

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO DEPARTAMENTO DE SISTEMAS E CONTROLE DE ENERGIA

## CONTRIBUIÇÃO AO ESTUDO DO MOTOR SÍNCRONO DE RELUTÂNCIA COM GAIOLA

#### CARLOS ALBERTO MEDON DIAS FERRAZ

Prof. Dr. Carlos Rodrigues de Souza – Orientador

Tese de mestrado

#### Área de concentração: Energia Elétrica

Banca Examinadora constituída pelos professores:

Prof. Dr. Carlos Rodrigues de Souza – FEEC – UNICAMP – Presidente Prof. Dr. Diógenes Pereira Gonzaga – USP – SÃO CARLOS Prof. Dr. Edson Bim – FEEC – UNICAMP Prof. Dr. Renato Crivellari Creppe – UNESP – Bauru

> Tese apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da Universidade Estadual de Campinas, UNICAMP, como parte dos requisitos exigidos para obtenção do título de MESTRE em ENGENHARIA ELÉTRICA.

Fevereiro/2002

ï

## **RESUMO**

A evolução tecnológica dos materiais utilizados na fabricação do rotor, o desenvolvimento de novas estratégias de controle, a utilização de novos dispositivos semicondutores e a evolução da eletrônica digital têm contribuído significativamente para o aumento dos índices de desempenho do motor síncrono de relutância. Este aumento, em comparação, principalmente, com os índices do motor de indução, faz com que este motor seja considerado uma atraente alternativa para acionamentos de velocidade variável.

Este trabalho tem como objetivo o estudo teórico e experimental do motor síncrono de relutância com gaiola. Dada a importância que tem para este tipo de máquina, inicialmente é feita uma apresentação das diversas topologias de rotor. A análise do motor é feita através do desenvolvimento das equações gerais considerando a presença da gaiola, com particularização para a operação em regime permanente balanceado. São consideradas na análise a operação síncrona e a assíncrona. Na operação síncrona balanceada, são desenvolvidas expressões de desempenho, a partir do circuito equivalente proposto por Honsinger.

Resultados experimentais são obtidos com o motor operando em regime permanente e comparados com os valores teóricos. Na região de operação assíncrona, são apresentadas as curvas características da corrente e conjugado em função das velocidades obtidas experimentalmente em regime permanente e regime dinâmico.

Observa-se uma boa concordância entre os valores obtidos experimentalmente e os valores teóricos, validando, dentro de uma faixa de operação, o modelo proposto para operação em regime permanente balanceado. Constata-se também a semelhança das curvas características do conjugado e da corrente em função da velocidade obtido em regime permanente e regime dinâmico.

## ABSTRACT

Synchronous reluctance motor figures of merit have been improved thanks to the technological evolution of the materials its rotor is made of. Other factors, like new control strategies, the developments of power semiconductors and digital electronics have also played an important role in making possible this improvement. Owing to this development, it is now possible to consider this category of motors when thinking of driving loads under variable speeds. The synchronous reluctance machine may be considered as an alternative other than the conventional induction machine if the figures of merit of both the machines are made comparable. The purpose of this work is to study the cage synchronous reluctance machine. Theoretical approach and experiment are considered in the study. Considering its importance for the machine development, the main rotor topologies are at first presented. General machine equations are used for modeling the motor and the fact that its rotor comprises a cage is incorporated into the model. As starting the machine is also important, synchronous and asynchronous operation modes are considered. Based on the Honsinger equivalent circuit, the balanced synchronous operation under permanent steady state is considered as a particular case. Steady state operation results from the laboratory are compared to the corresponding theoretical ones. The current and torque experimental characteristics are presented as functions of the machine speed. Dynamic and steady state conditions were considered when obtaining these curves. Theoretical and experimental results showed good agreement so that the machine modeling comprising a cage in its rotor was successfully obtained.

À Rita, Rodrigo, Andréa e Carlos Eduardo, aos meus pais, Moacyr e Maria Apparecida e ao meu avô Eduardo (em memória).

## Agradecimentos

Os meus agradecimentos àqueles que contribuíram para a realização deste trabalho. De modo especial, agradeço:

Ao Prof. Dr. Carlos Rodrigues de Souza, meu orientador, pela dedicação, apoio e principalmente pela amizade demonstrada durante todo esse período.

À Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da UNICAMP, especialmente ao Departamento de Sistemas e Controle de Energia, pelo apoio na realização deste trabalho.

À Du Pont do Brasil, unidade de Paulínia, pela doação do motor síncrono de relutância utilizado nesta tese.

À HI Tecnologia, por ceder o projeto da placa conversora freqüência/tensão utilizada para a medição da velocidade do motor.

Ao Centro Universitário Salesiano de São Paulo, UNISAL, unidade de Americana, especialmente ao reitor P. Gilberto Luiz Pierobom e o Diretor Acadêmico P. Luiz Antonio H. O. Damas, que viabilizaram a minha participação em congresso e a realização da parte experimental desta tese.

Ao Prof. MSc Rúben Mário Nazzetta, do Curso de Engenharia Elétrica do Centro UNISAL – Americana, pelo apoio, amizade, edição gráfica e pela colaboração nas simulações computacionais realizadas nas diversas etapas do trabalho.

Ao Sr. Mário Orlando Pertile Guimarães, da equipe do suporte de eletrônica do Curso de Engenharia Elétrica do Centro UNISAL, pela inestimável colaboração na parte experimental desta tese.

Ao Sr. Maurício de Oliveira, do suporte de informática do Colégio Dom Bosco, pela presteza na edição final deste trabalho.

Ao meu filho Rodrigo, pela decisiva ajuda na elaboração de programas em linguagem "C".

# SUMÁRIO

Resumo	iii
Abstract	iv
Dedicatória	v
Agradecimentos	vi
Capítulo 1 – Introdução	1
Capítulo 2 – Caracterização dos motores síncronos de relutância	3
2.1 – Introdução	3
2.2 – Conceituação do motor de relutância	3
2.3 – Uma classificação dos motores elétricos rotativos	3
2.4 – Motores elétricos de relutância	5
2.5 – Motor síncrono de passo	5
2.5.1 – Motor síncrono de passo com relutância variável	6
2.5.2 – Motor de passo com imã permanente	8
2.5.3 – Motor de passo híbrido	8
2.6 – Motor síncrono de relutância comutado	9
2.7 – Motor síncrono de relutância	12

Capítulo 3 – Topologias de rotor e princ	ipais aplicações do motor síncron	10
de relutância	15	5
3.1 – Introdução	15	5
3.2 – Evolução da topologia do rotor	16	5
3.3 – Considerações sobre o acionamento o	de motores síncronos de relutância 18	3
3.4 – Principais aplicações do motor síncro	ono de relutância 22	2
Capítulo 4 – Estruturas de rotor do mot	or síncrono de relutância 25	5
4.1 – Introdução	25	5
4.2 – Estruturas de rotor	27	1
4.3 – Observações e conclusões	28	}
Capítulo 5 – Modelagem do motor síncro	ono de relutância 29	)
5.1 – Introdução	29	)
5.2 – Equações gerais do motor síncrono d	e relutância 30	)
5.3 – Saturação e perdas no ferro	46	Ĵ
5.4 – Ângulo de carga	48	}
Capítulo 6 – Operação síncrona em regi	me permanente 51	1
6.1 – Introdução	51	L
6.2 – Aspectos gerais da operação do moto	or síncrono de relutância 52	2
6.3 – Operação do motor em regime perma	anente 53	3
6.4 – Considerações sobre a modelagem de	o motor de relutância para operação	
na região síncrona	54	ł
6.5 – Análise em regime permanente balan	iceado 55	5
6.6 – Perdas no ferro e mecânicas	59	)
6.7 – Circuito equivalente do motor síncro	no de relutância 62	2
6.8 – Características síncronas do motor de	e relutância 63	3
6.8.1 – Corrente de linha	64	ł
6.8.2 – Fator de potência	67	7
6.8.3 – Perdas ôhmicas nos enrolamentos o	le estator 70	)

viii

6.8.4 – Potência de saída	70
6.8.5 – Rendimento	71
6.8.6 – Conjugado de saída	74
6.8.7 – Condição de conjugado máximo síncrono	77
6.9 – Observações e conclusões	80

Capítulo 7 – Identificação dos	parâmetros do	motor	síncrono	de

relutância	81
7.1 – Introdução	81
7.2 – Descrição do motor a ser ensaiado	82
7.3 – Medições e ensaios do motor síncrono de relutância	83
7.4 – Detalhes da bancada de ensaios	84
7.5 – Identificação dos parâmetros do motor de relutância	87
7.5.1 – Enrolamento de estator	88
7.5.2 – Perdas no ferro e mecânicas	88
7.5.3 – Reatâncias segundo os eixos direto e em quadratura	89
7.6 – Determinação das características de desempenho	94
7.6.1 – Corrente de linha	94
7.6.2 – Fator de potência	96
7.6.3 – Rendimento	97
7.6.4 – Conjugado de saída	99
7.6.5 – Condição de conjugado máximo síncrono	100
7.7 – Determinação das características de desempenho em operação	
assíncrona	102
7.7.1 – Curvas características do conjugado e da corrente em função da	
velocidade em regime permanente	102
7.7.2 – Curvas características dinâmicas do conjugado e da corrente em	
função da velocidade	103
7.7.3 – Resultados obtidos no laboratório	107

CAPÍTULO 8 – Conclusões	111
Referências Bibliográficas	115
Apêndice A – Estruturas principais de rotor	119
Apêndice B – Bancada de testes	137

## Capítulo 1

#### Introdução

O motor síncrono de relutância pode ser considerado como uma máquina síncrona de pólos salientes sem o enrolamento de excitação. Na sua forma convencional, o rotor é derivado daquele de uma máquina de indução com gaiola. Este enrolamento tem como finalidades a partida direta da rede e o amortecimento das oscilações na operação síncrona. Como o estator é similar ao das máquinas de corrente alternada, todos os estudos e desenvolvimentos estão direcionados a aspectos construtivos do rotor, visando obter desempenho compatível, principalmente, com o desempenho do motor de indução.

O presente trabalho tem como objetivo apresentar uma análise dinâmica e os resultados teóricos e experimentais realizados em um motor síncrono de relutância convencional de rotor com gaiola. A motivação para o estudo desta máquina é reforçada pela sua simplicidade construtiva, robustez e confiabilidade. Com o desenvolvimento de dispositivos semicondutores de potência e dos inversores que utilizam o controle vetorial, o motor síncrono de relutância tem sido analisado como uma alternativa para acionamentos em velocidade variável e este fato tem renovado o interesse de pesquisadores.

Para atingir o objetivo proposto, esta tese foi estruturada da seguinte maneira:

No capítulo 2 é apresentada uma classificação dos motores elétricos rotativos e mostrado o princípio de funcionamento de alguns tipos de motores elétricos de relutância, finalizando com a descrição do motor síncrono de relutância.

O capítulo 3 mostra a evolução construtiva da máquina de relutância e algumas considerações a cerca dos métodos de acionamento empregados e principais aplicações.

O capítulo 4 apresenta uma classificação das principais estruturas de rotor de um máquina de relutância.

O capítulo 5 é dedicado à modelagem matemática, com o desenvolvimento das equações gerais que descrevem o comportamento do motor de relutância, incorporando à análise as perdas no ferro e mecânicas.

No capítulo 6 é feita uma análise, a partir das equações gerais desenvolvidas no capítulo 5, para a operação síncrona em regime permanente. A partir do circuito equivalente proposto por Honsinger, são desenvolvidas expressões teóricas, com as respectivos gráficos, de algumas das características de desempenho do motor de relutância com gaiola.

No capítulo 7 são apresentados os resultados experimentais obtidos em laboratório, destacando-se:

- Determinação experimental das reatâncias segundo os eixos direto e em quadratura, utilizando os métodos propostos por Honsinger;
- Determinação teórica e experimental de algumas das características em regime permanente balanceado;
- Determinação experimental, em regime permanente e regime dinâmico, da curva do conjugado e corrente em função da velocidade, quando operando na região assíncrona.

O capítulo 8 apresenta as conclusões gerais, as contribuições do trabalho e sugestões para futuros trabalhos.

O apêndice A descreve os aspectos construtivos e as principais características das estruturas de rotor da máquina de relutância, conforme classificação apresentada no capítulo 4.

Fotografias da bancada de testes utilizada para a parte experimental da tese são apresentadas no Apêndice B.

## Capítulo 2

#### Caracterização dos motores síncronos de relutância

#### 2.1 – Introdução

O objeto desta tese se refere ao motor síncrono de relutância de rotor com gaiola. Este capítulo de destina a caracterizá-lo em um contexto mais geral de motor de relutância e dentro da família das máquinas elétricas.

#### 2.2 – Conceituação do motor de relutância

O motor de relutância é um motor elétrico cujo conjugado é produzido pela tendência da sua parte móvel deslocar-se para a posição em que a indutância do enrolamento de excitação é maximizada. O movimento pode ser de translação ou de rotação, e o rotor pode estar localizado na parte interna ou externa da máquina.

Os enrolamentos são constituídos de um dado número de circuitos eletricamente separados, ou fases. Dependendo da aplicação, podem ser excitadas todas as fases simultaneamente ou cada fase separadamente.

A conceituação acima se aplica ao motor síncrono de relutância e ao motor de relutância comutado [1].

#### 2.3 – Uma classificação dos motores elétricos rotativos

Os motores de relutância são considerados como um dos tipos dos motores síncronos de corrente alternada e, com a finalidade de situá-los no contexto dos motores elétricos, é apresentada, na figura 2.1, uma classificação dos motores elétricos rotativos. Nesta figura estão destacados os tipos de motores que tem alguma relação com o assunto desta tese.



Figura 2.1 - Uma classificação dos motores elétricos rotativos

Para obter-se uma maior abrangência, são também apresentados na figura 2.1 os motores monofásicos e polifásicos de comutador, cujos princípios de funcionamento e características construtivas podem ser encontradas nas referências [2] e [3].

A terminologia utilizada na figura 2.1 foi baseada nas recomendações da norma brasileira NBR 5457 Dez/1980 [4].

#### 2.4 – Motores elétricos de relutância

O princípio da variação da relutância do circuito magnético para o estabelecimento do conjugado eletromagnético é utilizado na construção e operação de diversos tipos de motores elétricos. Destacam-se os seguintes motores síncronos de corrente alternada:

- Motor síncrono de passo;
- Motor síncrono de relutância comutado;
- Motor síncrono de relutância

#### 2.5 - Motor síncrono de passo

O motor síncrono de passo é um motor elétrico que converte sinais elétricos digitais de entrada em movimentos mecânicos discretos do eixo, isto é, para cada pulso de comando o rotor executa um deslocamento angular fixo, denominado ângulo de passo, que é determinado pelas características construtivas do motor e pelo modo de excitação dos seus enrolamentos de estator [5]. Essa característica permite a sua utilização em sistemas de controle de posição e velocidade em malha aberta

Apesar de o controle em malha aberta com motor de passo ser um acionamento economicamente vantajoso, existem limitações no seu desempenho como tendência do movimento do motor ser oscilatório e instável para certas faixas de velocidade.

A utilização do controle de posição e velocidade em malha fechada possibilita um acionamento livre de instabilidade e oscilações e uma resposta rápida em velocidade e aceleração [6].

Podem ser citadas, entre outras, as aplicações dos motores síncronos de passo em impressoras, registradores gráficos, periféricos de computadores, copiadoras, fax, máquinas ferramentas de controle numérico, etc.

Os motores de passo apresentam diversos tipos construtivos e os mais usuais são os motores síncronos de passo com relutância variável, motor síncrono de passo com imã permanente, motor síncrono de passo híbrido e motor síncrono de passo linear.

Este trabalho não se destina a aprofundar o tratamento dos motores de passo. Assim, apenas serão apresentadas considerações mais genéricas sobre os motores síncronos de passo com relutância variável, motor síncrono de passo com imã permanente e motor síncrono de passo híbrido.

#### 2.5.1 - Motor síncrono de passo com relutância variável

O motor de passo com relutância variável pode ser considerado como o tipo mais básico dos motores de passo [5] e [6], operando de modo a minimizar a relutância do circuito magnético em relação à fase que se encontra energizada.

O rotor e estator são construídos normalmente de material magnético laminado. O estator pode ser do tipo estator simples ou do tipo múltiplos estatores, conforme detalhado a seguir

#### Estator simples

A figura 2.2 ilustra a seção transversal de um motor de passo de relutância variável com estator simples, com seis pólos salientes no estator e quatro pólos salientes no rotor.



Figura 2.2 – Motor de passo com relutância variável de estator simples

No estator existem três conjuntos de enrolamentos, 1, 2 e 3, cada qual com duas bobinas colocadas em pólos diametralmente opostos e ligadas em série formando uma fase.

A excitação aos enrolamentos de estator é fornecida por uma fonte de corrente contínua Vcc. As chaves S1, S2 e S3 possibilitam o sequenciamento desejado na excitação das fases.

#### Múltiplos estatores

A figura 2.3 apresenta o motor síncrono de passo com relutância variável de múltiplos estatores magneticamente independentes, cada qual correspondente a uma fase.



Figura 2.3 - Motor de passo com relutância variável de múltiplos estatores

O seu princípio de funcionamento é o mesmo do motor de estator simples, sendo que esta configuração propicia um conjugado maior e a possibilidade de obter menores ângulos de passo.

#### 2.5.2 - Motor de passo com imã permanente

O motor de passo com imã permanente tem uma estrutura similar ao motor de passo com relutância variável. O diferencial é o rotor cilíndrico de imã permanente.

O seu princípio de funcionamento está baseado no alinhamento dos campos magnéticos criados pelo estator e rotor. Exemplificando, quando uma fase de estator é energizada, o rotor se deslocará no sentido de alinhar o seu campo magnético criado pelo imã permanente com o campo magnético criado pelas correntes da fase energizada.

#### 2.5.3 – Motor de passo híbrido

A figura 2.4 apresenta a estrutura do rotor de um motor síncrono de passo híbrido



Figura 2.4 – Estrutura do rotor de um motor síncrono de passo híbrido

O motor opera com os princípios dos motores de passo com relutância variável combinados com os dos motores de passo com imã permanente. O conjugado é estabelecido através da interação do fluxo de estator com o fluxo de rotor, cujos campos magnéticos tendem a se alinhar.

A estrutura do estator é semelhante à do motor de passo com relutância variável e a principal característica construtiva que o diferencia reside no rotor. Este é formado por uma estrutura de duas seções cilíndricas dentadas constituídas de um imã permanente e separadas entre si de 1/2 passo de dente.

#### 2.6 – Motor síncrono de relutância comutado

Na figura 2.5 é apresentado um exemplo de motor síncrono de relutância comutado. Trata-se de uma máquina de relutância variável, com seis pólos no estator e quatro pólos no rotor, projetada para proporcionar uma eficiente conversão de energia.



Figura 2.5 – Motor trifásico de relutância comutado

Nos Estados Unidos este motor é conhecido como VRM (Variable-Reluctance Motor), que é também uma forma de motor de passo, o que, não raro, ocasiona confusões quanto à sua classificação, pois ambos são topologicamente e eletromagneticamente idênticos, diferindo no método de controle, projeto de engenharia, desempenho e características de aplicações [1].

As principais diferenças entre o motor de passo com relutância variável e o motor de relutância comutado são:

- O motor de relutância comutado opera com malha de posição do eixo para permitir a sincronização das correntes de fases com a posição do rotor, enquanto que o motor de passo normalmente opera em malha aberta.
- O motor de relutância comutado é projetado para um eficiente processo de conversão de energia enquanto que o motor de passo possui, como principal característica, a habilidade de girar um determinado ângulo de passo fixo para cada pulso aplicado.

É importante salientar que o termo "comutado de relutância" não indica que a relutância esteja, ela mesma, sendo comutada. Mais apropriadamente, refere-se ao chaveamento das correntes de fases, o que é essencial para a operação dinâmica do motor.

A construção do motor de relutância comutado é simples, com o número de pólos salientes do estator diferente do número de pólos salientes do rotor, sendo o motor excitado através dos enrolamentos do estator. Seu rotor não possui enrolamentos, imãs permanentes ou gaiolas para partida.

O conjugado é produzido exclusivamente pela variação da relutância e é independente da polaridade da corrente de excitação. Para isto, é necessário que haja uma excitação seqüencial das fases do estator, guardando determinado sincronismo com a posição do rotor.

Como as correntes de fases provêm de uma fonte de tensão contínua, estas devem ser comutadas em sincronismo com a posição do eixo do rotor. Isto se faz de tal modo que uma fase é excitada somente quando um par de pólos do rotor está aproximando-se do alinhamento com os pólos do estator da fase em questão. Em razão desta característica, o motor comutado de relutância é considerado uma máquina síncrona.

Quando uma fase é excitada, um conjugado é produzido de tal modo que o rotor seja atraído para a mais próxima posição do máximo fluxo concatenado. Assim que é removida a excitação dessa fase e excitada a próxima fase, o rotor continua na sua trajetória, sendo atraído para a nova posição de máximo fluxo concatenado.

Ao contrário da máquina síncrona convencional, a determinação da velocidade do rotor e a velocidade angular do fluxo de estator envolvem entre outros fatores, o número de fases do estator, número de pólos do rotor e o tempo total necessário para excitar todas as fases do estator. A determinação de uma lei que relaciona a velocidade do rotor com a velocidade angular do fluxo de estator é complexa devido a imensa variedade de configurações possíveis do motor de relutância comutado [7].

Devido a sua robustez e simplicidade, baixo custo de fabricação, o motor de relutância comutado sempre encontra aplicações em acionamentos de velocidade variável, acionamento de veículos elétricos a bateria, processador de alimentos, substituição dos servos acionamentos tradicionais, aplicações em altas velocidades, entre outras.

Como vantagens adicionais, além das citadas anteriormente, pode-se destacar:

- Efeitos da temperatura limitados exclusivamente ao enrolamento do estator;
- Possibilidade de operar em altas velocidades;
- Alta resposta dinâmica em função da sua baixa inércia;
- Facilidade na manutenção devido à simplicidade dos enrolamentos de estator;
- Baixas perdas no rotor;
- Tolerância às faltas de circuito aberto e curto circuito, cujos efeitos são menos perigosos, em razão da ausência de enrolamento de excitação;
- Independência entre os enrolamentos de fase;
- Facilidade de implementação das funções de controle utilizando componentes eletrônicos padrões, sem a necessidade de utilizar as complexidades do controle vetorial.

Como limitações pode-se destacar:

- Necessidade de um sensor de posição do eixo;
- Rotor e estator salientes que causam ruídos e pulsações de conjugado;
- Altas perdas por ventilação em altas velocidades;
- Acentuada pulsação de conjugado em altas velocidades;
- Necessidade de um maior dimensionamento do inversor em relação a outros tipos de acionamentos;
- Operação com alto grau de saturação para aumentar a relação kW/kVA sob conjugado nominal;
- O motor não pode ser acionado diretamente da rede, sendo necessária a utilização de conversor eletrônico de potência mais complexo que o utilizado para acionamento do motor de indução.

#### 2.7 - Motor síncrono de relutância

O motor síncrono convencional de relutância, cujo rotor está esquematizado na figura 2.6, é essencialmente uma máquina síncrona comum de pólos salientes, sem o enrolamento de excitação no rotor. Os enrolamentos do estator são similares aos enrolamentos de qualquer máquina convencional, síncrona ou assíncrona.



Figura 2.6 – Rotor do motor síncrono convencional de relutância de pólos salientes

Os primeiros rotores dos motores de relutância foram construídos a partir daqueles dos motores de indução, com a retirada de alguns dentes. Obteve-se assim a estrutura convencional de pólos salientes.

O seu funcionamento está baseado no princípio pelo qual um conjugado é produzido de modo a minimizar a relutância oferecida pelo entreferro à força magnetomotriz do estator.

Com uma corrente alternada fluindo nos enrolamentos do estator, é criada uma força magnetomotriz, f.m.m, girante no entreferro.

