11} , com precisão de 0,5%. Esta precisão é suficiente para

* Love, A.W., *Electromagnetic Horn Antennas*, IEEE Press, N.York, 1976 (coleção de artigos).

** Adatia, N.; Brain, D., Philippou, G. e Rinous, P., "A Theoretical and Experimental Investigation of a Multiple-Primary Reflector Antenna for Contoured Beam Applications", ICAP 83, IEE Conf. Pub. 219, pp.6-11, 1983.

*** Hoque, M.; Smith, M.S.; Davies, D.E.N., "Gain Measurements on Parabolic Reflector Antennas using an Extremely Compact Configuration", ICAP 83, IEE Conf. Pub. 219, pp. 499-502, 1983.

**** Weinstein, L.A., "The Theory of Diffraction and the Factorization Method (Generalized Wiener-Hopf Technique) (Trad.)", Boulder, Colorado, The Golem Press, 1969.

possibilitar comparações, já iniciadas neste trabalho, com resultados obtidos experimentalmente ou por teorias assintóticas.

No entanto, a análise teórica exata, baseada na técnica de Wiener-Hopf, não permite considerar o efeito da espessura da parede nas antenas a guia cilíndrico aberto. Neste sentido, a Agência Européia Aeroespacial (ESA) financiou o desenvolvimento de técnicas numéricas, baseadas no método dos momentos*, no qual resultou o programa ROT2 da Universidade Técnica da Dinamarca**. Alguns resultados recentes, obtidos com esse programa para uma antena a guia cilíndrico com parede espessa, são comparados com os resultados aqui obtidos, possibilitando conclusões mais precisas que as obtidas anteriormente*** sobre o efeito da espessura da parede nessas antenas. Além disso, o efeito do tamanho finito do guia cilíndrico ficou também evidenciado neste trabalho.

Finalmente, neste trabalho introduz-se técnica para medição de correntes em superfícies metálicas curvas, sem que seja necessário fazer sulcos nessa superfície. Dessa forma, foi possível determinar experimentalmente a distribuição das correntes superficiais na parede externa do guia cilíndrico para várias espessuras da parede do guia, a partir de 4 décimos de milímetro. Essas medidas já foram confirmadas teoricamente pelo pesquisador V.Homback****, utilizando um programa computacional com o método dos momentos, desenvolvido recentemente para os laboratórios dos correios e telégrafos da Alemanha (Forschungsinstitute der Deutschen Bundespost, Darmstadt, R.F. da Alemanha).

No Capítulo I, apresenta-se um breve resumo da teoria

-
- * Harrington, R.F. e Mautz, J.R., "Radiation and Scattering from Bodies of Revolution", Relatório Final preparado para o Laboratório Cambridge da Força Aérea Norte-Americana, Bedford, Massachusetts, sob Contrato F - 19628-67-CO233, em Julho de 1969.
- ** Rydahl, O., "A Numerical Technique to Predict Scattering from Bodies of Revolution (User's guide for the computer program ROT2)", R.150, preparado para ESRO sob contrato ESTEC nº 2290 (74/HP, Universidade Técnica da Dinamarca, Lingby, Dezembro 1975.
- *** James, G.L. e Greene, K.J., "Effect of Wall Thickness on Radiation from Circular Waveguides", Electronic Letters, Vol.14, nº 4, pp.90-91, 16 de fevereiro de 1978.
- **** Homback, V., "Radiation from flanged waveguide", 1983 - URSI Symposium on Electromagnetic theory", Santiago de Compostela, Spain, pp.77-80, Agosto de 1983.

exata para a irradiação de ondas eletromagnéticas, por um cilindro aberto, semi-infinito, com paredes de espessura infinitesimal, baseada na técnica de Wiener-Hopf.

No Capítulo II, mostram-se os resultados numéricos e o algoritmo utilizado para o cálculo das diversas funções necessárias à solução do problema de irradiação do cilindro aberto, com paredes de espessura infinitesimal, modo TE_{11} , segundo a técnica de Wiener-Hopf. Esses resultados são interpretados e comparados com valores disponíveis na literatura especializada.

No Capítulo III, expõem-se os resultados obtidos para os diagramas de campo distante, em módulo e fase, co-polares e em polarização cruzada, para os cilindros abertos, semi-infinitos, com paredes de espessura infinitesimal, operando no modo TE_{11} . Esses resultados são comparados com alguns resultados encontrados na literatura especializada e com resultados experimentais do próprio autor.

No Capítulo I, resumem-se os resultados experimentais da medida direta da distribuição das correntes, em módulo e fase, nas paredes externas do guia cilíndrico aberto, utilizando uma ponta de prova especialmente projetada e calibrada para tal função. Esses resultados são comparados com resultados teóricos assintóticos, obtidos pela técnica de Wiener-Hopf, e resultados computacionais, obtidos por V. Homback, utilizando o método dos momentos.

No Capítulo V, mostram-se alterações devidas à espessura finita da parede, nas correntes superficiais (com confirmações experimentais) e nos diagramas de irradiação e desempenho em polarização cruzada (por comparação com resultados do método dos momentos).

As conclusões são apresentadas no Capítulo VI, sendo que os programas computacionais utilizados encontram-se nos Anexos.

CONTEÚDO

SUMÁRIO

ABSTRACT

PREFÁCIO

CAPÍTULO I - FORMULAÇÃO TEÓRICA CLÁSSICA PARA CILINDRO RESSONANTE ABERTO	1
I.1 - INTRODUÇÃO	1
I.2 - FORMULAÇÃO CLÁSSICA PARA O CILINDRO RESSONANTE ABERTO COM PAREDE DE ESPESSURA INFINITESIMAL, SEGUNDO WEINSTEIN	1
I.3 - A SOLUÇÃO DE CAMPOS DISTANTES PARA O CILINDRO RESSONANTE	7
I.4 - OS MODOS EVANESCENTES E OS CAMPOS MUITO PRÓXIMOS DA ABERTURA DO CILINDRO	9
I.5 - CAMPOS E CORRENTES, NA REGIÃO DE FRESNEL, DIFRATADOS PELA ABERTURA DOS CILINDROS ..	11
I.6 - NOTA SOBRE A FORMULAÇÃO PARA A VARIAÇÃO TEMPORAL COMUMENTE ADOTADA PELOS ENGENHEIROS	11
CAPÍTULO II - CÁLCULO DA EQUAÇÃO INTEGRAL PARA O GUIA CILÍNDRICO ABERTO, RESSONANTE NO MODO TE_{11}	13
II.1 - INTRODUÇÃO	14
II.2 - FUNÇÕES ENVÓLVIDAS NA EXPRESSÃO DOS VETORES DE HERTZ	14
II.3 - ALGORÍTMO E CÁLCULO DAS PARTES REAIS DAS FUNÇÕES DE WEINSTEIN PARA O CILINDRO ABERTO, RESSONANTE NO MODO TE_{11} (FUNÇÕES X E \tilde{X})	16

II.4	- ALGORÍTMO E CÁLCULO DAS PARTES IMAGINÁRIAS DAS FUNÇÕES DE WEINSTEIN PARA O CILINDRO ABERTO, RESSONANTE NO MODO TE_{11} (FUNÇÕES Y E \bar{Y})	25
II.5	- CÁLCULO ASSINTÓTICO DAS FUNÇÕES DE WEINSTEIN PARA GRANDES ARGUMENTOS	35
II.6	- INTERPRETAÇÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS PARA AS FUNÇÕES DE WEINSTEIN	37
II.7	- EXPRESSÕES PARA AS FUNÇÕES AUXILIARES	41
CAPÍTULO III	- DIAGRAMAS DE IRRADIAÇÃO, EM MÓDULO E FASE, PARA O CILINDRO ABERTO, OPERANDO NO MODO TE_{11}	48
III.1	- INTRODUÇÃO	49
III.2	- OS VETORES DE HERTZ EM CAMPOS DISTANTES	49
III.3	- OS CAMPOS ELETROMAGNÉTICOS DISTANTES	52
III.4	- CAMPOS ELETROMAGNÉTICOS COPOLARES, EM POLARIZAÇÃO CRUZADA E CONVENÇÃO UTILIZADA	55
III.5	- GANHO E DIRETIVIDADE DO GUIA CILÍNDRICO ABERTO	56
III.6	- PROGRAMA COMPUTACIONAL E CÁLCULO NUMÉRICO DOS DIAGRAMAS DE IRRADIAÇÃO, EM MÓDULO E FASE, CO-POLARES E EM POLARIZAÇÃO CRUZADA	57
III.7	- DIAGRAMAS DE INTENSIDADE DE CAMPO	57
III.8	- GANHO, COEFICIENTE DE REFLEXÃO E DIRETIVIDADE DO GUIA CILÍNDRICO ABERTO ...	61
III.9	- DIAGRAMAS DE FASE DOS CAMPOS DISTANTES	64
III.10	- DESEMPENHO EM POLARIZAÇÃO CRUZADA DA ANTENA ALIMENTADORA A GUIA CILÍNDRICO ABERTO	70

CAPÍTULO IV - CORRENTES SUPERFICIAIS PARA O GUIA CILÍNDRICO ABERTO, RESSONANTE NO MODO TE_{11}	78
IV.1 - INTRODUÇÃO	79
IV.2 - DESCRIÇÃO DA PONTA-DE-PROVA	79
IV.3 - MÉTODOS DA CALIBRAÇÃO DA PONTA-DE-PROVA	81
IV.4 - DESEMPENHO E CURVAS DE CALIBRAÇÃO DA PONTA -DE-PROVA	83
IV.5 - SISTEMA DE POSICIONAMENTO DA PONTA - DE -PROVA	85
IV.6 - CÁLCULO DAS CORRENTES SUPERFICIAIS EX TERNAS MUITO PRÓXIMAS À BORDA DA ABER TURA DO CILINDRO	88
IV.7 - RESULTADOS EXPERIMENTAIS	95
 CAPÍTULO V - O EFEITO DA ESPESSURA FINITA DA PAREDE EM CI LINDROS RESSONANTES ABERTOS	 101
V.1 - INTRODUÇÃO	102
V.2 - EFEITO DA PAREDE FINITA NAS CORRENTES EXTERNAS	102
V.3 - EFEITO DA PAREDE FINITA NOS DIAGRAMAS DE IRRADIAÇÃO E NO DESEMPENHO EM POLA RIZAÇÃO CRUZADA	107
 CAPÍTULO VI - CONCLUSÃO	 112
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	115
ANEXOS	119

CAPÍTULO I

FORMULAÇÃO TEÓRICA CLÁSSICA PARA
CILINDRO RESSONANTE ABERTO

I.1. INTRODUÇÃO

O estudo da irradiação e difração de ondas, em estruturas cilíndricas abertas, remonta aos trabalhos de Helmholtz, [(1), 1882] e Rayleigh [(2), 1896], sendo que a solução exata para a irradiação em campo distante, de ondas eletromagnéticas ou acústicas, por um cilindro aberto semi-infinito com paredes de espessura infinitesimal, foi obtida por Lev Albertovich Weinstein, de 1947 a 1950. Essa teoria foi publicada em vários artigos, cuja compilação, ampliação e revisão mais recentes, pelo próprio autor, foram traduzidas para a língua inglesa [Weinstein, (3), 1969]. A técnica de Weiner-Hopf [(4), 1931], utilizada para a solução deste problema, encontra-se desenvolvida no excelente trabalho dos Profs. Raj Mitra e Lee [(5), 1971], que apresenta, também, a aplicação dessa técnica para a solução de outros importantes problemas de irradiação e difração de ondas eletromagnéticas.

Apresenta-se, a seguir, um breve resumo desta teoria.

I.2. FORMULAÇÃO CLÁSSICA PARA O CILINDRO RESSONANTE ABERTO COM PAREDE DE ESPESSURA INFINITESIMAL, SEGUNDO WEINSTEIN

Considere-se um cilindro circular, semi-aberto, cuja parede perfeitamente condutora, de espessura infinitesimal, é dada por $r = a$, $z > 0$, em um sistema de coordenadas cilíndrico-esférico, conforme mostrado na Fig. I.1. Particularmente, considera-se que somente o modo dominante, TE_{11} , está se propagando em direção à abertura do guia, localizada em $z = 0$. Os cálculos dos campos eletromagnéticos, gerados pela difração do modo TE_{11} na extremidade aberta do guia, podem ser feitos através de duas funções potenciais escalares de Hertz [(6), 1893], caracterizadas pelas componentes longitudinais Π_z e $\tilde{\Pi}_z$ do vetor de Hertz Elétrico $\vec{\Pi}$ e do vetor de Hertz magnético $\vec{\tilde{\Pi}}$. As equações de Maxwell [(7), 1873] para essas componentes requerem:

$$(1/r) \cdot [(\partial/\partial r)(r \partial \Pi_z / \partial r)] + (\partial^2 \Pi_z / \partial z^2) + [(k^2 - 1/r^2) \Pi_z] = 0 \quad (I.1)$$

$$(1/r) \cdot [(\partial/\partial r)(r \partial \tilde{\Pi}_z / \partial r)] + (\partial^2 \tilde{\Pi}_z / \partial z^2) + [(k^2 - 1/r^2) \tilde{\Pi}_z] = 0 \quad (I.2)$$

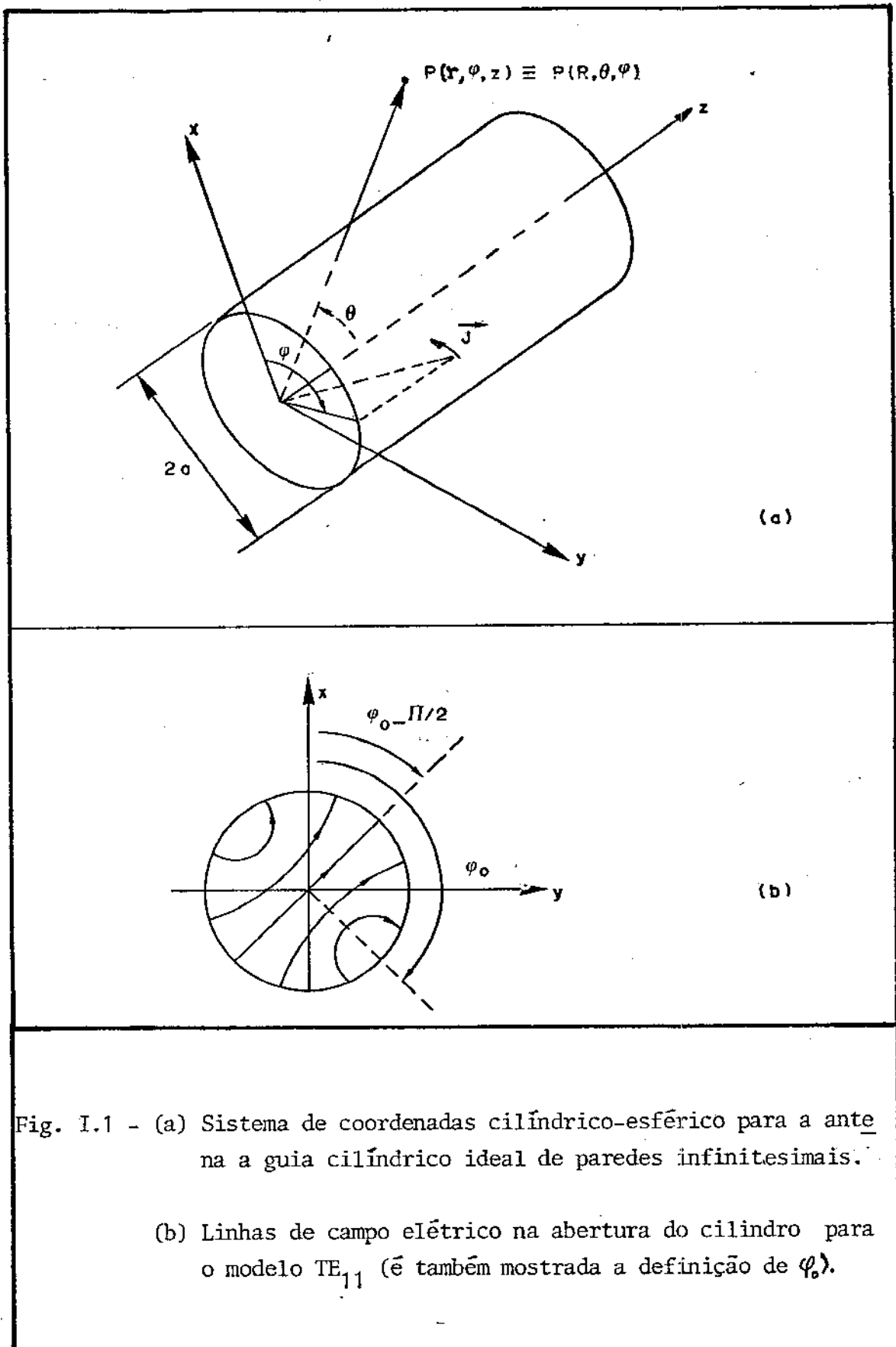


Fig. I.1 - (a) Sistema de coordenadas cilíndrico-esférico para a antena a guia cilíndrico ideal de paredes infinitesimais.

(b) Linhas de campo elétrico na abertura do cilindro para o modelo TE_{11} (é também mostrada a definição de φ_0).

$$k = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} \quad (I.3)$$

em que k é o número de onda do espaço livre, ω é a frequência angular, μ_0 é a permeabilidade do espaço livre e ϵ_0 é a permissividade do espaço livre.

Além disso, as condições de contorno aplicadas às paredes do guia implicam em que, para $r = a$, $z > 0$ e $z < 0$, as funções " Π_z " e " $\partial \tilde{\Pi}_z / \partial r$ " precisam ser contínuas.

Visando à aplicação da técnica de Weiner-Hopf [(4),1931], além dessas considerações, deve-se realizar a expansão, devida aos anéis elementares que compõem o cilindro, da função de Green em sua formulação de transmissão radial [Sommerfield, (8),1909]. Finalmente, com a aplicação do teorema da adição para as funções de Bessel, obtêm-se as equações integrais que se seguem (supondo dependência temporal dos campos na forma $e^{-i\omega t}$):

$$\Pi_z(r, z) = - Z_0 \frac{\pi a}{k\sqrt{2}} \sin(\phi + \phi_0) \int_C e^{i\omega z} \begin{pmatrix} J_1(vr) H_1(va) \\ J_1(va) H_1(vr) \end{pmatrix} F(w) dw \quad (I.4)$$

$$\tilde{\Pi}_z(r, z) = - i \frac{\pi a}{k\sqrt{2}} \cos(\phi + \phi_0) \int_C e^{i\omega z} \begin{pmatrix} J_1'(vr) H_1'(va) \\ J_1'(va) H_1'(vr) \end{pmatrix} \frac{1}{v} G(w) dw \quad (I.5)$$

em que: C é o percurso de integração no plano complexo W , mostrado na Fig. I.2, que percorre o eixo real e enlaça o polo correspondente à onda incidente do modo TE_{11} ;

$v = \sqrt{k^2 - w^2}$ é o número de onda do modo TE_{11} ;

J_1 e H_1 são: a função de Bessel de primeira espécie e ordem 1, e a função de Henkel de índice um e ordem 1, respectivamente (note-se que o índice da função de Henkel foi omitido para simplificar as expressões);

J_1' e H_1' são as derivadas dessas funções em relação aos argumentos, respectivamente;

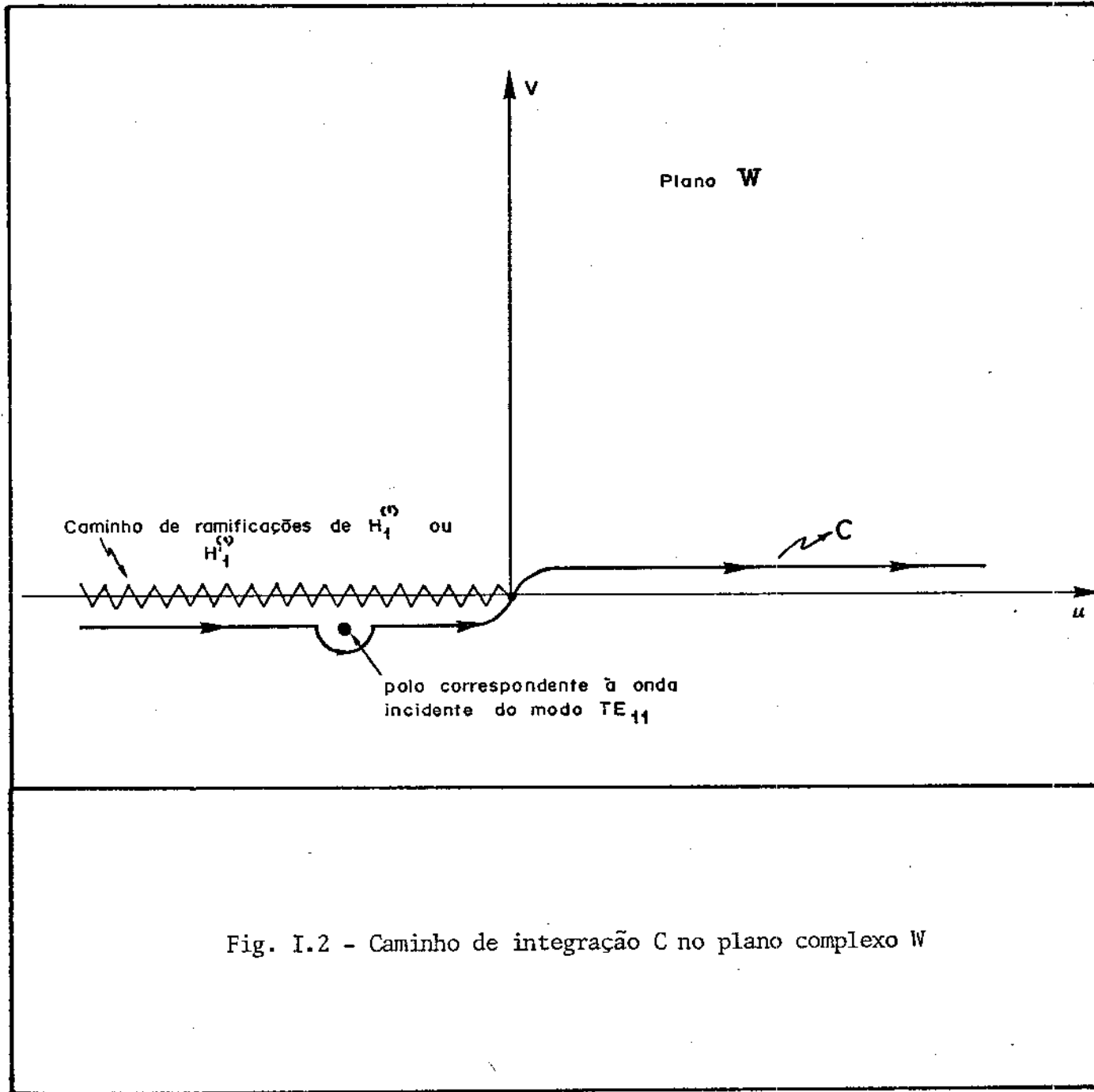


Fig. I.2 - Caminho de integração C no plano complexo W

ϕ e ϕ_0 são os ângulos azimutais mostrados na Fig. I.1;
a é o raio do cilindro.

Os valores superiores das funções J_1 e H_1 (ou das funções J_1^+ e H_1^+), colocadas entre chaves no integrando das eqs.(I.4) e (I.5), referem-se ao interior do guia cilíndrico ($r < a$) e os valores inferiores, destas funções, referem-se ao exterior do guia cilíndrico ($r > a$). Os integrandos das eqs.(I.4) e (I.5) apresentam ainda $F(w)$ e $G(w)$, que são as funções complexas a serem determinadas pelo método de Wiener-Hopf.

A solução dessas equações integrais fornecem as componentes longitudinais dos vetores de Hertz. Os campos eletromagnéticos podem ser obtidos através destas componentes longitudinais para o modo TE_{11} , a partir das expressões que se seguem [(3), 1969] e para o sistema SI de unidades:

$$E_r = \frac{\partial^2 \Pi_z}{\partial r \partial z} + i \frac{\omega \mu}{r} \frac{\partial \Pi_z}{\partial \phi} \quad (I.6)$$

$$E_\phi = \frac{1}{r} \frac{\partial \Pi_z}{\partial \phi \partial z} - i \omega \mu \frac{\partial \Pi_z}{\partial r} \quad (I.7)$$

$$E_z = \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right) \Pi_z \quad (I.8)$$

$$H_r = - \frac{i \omega \epsilon}{r} \frac{\partial \Pi_z}{\partial \phi} + \frac{\partial^2 \tilde{\Pi}_z}{\partial r \partial z} \quad (I.9)$$

$$H_\phi = i \omega \mu \frac{\partial \tilde{\Pi}_z}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tilde{\Pi}_z}{\partial z \partial \phi} \quad (I.10)$$

$$H_z = \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right) \Pi_z \quad (I.11)$$

Como usual, para a solução das equações integrais, necessitam-se aplicar as condições de contorno. Essas condições devem ser aplicadas às correntes superficiais nas paredes do cilindro, em $r = a$. As expressões para essas correntes, nas direções ϕ (azimutal) e z (longitudinal), são dadas por [(3), 1969]:

$$J_{\phi} = (\partial^2 / \partial z^2 + k^2) \tilde{\pi}_z = \cos(\phi + \phi_0) \int_C e^{iwz} \cdot G(w) \cdot dw \quad (I.12)$$

$$\begin{aligned} J_z &= [-(\partial / \partial \phi) (ik \partial \tilde{\pi}_z / \partial z)] - (1/r) \cdot \partial \tilde{\pi}_z / \partial z = \\ &= \sin(\phi + \phi_0) \cdot \int_C e^{iwz} \cdot [F(w) + (i/a) \cdot (w/v^2) \cdot G(w)] dw \end{aligned} \quad (I.13)$$

As funções desconhecidas $F(w)$ e $G(w)$ serão calculadas com a aplicação das condições de contorno:

$$J_{\phi} = J_z = 0 \quad \text{para } r = a \text{ e } z < 0 \text{ (prolongamento do guia)}$$

$$J_z = 0 \quad \text{para } z = 0 \text{ (borda do guia)}$$

$$E_z = (\partial^2 / \partial z^2 + k^2) \tilde{\pi}_z = 0 \quad \text{(campo elétrico tangencial ao guia é nulo)}$$

$$E_{\phi} = 0 \quad \text{(mesma consideração acima)}$$

que levam a um sistema de equações integrais que envolvem apenas as variáveis w e z (a variável r foi fixada em $r = a$). Além disso, dada a dependência e^{iwz} da variável z , essas integrais tornam-se idênticas às integrais de Fourier, que transformam as funções $F(w)$ e $G(w)$ em suas transformadas $f(z)$ e $g(z)$. Estas funções, por sua vez, são proporcionais às correntes $J_{\phi}(z)$ e $J_z(z)$. Desta forma, efetua-se o cálculo das correntes superficiais no domínio da transformada, domínio este que permite a aplicação das eficientes técnicas de variáveis complexas, e numa outra fase, calculam-

-se as funções no domínio real z .

A seguir, estudam-se os polos, zeros e pontos de ramificação das funções $G(w)$ e $F(w)$ nos semiplanos inferior e superior do plano complexo W . Dado que as funções de Bessel e Hankel pertencem aos integrandos das equações integrais, faz-se necessário, também, o estudo dos polos e zeros destas funções nesses semiplanos do plano W . Esse estudo, associado à continuação analítica, leva à determinação final das funções $G(w)$ e $F(w)$ (método da fatorização). Ao conjunto dos procedimentos aqui resumidos, denomina-se Técnica de Wiener-Hopf Modificada. O cálculo das funções $G(w)$ e $F(w)$ será apresentado no Capítulo II deste trabalho, para o modo TE_{11} incidente no guia cilíndrico.

I.3. A SOLUÇÃO DE CAMPOS DISTANTES PARA O CILINDRO RESSONANTE

Conforme foi visto na Seção I.2, as avaliações dos potenciais de Hertz e, conseqüentemente, dos campos irradiados pelo cilindro ressonante, devem ser feitos através de integração no percurso C da Fig. I.2. Pode-se mostrar [Felsen e Marcuwitz, (9), 1973], que o percurso de integração C pode ser continuado por um semi-círculo superior, com raio tendendo a infinito, desde que esse percurso permaneça na lâmina superior da superfície de Riemann no plano complexo W . Desta forma, a integral reduz-se ao cálculo dos resíduos, que representam as ondas incidentes, refletidas e evanescentes e ao cálculo da integral ao longo do corte de ramificação C_R (Fig. I.3), que fornece as ondas de difração associadas às correntes nas paredes externas do cilindro.

Considerando-se as soluções em campo distante (região de Fraunhofer), nas quais o valor da distância à abertura do cilindro é muito grande, a integração no contorno C_R torna-se desprezível. Posto isso, o cálculo dos resíduos é suficiente para o cálculo das ondas incidentes, refletidas e refratadas no interior do cilindro (representadas pelas equações para J_ϕ e J_z da Seção I.2). Para o cálculo dos campos distantes no exterior do cilindro é necessário avaliar as funções de Hertz Π_z e $\tilde{\Pi}_z$. Não havendo integração ao longo do corte de ramificação C_R , devido à hipótese de cam

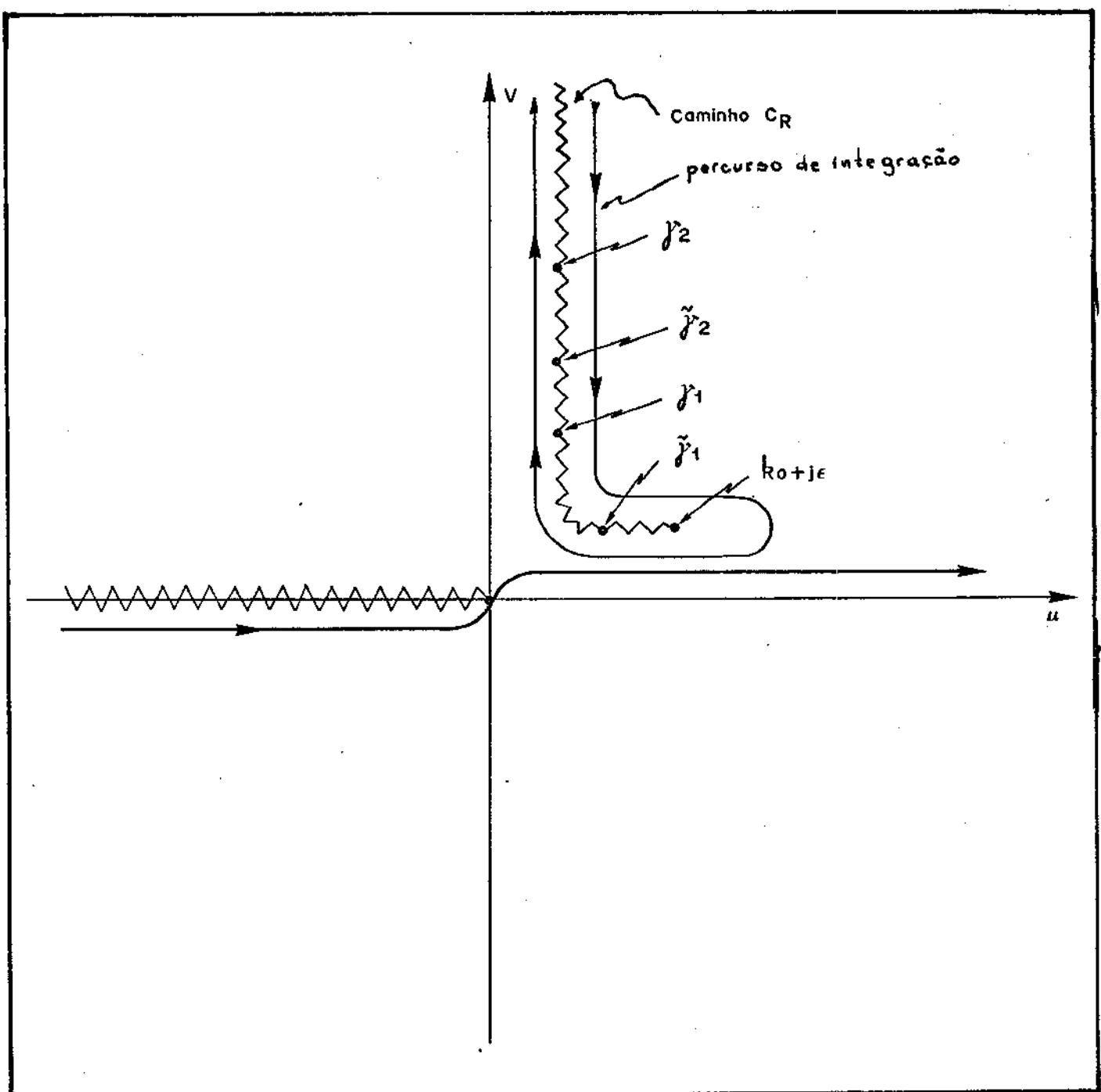


Fig.I.3 - Caminho de integração C_R no plano complexo w . São também mostrados os polos γ_i e $\tilde{\gamma}_i$ associados aos modos TE e TM, respectivamente, sendo que $\tilde{\gamma}_1$ corresponde à onda refletida no modo TE_{11} e os outros polos correspondem a ondas evanescentes. O ponto de ramificação $k_0 + j\epsilon$ está associado às ondas difratadas na abertura.

pos distantes, é possível introduzir-se uma transformação de variáveis que mapeie as duas lâminas da superfície de Riemann, no plano W , em uma única lâmina, em outro plano λ . Neste caso, então, é possível avaliar-se Π_z e $\tilde{\Pi}_z$ com o método do ponto de sela e, a partir desses valores, podem-se determinar os diagramas de irradiação em campos distantes. Esses diagramas serão apresentados no Capítulo III deste trabalho, onde será introduzido, também, o cálculo teórico exato dos diagramas de fase e polarização cruzada para as antenas a guias cilíndricos abertos, com paredes de espessura infinitesimal, operando no modo TE_{11} .

I.4. OS MODOS EVANESCENTES E OS CAMPOS MUITO PRÓXIMOS DA ABERTURA DO CILINDRO

A região próxima à borda do cilindro é caracterizada por valores de z tendendo a zero (vide Fig. I.1). Considerando-se as correntes superficiais internas e externas ao cilindro, as condições de borda [Mittra e Lee, (5), 1971] exigem que as correntes longitudinais (J_z) tendam a zero segundo \sqrt{z} e as correntes azimutais (J_ϕ) sejam descontínuas segundo $1/\sqrt{z}$. As correntes internas ao cilindro são dadas pela soma das correntes associadas às ondas incidentes, refletidas e evanescentes. Longe da borda existirão somente as correntes internas ao guia, incidentes e refletidas, com intensidades constantes. Perto da borda, no entanto, as correntes evanescentes se somam às incidentes e refletidas de modo a anular a corrente total interna em $z = 0$. A teoria, aqui resumida, permite esse cálculo através dos resíduos dos polos correspondentes às raízes das funções de Bessel com argumento $v = \sqrt{k^2 - w^2}$; as raízes reais fornecem ondas refletidas e/ou conversão de modos enquanto as raízes imaginárias fornecem as ondas evanescentes.

O cálculo das correntes externas próximas à borda do cilindro é feito através de integração pelo percurso C_1 ao longo do caminho modificado de ramificação, conforme mostrado na Fig. I.4. Os cálculos realizados pelo autor serão apresentados no Capítulo IV deste trabalho.

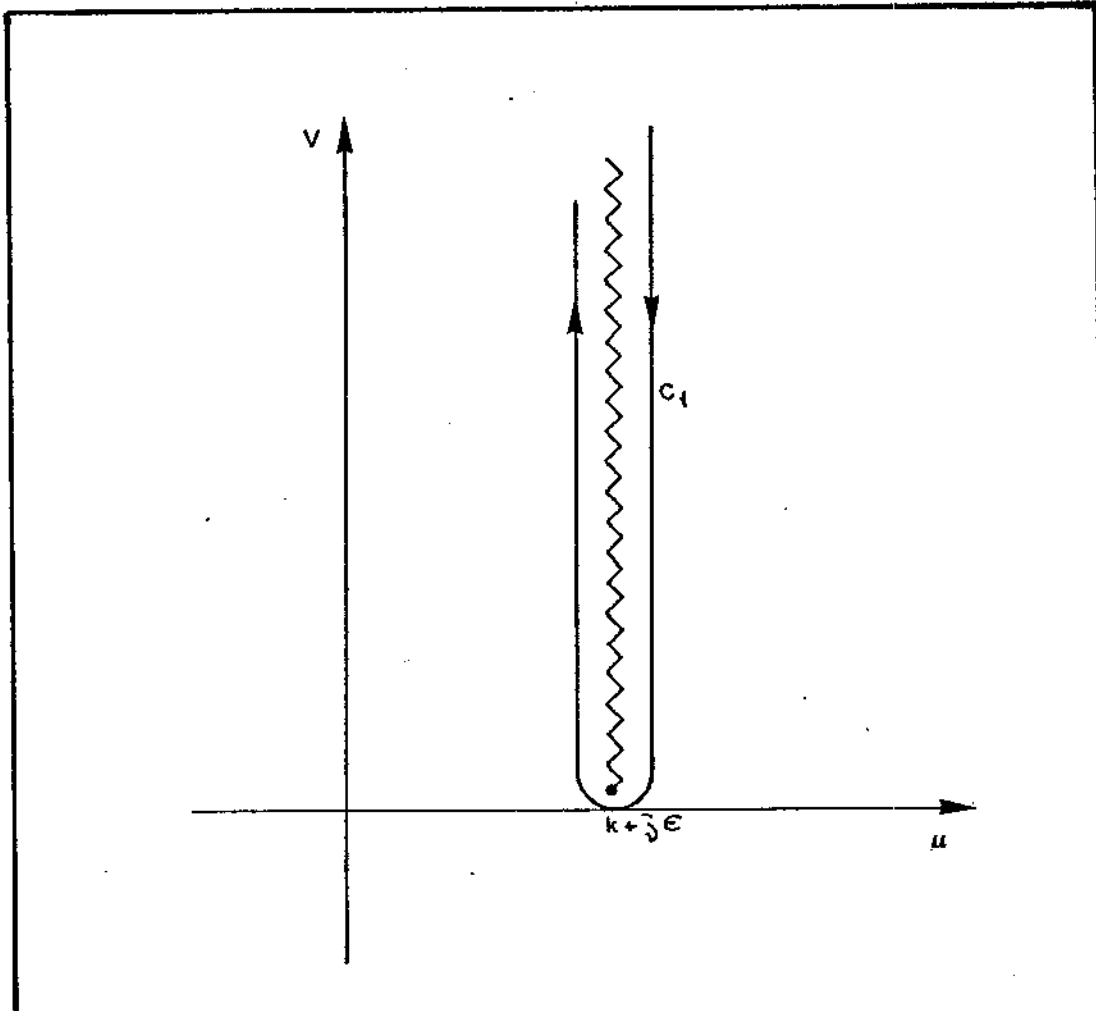


Fig. I.4 - Caminho de ramificação C_1 para o cálculo das correntes externas ao cilindro. São também mostrados o corte de ramificação e o ponto de ramificação $k + j\epsilon$ relativos a essas correntes externas

I.5. CAMPOS E CORRENTES, NA REGIÃO DE FRESNEL, DIFRATADOS PELA ABERTURA DOS CILINDROS

Nas Seções I.3 e I.4, apresentaram-se os procedimentos para o cálculo dos campos muito distantes e dos campos muito próximos da abertura do guia cilíndrico. A região com distâncias intermediárias a essa abertura é comumente chamada região de Fresnel. O cálculo dos campos eletromagnéticos, em qualquer ponto da região de Fresnel, podem ser determinados a partir das funções de Hertz para esse ponto. Particularmente, sobre as paredes do cilindro, basta determinarem-se as correntes superficiais que fornecem, em cálculo direto, os campos correspondentes. As correntes superficiais internas ao cilindro, são dadas pela soma das correntes que suportam os modos incidentes e refletidos no interior do cilindro. Suas expressões são fornecidas por Weinstein [(3), 1969]. As correntes superficiais, externas ao cilindro, $J_{\phi ext}$ e $J_{z ext}$ são obtidas integrando-se as expressões de J_{ϕ} e J_z , dadas na Seção I.2, ao longo do caminho C_1 mostrado na Fig. I.4. Os valores teóricos experimentais destas correntes serão apresentados no Capítulo IV deste trabalho, enquanto que a introdução dos diversos efeitos da espessura finita da parede serão apresentados nos Capítulos V e VI.

I.6. NOTA SOBRE A FORMULAÇÃO PARA A VARIAÇÃO TEMPORAL COMUMENTE ADOTADA PELOS ENGENHEIROS

As funções de Hertz π_z e $\tilde{\pi}_z$, apresentadas na Seção I.2, dependem das variáveis w e v . Para regiões internas ao guia de ondas cilíndrico, o número de onda de corte, v , assume valores bem definidos. Para regiões externas ao guia, no entanto, v passa a assumir um espectro contínuo de valores, em que $-\infty < v < \infty$. Além disso, visando à aplicação das eficientes técnicas de integração no domínio complexo, é conveniente introduzir-se valores complexos para v . Note-se, porém, que os valores do número modal de onda, w , tornam-se também complexos; visto que $w = (k^2 - v^2)^{1/2}$. Considerando-se, ainda, que há indeterminação no sinal dessa raiz, torna-se necessário especificá-lo, de forma que os resultados

das integrais representem uma onda que se propaga a partir da abertura do guia. Além disso, a definição única da função complexa, w , exige a escolha da superfície de Riemann em que se vai trabalhar.

A liberdade de escolha desse sinal e dessa superfície, infelizmente, possibilitou que físicos e engenheiros adotassem critérios distintos para tal. Dessa forma, para a convenção de engenharia, em que a variação no tempo é $\exp(j\omega t)$ e a variação espacial é $\exp(-jk\rho)$, em coordenadas cilíndricas, deve-se tomar o sinal positivo da raiz que expressa o número modal de onda w . Além disso, visando à análise de guias com perdas, ou a deformação dos contornos de integração, na engenharia escolhe-se a superfície de Riemann em que $I_m(w) < 0$, sendo que os valores positivos da parte real de w representam a "faixa visível" do espectro (propagação é possível), enquanto que para valores negativos da parte real de w , a propagação não é possível ("espectro invisível"). Já para a convenção dos físicos, adota-se a variação temporal $\exp(-j\omega t)$, variação espacial $\exp(+jk\rho)$ e a superfície de Riemann em que $I_m(w) > 0$. Os autores Felsen e Markwitz [9] discutem detalhadamente esse assunto nas Seções 5.5.b e 2.2.15 do seu livro. Já para este trabalho, apesar da preferência do autor para a convenção de engenharia, adotou-se o sistema dos físicos, visando a facilitar a comparação com os resultados de Weinstein [3]. No entanto, para o leitor interessado, a formulação teórica da irradiação por um guia cilíndrico aberto, segundo a convenção de engenharia, pode ser encontrada no trabalho de Fradin [(10), 1961].

CAPÍTULO II

CÁLCULO DA EQUAÇÃO INTEGRAL
PARA O GUIA CILÍNDRICO ABERTO, RESSONANTE
NO MODO TE_{11}

II.1. INTRODUÇÃO

Para calcularem-se os diversos parâmetros de interesse no estudo da irradiação de ondas eletromagnéticas, pelo guia cilíndrico aberto ressonante, é necessária a obtenção das diversas funções que aparecem nas expressões dos vetores de Hertz para esse cilindro (vide Seção I.2). Neste capítulo, apresentam-se os resultados numéricos relativos ao cálculo dessas funções, assim como o procedimento utilizado para tal. Interpretam-se, também, esses resultados e realizam-se comparações com valores disponíveis na literatura especializada.

II.2. FUNÇÕES ENVOLVIDAS NA EXPRESSÃO DOS VETORES DE HERTZ

As expressões integrais para as componentes π_z e π_z dos vetores de Hertz, para o modo TE_{11} , apresentadas na Seção I.2 (equações (I.4) e (I.5)) envolvem as seis funções seguintes:

$J_1(vr)$ e $J_1'(vr)$: função de Bessel de primeira espécie de ordem 1, e sua derivada

$H_1(vr)$ e $H_1'(vr)$: função de Hankel de índice um e de ordem 1 e sua derivada

$F(w)$ e $G(w)$: funções no domínio da transformada de Fourier, cujos produtos pelas funções de Bessel e Hankel, fornecem as transformadas das componentes π_z e π_z dos

vetores de Hertz

O cálculo das funções de Bessel e Hankel, para os argumentos reais, foi feito com a utilização das subrotinas BESJ e BESY, da IBM [(11), 1968] e o procedimento para o cálculo numérico das funções $F(w)$ e $G(w)$ será dado a seguir.

As funções $F(w)$ e $G(w)$ resultantes da técnica de Wiener-Hopf têm, em muitos casos, expressões matemáticas simples. No entanto, a difração de ondas eletromagnéticas, em cilindros abertos,

é complicada pela necessidade de utilização das duas funções de Hertz e pelo fato de que é necessária a realização de integrações numéricas para a obtenção dessas funções $G(w)$ e $F(w)$. Matematicamente, para o modo TE_{11} :

$$G(w) = (B/2\pi i) \cdot \sqrt{(k-w)/(k-\tilde{\gamma}_1)} \cdot [\psi_+(\tilde{\gamma}'_1)/\psi_-(wa)] \cdot \left(\frac{1}{w+\tilde{\gamma}_1} + \frac{\Delta^2}{1+\Delta^2} \cdot \frac{2k}{k-\tilde{\gamma}_1} \cdot \frac{1}{k-w} \right) \quad (II.1)$$

$$F(w) = (-B/2\pi i) \cdot [2\Delta/(1+\Delta^2)] \cdot [\psi_+(\tilde{\gamma}'_1)/\phi_-(wa)] \cdot \frac{k^2}{(k-\tilde{\gamma}_1)(k+w) \sqrt{(k+\tilde{\gamma}_1)/(k-w)}} \quad (II.2)$$

em que: B é o valor máximo superficial incidente, J_ϕ , no interior do guia;

$$\tilde{\gamma}'_1 = \sqrt{(ka)^2 - (1,84118)^2} \quad \text{é o número de onda de corte do modo } TE_{11};$$

$$\tilde{\gamma}_1 = \sqrt{k^2 - (1,84118/a)^2} = \tilde{\gamma}'_1/a .$$

As funções auxiliares são dadas por:

$$\Delta = \frac{i}{2ka} \frac{\phi_+(ka)}{\psi_+(ka)} \quad (II.3)$$

$$\phi_+(wa) = \sqrt{\pi(ka+wa) H_1(v') J_1(v')} e^{(1/2) \cdot S(wa)} \quad (II.4)$$

$$\phi_-(wa) = \sqrt{\pi(ka-wa) H_1(v') J_1(v')} e^{-(1/2) \cdot S(wa)} \quad (II.5)$$

$$\psi_+(wa) = \sqrt{\pi(ka-wa) H_1^1(v') J_1^1(v') [(\tilde{\gamma}_1^+ + wa)/(\tilde{\gamma}_1^+ - wa)]} e^{(1/2)} \tilde{S}(wa) \quad (II.6)$$

$$\psi_-(wa) = \sqrt{\pi(ka+wa) H_1^1(v') J_1^1(v') [(\tilde{\gamma}_1^- - wa)/(\tilde{\gamma}_1^- + wa)]} e^{-(1/2)} \tilde{S}(wa) \quad (II.7)$$

em que:

$v' = \sqrt{(ka)^2 - (wa)^2}$ é o número de onda do modo TE_{11} e as funções $\psi_+(\tilde{\gamma}_1^+)$, ou $\psi_+(ka)$, e $\Phi_+(ka)$ são calculadas de forma análoga às funções $\psi_+(wa)$ e $\Phi_+(wa)$, apenas substituindo-se wa por $\tilde{\gamma}_1^+$ ou ka , respectivamente.

As funções $S(wa)$ e $\tilde{S}(wa)$, que serão denominadas funções de Weinstein elétricas e magnéticas, devem ser obtidas por integração em um percurso paralelo ao caminho de ramificação C_R no plano W , conforme mostrado na Fig. 1.3. O caminho de ramificação é determinado pelos pontos em que a constante de propagação da função de Green, na formulação de transmissão radial, tem parte real nula. O cálculo da integral que fornece as funções de Weinstein, S e \tilde{S} , simplifica-se no caso de guia e espaço sem perdas e para argumentos reais. Nessas condições, pode-se provar [(3), 1969] que:

$$S(\mu) = X(\mu) + j Y(\mu) \quad (II.8)$$

$$\tilde{S}(\mu) = \tilde{X}(\mu) + j \tilde{Y}(\mu) \quad (II.9)$$

O cálculo dessas funções de Weinstein será descrito a seguir (Seções II.3, II.4, II.5 e II.6), antecedendo a apresentação das funções auxiliares ϕ_+ , ϕ_- , ψ_+ , ψ_- e Δ .

