

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA
DEPARTAMENTO DE SISTEMAS E CONTROLE DE ENERGIA

UMA CONTRIBUIÇÃO AO ESTUDO DE TRANSITÓRIOS EM DISPOSITIVOS
ELETROMAGNÉTICOS UTILIZANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

NAASSON PEREIRA DE ALCANTARA JÚNIOR *16*

Orientador : ERNESTO RUPPERT FILHO *benção*

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia
Elétrica da Universidade Estadual de
Campinas, UNICAMP, como parte dos
requisitos exigidos para a obtenção do
título de DOUTOR EM ENGENHARIA ELÉTRICA.

FEVEREIRO DE 1992

Este exemplar é a versão final da tese
defendida por Naasson Pereira de Alcan-
tara Júnior, aprovada pela Comissão
Julgadora em 12 03 1992.

[Assinatura]
Orientador

BC 92.057.88

DEDICATÓRIA

À minha esposa Marialba,
e às minhas filhas Aline
e Andréa.

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador, Prof. Dr. Ernesto Ruppert Filho, pelo empenho apresentado na realização deste trabalho, pela amizade, compreensão e confiança em mim depositada.

Ao colega Armando Delgado pelo apoio na utilização da estação de trabalho CADMUS, e ao pessoal do CIFEE pelo apoio na utilização das estações de trabalho SUN.

À empresa Santa Rita de Campinas Ltda., pela doação do transformador monofásico que foi utilizado neste trabalho.

Aos colegas do Dep. de Eng. Elétrica da FET/UNESP/Bauru, pelo entusiasmo com que me receberam, e particularmente ao colega e amigo Edwin Avólio, pela inestimável ajuda na solução de problemas administrativos.

A todos que, direta ou indiretamente, colaboraram para a realização deste trabalho.

RESUMO

Esta tese apresenta dois modelos matemáticos para o estudo de fenômenos transitórios em dispositivos eletromagnéticos. Os modelos são implementados computacionalmente em uma estação de trabalho SUN SPARC 1+.

Simulações são realizadas para um pequeno transformador monofásico, com o intuito de estabelecer uma comparação entre os modelos. Resultados de simulações são comparados com resultados de ensaios de laboratório, realizados com o transformador.

Mapas de linhas de fluxo são apresentados para diversos instantes das simulações.

ABSTRACT

This thesis presents two models for electromagnetic devices transient analysis. The models are computationally implemented in a SUN SPARC 1+ workstation.

Simulations are done for a small monophasic transformer, to establish a comparison between them. Simulations results are compared with experimental results, obtained in laboratory to the transformer.

Line flux mapping are done for several instants in the simulations.

ÍNDICE

I	- INTRODUÇÃO	1
II	- CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES	5
II.1	- Dispositivos Eletromagnéticos	5
II.2	- O Transformador Monofásico	6
II.2.1	- Modelagem em Indutâncias	7
II.3	- Equações de Campo	10
II.3.1	- Equações de Poisson, Quase-Poisson e Laplace	12
III	- O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS NO ESTUDO DO COMPOR- TAMENTO DINÂMICO DE DISPOSITIVOS ELETROMAGNÉTICOS	15
III.1	- Funcional de Energia para o Problema de Campos Ele - tromagnéticos Variáveis no Tempo	15
III.2	- O Método dos Elementos Finitos na Solução de Proble - mas de Campos Eletromagnéticos Variáveis no Tempo	17
III.3	- Solução das Equações Dinâmicas de Dispositivos Elé - tromagnéticos, Baseada no Método dos Elem. Finitos	24
III.3.1	- A Solução Multi-Estágios	25
III.3.1.1	- Discretização no Tempo das Equações Dinâmicas	25
III.3.1.2	- O Método de Previsão-Correção para um Circuito com um Único Enrolamento	27
III.3.1.3	- O Previsor-Corretor para o Transformador Monofásico	29
III.3.2	- A Solução Simultânea	34
III.3.3	- Comparação Entre os Métodos	44
IV	- IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL DA SOLUÇÃO MULTI -	

ESTÁGIOS	46
IV.1 - Processamento Inicial	51
IV.1.1 - Leitura dos Dados Iniciais	51
IV.1.2 - Formação das Matrizes Q, R, e do vetor AREA	52
IV.1.3 - Formação dos Vetores Relutividade e Condutividade dos Elementos	53
IV.2 - Montagem da Matriz [S]	53
IV.3 - Cálculo das Correntes nos Enrolamentos p/ o Primeiro Intervalo de tempo Δt	56
IV.4 - Processo Iterativo	57
IV.5 - Subrotinas	58
IV.5.1 - Subrotinas de Formação e Restauração	59
IV.5.1.1 - Subrotina FCELF	59
IV.5.1.2 - Subrotina VETOR	60
IV.5.1.3 - Subrotina SAIDA	60
IV.5.1.4 - Subrotina REST1	60
IV.5.1.5 - Subrotina REST	60
IV.5.1.6 - Subrotina LAMBDA	60
IV.5.2 - Solução do Sistema de Equações	61
IV.5.2.1 - Subrotina SIMULA	61
IV.5.2.2 - Subrotina REDUZ	63
IV.5.2.3 - Subrotina SOLUCA	64
IV.5.3 - Subrotinas para o cálculo de Indutâncias	65
IV.5.3.1 - Subrotina ENERG	65
IV.5.3.2 - Subrotina VINIX	67
IV.5.3.3 - Subrotina INDUT	67
IV.5.3.4 - Subrotina SOEF	69

IV.5.3.5	- Subrotina TROCA	73
IV.5.4	- Subrotina SGAUSS	74
V	- IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL DO MÉTODO DE SOLUÇÃO SIMULTÂNEA	76
V.1	- Process. Inicial e Formação da Matriz [S]	79
V.2	- Partição das Matrizes e Vetores	79
V.2.1	- Determinação do Número de Pontos de Cada Região	79
V.2.2	- Formação dos Vetores que Relacionam Correntes e Fluxo Magnético com os Nós	79
V.2.3	- Partição da Matriz [S]	79
V.2.4	- Montagem da Matriz $[T_{11}]$	81
V.3	- Montagem das Matrizes do Sistema	83
V.3.1	- Cálculo da Matriz Inversa de $[S_{22}]$	83
V.3.2	- Montagem das Matrizes [U] e [V]	89
V.3.3	- Montagem das Matrizes $[W_1]$ e $[W_3]$	97
V.3.4	- Decomposição LU da Matriz $[W_1]$	100
V.4	- Processo Incremental	103
V.4.1	- Solução do Sistema de Equações	104
V.4.2	- Cálculo do Potencial Magnético na Região 2	106
V.4.3	- Cálculo das Induções Magn. nos Elementos	106
VI	- APLICAÇÕES	107
VI.1	- O Transformador de Teste	107
VI.2	- Discretização em Elementos Finitos	108
VI.3	- Curva de Magnet. do Material Magnético	111
VI.4	- Exemplos para Comparação entre FLUX1 e FLUX2	112

VI.6	- Exemplos com Comprovação Experimental	135
VI.6.1	- Montagem Experimental	135
VI.6.2	- Equipamentos Utilizados	137
VI.6.3	- Procedimento Operacional	137
VI.6.4	- Resultados	139
VII	- DISTRIBUIÇÕES DE FLUXO NO TRANSFORMADOR MONOFÁSICO	159
VIII	- CONCLUSÕES E SUGESTÕES	173
APÊDICE A	- GERAÇÃO AUTOMÁTICA DE MALHAS DE ELEMENTOS FINITOS	176
APÊNDICE B	- CÁLCULO DE INDUTÂNCIAS PELO MÉTODO DE PERTURBAÇÃO DE ENERGIA	182
BIBLIOGRAFIA		188

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

O conhecimento antecipado do comportamento dinâmico de dispositivos eletromagnéticos é de fundamental importância, tanto no projeto como no estudo das condições de operação dos mesmos.

O funcionamento destes dispositivos é regido por equações diferenciais que relacionam tensões e correntes com variações dos fluxos concatenados com os seus enrolamentos. Por outro lado, o conhecimento das distribuições de fluxo em circuitos magnéticos requer a solução de equações de campo, oriundas das leis básicas do eletromagnetismo. Essas equações de campo, no entanto, possuem soluções analíticas extremamente difíceis, e até mesmo impossíveis de serem obtidas.

Pelas razões expostas no parágrafo anterior, as análises dos dispositivos eletromagnéticos eram inicialmente feitas à custa de drásticas hipóteses simplificadoras, tanto de ordem física como de ordem matemática.

O advento de grandes computadores digitais possibilitou o desenvolvimento de técnicas que permitiam uma análise mais precisa, levando em conta dados construtivos e fenômenos físicos mais próximos da realidade. O método dos elementos finitos, embora

não tenha sido o primeiro nem o único a ser utilizado, foi o que melhor se adaptou a problemas de campos eletromagnéticos. Ele começou a ser utilizado no início da década de 70, com os trabalhos de Silvester e Chari [1], [2]. Esses primeiros trabalhos tratavam simplesmente de magnetostática, ou seja não envolviam a variação no tempo das grandezas analisadas. Grandezas variáveis no tempo começaram a ser estudadas na metade da década de 70. Esforços maiores foram feitos para cálculos de correntes parasitas em estruturas eletromagnéticas. Dentre muitos, pode-se citar os trabalhos de Chari [3] e Jeske [4].

A análise de fenômenos transitórios é mais recente e ainda objeto de muito estudo e consideração. Um importante trabalho foi publicado por Tandon e outros [5], em 1983. Trabalhos sobre transitórios em máquinas elétricas foram publicados por Nyamusa e Demerdash [6], Turner [7], Krefta e Wasinczuck [8], todos em 1987.

Este trabalho apresenta dois modelos para a análise de transitórios em dispositivos eletromagnéticos, baseados na literatura existente. Os dois modelos são implementados computacionalmente, e são feitas comparações entre eles. Os resultados de simulações são também comparados com resultados de ensaios realizados em laboratório. O dispositivo de teste é um transformador monofásico de 800 VA.

O capítulo II apresenta a modelagem do transformador e

também as equações de campo a partir das quais são obtidas as distribuições dos fluxos magnéticos nos dispositivos eletromagnéticos.

O capítulo III apresenta o funcional de energia para o problema de campo eletromagnético variável no tempo, a sua minimização pelo método dos elementos finitos, e a discretização da variação no tempo do vetor potencial magnético. São apresentadas também a formulação do método de solução multi-estágios (equações de campo e equações diferenciais do transformador resolvidas em estágios separados), e a formulação do método de solução simultânea (equações de campo e equações diferenciais resolvidas num único sistema global de equações algébricas). Considerações preliminares são feitas no sentido de comparar os dois métodos.

O capítulo IV descreve a implementação computacional do método de solução multi-estágios, e o capítulo V a implementação computacional do método de solução simultânea.

O capítulo VI apresenta exemplos de aplicação para um transformador monofásico. Primeiramente estabelece-se a comparação entre os dois métodos. Em seguida os resultados de simulações são comparados com os de ensaios de laboratório com o transformador de teste.

O capítulo VII apresenta mapas com linhas de fluxo

magnético para diversos instantes de tempo e diversas situações de operação do transformador. Finalmente o capítulo VIII apresenta as conclusões e sugestões para novos trabalhos.

CAPÍTULO II

CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES

II.1 - Dispositivos Eletromagnéticos

Dispositivos eletromagnéticos são aqueles cujos princípios de funcionamento baseam-se nas leis da indução eletromagnética (reatores, transformadores, eletroímãs, relés, máquinas elétricas rotativas etc). Em outras palavras, seu funcionamento baseia-se na interação entre campos eletromagnéticos, provocados por correntes que circulam em enrolamentos, normalmente montados sobre circuitos magnéticos que oferecem um caminho preferencial para o fluxo magnético.

O comportamento dinâmico de dispositivos eletromagnéticos é regido por equações diferenciais que relacionam tensões e correntes nos seus enrolamentos, com variações no tempo dos fluxos com eles concatenados. Essa variação do fluxo concatenado se dá através da variação das correntes nos enrolamentos, pelo movimento relativo entre eles, ou ambos.

De uma maneira genérica, pode-se escrever uma equação diferencial, para cada enrolamento, da forma :

$$v = r.i + d\lambda/dt \quad (II.1)$$

Na equação (II.1) v é a tensão nos terminais do enrolamento, r a sua resistência, i a corrente que o percorre e λ o fluxo magnético com ele concatenado.

II.2 - O Transformador Monofásico

Apresenta-se nesta seção as equações diferenciais que representa o transformador monofásico, por ser este o dispositivo utilizado como exemplo de aplicação para os sistemas computacionais desenvolvidos neste trabalho.

Trata-se de um dispositivo bastante simples em sua construção, porém, regido pelas mesmas leis básicas do eletromagnetismo que explicam o funcionamento de outros dispositivos eletromagnéticos, a menos do fato de serem desprovidos de movimentos mecânicos.

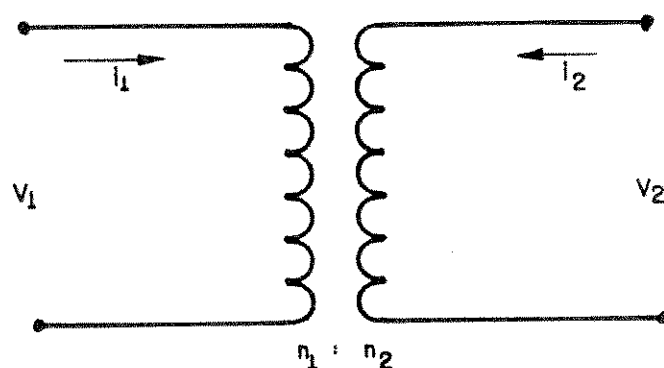


fig. II.1 - Transformador Monofásico

A figura II.1 representa um transformador monofásico, cujas equações diferenciais são :

$$v_p = r_p \cdot i_p + d\lambda_p / dt \quad (II.2)$$

$$v_s = r_s \cdot i_s + d\lambda_s/dt \quad (\text{II.3})$$

onde o índice p refere-se ao enrolamento primário, e o índice s refere-se ao enrolamento secundário. r_p é a resistência elétrica do enrolamento primário, r_s a resistência elétrica do enrolamento secundário. λ_p é o fluxo concatenado com o enrolamento primário e λ_s o fluxo concatenado com o enrolamento secundário.

II.2.3 - Modelagem em Indutâncias.

Tradicionalmente costuma-se relacionar fluxo concatenado, λ , com corrente elétrica, i , através de grandezas escalares chamadas indutâncias, L , definidas como :

$$L = \lambda/i \quad (\text{II.4})$$

ou seja, a indutância L é o quociente entre o fluxo concatenado com um enrolamento, produzido por uma corrente qualquer, e esta corrente. Se essa corrente fluir no próprio enrolamento, L é a indutância própria desse enrolamento. Se fluir em um outro enrolamento sobre o circuito magnético, L será a indutância mútua entre esses dois enrolamentos.

Do exposto acima, percebe-se facilmente que um problema eminentemente de campo (fluxo magnético distribuído em um circuito magnético) é reduzido a um simples problema de circuito elétricos a parâmetros concentrados.

Utilizando-se o conceito de indutâncias, pode-se reescrever as equações (II.2) e (II.3) para o transformador monofásico como [21] :

$$v_p = r_p \cdot i_p + L_p \cdot di_p/dt + M \cdot di_s/dt \quad (\text{II.5})$$

$$v_s = r_s \cdot i_s + L_s \cdot di_s/dt + M \cdot di_p/dt \quad (\text{II.6})$$

onde L_p é a indutância própria do enrolamento primário, L_s é a indutância própria do enrolamento secundário, e M é a indutância mútua entre os dois enrolamentos.

O transformador monofásico pode então ser representado por um circuito equivalente, em termos dos parâmetros r_p , r_s , L_p , L_s e M (fig. II.2).

Os parâmetros do circuito equivalente de um transformador podem ser obtidos em laboratório, através dos ensaios de curto-circuito e circuito aberto do transformador, ou podem ser fornecidos pelo fabricante do mesmo.

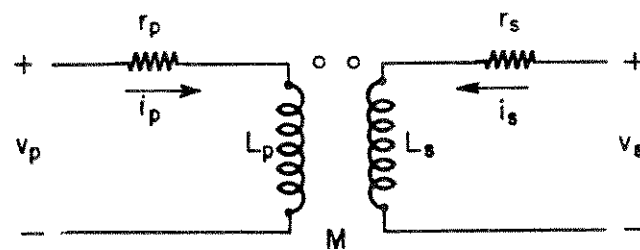


fig. II.2 - circuito equivalente de um transformador monofásico.

O uso de indutâncias para relacionar fluxos e correntes apresenta, porém, alguns inconvenientes, dentre os quais pode-se citar :

- 1)- São parâmetros definidos a partir de uma relação linear entre fluxo concatenado e corrente elétrica, enquanto que essa relação pode não ser linear, conforme o material magnético utilizado e os valores de corrente elétrica considerados.
- 2)- Devem ser calculados para cada ponto de operação do dispositivo. Cálculos efetuados para situações diferentes daquela para a qual os parâmetros foram calculados estarão sujeitos a erros.
- 4)- No caso de serem calculadas a partir de dados de projeto, são, em geral, utilizadas fórmulas empíricas, que devido a problemas de geometria, distribuição de enrolamentos e não linearidades, estão sujeitos a fortes hipóteses simplificadoras.
- 5)- Por se tratarem de parâmetros calculados a partir de ensaios realizados em regime permanente, podem não ser adequados para análise de fenômenos transitórios.

Por outro lado, o uso de parâmetros concentrados apresenta a vantagem de simplificar cálculos analíticos, e simplificar a programação, no caso de simulação em computadores.

Pelas razões citadas anteriormente, quando se depara com situações onde se deseja uma alta precisão nos resultados, a situação ideal e desejável é que as equações (II.2) e (II.3) para um transformador monofásico, ou similares a essas no caso de outros dispositivos eletromagnéticos, sejam resolvidas diretamente a partir do conhecimento da distribuição do fluxo magnético no dispositivo, dispensando o uso de parâmetros concentrados, como é o caso de indutâncias.

O conhecimento da distribuição do fluxo magnético em um dispositivo eletromagnético se dá pela solução de equações provenientes das leis básicas do eletromagnetismo, conhecidas como equações de campo. A elas será dedicada a próxima seção deste capítulo.

II.3 - Equações de Campo

Considere-se inicialmente o dispositivo eletromagnético representado na figura II.3, que consiste de uma estrutura de material ferromagnético, sobre a qual está enrolada uma bobina com N espiras.

A lei básica que determina a relação entre corrente elétrica e campo magnético em dispositivos deste tipo é a lei circuital de Ampère :

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{s} \quad (\text{II.7})$$

onde $\vec{J}$ é o vetor densidade de corrente que atravessa uma superfície aberta s , $\vec{H}$ é o vetor intensidade de campo magnético, ao longo do caminho l que delimita essa superfície s .

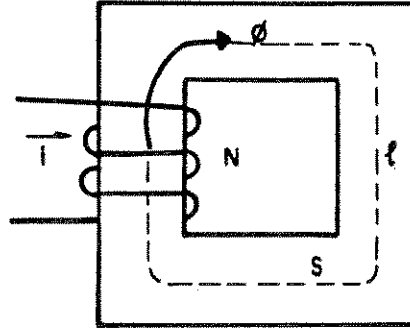


fig. II.3 - estrutura magnética com uma bobina.

Aplicando o teorema de Stockes ao 1º membro da equação (II.7) ele ficará :

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S (\nabla \times \vec{H}) \cdot d\vec{s} \quad (\text{II.8})$$

Substituindo (II.8) em (II.7) :

$$\int_S (\nabla \times \vec{H}) \cdot d\vec{s} = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{s} \quad (\text{II.9})$$

que permite escrever :

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} \quad (\text{II.10})$$

que é a lei de Ampère na forma vetorial.

Definindo a relação entre $\vec{B}$, vetor indução magnética, e $\vec{H}$, através da relutividade ν (inverso da permeabilidade magnética μ) :

$$\vec{H} = \nu \vec{B} \quad (\text{II.11})$$

Substituindo (II.11) em (II.10) :

$$\nabla \times (\nu \vec{B}) = \vec{J} \quad (\text{II.12})$$

Das leis do magnetismo sabe-se que o divergente do vetor indução magnética é nulo. Por outro lado, do cálculo vetorial sabe-se que para qualquer função vetorial ϕ pode-se escrever :

$$\nabla \cdot (\nabla \times \phi) = 0 \quad (\text{II.13})$$

Portanto, uma vez que $\nabla \cdot \vec{B} = 0$, deve existir uma função $\vec{A}$ tal que :

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad (\text{II.14})$$

A função $\vec{A}$ é denominada função potencial magnético (ou vetor potencial magnético), e possui um significado puramente matemático.

II.3.1 - Equações de Poisson, Quase-Poisson e Laplace.

Substituindo a equação (II.14) na equação (II.12),

tem-se :

$$\nabla \times \nu (\nabla \times \vec{A}) = \vec{J} \quad (\text{II.15})$$

Para a maioria dos problemas práticos, pode-se considerar que as componentes em x e em y do vetor potencial magnético e do vetor densidade de corrente são nulas, existindo apenas a componente na direção z. Dessa forma, a função potencial magnético e a densidade de corrente podem ser tratadas como grandezas escalares A e J.

Também se pode considerar que A e J somente possuem derivadas nas direções x e y. Desenvolvendo-se os rotacionais da equação (II.15), levando-se em conta esas considerações, chega-se à equação :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\nu \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu \frac{\partial A}{\partial y} \right) = -J \quad (\text{II.16})$$

A equação (II.16) é uma equação de campo bidimensional, e permite calcular o campo magnético na seção transversal de um dispositivo eletromagnético. Se o meio for não linear, ν depende de A e vice-versa. A equação (II.16) é então uma equação não linear, conhecida como equação Quase-Poisson, ou equação de Poisson na sua forma não linear.

Se a relação entre B e H for linear, ν independe de A, e por isso pode ser isolado na equação (II.16), resultando na equação de Poisson :

$$\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} = -J/\nu \quad (\text{II.17})$$

Para regiões sem correntes a equação (II.17) se reduz à equação de Laplace :

$$\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} = 0 \quad (\text{II.18})$$

Finalmente, se a frequência ω com que a corrente varia em relação ao tempo, e a condutividade σ do material não podem ser desprezadas, deve-se adicionar à equação (II.16) o termo correspondente às correntes parasitas, para se chegar à seguinte equação de difusão :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\nu \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu \frac{\partial A}{\partial y} \right) = -J - \sigma \frac{\partial A}{\partial t} \quad (\text{II.19})$$

A solução da equação (II.19) permite o conhecimento do campo magnético em qualquer ponto do circuito magnético de um dispositivo eletromagnético. Entretanto esta equação não possui uma solução analítica conhecida. Por essa razão, o único caminho possível é tentar uma solução aproximada, por métodos numéricos. A este assunto será dedicado o próximo capítulo.

CAPÍTULO III

O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS NO ESTUDO DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DE DISPOSITIVOS ELETROMAGNÉTICOS.

III.1 - Funcional de Energia para o Problema de Campos Eletromagnéticos Variáveis no Tempo.

O problema de campo eletromagnético variável no tempo, formulado através da equação de difusão (II.19), também pode ser formulado variacionalmente, através de um funcional de energia estacionário no espaço:

$$\mathcal{F} = \iint (\int \nu B dB + (\sigma A/2) \cdot (\partial A / \partial t) - J \cdot A) dx \cdot dy \quad (\text{III.1})$$

lembrando que $B = \nabla \times A$.

Um funcional de energia normalmente é escrito em termos de integrais, e é uma quantidade que depende de uma função. Isto é, para cada função A , dentro de um conjunto de funções ditas admissíveis, corresponderá um valor para $\mathcal{F}$.

Quanto ao seu tipo, pode-se dizer que o funcional de energia (III.1) é um funcional do tipo :

$$\mathcal{F} = \iint I(A_x, A_y, x, y) dx \cdot dy \quad (\text{III.2})$$

ou seja, o integrando I possui duas variáveis independentes, x e y , e é função da função A e de suas derivadas primeiras em relação a essas duas variáveis.

Sem procurar entrar no formalismo do cálculo variacional, pode-se dizer que o que se procura é minimizar o funcional (III.2) em relação à função A , ou seja, encontrar a função A que, satisfazendo às condições de contorno, dê o menor valor para $\mathcal{F}$.

A função A é encontrada resolvendo uma equação diferencial denominada equação de Euler-Lagrange do funcional. Essa equação resulta da minimização do funcional e, para funcionais do tipo (III.2), é uma equação diferencial do tipo :

$$\frac{\partial I}{\partial A} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial I}{\partial A_x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial I}{\partial A_y} \right) = 0 \quad (\text{III.3})$$

A equação (III.3) é uma equação diferencial ordinária a derivadas parciais de 2ª ordem. As condições de contorno para a função A são do tipo $A(x,y) = \text{constante}$, para os pontos no contorno de uma superfície aberta s . As derivadas primeiras de A em relação a x e y devem ser contínuas, e as derivadas segundas contínuas por partes.

Pode-se mostrar que a solução da equação de Euler-Lagrange do funcional (III.1) é a equação de difusão (II.19).

Do exposto acima conclui-se que, resolvendo-se o funcional de energia (III.1) estar-se-á resolvendo a equação de difusão (II.19). Ocorre que a solução analítica de (III.1) também é impossível. Portanto, a solução de (III.1) deve ser tentada por meio de métodos numéricos, e a maneira mais prática e usual de se fazer isso é através do método dos elementos finitos, que será resumidamente descrito a seguir.

III.2 - O Método dos Elementos Finitos na Solução de Problemas de Campos Eletromagnéticos Variáveis no Tempo.

O método dos elementos finitos é um método numérico utilizado na solução de problemas que podem ser descritos por um conjunto de equações diferenciais, cuja solução analítica é muito difícil ou mesmo impossível de ser obtida. Embora as idéias básicas deste método datem da década de 40, ele se desenvolveu a partir da década de 60, com o advento dos grandes computadores digitais.

Embora inicialmente o método dos elementos finitos tenha encontrado maiores aplicações no cálculo de grandes e complexas estruturas, tais como pontes, barragens, fuselagens de aviões etc, aos poucos passou a ser grandemente utilizado em outros ramos da engenharia. A sua utilização na análise de problemas envolvendo o cálculo de campos eletromagnéticos iniciou-se com os trabalhos de Silvester e Chari [1], [2], no início da década de 70.

O método dos elementos finitos é basicamente um método

variacional, quando utilizado para resolver problemas que podem ser propostos numa formulação variacional. A sua idéia básica consiste no seguinte :

- a - O contínuo é dividido por linhas (ou superfícies) imaginárias em um número finito de elementos (figura III.1)
- b - Os elementos são interconectados entre si por um número discreto de pontos nodais. Alguns exemplos de elementos são mostrados na figura III.2.
- c - Ao invés de se tentar resolver a equação (ou equações) de Euler-Lagrange, a mesma é substituída por funções aproximadoras em cada elemento, em termos dos valores nodais das variáveis de interesse.
- d - Utilizando-se as funções aproximadoras, o funcional é minimizado, em cada elemento, com respeito aos valores nodais das variáveis de interesse, obtendo-se assim um sistemas de equações algébricas para cada elemento.
- e - A combinação dos sistemas de equações algébricas elementares permite a obtenção de um sistema global equações algébricas, cuja solução é a solução numérica da equação de Euler-Lagrange do funcional de energia.

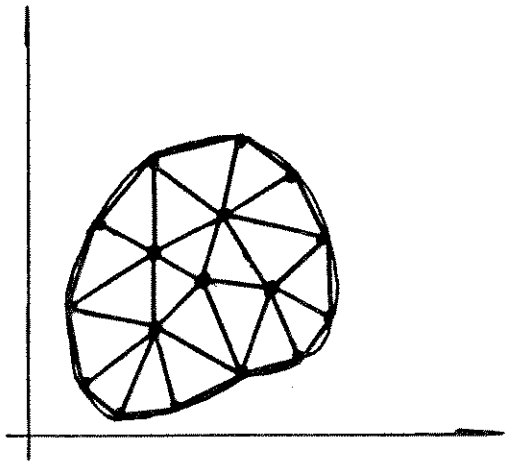


figura III.1 - contínuo subdividido em elementos finitos.

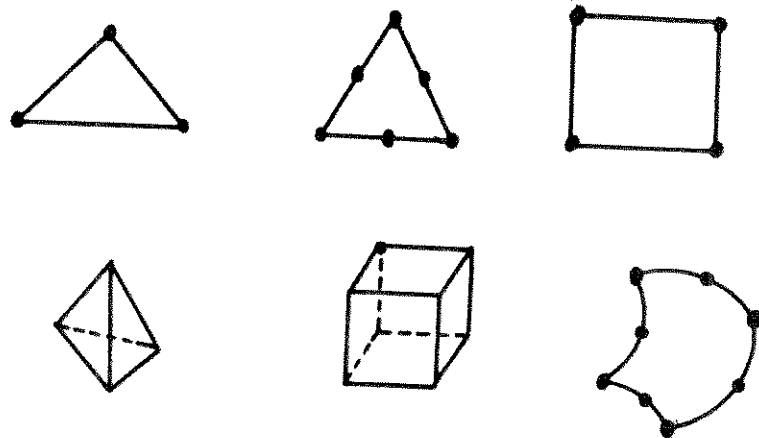


figura III.2 - Alguns tipos de elementos finitos.

A aplicação do método dos elementos finitos ao problema de campos eletromagnéticos variáveis no tempo pode ser feita utilizando-se elementos triangulares de 1ª ordem, ou seja com três pontos nodais, um em cada vértice. A função potencial magnético será substituída por uma função aproximadora linear, dada por :

$$A(x,y) = \sum_{i=1}^3 \phi_i \cdot A_i \tag{III.4}$$

onde os A_i 's são valores de A nos vértices dos triângulos, e os ϕ_i 's são funções de forma do tipo :

$$\phi_i = \frac{a_i + b_i \cdot x + c_i \cdot y}{2\Delta} \quad (\text{III.5})$$

onde, para cada triângulo, com vértices 1, 2 e 3 :

$$a_1 = x_2 \cdot y_3 - x_3 \cdot y_2 \quad (\text{III.6a})$$

$$b_1 = y_2 - y_3 \quad (\text{III.6b})$$

$$c_1 = x_3 - x_2 \quad (\text{III.6c})$$

e assim, ciclicamente para os demais vértices. Δ é a área do triângulo.

Lembrando que a indução magnética é o rotacional do vetor potencial magnético, tem-se :

$$B = (1/2\Delta) \cdot \sum_{i=1}^3 (b_i \cdot i_x + c_i \cdot i_y) A_i \quad (\text{III.7})$$

cujo módulo será :

$$|B| = (1/2\Delta) \sqrt{(b_1 \cdot A_1 + b_2 \cdot A_2 + b_3 \cdot A_3)^2 + (c_1 \cdot A_1 + c_2 \cdot A_2 + c_3 \cdot A_3)^2} \quad (\text{III.8})$$

Com as funções A e B definidas em termos do potencial magnético nos vértices dos elementos, a minimização do funcional

de energia (III.1) é feita igualando-se a primeira derivada do funcional em relação ao potencial magnético em cada vértice a zero:

$$\delta\mathcal{F}/\delta A_k = 0 \quad (\text{para todo } k) \quad (\text{III.9})$$

Realizando-se todas as operações algébricas que se fizerem necessárias, chega-se, para cada elemento, às expressões :

$$\begin{aligned} (\nu/4\Delta)[(b_1.b_1 + c_1.c_1).A_1 + (b_1.b_2 + c_1.c_2).A_2 + (b_1.b_3 + \\ c_1.c_3).A_3] + (\sigma.\Delta/12).[2A'_1 + A'_2 + A'_3] = \Delta J/3 \end{aligned} \quad (\text{III.10a})$$

para o nó 1,

$$\begin{aligned} (\nu/4\Delta)[(b_2.b_1 + c_2.c_1).A_1 + (b_2.b_2 + c_2.c_2).A_2 + (b_2.b_3 + \\ c_2.c_3).A_3] + (\sigma.\Delta/12)[A'_1 + 2A'_2 + A'_3] = \Delta J/3 \end{aligned} \quad (\text{III.10b})$$

para o nó 2 e :

$$\begin{aligned} (\nu/4\Delta)[(b_3.b_1 + c_3.c_1).A_1 + (b_3.b_2 + c_3.c_2).A_2 + (b_3.b_3 + \\ c_3.c_3).A_3] + (\sigma.\Delta/12)[A'_1 + A'_2 + 2A'_3] = \Delta J/3 \end{aligned} \quad (\text{III.10c})$$

para o nó 3.

A'_1 , A'_2 e A'_3 são as derivadas do potencial magnético em relação ao tempo nos nós 1, 2 e 3, respectivamente.

As equações (III.10a), (III.10b) e (III.10c) podem ser reunidas em um sistema matricial 3x3 :

$$\begin{aligned}
 (\nu/4\Delta) \cdot \begin{bmatrix} b_1 \cdot b_1 + c_1 \cdot c_1 & b_1 \cdot b_2 + c_1 \cdot c_2 & b_1 \cdot b_3 + c_1 \cdot c_3 \\ b_2 \cdot b_1 + c_2 \cdot c_1 & b_2 \cdot b_2 + c_2 \cdot c_2 & b_2 \cdot b_3 + c_2 \cdot c_3 \\ b_3 \cdot b_1 + c_3 \cdot c_1 & b_3 \cdot b_2 + c_3 \cdot c_2 & b_3 \cdot b_3 + c_3 \cdot c_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{bmatrix} + \\
 (\sigma \cdot \Delta/12) \cdot \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A'_1 \\ A'_2 \\ A'_3 \end{bmatrix} = (\Delta/3) \begin{bmatrix} J \\ J \\ J \end{bmatrix} \quad \text{(III.11)}
 \end{aligned}$$

Sistemas matriciais semelhantes a (III.11) são obtidos para todos os elementos no domínio. A combinação deles permite escrever o sistema matricial para a solução global :

$$[S] \cdot [A] + [T] \cdot [A'] = [R] \quad \text{(III.12)}$$

onde :

[S] = É uma matriz que relaciona o potencial magnético com dados geométricos e características magnéticas do meio.

[T] = É uma matriz que relaciona variação do potencial magnético no tempo com correntes parasitas.

[R] = Vetor com correntes nos pontos nodais.

[S] e [T] são matrizes altamente esparsas, simétricas, em banda, positivas definidas e diagonalmente dominantes. A ordem

dessas matrizes dependerá do número de pontos na malha de elementos finitos. Para problemas complexos poderão ser necessários milhares de pontos. Essas matrizes são originalmente singulares e, para se levantar essa singularidade, deve-se impor condições de contorno que normalmente são do tipo Dirichlet, ou seja, o potencial é conhecido nos pontos do contorno do domínio.

É fácil constatar, pela simples inspeção de (III.12) que o funcional de energia (III.1) é estacionário apenas em relação ao espaço, não o sendo em relação ao tempo. A condição de $\mathcal{F}$ estacionário deve ser obtida instante a instante, e para implementar esse processo a derivada em relação ao tempo do vetor potencial magnético A deve ser discretizada. Tandon e outros [5], num importante trabalho, sugeriram duas maneiras de se fazer isso: um método de diferenças implícitas, mais simples, e uma alternativa mais precisa, baseada no método de Crank-Nicholson.

No primeiro caso o termo $\partial A / \partial t$ é simplesmente substituído por $(A - A_0) / \delta t$, onde A_0 é o valor do potencial magnético no instante t , A o valor do potencial magnético no instante $t + \delta t$, e δt o incremento de tempo. Esse procedimento entretanto, pode levar a problemas de instabilidade numérica.

O algoritmo de Crank-Nicholson é mais estável, e é definido por :

$$A^{n+1} = A^n + (\delta t / 2) \cdot (A'^{n+1} + A'^n) \quad (\text{III.13})$$

onde A'^{n+1} é a derivada em relação ao tempo no passo $n+1$ e A'^n a

derivada em relação ao tempo no passo n , e são definidas por :

$$A'^{n+1} = (A^{n+1} - A^n)/\delta t \quad (\text{III.14})$$

$$A'^n = (A^n - A^{n-1})/\delta t \quad (\text{III.15})$$

III.3 - Solução das Equações Dinâmicas de Dispositivos Eletromagnéticos Baseada no Método dos Elementos Finitos.

O estudo de transitórios em dispositivos eletromagnéticos consiste em associar o cálculo da distribuição do fluxo magnético, pelo método dos elementos finitos, com a solução de suas equações dinâmicas.

Apresenta-se nesta seção duas maneiras de se fazer isso. Na primeira delas (solução multi-estágios) o problema é resolvido em dois estágios : primeiro determina-se a distribuição do fluxo magnético. A partir dessa distribuição de fluxo calcula-se os valores das indutâncias incrementais, que por sua vez são introduzidas no modelo matemático para se calcular as correntes no instante de tempo seguinte, e assim por diante.

Na segunda maneira (solução simultânea) a distribuição do fluxo magnético e as correntes nos enrolamentos são calculadas simultaneamente, resolvendo-se um único sistema de equações, dispensando-se o cálculo de indutâncias.

III.3.1 - A Solução Multi-Estágios.

Para se formular este tipo de solução novamente reporta-se ao transformador monofásico, descrito pelas equações diferenciais (II.5) e (II.6) que serão discretizadas no tempo.

II.3.1.1. - Discretização no Tempo das Equações Dinâmicas.

As derivadas de correntes podem ser discretizadas da seguinte maneira :

$$di/dt = (i_{(k)} - i_{(k-1)})/\delta t \quad (\text{III.16})$$

onde $i_{(k)}$ é a corrente no instante t , e $i_{(k-1)}$ é a corrente no instante $t - \delta t$.

Desenvolvendo as derivadas das equações (II.5) e (II.6) na forma mostrada na equação (III.16) tem-se :

$$v_p = r_p \cdot i_{p(k)} + L_{p(k)} \cdot (i_{p(k)} - i_{p(k-1)})/\delta t + M_{(k)} \cdot (i_{s(k)} - i_{s(k-1)})/\delta t \quad (\text{III.17})$$

$$v_s = r_s \cdot i_{s(k)} + L_{s(k)} \cdot (i_{s(k)} - i_{s(k-1)})/\delta t + M_{(k)} \cdot (i_{p(k)} - i_{p(k-1)})/\delta t \quad (\text{III.18})$$

Multiplicando todos os termos por δt , e colocando em evidência as correntes :

$$\begin{aligned} (L_p(k) + r_p \cdot \delta t) \cdot i_p(k) + M(k) \cdot i_s(k) = \\ \delta t \cdot v_p + L_p(k) \cdot i_p(k-1) + M(k) \cdot i_s(k-1) \end{aligned} \quad (\text{III.19})$$

$$\begin{aligned} (L_s(k) + r_s \cdot \delta t) \cdot i_s(k) + M(k) \cdot i_p(k) = \\ \delta t \cdot v_s + L_s(k) \cdot i_s(k-1) + M(k) \cdot i_p(k-1) \end{aligned} \quad (\text{III.20})$$

Reescrevendo as equações (III.19) e (III.20) na forma matricial:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} L_p(k) + \delta t \cdot r_p & M(k) \\ M(k) & L_s(k) + \delta t \cdot r_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_p(k) \\ i_s(k) \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} \delta t \cdot v_p \\ \delta t \cdot v_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_p(k) & M(k) \\ M(k) & L_s(k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_p(k-1) \\ i_s(k-1) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{III.21})$$

O sistema matricial (III.21) é o modelo matemático do transformador monofásico que, em conjunto com o cálculo da distribuição do fluxo no circuito magnético pelo método dos elementos finitos, será usado para a simulação de problemas de dinâmica do transformador.

II.3.1.3 - O Método de Previsão - Correção para um Circuito Com um Único Enrolamento.

Considere a característica λ - i mostrada na figura III.3 para um circuito magnético com um único enrolamento, no qual os valores de tensão aplicada, corrente e indutância são plenamente conhecidos no ponto de operação inicial A. Desde que nenhuma informação seja disponível sobre o próximo ponto de operação após o instante δt , ele deve ser predito, e então corrigido.

Aplicando o método de Euler aperfeiçoado ao fluxo concatenado λ , e usando a notação da figura (III.3) o ponto B_1 predito, é dado por :

$$\lambda_k^{(1)} = \lambda_{k-1} + L_{k-1}(i_k^{(1)} - i_{k-1}) \quad (\text{III.22})$$

e o ponto corrigido B_2 é dado por :

$$\lambda_k^{(2)} = \lambda_{k-1} + L_{av}(i_k^{(2)} - i_{k-1}) \quad (\text{III.23})$$

onde :

$$L_{av} = (L_{k-1} + L_k^{(1)})/2 \quad (\text{III.24})$$

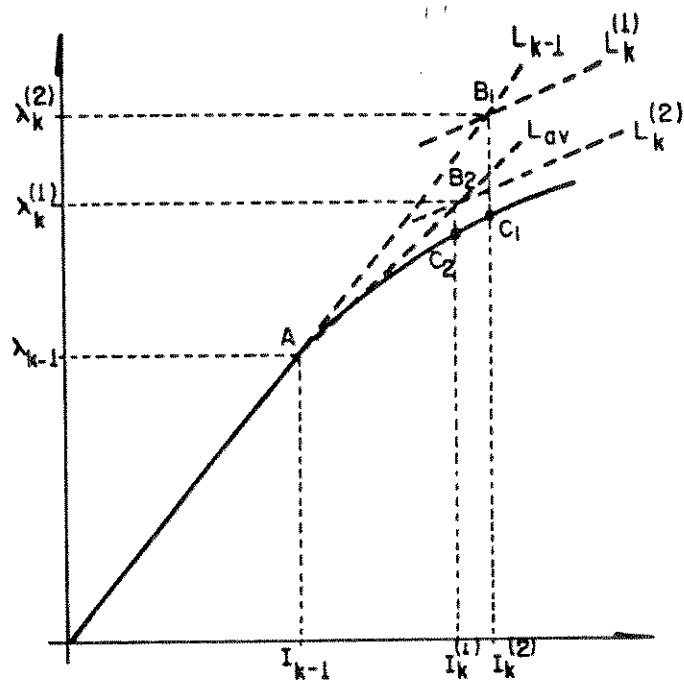
O ponto inicial $A(i_{k-1}, L_{k-1})$ corresponde a um instante inicial t_{k-1} e indutância L_{k-1} . Deseja-se calcular o valor i_k , com o qual pode-se calcular o valor de L_k , no instante t_k , onde :

$$t_k = t_{k-1} + \delta t \quad (\text{III.25})$$

Como é mostrado na figura III.3, uma primeira aproximação para a curva não linear entre i_{k-1} e i_k é dada pela

aproximação linear representada pelo segmento de reta AB_1 , cuja inclinação é L_{k-1} (equação III.22).

Substituindo L_{k-1} no modelo matemático que representa o dispositivo, e integrando de t_{k-1} a t_k , obter-se-á $i_k^{(1)}$. Utilizando $i_k^{(1)}$ no cálculo da distribuição de fluxo por elementos finitos, a indutância incremental $L_k^{(1)}$ é obtida. $L_k^{(1)}$ é definida no ponto B_1 da figura III.3 e é a inclinação da característica no ponto C_1 .



figur. III.3 - Característica λ - i (preditor-corretor)

A segunda aproximação para a curva não linear entre i_{k-1} e i_k é dada pela equação (III.23) e é representada na figura III.3 pelo segmento de reta AB_2 , cuja inclinação é L_{av} . Substituindo L_{av} no modelo matemático, e integrando de t_{k-1} a t_k , obter-se-á a corrente $i_k^{(2)}$. Esse processo deve ser repetido quantas vezes forem necessárias, até que a diferença verificada

entre os valores de $i_k^{(2)}$ e $i_k^{(1)}$ esteja dentro de uma tolerância pré-estabelecida. Por fim esse processo é repetido para cada intervalo de tempo δt , até se completar todo o período de tempo estabelecido para a simulação.

II.3.1.3 - O Previsor - Corretor para o Transformador Monofásico.

Equações semelhantes às equações (III.22), (III.23) e (III.24) podem ser escritas para o transformador monofásico, a saber :

$$\lambda_{p(k)}^{(1)} = \lambda_{p(k-1)} + L_{p(k-1)} \cdot (i_{p(k)}^{(1)} - i_{p(k-1)}^{(1)}) + M_{(k-1)} \cdot (i_{s(k)}^{(1)} - i_{s(k-1)}^{(1)}) \quad (\text{III.26})$$

$$\lambda_{s(k)}^{(1)} = \lambda_{s(k-1)} + L_{s(k-1)} \cdot (i_{s(k)}^{(1)} - i_{s(k-1)}^{(1)}) + M_{(k-1)} \cdot (i_{p(k)}^{(1)} - i_{p(k-1)}^{(1)}) \quad (\text{III.27})$$

para o preditor, e :

$$\lambda_{p(k)}^{(2)} = \lambda_{p(k-1)} + L_{p(av)} \cdot (i_{p(k)}^{(2)} - i_{p(k-1)}^{(2)}) + M_{(av)} \cdot (i_{s(k)}^{(2)} - i_{s(k-1)}^{(2)}) \quad (\text{III.28})$$

$$\lambda_{s(k)}^{(2)} = \lambda_{s(k-1)} + L_{s(k-1)} \cdot (i_{s(k)}^{(2)} - i_{s(k-1)}^{(2)}) + M_{(av)} \cdot (i_{p(k)}^{(2)} - i_{p(k-1)}^{(2)}) \quad (\text{III.29})$$

para o corretor, onde :

$$L_{p(av)} = (L_{p(k-1)} + L_{p(k)}^{(1)})/2 \quad (\text{III.30})$$

$$L_{s(av)} = (L_{s(k-1)} + L_{s(k)}^{(1)})/2 \quad (\text{III.31})$$

$$M_{(av)} = (M_{(k-1)} + M_{(k)}^{(1)})/2 \quad (\text{III.32})$$

Na simulação dinâmica, utilizando-se os algoritmos descritos nas equações (III.21) e (III.26) - (III.32), considera-se que não há variação do fluxo concatenado no primeiro intervalo de tempo. Isso é explicado pelo princípio da conservação de energia. Assim, as indutâncias terão os mesmos valores no instante inicial e no instante imediatamente a seguir. As correntes $i_{p(k)}^{(1)}$ e $i_{s(k)}^{(1)}$ são calculadas resolvendo-se o sistema de equações (III.21).

$i_{p(k)}^{(1)}$ e $i_{s(k)}^{(1)}$ são agora igualadas a $i_{p(k-1)}$ e $i_{s(k-1)}$, e tem início o processo iterativo propriamente dito.

Inicialmente são calculadas as correntes $i_{p(k)}^{(1)}$ e $i_{s(k)}^{(1)}$ através de (III.21). Em seguida a distribuição do fluxo magnético é calculada, pelo método dos elementos finitos.

No cálculo de distribuição de fluxo magnético a equação de difusão discretizada (III.12) é resolvida, e as densidades de correntes utilizadas para se obter o vetor [R] são calculadas a partir das correntes $i_{p(k)}^{(1)}$ e $i_{s(k)}^{(1)}$.

Com a distribuição do fluxo magnético calculada, calcula-se a energia magnética armazenada no transformador. Em seguida pequenas perturbações são introduzidas nas correntes $i_{p(k)}^{(1)}$ e $i_{s(k)}^{(1)}$, e novas distribuições de fluxo e energia armazenada são calculadas. Isso permite calcular as indutâncias $L_{p(k)}^{(1)}$, $L_{s(k)}^{(1)}$ e $M_{(k)}^{(1)}$ através de um método de perturbação de energia, que é descrito no apêndice B.

