

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA
DEPARTAMENTO DE TELEMÁTICA

"UMA CONTRIBUIÇÃO AOS CÓDIGOS DE TRELIÇA
PERIODICAMENTE VARIANTES NO TEMPO "

Este exemplar corresponde à redação final da Tese defendida por Keiko Verônica Ono Fonseca e aprovada pela Comissão Julgadora em 8/03/1988

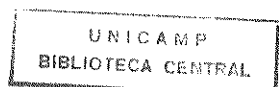
Reginaldo Palazzo Júnior

Tese submetida como requisito
parcial para obtenção do título
de Mestre em Engenharia Elétrica

autora : Eng. KEIKO VERÔNICA ONO FONSECA

orientador : Prof.Dr. REGINALDO PALAZZO JUNIOR

MARÇO 1988



AGRADECIMENTOS

Ao professor Palazzo pela orientação e atenção.

Ao Rolf

As amigas Valeria, Katia e Helga

Ao Jose Roberto, Walter Godoy, Ivonete e todos os colegas do C.O.P.

Aos membros da banca examinadora: prof.Dr.Finamore, prof.Dr.Dalton Soares e prof.Dr.Borelli pela avaliação criteriosa e sugestões ; e todos aqueles que contribuíram direta ou indiretamente para a realização deste trabalho.

Agradecimentos pelo apoio financeiro da

CAPES-PICD - Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

CEFET-PR - Centro Federal de Educação Tecnológica do Paraná
Departamento de Eletrônica

ABSTRACT

This research reports studies on Superlinear Periodically Time Varying Trellis Coded Modulation resulting from an interleaving approach of Time Invariant Trellis Coded Modulation .

The performance of some of these schemes under the asymptotic coding gain as well as comparisons with the previous time invariant ones are presented.

The coding and decoding processes, the way the combinations are performed, the structure and characteristics as well as an analysis of the unequal error protection provided by these TCM codes are presented.

Finally, the advantages and disadvantages of these new schemes are part of the conclusion as are the suggestions for future research.

RESUMO

Neste trabalho são apresentados estudos sobre modulação por codificação em treliça - TCM - periodicamente variantes no tempo superlineares. São verificados os desempenhos de alguns sistemas combinados periodicamente variantes no tempo em termos de ganho assintótico de codificação e comparados com os sistemas invariantes no tempo que lhes deram origem.

Os processos de codificação e decodificação, a obtenção das diversas combinações, a estrutura e características dos códigos TCM periodicamente variantes no tempo são discutidos e uma análise da proteção desigual de conjuntos de bits nestes códigos é apresentada.

A análise das vantagens do sistema combinado variante no tempo em relação ao invariante no tempo faz parte das conclusões e sugestões são apresentadas para futuros trabalhos neste tema.

ÍNDICE

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO E MOTIVAÇÃO

	pag.
1.1 - Introdução	1
1.2 - Modelo discreto de um sistema de comunicação	5
1.3 - Técnicas de modulação	
1.3.1 - Esquemas básicos	11
1.3.2 - Esquemas de modulação M-ários	17
1.4 - Sistemas de Comunicação Digital	
1.4.1 - Sistemas não codificados	21
1.4.2 - Sistemas combinados (codificação/modulação)	23

CAPÍTULO 2 - REVISÃO DE CÓDIGOS CONVOLUCIONAIS

2.1 - Codificador convolucional	1
2.2 - Processo de codificação	4
2.2.1 - Representação esquemática	5
2.2.2 - Representação Matricial	5
2.2.3 - Diagrama de estados	9
2.2.3 - Diagrama de treliça	11
2.3 - Função de transferência	
2.3.1 - Caso Invariante no tempo	13
2.3.2 - Caso variante no tempo	18
2.4 - Processo de decodificação	20
2.4.1 - Distância mínima euclidiana	21
2.4.2 - Evento de erro	22
2.4.3 - Algoritmo de Viterbi	25

CAPÍTULO 3 - MODULAÇÃO POR CODIFICAÇÃO EM TRELIÇA - TCM

3.1 - Introdução	1
3.2 - Codificador TCM	2
3.2.1 - Partição do conjunto de sinais	4
3.2.2 - Mapeamento	9
3.3 - Processo de Decodificação	13
3.3.1 - Distância mínima do código TCM	14
3.4 - Estrutura dos Códigos TCM	15
3.4.1 - Códigos TCM invariantes no tempo superlineares	16
3.5 - Desempenho de Sistemas de Comunicação Combinados	28
3.5.1 - Ganho assintótico de codificação	28
3.5.2 - Probabilidade de evento de erro	35

CAPÍTULO 4 - CÓDIGOS TCM PERIODICAMENTE VARIANTES NO TEMPO

4.1 - Introdução	1
4.2 - Processo de Codificação	7
4.3 - Processo de Decodificação	
4.3.1 - Distância mínima do código TCM periodicamente variante no tempo	9
4.4 - Estrutura do código TCM periodicamente variante no tempo	
4.4.1 - Códigos TCM periodicamente variantes no tempo superlineares	13
4.5 - Códigos TCM periodicamente variantes no tempo	20
4.5.1 - Características dos códigos TCM periodicamente variantes no tempo utilizados	24

4.5.2 - Códigos TCM periodicamente variantes no tempo obtidos	36
4.6 - Análise dos resultados	40
4.6.1 - Algoritmo para cálculo da distância mínima de códigos TCM periodicamente variantes no tempo	48
4.7 - Proteção desigual fornecida pelos códigos TCM periodicamente variantes no tempo	51

CAPÍTULO 5 - CONCLUSÕES

5.1 - Comentários	1
5.2 - Sugestões para futuros trabalhos	6

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO E MOTIVAÇÃO

1.1 - INTRODUÇÃO

Os sistemas de comunicação , em geral, estão sujeitos à restrições do tipo limitação em potência e/ou faixa de transmissão. Razões para tal advem de aplicações específicas, fatores econômicos (custo), dimensionamento dos dispositivos/ equipamentos ,etc. Assim sendo, passa a ser de responsabilidade do projetista a tarefa de tornar eficiente a transmissão de informação através da proposição e desenvolvimento de novas técnicas de modulação e/ou codificação. Exemplos da evolução destas técnicas podem ser facilmente constatados nos sistemas de comunicação para transmissão de altas taxas em canais telefônicos e de satélite.

Basicamente, os canais telefônicos apresentam restrição de faixa e os canais de satélite restrição em potência. Com isso, procura-se viabilizar a utilização desses canais em sua plenitude limitando-se potência em canais telefônicos e faixa em canais de satélite. Diante destes fatos, o estudo aqui proposto leva em consideração a limitação de potência e faixa para qualquer um dos canais anteriormente mencionados. O nosso objetivo passa a ser então o de apresentar uma contribuição ao estudo de novas técnicas de modulação e codificação em sua forma combinada.

Uma forma combinada, eficiente em faixa e potência, é aquela denominada técnica de modulação por codificação em treliça (Trellis Coded Modulation , TCM) originalmente proposta por Ungerboeck [7]. Outras técnicas foram também estudadas [23,26].

A motivação básica para o estudo que aqui apresentaremos tem sua origem nos seguintes fatos :

Para canais com restrição em potência pode-se determinar um código, de bloco ou convolucional, que torne eficiente o sistema de comunicação quanto à esta restrição. Em geral, assume-se que esses canais são invariantes no tempo, ou aproximadamente invariantes no tempo, de tal forma que os códigos "casem" com as características desses canais. Quando isto acontece, esses códigos são ditos fixos ou invariantes no tempo . Devemos salientar que não há nada que impeça o uso de códigos variantes no tempo em canais " invariantes" no tempo.

Por outro lado, sabe-se que os sistemas de comunicação que utilizam códigos convolucionais periodicamente variantes no tempo apresentam melhores desempenho do que aqueles que utilizam códigos convolucionais fixos [27].

Como decorrência desses fatos, coloca-se a seguinte pergunta :

Quais são as vantagens e desvantagens da técnicas de modulação por codificação em treliça periodicamente variante no tempo em relação à técnica de TCM invariante no tempo ?

Uma resposta definitiva a esta pergunta exige um estudo detalhado dos limitantes inferiores e superiores do parâmetro fundamental atrelado à avaliação destas técnicas , ou seja, a distância livre dos correspondentes códigos. Este estudo é deveras complicado e foge ao escopo deste trabalho.

Em vista deste argumento, um procedimento alternativo para responder esta pergunta será adotado. Este procedimento se

refere à utilização de combinações de códigos TCM invariantes no tempo para a geração dos códigos periodicamente variantes no tempo. Neste tponto, gostaríamos de salientar que os estudos realizados se baselam somente para o caso onde as referidas combinações apresentam como parâmetros taxa $R=3/4$ e número de memórias $m=3$ para quatro tipos de constelações e duas estruturas de treliça . A razão de utilizarmos a taxa $R=3/4$ vem do fato que em aplicações práticas , a constelação com dezesseis pontos é bastante utilizada. Por outro lado, a metodologia apresentada no Capítulo 4 é geral, podendo ser aplicada para qualquer taxa, número de memórias, tipos de constelações e estruturas de treliças.

Como resultado desta análise estaremos estudando e propondo esquemas de códigos TCM periodicamente variantes no tempo uma vez que não há bibliografia conhecida pela autora.

A abordagem e a organização de nossos estudos terá a seguinte forma :

- Ainda no Capítulo 1 serão introduzidos técnicas e conceitos básicos de modulação digital bem como um breve exame da evolução destas técnicas.

- Uma vez que a forma combinada de modulação e codificação exige o conhecimento de códigos convolucionais, uma revisão deste assunto é apresentada no Capítulo 2.

- O Capítulo 3 revisa com detalhes a técnica de modulação por codificação TCM invariante no tempo. São discutidos tópicos relacionados com as características destes códigos, os processos

de codificação e decodificação, a estrutura dos códigos TCM e o desempenho dos mesmos em relação aos sistemas não codificados.

- Os códigos TCM periodicamente variantes no tempo são apresentados no Capítulo 4. A forma de obtenção destes códigos a partir da combinação de códigos TCM invariantes no tempo, os processos de codificação e decodificação, a estrutura do código, suas características e seu desempenho em relação aos sistemas utilizando códigos TCM invariantes no tempo e sistemas não codificados são apresentados neste capítulo. Para facilitar o entendimento, um número razoável de exemplos de códigos TCM periodicamente variantes no tempo juntamente com seus respectivos desempenhos são apresentados sob a forma de tabelas. É proposto um algoritmo que efetua o cálculo da distância mínima Euclidiana para esses códigos.

- No Capítulo 5 uma análise dos resultados obtidos no Capítulo 4 é apresentada. Desta análise decorrem as vantagens e desvantagens dos códigos TCM periodicamente variantes no tempo em relação aos TCM invariantes no tempo. Finalmente, são apresentadas sugestões para futuros trabalhos a serem desenvolvidos nesta área.

1.2 - MODELO DISCRETO DE UM SISTEMA DE COMUNICAÇÃO

A Figura 1.1 ilustra o modelo do sistema de comunicação que será objeto de nossos estudos .

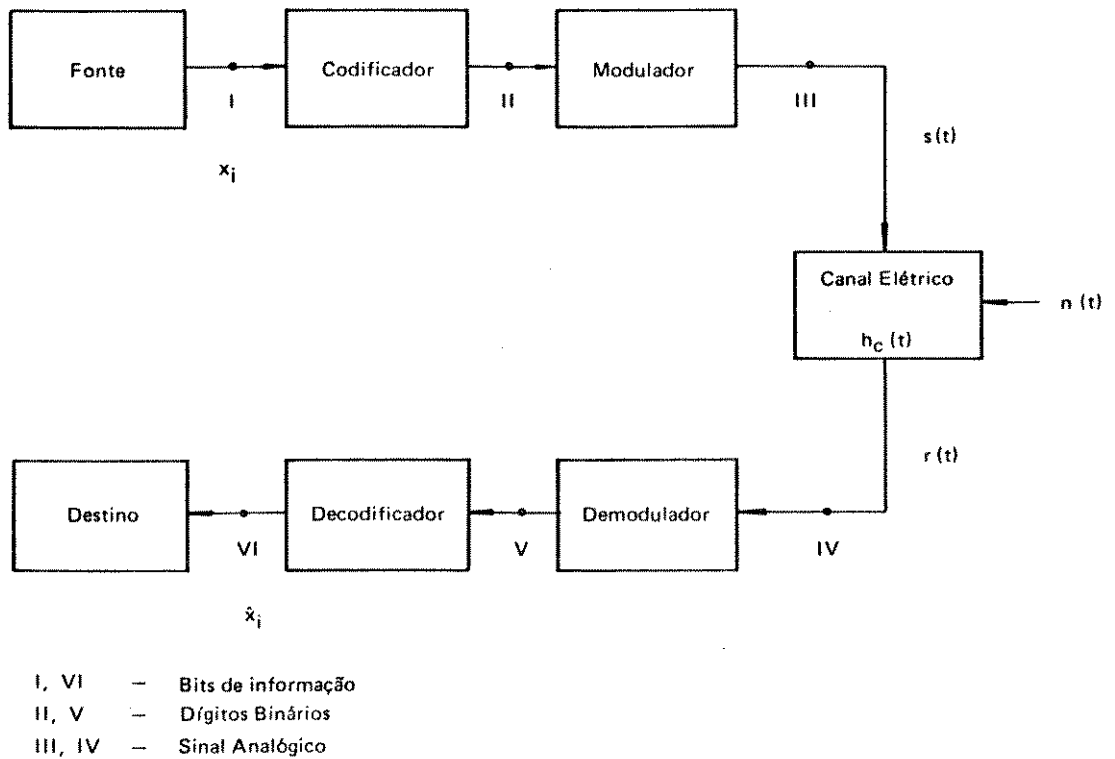


Figura 1.1 - Modelo de um sistema de comunicação

No modelo adotado considere que :

- 1) $h(s(t), n(t)) = h_c(t)$ é a função que modela o canal de comunicação.
- 2) $n(t)$ é uma amostra de um processo estocástico estacionário Gaussiano branco e de média zero.
- 3) O canal é do tipo Gaussiano, $r(t) = s(t) + n(t)$
- 4) modulador - altera sistematicamente a onda portadora de acordo com as características da forma de onda da mensagem. A alocação dos sinais no espaço de sinais (constelação) determina o

tipo de modulação a ser empregada.

- 5) codificador - acrescenta redundância à mensagem a ser transmitida com a finalidade de corrigir e/ou detectar erros que possam ocorrer durante a transmissão .
- 6) decodificador - recupera a informação original a partir das mensagens codificadas ao retirar a redundância acrescentada na codificação, corrigindo e /ou detectando erros que possam ter ocorrido durante a transmissão.
- 7) demodulador - decide qual foi o sinal transmitido a partir do sinal recebido. O demodulador está em perfeito sincronismo de fase e frequência com o modulador.

Normalmente o critério de máxima verossimilhança é utilizado durante o processo de demodulação e decodificação para a determinação da informação transmitida. Não será diferente neste trabalho.

A Figura 1.2 ilustra um modelo simplificado do modelo do sistema de comunicação da Figura 1.1. Neste modelo simplificado temos que o codificador e o modulador fazem parte do transmissor e o demodulador e decodificador compõem o receptor.

Seja $\{x_i\}$ o conjunto de mensagens de entrada, e $\{s_i(t)\}$, com $i=0,1,2,\dots,M-1$, o conjunto discreto de formas de onda a serem transmitidas sobre um canal modelado pela função $h(s(t),n(t))$, e $\hat{x}$ a mensagem estimada pelo receptor.

O transmissor da Figura 1.2 é definido então pela

correspondência entre a mensagem de entrada $x = x_i$ e o sinal de saída $s(t) = s_i(t)$. A análise do sistema de comunicação como mostrado na Figura 1.2 fica bastante facilitada pelo emprêgo da transformação de formas de onda por vetores de dimensão finita. Esta forma de representação será adotada ao longo deste trabalho.

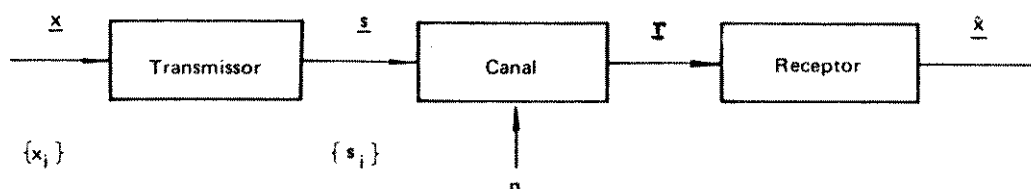


Figura 1.2 - Modelo simplificado de um sistema de comunicação

A geração de sinais $s_i(t)$ pertencentes ao conjunto de formas de onda com duração T , se processa matematicamente como mostrado na Figura 1.3, onde um conjunto de N filtros é usado, com a resposta impulsiva do j -ésimo filtro denotada por $\varphi_j(t)$.

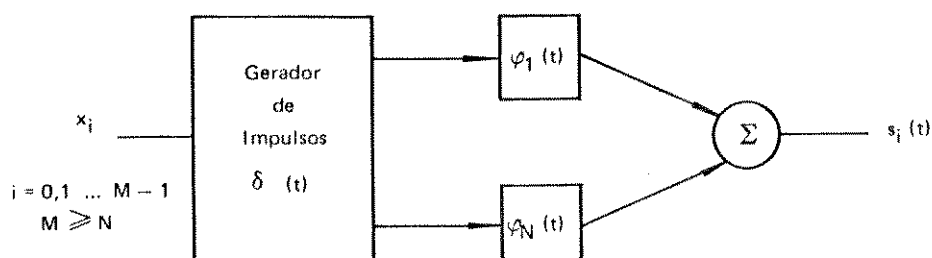


Figura 1.3 - Geração dos sinais $s_i(t)$

Seja $\{\varphi(t)\}$ o conjunto de formas de onda ortonormais,

Isto é,

$$\int_{-\infty}^{\infty} \varphi_j(t) \cdot \varphi_i(t) \cdot dt = \begin{cases} 1 & j=i \\ 0 & j \neq i \end{cases}$$

para todo j e i , $1 \leq j$ e $1 \leq i \leq N$.

Podemos representar cada $s_i(t)$, $0 \leq i \leq M-1$, como uma combinação linear das $N \leq M$ formas de onda $\varphi_j(t)$, $1 \leq j \leq N$, tal que

$$s_i(t) = \sum_{j=1}^N s_{ij} \cdot \varphi_j(t) \quad , \quad 0 \leq i \leq M-1 \quad (1.2)$$

onde

$$s_{ij} = \int_0^T s_i(t) \cdot \varphi_j(t) \cdot dt \quad (1.3)$$

Quando os sinais $s_i(t)$ não são ortogonais, o processo conhecido como ortogonalização de Gram-Schmidt [4] é um dos métodos empregados para a obtenção de um conjunto ortonormal apropriado para se representar $s_i(t)$. Em resumo, o conjunto de N -uplas $\{s_i\}$,

$$s_i = (s_{i1}, s_{i2}, \dots, s_{iN}), \quad 0 \leq i \leq M-1 \quad (1.4)$$

representa o conjunto de sinais $s(t) = \{s_i(t)\}$.

Estes N valores são as projeções do sinal $s_i(t)$ no espaço Euclidiano N -dimensional. Os M vetores $\{s_i\}$ definem M pontos neste espaço N dimensional com N eixos mutuamente perpendiculares rotulados $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \dots, \varphi_N$.

Cada N -upla da equação (1.4) define o vetor

$$s_i = s_{i1} \cdot \varphi_1 + s_{i2} \cdot \varphi_2 + \dots + s_{iN} \cdot \varphi_N \quad (1.5)$$

Esta representação geométrica torna possível "visualizar" os sinais como pontos no espaço de sinais em detrimento da sua

representação temporal. Como exemplo, a Figura 1.4 mostra oito sinais em um espaço de sinais de duas dimensões :

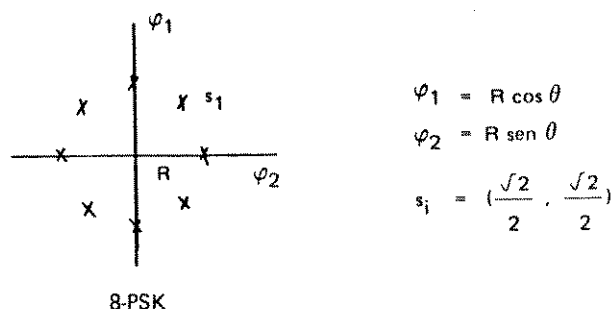


Figura 1.4 - Exemplo de representação geométrica de sinais

Seguindo-se o mesmo procedimento que nos conduziu a (1.5) para o sinal $s_i(t)$, pode-se mostrar que tanto o ruído $n(t)$, como o sinal recebido $r(t)$ podem ser decompostos em :

$$n_i = n_{i1}.\varphi_1 + n_{i2}.\varphi_2 + \dots + n_{iN}.\varphi_N$$

$$r_i = r_{i1}.\varphi_1 + r_{i2}.\varphi_2 + \dots + r_{iN}.\varphi_N$$

Assim sendo, na representação vetorial o transmissor é definido pelo conjunto de M vetores $\{s_i\}$, o canal pelo conjunto $\{n_i\}$ e o receptor pelo conjunto $\{r_i\}$.

O objetivo do receptor é possibilitar que ao processar o sinal recebido r , a mensagem $\hat{x}$ estimada conduza à menor probabilidade de erro, $P_e = P[\hat{x} \neq x]$.

É fácil concluir que para a probabilidade de erro ser mínima, a probabilidade de acerto, ou seja, a probabilidade do receptor decidir corretamente qual foi a mensagem enviada, deva ser máxima. A probabilidade condicional de acerto dado que um vetor particular $r = y$ é recebido é dada por

$$P[\text{acerto}/r=y] = P[s_k/r=y]$$

consequentemente, a probabilidade de acerto pode ser expressa por

$$P[\text{acerto}] = \int P[\text{acerto}/r=y].pr(y).dy$$

desde que $pr(y) \geq 0$, ou seja, a função densidade de probabilidade do vetor recebido r assuma valores positivos.

A maximização de $P[\text{acerto}]$ se faz através da maximização de $P[\text{acerto}/r=y]$ para cada vetor recebido $r=y$.

A determinação de $P[\text{acerto}/r=y]$ máxima é equivalente a

$$\max_y P[\text{acerto}/r=y] = \max_i P[s_i/r=y]$$

onde

$$P[s_i/r=y] = \frac{P[s_i].pr(y/s_i)}{pr(y)} \quad (1.6)$$

Como a relação entre x e s é biunívoca então

$$pr(y/x_i) = pr(y/s=s_i) \quad \text{e} \quad p(s_i) = p(x_i)$$

Logo a maximização da equação (1.6) passa a ser

$$\max_i \frac{P[x_i].pr(y/x_i)}{pr(y)}$$

como $pr(y)$ não depende de i , a maximização da probabilidade de acerto depende somente da função

$$P[x_i].pr(y/x=x_i) \quad \text{para } i = 0, 1, \dots, M-1$$

O critério conhecido como o de máxima verossimilhança é aquele que determina x_i maximizando $pr(y/x=x_i)$ sem levar em consideração $P[x_i]$. Quando a ocorrência das entradas x_i do

transmissor forem igualmente prováveis a probabilidade de erro total é mínima dependendo somente das probabilidades de erro condicionais.

1.3 - TÉCNICAS DE MODULAÇÃO

1.3.1 - Esquemas Básicos

Basicamente existem duas formas de modulação analógica : a modulação linear (em amplitude) e a modulação não linear (angular) .

Com relação a modulação digital podemos classificá-la em duas categorias, a saber : modulação por pulsos onde a largura, altura e posição de um trem de pulsos é alterada conforme a informação a ser transmitida ; modulação contínua onde a amplitude, fase ou frequência de uma onda portadora senoidal ou cossenoidal é alterada conforme a informação a ser transmitida.

Os sistemas de comunicação básicos utilizam a técnica de modulação linear para a transmissão da informação. As características determinadas por esta técnica possibilitam a ocupação de uma faixa de frequências relativamente pequena para uma potência transmitida relativamente alta. Em contrapartida, o desempenho do sistema fica bastante afetado pelo ruído introduzido no canal durante a transmissão.

Com o objetivo de amenizar essa degradação, as aplicações se voltaram à modulação angular. Embora esta apresente uma largura de faixa maior que a exigida pela modulação linear, a sua utilização é compensada pela maior imunidade ao ruído, alcançando dessa forma o objetivo proposto. Entretanto, esta

melhora do desempenho adveio em detrimento da expansão de faixa.

Com a finalidade de contornar esse problema, os sistemas pulsados (PAM, PPM, PWM, PCM, etc) foram então desenvolvidos. Foi através destes sistemas, principalmente o PCM, que se deu origem à codificação tanto de fonte como a de canal. Isto ocorreu através da quantização dos sinais analógicos a serem transmitidos, possibilitando a codificação do sinal quantizado, além de facilitar a implementação de sistemas mais flexíveis. A codificação de sinais digitais permite também uma maior privacidade, a recuperação mais fiel da informação através da detecção e/ou correção de erros, a restrição de potência necessária para a transmissão e o envio simultâneo de vários sinais digitais através da multiplexação por divisão de tempo.

Dentre estes sistemas pulsados destaca-se o PCM, que quantiza e codifica pulsos em amplitude (PAM). O sinal PCM resultante pode ser facilmente regenerado e repetido mas necessita uma larga faixa de frequências para a transmissão.

Para um "casamento" com o meio de transmissão os sinais resultantes de sistemas pulsados passam então a ser transmitidos através de modulações digitais cujos esquemas binários ou M-ários estabelecem uma relação vantajosa de potência e largura de faixa em relação aos esquemas convencionais de modulação por pulsos.

Assim, nosso interesse se volta para a evolução dos sistemas de modulação contínua e para as características de esquemas de modulação digitais binárias e M-árias, cujos três tipos básicos são o ASK, PSK e o FSK.

Considerando seqüências de bits como sinal modulante (informação), a modulação se processa da seguinte maneira nos esquemas referidos :

ASK (Amplitude Shift Keying) - chaveia a amplitude da portadora entre níveis determinados.

FSK (Frequency Shift Keying) - chaveia diferentes freqüências pré-determinadas da portadora.

PSK (Phase Shift Keying) - desloca a fase da portadora de quantidades discretas .

A modulação analógica e a digital podem ainda ser classificadas como :coerentes,onde sincronização de fase no receptor é fundamental ;não coerentes,que não exigem sincronização de fase.

No caso do PSK, o esquema pode apresentar-se na forma diferencial (DPSK), onde a seqüência de bits a ser transmitida passa por uma codificação transformando-se numa seqüência que indica as transições de bit zero para bit um ou vice-versa.

As vantagens e desvantagens das diferentes técnicas de modulação empregadas nestes esquemas (AM- amplitude modulada, FM- freqüência modulada e PM-fase modulada) são normalmente referidas em termos de banda passante, imunidade a ruído e potência requerida, etc .

A comparação de alguns esquemas de sinalização através da probabilidade de erro (P_e) é apresentada na Tabela 1.1 [25].A probabilidade de erro é descrita em termos dos parâmetros do sinal transmitido, densidade espectral do ruído e parâmetros do receptor.

Uma das maneiras de se medir a eficiência relativa de

TABELA 1.1 [25]

ESQUEMA	$S_1(t), S_2(t)$	BW	P_e	S/R (dB) $P_e = 10^{-4}$	COMPLEXIDADE DO EQUIPAMENTO	COMENTÁRIOS
ASK coerente	$S_1(t) = A \cos w_c t$ $S_2(t) = 0$ $w_c = k \cdot 2\pi \cdot Rb$ k inteiro	$\approx 2 Rb$	$Q\left(\sqrt{\frac{A^2 T_b}{4\eta}}\right)$	14,45	moderada	raramente usada limiar $T_0 = A^2 T_b/4$
ASK não coerente	Idem ao anterior	$\approx 2 Rb$	$\frac{1}{2} \exp\left\{-\frac{A^2 T_b}{16\eta}\right\}$	18,33	menor	limiar $T_0 = A/2$ $P_{e0} \neq P_{e1}$
FSK coerente	$S_1(t) = A \cos (w_c - w_d)t$ $S_2(t) = A \cos (w_c + w_d)t$ $2 w_d = 1,5 \pi Rb$	$> Rb$	$Q\left(\sqrt{\frac{0,61 A^2 T_b}{\eta}}\right)$	10,8	maior	raramente usada a performance não justifica a complexidade limiar $T_0 = 0$
FSK não coerente	Idem ao anterior	$> Rb$	$\frac{1}{2} \exp\left\{-\frac{A^2 T_b}{8\eta}\right\}$	15,33	menor	usada em transmissão de dados em baixa velocidade. Utilização pobre de potência e largura de faixa, limiar $T_0 = 0$.
PSK coerente	$S_1(t) = A \cos w_c t$ $S_2(t) = -A \cos w_c t$ $w_c = k \cdot 2\pi Rb$	$\approx 2 Rb$	$Q\left(\sqrt{\frac{A^2 T_b}{\eta}}\right)$	8,45	maior	usada em transmissão de dados em alta velocidade, limiar $T_0 = 0$, melhor performance dentre todos os esquemas, mas requer equipamentos complexos.
DPSK	Idem ao anterior com codificação diferencial	$\approx 2 Rb$	$\frac{1}{2} \exp\left(-\frac{A^2 T_b}{2\eta}\right)$	9,30	moderada	comumente usada em transmissão de dados em média velocidade. Limiar $T_0 = 0$. Os erros tendem a ocorrer aos pares.

P_e - probabilidade de erro
 A - amplitude da portadora
 $\eta/2$ - densidade espectral bilateral da potência
 T_b - tempo de duração de bit
 Rb - taxa de bits
 $f_c = w_c/2\pi$ - frequência da portadora
 T_0 - limiar
 S/R - relação sinal-ruído $= A^2/2\eta Rb$
 P_{e0} - prob. de erro dado que um "zero" foi enviado
 P_{e1} - prob. de erro dado que um "um" foi enviado

diferentes esquemas é através da energia média requerida por bit transmitido para uma dada probabilidade de erro. Para um sinal $s(t)$, a potência média é definida por:

$$P_s \triangleq \frac{1}{T} \int_0^T s^2(t) dt = \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} s^2(t) dt = \frac{E_s}{T} \quad (1.7)$$

onde E_s é a energia do sinal $s(t)$.

Para uma fonte com taxa $R = (1/T) \cdot \log M$ bits, se limitarmos a potência média transmitida P_s , a energia média disponível por bit será:

$$E_b = P_s/R \text{ joule por bit} \quad \text{ou} \quad E_b = \frac{E_s}{\log M} \quad (1.8)$$

A avaliação do desempenho de sistemas de comunicação utilizando modulação digital se faz através da probabilidade de erro. Para uma análise de desempenho apenas do sistema de modulação codificada, em geral as seguintes hipóteses são assumidas:

- 1) a sequência de informação $\{x_i\}$ é tal que seus elementos são independentes e equiprováveis;
- 2) o ruído é um processo aleatório Gaussiano de média zero com densidade espectral $G_n(f)$;
- 3) a interferência intersimbólica (ISI) gerada no receptor é desprezível.

Sob essas hipóteses a determinação de P_e pode ser explicitada para alguns casos específicos. Em geral, meios computacionais são empregados.

Um exemplo para a avaliação do desempenho de sistemas de comunicação usando modulação digital binária é apresentado aqui.

Tomando como base o modelo da Figura 1.1, onde a função

$h(s(t), n(t)) = hc(t)$ modela o canal (Figura 1.1), a saída deste sistema é :

$$r_o(t) = s_o(t) + n_o(t) \quad (1.9)$$

onde $t = l.T_b$ e

$$s_o(t) = \int_{(l-1)T_b}^{l.T_b} s(B).h(l.T_b - B).dB \quad (1.10)$$

$$n_o(t) = \int_{-\infty}^{\infty} n(B).h(l.T_b - B).dB \quad (1.11)$$

sendo que a variância do ruído $n_o(t)$ é:

$$E\{n_o^2(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} G_n(f).|H(f)|^2 df \quad (1.12)$$

$$E\{n_o^2(t)\} = N_o$$

onde $E\{.\}$ é a esperança matemática

$H(f)$ é a transformada de Fourier de $h(t)$

$G_n(f)$ é a densidade espectral do ruído

A função densidade de probabilidade de $n_o(t)$ é dada por:

$$P_{n_o}(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{2\pi N_o}} \exp\left(-\frac{\alpha^2}{2N_o}\right), \quad -\infty < \alpha < \infty \quad (1.13)$$

Quanto ao receptor, este decodifica o l -ésimo bit comparando $x(t)$ com um limiar especificado T_o . Por exemplo, se

$\hat{x}(i.T_b) < T_o$ o receptor decodifica o i-ésimo bit como 0

$\hat{x}(i.T_b) > T_o$ o receptor decodifica o i-ésimo bit como 1

Desta forma, quando $s_1(t)$ for o sinal transmitido e $\hat{s}_1(T_b) < \hat{s}_2(T_b)$, a probabilidade de erro será:

$$P_e = \frac{1}{2} P\{\hat{x}(i.T_b) \geq T_o/x_i = 0\} + \frac{1}{2} P\{\hat{x}(i.T_b) < T_o/x_i = 1\} \quad (1.14)$$

Substituindo os termos de probabilidade condicional e fazendo

$$x(i.T_b) = s(i.T_b) + n_o(i.T_b)$$

a expressão de P_e fica:

$$P_e = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi N_o}} \exp\left(-\frac{(\hat{x} - s_1)^2}{2N_o}\right) d\hat{x} + \quad (1.15)$$

$$+ \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi N_o}} \exp\left(-\frac{(\hat{x} - s_2)^2}{2N_o}\right) d\hat{x}$$

Pelas equações (1.10), (1.11) e (1.12), s_1 , s_2 e N_o dependem da escolha adequada da função de transferência do receptor. Assim, a escolha apropriada do limiar ótimo de decisão e da função de transferência do receptor implica na minimização da probabilidade de erro específica de cada um dos esquemas de modulação digital. Como ilustração, a Tabela 1.1 compara o desempenho dos diversos esquemas de modulação digital binária.

1.3.2 - Esquemas de Modulação M-ários:

A Tabela 1.1 refere-se à esquemas de modulação onde somente um de dois possíveis sinais são transmitidos durante cada intervalo T_s de sinalização. Quando $M > 2$, o esquema é dito M-ário e os sinais modulados são gerados variando-se a amplitude,

fase ou frequência ou uma combinação destes parâmetros de uma portadora em M níveis discretos.

