



**Universidade Estadual de Campinas**  
**Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação**  
**Departamento de Micro-ondas e Óptica**

# **Estudo Teórico e Experimental de Guias PBG na Faixa de Micro-ondas**

**Autor: Tadeu Pires Pasetto**  
**Orientador: Prof. Dr. Hugo Enrique Hernández Figueroa**

Trabalho apresentado à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da UNICAMP  
como parte dos requisitos exigidos para obtenção do título de Mestre em Engenharia  
Elétrica.

**Comissão Examinadora**  
**Prof. Dr. Hugo Enrique Hernández Figueroa**  
**Prof. Dr. Eduardo José Sartori**  
**Prof. Dr. Marcos Sergio Gonçalves**

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

P263 Pasetto, Tadeu Pires  
Estudo teórico e experimental de guias PBG na faixa de micro-ondas / Tadeu Pires Pasetto. --Campinas, SP: [s.n.], 2011.

Orientador: Hugo Enrique Hernández Figueroa.  
Dissertação de Mestrado - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação.

1. Cristais Fotônico. 2. Guias de onda dielétricos. 3. Dispositivos dielétricos. I. Hernández Figueroa, Hugo Enrique . II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. III. Título.

Título em Inglês: Theoretical and experimental study of PBG guides in microwave frequencies

Palavras-chave em Inglês: Photonic crystals, Crystal waveguides, Dielectric devices

Área de concentração: Telecomunicações e Telemática

Titulação: Mestre em Engenharia Elétrica

Banca examinadora: Eduardo José Sartori, Marcos Sergio Gonçalves

Data da defesa: 29-07-2011

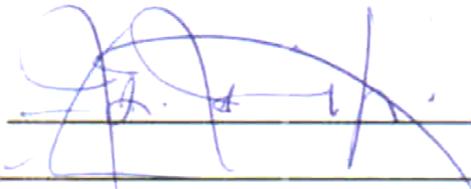
Programa de Pós Graduação: Engenharia Elétrica

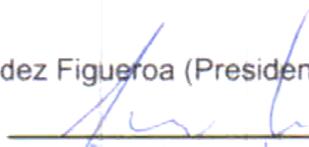
## COMISSÃO JULGADORA - TESE DE MESTRADO

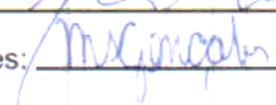
**Candidato:** Tadeu Pires Pasetto

**Data da Defesa:** 29 de julho de 2011

**Título da Tese:** "Estudo Teórico e Experimental de Guias PBG na faixa de micro-ondas"

Prof. Dr. Hugo Enrique Hernandez Figueroa (Presidente): 

Prof. Dr. Eduardo José Sartori: 

Prof. Dr. Marcos Sergio Gonçalves: 

*Dedico este trabalho ao meu pai,  
Percival, à minha mãe,  
Elisabete, à minha irmã Julia e a  
todos que, perto ou longe,  
torceram para que ele pudesse ser concretizado*

# Agradecimentos

Agradeço, primeiramente, a Deus, por nunca me desamparar, à minha família, pelo apoio incondicional, e aos meus amigos, que sempre torceram por mim.

Agradeço ao Prof. Dr. Hugo Enrique Hernández Figueroa pela orientação deste trabalho, ao CNPq pelo suporte financeiro e aos colegas do Laboratório de Eletromagnetismo Aplicado e Computacional (LEMAC) pelas dúvidas solucionadas e pelas conversas.

Agradeço, também, ao Prof. Vitaly, que disponibilizou códigos, e ao Prof. Sombra, que confeccionou as cerâmicas utilizadas nesse projeto.

Enfim, agradeço a todos que, de alguma forma, colaboraram para que esse trabalho fosse possível.

*“É um mundo mágico,  
Haroldo, meu velho amigo.  
Vamos explorá-lo!”*

Bill Watterson em “Calvin e Haroldo”

## Resumo

Este trabalho apresenta o estudo, o projeto e a caracterização de estruturas de cristal fotônico bidimensionais na faixa de micro-ondas para arranjos cilíndricos dielétricos em simetria triangular e quadrada, com e sem curvas, na faixa de 2 a 4 GHz. A escolha dos arranjos foi feita baseando-se no cálculo do diagrama de bandas e dos modos guiados no cristal após ser removida uma linha de elementos. Foram projetadas estruturas casadoras que tornaram possível caracterizar esses guias de onda com o auxílio de um analisador de rede. As montagens das estruturas de cilindros dielétricos com as placas metálicas e as estruturas casadoras, foram simulada no programa comercial *CST Microwave Studio 2010®*. Uma vez construída e caracterizada as estruturas, os resultados foram analisados e comparados. A banda passante apresentou um deslocamento em frequência, coerente com os erros da montagem construída.

**Palavras-chaves:** *Guias de Cristal Fotônico, Guias de onda dielétricos para micro-ondas.*

## Abstract

This work presents the study, design and measurements of microwave two-dimensional photonic crystal waveguides, for square and triangular arrays of dielectric roads, with and without bend, in the 2-4 GHz band. The choice of the arrays was based on the calculated band diagrams of the crystals and guided modes for the waveguide which arises when a line of roads is removed from the crystal structure. Matching structures were projected to enable the corresponding measurements using a network analyzer. The entire structure: dielectric roads, metallic plates and matching structures, was simulated using the *CST Microwave Studio 2010®*, constructed and measured, and the results were analyzed and compared. The measured guided band frequency exhibits a shift when compared with the simulated one, consistent with the imprecision of the setup.

**Keywords:** *Photonic Crystal Waveguides, Microwave Dielectric Waveguides.*

# Sumário

Agradecimentos .....	v
Resumo.....	vii
Abstract.....	viii
Sumário.....	ix
Lista de Figuras .....	xi
Lista de Tabelas.....	xv
1 INTRODUÇÃO.....	1
2 CRISTAIS FOTÔNICOS .....	4
2.1 Definição .....	4
2.2 Eletromagnetismo de Estruturas Periódicas .....	6
2.3 Estrutura Cristalina.....	10
2.4 Comparação entre EBGs e Semicondutores .....	16
2.5 Diagrama de Bandas .....	17
2.6 Defeitos em estruturas EBGs.....	20
2.7 Guias de Onda EBG .....	25
3 PROJETO.....	28
3.1 Métodos Numéricos Utilizados.....	28
3.1.1 Cálculo do Diagrama de Bandas e dos Modos Guiados .....	28
3.2 Escolha da Grade .....	30
3.3 Projeto dos Casadores e Montagem.....	34
4 RESULTADOS.....	39

4.1	Simulações.....	39
4.2	Medições.....	45
4.3	Comparações.....	51
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	57
6	REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA .....	58

# Lista de Figuras

Figura 1 - Regimes de espalhamento (a) Meio Homogêneo (b) Espalhamento Incoerente em óptica geométrica (c) Espalhamento Coerente, como num cristal fotônico. Fonte [3].....	5
Figura 2 – Cristais fotônicos com simetrias em várias dimensões. Fonte [3].....	5
Figura 3 – Representação de um Cristal Fotônico bidimensional.....	6
Figura 4 – Cristal bidimensional de rede quadrada. Fonte [2].....	10
Figura 5 – Cristal bidimensional de rede triangular. Fonte [2].....	11
Figura 6 – Células Primitivas, à esquerda a de uma rede quadrada e à direita a de uma rede triangular.....	11
Figura 7 – Representação de uma rede quadrada: à esquerda a rede real, no meio a rede recíproca correspondente e à direita a rede recíproca com a zona de Brillouin destacada em amarelo. Fonte [1]. .....	14
Figura 8 – Representação de uma rede triangular: à esquerda a rede real, no meio a rede recíproca correspondente e à direita a rede recíproca com a zona de Brillouin destacada em amarelo. Fonte [1]. .....	15
Figura 9 – À esquerda, a representação da rede real de um cristal de rede quadrada. À direita, a representação da zona irreduzível de Brillouin na rede recíproca. Fonte [1].....	16
Figura 10 – Representação da superfície de dispersão. Fonte [2].....	18
Figura 11 – Representação do diagrama de bandas para (a) rede quadrada (b) rede triangular. A solução para modos TE está indicada nas linhas tracejadas e para os modos TM em linhas sólidas. Fonte [2]. .....	19
Figura 12 – Coeficientes de (a) transmissão (b) reflexão para uma PBG, com a região de banda proibida indicada em cinza. Fonte [2].....	20
Figura 13 – Análise dos modos localizados na cavidade em função do raio do cilindro do defeito, em uma grade dielétrica quadrada de elementos com raio de $0,2a$ e constante dielétrica 8,9. Fonte [1].....	21

Figura 14 – Campos elétricos na direção normal ao plano de simetria para diferentes modos na cavidade. Fonte [1].	22
Figura 15 – Distribuição do campo elétrico normal em um guia de onda EBG. Fonte [1].	23
Figura 16 – Diagrama de bandas de uma grade dielétrica com defeito linear, destacando a presença do modo guiado. Fonte [1].	24
Figura 17 – Representação de uma supercélula com um defeito pontual. Fonte [5].	25
Figura 18 – Representação de guia de onda EBG w1. Fonte [3].	26
Figura 19 – Campo Elétrico normal numa curva e abordagem da curva como uma cavidade ressonante. Fonte [1].	27
Figura 20 – Malha de elementos finitos para uma célula unitária de uma rede quadrada (direita) e a supercélula de um guia EBG de grade quadrada (esquerda).	31
Figura 21 – Malha de elementos finitos para uma célula unitária de uma rede triangular (direita) e a supercélula de um guia EBG de grade triangular (esquerda).	31
Figura 22 – Diagrama de Bandas para uma grade de cilindros dielétricos numa rede quadrada, com $r/a = 0,266$ e $\epsilon_r=10$ .	32
Figura 23 – Modo guiado para uma grade de cilindros dielétricos numa rede quadrada, com $r/a = 0,266$ e $\epsilon_r=10$ com uma linha removida.	33
Figura 24 – Diagrama de Bandas para uma grade de cilindros dielétricos numa rede triangular, com $r/a = 0,207$ e $\epsilon_r=10$ .	33
Figura 25 – Modos guiados para uma grade de cilindros dielétricos numa rede triangular, com $r/a = 0,207$ e $\epsilon_r=10$ com uma linha removida.	34
Figura 26 – Gráfico dos Parâmetros S simulados do casador para grades quadradas com as aproximações.	36
Figura 27 – Gráfico dos Parâmetros S simulados do casador para grades triangulares com as aproximações.	36
Figura 28 – Distribuição de campos elétricos em escala dB no casador projetado.	37
Figura 29 – Estrutura casadora.	37

Figura 30 – Estrutura completa simulada para o guia reto de grade triangular, com corte no eixo de simetria, mostrando as probes e os casadores.....	39
Figura 31 – Resultado simulado para a grade triangular com guia reto.....	40
Figura 32 – Distribuição de campos elétricos em escala dB simulados para grade triangular com guia reto. ....	41
Figura 33 – Resultado simulado para a grade triangular com guia com curva de 120°. ....	41
Figura 34 – Distribuição de campos elétricos em escala dB simulados para grade triangular com guia com curva de 120°,.....	42
Figura 35 – Estrutura completa simulada para o guia reto de grade quadrada, com corte no eixo de simetria, mostrando as probes e os casadores.....	42
Figura 36 – Resultado simulado para a grade quadrada com guia reto. ....	43
Figura 37 – Distribuição de campos elétricos em escala dB simulados para grade quadrada com guia reto.....	44
Figura 38 – Resultado simulado para a grade quadrada com guia com curva de 90°. ....	44
Figura 39 – Distribuição de campos elétricos em escala dB simulados para grade quadrada com guia com curva de 90°. ....	45
Figura 40 – Foto da montagem para medida dos guias de grade triangular.....	46
Figura 41 – Foto da montagem dos cilindros dielétricos em isopor para um guia de rede triangular reto. ....	46
Figura 42 – Resultados medidos para a grade triangular com guia reto.....	47
Figura 43 – Foto da montagem dos cilindros dielétricos em isopor para um guia de rede triangular com curva. ....	47
Figura 44 – Resultados medidos para a grade triangular com guia com curva de 120°. ....	48
Figura 45 – Foto da montagem para medida dos guias de grade quadrada. ....	49
Figura 46 – Foto da montagem dos cilindros dielétricos em isopor para um guia de rede quadrada reto. ....	50
Figura 47 – Resultados medidos para a grade quadrada com guia reto. ....	50

Figura 48 – Resultados medidos para a grade quadrada com guia com curva de 90°.	51
Figura 49 – Comparação entre os resultados medidos e simulados para a grade triangular com guia reto.	52
Figura 50 – Comparação entre os resultados medidos e simulados para a grade triangular com guia com curva de 120°.	52
Figura 51 – Comparação entre os resultados medidos e simulados para a grade quadrada com guia reto.	53
Figura 52 – Comparação entre os resultados medidos e simulados para a grade quadrada com guia com curva de 90°.	53
Figura 53 – Comparação de resultados medidos de transmissão para a variação do parâmetro de rede numa grade triangular com guia reto.	55
Figura 54 – Comparação de resultados simulados de transmissão entre diferentes parâmetros de rede e o medido com $a = 45 \text{ mm}$ .	55

## Lista de Tabelas

Tabela 1 - Comparação da largura de banda para rede quadrada .....	54
Tabela 2 - Comparação da largura de banda para rede triangular .....	54

# 1 INTRODUÇÃO

Com a crescente demanda por altas taxas de transmissão de dados, aumentou o estudo de sistemas ópticos de comunicação, com transmissão de sinais com baixas perdas e uma ampla faixa de frequências. Para isso, é necessário melhorar os dispositivos fotônicos, obtendo um maior confinamento do sinal no guiamento e diminuindo a perda de inserção dos dispositivos, além de integrá-los com componentes eletrônicos. Assim, é muito importante o estudo de Cristais Fotônicos e de guias de onda construídos com essas estruturas.

Os Cristais Fotônicos são estruturas periódicas com alto contraste de índice de refração e que obedecem a uma determinada simetria, sendo as retangulares e triangulares as mais comuns. Suas propriedades começaram a ser estudadas no final do século XIX, por Lord Rayleigh, com a análise de multicamadas com diferentes índices de refração, porém, o estudo tem crescido pela necessidade de taxas de transmissão cada vez mais altas. Sua principal característica é proibir a propagação de ondas eletromagnéticas de frequências determinadas na estrutura cristalina, ou seja, atuando de maneira análoga a um condutor em micro-ondas e baixas frequências. [1]

Dois grandes problemas na transmissão de sinais ópticos são a miniaturização dos circuitos e a dificuldade de obter um guiamento com baixas perdas, uma vez que os materiais metálicos, utilizados para o guiamento de ondas eletromagnéticas micrométricas, apresentam altas perdas para frequências ópticas. Esses problemas podem ser resolvidos utilizando-se guias de onda feitos com cristais fotônicos.

As dimensões dos elementos num cristal fotônico são da ordem de grandeza do comprimento de onda do sinal incidente, ou seja, para sinais ópticos eles apresentam alguns micrômetros, o que é muito útil para a miniaturização de dispositivos. Confinando um sinal entre duas estruturas de cristal fotônico, ou removendo linhas da estrutura e incidindo um sinal nessa região, obtém-se um guia de onda com baixas perdas. Também é possível guiar

o sinal pelo caminho desejado, com curvas e desvios, além de construir cavidades ressonantes, como num guia convencional para micro-ondas.

Outro ponto interessante aplicável a dispositivos construídos em guias de cristais fotônicos é a possibilidade de integração com componentes eletrônicos, já que o silício, material base para construção desses, apresenta um índice de refração alto, tornando possível a construção de estruturas de cristal fotônico com uma larga faixa de banda proibida.

Como as equações de Maxwell são invariantes em escala, a teoria aplicada aos cristais fotônicos é válida tanto em frequências ópticas como na faixa de micro-ondas. Assim, é possível analisar o desempenho de dispositivos baseadas em cristais fotônicos utilizando sinais nas faixas de microondas. Conseqüentemente, estas estruturas passam a apresentar alguns centímetros de comprimento e caracterizá-las na faixa de micro-ondas é mais rápido, simples, barato e lúdico do que construir dispositivos com alguns micrômetros de comprimento e caracterizá-los em frequências ópticas.

O conceito de guias de cristal fotônico em micro-ondas pode ser aplicado, também, na construção de dispositivos, buscando materiais mais baratos e simples para construir os guias.

Nesse trabalho, realizou-se o estudo teórico e prático de guias de cristal fotônico bidimensionais em micro-ondas, partindo desde a escolha da grade utilizada até a construção e caracterização dos guias. Para isso, foram utilizados métodos numéricos para o cálculo dos diagramas de bandas, programas de simulação eletromagnética para simular os guias e suas excitações e medições para caracterizar os guias construídos.

No Capítulo 2 será apresentada uma revisão bibliográfica sobre cristais fotônicos, partindo da definição, passando pela análise do eletromagnetismo em estruturas periódicas e a invariância das leis de Maxwell com a escala, o conceito de estrutura cristalina, a nomenclatura e os parâmetros de rede e o que acontece quando se insere defeitos na estrutura cristalina, obtendo um guia de onda.

O Capítulo 3 apresentará as etapas da escolha das grades, uma revisão sobre o método dos elementos finitos, utilizado no cálculo do diagrama de bandas e os detalhes da elaboração do projeto de construção, tais como o tamanho da banda guiada, o cálculo das estruturas casadoras para que os modos guiados possam ser excitados na estrutura.

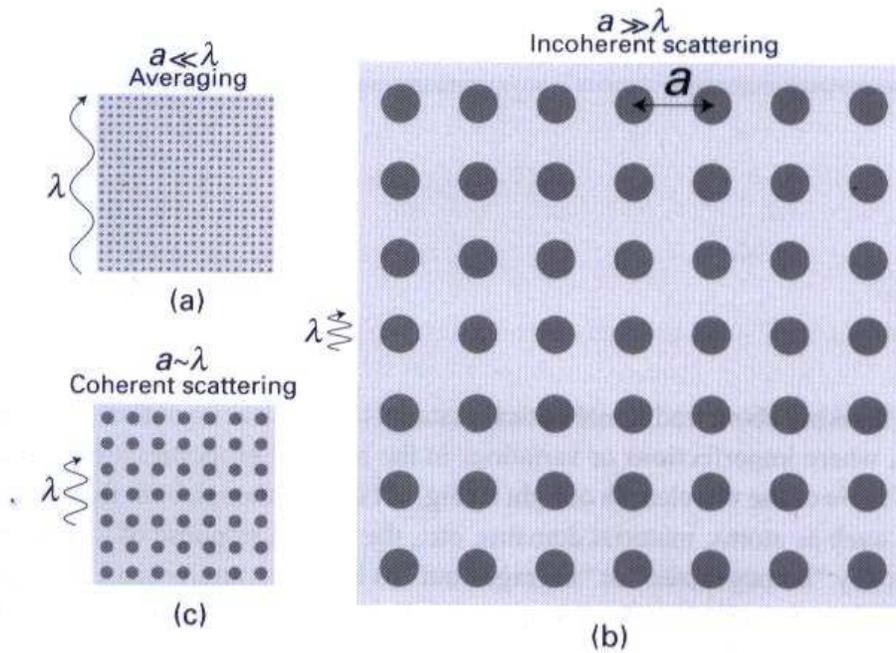
O Capítulo 4 mostrará os resultados de simulação e das medições, os quais serão comparados, analisados e explicados, já no Capítulo 5, as considerações finais do trabalho, com as possibilidades de continuação.

