

defendida por Silvino Soares Corrêa

Julgadora em 18 / 08 / 94

Basilio E. A. Milani
Orientador

DT

Universidade Estadual de Campinas
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA
DEPARTAMENTO DE TELEMÁTICA



Estimação Estática de Estado em Sistemas de Energia Elétrica Utilizando Fatoração Ortogonal QR

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica da Universidade Estadual de Campinas, como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

por

Silvino Soares Corrêa n.º/817
Engenheiro Eletricista - UFMT

em 18 de agosto de 1994 perante a banca examinadora

Concedido de Almeida

Prof. Dr. Basílio E. A. <u>Milani</u> <i>[assinatura]</i>	- Orientador
Prof. Dr. João Frederico Meyer	- IMECC-UNICAMP
Prof. Dr. Carlos A. F. Murari	- FEE-UNICAMP

*A
Maria,
Vânia e
Yolanda*

Agradecimentos

Ao Prof. Dr. Basílio, pela proposta deste trabalho, pela atenção e orientação, pelo estímulo;

Ao amigo Guilherme, pelo empréstimo da impressora, pelo apoio e estímulo constante;

A Ana Maria pela amizade e freqüente correspondência me incentivando;

A UFMT e ETFMT pela liberação para fazer este curso de pós-graduação;

A CAPES pelo apoio financeiro;

A UNICAMP e aos seus funcionários principalmente da FEE/DT que proporcionaram a infra-estrutura necessária para o desenvolvimento deste trabalho;

A todos aqueles, que de uma forma ou outra, contribuíram para a realização deste trabalho;

Obrigado.

Resumo

Este trabalho trata de aspectos computacionais do problema de estimação estática de estado e processamento de erros grosseiros, em sistemas de energia elétrica, utilizando a técnica de mínimos quadrados ponderados não linear. São apresentados e analisados, sumariamente, os métodos do tipo Newton modificado para solução do problema de mínimos quadrados não linear. Para solução da seqüência de problemas de mínimos quadrados lineares gerada pelo método de Newton modificado, são apresentados e analisados os métodos de equações normais, equações normais híbrido e fatoração ortogonal QR. Para obtenção da fatoração QR nos métodos das equações normais híbrido e fatoração ortogonal QR, são apresentados e discutidos algoritmos utilizando rotações de Givens. São apresentados resultados comparativos da precisão esperada dos algoritmos analisados juntamente com estimativas do esforço computacional requerido - FLOPS. Para processamento de erros grosseiros são apresentados e analisados algoritmos para detecção de erros utilizando teste de qui-quadrado, identificação de erro utilizando resíduos normalizados e eliminação de erros fazendo a atualização das matrizes das equações normais e fatoração QR. São propostos algoritmos, compatíveis com os métodos das equações normais híbrido e fatoração ortogonal QR, para cálculo dos resíduos normalizados utilizando a matriz R e atualização dos fatores QR utilizando rotações de Givens convencionais.

Abstract

This work is concerned with computational aspects of the problem of static state estimation and bad data processing, in electrical power systems, using the nonlinear weighted least-squares technique. Modified Newton type methods, for solution of the nonlinear least-squares problem, are briefly presented and analysed. For solution of the sequence of linear least-squares problems, produced by modified Newton methods, the methods normal equations, hybrid normal equations and orthogonal QR factorization are presented and analysed. Algorithms using Givens rotations, for computation of QR factors in the methods hybrid normal equations and orthogonal QR factorization are presented and discussed. Comparative results are presented concerning the expected precision of the analysed algorithms together with estimates of their required computational effort - FLOPS. For bad data processing, and analysed some algorithms for error detection using chi-square test, error identification using normalized residues and error elimination by updating the pertinent matrices of the normal equations and QR factorization are presented. Algorithms, compatible with the methods hybrid normal equations and orthogonal QR factorization, for computation of normalized residues using the R matrix and for updating QR factors using conventional Givens rotations are proposed.

Conteúdo

1	Introdução	1
2	Estimação de Estado por Mínimos Quadrados em Sistemas de Energia Elétrica	3
2.1	Introdução	3
2.2	Definição do Problema	3
2.3	Solução do Problema de Mínimos Quadrados Não Linear	5
2.4	Solução do Problema de Mínimos Quadrados Linear	7
2.4.1	Equações Normais	8
2.4.2	Fatoração Ortogonal	10
2.5	Exemplos Numéricos	13
2.6	Conclusão	17
3	Processamento de Erros Grosseiros	19
3.1	Detecção	19
3.2	Identificação de Medidas com Erros Grosseiros	20
3.3	Eliminação do Erro Grosseiro	23
3.3.1	Atualização de \tilde{G}	23
3.3.2	Atualização de \tilde{R} e Q	25
3.4	Exemplos Numéricos	28
3.4.1	Rede 5-barras	29
3.4.2	Rede de 10-barras	31
3.5	Conclusão	35
4	Conclusão Geral	36

A	Apêndice	38
A.1	Fatoração QR Utilizando Matrizes de Rotação de Givens . . .	38
A.2	Exemplos Numéricos	41
A.2.1	Sistema 5-barras	41
A.2.2	Sistema 10-barras	41
A.2.3	Sistema IEEE-30	42

Capítulo 1

Introdução

Uma das funções importantes, desempenhadas pelos centros de controle das companhias de energia elétrica, é processar as medidas vindas de vários pontos de observação e com isso estimar o estado mais provável do sistema, podendo assim fazer operações remotas e um controle mais eficaz.

As medidas vindas dos pontos de observação para o centro de controle via telemedição, podem estar sujeitas a erros além dos considerados normais, inerentes aos equipamentos de medição e transmissão de dados. Esses erros são denominados erros grosseiros e devem ser processados, ou seja: detectados, identificados e retirados do conjunto de medidas (em alguns casos apenas seu efeito é atenuado).

A estimação de estado em sistemas de energia elétrica é, em geral, modelada como um problema de mínimos quadrados ponderados e, para sua solução, normalmente são utilizados métodos baseados nas equações normais de mínimos quadrados. A principal razão para a utilização das equações normais é o relativamente menor custo computacional dos algoritmos nela baseados. O principal inconveniente do uso das equações normais é a sua inadequação no caso de problemas de mínimos quadrados muito mal condicionados [1], [2]. Quando as equações normais são utilizadas, a retirada de erros grosseiros é geralmente feita através do lema de inversão de matrizes [16]. Assim como as equações normais, o lema de inversão de matrizes não é adequado para problemas de mínimos quadrados muito mal condicionados [1].

Para resolver problemas de mínimos quadrados muito mal condicionados, em geral são utilizados fatoração ortogonal QR [1]. No caso específico da estimação de estados em sistemas de energia elétrica, associado aos métodos utilizando fatoração QR existe uma preocupação/temor de elevados custos computacionais em termos de memória e o número de operações requeridos [3], [4].

Este trabalho visa a apresentar e a discutir, em termos de precisão dos resultados e esforço computacional, os métodos para solução do problema de estimação estática em sistemas de energia elétrica através de mínimos quadrados ponderados, juntamente com os métodos para processamento de erros grosseiros. Será dada ênfase especial aos métodos baseados em fatoração QR, utilizando transformações ortogonais de Givens.

O trabalho é organizado da seguinte forma:

Capítulo 2: O problema de estimação de estado em sistemas de energia elétrica através de mínimos quadrados ponderados é definido. Para solução do problema de mínimos quadrados não linear são apresentados e discutidos, de forma sumária, os métodos de Newton e Newton Modificado. Para solução do problema de mínimos quadrados linear apresenta-se e discute-se, em termos de precisão dos resultados e esforço computacional, os seguintes métodos: equações normais, equações normais híbrido e fatoração QR.

Capítulo 3: Trata do problema de processamento de erros grosseiros. São apresentados os métodos de detecção e identificação de erros grosseiros baseados no teste de χ^2 (qui-quadrado) e resíduos normalizados [15]. Para cálculo dos resíduos normalizados é proposto um método, utilizando a matriz R dos métodos das equações normais híbrido e fatoração ortogonal QR. Para eliminação dos erros grosseiros é apresentado sumariamente um método utilizando o lema de inversão de matrizes, compatível com as equações normais [16] e em particular é proposto um método utilizando transformações de Givens, compatível com os métodos das equações normais híbrido e fatoração QR.

Capítulo 4: Expõem-se as conclusões finais e perspectivas de continuidade dos trabalhos.

Capítulo 2

Estimação de Estado por Mínimos Quadrados em Sistemas de Energia Elétrica

2.1 Introdução

O objetivo do estimador de estado em sistemas de energia elétrica é determinar o estado do sistema a partir de medidas disponíveis e o conhecimento da configuração do sistema. O estado corresponde às magnitudes e aos ângulos das tensões em cada barra. Na prática, contudo, somente algumas variáveis de estado podem ser medidas e as outras remanescentes tem de ser estimadas a partir de outras medidas tais como: injeção de potência ativa e reativa nas barras, fluxo de potência ativa e reativa nas linhas e nos transformadores. Neste capítulo, nós apresentamos o problema da estimação de estado modelado como um problema de Mínimos Quadrados Ponderados e analisamos técnicas para resolvê-lo, baseadas nas Equações Normais e Fatoração Ortogonal.

2.2 Definição do Problema

A relação entre as quantidades medidas e as variáveis de estado do sistema de energia elétrica é dada pelas equações não-lineares descritas a seguir [18]:

$$P_k = V_k \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km})$$

$$Q_k = V_k \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km})$$

$$P_{km} = (a_{km} V_k)^2 g_{km} - (a_{km} V_k) V_m g_{km} \cos(\theta_{km} + \varphi_{km}) - (a_{km} V_k) V_m b_{km} \sin(\theta_{km} + \varphi_{km})$$

$$Q_{km} = -(a_{km} V_k)^2 (b_{km} - b_{km}^{sh}) + (a_{km} V_k) V_m b_{km} \cos(\theta_{km} + \varphi_{km}) - (a_{km} V_k) V_m g_{km} \sin(\theta_{km} + \varphi_{km})$$

$$V_k = V_k$$

onde:

P_k - injeção de potência ativa no nó k ;

Q_k - injeção de potência reativa no nó k ;

P_{km} - fluxo de potência ativa do nó k para o m ;

Q_{km} - fluxo de potência reativa do nó k para o m ;

V_k, V_m - magnitude da tensão no nó k ou m ;

θ_k, θ_m - ângulo da tensão no nó k ou m ;

$\theta_{km} = \theta_k - \theta_m$; abertura angular entre nós k e m ;

a_{km} - relação entre as magnitudes das tensões dos nós terminais k e m ;

g_{km} - magnitude da condutância do nó k para o m ;

b_{km} - magnitude da susceptância do nó k para o m ;

b_{km}^{sh} - magnitude da susceptância *shunt* relacionada com a ligação $k - m$;

Ω_k - conjunto das barras vizinhas à barra k ;

K - conjunto de todas as barras adjacentes à barra k , incluindo ela própria, ou seja: $\Omega_k \cup \{k\}$;

$G_{km}; B_{km}$ - são componentes das matrizes G, B que correspondem respectivamente à parte real e imaginária da matriz de admitância $Y = G + jB$ cujos componentes são dados por:

$$Y_{km} = -a_{km} e^{-j\varphi_{km}} y_{km}$$

$$Y_{kk} = j b_k^{sh} + \sum_{m \in \Omega_k} (j b_{km}^{sh} + a_{km}^2 y_{km})$$

onde:

b_k^{sh} - susceptância *shunt* ligada à barra k ;

φ_{km} - ângulo introduzido pelo defasador no ramo $k - m$;

Estas equações podem ser representadas de forma compacta por:

$$z = h(x) + w \quad (2.1)$$

onde

z - vetor das medidas ($m \times 1$);

x - vetor do estado verdadeiro ($n \times 1$), com

n_b magnitudes de tensão V_k e

$n_b - 1$ ângulos de tensão θ_k ;

$h(\cdot)$ - vetor de funções não-lineares ($m \times 1$);

w - vetor dos erros de medidas;

m - número de medidas;

n - número de variáveis de estado;

$$n = 2n_b - 1$$

n_b - número de nós ou barras;

Assumindo que as componentes do vetor w são variáveis aleatórias independentes, com média zero, o estado estimado \hat{x} é determinado de forma não polarizada, minimizando o índice de desempenho correspondente à norma euclidiana ponderada:

$$J(x) = [z - h(x)]^t W [z - h(x)] \quad (2.2)$$

onde W é uma matriz diagonal ($m \times m$) de ponderações dada pela inversa da matriz de covariância dos erros de medidas. Isto corresponde a um problema de mínimos quadrados não-linear, cuja solução é analisada a seguir.