Estando o rotor girando em sincronismo com essa força magnetomotriz, é produzido um conjugado com o objetivo de alinhar o caminho de mínima relutância do rotor com a f.m.m. girante do entreferro.

Quando um conjugado de carga é aplicado ao eixo da máquina síncrona de relutância, o rotor começa a atrasar-se em relação ao campo girante do entreferro, produzindo um desalinhamento entre caminho do fluxo de mínima relutância e a força magnetomotriz. Para manter o rotor na velocidade síncrona, é necessário que seja produzido um conjugado para conservar esse alinhamento (conjugado de valor igual, mas oposto ao conjugado de carga aplicado ao eixo).

Os motores síncronos de relutância são simples, robustos, confiáveis e de baixo custo de fabricação. No entanto, como inicialmente eram acionadas diretamente da rede ou através de inversores de malha aberta, do tipo que fornece relações constantes entre a tensão e a freqüência de alimentação, dispensando o uso de transdutores de velocidade, o rotor era projetado com gaiola de partida. A presença desta gaiola, aliada ainda a outros fatores, faz com que este motor apresente um desempenho bem inferior, comparado com outros tipos de acionamento em corrente alternada, tornando-o esquecido durante um bom tempo.

Apesar dessas desvantagens, o motor encontrou espaço em aplicações de pequena potência em diversos campos que utilizam acionamentos com múltiplos motores, onde são requeridas velocidades rigorosamente iguais ou relações entre elas muito precisas, independente da divisão de carga em cada eixo.

Os acionamentos com estes motores de relutância têm atraído e renovado as atenções dos pesquisadores, em função do desenvolvimento de novos tipos de rotores, que tornam estes motores competitivos em comparação com os motores de indução, em termos de fator de potência e rendimento. Principalmente com o avanço tecnológico nas áreas da eletrônica digital e dispositivos semicondutores de potência, associados com inversores que utilizam o controle vetorial, a gaiola de partida do rotor deixou de ser necessária, permitindo que o motor seja projetado para oferecer uma maior relação entre as suas indutâncias de eixo direto e eixo em quadratura.

Esta modificação aumentou o desempenho do acionamento, permitindo operação estável para baixas velocidades, incluindo a partida. Desta forma, esta modalidade de motor passou a ser analisada como uma alternativa nos acionamentos industriais de velocidade variável.

## Capítulo 3

### Topologias de rotor e principais aplicações do motor síncrono de relutância

#### 3.1 – Introdução

O motor síncrono de relutância, na sua forma mais elementar ou convencional, é um dos mais antigos tipos de motores elétricos, sendo, na sua essência, uma máquina síncrona de pólos salientes sem o enrolamento de excitação usual de rotor.

Na sua forma convencional, o rotor é derivado daquele de um motor de indução, com a retirada de algumas ranhuras para configurar a estrutura de pólos salientes. A presença da gaiola de esquilo no rotor serve para o amortecimento das oscilações, em operação síncrona, e fornecer o conjugado assíncrono na partida, em tensão e freqüência fixas, como ocorre no motor de indução.

Com esta configuração, o motor apresenta valores baixos de rendimento e fator de potência. Suas dimensões são maiores, quando comparado ao equivalente motor de indução, justificando a opinião geral da sua inferioridade em relação as outras máquinas de corrente alternada sem escovas.

Como o estator é similar ao das outras máquinas síncronas e assíncronas de corrente alternada convencional, todos os estudos e desenvolvimentos estão direcionados aos aspectos construtivos do rotor com a finalidade de tornar o desempenho do motor compatível com os de outros motores, principalmente o motor de indução de gaiola de esquilo.

Sabe-se que os valores de conjugado e fator de potência são afetados fortemente pela relação entre a indutância segundo o eixo direto e a indutância segundo o eixo em quadratura. Portanto, o objetivo do projeto dos rotores é limitar a formação do fluxo segundo o eixo em quadratura, com o aumento da relutância do circuito magnético a esse fluxo, e a conseqüente diminuição do valor da indutância do eixo em quadratura.

#### 3.2 – Evolução da topologia do rotor

Para uma melhor compreensão da evolução construtiva dos motores síncronos de relutância, são apresentados, cronologicamente, baseado no trabalho de Milutin [8], os principais marcos de seu desenvolvimento, a saber:

#### 1923 - 1963

Neste período, o trabalho apresentado em 1923 por J. K. Kostko [9] foi o ponto de partida para o desenvolvimento dos projetos de rotores do motor síncrono de relutância.

Nesta referência, além de apresentar a teoria de operação para o rotor convencional, com pólos salientes, Kostko propôs uma nova configuração de rotor segmentado em que são introduzidas barreiras de fluxo, incrementando os seus índices de desempenho, em comparação ao rotor convencional.

As barreiras de fluxo são ranhuras no rotor que permitem minimizar o fluxo segundo o eixo em quadratura e, ao mesmo tempo, possibilitam fluir mais facilmente o fluxo segundo o eixo direto.

Devido às limitações tecnológicas da época, a implementação deste rotor só ocorreu após cerca de 40 anos. Mas o alto grau de avanço e a importância desse trabalho forneceram as bases para os projetos futuros de rotores com barreiras de fluxo, rotores segmentados e os atuais motores de rotor axialmente laminado com grãos de aço, orientados no sentido do fluxo.

As demais publicações apresentadas no período tratavam da teoria clássica das máquinas síncronas de pólos salientes e do desempenho em uma única velocidade, com o motor alimentado diretamente da rede com tensão e freqüência fixas.

#### 1963 - 1967

Esse período é marcado, principalmente pelos trabalhos de P. J. Lawrenson, L. A. Agu e seus colaboradores [10], [11], que construíram diversos protótipos com rotor segmentado.

Em 1967, Lawrenson e Agu [11] otimizaram o projeto anterior com a inclusão de um canal no centro de cada segmento do rotor, melhorando ainda mais as suas características de desempenho. Apesar desse ganho, a construção complicada do rotor e os altos custos envolvidos limitaram a sua aplicação.

Neste intervalo, em 1966, Cruickshank e Menzies apresentaram na Escócia, a primeira máquina de gaiola com o rotor axialmente laminado.

#### 1970 – 1972

O fato marcante neste intervalo foi o projeto dos rotores com barreiras de fluxo.

Neste projeto, o rotor possuía duas barreiras de fluxo por pólo e era dotado de gaiola de partida. Ao contrário do rotor convencional e segmentado, era acionado através de um inversor com uma relação constante entre a tensão e a freqüência de estator.

Em 1970, W. Fong e J. S. C. Htsui [12] desenvolveram um rotor com um único sistema de barreira de fluxo por par de pólos. No mesmo período, Chalmers e Mulki [13] desenvolveram projetos com rotor sólido não laminado de pólos salientes e rotor sólido com barreiras de fluxo, ambos sem a gaiola de esquilo. Nos Estados Unidos, Honsinger desenvolveu motores com barreiras de fluxo simples e dupla em cada polo [14], [15] e [16].

A principal característica procurada com estas variações no projeto dos rotores é obter uma maior relação entre as indutâncias segundo o eixo direto e o eixo em quadratura, melhorando os índices de desempenho.

#### 1972 – 1986

Conforme já mencionado, em 1966 Cruickshank e Menzies apresentaram a primeira máquina de gaiola com o rotor axialmente laminado e Menzies e desenvolvido por diversos pesquisadores, até a metade da década de 70.

Embora a laminação axial apresentasse um grande potencial em termos de desempenho, principalmente uma alta relação entre as suas indutâncias de eixo direto e eixo em quadratura, o motor não foi plenamente utilizado devido a restrições de projeto impostas pela presença da gaiola de partida. Essas restrições fizeram com que o seu desempenho fosse inferior ao do motor de indução equivalente, diminuindo o seu interesse nos anos seguintes.

#### 1989 - 2001

A partir de 1989, foram desenvolvidos os motores com rotor axialmente laminado sem a gaiola de partida, que apresentam altos índices de desempenho. Com o desenvolvimento da eletrônica de potência e o aprimoramento das estratégias de controle, o motor síncrono de relutância com rotor axialmente laminado, controlado vetorialmente, renovou o interesse dos pesquisadores na sua utilização em acionamentos de alto desempenho.

Conforme será visto de forma mais pormenorizada no capítulo 4, a pesquisa de estruturas de rotor dos motores síncronos de relutância visa, em última análise, obter relações  $X_D/X_Q$  (índice de saliência) mais elevadas. Os parâmetros  $X_D$  e  $X_Q$  são respectivamente, as reatâncias do motor segundo os eixos direto e em quadratura.

# **3.3** – Considerações sobre o acionamento de motores síncronos de relutância

A evolução dos semicondutores e do controle digital tem aumentado a aplicação dos acionamentos elétricos com velocidade variável em uma extensa gama de projetos, desde equipamentos de pequena potência de uso doméstico até equipamentos grandes, utilizados nos diversos processos produtivos industriais, incluindo nas aplicações de alta tecnologia como a robótica. Até 1990, o acionamento elétrico com velocidade variável utilizava, na sua grande maioria, o motor de corrente contínua, apesar do alto custo de aquisição e manutenção. Isto devido a sua simplicidade de controle da velocidade através da tensão de armadura e, também, em razão dos baixos custos dos conversores eletrônicos de potência aplicáveis.

A partir de 1990, com o rápido desenvolvimento dos conversores eletrônicos de potência para motores de corrente alternada, o motor de corrente contínua foi sendo substituído pelo conjunto motor de corrente alternada sem escovas e inversor de freqüência.

A escolha de uma melhor configuração do motor e acionamento envolve a análise de vários índices de desempenho para avaliar qual o tipo de acionamento é mais adequado para uma determinada aplicação. O objetivo é encontrar configurações que apresentem:

- Alto valor da relação conjugado por corrente (N.m/A);
- Baixa relação de perdas por conjugado;
- Alto fator de potência;

- Rápida atuação do controle para as variações dinâmicas da velocidade e do conjugado;
- Operação em uma grande faixa de velocidade;
- Maior confiabilidade;
- Maior precisão;
- Menores custos envolvidos

Dentro deste panorama, pode-se inicialmente classificar, para efeitos comparativos, os seguintes motores sem escovas utilizados para os acionamentos com velocidade variável, em:

- Motor de indução MI;
- Motor síncrono de imã permanente MSIP;
- Motor síncrono de relutância comutado MSRC;
- Motor síncrono de relutância MSR.

Numa primeira análise, o MI é mais robusto e barato que o MSIP, mas pode apresentar, como inconveniente, mesmo com o controle vetorial, dificuldades no controle do conjugado. Este controle pode apresentar dificuldades em razão da variação da resistência dos enrolamentos do rotor com a temperatura. Também como inconveniente, o MI apresenta altas perdas na gaiola do rotor quando operando em baixas velocidades para um mesmo conjugado.

O MSIP, apesar de possuir uma alta relação de densidade de conjugado (N.m/kg), alta relação kW/kVA, rápida resposta de conjugado e velocidade do controle, apresenta como restrições o alto custo do material magnético e a limitação na temperatura de operação do rotor que deverá estar situada em uma faixa de 100°C a 150°C para evitar a degeneração das características magnéticas do imã permanente. Também há a possibilidade de desmagnetização do imã permanente devido as possíveis de correntes de curto circuito produzidas por faltas do inversor que alimenta o motor e aos valores de conjugado de pico que deverão estar limitados a valores entre 2 a 3 vezes do conjugado nominal para evitar a desmagnetização.

O MSRC pode ser uma nova alternativa para acionamentos sem escovas, devido a sua simplicidade construtiva, confiabilidade e por requerer um conjunto conversor eletrônico de potência e controlador mais simples. Apresenta como limitações, entre outras, a alta pulsação de conjugado em altas velocidades que conduz a altos níveis de ruídos e vibrações.

A utilização do motor síncrono de relutância nos acionamentos com velocidade variável torna-se indicada para aplicações em pequenas potências, pois incorporam-se as vantagens do motor de relutância comutado. Uma outra característica interessante é que este motor possui um enrolamento de estator convencional similar ao utilizado no motor de indução, que atenua as pulsações de conjugado e alto nível de ruído.

O MSR com rotor de gaiola convencional é robusto e requer um controle simples, pois, sendo um motor síncrono, pode operar em malha aberta, dispensando o uso de transdutores de posição. Entretanto, apresenta um baixo fator de potência, baixo valor de densidade de conjugado, entre outras características menos vantajosas, fazendo com que o seu desempenho seja inferior em comparação com o MI e MSIP.

O MSR de rotor de laminação axial, sem gaiola, associado a um acionamento com um adequado sistema de controle e transdutor de posição, tem se apresentado como alternativa para acionamentos em velocidades variáveis.

Para mais detalhes, a referência [17] traz uma completa metodologia para a análise e comparação entre os diversos tipos de acionamentos com motores sem escovas.

A função do sistema de controle do motor síncrono de relutância é controlar o fluxo, conjugado e a velocidade do motor. Podemos destacar três métodos básicos de controle da velocidade.

O primeiro método utilizado é o controle em malha aberta com a relação constante entre a tensão e a freqüência (V/f). As limitações de desempenho dinâmico e estabilidade desse tipo de controle foram superadas com a utilização dos outros dois métodos baseados no controle vetorial. O segundo é o método do controle vetorial (campo orientado) e o terceiro está baseado no controle vetorial de conjugado (TVC). As referências [8], [17], [18] e [19] trazem mais detalhadamente os estudos comparativos e os aspectos do controle vetorial.

O esquema de controle vetorial permite o tratamento independente do conjugado e do fluxo e a operação na faixa de enfraquecimento de campo, através da implantação de diversas estratégias de controle. Estudos comparativos entre as diversas estratégias são apresentados nas referências [8] e [18]

As principais estratégias de controle consideradas em [18] são:

- MTC: Maximum Torque Control Estratégia de controle da relação entre o conjugado máximo e a corrente;
- MRCTC: Maximum Rate of Change of Torque Control Estratégia de controle que possibilita a otimização da taxa de variação do conjugado, que depende da relação L<sub>D</sub>/L<sub>O</sub>;
- MPFC: Maximum Power Factor Control Estratégia de controle que possibilita a máquina operar com o fator de potência de entrada otimizado, que depende também da relação L<sub>D</sub>/L<sub>O</sub>, mas de um modo diferente do item anterior;
- CCIA: Constant Current in Inductive Axis Estratégia de controle em que uma corrente constante é mantida no eixo direto, e o conjugado é controlado através da corrente segundo eixo em quadratura;
- FWC : Field Weakning Control Estratégia de controle que possibilita a máquina fornecer potência constante para uma faixa de freqüência acima da freqüência nominal.

O valor da relação  $L_D/L_Q$  tem importância nas estratégias de controle e valores crescentes dessa relação aumentam o desempenho do sistema. Portanto, torna-se importante a precisão na determinação dos valores de  $L_D$  e  $L_Q$ .

O MSR pode operar com melhores índices de desempenho se alimentado através de um inversor tipo Modulação da Largura de Pulso – PWM, com a utilização de controle vetorial. Com a utilização do inversor, não é mais necessária a presença da gaiola no rotor, exigindo porém, a utilização de um transdutor de posição para sincronizar o fluxo de entreferro com a velocidade do rotor e para fechar a malha de controle.

Esses sensores são caros e frágeis, para determinados tipos de ambiente, aumentando os custos e diminuindo a confiabilidade do sistema de acionamento do motor.

Várias técnicas, denominadas de "Sensorless Control" são propostas para estimar a posição do rotor e a velocidade do motor síncrono de relutância sem a utilização de tais transdutores. A referência [19] apresenta um estudo detalhado das diferentes técnicas empregadas.

#### 3.4 – Principais aplicações do motor síncrono de relutância

A principal área de atuação dos motores síncronos de relutância é o acionamento com múltiplos motores onde são requeridas velocidades rigorosamente iguais ou relação entre elas muito precisas, independente da divisão de carga em cada eixo. Nestas condições a utilização de um conjunto de motores síncronos de relutância alimentados através de uma única fonte de tensão e freqüência fixa ou variável é uma solução mais simples, econômica e confiável comparando com outros arranjos que utilizam motores de corrente contínua ou motores de corrente alternada de anéis. Além de ser mais robusto e econômico, nesta aplicação o motor síncrono de relutância dispensa uso de transdutores de velocidade, acionamentos individuais para cada motor e componentes auxiliares de sincronização.

Os acionamentos com múltiplos motores encontram aplicações nas diversas áreas e processos industriais, a saber: [20]

- Processos de levantamento e transporte de cargas com diversos locais de içamento para movimentação de grandes estruturas. Em cada ponto de levantamento da carga, o guincho é acionado através de um motor síncrono de relutância de modo a garantir uma operação segura e uniforme em todos os pontos da carga, independente da distribuição da massa em cada ponto.
- Na indústria de fiação, com o processamento de fibra sintética que exige uma movimentação perfeitamente uniforme com o controle do tracionamento do fio durante todo o processo;

Outra área de atuação é o acionamento com uma única máquina, onde a condição essencial é obter uma velocidade precisa e constante. Nesta configuração, o motor síncrono de relutância alimentado diretamente da rede aciona geradores, cuja freqüência de saída deve ser rigorosamente fixa. Uma das aplicações destes geradores é a sua utilização em ensaios de perdas em chapas magnéticas.[20].

Cabe também destacar, apenas como exemplo ilustrativo, uma aplicação típica de um processo industrial com acionamento com múltiplos motores de relutância com rotor de gaiola utilizado na indústria de fiação, conforme ilustrado na figura 3.1.



Figura 3.1 – Processamento do fio de lycra

Para garantir uma boa constituição estrutural, o fio de lycra passa por um processo industrial contínuo de movimentação de uma maneira a assegurar uma tensão uniforme que é controlada durante todo o processo. Isto requer uma constante e precisa variação de velocidade dos motores de relutância que acionam as roldanas de ajuste que controlam o processo de estiramento e tracionamento do fio de lycra.

A figura 3.2 esquematiza o sistema de controle utilizado no processamento do fio de lycra.



Figura 3.2 – Controle de velocidade do fio de lycra

Nesta aplicação, o controle das velocidades nas roldanas de ajuste é feito através de um algoritmo de controle instalado em um computador central que envia e recebe dados ao inversor através de uma rede de comunicação. O acionamento dos múltiplos motores é feito através de um único sistema retificador-inversor.

## **CAPÍTULO 4**

#### Estruturas de rotor do motor síncrono de relutância.

#### 4.1 – Introdução

Conforme já mencionado, o estator dos motores síncronos de relutância é similar ao dos motores de corrente alternada síncronos e assíncronos. Portanto, o desenvolvimento de novas estruturas de rotor com um elevado índice de saliência  $X_D/X_Q$  é fundamental para se obter um desempenho compatível com aquele de outros tipos de motores sem escovas.

Em razão disto ao longo do tempo, vários tipos de estruturas, ou sucessivas gerações de motores síncronos de relutância foram desenvolvidas para obter um conjugado, rendimento, fator de potência e custos de fabricação com características similares aos de um motor de indução de mesma potência.

Na 1<sup>a</sup> geração, um típico motor de relutância era idêntico a um motor de indução, apresentando como exceção, a retirada de alguns dentes na periferia do rotor para formar a estrutura de pólos salientes. Com a finalidade de superar suas limitações e aumentar a relação  $X_D/X_Q$ , foram desenvolvidos rotores com barreiras de fluxo.

A 2<sup>a</sup> geração é caracterizada por motores com rotores de construção segmentada. Com a inclusão de um canal no centro de cada segmento, as características de desempenho foram melhoradas.

Na 3ª geração de motores, caracterizada pelo rotor anisotrópico com laminação axial, o rotor é constituído a partir de um conjunto de lâminas dobradas e fixadas ao eixo, no sentido longitudinal.

Com a finalidade de caracterizar as diversas estruturas e gerações, é apresentada, na figura 4.1, uma classificação das estruturas dos rotores, baseada em diversos trabalhos [8], [11], [12], [13], [15], [16], [20], [21], [22], [23], [24] e [25].

Uma Classificação das Estruturas de Rotor



Figura 4.1 – Uma classificação das estruturas dos rotores
### 4.2 – Estruturas de rotor

É importante salientar que a otimização do projeto dos rotores constitui um gerenciamento entre o compromisso de se obter um bom desempenho síncrono e com **a** condições de sincronização e estabilidade do motor. Um bom desempenho síncrono implica, entre outros aspectos, disponibilizar uma máxima potência e conjugado síncrono de saída, obter altos índices de fator de potência e rendimento, o que é conseguido com um alto índice  $X_D/X_Q$ . Alto valor da relação  $X_D/X_Q$  implica em instabilidade, isto é, oscilações da velocidade nas proximidades da velocidade síncrona. Baixos valores da resistência dos enrolamentos de rotor melhoram as condições de sincronização (pull- in torque).

As condições de estabilidade dependem dos parâmetros do motor, como o índice  $X_D/X_Q$ , reatância de dispersão dos enrolamentos de estator, resistência dos enrolamentos de estator e as resistências de rotor segundo o eixo direto e o eixo em quadratura. Estes parâmetros são, algumas vezes, conflitantes para se obter condições satisfatórias para operação na região síncrona [21].

Com relação a figura 4.1 pode-se classificar, de uma maneira geral, as estruturas de rotor como:

#### Primeira geração

- Rotor convencional com gaiola;
- Rotor convencional sem gaiola;
- Rotor sólido (não laminado) sem gaiola;
- Rotor de barreiras de fluxo simples, dupla e essencial com gaiola.

#### Segunda geração

- Rotor segmentado básico com gaiola;
- Rotor segmentado de canal com gaiola.

#### Terceira geração

- Rotor axialmente laminado básico com gaiola;
- Rotor axialmente laminado de camada isolante sem gaiola.

Uma abordagem mais pormenorizada das principais estruturas de rotor do motor síncrono de relutância e as suas características fundamentais são apresentadas no Apêndice A, tendo como base a classificação já apresentada na figura 4.1.

# 4.3 – Observações e conclusões

- O motor convencional de pólos salientes, com gaiola, apesar de apresentar características de desempenho nitidamente inferior ao motor de indução, é simples e robusto, que o faz atrativo para aplicações em alta velocidade;
- O motor com o rotor segmentado com gaiola apresenta índices de desempenho superiores aos do motor convencional de pólos salientes, mas tem, como principal desvantagem, a complexidade e o alto custo do processo construtivo;
- O motor com rotor convencional de dentes saturáveis e sem gaiola [20] alia a simplicidade construtiva e robustez mecânica com índices de desempenho superiores aos do motor convencional;
- A nova geração com rotor de laminação axial, sem gaiola, apresenta índices de desempenho compatíveis aos de um motor de indução. A sua principal restrição ainda reside na complexidade construtiva, elevando os custos de fabricação. Esforços e pesquisas tem sido feitas no sentido de amenizar essa restrição.

O desenvolvimento de novos processos de fabricação, a procura dos novos processos de controle das propriedades dos materiais magnéticos empregados na construção do rotor e a utilização de modernas estratégias de controle tem aumentado os índices de desempenho dos motores síncronos de relutância, despertando o interesse dos pesquisadores no sentido de este ser considerado como uma alternativa para acionamentos elétricos em velocidade variável.

# **CAPÍTULO 5**

# Modelagem do motor síncrono de relutância

### 5.1 – Introdução

Este capítulo é dedicado ao desenvolvimento das equações gerais e do modelo matemático dinâmico que descrevem o comportamento de um motor síncrono de relutância de rotor com gaiola. Tendo-se em vista a topologia das máquinas síncronas de relutância, estas equações são estabelecidas através de uma análise similar à utilizada na teoria das máquinas síncronas [26] e [27].

Inicialmente, o desenvolvimento das equações geral pressupõe a ausência de saturação e perdas no ferro. As grandezas do modelo obtido nestas condições estão desacopladas e, consequentemente, fica mais simples o equacionamento do controle de conjugado das máquinas de relutância.