## 2 CRISTAIS FOTÔNICOS

### 2.1 Definição

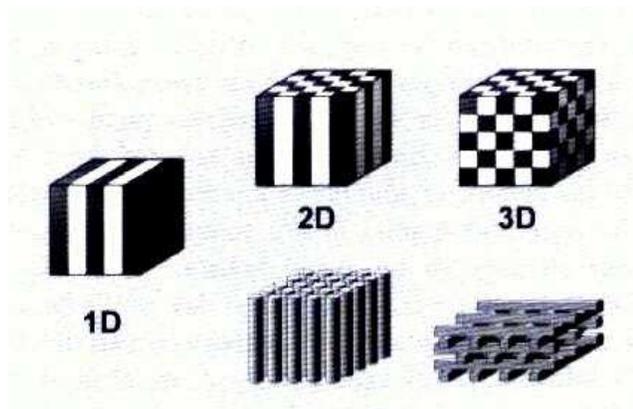
Cristais Fotônicos são estruturas periódicas que apresentam grande contraste de constante dielétrica. Apesar de suas propriedades serem conhecidas desde o final do século XIX [1], nas últimas décadas elas têm sido muito estudadas por apresentarem regiões de bandas proibidas para a propagação de sinais eletromagnéticos em determinados comprimentos de onda, principalmente para frequências ópticas, permitindo o guiamento e controle de sinais ópticos. Isso é importante pelo fato dos materiais refletivos comumente utilizados, os condutores, apresentarem grandes perdas nas frequências ópticas e dos materiais dielétricos não conseguirem confinar modos numa escala muito pequena [2]. Com os cristais fotônicos podem ser construídos curvas, intersecções, divisores em guias de ondas com baixas perdas. A isso se soma o fato de poderem ser construídas integradas à microeletrônica, já que é possível fazê-las em placas de silício, material base dessa tecnologia.

O regime de operação dos cristais fotônicos se encontra entre dois regimes de espalhamento. Eles possuem dimensões comparáveis ao comprimento de onda do sinal propagante. Abaixo desse regime, quando as dimensões são muito menores que o comprimento de onda (como na Figura 1a), o meio pode ser considerado homogêneo. Acima desse limite, sendo as dimensões muito maiores que o comprimento de onda (conforme Figura 1b), tem-se um espalhamento incoerente, entrando no regime da óptica geométrica. Já no limite intermediário, quando as dimensões são comparáveis ao comprimento de onda do sinal propagante, se tem o espalhamento coerente. Num arranjo periódico de elementos nessa situação, uma adição de campos espalhados é possível, levando ao surgimento da banda proibida.



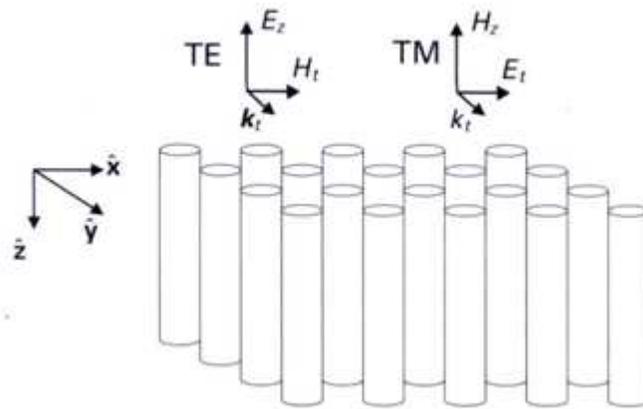
**Figura 1 - Regimes de espalhamento (a) Meio Homogêneo (b) Espalhamento Incoerente em óptica geométrica (c) Espalhamento Coerente, como num cristal fotônico. Fonte [3].**

Os cristais fotônicos podem ser classificados pelo número de dimensões que apresentam simetria de rede. Como se pode ver na Figura 2, tem-se cristais com simetria em uma dimensão (1D - multicamadas), com duas dimensões de simetria (2D) e com três dimensões de simetria (3D – pilha de lenha) [4]. Este trabalho focará em cristais fotônicos 2D.



**Figura 2 – Cristais fotônicos com simetrias em várias dimensões. Fonte [3].**

Um cristal fotônico bidimensional é periódico em dois eixos de simetria (eixos  $x$  e  $y$  na Figura 3) e homogêneo no outro eixo (eixo  $z$  na Figura 3). Um arranjo típico consiste em um conjunto de cilindros de constante dielétrica diferente do material de fundo (basicamente cilindros de alta constante dielétrica imersos em ar ou furos de ar em um material de alta constante dielétrica). Dependendo da constante dielétrica, das dimensões (raio dos cilindros e espaçamento entre os centros) e da distribuição, o cristal apresenta uma banda de rejeição para determinadas frequências de sinais propagantes no plano  $xy$  [1].



**Figura 3 – Representação de um Cristal Fotônico bidimensional.**

Nesse trabalho, para que a nomenclatura dos modos seja compatível com nomenclatura em um guia de ondas convencionais, os modos com o campo elétrico paralelo à direção dos cilindros são chamados TE e os modos com o campo magnético paralelo à direção dos cilindros são chamados TM, como mostrado na Figura 3.

## 2.2 Eletromagnetismo de Estruturas Periódicas

Partindo das equações de Maxwell, tem-se:

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \tag{1}$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho \tag{2}$$

$$\nabla \times \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0 \quad (3)$$

$$\nabla \times \vec{H} - \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \vec{J} \quad (4)$$

Onde  $\vec{E}$  é o campo elétrico,  $\vec{H}$  o campo magnético,  $\vec{D}$  a densidade de fluxo elétrico,  $\vec{B}$  a densidade de fluxo magnético,  $\rho$  a densidade de cargas livres e  $\vec{J}$  a densidade de corrente. Também são necessárias as relações constitutivas:

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (5)$$

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad (6)$$

Considerando um meio livre de cargas e correntes, sabe-se que  $\vec{J} = 0$  e  $\rho = 0$ . Para estruturas periódicas tem-se que  $\epsilon(\vec{r}) = \epsilon_0 \epsilon_r(\vec{r})$  e, como os materiais utilizados não são magnéticos, então  $\mu(\vec{r}) = \mu_0$ . Substituindo as relações constitutivas nas equações de Maxwell, tem-se:

$$\nabla \cdot \vec{H}(\vec{r}, t) = 0 \quad (7)$$

$$\nabla \cdot [\epsilon_r(\vec{r}) \vec{E}(\vec{r}, t)] = 0 \quad (8)$$

$$\nabla \times \vec{E}(\vec{r}, t) + \mu_0 \frac{\partial \vec{H}(\vec{r}, t)}{\partial t} = 0 \quad (9)$$

$$\nabla \times \vec{H}(\vec{r}, t) - \epsilon_0 \epsilon_r(\vec{r}) \frac{\partial \vec{E}(\vec{r}, t)}{\partial t} = 0 \quad (10)$$

Os campos  $\vec{E}$  e  $\vec{H}$  são funções do tempo e do espaço, porém, como as equações de Maxwell são lineares, eles podem ser escritos como o produto entre a dependência espacial e a dependência temporal, da forma de uma exponencial complexa, assim:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}(\vec{r}) e^{-i\omega t} \quad (11)$$

$$\vec{H}(\vec{r}, t) = \vec{H}(\vec{r})e^{-i\omega t} \quad (12)$$

Para encontrar a equação que descreve os modos para uma dada frequência, basta inserir essas equações em (9) e (10), pois (7) e (8) apenas garantem o espaço livre e sem cargas.

$$\nabla \times \vec{E}(\vec{r}) + i\omega\mu_0\vec{H}(\vec{r}) = 0 \quad (13)$$

$$\nabla \times \vec{H}(\vec{r}) - i\omega\varepsilon_0\varepsilon_r(\vec{r})\vec{E}(\vec{r}) = 0 \quad (14)$$

Se  $\vec{E}$  for isolado em (14) e substituído em (13), considerando que  $c = 1/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$  é a velocidade da luz no vácuo, o resultado será uma equação apenas em  $\vec{H}$  :

$$\nabla \times \left( \frac{1}{\varepsilon_r(\vec{r})} \nabla \times \vec{H}(\vec{r}) \right) = \left( \frac{\omega}{c} \right)^2 \vec{H}(\vec{r}) \quad (15)$$

Como sabe-se que  $\varepsilon_r(\vec{r})$  é uma função periódica no espaço, chega-se à conclusão de que  $\vec{H}(\vec{r})$  também o é. Pela equação (15), junto com as equações do divergente, (7) e (8), encontra-se os modos de  $\vec{H}(\vec{r})$  e suas frequências correspondentes, podendo, a partir disso, determinar as frequências nas quais a propagação não é possível (chamada de *Electromagnetic Band Gap* – EBG).

É importante ressaltar que essa equação é invariante em escala. A equação (15) é a mesma tanto para micro-ondas quanto para fotônica. Para frequências fotônicas, a região da banda proibida é chamada de *Photonic Band Gap* (PGB).

Considerando um modo  $\vec{H}(\vec{r})$  de frequência  $\omega$  numa grade dielétrica periódica dada por  $\varepsilon_r(\vec{r})$  na equação (15), e estudando o que acontece com o modo quando se altera essa grade numa escala de  $s$ , isto é,  $\varepsilon'_r(\vec{r}/s) = \varepsilon_r(\vec{r}/s)$ , fazendo uma mudança de variáveis  $\vec{r}' = s\vec{r}$  e  $\nabla' = \nabla/s$  :

$$s \nabla \times \left( \frac{1}{\epsilon_r(\vec{r}/s)} s \nabla' \times \vec{H}(\vec{r}'/s) \right) = \left( \frac{\omega}{c} \right)^2 \vec{H}(\vec{r}'/s) \quad (16)$$

Dividindo os dois lados por  $s^2$

$$\nabla \times \left( \frac{1}{\epsilon_r(\vec{r}/s)} \nabla' \times \vec{H}(\vec{r}'/s) \right) = \left( \frac{\omega/s}{c} \right)^2 \vec{H}(\vec{r}'/s) \quad (17)$$

Fazendo as substituições  $\vec{H}(\vec{r}'/s) = \vec{H}'(\vec{r}')$ ,  $\epsilon_r(\vec{r}/s) = \epsilon'_r(\vec{r}')$  e  $\omega' = \omega/s$ , obtêm-se:

$$\nabla \times \left( \frac{1}{\epsilon'_r(\vec{r}')} \nabla' \times \vec{H}'(\vec{r}') \right) = \left( \frac{\omega'}{c} \right)^2 \vec{H}'(\vec{r}') \quad (18)$$

Dessa forma, pode-se concluir que, redimensionando a grade dielétrica, se terá a frequência dos novos modos numa escala inversamente proporcional, ou, em outras palavras, mantendo a escala para o comprimento de onda dos modos. Com isso, os resultados obtidos em frequências fotônicas podem ser utilizados em micro-ondas, apenas fazendo alteração de escala, e vice-versa.[1]

Se for considerada agora uma grade alterando a função de distribuição de constante dielétrica por um fator  $s^2$ , ou seja, fazer uma substituição  $\epsilon'_r(\vec{r}) = \epsilon_r(\vec{r})/s^2$  na equação (15), será encontrado:

$$\nabla \times \left( \frac{1}{\epsilon'_r(\vec{r})} \nabla \times \vec{H}(\vec{r}) \right) = \left( \frac{\omega s}{c} \right)^2 \vec{H}(\vec{r}) \quad (19)$$

Os novos modos não são alterados, porém as frequências são modificadas numa escala  $s$ , isto é, quando altera-se a constante dielétrica dos componentes de uma grade num fator  $1/s^2$ , a frequência dos modos é alterada por um fator  $s$ .

## 2.3 Estrutura Cristalina

Um cristal ideal pode ser definido como uma repetição regular de um bloco por todo o espaço. A menor estrutura a ser repetida periodicamente para construir o cristal é, geralmente, chamada de célula unitária. Um cristal ideal pode possuir uma, duas ou três dimensões de simetria cristalina.

Em três dimensões, um cristal é determinado por três vetores fundamentais de translação:  $\vec{a}_1$ ,  $\vec{a}_2$  e  $\vec{a}_3$ . Desse modo, um ponto dado por  $\vec{r}$  é equivalente a um ponto dado por  $\vec{r}'$  dado por:

$$\vec{r}' = \vec{r} + m_1\vec{a}_1 + m_2\vec{a}_2 + m_3\vec{a}_3 = \vec{r} + \vec{R} \quad (20)$$

onde  $m_1$ ,  $m_2$  e  $m_3$  são números inteiros e  $\vec{R}$ , chamado de vetor de rede, é qualquer vetor que transporta um ponto numa célula para um ponto equivalente na rede cristalina. Na Figura 4 e na Figura 5 pode-se ver dois exemplos de cristais bidimensionais: o quadrangular e o triangular, respectivamente. Em ambos, considerou-se que os elementos estão separados de  $a$  de centro a centro [2].

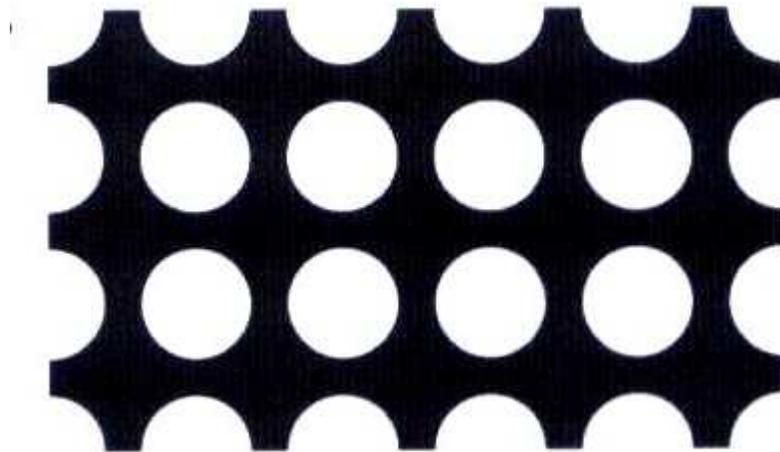


Figura 4 – Cristal bidimensional de rede quadrada. Fonte [2].



Figura 5 – Cristal bidimensional de rede triangular. Fonte [2].

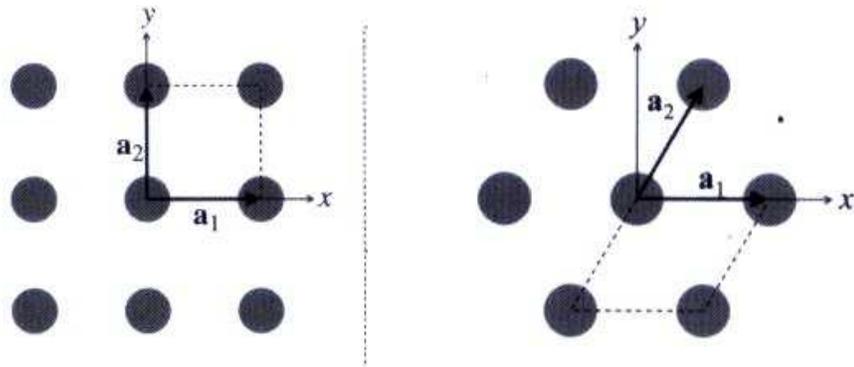


Figura 6 – Células Primitivas, à esquerda a de uma rede quadrada e à direita a de uma rede triangular.

Pode-se definir o valor dos vetores fundamentais para cada uma dessas redes.

Para rede quadrada:

$$\vec{a}_1 = a(1,0) \text{ e } \vec{a}_2 = a(0,1)$$

e para a rede triangular:

$$\vec{a}_1 = a\left(\cos\left(\frac{\pi}{3}\right), \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)\right) = a\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \text{ e } \vec{a}_2 = a\left(\cos\left(\frac{\pi}{3}\right), -\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)\right) = a\left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

Considerando a periodicidade do cristal no espaço, é necessário transformá-la para uma estrutura no domínio de Fourier. Isso consiste em passar a estrutura periódica espacial para uma estrutura periódica em vetores de onda. Esse procedimento é muito útil em cristais fotônicos, porque o espaço de vetores de onda é o espaço utilizado para caracterizar ondas eletromagnéticas de acordo com os vetores de ondas.

Se houver uma função que descreve uma rede periódica  $f(\vec{r})$  como, por exemplo, a função  $\varepsilon_r(\vec{r})$ , pode-se aplicar nela a transformada de Fourier:

$$f(\vec{r}) = \int d\vec{q}^3 g(\vec{q}) e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}} \quad (21)$$

onde  $g(\vec{q})$  é a função que descreve a rede recíproca e  $\vec{q}$  são os vetores de onda.

Considerando  $f(\vec{r})$  periódica, tem-se:

$$f(\vec{r} + \vec{R}) = \int d\vec{q}^3 g(\vec{q}) e^{i\vec{q}\cdot(\vec{r} + \vec{R})} = \int d\vec{q}^3 g(\vec{q}) e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}} e^{i\vec{q}\cdot\vec{R}} = \int d\vec{q}^3 g(\vec{q}) e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}} \quad (22)$$

pela periodicidade, tem-se que  $g(\vec{q}) = g(\vec{q}) e^{i\vec{q}\cdot\vec{R}}$ , mas isso só é possível quando  $g(\vec{q}) = 0$  ou  $e^{i\vec{q}\cdot\vec{R}} = 1$ , assim,  $g(\vec{q}) = 0$ , exceto quando  $e^{i\vec{q}\cdot\vec{R}} = 1$ , o que só ocorre quando  $\vec{q}\cdot\vec{R} = 2\pi N$ . Os vetores  $\vec{q}$  que respeitam essa relação são denominados de vetores de rede recíproca, geralmente chamados de  $\vec{G}$  [1].