2.3 Solução do Problema de Mínimos Quadrados Não Linear

Para solução do problema de minimização (2.1), (2.2), são utilizados métodos iterativos de descida com a seguinte forma geral

$$x_{k+1} = x_k + \Delta x \quad (2.3)$$

com Δx obtido do seguinte problema de mínimos quadrados lineares

$$\min_{\Delta x} J(\Delta x) = [\tilde{z} - \tilde{H}\Delta x]^t W [\tilde{z} - \tilde{H}\Delta x] \quad (2.4)$$

$$\tilde{z} = z - h(x_k) \quad (2.5)$$

onde \tilde{H} é uma matriz de dimensões $(m \times n)$ relacionada com a matriz Jacobiana de $h(x)$.

O processo de descida é geralmente inicializado com x_0 contendo valores de tensão $V=1$ pu e ângulos $\theta = 0^\circ$. Com esta inicialização, apesar da não convexidade de $j(x)$ (2.2), é bem conhecido que o processo de descida converge para o ponto de ótimo global [18].

Assumindo $H(x_k)$ a matriz Jacobiana de $h(x)$ no ponto x_k , \tilde{H} em geral é escolhido de acordo com as seguintes variantes:

- Método de Newton:

$$\tilde{H} = H(x_k)$$

- Método de Newton Modificado:

$$\tilde{H} = H(x_0)$$

- Método de Newton Modificado Desacoplado [7], [17]:

$$H = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix}$$

$$\tilde{H} = \begin{bmatrix} H_{11} & 0 \\ 0 & H_{22} \end{bmatrix}$$

H_{11} - parte da matriz Jacobiana correspondente às derivadas parciais das medidas de potências ativas relativas aos ângulos θ

H_{22} - parte da matriz Jacobiana correspondente às derivadas parciais das medidas reativas relativas à tensão V .

Os métodos do tipo Newton Modificado indicados acima tem por principal característica o cálculo da matriz Jacobiana apenas uma vez, no início

do processo de descida. Isto reduz consideravelmente o esforço computacional requerido, não só por evitar o cálculo repetido da matriz Jacobiana, mas, principalmente por facilitar o inevitável cálculo repetido do problema de mínimos quadrados linear (2.4), (2.5). Em contrapartida, esses métodos requerem um número de iterações maior para obtenção da solução do problema. Na prática, tem sido verificado que o menor esforço computacional por passo tem compensado a menor razão de convergência, fazendo que as variantes correspondentes aos métodos do tipo Newton Modificado sejam globalmente mais eficientes que o método clássico de Newton [7], [17].

Para uma dada tolerância de convergência do processo iterativo (2.3), (2.4), (2.5), a eficiência computacional e a precisão da solução do problema de mínimos quadrados não linear (2.2) dependem, fundamentalmente, da eficiência computacional e precisão da solução repetitiva do problema de mínimos quadrados lineares (2.4), (2.5).

2.4 Solução do Problema de Mínimos Quadrados Linear

O problema de mínimos quadrados (2.4), (2.5) pode ser reescrito na seguinte forma matricial

$$\min_{\Delta x} J(\Delta x) = \|\sqrt{W}(\tilde{H}\Delta x - \tilde{z})\|_2 \quad (2.6)$$

onde $\|\cdot\|_2$ representa o quadrado da norma euclidiana de um vetor. É bem conhecido [5], [2], que a precisão da solução deste problema depende do número condição da matriz $\sqrt{W}\tilde{H}$ dado por:

$$G = \tilde{H}^t W \tilde{H} \quad (2.7)$$

$$\text{cond}(\sqrt{W}\tilde{H}) = \sqrt{\frac{\lambda(G)_{max}}{\lambda(G)_{min}}} \quad (2.8)$$

onde $\lambda(G)_{max}$ e $\lambda(G)_{min}$ representam, respectivamente, o maior e o menor autovalores de G .

Os principais métodos conhecidos para solução do problema de mínimos quadrados linear são apresentados e discutidos a seguir.

2.4.1 Equações Normais

O método das Equações Normais resolve o problema (2.6) impondo a condição $\nabla J(\Delta x) = 0$, o que resulta no sistema de equações:

$$\tilde{G}\Delta x = \tilde{H}^t W \tilde{z} \quad (2.9)$$

$$\tilde{G} = \tilde{H}^t W \tilde{H} \quad (2.10)$$

A matriz \tilde{G} é chamada de matriz ganho, sendo simétrica e definida positiva quando \tilde{H} tem posto completo.

A solução da equação (2.9), (2.10) é geralmente feita através da fatoração de Cholesky da matriz \tilde{G}

$$\tilde{G} = \tilde{R}^t \tilde{R} \quad (2.11)$$

e solução dos sistemas de equações triangulares.

$$\tilde{R}y = \tilde{H}^t W \tilde{z} \quad (2.12)$$

$$\tilde{R}\Delta x = y \quad (2.13)$$

Para a obtenção da fatoração de Cholesky de \tilde{G} , existem técnicas bem estabelecidas, explorando a esparsidade da matriz \tilde{H} de forma a obter matrizes \tilde{R} com o máximo de esparsidade[9], [8]

Nos métodos de solução do tipo Newton Modificado, a fatoração (2.11) é feita apenas uma vez no início do processo de otimização.

O principal inconveniente do método das equações normais é a precisão da solução do sistema de equações (2.9), que depende, principalmente, do número condição da matriz \tilde{G} . É fácil verificar que

$$\text{cond}(\tilde{G}) = [\text{cond}(\sqrt{W} \tilde{H})]^2 \quad (2.14)$$

ou seja, o quadrado do condicionamento original do problema de mínimos quadrados (2.6). Este agravamento do condicionamento do problema pode levar a resultados insatisfatórios em problemas de mínimos quadrados mal condicionados [1], [2].

Para contornar esse problema, em [2] é proposto um método chamado de híbrido, que evita a construção explícita da matriz \hat{G} , obtendo diretamente o fator triangular \tilde{R} através da fatoração ortogonal

$$Q\sqrt{W}\tilde{H} = \begin{bmatrix} \tilde{R} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Conforme mostrado em [2], a matriz ortogonal Q não é construída explicitamente e nem armazenada. \tilde{R} é obtido através de uma seqüência de matrizes de rotação de Givens aplicadas à matriz $\sqrt{W}\tilde{H}$. A esparsidade de \tilde{R} é influenciada pela ordenação das colunas de \tilde{H} . Para uma matriz \tilde{H} com uma dada ordenação de colunas, o número de rotações de Givens, e portanto o esforço computacional requerido pela fatoração (2.15), são influenciados pela ordenação das linhas de \tilde{H} . Visando a obter um compromisso entre a esparsidade de \tilde{R} e o esforço computacional para essa obtenção, em [2] é proposto um método heurístico de ordenação conjunta das linhas e colunas de \tilde{H} .

A precisão dos resultados obtidos com o método híbrido depende da precisão com que a seqüência de dois sistemas lineares (2.12), (2.13) pode ser resolvida. Individualmente, a precisão da solução de cada um dos sistemas de equações depende de $\text{cond}(\tilde{R})$. Assim sendo, a solução seqüencial dos dois sistemas resultará em [6]:

$$\text{cond}(\tilde{R}) \leq C_H < [\text{cond}(\tilde{R})]^2$$

onde C_H representa o “condicionamento” do problema de solução seqüencial dos dois sistemas de equações (2.12), (2.13). Sendo Q uma matriz ortogonal, é fácil verificar de (2.15), que

$$\text{cond}(\tilde{R}) = \text{cond}(\sqrt{W}\tilde{H})$$

Dessa forma, temos

$$\text{cond}(\sqrt{W}\tilde{H}) \leq C_H < [\text{cond}(\sqrt{W}\tilde{H})]^2 \quad (2.16)$$

Utilizando significativos experimentos numéricos, em [2] é mostrado que o método híbrido oferece resultados numéricos de qualidade muito superior aos oferecidos pelo método tradicional de equações normais, com a matriz G construída explicitamente. Além disso, é mostrado também que o custo computacional requerido pela fatoração ortogonal (2.15) é viável para os sistemas de grande porte encontrados na prática.

2.4.2 Fatoração Ortogonal

O método da fatoração ortogonal consiste em utilizar uma transformação ortogonal Q colocando o problema de minimização (2.6) na seguinte forma:

$$\min_{\Delta x} J(\Delta x) = \|Q\sqrt{W}(\tilde{H}\Delta x - \tilde{z})\|_2 \quad (2.17)$$

onde a matriz Q é calculada de modo a colocar a matriz $\sqrt{W}\tilde{H}$ na forma triangular superior

$$Q\sqrt{W}\tilde{H} = \begin{bmatrix} \tilde{R} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

com a matriz \tilde{R} de dimensões $(n \times n)$, não singular e estrutura triangular superior. É bem conhecido que a transformação Q não altera o valor da norma euclidiana (2.6) e, devido à estrutura das matrizes em (2.17) e (2.18), a solução do problema de mínimos quadrados é obtida do seguinte sistema de equações lineares

$$\tilde{R}\Delta x = (Q\sqrt{W}\tilde{z})_n \quad (2.19)$$

onde $(Q\sqrt{W}\tilde{z})_n$ são os n primeiros componentes do vetor $Q\sqrt{W}\tilde{z}$

Devido à forma triangular superior de \tilde{R} , a solução do sistema (2.19) é obtida facilmente através de substituição regressiva. Para uma mesma matriz \tilde{H} , a estrutura esparsa de \tilde{R} em (2.11) e (2.18) são idênticas, podendo ser maximizada através da ordenação das colunas de \tilde{H} .