Em seguida as indutâncias $L_{p(av)}$, $L_{s(av)}$ e $M_{(av)}$ são calculadas, utilizando-se as equações (III.30) - (III.32). Essas indutâncias são utilizadas para se calcular $i_{p(k)}^{(2)}$ e $i_{s(k)}^{(2)}$, através de (III.21).

Uma vez obtidos $i_{p(k)}^{(2)}$ e $i_{s(k)}^{(2)}$, calculam-se $\lambda_{p(k)}^{(2)}$ e $\lambda_{s(k)}^{(2)}$, e testa-se a convergência, comparando-se as diferenças $\lambda_{p(k)}^{(2)} - \lambda_{p(k)}^{(1)}$ e $\lambda_{s(k)}^{(2)} - \lambda_{s(k)}^{(1)}$ com uma tolerância previamente definida (neste trabalho foi utilizado uma tolerância de 10^{-3}). Se as diferenças estiverem dentro do valor estabelecido, $i_{p(k)}^{(2)}$ é feita igual a $i_{p(k-1)}^{(2)}$ e $i_{s(k)}^{(2)}$ igual a $i_{s(k-1)}^{(2)}$, e passa-se para o instante de tempo seguinte. Caso contrário, $i_{p(k)}^{(2)}$ é feito igual a $i_{p(k)}^{(1)}$ e $i_{s(k)}^{(2)}$ igual a $i_{s(k)}^{(1)}$, e o processo é repetido.

Esse procedimento é repetido até se completar o período de tempo estabelecido para a simulação. O diagrama de blocos da figura III.4 ilustra o procedimento de simulação acima descrito.

O método apresentado, apesar de constituir um avanço significativo em relação às técnicas tradicionais de análise,

continua a trabalhar com modelos que utilizam parâmetros concentrados (indutâncias). Em se tratando de dispositivos complexos, por exemplo máquinas elétricas onde devem ser definidas dezenas de indutâncias, ele pode apresentar sérios problemas de convergência, pois envolve o produto entre variáveis de interesse. Além do mais, as variáveis independentes são correntes, o que não é o mais adequado, pois nem sempre se pode conhecer os seus valores iniciais. Pelas razões expostas, apresenta-se na próxima seção um método que permite a solução simultânea das equações de campo e equações diferenciais do dispositivo, dispensando o uso de indutâncias, e utilizando tensões como variáveis independentes.

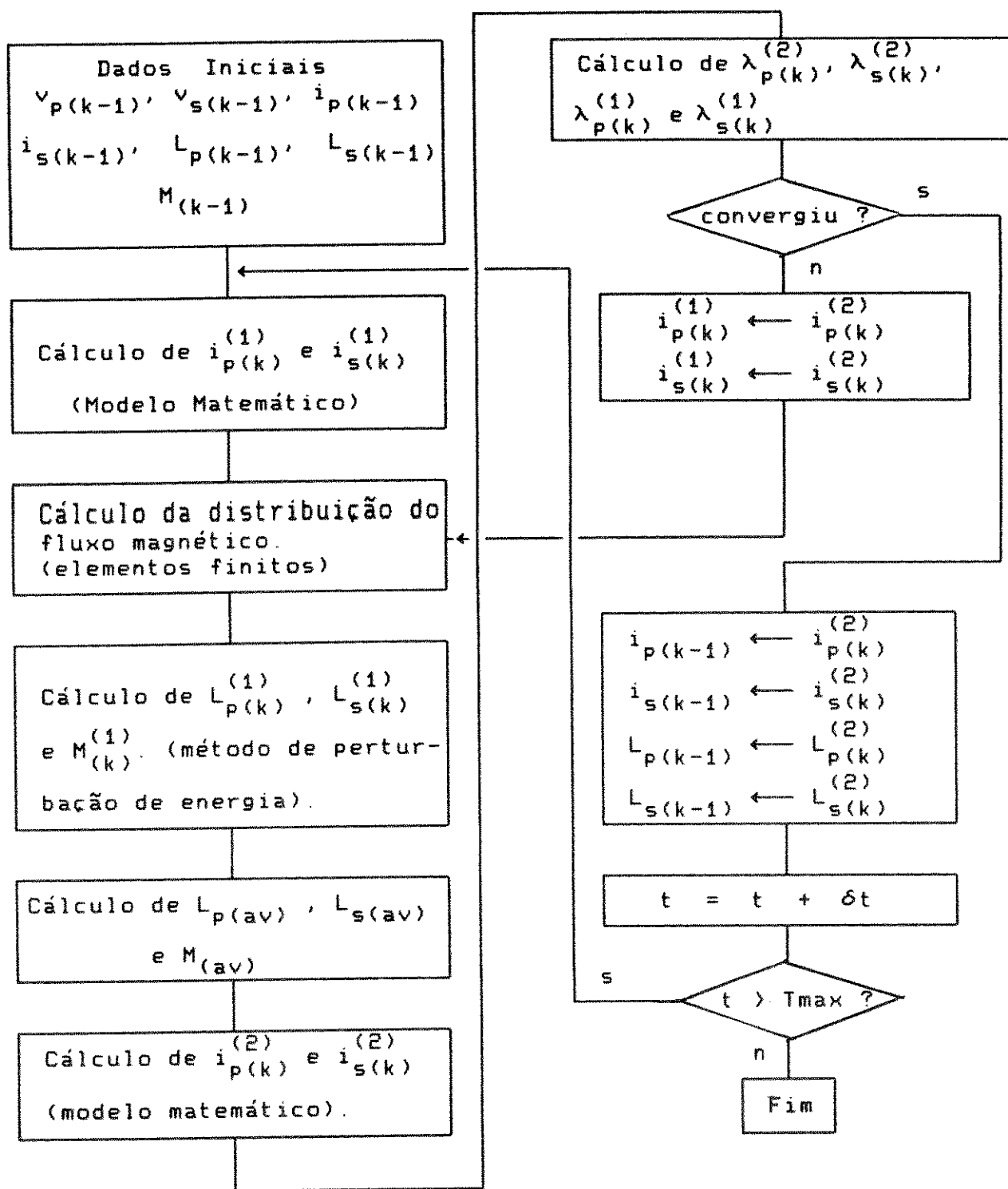


figura III.4 - Diagrama de blocos ds solução multi-estágios

III.3.1 - Solução Simultânea.

No método que se apresenta agora, as correntes nos nós da malha de elementos finitos são representadas pelo produto de um vetor que contém informações sobre o número de espiras associado com cada nó na malha, pela a corrente no enrolamento. Em dispositivos estáticos pode-se considerar a distribuição real das correntes nos enrolamentos. Em dispositivos não estáticos (máquinas rotativas), para evitar a geração de uma malha para cada instante de tempo, costuma-se modelar as correntes nos enrolamentos através de uma função densidade de corrente, vista do rotor em qualquer instante de tempo [10].

Neste trabalho o método é aplicado a um transformador monofásico, razão pela qual os desenvolvimentos mostrados a seguir consideram este tipo de equipamento. A equação de difusão (III.12) deve ser reescrita de forma que o vetor $[R]$, que relaciona as correntes nos enrolamentos com os nós da malha de elementos finitos seja substituído por termos onde apareçam, de forma explícita, as correntes i_p , do enrolamento primário, e i_s , do enrolamento secundário.

Inicialmente o número total de espiras do enrolamento primário é dividido pela área ocupada pelo mesmo, dando origem a uma densidade de espiras do enrolamento primário. Semelhantemente isso também é feito para o enrolamento secundário.

Um vetor $[N_p]$, cuja dimensão é o número de elementos da

malha de elementos finitos é definido para o enrolamento primário. Seus elementos podem assumir dois valores : zero, no caso do elemento finito não contiver espiras do enrolamento primário, ou a densidade de espiras, quando isso ocorrer. O vetor $[N_p]$, para o enrolamento secundário, é definido de forma semelhante.

Em seguida os vetores $[G_p]$ e $[G_s]$, que relacionam as espiras nos enrolamentos primário e secundário, respectivamente, com os nós da malha de elementos finitos são definidos como :

$$[G_p](i) = -\sum_k (\Delta/3) \cdot [N_p](k) \tag{III.33}$$

$$[G_s](i) = -\sum_k (\Delta/3) \cdot [N_s](k) \tag{III.34}$$

Nas equações (III.33) e (III.34) as somatórias são feitas sobre todos os triângulos k que possuem o nó i como um de seus vértices, e contém espiras do enrolamento indicado pelo subscrito, p ou s.

Finalmente a equação de difusão (III.12) pode ser reescrita como :

$$[S].[A] + [T].[dA/dt] + [G_p].i_p + [G_s].i_s = 0 \tag{III.35}$$

O fluxo concatenado com cada enrolamento também deve ser escrito em função do potencial magnético nos nós da malha.

As malhas de elementos finitos geradas para o

transformador monofásico, devido à simetria do fluxo magnético, são a discretização de apenas um quadrante do transformador.

Seja uma espira qualquer do enrolamento, em que um de seus lados esteja no nó i da malha, cujo potencial magnético vale A_i . Pela simetria do fluxo magnético, o outro lado da espira estará sob um potencial $-A_i$.

O fluxo que atravessa a espira é o produto $B.S$, onde B é a indução magnética e S a área determinada pela espira. A indução magnética B pode ser escrita como sendo a diferença dos potenciais magnéticos dos lados da espira, dividida pela distância x entre eles. Portanto :

$$B = (A_i - (-A_i))/x = 2.A_i/x$$

A área atravessada pelo fluxo magnético é $L.x$, onde L é o comprimento do transformador na direção z . Portanto :

$$\phi_{esp} = 2.A_i.L$$

Os fluxos concatenados com os enrolamentos primário e secundário, λ_p e λ_s respectivamente, serão a soma dos fluxos que atravessam cada espira desses enrolamentos. Como o número de espiras associado a cada nó é dado pelas expressões (III.33) e (III.34), a menos do sinal negativo, os fluxos concatenados com os enrolamentos primário e secundário podem ser expressos respectivamente por :

$$\lambda_p = [F_p]^t [A] \quad (\text{III.36})$$

$$\lambda_s = [F_s]^t [A] \quad (\text{III.37})$$

onde os vetores $[F_p]$ e $[F_s]$ são definidos por :

$$[F_p](i) = 2 \cdot \sum_k (\Delta/3) \cdot [N_p](k) \cdot L \quad (\text{III.38})$$

$$[F_s](i) = 2 \cdot \sum_k (\Delta/3) \cdot [N_s](k) \cdot L \quad (\text{III.39})$$

sendo L o comprimento do transformador na direção do eixo z .

Substituindo as equações (III.38) e (III.39) nas equações (II.2) e (II.3), elas agora são escritas como :

$$v_p = r_p \cdot i_p + [F_p]^t [dA/dt] \quad (\text{III.40})$$

$$v_s = r_s \cdot i_s + [F_s]^t [dA/dt] \quad (\text{III.41})$$

As equações diferenciais do transformador e a equação de difusão na forma discretizada estão agora escritas em termos do vetor potencial magnético, sua derivada em relação ao tempo, e das correntes nos enrolamentos primário e secundário. Assim elas podem agora ser escritas conjuntamente na forma de um sistema de equações diferenciais :

$$\begin{pmatrix} T & 0 & 0 \\ F_P^t & 0 & 0 \\ F_S^t & 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} A \\ i_P \\ i_S \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} S & G_P & G_S \\ 0 & r_P & 0 \\ 0 & 0 & r_S \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ i_P \\ i_S \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ v_P \\ v_S \end{pmatrix} \quad (\text{III.42})$$

A solução do sistema de equações (III.42) corresponde à solução simultânea das equações de campo e das equações dinâmicas do transformador monofásico.

É fácil constatar que ela dispensa o cálculo de indutâncias, sendo, portanto, um estudo de dinâmica com um tratamento verdadeiramente de campo.

No sistema de equações (III.42) o vetor com os termos independentes (ou conhecidos) é formado por tensões, o que é mais adequado para estudo de transitórios, pelo fato de, normalmente, as variáveis manipuláveis serem as tensões e não as correntes.

Uma rápida inspeção permite constatar também que o sistema (III.42) não pode ser resolvido na forma como está apresentado, pois a matriz que multiplica o operador diferencial possui 2 colunas inteiramente nulas, sendo, portanto, não inversível. Algumas transformações matemáticas, que permitem alterar a estrutura das matrizes devem ser feitas.

Para possibilitar essas transformações, o transformador é subdividido em duas regiões : região 1, material ferromagnético, e região 2, com material não magnético. Isso pode ser visto na

figura III.5

Os nós da malha de elementos finitos que, por razão de simetria, é obtida discretizando-se apenas um quadrante do transformador com elementos triangulares, são numerados de forma que os últimos nós sejam os da região 2. Desta forma o sistema pode ser particionado em dois subsistemas.

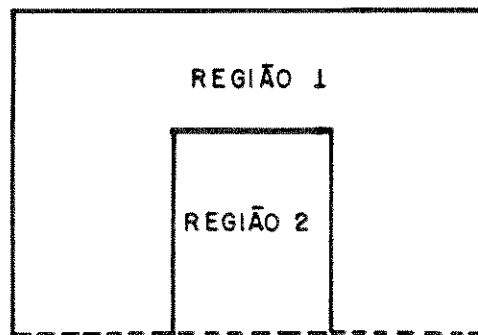


Fig.III.5 - Transformador monofásico dividido em 2 regiões.

$$\begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} & 0 & 0 \\ T_{21} & T_{22} & 0 & 0 \\ F_{p1}^t & F_{p2}^t & 0 & 0 \\ F_{s1}^t & F_{s2}^t & 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ i_p \\ i_s \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & G_{p1} & G_{s1} \\ S_{21} & S_{22} & G_{p2} & G_{s2} \\ 0 & 0 & r_p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ i_p \\ i_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ v_p \\ v_s \end{pmatrix} \quad (\text{III.43})$$

No sistema de equações (III.43), o índice 11 refere-se a pontos que estão na região 1 e nas interfaces entre a região 1 e região 2. o índice 22 refere-se a pontos que estão na região 2 e os índices 12 e 21 às conexões entre os pontos das regiões 1 e 2.

Nas matrizes do sistema (III.43), as submatrizes T_{12} , T_{21} , e T_{22} são nulas, porque a condutividade da região 2 é feita igual a zero.

As equações particionadas no sistema (III.43) podem ser escritas numa forma expandida :

$$S_{11} \cdot A_1 + S_{12} \cdot A_2 + T_{11} \cdot \partial A_1 / \partial t + G_{p1} \cdot i_p + G_{s1} \cdot i_s = 0 \quad (\text{III.44})$$

$$S_{21} \cdot A_1 + S_{22} \cdot A_2 + G_{p2} \cdot i_p + G_{s2} \cdot i_s = 0 \quad (\text{III.45})$$

$$F_{p1}^t \cdot \partial A_1 / \partial t + F_{p2}^t \cdot \partial A_2 / \partial t + r_p \cdot i_p = v_p \quad (\text{III.46})$$

$$F_{s1}^t \cdot \partial A_1 / \partial t + F_{s2}^t \cdot \partial A_2 / \partial t + r_s \cdot i_s = v_s \quad (\text{III.47})$$

Isolando A_2 na equação (III.45) tem-se :

$$A_2 = -S_{22}^{-1} \cdot (S_{21} \cdot A_1 + G_{p2} \cdot i_p + G_{s2} \cdot i_s) \quad (\text{III.48})$$

Substituindo (III.48) em (III.44), (III.45) e (III.46), e fazendo as manipulações algébricas que forem necessárias, resulta um novo sistema de equações dado por :

$$\begin{bmatrix} T_{11} & 0 & 0 \\ (F_{p1}^t - F_{p2}^t S_{22}^{-1} S_{21}) & -F_{p2}^t S_{22}^{-1} G_{p2} & -F_{p2}^t S_{22}^{-1} G_{s2} \\ (F_{s1}^t - F_{s2}^t S_{22}^{-1} S_{21}) & -F_{s2}^t S_{22}^{-1} G_{p2} & -F_{s2}^t S_{22}^{-1} G_{s2} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} A_1 \\ i_p \\ i_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (S_{11} - S_{12} S_{22}^{-1} S_{21}) & (G_{p1} - S_{12} S_{22}^{-1} G_{p2}) & (G_{s1} - S_{12} S_{22}^{-1} G_{s2}) \\ 0 & r_p & 0 \\ 0 & 0 & r_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ i_p \\ i_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ v_p \\ v_s \end{bmatrix} \tag{III.49}$$

Para simplificar, o sistema de equações (III.49) é reescrito como :

$$[U].[dX/dt] + [V].[X] = [Y] \tag{III.50}$$

onde as matrizes [U] e [V], e os vetores [X] e [Y] podem ser identificados por uma simples inspeção de (III.49) e (III.50).

Embora as matrizes [U] e [V] pareçam ser cheias, uma rápida inspeção mostrará que elas não o são. A matriz [U] é quase que na sua totalidade a matriz [T₁₁], que é esparsa. A matriz [V] é formada também quase na sua totalidade pelo resultado da operação matricial S₁₁ - S₁₂S₂₂⁻¹S₂₁. [S₁₁] é esparsa, [S₂₂⁻¹] é uma matriz cheia, mas [S₁₂] e [S₂₁] são altamente esparsas, o que faz com que o produto S₁₂S₂₂⁻¹S₂₁ seja também esparsa.

Em problemas lineares [U] e [V] não mudam com o tempo, e

são formados uma única vez, antes da integração numérica de (III.50). Em problemas não lineares a matriz $[V]$ deve ser atualizada a cada alteração no nível de saturação do circuito magnético. Embora isso possa, aparentemente, acarretar um grande aumento no tempo de processamento computacional, na prática não ocorre, pois as atualizações devem ser feitas apenas em $[S_{11}]$, uma vez que nas demais submatrizes não aparecerão elementos que estejam na região saturável.

Em aplicações cuja malha de elementos finitos não seja excessivamente grande, o sistema de equações (III.50) pode ser reescrito na forma de vetores de estado :

$$[dX/dt] = -[U]^{-1} \cdot [V] \cdot [X] + [U]^{-1} \cdot [Y] \quad (\text{III.51})$$

A matriz $[U]^{-1}$, que não é esparsa, deve ser calculada uma única vez e armazenada, para cálculos subsequentes. A solução de (III.51) deve ser mais rápida do que a solução iterativa de (III.50).

A integração numérica da equação (III.51) pode ser feita utilizando-se os métodos numéricos clássicos de integração. Para o caso em questão, utiliza-se o método trapezoidal implícito, cuja descrição detalhada encontra-se no apêndice A da referência [20].

Portanto, utilizando-se o método trapezoidal implícito para integrar a equação (III.51) tem-se :

$$[dX/dt] = (1/2) \cdot ((-[U]^{-1} \cdot [V] \cdot [X_n] + [U]^{-1} \cdot [Y_n]) + (-[U]^{-1} \cdot [V] \cdot [X_{n-1}] + [U]^{-1} \cdot [Y_{n-1}])) \quad (\text{III.52})$$

ou :

$$[U]([X_n] - [X_{n-1}])/h = (1/2) \cdot ((-[V] \cdot [X_n] + [Y_n]) + ([V] \cdot [X_{n-1}] + [Y_{n-1}])) \quad (\text{III.53})$$

onde h é o passo de integração. Colocando em evidência $[X_n]$:

$$([U] + (h/2) \cdot [V]) \cdot [X_n] = ([U] - (h/2) \cdot [V]) \cdot [X_{n-1}] + (h/2) \cdot [Y_n] + (h/2) \cdot [Y_{n-1}] \quad (\text{III.54})$$

Reescrevendo a equação (III.54) numa forma mais compacta :

$$[W_1] \cdot [X_n] = [W_2] \quad (\text{III.55})$$

onde :

$$[W_1] = [U] + (h/2) \cdot [V] \quad (\text{III.56})$$

$$[W_2] = [W_3] \cdot [X_{n-1}] + (h/2) \cdot [Y_n] + (h/2) \cdot [Y_{n-1}] \quad (\text{III.57})$$

sendo :

$$[W_3] = [U] - (h/2).[V] \quad (III.58)$$

III.3.3 - Comparação entre os Métodos.

Atentando-se apenas às suas formulações, uma primeira comparação entre os dois métodos pode ser feita.

O 1º método (solução multi-estágios) exige modelos matemáticos que envolvem produtos entre grandezas e parâmetros variáveis com o tempo como indutâncias e correntes. indutância e corrente. Isso pode acarretar um problema muito sério de instabilidade numérica, afetando a convergência da solução. O 2º método (solução simultânea) dispensa o cálculo de indutâncias e, aparentemente, elimina o problema de instabilidade numérica devido aos produtos citados.

No 1º método o vetor independente na solução por elementos finitos é um vetor corrente. Em transitórios eletromagnéticos as variáveis que se procura analisar são justamente as correntes nos enrolamentos, de onde se conclui que não é adequado utilizá-las como variáveis independentes na solução por elementos finitos, sendo, inclusive um dos motivos pelos quais se utilizou um método de predição-correção. Por outro lado, em transitórios eletromagnéticos as tensões são grandezas facilmente previsíveis. No segundo método de solução o vetor independente é formado por tensões, o que se apresenta como uma clara vantagem do 2º método em relação ao primeiro.

É fácil constatar, porém, que no primeiro método as matrizes decorrentes da aplicação do método dos elementos finitos mantêm as suas características principais, ou seja : são simétricas, esparsas, em banda, positiva definida e diagonalmente dominante. As transformações matemáticas exigidas para se levantar a singularidade no segundo método, entretanto, faz com que as matrizes percam essas características, tornando-se matrizes esparsas, porém mal-condicionadas. Isso também poderá dar origem a problemas numéricos, comprometendo a solução das equações e exigindo, por vezes, passos de integração muito pequenos.

O fato de dispensar o cálculo de indutâncias, e da solução das equações dinâmicas e de elementos finitos serem simultâneas pode sugerir que a utilização do 2º método seja vantajosa em relação ao 1º método. Isso porém não é evidente, e para se tentar comprovar ou não essa conclusão os dois métodos foram implementados computacionalmente. Simulações de transitórios foram realizadas para um transformador monofásico, comparando-se os resultados obtidos. Essa implementação computacional é apresentada nos próximos capítulos.

CAPÍTULO IV

IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL DO MÉTODO DE SOLUÇÃO MULTI-ESTÁGIOS

Neste capítulo apresenta-se a implementação computacional do método de solução multi-estágios, onde as correntes elétricas nos enrolamentos e a distribuição de fluxo no circuito magnético do transformador são calculadas em estágios separados.

Um sistema computacional denominado MAG2D, para análise de transitórios em dispositivos eletromagnéticos, foi desenvolvido em linguagem FORTRAN, e implementado numa estação de trabalho SUN SPARC 1+. Esse sistema compreende um pré-processador, para entrada de dados e geração automática de malhas de elementos finitos, um programa principal para o cálculo da distribuição do fluxo magnético e solução das equações dinâmicas do transformador, e um pós-processador para apresentação gráfica dos resultados. Um diagrama de blocos mostrando os componentes desse sistema é mostrado na figura IV.1.

O programa DADOS é responsável pela entrada de dados e gerenciamento da malha de elementos finitos. O programa DADGKS, escrito utilizando a norma gráfica GKS, permite a visualização gráfica dos passos de DADOS.

O programa TRIANG triangulariza as regiões definidas no

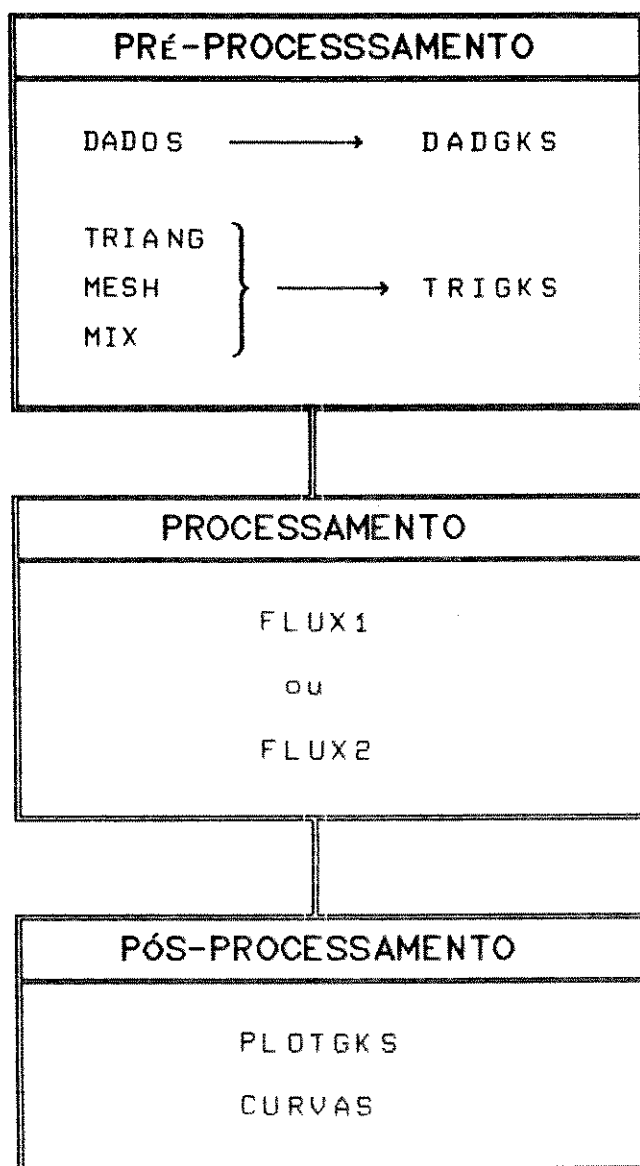


Figura IV.1 - Diagrama de Blocos do Sistema MAG2D

programa DADOS, subdividindo-a em superelementos. O programa MESH subdivide os superelementos em elementos triangulares de 1ª ordem. Em seguida, o programa MIX elimina os nós redundantes, e

incompatibilidades entre os elementos. O programa TRIGKS, também escrito em FORTRAN utilizando a norma GKS, permite visualizar graficamente os resultados de TRIANG, MESH e MIX.

O programa FLUX1 (ou o programa FLUX2) é o núcleo principal do sistema MAG2D, e permite resolver a equação de difusão e as equações dinâmicas do dispositivo eletromagnético.

O programa PLOTGKS possibilita a visualização das linhas de fluxo do campo magnético, e o programa CURVAS a visualização das formas de ondas de tensões e correntes nos enrolamentos.

Os programas de pré-processamento e pós-processamento estão descritos mais detalhadamente no apêndice B. Neste capítulo é descrito o programa FLUX1, cujo diagrama de blocos é mostrado na figura IV.2.

As seções deste capítulo descrevem o programa FLUX1. Algumas partes do programa, consideradas mais relevantes, contêm trechos da programação. As partes onde a programação é mais simples, e que não possuam contribuições relevantes às técnicas de programação em elementos finitos, são apenas citadas.

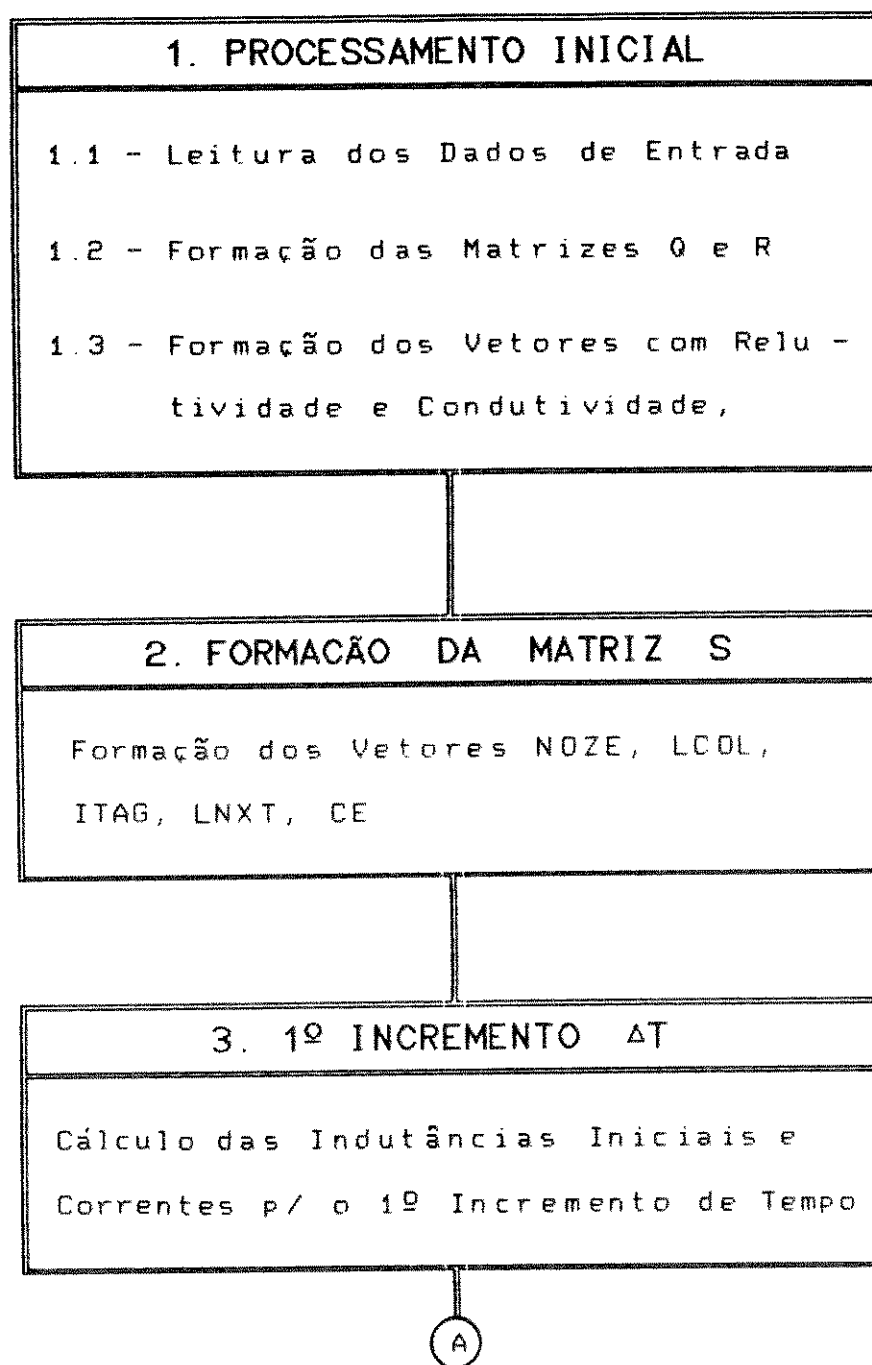


Figura IV.2a - Diagrama de Blocos do Program FLUX1.

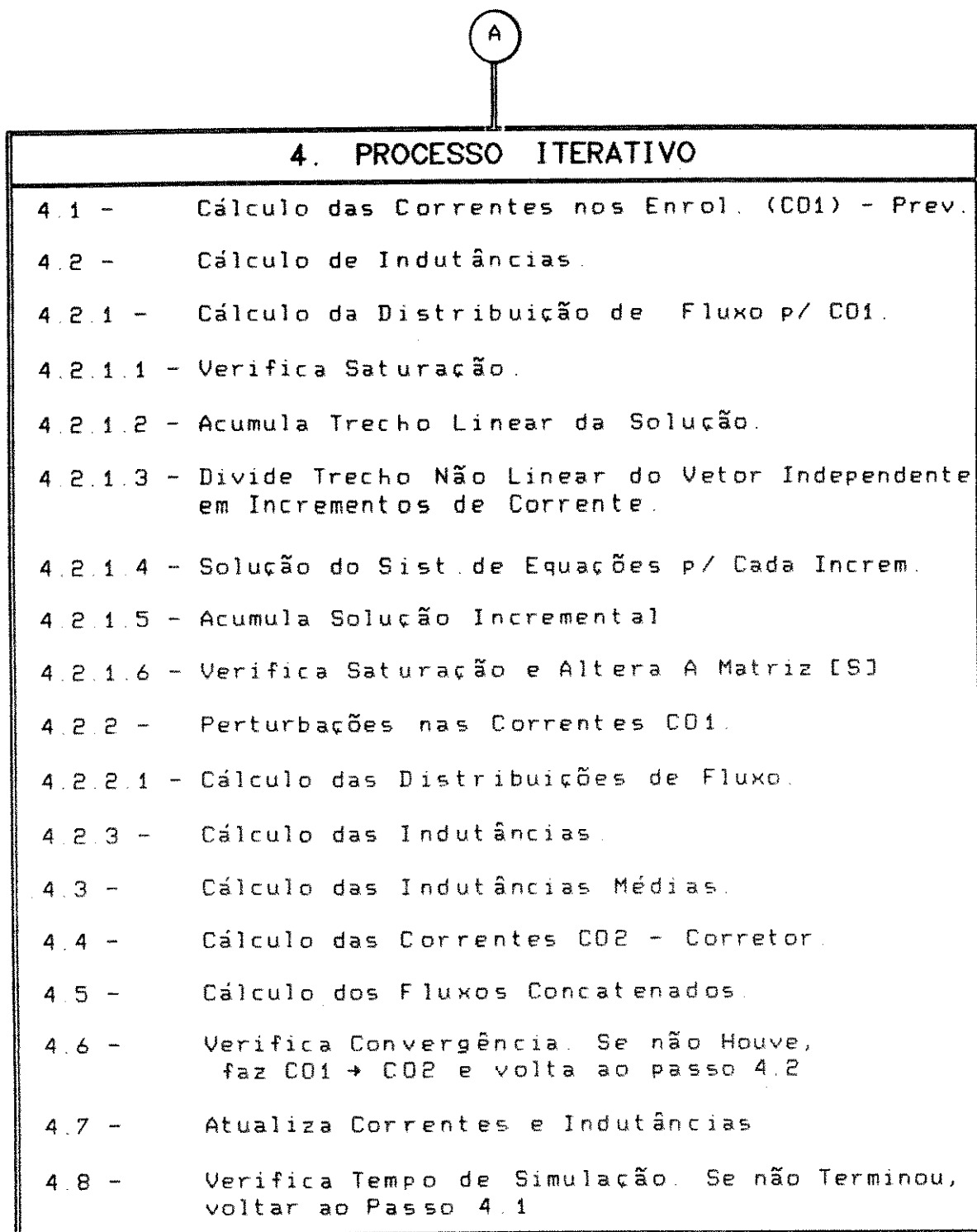


Figura IV.2 - Diagrama de Blocos do Programa FLUX2 (Continuação)

IV.1 - Processamento Inicial.

IV.1.1 - Leitura dos Dados Iniciais.

Os dados iniciais são os dados gerados pelo pré-processamento, e são lidos nos arquivos DAMAT e MALCOM. O arquivo DAMAT contém informações sobre as características do material magnético, dados sobre a simulação, e dados sobre o transformador. O arquivo MALCOM contém as informações sobre a malha de elementos finitos. A listagem a seguir com comentários existentes no programa FLUX1 definirão esses dados de entrada.

```

C -----
C  DEFINICAO DAS VARIAVEIS LIDAS NO ARQUIVO 'DAMAT'
C -----
C
C  DADOS DA SIMULACAO
C
C  N2      = NUMERO DE ITERACOES INTERMEDIARIAS ( NO PROCESSO
C  DE      CALCULO DE CAMPO MAGNETICO NAO LINEAR, PELO
C           METODO INCREMENTAL DE CORRENTE).
C  N1      = NUMERO DE INCREMENTOS PRINCIPAIS.
C  NMAX1   = NUMERO MAXIMO DE INCREMENTOS PRINCIPAIS
C  NMAX2   = NUMERO MAXIMO DE INCREMENTOS INTERMEDIARIOS.
C  TOL     = TOLERANCIA COM A QUAL E COMPARADA DUAS SOLUCOES
C           CONSECUTIVAS, PARA SE VERIFICAR A CONVERGENCIA DA
C           SOLUÇÃO.
C  TMAX    = TEMPO MAXIMO DA SIMULACAO.
C  DT      = INCREMENTO DE TEMPO PARA A SIMULACAO.
C
C  CARACTERISTICAS DOS MATERIAIS MAGNETICOS
C
C  NUMAT   = NUMERO DE MATERIAIS MAGNETICOS (NO MAXIMO 3).
C  TAMAT1  = TABELA COM AS CARACTERISTICAS DO MATERIAL MAGNE -
C           TICO NUMERO 1.
C  TAMAT2  = TABELA COM AS CARACTERISTICAS DO MATERIAL MAGNE -
C           TICO NUMERO 2 (SE HOVER).
C  TAMAT3  = TABELA COM AS CARACTERISTICAS DO MATERIAL MAGNE -
C           TICO NUMERO 3 (SE HOVER).
C  NSMAT1  = NUMERO DE PONTOS NA TABELA DO MATERIAL 1.

```

```

C      NSMAT2  = NUMERO DE PONTOS NA TABELA DO MATERIAL 2 (NSMAT2
C              IGUAL A 0 CARACTERIZA A AUSENCIA DO MATERIAL 2).
C      NSMAT3  = NUMERO DE PONTOS NA TABELA DO MATERIAL 3 (NSMAT3
C              IGUAL A 0 CARACTERIZA A AUSENCIA DO MATERIAL 3).
C      SIGMA1  = CONDUTIVIDADE DO MATERIAL 1.
C      SIGMA2  = CONDUTIVIDADE DO MATERIAL 2.
C      SIGMA3  = CONDUTIVIDADE DO MATERIAL 3.
C
C      DADOS DO TRANSFORMADOR
C
C      RD      = RESISTENCIA DO ENROLAMENTO PRINCIPAL.
C      RQ      = RESISTENCIA DO ENROLAMENTO SECUNDARIO.
C      RC      = RESISTENCIA DE CARGA.
C      WR      = FREQUENCIA DA REDE.
C      VD      = TENSÃO TERMINAL DO ENROLAMENTO PRINCIPAL.
C      VQ      = TENSÃO TERMINAL DE ENROLAMENTO SECUNDARIO.
C
C      -----
C      DEFINICAO DAS VARIÁVEIS LIDAS NO ARQUIVO 'MALCOM'. SÃO DADOS
C      GEOMETRICOS E CONDIÇÕES DE CONTOURNO DA MALHA DE ELEMENTOS
C      FINITOS.
C      -----
C
C      IP      = NUMERO DE PONTOS NA MALHA.
C      IE      = NUMERO DE ELEMENTOS NA MALHA.
C      NPC     = NUMERO DE PONTOS COM POTENCIAL NULO.
C      NPCD    = NUMERO DE PONTOS NO CONTOURNO DA MAQUINA.
C      IC      = TABELA COM OS PONTOS NODAIS DE CADA ELEMENTO.
C      CP      = COORDENADAS X E Y DE CADA PONTO NA MALHA.
C      ITM     = VETOR COM O TIPO DE MATERIAL DE CADA ELEMENTO.
C      IPC     = VETOR COM OS PONTOS DE POTENCIAL NULO.
C      IPCD    = VETOR COM OS PONTOS QUE ESTÃO NO CONTOURNO DO
C              TRANSFORMADOR.
C
C      ESPD    = NUMERO DE ESPIRAS DO ENROLAMENTO PRINCIPAL.
C      ESPQ    = NUMERO DE ESPIRAS DO ENROLAMENTO SECUNDARIO.
C      AREAD   = AREA DO ENROLAMENTO PRINCIPAL.
C      AREAQ   = AREA DO ENROLAMENTO SECUNDARIO.
C      PASS    = PASSO DE INTEGRACAO.
C      XLG     = COMPRIMENTO DO TRANSFORMADOR NA DIRECAO AXIAL.
C      IEED    = VETOR COM OS PONTOS DO ENROLAMENTO PRINCIPAL.
C      IEEQ    = VETOR COM OS PONTOS DO ENROLAMENTO SECUNDARIO.
C      NEED    = NUMERO DE ELEMENTOS NO ENROLAMENTO PRINCIPAL.
C      NEEQ    = NUMERO DE ELEMENTOS NO ENROLAMENTO SECUNDARIO.
C      NEED1   = IDENTIFICA SE O ENROLAMENTO SECUNDARIO ESTA ABERTO
C              OU NÃO.

```

IV.1.2 - Formação das Matrizes Q e R, e do Vetor AREA.

As matrizes Q e R contém informações sobre as funções

de aproximação nos elementos, resultantes da minimização do funcional de energia (III.1), utilizando o método dos elementos finitos. No cálculo do vetor AREA é feito um teste para verificar se não há áreas negativas ou nulas, o que implica em erros nos dados de entrada.

IV.1.3 - Formação dos Vetores Relutividade e Condutividade do Elementos

A relutividade nos elementos é feita inicialmente igual ao valor não saturado da relutividade dos materiais. Ela deve ser alterada durante a simulação, se ocorrer a saturação do circuito magnético. A condutividade será sempre constante.

IV.2 - Montagem da Matriz [S]

A matriz [S] é uma matriz definida na equação (III.12).

As matrizes resultantes da aplicação do método dos elementos finitos são de ordem grande, porém, com alto grau de esparsidade. Em outras palavras, o número de elementos não nulos em cada linha dessas matrizes é muito pequeno. Quanto maior for a ordem da matriz, mais esparsa ela será. A título de ilustração a tabela IV.1 apresenta uma esparsidade média em função da ordem das matrizes, quando se utiliza elementos triangulares de 1ª ordem. Isso se explica pelo fato de que cada nó na malha se comunica apenas com os nós a ele adjacentes.

Tabela IV.1

N	espar. (%)
100	6
200	3.5
500	1.5
1000	0.6
5000	0.1

Para se economizar tempo de processamento, e memória de computador, apenas os elementos não nulos da matriz [S] são gerados e armazenados, através de algoritmos, desenvolvidos especialmente, que explorem essa esparsidade.

A listagem abaixo mostra como é feita a geração da matriz [S], quando se utiliza elementos triangulares de 1ª ordem para solução do funcional de energia (III.1).

```
C -----
C MONTAGEM DOS VETORES QUE DEFINEM A MATRIZ S .
C ( NOZE, LCOL, ITAG, CE)
C -----
C
C CE      = VETOR QUE CONTEM OS ELEMENTOS NAO NULOS DA MATRIS
C           RESULTANTE DA APLICACAO DO METODO DOS ELEMENTOS
C           FINITOS.
C ITAG    = VETOR QUE CONTEM O NUMERO DA LINHA DE CADA ELE -
C           MENTO NAO NULO DA MATRIZ GLOBAL.
C NOZE    = VETOR QUE CONTEM O NUMERO DE ELEMENTOS NAO NULOS
C           EM CADA COLUNA DA MATRIZ GLOBAL.
C LCOL    = VETOR QUE CONTEM O NUMERO DA LINHA DO PRIMEIRO
C           ELEMENTO NAO NULO EM CADA COLUNA.
C
C DO 9991 I=1,IP
C   NSEQ(I) = I
9991 NOZE(I) = 1
C
C DO 9992 I=1,IE
```

```

C          DO 9992 K=2,4
              K1 = IC(K,I)
9992        NOZE(K1) = NOZE(K1) + 1
C
          DO 9993 I=1,NPCD
              NPC1 = IPCD(I)
9993        NOZE(NPC1) = NOZE(NPC1) + 1
C
          LCOL(1) = 1
C
          DO 9994 I=2,IP
9994        LCOL(I) = LCOL(I-1) + NOZE(I-1)
C
          LW = LCOL(IP) + NOZE(IP) - 1
C
          DO 9995 I=1,LW
9995        ITAG(I) = 0
C
          DO 9996 I=1,LW
              CE(I) = 0.
9996        CONTINUE
C
C
          DO 9998 I=1,IE
C
          DO 9998 II=2,4
              II1 = IC(II,I)
              L1 = LCOL(II1)
              LL1 = L1 + NOZE(II1) - 1
              LL = LL1 - 1
C
          DO 9998 III=2,4
              MX = II-1
              MY = III-1
              III1 = IC(III,I)
C
          DO 9999 K=L1,LL1
C
              IF(ITAG(K).EQ.III1) THEN
                  CE(K) = ((Q(MX,I)*Q(MY,I) + R(MX,I)*R(MY,I))*REL(I))/
                      *(4.*AREA(I)) + CE(K)
                  GO TO 9998
              ELSE
                  ENDIF
C
9999        CONTINUE
C
          ITAG(L1) = III1
          CE(L1) = ((Q(MX,I)*Q(MY,I) + R(MX,I)*R(MY,I))*REL(I))/
              *(4.*AREA(I))
C
          DO 9989 K=L1,LL
C
              IF(ITAG(K).GT.ITAG(K+1)) THEN

```

```

                KI = ITAG(K+1)
                CI = CE(K+1)
                ITAG(K+1) = ITAG(K)
                CE(K+1) = CE(K)
                ITAG(K) = KI
                CE(K) = CI
            ELSE
            ENDIF
C
9989          CONTINUE
C
9998  CONTINUE
C
        DO 8999 I=1,NPC
            NPC1 = IPC(I)
            L1 = LCOL(NPC1)
            LL1 = L1 + NOZE(NPC1) - 1
C
            DO 8899 K=L1,LL1
C
                IF(ITAG(K).EQ.NPC1) THEN
                    CE(K) = 1.
                ELSE
                    CE(K) = 0.
                ENDIF
C
8899          CONTINUE
C
8999  CONTINUE
C
        DO 8889 I=1,LW
C
            DO 8889 J=1,NPC
C
                IF(ITAG(I).EQ.IPC(J)) THEN
                    IF(CE(I).NE.1.) CE(I) = 0.
                ELSE
                ENDIF
C
8889  CONTINUE

```

IV.3 - Cálculo das Correntes nos Enrolamentos p/ o Primeiro Intervalo de Tempo δt

Pelo princípio da conservação de energia, o fluxo magnético no transformador não varia instantaneamente no primeiro

intervalo de tempo. Por essa razão as correntes nos enrolamentos são calculadas utilizando-se o modelo matemático do transformador, definido pela equação (III.26), e considerando-se que as indutâncias se mantêm constantes, nos seus valores do instante inicial. No caso onde as correntes no instante inicial são diferentes de zero, as indutâncias são calculadas através de um método de perturbação de energia. Se no instante inicial as correntes são nulas as indutâncias iniciais são calculadas para uma corrente arbitrária, que no caso serão as correntes nominais do transformador funcionando em regime permanente. Isso deve ser feito para que o processo iterativo possa ser iniciado.

```

C
C      CALCULO DAS INDUTANCIAS INICIAIS.
C
C      CALL VINIX(XL)
C
C      RESTAURACAO DOS VETORES NOZE, ITAG E CE
C
C      CALL REST1
C
C      FORMACAO DOS VETORES NSEQ, LCOL E LNXT.
C
C      CALL REST
C      ICOR = 0
C
C      CALCULO DAS CORRENTES NO PRIM. INTERVALO DE TEMPO.
C
C      CALL SGAUSS(XL, CO, CO1)
C      ICOR = ICOR + 1
C      DO 91 I=1, NF
C      COG(I, ICOR) = CO1(I)
91  CO(I) = CO1(I)

```

IV.4 - Processo Iterativo.