II.3. ALGORÍTMO E CÁLCULO DAS PARTES REAIS DAS FUNÇÕES DE WEINSTEIN PARA O CILINDRO ABERTO, RESSONANTE DO MODO TE_{11} (FUNÇÕES X E \tilde{X})

As partes reais das funções de Weinstein são, para o

modo TE₁₁, dadas por [(3), 1969, Seção 13]:

$$X(\mu) = \text{Re}[S(\mu)] = \frac{1}{\pi} \int_{-ka}^{ka} \frac{\Omega(v')}{\xi - \mu} d\xi \quad (\text{II.10})$$

$$\tilde{X}(\mu) = \text{Re}[\tilde{S}(\mu)] = \frac{1}{\pi} \int_{-ka}^{ka} \frac{\tilde{\Omega}(v')}{\xi - \mu} d\xi \quad (\text{II.11})$$

em que: $X(\mu)$ é a parte real da função de Weinstein elétrica
 $\tilde{X}(\mu)$ é a parte real da função de Weinstein magnética

$$v'(\xi) = \sqrt{(ka)^2 - \xi^2}$$

$$\Omega(v') = \arg H_1(v') + (\pi/2)$$

$$\tilde{\Omega}(v') = \arg H_1'(v') - (\pi/2)$$

$$-ka \leq \mu \leq ka$$

Inicialmente, deve-se notar que os integrandos de (II.10) e (II.11) são descontínuos no ponto " $\xi = \mu$ " e, portanto, é necessário obter-se analiticamente as integrais nas vizinhanças deste ponto, antes da realização das integrações numéricas. É também importante salientar que as funções " Ω " e " $\tilde{\Omega}$ " são funções contínuas do argumento " v' ", e tais que:

$$\Omega(0) = 0, \quad \Omega(\eta_n) = n\pi$$

$$\tilde{\Omega}(0) = 0, \quad \tilde{\Omega}(\mu_n) = (n-1)\pi$$

em que, os valores " η_n " representam as raízes das funções de Bessel de primeira espécie e ordem 1 e " μ_n ", as raízes das derivadas dessas funções, ou seja:

$$J_1(\eta_n) = 0 : \eta_1 = 3,832, \eta_2 = 7,016, \eta_3 = 10,174, \dots \quad (\text{II.12})$$

$$J_1'(\mu_n) = 0 : \mu_1 = 1,841, \mu_2 = 5,332, \mu_3 = 8,536, \dots \quad (\text{II.13})$$

Os cálculos de η_n e μ_n foram efetuados utilizando-se as equações (9.5.12) e (9.5.13) apresentadas por Abramowitz e Stegun [(12), 1972]. As funções Ω e $\tilde{\Omega}$ estão traçadas, na Fig. II.1, em função do argumento v' .

Para computar a integral no ponto de descontinuidade, representado por " $\xi = \mu$ ", faz-se a mudança de variável " $(\xi - \mu) = x$ " e estuda-se a integral nas vizinhanças desse ponto. Matematicamente:

$$\int_{\mu-\epsilon}^{\mu+\epsilon} \frac{\Omega(v')}{\xi-\mu} d\xi = \int_{-\epsilon}^{+\epsilon} \frac{\Omega(\tau)}{x} dx, \text{ com } \epsilon \rightarrow 0, \quad (\text{II.14})$$

em que,

$$\tau = \sqrt{(ka)^2 - (\mu+x)^2}.$$

Nos extremos do intervalo de integração ($x = -\epsilon$ e $x = +\epsilon$) a variável auxiliar " τ " toma os valores:

$$\tau_- = \sqrt{(ka)^2 - (\mu-\epsilon)^2}$$

$$\tau_+ = \sqrt{(ka)^2 - (\mu+\epsilon)^2}$$

Expandindo a função Ω em série de Taylor, nas vizinhanças do ponto " $\xi = \mu$ ", tem-se:

$$\Omega(x) = \Omega(x=0) + \frac{\Omega(\tau_+) - \Omega(\tau_-)}{2\epsilon} \cdot x + \dots \quad (\text{II.15})$$

Substituindo essa expansão do valor de Ω , na eq. (II.14), obtêm-se a expressão da integral nas vizinhanças do ponto $\xi = \mu$:

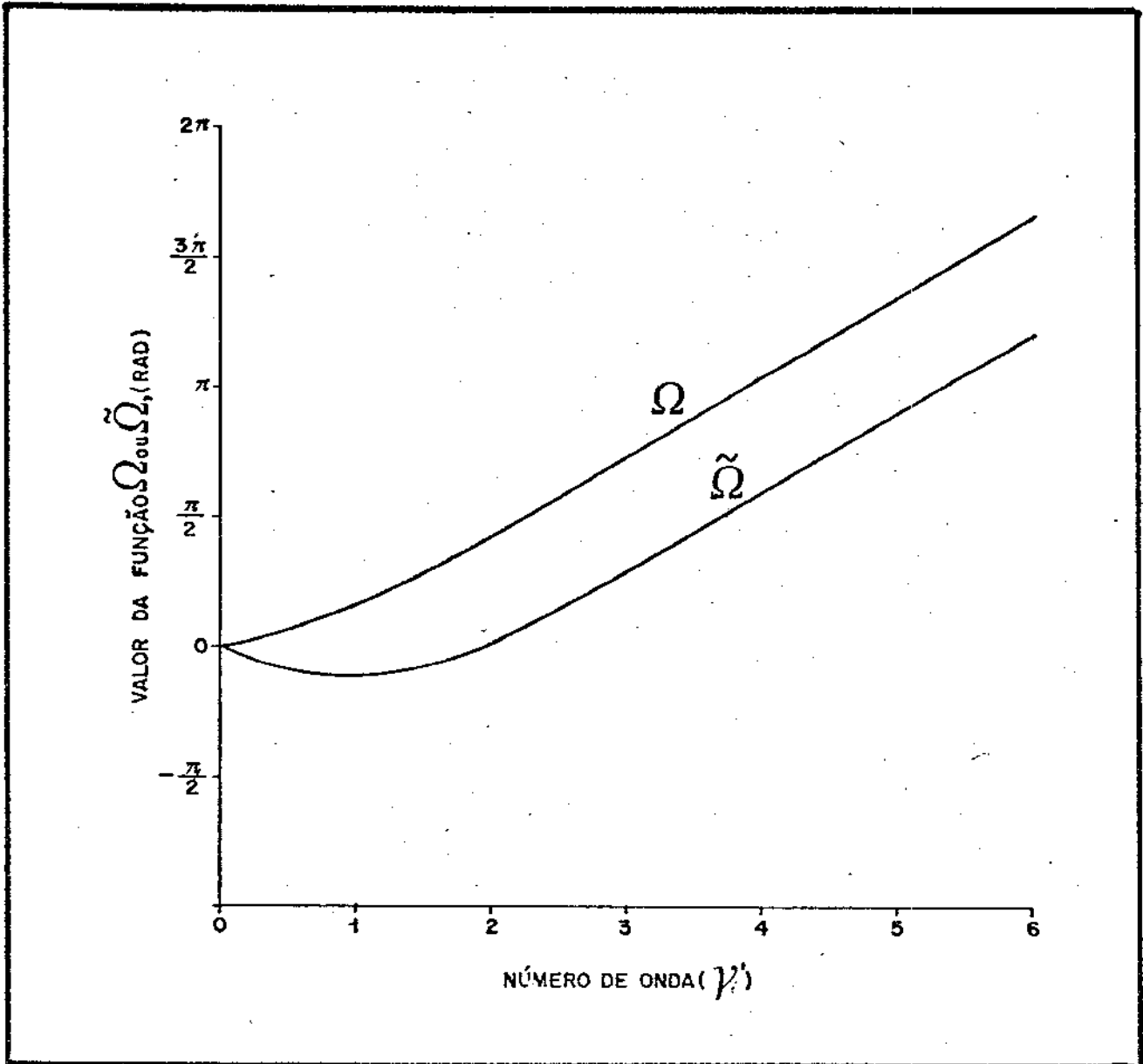


Fig. II.1 - Variação das funções Ω e $\tilde{\Omega}$ com o número de onda ν' . Essas funções expressam o argumento da função de Hankel de ordem 1 e o argumento da derivada desta função, respectivamente.

$$\int_{\mu-\epsilon}^{\mu+\epsilon} \frac{\Omega(v')}{\xi-\mu} d\xi \approx [\Omega(\tau_+) - \Omega(\tau_-)] \quad (\text{II.16})$$

Analogamente, a integral envolvendo $\tilde{\Omega}$ pode ser escrita na forma:

$$\int_{\mu-\epsilon}^{\mu+\epsilon} \frac{\tilde{\Omega}(v')}{\xi-\mu} d\xi \approx [\tilde{\Omega}(\tau_+) - \tilde{\Omega}(\tau_-)] \quad (\text{II.17})$$

Para os pontos de descontinuidade situados nos extremos do intervalo de integração em que " $\mu = \pm ka$ ", as eqs.(II.16) e (II.17) não podem ser aplicadas, visto que um dos valores, " τ_+ " ou " τ_- ", tornar-se-ã negativo (a função Ω foi definida para argumentos positivos, somente). Nesta situação, optou-se pela expansão a seguir. Considere-se, por exemplo, a integral para $\mu = +ka$:

$$\int_{ka-\epsilon}^{ka} \frac{\Omega(v')}{\xi-ka} d\xi, \quad \epsilon \rightarrow 0 \quad (\text{II.18})$$

Nessa integral, o valor de $v' = \sqrt{(ka)^2 - \xi^2}$ tende a zero e, sabendo-se que $N_1(v')$ é a função de Neumann de ordem 1 (também chamada função de Bessel de segunda espécie), tem-se, nas vizinhanças de " $v' \rightarrow 0$ ":

$$\begin{aligned} \Omega(v') \Big|_{v' \rightarrow 0} &= \arctan \frac{N_1(v')}{J_1(v')} + \pi/2 \approx \\ &\arctan \frac{(2/\pi v')}{(v'/2)} \approx (v')^2 \cdot \pi/4 \end{aligned} \quad (\text{II.19})$$

ou:

$$\Omega(v') \Big|_{v' \rightarrow 0} \approx (ka-\xi) \cdot (ka+\xi) \cdot (\pi/4) \quad (\text{II.20})$$

Substituindo-se o valor da eq.(II.20) na eq.(II.18) e eliminando-se os termos de segunda ordem, obtém-se a aproximação:

$$\int_{ka-\epsilon}^{ka} \frac{\Omega(v')}{\xi-ka} d\xi \approx -(\pi ka/2) \cdot \epsilon \quad (\text{II.21})$$

O desenvolvimento para a integral envolvendo $\tilde{\Omega}$ é semelhante e fornece o mesmo resultado, ou seja:

$$\int_{ka-\epsilon}^{ka} \frac{\tilde{\Omega}(v')}{\xi-ka} d\xi \approx -(\pi ka/2) \cdot \epsilon \quad (\text{II.22})$$

O cálculo das integrais, nos casos em que μ esteja situado no extremo inferior do intervalo de integração ($\mu = -ka$), é feito trocando-se o sinal das eqs.(II.21) e (II.22).

Pelo exposto, obtiveram-se, analiticamente os valores das integrais das eqs.(II.10) e (II.21), para os pontos do caminho de integração nos quais os integrandos são descontínuos. A seguir, utilizam-se métodos numéricos para os pontos restantes do caminho de integração (nos quais os integrandos não apresentam descontinuidades). Para tanto, a partir dos pontos " $\mu-\epsilon$ " e " $\mu+\epsilon$ ", vizinhos à descontinuidade, definem-se os inícios de uma série de intervalos simétricos para integração numérica. Esses intervalos crescem exponencialmente, de forma a garantir que as áreas de integração, correspondentes aos intervalos, possuam a mesma ordem de grandeza, de forma a minimizar o erro numérico final. A Fig. II.2 ilustra a técnica de integração aqui exposta.

A utilização da subrotina DQATR, da IBM, permite que o erro de integração seja verificado em cada um dos intervalos, obten-do-se, assim, um controle sistemático de erros. A subrotina "XU" (Anexo I deste trabalho), em FORTRAN-10, para os cálculos das fun-ções $X(\mu)$ e $\tilde{X}(\mu)$, incorpora as considerações téoricas apresentadas nesta seção. Os resultados numéricos dessas funções, com precisão de 0,01%, obtidos com o programa "T1" (Anexo II), junto com a sub-rotina XU, são apresentados na Tabela II.1, para valores de μ iguais a $ka \cos\theta$, com ka variando de 1,841 a 3,83 (domínio do modo TE_{11}) e com θ variando de 0 a 90° . Este intervalo é suficiente, visto que as funções \tilde{X} e X são funções ímpares, ou seja:

AMPLITUDE DO INTEGRANDO

$$\begin{aligned} \text{integral} &= \bar{\text{área}} 1 - \bar{\text{área}} 2 \\ &+ \bar{\text{área}} 3 - \bar{\text{área}} 4 \\ &+ \bar{\text{área}} 5 - \bar{\text{área}} 6 \\ &+ \dots \end{aligned}$$

notar que as áreas numeradas são da mesma ordem de grandeza.

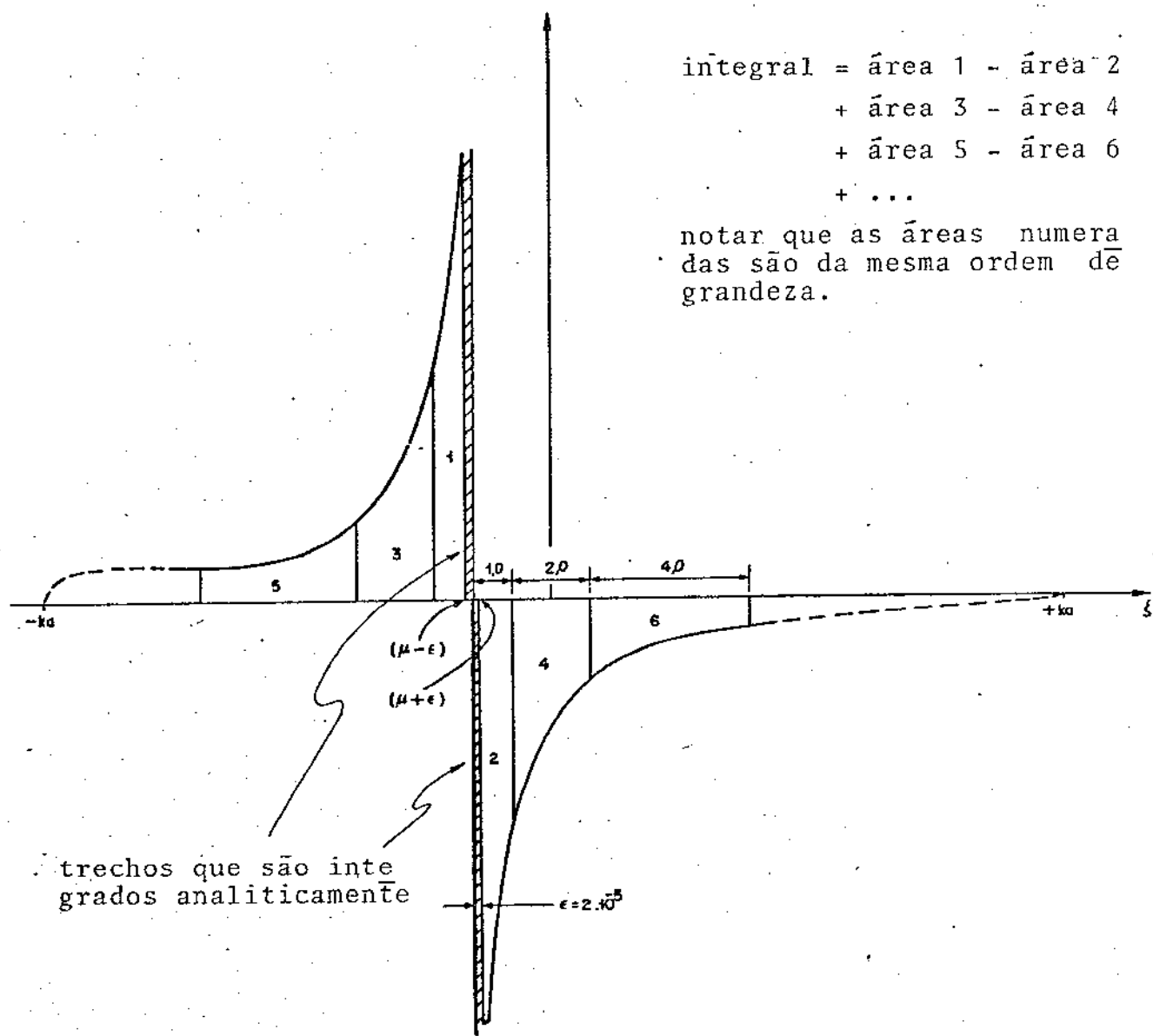


Fig. II.2 - Visualização do integrando da parte real da função de Weinstein [eq.(II.8) ou (II.9)], mostrando-se o trecho integrado analiticamente (área hachurada), e os trechos integrados numericamente (áreas numeradas). A implementação desta técnica de integração é realizada pela subrotina XU (Anexo I).

$$X(-\mu) = -X(\mu) \quad (II.23)$$

$$\tilde{X}(-\mu) = -\tilde{X}(\mu) \quad (II.24)$$

II.4. ALGORÍTMO E CÁLCULO DAS PARTES IMAGINÁRIAS DAS FUNÇÕES DE WEINSTEIN PARA O CLINDRO ABERTO, RESSONANTE NO MODO TE₁₁ (FUNÇÕES Y E \tilde{Y})

As partes imaginárias das funções de Weinstein elétrica, "Y(μ)", e magnética, " $\tilde{Y}(\mu)$ ", são dadas por [(3),1969, Seção 13]:

$$Y(\mu) = \text{Imag.}[S(\mu)]$$

$$Y(\mu) = \frac{2\mu}{\pi} - \Omega(v') + \frac{1}{i} \lim_{M \rightarrow \infty} \sum_{n=1}^M \ln \frac{\gamma'_n + \mu}{\gamma'_n - \mu} - \frac{1}{\pi} \int_{-\gamma'_M}^{\gamma'_M} \frac{\Omega(v')}{\xi - \mu} d\xi \quad (II.25)$$

$$\tilde{Y}(\mu) = \text{Imag.}[\tilde{S}(\mu)]$$

$$\tilde{Y}(\mu) = \frac{2\mu}{\pi} - \tilde{\Omega}(v') + \frac{1}{i} \lim_{M \rightarrow \infty} \sum_{n=2}^M \ln \frac{\tilde{\gamma}'_n + \mu}{\tilde{\gamma}'_n - \mu} - \frac{1}{\pi} \int_{-\tilde{\gamma}'_M}^{\tilde{\gamma}'_M} \frac{\tilde{\Omega}(v')}{\xi - \mu} d\xi \quad (II.26)$$

em que, para o modo TE₁₁:

$$0 \leq \mu \leq ka ;$$

$\gamma'_n = \sqrt{(ka)^2 - (\eta_n)^2}$ é um número imaginário puro da onda no corte (ou "número de onda e vanescente") do modo TM_{1n} ;

$\tilde{\gamma}'_n = \sqrt{(ka)^2 - (\mu_n)^2}$, $n \geq 2$, é um número imaginário puro da onda no corte do modo TE_{1n} ;

η_n e μ_n já foram definidos nas eqs (II.12) e (II.13);

$$\tilde{\gamma}'_1 = \sqrt{(ka)^2 - \mu_1^2}$$

$$v' = \sqrt{(ka)^2 - \xi^2}$$

$$\Omega(v') = \arg H_1(v') + (\pi/2)$$

$$\tilde{\Omega}(v') = \arg H'_1(v') - (\pi/2)$$

A obtenção das funções Y e \tilde{Y} [ver eqs. (II.25) e (II.26)] envolve os cálculos das funções Ω e $\tilde{\Omega}$ (já apresentados na Seção II.3) e dos limites das somatórias relativas aos modos evanescentes do guia. O procedimento para a obtenção de um elemento dessas somatórias será mostrado a seguir.

Considere-se, inicialmente, a eq. (4.4.28), dada por Abramowitz e Stegun [(11), 1972]:

$$\arctan(x) = \frac{i}{2} \ln \frac{i+x}{i-x}, \quad x \text{ real} \quad (\text{II.27})$$

A partir deste resultado, pode-se mostrar que a expressão envolvendo logaritmo neperiano na eq. (II.25) é dada por:

$$\ln \frac{\gamma'_n + \mu}{\gamma'_n - \mu} = -2 i \arctan(\mu/\gamma'_n) \quad (\text{II.28})$$

Para terminar a apresentação do cálculo de um elemento

da somatória da eq.(II.25) [ou da eq.(II.26)] é necessário realizar-se, respectivamente, uma das integrais seguintes:

$$I = - \frac{1}{\pi} \int_{-\gamma'_M}^{\gamma'_M} \frac{\Omega(v')}{\xi - \mu} d\xi \quad (II.29)$$

ou

$$\tilde{I} = - \frac{1}{\pi} \int_{-\tilde{\gamma}'_M}^{\tilde{\gamma}'_M} \frac{\tilde{\Omega}(v')}{\xi - \mu} d\xi$$

Para tanto, deve-se notar que o percurso de integração é realizado sobre o eixo imaginário, visto que o "número de onda evanescente" γ'_M é imaginário puro. Fazendo-se a transformação de variável, $\xi = i v$, com $0 < v < |\gamma'_M|$, tem-se, para a integral I:

$$I = \left[\frac{i}{\pi} \int_{-|\gamma'_M|}^{|\gamma'_M|} \frac{\mu \cdot \Omega(v')}{\mu^2 + v^2} dv \right] - \left[\frac{1}{\pi} \int_{-|\gamma'_M|}^{|\gamma'_M|} \frac{v \cdot \Omega(v')}{\mu^2 + v^2} dv \right] \quad (II.30)$$

em que:

$$v' = \sqrt{(ka)^2 + v^2}$$

A segunda integral da eq.(II.30) é nula visto que v é função ímpar, $\Omega(v')$ é função par e $(\mu^2 + v^2)$ é função par. Sendo assim, o cálculo da função I reduz-se ao cálculo da primeira integral:

$$I = \frac{i}{\pi} \int_{-|\gamma'_M|}^{|\gamma'_M|} \frac{\mu \cdot \Omega(v')}{\mu^2 + v^2} dv \quad (II.31)$$

Este cálculo não apresenta maiores problemas, exce-

tuando-se os casos em que o parâmetro μ tem valor nulo, pois o integrando será descontínuo no ponto $v=0$. Para obter-se analiticamente a função I nesse caso, recorre-se à integral original da eq. (II.29), notando-se que, para $\mu=0$, existe um polo na origem ($\xi=0$). Utilizando-se um percurso de integração pelo eixo imaginário e circundando-se este polo com um semicírculo infinitesimal centrado na origem, pode-se calcular a integral pelo teorema dos resíduos, que fornece:

$$I(\mu=0) = \frac{1}{2} \left(\begin{array}{c} \text{somatória} \\ \text{dos resíduos} \end{array} \right) = i \Omega(v') \Big|_{\mu=0, \xi=0} \quad (\text{II.32})$$

Substituindo-se esse valor na eq. (II.25), calculam-se os valores de "Y" para argumento nulo ($\mu=0$):

$$Y(0) = Y(\mu=0) = 0 \quad (\text{II.33})$$

Analogamente, prova-se que:

$$\tilde{Y}(0) = \tilde{Y}(\mu=0) = 0 \quad (\text{II.34})$$

Resta agora apresentar o cálculo da expressão entre colchetes da eq. (II.25) [o cálculo da eq. (II.26) é semelhante]. Para tanto, como $\Omega(v')$ é função par, a eq. (II.31) pode ser escrita na forma:

$$I = 2 \cdot \frac{i\mu}{\pi} \int_0^{|\gamma'_M|} \frac{\Omega(v')}{\mu^2 + v^2} dv \quad (\text{II.35})$$

Dividindo esse intervalo de integração entre os consecutivos "números de ondas evanescentes", " γ'_1 ", " γ'_2 ", ..., " γ'_M ", obtém-se:

$$I = \frac{2i\mu}{\pi} \left[\int_0^{|\gamma'_1|} f(v) dv + \int_{|\gamma'_1|}^{|\gamma'_2|} f(v) dv + \dots \right. \\ \left. \dots + \int_{|\gamma'_{M-1}|}^{|\gamma'_M|} f(v) dv \right] \quad (\text{II.36})$$

em que:

$$f(v) = \Omega(v') / (\mu^2 + v^2) .$$

Para o cálculo de I (eq.(II.29)), basta substituírem-se $\Omega(v')$ por $\tilde{\Omega}(v')$ e γ' por $\tilde{\gamma}'$ nas expressões acima. Utilizando - se as eqs.(II.36) e (II.28), é possível expressar a eq.(II.25) na forma:

$$Y(\mu) = \frac{2\mu}{\pi} - \Omega(v'_1) + \lim_{M \rightarrow \infty} \sum_{n=1}^M \left\{ \left[-2 \cdot \arctan(\mu/\gamma'_n) \right] + \frac{2\mu}{\pi} \cdot \int_{|\gamma'_{n-1}|}^{|\gamma'_n|} \frac{\Omega(v')}{\mu^2 + v^2} dv \right\} \quad (II.37)$$

Esta expressão é mais apropriada para cálculo numérico do que a expressão original de Weinstein [eq.(II.25)], por possibilitar a separação da influência de cada um dos termos da somatória no cálculo do valor final de "Y". É interessante notar que cada termo da somatória representa a influência de um modo de onda evanescente no valor da função Y(μ). Essa função, por sua vez, relaciona-se com a fase dos campos no interior e no exterior do guia, conforme será mostrado posteriormente.

A expressão para $\tilde{Y}(\mu)$ é deduzida de forma semelhante:

$$\tilde{Y}(\mu) = \frac{2\mu}{\pi} - \tilde{\Omega}(v'_1) + \frac{2\mu}{\pi} \cdot \int_0^{|\tilde{\gamma}'_1|} \frac{\tilde{\Omega}(v')}{\mu^2 + v^2} dv + \lim_{M \rightarrow \infty} \sum_{n=2}^M \left\{ \left[-2 \cdot \arctan(\mu/\tilde{\gamma}'_n) \right] + \frac{2\mu}{\pi} \cdot \int_{|\tilde{\gamma}'_{n-1}|}^{|\tilde{\gamma}'_n|} \frac{\tilde{\Omega}(v')}{\mu^2 + v^2} dv \right\} \quad (II.38)$$

Para completar a formulação das expressões de Y e \tilde{Y} , visando ao seu cálculo numérico, é necessário obter-se a expressão assintótica da somatória, para os termos que representem modos evanescentes de ordem elevada [valores grandes de M nas expressões (II.37) e (II.38)]. Para tanto, é necessário utilizarem-se as expressões assintóticas de $\Omega(v')$ e $\tilde{\Omega}(v')$ para grandes argumentos ($v \rightarrow \infty$), para as quais podem-se escrever [(3), 1969, eq.(26.14)]:

$$\Omega(v') \Big|_{v' \rightarrow \infty} = v' - \frac{\pi}{4} + \frac{3}{8 v'} \quad (II.39)$$

$$\tilde{\Omega}(v') \Big|_{v' \rightarrow \infty} = v' - \frac{3\pi}{4} + \frac{7}{8 v'} \quad (II.40)$$

Substituindo-se o valor assintótico da função Ω (eq.(II.39)), no integrando de um dos termos da somatória da eq.(II.36), obtêm-se:

$$\lim_{M \rightarrow \infty} \left[\frac{2i\mu}{\pi} \int \frac{|\gamma'_M|}{|\gamma'_{M-1}|} \frac{\Omega(v')}{\mu^2 + v'^2} \right] \approx \left[\frac{2i\mu}{\pi} \int \frac{|\gamma'_M|}{|\gamma'_{M-1}|} \frac{v'}{\mu^2 + v'^2} dv \right] \quad (II.41)$$

em que o número de onda, v' , do modo TM_{1M} , com " M " grande, pode ser aproximado para o próprio valor da variável de integração " v ", pois esta variável é bem maior que o parâmetro " ka ", ou seja:

$$v' = \sqrt{v^2 + (ka)^2} \approx v \quad (II.42)$$

Dessa forma, a integral da eq.(II.41) pode ser expressa na seguinte forma assintótica:

$$\lim_{M \rightarrow \infty} \left[\frac{2i\mu}{\pi} \int \frac{|\gamma'_M|}{|\gamma'_{M-1}|} \frac{\Omega(v')}{\mu^2 + v'^2} \right] \approx$$

$$\approx \frac{2i\mu}{\pi} \ln \left(\frac{\gamma'_M}{\gamma'_{M-1}} \right) \quad (\text{II.43})$$

Finalmente, a partir das eqs.(II.43) e (II.37), podem-se formular as expressões finais para o cálculo computacional da função Y, como:

$$\begin{aligned} Y(\mu) = & \frac{2\mu}{\pi} - \Omega(v'_1) + \sum_{n=1}^K \left[-2 \arctan(\mu/\gamma'_n) \right] + \\ & + \frac{2\mu}{\pi} \int_{|\gamma'_{n-1}|}^{|\gamma'_n|} \frac{\Omega(v')}{\mu^2+v^2} dv \Bigg] + \\ & + \lim_{M \rightarrow \infty} \left[\frac{2\mu}{\pi} \ln \left(\frac{\gamma'_M}{\gamma'_K} \right) - \sum_{n=K}^M 2 \arctan(\mu/\gamma'_n) \right] \end{aligned} \quad (\text{II.44})$$

em que fixou-se $\gamma'_0 = 0$.

A expressão final de $\tilde{Y}(\mu)$ é deduzida de forma semelhante, encontrando-se:

$$\begin{aligned} \tilde{Y}(\mu) = & \frac{2\mu}{\pi} - \tilde{\Omega}(v'_1) + \frac{2\mu}{\pi} \int_0^{|\tilde{\gamma}'_1|} \frac{\tilde{\Omega}(v')}{\mu^2+v^2} dv + \\ & + \sum_{n=2}^K \left[-2 \arctan(\mu/\tilde{\gamma}'_n) \right] + \\ & + \frac{2\mu}{\pi} \int_{|\tilde{\gamma}'_{n-1}|}^{|\tilde{\gamma}'_n|} \frac{\tilde{\Omega}(v')}{\mu^2+v^2} dv \Bigg] + \\ & + \lim_{M \rightarrow \infty} \left[\frac{2\mu}{\pi} \ln \left(\frac{\tilde{\gamma}'_M}{\tilde{\gamma}'_K} \right) - \sum_{n=K}^M 2 \arctan(\mu/\tilde{\gamma}'_n) \right] \end{aligned} \quad (\text{II.45})$$

O cálculo numérico das funções $Y(\mu)$ e $\tilde{Y}(\mu)$ foi implementado com o auxílio das eqs. (II.44) e (II.45) e dividido em duas fases. Na primeira fase, calcularam-se as integrais até $K=20$, e, na segunda fase, foram obtidos os valores de Y e \tilde{Y} . O cálculo das integrais [eq.(II.36)] é realizado pela subrotina "YI", apresentada no Anexo III deste trabalho. Nesta subrotina "YI", utiliza-se a subrotina de integração "DQATR", da IBM, que permite o controle do erro de integração numérica. Na subrotina YI, cada vez que o erro de integração ultrapassa um mínimo especificado, realiza-se a redução do intervalo de integração até obter-se a precisão desejada. Os resultados numéricos destas integrais, para os primeiros 20 modos evanescentes [$K=20$ nas eqs. (II.44) e (II.45)], foram obtidos com o programa "T6" (Anexo IV), junto com a subrotina "YI". Estes resultados, que representam as funções I e \tilde{I} da eq.(II.36) para os primeiros 20 modos, são apresentados no Anexo V, para valores de μ iguais a $ka \cdot \cos\theta$, com ka variando de 1,85 a 3,83 (domínio do modo TE_{11}) e com θ variando de 0° a 90° . A precisão obtida em cada trecho de integração numérica é de 10^{-5} , sendo o erro final absoluto das funções I e \tilde{I} , apresentadas no Anexo V, menor que 5×10^{-4} . É interessante salientar que a utilização de $K=2$ nas eqs. (II.44) e (II.45) levariam a um erro final nos resultados de Y e \tilde{Y} da ordem de 8%, em relação ao valor com $K=20$.

Na segunda fase, a partir dos valores obtidos para estas integrais da eq.(II.36), é fácil obterem-se os resultados das partes imaginárias, $Y(\mu)$ e $\tilde{Y}(\mu)$ [eq.(II.44) e (II.45)], das funções de Weinstein. Esses cálculos são realizados através da subrotina "YU", apresentada no Anexo VI deste trabalho. Os resultados numéricos destas funções, com precisão absoluta de 10^{-3} , foram obtidos com o auxílio do programa "T3" (Anexo VII) junto com a subrotina "YU". Esses resultados são apresentados na Tabela II.2, para valores de μ iguais a $ka \cdot \cos\theta$, com ka variando de 1,841 a 3,83 (domínio do modo TE_{11}) e com θ variando de 0° a 90° . Esse intervalo positivo para o argumento μ é suficiente, visto que as funções Y e \tilde{Y} são funções ímpares.

Os resultados de Y e \tilde{Y} , da Tabela II.2, foram calculados para os primeiros 2000 modos evanescentes [$M=2000$ nas fórmulas (II.44) e (II.45)]. Note-se, porém, que: os primeiros dois modos contri

Tabela II.2a - Parte imaginária da função de Weinstein elétrica $Y(k_a \cdot \cos \theta)$, em função de k_a , calculadas levando em consideração as contribuições dos 2000 primeiros modos evanescentes

k_a	2.00	2.25	2.50	2.75	3.00	3.25	3.50	3.75	3.83
Y [KA.COS(0)]	1.63112	1.69897	1.79147	1.85728	1.89401	1.89702	1.85687	1.75081	1.48469
Y [KA.COS(5)]	1.61099	1.67562	1.76280	1.82246	1.85241	1.84799	1.79970	1.68472	1.40849
Y [KA.COS(10)]	1.55611	1.61343	1.68698	1.73208	1.74638	1.72516	1.65888	1.52441	1.22599
Y [KA.COS(15)]	1.47611	1.52370	1.58019	1.60728	1.60260	1.56137	1.47381	1.31626	0.99085
Y [KA.COS(20)]	1.37945	1.41655	1.45506	1.46347	1.43932	1.37168	1.26833	1.08675	0.73190
Y [KA.COS(25)]	1.27251	1.29930	1.32032	1.31079	1.26808	1.18684	1.05631	0.85070	0.46458
Y [KA.COS(30)]	1.16090	1.17714	1.18201	1.15607	1.09636	0.99706	0.84656	0.61737	0.19817
Y [KA.COS(35)]	1.04536	1.05385	1.04441	1.00407	0.92945	0.81409	0.64528	0.39331	-0.06095
Y [KA.COS(40)]	0.93114	0.93216	0.91061	0.85828	0.77127	0.64234	0.45740	0.18381	-0.30778
Y [KA.COS(45)]	0.81919	0.81406	0.78287	0.72129	0.62483	0.48535	0.28709	-0.00635	-0.53785
Y [KA.COS(50)]	0.71079	0.70096	0.66283	0.59502	0.49251	0.34615	0.13820	-0.17244	-0.74662
Y [KA.COS(55)]	0.60682	0.59378	0.55152	0.48081	0.37610	0.22725	0.01438	-0.30933	-0.92876
Y [KA.COS(60)]	0.50773	0.49299	0.44951	0.37943	0.27680	0.13067	-0.08092	-0.41128	-1.07720
Y [KA.COS(65)]	0.41363	0.39863	0.35683	0.29100	0.19507	0.05769	-0.14465	-0.47167	-1.18127
Y [KA.COS(70)]	0.32426	0.31039	0.27302	0.21500	0.13055	0.00859	-0.17465	-0.48331	-1.22357
Y [KA.COS(75)]	0.23913	0.22755	0.19710	0.15019	0.08184	-0.01776	-0.17052	-0.43965	-1.17419
Y [KA.COS(80)]	0.15739	0.14911	0.12758	0.09459	0.04643	-0.02434	-0.13487	-0.33798	-0.98335
Y [KA.COS(85)]	0.07807	0.07376	0.06262	0.04558	0.02067	-0.01614	-0.07437	-0.18473	-0.58891
Y [KA.COS(90)]	-0.87052	0.00196	0.00190	0.00184	0.00179	0.00173	0.00168	0.00164	0.00160

Tabela II.2b - Parte imaginária da função de Weinstein magnética $\tilde{Y}(ka, \cos\theta)$, em função de ka , calculadas levando em consideração contribuições dos 2000 primeiros modos evanescentes

K A	1.85	2.00	2.25	2.50	2.75	3.00	3.25	3.50	3.75	3.83
$\tilde{Y} [K_A \cdot \cos(0)]$	0.84912	0.95403	1.11900	1.27027	1.40684	1.52805	1.63322	1.72158	1.79199	1.80913
$\tilde{Y} [K_A \cdot \cos(5)]$	0.86779	0.97628	1.14787	1.30652	1.45122	1.58124	1.69588	1.79432	1.87537	1.89607
$\tilde{Y} [K_A \cdot \cos(10)]$	0.92193	1.04020	1.22912	1.40595	1.56909	1.71719	1.84897	1.96297	2.05745	2.08198
$\tilde{Y} [K_A \cdot \cos(15)]$	0.99681	1.12763	1.33222	1.52096	1.69107	1.84051	1.96769	2.07138	2.15031	2.16877
$\tilde{Y} [K_A \cdot \cos(20)]$	1.07318	1.20548	1.40964	1.59010	1.74484	1.87316	1.97501	2.05049	2.09939	2.10787
$\tilde{Y} [K_A \cdot \cos(25)]$	1.12073	1.24658	1.43363	1.59101	1.71906	1.81888	1.89162	1.93808	1.95834	1.95767
$\tilde{Y} [K_A \cdot \cos(30)]$	1.13065	1.24343	1.40521	1.53534	1.63585	1.70876	1.75558	1.77707	1.77319	1.76482
$\tilde{Y} [K_A \cdot \cos(35)]$	1.10482	1.20210	1.33744	1.44173	1.51776	1.56766	1.59280	1.59368	1.56990	1.55522
$\tilde{Y} [K_A \cdot \cos(40)]$	1.05047	1.13244	1.24332	1.32503	1.38035	1.41124	1.41871	1.40292	1.36308	1.34328
$\tilde{Y} [K_A \cdot \cos(45)]$	0.97531	1.04327	1.13267	1.19523	1.23352	1.24908	1.24256	1.21376	1.16149	1.13775
$\tilde{Y} [K_A \cdot \cos(50)]$	0.98564	0.94121	1.01221	1.05891	1.08350	1.08712	1.07006	1.03178	0.97071	0.94422
$\tilde{Y} [K_A \cdot \cos(55)]$	0.78619	0.83098	0.88645	0.92028	0.93421	0.92906	0.90479	0.86051	0.79438	0.76641
$\tilde{Y} [K_A \cdot \cos(60)]$	0.68031	0.71582	0.75933	0.78197	0.78806	0.77709	0.74878	0.70202	0.63470	0.60662
$\tilde{Y} [K_A \cdot \cos(65)]$	0.57040	0.59792	0.62974	0.64555	0.64631	0.63230	0.60300	0.55722	0.49270	0.46593
$\tilde{Y} [K_A \cdot \cos(70)]$	0.45803	0.47868	0.50174	0.51176	0.50945	0.49486	0.46745	0.42596	0.36820	0.34423
$\tilde{Y} [K_A \cdot \cos(75)]$	0.34427	0.35896	0.37482	0.38078	0.37770	0.36428	0.34125	0.30708	0.25983	0.24006
$\tilde{Y} [K_A \cdot \cos(80)]$	0.22970	0.23919	0.24908	0.25230	0.24910	0.23941	0.22283	0.19850	0.16498	0.15068
$\tilde{Y} [K_A \cdot \cos(85)]$	0.11496	0.11954	0.12428	0.12565	0.12379	0.11864	0.10996	0.09732	0.07992	0.07204
$\tilde{Y} [K_A \cdot \cos(90)]$	0.00188	0.00186	0.00182	0.00177	0.00173	0.00169	0.00165	0.00161	0.00158	0.00062

buem com aproximadamente 80% dos valores de Y ou \tilde{Y} . Já os primeiros 20 modos contribuem com 97% desses valores, sendo que os primeiros 200 modos contribuem com 99,9% desses valores. O erro absoluto dos valores de Y e \tilde{Y} , da Tabela II.2, é de 0,001 correspondentes a uma precisão de $0,06^0$ para os argumentos das funções " $\exp(i.\tilde{Y}(\mu))$ " e " $\exp(i.Y(\mu))$ ".

Note-se que os valores de $Y(\mu)$ e $\tilde{Y}(\mu)$ para os argumentos " $\mu = ka \cos 90^0 = 0$ " foram calculados para um ângulo de 89.9^0 ($\mu \approx 10^{-3}$), visto que o valor $\mu = 0$ levaria a um "over flow" no cálculo numérico do integrando das eqs.(II.44) e (II.45), quando a variável v fosse nula (polo do integrando). A utilização desse valor pequeno para permite verificar a exatidão do cálculo numérico da integral na vizinhança desse polo do integrando. Essa avaliação numérica das expressões (II.44) e (II.45) estão consistentes com o cálculo analítico pelo teorema dos resíduos apresentado pelas eqs. (II.32), (II.33) e (II.34) que prevêm o valor final $Y(\mu=0) = 0$ e $\tilde{Y}(\mu=0) = 0$. Essa consistência pode ser verificada observando-se os valores numéricos de $Y(ka \cos 90^0)$ e $\tilde{Y}(ka \cos 90^0)$ apresentados na Tabela II.2.

Os tempos de CPU, no computador PDP10, foram de 2 horas e 36 minutos para a obtenção das funções I e de 4 horas e 58 minutos para a obtenção das funções \tilde{I} , apresentadas no Anexo V. A partir das funções I e \tilde{I} , a obtenção das funções Y e \tilde{Y} é feita com alguns segundos de CPU. A lentidão de cálculo está associada à subrotina DQATR que, no entanto, mostrou-se mais precisa que as outras subrotinas da IBM para integração das funções do tipo da Fig. II.2.

II.5. CÁLCULO ASSINTÓTICO DAS FUNÇÕES DE WEINSTEIN PARA GRANDES ARGUMENTOS

Os cálculos das funções de Weinstein, efetuados nas Seções anteriores, estavam restritos à variação do parâmetro μ de "-ka" até "+ka". É interessante, como complementação, realizarem -se esses cálculos para $|\mu| > ka$. Particularmente, para $\mu \rightarrow \infty$, as eqs.(II.8), (II.9), (II.25) e (II.56) tornam-se:

$$X(\mu) \approx - \frac{1}{\pi\mu} \int_{-ka}^{ka} \Omega(v') d\xi \quad (\text{II.46})$$

$$\tilde{X}(\mu) \approx - \frac{1}{\pi\mu} \int_{-ka}^{ka} \tilde{\Omega}(v') d\xi \quad (\text{II.47})$$

$$Y(\mu) \approx \frac{2\mu}{\pi} - \Omega(v_1') \quad (\text{II.48})$$

$$\tilde{Y}(\mu) \approx \frac{2\mu}{\pi} - \tilde{\Omega}(v_1') \quad (\text{II.49})$$

em que:

$$v' = [(ka)^2 - \xi^2]^{1/2} \quad \text{e} \quad v_1' = [\mu^2 - (ka)^2]^{1/2}$$

Para esses grandes valores de v_1' , ($v_1' \gg 1$), pode-se escrever [(3), 1969, eq. (26.14)]:

$$\Omega(v_1') = v_1' - \frac{\pi}{4} + \frac{3}{8v_1'} \quad (\text{II.50})$$

$$\tilde{\Omega}(v_1') = v_1' - \frac{3\pi}{4} + \frac{7}{8v_1'} \quad (\text{II.51})$$

Denominando-se de $C(ka)$ e $\tilde{C}(ka)$ as integrais:

$$C(ka) = - \frac{1}{\pi} \int_{-ka}^{ka} \Omega(v') d\xi \quad (\text{II.52})$$

$$\tilde{C}(ka) = - \frac{1}{\pi} \int_{-ka}^{ka} \tilde{\Omega}(v') d\xi \quad (\text{II.53})$$

obtêm-se as expressões assintóticas para as funções $X(\mu)$, $\tilde{X}(\mu)$, $Y(\mu)$ e $\tilde{Y}(\mu)$, nos casos em que $\mu \rightarrow \infty$, na forma:

$$X(\mu) \approx \frac{C(ka)}{\mu} \quad (\text{II.54})$$

$$\tilde{X}(\mu) \approx \frac{\tilde{C}(ka)}{\mu} \quad (\text{II.55})$$

$$Y(\mu) \approx \left(\frac{2}{\pi} - 1 \right) \mu \quad (\text{II.56})$$

$$\tilde{Y}(\mu) \approx \left(\frac{2}{\pi} - 1 \right) \mu \quad (\text{II.57})$$

Os valores de $C(ka)$ e $\tilde{C}(ka)$ estão apresentados na Tabela II.3.

Tabela II.3 - Valores das constantes $C(ka)$ e $\tilde{C}(ka)$ para o cálculo das funções de Weinstein de grandes argumentos										
ka	1,85	2,0	2,25	2,50	2,75	3,0	3,25	3,5	3,75	3,83
$C(ka)$	-1,08	-1,30	-1,72	-2,21	-2,75	-3,36	-4,03	-4,76	-5,55	-5,82
$\tilde{C}(ka)$	+0,212	+0,146	+0,014	-0,237	-0,523	-0,871	-1,28	-1,75	-2,29	-2,74

II.6. INTERPRETAÇÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS PARA AS FUNÇÕES DE WEINSTEIN

Inicialmente, apresentam-se os gráficos das partes reais das funções de Weinstein elétricas e magnéticas, $X(\mu)$ e $\tilde{X}(\mu)$, nas Figs. II.3 e II.4, para valores do argumento μ no intervalo $0 \leq \mu < 10$. Para valores negativos desse argumento, basta lembrar que essas funções são funções ímpares.

Primeiramente, deve-se notar que, para valores positivos de μ , as funções X (Fig. II.3) são negativas e possuem um único mínimo para valores de $\mu \approx 0,9 ka$, sendo que o valor absoluto do mínimo cresce com ka . Para valores grandes de μ , essas funções tendem assintoticamente para zero. Como será visto posteriormente, os diagramas de irradiação do cilindro ressonante são descritos pelos valores de μ no intervalo: $-ka < \mu < ka$. Desta forma, denominar-se-ão os intervalos restantes, $\mu < -ka$ e $\mu > ka$, de "faixas invisíveis", em analogia com estudo de diagramas de irradiação para arranjos de antenas.

Por outro lado, as funções \tilde{X} (Fig. II.4), para valores positivos e crescentes de μ , apresentam primeiramente um mínimo, posteriormente um máximo e caem assintoticamente para zero. O valor absoluto do mínimo cresce com o parâmetro ka . O valor do máximo ocorre para valores de μ ligeiramente inferiores a ka ($\mu \approx 0,99 ka$). As diferenças entre os gráficos das funções X e \tilde{X} são devidas às diferenças entre as funções Ω e $\tilde{\Omega}$ [ver Fig. II.1 e eqs. (II.8) e (II.9)]. Na Fig. II.4, os valores de $\tilde{X}(\mu)$, na faixa visível, são apresentados em linha cheia e os valores na faixa invisível, em linha tracejada. Para alguns valores de ka , as funções \tilde{X} adquirem valores positivos. Este fato não deve preocupar o leitor, visto que, como será visto posteriormente, os diagramas de irradiação dependem diretamente da exponencial de $\tilde{X}(\mu)$ [e da exponencial de $X(\mu)$]. Desta forma, valores positivos de $\tilde{X}(\mu)$ significam, apenas, que os diagramas se rão multiplicados por um fator maior que um [visto que $\exp(\xi) > 1$ se $\xi > 0$]. É interessante notar, como será mostrado posteriormente, que o máximo da função magnética, $\tilde{X}(\mu)$, para " μ " ligeiramente menor que ka , faz com que o diagrama de irradiação, no plano H, tenha um pequeno "over-shoot", para ângulos pouco inferiores ao ângulo de lóbulo traseiro das antenas a guias de ondas cilíndricos abertos. Acrescente-se que esse "over-shoot" também foi notado por Weinstein [(3), 1969, Fig. 47 e 48]. Deve-se acrescentar que os valores das exponenciais das funções $X(\mu)$ e $\tilde{X}(\mu)$ são apresentados nas Figs. II.3 e II.4, em decibéis relativos ao valor: " $\exp.[X(\mu)] = \exp.[\tilde{X}(\mu)] = 1$ ".

