

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE COMPUTAÇÃO E AUTOMAÇÃO INDUSTRIAL

O ALGORITMO AUTO-AJUSTÁVEL NO CONTROLE DE PROCESSOS
COM ATRASO DE TRANSPORTE VARIANTE NO TEMPO

Por : Ricardo Lüders *n 965*
Orientador : Prof. Dr. Wagner C. Amaral *Wagner C. Amaral*

Este exemplar corresponde à redação final da tese
defendida por Ricardo Lüders
e aprovada pela Comissão
Julgadora em 26 / 02 / 92.

Wagner C. Amaral
Orientador

Tese apresentada à Faculdade de
Engenharia Elétrica da Universidade
Estadual de Campinas como parte dos
requisitos exigidos para a obtenção do
título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Fevereiro de 1992

A meus pals.

AGRADECIMENTOS

À minha família pela compreensão.

À prof. e amiga Beatriz pelo apoio, sugestões e paciência em tantas conversas e discussões que, desde a graduação, têm se mostrado valiosas e importantes nas minhas decisões.

Ao prof. Rafael pelos esclarecimentos e sugestões durante a elaboração deste trabalho.

À Eloisa pelo auxílio na impressão final e na apresentação do trabalho.

Aos amigos e amigas do LCA, DENSIS, CIFEE e da graduação que nos enriquecem pessoalmente e fazem do ambiente universitário o mais agradável dos locais de trabalho.

Finalmente, ao prof. e amigo Wagner cuja orientação segura, caráter, compreensão e amizade foram, em muitas etapas, o principal incentivo para a etapa seguinte.

RESUMO

Durante muitos anos o interesse pela obtenção de controladores que ajustam automaticamente seus próprios parâmetros durante o controle de processos complexos ou que estão sujeitos a variações nas condições de operação, tem motivado diversos trabalhos na área de controle adaptativo. Dentre estes trabalhos insere-se o controlador de variância mínima generalizada (GMV) utilizando a abordagem auto-ajustável para a adaptação dos parâmetros do controlador. Este controlador na sua forma padrão assume conhecido e fixo o valor do atraso de transporte do sistema.

Neste trabalho são propostos três métodos para a utilização do algoritmo GMV no controle de processos com atraso desconhecido ou variante :

- (i) GMV com estimação do valor do atraso.
- (ii) GMV com compensação do valor do atraso.
- (iii) controlador por alocação de pólos com estrutura GMV.

Todas estas estratégias estão baseadas num novo modelo do processo que assume inicialmente conhecida a faixa de variação do atraso.

Este modelo apresenta um polinômio estendido no numerador que representa os zeros do processo e inclui parte do valor do atraso de transporte do sistema.

A estratégia (i) apresenta duas diferentes abordagens para a estimação do valor do atraso e inclui algumas modificações no algoritmo do estimador. A estratégia (ii) é baseada no conceito clássico de compensação do atraso a partir de um modelo explícito do processo. Neste caso o controlador é obtido para um modelo aproximado do processo com atraso unitário. A estratégia (iii) é clássica e é apresentada para comparação.

ABSTRACT

For many years there has been an interest on controllers that automatically update their own parameters when controlling complex processes or when the operation conditions vary. This interest has increased the number of works in adaptive control area. The generalized minimum variance controller (GMV) is included in these works and it uses the self-tuning approach to update the controller settings. This controller in its standard form assumes known and constant time delay system.

This work presents three strategies using GMV algorithm on controlling processes with unknown or varying dead time :

- (i) GMV with dead time estimation.
- (ii) GMV with dead time compensation.
- (iii) pole-placement controller with GMV structure.

All approaches are based on a new process model which assumes a priori known time delay range.

This model includes an extended polynomial on numerator which represents process zeros and it contains a fraction of time delay.

The approach (i) includes two different strategies for time delay estimation and it has some modifications on estimator. The approach (ii) is based on classical concept of time delay compensation which uses an explicit process model. In this case the controller is obtained for an approximated process model with unit time delay. The approach (iii) is a classical method and it is presented for comparison.

ÍNDICE

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

1.1 - O Controlador Auto-ajustável	1.2
1.2 - O Controlador Auto-ajustável e Processos com Atraso Variável.....	1.6

CAPÍTULO 2 - O CONTROLADOR DE VARIÂNCIA MÍNIMA GENERALIZADA (GMV)

2.1 - Introdução	2.1
2.2 - A Lei de Controle	2.2
2.2.1 - A Previsão da Saída	2.4
2.2.2 - O Cálculo da Lei de Controle	2.6
2.3 - Funções de Transferência em Malha Fechada	2.8
2.4 - Especificação dos Polinômios de Ponderação	2.11
2.4.1 - O Controlador por Alocação de Pólos com Estrutura GMV	2.13
2.5 - Resumo	2.16

CAPÍTULO 3 - O GMV E O CONTROLE DE PROCESSOS COM ATRASO

DESCONHECIDO

3.1 - Introdução	3.1
3.2 - A Representação do Atraso.....	3.2

3.3 - Estratégias para a Detecção do Atraso	3.6
3.3.1 - Estratégia Baseada na Resposta Impulsiva	3.8
3.3.2 - Estratégias de "Matching"	3.12
3.4 - O Controlador GMV com Detecção do Atraso	3.20
3.5 - A Compensação do Atraso	3.20
3.5.1 - O Preditor de Smith	3.21
3.5.2 - Um Preditor Generalizado	3.24
3.6 - O Controlador GMV Compensado	3.27
3.7 - Resumo	3.31

CAPÍTULO 4 - O CONTROLADOR GMV ADAPTATIVO

4.1 - Introdução	4.1
4.2 - O Estimador de Mínimos Quadrados	4.2
4.2.1 - O Rastreamento de Parâmetros Variantes no Tempo	4.6
4.3 - A Detecção de Ruptura do Modelo	4.8
4.3.1 - Detecção Baseada na Variância do Erro Previsto	4.9
4.3.2 - A Estimação do Atraso	4.12
4.4 - Estratégias de Controle	4.17
4.4.1 - O GMV com Detecção do Atraso	4.18
4.4.2 - O GMV Compensado	4.20
4.4.3 - O GMV por Alocação de Pólos	4.22
4.5 - Resumo	4.24

CAPÍTULO 5 - SIMULAÇÕES E RESULTADOS

5.1 - Introdução 5.1

5.2 - Desempenho dos Algoritmos Controle 5.4

5.3 - Sensibilidade à Estrutura do Modelo..... 5.25

5.3.1 - Sensibilidade à Ordem do Modelo Estimado 5.26

5.3.2 - Sensibilidade à Faixa de Variação do Atraso 5.29

CAPÍTULO 6 - CONCLUSÃO

6.1 - Síntese do Trabalho 6.1

6.2 - Conclusões e Sugestões 6.3

APÊNDICE A- SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DIOFANTINA

APÊNDICE B- OBTENÇÃO DA FUNÇÃO DE ERRO $E(\alpha)$ RECURSIVAMENTE

APÊNDICE C- O ESTIMADOR DE MÍNIMOS QUADRADOS
COM FATORIZAÇÃO U-D

REFERÊNCIAS

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Durante muitos anos a maioria dos sistemas de controle de processos industriais baseou-se em mecanismos clássicos de controle, tais como controladores do tipo PID, ou de três termos, surgidos na década de 30. O grande sucesso deste tipo de controlador na operação de processos industriais deve-se à sua simplicidade e ao fato de que quando sintonizado adequadamente, normalmente proporciona um desempenho satisfatório do processo controlado. Esta característica ocorre porque a capacidade de acompanhamento de um sinal de referência e de rejeição às perturbações, neste controlador, é especialmente aumentada quando o processo controlado é de ordem relativamente baixa, linear e invariante no tempo.

Mesmo atualmente os controladores com estrutura PID têm sido extensivamente utilizados industrialmente na sua versão digital, viabilizada graças à evolução da tecnologia microeletrônica ocorrida na década de 60 e que permitiu a obtenção de sistemas digitais de processamento de tamanho reduzido, confiáveis e a preços

acessíveis. Posteriormente, o aparecimento dos microcomputadores e mais recentemente da tecnologia de redes de computadores tornou economicamente viável a introdução no mercado de pacotes de Sistemas Digitais de Controle Distribuído, baseados nos conceitos de Controle Digital Direto e Controle Hierárquico utilizando como módulo básico controladores PID digitais.

No entanto, no caso de processos não lineares que estão sujeitos a variações no ponto de operação ou nas condições de operação do processo, o desempenho dos controladores PID pode ficar comprometido. Nestes casos seria necessário re-sintonizar periodicamente o controlador, o que nem sempre é possível. Processos mais complexos tornam também o procedimento de sintonização trabalhoso e com resultados nem sempre satisfatórios. Nestes casos o controle adaptativo de processos apresenta-se como alternativa.

1.1 - O CONTROLADOR AUTO-AJUSTÁVEL

Embora não haja um consenso geral sobre uma definição formal do termo adaptativo, no escopo deste trabalho admite-se como um sistema de controle adaptativo aquele que automaticamente ajusta os parâmetros do controlador a fim de acomodar mudanças no processo a ser controlado ou em seu ambiente [1].

A pesquisa em controle adaptativo foi muito ativa no início dos anos 50, motivada pelo projeto de pilotos automáticos para aeronaves de alto desempenho. Tais aeronaves operam sobre uma vasta faixa de velocidades e altitudes, tendo sido verificado que uma realimentação linear ordinária com ganho constante adequava-se a uma condição de operação. Contudo, a frequente e rápida mudança nas condições de operação gerava dificuldades que requeriam um regulador mais sofisticado e que operasse adequadamente em uma larga faixa de condições de operação. Entretanto, o trabalho em controle de voo adaptativo foi caracterizado por uma grande quantidade de entusiasmo, tecnologia ruim e a não existência de teoria [2]. A partir de resultados insatisfatórios o interesse na área diminuiu.

Nos anos 60 houve uma série de contribuições à teoria de controle que se mostraram importantes para o desenvolvimento da área de controle adaptativo [2]. As teorias de estabilidade e de espaço de estado foram introduzidas. A programação dinâmica introduzida por Bellman e a teoria de controle dual introduzida por Feldbaum, contribuíram para a compreensão de processos adaptativos. Contribuições fundamentais foram também feitas por Tsytkin mostrando que muitos esquemas para aprendizado e controle adaptativo poderiam ser descritos numa abordagem comum à base de equações recursivas do tipo aproximação estocástica. Finalmente, grandes avanços foram feitos na área de identificação de sistemas e estimação de parâmetros.

Com a base teórica desenvolvida na década de 60 e os avanços na área microeletrônica, tornando viável economicamente a implementação de algoritmos de controle mais sofisticados, o interesse na área de controle adaptativo cresceu, ganhando impulso a partir do controlador de variância mínima no início da década de 70.

A partir de então diversos esquemas de controle adaptativo têm sido propostos. O problema chave consiste em se encontrar uma forma conveniente de mudança dos parâmetros do controlador em resposta a mudanças no processo e dinâmicas de perturbação. Os esquemas diferem somente na forma como os parâmetros do controlador são ajustados.

Neste trabalho o esquema de controle adaptativo utilizado inclui-se na classe dos controladores tipo auto-ajustável [3], como mostrado na fig. 1.1 a seguir. Este tipo de controlador tem recebido considerável atenção nos últimos anos pois sua estrutura é flexível, de fácil compreensão e de fácil implementação com microprocessadores.

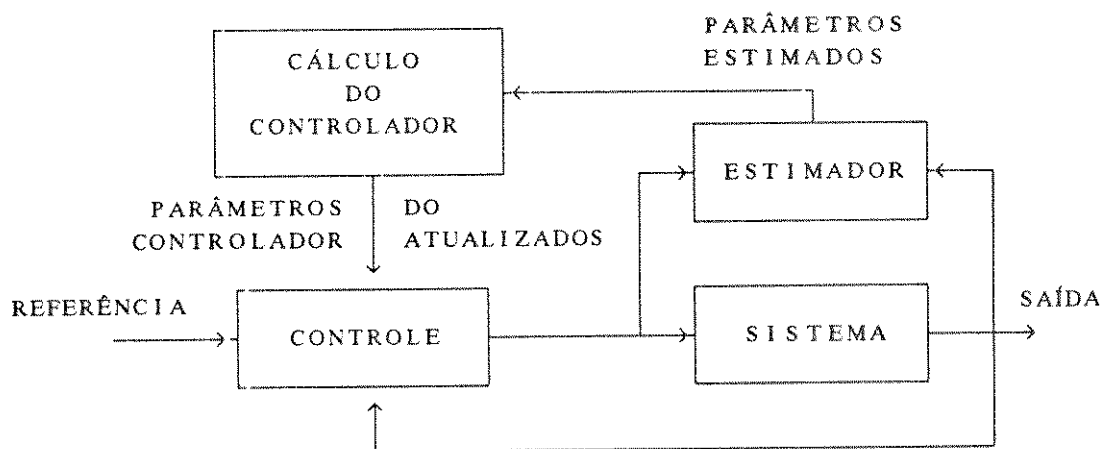


Fig. 1.1 - O esquema adaptativo utilizado.

Na fig. 1.1 nota-se que o controlador é composto de duas malhas. A malha interna é constituída pelo processo e por um regulador linear em realimentação ordinário. Os parâmetros do regulador são ajustados pela malha externa composta de um estimador de parâmetros recursivo e um método de projeto para o controlador.

O regulador auto-ajustável foi originariamente desenvolvido para o problema de controle estocástico de variância mínima [4]. Neste regulador o objetivo de controle é o de minimizar a variância do sinal controlado. Entretanto, o controle de variância mínima apresenta algumas características indesejáveis :

- ausência de parâmetros de ajuste que possam ser utilizados para satisfazer especificações de desempenho.
- projetado para satisfazer apenas o problema de regulação.
- não é diretamente aplicável a processos de fase não mínima, pois apresenta-se muito sensível a erros de modelagem do processo podendo causar instabilidade no sistema em malha fechada.
- pode produzir variações excessivas no sinal de controle.

Para solucionar estes problemas Clarke e Gawthrop introduziram o controlador de variância mínima generalizada (GMV) [5], [6] e [7], que minimiza uma função de custo generalizada composta pelos sinais de referência, saída e controle, permitindo a especificação tanto do comportamento estocástico do sistema (problema de regulação) quanto de um comportamento determinístico em resposta a um sinal de comando (problema de servo). Este controlador tem como parâmetros de projeto ponderações nos sinais de saída e controle que permitem especificar um compromisso entre rejeição a perturbações na saída e o esforço de controle.

O controlador auto-ajustável como mostrado na fig. 1.1 está baseado em argumentos heurísticos tais como a separação dos problemas de identificação e controle. No entanto, estes problemas não se apresentam desacoplados porque a condição para uma boa identificação do sistema (excitação persistente) é oposta à condição de um bom controle (variáveis estabilizadas).

Estes controladores podem ser obtidos a partir da solução ótima do problema de identificação e controle utilizando uma base teórica unificada. Para tanto utiliza-se a teoria de controle estocástico não linear. O sistema e seu ambiente são então descritos por um modelo estocástico. O critério é formulado para minimizar o valor esperado de uma função de custo que é uma função escalar dos estados e controles.

O problema de se obter um controle que minimiza o valor esperado da função de custo é difícil. Sob a hipótese de que uma solução existe, uma equação funcional para a função de custo ótima é derivada usando programação dinâmica. Esta equação, denominada equação de Bellman, pode ser resolvida numericamente somente em casos muito simples. A estrutura do regulador ótimo obtido é mostrada na fig. 1.2 a seguir.

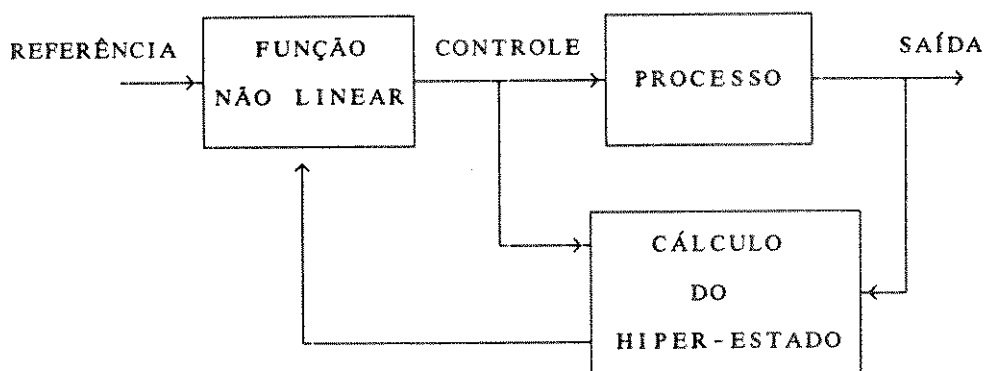


Fig. 1.2 - Diagrama em blocos de um regulador adaptativo obtido da teoria de controle estocástico.

Na fig. 1.2 pode-se notar que o controlador é composto de duas partes : um estimador e um regulador em realimentação. O estimador gera a distribuição de probabilidade condicional do estado a partir das medidas do sistema. Esta distribuição é denominada de hiper-estado do problema. O regulador em realimentação é uma função não linear que mapeia o hiper-estado no espaço das variáveis de controle.

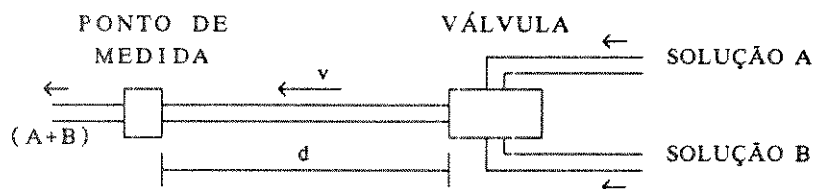
A simplicidade estrutural da solução é obtida ao custo da introdução do hiper-estado que normalmente tem uma dimensão muito elevada. Note também da fig. 1.2 que não há distinção entre os parâmetros e outras variáveis de estado, significando que o regulador pode acompanhar variações muito rápidas nos parâmetros.

A lei de controle ótima assim obtida apresenta uma propriedade interessante. O controle procura levar a saída ao valor desejado, mas introduz perturbações quando os parâmetros são incertos, melhorando as estimativas e o controle futuro. A lei de controle ótima fornece o balanço correto entre a manutenção de um controle adequado e erros de estimação pequenos. Esta propriedade é denominada controle dual.

O controlador auto-ajustável é uma aproximação do controle dual onde a distribuição de probabilidade condicional é substituída pelo valor médio condicional. Este controle é denominado controle de equivalência certa na medida que o problema de controle é resolvido para o caso onde os parâmetros são conhecidos, substituindo-os posteriormente por seus valores estimados. A lei de controle auto-ajustável aproxima-se da lei de controle dual à medida que as estimativas dos parâmetros se tornam acuradas, ou seja, quando o estimador converge para os parâmetros corretos. Entretanto, deve-se salientar que o controle auto-ajustável não possui a propriedade dual e, portanto, várias heurísticas são incorporadas ao esquema da fig. 1.1 a fim de garantir o comportamento correto do estimador e da lei de controle.

1.2 - O CONTROLADOR AUTO-AJUSTÁVEL E PROCESSOS COM ATRASO VARIÁVEL

Num sistema com atraso de transporte o efeito de uma excitação qualquer na entrada do sistema só é percebido na saída após decorrido um intervalo de tempo denominado atraso de transporte do sistema. Como exemplo, considere o sistema representado pela fig. 1.3 onde uma válvula controla a mistura de dois fluidos A e B e cujo ponto de medida da solução está localizado a uma distância d da válvula para garantir a medida de uma solução homogênea.



onde : v - velocidade do fluxo $(A+B)$.

T_d - atraso de transporte do sistema.

$$T_d = \frac{v}{d}$$

Fig. 1.3 - Um sistema físico com atraso de transporte.

A mudança na abertura da válvula num instante de tempo t qualquer, modificando a concentração da solução $(A+B)$, só se fará sentir no ponto de medida no instante $(t+T_d)$. Portanto existe um atraso de transporte entre a entrada do sistema (o comando da válvula) e a saída (a medida de concentração da solução). Além disso, a mudança na velocidade dos fluidos, ou seja, a mudança no ponto de operação do sistema provoca uma mudança no valor do atraso de transporte, caracterizando um sistema com atraso variável. Este fenômeno é muito comum em processos químicos pois, como no exemplo, o atraso de transporte variável aparece associado à variação na razão de fluxo do processo.

O controlador de variância mínima generalizada, embora permitindo atualizações em seus parâmetros de forma a acomodar mudanças no ganho e nas constantes de tempo do processo, é projetado para um atraso de transporte fixo e conhecido. Neste caso, o sistema em malha fechada pode ser instável se o atraso de transporte do modelo não coincide com o atraso real do processo ou este apresenta variações durante a operação do sistema [8].

O controlador GMV pode ser adaptado para acompanhar mudanças no atraso de transporte do sistema acrescentando-se ao algoritmo original estratégias para :

- (i) estimação do valor do atraso.
- (ii) compensação do atraso.

Kurz e Goedecke propuseram um método para a estimação "on-line" do valor do atraso de transporte baseado nas respostas impulsivas de modelos do sistema [9]. Neste método o valor do atraso é obtido pela minimização de um critério que é função das respostas impulsivas de diversos modelos do processo com diferentes valores de atraso. Este método é apresentado neste trabalho estudando-se ainda uma outra alternativa para a estimação do atraso baseada num "matching" em regime entre modelos do processo. Esta alternativa obtém o valor do atraso pela minimização de um critério que é função dos coeficientes do polinômio do numerador de cada modelo com diferentes valores de atraso. A partir da estimação do valor do atraso aplica-se diretamente o projeto do controlador GMV.

Vogel e Edgar desenvolveram um compensador de atraso para uma versão adaptativa do controlador Dahlin capaz de se ajustar a atrasos desconhecidos ou variantes [10]. Esta compensação é baseada num modelo do processo sem atraso onde o conhecimento explícito do valor do atraso não é necessário. Entretanto, o controlador utilizado é projetado para uma especificação de servo, apresentando uma resposta a perturbações insatisfatória se comparada com algoritmos projetados para otimizar tanto comportamentos de servo quanto de regulação simultaneamente. Portanto, Chien et al. propuseram a utilização do controlador GMV associado ao esquema de compensação de Vogel e Edgar com o objetivo de melhorar o desempenho de regulação [8].

Finalmente, Wellstead et al. mostraram que a modificação do GMV para a obtenção de um controlador por alocação de pólos, projetado sobre um modelo modificado do processo, permite que o controlador se ajuste a processos com atraso desconhecido ou variante, sem que seja necessária uma estimação explícita do valor do atraso [11].

O objetivo deste trabalho é o de comparar as diferentes abordagens para o controle de processos com atraso desconhecido ou variante baseadas na utilização do controlador de variância mínima generalizada referidas como :

- (i) o GMV com estimação do valor do atraso, apresentando-se duas diferentes estratégias de estimação.
- (ii) o GMV com compensação do atraso.
- (iii) o controlador por alocação de pólos com estrutura GMV.

Para tanto, a estrutura do trabalho é descrita a seguir. O capítulo 2 apresenta a dedução do controlador GMV para o caso em que o atraso é fixo e conhecido, obtendo as propriedades do sistema em malha fechada. Além disso, este capítulo introduz o controlador por alocação de pólos com estrutura GMV. O capítulo 3 é dedicado ao caso em que o atraso é desconhecido, desenvolvendo-se as estratégias de detecção do atraso e o esquema de compensação com suas propriedades. No capítulo 4 todos os parâmetros do sistema são supostos desconhecidos (exceto a estrutura do modelo), introduzindo-se o estimador de parâmetros e as estratégias para estimação do valor do atraso a partir das informações do estimador. Neste capítulo são também apresentados os algoritmos de controle na sua versão adaptativa, baseados na equivalência certa. No capítulo 5 são apresentados os resultados de simulações e os comentários sobre o desempenho dos algoritmos de controle. Finalmente no capítulo 6 são apresentadas as conclusões gerais do trabalho e sugestões futuras.

CAPÍTULO 2

O CONTROLADOR DE VARIÂNCIA MÍNIMA GENERALIZADA (GMV)

2.1 - INTRODUÇÃO

Neste capítulo apresenta-se o controlador de variância mínima generalizada cuja base é a utilização de uma previsão da variável controlada na minimização, a cada instante, de um critério composto por ponderações dos sinais de referência, saída e controle.

Para tanto, assumem-se as seguintes hipóteses :

- (i) a estrutura do modelo do processo é conhecida.
- (ii) os parâmetros do processo são constantes e conhecidos, inclusive o valor do atraso de transporte.

A organização do capítulo é descrita a seguir. Na seção 2.2 apresenta-se a lei de controle. A partir da lei de controle e dos parâmetros do processo, na seção 2.3 deduz-se as funções de transferência do sistema em malha fechada. A seção 2.4 discute a escolha dos parâmetros de projeto do controlador, ou seja, as ponderações da saída e do controle. Nesta seção é apresentada uma estratégia para o projeto do controlador GMV a partir da especificação dos pólos em malha fechada do sistema - o controlador por alocação de pólos. Esta estratégia é uma alternativa para o caso onde não se dispõe do valor exato do atraso do processo, como será discutido no capítulo 4. Finalmente na seção 2.5 é apresentado um resumo deste capítulo.

2.2 - A LEI DE CONTROLE

Tendo em vista o processamento digital requerido para o cálculo da variável de controle, considera-se o modelo discreto para o sistema a ser controlado dado pela equação 2.1 a seguir.

$$A(z^{-1}) y_t = B(z^{-1}) z^{-d} u_t + C(z^{-1}) \xi_t \quad (2.1)$$

onde : y_t - saída do sistema.

u_t - entrada do sistema.

ξ_t - perturbação estocástica estacionária não correlacionada de média zero.

d - atraso expresso como múltiplo do período de amostragem ($d \geq 1$ - devido ao segurador de ordem zero).

t - tempo discreto ($t = 0, 1, 2, \dots$).

O segundo termo do lado direito da equação (2.1) modela uma perturbação estocástica aditiva à saída devido a erros de medida e perturbações do ambiente.

Os polinômios $A(z^{-1})$, $B(z^{-1})$ e $C(z^{-1})$ são descritos em termos do operador deslocamento atrás z^{-1} , ou seja, $z^{-1}x_t = x_{t-1}$.

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_{na} z^{-na}$$

$$B(z^{-1}) = b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_{nb} z^{-nb} \quad (b_0 \neq 0)$$

$$C(z^{-1}) = 1 + c_1 z^{-1} + \dots + c_{nc} z^{-nc}$$

O polinômio $C(z^{-1})$ contém todas as raízes estritamente dentro do círculo unitário (teoremas da representação e fatorização espectral) [12].

A lei de controle é deduzida, tendo por base os parâmetros do sistema a controlar minimizando a seguinte função de custo [13] :

$$I = \mathcal{E} \left\{ [P(z^{-1})y_{t+d} - R(z^{-1})w_t]^2 + [Q'(z^{-1})u_t]^2 / J_t \right\} \quad (2.2)$$

onde : $\mathcal{E}$ - operador esperança matemática.

w_t - sinal de referência.

$P(z^{-1})$, $R(z^{-1})$ e $Q'(z^{-1})$ - polinômios de ponderação em z^{-1} .

$$P(z^{-1}) = p_0 + p_1 z^{-1} + \dots + p_{np} z^{-np}$$

$$R(z^{-1}) = r_0 + r_1 z^{-1} + \dots + r_{nr} z^{-nr}$$

$$Q'(z^{-1}) = q'_0 + q'_1 z^{-1} + \dots + q'_{nq} z^{-nq}$$

J_t - observações até o instante t .

A equação (2.2) traduz um compromisso entre a minimização de variações em torno de um valor de referência w_t (cuja dinâmica é considerada no critério) e o esforço de controle u_t . Comparado com o regulador de variância mínima (STR), pode-se notar que a inclusão explícita da referência w_t no critério a ser minimizado permite especificar o comportamento dinâmico do sistema em resposta a um sinal de referência. Além disso, a inclusão do sinal de controle limita o esforço de controle que frequentemente apresenta uma variância muito elevada no STR. Outro ponto importante a ser notado é a caracterização de um controle de um passo, ou seja, a variável de controle é calculada para minimizar o critério (2.2) em cada instante e não sobre um horizonte de tempo como fazem outros tipos de controle preditivo.

2.2.1 - A PREVISÃO DA SAÍDA

A minimização da equação (2.2) implica na previsão da variável $P y_{t+d}$ com base na informação até o instante t . Para esta previsão utiliza-se um preditor baseado num critério de mínimos quadrados [12].

Seja o sistema descrito pela equação (2.1) onde se deseja a melhor previsão da variável $z_{t+d/t}^*$ segundo a minimização do critério abaixo :

$$L = \mathcal{E} \left\{ [z_{t+d} - z_{t+d/t}^*]^2 / J_t \right\}$$

onde : $z_{t+d} = P(z^{-1}) y_{t+d}$.

$z_{t+d/t}^*$ - previsão da variável z_{t+d} dada a informação até o instante t .

$$z_{t+d} = z_{t+d/t}^* + e_{t+d/t}$$

$e_{t+d/t}$ - erro previsto com a informação até o instante t .

Utilizando-se argumentos clássicos para este tipo de critério, como por exemplo o teorema da projeção ortogonal, pode-se mostrar que $e_{t+d/t}$ é não correlacionado com y_{t-i} , u_{t-i} para $i \geq 0$.

Isolando-se $P y_{t+d}$ na equação (2.1) obtém-se :

$$P y_{t+d} = \frac{PB}{A} u_t + \frac{PC}{A} \xi_{t+d} \quad (2.3)$$

O termo correspondente à perturbação pode ser considerado como uma soma de dois termos : um correspondente às perturbações futuras e o outro correspondente às perturbações que ocorreram até o instante t , inclusive. Pode-se, então, estabelecer a seguinte separação polinomial :

$$\frac{PC}{A} = F + \frac{G}{A} z^{-d} \quad (2.4)$$

onde : $F(z^{-1})$ e $G(z^{-1})$ - polinômios de ordens n_f e n_g respectivamente.

$$nf = d - 1$$

$$ng = \max \left\{ \begin{matrix} na - 1 \\ np + nc - d \end{matrix} \right\}$$

Observe que $f_0 = p_0$ pois $c_0 = a_0 = 1$.

Pode-se mostrar que existe uma única solução para os polinômios F e G com as ordens dadas [13].

Combinando-se as equações (2.3) e (2.4) tem-se :

$$z_{t+d} = \frac{PB}{A} u_t + \frac{G}{A} \xi_t + F \xi_{t+d} \quad (2.5)$$

O último termo do lado direito da equação (2.5) corresponde às perturbações futuras $\xi_{t+d}, \xi_{t+d-1}, \dots, \xi_{t+1}$, que não estão disponíveis no instante t . Logo, a melhor previsão para a variável $z_{t+d/t}^*$ é dada por :

$$z_{t+d/t}^* = \frac{PB}{A} u_t + \frac{G}{A} \xi_t \quad (2.6)$$

Da equação (2.1) que descreve o sistema obtém-se o valor para ξ_t :

$$\xi_t = \frac{A}{C} y_t - \frac{B}{C} z^{-d} u_t \quad (2.7)$$

Substituindo-se (2.7) em (2.6) e utilizando-se a identidade polinomial (2.4), tem-se :

$$\boxed{C z_{t+d/t}^* = G y_t + BF u_t} \quad (2.8)$$

Portanto, a equação (2.8) fornece a melhor previsão da variável $z_{t+d} = P(z^{-1}) y_{t+d}$ a partir dos valores das entradas e saídas do sistema até o instante t .

2.2.2 - O CÁLCULO DA LEI DE CONTROLE

Nesta seção a lei de controle u_t é calculada a partir da minimização do critério I baseado na previsão de $P y_{t+d}$ obtida na seção anterior.

Reescrevendo-se a equação (2.2) em termos da previsão de $P y_{t+d}$ dado por $z_{t+d/t}^*$ tem-se :

$$\begin{aligned} I &= \mathcal{E} \left\{ [(z_{t+d/t}^* + e_{t+d/t}) - R w_t]^2 + [Q' u_t]^2 / J_t \right\} = \\ &= \mathcal{E} \left\{ [z_{t+d/t}^* - R w_t]^2 + 2 [z_{t+d/t}^* - R w_t] e_{t+d/t} + e_{t+d/t}^2 + \right. \\ &\quad \left. + [Q' u_t]^2 / J_t \right\} \end{aligned}$$

porém, $\mathcal{E} \left\{ 2 [z_{t+d/t}^* - R w_t] e_{t+d/t} / J_t \right\} = 0$

pois $e_{t+d/t}$ é não correlacionado com y_{t-i} , u_{t-i} ($i \geq 0$), como dito anteriormente, e também é não correlacionado com w_{t-i} ($i \geq 0$) por hipótese (w_t é um sinal determinístico).

Tem-se ainda que :

$$\mathcal{E} \left\{ [z_{t+d/t}^* - R w_t]^2 + [Q' u_t]^2 / J_t \right\} = [z_{t+d/t}^* - R w_t]^2 + [Q' u_t]^2$$

pois todas as informações até o instante t são conhecidas.