A ortogonalidade da matriz Q garante a estabilidade numérica da obtenção de \tilde{R} em (2.18) e $Q\tilde{z}$ em (2.19). A precisão da solução do sistema de equações (2.19) depende do número condição da matriz \tilde{R} . Como Q é uma matriz ortogonal de (2.18) temos

$$\text{cond}(\tilde{R}) = \text{cond}(\sqrt{W}\tilde{H})$$

ou seja, o condicionamento original do problema de mínimos quadrados (2.8) é mantido.

Nos métodos do tipo Newton Modificado, a fatoração (2.18) é feita apenas uma vez no início do processo de otimização e os fatores \tilde{R} e Q armazenados para serem utilizados em (2.19) ao longo do processo iterativo de solução do problema de mínimos quadrados não linear.

As matrizes \tilde{R} e Q podem ser obtidas de forma eficiente e numericamente estável, utilizando uma seqüência de rotações de Givens, conforme indicado no Apêndice A.1. Para economizar a memória requerida pelo seu armazenamento, a matriz Q não deve ser construída de forma explícita. Em seu lugar deve ser armazenada a seqüência de rotações de Givens, construindo-se uma matriz de dimensões $(l \times 4)$, contendo em cada linha os quatro fatores que definem cada uma das rotações de Givens utilizadas para obtenção de Q (ver Apêndice A.1). Desta forma, $Q\sqrt{W}\tilde{z}$ em (2.19) pode ser recalculado em cada iteração, aplicando-se ao vetor $\sqrt{W}\tilde{z}$ a seqüência de rotações de Givens correspondente à matriz Q .

O esforço computacional requerido para a obtenção de \tilde{R} , $Q\sqrt{W}\tilde{z}$ e a quantidade de memória necessária para armazenar a seqüência de rotações de Givens, associada a Q , dependem diretamente do número de rotações de Givens requeridos pela fatoração ortogonal (2.18). O número de rotações de Givens necessário depende do número de elementos em \tilde{H} abaixo da diagonal de \tilde{R} e do número de *fill-in* intermediários, elementos não nulos em \tilde{H} , de duração transitória durante o processo de fatoração.

O temor de um crescimento explosivo do número de rotações de Givens exigidas pela fatoração ortogonal (2.18) e sua conseqüência no esforço computacional e, principalmente memória requeridas desestimulou no passado o uso do método da fatoração ortogonal em sistemas de energia elétrica.[3], [4]

Conforme visto no item anterior, a ordenação de colunas e linhas de \tilde{H} pode levar a um bom compromisso de esparsidade em \tilde{R} e número de rotações de Givens requeridas pela fatoração ortogonal (2.18). Além da técnica de ordenação conjunta proposta em [2], por sua simplicidade, uma alternativa interessante é fazer primeiro a ordenação das colunas de \tilde{H} para maximizar a esparsidade de \tilde{R} e posteriormente, ordenar as linhas de \tilde{H} , visando atenuar o número requerido de rotações de Givens. Algumas formas utilizadas de ordenação de linhas são [10]:

- Ordem crescente de quantidade de elementos na linha;
- Ordem crescente da soma dos índices subscritos das colunas dos elementos não nulos na linha;

- Ordem crescente do máximo índice subscrito da coluna do elemento não nulo na linha;
- Ordem crescente do máximo índice subscrito da coluna com desempate no número mínimo de elementos na linha;
- Ordem crescente do máximo índice subscrito da coluna com desempate na soma dos índices subscritos das colunas dos elementos não nulos na linha;

É interessante notar que em todos esses métodos de ordenação de linhas, a primeira medida a ser processada do conjunto é a medida de tensão, se existente. As medidas de fluxo e injeção de potência são processadas subsequentemente.

Tabela 2.1: Esforço Computacional dos Métodos Híbrido e Fatoração Ortogonal por Iteração

Método Híbrido		
Operação		FLOPS(Mult/Div)
Produto matricial	$H^t W \tilde{z}$	n_h
Sistema	$\tilde{R}^t y = \tilde{H}^t W \tilde{z}$	n_r
Sistema	$\tilde{R} \Delta x = y$	n_r
Total		$n_h + 2n_r$
Fatoração Ortogonal		
Operação		FLOPS(Mult/Div)
Produto matricial	$Q \tilde{z}$	$4n_q$
Sistema	$\tilde{R} \Delta x = Q \tilde{z}$	n_r
Total		$4n_q + n_r$

n_h - número de elementos não nulos em H

n_r - número de elementos não nulos em \tilde{R}

n_q - número de rotações de Givens em Q

Comparando os métodos de Equações Normais Híbrido e Fatoração Ortogonal, temos:

- a precisão dos resultados obtidos pelo método Fatoração Ortogonal é garantidamente superior ou igual a dos resultados do método Híbrido (2.16).
- o esforço computacional por passo do método de otimização não linear, no caso de utilização do método Híbrido, é inferior ao requerido no caso de utilização do método da Fatoração Ortogonal. Uma estimativa desse esforço, utilizando rotações de Givens convencionais, é apresentada na Tabela 2.1. O uso de transformações de Givens especializadas [10] pode reduzir à metade os FLOPS devido ao produto $Q\sqrt{W}\tilde{z}$ na tabela 2.1. Mesmo com essa redução, pode ser verificado que o esforço requerido pelo método da fatoração ortogonal continua maior que o do método das equações normais híbrido.
- a memória requerida pelo método da Fatoração Ortogonal é muito superior à do método Híbrido, devido à necessidade de armazenamento das rotações de Givens correspondentes a Q

2.5 Exemplos Numéricos

Com o objetivo de avaliar e comparar o esforço computacional requerido pelo método Fatoração Ortogonal e método de Equações Normais Híbrido, na estimação de estado de sistemas de energia elétrica, alguns exemplos numéricos serão apresentados nesta seção.

São considerados os seguintes exemplos de sistemas:

- sistema com 5 barras com grau de redundância de medidas 2 [12].
- sistema com 10 barras com grau de redundância de medidas 2 [13].
- sistema IEEE-30 com graus de redundância de medidas 1.5, 2.0, 2.5 [14].

Os dados e valores do estado estimado dos exemplos acima mencionados estão apresentados no Apêndice A.2.

Para avaliação comparativa do esforço computacional (FLOPS), requerido pelos métodos da Fatoração Ortogonal e Equações Normais Híbrido, na

Tabela 2.2 temos os valores obtidos de n_h , n_r , n_q correspondentes à aplicação do método da Fatoração Ortogonal dentro das seguintes condições:

- solução do problema de mínimos quadrados não linear utilizando o método de Newton Modificado com $\tilde{H} = H_0$.
- pré-ordenação das colunas de \tilde{H} , de modo a maximizar a esparsidade de \tilde{R} (Método de George e Liu [9]).
- pré-ordenação das linhas de \tilde{H} em ordem crescente de número de elementos. Isto pode ser obtido sem dificuldade em sistemas de energia elétrica, adotando a seguinte ordem de processamento:
 1. processar as linhas com medidas de tensão
 2. processar as linhas com medidas de fluxo
 3. processar as linhas com medidas de injeção de potência, na ordem crescente do número de barras adjacentes

Como os sistemas tratados não são críticos do ponto de vista do condicionamento numérico, não é esperado, que o método das Equações Normais Híbrido, apresente diferença no valor estimado do estado do sistema e, conseqüentemente, no número de iterações requerido para sua obtenção. Também para os dois métodos, em termos de FLOPS, o esforço requerido para a obtenção de \tilde{R} é o mesmo.

Assim sendo, baseado nos resultados da Tabela 2.1, o esforço requerido em FLOPS por esses dois métodos durante o processo iterativo, corresponde as estimativas apresentadas na Tabela 2.3.

Tabela 2.2: Resultado dos Exemplos Numéricos

n° barras	n° medidas	redundância	n° iterações	n_h	n_r	n_q
5	20	2.0	4	96	45	105
10	40	2.0	5	190	170	321
30	93	1.5	6	326	548	883
30	120	2.0	6	434	586	1356
30	150	2.5	5	552	586	1996

Tabela 2.3: Comparação do Esforço Computacional

n° barras	Redundância	FLOPS/iteração		FLOPS Total	
		Híbrido	Ortogonal	Híbrido	Ortogonal
5	2.0	186	465	744	1860
10	2.0	530	1454	2650	7270
30	1.5	1422	4080	8532	24480
30	2.0	1606	6010	9636	36060
30	2.5	1724	8570	8620	42850

Para uma melhor apreciação de conjunto, nas figuras 2.1 e 2.2, são apresentados esses mesmos resultados em forma de gráficos.

Conforme pode ser visto na figura 2.1 o esforço computacional e sua razão de crescimento com o número de barras, do método da fatoração ortogonal é sempre maior que os do método híbrido.

Na figura 2.2, podemos ver que, com o aumento da redundância, também aumenta progressivamente a diferença entre os esforços computacionais dos métodos da fatoração ortogonal e equações normais híbrido. Com esse comportamento do esforço computacional e a proximidade de C_H com o limite inferior de (2.16), é razoável concluir que a utilização do método da fatoração ortogonal se justifique apenas em situações de condicionamento numérico do problema de mínimos quadrados extremamente adversas.

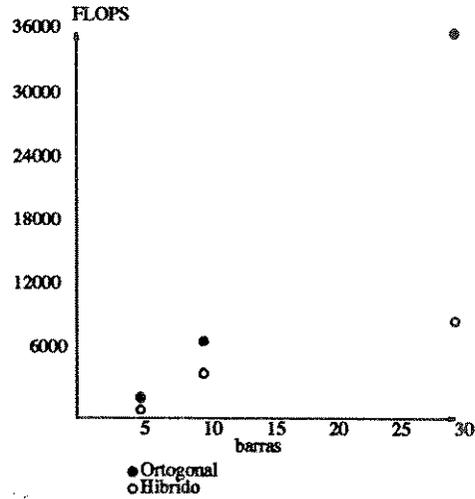


Figura 2.1: Evolução do esforço computacional (FLOPS) em função do n.o de barras (redundância de medidas 2)

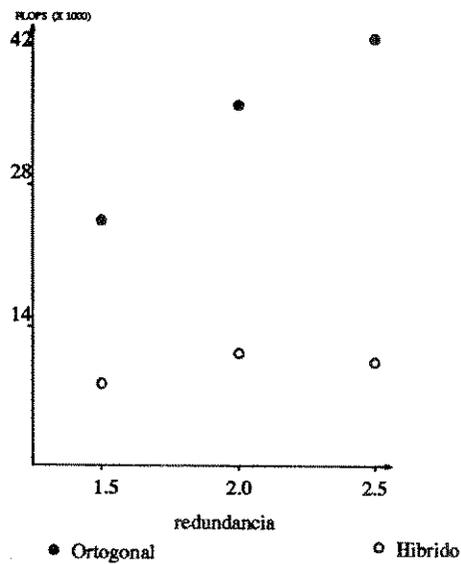


Figura 2.2: Evolução do esforço computacional (FLOPS) em função da redundância de medidas (sistema IEEE-30)

2.6 Conclusão

Neste capítulo foi apresentado e analisado o problema de estimação de estado em sistemas de energia elétrica, modelado como um problema de mínimos quadrados ponderados não linear.