As correntes nos enrolamentos são agora calculadas para cada incremento de tempo, utilizando um método de predição e

correção descrito nas equações (III.31) - (III.37). As indutâncias são calculadas através do método de perturbação de energia, a partir de cálculos de distribuições de fluxo.

```

      T = 0.
      NPASSO = 0
C
C      CALCULO DAS CORRENTES NOS ENROLAMENTOS (PREVISAO)
C
99      VT(1) = VTM(1)*COS(WN*T)
      VT(2) = VTM(2)
      CALL SGAUSS(XL,CO,CO1)
C
C      CALCULO DAS INDUTANCIAS.
C
94      CALL SOEF(PM,B,XL1,CO1,CEL)
C
C      CALCULO DAS INDUTANCIAS MEDIAS.
C
      DO 92 I=1,NF
      DO 92 J=1,NF
92      XLV(I,J) = (XL(I,J) + XL1(I,J))/2.
C
C      CALCULO DAS CORRENTES NOS ENROLAMENTOS (CORRECAO).
C
      CALL SGAUSS(XLV,CO,CO2)
C
C      CALCULO DOS FLUXOS CONCATENADOS NO INSTANTE ANTERIOR.
C
      FPKM1 = XL(1,1)*CO(1) + XL(1,2)*CO(2)
      FSKM1 = XL(1,2)*CO(1) + XL(2,2)*CO(2)
C
C      CALCULOS DOS FLUXOS CONCATENADOS UTILIZANDOS AS CORRENTES
C      PREVISTAS E CORRIGIDAS.
C
      CALL LAMBDA(FPKM1,XL,CO,CO1,FPK1,1,2)
      CALL LAMBDA(FPKM1,XLV,CO,CO2,FPK2,1,2)
      CALL LAMBDA(FSKM1,XL,CO,CO1,FSK1,2,1)
      CALL LAMBDA(FSKM1,XLV,CO,CO2,FSK2,2,1)
C
C      TESTE DE CONVERGENCIA
C
      DIFP = FPK2 - FPK1
      IF(FPK1.NE.0.) DIFP = DIFP/FPK1
      DIFS = FSK2 - FSK1
      IF(FSK1.NE.0.) DIFS = DIFS/FSK1
C
      IF(DIFP.GT.TOL.OR.DIFS.GT.TOL) THEN
C

```

```

C      SE NAO CONVERGIU FAZ CORRENTES CORRIGIDAS IGUAL A CORRENTES
C      PREVISTAS.
C
      DO 93 I=1,NF
93     CO1(I) = CO2(I)
      GO TO 94
      ELSE
C
C      SE CONVERGIU ATUALIZA CORRENTES E INDUTANCIAS.
C
      DO 95 I=1,NF
      ICOR = ICOR + 1
      COG(ICOR,I) = CO2(I)
      CO(I) = CO2(I)
      DO 95 J=1,NF
      XL(I,J) = XL1(I,J)
95     CONTINUE
C
      ENDIF
      T = T + DT
      NPASSO = NPASSO + 1
      IF(T.GT.TMAX) GO TO 98
      GO TO 99
C
C      ENCERRA O PROCESSAMENTO SE ATINGIU O TEMPO PREVISTO PARA A
C      SIMULACAO.
C

```

IV.5 - Subrotinas

A seguir são apresentadas as subrotinas utilizadas no programa FLUX1.

IV.5.1 - Subrotinas de Formação e Restauração.

Englobou-se sob este título as subrotinas que não envolvem nenhuma complexidade computacional e, portanto, são apenas citadas nesta subseção.

IV.5.1.1 - Subrotina FCELF.

Forma o vetor com as correntes nos elementos, a partir do conhecimento das correntes nos enrolamentos do dispositivo eletromagnético, e dos dados da malha de elementos finitos.

IV.5.1.2 - Subrotina VETOR.

Forma o vetor com as correntes nos nós da malha de elementos finitos.

IV.5.1.3 - Subrotina SAIDA.

Calcula as induções magnéticas nos elementos da malha de elementos finitos, programando-se a fórmula III.8.

IV.5.1.4 - Subrotina REST1.

Restaura os vetores NOZE e ITAG. Esses vetores são modificados a cada solução do sistema de equações, daí a necessidade de constantes restaurações dos vetores originais.

IV.5.1.5 - Subrotina REST.

Forma os vetores LCOL, NSEQ e LNXT. a explicação para a existência dessa subrotina é a mesma para a subrotina REST1.

IV.5.1.6 - Subrotina LAMBDA.

Calcula os valores previstos e corrigidos dos fluxos concatenados.

IV.5.2 - Solução do Sistema de Equações.

Neste programa o método utilizado para resolver o sistema de equações é o método da bifatorização, descrito na referência [14]. Este método pode ser utilizado quando a matriz que relaciona as variáveis dependentes e independentes for simétrica, positiva definida e diagonalmente dominante. As subrotinas aqui apresentadas são a implementação computacional dos algoritmos apresentados na referência acima citada.

IV.5.2.1 - Subrotina SIMULA.

```

      SUBROUTINE SIMULA
C
      REAL*8 CE(18000)
C
      COMMON /QCE/CE
C
      INTEGER LNXT(18000),ITAG(18000),NOZE(1000),LCOL(1000),
*           NSEQ(1000)
C
      COMMON /KLNXT/LNXT/KITAG/ITAG/KLCOL/LCOL/KNSEQ/NSEQ/KNOZE
*           /NOZE
C
      COMMON /KINDS/INDS/KIP/N/KLF/LF,LV,LW
C
2000  FORMAT(12I6)
      INDS=0
      I1=N-1
C
      DO 1 J=1,I1
          K=NSEQ(J)
          MIN=NOZE(K)
          M=J
          I2=J+1

```

```

C      DO 3 I=I2,N
          K=NSEQ(I)
          IF(NOZE(K)-MIN)2,3,3
2      MIN=NOZE(K)
          M=I
3      CONTINUE
C      KP=NSEQ(M)
          NSEQ(M)=NSEQ(J)
          NSEQ(J)=KP
          LK=LCOL(KP)
25      K=ITAG(LK)
          IF(K-KP)4,5,4
4      LA=0
          LI=LCOL(KP)
          IP=ITAG(LI)
          L=LCOL(K)
          I=ITAG(L)
15      IF(I-IP)8,7,6
6      IF(LF)9,9,10
9      WRITE(*,500) LF
      INDS = 1
      GO TO 36
10      LN=LF
          IF(LA)11,11,12
11      LCOL(K)=LN
          GOTO 13
12      LNXT(LA)=LN
13      LF=LNXT(LN)
          LNXT(LN)=L
          ITAG(LN)=IP
          NOZE(K)=NOZE(K)+1
          LA=LN
24      LI=LNXT(LI)
          IF(LI)5,5,14
14      IP=ITAG(LI)
          GOTO 15
7      IF(I-KP)17,16,17
16      LN=LNXT(L)
          IF(LA)18,18,19
18      LCOL(K)=LN
          GOTO 20
19      LNXT(LA)=LN
20      LNXT(L)=LF
          LF=L
          CE(L)=0
          NOZE(K)=NOZE(K)-1
          L=LN
          GOTO 21
17      LA=L
          L=LNXT(L)
21      IF(L)22,22,23
22      I=N+1
          GOTO 24

```

```

23      I=ITAG(L)
        GOTO 24
8        LA=L
        L=LNXT(L)
        IF(L)27,27,28
27      I=N+1
        GOTO 15
28      I=ITAG(L)
        GOTO 15
5        LK=LNXT(LK)
        IF(LK)1,1,25
1        CONTINUE
500     FORMAT(10X,'AREA DIMENSIONADA MUITO PEQUENA',i5,/)
36      RETURN
        END
C

```

IV.5.2.2 - Subrotina REDUZ.

```

        SUBROUTINE REDUZ
C
C      REAL*8 CE(18000),CF,D
C
C      INTEGER LNXT(18000),ITAG(18000),LCOL(1000),NSEQ(1000)
C
C      COMMON /KLNXT/LNXT/KITAG/ITAG/KLCOL/LCOL/KNSEQ/NSEQ
C
C      COMMON /QCE/CE
C
C      COMMON /KIP/N/KINDR/INDR/KLF/LF,LV,LW
C
C      INDR=0
C
C      DO 100 J=1,N
        KP=NSEQ(J)
        LK=LCOL(KP)
        LP=LF
9        IF(LP)3,3,2
2        K=ITAG(LK)
        IF(K-KP)5,4,5
4        IF(CE(LK).EQ.0.) THEN
          WRITE(*,1000)
1000      *      FORMAT(/,10X,'PROGRAMA NAO EXECUTADO',/,
            *      10X,'ELEMENTO NULO NA DIAGONAL DA MATRIZ S',/)
          STOP
        ELSE
          ENDIF
          D=1./CE(LK)
          CE(LK)=D
        100

```

```

      GOTO 6
5      CE(LP)=CE(LK)
6      LK=LNXT(LK)
      IF(LK)7,7,8
8      LP=LNXT(LP)
      GOTO 9
7      LK=LCOL(KP)
20     K=ITAG(LK)
      IF(K-KP)10,11,10
10     CF=D*CE(LK)
      CE(LK)=-CF
      LP=LF
      LI=LCOL(KP)
      IP=ITAG(LI)
      L=LCOL(K)
      I=ITAG(L)
16     IF(I-IP)13,12,14
14     LI=LNXT(LI)
      IF(LI)11,11,15
15     IP=ITAG(LI)
      LP=LNXT(LP)
      GOTO 16
13     L=LNXT(L)
      IF(L)11,11,18
18     I=ITAG(L)
      GOTO 16
12     CE(L)=CE(L)-CF*CE(LP)
      L=LNXT(L)
      IF(L)11,11,19
19     I=ITAG(L)
      GOTO 14
11     LK=LNXT(LK)
      IF(LK)100,100,20
3      INDR=1
      WRITE(*,200)
100    CONTINUE
C
200    FORMAT(10X,'AREA DIMENSIONADA INSUFICIENTE')
      RETURN
      END
C

```

IV.5.2.3 - Subrotina SOLUCA.

```

C
      SUBROUTINE SOLUCA(V)
C
      REAL*8 CE(18000),V(1000),CF,SUM
C
      INTEGER LNXT(18000),ITAG(18000),LCOL(1000),NSEQ(1000)

```

```

C      COMMON /KLNXT/LNXT/KITAG/ITAG/KLCOL/LCOL/KNSEQ/NSEQ
C
C      COMMON /QCE/CE
C
C      COMMON /KIP/N
C
      DO 10 J=1,N
        K=NSEQ(J)
        CF=V(K)
        V(K)=0.
        L=LCOL(K)
2       I=ITAG(L)
        V(I)=V(I)+CE(L)*CF
        L=LNXT(L)
        IF(L)10,10,2
10      CONTINUE
C
      I1=N-1
      DO 20 JA=1,I1
        J=I1-JA+1
        K=NSEQ(J)
        SUM=V(K)
        L=LCOL(K)
7       I=ITAG(L)
        IF(I-K)4,5,4
4       SUM=SUM+CE(L)*V(I)
5       L=LNXT(L)
        IF(L)6,6,7
6       V(K)=SUM
20      CONTINUE
C
      RETURN
      END

```

IV.5.3. - Subrotinas para o Cálculo de Indutâncias.

IV.5.3.1 - Subrotina ENERG.

Esta subrotina calcula a energia armazenada no dispositivo eletromagnético, a partir de cálculos de distribuições do fluxo magnético.

```

C      SUBROUTINE ENERG(CCE,ENRG)
C
C      EXTERNAL FCELF,FORCOP,VETOR,REST1,REST,SIMULA,REDUZ,SOLUCA
*      ,SAIDA
C
C      REAL*8 CE(18000),Q(3,2000),R(3,2000),CE1(5000),REL(2000),
*      CEL(2000),AREA(2000),DEB(2000),DPM(1000),CCE(10),
*      AREAF(10),ESP(10),ENRG,DENRG,XLG,WN
C
C      INTEGER LNXT(18000),ITAG(18000),IC(4,2000),ITAG1(5000),
*      NOZE(1000),LCOL(1000),NSEQ(1000),NOZE1(1000),
*      LCOL1(1000),IPC(500)
C
C      COMMON /QCE/CE/QQ/Q/QR/R/QCE1/CE1/QREL/REL/QAREA
*      /AREA/QAREAF/AREAF/QESP/ESP/QXLG/XLG/QWN/WN
C
C      COMMON /KLNXT/LNXT/KITAG/ITAG/KIC/IC/KITAG1/ITAG1/KNOZE
*      /NOZE/KLCOL/LCOL/KNSEQ/NSEQ/KNOZE1/NOZE1/KLCOL1/
*      LCOL1/KIPC/IPC
C
C      COMMON /KINDR/INDR/KINDS/INDS/KIP/IP/KIE/IE
*      /KLF/LF,LV,LW/KLF1/LF1,LV1,LW1/KNPC/NPC
C
C      DO 5 I=1,IE
5         CEL(I) = 0.
C
C      CALL FCELF(CCE,CEL)
C
C      CALL REST1
C      CALL REST
C      CALL VETOR(DPM,CEL)
C      CALL SIMULA
C      IF(INDS.EQ.0) GO TO 8
C      WRITE(*,330)
330     FORMAT(/,10X,'SISTEMA NAO SOLUCIONADO - ERRO EM SIMULA',/)
C      STOP
C      CALL REDUZ
C      IF(INDR.EQ.0) GO TO 9
C      WRITE(*,340)
340     FORMAT(/,10X,'PROGRAMA NAO EXECUTADO - ERRO EM REDUZ',/)
C      STOP
C      CALL SOLUCA(DPM)
C      CALL SAIDA(DPM,DEB)
C
C      ENRG = 0.
C
C      DO 4 I=1,IE
C         DENRG = ((DEB(I)**2)*REL(I)/2.)*AREA(I)*XLG*4.
C         ENRG = ENRG + DENRG
4      CONTINUE
C
C      RETURN
C      END
C

```

IV.5.3.2 - Subrotina VINIX.

Calcula os valores iniciais das indutâncias, utilizando as correntes do instante inicial, ou as correntes de regime permanente.

```

SUBROUTINE VINIX(XL)
C
  EXTERNAL FSELF,VETOR,REST,REST1,SIMULA,REDUZ,SOLUCA,SAIDA,
  *      INDUT
C
  REAL*8 CEL(2000),B(2000),PM(1000),AREA(2000),REL(2000),
  *      COR(10),XL(10,10),CCE(10),XLG,ENRTOT
C
  COMMON /QREL/REL/QAREA/AREA/QNRTOT/ENRTOT
  COMMON /QXLG/XLG/KNF/NF/KIP/IP/KIE/IE
C
  CALL FSELF(COR,CEL)
  CALL VETOR(PM,CEL)
  CALL REST1
  CALL REST
  CALL SIMULA
  CALL REDUZ
  CALL SOLUCA(PM)
  CALL SAIDA(PM,B)
  ENRTOT = 0.
  DO 3 I=1,IE
3    ENRTOT = ENRTOT + ((B(I)**2)*REL(I)/2.)*AREA(I)*XLG*4.
  DO 4 I=1,NF
4    CCE(I) = COR(I)
  DO 5 I=1,NF
  DO 5 J=1,NF
    IF(J.LT.I) GO TO 6
    IF(COR(I).NE.0. .AND. COR(J).NE.0.) THEN
      CALL INDUT(I,J,CCE,XL)
    ELSE
      XL(J,I) = 0.
      IF(J.EQ.I) XL(J,I) = 1.
    ENDIF
    GO TO 5
6    XL(J,I) = XL(I,J)
5    CONTINUE
  RETURN
  END
C

```

IV.5.3.3 - Subrotina INDUT.

Esta subrotina calcula as indutâncias próprias e mútuas dos enrolamentos, a partir de cálculos de perturbação de energia, através da subrotina ENERG.

```

      SUBROUTINE INDUT(IF1,IF2,CCE,XL)
C
      EXTERNAL FCELF,FORCOP,VECTOR,REST1,REST,SIMULA,REDUZ,SOLUCA,
*          SAIDA,ENERG
C
C
      REAL*8 CE(18000),Q(3,2000),R(3,2000),CE1(5000),REL(2000),
*          CEL(2000),AREA(2000),DEB(2000),DPM(1000),XL(10,10),
*          CCE(10),AREAF(10),ESP(10),DI(10),CCE1(10),
*          ENRG,DENRG,ENRG1,ENRG2,ENRG3,ENRG4,ENRTOT,XLG,WN
C
      INTEGER LNXT(18000),ITAG(18000),IC(4,2000),ITAG1(5000),
*          NOZE(1000),LCOL(1000),NSEQ(1000),NOZE1(1000),
*          LCOL1(1000),IPC(500)
C
      COMMON /QCE/CE/QQ/Q/QR/R/QCE1/CE1/QREL/REL/QAREA/AREA/QAREAF
*          /AREAF/QESP/ESP
C
      COMMON /KLNXT/LNXT/KITAG/ITAG/KIC/IC/KITAG1/ITAG1/KNOZE
*          /NOZE/KLCOL/LCOL/KNSEQ/NSEQ/KNOZE1/NOZE1/KLCOL1/
*          LCOL1/KIPC/IPC
C
      COMMON /QNRTOT/ENRTOT
C
      COMMON /KINDR/INDR/KINDS/INDS/KIP/IP/KIE/IE
*          /KNPC/NPC/KLF/LF,LV,LW/KLF1/LF1,LV1,LW1
C
      NF = 2
      DO 1 I=1,NF
1         CCE1(I) = CCE(I)
          CALL ENERG(CCE1,ENRG)
      do 3 i=1,nf
3         cce1(i) = cce(i)
          DI(1) = .05*CCE(1)
          DI(2) = .05*CCE(2)
C
          IF(IF1.EQ. IF2) THEN
C              CCE1(IF1) = CCE(IF1) - DI(IF1)
C              CALL ENERG(CCE1,ENRG1)
C              CCE1(IF1) = CCE(IF1) + DI(IF1)
C              CALL ENERG(CCE1,ENRG2)
C              XL(IF2,IF1) = (ENRG1 - 2.*ENRG + ENRG2)/(DI(IF1)**2)
C              CCE1(1) = 0.
C              CCE1(2) = 0.
C              CCE1(IF1) = CCE(IF1)

```

```

CALL ENERG(CCE1,ENRG1)
XL(IF1,IF2) = 2.*ENRG1/(CCE(IF1)**2)
ELSE
  CCE1(IF1) = CCE(IF1) + DI(IF1)
  CCE1(IF2) = CCE(IF2) + DI(IF2)
  CALL ENERG(CCE1,ENRG1)
  CCE1(IF1) = CCE(IF1) - DI(IF1)
  CALL ENERG(CCE1,ENRG2)
  CCE1(IF1) = CCE(IF1) + DI(IF1)
  CCE1(IF2) = CCE(IF2) - DI(IF2)
  CALL ENERG(CCE1,ENRG3)
  CCE1(IF1) = CCE(IF1) - DI(IF1)
  CALL ENERG(CCE1,ENRG4)
  XL(IF2,IF1) = (ENRG1 - ENRG2 - ENRG3 + ENRG4)/
  *          (4.*DI(IF1)*DI(IF2))
ENDIF
C
2  RETURN
C  END
C

```

IV.5.3.4 - Subrotina SOEF.

Esta subrotina calcula os potenciais magnéticos nos pontos nodais, induções magnéticas, indutâncias e correntes nos enrolamentos, fazendo uso das subrotinas anteriormente descritas. Se o comportamento do campo magnético for não linear, o cálculo dos potenciais magnéticos e induções magnéticas é feito utilizando-se o método dos incrementos de corrente, que é descrito detalhadamente na referência [19].

```

SUBROUTINE SOEF(PM,B,XL,COR,CEL)
C
  EXTERNAL FCELL,FORCOP,SIMULA,REDUZ,SOLUCA,VETOR,REST,REST1,
  *      TROCA,SAIDA,ENERG,INDUT
C
  REAL*8 CE(18000),Q(3,2000),R(3,2000),CE1(5000),REL(2000),
  *      CEL(2000),AREA(2000),EIT(2000),B(2000),H(2000),
  *      PM(1000),XL(10,10),TAMAT1(2,10),TAMAT2(2,10),
  *      TAMAT3(2,10),AREAF(10),ESP(10),CCE(10),COR(10),XMZ,

```

```

*      RELT,XLG,TOL,WNDH,XIE,DEIT,BMAX1,BMAX2,BMAX3,ENRTOT,
*      RI1,RI2,RI3
C
  INTEGER LNXT(18000),ITAG(18000),IC(4,2000),ITAG1(5000),
*      ITM(2000),NOZE(1000),LCOL(1000),NSEQ(1000),
*      NOZE1(1000),LCOL1(1000),IPC(500),IACF(10,10)
C
  COMMON /QCE/CE/QQ/Q/QR/R/QCE1/CE1/QREL/REL/QAREA/
*      AREA/QEIT/EIT/QTMT/TAMAT1,TAMAT2,TAMAT3/QAREAF/
*      AREAF/QESP/ESP
C
  COMMON /KLNXT/LNXT/KITAG/ITAG/KIC/IC/KITM/ITM/KNOZE/NOZE/
*      KLCOL/LCOL/KNSEQ/NSEQ/KNOZE1/NOZE1/KLCOL1/LCOL1/KIPC/
*      /IPC/KIACF/IACF
C
  COMMON /KINDR/INDR/KINDS/INDS
  COMMON /KIP/IP/KIE/IE
  COMMON /KNPC/NPC
  COMMON /KLF/LF,LV,LW/KNF/NF
  COMMON /KLF1/LF1,LV1,LW1
  COMMON /KNSMAT/NSMAT1,NSMAT2,NSMAT3
  COMMON /KM1/M1,N2,NMAX1,NMAX2
C
  COMMON /QXMN/XMN/QNRTOT/ENRTOT/QRI/RI1,RI2,RI3/QTOL/TOL
  COMMON /QXLG/XLG/QWN/WN/QXLP/XLP
C
C
  XMZ=1./((4.*3.1416*0.0000001)
DO 16 I=1,IE
  CEL(I)=0.
16
C
  DO 18 I=1,IE
    IF(ITM(I).EQ.0)REL(I)=XMZ
    IF(ITM(I).EQ.1)REL(I)=RI1
    IF(ITM(I).EQ.2)REL(I)=RI2
    IF(ITM(I).EQ.3)REL(I)=RI3
18
  CONTINUE
C
  CALL FSELF(COR,CEL)
C
  CALL REST1
  CALL REST
C
  CALL VETOR(PM,CEL)
  CALL SIMULA
  IF(INDS.EQ.0)GOTO 101
  WRITE(*,330)
330  FORMAT(/,10X,'SISTEMA NAO SOLUCIONADO - ERRO EM SIMULA',/)
  STOP
101  CALL REDUZ
  IF(INDR.EQ.0)GOTO 102
  WRITE(*,340)
340  FORMAT(/,10X,'SISTEMA NAO SOLUCIONADO - ERRO EM REDUZ',/)
  STOP
102  CALL SOLUCA(PM)

```

```

CALL SAIDA(PM,B)
C
BS1 = 0.8
RELS1 = 433.44
BS2 = 1.2
RELS2 = 1076.93
BS3 = 1.26
RELS3 = 2375.00
BS4 = 1.31
RELS4 = 6000.00
BS5 = 1.36
RELS5 = 12666.66
C
BMAX = 0
DO 42 I=1,IE
IF(B(I).GT.BMAX) BMAX = B(I)
42 CONTINUE
C
DO 58 I=1,LW
58 CEA(I) = CE1(I)
C
IF(BMAX.LE.BS1) GO TO 43
WL = BS1/BMAX
C
CALL REST1
CALL REST
C
DO 70 I=1,IE
IF(B(I).GT.BS1.AND.B(I).LE.BS2) CALL TROCA(RELS1,I)
IF(B(I).GT.BS2.AND.B(I).LE.BS3) CALL TROCA(RELS2,I)
IF(B(I).GT.BS3.AND.B(I).LE.BS4) CALL TROCA(RELS3,I)
IF(B(I).GT.BS4.AND.B(I).LE.BS5) CALL TROCA(RELS4,I)
IF(B(I).GT.BS5) CALL TROCA(RELS5,I)
70 CONTINUE
C
DO 44 I=1,IP
PM(I) = PM(I)*WL
44 CONTINUE
C
DO 45 I=1,IE
B(I) = B(I)*WL
45 CONTINUE
C
WLC = (1. - WL)
NINC = 5
WLC = WLC/NINC
DO 46 I=1,IE
CEL(I) = 0.
46 CONTINUE
C
DO 47 I=1,NF
CCOR(I) = COR(I)*WLC
47 CONTINUE
C
DO 53 II = 1,NINC

```

```

DO 51 I=1,LW
CEA(I) = CE(I)
51 CONTINUE
C
CALL REST2
CALL REST
C
CALL VETOR(DPM,CEL)
CALL SIMULA
IF(INDS.EQ.0) GO TO 201
WRITE(*,330)
STOP
C
201 CALL REDUZ
IF(INDR.EQ.0) GO TO 202
WRITE(*,340)
STOP
C
202 CALL SOLUCA(DPM)
CALL SAIDA(DPM,DEB)
C
DO 48 I=1,IP
PM(I) = PM(I) + DPM(I)
48 CONTINUE
C
DO 49 I=1,IE
B(I) = B(I) + DEB(I)
49 CONTINUE
C
DO 52 I=1,LW
CE(I) = CEA(I)
52 CONTINUE
C
DO 50 I=1,IE
IF(B(I).GT.BS1.AND.B(I).LE.BS2) CALL TROCA(RELS1,I)
IF(B(I).GT.BS2.AND.B(I).LE.BS3) CALL TROCA(RELS2,I)
IF(B(I).GT.BS3.AND.B(I).LE.BS4) CALL TROCA(RELS3,I)
IF(B(I).GT.BS4.AND.B(I).LE.BS5) CALL TROCA(RELS4,I)
IF(B(I).GT.BS5) CALL TROCA(RELS5,I)
50 CONTINUE
C
53 CONTINUE
C
DO 56 I=1,LW
CEA(I) = CE(I)
56 CONTINUE
GO TO 54
C
43 DO 4 I=1,NF
4 CCE(I) = COR(I)
DO 5 I=1,NF
DO 5 J=1,NF
IF(J.LT.I) GO TO 6
IF(COR(I).NE.0.AND.COR(J).NE.0.) THEN
CALL INDUT(I,J,CCE,XL)

```

```

        ELSE
        XL(J,I) = 0.
        IF(J.EQ.I) XL(J,I) = 1.
        ENDIF
        GO TO 5
6      XL(J,I) = XL(I,J)
5      CONTINUE
C
        GO TO 7
54     DO 14 I=1,NF
        CCE(I) = CCOR(I)
14     CONTINUE
C
        DO 15 I=1,NF
        DO 15 J=1,NF
        IF(J.LT.I) GO TO 17
        IF(CCOR(I).NE.0.AND.CCOR(J).NE.0.) THEN
        CALL INDUT(I,J,CCE,XL)
        ELSE
        XL(I,J) = 0.
        IF(J.EQ.I) XL(I,J) = 1.
        ENDIF
        GO TO 15
17     XL(J,I) = XL(I,J)
15     CONTINUE
C
7      RETURN
      END
C

```

IV.5.3.5 - Subrotina TROCA.

Realiza alterações no sistema de equações, a medida que o índice de saturação do circuito magnético aumenta.

```

      SUBROUTINE TROCA(RELS,M)
C
      REAL*8 CE(18000),Q(3,2000),R(3,2000),REL(2000),AREA(2000),
*      RELS,RELNS
C
      INTEGER IC(4,2000),ITAG1(5000),NOZE1(1000),LCOL1(1000)
C
      COMMON /QCE/CE/QQ/Q/QR/R/QAREA/AREA/QREL/REL
C
      COMMON /KIC/IC/KITAG1/ITAG1/KNOZE1/NOZE1/KLCOL1/LCOL1
C
      RELNS = REL(M)

```

```

REL(M) = RELS
C
DO 1 I=2,4
  L=IC(I,M)
  I1=I-1
  NZ = NOZE1(L)
  LZ = LCOL1(L)
  NLZ = NZ + LZ - 1
C
  DO 1 J=LZ,NLZ
C
    DO 1 N=2,4
      N1 = N - 1
      K = IC(N,M)
C
        IF(K.EQ.ITAG1(J)) THEN
          IF(CE(J).EQ.0..OR.CE(J).EQ.1.) GO TO 1
          CE(J) = CE(J)+(Q(I1,M)*Q(N1,M)+R(I1,M)*R(N1,M))*(RELS-RELNS)
          */(4.*AREA(M))
C
          ELSE
            ENDIF
C
1      CONTINUE
C
      RETURN
      END
C

```

IV.5.4 - Subrotina SGAUSS.

Esta subrotina calcula as correntes nos enrolamentos do transformador.

```

SUBROUTINE SGAUSS(XL,CO,CO1)
C
REAL*8 Z(10,10),XL(10,10),VT(10),V(10),CO(10),RS(10),CO1(10)
*      ,XLCO,DT
C
COMMON /QZ/Z/QVT/VT/QRS/RS/QDT/DT
C
COMMON /KNF/NF
C
V(1) = (VT(1)-RS(1)*CO(1))*DT + XL(1,1)*CO(1)-XL(1,2)*CO(2)
V(2) = (VT(2)-RS(2)*CO(2))*DT + XL(2,2)*CO(2)-XL(1,2)*CO(1)

```

```
C      DET = (RS(1)*DT + XL(1,1))*(RS(2)*DT + XL(2,2)) -  
*          XL(1,2)*XL(2,1)  
C      CO1(1) = ((RS(2)*DT + XL(2,2))*V(1) + XL(1,2)*V(2))/DET  
C      CO1(2) = ((RS(1)*DT + XL(1,1))*V(2) + XL(1,2)*V(1))/DET  
C      RETURN  
C      END
```

CAPÍTULO V

IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL DO MÉTODO DE SOLUÇÃO SIMULTÂNEA

Este capítulo descreve a implementação computacional do método de solução simultânea onde a equação de difusão [II.21] e as equações dinâmicas do transformador monofásico, eqs. [II.4] e [II.5], são resolvidas simultaneamente.

O programa apresentado neste capítulo, denominado FLUX2, também foi escrito em linguagem FORTRAN e implementado numa estação de trabalho SUN SPARC 1+. Ele pode ser utilizado em conjunto com os programas de pré-processamento (geração automática de malhas de elementos finitos) e pós-processamento (apresentação gráfica de resultados) citados no capítulo anterior.

Um diagrama de blocos do programa FLUX2 é apresentado na figura V.1.

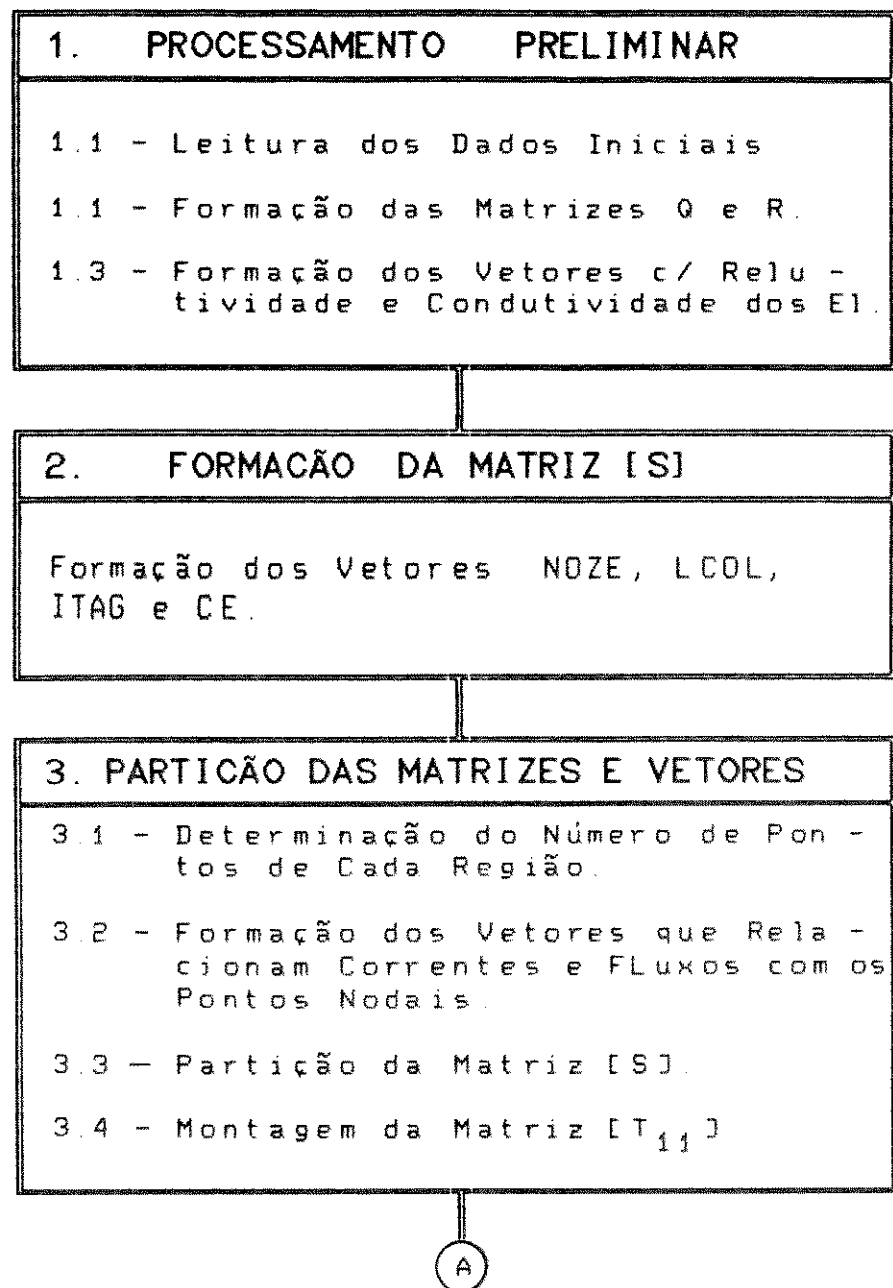


Figura V.1a - Diagrama de Blocos do Programa FLUX2.

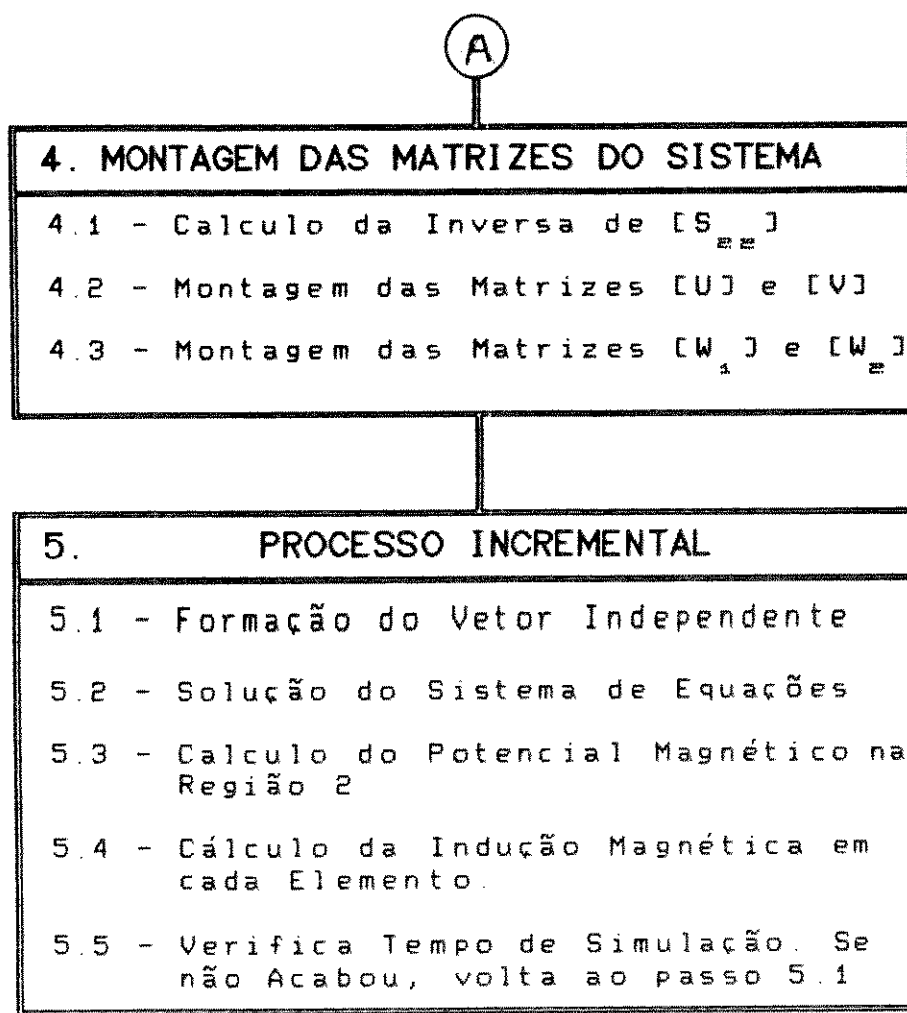


Figura V.2 - Diagrama de Blocos do Programa FLUX2 (Continuação)

A descrição de cada item do diagrama mostrado nas figuras V.2a e V.2b é feita nas seções subsequentes.

V.1 - Processamento Inicial e Formação da Matriz [S].

Nesses passos o programa FLUX2 coincide exatamente com o program FLUX1.

V.2 - Partição das Matrizes e Vetores.

V.2.1 - Determinação do Número de Pontos de Cada Região.

O número de pontos de cada região determina a ordem das submatrizes resultantes do processo de particionamento das matrizes do sistema de equações (III.47).

V.2.2 - Formação dos Vetores que Relacionam Correntes e Fluxo Magnético com os Nós.

São os vetores G_{p1} , G_{p2} , G_{s1} , G_{s2} , F_{p1} , F_{p2} , F_{s1} e F_{s2} do sistema de equações (III.54). No programa computacional eles são respectivamente os vetores GQL01, GQL02, GDLO1, GDLO2, FQL01, FQL02, FDL01, FDL02.

V.2.3 - Partição da Matriz [S].

A partição da matriz [S] resulta nas submatrizes $[S_{11}]$, $[S_{12}]$, $[S_{21}]$ e $[S_{22}]$, e também é feita explorando-se a sua esparsidade. As submatrizes são definidas por vetores semelhantes

aos vetores que definem [S]. Assim, LCOL11 é semelhante a LCOL, NOZE11 semelhante a NOZE etc.

```

C -----
C PARTICAO DA MATRIZ S.
C -----
C
C NOMAX1 = ORDEM DA SUBMATRIZ COM OS PONTOS DA REGIAO 1
C          (MATERIAL MAGNETICO)
C NOMAX2 = ORDEM DA SUBMATRIZ COM OS PONTOS DA REGIAO 2 (MA -
C          TERIAL NAO MAGNETICO.
C CE11   = VETOR COM OS ELEMENTOS NAO NULOS DA REGIAO 1.
C ITAG11 = SEMELHANTE A ITAG, PARA A REGIAO 1.
C NOZE11 = SEMELHANTE A NOZE, PARA A REGIAO 1.
C LCOL11 = SEMELHANTE A LCOL, PARA A REGIAO 1.
C CE22   = VETOR COM OS ELEMENTOS NAO NULOS DA REGIAO 2.
C ITAG22 = SEMELHANTE A ITAG, PARA A REGIAO 2.
C NOZE22 = SEMELHANTE A NOZE, PARA A REGIAO 2.
C LCOL22 = SEMELHANTE A LCOL, PARA A REGIAO 2.
C CE12   = ELEMENTOS NAO NULOS NA SUBMATRIZ DA INTERFACE
C          ENTRE AS REGIOES 1 E 2.
C ITAG12 = VETOR QUE CONTEM O NUMERO DAS COLUNAS DOS ELEMEN -
C          TOS DE CE12.
C NOZE12 = VETOR QUE CONTEM O NUMERO DE ELEMENTOS NAO NULOS
C          EM CADA LINHA DA SUBMATRIZ DA INTERFACE ENTRE AS
C          REGIOES 1 E 2.
C LCOL12 = VETOR QUE CONTEM O NUMERO DA COLUNA DO PRIMEIRO
C          EM CADA LINHA DA SUBMATRIZ DA INTERFACE ENTRE AS
C          1 E 2.
C CE21   = ELEMENTOS NAO NULOS NA SUBMATRIZ DA INTERFACE
C          ENTRE AS REGIOES 2 E 1.
C ITAG21 = VETOR QUE CONTEM O NUMERO DAS COLUNAS DOS ELE
C          MENTOS DE CE21.
C NOZE21 = VETOR QUE CONTEM O NUMERO DE ELEMENTOS NAO NULOS
C          EM CADA LINHA DA SUBMATRIZ DA INTERFACE ENTRE AS
C          REGIOES 1 E 2.
C LCOL21 = VETOR QUE CONTEM O NUMERO DA COLUNA DO PRIMEIRO
C          ELEMENTO NAO NULO EM CADA LINHA DA SUBMATRIZ DA
C          INTERFACE ENTRE AS REGIOES 2 E 1.
C
C DO 221 I=1,NOMAX1
C   NOZE11(I) = 0
221 NOZE12(I) = 0
C   DO 22 I=1,NOMAX2
C     NOZE21(I) = 0
22 NOZE22(I) = 0
C   LW11 = 0
C   LW12 = 0
C   LW21 = 0

```

```

LW22 = 0
DO 24 I=1,NOMAX1
KI = LCOL(I)
KF = KI + NOZE(I) - 1
DO 24 K=KI,KF
M = ITAG(K)
IF(M.LE.NOMAX1) THEN
LW11 = LW11 + 1
ITAG11(LW11) = M
CE11(LW11) = CE(K)
NOZE11(I) = NOZE11(I) + 1
ELSE
LW12 = LW12 + 1
ITAG12(LW12) = M - NOMAX1
CE12(LW12) = CE(K)
NOZE12(I) = NOZE12(I) + 1
ENDIF
24 CONTINUE
NOMAX11 = NOMAX1 + 1
NOMAX12 = NOMAX1 + 2
DO 25 I=NOMAX11,IP
KI = LCOL(I)
KF = KI + NOZE(I) - 1
DO 25 K=KI,KF
M = ITAG(K)
IF(M.LT.NOMAX11) THEN
LW21 = LW21 + 1
ITAG21(LW21) = M
CE21(LW21) = CE(K)
NOZE21(I - NOMAX1) = NOZE21(I-NOMAX1) + 1
ELSE
LW22 = LW22 + 1
ITAG22(LW22) = M - NOMAX1
CE22(LW22) = CE(K)
NOZE22(I-NOMAX1) = NOZE22(I-NOMAX1) + 1
ENDIF
25 CONTINUE
C
C MONTAGEM DOS VETORES LCOL
C
CALL REST2(NOZE11,LCOL11,NOMAX1)
CALL REST2(NOZE12,LCOL12,NOMAX1)
CALL REST2(NOZE21,LCOL21,NOMAX2)
CALL REST2(NOZE22,LCOL22,NOMAX2)

```

V.2.4 - Montagem da Matriz $[T_{11}]$.

Como pode ser demonstrado no capítulo III, apenas a

matriz $[T_{11}]$ precisa ser formada. A sua estrutura é a mesma da matriz $[S_{11}]$. Portanto, os vetores que definem $[T_{11}]$ deverão ser os mesmos que definem $[S_{11}]$.

A subrotina REST2 forma, para cada região, os vetores com os número da coluna do primeiro elemento não nulo em cada linha (LCOL11, LCOL12 etc).

```

C -----
C MONTAGEM DA MATRIZ T11. ESSA MATRIZ RELACIONA PONTOS NODAIS
C COM CORRENTES PARASITAS.
C -----
C
DO 27 I=1,LW11
27 T11(I) = 0.
DO 29 I=1,IE
IF(ITM(I).NE.ITIP1) GO TO 29
SA = SIGMA(I)*AREA(I)/12.
DSA = SA*2.
DO 31 J=2,4
J1 = IC(J,I)
KI = LCOL11(J1)
KF = KI + NOZE11(J1) - 1
DO 31 L=2,4
L1 = IC(L,I)
DO 331 K=KI,KF
IF(ITAG11(K).NE.L1) GO TO 331
IF(L1.EQ.J1) THEN
T11(K) = T11(K) + DSA
ELSE
T11(K) = T11(K) + SA
ENDIF
331 CONTINUE
31 CONTINUE
29 CONTINUE
C
DO 211 I=1,NPC
M = IPC(I)
IF(M.LE.NOMAX1) THEN
DO 214 J=1,LW11
IF(ITAG11(J).EQ.M) T11(J) = 0.
214 CONTINUE
ELSE
ENDIF
211 CONTINUE

```

```

C      DO 212 I=1,NPC
        M = IPC(I)
        IF(M.LE.NOMAX1) THEN
          KI = LCOL11(M)
          KF = KI + NOZE11(M) - 1
          DO 213 K=KI,KF
            T11(K) = 0.
            IF(ITAG11(K).EQ.M) T11(K) = 1.
213      CONTINUE
          ELSE
            ENDIF
212      CONTINUE

```

V.3 - Montagem das Matrizes do Sistema

V.3.1 - Cálculo da Matriz Inversa de $[S_{22}]$.

A matriz $[S_{22}]$ é simétrica e, por essa razão pode ser colocada na forma de um produto de duas matrizes triangulares $[CH]$ e $[CH]^t$. Assim :

$$[S_{22}] = [CH]^t [CH] \quad (V.1)$$

Do cálculo matricial sabe-se que a inversa de uma matriz que é definida pelo produto de duas matrizes triangulares é o produto das inversas das matrizes triangulares, na ordem inversa. Assim :

$$[S_{22}]^{-1} = [CH]^{-1} . ([CH]^t)^{-1} \quad (V.2)$$

Os elementos de $[CH]$ são calculados de acordo com o seguinte algoritmo, que recebe o nome de decomposição de Choleski :

$$\begin{cases} m_{11} = \sqrt{a_{11}} \\ m_{1j} = a_{1j}/m_{11} \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_{22} = \sqrt{a_{22} - m_{12}^2} \\ m_{2j} = (1/m_{22})[\sqrt{a_{2j} - m_{12} \cdot m_{1j}}] \end{cases} \quad (V.3)$$

$$\begin{cases} m_{pp} = \sqrt{a_{pp} - \sum_{k=1}^{p-1} m_{kp}^2} \\ m_{pj} = (1/m_{pp})[a_{pj} - \sum m_{kp} \cdot m_{kj}] \end{cases}$$

onde m_{ij} são os elementos de $[CH]$ e a_{ij} são os elementos de $[S_{22}]$.

A inversão de uma matriz triangular é bastante simples, pois a matriz inversa resultante também será uma matriz triangular de mesma natureza.

Seja, por exemplo, uma matriz triangular inferior $[L]$, e sua inversa $[L]^{-1} = [B]$. Para os elementos da diagonal pode-se escrever :

$$b_{ii} \cdot l_{ii} = 1 \quad (V.4)$$

de onde :

$$b_{ii} = 1/l_{ii} \quad (V.5)$$

Os demais elementos da matriz inversa podem ser

calculados linha a linha, ou coluna a coluna, como pode ser visto pelo exemplo abaixo, onde são calculados os elementos da quarta coluna de [B].

$$\begin{aligned} 1 &= l_{44} \cdot b_{44} \\ 0 &= l_{54} \cdot b_{44} + l_{55} \cdot b_{54} \\ 0 &= l_{64} \cdot b_{44} + l_{65} \cdot b_{54} + l_{66} \cdot b_{64} \\ &\dots\dots\dots \\ 0 &= l_{n4} \cdot b_{44} + l_{n5} \cdot b_{54} + \dots + l_{nn} \cdot b_{n4} \end{aligned} \tag{U.6}$$

No exemplo acima, $b_{44} = 1/l_{44}$, $b_{54} = l_{54} \cdot b_{44}/l_{55}$ e assim por diante.