Os esquemas M-ários são preferidos em relação aos binários quando : o canal é limitado em faixa mas não em potência bem como quando o canal é limitado em potência mas não em faixa . A consequência imediata é uma ligeira degradação no desempenho desses sistemas.

A combinação de esquemas básicos de modulação digital ASK, FSK e PSK resulta em novas configurações de esquemas .Um exemplo desta combinação é o MAPSK (combinação de M-ASK e M-PSK), sendo que o QAM (quadrature amplitude modulation) é a modulação mais freqüentemente utilizada. Estes esquemas, por sua vez, são convencionalmente representados através de constelações de pontos de sinais em duas dimensões. Por exemplo, para se enviar n bits/símbolo uma constelação de 2^n pontos deve ser usada . A Figura 1.5 apresenta algumas constelações M-árias:

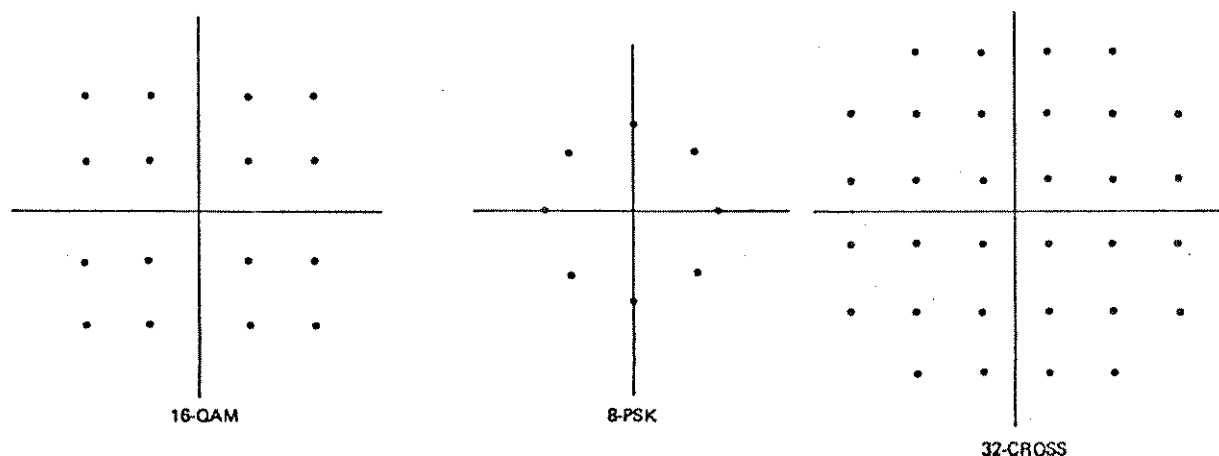


Figura 1.5 - Representação de esquemas por constelações

A disposição dos pontos de sinais na constelação possibilita uma maior ou menor imunidade ao ruído, uma vez que esta disposição influencia diretamente no processo de demodulação do esquema (para os casos sem codificação). Um critério de avaliação de desempenho utilizado na comparação entre sistemas de modulação digital é a distância Euclidiana entre os pontos de sinais da constelação.

Define-se a energia média, E_m , de uma constelação de M pontos como:

$$E_m = (1/M) \sum_{i=1}^M d_i^2 \quad (1.16)$$

onde d_i é a distância Euclidiana entre um ponto da constelação e a origem e a energia de pico E_p como:

$$E_p = \max_i d_i^2 \quad (1.17)$$

Para a mesma energia média e nas constelações de 2^n pontos, aquela que apresentar a maior distância mínima Euclidiana entre os seus pontos terá a menor probabilidade de erro de símbolo para as mesmas condições de transmissão, recepção e ruído. O gráfico da Figura 1.6 ilustra esta afirmação [21].

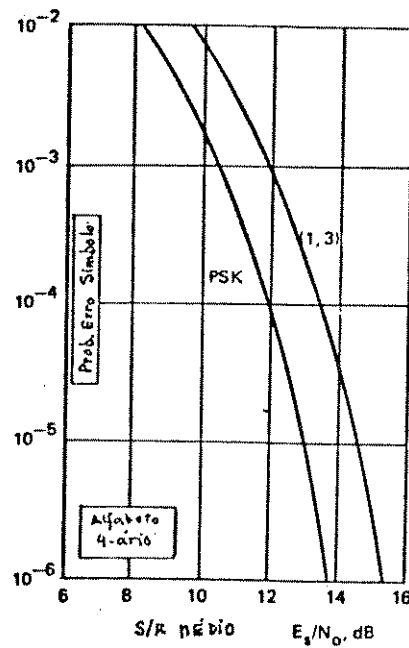
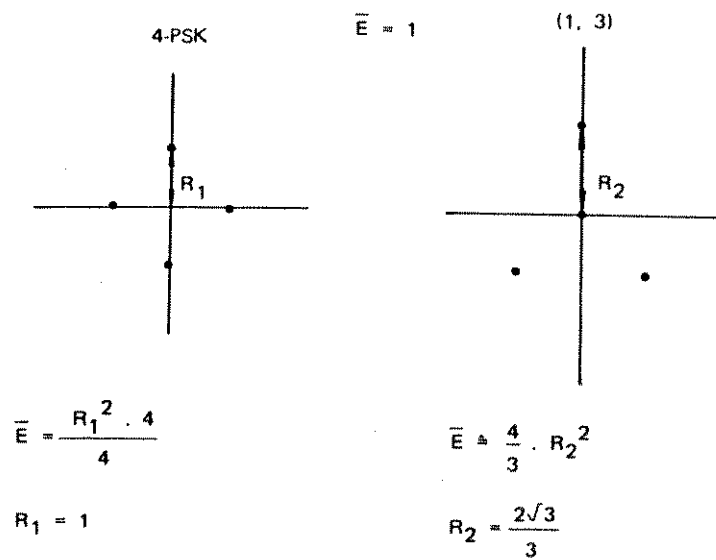


Figura 1.6.-Comparação entre constelações de quatro pontos[21]

Desta forma, a eficiência dos sistemas de modulação digital requer que a distribuição dos pontos no espaço de sinais seja ótima e que a mesma seja implementável.

1.4 - SISTEMAS DE COMUNICAÇÃO DIGITAL

1.4.1 - Sistemas não codificados

Os primeiros sistemas de comunicação digital desenvolvidos foram do tipo não codificado. Para estes casos, existe uma correspondência biunívoca entre as mensagens (conjunto de n bits que caracterizam um símbolo) e pontos de sinal determinados na constelação.

Na busca de constelações ótimas, CAMPOPIANO E GLAZER [9] propuseram um método de construção de constelações em duas dimensões, baseado em um arranjo regular de pontos, tal que um subconjunto de 2^n pontos estivesse densamente agrupado. Este método, deduzido empiricamente, só foi fundamentado teoricamente muito tempo depois por Forney [9].

A comparação entre as constelações seleccionadas é feita em termos de energia média dos pontos de sinais, relacionando-se uma área B contida na região limitada do arranjo regular de pontos e a região A de decisão de um ponto deste arranjo (região de Voronoi - região dos pontos mais próximos de um dado ponto do arranjo regular do que qualquer outro ponto [20]). O número de pontos contido em B será aproximadamente B/A e a energia média destes pontos é igual à energia média dos pontos da região B . O subconjunto de 2^n pontos, ou seja, a constelação é escolhida como aquela que apresenta a maior energia média entre os pontos de sinal [9].

Como ilustração deste procedimento temos,

Exemplo 1.1 :

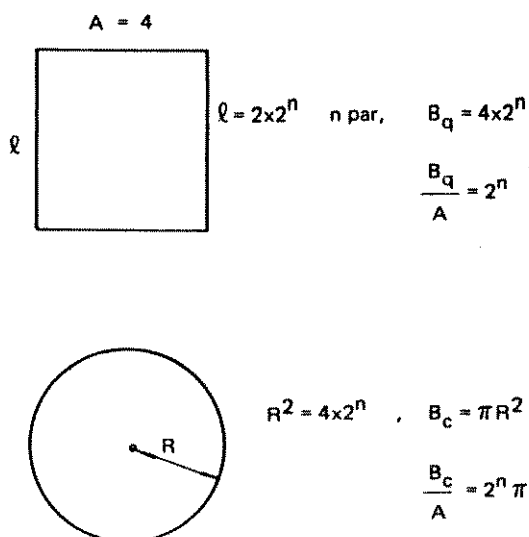
l-lado do quadrado

R-raio do círculo

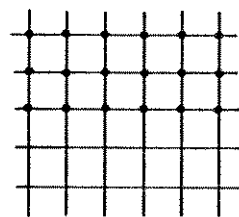
B-região limitada do arranjo regular de pontos

A-região de decisão de um ponto do arranjo

n-número de pontos do arranjo



arranjo
retangular
2 dimensões



O número de pontos que cabem no círculo é maior que o número de pontos que cabem no quadrado. Calculando-se a energia por aproximação integral [9].

$$S_q = (2/3) \cdot 2^n \quad \text{quadrado}$$

$$S_c = (2/\pi) \cdot 2^n \quad \text{círculo}$$

O círculo possui um ganho de energia de $\pi/3$ ou 0,20 dB sobre o quadrado, um resultado já esperado porque o círculo é a figura geométrica de menor energia média para uma dada área.

Cabe aqui observar que o arranjo regular mais denso em duas dimensões é a hexagonal e é utilizada em modems desde a década de 1970 sendo ainda o arranjo que define a melhor

constelação de dezesseis pontos conhecida [9].

Outras variações de sistemas não codificados envolvendo: constelações cujos pontos não possuem distribuição uniforme de probabilidade, constelações com dimensões maiores que dois, e constelações com número k não inteiros de bits/símbolo foram desenvolvidos. Estes esquemas constituem passos da evolução das comunicações digitais e apresentam vantagens e desvantagens que direcionam suas aplicações. Atualmente os estudos se voltam aos sistemas codificados que se apresentam superiores aos não codificados.

1.4.2 - Sistemas Combinados (codificação/modulação)

Em sistemas codificados, em geral, as seqüências codificadas são interrelacionadas através do processo de codificação de seus bits de informação. Os n bits/símbolo da saída do codificador são em geral mapeados em constelações de 2^{n+1} pontos, ao invés de 2^n pontos, caracterizando a redundância da codificação com o mapeamento destes símbolos.

A interdependência introduzida pelo codificador convolucional nas seqüências é feita de tal maneira que a distância Euclidiana entre quaisquer duas seqüências é maior do que a distância Euclidiana entre quaisquer dois pontos da constelação original de 2^n pontos. Este fato conduz a ganhos assintóticos de codificação, determinados pelo decodificador de máxima verossimilhança, iguais a $10 \cdot \log(d_{\min} / d_0)$ onde $d_{\min}$ é a mínima distância Euclidiana obtida entre as seqüências de sinal e d_0 é a mínima distância Euclidiana

obtida entre os pontos da constelação do sistema não codificado.

Estes ganhos podem ser alcançados sem energia adicional, além de poderem manter a mesma taxa de transmissão de informação, largura de faixa do sinal transmitido, e energia média e/ou de pico da constelação do sistema não codificado. Os valores destes ganhos são surpreendentes e podem chegar à ordem de 6 dB conforme o número de memórias, comprimento de restrição do codificador e da constelação utilizada.

A idéia básica dos sistemas combinados advem do estabelecimento de regras que determinam como as seqüências codificadas convolucionalmente devem ser associadas aos pontos da constelação expandida ("mapping by set partitioning") [7,8] . Este processo proposto por Ungerboeck em 1977 e amadurecido em 1982 [7] denomina-se Modulação por Codificação em Treliça . O atual estágio de desenvolvimento dos sistemas combinados busca o aumento da eficiência dos sistemas de comunicação através do estudo de técnicas alternativas, tais como :

- uso de códigos de blocos no processo de codificação [26]
- uso de constelações assimétricas [23, 24]
- combinações de codificação e modulação em fase e frequência P-FSK/M-PSK ou em fase, amplitude e frequência P-FSK/M-QAM [13,22]
- sistemas combinados multi-dimensionais, etc

Uma contribuição ao estudo de sistemas combinados é o estudo de códigos TCM periodicamente variantes no tempo proposto neste trabalho . Até agora os resultados conhecidos referem-se à sistemas combinados que utilizam códigos TCM invariantes no tempo.

CAPÍTULO 2

REVISÃO DE CÓDIGOS CONVOLUCIONAIS

O estudo dos códigos TCM periodicamente variantes no tempo, exige o conhecimento dos processos de codificação e decodificação convolucional. Neste capítulo apresentamos de maneira sucinta estes processos, as características principais dos códigos convolucionais e definições que se fazem necessárias para o perfeito entendimento do material a ser apresentado no Capítulo 4.

2.1 - CODIFICADOR CONVOLUCIONAL

Em um codificador convolucional contendo m memórias, as n saídas do codificador, em um dado instante de tempo, dependem das k entradas e dos m blocos de k entradas anteriores armazenados [1].

Os codificadores convolucionais tratados neste trabalho, bem como os códigos por estes gerados, são do tipo binário e suas operações realizadas no corpo de Galois com dois elementos $GF(2)$ [2]. O codificador convolucional constitui um sistema linear [2,3].

Seja X a sequência de informação, isto é,

$$X = [X_0, X_1, X_2, \dots, X_j, \dots]$$

com

$$X_j = [X_j^{(1)}, X_j^{(2)}, \dots, X_j^{(k)}] \quad (2.1)$$

onde $X_j^{(p)}$ representa o símbolo binário na p -ésima posição do $j+1$ -ésimo bloco de k -entradas, com $1 \leq p \leq k$ produzido no intervalo $(j+1)kT + pT$.

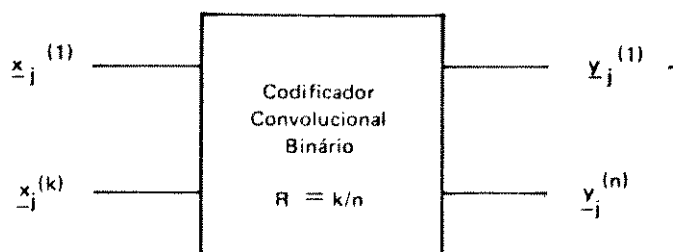
Seja Y a seqüência de saída ,ou seqüência codificada,ou palavra código ramo,isto é ,

$$Y = [Y_0, Y_1, \dots, Y_j, \dots]$$

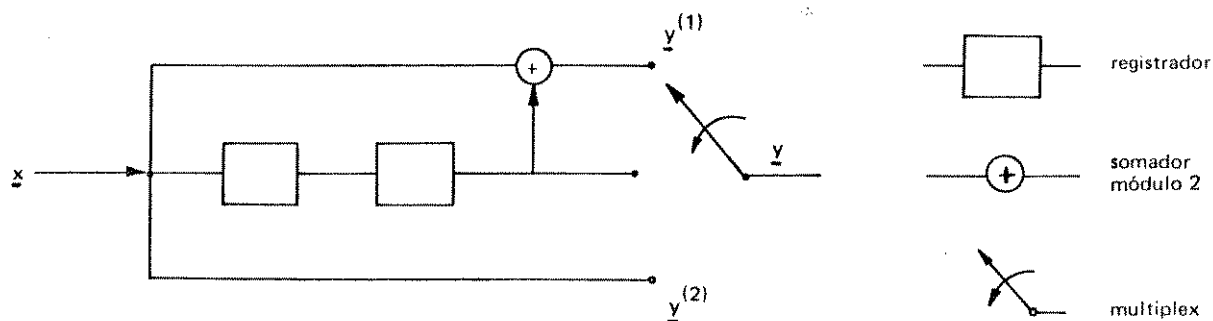
com

$$Y_j = [Y_j^{(1)}, Y_j^{(2)}, \dots, Y_j^{(n)}] \quad (2.2)$$

onde $Y_j^{(q)}$ representa o símbolo binário na q -ésima posição do $(j+1)$ -ésimo bloco das n saídas, com $1 \leq q \leq n$, no instante j .



(a)



(b)

Figura 2.1.a.- Codificador convolutacional
2.1.b.- Representação Esquemática
(caso particular $k=1$)

Considerando a notação acima apresentamos as seguintes definições :

definição 2.1.1 - Um conjunto de seqüências codificadas obtidas a partir de seqüências de k entradas em n saídas do codificador convolucional de memória de ordem m , é chamado de código convolucional $C(n,k,m)$ com taxa $R = k/n$.

O código C é o conjunto de todas as seqüências Y produzidas pelo conjunto de todas as seqüências de entrada X .

definição 2.1.2 - O código convolucional é dito sistemático quando k dos n dígitos do bloco de saída são idênticos aos k dígitos do correspondente bloco de entrada do codificador.

definição 2.1.3 - Um código convolucional é dito catastrófico quando um número finito de erros introduzidos pelo meio pode resultar em um número infinito de erros na decodificação.

Serão adotadas as seguintes representações para os codificadores:

- a. representação esquemática (Fig. 2.1, Fig. 2.3)
- b. representação matricial (Fig. 2.2)
- c. diagrama de treliça (Fig. 2.6, Fig. 2.7)
- d. diagrama de estados (Figs. 2.4, 2.5, 2.9)

2.2 - PROCESSO DE CODIFICAÇÃO

A palavra-código ramo, Y , pode ser obtida através da convolução da seqüência X e as seqüências geradoras:

$$g_j = [g_j^{(1)}, g_j^{(2)}, \dots, g_j^{(n)}] \quad (2.3)$$

onde $g_j^{(q)}$ representa a seqüência geradora da saída q , com $0 \leq j \leq m$

Deste fato surge o nome desta classe de códigos, isto é, códigos convolucionais [5]. A seqüência geradora

$$g = [g_0, g_1, g_2, \dots, g_m]$$

pode ser obtida observando-se a saída do codificador convolucional quando um e somente um registro com o dígito 1 e os demais com zero. Isto é equivalente à aplicação de um impulso na entrada de um sistema linear para a obtenção da função de transferência do sistema. Assim, matematicamente temos que a resposta do sistema com a função de resposta ao impulso g à uma excitação X será dada por,

$$Y = X * g$$

ou equivalentemente

$$Y_j^{(1)} = X * g_j^{(1)}$$

$$Y_j^{(2)} = X * g_j^{(2)}$$

$$Y_j^{(n)} = X * g_j^{(n)}$$

(2.4.)

onde $*$ representa o operador convolução discreta e $\sum$ somatório módulo 2.

Em uma forma compacta, temos

$$Y_j^{(n)} = \sum_{i=0}^n X_{j-i}^{(n)} \cdot g_i^{(n)}$$

$$Y_j^{(n)} = X_j^{(n)} \cdot g_0^{(n)} + X_{j-1}^{(n)} \cdot g_1^{(n)} + \dots + X_{j-m}^{(n)} \cdot g_m^{(n)} \quad (2.5.)$$

A palavra código é então a seqüência obtida através da multiplexação das seqüências de saída, isto é,

$$Y = (Y_0^{(1)} Y_0^{(2)}, Y_1^{(1)} Y_1^{(2)}, Y_2^{(1)} Y_2^{(2)}, \dots, Y_n^{(1)} Y_n^{(2)}) \quad (2.6.)$$

2.2.1 - Representação Esquemática

A Figura 2.1.b mostra a representação esquemática de um codificador convolucional com duas memórias, taxa 1/2, um somador módulo 2 e um multiplexador para serializar a saída do codificador.

Se as ligações entre os registros de deslocamento, entradas, saídas e somadores forem fixas, o codificador será do tipo "invariante no tempo" como ilustra a Figura 2.1.b.

2.2.2 - Representação Matricial

Arranjando-se as seqüências geradoras em forma de matriz obtém-se a matriz geradora do código que é a representação matricial do codificador convolucional (Figura 2.2).

$$G = \begin{bmatrix} g_0^{(1)} g_0^{(2)} \dots & g_1^{(1)} g_1^{(2)} \dots & \dots & g_m^{(1)} g_m^{(2)} \\ & g_0^{(1)} g_0^{(2)} \dots & g_1^{(1)} g_1^{(2)} \dots & \dots & g_m^{(1)} g_m^{(2)} \\ & & g_0^{(1)} g_0^{(2)} \dots & g_1^{(1)} g_1^{(2)} \dots & \dots & g_m^{(1)} g_m^{(2)} \\ & & & g_0^{(1)} g_0^{(2)} \dots & g_1^{(1)} g_1^{(2)} \dots & \dots & g_m^{(1)} g_m^{(2)} \end{bmatrix}$$

Figura 2.2-Representação matricial de um codificador

As áreas em branco são todas zeros, $\{g_i\}$ são vetores colunas e o vetor código pode ser expresso por:

$$Y = X.G \quad (2.7)$$

Cada linha de G é idêntica à anterior mas deslocada de n colunas para direita. A matriz G é uma matriz semi-infinita (para X de comprimento finito igual a L) com $k(m+L)$ colunas e representa um codificador convolucional do tipo invariante no tempo. No caso de codificadores variantes no tempo, as linhas da matriz não serão iguais e os termos $g_j^{(q)}$ das seqüências geradoras corresponderiam à nova configuração do codificador para aquele instante de tempo.

As seqüências de entrada de um sistema linear sendo causais (realizáveis) implica em seqüências de saída também causais, uma vez que os codificadores convolucionais são sistemas

lineares e causais [3]. Este fato permite a representação das seqüências de entrada, seqüências de saída e funções geradoras como polinômios na variável D . Sob esta representação, a operação de convolução passa a ser a operação de multiplicação. Escrevendo X , Y e g como polinômios temos,

$$X_j(D) = [X_j^{(1)}(D), X_j^{(2)}(D), \dots, X_j^{(p)}(D), \dots]$$

com (p) sendo a p -ésima posição da entrada do codificador convolucional, $0 < p \leq k$

$$Y_j(D) = [Y_j^{(1)}(D), Y_j^{(2)}(D), \dots, Y_j^{(q)}(D), \dots] \quad (2.8)$$

com (q) sendo a q -ésima posição de saída do codificador convolucional, $0 < q \leq n$.

Usando as definições (2.1), (2.2) e (2.3), temos

$$X(D) = X_0 + X_1.D + X_2.D^2 + \dots + X_j.D^k \quad (2.9)$$

$$Y_j(D) = Y_0^{(f)} + Y_1^{(f)}.D + \dots + Y_j^{(f)}.D^n$$

$$g^{(1)}(D) = 1 + g_1^{(1)}.D + g_2^{(1)}.D^2 + \dots + g_j^{(1)}.D^n$$

onde os $g^{(i)}(D)$ são chamados geradores polinomiais, $0 < i \leq n$.

Por exemplo, o código (2,1,2) da Figura 2.1.b, tem os polinômios $Y^{(i)}(D)$ dados por :

$$Y_j^{(1)}(D) = X(D).g_1^{(1)}(D) = X(D).[1 + D^2] \quad (2.10)$$

$$Y_j^{(2)}(D) = X(D).g_2^{(2)}(D) = X(D).[1]$$

representando as saídas (1) e (2) do codificador com
 (1) (2)
 $g_1(D)$ e $g_2(D)$ os polinômios geradores do código.

A potência da variável D representa o número de unidades de tempo que um bit é atrasado com respeito ao bit inicial da sequência. Logo D pode ser interpretado como um operador de retardo. A vantagem desta representação é que os polinômios geradores podem ser obtidos diretamente do diagrama esquemático do codificador. A sequência de coeficientes do gerador polinomial será determinada pela sequência de conexões das saídas do codificador com os registradores, já que estes representam o atraso de uma unidade de tempo (0 representa não conexão e 1 conexão). No exemplo da Figura 2.1.b a matriz geradora será:

$$G(D) = \begin{bmatrix} 1 + D & 1 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

A Figura 2.3 ilustra um codificador convolucional, sua matriz geradora e a notação usada para determinação da sequência de conexões.

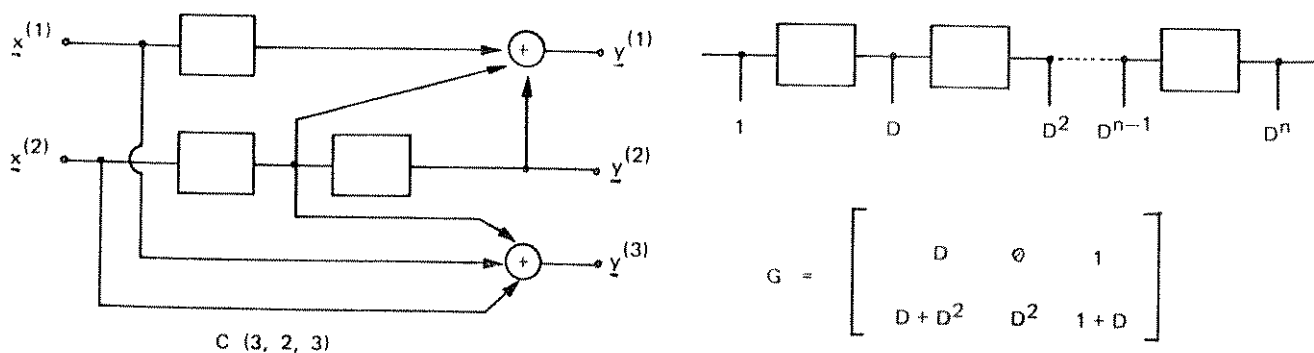


Figura 2.3. - Codificador convolucional, matriz geradora e notação polinomial

2.2.3 - Diagrama de Estados

O diagrama de estados é o resultado da representação do codificador convolucional como um circuito sequencial, onde os estados são definidos pelo conteúdo dos registradores, e o número de possíveis estados é 2^m .

Exemplo: um codificador com memória três pode configurar oito diferentes estados.

Cada bloco de k entradas causam uma transição para um novo estado. Associando um ramo à cada transição de estados e um k nó a cada estado, de cada nó sairão 2^k ramos.

O exemplo da Figura 2.4 mostra o diagrama de estados do codificador da Figura 2.1.

$m = 2$, $2^2 = 4$ estados

estados E

$E_0 = 00$

$E_1 = 01$

$E_2 = 10$

$E_3 = 11$

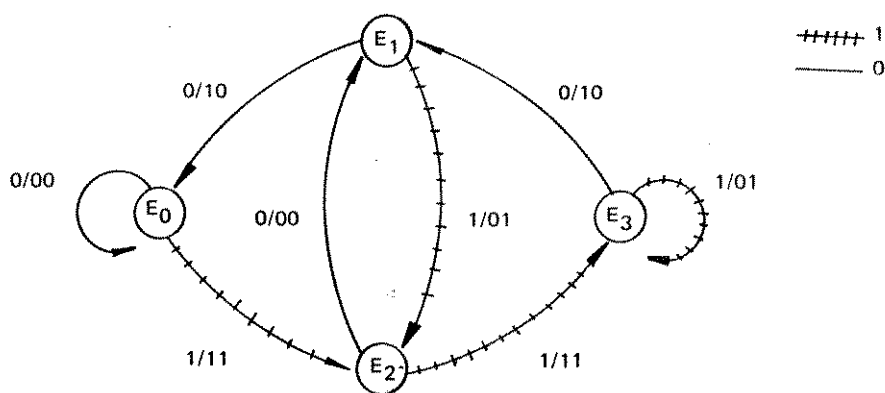


Figura 2.4 - Diagrama de estados.

Partindo do estado E_0 , uma dada sequência de informação determina um caminho no diagrama de estados, onde cada transição de estado corresponde à palavra-código ramo. A sequência de mensagens determina a palavra-código referente à informação transmitida.

Exemplo: Assumindo que o estado inicial é E_0 , a seqüência de informação $X = 01101$ determina a seqüência de estado $E_0 E_0 E_2 E_3 E_1 E_2$ que por sua vez determina a palavra-código $Y = 00 11 11 10 01$

Para se medir a distância de Hamming (número de símbolos em que duas seqüências ou blocos codificados diferem) entre a palavra toda zero e todas as outras palavras do código utiliza-se o diagrama de estados modificado, que é o diagrama de estados normal aberto na auto-malha em torno do estado todo zero, E_0 . A Figura 2.5. ilustra o diagrama modificado da Figura 2.4.

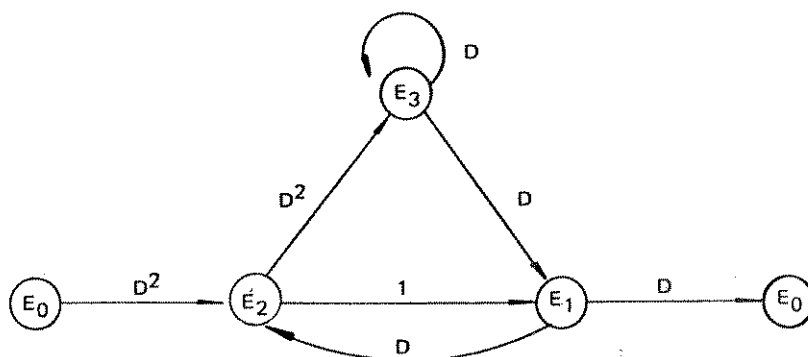


Figura 2.5 - Diagrama de estados modificado.

Associa-se um ganho a cada ramo do diagrama, ou seja, uma variável D , função de Bhattacharyya, cujo expoente é igual ao peso da mensagem associada ao ramo. A multiplicação dos ganhos de ramos para cada possível caminho que parte e retorna ao estado E_0 é chamado ganho de caminho. O expoente deste ganho é igual à distância deste caminho em relação ao caminho todo zero.

2.2.4 - Diagrama de Treliça

Na representação por diagrama de treliça (Figura 2.6.) de um código convolucional a configuração das memórias (conteúdo dos registradores) definirá os estados do codificador. Estes estados dependem tão somente da seqüência de entrada X.

Definindo quadro de transições como a parte da treliça correspondente à dois instantes de tempo adjacentes, o diagrama é montado da seguinte maneira:

- b.1 - Para cada estado é definido um nó (no caso binário 2^m nós).
O conjunto de nós repete-se a cada quadro de transições.
- b.2 - Os ramos que interligam os nós de instantes de tempo adjacentes [j, j+1] correspondem às transições de estados no codificador devidas às entradas X_j .
- b.3 - A indicação sobre cada ramo representada por X_j/Y_j significa que a uma entrada X_j o codificador muda de estado produzindo Y_j na saída.

A Figura 2.6 mostra o diagrama de treliça do codificador da Figura 2.1.

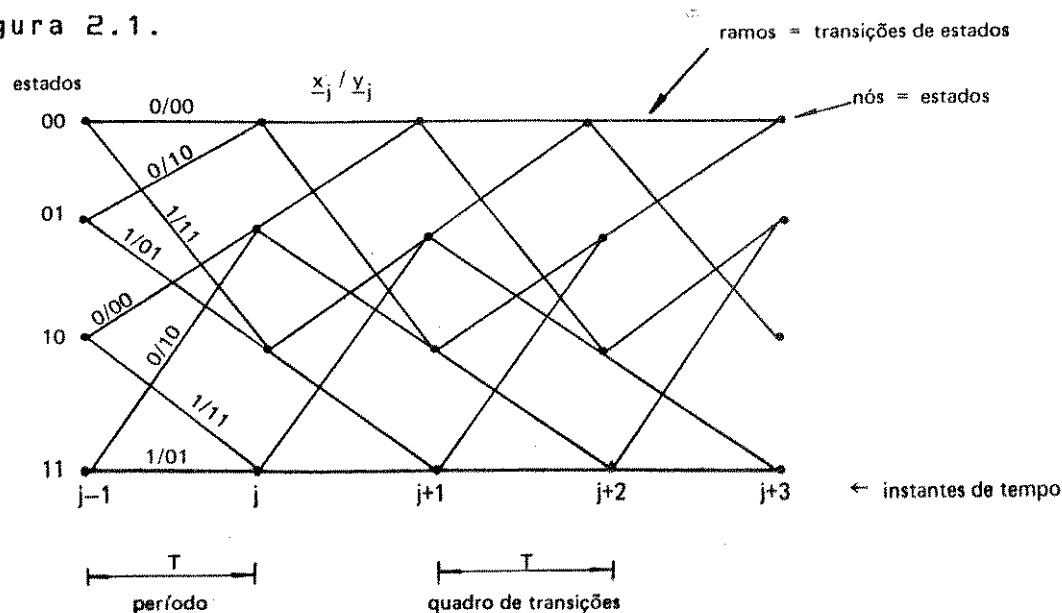


Figura 2.6 - Diagrama de treliça código invariante no tempo

Se o codificador for do tipo invariante no tempo o mesmo quadro de transições se repetirá a cada novo bloco de entrada. No caso de variante no tempo existirão intervalos onde se alternarão quadros de transições correspondentes à diferentes treliças, ou seja, diferentes codificadores. Um exemplo de diagrama de treliça de um código convolucional variante no tempo é mostrado a Figura 2.7.

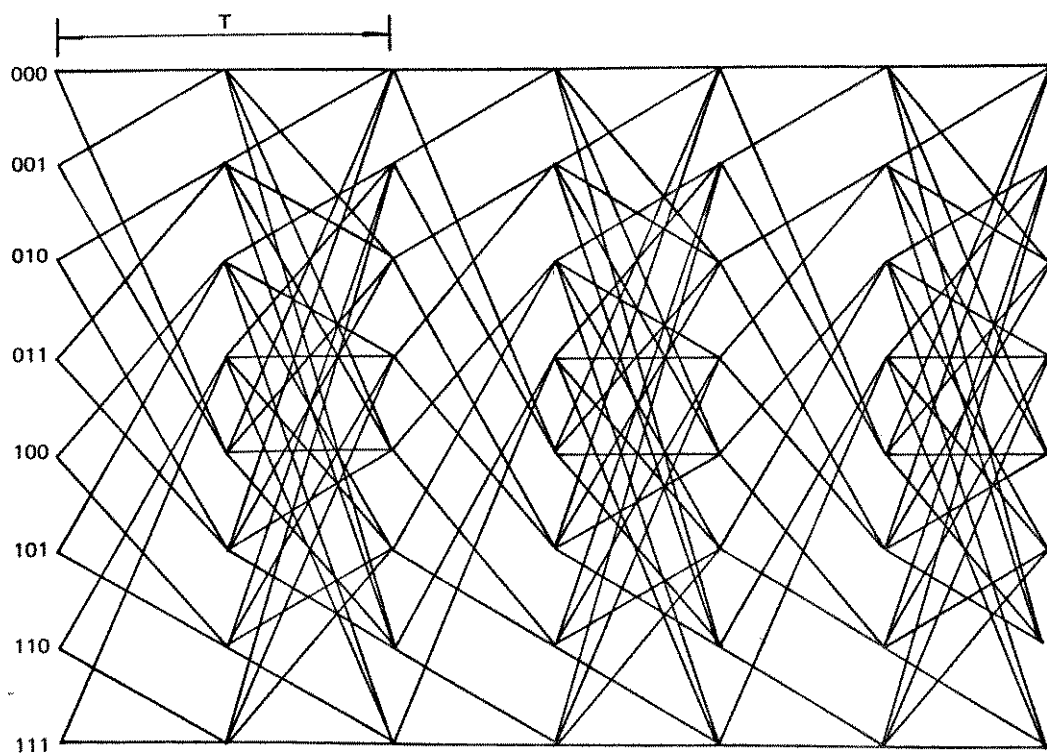


Figura 2.7 - Diagrama de treliça código variante no tempo

Com o intuito de ilustrar a geração de um código de bloco através de um código convolucional, seja X uma sequência de entrada com comprimento kL , isto é ,

$$X = [X_0 \quad , \quad X_1 \quad \dots \quad X_L] \quad (2.12)$$

que ao passar por um codificador convolucional gera uma sequência de saída Y dada por

$$Y = [Y_0, Y_1, \dots, Y_L] \quad (2.13)$$

O codificador é representado então por uma treliça de L segmentos onde cada segmento corresponde às transições de estado ocorridas entre os tempos j e $j+1$ para $0 < j < L-1$.