Finalmente, sendo :

$$\mathcal{E} \left\{ e_{t+d/t}^2 / J_t \right\} = \sigma^2$$

a equação (2.2) pode ser reescrita como :

$$I = [z_{t+d/t}^* - R w_t]^2 + [Q' u_t]^2 + \sigma^2$$

que é minimizada escolhendo-se u_t tal que :

$$\frac{\partial I}{\partial u_t} = 2 [z_{t+d/t}^* - R w_t] \frac{\partial}{\partial u_t} z_{t+d/t}^* + 2 Q' u_t \frac{\partial}{\partial u_t} (Q' u_t) = 0$$

Da equação (2.8) tem-se :

$$\frac{\partial}{\partial u_t} \dot{z}_{t+d/t} = \frac{B(0) F(0)}{C(0)} = b_0 p_0$$

Portanto,

$$\frac{\partial I}{\partial u_t} = 2 [\dot{z}_{t+d/t} - R w_t] b_0 p_0 + 2 q'_0 Q' u_t = 0$$

e a lei de controle é dada por :

$$\boxed{\dot{z}_{t+d/t} + \frac{q'_0}{b_0 p_0} Q' u_t - R w_t = 0} \quad (2.9)$$

Resta apenas substituir a previsão da variável z_{t+d} dada por (2.8) na equação (2.9) e obter a lei de controle em função dos sinais de saída e referência.

Definindo-se um novo polinômio $Q(z^{-1})$ tal que :

$$Q = \frac{q'_0}{b_0 p_0} Q' \quad (2.10)$$

e substituindo-se (2.8) em (2.9) obtém-se :

$$G y_t + B F u_t + Q C u_t - R C w_t = 0$$

Finalmente, definindo-se novos polinômios tais que :

$$\boxed{\begin{aligned} H(z^{-1}) &= B F + Q C & (a) \\ E(z^{-1}) &= -R C & (b) \end{aligned}} \quad (2.11)$$

Tem-se como resultado a seguinte lei de controle :

$$\boxed{G y_t + H u_t + E w_t = 0} \quad (2.12)$$

Portanto, a equação (2.12) permite o cálculo da variável de controle u_t que minimiza o critério (2.2) como uma função dos valores atuais e anteriores da saída e da referência e de valores anteriores do controle. Todas estas informações estão disponíveis no instante t .

Os polinômios H , G e E são funções dos parâmetros do sistema, dados pelos polinômios A , B e C , e dos polinômios de ponderação P , Q e R fornecidos externamente segundo algum critério.

2.3 - FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA EM MALHA FECHADA

O estabelecimento das funções de transferência em malha fechada permite analisar o comportamento do sistema sob o ponto de vista entrada-saída. Além disso, a dedução das funções de transferência em malha fechada permite que se estabeleça a relação entre os parâmetros de projeto do controlador P , Q e R e o comportamento do sistema em malha fechada. Este relacionamento permite, por exemplo, especificar indiretamente os polinômios de ponderação através da especificação dos pólos desejados para o sistema em malha fechada, dando origem ao controlador por alocação de pólos discutido na seção 2.4.

A partir das equações do sistema (2.1) e do controle (2.12), reescritas a seguir por conveniência, constrói-se o diagrama em blocos dado pela fig. 2.1, que é uma representação do sistema controlado.

$$y_t = \frac{B}{A} z^{-d} u_t + \frac{C}{A} \xi_t \tag{2.1}$$

$$u_t = - \frac{G}{H} y_t - \frac{E}{H} w_t \tag{2.12}$$

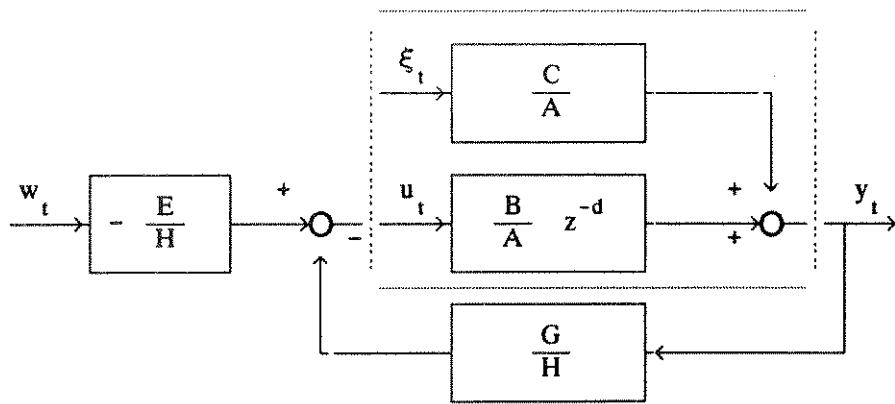


Fig. 2.1 - Diagrama em blocos do sistema controlado.

Primeiramente, estabelece-se a dependência entre a variável de saída y_t e as variáveis de entrada w_t e ξ_t . Posteriormente deduz-se a dependência entre a variável de controle u_t e as mesmas variáveis de entrada.

Substituindo-se, então, a equação (2.12) em (2.1) tem-se que :

$$[AH + BG z^{-d}] y_t = -EB z^{-d} w_t + HC \xi_t \quad (2.13)$$

O termo do lado esquerdo da equação (2.13) pode ser escrito em função dos polinômios P e Q como segue :

$$AH + BG z^{-d} = A [BF + QC] + BG z^{-d} = B [AF + G z^{-d}] + AQC \quad (2.14)$$

Substituindo-se a identidade (2.4) em (2.14) tem-se :

$$AH + BG z^{-d} = BPC + AQC = [BP + AQ] C \quad (2.15)$$

Finalmente, substituindo-se o polinômio E dado pela equação (2.11b) e a equação (2.15) em (2.13) obtém-se :

$$y_t = \frac{RB}{BP + AQ} z^{-d} w_t + \frac{H}{BP + AQ} \xi_t \quad (2.16)$$

De maneira análoga é deduzida a dependência entre a variável de controle u_t e as variáveis w_t e ξ_t .

Substituindo-se a equação (2.1) que descreve o sistema na equação (2.12) de controle tem-se que :

$$[AH + BG z^{-d}] u_t = -AE w_t - GC \xi_t \quad (2.17)$$

Finalmente, escrevendo-se o termo do lado esquerdo da equação (2.17) em função dos polinômios P e Q e, em seguida, substituindo-se as equações (2.4) e (2.11b) em (2.17), obtém-se as relações em malha fechada para a variável de controle, conforme a equação (2.18) a seguir :

$$u_t = \frac{AR}{BP + AQ} w_t - \frac{G}{BP + AQ} \xi_t \quad (2.18)$$

É importante observar que as funções de transferência dadas pelas equações (2.16) e (2.18) estão escritas em função do operador atraso z^{-1} , que foi omitido por uma questão de legibilidade. Para que os pólos e zeros destas funções possam ser estabelecidos, é necessário que estas equações sejam reescritas em função do operador avanço z .

Esta transformação é obtida multiplicando-se o numerador e o denominador de cada função de transferência por z^n , onde n é a maior ordem entre os polinômios do numerador e do denominador, ou seja :

$$n = \max \{n_n, n_d\}$$

onde : n_n e n_d - ordens dos polinômios do numerador e denominador, respectivamente.

Após a transformação, a função de transferência apresentará $(n_d - n_n)$ zeros na origem (se $n_d > n_n$) ou $(n_n - n_d)$ pólos na origem (se $n_n > n_d$), além é claro dos pólos e zeros especificados pelos polinômios do denominador e do numerador, respectivamente.

Portanto, as funções de transferência dadas pelas equações (2.16) e (2.18) apresentam os seguintes pólos em malha fechada :

- (i) os valores de z que anulam a equação algébrica (2.19) dada abaixo :

$$B(z^{-1}) P(z^{-1}) + A(z^{-1}) Q(z^{-1}) = 0 \quad (2.19)$$

- (ii) pólos na origem em número que depende das ordens do numerador e do denominador da função de transferência em z^{-1} .

É interessante observar que, supondo o valor do atraso conhecido e correto, este é completamente eliminado da equação característica em malha fechada ($BP + AQ$). Esta é uma característica do controle preditivo cuja previsão é feita exatamente sobre o valor do atraso.

Deve-se notar também da equação (2.19) que diferentes polinômios P e Q levam a diferentes equações características. Logo, um dos critérios para a escolha de tais polinômios é o de se obter um determinado conjunto de pólos em malha fechada. Tal escolha é uma forma de se especificar determinados comportamentos do sistema tais como : sobreelevação, tempo de estabilização, resposta a perturbações como discutido a seguir.

2.4 - ESPECIFICAÇÃO DOS POLINÔMIOS DE PONDERAÇÃO

Como mencionado anteriormente, os polinômios de ponderação P , Q e R são parâmetros de projeto do controlador GMV e devem ser fornecidos a priori. Tais polinômios refletem o custo dado às variáveis que compõem o critério (2.2) a ser minimizado, e alteram tanto o comportamento servo do sistema quanto sua regulação - vide equações (2.16) e (2.18). Entretanto, a especificação de tais polinômios não deriva de formulações precisas, sendo dependente do processo sob controle e dependendo em grande parte da experiência do projetista. Apesar disso, propostas para a especificação destes parâmetros têm sido apresentadas, fornecendo algumas soluções para o problema.

Basicamente, tais propostas estão relacionadas ou à própria experiência em relação ao processo ou ao atendimento de algum critério de desempenho. Neste último caso um conhecimento mais formal sobre o processo se faz necessário.

Dentre tais estratégias pode-se citar :

- (i) utilização de P e Q na forma :

$$P(z^{-1}) = 1$$

$$Q(z^{-1}) = \lambda (1 - z^{-1})$$

obtendo erro em regime nulo e tendo λ como parâmetro de ajuste.

- (ii) pré-estabelecer diversos valores de P e Q satisfatórios para diferentes pontos de operação do processo, que são escolhidos posteriormente durante a operação do processo [14].
- (iii) P e Q estabelecidos segundo os pólos desejados do sistema em malha fechada.
- (iv) P e Q estabelecidos segundo os pólos desejados em malha fechada mais um critério de resposta em frequência [13].

A estratégia para especificação de P e Q utilizada neste trabalho baseia-se na proposta (iii). Além disso, esta proposta dá origem ao controlador por alocação de pólos com estrutura GMV, discutido na seção 2.4.1. Antes porém, discute-se a especificação do polinômio $R(z^{-1})$.

O polinômio $R(z^{-1})$ é especificado de forma a garantir um erro em regime nulo para uma referência degrau. Para isso, a partir da equação (2.16) tem-se a função de transferência entre a saída e a referência dada por :

$$y_t = \frac{RB}{BP + AQ} z^{-d} w_t \quad (2.20)$$

Tomando-se a transformada z em ambos os lados da equação (2.20) tem-se :

$$Y(z) = \frac{RB}{BP + AQ} z^{-d} W(z)$$

onde : $Y(z)$ - transformada z de y_t .

$W(z)$ - transformada z de w_t .

Aplicando-se o teorema do valor final para uma referência degrau de amplitude ψ obtém-se :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y_t = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{z-1}{z} Y(z) = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{z-1}{z} \left(\frac{RB}{BP + AQ} \right) z^{-d} \frac{z}{z-1} \psi$$

Para que não haja erro em regime deve-se ter :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y_t = \psi$$

ou

$$\lim_{z \rightarrow 1} \left(\frac{RB}{BP + AQ} \right) z^{-d} \psi = \psi \quad (2.21)$$

Logo, aplicando-se o limite em (2.21) tem-se :

$$\frac{R(1)B(1)}{B(1)P(1) + A(1)Q(1)} = 1 \quad (2.22)$$

As seguintes condições satisfazem a equação (2.22) :

$$Q(1) = 0 \quad \text{e} \quad R(1) = P(1) \quad (2.23)$$

A condição sobre o polinômio $Q(z^{-1})$ é satisfeita adotando-se a seguinte fatoração :

$$Q(z^{-1}) = (1 - z^{-1}) Q^*(z^{-1}) \quad (2.24)$$

onde : $Q^*(z^{-1})$ - polinômio de ordem nqa.

A condição sobre o polinômio $R(z^{-1})$ é satisfeita escolhendo-se R na forma mais simples possível, ou seja, a de um escalar :

$$R(z^{-1}) = r_0 = P(1) \quad (2.25)$$

Portanto, $R(z^{-1})$ é especificado como um polinômio de grau zero, a partir da especificação do polinômio P , satisfazendo a equação (2.25). Para o polinômio Q adota-se sempre a fatoração dada por (2.24).

2.4.1 - O CONTROLADOR POR ALOCAÇÃO DE PÓLOS COM ESTRUTURA GMV

O controlador por alocação de pólos apresentado nesta seção utiliza a estrutura do controlador GMV da seção 2.2 e sua metodologia de projeto. Os parâmetros de projeto deste controlador são os pólos desejados do sistema em malha fechada. A utilização da estrutura GMV é possível graças ao relacionamento entre os polinômios P e Q , que são parâmetros de projeto do controlador GMV, com os pólos do sistema em malha fechada, como deduzido na seção 2.3. Portanto neste caso, os polinômios P e Q são determinados indiretamente através da especificação dos pólos do sistema em malha fechada.

A solução da equação (2.19), reescrita a seguir, fornece os pólos do sistema em malha fechada fora da origem :

$$B(z^{-1}) P(z^{-1}) + A(z^{-1}) Q(z^{-1}) = 0 \quad (2.19)$$

Portanto, os pólos do sistema em malha fechada localizados fora da origem podem ser especificados através da solução da equação (2.26) para P e Q dada por :

$$B(z^{-1}) P(z^{-1}) + A(z^{-1}) Q(z^{-1}) = T(z^{-1}) \quad (2.26)$$

onde : $T(z^{-1})$ - polinômio de ordem nt , tal que os valores de z que o anulam são os pólos desejados em malha fechada.

A equação (2.26) é uma identidade polinomial denominada equação diofantina cuja solução geral é apresentada no apêndice A.

Por inspeção das equações (A.1) e (2.26) e aplicando o teorema (A.2) em (2.26) obtém-se as seguintes ordens para os polinômios P e Q respectivamente :

$$\begin{aligned} n_p &= n_a - 1 & (a) \\ n_q &= n_b - 1 & (b) \end{aligned} \quad (2.27)$$

As ordens de P e Q assim definidas geram uma solução única para P e Q e são mínimas. A solução de (2.26) sujeita às ordens dadas por (2.27) recai na solução do seguinte sistema de equações linear :

$$\left[\begin{array}{cccc|cccc} b_0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ b_1 & b_0 & \dots & 0 & 0 & a_1 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & b_{nb} & b_{nb-1} & 0 & 0 & \dots & a_{na} & a_{na-1} \\ 0 & 0 & \dots & 0 & b_{nb} & 0 & 0 & \dots & 0 & a_{na} \end{array} \right] \begin{bmatrix} p_0 \\ p_1 \\ \vdots \\ p_{np} \\ \hline q_0 \\ q_1 \\ \vdots \\ q_{nq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_0 \\ t_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ t_{nt} \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

Note que as seguintes hipóteses do teorema (A.2) devem ser satisfeitas :

- (i) A, B e T são polinômios com coeficientes reais.
- (ii) o maior fator comum de A e B divide T.
- (iii) $n_t \leq n_a + n_b - 1$.

Os polinômios A e B não possuem fatores comuns pois como são denominador e numerador de uma função de transferência, num processo de identificação desta função tais polinômios podem ser fatorizados e os termos comuns cancelados. Portanto, a condição (ii) é satisfeita para qualquer T e a equação de alocação tem solução. A adoção de $n_t \leq n_a + n_b - 1$ não representa na prática uma restrição severa, pois muito frequentemente se deseja um sistema controlado que apresente um comportamento dominante de ordem não elevada (máximo de 3ª ordem), satisfazendo a condição (iii).

Portanto, a solução do sistema de equações dado por (2.28) com a restrição sobre o polinômio T dada por (iii) acima resulta em valores únicos para P e Q que posicionam os pólos do sistema localizados fora da origem coincidindo com as raízes do polinômio T.

Entretanto a equação (2.24), reescrita a seguir, estabelece o polinômio Q da seguinte forma :

$$Q(z^{-1}) = (1 - z^{-1}) Q^*(z^{-1}) \quad (2.24)$$

Logo uma ligeira mudança se faz necessária na solução da equação (2.26). Esta equação pode ser reescrita da seguinte forma em termos do polinômio Q^* :

$$\boxed{BP + A'Q^* = T} \quad (2.29)$$

onde : $A'(z^{-1}) = A(z^{-1}) (1 - z^{-1})$.

na' - ordem do polinômio A' .

$$na' = na + 1$$

Por inspeção das equações (2.29) e (2.26) obtém-se as seguintes ordens para os polinômios P e Q^* respectivamente :

$$\boxed{np = na} \quad (a)$$

(2.30)

$$\boxed{nqa = nb - 1} \quad (b)$$

Da mesma forma a hipótese sobre a ordem do polinômio T se altera para :

$$\boxed{nt \leq na + nb} \quad (2.31)$$

Todavia a equação (2.30b) gera um caso de exceção quando $nb = 0$. Para este caso deve-se adotar $nqa = 0$ (pois $nqa \geq 0$), ou seja, deve-se aumentar de uma unidade a ordem mínima de Q^* .

Como mostrado no apêndice A, dado que a condição (2.31) é satisfeita, o acréscimo na ordem de apenas um dos polinômios resulta em coeficientes nulos para as potências acrescidas. Portanto o acréscimo de uma unidade na ordem de Q^* deve necessariamente vir acompanhada do acréscimo de uma unidade na ordem de P para que Q^* seja não nulo, ou seja :

$$np = na + 1$$

$$nqa = 0$$

Neste caso porém tem-se uma incógnita a mais do que o número de equações como mostrado a seguir.

$$n_{eq} = \max \left\{ \begin{matrix} n_p + n_b \\ n_{qa} + n_a \end{matrix} \right\} + 1 = n_a + n_b + 2$$

$$n_{in} = n_p + n_{qa} + 2 = n_a + n_b + 3$$

Para que o sistema de equações gerado pela solução da equação (2.29) volte a ter solução única arbitra-se o valor de $p_0 = 1$.

Em suma, a partir da especificação dos pólos do sistema em malha fechada satisfazendo (2.31) o controlador por alocação de pólos é obtido da seguinte forma :

- (i) Através da solução de (2.29) obtém-se $P(z^{-1})$ e $Q^*(z^{-1})$ com :
 - (a) se $n_b = 0$: $n_p = n_a + 1$; $n_{qa} = 0$ e $p_0 = 1$.
 $n_{eq} = n_{in} = n_a + 2$.
 - (b) se $n_b > 0$: $n_p = n_a$; $n_{qa} = n_b - 1$.
 $n_{eq} = n_{in} = n_a + n_b + 1$.
- (ii) Através de (2.24) e (2.25) obtém-se $Q(z^{-1})$ e $R(z^{-1})$.
- (iii) Calcula-se a lei de controle dada na seção 2.2.

Neste caso os polinômios P e Q são obtidos a partir dos parâmetros do processo. Portanto, para processos com parâmetros variantes no tempo os polinômios de ponderação são também variantes e a solução da equação de alocação de pólos (2.29) é executada a cada instante de amostragem.

2.5 - RESUMO

O controlador GMV apresentado neste capítulo tem por objetivo de projeto satisfazer tanto uma especificação de rejeição à perturbação quanto uma especificação de resposta transitória a um sinal de comando. Seus parâmetros de projeto são polinômios de ponderação que regulam o compromisso entre dispersão da variável controlada e esforço de controle, além de determinarem a dinâmica do sistema. A escolha dos parâmetros de projeto não dispõe de uma metodologia precisa e depende em muito da sensibilidade do projetista. Um dos critérios apresentado para a escolha de tais parâmetros é derivado de uma especificação dos pólos desejados para o sistema em malha fechada, obtendo-se também um controlador por alocação de pólos com estrutura GMV.

Os controladores apresentados neste capítulo se utilizam de uma previsão estatística da saída k passos à frente para a obtenção da lei de controle. Se esta previsão é feita exatamente sobre o valor do atraso de transporte do processo, ou seja $k = d$, tem-se como resultado a completa eliminação do atraso na equação característica em malha fechada. Portanto este capítulo assume conhecido a priori o valor do atraso de transporte do sistema.

CAPÍTULO 3

O GMV E O CONTROLE DE PROCESSOS COM ATRASO DESCONHECIDO

3.1 - INTRODUÇÃO

O controlador GMV apresentado no capítulo anterior é projetado para satisfazer requisitos de servo e de regulação a partir da minimização de um critério que considera as especificações estocásticas e determinísticas do sistema. Seu projeto é baseado no conhecimento a priori do valor do atraso de transporte do sistema, contudo existem sistemas onde o atraso de transporte é desconhecido pois este varia ao longo da operação do sistema. Portanto neste capítulo apresentam-se duas estratégias para a utilização do controlador GMV para processos onde o valor do atraso é desconhecido e que continue atendendo os requisitos de desempenho. Estas estratégias estão baseadas na :

- (i) detecção do valor do atraso.
- (ii) compensação do atraso.

Na seção 3.2 obtém-se uma nova representação para o sistema onde o conhecimento a priori é a faixa de variação do atraso. A seção 3.3 apresenta estratégias para, a partir da nova representação do sistema, obter o valor exato do atraso do processo. Elas são denominadas estratégias para a detecção do atraso e baseiam-se em métodos de :

- (a) interpolação das respostas impulsivas de modelos do processo.
- (b) "matching" de modelos do processo.

Na abordagem (b) mostra-se que a proposta inicial de "matching" entre modelos encontrada na literatura é inadequada para a detecção do valor do atraso propondo-se um novo método que generaliza o método de "matching" existente na literatura. Uma vez detectado o valor correto do atraso o projeto do controlador GMV apresentado no capítulo anterior é aplicado diretamente com o valor detectado para o atraso, conforme discutido na seção 3.4.

A seção 3.5 apresenta estratégias de controle com compensação do atraso. Nesta seção apresenta-se o conceito de compensação inicialmente proposto por Smith - o preditor de Smith - que utiliza o conhecimento a priori do valor do atraso. Para o caso em que o valor do atraso é desconhecido apresenta-se uma proposta de compensação baseada na representação do sistema da seção 3.2 que utiliza a faixa de variação do atraso - o preditor generalizado. Nesta seção mostra-se que a compensação do atraso pode ser aplicada, em princípio, a qualquer controlador. Deste modo a seção 3.6 apresenta o controlador GMV com compensação do atraso. Neste caso o GMV é obtido a partir de um modelo aproximado do processo com atraso fixo unitário. Finalmente a seção 3.7 apresenta o resumo deste capítulo.

3.2 - A REPRESENTAÇÃO DO ATRASO

Na equação (2.1) que descreve o sistema, os zeros fora da origem e o atraso relativos à variável de controle u_i são representados pelo termo :

$$B(z^{-1}) z^{-d} = (b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_{nb} z^{-nb}) z^{-d} \quad (b_0 \neq 0) \quad (3.1)$$

Nesta representação tem-se nb zeros fora da origem dados pelas raízes do polinômio B e um atraso puro d descrito pelo termo z^{-d} .

Definindo-se o polinômio $B'(z^{-1})$ como :

$$B'(z^{-1}) = 0 + \dots + 0z^{-(d-1)} + b_0 z^{-d} + \dots + b_{nb} z^{-(nb+d)} \quad (3.2)$$

A equação (3.1) satisfaz :

$$B(z^{-1}) z^{-d} = B'(z^{-1})$$

A equação (3.2) mostra que o processo pode ser modelado por $(nb + d)$ zeros fora da origem dados pelas raízes do polinômio $B'(z^{-1})$ com nb zeros dados pelas raízes do polinômio $B(z^{-1})$ e d zeros no infinito. Ou seja, o atraso de transporte do processo pode ser modelado como zeros no infinito [11].

A equação (3.2) pode ainda ser reescrita como :

$$\begin{aligned} B'(z^{-1}) = 0 + \dots + 0z^{-(d-1)} + b_0 z^{-d} + \dots + b_{nb} z^{-(nb+d)} + \\ + 0z^{-(nb+d+1)} + \dots + 0z^{-(nb+d+m)} \end{aligned} \quad (3.3)$$

onde : m - é um inteiro não negativo.

O polinômio $B'(z^{-1})$ de ordem $(nb + d + m)$ dado pela equação (3.3) modela corretamente os zeros e o atraso do sistema.

Suponha agora que o atraso de transporte do sistema altera-se de d para $(d + 1)$. Neste caso a equação (3.3) pode ser reescrita como :

$$\begin{aligned} B'(z^{-1}) = 0 + \dots + 0z^{-d} + b_0 z^{-(1+d)} + \dots + b_{nb} z^{-(nb+d+1)} + \\ + 0z^{-(nb+d+2)} + \dots + 0z^{-(nb+d+m)} \end{aligned} \quad (3.4)$$

A equação (3.4) mostra que o polinômio B' de mesma ordem $(nb + d + m)$ ainda modela corretamente o processo.

Portanto verifica-se que a modelagem dos zeros e do atraso do sistema por um polinômio B' de ordem superior é correta para um atraso d compreendido na faixa de 0 a $(d + m)$ não necessitando do conhecimento do valor exato do atraso. Conhecendo-se a priori a faixa de variação do atraso a ordem do polinômio B' é fixada como :

$$B'(z^{-1}) = b'_0 + b'_1 z^{-1} + \dots + b'_{nb+D} z^{-(nb+D)} \quad (3.5)$$

onde : D - faixa de variação do atraso.

$$D = dmáx - dmín$$

dmáx - máximo valor do atraso.

dmín - mínimo valor do atraso. $(dmín \leq d \leq dmáx)$

Neste caso o modelo do sistema é dado por :

$$A(z^{-1}) y_t = B'(z^{-1}) z^{-dmín} u_t + C(z^{-1}) \xi_t \quad (3.6)$$

onde : $A(z^{-1})$ e $C(z^{-1})$ - mesmos polinômios do modelo (2.1).

$$dmín \geq 1.$$

A fig. 3.1 mostra a forma do polinômio B' quando o atraso real d assume o valor $(dmín + 1)$.

$$B'(z^{-1}) = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline b'_0 & b'_1 & \dots & b'_l & b'_{l+1} & \dots & b'_{l+nb} & \dots & b'_{nb+D} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} || & || & || \\ B(z^{-1}) = & \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline b_0 & b_1 & \dots & b_{nb} \\ \hline \end{array} \end{array}$$

$$\text{com : } b'_0 = b'_1 = \dots = b'_{l-1} = b'_{l+nb+1} = \dots = b'_{nb+D} = 0.$$

$$b'_l = b_0 ; b'_{l+1} = b_1 ; \dots ; b'_{l+nb} = b_{nb} \quad (0 \leq l \leq D)$$

Fig. 3.1 - Forma do polinômio B' para um atraso $d = dmín + 1$.

Substituindo-se os valores dos coeficientes b'_i dados pela fig. 3.1 obtém-se :

$$B'(z^{-1}) z^{-dmín} = B(z^{-1}) z^{-d}$$

Ou seja, se as hipóteses sobre os valores dos coeficientes de B' dadas pela fig. 3.1 forem satisfeitas os modelos descritos pelas equações (2.1) e (3.6) são idênticos.

Portanto, através do modelo (3.6) consegue-se uma representação para o sistema na qual não é necessário o conhecimento explícito do valor do atraso, mas somente sua faixa de variação.

A utilização direta do modelo (3.6) para a obtenção do controlador GMV, onde a previsão de y_t é realizada sobre o atraso mínimo $dmín$, resulta normalmente em um desempenho fora da especificação para o sistema em malha fechada pois [8] :

- (i) o coeficiente b'_0 em (3.6) pode ser nulo.
- (ii) o atraso não é completamente eliminado da equação característica em malha fechada.

O item (i) se refere à condição $b'_0 \neq 0$ imposta para a obtenção do polinômio $Q(z^{-1})$ dado pela equação (2.10) reescrita a seguir.

$$Q = \frac{q'_0}{b'_0 p_0} Q' \quad (2.10)$$

Como visto anteriormente a utilização de B' no modelo (3.6) pode resultar em $b'_0 = 0$ dependendo do valor do atraso. Neste caso, fixa-se diretamente o polinômio Q com $q'_0 = 0$. Consequentemente obtém-se uma lei de controle com custo zero e um elevado esforço de controle.

O item (ii) é demonstrado a seguir.

Como mencionado no capítulo 2 a utilização do GMV com o valor exato do atraso tem por consequência a completa eliminação do atraso de transporte na equação característica do sistema em malha fechada.

Analogamente ao que foi feito na seção 3.2, a utilização do GMV obtido com o modelo (3.6) resulta nas seguintes funções de transferência em malha fechada :

$$y_t = \frac{RB'}{B'P + AQ} z^{-dmín} w_t + \frac{H}{B'P + AQ} \xi_t \quad (3.7)$$

$$u_t = \frac{AR}{B'P + AQ} w_t - \frac{G}{B'P + AQ} \xi_t \quad (3.8)$$

A equação característica em malha fechada é dada por :

$$\boxed{B'(z^{-1}) P(z^{-1}) + A(z^{-1}) Q(z^{-1}) = 0} \quad (3.9)$$

Suponha um atraso real $d = d_{\min} + l$. Neste caso a forma do polinômio B' é dada pela fig. 3.1 e a equação (3.9) pode ser reescrita como :

$$B z^{-l} P + AQ = 0 \quad (3.10)$$

Logo ocorre um atraso de transporte puro na equação característica que é tanto maior quanto maior for a diferença entre o atraso real d e o atraso mínimo $d_{\min}$. Este atraso puro tem o efeito de deteriorar o desempenho do sistema devido a uma diminuição na sua margem de fase.

Em suma, a representação do sistema através do modelo dado por (3.6) embora correta e podendo ser obtida sem o conhecimento a priori do valor do atraso do processo não é adequada para uma utilização direta na obtenção do controlador GMV. Entretanto este modelo é a base para as estratégias de detecção do atraso e compensação discutidas nas seções seguintes.

3.3 - ESTRATÉGIAS PARA A DETECÇÃO DO ATRASO

Como mostrado na seção anterior, a utilização do modelo (3.6), apesar de correto, mostra-se inadequada para a obtenção do controlador GMV pois não se conhece o valor exato do atraso. Entretanto, é possível obter o valor exato do atraso a partir do modelo (3.6) através das estratégias de detecção do atraso discutidas nesta seção. Estas estratégias permitem ainda obter um novo polinômio $B''(z^{-1})$ que modela apenas os nb zeros fora da origem do processo. Dessa forma é possível obter um modelo do tipo dado por (2.1) a partir do modelo (3.6) onde o conhecimento a priori é a faixa de variação do atraso.

Numa primeira instância, procura-se identificar os coeficientes nulos do polinômio B' que fornecem informação sobre o valor do atraso. Na seção anterior foi mostrado que para um atraso $d = d_{\min} + l$ os l primeiros coeficientes de B' serão nulos. Entretanto deve-se considerar que o modelo (3.6) será obtido por um estimador e portanto os coeficientes de B' serão estimados. Consequentemente coeficientes nulos serão estimados em valores próximos de zero e não realmente nulos. A estratégia de se identificar os coeficientes nulos a partir do polinômio B' estimado mostra-se ineficiente [10]. Isto porque no processo de discretização pode-se ter coeficientes significativos próximos de zero confundindo-se com os coeficientes realmente nulos. Além disso, a presença de ruído dificulta ainda mais esta distinção.

As estratégias de detecção do atraso apresentadas nesta seção obtêm o valor do atraso do processo através de um novo modelo do sistema, gerado a partir do modelo (3.6), onde o valor do atraso está explicitamente representado. Neste caso o problema

de detecção do atraso é formalizado como segue.

Seja o modelo do sistema dado pela equação (3.6) reescrita a seguir :

$$A(z^{-1}) y_t = B'(z^{-1}) z^{-dmín} u_t + C(z^{-1}) \xi_t \quad (3.6)$$

onde : $B'(z^{-1})$ - polinômio de grau $(nb + D)$.

Deseja-se obter a partir do modelo (3.6) um novo modelo dado por :

$$A(z^{-1}) y_t = B''(z^{-1}) z^{-k} u_t + C(z^{-1}) \xi_t \quad (3.11)$$

onde : $A(z^{-1})$ e $C(z^{-1})$ são os mesmos polinômios da equação (3.6) e $B''(z^{-1})$ é um polinômio de grau menor ou igual a nb .

k - valor detectado para o atraso do processo ($k \geq dmín$).

Neste modelo o polinômio B'' e o valor de k são as variáveis a serem determinadas visto que os polinômios A e C são os mesmos do modelo (3.6). Neste caso o polinômio B'' modela zeros do sistema que não incluem nenhuma representação implícita do atraso. Portanto o valor de k é o valor detectado para o atraso de transporte do processo.

Este modelo tem a mesma estrutura do modelo que descreve o sistema reescrito a seguir.

$$A(z^{-1}) y_t = B(z^{-1}) z^{-d} u_t + C(z^{-1}) \xi_t \quad (2.1)$$

Idealmente deseja-se obter :

$$B''(z^{-1}) = B(z^{-1}) \quad e \quad k = d$$

Neste caso o problema de detecção do atraso se resume em obter a seguinte equivalência :

$$B'(z^{-1}) z^{-dmín} \Leftrightarrow B''(z^{-1}) z^{-k} \quad (3.12)$$

A equivalência (3.12) pode ainda ser reescrita como :

$$B'(z^{-1}) z^{-d_{\min}} \Leftrightarrow B''(z^{-1}) z^{-(d_{\min}+\alpha)}$$

onde : α - acréscimo em relação ao valor mínimo do atraso.