No programa computacional que se apresenta, o cálculo dos elementos da inversa de [CH] é feito linha a linha. As operações são realizadas trabalhando-se apenas com os elementos não nulos. [S₂₂] é uma matriz esparsa, mas a inversa de uma matriz esparsa é geralmente uma matriz cheia, razão pela qual não é conveniente armazená-la pelos seus elementos não nulos.

```
C
C -----
C  CALCULO DA INVERSA DE S22.
C -----
C
C  DECOMPOSICAO DE CHOLESKI DA MATRIZ S22.
C
C  NOZCH = VETOR COM O NUMERO DE ELEMENTOS NAO NULOS EM CADA
C          LINHA DA MATRIZ CH.
C
C  LCOCH = VETOR QUE CONTEM O NUMERO DA LINHA DO PRIMEIRO ELE-
C          MENTO NAO NULO EM CADA LINHA.
C
```

```

C      ITACH = VETOR QUE CONTEM O NUMERO DA COLUNA DE CADA
C      ELEMENTO NAO NULO NA MATRIZ CH.
C
C      CH      = VETOR QUE CONTEM OS ELEMENTOS NAO NULOS NA MATRIZ
C      CH.
C
C      CH(1) = SQRT(CE22(1))
C      L = 0
C
C      DO 514 I=1,NOMAX2
514    NOZCH(I) = 0
C
C      KI = LCOL22(1)
C      KF = KI + NOZE22(1) - 1
C
C      DO 515 K=KI,KF
C      L = L + 1
C      M = ITAG22(K)
C      CH(L) = CE22(K)/CH(1)
C      NOZCH(1) = NOZCH(1) + 1
C      ITACH(L) = M
515    CONTINUE
C
C      LCOCH(1) = 1
C
C      DO 516 I=2,NOMAX2
C
C      DO 521 J=1,NOMAX2
C      IF(I.GT.J) GO TO 521
C      KI = LCOL22(I)
C      KF = KI + NOZE22(I) - 1
C
C      DO 517 K=KI,KF
C      IF(ITAG22(K).EQ.J) SUB = CE22(K)
51    CONTINUE
C
C      I1 = I - 1
C      SUM = 0
C      IF(I.EQ.J) THEN
C
C      DO 518 LL=1,I1
C      KI = LCOCH(LL)
C      KF = KI + NOZCH(LL) - 1
C
C      DO 518 K=KI,KF
C      M = ITACH(K)
C      IF(M.EQ.I) SUM = SUM + CH(K)**2
518    CONTINUE
C
C      L = L + 1
C      CH(L) = SQRT(SUB - SUM)
C      DIV = CH(L)
C      NOZCH(I) = NOZCH(I) + 1
C      ITACH(L) = I
C

```

```

ELSE
C
DO 519 LL=1,I1
KI = LCOCH(LL)
KF = KI + NOZCH(LL) - 1
C
DO 520 K=KI,KF
IF(ITACH(K).EQ.I) K1 = K
IF(ITACH(K).EQ.J) K2 = K
520 CONTINUE
C
SUM = SUM + CH(K1)*CH(K2)
519 CONTINUE
C
L = L + 1
CH(L) = (SUB - SUM)/DIV
NOZCH(I) = NOZCH(I) + 1
ITACH(L) = J
ENDIF
C
521 CONTINUE
C
LCOCH(I) = LCOCH(I-1) + NOZCH(I-1)
516 CONTINUE
C
LCH = L
C
INVERSAO DA MATRIZ CH
C
NOZEI = SEMELHANTE A NOZCH PARA A MATRIZ INVERSA.
C
LCOLI = SEMELHANTE A LCOCH PARA A INVERSA DE CH.
C
ITAGI = SEMELHANTE A ITACH PARA A INVERSA DE CH.
C
CHI = VETOR COM OS ELEMENTOS NAO NULOS DA INVERSA DE CH.
C
DO 181 I=1,NOMAX2
181 NOZEI(I) = 0
C
CHI(1) = 1./CH(1)
NOZEI(1) = 1
ITAGI(1) = 1
LCOLI(1) = 1
L = 1
C
DO 182 I=2,NOMAX2
L = L + 1
KI = LCOCH(I)
KF = KI + NOZCH(I) - 1
C
DO 183 K=KI,KF
IF(ITACH(K).EQ.I) CHI(L) = 1./CH(K)
183 CONTINUE
C

```

```

        LCOLI(I) = LCOLI(I-1) + NOZEI(I-1)
        NOZEI(I) = NOZEI(I) + 1
        ITAGI(L) = I
        I1 = I - 1
C
        DO 185 J=I1,1,-1
        KI = LCOCH(J)
        KF = KI + NOZCH(J) - 1
C
        DO 187 K=KI,KF
        IF(ITACH(K).EQ.J) DIV = CH(K)
187 CONTINUE
C
        SUM = 0.
        J1 = J + 1
C
        DO 184 LL=J1,I
        KII = LCOLI(I)
        KFI = KII + NOZEI(I) - 1
        KIL = LCOCH(LL)
        KFL = KIL + NOZCH(LL) - 1
C
        DO 188 KKI=KII,KFI
        IF(ITAGI(KI).EQ.LL) K1 = KKI
188 CONTINUE
C
        DO 186 KKL = KIL,KFL
        IF(ITACH(KKL).EQ.J) K2 = KKL
186 CONTINUE
C
        SUM = SUM + CHI(K1)*CH(K2)
184 CONTINUE
C
        KI = LCOLI(I)
        KF = KI + NOZEI(I) - 1
C
        DO 189 K=KF,KI,-1
        CHI(K+1) = CHI(K)
        ITAGI(K+1) = ITAGI(K)
189 CONTINUE
C
        CHI(KI) = -SUM/DIV
        ITAGI(KI) = J
        NOZEI(I) = NOZEI(I) + 1
        L = L + 1
185 CONTINUE
C
182 CONTINUE
C
        LCHI = L
C
        L = 0
C
C        MULTIPLICACAO CHI(TRANS) POR CHI
C

```

```

      DO 193 I=1,NOMAX2
      DO 193 J=I,NOMAX2
      L = L + 1
      S22(L) = 0
C
      KI = LCOLI(I)
      KF = KI + NOZEI(I) - 1
      KII = LCOLI(J)
      KFF = KII + NOZEI(J) - 1
C
      DO 193 K=KI,KF
      M = ITAGI(K)
C
      DO 194 KK=KII,KFF
      IF(ITAG(KK).EQ.M) S22(L) = S22(L) + CHI(K)*CHI(KK)
194  CONTINUE

```

V.3.2 - Montagem das Matrizes [U] e [V].

As matrizes [U] e [V] são montadas simultaneamente, por acumulação, a partir das operações matriciais existentes nas matrizes da equação (III.54).

Todas as operações matriciais são efetuadas trabalhando-se apenas com os elementos não nulos das submatrizes. O armazenamento de [U] e [V] também é feito armazenando-se apenas os seus elementos não nulos.

A programação computacional do cálculo e armazenagem dos elementos das matrizes [U] e [V] é apresentada na listagem a seguir.

```

C
C -----
C  MONTAGEM DAS MATRIZES U E V.
C -----
C
C  MULTIPLICACAO DA INVERSA S22 POR S21. O RESULTADO E ARMAZE -
C  NADO EM CEP(LWP), ONDE LWP E O NUMERO DE ELEMENTOS NAO NULOS
C  RESULTANTES DA OPERACAO.
C
C  NCOL = NUMERO DE COLUNAS NAO NULAS EM S12
C

```

```

C      NOZCOL = VETOR COM O NUMERO DAS COLUNAS NAO NULAS EM S12.
C
      NCOL = 0
      DO 377 I=1,NOMAX1
      IF(NOZE12(I).EQ.0) GO TO 377
      NCOL = NCOL + 1
      NOZCOL(NCOL) = I
377    CONTINUE
C
      LWP = 0
      DO 37 I=1,NOMAX2
      DO 37 J=1,NCOL
      N = NOZCOL(J)
      LWP = LWP + 1
      CEP(LWP) = 0.
      KI = LCOL12(N)
      KF = KI + NOZE12(N) - 1
      DO 37 K=KI,KF
      M = ITAG12(K)
      CEP(LWP) = CEP(LWP) + S22(I,M)*CE12(K)
37    CONTINUE
C
C      MULTIPLICACAO DE S12(NOMAX1,NOMAX2) POR CEP(LWP).      O RE -
C      SULTADO E ARMAZENADO EM CEPP(LWPP). ONDE LWPP E O NUMERO DE
C      ELEMENTOS NAO NULOS RESULTANTES DA OPERACAO.
C
C      NLIN = NUMERO DE LINHAS NAO NULAS EM S12.
C
C      NOZLIN = VETOR COM AS LINHAS NAO NULAS EM S12.
C
      NLIN = 0
      DO 388 I=1,NOMAX1
      IF(NOZE12(I).EQ.0) GO TO 388
      NLIN = NLIN + 1
      NOZLIN(NLIN) = I
388    CONTINUE
C
      LWPP = 0
      DO 38 I=1,NLIN
      N = NOZLIN(I)
      KI = LCOL12(N)
      KF = KI + NOZE12(N) - 1
      DO 38 J=1,NCOL
      LWPP = LWPP + 1
      CEPP(LWPP) = 0.
      DO 38 K=KI,KF
      M = ITAG12(K)
      MM = J + (M-1)*NCOL
      CEPP(LWPP) = CEPP(LWPP) + CE12(K)*CEP(MM)
38    CONTINUE
C
C      SUBTRACAO  S11(NOMAX1,NOMAX1) - PP(NLIN,NCOL).
C
      LWCON = 0

```

```

DO 39 I=1,NLIN
M = NOZLIN(I)
DO 39 J=1,NCOL
N = NOZCOL(J)
LWCON = LWCON + 1
KI = LCOL11(M)
KF = KI + NOZE11(M) - 1
IF(N.LT.ITAG11(KI)) THEN
DO 392 L=LW11,KI,-1
ITAG11(L+1) = ITAG11(L)
392 CE11(L+1) = CE11(L)
ITAG11(KI) = N
CE11(KI) = -CEPP(LWCON)
NOZE11(M) = NOZE11(M) + 1
M1 = M + 1
DO 393 L=M1,NOMAX1
393 LCOL11(L) = LCOL11(L) + 1
LW11 = LW11 + 1
GO TO 39
ELSE
ENDIF
IF(N.GT.ITAG11(KF)) THEN
KF1 = KF + 1
DO 440 L=LW11,KF1,-1
ITAG11(L + 1) = ITAG11(L)
440 CE11(L+1) = CE11(L)
ITAG11(KF1) = N
CE11(KF1) = -CEPP(LWCON)
NOZE11(M) = NOZE11(M) + 1
M1 = M + 1
DO 42 L=M1,NOMAX1
42 LCOL11(L) = LCOL11(L) + 1
LW11 = LW11 + 1
GO TO 39
ELSE
ENDIF
DO 40 K=KI,KF
IF(ITAG11(K).EQ.N) THEN
CE11(K) = CE11(K) - CEPP(LWCON)
GO TO 39
ELSE
ENDIF
IF(N.LT.ITAG11(K)) THEN
DO 43 L=LW11,K,-1
ITAG11(L+1) = ITAG11(L)
CE11(L+1) = CE11(L)
43 CONTINUE
ITAG11(K) = N
CE11(K) = -CEPP(LWCON)
LW11 = LW11 + 1
NOZE11(M) = NOZE11(M) + 1
M1 = M + 1
DO 441 L=M1,NOMAX1
441 LCOL11(L) = LCOL11(L) + 1
GO TO 39

```

```

ELSE
ENDIF
40 CONTINUE
39 CONTINUE
C
C
C      ACUMULACAO EM V DE S11 - S12*S22*S21
C
DO 444 I=1,NOMAX1
LCOLV(I) = LCOL11(I)
444 NOZEV(I) = NOZE11(I)
DO 445 I=1,LW11
ITAGV(I) = ITAG11(I)
445 CEV(I) = CE11(I)
C
C      MULTIPLICACAO DE FQLO2 POR S22*S21
C
DO 72 I=1,NCOL
U32(I) = 0.
DO 72 J=1,NPEEQ2
M = IPEEQ2(J)
MM = (M-1)*NCOL + I
U32(I) = U32(I) + FQLO2(J)*CEP(MM)
72 CONTINUE
C
C      SUBTRACAO FQLO1 - FQLO2*S22*S21
C
DO 46 I=1,NOMAX1
U31(I) = 0.
DO 47 I=1,NPEEQ1
M = IPEEQ1(I)
47 U31(M) = FQLO1(I)
DO 48 I=1,NCOL
M = NOZCOL(I)
48 U31(M) = U31(M) - U32(I)
NCOLS = 0
DO 263 I=1,NOMAX1
IF(U31(I).EQ.0.) GO TO 263
NCOLS = NCOLS + 1
NU31(NCOLS) = I
V32(NCOLS) = U31(I)
263 CONTINUE
C
C      ACUMULACAO DE FQLO2*S22*S21 EM U.
C
NOZEU(NOMAX1 + 1) = NCOLS
LCOLU(NOMAX1 + 1) = NOZEU(NOMAX1) + LCOLU(NOMAX1)
DO 74 I=1,NCOLS
ITAGU(LWU + I) = NU31(I)
74 CEU(LWU + I) = V32(I)
LWU=LWU+NCOLS
LWV = LW11
C
C      MULTIPLICACAO DE FQLO2(NOMAX1,1)(TRANS) POR S22*S21. O RE -
C      SULTADO E ARMAZENADO EM U31(NCOL)

```

```

C      DO 68 I=1,NCOL
        U32(I) = 0.
        DO 68 J=1,NPEED2
          M = IPEED2(J)
          MM = (M-1)*NCOL + I
          U32(I) = U32(I) + FDL02(J)*CEP(MM)
68      CONTINUE
C
C      SUBTRACAO FDL01 - FDL02*S22*S21
C
        DO 60 I=1,NOMAX1
90      U31(I) = 0.
          DO 61 I=1,NPEED1
            M = IPEED1(I)
61      U31(M) = FDL01(I)
            DO 62 I=1,NCOL
              M = NOZCOL(I)
62      U31(M) = U31(M) - U32(I)
            NCOLS = 0
            DO 63 I=1,NOMAX1
              IF(U31(I).EQ.0.) GO TO 63
              NCOLS = NCOLS + 1
              NU31(NCOLS) = I
              V32(NCOLS) = U31(I)
63      CONTINUE
C
C      ACUMULACAO FDL01 - FDL02*S22*S21 EM U.
C
        NOZEU(NOMAX1+2) = NCOLS
        LCOLU(NOMAX1+2) = NOZEU(NOMAX1 + 1) + LCOLU(NOMAX1 + 1)
        DO 71 I=1,NCOLS
          ITAGU(LWU+I) = NU31(I)
71      CEU(LWU+I) = V32(I)
          LWU = LWU + NCOLS
C
C      MULTIPLICACAO DE S22 POR GQL02
C
2502    DO 97 I=1,NOMAX2
          V13(I) = 0.
          DO 97 J=1,NPEEQ2
            M = IPEEQ2(J)
97      V13(I) = V13(I) + S22(I,M)*GQL02(J)
C
        DO 998 I=1,NOMAX1
          IF(NOZE12(I).EQ.0) THEN
            V32(I) = 0.
          ELSE
            V32(I) = 0.
            KI = LCOL12(I)
            KF = KI + NOZE12(I) - 1
            DO 98 K=KI,KF
              M = ITAG12(K)
              V32(I) = V32(I) + CE12(K)*V13(M)
98      CONTINUE

```

```

      ENDIF
998  CONTINUE
C
C      SUBTRACAO GQLD1 - S12*S22*GQLD2
C
      DO 81 I=1,NOMAX1
81    U31(I) = 0.
      DO 82 I=1,NPEEQ1
      M = IPEEQ1(I)
82    U31(M) = GQLD1(I)
      DO 83 I=1,NOMAX1
83    U31(I) = U31(I) - V32(I)
      NLINS = 0
      DO 84 I=1,NOMAX1
      IF(U31(I).NE.0.) THEN
      NLINS = NLINS + 1
      NU31(NLINS) = I
      V32(NLINS) = U31(I)
      ELSE
      ENDIF
84  CONTINUE
C
C      ACUMULACAO DE GQLD1 - S12*S22*GQLD2 EM V.
C
      DO 99 II=1,NLINS
      I = NU31(II)
      LF = NOZEV(I) + LCOLV(I)
      NOZEV(I) = NOZEV(I) + 1
      DO 101 L=LWV,LF,-1
      ITAGV(L+1) = ITAGV(L)
101  CEV(L+1) = CEV(L)
      ITAGV(LF) = NOMAX1 + 1
      CEV(LF) = V32(II)
      LWV = LWV + 1
      I1 = I + 1
      I2 = NOMAX1
      DO 102 L=I1,I2
102  LCOLV(L) = LCOLV(L) + 1
99  CONTINUE
C
C      MULTIPLICACAO FQLD2*S22*GQLD2
C
      U33 = 0.
      DO 113 I=1,NPEEQ2
      M = IPEEQ2(I)
113  U33 = U33 + FQLD2(I)*V13(M)
C
C      ACUMULACAO DE FQLD2*S22*GQLD2 EM U.
C
      LF = NOZEU(NOMAX1 + 1) + LCOLU(NOMAX1 + 1)
      NOZEU(NOMAX1 + 1) = NOZEU(NOMAX1 + 1) + 1
      DO 1113 I=LWU,LF,-1
      ITAGU(I+1) = ITAGU(I)
1113 CEU(I+1) = CEU(I)
      ITAGU(LF) = NOMAX1 + 1

```

```

CEU(LF) = -U33
LWU = LWU + 1
LCOLU(NOMAX1 + 2) = NOZEU(NOMAX1 + 1) + LCOLU(NOMAX1 + 1)
C
C   MULTIPLICACAO FDL02*S22*GQL02
C
U33 = 0.
DO 109 I=1,NPEED2
M = IPEED2(I)
109 U33 = U33 + FDL02(I)*V13(M)
C
C   ACUMULACAO DE FDL02*S22*GQL02 EM U
C
NOZEU(NOMAX1 + 2) = NOZEU(NOMAX1 + 2) + 1
LWU = LWU + 1
ITAGU(LWU) = NOMAX1 + 1
CEU(LWU) = -U33
C
C   MULTIPLICACAO S22*GDLO2
C
DO 117 I=1,NOMAX2
V13(I) = 0.
DO 117 J=1,NPEED2
M = IPEED2(J)
117 V13(I) = V13(I) + S22(I,M)*GDLO2(J)
C
C   MULTIPLICACAO S12*S22*GDLO2
C
DO 1118 I=1,NOMAX1
IF(NOZE12(I).EQ.0) THEN
V32(I) = 0.
ELSE
V32(I) = 0.
KI = LCOL12(I)
KF = KI + NOZE12(I) - 1
DO 118 K=KI,KF
M = ITAG12(K)
V32(I) = V32(I) + CE12(K)*V13(M)
118 CONTINUE
ENDIF
1118 CONTINUE
C
C   SUBTRACAO GDLO1 - S12*S22*GDLO2
C
DO 76 I=1,NOMAX1
76 U31(I) = 0.
DO 77 I=1,NPEED1
M = IPEED1(I)
77 U31(M) = GDLO1(I)
DO 78 I=1,NOMAX1
78 U31(I) = U31(I) - V32(I)
NLINS = 0
DO 79 I=1,NOMAX1
IF(U31(I).NE.0.) THEN
NLINS = NLINS + 1

```

```

      NU31(NLINS) = I
      V32(NLINS) = U31(I)
      ELSE
      ENDIF
79    CONTINUE
C
C    ACUMULACAO DE GDLO1- S12*S22*GDLO2 EM V.
C
      DO 119 II=1,NLINS
      I = NU31(II)
      LF = NOZEV(I) + LCOLV(I)
      NOZEV(I) = NOZEV(I) + 1
      DO 121 L=LWV,LF,-1
      ITAGV(L+1) = ITAGV(L)
121    CEV(L+1) = CEV(L)
      ITAGV(LF) = NOMAX1 + 2
      CEV(LF) = V32(II)
      LWV = LWV + 1
      L1 = I + 1
      L2 = NOMAX1
      DO 122 L=L1,L2
122    LCOLV(L) = LCOLV(L) + 1
119    CONTINUE
C
C    MULTIPLICACAO FQLO2*S22*GDLO2.
C
      U33 = 0.
      DO 133 I=1,NPEEQ2
      M = IPEEQ2(I)
133    U33 = U33 + FQLO2(I)*V13(M)
C
C    ACUMULACAO DE FQLO2*S22*GDLO2 EM U.
C
      LF = NOZEU(NOMAX1 + 1) + LCOLU(NOMAX1 + 1)
      NOZEU(NOMAX1 + 1) = NOZEU(NOMAX1 + 1) + 1
      DO 135 L=LWU,LF,-1
      ITAGU(L+1) = ITAGU(L)
135    CEU(L+1) = CEU(L)
      ITAGU(LF) = NOMAX1 + 2
      CEU(LF) = -U33
      LWU = LWU + 1
      LCOLU(NOMAX1 + 2) = LCOLU(NOMAX1 + 2) + 1
C
C    MULTIPLICACAO FDLO2*S22*GDLO2
C
      U33 = 0.
      DO 129 I=1,NPEED2
      M = IPEED2(I)
129    U33 = U33 + FDLO2(I)*V13(M)
C
C    ACUMULACAO DE FDLO2*S22*GDLO2 EM U.
C
      NOZEU(NOMAX1 + 2) = NOZEU(NOMAX1 + 2) + 1
      LWU = LWU + 1
      ITAGU(LWU) = NOMAX1 + 2

```

```

      CEU(LWU) = -U33
C
C      ACUMULACAO DE RQ EM V.
C
2503  NOZEV(NOMAX1 + 1) = 1
      LCOLV(NOMAX1 + 1) = LCOLV(NOMAX1) + NOZEV(NOMAX1)
      LWV = LWV + 1
      ITAGV(LWV) = NOMAX1 + 1
      CEV(LWV) = RQ
C
C      ACUMULACAO DE RD EM V.
C
      NOZEV(NOMAX1 + 2) = 1
      LCOLV(NOMAX1 + 2) = LCOLV(NOMAX1 + 1) + NOZEV(NOMAX1 + 1)
      LWV = LWV + 1
      ITAGV(LWV) = NOMAX1 + 2
      CEV(LWV) = RD
2504  NMX133 = NOMAX1 + 2

```

V.3.3 - Montagem das Matrizes $[W_1]$ e $[W_3]$.

As matrizes $[W_1]$ e $[W_3]$ são resultantes da aplicação do método trapezoidal implícito na integração numérica da equação (III.56). Também são geradas e armazenadas explorando-se a esparsidade das matrizes do sistema.

Os elementos muito pequenos nas matrizes $[W_1]$ e $[W_3]$ são eliminados, uma vez que nos resultados das operações matriciais envolvidas poderão existir, em certas linhas, elementos da ordem de 10^{-6} , por exemplo, e elementos da ordem de 10^7 . Todos os elementos das matrizes são comparados com uma certa tolerância, por exemplo 10^{-1} , e os que forem menor do que esse valor são eliminados. Esse procedimento deverá acarretar uma melhora na precisão dos resultados.

```

C -----
C MONTAGEM DAS MATRIZES W1 E W3.
C -----
C
C NOZEV = VETOR COM O NUMERO DE ELEMENTOS NAO NULOS EM CADA
C LINHA DA MATRIZ V.
C
C NOZEU = IDEM PARA A MATRIZ U.
C
C LCOLV = VETOR COM O NUMERO DA COLUNA DO PRIMEIRO ELEMENTO
C NAO NULO EM CADA LINHA DA MATRIZ V.
C
C LCOLU = IDEM PARA A MATRIZ U
C
C ITAGV = VETOR COM OS INDICES DAS COLUNAS DE CADA ELEMENTO
C NAO NULO NA MATRIZ V.
C
C ITAGU = IDEM PARA A MATRIZ U.
C
C CEV = VETOR COM OS ELEMENTOS NAO NULOS DA MATRIZ V.
C
C CEU = IDEM PARA A MATRIZ U.
C
C NOZUVS = SEMELHANTE A NOZEV PARA AA MATRIZES W1 E W3.
C
C LCOUVS = SEMELHANTE A LCOLV PARA AS MATRIZES W1 E W3
C
C ITAUVS = SEMELHANTE A ITAGV PARA AS MATRIZES W1 E W3.
C
C CEUVS = VETOR COM OS ELEMENTOS NAO NULOS DA MATRIZ W1.
C
C CEUVX = IDEM PARA A MATRIZ W3.
C
C IF(NEED1.EQ.0) THEN
C KI = LCOLV(NMX133)
C KF = KI + NOZEV(NMX133) - 1
C DO 248 K=KI,KF
C CEV(K) = 0.
248 CONTINUE
C KI = LCOLU(NMX133)
C KF = NOZEU(NMX133) + KI - 1
C DO 249 K=KI,KF
C CEU(K) = 0.
249 CONTINUE
C DO 254 I=1,NMX133
C KI = LCOLV(I)
C KF = KI + NOZEV(I) - 1
C DO 255 K=KI,KF
C IF(ITAGV(K).EQ.NMX133) CEV(K) = 0.
255 CONTINUE
C KI = LCOLU(I)
C KF = KI + NOZEU(I) - 1
C DO 256 K=KI,KF
C IF(ITAGU(K).EQ.NMX133) CEU(K) = 0.
256 CONTINUE

```

```

254  CONTINUE
      CEV(LWV) = 1.
      CEU(LWU) = 1.
      ENDIF
C
      NPASS = 1
      LWX = LWV - NOZEV(NMX133)
C
      DO 173 I=1,NOMAX1
        NOZUVS(I) = NOZEV(I)
173   LCOUVS(I) = LCOLV(I)
        LWUVS = LWV - NOZEV(NMX133) - NOZEV(NMX133 - 1)
        DO 1173 I=1,LWUVS
          ITAUVS(I) = ITAGV(I)
          CEUVS(I) = CEV(I)*PASS/2.
          CEUVX(I) = -CEV(I)*PASS/2.
1173  CONTINUE
C
      DO 174 I=1,NOMAX1
        KI = LCOLU(I)
        KF = KI + NOZEU(I) - 1
        KII = LCOUVS(I)
        KFF = KII + NOZUVS(I) - 1
        DO 174 K=KI,KF
          DO 174 KK=KII,KFF
            IF(ITAUVS(KK).EQ.ITAGU(K)) THEN
              CEUVS(KK) = CEU(K) + CEUVS(KK)
              CEUVX(KK) = CEU(K) + CEUVX(KK)
            ELSE
              ENDIF
          ENDIF
174   CONTINUE
        KI = LCOLU(NOMAX1 + 1)
        KF = KI + NOZEU(NOMAX1 + 1) - 1
        DO 175 K=KI,KF
          LWUVS = LWUVS + 1
          CEUVS(LWUVS) = CEU(K)
          CEUVX(LWUVS) = CEU(K)
          ITAUVS(LWUVS) = ITAGU(K)
          IF(ITAUVS(LWUVS).EQ.NOMAX11) THEN
            CEUVS(LWUVS) = CEUVS(LWUVS) + RQ*PASS/2.
            CEUVX(LWUVS) = CEUVX(LWUVS) - RQ*PASS/2.
          ELSE
            ENDIF
175   CONTINUE
        LCOUVS(NOMAX1 + 1) = LCOUVS(NOMAX1) + NOZUVS(NOMAX1)
        NOZUVS(NOMAX1 + 1) = NOZEU(NOMAX1 + 1)
C
        KI = LCOLU(NOMAX1 + 2)
        KF = KI + NOZEU(NOMAX1 + 2) - 1
        DO 176 K=KI,KF
          LWUVS = LWUVS + 1
          CEUVS(LWUVS) = CEU(K)
          CEUVX(LWUVS) = CEU(K)
          ITAUVS(LWUVS) = ITAGU(K)
          IF(ITAUVS(LWUVS).EQ.NOMAX12) THEN

```

```

      CEUVS(LWUVS) = CEUVS(LWUVS) + RD*PASS/2.
      CEUVX(LWUVS) = CEUVX(LWUVS) - RD*PASS/2.
      ELSE
      ENDIF
176  CONTINUE
      LCOUVS(NOMAX1 + 2) = LCOUVS(NOMAX1 + 1) + NOZUVS(NOMAX1 + 1)
      NOZUVS(NOMAX1 + 2) = NOZEU(NOMAX1 + 2)
2506 CONTINUE
C
      DO 533 I=1,NPC
      M = IPC(I)
      KI = LCOUVS(M)
      KF = KI + NOZUVS(M) - 1
      DO 533 K=KI,KF
      IF(ITAUVS(K).EQ.M) CEUVS(K) = 1.
533  CONTINUE
C
C
C      ELIMINACAO DOS ELEMENTOS MUITO PEQUENOS DA MATRIZ UVS
C
      DO 157 I=1,NMX133
      KI = LCOUVS(I)
      KF = NOZUVS(I) + KI - 1
      DO 157 K=KI,KF
      IF(DABS(CEUVS(K)).LT..0001) CEUVS(K) = 0.
157  CONTINUE

```

V.3.5 - Decomposição LU da Matriz $[W_1]$.

Para a solução do sistema de equações a matriz $[W_1]$ será decomposta em duas matrizes triangulares, uma triangular inferior $[W_{L1}]$, e outra triangular superior $[W_{S1}]$, tal que :

$$[W_1] = [W_{L1}].[W_{S1}] \quad (V.7)$$

Chamando de a_{jk} os elementos da matriz $[W_1]$, l_{jk} os elementos de $[W_{L1}]$ e s_{kj} os elementos de $[W_{S1}]$, a decomposição é feita utilizando o seguinte algoritmo :

$$l_{jk} = a_{jk} - \sum_{i=1}^{j-1} l_{ji} \cdot s_{ik} \quad (V.8)$$

para o cálculo das linhas de $[W_{L1}]$ e,

$$s_{kj} = (1/l_{kk}) \cdot (a_{kj} - \sum_{i=1}^{j-1} l_{ki} \cdot s_{ij}) \quad (V.9)$$

para as colunas de $[W_{S1}]$. Os cálculos são simultâneos, e os índices k e j variam de 1 a n , onde n é a ordem da matriz.

A matriz triangular inferior é invertida e armazenada sob forma de matriz triangular. A matriz triangular superior é armazenada através de seus elementos não nulos. Todo o processo de decomposição, inversão e armazenagem é feito explorando-se a esparsidade das matrizes, e é apresentado na listagem a seguir :

```

C -----
C   DECOMPOSICAO LU DA MATRIZ W1.
C -----
C
C   NOZEL = VETOR COM O NUMERO DE ELEMENTOS NAO NULOS NA MATRIZ
C           TRIANGULAR INFERIOR
C
C   NOZES = IDEM, MATRIZ TRIANGULAR SUPERIOR.
C
C   LCOLL = VETOR COM O NUMERO DA PRIMEIRA COLUNA NAO NULA EM
C           CADA LINHA DA MATRIZ TRIANGULAR INFERIOR.
C
C   LCOLS = IDEM, MATRIZ TRIANGULAR SUPERIOR.
C
C   ITAGL = VETOR COM OS INDICES DAS COLUNAS DOS ELEMENTOS DA
C           MATRIZ TRIANGULAR INFERIOR.
C
C   ITAGS = IDEM, MATRIZ TRIANGULAR SUPERIOR.
C
C   CEL   = VETOR COM OS ELEMENTOS NAO NULOS DA MATRIZ
C           TRIANGULAR INFERIOR.
C
C   CES   = IDEM, MATRIZ TRIANGULAR SUPERIOR.
C

```

```

DO 1235 I=1,NMX133
NOZEL(I) = 0
1235 NOZES(I) = 0
C
LL = 0
LS = 0
C
DO 233 I=1,NMX133
DO 234 J=1,I
C
J1 = J-1
S33 = 0
KI = LCOUVS(I)
KF = KI + NOZUVS(I) - 1
C
DO 1233 K=KI,KF
IF(ITAUVS(K).EQ.J) S33 = CEUVS(K)
1233 CONTINUE
C
SUM = 0
IF(J1.LT.1) GO TO 235
KI = LCOLL(I)
KF = KI + NOZEL(I) - 1
C
DO 235 K=KI,KF
M = ITAGL(K)
IF(M.GT.J1) GO TO 235
KII = LCOLS(M)
KFF = KII + NOZES(M) - 1
C
DO 235 KK=KII,KFF
IF(ITAGL(KK).EQ.J) SUM = SUM + CEL(KK)*CES(KK)
235 CONTINUE
C
LL = LL + 1
CEL(LL) = S33 - SUM
ITAGL(LL) = J
NOZEL(I) = NOZEL(I) + 1
234 CONTINUE
C
I1 = I + 1
J1 = J - 1
DO 236 J=I1,NMX133
SUM = 0
S33 = 0
KI = LCOUVS(I)
KF = KI + NOZUVS(I) - 1
DO 1236 K=KI,KF
IF(ITAUVS(K).EQ.J) S33 = CEUVS(K)
1236 CONTINUE
C
IF(J1.LT.1) GO TO 237
KI = LCOLL(I)
KF = KI + NOZEL(I) - 1
DO 237 K=KI,KF

```

```

      M = ITAGL(K)
      IF(M.LT.I1) GO TO 237
      IF(M.EQ.I) DIV = CEL(K)
      KII = LCOLS(M)
      KFF = KII + NOZES(M) - 1
      DO 237 KK=KII,KFF
      IF(ITAGS(KK).EQ.J) SUM = SUM + CEL(K)*CES(KK)
237  CONTINUE
C
      LS = LS + 1
      CES(LS) = S33 - SUM)/DIV
      ITAGS(LS) = J
      NOZES(I) = NOZES(I) + 1
236  CONTINUE
C
      LCOLL(I) = LCOLL(I-1) + NOZEL(I-1)
      LCOLS(I) = LCOLS(I-1) + NOZEL(I-1)
      IF(I.EQ.1) THEN
      LCOLL(I) = 1
      LCOLS(I) = 1
      ENDIF
233  CONTINUE
C
      DO 1234 I=1,NMX133
      KI = LCOLL(I)
      KF = KI + NOZEL(I) - 1
      DO 1234 K=KI,KF
      IF(ITAGL(K).EQ.I) CEL(K) = 1.
1234 CONTINUE
      LWL = LL
      LWS = LS

```

A inversão da matriz triangular inferior é feita de maneira semelhante à inversão da matriz $[S_{22}]$

V.4 - Processo Incremental

A simulação é feita resolvendo-se o sistema de equações III.56 em cada instante de tempo.

V.4.1 - Solução do Sistema de Equações.

Conforme já foi dito anteriormente, o sistema de equações é resolvido por decomposição LU da matriz $[W_1]$.

$$[W_1] = [L].[U] \quad (IV.10)$$

$$[W_1].[X_n] = [W_2] \quad (IV.11)$$

$$[L].[U].[X_n] = [W_2] \quad (IV.12)$$

$$[U].[X_n] = [L]^{-1}.[W_2] \quad (IV.13)$$

O vetor $[W_2]$ é obtido programando-se a fórmula (III.62).

A solução do sistema de equações é apresentada na listagem a seguir.

```

C
C -----
C SOLUCAO DO SISTEMA DE EQUACOES W1.X = W3
C -----
C
DO 222 I=1,NMX133
  PM0(I) = 0.
  KI = LCOUVS(I)
  KF = KI + NOZUVS(I) - 1
  DO 222 K=KI,KF
    M = ITAUVS(K)
    PM0(I) = PM0(I) + CEUVX(K)*PMA(M)
222 CONTINUE
C
DO 535 I=1,NPC
  M = IPC(I)
  IF(M.LE.NOMAX1) PM0(M) = 0.
535 CONTINUE
C
DO 225 I=1,NMX133
```

```

225   PM0(I) = PM0(I) + YN(I)*PASS/2. + YNA(I)*PASS/2.
C
      DO 1224 I=1,NPC
      M = IPC(I)
      IF(M.LE.NOMAX1) PM0(M) = 0.
1224  CONTINUE
C
      IF(NEED1.EQ.0) PM0(NMX133) = 0.
C
      DO 534 I=1,NMX133
534   PM1(I) = PM0(I)
C
C     MULTIPLICACAO DA INVERSA DA MATRIZ TRIANGULAR INFERIOR PELO
C     VETOR W3.
C
C     NOZELI = VETOR COM O NUMERO DE ELEMENTOS NAO NULOS NA
C             INVERSA DA MATRIZ TRIANGULAR.
C
C     LCOLLI = VETOR COM O INDICE DA COLUNA DO PRIMEIRO ELEMENTO
C             NAO NULO EM CADA LINHA DA INVERSA DA MATRIZ TRIANG.
C
C     ITAGLI = VETOR COM OS INDICES DAS COLUNAS DOS ELEMENTOS NAO
C             NULOS DA INVERSA DA MATRIZ TRIANGULAR INFERIOR.
C
      DO 241 I=1,NMX133
      PM(I) = 0.
      KI = LCOLLI(I)
      KF = KI + NOZELI(I) - 1
      DO 241 K=KI,KF
      M = ITAGLI(K)
      PM(I) = PM(I) + CELI(K)*PM0(M)
241  CONTINUE
C
C     CALCULO DOS POTENCIAIS E CORRENTES POR RETRO-SUBSTITUICAO.
C
      DO 242 I=NMX133,1,-1
      SUM = 0.
      KI = LCOLS(I)
      KF = KI + NOZES(I) - 1
      KII = KI + 1
C
      DO 243 K=KII,KF
      M = ITAGS(K)
      SUM = SUM + CES(K)*PM(M)
243  CONTINUE
C
      PMI(I) = (PM(I) - SUM)/CES(KI)
242  CONTINUE
C
      DO 244 I=1,NMX133
244   PM(I) = PMI(I)
C
      DO 2333 I=1,NMX133
      YNA(I) = BYN(I)
2333  BYN(I) = PM0(I)

```

V.3.2 - Cálculo do Potencial Magnético na Região 2.

Uma vez que os pontos referentes à região 2 foram eliminados nas matrizes da equação (III.56), para que fosse levantada a singularidade de uma das matrizes, eles devem ser agora reintroduzidos. Esse cálculo é feito programando-se a expressão (III.50).

V.4.3 - Cálculo das Induções Magnéticas nos Elementos.

As induções magnéticas nos elementos são calculadas programando-se a expressão (III.8) do capítulo III.

No próximo capítulo são apresentados resultados de simulações de transitórios em um transformador monofásico, utilizando-se os dois programas, FLUX1 e FLUX2. Os resultados obtidos são comparados, para se verificar qual das duas formulações (solução multi-estágios e solução simultânea) apresenta melhores resultados, tendo em vista a utilização de uma estação de trabalho de uso pessoal.

CAPÍTULO VI

APLICACÕES

Este capítulo apresenta resultados obtidos, em simulações realizadas para um transformador monofásico, utilizando os programas FLUX1 e FLUX2.

As simulações foram realizadas com o objetivo de estabelecer uma comparação entre os dois métodos apresentados para a solução de problemas de dinâmica de dispositivos eletromagnéticos, a saber, o método de solução multi-estágios e o método de solução simultânea. Os resultados das simulações são confrontados com resultados de ensaios realizados em laboratório, com o objetivo de validar os dois modelos apresentados.

Considera-se, nas simulações, 2 malhas de elementos finitos, e 3 passos de integração no tempo. Como o objetivo é estabelecer uma comparação entre os dois métodos de solução, a saturação magnética não é levada em consideração, para reduzir, o tempo de processamento.

VI.1 - O Transformador de Teste

O transformador utilizado para as simulações, e que também foi ensaiado em laboratório, foi um transformador monofásico com as seguintes características :

- Fabricante : Santa Rita de Campinas Ltda.
- Potência : 800 VA
- Tensões : 380/220 V
- Enrolamento de Baixa Tensão : 292 espiras de fio bitola 17 AWG
- Enrolamento de Alta Tensão : 503 espiras de fio bitola 19 AWG
- Chapa : GNO E-200 da Acesita
- Resistência elétrica do enrolamento de baixa tensão : 1.55Ω
- Resistência elétrica do enrolamento de alta tensão : 3.5Ω

As dimensões do circuito magnético do transformador são mostradas na figur VI.1.

VI.2 - Discretização em Elementos Finitos.

Duas malhas de elementos finitos foram geradas. A primeira delas com 396 elementos e 224 nós, e a segunda com 720 elementos e 400 nós. As duas malhas são apresentadas na figura VI.2. Devido à simetria do circuito magnético, apenas 1 quadrante do transformador é discretizado.

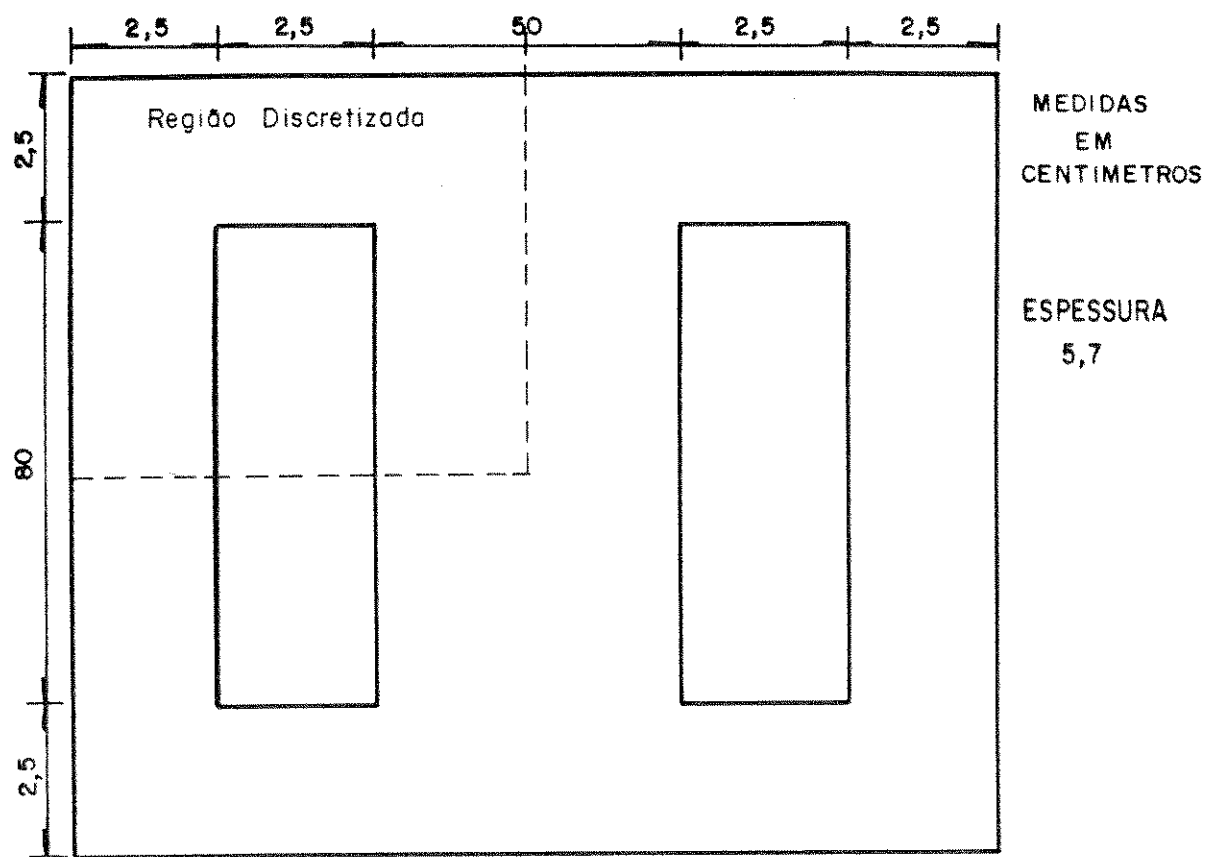
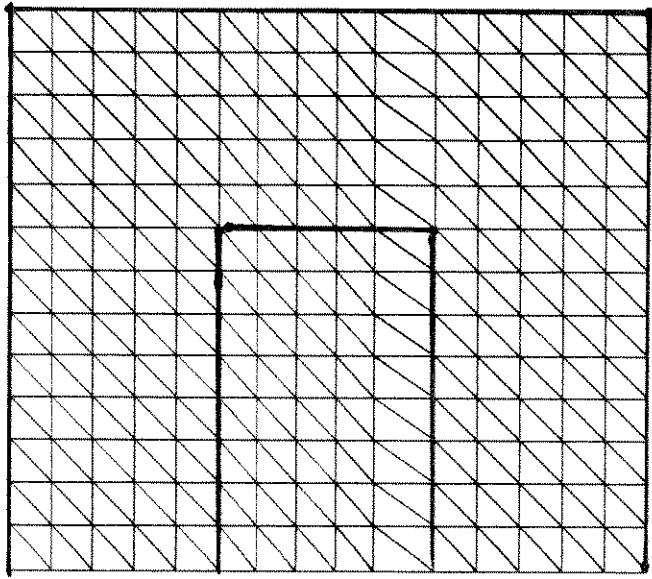
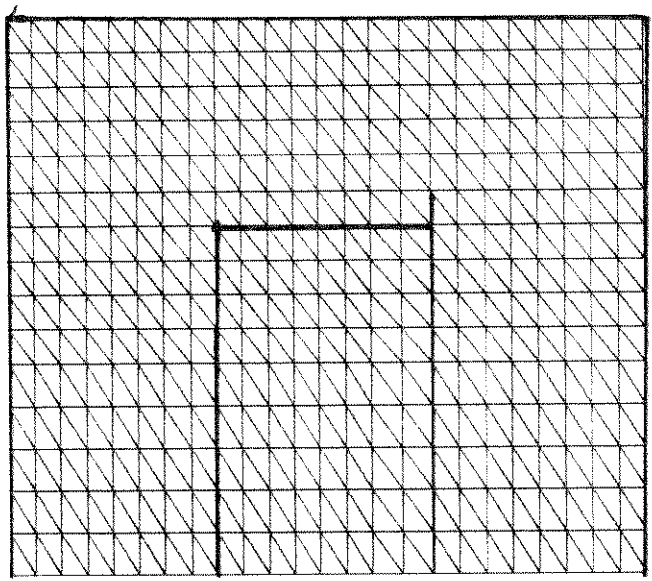


figura VI.1 - Circuito Magnético do Transformador de Teste.



a)



b)

figura VI.2 - a) malha com 396 elementos
b) malha com 720 elementos.

VI.3 - Curva de Magnetização do Material Magnético.

A curva de magnetização do material magnético é apresentada na figura VI.3. A curva real está representada pela curva externa, e a sua linearização por partes é representada pela curva interna. Dessa maneira a curva de magnetização do material magnético é armazenada no computador sob a forma de uma tabela, relacionando os valores de indução magnética com a relutividade.