A partir disso, pode-se obter os vetores primitivos da rede recíproca. Sabe-se que

$$\vec{R} = l\vec{a}_1 + m\vec{a}_2 + n\vec{a}_3, \quad \vec{G} = l'\vec{b}_1 + m'\vec{b}_2 + n'\vec{b}_3 \text{ e } \vec{R}\cdot\vec{G} = 2\pi N$$

$$\vec{R}\cdot\vec{G} = (l\vec{a}_1 + m\vec{a}_2 + n\vec{a}_3)\cdot(l'\vec{b}_1 + m'\vec{b}_2 + n'\vec{b}_3) = 2\pi N \quad (23)$$

Para simplificar a escolha dos vetores  $\vec{b}_j$ , pode-se optar por apenas vetores onde

$$\vec{a}_i\cdot\vec{b}_j = 2\pi\delta_{ij}, \text{ ou seja, } \vec{a}_i\cdot\vec{b}_j = 2\pi \text{ para } i = j \text{ e } \vec{a}_i\cdot\vec{b}_j = 0 \text{ para } i \neq j. \text{ Lembrando da}$$

propriedade do produto cruzado ( $\vec{A} \cdot (\vec{A} \times \vec{B}) = 0$ ), se existir termos da forma  $\vec{a}_i \cdot (\vec{a}_i \times \vec{a}_j)$  no produto  $\vec{R} \cdot \vec{G}$ , esses serão nulos, seguindo  $\vec{a}_i \cdot \vec{b}_j = 2\pi\delta_{ij}$ . Com isso, pode-se obter os vetores primitivos da recíproca [1]:

$$\vec{b}_1 = \frac{2\pi(\vec{a}_2 \times \vec{a}_3)}{\vec{a}_1 \cdot (\vec{a}_2 \times \vec{a}_3)}, \vec{b}_2 = \frac{2\pi(\vec{a}_3 \times \vec{a}_1)}{\vec{a}_1 \cdot (\vec{a}_2 \times \vec{a}_3)}, \vec{b}_3 = \frac{2\pi(\vec{a}_1 \times \vec{a}_2)}{\vec{a}_1 \cdot (\vec{a}_2 \times \vec{a}_3)} \quad (24)$$

Os autovetores, que são solução de (19) para um dado vetor de onda  $\vec{k}$ , podem ser escritos na forma:

$$\vec{H}_{\vec{k}}(\vec{r}) = e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} \vec{u}_{\vec{k}}(\vec{r}) \quad (25)$$

sendo  $\vec{u}_{\vec{k}}(\vec{r})$  uma função periódica na rede ( $\vec{u}_{\vec{k}}(\vec{r}) = \vec{u}_{\vec{k}}(\vec{r} + \vec{R})$ ). O vetor de onda  $\vec{k}$  especifica a relação de fase entre as várias células, que é dado por  $\vec{u}_{\vec{k}}(\vec{r})$ . Assim, se  $\vec{k}$  é aumentado de  $\vec{G}$ , a diferença de fase entre células aumenta ( $\vec{R} \cdot \vec{G} = 2\pi N$ ), logo, não há diferença de fase, resultando fisicamente no mesmo modo. Isso significa que pode-se limitar a área do espaço dos vetores de onda que precisa-se analisar, pois os pontos fora dela podem ser descritos pela soma com um vetor de rede recíproca. Essa região limitada que, pela adição de  $\vec{G}$ , pode descrever qualquer ponto da rede recíproca é conhecida como Zona de Brillouin [1].

Podem-se utilizar esses mesmos cálculos para uma rede bidimensional, todavia, deve-se considerar  $\vec{a}_3$  como um vetor aleatório na direção z, pois a rede cristalina se repete infinitamente nessa direção. Então, para uma rede bidimensional quadrada, tem-se:

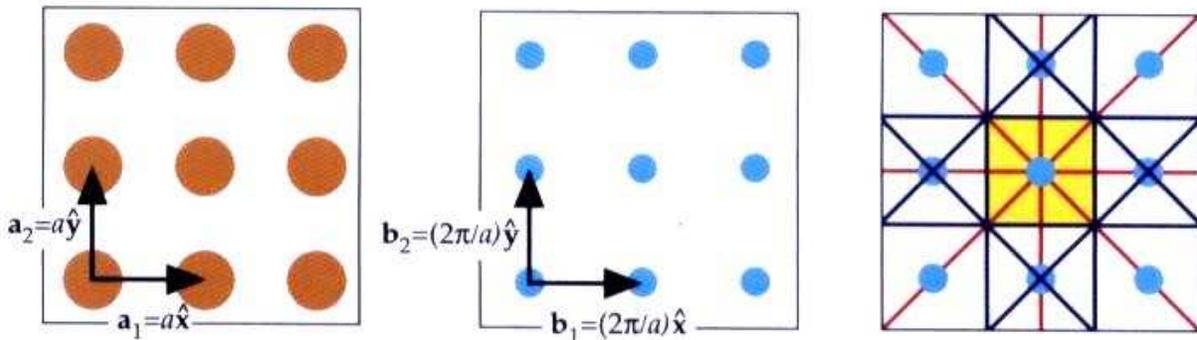
$$\vec{a}_1 = a(1,0,0), \vec{a}_2 = a(0,1,0) \text{ e } \vec{a}_3 = z(0,0,1) \quad (26)$$

Dessa maneira, pode-se calcular os vetores primitivos da rede recíproca,  $\vec{b}_1$  e  $\vec{b}_2$ , utilizando (24):

$$\vec{b}_1 = \frac{2\pi(\vec{a}_2 \times \vec{a}_3)}{\vec{a}_1 \cdot (\vec{a}_2 \times \vec{a}_3)} = \frac{2\pi(az, 0, 0)}{a^2 z} = \frac{2\pi}{a} \hat{x}$$

$$\vec{b}_2 = \frac{2\pi(\vec{a}_3 \times \vec{a}_1)}{\vec{a}_1 \cdot (\vec{a}_2 \times \vec{a}_3)} = \frac{2\pi(0, az, 0)}{a^2 z} = \frac{2\pi}{a} \hat{y}$$

Portanto, tem-se os vetores primitivos da rede recíproca calculados, e pode-se perceber que a rede recíproca de uma rede quadrada no espaço real também é quadrada.



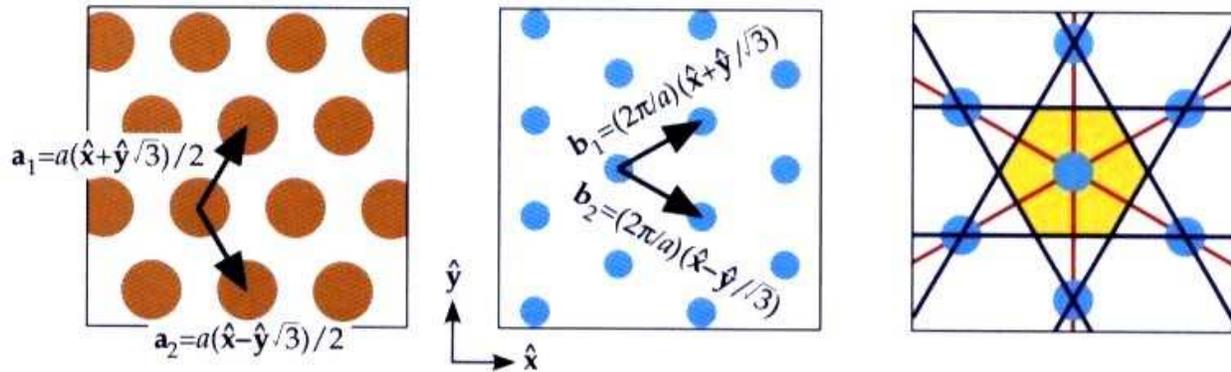
**Figura 7 – Representação de uma rede quadrada: à esquerda a rede real, no meio a rede recíproca correspondente e à direita a rede recíproca com a zona de Brillouin destacada em amarelo. Fonte [1].**

O mesmo cálculo pode ser feito para uma rede triangular:

$$\vec{b}_1 = \frac{2\pi(\vec{a}_2 \times \vec{a}_3)}{\vec{a}_1 \cdot (\vec{a}_2 \times \vec{a}_3)} = \frac{2\pi\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}az, -\frac{1}{2}az, 0\right)}{-\frac{\sqrt{3}}{2}a^2 z} = \frac{2\pi}{a} \hat{x} + \frac{2\pi\sqrt{3}}{3a} \hat{y}$$

$$\vec{b}_2 = \frac{2\pi(\vec{a}_3 \times \vec{a}_1)}{\vec{a}_1 \cdot (\vec{a}_2 \times \vec{a}_3)} = \frac{2\pi\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}az, \frac{1}{2}az, 0\right)}{-\frac{\sqrt{3}}{2}a^2 z} = \frac{2\pi}{a} \hat{x} - \frac{2\pi\sqrt{3}}{3a} \hat{y}$$

Calculados os vetores primitivos da rede recíproca, percebe-se que a rede recíproca de uma rede bidimensional triangular é uma rede triangular, porém, rotacionada 90°:



**Figura 8 – Representação de uma rede triangular: à esquerda a rede real, no meio a rede recíproca correspondente e à direita a rede recíproca com a zona de Brillouin destacada em amarelo. Fonte [1].**

Dentro da zona de Brillouin há regiões que apresentam simetria por rotação e translação, então existe uma região menor onde não haverá redundância na relação de dispersão entre  $\omega$  e  $k$ . Essa região, delimitada pelos pontos  $\Gamma$ ,  $X$  e  $M$  na Figura 9, é chamada de Zona Irredutível de Brillouin.

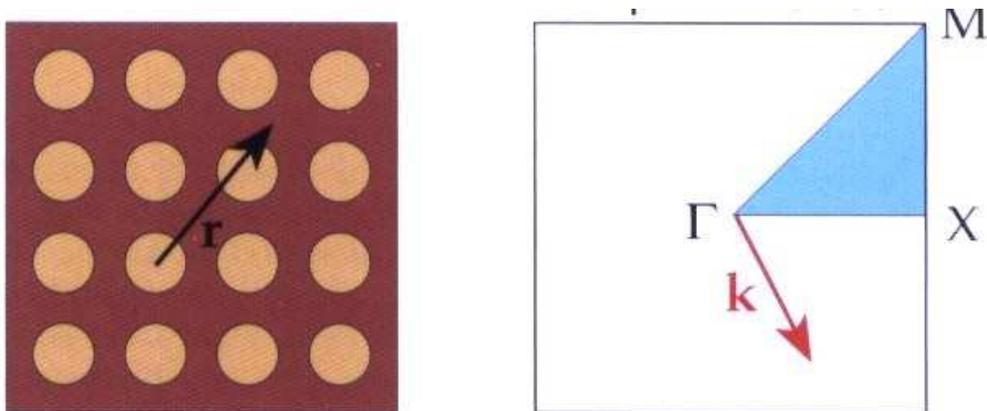


Figura 9 – À esquerda, a representação da rede real de um cristal de rede quadrada. À direita, a representação da zona irreduzível de Brillouin na rede recíproca. Fonte [1].

## 2.4 Comparação entre EBGs e Semicondutores

As bandas e o comportamento dos semicondutores são definidos pela mecânica quântica, que se baseia na equação de Schrödinger (27). Na mecânica quântica, para a descrição de uma partícula num potencial externo  $U(\vec{r})$  é necessário obter a energia da partícula,  $E$ , e a função de onda  $\psi(\vec{r})$ , também chamada de função densidade de probabilidade:

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U(\vec{r}) \right] \psi(\vec{r}) = E \psi(\vec{r}) \quad (27)$$

A equação (27) define um problema de autovalores, com um autovalor  $E$  e uma autofunção  $\psi(\vec{r})$ . O operador, chamado de Hamiltoniano ( $\hat{H}$ ), é definido pelo termo entre colchetes em (27) [5].

Comparando as equações (15) e (27) percebem-se semelhanças: ambas são equações de autovalor (a energia  $E$  da partícula e o termo da frequência  $(\omega/c)^2$ ), descrevem funções de onda no espaço (apesar de  $\vec{H}(\vec{r})$  ser vetorial e  $\psi(\vec{r})$  escalar) e elas existem num meio descrito por uma função periódica (o potencial  $U(\vec{r})$  e a constante

dielétrica  $\epsilon_r(\vec{r})$ ). Essas analogias entre a equação autovalores de Schrödinger (26) e a de Maxwell (15) permitiram que muitos conceitos de física do estado sólido, como espaço recíproco, zona de Brillouin, estrutura de bandas e diagramas de dispersão, fossem aplicados em cristais fotônicos. Analisando a origem física dos fenômenos, isto é, a banda proibida dos semicondutores e a dos cristais fotônicos, vê-se que a origem deles está na superposição dos espalhamentos parciais das ondas em cada região da rede. Nos semicondutores, se deve ao espalhamento da função de onda do elétron nas regiões de diferentes potenciais, nos cristais fotônicos, ao espalhamento das ondas eletromagnéticas na interface de regiões com diferentes dielétricos [1][2].

É importante, também, ressaltar as principais diferenças entre os dois casos. Enquanto a função de onda em (27) é um escalar, o campo magnético em (15) é vetorial. Além disso, já foi mostrado em 2.3 que a equação (15) é invariante em escala, ou seja, as mesmas propriedades são observadas, independente das dimensões. O mesmo não acontece na equação (27), onde a Constante de Plank ( $h$ ) e a massa do elétron ( $m$ ) fazem com que se crie uma escala para que o fenômeno ocorra, que é da ordem do raio atômico de Bohr.

Outra diferença importante é que, no regime linear, os modos nos cristais fotônicos não interagem e nos semicondutores existe a interação elétron-elétron, que aumenta os problemas para cálculos computacionais.

## 2.5 Diagrama de Bandas

Diagrama de bandas ou diagrama de dispersão é o gráfico que relaciona os modos que se propagam na estrutura com as frequências, podendo, com isso, observar as bandas proibidas de um cristal fotônico. A solução é obtida quando se resolve o problema de autovalores da equação (15), obtendo as autofrequências, que são plotadas em função dos vetores de onda.

A solução completa do diagrama de bandas é resolver a equação (15) para todos os vetores de onda da zona de Brillouin, que resultaria em superfícies de dispersão, como na Figura 10. Contudo, essa visualização é necessária apenas para aplicações, como o fenômeno dos índices de refração negativo e superprismas. Para visualizar as bandas proibidas, é necessário apenas resolver a equação (15) para o contorno da zona irreduzível de Brillouin. Esse diagrama de bandas pode ser visto na Figura 11 [2].

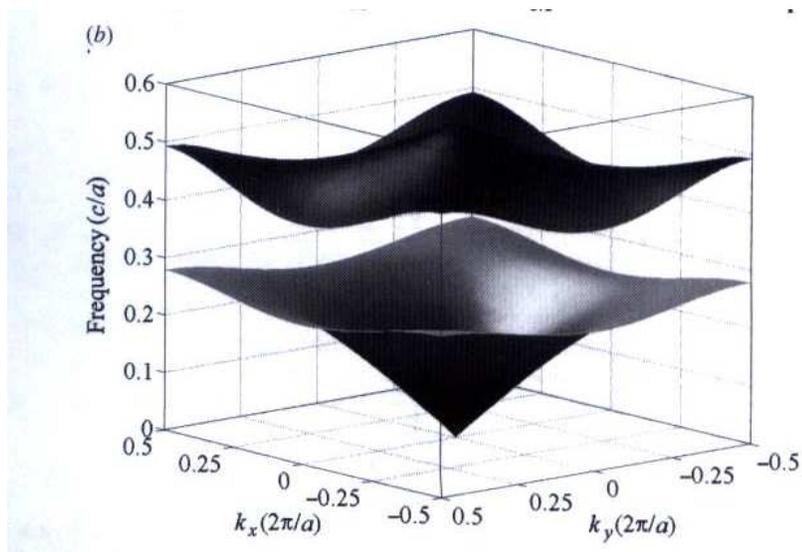


Figura 10 – Representação da superfície de dispersão. Fonte [2].

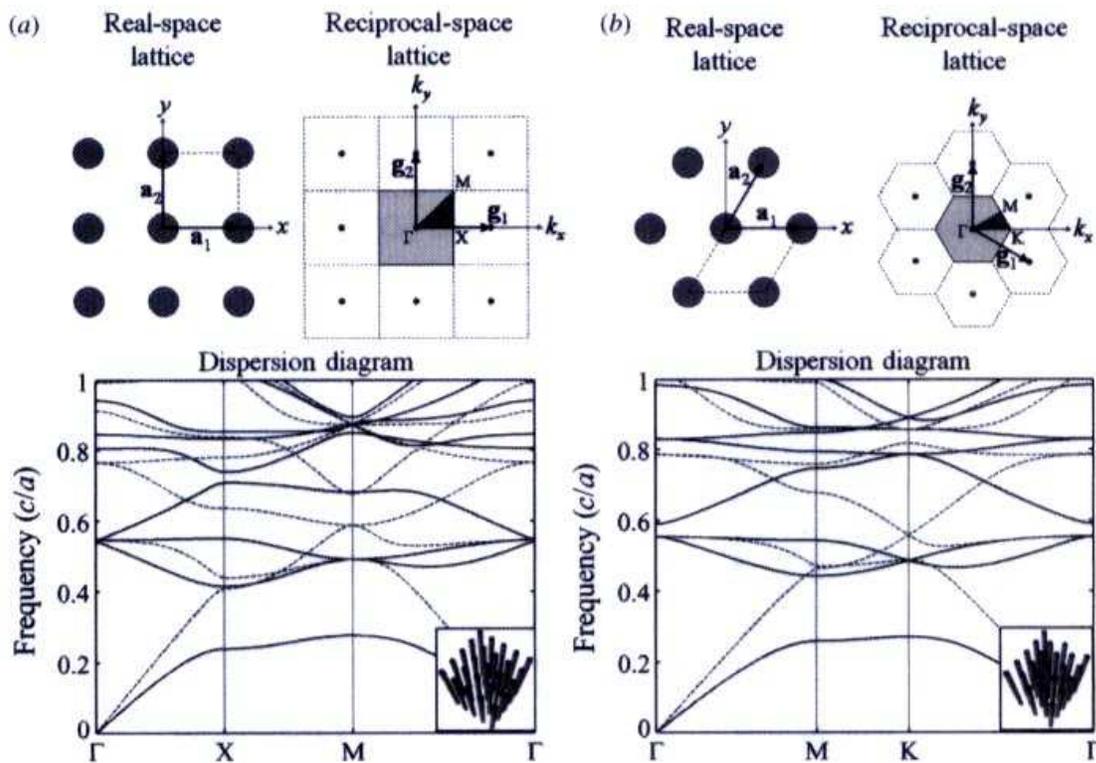


Figura 11 – Representação do diagrama de bandas para (a) rede quadrada (b) rede triangular. A solução para modos TE está indicada nas linhas tracejadas e para os modos TM em linhas sólidas. Fonte [2].

Outra forma de visualizar a região de banda proibida é pelos coeficientes de transmissão e reflexão. Simula-se uma estrutura de cristal fotônico recebendo a incidência de um sinal e calcula-se a transmissão e a reflexão. Como exemplo, esses gráficos podem ser vistos na Figura 12.

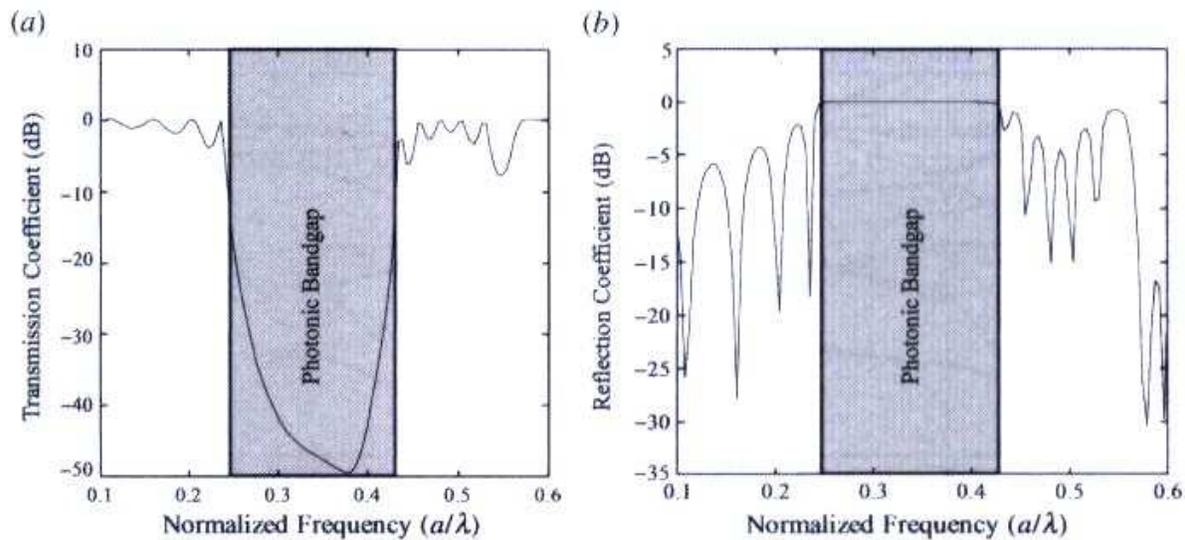


Figura 12 – Coeficientes de (a) transmissão (b) reflexão para uma PBG, com a região de banda proibida indicada em cinza. Fonte [2].