Para solução do problema de mínimos quadrados não linear, foram expostos de forma sumária os métodos iterativos de descida do tipo Newton e Newton modificado, nos quais a solução é obtida através de uma seqüência de problemas de mínimos quadrados ponderados lineares.

Para solução do problema de mínimos quadrados lineares, foram apresentados e discutidos os seguintes métodos: equações normais, equações normais híbrido e fatoração ortogonal.

Do ponto de vista da estabilidade numérica e precisão dos resultados fornecidos, em ordem crescente de preferência temos: equações normais, equações normais híbrido e fatoração ortogonal. Foi mostrado que

$$C = C_Q < C_H \ll C_N = C^2$$

onde C corresponde ao número condição original do problema de mínimos quadrados linear e C_Q , C_H , C_N correspondem ao número condição dos sistemas de equações lineares relacionados, respectivamente, com os métodos da fatoração ortogonal, equações normais híbridos e equações normais.

O esforço computacional em FLOPS requerido pelos métodos da fatoração ortogonal e equações normais híbrido, utilizando rotações de Givens convencionais, foi estimado em função do número de elementos não nulos nas matrizes \tilde{H} , \tilde{R} e do número de rotações de Givens necessários para a obtenção de \tilde{R} . Os resultados obtidos mostram que o número de FLOPS bem como a memória requerida pelo método da fatoração ortogonal são superiores aos requeridos pelo método das equações normais híbrido.

Exemplos numéricos obtidos da literatura, envolvendo sistemas com diferentes números de barras e redundância de medidas, ilustrara o desempenho computacional do método de Newton modificado utilizando os métodos da fatoração ortogonal e equações normais híbrido. Os resultados obtidos mostram que a diferença do número de FLOPS e a razão de crescimento dessa

diferença aumentam progressivamente com o crescimento do número de barras e também com o crescimento da redundância de medidas.

Considerando em conjunto os aspectos de qualidade numérica dos resultados e o esforço computacional envolvido, é razoável concluir pela utilização do método da fatoração ortogonal apenas em problemas muito mal condicionados.

Os resultados apresentados neste capítulo, individualmente, não são originais, mas pretendem, em seu conjunto, apresentar uma visão crítica integrada do processo de solução do problema de mínimos quadrados ponderados, resultante da estimação estática de estado em sistemas de energia elétrica.

Capítulo 3

Processamento de Erros Grosseiros

Para se melhorar a confiabilidade das estimativas de estado obtidas através do método de mínimos quadrados apresentado no capítulo anterior, é necessário eliminar o efeito de erros nas medidas que não satisfazem o modelo estatístico previsto pela teoria de mínimos quadrados. Estes erros são chamados de erros grosseiros e o seu processamento é feito em três etapas: detecção, identificação e eliminação da medida (ou correção do efeito).

3.1 Detecção

Se os erros de medida w forem não correlatos, conforme previsto no modelo de mínimos quadrados, a matriz de ponderações W é diagonal:

$$W = E[ww^t]^{-1} = \text{diag}[1/\sigma_1^2, 1/\sigma_2^2, \dots, 1/\sigma_m^2] \quad (3.1)$$

onde σ_i^2 é a variância da medida i . Logo o índice $J(x)$ (2.2), pode ser escrito como:

$$J(x) = \sum_{i=1}^m \left(\frac{z_i - h_i(x)}{\sigma_i} \right)^2 \quad (3.2)$$

onde z_i e h_i são as componentes i dos vetores z e $h(x)$.

É possível mostrar que se a média dos erros de medida também for nula, o que significa dizer que se não existirem medidas com erros grosseiros, o

índice $J(x)$ calculado para o estado estimado x é uma variável aleatória com distribuição aproximadamente igual à distribuição χ^2 com número de graus de liberdade dado por

$$g_l = m - n \quad (3.3)$$

onde m é o número de medidas e n o número de variáveis de estado.

Como se sabe, uma distribuição χ^2 com g_l graus de liberdade tem média igual a g_l e variância igual a $2g_l$. Se g_l assume valores maiores que 30, a distribuição χ^2 se aproxima de uma distribuição normal com mesmas média e variância. Em sistemas de potência é comum o caso em que $g_l > 30$.

Anteriormente foi mencionado que, se não existirem erros grosseiros, então $J(x)$ tem distribuição χ^2 com g_l graus de liberdade. A detecção de medidas com erros grosseiros será feita testando esta hipótese. Após a convergência do processo iterativo, que fornece o estado estimado \hat{x} , calcula-se $J(\hat{x})$ segundo (2.2) ou (3.2). Dependendo do resultado desta comparação, a hipótese é aceita ou rejeitada. Se,

$$\begin{aligned} J(\hat{x}) > \lambda & \quad \text{rejeita-se a hipótese,} \\ \text{e se} \\ J(\hat{x}) < \lambda & \quad \text{aceita-se a hipótese.} \end{aligned}$$

O valor de λ é determinado, fixando-se a probabilidade p de se tomar a seguinte decisão errada: rejeitar a hipótese e ela ser válida [17].

Dependendo do resultado da detecção, dois caminhos podem ser seguidos: se não existirem erros grosseiros, o processo de estimação de estado está encerrado; se existirem, estes devem ser identificados e eliminados do conjunto de medidas para finalmente se estimar o estado na ausência de erros grosseiros, como será visto a seguir.

3.2 Identificação de Medidas com Erros Grosseiros

O algoritmo geralmente utilizado para identificar as medidas com erros grosseiros é baseado nos resíduos normalizados [15], [16]. O algoritmo só é

aplicável se for detectada a existência de erros grosseiros conforme discutido na seção anterior. É identificada apenas uma medida por vez. Uma vez identificada a medida com erro, seu efeito deve ser eliminado conforme será visto na seção seguinte. No caso de múltiplos erros grosseiros, o processo de detecção, identificação e eliminação deve ser repetido até que não mais sejam detectados erros grosseiros ou o problema de mínimos quadrados se torna singular.

O vetor resíduo r do problema de estimação de estado é

$$r \triangleq z - h(\hat{x}) \quad (3.4)$$

onde \hat{x} é o valor estimado do estado obtido da solução do problema de mínimos quadrados(2.2).

Da teoria de mínimos quadrados é bem conhecido [17] que

$$\text{cov}(r) \approx C_r = W^{-1} - \tilde{H}[\tilde{H}^t W \tilde{H}]^{-1} \tilde{H}^t$$

onde $\text{cov}(\cdot)$ significa matriz de covariância.

O vetor r^N , conhecido na literatura como vetor de resíduos normalizados pode ser obtido da seguinte forma:

$$r^N = D^{-1}r$$

$$D = \sqrt{\text{diag}(C_r)}$$

onde $\text{diag}(C_r)$ é uma matriz de dimensões $(m \times m)$ correspondente à diagonal de C_r .

O método de identificação de medidas, baseado no vetor de erros normalizados [15], assume que a medida com erro grosseiro é a medida i correspondente à componente i de r^N com maior módulo.

Considerando a opção pela utilização dos método de Equações Normais Híbrido ou Fatoração Ortogonal, apresentaremos a seguir uma forma eficiente de obtenção de r^N .

Da seção 2.4.1 (2.15), correspondente ao método de Equações Normais Híbrido e seção 2.4.2 (2.18), correspondente ao método da Fatoração Ortogonal, temos

$$Q\sqrt{W}\tilde{H} = \begin{bmatrix} \tilde{R} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

onde \tilde{R} é uma matriz triangular superior não singular de dimensões $(n \times n)$ e Q é uma matriz Ortogonal. Substituindo (3.5) em (3.2), temos

$$C_r = W^{-1} - \tilde{H}[\tilde{R}^t \tilde{R}]^{-1} \tilde{H}^t \quad (3.6)$$

Como R é uma matriz quadrada e não singular, temos

$$C_r = W^{-1} - Y^t Y \quad (3.7)$$

onde Y é a solução do seguinte sistema triangular matricial de equações lineares

$$\tilde{R}^t Y = \tilde{H}^t \quad (3.8)$$

que pode ser facilmente resolvido por substituição progressiva.

Assumindo que as medidas são independentes, temos

$$W^{-1} = cov(w) = diag(\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_m^2) \quad (3.9)$$

onde σ_i^2 é a variância da medida i .

Sendo assim, é fácil verificar que os módulos dos componentes $|r_i^N|$ do vetor r^N são dados por

$$d_{ii} = \sqrt{\sigma_i^2 - y_i^t y_i} \quad (3.10)$$

$$|r_i^N| = \frac{|r_i|}{d_{ii}} \quad (3.11)$$

onde y_i é a i -ésima coluna da matriz Y .

Podemos ver que a maior parte do esforço computacional para obtenção de r^N é devida à solução do sistema triangular de equações (3.8) para obtenção dos y_i .

Para racionalizar o consumo de memória, recomendamos calcular um y_i e um r_i^N por vez. É importante notar também que a construção de Y não é necessária, podendo-se calcular um y_i por vez para o cálculo de d_{ii} (3.10), e a esparsidade de \tilde{R}^t e \tilde{H}^t é facilmente explorada.

3.3 Eliminação do Erro Grosseiro

Existem duas formas principais de eliminação do efeito de erros grosseiros na estimação de estado utilizando o método dos mínimos quadrados:

- Pseudo medidas
- Retirada da medida com erros grosseiros

O método das pseudo medidas [17] procura tirar o efeito da medida com erros grosseiros no valor estimado para o estado de uma forma que a matriz \tilde{H} do problema de mínimos quadrados (2.6) não é alterada. Com isso, ele evita o custoso trabalho de recalcular a matriz \tilde{G} (2.10) do método das Equações Normais e as matrizes \tilde{R} , Q dos métodos de Equações Normais Híbrido e Fatoração Ortogonal.

Existem erros no sistema de energia elétrica (erros de parâmetro e topológicos) que não podem ser tratados através do método das pseudo medidas [16]. Neste caso, a única solução é a retirada da medida com erros grosseiros com a inevitável atualização de \tilde{G} , \tilde{R} e Q conforme o método de estimação sendo utilizado.

Nesta seção trataremos exclusivamente dos métodos para retirada de medidas com erros grosseiros. Apresentaremos o método para atualização de \tilde{G} do método das equações normais, proposto em [16] e um método utilizando transformações de Givens para atualização dos fatores \tilde{R} e Q dos métodos da fatoração QR e equações normais híbrido, que pode ser considerado uma variante, utilizando rotações de Givens convencionais do método proposto em [4].

3.3.1 Atualização de \tilde{G}

Uma maneira simples de se retirar uma medida do conjunto original, é fazer com que sua ponderação seja anulada, pois toda a contribuição da medida ao estado estimado depende de sua ponderação. Com isto não é necessário alterar-se a matriz \tilde{H} .

Para o método das Equações Normais, em [16] é proposto uma metodologia baseada no Lema de Inversão de Matrizes para fazer atualização em \tilde{G} que transcreveremos abaixo:

Considere a solução do sistema linear

$$x^{(0)} = (\tilde{G}^0)^{-1} \tilde{H}^t W^0 \tilde{z} \quad (3.12)$$

como sendo as equações que representam o estado estimado para o vetor original de medidas $\tilde{z}^{(0)}$.