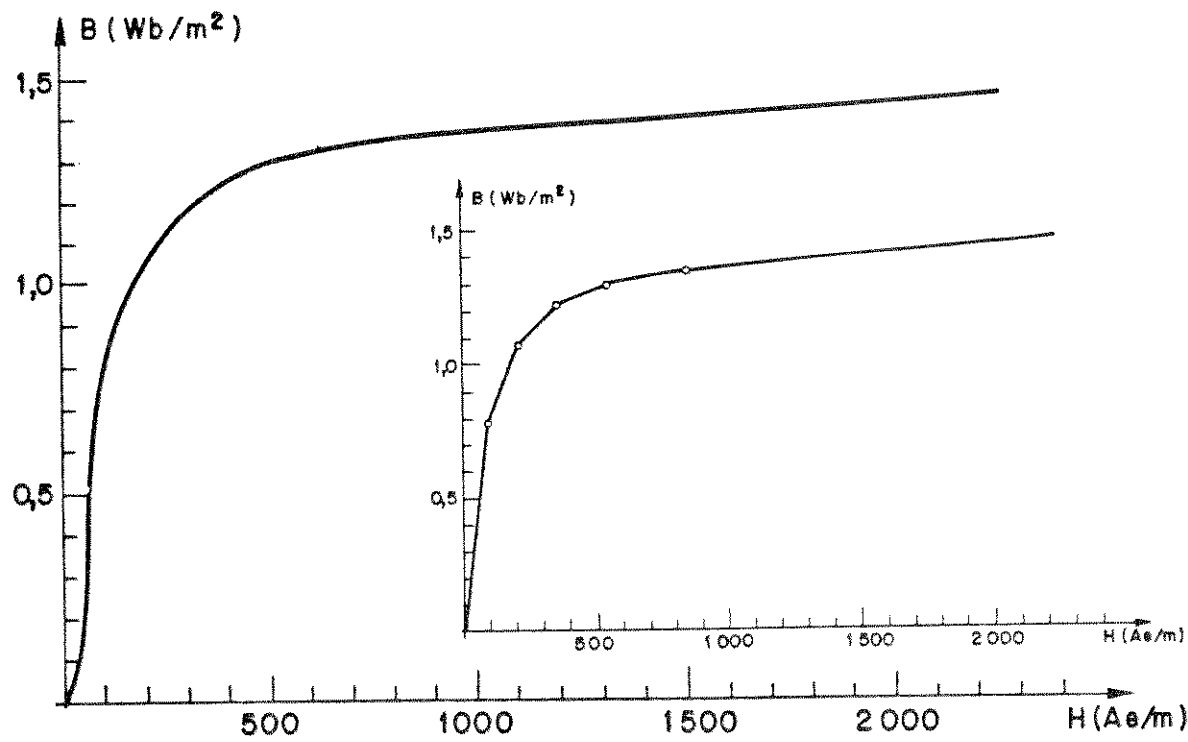


figura VI.3 - Curva de Magnetização do Material Magnético.

VI.5 - Exemplos para Comparação Entre FLUX1 e FLUX2.

As simulações que se apresentam a seguir têm como objetivo estabelecer uma comparação entre o método de solução multi-estágios (programa FLUX1), e o método de solução simultânea (programa FLUX2).

As simulações foram realizadas utilizando as mesmas malhas, os mesmos passos de integração, e os mesmos problemas de transitórios. Em ambos os casos, a condutividade do material magnético foi considerada igual a zero, pois como o núcleo magnético do transformador é composto de chapas com espessura de 0.5 mm, as correntes parasitas serão praticamente desprezíveis.

Em todos os casos que se apresentam, o lado de alimentação é sempre o lado do enrolamento de baixa tensão, e o lado da carga, o lado do enrolamento de alta tensão.

No primeiro caso de simulação, uma tensão de 160 V eficaz é aplicada ao enrolamento primário do transformador. A tensão é aplicada no instante em que o seu valor passa pelo máximo. No enrolamento secundário está conectado uma resistência de carga de 286 Ω . Dois ciclos após, o valor dessa resistência é súbitamente alterado para 143 Ω .

A figura VI.4 apresenta a forma de onda da corrente no enrolamento primário, resultante dessa variação brusca da

resistência de carga. Essa forma de onda foi obtida utilizando o programa FLUX1, com a malha de 224 nós, e um passo de integração de 0.833 ms. A figura VI.5 apresenta a forma de onda da corrente no enrolamento primário quando a simulação é feita utilizando-se a mesma malha, porém com um passo de integração de 0.417 ms. A figura VI.6 apresenta o resultado para a simulação realizada com a mesma malha, mas com um passo de integração de 0.208ms.

A figura VI.7 apresenta a forma de onda para a corrente no enrolamento primário para a simulação realizada utilizando-se o programa FLUX2, com a malha de 224 nós, e um passo de integração de 0.833ms. A figura VI.8 o resultado para a simulação com um passo de integração de 0.417ms e a figura VI.9 com um passo de 0.208ms.

As figuras VI.10 a VI.12 mostram as formas de onda da corrente no enrolamento primário quando as simulações são feitas utilizando o programa FLUX2, com os mesmos 3 passos de integração dos exemplos anteriores, porém com a malha de 400 nós.

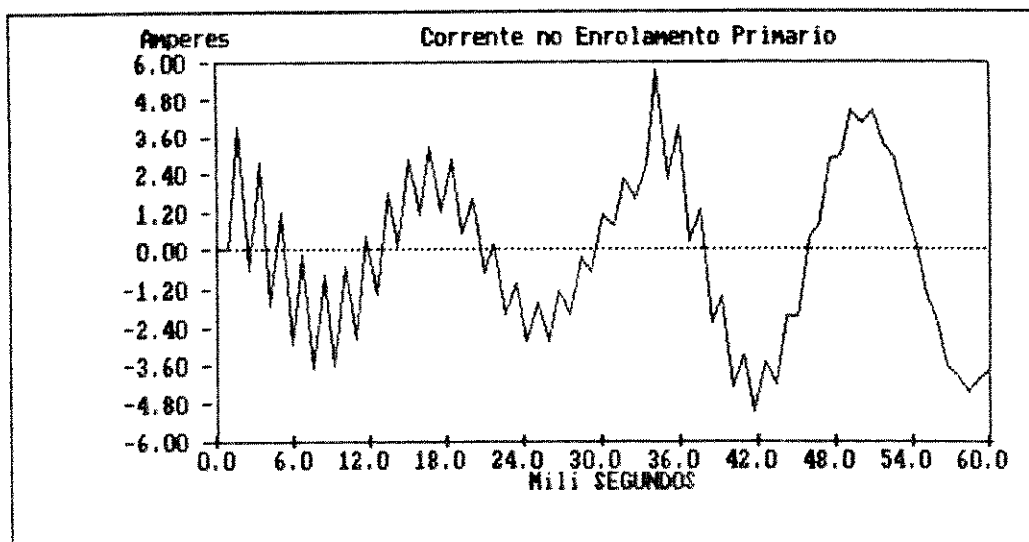


figura VI.4 - Corrente enrolamento primário.

Simulação : FLUX1, 224 nós, $\Delta t = 0.8333$ ms

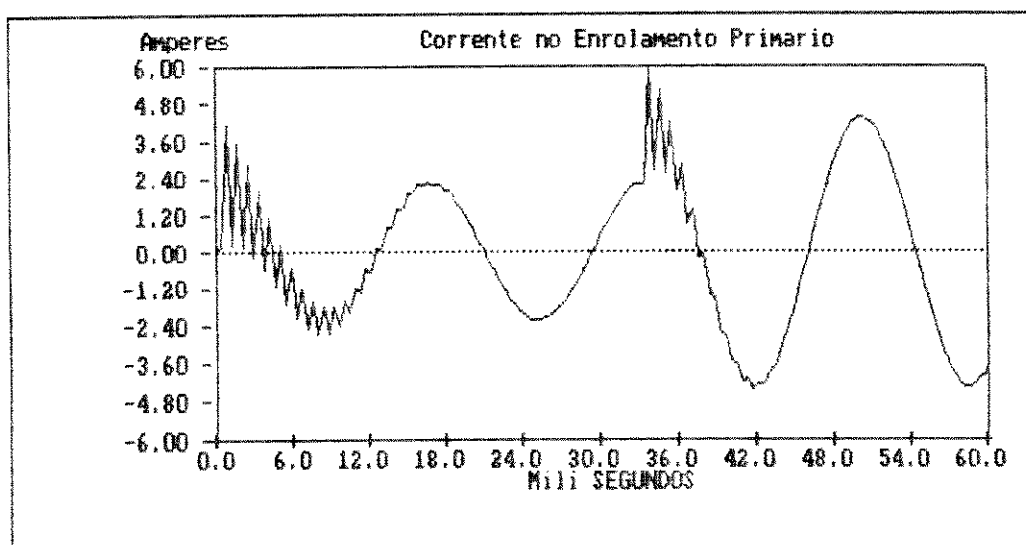


figura VI.5 - Corrente no Enrolamento Primário.

Simulação : FLUX1, 224 nós, $\Delta t = 0.417$ ms.

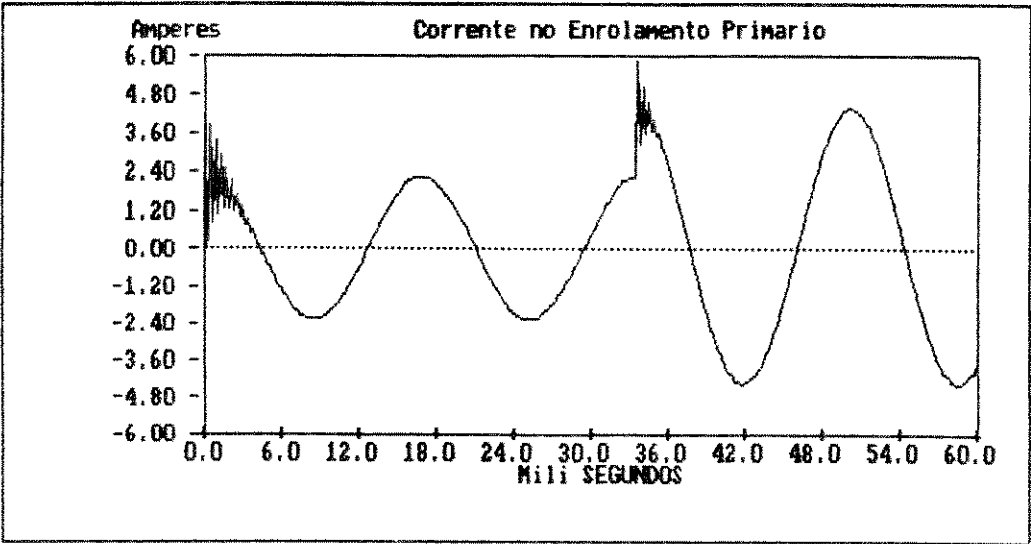


figura VI.6 - Corrente no Enrolamento Primário.

Simulação : FLUX1, 224 nós, $\Delta t = 0.208 \text{ ms}$.

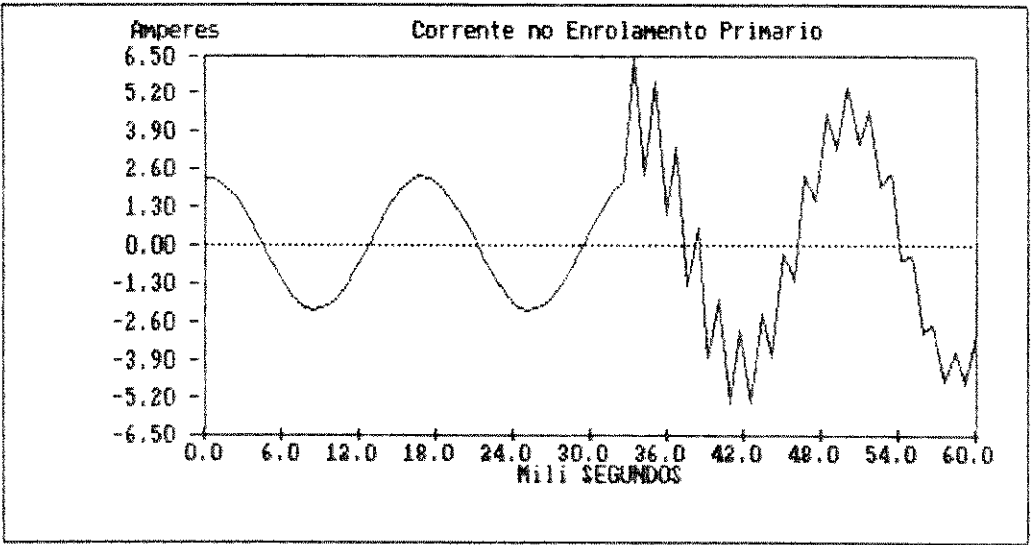


figura VI.7 - Corrente no Enrolamento Primário.

Simulação : FLUX2, 224 nós, $\Delta t = 0.833 \text{ ms}$.

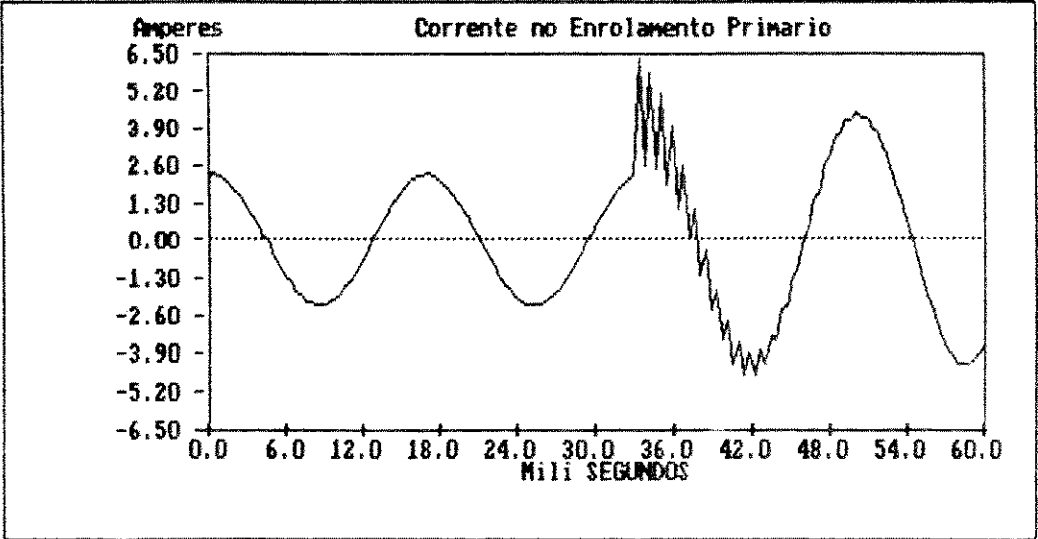


figura VI.8 - Corrente no Enrolamento Primário.

Simulação : FLUX2, 224 nós, $\Delta t = 0.417$ ms.

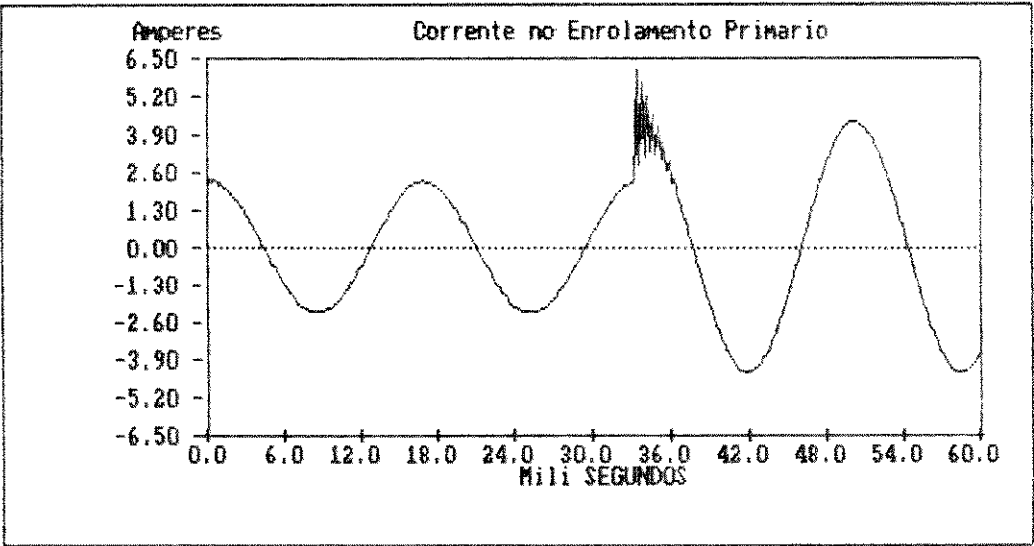


figura VI.9 - Corrente no Enrolamento Primário.

Simulação : FLUX2, 224 nós, $\Delta t = 0.208$ ms.

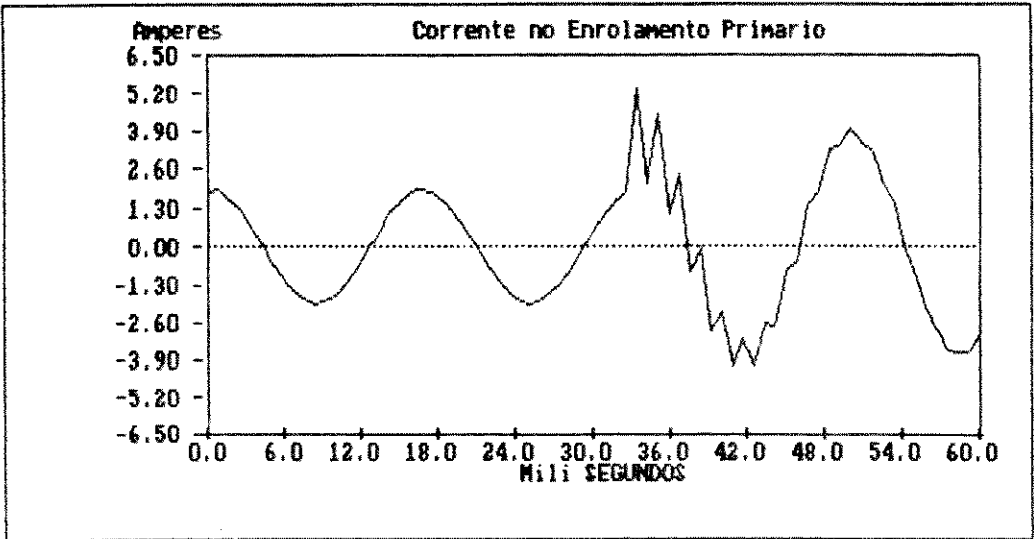


figura VI.10 - Corrente no Enrolamento Primário.

Simulação : FLUX2, 400 nós, $\Delta t = 0.833$ ms.

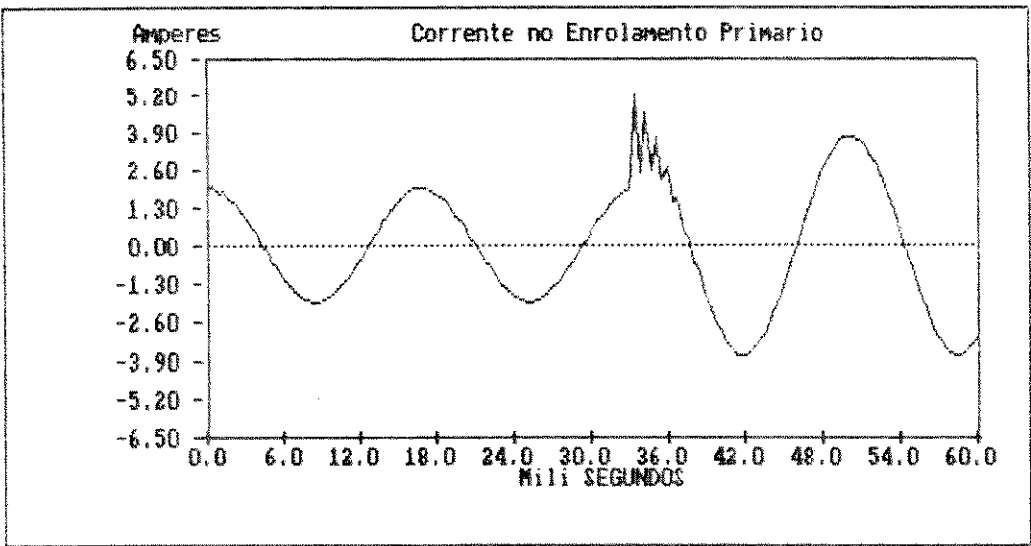


figura VI.11 - Corrente no Enrolamento Primário.

Simulação : FLUX2, 400 nós, $\Delta t = 0.417$ ms.

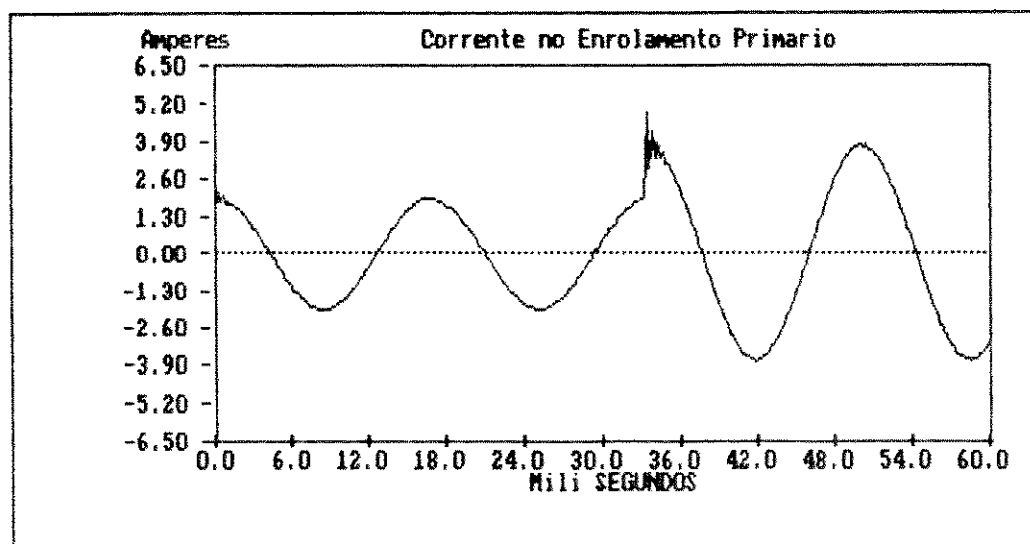


figura VI.12 - Corrente no Enrolamento Primário.

Simulação : FLUX2, 400 nós, $\Delta t = 0.208$ ms.

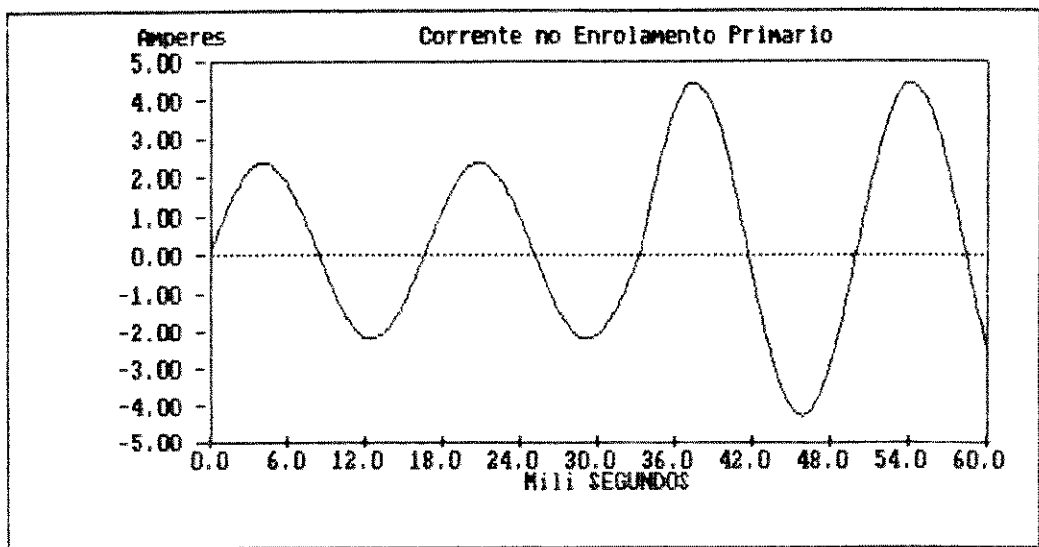
Observando-se as figuras VI.4 - VI.12 nota-se que há um ruído numérico nos instantes imediatamente após os transitórios. Esse ruído decresce com a diminuição do passo de integração, nos casos em que foi utilizado o programa FLUX1, e com o aumento do número de nós e diminuição do passo de integração, nos casos em que se utilizou o programa FLUX2. Nota-se que o ruído praticamente desaparece nos casos rodados com FLUX2 utilizando-se a malha de 400 nós e com os menores passos de integração.

Não são apresentadas simulações com o programa FLUX1 utilizando-se a malha de 400 nós, pois os valores de indutância calculados com as malhas de 224 nós e 400 nós não apresentaram nenhuma diferença. Aliás, os valores das indutâncias calculados mantiveram-se constantes em todos os instantes das

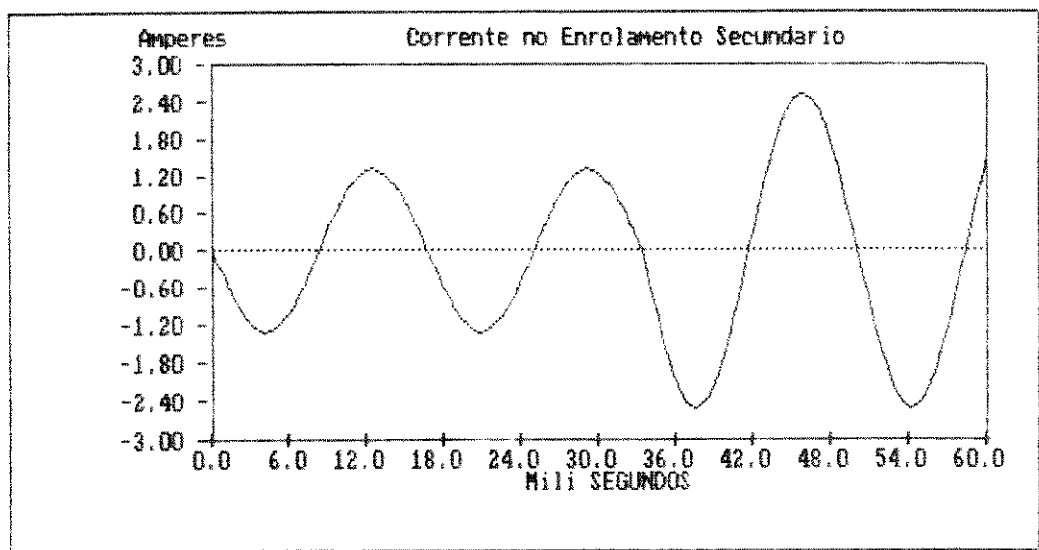
simulações. Isso se explica pelo fato de não se ter levado em conta a saturação magnética, e pela simplicidade do circuito magnético.

No segundo caso a ser apresentado a tensão senoidal de 160 V eficazes é aplicada no instante em que o seu valor é nulo. Nesse caso não ocorreu nenhum ruído numérico, e os valores obtidos foram praticamente os mesmos, tanto para o programa FLUX1, como para o programa FLUX2.

As figuras VI.13a e VI.13b mostram as formas de onda da corrente nos enrolamentos primários e secundários, para a simulação feita com FLUX1, malha de 224 nós e passo de integração de 0.417 ms. As figuras VI.14a e VI.14b mostram os mesmos resultados, para a simulação com FLUX2, malha de 224 nós e $\delta t = 0.417$ ms.



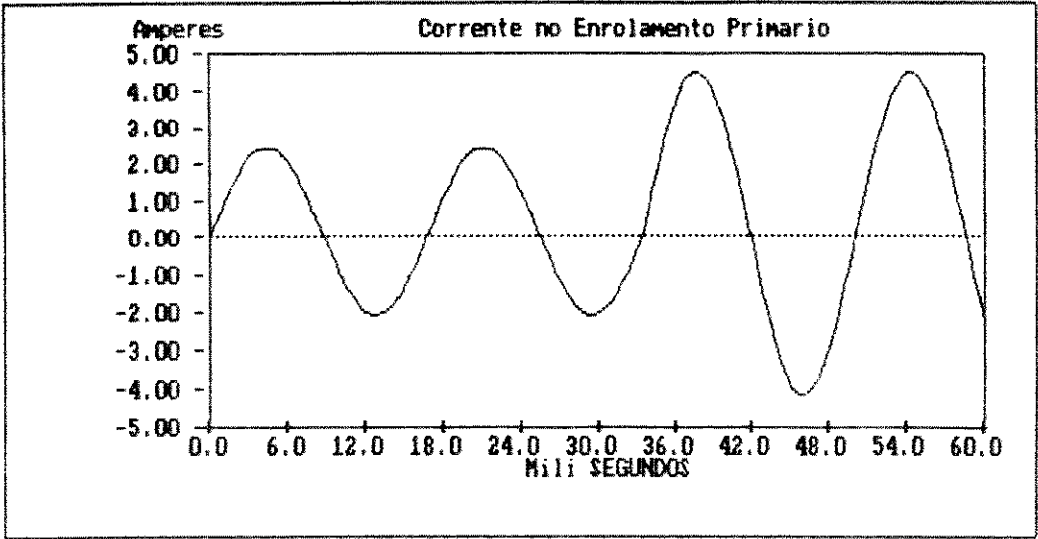
a)



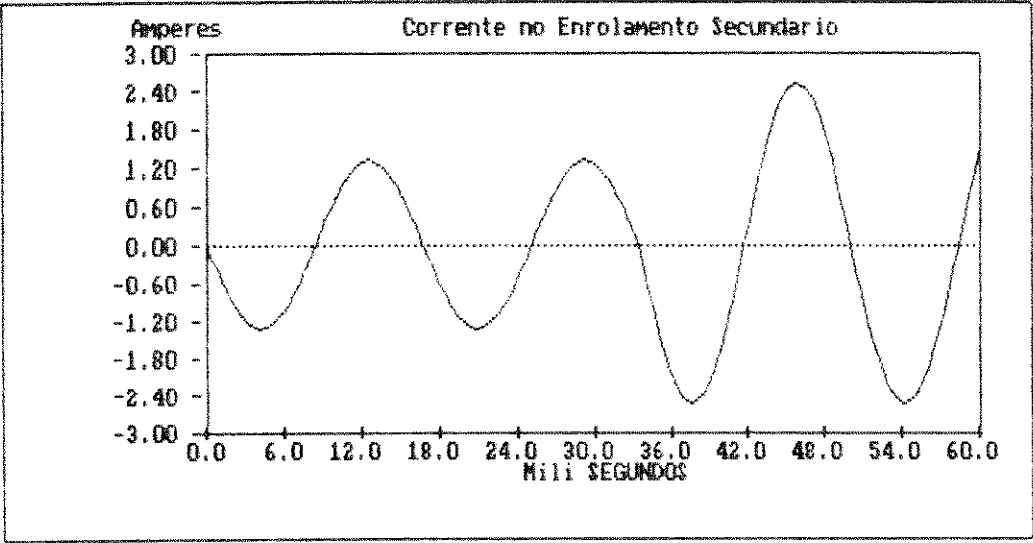
b)

figura VI.13 a) Corr. no Enrol. Prim. b) Corr. no Enrol. Secund.

Simulação : FLUX1, 224 nós, $\Delta t = 0.417$ ms



a)



b)

figura VI.14 - a) Corr. no Enrol. Prim. b) Corr. no Enrol. Secund.

Simulação : FLUX2, 224 nós, $\Delta t = 0.417$ ms

No terceiro caso de simulação o enrolamento primário é alimentado com uma tensão senoidal de 10 V eficaz, estando o enrolamento secundário em aberto. 2 ciclos após a aplicação da tensão o enrolamento secundário é curto circuitado. Tanto a aplicação da tensão, como o curto circuito ocorrem com a tensão em seu valor máximo.

A figura VI.15 mostra a forma de onda da corrente no enrolamento primário para a simulação feita com o programa FLUX1, malha de 224 nós e passo de integração de 0.803 ms. A figura VI.16 mostra o resultado para a simulação com um passo de integração de 0.417 ms, e a figura VI.17 o resultado para a simulação com um passo de integração de 0.208 ms.

A figura VI.18 mostra a corrente para a simulação feita com FLUX2, malha de 224 nós e passo de integração de 0.803 ms. A figura VI.19 mostra o resultado para a simulação feita com a malha de 224 nós e passo de integração de 0.417 ms. A figura VI.20 mostra o resultado para a simulação feita com a mesma malha e passo de integração de 0.208 ms.

As figuras VI.21a a VI.23b apresentam as correntes nos enrolamentos primário e secundário, em simulações feitas com o programa FLUX2, malha de 400 nós, e com os 3 passos de integração.

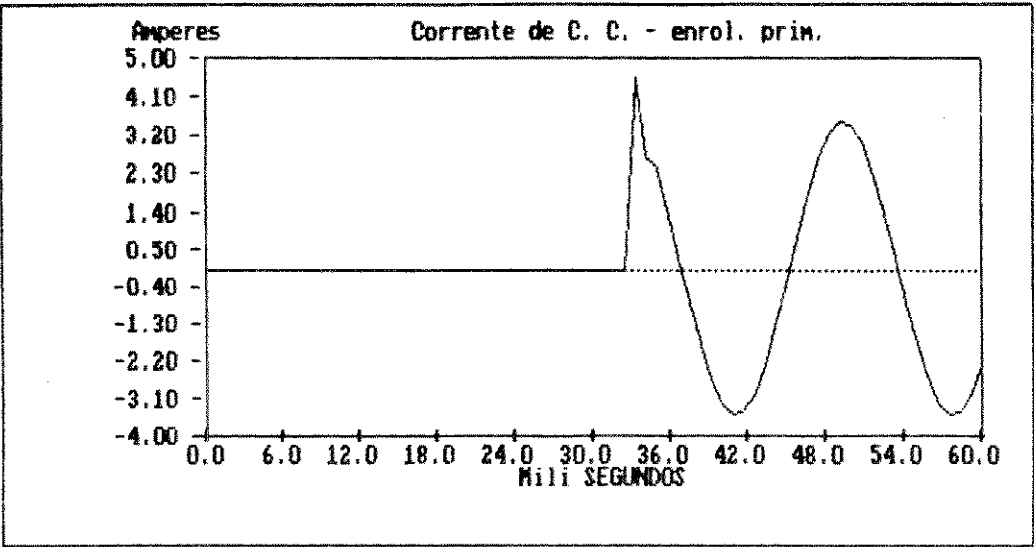


figura VI.15 - Corrente no Enrolamento Primário.

Simulação : FLUX1, 224 nós, $\Delta t = 0.833$ ms.

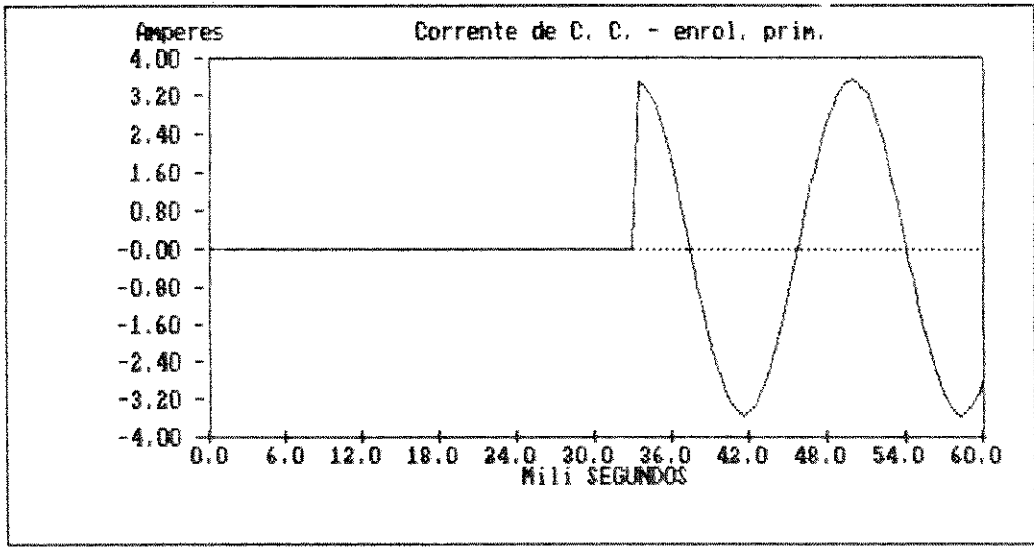


figura VI.16 - Corrente no Enrolamento Primário.

Simulação : FLUX1, 224 nós, $\Delta t = 0.417$ ms.

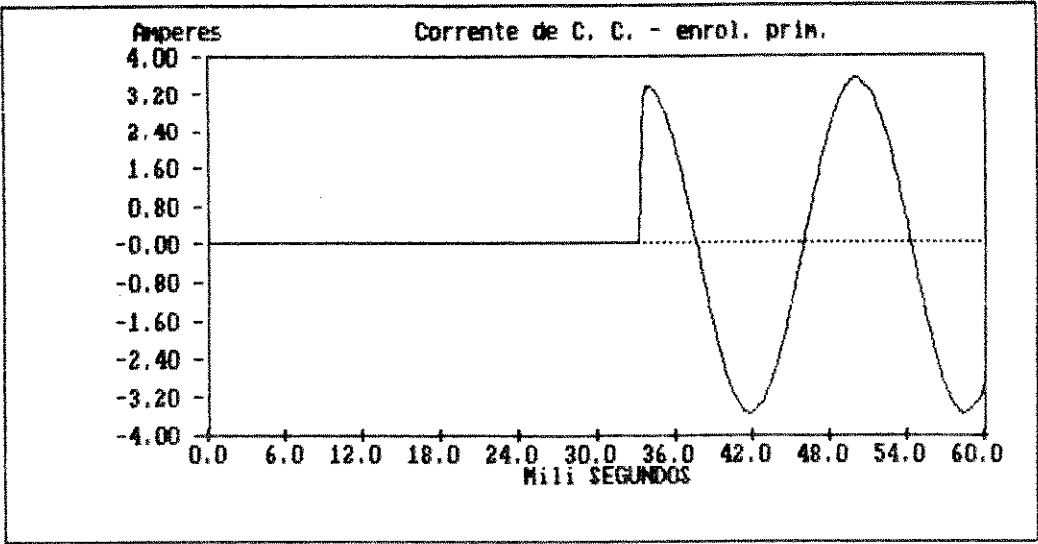


figura VI.17 - Corrente no Enrolamento Primário.

Simulação : FLUX1, 224 nós, $\Delta t = 0.208$ ms.

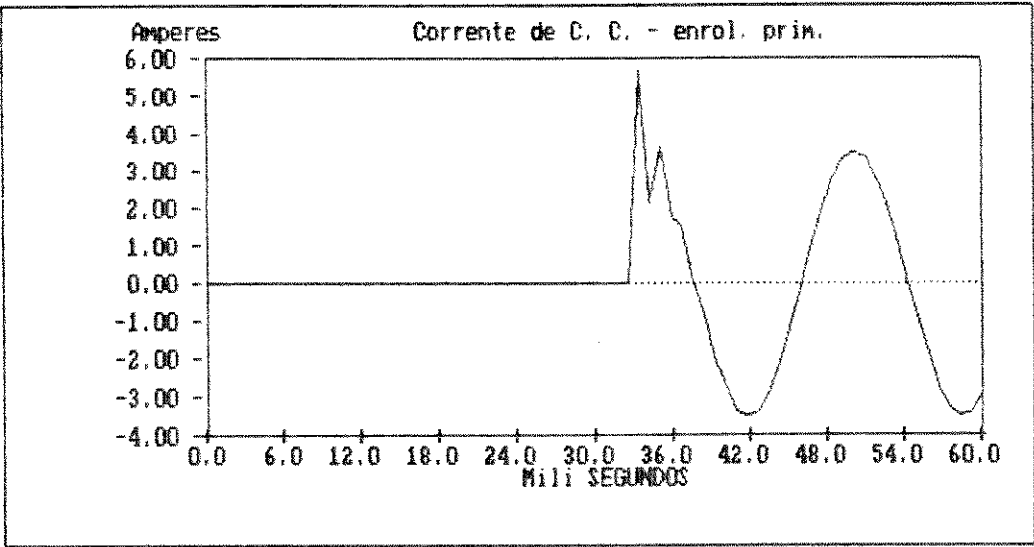


figura VI.18 - Corrente no Enrolamento Primário.

Simulação : FLUX2, 224 nós, $\Delta t = 0.833$ ms.

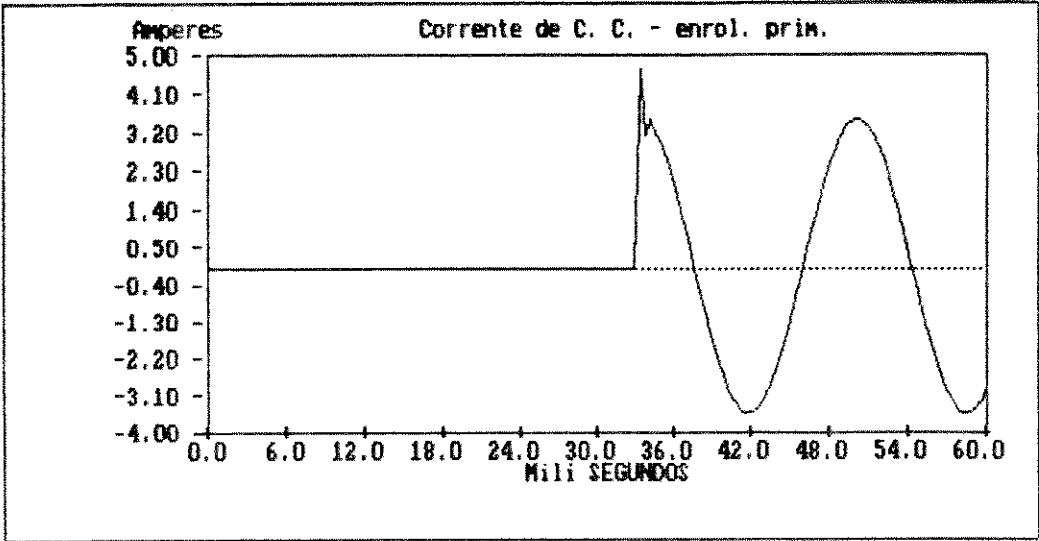


figura VI.19 - Corrente no Enrolamento Primário.

Simulação : FLUX2, 224 nós, $\Delta t = 0.417$ ms.

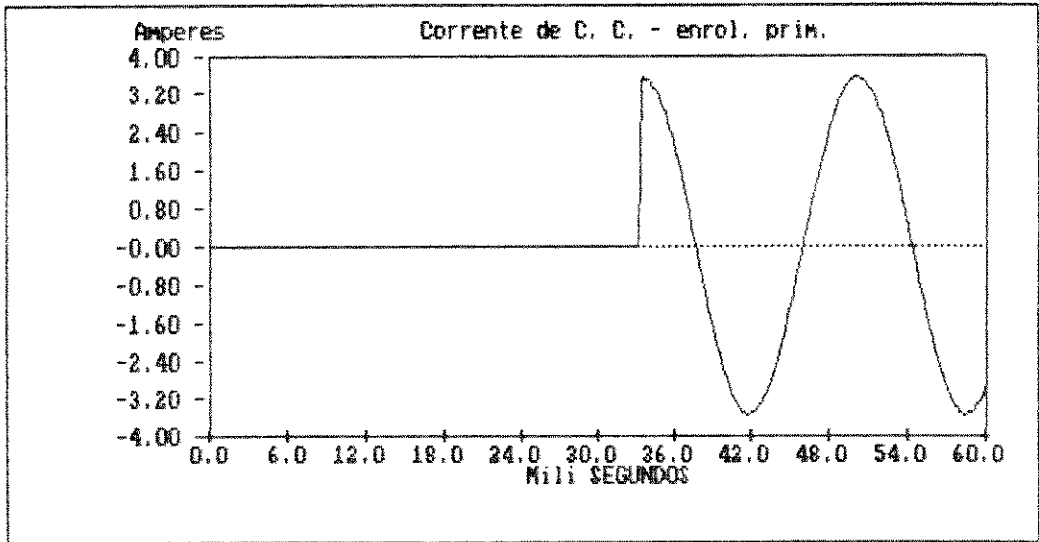
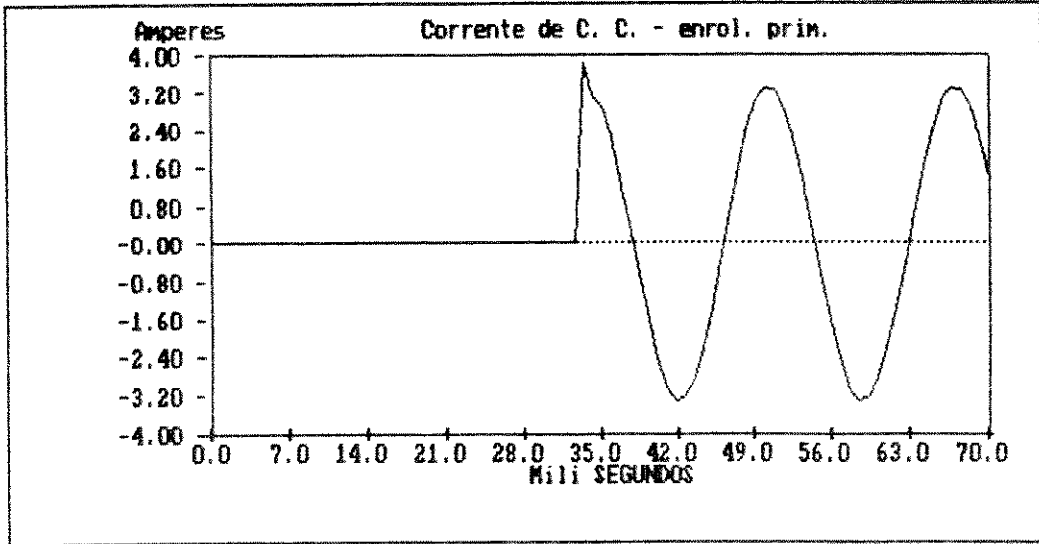
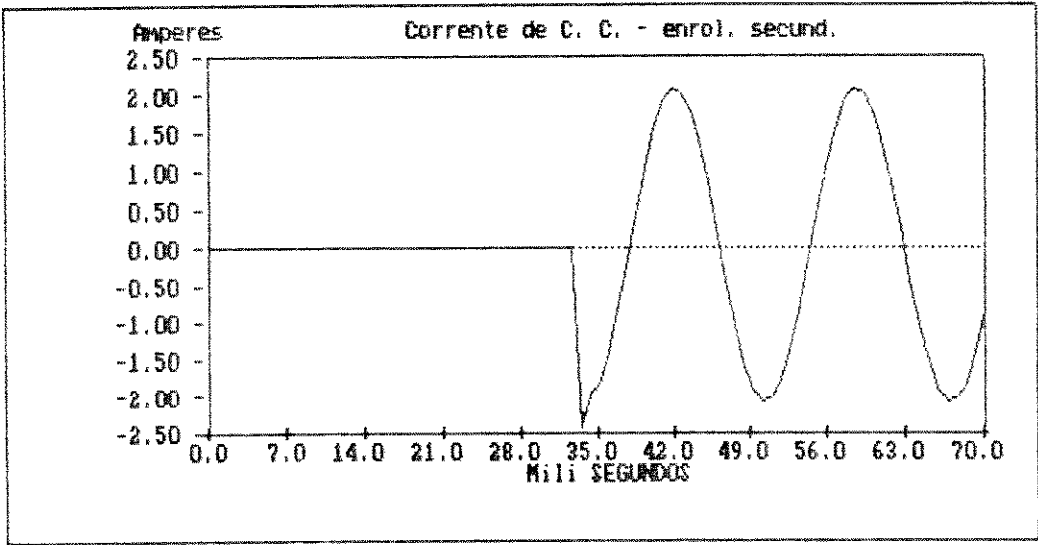


figura VI.20 - Corrente no Enrolamento Primário.