Deve-se salientar que, como as exponenciais da função elétrica $X(ka \cos\theta)$, e magnética, $\tilde{X}(ka \cos\theta)$, estão ligadas, na faixa

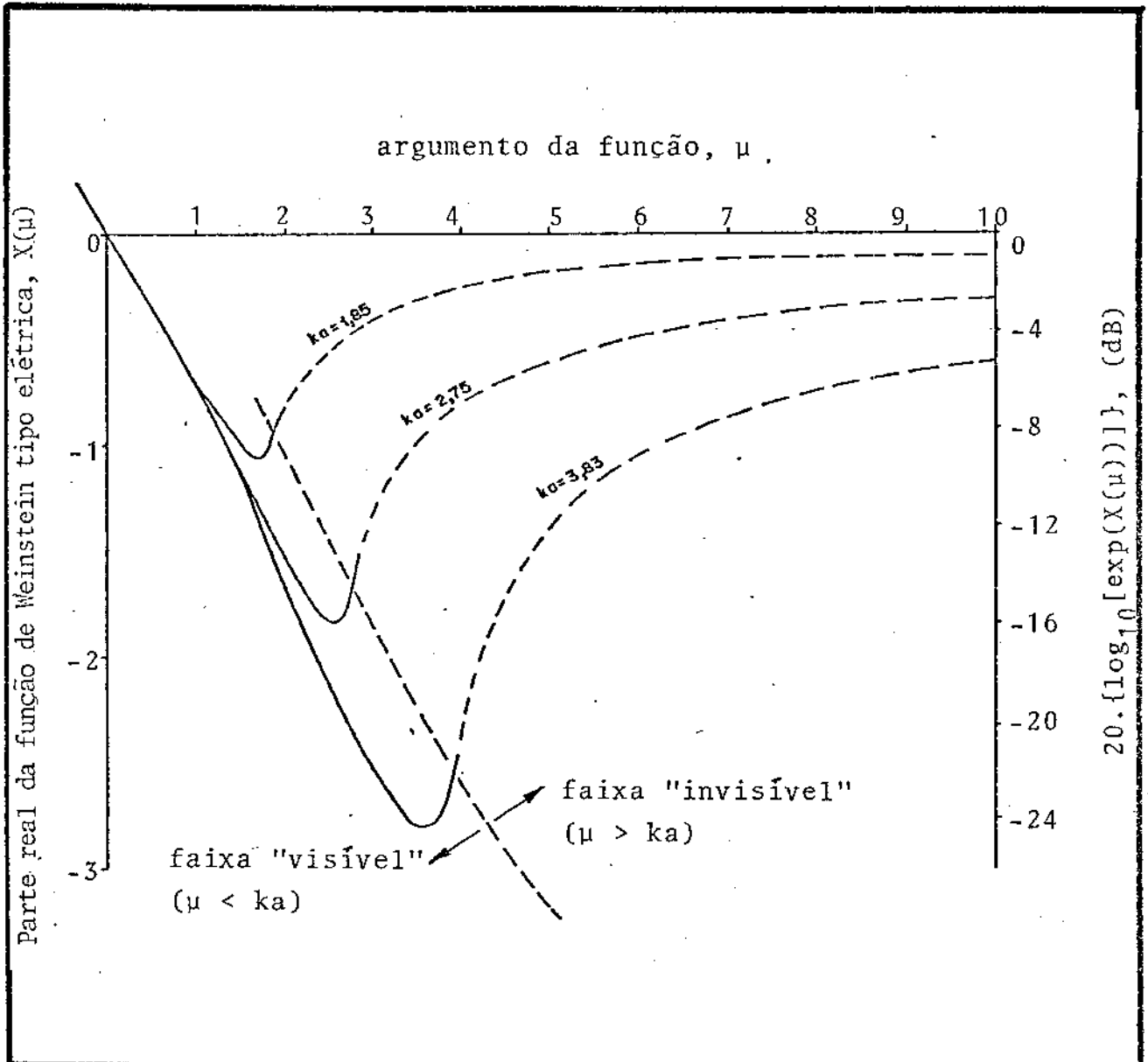


Fig. II.3 - Função "X(μ)", parte real da função de Weinstein elétrica, em função do argumento μ e do parâmetro ka

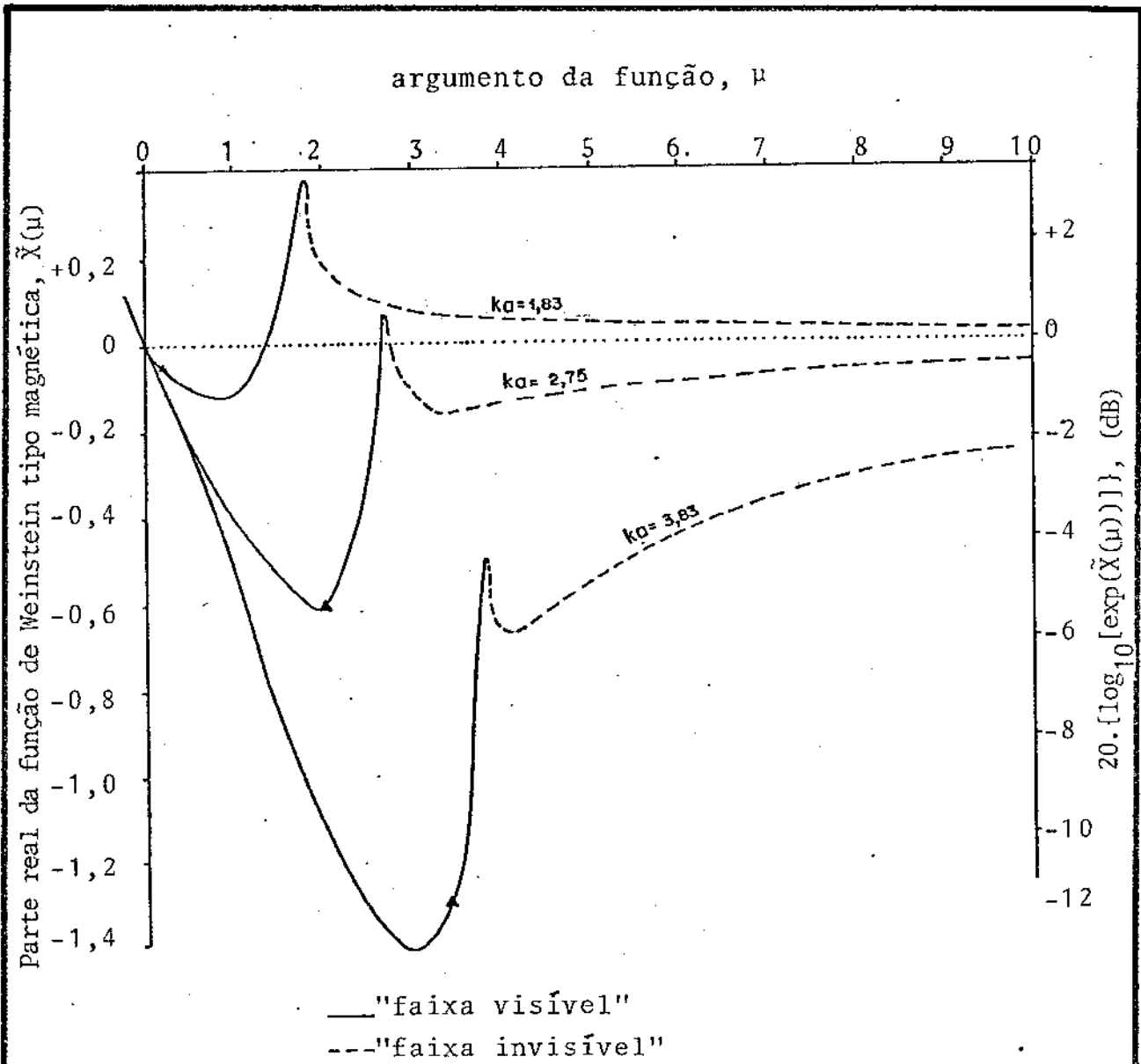


Fig. II.4 - Função " $\tilde{X}(\mu)$ ", parte real da função de Weinstein magnética, em função da variável μ e do parâmetro ka . Os pontos em forma de triângulo representam os valores de $X(\mu)$ para $\mu = -ka \cos \theta_1 = \gamma_1'$, em que γ_1' é o número de onda de corte para o modo TE_{11}

visível, diretamente aos diagramas de irradiação em amplitude nos planos E e H; conseqüentemente, os mínimos das funções X e \tilde{X} , vistos nas Figs. II.3 e II.4, correspondem aos mínimos dos diagramas de irradiação nesses planos. Finalmente, os valores de \tilde{X} , para argumento igual a $\mu = -ka \cdot \cos \theta_1 = \tilde{\gamma}_1$, também são importantes nas aplicações a seguir e estão indicados por pequenos triângulos, nos gráficos da Fig. II.4.

Nas Figs. II.5 e II.6 apresentam-se os gráficos das partes imaginárias, $Y(\mu)$ e $\tilde{Y}(\mu)$, das funções de Weinstein, para valores positivos do argumento μ na faixa visível, isto é, $0 < \mu < ka$. Para valores negativos desse argumento, basta lembrar que essas funções são funções ímpares. Essas figuras mostram também os eixos das ordenadas, em graus, para as funções $\exp(iY(\mu))$ e $\exp(i\tilde{Y}(\mu))$, que desempenham importante papel no cálculo dos diagramas de fase dos campos nos planos E e H, respectivamente.

As funções $Y(\mu)$, mostradas na Fig. II.5, apresentam um mínimo para valores do parâmetro ka maiores que 3,0 e são monotônicas crescentes para valores menores de ka . Para um valor fixo do argumento μ , o valor da função Y decresce com o aumento de ka . Por outro lado, as funções $\tilde{Y}(\mu)$, mostradas na Fig. II.6, crescem inicialmente com o argumento μ até atingir um máximo, após o qual apresentam um rápido decréscimo. Deve-se notar que, uma vez fixado o valor do parâmetro ka , tanto esse máximo da função $\tilde{Y}(\mu)$ quanto o máximo da função $\tilde{X}(\mu)$ (mostrada na Fig. II.4), ocorrem para o mesmo valor do argumento μ . Esse fenômeno é restrito a essas funções para o modo H (ou modo TE), ou seja, \tilde{X} e \tilde{Y} e não X e Y .

II.7. EXPRESSÕES PARA AS FUNÇÕES AUXILIARES

As funções auxiliares $\Delta(ka)$, $\phi_+(wa)$, $\phi_-(wa)$, $\psi_+(wa)$ e $\psi_-(wa)$ são dadas pelas eqs. (II.3), (II.4), (II.5), (II.6) e (II.7) da Seção II.2. Uma vez que as funções $S(wa)$ e $\tilde{S}(wa)$ já foram determinadas nas Seções II.3, II.4 e II.5, as determinações das funções auxiliares não apresentam maiores problemas. No entanto, como será

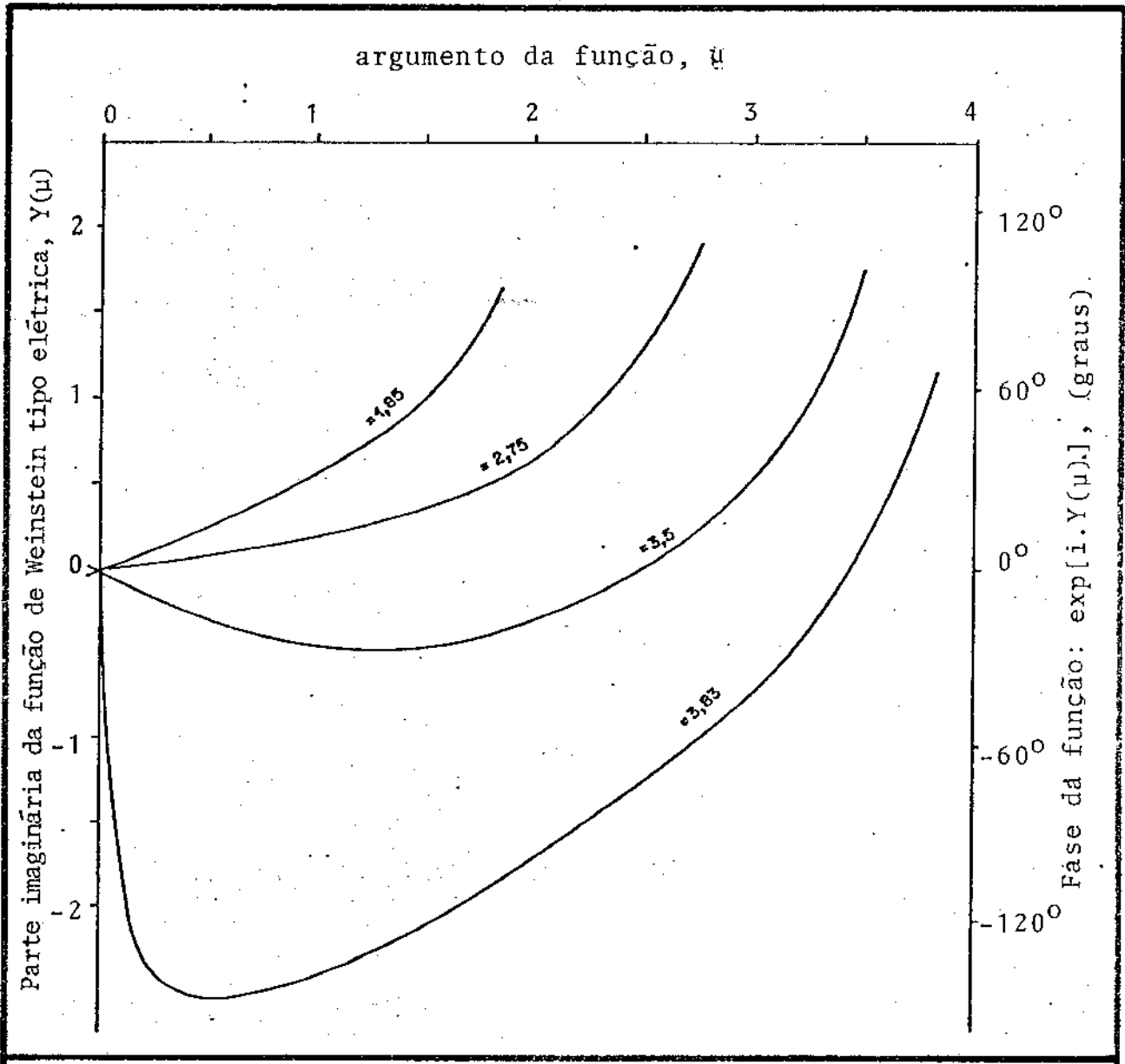


Fig. II.5 - Função $Y(\mu)$, parte imaginária da função de Weinstein elétrica, em função do argumento μ e do parâmetro ka , para valores de μ no intervalo $0 < \mu < ka$.

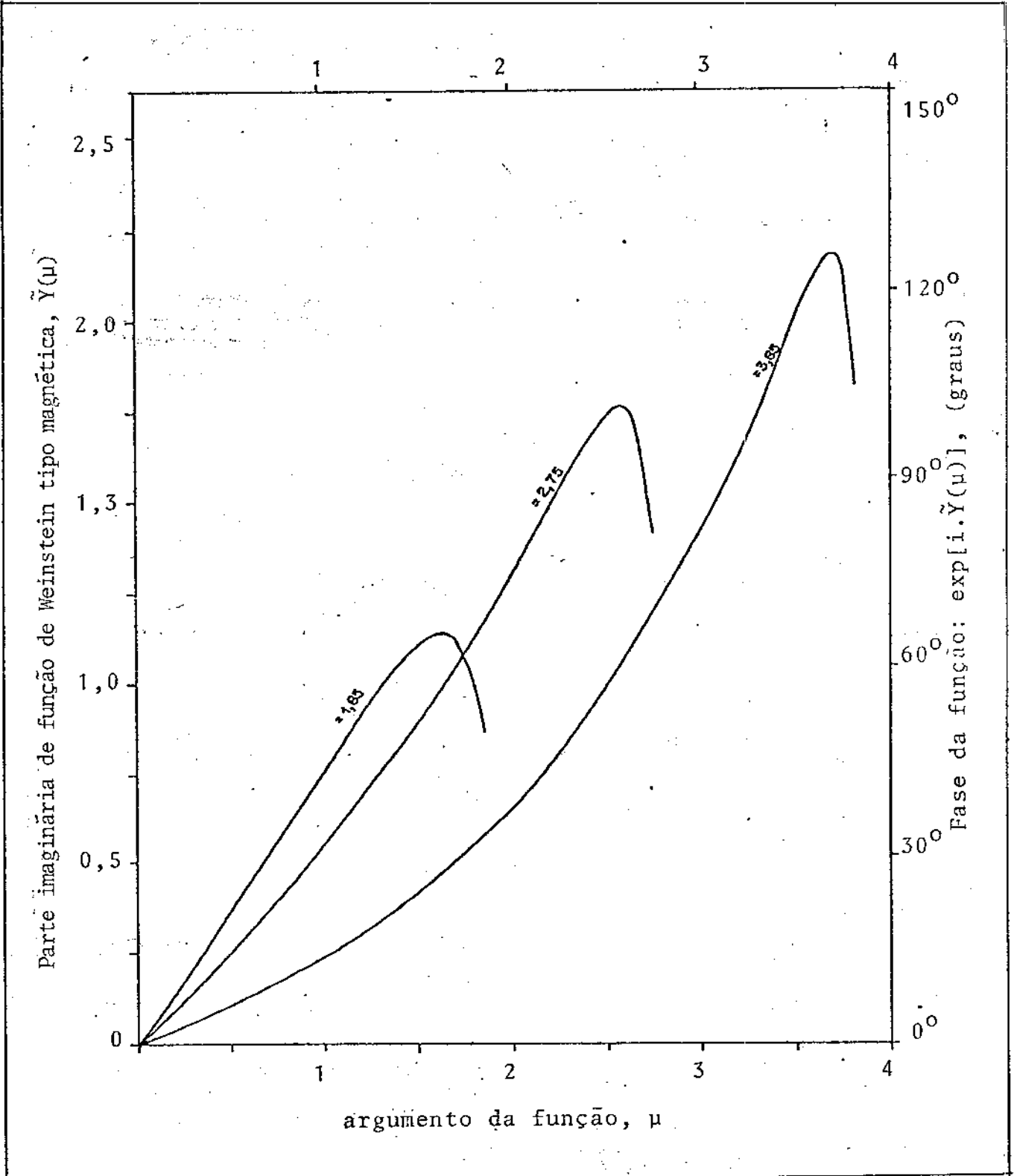


Fig. II.6 - Função $\tilde{Y}(\mu)$, parte imaginária da função de Weinstein magnética, em função do argumento μ e do parâmetro ka , para valores de μ no intervalo $0 < \mu < ka$

mostrado posteriormente, é importante determinarem-se às funções auxiliares para os valores de argumentos: $wa = ka$ e $wa = \tilde{\gamma}'_1$. Para tanto, apresentam-se inicialmente as expressões assintóticas seguintes para as funções de Bessel, Neumann e Hankel, em que x é real, positivo:

$$J_1(x) \cdot H_1(x) \Big|_{x \rightarrow 0} \approx -i/\pi \quad (\text{II.58})$$

$$J'_1(x) \Big|_{x \rightarrow 0} \approx 1/2 \quad (\text{II.59})$$

$$\frac{1}{x} \cdot J'_1[\mu_1 + (x \tilde{\gamma}'_1/\mu_1)] \Big|_{\substack{x \rightarrow 0 \\ \mu_1 = 1,84118}} \approx \tilde{\gamma}'_1 \cdot \frac{(-0,41022)}{\mu_1} \quad (\text{II.60})$$

$$H'_1(ka-wa) \Big|_{\substack{ka-wa=x \\ x \rightarrow 0}} \approx \frac{i}{2} \frac{4}{\pi} \frac{1}{(ka)^2 - (wa)^2} \quad (\text{II.61})$$

$$H'_1(\sqrt{(ka)^2 - (\gamma'_1)^2}) \approx N'_1(\mu_1) = 0,59424 \quad (\text{II.62})$$

Com o auxílio dessas expressões assintóticas é possível obterem-se as seguintes expressões para as funções auxiliares:

$$\psi_+(\tilde{\gamma}'_1) \cdot \left[\frac{1}{2\pi i (k - \tilde{\gamma}'_1)} \right] = \frac{a \cdot \tilde{\gamma}'_1}{\sqrt{ka - \tilde{\gamma}'_1}} \cdot \sqrt{\frac{i}{2\pi}} \cdot (0,36387) \cdot e^{(1/2) \cdot \tilde{S}(\tilde{\gamma}'_1)} \quad (\text{II.63})$$

$$\psi_+(ka) = \sqrt{(i/2ka) \cdot [(\tilde{\gamma}'_1 + ka)/(\tilde{\gamma}'_1 - ka)]} \cdot e^{(1/2) \tilde{S}(ka)} \quad (\text{II.64})$$

$$\phi_+(ka) = \sqrt{-2 i ka} \cdot e^{(1/2)S(ka)} \quad (II.65)$$

A partir das eqs.(II.64) e (II.65), determina-se a importante expressão para a função auxiliar Δ :

$$\Delta(ka) = \frac{i}{2ka} \frac{\phi_+(ka)}{\psi_+(ka)} \approx i \cdot \sqrt{\frac{ka - \tilde{\gamma}'_1}{ka + \tilde{\gamma}'_1}} \cdot e^{1/2[S(ka) - \tilde{S}(ka)]} \quad (II.66)$$

As expressões assintóticas da função $\Delta(ka)$, para grandes valores de ka , podem ser obtidas com o auxílio das eqs.(II.8), (II.9), (II.54), (II.55), (II.56) e (II.57). Essas expressões assintóticas indicam que, para o modo TE_{11} e grandes valores de ka , o módulo da função Δ tende a $\mu_1/ka\sqrt{2}$ e sua fase a 90° , ou seja:

$$\Delta(ka) \Big|_{k \rightarrow \infty} \approx i \cdot [\mu_1/ka\sqrt{2}]$$

Para os valores de ka que interessam a este trabalho, ou seja, $1,841 < ka < 3,834$, as expressões assintóticas não se aplicam, sendo necessário utilizar a eq.(II.66) e as Tabelas II.1 e II.2. Desta forma, é possível obter-se a Tabela II.4, a seguir, para a função Δ em função do argumento ka .

Tabela II.4 - Módulo e fase da função auxiliar Δ , para vários valores do argumento ka

ka	1,85	2,0	2,25	2,5	2,75	3,0	3,25	3,5	3,75	3,83
$ \Delta(ka) $	0,4764	0,3343	0,2471	0,1979	0,1649	0,1408	0,1224	0,1079	0,0962	0,0931
$\angle \Delta(ka)$	112,40°	111,33°	109,26°	106,82°	103,95°	100,57°	96,405°	90,83°	81,20°	71,30°
2.ka. $ \Delta $	1,7628	1,3372	1,1118	0,9896	0,9068	0,8448	0,7958	0,7555	0,7214	0,7133

A função $\Delta(ka)$, em módulo e fase, para $1,85 < ka < 3,83$, é apresentada na Fig. II.7. A fase da função Δ diminui lentamente com o aumento do argumento ka , atingindo o valor de 90° , em $ka \approx 3,5$. Já o módulo da função Δ cai rapidamente com o aumento do argumento ka , ocasionando, como será visto posteriormente, a diminuição da relação frente-costa (ou das correntes superficiais nas paredes externas do guia cilíndrico) com esse aumento de ka (ou aumento da frequência).

Deve-se ressaltar que esses resultados, para o módulo e a fase da função Δ , conferem com os resultados obtidos por Weinstein [(3), 1969, Fig. 38], apresentados em pequenos triângulos na Fig. II.7. A não-perfeita coincidência desses resultados, com as curvas teóricas apresentadas neste trabalho, podem ser atribuídas a erros gráficos, uma vez que os resultados de Weinstein foram obtidos diretamente da curva por ele apresentada. No entanto, os gráficos das funções $X(\mu)$, $\tilde{X}(\mu)$, $Y(\mu)$ e $\tilde{Y}(\mu)$, apresentados anteriormente nas Figs. II.4, II.5 e II.6, não foram comparados com outros valores, por sua inexistência na literatura especializada.

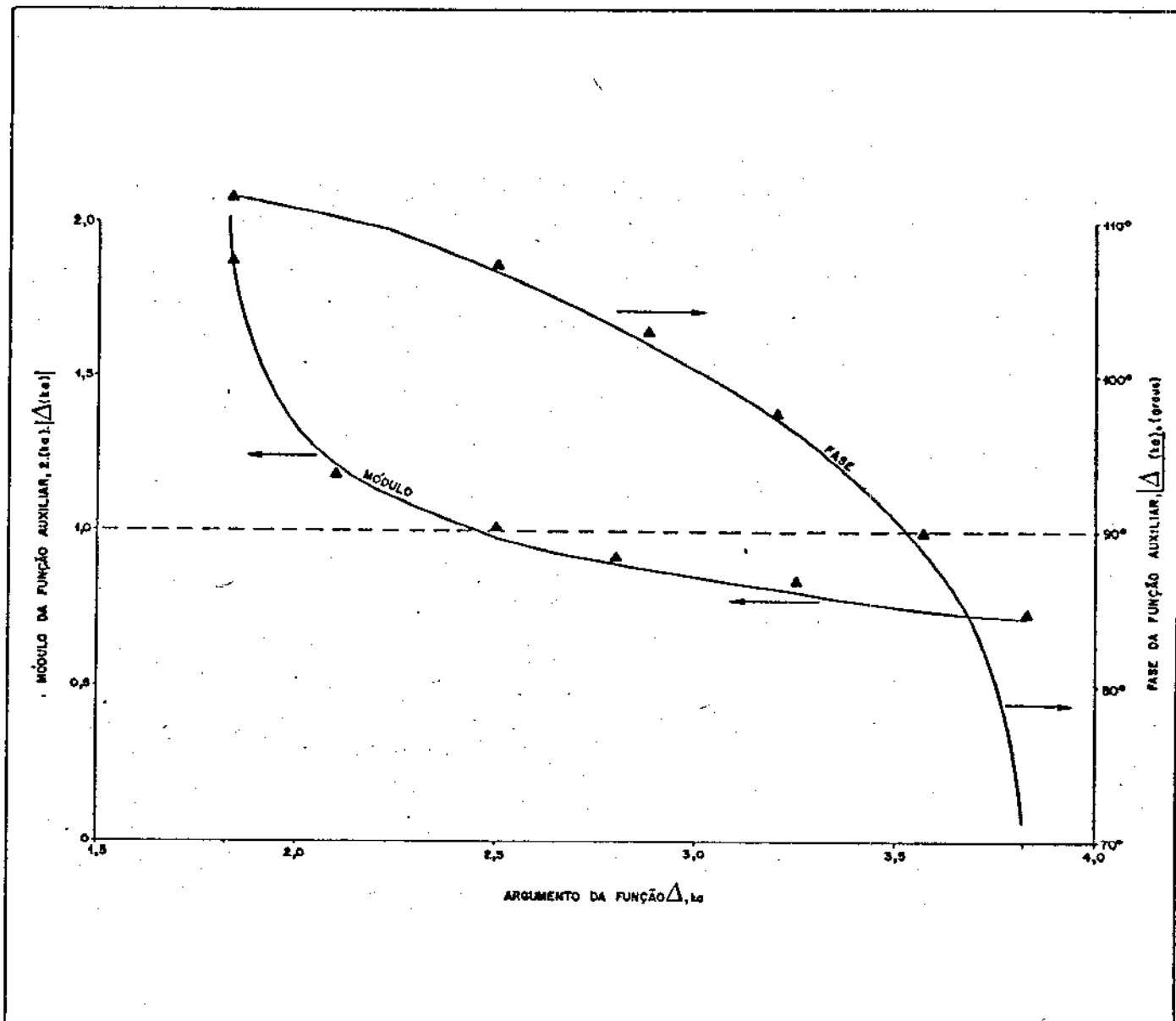


Fig. II 7 - Módulo e fase da função auxiliar $\Delta(ka)$ para variação do argumento correspondente ao modo TE_{11} . As curvas representam os resultados deste trabalho e os pontos em triângulo os resultados de Weinstein [(3), Fig. 38]

CAPÍTULO III

DIAGRAMAS DE IRRADIAÇÃO, EM MÓDULO E FASE,
PARA O CILÍNDRIO ABERTO, OPERANDO NO MODO TE_{11}

III.1. INTRODUÇÃO

A avaliação dos campos distantes, irradiados por um cilindro aberto, semi-infinito, é um problema clássico, que tem despertado muito interesse até o momento. As soluções exatas foram obtidas para alguns casos, utilizando-se a técnica de Weiner - Hopf, conforme descrição nos capítulos anteriores deste trabalho. Além dos campos co-polares, essa técnica permite também calcular o desempenho, em polarização cruzada, dos cilindros abertos, semi-infinitos, com paredes de espessuras infinitesimais. O objetivo deste capítulo é apresentar, de forma sistematizada, os diagramas de campos distantes, em módulo e fase, co-polares e em polarização cruzada, para esses cilindros com paredes de espessura infinitesimais, operando no modo TE_{11} . Esses resultados são comparados com alguns resultados esparsos, encontrados na literatura especializada e com resultados experimentais do próprio autor.

III.2. OS VETORES DE HERTZ EM CAMPOS DISTANTES

Para campos distantes, ou seja, fora do guia cilíndrico aberto, para distâncias e ângulos θ em coordenadas esféricas (ver Fig. I.1), tais que:

$$kR \gg 1 \quad \text{e} \quad kR \sin^2 \theta \gg 1 \quad (\text{III.1})$$

em que k é o número de onda no espaço livre, é possível obterem-se [(3), 1969], a partir das expressões exatas para os vetores de Hertz (eq. (I.3) e (I.4)) e pelo método do caminho de máxima declividade, as expressões que se seguem. Inicialmente, considera-se o ponto de sela dessas expressões exatas e as expressões assintóticas das funções de Bessel, $J_1(vr)$, e Hankel, $H_1(vr)$, e suas derivadas, $J_1'(vr)$ e $H_1'(vr)$, associadas a ele [(12), 1972, eq. (9.2.3) e (9.2.13)]:

$$w = k \cos \theta \quad (\text{ponto de sela}) \quad (\text{III.2})$$

$$J_1(vr) = J_1(\sqrt{(kr)^2 - (wr)^2}) = J_1(kr \sin \theta) \quad (\text{III.3})$$

$$J_1'(vr) = J_1'(kr \text{ sen } \theta) ; \quad (\text{III.4})$$

$$H_1(vr) = H_1(kr \text{ sen } \theta) = \sqrt{\frac{2}{\pi k r \text{ sen } \theta}} \cdot e^{i[kr \text{ sen } \theta - (3\pi/4)]} \quad (\text{III.5})$$

$$H_1'(vr) = H_1'(kr \text{ sen } \theta) = \sqrt{\frac{2}{\pi k r \text{ sen } \theta}} \cdot e^{i[kr \text{ sen } \theta - (\pi/4)]} \quad (\text{III.6})$$

A partir das equações acima, e baseando-se no exemplo resolvido na Seção 4 do livro de Chen-To Tai [(13),1971], podem-se calcular as integrais que fornecem os vetores de Hertz do tipo elétrico Π_z e magnético Π_h , utilizando-se o método do caminho de máxima declividade. Através desse procedimento, obtêm-se os resultados:

$$\Pi_z = Z_0 \cdot \frac{\pi a \sqrt{2}}{k} \cdot J_1(ka \text{ sen } \theta) \cdot F(k \text{ cos } \theta) \cdot \frac{e^{ikR}}{R} \quad (\text{III.7})$$

$$\tilde{\Pi}_z = i \cdot \frac{\pi a \sqrt{2}}{k} \cdot J_1(ka \text{ sen } \theta) \cdot \frac{G(k \text{ cos } \theta)}{\text{sen } \theta} \cdot \frac{e^{ikR}}{R} \quad (\text{III.8})$$

em que: Z_0 é a impedância característica do espaço livre.

A partir das eq.(II.1) até (II.7), é possível calcularem-se as expressões seguintes para as funções F e G, no ponto de se-la $w = k \text{ cos } \theta$:

$$F(k \text{ cos } \theta) = -B \tilde{\gamma}_1' a \sqrt{2i} \cdot \frac{(0,36386)}{\pi \mu_1} \cdot \frac{\Delta}{1 + \Delta^2} \cdot \frac{e^{(1/2) \cdot [\tilde{S}(\tilde{\gamma}_1') + S(k \text{ a cos } \theta)]}}{\text{sen}^2 \theta \cdot \sqrt{H_1(k \text{ a sen } \theta) \cdot J_1(k \text{ a sen } \theta)}} \quad (\text{III.9})$$

$$G(k \cos \theta) = i B \tilde{\gamma}'_1 a \sqrt{(i/2)} \cdot \frac{(0,36386) \mu_1}{ka \cdot (ka + \tilde{\gamma}'_1)} \cdot \frac{e^{(1/2)[\tilde{S}(\tilde{\gamma}'_1) + \tilde{S}(k \cos \theta)]}}{\sin \theta \sqrt{H'_1(k \cos \theta) J'_1(k \sin \theta)}} \cdot \frac{1}{\sqrt{(\cos^2 \theta) - (\cos^2 \theta_1)}} \cdot \left\{ 1 - \cos \theta + \left[2 \cdot \frac{\Delta^2}{1 + \Delta^2} \cdot \frac{(\cos \theta - \cos \theta_1)}{(1 + \cos \theta_1)} \right] \right\} \quad (\text{III.10})$$

em que: $\theta_1 = \arccos(-\tilde{\gamma}'_1/ka)$, sendo que as outras variáveis e funções já foram definidas no Capítulo II.

O valor B, que aparece nas expressões acima, é o valor de pico da corrente superficial " $J_{\phi_{int}}$ " na parede interna do guia cilíndrico e na direção azimutal ϕ , para o ângulo $\phi = \phi_0$ (Fig. I.1), no qual essa corrente é máxima. É interessante relacionar esse valor de B com os valores da potência incidente "P" no interior do guia e da corrente máxima " J_z " na direção longitudinal, Utilizando-se as expressões de Collin [(14), 1966, Tab. 3.4], obtêm-se, para o modo TE_{11} :

$$B = J_{\phi_{int}} = J_{z_{int}} \cdot \frac{i \mu_1^2}{\tilde{\gamma}'_1} \quad (\text{III.11})$$

$$P = \frac{Z_0 \cdot ka \cdot \tilde{\gamma}'_1 \cdot a^2 \cdot \pi}{2} \cdot \frac{[1 - (1/\mu_1^2)]}{\mu_1^2} \cdot B^2 \quad (\text{III.12})$$

em que: $\mu_1 = 1,84118$, e as outras grandezas definidas anteriormente.

A partir dos zeros das funções de Bessel e Neumann, pode-se mostrar que:

$$[1 - (1/\mu_1^2)]/(\mu_1^2) = (0,36387)^2 \cdot (\pi/2) \quad (\text{III.13})$$

Substituindo-se as equações acima nas eqs.(III.7) e (III.8), obtêm-se as expressões para os vetores de Hertz em função da potência incidente "P" no interior do guia cilíndrico, para o modo TE₁₁:

$$\begin{aligned} \Pi_z = & - \frac{\sqrt{P}}{k^2} \cdot \left(\frac{4}{\pi \mu_1} \right) \cdot \sqrt{i \cdot z_0 \cdot \tilde{\gamma}'_1 \cdot ka} \cdot \frac{\Delta}{1+\Delta^2} \cdot \frac{1}{\text{sen}^2 \theta} \\ & \cdot \sqrt{J_1(k \text{asen} \theta) / H_1(k \text{asen} \theta)} \cdot e^{(1/2) [\tilde{S}(\tilde{\gamma}'_1) + S(k \text{acos} \theta)]} \\ & \cdot \frac{e^{ikR}}{R} \end{aligned} \quad \text{(III.14)}$$

$$\begin{aligned} \tilde{\Pi}_z = & - \frac{\sqrt{P}}{k^2} \cdot \left[\frac{2}{\pi ka \sqrt{(\cos^2 \theta) - (\cos^2 \theta_1)}} \right] \cdot \sqrt{\frac{i \cdot \tilde{\gamma}'_1 \cdot ka}{z_0}} \\ & \cdot \left\{ 1 - \cos \theta + \left[2 \frac{\Delta^2}{1+\Delta^2} \cdot \frac{(\cos \theta - \cos \theta_1)}{(1+\cos \theta_1)} \right] \right\} \cdot \sqrt{\frac{ka - \tilde{\gamma}'_1}{ka + \tilde{\gamma}'_1}} \\ & \cdot \frac{1}{\text{sen}^2 \theta} \cdot \sqrt{J'_1(k \text{asen} \theta) / H'_1(k \text{asen} \theta)} \cdot e^{1/2 [\tilde{S}(\tilde{\gamma}'_1) + \tilde{S}(k \text{acos} \theta)]} \\ & \cdot \frac{e^{ikR}}{R} \end{aligned} \quad \text{(III.15)}$$

em que:

$$\mu_1 / (ka + \tilde{\gamma}'_1) \equiv \sqrt{(ka - \tilde{\gamma}'_1) / (ka + \tilde{\gamma}'_1)} \quad \text{(III.16)}$$

III.3. OS CAMPOS ELETROMAGNÉTICOS DISTANTES

Os campos elétricos e magnéticos distantes, nas direções ϕ e θ podem ser deduzidos diretamente a partir dos vetores de Hertz

elétrico, Π , e magnético, $\tilde{\Pi}$, apresentados na Seção anterior, utilizando-se as eqs.(I.7) e (I.10). Os resultados são:

$$E_{\theta} = Z_0 \cdot H_{\phi} = -\text{sen}(\phi + \phi_0) k^2 \Pi_z \text{sen}\theta \quad (\text{III.17})$$

$$-H_{\theta} = E_{\phi} / Z_0 = \text{cos}(\phi + \phi_0) k^2 \tilde{\Pi}_z \text{sen}\theta \quad (\text{III.18})$$

Utilizando-se as equações acima e as eqs.(III.14) e (III.15) expressam-se os campos elétricos distantes na direção em elevação, E_{θ} , e na direção azimutal, E_{ϕ} , na forma seguinte:

$$E_{\theta} = \frac{\sqrt{P \cdot Z_0}}{R} \cdot \text{sen}(\phi + \phi_0) \cdot (4/\pi\mu_1) \cdot \sqrt{i \tilde{\gamma}'_1 \cdot ka} \cdot \frac{\Delta}{1 + \Delta^2} \cdot \frac{e^{ikR}}{\text{sen}\theta} \cdot \sqrt{J_1(ka \text{sen}\theta) / H_1(ka \text{sen}\theta)} \cdot e^{(1/2) [\tilde{S}(\tilde{\gamma}'_1) + S(k \text{acos}\theta)]} \quad (\text{III.19})$$

$$E_{\phi} = \frac{\sqrt{P \cdot Z_0}}{R} \cdot \text{cos}(\phi + \phi_0) \cdot \left[\frac{(-2)}{\pi ka \sqrt{(\text{cos}^2\theta) - (\text{cos}^2\theta_1)}} \right] \sqrt{i \cdot \tilde{\gamma}'_1 \cdot ka} \cdot \left\{ 1 - \text{cos}\theta + \left[2 \frac{\Delta^2}{1 + \Delta^2} \frac{(\text{cos}\theta - \text{cos}\theta_1)}{(1 + \text{cos}\theta_1)} \right] \right\} \cdot \sqrt{\frac{ka - \tilde{\gamma}'_1}{ka + \tilde{\gamma}'_1}} \frac{e^{ikR}}{\text{sen}\theta} \cdot \sqrt{J'_1(ka \text{sen}\theta) / H'_1(ka \text{sen}\theta)} \cdot e^{(1/2) [\tilde{S}(\tilde{\gamma}'_1) + \tilde{S}(k \text{acos}\theta)]} \quad (\text{III.20})$$

Nas equações acima, a dimensão dos campos, em V/m, é dada pelo termo $\sqrt{PZ_0}/R$, sendo que os termos restantes são adimensionais. Em acréscimo, fica agora evidente a importância das Tabelas II.1, II.2, II.3 e II.4, apresentadas no capítulo anterior, que fornecem os valores complexos de $S(k \text{acos}\theta)$ e $\tilde{S}(k \text{acos}\theta)$.

O "plano E", ou plano do campo elétrico, é caracterizado

pelo ângulo ϕ constante e igual a $[\phi_0 - (\pi/2)]$, enquanto que o "plano H", ou plano do campo magnético, é caracterizado pelo ângulo ϕ constante e igual a ϕ_0 (ver Fig. I.1). A partir dos valores limites para as funções de Bessel:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{J_1(x)}{\text{sen}^2(x) \cdot H_1(x)} = \frac{i\pi}{4} \quad (\text{III.21})$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{J_1'(x)}{\text{sen}^2(x) \cdot H_1'(x)} = \frac{\pi}{4i} \quad (\text{III.22})$$

e observando-se as equações (III.19) e (III.20), pode-se obter o valor de E_θ , no plano E e o valor de E_ϕ , no plano H, para os ângulos $\theta = -180^\circ$ (ângulo frontal da antena a guia de onda cilíndrico aberto) e $\theta = 0^\circ$ (ângulo do lóbulo traseiro desta antena). Os resultados para esses valores do campo distante são:

$$E_\theta(\theta = 180^\circ; \text{plano E}) = E_\phi(\theta = 180^\circ; \text{plano H}) = E(\text{frontal}) \quad (\text{III.23})$$

ou:

$$E(\text{frontal}) = \frac{\sqrt{PZ_0}}{R} \cdot \frac{2i ka}{\mu_i} \cdot \frac{\sqrt{\tilde{\gamma}_1' ka/\pi}}{\Delta} \cdot \frac{\Delta}{1+\Delta^2} e^{(1/2)[\tilde{S}(\tilde{\gamma}_1') - S(ka)]} \cdot e^{ikR} \quad (\text{III.24})$$

$$E_\theta(\theta = 0^\circ; \text{plano E}) = -E_\phi(\theta = 0^\circ; \text{plano H}) = E(\text{traseiro}) \quad (\text{III.25})$$

$$E(\text{traseiro}) = E(\text{frontal}) \cdot e^{S(ka)} \quad (\text{III.26})$$

Desta forma, a relação frente-costa da antena a guia de onda cilíndrico, RFC, em potência, será simplesmente a exponencial do dobro da parte real da Função de Weinstein elétrica, ou seja:

$$\text{R.F.C.} \equiv \left[\frac{|E(\text{frontal})|}{|E(\text{traseiro})|} \right]^2 = e^{2[X(ka)]} \quad (\text{III.27})$$

III.4. CAMPOS ELETROMAGNÉTICOS COPOLARES, EM POLARIZAÇÃO CRUZADA E CONVENÇÃO UTILIZADA

Os campos eletromagnéticos distantes, irradiados por uma antena, podem ser completamente especificados em termos de duas componentes vetoriais ortogonais em cada ponto do espaço. A definição dessas duas componentes, em termos de campos co-polares e "cruz-polares" (ou em polarização cruzada), pode ser arbitrária. O autor Ludwig [(15), 1973] esclareceu o assunto e mostrou que entre as definições empregadas na época, a que denominou "terceira definição" era a mais conveniente. Com essa definição, os campos em co-polarização e cruz-polarização correspondem aos campos medidos pela técnica convencional de medida em antenas e são ideais para o estudo de alimentadores em antenas parabólicas [(16), 1980]. Segundo a terceira definição de Ludwig, a relação entre os campos co-polares, $E_p(\theta, \phi)$, e os campos cruz-polares, $E_q(\theta, \phi)$, com os campos em componentes esféricas, E_θ [eq. (III.19)] e E_ϕ [eq. (III.20)], é dada na forma seguinte:

$$\begin{bmatrix} E_p(\theta, \phi) \\ E_q(\theta, \phi) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{sen}\phi & \text{cos}\phi \\ \text{cos}\phi & -\text{sen}\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_\theta \\ E_\phi \end{bmatrix} \quad (\text{III.28})$$

É importante notar que tanto na equação acima, quanto nos padrões do IEEE [(17), 1979], o valor do ângulo θ deve ser zero no lóbulo frontal da antena. No entanto, o autor Weinstein [(3), 1969] adotou o valor de " $\theta = 180^\circ$ " para caracterizar o lóbulo frontal da antena (ver Fig. I.1). Dessa forma, nas fórmulas apresentadas até este momento, utilizou-se a convenção de Weinstein, para facilitar a comparação com os seus resultados, enquanto que nas fórmulas (III.26) e seguintes, deste capítulo, será empregada a convenção do IEEE, visando à comparação com resultados da literatura especializada.

III.5. GANHO E DIRETIVIDADE DO GUIA CILÍNDRICO ABERTO

Supondo-se que o guia cilíndrico aberto tenha parede perfeitamente condutora e de espessura infinitesimal, o coeficiente de reflexão em corrente, ρ_{11} , para o modo TE_{11} , é dado na forma [(3), 1969, eq.27.08]:

$$\rho_{11} = \sqrt{\frac{ka - \tilde{\gamma}'_1}{ka + \tilde{\gamma}'_1}} \cdot \frac{\psi_+(\tilde{\gamma}'_1)}{2\tilde{\gamma}'_1 [\psi_-(\tilde{\gamma}'_1)]} \left\{ 1 + \left[\frac{\Delta^2}{1 + \Delta^2} \cdot \frac{4 ka \tilde{\gamma}'_1}{(ka - \tilde{\gamma}'_1)^2} \right] \right\} \quad (\text{III.29})$$

em que as funções auxiliares ψ_+ , ψ_- e Δ foram definidas na Seção II.2.

A partir do coeficiente de reflexão, é possível relacionarem-se o ganho em potência, G_p , e a diretividade, D , para o cilindro aberto, na forma [(18), 1950]:

$$G_p(\theta, \phi) = [1 - |\rho_{11}|^2] \cdot D(\theta, \phi) \quad (\text{III.30})$$

Utilizando-se a fórmula de Friis [(18), 1950], é possível relacionar a potência incidente no guia, P , o coeficiente de reflexão, ρ_{11} , o campo copolar, E_p [eq.(III.28)] e a distância R , na forma seguinte:

$$G_p(\theta, \phi) = \frac{R^2}{60 \cdot P} |E_p(\theta, \phi)|^2 \quad (\text{III.31})$$

Particularmente, para a região frontal do guia cilíndrico aberto, pode-se calcular seu ganho máximo, com o auxílio da eq.(III.24). O resultado é expresso por:

$$G_{P_{\max}} = 4\pi \cdot \frac{2 ka \tilde{\gamma}'_1}{\pi \cdot (\mu_1)^2} \cdot \frac{|\Delta|^2}{|1 + \Delta^2|^2} e^{[X(\tilde{\gamma}'_1) - X(ka)]} \quad (\text{III.32})$$

III.6. PROGRAMA COMPUTACIONAL E CÁLCULO NUMÉRICO DOS DIAGRAMAS DE IRRADIAÇÃO, EM MÓDULO E FASE, CO-POLARES E EM POLARIZAÇÃO CRUZADA

O cálculo dos diversos diagramas em campos distantes, para o cilindro de parede com espessura infinitesimal, é realizado com o auxílio do programa "AT1", apresentado no Anexo VIII deste trabalho. Os diagramas são apresentados para o ângulo esférico, θ , variando de 5 em 5 graus e para 10 valores do parâmetro "ka" no intervalo de 1,85 a 3,83 (domínio do modo TE_{11}). Os diagramas do campo elétrico distante, em módulo e fase, são calculados com o auxílio das eqs. (III.19) [plano E] e (III.20) [plano H]. As funções de Weinstein, S e \tilde{S} , necessárias a esses cálculos são obtidas a partir dos resultados apresentados anteriormente (Tabelas II.1, II.2, II.3 e II.4). Os diagramas em polarização cruzada são calculados com auxílio da eq. (III.28), para o plano em que $\theta = 45^\circ$, como usual. Os resultados são apresentados em decibéis ou radianos em relação ao ângulo frontal da antena, tomado como referência e correspondente ao valor $\theta = 0^\circ$. A diretividade e ganho máximos são calculados pelas eqs. (III.30) e (III.32).

Os resultados obtidos com o programa AT1 são apresentados na Tabela III.1 (Diagramas de intensidade do campo co-polar, no Plano E), Tabela III.2 (Diagramas de intensidade do campo co-polar, no plano H, diretividade e ganho máximos), Tabela III.3 (Diagramas de fase do campo co-polar no plano E), Tabela III.4 (Diagramas de fase do campo co-polar no plano H) e Tabela III.5 (Diagramas em polarização cruzada no plano de 45°). Todas essas tabelas se encontram ao final deste capítulo. Nas Seções a seguir, esses resultados são interpretados e comparados com resultados da literatura.