A sequência de nós (estados) da treliça pode ser definida como:

$$S = [E_0, E_1, \dots, E_j, \dots, E_L] \quad (2.14)$$

onde

$E_j = [M_1 M_2 \dots M_m]$ é o estado definido no instante j pelo conteúdo dos m registros de deslocamento. Como resultado desta operação temos um código de bloco.

2.3 - FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA

2.3.1 - Caso Invariante no Tempo

A função enumeradora de todos os caminhos que divergem e reemergem do caminho todo zero pode ser vista como a função de transferência de um grafo de fluxo de sinais de entrada unitária [5]. Esta função é a solução simultânea das equações de estados obtidas do diagrama modificado.

No exemplo da Figura 2.5. para a entrada no estado E_0 igual a unidade a saída é a função de transferência desejada. Definindo $\mathcal{E}_t$ como a equação do estado E_i no instante t , a equação do estado 1 no instante de tempo t será D vezes o

resultado determinado pelo estado 3 mais o resultado determinado pelo estado 2 :

$$\varepsilon_{t_1} = \varepsilon_{t_2} + D \cdot \varepsilon_{t_3}$$

de maneira análoga :

$$\varepsilon_{t_2} = D^2 + D \cdot \varepsilon_{t_1}$$

$$\varepsilon_{t_3} = D \cdot \varepsilon_{t_3} + D^2 \cdot \varepsilon_{t_2}$$

Seja $T(D)$ a função de transferência, isto é,

$$T(D) = D \cdot \varepsilon_{t_1}$$

A determinação de ε_{t_1} para o cálculo de $T(D)$ requer que se resolva as equações ε_{t_1} , ε_{t_2} , ε_{t_3} . Uma vez solucionadas essas equações temos que $T(D)$, para o exemplo em questão, é dada por

$$T(D) = \frac{D^3 (1 + D + D^3)}{1 - 2D + D^2 - D^4} \quad (2.15)$$

ou equivalentemente

$$T(D) = D^3 + 3D^4 + 5D^5 + 8D^6 + \dots \quad (2.16)$$

A interpretação da eq.(2.16) é a seguinte: existe uma palavra de peso 3, três de peso 4, cinco de peso 5, oito de peso 6 e assim por diante. Dessa forma, a função de transferência é $T(d)$ que define todos os caminhos que partem do estado EO e retornam ao mesmo estado após t intervalos de tempo, com t tendendo ao infinito. Como consequência, temos que a função de

transferência fornece uma descrição completa da distribuição de pesos de todas as palavras não zero que divergem do e reemergem ao estado E_0 .

Uma outra maneira de se determinar a função enumeradora é considerar o diagrama de estados modificado como um sistema linear discreto [12] onde as equações de estados e de saída são para o exemplo da Figura 2.4. dados por :

$$\begin{aligned} E(t+1) &= A(t).E(t)+B \\ T(t) &= H(t). E(t) \end{aligned} \tag{2.17}$$

com

$E(t)$ uma matriz 3×1 que fornece a evolução dos estados desde o instante inicial até o instante de tempo t .

$A(t)$ a matriz de transição 3×3 cujos elementos são valores dos ganhos de ramos entre os estados intermediários.

$H(t)$ é a matriz 1×3 de condição de saída e cujos elementos são valores dos ganhos de ramo desde os estados intermediários aos estados de saída.

B a matriz 3×1 da condição inicial e cujos elementos são valores dos ganhos de ramo desde o estado inicial até os estados intermediários.

$\mathcal{E}_{t_i}$ é a função de transferência do estado E_0 ao estado E_i no instante t .

$$E(t) = \begin{bmatrix} E0 - E1 & E0 - E2 & E0 - E3 \\ \xi_{t_1} & \xi_{t_2} & \xi_{t_3} \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

$$H(t) = \begin{bmatrix} E1 - E0 & E2 - E0 & E3 - E0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & E0 - E1 \\ 2 & E0 - E2 \\ 0 & E0 - E3 \\ 0 & E0 - E3 \end{bmatrix} \quad (2.20.a)$$

$$A(t) = \begin{bmatrix} E1 & E2 & E3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} E1 \\ E2 \\ E3 \end{matrix} \quad (2.20.b)$$

Substituindo (2.18), (2.19) e (2.20) em (2.17) e usando a notação polinomial :

$$\xi_{t_1}(D) = \frac{D^2 (1 - D + D^2)}{1 - 2D + D^2 - D^4}$$

$$\xi_{t_2}(D) = \frac{D^2 (1 - D)}{1 - 2D + D^2 - D^4}$$

$$\xi_{t_3}(D) = \frac{D^4}{1 - 2D + D^2 - D^4}$$

$$T(D) = [D \quad 0 \quad 0] \cdot E(t)$$

$$T(D) = \frac{D^3 (1 - D + D^3)}{1 - 2D + D^2 - D^4} \quad (2.21)$$

obtem-se (2.21) que é exatamente a mesma expressão de (2.16)

Introduzindo-se a variável Z para cada valor de ramo onde a transição é causada por um bit "1" de informação na entrada, pode-se computar o número de bits "1" de informação contidos em cada caminho. O novo diagrama passa a ser o da Figura 2.8.

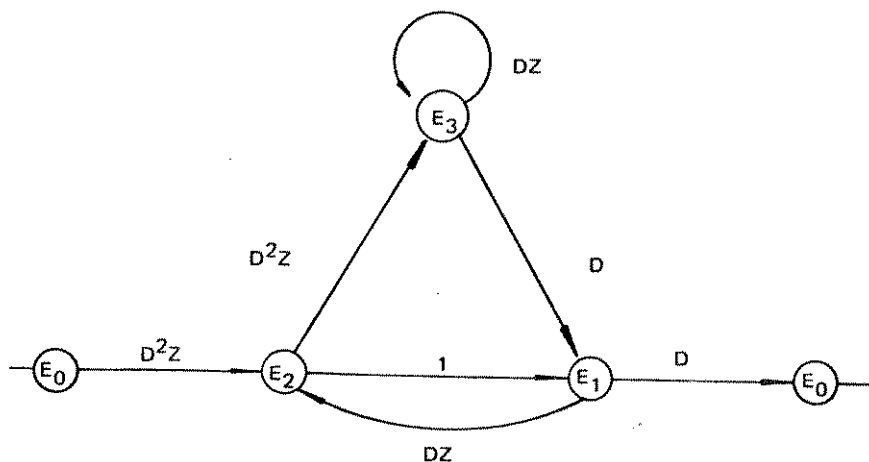


Figura 2.8 - Novo diagrama de estados.

Com a nova variável Z, as matrizes de transição A(t) e a condição inicial B tornam-se:

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \cdot Z \\ 0 \end{bmatrix} \quad A(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \cdot Z \\ 0 \cdot Z & 0 & 0 \\ 0 & 0 \cdot Z & 0 \cdot Z \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

Resolvendo (2.17) através de (2.22), temos que

$$T(D) = \frac{D^3 . Z^3 (1 - D^2 . Z^2 + D^5 . Z^2)}{1 - 2D^2 . Z^2 + D^4 . Z^2} \\ = D^3 . Z^3 + D^4 . Z^2 + D^5 . Z^3 + D^6 . Z^2 + \dots$$

significando que existe um caminho de peso 3 com um bit "1", um caminho de peso 4 com 2 bits 1 e assim por diante.

2.3.2 - Caso Variante no Tempo

É de particular interesse deste trabalho o estudo de códigos variantes no tempo. Neste caso, a descrição dos pesos de Hamming de todas as palavras não nulas é realizada através da função dinâmica de transferência [12].

Por exemplo, considerando dois códigos convolucionais lineares C_a e C_b que se alternam a cada instante de tempo, ou seja:

$J < t < J+1$ C_a é o código transmitido (A_a, H_a, B_a, E_a, T_a)

$J+1 < t < J+2$ C_b é o código transmitido (A_b, H_b, B_b, E_b, T_b)

As equações de saída e de estados do codificador resultante podem ser obtidas da seguinte maneira:

- E_i , estado do codificador C_a no instante de tempo J , pode ser alcançado de qualquer estado do codificador C_b aplicando-se a este a matriz de transição A_a do código C_a ou a matriz condição inicial B_a

- T_a , a equação de saída do codificador C_a , é obtida multiplicando-se a matriz H_a pela matriz de estados do código anterior C_b .

Matematicamente temos

$$E_a(j+1) = A_a(j).E_b(j) + B_a$$

$$T_a(j) = H_a(j).E_b(j) \quad \text{código } C_a \quad (2.23)$$

$$E_b(j+1) = A_b(j).E_a(j) + B_b$$

$$T_b(j) = H_b(j).E_a(j) \quad \text{código } C_b$$

Para o código C_c resultante da combinação de C_a e C_b a função dinâmica de transferência é:

$$T_o(j) = T_a(j) + T_b(j) \quad (2.24)$$

Observe que o número de estados de ambos os codificadores devem ser iguais para que sejam possíveis as operações entre as matrizes e vetores destes. Dependendo da condição inicial estabelecida para o processo de combinação de códigos convolucionais podem resultar em funções de transferências distintas. Logo, a análise final deve levar em consideração a superposição de todas as funções de transferência como em (2.24).

Tanto no caso invariante como no variante no tempo se aplica a recursividade inerentes às equações de estados e saídas para descrever todos os caminhos diferentes de zero que partem do instante de tempo zero ($t=0$) e emergem ao caminho todo zero antes do tempo $t=j$, bastando para isto calcular $E(j)$.

2.4 - PROCESSO DE DECODIFICAÇÃO

Dentre os métodos de decodificação de um código convolucional, o critério de máxima verossimilhança (ML) é aquele que proporciona a menor probabilidade de erro (P_b).

Como visto no Capítulo 1, com auxílio das Figuras 1.1 e 1.4, a partir de uma sequência r recebida o decodificador deve produzir uma sequência estimada $\hat{x}$. Quando o critério de máxima verossimilhança é utilizado, o decodificador escolhe a mensagem x_i que maximiza a função

$$P(x_i/r=y) \quad (2.25)$$

Para um canal discreto sem memória (DMC)

$$P(r/x) = \prod_i P(r_i/x_i)$$

ou seja, cada símbolo recebido depende somente do símbolo correspondente transmitido, onde $P(r_i/x_i)$ é a probabilidade de transição de canal. A maximização de $P(r/x)$ equivale a maximizar a função logarítmica-máxima verossimilhança

$$\log P(r/x) = \sum_i \log p(r_i/x_i)$$

A função $\log P(r/x)$ é denominada métrica associada ao caminho x no processo de decodificação dos códigos de treliça.

Quando as mensagens x_i não são equiprováveis, o critério utilizado no processo de estimação de sequências é o da máxima probabilidade a posteriori, isto é,

$$p(x_i).p(x_i/r=y) > p(x_j).p(x_j/r=y) \quad \text{para todo } j \neq i$$

Assim, para um canal DMC a métrica associada passa a ser

$$\log p(r/x) = \sum_i \log p(r_i/x_i) + \sum_i \log p(x_i)$$

Quando o canal é discreto e sem memória, a métrica $\log P(r/y)$ resulta na distância de Hamming. Assim, a menor distância de Hamming obtida pela comparação aos pares de todas as possíveis seqüências, resulta na distância livre do código, d_{free} . Esta distância garante que o decodificador é capaz de corrigir pelo menos $(d_{free}-1)/2$ erros. A decodificação através do algoritmo de Viterbi determina, a partir da seqüência recebida, o caminho através da treliça que possui a maior métrica, ou equivalentemente, o caminho de máxima verossimilhança.

2.4.1 - Distância Mínima Euclidiana

Se o sinal codificado é do tipo analógico, a medida mais apropriada para a decodificação passa a ser a distância Euclidiana entre as seqüências combinadas (codificadas e moduladas). Para tal, seja

$$dE^2[Y_j, Y'_j]$$

a distância Euclidiana entre símbolos do canal correspondentes aos bytes Y_j e Y'_j , onde $Y_j \neq Y'_j$ e

$$dE^2[Y, Y']$$

a distância Euclidiana entre seqüências de sinais modulados Y

e Y' tal que

$$dE^2 [Y, Y'] = [\sum_j dE^2 [Y_j, Y'_j]] \quad (2.26)$$

A distância Euclidiana mínima verificada entre as seqüências de sinal é definida como :

$$dmin = \min_{Y \neq Y'} dE^2 [Y, Y'] \quad (2.27)$$

Para cada seqüência codificada existe um único caminho correspondente na treliça. Combinando-se todos os diferentes caminhos, aos pares, e medindo-se as distâncias Euclidianas destes, a menor distância Euclidiana encontrada é denominada a distância mínima Euclidiana. Esta corresponde à menor distância entre duas seqüências quaisquer de símbolos do canal [6,5].

A utilização da distância mínima Euclidiana (dmin) ao invés de distância de Hamming para avaliarmos o desempenho do sinal codificado/modulado deve-se ao fato de observarmos agora as posições relativas destes na constelação utilizada pela modulação. A maximização de dmin é uma maneira de melhorarmos o desempenho do sistema de comunicação. A partir deste ponto sempre que houver referência à distância esta será a distância Euclidiana, a menos que especifiquemos ao contrário.

2.4.2 - Evento de Erro

Ao ocorrer um evento de erro na decodificação de uma seqüência recebida, o decodificador elimina o caminho correto e segue por um caminho incorreto na treliça. Este evento é denominado evento de erro simples. A Figura 2.9.a ilustra um

evento de erro simples.

Quando um caminho incorreto tende a retornar (emergir) ao caminho correto, o trecho correspondente à este retorno refere-se à uma seqüência de bits decodificada corretamente, como ilustra a Figura 2.9.a. No entanto, nem sempre esta seqüência é suficiente para fazer o caminho incorreto alcançar o correto. O evento caracterizado por caminhos que reemergem mais de uma vez ao caminho correto é denominado de evento de erro composto. A Figura 2.9.b ilustra um evento de erro duplo, isto é, o caminho incorreto reemerge duas vezes em direção ao caminho correto.

Para uma dada seqüência recebida, cada vez que o decodificador diverge do caminho correto esta separação constitui-se num evento de erro. Em seqüências de comprimento L (duração JT) tal que J tende a infinito, a probabilidade de ocorrência de qualquer evento de erro tende à unidade [8].

O evento de erro é referido então a um determinado instante de tempo na treliça. Um primeiro evento de erro é dito ocorrer num instante de tempo arbitrário j se o caminho correto for eliminado pela primeira vez em j por um caminho incorreto. Considerando X o caminho correto e X o incorreto, a probabilidade de evento de erro passa a ser condicionada ao tempo j . A Figura 2.9.c ilustra outros exemplos de eventos de erro conhecidos com eventos de erro múltiplos.

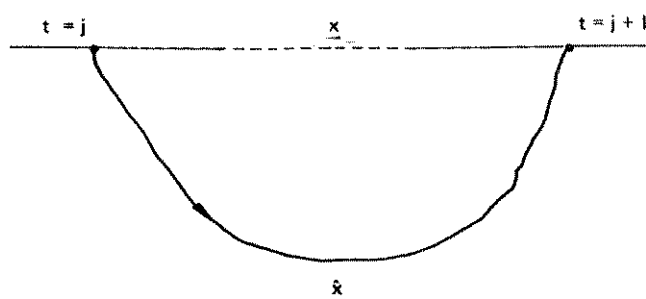


Figura 2.9.a - Evento de erro simples

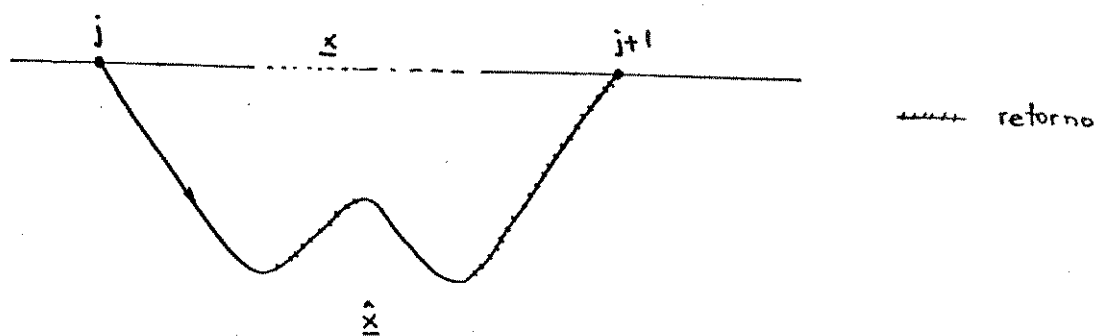


Figura 2.9.b - Evento de erro duplo

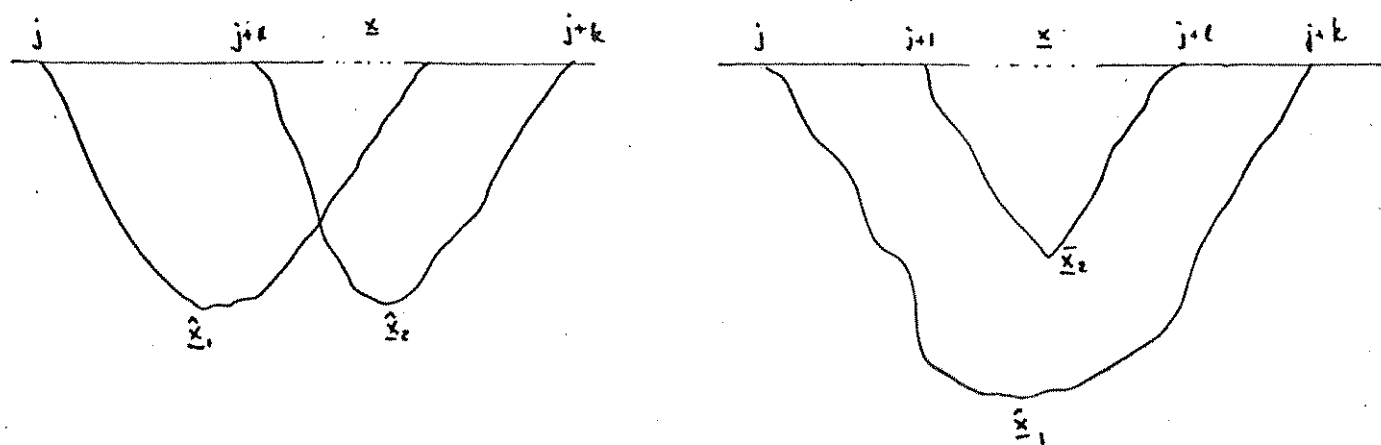


Figura 2.9.c - Evento de erro composto

2.4.3 - Algoritmo de Viterbi

Na decodificação de códigos de treliça em geral usando o critério de máxima verossimilhança ,ou seja, o Algoritmo de Viterbi, o objetivo básico é o selecionamento de um caminho na treliça que mais se assemelhe ao caminho referente ao caminho seguido pela seqüência recebida .Este algoritmo determina a seqüência de sinal codificada mais próxima da seqüência de sinal não quantizada recebida . O decodificador que utiliza o algoritmo de Viterbi opera diretamente sobre as amostras não quantizadas das saídas do canal realizando a decodificação suave. O algoritmo de Viterbi pode ser descrito sucintamente através das seguintes etapas :

1. A partir da seqüência recebida (que determina o caminho na treliça), as distâncias parciais de cada caminho que chegam à cada um dos nós são computadas.
2. O caminho de menor distância (sobrevivente) em cada um destes nós e os valores destas distâncias parciais são armazenadas.
3. Para cada um dos nós, os caminhos que partem para todos os outros nós têm suas métricas calculadas e acumuladas às métricas dos caminhos sobreviventes até então .
4. Para todos os nós calculam-se os novos sobreviventes.
5. Retorna-se ao item 2 até que a decodificação da seqüência recebida seja completada.

Se dois ou mais caminhos com métricas iguais coincidem como caminhos de menor métrica, a escolha recai sobre somente

um destes, de forma arbitrária.

As Figuras 2.10 e 2.11 ilustram a aplicação do algoritmo de Viterbi. Para tal, considere um canal discreto sem memória com entrada binária e saída quaternária (Fig.2.10). As Tabelas 2.1 e 2.2 apresentam as probabilidades de transição de canal e as métricas do canal respectivamente.

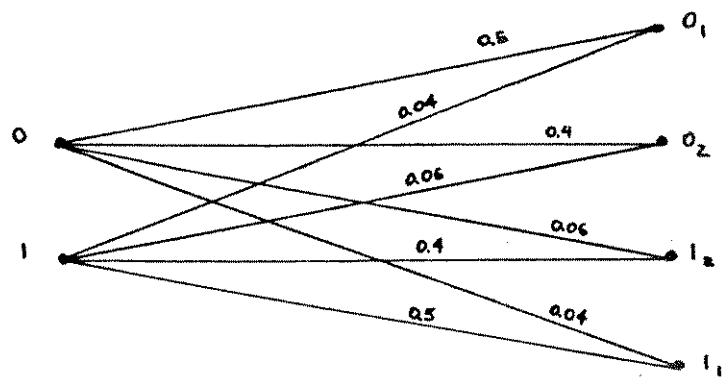


Figura 2.10-Canal DMC com entrada binária e saída quaternária

Tabela 2.1

	0 1	0 2	1 2	1 1
0	0.5	0.4	0.06	0.04
1	0.04	0.06	0.4	0.5

$P(r_i/x_i)$

Tabela 2.2

	0 1	0 2	1 2	1 1
0	-0.3	-0.4	-1.22	-1.4
1	-1.4	-1.22	-0.4	-0.3

$\log_2 PR(r_i/x_i)$

Assuma que a sequência recebida é :

$$r = (\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \end{matrix} , \begin{matrix} 0 & 0 \\ 1 & 2 \end{matrix} , \begin{matrix} 0 & 0 \\ 1 & 2 \end{matrix} , \begin{matrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{matrix})$$

A Figura 2.11 mostra a treliça correspondente ao

código (2,1,2) da Figura 2.1 .Aplicando-se o algoritmo de Viterbi, este escolhe sempre o caminho de maior métrica entre os que chegam à cada estado(sobrevivente).

A Tabela 2.3 auxilia a compreensão deste exemplo mostrando as métricas referentes aos ramos da treliça para cada símbolo recebido.

Tabela 2.3

símbolo do ramo	0 0 1 2	1 0 1 2	0 1 1 2	1 0 1 1
00	0.7	1.8	1.52	1.7
01	1.52	2.62	0.7	2.8
10	1.8	0.7	2.62	0.6
11	2.62	1.52	1.8	1.7

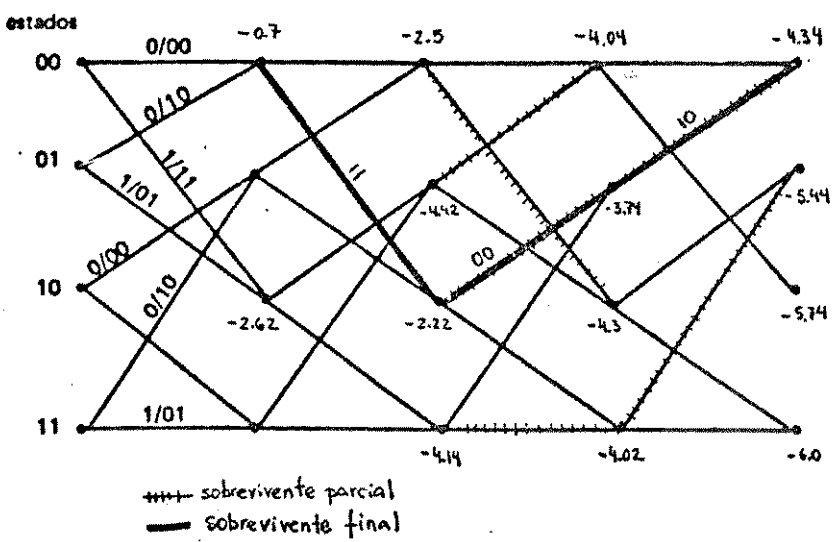


Figura 2.11 - Treliça do código c(2,1,2)

Observe que o caminho de maior métrica Sobrevivente

final) marcado em **negrito** é:

$$v = (00, 11, 00, 10)$$

que por sua vez corresponde a um caminho de máxima verossimilhança igual a

$$x1 = (0 \ 1 \ 0 \ 0)$$

Pode existir mais de um caminho cuja distância do sinal recebido é mínima. Neste caso o algoritmo escolhe arbitrariamente um destes caminhos como sobrevivente final e despreza os demais. Isto não altera a probabilidade de erro na decodificação e a justificativa deste procedimento baseia-se no aspecto pouco prático de armazenamento de um número muito grande de variáveis.

A cada quadro de transições da treliça teremos para cada nó um sobrevivente e sua métrica respectivamente armazenados. É fácil perceber que o algoritmo possui uso limitado pelo número de memórias m do codificador, uma vez que o número de operações de decodificação de cada bit cresce exponencialmente com m [1,5,8].

Neste trabalho aplicaremos o Algoritmo de Viterbi para a determinação da distância mínima dos códigos TCM periodicamente variantes no tempo.

CAPÍTULO 3

MODULAÇÃO POR CODIFICAÇÃO EM TRELIÇA

3.1 - INTRODUÇÃO

Ao considerar a modulação e a codificação convolucional como entidade única, Ungerboeck introduziu um novo conceito em Teoria de Comunicações particularmente relacionado à sistemas eficientes em faixa e potência.

A relevância desta contribuição está associada com o salto quantitativo obtido pelos sistemas de comunicação com relação ao seu desempenho chegando muito próximo daquele previsto por Shannon [28].

Esta forma combinada de codificação e modulação tem sido denominada na literatura técnica como Modulação por Codificação em Treliza (TCM) sendo que esta nomenclatura não é ainda oficialmente reconhecida.

O uso da modulação por codificação em treliza em sistemas de comunicação permite alcançar ganhos assintóticos significativos de codificação em relação aos sistemas convencionais não codificados, sem alterar a taxa de transmissão de bits de informação além de manter a largura de faixa inalterada.

O ganho assintótico é obtido teoricamente através da interpretação conveniente das curvas taxa de corte versus relação energia de bi por potência do ruído, isto é, $R_0 \times E_b/N_0$ para uma dada modulação digital. Especificamente, para uma dada taxa R_0 bits/símbolo e um valor da probabilidade de erro obtém-se um

ganho assintótico razoável pelo menos duplicando-se o número de pontos no espaço de sinais. A quantidade inalterada da faixa está diretamente relacionada com a forma combinada de codificação e modulação. De uma forma simplista, a não alteração da faixa resulta do fato de que a expansão do conjunto de sinais é o resultado da quantidade de redundância inserida pelo codificador, isto é, procura-se um "casamento" entre o codificador e o modulador. A técnica de partição do conjunto de sinais implica na maximização da distância mínima Euclidiana entre as seqüências de sinais no processo de codificação.

As hipóteses que iremos assumir neste trabalho são as seguintes: esquemas de modulação (constelações) em uma ou duas dimensões com energia média unitária e sinais equiprováveis; o canal é do tipo gaussiano branco limitado em faixa; perfeito sincronismo entre o transmissor e o receptor; não existe o efeito de interferência intersimbólica; e finalmente que a decodificação utiliza o Algoritmo de Viterbi com decisão suave.

3.2 - CODIFICADOR TCM

Nesta seção procuraremos descrever sucintamente o codificador TCM. A estrutura básica deste codificador consiste de um bloco associado ao codificador convolucional e de um bloco associado ao arranjo de pontos no espaço de sinais (constelação).

A forma combinada de codificação e modulação vem através de um mapeamento das saída do codificador convolucional aos pontos de sinais no espaço de sinais como mostra a Figura 3.1.

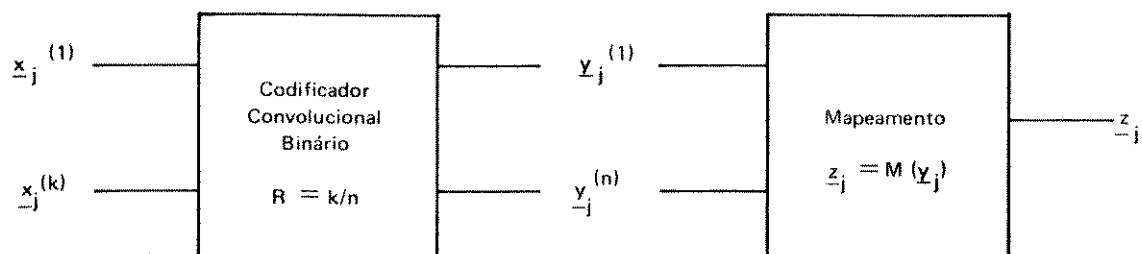


Figura 3.1 - Diagrama em blocos de um codificador TCM

Para tal, considere que o codificador convolutacional é binário de taxa $R=k/n$ e que o mesmo tenha suas saídas mapeadas aos 2^n pontos de sinais. O mapeamento destas saídas, y_j , ocorre a cada T segundos, tempo de duração de k dígitos de informação. Em geral, $n=k+1$ já é suficiente para produzir ganhos assintóticos de codificação razoáveis em relação ao sistema não codificado. Assim, para $n=k+1$ a redundância introduzida pelo processo de codificação está relacionada com a expansão dos pontos de sinais uma vez que somente 2^k pontos seriam suficientes para a existência de uma transformação biunívoca.

De uma maneira similar aos códigos convolutacionais, os códigos TCM podem ser descritos pelo diagrama de transições de estados já que sua estrutura está fortemente relacionada com aquela do codificador convolutacional interno. A diferença básica entre esses códigos é que a palavra-código ramo do código convolutacional é uma n -upla q -ária e a palavra-código ramo do código TCM é uma n -upla real.

As palavras-código ramo do código TCM referentes às transições entre os estados estão associadas aos subconjuntos terminais resultantes do mapeamento aplicado às palavras-código ramo do codificador convolucional. Este mapeamento resulta em uma associação biunívoca entre palavras-código ramo e pontos no espaço de sinais de maneira a garantir uma máxima distância euclidiana intraconjuntos.

O procedimento utilizado para se obter a maximização da distância euclidiana intraconjuntos resulta de um conjunto de regras estabelecidas heurísticamente que serão descritas com maiores detalhes na próxima seção.

3.2.1 - Partição do Conjunto de Sinais

Sejam $\{Y\}$ e $\{Z\}$ os conjuntos das possíveis saídas do codificador convolucional e o conjunto de sinais este com cardinalidade $|Z| = M$, respectivamente. Seja Y_j uma possível saída do codificador convolucional e Z_j o correspondente mapeamento de Y_j , isto é, $Z_j = M(Y_j)$.

Como visto no Capítulo 2, Y_j depende da informação X_j e das m mensagens anteriores armazenadas nos registros do codificador. Matematicamente temos a seguinte representação :

$$Y_j = q(X_j, X_{j-1}, X_{j-2}, \dots, X_{j-m})$$

Consequentemente, Z_j é dado por

$$Z_j = M [q(X_j, X_{j-1}, X_{j-2}, \dots, X_{j-m})]$$

A representação esquemática das transformações aplicadas

às $(m+1)$ variáveis de informação X é como mostrado na Figura 3.1.

Por outro lado, sabemos que ao receber o sinal $r = Z_j + n$, com n o ruído, existe a possibilidade do decodificador decidir por Z_k , onde Z_k é diferente de Z_j . Quanto mais próximo em termos de distância Euclidiana estiver o sinal Z_k do sinal Z_j maior será a chance de decisão errônea.

Uma situação que ilustra significativamente este fato pode ser colocada da seguinte forma. Suponha que a cardinalidade do conjunto de sinais, $\{Z\}$, seja aumentada, porém mantendo-se inalteradas as condições do ruído e a energia média ou a de pico. Claramente, os pontos deste novo conjunto de sinais, $\{Z'\}$, estarão mais próximos entre si, ou equivalentemente, a distância Euclidiana entre os pontos de sinais é menor do que no caso anterior. Como as condições do ruído por hipótese são as mesmas, teremos como consequência um aumento na ocorrência de erros ao decidir pelo sinal $Z_j' \in \{Z'\}$ quando comparada com $Z_j \in \{Z\}$.

A minimização deste problema através da codificação TCM consiste em associar uma mensagem Y_j a um sinal Z_j bem como associar as Y_{j+1} possíveis mensagens mais prováveis de ocorrerem após Y_j aos sinais Z_{j+1} , onde Z_{j+1} são pontos de sinais que guardam uma razoável distância Euclidiana em relação à Z_j .

A utilização do código convolucional possibilita o conhecimento prévio das mensagens Y_{j+1} mais prováveis e consequentemente a escolha dos Z_{j+1} sinais mais distantes de Z_j . Uma descrição mais detalhada do processo que determina a escolha de Z_{j+1} será o tema da seção seguinte.

A Figura 3.2 ilustra uma constelação denominada original

e a correspondente constelação aumentada. Observe que fixando-se Z_j pode-se escolher Z_{j+1} tal que $d(Z_j, Z_{j+1}) > dE_1$.

Seja dE_1 a distância mínima entre dois pontos quaisquer da constelação original e dE_2 a da constelação aumentada. O processo descrito acima procura garantir que a distância Euclidiana entre dois pontos associados a Y_j e Y_{j+1} , isto é, Z_j e Z_{j+1} respectivamente, seja maior que dE_2 . Desta forma, a probabilidade de erro na decodificação dos sinais na constelação aumentada é minimizada.