Simulação : FLUX2, 224 nós, $\Delta t = 0.208$ ms.



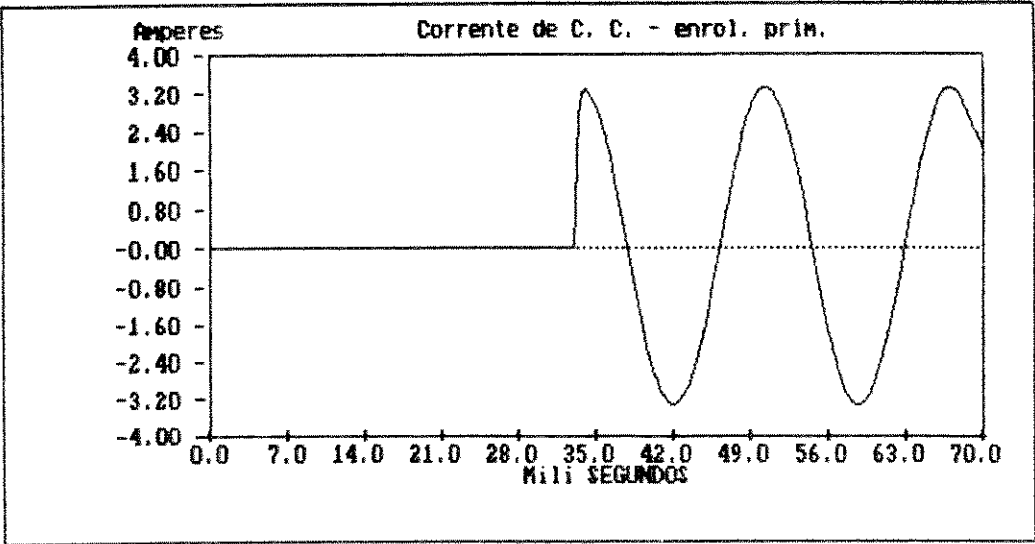
a)



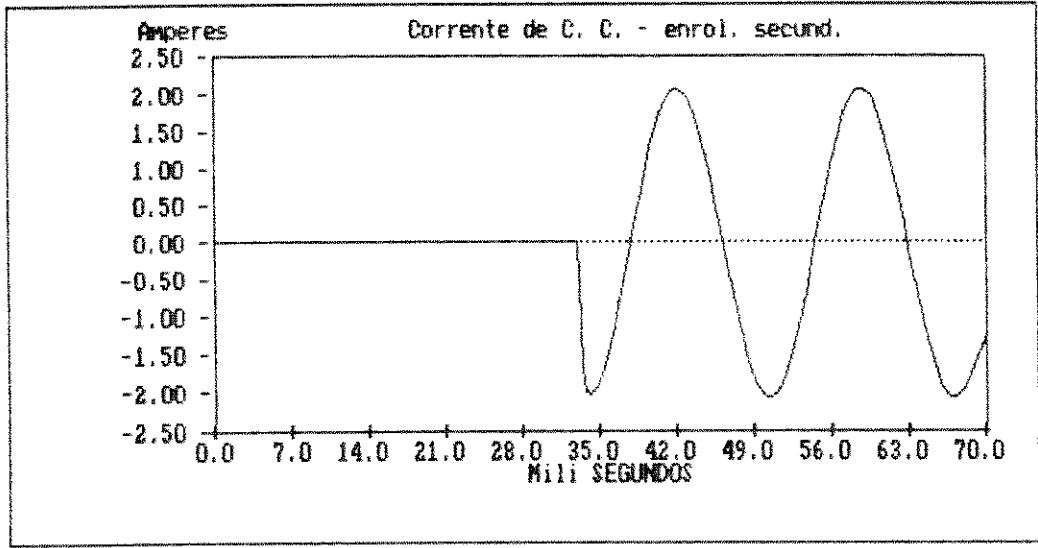
b)

figura VI.21 a) Corr. no Enrol. Prim. b) Corr. no Enrol. Secund.

Simulação : FLUX2, 400 nós, $\Delta t = 0.803 \text{ ms}$.



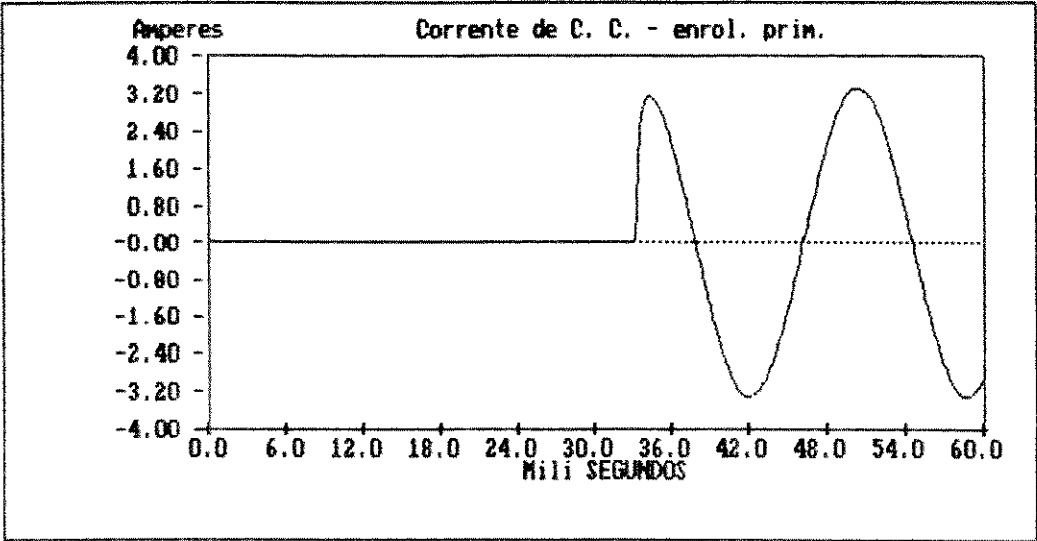
a)



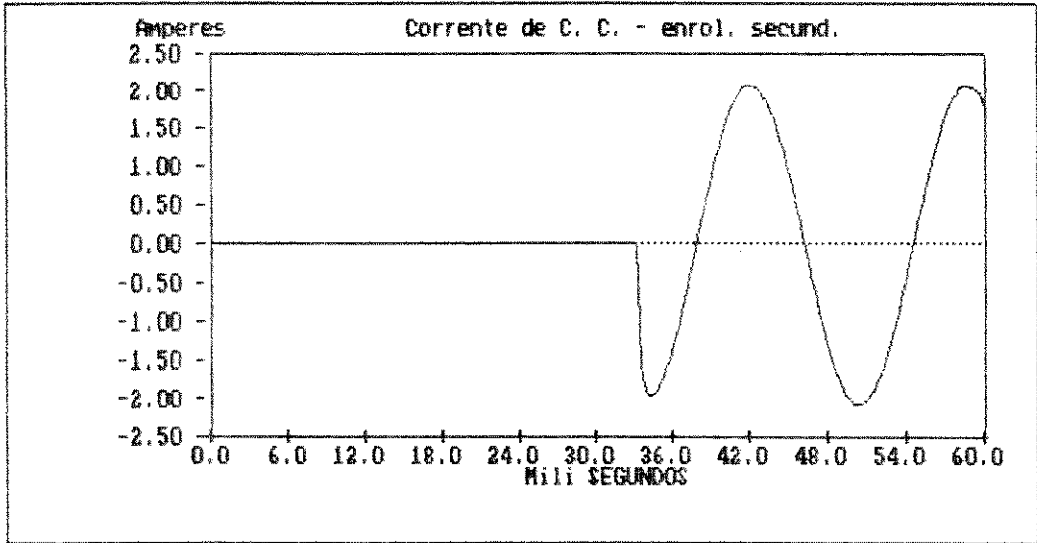
b)

figura VI.22 a) Corr. no Enrol. Prim. b) Corr. no Enrol. Secund.

Simulação : FLUX2, 400 nós, $\Delta t = 0.417$ ms.



a)



b)

figura VI.23 a) Corr. no Enrol. Prim. b) Corr. no Enrol. Secund.

Simulação : FLUX2, 400 nós, $\Delta t = 0.208$ ms.

Também nesses casos percebe-se a existência de ruídos numéricos nos instantes iniciais dos transitórios. Esses ruídos, porém, são menos acentuados que os apresentados nas simulações do primeiro exemplo, e desaparece mais rapidamente com a utilização do programa FLUX2.

No quarto caso de simulação a aplicação da tensão de 10 V eficaz e o curto-circuito ocorrem no instante em que a tensão é nula. Também aqui, a exemplo do 2º caso, não se verificou nenhum ruído numérico, e os resultados obtidos com FLUX1 e FLUX2 foram os mesmos.

A figura VI.24 apresenta a corrente no enrolamentos primário para a simulação feita utilizando-se o programa FLUX1, malha de 224 nós e passo de integração de 0.417 ms. A figura VI.25 o resultado para a simulação feita com FLUX2, com a mesma malha e passo de integração.

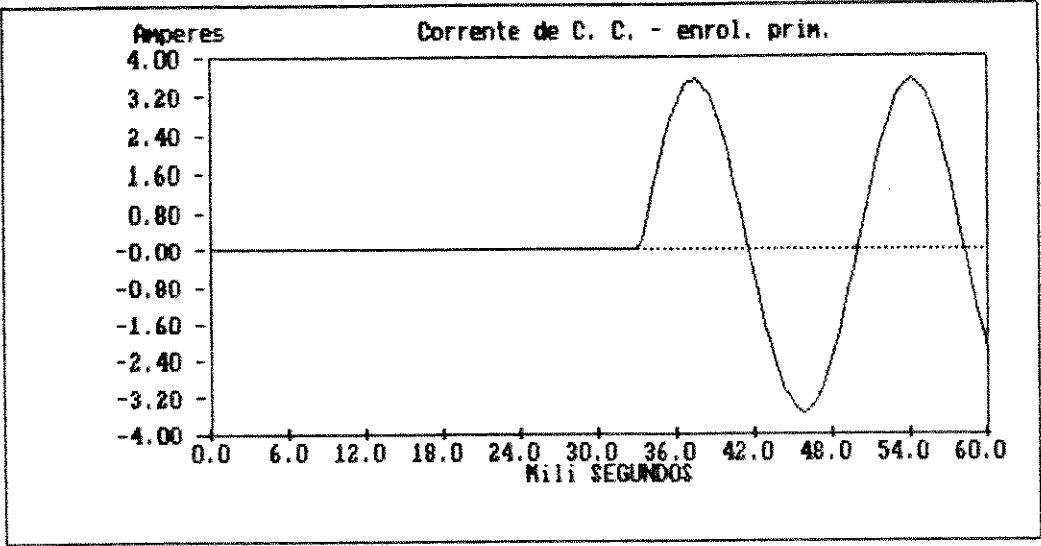


figura VI.24 - Corrente no Enrolamento Primário

Simulação : FLUX1, 224 nós, $\Delta t = 0.417$ ms.

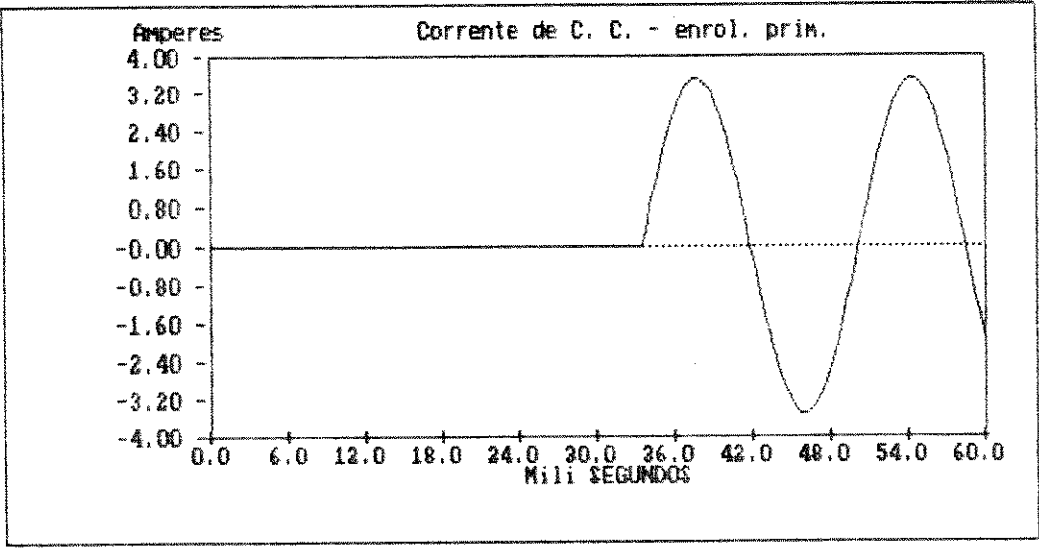


figura VI.25 - Corrente no Enrolamento Primário

Simulação : FLUX2, 224 nós, $\Delta t = 0.417$ ms.

Embora os exemplos apresentados não apresentem grandes complexidades, uma comparação pode ser estabelecida entre os dois métodos apresentados para se estudar o comportamento dinâmico de dispositivos eletromagnéticos.

Os dois programas utilizam métodos de integração numérica com uma formulação bastante simples, podendo ser esta a razão dos ruídos numéricos verificados em alguns exemplos. Os exemplos apresentados sugerem uma superioridade do método de solução simultânea em relação ao método de solução multi-estágios, no aspecto precisão da solução. Porém, tal conclusão não é suficiente para se permitir que se faça esta afirmação.

O ponto que permite observar uma nítida vantagem do método de solução simultânea em relação ao método de solução multi-estágios, e que não pode ser observado a partir dos resultados, é o tempo de processamento que é utilizado por FLUX1 e FLUX2.

Esse ponto se reveste de fundamental importância quando se leva em conta que o equipamento computacional utilizado é uma estação de trabalho, de limitada capacidade de armazenamento e processamento.

É conveniente lembrar que os dois programas utilizem processos diferentes para se resolver o sistema de equações, e as matrizes possuem características distintas.

O programa FLUX2 é muito mais rápido do que o programa FLUX1, numa razão que varia de 1:10 a 1:30, devido principalmente aos seguintes fatos :

- O programa FLUX1 exige o cálculo de indutâncias. Esse cálculo é feito através do método de perturbação de energia, que requer o cálculo de diversas distribuições de fluxo, para cada valor de indutância, em cada integração as equações.

- O programa FLUX1, que utiliza um método de predição-correção, exige que se calcule iterativamente os valores de indutâncias e correntes, até que se verifique a convergência, em cada instante de tempo, ao passo de que no programa FLUX2 isso é feito uma única vez.

Nos exemplos que se apresentam, o programa FLUX1 exige, normalmente, apenas uma iteração em cada instante de tempo. Entretanto, nos instantes imediatamente após os transitórios, ou quando havia uma mudança nos sinais das correntes, houve situações em que se exigiu dezenas de iterações, o que aumentou o tempo de processamento.

Para se calcular as indutâncias do transformador que está sendo utilizado como exemplo, o método de perturbação de energia requer que distribuições de fluxo sejam calculadas 5 vezes, para se calcular as indutâncias próprias dos enrolamentos, e mais quatro vezes para se calcular a mútua. Como no mínimo 1

iteração deve ser feita em cada instante de tempo, o sistema de equações (III.12) deve ser resolvido no mínimo 18 vezes, em cada incremento no tempo, ao passo de que no programa FLUX2 isso é feito uma única vêz.

Em sistemas mais complexos, com um número maior de enrolamentos e, conseqüentemente, um maior número de indutâncias mútuas, e que eventualmente exijam mais iterações por incremento de tempo, no método multi-estágios o sistema de equações, que é grande, deverá ser resolvido muito mais vezes, do que o acima citado em relação ao método de solução simultânea.

Obviamente os tempos de processamento de um e outro método podem variar, dependendo do método de integração numérica utilizado e da maneira como se resolve os sistemas de equações, mas pode-se dizer categoricamente que o método de solução simultânea é amplamente vantajoso em relação ao método de solução multi-estágios, no aspecto que diz respeito ao tempo de processamento.

A maneira utilizada para se eliminar a apresentação de resultados com ruídos numéricos, verificados em alguns casos simulados, consistiu em se substituir os valores de corrente em dois instantes de tempo consecutivos pelo valor médio entre eles.

A figura VI.26 apresenta essa regularização para a forma de onda da corrente no enrolamento primário para a simulação do

primeiro caso (aplicação de tensão de 160 V e alteração da resistência de carga nos valores máximos), feita com o programa FLUX1, correspondente à figura VI.5.

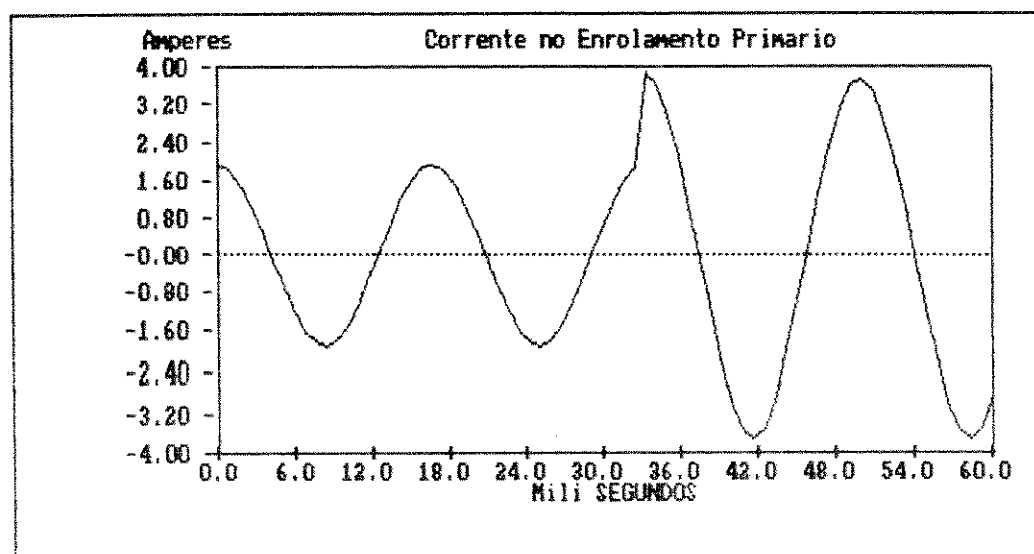


figura VI.26 - Corrente no Enrolamento Primário. Regularização da Forma de Onda da Figura VI.11.

VI.6 Exemplos com Comprovação Experimental

Nesta seção são apresentados alguns resultados de simulações que são comparados com resultados de ensaios de laboratório, onde se procurou reproduzir as mesmas situações consideradas nas simulações.

VI.6.1 - Montagem Experimental.

Os ensaios foram realizados no laboratório de Máquinas Elétricas da Faculdade de Engenharia Elétrica da UNICAMP, utilizando basicamente os equipamentos ali existentes.

A figura VI.27 mostra a montagem feita para se oscilografar a corrente no enrolamento primário, para os casos em que se simulou uma súbita variação na resistência de carga conectada ao enrolamento primário. Para se oscilografar a corrente no enrolamento secundário, a montagem basicamente é a mesma apenas deslocando-se o conjunto Osciloscópio-Traçador X-Y para o lado do enrolamento secundário.

A figura VI.28 mostra a montagem feita para se oscilografar a corrente no enrolamento primário, para os casos de curto-circuito. Para se oscilografar a corrente no enrolamento secundário, a montagem também é basicamente a mesma, bastando transferir o conjunto osciloscópio-Traçador XY para o lado do enrolamento secundário.

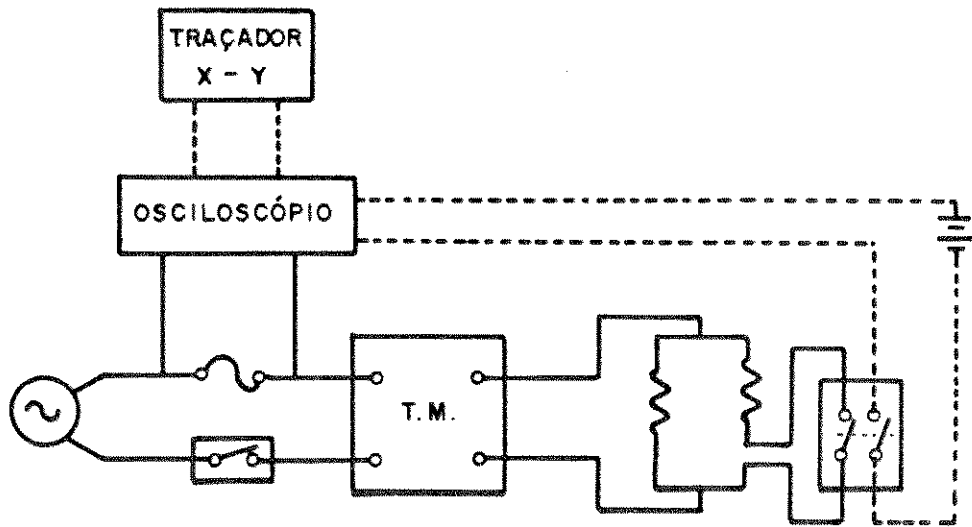


figura VI.27 - Montagem para Oscilografar a Corrente no Enrolam. Primário, em Casos de Alteração da Resistência de Carga.

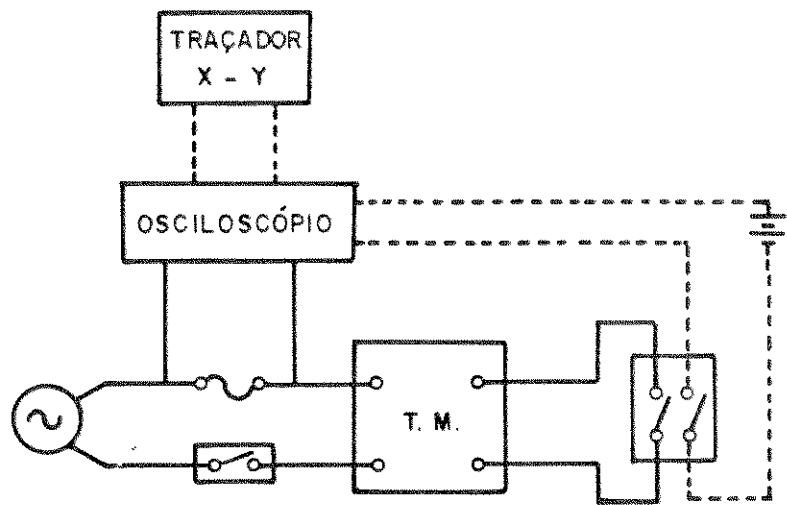


figura VI.28 - Montagem para Oscilografar Correntes de Curto-Circuito no Enrolamento Primário.

VI.6.2 - Equipamentos Utilizados.

Foram utilizados os seguintes equipamentos :

- Um transformador monofásico, já especificado no início do capítulo.
- Uma caixa de resistências da marca Equacional.
- Um variac monofásico marca Equacional, com saída variável de 0 a 240 V.
- Um variac trifásico, marca Anel, com saída variável de 0 a 440 V.
- Um osciloscópio Digital TEKTRONICS modelo 2230.
- Um traçador XY HP modelo 7015B.
- Uma fonte C. C. com saída de até 10 V.
- Um resistor de 1 Ω .
- Uma chave-faca bipolar.
- Uma chave-faca monopolar.

VI.6.3 - Procedimento Operacional.

Para os ensaios de alteração da resistência de carga, procedeu-se da seguinte maneira : O transformador encontrava-se inicialmente desenergizado, com uma resistência de carga de 286 Ω conectada no seu enrolamento secundário (lembrar que o enrolamento de alta tensão, 380 V, é sempre tratado como o enrolamento secundário). Acionando-se a chave-faca monopolar aplica-se uma tensão senoidal no enrolamento primário. Após alguns segundos,

tempo suficiente para se estabelecer o regime permanente, a chave faca bipolar é acionada. Com essa operação, é feito o "trigger" do osciloscópio, para que o mesmo comece a oscilografar a forma de onda da corrente, e simultaneamente uma resistência de carga de $286\ \Omega$ é conectada em paralelo com a primeira resistência, o que faz com que a resistência equivalente conectada no enrolamento secundário varie subitamente de 286 para $143\ \Omega$.

O osciloscópio está no modo de amostragem, o que faz com que alguns ciclos anteriores e alguns ciclos posteriores à variação da resistência de carga fiquem armazenados na sua memória. Se a forma de onda armazenada satisfizer às condições exigidas, a mesma é transferida para um gráfico em papel, através de um traçador XY.

Para os ensaios de curto circuito o procedimento foi o seguinte : o transformador encontrava-se inicialmente desenergizado, e com o enrolamento secundário em vazio. Uma pequena tensão senoidal é aplicada no enrolamento primário, pelo fechamento da chave faca monopolar. Após alguns segundos o enrolamento secundário é subitamente curto-circuitado, ao mesmo tempo em que é feito o "trigger" do osciloscópio, pelo fechamento da chave faca bipolar.

Na memória do osciloscópio ficam armazenados alguns ciclos anteriores e posteriores ao curto-circuito. As formas de onda escolhidas são transferidos para um gráfico pelo traçador XY.

A essa altura, é importante salientar que não se apresenta nenhuma simulação para a corrente de magnetização do transformador em vazio, por que nessa situação o fenômeno da histerese magnética é predominante, causando grandes distorções na corrente de magnetização. Esse fenômeno não é modelado nos programas que estão sendo apresentados. Uma maneira bastante prática de se modelar a histerese magnética em programas para cálculo de campos eletromagnéticos por elementos finitos é apresentada na referência [11].

VI.6.4 - Resultados.

Todos os exemplos de simulações que são apresentados nessa seção foram feitos utilizando-se a malha de 224 nós e com o passo de integração de 0.417 ms. Nos casos em que se verificou algum ruído numérico, os gráficos apresentados são os regularizados. Embora as simulações tenham sido feitas com os programas FLUX1 e FLUX2, serão apresentadas apenas as formas de ondas obtidas com FLUX2, pois não há diferença entre as formas de onda obtidas por FLUX1 e FLUX2.

O primeiro caso a ser apresentado é novamente o caso de alteração da resistência de carga de 286 Ω para 143 Ω , com uma tensão senoidal de 160 V eficaz no enrolamento secundário.

No primeiro exemplo, a alteração da resistência ocorre quando as correntes encontram-se no valor nulo. A figura VI.29a

mostra a corrente no enrolamento primário para a simulação feita com o programa FLUX2. A figura VI.29b mostra o oscilograma obtido no ensaio de laboratório.

A tabela VI.1 mostra os valores de pico das correntes nos enrolamentos primário e secundário, para o ciclo imediatamente anterior e para o ciclo imediatamente posterior à alteração da resistência, obtidos através de FLUX1, FLUX2 e no ensaio de laboratório. Nesta tabela são apresentadas as diferenças percentuais entre os valores obtidos na simulação e os obtidos nos ensaios de laboratório.

Tabela VI.1

	ciclo anter.		ciclo post.	
	prim	sec.	prim	sec.
FLUX1	2.26	1.31	4.44	2.51
FLUX2	2.27	1.31	4.35	2.51
ensaio	2.44	1.36	4.48	2.60
erro (%)	7.17	3.68	1.90	3.36

A figura VI.30a mostra a corrente quando a simulação é feita com a alteração da resistência de carga ocorrendo nos valores máximos das correntes. O oscilograma obtido em laboratório é mostrado na figura VI.30b. Os valores de pico das correntes imediatamente antes e após o transitório são mostrados na tabela VI.2.

Tabela VI.2

	ciclo anter.		ciclo post.	
	prim.	sec.	prim.	sec.
FLUX1	2.26	1.31	4.34	2.51
FLUX2	2.26	1.31	4.35	2.51
ensaio	2.44	1.36	4.48	2.60
erro (%)	7.17	3.68	1.90	3.36

As figuras VI.31a e VI.31b mostram as correntes para a simulação feita com tensão de 220 V eficaz, e alteração ocorrendo no instante em que as correntes são nulas. A tabela VI.3 mostra os valores de picos das simulações e ensaio.

Tabela VI.3

	ciclo anter.		ciclo post.	
	prim.	sec.	prim.	sec.
FLUX1	3.10	1.80	5.98	3.46
FLUX2	3.10	1.81	5.98	3.46
ensaio	3.28	1.88	6.24	3.60
erro (%)	5.49	3.99	4.17	3.89

As figuras VI.32a a VI.32b mostram os resultados para a simulação feita com a tensão de 220 V, e alteração da resistência de carga ocorrendo com as correntes em seus valores máximos. Valores de pico das correntes são mostradas na tabela VI.4.

Tabela VI.4

	ciclo anter.		ciclo post.	
	prim.	sec.	prim.	sec.
FLUX1	3.10	1.80	6.10	3.45
FLUX2	3.10	1.80	6.11	3.45
ensaio	3.28	1.88	6.24	3.60
erro (%)	5.49	3.99	2.24	4.17

As figuras VI.33a a VI.33b mostram as simulações feitas com tensão de 310 V eficaz, e correntes nulas no instante do transitório. Os valores de pico das correntes estão na tabela VI.5.

Tabela VI.5

	ciclo anter.		ciclo post.	
	prim.	sec.	prim.	sec.
FLUX1	4.38	2.54	8.42	4.88
FLUX2	4.38	2.54	8.42	4.88
ensaio	4.80	2.60	9.20	4.96
erro (%)	8.75	2.30	8.48	1.61

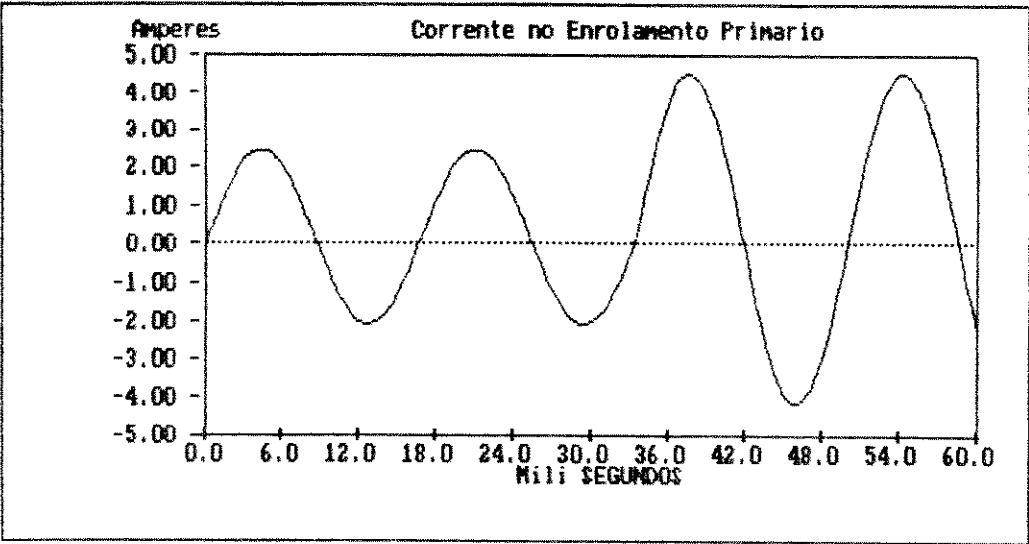
Nas figuras VI.34a a VI.34b e tabela VI.6, os resultados para a simulação com 310 V e alteração ocorrente no instante de corrente máxima.

Tabela VI.6

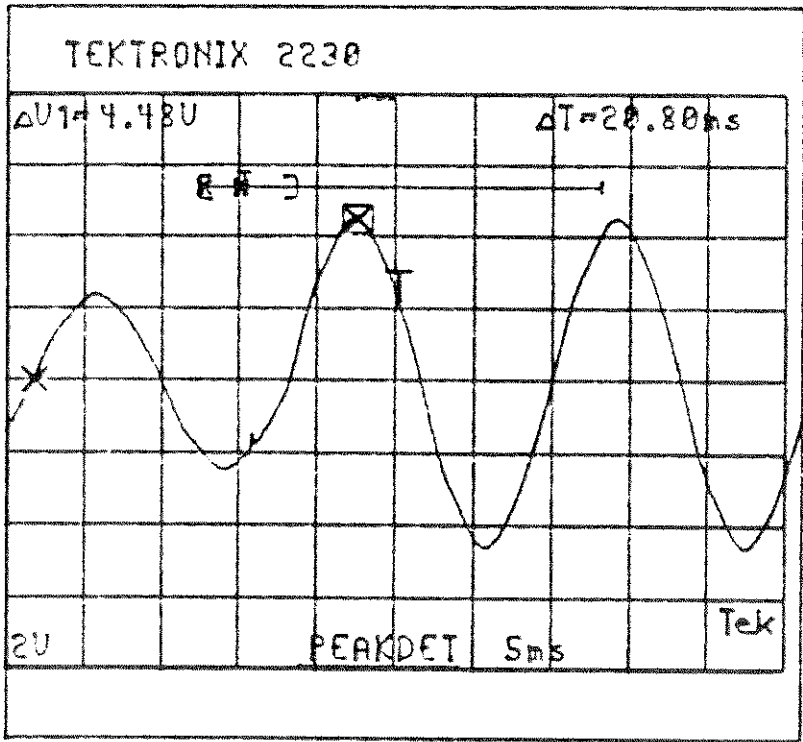
	ciclo anter.		ciclo post.	
	prim.	sec.	prim.	sec.
FLUX1	4.35	2.53	8.41	4.87
FLUX2	4.38	2.54	8.42	4.88
ensaio	5.00	2.60	8.00	4.96
erro (%)	12.70	2.50	-5.00	1.71

Na maioria dos exemplos não se observa nenhum comportamento digno de nota nas correntes obtidas nas simulações. Apenas pode-se observar que os valores obtidos nas simulações com os programas de elementos finitos e ensaios de laboratório, são bastante próximos, o que valida os modelos desenvolvidos.

As discrepâncias entre os resultados das simulações e os resultados obtidos nos ensaios deve-se principalmente à: utilização de elemento finito com aproximação muito pobre, representação de um problema tridimensional através modelos bidimensionais, erros inerentes aos métodos de integração numérica e finalmente a realização de ensaios utilizando aparelhos de medidas de pouca precisão.

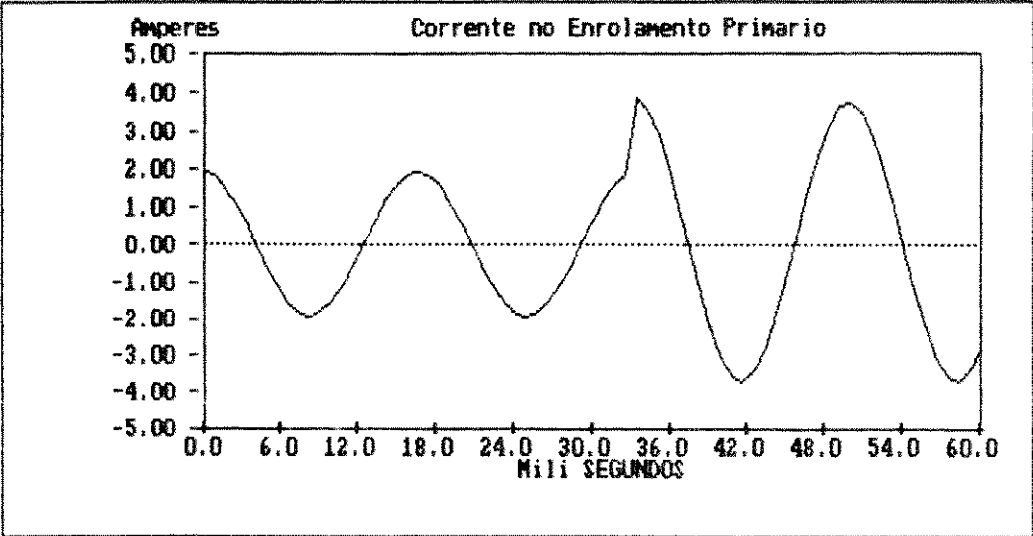


a)

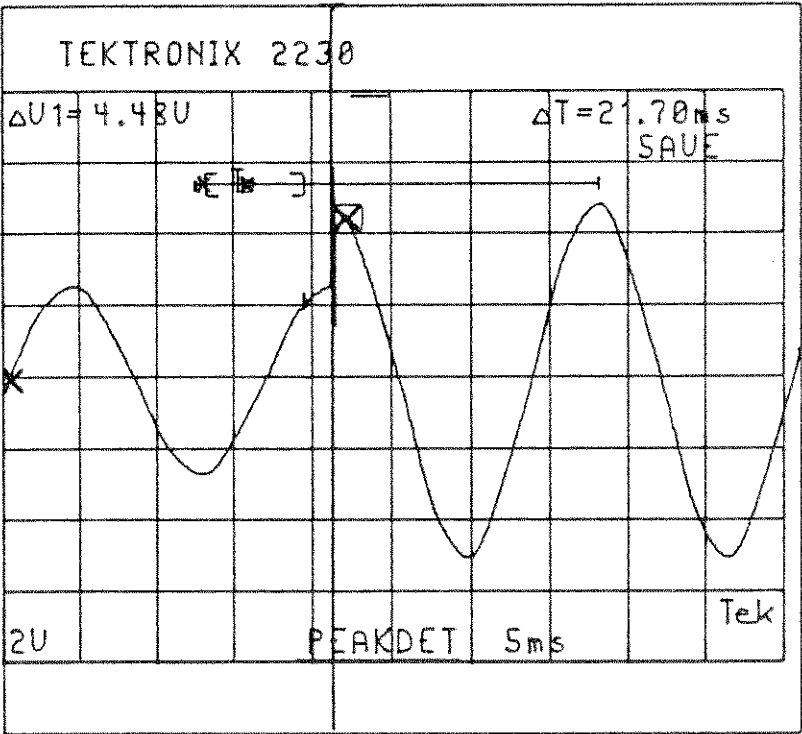


b)

figura VI.29 a) Corrente no Enrol. Primário. Simulação com FLUX2.
b) - Oscilograma Obtido em Laboratório.

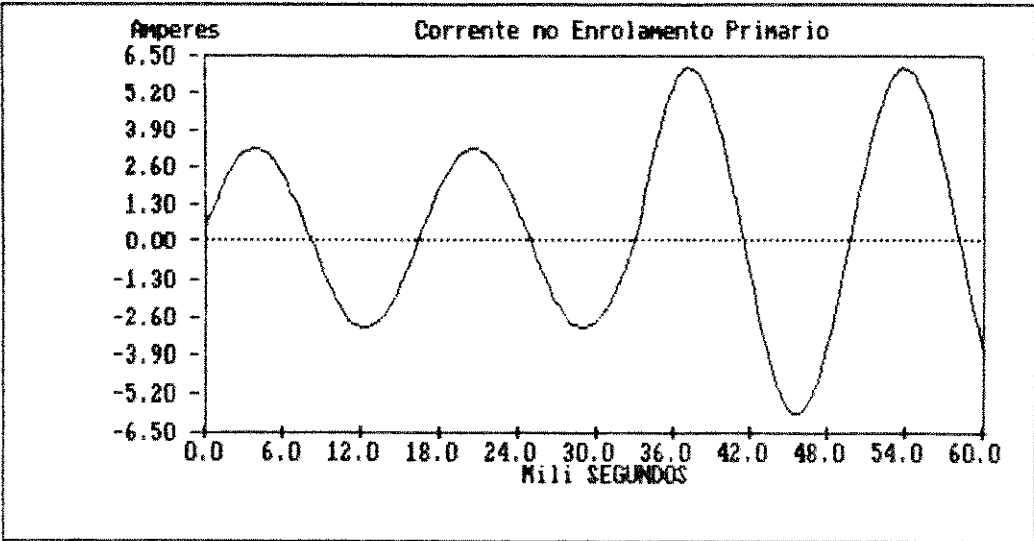


a)

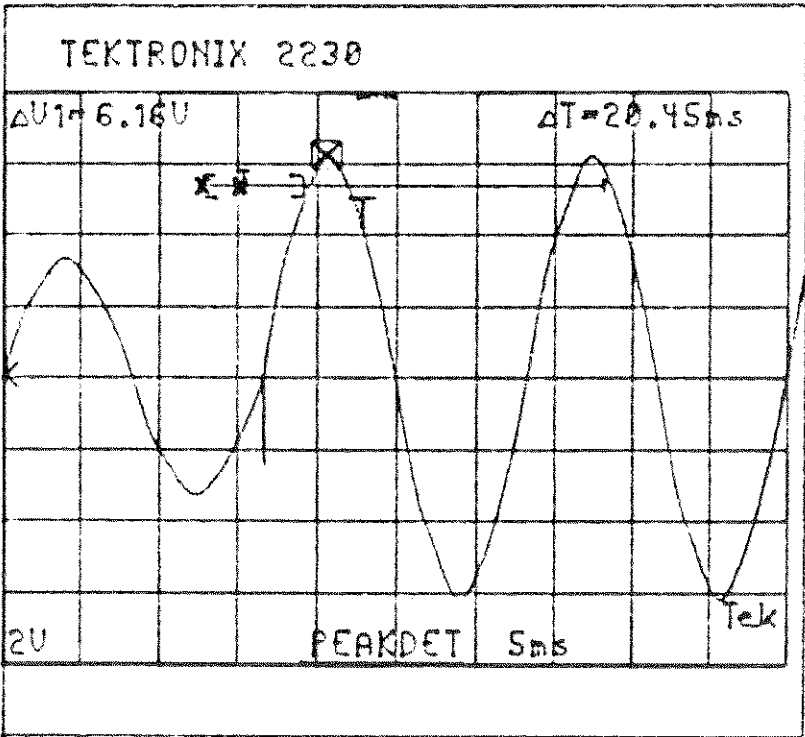


b)

figura VI.30 a) Corrente no Enrol. Primário. Simulação com FLUX2.
b) - Oscilograma Obtido em Laboratório.

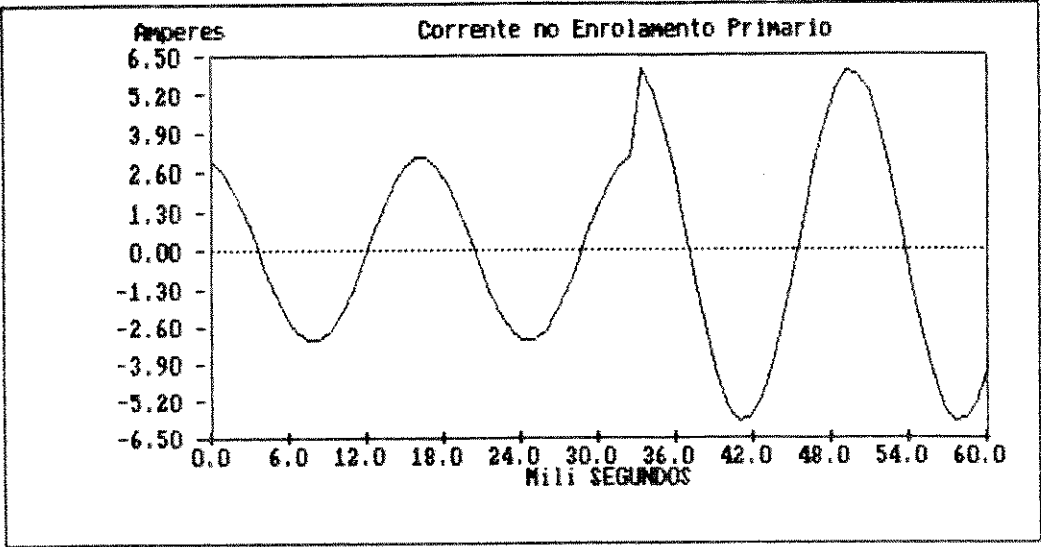


a)

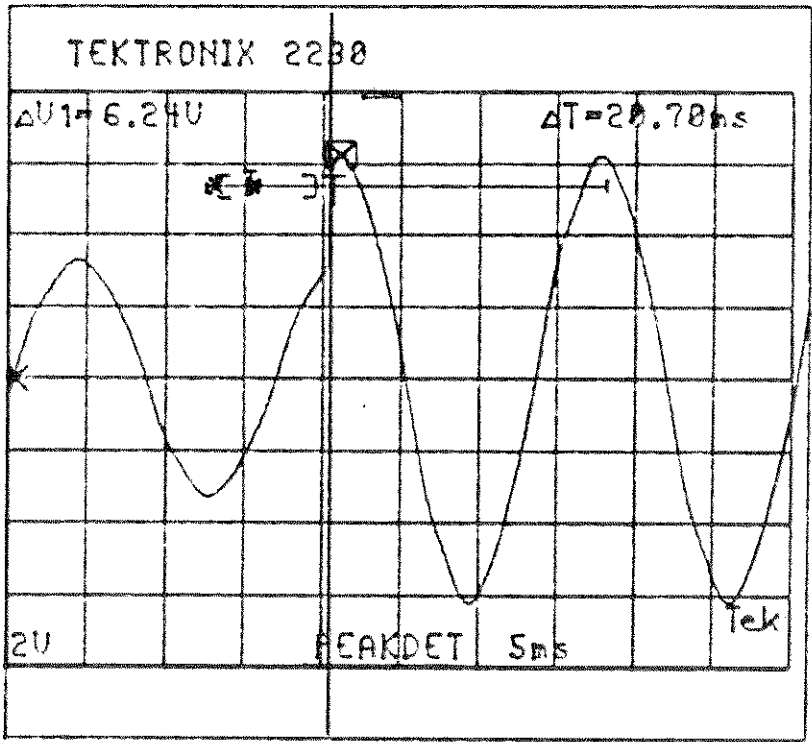


b)

figura VI. 31 a) Corrente no Enrol. Primário. Simulação com FLUX2.
b) - Oscilograma Obtido em Laboratório.