Sabe-se, entretanto, que as características de desempenho em regime permanente e a complexidade do controle de conjugado da máquina são consideravelmente influenciadas pela presença de perdas no ferro e saturação. Para um mais elaborado entendimento do comportamento da máquina, principalmente com relação ao estudo do seu controle, é importante poder incluir na modelagem alguns aspectos relativos aos efeitos da saturação e das as perdas no ferro, que podem apresentar efeitos significativos no desempenho do motor síncrono de relutância.

Assim, no final do capítulo serão desenvolvidos expressões e apresentados circuitos equivalentes dinâmicos para a máquina de relutância de rotor com gaiola, incorporando os efeitos das perdas no ferro, não sendo, no entanto, considerados os efeitos da saturação. A particularização dessas expressões para o regime permanente, juntamente com o respectivo circuito equivalente, permite a avaliação das características de desempenho e serão objetos de detalhamento nos capítulos seguintes.

#### 5.2 – Equações gerais do motor síncrono de relutância

Como ponto de partida para a análise da máquina, podem ser utilizadas as equações gerais de Park [17], [26] e [27] adaptadas para o motor síncrono de relutância. O circuito equivalente é uma ferramenta consagrada de estudo para a análise e cálculo de diversas características de desempenho da máquina em regime transitório e em regime permanente. Portanto, neste trabalho a intenção é utilizar esta ferramenta na modelagem da máquina.

Com base na bibliografia disponível serão desenvolvidas as equações gerais que descrevem o comportamento do motor ideal de relutância de rotor com gaiola, em termos das variáveis reais da máquina. Devido à já mencionada assimetria do rotor, aparecerão nas equações os termos dependentes do tempo, os quais serão eliminados com a aplicação das transformações usuais de variáveis.

Nesta primeira abordagem, as equações serão estabelecidas para uma máquina de relutância trifásica com rotor de gaiola, dois pólos, utilizando um modelo de dois eixos, ED e EQ, respectivamente, eixo direto e eixo em quadratura, com as seguintes hipóteses simplificadoras:

- Saturação do material magnético inexistente;
- Enrolamentos de estator senoidalmente distribuídos para produzir uma distribuição senoidal da força magnetomotriz de entreferro;
- Considerada apenas a componente fundamental da corrente;
- Desprezadas as perdas rotacionais;
- Desprezadas as perdas no ferro do estator (não há perdas no ferro do rotor, pois este gira na velocidade síncrona);
- As ranhuras do estator não produzem variações nas indutâncias de rotor com a variação da posição do rotor;
- O rotor com gaiola é representado através de duas bobinas equivalentes, uma localizada sobre o eixo direto e outra sobre o eixo em quadratura.

Nestas condições, o modelo idealizado de uma máquina síncrona de relutância trifásica, dois pólos, é apresentado na figura 5.1.



Figura 5.1: Máquina síncrona de relutância de rotor com gaiola

Os arranjos esquemáticos de estator e rotor são mostrados na figura 5.2.



Enrolamento do Estator



Os enrolamentos de estator são idênticos, senoidalmente distribuídos, deslocados de 120° um do outro, conectados em estrela, com N<sub>S</sub> espiras equivalentes e resistência ôhmica  $r_S$  em cada fase. Os eixos magnéticos dos enrolamentos de estator são denominados  $a_S$ ,  $b_S$  e  $c_S$ .

O rotor de gaiola representado é composto de dois enrolamentos amortecedores equivalentes curto-circuitados. Um destes enrolamentos, denominado RD, tem  $N_{RD}$  espiras equivalentes, resistência ôhmica  $r_{RD}$  e indutância própria  $L_{RD}$ . O outro enrolamento equivalente, denominado RQ, tem  $N_{RQ}$  espiras equivalentes, resistência ôhmica  $r_{RQ}$  e indutância própria  $L_{RQ}$ .

Os eixos magnéticos do rotor são designados ED e EQ, respectivamente, eixo direto e eixo em quadratura. O eixo direto é o eixo magnético do enrolamento amortecedor RD, enquanto e eixo em quadratura é o eixo magnético do enrolamento amortecedor RQ.

Na figura 5.1,  $\omega_R$  é a velocidade angular elétrica do rotor e  $\theta_R$  é o deslocamento angular deste, medido do eixo da fase a<sub>s</sub> para o eixo Q.

Os subscritos S e R indicam as variáveis associadas aos enrolamentos de estator e rotor, respectivamente. Os subscritos RD e RQ indicam variáveis associadas aos enrolamentos de rotor segundo o eixo direto e eixo em quadratura, respectivamente.

Assumindo-se a máquina operando como motor síncrono de relutância, obtém-se a seguinte equação geral de tensão, que se aplica a cada enrolamento de estator ou rotor:

$$\mathbf{v} = \mathbf{r}\mathbf{i} + \mathbf{p}\lambda\tag{5.1}$$

Na equação (5.1) são identificados os seguintes termos:

- v: Tensão terminal de fase;
- r: Resistência ôhmica de fase do enrolamento;
- i: Corrente de linha;
- $\lambda$ : Fluxo total concatenado com o enrolamento;

p: Operador d/dt.

A partir da equação geral (5.1), serão desenvolvidas as expressões específicas para as tensões dos enrolamentos de estator e rotor.

#### Estator

$$v_{aS} = r_{S} i_{aS} + p\lambda_{aS}$$

$$v_{bS} = r_{S} i_{bS} + p\lambda_{bS}$$

$$v_{cS} = r_{S} i_{cS} + p\lambda_{cS}$$
(5.2)

*Rotor* 

$$v_{RD} = r_{RD} i_{RD} + p \lambda_{RD}$$

$$v_{RQ} = r_{RQ} i_{RQ} + p\lambda_{RQ}$$

No caso específico do motor síncrono de relutância, as tensões  $v_{RD}$  e  $v_{RQ}$  são nulas, pois os enrolamentos encontram-se curto-circuitados.

Considerando-se linear os sistemas magnéticos da máquina, encontram-se as seguintes relações para os fluxos concatenados de estator e rotor:

#### Estator

$$\begin{aligned} \lambda_{aS} &= L_{aa} \ i_{aS} + L_{ab} \ i_{bS} + L_{ac} \ i_{cS} + L_{aRD} \ i_{RD} + L_{aRQ} \ i_{RQ} \\ \lambda_{bS} &= L_{ba} \ i_{aS} + L_{bb} \ i_{bS} + L_{bc} \ i_{cS} + L_{bRD} \ i_{RD} + L_{bRQ} \ i_{RQ} \end{aligned}$$

$$(5.4)$$

$$\lambda_{cS} &= L_{ca} \ i_{aS} + L_{cb} \ i_{bS} + L_{cc} \ i_{cS} + L_{cRD} \ i_{RD} + L_{cRQ} \ i_{RQ}$$

Rotor

$$\lambda_{\text{RD}} = L_{\text{RDa}} \, i_{a\text{S}} + L_{\text{RDb}} \, i_{b\text{S}} + L_{\text{RDc}} \, i_{c\text{S}} + L_{\text{RD}} \, i_{\text{RD}} + L_{\text{RDRQ}} \, i_{\text{RQ}}$$

(5.5)

$$\lambda_{RQ} = L_{RQa} i_{aS} + L_{RQb} i_{bS} + L_{RQc} i_{cS} + L_{RQRD} i_{RD} + L_{RQ} i_{RQ}$$

(5.3)

Nas expressões (5.4) e (5.5):

L<sub>aa</sub>, L<sub>bb</sub> e L<sub>cc</sub>: Indutâncias próprias dos enrolamentos de estator;

L<sub>RD</sub>: Indutância própria do enrolamento amortecedor RD segundo eixo direto;

L<sub>RO</sub>: Indutância própria do enrolamento amortecedor RQ segundo eixo em quadratura;

L<sub>ab</sub>, L<sub>ac</sub>, L<sub>ba</sub>, L<sub>bc</sub>, L<sub>ca</sub> e L<sub>cb</sub> : Indutâncias mútuas entre os enrolamentos de estator;

L<sub>RDRQ</sub>, L<sub>RQRD</sub>: Indutâncias mútuas entre os enrolamentos de rotor;

 $L_{aRD}$ ,  $L_{bRD}$ ,  $L_{cRD}$ ,  $L_{aRQ}$ ,  $L_{bRQ}$ ,  $L_{cRQ}$ : Indutâncias mútuas entre estator e rotor;

L<sub>RDa</sub>, L<sub>RDb</sub>, L<sub>RDc</sub>, L<sub>RQa</sub>, L<sub>RQb</sub>, L<sub>RQc</sub>: Indutâncias mútuas entre rotor e estator.

Para a determinação das equações gerais da máquina de relutância, na referência trifásica, torna-se necessário o conhecimento dos valores das indutâncias próprias e mútuas dos enrolamentos de estator e rotor. Expressões para as indutâncias próprias e mútuas de uma máquina de relutância são dadas abaixo [26] e [27].

#### Indutâncias próprias de estator

$$L_{aa} = L_{1S} + L_{A} - L_{B} \cos 2\theta_{R}$$

$$L_{aa} = L_{1S} + L_{A} - L_{B} \cos 2(\theta_{R} - 120)$$

$$L_{aa} = L_{1S} + L_{A} - L_{B} \cos 2(\theta_{R} + 120)$$
(5.6)

L<sub>IS</sub> : Indutância de dispersão dos enrolamentos de estator;

L<sub>A</sub>, L<sub>B</sub>: Indutâncias definidas em [26], que variam com o número equivalente de espiras do enrolamento de estator e com a geometria do entreferro.

#### Indutâncias próprias de rotor

Desprezando irregularidades do estator, as indutâncias próprias do rotor são constantes:

$$L_{RD} = L_{IRD} + L_{mRD}$$
(5.7)

$$L_{RQ} = L_{IRQ} + L_{mRQ}$$

Com:

L<sub>IRD</sub>, L<sub>IRQ</sub>: Indutâncias de dispersão dos enrolamentos RD e RQ, respectivamente;

L<sub>mRD</sub>, L<sub>mRO</sub>: Indutâncias de magnetização dos enrolamentos RD e RQ, respectivamente.

#### Indutâncias mútuas de estator

$$L_{ab} = L_{ba} = -0.5L_{A} - L_{B}\cos 2(\theta_{R} - 60)$$

$$L_{ac} = L_{ca} = -0.5L_{A} - L_{B}\cos 2(\theta_{R} + 60)$$

$$L_{bc} = L_{cb} = -0.5L_{A} - L_{B}\cos 2(\theta_{R} + 180)$$
(5.8)

#### Indutâncias mútuas de estator e rotor

$$L_{aRD} = L_{RDa} = L_{SRD} \operatorname{sen} \theta_{R}$$

$$L_{bRD} = L_{RDb} = L_{SRD} \operatorname{sen} (\theta_{R} - 120)$$

$$L_{cRD} = L_{RDc} = L_{SRD} \operatorname{sen} (\theta_{R} + 120)$$

$$L_{aRQ} = L_{RQa} = L_{SRQ} \cos \theta_{R}$$

$$L_{bRQ} = L_{RQb} = L_{SRQ} \cos (\theta_{R} - 120)$$

$$L_{cRQ} = L_{RQc} = L_{SRQ} \cos (\theta_{R} + 120)$$

#### Indutâncias mútuas de rotor

Devido à ortogonalidade de seus eixos, as indutâncias mútuas entre os enrolamentos de rotor são nulas, ou seja:

$$\mathbf{L}_{\mathbf{R}\mathbf{D}\mathbf{R}\mathbf{Q}} = \mathbf{L}_{\mathbf{R}\mathbf{Q}\mathbf{R}\mathbf{D}} = 0 \tag{5.10}$$

Utilizando a notação matricial, as equações de tensões (5.11) e as de fluxos concatenados com cada um dos enrolamentos da máquina de relutância (5.12) podem ser expressas na seguinte forma:

$$[\mathbf{v}_{abc}]_{S} = [\mathbf{r}]_{S} [\mathbf{i}_{abc}]_{S} + p [\lambda_{abc}]_{S}$$

$$[\mathbf{v}_{QD}]_{R} = [\mathbf{r}]_{R} [\mathbf{i}_{QD}]_{R} + p [\lambda_{QD}]_{R}$$
(5.11)

$$[\lambda_{abc}]_{S} = [\mathbf{L}]_{S} [\mathbf{i}_{abc}]_{S} + [\mathbf{L}]_{SR} [\mathbf{i}_{QD}]_{R}$$

(5.12)

$$[\lambda_{\text{QD}}]_{\text{R}} = [\mathbf{L}]^{\text{T}}_{\text{SR}} [\mathbf{i}_{\text{abc}}]_{\text{S}} + [\mathbf{L}]_{\text{R}} [\mathbf{i}_{\text{QD}}]_{\text{R}}$$

O subscrito T significa a transposta da matriz. Nas equações acima, definem-se:

#### Matriz das resistências de estator

$$[\mathbf{r}]_{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_{S} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{r}_{S} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{r}_{S} \end{bmatrix}$$
(5.13)

Matriz das resistências de rotor

$$[\mathbf{r}]_{\mathrm{R}} = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_{\mathrm{RQ}} & \mathbf{0} \\ & & \\ \mathbf{0} & \mathbf{r}_{\mathrm{RD}} \end{bmatrix}$$
(5.14)

Matriz das indutâncias de estator

$$[\mathbf{L}]_{S} = \begin{bmatrix} Laa(\theta_{R}) & Lab(\theta_{R}) & Lac(\theta_{R}) \\ Lba(\theta_{R}) & Lbb(\theta_{R}) & Lbc(\theta_{R}) \\ Lca(\theta_{R}) & Lcb(\theta_{R}) & Lcc(\theta_{R}) \end{bmatrix}$$
(5.15)

#### Matriz das indutâncias de rotor

$$[\mathbf{L}]_{\mathrm{R}} = \begin{bmatrix} L_{\mathrm{IRQ}} + L_{\mathrm{mRQ}} & 0\\ 0 & L_{\mathrm{IRD}} + L_{\mathrm{mRD}} \end{bmatrix}$$
(5.16)

Matriz das indutâncias de mútuas de estator e rotor

$$[\mathbf{L}]_{SR} = \begin{bmatrix} L_{SRQ}\cos\theta_{R} & L_{SRD}\sin\theta_{R} \\ L_{SRQ}\cos(\theta_{R}-120) & L_{SRD}\sin(\theta_{R}-120) \\ L_{SRQ}\cos(\theta_{R}+120) & L_{SRD}\sin(\theta_{R}+120) \end{bmatrix}$$
(5.17)

#### Matrizes de fluxos concatenados e correntes de estator e rotor

$$[\lambda_{abc}]_{S} = \begin{bmatrix} \lambda_{aS} & \lambda_{bS} & \lambda_{cS} \end{bmatrix}^{T}$$
(5.18)

 $[\lambda_{abc}]_S \acute{e}$  a matriz dos fluxos concatenados com os enrolamentos de estator

$$[\lambda_{\rm QD}]_{\rm R} = \begin{bmatrix} \lambda_{\rm RQ} & \lambda_{\rm RD} \end{bmatrix}^{\rm T}$$
(5.19)

 $[\lambda_{QD}]_R$  é a matriz dos fluxos concatenados com os enrolamentos de rotor

$$[\mathbf{i}_{abc}]_{S} = [\mathbf{i}_{aS} \quad \mathbf{i}_{bS} \quad \mathbf{i}_{cS}]^{T}$$
(5.20)

 $[\mathbf{i}_{abc}]_{S}$  é a matriz das correntes de estator

$$\begin{bmatrix} \mathbf{i}_{\text{QD}} \end{bmatrix}_{\text{R}} = \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{\text{RQ}} & \mathbf{i}_{\text{RD}} \end{bmatrix}^{\text{T}}$$
(5.21)

 $[\mathbf{i}_{QD}]_R$  é a matriz das correntes de rotor

As indutâncias de magnetização de eixo direto  $L_{mD}$  e eixo em quadratura  $L_{mQ}$ , são definidas conforme a referência [26]:

$$L_{mQ} = (3/2) (L_A - L_B)$$

$$L_{mD} = (3/2) (L_A + L_B)$$
(5.22)

Quando as equações de tensões são colocadas em termos das variáveis reais da máquina, é conveniente referir todas as variáveis de rotor para o estator, utilizando apropriados valores de relação de espiras. Encontram-se então as seguintes relações das variáveis de rotor referidas ao estator:

$$i'_{j} = (2/3) (N_{j}/N_{S}) i_{j}$$

$$v'_{j} = (2/3) (N_{S}/N_{j}) v_{j}$$

$$\lambda'_{j} = (2/3) (N_{S}/N_{j}) \lambda_{j}$$

$$r'_{j} = (3/2) (N_{S}/N_{j})^{2} r_{j}$$

$$L_{1'_{j}} = (3/2) (N_{S}/N_{j})^{2} L_{1j}$$
(5.23)

O subscrito j refere-se aos enrolamentos RD ou RQ e  $i'_j$ ,  $v'_j$ ,  $\lambda'_j$ ,  $r'_j$ ,  $L'_j$  são as variáveis de rotor, respectivamente, correntes, tensões, fluxos concatenados, resistências ôhmicas e indutâncias próprias referidas ao estator.

Com estas considerações, equações de tensões e de fluxos da máquina de relutância podem ser escritas com as variáveis de rotor referidas ao estator da seguinte forma:

$$[\mathbf{v}_{abc}]_{S} = [\mathbf{r}]_{S} [\mathbf{i}_{abc}]_{S} + p [\mathbf{L}]_{S} [\mathbf{i}_{abc}]_{S} + p [\mathbf{L}']_{SR} [\mathbf{i}'_{QD}]_{R}$$
(5.24)

 $[\mathbf{v'}_{QD}]_{R} = [\mathbf{r'}]_{R} [\mathbf{i'}_{QD}]_{R} + (2/3)p[\mathbf{L'}]^{T}_{SR} [\mathbf{i}_{abc}]_{S} + p[\mathbf{L'}]_{R} [\mathbf{i'}_{QD}]_{R}$ 

 $[\lambda_{abc}]_{S} = [\mathbf{L}]_{S} [\mathbf{i}_{abc}]_{S} + [\mathbf{L'}]_{SR} [\mathbf{i'}_{QD}]_{R}$ 

(5.25)

$$[\boldsymbol{\lambda}'_{\text{QD}}]_{\text{R}} = (2/3)[\mathbf{L}']^{\text{T}}_{\text{SR}} [\mathbf{i}_{\text{abc}}]_{\text{S}} + [\mathbf{L}']_{\text{R}} [\mathbf{i}'_{\text{QD}}]_{\text{R}}$$

Nas expressões (5.24) e (5.25) encontram-se seguintes novas variáveis:

#### Matriz das indutâncias de rotor referidas ao estator

$$[\mathbf{L'}]_{R} = \begin{bmatrix} L'_{1RQ} + L_{mQ} & 0 \\ 0 & L'_{1RD} + L_{mD} \end{bmatrix}$$
(5.26)

Matriz das indutâncias de mútuas de estator e rotor referidas ao estator

$$[\mathbf{L}']_{SR} = \begin{bmatrix} L_{mQ}\cos\theta_{R} & L_{mD}\sin\theta_{R} \\ L_{mQ}\cos(\theta_{R}-120) & L_{mD}\sin(\theta_{R}-120) \\ L_{mQ}\cos(\theta_{R}+120) & L_{mD}\sin(\theta_{R}+120) \end{bmatrix}$$
(5.27)

Matriz das resistências de rotor

$$[\mathbf{r}]_{\mathrm{R}} = \begin{bmatrix} \mathbf{r'}_{\mathrm{RQ}} & \mathbf{0} \\ & \\ \mathbf{0} & \mathbf{r'}_{\mathrm{RD}} \end{bmatrix}$$
(5.28)

#### Matrizes das variáveis de rotor referidas ao estator

$$\left[\mathbf{v}^{\prime}_{\mathrm{QD}}\right]_{\mathrm{R}} = \left[\mathbf{v}^{\prime}_{\mathrm{RQ}} \quad \mathbf{v}^{\prime}_{\mathrm{RD}}\right]^{\mathrm{T}}$$
(5.29)

 $[\mathbf{v'}_{QD}]_R$  é a matriz das tensões dos enrolamentos de rotor referidas ao estator

$$[\mathbf{i'}_{QD}]_{R} = [\mathbf{i'}_{RQ} \quad \mathbf{i'}_{RD}]^{T}$$
(5.30)

 $[\mathbf{i'}_{QD}]_R$  é a matriz das correntes dos enrolamentos de rotor referidas ao estator

$$[\lambda'_{\rm QD}]_{\rm R} = [\lambda'_{\rm RQ} \quad \lambda'_{\rm RD}]^{\rm T}$$
(5.31)

 $[\lambda^{\prime}{}_{QD}]_{R} \text{ é a matriz dos fluxos concatenados com os enrolamentos de rotor referidos ao estator}$ 

O conjugado eletromagnético e a velocidade angular mecânica do rotor, em termos de variáveis reais de máquina, podem ser relacionados através da seguinte expressão [26]:

$$T_{\rm E} = J p \omega_{\rm MR} + T_{\rm C} \tag{5.32}$$

Onde:

T<sub>E</sub>: Conjugado eletromagnético

J: Momento de inércia do rotor

T<sub>C</sub>: Conjugado de carga

 $\omega_{MR}$ : Velocidade angular mecânica do rotor

A velocidade mecânica do rotor,  $\omega_{MR}$ , está relacionada com a velocidade angular elétrica do rotor,  $\omega_R$ , através de P, número de pólos da máquina, ou seja:

$$\omega_{\rm MR} = (2/P)\,\omega_{\rm R} \tag{5.33}$$

As equações (5.24) de tensões, obtidas na referência trifásica, apresentam algumas indutâncias que variam com o tempo, tornando a sua solução mais trabalhosa. R.H. Park apresentou um método clássico de análise para a máquina síncrona, formulando o princípio da mudança de variáveis. Substituiu as variáveis associadas com os enrolamentos de estator, como a corrente, tensão e fluxos concatenados, por variáveis associadas com enrolamentos fictícios girantes com o rotor e fixados neste. Park referiu as variáveis de estator a um sistema de referência fixo no rotor com a finalidade de eliminar das equações da máquina todos os termos da indutância dependentes do tempo.

Na análise das máquinas elétricas, é usual utilizar-se a mudança de variáveis de estator e rotor para um sistema comum de referência. As equações de tensão apresentam termos variantes com o tempo em qualquer sistema de referência, com exceção do caso de o sistema de referência estar fixo onde ocorre a assimetria.

No caso da máquina síncrona de relutância, ao adaptarem-se as equações de transformação de Park, é conveniente escolher um sistema de referência fixo no rotor (onde ocorre a assimetria). Devido à assimetria magnética do rotor, não há vantagem em operar a mudança de suas variáveis. Portanto, somente as variáveis associados ao estator são transformadas para a referência do rotor, seus enrolamentos reais  $a_s$ ,  $b_s$  e  $c_s$  sendo substituídos pelos enrolamentos fictícios D e Q.

O modelo de Park, adaptado para uma máquina ideal síncrona de relutância, é apresentado na figura 5.3.



#### Figura 5.3: Modelo de Park para máquina ideal síncrona de relutância

As variáveis de estator do sistema de referência trifásico são transformadas para um sistema de referência fixado no rotor, com velocidade  $\omega_R$ , através da expressão:

$$[\mathbf{f}_{\mathbf{QD0}}]_{\mathbf{S}} = [\mathbf{K}_{\mathbf{S}}] [\mathbf{f}_{\mathbf{abc}}]_{\mathbf{S}}$$
(5.34)

Onde  $[\mathbf{K}_S]$ , matriz de transformação, é dada por:

$$[\mathbf{K}_{\mathbf{S}}] = (2/3) \begin{bmatrix} \cos\theta_{\mathbf{R}} & \cos(\theta_{\mathbf{R}} - 120) & \cos(\theta_{\mathbf{R}} + 120) \\ \sin\theta_{\mathbf{R}} & \sin(\theta_{\mathbf{R}} - 120) & \sin(\theta_{\mathbf{R}} + 120) \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix}$$
(5.35)

Na equação (5.34),  $[\mathbf{f}_{abc}]_S$  pode representar tensões, correntes ou fluxos concatenados do estator na referência trifásica, enquanto que  $[\mathbf{f}_{QD0}]_S$  representa as variáveis de estator referidas a um sistema de referência fixado no rotor. O ângulo  $\theta_R$  é dado por:

$$\theta_{\rm R} = \int_{0}^{t} \omega_{\rm R}(\xi) \, \mathrm{d}\xi + \theta_{\rm R}(0) \tag{5.36}$$

Mais detalhes sobre os diversos tipos de sistemas de referências e as suas expressões de transformação podem ser encontrados na referência [26].