III.7. DIAGRAMAS DE INTENSIDADE DE CAMPO

Os diagramas de intensidade de campo, calculados segundo o procedimento já descrito, são apresentados na Fig. III.1. Tanto no plano E, quanto no plano H, esses diagramas apresentam um único mínimo que ocorre para o ângulo θ entre 120° e 140° no plano H e

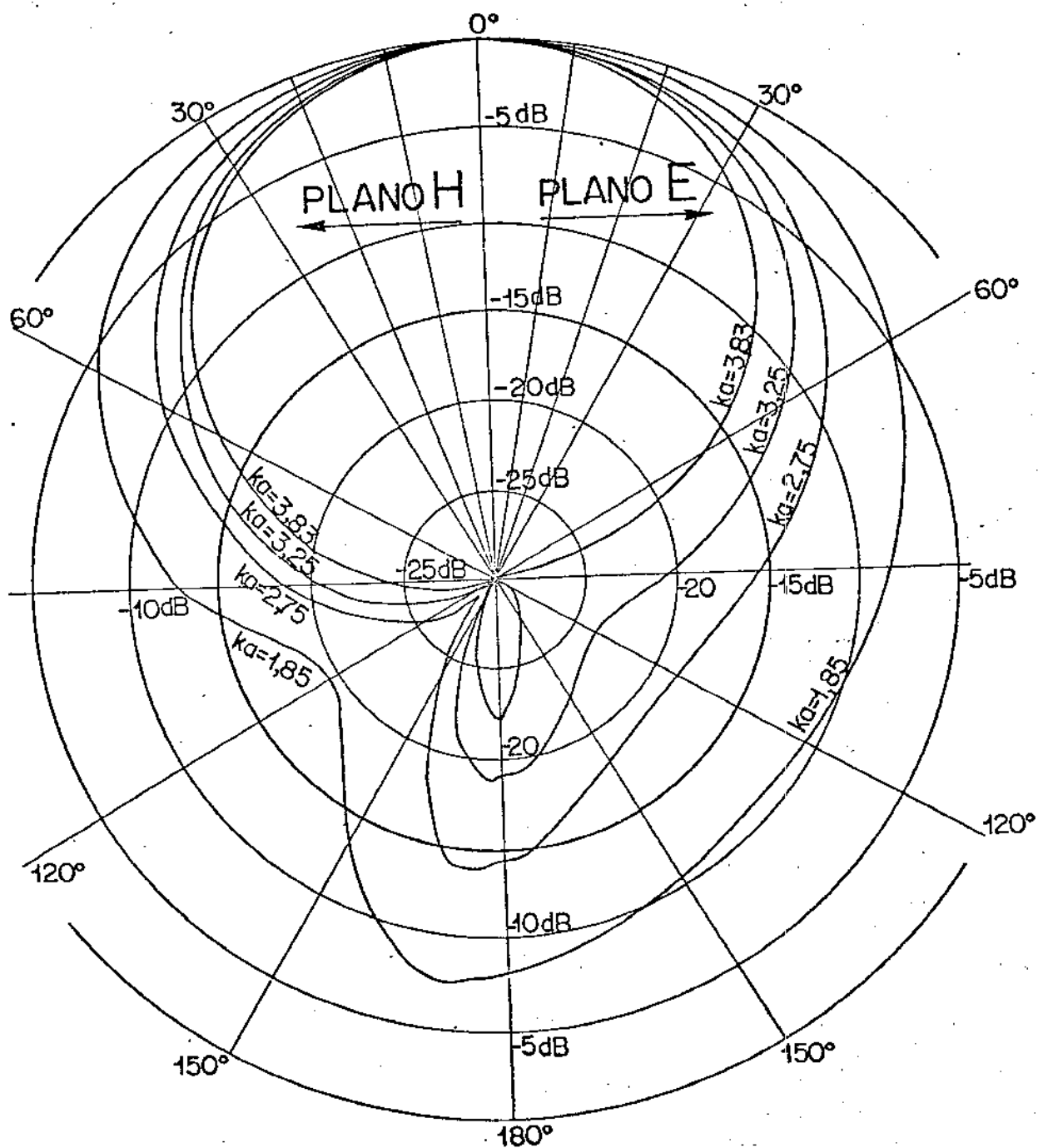


Fig. III.1 - Diagramas de intensidade de campo, nos planos E e H, para um guia cilíndrico, aberto, com paredes de es pes su ra i n f i n i t e s i m a l, operando no modo TE_{11} , calculados pelo método de Wiener-Hopf.

entre 90° e 120° no plano E. Os mínimos se tornam mais pronunciados à medida que aumenta o valor do parâmetro ka . Os diagramas no plano H são mais diretivos que no plano E, com exceção do valor $ka = 3,83$, no qual ocorre o fenômeno inverso. Deve-se esperar, portanto, que exista um valor de ka em que os diagramas nos planos E e H sejam coincidentes. De fato, — e esta é a observação mais importante a ser feita nessa figura — existe coincidência quase perfeita entre os diagramas nos planos E e H, para o valor $ka = 3,25$ e para o intervalo do ângulo entre zero e noventa graus. Essa simetria quase perfeita, que pode ser melhor analisada consultando-se as Tabelas III.1 e III.2, acarreta excelente desempenho em polarização cruzada para este valor de ka , conforme será melhor analisado posteriormente.

Uma outra observação interessante nessa figura é o pequeno "overshoot" que ocorre com o diagrama no plano H, para o ângulo θ nas vizinhanças de 180° (ver também Tabela III.2). Esse "overshoot", já verificado por Weinstein [(3),1969], é consequência do máximo da função $X(\mu)$, para " μ " pouco menor que ka (ver Fig. II.4 e Seção II.6).

Weinstein [(3),1969, Fig. 47], apresenta os diagramas nos planos E e H, para um único valor do parâmetro ka ($ka = 2$), na forma de um gráfico. A comparação destes valores, com os calculados pelo autor, mostram variações máximas de 0,3 dB ao longo de todos os diagramas. É provável que essa pequena diferença seja proveniente de imprecisão gráfica.

A comparação do método de Weiner-Hopf, aqui apresentado, com resultados obtidos através do "Princípio de Huygens" é feita exhaustivamente por Weinstein [(3),1969]. No entanto, o cálculo dos diagramas de um cilindro aberto, através da Teoria Geométrica da Difrração (GTD), foi apresentado no trabalho recente de Narasimhan [(19), 1979]. É bastante claro que a análise de GTD é aplicável a cilindros com aberturas bem maiores que o comprimento de onda (valores grandes de ka), mas é interessante verificar a imprecisão, usando GTD, para pequenos valores da abertura do guia. Para tanto, apresentam-se, na Fig. III.2, os gráficos de intensidade de campo no plano E, para valores de $ka = 2$ e $ka = 4$, obtidos a partir do método

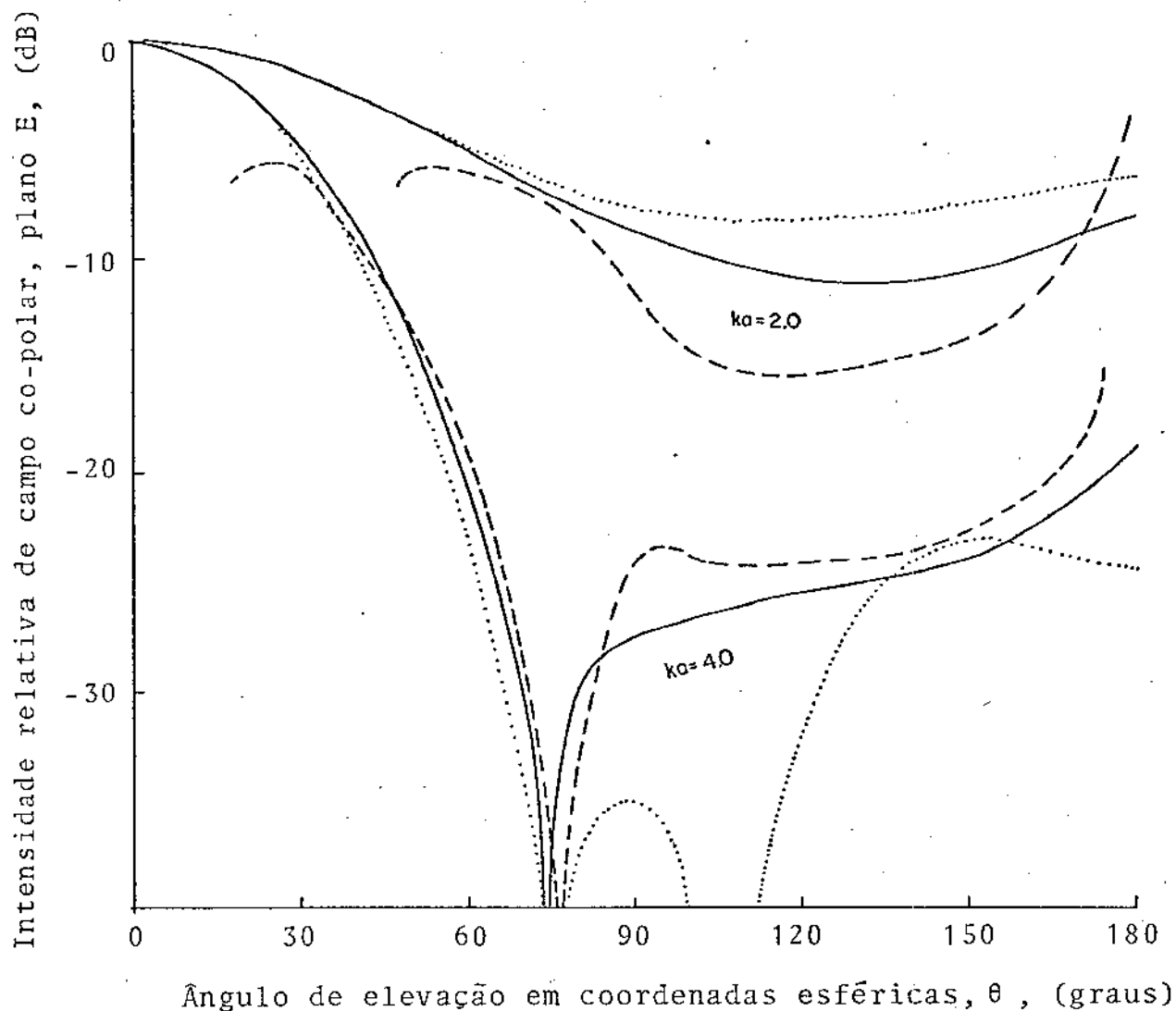


Fig. III.2 - Diagramas de irradiação, no plano E, para o cilindro aberto, semi-infinito, obtidos a partir da formulação exata de Weinstein - método de Wiener-Hopf [3] (curvas contínuas), e das formulações assintóticas de Chu - método de Kirchoff-Huygens [20] (curvas pontilhadas) e de Narasimhan - método GTD [19] (curva tracejada).

exato de Wiener-Hopf (curvas contínuas), método GTD na formulação de Narasimhan (curvas tracejadas) e pela técnica de Kirchoff-Huygens na formulação de Chu [(20),1940] (curvas pontilhadas). A análise dessas curvas mostra que para o pequeno valor da abertura ($ka = 2$), correspondente a um diâmetro do cilindro de 0,63 comprimentos de onda, nenhum dos métodos assintóticos descreve o diagrama de irradiação para ângulos maiores que 60° . Já na parte frontal da antena ($\theta < 60^\circ$), a fórmula de Chu aproxima muito bem o diagrama exato, para qualquer valor de ka , conforme já divulgado na literatura. É interessante notar, também, que para o valor de $ka = 4,0$, a formulação em GTD já descreve bastante bem o lóbulo secundário da irradiação do cilindro aberto ($\theta > 60^\circ$). Para valores maiores de ka , essa correspondência é ainda melhor [(19),1979].

III.8. GANHO, COEFICIENTE DE REFLEXÃO E DIRETIVIDADE DO GUIA CILÍNDRICO ABERTO

Uma consequência direta do cálculo dos diagramas de irradiação anteriores, na formulação de Weinstein, é a obtenção do ganho da antena a guia cilíndrico aberto, semi-infinito [ver eq.(III.32)]. Além disso, as eqs.(III.29) e (III.30) permitem os cálculos do coeficiente de reflexão e da diretividade dessa antena. Os resultados do ganho e diretividade são apresentados na Tabela III.2, colocada ao final deste capítulo. Pode-se notar que o ganho em potência cresce com ka , sendo igual a 2,09 em $ka = 1,85$, crescendo rapidamente para 4,73 em $ka = 2,0$ e tendo depois um crescimento mais lento, até atingir o valor de 13,65 em $ka = 3,83$.

O rápido crescimento do ganho de $ka = 1,85$ para $ka = 2,0$, deve ser atribuído ao fato de o coeficiente de reflexão cair rapidamente nesse intervalo, situado nas proximidades da frequência de corte do guia. De fato, medidas efetuadas pelo autor, mostram que o coeficiente de reflexão passa de 0,67 em $ka = 1,98$ para 0,45 em $ka = 2,0$. Considerando-se valores maiores de ka , o coeficiente de reflexão tem queda menos acentuada, conforma mostrado pela curva teórica (tracejada) da Fig. III.3. Nessa figura, mostram-se também os valores medidos, na banda X, do coeficiente de reflexão de um guia

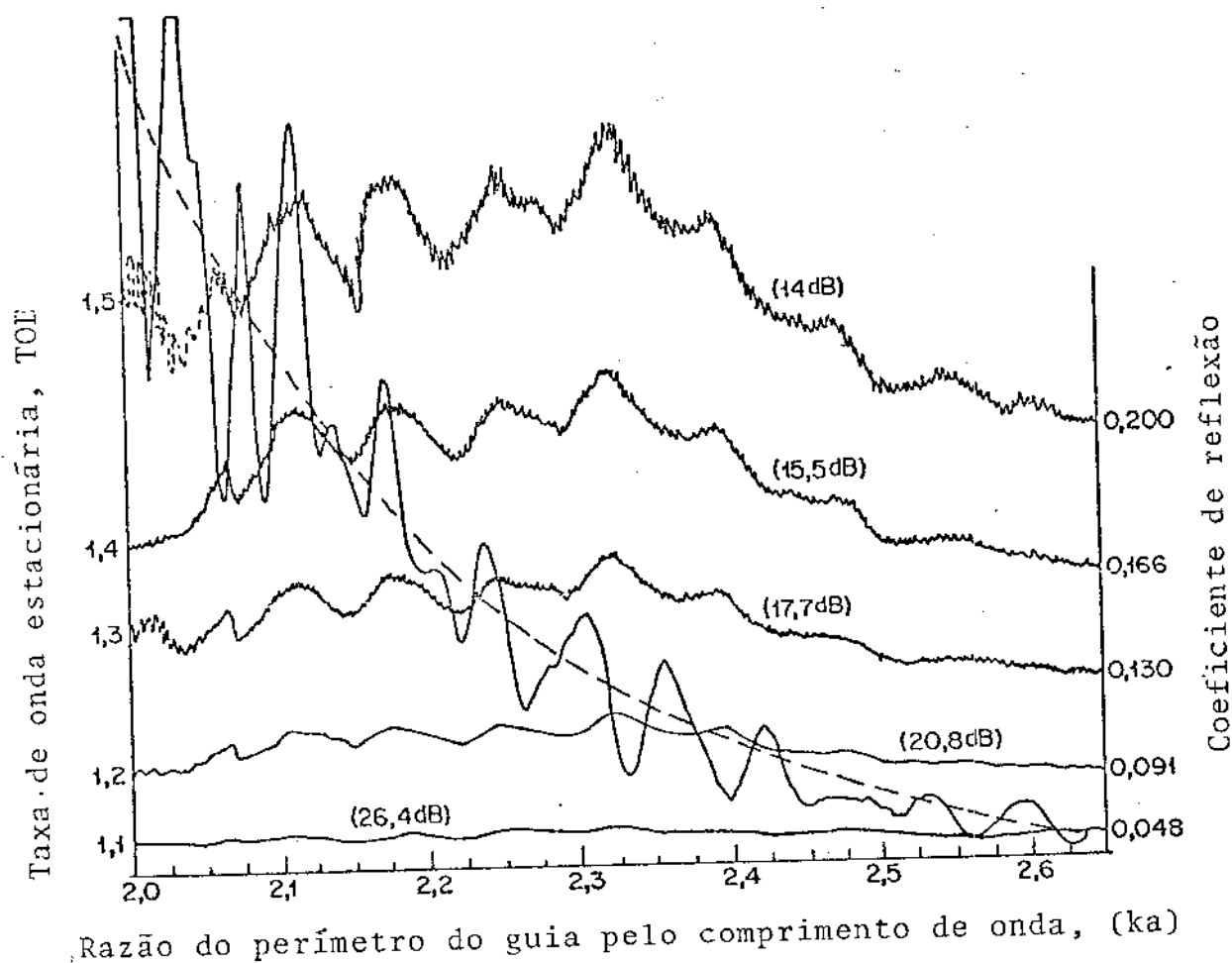


Fig. III.3 - Coeficiente de onda estacionário teórico (linha tracejada) e experimental (linha contínua) como função do parâmetro ka do guia cilíndrico aberto. É também apresentada uma família de curvas de calibração para as perdas de retorno e seus respectivos valores, em decibéis, são indicados próximos a cada curva.

aberto (curva contínua) utilizando-se técnicas de varredura em frequência [(21), 1975, p. 23]. Os valores de ka , dessa figura, referem-se ao diâmetro interno do guia, o qual foi construído com um tubo de latão de diâmetro interno de 25,40 mm e diâmetro externo de 28,57 mm e comprimento de 300 mm. Note-se a boa concordância entre os valores teóricos e experimentais. A oscilação da curva experimental pode ser interpretada como proveniente da reflexão em outra descontinuidade no interior do guia, como mostrado a seguir.

A curva experimental tem, para $ka = 2,25$, oscilação com período de " $\Delta ka \approx 0,062$ ". Considerando-se que a frequência de operação, em $ka = 2,25$ é de 8,54 GHz, o comprimento de onda no espaço livre é " $\lambda_0 = 35,46$ mm" e o comprimento de onda guiado é " $\lambda_g \approx 61,70$ mm", pode-se mostrar que o ponto de interferência deve estar situado a uma distância " d ", da abertura do guia, igual a:

$$d = \frac{ka}{\Delta ka} \cdot \frac{\lambda_0}{2} \cdot \frac{\lambda_0}{\lambda_g} \approx 370 \text{ mm} \quad (\text{III.33})$$

ou seja, 70 mm antes do início do tubo cilíndrico de latão, que tem comprimento de 300 mm. Uma vez que, no início deste tubo está localizada a transição guia cilíndrico-guia retangular, com 120 mm de extensão, tudo indica que, no interior dessa transição ocorre a reflexão que interfere com a reflexão da abertura do guia cilíndrico, causando, assim, a oscilação notada na curva contínua da Fig.III.3.

Quanto à análise da diretividade do guia cilíndrico aberto, mostrada na Tabela III.2, é interessante compará-la com a fórmula assintótica [(18), 1950] baseada na largura do feixe de -3 decibéis em radianos no plano E, α_E , e no plano H, α_H . Essa fórmula expressa a diretividade aproximada, D_A , na forma seguinte:

$$D_A \approx \frac{4\pi}{\alpha_E \alpha_H} \quad (\text{III.34})$$

A Tabela III.6, a seguir, mostra os valores da diretividade aproximada, calculada pela fórmula acima e a diretividade real " D ", calculada pela fórmula (III.30), em função do parâmetro ka . Como espe

rado, a diretividade aproximada é ligeiramente superior que a diretividade real. Porém, o erro máximo encontrado, de 20% , é menor que os valores normalmente encontrados, pelo autor, para antenas tipo corneta. Nesse último caso, diferenças típicas de 50% tem sido encontradas.

Tabela III.6 - Diretividade Real (D) e aproximada (D_A) da antena a guia de onda cilíndrico aberto (valores absolutos)

ka	1,85	2,0	2,25	2,5	2,75	3,0	3,25	3,5	3,75	3,83
D	4,33	5,08	6,04	7,04	8,12	9,28	10,52	11,83	13,22	13,66
D_A	5,5	6,2	7,3	8,4	9,6	11,3	12,3	13,9	14,6	14,9

A comparação da diretividade real com a diretividade calculada pelo método de Kirchoff-Huygens encontra-se no trabalho de Weinstein [(3),1969] e não será repetida aqui.

III.9. DIAGRAMAS DE FASE DOS CAMPOS DISTANTES

O cálculo da fase do campo elétrico distante, \underline{E} , é feito utilizando-se as eqs.(III.19) e (III.20). Não levando-se em conta o termo "ikR", as fases do campo no plano E, \underline{E}_θ , e no plano H, \underline{E}_ϕ , são expressas por (usando-se a "notação IEEE" - ver discussão ao final da Seção III.4):

$$\underline{E}_\theta = (1/2) \cdot \left[\underline{\tilde{Y}}(\tilde{Y}'_1) + \underline{Y}(ka \cos \theta) - \underline{H}_1(ka \sin \theta) \right] + \underline{\Delta} - \underline{(1 + \Delta^2)} \quad (III.35)$$

$$\underline{E}_\phi = (1/2) \left[\underline{\tilde{Y}}(\tilde{Y}'_1) + \underline{\tilde{Y}}(ka \cos \theta) - \underline{H}'_1(ka \sin \theta) \right] + \underline{M} \quad (III.36)$$

em que:

$$M = \left\{ 1 + \cos \theta - \left[2 \frac{\Delta^2}{1 + \Delta^2} \frac{(\cos \theta + \cos \theta_1)}{(1 + \cos \theta_1)} \right] \right\} \quad (\text{III.37})$$

As fases dos termos em Y e \tilde{Y} já foram apresentadas no Capítulo II. As fases da função de Hankel, H_1 e sua derivada, H_1' , são calculadas pelo programa T3 e a subrotina YU. Esses resultados, em função do parâmetro ka e do argumento ka sen θ , são apresentados no Anexo IX deste trabalho. As fases restantes são calculadas pelo próprio programa AT1 (Anexo VIII). Os resultados finais encontram-se nas Tabelas III.3 e III.4, ao final deste capítulo e, por não estarem disponíveis na literatura pesquisada, foram comparados com resultados medidos pelo autor, conforme discussão a seguir.

A medida da fase dos campos foi efetuada na câmara anecônica da Universidade de Toronto, em julho de 1977. A montagem utilizada emprega um analisador vetorial de redes [(22), 1968] com técnicas de varredura em frequência [(23), 1970]. Nessas medidas, a antena em teste foi deslocada de 10 em 10 graus, por um sistema semi-automático. A cada ângulo em que a antena ficou parada, foi feita uma varredura em frequência e a fase foi registrada em um traçador X-Y. Dessa forma, gráficos da fase em função da frequência (ou em função de ka) foram obtidos para os vários valores do ângulo em que a antena foi deslocada. Para fixar a referência de fase, o comprimento de um cabo coaxial, fixado à entrada do conversor de FI, foi ajustado de forma a referenciar a fase em uma ampla faixa de frequências. Um sistema preciso de alinhamento da antena, do tipo normalmente usado para alinhamento de "máquinas fresadoras", proporcionou o posicionamento preciso da antena ao longo dos três eixos perpendiculares. Dessa forma, após a calibração, o movimento da antena, em torno do centro de rotação do pedestal, foi menor que 1 mm, assegurando um erro máximo na medida de fase, na banda X, de 12 graus. Maior precisão somente seria obtida com o uso de um sistema de alinhamento óptico [(24), Teickman, 1970].

Na Fig. III.4 mostram-se os resultados teóricos (curvas contínuas) e experimentais (curvas tracejadas) da fase do campo distante, E_θ , no plano E, em função de ka, tendo o ângulo de desvio da antena de teste, θ , como parâmetro e utilizando-se a antena ci

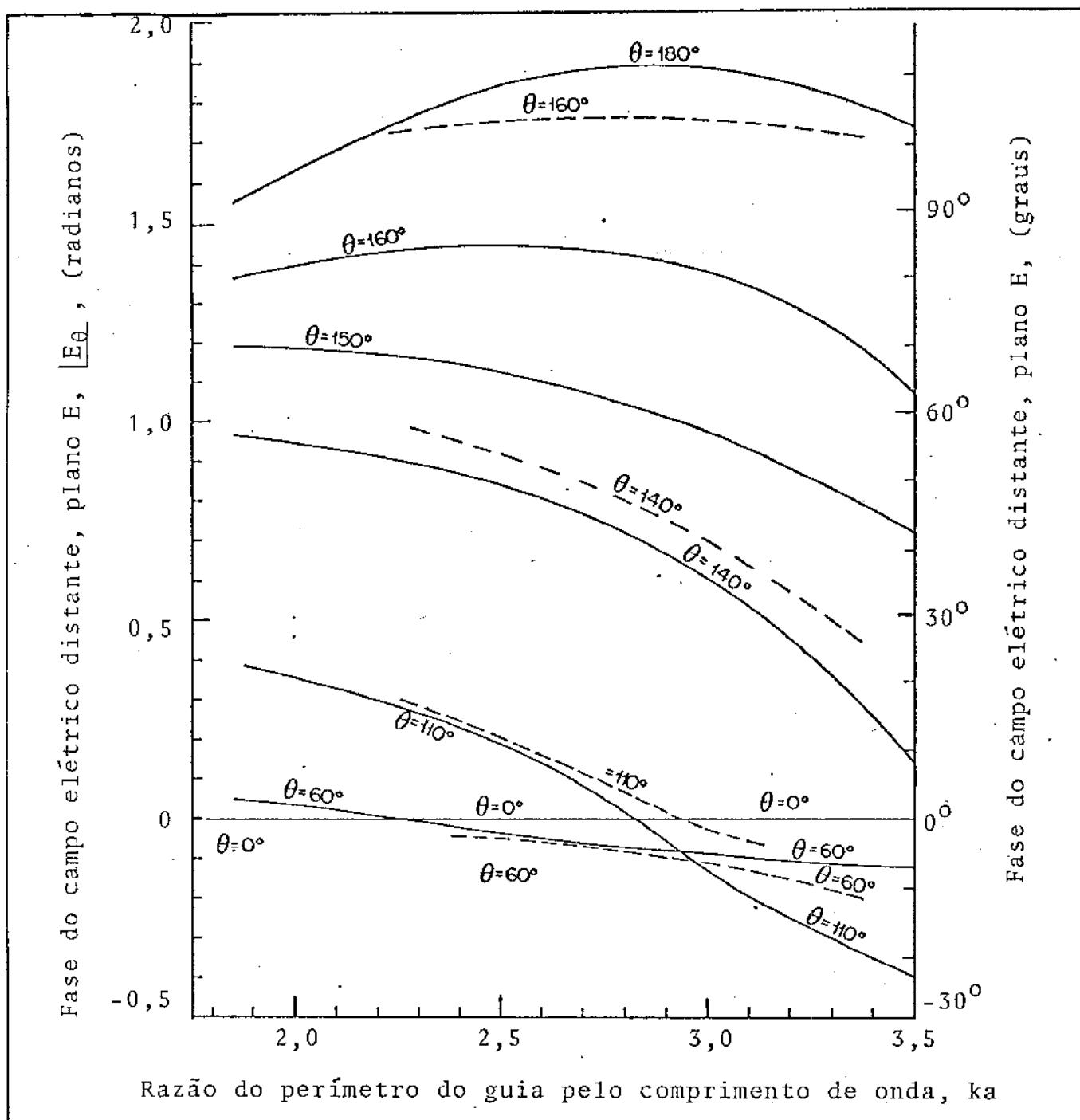
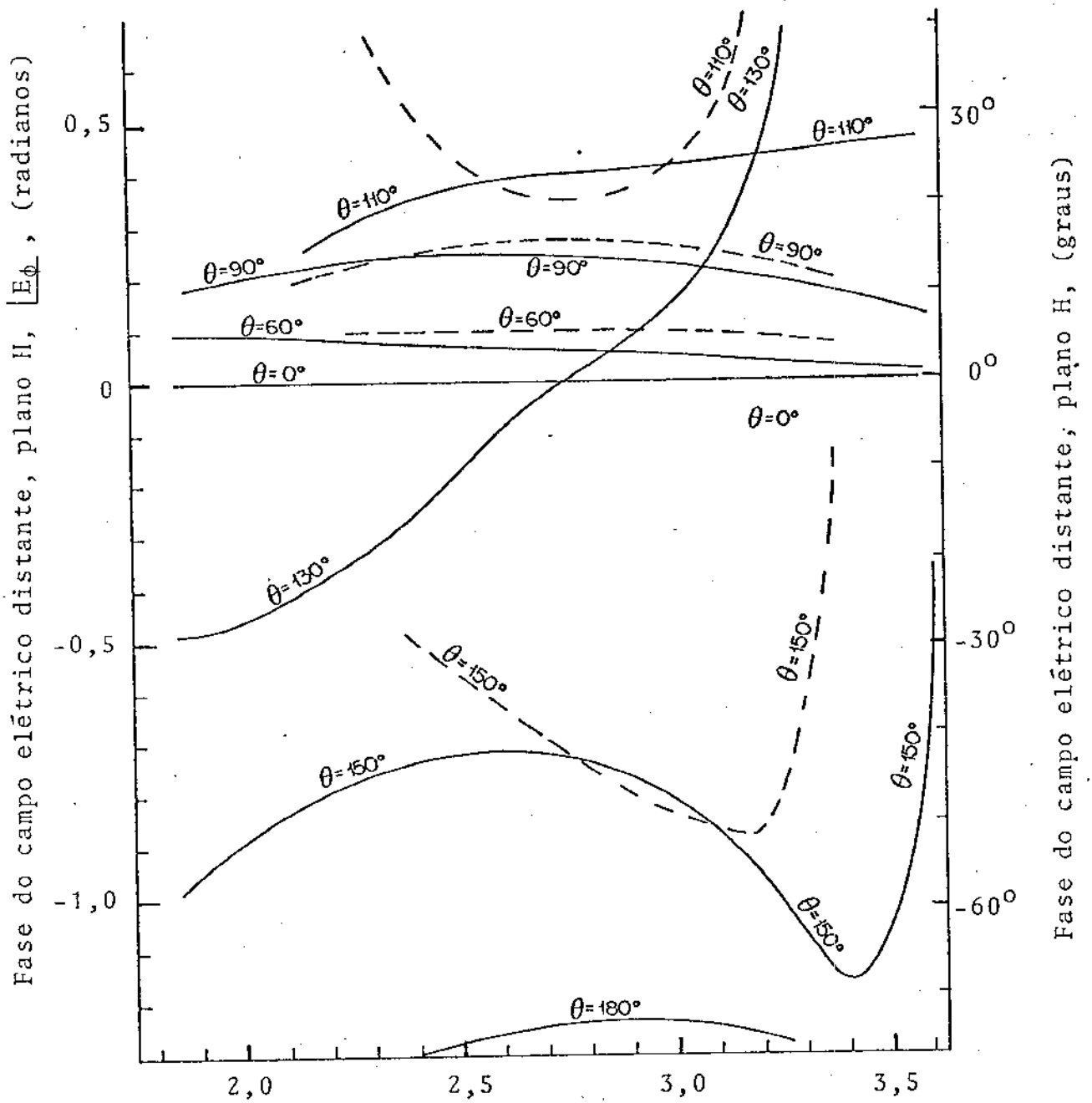


Fig. III.4 - Valores teóricos (curvas contínuas) e experimentais (curvas tracejadas) da fase do campo elétrico irradiado por um guia cilíndrico, aberto, no plano E, em função do parâmetro ka , tendo o ângulo de desvio, θ , como parâmetro. A figura mostra discordância entre os resultados teóricos e experimentais para $\theta > 140^\circ$.

lândrica descrita na Seção III.8. Pode-se notar a boa concordância dos resultados para θ menor que 110° . Os resultados para os ângulos θ , intermediários entre os ângulos 0° , 60° e 110° apresentados, também mostraram coerência entre teoria e experiência, apesar de não serem mostrados nessa figura. À medida que o ângulo θ aumenta, principalmente para valores de θ maiores de 140° , os desvios entre os valores medidos e os valores teóricos tendem a crescer. Esses desvios são atribuídos a problemas inerentes ao sistema de medidas, tais como: a) interferência devida à presença do sistema receptor localizado na parte traseira da antena; b) o guia real tem parede de espessura não desprezível, conforme será tratado posteriormente; c) o erro de alinhamento, estimado em 12° , torna-se mais importante para ângulos de desvios crescentes; d) erro de fase do próprio equipamento de medida, à medida que o sinal em amplitude diminui.

Na Fig. III.5, mostram-se os resultados teóricos (curvas contínuas) e experimentais (curvas tracejadas), da fase do campo distante, analogamente à figura anterior, mas, agora, da componente E_ϕ , no plano do campo magnético H . As mesmas considerações discutidas anteriormente aplicam-se para este caso. É interessante, no entanto, notar que: enquanto para ângulos θ pequenos, os desvios de fase são pequenos, para os ângulos θ maiores que 110° os desvios de fase tornam-se aparentemente caóticos, mostrando que as limitações experimentais impedem uma boa confirmação teórica. Dentro das considerações de precisão, discutidas no parágrafo anterior, entretanto, os resultados experimentais tendem a confirmar, por exemplo, a brusca variação de fase para o ângulo $\theta = 150^\circ$.

Para se entender esse fenômeno, que ocorre somente para o campo E_ϕ , é necessário examinarem-se as eqs. (III.35) e (III.36). O exame cuidadoso dos termos dessas equações mostra que todos eles não apresentam descontinuidades de fase com exceção do termo denominado M . Para confirmar essa afirmação, os valores do ângulo θ_1 e de seu suplemento são mostrados na Tabela III.7, em função de ka . Esse ângulo, θ_1 , corresponde ao ângulo de reflexão das ondas em zig-zaque, entre as paredes opostas do guia, quando o modo TE_{11} é decomposto na soma de duas ondas TEM [(14), 1966, Fig. 3.12]. Observando-se a eq. (III.37), pode-se notar que o termo entre colchetes na expressão de M muda de sinal em:



Razão do perímetro do guia cilíndrico pelo comprimento de onda, ka

Fig. III.5 - Valores teóricos (curvas contínuas) e experimentais (curvas tracejadas) da fase do campo elétrico irradiado por um guia cilíndrico, aberto, no plano H, em função do parâmetro ka , tendo o ângulo de desvio θ , como parâmetro.

$$\cos \theta = -\cos \theta_1 \rightarrow \theta = 180^\circ - \theta_1$$

Para o ângulo fixo $\theta = 150^\circ$, por exemplo, observando-se a Tabela III.7, nota-se que o termo entre colchetes da expressão de M muda de sinal, quando ka varia de 3,5 a 3,83. A partir disso, é possível

Tabela III.7 - Ângulo de incidência da onda no guia cilíndrico θ_1 , em função de ka

ka	1,85	2,0	2,25	2,5	2,75	3,0	3,25	3,5	3,75	3,83
$180^\circ - \theta_1$ (graus)	95,6 ^o	113,0 ^o	130,3 ^o	132,6 ^o	138,0 ^o	142,1 ^o	145,5 ^o	148,3 ^o	150,6 ^o	151,3 ^o
θ_1	84,4 ^o	67,0 ^o	49,7 ^o	47,4 ^o	42,0 ^o	37,9 ^o	34,5 ^o	31,7 ^o	29,4 ^o	28,7 ^o

verificar que o termo M também muda de sinal quando ka varia de 3,5 a 3,83 (notar que $1 + \cos \theta$ e $|\Delta|^2$ são números pequenos). Essa brusca mudança do sinal de M, em função de ka, acarreta a variação brusca da fase de E_ϕ , conforme mostra a curva para $\theta = 150^\circ$, na Fig. III.5. Fenômeno semelhante, nessa figura, ocorre para o ângulo $\theta = 130^\circ$, e qualquer ângulo entre 120° e 180° , que não estão mostrados nessa figura. A análise desse fenômeno mostra a importância da utilização de técnicas de varredura em frequência para a detecção de "anomalias" no comportamento de antenas [(25),1973]. Deve-se observar, no entanto, que essa brusca variação de fase, aqui analisada, não tem maior importância, por ocorrer em um ângulo situado no lóbulo traseiro da antena. Convém salientar, também, que os ângulos iguais a θ_1 ou $180^\circ - \theta_1$ são denominados de "ângulos cásticos" pela Teoria Geométrica da Difração [(26),1976].

É interessante notar, referindo-se às últimas linhas das Tabelas III.3 e III.4 ($\theta = 180^\circ$) e para um mesmo ka, que a fase no plano E menos a fase no plano H é igual a 2π radianos (ou um múltiplo de 2π). Isto é uma confirmação numérica da inversão de fase do campo E_θ , no plano E, para o campo E_ϕ , no plano H, para o lóbulo

traseiro da antena, conforme previsto pela eq.(III.25).

III.10. DESEMPENHO EM POLARIZAÇÃO CRUZADA DA ANTENA ALIMENTADORA A GUIA CILÍNDRICO ABERTO

A partir de meados da década de 70, a capacidade dos sistemas de comunicação via satélite ficou limitada pela largura de faixa disponível e a técnica de reuso de frequência tornou-se um importante instrumento nessa tecnologia. No que concerne ao setor de antenas, a medida e otimização do desempenho em polarização cruzada, das antenas parabólicas, foi consideravelmente estimulada [(27),1977]. Particularmente, a melhoria das antenas alimentadoras também foi incentivada [(28),1976]. Dessa forma, o conhecimento dos diagramas exatos, em polarização cruzada, da antena a guia de onda cilíndrico com paredes infinitesimais, pode ser ferramenta auxiliar na calibração de sistemas de medida ou mesmo no projeto de antenas com alimentadores compactos.

O desempenho em polarização cruzada, em qualquer plano, pode ser calculado com o auxílio das eqs.(III.19), (III.20) e (III.28). Por simplicidade, neste trabalho apresenta-se somente o desempenho em polarização cruzada do cilindro aberto para o pior caso, ou seja, para o plano em que os valores da polarização cruzada são máximos [(16),1980]. Pode-se mostrar que para as antenas com campo distante variando com $\sin\phi$ ou $\cos\phi$, a polarização cruzada é máxima em $\phi = 45^\circ$ [ver eqs.(III.19), (III.20) e (III.28)].

Sendo assim, a polarização cruzada para o plano de 45° é apresentada na Tabela III.5, ao final deste capítulo, em função do ângulo θ e do parâmetro ka . Na Fig. III.6, apresentam-se os gráficos em polarização cruzada para os valores de ka iguais a 1,85; 2,75; 3,25 e 3,83. Pode-se observar que os níveis tendem a aumentar com o ângulo θ , até atingir um valor igual à relação frente-costa da antena (ver Seção III.3), para $\theta = 180^\circ$. É importante notar, porém, o baixíssimo nível teórico da polarização cruzada para $ka = 3,25$, para $\theta < 90^\circ$. Apesar deste resultado estar previsto na literatura

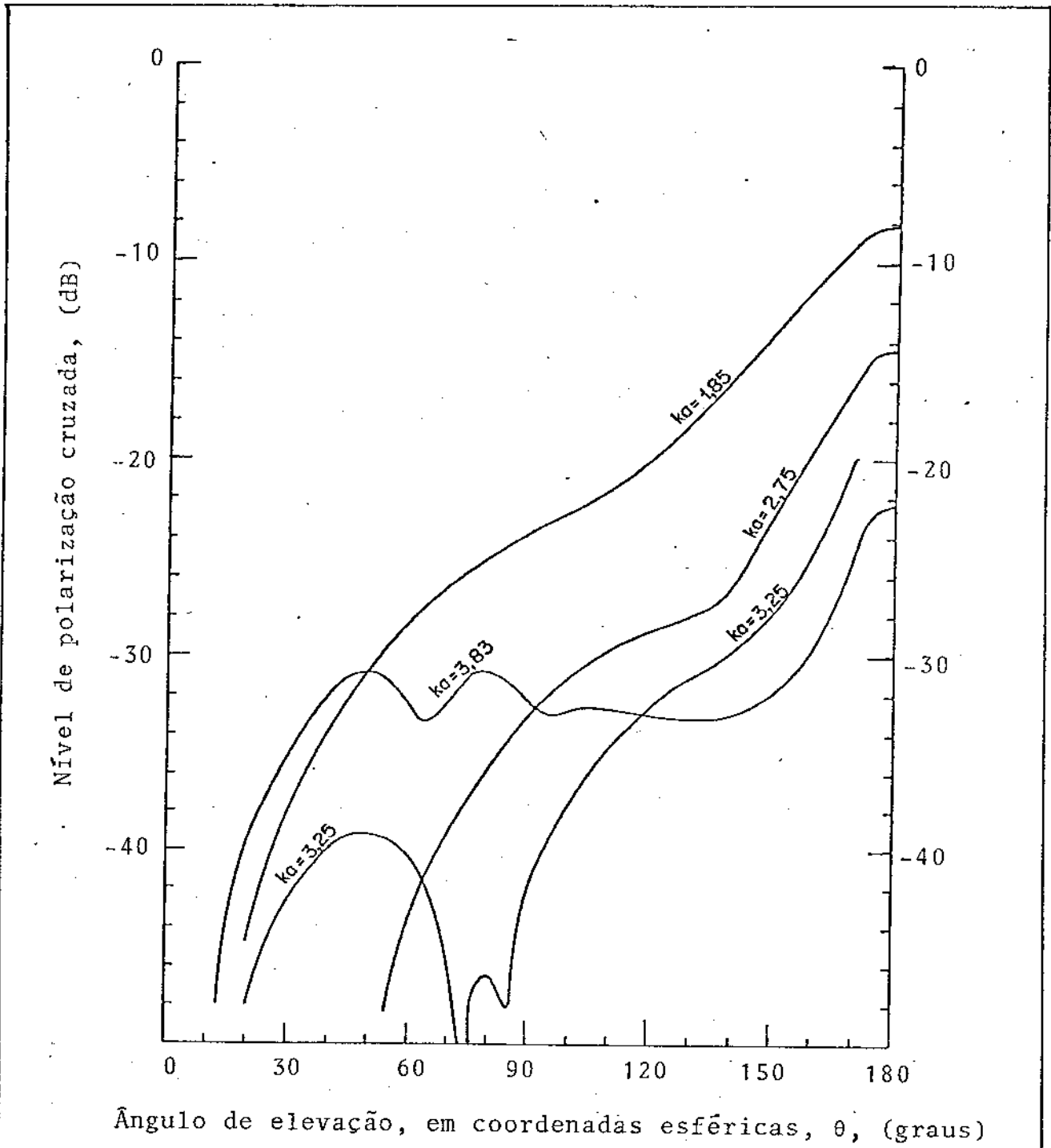


Fig. III.6 - Polarização cruzada teórica exata da antena a guia cilíndrico, com parede de espessura infinitesimal, em função do ângulo θ e do parâmetro ka .

especializada, não foi possível encontrar um gráfico semelhante ao da Fig. III.6 para comparação.

Os autores australianos, James e Greene, da Divisão de Radiofísica do Observatório CSIRO, mediram e calcularam, usando também a teoria de Wiener-Hopf, os níveis máximos de polarização cruzada dessa antena em função de ka , para $\theta < 90^\circ$. [(29),1978]. Seus resultados, juntamente com os desse trabalho, estão mostrados na Tabela III.8, onde pode-se notar que os valores desse trabalho são um pouco menores que os valores medidos e que os valores da Ref. [29] ficam um pouco acima desses valores medidos. Além disso, os valores teóricos da Ref. [29] não prevêem a esperada queda da polarização cruzada, nas vizinhanças de $ka = 3,25$, conforma calculada por Adatia e Rudge [(30),1976], que usam o modelo assintótico do campo de abertura do tipo E.

É interessante notar, finalmente, que para o lóbulo traseiro da antena ($\theta = 180^\circ$), a polarização cruzada calculada (Tab. III.5) é igual ao nível de lóbulo traseiro calculado, tanto no plano E (Tab. III.1) quanto no plano H (Tab. III.2), conforme esperado teoricamente.

Tabela III.8 - Polarização cruzada máxima, em decibéis, para a antena a guia cilíndrico, para $\theta < 90^\circ$.				
Parâmetro KA		2,0	2,5	3,0
Teórico (dB)	Ref. 29	-23	-28	-30
	Este trabalho	-25,0	-30,0	-36,7
Experimental [Ref. 29] (dB)		-24	-29	-32

Tabela III.1 - Diagrama de irradiação em intensidade do campo E_{θ} , plano E, em função do ângulo θ , para vários valores do parâmetro ka (guia cilíndrico aberto, modo TE_{11})

ESPESURA DO GUIA (%) : 0,00001000

NOTA: O ÂNGULO ZERO CORRESPONDE AGORA AO LÓBULO FRONTAL DA ANTENA

DIAGRAMA NO PLANO DO CAMPO ELÉTRICO EM DECIBELIS

KA		1,85	2,00	2,25	2,50	2,75	3,00	3,25	3,50	3,75	3,83
E (0) (DB)		0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
E (5) (DB)		-0,03744	-0,04095	-0,04635	-0,05107	-0,06,33	-0,07765	-0,08000	-0,09424	-0,10233	-0,10231
E (10) (DB)		-0,16244	-0,18165	-0,21525	-0,25083	-0,28990	-0,33003	-0,37228	-0,41661	-0,46363	-0,47651
E (15) (DB)		-0,36340	-0,40663	-0,46246	-0,53318	-0,61474	-0,70914	-0,83446	-0,93478	-1,04020	-1,08615
E (20) (DB)		-0,64041	-0,71669	-0,85071	-0,99339	-1,14496	-1,30538	-1,47503	-1,65403	-1,84273	-1,92062
E (25) (DB)		-0,98964	-1,10772	-1,31536	-1,53684	-1,77248	-2,02269	-2,28805	-2,56911	-2,86664	-2,94157
E (30) (DB)		-1,40594	-1,57399	-1,86984	-2,18605	-2,52343	-2,88282	-3,26551	-3,67288	-4,10674	-4,24131
E (35) (DB)		-1,88312	-2,10864	-2,50620	-2,93211	-3,38795	-3,87554	-4,39745	-4,95660	-5,55707	-5,76361
E (40) (DB)		-2,41401	-2,70360	-3,21499	-3,76425	-4,35025	-4,98861	-5,67180	-6,41017	-7,21178	-7,46762
E (45) (DB)		-2,99053	-3,34980	-3,98536	-4,67001	-5,40849	-6,20708	-7,07410	-8,02135	-9,06544	-9,46026
E (50) (DB)		-3,60369	-4,03737	-4,80531	-5,63530	-6,53463	-7,51366	-8,58692	-9,77599	-11,11405	-11,61260
E (55) (DB)		-4,24397	-4,75497	-5,60358	-6,64434	-7,77143	-8,98790	-10,18925	-11,65935	-13,35595	-13,94835
E (60) (DB)		-4,90129	-5,49340	-6,54003	-7,67991	-8,92737	-10,30608	-11,85524	-13,64349	-15,79577	-16,60995
E (65) (DB)		-5,56528	-6,23483	-7,42589	-8,72357	-10,15033	-11,74665	-13,55295	-15,69825	-18,03252	-19,50618
E (70) (DB)		-6,22558	-6,97319	-8,30369	-9,75628	-11,35952	-13,16027	-15,24303	-17,74444	-21,27435	-23,46604
E (75) (DB)		-6,87193	-7,69471	-9,26929	-10,75876	-12,52960	-14,53120	-16,87807	-19,83439	-24,10690	-27,15508
E (80) (DB)		-7,49475	-8,54024	-9,97714	-11,71282	-13,63608	-15,81879	-18,40481	-22,52980	-27,44560	-31,96697
E (85) (DB)		-8,08498	-9,34374	-10,74572	-12,60185	-14,65685	-16,99091	-19,76998	-23,43089	-30,15000	-36,62877
E (90) (DB)		-8,63470	-9,65207	-11,45362	-13,41229	-15,57399	-18,02191	-20,93029	-24,77663	-32,32233	-34,90906
E (95) (DB)		-9,13702	-10,20574	-12,09212	-14,13387	-16,37526	-18,89625	-21,86276	-25,71946	-32,82653	-40,86658
E (100) (DB)		-9,58622	-10,54677	-12,05482	-14,76009	-17,05467	-19,60983	-22,56917	-25,52200	-32,35851	-36,04152
E (105) (DB)		-9,97783	-11,12650	-12,02719	-15,28811	-17,61198	-20,16851	-23,07163	-26,56533	-31,61590	-33,66228
E (110) (DB)		-10,30021	-11,48585	-13,53833	-15,71776	-18,05130	-20,58488	-23,40238	-26,68000	-30,90205	-31,99916
E (115) (DB)		-10,57487	-11,77469	-13,85615	-16,05107	-18,37925	-20,87429	-23,59392	-26,64838	-30,28763	-31,65895
E (120) (DB)		-10,77573	-11,99157	-14,09102	-16,29084	-18,60317	-21,05131	-23,67283	-26,53075	-29,75886	-30,86627
E (125) (DB)		-10,90926	-12,13546	-14,24498	-16,44020	-18,72982	-21,12814	-23,65612	-26,35448	-29,29056	-30,28026
E (130) (DB)		-10,97410	-12,20561	-14,31679	-16,50161	-18,76444	-21,11326	-23,56139	-26,12691	-28,68638	-29,64306
E (135) (DB)		-10,96887	-12,20116	-14,30706	-16,47648	-18,71023	-21,01183	-23,38612	-25,84914	-28,41056	-29,24367
E (140) (DB)		-10,89214	-12,12050	-14,21497	-16,36478	-18,56810	-20,82524	-23,13495	-25,51331	-27,95542	-28,71371
E (145) (DB)		-10,71229	-11,96209	-14,03089	-16,16498	-18,33654	-20,55175	-22,81032	-25,11325	-27,46306	-28,18574
E (150) (DB)		-10,51796	-11,72406	-13,77620	-15,87389	-18,01167	-20,18607	-22,39505	-24,63758	-26,91363	-27,62476
E (155) (DB)		-10,21866	-11,40502	-13,42401	-15,48708	-17,58749	-19,72037	-21,64247	-24,07147	-26,28597	-26,98915
E (160) (DB)		-9,84659	-11,00597	-12,98082	-15,00051	-17,05698	-19,14455	-21,25889	-23,39661	-25,55590	-26,70092
E (165) (DB)		-9,41053	-10,53368	-12,45066	-14,41431	-16,41623	-18,44993	-20,51057	-22,59469	-24,69770	-25,32894
E (170) (DB)		-8,93537	-10,01278	-11,85521	-13,74671	-15,67721	-17,64237	-19,63411	-21,65413	-23,69327	-24,31792
E (175) (DB)		-8,48646	-9,51326	-11,27130	-13,07913	-14,91455	-16,79468	-18,70472	-20,64071	-22,59957	-23,19879
E (180) (DB)		-8,22380	-9,21408	-10,90748	-12,64622	-14,42275	-16,23106	-18,06665	-19,92569	-21,80532	-22,37615

Tabela III.2 - Diagrama de irradiação em intensidade de campo E_{θ} , plano H, em função do ângulo θ , para vários valores do parâmetro ka (guia cilíndrico aberto, modo TE_{11})