O problema de detecção do atraso consiste em se determinar os valores de B'' e α a partir do polinômio B' . A seguir são apresentadas duas estratégias distintas :

- (i) utilizando a resposta impulsiva dos modelos (3.6) e (3.11).
- (ii) utilizando um "matching" entre os modelos (3.6) e (3.11).

Estas estratégias são discutidas nas duas sub-seções seguintes.

3.3.1 - ESTRATÉGIA BASEADA NA RESPOSTA IMPULSIVA

Nesta seção os valores de B'' e α são obtidos utilizando-se a resposta impulsiva dos modelos (3.6) e (3.11) [9]. Inicialmente é estabelecido um intervalo onde se encontra o valor de α , ou seja, $\alpha \in [0, \alpha_{\max}]$. A partir deste intervalo geram-se $(\alpha_{\max} + 1)$ modelos do tipo (3.11) onde α em cada modelo assume um valor dentro deste intervalo. Estes modelos são obtidos a partir da resposta impulsiva de (3.6) e (3.11) como mostrado adiante. Para cada modelo gerado define-se uma medida de erro em relação ao modelo (3.6) original estabelecendo, para o conjunto dos modelos, uma função de erro dependente da resposta impulsiva para cada α . Finalmente, do valor de $\alpha = \alpha^*$ que minimiza a função de erro identifica-se o modelo que melhor representa o sistema. Este procedimento é formalizado como segue.

Na seção (3.2) verificou-se que o número de coeficientes iniciais nulos (ou próximos de zero no caso de serem estimados) representa o valor que deve ser acrescido ao valor mínimo do atraso para se obter o valor real. Portanto, analisando-se os $D+1$ primeiros coeficientes de $B'(z^{-1})$ o valor de α é restringido ao seguinte intervalo :

$$0 \leq \alpha \leq \alpha_{\max} \quad (3.13)$$

onde $\alpha_{\max}$ é dado pelo índice do máximo coeficiente em módulo dos $D+1$ primeiros coeficientes de $B'(z^{-1})$, ou seja,

$$b'_{\alpha_{\max}} = \max \{ |b'_i|, i = 0, \dots, D \} \quad (3.14)$$

Note que no pior caso $0 \leq \alpha \leq D$ e $(D + 1)$ valores de α devem ser testados.

O polinômio B'' é obtido a partir da resposta impulsiva dos modelos (3.6) e (3.11). Para tanto separa-se destes modelos a parte referente ao sinal de controle u_t obtendo as respectivas equações :

$$A(z^{-1}) y_t = B'(z^{-1}) z^{-dmín} u_t \quad (3.15)$$

$$A(z^{-1}) y_t = B''(z^{-1}) z^{-k} u_t \quad (3.16)$$

onde : $B''(z^{-1})$ é um polinômio de grau nb.

$$k = dmín + \alpha.$$

Quando se aplica um impulso à entrada u_t a resposta de ambos os modelos (3.15) e (3.16) é nula para instantes inferiores a $dmín$. Logo as respostas impulsivas dos modelos (3.15) e (3.16), respectivamente, sem o atraso mínimo $dmín$ são escritas em termos de B' , B'' e α como :

$$h'(t) = Z^{-1} \left\{ \frac{B'(z^{-1})}{A(z^{-1})} \right\} \quad (3.17)$$

$$h''(t) = Z^{-1} \left\{ \frac{B''(z^{-1})}{A(z^{-1})} z^{-\alpha} \right\} \quad (3.18)$$

Como $\alpha \in [0, \alpha_{máx}]$, tem-se $(\alpha_{máx} + 1)$ respostas impulsivas a partir de (3.18) dadas por :

$$h''_{\alpha}(t) = Z^{-1} \left\{ \frac{B''_{\alpha}(z^{-1})}{A(z^{-1})} z^{-\alpha} \right\} \quad \alpha = 0, \dots, \alpha_{máx} \quad (3.19)$$

O sub-índice α na equação (3.19) indica que tanto a resposta impulsiva quanto B''_{α} são obtidos para um valor de α no intervalo $[0, \alpha_{máx}]$. Posteriormente, otimizando-se um critério que é função da diferença entre h' e h''_{α} decide-se qual valor de α é consequentemente qual polinômio B''_{α} fornecem a melhor representação para o sistema.

A seguir são explicitados os valores de $h'(t)$ e $h''_{\alpha}(t)$ em função dos parâmetros do modelo.

$$h'(t) = \begin{cases} 0 & t = \dots, -1 \\ b'_i - \sum_{l=1}^{na} a_l h'(t-l) & t = 0, \dots, nb+D \\ - \sum_{l=1}^{na} a_l h'(t-l) & t = nb+D+1, \dots \end{cases} \quad (3.20)$$

$$h''_{\alpha}(t) = \begin{cases} 0 & t = \dots, \alpha-1 \\ {}^{\alpha}b'_{i-\alpha} - \sum_{l=1}^{na} a_l h''_{\alpha}(t-l) & t = \alpha, \dots, nb+\alpha \\ - \sum_{l=1}^{na} a_l h''_{\alpha}(t-l) & t = nb+\alpha+1, \dots \end{cases} \quad (3.21)$$

onde : ${}^{\alpha}b'_i$ é o coeficiente i do polinômio B'_{α} .

Pode-se notar da equação (3.21) que os coeficientes do polinômio B'_{α} alteram a resposta impulsiva $h''_{\alpha}(t)$ somente para $t = \alpha, \dots, (nb + \alpha)$.

Os coeficientes do polinômio B'_{α} são obtidos igualando-se as respostas impulsivas dos dois modelos nestes instantes de tempo, ou seja,

$$\boxed{h''_{\alpha}(t) = h'(t)} \quad t = \alpha, \dots, nb+\alpha \quad (3.22)$$

Da equação (3.22) tem-se que :

$$\begin{aligned} {}^{\alpha}b'_0 &= h'(\alpha) \\ {}^{\alpha}b'_1 &= h'(1+\alpha) + a_1 h'(\alpha) \\ &\vdots \\ {}^{\alpha}b'_{nb} &= h'(nb+\alpha) + a_1 h'(nb+\alpha-1) + \dots + a_{nb} h'(\alpha) \end{aligned} \quad (3.23)$$

Portanto, a partir da resposta impulsiva $h'(t)$ conhecida do modelo (3.6) obtém-se $(\alpha_{\text{máx}} + 1)$ respostas impulsivas $h''_{\alpha}(t)$ geradas pelos modelos candidatos ao modelo final. Resta decidir qual dos modelos candidatos será eleito o modelo que melhor representa o sistema.

Para tanto define-se a seguinte função de erro :

$$E(\alpha) = \sum_{t=0}^M \Delta h_{\alpha}^2(t) \quad (3.24)$$

onde : $\Delta h_{\alpha}(t) = h'(t) - h''_{\alpha}(t)$. $(\alpha = 0, \dots, \alpha_{\text{máx}})$

M - inteiro maior que $(T_{95}/T - d_{\text{mín}})$, onde T_{95} é igual a 95% do tempo de estabilização da resposta temporal do sistema e T é o período de amostragem.

No apêndice B mostra-se que é possível obter a função de erro $E(\alpha)$ diretamente dos parâmetros do modelo (3.6) recursivamente, sem que seja necessário o cálculo explícito dos valores de $h'(t)$ e $h''_{\alpha}(t)$ e consequentemente de ${}^{\alpha}b''_i$.

O modelo final que melhor representa o sistema é identificado pelo valor de $\alpha = \alpha^*$ que minimiza a função de erro, ou seja :

$$E(\alpha^*) = \min \{ E(\alpha), \alpha = 0, \dots, \alpha_{\text{máx}} \} \quad (3.25)$$

Uma vez obtido o valor de α^* o polinômio B'' fica automaticamente determinado - vide equação (3.23) - ou seja :

$$\begin{aligned} b''_0 &= h'(\alpha^*) \\ b''_1 &= h'(1+\alpha^*) + a_1 h'(\alpha^*) \\ &\vdots \\ b''_{nb} &= h'(nb+\alpha^*) + a_1 h'(nb+\alpha^*-1) + \dots + a_{nb} h'(\alpha^*) \end{aligned} \quad (3.26)$$

Portanto a equação (3.25) determina o valor detectado para α e posteriormente da equação (3.26) obtém-se o polinômio B'' .

Analogamente ao que foi feito na seção anterior, suponha o caso da fig. 3.1 onde o atraso real é $d = d_{\text{mín}} + 1$. Neste caso o polinômio B' é dado pela fig. 3.1 reescrito a seguir :

$$B'(z^{-1}) = 0 + \dots + 0z^{-(l-1)} + b_0 z^{-l} + \dots + b_{nb} z^{-(nb+l)} + \\ + 0z^{-(nb+l+1)} + \dots + 0z^{-(nb+D)}$$

Analisando-se a função de erro $E(\alpha)$ para $\alpha = l$ - veja a equação B.6 do apêndice B - tem-se $E(l) = 0$, ou seja, $\alpha^* = l$ é o valor de α que minimiza a função de erro. Logo o atraso detectado para o sistema $k = d_{\min} + \alpha = d_{\min} + l$ é igual ao valor do atraso real d do sistema. Além disso, da equação (3.26) obtém-se para os valores dos coeficientes de $B''(z^{-1})$:

$$b_0'' = b_0 ; b_1'' = b_1 ; \dots ; b_{nb}'' = b_{nb}$$

Em suma, se não há erro de modelagem do processo, tem-se $B''(z^{-1}) = B(z^{-1})$ e $k = d$ o que torna o modelo (3.11) idêntico ao modelo (2.1) que descreve o sistema. Isto significa que a partir da faixa de variação do atraso é possível detectar o valor exato do atraso do processo quando não há erros de modelagem.

3.3.2 - ESTRATÉGIAS DE "MATCHING"

Nesta seção os valores de B'' e α são obtidos utilizando-se um "matching" entre os modelos (3.6) e (3.11) reescritos a seguir.

$$A(z^{-1}) y_t = B'(z^{-1}) z^{-d_{\min}} u_t + C(z^{-1}) \xi_t \quad (3.6)$$

$$A(z^{-1}) y_t = B''(z^{-1}) z^{-k} u_t + C(z^{-1}) \xi_t \quad (3.11)$$

Duas alternativas são apresentadas e discutidas a seguir.

- (a) com o polinômio B'' de grau zero [15].
- (b) com o polinômio B'' de grau nb .

(a) "Matching" com o polinômio B'' de grau zero

Neste caso o polinômio $B''(z^{-1})$ é dado por :

$$B''(z^{-1}) = b_0'' \quad (b_0'' \neq 0)$$

Portanto o polinômio B'' assim estabelecido permite apenas que se especifique o ganho do modelo (3.11) não modelando os zeros do sistema.

Sejam as funções de transferência entre controle e saída dos modelos (3.6) e (3.11) sem o atraso mínimo $dmín$, respectivamente, dadas por :

$$H'(z^{-1}) = \frac{B'(z^{-1})}{A(z^{-1})} \quad (3.27)$$

$$H''(z^{-1}) = \frac{B''(z^{-1})}{A(z^{-1})} z^{-\alpha} \quad (3.28)$$

O atraso mínimo não é considerado nas funções de transferência uma vez que já se encontra representado em ambos os modelos ($k = dmín + \alpha$).

Deseja-se obter os valores de B'' e α através de um "matching" em regime entre as funções de transferência (3.27) e (3.28).

Como são duas variáveis a serem determinadas (b_0'' e α) são necessárias duas equações de "matching" definidas por (3.29) e (3.30) a seguir.

$$H''(z^{-1}) \Big|_{z=1} = H'(z^{-1}) \Big|_{z=1} \quad (3.29)$$

$$\frac{d H''(z^{-1})}{dz} \Big|_{z=1} = \frac{d H'(z^{-1})}{dz} \Big|_{z=1} \quad (3.30)$$

A única diferença nas funções (3.27) e (3.28) está no numerador destas funções. Portanto basta analisar as equações de "matching" (3.29) e (3.30) para o numerador das funções obtendo a seguinte equivalência :

$$B'(z^{-1}) \Leftrightarrow B''(z^{-1}) z^{-\alpha}$$

Da equação (3.29) tem-se :

$$B''(1) = B'(1)$$

Logo,

$$b_0'' = \sum_{i=0}^{nb+D} b_i' \quad (3.31)$$

Da equação (3.30) tem-se :

$$\frac{d}{dz} \left[B''(z^{-1}) z^{-\alpha} \right]_{z=1} = \frac{d}{dz} \left[B'(z^{-1}) \right]_{z=1}$$

ou

$$-\alpha b_0'' = -b_1' - 2b_2' - \dots - (nb+D)b_{nb+D}' \quad (3.32)$$

Substituindo-se a equação (3.31) em (3.32) obtém-se para o valor de α :

$$\alpha = \frac{\sum_{i=1}^{nb+D} i b_i'}{\sum_{i=0}^{nb+D} b_i'}$$

Note que o valor de α assim obtido é não inteiro. Portanto utiliza-se uma aproximação para o maior inteiro, ou seja :

$$\alpha = \text{int} \left[\frac{\sum_{i=1}^{nb+D} i b_i'}{\sum_{i=0}^{nb+D} b_i'} + 0,5 \right] \quad (3.33)$$

onde : $\text{int} [x]$ - função que toma a parte inteira de x .

As equações (3.31) e (3.33) determinam dessa forma o modelo (3.11) a partir dos parâmetros do modelo (3.6).

Note que o valor de α assim obtido é uma média dos expoentes do polinômio B' ponderados pelos respectivos coeficientes do polinômio. Ou seja, o acréscimo ao atraso mínimo é obtido de uma avaliação conjunta entre os coeficientes de B' para se detectar quais são significativos e quais devem ser desprezados.

Supondo o caso da fig. 3.1 onde o atraso real é $d = d_{\min} + 1$ as condições sobre os coeficientes de B' são dadas por :

$$B'(z^{-1}) = 0 + \dots + 0z^{-(l-1)} + b_0 z^{-l} + \dots + b_{nb} z^{-(nb+l)} + \\ + 0z^{-(nb+l+1)} + \dots + 0z^{-(nb+D)}$$

Logo tem-se para o valor de α :

$$\alpha = \text{int} \left[\frac{\sum_{i=1}^{l+nb} i b'_i}{\sum_{i=1}^{l+nb} b'_i} + 0,5 \right] = 1 + \text{int} \left[\frac{\sum_{i=1}^{nb} i b_i}{\sum_{i=0}^{nb} b_i} + 0,5 \right] \quad (3.34)$$

Portanto o atraso detectado para o sistema é dado por :

$$k = d_{\min} + 1 + \epsilon = d + \epsilon \quad (3.35)$$

$$\text{onde : } \epsilon = \text{int} \left[\frac{\sum_{i=1}^{nb} i b_i}{\sum_{i=0}^{nb} b_i} + 0,5 \right]$$

A equação (3.35) mostra que mesmo não havendo erro de modelagem do processo o atraso detectado para o sistema difere do atraso real d de um termo ϵ . Este termo por sua vez depende única e exclusivamente dos parâmetros do sistema (2.1), ou seja, dos coeficientes de B e pode a princípio assumir qualquer valor real, inclusive negativo. Se ϵ assume um valor negativo tal que em módulo é maior que 1, o valor de k detectado é inferior ao atraso mínimo $d_{\min}$. Isto contraria a hipótese de que o valor do atraso do processo possui um limitante inferior que é conhecido a priori. No pior caso valores negativos de ϵ podem levar a valores de k negativos obtendo-se um modelo antecipativo para o sistema.

O seguinte exemplo numérico ilustra este caso.

Seja o sistema contínuo de 3ª ordem oscilatório amortecido dado pela seguinte função de transferência no domínio s :

$$H(s) = \frac{1 + 2s}{(1 + 3s)(25s^2 + 5s + 1)}$$

Discretizando este sistema com um segurador de ordem zero à taxa de amostragem de 0,3s obtém-se a seguinte função de transferência pulsada :

$$H(z^{-1}) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} z^{-d} = \frac{(0,0012 + 0,0002z^{-1} - 0,001z^{-2})}{1 - 2,8431z^{-1} + 2,6956z^{-2} - 0,8521z^{-3}} z^{-1}$$

Neste caso $d = 1$ e o valor de ϵ é dado por :

$$\epsilon = \text{int} [-4,5 + 0,5] = -4$$

Logo $k = d + \epsilon = -3$ é o valor detectado para o atraso do processo e o modelo obtido é antecipativo. Este resultado é obtido porque o "matching" proposto é em regime, ou seja, mesmo um modelo antecipativo atinge um comportamento igual ao do modelo original quando em regime.

Em vista destes problemas propõe-se a estratégia de "matching" (b) que é uma generalização da proposta inicial (a) na medida em que a utilização de um polinômio B'' de grau nb , além de modelar os nb zeros do processo, detecta corretamente o valor do atraso quando não há erro de modelagem do processo, como mostrado a seguir.

(b) - "Matching" com o polinômio B'' de grau nb

Neste caso o polinômio $B''(z^{-1})$ possui grau nb propondo-se uma aproximação de Paddé para o polinômio $B'(z^{-1})$, dada por $B''(z^{-1}) z^{-\alpha}$, igualando-se as derivadas de ordem zero até nb de ambos os polinômios em $z = 1$, como formalizado pela equação (3.36) a seguir.

$$\left. \frac{d^n}{dz^n} B''(z^{-1}) z^{-\alpha} \right|_{z=1} = \left. \frac{d^n}{dz^n} B'(z^{-1}) \right|_{z=1} \quad (3.36)$$

onde : $n = 0, 1, \dots, nb$.

Note que este caso é uma generalização do caso anterior onde, pelo fato de existirem apenas duas variáveis, utiliza-se a derivada de ordem zero e a primeira derivada, ou seja, $n = 0, 1$.

O conjunto de equações gerado por (3.36) leva ao seguinte sistema não linear em α e b''_i :

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \alpha & (\alpha+1) & (\alpha+nb) \\ \alpha(\alpha+1) & (\alpha+1)(\alpha+2) & (\alpha+nb)(\alpha+nb+1) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \alpha \dots (\alpha+nb-1) & (\alpha+1) \dots (\alpha+nb) & (\alpha+nb) \dots (\alpha+2nb-1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b''_0 \\ b''_1 \\ \vdots \\ b''_{nb} \end{bmatrix} = \quad (3.37)$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & (nb+D) \\ 0 & 1.2 & 2.3 & (nb+D)(nb+D+1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 1 \dots nb & 2 \dots (nb+1) & (nb+D) \dots (2nb+D-1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b'_0 \\ b'_1 \\ \vdots \\ b'_{nb+D} \end{bmatrix}$$

Analogamente à seção anterior este sistema é resolvido para vários valores de α utilizando-se posteriormente um critério para a escolha da melhor aproximação. Este critério é a minimização em relação a α de uma função de erro definida sobre os polinômios $B''_\alpha z^{-\alpha}$ e B' , onde o sub-índice α denota a solução do sistema (3.37) para um valor de α no intervalo $[0, \alpha_{\text{máx}}]$.

O intervalo no qual se encontra o valor de α é estabelecido analisando-se os $(D + 1)$ primeiros coeficientes de B' obtendo as equações (3.13) e (3.14) reescritas a seguir.

$$0 \leq \alpha \leq \alpha_{\text{máx}} \quad (3.13)$$

onde $\alpha_{\text{máx}}$ é dado por :

$$b'_{\alpha_{\text{máx}}} = \max \{ |b'_i|, i = 0, \dots, D \} \quad (3.14)$$

Para cada valor de $\alpha \in [0, \alpha_{\text{máx}}]$ tem-se um conjunto de $(\alpha_{\text{máx}} + 1)$ polinômios B''_{α} dados pela solução de $(\alpha_{\text{máx}} + 1)$ sistemas (3.37).

Uma vez obtidos os polinômios $B''_{\alpha} z^{-\alpha}$ define-se uma medida de erro entre cada polinômio obtido e o polinômio B' dada por :

$$E(\alpha) = (\underline{b}_{\alpha} - \underline{b}')^T (\underline{b}_{\alpha} - \underline{b}') \quad (3.38)$$

onde : $\underline{b}_{\alpha} \in \mathbb{R}^{(nb+D+1)}$ dado por

$$\underline{b}_{\alpha} = [\underbrace{0 \dots 0}_{\alpha} \alpha b''_0 \dots \alpha b''_{nb} \underbrace{0 \dots 0}_{D-\alpha}]^T$$

$\underline{b}' \in \mathbb{R}^{(nb+D+1)}$ dado por

$$\underline{b}' = [b'_0 \dots b'_{nb+D}]^T$$

Analogamente à seção anterior o modelo final que melhor representa o sistema é identificado pelo valor de $\alpha = \alpha^*$ que minimiza a função de erro, ou seja :

$$E(\alpha^*) = \min \{ E(\alpha), \alpha = 0, \dots, \alpha_{\text{máx}} \} \quad (3.25)$$

O polinômio B'' é dado pela solução do sistema (3.37) para o valor de $\alpha = \alpha^*$ obtido, ou seja

$$B''(z^{-1}) = B''_{\alpha^*}(z^{-1}) \quad (3.39)$$

Suponha agora o caso dado pela fig. 3.1. Neste caso o polinômio B' é dado por :

$$B'(z^{-1}) = 0 + \dots + 0z^{-(l-1)} + b_0 z^{-l} + \dots + b_{nb} z^{-(nb+l)} + \\ + 0z^{-(nb+l+1)} + \dots + 0z^{-(nb+D)}$$

Substituindo-se o polinômio B' acima no sistema de equações (3.37) tem-se :

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \alpha & (\alpha+1) & (\alpha+nb) \\ \alpha(\alpha+1) & (\alpha+1)(\alpha+2) & \dots & (\alpha+nb)(\alpha+nb+1) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \alpha \dots (\alpha+nb-1) & (\alpha+1) \dots (\alpha+nb) & & (\alpha+nb) \dots (\alpha+2nb-1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_0' \\ b_1' \\ \vdots \\ b_{nb}' \end{bmatrix} = \quad (3.40)$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ l & (l+1) & (l+nb) \\ l(l+1) & (l+1)(l+2) & \dots & (l+nb)(l+nb+1) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ l \dots (l+nb-1) & (l+1) \dots (l+nb) & & (l+nb) \dots (l+2nb-1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \vdots \\ b_{nb} \end{bmatrix}$$

Da equação (3.40) acima verifica-se que se $\alpha = l$ então :

$$B_{\alpha}'(z^{-1}) = B_l'(z^{-1}) = B(z^{-1})$$

e

$$E(\alpha) = E(l) = 0$$

Logo l é o valor que minimiza a função de erro $E(\alpha)$ e portanto $\alpha^* = l$ e $B_l'(z^{-1}) = B(z^{-1})$. Neste caso o valor detectado para o atraso é $k = d_{mín} + l = d$.

Em suma, se não há erro de modelagem do processo esta estratégia detecta corretamente o valor do atraso e o modelo (3.11) obtido é idêntico ao modelo (2.1) que descreve o sistema.

3.4 - O CONTROLADOR GMV COM DETECÇÃO DO ATRASO

O controlador GMV apresentado no capítulo 2 é obtido através de uma representação do sistema onde é suposto conhecido o valor do atraso de transporte do processo e por consequência este é completamente eliminado da equação característica em malha fechada. Na seção anterior detecta-se o valor do atraso a partir de sua faixa de variação e obtém-se um modelo do sistema com o valor detectado do atraso. Portanto é possível obter um controle GMV para processos com atraso desconhecido utilizando-se o modelo obtido na seção anterior, ou seja, detectando inicialmente o valor do atraso e calculando o controlador GMV como no capítulo 2, conforme ilustrado na fig. 3.2 a seguir.

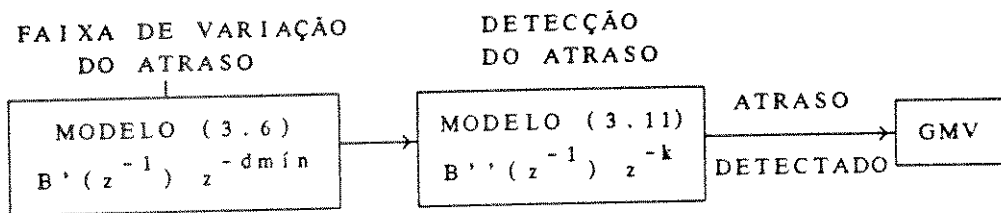


Fig. 3.2 - O controlador GMV com detecção do atraso.

Como mostrado na seção anterior, se não há erros de modelagem o valor detectado do atraso é igual ao valor real e o modelo (3.11) gerado após a detecção é idêntico ao modelo (2.1) que descreve o sistema. Neste caso as mesmas propriedades deduzidas para o controlador GMV do capítulo 2 são válidas para o GMV com detecção do atraso.

3.5 - A COMPENSAÇÃO DO ATRASO

Como segunda alternativa para a aplicação do controlador GMV em processos com atraso desconhecido propõe-se um esquema de compensação do atraso. O objetivo da compensação é obter um sistema onde o controlador é calculado com atraso fixo unitário e a diferença para o atraso real é incluída na estrutura de compensação do atraso.

A deterioração do desempenho de sistemas de controle quando se introduz um atraso de transporte na malha de controle pode ser interpretado através da análise da equação característica em malha fechada - como descrito na seção 3.2 - ou simplesmente analisando-se o fato de que há um atraso na realimentação do efeito do sinal de controle para o controlador causando instabilidade no sistema. Quando se antecipa o efeito do sinal de controle sobre o processo, realimentando o controlador com esta previsão, é possível eliminar o atraso da equação característica e reestabelecer as especificações de desempenho. A fig. 3.3 a seguir ilustra esta compensação.

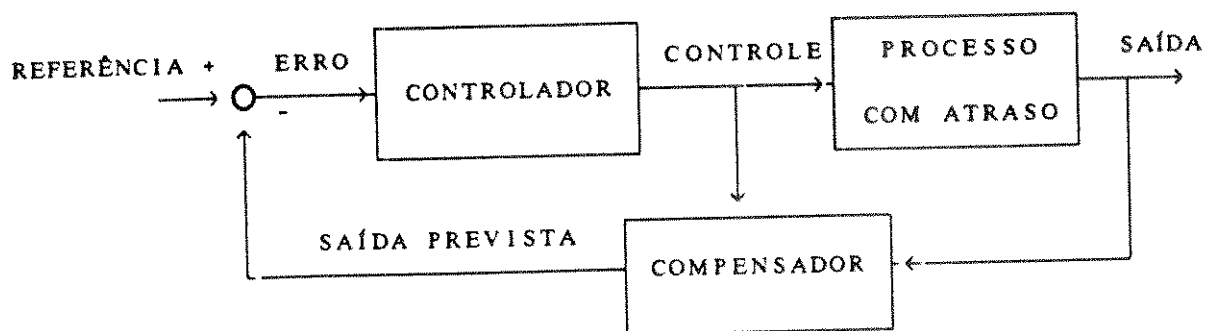


Fig. 3.3 - O conceito de compensação de atraso.

Neste caso diz-se que o sistema de controle incorpora uma compensação de atraso e o controlador utilizado é compensado.

Note que a estrutura de compensação é independente do controlador utilizado. Portanto, em princípio, qualquer estratégia de controle pode ser associada à compensação de atraso.

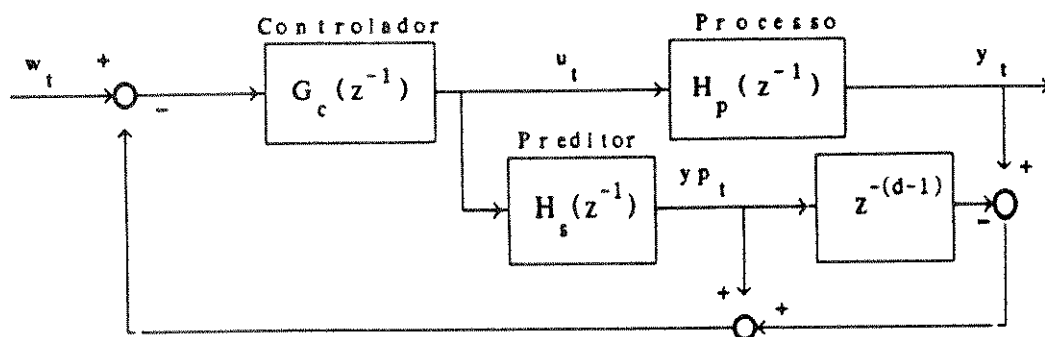
Nesta seção apresentam-se duas estratégias de compensação de atraso :

- (a) o preditor de Smith (seção 3.5.1).
- (b) o preditor generalizado (seção 3.5.2).

No caso (a) apresenta-se a idéia inicial de compensação do atraso proposta por Smith onde é necessário um modelo do processo que contenha explicitamente o valor do atraso de transporte do sistema. No caso (b) desenvolve-se um esquema de compensação baseado no modelo (3.6) onde é necessário apenas o conhecimento a priori da faixa de variação do atraso. Estas estratégias são discutidas a seguir.

3.5.1 - O PREDITOR DE SMITH

No final da década de 50, Smith propôs uma estrutura de compensação cuja saída prevista era obtida do modelo do sistema sem atraso [16]. Inicialmente desenvolvido para sistemas contínuos sua versão discreta é mostrada na fig. 3.4 sendo denominada preditor de Smith discreto.



onde : yp_t - saída prevista.

$$H_p(z^{-1}) = \frac{B}{A} z^{-d}$$

$$H_s(z^{-1}) = \frac{B}{A} z^{-1}$$

Fig. 3.4 - Diagrama em blocos do preditor de Smith discreto.

Da fig. 3.4 pode-se verificar que :

$$yp_t = y_{t+d-1}$$

Ou seja, o controlador $G_c(z^{-1})$ recebe como informação a realimentação da saída do processo $(d - 1)$ passos à frente. Esta característica é adequada para o controle de processos com elevado atraso de transporte, visto que o controlador pode ser projetado como se não houvesse atraso no sistema ou, em outras palavras, a complexidade do controlador não é alterada pela dimensão do atraso.

A fig. 3.5 mostra a mesma estrutura da fig. 3.4 rearranjada de uma forma mais adequada, onde se pode notar claramente a compensação de atraso introduzida ao redor do controlador.

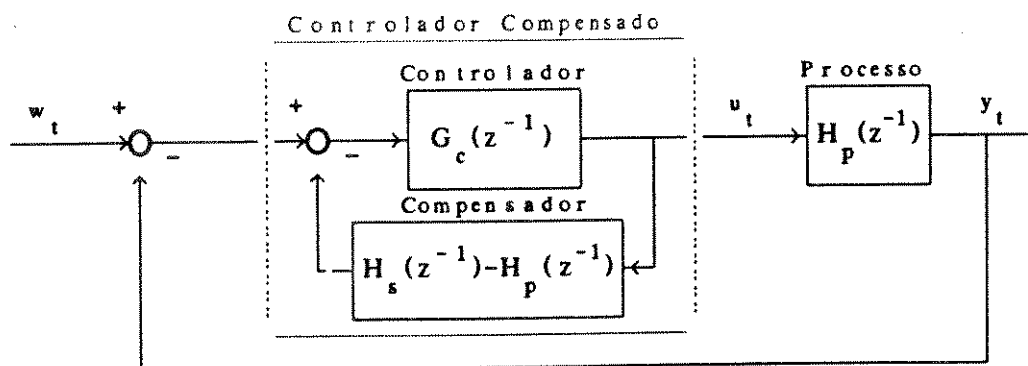


Fig. 3.5 - Compensação de atraso baseada no preditor de Smith.

A função de transferência do controlador compensado G_{cc} pode ser escrita como :

$$G_{cc}(z^{-1}) = \frac{G_c}{1 + G_c [H_s - H_p]} \quad (3.41)$$

E a função de transferência em malha fechada fica :

$$H_{mf}(z^{-1}) = \frac{G_{cc} H_p}{1 + G_{cc} H_p} \quad (3.42)$$

Substituindo-se a equação (3.41) na equação (3.42) e o valor de H_s dado na fig. 3.4 tem-se o resultado final para a função de transferência entre a saída e a referência :

$$H_{mf}(z^{-1}) = \frac{G_c B}{A + G_c B z^{-1}} z^{-d} \quad (3.43)$$

Observa-se da equação (3.43) que o atraso de transporte é eliminado da equação característica em malha fechada do sistema - o atraso unitário é devido ao segurador. Além disso, a equação (3.43) pode ser representada na estrutura equivalente dada pela fig. 3.6 a seguir.