Seja ΔW a variação introduzida para zerar as ponderações das medidas a serem eliminadas, e $\Delta \tilde{G}$ a perturbação na matriz Ganho decorrente dessa alteração. O novo estado, $x^{(1)}$, será obtido de

$$(x^{(0)} + \Delta x_c) = (\tilde{G}^0 + \Delta \tilde{G})^{-1} H^t (W^0 + \Delta W) \tilde{z} \quad (3.13)$$

ou

$$x^{(1)} = (\tilde{G}^1)^{-1} (\tilde{H}^t W^0 \tilde{z} + \tilde{H}^t \Delta W \tilde{z}) \quad (3.14)$$

onde

$$\tilde{G}^1 = \tilde{G}^0 + \Delta \tilde{G} \quad (3.15)$$

$$x^{(1)} = x^{(0)} + \Delta x_c \quad (3.16)$$

Sendo Δx_c o vetor das correções a serem feitas no estado estimado quando o vetor de medida sofre alterações e

$$\Delta W_{j,j} = \begin{cases} -1/\sigma_j^2 & , \text{ se a medida } j \in \text{ ao conjunto de medidas removidas;} \\ 0 & , \text{ caso contrário} \end{cases} \quad (3.17)$$

ou seja, ΔW é uma matriz diagonal com apenas l posições diferentes de zero (posições relacionadas com as medidas a serem removidas).

A perturbação $\Delta \tilde{G}$ na matriz Ganho é dada por

$$\Delta \tilde{G} = \tilde{H}^t \Delta W \tilde{H} \quad (3.18)$$

pois

$$\tilde{G}^0 + \Delta \tilde{G} = \tilde{H}^t (W^0 + \Delta W) \tilde{H} \quad (3.19)$$

sendo que

$$\tilde{G}^0 = \tilde{H}^t W^0 \tilde{H} \quad (3.20)$$

Seja $A(l \times n)$ a matriz de alterações tal que as linhas de A sejam as linhas de $\tilde{H}(m \times n)$ correspondentes às j medidas a serem removidas, e $D(l \times l)$ a matriz ponderação das medidas removidas, ou seja:

$$A = [h_j] \quad j=1,2,\dots,l$$

$$D = \begin{bmatrix} -1/\sigma_1^2 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & -1/\sigma_l^2 \end{bmatrix}$$

Logo, a perturbação na matriz Ganho e a equação (3.14) podem ser re-escritas como

$$\Delta \tilde{G} = A^t \tilde{G} A \quad (3.21)$$

$$x^{(1)} = (\tilde{G}^1)^{-1} (\tilde{H}^t W^0 z + A^t D \tilde{z}) \quad (3.22)$$

onde

$$\tilde{G}^1 = \tilde{G}^0 + A^t \tilde{G} A \quad (3.23)$$

e o vetor $\tilde{z}(l \times 1)$ corresponde às l medidas removidas.

Aplicando-se o Lema de Inversão de Matrizes [18] para calcular a inversa de \tilde{G}^1 , tem-se

$$(\tilde{G}^1)^{-1} = (\tilde{G}^0)^{-1} - (\tilde{G}^0)^{-1} A^t [D^{-1} + A(\tilde{G}^0)^{-1} A^t]^{-1} A (\tilde{G}^0)^{-1} \quad (3.24)$$

Conforme visto na seção 2.4.1, em problemas de mínimos quadrados mal condicionados, o número condição de \tilde{G} é muito elevado porque é o quadrado do número condição original do problema de mínimos quadrados. A utilização do Lema de Inversão de Matrizes transfere esse mau condicionamento a matriz \tilde{G}^1 [1]

3.3.2 Atualização de \tilde{R} e Q

A atualização de \tilde{R} e Q correspondentes à fatoração QR de \tilde{H} , nos Métodos das Transformações Ortogonais e Equações Normais Híbrido, pode ser feito continuando o processo iterativo utilizado para a obtenção dos mesmos.

Como foi visto na seção 2.3, considerando todas as medidas, o problema de mínimos quadrados linear corresponde a

$$\min_{\Delta x} J(\Delta x) = [\tilde{z} - \tilde{H}\Delta x]^t W [\tilde{z} - \tilde{H}\Delta x] \quad (3.25)$$

$$\tilde{z} = z - h(x_k) \quad (3.26)$$

onde \tilde{H} é uma matriz de dimensões $(m \times n)$ relacionada com a matriz Jacobiana de $h(x)$

O índice quadrático (3.25) corresponde à seguinte soma de quadrados

$$J(\Delta x) = \sum_{i=1}^m (\tilde{z}_i - \tilde{H}_i \Delta x)^2 w_i \quad (3.27)$$

onde \tilde{z}_i é o i -ésimo componente do vetor \tilde{z} ; \tilde{H}_i é a i -ésima linha da matriz \tilde{H} e w_i é o i -ésimo componente da matriz diagonal W .

Assumindo que a r -ésima medida deve ser retirada do conjunto de m medidas que formam $J^0(\Delta x)$, temos o seguinte novo índice de desempenho quadrático:

$$J^1(\Delta x) = J(\Delta x) - (\tilde{z}_r - \tilde{H}_r \Delta x)^2 w_r \quad (3.28)$$

Dessa forma, é fácil verificar que podemos escrever $J^1(\Delta x)$ como

$$J^1(\Delta x) = \left(\begin{bmatrix} \tilde{H} \\ \tilde{H}_r \end{bmatrix} \Delta x - \begin{bmatrix} \tilde{z} \\ \tilde{z}_r \end{bmatrix} \right)^t \begin{bmatrix} W & 0 \\ 0 & -w_r \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} \tilde{H} \\ \tilde{H}_r \end{bmatrix} \Delta x - \begin{bmatrix} \tilde{z} \\ \tilde{z}_r \end{bmatrix} \right) \quad (3.29)$$

Assim sendo, analogamente à seção 2.4, podemos colocar o problema de mínimos quadrados linear, com o índice $J^1(\Delta x)$, na seguinte forma matricial

$$\min_{\Delta x} J^1(\Delta x) = \left\| \begin{bmatrix} \sqrt{W} & 0 \\ 0 & \sqrt{-1} \sqrt{w_r} \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} \tilde{H} \\ \tilde{H}_r \end{bmatrix} \Delta x - \begin{bmatrix} \tilde{z} \\ \tilde{z}_r \end{bmatrix} \right) \right\|_2 \quad (3.30)$$

$$\tilde{z} = z - h(x_k)$$

$$\tilde{z}_r = z_r - h_r(x_k)$$

Considere agora uma matriz ortogonal

$$Q_0 = \begin{bmatrix} Q & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

onde $Q(m \times m)$ é uma matriz ortogonal tal que

$$Q\sqrt{W}\tilde{H} = \begin{bmatrix} \tilde{R} \\ 0_{(1 \times m-n)} \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

Considere também uma matriz ortogonal $Q_1(m+1 \times m+1)$ tal que

$$Q_1 \begin{bmatrix} \tilde{R} \\ 0_{(1 \times m-n)} \\ \sqrt{-1}\sqrt{w_r}\tilde{H}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{R}_1 \\ 0_{(1 \times m-n)} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

onde $\tilde{R}_1(n \times n)$ é uma matriz triangular superior com posto completo.

Como Q_0 e Q_1 são ortogonais, podemos, sem alterar o índice de desempenho quadrático $J^1(\Delta x)$, colocá-lo na seguinte forma:

$$\min_{\Delta x} J^1(\Delta x) = \left\| Q_1 Q_0 \begin{bmatrix} \sqrt{W} & 0 \\ 0 & \sqrt{-1}\sqrt{w_r} \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} \tilde{H} \\ \tilde{H}_r \end{bmatrix} \Delta x - \begin{bmatrix} \tilde{z} \\ \tilde{z}_r \end{bmatrix} \right) \right\|_2 \quad (3.34)$$

Substituindo (3.31), (3.32), (3.33) em (3.34), temos

$$\min_{\Delta x} J^1(\Delta x) = \left\| \begin{bmatrix} \tilde{R}_1 \\ 0 \end{bmatrix} \Delta x - Q_1 Q_0 \begin{bmatrix} \sqrt{W}\tilde{z} \\ \sqrt{-1}\sqrt{w_r}\tilde{z}_r \end{bmatrix} \right\|_2 \quad (3.35)$$

$$\tilde{z} = z - h(x_k)$$

$$\tilde{z}_r = z_r - h_r(x_k)$$

Devido à estrutura das matrizes em (3.34), a solução do problema de mínimos quadrados (3.30) é dado por

$$\tilde{Q}_1 = Q_1 Q_0 \quad (3.36)$$

$$\check{z} = \tilde{Q}_1 \begin{bmatrix} \sqrt{W}\check{z} \\ \sqrt{-1}\sqrt{w_r}\check{z}_r \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

$$\tilde{R}_1 \Delta x = (\check{z})_n \quad (3.38)$$

onde $(\check{z})_n$ são os n primeiros componentes de (\check{z}) .

Conforme apresentado no Apêndice A.1, a matriz Q (3.32), conseqüentemente Q_0 (3.31) e a matriz Q_1 (3.33) podem ser obtidas através de uma seqüência de rotações de Givens, armazenando os correspondentes fatores de Givens em matrizes auxiliares reais $\hat{Q}(n_q \times 4)$ e $\hat{Q}_1(nr_q \times 4)$ onde n_q e nr_q são os números de rotações de Givens para obtenção de \tilde{R} em (3.32) e \tilde{R}_1 em (3.33) respectivamente. Também pode ser verificado no Apêndice A.1, que \tilde{R}_1 e $(\check{z})_n$ são reais.

Assumindo \tilde{R} , $(Q\sqrt{W}\check{z})_n$ correspondentes ao problema (3.25) e \tilde{R}_1 , $(\check{z})_n$ correspondente ao problema sem a medida r (3.30), vemos que \tilde{R}_1 , $(\check{z})_n$ são atualizações de \tilde{R} e $(Q\sqrt{W}\check{z})_n$ obtidas através de uma seqüência de nr_q rotações de Givens armazenadas em uma matriz auxiliar $\hat{Q}_1(nr_q \times 4)$.

Assim sendo, o esforço computacional para obtenção de \tilde{R}_1 e $(\check{z})_n$ devido à retirada da medida r é o mesmo requerido para processar uma medida extra igual à medida r .

É importante notar que no caso da utilização do método das equações normais híbrido, apenas \tilde{R}_1 é utilizado, não sendo necessário armazenar a matriz \hat{Q}_1 porque a atualização do lado direito da equação (2.12) é obtida retirando de \tilde{H} e \tilde{z} a medida r .

Para finalizar \tilde{R}_1 e $(\check{z})_n$ foram obtidos através de transformações ortogonais, mantendo assim o condicionamento original do problema de mínimos quadrados (3.30) que é a razão de ser dos métodos que utilizam fatoração QR .

3.4 Exemplos Numéricos

Para ilustrar o desempenho do método proposto para atualização de \tilde{R} e Q utilizando rotações de Givens, nesta seção são apresentados exemplos de retiradas de uma medida com erro grosseiro nos sistemas de 5-barras [12] e 10-barras [13] tratados no capítulo anterior.

Os dados desses dois sistemas são apresentados no apêndice A.2.