Apenas algumas poucas estruturas muito simples podem ser resolvidas analiticamente, como estruturas multicamadas. Na prática, para obter os diagramas de dispersão são necessárias simulações numéricas. Os métodos utilizados nesse trabalho serão explicados posteriormente.

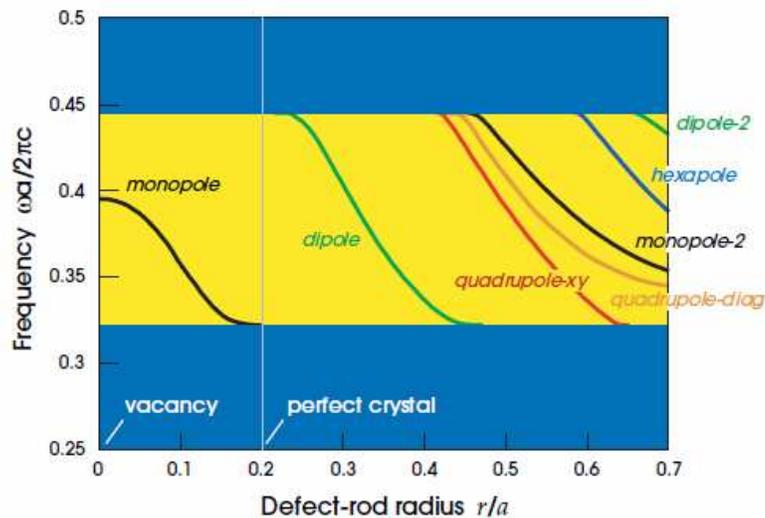
## 2.6 Defeitos em estruturas EBGs

Num cristal fotônico, na região da banda proibida, nenhum modo é permitido. A densidade de estados, isto é, o número de modos propagantes por frequência, é zero. Alterando a rede cristalina, ou seja, a distribuição da constante dielétrica no cristal, pode-se criar um único modo localizado ou um conjunto de modos, dentro da região de banda proibida do cristal original. Esses defeitos, sejam pontuais, em linha ou em superfície, podem ser obtidos alterando o formato, o tamanho ou a constante dielétrica dos elementos da rede cristalina [1].

Quando se altera um ponto da rede cristalina, tem-se um ponto de descontinuidade rodeado pelo cristal, de forma que se cria uma cavidade rodeada por paredes reflexivas. Se essa cavidade possuir as dimensões adequadas para um modo dentro da banda proibida do cristal, o sinal não poderá escapar, ficando confinado nela.

Para melhor compreender os efeitos de um defeito pontual num cristal, será analisada a variação de um defeito inserido, variando o raio de um cilindro dielétrico no cristal.

Na Figura 13, vê-se o comportamento dos modos confinados na cavidade em função do raio do defeito para uma grade de elementos de raio igual a 20% do parâmetro de rede e constante dielétrica de 8,9. Pode-se observar que, para o raio do defeito igual ao raio dos elementos, não há modos confinados, pois tem-se o cristal fotônico completo, sem defeitos. Para o raio do defeito com valores menores que  $0,2a$ , tem-se apenas um tipo de modo penetrando, o monopolo. Para raios maiores que  $0,2a$ , observa-se outros modos penetrantes na estrutura. A configuração desses modos pode ser vista na Figura 14, onde são plotados os campos elétricos normais para todos eles [1].



**Figura 13 – Análise dos modos localizados na cavidade em função do raio do cilindro do defeito, em uma grade dielétrica quadrada de elementos com raio de  $0,2a$  e constante dielétrica 8,9. Fonte [1].**

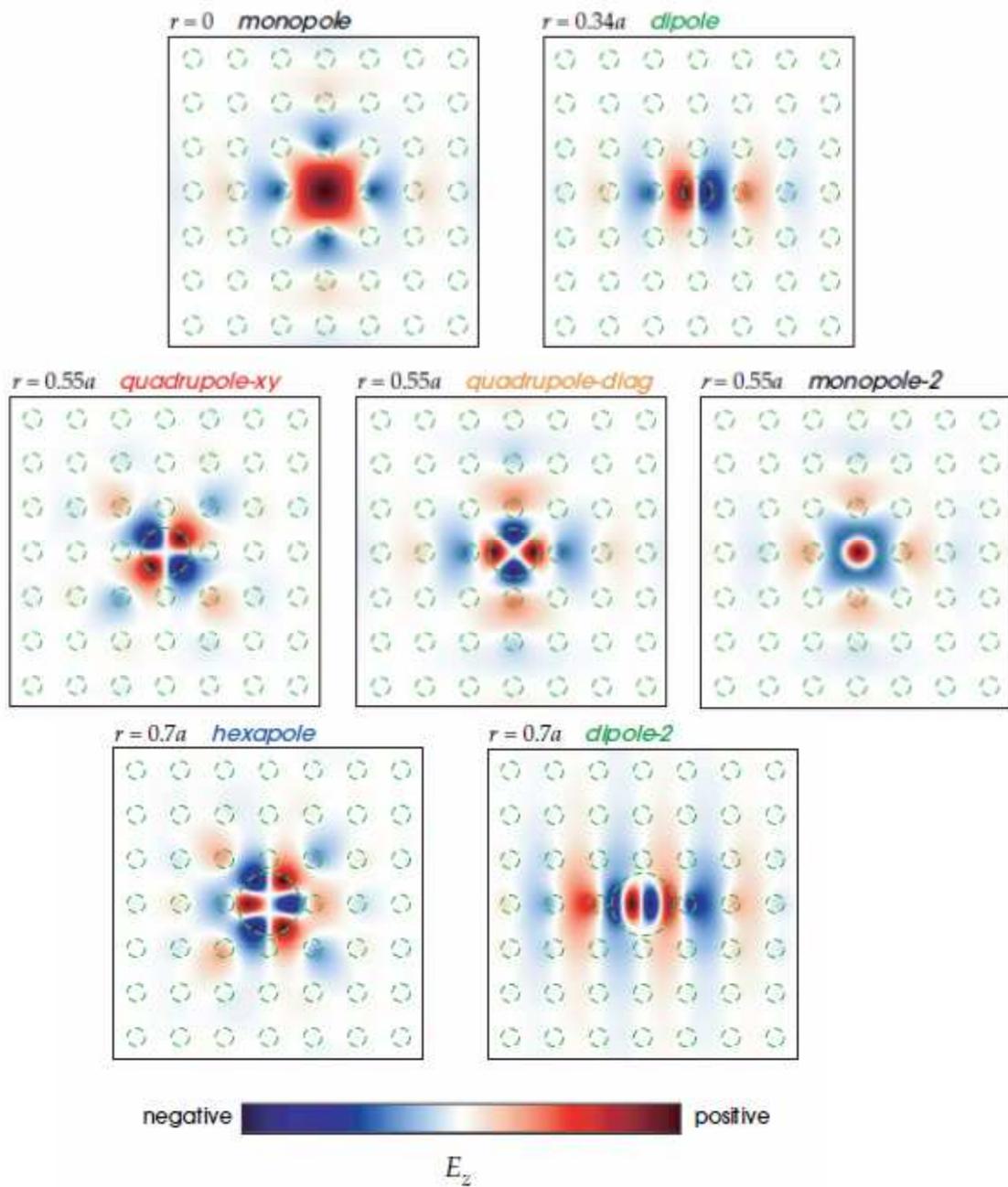
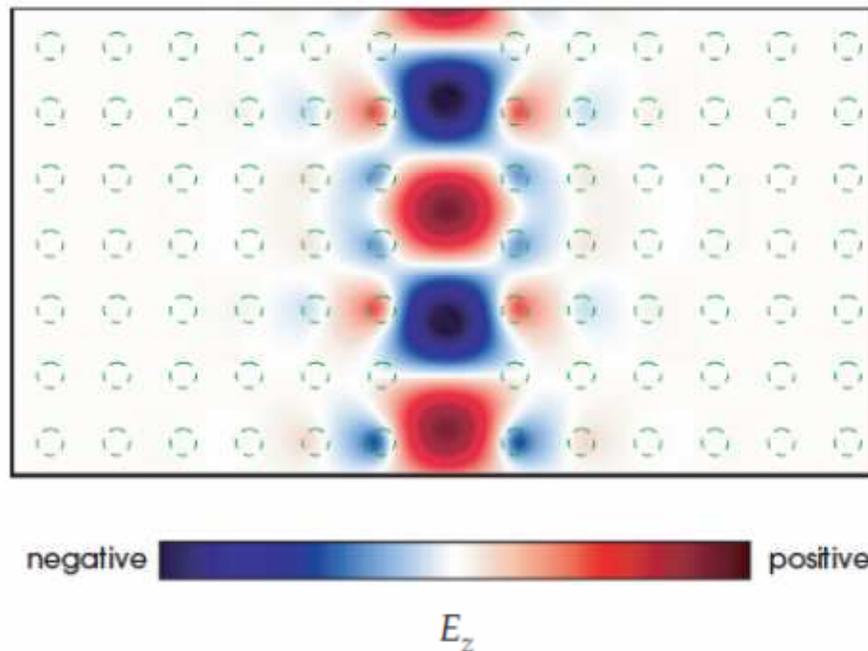


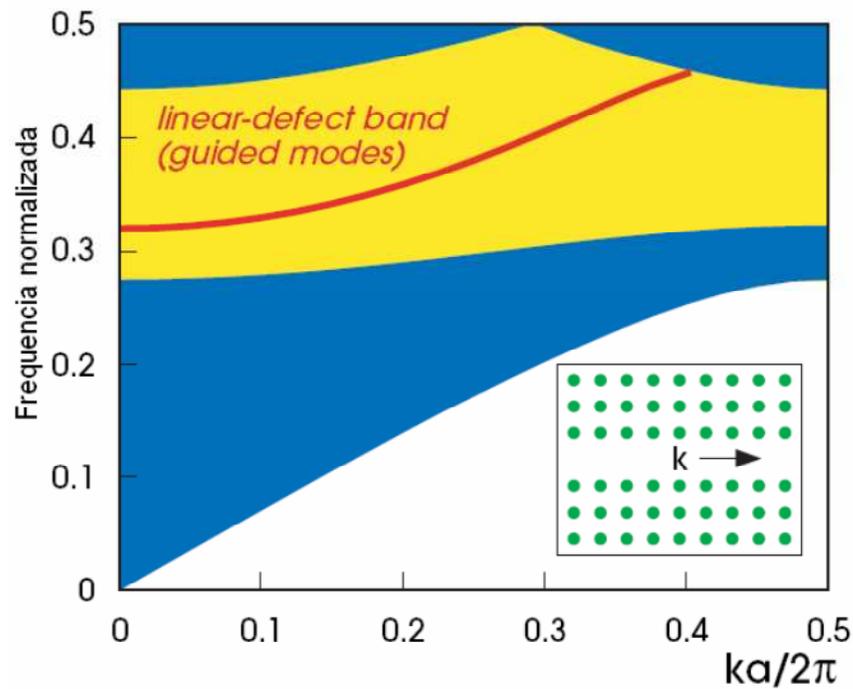
Figura 14 – Campos elétricos na direção normal ao plano de simetria para diferentes modos na cavidade. Fonte [1].

Se for inserido um defeito linear num cristal fotônico, removendo ou alterando os elementos de uma linha inteira do cristal, surgirá, para frequências dentro da banda proibida, uma região onde alguns modos são permitidos entre duas regiões refletoras, onde os modos não podem penetrar, obtendo um guia de onda. Pode-se observar esse efeito na Figura 15 [1].



**Figura 15 – Distribuição do campo elétrico normal em um guia de onda EBG. Fonte [1].**

Quando se insere um defeito linear existe uma direção em que a simetria de translação do cristal é mantida, na direção do defeito. Assim, nessa direção, o vetor de onda também é conservado. Na Figura 16 pode-se observar o diagrama de bandas de um guia EBG da frequência em função do vetor de onda na direção de propagação. É fácil perceber um modo discreto guiado.



**Figura 16 – Diagrama de bandas de uma grade dielétrica com defeito linear, destacando a presença do modo guiado. Fonte [1].**

Como se vê, o problema padrão de autovalores é encontrado a partir das equações de onda, obtidas pelas equações de Maxwell, sendo resolvido na zona irredutível de Brillouin. Quando se insere um defeito na estrutura cristalina, a periodicidade do cristal é quebrada, fazendo com que os métodos para solução numérica do problema não possam ser aplicados na zona irredutível de Brillouin. Para contornar essa situação, e utilizar os métodos numéricos tradicionais, pode-se considerar que o defeito é distribuído periodicamente através do cristal, como se pode ver na Figura 17, isolando um defeito dos seus vizinhos por camadas suficientes do cristal ao seu redor. Com isso, tem-se uma estrutura, contendo várias células unitárias do cristal e o defeito, que se repete periodicamente. Pode-se então definir essa estrutura que se repete como uma supercélula, e o diagrama de bandas pode ser calculado para essa supercélula, utilizando os métodos numéricos usuais [2].

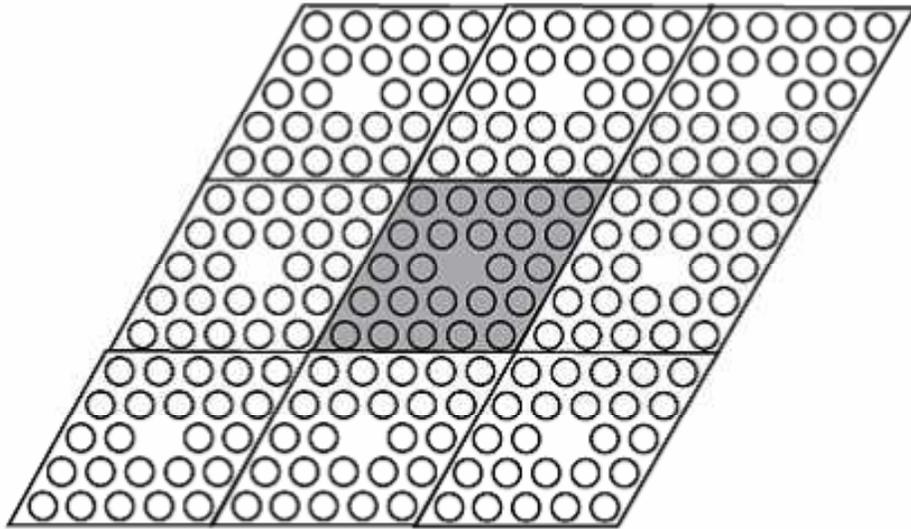


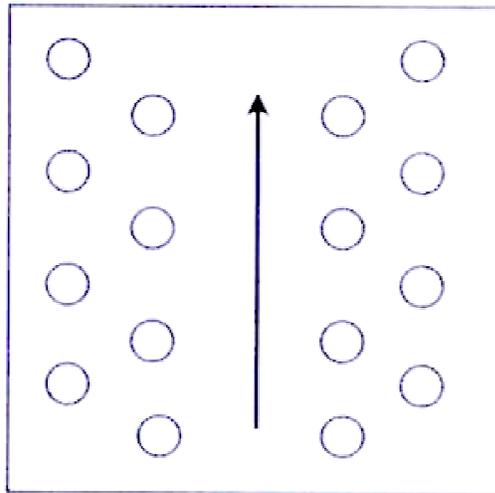
Figura 17 – Representação de uma supercélula com um defeito pontual. Fonte [5].

## 2.7 Guias de Onda EBG

Conforme já apresentado, criando um defeito numa linha do cristal tem-se guiamento através da banda proibida, ou seja, cria-se um guia de onda de cristal fotônico. Podem-se nomear os canais pelo defeito inserido, por exemplo, removendo uma linha de estruturas, obtém-se um canal  $W1$ , e seguindo o mesmo conceito, removendo  $n$  linhas tem-se o canal  $Wn$ . Também se pode ter canais fracionados, aproximando ou afastando os blocos do cristal.

É importante ressaltar uma diferença entre as cavidades geradas por defeitos pontuais na estrutura e os guias de onda gerados por defeitos lineares: para os primeiros, um modo pode ser localizado, sendo sua frequência dentro da banda proibida. Já para um defeito linear, considerando os modos propagantes não apenas em função da sua frequência, mas sim o conjunto  $(k, \omega)$ . Isto é: um modo guiado não precisa necessariamente ter sua frequência dentro da banda proibida, mas sim o ponto  $(k, \omega)$  no diagrama de bandas deve estar na região proibida do cristal original. Como se pode observar no exemplo da

Figura 16, as frequências mais altas do modo guiado não estão contidas na banda proibida do cristal, porém, são guiados. Isso é válido para guias de ondas curtos e retos. Após percorrer o guia, devido ao espalhamento nos elementos do cristal, é possível que os campos guiados mudem de direção, ficando fora da região de banda proibida e propagando-se no cristal.



**Figura 18 – Representação de guia de onda EBG w1. Fonte [3].**

Quando se remove apenas uma linha de elementos do cristal, criando um guia W1, tem-se um guia monomodo, ou seja, existe apenas um modo propagante no guia. Quando se remove mais de uma linha do cristal, começam a aparecer outros modos, o que, no caso da transmissão de informações, não é desejado, já que pode ocorrer dispersão modal, com o sinal se propagando com mais de uma velocidade de fase.

Um ponto importante de se analisar no estudo de guias baseados em EBGs são as curvas. Num guia dielétrico convencional, nas curvas, parte do sinal é refletido e parte é radiada para fora do guia, como nas fibras ópticas, por exemplo. Em geral, quanto mais acentuada for a curva, maior a perda por radiação. Num cristal fotônico, porém, a existência da faixa de banda proibida faz com que seja impossível que o sinal radie para fora do guia,

então, só é preciso se preocupar com as perdas por reflexão, como num guia metálico convencional. É possível reduzir as perdas por reflexão para zero em certas frequências, mesmo quando o raio da curva é muito menor que o comprimento de onda.

Pode-se considerar a curva do guia como uma cavidade ressonante fraca, com baixo fator de qualidade  $Q$ , que acopla o sinal do guia de entrada da curva para o guia de saída. Por simetria, a transmissão deve ser a mesma nos dois sentidos. Como a cavidade é fracamente acoplada, pode-se concluir que, para determinadas frequências, é possível picos de transmissão de 100%. Essa análise não é quantitativamente correta, uma vez que a curva não se comporta exatamente como uma cavidade fracamente acoplada, mas ajuda a ilustrar e explicar o problema. Um exemplo do comportamento do campo elétrico na curva e de sua abordagem como uma cavidade fracamente acoplada pode ser visto na Figura 19. [1].