Aplicando a transformação (5.34) nas equações (5.24) e (5.25), obtêm-se equações de tensões e de fluxos na forma expandida:

$$v_{QS} = r_{S} i_{QS} + \omega \lambda_{DS} + p\lambda_{QS}$$

$$v_{DS} = r_{S} i_{DS} - \omega \lambda_{QS} + p\lambda_{DS}$$

$$v_{0S} = r_{S} i_{0S} + p\lambda_{0S}$$

$$v'_{RQ} = r'_{RQ} i'_{RQ} + p\lambda'_{RQ}$$

$$v'_{RD} = r'_{RD} i'_{RD} + p\lambda'_{RD}$$
(5.37)

$$\lambda_{QS} = L_{1S} i_{QS} + L_{mQ} (i_{QS} + i'_{RQ})$$

$$\lambda_{DS} = L_{1S} i_{DS} + L_{mD} (i_{DS} + i'_{RD})$$

$$\lambda'_{RQ} = L'_{1RQ} i_{RQ} + L_{mQ} (i_{QS} + i'_{RQ})$$

$$\lambda'_{RD} = L_{1RD} i_{RD} + L_{mD} (i_{DS} + i'_{RD})$$
(5.38)

Os subscritos dS e qS referem-se as variáveis reais de estator transformadas nas bobinas fictícias D e Q, respectivamente. A notação  $^{\prime}_{RD}$  e  $^{\prime}_{RQ}$  refere-se as variáveis de rotor referidas ao estator, as quais não sofrem nenhum tipo de transformação.

Geralmente, as equações são escritas sem os índices e subscritos. Portanto, as equações (5.37) e (5.38) podem ser expressas na seguinte forma:

$$\begin{aligned} v_{Q} &= r_{S} i_{Q} + \omega_{R} \lambda_{D} + p\lambda_{Q} \\ v_{D} &= r_{S} i_{D} - \omega_{R} \lambda_{Q} + p\lambda_{D} \\ v_{RQ} &= r_{RQ} i_{RQ} + p\lambda_{RQ} = 0 \\ v_{RD} &= r_{RD} i_{RD} + p\lambda_{RD} = 0 \end{aligned} \tag{5.39}$$

$$\lambda_{Q} = L_{1S} i_{Q} + L_{mQ} (i_{Q} + i_{RQ})$$

$$\lambda_{D} = L_{1S} i_{D} + L_{mD} (i_{D} + i_{RD})$$

$$\lambda_{RQ} = L_{1RQ} i_{RQ} + L_{mQ} (i_{Q} + i_{RQ})$$

$$\lambda_{RD} = L_{1RD} i_{RD} + L_{mD} (i_{D} + i_{RD})$$
(5.40)

Com:

$$\lambda_{mQ} = L_{mQ} (i_Q + i_{RQ})$$

$$\lambda_{mD} = L_{mD} (i_D + i_{RD})$$
(5.41)

O conjugado eletromagnético,  $T_E$ , transformado no sistema de referência do rotor, pode ser dado por [26]:

$$T_{\rm E} = (m/2)(P/2)(\ \lambda_{\rm D} \, i_{\rm Q} - \lambda_{\rm Q} \, i_{\rm D})$$
(5.42)

onde m é o número de fases do estator e P o número de pólos do rotor

As equações (5.39) a (5.41) sugerem circuitos equivalentes da máquina síncrona de relutância trifásica, de rotor com gaiola, com o sistema de referência localizado no rotor, conforme mostrado nas figuras 5.4 e 5.5.



Figura 5.4: Circuito equivalente segundo o eixo direto



Figura 5.5: Circuito equivalente segundo o eixo em quadratura

Os circuitos equivalentes das figuras 5.4 e 5.5 são modelos ideais que não levam em conta os efeitos da saturação e das perdas no ferro. Nos circuitos das figuras 5.4 e 5.5,  $X_{IS}$  é a reatância de dispersão dos enrolamentos de estator, dada por:

$$X_{1S} = \omega_R L_{1S} \tag{5.43}$$

Para a máquina de relutância cujo rotor não apresenta a gaiola de partida, as equações que descrevem o seu comportamento e os circuitos equivalentes são obtidos considerando-se nulas as correntes  $i_{RD}$  e  $i_{RQ}$ . Portanto, encontram-se as equações:

$$v_{Q} = r_{S} i_{Q} + \omega_{R} \lambda^{*}_{D} + p\lambda^{*}_{Q}$$

$$v_{D} = r_{S} i_{D} - \omega_{R} \lambda^{*}_{Q} + p\lambda^{*}_{D}$$
(5.44)

$$\lambda^{*}_{Q} = L_{1S} i_{Q} + L_{mQ} i_{Q}$$

$$(5.45)$$

$$\lambda^{*}_{D} = L_{1S} i_{D} + L_{mD} i_{D}$$

$$\lambda^{*}_{mQ} = L_{mQ} i_{Q}$$

$$(5.46)$$

 $\lambda^*_{mD} = L_{mD} i_D$ 

As equações (5.43) a (5.46) podem ser representadas através dos circuitos equivalentes das figuras 5.6 e 5.7.



Figura 5.6: Circuito equivalente segundo o eixo direto (rotor sem gaiola)



Figura 5.7 Circuito equivalente segundo o eixo em quadratura (rotor sem gaiola)

# 5.3 - Saturação e perdas no ferro

Conforme já mencionado, a saturação e as perdas no ferro afetam o desempenho e o controle da máquina de relutância. Devido à assimetria dos seus circuitos magnéticos, os efeitos da saturação no eixo direto são muito diferentes dos efeitos da saturação no eixo em quadratura. No eixo direto, o caminho magnético predominante é o ferro, que apresenta um alto valor da permeância magnética, trazendo, como conseqüência, os efeitos da saturação, que tendem a reduzir o valor de  $L_D$ , indutância segundo o eixo direto. No eixo em quadratura, o caminho magnético predominante é o ar, e o valor de  $L_Q$  pode ser considerado constante para todas as faixas de operação. Portanto, consideram-se como efeitos passíveis de estudos os efeitos de saturação segundo o eixo direto. As referências [8], [20], [28] e [29] trazem com mais detalhes o tratamento dos efeitos e a modelagem da saturação.

As perdas no ferro são consideráveis e manifestam-se em duas partes da estrutura magnética da máquina de relutância, estator e rotor. No estator, as perdas no ferro são de origem similar às encontradas nas máquinas convencionais de indução. No rotor que gira à velocidade síncrona, se considerada perfeitamente senoidal a onda de fluxo resultante de entreferro, as perdas são nulas. Entretanto, a distribuição de fluxo de entreferro está sujeita a variações de alta freqüência que geram uma grande quantidade de harmônicos. O efeito destes é aumentar as perdas no ferro, fato este acentuado em máquinas de pequena potência (inferior a 1cv). Esses efeitos das perdas no ferro do rotor não serão considerados no desenvolvimento deste trabalho, em razão da complexidade de sua modelagem.

Conforme [28] e [29], um resistor equivalente  $R_{FE}$  é adicionado em paralelo com as indutâncias de magnetização dos modelos D e Q da máquina de relutância, para incorporar ao circuito equivalente, os efeitos das perdas no ferro no estator. Embora as resistências que representam as perdas no ferro segundo os eixos direto e em quadratura sejam diferentes [8], as perdas no ferro variem com a carga [20], as equações e o modelo serão desenvolvidos considerando-se as mesmas iguais e constantes.

Com essas considerações, os novos modelos são apresentados nas figuras 5.8 e 5.9.



Figura 5.8: Circuito equivalente segundo o eixo direto com perdas no ferro

Do modelo da figura 5.8, obtém-se:

$$v_{\rm D} = r_{\rm S} i_{\rm D} + L l_{\rm S} p i_{\rm D} - X l_{\rm S} i_{\rm Q} - \omega_{\rm R} \lambda_{\rm mQ} + L_{\rm mD} p (i_{\rm mD} + i_{\rm RD})$$
(5.47)

$$i_{D} = i_{mD} + (1/R_{FE}) e_{D} = i_{mD} + (1/R_{FE}) (p\lambda_{mD} - \omega_{R}\lambda_{mQ})$$

Com  $\lambda_D$  e  $\lambda_{RD}$  dados pela equação (5.40) e  $\lambda_{mD}$  dado pela equação (5.41)





$$v_Q = r_S i_Q + Ll_S p i_Q + X l_S i_D + \omega_R \lambda_{mD} + L_m Q p (i_{mQ} + i_{RQ})$$

$$(5.48)$$

$$i_{Q} = i_{mQ} + (1/R_{FE})e_{Q} = i_{mQ} + (1/R_{FE})(p\lambda_{mQ} + \omega_{R}\lambda_{mD})$$

Com  $\lambda_Q$  e  $\lambda_{RQ}$  dados pe la equação (5.40) e  $\lambda_{mQ}$  dado pe la equação (5.41)

Um aspecto a ser considerado no novo circuito equivalente é que, como  $R_{FE}$  partilha também da corrente absorvida da linha, as correntes de magnetização, responsáveis pela produção do conjugado eletromagnético, não devem ser confundidas com a corrente absorvida da linha. Portanto, aumenta a complexidade do controle do conjugado da máquina, haja vista que não há o acesso para medir as correntes de magnetização.

# 5.4 – Ângulo de carga

O conhecimento da posição do rotor em relação a sua tensão terminal é importante para a análise do funcionamento de uma máquina de relutância. O ângulo do rotor, ou ângulo de carga, pode ser definido como o deslocamento angular elétrico do rotor em relação a sua tensão terminal de fase.

O ângulo de carga  $\delta$ , em radianos elétricos, é o deslocamento do rotor em relação ao instante em que ocorre o máximo da componente fundamental da tensão terminal da fase  $a_{s}$ . Uma definição geral do ângulo de carga, independente do modo de operação da máquina, é dada pela expressão[26]:

$$\delta = \theta_{\mathrm{R}} - \theta_{\mathrm{V}} = \int_{0}^{\mathrm{t}} \left[ \omega_{\mathrm{R}}(\xi) - \omega_{\mathrm{e}}(\xi) \right] d\xi + \theta_{\mathrm{R}}(0) - \theta_{\mathrm{V}}(0)$$
(5.49)

 $\xi$ : Variável auxiliar de integração

- $\omega_{R}(\xi)$ : Velocidade angular elétrica do rotor
- $\omega_{e}(\xi)$ : Velocidade angular elétrica da tensão terminal da fase  $a_{s}$
- $\theta_R$ : Deslocamento angular do rotor, medido do eixo da fase  $a_s$  para o eixo Q
- $\theta_V$ : Deslocamento angular da tensão de fase  $v_{aS}$

A posição no instante t = 0 é geralmente selecionada de tal modo que a componente fundamental de  $v_{aS}$  seja máxima neste instante.

É importante mencionar a mistura de variáveis associadas com o sistema elétrico,  $\theta_V(\omega_e)$ , e variável associada com o sistema mecânico,  $\theta_R(\omega_R)$ . Uma visualização física mais clara do ângulo de carga é obtida no capítulo 6, quando a máquina será analisada na operação em regime permanente balanceado. Nestas condições, o ângulo de carga  $\delta$  é o ângulo entre o eixo EQ e a tensão terminal  $v_{aS}$ , doravante denominada de  $V_S$ .

No próximo capítulo, equações e modelos da máquina serão desenvolvidos para o regime permanente, utilizando como ponto de partida as equações gerais desenvolvidas para a máquina síncrona de relutância.

)

# **CAPÍTULO 6**

# Operação síncrona em regime permanente

# 6.1 – Introdução

Este capítulo é dedicado exclusivamente ao estudo de algumas das características de desempenho do motor de relutância operando na região síncrona. Como ponto de partida para a análise, são utilizadas as equações gerais desenvolvidas no capítulo 5, particularizadas para o regime permanente. Estas podem ser colocadas na forma do diagrama fasorial similar àquele proposto por Trickey [30], que oferece a vantagem de proporcionar uma análise em regime permanente mais rápida e simples que a conseguida por outros métodos.

Já se observou que as características de desempenho da máquina são influenciadas pela presença de perdas no ferro. Outro aspecto a ser considerado são as perdas mecânicas, de atrito e ventilação, que podem apresentar, para motores de pequena potência, um valor superior a 5% da potência útil.

Como já mencionado no capítulo 4, o desenvolvimento de diferentes topologias de rotores está baseado na condição de se obter, cada vez mais, melhores índices de saliência  $X_d/X_q$ , que se traduzem em melhores índices de desempenho. Para melhor avaliar a influência deste índice no desempenho e a influência das perdas no ferro e mecânicas, o diagrama fasorial será utilizado no desenvolvimento de equações que conduzam a um circuito equivalente. Este circuito deve permitir avaliar o desempenho do motor síncrono de relutância operando até a condição limite de funcionamento no conjugado máximo síncrono.

O objetivo é obter um circuito equivalente confiável que permita verificar algumas das características de desempenho da máquina em regime permanente. Para assegurar essa confiabilidade, posteriormente será feita comparação dos valores obtidos do circuito equivalente com os valores obtidos experimentalmente.

# 6.2 – Aspectos gerais da operação do motor síncrono de relutância

Em seu funcionamento, o motor síncrono de relutância de rotor com gaiola apresenta uma região de operação assíncrona e uma região de operação síncrona, ambas com características distintas e bem determinadas, conforme mostrado na figura 6.1.



#### Figura 6.1: Curva característica estática do conjugado em função da velocidade

A figura 6.1 apresenta o aspecto qualitativo de uma curva característica estática do conjugado em função da velocidade, destacando-se os seguintes pontos:

- **CP**: Conjugado eletromagnético de partida desenvolvido pelo motor sob tensão e freqüência fixas;
- **CMS:** Conjugado máximo síncrono Maior conjugado que o motor síncrono de relutância pode desenvolver sob tensão e freqüência fixas sem sair do sincronismo;
- **CMASS**: Conjugado máximo assíncrono Maior conjugado que o motor síncrono de relutância pode desenvolver quando operando na região assíncrona, sob tensão e freqüência fixas;
- **n**<sub>S</sub>: Velocidade síncrona do motor

A curva da figura 6.1 indica, para cada ponto de velocidade, o conjugado que é fornecido pelo motor quando operando em regime permanente.

Na região assíncrona, os enrolamentos da gaiola criam um conjugado assíncrono responsável para acelerar o rotor, do repouso até uma velocidade próxima à velocidade síncrona, seguindo-se de uma repentina aceleração para a velocidade síncrona. Esse estágio final de aceleração é chamado de sincronização, que é a passagem da região de operação como motor de indução (operação assíncrona) para a região de operação como motor síncrono (operação síncrona). Nestas condições, é definido o conjugado de sincronização (pull-in torque), que é o conjugado resistente máximo aplicado ao eixo, sob o qual o motor pode levar a carga ao sincronismo, sob tensão e freqüência fixas.

A capacidade de sincronização depende dos efeitos da carga acoplada, da inércia, da fonte de alimentação e dos parâmetros da gaiola do rotor. Após a entrada em sincronismo e atingido o regime permanente, a gaiola não mais influencia o desempenho do motor.

# 6.3 – Operação do motor em regime permanente

O motor síncrono de relutância deve apresentar desempenho de alta qualidade. Em regime permanente, na região síncrona, isto significa que o motor deve ser capaz de:

- Disponibilizar a maior potência de saída possível;
- Apresentar alto rendimento e fator de potência;
- Manter a carga até o limite do conjugado, ou seja, conjugado máximo síncrono (pull-out torque), mesmo que ocorram pequenas reduções de tensão;
- Em todas as condições de carga, inclusive em vazio, resistir a transitórios da carga sem apresentar oscilações na velocidade do rotor.

Muitas das máquinas de relutância aplicadas em diversos processos industriais possuem, no seu rotor, o enrolamento de gaiola. Sua função principal é fornecer um conjugado assíncrono para a partida direta, a partir de uma fonte de alimentação de tensão e freqüência fixas.

Na operação síncrona, o motor de relutância mantém a carga até o conjugado máximo síncrono. Em teoria, o conjugado máximo ocorre para o ângulo de carga em 45° elétricos. Na

prática, considerada a resistência dos enrolamentos de estator, este valor depende, entre outros fatores, do índice de saliência e das perdas no ferro e mecânicas. Esta dependência é examinada no final deste capítulo.

Também deve ser lembrado que, na operação síncrona, enquanto mantém uma velocidade média constante controlada pela freqüência da fonte de alimentação, o motor de relutância apresenta oscilações da velocidade instantânea nas proximidades da velocidade síncrona. Essas oscilações do rotor geralmente não são percebidas na velocidade nominal do motor. Porém, em aplicações que exigem operação em baixas velocidades, sabe-se que a máquina pode exibir instabilidade. A ocorrência de oscilações depende do valor da tensão aplicada, da inércia do sistema e dos parâmetros elétricos da máquina. Nestas condições, os enrolamentos de gaiola são muito importantes por atuarem como amortecedores dessas oscilações.

Portanto, na operação síncrona, as condições de estabilidade e amortecimento das oscilações estão relacionadas com a qualidade do projeto da gaiola. Projetos inadequados da gaiola podem conduzir a instabilidade na velocidade síncrona, com grandes oscilações de conjugado e insuficiente amortecimento das mesmas.

# 6.4 – Considerações sobre a modelagem do motor de relutância para operação na região síncrona

Tanto o estudo das características de desempenho quanto a utilização de circuitos equivalentes do motor síncrono de relutância em regime permanente (região síncrona) têm sido objeto de vários trabalhos [10], [11], [15], [17], [20], [21], [30], [31] e [32].

Diversos métodos foram utilizados para analisar o desempenho do motor síncrono de relutância operando em regime permanente. Trickey [30], em seu pioneiro trabalho, tratou este motor como uma máquina síncrona sem o enrolamento de excitação e estabeleceu as equações de desempenho a partir do diagrama fasorial.

Honsinger [15] analisa o desempenho em regime permanente a partir de componentes segundo o eixo direto e segundo o eixo em quadratura, através do diagrama de círculos e das admitâncias da máquina. Utilizou, como ponto de partida, as equações obtidas do diagrama fasorial de Trickey.

Verifica-se que as equações obtidas a partir do diagrama fasorial são as mesmas que se obtém das equações gerais de Park, quando estas são aplicadas ao motor de relutância em regime permanente.

Lawrenson e colaboradores [10] e [11] utilizaram como ponto de partida para a modelagem a distribuição de fluxo no entreferro. Basicamente, através das características dimensionais da máquina, é desenvolvida por estes autores uma expressão da permeância de entreferro. Em seguida, conhecendo-se a distribuição da força magnetomotriz de entreferro, que incluí todos os harmônicos, determina-se à distribuição de fluxo, a qual permite calcular a tensão e a corrente de fase em cada enrolamento. A partir dessas considerações, são avaliadas a impedância efetiva da máquina e as suas respectivas reatâncias segundo o eixo direto e segundo o eixo em quadratura, parâmetros que são empregados para estabelecer as equações de desempenho.

Neste trabalho, o modelo em regime permanente será obtido utilizando-se, como ponto de partida, as equações gerais da máquina de relutância, desprezando os efeitos da saturação. Para aprimorar a modelagem, as perdas no ferro e mecânicas poderão ser englobadas através de uma resistência equivalente R<sub>FEM</sub>, admitida constante.

## 6.5. – Análise em regime permanente balanceado

A análise do funcionamento da máquina de relutância, em regime permanente balanceado, será feita a partir das equações gerais deduzidas no capítulo anterior. Após a obtenção das equações, as mesmas serão colocadas na forma de um diagrama fasorial similar àquele proposto por Trickey.

Considerando a máquina alimentada através de um sistema trifásico simétrico e balanceado, de seqüência abc, quando da transformação  $[\mathbf{fabc}]_S \rightarrow [\mathbf{f_{QD0}}]_S$ , apenas as componentes Q e D estão presentes. Durante a operação em regime permanente, a velocidade angular do rotor,  $\omega_R$ , é constante e igual à velocidade angular elétrica,  $\omega_e$ . Portanto, os enrolamentos de rotor RD e RQ não sofrem variação de fluxos concatenados e não fluem as correntes de rotor  $i_{RD}$  e  $i_{RQ}$  através deles. Para diferenciar o regime permanente das demais condições de funcionamento, as variáveis de correntes e tensões são representadas com caracteres maiúsculos.

$$V_{Q} = r_{S} I_{Q} + \omega_{e} \lambda^{*}_{D}$$

$$V_{D} = r_{S} I_{D} - \omega_{e} \lambda^{*}_{Q}$$
(6.1)

 $com\lambda^*_Q e \ \lambda^*_D$  já definidos em (5.45)

As indutâncias,  $L_D$ , eixo direto e  $L_Q$ , eixo em quadratura são definidas como:

$$L_D = L_{1S} + L_{mD}$$

$$L_Q = L_{1S} + L_{mQ}$$
(6.2)

com  $L_{mD}$  e  $L_{mQ}$  definidas anteriormente em (5.22). Portanto, as reatâncias,  $X_D$ , eixo direto e  $X_Q$ , eixo em quadratura podem ser definidas como:

$$X_{D} = \omega_{e} (L_{1S} + L_{mD}) = X_{IS} + X_{mD}$$

$$X_{Q} = \omega_{e} (L_{1S} + L_{mQ}) = X_{IS} + X_{mQ}$$
(6.3)

X<sub>IS :</sub> Reatância de dispersão de fase do enrolamento de estator;

 $X_{mD}$ : Reatância de magnetização de fase associada ao fluxo de entreferro, segundo ED;

 $X_{mQ}$ : Reatância de magnetização de fase associada ao fluxo de entreferro, segundo EQ.

Substituindo (6.3) e (5.45) em (6.1), encontra-se:

$$V_{Q} = r_{S} I_{Q} + X_{D} I_{D}$$

$$V_{\rm D} = r_{\rm S} I_{\rm D} - X_{\rm Q} I_{\rm Q}$$

Definindo-se:

$$\mathbf{V}_{\mathbf{S}} = \mathbf{V}_{\mathrm{D}} + \mathbf{j}\mathbf{V}_{\mathrm{Q}} \tag{6.5}$$

 $\mathbf{I}_{\mathbf{S}} = \mathbf{I}_{\mathbf{D}} + j\mathbf{I}_{\mathbf{Q}}$ 

(6.4)

#### $V_S$ : Fasor tensão terminal da fase $a_S$ do estator;

#### I<sub>s</sub>: Fasor corrente absorvida da linha.

Substituindo  $V_Q e V_D$  provenientes de (6.4) em  $V_S$ , encontra-se:

$$\mathbf{V}_{\mathbf{S}} = \mathbf{r}_{\mathbf{S}} (\mathbf{I}_{\mathbf{D}} + \mathbf{j}\mathbf{I}_{\mathbf{Q}}) + \mathbf{j}\mathbf{X}_{\mathbf{D}}\mathbf{I}_{\mathbf{D}} - \mathbf{X}_{\mathbf{Q}}\mathbf{I}_{\mathbf{Q}} = \mathbf{r}_{\mathbf{S}}\mathbf{I}_{\mathbf{S}} + \mathbf{j}\mathbf{X}_{\mathbf{D}}\mathbf{I}_{\mathbf{D}} - \mathbf{X}_{\mathbf{Q}}\mathbf{I}_{\mathbf{Q}}$$
(6.6)

Considerando os eixos real e imaginário como os eixos direto ED e em quadratura EQ, respectivamente, é traçado o diagrama fasorial para a fase a<sub>s</sub>, conforme indicado na figura 6.1.