3.4.1 Rede 5-barras

Primeiramente foi feita a estimação de estado sem erro grosseiro. Apresentamos abaixo a matriz jacobiana \tilde{H} e \tilde{R} correspondente. As colunas de \tilde{H} foram permutadas conforme indicado em *perm*, para se obter maior esparsidade e assim diminuir o *fill-in*.

$$H = \begin{bmatrix} 32.50 & -5.00 & -5.00 & -7.50 & -5.00 & 10.84 & -1.67 & -1.67 & -2.50 \\ -5.00 & 38.75 & -30.00 & & -1.25 & -1.67 & 12.92 & -10.00 & \\ -5.00 & -30.00 & 38.75 & -3.75 & & -1.67 & -10.00 & 12.92 & -1.25 \\ -7.50 & & -3.75 & 11.25 & & -2.50 & & -1.25 & 3.75 \\ -10.84 & 1.67 & 1.67 & 2.50 & -15.00 & 32.33 & -5.00 & -5.00 & -7.50 \\ 1.67 & -12.92 & 10.00 & & -3.75 & -5.00 & 38.64 & -30.00 & \\ 1.67 & 10.00 & -12.92 & 1.25 & & -5.00 & -30.00 & 38.64 & -3.75 \\ 2.50 & & 1.25 & -3.75 & & -7.50 & & -3.75 & 11.25 \\ 5.00 & -5.00 & & & & 1.67 & -1.67 & & \\ -1.67 & 1.67 & & & & 4.96 & -5.00 & & \\ 5.00 & & -5.00 & & & 1.67 & & -1.67 & \\ -1.67 & & 1.67 & & & 4.96 & & -5.00 & \\ & 30.00 & -30.00 & & & & 10.00 & -10.00 & \\ & -10.00 & 10.00 & & & & 29.98 & -30.00 & \\ & & 3.75 & -3.75 & & & & 1.25 & -1.25 \\ & & -1.25 & 1.25 & & & & 3.70 & -3.75 \\ & & & & & 1.00 & & & \\ & & & & & & 1.00 & & \\ & & & & & & & 1.00 & \\ & & & & & & & & 1.00 \end{bmatrix}$$

$$perm = 9 \ 8 \ 7 \ 6 \ 5 \ 4 \ 3 \ 2 \ 1$$

$$R = 10^3 \times$$

$$\begin{bmatrix} 0.5486 & -0.2981 & 0.2734 & -0.5619 & 0.2051 & -0.0000 & -0.0000 & -0.0000 & 0.0001 \\ 0 & 1.8366 & -1.6945 & -0.2010 & 0.1354 & -0.0001 & 0.0007 & -0.0005 & -0.0001 \\ 0 & 0 & 0.6977 & -0.5975 & 0.1482 & -0.0002 & 0.0001 & 0.0008 & -0.0006 \\ 0 & 0 & 0 & 0.7608 & -0.3095 & -0.0007 & -0.0001 & 0.0001 & 0.0019 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.2468 & -0.0007 & -0.0007 & -0.0001 & 0.0030 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.4593 & -0.3572 & 0.3266 & -0.6736 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.8034 & -1.7098 & -0.2461 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5671 & -0.7619 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.3434 \end{bmatrix}$$

Neste conjunto de dados (apêndice A.2) o número de rotações necessário para obter \tilde{R} foi de 105 rotações. A solução do sistema foi obtido após quatro iterações.

θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5
0	-0.0484	-0.0865	-0.0922	-0.1058	1.0616	1.0480	1.0245	1.0239	1.0166

Introduzimos artificialmente um erro grosseiro de injeção de potência ativa na barra 2 com valor inverso ao anterior. Transcrevemos abaixo a matriz \tilde{R} correspondente:

$$R = 10^3 \times$$

$$\begin{bmatrix} 0.5537 & -0.2885 & 0.2777 & -0.6008 & 0.2235 & 0.0305 & 0.0203 & 0.0203 & -0.1320 \\ 0 & 1.8388 & -1.6919 & -0.2129 & 0.1411 & 0.0108 & 0.0080 & 0.0067 & -0.0474 \\ 0 & 0 & 0.7042 & -0.6240 & 0.1623 & 0.0300 & 0.0202 & 0.0209 & -0.1315 \\ 0 & 0 & 0 & 0.7760 & -0.3217 & -0.0441 & -0.0290 & -0.0288 & 0.1899 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.2487 & 0.0255 & 0.0168 & 0.0173 & -0.1107 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5070 & -0.2630 & 0.3565 & -1.0042 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.8251 & -1.6907 & -0.3290 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.6217 & -0.9051 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.3771 \end{bmatrix}$$

A solução foi obtida após 4 iterações:

θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5
0	-0.0563	-0.0927	-0.0988	-0.1131	1.0647	1.0478	1.0247	1.0240	1.0165

Após a detecção e identificação do erro grosseiro essa medida é retirada pelo método proposto neste capítulo e a matriz \tilde{R} , conforme pode ser observado abaixo, é a mesma do problema sem erro, bem como o estado estimado é exatamente igual ao sem erro grosseiro, mostrando assim a eficácia do algoritmo para atualização dos fatores de Cholesky \tilde{R} . O número de rotações de Givens necessária para essa atualização foi de nove rotações, ou seja, do mesmo tamanho de n , porque a barra dois está ligada a todas as outras barras, portanto a linha é cheia para injeção de potência. O número de iterações

para chegar à nova convergência foi de apenas três iterações porque o ponto de partida não é o inicial do método Newton Modificado mas sim a solução anterior.

$$R = 10^3 \times$$

$$\begin{bmatrix} 0.5486 & -0.2981 & 0.2734 & -0.5619 & 0.2051 & -0.0000 & -0.0000 & -0.0000 & 0.0001 \\ 0 & 1.8366 & -1.6945 & -0.2010 & 0.1354 & -0.0001 & 0.0007 & -0.0005 & -0.0001 \\ 0 & 0 & 0.6977 & -0.5975 & 0.1482 & -0.0002 & 0.0001 & 0.0008 & -0.0006 \\ 0 & 0 & 0 & 0.7608 & -0.3095 & -0.0007 & -0.0001 & 0.0001 & 0.0019 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.2468 & -0.0007 & -0.0007 & -0.0001 & 0.0030 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.4593 & -0.3572 & 0.3266 & -0.6736 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.8034 & -1.7098 & -0.2461 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5671 & -0.7619 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.3434 \end{bmatrix}$$

Vetor Solução

θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5
0	-0.0484	-0.0865	-0.0922	-0.1058	1.0616	1.0480	1.0245	1.0239	1.0166

3.4.2 Rede de 10-barras

Para o sistema de 10-barras com o conjunto de medidas descrito no Apêndice A.2, obteve-se o estado estimado após cinco iterações partindo de valores iniciais, tensão igual a 1 pu e ângulo de fase igual zero radiano. Colocamos primeiro dados sem erros grosseiros para podermos comparar os resultados com o sistema atualizado. A seguir é apresentada a matriz \tilde{R} obtida da fatoração ortogonal da matriz Jacobiana para este conjunto de medidas. O número de rotações necessário foi de 320. O vetor solução também é colocado logo abaixo. O *perm* é o vetor permutação das colunas para melhorar a esparsidade.

$$perm =$$

18 8 10 19 13 9 3 14 16 15 6 5 17 12 11 7 2 1 4

Vetor Solução

θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5	θ_6	θ_7	θ_8	θ_9	θ_{10}
0	0.0620	0.0880	0.0660	-0.0380	0.0030	-0.0930	-0.1080	-0.0720	-0.0360
V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7	V_8	V_9	V_{10}
1.0300	1.0370	1.0450	1.0410	0.9460	0.9930	0.9120	0.9200	0.9880	1.0020

3.5 Conclusão

O processamento de erros grosseiros, correspondente aos problemas de detecção, identificação e eliminação dos erros foi apresentado e analisado neste capítulo.

Foi dada uma ênfase especial à apresentação/proposição de métodos compatíveis com a estimação de estado através dos métodos de Equações Normais Híbridos e Fatoração QR utilizando rotações de Givens:

- para identificação de erros grosseiros através do método dos resíduos normalizados, foi proposto um algoritmo utilizando a matriz \tilde{R} ;
- para a retirada de medidas com erros grosseiros, foi proposto um algoritmo utilizando rotações de Givens convencionais para atualização direta das matrizes \tilde{R} e Q .

Capítulo 4

Conclusão Geral

Este trabalho tratou de aspectos computacionais dos problemas de estimação de estado e processamento de erros grosseiros em sistemas de energia elétrica através de mínimos quadrados ponderados.

A forma de apresentação adotada procurou evidenciar a estreita interdependência entre os métodos para solução do problema de mínimos quadrados não linear, problema de mínimos linear e os métodos de detecção, identificação e eliminação de erros grosseiros. Foi dada uma ênfase especial na apresentação e análise de algoritmos numericamente estáveis, baseados em fatoração QR realizada através de rotações de Givens.

Os principais resultados obtidos foram:

- análise comparativa do esforço computacional e precisão dos resultados dos métodos de solução do problema de mínimos quadrados linear: equações normais, equações normais híbrido e fatoração QR utilizando rotações de Givens.
- algoritmos para processamento de erros grosseiros compatíveis com os métodos das equações normais e fatoração QR: cálculo dos resíduos normalizados utilizando a matriz \tilde{R} e atualização direta das matrizes \tilde{R} e Q utilizando rotações de Givens convencionais.

Como opções naturais de continuidade deste trabalho, entre outros, temos os seguintes tópicos:

- problemas de mínimos quadrados com restrições de igualdade;

-
- estimação de estado e processamento de erros grosseiros utilizando norma L_1 (mínimo da soma dos módulos dos erros) e/ou norma L_∞ (mínimo do máximo erro)
 - métodos de estimação de estado com processamento automático de erros grosseiros.

Apêndice A

A.1 Fatoração QR Utilizando Matrizes de Rotação de Givens

Uma matriz de Givens $G_n(c, s, i, j)$ é uma matriz ortogonal de dimensões $(n \times n)$ cujos elementos são iguais ao da matriz unidade I_n , exceto

$$g_{ii} = g_{jj} = c \quad (\text{A.1})$$

$$g_{ij} = -g_{ji} = s \quad (\text{A.2})$$

$$c^2 + s^2 = 1 \quad (\text{A.3})$$

Multiplicando uma matriz $A(m \times n)$ por uma matriz de Givens $G_m(c, s, i, j)$, todas as linhas de A ficam inalteradas exceto as linhas i e j , que são modificadas para

$$\begin{bmatrix} c & s \\ -s & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{i1} & a_{i2} & \dots & a_{in} \\ a_{j1} & a_{j2} & \dots & a_{jn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{a}_{i1} & \tilde{a}_{i2} & \dots & \tilde{a}_{in} \\ \tilde{a}_{j1} & \tilde{a}_{j2} & \dots & \tilde{a}_{jn} \end{bmatrix} \quad (\text{A.4})$$

Podemos fazer $\tilde{a}_{j1} = 0$ em (A.4), utilizando a_{i1} como pivô [1], através de uma matriz $G_m(c, s, i, j)$, com:

$$c = \frac{a_{i1}}{\sqrt{a_{i1}^2 + a_{j1}^2}}; \quad s = \frac{a_{j1}}{\sqrt{a_{i1}^2 + a_{j1}^2}} \quad (\text{A.5})$$

Desta forma, dada uma matriz A de dimensões $(m \times n)$, $m \geq n$, posto $A = n$, podemos obter a fatoração ortogonal [1]:

$$QA = \begin{bmatrix} R \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.6})$$

onde R é uma matriz triangular superior de dimensões $(n \times n)$ com posto completo e Q é uma matriz ortogonal de dimensões $(m \times m)$, dada por

$$Q = Q_l \dots Q_2 Q_1 \quad (\text{A.7})$$

onde Q_i são matrizes de rotação de Givens, calculados de forma a anular progressivamente todos os elementos abaixo da diagonal principal de A .