Uma forma sistemática de indexação dos pontos de sinais de acordo com suas distâncias Euclidianas mínimas é obtida através da partição do conjunto de sinais. Esta partição é eficientemente realizada através de um conjunto de regras que serão estabelecidas a seguir. Por outro lado, a associação das possíveis saídas do codificador convolucional Y_j aos pontos de sinais Z_j realizadas segundo esta partição será descrita na seção 3.2.2..

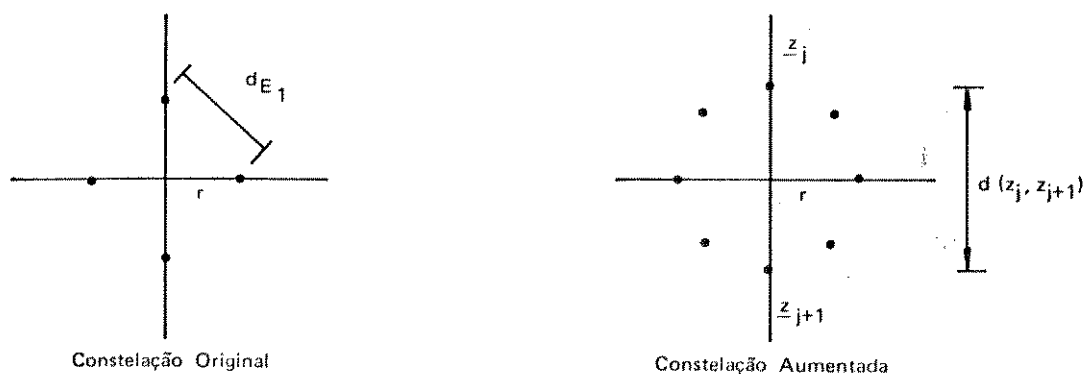


FIG. 3.2

Figura 3.2 - Comparação de constelações

REGRAS PARA PARTIÇÃO

A seguir estabeleceremos as regras para a partição do conjunto de sinais .

Regra 1 - O conjunto de sinais é dividido sucessivamente em dois subconjuntos de modo que as distâncias Euclidianas sejam no mínimo iguais ou maiores do que aquelas do conjunto que lhes deu origem.

Regra 2 - Repete-se a partição até se obter $2^{k'}$ subconjuntos terminais, onde k' é o número de saídas codificadas.

No primeiro item procura-se sempre subdividir o conjunto de modo que os subconjuntos obtidos possuam a distância Euclidiana mínima entre os seus pontos maior que a do conjunto originador . Assim, a partição não determina uma forma única de subdivisão de conjuntos e sim estabelece uma relação de distâncias crescentes a cada subdivisão , logo a distância mínima entre dois subconjuntos será sempre a distância mínima entre os pontos do subconjunto de origem comum aos dois subconjuntos.

A Figura 3.3 mostra a partição do conjunto de sinais da constelação 16-QAM .

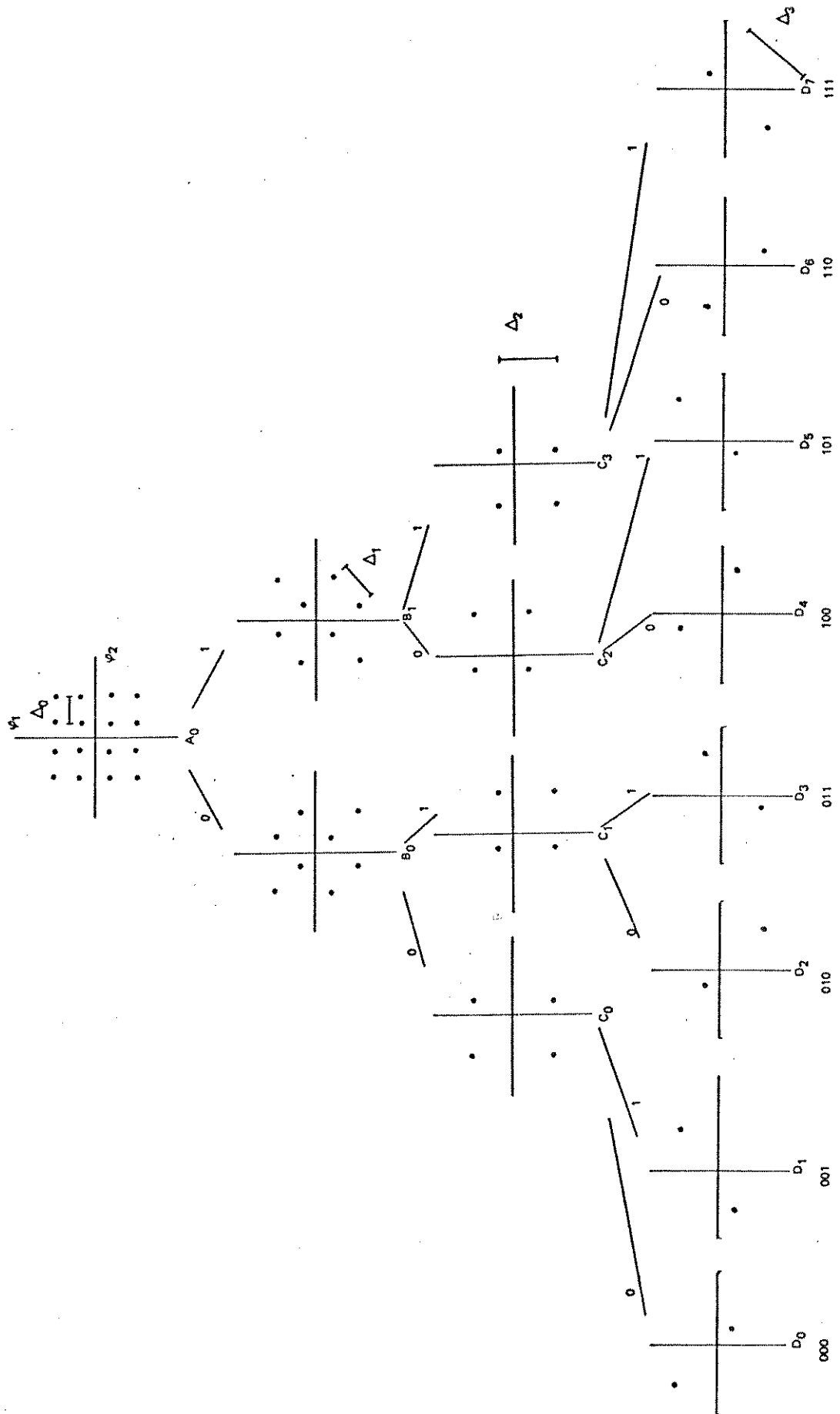


Figura 3.3 - Partição da constelação 16 QAM.

3.2.2 - Mapeamento

O mapeamento consiste em associar às transições entre estados que ocorrem na treliça os subconjuntos terminais obtidos através das regras de partição. O objetivo desta associação é o de apresentar uma maior distância Euclidiana entre os sinais destes subconjuntos do que aquela entre os sinais do conjunto original. As regras propostas por Ungerboeck para alcançar este objetivo são as seguintes :

3.2.2.1 - Os subconjuntos terminais são associados aos ramos da treliça do codificador TCM de modo a garantir a maior distância mínima Euclidiana entre todos os ramos que chegam ou partem de um nó.

3.2.2.2 - Todos os sinais da constelação devem ser usados com a mesma frequência determinando deste modo a simetria da constelação.

3.2.2.3 - Deve ser associado às transições paralelas um subconjunto que guarde a maior distância possível entre os pontos de sinais deste subconjunto.

A Figura 3.4.a mostra um quadro de transições de um código TCM, com taxa $R=3/4$ e $m=3$. Este exemplo tem o objetivo de ilustrar as regras estabelecidas por Ungerboeck .

Assim, associa-se o conjunto de pontos definidos por C_0 (subconjunto da Figura 3.3) aos ramos paralelos que interligam os estados E_0 . O subconjunto C_1 é o que apresenta a maior distância Euclidiana em relação à C_0 , por isso é escolhido para ser associado aos quatro ramos paralelos que partem do estado E_0 para

o estado E4, bem como aos quatro ramos paralelos provenientes do estado E1 que chegam ao estado E0 no instante $J+1$. Pelo mesmo raciocínio, os ramos paralelos que chegam ou partem de E1 e E4 devem ser associados a C0. Os subconjuntos C0 e C1 foram utilizados duas vezes e devem ser associados à outras transições mais duas vezes pois cada subconjunto deve ser utilizado quatro vezes para satisfazermos a condição 3.2.2.2 do mapeamento, isto é, o quadro de transições possui dezesseis conjuntos de ramos paralelos aos quais se associam quatro subconjuntos. A utilização de sinais de um mesmo subconjunto de transições paralelas satisfaz a condição 3.2.2.3.

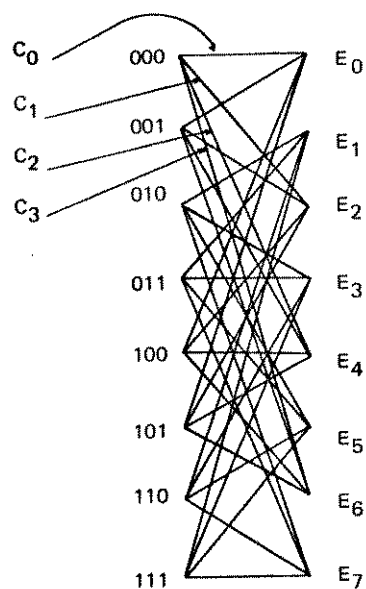


FIG. 3.4 a
 $R = 3/4$
 Mapeamento a

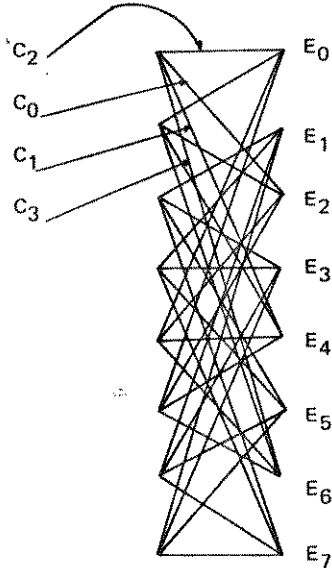


FIG. 3.4 b
 $R = 3/4$
 Mapeamento b

Figura 3.4.a

Figura 3.4.b

Observe que o mapeamento não é único pois a escolha de quais subconjuntos a serem associados aos ramos é inicialmente arbitrária. Assim sendo, uma vez que algumas transições são mapeadas as demais estão automaticamente definidas em função dos mapeamentos iniciais. Por exemplo: as transições que chegam ou

CO para as transições paralelas entre os estados EO. A Figura 3.4.b ilustra o mesmo quadro de transições que o da Figura 3.4.a mas apresentando um outro mapeamento.

A motivação para o estabelecimento da condição 3.2.2.3 é que a mesma implica em uma diminuição da probabilidade de ocorrência de eventos de erro unitário na treliça. Este tipo de evento não é de todo desejável, pois ao se utilizar o Algoritmo de Viterbi para a decodificação da seqüência recebida, um erro ocorrido durante um quadro de transições decorrente de uma transição paralela não é suficiente para que o Algoritmo identifique o sobrevivente correto entre todos os sobreviventes.

É importante frisar que ao realizarmos o mapeamento estaremos especificando o codificador convolucional através das regras de partição e da indexação.

Uma vez que dispomos da especificação do codificador convolucional/modulador, o próximo passo é avaliar o desempenho do código TCM resultante. Para tal, é necessário obtermos o valor da distância mínima deste código. Antes porém, de definirmos a distância mínima para códigos TCM, iremos mostrar que esta distância é limitada inferiormente pela menor das seguintes distâncias:

- 1) a menor das distâncias entre as distâncias de seqüências que emergem posteriormente ao caminho correto;
- 2) distância associada aos erros que ocorrem entre transições paralelas.

Uma ilustração de como podemos atender a condição 3.2.2.3 decorre da associação aos pontos de sinais que possuem grandes

distâncias Euclidianas entre si às transições paralelas. Isto implica em aumentarmos a distância de 2). Desta forma a distância mínima do código TCM resultará de 1). Com isto procuramos, sempre que possível, diminuir a chance de ocorrência de caminhos de distância mínima sejam aqueles cujos eventos de erro são do tipo unitário.

Uma outra forma de apresentar o processo de codificação é aquele utilizado por Forney [9] mostrado na Figura 3.5. As transições paralelas são devidas aos bits de informação não codificados que seleccionam os pontos do subconjunto determinado pelos bits codificados.

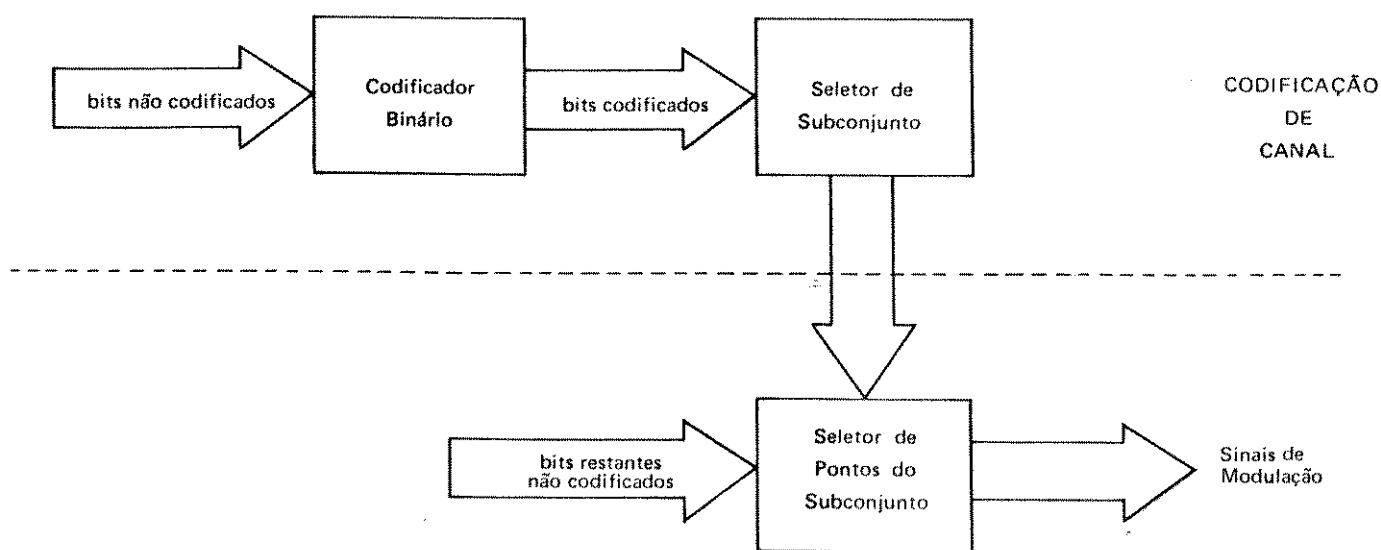


Figura 3.5 - Codificação TCM

3.3 - PROCESSO DE DECOFICAÇÃO

O processo de decodificação dos códigos TCM Invariantes no tempo bem como os variantes no tempo emprega a estimação de seqüências através do processo de máxima verossimilhança, ou seja, o Algoritmo de Viterbi.

Como visto no Capítulo 2, este algoritmo seleciona a cada passo o caminho sobrevivente de cada estado através da comparação das métricas acumuladas dos caminhos que chegam à esses estados. Esta métrica acumulada deve ser do tipo aditiva e resulta das somas parciais das métricas dos caminhos sobreviventes. No caso em que o código é do tipo convolucional e o canal é discreto e simétrico a métrica utilizada é a distância de Hamming. Por outro lado, para o caso em que o código é o TCM e o canal gaussiano, a métrica resultante é a distância Euclidiana. Para satisfazer o requisito de ser uma métrica aditiva utiliza-se o quadrado da distância Euclidiana.

Inerente à essa visão "macro" do processo de decodificação dos códigos TCM existe a visão "micro", isto é, o procedimento básico utilizado para obter os dados que devem ser utilizados no processo visto de maneira mais abrangente.

Os passos seguidos no processo de decodificação "micro" são os seguintes :

- 1 - Uma decisão abrupta é realizada para a identificação do subconjunto terminal;
- 2 - Uma vez identificado o subconjunto terminal segue-se a aplicação da decisão suave com o objetivo de decidir sobre o sinal transmitido propriamente dito.

Desta forma, a concatenação do processo de decodificação "micro" e "macro" resulta no processo de decodificação final.

Por outro lado, sabemos que o desempenho dos códigos TCM para altas relações sinal/ruído está relacionado com a distância Euclidiana intraconjuntos, no caso de evento de erro unitário, ou interconjuntos, no caso de evento de erro simples. Logo, precisamos definir claramente o significado da distância mínima destes códigos.

3.3.1 - Distância Mínima do Código TCM

A distância mínima de um código TCM é definida como sendo a menor distância entre todas as possíveis seqüências de sinais, isto é,

$$d_{\min}^2 = \min_{A \neq B} d^2(A, B) = \min_{A \neq B} \sum_i d^2(A_i, B_i) \quad (3.1)$$

onde

$$A = \{ A_1 A_2 \dots A_i \dots \}$$

$$B = \{ B_1 B_2 \dots B_i \dots \}$$

são seqüências de sinais da constelação e $d_{\min}$ é a distância mínima Euclidiana.

Como vimos na seção anterior, a $d_{\min}^2$ pode também ser expressa como:

$$d_{\min}^2 = \min [\Delta_{k+1}^2, d_{\text{free}}^2(k)] \quad (3.2)$$

onde

$$\Delta_{k+1}^2 = \text{distância mínima entre transições paralelas}$$

$$d_{\text{free}}^2(k) = \text{distância mínima entre caminhos não paralelos no diagrama de treliça do código.}$$

Da mesma maneira que nos codificadores convolucionais a

maximização de $d_{\min}^2$ otimiza o desempenho do código TCM, pois aumentando-se a distância Euclidiana entre os sinais da constelação diminui-se a probabilidade de decidir erroneamente por um sinal mais próximo incorreto.

A decodificação é feita através do Algoritmo de Viterbi que compara o caminho na treliça correspondente à sequência recebida com os demais possíveis caminhos da treliça. Esta comparação é feita em termos do quadrado das distâncias Euclidianas.

Como visto no capítulo anterior, este algoritmo deve selecionar o sobrevivente de cada estado comparando as métricas parciais dos caminhos que chegam à cada estado. Para isto efetua a soma da métrica do amo que chega com a métrica do estado de onde partiu o ramo. O uso do valor quadrático de distância Euclidiana possibilita efetuar estas somas no Algoritmo de Viterbi e obter as métricas parciais necessárias para a avaliação dos caminhos sobreviventes (em termos de distâncias Euclidianas ao quadrado). O valor final da distância mínima é a raiz quadrada da métrica do sobrevivente final do algoritmo.

3.4 - ESTRUTURA DOS CÓDIGOS TCM

O cômputo da distância mínima dos códigos TCM requer a comparação aos pares de todas as seqüências, ou seja, palavras do código. Isto exige um esforço computacional enorme quando o número de estados é grande.

Se o codificador for um sistema linear dando origem a um código linear, este código forma um grupo abeliano com respeito

à soma "+" no corpo de Galois com 2 elementos, cuja propriedade de fechamento garante que o conjunto de distâncias de todas as seqüências do código a uma dada seqüência de referência é sempre o mesmo não importando qual seja a referência. Este fato permite o cálculo da distância mínima do código convolucional quando uma seqüência qualquer é fixada. Assim a comparação dos pares de seqüências permite determinar a menor distância do conjunto de todas as distâncias obtidas a partir desta seqüência.

MARSAN et al [10] definiram para os códigos TCM invariantes no tempo a classe de códigos denominada superlinear. Esses códigos possuem a característica de que a partir de uma seqüência de referência pode-se obter a distância mínima do código TCM de maneira análoga àquela utilizada para determinação da distância mínima de códigos convolucionais.

3.4.1 - Códigos TCM Invariantes no Tempo Superlineares

Seja X o alfabeto de entrada tal que o mesmo forme um grupo abeliano com respeito à soma "+"; isto é ,

$$X^k = \{ X^k, "+" \}$$

Definição 3.4.1.1 [10] - Um código é dito linear se e somente se

- 1) Existe uma operação chamada "soma" e simbolicamente representada por "+" sobre a qual o alfabeto de modulação $\{Z\}$ forma um grupo abeliano.
- 2) Existe um homomorfismo entre o alfabeto de entrada $\{X\}$ e o alfabeto de modulação $\{Z\}$.

De 1) e 2) deriva a propriedade

$$Z \{ X_i + X_j \} = Z (X_i) + Z (X_j)$$

Teorema 3.4.1.2 [10] - Dados n , k , e m , o conjunto de todos os códigos lineares de taxa $R=k/n$ e m memórias pode ser obtido através da operação em cascata de um codificador convolucional (n,k,m) com um mapeamento biunívoco do alfabeto de entrada $\{X\}$ no alfabeto de modulação $\{Z\}$.

Definição 3.4.1.3 [10] - Um código C é dito superlinear se

- 1) é linear segundo a definição 3.4.1.1
- 2) é possível associar a cada símbolo ' Z ', um número real positivo $w(Z)$, tal que:

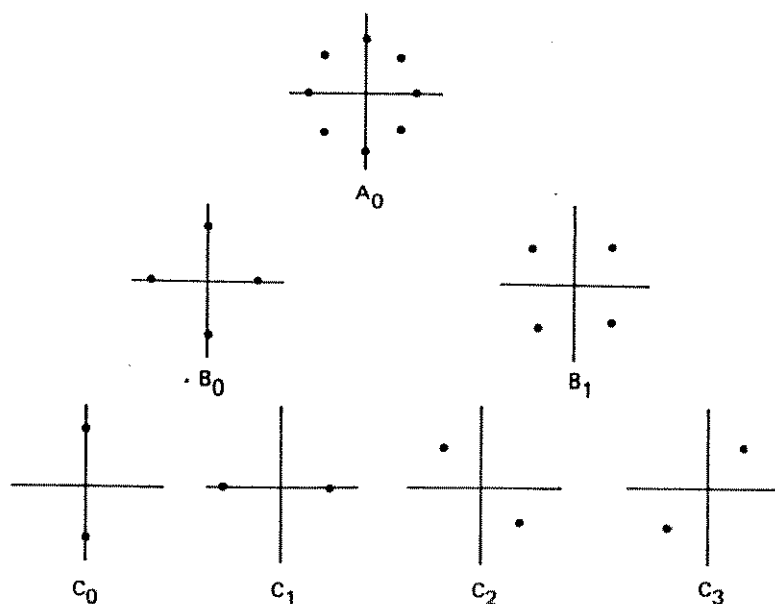
$$d (Z_i, Z_j) = w (Z_i + Z_j)$$

A matriz distância $\underline{d}$ é definida como sendo aquela que possui a posição (i,j) correspondente ao valor da distância $d(Z_i, Z_j)$ entre os símbolos Z_i e Z_j .

A matriz adição do alfabeto de modulação $\{Z\}$, $\underline{w}$, possui na posição (i,j) o símbolo que representa a soma $Z_i + Z_j$, $w(Z_i + Z_j)$.

Teorema 3.4.1.4[10] - "Um código C é dito superlinear se e somente se sinais de saída iguais na matriz adição do alfabeto de modulação $\{Z\}$ correspondem à distância iguais na mesma posição da matriz distância".

A Figura 3.6 apresenta um exemplo de um código superlinear invariante no tempo, consistindo de um codificador convolucional com taxa $R=1/2$, $m=2$, e o modulador utiliza a modulação B-PSK. Neste exemplo temos que a sequência de referência é a sequência toda nula e o caminho de distância mínima está indicado abaixo desta sequência.



$$d_{\min}^2 = 4 \sin^2 \frac{\pi}{8} + 8 \sin^2 \frac{\pi}{4}$$

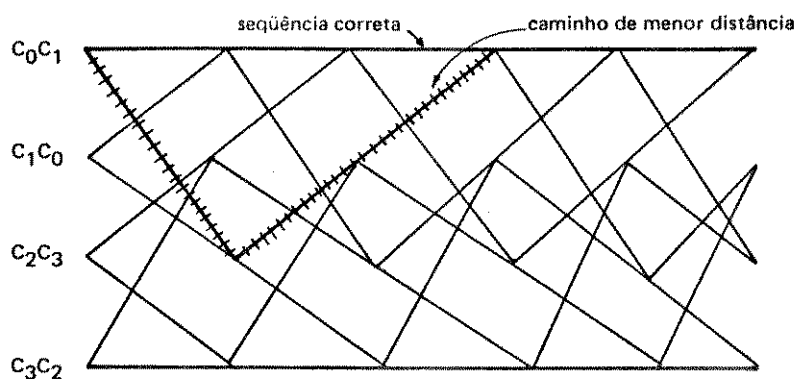


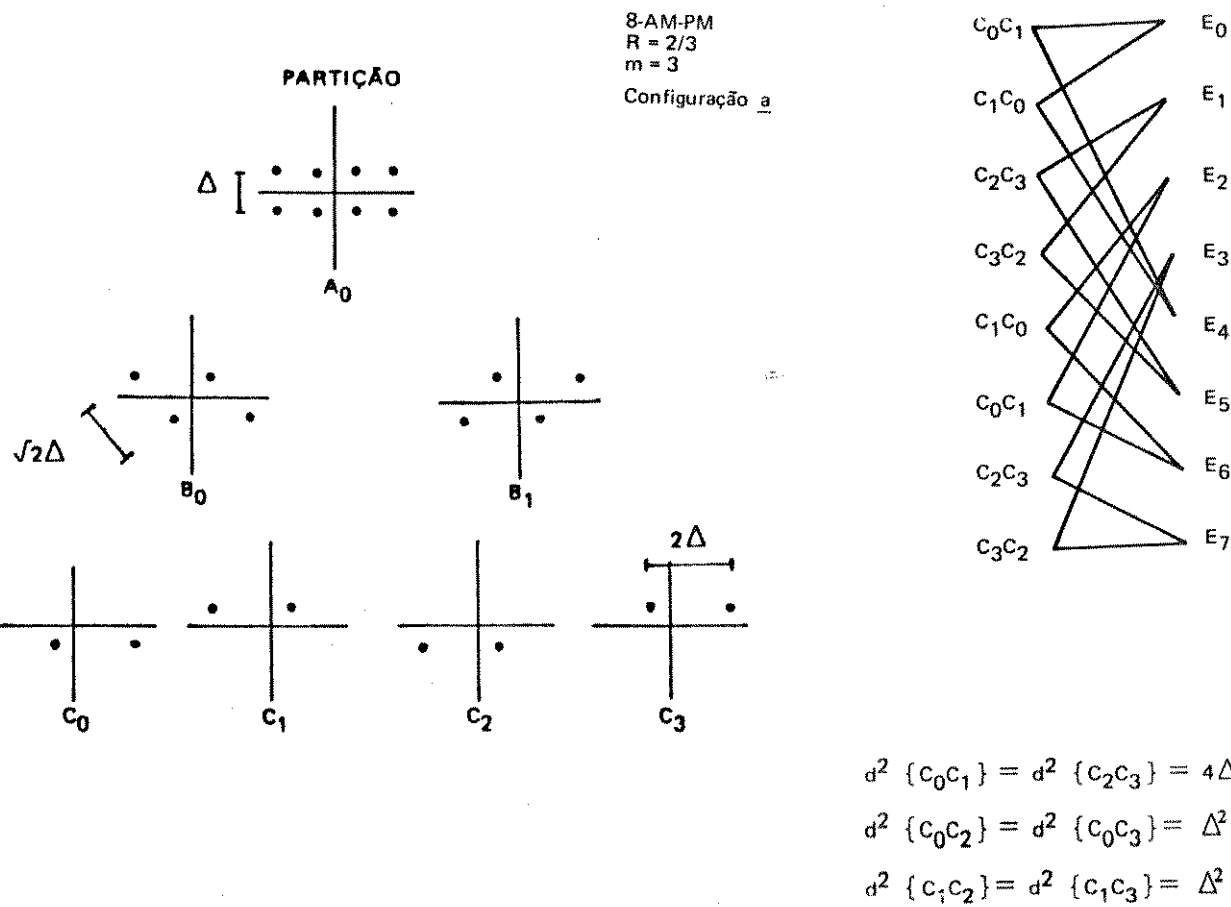
Figura 3.6 - Caminho de distância mínima de um código TCM invariante no tempo superlinear

Uma das maneiras de se verificar se o código TCM invariante no tempo é do tipo superlinear é truncar a treliça após L quadros de transições e computar as distâncias dos caminhos que saem de qualquer um dos estados E_k e terminam em qualquer um dos estados E_l após L quadros, com $0 \leq k \leq 2^m - 1$ e $0 \leq l \leq 2^m - 1$, independente de qual seja o estado inicial e final, as distâncias Euclidianas encontradas entre os caminhos são sempre as mesmas quando o código é

superlinear. Ao se mapear as saídas de um código convolucional com taxa $R = k/n$ em uma constelação de 2^{n-k+1} pontos cuja estrutura é simétrica tal que apresente subconjuntos ao mesmo nível de partição com idênticas distâncias Euclidianas entre seus pontos, observa-se a propriedade da superlinearidade no código TCM resultante.

Com o intuito de tornar claro os conceitos estabelecidos alguns exemplos de códigos TCM invariantes no tempo superlinear e não superlinear são apresentados a seguir :

Exemplo 3.4.1: Código superlinear



Saíndo do estado EO e retornando ao estado Ei ,
 $0 \leq i \leq 2^m - 1$, após $L = 4$ quadros de transições obtém-se os
 caminhos e as respectivas distâncias entre estes estados listados
 na Tabela 3.4.1. A Figura 3.7 ilustra a treliça utilizada para o
 cálculo das distâncias e determinação dos caminhos.

As seqüências dos subconjuntos associados às transições
 paralelas partindo de EO e retornando a Ei compõem os caminhos
 da treliça. Agora, efetuando-se o mesmo procedimento para os
 outros estados iniciais são obtidos os mesmos resultados que no
 caso anterior, isto é, as distâncias Euclidianas após 4 quadros
 de transições são idênticas.

TABELA 3.4.1.

Estado final	caminhos	distância
E0	C0 C0 C0 C0 C1 C1 C2 C1	$13 \Delta^2$
E1	C0 C1 C1 C2 C1 C0 C2 C3	$13 \Delta^2$
E2	C0 C0 C1 C1 C1 C1 C3 C0	$13 \Delta^2$
E3	C0 C1 C0 C2 C1 C0 C3 C3	$13 \Delta^2$
E4	C0 C0 C0 C1 C1 C1 C2 C0	$13 \Delta^2$
E5	C0 C1 C1 C3 C1 C0 C2 C2	$13 \Delta^2$
E6	C0 C0 C1 C0 C1 C1 C3 C1	$13 \Delta^2$
E7	C0 C1 C0 C3 C1 C0 C3 C2	$13 \Delta^2$

As Figuras 3.8 e 3.9 mostram que a matriz adição, w , (Figura 3.8) e a matriz distância, d , (Figura 3.9) do exemplo 3.4.1 satisfazem o Teorema 3.4.1.2, resultado já previsto pois o código escolhido é superlinear.

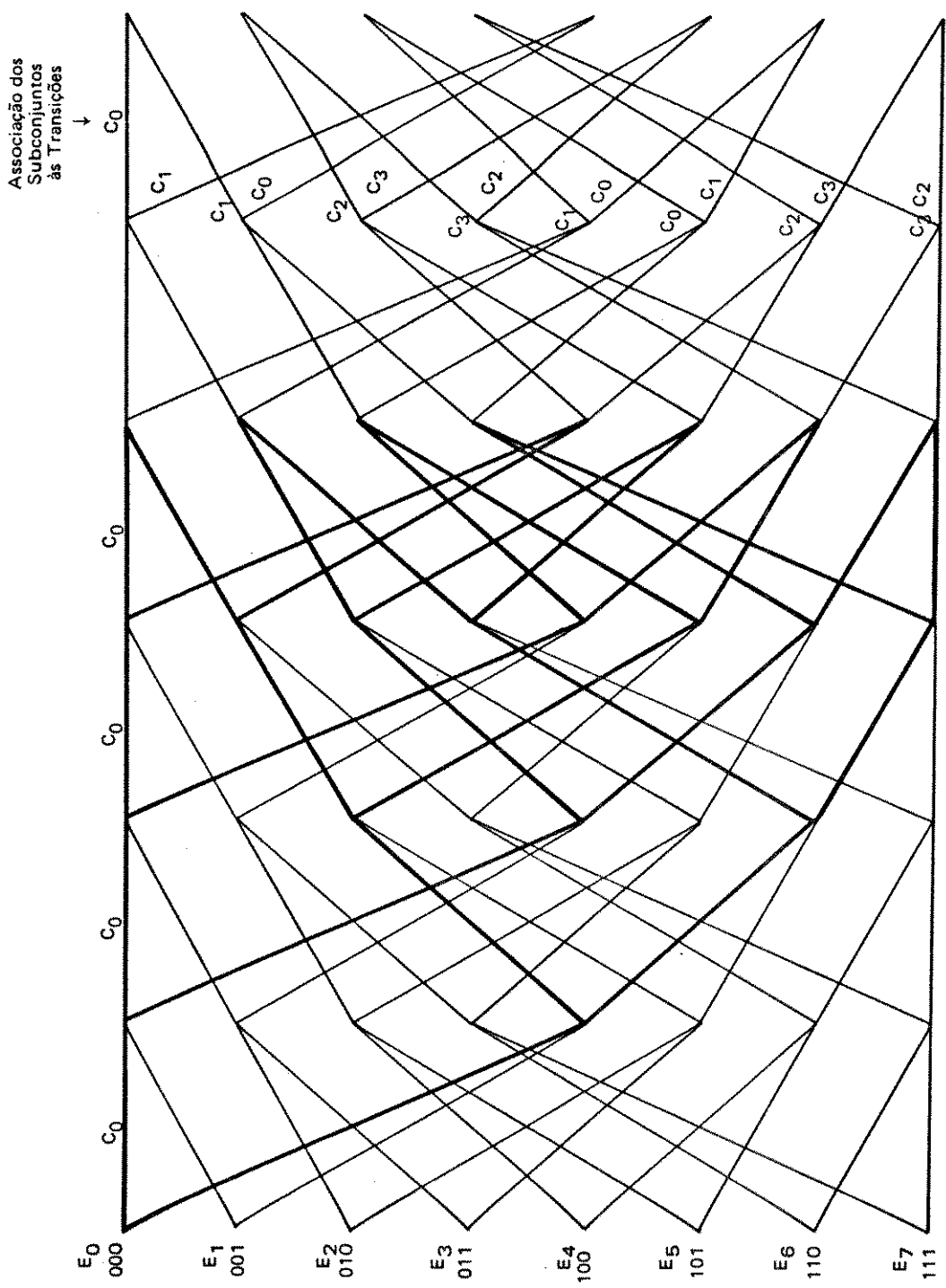


FIGURA 3.7 — TRELIÇAS PARA OS EXEMPLOS 3.4.1 e 3.4.2

	000	001	010	011	100	101	110	111
000	000	001	010	011	100	101	110	111
001	001	000	011	010	101	100	111	110
010	010	011	000	001	110	111	100	101
011	011	010	001	000	111	110	101	100
100	100	101	110	111	000	001	010	011
101	101	100	111	110	001	000	011	010
110	110	111	100	101	010	011	000	001
111	111	110	100	100	011	010	001	000

Figura 3.8 - Matriz adição dos exemplos 3.4.1 e 3.4.