Figura 6.2: Diagrama fasorial da máquina de relutância em regime permanente

No diagrama da figura 6.2 encontram se explicitadas as seguintes grandezas:

ED: Eixo direto;

EQ: Eixo em quadratura

 $V_{S}$ : Tensão terminal da fase  $a_{S}$ ;

 $I_{S}$ : Corrente de fase absorvida da linha;

I<sub>D</sub>: Componente da corrente de fase, que atua no ED;

- I<sub>Q</sub>: Componente da corrente de fase, que atua no EQ;
- V<sub>D</sub>: Componente da tensão terminal de fase, que atua no ED;
- V<sub>0</sub>: Componente da tensão terminal de fase, que atua no EQ;
- r<sub>S</sub>: Resistência ôhmica de fase dos enrolamentos de estator;
- δ: Ângulo de carga do motor síncrono de relutância;
- φ: Ângulo de fator de potência;
- $\theta_{\rm R}$ : Deslocamento angular do rotor, medido do eixo da fase a<sub>s</sub>para o eixo Q

O diagrama da figura 6.2, obtido das equações gerais de Park para operação em regime permanente balanceado, foi construído nas condições da ausência de correntes induzidas no rotor, pois a máquina está na velocidade síncrona. As correntes de estator produzem uma distribuição senoidal de fluxo no entreferro. Essa distribuição de fluxo pode ser decomposta em duas componentes, uma componente alinhada com o eixo do centro do pólo do rotor, eixo direto, e a outra componente alinhada com o eixo do centro interpolar do rotor, o eixo em quadratura. Pode-se constatar que o diagrama da figura 6.2 é similar ao diagrama fasorial apresentado por Trickey [30].

Desprezando-se as perdas no ferro e mecânicas, as equações (6.3) e (6.4) conduzem aos circuitos equivalentes das figuras 6.3 e 6.4.



Figura 6.3: Circuito equivalente segundo eixo direto



Figura 6.4: Circuito equivalente segundo eixo em quadratura

# 6.6. – Perdas no ferro e mecânicas

Para incorporar os efeitos das perdas no ferro e mecânicas, é adicionado um resistor equivalente,  $R_{FEM}$ , nos circuitos das figuras 6.3 e 6.4. Nestas condições os novos modelos D e Q para análise da máquina operando em regime permanente balanceado são mostrados nas figuras 6.5 e 6.6, respectivamente.



Figura 6.5: Circuito equivalente segundo o eixo direto

Do modelo da figura 6.5, encontra-se:

$$V_{D} = r_{S} I_{D} - X l_{S} I_{Q} + E_{D} = r_{S} I_{D} - X l_{S} I_{Q} - X_{mQ} I_{Q}$$
$$I_{FD} = (1/R_{FEM}) E_{D}$$
(6.7)

$$I_D = I_{mD} + (1/R_{FEM})E_D = I_{mD} - (1/R_{FEM}) X_{mQ}I_Q$$



#### Figura 6.6: Circuito equivalente segundo o eixo em quadratura

Do modelo da figura 6.6, encontra-se:

$$V_{Q} = r_{S} I_{Q} + X I_{S} I_{D} + E_{Q} = r_{S} I_{Q} + X I_{S} I_{D} + X_{mD} I_{D}$$

$$I_{FQ} = (1/R_{FEM}) E_{Q}$$

$$I_{Q} = I_{mQ} + (1/R_{FEM}) E_{Q} = I_{mQ} + (1/R_{FEM}) X_{mD} I_{D}$$
(6.8)

Em (6.7) e (6.8), são identificados:

 $R_{\mbox{\scriptsize FEM}}$  : Resistência equivalente de perdas no ferro e mecânicas;

- $I_{mD}$ : Componente da corrente de magnetização, que atua no ED;
- $I_{mQ}$ : Componente da corrente de magnetização, que atua no EQ;
- I<sub>FD</sub>: Componente da corrente de perdas no ferro e mecânicas, que atua no ED;
- I<sub>FQ</sub>: Componente da corrente de perdas no ferro e mecânicas, que atua no EQ;
- E<sub>D</sub>: Componente da tensão de fase induzida nos enrolamentos, que atua no ED;
- E<sub>Q</sub>: Componente da tensão de fase induzida nos enrolamentos, que atua no EQ;
- X<sub>IS :</sub> Reatância de dispersão de fase do enrolamento de estator;

X<sub>mD</sub>: Reatância de magnetização de fase associada ao fluxo de entreferro, segundo ED;
 X<sub>mQ</sub>: Reatância de magnetização de fase associada ao fluxo de entreferro, segundo EQ. Definindo-se:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_{\mathrm{D}} + j\mathbf{E}_{\mathrm{Q}}$$
$$\mathbf{I}_{\mathrm{m}} = \mathbf{I}_{\mathrm{mD}} + j\mathbf{I}_{\mathrm{mQ}}$$
$$\mathbf{I}_{\mathrm{FEM}} = \mathbf{I}_{\mathrm{FD}} + j\mathbf{I}_{\mathrm{FQ}}$$
(6.9)

Com :

E: Fasor tensão de fase induzida no estator devido ao fluxo de entreferro;

I<sub>m</sub>: Fasor corrente de magnetização;

 $I_{FEM}$ : Fasor corrente de perdas no ferro e mecânicas

Substituindo (6.5) e (6.9) em (6.7) e (6.8), obtém-se:

$$\mathbf{V}_{\mathbf{S}} = \mathbf{r}_{\mathbf{S}}\mathbf{I}_{\mathbf{S}} + \mathbf{j}\mathbf{X}_{1\mathbf{S}}\mathbf{I}_{\mathbf{S}} + \mathbf{E}$$
(6.10)

$$\mathbf{I}_{\mathrm{S}} = \mathbf{I}_{\mathrm{m}} + \mathbf{I}_{\mathrm{FEM}}$$

A diferença deste modelo em relação ao modelo ideal apresentado nas figuras 6.3 e 6.4 é que, devido à presença do resistor  $R_{FEM}$ , as correntes de magnetização  $i_{mD}$  e  $i_{mQ}$  são as responsáveis pela produção do conjugado.

A partir das equações (6.7) à (6.8) é construído o diagrama fasorial mostrado na figura 6.7.



Figura 6.7: Diagrama fasorial considerando as perdas no ferro

# 6.7 - Circuito equivalente do motor síncrono de relutância

Na bibliografia disponível existem diversos circuitos equivalentes propostos para o motor síncrono de relutância [8], [10], [15], [20] e [31]. Neste trabalho, será utilizado o circuito equivalente proposto por Honsinger [15], colocado na forma de admitâncias.

Nestas condições, obtém-se o circuito equivalente em regime permanente, conforme mostrado na figura 6.8 o qual será utilizado para a análise da máquina de relutância alimentada à tensão constante e operando em regime permanente, na região síncrona.


Figura 6.8: Circuito equivalente em regime permanente

No circuito da figura 6.8, conforme [15], pode-se identificar  $Y_1(\delta), Y_{FEM} e Y_2(\delta)$  como:

$$Y_{1}(\delta) = \frac{2\frac{r_{S}}{X_{Q}} + \left(\frac{X_{D}}{X_{Q}} - 1\right) \operatorname{sen} 2\delta}{2 X_{Q} \left[\frac{X_{D}}{X_{Q}} + \left(\frac{r_{S}}{X_{Q}}\right)^{2}\right]}$$

$$Y_{FEM} = \frac{1}{R_{FEM}}$$

$$Y_{2}(\delta) = \frac{\left(\frac{X_{D}}{X_{Q}} - 1\right) \operatorname{sen}^{2}\delta + 1}{X_{Q} \left[\frac{X_{D}}{X_{Q}} + \left(\frac{r_{S}}{X_{Q}}\right)^{2}\right]}$$
(6.11)

A partir do circuito da figura 6.8, é possível deduzir expressões de algumas das características da máquina de relutância operando na região síncrona, em regime permanente.

## 6.8 – Características síncronas do motor de relutância

Além do índice de saliência  $X_D/X_Q$ , conforme mencionado no capítulo 4, as perdas no ferro e mecânicas e a resistência ôhmica de estator também influenciam no desempenho síncrono do motor de relutância, em regime permanente. Com a finalidade de analisar essas influências, a partir do circuito mostrado na figura 6.8, serão desenvolvidas expressões de algumas das características elétricas e mecânicas normalizadas da máquina de relutância. A normalização será feita em função da relação de saliência  $X_D/X_Q$  e das relações  $X_Q/R_{FEM}$  e  $r_S/X_Q$ . A variação considerada para o índice de saliência  $X_D/X_Q$  estará situada na faixa de 3 a 6, valores estes usuais encontrados em motores de relutância com gaiola de 1ª geração. Com relação às perdas no ferro e mecânicas, serão consideradas as situações de ausência das mesmas ( $R_{FEM} \rightarrow \infty$ ),  $R_{FEM} = 200$  ohms e  $R_{FEM} = 100$  ohms. Na hipótese de um valor de  $X_Q$  da ordem de 10 ohms, resultam, respectivamente, em  $X_Q/R_{FEM} = 0$ ,  $X_Q/R_{FEM} = 0,05$  e  $X_O/R_{FEM} = 0,1$ .

A influência da resistência ôhmica de estator sobre o comportamento do fator de potência e do conjugado de saída será analisada. Para efeito de estudo serão adotados os valores de  $r_s/X_0 = 0,1 \text{ e } r_s/X_0 = 0,2$ .

#### 6.8.1 – Corrente de linha

No circuito equivalente da figura 6.8,  $I_s$  é dada por:

$$I_{S} = V_{S} [Y_{FEM} + Y_{1}(\delta) - jY_{2}(\delta)]$$
(6.12)

Substituindo (6.9) em (6.10), obtém-se para  $I_s$ :

$$I_{S} = \frac{V_{S}}{X_{Q}} \frac{1}{\left[\frac{X_{D}}{X_{Q}} + \left(\frac{r_{S}}{X_{Q}}\right)^{2}\right]} \sqrt{\left\{\frac{X_{Q}}{R_{FEM}} \left[\frac{X_{D}}{X_{Q}} + \left(\frac{r_{S}}{X_{Q}}\right)^{2}\right] + \frac{r_{S}}{X_{Q}} + \frac{1}{2}\left(\frac{X_{D}}{X_{Q}} - 1\right) \sec^{2}\delta\right\}^{2} + \left\{\left(\frac{X_{D}}{X_{Q}} - 1\right) \sec^{2}\delta + 1\right\}^{2}}$$
(6.13)

As figura 6.9 e 6.10 mostram o comportamento da corrente normalizada I'<sub>s</sub> de estator absorvida da linha em função da relação de saliência  $X_D/X_Q$  e da relação  $X_Q/R_{FEM}$  para  $r_s/X_Q$ =0,1 e  $r_s/X_Q$ =0,2, respectivamente. Nesta figura a corrente I<sub>s</sub>' é dada por:

$$I_{s} = I_{s} (X_{o}/V_{s})$$
 (6.14)



Figura 6.9: Variação da corrente de linha normalizada para  $r_S/X_Q=0,1$ 



A equação (6.13) e as figuras 6.9 e 6.10 mostram a variação da corrente de linha em função do ângulo de carga. É importante observar que as curvas foram obtidas considerando para todos os índices  $X_D/X_Q$  o mesmo valor de  $X_Q/V_S$ . Isto implica em uma primeira análise, considerar  $X_Q$  constante para os diversos valores de  $V_S$ .

Maquinas com maior relação  $X_D/X_Q$  apresentam uma menor corrente absorvida da linha, menores perdas no cobre do estator e, consequentemente, um maior rendimento. Essa diferença é mais acentuada quando o motor está com pouca carga mecânica aplicada ao seu eixo(ângulo de carga entre 5° e 15°). A medida que aumenta o nível da carga aplicada, diminui a influência de  $X_D/X_Q$  sobre o valor da corrente de linha. Com as perdas no ferro e mecânicas, a corrente de linha aumenta para compensar a corrente que flui através de  $R_{FEM}$  mantendo o nível desejado da potência de saída. A influência do índice de saliência na corrente de linha é minimizada com a presença dessas perdas, principalmente na região em que o motor está com pouca carga aplicada ao seu eixo. Os efeitos das perdas no ferro e mecânicas na corrente de linha são mais acentuados para motores de maior índice  $X_D/X_Q$  quando operando na região do ângulo de carga entre 5° e 20°.

A variação de  $r_s/X_Q$  tem pouca influência sobre a corrente de linha. Máquinas com  $r_s/X_Q = 0.2$  apresentam valores superiores, no máximo, da ordem de 5% em comparação com máquinas de  $r_s/X_Q = 0.1$ .

#### 6.8.2 – Fator de potência

No circuito da figura 6.8, verifica-se que a admitância equivalente, Y<sub>T</sub>, é dada por:

$$Y_{\rm T} = \sqrt{\left[Y_{\rm FEM} + Y_1(\delta)\right]^2 + \left[Y_2(\delta)\right]^2}$$
(6.15)

O fator de potência,  $\cos \phi$ , é dado pela seguinte relação:

$$\cos\varphi = \frac{Y_{\text{FEM}} + Y_1(\delta)}{Y_{\text{T}}}$$
(6.16)

Arranjando (6.9) e (6.14) obtém-se;

$$\cos\phi = \frac{\frac{X_{Q}}{R_{FEM}} \left[ \frac{X_{D}}{X_{Q}} + \left( \frac{r_{S}}{X_{Q}} \right)^{2} \right] + \frac{r_{S}}{X_{Q}} + \frac{1}{2} \left( \frac{X_{D}}{X_{Q}} - 1 \right) \sec 2\delta}{\sqrt{\left\{ \frac{X_{Q}}{R_{FEM}} \left[ \frac{X_{D}}{X_{Q}} + \left( \frac{r_{S}}{X_{Q}} \right)^{2} \right] + \frac{r_{S}}{X_{Q}} + \frac{1}{2} \left( \frac{X_{D}}{X_{Q}} - 1 \right) \sec 2\delta \right\}^{2} + \left\{ \left( \frac{X_{D}}{X_{Q}} - 1 \right) \sec^{2}\delta + 1 \right\}^{2}}}$$
(6.17)

A figura 6.11 mostra a variação do fator de potência em função dos parâmetros  $X_D/X_Q$ e  $X_Q/R_{FEM}$  para  $r_s/X_Q$  igual a 0,1, enquanto a figura 6.12 mostra a variação do fator de potência em função dos parâmetros C e  $X_Q/R_{FEM}$  para  $r_s/X_Q$  igual a 0,2.



Figura 6.11: Variação do fator de potência para  $r_S/X_Q=0,1$ 



Figura 6.12: Variação do fator de potência para  $r_S/X_Q=0,2$ 

As figuras 6.11 e 6.12 mostram que a além do esperado impacto do índice  $X_D/X_Q$ , as perdas no ferro e mecânicas e a resistência ôhmica também contribuem para majorar o valor do fator de potência.

A resistência ôhmica de estator tem maior influência em máquinas de  $X_D/X_Q = 3$ quando operando com ângulo de carga entre 5° e 20°.

Da mesma maneira, constata-se que as perdas no ferro e mecânicas aumentam o valor do fator de potência de maneira mais acentuada para máquinas de menores índices de saliência quando operando com ângulo de carga entre 5° e 20°. A medida que aumentam essas perdas, diminui a influência da resistência ôhmica sobre os valores do fator de potência.

#### 6.8.3 – Perdas ôhmicas nos enrolamentos de estator

As perdas ôhmicas, P<sub>C</sub>, no enrolamento de estator são dadas por:

$$P_{\rm C} = \mathrm{mr}_{\rm S} \mathrm{I}_{\rm S}^{\ 2} \tag{6.18}$$

Substituindo (6.19) em (6.24), vem:

$$P_{\rm C} = \frac{mV_{\rm S}^2}{X_{\rm Q}} \frac{r_{\rm S}}{X_{\rm Q}} \frac{c^2 + d^2}{\left[\frac{X_{\rm D}}{X_{\rm Q}} + \left(\frac{r_{\rm S}}{X_{\rm Q}}\right)^2\right]^2}$$
(6.19)

Com:

$$c = \frac{X_Q}{R_{FEM}} \left[ \frac{X_D}{X_Q} + \left( \frac{r_S}{X_Q} \right)^2 \right] + \frac{r_S}{X_Q} + \frac{1}{2} \left( \frac{X_D}{X_Q} - 1 \right) \operatorname{sen} 2\delta$$
(6.20)

$$d = \left(\frac{X_{\rm D}}{X_{\rm Q}} - 1\right) \mathrm{sen}^2 \delta + 1$$

#### 6.8.4 – Potência de saída

Denominando de P<sub>S</sub>, a potência de saída disponível no eixo da máquina de relutância, encontra-se:

$$P_{\rm S} = P_{\rm a} - P_{\rm C} - P_{\rm FEM} \tag{6.21}$$

A potência absorvida,  $P_a$ , é dada pela expressão (6.20)

$$P_{a} = mV_{S}^{2} \left[ Y_{FEM} + Y_{1}(\delta) \right]$$
(6.22)

As perdas no cobre do estator,  $P_C$ , são dadas pelas expressões (6.17) e (6.18).

As perdas no ferro e mecânicas,  $P_{\text{FEM}}$ , são dadas pela expressão (6.21)

$$P_{\text{FEM}} = m V_{\text{S}}^2 Y_{\text{FEM}}$$
(6.23)

Portanto, a potência de saída,  $P_S$ , vale:

$$P_{S} = \frac{mV_{S}^{2}}{X_{Q}} \frac{1}{\left[\frac{X_{D}}{X_{Q}} + \left(\frac{r_{S}}{X_{Q}}\right)^{2}\right]} \left\{ c - \frac{r_{S}}{X_{Q}} \frac{c^{2} + d^{2}}{\left[\frac{X_{D}}{X_{Q}} + \left(\frac{r_{S}}{X_{Q}}\right)^{2}\right]} - \frac{X_{Q}}{R_{FEM}} \left[\frac{X_{D}}{X_{Q}} + \left(\frac{r_{S}}{X_{Q}}\right)^{2}\right] \right\}$$
(6.24)

Com os índices c e d dados pela expressão (6.20).

## 6.8.5 – Rendimento

O rendimento do motor é obtido da relação entre as expressões da potência de saída,  $P_s$ , e a potência absorvida,  $P_a$ . Portanto, encontra-se:

$$\eta = \frac{\left\{ c - \frac{r_{S}}{X_{Q}} \frac{c^{2} + d^{2}}{\left[\frac{X_{D}}{X_{Q}} + \left(\frac{r_{S}}{X_{Q}}\right)^{2}\right]} - \frac{X_{Q}}{R_{FEM}} \left[\frac{X_{D}}{X_{Q}} + \left(\frac{r_{S}}{X_{Q}}\right)^{2}\right] \right\}}{\frac{X_{Q}}{R_{FEM}} \left[\frac{X_{D}}{X_{Q}} + \left(\frac{r_{S}}{X_{Q}}\right)^{2}\right] + \frac{r_{S}}{X_{Q}} + \frac{1}{2} \left(\frac{X_{D}}{X_{Q}} - 1\right) \text{sen}2\delta}$$
(6.25)

As figuras 6.13 e 6.14 mostram a variação do rendimento em função dos parâmetros  $X_D/X_Q, X_Q/R_{FEM}$  e  $r_S/X_Q$ .



Figura 6.13: Variação do rendimento para  $r_S/X_Q = 0,1$ 



Pode-se constatar o impacto apreciável das perdas no ferro e mecânicas no sentido de diminuir o rendimento da máquina em comparação com o índice  $X_D/X_Q$  e a resistência ôhmica de estator. Para máquinas com  $X_D/X_Q$  superior a 4, observa-se que não é muito acentuada a influência deste índice sobre o rendimento da máquina quando operando com ângulo de carga entre 5° e 20°. Máquinas com  $X_D/X_Q = 6$  apresentam um rendimento com valor máximo teórico de 6% superior àquelas com  $X_D/X_Q = 4$ .

A resistência ôhmica de estator tem maior influência nas máquinas de menor índice  $X_D/X_Q$  quando operando com ângulo de carga entre 5° e 20.

#### 6.8.6 - Conjugado de saída

O conjugado de saída, T<sub>S</sub>, é obtido a partir das seguintes relações:

$$T_{\rm S} = \frac{P_{\rm S}}{\omega_{\rm MR}} \tag{6.26}$$

$$\omega_{\rm MR} = \frac{2}{P} \,\omega_{\rm e} \tag{6.27}$$

Onde:

- P<sub>S</sub>: Potência de saída definida pela equação (6.24)
- $\omega_{MR}$ : Velocidade angular mecânica do rotor;
- ω<sub>e</sub>: Velocidade angular do campo girante de entreferro;
- P: Número de pólos do rotor.

Substituindo (6.24) e (6.27) em (6.26) é encontrada a seguinte expressão para o conjugado de saída:

$$T_{S} = \frac{mV_{S}^{2}}{X_{Q}} \cdot \frac{P}{2\omega_{e}} \frac{1}{\left[\frac{X_{D}}{X_{Q}} + \left(\frac{r_{S}}{X_{Q}}\right)^{2}\right]} \left\{ c - \frac{r_{S}}{X_{Q}} \frac{c^{2} + d^{2}}{\left[\frac{X_{D}}{X_{Q}} + \left(\frac{r_{S}}{X_{Q}}\right)^{2}\right]} - \frac{X_{Q}}{R_{FEM}} \left[\frac{X_{D}}{X_{Q}} + \left(\frac{r_{S}}{X_{Q}}\right)^{2}\right] \right\}$$
(6.28)

Nas figuras 6.15 e 6.16 o conjugado de saída T's é dado por:

$$T'_{S} = T_{S} \frac{X_{O}}{V_{S}^{2}}$$
 (6.29)

com c e d dados pela expressão (6.20)





Para uma máquina ideal, conforme demonstrado na equação (6.28), o conjugado máximo, na região síncrona, ocorre para o ângulo de carga igual a 45°. O índice  $X_D/X_Q$  é o que causa o maior impacto nos valores do conjugado de saída, principalmente para ângulos de carga superior a 20°.

A resistência ôhmica de estator diminui em até 13% o valor máximo do conjugado de saída. Além dessa redução, a resistência ôhmica desloca o ângulo em que ocorre o conjugado máximo de 45°(condição ideal) para uma faixa entre 35° e 40°.

As perdas no ferro e mecânicas têm pouca influência sobre o valor do conjugado de saída, conforme mostram as figuras 6.15 e 6.16.

#### 6.8.7 – Condição de conjugado máximo síncrono

O motor síncrono de relutância opera com uma grande faixa do ângulo de carga na velocidade síncrona, em regime permanente. Conforme já mencionado, o conjugado máximo síncrono é o maior conjugado que o motor síncrono de relutância pode desenvolver sob tensão e freqüência fixas sem sair do sincronismo. Com a finalidade de avaliar o impacto dos índices  $X_D/X_Q$ ,  $X_Q/R_{FEM}$  e  $r_S/X_Q$  sobre os valores do ângulo de carga e a corrente da linha em que ocorre o conjugado máximo, são desenvolvidas expressões normalizadas em função desses índices.

O ângulo de carga máximo,  $\delta_{MS}$ , para a máquina operando na região do conjugado máximo síncrono, é obtido da condição  $dT_S/d\delta = 0$ .