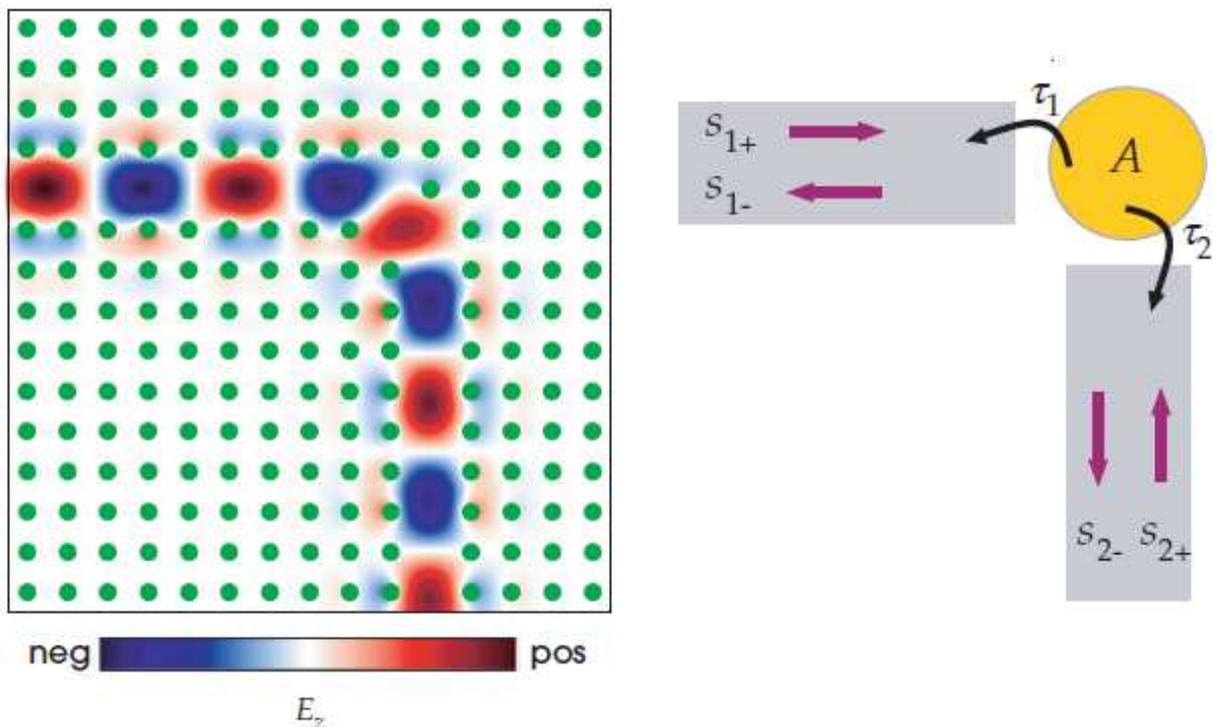


Figura 19 – Campo Elétrico normal numa curva e abordagem da curva como uma cavidade ressonante. Fonte [1].

## 3 PROJETO

A elaboração desse projeto consistiu de três etapas. Primeiro, foram escolhidas as grades dielétricas, utilizando códigos para calcular as bandas proibidas e definir os melhores espaçamentos entre os elementos que proporcionavam as melhores bandas de trabalho para os cilindros dielétricos disponíveis. Depois, projetaram-se as estruturas que excitariam os modos a serem propagados no guia, para fazer o casamento dos conectores SMA de 50 Ohms com o guia EBG. O conjunto das grades e do casador, como seriam as medições, foi simulado no *CST Microwave Studio 2010* ®. Por último, as estruturas foram montadas e medidas no analisador de rede.

### 3.1 Métodos Numéricos Utilizados

Para simular as grades utilizaram-se dois métodos numéricos. Para o cálculo da Banda Proibida e dos modos guiados foram empregados dois códigos desenvolvidos em *Matlab*® pelo Prof. Vitaly, que utilizam as malhas para as estruturas geradas pelo *GiD*.

#### 3.1.1 Cálculo do Diagrama de Bandas e dos Modos Guiados

Os códigos desenvolvidos pelo Prof. Vitaly [6] baseiam-se na solução da equação das EBGs para duas dimensões, por meio do Método dos Elementos Finitos (*Finite Method Elements – FEM*) no domínio da frequência. Eles partem da solução da equação de onda, da forma:

$$-\frac{\partial}{\partial x}\left(p\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right)-\frac{\partial}{\partial y}\left(p\frac{\partial\Phi}{\partial y}\right)=q\left(\frac{\omega}{c}\right)^2\Phi \quad (28)$$

Considerando a equação de onda para as EBGs (15), para os modos TE (com campos elétricos apenas na direção z) tem-se:

$$\nabla\times\left(\frac{1}{\epsilon_r(\vec{r})}\nabla\times(E_z(\vec{r}))\hat{z}\right)=\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 E_z(\vec{r})\hat{z} \quad (29)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\epsilon_r(\vec{r})}\frac{\partial}{\partial x}(E_z(\vec{r}))\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\epsilon_r(\vec{r})}\frac{\partial}{\partial y}(E_z(\vec{r}))\right)=\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 E_z(\vec{r}) \quad (30)$$

Comparando (28) com (30), tem-se:  $p = \frac{1}{\epsilon_r(\vec{r})}$ ;  $q = -1$ ; e  $\Phi = E_z$ . Assim, a equação

das PBGs pode ser resolvida com o Método dos Elementos Finitos.

O Método dos Elementos Finitos pertence a uma classe de métodos numéricos conhecida como Equações Parcialmente Diferenciais. Teve sua origem na década de 1940, quando Courant utilizou a formulação de Galerkin para resolver exemplos simples. Em 1955 começou a ser utilizado em cálculos para Engenharia Aeronáutica. O primeiro trabalho de aplicação de elementos finitos em eletromagnetismo foi publicado em 1969, por Zoltan Csendes e Peter Silvestre, com a solução dos cálculos dos modos de um guia metálico. O desenvolvimento de condições de contorno absorventes e camadas perfeitamente casadas permitiram que o método pudesse ser aplicado, também, para problemas em espaço aberto [7].

As principais vantagens do Método dos Elementos Finitos são: poder trabalhar com qualquer tipo de geometria, já que a malha utilizada é independente em cada região do espaço, e o fato de sua solução utilizar uma matriz que, geralmente, é esparsa, diminuindo o tempo de cálculo.

A simulação em Elementos Finitos segue alguns passos. Inicialmente, deve-se definir o domínio computacional e escolher as condições de contorno de truncamento, isto é, se os limites do domínio são paredes metálicas, se são abertos. Depois, é necessário discretizar o domínio, escolhendo os elementos e as funções de forma. Em geral, os elementos escolhidos são triângulos, para domínios bidimensionais, ou tetraedros, para domínios tridimensionais. A discretização é uma grande vantagem desse método, pois é possível utilizar uma malha mais refinada apenas em regiões mais críticas, sem aumentar o refinamento do resto da estrutura, além disso, pelo fato dos elementos poderem ser triangulares ou tetraédricos, a malha condiz melhor com a estrutura quando comparada a elementos retangulares ou cúbicos [7].

O passo seguinte é resolver as equações de onda nos elementos, gerando a matriz de elementos  $[A]$ , aplicar as condições de contorno e as excitações, obtendo a matriz

coluna  $\{b\}$ , e fazer as manipulações nesse sistema, para que  $[A]$  seja a mais esparsa possível [7].

De forma geral, as condições de contorno aplicadas podem ser de dois tipos:

$$[u]_s = p \quad (31)$$

$$\left[ \alpha \frac{\partial u}{\partial n} + \gamma u \right]_{s_2} = q \quad (32)$$

Após isso, escolher um algoritmo que resolva o sistema:

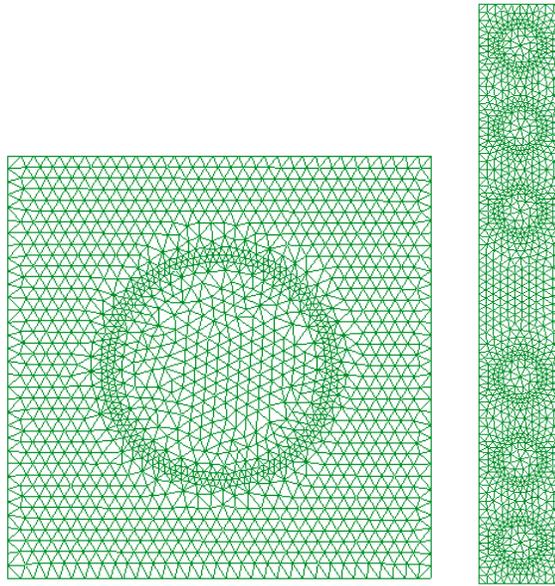
$$[A]\{x\} = \{b\} \quad (33)$$

Então, basta, com os dados de  $\{x\}$  obtidos, realizar o pós-processamento, calcular os valores de campo, matriz de espalhamento e outras informações desejadas.

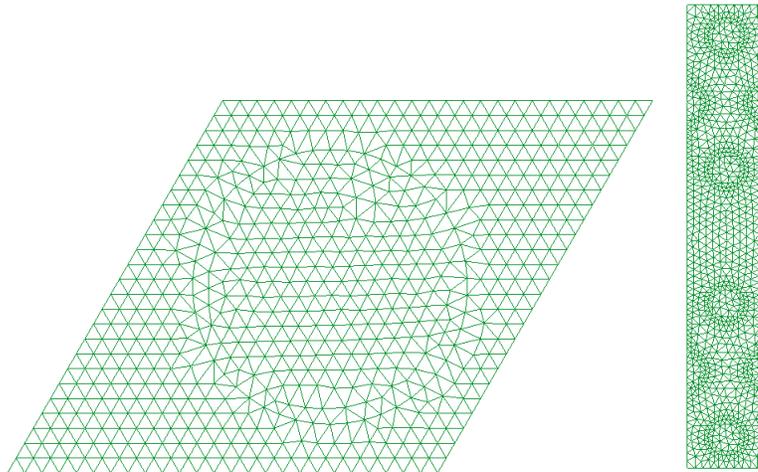
### 3.2 Escolha da Grade

Inicialmente, foram calculados diversos diagramas de bandas em frequência normalizada para diferentes relações entre o raio e o parâmetro de rede, para arranjos de cilindros dielétricos de constante dielétrica 10 em ar, a mesma das pastilhas dielétricas de raio 9,3mm desenvolvidas pelo grupo do Prof. Sombra [8], para arranjos triangulares e quadrados, a fim de se encontrar uma larga região de banda proibida. Após isso, para as grades escolhidas, calcularam-se os modos guiados para um guia de cristal fotônico do tipo w1. Esses resultados podem ser vistos na Figura 22, na Figura 23, na Figura 24 e na Figura 25.

Para efetuar esses cálculos, as células unitárias das redes cristalinas foram desenhadas no *GiD*, com as dimensões normalizadas pelo parâmetro de rede. Para os modos propagantes, foram construídas as supercélulas. Como os códigos trabalham com o índice de refração, foi utilizado  $n = \sqrt{\epsilon} = 3,16$ . As células unitárias e supercélulas com as malhas utilizadas, construídas e calculadas com o *GiD*, podem ser vistas na Figura 20 para a grade quadrada, e na Figura 21 para a grade triangular.



**Figura 20 – Malha de elementos finitos para uma célula unitária de uma rede quadrada (direita) e a supercélula de um guia EBG de grade quadrada (esquerda).**



**Figura 21 – Malha de elementos finitos para uma célula unitária de uma rede triangular (direita) e a supercélula de um guia EBG de grade triangular (esquerda).**

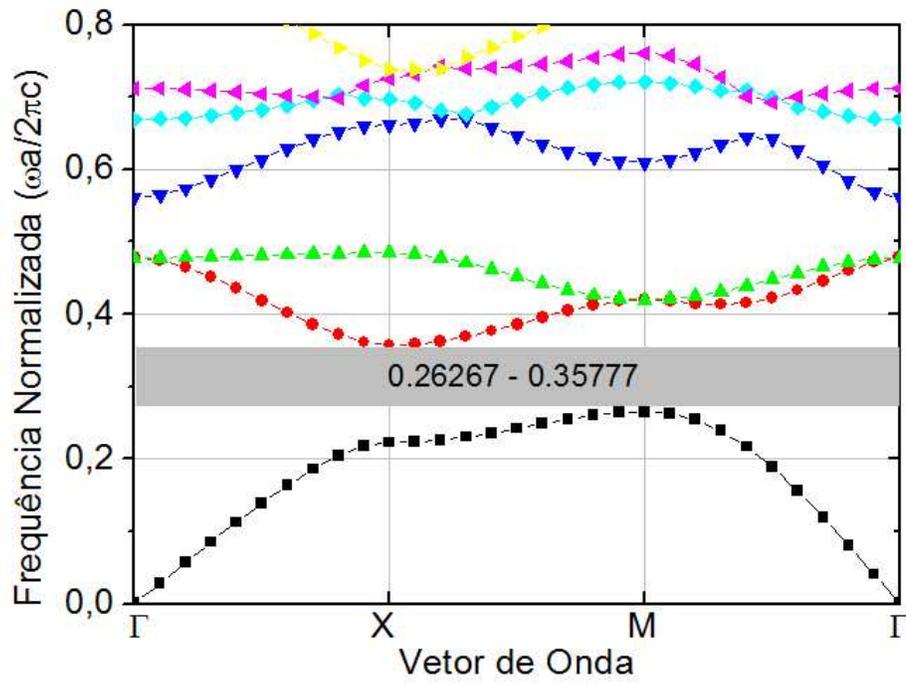


Figura 22 – Diagrama de Bandas para uma grade de cilindros dielétricos numa rede quadrada, com  $r/a = 0,266$  e  $E_r=10$ .

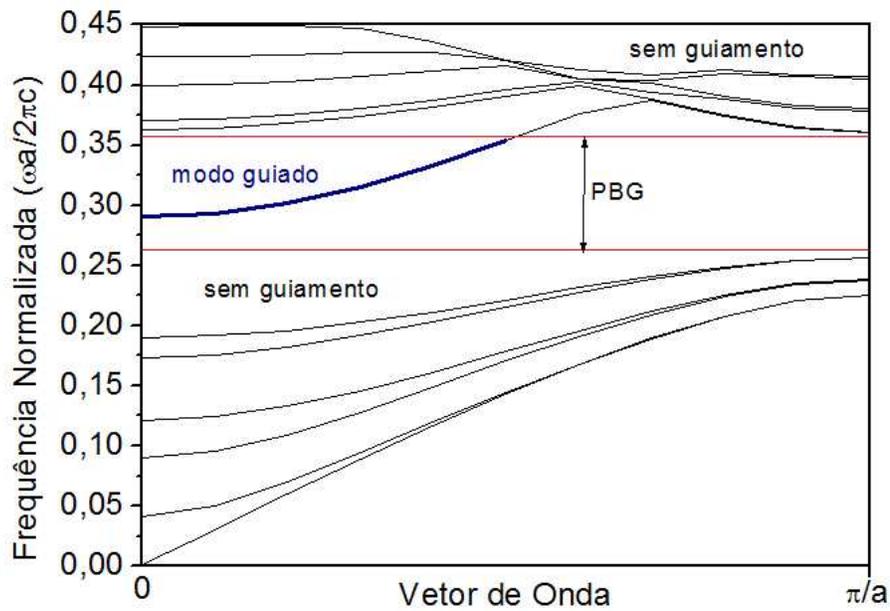


Figura 23 – Modo guiado para uma grade de cilindros dielétricos numa rede quadrada, com  $r/a = 0,266$  e  $\epsilon_r=10$  com uma linha removida.

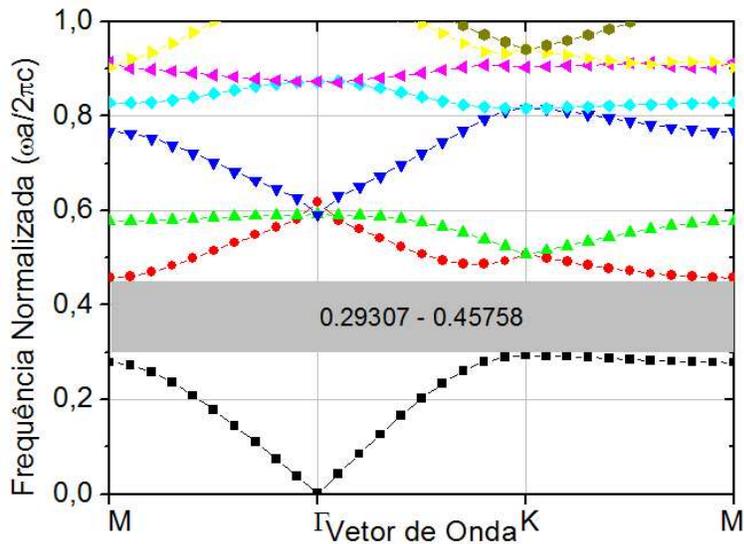
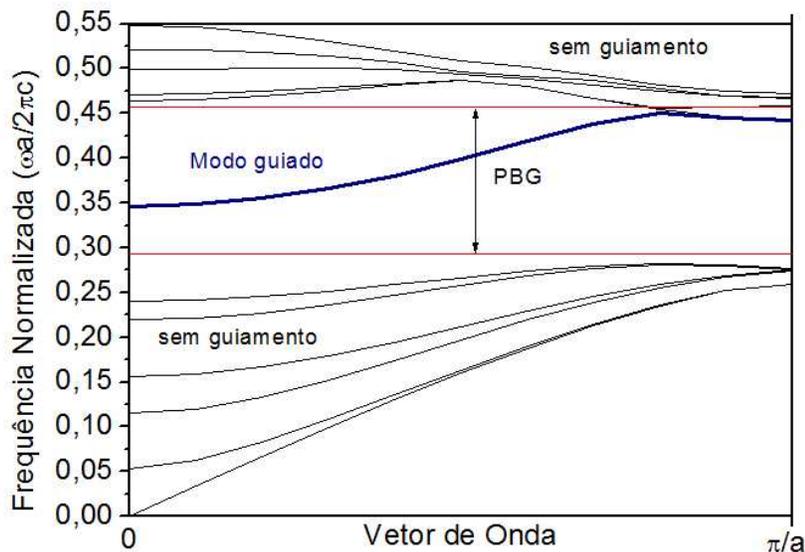


Figura 24 – Diagrama de Bandas para uma grade de cilindros dielétricos numa rede triangular, com  $r/a = 0,207$  e  $\epsilon_r=10$ .



**Figura 25 – Modos guiados para uma grade de cilindros dielétricos numa rede triangular, com  $r/a = 0,207$  e  $\epsilon_r=10$  com uma linha removida.**

Com a constante dielétrica previamente definida e com a relação  $r/a$  escolhida para se obter redes triangulares e quadradas com uma larga banda proibida, foi possível projetar as grades dielétricas: cilindros de raio 9,3mm com constante dielétrica 10 espaçados de 45 mm para as redes triangulares e 35mm para as redes quadradas. E, pelos cálculos dos modos guiados para um guia  $w_1$ , consegue-se saber a frequência de operação dos guias feitos com essas grades.