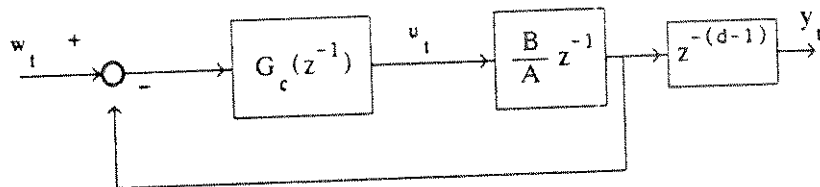


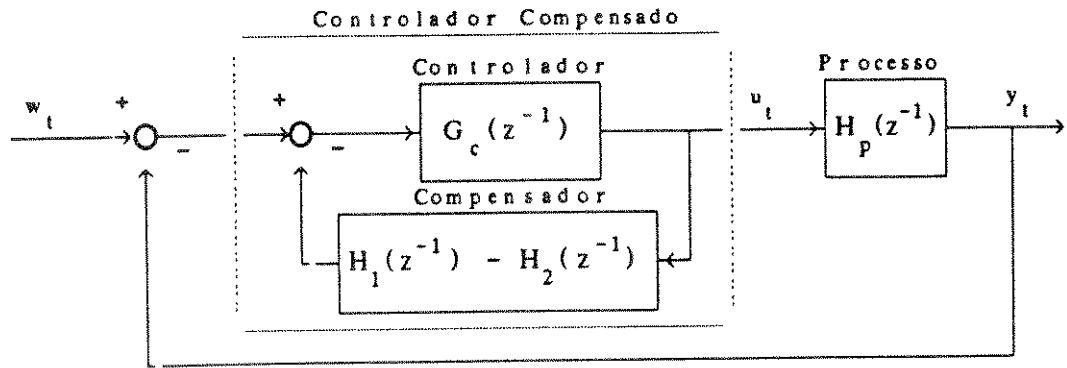
Fig. 3.6 - Sistema de controle equivalente com o preditor de Smith.

Portanto da fig. 3.6 nota-se que o controlador G_c pode ser projetado segundo qualquer estratégia para um processo com atraso unitário independentemente do valor total do atraso de transporte do sistema.

Entretanto neste esquema de compensação é necessário o conhecimento do valor do atraso de transporte do sistema. Com as estratégias de detecção do valor do atraso apresentadas na seção 3.3 pode-se estimar o atraso. Entretanto, uma vez estimado o valor do atraso de transporte do sistema utiliza-se diretamente o controlador GMV com o atraso correto dispensando-se a compensação. Na seção seguinte apresenta-se um esquema de compensação que não necessita do conhecimento explícito do valor do atraso e que é utilizada neste trabalho.

3.5.2 - UM PREDITOR GENERALIZADO

No esquema de compensação mostrado anteriormente existe um bloco responsável por gerar uma previsão da saída futura e outro responsável por gerar a saída atual. Estes blocos incorporam modelos do processo sem e com atraso respectivamente. Portanto o esquema genérico de um sistema compensado é dado pela fig. 3.7 a seguir.



onde : H_1 - modelo do processo sem atraso.

H_2 - modelo do processo com atraso.

Fig. 3.7 - Um preditor generalizado.

A fig. 3.7 mostra o esquema de um preditor generalizado onde a estratégia de compensação é determinada pela escolha de $H_1(z^{-1})$ e $H_2(z^{-1})$ [10]. Observe que o preditor de Smith é um caso particular deste onde se tem :

$$H_1(z^{-1}) = H_s(z^{-1}) = \frac{B}{A} z^{-1}$$

e

$$H_2(z^{-1}) = H_p(z^{-1}) = \frac{B}{A} z^{-d}$$

Nesta seção obtém-se as funções de transferência H_1 e H_2 de forma que representem adequadamente o processo mas não contenham explicitamente o valor do atraso que é assumido desconhecido.

Na seção 3.2 obteve-se um modelo que representa adequadamente o processo e necessita apenas do conhecimento a priori da faixa de variação do atraso. Este modelo é dado pela equação (3.6) reescrita a seguir.

$$A(z^{-1}) y_t = B'(z^{-1}) z^{-d_{\min}} u_t + C(z^{-1}) \xi_t \quad (3.6)$$

Neste modelo o atraso do processo está representado implicitamente no polinômio B' de grau $(nb + D)$, onde D é a faixa de variação do atraso. Portanto a função H_2 que representa o processo com atraso é dada por :

$$H_2(z^{-1}) = \frac{B'(z^{-1})}{A(z^{-1})} z^{-dmín} \quad (3.44)$$

A função H_1 que representa o processo sem atraso deve :

- (i) ter o mesmo comportamento qualitativo do processo.
- (ii) possuir o mesmo ganho em regime do processo.

A seguinte função de transferência satisfaz as condições acima :

$$H_1(z^{-1}) = \frac{B'(1)}{A(z^{-1})} z^{-1} \quad (3.45)$$

onde : $B'(1) = \sum_{i=0}^{nb+D} b'_i$

A condição (i) é satisfeita pois H_1 possui o mesmo denominador do modelo (3.6) que representa o sistema, dado pelo polinômio $A(z^{-1})$. A condição (ii) também é satisfeita como mostrado a seguir.

A função de transferência entre a saída e o controle é dada pela equação (3.46) a seguir - vide equação (3.6) :

$$Y(z) = \frac{B'(z^{-1})}{A(z^{-1})} z^{-dmín} U(z) \quad (3.46)$$

onde : $Y(z)$ - transformada z de y_t .

$U(z)$ - transformada z de u_t .

Portanto o valor em regime é dado por :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y_t = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{z-1}{z} Y(z) = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{z-1}{z} \left[\frac{B'}{A} \right] z^{-dmín} U(z)$$

Além disso se o limite

$$\lim_{z \rightarrow 1} \frac{z-1}{z} U(z)$$

existe, então o ganho em regime do sistema é dado por :

$$\lim_{z \rightarrow 1} \frac{B'(z^{-1})}{A(z^{-1})} z^{-dmín} = \frac{B'(1)}{A(1)} \quad (3.47)$$

Analogamente o ganho em regime para a função de transferência sem atraso H_1 é dado por :

$$H_1(1) = \frac{B'(1)}{A(1)} \quad (3.48)$$

Portanto das equações (3.47) e (3.48) verifica-se que a condição (ii) é verdadeira.

Deve-se notar que o modelo dado por H_1 é apenas uma aproximação para o processo sem atraso pois este não modela os zeros fora da origem do sistema. Por isso apenas processos de 1ª ordem são exatamente representados por H_1 .

Portanto as equações (3.44) e (3.45) definem um novo preditor construído a partir do modelo (3.6) onde é necessário apenas o conhecimento da faixa de variação do atraso.

Da fig. 3.7 pode-se calcular a função de transferência do controlador compensado como mostrado abaixo :

$$G_{cc}(z^{-1}) = \frac{G_c}{1 + G_c [H_1 - H_2]} \quad (3.49)$$

Substituindo-se a equação (3.49) na equação (3.42) e utilizando-se os valores de H_1 e H_2 dados pelas equações (3.45) e (3.44) respectivamente tem-se a função de transferência em malha fechada do sistema :

$$H_{mf} = \frac{G_c B}{A + G_c B'(1)z^{-1}} z^{-d} \quad (3.50)$$

A equação (3.50) pode ser representada na estrutura equivalente dada pela fig. 3.8 a seguir.

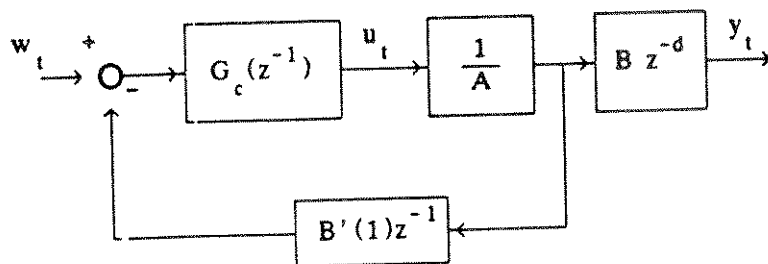


Fig. 3.8 - Sistema equivalente para o preditor generalizado.

A fig. 3.8 mostra que o sistema de controle pode ser projetado com base no modelo aproximado do processo com atraso unitário H_1 . Além disso, assim como no preditor de Smith, a utilização de um modelo explícito da função de transferência do sistema não permite a estabilização de sistemas instáveis em malha aberta.

3.6 - O CONTROLADOR GMV COMPENSADO

A estratégia de compensação do atraso baseada no preditor generalizado da seção anterior permite que se projete o controlador para um atraso unitário necessitando apenas do conhecimento a priori sobre a faixa de variação do atraso. Isto é conseguido pela utilização de um modelo do processo no qual parte do valor do atraso está implicitamente representada no polinômio do numerador. Mostrou-se também que, a princípio, qualquer controlador pode ser associado à estrutura de compensação de atraso. Portanto o controlador GMV pode ser utilizado para o controle de processos com atraso desconhecido se associado à estrutura de compensação formada pelo preditor generalizado [8]. Neste caso o controlador GMV é projetado a partir de uma aproximação do modelo do processo com atraso unitário, cabendo à estrutura de compensação absorver a diferença para o atraso real do sistema.

Neste caso os polinômios que definem a lei de controle E, G e H são obtidos analogamente à deduzida no capítulo 2 substituindo-se o modelo (2.1) pelo modelo aproximado do processo com atraso unitário - vide (3.45) - dado por :

$$A(z^{-1}) y_t = B'(1) z^{-1} u_t + C(z^{-1}) \xi_t \quad (3.51)$$

A lei de controle é dada pela equação (2.12) reescrita a seguir :

$$G y_t + H u_t + E w_t = 0 \quad (2.12)$$

Onde G é dado pela identidade polinomial (2.4) com $d = 1$, ou seja :

$$\frac{PC}{A} = f_0 + \frac{G}{A} z^{-1} \quad (3.52)$$

Note que o polinômio $F(z^{-1})$ tem grau $(d - 1)$ igual a zero e portanto a equação (3.52) é satisfeita para $f_0 = p_0$. Neste caso os polinômios H e E são dados por - vide equação (2.11) :

$$H(z^{-1}) = B'(1)p_0 + QC \quad (a) \quad (3.53)$$

$$E(z^{-1}) = -RC \quad (b)$$

A fig. 3.9 seguinte mostra o controlador GMV com a compensação do atraso.

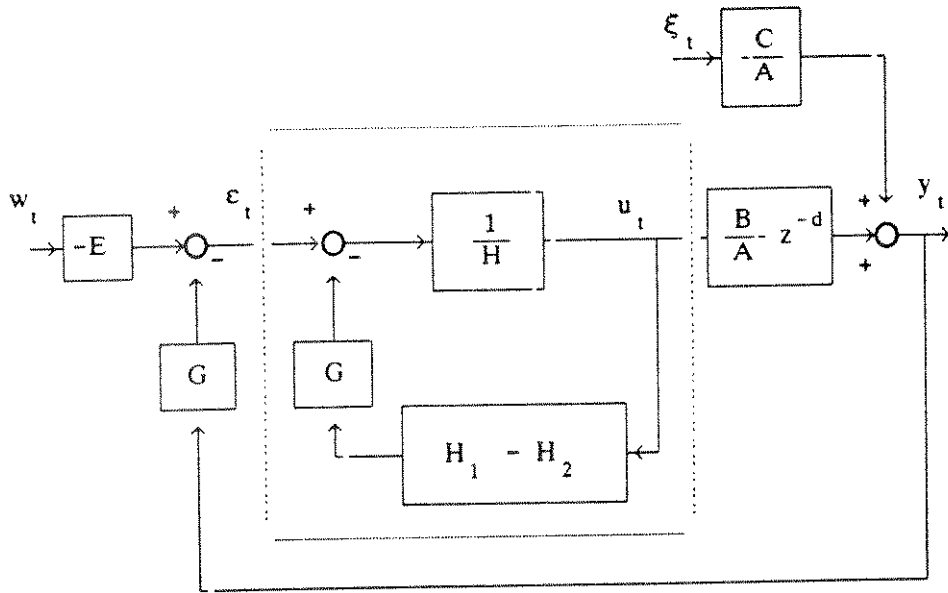


Fig. 3.9 - O controlador GMV compensado.

As funções de transferência H_1 e H_2 são dadas pelas equações (3.45) e (3.44) reescritas a seguir.

$$H_1(z^{-1}) = \frac{B'(1)}{A(z^{-1})} z^{-1} \quad (3.45)$$

$$H_2(z^{-1}) = \frac{B'(z^{-1})}{A(z^{-1})} z^{-dmín} \quad (3.44)$$

A partir da fig. 3.9 obtém-se a função de transferência entre ϵ_t e u_t dada por :

$$u_t = \frac{\frac{1}{H}}{1 + \frac{G}{H} \left[\frac{B'(1)}{A} z^{-1} - \frac{B'z^{-d_{\min}}}{A} \right]} \epsilon_t \quad (3.54)$$

onde : $\epsilon_t = -G y_t - E w_t$.

Substituindo-se o valor de H dado por (3.53a) e a identidade polinomial (3.52) em (3.54) obtém-se :

$$u_t = \frac{A}{C [B'(1)P + AQ] - G B'z^{-d_{\min}}} \epsilon_t \quad (3.55)$$

A partir da substituição da equação (3.55) acima na equação (2.1) que descreve o sistema tem-se :

$$A y_t = B z^{-d} \left[\frac{-GA y_t - EA w_t}{C [B'(1)P + AQ] - G B'z^{-d_{\min}}} \right] + C \xi_t \quad (3.56)$$

Isolando o termo em y_t no lado esquerdo da equação (3.56) obtém-se :

$$\begin{aligned} & \frac{A [C [B'(1)P + AQ] - G [B'z^{-d_{\min}} - B z^{-d}]]}{C [B'(1)P + AQ] - G B'z^{-d_{\min}}} y_t = \\ & = - \frac{BEA}{C [B'(1)P + AQ] - G B'z^{-d_{\min}}} z^{-d} w_t + C \xi_t \end{aligned} \quad (3.57)$$

Na seção 3.2 mostrou-se que se não há erro de modelagem tem-se :

$$B'z^{-d_{\min}} = B z^{-d} \quad (3.58)$$

E portanto substituindo-se a equação (3.58) em (3.57) e o valor de E dado por (3.53b) obtém-se a forma final para as funções de transferência em malha fechada :

$$y_t = \frac{RB}{B'(1)P + AQ} z^{-d} w_t + \frac{[C [B'(1)P + AQ] - GB'z^{-d_{\min}}]}{A [B'(1)P + AQ]} \xi_t \quad (3.59)$$

As funções de transferência relativas ao sinal de controle são obtidas substituindo-se o valor de y_t dado por (3.59) na equação (2.1) que descreve o sistema. Rearranjando-se os termos obtém-se :

$$u_t = \frac{AR}{B'(1)P + AQ} w_t - \frac{G}{B'(1)P + AQ} \xi_t \quad (3.60)$$

A equação (3.60) mostra que o sinal de controle independe do valor do atraso de transporte do sistema.

Definindo-se as variáveis $y1_t$ e $y2_t$ como as saídas das funções de transferência H_1 e H_2 respectivamente, ou seja,

$$A(z^{-1}) y1_t = B'(1) z^{-1} u_t \quad (3.61)$$

$$A(z^{-1}) y2_t = B'(z^{-1}) z^{-dmín} u_t \quad (3.62)$$

a dependência destas variáveis em relação a w_t e ξ_t é dada pela substituição da equação (3.60) em (3.61) e (3.62) respectivamente. Neste caso tem-se :

$$y1_t = \frac{RB'(1)}{B'(1)P + AQ} z^{-1} w_t - \frac{GB'(1)}{A [B'(1)P + AQ]} z^{-1} \xi_t \quad (3.63)$$

$$y2_t = \frac{RB'}{B'(1)P + AQ} z^{-dmín} w_t - \frac{GB'}{A [B'(1)P + AQ]} z^{-dmín} \xi_t \quad (3.64)$$

As equações (3.59), (3.63) e (3.64) mostram que o polinômio $A(z^{-1})$ aparece no denominador das funções de transferência relativas à perturbação ξ_t . Portanto, o esquema de compensação só é válido para sistemas estáveis em malha aberta.

Além disso, o sinal que efetivamente é realimentado para o controlador é dado por - vide fig. 3.9 :

$$yc_t = y1_t + y_t - y2_t \quad (3.65)$$

Substituindo-se os valores de $y1_t$, y_t e $y2_t$ dados por (3.63), (3.59) e (3.64), respectivamente, na equação (3.65) e utilizando-se a identidade (3.52) e a igualdade (3.53a) obtém-se a dependência de yc_t em relação a w_t e ξ_t , ou seja,

$$y_{c_i} = \frac{RB'(1)}{B'(1)P + AQ} z^{-1} w_i + \frac{H}{B'(1)P + AQ} \xi_i \quad (3.66)$$

Comparando-se as equações (3.60) e (3.66) com (2.18) e (2.16) respectivamente, nota-se que a lei de controle obtida via compensação do atraso minimiza o critério (2.2) para uma variável de saída y_{c_i} descrita por :

$$A(z^{-1}) y_{c_i} = B'(1) z^{-1} u_i + C(z^{-1}) \xi_i \quad (3.67)$$

Portanto, se y_{c_i} for uma boa aproximação para a saída real do sistema y_i sem atraso, o controlador GMV pode ser projetado sobre o modelo aproximado do processo com atraso unitário (3.51).

Neste caso a equação característica do sistema em malha fechada é dada por :

$$B'(1) P(z^{-1}) + A(z^{-1}) Q(z^{-1}) = 0 \quad (3.68)$$

Note que o atraso é completamente eliminado da equação característica : parte pela compensação $(d - 1)$ e parte pelo controlador GMV (atraso unitário).

Portanto nesta seção mostrou-se que o controlador GMV associado ao esquema de compensação do atraso proposto pode ser aplicado a processos com atraso desconhecido utilizando o modelo (3.6) - apresentado na seção 3.2 - onde é necessário o conhecimento a priori da faixa de variação do atraso.

3.7 - RESUMO

A aplicação do controlador GMV como apresentado no capítulo 2 requer o conhecimento a priori do valor do atraso de transporte do processo. Neste capítulo obtém-se uma nova representação do sistema onde é necessário o conhecimento a priori da faixa de variação do atraso dada pelo modelo (3.6) discutido na seção 3.2. A partir deste modelo o controlador GMV pode ser utilizado no controle de processos com atraso desconhecido utilizando as seguintes estratégias propostas :

- (i) detecção do valor do atraso.
- (ii) compensação do atraso.

Na seção 3.2 mostra-se que a utilização direta do modelo (3.6) para o projeto do controlador GMV leva à seguinte equação característica em malha fechada :

$$B'(z^{-1}) P(z^{-1}) + A(z^{-1}) Q(z^{-1}) = 0 \quad (3.9)$$

Neste caso o atraso não é completamente eliminado da equação característica visto que aparece implicitamente representado no polinômio B' estendido. Portanto há uma deterioração no desempenho do sistema de controle e por isso propõe-se as estratégias (i) e (ii).

No caso (i) apresentam-se duas estratégias para a detecção do valor do atraso a partir do modelo (3.6) :

- (a) baseada na resposta impulsiva.
- (b) baseada no "matching" entre modelos.

Na estratégia (b) analisa-se primeiramente uma abordagem de "matching" encontrada na literatura que se mostra inadequada para a correta detecção do atraso. Por isso propõe-se uma nova estratégia de "matching" que é uma generalização da primeira e que contorna os problemas inicialmente encontrados. Na seção 3.3 prova-se que se não há erro de modelagem o valor do atraso é corretamente detectado e obtém-se o modelo (2.1) que descreve o sistema. Neste caso o projeto do controlador GMV recai no caso do capítulo 2 onde se conhece o valor do atraso sendo a equação característica em malha fechada dada por :

$$B(z^{-1}) P(z^{-1}) + A(z^{-1}) Q(z^{-1}) = 0 \quad (2.19)$$

Note que as estratégias de detecção do atraso estão relacionadas com a detecção do instante de variação do atraso para que possam ser aplicadas. A detecção deste instante é discutida no capítulo 4 pois está associada ao processo de estimação dos parâmetros do sistema.

Finalmente a estratégia (ii) de compensação do atraso apresenta uma forma de utilizar diretamente o modelo (3.6) associando o controlador GMV a uma estrutura de compensação do atraso. Neste caso o controlador GMV é projetado sobre um modelo aproximado do processo com atraso fixo unitário. A diferença para o atraso real que é desconhecida é absorvida pela estrutura de compensação. Esta estratégia contorna os problemas de desempenho apresentados pela utilização direta do modelo (3.6) visto que

a equação característica em malha fechada dada por

$$B'(1) P(z^{-1}) + A(z^{-1}) Q(z^{-1}) = 0$$

(3.68)

não contém atraso puro de forma implícita ou explícita. Entretanto esta estratégia só é válida para processos estáveis em malha aberta pois a compensação de atraso gera uma previsão da saída futura baseada no modelo explícito do processo.

CAPÍTULO 4

O CONTROLADOR GMV ADAPTATIVO

4.1 - INTRODUÇÃO

Os capítulos anteriores apresentaram algoritmos de controle baseados em modelos cujos parâmetros supunham-se conhecidos. Porém, num esquema adaptativo, os parâmetros do processo não são conhecidos a priori e devem, portanto, ser estimados a partir das informações de entrada e saída do processo. Esta é a função do estimador de parâmetros. Uma vez obtidas estimativas "válidas" para os parâmetros do modelo, os parâmetros do controlador são atualizados utilizando-se os parâmetros estimados em substituição aos parâmetros exatos. Ocorre também que, em geral, os processos físicos são não-lineares e requerem, para sua representação, uma linearização em torno de um ponto de operação. Além disso, esses processos estão sujeitos a alterações no ponto de operação e como consequência os modelos lineares obtidos para sua representação possuem parâmetros variantes no tempo. Logo é necessária uma adaptação dos parâmetros

do controlador para que os requisitos especificados de desempenho para o sistema possam ser satisfeitos mesmo quando ocorrem variações no modelo. Para tanto utiliza-se um estimador capaz de rastrear parâmetros variantes atualizando os parâmetros do controlador. A fig. 1.1, reapresentada a seguir, mostra o esquema utilizado.

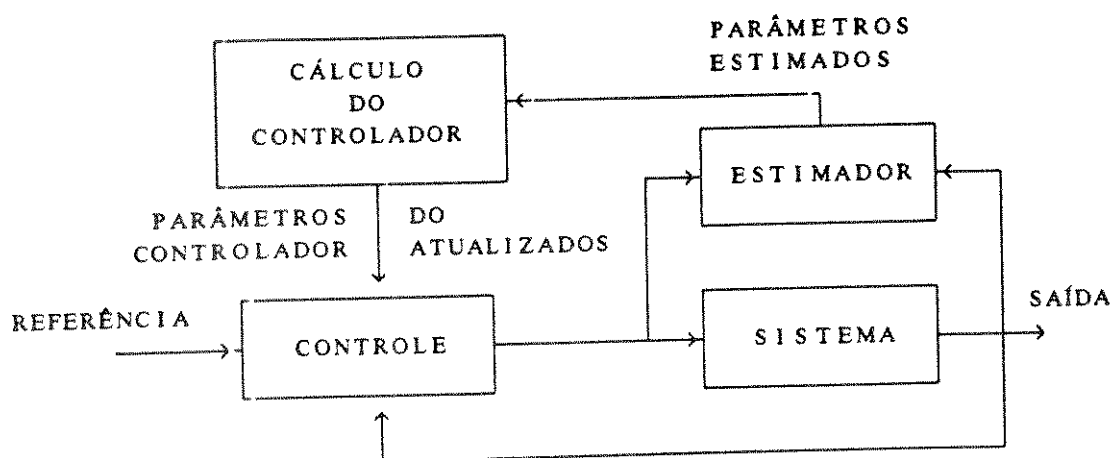


Fig. 1.1 - O esquema adaptativo utilizado.

A seção 4.2 apresenta o estimador dos mínimos quadrados ponderados associado a uma estratégia de rastreamento de variações nos parâmetros, denominada como traço constante. Na seção 4.3 apresenta-se uma estratégia para detectar variações rápidas nos parâmetros baseada na variância do erro previsto. A variação do atraso reflete-se como uma variação brusca nos parâmetros estimados como será mostrado nesta seção. Portanto inclui-se também nesta seção a estratégia para a estimação do atraso. A seção 4.4 apresenta as estratégias de controle dos capítulos 2 e 3 utilizando o GMV com detecção do atraso, compensado e o controlador por alocação de pólos associado à identificação "on-line" do processo. Dessa forma obtém-se um controle adaptativo baseado no controlador GMV para processos com atraso desconhecido e/ou variante. A seção 4.5 apresenta um resumo para este capítulo.

4.2 - O ESTIMADOR DE MÍNIMOS QUADRADOS

O estimador de parâmetros aqui apresentado é conhecido na literatura como estimador de mínimos quadrados recursivo. Isto porque se baseia na minimização de um critério quadrático e as equações obtidas são recursivas, ou seja, a estimativa seguinte baseia-se na estimativa anterior acrescida de um termo de correção oriundo das novas informações provenientes do processo.

Logo, dada a estrutura do modelo a ser estimado (as ordens envolvidas e o valor do atraso) formaliza-se o problema de estimação conforme segue.

Seja o modelo de estimação descrito pelo modelo de regressão linear (4.1) onde os coeficientes dos polinômios $\hat{A}$ e $\hat{B}$ são os elementos desconhecidos a serem estimados.

$$\hat{A}(z^{-1}) y_t = \hat{B}(z^{-1}) z^{-d} u_t \tag{4.1}$$

onde : $\hat{A}(z^{-1})$ e $\hat{B}(z^{-1})$ - polinômios de ordens n_a e n_b , respectivamente, sendo estimativas dos polinômios $A(z^{-1})$ e $B(z^{-1})$, respectivamente, da equação (2.1).

$$\hat{A}(z^{-1}) = 1 + \hat{a}_1 z^{-1} + \dots + \hat{a}_{n_a} z^{-n_a}$$

$$\hat{B}(z^{-1}) = \hat{b}_0 + \dots + \hat{b}_{n_b} z^{-n_b}$$

A equação (4.1) pode ser escrita na forma de regressão onde os elementos desconhecidos estão contidos em um único vetor de parâmetros $\hat{\theta}_t \in \mathbb{R}^n$, com $n = n_a + n_b + 1$, que se deseja identificar e os valores das medidas passadas da entrada e saída estão contidos em um vetor de medidas φ_t . Esta representação é dada na equação (4.2) seguinte.

$$\hat{y}_t = \varphi_t^T \hat{\theta}_{t-1}$$

(4.2)

onde : $\hat{y}_t$ - saída estimada no instante t .
 $\hat{\theta}_t$ - vetor de parâmetros estimados no instante t .

$$\hat{\theta}_t = [\hat{a}_1 \dots \hat{a}_{n_a} \hat{b}_0 \dots \hat{b}_{n_b}]^T$$

φ_t - vetor de medidas no instante t .

$$\varphi_t = [-y_{t-1} \dots -y_{t-n_a} \ u_{t-d} \dots u_{t-nb-d}]^T$$

As ordens n_a , n_b e o atraso de transporte d são supostos conhecidos e constantes.

As equações do estimador são obtidas minimizando-se em relação ao vetor de parâmetros $\hat{\theta}_t$ um critério quadrático dado por :

$$J_M(\hat{\underline{\theta}}) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M w_i (y_i - \underline{\varphi}_i^T \hat{\underline{\theta}}_i)^2 \quad (4.3)$$

onde : M - número de medidas.

w_i - ponderação da medida no instante t.

$$w_i = \mu_i \prod_{l=1}^M \lambda_l \geq 0 \quad \lambda_l \leq 1$$

A ponderação da medida no instante t w_i é composta de um coeficiente μ_i que permite ponderar a medida em função de sua qualidade e de um coeficiente λ_i que é o fator de esquecimento e permite ao estimador rastrear variações nos parâmetros. Para um estimador de mesma medida tem-se $\mu_i = 1$.

A forma recursiva do estimador dos mínimos quadrados ponderados é descrita pelas seguintes equações [17] :

$$\hat{\underline{\theta}}_t = \hat{\underline{\theta}}_{t-1} + \underline{K}_t \left[y_t - \underline{\varphi}_t^T \hat{\underline{\theta}}_{t-1} \right] \quad (a)$$

$$\underline{K}_t = \frac{P_{t-1} \underline{\varphi}_t}{1 + \underline{\varphi}_t^T P_{t-1} \underline{\varphi}_t} \quad (b)$$

$$P_t = \frac{1}{\lambda_t} \left[P_{t-1} - \frac{P_{t-1} \underline{\varphi}_t \underline{\varphi}_t^T P_{t-1}}{1 + \underline{\varphi}_t^T P_{t-1} \underline{\varphi}_t} \right] \quad (c)$$

onde : $\underline{K}_t$ - vetor de ganho do estimador no instante t.

P_t - matriz quadrada de ordem (n_a+n_b+1) no instante t.

dados : $\underline{\theta}_0$ - valor inicial do vetor de parâmetros.

P_0 - valor inicial da matriz P_t .

Para $C(z^{-1}) = 1$ este estimador é assintoticamente não polarizado [18].

Outro ponto importante a notar é que, observando-se a equação (4.4c), vê-se que a matriz P é obtida pela subtração de duas matrizes. Logo, o cálculo da matriz P executado a partir da equação (4.4c) pode levar a problemas numéricos resultando numa matriz P não definida positiva. Uma das alternativas para se evitar esse problema é a utilização de uma forma fatorada, evitando a subtração de matrizes, e melhorando a robustez numérica do algoritmo.

A seguinte fatorização é utilizada :

$$P_t = U_t D_t U_t^T \quad (4.5)$$

onde : U_t - matriz triangular superior com todos os elementos da diagonal unitários.
 D_t - matriz diagonal.

Os detalhes de implementação do algoritmo com fatorização U-D são apresentados no apêndice C.

Prosseguindo-se ainda na análise do estimador, viu-se na seção 2.2 que, para o cálculo da lei de controle, é necessário o conhecimento do polinômio C. Neste caso, têm-se duas alternativas :

- (i) o polinômio C é conhecido a priori.
- (ii) estima-se o polinômio C.

No caso (i) o conhecimento a priori do polinômio C permite que se utilizem medidas filtradas no estimador obtendo-se um estimador não polarizado.

No caso (ii), para se estimar os coeficientes do polinômio C, basta estender os vetores de parâmetros e de medidas, como abaixo :

$$\hat{\theta}_t = [\hat{a}_1 \dots \hat{a}_{na} \hat{b}_0 \dots \hat{b}_{nb} \hat{c}_1 \dots \hat{c}_{nc}]^T$$

$$\varphi_t = [-y_{t-1} \dots -y_{t-na} \ u_{t-d} \dots u_{t-nb-d} \ \hat{\xi}_{t-1} \dots \hat{\xi}_{t-nc}]^T$$

Note que a perturbação ξ_t é não mensurável e, portanto, deve-se utilizar valores estimados da perturbação $\hat{\xi}_t$. Estas estimativas são obtidas da própria equação do sistema (2.1) com os parâmetros reais substituídos pelas suas estimativas, ou seja :

$$\hat{C}(z^{-1}) \hat{\xi}_t = \hat{A}(z^{-1}) y_t - \hat{B}(z^{-1}) z^{-d} u_t$$

ou

$$\hat{\xi}_t = \hat{A}(z^{-1}) y_t - \hat{B}(z^{-1}) z^{-d} u_t - \hat{c}_1 \hat{\xi}_{t-1} - \dots - \hat{c}_{nc} \hat{\xi}_{t-nc}$$

Com os novos vetores de parâmetros e de medidas assim definidos, aplicam-se diretamente as equações do estimador dadas por (4.4). Este estimador que permite a estimação do polinômio C é conhecido como estimador da matriz estendida. Entretanto é bem conhecido que métodos para se estimar o modelo da perturbação além de aumentarem o

tempo de cálculo podem apresentar problemas de convergência dos parâmetros estimados [19].

O bloco do estimador pode ser representado pela fig. 4.1 a seguir.

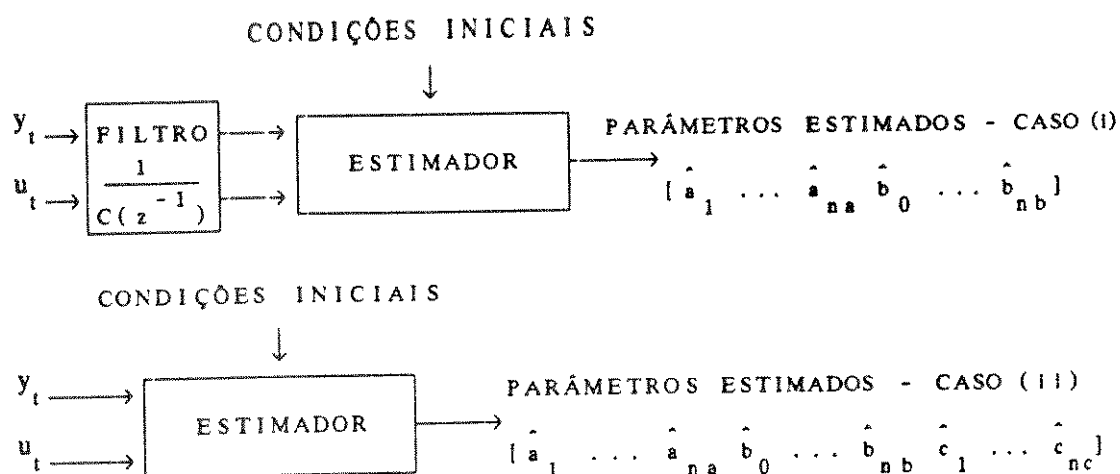


Fig. 4.1 - O estimador sob o ponto de vista entrada-saída.