Derivando (6.28) e igualando a zero, encontra-se a equação (6.30) que permite determinar o ângulo de carga  $\delta_{MS}$ .

$$\left\{2\frac{r_{S}}{X_{Q}}\left[\frac{X_{Q}}{R_{FEM}} + \frac{1}{K}\frac{r_{S}}{X_{Q}}\right] - 1\right\} \operatorname{sen}^{2} \delta_{MS} - \frac{1}{2}\frac{1}{K}\frac{r_{S}}{X_{Q}}\left(\frac{X_{D}}{X_{Q}} + 1\right) \operatorname{sen} 2\delta_{MS} = \frac{r_{S}}{X_{Q}}\left(\frac{X_{Q}}{R_{FEM}} + \frac{1}{K}\frac{r_{S}}{X_{Q}}\right) - \frac{1}{2}$$

$$(6.30)$$

Onde K é dado por:

$$\mathbf{K} = \left[\frac{\mathbf{X}_{\mathrm{D}}}{\mathbf{X}_{\mathrm{Q}}} + \left(\frac{\mathbf{r}_{\mathrm{S}}}{\mathbf{X}_{\mathrm{Q}}}\right)^{2}\right]$$
(6.31)

Pode-se constatar na equação (6.30) que para condições ideais, o ângulo de carga  $\delta_{MS}$  é igual a 45°. Resolvendo para diversos valores do índice de saliência  $X_D/X_Q$  e das relações  $X_Q/R_{FEM}$  e  $r_S/X_Q$ , obtém-se o ângulo de carga  $\delta_{MS}$ . A determinação do conjugado máximo síncrono normalizado,  $T_{MS}$ , e da corrente de linha máxima síncrona normalizada,  $I_{MS}$ , é obtida substituindo os valores de  $\delta_{MS}$  nas equações, (6.26) e (6.11), respectivamente.

Portanto, as expressões de  $I_{\text{CMS}}$  e  $T_{\text{CMS}}$  são dadas por:

$$I_{MS} = \frac{V_S}{X_Q} \frac{1}{K} \sqrt{\left\{\frac{X_Q}{R_{FEM}}K + \frac{r_S}{X_Q} + \frac{1}{2}\left(\frac{X_D}{X_Q} - 1\right)sen2\delta_{MS}\right\}^2 + \left\{\left(\frac{X_D}{X_Q} - 1\right)sen^2\delta_{MS} + 1\right\}^2}_{(6.32)}}$$
$$T_{CMS} = \frac{mV_S^2}{X_Q} \frac{P}{2\omega_e} \frac{1}{K} \left\{c_{MS} - \frac{r_S}{X_Q}\frac{c_{MS}^2 + d_{MS}^2}{K} - \frac{X_Q}{R_{FEM}}K\right\}$$

com c<sub>MS</sub> e d<sub>MS</sub> dados por:

$$c_{MS} = \frac{X_Q}{R_{FEM}} \left[ \frac{X_D}{X_Q} + \left( \frac{r_S}{X_Q} \right)^2 \right] + \frac{r_S}{X_Q} + \frac{1}{2} \left( \frac{X_D}{X_Q} - 1 \right) \text{sen} 2\delta_{MS}$$

$$d_{MS} = \left( \frac{X_D}{X_Q} - 1 \right) \text{sen}^2 \delta_{MS} + 1$$
(6.33)

e

K dado pela equação (6.31)

Os valores teóricos encontrados do conjugado máximo síncrono, ângulo de carga máximo e corrente de linha máxima síncrona, compõe a tabela 6.1 e a tabela 6.2.

Tabela 6.1: Valores do ângulo de carga máximo,	$\delta_{\rm CMS}$ , para $r_{\rm S}/X_{\rm Q} = 0,1$
--	---

X <sub>D</sub> /X <sub>Q</sub>	$X_Q/R_{FEM} = 0$			$X_Q/R_{FEM} = 0.05$			$X_Q/R_{FEM} = 0,1$		
	$\delta_{\text{CMS}}$	T' <sub>CMS</sub>	I' <sub>CMS</sub>	$\delta_{CMS}$	T' <sub>CMS</sub>	I' <sub>CMS</sub>	$\delta_{\text{CMS}}$	T' <sub>CMS</sub>	I' <sub>CMS</sub>
3	41,1	2,47	0,72	41,1	2,44	0,74	41,1	2,41	0,77
4	41,4	2,76	0,70	41,4	2,73	0,73	41,3	2,69	0,76
6	41,7	3,05	0,69	41,6	3,01	0,72	41,5	2,97	0,75
8	41,8	3,19	0,68	41,7	3,15	0,71	41,7	3,11	0,75

X <sub>D</sub> /X <sub>Q</sub>	$X_Q/R_{FEM} = 0$			$X_Q/R_{FEM} = 0.05$			$X_Q/R_{FEM} = 0,1$		
	$\delta_{CMS}$	T' <sub>CMS</sub>	I' <sub>CMS</sub>	$\delta_{CMS}$	T' <sub>CMS</sub>	I' <sub>CMS</sub>	$\delta_{\text{CMS}}$	T' <sub>CMS</sub>	I' <sub>CMS</sub>
3	37,4	2,30	0,69	37,2	2,23	0,72	37,1	2,16	0,75
4	37,9	2,55	0,67	37,8	2,48	0,70	37,6	2,40	0,73
6	38,3	2,79	0,65	38,2	2,72	0,68	38,1	2,64	0,72
8	38,6	2,91	0,65	38,4	2,84	0,68	38,3	2,75	0,71

Tabela 6.2: Valores do ângulo de carga máximo,  $\,\delta_{CMS}$  , para  $r_S/X_Q$  = 0,2

Nas tabelas 6.1 e 6.2, T'<sub>CMS</sub> e I'<sub>CMS</sub> são dados pelas seguintes expressões :

$$T'_{CMS} = T_{CMS}(X_Q/V_S^2) \times 10^3$$
  
 $I'_{CMS} = I_{CMS} (X_Q/V_S)$ 
  
(6.34)

Constata-se que o ângulo em que ocorre o conjugado máximo síncrono é praticamente constante para as variações dos índice de saliência  $X_D/X_Q$  e das perdas no ferro e mecânicas. No entanto, o seu valor é reduzido com o aumento da resistência ôhmica  $r_s$ .

O aumento do valor do índice de saliência incrementa o valor do conjugado máximo. No entanto, a medida que aumenta o valor de  $X_D/X_Q$ , essa influência é menos acentuada. A resistência ôhmica de estator reduz o valor do conjugado máximo síncrono. O valor do conjugado máximo síncrono é pouco afetado com a variação das perdas no ferro e mecânicas.

O valor da corrente máxima síncrona é pouca afetado pelo índice de saliência.

#### 6.9 – Observações e conclusões

O índice de saliência  $X_D/X_Q$ , resistência ôhmica dos enrolamentos de estator, e a resistência equivalente que engloba as perdas no ferro e as perdas mecânicas influenciam, de uma maneira conjunta, o desempenho do motor de relutância.

Portanto, para obter-se um circuito equivalente confiável que permita o cálculo de algumas das características de desempenho da máquina de relutância quando operando em regime permanente, é importante o conhecimento de alguns parâmetros do motor. As reatâncias  $X_D$  e  $X_Q$ , a resistência ôhmica  $r_S$  de estator e a resistência equivalente  $R_{FEM}$  que engloba as perdas no ferro e as perdas mecânicas são parâmetros que influenciam o desempenho do motor na região síncrona, em regime permanente. Portanto, a determinação precisa desses parâmetros é importante para a análise do desempenho da máquina de relutância. Isto será mostrado no capítulo 7.

Conhecidos os valores das reatâncias  $X_D e X_Q$ , da resistência ôhmica  $r_S$  de estator e da resistência equivalente  $R_{FEM}$  determina-se algumas das características de desempenho a partir do circuito equivalente da figura 6.8.

A identificação experimental desses parâmetros, a comparação dos valores teóricos de desempenho obtidos do circuito equivalente, e a comparação com os valores experimentais estão mostrados no capítulo 7.

## **CAPÍTULO 7**

# Identificação dos parâmetros do motor síncrono de relutância

#### 7.1 – Introdução

Este capítulo é dedicado à identificação dos parâmetros do circuito equivalente proposto no capítulo 6 e à determinação experimental de algumas das características de desempenho do motor síncrono de relutância com gaiola, operando nas regiões síncrona e assíncrona.

Inicialmente, serão determinados os parâmetros elétricos que compõe o circuito equivalente. Com base no circuito equivalente, são calculadas algumas das características de desempenho do motor quando alimentado sob tensão constante, operando na região síncrona.

Posteriormente, com o motor ainda operando na região síncrona, e sendo ensaiado com carga, determina-se experimentalmente essas mesmas características, que são comparadas com os valores obtidos do circuito equivalente.

O motor também possuí uma região de operação assíncrona, em que o rotor acelera do repouso até uma velocidade próxima à velocidade síncrona, seguida de uma repentina aceleração para a velocidade síncrona. Nesta região, o desempenho do motor depende, entre outros fatores, da inércia da carga acoplada e dos parâmetros da gaiola. Para avaliar, de uma forma qualitativa, uma das características de desempenho na região assíncrona, será feita a determinação experimental das curvas características dinâmicas. Isto, em regime permanente do conjugado em função da velocidade, quando operando na região assíncrona.

Os resultados apresentados para operação síncrona incluem os valores calculados a partir do circuito equivalente e os valores obtidos experimentalmente. Para efeito ilustrativo, também serão apresentadas as curvas características do conjugado em função da velocidade, em regime permanente e em regime dinâmico.

#### 7.2 – Descrição do motor a ser ensaiado

A máquina, objeto deste trabalho, é um motor síncrono de relutância trifásico, com rotor de gaiola, dois pólos, com os seguintes dados de placa:

Fabricante: Louis Allis; Potência: 0,43/0,072 HP; Velocidade: 4500/750 rpm; Freqüência: 75/12,5 Hz; Tensão: 240/47V; Corrente : 2,7 A.

O estator da máquina é constituído de um enrolamento de uma máquina convencional trifásica, dupla camada, conectado em estrela, com o neutro acessível e com 24 ranhuras no estator. Uma fotografia ilustrativa do estator é mostrada na figura 7.1.



Figura 7.1: Fotografia do estator

A máquina possuí um rotor de laminação convencional, com dois pólos salientes e gaiola de partida. Conforme já mencionado no capítulo 4, trata-se de uma topologia de rotor de 1º geração. A figura 7.2 mostra a fotografia do rotor.



Figura 7.2: Fotografia do rotor

#### 7.3 - Medições e ensaios do motor síncrono de relutância

Modelos confiáveis do motor de relutância com rotor de gaiola estão ainda sob desenvolvimento, principalmente quando é necessário estudar a operação na região assíncrona.

Os principais parâmetros para a modelagem em regime permanente são as reatâncias  $X_D e X_Q e$  a resistência equivalente  $R_{FEM}$ . Além dos parâmetros citados, o conhecimento da indutância de dispersão de estator, da inércia do rotor e da resistência e indutância dos enrolamentos amortecedores são importantes para a o modelo dinâmico do motor.

As avaliações do desempenho do motor síncrono de relutância em regime permanente, comparando os valores de desempenho obtidos experimentalmente com os valores calculados a partir do circuito equivalente da figura 6.8, as medições e ensaios realizados no motor foram conduzidas com as seguintes finalidades:

- Identificar os parâmetros do motor de relutância;
- Determinar as características desempenho e efetuar as devidas comparações;
- Determinar as curvas características do conjugado e corrente em função da velocidade, na forma dinâmica e em regime permanente.

Todos os testes e medições, o desenvolvimento, a montagem e adaptações de placas para aquisição de sinais foram realizados no laboratório de Eletrônica Industrial do Centro Universitário Salesiano de São Paulo, UNISAL, unidade de Americana. Nos itens seguintes serão detalhados as montagens e os procedimentos utilizados para os ensaios no motor de relutância.

## 7.4 – Detalhes da bancada de ensaios

Para as medições e ensaios no motor síncrono de relutância foram utilizadas duas montagens básicas. A montagem "1", indicada na figura 7.3, foi utilizada nos ensaios de medição das reatâncias  $X_D$  e  $X_Q$ , ensaios com carga para a determinação de algumas das características de desempenho da máquina e ensaios para a determinação da curva conjugado em função da velocidade, em regime permanente.



Figura 7.3: Montagem "1 "

Os equipamentos e instrumentos de medição utilizados na montagem "1 ", são os seguintes:

**Variador de tensão:** Auto transformador trifásico, Modelo T-3415, fabricante AUTE Indústria Eletro-eletrônica, 50/60 Hz, 15A, tensão de entrada 220V, tensão de saída 0-240V, potência 6kW.

W1, W2 e W3: Power Meter, modelo 39, fabricante FLUKE, com alicate de corrente 80I-110s AC/DC. Este instrumento engloba as medidas de tensão, corrente, potência ativa e reativa e fator de potência.

**MSR:** Motor síncrono de relutância trifásico, fabricante Louis Allis, potência 0,43/0,072 HP, velocidade 4500/750 rpm, freqüência 75/12,5 Hz, tensão 240/47V e corrente de 2,7 A.

**E:** Encoder modelo BA8022-1500, fabricante VEEDER ROOT do Brasil, 1500 pulsos por revolução.

T: Transferidor graduado em graus geométricos com divisões de 1°.

ET: Estroboscópio industrial, fabricante FRATA, 120V, 60 Hz.

**FCC:** Freio eletrodinamométrico de corrente contínua, fabricante ENIKA, 3kW em 1800rpm, carcaça oscilante, com braço de 0,498m.

CG: Célula de carga, marca KRATOS, modelo MM, capacidade 10 kg, com indicador digital modelo 1K14A de capacidade mínima de 25g, capacidade máxima de 2.500g e divisões de 1g.

As máquinas MCC e MI constituem um grupo Ward-Leonard com as seguintes caraterísticas elétricas:

MCC: Máquina de corrente contínua, fabricante ENIKA, 3 kW,

MI: motor de indução bobinado trifásico, fabricante ENIKA, 1cv, 220V, 4 pólos

O grupo Ward-Leonard, juntamente com o freio FCC, permite efetuar as variações de carga mecânica necessárias para os ensaios.

A montagem "2", indicada na figura 7.4, é utilizada para a determinação da curva do conjugado em função da velocidade, em regime dinâmico.



Figura 7.4: Montagem "2"

Os equipamentos e instrumentos adicionais utilizados são os seguintes:

**F/V:** Placa conversora tensão/ freqüência, projeto da HI Tecnologia, adaptada e ajustada para a medição da velocidade mecânica do rotor.

**DIF:** Placa diferenciadora utilizada para derivar o sinal de velocidade proveniente da placa conversora **F/V** e gerar o sinal do conjugado.

**OS:** Osciloscópio digital, SCOPE METER, modelo 196, fabricante FLUKE, 2 canais, 100MHz.

Fotografias da bancada de ensaios estão disponibilizadas no Apêndice B.

#### 7.5 – Identificação dos parâmetros do motor de relutância

Com a finalidade de identificar os parâmetros do circuito equivalente serão determinados os valores da resistência ôhmica de estator  $r_S$ , resistência equivalente de perdas no ferro e mecânicas  $R_{FEM}$  e as reatâncias segundo os eixos direto  $X_D$  e em quadratura  $X_Q$ , a partir do circuito equivalente mostrado na figura 7.5.



Para efeito da determinação experimental da curva dinâmica do conjugado em função da velocidade, será também determinada a inércia do rotor do motor de relutância. Como a gaiola não influencia na operação síncrona, os seus parâmetros não são objeto de estudo neste trabalho.

#### 7.5.1 – Enrolamento de estator

A resistência ôhmica dos enrolamentos de estator,  $r_s$ , foi medida com um multímetro digital de 4<sup>1/2</sup> dígitos, obtendo-se 2,00  $\Omega$ /fase a 28° C.

A indutância de dispersão dos enrolamentos de estator foi medida com o rotor removido [22]. A medição foi realizada através de uma ponte RLC, modelo MA-4303, de fabricação da NANSEN S.A, obtendo-se o valor médio de 8,0 mH/fase.

#### 7.5.2 – Perdas no ferro e mecânicas

O efeito das perdas no ferro e mecânicas é levado em conta através do resistor equivalente  $R_{FEM}$ . Conforme [14], o mesmo pode ser determinado através do ensaio em vazio, utilizando as seguintes relações:

$$R_{FEM} = mV_{S}^{2}/W_{FEM}$$

$$(7.1)$$

$$W_{FEM} = W_{V} - m r_{S} I_{V}^{2}$$

Em que:

R<sub>FEM</sub>: Resistência equivalente de perdas no ferro e mecânicas;

W<sub>FEM</sub> : Potência de perdas no ferro e mecânicas, medidas no ensaio em vazio;

W<sub>V</sub>: Potência absorvida da linha, medida no ensaio em vazio;

 $I_V$ : Corrente absorvida da linha, medida no ensaio em vazio;

- V<sub>S</sub>: Tensão de fase, medida no ensaio em vazio;
- r<sub>S</sub> : Resistência ôhmica de estator;
- m : Número de fases do motor.

O motor foi ensaiado em vazio, com alimentação senoidal trifásica balanceada, 60Hz, utilizando a montagem "1", com o motor desacoplado mecanicamente do freio. Após o ensaio foi medida a resistência ôhmica de fase do estator,  $r_s$ , encontrando o valor de 2,30 $\Omega$  a 29°C.



A figura 7.6 mostra como  $R_{FEM}$  e  $W_{FEM}$  variam com a tensão de fase.

Figura 7.6: Ensaio em vazio – 60Hz

Extrapolando, na figura 7.6, a curva  $W_{FEM}$  para o valor da tensão de fase nula, obtém se o valor de, aproximadamente, 30W das perdas mecânicas para a máquina operando em 60 Hz. Esse valor corresponde a 9,3% da potência útil de placa do motor, que é de 321W(0,43HP).

#### 7.5.3 – Reatâncias segundo os eixos direto e em quadratura

É bem conhecido o fato que a medição de alguns parâmetros do motor síncrono de relutância com rotor de gaiola pode apresentar algumas dificuldades devido às distorções introduzidas pela presença dos enrolamentos amortecedores [32].

Conforme indicado na bibliografia, as referências [8], [10], [14], [16], [25] e [33] apresentam vários métodos para a medição dessas reatâncias. Em face do instrumental disponível e da simplicidade da montagem, neste trabalho para as medições de  $X_D$  e  $X_Q$  são feitas utilizando-se os métodos propostos por Honsinger em [14] e [16].

#### 1º Método proposto por Honsinger

Para a determinação de  $X_D$ , o motor é ensaiado em vazio. Nestas condições o ângulo  $\delta$  de carga pode ser assumido bem próximo de zero. Tendo-se em vista a equação 6.13, e admitindo-se que se possa considerar desprezíveis as relações  $r_S/X_Q$  e  $X_Q/R_{FEM}$ , esta equação acaba se resumindo a:

$$I_{SV} = V_S / X_D \tag{7.2}$$

onde  $I_{SV}$  é o valor da corrente para a condição do ensaio.

A reatância  $X_D$  pode ser calculada pela expressão 7.2. Na operação em vazio, devido à ausência do fluxo segundo eixo em quadratura, não faz sentido determinar o valor da reatância  $X_Q$ 

À medida que o motor é carregado com carga mecânica, a força magnetomotriz segundo o eixo direto decresce, enquanto aumenta a força magnetomotriz segundo o eixo em quadratura [14].

Portanto, na região do conjugado máximo síncrono, além da presença do fluxo agindo no eixo direto, há também o fluxo agindo sobre o eixo em quadratura, possibilitando dessa forma a determinação de  $X_Q$  Honsinger, em seu trabalho [14], utilizou a expressão 7.3 para a obtenção desta reatância:

$$X_{Q} = \frac{X (X_{D}-X) - (R-r_{S})^{2} - Y_{FEM} \left[ (Z^{2} Y_{FEM} - 2R) r_{S}^{2} + 2 r_{S} Z^{2} \right]}{\left[ 1 + Y_{FEM} (Y_{FEM} Z^{2} - 2R) \right] X_{D} - X}$$
(7.3)

onde:

$$Z = V_S/I_S$$

$$R = Z \cos \phi$$

$$X = Z \sin \phi$$
(7.4)

O efeito das perdas no ferro e mecânicas é levado em conta através da admitância  $Y_{\text{FEM}}$ . Conforme [14], esta admitância pode ser determinada através do ensaio em vazio, utilizando a expressão dada por:

$$Y_{FEM} = (1/R_{FEM}) = W_{FEM}/mV_s^2$$
 (7.5)

Nas expressões (7.3) e (7.4), os valores de Z, R e X são obtidos através do ensaio com carga, utilizando a montagem "1". No ensaio em carga, através do conjunto freio eletrodinamométrico e sistema Ward-Leonard, é feita uma aplicação gradual de carga ao motor de relutância, até a região próxima a saída do sincronismo. Neste ponto de carga são medidas as correntes absorvidas da linha, as tensões de fase e de linha e a potência absorvida, através do método dos dois wattímetros. Com estes valores, utilizando a expressão (7.4), calcula-se os valores de Z, R e X e, posteriormente, através de (7.3), calcula-se o valor de  $X_Q$ .

#### 2º Método proposto por Honsinger

Como alternativa, Honsinger, em seu trabalho, [16], propôs a determinação de  $X_D$  também na região do conjugado máximo síncrono, pensando, provavelmente na interação entre o fluxo de entreferro agindo simultaneamente nos eixos direto e em quadratura. Neste método, as reatâncias  $X_D$  e  $X_Q$  são determinadas através da resolução simultânea das equações do conjugado máximo síncrono e do fator de potência máximo.

O valor do conjugado máximo é dado por:

$$T_{MS} = \frac{mV_{S}^{2}}{X_{Q}} \cdot \frac{P}{2\omega_{e}} \frac{1}{\left[\frac{X_{D}}{X_{Q}} + \left(\frac{r_{S}}{X_{Q}}\right)^{2}\right]} \left\{ c_{MS} - \frac{r_{S}}{X_{Q}} \frac{c_{MS}^{2} + d_{MS}^{2}}{\left[\frac{X_{D}}{X_{Q}} + \left(\frac{r_{S}}{X_{Q}}\right)^{2}\right]^{2}} - \left[\frac{X_{D}}{X_{Q}} + \left(\frac{r_{S}}{X_{Q}}\right)^{2}\right]^{2} \right\}$$
(7.6)

 $\operatorname{com} c_{MS} e d_{MS} dados por:$ 

$$c_{MS} = \frac{X_Q}{R_{FEM}} \left[ \frac{X_D}{X_Q} + \left( \frac{r_S}{X_Q} \right)^2 \right] + \frac{r_S}{X_Q} + \frac{1}{2} \left( \frac{X_D}{X_Q} - 1 \right) \operatorname{sen} 2\delta_{MS}$$

$$d_{MS} = \left( \frac{X_D}{X_Q} - 1 \right) \operatorname{sen}^2 \delta_{MS} + 1$$
(7.7)

O fator de potência máximo, conforme [14], é dado por:

$$\cos \varphi_{\text{Max}} = \frac{1 - \left(\frac{X_{\text{Q}}}{X_{\text{D}}}\right)^2 + 4 \text{ A } \sqrt{\frac{X_{\text{Q}}}{X_{\text{D}}} + \text{A}^2}}{\left(1 + \frac{X_{\text{Q}}}{X_{\text{D}}}\right)^2 + 4 \text{ A}^2}$$
(7.8)

$$A = \frac{r_S}{X_Q} \frac{X_Q}{X_D} + \frac{W_{FEM} X_Q}{m V_S^2}$$
(7.9)

onde

Os valores do conjugado máximo e do fator de potência máximo são obtidos através do ensaio com o motor em carga, conforme montagem **"1**", indicada na figura 7.3.

Com os mesmos procedimentos adotados no item anterior, em cada ponto da carga aplicada são medidos a corrente absorvida da linha, as tensões de fase e de linha e a potência absorvida, o ângulo de carga (com o uso do estroboscópio) e o conjugado de saída (com o uso da célula de carga).

O valor do conjugado máximo é obtido na região próxima à saída do sincronismo. O valor do fator de potência máximo é simplesmente o maior valor obtido entre os diversos valores de carga aplicada ao motor. Com esses valores, conhecidos os valores de  $r_s \in W_{FEM}$ , os valores de  $X_D \in X_Q$  são calculados utilizando as expressões (7.6) a (7.9). Um programa em linguagem "C" foi utilizado para a solução de  $X_D \in X_Q$ .

#### Resultados obtidos a partir dos ensaios

A figuras 7.7 a 7.9 mostram, respectivamente, os valores calculados, nos dois métodos, para  $X_D$ ,  $X_Q$  e o índice de saliência  $X_D/X_Q$ .