DIAGRAMA NO PLANO DO CAMPU MAGNETICO, EM DECIBELIS											
KA		1,95	2,00	2,25	2,50	2,75	3,00	3,25	3,50	3,75	3,93
E (0) (DB)		0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
E (5) (DB)		-0,05051	-0,05591	-0,06609	-0,07773	-0,07597	-0,08577	-0,09645	-0,10604	-0,12065	-0,12519
E (10) (DB)		-0,18765	-0,20323	-0,23045	-0,25938	-0,28818	-0,31969	-0,35234	-0,38633	-0,42116	-0,43115
E (15) (DB)		-0,42065	-0,45506	-0,51527	-0,57079	-0,64565	-0,71572	-0,78878	-0,86456	-0,94211	-0,96419
E (20) (DB)		-0,74618	-0,80474	-0,91078	-1,02296	-1,14088	-1,26449	-1,39141	-1,52729	-1,66444	-1,70348
E (25) (DB)		-1,15535	-1,24881	-1,41267	-1,58606	-1,76849	-1,95974	-2,15944	-2,36705	-2,57982	-2,64035
E (30) (DB)		-1,65064	-1,78332	-2,01603	-2,26248	-2,52189	-2,79412	-3,07853	-3,36647	-3,67903	-3,76560
E (35) (DB)		-2,22596	-2,40350	-2,71517	-3,04554	-3,39314	-3,75837	-4,14140	-4,53913	-4,94834	-5,06667
E (40) (DB)		-2,87672	-3,10412	-3,56999	-3,92310	-4,37306	-4,84265	-5,33398	-5,84703	-6,37492	-6,52762
E (45) (DB)		-3,59792	-3,87938	-4,37401	-4,89829	-5,45219	-6,03427	-6,64508	-7,28371	-7,94174	-8,13107
E (50) (DB)		-4,38434	-4,72322	-5,31809	-5,95126	-6,61851	-7,32118	-8,05941	-8,83241	-9,63022	-9,86067
E (55) (DB)		-5,23069	-5,62439	-6,33917	-7,07492	-7,86111	-8,68923	-9,56085	-10,47491	-11,45503	-11,63250
E (60) (DB)		-6,13169	-6,59172	-7,40120	-8,26024	-9,16811	-10,12524	-11,13296	-12,22089	-13,28678	-13,59822
E (65) (DB)		-7,08263	-7,60410	-8,52296	-9,49771	-10,52860	-11,61428	-12,75466	-13,96241	-15,25991	-16,36913
E (70) (DB)		-8,07864	-8,66300	-9,68997	-10,77071	-11,92971	-13,14318	-14,47500	-15,96703	-17,59868	-18,17617
E (75) (DB)		-9,11604	-9,76136	-10,89443	-12,09562	-13,36383	-14,69989	-16,21669	-17,95866	-19,81394	-19,99162
E (80) (DB)		-10,19181	-10,89721	-12,13360	-13,44268	-14,82265	-16,27422	-18,47440	-19,40431	-21,05162	-21,93750
E (85) (DB)		-11,31467	-12,06852	-13,40452	-14,81658	-16,30148	-17,86015	-19,49565	-21,20739	-22,95376	-23,51539
E (90) (DB)		-12,48567	-13,27364	-14,70713	-16,21651	-17,79629	-19,45499	-21,18000	-22,98914	-24,80248	-25,21625
E (95) (DB)		-13,64129	-14,51242	-15,94296	-17,64588	-19,31977	-21,06249	-22,87538	-24,75053	-26,61262	-26,86443
E (100) (DB)		-14,83598	-15,78340	-17,41541	-19,13239	-20,87279	-22,69418	-23,90229	-26,50270	-28,37351	-28,23401
E (105) (DB)		-16,07198	-17,07793	-18,62797	-20,62702	-22,47571	-24,37099	-26,20036	-28,26984	-30,11038	-29,86189
E (110) (DB)		-17,23144	-18,37102	-20,02703	-22,20291	-24,15468	-26,12907	-28,06765	-30,09472	-31,85718	-31,29001
E (115) (DB)		-18,29197	-19,59470	-21,33313	-23,84499	-25,94300	-28,02340	-30,07700	-32,04930	-33,27511	-32,69080
E (120) (DB)		-19,06620	-20,60467	-23,09905	-25,51705	-27,86732	-30,13503	-32,29711	-34,23223	-35,62096	-35,09028
E (125) (DB)		-19,32371	-21,14577	-24,14090	-27,04869	-29,87718	-32,35661	-34,99017	-36,58400	-37,81224	-36,56138
E (130) (DB)		-19,89094	-20,94884	-24,42459	-27,96964	-31,59139	-35,20908	-38,55694	-40,83518	-40,54222	-38,30072
E (135) (DB)		-17,80123	-19,95462	-23,67499	-27,02137	-31,93802	-36,87324	-42,90839	-48,20196	-43,80925	-39,56080
E (140) (DB)		-16,26228	-18,37394	-22,04175	-25,95097	-30,22972	-35,19289	-41,76358	-54,02234	-45,79778	-40,17007
E (145) (DB)		-14,39993	-16,38597	-19,93456	-23,56231	-27,42086	-31,60446	-36,28188	-41,30915	-42,58770	-39,11822
E (150) (DB)		-12,68995	-14,50086	-17,65740	-20,95900	-24,39805	-27,97686	-31,69468	-35,41181	-37,81252	-36,66764
E (155) (DB)		-10,98700	-12,58405	-15,39574	-18,35425	-21,42577	-24,58235	-27,79529	-30,87690	-33,67147	-33,52151
E (160) (DB)		-9,56439	-10,92354	-13,33905	-15,91187	-18,60829	-21,39492	-24,23961	-27,98751	-29,73204	-30,07534
E (165) (DB)		-8,59440	-9,73837	-11,76181	-13,92033	-16,19855	-18,57749	-21,03575	-23,54054	-25,99391	-26,53718
E (170) (DB)		-8,14769	-9,16050	-10,91809	-12,75697	-14,67366	-16,65972	-18,71023	-20,81411	-22,93522	-23,50694
E (175) (DB)		-8,11109	-9,08831	-10,76171	-12,48295	-14,26018	-16,06274	-17,89690	-19,75792	-21,63613	-22,18789
E (180) (DB)		-8,22382	-9,21408	-10,90748	-12,64622	-14,42275	-16,23106	-18,06665	-19,92569	-21,80532	-22,37616
VALOR DO GANHO E DA DIRETIVIDADE DA ANTENA											
KA		1,95	2,00	2,25	2,50	2,75	3,00	3,25	3,50	3,75	3,93
DIRETIVIDADE		4,33310	5,07593	6,04558	7,03946	8,11715	9,27810	10,51701	11,83366	13,21504	13,65526
DIRETIVIDADE		4,33310	5,07593	6,04558	7,03946	8,11715	9,27810	10,51701	11,83366	13,21504	13,65526
G A N H O		2,08692	4,73279	5,94341	6,99947	8,02845	9,26673	10,50990	11,87793	13,20975	13,64980

Tabela III.3 - Diagrama de irradiação da fase de campo E_θ , plano E, em função do ângulo θ , para vários valores do parâmetro ka (guia cilíndrico aberto, modo TE_{11})

FASE DO DIAGRAMA NO PLANO E										
KA	1.85	2.00	2.25	2.50	2.75	3.00	3.25	3.50	3.75	3.83
FASE PLANO E(0) (RAD)	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
FASE PLANO E(5) (RAD)	0.00020	0.00010	-0.00007	-0.00023	-0.00035	-0.00043	-0.00042	-0.00027	0.00023	0.00000
FASE PLANO E(10) (RAD)	0.00043	0.00041	-0.00029	-0.00092	-0.00143	-0.00173	-0.00170	-0.00111	0.00091	0.00052
FASE PLANO E(15) (RAD)	0.00190	0.00094	-0.00063	-0.00207	-0.00325	-0.00395	-0.00391	-0.00257	0.00202	0.00196
FASE PLANO E(20) (RAD)	0.00346	0.00175	-0.00104	-0.00371	-0.00586	-0.00719	-0.00717	-0.00479	0.00350	0.01431
FASE PLANO E(25) (RAD)	0.00559	0.00280	-0.00164	-0.00584	-0.00934	-0.01155	-0.01165	-0.00796	0.00526	0.02267
FASE PLANO E(30) (RAD)	0.00837	0.00442	-0.00222	-0.00847	-0.01375	-0.01721	-0.01759	-0.01236	0.00716	0.03321
FASE PLANO E(35) (RAD)	0.01195	0.00649	-0.00276	-0.01159	-0.01918	-0.02436	-0.02530	-0.01838	0.00903	0.04614
FASE PLANO E(40) (RAD)	0.01647	0.00923	-0.00316	-0.01518	-0.02573	-0.03325	-0.03523	-0.02656	0.01040	0.06172
FASE PLANO E(45) (RAD)	0.02216	0.01286	-0.00324	-0.01915	-0.03345	-0.04415	-0.04788	-0.03766	0.01097	0.08026
FASE PLANO E(50) (RAD)	0.02928	0.01764	-0.00280	-0.02337	-0.04239	-0.05735	-0.06391	-0.05275	0.00961	0.10219
FASE PLANO E(55) (RAD)	0.03815	0.02389	-0.00150	-0.02760	-0.05247	-0.07311	-0.08410	-0.07327	0.00486	0.12782
FASE PLANO E(60) (RAD)	0.04917	0.03204	0.00109	-0.03147	-0.06350	-0.09159	-0.10930	-0.10119	-0.00584	0.15753
FASE PLANO E(65) (RAD)	0.06280	0.04261	0.00552	-0.03443	-0.07506	-0.11275	-0.14028	-0.13903	-0.02701	0.19147
FASE PLANO E(70) (RAD)	0.07959	0.05620	0.01251	-0.03571	-0.08641	-0.13613	-0.17752	-0.18974	-0.06667	0.22915
FASE PLANO E(75) (RAD)	0.10012	0.07351	0.02292	-0.03427	-0.09643	-0.16072	-0.22072	-0.25607	-0.13922	0.26816
FASE PLANO E(80) (RAD)	0.12507	0.09532	0.03780	-0.02881	-0.10351	-0.18465	-0.26820	-0.33498	-0.26913	0.29897
FASE PLANO E(85) (RAD)	0.15511	0.12248	0.05827	-0.01780	-0.10560	-0.20519	-0.31615	-0.43497	-0.48717	0.27035
FASE PLANO E(90) (RAD)	0.19415	0.15936	0.09958	0.00499	-0.09526	-0.21326	-0.35353	-0.52733	-0.79163	-0.98520
FASE PLANO E(95) (RAD)	0.23118	0.19624	0.12089	0.02776	-0.08493	-0.22133	-0.39072	-0.61970	-1.07608	-2.24074
FASE PLANO E(100) (RAD)	0.28246	0.24443	0.16538	0.06578	-0.05708	-0.20849	-0.40301	-0.67696	-1.25248	-2.22676
FASE PLANO E(105) (RAD)	0.33925	0.30106	0.22002	0.11592	-0.01459	-0.17848	-0.39124	-0.69572	-1.31341	-2.12541
FASE PLANO E(110) (RAD)	0.40385	0.36659	0.28553	0.17929	0.04414	-0.12754	-0.35217	-0.67305	-1.29024	-1.98653
FASE PLANO E(115) (RAD)	0.47643	0.44124	0.36235	0.25657	0.12001	-0.05506	-0.28493	-0.61070	-1.20828	-1.82645
FASE PLANO E(120) (RAD)	0.55690	0.52503	0.45060	0.34796	0.21330	0.03908	-0.19022	-0.52247	-1.08304	-1.61277
FASE PLANO E(125) (RAD)	0.64497	0.61767	0.55002	0.45321	0.32363	0.15414	-0.08972	-0.36260	-0.92390	-1.43931
FASE PLANO E(130) (RAD)	0.74007	0.71860	0.66003	0.57165	0.45012	0.28880	0.07429	-0.22519	-0.73701	-1.21761
FASE PLANO E(135) (RAD)	0.84135	0.82692	0.77963	0.70214	0.59138	0.44120	0.23921	-0.04401	-0.52688	-0.97926
FASE PLANO E(140) (RAD)	0.94761	0.94139	0.90745	0.84310	0.74554	0.60909	0.42217	0.15725	-0.29730	-0.72623
FASE PLANO E(145) (RAD)	1.05731	1.06034	1.04165	0.99248	0.91027	0.78973	0.61998	0.37493	-0.05192	-0.46087
FASE PLANO E(150) (RAD)	1.16837	1.18156	1.17979	1.14760	1.08261	0.97985	0.82897	0.60501	0.20535	-0.18628
FASE PLANO E(155) (RAD)	1.27810	1.30218	1.31868	1.30495	1.25874	1.17529	1.04466	0.84274	0.46984	0.69316
FASE PLANO E(160) (RAD)	1.38291	1.41830	1.45397	1.45976	1.43346	1.37049	1.26116	1.08196	0.73540	0.87254
FASE PLANO E(165) (RAD)	1.47801	1.52464	1.57956	1.60521	1.59935	1.55742	1.46990	1.31369	0.99287	0.64292
FASE PLANO E(170) (RAD)	1.55694	1.61384	1.68669	1.73116	1.74495	1.72343	1.65718	1.52330	1.22690	0.88652
FASE PLANO E(175) (RAD)	1.61119	1.67592	1.76273	1.82223	1.85206	1.84756	1.79928	1.68445	1.40872	1.07661
FASE PLANO E(180) (RAD)	1.63112	1.69897	1.79147	1.85728	1.89401	1.89702	1.85687	1.75081	1.48419	1.15628

Tabela III.4 - Diagrama de irradiação da fase do campo E_{ϕ} , plano H, em função do ângulo θ , para vários valores do parâmetro ka (guia cilíndrico aberto, modo TE_{11})

FASE DO DIAGRAMA NO PLANO H											
KA		1.85	2.00	2.25	2.50	2.75	3.00	3.25	3.50	3.75	3.83
FASE PLANO H(0) (RAD)		0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
FASE PLANO H(5) (RAD)		0.00059	0.00059	0.00053	0.00045	0.00035	0.00025	0.00015	0.00007	0.00002	0.00005
FASE PLANO H(10) (RAD)		0.00238	0.00233	0.00213	0.00182	0.00143	0.00102	0.00061	0.00026	0.00007	0.00021
FASE PLANO H(15) (RAD)		0.00536	0.00528	0.00483	0.00413	0.00327	0.00233	0.00140	0.00060	0.00015	0.00048
FASE PLANO H(20) (RAD)		0.00959	0.00944	0.00868	0.00744	0.00590	0.00423	0.00255	0.00108	0.00026	0.00084
FASE PLANO H(25) (RAD)		0.01508	0.01489	0.01373	0.01183	0.00942	0.00677	0.00410	0.00174	0.00040	0.00124
FASE PLANO H(30) (RAD)		0.02187	0.02165	0.02008	0.01738	0.01392	0.01006	0.00614	0.00263	0.00057	0.00183
FASE PLANO H(35) (RAD)		0.03001	0.02983	0.02783	0.02423	0.01953	0.01422	0.00877	0.00342	0.00061	0.00249
FASE PLANO H(40) (RAD)		0.03954	0.03950	0.03711	0.03253	0.02644	0.01943	0.01215	0.00542	0.00118	0.00332
FASE PLANO H(45) (RAD)		0.05048	0.05071	0.04805	0.04249	0.03486	0.02592	0.01648	0.00761	0.00179	0.00442
FASE PLANO H(50) (RAD)		0.06285	0.06355	0.06082	0.05431	0.04506	0.03399	0.02208	0.01067	0.00265	0.00594
FASE PLANO H(55) (RAD)		0.07662	0.07807	0.07557	0.06825	0.05738	0.04401	0.02934	0.01497	0.00469	0.00836
FASE PLANO H(60) (RAD)		0.09170	0.09427	0.09246	0.08460	0.07219	0.05546	0.03879	0.02105	0.00784	0.01206
FASE PLANO H(65) (RAD)		0.10789	0.11208	0.11160	0.10364	0.08995	0.07189	0.05110	0.02968	0.01308	0.01791
FASE PLANO H(70) (RAD)		0.12488	0.13134	0.13305	0.12564	0.11110	0.09100	0.06711	0.04144	0.02155	0.02711
FASE PLANO H(75) (RAD)		0.14211	0.15167	0.15674	0.15080	0.13613	0.11449	0.08784	0.05882	0.03481	0.04136
FASE PLANO H(80) (RAD)		0.15974	0.17245	0.18238	0.17917	0.16545	0.14315	0.11442	0.08218	0.05488	0.06294
FASE PLANO H(85) (RAD)		0.17341	0.19263	0.20939	0.21061	0.19932	0.17768	0.14808	0.11370	0.08429	0.09470
FASE PLANO H(90) (RAD)		0.18070	0.20817	0.23585	0.24517	0.23971	0.22195	0.19461	0.16135	0.13367	0.14825
FASE PLANO H(95) (RAD)		0.18799	0.22371	0.26231	0.27973	0.28010	0.26622	0.24115	0.20900	0.18304	0.20180
FASE PLANO H(100) (RAD)		0.18051	0.22812	0.28326	0.31395	0.32509	0.31994	0.30213	0.27649	0.25885	0.28598
FASE PLANO H(105) (RAD)		0.15542	0.21793	0.29149	0.34324	0.36987	0.37826	0.37273	0.35920	0.35674	0.39554
FASE PLANO H(110) (RAD)		0.10414	0.18451	0.28804	0.36077	0.40913	0.43761	0.45146	0.45795	0.48021	0.53531
FASE PLANO H(115) (RAD)		0.01662	0.11638	0.25158	0.35489	0.43298	0.49075	0.53436	0.57275	0.63364	0.71062
FASE PLANO H(120) (RAD)		-0.11440	0.00169	0.16791	0.30616	0.42274	0.52255	0.61240	0.70248	0.82384	0.92910
FASE PLANO H(125) (RAD)		-0.28392	-0.16231	0.02057	0.18630	0.34347	0.49954	0.66312	0.84377	1.06469	1.20293
FASE PLANO H(130) (RAD)		-0.46779	-0.35528	-0.18535	-0.02545	0.14246	0.34471	0.61835	0.98656	1.39126	1.55244
FASE PLANO H(135) (RAD)		-0.63483	-0.53811	-0.40277	-0.29035	-0.18547	-0.05320	0.22153	1.07153	1.90766	2.00676
FASE PLANO H(140) (RAD)		-0.76046	-0.68371	-0.57673	-0.51207	-0.49041	-0.51845	-0.64020	-1.38676	2.82207	2.57705
FASE PLANO H(145) (RAD)		-0.87865	-0.79284	-0.69424	-0.64760	-0.65874	-0.74299	-0.95213	-1.45043	3.75198	3.19037
FASE PLANO H(150) (RAD)		-0.97194	-0.88321	-0.77640	-0.72270	-0.72721	-0.79985	-0.96946	-1.30388	4.28720	3.72391
FASE PLANO H(155) (RAD)		-1.07161	-0.97595	-0.85322	-0.77962	-0.75992	-0.80053	-0.91953	-1.15760	4.62297	4.13368
FASE PLANO H(160) (RAD)		-1.18479	-1.08619	-0.95088	-0.85646	-0.80663	-0.81317	-0.88432	-1.05295	4.84328	4.42114
FASE PLANO H(165) (RAD)		-1.30586	-1.21267	-1.07904	-0.97654	-0.91082	-0.88774	-0.92058	-1.03661	4.93974	4.56803
FASE PLANO H(170) (RAD)		-1.41396	-1.33238	-1.21530	-1.12427	-1.06328	-1.03685	-1.05670	-1.14774	4.87342	4.53357
FASE PLANO H(175) (RAD)		-1.48604	-1.41475	-1.31534	-1.24203	-1.19802	-1.18690	-1.21916	-1.31784	4.70537	4.37595
FASE PLANO H(180) (RAD)		-1.51057	-1.44101	-1.35029	-1.28419	-1.24781	-1.24458	-1.28480	-1.39104	4.62640	4.24797

Tabela III.5 - Diagrama em polarização cruzado, no plano de 45°, para o guia cilíndrico aberto de paredes com espessura infinitesimal, operando no modo TE₁₁

DIAGRAMA EM POLARIZACAO CRUZADA										
KA	1,85	2,00	2,25	2,50	2,75	3,00	3,25	3,50	3,75	3,93
POL. CRUZADA(0) (DR)	*****	*****	*****	*****	*****	*****	*****	*****	*****	*****
POL. CRUZADA(5) (DR)	-62,51383	-61,34515	-58,98362	-56,34373	-60,41101	-66,60046	-64,50151	-62,09584	-59,64919	-57,72290
POL. CRUZADA(10) (DR)	-56,93815	-58,30129	-61,36997	-66,38556	-80,57917	-64,78531	-59,17456	-55,57677	-52,40141	-52,12632
POL. CRUZADA(15) (DR)	-50,02545	-51,51004	-54,94116	-61,40596	-76,19827	-58,19647	-52,43599	-48,77242	-45,45697	-44,11497
POL. CRUZADA(20) (DR)	-45,18352	-46,63797	-50,04528	-56,22985	-75,11749	-53,97099	-48,03880	-44,33983	-41,53028	-39,89792
POL. CRUZADA(25) (DR)	-41,46174	-42,94694	-46,30742	-52,28057	-78,73333	-51,01263	-44,90855	-41,17272	-38,37084	-36,06817
POL. CRUZADA(30) (DR)	-38,52444	-40,00578	-43,31535	-49,03416	-82,28808	-49,00008	-42,64817	-38,44616	-36,06975	-35,33315
POL. CRUZADA(35) (DR)	-36,11393	-37,59195	-40,84042	-46,27755	-66,82514	-47,73446	-41,07498	-37,17540	-34,36362	-33,45130
POL. CRUZADA(40) (DR)	-34,09293	-35,56311	-38,73225	-44,10111	-59,44086	-47,18332	-39,98502	-35,98278	-33,13785	-32,29560
POL. CRUZADA(45) (DR)	-32,37200	-33,83322	-36,93855	-41,81296	-54,11559	-47,32170	-39,38744	-35,20001	-32,28447	-31,67003
POL. CRUZADA(50) (DR)	-30,88691	-32,33890	-35,36166	-39,91742	-50,01605	-48,35815	-39,23661	-34,72523	-31,73200	-30,46995
POL. CRUZADA(55) (DR)	-29,59242	-31,03150	-33,86366	-38,22353	-46,62289	-50,75747	-39,54437	-34,65625	-31,60576	-31,44727
POL. CRUZADA(60) (DR)	-28,45373	-29,87865	-32,72125	-36,68469	-43,75016	-56,44124	-40,39581	-35,09772	-31,32123	-30,60006
POL. CRUZADA(65) (DR)	-27,44195	-28,85570	-31,60558	-35,28385	-41,27655	-69,45304	-41,98568	-35,53147	-32,75602	-33,19846
POL. CRUZADA(70) (DR)	-26,53739	-27,93169	-30,59454	-34,00749	-39,13095	-51,66217	-45,71138	-36,65447	-31,73348	-31,38656
POL. CRUZADA(75) (DR)	-25,71989	-27,10092	-32,80970	-32,84528	-37,25873	-45,56595	-53,90779	-38,55815	-32,16659	-31,42633
POL. CRUZADA(80) (DR)	-24,97399	-26,95947	-28,83936	-31,78973	-35,62602	-41,70065	-46,39479	-38,78325	-33,64871	-31,00524
POL. CRUZADA(85) (DR)	-24,26028	-25,64416	-28,07231	-30,83224	-34,20535	-38,88906	-48,03469	-49,18959	-36,61889	-31,37602
POL. CRUZADA(90) (DR)	-23,62906	-24,99899	-27,37773	-29,98654	-32,99859	-36,76510	-42,27700	-56,56175	-45,32142	-35,49526
POL. CRUZADA(95) (DR)	-23,00340	-24,37921	-26,70660	-29,18299	-31,90901	-35,04694	-38,68241	-43,97773	-47,41528	-33,17924
POL. CRUZADA(100) (DR)	-22,41923	-23,44819	-26,08817	-28,46833	-30,96702	-33,70496	-37,78660	-37,86487	-39,23673	-32,55818
POL. CRUZADA(105) (DR)	-21,82433	-23,20699	-24,46879	-27,80983	-30,18202	-32,62477	-35,17704	-37,13504	-36,66795	-32,60053
POL. CRUZADA(110) (DR)	-21,21985	-22,62288	-24,91627	-27,19042	-29,46649	-31,73622	-33,94225	-35,64323	-35,50209	-32,51574
POL. CRUZADA(115) (DR)	-20,58895	-22,02038	-24,33272	-26,59151	-28,81195	-30,96126	-33,01133	-34,63799	-34,79822	-32,91553
POL. CRUZADA(120) (DR)	-19,91263	-21,37889	-23,72713	-25,99179	-28,18910	-30,30920	-32,27870	-33,69723	-34,43111	-33,26497
POL. CRUZADA(125) (DR)	-19,16908	-20,67744	-23,07346	-25,36730	-27,56817	-29,67569	-31,63308	-33,28357	-34,08124	-33,21860
POL. CRUZADA(130) (DR)	-18,33201	-19,88895	-22,35427	-24,68967	-26,91707	-29,03986	-31,01643	-32,72989	-33,74875	-33,13319
POL. CRUZADA(135) (DR)	-17,37144	-18,98083	-21,52529	-23,92410	-26,19902	-28,36020	-30,37868	-32,16602	-33,37626	-33,00953
POL. CRUZADA(140) (DR)	-16,25596	-17,91460	-20,54623	-23,02471	-25,36812	-27,58925	-29,66961	-31,54264	-32,92856	-32,69968
POL. CRUZADA(145) (DR)	-14,96143	-16,65230	-19,36401	-21,93271	-24,36259	-26,66546	-28,82814	-30,80136	-32,35904	-32,28217
POL. CRUZADA(150) (DR)	-13,49325	-15,17412	-17,92514	-20,57322	-23,09850	-25,50148	-27,76847	-29,86242	-31,59886	-31,68074
POL. CRUZADA(155) (DR)	-11,52634	-13,52242	-16,21304	-18,87986	-21,47407	-23,97731	-26,36259	-28,59529	-30,53178	-30,77424
POL. CRUZADA(160) (DR)	-10,44185	-11,86579	-14,33776	-16,88071	-19,43918	-21,97424	-24,44627	-26,81343	-28,96084	-29,33378
POL. CRUZADA(165) (DR)	-9,28559	-10,50098	-12,63188	-14,87391	-17,19887	-19,58028	-21,98345	-24,36901	-26,65300	-27,18120
POL. CRUZADA(170) (DR)	-8,54881	-9,66330	-11,50577	-13,42644	-15,41759	-17,47312	-19,58300	-21,73343	-23,89081	-24,40038
POL. CRUZADA(175) (DR)	-8,30111	-9,30395	-11,02179	-12,78936	-14,60008	-16,44699	-18,32591	-20,23242	-22,15966	-22,73589
POL. CRUZADA(180) (DR)	-8,22381	-9,21408	-10,90748	-12,64622	-14,42275	-16,23106	-18,06665	-19,92564	-21,40532	-22,37616

CAPÍTULO IV

CORRENTES SUPERFICIAIS PARA O
GUIA CILÍNDRICO ABERTO , RESSONANTE
NO MODO TE_{11}

IV.1. INTRODUÇÃO

O material exposto neste capítulo resume experimentos ao longo de três anos, a partir de 1979, realizados na UFPb e na UNI CAMP. A idéia da medida das correntes superficiais, nas paredes externas de antenas a guia de onda cilíndricas, foi proposta pelos Profs. J.L.Yen e K.J.Balmain, da Universidade de Toronto, durante o curso de Mestrado do autor, na tentativa de melhor compreensão dos fenômenos físicos envolvidos no desempenho de antenas cilíndricas à flange retraída [(31), Conforti, 1978].

Desta forma, o objetivo desta parte do trabalho é apresentar os resultados de medidas diretas da distribuição de correntes superficiais externas às paredes de um guia cilíndrico circular aberto com o uso de uma ponta-de-prova tipo King [(32), 1968], Apresentar-se-á, também, a análise teórica correspondente e a comparação com resultados experimentais.

IV.2. DESCRIÇÃO DA PONTA-DE-PROVA

A ponta-de-prova, tipo semi-laço, e seu cabo de sinal são construídos utilizando-se uma única peça de cabo coaxial semi-rígido. O semi-laço da ponta-de-prova é terminado em seus extremos por uma fina chapa metálica que repousa sobre a superfície na qual os valores das correntes superficiais são desejados, conforme mostrado na Fig. IV.1. A ação de mola do cabo coaxial semi-rígido é útil para manter a ponta de prova em bom contato com a superfície condutora. Esse cabo é mantido bem próximo à superfície condutora, de forma a minimizar a distorção dos campos superficiais. Ele é terminado por um conector sub-miniatura de precisão, de forma a minimizar o descasamento de impedância nesse ponto (uma vez que isso causaria reflexões múltiplas, dada a baixa impedância do semi-laço, localizada no outro extremo do cabo). Como resultado, uma pequena ponta-de-prova é obtida, evitando-se a introdução de sulcos na parede do guia de onda para a medida da distribuição de corrente superficial.

DIMENSÕES DA PONTA DE PROVA			
2b	w	f	g
(in)	(mm)	(mm)	(mm)
0,085	8,0	0,2	1,0

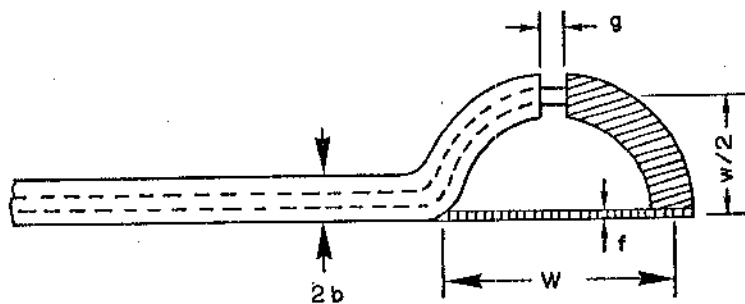


Fig. IV.1 - Ponta de prova tipo "King" utilizada

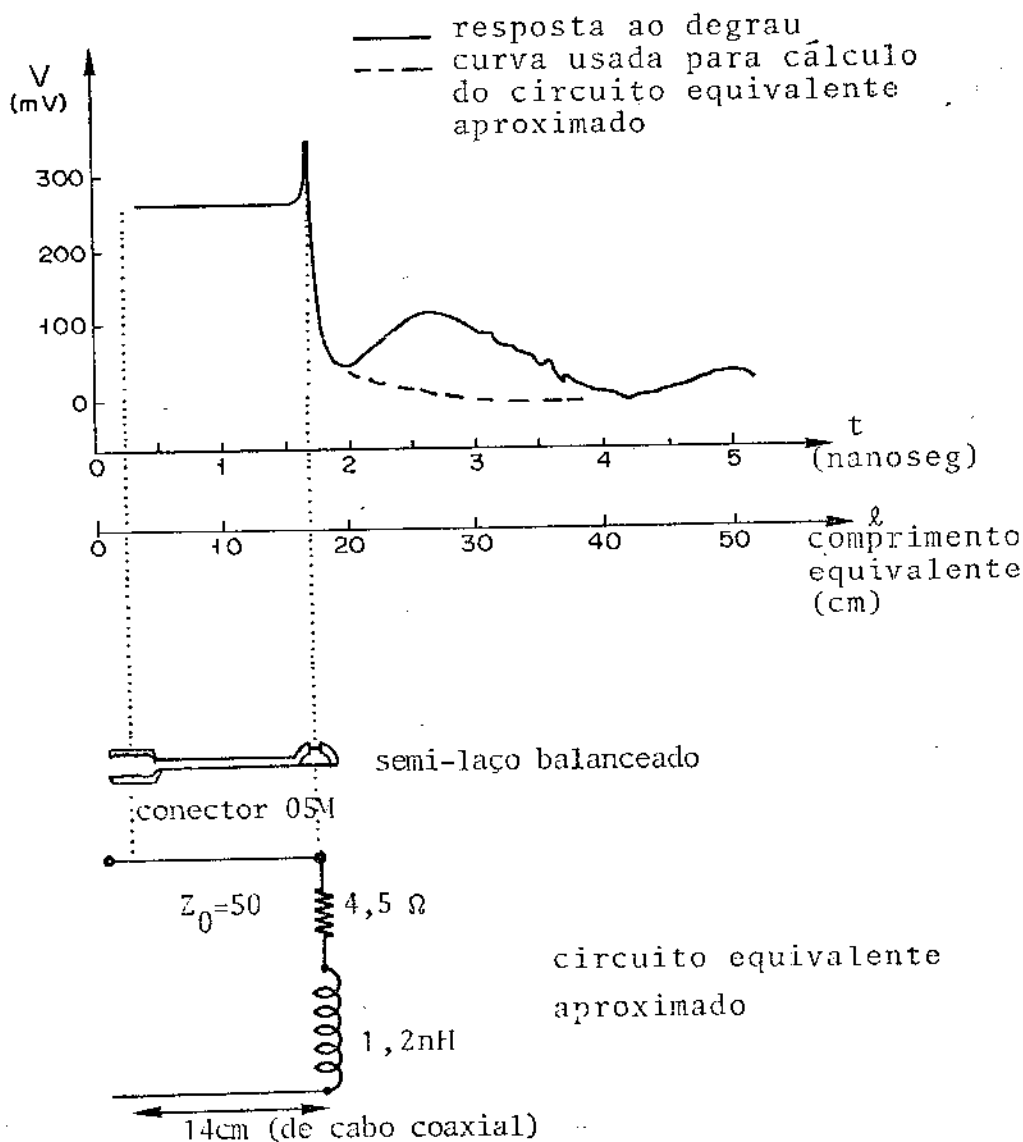


Fig. IV.2 - Resposta da ponta de prova a um degrau de tensão e circuito equivalente aproximado

IV.3. MÉTODOS DE CALIBRAÇÃO DA PONTA DE PROVA

A Fig. IV.2 apresenta a resposta da ponta-de-prova, que inclui o semi-laço balanceado, o cabo coaxial semi-rígido e o conector SMA, a um degrau de tensão de 255 milivolts e tempo de subida de 30 picosegundos, segundo as técnicas de refletometria no domínio do tempo [(33), 1969]. Desta forma obteve-se o desempenho do conector e fez-se uma primeira aproximação para o circuito equivalente do semi-laço. Pode-se concluir que um melhor desempenho da ponta-de-prova seria obtido com a utilização de um conector especial (APC 3,5 mm). O circuito equivalente é representado por uma linha de transmissão de 50Ω , com 14 cm de comprimento, terminada por um resistor de $4,5\Omega$ e um indutor de 1,2 nH. Esse resistor, de baixo valor, representa a resistência de irradiação do semi-laço. Deve-se notar, no entanto, que esse circuito equivalente é aproximado, visto que a resposta ao degrau (curva contínua da Fig. IV.2) é distinta da resposta de circuito LC (curva tracejada da Fig. IV.2).

Para a calibração da ponta de prova projetaram-se duas montagens cujas correntes superficiais são conhecidas: linha coaxial e monopolo com quarto de comprimento de onda em plano de terra condutor.

Na Fig. IV.3 apresentam-se a seção transversal da montagem coaxial construída e o circuito de calibração, no qual utilizam-se técnicas de refletometria por varredura em frequência [(21), 1975]. Para a calibração com montagem coaxial, supõe-se que o semi-laço não altera os campos no interior do cabo coaxial e a calibração é feita na seguinte sequência, sempre referindo-se à Fig. IV.3:

- um curto coaxial, tipo "N", é colocado na entrada da linha coaxial a ar para medida da potência de referência;
- a saída da transição cônica é curto-circuitada para medida da atenuação nessa transição;
- a saída da linha coaxial é curto-circuitada para a medida da atenuação nessa linha;

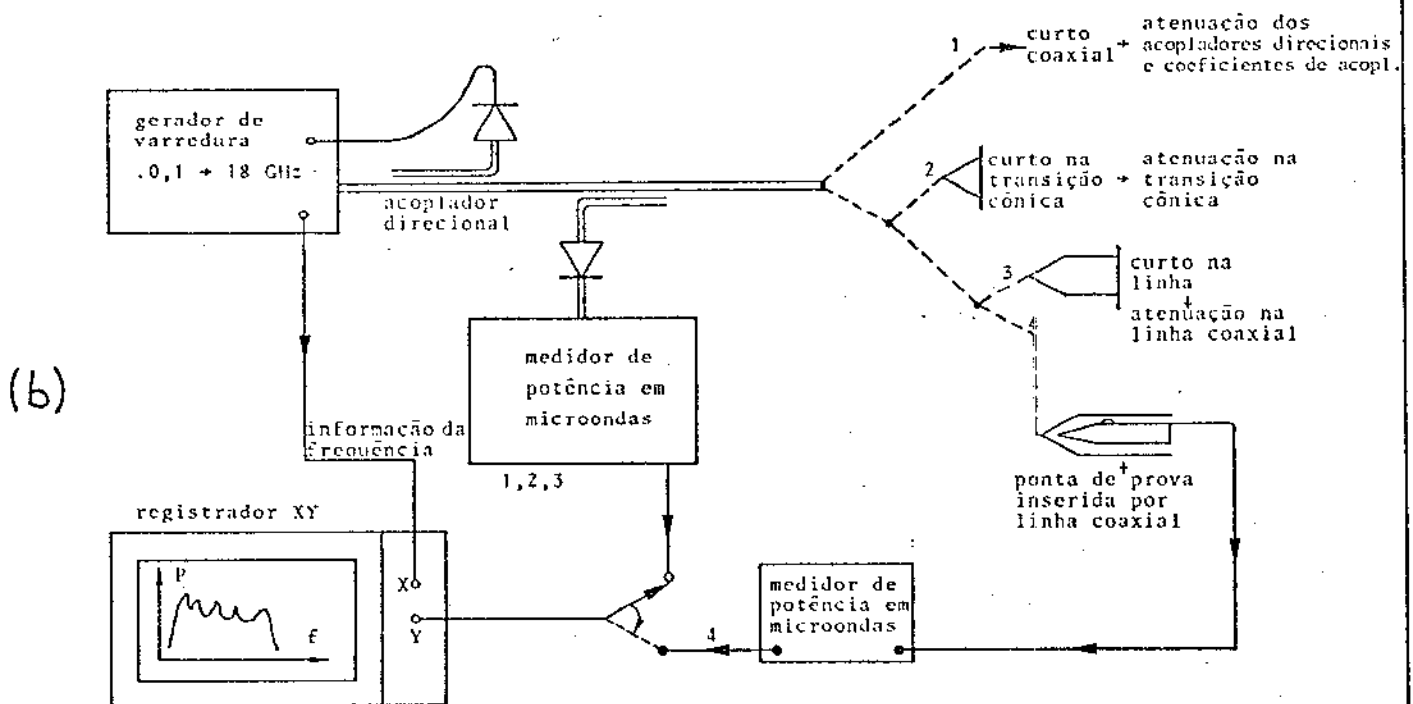
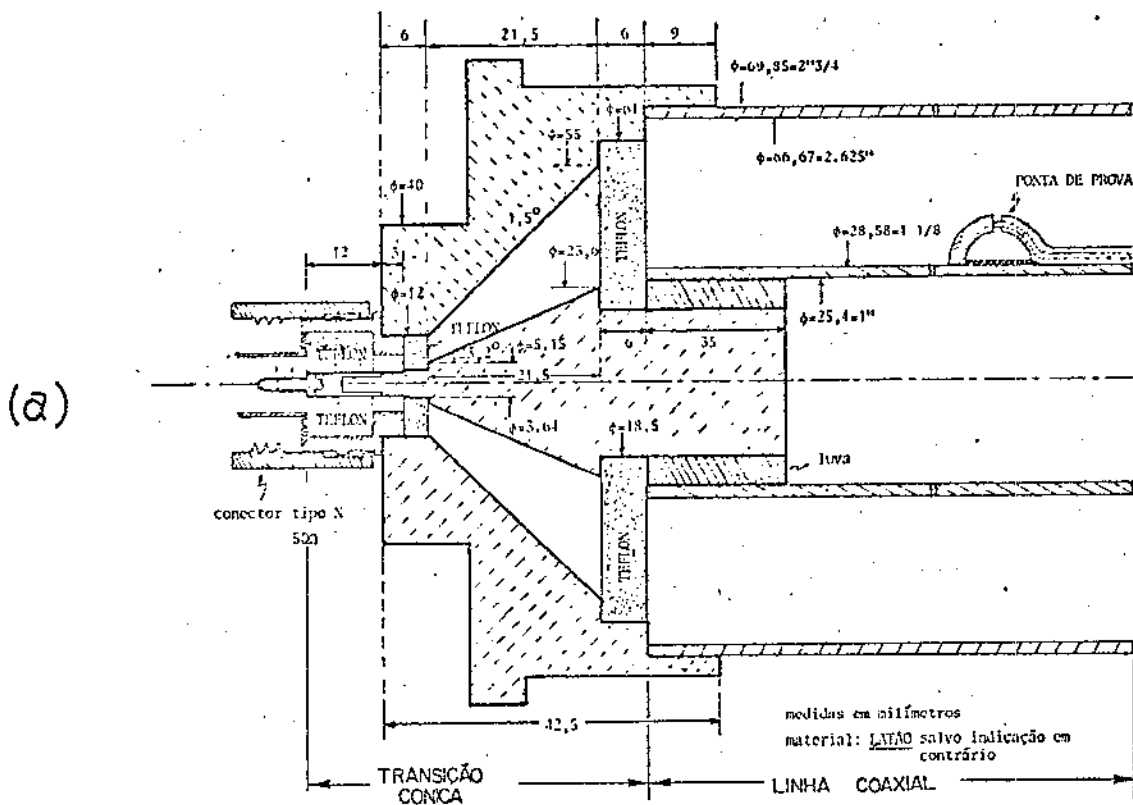


Fig. IV.3 - (a) Corte esquemático da linha coaxial a ar, mostrando a ponta-de-prova na posição de calibração

(b) Circuito de microondas utilizado para calibração da ponta-de-prova, na montagem em linha coaxial

- a ponta-de-prova é inserida sobre o condutor interno da linha coaxial curto-circuitada, em uma posição de máximo de onda estacionária, na qual o campo magnético superficial é conhecido.

Efetuando-se o procedimento acima, para várias frequências, obtém-se a correlação desejada entre o campo magnético perpendicular ao plano do semi-laço e a potência detetada no cabo de sinal da ponta-de-prova.

Para a calibração com monopolo com um quarto de comprimento de onda, em plano de terra condutor, foi utilizado um monopolo miniaturizado cujo comprimento foi ajustado para cada frequência. O monopolo operou satisfatoriamente até aproximadamente 14 GHz. A Fig. IV.4 mostra o desenho mecânico do monopolo e o circuito de microondas para calibração da ponta de prova por esse método. Para um ponto a uma distância "r" do monopolo, o campo magnético superficial é dado por:

$$H_{S_{\phi}} = 117,2 \sqrt{P_{in}}/r \quad (IV.1)$$

em que:

$H_{S_{\phi}}$ é o campo magnético azimutal de pico, em amperes espira/metro;

P_{in} é a potência incidente no monopolo, suposto casado, em miliwatts;

r é a distância, em campo distante, em centímetros, do monopolo ao semi-laço.

Dessa forma, medindo-se P_{in} , r e a frequência f, determina-se $H_{S_{\phi}}$, visando à calibração da ponta de prova nessa frequência.

IV.4. DESEMPENHO E CURVAS DE CALIBRAÇÃO DA PONTA-DE-PROVA

A análise de Whiteside e King [(34),1964] foi usada para a caracterização dessa ponta-de-prova. Os valores teóricos da Sensitividade Magnética, K_B (expressão 33 da obra citada) são dadas na

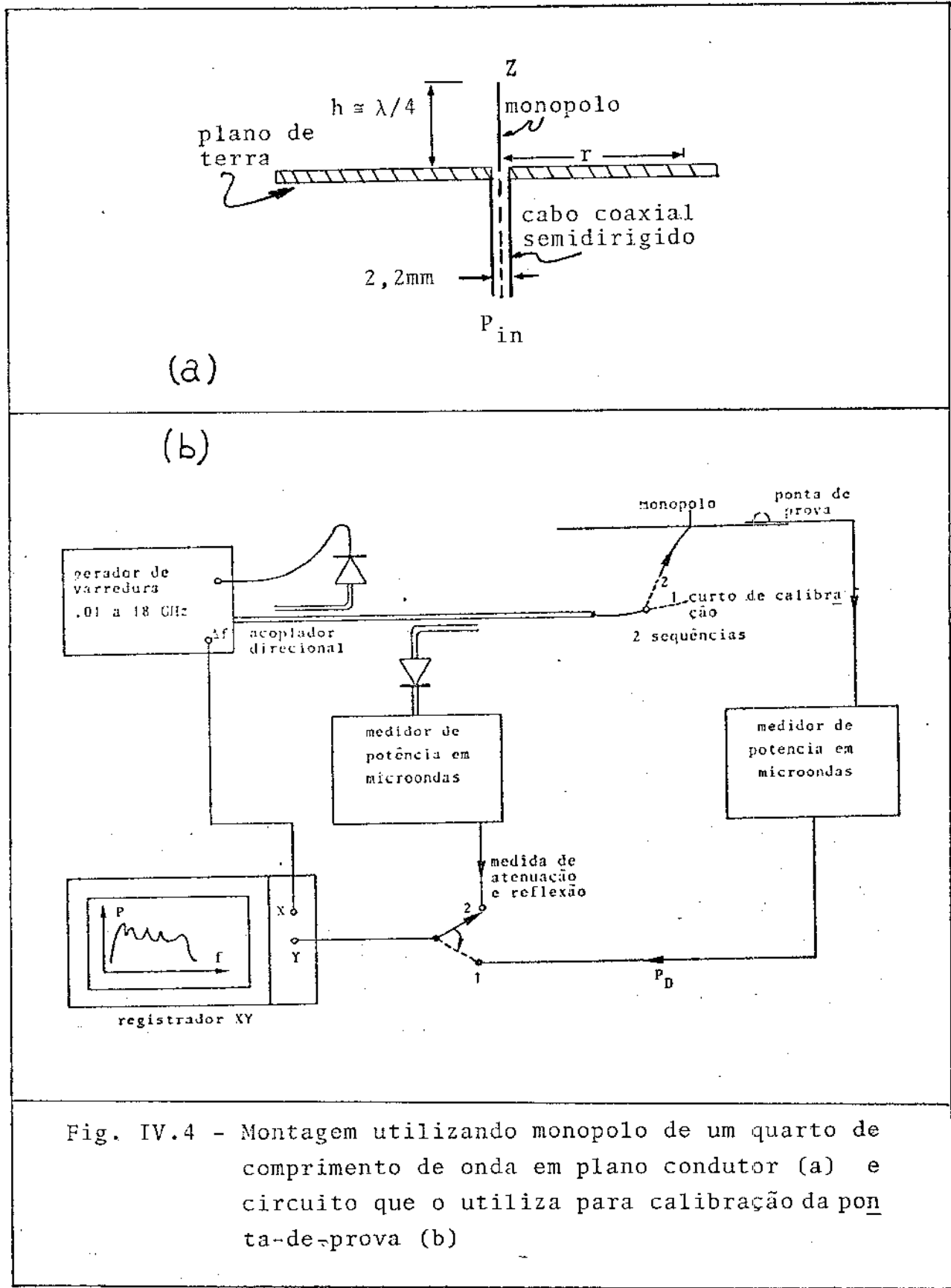


Fig. IV.4 - Montagem utilizando monopolo de um quarto de comprimento de onda em plano condutor (a) e circuito que o utiliza para calibração da ponta-de-prova (b)

Fig. IV.5 (linha tracejada) como função do diâmetro do semi-laço, normalizado com respeito ao comprimento de onda no espaço livre. Os valores de K_B são dados em decibéis, com relação a 1 Siemens. Os resultados experimentais são mostrados para a ponta de prova relativamente grossa da Fig. IV.1, tendo um diâmetro $W = 8$ mm e construída com cabo coaxial semi-rígido de 2,2 mm de diâmetro (RG405/U). A curva ponto-traço, da Fig. IV.5, resulta dos valores medidos de K_B quando a ponta de prova situa-se em um plano condutor e, a curva sólida, quando a ponta de prova situa-se sobre uma superfície condutora curva. No último caso, a superfície curva corresponde ao condutor interno (diâmetro = 29 mm) da linha coaxial construída especialmente para essa calibração. O diâmetro deste condutor foi feito igual ao diâmetro externo do cilindro circular no qual as correntes superficiais são desejadas.

Visando a comparar-se a habilidade da ponta de prova na discriminação contra os efeitos de campo elétrico, a razão de erro de sistema "e" foi medida e é mostrada na Fig. IV.6. Também estão mostrados nessa figura os valores teóricos para um laço duplamente balanceado, dados por Whiteside e King [(34), 1964].

Outra importante fonte de erro é a distorção do campo causada pela presença da ponta-de-prova ("carregamento da ponta de prova"). Neste trabalho as dimensões são feitas muito menores que o diâmetro do guia cilíndrico; todavia, um estudo mais geral do carregamento devido à ponta-de-prova deveria ser uma preocupação para pesquisas futuras.