Portanto, a partir das medidas dos sinais de entrada e saída, u_t e y_t , pode-se obter a cada instante estimativas dos parâmetros do processo.

4.2.1 - O RASTREAMENTO DE PARÂMETROS VARIANTES NO TEMPO

Quando o algoritmo dos mínimos quadrados converge os elementos da matriz P_t e o ganho de correção K_t tendem a zero [19]. Quando o processo que está sendo identificado é invariante no tempo esta convergência é desejada. Entretanto, modelos invariantes no tempo permitem representar o comportamento do sistema real somente em torno de um ponto de operação. Neste trabalho utiliza-se algoritmos que possibilitam uma adaptação contínua do modelo do processo às variações do ponto de operação do sistema, isto é, os modelos obtidos contém parâmetros variantes no tempo. Neste caso, se o ganho do estimador decresce significativamente o algoritmo perde sua capacidade de adaptação frente às variações de parâmetros. O algoritmo apresentado nesta seção mantém a capacidade de adaptação do estimador limitando a valores mínimos os elementos da matriz P_t .

Definindo o erro previsto como :

$$\hat{e}_t = y_t - \varphi_t^T \hat{\theta}_{t-1} \quad (4.6)$$

A equação do estimador (4.4a) pode ser reescrita como segue :

$$\hat{\underline{\theta}}_t = \hat{\underline{\theta}}_{t-1} + \underline{K}_t \hat{e}_t \quad (4.7)$$

Quando os parâmetros do sistema variam no tempo a saída do processo desvia-se da saída do modelo, aumentando o erro previsto. Se não é permitido aos elementos da matriz P_t tornarem-se muito pequenos, o ganho de correção $\underline{K}_t$ também não será pequeno - vide equação (4.4b) - e o erro previsto corrigirá continuamente $\hat{\underline{\theta}}_t$ na equação (4.7). Esta correção permite ao estimador seguir as variações de parâmetros. Entretanto, o erro previsto também inclui perturbações estocásticas que se deseja eliminar. Evitando-se que os elementos da matriz P_t diminuam aumentam-se os erros aleatórios no estimador $\hat{\underline{\theta}}_t$. Tem-se portanto, um compromisso entre a qualidade do estimador (P_t pequeno) e sua capacidade de adaptação (P_t grande).

Logo, para processos que variam no tempo, é necessário fornecer ao algoritmo dos mínimos quadrados ponderados recursivo uma capacidade de adaptação, impedindo que o ganho decresça significativamente. Esta capacidade pode ser obtida dando-se uma maior ponderação às novas medidas pelo ajuste do fator de esquecimento. Dentre os vários métodos para o ajuste do fator de esquecimento [19], utiliza-se o algoritmo a traço limitado porque este algoritmo calcula o fator de esquecimento a partir de especificações sobre o traço da matriz P_t , que se deseja limitar. Neste método λ_t é calculado para manter o traço da matriz P_t superior a uma constante definida pelo usuário.

Seja T_{min} o valor mínimo admissível para o traço da matriz P_t . O valor de λ_t é então assim calculado para cada instante t :

(i) calcula-se o traço T como :

$$T = \text{traço} \left[P_{t-1} - \frac{P_{t-1} \underline{\varphi}_t \underline{\varphi}_t^T P_{t-1}}{1 + \underline{\varphi}_t^T P_{t-1} \underline{\varphi}_t} \right]$$

em (4.4c).

(ii) se $T \geq T_{min}$: $\lambda_t = 1$.
se $T < T_{min}$: $\lambda_t = \frac{T}{T_{min}}$.

A escolha do valor de T_{min} está relacionada com o compromisso entre capacidade de adaptação e qualidade do estimador como mencionado anteriormente. A escolha de T_{min} de modo que em regime o estimador apresente pequena variância em torno do valor estimado, permitirá que o estimador acompanhe apenas variações lentas nos parâmetros. Por outro

lado, a escolha de T_{min} de modo que variações rápidas nos parâmetros possam ser acompanhadas levará a uma maior variância do estimador.

Há casos, entretanto, onde os parâmetros do processo variam lentamente em certos instantes e rapidamente em outros. Portanto, em certos momentos deseja-se uma melhor qualidade do estimador, acompanhando variações lentas nos parâmetros, e em outros instantes deve-se acompanhar variações rápidas nos parâmetros do modelo. Neste caso é necessário um teste de detecção de ruptura que permite identificar o instante em que variações bruscas ocorrem no processo.

4.3 - A DETECÇÃO DE RUPTURA DO MODELO

Quando ocorrem mudanças bruscas nos parâmetros do sistema é necessário aumentar a capacidade de adaptação do algoritmo de identificação, para que os novos valores do estimador sejam atingidos rapidamente. Esta condição é obtida aumentando-se bruscamente o ganho de correção K_i . Entretanto, como não se conhece o instante de variação dos parâmetros deve-se associar ao algoritmo de identificação procedimentos que detectem o instante da variação abrupta do modelo e modifiquem o nível de adaptação do estimador. Basicamente o problema é dividido em duas fases :

- (i) detecção de ruptura do modelo.
- (ii) modificação do algoritmo de estimação.

A fase (i) deve ser capaz de identificar o instante de variação dos parâmetros e a consequente ruptura do modelo. O método de detecção aqui utilizado baseia-se na comparação a cada instante de amostragem dos valores novos e passados de um critério baseado no erro previsto. Uma vez detectada a ruptura passa-se à fase (ii) onde uma estratégia de modificação do algoritmo do estimador elevará sua capacidade de adaptação.

4.3.1 - DETECÇÃO BASEADA NA VARIÂNCIA DO ERRO PREVISTO

Considerando a fase (i) de detecção de ruptura do modelo e substituindo o valor de y_t dado pela equação (2.1) na equação (4.6) tem-se a seguinte equação para o erro previsto :

$$\hat{e}_t = \varphi_t^T (\underline{\theta} - \hat{\underline{\theta}}_{t-1}) + C(z^{-1}) \xi_t \quad (4.8)$$

onde : $\underline{\theta}$ - vetor de parâmetros exatos.

$$\underline{\theta} = [a_1 \dots a_{na} \ b_0 \dots b_{nb}]^T$$

De acordo com a equação (4.8) pode-se interpretar o erro previsto $\hat{e}_t$ como sendo composto de uma perturbação ruidosa $C(z^{-1}) \xi_t$ acrescida do erro de modelagem em_t , ou seja :

$$\hat{e}_t = em_t + C(z^{-1}) \xi_t$$

onde : em_t - erro de modelagem.

$$em_t = \varphi_t^T (\underline{\theta} - \hat{\underline{\theta}}_{t-1})$$

Quando os parâmetros estimados convergem para os valores reais, o erro de modelagem tende a zero e o erro previsto aproxima-se da perturbação $C(z^{-1}) \xi_t$. Por outro lado assumindo ξ_t estacionário, quando os parâmetros reais do processo $\underline{\theta}$ sofrem uma brusca variação, verifica-se um aumento do erro de modelagem em_t e consequentemente do erro previsto. Assim, a observação do erro previsto permite detectar a ocorrência de ruptura no modelo de estimação.

A detecção de ruptura do modelo através da observação direta de $\hat{e}_t$ apresenta diversos inconvenientes [20] :

- (i) as estatísticas do ruído $C(z^{-1}) \xi_t$ na equação (4.8) devem ser conhecidas para permitir alguma decisão.
- (ii) variações no nível de ruído ou outros tipos de perturbação no processo podem resultar numa conclusão errônea de ocorrência de ruptura.
- (iii) apenas as variações nos parâmetros do processo que provoquem uma grande influência no sinal de saída y_t podem ser detectadas.
- (iv) os problemas mencionados tornam-se mais severos à medida que o nível do sinal de ruído ξ_t é maior.

Em vista destes problemas utiliza-se um critério para detecção de ruptura do modelo baseado numa estatística do erro previsto, como o descrito a seguir.

A variância do erro previsto é definida como :

$$\sigma_e^2 = \mathcal{E} \left\{ (\hat{e}_t - \bar{\hat{e}})^2 \right\} \quad (4.9)$$

onde : $\bar{\hat{e}}$ - média do erro previsto.

A equação (4.9) pode ser reescrita, utilizando as propriedades do operador $\mathcal{E}$, como :

$$\sigma_e^2 = \mathcal{E} \left\{ \hat{e}_t^2 \right\} - \bar{\hat{e}}^2 \quad (4.10)$$

Sobre uma amostra de N elementos a equação (4.10) pode ser aproximada por :

$$\sigma_e^2 = \frac{1}{N} \left[\sum_{i=1}^N \hat{e}_i^2 - \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N \hat{e}_i \right)^2 \right]$$

A utilização da variância do erro previsto ao invés do próprio erro traduz a preocupação de se avaliar a "intensidade" do erro (medida de sua dispersão) associada a um caráter em regime, evitando perturbações espúrias.

Na detecção de ruptura deve-se distinguir entre uma fase em regime, caracterizada pela modelagem correta do processo, de uma fase transitória, caracterizada pela ruptura do modelo. Para tanto compara-se a variância do erro dentro de um horizonte longo, que traduz o comportamento em regime, com a variância obtida num horizonte curto, que traduz o comportamento do erro nas iterações mais recentes, ilustrado na fig. 4.2.

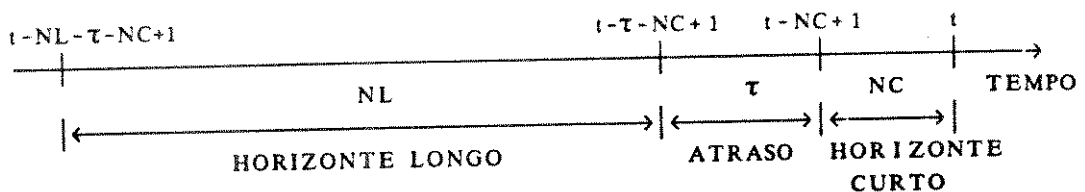


Fig. 4.2 - Horizontes utilizados no cálculo de σ_e^2 .

O atraso τ introduzido entre os horizontes longo e curto tem o objetivo de desacoplá-los. Portanto, definem-se as variâncias nos horizontes longo e curto, respectivamente, da seguinte forma :

$$\sigma_L^2(t) = \frac{1}{NL} \left[\sum_{i=t_l}^{t_a-1} \hat{e}_i^2 - \frac{1}{NL} \left(\sum_{i=t_l}^{t_a-1} \hat{e}_i \right)^2 \right]$$

$$\sigma_C^2(t) = \frac{1}{NC} \left[\sum_{i=t_c}^t \hat{e}_i^2 - \frac{1}{NC} \left(\sum_{i=t_c}^t \hat{e}_i \right)^2 \right]$$

onde : $t_l = t - NL - \tau - NC + 1$.

$t_a = t - \tau - NC + 1$.

$t_c = t - NC + 1$.

O critério para a detecção de ruptura utiliza a variável J_t calculada a cada instante e definida como :

$$J_t = \frac{\sigma_C^2(t)}{\sigma_L^2(t)} \quad (4.11)$$

Quando os parâmetros estimados convergem para os parâmetros reais, J_t assume valores próximos de um. Define-se como critério para a constatação da detecção de ruptura no modelo a ocorrência da condição dada por :

$$J_t > J_0 \quad (4.12)$$

onde o valor limite J_0 é especificado em função do nível de ruído [19] e [20].

Através da análise do valor de J_t é possível detectar uma variação abrupta no modelo do sistema num determinado instante. Após a detecção de ruptura deve-se aumentar o ganho do estimador de forma a elevar sua capacidade de adaptação. Tal procedimento será discutido na seção seguinte.

4.3.2 - A ESTIMAÇÃO DO ATRASO

Como mencionado anteriormente, após uma detecção de ruptura no modelo uma modificação no algoritmo do estimador se faz necessária para elevar sua capacidade de adaptação - fase (II) da detecção de ruptura. Isto permite que os parâmetros estimados converjam para novas estimativas válidas.

Como está se tratando de processos sujeitos a variações no valor do atraso analisa-se a seguir o efeito da variação do atraso sobre os parâmetros estimados. Dos resultados desta análise estabelecem-se as estratégias para a modificação do estimador.

Primeiramente supondo o caso em que o atraso é desconhecido a representação adequada para o sistema é dada pelo modelo (3.6) reescrito a seguir.

$$A(z^{-1}) y_t = B'(z^{-1}) z^{-dmín} u_t + C(z^{-1}) \xi_t \quad (3.6)$$

Neste modelo o conhecimento a priori é a faixa de variação do atraso sendo parte do atraso representada implicitamente no polinômio B' estendido de grau $(nb + D)$. Portanto o modelo de estimação adotado é dado pela equação (4.13) a seguir.

$$\hat{A}(z^{-1}) y_t = \hat{B}'(z^{-1}) z^{-dmín} u_t \quad (4.13)$$

ou

$$\hat{y}_t = \varphi_t^T \hat{\theta}_{t-1}$$

$$\text{onde : } \hat{\theta}_t = [\hat{a}_1 \dots \hat{a}_{na} \hat{b}'_0 \dots \hat{b}'_{nb+D}]^T.$$

$$\varphi_t = [-y_{t-1} \dots -y_{t-na} u_{t-dmín} \dots u_{t-nb-D-dmín}]^T.$$

D - faixa de variação do atraso.

$$D = dmáx - dmín.$$

Para o caso em que o atraso real $d = dmín + 1$ e os parâmetros estimados convergiram para os valores reais a fig. 4.3 a seguir mostra a forma dos polinômios $\hat{A}$ e $\hat{B}'$ - vide fig. 3.1.

$$\hat{A}(z^{-1}) = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline a_1 & a_2 & \dots & a_{na} \\ \hline \end{array}$$

$$\hat{B}'(z^{-1}) = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline 0 & 0 & \dots & 0 & b_0 & b_1 & \dots & b_{nb} & 0 & \dots & 0 \\ \hline \end{array}$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_l$
 $\underbrace{\hspace{10em}}_{nb+1}$
 $\underbrace{\hspace{10em}}_{D-1}$

Fig. 4.3 - Os parâmetros estimados para $d = d_{mín} + 1$.

Supondo-se agora que o atraso d variou de $d = (d_{mín} + 1)$ para $d = (d_{mín} + 1 + 1)$ a fig. 4.4 mostra a nova forma para os polinômios $\hat{A}$ e $\hat{B}'$ após a convergência dos parâmetros.

$$\hat{A}(z^{-1}) = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline a_1 & a_2 & \dots & a_{na} \\ \hline \end{array}$$

$$\hat{B}'(z^{-1}) = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline 0 & 0 & \dots & 0 & b_0 & b_1 & \dots & b_{nb} & 0 & \dots & 0 \\ \hline \end{array}$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{l+1}$
 $\underbrace{\hspace{10em}}_{nb+1}$
 $\underbrace{\hspace{10em}}_{D-1-1}$

Fig. 4.4 - Os parâmetros estimados para $d = d_{mín} + 1 + 1$.

As figs. 4.3 e 4.4 mostram que se o modelo de estimação é dado pela equação (4.13) uma variação no valor do atraso se reflete como uma brusca variação nos parâmetros do polinômio $\hat{B}'$. Esta variação é devida ao novo posicionamento dos coeficientes não nulos dentro do polinômio $\hat{B}'$. Entretanto após a convergência dos parâmetros verifica-se que os coeficientes do polinômio $\hat{A}$ não se modificaram.

Portanto dentre as diversas estratégias disponíveis para se elevar a capacidade de adaptação do estimador após uma detecção de ruptura no modelo [19], adota-se a reinicialização parcial da matriz P_t e do vetor de parâmetros de forma seletiva permitindo que apenas os parâmetros $\hat{b}'_i$ sejam reajustados. Esta estratégia de adaptação individual dos parâmetros (diferentemente do ajuste do fator λ que garante a adaptação a todos os parâmetros) é conhecida como busca aleatória.

A análise acima está baseada na utilização do modelo de estimação (4.13) onde se conhece a priori apenas a faixa de variação do atraso. Entretanto a seção 3.3 apresentou estratégias que permitem que o valor do atraso seja estimado a partir do modelo estimado do sistema dado por (4.13). Assim, se se conhece o valor do atraso d , adota-se o modelo de estimação (4.1) reescrito a seguir.

$$\hat{A}(z^{-1}) y_t = \hat{B}(z^{-1}) z^{-d} u_t \quad (4.1)$$

Neste caso o polinômio $\hat{B}$ possui grau nb .

Portanto a fase (ii) de alteração da capacidade de adaptação do estimador após uma detecção de ruptura é subdividida em duas outras fases :

- (i) fase de estimação do atraso.
- (ii) fase de estimação dos parâmetros com o atraso correto.

Estas fases correspondem à utilização do modelo de estimação (4.13) e do modelo (4.1) respectivamente. Portanto deve-se notar que a estratégia aqui adotada, embora concordando com a idéia da estratégia de busca aleatória de alterar de forma diferenciada a adaptação dos parâmetros, é ligeiramente modificada pelo fato de se alterar também a estrutura do estimador aumentando o número de parâmetros estimados.

Inicialmente o modelo de estimação utilizado é dado pela equação (4.1) onde o valor do atraso d é conhecido de uma etapa anterior de identificação.

Fase (i) - A Estimação do Atraso

Após uma detecção de ruptura o modelo de estimação (4.1) que vinha sendo utilizado pelo estimador é alterado para o modelo (4.13) e a matriz P_t e o vetor de parâmetros $\hat{\theta}_t$ reinicializados levando em consideração a análise da variação dos parâmetros com a variação do atraso feita anteriormente. Nesta fase a dimensão do vetor de parâmetros e de medidas é $(na + nb + D + 1)$.

O vetor de parâmetros é inicializado com os parâmetros $\hat{a}_i$ iguais aos valores estimados antes da detecção de ruptura e os parâmetros $\hat{b}_i'$ com os valores iniciais dados por θ_0 . A matriz P_t , por sua vez, é reinicializada numa forma diagonal onde os elementos da diagonal que influenciam os parâmetros $\hat{a}_i$ permanecem inalterados e os elementos da diagonal que influenciam os parâmetros $\hat{b}_i'$ são inicializados com valores elevados. Deste modo provoca-se pouca alteração nos parâmetros $\hat{a}_i$ (cujas possíveis variações já vinham sendo acompanhadas pela estratégia do traço constante) e garante-se uma rápida convergência para os parâmetros $\hat{b}_i'$.

Logo, o valor inicial da matriz P após a detecção de ruptura e modificação da estrutura do estimador é dado por :

$$P_{rup} = \begin{bmatrix} p_{11} & & & & 0 \\ & \ddots & & & \\ & & p_{nana} & & \\ 0 & & & k_{rup} & \\ & & & & \ddots \\ & & & & & k_{rup} \end{bmatrix}$$

onde : P_{rup} - matriz quadrada diagonal de ordem $(na+nb+D+1)$.

p_{ii} - elementos da diagonal da matriz P no instante anterior à detecção de ruptura ($i = 1 \dots na$).

k_{rup} - constante da ordem de 10^2 .

Esta fase é denominada fase de estimação do atraso pois após a convergência dos parâmetros estimados as estratégias da seção 3.3 são utilizadas para se identificar o novo valor do atraso do processo.

Durante esta fase, que deve ser a mais breve possível, pode ser necessária a introdução de uma excitação extra no sistema para garantir as condições de convergência do estimador e acelerar sua taxa de convergência. Um sinal de excitação muito utilizado para este fim é o PRBS ("Pseudo Random Binary Signal") que nada mais é do que uma sequência aleatória de valores binários acrescida ao sinal de controle [10]. As características deste sinal devem ser tais que não perturbe em demasia a saída do sistema mas, também, que lhe garanta um mínimo de excitação.

Ao fim da fase de estimação do atraso obtém-se, através dos procedimentos da seção 3.3, um modelo do tipo dado por (4.1) onde o atraso d foi identificado. Logo, com o valor correto do atraso, pode-se retornar ao modelo de estimação dado por (4.1). Novamente uma mudança na estrutura do estimador é requerida iniciando-se a fase (ii) de estimação dos parâmetros com o valor correto do atraso.

Fase (ii) - A Estimação dos Parâmetros com o Atraso Correto

Nesta fase os vetores de parâmetros e medidas voltam à forma dada por (4.1), com dimensão $(na + nb + 1)$ e o atraso d estimado na fase (i). O número de parâmetros estimados é reduzido e todos os coeficientes do polinômio $\hat{B}$ são significativos, ou seja, não há coeficientes nulos, uma vez que $\hat{B}$ modela apenas os nb zeros fora da origem do processo, não modelando atraso algum.

A transição do modelo de estimação (4.13) para o modelo (4.1) é feita de modo a aproveitar o máximo possível as estimativas do modelo (4.13), uma vez que este representa adequadamente o processo, e a estratégia de estimação do atraso da fase

(1). Lembre-se que as estratégias de estimação do atraso além de fornecerem o valor estimado do atraso geram um modelo dado pela equação (4.14) a seguir.

$$\hat{A}(z^{-1}) y_t = \hat{B}''(z^{-1}) z^{-\hat{k}} u_t \quad (4.14)$$

onde : $\hat{A}(z^{-1})$ - mesmo polinômio do modelo (4.13).

$\hat{B}''(z^{-1})$ - polinômio de grau nb obtido a partir de $\hat{B}'$.

$\hat{k}$ - valor estimado para o atraso.

Portanto após a estimação do atraso a estrutura do estimador é modificada e o vetor de parâmetros $\hat{\theta}_t$ é inicializado pelos parâmetros $\hat{a}_i$ estimados até o momento e pelos parâmetros $\hat{b}_i''$ obtidos do polinômio $\hat{B}''(z^{-1})$ do modelo (4.14). A matriz P_t é inicializada como diagonal não se alterando os elementos da diagonal que influenciam os parâmetros $\hat{a}_i$ e mantendo-se apenas os elementos da diagonal que influenciam os parâmetros $\hat{b}_i'$ significativos, ou seja, os parâmetros $\hat{b}_i'$ que seriam não nulos se o modelo fosse exato. Supondo o caso em que o atraso $d = d_{\min} + 1$ e o valor estimado do atraso é correto, ou seja, $\hat{k} = d$, a matriz P_t é inicializada por :

$$P_{ttrans} = \begin{bmatrix} p_{11} & & & & & & 0 \\ & \ddots & & & & & \\ & & p_{nana} & & & & \\ \hline & & & p_{kk} & & & \\ & 0 & & & \ddots & & \\ & & & & & p_{(k+nb)(k+nb)} & \end{bmatrix}$$

onde : P_{ttrans} - matriz quadrada diagonal de ordem $(na+nb+1)$.

p_{ij} - elementos da diagonal da matriz P no instante anterior.

$k = na + 1 + 1$.

O procedimento adotado na matriz P é análogo ao de se eliminar os coeficientes nulos do polinômio estendido $B'(z^{-1})$ quando o atraso real d apresenta uma diferença 1 em relação ao atraso mínimo $d_{\min}$. Neste caso os 1 primeiros coeficientes de $\hat{B}'(z^{-1})$ serão próximos de zero e os coeficientes significativos $\hat{b}_i'$ começam em $i = 1$ até $i = 1 + nb$.

Uma vez estimado o valor do atraso e modificado o estimador para utilizar o modelo de estimação (4.1) este permanece inalterado até que uma nova detecção de ruptura ocorra. Durante este período a capacidade de adaptação do estimador é mantida pelo ajuste do fator de esquecimento λ como descrito na seção 4.2.1.

4.4 - ESTRATÉGIAS DE CONTROLE

Nos capítulos 2 e 3 apresentaram-se estratégias de controle utilizando o controlador GMV. No capítulo 2 o atraso do processo foi assumido fixo e conhecido enquanto no capítulo 3 assumiu-se conhecida a faixa de variação do atraso permitindo utilizar o controlador GMV para processos com atraso desconhecido. Entretanto em ambos os capítulos assumiu-se que os modelos utilizados eram representações exatas do sistema, ou seja, não havia erros de modelagem. Nesta seção apresentam-se as estratégias de controle do capítulo 3 com os parâmetros do controlador calculados a partir dos parâmetros estimados do processo em substituição aos parâmetros exatos. Como estas estratégias aplicam-se a processos com atraso desconhecido a utilização do estimador capaz de rastrear variações nos parâmetros do sistema permite que se utilize o controlador GMV para processos com atraso variante. A seção 4.4.1 descreve o GMV com detecção do atraso e a seção 4.4.2 o GMV compensado.

O controlador por alocação de pólos com estrutura GMV descrito no capítulo 2 é apresentado nesta seção com seus parâmetros calculados a partir dos parâmetros estimados com o modelo de estimação (4.13) onde é necessário o conhecimento da faixa de variação do atraso. Este controlador assim obtido mostra-se robusto frente a variações no valor do atraso como será descrito na seção 4.4.3.

O esquema adaptativo geral utilizado é dado pela fig. 1.1. Este esquema é denominado de algoritmo indireto visto que os parâmetros do controlador são obtidos indiretamente por uma etapa de cálculo dos parâmetros a partir do modelo estimado do processo. Pelo fato de se estimar explicitamente os parâmetros do processo este esquema recebe também a denominação de algoritmo explícito. A adoção deste esquema deve-se ao fato de ser necessária a estimação explícita do modelo do processo devido à etapa de estimação do valor do atraso e da necessidade deste modelo na estrutura de compensação do atraso.

Filtro dos Parâmetros Estimados

Para o cálculo dos parâmetros do controlador utilizam-se parâmetros estimados filtrados. O objetivo deste filtro é o de eliminar variações bruscas nos parâmetros estimados que podem causar bruscas variações no sinal de controle. Este filtro é um filtro passa-baixa descrito pela equação (4.15) a seguir [20].

$$\hat{\underline{\theta}}_t^f = \beta \hat{\underline{\theta}}_{t-1}^f + (1 - \beta) \hat{\underline{\theta}}_t \quad (4.15)$$

onde : $\hat{\underline{\theta}}_t^f$ - vetor de parâmetros estimados e filtrados no instante t .
 β - parâmetro do filtro ($0,4 < \beta < 1$).

Note que este filtro é de 1ª ordem, com ganho unitário em regime e cujo efeito de filtragem é controlado pelo parâmetro β . Nos casos extremos :

- (i) $\beta \rightarrow 0$: passa tudo ($\hat{\underline{\theta}}_t^f = \hat{\underline{\theta}}_t$).
- (ii) $\beta \rightarrow 1$: passa nada ($\hat{\underline{\theta}}_t^f = \hat{\underline{\theta}}_{t-1}^f$).

4.4.1 - O GMV COM DETECÇÃO DO ATRASO

O algoritmo de controle descrito nesta seção é o mesmo apresentado no capítulo 2. Aqui porém os parâmetros antes conhecidos do processo são substituídos pelos parâmetros estimados. Da mesma forma o valor do atraso d , antes fixo e conhecido, é substituído pelo valor estimado como descrito na seção 4.3.2. Portanto, uma vez convergidos os parâmetros estimados com o valor estimado do atraso correto, as mesmas propriedades deduzidas no capítulo 2 aplicam-se neste caso.

O algoritmo GMV com detecção do atraso é mostrado na fig. 4.5.

Pode-se notar da fig. 4.5 que, uma vez detectada a ruptura no modelo, os parâmetros do controlador não são atualizados até que as estimativas sejam apropriadas. Neste intervalo de tempo ocorrem duas fases : a fase de estimação do atraso e a fase de convergência dos parâmetros estimados com o atraso correto, como descrito na seção 4.3.2. Portanto o modelo de estimação (4.13) onde se conhece a faixa de variação do atraso é utilizado apenas durante a fase de estimação do atraso. O modelo (4.1) com o valor do atraso estimado é de fato o modelo de estimação utilizado para a atualização dos parâmetros do controlador.

Nota-se também que a detecção de ruptura é suspensa temporariamente só retornando quando se garante que o modelo estimado (4.1) já convergiu. Normalmente o tempo de suspensão da detecção de ruptura é bem maior que o tempo de convergência para a atualização dos parâmetros do controlador.

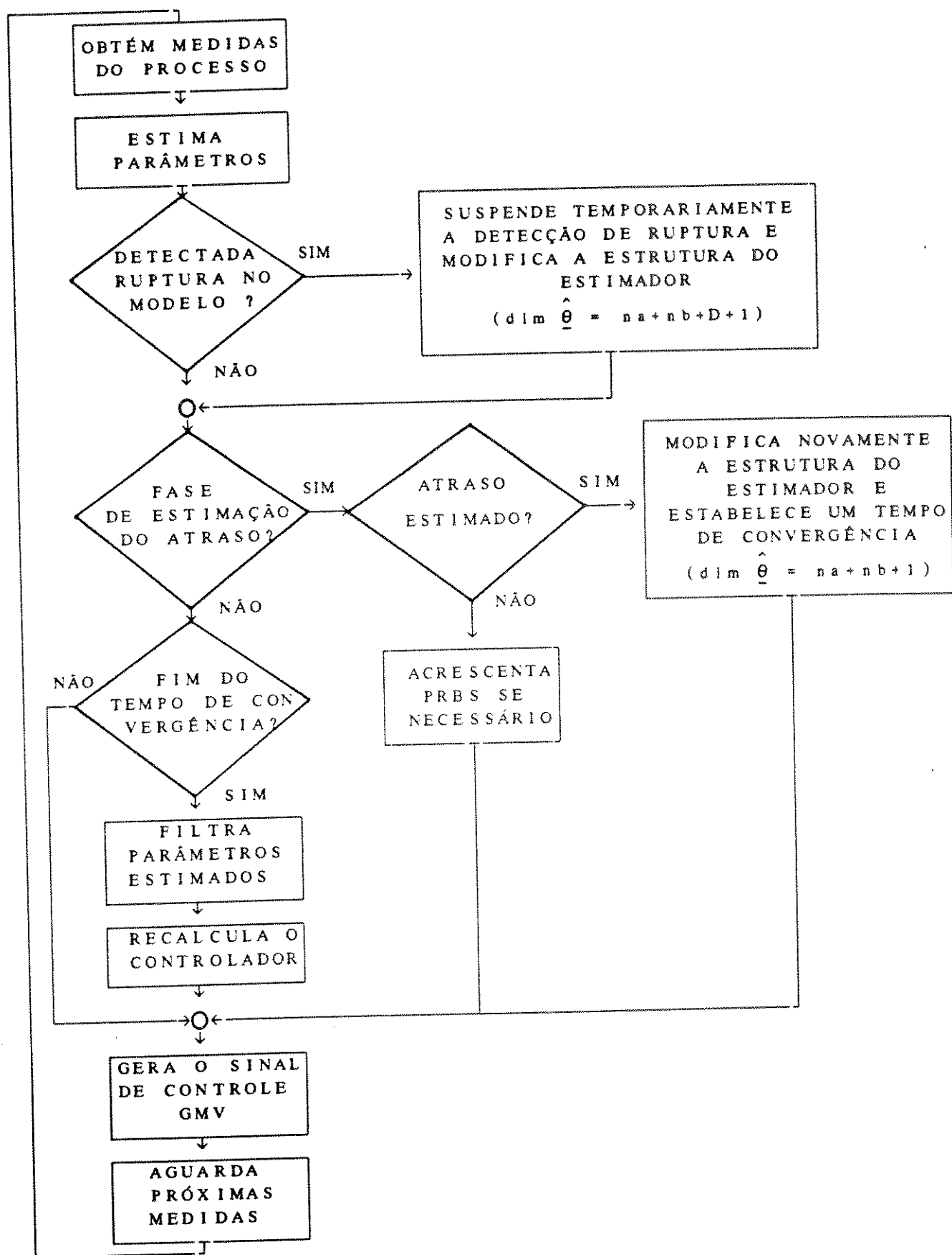


Fig. 4.5 - O GMV com detecção do atraso.

4.4.2 - O GMV COMPENSADO

A estrutura deste algoritmo de controle é a mesma descrita na seção 3.6, substituindo-se os parâmetros reais pelos parâmetros estimados. Neste algoritmo o modelo de estimação tem estrutura fixa dada pela equação (4.13) onde se conhece a faixa de variação do atraso. A partir dele obtém-se os modelos utilizados no preditor para a compensação do atraso e cálculo do controlador.

Logo o esquema adaptativo utilizado é semelhante ao da fig. 4.5 sem a parte referente à estimação do atraso e com a adaptação da estrutura de compensação do atraso, como mostrado na fig. 4.6 a seguir.

A detecção de ruptura do modelo é mantida com o objetivo de reinicializar o algoritmo do estimador sem modificar sua estrutura. Isto muitas vezes se faz necessário quando a estratégia de modificação do fator de esquecimento λ não acompanha adequadamente as variações nos parâmetros. Deve-se notar que como parte do atraso está representada implicitamente no polinômio estendido $\hat{B}'$ de grau $(nb + D)$, uma variação no valor do atraso implica numa brusca variação dos parâmetros $\hat{b}'_i$ estimados, como descrito na seção 4.3.2. Dessa forma a matriz P_t e o vetor de parâmetros $\hat{\theta}_t$ são reinicializados como descrito na seção 4.3.2 - fase (i), ou seja, reinicializa-se apenas a parte de P_t e $\hat{\theta}_t$ referentes ao polinômio $\hat{B}'$.

Note que neste caso o controlador GMV é calculado para um modelo com atraso fixo unitário (vide seção 3.6). Portanto variações no valor do atraso não modificam a ordem do controlador pois estas são absorvidas pela estrutura de compensação.