Quando existe a necessidade de armazenar a matriz Q , uma maneira eficiente de fazê-lo é armazenar os fatores de Givens $[c, s, i, j]$, das matrizes $Q_1 Q_2 \dots Q_l$ em uma matriz auxiliar \hat{Q} de dimensões $(l \times 4)$, onde l é o número de rotações de Givens para transformar A em uma triangular superior R .

No caso de

$$Q \begin{bmatrix} R_1 \\ a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.8})$$

onde R_1, R_2 são matrizes triangulares superiores de dimensões $(n \times n)$ e a é um vetor de dimensões $(1 \times n)$, a matriz Q pode ser obtida através de

$$Q = Q_l \dots Q_2 Q_1 \quad (\text{A.9})$$

onde Q_i são matrizes de Givens de dimensões $(n + 1 \times n + 1)$, calculadas de forma a anular progressivamente, da esquerda para a direita, todos os componentes do vetor a .

Consideremos o seguinte caso

$$\begin{bmatrix} c & s \\ -s & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \sqrt{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_n \\ y_1 & y_2 & \dots & y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \sqrt{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 & \tilde{x}_2 & \dots & \tilde{x}_n \\ 0 & \tilde{y}_2 & \dots & \tilde{y}_n \end{bmatrix} \quad (\text{A.10})$$

De (A.5), temos

$$c = \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2 - y_1^2}}; \quad s = \frac{y_1 \sqrt{-1}}{\sqrt{x_1^2 - y_1^2}} \quad (\text{A.11})$$

Substituindo (A.11) em (A.10), podemos verificar que

$$\begin{bmatrix} \bar{c} & -\bar{s} \\ -\bar{s} & \bar{c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_n \\ y_1 & y_2 & \dots & y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \sqrt{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 & \tilde{x}_2 & \dots & \tilde{x}_n \\ 0 & \tilde{y}_2 & \dots & \tilde{y}_n \end{bmatrix} \quad (\text{A.12})$$

onde \bar{c} , \bar{s} são dados por

$$\bar{c} = \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2 - y_1^2}}; \quad \bar{s} = \frac{y_1}{\sqrt{x_1^2 - y_1^2}} \quad (\text{A.13})$$

Assim sendo, na fatoração ortogonal

$$Q \begin{bmatrix} R_1 \\ a\sqrt{-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.14})$$

e a matriz R_2 pode ser obtida, fazendo

$$\bar{Q} \begin{bmatrix} R_1 \\ a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.15})$$

onde \bar{Q} corresponde a uma seqüência de matrizes com a mesma estrutura das matrizes de rotação de Givens, mas com elementos dados por

$$\bar{g}_{ii} = \bar{g}_{jj} = \bar{c} \quad (\text{A.16})$$

$$\bar{g}_{ij} = \bar{g}_{ji} = -\bar{s} \quad (\text{A.17})$$

onde \bar{c} , \bar{s} são calculados de acordo com (A.13), de forma a anular progressivamente todos os elementos do vetor a .

Desta forma, pode ser verificado que os esforços computacionais para obtenção de R_2 em (A.8) e (A.10) são iguais e correspondentes a

$$FLOPS = 4n^2 + 4n \quad (\text{A.18})$$

Quando existe a necessidade de armazenar a matriz \bar{Q} , uma maneira eficiente de fazê-lo é armazenar os fatores de Givens $[\bar{c}, \bar{s}, i, j]$, das matrizes $Q_1 Q_2 \dots Q_l$ em uma matriz auxiliar \hat{Q}_r de dimensões $(l \times 4)$, onde l é o número de rotações de Givens para transformar $[R_1 \ a]^t$ em uma triangular superior R_2 .

A.2 Exemplos Numéricos

Nesta seção são apresentados os dados de três sistemas e o valor do estado estimado para esses sistemas utilizando mínimos quadrados ponderados. Os resultados foram obtidos através do método de Newton modificado com fatoração QR obtida através de rotações de Givens.

Em todos exemplos, temos:

- os erros nas medidas são variáveis aleatórias com média zero e desvio padrão $1/30$ pu para medidas de potência e $1/300$ pu para medidas de tensão
- em todos os testes a barra 1 é considerada referência angular

A.2.1 Sistema 5-barras

Configuração da rede: figura A.1

Conjunto de medidas com grau de redundância 2, composto por:

- injeção de potência ativa e reativa em todas as barras (exceto a 1^a)
- fluxo de potência ativa e reativa nas linhas (2-3), (2-4), (3-4) e (4-5)
- medidas de tensão em todas as barras (exceto a 1^a)

Dados da rede e estado estimado: Tabela A.1

A.2.2 Sistema 10-barras

Topologia da rede: figura A.3

Conjunto de medidas com grau de redundância 2 composto por:

- injeção de potência ativa e reativa em todas as barras (exceto a 1^a)
- fluxo de potência ativa e reativa nas linhas (1-10), (2-1), (2-3), (4-3), (5-7) e (9-7)
- medidas de tensão em todas as barras

Dados da rede e estado estimado: Tabela A.2

A.2.3 Sistema IEEE-30

Topologia da rede: figura A.3

Conjunto de medidas com grau de redundância 1.5, 2.0, 2.5 composto por:

- injeção de potência ativa e reativa em todas as barras 6, 9, 22 e 25
- fluxo de potência ativa e reativa em todas as linha
- medidas de tensão em todas as barras

Dados da rede e estado estimado: Tabela A.3

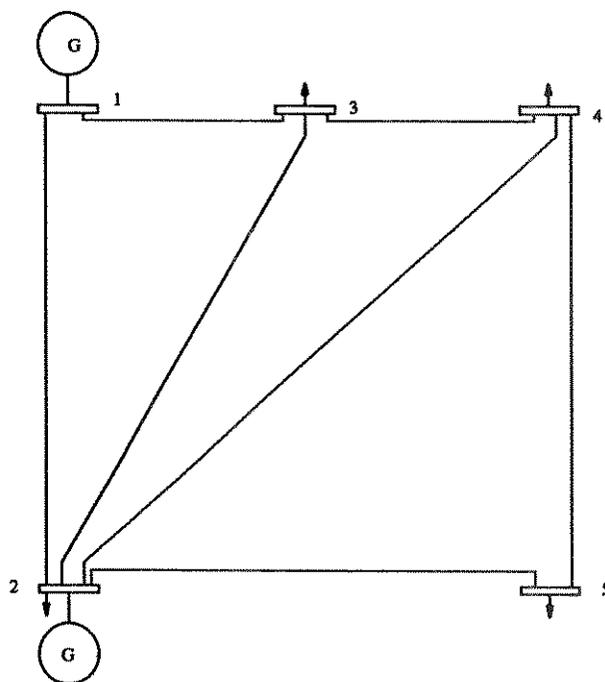


Figura A.1: Sistema 5-barras

Tabela A.1: Dados e estado estimado da rede de 5-barras

Barras $k - m$	Impedância Z_{km}	Shunt linha $Y_{km}/2$	Barra k	tensão da barra (pu)		Potência líq. barra (geração positiva)	
				V	$\theta(rad)$	MW	MVAr
1-2	$0.02+j0.06$	$0.0+j0.030$	1*	1.0616	0.0000	-	-
1-3	$0.08+j0.24$	$0.0+j0.025$	2	1.0480	-0.0484	20.0	20.0
2-3	$0.06+j0.18$	$0.0+j0.020$	3	1.0245	-0.0865	-45.0	-15.0
2-4	$0.06+j0.18$	$0.0+j0.020$	4	1.0239	-0.0922	-40.0	-5.0
2-5	$0.04+j0.12$	$0.0+j0.015$	5	1.0166	-0.1058	-60.0	-10.0
3-4	$0.01+j0.03$	$0.0+j0.010$					
4-5	$0.08+j0.24$	$0.0+j0.025$					

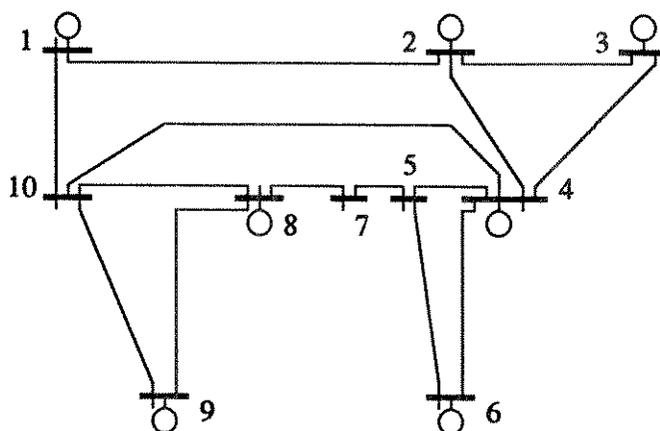
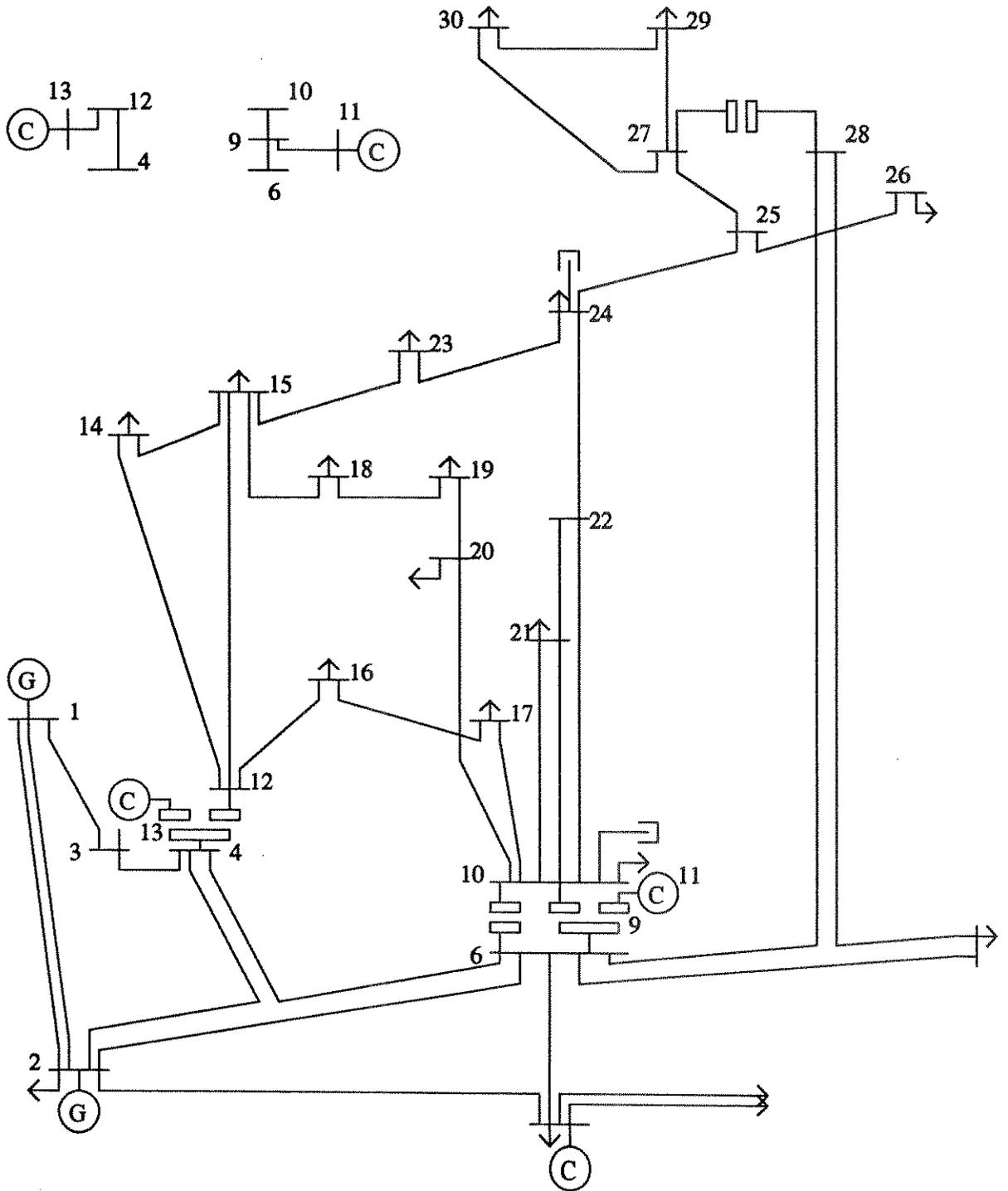