### 3.3 Projeto dos Casadores e Montagem

Para caracterizar os guias, é necessário que os modos propagantes sejam excitados nele, através de uma *probe*. Para se realizar as medidas em um analisador de rede, faz-se necessário que essa *probe* seja alimentada por um conector SMA de 50  $\Omega$ . Por isso, foi necessário projetar uma estrutura casadora, entre o conector coaxial SMA de 50  $\Omega$  e

o guia de cristal fotônico, que consiste na *probe* indutiva e num capacitor aterrado, feito com uma estrutura coaxial. A *probe* atua como um excitador de campo elétrico, seu comprimento está em paralelo ao campo elétrico para o modo TE e dista um quarto de onda da parede metálica do fim do guia, para que o sinal refletido esteja em contrafase com o sinal incidente. [9]

Para que as medições sejam possíveis, é necessário que a estrutura casadora funcione na banda de operação do guia de cristal fotônico. Utilizando o programa *CST Microwave Studio 2010*®, foram calculadas as dimensões da estrutura casadora, aproximando o guia de cristal fotônico para um guia retangular metálico com a altura igual a dos cilindros dielétricos (11 mm) e a largura igual à distância entre os cilindros próximos ao guia.

As estruturas casadoras foram projetadas e construídas. Após a construção, os erros foram inseridos no modelo e as estruturas foram novamente simuladas, gerando um deslocamento da frequência central de operação. Os resultados da simulação dos casadores construídos podem ser vistos na Figura 26 para a grade quadrada e na Figura 27 para a grade triangular. Na Figura 28 pode-se ver a distribuição do campo elétrico no casador e na Figura 29 a estrutura construída.

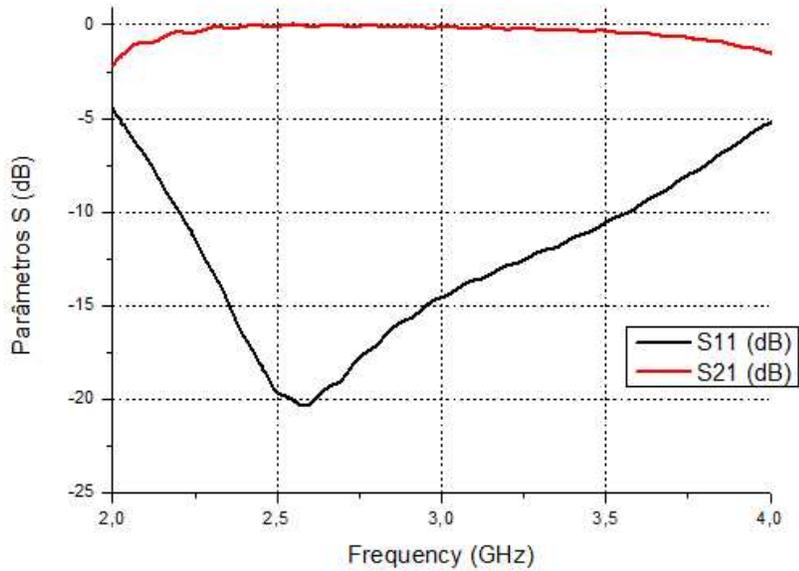


Figura 26 – Gráfico dos Parâmetros S simulados do casador para grades quadradas com as aproximações.

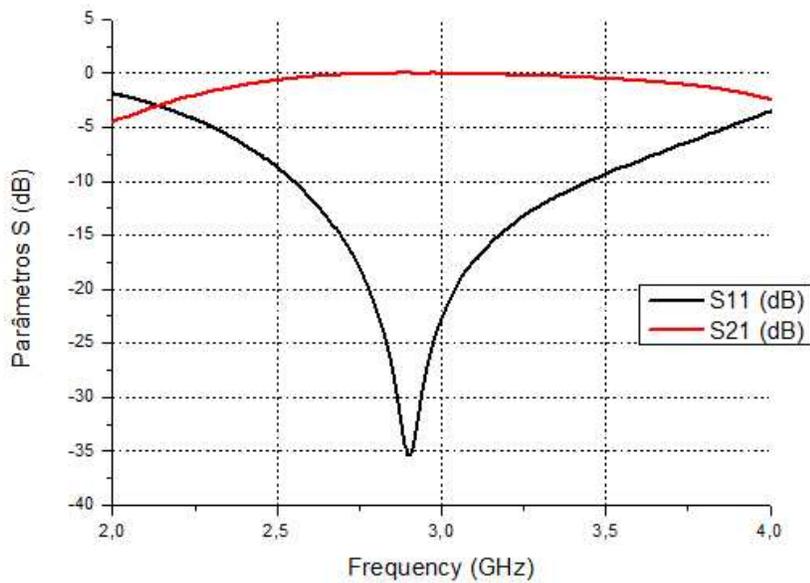
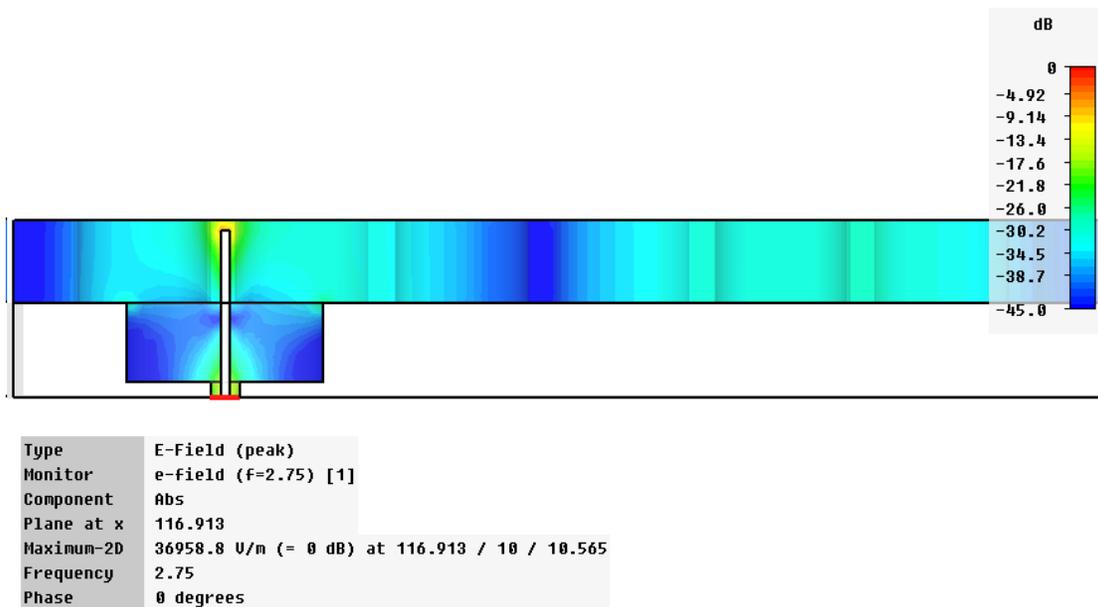
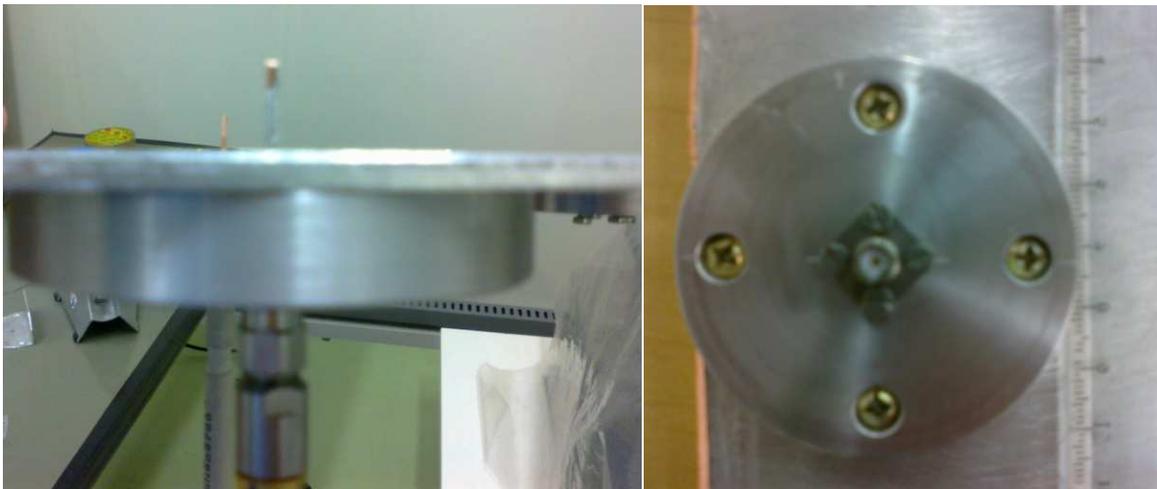


Figura 27 – Gráfico dos Parâmetros S simulados do casador para grades triangulares com as aproximações.



**Figura 28 – Distribuição de campos elétricos em escala dB no casador projetado.**



**Figura 29 – Estrutura casadora.**

Como pode-se observar nos gráficos, a banda com perda de retorno menor que -10dB é maior que 1 GHz, suficiente para se observar o guiamento no cristal fotônico.

O conjunto completo consiste nos cilindros, mantidos na posição correta por placas de isopor com furos nas posições corretas, entre duas placas de alumínio, onde

estão presos os casadores. As placas de alumínio fazem com que não haja propagação na direção  $z$  ( $\vec{k}_z = 0$ ) e garantindo a propagação dos modos TE no guia.

## 4 RESULTADOS

As grades escolhidas foram simuladas com o conjunto completo (o arranjo de cilindros dielétricos, as placas metálicas em cima e embaixo e as estruturas casadoras para conectores SMA de  $50\Omega$ ) no *CST Microwave Studio*® e construída para ser medida em um analisador de rede.

### 4.1 Simulações

As estruturas foram construídas no *CST*, como se pode ver na Figura 30, para a rede triangular, e na Figura 35, para o guia quadrado. Os cilindros foram desenhados em cima de uma placa condutora, onde se colocaram as estruturas casadoras. As condições de contorno foram definidas como condutor perfeito nas extremidades do eixo  $z$  e aberto (camada perfeitamente casada) para as outras, exceto nas paredes próximas à probe, que foram definidas como condutoras perfeitas.

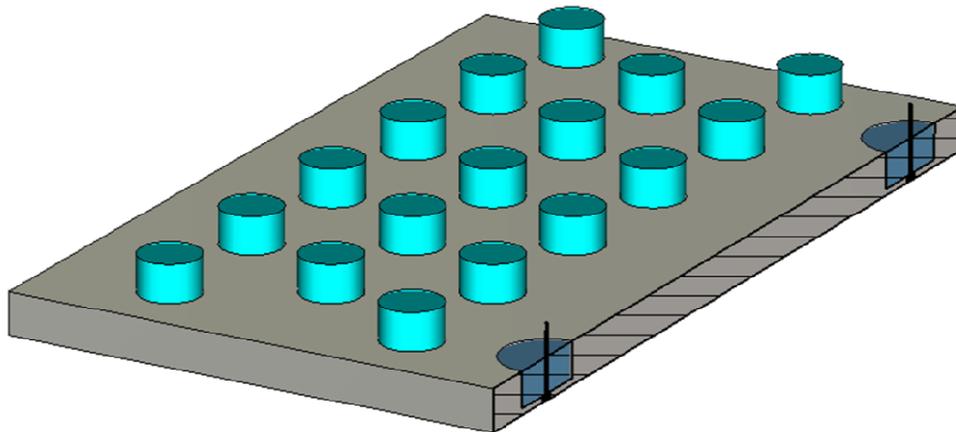
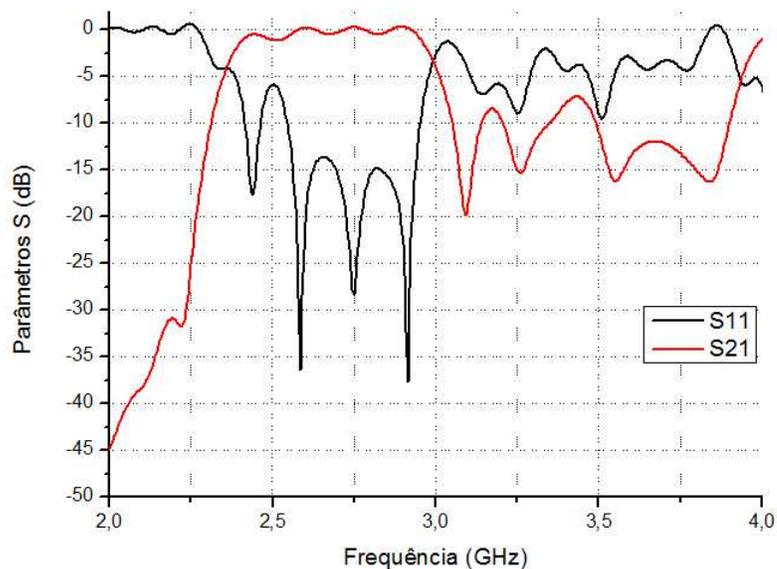


Figura 30 – Estrutura completa simulada para o guia reto de grade triangular, com corte no eixo de simetria, mostrando as probes e os casadores.

Nos gráficos da Figura 31 e da Figura 33, pode-se observar o guiamento do sinal transmitido, coincidindo com o modo propagante calculado para o guia com uma linha removida para grade triangular, apresentado em 3.2. Na Figura 32 e na Figura 34, vê-se a distribuição dos campos elétricos e o confinamento deles na região do guia de cristal fotônico, para o guia reto e o guia com curva.



**Figura 31 – Resultado simulado para a grade triangular com guia reto.**

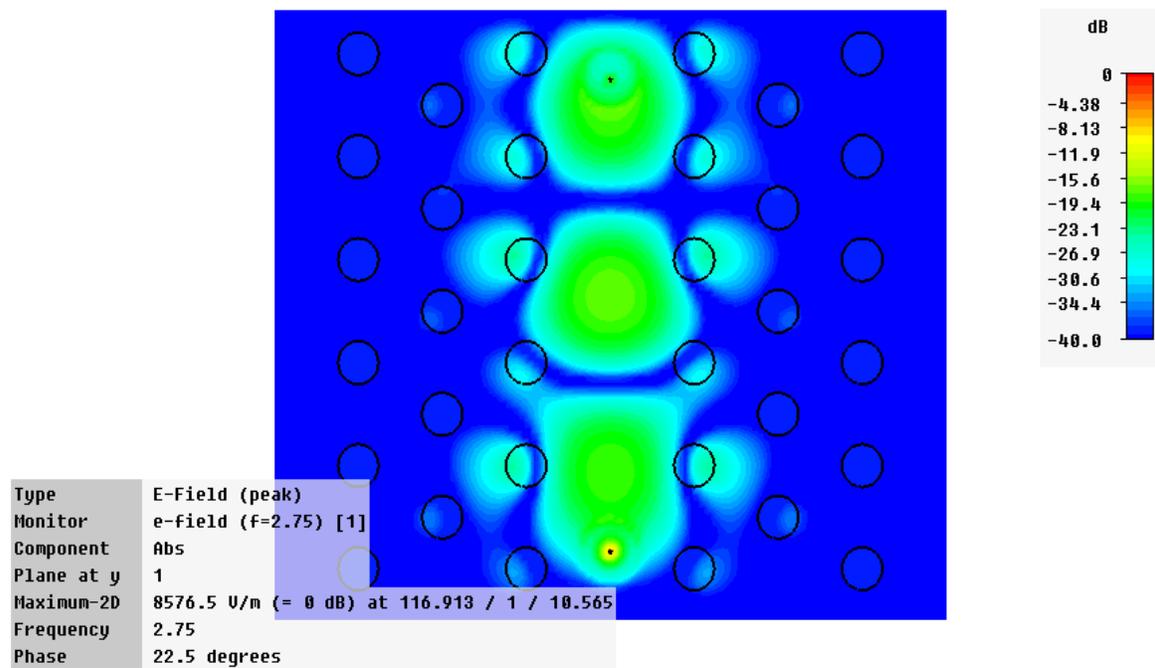


Figura 32 – Distribuição de campos elétricos em escala dB simulados para grade triangular com guia reto.

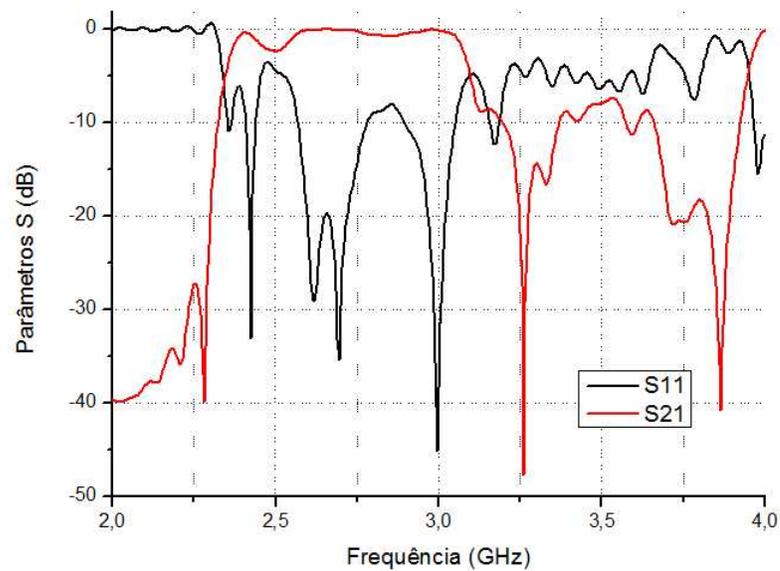


Figura 33 – Resultado simulado para a grade triangular com guia com curva de 120°.