IV.5. SISTEMA DE POSICIONAMENTO DA PONTA-DE-PROVA

Um sistema de posicionamento servo-controlado foi construído de forma a permitir a medida semi-automática das correntes superficiais na parede externa do guia cilíndrico circular, em função da distância "z" ao longo da direção axial do guia. A dependência da corrente, em relação ao plano de polarização, foi medida com o auxílio de uma junta rotatória em guia retangular, acoplada a uma transição guia retangular - guia cilíndrico de alta precisão. As

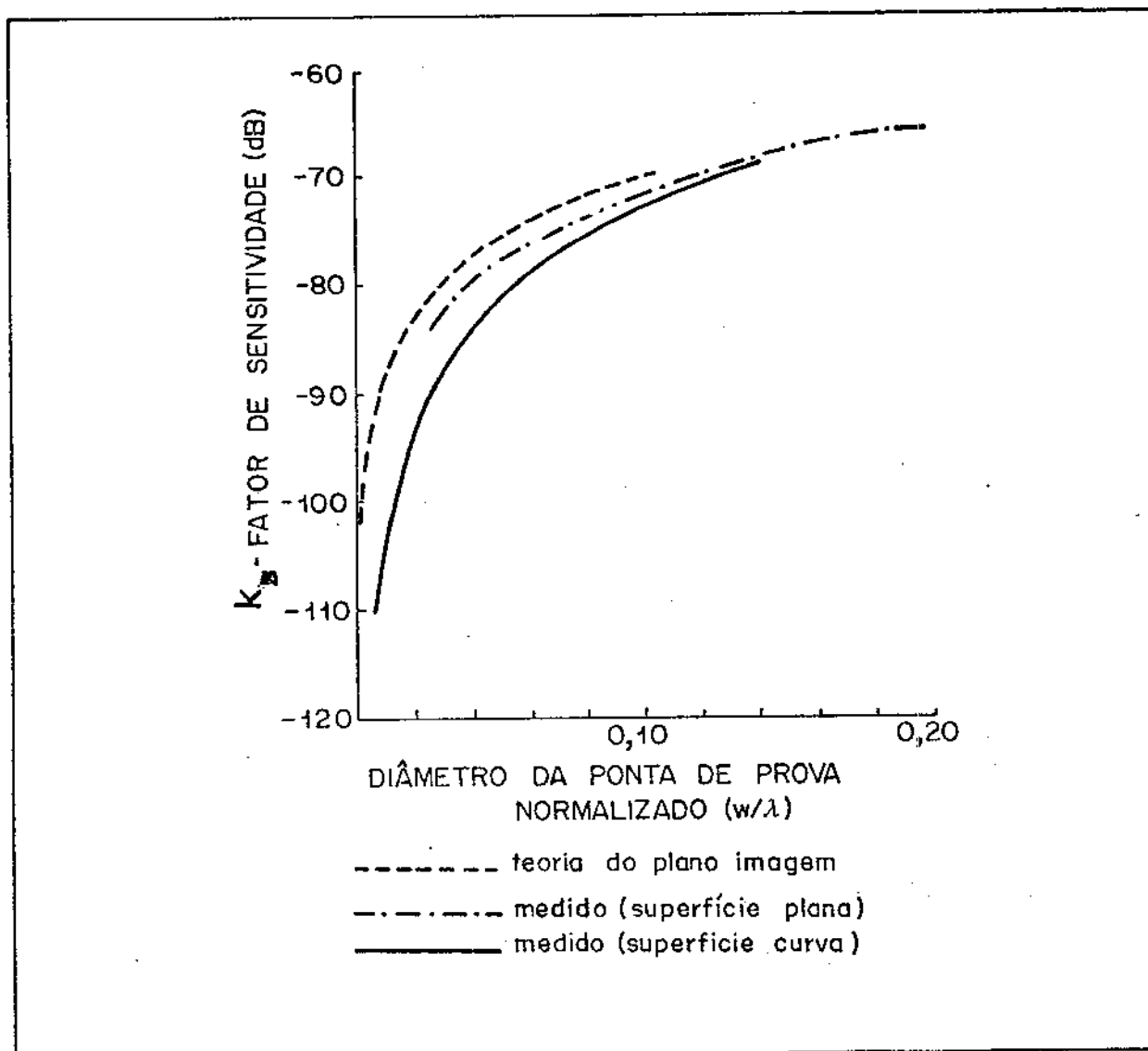


Fig. IV.5 - Fator de sensibilidade " K_B " como função do diâmetro da ponta-de-prova normalizado. Os valores teóricos foram obtidos a partir das eqs.(33) da referência 34, citada neste trabalho

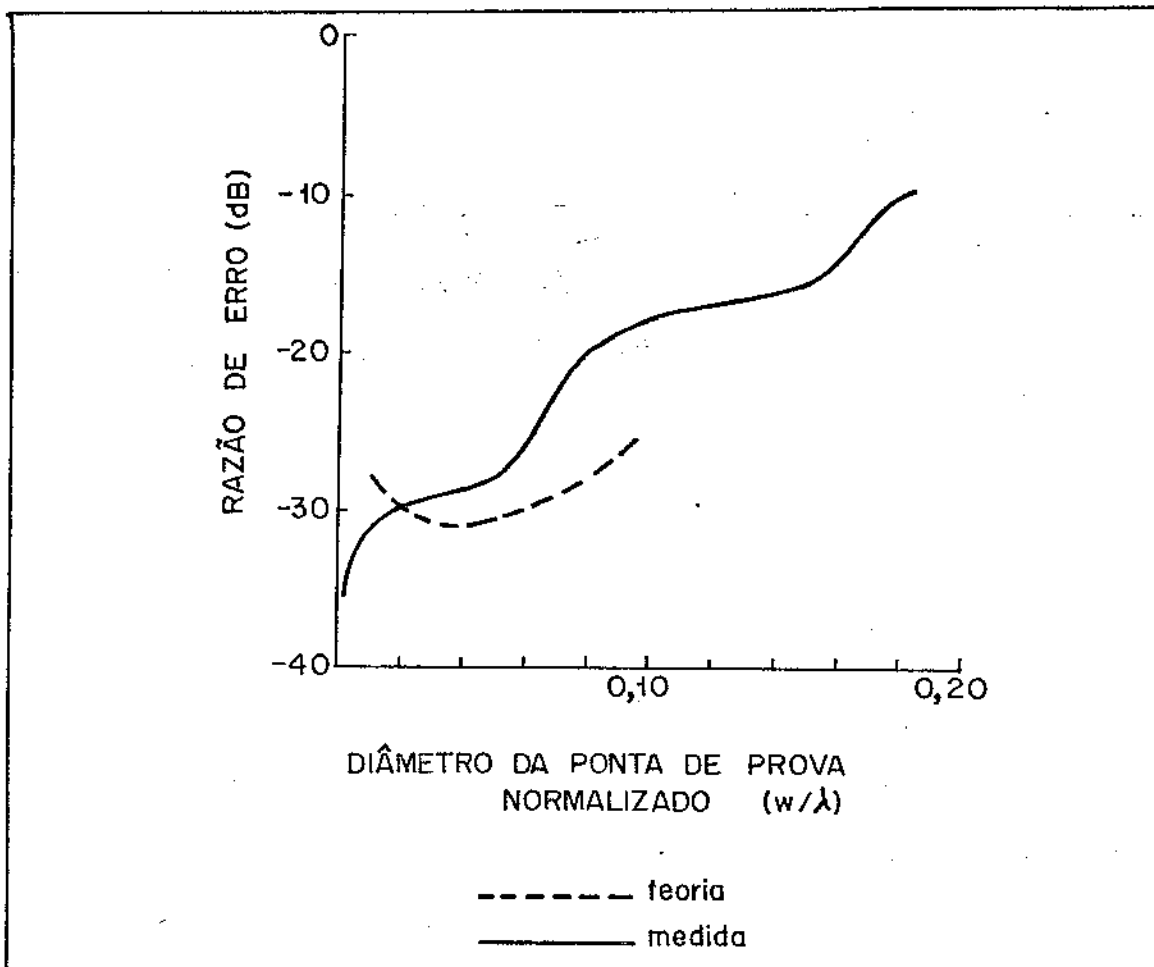


Fig. IV.6 - Razão do erro "e" em função do diâmetro da ponta-de-prova normalizado. Valores teóricos obtidos a partir da Ref. 34.

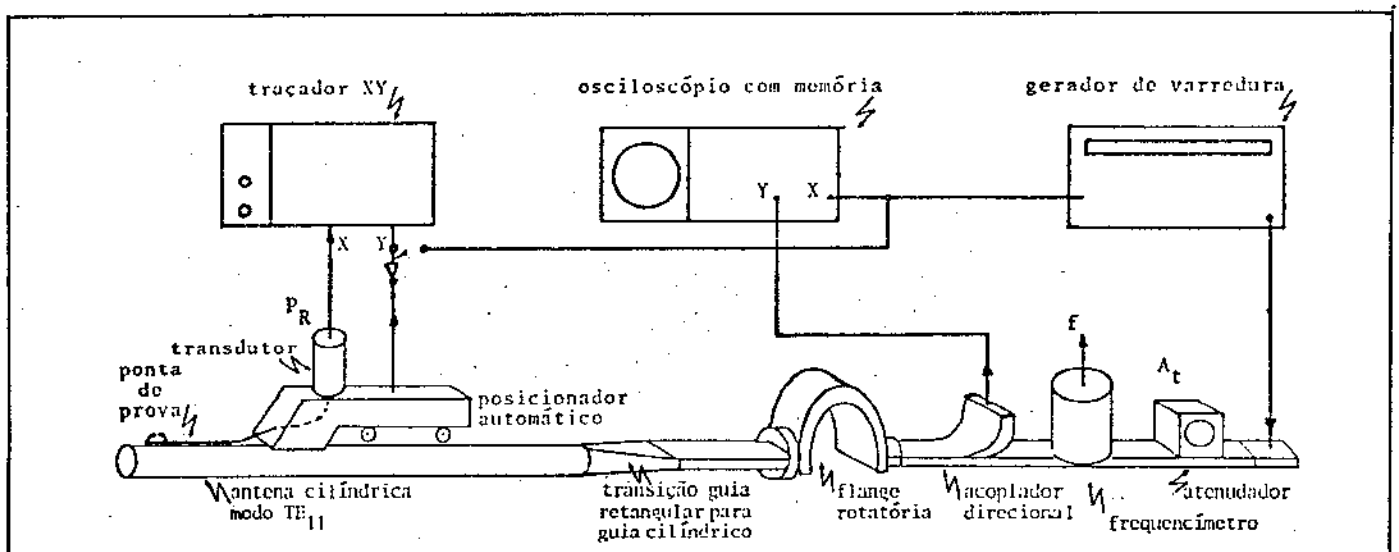


Fig. IV.7 - Sistema de posicionamento servo-controlado, na montagem de medidas de amplitude das correntes superficiais às paredes externas do guia cilíndrico aberto

técnicas de varredura em frequência foram usadas visando à detecção de possíveis fenômenos dependentes da frequência.

Na Fig. IV.7 mostra-se o circuito de microondas, com o sistema de posicionamento, utilizado para a medida das amplitudes das correntes na parede externa do guia cilíndrico. A montagem para as medidas das fases, não mostrada aqui, é semelhante mas emprega o analisador vetorial de redes [(22),1968].

IV.6. CÁLCULO DAS CORRENTES SUPERFICIAIS EXTERNAS MUITO PRÓXIMAS À BORDA DA ABERTURA DO CILINDRO

Antes da apresentação dos resultados experimentais relativos às montagens descritas neste capítulo, mostram-se, a seguir, as expressões matemáticas para o cálculo teórico das correntes superficiais externas ao cilindro aberto, com paredes de espessura infinitesimal, nas regiões muito próximas da borda da abertura (nesta seção) e nas regiões com distâncias intermediárias a essa borda (seção seguinte).

A região muito próxima à borda do cilindro é caracterizada por valores de z tendendo a zero (ver Fig. I.1). Na análise de fenômenos deste tipo, é necessário utilizarem-se as chamadas condições de borda (ou condições de quina), que podem ser encontradas no livro dos professores Mittra e Lee [(5),1977]. Essas condições exigem que as componentes das correntes nas direções longitudinais ao cilindro e perpendiculares à borda (J_z) tendam a zero, seguindo a variação \sqrt{z} , e que as componentes das correntes azimutais ao cilindro e tangentes à borda (J_ϕ) sejam descontínuas, seguindo a variação $1/\sqrt{z}$.

No interior do cilindro, a corrente superficial total (\vec{J}_{int}) é dada pela soma das correntes incidentes refletidas e evanescentes. Longe da borda, existirão somente as correntes incidentes e refletidas, com intensidades constantes. Perto da borda, no entanto, as correntes evanescentes se somam às incidentes e refletidas, de forma a anular a componente da corrente interna longitu

dinal (segundo \sqrt{Z}) e expandir (segundo $1/\sqrt{Z}$) a componente da corrente interna azimutal. Na parede externa, o efeito de variação das correntes é semelhante mas as causas são distintas: a anulação ou expansão das correntes externas estão intimamente associadas ao fenômeno de difração da onda eletromagnética na borda da abertura do guia.

As correntes totais (internas mais externas) nas direções azimutal (J_ϕ) e longitudinal (J_z), são obtidas calculando-se os vetores de Hertz [eqs.(I.4) e (I.5)] nas paredes do cilindro, ou seja, em $r=a$. As expressões matemáticas são dadas na forma seguinte [(3),1969]:

$$J_\phi = \left(\frac{\partial}{\partial z^2} + k^2 \right) \tilde{\Pi}_z = \cos(\phi+\phi_0) \int_C e^{iwz} \cdot G(w) \cdot dw \quad (IV.2)$$

$$J_z = \left[- \frac{\partial}{\partial \phi} \left(i k \frac{\partial \Pi_z}{\partial r} \right) \right] - \frac{1}{r} \frac{\partial \tilde{\Pi}_z}{\partial z} = \\ = \sin(\phi+\phi_0) \int_C e^{iwz} \cdot \left[F(w) + \frac{iw}{av^2} G(w) \right] dw \quad (IV.3)$$

em que C é o caminho de integração mostrado na Fig. I.2.

Visando à aplicação do Teorema de Cauchy, deforma-se o caminho C enlaçando-o por um semi-círculo superior de raio tendente a infinito. Este círculo, porém, ao repousar sobre uma única superfície de Riemann, deverá ter seu traçado interrompido pelo caminho de ramificação, conforme mostrado na Fig. I.3. Procedendo - se dessa forma, no entanto, ainda não é possível separar, usando - se a técnica de Wiener-Hopf, a corrente total das eqs.(IV.2) e (IV.3), em suas componentes incidente, refletida, evanescentes e externa. A contribuição dada por Weinstein (de onde o nome "Técnica de Wiener-Hopf Generalizada", dada ao subtítulo de seu livro [(3),1969]), consistiu em provar que era possível deformar o caminho de ramificação C_R , da Fig. I.3, para o caminho de ramificação C_1 , da Fig.IV.8. Deste modo, aplicando-se o Teorema dos Resíduos, a corrente in

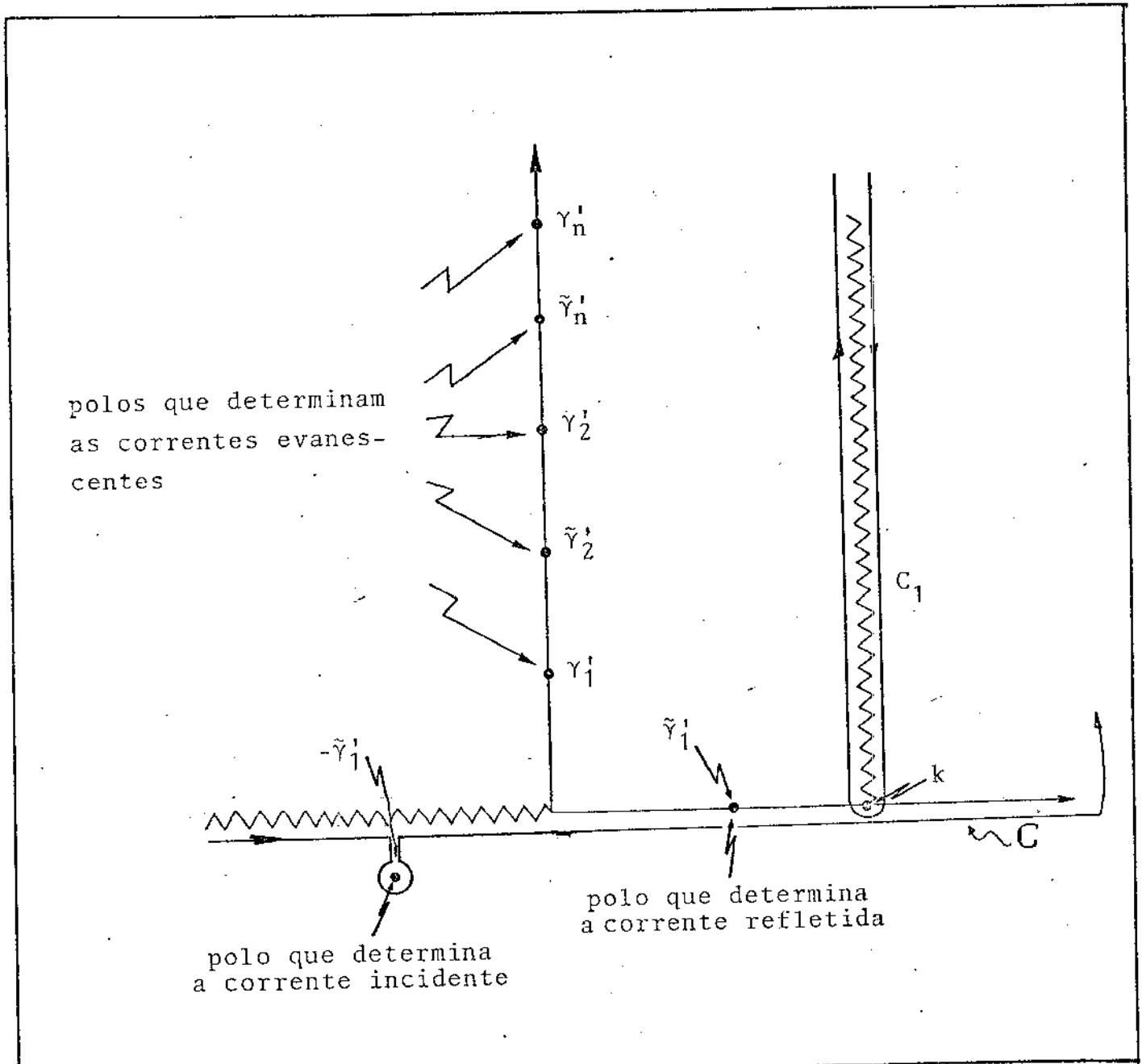


Fig. IV.8 - Representação no plano complexo dos diversos polos cujos resíduos fornecem as correntes internas ao guia cilíndrico, ou seja: as correntes incidente, refletida e evanescentes. Mostra-se, também, o caminho da ramificação C_1 cuja integral fornece a corrente na parede externa do guia

cidente no interior do guia é dada pelo polo $-\tilde{\gamma}'_1$, a corrente refletida pelo polo $+\tilde{\gamma}'_1$, as correntes evanescentes pelos polos $\gamma'_1, \dots, \gamma'_n$ e $\tilde{\gamma}'_2, \dots, \tilde{\gamma}'_n$, sendo que a corrente externa ao cilindro é obtida pela integração no caminho C_1 .

Dessa forma, o cálculo das correntes totais superficiais na direção azimutal (J_ϕ) e longitudinal (J_z), para o modo TE_{11} , fornece [(3), 1969, eqs. (27.07), (27.08), (27.09)]:

$$J_\phi = \cos(\phi + \phi_0) B \left[e^{-i \tilde{\gamma}'_1 z} + \rho_{11} e^{i \tilde{\gamma}'_1 z} + P_\phi + Q_\phi \right] \quad (IV.4)$$

$$J_z = \sin(\phi + \phi_0) B \left\{ \frac{i \tilde{\gamma}'_1}{\mu_1} \left[-e^{-i \tilde{\gamma}'_1 z} + \rho_{11} e^{i \tilde{\gamma}'_1 z} + P_z + Q_z \right] \right\} \quad (IV.5)$$

em que:

ρ_{11} é o coeficiente de reflexão de corrente [ver eq. (III.29)];

B é a corrente interna incidente de pico na direção azimutal e relaciona-se com a potência P , incidente no guia;

Q_ϕ e Q_z são ligadas às correntes nas paredes externas do guia cilíndrico, conforme discussão a seguir;

P_ϕ e P_z fornecem as correntes evanescentes segundo as equações na forma seguinte [(6), 1969]:

$$P_\phi = \sum_{\ell=2}^{\infty} \rho_{1\ell} e^{-|\tilde{\gamma}'_\ell| \cdot z} \quad (IV.6)$$

$$P_z = \sum_{\ell=2}^{\infty} \rho_{1\ell} e^{-|\tilde{\gamma}'_\ell| \cdot z} + \sum_{n=1}^{\infty} t_{1n} e^{-|\gamma'_n| \cdot z} \quad (IV.7)$$

em que os coeficientes $\rho_{1\ell}$ e t_{1n} são dados por:

$$\begin{aligned}
 \rho_{1\ell} = & \sqrt{\frac{ka - \tilde{\gamma}'_{\ell}}{ka + \tilde{\gamma}'_1}} \cdot \frac{\psi_+ (\tilde{\gamma}'_1)}{\psi_- (\tilde{\gamma}'_{\ell})} \cdot \frac{1}{(\tilde{\gamma}'_1 + \tilde{\gamma}'_{\ell})} \cdot \\
 & \cdot \left[1 + \frac{\Delta^2}{1 + \Delta^2} \frac{2 ka (\tilde{\gamma}'_1 + \tilde{\gamma}'_{\ell})}{(ka - \tilde{\gamma}'_1)(ka - \tilde{\gamma}'_{\ell})} \right] \quad (IV.8)
 \end{aligned}$$

$$t_{1\ell} = - \frac{2 \Delta}{1 + \Delta^2} \frac{(ka)^2 \psi_+ (\tilde{\gamma}'_1)}{(ka - \tilde{\gamma}'_1)(ka + \gamma'_n) \sqrt{(ka + \tilde{\gamma}'_1)(ka - \tilde{\gamma}'_1)} \phi'_-(\gamma'_n)} \quad (IV.9)$$

em que as funções auxiliares ψ_+ e ϕ'_- (derivada da função ϕ_- em relação ao argumento) já foram definidas anteriormente [eqs.(II.5) e (II.6)].

As correntes externas às paredes do guia cilíndrico podem ser expressas na forma (a partir das eqs.(IV.4) e (IV.5)):

$$J_{\phi_{\text{ext}}} = B \cos(\phi + \phi_0) Q_{\phi} \quad (IV.10)$$

$$J_{z_{\text{ext}}} = B \frac{i \tilde{\gamma}'_1}{\mu_1} \text{sen}(\phi + \phi_0) Q_z \quad (IV.11)$$

Os cálculos dos termos Q_{ϕ} e Q_z envolvem as integrações no caminho C_1 (ver Fig. IV.8) segundo as equações seguintes, derivadas das eqs. (IV.2) e (IV.3):

$$Q_{\phi} = \frac{1}{B} \int_{C_1} e^{iwz} \cdot G(w) dw \quad (IV.12)$$

$$Q_z = \frac{1}{B} \int_{C_1} e^{iwz} \cdot \left[F(w) + \frac{iw}{av^2} G(w) \right] dw \quad (IV.13)$$

Realizando-se a transformação de variáveis: $w = k(1 + iu)$,

tem-se:

$$Q_{\phi} = i k \frac{e^{ikz}}{B} \int_0^{\infty} 2 \cdot e^{-kuz} G(k+iku) \cdot du \quad (IV.14)$$

$$Q_z = i k \frac{e^{ikz}}{B} \int_0^{\infty} 2 \cdot e^{-kuz} \left\{ F(k+iku) - \frac{[(2/u) + u + i]}{(ka)(u^2+4)} G(k+iku) \right\} du \quad (IV.15)$$

Já é possível notar nas expressões acima que a constante de propagação de fase da onda, na parede exterior do guia, é igual à do espaço livre (e^{ikz}).

O cálculo de Q_{ϕ} e Q_z para valores muito grandes de z (campos distantes) reduz-se à avaliação das integrais nas vizinhanças do ponto $w = k$ ou $u = 0$, visto que para valores de $u > 0$, verifica-se a anulação do termo e^{-kuz} . No entanto, os campos distantes já foram avaliados no Capítulo III e, considerando-se as condições de contorno e as eqs. (III.23) a (III.26), pode-se escrever:

$$\lim_{z \rightarrow \infty} (J_{\phi_{ext}}) = 0 \quad (IV.16)$$

$$\lim_{z \rightarrow \infty} (J_{z_{ext}}) = H_{\phi}(\text{traseiro}) = \frac{\sqrt{P \cdot Z_0}}{z} \cdot \frac{2 i ka}{\mu_1} \cdot \sqrt{\tilde{\gamma}'_1} \cdot ka/\pi \cdot \frac{\Delta}{1+\Delta^2} e^{(1/2)[\tilde{S}(\tilde{\gamma}'_1)+S(ka)]} \cdot e^{ikz} \quad (IV.17)$$

Os cálculos de $J_{\phi_{ext}}$ e $J_{z_{ext}}$ (ou Q_{ϕ} e Q_z), para a região muito próxima à borda do guia ($z \rightarrow 0$), podem ser feitos utilizando-se as eqs. (IV.14) e (IV.15). Nesse caso, devido ao fator e^{-kuz} , somente valores muito grandes de u vão contribuir para as integrais. Nessa situações, pode-se escrever:

$$Q_{\phi}(u \rightarrow \infty) \approx 2 i \frac{e^{ikz}}{B} \int_u^{\infty} e^{-kuz} G(iku) du \quad (\text{IV.18})$$

$$Q_z(u \rightarrow \infty) \approx 2 i \frac{e^{ikz}}{B} \int_u^{\infty} e^{-kuz} F(iku) du \quad (\text{IV.19})$$

As funções $F(iku)$ e $G(iku)$ podem ser avaliadas lembrando-se que [(3), 1969] para $|w| \rightarrow \infty$, $|\phi_-(w)| = |\psi_-(w)| = 1$.

Nessas condições, a partir das eqs.(II.1) a (II.7), pode-se obter:

$$\lim_{z \rightarrow 0} (J_{\phi_{\text{ext}}}) \approx -i \cdot F \cdot J_{\phi_{\text{int}}} \cdot \frac{e^{ikz}}{\sqrt{kz}} \quad (\text{IV.20})$$

$$\lim_{z \rightarrow 0} (J_{z_{\text{ext}}}) \approx D \cdot J_{z_{\text{int}}} \cdot e^{ikz} \sqrt{kz} \quad (\text{IV.21})$$

em que:

$$D = 4\sqrt{2} (ka)^{3/2} (0,363866) \cdot \mu_1 \cdot \frac{\Delta}{1+\Delta^2} e^{(1/2) \cdot \tilde{S}(\tilde{\gamma}'_1)} \quad (\text{IV.22})$$

$$F = D \cdot \left[\frac{1+\Delta^2}{(-2\Delta)} \left(1 - \frac{\gamma'_1}{ka} \right) - \Delta \right] \frac{\gamma'_1}{4\pi(\mu_1)^2} \quad (\text{IV.23})$$

Dessa forma, as eqs.(IV.20) e (IV.21) confirmam as condições de contorno na borda do guia, para as quais a corrente azimutal, J_{ϕ} , decresce com $1/\sqrt{z}$ e a corrente longitudinal, J_z , cresce com \sqrt{z} .

Todavia, o cálculo das correntes externas para valores intermediários de z ($0,5\lambda < z < 5\lambda$) depara-se com um obstáculo difícil de ser transposto, visto que cada ponto do integrando reclama o cálculo de uma integral de intervalo infinito, na obtenção de $G(k+iu)$ e $F(k+iu)$. Nesse caso, o cálculo dessas correntes deve ser feito por métodos alternativos (método dos momentos, por exemplo).

IV.7. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

O material exposto nesta seção foi apresentado recentemente na 3ª Conferência Internacional em Antenas e Propagação, realizada em abril de 1983 em Norwich, Inglaterra [(36),1983]. Esses resultados foram recentemente confirmados e citados pelo pesquisador alemão V. Homback [(37),1983], utilizando teoria baseada no método dos momentos.

Os resultados experimentais foram obtidos para um guia de onda cilíndrico circular aberto operando no modo TE_{11} e tendo um diâmetro "2a" igual a 25,4 mm, um comprimento total de 400 mm e uma espessura "s" variando de 0,35 a 1,8 mm, conforme mostrado na Fig. IV.9. Também estão mostrados nesta figura as componentes da densidade de corrente superficial na direção axial, $J_{z_{ext}}$, e na direção azimutal $J_{\phi_{ext}}$, a distância "z" da borda do guia ao ponto localizado na sua superfície externa e o ângulo azimutal " ϕ ".

Como usual, o parâmetro "k.a" foi usado no estudo dos fenômenos dependentes em frequência do guia aberto, em que "k.a" é o perímetro do cilindro dividido pelo comprimento de onda no espaço livre e "a" é o raio do cilindro. Por conveniência, foi suposta uma potência incidente de 1W no interior do guia. Os valores mostrados de $J_{z_{ext}}$ e $J_{\phi_{ext}}$ são valores de pico.

O sistema de posicionamento da ponta de prova foi usado para medir a variação em amplitude da componente longitudinal da densidade de corrente superficial na parede externa do guia cilíndrico aberto " $J_{z_{ext}}$ " como função da distância z medida da borda do guia. Um traçado típico, obtido no registrador X-Y, para $J_{z_{ext}}$ como função de z/λ é mostrado pela curva sólida da Fig. IV.10, em que, nesse caso, $\phi = 0$ e $k_0.a = 2,15$. A linha pontilhada nessa figura mostra as correntes em campo distantes (onda esférica), calculada com a teoria exposta na Seção anterior deste trabalho; a linha traço-ponto mostra as correntes calculadas pelo método dos momentos [(37),1983]; a linha tracejada simplesmente mostra a variação proporcional a $1/\sqrt{z}$ (onda cilíndrica) que essas correntes possuem, aproximadamente, nessa região [$0,5 < (z/\lambda) < 4$]. À medida que o valor

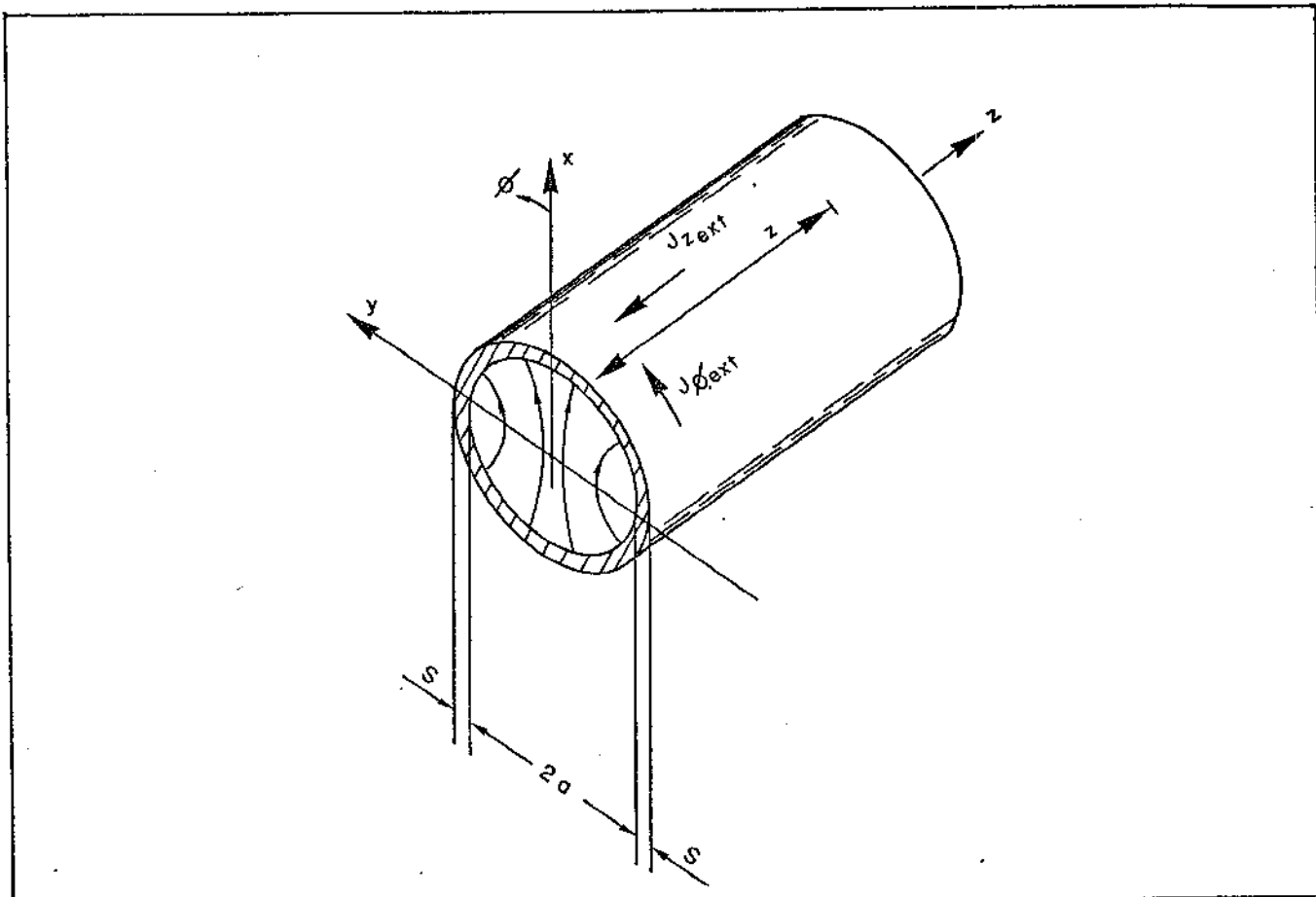
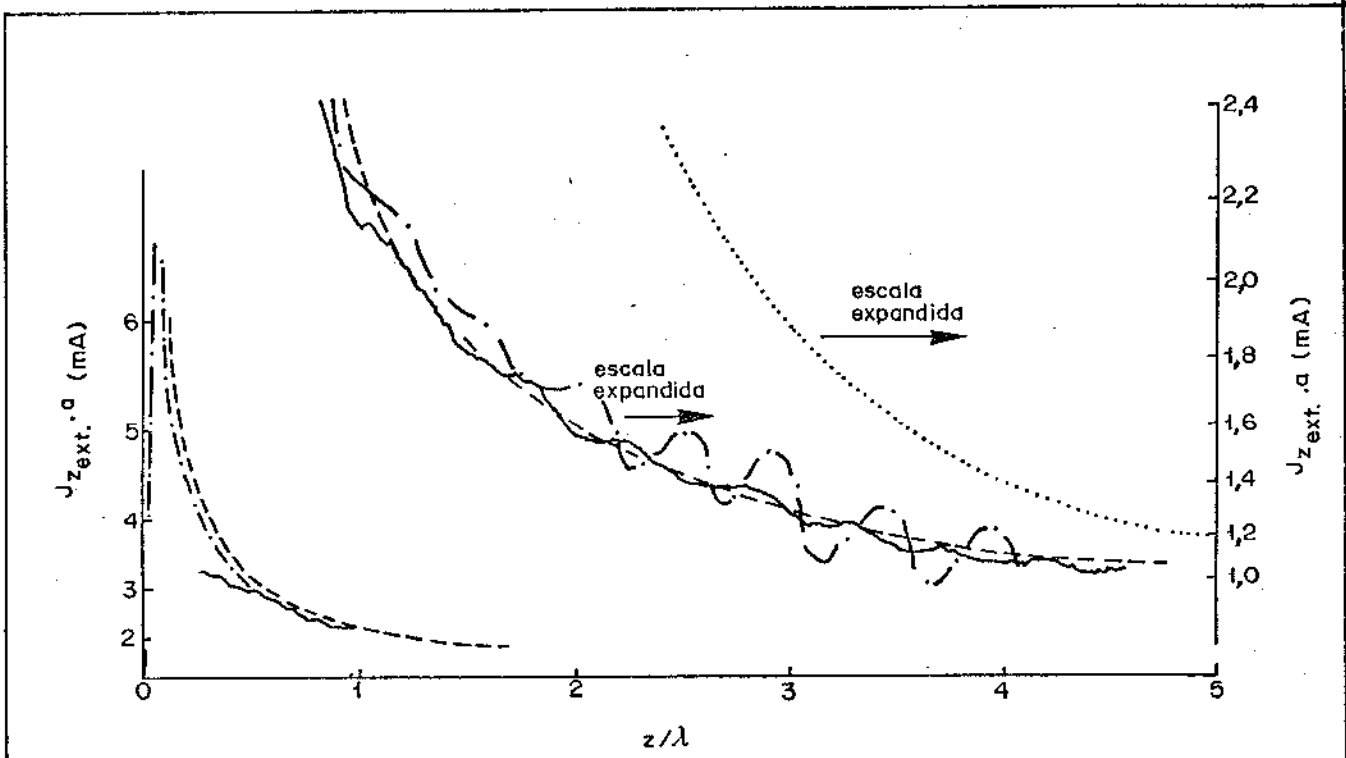


Fig. IV.9 - Vista do cilindro circular aberto (modo TE_{11})



- densidade teórica de corrente em campo distante (proporcional a $1/z$), na parede externa do guia (onda esférica)
- densidade de corrente supondo-se variação proporcional a $1/\sqrt{z}$, na parede externa do guia (onda cilíndrica)
- .-.-.-.- densidade teórica de corrente obtida pelo método dos momentos [(37), 1983]
- _____ densidade medida da corrente na parede externa do guia para $\phi = 0$

Fig. IV.10 - Um traçado típico obtido pelo registros XY para $J_z \cdot a$ em função de z/λ , com $k \cdot a = 2,15$ e $\phi = 0$. A densidade da corrente na parede interna do guia é de $(20\text{mA})/a$.

z aumenta, as correntes medidas tendem ao valor das correntes em campos distantes (linha pontilhada), correspondendo à transformação gradual da onda cilíndrica em onda esférica. Embora não mostre do nesta figura, esta transformação foi observada experimentalmente. Em adição, para esses dois tipos de onda, uma constante de propagação de fase, igual à do espaço livre, foi verificada experimentalmente. Notar também, a satisfatória concordância entre os resultados do método dos momentos e os valores medidos. É interessante salientar que esses resultados teóricos da Ref. 37 concordam com as condições de borda previstas nas eqs.(IV.20) e (IV.21).

Para $(z/\lambda) < (1/2)$, a curva teórica se desvia da curva experimental, fato este atribuído à interação entre a ponta de prova e a borda do guia e ao tamanho físico finito da ponta de prova; nessa faixa, os resultados experimentais não são confiáveis. A oscilação da curva traço-ponto, observada na Fig. IV.10, para os resultados teóricos, calculados pelo método dos momentos (maior que a oscilação para os valores experimentais), é devida, provavelmente, à utilização de um guia com comprimento total de $4,0\lambda$ [(37),1983] enquanto que, experimentalmente, utilizou-se um guia maior, de $10,8\lambda$. Deve-se salientar que a limitação do comprimento do guia em 4λ , para o método dos momentos, é devida à capacidade ainda insuficiente dos computadores atuais.

Resultados teóricos e experimentais da variação azimutal da amplitude relativa de J_z na superfície externa do cilindro é mostrada na Fig. IV.11. Como esperado, verificou-se que estes resultados não dependem de "k.a" ou de "z". Em adição, foi observado que a fase de J_z não depende do ângulo ϕ , conforme previsto teoricamente.

Quanto à componente azimutal da corrente superficial externa J_ϕ , verificou-se sua dependência com $\sin \phi$, tendo um máximo valor no ângulo azimutal em que J_z é mínima ($\phi = 90^\circ$). Os resultados experimentais indicaram que, para qualquer valor de "z", esse valor máximo permaneceu, no mínimo, 10 dB abaixo do valor correspondente ao máximo de J_z que ocorre em $\phi = 0^\circ$, conforme resultados confirmados teoricamente [(37),1983]. A única exceção seria quando "z" tendesse a zero, uma vez que J_ϕ tenderia a infinito. A confirmação

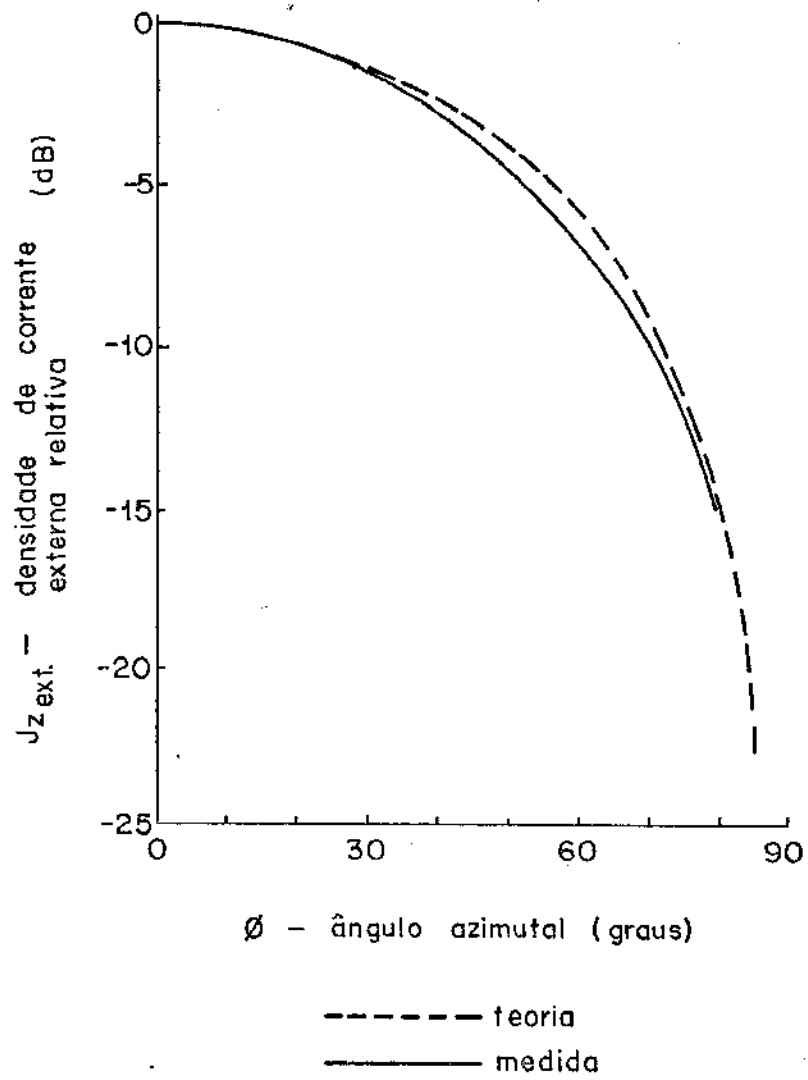


Fig. IV.11 - Resultados teóricos e experimentais da corrente longitudinal na parede externa de " $J_{z_{ext}}$ " em função de ϕ

experimental desta previsão não é possível dado o tamanho finito da ponta de prova.

Dessa forma, ficam resumidos os principais resultados experimentais obtidos para cilindros com paredes de espessura infinitesimal. Os efeitos da espessura finita da parede são apresentados no Capítulo V, a seguir.

5192/BC

CAPÍTULO V

O EFEITO DA ESPESSURA FINITA DA PAREDE
EM CILINDROS RESSONANTES ABERTOS

V.1. INTRODUÇÃO

A solução exata para os campos irradiados por um cilindro ressonante circular, obtida por Weinstein, supõe um cilindro semi-infinito perfeitamente condutor e com paredes de espessura infinitesimal. Estudos subsequentes, realizados com guias de onda cilíndricos abertos, experimentais [(29),1978] e teóricos [(37),1983 e (38),1977], mostraram que os diagramas de irradiação e o desempenho em polarização cruzada desse tipo de antena pode ser fortemente dependente da espessura da parede do guia de onda.

Neste capítulo mostram-se algumas alterações, devidas à espessura finita da parede, nas correntes superficiais (com confirmações experimentais) e nos diagramas de irradiação (para comparação com outros métodos).

V.2. EFEITO DA PAREDE FINITA NAS CORRENTES EXTERNAS

Medidas experimentais realizadas pelo autor [Conforti e Giarola, (36), 1983], mostram forte dependência das correntes superficiais externas face à variação da espessura da parede do guia. Para ilustrar esse fato, apresenta-se, na Fig. V.1, valores experimentais do decréscimo da corrente J_z externa ao guia com o aumento da espessura da parede. Esses resultados são comparados com o decréscimo teórico [eq.(III.26)] do lóbulo traseiro para um cilindro de paredes muito finas e cujo diâmetro é igual ao diâmetro externo do guia experimental. Os resultados experimentais da Fig. V.1 foram obtidos com o auxílio da montagem descrita no Capítulo IV deste trabalho. Mediram-se as correntes $J_{z_{ext}}$, para uma distância $z/\lambda = 2$, modo TE_{11} , para valores de ka desde 1,84 até 3,25 e para valores de espessura da parede normalizada, s/a , variando de 0,028 a 0,142. A diminuição da amplitude da corrente longitudinal na parede externa do guia, em função da espessura, ocorre como se a teoria fosse aplicada a um guia de paredes infinitesimais mas cujo diâmetro fosse igual ao diâmetro externo do guia com paredes espessas. Os resultados para outros valores de ka são análogos aos da Fig.V.1.

A distribuição de correntes superficiais, em cilindros

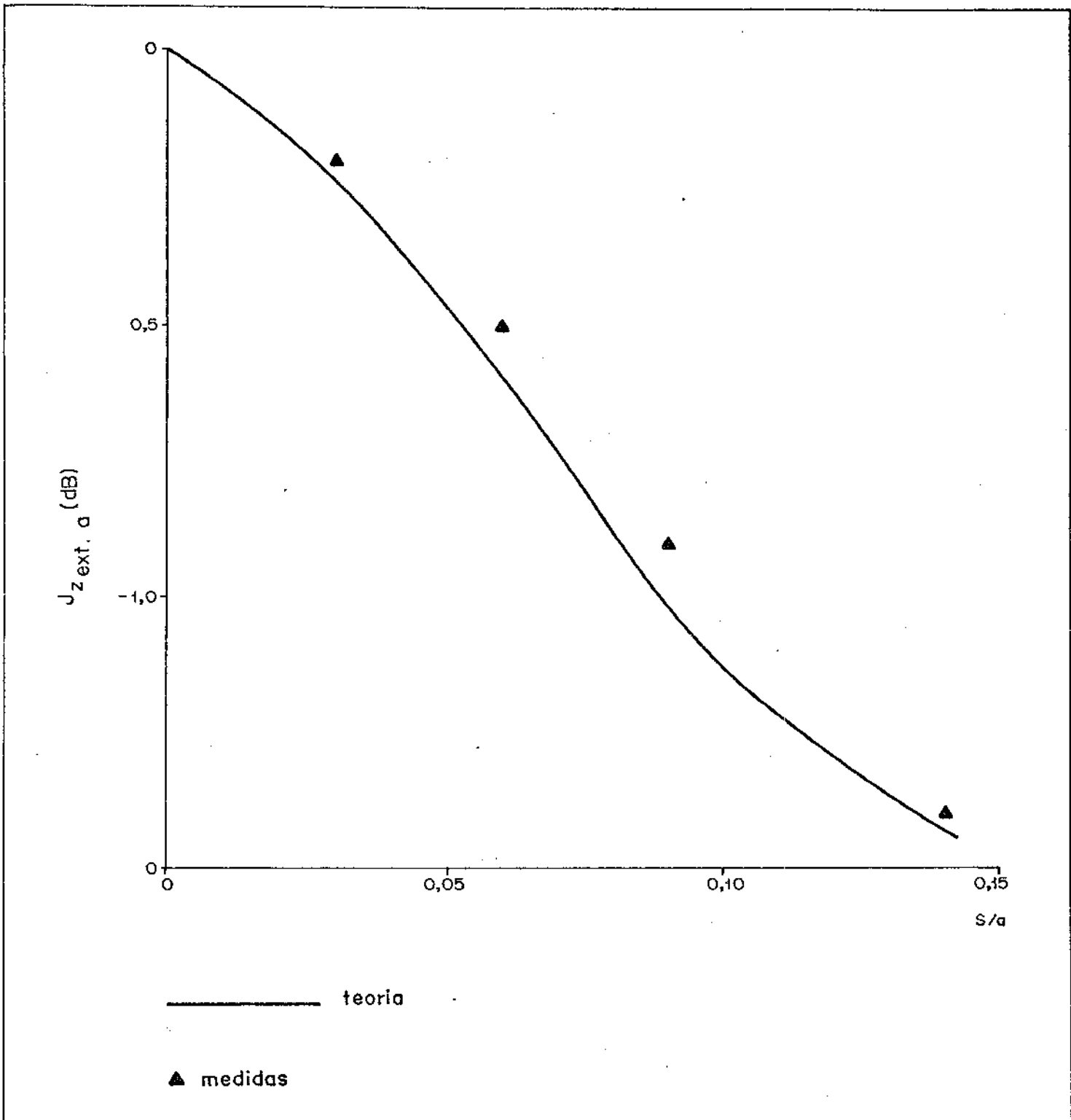


Fig. V.1 - Resultados teóricos (linha cheia) e experimentais (triângulos) para as correntes longitudinais na parede externa do guia cilíndrico em função da espessura normalizada da parede, para k_a (interno ao guia) igual a 2,5.

espessos, pode ser pensada como se o cilindro fosse composto de dois cilindros de paredes infinitesimais: um interno, somente com correntes internas e outro externo, somente com correntes externas. Além disso, as aberturas dos dois cilindros infinitesimais seriam ligadas por uma parede condutora plana, em forma de anel e de es pes su ra infinitesimal.

As correntes, nesse anel, de acordo com as condições de contorno, seriam de dois tipos: uma distribuição de correntes ra dia is, cujas intensidades seriam nulas, em " $r = a$ " e " $r = a+s$ ", con for me mo str ado na Fig. V.2(a), e uma distribuição de correntes azi mut ais, segundo pode ser visto na Fig. V.2(b).