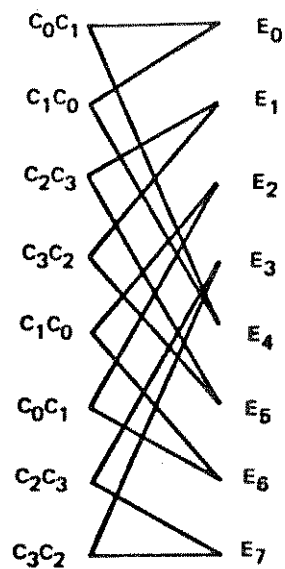
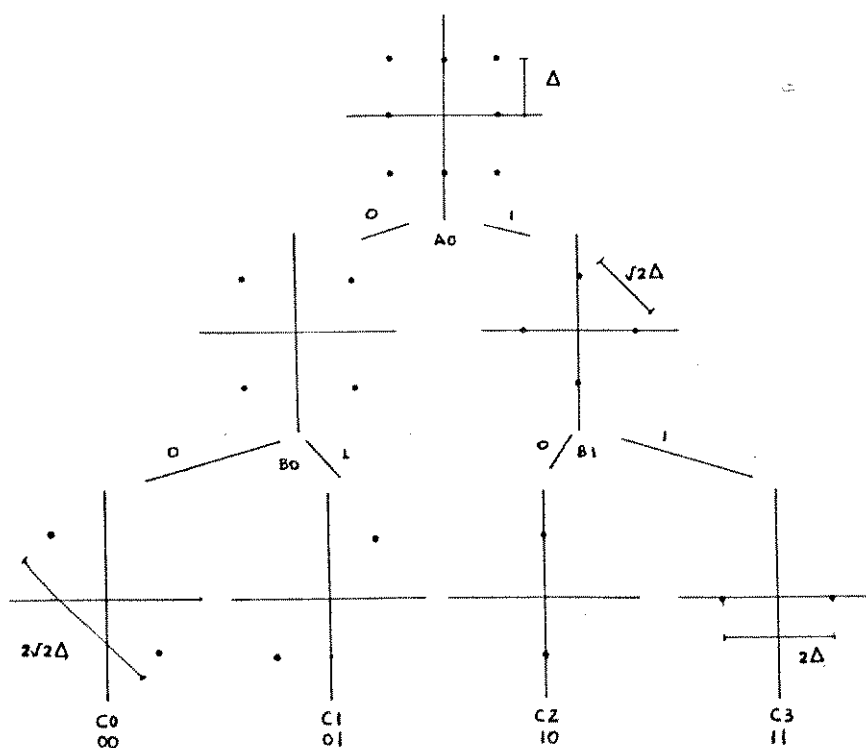
Exemplo 3.4.2: código TCM não superlinear

$$R = 2/3$$

$$m = 3$$

$$cfg = A$$

Treliça idêntica à do
código 3.4.1



$$d^2 \{C_0C_1\} = d^2 \{C_2C_3\} = 2 \Delta^2$$

$$d^2 \{C_0C_2\} = d^2 \{C_0C_3\} = \Delta^2$$

$$d^2 \{C_1C_2\} = d^2 \{C_1C_3\} = \Delta^2$$

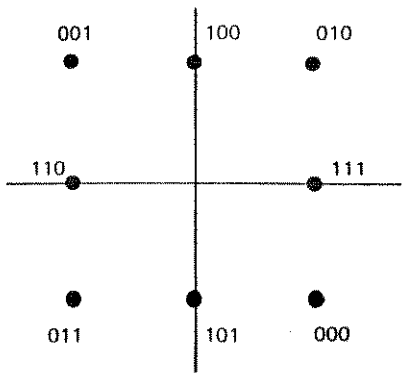
Montando-se a Tabela 3.4.2 similarmente à Tabela 3.4.,
obtemos :

Tabela 3.4.2

Estado final	caminhos	distância
E0	C0 C0 C0 C0 C1 C1 C2 C1	25 Δ ²
E1	C0 C1 C1 C2 C1 C0 C3 C3	21 Δ ²
E2	C0 C0 C1 C1 C1 C1 C3 C0	25 Δ ²
E3	C0 C1 C0 C3 C1 C0 C2 C2	21 Δ ²
E4	C0 C0 C0 C1 C1 C1 C2 C0	25 Δ ²
E5	C0 C1 C1 C3 C1 C0 C3 C2	21 Δ ²
E6	C0 C0 C1 C0 C1 C1 C3 C1	25 Δ ²
E7	C0 C1 C1 C2 C1 C0 C2 C3	21 Δ ²

Figura 3.9 - Matriz distância do exemplo 3.4.1

	000	001	010	011	100	101	110	111
000	0	$2\sqrt{2}\Delta$	2Δ	2Δ	$\sqrt{5}\Delta$	Δ	$\sqrt{5}\Delta$	Δ
001	$2\sqrt{2}\Delta$	0	2Δ	2Δ	Δ	$\sqrt{5}\Delta$	Δ	$\sqrt{5}\Delta$
010	2Δ	2Δ	0	$2\sqrt{2}\Delta$	Δ	$\sqrt{5}\Delta$	$\sqrt{5}\Delta$	Δ
011	2Δ	2Δ	$2\sqrt{2}\Delta$	0	$\sqrt{5}\Delta$	Δ	Δ	$\sqrt{5}\Delta$
100	$\sqrt{5}\Delta$	Δ	Δ	$\sqrt{5}\Delta$	0	$2\sqrt{2}\Delta$	$\sqrt{2}\Delta$	$\sqrt{2}\Delta$
101	Δ	$\sqrt{5}\Delta$	$\sqrt{5}\Delta$	Δ	$2\sqrt{2}\Delta$	0	$\sqrt{2}\Delta$	$\sqrt{2}\Delta$
110	$\sqrt{5}\Delta$	Δ	$\sqrt{5}\Delta$	Δ	$\sqrt{2}\Delta$	$\sqrt{2}\Delta$	0	$2\sqrt{2}\Delta$
111	Δ	$\sqrt{5}\Delta$	Δ	$\sqrt{5}\Delta$	$\sqrt{2}\Delta$	$\sqrt{2}\Delta$	$2\sqrt{2}\Delta$	0



$z_i = 000$

$z_j = 010$

010

$d(z_i, z_j) = 2\Delta$

$z_k = 100$

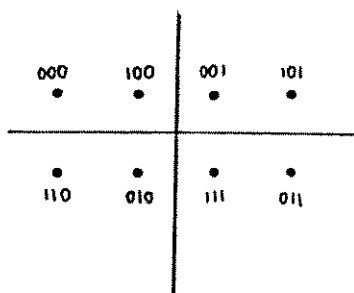
$z_l = 110$

010

 $d(z_k, z_l) = \sqrt{2}\Delta$

Pela Tabela 3.4.2, as distâncias das seqüências que partem de E0 e chegam aos estados E1, E3, E5 e E7 são diferentes das que chegam a E0, E2, E4 e E6. A não linearidade ocorre porque os subconjuntos provenientes do ramo esquerdo da partição são diferentes em termos de distância Euclidiana dos provenientes do ramo direito ao mesmo nível da partição. Desta forma, o código resultante é do tipo linear mas a constelação onde este é mapeado não caracteriza uma partição que garanta as condições de superlinearidade, isto é, não satisfaz as condições do Teorema 3.4.1.2 como demonstram suas matrizes adição e distância nas Figuras 3.8 e 3.10 respectivamente.

	000	001	010	011	100	101	110	111
000	0	2Δ	$2\sqrt{2}\Delta$	$\sqrt{5}\Delta$	Δ	3Δ	Δ	$\sqrt{5}\Delta$
001	2Δ	0	$2\sqrt{2}\Delta$	$2\sqrt{2}\Delta$	Δ	Δ	$\sqrt{5}\Delta$	Δ
010	$2\sqrt{2}\Delta$	$2\sqrt{2}\Delta$	0	2Δ	Δ	$\sqrt{5}\Delta$	Δ	Δ
011	$\sqrt{5}\Delta$	$2\sqrt{2}\Delta$	2Δ	0	$\sqrt{5}\Delta$	Δ	3Δ	Δ
100	Δ	Δ	Δ	$\sqrt{5}\Delta$	0	2Δ	$\sqrt{2}\Delta$	$\sqrt{5}\Delta$
101	3Δ	Δ	$\sqrt{5}\Delta$	Δ	2Δ	0	$\sqrt{10}\Delta$	$\sqrt{2}\Delta$
110	Δ	$\sqrt{5}\Delta$	Δ	3Δ	$\sqrt{2}\Delta$	$\sqrt{10}\Delta$	0	2Δ
111	$\sqrt{5}\Delta$	Δ	Δ	Δ	$\sqrt{5}\Delta$	$\sqrt{2}\Delta$	2Δ	0



$$z_j = 000$$

$$d(z_i, z_j) = 2\sqrt{2}\Delta$$

$$z_i = 010$$

$$\overline{010}$$

$$z_k = 100$$

$$d(z_k, z_\ell) = \sqrt{2}\Delta$$

$$z_\ell = 110$$

$$\overline{010}$$

3.5 - DESEMPENHO DE SISTEMAS DE COMUNICAÇÃO CODIFICADOS

O desempenho dos sistemas de comunicação que utilizam códigos TCM em relação aos dos sistemas não codificados pode ser verificado em termos do ganho assintótico de codificação. Valores de ganho em torno de 3dB para esquemas simples e 6B ou mais para códigos TCM mais complexos podem ser obtidos sem expansão da largura da faixa da transmissão ou redução da taxa efetiva de informação.

Além do ganho assintótico existem outros critérios que podem ser utilizados na avaliação do desempenho dos códigos TCM. Estes critérios alternativos são a probabilidade de eventos de erro versus a relação sinal ruído, e a taxa de corte R_0 do canal [4,15] taxa esta que nos fornece uma indicação dos limites máximos de ganho levando-se em consideração a complexidade da codificação.

Nesta seção procuraremos estabelecer e definir alguns parâmetros que serão utilizados na avaliação da performance dos códigos TCM.

3.5.1 - Ganho Assintótico de Codificação

O ganho assintótico de codificação G é definido como:

$$G = 20 \log \frac{d_{\min}}{d_0} \quad (3.3)$$

onde:

$d_{\min}$ é a distância mínima Euclidiana do sistema codificado

d_0 é a distância mínima Euclidiana do sistema não codificado

A Tabela 3.5.1 obtida por Ungerboeck [7] mostra o ganho assintótico com relação ao número de estados do codificador, bits codificados e d_{min} quando o número de bits de informação é $k=3$ tomando-se como referência a modulação 16-PSK com relação ao 8-PSK não codificado.

TABELA 3.5.1

N de estados do de codificador	bits codificados	$\frac{2}{(d_{min}/d_o)}$	G (dB)
4	1	1,324	3,54
8	1	1,478	4,01
16	1	1,628	4,44
32	1	1,910	5,13
64	1	2,000	5,33
128	1	2,000	5,33
256	2	2,085	5,51

Na prática parte deste ganho assintótico de codificação é perdido devido ao fato de existir mais do que uma sequência de distância mínima (vizinho) em relação à sequência correta. Define-se então o **efeito de coeficiente de erro** [9], um outro parâmetro relacionado com a probabilidade de erro, que leva em conta a influência do número de vizinhos no valor do ganho de codificação. Segundo Ungerboeck [8], em uma primeira aproximação

pode ser usada como regra que para taxa de erros em torno de 10^{-5} o ganho de codificação real decresce 0,2 dB para todo aumento no número de vizinhos igual ao fator 2.

Ainda sobre esta temática, discutiremos alguns aspectos relacionados com o número de vizinhos dos códigos TCM superlineares e não superlineares. Como exemplo tomaremos um dos códigos TCM de [7]. Assim,

A.1 - A modulação codificada 8-PSK, $m=2$ (4 estados) apresentada em [7] possui a distância mínima entre transições paralelas e pertence à classe dos códigos superlineares. O número de vizinhos (caminhos com distância mínima) e o valor da distância mínima são encontrados a partir de uma seqüência de referência calculando-se as distâncias Euclidianas em relação à todas outras seqüências do código.

A.2 - Para códigos TCM não superlineares com mais estados do que o código em A.1 e cuja d_{min} não é aquela oriunda de transições paralelas, o número de vizinhos passa a ser o número médio de vizinhos encontrados a partir de todas as combinações possíveis de seqüências, pois este depende agora de qual foi a seqüência de sinais transmitida [8].

Com a ajuda da Figura 3.12 considerando o caminho recebido como o superior na treliça, pode-se verificar estas duas afirmações.

A.1 - Na Figura 3.12.a, sendo 4 a menor distância entre os pontos de sinais do subconjunto B_0 , os eventos de erro mais prováveis de ocorrerem são os de comprimento unitário, isto é, o decodificador escolherá o caminho incorreto ao seguir por uma

transição paralela à transição correta durante um quadro de transições da treliça. O número de caminhos com distância mínima é então o número de combinações de caminhos com eventos de erro de comprimento unitário. Sendo o código do tipo superlinear só é necessário calcular os caminhos de d_{min} em relação à uma única seqüência de referência (no caso o caminho todo zero).

A.2 - Quando o código TCM não é superlinear mas sua distância mínima não se encontra entre transições paralelas, a cada intervalo $[j, j+1]$ a menor distância entre os pontos dos subconjuntos associados às transições neste intervalo é o pior caso de distância entre os subconjuntos. Os pontos associado às transições paralelas entre dois estados definem um único subconjunto da partição. Substituindo na treliça estas transições paralelas por uma única transição que representa o subconjunto da partição, simplifica-se a treliça como ilustrado na Figura 3.11. O número sobre a transição superior da treliça B indica quantas transições paralelas estão representadas.

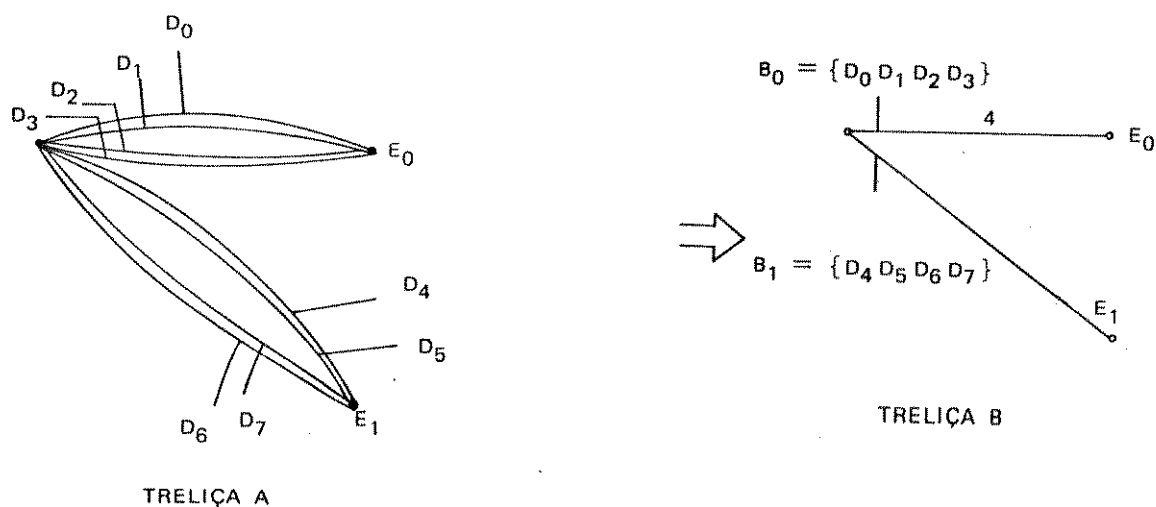


Figura 3.11. - Simplificação da treliça

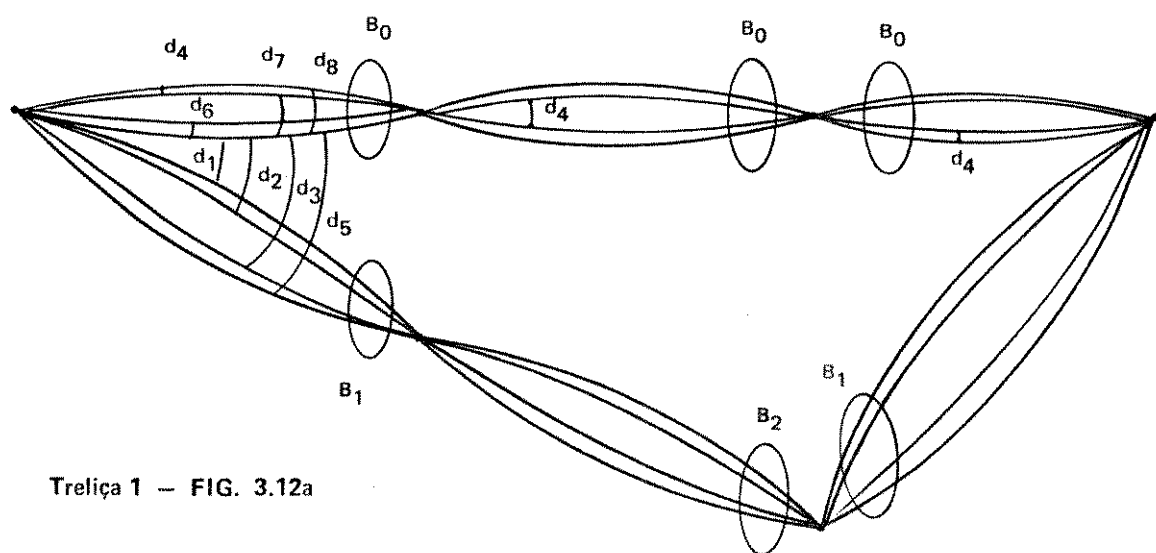
Para a avaliação da distância mínima do código TCM não superlinear computa-se sobre a treliça simplificada somente a menor distância entre os subconjuntos em questão desprezando-se as demais distâncias. Assim, utilizando-se somente esta menor distância, estabeleceremos o limitante inferior da distância mínima entre as palavras do código ao compararmos aos pares todas as possíveis seqüências de sinais. O número de vizinhos será então o número médio de vizinhos obtido a partir destas combinações de seqüências. Porém, para se obter o número correto de vizinhos um esforço computacional muito grande é exigido pois devem ser calculadas todas as combinações possíveis de transições. Este cálculo é evitado ao se trabalhar com a treliça simplificada. No entanto, ao utilizarmos este tipo de treliça deixamos de especificar quantas combinações de piores casos de distância intersubconjuntos existem. Contudo, especificamos somente o valor da distância para o pior caso.

A Figura 3.1.2 ilustra o seguinte exemplo: considere a distância mínima entre os subconjuntos B0 e B1 como d_1 e B0 e B2 como d_2 , e que a distância mínima do código seja $d = 2d_1 + d_2$. Comparando-se os caminhos B0-B0-B0 e B1-B2-B1, na treliça 1, verificam-se dezesseis possíveis combinações de transições no intervalo $[j, j+1]$. Para o próximo intervalo $[j+1, j+2]$ assumiremos que uma transição para o primeiro intervalo de tempo foi fixada e assim procuraremos combinar esta transição com as demais possíveis transições do segundo intervalo $[j+1, j+2]$ formando caminhos que por sua vez serão combinados com todas as outras combinações possíveis de transição do primeiro e segundo intervalos e assim por diante.

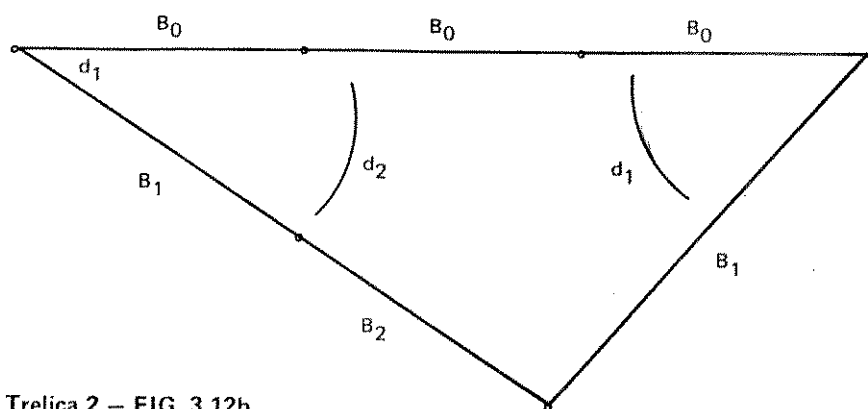
Se no intervalo $[j, j+3]$ considerarmos que existem duas combinações de transições com distância d_1 entre $[j, j+1]$; duas combinações de transições com distância d_2 entre $[j+1, j+2]$; duas combinações de transições com distância d_1 entre $[j+2, j+3]$ então o número total de caminhos com distância $d = 2d_1 + d_2$ é oito.

É fácil concluir que a combinação de todos os possíveis caminhos formados pelos ramos das transições paralelas exige um tempo computacional enorme para determinação da distância mínima bem como para determinação do número de caminhos com esta distância mínima quando o código apresenta um número razoável de estados e transições paralelas. Por isso, utilizamos neste trabalho a treliça simplificada que substitui o conjunto de transições paralelas por uma única transição. O número de vizinhos obtido através da versão simplificada é sem dúvida o limitante inferior do número de vizinhos do código TCM. Entretanto o valor da distância mínima é o valor correto para o código pois considera sempre o pior caso de distância entre os pontos dos subconjuntos associados às transições. Na treliça simplificada da Figura 3.12. por exemplo o número de caminhos com d_{min} é igual a 1 e a distância mínima é $d = 2d_1 + d_2$.

Figura 3.12 -Métodos de obtenção de caminhos com
distância mínima



Treliça 1 — FIG. 3.12a



Treliça 2 — FIG. 3.12b

3.5.2 - Probabilidade de Evento de Erro

Uma outra maneira de se determinar o desempenho de um sistema de comunicação combinado é através da análise da probabilidade de evento de erro em função da relação sinal-ruído (S/R). Considere o sinal recebido, $Y(t)$, como sendo $Y(t) = Z(t) + n(t)$ onde $n(t)$ é uma amostra de um processo gaussiano branco com variância σ^2 em cada dimensão e $Z(t)$ é o sinal transmitido.

A probabilidade de evento de erro geralmente atinge assintoticamente, para altas relações sinal-ruído, o limitante inferior [7,8] dado por:

$$Pr(e) \approx N(d_{\min}) \cdot Q(d_{\min}/2\sigma) \quad (3.4)$$

onde

$N(d_{\min})$ é o número médio de seqüências com $d_{\min}$

σ^2 é a variância do ruído em cada dimensão

$Q(.)$ é a função dada por

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} \exp(-y^2/2) dy$$

Portanto, para determinar o desempenho do sistema de comunicações utilizando códigos TCM reduz-se à determinação de $N(d_{\min})$ e $d_{\min}$ respectivamente. Uma vez que esses valores estão disponíveis fica determinada explicitamente a dependência da probabilidade de erro com a relação sinal ruído. É importante mencionar as limitações que se apresentam para esta análise. Para sermos rigorosos seria entretanto necessário dispormos de um

limitante superior para a probabilidade de erro. Este limitante, será estabelecido no proximo capítulo. Dessa forma, uma análise criteriosa pode ser realizada através de curvas que relacionam $Pr(e)$ versus relação sinal-ruído.

CAPÍTULO 4

CÓDIGOS TCM PERIODICAMENTE VARIANTES NO TEMPO

4.1 - INTRODUÇÃO

Os códigos TCM variantes no tempo podem ser obtidos a partir dos códigos TCM invariantes no tempo através do entrelaçamento destes mesmos códigos segundo um determinado arranjo . A Figura 4.1 ilustra um caso.

Na estrutura básica dos códigos TCM variantes e invariantes no tempo, o codificador convolucional é o responsável direto pela estrutura da treliça em cada intervalo de codificação. Esta estrutura é uma consequência de como as memórias(ou registros) estão distribuídas ao longo de cada uma das entradas. Desta forma, o codificador convolucional mais o mapeamento compõem as diferentes configurações treliça/constelação que variam ao longo do tempo caracterizando um código TCM periodicamente variante no tempo

As configurações treliça/constelação para um código TCM periodicamente variante no tempo que iremos considerar são especificados pelos seguintes casos :

- 4.a Mantém-se a constelação fixa e alternam-se treliças diferentes (figura 4.1)
- 4.b Mantem-se a treliça fixa e alternam-se constelações diferentes (figura 4.2)
- 4.b Alternam-se constelações e treliças . Cada treliça corresponde a uma constelação diferente (figura 4.3)

FIG. 4.1

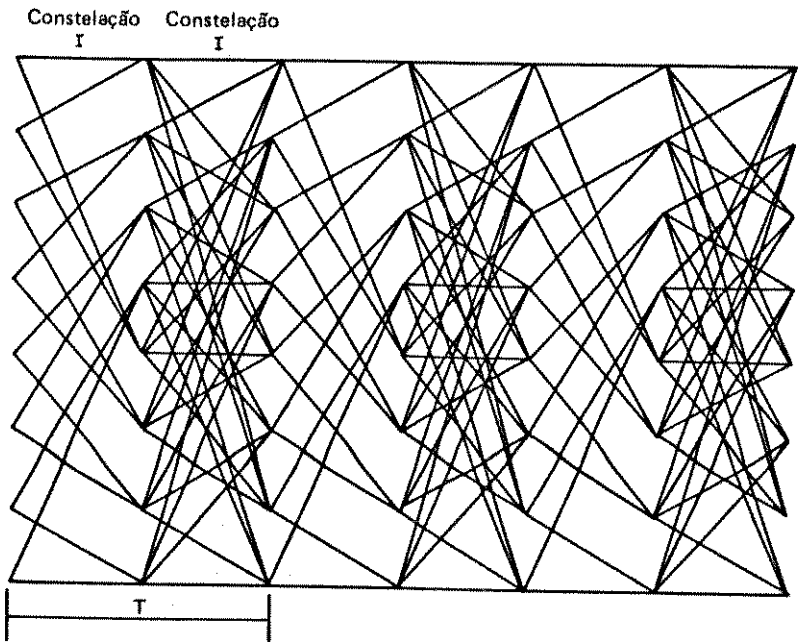


FIG. 4.2

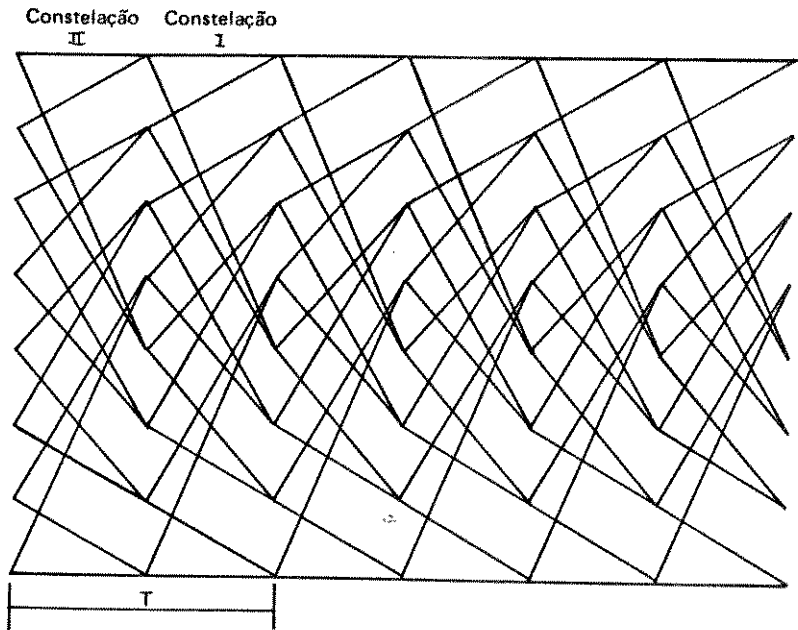
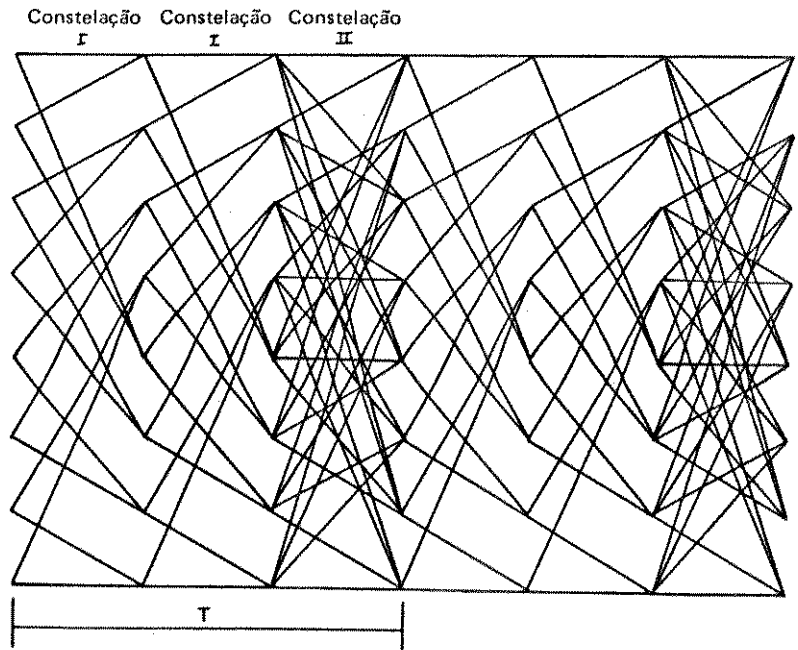


FIG. 4.3



Se as configurações acima ocorrem igualmente ao longo de intervalos de tempo determinados, o código gerado por estas configurações repetidas periodicamente no tempo será do tipo TCM periodicamente variante no tempo.

Define-se como período T o intervalo de tempo em que um conjunto de configurações treliça/constelação se repete e de periodicidade o número de vezes que uma mesma configuração se repete em um período. As Figuras 4.1, 4.2 e 4.3 ilustram os casos 4.a, 4.b e 4.c obtidos através das combinações de duas treliças (A e B) e duas constelações (I e II).

As condições que se fazem necessárias impor para que a análise destas combinações possa ser realizada são :

- 4.1 - O número de estados das estruturas de treliças a serem combinadas devem ser iguais.
- 4.2 - Uma seqüência de entrada qualquer deve proporcionar ao mesmo tempo a mesma seqüência de estados nas diferentes treliças que compõem o código TCM periodicamente variante no tempo.

A condição 4.1 estabelece a existência de uma correspondência biunívoca entre seqüências de bits de informação e caminhos na treliça, isto é, a toda seqüência de bits de informação existe um e somente um caminho na treliça e vice-versa. De uma forma mais simples a condição 4.1 garante que todos os estados de uma treliça podem ser alcançados ou alcançar os estados dos quadros de transições anterior e posterior a um determinado instante de tempo kT , respectivamente. Para que esta condição aconteça, o número de memórias deve ser o mesmo para

cada um dos codificadores convolucionais . Embora os codificadores apresentem o mesmo número de memórias, a distribuição destas ao longo das entradas define os diversos tipos de treliça do código TCM variante no tempo. A Figura 4.4 ilustra o caso onde ocorrem quadros de transições contendo diferentes números de estados .

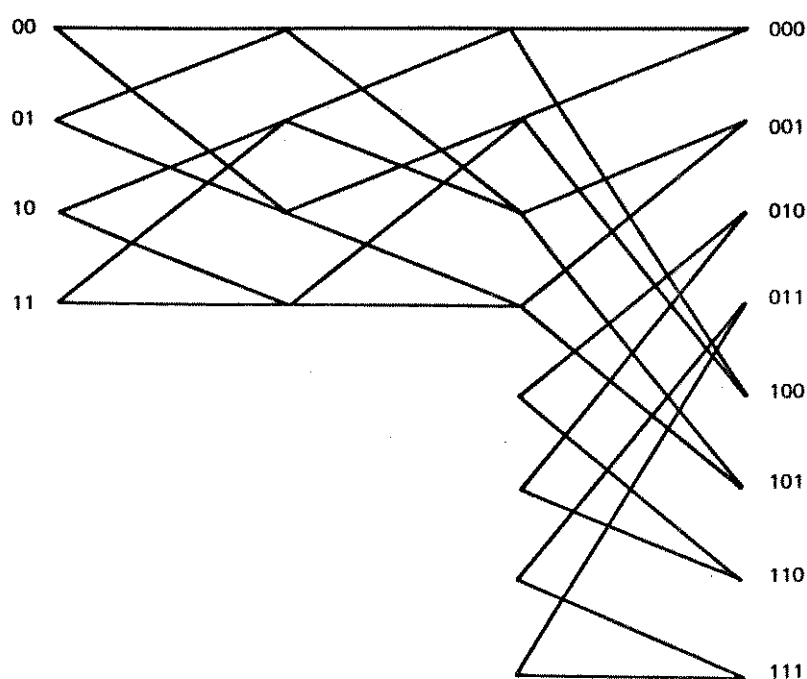


Figura 4.4 - Treliça com quadros de transições com diferentes número de estados

A condição 4.2 garante que as seqüências de estados em treliças diferentes sejam iguais para uma mesma seqüência de informação.

A combinação de treliças que obedecem esta condição resultará em uma treliça variante no tempo mas "contínua", isto é, o estado em que se encontra em uma treliça do tipo A no instante j é o mesmo estado de onde partirá o ramo definindo a próxima transição de estado, independente do tipo de treliça que

determina esta transição. Na verdade, os diversos tipos de treliça seguem suas seqüências de estados independentemente uma das outras e ao serem conectadas entre si partem sempre do mesmo estado alcançado pelo quadro de transições anterior. As diferentes treliças invariantes no tempo, que compõem uma única treliça variante no tempo, podem ser determinadas por um conjunto de codificadores convolucionais. Neste conjunto o número de entradas e memórias e o conteúdo inicial de cada memória deve ser igual em cada um dos codificadores. Cada uma das entradas de um codificador é ligada em paralelo com entradas correspondentes dos demais codificadores do conjunto. Este arranjo de entradas paralelas determina os mesmos bits de entrada para todos os codificadores convolucionais e a cada instante de tempo correspondente na treliça do código resultante a um quadro de transições, o conteúdo das memórias do codificador convolucional que determina este quadro é carregado para as memórias dos codificadores que determinarão os quadros de transições subseqüentes da treliça. Este carregamento determina que o estado de onde partirá o próximo ramo no quadro de transições do instante de tempo t é o mesmo estado alcançado pelo ramo do quadro de transições do instante de tempo $t-1$.