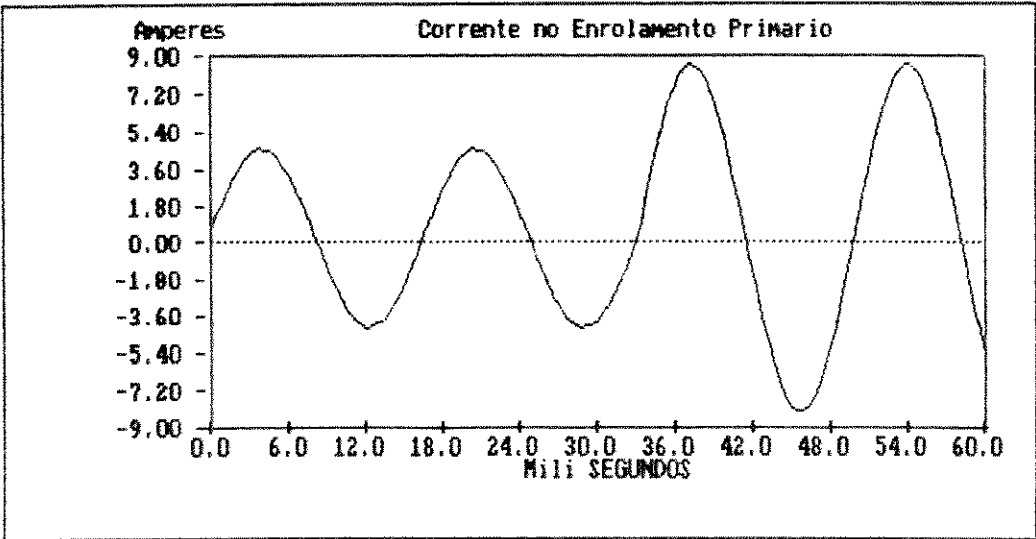
a)



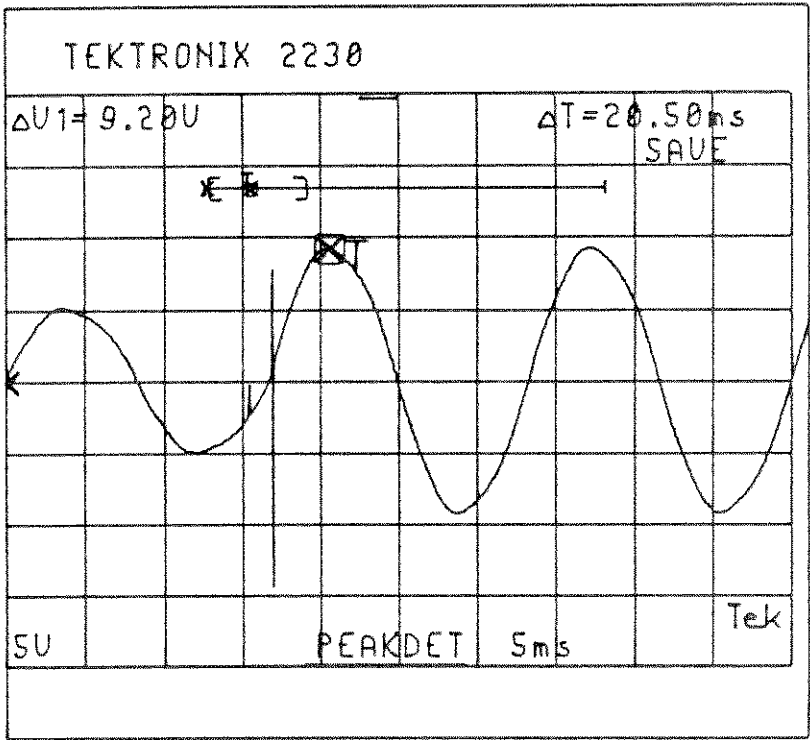
b)

figura VI.32 a) Corrente no Enrol. Primário. Simulação com FLUX2.

b) - Oscilograma Obtido em Laboratório.

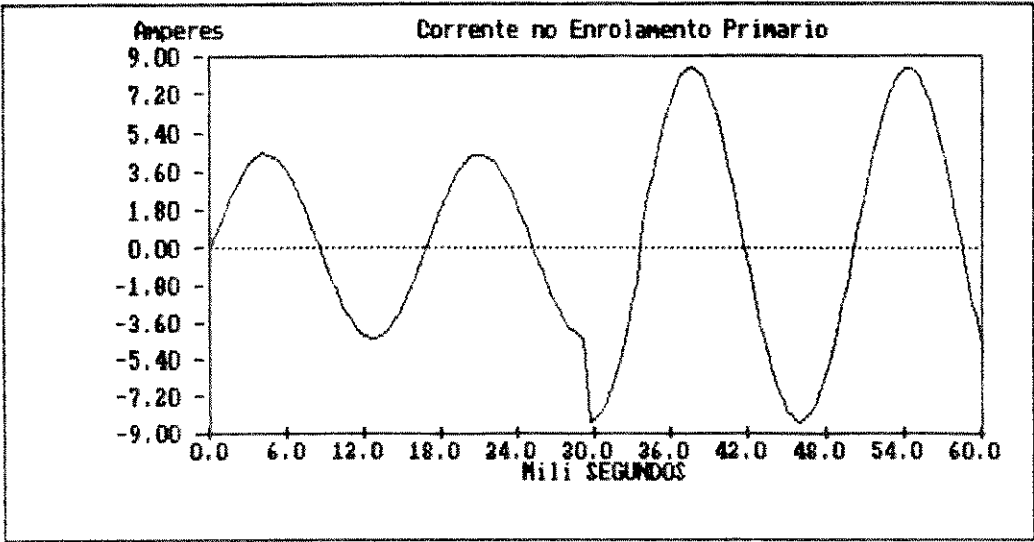


a)

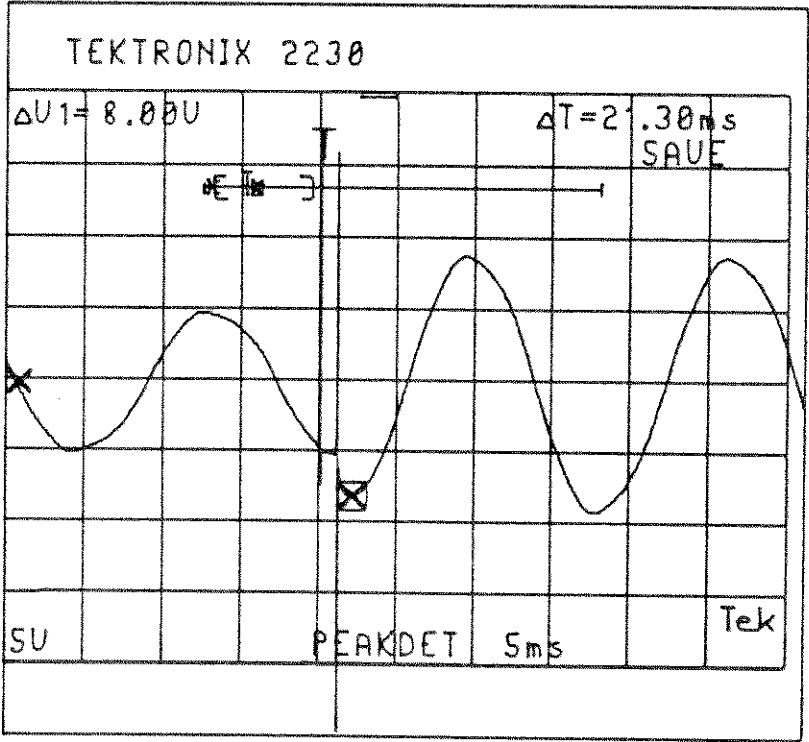


b)

figura VI.33 a) Corrente no Enrol. Primário. Simulação com FLUX2.
b) - Oscilograma Obtido em Laboratório.



a)



b)

figura VI.34 a) Corrente no Enrol. Primário. Simulação com FLUX2.
b) - Oscilograma Obtido em Laboratório.

A segunda série de exemplos apresenta simulações de curto-circuitos no transformador monofásico. Nos três primeiros exemplos, uma tensão senoidal é aplicada no enrolamento primário. O enrolamento secundário é curto circuitado em instantes tais que o valor de pico da corrente da primeira meia onda após o curto-circuito será aproximadamente: valor máximo no primeiro caso, dois terços do valor máximo no segundo caso, e metade do valor máximo no terceiro caso. O valor de pico da corrente dos enrolamentos primário e secundário, bem como da largura da 1ª meia onda, nas simulações feitas por FLUX1 e FLUX2, e ensaios de laboratórios são mostrados nas tabelas VI.7 VI.8 e VI.9, para o primeiro, segundo e terceiro caso, respectivamente.

As formas de onda das simulações obtidas pelo programa FLUX2, e nos ensaios de laboratório, são mostradas nas figuras VI.35a e VI.35b, para o primeiro caso, VI.36a e VI.36b, para o segundo caso e VI.37a e VI.37b para o terceiro caso

A segunda série de exemplos com simulações de curto circuito foi feita com uma tensão senoidal de 20 V eficaz aplicada ao enrolamento primário. Procurou-se mostrar as correntes em instantes semelhantes aos da primeira série. Os resultados estão mostrados nas tabelas VI.10, VI.11 e VI.12, e nas figuras VI.38a e VI.38b, VI.39a e VI.39b, e VI.40a e VI.40b

Tabela VI.7

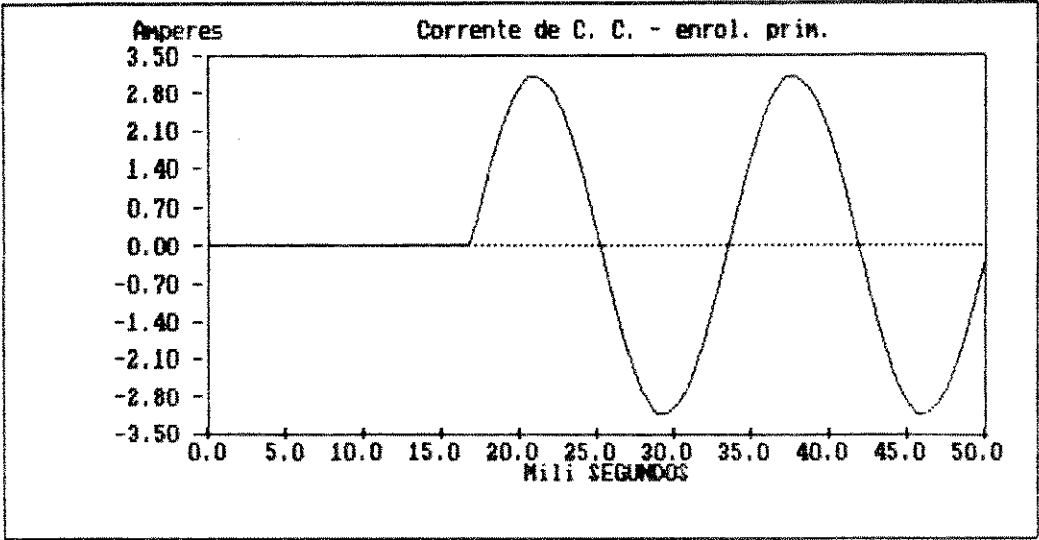
	V. de Pico	Δt (ms)
FLUX1	3.08	8.50
FLUX2	3.08	8.50
ensaio	3.16	8.50
erro (%)	2.50	0.00

Tabela VI.8

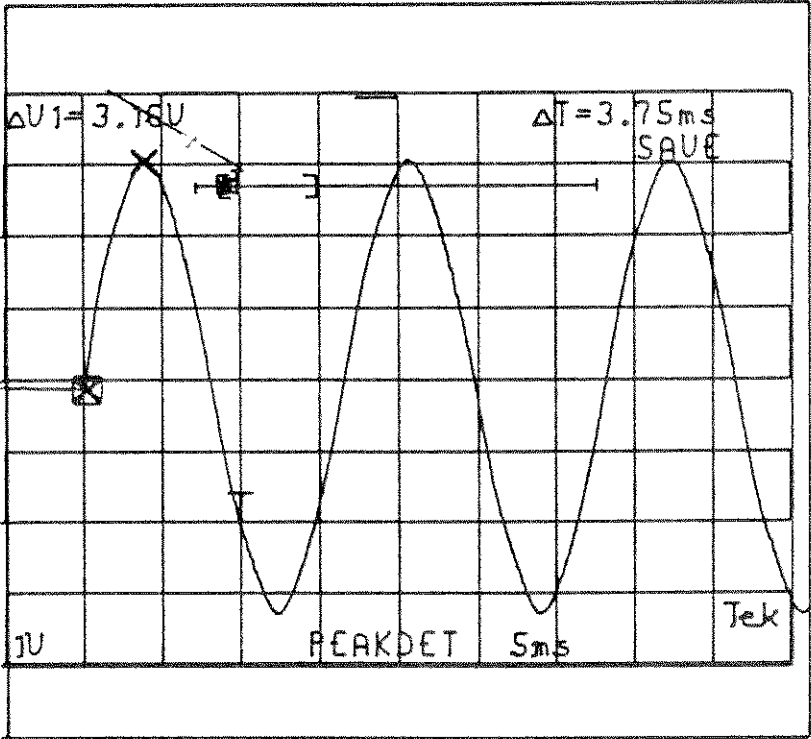
	V. de Pico	Δt (ms)
FLUX1	2.38	3.00
FLUX2	2.38	3.00
ensaio	2.24	4.00
erro (%)	-6.25	25.00

Tabela VI.9

	V. de Pico	Δt (ms)
FLUX1	1.54	2.00
FLUX2	1.54	2.00
ensaio	1.60	2.00
erro (%)	3.75	0.00

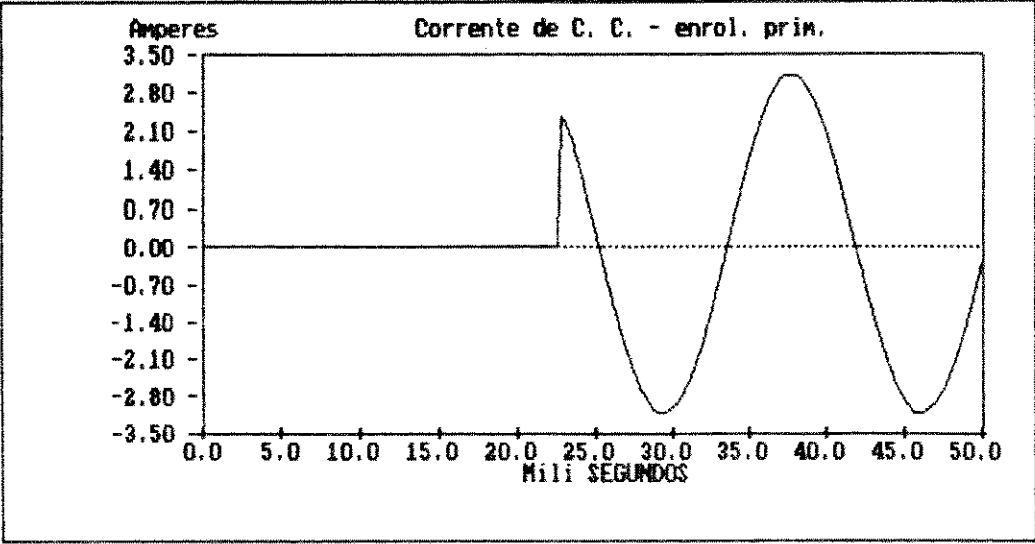


a)

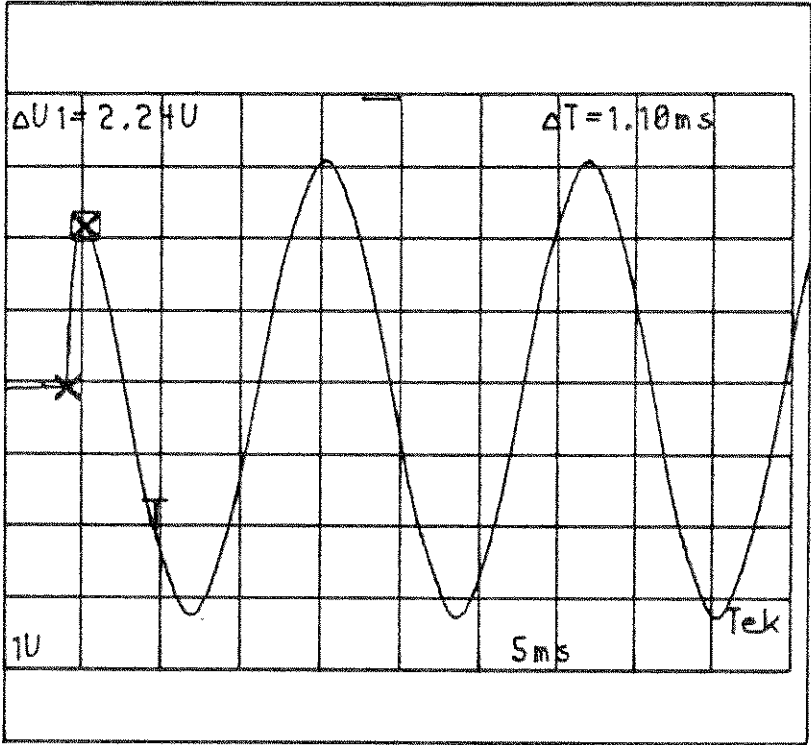


b)

figura VI. 35 a) - Corrente de Curto Circuito Enrolamento Primário
b) - Oscilograma da C. C. obtido em laboratório.

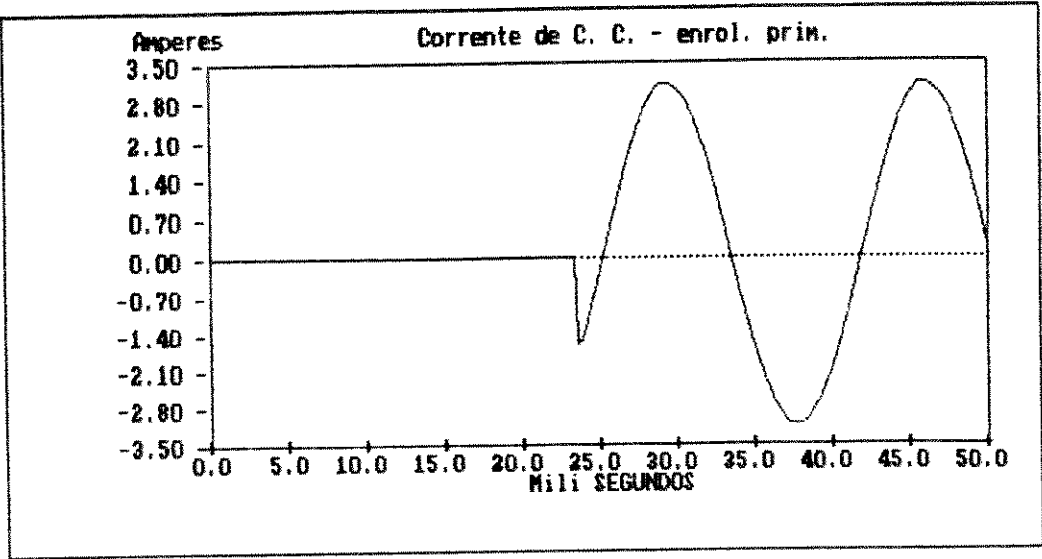


a)

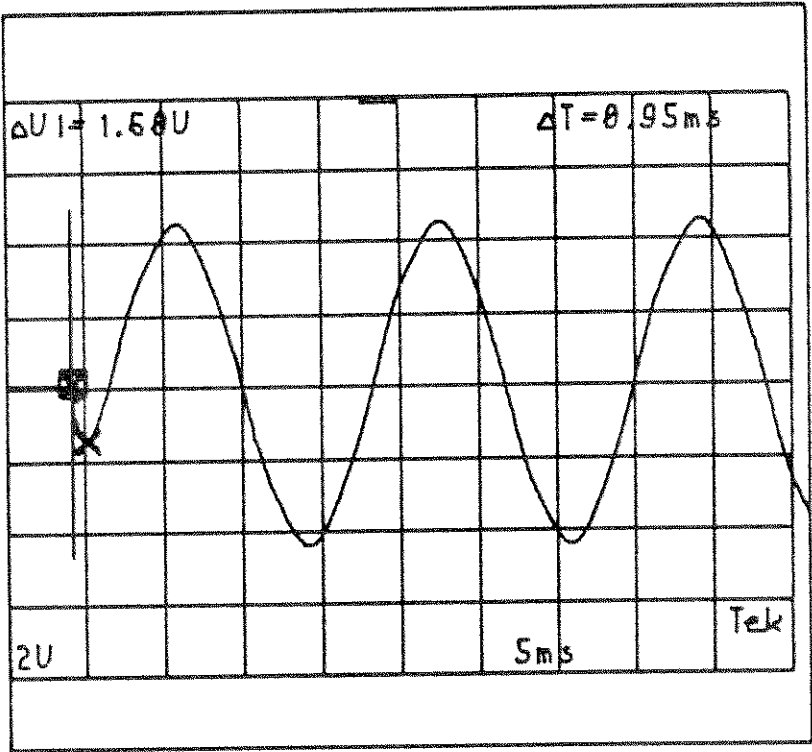


b)

figura VI.36 a) - Corrente de Curto Circuito Enrolamento Primário
b) - Oscilograma da C. C. obtido em laboratório.



a)



b)

figura VI. 37 a) - Corrente de Curto Circuito Enrolamento Primário

b) - Oscilograma da C. C. obtido em laboratório.

Tabela VI.10

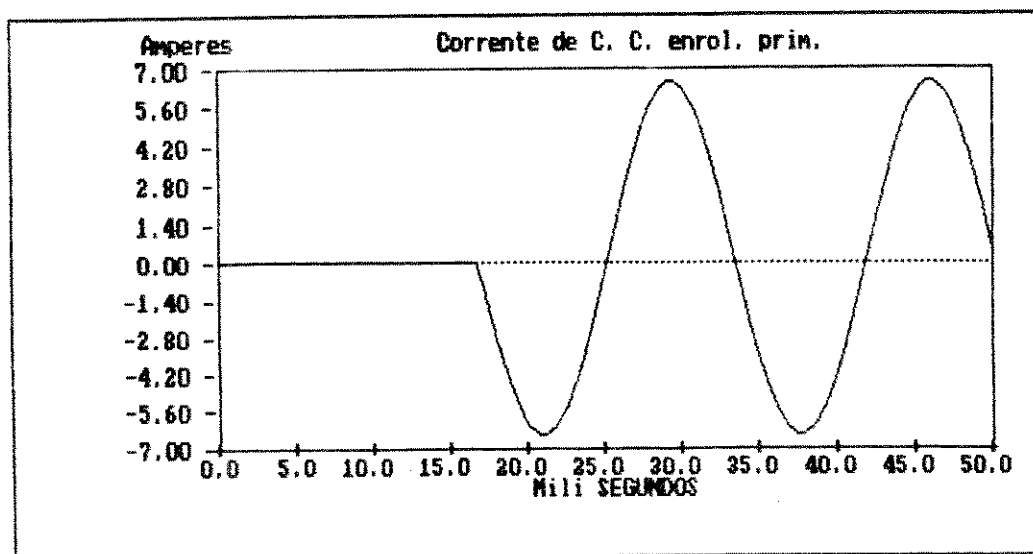
	V. de Pico	Δt (ms)
FLUX1	6.58	8.50
FLUX2	6.58	8.50
ensaio	6.56	8.50
erro (%)	-0.30	0.00

Tabela VI.11

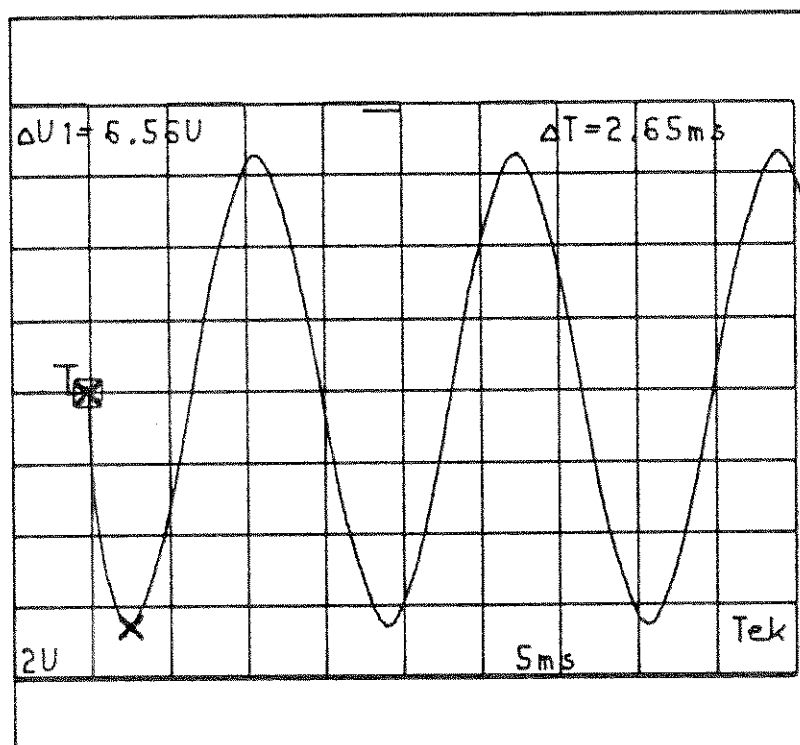
	V. de Pico	Δt (ms)
FLUX1	4.06	2.50
FLUX2	4.06	2.50
ensaio	4.24	3.50
erro (%)	4.24	28.50

Tabela VI.12

	V. de Pico	Δt (ms)
FLUX1	1.96	1.50
FLUX2	1.96	1.50
ensaio	2.24	2.00
erro (%)	12.50	25.00



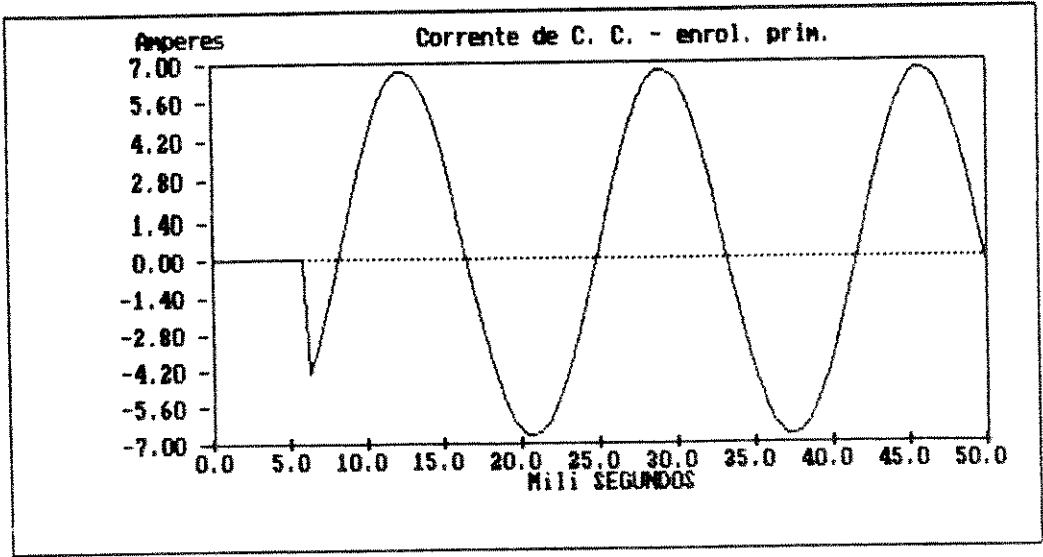
a)



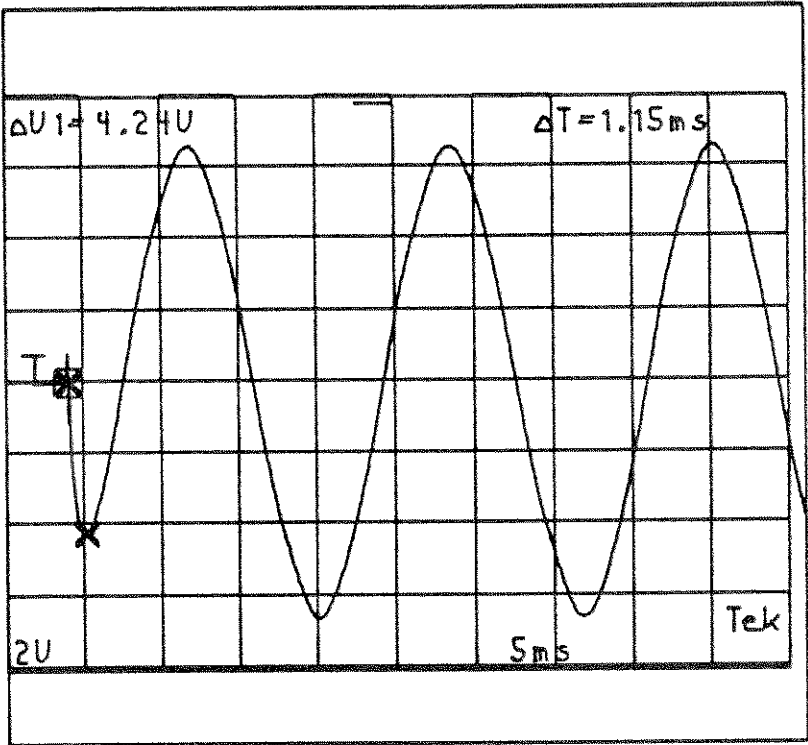
b)

figura VI.38 a) - Corrente de Curto Circuito Enrolamento Primário

b) - Oscilograma da C. C. obtido em laboratório.



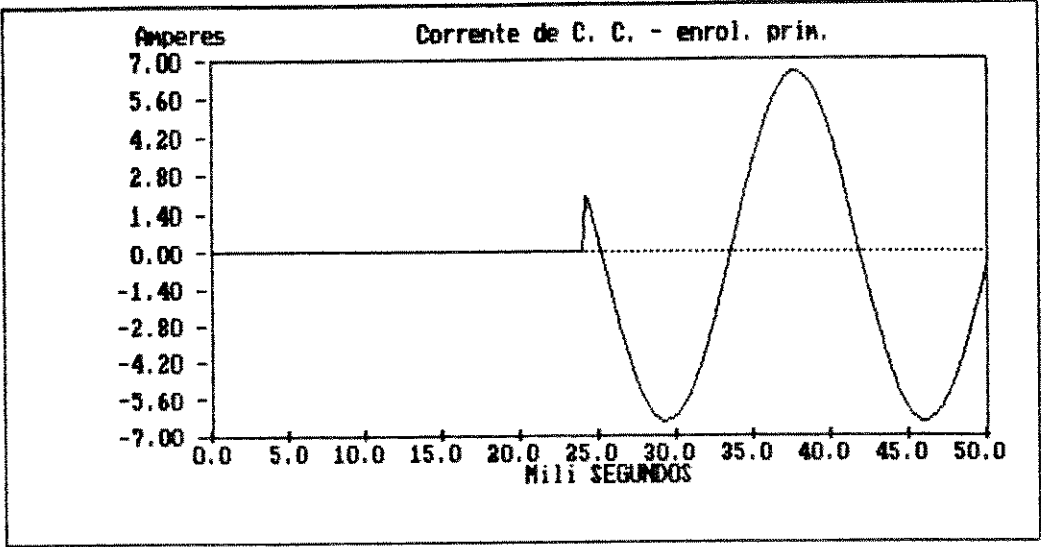
a)



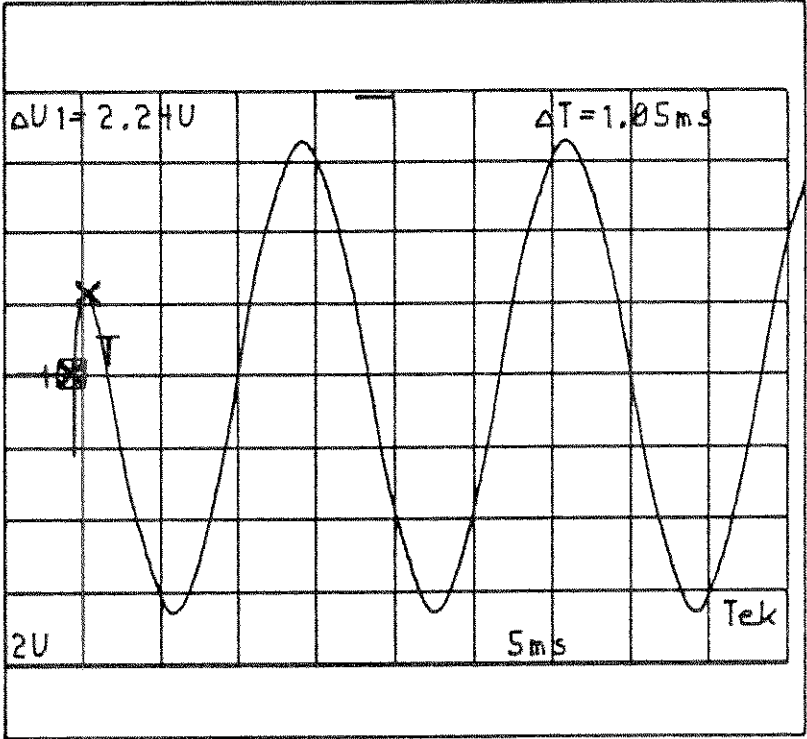
b)

figura VI.39 a) - Corrente de Curto Circuito Enrolamento Primário

b) - Oscilograma da C. C. obtido em laboratório.



a)



b)

figura VI. 40 a) - Corrente de Curto Circuito Enrolamento Primário
b) - Oscilograma da C. C. obtido em laboratório.

CAPÍTULO VII

DISTRIBUIÇÕES DE FLUXO NO TRANSFORMADOR MONOFÁSICO

A título de ilustração são apresentados neste capítulo mapas de distribuições de linhas de fluxo no núcleo do transformador monofásico.

Estes mapas mostram a distribuição do fluxo magnético em diversos instantes da simulação. O caso de simulação selecionado é o de alteração da resistência de carga. A figura VII.1 mostra a forma de onda para a corrente no enrolamento primário. Sobre ela estão marcados os instantes correspondentes a cada mapa de linhas de fluxo.

Considera-se uma condutividade (hipotética) para o material magnético, σ , igual a 0.1667×10^5 . Nos mapas pode-se observar a influência das correntes parasitas que se formam no interior do núcleo ferromagnético. Observa-se que a distribuição das linhas de fluxo tem um comportamento periódico ao longo do tempo.

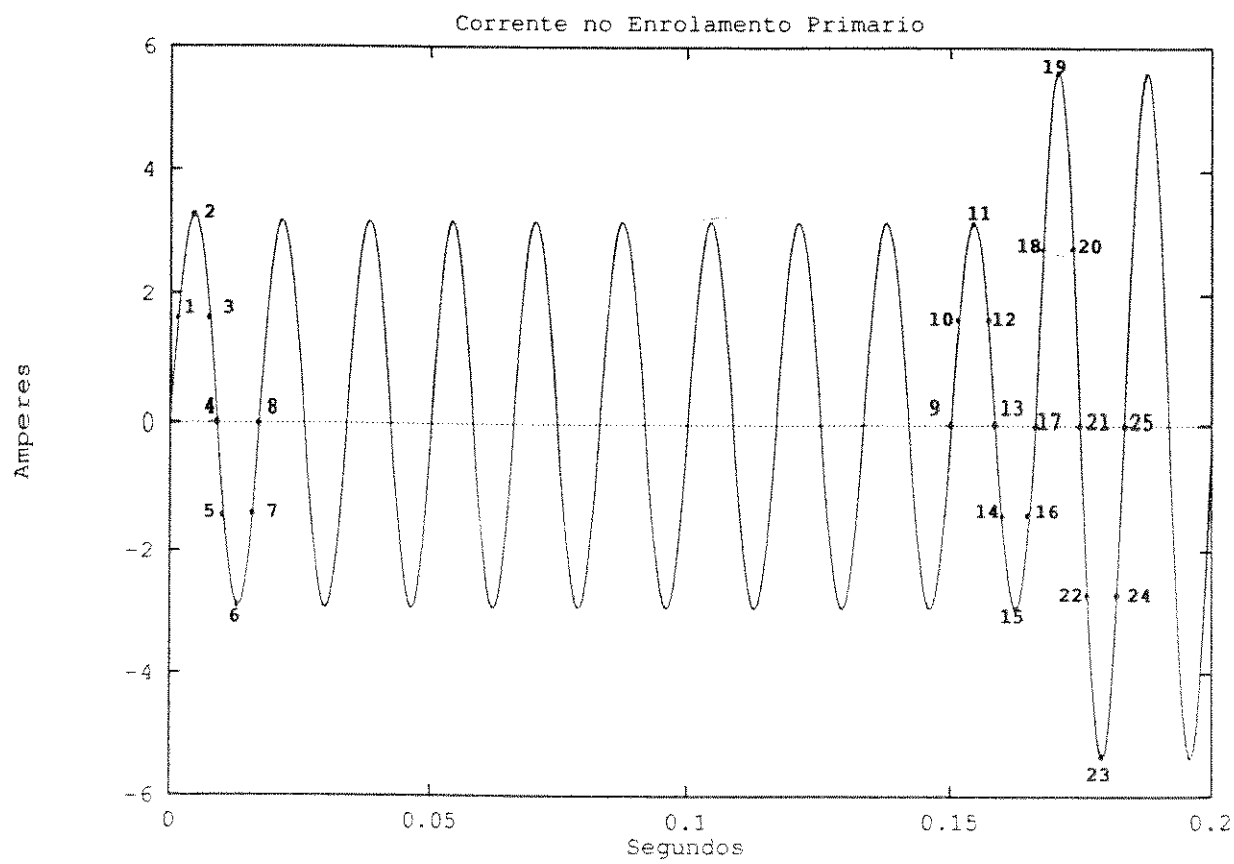


Figura VII.1 - Instantes de tempo correspondentes aos mapas de linhas de fluxo.

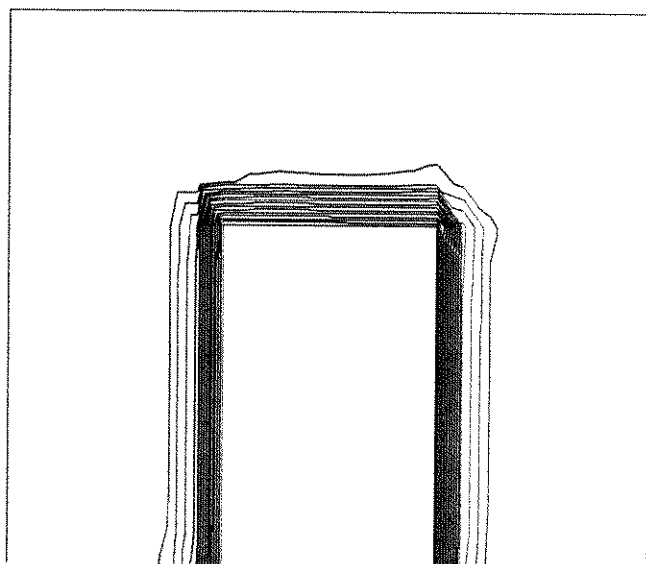


Figura VII.2 - Distribuição do fluxo magnético p/ o instante 1.

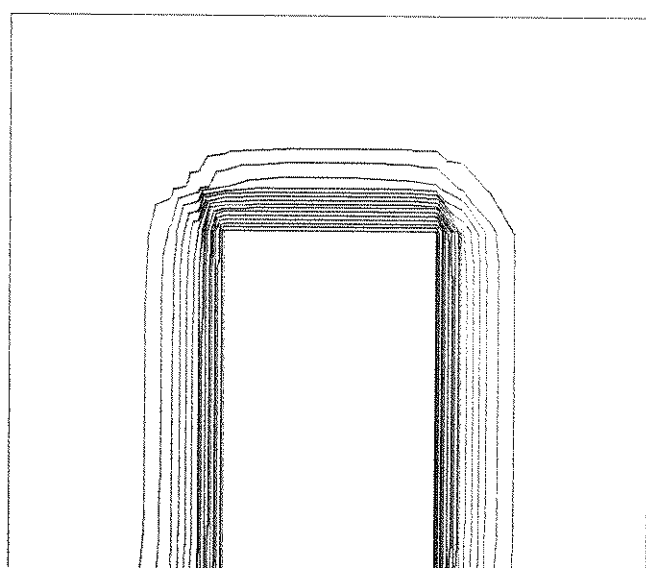


Figura VII.3 - Distribuição do fluxo magnético p/ o instante 2.

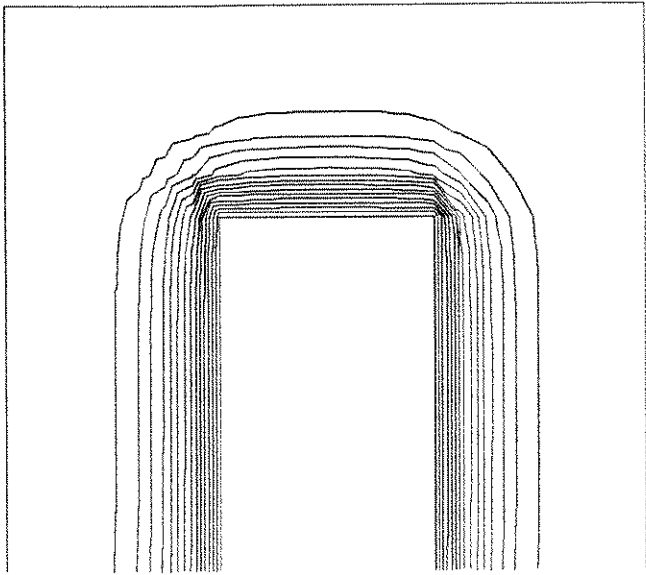


Figura VII.4 - Distribuição do fluxo magnético p/ o instante 3.

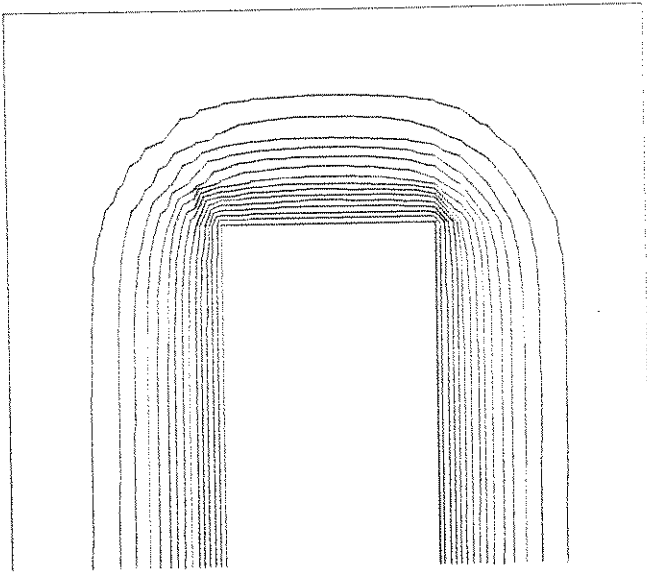


Figura VII.5 - Distribuição do fluxo magnético p/ o instante 4.

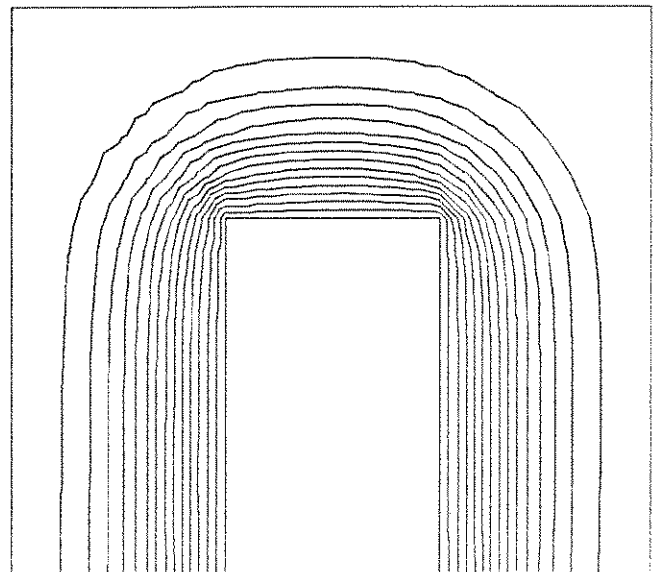


Figura VII. 6 - Distribuição do fluxo magnético p/ o instante 5.

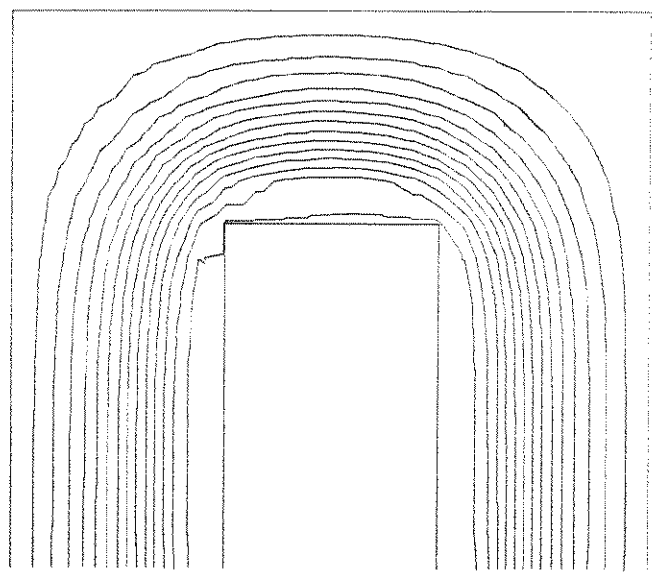


Figura VII. 7 - Distribuição do fluxo magnético p/ o instante 6.

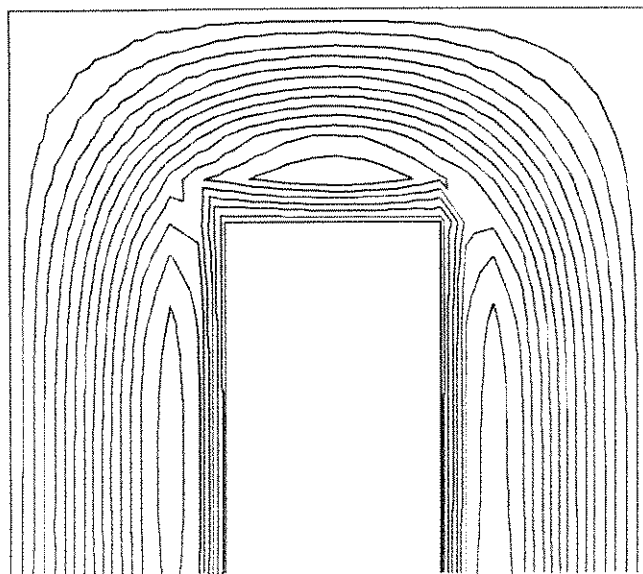


Figura VII.8 - Distribuição do fluxo magnético p/ o instante 7.

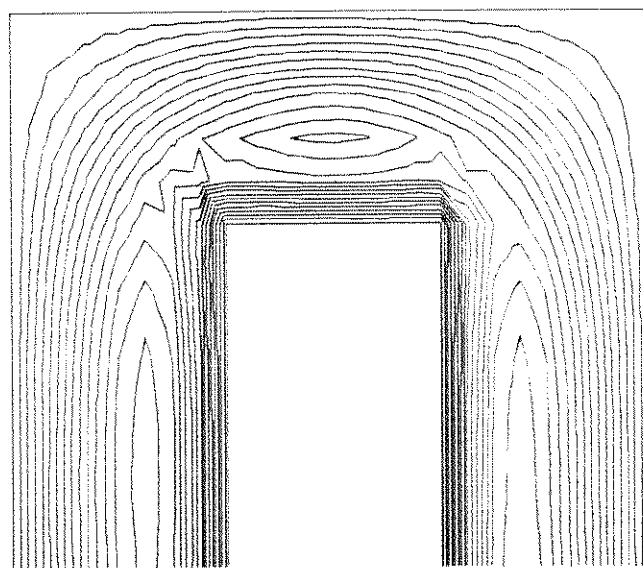


Figura VII.9 - Distribuição do fluxo magnético p/ o instante 8.