As correntes radiais podem ser supostas como sendo peque nos dip olos, de comprimentos iguais a " s ", visto que suas correntes se anulam em " $r = a$ " e " $r = a+s$ ". As distribuições de correntes nes ses dip olos, em virtude das condições de contorno, seriam, nas vizi nhan ças de " $r = a$ ", proporcionais a " $\sqrt{r-a}$ ", e nas vizinhanças de " $r=a+s$ ", proporcionais a " $\sqrt{a+s-r}$ ". Dado o pequeno tamanho desses dipolos, essa distribuição poderia ser aproximada por uma distri bui ção triangular de forma a facilitar a aplicação do método dos momentos para a análise desta antena.

A introdução desse modelo de dois cilindros, ligados por tampa em anel, ajuda a esclarecer o entendimento da estrutura de campos próximos das antenas cilíndricas, com paredes espessas. A distribuição total das correntes na parede externa do cilindro, no entanto, ainda não foi visualizada. A Fig. V.3 mostra, qualitativa men te, como seriam as "linhas de corrente superficiais" na parede externa do guia cilíndrico aberto. Notar que as linhas tendem a se concentrar em $\phi = 0$, mostrando que a difração ocorre preferencial men te nos pontos $x = \pm a$, $y = 0$ e $z = 0$. É por esse motivo que a análi se ass int ô tica usada na Teoria Geométrica de Difração, para o ci lin dro ab erto [(19),1979], considera as contribuições de onda di fr at adas por esses dois pontos somente.

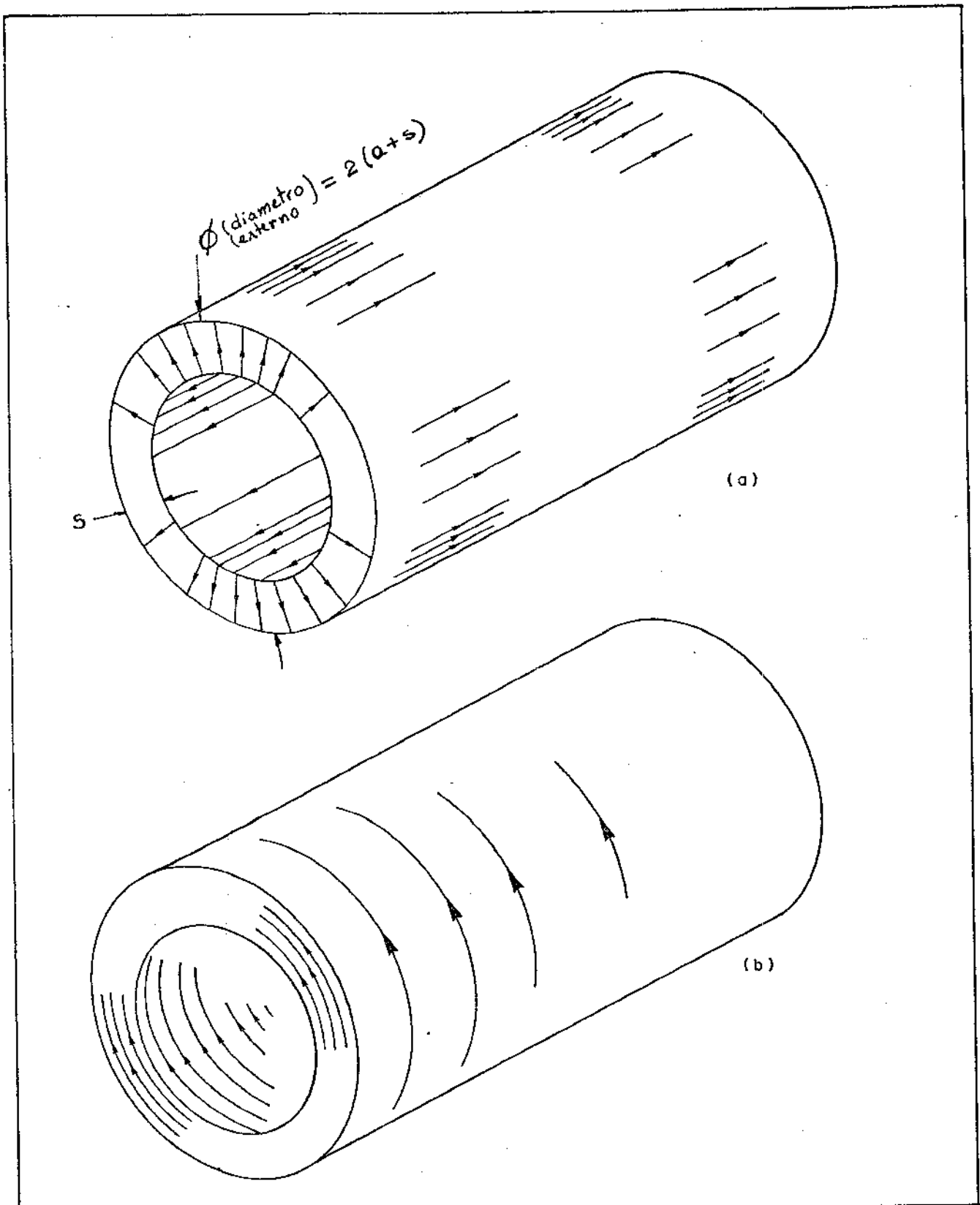


Fig. V.2 - Correntes longitudinais (a) e azimutais (b) para o cilindro com paredes finitas, modo TE_{11}

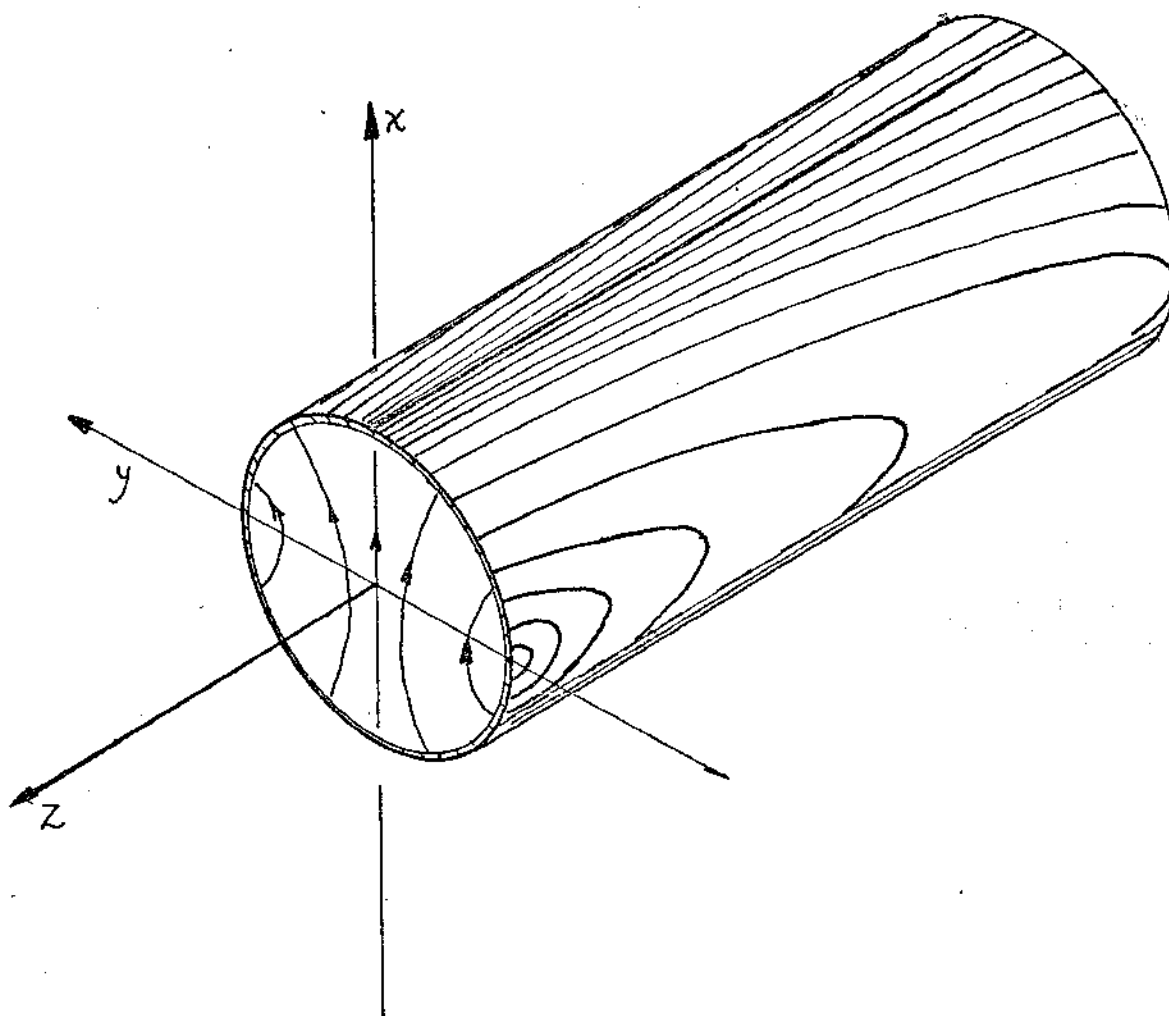


Fig. V.3 - Distribuição qualitativa das linhas de corrente totais na superfície externa do cilindro aberto, operando no modo TE_{11}

V.3. EFEITO DA PAREDE FINITA NOS DIAGRAMAS DE IRRADIAÇÃO E NO DESEMPENHO EM POLARIZAÇÃO CRUZADA

O efeito da espessura finita da parede do guia cilíndrico aberto nos diagramas de irradiação será analisado utilizando resultados obtidos pelo método dos momentos, gentilmente cedidos pelo Prof. Jesper E. Hansen do "Eletromagnetics Institute" da Dinamarca [(39), 1979]. Esses resultados, para um cilindro aberto com diâmetro interno igual a $0,7\lambda$ ($ka = 2,2$), diâmetro externo igual a $0,9\lambda$ ($ka = 2,82$) e comprimento total de $2,5\lambda$, estão mostrados na Fig. V.4(a), V.4(b), V.5 e V.6.

O diagrama de irradiação, no plano E, obtido pelo método dos momentos, para esse guia aberto, de paredes espessas, pode ser visto na Fig. V.4(b), em linha contínua. O diagrama de irradiação para um cilindro aberto, semi-infinito, com paredes de espessuras infinitesimais, calculado segundo a teoria exposta no Capítulo III deste trabalho, é mostrado para um cilindro ideal, cujo diâmetro fosse igual ao diâmetro interno do cilindro espesso (curva tracejada) ou cujo diâmetro fosse igual ao diâmetro externo do guia espesso (curva traço-ponto). Notar que para a região frontal ($\theta < 90^\circ$) a curva traço-ponto, para o diâmetro externo aproxima-se mais do guia espesso, conforme previsão experimental de James e Greene [(29), 1978]. No entanto, a coincidência não é tão boa, para ângulos θ entre 30° e 90° , chegando a haver diferenças de 3 dB. De resto, pode-se dizer que o diagrama do guia espesso é uma "média" ponderada entre os dois diagramas ideais. A oscilação notada na solução do método dos momentos é provavelmente devida ao comprimento finito da antena modelada (Fig. V.4(v)).

Os diagramas de irradiação, no plano H, são apresentados na Fig. V.5, seguindo as mesmas considerações feitas para a Fig. V.4. Neste caso nota-se uma melhor correlação entre o diagrama para o guia espesso (linha contínua) e o diagrama para o cilindro ideal com raio igual ao raio externo do guia espesso, na região frontal dos diagramas. As diversas curvas, em linha contínua, nas vizinhanças de $\theta = 130^\circ$, são resultados computacionais explicados pelo autor na Ref. 39, que obteve estas curvas.

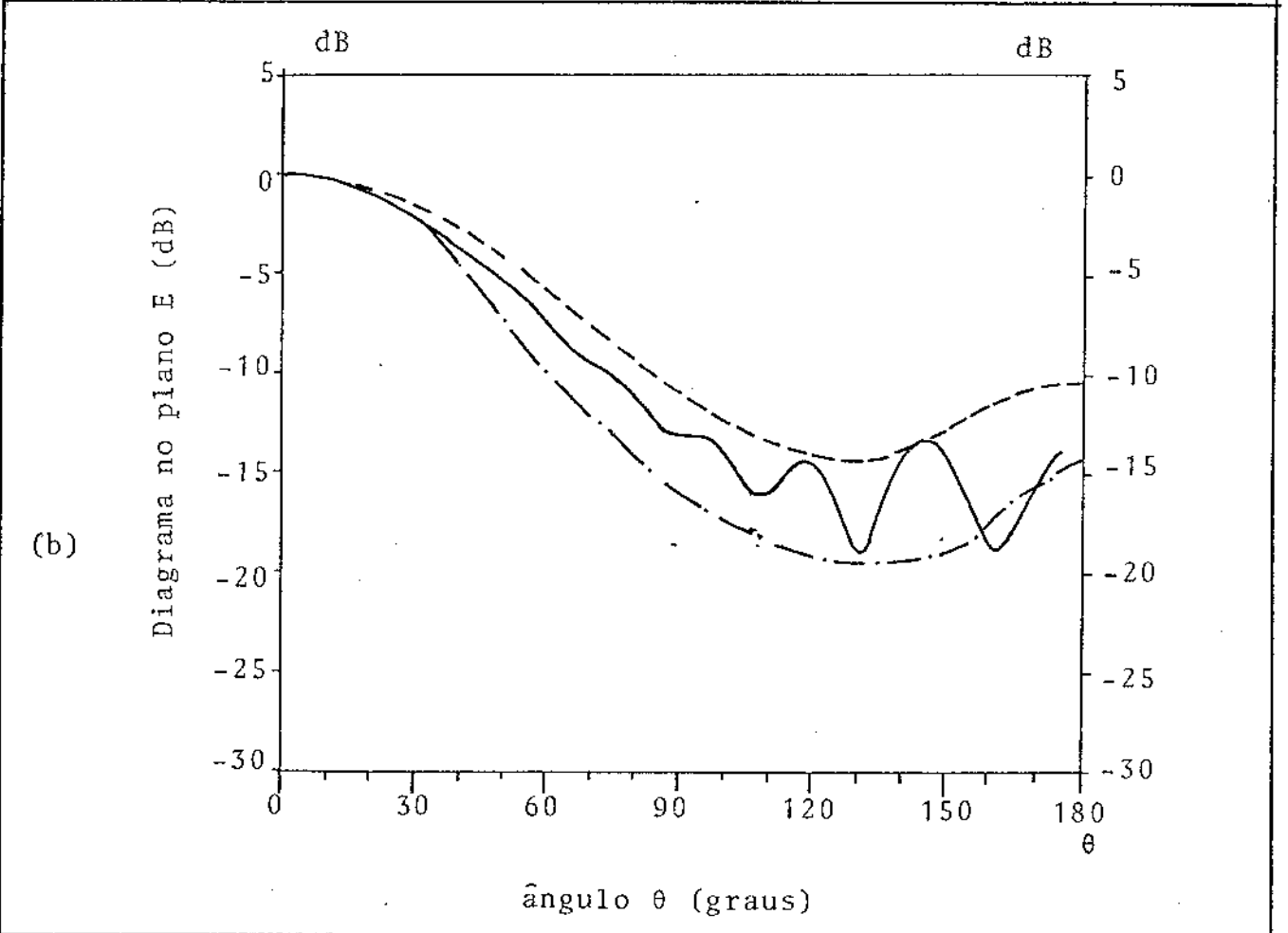
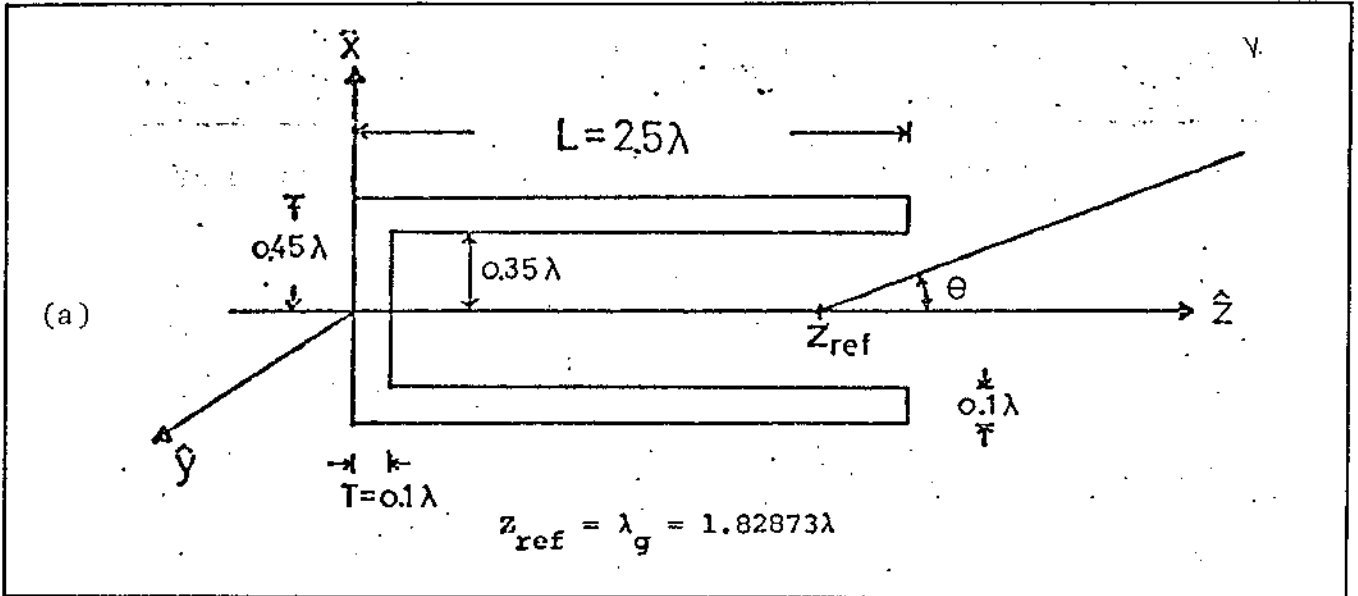


Fig. V.4 - (a) vista em perfil da antena utilizada para aplicação do método dos momentos [(39), 1979].

(b) diagrama de irradiação, no plano E, para a antena acima, obtido pelo método dos momentos (linha contínua, Ref. [39]): diagramas exatos para cilindros com raio $a = 0,35\lambda$ (curva tracejada) e raio $a = 45\lambda$ (curva traço-ponto).

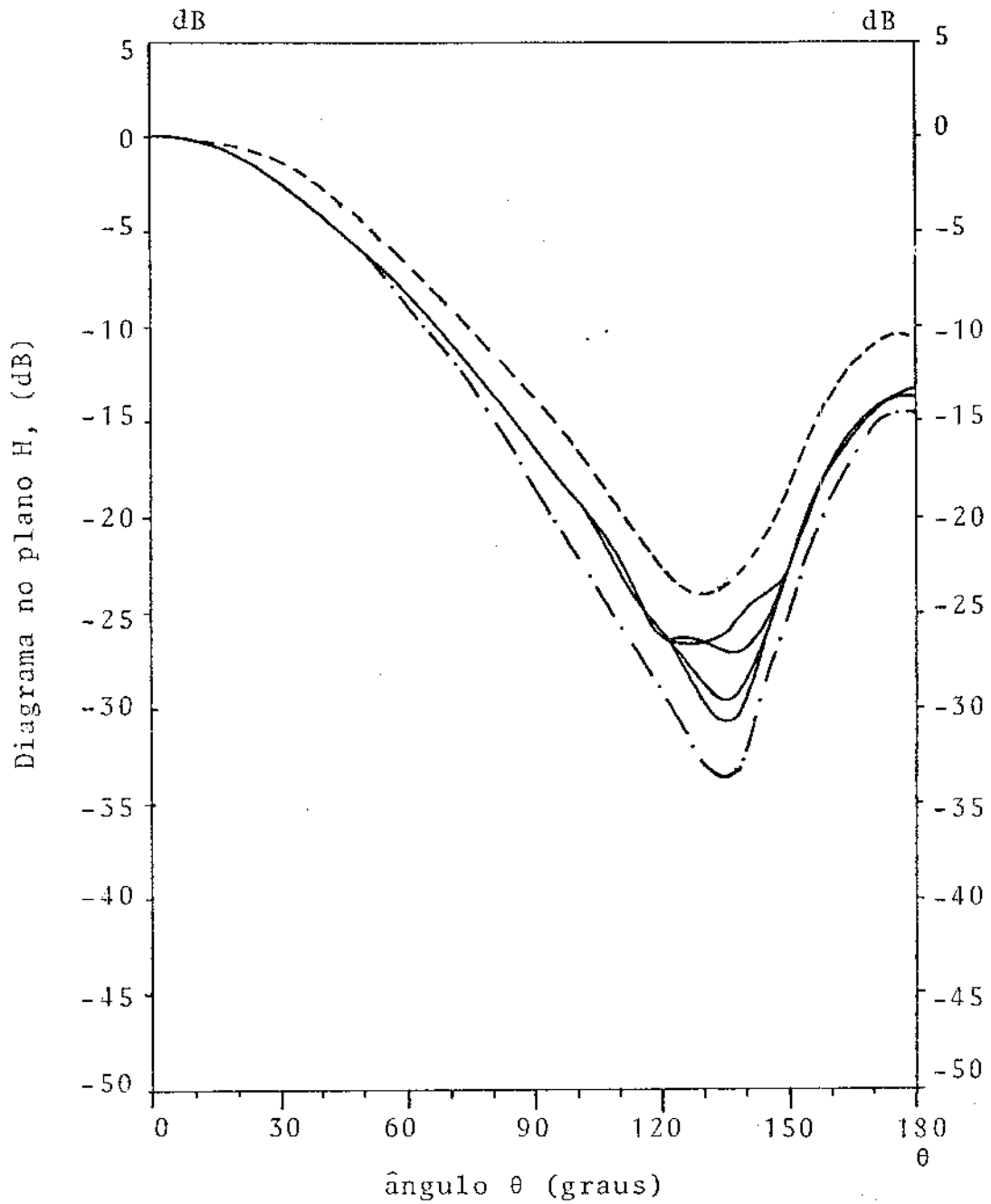


Fig. V.5 - Diagrama de irradiação, no plano H, para a antena da Fig. V.4, obtido pelo método dos momentos (linha contínua, Ref.[39]); diagramas exatos para cilindros com raio $a = 35\lambda$ (curva tracejada) e raio $a = 0,45\lambda$ (curva tracejada)

Os diagramas em polarização cruzada, para o plano $\phi = 45^\circ$, são mostrados na Fig. V.6, seguindo as mesmas convenções da Fig. V.4. Pode-se notar, neste caso, que a polarização cruzada para a antena espessa tem desempenho um pouco inferior ao do guia ideal com diâmetro igual ao diâmetro interno do guia espesso, para a região frontal da antena ($\theta < 90^\circ$). Para a região traseira, o desempenho é intermediário entre as duas antenas ideais. No entanto, a baixa polarização cruzada, do guia ideal com diâmetro igual a $0,9\lambda$ (curva traço-ponto da Fig. V.5), esteve longe de ser atingida pelo guia espesso (curva contínua da Fig. V.6). Considerações semelhantes foram verificadas recentemente, por outro método [(37), 1983], onde se mostram derivações devidas à espessura de parede, mesmo em alimentadores corrugados.

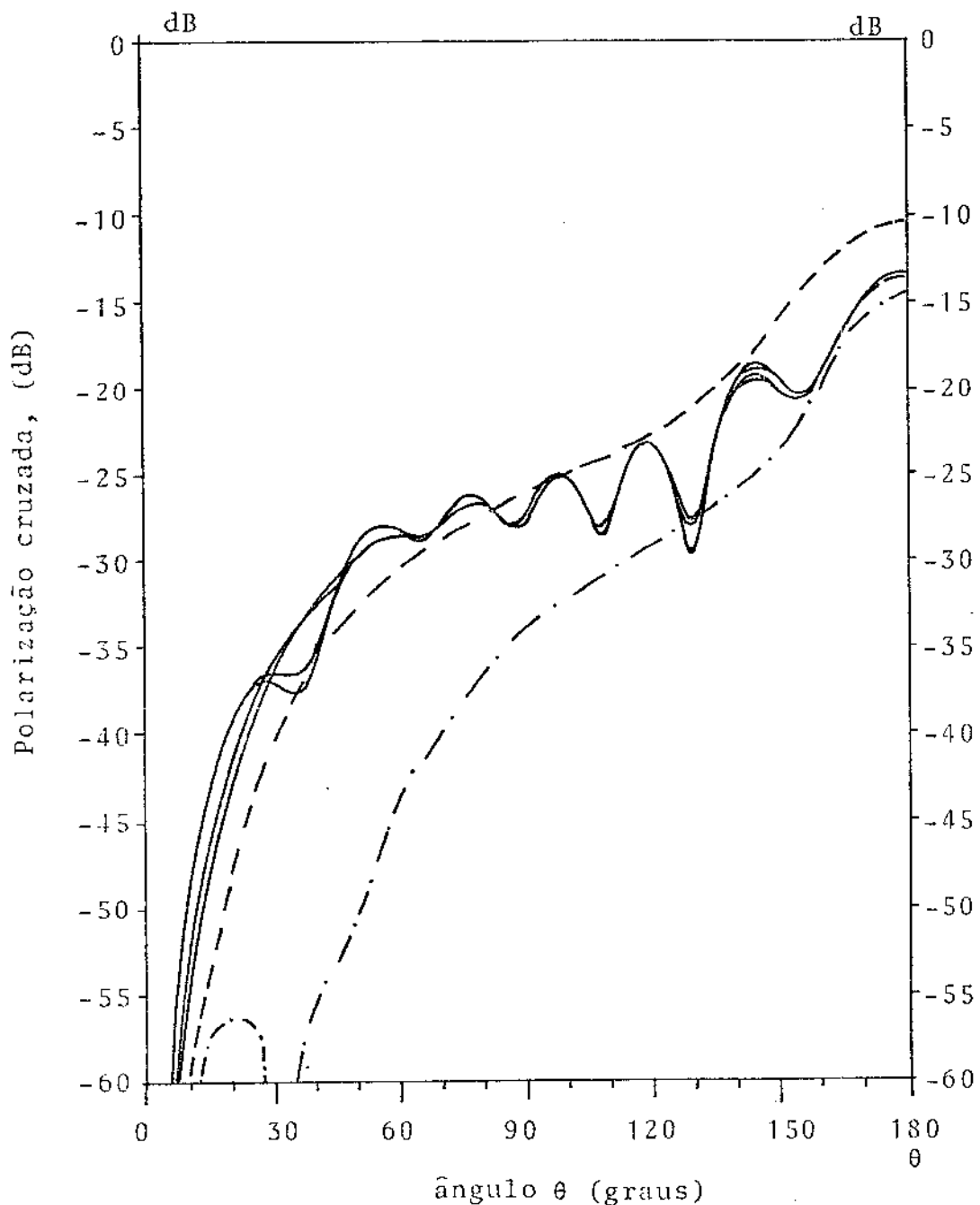


Fig. V.6 - Diagrama em polarização cruzada no plano $\phi = 45^\circ$, para a antena da Fig. V.4, obtido pelo método dos momentos (linha contínua, Ref.[39]); diagramas exatos para cilindros com raio $a = 0,35\lambda$ (curva tracejada) e raio $a = 0,45\lambda$ (curva traço - ponto)

CAPÍTULO VI

CONCLUSÃO

A análise dos diagramas de irradiação, apresentados nos três primeiros capítulos deste trabalho, obtidos com a técnica de Wiener-Hopf, mostram que a antena alimentadora a guia de onda cilíndrica, semi-infinito, com paredes de espessura infinitesimal, apresenta bom casamento de impedância, diagramas com simetria axial e alta pureza em polarização para diâmetros entre 0,95 e 1,15 com primentos de onda ($3,0 < ka < 3,5$), previsão esta, qualitativamente semelhante à prevista anteriormente por métodos assintóticos [16,30]. No entanto, os resultados quantitativos, aqui obtidos, têm precisão suficiente para serem comparados com os valores que podem ser obtidos pelos programas computacionais, desenvolvidos por outros autores. Esses programas utilizam o método rigoroso da equação integral (ou método dos momentos [(40),1976]) que exige espessura finita da parede e tamanho máximo do guia igual a quatro comprimentos de onda, dada a capacidade atual dos computadores. A comparação desses resultados com os aqui obtidos, permite a determinação mais rigorosa do efeito da espessura da parede assim como da influência do comprimento finito do guia, no comportamento em campos distantes dessas antenas.

As medidas das correntes superficiais nas paredes externas do guia cilíndrico aberto, aqui apresentadas, assim como de sua variação com a espessura dessa parede, já foram divulgadas [(36),1983]. Isto possibilitou não só a sua confirmação teórica, pelo pesquisador alemão V. Homback [(37),1983], como a motivação para a realização de uma série de outros estudos, mostrando, por exemplo, a importância da espessura da parede nas antenas alimentadoras corrugadas. Possibilitou também, mediante o uso do método dos momentos, a constatação de que o efeito da espessura da parede decresce com o aumento do diâmetro do guia cilíndrico da antena [(37),1983].

Finalmente, é interessante salientar que, as pesquisas em andamento na UNICAMP, parecem evidenciar a descoberta de interessantes fenômenos de ressonância em antenas a guias cilíndricos com paredes espessas [(41),1983]. Essas ressonâncias, detetadas com técnicas de varredura em frequências, caracterizam-se por forte deterioração no desempenho em polarização cruzada e na simetria axial

dos diagramas de irradiação, além de profundo acréscimo nas correntes superficiais na parede externa do guia cilíndrico, para uma faixa estreita de frequências. A frequência central desse fenômeno parece corresponder à espessuras de parede do guia cilíndrico iguais a metade do comprimento de onda. Esse fenômeno está merecendo uma atenção especial, visando ao melhor conhecimento do seu efeito no comportamento dessas antenas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] - HELMHOLTZ, H., "Wissenschaftliche Abhandlungen", Vol. 1, 1882.
- [2] - RAYLEIGH, L., Theory of Sound, 2ª ed., Londres, 1896 (Dover Pub., N.York, 1945).
- [3] - WEINSTEIN, L.A., The Theory of Diffraction and the Factorization Method (Generalized Wiener-Hopf Technique), (Trad.), Boulder, Colorado, The Golem Press, 1969.
- [4] - Wiener, N. e HOPF, E., Über eine Klasse Singularer Integralgleichungen, Berlim, 1931.
- [5] - MITTRA, R. e LEE, S.W., Analytical Techniques in the Theory of Guided Waves, N.York, The Macmillan Co., 1971.
- [6] - HERTZ, H., Electric Waves being Researches on the Propagation of Electric Action with Finite Velocity through Space, (Trad.), N.York, Dover Pub., 1961 [1ª ed., The Macmillan Co., 1893].
- [7] - MAXWELL, J.C., Treatise on Electricity and Magnetism, Vol. I e II, 3ª ed. N.York, Dover Pub. Inc., 1954 [1ª ed. Claredon Press, 1973].
- [8] - SOMMERFELD, A., "Über die Ausbreitung der Wellen in der drahtlosen Telegraphie", Ann. Physik 28, pp. 665-737, 1909.
- [9] - FELSEN, L.B. e MARCUVITZ, N., Radiation and Scattering of Waves, N.Jersey, Prentice-Hall, 1973.
- [10] - FRADIN, A.Z., Microwave Antennas, Pergamon Press, Oxford, 1961.
- [11] - System/360 Scientific Subroutine Package (360A-CM-03X) Version III, Programmer's Manual, IBM, Technical Publications Department, Write Plains, N.York, 1968.

- [12] - ABRAMOWITZ, M. e STEGUN, I.A., Ed., Handbook of Mathematical Functions, Dover Pub., N.York, 9ª ed., Dezembro de 1972.
- [13] - TAI, CHEN-TO, Dyadic Green's Functions in Electromagnetic Theory, Intext Educational Publishers, Scranton, USA, 1971.
- [14] - COLLIN, R.E., Engenharia de Microondas, (Trad.), Guanabara Dois, RJ, 1979 [1ª ed., McGraw-Hill, 1966].
- [15] - LUDWIG, A.C., "The Definition of Cross-Polarization", IEEE Transaction on Antennas and Propagation, Janeiro de 1973, pp. 116-119.
- [16] - RUDGE, A.W., "Primary-feed Antennas", Internal Report, ERA Technology, 34p., 1980.
- [17] - "IEEE Standard Test Procedures for Antennas", IEEE Std. 149-1979, The Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc., 1979.
- [18] - KRAUS, J.D., Antennas, (Trad.), Guanabara Dois, RS, 1983, [1ª ed., McGraw-Hill, 1950].
- [19] - NARASIMHAM, M.S., "GTD Analysis of the Radiation Patterns of Open-Ended Circular Cylindrical Waveguide Horns", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. AP.27, nº 3, Maio, p. 438-441, 1979.
- [20] - CHU, L.J., "Calculation of the Radiation Properties of Hollow Pipes and Horns", J. Appl. Phys., Vol. 11, pp. 603-610, Setembro de 1940.
- [21] - HEWLETT PACKARD, "High Frequency Sweep Measurements", Appl. Note 183, 1975.
- [22] - HEWLETT PACKARD, "Network Analysis at Microwave Frequencies", Appl. Note 92, 1968.

- [23] - BANTIN,C.C. e BALMAIN,K.G., "Study of Compressed Log-Periodic Dipole Antennas", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. AP-18, pp. 195-203, Março 1970.
- [24] - TEICKMAN,M. [1970] "Precision Phase Center Measurements of Horn Antennas", IEEE Transaction on Antennas and Propagation, pp. 689-690, Setembro de 1970.
- [25] - OACKER,C.R. e BALMAIN,K.G., "Optimization of the Loop-Coupled Log-Periodic Antennas", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. AP.21, pp. 148-153, Março 1973.
- [26] - JAMES,G.L., Geometrical Theory of Diffraction for Electromagnetic Waves, Ed.: Peter Peregrinus Ltd., Londres, 1976.
- [27] - KREUTEL,R.W.; DIFONSO,D.F.; ENGLISH,W.J. e GRUNER,R.W., "Antenna Technology for Frequency Rense Satellite Communications", Proceedings of the IEEE, Vol. 65, pp. 370-378, Março 1977.
- [28] - LOVE,A.W., Ed., Electromagnetic Horn Antennas, IEEE Press, The Institute of Electrical and Electronics Enginners, Inc., N.York, 1976.
- [29] - JAMES,G L. e GREENE,K.J., "Effect of Wall tichness on Radiation from Circular Waveguides", Electronic Letters, Vol. 14, nº 4, pp. 90-91, 16 de fevereiro de 1978.
- [30] - ADATIA,N.A. e RUDGE,A.W., "High Performance offset-reflector spacecraft antenna development study", Final Report, ESA Contract 2654/76/NL/SW, The Electrical Research Association, Ltd., Surrey, England, 1976.
- [31] - CONFORTI,E., "A Compact Feed for Short Focal Lenght Reflectors", Tese de Mestrado, Universidade de Toronto, Canadá, 1978.
- [32] - KING,R.W.P.; MACK,R.B. e SAUDLER,S.S., "Arrays of Cyclindrical Dipoles", Cambridge University Press, pp.365-380, 1968.

- [33] - ADAM, S.F., Microwave Theory and Applications, Prentice Hall, 1969.
- [34] - WHITESIDE, H. e KING, R.W.P., "The Loop Antenna as a Probe", IEEE Trans. on Antennas and Propagation, AP.12, pp. 291-297, 1964.
- [35] - PEARSON, L.W. e LEE, Y.M., "SEM Parameter Extraction Through Transient Surface Current Measurement Using King Type Probes", IEEE Trans. on Antennas and Propagation, AP.30, pp. 260-266, 1982.
- [36] - CONFORTI, E. e GIAROLA, A.J., "Outside surface experimental currents in open-ended circular waveguide", ICAP 83, IEE Conf. Pub. 219, pp. 123-126, 1983.
- [37] - HOMBACK, V., "Radiation from Flanged Waveguide", 1983, URSI Symposium on Electromagnetic Theory, Santiago de Compostela, Spain, pp. 77-80, 23-26 Agosto de 1983.
- [38] - HANSEN, J.E. e SHAFI, L., "Cross polarized Radiation from Waveguides and Narrow-Angle Horns", Electronic Letters, 13(11), pp. 313-315, 1977.
- [39] - FRANDSEN, A., "Numerical determination of antenna characteristics - A New Approach", Electromagnetics Institute, Technical University of Denmark, Lyngby, Internal Report IR164, Abril 1979.
- [40] - HARRINGTON, R.F. e MAUTZ, J.R., "A Generalized Network Formulation for Aperture Problems", IEEE Trans. on Antenna and Propagation, AP.24, pp. 870-873, 1976.
- [41] - CONFORTI, E., "Uma Contribuição ao Estudo do Efeito da Espessura da Parede em Cilindros Ressonantes Abertos", Relatório Interno, LMO/DEE/FEC/UNICAMP, Abril 1983.


```

C      CALCULO DA INTEGRAL DA FUNCAO FCT, POR TRECHOS, A PARTIR E
C      SINETRICAMENTE AO POLO U, COM INTERVALOS DE INTEGRACAO
C      CRESCENDO EXPONENCIALMENTE
1      IF (EDS. EQ. 1.) EDS=.02D0
      B=B*2.D0 ; XD=EDS*B ; IF (RKA-C. LT. XD+2.D0) GO TO 5
      XL=U-XD ; XUP=U-(XD+2.D0)
2      CALL DQATR (XL, XUP, EPS, NDIH, FCT, Y, IEI, AUX)
      IF (IEI. NE. 0) GO TO 4
      XR=XR-Y ; XL=U+XD ; XUP=U+(XD+2.) ; ZZ=Y
      CALL DQATR (XL, XUP, EPS, NDIH, FCT, Y, IEI, AUX)
      IF (IEI. NE. 0) GO TO 3
      XR=XR+Y ; IF (JER. EQ. 3) IER=1 ; IF (JERY. EQ. 3) IER=3 ; GO TO 1
3      KR=XR+ZZ
4      IER=2 ; IF (JER. EQ. 3) IER=IER+1 ; IF (JERY. EQ. 3) IER=IER+3
      GO TO 1

C      CALCULA ULTIMO TRECHO DA INTEGRAL
5      XL=-RKA ; XUP=U-XD
      CALL DQATR (XL, XUP, EPS, NDIH, FCT, Y, IEI, AUX)
      XR=XR+Y ; XL=U+XD ; XUP=RKA
6      CALL DQATR (XL, XUP, EPS, NDIH, FCT, Y, IEI, AUX) ; XR=XR+Y
      IF (IEI. NE. 0) IER=2 ; ZZ=FCTL(U-EDS)-FCTL(U+EDS)
      XR=XR+ZZ ; GO TO 0

C      CALCULO DA INTEGRAL PARA POLO NO EXTREMO (U=RKA)
7      XL=-RKA ; DEL=128.D0 ; XUP=0.D0 ; EDS=.002D0
      IF (D. NE. 1.D0) DEL=16384.D0
      IF (D. NE. 1.D0) EDS=.00002D0 ; EDSS=SNGL(EDS)/200.
      CALL DQATR (XL, XUP, EDSS, NDIH, FCT, Y, IER, AUX) ; XR=Y
      XL=0.D0 ; XUP=RKA-(DEL+EDS) ; IER=IEI
      CALL DQATR (XL, XUP, EDSS, NDIH, FCT, Y, IER, AUX) ; XR=XR+Y
11     XL=XUP ; DEL=DEL/2.D0 ; XUP=XUP+(DEL+EDS)
      CALL DQATR (XL, XUP, EDSS, NDIH, FCT, Y, IER, AUX) ; XR=XR+Y
      IF (DEL. GT. 1.S) GO TO 11
      XR=XR-(EDS*RKA*PI/2.D0)
6      XR=XR/PI
      RETURN

      END

C      FUNCAO EXTERNA QUE CALCULA O INTEGRANDO
C      FUNCTION FCT(X)
C      EXTERNAL FCTL
C      DOUBLE PRECISION FCT, XL, XUP, Y, Z, U, RKA, PI, C, XD, UL, RKAL, XR, EDS
C      1, D, DEL, RA, FCTL, X, VIN, ZZ
      COMMON A, UL, RKAL, JER, JERY, PI
      RA=FCTL(X)
      FCT=RA/(X-UL)
      RETURN
      END
C      FUNCTION FCTL(Z)
C      DOUBLE PRECISION FCT, XL, XUP, Y, Z, U, RKA, PI, C, XD, UL, RKAL, XR, EDS
C      1, D, DEL, RA, FCTL, X, VIN, ZZ
      COMMON A, UL, RKAL, JER, JERY, PI
      IF (RKAL. EQ. Z+Z) GO TO 4
      VIN=DSORT(DABS(RKAL-Z+Z)) ; EPS=1.E-6
      N=1 ; JER=0 ; JERY=0 ; BY=0. ; BJ=0. ; VNIS=SNGL(VIN)
      IF (VNIS. EQ. 0.) GO TO 4
      CALL BESJ(VNIS, N, BJ, EPS, JER) ; N=1 ; CALL BESY(VNIS, N, BY, JERY)
      IF (A. EQ. 0.) GO TO 2 ; IF (VNIS. GT. 3.83171) GO TO 5
1      FCTL=(ATAN(BY/BJ))+PI/2.D0
      GO TO 3
2      UBJ=BJ/VNIS ; UBY=BY/VNIS ; N=0
      CALL BESJ(VNIS, N, BJ, EPS, JER) ; N=0 ; CALL BESY(VNIS, N, BY, JERY)
      BJ=BJ-UBJ ; BY=BY-UBY ; IF (VNIS. GT. 8.33144) GO TO 5
      IF (VNIS. GT. 1.84118) GO TO 1
      FCTL=(ATAN(BY/BJ))-PI/2.D0 ; GO TO 3
5      FCTL=(ATAN(BY/BJ))+(3.*PI/2.) ; GO TO 3
4      FCTL=0.D0
3      IF (DABS(DIF). LT. 1.D-3) FCTL=FCTL+DIF+1.D-3
      IF (DABS(DIFL). LT. 1.D-3) FCTL=FCTL+DIFL+1.D-3
      RETURN
      END

```

ANEXO II

Programa T1

```
C
C
C .....
C
C T1.EV
C PROGRAMA PARA IMPRIMIR RESULTADOS DA PARTE REAL DAS FUNCOES
C DE WEINSTEIN
C
C DIMENSION SAIDA(200), VRKA(11), IANG(20), VA(11)
C DOUBLE PRECISION U, RKA, XR, PI, D, TE, TER
C
C PI=3.141592654D0 ; D=0.00 ; I=0 ; NDIM=9 ; J=1 ; IANG(1)=0
C DEFINE FUNCAO EM MODO TEXT=0. ) OU TH(T=1.)
C T=0. ; TE=-5.00 ; RKA=1.0500 ; VRKA(1)=SNGL(RKA)
3 VRKA(J)=SNGL(RKA) ; TE=-5.00
C
C INICIALIZA A FORMACAO DOS VETORES
C DO 5 K=1,19
C TE=TE+5.00 ; TER=TE+PI/180.00 ; U=RKA*DCOS(TE)
C CALL MUCU(RKA, T, D, XR, TER, NDIM) ; I=I+1 ; SAIDA(I)=SNGL(XR)
5 CONTINUE ; J=J+1 ; IF(J.EQ.11) GO TO 9
C IF (RKA.EQ.1.0500) GO TO 90
C IF (RKA.EQ.3.7500) RKA=3.03171D0
C IF (RKA.EQ.3.03171D0) GO TO 3
C RKA=RKA+.2500 ; GO TO 3
90 RKA=2.00 ; GO TO 3
9 DO 10 II=2,19
C IX=II-1 ; IANG(II)=IANG(IX)+5
10 CONTINUE
C WRITE(36,11) (VRKA(JK), JK=1,10)
21 FORMAT(8X, 'K R', 7X, 10F10.2, /)
C DO 14 JI=1,19
C DO 12 JJ=1,10
C JA=(JJ-1)*19 ; VA(JJ)=SAIDA(JI+JA)
12 CONTINUE
C WRITE(36,13) IANG(JI), (VA(KK), KK=1,10)
13 FORMAT(2X, 'X (KA, COS(', 13, ') J', 3X, 10F10.5, /)
14 CONTINUE
C STOP
C END
```

ANEXO III

Subrotina YI

SUBROTINA YI

PROPÓSITO:

AUXILIAR O CÁLCULO DA PARTE IMAG. DA FUNÇÃO DE WEINSTEIN PARA UM GUIA DE ONDAS CILÍNDRICO SEMI-INFINITO IRRADIANDO NO MODO TELL, ATRAVÉS DO CÁLCULO DA INTEGRAL DA FUNÇÃO FCT SOBRE O EIXO IMAGINÁRIO

METODO DE CÁLCULO:

AS INTEGRAIS SÃO CALCULADAS SUBDIVIDINDO OS TRECHOS ENTRE OS ZEROS DAS FUNÇÕES DE BESSEL OU ENTRE UM ZERO DA FUNÇÃO DE BESSEL E O PARÂMETRO KA. QUANDO O TRECHO DA INTEGRAL COMEÇA POR ZERO, A SUBDIVISÃO É FEITA EM INTERVALOS QUE CRESCEM EXPONENCIALMENTE.

UTILIZAÇÃO:

CALL YI(KA, KR, T, PD, XI, IER, NDIM, TI, TS, NZ)

DESCRIÇÃO DOS PARÂMETROS:

- KA - VARIÁVEL PRINCIPAL DA FUNÇÃO
- KR - PERÍMETRO DO GUIA DIVIDIDO PELO COMPRIMENTO DE ONDA NO ESPAÇO LIVRE
- T - REFERE-SE AO TIPO DE FUNÇÃO; T=0, INDICA FUNÇÃO EM MODO TE (X COM TIL); T=1, INDICA MODO TH
- PD - PRECISÃO DESEJADA; PARA MÁXIMA PRECISÃO DE .01% FIXAR QUALQUER VALOR PARA D (TEMPO DE CPU, NESSE CASO = 10 SEG); PARA MENOR PRECISÃO(.5%), FIXAR D=1 (TEMPO DE CPU= 4 SEG)
- XI - RESULTADO
- IER - PARÂMETRO RESULTANTE DE ERRO
- NDIM - DIMENSÃO DO VETOR DA SUBROTINA DDATA
- TI - EXTREMO INFERIOR DO INTERVALO DE INTEGRAÇÃO. O VALOR DE TI PRECISA SER MAIOR OU IGUAL A 3.83171
- TS - EXTREMO SUPERIOR DO INTERVALO DE INTEGRAÇÃO
- NZ - ORDEN DO ZERO DO INTERVALO INFERIOR DA INTEGRAL. POR EXEMPLO, PARA TI=1.84118 OU TI=3.83171, O VALOR DE NZ É IGUAL A UM.

NOTA 01

O PARÂMETRO DE ERRO É CODIFICADO NA FORMA SEGUINTE
IER=0 - FOI POSSÍVEL OBTER A PRECISÃO DESEJADA NENHUM ERRO
IER=1 - A PRECISÃO REQUERIDA PARA A INTEGRAÇÃO NÃO FOI ATINGIDA. AUMENTAR NDIM.