A condição 4.2 não sendo satisfeita implica na existência de descontinuidades entre os estados para o mesmo instante de tempo. Estas descontinuidades advem do fato de que o estado do codificador que acabou de ser serializado difere do estado em que se encontra o próximo codificador a ser serializado. Estes saltos constituem variáveis aleatórias de um processo estocástico cuja descrição estatística é desconhecida,

conseqüentemente dificultando substancialmente o modelo a ser adotado para a análise e desempenho de tais códigos , que não fez parte deste trabalho

Assim, as condições aqui descritas tornam possível uma correspondência um a um das seqüências dos bits de informação com as correspondentes seqüências de estados do código TCM variante no tempo. Para tal, considere o caso em que se dispõem de duas - estruturas distintas de treliças satisfazendo a condição 4.1 como ilustra a Figura 4.5. Considere ainda que cada uma dessas treliças resulte de um código invariante no tempo. Uma vez que sejam fixados o período e a periodicidade para uma treliça variante no tempo, a estrutura da treliça resultante será obtida através do entrelaçamento das treliças invariáveis no tempo. Desta forma, o processo de estimação de seqüências por máxima verossimilhança, isto é, o Algoritmo de Viterbi, continua válido.

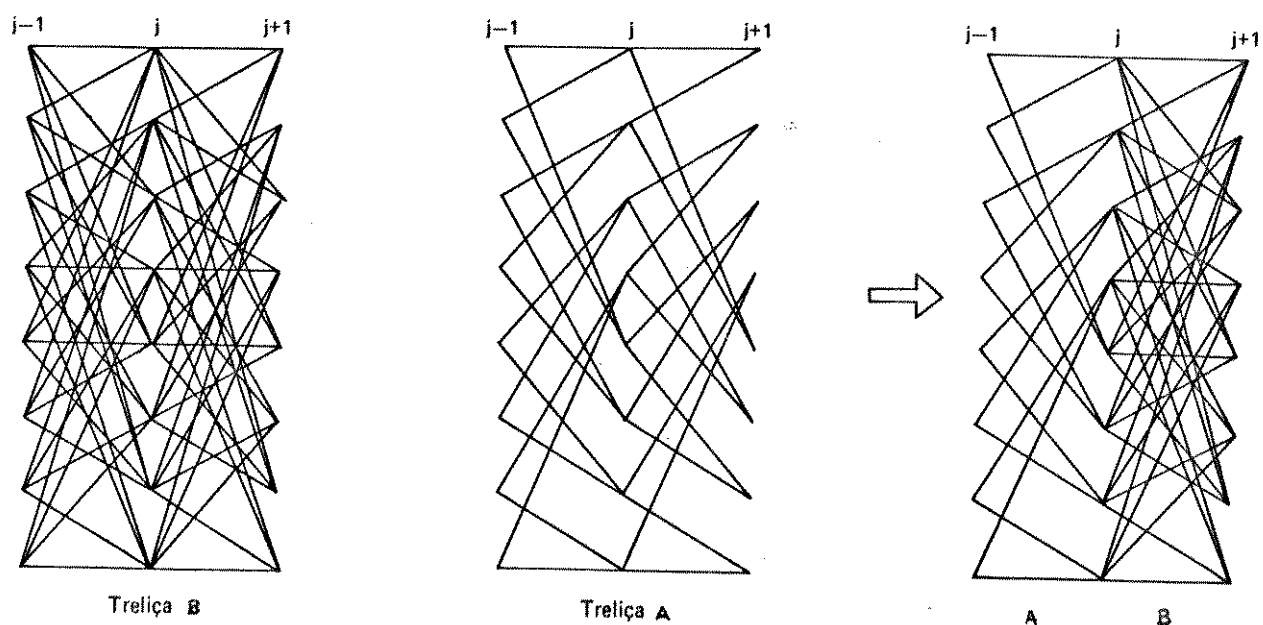


Figura 4.5 - Entrelaçamento de treliças invariantes no tempo.

4.2 - PROCESSO DE CODIFICAÇÃO

O objetivo desta seção é o de descrever o processo de codificação variante no tempo que será considerado ao longo das seções restantes.

Como ocorre com os códigos convolucionais, e em geral com os códigos de treliça, o processo de geração dos códigos TCM variantes no tempo não possui uma estrutura algébrica (até então) definida. Isto implica na utilização de procedimentos heurísticos no processo de geração. Como consequência deste fato, o processo de codificação variante no tempo consiste basicamente em se escolher as estruturas das treliças através dos codificadores convolucionais e as constelações onde serão mapeadas as palavras código geradas.

As possíveis formas e condições de se combinarem as treliças e constelações foram estabelecidas na seção anterior. Deste modo, as representações esquemáticas dos codificadores apresentadas nas Figuras 4.6, 4.7 e 4.8 consistem respectivamente dos casos 4.a, 4.b e 4.c que serão aqui considerados:

Caso 4.a.- Mantem-se a constelação fixa e alternam-se treliças diferentes.

A Figura 4.6 apresenta N codificadores diferentes de taxa $R=k/n$ e m memórias cujas entradas são alimentadas em paralelo e as correspondentes saídas multiplexadas no tempo com o mapeamento destas saídas numa única constelação. O período e a periodicidade do código são definidos pelo multiplexador (mux). Observe que, enquanto um codificador está conectado ao mapeamento através do mux, os demais codificadores são alimentados com o mesmo dado de entrada e com a respectiva mudança de estado, mas suas saídas

não são mapeadas. Ciclicamente, por sua vez conectados ao mapeador, partirão exatamente do mesmo estado da treliça determinado pela transição anterior, satisfazendo desta maneira a condição 4.2.

Caso 4.b - Mantem-se a treliça fixa e alternam-se constelações diferentes.

A Figura 4.7 apresenta o processo de codificação onde o codificador convolucional é único e sua saída é conectada a N mapeamentos diferentes através de um multiplex. Cabe ao mux seleccionar as constelações a serem mapeadas segundo uma política previamente determinada que define o período e a periodicidade do código.

Caso 4.c - Alternam-se constelações e treliças .Cada treliça corresponde a uma constelação diferente.

A Figura 4.8 apresenta o processo de codificação onde os N codificadores convolucionais de m memórias têm suas entradas ligadas em paralelo e suas saídas mapeadas independentemente. Os sinais modulados são então multiplexados no tempo, definindo assim a saída do codificador TCM. Novamente , o período e a periodicidade do código são definidos pelo mux .

Para as implementações acima, todos os codificadores apresentam o mesmo número de entradas e memórias. Assumiremos que o sincronismo entre o codificador e o decodificador é perfeito para que se consiga recuperar a informação transmitida. No caso 4.c, onde constelações e treliças são diferentes, os codificadores convolucionais podem possuir taxas diferentes uma vez que as mensagens são mapeadas em constelações independentes e estas por sua vez, podem diferir quanto às respectivas cardinalidades.

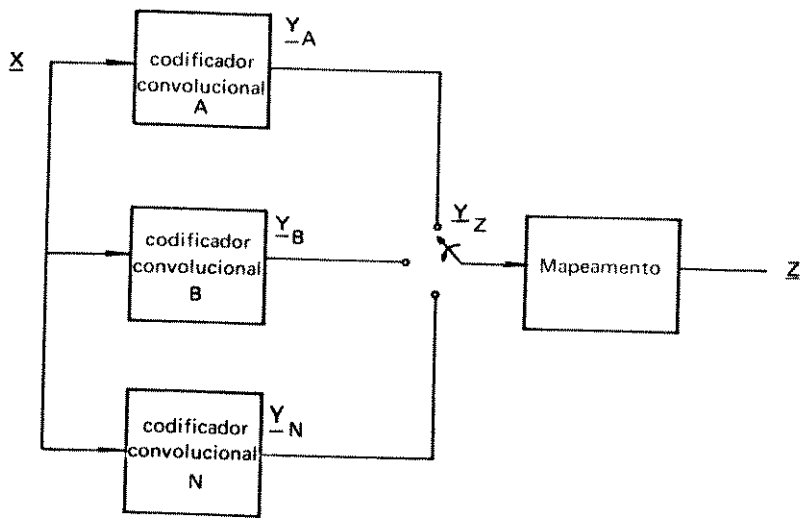


FIG. 4.6
Caso 4a

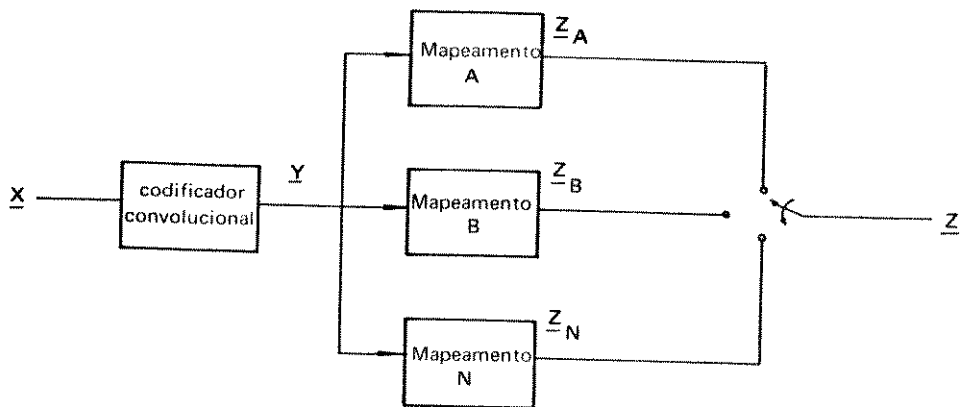


FIG. 4.7
Caso 4b

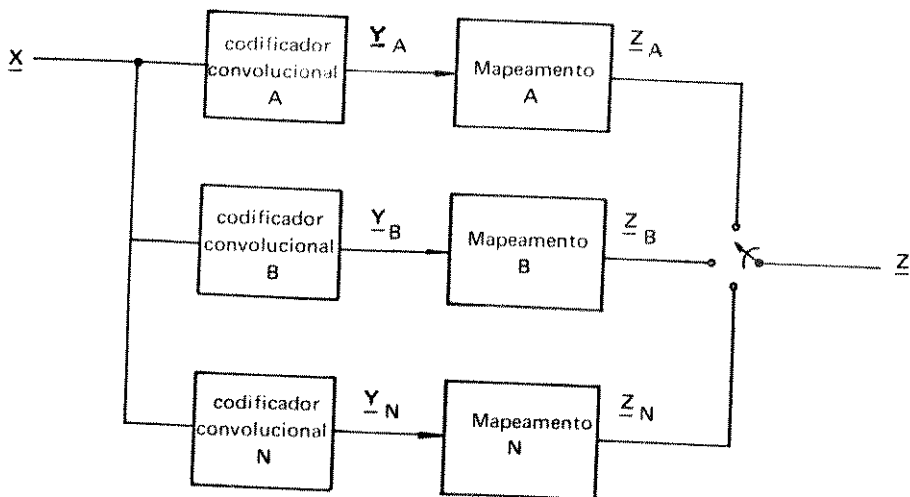


FIG. 4.8
Caso 4c

4.3. PROCESSO DE DECODIFICAÇÃO

4.3.1. Distância mínima do código TCM periodicamente variante no tempo

A distância mínima do código TCM periodicamente variante no tempo é definida como :

$$d_{\min}(C) = \min_i \{ d_{m1}, d_{m2}, \dots, d_{mi}, \dots \} \quad (4.3.1)$$

onde:

C é um código periodicamente variante no tempo

$d_{\min}$ é a distância mínima do código periodicamente variante no tempo.

d_{mi} é a distância mínima da configuração trelição/constelação quando o evento de erro simples inicia no i -ésimo elemento do arranjo periódico.

Deste modo, a distância mínima do código TCM periodicamente variante no tempo é a menor distância do conjunto de distâncias mínimas de todas as configurações treliça/constelações encontradas no código.

EXEMPLO 4.3.1.

Seja o código TCM periodicamente variante no tempo formado pelos códigos TCM invariantes no tempo como mostra a Figura 4.9. :

Configurações	i
8 A A	1
A A B	2
A B A	3

$$d_{min} = \min \{ d_{m1}, d_{m2}, d_{m3} \}$$

$$1 \leq i \leq 3$$

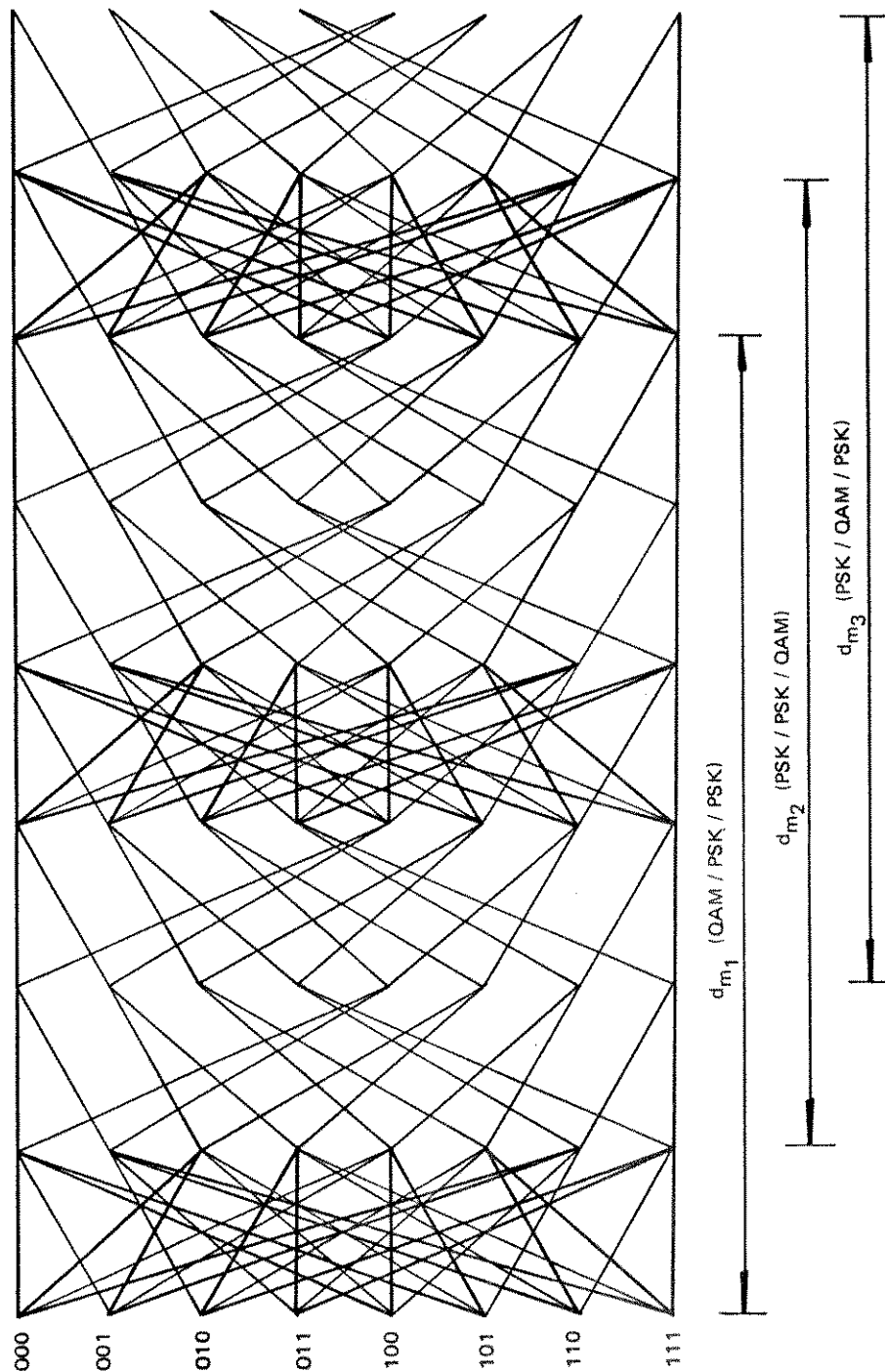


Figura 4.9 - Distância mínima da configuração 1, $1 \leq i \leq 3$

É fácil verificar porque devemos calcular dmi para se obter a distância mínima do código variante no tempo. Cada seqüência de informação enviada pode ter mapeada suas mensagens em qualquer uma das l configurações treliça/constelação dependendo de como for estabelecido o início do quadro de transições .

No exemplo 4.3.1.(fig.4.9) uma mesma seqüência de informação pode ser mapeada de três maneiras diferentes, ou seja, a configuração do tipo l (l=1,2 ou 3) e apresenta três diferentes conjuntos de distâncias Euclidianas em relação às outras seqüências. Então, a distância mínima deste código é a menor das distâncias mínimas dmi destes conjuntos. A dmi é obtida da seguinte maneira :

- Escolhe-se como quadro de transições inicial das seqüências a serem comparadas aquele que determine a configuração desejada l .No exemplo 4.3.1, para obtermos dm2 inicializamos o processo a partir do quadro de transições que possui a treliça do tipo A mas cujo quadro de transições subsequente seja também do mesmo tipo . Isto garante uma configuração do tipo AAB, isto é, a configuração l = 2 .
- Comparam-se aos pares todas as seqüências que partem do quadro determinado no passo anterior e calculam-se as distâncias Euclidianas entre estas .
- A menor distância Euclidiana encontrada entre estas seqüências será a dmi ,isto é,

$$dmi = \min_{l=2} \{ de11 , de12 , de \dots , delk \}$$

onde delk é a distância Euclidiana entre as seqüências l e k.

O número de estados , transições e configurações

diferentes determinam a complexidade da avaliação da distância mínima de um código TCM periodicamente variante no tempo. O tempo de processamento do Algoritmo de Viterbi na determinação do caminho de distância mínima é diretamente proporcional ao número de estados e transições entre os estados, pois são estes fatores que determinam a quantidade de memórias e operações necessárias para o cálculo e armazenamento dos sobreviventes. A quantidade de configurações determina a associação de diferentes conjuntos de distâncias Euclidianas (definidos pela partição das constelações) aos ramos da treliça e/ou entrelaçamento de diferentes treliças. O número de operações realizadas para a determinação da distância mínima é pelo menos i vezes maior que o de um código invariante no tempo. Por isso este trabalho limita-se a estudar códigos TCM periodicamente variantes no tempo resultantes de combinações de códigos TCM invariantes no tempo superlineares com reduzido número de estados, transições e configurações diferentes.

A classe dos códigos TCM superlineares invariantes no tempo possibilita a determinação da distância mínima do código através da comparação das seqüências codificadas utilizando-se somente uma seqüência de referência ao invés de todos os possíveis pares de seqüências. Isto sem dúvida simplifica bastante a avaliação do código quanto ao critério da distância mínima. Neste ponto, é oportuno investigar se esta mesma propriedade existe para os códigos TCM periodicamente variante no tempo. Em caso positivo, a análise ficaria reduzida substancialmente.

4.4. ESTRUTURA DO CÓDIGO TCM PERIODICAMENTE VARIANTE NO TEMPO

4.4.1. Códigos TCM periodicamente variantes no tempo superlineares

Diante das características e fatos apresentados na seção anterior é natural que se busquem respostas às seguintes questões :

- Um código TCM periodicamente variante no tempo formado pela combinação de N códigos TCM invariante no tempo superlineares é superlinear ?

- Se afirmativo , que condições devem ser satisfeitas ?

As respostas positivas a estas questões simplificam significativamente a avaliação dos códigos TCM periodicamente variantes no tempo tratados neste trabalho.

Pelo teorema 3.4.13 um código é dito superlinear se :

- a) é linear ,isto é , existe uma operação chamada " soma " e denotada por " + " sobre a qual o alfabeto de modulação forma um grupo abeliano ; existe um homomorfismo do alfabeto de entrada {X} no alfabeto de modulação { Z }.
- b) é possível associar a cada símbolo 'Z ' um número real positivo $w(Z)$ tal que

$$d(Z_i, Z_j) = w(Z_i + Z_j)$$

Da condição de linearidade deriva a propriedade

$$Z[X_i + X_j] = Z(X_i) + Z(X_j)$$

Em vista do que acabamos de mencionar, iremos estabelecer a seguinte proposição :

Proposição :

" Sob a condição de que as estruturas das treliças são diferentes e a constelação é fixa ,um código TCM periodicamente variante no tempo formado pela combinação de códigos TCM invariantes no tempo superlineares é superlinear ".

Prova : No caso de treliças distintas e mapeamento único, os N codificadores convolucionais de memória m , determinam N códigos convolucionais de taxa $R=k/n$, sendo cada um destes códigos mapeados em somente um tipo de constelação. Este mapeamento único é representado pela letra M .

Sejam	C_1 , C_2 , ..., C_N	codificadores convolucionais
	M , M_1 , M_2 , ..., M_N	mapeamentos
	w , w_1 , w_2 , ..., w_N	funções " peso "
	d , d_1 , d_2 , ..., d_N	distâncias Euclidianas
	Z , Z_i , Z_j	sinais

Cada código convolucional invariante no tempo , C_i , após o mapeamento M determina um código TCM invariante no tempo superlinear ,se existe uma função "peso" w_i tal que

$$w_i(Z_i + Z_j) = d(Z_i , Z_j)$$

onde $d(Z_i, Z_j)$ é a distância Euclidiana entre os pontos Z_i e Z_j .

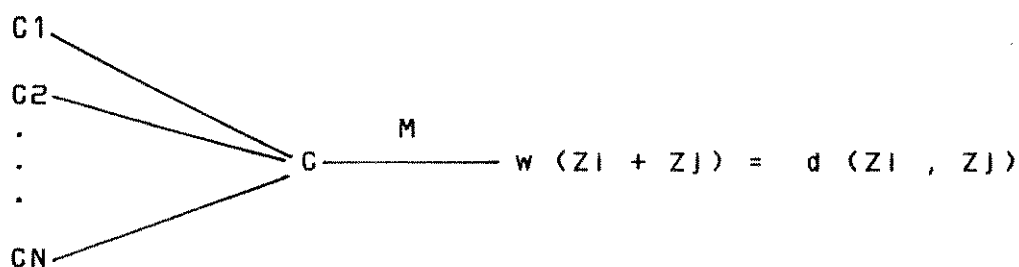
Pode-se mostrar facilmente que o código convolucional variante no tempo, C , resultante da combinação de dois ou mais códigos convolucionais lineares invariantes no tempo é linear [12] . Ao substituírmos a combinação de códigos convolucionais invariantes no tempo, C_i , e efetuarmos o

mapeamento, constituindo desta forma as palavras do código TCM variante no tempo, o código resultante será superlinear se e somente se

$$w(Z_i + Z_j) = d(Z_i, Z_j) \quad (4.3.2)$$

O diagrama 1 abaixo apresenta a situação apenas descrita :

diagrama 1 - Treliças distintas e mapeamento único



$$\begin{array}{l} \text{onde } \begin{array}{l} \begin{array}{c} \text{C1} \\ \text{C2} \\ \vdots \\ \text{CN} \end{array} \begin{array}{c} \xrightarrow{\text{M}} \\ \xrightarrow{\text{M}} \\ \vdots \\ \xrightarrow{\text{M}} \end{array} \end{array} \begin{array}{l} w(Z_i + Z_j) = d(Z_i, Z_j) \\ w(Z_i + Z_j) = d(Z_i, Z_j) \\ \vdots \\ w(Z_i + Z_j) = d(Z_i, Z_j) \end{array} \end{array}$$

Devemos então verificar se existe uma função "peso" $w(\cdot)$ para o código C mapeado por M tal que a expressão 4.3.2 seja válida.

Sem perda de generalidade, consideraremos um código convolucional C resultante da combinação de dois códigos convolucionais invariantes no tempo. Pelo diagrama 1, as palavras codificadas de C são mapeadas no conjunto de sinais $\{Z\}$ o qual deve possuir a propriedade de fechamento.

Sejam

Si, $1 \leq i \leq \alpha$, as seqüências de sinais transmitidos

relativos às mensagens dos códigos TCM superlineares C_1 e C_2 invariantes no tempo.

$\{ Z_{kp} \}$ o conjunto de sinais da seqüência k do código C_1 referente ao período p .

$\{ Z'_{kp} \}$ o conjunto de sinais da seqüência k do código C_2 referente ao período p .

Fazendo um arranjo como o da Figura 4.10, a primeira coluna do arranjo refere-se aos sinais do código TCM invariante no tempo C_1 e a segunda coluna aos sinais do código TCM invariante no tempo C_2 e assim por diante.

Seqüência \ Código	Código				
	C_1	C_2	C_1	C_2	
$\underline{S}_1$	z_{i_1}	z'_{i_1}	z_{i_2}	z'_{i_2}	
$\underline{S}_2$	z_{j_1}	z'_{j_1}	z_{j_2}	z'_{j_2}	
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	
$\underline{S}_\alpha$	z_{β_1}	z'_{β_1}	z_{β_2}	z'_{β_2}	

Figura 4.10 -Arranjo das seqüências geradas

Cada coluna possui sinais de modulação referentes às mensagens geradas por um único código TCM invariante no tempo superlinear. A sucessão periódica das colunas forma as seqüências de sinais modulados do código TCM periodicamente variante no tempo. Ao se comparar o sinal da primeira coluna de uma seqüência S qualquer com os demais

sinais de todas as outras seqüências nesta mesma coluna obtém-se um conjunto de distâncias euclidianas referentes às mensagens do código TCM invariante no tempo C1 superlinear, isto é, não importa qual seja a seqüência de referência os conjuntos de distâncias desta seqüência em relação às demais é sempre o mesmo. Isto implica que existe uma função

$$w_z(Z_i + Z_j) = d(Z_i, Z_j)$$

onde Z_i e Z_j estão na mesma coluna e o índice z refere-se ao código TCM invariante no tempo. O mesmo ocorre com as distâncias obtidas da segunda coluna do arranjo e assim por diante.

Considere a seqüência de sinais S_1 truncada como a seqüência de referência do arranjo da Figura 4.10 :

$$\begin{aligned}
 d(S_1, S_2) = & d(Z_{i1}, Z_{j1}) + d(Z'_{i1}, Z'_{j1}) + d(Z_{i2}, Z_{j2}) \\
 & + d(Z'_{i2}, Z'_{j2}) + \dots
 \end{aligned}
 \tag{4.3.3.}$$

como as distâncias referem-se às colunas dos códigos C1 e C2

$$\begin{aligned}
 w(S_1 + S_2) = & w_1(Z_{i1} + Z_{j1}) + w_2(Z'_{i1} + Z'_{j1}) + w_1(Z_{i2} + Z_{j2}) + \\
 & + w_2(Z'_{i2} + Z'_{j2}) + \dots
 \end{aligned}
 \tag{4.3.4.}$$

rearranjando (4.3.4.)

$$\begin{aligned}
 w(S_1 + S_2) = & w_1(Z_{i1} + Z_{j1}) + w_1(Z_{i2} + Z_{j2}) + \dots \\
 & + w_2(Z_{i1} + Z_{j1}) + w_2(Z_{i2} + Z_{j2}) + \dots
 \end{aligned}
 \tag{4.3.4.a}$$

onde $w_1(.)$ e $w_2(.)$ são funções "peso" dos sinais pertencentes à mesma constelação.

Embora os pontos desta constelação não representem exatamente as mesmas mensagens codificadas para os dois códigos uma vez que estes são códigos diferentes, as matrizes distância destes sinais são equivalentes para ambos os códigos .

Por exemplo :

$$d(Z'_{II}, Z'_{JI}) = d(Z_{Ik}, Z_{Jk}) \quad (4.3.5.)$$

$$w_2(Z'_{II}, Z'_{JI}) = w_1(Z_{Ik}, Z_{Jk}) \quad (4.3.6.)$$

trocando-se os índices de um dos códigos , por exemplo

$$Z'_{II} = \overset{*}{Z_{Ik}} \quad \text{e} \quad Z'_{JI} = \overset{*}{Z_{Jk}}$$

resulta em

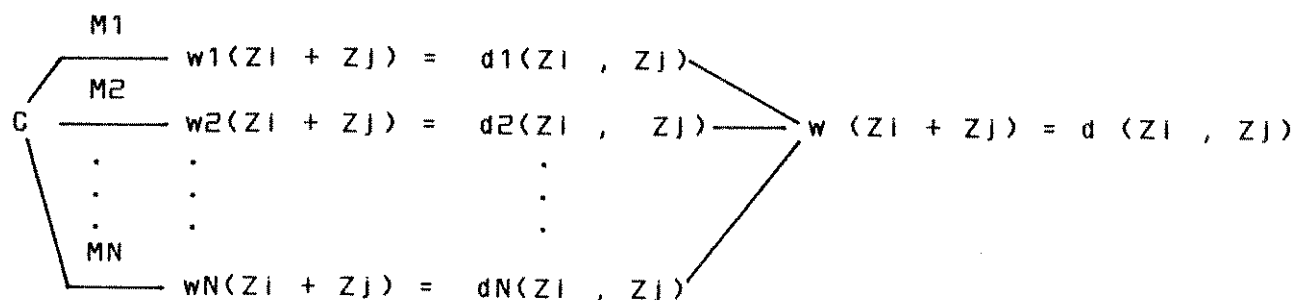
$$w_2(\overset{*}{Z_{Ik}} + \overset{*}{Z_{Jk}}) = w_1(Z_{Ik} + Z_{Jk}) = w(Z_{Ik} + Z_{Jk})$$

Isto é, existe uma matriz adição do alfabeto de modulação $\{Z\}$ cujos símbolos correspondem a distâncias iguais na mesma posição da matriz distância entre estes símbolos (Teorema 3.4.1.4.). Esta condição é suficiente para que o código TCM periodicamente variante no tempo do caso 4.a. seja superlinear.

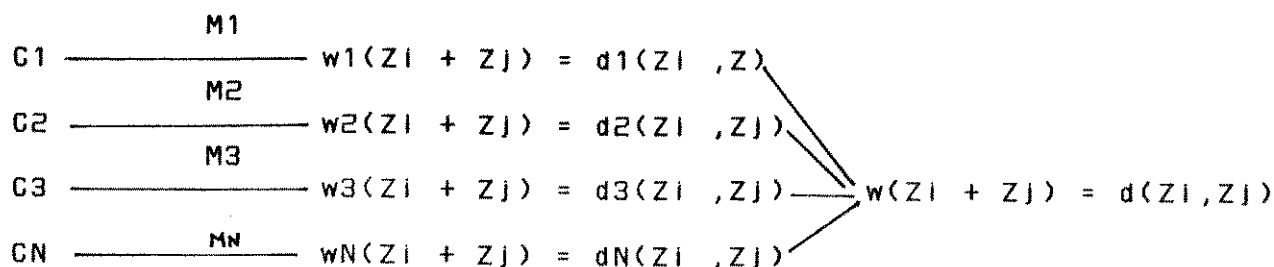
(C.Q.D.)

Para os outros dois possíveis casos de combinação de códigos TCM invariantes no tempo superlineares (treliças iguais/constelações diferentes e treliças e constelações diferentes) o raciocínio para comprovação de que o código variante no tempo resultante é também superlinear é semelhante ao apresentado acima .Os diagramas 2 e 3 ilustram estes casos.

diagrama 2 - Treliça única e mapeamentos distintos



caso 4.c. - Treliças e constelações diferentes



Para os dois casos acima, em arranjos semelhantes ao da Figura 4.10, cada coluna de arranjo contém sinais correspondentes a um tipo de constelação definido pelo código TCM invariante no tempo. A diferença em relação ao caso descrito pela proposição reside no fato que as constelações sendo diferentes as mensagens são mapeadas em conjunto de sinais que guardam diferentes relações de distância euclidiana entre si a cada coluna do arranjo. Embora a (4.3.4) seja a mesma para estes casos, a análise das relações entre as distâncias entre sinais de constelações diferentes exige o estudo das estruturas reticuladas das quais estas constelações fazem parte.

Definindo-se como código TCM ciclosuperlinear aquele que alterna códigos TCM invariantes no tempo, intuitivamente acredita-se que os códigos ciclosuperlineares sejam também superlineares.

4.5. EXEMPLOS DE CÓDIGOS TCM PERIODICAMENTE VARIANTES NO TEMPO

Nesta seção serão apresentados alguns códigos TCM periodicamente variantes no tempo resultantes da combinação de códigos TCM invariantes no tempo superlineares, com taxa $R=3/4$, $m = 3$, mapeados em constelações uni e bidimensionais como mostradas na Figura 4.11.