Figura 7.8: Reatância  $X_Q - 60Hz$ 



Figura 7.9: Índice de saliência  $X_D / X_Q - 60Hz$ 

#### 7.6 – Determinação das características de desempenho

Identificados os parâmetros do circuito equivalente e utilizando-se as expressões deduzidas no capítulo 6 é possível determinar algumas das características de desempenho do motor. Os valores experimentais foram obtidos no ensaio com carga utilizando a montagem "1". O motor foi ensaiado em 60 Hz, com alimentação em 192V e 150V. A tensão de 192V é a tensão que corresponde ao motor operando em 60Hz, e a tensão de 150V é a tensão mínima abaixo da qual não é mais possível acionar o motor em sincronismo. Os valores teóricos destas características foram calculados utilizando as reatâncias obtidas nos dois métodos mencionados no item 7.5.3.

#### 7.6.1 – Corrente de linha

As figuras 7.10 e 7.11 mostram, respectivamente, os valores teóricos e experimentais obtidos para a variação da corrente de linha,  $I_S$  em função do ângulo de carga, para as tensões de 192V e 150V, respectivamente.



Figura 7.10: Valores teóricos e experimentais da corrente de linha em 192V



Figura 7.11 Valores teóricos e experimentais da corrente de linha em 150V

Os valores teóricos da corrente de linha foram obtidos das expressões deduzidas no item 6.8.1, do capítulo 6. Para o motor operando até 25% de sobrecarga (3,4A), o valor da corrente experimental é menor que o valor teórico. Para uma tensão de alimentação de 192V, o desvio em relação ao valor teórico, em torno do ponto da corrente nominal, é, aproximadamente, 10%. Em 150V, o desvio é da ordem de 5%. Os valores experimentais em 192V apresentam uma melhor concordância com os valores teóricos calculados com as reatâncias  $X_D e X_Q$  obtidos no 1º método. Em 150V, os valores experimentais apresentam uma melhor concordância com os valores teóricos calculados no 2º método, até o valor em torno da corrente nominal. A partir desse valor os valores teóricos calculados com as reatâncias  $X_D e X_Q$  obtidos no 2º método, até o valor em torno da corrente nominal. A partir desse valor os valores teóricos

#### 7.6.2 – Fator de potência

Os valores teóricos do fator de potência foram obtidos das expressões deduzidas no item 6.8.2, do capítulo 6. As figuras 7.12 e 7.13 mostram, respectivamente, os valores teóricos e experimentais obtidos do fator de potência,  $\cos\varphi$ , para as tensões de 192V e 150V.



Figura 7.12: Valores teóricos e experimentais do fator de potência em 192V



Figura 7.13: Valores teóricos e experimentais do fator de potência em 150V

Observando as figuras 7.12 e 7.13, constata-se que os valores experimentais são menores que os valores teóricos, na região da operação da máquina com carga nominal ( ângulo de carga entre 5° e 23°).

Os valores teóricos calculados com as reatâncias obtidas no 2º método apresentam uma melhor concordância com os valores experimentais para ângulos de carga até 30º. Para operação próxima ao conjugado máximo, os valores teóricos calculados com as reatâncias obtidas no 1º método apresentam uma melhor concordância de valores.

Os valores experimentais do fator de potência em 192V são, em média, 5% maiores que os valores experimentais obtidos em 150V.

#### 7.6.3 – Rendimento

Os valores teóricos do rendimento foram obtidos das expressões deduzidas no item 6.8.5, do capítulo 6. As figuras 7.14 e 7.15 mostram, respectivamente, os valores teóricos e experimentais obtidos para o rendimento,  $\eta$ , para as tensões de 192V e 150V.



Figura 7.14: Valores teóricos e experimentais do rendimento em 192V



Figura 7.15: Valores teóricos e experimentais do rendimento em 150V
Os valores teóricos calculados no 1º método apresentam melhor concordância com os valores experimentais com ângulo de carga até 20º.

Os valores experimentais do rendimento em 192V são, em média, 10% superiores aos valores encontrados em 150V.

## 7.6.4 – Conjugado de saída

Os valores teóricos do conjugado de saída foram obtidos das expressões deduzidas no item 6.8.6, do capítulo 6. As figuras 7.16 e 7.17 mostram, respectivamente, os valores teóricos e experimentais obtidos do conjugado de saída,  $T_s$ , para as tensões de 192V e 150V.



Figura 7.16: Valores teóricos e experimentais do conjugado de saída em 192V



Figura 7.17: Valores teóricos e experimentais do conjugado de saída em 150V

Os valores teóricos calculados com as reatâncias obtidas no 2º método apresentam uma melhor concordância com os valores experimentais obtidos em 150V e 192V.

## 7.6.5 – Condição de conjugado máximo síncrono

Para determinar os valores teóricos do ângulo de carga máximo  $\delta_{MS}$ , conjugado máximo síncrono,  $T_{MS}$ , e corrente máxima síncrona,  $I_{MS}$ , foram utilizadas as expressões (6.30) a (6.33) deduzidas no capítulo 6.

Os valores teóricos e os valores experimentais obtidos estão mostrados na tabela 7.1

V <sub>L</sub> (V)	Valores teóricos 1º método			Valores teóricos 2º método			Valores experimentais		
	δ <sub>MS</sub> (°)	T <sub>MS</sub> (Nm)	I <sub>MS</sub> (A)	δ <sub>MS</sub> (°)	T <sub>MS</sub> (Nm)	I <sub>MS</sub> (A)	δ <sub>MS</sub> (°)	T <sub>MS</sub> (Nm)	I <sub>MS</sub> (A)
240	36,8	4,14	8,5	37,3	3,84	8,3	35	4,03	8,8
230	37,1	3,79	7,9	37,4	3,54	7,8	35	3,72	8,2
220	37,9	3,44	7,5	38,1	3,22	7,4	36	3,60	7,6
210	38,2	3,07	6,9	38,3	2,88	6,8	40	3,18	7,3
200	38,3	2,71	6,4	38,6	2,50	6,3	37	2,81	7,0
192	38,5	2,44	6,0	38,8	2,23	5,9	38	2,46	6,6
180	38,7	2,05	5,4	39,3	1,83	5,2	40	1,85	6,2
170	38,9	1,78	5,0	39,6	1,54	4,7	40	1,51	5,6
150	39,5	1,29	4,2	40,4	1,04	3,7	40	1,09	4,6

Tabela 7.1: Valores máximos teóricos e experimentais da corrente, conjugado e ângulo de carga

Os valores experimentais do ângulo de carga máximo,  $\delta_{MS}$ , apresentam uma boa concordância com os valores teóricos. O maior desvio encontrado em relação ao valor teórico foi da ordem de 6%.

Para tensão de linha superior à 192V, os valores experimentais do conjugado máximo,  $T_{MS}$ , apresentaram uma melhor concordância com os valores calculados utilizando as reatâncias obtidas no 1º método, com um desvio máximo da ordem de 5%. Para as tensões de linha inferior à 192V, os valores calculados utilizando o 2º método apresentaram melhores resultados, com um desvio máximo da ordem de 5%.

Os valores experimentais da corrente máxima síncrona,  $I_{MS}$ , apresentaram uma melhor concordância com os valores calculados quando foram utilizadas as reatâncias obtidas no 1° método. Foi obtido um desvio máximo da ordem de 13% em relação ao valor teórico.

## 7.7 – Determinação das características de desempenho em operação assíncrona

Com as solicitações cada vez mais severas de partida, principalmente quando o motor de relutância está acoplado a cargas de elevado valor de inércia (superior a quatro vezes o valor da inércia do seu rotor), torna-se importante o conhecimento das características de partida em regime dinâmico, quando operando na região assíncrona, para assegurar que a máquina apresente um bom desempenho de partida, desde o repouso até atingir o estado síncrono. As características dinâmicas assíncronas incluem entre outros aspectos, o transitório inicial de partida, a relação entre as características dinâmicas e em regime permanente do conjugado em função da velocidade, a corrente de partida e a sincronização.

O bom desempenho do motor frente às condições transitórias citadas está condicionado ao projeto da gaiola do rotor e o conhecimento seus parâmetros de reatância e resistência segundo o eixo direto e o eixo em quadratura.

Neste capítulo será dada a atenção para a determinação experimental das características de partida, através das curvas características dinâmicas e em regime permanente, do conjugado e da corrente de estator em função da velocidade, quando operando na região assíncrona. Não faz parte do trabalho a determinação experimental dos parâmetros da gaiola e o estudo da sincronização.

## 7.7.1 – Curvas características do conjugado e da corrente em função da velocidade em regime permanente

A curva característica do conjugado e da corrente em função da velocidade, em regime permanente, na região assíncrona é obtida utilizando a montagem "1" apresentada na figura 7.3. Com a finalidade de limitar a corrente de linha para evitar aquecimento excessivo dos enrolamentos de estator foi utilizada a tensão de 142V em 60Hz, a qual corresponde a 74% da tensão de 192V.

Os valores do conjugado e corrente são obtidos em função da velocidade, em cada ponto da região assíncrona, com a máquina estabilizada na condição dada. As curvas do conjugado e da corrente em função da velocidade serão apresentadas posteriormente.

# 7.7.2 – Curvas características dinâmicas do conjugado e da corrente em função da velocidade

O motor síncrono de relutância apresenta uma velocidade média constante cujo valor depende da freqüência. No entanto, os valores instantâneo de velocidade e conjugado oscilam continuamente.

Uma analise qualitativa da curva dinâmica do conjugado em função da velocidade, apresentada na figura 7.18, revela características de partida similares às de um motor de indução.



Figura 7.18: Curva característica dinâmica do conjugado em função da velocidade

Na região de alto escorregamento, há a presença de oscilações iniciais do conjugado devido a componente contínua transitória da corrente do estator. Na região de baixo escorregamento, constatam-se a existência de pulsações do conjugado devido à variação da

relutância do circuito magnético do rotor e à operação com uma velocidade superior à velocidade síncrona.

A figura 7.19 mostra a curva média dinâmica do conjugado em função da velocidade obtida da curva da figura 7.18.



Figura 7.19: Curva média dinâmica do conjugado em função da velo cidade

Os principais pontos a serem destacados na figura 7.19 são o conjugado nulo, que ocorre em uma velocidade abaixo da velocidade síncrona **ns**, e o conjugado negativo, na velocidade síncrona. Estes pontos dependem principalmente do valor do índice de saliência  $X_D/X_O$  e do valor da resistência elétrica do enrolamento do rotor.

Durante a ocorrência da maior parte da oscilação, o conjugado e a velocidade apresentam o mesmo sentido. Na região em que o valor da velocidade do rotor está abaixo do valor da síncrona, o seu sentido é positivo e o conjugado, sendo positivo, está na direção da rotação e tende a aumentar a velocidade. Entretanto, quando a velocidade é maior que a síncrona, o conjugado é negativo, opondo-se a rotação e tendendo a reduzir a velocidade. Neste caso, o amortecimento é positivo. Durante uma pequena parte da oscilação, a velocidade e o conjugado apresentam sinais opostos, e a ação do conjugado é revertida. O amortecimento é negativo, pois o conjugado eletromagnético tende a aumentar a oscilação. As referências [34] e [35] mostram com mais detalhes uma análise do conjugado assíncrono negativo.

Para motores de pequena potência há uma boa concordância entre a curva em regime permanente e a curva média dinâmica do conjugado em função da velocidade.

A curva característica do conjugado e da corrente em função da velocidade, em regime dinâmico, é obtida utilizando a montagem "2", mostrada na figura 7.4. O ensaio consiste em acionar o motor alimentado com uma tensão de 192V em 60 Hz, estando o mesmo acoplado a uma carga mecânica, no caso, o próprio freio eletrodinamométrico, FCC. O conjunto motor e freio têm uma inércia total da ordem de 65  $x10^{-3}$  kg.m<sup>2</sup>.

O sistema de aquisição do sinal de velocidade é composto de dois estágios. O primeiro estágio, um circuito conversor **F/V**, converte o sinal de velocidade, gerado em freqüência pelo encoder, **E**, para um sinal em tensão. O estágio final é um circuito amplificador. As figuras 7.20 e 7.21 mostram os dois estágios do sistema de aquisição do sinal de velocidade.



Figura 7.20: 1º estágio – Circuito conversor F/V

O sinal de entrada, proveniente do encoder, E, gera 1500 pulsos a cada revolução. Isto significa, para o motor de 3.600rpm, ou seja, 60 rps, que um sinal de saída em freqüência de

90.000 Hz alimenta o circuito conversor F/V, da figura 7.20. A saída do sinal em tensão no ponto **A**, proporcional à velocidade do motor, é injetado na entrada do estágio amplificador, da figura 7.21.



Figura 7.21: 2º estágio – Circuito amplificador

Na figura 7.21, a saída do sinal amplificado no ponto **B** é injetada em um dos canais do osciloscópio **OS**, para a aquisição do sinal de velocidade em função do tempo. Simultaneamente, o sinal no ponto **B** é injetado na entrada do circuito **DIF**, conforme mostrado na figura 7.22.



Figura 7.22: Circuito diferenciador (DIF)

O circuito diferenciador da figura 7.22 é composto de dois estágios. Um estágio destinado a obter a derivada do sinal da velocidade e outro estágio para a filtragem do mesmo. Após a filtragem, o sinal de saída no ponto C é injetado no outro canal do osciloscópio **OS**, obtendo-se o sinal da derivada da velocidade em função do tempo. Este sinal é proporcional ao conjugado de saída em função do tempo.

### 7.7.3 – Resultados obtidos no laboratório

Os sinais registrados no osciloscópios da velocidade e da sua derivada em função do tempo são transferidos para um microcomputador AMD K6-2, 400 MHz. Através do programa MTLAB são processados para gerar as curvas características do conjugado e da corrente em função da velocidade.

A figura 7.23 mostra a curva característica do conjugado em função da velocidade para o motor operando na região assíncrona, em regime permanente e em regime dinâmico.



Figura 7.23: Curvas características do conjugado em função da velocidade

Originalmente, a curva em regime permanente foi obtida com uma tensão de linha de 142V, em razão de dificuldades em obtê-la para a tensão de 192V. Adequados os valores de tensão, pode-se constatar, na a figura 7.23, a boa concordância entre as curvas do conjugado em função da velocidade, obtidas em regime permanente e em regime dinâmico, conforme a expectativa para máquinas de pequena potência. A curva de regime permanente, obtida para o motor alimentado com 142V em 60H foi referida para a mesma tensão de ensaio da curva dinâmica, isto é, 192V, utilizando a relação  $(192/142)^2$ .

A curva em regime dinâmico mostra, com mais detalhes, as oscilações do conjugado com a velocidade mecânica do motor. Neste caso, apesar da alta inércia da carga acoplada ao motor (10 vezes a inércia do motor), este apresentou um bom desempenho de partida, desde o repouso até à velocidade síncrona.

Outra característica assíncrona importante é a corrente de partida. A figura 7.24 mostra a curva característica da corrente em função da velocidade, para o motor operando na região assíncrona, em regime permanente e em regime dinâmico.

A curva de regime permanente, obtida para o motor alimentado com 142V em 60H foi referida para a mesma tensão de ensaio da curva dinâmica, isto é, 192V, utilizando a relação (192/142).



Figura 7.24: Curvas características da corrente em função da velocidade

Também neste caso, há uma boa concordância entre as curvas em regime permanente e em regime dinâmico. Cabe destacar o alto valor da corrente de partida, aproximadamente 28A, que representa 10 vezes o valor da corrente de plena carga do motor (2,7A). Este valor está compatível para motores de rotor com gaiola de 1º geração.

## **CAPÍTULO 8**

## Conclusões

Dentre as variedades de motores de relutância existentes, neste trabalho foi realizado o estudo teórico e experimental do motor síncrono de relutância com gaiola. Como se sabe, a presença da gaiola traz algumas dificuldades na medida de alguns parâmetros do motor. Uma grande parte das aplicações industriais utiliza este tipo de motor, pois a gaiola tem como objetivo permitir uma partida direta a partir da rede ou de inversores estáticos.

O tipo de motor analisado na parte experimental da tese é utilizado no processamento de fibra sintética, a lycra. Trata-se de um acionamento com múltiplos motores, que acionam individualmente cilindros de transporte que têm a função de controlar o estiramento e tracionamento do fio de lycra.

Inicialmente é apresentada uma descrição geral dos diversos tipos de motores síncronos de relutância e mostrada uma classificação das diversas topologias de rotor existentes, com uma descrição dos aspectos construtivos de cada uma.

O comportamento do motor com a presença da gaiola foi estudado com desenvolvimento de modelos e expressões gerais a partir das equações gerais de Park adaptadas para o motor síncrono de relutância. Particularizando para operação em regime permanente balanceado, foram desenvolvidas expressões teóricas com a inclusão das perdas no ferro e mecânicas procurando avaliar as influências destas no desempenho da máquina de relutância.

Para a verificação experimental das expressões teóricas desenvolvidas para o regime permanente balanceado, o motor foi ensaiado em laboratório para a identificação de seus parâmetros e determinação de algumas das características de desempenho. A grande dificuldade residiu na medição das reatâncias  $X_D$  e  $X_Q$ , as quais são afetadas pela presença da gaiola. Para a medição das mesmas foram utilizados os dois métodos propostos por Honsinger.

Com os valores determinados das reatâncias foram calculados os valores teóricos de desempenho do motor para os dois métodos e comparados com os valores experimentais.

O bom desempenho do motor frente às condições de partida está condicionado ao projeto da gaiola do rotor. Foi realizada em laboratório a determinação experimental das características de partida, através das curvas características do conjugado e da corrente de estator em função da velocidade, quando operando na região assíncrona. Para efeito de comparação, essas curvas foram determinadas em regime permanente e em regime dinâmico.

Através dos resultados obtidos, pode-se concluir que:

- Como trata-se de uma máquina de primeira geração e, conforme já mencionado, apresenta valores baixos para o índice de saliência. O valor encontrado no 2º método proposto por Honsinger é mais compatível para este tipo de topologia de rotor.
- Os valores teóricos obtidos com as reatâncias calculadas através do 2º método apresentam, em média, melhor concordância com os resultados experimentais para a máquina operando até as proximidades da região da carga nominal.
- Os valores teóricos obtidos com o 1º método são mais adequados para a máquina operando nas proximidades do conjugado máximo.
- Apesar de apresentar um melhor resultado, a determinação das reatâncias através do 2º método é mais trabalhosa, pois depende do valor lido do conjugado de saída na região do máximo conjugado síncrono.
- As perdas no ferro e mecânicas causam impacto apreciável no rendimento e fator de potência da máquina. Portanto, a determinação experimental dessas perdas é importante para a análise do desempenho da máquina através do circuito equivalente.
- O circuito equivalente proposto no capítulo 6 representa, com boa aproximação, a máquina síncrona com gaiola operando em regime permanente balanceado.
- As curvas características do conjugado e da corrente em função da velocidade, obtidas experimentalmente no regime permanente e no regime dinâmico, apresentam uma boa semelhança entre elas, conforme previsto para máquinas de pequenas potências.

Portanto, pode-se destacar as seguintes contribuições deste trabalho:

- Compilação e apresentação sistematizada dos diversos tipos de rotores do motor síncrono de relutância;
- Adaptação das equações gerais e modelos matemáticos, segundo os eixos direto e em quadratura, incluindo a gaiola e as perdas no ferro e mecânicas;
- Desenvolvimento de expressões para a análise das influências do índice de saliência e das perdas no ferro e mecânicas com a máquina em regime permanente balanceado;
- Determinação das reatâncias X<sub>D</sub> e X<sub>Q</sub> utilizando os dois métodos propostos por Honsinger;
- Desenvolvimento do instrumental necessário para a determinação experimental da curva característica do conjugado em função da velocidade, em regime dinâmico.

Para trabalhos futuros pode-se sugerir:

- Desenvolvimento de equações gerais e circuitos equivalentes incluindo os efeitos da saturação;
- Aperfeiçoamento das medidas de conjugado de saída para a determinação das reatâncias segundo os eixos direto e em quadratura;
- Determinação experimental dos parâmetros elétricos dos enrolamentos de rotor para utilização nas equações gerais da máquina de relutância;
- Simulação computacional da operação em regime permanente e em regime dinâmico da máquina.

## **Referências Bibliográficas**

- [1] **MILLER, T.J.E.**, Switched Reluctance Motors and Their Control, Magna Physics Publishing and Clarendon Press Oxford, 1993
- [2] **VEINOTT, C.G. e MARTIN, J.E.**, Fractional and Subfractional Horsepower Electric Motors, 4<sup>th</sup> edition, McGraw Hill, 1986
- [3] ADKINS, B. e GIBBS, W.J., Polyphase Commutator Machines, Cambridge, 1951
- [4] NBR 5457, Eletrotécnica e Eletrônica, Máquinas Girantes Terminologia 1980
- [5] FREITAS, M.A.A., Acionamento do Motor de Passo no Modo de Fracionamento Eletrônico do Ângulo de Passo, Tese de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, 1998
- [6] KENJO, TAKASHI e SUGAWARA, AKIRA, Stepping Motors and Their Microprocessor Controls, Clarendon Press Oxford, 2<sup>a</sup> edição, 1994
- [7] FITZGERALD, A.E. e JR, C.K. e UMANS, S.D., Electric Machinery, 5<sup>th</sup> edition, Mc Graw-Hill Book Company, 1990
- [8] JOVANOVIC, MILUTIN G., Sensorless Control of Synchronous Reluctance Machines, PhD dissertation, University of Newcastle, Austrália, 1997.
- [9] KOSTKO, J. K., Polyphase Reaction Synchronous Motors, AIEE Journal, Volume 42, 1162 – 1168, 1923
- [10] LAWRENSON, P.J. e AGU, L.A., Theory and Performance of Polyphase Reluctance Machines, Proceedings IEE, Volume 111, n.º 8, 1435 – 1445, 1964
- [11] LAWRENSON, P.J. E GUPTA, S.K., Developments in the Performance and Theory of Segmental-Rotor Reluctance Motors, Proceedings IEE, Volume 114, n.º 5, 645 653, 1967
- [12] FONG, W. e HTSUI, J.S.C., New Type of Reluctance Motor, Proceedings IEE, Volume 117, n.º 3, 545 – 551, 1970

- [13] CHALMERS, B.J. e MULKI, A.S., Design and Performance of Reluctance Motors With Unlaminated Rotors, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Volume PAS-91, 1562 – 1569, 1972
- [14] HONSINGER, V.B, The Inductances Ld and Lq of Reluctance Machines, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Volume PAS-90, n.°1, 298 – 304, 1971
- [15] HONSINGER, V.B., Steady-State Performance of Reluctance Machines, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Volume PAS-90, n.º1, 305 – 317, 1971
- [16] HONSINGER, V.B., Inherently Stable Reluctance Motors Having Improved Performance, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Volume PAS-91, 1544 – 1554, 1972
- [17] BOLDEA, ION, Reluctance Synchronous Machines and Drives, Clarendon Press Oxford, 1996
- [18] BETZ, R.E, e LAGERQUIST, R. e JOVANOVIC, M. e MILLER, T.J.E. e MIDDLETON, R.H., Control of Synchronous Reluctance Machines, IEEE Transactions on Industry Applications, Volume IA - 29, n.º 6, 1110 – 11122, 1993
- [19] RAJASHEKARA, K. e KAWAMURA, A. e MATSUSE, K., Sensorless Control of AC Motor Drives – Speed and Position Sensorless Operation, IEEE Press, 1996
- [20] CHABU, I.E., Contribuição ao Estudo e Projeto dos Motores Síncronos de Relutância, Tese de Doutorado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 1997
- [21] CRUICKSHANK, A.J.O. e ANDERSON, A.F. e MENZIES, R.W., Theory and Performance of Reluctance Motors With Axially Laminated Anisotropic Rotors, Proceedings IEE, Volume 118, n.º 7, 887 – 894, 1971
- [22] MATSUO, T. e LIPO, T.A., Rotor Design Optimization of Synchronous Reluctance Machine, IEEE Transactios on Energy Conversion, Volume 9, n.º 2, 359 – 365, 1994
- [23] CHALMERS, B. e MUSABA, L., Design and Field Weakening Performance of a Synchronous Reluctance Motor With Axially Laminated Rotor, IEEE Transactions on Industry Applications, Volume. 34, n.º 5, 1035 – 1041, 1998

- [24] MENZIES, R.W., Theory and Operation of Reluctance Motors With Magnetically Anisotropic Rotors I - Analysis, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Volume PAS-91, 35 – 41, 1972
- [25] MENZIES, R.W. e MATHUR, R.M. e LEE, H.W., Theory and Operation of Reluctance Motors With Magnetically Anisotropic Rotors II – Synchronous Performance, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Volume PAS-91, 42 – 45, 1972
- [26] KRAUSE, P.C. e WASYNCZUK, O. e SUDHOFF, S.D., Analysis of Electric Machinery, IEEE Press, 1995
- [27] LIPO, T.A e KRAUSE, P.C., Stability Analysis of a Reluctance-Synchronous Machine, IEEE Transactions on Power Apparatus and System, Volume PAS-86, n.º 7, 825 – 834, 1967
- [28] XU, LONGYA e XU, XINGYI e LIPO, T.A. e NOVOTNY, D.W, Vector Control of Synchronous Reluctance Motor Including Saturation and Iron Loss, IEEE Transactions on Industry Applications – Volume 27, n.º 5, 977 – 985, 1991
- [29] XU, LONGYA e YAO, JIPING, A Compensated Vector Control Scheme of a Synchronous Reluctance Motor Including Saturation and Iron Loss, IEEE Transactions on Industry Applications – Volume 28, n.º 6, 1330 – 1338, 1992
- [30] TRICKEY, P.H., Performance Calculations on Polyphase Relutance Motors
  ( Synchronous Motors Without Field Excitation ), AIEE Transactions, Volume 65, Parte III, 191 – 193, 1946
- [31] **CROUSE, C.H.**, A Design Method for Polyphase Reluctance Synchronous Motors, AIEE Transactions, Volume 70, n.º 51, 957–962, 1951
- [32] FERRAZ, C.A.M.D. e SOUZA, C.R. Measuring the Parameters of Cage-Rotor Reluctance Synchronous Motor, Proceedings IEEE of CCEC2001,Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering, 775-780, Toronto-Canadá, 2001.
- [33] KLINGSHIRN, E. A., DC Standstill Torque Used to Measure Lq of Reluctance ans Synchronous Machines, IEEE Transactios on Power Apparatus and Systems, Volume PAS-97, n.º 5, 1862 – 1869, 1978.