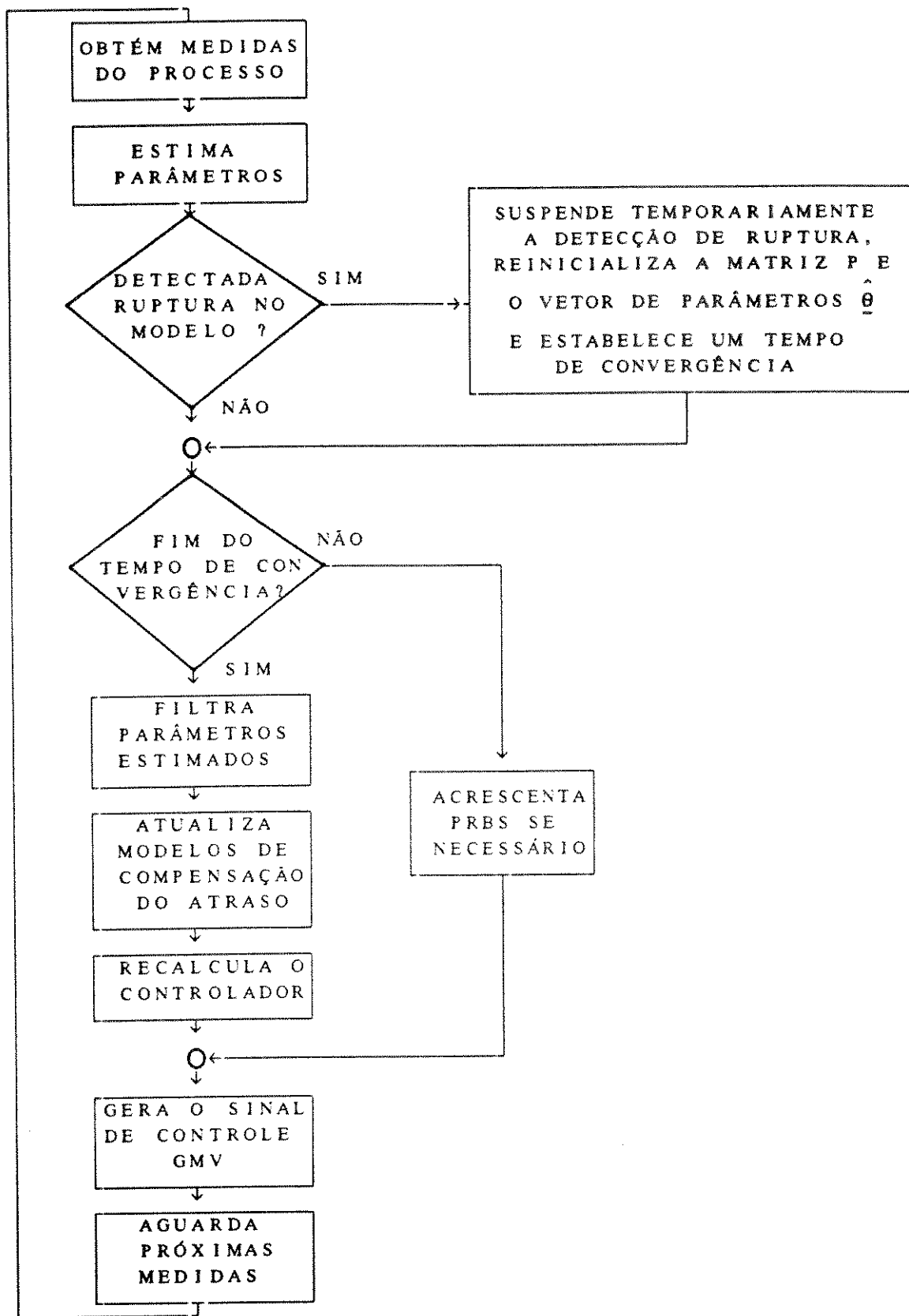


Fig. 4.6 - O GMV compensado.

4.4.3 - O GMV POR ALOCAÇÃO DE PÓLOS

Como mencionado na seção 2.4.1 este controlador é projetado por uma especificação dos pólos do sistema em malha fechada, aproveitando-se da estrutura do controlador GMV. Nesta seção este controlador foi obtido a partir do modelo do processo dado pela equação (2.1) onde se conhece a priori o valor do atraso de transporte d reescrito a seguir.

$$A(z^{-1}) y_t = B(z^{-1}) z^{-d} u_t + C(z^{-1}) \xi_t \quad (2.1)$$

Portanto para sua utilização em processos onde o atraso é desconhecido deve-se utilizar a representação do sistema dada pelo modelo (3.6) onde se conhece a faixa de variação do atraso reescrito a seguir.

$$A(z^{-1}) y_t = B'(z^{-1}) z^{-d_{\min}} u_t + C(z^{-1}) \xi_t \quad (3.6)$$

Como mostrado na seção 3.2 o projeto do GMV a partir do modelo (3.6) leva à seguinte equação característica em malha fechada :

$$B'(z^{-1}) P(z^{-1}) + A(z^{-1}) Q(z^{-1}) = 0 \quad (3.9)$$

Portanto o projeto do controlador por alocação de pólos utilizando o modelo (3.6) dá origem à seguinte equação de alocação :

$$B'(z^{-1}) P(z^{-1}) + A(z^{-1}) Q(z^{-1}) = T(z^{-1})$$

(4.16)

Neste caso, num esquema adaptativo, o modelo de estimação utilizado é dado pela equação (4.13) reescrita a seguir.

$$\hat{A}(z^{-1}) y_t = \hat{B}'(z^{-1}) z^{-d_{\min}} u_t \quad (4.13)$$

A fig. 4.7 mostra o esquema adaptativo utilizado para o controlador por alocação de pólos.

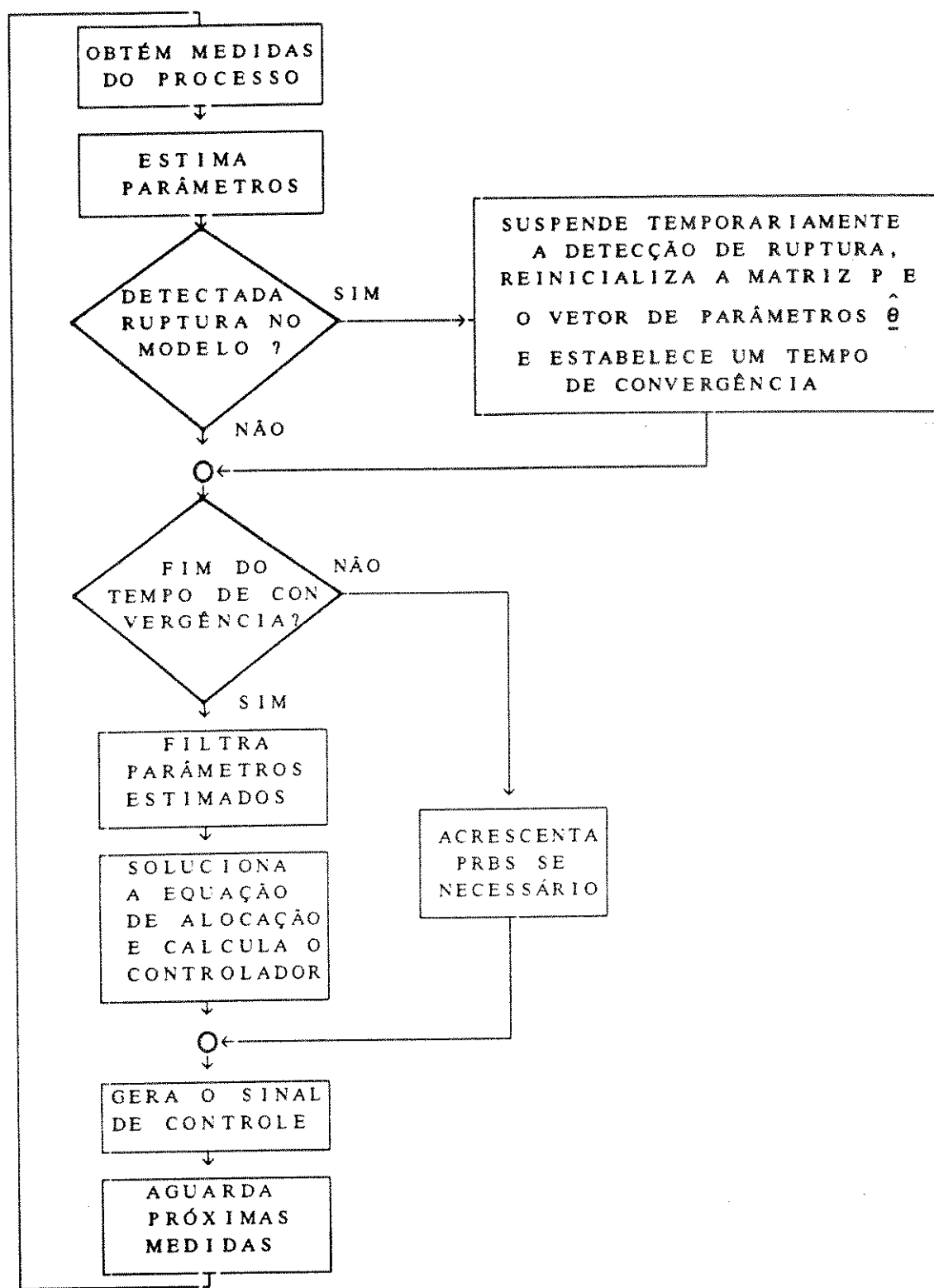


Fig. 4.7 - O controlador por alocação de pólos.

Note que os polinômios de ponderação P e Q são obtidos para cada instante de amostragem. Portanto diferentemente do GMV com detecção do atraso e do GMV compensado os polinômios de ponderação são variantes no tempo.

É importante observar também que o modelo (4.13) representa adequadamente o processo para qualquer valor do atraso dentro da faixa de variação conhecida, como discutido na seção 3.2. Portanto o controlador por alocação de pólos obtido a partir deste modelo pode ser utilizado para o controle de processos com atraso variante. De fato este controlador apresenta-se robusto frente a variações no valor do atraso [11].

Entretanto deve-se notar que na equação de alocação (4.16) os polinômios A e B' são substituídos por seus valores estimados $\hat{A}$ e $\hat{B}'$ no esquema adaptativo. Devido à dimensão do polinômio $\hat{B}'$ estendido qualquer incerteza no grau do polinômio $\hat{A}$ pode levar a obtenção de polinômios estimados com fatores comuns. Neste caso a equação de alocação não satisfaz as condições para solução - vide seção 2.4.1 - e o desempenho do sistema é degradado.

Quanto às características do estimador cabem as mesmas considerações feitas para a seção anterior visto que o mesmo modelo de estimação é utilizado.

4.5 - RESUMO

A característica adaptativa de um controlador é determinada pela capacidade deste de modificar seus parâmetros de forma a acompanhar variações nas condições de operação do processo. Esta capacidade é devida à utilização de um estimador de parâmetros capaz de identificar as condições do processo e suas variações. Portanto, os algoritmos de controle descritos nos capítulos 2 e 3 passam a ser adaptativos na medida em que os parâmetros reais do processo são substituídos por parâmetros estimados a cada instante.

O algoritmo padrão do estimador aqui descrito é o de mínimos quadrados recursivo, acrescido de estratégias para o acompanhamento de variações lentas (traço constante) e de variações rápidas (reinicialização da matriz P) nos parâmetros do modelo a ser estimado.

Entretanto, como os processos a serem controlados apresentam atrasos variantes, ampliou-se o conceito de detecção de ruptura no modelo para se identificar também a variação no atraso. Com a capacidade do estimador de identificar e acompanhar variações no atraso, algoritmos de controle que necessitam do conhecimento do valor exato do atraso (como o GMV) podem ser usados para processos com atraso desconhecido ou variante.

Já as alternativas de controle dadas pelos esquemas de compensação e alocação de pólos, embora de desempenho satisfatório, apresentam a desvantagem, sob o ponto de vista da estimação, de necessitarem sempre de um modelo de estimação com maior número de parâmetros. Isto implica numa maior complexidade de processamento e numa maior variância das estimativas.

CAPÍTULO 5

SIMULAÇÕES E RESULTADOS

5.1 - INTRODUÇÃO

As estratégias para o controle adaptativo de processos com atraso de transporte variável foram apresentadas no capítulo anterior e baseiam-se no controlador GMV nas seguintes configurações :

- (i) o GMV com detecção do atraso.
- (ii) o GMV com compensação do atraso.
- (iii) o controlador por alocação de pólos com estrutura GMV.

No caso (i) duas abordagens distintas são utilizadas para a estimação do valor do atraso :

- (a) baseada num "matching" de modelos do processo.
- (b) baseada num "fitting" da resposta impulsiva de modelos do processo.

No caso (ii) o GMV é obtido para um atraso fixo unitário e uma estrutura de compensação absorve as variações que ocorrem no atraso de transporte do sistema.

No caso (iii) os parâmetros de projeto do controlador GMV (os polinômios P e Q) são obtidos, a cada instante, de modo a posicionar os pólos do sistema em malha fechada numa configuração especificada.

Para a avaliação de desempenho dessas estratégias, neste capítulo diversos processos são simulados com cada um dos algoritmos de controle propostos. A descrição e os modelos dos processos simulados são dados nas tabelas 5.1 e 5.2 a seguir [13] e [21].

Nas tabelas 5.1 e 5.2 os pólos e zeros referem-se ao modelo discreto. O atraso base é obtido da discretização do modelo contínuo e é expresso em múltiplos do período de amostragem. Nas simulações com atraso variável o atraso base é incrementado ou decrementado de valores inteiros.

TIPO	1	2
DESCRIÇÃO	1ª ORDEM	3ª ORDEM COM ATRASO DE TRANSPORTE; COMPORTAMENTO PASSA BAIXA
MODELO CONTÍNUO	-	$\frac{(1+2s) e^{-4s}}{(1+10s)(1+7s)(1+3s)}$
MODELO DISCRETO	$b_1 = 0.072$ $a_1 = -0.93$	$b_1 = 0.00462$ $b_2 = 0.00169$ $b_3 = -0.00273$ $a_1 = -2.48824$ $a_2 = 2.05387$ $a_3 = -0.56203$
PERÍODO DE AMOSTRAGEM	-	1
PÓLOS	0.93	0.9037 0.8683 0.7163 0.0 (4)
ZEROS	-	-0.9731 0.6073
ATRASO BASE	1	5

Tabela 3.1 - Os processos simulados.

TIPO	3	4	5
DESCRIÇÃO	2ª ORDEM FASE NÃO-MÍNIMA	2ª ORDEM AÇÃO INTEGRAL	2ª ORDEM INSTÁVEL
MODELO CONTÍNUO	$\frac{(1-4s)}{(1+4s)(1+10s)}$	$\frac{1}{s(1+5s)}$	$\frac{1}{(1+5s)(1-2s)}$
MODELO DISCRETO	$b_1 = -0.07289$ $b_2 = 0.09394$ $a_1 = -1.68364$ $a_2 = 0.70469$	$b_1 = 0.0088$ $b_2 = 0.0086$ $a_1 = -1.9418$ $a_2 = 0.9418$	$b_1 = -0.0132$ $b_2 = -0.0139$ $a_1 = -2.1889$ $a_2 = 1.1618$
PERÍODO DE AMOSTRAGEM	1	0.3	0.5
PÓLOS	0.9048 0.7788	1.0 0.9418	1.284 0.9047
ZEROS	1.289	-0.9773	-1.053
ATRASO BASE	1	1	1

Tabela 5.2 - Os processos simulados.

Para a organização dos resultados obtidos, este capítulo apresenta as seguintes seções. A seção 5.2 apresenta os resultados obtidos na utilização dos algoritmos propostos em cada tipo de processo. Nesta seção são feitas comparações de desempenho geral de cada algoritmo e estabelecidas suas limitações. A seção 5.3 analisa especificamente o comportamento dos algoritmos quanto à sensibilidade a erros na estrutura do modelo.

5.2 - DESEMPENHO DOS ALGORITMOS DE CONTROLE

Nesta seção os processos descritos nas tabelas 5.1 e 5.2 são simulados com os algoritmos de controle propostos. Para isso os parâmetros de simulação, em cada tipo de processo, são apresentados em duas tabelas : a tabela dos parâmetros do sistema e a tabela dos parâmetros do controlador.

Na tabela de parâmetros do sistema tem-se o polinômio $C(z^{-1})$ utilizado, o valor do atraso base, ou seja, o valor inicial do atraso, o instante em que ocorre a variação do atraso e seu novo valor e a variância do sinal de entrada ξ_1 . A variância

de ξ_1 é fixada de forma que o sistema controlado com o atraso base apresente uma variância na saída de 10% do valor da referência.

Na tabela de parâmetros do controlador tem-se o polinômio de alocação de pólos $T(z^{-1})$ e suas raízes e os polinômios de ponderação do controlador P, Q e R. Os valores dos polinômios de ponderação são obtidos da equação de alocação de pólos resolvida para o sistema sem erros de modelagem. No controlador por alocação de pólos a equação de alocação é resolvida a cada instante com o modelo estimado estendido e os polinômios de ponderação são reajustados a todo momento. No controlador GMV com detecção do atraso ou compensado os valores de P, Q e R são fixos e dados pela tabela de parâmetros do controlador.

Para simplificação de notação a seguinte nomenclatura é utilizada para designar os diversos algoritmos de controle.

- (a) GMV : controlador GMV obtido com o polinômio B' estendido.
- (b) GMV-DM : controlador GMV com detecção do atraso utilizando a estratégia de "matching" (seção 3.3.2 - b) para a estimação do atraso.
- (b) GMV-DF : controlador GMV com detecção do atraso utilizando a estratégia de "fitting" para a estimação do atraso.
- (c) GMV-C : controlador GMV compensado.
- (e) GMV-PP : controlador por alocação de pólos com estrutura GMV - "pole-placement".

Tipo 1 - Processo de 1ª ordem

Os parâmetros de simulação são dados pelas tabelas 5.3 e 5.4 a seguir.

$C(z^{-1})$	ATRASSO BASE	FAIXA DE VARIAÇÃO	VARIAÇÃO DO ATRASO		$VAR\{\xi_1\}$
			INSTANTE	VALOR	
1	1	1	k = 100	2	0.08

Tabela 5.3 - Processo tipo 1 : parâmetros do sistema.

ALOCÇÃO DE PÓLOS		$P(z^{-1})$	$Q(z^{-1})$	$R(z^{-1})$
$T(z^{-1})$	RAÍZES			
$t_0 = 1.0$ $t_1 = -0.5$	0.5	$p_0 = 1.0$ $p_1 = 17.93$ $p_2 = -11.99$	$q_0 = 0.928$ $q_1 = -0.928$	$r_0 = 6.944$

Tabela 5.4 - Processo tipo 1 : parâmetros do controlador.

Os resultados obtidos são dados pelas figs. 5.1, 5.2, 5.3, 5.4 e 5.5.

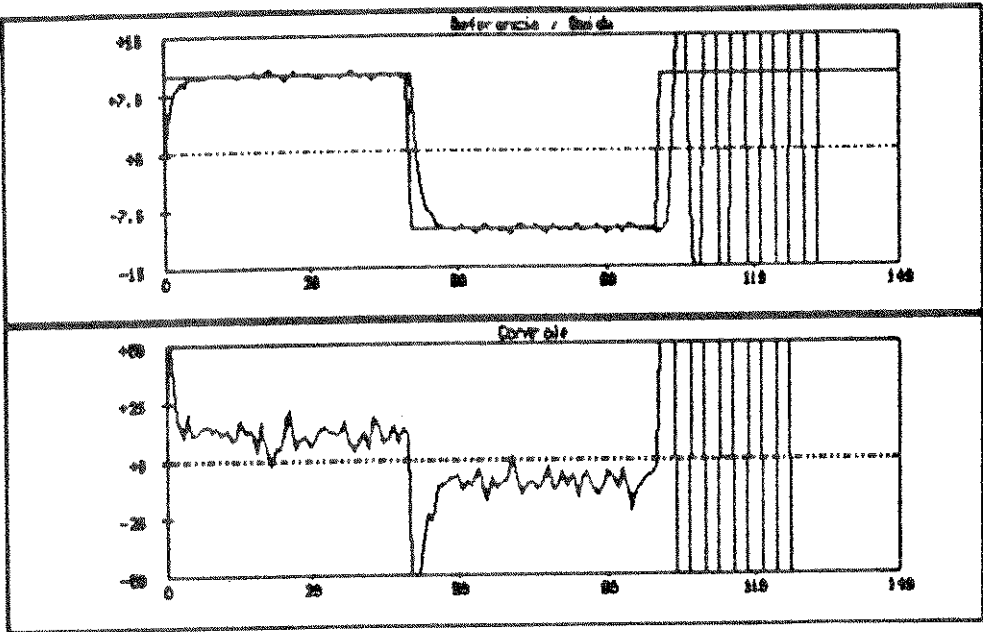


Fig. 5.1 - Processo tipo 1 : controlador GMV.

A fig. 5.1 mostra que, como discutido na seção 3.2 a utilização do controlador GMV com o polinômio B' estendido de grau $(nb + D)$ torna o sistema instável quando o atraso do processo varia de 1 para 2. A utilização das estratégias propostas (figs. 5.2, 5.3 e 5.4) estabiliza o sistema mesmo quando o atraso varia.

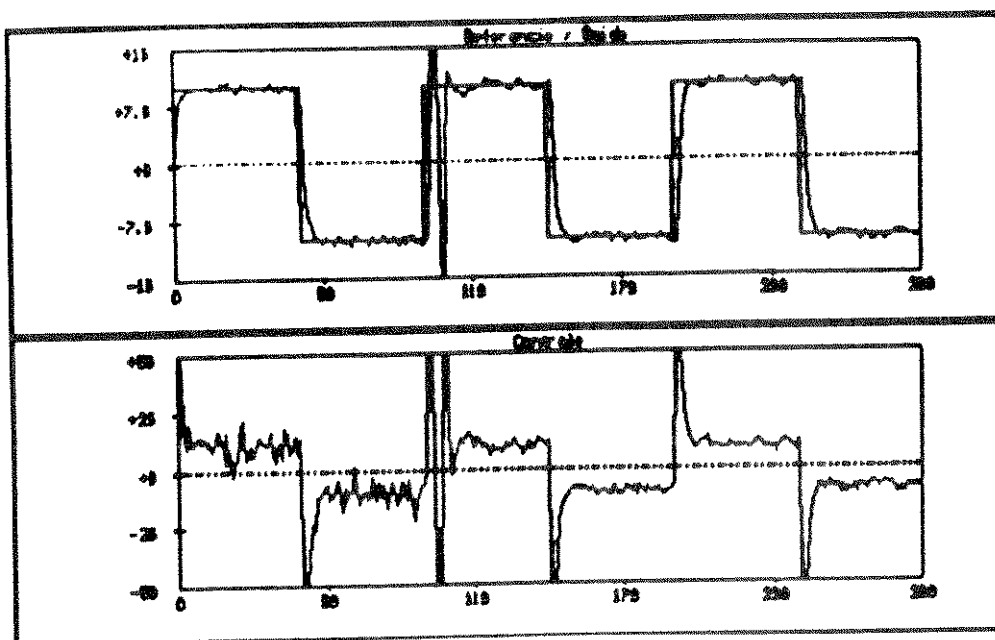


Fig. 5.2 - Processo tipo 1 : controlador GMV-DM.

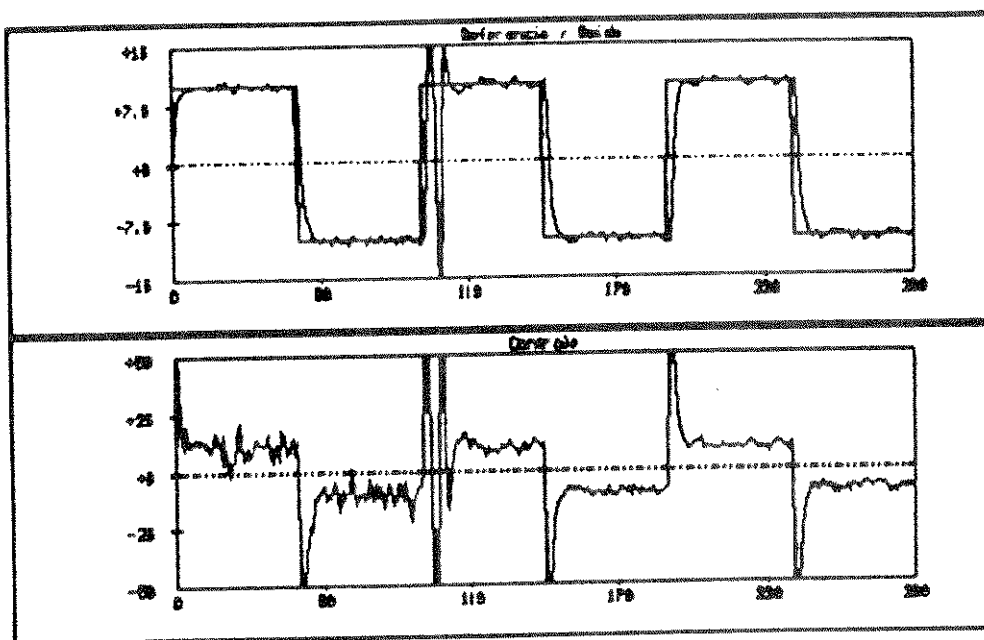


Fig. 5.3 - Processo tipo 1 : controlador GMV-DF.

As figs. 5.2 e 5.3, que utilizam diferentes estratégias de detecção do atraso, apresentam o mesmo desempenho após a estimação do valor do atraso porque uma vez detectado corretamente o valor do atraso os algoritmos de controle são efetivamente os mesmos. Nos exemplos seguintes os resultados para os algoritmos com detecção do atraso são apresentados conjuntamente pois em todos os casos o atraso é corretamente estimado por ambos os algoritmos e durante a fase de estimação do atraso os desempenhos são praticamente os mesmos.

Ambos os algoritmos de estimação do valor do atraso minimizam uma função de erro dada pela equação (3.25) reescrita a seguir.

$$E(\alpha^{\circ}) = \min \{ E(\alpha), \alpha = 0, \dots, \alpha_{\text{máx}} \} \quad (3.25)$$

No GMV-DF a função de erro é definida pela equação (3.24) enquanto no GMV-DM a definição da função de erro é dada pela equação (3.38), ambas reescritas a seguir.

$$E(\alpha) = \sum_{t=0}^M \Delta h_{\alpha}^2(t) \quad (3.24)$$

onde : $\Delta h_{\alpha}(t)$ - é a diferença entre as respostas impulsivas de modelos do processo.

$$E(\alpha) = (\underline{b}_{\alpha} - \underline{b}')^T (\underline{b}_{\alpha} - \underline{b}') \quad (3.38)$$

onde : $\underline{b}_{\alpha}$ e $\underline{b}'$ - são os coeficientes do polinômio do numerador de modelos do processo.

Como mostrado na seção 3.3, os modelos do processo obtidos com diferentes valores de atraso para ambas as estratégias de detecção do atraso apresentam o mesmo denominador dado pelo polinômio $A(z^{-1})$. Portanto ambas as estratégias minimizam uma diferença que reflete a dispersão dos coeficientes do polinômio do numerador o que explica o comportamento praticamente igual obtido nas simulações.

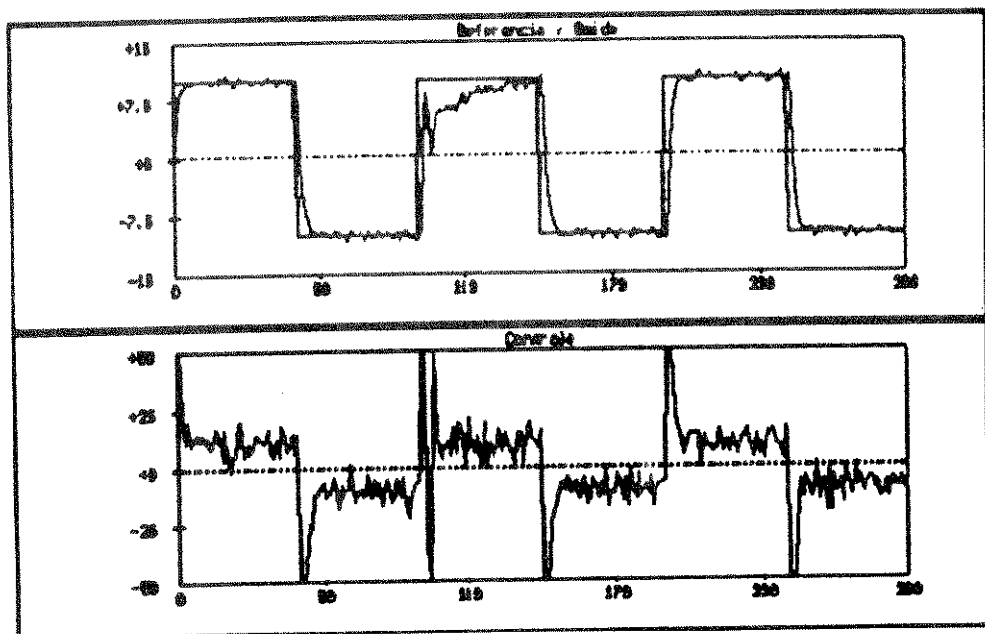


Fig. 5.4 - Processo tipo 1 : controlador GMV-C.

A fig. 5.4 mostra que o controlador GMV-C atinge os mesmos requisitos de desempenho porém, para este exemplo, com uma maior variância do controle quando o atraso apresenta valor 2.

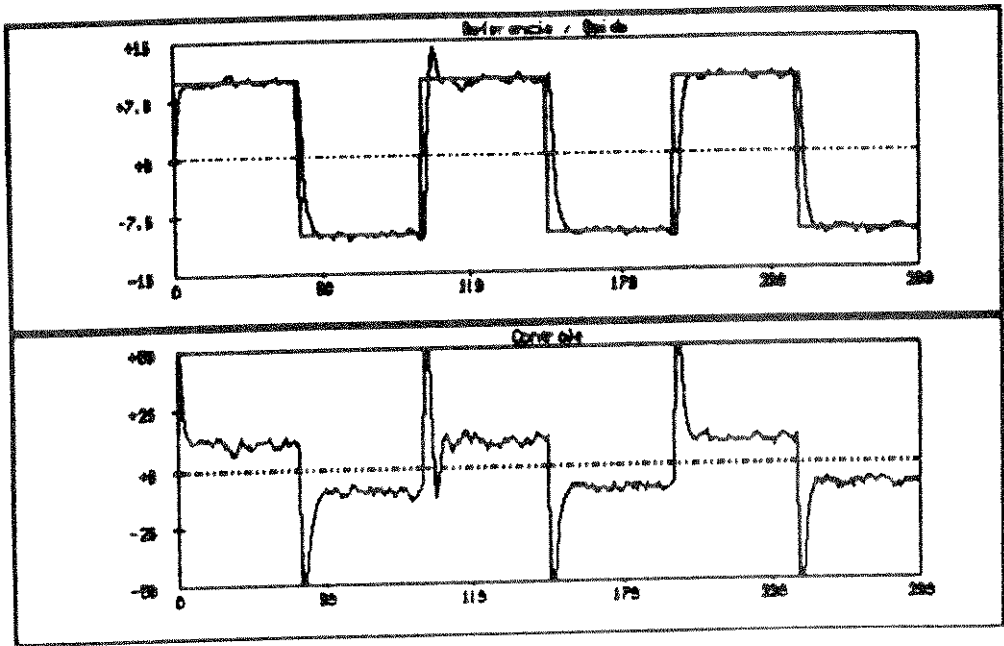


Fig. 5.5 - Processo tipo 1 : controlador GMV-PP.

A fig. 5.5 mostra que o controlador por alocação de pólos é robusto a variações no valor do atraso pois o modelo estimado estendido representa corretamente o sistema e os polinômios de ponderação são continuamente ajustados.