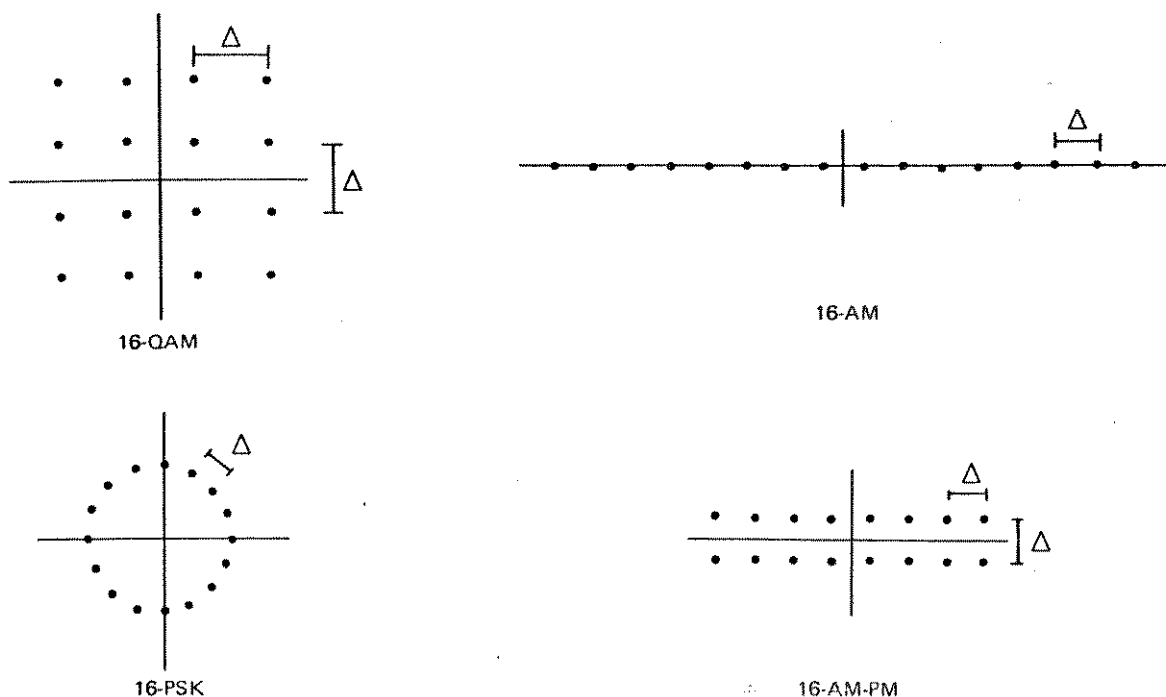


Figura 4.11. Constelações utilizadas nos códigos TCM periodicamente variantes no tempo

São utilizadas duas configurações de codificadores TCM invariantes no tempo (três memórias, três entradas e quatro saídas) que determinam três tipos de treliça, a saber:

configuração A - duas entradas livres de memória - (cfg A)

De cada estado partem dois conjuntos de ramos, cada um contendo quatro sinais, que irão terminar em dois estados.

configuração B - uma entrada livre de memória - (cfg B)

De cada estado partem quatro conjuntos de ramos, cada um

contendo dois sinais, que irão terminar em quatro estados.

configuração C - todas as entradas possuem uma memória- (cfg C)

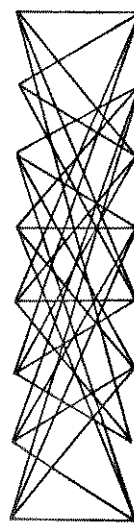
De cada estado partem oito ramos, cada um contendo um sinal, que irão terminar em oito estados.

Serão consideradas as combinações das configurações A e B que resultam na maior distância euclidiana mínima para os códigos TCM variantes no tempo determinados por estas combinações.

A terceira configuração possível (cfg C) não foi adotada em combinações que resultam em códigos variantes no tempo neste trabalho por apresentarem um grande número de transições de estado (oito transições saindo ou chegando de oito estados diferentes) o que dificulta enormemente a avaliação dos caminhos de distâncias mínimas .A Figura 4.12 ilustra os casos de configuração A e B .



Configuração A



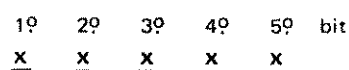
Configuração B

Figura 4.12 - Configuração A e Configuração B

Os códigos TCM invariantes no tempo que iremos utilizar neste trabalho são códigos ótimos determinados por Ungerboeck [8] e Markman [13]. Estamos basicamente interessados nos códigos TCM variantes no tempo ótimos, logo intuitivamente procuramos buscar estes códigos entre combinações de códigos ótimos invariantes no tempo embora não haja nenhuma prova formal da não existência de códigos TCM variantes no tempo derivados de combinações de códigos sub-ótimos .

Cada um dos códigos TCM invariantes no tempo, com taxa $R=3/4$, $m=3$, utilizados neste trabalho tem suas principais características descritas a seguir ,ou seja, o mapeamento, a partição da constelação, distância mínima, o ganho assintótico de codificação em relação ao B-PSK não codificado e os codificadores ótimos. Para fins de comparação a energia de pico da constelação é ilimitada e a energia média dos sinais será considerada unitária.

Para facilitar o entendimento do material que se segue, iremos utilizar uma notação tal que os codificadores TCM , com taxa $R = 3/4$, $m = 3$, são representados por seqüências de quatro números inteiros (θ_1 , θ_2 , θ_3 , θ_4) correspondentes às quatro saídas do codificador. Cada número inteiro associado à θ_i corresponde à maneira como estão ligadas as entradas e memórias com as saídas . Os θ_i são convertidos para binário e indicam com o bit " 1 " o ponto de ligação com a saída e o bit " 0 " a não ligação . Ocorrendo mais de dois pontos ligados à uma mesma saída, esta passa a ser a soma módulo 2 dos sinais provenientes das ligações. A correspondência das posições dos bits com os pontos de ligação é ilustrada na Figura 4.13.



As treliças apresentadas nesta seção correspondem a uma versão simplificada da treliça real do código. Na treliça simplificada cada conjunto de transições paralelas entre dois estados é substituído por uma única transição. A comparação aos pares entre os subconjuntos resultará na distância interconjuntos cujo valor associado é o menor possível entre estas distâncias. Os ganhos assintóticos de codificação referem-se sempre ao 8-PSK não codificado cuja distância mínima é $d_0^2 = 0.58578$.

Uma Tabela contendo as distâncias mínimas dos subconjuntos a cada nível i da partição da constelação, bem como o valor quadrático destas distâncias é apresentada junto à cada código TCM invariante no tempo.

4.5.1. - Características dos códigos TCM invariante no tempo utilizados

A Tabela 4.1 apresenta um resumo dos codificadores TCM invariantes no tempo utilizados neste trabalho.

TABELA 4.1

constelação	configuração A		configuração B	
	$d_{\min}^2$	G(db)	$d_{\min}^2$	G(db)
I) 16-AM	0.4705	-0.95098	36/85	-
II) 16-QAM	1.6	4.3638	2	5.33333
III) 16-AM-PM	8/11	0.93958	10/11	1988888
IV) 16-PSK	1.476	4.0136	1.3238	3.5408

As combinações dos códigos desta tabela resultam nos códigos TCM periodicamente variantes no tempo da Tabela 4.2 onde estão explicitados os valores de dmi e os respectivos ganhos assintóticos de codificação. As distâncias Euclidianas encontradas para estes códigos foram avaliadas manualmente e validadas posteriormente pelo algoritmo apresentado na seção 4.6.1.

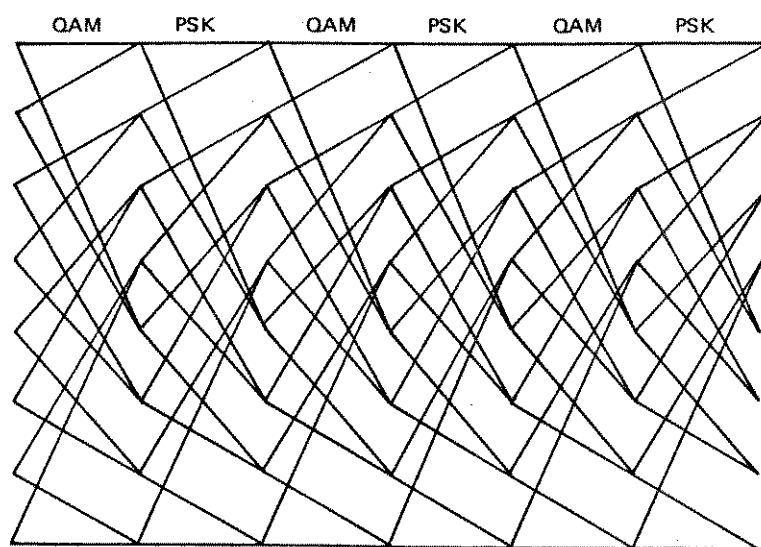


Figura 4.15 - 16-QAM, cfg A e 16-PSK, cfg A -caso 4.b

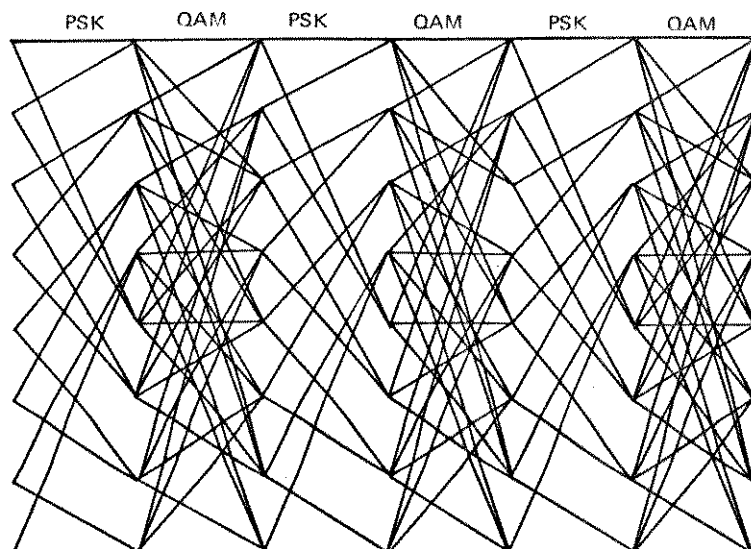


Figura 4.16 - 16-QAM, cfg B e 16-PSK, cfg A -caso 4.c

Os codificadores aqui apresentados geram códigos equivalentes ótimos, com os dados abaixo.

Código 4.1.

16-QAM

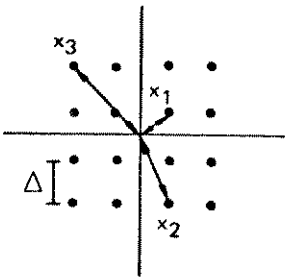
R = 3/4

m = 3

$d_{\min}^2 = 1.6$

G = .3638

cfg A



$$x_1^2 = \frac{\Delta^2}{2}$$

$$x_2^2 = \frac{5\Delta^2}{2}$$

$$x_3^2 = \frac{9\Delta^2}{2}$$

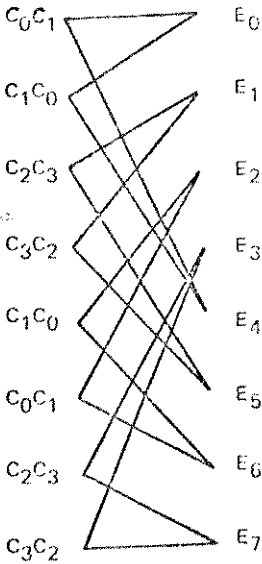
$$\bar{E} = \frac{1}{16} \left[\frac{4\Delta^2}{2} + \frac{40\Delta^2}{2} + \frac{36\Delta^2}{2} \right]$$

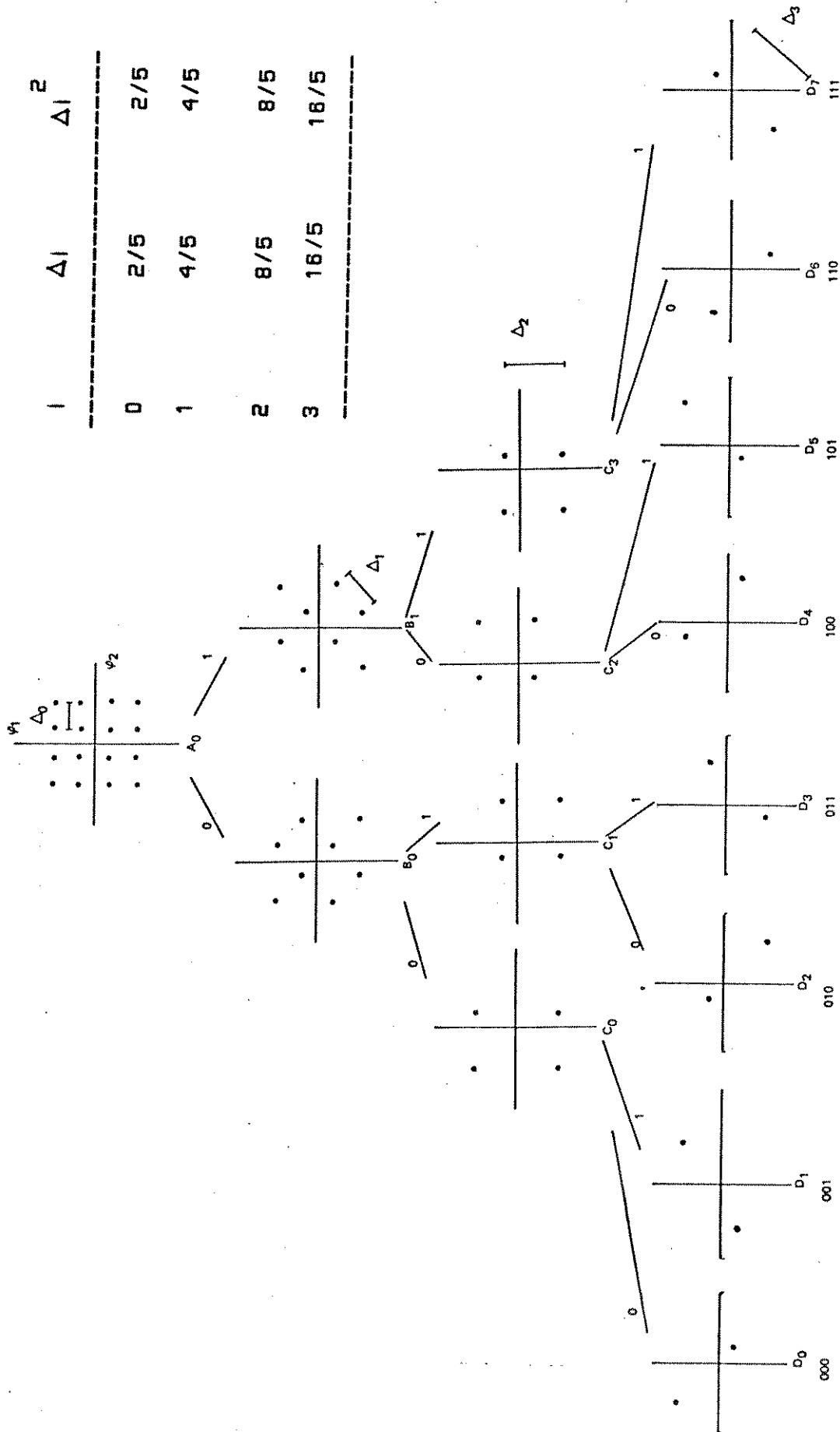
$$\bar{E} = \frac{40\Delta^2}{16} \qquad \bar{E} = 1$$

$$\Delta^2 = \frac{2}{5}$$

codificadores ótimos

01	02	03	04
10	7	1	1
12	7	1	1
5	11	1	1
6	11	1	1





1	Δ_1	Δ_1^2
0	2/5	2/5
1	4/5	4/5
2	8/5	8/5
3	16/5	16/5

Código 4.2. ^

16-PSK

$R = 3/4$

$m = 3$
 2

$d_{min} = 1.47805$

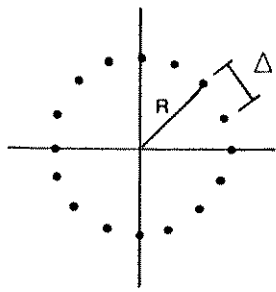
$G = 4.0136$

cfg A

treliça idêntica à do
código 4.1

codificadores ótimos

01	02	03	04
4	11	1	1
6	11	1	1



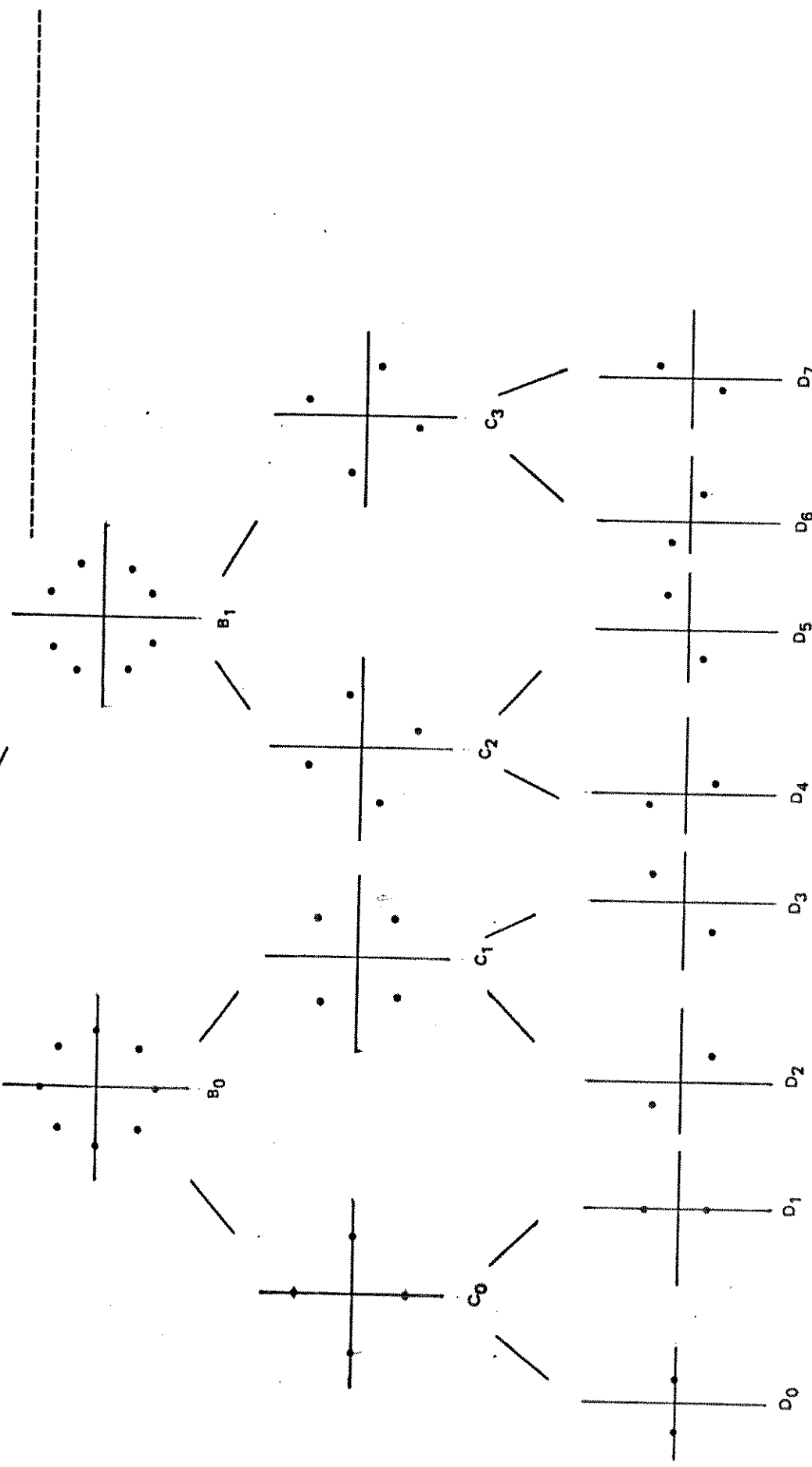
Código 4.2

$\bar{E} = \frac{16}{16}$ $\bar{E} = 1$ $R = 1$

$\Delta = 2 \operatorname{sen} \frac{\pi}{16}$

$\Delta^2 = 4 \operatorname{sen}^2 \frac{\pi}{16}$

1	$\Delta 1$	2	$\Delta 1$
0	$2 \times \text{sen } \pi/18$	$\pi/18$	0.15224
1	$2 \times \text{sen } \pi/18$	$\pi/18$	0.58578
2	2	2	2
3	2	2	4

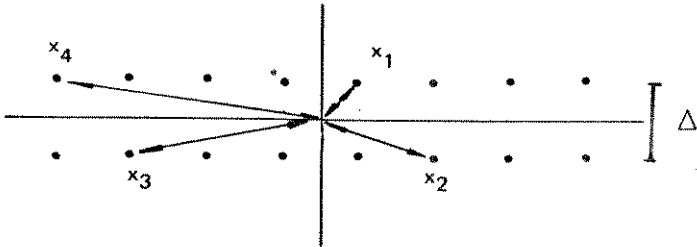


Código 4.3

18 AM-PM $d_{\min}^2 = 8/11$
R = 3/4 G = 0.93958
m = 3 cfg A

treliça idêntica à
do código 4.1.

Codificadores ótimos			
01	02	03	04
12	7	1	1
4	11	1	1
5	11	1	1
6	11	1	1



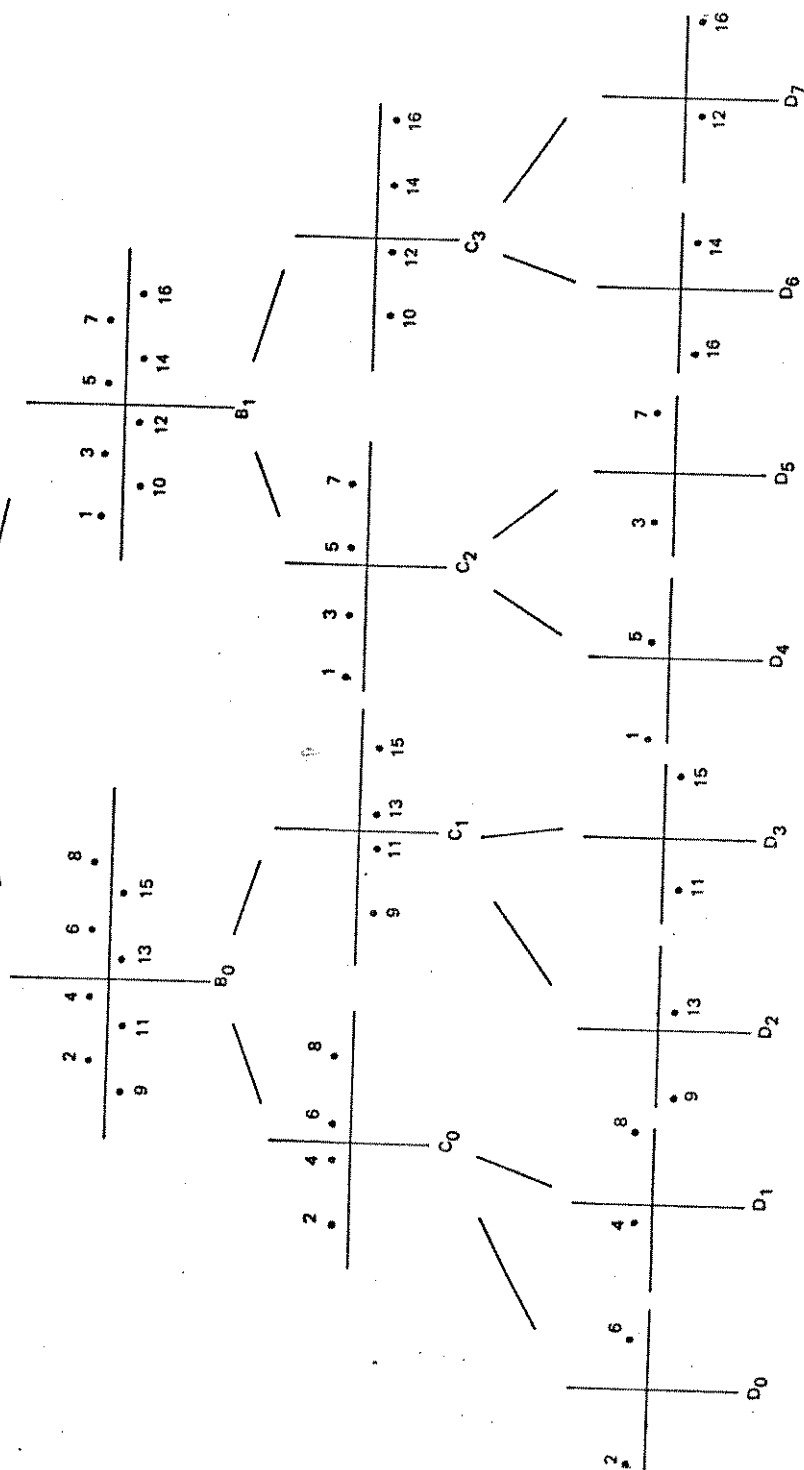
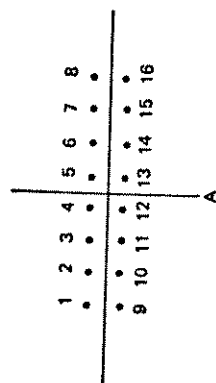
$$x_1^2 = \frac{\Delta^2}{2}, x_2^2 = \frac{10\Delta^2}{4}, x_3^2 = \frac{26\Delta^2}{4}, x_4^2 = \frac{26\Delta^2}{4}, x_5^2 = \frac{50\Delta^2}{4}$$

$$\bar{E} = \frac{4}{16} \left[\frac{\Delta^2}{2} + \frac{10\Delta^2}{4} + \frac{26\Delta^2}{4} + \frac{50\Delta^2}{4} \right]$$

$$\bar{E} = 1 \qquad \Delta^2 = \frac{2}{11}$$

Código 4.3

PARTIÇÃO 16-AM-PM Código 4.3



l	Δ_l	Δ_l^2
0	2/11	2/11
1	4/11	4/11
2	8/11	8/11
3	32/11	32/11

Código 4.4.

18-AM $d_{\min}^2 = 4/85$

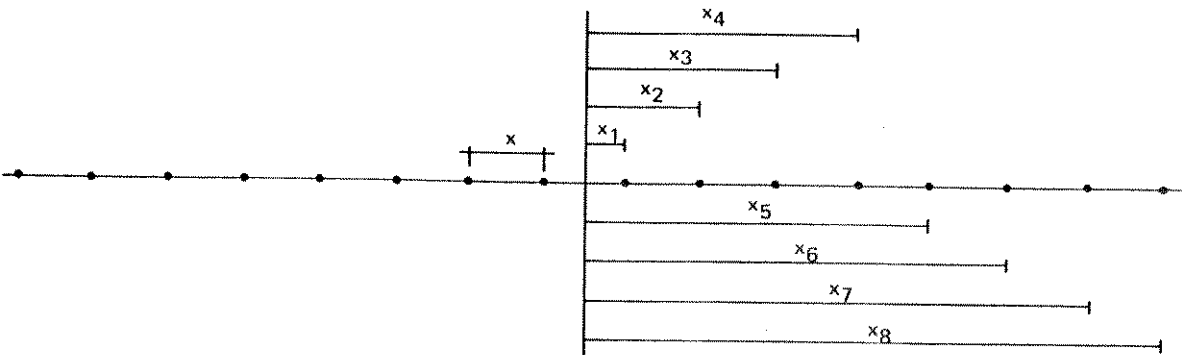
R = 3/4 G = -0.95098

m = 3 cfg A

trellis idêntica à do

código 4.1

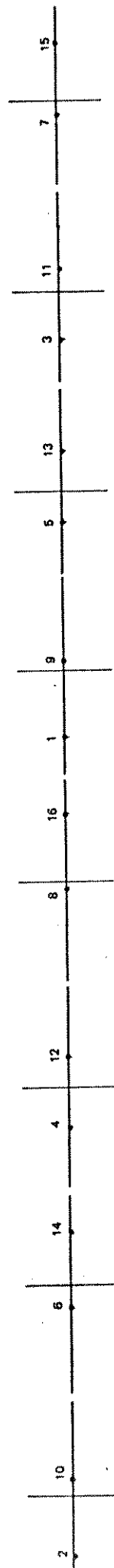
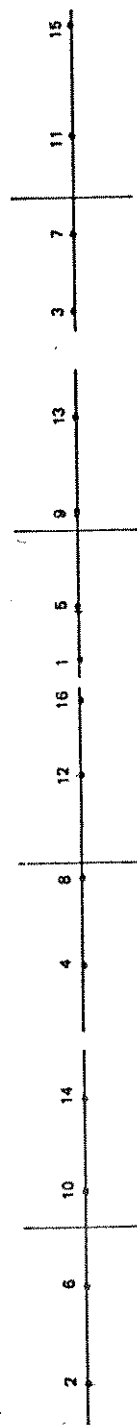
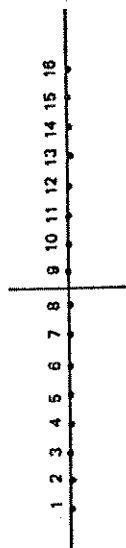
codificadores ótimos			
01	02	03	04
10	7	1	1
12	7	1	1
4	11	1	1
5	11	1	1
8	11	1	1



$$\bar{E} = \frac{1}{16} \left[\frac{x^2}{4} + \frac{9x^2}{4} + \frac{25x^2}{4} + \frac{49x^2}{4} + \frac{81x^2}{4} + \frac{121x^2}{4} + \frac{169x^2}{4} + \frac{256x^2}{4} \right]$$
$$\bar{E} = \frac{85x^2}{4} \qquad \bar{E} = 1 \qquad \Delta^2 = x^2 = \frac{4}{85}$$

I	ΔI	ΔI^2
0	4/85	4/85
1	8/85	8/85
2	16/85	16/85
3	256/85	256/85

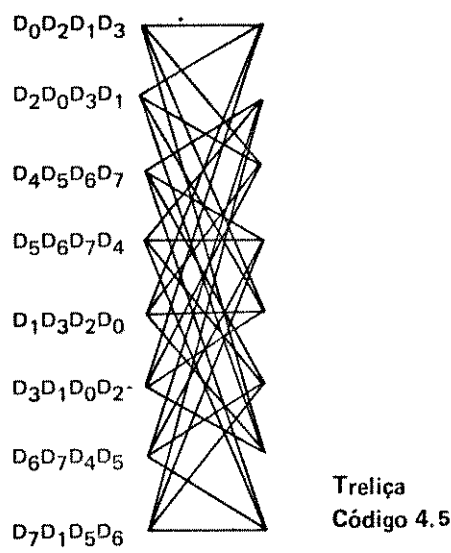
PARTIÇÃO 16-AM



Código 4.5.

16-QAM $d_{\min} = 2$
R = 3/4 G = 5.33333
m = 3 cfg B

codificadores ótimos			
01	02	03	04
8	8	17	1
8	8	19	1



Código 4.6.

16-PSK $d_{\min} = 1.3238$
R = 3/4 G = 3.5408
m = 3 cfg B
trellis idêntica à do
código 4.5

codificadores ótimos			
01	02	03	04
8	8	17	1
8	8	19	1

Código 4.7.

16-AM-PM ²
d min = 10/11
R = 3/4 G = 1.90868
m = 3 cfg B
treliça idêntica à do
código 4.5.

codificadores ótimos			
01	02	03	04
8	8	17	1
8	8	19	1

Código 4.8.

16-AM ²
d min = 38/85
R = 3/4 G = - 0.1232
m = 3 cfg B
treliça idêntica à do
código 4.5.

codificadores ótimos			
01	02	03	04
8	8	17	1
8	8	19	1

4.5.2. OS CÓDIGOS TCM PERIODICAMENTE VARIANTE NO TEMPO OBTIDOS

A Tabela 4.2 relaciona os códigos TCM periodicamente variantes no tempo, com período dois, obtidos das combinações dos códigos da Tabela 4.1. As colunas correspondem a valores de distância mínima (d_{mi}) da combinação resultante e valores dos ganhos assintóticos de codificação em relação ao 8-PSK não codificado. A coluna 'combinações' define a combinação de códigos TCM invariantes no tempo utilizados. Por exemplo, na primeira linha da Tabela 4.2 a combinação 'I e II' significa que o período do código resultante inicia com o mapeamento na constelação I (16-AM) e no próximo quadro de transições passa a mapear na constelação II (16-QAM). As Figuras 4.15 e 4.16 ilustram códigos da quinta linha da Tabela 4.2.

TABELA 4.2.

combinações	cfg A para todas as constelações		cfg A para const. I e IV cfg B para const. II e III	
	$\frac{2}{dmi}$	G(db)	$\frac{2}{dmi}$	G(db)
I e II	† 0.8353	† 0.35239	† 0.7529	† 1.08998
II e I	0.7529 *	1.08998	0.7529	1.08998
I e III	† 0.80535	† 0.14287	† 0.80535	† 0.14287
III e I	0.7529 *	0.93958	0.7337	0.9778
I e IV	† 0.5757	† -0.075	† 0.575703	† -0.075
IV e I	0.7529 *	1.08998	0.7529 *	1.08998
II e III	† 0.7529*	† 1.08998	1.70909	4.65025
III e II	0.7529 *	1.08998	† 1.2727	† 3.37
II e IV	† 1.6 *	† 4.363807	1.7522	4.758
IV e II	1.6 *	4.363807	† 1.7238	† 4.687
III e IV	† 0.7529*	† 1.08998	† 0.8795	† 1.785
IV e III	0.7529 *	1.08998	1.31313	3.5054

* Indica que a distância mínima encontra-se entre transições paralelas

† é o limitante inferior da distância mínima e do ganho assintótico de codificação

constelação I - 16-AM

III - 16-AM-PM

II - 16-QAM

IV - 16-PSK

A Tabela 4.3.a apresenta resultados de combinações de dois códigos TCM invariantes no tempo mapeados em 16-PSK (cfg A) e em 16-QAM (cfg B), respectivamente cuja periodicidade é maior ou igual a 1. A Figura 4.17 ilustra a treliça do código das tres primeiras linhas da Tabela 4.3.a.

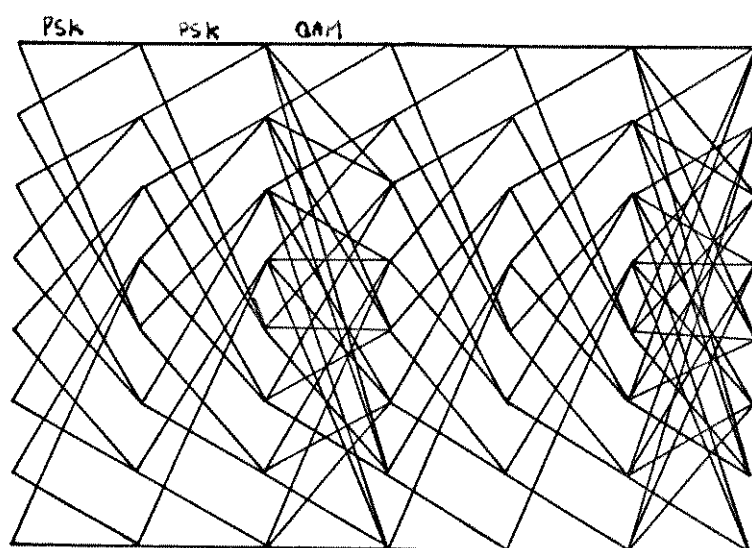


Figura 4.17 - treliça do código periodicamente variante no tempo da Tabela 4.3

notação - QAM-B corresponde à constelação 16-QAM com a configuração B do codificador convolucional e QAM-A corresponde à constelação 16-QAM com a configuração A no codificador convolucional.