- [34] STEPHENSON, J.M. e LAWRENSON, P.J, Average Asynchronous Torque of Synchronous Machines, with Particular Reference to Reluctance Machines, Proceedings IEE, Volume 116, n.º 6, 1049 – 1051, 1969
- [35] LAWRENSON, P.J. e MATHUR, R.M. e STEPHENSON, J.M., Transient Performance of Reluctance Machines, Proceedings IEE, Volume 118, n.º 6, 777 – 783, 1971

## **APÊNDICE A**

## Principais estruturas de rotor

# A.1– Rotor convencional de pólos salientes de primeira geração

O rotor convencional de pólos salientes é uma das mais antigas estruturas do motor síncrono de relutância. Um esquema deste rotor é apresentado na figura A.1, onde ED é o eixo direto e EQ é o eixo em quadratura.



Figura A.1 – Rotor convencional de pólos salientes

A estrutura apresentada na figura A.1 é obtida pela modificação do rotor do motor de indução de gaiola de esquilo, com a eliminação de alguns dentes, através da usinagem ou estampagem. Desta forma restringe-se, dentro do possível, a formação de fluxo segundo o eixo em quadratura, formando, então, a estrutura de pólos salientes.

Nesta configuração, o valor da relação  $X_D/X_Q$  está situado entre 1,5 e 4,0 resultando valores de fator de potência entre 0,45 e 0,58 e uma potência de saída entre 27% e 67% da potência de um motor de indução equivalente. Apenas para efeito de comparação, estes fatores

tornam o motor síncroro de relutância inferior em desempenho ao motor de indução para os diversos tipos de acionamentos [8] e [20].

## A.2 – Rotor de pólos salientes sem gaiola de primeira geração

Com o objetivo de melhorar as características de desempenho dos motores síncronos de relutância, observando as vantagens construtivas que aplica toda a tecnologia de fabricação de motores de gaiola, Ivan Chabu [20] desenvolveu um rotor de pólos salientes, de 1ª geração, sem gaiola, com modificações construtivas visando incrementar a relação  $X_D/X_Q$ , entre outros aspectos.

A principal inovação, ilustrada na figura A.2, consiste na construção de um rotor com dentes longos e estreitos para produzir uma grande saturação, especialmente concentrada segundo o eixo em quadratura. Isto permite reduzir, de forma significativa, a reatância  $X_Q$ segundo o eixo em quadratura e, consequentemente, incrementar o índice de saliência  $X_D/X_Q$ 



Figura A.2 – Rotor sem gaiola com dentes saturáveis

Na operação com tensão constante, obteve-se um bom desempenho, traduzindo-se em valores de  $X_D/X_Q$  entre 4,5 e 5,5 e valores de fator de potência entre 0,69 e 0,71, com rendimento da ordem de 87%. Esses valores são similares ao obtidos nos motores com rotor segmentado, porém com a vantagem de possuir uma constituição mais robusta e simples[20].

### A.3 – Rotor com barreiras de fluxo de primeira geração

Uma das maneiras de aumentar as características de desempenho do motor síncrono de relutância é incluir barreiras de fluxo na estrutura do rotor, na direção paralela às linhas de fluxo segundo o eixo direto, de modo a restringir as linhas de fluxo segundo o eixo em quadratura. As barreiras de fluxo são aberturas de ar no núcleo do rotor que têm a finalidade de restringir a circulação do fluxo segundo o eixo em quadratura entre os pólos e simultaneamente permitir o fluxo segundo eixo direto fluir livremente através dos pólos.

A figura A.3 mostra o arranjo proposto por Kostko [9], em 1920, para um rotor de quatro pólos com um sistema de barreiras de fluxo.



Figura A.3 – Rotor proposto por Kostko

Embora não fosse utilizada na época essa configuração, provavelmente devido a motivos construtivos, esta tornou-se a base para o desenvolvimento das futuras gerações do motor síncrono de relutância.

No início da década de 70, novos projetos de rotor com barreiras de fluxo foram desenvolvidos com a finalidade de melhorar a performance em termos de conjugado, fator de potência e também proporcionar uma operação estável do motor em uma faixa ampla de freqüência. A retirada da gaiola de partida e a utilização do controle vetorial permitem um desempenho mais favorável em termos de conjugado e rendimento, mas não em termos do

fator de potência e da potência absorvida em comparação com o equivalente motor de indução [8].

Com relação ao rotor com barreiras de fluxo, é interessante ainda citar algumas possibilidades construtivas em função do número de barreiras para cada polo:

## A.3.1 – Barreira de fluxo simples

A figura A.4 mostra um rotor com barreiras de fluxo simples, de quatro pólos. Neste arranjo, o rotor é constituído de uma única barreira de fluxo para cada polo.



Figura A.4 – Rotor com barreira de fluxo simples

Para essa configuração foram encontrados valores do índice de saliência  $X_D/X_Q$  entre 2,5 e 4,0, um fator de potência entre 0,60 e 0,65 e uma potência de saída ordem de 65% de um equivalente motor de indução [20]

Os trabalhos [8], [13],[14] e [20], trazem mais referências com relação a esse tipo de barreira de fluxo.

A principal vantagem é a sua construção simples, que permite aplicar todo o processo de fabricação utilizado para o motor de indução, reduzindo os custos envolvidos.

## A.3.2 – Barreira de fluxo dupla

Com a finalidade de melhorar ainda mais os índices de desempenho foram propostos rotores com barreiras de fluxo duplas. Trata-se de um arranjo que apresenta duas barreiras de fluxo para cada polo, que pode ser executado em duas maneiras:

#### • Barreira dupla básica

A figura A.5 apresenta o rotor de um motor de relutância proposto por Honsinger [14]



Figura A.5 – Rotor com duas barreiras de fluxo por pólo

O rotor possui na sua estrutura duas barreiras de fluxo em cada pólo e recortes entre os pólos. Ambos tem a mesma função de tem a função de diminuir o fluxo segundo eixo em quadratura que flui entre os pólos.

O desempenho em termos de fator de potência e conjugado desenvolvido depende dos valores da indutância  $L_D$  segundo o eixo direto, indutância  $L_Q$ . A variação da largura das barreiras de fluxo, comprimento de entreferro e da profundidade dos recortes influenciam nos valores de  $L_D$  e  $L_Q$  e consequentemente nas características de desempenho do motor.

#### • Barreira dupla saturável

Em seu trabalho, Honsinger [16], apresenta um novo tipo de rotor, com duas barreiras de fluxo por pólo com pontes magnéticas saturáveis. A figura A.6 mostra este novo tipo de configuração de rotor.



Figura A.6 – Rotor com duas barreiras de fluxo por pólo com pontes e dentes saturáveis

Este motor é similar ao anterior, mas possui um sistema de pontes e dentes magnéticos saturáveis colocados entre cada pólo, isto é, ao longo do eixo em quadratura. O conjunto pontes e dentes magnéticos apresentam um estado de saturação altamente variável com as condições de carga do motor e, são projetados para estarem em um estado não saturado na operação em vazio, e totalmente saturados no conjugado máximo síncrono.

Este estado variável de saturação permite que os motores síncronos de relutância apresentem um alto valor do máximo conjugado síncrono e simultaneamente serem estáveis sobre uma grande faixa de tensão e freqüência de operação.

Além do citado, a configuração pontes e dentes magnéticos aumentam o valor do conjugado de sincronização e diminuem o valor da corrente de partida.

### A.3.3 - Barreira essencial

Fong e Htsui [12] desenvolveram um novo tipo de rotor com um sistema de barreiras de fluxo para cada par de pólos. Neste arranjo, denominado de barreira essencial, o número de barreiras é igual à metade do número de pólos do rotor. As partes finais das barreiras estão no centro do eixo direto, dividindo a periferia do rotor em um número de partes igual ao número de pólos.

A figura A.7 mostra um rotor de seis pólos com três barreiras auxiliares fechadas dentro de três barreiras essenciais e seis espaços interpolares



Figura A.7 – Rotor com uma barreira de fluxo para cada par de pólos

A localização das barreiras de fluxo é determinada em relação à posição do eixo em quadratura ( $\theta$ =0), através dos ângulos  $\theta$ 2 e  $\theta$ 3, enquanto que a posição das ranhuras interpolares é definida pelos ângulos  $\theta$ 1 e  $\theta$ 4

A finalidade da barreira auxiliar e dos espaços periféricos interpolares é aumentar as características de desempenho do motor.

Este motor combina a vantagem da simplicidade construtiva com o bom desempenho.

## A.4 – Rotor não laminado de primeira geração

As estruturas descritas anteriormente, caracterizadas pelo rotor primitivo ou de 1<sup>a</sup> geração, utilizam aço laminado no núcleo do rotor para formar o sistema de pólos salientes ou rotor com barreiras de fluxo.

Os novos rotores desenvolvidos posteriormente por Chalmers e Mulki [13] são basicamente cilíndricos, de aço sólido, com pólos salientes ou rotor sólido com barreiras de fluxo.

Diferentemente do motor com rotor laminado, o rotor não laminado ou rotor sólido não necessita do enrolamento de gaiola na partida. O conjugado de partida é desenvolvido pela interação entre o campo produzido pelos enrolamentos de estator e o campo produzido pelas correntes parasitas induzidas no rotor

Devido à robustez mecânica e ao baixo custo de fabricação, são utilizados rotores com dois pólos, pois os custos envolvidos aumentam com o número de pólos.

Essas novas estruturas com aço sólido podem ser classificadas da seguinte forma:

## A.4.1 - Rotor sólido com pólos salientes

A figura A.8 mostra um rotor sólido de dois pólos, sem o enrolamento de gaiola, construído a partir de uma barra de aço doce.



Figura A.8 – Rotor sólido com pólos salientes

Nas proximidades da velocidade síncrona, esse tipo de rotor não possui conjugado assíncrono suficiente para atingir um bom desempenho de sincronização (pull-in).

Com a finalidade de aumentar a capacidade de sincronização, através do aumento do conjugado assíncrono em baixo escorregamento, foram desenvolvidos dois tipos de arranjos para rotores sólidos com pólos salientes:

#### Rotor com seção adicional

A figura A.9 mostra um rotor sólido com uma seção adicional constituída de uma bobina de baixa resistência elétrica colocada na direção do eixo direto



Figura A.9 – Rotor sólido com seção adicional de material

Na prática é utilizada uma bobina de uma única espira, e cada lado da bobina tem a forma de uma placa de alumínio ou cobre. O conjugado assíncrono resultante é uma combinação dos efeitos da corrente induzida no aço do rotor com os efeitos da corrente induzida na bobina. [13].

#### • Rotor com fendas estreitas

A figura A.10 ilustra o rotor com fendas estreitas, cuja finalidade é reduzir a resistência efetiva do rotor.



Figura A.10 – Rotor sólido com fendas estreitas

Nos testes realizados por Chalmers e Mulki, o rotor sólido com seção adicional e o rotor sólido com fendas apresentam índices similares de desempenho; o rotor com fendas possui melhores características na partida, com um alto conjugado e uma baixa corrente de partida [13].

## A.4.2 - Rotor sólido com barreiras de fluxo

A inclusão das barreiras de fluxo no rotor aumenta as características de desempenho do motor, conforme descrito em A.3. O princípio das barreiras de fluxo no motor de rotor sólido pode ser implementado das seguintes maneiras:

• Barreira de fluxo tipo segmentada



Figura A.11 – Rotor sólido com barreira de fluxo tipo segmentada

A barreira de fluxo é colocada no centro do eixo direto, conforme indica a figura A.11, e pode ser colocada na forma de uma ranhura executada no rotor. O índice de saliência  $X_D/X_Q$ pode ser aumentado com a introdução de um canal na superfície, segundo eixo em quadratura.

#### • Barreira de fluxo tipo camada

No arranjo da figura A.12, são mostradas as duas camadas não magnéticas.



Figura A.12 – Rotor sólido com barreira de fluxo tipo camada

Da mesma forma da barreira de fluxo tipo segmentada, o acréscimo do índice de saliência é conseguido com a inclusão no rotor de um canal segundo o eixo em quadratura.

Os resultados experimentais obtidos por Chalmers e Mulki confirmam a superioridade do desempenho do motor sólido com barreiras de fluxo tipo camada sobre o motor convencional de pólos salientes, mas com resultados ainda inferiores comparados com o equivalente motor de indução.

## A.5 – Rotor segmentado de segunda geração

Durante a década de 60, Lawrenson , Agu e colaboradores desenvolveram uma nova estrutura de rotor que apresenta características de fator de potência e conjugado superiores aos motores síncronos de relutância existentes. As características construtivas, a teoria envolvida e os índices de desempenho obtidos deste tipo de rotor estão descritos nas referências [10] e [11].

Na configuração proposta, considerada de 2ª geração, o rotor é constituído de segmentos cilíndricos isolados de chapas laminadas, magneticamente montados sobre um eixo de material não magnético.

A estrutura magnética é diferente da estrutura convencional, com a troca da posição dos eixos direto e em quadratura. A circulação dos fluxos acontece ao longo da circunferência do rotor, diferentemente da estrutura magnética convencional cuja circulação dos fluxos é radial.Desta maneira obtém-se um alto índice de saliência  $X_D/X_Q$  que possibilita o motor atingir melhores valores do fator de potência e potência disponível próximas daquelas obtidas no equivalente motor de indução.

Com a finalidade de melhor ainda mais os índices de desempenho, Lawrenson e Agu otimizaram o projeto do rotor com a inclusão de um canal no centro de cada segmento. Desta forma obtém-se maiores valores de fator de potência e potência disponível similares aos obtidos no equivalente motor de indução.

Apesar das vantagens citadas apresentam como principal limitação a construção complexa do rotor exigida para a fixação dos segmentos que eleva em muito os custos de fabricação deste tipo de motor em comparação com o motor convencional de pólos salientes.

Convém descrever um pouco mais as possibilidades de implementação do rotor segmentado.

## A.5.1 - Rotor segmentado básico

As figuras A.13 e A.14 mostram, respectivamente, a estrutura convencional e a estrutura segmentada básica. Pode-se observar na figura A.14 que o eixo direto está localizado no centro do espaço interpolar e não na linha de centro dos pólos como no modelo convencional.







Figura A.14 – Rotor com estrutura segmentada básica

Com relação à circulação dos fluxos, a estrutura segmentada apresenta uma maior influência na circulação segundo o eixo em quadratura, reduzindo  $L_Q$  sem alterar muito o valor de  $L_D$ . Portanto, atinge-se índices entre 4 a 6 para a relação  $X_D/X_Q$ , fator de potência entre 0,43 e 0,77, rendimento entre 62% e 80%, com uma potência de saída compatível com a de um equivalente motor de indução [8].

### A.5.2 - Rotor segmentado com canal

A figura A.15 mostra o rotor segmentado com a incorporação de um canal não profundo no centro de cada segmento. Este canal é preenchido com material condutor [11].



Figura A.15 – Rotor segmentado com canal

O rotor segmentado com canal apresenta as seguintes modificações com relação ao segmentado básico:

- Inclusão de um canal não profundo localizado simetricamente na face do entreferro de cada segmento;
- Preenchimento do canal com material condutor conectando aos anéis do enrolamento de gaiola;
- Otimização dos parâmetros de projeto mais significativos

Essas modificações conduziram à fabricação dos motores síncronos de relutância com potências disponíveis e características de desempenho similares a de um motor de indução equivalente, mas com as já citadas restrições construtivas. Lawrenson e Agu indicaram em seu trabalho [11], para esta configuração, um fator de potência máximo de 0,74 e rendimento máximo da ordem de 85%.

## A.6 – Rotor com laminação axial de terceira geração

Para que o motor síncrono de relutância constitua uma opção atrativa para aplicações com acionamentos diretamente da rede, ou para acionamentos com velocidade variável, o seu índice de saliência  $X_D/X_Q$  tem que ser suficientemente alto para se obter valores de potência síncrona de saída, rendimento, fator de potência compatíveis com os valores de um equivalente motor de indução.

Como já se mencionou anteriormente, o fator que mais influencia o desempenho do motor síncrono de relutância é o projeto dos circuitos magnéticos do rotor que tem com objetivo reduzir o fluxo magnético segundo o eixo em quadratura sem reduzir o fluxo magnético segundo o eixo direto.

Trabalhos anteriores foram feitos no sentido de controlar as relutâncias segundo eixo direto e eixo em quadratura utilizando o rotor com barreiras de fluxo para aumentar a relutância segundo o eixo em quadratura, ou ainda, dividindo a laminação em várias seções magnéticas separadas formando o rotor segmentado.

Em 1966, Cruickshank e Menzies apresentaram um novo tipo de rotor em substituição ao rotor de laminação convencional. Nesta nova estrutura, o rotor é formado por laminado de aço de grãos orientados de modo a obter uma alta permeabilidade no circuito magnético segundo eixo direto e uma baixa permeabilidade no circuito magnético segundo eixo em quadratura. Os resultados são motores com maiores índices de  $X_D/X_Q$ , fator de potência e rendimento. Entretanto, a presença da gaiola e a operação instável devido ao aumento do índice  $X_D/X_Q$ , resultaram em uma máquina com desempenho inferior a um equivalente motor de indução.

O desenvolvimento de novos dispositivos semicondutores para a utilização nos inversores, a utilização do controle vetorial e o emprego de diferentes estratégias de controle permitiram a retirada da gaiola na estrutura do rotor, pois o acionamento do motor de relutância se faz através de um inversor PWM, que faz o controle e o próprio sincronismo entre a velocidade do rotor e a velocidade do fluxo de entreferro. Nesta configuração, há a

necessidade de um transdutor de posição ou velocidade do rotor para que o controle tenha condições de fazer o sincronismo.

Com a remoção da gaiola, o rotor pode ser projetado exclusivamente para operação síncrona, isto é, projetado para obter altos valores de  $X_D/X_Q$ , tornando o seu desempenho, em termos de conjugado, potência, fator de potência e rendimento compatível com um motor de indução equivalente.

Mais uma vez, a principal limitação reside na construção do rotor que apresenta maiores dificuldades que aquelas citadas anteriormente para o rotor segmentado elevando substancialmente os custos de fabricação.

Para uma melhor visualização e compreensão dos tipos de rotor acima citados, é desejável ilustrar as principais estruturas do rotor com laminação axial.

## A.6.1 – Rotor básico com gaiola

A figura A.16 ilustra o rotor axialmente laminado, com gaiola, de um motor síncrono de relutância com quatro pólos.



Figura A.16 - Rotor com Laminação Axial - Rotor Básico com Gaiola

O rotor é formado com lâminas de aço laminado de grãos orientados, as quais são dobradas, cortadas e fixadas ao eixo com parafusos não magnéticos, constituindo em pacotes de chapas orientados no sentido do fluxo segundo eixo direto. Os espaços vazios entre os pacotes são preenchidos com alumínio fundido, com as extremidades unidas através de anéis, formando uma gaiola de esquilo para a partida (operação assíncrona) e amortecimento.

Apesar de apresentar índice de saliência da ordem de 7, valores de fator de potência entre 0,56 e 0,8 e rendimento entre 68% e 86% [8], a presença da gaiola e a operação instável devido ao aumento do índice  $X_D/X_Q$  resultam em um projeto de rotor que faz com que o seu desempenho continue sendo inferior ao motor de indução equivalente.

As referências [8], [21], [24] e [25] tratam com detalhes a teoria e o desempenho deste tipo de motor.

## A.6.2 – Rotor com camada isolante sem gaiola

A figura A.17 apresenta um rotor de quatro pólos de um motor síncrono de relutância com camada isolante.



A.17 – Rotor com Laminação Axial – Rotor com Camada Isolante sem Gaiola

O rotor é construído de pacotes de material de aço laminado separados com camadas de material isolante, tipo plástico ou epóxi.

A relação entre a espessura do material isolante e a espessura do material laminado é um item importante no projeto, pois otimizam o índice de saliência  $X_D/X_Q$  e o conjugado desenvolvido. O valor encontrado para esta relação situa-se entre 0,2 e 0,6, sendo considerado como ótimo o valor de 0,5 [22].
As referências [17], [22] e [23] tratam das influências dos parâmetros geométricos do rotor nas indutâncias  $L_D$  e  $L_Q$ .

Na configuração apresentada, o motor síncrono de relutância apresenta um bom desempenho em termos de conjugado de saída, fator de potência e rendimento, quando comparados ao motor de indução equivalente. Conforme indicado na referência [8], foram encontrados valores de  $X_D/X_Q$  da ordem de 16, com um fator de potência entre 0,82 e 0,91 e rendimento entre 84% e 92% para motores de dois pólos.

## **APÊNDICE B**

## Bancada de Testes

A figura B.1 mostra a fotografia do sistema mecânico utilizado para as montagens "1" e "2", com os equipamentos necessários para aquisição dos dados mecânicos de saída do motor. Pode-se observar o braço da carcaça oscilante do freio eletrodinamométrico sobre a célula de carga para aquisição dos dados de conjugado de saída. No outro lado do eixo do motor está acoplado o "encoder" para aquisição da velocidade. Observa-se também a presença do transferidor para fornecer o ângulo  $\delta$  de carga.



Figura B.1: Fotografia do sistema mecânico das montagens "1" e "2"

A figura B.2 mostra a fotografia do sistema de medição utilizado para as montagens "1" e "2", com os equipamentos necessários para medição das grandezas elétricas do motor.



Figura B.2: Fotografia do sistema de medição das montagens "1" e "2"