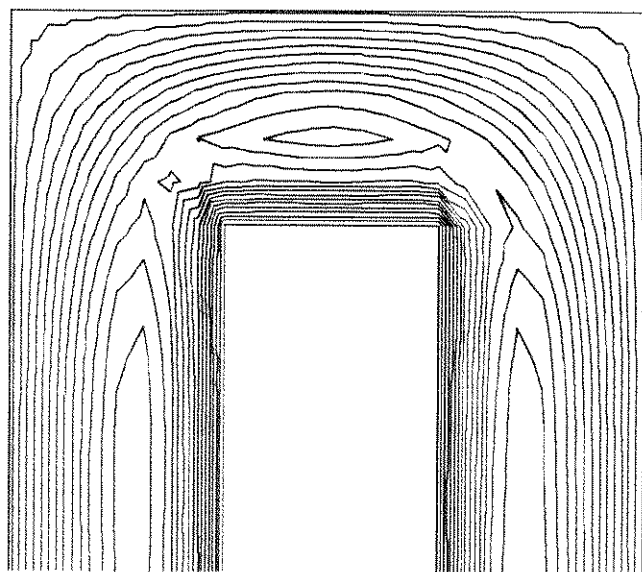


Figura VII.10 - Distribuição do fluxo magnético p/ o instante 9.

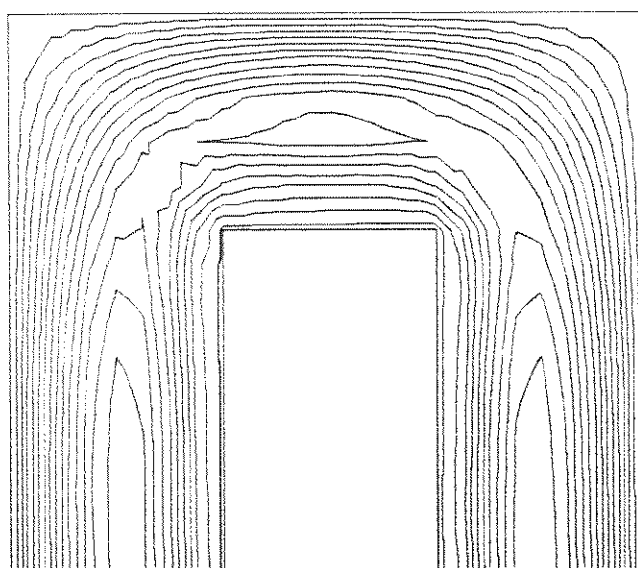


Figura VII.11 - Distribuição do fluxo magnético p/ o instante 10.

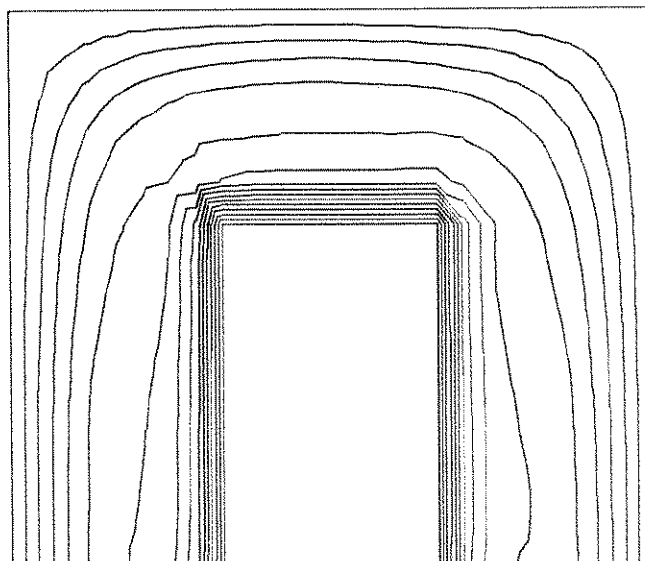


Figura VII.12 - Distribuição do fluxo magnético p/ o instante 11.

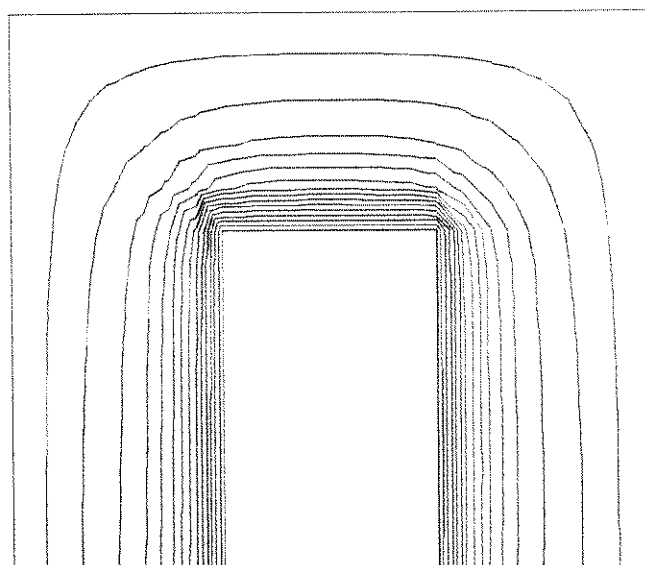


Figura VII.13 - Distribuição do fluxo magnético p/ o instante 12.

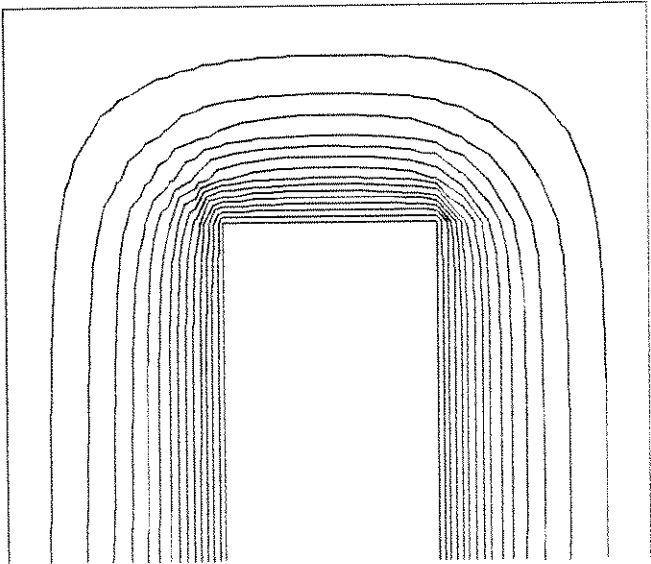


Figura VII.14 - Distribuição do fluxo magnético p/ o instante 13.

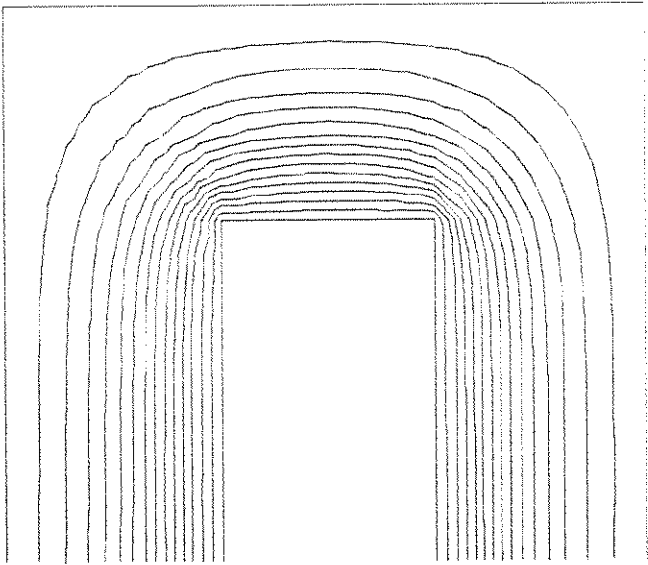


Figura VII.15 - Distribuição do fluxo magnético p/ o instante 14.

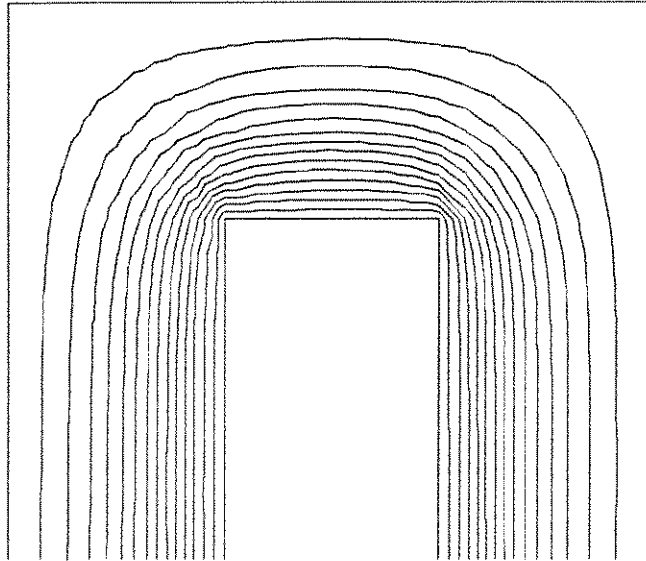


Figura VII.16 - Distribuição do fluxo magnético p/ o instante 15

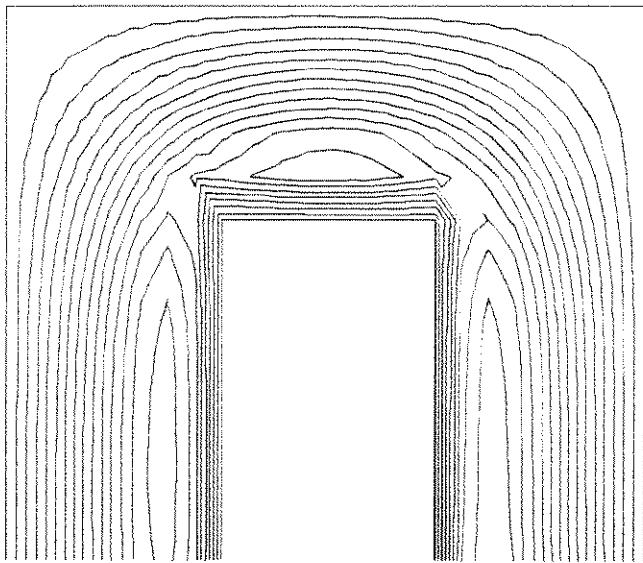


Figura VII.17 - Distribuição do fluxo magnético p/ o instante 16.

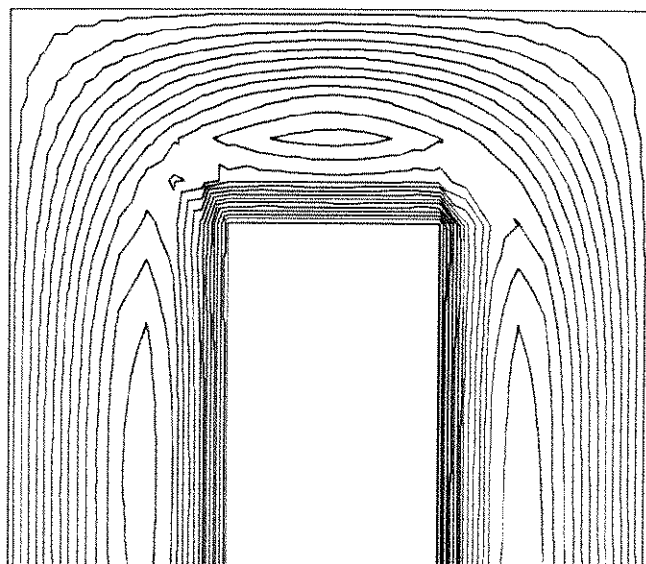


Figura VII. 18 - Distribuição do fluxo magnético p/ o instante 17.

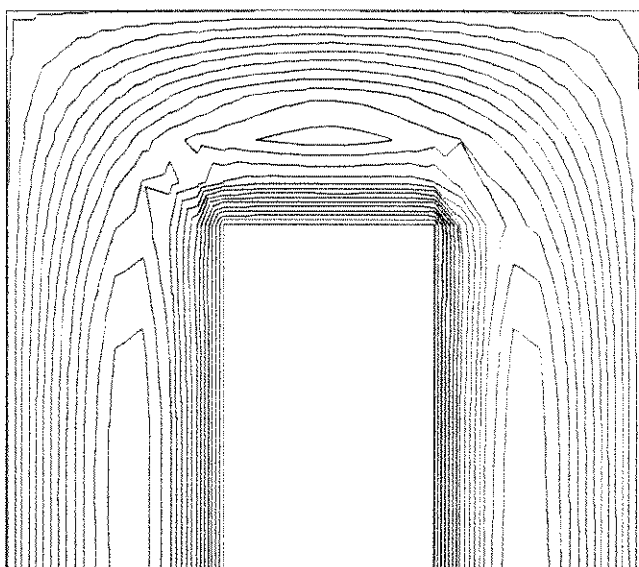


Figura VII. 19 - Distribuição do fluxo magnético p/ o instante 18.

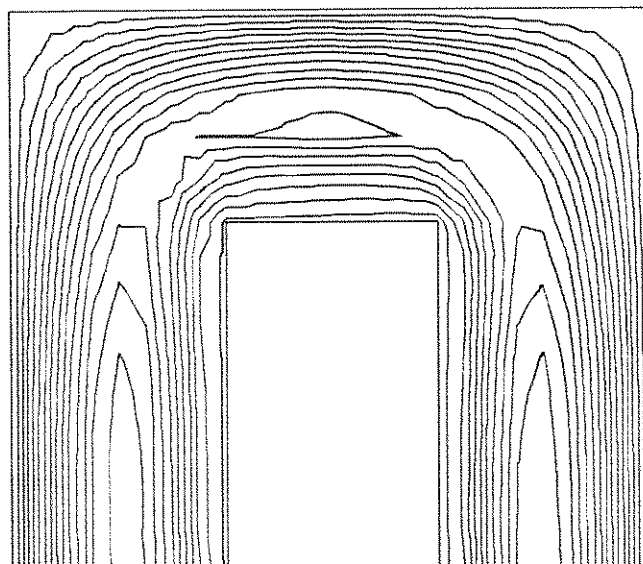


Figura VII.20 - Distribuição do fluxo magnético p/ o instante 19.

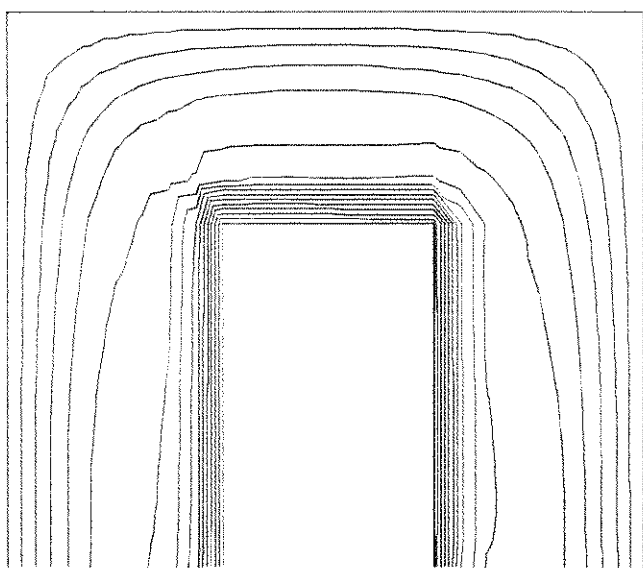


Figura VII.21 - Distribuição do fluxo magnético p/ o instante 20.

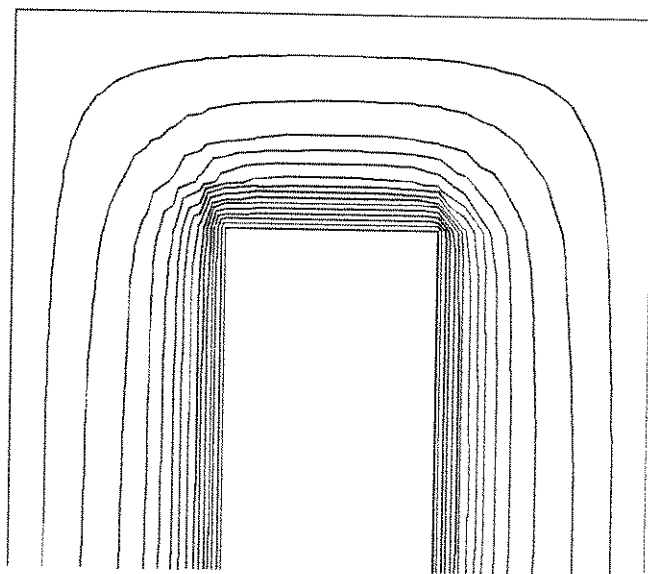


Figura VII.22 - Distribuição do fluxo magnético p/ o instante 21

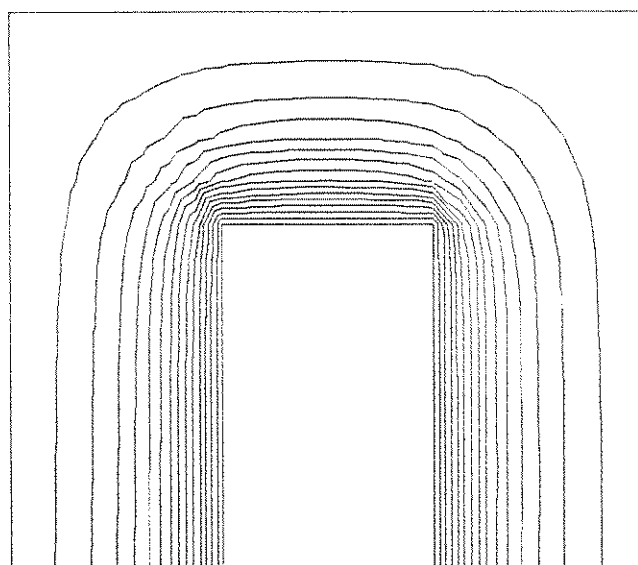


Figura VII.23 - Distribuição do fluxo magnético p/ o instante 22

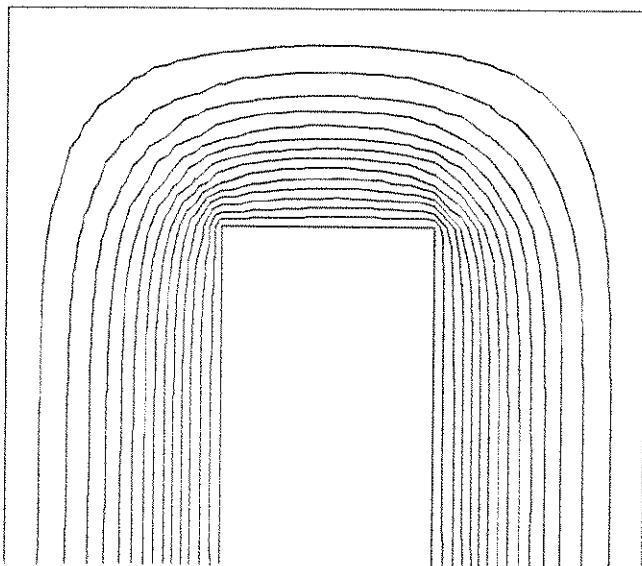


Figura VII.24 - Distribuição do fluxo magnético p/ o instante 23

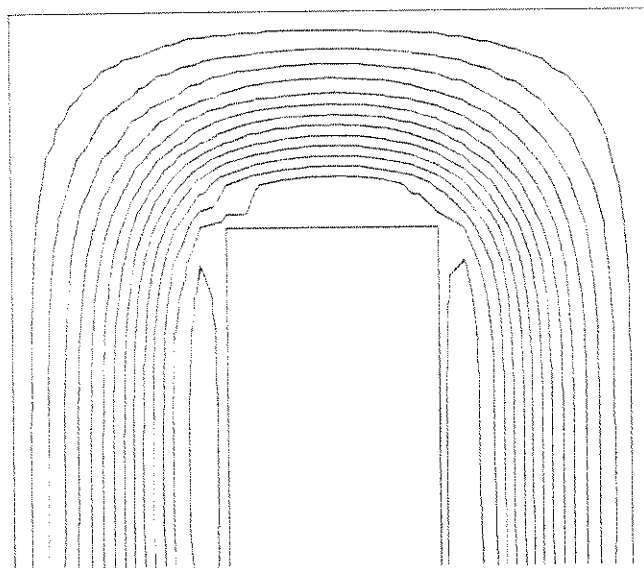


Figura VII.25 - Distribuição do fluxo magnético p/ o instante 24.

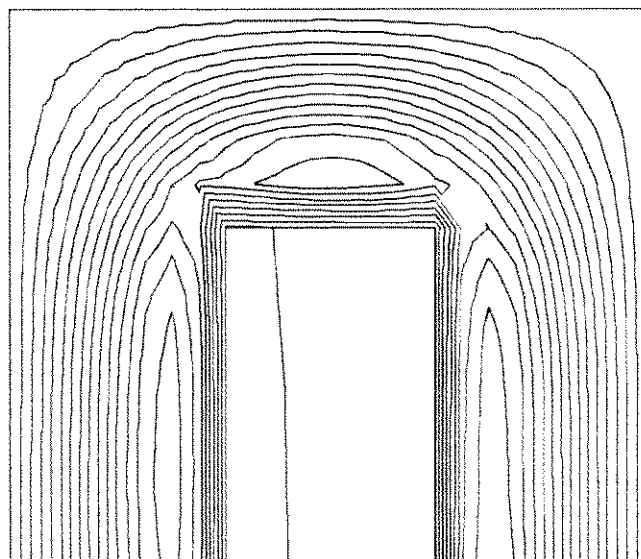


Figura VII.26 - Distribuição do fluxo magnético p/ o instante 25.

CAPÍTULO VIII

CONCLUSÕES E SUGESTÕES

Este trabalho apresenta implementações de modelos matemáticos para estudos de transitórios em dispositivos eletromagnéticos, baseados no método dos elementos finitos.

Estes modelos foram implementados em uma estação de trabalho pessoal, de custo relativamente baixo. Programas computacionais para o estudo de transitórios eletromagnéticos normalmente são implementados em computadores de grande porte e, portanto, caros.

Exemplos de aplicação foram apresentados para um pequeno transformador monofásico, que requer malhas de elementos finitos com relativamente poucos elementos e nós.

Pequenas adaptações podem ser feitas nos programas, para a análise de dinâmica de outros dispositivos eletromecânicos, como por exemplo pequenos motores com características especiais, relés, eletroímãs etc. A análise de dispositivos de grande porte, como por exemplo hidrogeradores, requer o uso de computadores com maior capacidade de processamento.

Portanto, pode-se dizer que os programas desenvolvidos são adequados para a análise e projeto de pequenos

dispositivos eletromagnéticos com características especiais de projeto, tais como magnetos supercondutores.

Dos programas desenvolvidos, o programa denominado FLUX2 (solução simultânea das equações de campo e equações diferenciais do transformador) apresentou grande vantagem em relação ao programa denominado FLUX1 (solução em estágios separados das equações de campo e equações diferenciais), no aspecto tempo de processamento. Pode-se afirmar que este tipo de solução é bastante adequada quando se trabalha com estações pessoais de trabalho, com limitada capacidade de armazenamento e tempo de processamento.

Como sugestão para trabalhos futuros, o programa FLUX2 deverá ser melhorado, com o objetivo de abranger fenômenos físicos que não foram aqui considerados, a saber, saturação e histerese magnética.

O programa deverá ser modificado para incluir também elementos tridimensionais. A maneira de se resolver os sistemas de equações também deverá ser modificada, para que as matrizes possam ser alteradas a medida que se verifica a saturação do circuito magnético.

Em resumo, o programa FLUX2 constitui-se em um núcleo que poderá ser expandido, de acordo com as necessidades que se apresentarem. O que se pretendeu neste trabalho foi estabelecer

uma comparação entre este tipo de formulação (solução simultânea), e a formulação que mais comumente é utilizada (solução multi estágios).

APÊNDICE A

GERAÇÃO AUTOMÁTICA DE MALHAS DE ELEMENTOS FINITOS.

A utilização do método dos elementos finitos na solução de problemas de campos eletromagnéticos requer que o domínio a ser analisado seja discretizado em malhas com um número bastante alto de elementos e nós, resultando em uma massa de dados extremamente grande. A confecção manual dessas malhas torna-se um trabalho excessivamente tedioso e sujeito a erros, podendo até mesmo inviabilizar, na prática, a utilização deste método.

Neste apêndice é apresentado um pré-processador para a geração automática de malhas de elementos finitos, desenvolvido durante este trabalho, com aplicações para os casos em que o dispositivo a ser analisado possua uma geometria bastante irregular e não uniforme, como é o caso de máquinas elétricas rotativas.

O pré-processador desenvolvido faz parte do sistema MAG2D, para análise de campos magnéticos em dispositivos eletromagnéticos, utilizando-se elementos finitos triangulares de 1ª ordem. O pré-processador é constituído dos subprogramas DADOS, TRIANG, MESH e MIX, que serão sucintamente descritos a seguir.

DADOS - O subprograma DADOS gerencia a entrada dos dados preliminares (contornos, pontos de controle, condições de

contorno, tipos de materiais etc). A entrada de dados pode ser interativa, via teclado, ou através de arquivos já existentes. Em se tratando de malhas já existentes, o subprograma DADOS permite realizar alterações, tais como : mudanças de coordenadas de pontos, supressão/acrécimo de pontos e elementos, mudança do tipo de material e valores de corrente em regiões do domínio.

TRIANG - O subprograma TRIANG permite, a partir da saída de DADOS, subdividir uma região poligonal fechada qualquer em subregiões triangulares. A essas sub-regiões dá-se o nome de superelementos. Isso pode ser visualizado pelo exemplo da figura A.1. Na figura A.1a tem-se uma região definida por cinco pontos de contorno, e um ponto de controle, interno. Na figura A.1b a mesma região foi dividida em 5 superelementos. A introdução de pontos internos de controle é necessária para que se evite o aparecimento de triângulos muito irregulares.

A subdivisão em triângulos é bastante simples : primeiramente TRIANG calcula todos os segmentos de retas entre os pontos do domínio, dois a dois. Em seguida ele procura os segmentos que se cruzam, eliminando o maior deles (naturalmente esta explicação é apenas didática, pois na implementação computacional o programa faz a verificação dos segmentos que são desnecessários de serem calculados, diminuindo o tempo de processamento)

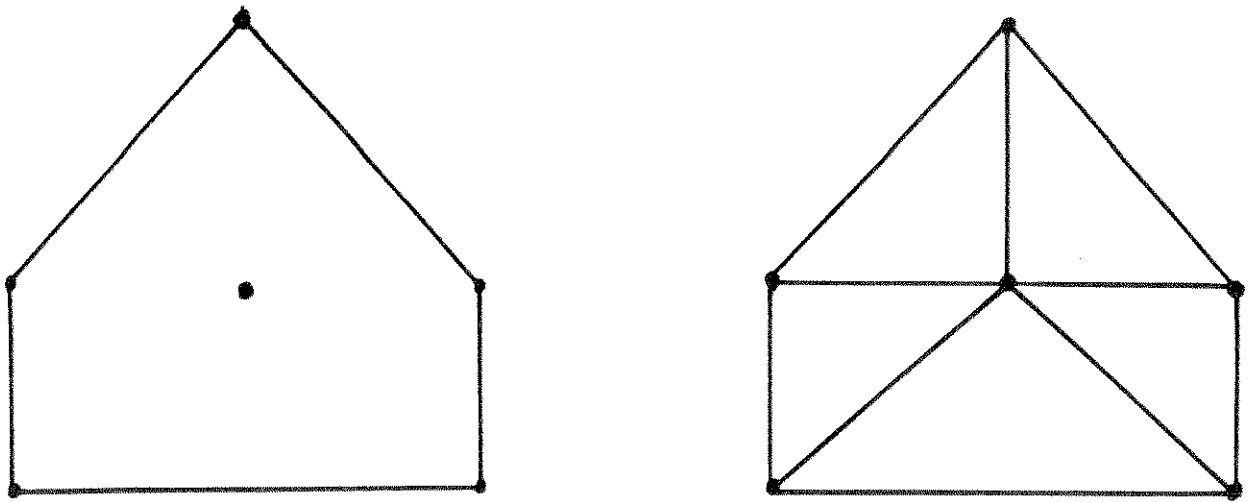


figura A.1 a) região a ser discretizada.

b) região subdividida em superelementos.

MESH - O subprograma MESH discretiza uma região triangular em elementos finitos triangulares de 1ª ordem, a partir dos superelementos gerados em TRIANG. O número de elementos em que cada superelemento é subdividido é definido pelo usuário, podendo variar de um superelemento para outro, para permitir uma maior concentração de elementos em regiões de maior interesse.

A geração de elementos é feita utilizando-se um sistema de coordenadas de área L_1 , L_2 e L_3 para um triângulo com vértice 123, que é definido pela seguinte relação com o sistema cartesiano:

$$X = L_1 \cdot x_1 + L_2 \cdot x_2 + L_3 \cdot x_3 \quad (A.1)$$

$$Y = L_1 \cdot y_1 + L_2 \cdot y_2 + L_3 \cdot y_3 \quad (A.2)$$

$$1 = L_1 + L_2 + L_3 \quad (A.3)$$

O resultado pode ser mais bem visualizado pelo exemplo da figura A.2.

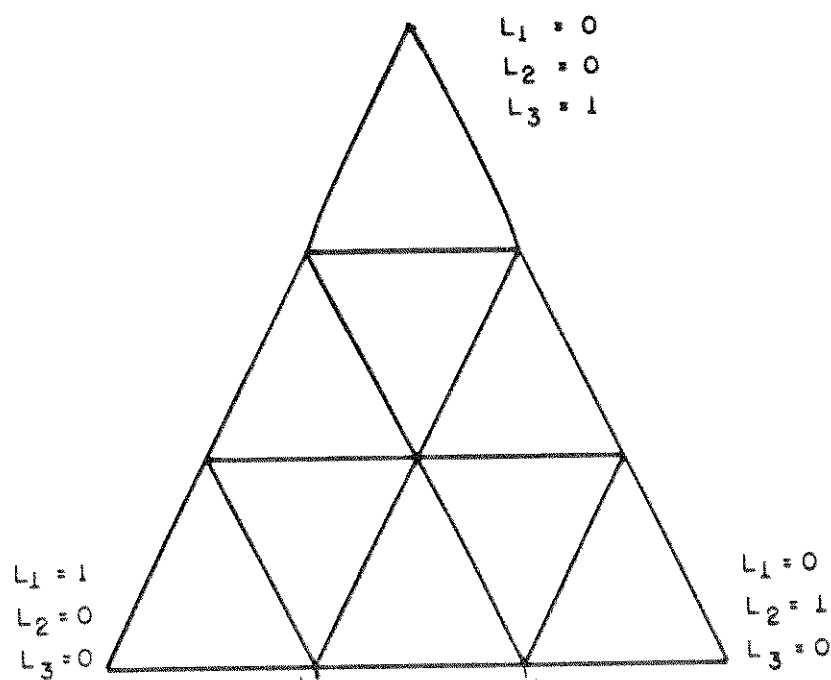
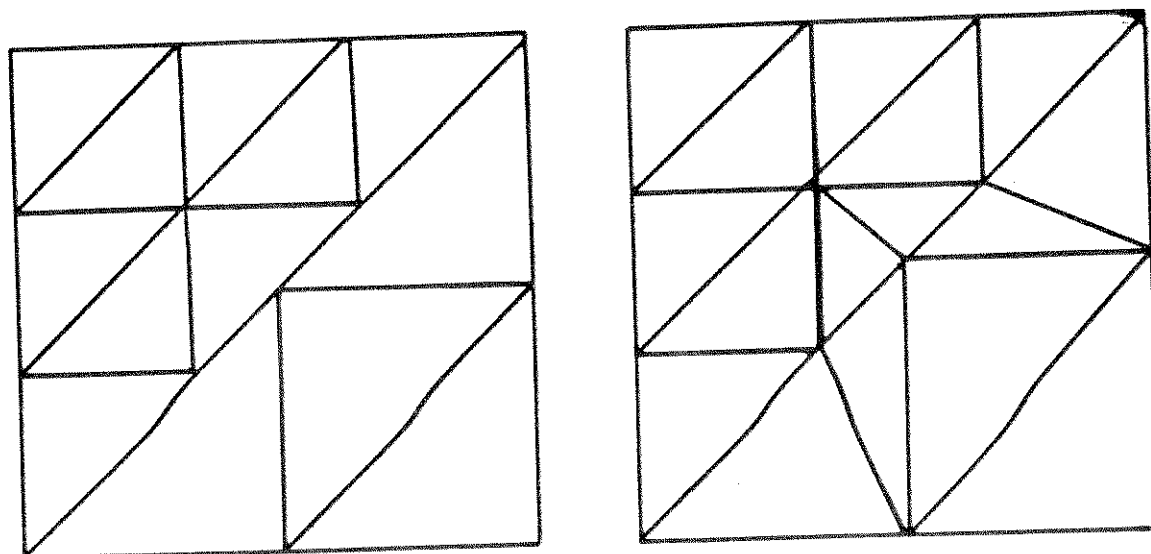


figura A.2 - Região triangular subdividida utilizando-se coordenadas de área.

MIX - A subdivisão dos superelementos em elementos finitos acarretará o surgimento de muitos nós coincidentes, a saber, aqueles que estão na fronteira entre dois superelementos. Por outro lado, como o número de elementos poderá variar de um superelemento para outro, deverão surgir elementos incompatíveis, como pode ser visto na figura A.3a. O subprograma MIX faz a

compatibilização da malha gerada, eliminando os nós coincidentes, e subdividindo os elementos incompatíveis em novos elementos, como pode ser visto na figura A.3b.



a)

b)

figura A.3 - a) malha com elementos incompatíveis.

b) malha compatibilizada.

UTILIZAÇÃO.

Para utilizar o pré-processador o usuário deverá dividir o domínio a ser discretizado em regiões, tal como no exemplo da figura A.4. Essa divisão é necessária pelo fato de que o dispositivo eletromagnético é formado por meios de permeabilidade magnética diferentes, bem como de diferentes densidades de corrente.

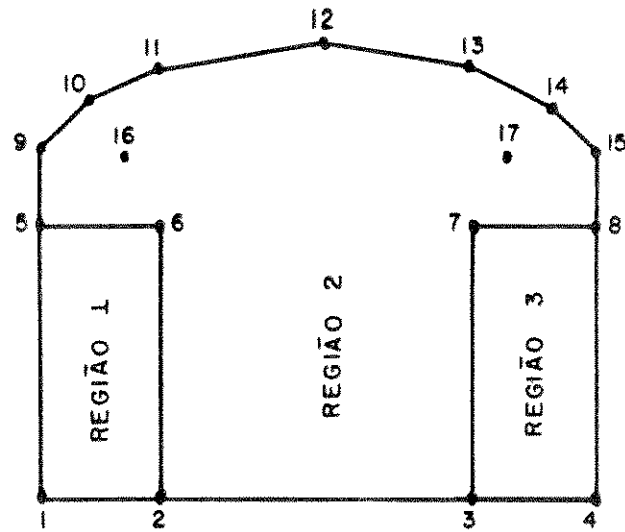


figura A. 4 - Domínio a ser discretizado.

Inicialmente é solicitado ao usuário que se entre com as coordenadas de todos os pontos que definem o domínio. Em seguida deve-se entrar com o número de pontos que definem cada região (região 1 é formada pelos pontos 1, 2, 5 e 6, por exemplo), seus pontos de potencial conhecido, tipo de material e distribuição dos enrolamentos.

Uma vez definida as regiões, a triangularização é feita por TRIANG, a subdivisão dos triângulos em elementos finitos é feita por MESH e a compatibilização da malha gerada é feita por MIX. Dependendo dos resultados obtidos em cada fase, poderá ser necessário que se volte à fase anterior, e dessa forma seguir melhorando a malha gerada.

APÊNDICE B

CÁLCULO DE INDUTÂNCIAS PELO MÉTODO DE PERTURBAÇÃO DE ENERGIA

Este apêndice apresenta um método de cálculo de indutâncias próprias e mútuas dos enrolamentos de um dispositivo eletromagnético, baseado em perturbações de energia e correntes nos enrolamentos

Qualquer dispositivo eletromagnético, constituído por n enrolamentos magneticamente acoplados, pode ser modelado em termos da tensão terminal, v_j , da corrente no enrolamento, i_j , e do fluxo total concatenado λ_j . Assim :

$$v_j = r_j \cdot i_j + d\lambda_j/dt \quad (B.1)$$

onde o índice j varia de 1 a n , sendo n o número de enrolamentos

Devido à saturação magnética, o fluxo concatenado com o enrolamento j é uma função não linear da corrente nos n enrolamentos e, no caso de dispositivos providos de movimento mecânico, da posição angular θ (ou deslocamento x) entre os enrolamentos. Assim, para o enrolamento j , pode-se escrever :

$$\lambda_j = \lambda_j(i_1, i_2, \dots, i_n, \theta) \quad (B.2)$$

Expandindo a equação (B.1) utilizando a regra da cadeia,

segue :

$$v_j = r_j \cdot i_j + \frac{\partial \lambda_j}{\partial i_1} \cdot \frac{\partial i_1}{\partial t} + \frac{\partial \lambda_j}{\partial i_2} \cdot \frac{\partial i_2}{\partial t} + \dots + \frac{\partial \lambda_j}{\partial i_n} \cdot \frac{\partial i_n}{\partial t} + \frac{\partial \lambda_j}{\partial \theta} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (B.3)$$

Entretanto, para um certo ângulo fixo θ o último termo da equação (B.3) torna-se nulo. A derivada do fluxo concatenado λ_j em relação à corrente no enrolamento k é a indutância incremental:

$$L_{jk}^{inc} = \frac{\partial \lambda_j}{\partial i_k} \quad (B.4)$$

onde $j = 1, 2, \dots, n$ e $k = 1, 2, \dots, n$.

Portanto a equação (B.3) pode ser reescrita na forma

$$v_j = r_j \cdot i_j + L_{j1}^{inc} \cdot di_1/dt + L_{j2}^{inc} \cdot di_2/dt + \dots + L_{jn}^{inc} \cdot di_n/dt + \quad (B.5)$$

A potência instantânea do enrolamento j pode ser obtida multiplicando-se a equação (B.5) pela corrente no enrolamento i_j , isto é :

$$p_j = r_j \cdot i_j^2 + i_j \cdot L_{j1}^{inc} \cdot di_1/dt + \dots + i_j \cdot L_{jn}^{inc} \cdot di_n/dt \quad (B.6)$$

O primeiro termo na equação (B.6) representa a potência

dissipada no enrolamento por efeito joule, enquanto que os termos restantes representam a energia magnética instantânea armazenada pelo enrolamento j .

A energia armazenada pelo enrolamento j , w_j , devido ao fluxo concatenado λ_j pode ser expressa como :

$$w_j = \sum_{k=1}^n \int_{i_k(0)}^{i_k(t)} (L_{jk} \cdot i_j) \cdot di_k \quad (B.7)$$

E a energia total w , associada com todo o sistema de n enrolamentos magneticamente acoplado será :

$$w = \sum_{j=1}^n w_j = \sum_{j=1}^n \left\{ \sum_{k=1}^n \int_{i_k(0)}^{i_k(t)} (L_{jk} \cdot i_j) di_k \right\} \quad (B.8)$$

Se as correntes nos n enrolamentos são perturbadas por incrementos de corrente Δi_j , $j=1,2,\dots,n$, que são tão pequenos que as indutâncias incrementais, L_{jk}^{inc} , podem ser consideradas como se mantendo constantes, a correspondente alteração incremental na energia, Δw , pode ser escrita como :

$$\Delta w = \sum_{j=1}^n \left\{ \sum_{k=1}^n L_{jk} \int_{i_k}^{i_k + \Delta i_k} i_j \cdot di_k \right\} \quad (B.9)$$

Reescrevendo a equação (B.9), separando os termos da diagonal ($j=k$)

$$\Delta w = \sum_{j=1}^n L_{jj} \int_{i_j}^{i_j + \Delta i_j} di_j + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n \left\{ \sum_{j=1}^n L_{jk} \int_{i_k}^{i_k + \Delta i_k} di_k \right\} \tag{C.10}$$

Integrando numericamente a equação (B.10), pelo método trapezoidal, ela pode ser reescrita como :

$$\Delta w = \sum_{j=1}^n (i_j + \Delta i_j / 2) . \Delta i_j . L_{jj} + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n \left\{ \sum_{j=1}^n (i_j + \Delta i_j / 2) . \Delta i_k . L_{jk} \right\} \tag{B.12}$$

A energia total armazenada no campo magnético, incluindo o efeito da perturbação nas correntes, pode ser expressa como sendo a soma das equações (B.8) e (B.11) :

$$\tilde{w} = w + \Delta w \tag{B.12}$$

Desde que as indutâncias incrementais são supostas constantes em torno do ponto de operação i_j ($j=1,2,...,n$), essas indutâncias são consideradas independentes das pequenas variações nas correntes nos enrolamentos, Δi_j , ($j=1,2,...,n$). Isto é :

$$\partial L_{jk}^{inc} / \partial (\Delta i_j) = 0 \tag{B.13}$$

Além do mais, a energia global, w , associada com o ponto de operação também é independente das perturbações de correntes incrementais :

$$\partial w / \partial (\Delta i_j) = 0 \quad (B.14)$$

Portanto :

$$\tilde{\partial w} / \partial (\Delta i_j) = \partial w / \partial (\Delta i_j) + \partial (\Delta w) / \partial (\Delta i_j) = \partial (\Delta w) / \partial (\Delta i_j) \quad (B.15)$$

Substituindo a equação (B.11) na equação (B.15) tem-se :

$$\tilde{\partial w} / \partial (\Delta i_j) = (i_j + \Delta i_j) L_{jj}^{inc} + \sum_{k=1}^n \Delta i_k (L_{jk}^{inc} + L_{kj}^{inc}) / 2 \quad (B.16)$$

Derivando a equação (B.16) em relação a Δi_j e em relação a Δi_k :

$$L_{jj}^{inc} = \partial^2 \tilde{w} / \partial (\Delta i_j)^2 \quad (B.17)$$

$$(L_{jk}^{inc} + L_{kj}^{inc}) / 2 = \partial^2 \tilde{w} / \partial (\Delta i_j) \partial (\Delta i_k) \quad (B.18)$$

Para a maioria dos casos, $L_{jk} = L_{kj}$, assim :

$$L_{jk} = \partial^2 \tilde{w} / \partial (\Delta i_j) \partial (\Delta i_k) \quad (B.19)$$

A indutância própria, eq. (B.17) é calculada a partir de perturbações na corrente no enrolamento j, ou seja, o ponto de operação é designado por $(i_1, i_2, \dots, i_j \pm \Delta i_j, \dots, i_n)$. A indutância mútua entre j e k é calculada a partir de perturbações

nas correntes nos enrolamentos j e k , e as correntes são : $(i_1, i_2, \dots, i_j \pm \Delta i_j, \dots, i_k \pm \Delta i_k, \dots, i_n)$.

Escrevendo as equações (B.17) e (B.18) em termos de diferenças finitas, ter-se-á :

$$L_{jj}^{inc} = \partial^2 \tilde{w} / \partial^2 (\Delta i_j) = [w(i_j + \Delta i_j) - 2w + (w(i_j - \Delta i_j))]/(\Delta i_j)^2 \quad (B.20)$$

$$L_{jk}^{inc} = [w(i_j + \Delta i_j, i_k + \Delta i_k) - w(i_j - \Delta i_j, i_k + \Delta i_k) - w(i_j + \Delta i_j, i_k - \Delta i_k) + w(i_j - \Delta i_j, i_k - \Delta i_k)]/4(\Delta i_j \cdot \Delta i_k) \quad (B.21)$$

BIBLIOGRAFIA

- [1] - Silvester, P. & Chari, M. V. K. "Finite Element Solution of Saturable Magnetic Field Problems", IEEE-Trans on Power Appar. and Systems, vol. PAS-89, 1970, pp 1642-1650.
- [2] - Chari, M. V. K. & Silvester, P. "Analysis of Turbo-Alternator Magnetic Fields by Finite Elements", IEEE-Trans on Power Appar. and Systems, vol. PAS-90, 1971 pp. 454-464.
- [3] - Chari, M. V. K. "Finite Element Solution of the Eddy Current Problem in Magnetic Structures", IEEE-Trans on Power Appar. and System, vol. PAS-93, 1974, pp. 62-72.
- [4] - Jeske, U. "Eddy Current in 3D using the Finite Element Method", IEEE-Trans on Magnetics, vol. MAG-18, 1982, pp. 426-430
- [5] - Tandon, S. C. & Armor, A. F. & Chari, M. V. K. "Nonlinear Theory Transient Finite Element Field Computation for Electrical Machines and Devices", IEEE-Trans on Power Appar. and Systems, vol. PAS-102, 1983, pp. 1089-1095.

- [6] - Nyamusa, T. A. & Demerdash N. A. "Integrated Nonlinear Magnetic Field-Network Simulation of an Eletronically Commutated Permanent Magnetic Motor", IEEE-Trans on Energy Conversion, vol. EC-02, 1987, pp. 77-85

- [7] - Turner, P. J. "Finite Element Simulation of Turbine Generator Terminal Faults and Application to Machine Parameter Predition", IEEE-Trans on Energy Conversion, vol. EC-02, 1987, pp. 122-131

- [8] - Krefta, M & Wasinczuck, D. "Finite Element Based State Model of Solid Rotor Synchronous Machines", IEEE-Trans on Energy Conversion, vol. EC-02, 1987, pp. 21-30.

- [9] - Nehl, T. W. & Fouad, F. A. & Demerdash, N. A. "Determination of Saturable Values of Rotating Machines Incremental and Apparent Indutances by an Energy Perturbation Method", IEEE-Trans on Power Appar. and Systems, vol. PAS-101, 1981, pp. 4481-4490

- [10] - Chari, M. V. K. et al]. "Load Characteristics of Synchronous Generators by the Finite Element Method", IEEE-Trans on Power Appar. and Systems, vol. PAS-100, 1981, pp. 1-9.

- [11] - Savini, A. "Modelling Hysteresis Loops for Finite Element Fields Calculations", IEEE-Trans. on Magnetics, vol. MAG-18, 1982, pp. 552-557.
- [12] - Ghassemi, F. "Automatic Mesh Generation Scheme for a Two or Three Dimensional Triangular Curved Surface", Computer & Structures, vol. 15 206-B, pp. 613-625.
- [13] - Durocher, L. L. & Gasper, A. "A Versatile Two-Dimensional Mesh Generator With Automatic Bandwidth Reduction", Computer & Structures, vol. 10, 1979, 561-575.
- [14] - Zollenkopf, K. "Bifactorization Basic Computational Algorithm and Programming Techniques, in Large Sparse Set of Linear Equations", Proceedings of the Oxford Conference of the Institute of Mathematics and its Applications, 1971, pp. 75-96.
- [15] - Silvester, P. "Modern Electromagnetic Fields", Prentice Hall Inc. 1968, Englewood Cliffs, U.S.A.
- [16] - Silvester, P. & Ferrari R. L. "Finite Elements for Electrical Engineers", Cambridge University Press, 1983, Cambridge - U.K.
- [17] - Durand, E. "Solutions Numériques des Équations Algébriques" Masson et Cie Éditeurs, 1972, Paris-France.

- [18] - Dorn, S. & McCracken, D. D. "Cálculo Numérico com Estudo de Casos em FORTRAN IV", Editora Campus-EDUSP, 1978, São Paulo - Brasil.
- [19] - Alcantara Jr., N. P. de "As Determinações dos Mapas das Densidades de Fluxo em Máquinas Elétricas pelo Método dos Elementos Finitos", Dissertação de Mestrado, 1985, EESC-USP.
- [20] - Feltrin, A. P. "Cálculo da Estabilidade Transitória em Sistemas de Energia Elétrica, Utilizando o Esquema Trapezoidal Implícito", Dissertação de Mestrado, 1986, FEE-UNICAMP
- [21] - Burian Jr., Y. "Circuitos Elétricos", Campinas, 1991.