TABELA 4.3.a

Combinação	$\frac{2}{d \text{ ml}}$	G (db)
QAM-B / PSK-A / PSK-A	1.538	4.1922
PSK-A / PSK-A / QAM-B	1.571	4.286
PSK-A / QAM-B / PSK-A	1.6283	4.444
QAM-B / PSK-A	1.7522	4.758
PSK-A / QAM-B	1.7238	4.687
QAM-B / PSK-B	1.7522	4.758
PSK-B / QAM-B	1.57156	4.286

TABELA 4.3.b

	16QAM-A	16QAM-B	16PSK-A	16PSK-B
G (db)	4.3638	5.3333	4.0136	3.5408

A Tabela 4.3.c mostra as combinações de treliças diferentes com o mapeamento sendo realizado somente sobre uma constelação. Neste caso a distância mínima dos códigos obtidos ficou limitada pelas distâncias entre transições paralelas.

TABELA 4.3.c

combinações	$\frac{2}{d \text{ ml}}$	G (db)
QAM-A / QAM-B	1.6	4.3638
QAM-B / QAM-A	1.6	4.3638

4.8. ANÁLISE DOS RESULTADOS

Os códigos TCM invariantes no tempo utilizados para obtenção dos códigos TCM periodicamente variante no tempo foram escolhidos de modo a mostrar uma gama variada de ganhos assintóticos de codificação em relação ao 8-PSK não codificado (vide Tabela 4.5.).

Foram escolhidos dois arranjos de memórias para o codificador convolucional relacionadas com as entradas a serem codificadas, como mostra a Figura 4.18. Estes arranjos das memórias estabelecem dois tipos de treliças diferentes. A utilização de treliças de cujos estados partem transições paralelas para somente outros dois estados (cfg A) é justificada pela maior facilidade de cálculo das distâncias entre seqüências transmitidas. Este fato também influi no comprimento das seqüências de distância mínima do código já que as seqüências divergentes da correta demoram mais para retornar à seqüência correta, pois só existem dois estados possíveis de serem alcançados de cada estado.

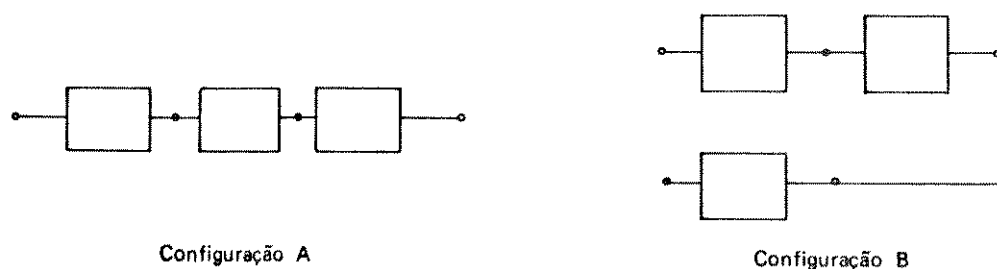


Figura 4.18 - Arranjo das memórias na entrada do codificador

A treliça derivada da configuração B ,ou seja aquela onde de cada estado partem duas transições para quatro outros estados é utilizada preferencialmente quando na configuração A a distância mínima do código se encontra entre transições paralelas.

Como na configuração B o número de estados alcançados partindo-se de cada estado é duas vezes o da configuração A e conseqüentemente o número de subconjuntos associados às transições paralelas também o é, utilizaremos na configuração B subconjuntos do nível de partição inferior aos utilizados na configuração A, garantindo assim uma distância maior entre as transições paralelas . A desvantagem neste caso é o aumento da probabilidade de existirem caminhos que divergem da seqüência de referência de distância mínima com comprimentos menores de divergência do que os correspondentes na treliça da configuração A .

Cabe aqui enfatizar que seqüências que divergem da seqüência de referência de comprimentos menores de divergência não implicam necessariamente em distâncias menores entre as seqüências . O fato de existir um número maior de estados alcançados de um único estado da treliça da configuração B em relação à configuração A faz com que ocorram um número maior de eventos de erro simples de comprimentos menores (são necessários no mínimo dois quadros de transições para que um caminho divergente retorne ao caminho correto) enquanto que na treliça da configuração A são necessários no mínimo três quadros de transições . A distância da seqüência divergente está relacionada com as distâncias dos subconjuntos obtidos da

partição associados ao conjunto de transições paralelas entre dois estados. Por isso, embora haja um número maior de eventos de erros de menor duração na configuração B, o fato de associarmos às transições entre dois estados subconjuntos de um nível inferior ao nível de partição utilizado na treliça da configuração A, implica em um aumento nos valores das distâncias mínimas das seqüências divergentes na treliça da configuração B.

A seguir apresentaremos na Tabela 4.4. os códigos TCM periodicamente variantes no tempo de periodicidade 1, resultantes de combinações de códigos da Tabela 4.1. As diferenças entre o ganho do código resultante e os ganhos do código invariante no tempo que o origina são apresentadas em colunas desta Tabela. Por exemplo, na primeira linha da Tabela 4.4.a., o ganho assintótico de codificação ($G_{mi} = 0.35239$) do código TCM resultante da combinação dos códigos de configuração A mapeados nas constelações I e II (16-AM e 16-QAM), em relação ao código mapeado na constelação I ($G=0.93958$), possui uma diferença de ganho que denominaremos Q_v-I . A diferença de ganho da combinação da primeira linha da Tabela 4.4.a em relação ao código TCM invariante no tempo cujo mapeamento ocorre na constelação I, Q_v-I é 1,30337 db.

Os códigos estão agrupados em ordem crescente de diferenças de ganhos e separados conforme as treliças combinadas.

TABELA 4.4.a

Combinação	I e II	II e I	constelação	G(db)
GmI(db)	0.35239	1.08998	I	-0.95098
Qv-I	1.30337	2.04096	II	4.3638
Qv-II	-4.0114	-3.2739		

config.A

TABELA 4.4.b

Combinação	IV e II	II e IV	constelação	G(db)
G mi(db)	4.36388	4.36388	II	4.3638
Qv-IV	0.3502	0.3502	IV	4.0136
Qv-II	0.0	0.0		

config.A

TABELA 4.4.c

Combinação	I e IV	IV e I	constelação	G(db)
G mi(db)	-0.075	1.08998	I	-0.95098
Qv-I	0.87598	2.0496	IV	4.3638
Qv-IV	-4.0886	-2.9237		

config.A

TABELA 4.4.d

Combinação	II e III	III e II	constelação	G(db)
G mi(db)	1.08998	1.08998	II	4.3638
Qv-II	-3.2739	-3.2739	III	0.93958
Qv-IV	0.1503	0.1503		

config.A

TABELA 4.4.e

combinação	III e IV	IV e III	constelação	G(db)
G mi(db)	1.08998	1.08998	III	0.93958
Qv-III	0.1503	0.1503	IV	4.0136
Qv-IV	-2.9237	-2.9237		

config.A

TABELA 4.4.f

combinação	I e III	III e I	constelação	G(db)
G mi(db)	0.14267	0.93958	III	0.93958
Qv-I	0.09365	0.98860	I	-0.95098
Qv-III	-0.79691	0.0		

config.A

TABELA 4.4.g

const.\ cfg	A	B
16-AM (I)	-0.95098	-
16-QAM (II)	4.363887	5.33333
16-AM-PM (III)	0.934	1.90868
16-PSK (IV)	4.01	3.3408

Nas Tabelas 4.4.a , 4.4.b , 4.4.c , 4.4.d , 4.4.e e 4.4.f todos os códigos estão na configuração A .

Nas Tabelas 4.4.h , 4.4.i , 4.4.j , 4.4.k e 4.4.l , os códigos mapeados nas constelações II e III estão na configuração B .

TABELA 4.4.h

combinação	I e II	II e I
G ml (db)	1.08998	1.08998
Qv-I	2.04098	2.04098
Qv-II	-3.2739	-3.2739

TABELA 4.4.i

Combinação	II e III	III e II	constelação	G(db)
G ml (db)	4.74168	3.37	II	5.3333
v-II	-0.59165	-1.983	III	1.9087
v-III	2.833	1.4624		

TABELA 4.4.j

Combinação	I e III	III e I
G mi (db)	0.142673	0.9778
Qv-I	1.09365	1.92878
v-III	-1.76601	-0.93088

constelação	G(db)
I	-0.95098
III	1.90868

TABELA 4.4.k

Combinação	III e IV	IV e III
G mi (d)	2.85815	3.5054
Qv-III	0.9494	1.59672
Qv-IV	-1.5545	-0.5082

constelação	G(db)
III	1.90868
IV	4.0136

TABELA 4.4.l

Combinação	II e IV	IV e II
G mi (d)	4.758	4.687
v-II	-0.5754	-0.646
v-IV	0.3242	0.673

constelação	G(db)
II	5.3333
IV	4.0136

Combinando-se as constelações 16-PSK e 16-QAM nas duas estruturas de treliça dadas pelas configurações A e B, obteve-se a Tabela 4.5.a que lista códigos TCM periodicamente variantes no tempo com periodicidade 1 ou 2.

A avaliação das diferenças entre os ganhos dos códigos obtidos em relação aos códigos invariantes no tempo originadores mostrou que aumentando-se a periodicidade de um dos códigos invariantes no tempo, o valor do ganho assintótico do código resultante se aproxima do valor do ganho do código de maior periodicidade. O valor do ganho assintótico de codificação do código variante no tempo ficou limitado superiormente pelo maior valor de ganho encontrado entre os códigos invariantes no tempo que fazem parte da combinação que origina o código variante no tempo em avaliação.

TABELA 4.5.a

combinação	G (db)	16QAM-B	16PSK-B
16QAM-B / PSK-A / PSK-A	4.1922	-1.1411	0.1786
16PSK-A / PSK-A / QAM-B	4.286	-1.0473	0.2724
16PSK-A / QAM-B / PSK-A	4.444	-0.889	0.4304
16QAM-B / PSK-A	4.758	-0.575	0.7444
16PSK-A / QAM-B	4.687	-0.646	0.6734
16QAM-B / PSK-B	4.758	-0.575	1.2172
16PSK-B / QAM-B	4.286	-1.0473	0.7452

4.6.1. Algoritmo para cálculo da distância mínima dos códigos TCM periodicamente variante no tempo

O algoritmo implementado neste trabalho calcula um limitante inferior do número de caminhos de distância mínima de um código TCM, bem como o valor desta distância mínima para códigos com taxa $R = 3/4$, $m=3$, duas configurações de memórias nas entradas do codificador convolucional e quatro tipos de constelações diferentes. O algoritmo trabalha com códigos TCM periodicamente variantes no tempo superlineares com períodos de no máximo três quadros de transições.

Para o cálculo das distâncias mínimas em treliças periodicamente variantes no tempo, o algoritmo de VITERBI é modificado para trabalhar com distâncias Euclidianas. Como cada quadro de transições pode corresponder a uma combinação treliça/constelação diferente, o período do código TCM periodicamente variante no tempo deve especificar a seqüência destas combinações. Calculam-se então as distâncias d_{mi} para cada seqüência possível de combinações treliça/constelação no período, e a mínima d_{mi} , ou seja, a menor distância Euclidiana encontrada nos caminhos da treliça que divergem do caminho correto, é comparada com a distância entre as transições paralelas e o menor valor entre estas é escolhido como a distância mínima do código.

O algoritmo utilizado neste trabalho foi desenvolvido em Fortran para uso em micros tipo PC e calcula a distância d_{mi} de seqüências de até três combinações treliça/constelação. Estas combinações podem envolver dois tipos de treliça e

quatro tipos de constelações .Os codificadores devem ter no máximo duas entradas com memórias e o número total de memórias do codificador sendo três (oito estados) . Os casos possíveis de arranjos de memórias associadas às entradas correspondem às configurações A e B de treliças deste trabalho.

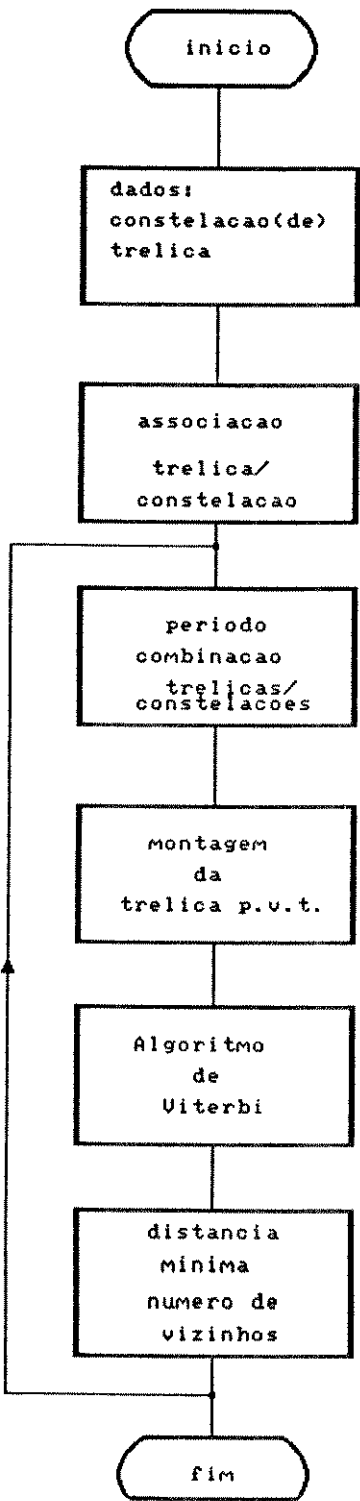
O programa é alimentado primeiramente com os valores de distância mínima dos subconjuntos de cada nível de partição das constelações a serem combinadas .O usuário define então a associação dos subconjuntos às estruturas de treliça (determinadas pelas configurações A e B) a serem combinadas .Uma vez introduzidos estes dados a busca ocorrerá somente entre as constelações e treliças previamente definidas .O programa pede também o período do código TCM variante no tempo e a ordem (seqüência) de constelações/treliça que compõem o período do código, apresentando em seguida o valor da distância mínima e o limitante inferior do número de caminhos com esta distância. O programa detecta também a existência de possíveis códigos catastróficos e cessa a busca após L quadros de transição (no caso deste trabalho definiu-se $L=15$).Os valores encontrados foram confirmados por uma avaliação manual realizada através das treliças montadas uma a uma para cada caso estudado e os resultados constam nas tabelas apresentadas neste capítulo.

É interessante mencionar que um número maior de entradas sem memórias não altera o valor das distâncias encontradas pelo algoritmo uma vez que isto corresponde a um aumento do número de transições paralelas entre os nós .

Cabe aqui observar que em nenhum dos códigos encontrados através do algoritmo o limitante do número de vizinhos com

distância mínima foi maior do que um. Por esta razão não há nenhuma referência a estes limitantes nas tabelas apresentadas.

O diagrama de fluxo do algoritmo é apresentado abaixo:



4.7. PROTEÇÃO DESIGUAL DE BITS PARA CÓDIGOS TCM PERIODICAMENTE VARIANTES NO TEMPO

Nesta seção iremos definir alguns parâmetros importantes para a classe de códigos TCM que apresentam proteção linear desigual de erros (LUEP) fundamentando-se no trabalho de PALAZZO [14] para códigos convolucionais.

A importância dos códigos LUEP pode ser explicitada através de um exemplo : um banco deseja transferir Cz\$ 1000000,00 à uma conta de uma outra agência. É de interesse do banco que a maior proteção contra erros recaia sobre as posições mais significativas do valor a ser transferido , por exemplo os quatro primeiros dígitos 1000. Um código LUEP pode definir os níveis de proteção de cada posição na palavra código e de cada um dos dígitos de informação de entrada e conseqüentemente solucionar o problema do banco .

Seja

f_i um nível de proteção associado a cada dígito das palavras código .

f_p o fator de proteção da palavra código de comprimento k dígitos, isto é ,

$$f_p = \min \{ f_1 , f_2 , \dots , f_i , \dots , f_k \}$$

$$1 \leq i \leq k$$

Associando a cada dígito das palavras código um nível de proteção f_i , os códigos LUEP garantem a correção de f erros para $f \leq f_i$ na transmissão das palavras códigos

protegidas [16] . O fator de proteção f_p da palavra código inteira é o limitante inferior dos níveis de proteção f_i de cada dígito .

A geração de códigos UEP de blocos foi descrita por MASNIK [16] e detalhes sobre esta classe de códigos são encontrados em [17 , 18 , 19] . Devido à falta de uma estrutura algébrica para a geração de códigos convolucionais um procedimento sistemático de busca de bons códigos LUEP convolucionais e conseqüentemente de códigos TCM fica bastante difícil.

A seleção e avaliação desta classe de códigos LUEP convolucionais e TCM se faz através da função distorção média. A definição do vetor distorção média para códigos convolucionais [14] será aqui utilizada de maneira equivalente para códigos TCM superlineares permutando-se somente os valores de distâncias de Hamming para distâncias euclidianas no segundo caso . A justificativa deste procedimento baseia-se no fato de que os fatores preponderantes na correção de erros para ambos os códigos são a distância mínima do código e o número de caminhos com esta distância . No caso de códigos convolucionais a medida é a distância de Hamming enquanto que no TCM é a euclidiana , o que torna bastante razoável a equivalência utilizada na definição 4.7.1 :

DEFINIÇÃO 4.7.1- " Para códigos TCM superlineares invariantes e variantes no tempo o vetor distorção média

$$d(C) = \{ d(1) , d(2) , \dots , d(k) \}$$

de comprimento $k > 1$ é definido por

$$d(i) = \min \deg \{ |d / dz | T(C_1 \dots C_k, Z, D) \} "$$

onde

$$Z = 1$$

$$C_1 = 0, \dots, C_i = 1, \dots, C_k = 0$$

$T(.)$ é a função de transferência para códigos TCM invariante no tempo ou a função de transferência dinâmica para códigos TCM periodicamente variante no tempo

Z é um erro de codificação

D é a função de Bathacharyya

C_i 's são funções distorções tais que

$C_i = 0$ se o i -ésimo dígito de informação transmitido e decodificado são iguais e

$C_i = 1$ caso contrário para $1 \leq i \leq k$

Quando o vetor $d(C)$ possui componentes não mutuamente iguais o código é dito LUEP.

Vale para a função de transferência dos códigos TCM invariantes e variantes no tempo a mesma observação quanto à troca dos valores de distância de Hamming para distância euclidiana entre os pontos da constelação associada aos ramos da treliça que representa o código TCM. As expressões são exatamente as mesmas do Capítulo 1 (equações 1.15 e 1.21) sendo os valores das distâncias referentes à distância euclidiana.

Cabe aqui observar que o cálculo de $T(.)$ e da proteção individual de cada bit no caso de códigos TCM assume proporções inaceitáveis quando o número de estados e

transições paralelas cresce . Não faz parte deste trabalho apresentar resultados de proteção individual de bits para cada um dos códigos TCM periodicamente variante no tempo encontrados , mas sim analisar e discutir como ocorre a proteção na palavra transmitida .

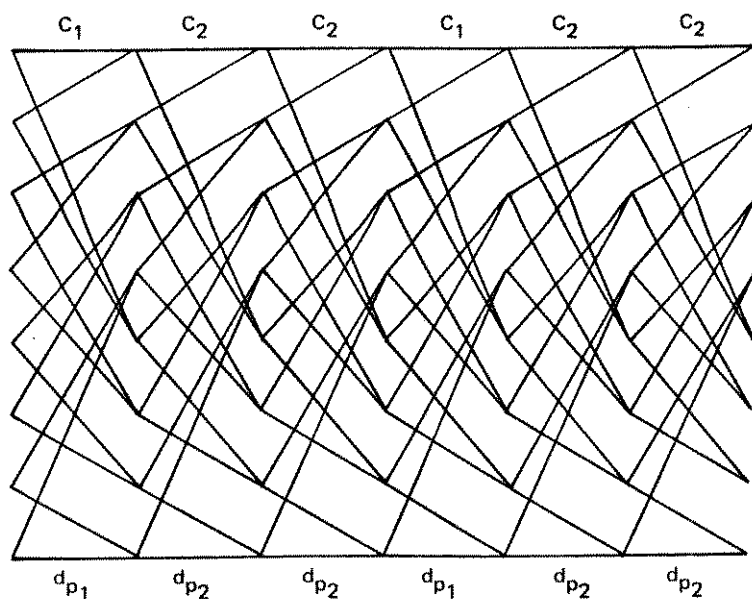
Com os resultados das combinações de códigos TCM invariante no tempo verifica-se que a distância mínima dos códigos TCM periodicamente variantes no tempo resultantes é sempre maior ou igual à menor distância mínima encontrada entre os códigos invariante no tempo que lhes dão origem .Assim,

DEFINIÇÃO 4.7.2- " O nível de proteção de um quadro de transições de um código TCM periodicamente variante no tempo é igual ao nível de proteção do código TCM invariante no tempo associado a este quadro. "

Seja

d_{pi} o vetor código de distorção média associado ao código C_i , onde i refere-se ao código TCM invariante no tempo

Chamando a proteção de cada quadro de transições de proteção de mensagens , pela Figura 4.19 pode-se observar que :



C_1, C_2 = Códigos TCM i.t.

d_{p1}, d_{p2} = vetores de distorção média associados a C_1 e C_2

$d_{p1} > d_{p2}$

Figura 4.19 - Proteção a cada quadro de transições da treliça

Ao formar um código TCM periodicamente variante no tempo a partir de códigos TCM invariantes no tempo, estes podem apresentar proteção diferente às mensagens. O código resultante apresentará proteção desigual de mensagens, isto é, será da classe LUEP. A simplificação para análise da proteção de conjuntos de bits (mensagens) ao invés de proteção individual de bits se faz justamente para evitar o processamento de distâncias de cada uma das transições paralelas da treliça do código resultante.

Conclui-se então que em um código TCM periodicamente variante no tempo a proteção desigual ocorre

entre conjuntos de bits associados aos seus diferentes códigos TCM invariantes no tempo. Aumentando-se a periodicidade de um destes códigos amplia-se na mesma proporção o número de conjuntos de bits que possuirão proteção mínima idêntica. Associando a proteção de conjunto de bits à distância mínima de um código TCM temos que :

DEFINIÇÃO 4.7.3 - " A proteção mínima dos conjuntos de bits de um código TCM periodicamente variante no tempo é o limitante inferior das proteções de conjuntos de bits dos códigos TCM invariante no tempo que lhes dão origem ."

Através desta definição sabe-se exatamente qual a proteção mínima que cada grupo de bits terá ao ser transmitido .

No código TCM periodicamente variante no tempo ajustando-se o início da transmissão da palavra código ao quadro de transições de proteção $dp1$ garante-se ao primeiro conjunto de bits da palavra esta proteção mínima . Os demais conjuntos subsequentes apresentarão proteções mínimas definidas pelos quadros de transições subsequentes . Da Figura 4.20 temos que, no código resultante da combinação dos códigos $C1$ e $C2$, os x primeiros bits têm proteção mínima $dp1$ e os y subsequentes a proteção $dp2$.

As proteções dos conjuntos de bits associados a cada quadro de transições na treliça passam a ser relacionadas com a distância mínima do código e em todos os bits supõe-se proteção idêntica igual a mínima .

EXEMPLO 4.7.1 :

Na Figura 4.20 considerando o primeiro quadro de transições como o referente a um código TCM invariante no tempo, configuração A , mapeado em 16-QAM , e o segundo quadro de transições como referente a código TCM invariante no tempo , configuração A mapeada em 16 PSK , os valores de d_{p1} e d_{p2} são 1.6 e 1.476 respectivamente conforme a Tabela 4.1. Desta forma, para cada três bits de informação sendo codificados ,dependendo de seu posicionamento na seqüência de três bits de informação teremos proteções iguais a 1.6 e 1.476 respectivamente.A interpretação do fator de proteção de mensagens de um código TCM variante no tempo do exemplo é que o grupo de três bits de informação ao ser codificado possuirá no mínimo um fator de proteção igual a 1.476.

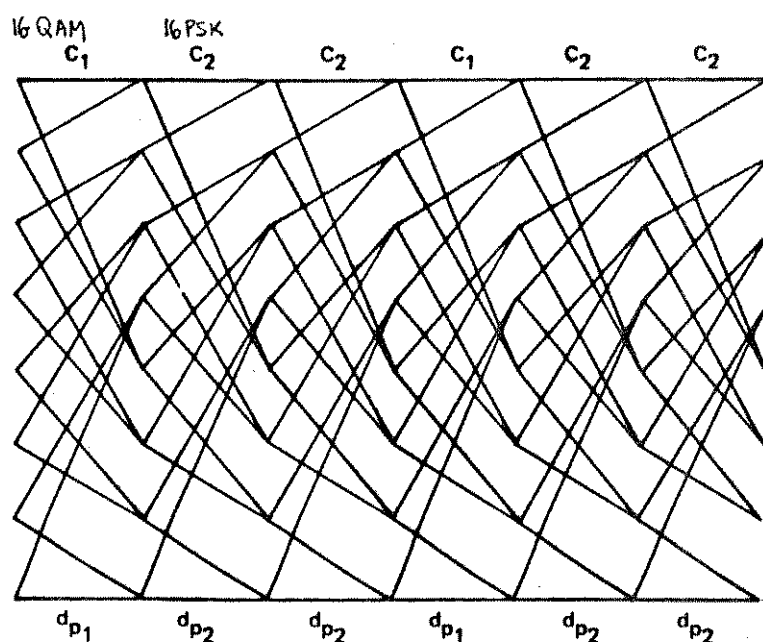


Figura 4.20 - Exemplo 4.7.1

CAPITULO 5

CONCLUSÕES

5.1 - Comentários

Uma descrição sucinta da evolução dos sistemas de comunicação até os sistemas combinados codificação/modulação; as noções básicas destes sistemas através de modelos; os parâmetros e critérios de avaliação de desempenho empregados na comparação dos diversos sistemas, fazem parte do Capítulo 1 deste trabalho. Nesta introdução são apresentados os motivos que nos levaram a propor como objeto de estudos os códigos TCM periodicamente variantes no tempo.

Basicamente a estrutura de um código TCM é determinada pelo processo de codificação convolucional. Uma descrição deste processo e das principais características dos códigos convolucionais invariantes e variantes no tempo se fez portanto necessária. Por este motivo, apresentamos no Capítulo 2 uma revisão de códigos convolucionais, descrevendo os processos de codificação e a decodificação convolucional através do Algoritmo de Viterbi.

Através de combinações periódicas de códigos TCM invariantes no tempo obtivemos os códigos TCM periodicamente variantes no tempo apresentados no Capítulo 4. A estrutura dos códigos TCM invariantes no tempo, os processos de codificação e decodificação, e suas principais características são apresentados no Capítulo 3.

Além de algumas contribuições apresentadas nos capítulos anteriores, iremos a seguir resumir os aspectos importantes do

Capítulo 4.

Os códigos TCM periodicamente variantes no tempo podem ser obtidos a partir dos TCM invariantes no tempo através do entrelaçamento das treliças destes mesmos códigos. Existem quatro maneiras distintas de se analisar o desempenho de sistemas combinados. Neste trabalho somente três foram consideradas, a saber :

- 4.a. Mantem-se uma constelação fixa e alternam-se treliças diferentes.
- 4.b. Mantem-se uma treliça fixa e alternam-se constelações diferentes.
- 4.c. Alternam-se constelações e treliças. Cada treliça corresponde a uma constelação diferente.

Os estudos realizados sob essas três condições se relacionam com um caso específico de taxa $R=3/4$, número de memórias igual a três, duas estruturas de treliça e quatro constelações.

As combinações dos códigos TCM invariante no tempo que resultam em códigos TCM periodicamente variante no tempo obedecem neste trabalho às duas condições descritas abaixo :

- 4.1. O número de estados das estruturas de treliças a serem combinadas devem ser iguais.
- 4.2. Uma sequência de entrada qualquer deve proporcionar ao mesmo tempo a mesma sequência de estado nas diferentes treliças que compõem o código TCM periodicamente variante no tempo

Estas mesmas combinações devem ser realizadas de modo a evitar configurações que resultem em códigos catastróficos.

TCM periodicamente variantes no tempo encontrados são limitados pelos ganhos dos códigos TCM invariantes no tempo dos quais aqueles se originam. As tabelas comparativas apresentadas no Capítulo 4 atestam esta afirmação. Em relação às variações de ganho entre códigos resultantes e os códigos TCM invariantes no tempo que os compõem, as combinações de maior interesse foram aquelas que apresentaram os menores valores em relação à ambos os códigos componentes invariantes e/ou pequenas perdas em relação a um dos códigos. Isto sugere aplicações de códigos TCM periodicamente variante no tempo em comunicações que exigem alta privacidade sem grandes perdas no ganho em relação àquelas que utilizam códigos invariante no tempo (vide seção 4.7). Verificou-se, sem grandes surpresas, que o ganho do código resultante tende a convergir para o valor do ganho do código TCM invariante no tempo de maior periodicidade.

Os códigos obtidos neste trabalho resultam das combinações dos códigos ótimos invariantes no tempo. Com isto otimizou-se o intervalo de variações de ganho de codificação. Não foram encontrados códigos periodicamente variante no tempo melhores que os invariante no tempo em termos de ganho assintótico de codificação, mas não se pode afirmar sobre a existência ou não de melhores códigos sem a determinação de limitantes superiores e inferiores da distância mínima.

Na formação dos códigos periodicamente variantes no tempo encontrados foram utilizados somente códigos TCM invariante no tempo superlineares; isto sugere que os códigos resultantes também o sejam. Como estes códigos foram obtidos a partir da combinação de códigos invariantes no tempo segundo os

proteção de bits definidos .

c. Aplicações de códigos TCM LUEP

- Algoritmos para busca de códigos ótimos TCM variantes no tempo
- Aplicações de códigos TCM variantes no tempo em criptografia
- Comparação de códigos TCM periodicamente variantes no tempo com códigos multidimensionais
- Modificações no algoritmo proposto neste trabalho para cálculo de maior número de combinações de treliça/constelação ou para busca de códigos ótimos TCM periodicamente variantes no tempo .

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Lin, Shu ; Costello, D.J. Jr : Error Control Coding- Fundamentals and Applications - Prentice-Hall 1983
- [2] Peterson, W.W.; Weldon, E.S. : Error-Correcting Codes - The M.I.T. Press, Cambridge, Mass, U.S.A. 1972
- [3] Forney, G.D. Jr : Convolutional Codes I : Algebraic Structure - IEEE Trans. on Inf. Theory , vol. IT-16, November 1970 , p.720
- [4] Wozencraft, J.M.; Jacobs, I.M. : Principles of Communication Engineering - New York, Wiley, 1965
- [5] Viterbi, A.J.; Omura, J.K.: Principles of Digital Communication and Coding - McGraw Hill Kogakusha, LTD , 1979
- [6] Forney, G.D. Jr : The Viterbi Algorithm; IEEE Proc.; March 1976, p.268
- [7] Ungerboeck, G.: Channel Coding with Multilevel/phase Signal - IEEE Trans. on Inf. Theory, vol. IT-28, January 1982, p.55
- [8] Ungerboeck, G. : Trellis-Codes Modulation with Redundant Signals Sets. Part I: Introduction, Part II: State of the Art- IEEE Communications Magazine, vol.25, n 2, p.5, February 1987
- [9] Forney, G.D. Jr ; Gallager, R.G ; Lang, G.R.; Longstaff, F.M.; Qureshi, S.U.; Efficient Modulation for Band-limited Channels - IEEE Journal on Selected Areas in Comm., vol. SAC-2, n 5, September 1984
- [10] Marsan, M.A.; Albertengo, G.; Benedetto, S.; Giachin, E.: Theoretical Aspects and Performance Evaluation of Channel Encoding with Redundant Modulator Alphabets - Proc. GLOBECOM 84 , Atlanta, U.S.A., November 1984 , p.688

- [11] Biglieri, E.: High Level Modulation and Coding for Nonlinear Satellite Channels - IEEE Trans.on Comm., vol.COM-32, May 1984 ,p.616
- [12] Palazzo, R.Jr: Analysis of Periodic Linear and Nonlinear Trellis Codes - Ph.D.dissertation, University of California, Los Angeles ,1984
- [13] Markmann, I.: Esquemas de Modulação codificada em três e quatro dimensões - Tese de Mestrado, Unicamp - Campinas 1987
- [14] Palazzo, R.Jr: On the Linear Unequal Error Protection Codes - IEEE Global Telecommunications Conference, December 1-4, 1986
- [15] Massey, J.L.: Coding and Modulation in Digital Communications - Proc. 1974 Int.Zurich Seminar Digital Comm.;Switzerland, March 1974, p.E2(1)
- [16] Masnik, B. : Wolf, J.K. : On the Linear Unequal Error Protection Codes - IEEE Trans. on Inf.Theory, vol.IT-13, October 1967, p.600
- [17] Boyarinov, I.M.: Katsman, G.L. : Linear Unequal Error Protection Codes - IEEE Trans.on Inf.Theory, vol.IT-27, March 1981, p.168
- [18] - Linear Unequal Error Protection Codes from Shorter Codes - IEEE Trans. on Inf.Theory, vol.IT-30, May 1984, p.544
- [19] Dunning, L.A.; Robbins, W.E.: Optimal Encodings of Linear Block Codes for Unequal Error Protection - Information Control , vol.37, 1978, p.150
- [20] Conway, J.H.; Sloane J.A.: Voronoi Regions of Lattices, second moments of polytopes, and quantization -IEEE Trans.on

Inf.Theory, vol.IT-28, 1982, p.211

- [21] Thomas, C.M.; Weidner, M.Y.; Durrani, S.H.: Digital Amplitude Phase keying with M-ary Alphabets - IEEE Trans.Comm., vol.COM-22, n 2, p.168
- [22] Padovani, R.; Wolf, J.K.: Coded Phase/Frequency Modulation - IEEE Trans.Comm., vol.COM-34, n 5, May 1986, p.446
- [23] Divsalar, D.; Yuen, J.H.: Asymetric MPSK for Trellis Codes - IEEE Trans.Comm., vol.COM-34, n 5, May 1986, p.446
- [24] Divsalar, D.; Simon, M.K.; Yuen, J.H.: Trellis Coding with Asymetric Modulations - IEEE Trans.Comm., vol.COM-35, n 2, February 1987, p.130
- [25] Shanmugam, K.S.: Digital and Analog Communication Systems - Wiley ,1979
- [26] Sayegh, S.I. : A Class os Optimun Block Codes in the Signal Space - IEEE Trans.Comm., Vol.COM-34, n 10, October 1986, p.1043
- [27] Mooser, M. : Some periodic Convolutional Codes better than any Fixed Code - IEEE Trans. on Inf.Theory , vol.IT-29 , September 1983, p.750
- [28] Shannon, C.E. : " A Mathematical Theory of Communication", Bell Sys.Tech.J., vol-27, October 1948 .
- [29] Campopiano, C. N. ; Glazer, B. G. : A coherent Digital Amplitude and Phase Modulation Scheme - IRE Trans. on Comm. Syst., March 1962 , p.90-95 .