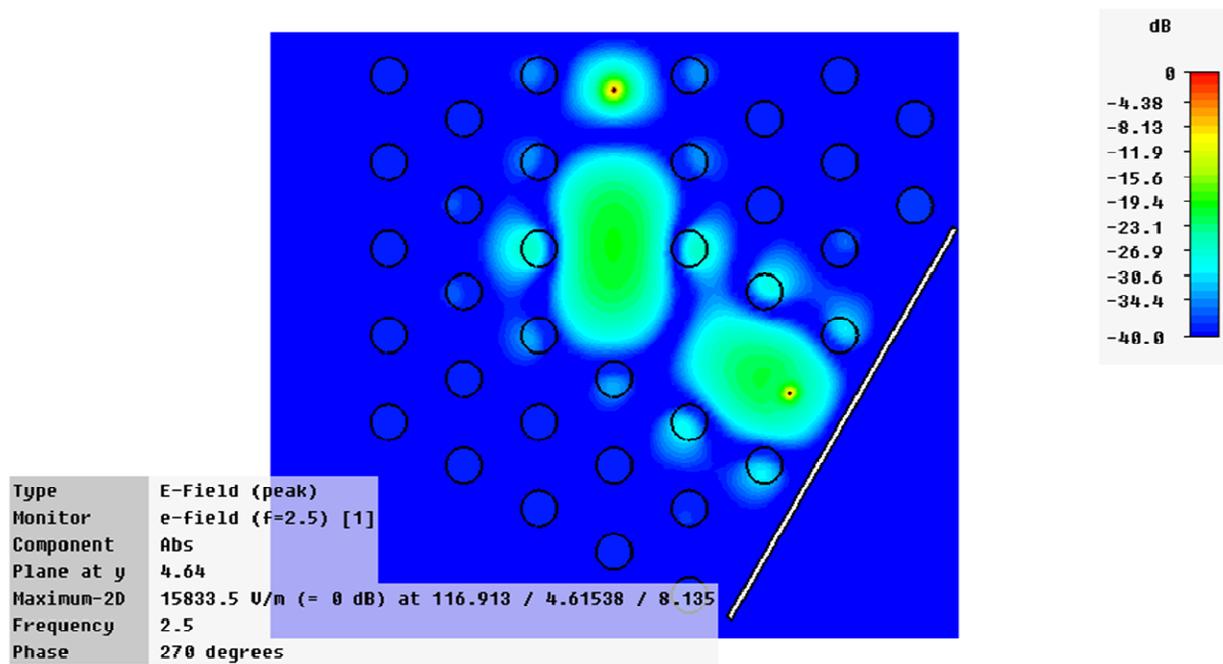


Figura 34 – Distribuição de campos elétricos em escala dB simulados para grade triangular com guia com curva de 120°,

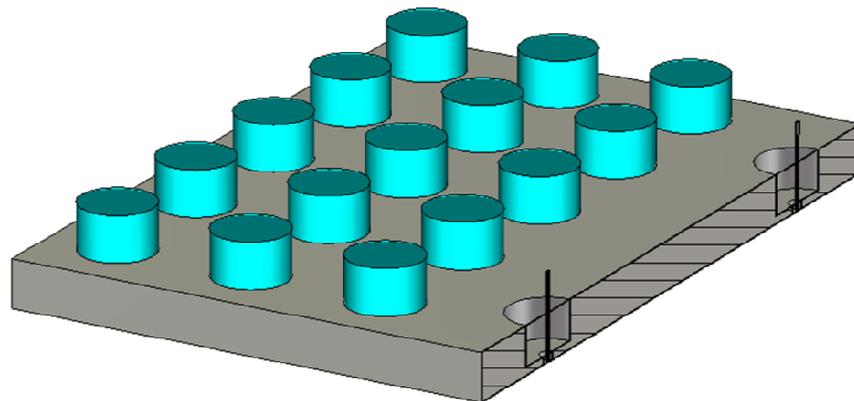
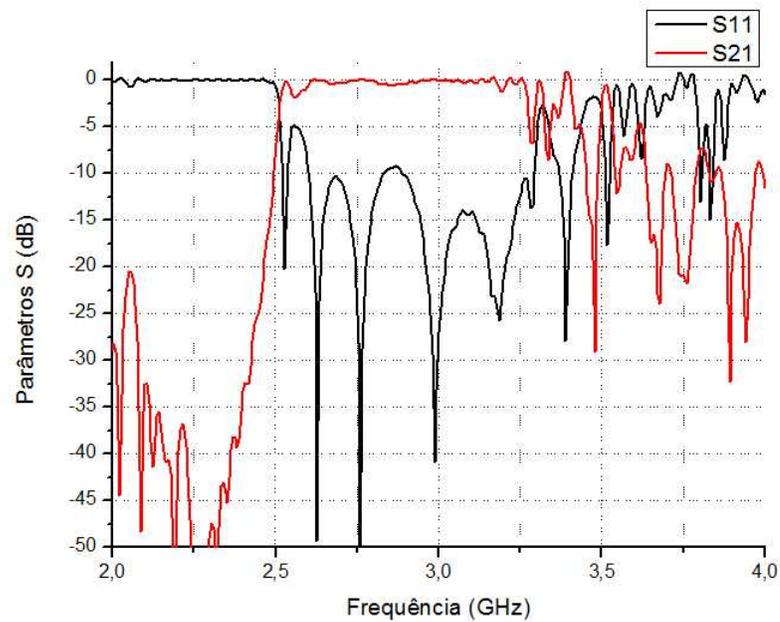


Figura 35 – Estrutura completa simulada para o guia reto de grade quadrada, com corte no eixo de simetria, mostrando as probes e os casadores.

O procedimento para as grades triangulares foi repetido para as grades quadradas. Nos gráficos da Figura 36 e da Figura 38 pode-se observar as frequências para as quais ocorre guiamento, coerente com os resultados calculados para a grade quadrada em 3.2.

Já na Figura 37, para o guia reto, e na Figura 39, para o guia com curva, percebe-se a distribuição dos campos elétricos para uma frequência guiada e o confinamento deles na região do guia de cristal fotônico.



**Figura 36 – Resultado simulado para a grade quadrada com guia reto.**

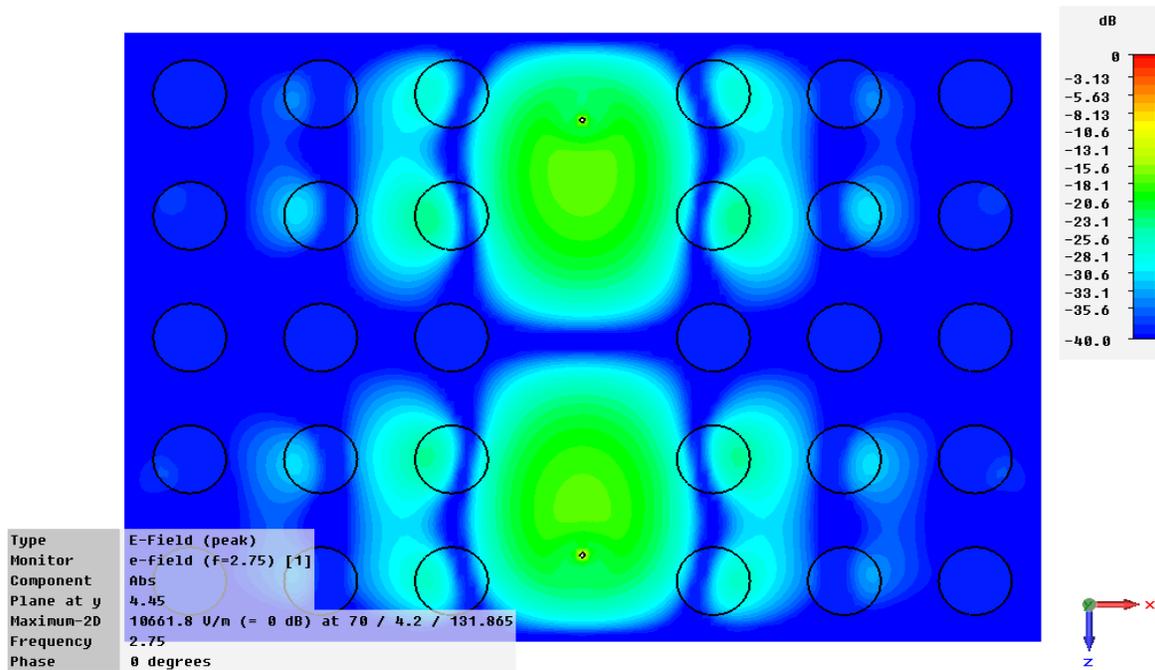


Figura 37 – Distribuição de campos elétricos em escala dB simulados para grade quadrada com guia reto.

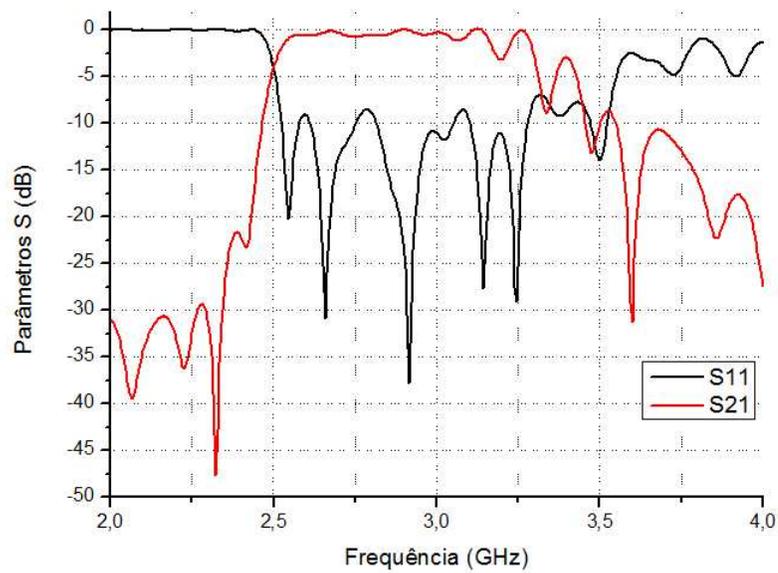


Figura 38 – Resultado simulado para a grade quadrada com guia com curva de 90°.

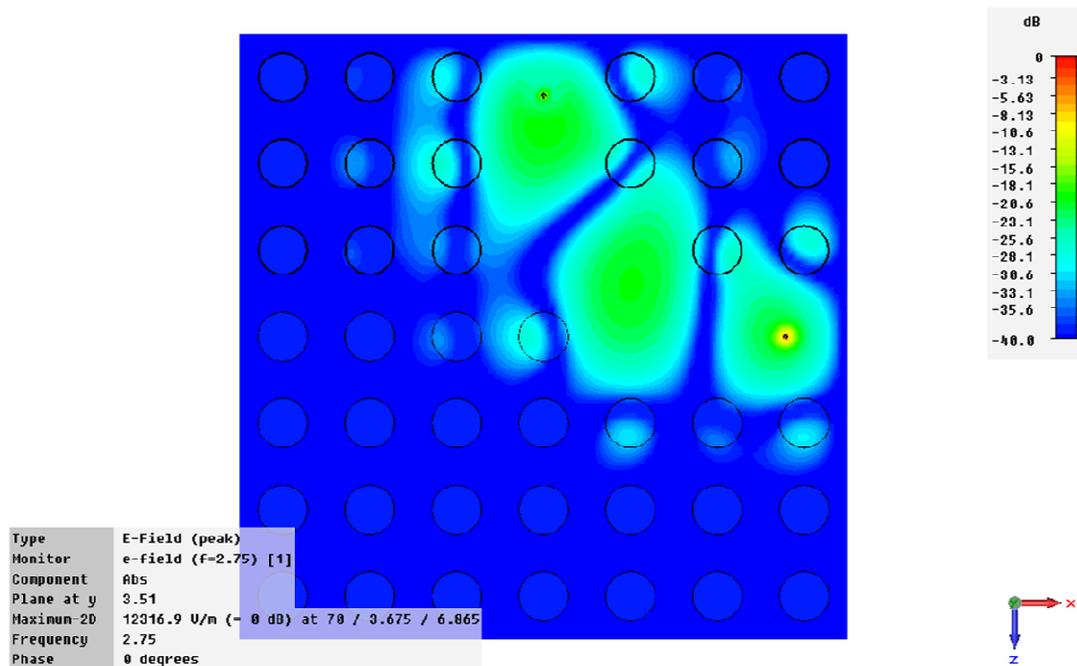


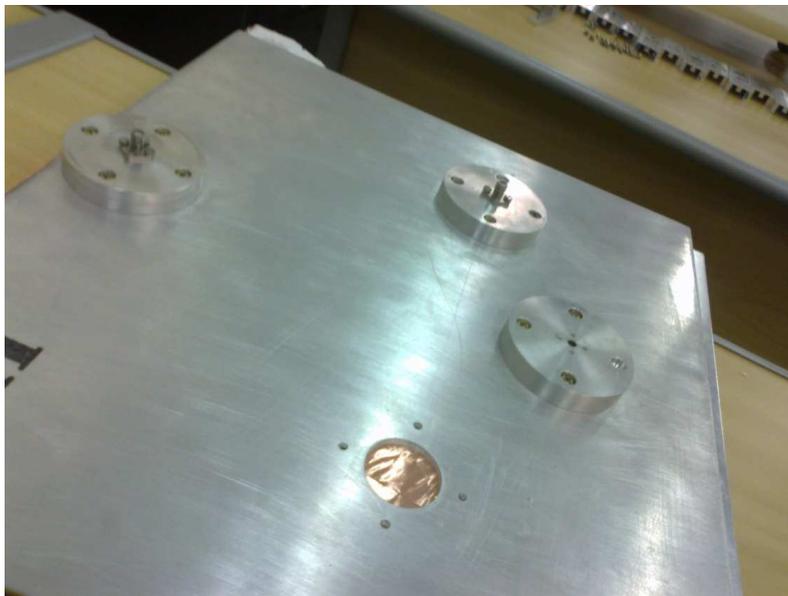
Figura 39 – Distribuição de campos elétricos em escala dB simulados para grade quadrada com guia com curva de 90°.

## 4.2 Medições

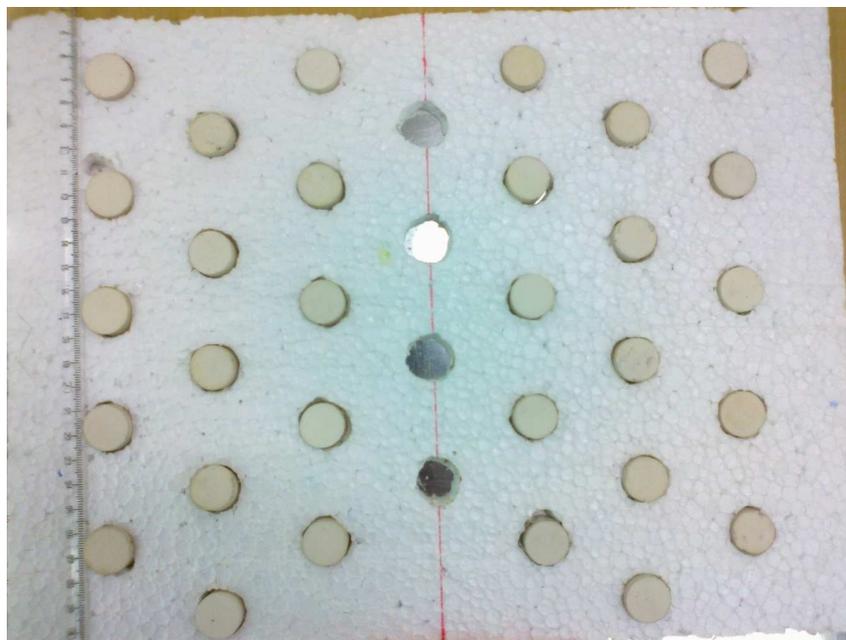
Os casadores foram usinados em alumínio e fixados em placas de alumínio. Placas de isopor foram cortadas e furadas nas posições dos cilindros dielétricos para que esses pudessem ficar fixos durante as medições. A constante dielétrica do isopor é muito próxima a do ar, logo isso não causa grandes problemas para as medições. O conjunto, isopor e cilindros dielétricos, foi colocado em cima de uma placa de alumínio lisa e, por cima, a placa de alumínio furada com os casadores, as *probes* e os conectores SMA de 50Ω. A montagem pode ser vista na Figura 40 para a grade triangular e na Figura 45 para grade quadrada. Para ligar as duas placas e garantir a parede condutora a um quarto de onda das probes, utilizou-se fita de cobre adesiva.

As estruturas das grades dielétricas triangulares foram montadas e mensuradas através de um analisador de rede e os parâmetros de espalhamento (reflexão – S11- e

transmissão – S21) podem ser vistos nos gráficos da Figura 42 para o guia reto e da Figura 44 para o guia com curva.



**Figura 40 – Foto da montagem para medida dos guias de grade triangular.**



**Figura 41 – Foto da montagem dos cilindros dielétricos em isopor para um guia de rede triangular reto.**

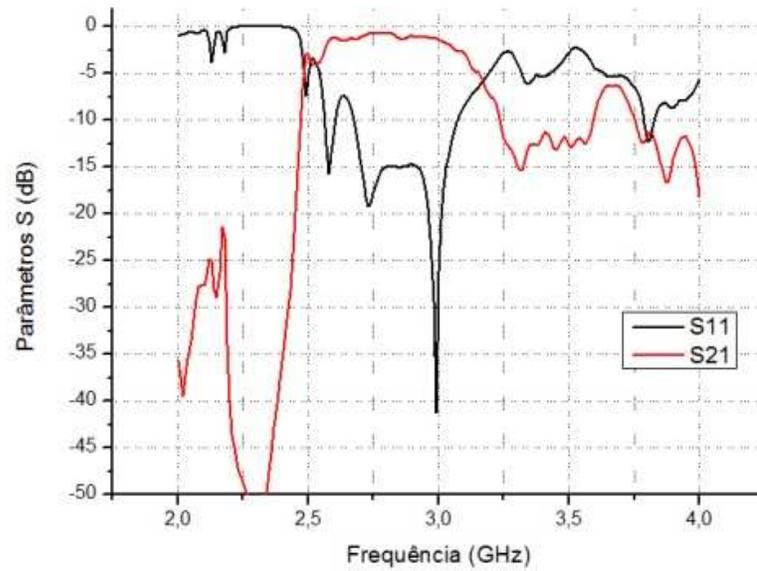
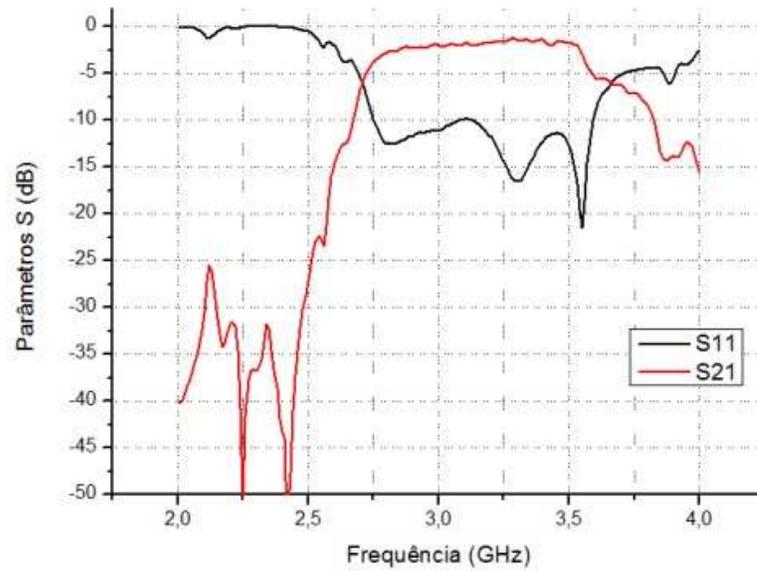


Figura 42 – Resultados medidos para a grade triangular com guia reto.



Figura 43 – Foto da montagem dos cilindros dielétricos em isopor para um guia de rede triangular com curva.



**Figura 44 – Resultados medidos para a grade triangular com guia com curva de 120°.**

Os mesmos procedimentos feitos para caracterizar as grades triangulares foram repetidos para caracterizar as grades quadradas. Utilizando um analisador de rede, os parâmetros de transmissão e reflexão foram medidos, podendo ser vistos nos gráficos da Figura 47 (guia reto) e da Figura 48 (guia com curva).



Figura 45 – Foto da montagem para medida dos guias de grade quadrada.



Figura 46 – Foto da montagem dos cilindros dielétricos em isopor para um guia de rede quadrada reto.