Como se pode notar das figs. 5.3 e 5.5 o comportamento em regime dos algoritmos GMV-DF (ou GMV-DM) e GMV-PP difere pois estes utilizam diferentes modelos estimados - vide seção 4.4. No algoritmo GMV-DF (ou GMV-DM) quando o modelo estimado converge as funções de transferência em malha fechada são dadas pelas equações (2.16) e (2.18) reescritas a seguir.

$$y_t = \frac{RB}{BP + AQ} z^{-d} w_t + \frac{H}{BP + AQ} \xi_t \tag{2.16}$$

$$u_t = \frac{AR}{BP + AQ} w_t - \frac{G}{BP + AQ} \xi_t \tag{2.18}$$

onde : $H = BF + QC$

$$\frac{PC}{A} = F + \frac{G}{A} z^{-d}$$

$$nf = d - 1$$

$$n_g = \max \left\{ \begin{matrix} n_a - 1 \\ n_p + n_c - d \end{matrix} \right\}$$

No algoritmo GMV-PP, quando o modelo estimado converge as funções de transferência em malha fechada são dadas pelas equações (3.7) e (3.8) reescritas a seguir.

$$y_t = \frac{RB'}{B'P + AQ} z^{-d_{\min}} w_t + \frac{H}{B'P + AQ} \xi_t \quad (3.7)$$

$$u_t = \frac{AR}{B'P + AQ} w_t - \frac{G}{B'P + AQ} \xi_t \quad (3.8)$$

onde : $H = B'F + QC$

$$\frac{PC}{A} = F + \frac{G}{A} z^{-d_{\min}}$$

$$n_f = d_{\min} - 1$$

$$n_g = \max \left\{ \begin{matrix} n_a - 1 \\ n_p + n_c - d_{\min} \end{matrix} \right\}$$

Além disso, os polinômios de ponderação P e Q do GMV-DF (ou GMV-DM) diferem do GMV-PP pois são obtidos de diferentes equações. No GMV-DF (ou GMV-DM) os polinômios P e Q são obtidos da equação (2.26) e no GMV-PP a equação (4.16) é resolvida a cada instante, ambas reescritas a seguir.

$$B(z^{-1}) P(z^{-1}) + A(z^{-1}) Q(z^{-1}) = T(z^{-1}) \quad (2.26)$$

onde : $n_p = n_a$

$$n_q = n_b$$

$$B'(z^{-1}) P(z^{-1}) + A(z^{-1}) Q(z^{-1}) = T(z^{-1}) \quad (4.16)$$

onde : $n_p = n_a$

$$n_q = n_b + D$$

Portanto, os algoritmos com detecção do atraso (ou GMV padrão com o atraso correto) e por alocação de pólos podem apresentar diferentes comportamentos em regime.

Tipo 2 - Processo de 3ª ordem

Os parâmetros de simulação são dados pelas tabelas 5.5 e 5.6 a seguir.

$C(z^{-1})$	ATRASSO BASE	FAIXA DE VARIAÇÃO	VARIAÇÃO DO ATRASO		$\text{VAR}(\xi_1)$
			INSTANTE	VALOR	
1	5	1	$k = 100$	6	0.001

Tabela 5.5 - Processo tipo 2 : parâmetros do sistema.

ALOCÇÃO DE PÓLOS		$P(z^{-1})$	$Q(z^{-1})$	$R(z^{-1})$
$T(z^{-1})$	RAÍZES			
$t_0 = 1.0$ $t_1 = -1.599$ $t_2 = 0.9523$ $t_3 = -0.2138$	0.6170 0.4909 $\pm j0.3249$	$p_0 = 193.7$ $p_1 = -296.2$ $p_2 = 180.9$ $p_3 = -39.48$	$q_0 = 0.1050$ $q_1 = -0.2968$ $q_2 = 0.1918$	$r_0 = 39.02$

Tabela 5.6 - Processo tipo 2 : parâmetros do controlador.

Os resultados obtidos são dados pelas figs. 5.6, 5.7, 5.8 e 5.9.

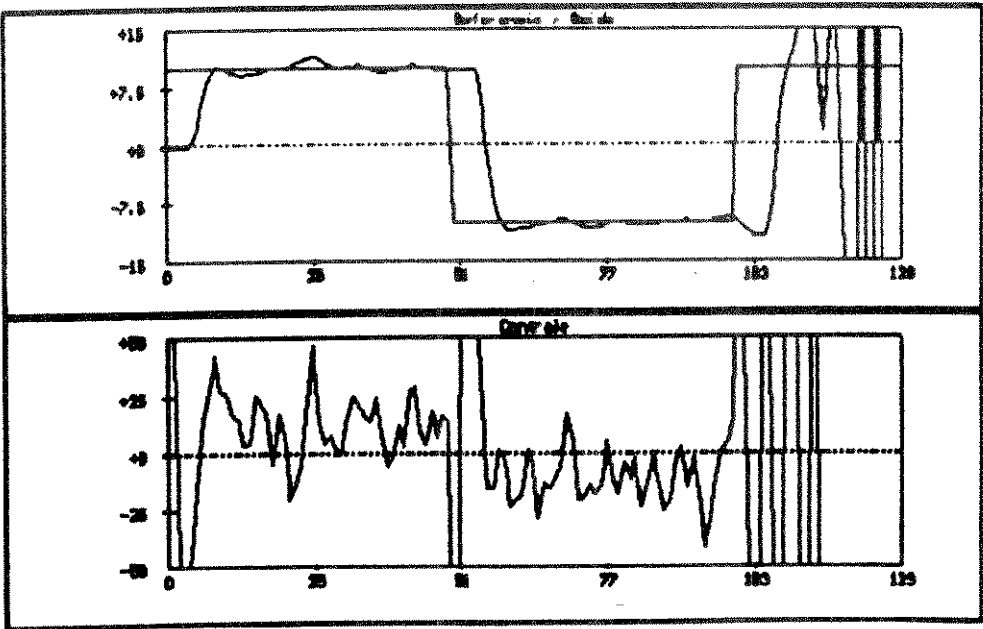


Fig. 5.6 - Processo tipo 2 : controlador GMV.

Da mesma forma que para o exemplo anterior, para o processo de 3ª ordem utilizando o controlador GMV com o modelo estendido o sistema torna-se instável quando o atraso varia, como mostrado na fig. 5.6.

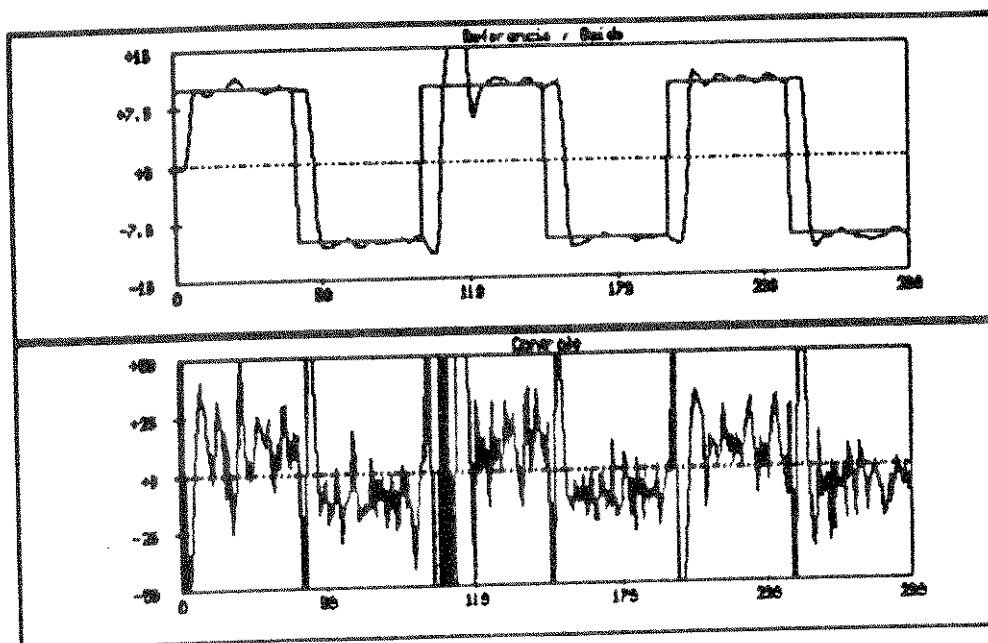


Fig. 5.7 - Processo tipo 2 : controlador GMV-DM e GMV-DF.

A fig. 5.7 mostra que também para o processo de 3ª ordem os algoritmos de detecção do atraso estimam corretamente o novo valor do atraso e o sistema é estabilizado.

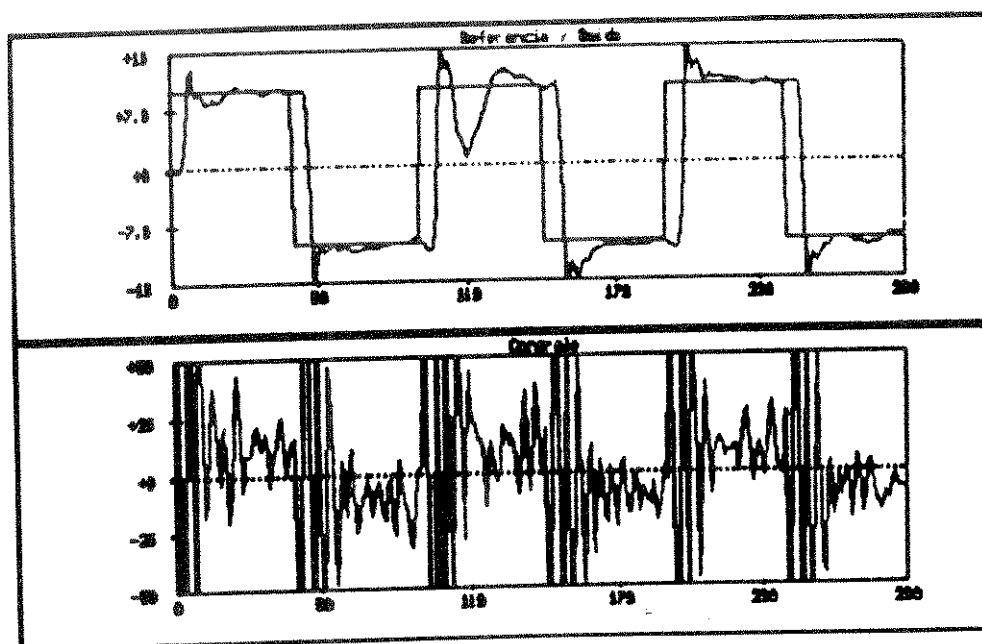


Fig. 5.8 - Processo tipo 2 : controlador GMV-C.

A utilização do GMV compensado para o processo de 3ª ordem apresenta uma degeneração da resposta transitória embora o sistema possa ser estabilizado quando o atraso varia, como mostra a fig. 5.8. Lembre-se que o controlador compensado utiliza uma aproximação do modelo do sistema que só é exata para processos de 1ª ordem - vide seção 3.5.2.

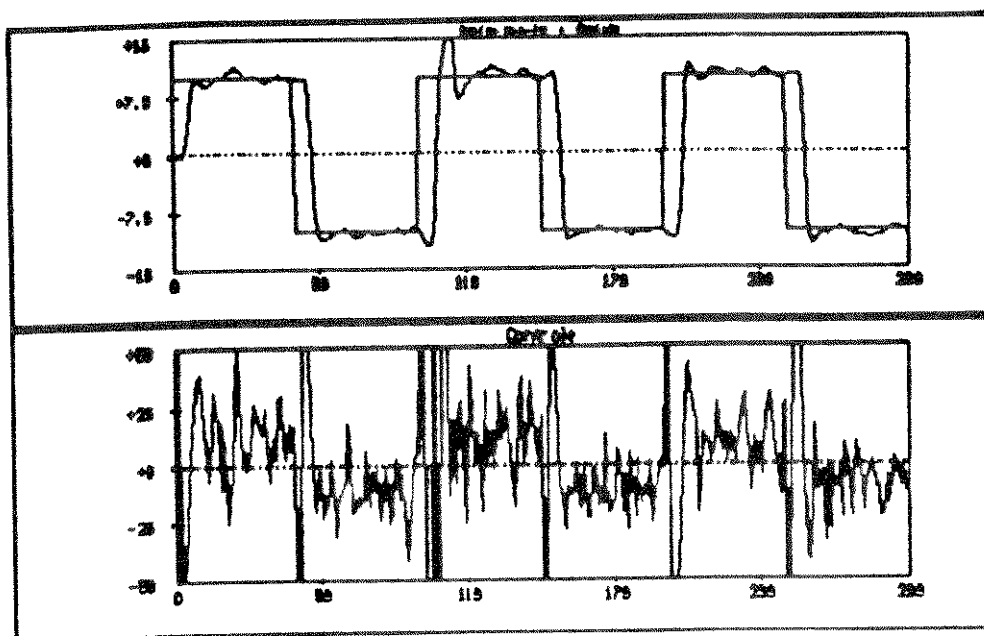


Fig. 5.9 - Processo tipo 2 : controlador GMV-PP.

Também para este exemplo o controlador por alocação de pólos apresenta-se robusto a variações no valor do atraso devido à atualização dos polinômios de ponderação do controlador, como mostrado na fig. 5.9. Neste caso porém, foi evidente a diferença no tempo de processamento comparado com os algoritmos anteriores, uma vez que este algoritmo é sobrecarregado pela quantidade de parâmetros a serem estimados e pelo cálculo, a cada instante, dos polinômios de ponderação.

Tipo 3 - Processo de 2ª ordem - fase não mínima

Os parâmetros de simulação são dados pelas tabelas 5.7 e 5.8 a seguir.

$C(z^{-1})$	ATRASSO BASE	FAIXA DE VARIAÇÃO	VARIAÇÃO DO ATRASSO		$\text{VAR}\{\xi_i\}$
			INSTANTE	VALOR	
1	1	1	$k = 100$	2	0.005

Tabela 5.7 - Processo tipo 3 : parâmetros do sistema.

ALOCAÇÃO DE PÓLOS		$P(z^{-1})$	$Q(z^{-1})$	$R(z^{-1})$
$T(z^{-1})$	RAÍZES			
$t_0 = 1.0$ $t_1 = -1.5225$ $t_2 = 0.5795$	0.7621 0.7604	$p_0 = 73.30$ $p_1 = -118.2$ $p_2 = 47.58$	$q_0 = 6.343$ $q_1 = -6.343$	$r_0 = 2.708$

Tabela 5.8 - Processo tipo 3 : parâmetros do controlador.

Os resultados obtidos são dados pelas figs. 5.10, 5.11, 5.12 e 5.13.

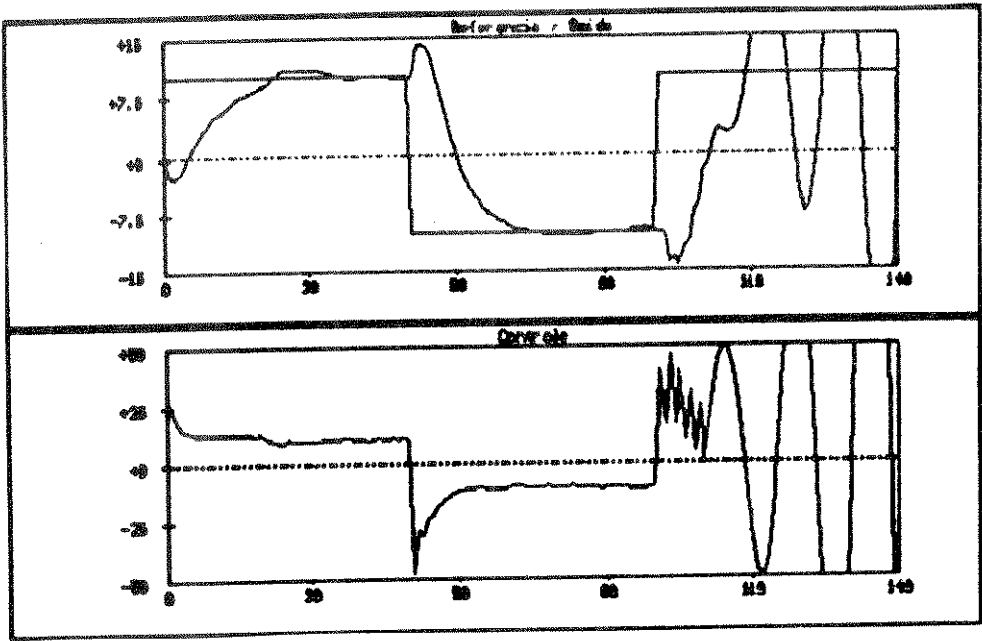


Fig. 5.10 - Processo tipo 3 : controlador GMV.

A fig. 5.10 mostra que o controlador GMV pode ser usado para processos de fase não mínima, porém apresenta-se instável quando ocorre uma variação no atraso de transporte do sistema.

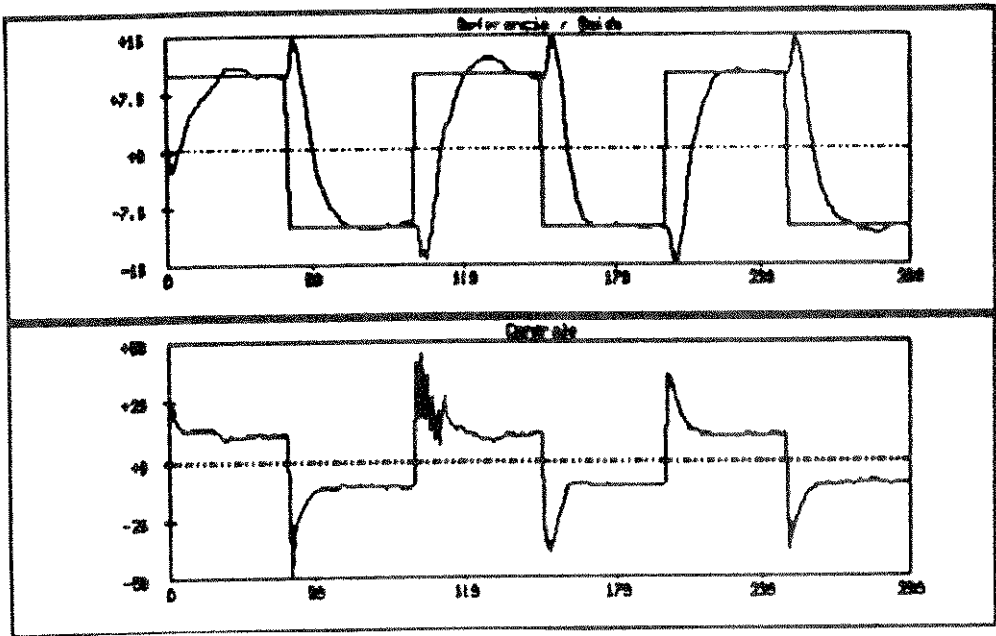


Fig. 5.11 - Processo tipo 3 : controlador GMV-DM e GMV-DF.

Como nos outros exemplos, a instabilidade causada pela variação do atraso é superada pela correta estimação do valor do atraso e atualização do controlador, como mostrado na fig. 5.11.

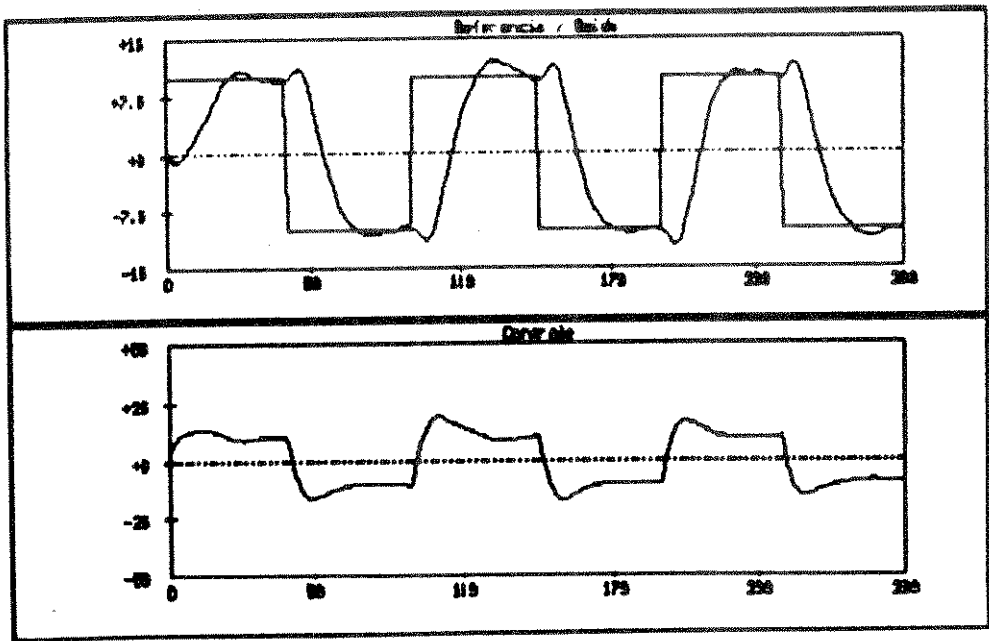


Fig. 5.12 - Processo tipo 3 : controlador GMV-C.

A fig. 5.12 mostra que o algoritmo compensado também apresenta bom desempenho para o processo de fase não mínima com atraso variante.

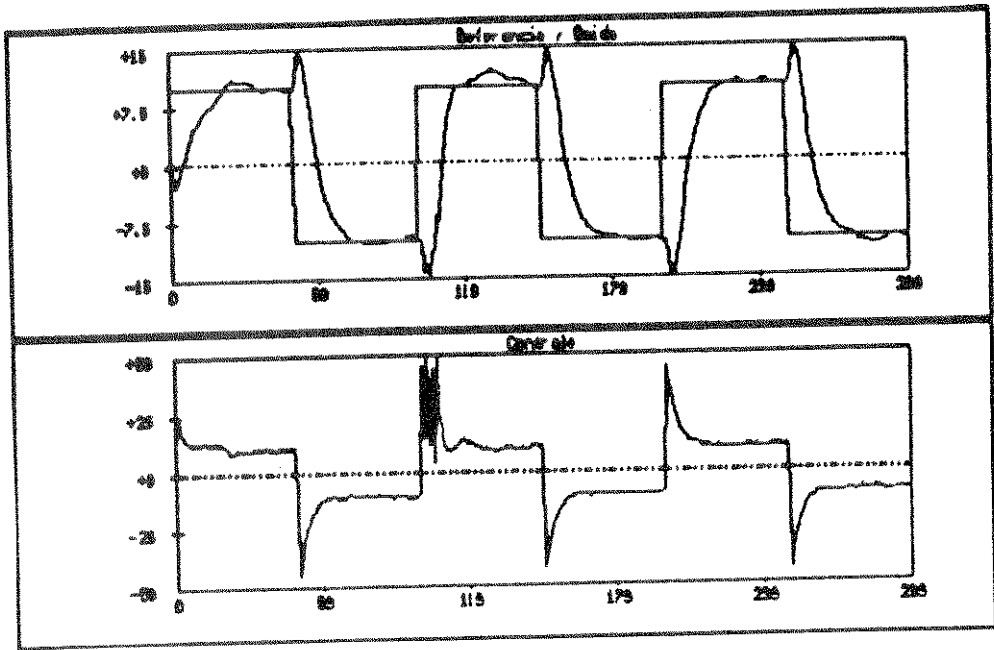


Fig. 5.13 - Processo tipo 3 : controlador GMV-PP.

O controlador por alocação de pólos mostra-se robusto a variações do atraso para processos de fase não mínima como mostra a fig. 5.13.

Tipo 4 - Processo de 2ª ordem - ação integral

Os parâmetros de simulação são dados pelas tabelas 5.9 e 5.10 a seguir.

$C(z^{-1})$	ATRASSO BASE	FAIXA DE VARIAÇÃO	VARIAÇÃO DO ATRASSO		$VAR(\xi_t)$
			INSTANTE	VALOR	
1	1	1	$k = 100$	2	0.04

Tabela 5.9 - Processo tipo 4 : parâmetros do sistema.

ALOCÇÃO DE PÓLOS		$P(z^{-1})$	$Q(z^{-1})$	$R(z^{-1})$
$T(z^{-1})$	RAÍZES			
$t_0 = 1.0$ $t_1 = -0.5804$ $t_2 = 0.1973$	0.2902 $\pm j0.3363$	$p_0 = 88.18$ $p_1 = -77.26$ $p_2 = 24.53$	$q_0 = 0.2240$ $q_1 = -0.2240$	$r_0 = 35.45$

Tabela 5.10 - Processo tipo 4 : parâmetros do controlador.

Os resultados obtidos são dados pelas flgs. 5.14, 5.15, 5.16 e 5.18.

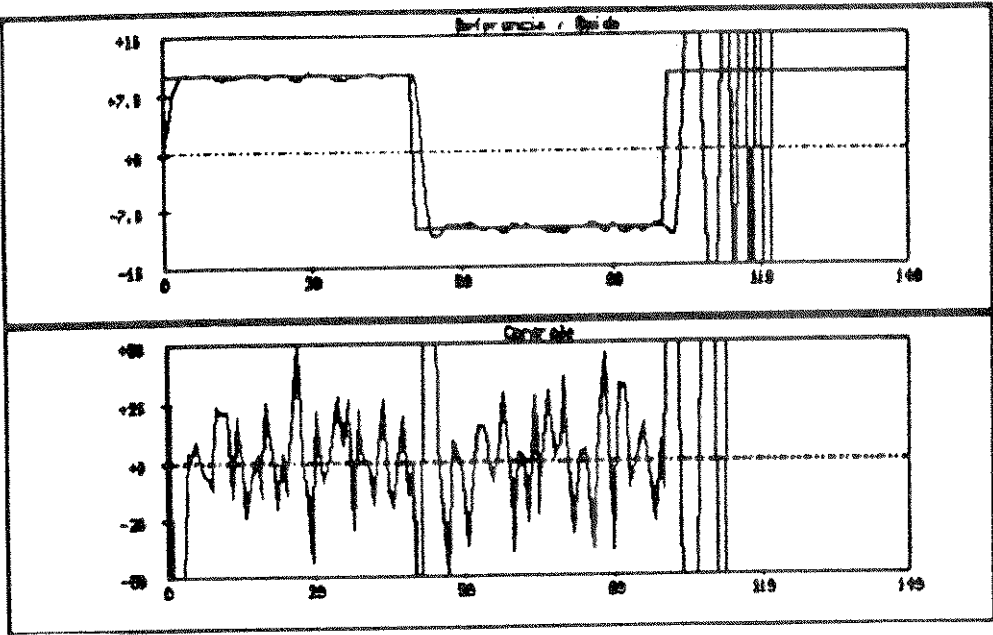


Fig. 5.14 - Processo tipo 4 : controlador GMV.

A fig. 5.14 mostra os mesmos resultados dos exemplos anteriores, ou seja, o controlador GMV não estabiliza o sistema após uma mudança no valor do atraso para este tipo de processo.

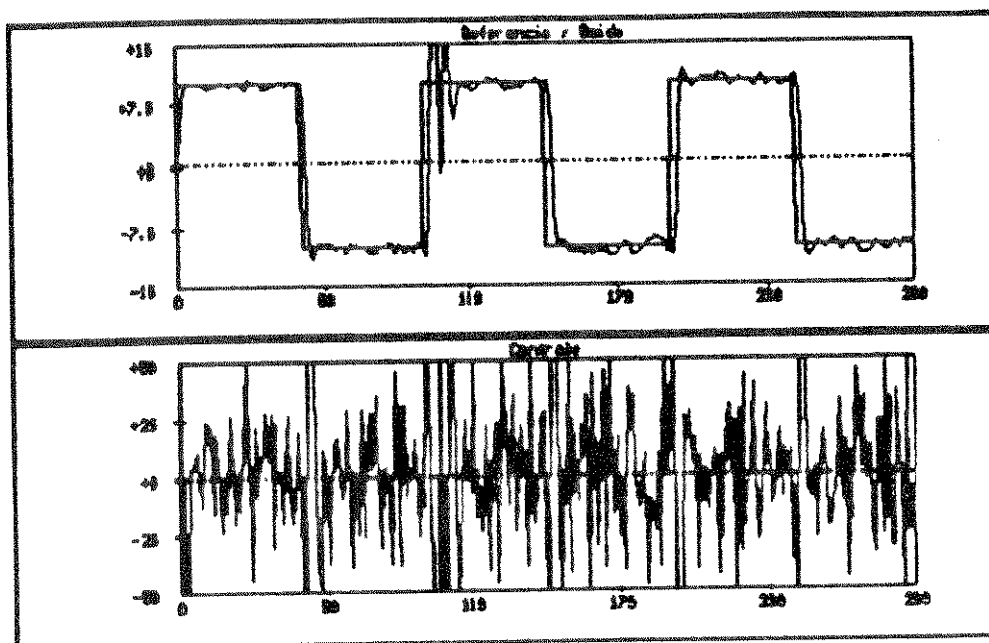


Fig. 5.15 - Processo tipo 4 : controlador GMV-DM e GMV-DF.

A utilização do algoritmo com detecção do atraso permite estabilizar o sistema após a mudança no valor do atraso uma vez que o novo atraso é corretamente estimado, como mostra a fig. 5.15.

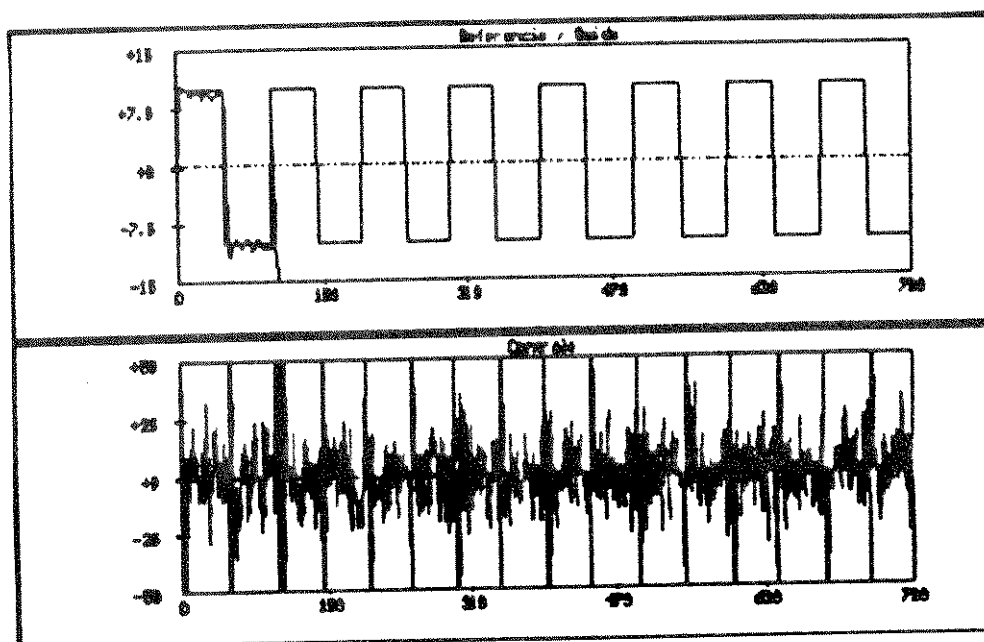


Fig. 5.16 - Processo tipo 4 : controlador GMV-C.

A fig. 5.16 mostra que a utilização do controlador GMV compensado não atende os requisitos de servo e regulação uma vez que a partir do instante de variação do atraso perde-se o controle sobre a variável de saída, muito embora o sinal de controle

mantenha-se limitado.

Este fato é explicado a partir da fig. 5.17 a seguir.

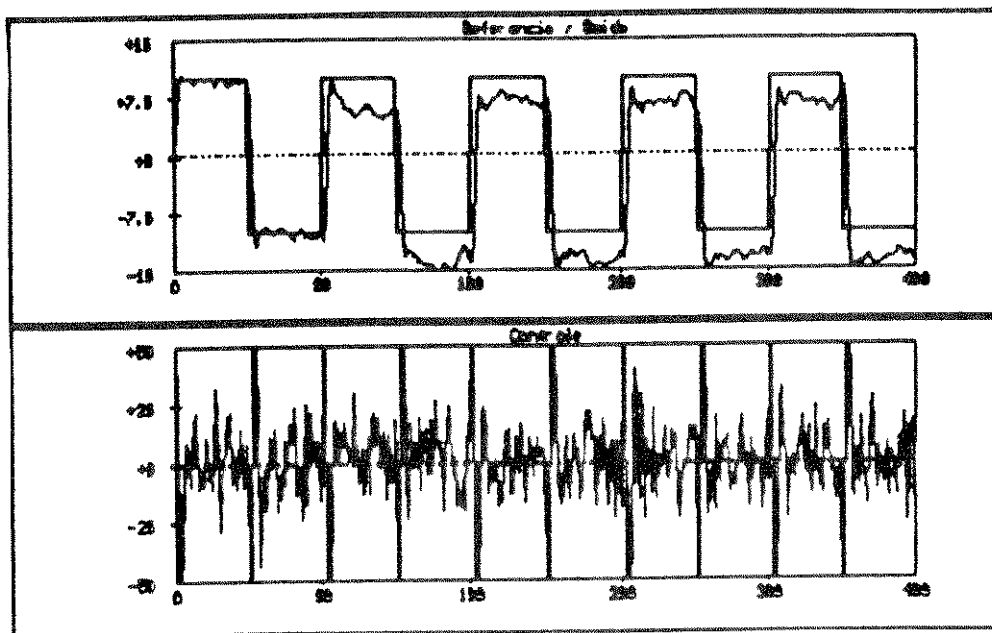


Fig. 5.17 - Processo tipo 4 : controlador GMV-C sem estimador.

Nesta figura os parâmetros utilizados para a síntese do controlador e do compensador são tomados de seus valores exatos conhecidos a priori, ou seja, o estimador de parâmetros não é utilizado. Além disso, o instante de variação do atraso é conhecido inicialmente e a modificação do valor do atraso na estrutura de compensação é feita no mesmo instante de variação do atraso do processo.

A fig. 5.17 mostra que mesmo na ausência de erros de modelagem o processo não é controlado adequadamente. Após a variação do atraso obtém-se um erro em regime. Outras simulações mostraram que este erro aparece apenas na presença da variável de perturbação ξ_t .