AS FUNÇÕES DE BESSEL UTILIZAM AS SUBROTINAS BESJ.EV E BESY.EV COPIADAS DA IBM. AS INTEGRAÇÕES SÃO FEITAS PELA REGRA DO TRAPÉZIO, COM O MÉTODO DE EXTRAPOLAÇÃO DE ROMBERG, UTILIZANDO SUBROTINA DDATA COPIADA DA IBM

COMPILADOR : FORTRAN 10

Anexo III - Cont.

```

SUBROUTINE YI(UK, RK, T, PD, XI, IER, NDIR, TI, TS, NZ)
EXTERNAL FCT, FCTL
DIMENSION AUX(100)
DOUBLE PRECISION FCT, XL, XUP, Y, Z, U, RKA, PI, C, KD, UL, RKAL, XR, EDS
1, D, DEL, AA, FCTL, X, YIN, ZZ, XT, ZE, ZL, XLO, BI, TEST, DIF, DIFL, DI
COMMON A, UL, RKAL, JER, JERY, PI, NZZ, TII, TSS
C
C
IF(RK.GT.3.83171)GO TO 200; IF(TI.LT.3.8)GO TO 200
IF(UK.EQ.0.)UK=.001
C
U=DBLE(UK); RKA=DBLE(RK); XL=DBLE(TI)
XLO=DBLE(TS); D=DBLE(PD)
TII=TI; TSS=TS
C
C
DEFINICAO DE CONSTANTES E VARIAVEIS
ZE=3.8317100; ZL=5.3314400; PI=3.14159265400; KR=0
XR=0.00; B=.500; RKA=DABS(RKA); A=T; C=DABS(U); KD=0
EDS=.00200; IF(D.NE.1.00)EDS=.0000200; KT=0; KK=0
EPS=SNGLE(EDS)/200.; UL=U; RKAL=RKA+RKA; IEI=0; KL=0
C
C
INDICE DO ZERO DA FUNCAO DE BESSEL
E INSTRUCCOES DE ENDERECAMENTOS
IF(T.EQ.0.) NZ=NZ-1
NZZ=NZ
IF(T.EQ.0.) ZE=ZL; IF(XL-.500.GT.ZE)TEST=TS
IF(XL-.500.GT.ZE)GO TO 7
IF(T.EQ.0.)KT=1
C
C
C
CALCULO DA INTEGRAL DA FUNCAO FCT, POR TRECHOS,
COM INTERVALOS DE INTEGRACAO CRESCENDO EXPONENCIALMENTE
XT=0.00; IF(CU.EQ.0.00) UL=U+L, D=8; TEST=ZE
1 B=B*2.00; KD=EDS*B; IF(C.LS00.LT.KT+KD)GO TO 5
XL=XT; XUP=XT+KD
2 CALL DQATR(XL, XUP, EPS, NDIR, FCT, Y, IEI, AUX)
XT=XUP
IF(IEI.NE.0) GO TO 4
XR=XR+Y; GO TO 1
3 FORMAT(10X, 'ERR0 TIPO ', I1, ' U=', F10.2, ' KA=', F10.2,
/, 10X, ' XL=', G, ' XUP=', G, ' Y=', G)
4 TYPE 3, IEI, U, RKA, XL, XUP, Y
IF(KK.EQ.1)GO TO 6; IF(KK.EQ.2)GO TO 8
IF(KD.EQ.1)GO TO 500; IF(KD.EQ.2)GO TO 900
GO TO 1
C
C
CALCULA TRECHO DA INTEGRAL ATE KA
5 KF=12; KFT=KF+1; TEST=(RKA-KT)/(KF*.1.00)
XL=XT-TEST
500 KFT=KFT-1; IF(KFT.EQ.0)GO TO 501; KD=1
XL=XL+TEST
XUP=XL+TEST
CALL DQATR(XL, XUP, EPS, NDIR, FCT, Y, IEI, AUX)
IF(IEI.NE.0) GO TO 4
XR=XR+Y; GO TO 500
501 KD=0
C
C
CALCULO DA INTEGRAL ENTRE ZEROS DAS FUNCOES DE BESSEL
C
6 XL=RKA; XLO=ZE; KR=1
7 BI=.400; IF(T.EQ.1.) BI=.400
C
8 IF(KL.EQ.0)BI=.400
IF(XLO.LT.XL+BI)GO TO 9; XUP=XL+BI
CALL DQATR(XL, XUP, EPS, NDIR, FCT, Y, IEI, AUX)
KK=2; IF(IEI.NE.0)GO TO 102; KL=0
XL=XUP; XR=XR+Y; GO TO 8
9 KF=4; KFT=KF+1; TEST=(XLO-XL)/(KF*.1.00)
XL=XL-TEST
900 KFT=KFT-1; IF(KFT.EQ.0)GO TO 901; KD=2
XL=XL+TEST
XUP=XL+TEST
CALL DQATR(XL, XUP, EPS, NDIR, FCT, Y, IEI, AUX)
IF(IEI.NE.0)GO TO 4
XR=XR+Y; GO TO 900
901 IF(KK.EQ.1)GO TO 101
GO TO 11

```

Anexo III - Cont.

```

101 XLO=DELE(TS) ; XL=ZE ; KR=0 ; GO TO 8
102 IF(BI. LT. .0000200)XL=XUP
    IF(BI. LT. .0000200)GO TO 4
    XUP=XL-BI ; BI=BI/2. D0 ; KL=1
    IF(KK. EQ. 2)GO TO 6
200 TYPE 300
300 FORMAT(2X, 'ERRO NOS DADOS DA SUBROTINA')
    GO TO 12
400 XI=0. ; GO TO 12
C
11 CONTINUE
C
    XLO=2. D0*U*KR/PI
    XI=SNGL(XLO)
12 CONTINUE
C
C
    RETURN
    END
C
C
    FUNCAO EXTERNA QUE CALCULA O INTEGRANDO
C
    FUNCTION FCT(X)
    EXTERNAL FCTL
    DOUBLE PRECISION FCT, XL, XUP, Y, Z, U, RKA, PI, C, XD, UL, RYAL, XR, EDS
    1, D, DEL, AA, FCTL, X, VIN, ZZ, XT, ZE, ZL, XLO, BI, TEST, DIF, DIFL, DI
    COMMON A, UL, RKAL, JER, JERY, PI, NZZ, TII, TSS
    AA=FCTL(X)
    FCT=AA/(UL**2+X**2)
    RETURN
    END
    FUNCTION FCTL(Z)
    DOUBLE PRECISION FCT, XL, XUP, Y, Z, U, RKA, PI, C, XD, UL, RKAL, XR, EDS
    1, D, DEL, AA, FCTL, X, VIN, ZZ, XT, ZE, ZL, XLO, BI, TEST, DIF, DIFL, DI
    COMMON A, UL, RKAL, JER, JERY, PI, NZZ, TII, TSS
    VIN=DSORT(DABS(RKAL+2*Z)) ; EPS=1. E-5
    DI=(VIN-3. 83171) ; IF(DABS(DI). LT. 1. 1D-3)VIN=VIN-DI-1. 1D-3
    DIF=(VIN-TII) ; IF(DABS(DIF). LT. 1. 1D-3)VIN=VIN-DIF-1. 1D-3
    DIFL=(VIN-TSS) ; IF(DABS(DIFL). LT. 1. 1D-3)VIN=VIN-DIFL-1. 1D-3
    N=1 ; JER=0 ; JERY=0 ; BY=0. ; BJ=0. ; VNIS=SNGL(VIN)
    IF(VNIS. EQ. 0.)GO TO 4
    CALL BESJ(VNIS, N, BJ, EPS, JER) ; N=1 ; CALL BESV(VNIS, N, BY, JERY)
    IF(ABS(BJ). LT. 1. E-25)BJ=1. E-25
    IF (A. EQ. 0.) GO TO 2 ; IF (VNIS. GT. 3. 83171) GO TO 5
1    FCTL=(ATAN(BY/BJ))+PI/2. D0
    GO TO 3
2    UBJ=BJ/VNIS ; UBY=BY/VNIS ; N=0
    CALL BESJ(VNIS, N, BJ, EPS, JER) ; N=0 ; CALL BESV(VNIS, N, BY, JERY)
    BJ=BJ-UBJ ; BY=BY-UBY ; IF(ABS(BJ). LT. 1. E-25)BJ=1. E-25
    IF(VNIS. GT. 5. 33144) GO TO 5
    IF (VNIS. GT. 1. 84118) GO TO 1
    FCTL=(ATAN(BY/BJ))-PI/2. D0 ; GO TO 3
5    FCTL=(ATAN(BY/BJ))+(PI/2.)
    IF(VNIS. GT. TII)FCTL=FCTL+(1. *NZZ)*PI
    IF(VNIS. LT. TII)FCTL=FCTL+(1. *(NZZ-1))*PI
    IF(VNIS. GT. TSS)FCTL=FCTL+PI
    GO TO 3
4    FCTL=0. D0
3    F1=. 976363 ; F2=. 99265 ; F3=. 9965
    IF(A. EQ. 0.)F1=. 9372 ; IF(A. EQ. 0.)F2=. 968
    IF(A. EQ. 0.)F3=. 988
    IF(DABS(DIF). LT. 1. 1D-3) FCTL=FCTL+((DIF+1. 1D-3)*F2)
    IF(DABS(DIFL). LT. 1. 1D-3) FCTL=FCTL+((DIFL+1. 1D-3)*F3)
    IF(DABS(DI). LT. 1. 1D-3)FCTL=FCTL+((DI+1. 1D-3)*F1)
    RETURN
    END
C
C
C
C

```


Anexo IV - Cont.

```

C      T6.EV
C      PROGRAMA PARA IMPRINIR RESULTADOS DA INTEGRAL AUXILIAR
C      AO CALCULO DA PARTE IMAGINARIA DAS FUNCOES DE WEIESTEIN
C
C      DIMENSION SAIDA(200), VRKA(11), IANG(20), VA(11),
C      IT(20), Z(20), SAI(20)
C      DEFINICAO DOS VETORES DOS ZEROS DA FUNCOES DE BESSEL
C
C      T(1)=3.83171; T(2)=7.01559; T(3)=10.17347
C      T(4)=13.32369; T(5)=16.47863; T(6)=19.61586
C      T(7)=22.76088; T(8)=25.90367; T(9)=29.04683
C      T(10)=32.18968; T(11)=35.33231; T(12)=38.47477
C      T(13)=41.61709; T(14)=44.75932; T(15)=47.90146
C      T(16)=51.04354; T(17)=54.18555; T(18)=57.32753
C      T(19)=60.46946; T(20)=63.61136
C      Z(1)=1.04116; Z(2)=5.32144; Z(3)=8.53632
C      Z(4)=11.7068; Z(5)=14.86359; Z(6)=18.01553
C      Z(7)=21.16437; Z(8)=24.31133; Z(9)=27.45705
C      Z(10)=30.60192; Z(11)=33.74618; Z(12)=36.88999
C      Z(13)=40.03344; Z(14)=43.17663; Z(15)=46.31960
C      Z(16)=49.46239; Z(17)=52.60504; Z(18)=55.74757
C      Z(19)=58.89000; Z(20)=62.03235
C
C      PI=3.141592654 ; D=1. ; I=0 ; NDIR=9 ; J=1 ; IANG(1)=0
C      DEFINE FUNCAO EM MOD0 YE(T=0.) OU YN(T=1.)
C      TT=1. ; TE=-5. ; RKA=1.85; VRKA(1)=RKA
C      VRKA(J)=RKA ; TE=-5.
C
C      INICIALIZA A FORMACAO DOS VETORES
C      DO 5 K=1,19
C      TE=TE+5. ; U=RKA*COSD(TE); XR=0.
C      DO 24 L=1,2
C      IF(TT.EQ.0.)GO TO 22
C      LL=L+1 ; IF(TT.EQ.0.)TI=Z(L) ; IF(TT.EQ.0.)TS=Z(LL)
C      IF(TT.EQ.1.)TI=T(L) ; IF(TT.EQ.1.)TS=T(LL)
C      NZ=L
C      CALL YI(U,RKA,TT,D,XI,IER,NDIR,TI,TS,MZ)
C      XR=XR+XI ; GO TO 23
C      IF(L.NE.1)GO TO 21
C      CONTINUE
C      CONTINUE
C      I=I+1 ; SAIDA(I)=XR
C      CONTINUE
C      DO 16 IHH=1,19
C      SAI(IHH)=SAIDA(I-19+IHH)
C      CONTINUE
C      TYPE 15,RKA,(SAI(IH),IH=1,19)
C      FORMAT(4X,'KA=',F10.2,9F10.5,/,10F10.5,/)
C      J=J+1 ; IF(J.EQ.11) GO TO 9
C      IF (RKA.EQ.1.85) GO TO 90
C      IF (RKA.EQ.3.75) RKA=3.83
C      IF (RKA.EQ.3.83) GO TO 3
C      RKA=RKA+.25 ; GO TO 3
C      90 RKA=2. ; GO TO 3
C      9 DO 10 II=2,19
C      IX=II-1 ; IANG(II)=IANG(IX)+5
C      CONTINUE
C      10 WRITE(57,11)(VRKA(JK),JK=1,10)
C      11 FORMAT(8X,'K A',7X,10F10.2,/)
C      DO 14 JI=1,19
C      DO 12 JJ=1,10
C      JA=(JJ-1)*19 ; VA(JJ)=SAIDA(JI+JA)
C      CONTINUE
C      12 WRITE(57,13) IANG(JI),(VA(KK),KK=1,10)
C      13 FORMAT(3X,'I KA.COS(',13,')',3X,10F10.5,/)
C      CONTINUE
C      STOP
C      END

```

ANEXO V

Integrais de Weinstein tipo elétricas

K A	1.85	2.00	2.25	2.50	2.75	3.00	3.25	3.50	3.75	3.83
I [KA COS(0)]	4.33302	4.63081	5.11364	5.58085	6.03372	6.47336	6.90072	7.31663	7.72184	7.84936
I [KA COS(5)]	4.32311	4.62045	5.10258	5.56918	6.02150	6.46064	6.88755	7.30306	7.70791	7.83532
I [KA COS(10)]	4.29337	4.58936	5.06944	5.53418	5.98483	6.42246	6.84802	7.26233	7.66609	7.79318
I [KA COS(15)]	4.24383	4.53758	5.01420	5.47584	5.92369	6.35880	6.78209	7.19436	7.59630	7.72285
I [KA COS(20)]	4.17456	4.46514	4.93691	5.39417	5.83866	6.26961	6.68968	7.09905	7.49840	7.62417
I [KA COS(25)]	4.08563	4.37211	4.83759	5.28916	5.72792	6.15481	6.57068	6.97626	7.37219	7.49695
I [KA COS(30)]	3.97714	4.25857	4.71629	5.16084	5.59323	6.01435	6.42498	6.82582	7.21747	7.34095
I [KA COS(35)]	3.84922	4.12464	4.57309	5.00923	5.43397	5.84814	6.25244	6.64754	7.03398	7.15590
I [KA COS(40)]	3.70206	3.97047	4.40810	4.83439	5.25015	5.65612	6.05295	6.44122	6.82145	6.94150
I [KA COS(45)]	3.53587	3.79624	4.22145	4.63640	5.04178	5.43825	5.82637	6.20667	6.57960	6.69746
I [KA COS(50)]	3.35091	3.60220	4.01334	4.41539	4.80893	5.19452	5.57263	5.94372	6.30819	6.42348
I [KA COS(55)]	3.14749	3.38864	3.78399	4.17153	4.55171	4.92496	5.29168	5.65224	6.00699	6.11933
I [KA COS(60)]	2.92602	3.15591	3.53372	3.90507	4.27029	4.62967	4.98353	5.33215	5.67581	5.78476
I [KA COS(65)]	2.68693	2.90444	3.26289	3.61633	3.96491	4.30882	4.64826	4.98345	5.31457	5.41971
I [KA COS(70)]	2.43075	2.63474	2.97198	3.30570	3.63591	3.96267	4.28606	4.60622	4.92326	5.02408
I [KA COS(75)]	2.15813	2.34741	2.66154	2.97370	3.28374	3.59159	3.89723	4.20068	4.50200	4.59797
I [KA COS(80)]	1.86976	2.04316	2.33223	2.62094	2.90896	3.19608	3.48217	3.76717	4.05103	4.14162
I [KA COS(85)]	1.56649	1.72281	1.98486	2.24818	2.51228	2.77679	3.04148	3.30618	3.57077	3.65541
I [KA COS(90)]	0.37075	1.38926	1.62224	1.85816	2.09633	2.33626	2.57759	2.82006	3.06346	3.14151

Anexo V - Cont.
 Integrales de Weinstein tipo magnéticas

K	A	1.85	2.00	2.25	2.50	2.75	3.00	3.25	3.50	3.75	3.83
I	{KA_COS(0)}	2.96074	3.24098	3.70055	4.14985	4.58853	5.01666	5.43450	5.84242	6.24082	6.36636
I	{KA_COS(5)}	2.95110	3.23086	3.68971	4.13837	4.57648	5.00409	5.42146	5.82897	6.22700	6.35243
I	{KA_COS(10)}	2.92218	3.20052	3.65720	4.10393	4.54030	4.96635	5.38234	5.78860	6.18551	6.31062
I	{KA_COS(15)}	2.87403	3.14998	3.60304	4.04652	4.47999	4.90344	5.31708	5.72124	6.11628	6.24083
I	{KA_COS(20)}	2.80671	3.07931	3.52726	3.96617	4.39554	4.81530	5.22562	5.62681	6.01918	6.14293
I	{KA_COS(25)}	2.72033	2.98858	3.42992	3.86290	4.28693	4.70188	5.10787	5.50516	5.89402	6.01674
I	{KA_COS(30)}	2.61503	2.87793	3.31110	3.73674	4.15415	4.56313	4.96373	5.35614	5.74061	5.86201
I	{KA_COS(35)}	2.49099	2.74749	3.17090	3.58775	3.99722	4.39900	4.79308	5.17958	5.55870	5.67850
I	{KA_COS(40)}	2.34642	2.59746	3.00946	3.41602	3.81615	4.20946	4.59582	4.97530	5.34804	5.46593
I	{KA_COS(45)}	2.18762	2.42810	2.82699	3.22167	3.61102	3.99449	4.37187	4.74315	5.10840	5.22404
I	{KA_COS(50)}	2.00891	2.23971	2.62371	3.00489	3.38192	3.75412	4.12118	4.48299	4.83955	4.95256
I	{KA_COS(55)}	1.81273	2.03267	2.39996	2.76592	3.12902	3.48845	3.84375	4.19472	4.54130	4.65128
I	{KA_COS(60)}	1.59956	1.80743	2.15610	2.50507	2.85257	3.19761	3.53963	3.87832	4.21352	4.32004
I	{KA_COS(65)}	1.37001	1.56456	1.89264	2.22275	2.55288	2.88187	3.20899	3.53384	3.85617	3.95876
I	{KA_COS(70)}	1.12477	1.30471	1.61017	1.91948	2.23040	2.54156	2.85209	3.16145	3.46931	3.56747
I	{KA_COS(75)}	0.86460	1.02869	1.30939	1.59591	1.88569	2.17717	2.46930	2.76144	3.05313	3.14632
I	{KA_COS(80)}	0.59074	0.73743	0.99120	1.25283	1.51948	1.78933	2.06119	2.33426	2.60799	2.69565
I	{KA_COS(85)}	0.30410	0.43204	0.65661	0.89120	1.13263	1.37885	1.62847	1.88056	2.13443	2.21596
I	{KA_COS(90)}	0.00798	0.11570	0.30870	0.51397	0.72799	0.94844	1.17374	1.40279	1.63479	1.70955

Anexo VI - Cont.

```
C
C      CALCULO DA CONTRIBUICAO DEVIDA AO TERMO EM LOG NEPERIANO
1  L=L-(2.*(ATAN(U/SQRT(2**2-RKAL))))
   CONTINUE
   GO TO 3
2  CONTINUE
C
C      CALCULO DOS ZEROS DA DERIVADA DA FUNCAO DE BESSEL DE
C      ORDEN 1
C      DO 3 K=2,MLIM
   B=((1.*K)-.25)*PI ; BB=8.*B
   BA=(63771.7333/BB**5)+(14925953.8/BB**7)
   Z=B-(7./BB)-(574.66667/BB**3)-BA
   IF(K.EQ.2)Z=5.33144
C
C
C      CALCULO DA CONTRIBUICAO DEVIDA AO TERMO EM LOG NEPERIANO
3  L=L-(2.*(ATAN(U/SQRT(2**2-RKAL))))
   CONTINUE
C
C      CALCULO DA FUNCAO OMEGA (ARGUMENTO DA FUNCAO DE HANKEL)
   IF (RKAL.EQ.U*U) GO TO 7
   VIN=SQRT(ABS(RKAL-U*U)) ; EPS=1.E-6 ; N=1 ; JER=0 ; JERY=0
   BY=0. ; BJ=0. ; IF(VIN.EQ.0.) GO TO 7
   CALL BESJ(VIN,N,BJ,EPS,Jer);N=1;CALL BESY(VIN,N,BY,JERY)
   IF(A.EQ.0.) GO TO 5 ; IF(VIN.GT.3.83171) GO TO 6
4  H=ATAN(BY/BJ) ; FCTL=H+PI/2. ; GO TO 8
5  UBJ=BJ/VIN ; UBY=BY/VIN ; N=0
   CALL BESJ(VIN,N,BJ,EPS,Jer);N=0;CALL BESY(VIN,N,BY,JERY)
   BJ=BJ-UBJ ; BY=BY-UBY ; IF(VIN.GT.5.33144) GO TO 6
   H=ATAN(BY/BJ) ; IF(VIN.GT.1.84118)H=H+PI ; FCTL=H-PI/2.
   GO TO 8
6  H=(ATAN(BY/BJ))+PI ; FCTL=H+PI/2. ; GO TO 8
7  FCTL=0. ; H=-1.*PI/2. ; IF(A.EQ.0.)H=PI/2.
8  CONTINUE
C
C      CALCULO DA PARTE IMAGINARIA DA FUNCAO DE WEINSTEIN
   YIREST=(2.*U/PI)*(ALOG((1.*MLIM)/20.))
   OMEGA=H
   YR=(2.*U/PI)-FCTL+YIREST+L
   GO TO 13
C
9  IF(YR.GT.PI)YR=YR-PI
   GO TO 11
10 IF(YR.LT.-PI)YR=YR+PI
   GO TO 12
11 IF(YR.GT.PI)GO TO 9
12 IF(YR.LT.-PI)GO TO 10
13 RETURN
   END
C
C
C
C
C
C
```

ANEXO VII

Programa T3

```
C
C
C
C .....
C
C T3.EV
C PROGRAMA PARA IMPRIMIR RESULTADOS DA PARTE IMAG. DA FUNCAO
C DE HEINSTEIN
C
C DIMENSION SAIDA(400), S2(400), YRKA(20), IANG(40), VA(20),
C 1VAA(20), ENT(400), VI(11)
C
C 1 PI=3.14159265 ; I=0 ; J=1 ; IANG(1)=0
C DEFINE FUNCAO EM MODO TE(T=0.) CORRESPONDENTE AO TIL
C E EM MODO TACT=L.)
C 2 T=0. ; TE=-5. ; RKA=L.85 ; YRKA(1)=RKA
C IA=44 ; IF(T. EQ. 1.) IA=43 ; IAA=IA+2
C 3 YRKA(J)=RKA ; TE=-5.
C
C INICIALIZA A FORMACAO DE VETORES
C DO 5 K=L,19
C TE=TE+5. ; U=RKA*COSE(TE) ; CALL YU(U, RKA, T, VR, H)
C I=I+1 ; SAIDA(I)=YR ; S2(I)=H
C 5 CONTINUE ; J=J+1 ; IF(J. EQ. 11) GO TO 9
C IF(RKA. EQ. 1.85) GO TO 90 ; IF(RKA. EQ. 3.75) RKA=3.831
C IF(RKA. EQ. 3.831) GO TO 3 ; RKA=RKA+.25 ; GO TO 3
C 90 RKA=2. ; GO TO 3
C 9 DO 10 II=2,19
C IX=II-1 ; IANG(II)=IANG(IX)+5
C 10 CONTINUE
C IAA=62 ; IF(T. EQ. 1.) IAA=61
C READ(IAA, 16)(YRKA(JK), JK=1, 10)
C 16 FORMAT(18X, 10F10. 2, /)
C DO 19 JI=1, 19
C READ(IAA, 17) IANG(JI), (VI(KK), KK=1, 10)
C 17 FORMAT(13X, 13, 5X, 10F10. 5, /)
C DO 18 JJ=1, 10
C JA=(JJ-1)*19 ; ENT(JI+JA)=VI(JJ)
C 18 CONTINUE
C 19 CONTINUE
C WRITE(IA, 11)(YRKA(JK), JK=1, 10)
C WRITE(IAA, 11)(YRKA(JKA), JKA=1, 10)
C 11 FORMAT(8X, 'K A', 7X, 10F10. 2, /)
C DO 15 JI=1, 19
C DO 12 JJ=1, 10
C JA=(JJ-1)*19 ; VA(JJ)=SAIDA(JI+JA)+ENT(JI+JA)
C VAA(JJ)=S2(JI+JA)
C 12 CONTINUE
C WRITE(IA, 13) IANG(JI), (VAA(KK), KK=1, 10)
C WRITE(IAA, 14) IANG(JI), (VAA(KKA), KKA=1, 10)
C 13 FORMAT(3X, 'Y I KA. COS(', 13, ')', 3X, 10F10. 5, /)
C 14 FORMAT(3X, ' I KA. COS(', 13, ')', 3X, 10F10. 5, /)
C 15 CONTINUE
C STOP
C END
C
C
C
C .....
C
```



```

C
C
C
C
C .....
C
C
C
C      CALCULO DAS FUNCOES AUXILIARES
C
C      CALCULO DO NUMERO DE ONDA NA PAREDE INTERNA (GL1) E NA PAREDE
C      EXTERNA (GL1) DO GUIA CILINDRICO
C      DO 11 K=1, 10
C      J=(K-1)*19+1 ; VKAI(K)=VKAE(K)*(1.-ESP)
C
C      A1=VKRE(K) ; A2=VKAI(K) ; IF(A2*A2.LT.PR)A2=PR
C      GL1(K)=SQRT(A2*A2-PR)
C      GLI(K)=SQRT(A1**2-PR)
C
C
C
C      CALCULO DO MODULO DE DELTA PARA A PAREDE EXTERNA DO GUIA
C      A3=GL1(K) ; A4=X(J) ; A5=XFIL(J)
C      FI=EXP((A4-A5)/2.E0)
C      MDL(K)=ABS(SQRT((A1-A3)/(A1+A3))+FI)
C
C
C      O CALCULO DA FUNCAO DE WEINSTEIN , EM MODO TE, DO NUMERO
C      DE ONDA RELATIVO A PAREDE EXTERNA DO GUIA E DADO
C      PELOS VETORES XTB(K) QUE ENTRARAM COMO DADOS, ACIMA.
C
C      CALCULO DO ARGULO THETA UM EM RADIANS PARA PAREDE INTER-
C      NA (TI) E EXTERNA (TE) DO GUIA CILINDRICO
C      TEX(B)=(PI/2.)-(ACOS(A3/A1))
C      A6=GL1(K) ; TIK)=(PI/2.)-(ACOS(A6/A2))
C
C
C      CALCULOS AUXILIARES
C      A7=C(K) ; AB=MDL(K)
C      DAB=AB*AB*COS(A7)*SIN(A7)*2.
C      ABD=AB*AB*(COS(A7)**2-SIN(A7)**2)
C      UD2=(1.+ABD)**2+DAB**2
C
C
C      CALCULO DO MODULO DE DELTA AO QUADRADO DIVIDIDO PELO
C      QUADRADO DO MODULO DE UM MAIS DELTA AO QUADRADO
C      MD2(K)=(A6*AB)/UD2
C
C
C      CALCULO DA PARTE REAL (DR) E IMAGINARIA (DI) DO QUA-
C      DRADO DE DELTA DIVIDIDO POR UM MAIS O QUADRADO DE DELTA
C      DR(K)=((CABD*(1.+ABD))+DAB**2)/UD2
C      DI(K)=DAB/UD2
11   CONTINUE
C
110  CONTINUE
C
C
C
C .....
C
C
C
C
C      CALCULO DO DIAGRAMA DE IRRADIACAO NOS PLANOS E E H
C
C      N=0 ; M1=1 ; D=1.E-6
C
C      LAÇO EXTERNO DO COMANDO DO
C      DO 13 K=1, 10
C
C      PREPARACAO DO ARGUMENTO DAS FUNCOES QUE DEPENDEN DE KA
C      TE=-5.E0 ; G1=VKAI(K) ; A2=VKAE(K) ; B2=GL1 (K)
C      B4=MD2(K) ; B3=XTB(K) ; B6=GLI(K)
C
C
C      LAÇO INTERNO DO COMANDO DO
C      DO 12 J=1, 37
C      L=(K-1)*37 ; TE=TE+5.E0
C      IF(TE.EQ.0.E0)TE=.0001
C      IF(D.EQ.5.0001)TE=5.
C      IF(TE.EQ.90.E0)TE=89.9999
C      IF(TE.EQ.94.9999)TE=95.E0
C      IF(TE.EQ.100.)TE=179.9999
C      B7=B1*SIND(TE)
    
```



```

C
C      CALCULO DA FUNCAO DE BESSEL, DE PRIMEIRA ESPECIE, DE
C      ORDEM 1 (B8) E SUA DERIVADA (B9)
C
C      CALL BESJ(B7, N1, B8, D, IER) ; CALL BESJ(B7, N, B, D, IES)
C      B9=B-(B8/B7)
C
C      CALCULO DO MODULO DA FUNCAO DE HANKEL DE ORDEM 1 (D3) E
C      DE SUA DERIVADA (D4)
C      CALL BESY(B7, N1, D1, JER) ; CALL BESY(B7, N, D3, JES)
C      D2=D3-(D1/B7) ; D3=SQRT(D1**2+B8**2)
C      D4=SQRT(B9**2+D2**2)
C
C      CALCULO DOS FATORES EXPONENCIAIS DAS FUNCOES DE WEINSTEIN
C      JA=38-J ; KA=(K-1)*19
C      IF (J. GT. 19) D5=-1. *(K(KA+JA))
C      IF (J. LE. 19) D4=K(KA+J)
C      IF (J. GT. 19) D6=-1. *(XTIL(KA+JA))
C      IF (J. LE. 19) D6=XTIL(KA+J)
C      D7=EXP(B5+D5) ; D8=EXP(B5+D6)
C
C      CALCULO DO DIAGRAMA DE POTENCIA NO PLANO E
C
C      E1=(4. *B8)/(PI*(B1**2)*(SIND(TE)**2)+D3)
C      E2=(8. *B3*B2*B2*B2+D7*B4)/FR
C      FE(L+J)=ABS(E1+E2)
C
C      CALCULO DO DIAGRAMA EM POTENCIA NO PLANO H
C
C      H1=2. *(PI*B1**2*(SIND(TE)**2)+D4)
C      H2=(2. *B9*FR)/(B1**2*(COSD(TE)**2)-(B6/B1)**2)
C      H3=(2. *B3*B2*D8)/(1. +(B3/B2)**2)
C      H4=DR(K)
C      H5=DI(K) ; H6=2. *(COSD(TE)+(B6/B1))/(1. -(B6/B1))
C      H6R=1. -COSD(TE)+(H6*H4) ; H6I=H6*H5
C      H7=H6R**2+H6I**2
C      PHCL(J)=ABS(H1+H2+H3+H7)
12  CONTINUE
13  CONTINUE
14  CONTINUE
C      LE A FASE DAS FUNCOES DE WEINSTEIN E CALCULA AS
C      FASES DO CAMPO ELETRICO
C      READ(43, 5)(VKRE(JK), JK=1, 10)
C      READ(44, 5)(VKRE(JK), JK=1, 10)
C      READ(45, 5)(VKRE(JK), JK=1, 10)
C      READ(46, 5)(VKRE(JK), JK=1, 10)
C
C      DO 16 JI=1, 19
C      READ(43, 6)IANG(JI), (V1(K1), K1=1, 10)
C      READ(44, 6)IANG(JI), (V2(K2), K2=1, 10)
C      READ(45, 6)IANG(JI), (V3(K3), K3=1, 10)
C      READ(46, 6)IANG(JI), (V4(K4), K4=1, 10)
C
C      IF(JI. NE. 19)GO TO 240
C      DO 230 JI2=1, 10
C      V1(JI2)=0. ; V2(JI2)=0.
230  CONTINUE
240  CONTINUE
C      IF(JI. NE. 1)GO TO 260
C      DO 250 JZ2=1, 10
C      V3(JZ2)=-PI/2. ; V4(JZ2)=PI/2.
250  CONTINUE
260  CONTINUE
C
C      DO 15 JJ=1, 10
C      JA=(JJ-1)*37 ; V(JI+JA)=(V1(JJ)-V3(JJ))/2.
C      VL(JI+JA)=(V2(JJ)-V4(JJ))/2.
C      IF(JI. EQ. 19)GO TO 17
C      JK=(38-JI) ; V(JK+JA)=(-V1(JJ)-V3(JJ))/2.
C      VL(JK+JA)=(-V2(JJ)-V4(JJ))/2.
15  CONTINUE
16  CONTINUE
C

```

```

C      CALCULO DAS FASES E POLARIZACAO CRUZADA
C      NOS PLANOS "E" E "H"
17     DO 19 I=1, 10
        TE=-5. E0
        DO 18 J=1, 37
            L=(K-1)*37
            H4=DR(K); B1=VKAI(K); B6=GL1I(K); TE=TE+5. E0
            H5=DI(K); H6=2*(COSD(TE)+(B6/B1))/(1. -(B6/B1))
            HGR=1-COSD(TE)+(H6*H4); H6I=H6*H5
            H7=ATAN2(H6I, HGR)
            YL(L+J)=YL(L+J)+H7
18     CONTINUE
19     CONTINUE
        DO 200 K=1, 10
            DO 20 J=1, 37
                L=(K-1)*37
                FPE(L+J)=Y(L+J)-Y(L+37)
                FFH(L+J)=YL(L+J)-YL(L+37)
20     CONTINUE
200    CONTINUE
        DO 270 JJ=1, 10
            JA=(JJ-1)*37
            FPE(19+JA)=(FPE(19+JA-1)+FPE(19+JA+1))/2.
            FFH(19+JA)=(FFH(19+JA-1)+FFH(19+JA+1))/2.
270    CONTINUE
C
C      CALCULO DOS DIAGRAMAS NOS PLANOS "E" E "H" EM DECIBEIS
C
        RD=(SQRT(2. ))/2.
        DO 22 K=1, 10
            DO 21 J=1, 37
                L=(K-1)*37
                E3=(PE(L+J))/(PE(L+37))
                H8=(PH(L+J))/ PH(L+37)
                PEDB(L+J)=10. *(ALOG10(E3))
                PHDB(L+J)=10. *(ALOG10(H8))
                FE=FFH(L+J) ; FH=FFH(L+J)
                FA2=FE-FH ; FA1=COS(FA2)
                CP(L+J)=(SQRT(E3)-(SQRT(H8)*FA1))/2.
                CR=CP(L+J)
                CPDB(L+J)=20. *(ALOG10(CR))
21     CONTINUE
22     CONTINUE
        ESP=ESP+100.
C
C      ARQUIVO DE RESULTADOS
C
        WRITE(IAR0, 100)ESP
100    FORMAT(8X, 'ESPESSURA DO GUIA (X) ', F13.8, '/')
        I=0
        DO 111 II=2, 37
            IX=II-1 ; IANG(II)=IANG(IX)+5
111    CONTINUE
        WRITE(IAR0, 101)
101    FORMAT(8X, 'NOTA: O ANGULO ZERO CORRESPONDE AGRORA
*      AO LOBULO FRONTAL DA ANTENA', '/')
        WRITE(IAR0, 102)
102    FORMAT(8X, 'DIAGRAMA NO PLANO DO CAMPO ELETRICO EM
*      DECIBEIS', '/')
        WRITE(IAR0, 103)(VKAE(K), K=1, 10)
103    FORMAT(8X, 'KA', 7X, 10F10. 2, '/')
        DO 106 J=1, 37
            DO 104 K=1, 10
                JA=(K-1)*37 ; V(K)=PEDB(38-J+JA)
104    CONTINUE
        WRITE(IAR0, 105)IANG(J), (V(KK), KK=1, 10)
105    FORMAT(8X, 'E [', I3, ']' (DB) ', 3X, 10F10. 5, '/')
106    CONTINUE

```

```

C
202 WRITE(IARG, 202)
    FORMAT(///, 8X, 'DIAGRAMA NO PLANO DO CAMPO
* MAGNETICO EM DECIBEIS', //)
203 WRITE(IARG, 103)(VRE(KK), KK=1, 10)
    DO 206 J=1, 37
    DO 204 K=1, 10
    JA=(K-1)*37 ; V(K)=PHDB(38-J+JA)
204 CONTINUE
205 WRITE(IARG, 105)IANG(J), (V(KK), KK=1, 10)
206 CONTINUE
    WRITE(IARG, 208)
208 FORMAT(///, 8X, 'VALOR DO GANHO E DA DIRETIVIDADE DA ANTENA')
    DO 210 KA=1, 10
    JA=(KA-1)*37
    V(KA)=PE(37+JA); VH(KA)=PH(37+JA)
    VCKA)=V(KA)/(1.-RE(KA)**2)
    VHKA)=VH(KA)/(1.-RE(KA)**2)
    VACKA)=PH(37+JA)
210 CONTINUE
    WRITE(IARG, 103)(VRE(K), K=1, 10)
    WRITE(IARG, 209)(V(K), K=1, 10)
    WRITE(IARG, 209)(VH(K), K=1, 10)
    WRITE(IARG, 211)(VAC(K), K=1, 10)
209 FORMAT(3X, 'DIRETIVIDADE ', 3X, 10F10.5)
211 FORMAT(3X, ' G A N H O ', 3X, 10F10.5)
C
C
    WRITE(IARG, 212)
212 FORMAT(///, 8X, 'FASE DO DIAGRAMA NO PLANO E', //)
    WRITE(IARG, 23)(VRE(K), K=1, 10)
213 FORMAT(8X, 'KA', 19X, 10F10.2, //)
    DO 215 J=1, 37
    DO 213 K=1, 10
    JA=(K-1)*37 ; V(K)=FPE(38-J+JA)
213 CONTINUE
    WRITE(IARG, 214)IANG(J), (V(KK), KK=1, 10)
214 FORMAT(3X, 'FASE PLANO EI', I3, ' J (RAD)', 3X, 10F10.5, //)
215 CONTINUE
C
    WRITE(IARG, 216)
216 FORMAT(///, 8X, 'FASE DO DIAGRAMA NO PLANO H', //)
    WRITE(IARG, 23)(VRE(K), K=1, 10)
    DO 219 J=1, 37
    DO 217 K=1, 10
    JA=(K-1)*37 ; V(K)=FPH(38-J+JA)
217 CONTINUE
    WRITE(IARG, 218)IANG(J), (V(KK), KK=1, 10)
218 FORMAT(3X, 'FASE PLANO HI', I3, ' J (RAD)', 3X, 10F10.5, //)
219 CONTINUE
    WRITE(IARG, 220)
220 FORMAT(///, 8X, 'DIAGRAMA EM POLARIZACAO CRUZADA', //)
    WRITE(IARG, 23)(VRE(K), K=1, 10)
    DO 223 J=1, 37
    DO 221 K=1, 10
    JA=(K-1)*37 ; V(K)=CPDB(38-J+JA)
221 CONTINUE
    WRITE(IARG, 222)IANG(J), (V(KK), KK=1, 10)
222 FORMAT(3X, 'POL. CRUZADA', I3, ' J (DB)', 3X, 10F10.5, //)
223 CONTINUE
C
    END
C
C
C
C

```

ANEXO IX

Fase da função de Hankel H_1 (kasen0)

θ ka	1.85	2.00	2.25	2.50	2.75	3.00	3.25	3.50	3.75	3.83
(0)	-1.57080	-1.57089	-1.57080	-1.57080	-1.57080	-1.57080	-1.57080	-1.57080	-1.57080	-1.57080
(5)	-1.55107	-1.54785	-1.54198	-1.53552	-1.52849	-1.52090	-1.51279	-1.50417	-1.49506	-1.49200
(10)	-1.49744	-1.48608	-1.46573	-1.44376	-1.42030	-1.39548	-1.36940	-1.34218	-1.31392	-1.30455
(15)	-1.41959	-1.39741	-1.35826	-1.31665	-1.27289	-1.22724	-1.17991	-1.13111	-1.08099	-1.06450
(20)	-1.32605	-1.29188	-1.23220	-1.16956	-1.10439	-1.03708	-0.96792	-0.89715	-0.82500	-0.80136
(25)	-1.22336	-1.17688	-1.09637	-1.01262	-0.92619	-0.83751	-0.74694	-0.65476	-0.56121	-0.53064
(30)	-1.11642	-1.05781	-0.95690	-0.85264	-0.74565	-0.63642	-0.52531	-0.41263	-0.29863	-0.26144
(35)	-1.00993	-0.93865	-0.81821	-0.69440	-0.56788	-0.43715	-0.30860	-0.17654	-0.04322	0.00022
(40)	-0.90376	-0.82245	-0.68362	-0.54144	-0.39660	-0.24961	-0.10087	0.04932	0.20071	0.24999
(45)	-0.80319	-0.71161	-0.55571	-0.39651	-0.23471	-0.07983	0.09474	0.26169	0.42980	0.48448
(50)	-0.70902	-0.60806	-0.43655	-0.26180	-0.08452	0.09478	0.27570	0.45795	0.64130	0.70091
(55)	-0.62279	-0.51339	-0.32785	-0.13913	0.05205	0.24519	0.43990	0.63589	0.83294	0.89698
(60)	-0.54575	-0.42890	-0.23101	-0.03000	0.17342	0.37874	0.58559	0.79368	1.00278	1.07072
(65)	-0.47091	-0.35568	-0.14719	0.06435	0.27826	0.49403	0.71128	0.92974	1.14919	1.22048
(70)	-0.42312	-0.29461	-0.07736	0.14290	0.36549	0.58990	0.81576	1.04280	1.27081	1.34486
(75)	-0.37905	-0.24640	-0.02227	0.20483	0.43423	0.66542	0.89803	1.13181	1.36653	1.44276
(80)	-0.34721	-0.21158	0.01749	0.24951	0.48360	0.71987	0.95734	1.19596	1.43551	1.51330
(85)	-0.32797	-0.19054	0.04151	0.27650	0.51374	0.75274	0.99314	1.23468	1.47715	1.55588
(90)	-0.32153	-0.18350	0.04955	0.28552	0.52375	0.76373	1.00511	1.24762	1.49106	1.57011

Anexo IX - Cont.
 Fase da derivada de Hankel de ordem 1:
 $H_1^2(kasen\theta)$

θ	1.85	2.00	2.25	2.50	2.75	3.00	3.25	3.50	3.75	3.83
(0)	1.57080	1.57080	1.57080	1.57080	1.57080	1.57080	1.57080	1.57080	1.57080	1.57080
(5)	1.55920	1.54672	1.54033	1.53321	1.52538	1.51687	1.50770	1.49791	1.48754	1.48406
(10)	1.49025	1.47731	1.45425	1.42976	1.40437	1.37868	1.35330	1.32883	1.30581	1.29875
(15)	1.40361	1.38063	1.34302	1.30793	1.27703	1.25157	1.23233	1.21966	1.21358	1.21299
(20)	1.31538	1.28966	1.25400	1.22905	1.21560	1.21343	1.22176	1.23947	1.26541	1.27539
(25)	1.24972	1.23133	1.21475	1.21525	1.23119	1.26041	1.30078	1.35040	1.40766	1.42763
(30)	1.21719	1.21294	1.22395	1.25463	1.30142	1.36114	1.43116	1.50944	1.59434	1.62306
(35)	1.21564	1.22806	1.26821	1.32814	1.40339	1.49046	1.58673	1.69021	1.79944	1.83587
(40)	1.23747	1.26646	1.33407	1.42051	1.52107	1.63229	1.75170	1.87748	2.00829	2.05158
(45)	1.27460	1.31890	1.41122	1.52113	1.64398	1.77649	1.91635	2.06192	2.21197	2.26139
(50)	1.32027	1.37822	1.49230	1.62278	1.76517	1.91638	2.07430	2.23738	2.40455	2.45945
(55)	1.36927	1.43913	1.57211	1.72043	1.87981	2.04736	2.22108	2.39958	2.58184	2.64157
(60)	1.41769	1.49776	1.64689	1.81049	1.98446	2.16608	2.35347	2.54533	2.74070	2.80463
(65)	1.46262	1.55123	1.71389	1.89031	2.07656	2.27006	2.46902	2.67220	2.87871	2.94622
(70)	1.50189	1.59743	1.77108	1.95793	2.15421	2.35742	2.56586	2.77833	2.99399	3.06444
(75)	1.53392	1.63481	1.81696	2.01190	2.21596	2.42673	2.64255	2.86228	3.08508	3.15783
(80)	1.55755	1.66225	1.85046	2.05117	2.26078	2.47695	2.69805	2.92298	3.15091	3.22530
(85)	1.57202	1.67900	1.87084	2.07500	2.28795	2.50736	2.73164	2.95969	3.19070	3.26608
(90)	1.57690	1.68464	1.87768	2.08299	2.29706	2.51755	2.74289	2.97197	3.20401	3.27972

ANEXO X

Subrotina BESJ da IBM para cálculo das funções de Bessel de 1ª espécie

```

T Y  BESJ. EV

      SUBROUTINE BESJ(X, N, BJ, D, IER)
      BJ=. 0
      IF(N)10, 20, 20
10     IER=1
      RETURN
20     IF(X)30, 30, 31
30     IER=2
      RETURN
31     IF(X-15.)32, 32, 34
32     NTEST=20. +10. *X** 2/3
      GO TO 38
34     NTEST=90. +X/2.
36     IF(N-NTEST)40, 38, 38
38     IER=4
      RETURN
40     IER=0
      N1=N+1
      BPREV=. 0
      IF(X-5.)50, 60, 60
50     NA=X+6.
      GO TO 70
60     NA=1. 4*X+60. /X
70     NB=N+IFIX(X)/4+2
      NZERO=MAX0(NA, NB)
      NMAX=NTEST
100    DO 190 N=NZERO, NMAX, 3
      FNL=1. 6E-28
      FM=. 0
      ALPHA=. 0
      IF(N-(N/2)*2)120, 110, 120
110    JT=-1
      GO TO 130
120    JT=1
130    M2=N-2
      DO 160 K=1, M2
      MK=N-K
      BHK=2. *FLGRT(MK)*FNL/X-FM
      FM=FNL
      FNL=BHK
      IF(MK-N-1)150, 140, 150
140    BJ=BHK
150    JT=-JT
      S=1+JT
160    ALPHA=ALPHA+BHK*S
      BHK=2. *FNL/X-FM
      IF(N)180, 170, 180
170    BJ=BHK
180    ALPHA=ALPHA+BHK
      BJ=BJ/ALPHA
      IF(ABS(BJ-BPREV)-ABS(D*BJ))200, 200, 190
190    BPREV=BJ
      IER=3
200    RETURN
      END
C
C

```

Subrotina BESY da IBM para cálculo
das funções de Neumann

```

T Y BESY, EV
SUBROUTINE BESY(X, N, BY, IER)
  IF(N) 100, 10, 10
10  IER=0
   IF(X) 190, 190, 20
20  IF(X-4. 0) 40, 40, 30
30  T1=4. 0/X
   T2=T1*T1
   P0=((( (-. 0000037043)*T2+. 0000173565)*T2-. 0000487613)*T2
     +. 00017343)*T2-. 001753062)*T2+. 3989423
1  Q0=((( (-. 0000032312)*T2-. 0000142078)*T2+. 0000342468)*T2
   -. 0000869791)*T2+. 0004564324)*T2-. 01246694
1  P1=((( (-. 0000042414)*T2-. 0000200920)*T2+. 0000500759)*T2
   -. 000223203)*T2+. 002921026)*T2+. 3989423
1  Q1=((( (-. 0000036594)*T2+. 00001622)*T2-. 0000398700)*T2
   +. 0001064741)*T2-. 0006390400)*T2+. 03740084
   A=2. 0/SQRT(X)
   B=A*T1
   C=X-. 7853982
   Y0=A*P0*SIN(C)+B*Q0*COS(C)
   Y1=-A*P1*COS(C)+B*Q1*SIN(C)
40  GO TO 90
   XX=X/2.
   X2=XX*XX
   T=A*LOG(XX)+. 5772157
   SUM=0.
   TERM=T
   Y0=T
   DO 70 L=1, 15
     IF(L-1) 50, 60, 50
50  SUM=SUM+1./FLOAT(L-1)
60  FL=L
   TS=T-SUM
   TERM=(TERM+(-X2)/FL**2)*(1.-1./CFL+TS)
70  Y0=Y0+TERM
   TERM = XX*(T-. 5)
   SUM=0.
   Y1=TERM
   DO 80 L=2, 16
     SUM=SUM+1./FLOAT(L-1)
   FL=L
   FLL=FL-1.
   TS=T-SUM
   TERM=(TERM+(-X2)/(FLL*FL))*(TS-. 5/FLL)/(TS+. 5/FLL)
80  Y1=Y1+TERM
   P12=. 6366198
   Y0=P12*Y0
   Y1=-P12/X+P12*Y1
90  IF(N-1) 100, 100, 130
100 IF(N) 110, 120, 110
1100 BY=Y1
120 BY=Y0
   GO TO 170
130 YA=Y0
   YB=Y1
   K=1
140 T=FLOAT(2*K)/X
   YC=T+YB-YA
   IF(CABS(YC)-1. 0E37) 145, 145, 141
141 IER=3
   RETURN
145 K=K+1
   IF(K-N) 150, 160, 150
150 YA=YB
   YB=YC
   GO TO 140
160 BY=YC
170 RETURN
180 IER=1
   RETURN
190 IER=2
   RETURN
   END

```

Subrotina de integração numérica
DQATR da IBM

```

C      SUBROTINA DQATR DA IBM
      SUBROUTINE DQATR(XL, XU, EPS, NDIH, FCT, Y, IER, AUX)
      DIMENSION AUX(1)
      DOUBLE PRECISION AUX, XL, XU, X, V, H, HH, HD, P, Q, SM, FCT, DELT2, DELT1, E
      AUX(1) = 500*(FCT(XL)+FCT(XU))
      H=XU-XL
      IF(NDIH-1)8, 8, 1
1      IF(H)2, 10, 2
2      HH=H
      E=EPS/DABS(H)
      DELT2=0. D0
      P=1. D0
      JJ=1
      DO 7 I=2, NDIH
      Y=AUX(1)
      DELT1=DELT2
      HD=HH
      HH=. 500*HH
      P=. 500*P
      X=XL+HH
      SM=0. D0
      DO 3 J=1, JJ
      SM=SM+FCT(X)
3      X=X+HD
      AUX(I)=. 500*AUX(I-1)+P*SM
      Q=1 D0
      JI=I-1
      DO 4 J=1, JI
      II=I-J
      Q=Q+Q
4      AUX(II)=AUX(II+1)+(AUX(II+1)-AUX(II))/Q-1. D0
      DELT2=DABS(Y-AUX(1))
C      TYPE 22, AUX(1), V, I
22     FORMAT(1X, 3G)
      IF(I-5)7, 5, 5
5      IF(DELT2-E)10, 10, 6
6      IF(DELT2-DELT1)7, 11, 11
7      JJ=JJ+JJ
8      IER=2
9      Y=H+AUX(1)
      RETURN
10     IER=0
      GO TO 9
11     IER=1
      V=H*Y
      RETURN
      END
C
C
C
C

```

Unidade	Bc
Proc	
Aç. de	
Preço	DOAÇÃO
Data	29/10/83