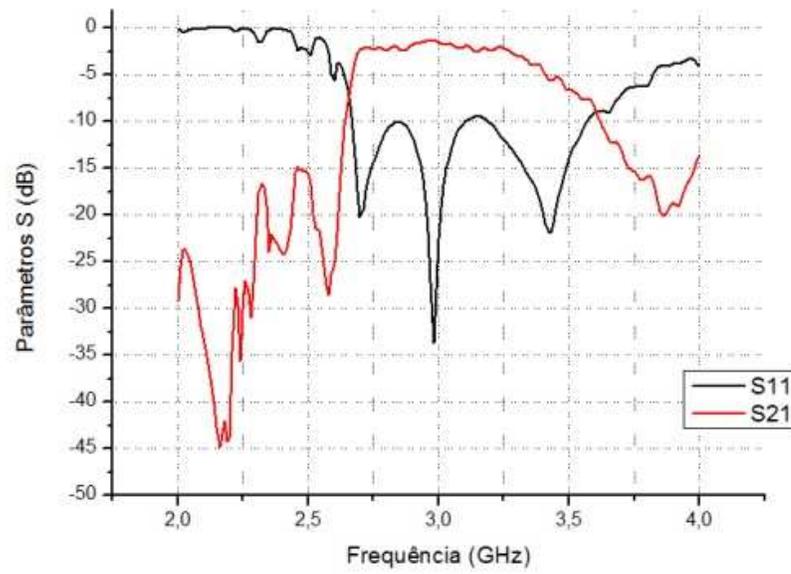


Figura 47 – Resultados medidos para a grade quadrada com guia reto.

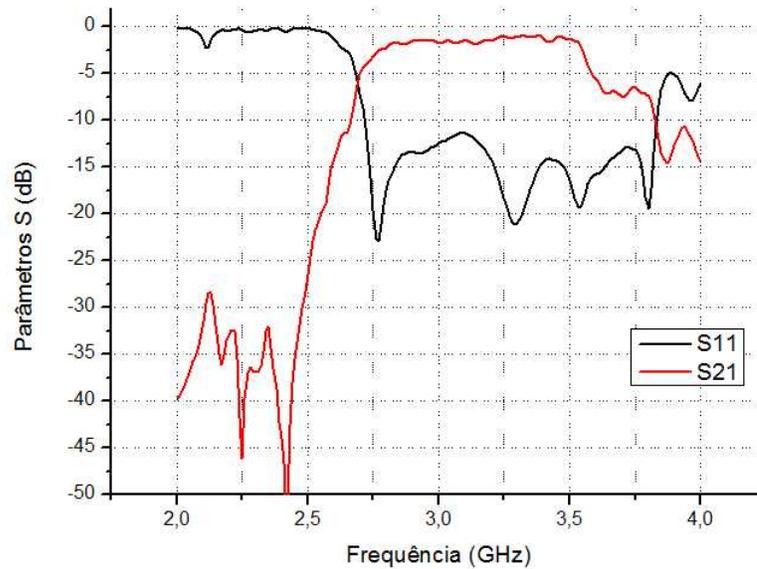


Figura 48 – Resultados medidos para a grade quadrada com guia com curva de 90°.

### 4.3 Comparações

Os resultados medidos e simulados, tanto para as grades triangulares como as quadradas, com e sem curvas, foram comparados, obtendo os seguintes gráficos sobrepostos: Figura 49 (para a grade triangular e guia reto), Figura 50 (grade triangular e guia com curva), Figura 51 (grade quadrada e guia reto) e Figura 52 (grade quadrada e guia com curva).

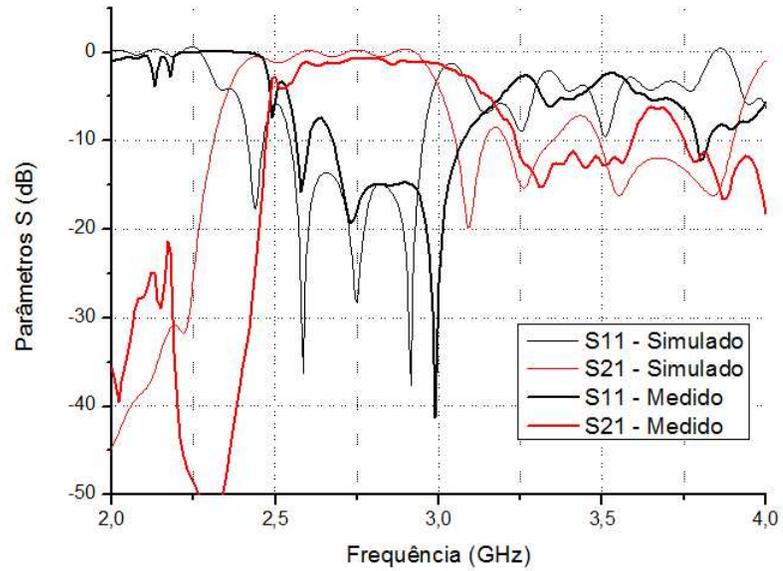


Figura 49 – Comparação entre os resultados medidos e simulados para a grade triangular com guia reto.

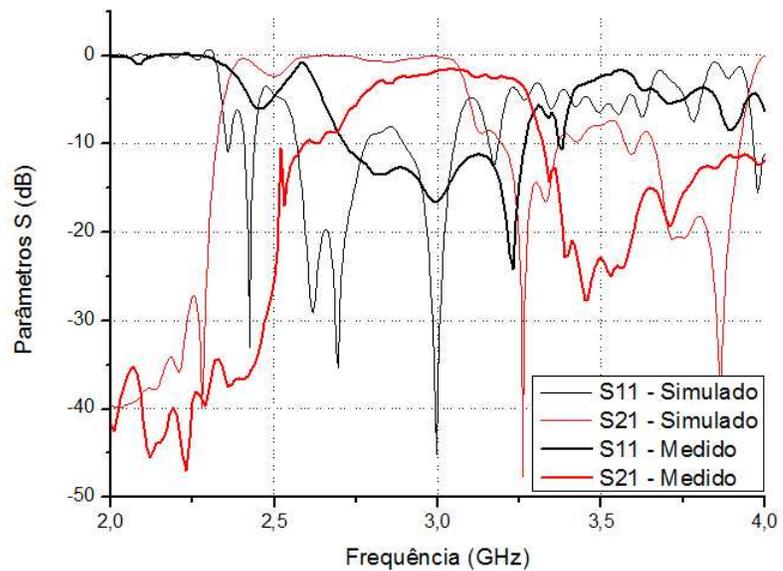


Figura 50 – Comparação entre os resultados medidos e simulados para a grade triangular com guia com curva de 120°.

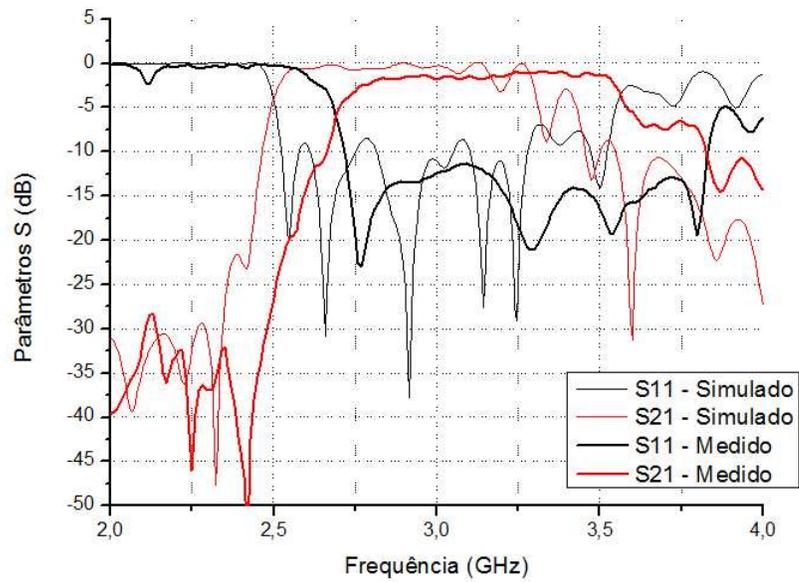


Figura 51 – Comparação entre os resultados medidos e simulados para a grade quadrada com guia reto.

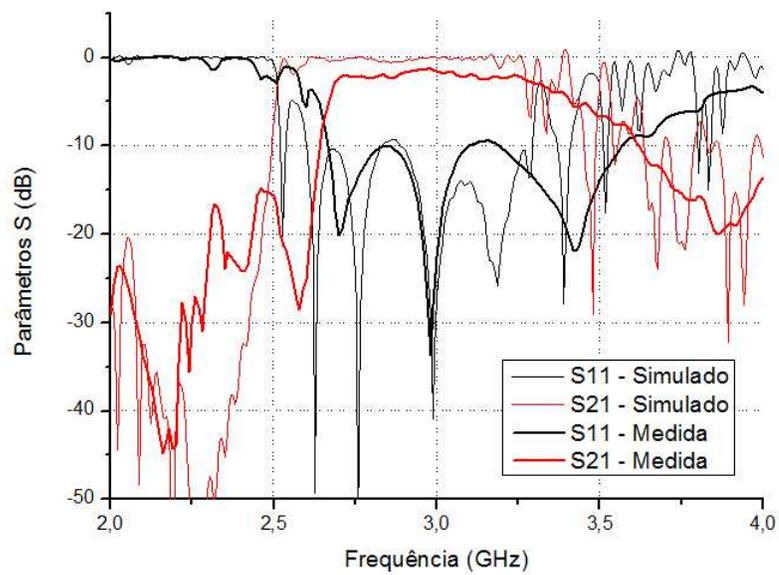


Figura 52 – Comparação entre os resultados medidos e simulados para a grade quadrada com guia com curva de 90°.

**Tabela 1 - Comparação da largura de banda para rede quadrada**

	Calculado	Guia Reto		Guia com Curva	
		Simulado	Medido	Simulado	Medido
Início (GHz)	2,49	2,50	2,69	2,51	2,66
Fim (GHz)	3,07	3,32	3,57	3,26	3,37
Largura (%)	20,9	28,2	28,1	26,0	22,8

**Tabela 2 - Comparação da largura de banda para rede triangular**

	Calculado	Guia Reto		Guia com Curva	
		Simulado	Medido	Simulado	Medido
Início (GHz)	2,31	2,35	2,48	2,36	2,52
Fim (GHz)	3,00	2,99	3,16	3,08	3,26
Largura (%)	26,0	24,0	24,1	26,5	25,2

Pode-se observar pelas medidas que os sinais foram guiados através do guia de cristal fotônico, porém, apresentaram um deslocamento da frequência da banda guiada, de cerca de 200 MHz para redes quadradas e 150 MHz para redes triangulares. Os principais parâmetros da montagem foram estudados com medições e simulações. O raio dos elementos apresenta uma variação de aproximadamente 5%, a qual não altera consideravelmente a banda guiada. A constante dielétrica apresenta variações da mesma ordem e isso também não levou a variações tão significativas nos resultados, o mesmo acontecendo para os parâmetros do casador, que apenas alteravam o nível de acoplamento. O responsável pelo maior deslocamento da banda foi o espaçamento entre os elementos, ou seja, o parâmetro de rede. Na montagem, ele é definido por buracos feitos no isopor, onde são colocados os cilindros dielétricos, que não são muito precisos. Dessa forma, um erro de 5mm para mais ou para menos nesse parâmetro é condizente com a montagem. Observando os gráficos da Figura 53 e da Figura 54, pode-se notar que uma variação de 5mm no parâmetro de rede pode causar, nessa faixa de frequências, um deslocamento de mais de 200 MHz na banda guiada.

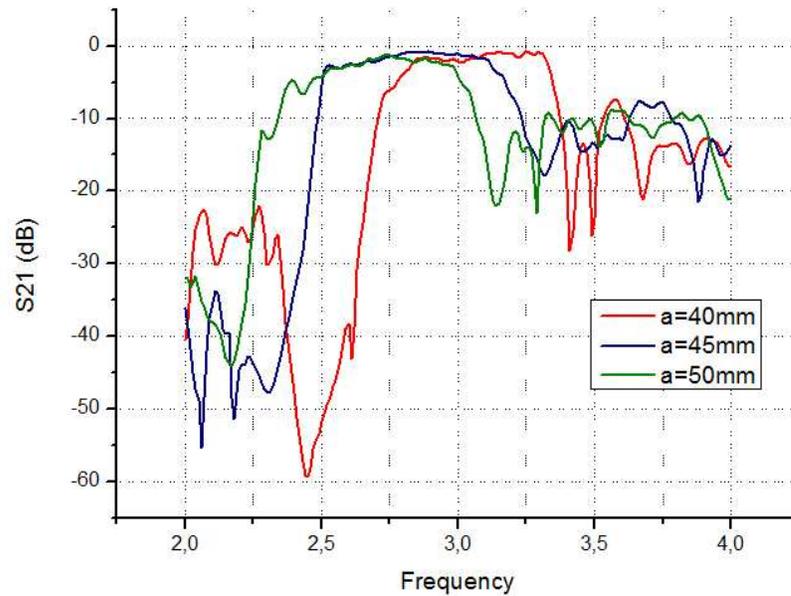


Figura 53 – Comparação de resultados medidos de transmissão para a variação do parâmetro de rede numa grade triangular com guia reto.

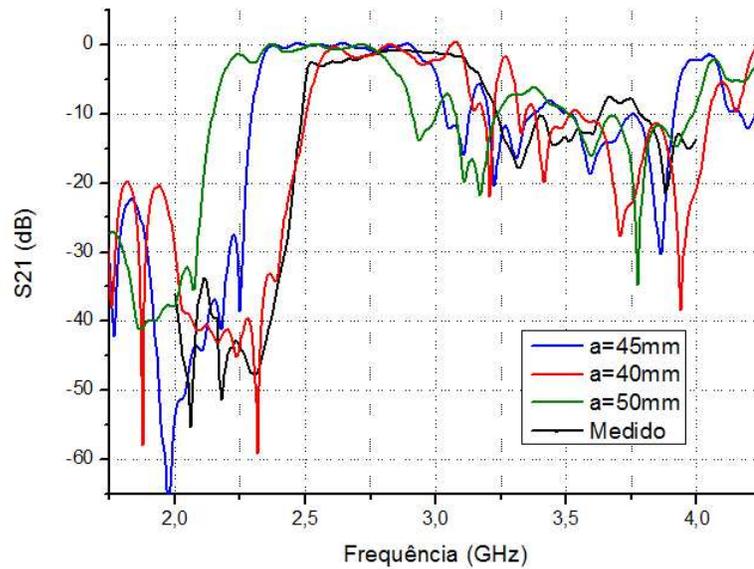


Figura 54 – Comparação de resultados simulados de transmissão entre diferentes parâmetros de rede e o medido com  $a = 45\text{ mm}$ .

Outro ponto de discussão ao comparar os resultados é a diferença, para o guia de grade quadrada, entre a banda guiada calculada e os resultados medidos e simulados para guias retos e com curva. Observando o modo guiado para a grade quadrada, na Figura 23, é possível perceber que o modo não está inteiramente contido na região de banda proibida do cristal fotônico, isso acontece porque o cristal fotônico não permite a penetração dentro da sua estrutura de ondas que se propagam na direção do guia para essas frequências, mas permite a propagação dessas frequências em outras direções. Após múltiplas reflexões nos cilindros dielétricos ao longo da estrutura, esses sinais começam a se propagar no interior do cristal e deixam de ser guiados, mas, para guias de cristal fotônico relativamente curtos, como no caso da simulação e das medições, a propagação dessas frequências do modo guiado fora da banda proibida é possível.

A banda guiada calculada (indicada na Tabela 1) considera do início do modo guiado até o fim da banda proibida, por isso, a grande diferença entre esses resultados. Como os guias curvos apresentam uma maior descontinuidade, com mudança de direção, além de um guia de maior comprimento, tanto a banda simulada quanto a medida foram menores, se aproximando da banda calculada. Para o guia feito com a grade triangular esse problema não existe, pois o modo guiado está inteiro contido na banda proibida, conforme a Figura 25.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esse trabalho teve como objetivo o estudo teórico e experimental de guias de onda PBG em frequências de micro-ondas. As grades dielétricas para distribuições de elementos quadradas e triangulares foram escolhidas através do cálculo dos diagramas de banda feitos com o Método dos Elementos Finitos, bem como os modos guiados para guias de ondas de cristal fotônicos construídos, inserindo um defeito linear na estrutura cristalina. Foram projetadas estruturas casadoras para que os modos propagantes pudessem ser excitados nos guias e a estrutura completa foi desenhada e simulada no *CST Microwave Studio 2010*®. Os guias foram construídos e caracterizados e os resultados, medidos e simulados, foram comparados.

Os resultados apresentaram um deslocamento de banda que, como mostrado, é compatível com a precisão da construção das grades dielétricas, tanto para as grades triangulares quanto para as quadradas. Comparando as larguras de banda, os resultados foram coerentes para as grades triangulares, tanto para o guia reto como para o guia com curva.

Nas grades quadradas, a banda simulada e medida foi maior que a calculada, principalmente no caso dos guias retos. Isso acontece porque o modo guiado não está inteiramente contido dentro da banda completamente proibida, isto é, a banda que não se propaga dentro do cristal fotônico em nenhum ângulo de incidência, porém, na direção de propagação, essas frequências do modo guiado não conseguem se propagar pelo cristal, fazendo com que, para guias de cristal fotônico não muito longos, essas frequências ainda sejam guiadas. Para o guia com curva, devido à descontinuidade causada por esta, a banda guiada é menor.

Numa etapa posterior do projeto, podem ser construídos dispositivos de micro-ondas utilizando guias de cristais fotônicos, tais como acopladores, divisores e circuladores. Ademais, a análise de outros materiais, mais simples e baratos, que apresentem alta constante dielétrica e possam ser utilizados para construção das grades.

## 6 REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

- [1] JOANNOPOULOS, J. D. et al. **Photonic Crystals: Molding the Flow of Light**. 2.ed. Nova Jersey (EUA): Princeton University, 2008.
- [2] PRATHER, D. W. et. al. **Photonic Crystals: Theory, Applications, and Fabrication**. Nova Jersey (EUA): Wiley, 2009.
- [3] DE LA RUE, R. M.; DE LA RUE, S. A. Introduction to Photonic Crystals and Photonic Band-Gaps. In: SIBILA, C. et. al. (Eds.). **Photonic Crystals: Physics and Technology**. Milão (Itália): Springer, 2008. p. 7-25.
- [4] VIKTOROVITCH, P. Physics of Slow Bloch Modes and Their Applications. In: SIBILA, C. et. al. (Orgs.). **Photonic Crystals: Physics and Technology**. Milão (Itália): Springer, 2008. p. 27-42.
- [5] SKOROBOGATIY, M.; YANG, J. **Fundamentals of Photonic Crystal Guiding**. Nova York (EUA): Cambridge University, 2009.
- [6] MALHEIROS-SILVEIRA, G. N.; RODRÍGUEZ-ESQUERRE, V. F.; HERNÁNDEZ-FIGUEROA, H. E. Strategy of Search and Refinement by GA in 2-D Photonic Crystals with Absolute PBG. **IEEE Journal of Quantum Electronics**, Nova York (EUA) v.47, p. 431-438, abr. 2011.
- [7] VOLAKIS, J.L; CHATERJEE, A.; KEMPEL, L. C. **Finite Element For Eletromagnetics: Antennas, Microwave circuits and scattering applications**. Nova York (EUA): IEE press, 1998.
- [8] ALMEIDA, A. F. L.; et al. Structural and Electrical Study of  $\text{CaCu}_3\text{Ti}_4\text{O}_{12}$  (CCTO) Obtained in a New Ceramic Procedure. **Journal of Materials Science: Materials in Electronics**, Nova York (EUA), v. 20, n. 2, p. 163-170, 2009.
- [9] BALANIS, C.A. **Advanced Engineering Eletromagnetics**. Nova Jersey (EUA): Wiley, 1989.