Figura A.2: Sistema 10-barras

Tabela A.2: Dados e estado estimado da rede de 10-barras

Barras $k - m$	Impedância Z_{km}	Shunt linha $Y_{km}/2$	Barra k	tensão da barra (pu)		Potência líq. barra (geração positiva)	
				V	$\theta(rad)$	MW	MVArS
1-2	$0.004+j0.032$	$0.0+j0.0$	1*	1.0305	0.0000		
1-10	$0.005+j0.042$	$0.0+j0.0$	2	1.0369	0.0602	-90.0	55.0
2-3	$0.001+j0.010$	$0.0+j0.0$	3	1.0454	0.0864	380.0	-70.0
2-4	$0.059+j0.151$	$0.0+j0.0$	4	1.0412	0.0636	160.0	-80.0
3-4	$0.003+j0.028$	$0.0+j0.0$	5	0.9447	-0.0418	-100.0	50.0
4-5	$0.044+j0.112$	$0.0+j0.0$	6	0.9922	-0.0007	-40.0	-10.0
4-6	$0.029+j0.073$	$0.0+j0.0$	7	0.9113	-0.0972	-50.0	25.0
4-10	$0.143+j0.364$	$0.0+j0.0$	8	0.9197	-0.1109	-70.0	20.0
5-6	$0.033+j0.084$	$0.0+j0.0$	9	0.9883	-0.0738	-10.0	-15.0
5-7	$0.033+j0.084$	$0.0+j0.0$	10	1.0023	-0.0366	-50.0	25.0
7-8	$0.029+j0.073$	$0.0+j0.0$					
8-9	$0.132+j0.336$	$0.0+j0.0$					
8-10	$0.073+j0.185$	$0.0+j0.0$					
9-10	$0.055+j0.140$	$0.0+j0.0$					



(G) GERADOR

(C) CAPACITOR SINCRONO

Figura A.3: Sistema IEEE-30

Tabela A.3: Dados e estado estimado da rede de 30-barras

Barras $k - m$	Impedância Z_{km}	Shunt linha $Y_{km}/2$	Barra k	tensão da barra (pu)		Potência líq. barra (geração positiva)	
				V	$\theta(rad)$	MW	MVArS
1-2	0.019+j0.057	0.0+j0.026	1*	1.060	0.0	0	0
1-3	0.045+j0.185	0.0+j0.020	2	1.045	-0.096	18.3	37.6
2-4	0.057+j0.174	0.0+j0.018	3	1.027	-0.141	-2.4	-1.2
2-5	0.047+j0.198	0.0+j0.021	4	1.020	-0.170	-7.6	-1.6
2-6	0.058+j0.176	0.0+j0.019	5	1.010	-0.250	-94.2	14.8
3-4	0.013+j0.038	0.0+j0.004	6	1.014	-0.199	0.0	0.0
4-6	0.012+j0.041	0.0+j0.005	7	1.005	-0.229	-22.8	-10.9
4-18	0.000+j0.256	0.0+j0.000	8	1.010	-0.211	-30.0	-4.1
5-7	0.046+j0.116	0.0+j0.010	9	1.037	-0.256	0.0	0.0
6-8	0.000+j0.208	0.0+j0.000	10	1.026	-0.286	-5.8	-1.8
6-10	0.012+j0.042	0.0+j0.005	11	1.082	-0.256	0.0	23.6
6-14	0.017+j0.060	0.0+j0.007	12	1.034	-0.274	-11.2	-7.5
6-17	0.000+j0.556	0.0+j0.000	13	1.071	-0.274	0.0	-28.0
7-6	0.027+j0.082	0.0+j0.009	14	1.019	-0.296	-6.2	-1.6
8-17	0.000+j0.110	0.0+j0.000	15	1.015	-0.291	-8.2	-2.5
9-8	0.000+j0.208	0.0+j0.000	16	1.023	-0.284	-3.5	-1.8
10-14	0.064+j0.200	0.0+j0.021	17	1.020	-0.289	-9.0	-5.8
11-13	0.109+j0.209	0.0+j0.000	18	1.007	-0.302	-3.2	-0.9
11-30	0.189+j0.329	0.0+j0.000	19	1.005	-0.305	-9.5	-3.4
12-11	0.254+j0.380	0.0+j0.000	20	1.009	-0.301	-2.2	-0.7
13-15	0.220+j0.415	0.0+j0.000	21	1.013	-0.294	-17.5	-11.2
14-15	0.000+j0.396	0.0+j0.000	22	1.013	-0.294	0.0	0.0
15-16	0.240+j0.453	0.0+j0.000	23	1.005	-0.298	-3.2	-1.6
16-13	0.320+j0.603	0.0+j0.000	24	0.999	-0.300	-8.7	-6.7
17-23	0.032+j0.034	0.0+j0.000	25	0.992	-0.291	0.0	0.0
17-27	0.035+j0.075	0.0+j0.000	26	0.974	-0.298	-3.5	-2.3
17-28	0.073+j0.150	0.0+j0.000	27	0.996	-0.280	0.0	0.0
18-19	0.000+j0.140	0.0+j0.000	28	1.010	-0.210	0.0	0.0
18-20	0.123+j0.256	0.0+j0.000	29	0.976	-0.303	-2.4	-0.9
18-21	0.066+j0.130	0.0+j0.000	30	0.964	-0.319	-10.6	-1.9
18-22	0.095+j0.199	0.0+j0.000					
20-21	0.221+j0.200	0.0+j0.000					
21-24	0.107+j0.219	0.0+j0.000					
21-29	0.100+j0.202	0.0+j0.000					
22-23	0.082+j0.193	0.0+j0.000					
24-25	0.064+j0.129	0.0+j0.000					
26-17	0.034+j0.068	0.0+j0.000					
27-28	0.094+j0.024	0.0+j0.000					
28-30	0.115+j0.179	0.0+j0.000					

Referências Bibliográficas

- [1] Gill, P.E.; Murray, W.; Wright, M. H.[1991]: Numerical Linear Algebra and Optimization, Adison Wesley Pub.
- [2] Monticelli, A.; Murari, C.A.F.; Wu, F.F.[1985]: A Hybrid State Estimator: Solving Normal Equations by Ortogonal Transformations, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-104, No 12, pp. 3460-3468.
- [3] Simões-Costa, A.; Quintana, V. H. [1981]: A Robust Numerical Technique for Power System State Estimation; IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-100, No 2, pp. 691-698
- [4] Simões-Costa, A.; Quintana, V. H. [1981]: An orthogonal Row Processing Algorithm for Power System Sequential State Estimation; IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-100, No 8, pp. 3791- 3800
- [5] George, A.; Heath, M.T.; Ng, E. [1983]: A Comparison of Some Methods for Solving Sparse Least-Square Problems, SIAM J. Sci. Stat. Comput. 4, pp. 177-187
- [6] George, A.; Heath, M.T.[1980]: Solution of Sparse Least Squares Problems Using Givens Rotations, Linear Algebra and its Applications 34, pp. 69-83
- [7] Monticelli, A.; Garcia, A.; Saavedra, O. R.[1990] Fast Decoupled Load Flow: Hypothesis, Derivations, And Testing; IEEE Transactions on Power Systems. Vol. 5, No 4, pp. 1425-1431
- [8] Björck, A.; Duff, I. S.[1980]: A direct method for the solution of sparse linear least squares problems, Linear Algebra appl., 34 pp. 43-67.
- [9] George, A.; Liu, J.W.H.[1981]: Computer Solution of Large Sparse Positive Definite Systems, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ
- [10] Vempati, N.; Slutsker, Ilya W.; Tinney, William F.: Enhancements to Givens Rotations for Power System State Estimation, IEEE Transactions on Power Systems (a ser publicado)

- [11] Gill, P. E.; Murray, W.; Wright, M. H. [1981] Practical Optimization, Academic Press, New York.
- [12] Stagg, Glenn W.; El-Abiad, A. H.[1968] Computer methods in power system analysis, McGraw-Hill
- [13] Irving, M. R.; Owen, R. C.; Sterling, M. J. H.[1978] Power-system state estimation using linear programming, Proc. IEE, Vol 125, no. 9, pp. 879-885.
- [14] Stagg, Glenn W.; Klitin, Oscar A. [1970]: Techniques for the Real-Time Monitoring of Power System Operations, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-89, no. 4, pp. 545-555.
- [15] Tanaka, Márcia R.[1985]: Processamento de Erros Grosseiros na Estimativa Estática de Estado em Sistemas de Energia Elétrica, Tese de Mestrado apresentada à FEC, UNICAMP (SP).
- [16] Freire, Luciano M. [1990]: Identificação de Erros Topológicos na Estimativa Estática de Estado em Sistemas de Energia Elétrica, Tese de Mestrado apresentada à FEE, UNICAMP (SP)
- [17] Garcia, Ariovaldo V. [1980]: Estimativa Estática de Estado em Sistema de Energia Elétrica, Tese de Doutorado apresentado à FEC - UNICAMP (SP).
- [18] Monticelli, Alcir J.[1983]: Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica, Edgard Blücher, São Paulo - SP.