Neste caso, a equação que descreve o comportamento da variável de saída y_t é dada por (3.59) reescrita a seguir.

$$y_t = \frac{RB}{B'(1)P + AQ} z^{-d} w_t + \frac{[C [B'(1)P + AQ] - GB'z^{-d_{\min}}]}{A [B'(1)P + AQ]} \xi_t \quad (3.59)$$

A equação (3.59) pode ainda ser escrita como :

$$y_t = \frac{RB}{B'(1)P + AQ} z^{-d} w_t + \frac{C}{A} \xi_t - \frac{GB'}{A [B'(1)P + AQ]} z^{-d_{\min}} \xi_t \quad (5.1)$$

Como não há erros de modelagem tem-se :

$$B' z^{-dmín} = B z^{-d} \quad (3.58)$$

Logo, os únicos termos alterados pela variação do atraso na equação (5.1) são o 1º e o 3º termos do lado direito. O 1º termo corresponde à parte determinística que apresenta erro em regime nulo (condição para a especificação do polinômio R). Portanto, o erro em regime introduzido no sistema é devido ao 3º termo de (5.1).

Este erro ocorre devido à presença de uma raiz do polinômio $A(z^{-1})$ igual a 1 para este processo - vide tabela 5.2. Neste caso $A(1) = 0$ e o valor médio da parte estocástica apresenta um ganho muito elevado. Lembre-se que para valores experimentais a sequência ξ_t apresenta valor médio não nulo. Portanto a diferença do 2º para o 3º termo de (5.1) é significativa, uma vez que estes termos não são limitados.

Para isso observe a fig. 5.18. Esta figura mostra os sinais obtidos do compensador sem e com atraso, $y1_t$ e $y2_t$ respectivamente, e a variável realimentada para o controlador yc_t - vide seção 3.6. As equações que descrevem o comportamento destas variáveis são dadas por (3.63), (3.64) e (3.66), respectivamente, reescritas a seguir.

$$y1_t = \frac{RB'(1)}{B'(1)P + AQ} z^{-1} w_t - \frac{GB'(1)}{A [B'(1)P + AQ]} z^{-1} \xi_t \quad (3.63)$$

$$y2_t = \frac{RB'}{B'(1)P + AQ} z^{-dmín} w_t - \frac{GB'}{A [B'(1)P + AQ]} z^{-dmín} \xi_t \quad (3.64)$$

$$yc_t = \frac{RB'(1)}{B'(1)P + AQ} z^{-1} w_t + \frac{H}{B'(1)P + AQ} \xi_t \quad (3.66)$$

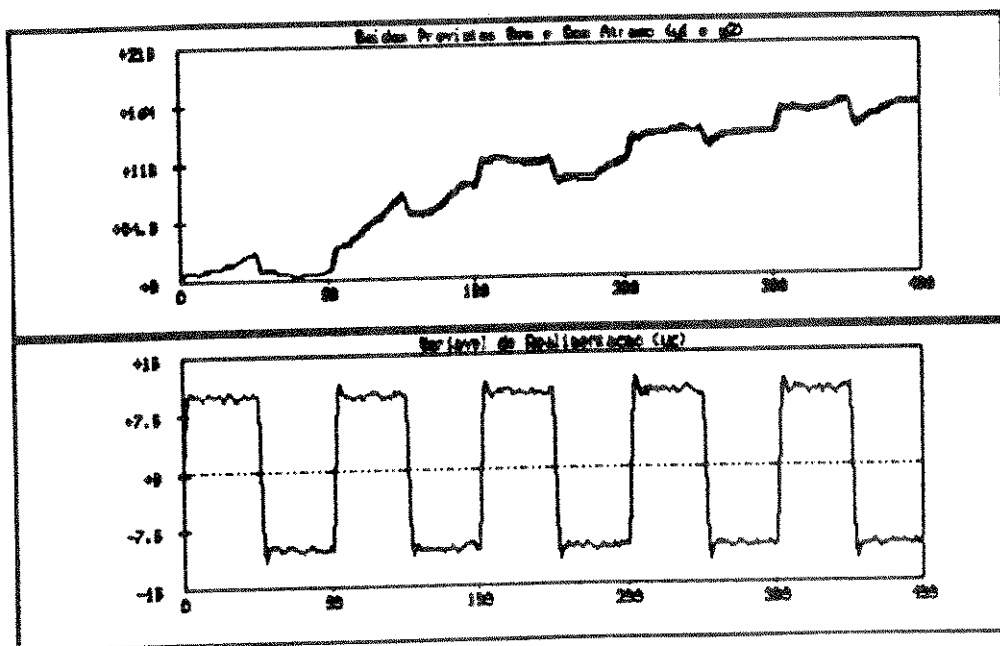


Fig. 5.18 - As variáveis obtidas do compensador.

Note da fig. 5.18 que as saídas previstas sem e com atraso não são limitadas e não correspondem à saída real do sistema devido à presença do polinômio $A(z^{-1})$ no denominador da parte estocástica de ambos os sinais. Entretanto, a variável de realimentação yc_i apresenta-se perfeitamente estabilizada, mostrando que a lei de controle efetivamente se aplica ao sinal yc_i . Por isso o sinal de controle também apresenta-se estabilizado.

No entanto, como mencionado na seção 3.6, a variável yc_i , neste exemplo, não é uma boa aproximação para a saída sem atraso do processo e portanto a utilização da compensação apresenta um desempenho insatisfatório.

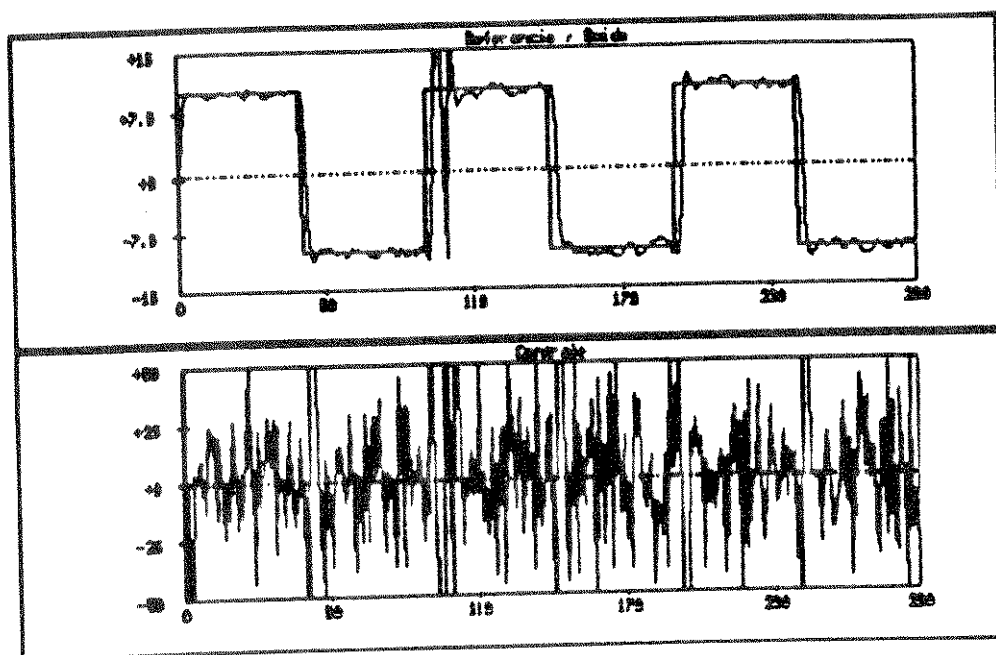


Fig. 5.19 - Processo tipo 4 : controlador GMV-PP.

A fig. 5.19 mostra o comportamento do sistema sujeito ao controle do algoritmo por alocação de pólos que resulta num bom desempenho mesmo face à mudança do valor do atraso.

Tipo 5 - Processo de 2ª ordem - instável

Os parâmetros de simulação são dados pelas tabelas 5.11 e 5.12 a seguir.

$C(z^{-1})$	ATRASSO BASE	FAIXA DE VARIAÇÃO	VARIAÇÃO DO ATRASO		$\text{VAR}\{\xi_t\}$
			INSTANTE	VALOR	
1	1	1	$k = 100$	2	0.04

Tabela 5.11 - Processo tipo 5 : parâmetros do sistema.

ALOCÇÃO DE PÓLOS		$P(z^{-1})$	$Q(z^{-1})$	$R(z^{-1})$
$T(z^{-1})$	RAÍZES			
$t_0 = 1.0$ $t_1 = -0.5869$ $t_2 = 0.1948$	0.2934 $\pm j0.3297$	$p_0 = -59.44$ $p_1 = 55.01$ $p_2 = -18.01$	$q_0 = 0.2154$ $q_1 = -0.2154$	$r_0 = -22.43$

Tabela 5.12 - Processo tipo 5 : parâmetros do controlador.

Os resultados obtidos são dados pelas figs. 5.20, 5.21, 5.22 e 5.23.

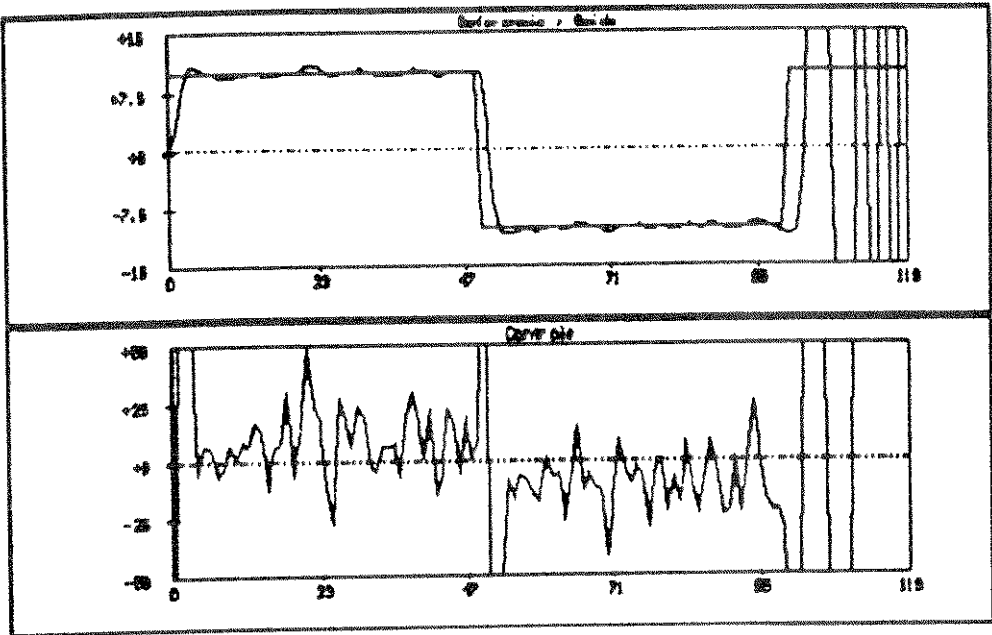


Fig. 5.20 - Processo tipo 5 : controlador GMV.

Para o processo instável em malha aberta, a fig. 5.20 mostra que o controlador GMV não estabiliza o sistema quando ocorre a variação no valor do atraso.

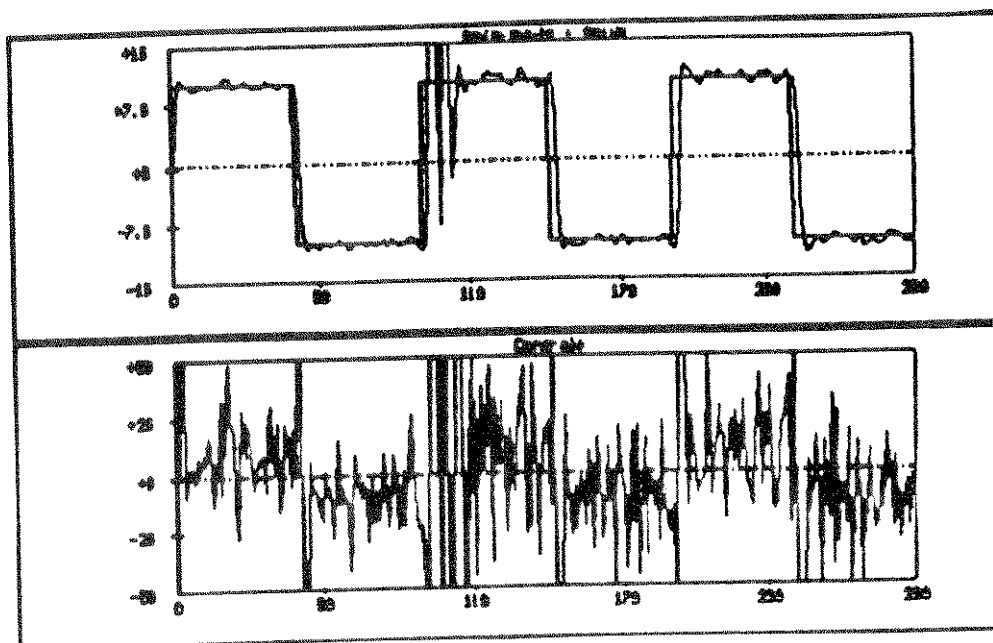


Fig. 5.21 - Processo tipo 5 : controlador GMV-DM e GMV-DF.

Para os controladores com detecção do atraso, a fig. 5.21 mostra que para este exemplo ocorre também uma estimação correta do novo atraso e o sistema pode ser estabilizado mesmo após uma variação do atraso.

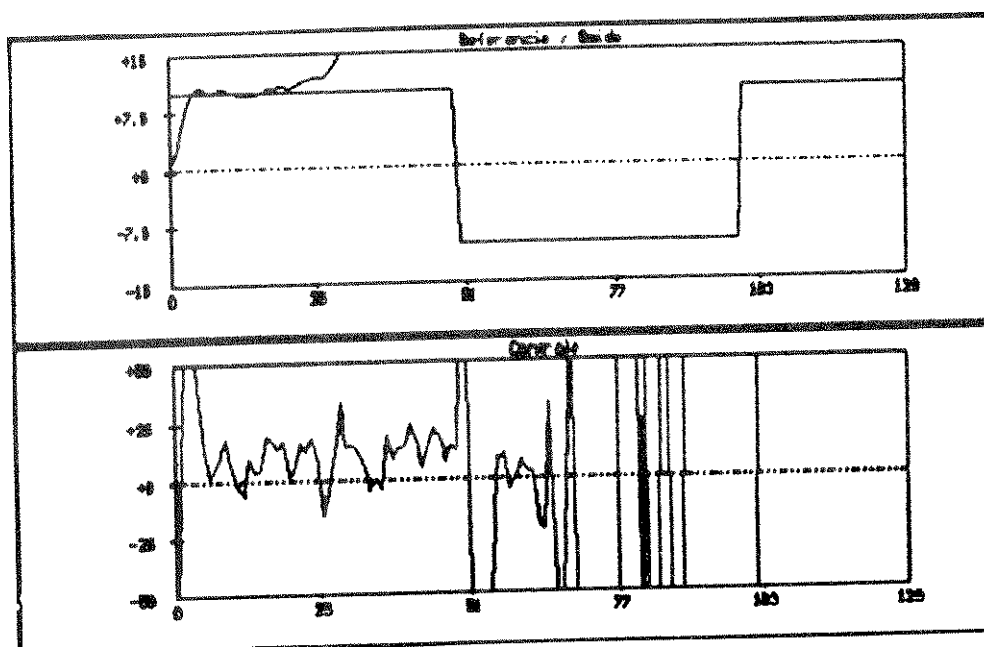


Fig. 5.22 - Processo tipo 5 : controlador GMV-C.

Como mencionado na seção 3.6 o algoritmo compensado é inadequado para o controle de processos instáveis em malha aberta, pois como mostra a fig. 5.22 o controle aplicado não estabiliza o sistema. Observe que o sistema apresenta-se instável

Independentemente de ocorrerem variações no valor do atraso.

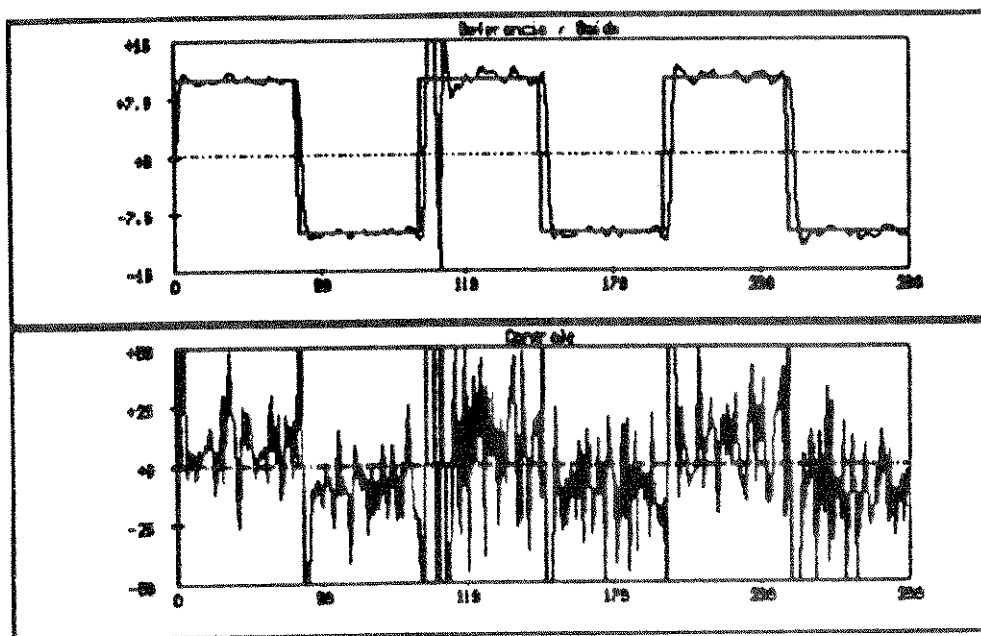


Fig. 5.23 - Processo tipo 5 : controlador GMV-PP.

Como mostra a fig. 5.23, o controlador por alocação de pólos apresenta bom desempenho para este tipo de processo sujeito a variações no valor do atraso.

5.3 - SENSIBILIDADE À ESTRUTURA DO MODELO

Na seção anterior obteve-se resultados da utilização dos algoritmos de controle propostos para modelos cuja estrutura fixa é conhecida inicialmente. Este conhecimento inicial refere-se tanto à ordem do sistema quanto à faixa de variação do atraso, ou seja, o modelo estimado tem a mesma ordem do sistema e utiliza o polinômio $\hat{B}'$ estendido de ordem estritamente necessária para incluir a faixa de variação do atraso.

Nesta seção analisa-se a influência de se sobre-parametrizar o modelo estimado além das ordens mínimas necessárias para a correta representação do sistema. Assim sendo divide-se o problema em duas partes :

- (a) sobre-parametrização do polinômio $\hat{A}$ (seção 5.3.1).
- (b) sobre-parametrização do polinômio $\hat{B}'$ (seção 5.3.2).

No caso (a) verifica-se a influência de um erro na ordem do modelo estimado. No caso (b) verifica-se a influência da incerteza na faixa de variação do atraso, ou seja, qual a influência no comportamento do sistema quando se utiliza uma faixa maior

ou menor para a variação do atraso.

5.3.1 - SENSIBILIDADE À ORDEM DO MODELO ESTIMADO

Como visto na seção 4.4.3 a solução da equação de alocação de pólos no controlador GMV-PP pode apresentar problemas se $\hat{A}$ e $\hat{B}'$ possuírem termos comuns. Isto pode ocorrer se o modelo estimado estiver sobre-parametrizado. Para análise desta situação, toma-se o processo tipo 1 onde a ordem do polinômio estimado $\hat{A}$ é acrescida de uma unidade.

Os parâmetros de simulação são dados pelas tabelas 5.13, 5.14 e 5.15 a seguir. A tabela 5.14 fornece os parâmetros do controlador GMV-PP e a tabela 5.15 os parâmetros dos controladores GMV-DM, GMV-DF e GMV-C.

$C(z^{-1})$	ATRASO BASE	FAIXA DE VARIAÇÃO	VARIAÇÃO DO ATRASO		$VAR(\xi_i)$
			INSTANTE	VALOR	
1	2	1	$k = 100$	1	0.08

Tabela 5.13 - Processo tipo 1 : parâmetros do sistema.

ALOCÇÃO DE PÓLOS	
$T(z^{-1})$	RAÍZES
$t_0 = 1.0$	0.5
$t_1 = -1.5$	
$t_2 = 0.75$	
$t_3 = -0.125$	

Tabela 5.14 - Processo tipo 1 : parâmetros do controlador GMV-PP.

ALOCÇÃO DE PÓLOS		$P(z^{-1})$	$Q(z^{-1})$	$R(z^{-1})$
$T(z^{-1})$	RAÍZES			
$t_0 = 1.0$ $t_1 = -0.5$	0.5	$p_0 = 1.0$ $p_1 = 17.93$ $p_2 = -11.99$	$q_0 = 0.928$ $q_1 = -0.928$	$r_0 = 6.944$

Tabela 5.15 - Processo tipo 1 : parâmetros dos controladores GMV-DM, GMV-DF e GMV-C.

Os resultados obtidos são dados pelas figs. 5.24, 5.25 e 5.26.

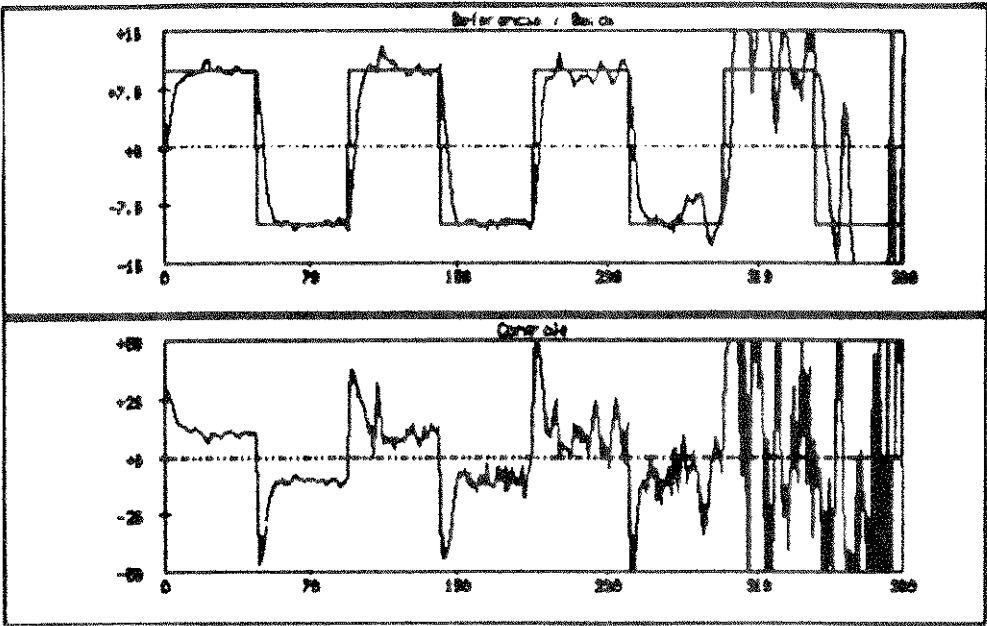


Fig. 5.24 - Processo tipo 1 : controlador GMV-PP.

A fig. 5.24 mostra que após a variação do atraso o controlador por alocação de pólos apresenta deterioração do desempenho e à medida que os parâmetros estimados convergem o sistema se torna instável. Esta deterioração é devida a problemas na solução da equação de alocação de pólos descritos a seguir.

A solução da equação de alocação para o processo tipo 1 utilizando o controlador GMV-PP é obtida do seguinte sistema linear :

$$\begin{bmatrix} \hat{b}_0 & 0 & 0 & | & 1 & 0 \\ \hat{b}_1 & \hat{b}_0 & 0 & | & \hat{a}_1 & 1 \\ 0 & \hat{b}_1 & \hat{b}_0 & | & \hat{a}_2 & \hat{a}_1 \\ 0 & 0 & \hat{b}_1 & | & 0 & \hat{a}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_0 \\ p_1 \\ \frac{p_2}{q_0} \\ q_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_0 \\ t_1 \\ t_2 \\ t_3 \end{bmatrix}$$

Quando o valor do atraso é igual a 1, os parâmetros estimados $\hat{a}_2$ e $\hat{b}_1$ convergem para zero e portanto a última equação do sistema

$$0 p_0 + 0 p_1 + 0 p_2 + 0 q_0 + 0 q_1 = t_3 \neq 0$$

não tem solução.

Portanto o controlador por alocação de pólos com estrutura GMV pode apresentar problemas ao utilizar um modelo estimado sobre-parametrizado, o qual não pode ser evitado quando o valor do atraso é desconhecido.

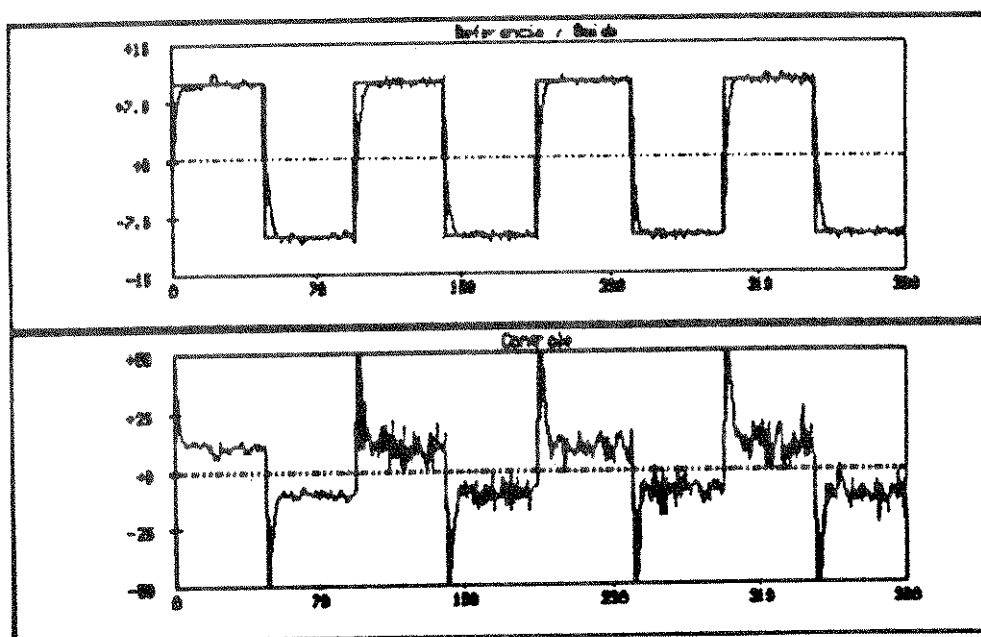


Fig 5.25 - Processo tipo 1 : controladores GMV-DM e GMV-DF.

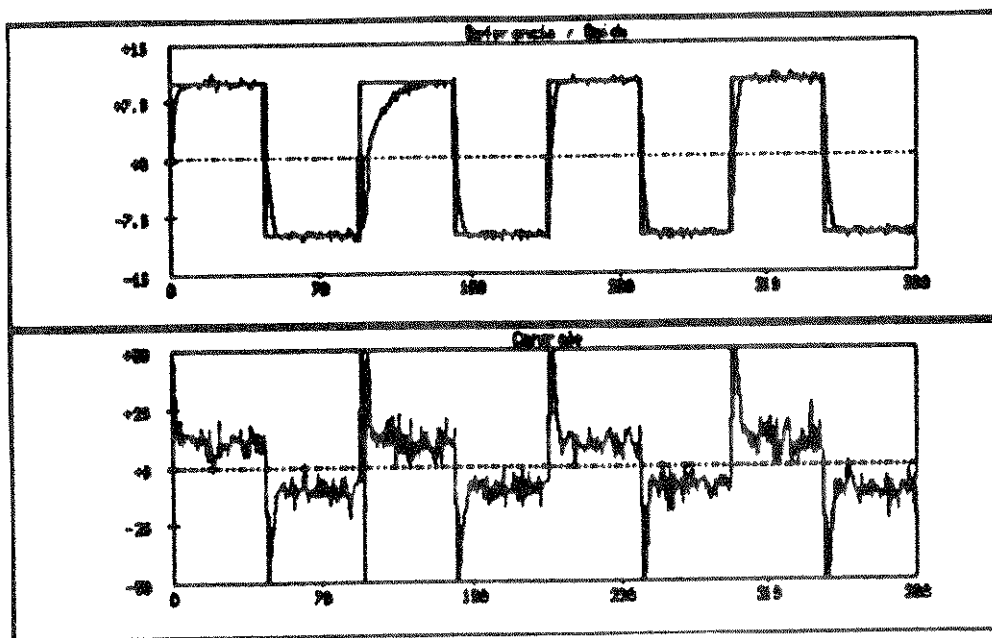


Fig. 5.26 - Processo tipo 1 : controlador GMV-C.

As figs. 5.25 e 5.26 mostram que os algoritmos de controle com detecção do atraso e com compensação não estão sujeitos a este problema uma vez que os polinômios de ponderação fixos do controlador são adequados para ambas as condições. No primeiro caso devido à correta estimação do atraso e no segundo caso devido à utilização do modelo compensado.

5.3.2 - SENSIBILIDADE À FAIXA DE VARIAÇÃO DO ATRASO

O polinômio $\hat{B}'$ estimado possui ordem $(nb + D)$, onde D é a faixa de variação do atraso. Dessa forma o atraso pode variar de um valor mínimo $dmín$ a um valor máximo $dmáx = dmín + D$. Nesta seção analisa-se a influência da escolha dos valores de $dmín$ e D . Para isso são utilizados sistemas de 1ª, 2ª e 3ª ordens representados pelos modelos tipo 1, 3 e 2 respectivamente.

Os parâmetros de simulação são os mesmos dados na seção 5.2 para cada tipo de processo com exceção de que neste caso não há variação no valor do atraso durante a simulação, porque deseja-se obter o comportamento em regime do sistema para cada valor do atraso. Neste caso utiliza-se como referência um degrau de amplitude 10 com 300 amostras.

Os resultados obtidos são dados pelas tabelas 5.16, 5.17 e 5.18 a seguir.

Nestas tabelas, o algoritmo de controle identificado por GMV se refere ao GMV padrão obtido com o valor correto do atraso. Este valor pode ser tanto conhecido inicialmente como estimado numa etapa anterior pelos algoritmos de estimação do valor

do atraso e representa portanto o comportamento em regime dos algoritmos de controle GMV-DM e GMV-DF após uma estimação correta do valor do atraso. Logo, como pode ser visto nas tabelas, ele independe da faixa de variação adotada para o atraso pois o modelo estendido é utilizado apenas durante a fase de estimação do valor do atraso.

Os valores em negrito correspondem a condições ocorridas nas simulações da seção 5.2.

FAIXA DE VARIAÇÃO (D)	VAR y			VAR u		
	GMV-PP	GMV	GMV-C	GMV-PP	GMV	GMV-C
ATRASO REAL d = 1						
0	0.068		0.068	18.92		19.00
1	0.058		0.068	1.764		20.14
2	0.058	0.068	0.068	1.809	19.00	19.99
3	0.057		0.066	1.909		20.02
4	0.057		0.067	1.958		19.79
ATRASO REAL d = 2						
1	0.086		0.104	1.533		20.09
2	0.086	0.085	0.104	1.569	1.568	19.97
3	0.085		0.103	1.653		20.01
4	0.085		0.103	1.692		19.80
ATRASO REAL d = 5						
4	0.137	0.136	0.188	1.109	1.132	19.76

Tabela 5.16 - Processo tipo 1 : comportamento em regime para diversos valores de D e do atraso (dmín = 1).

FAIXA DE VARIAÇÃO (D)	VAR y			VAR u		
	GMV-PP	GMV	GMV-C	GMV-PP	GMV	GMV-C
ATRASSO REAL d = 1						
0	0.088	0.087	0.101	0.134	0.143	0.051
1	0.087		0.100	0.143		0.053
2	0.086		0.100	0.159		0.054
3	0.086		0.100	0.166		0.054
4	0.085		0.100	0.180		0.053
ATRASSO REAL d = 2						
1	0.096	0.097	0.104	0.121	0.109	0.053
2	0.095		0.104	0.134		0.054
3	0.095		0.104	0.139		0.054
4	0.094		0.104	0.150		0.053
ATRASSO REAL d = 5						
4	0.110	0.110	0.114	0.089	0.097	0.052

Tabela 5.17 - Processo tipo 3 : comportamento em regime para diversos valores de D e do atraso ($d_{\min} = 1$).

FAIXA DE VARIAÇÃO (D)	VAR y			VAR u		
	GMV-PP	GMV	GMV-C	GMV-PP	GMV	GMV-C
ATRASO REAL d = 5						
0	0.078	0.078	0.087	95.27	95.87	66.67
1	0.079		0.087	97.96		64.75
2	0.080		0.087	99.26		68.56
3	0.082		0.088	106.0		76.41
4	0.083		0.088	108.0		75.65
ATRASO REAL d = 6						
1	0.117	0.119	0.128	115.1	112.5	65.63
2	0.119		0.128	116.5		69.40
3	0.122		0.129	122.7		76.74
4	0.124		0.129	124.1		75.50
ATRASO REAL d = 9						
4	0.251	0.242	0.257	151.4	138.9	77.28

Tabela 5.18 - Processo tipo 2 : comportamento em regime para diversos valores de D e do atraso (d_{min} = 5).

Os resultados das tabelas mostram os seguintes fatos :

- (i) a variância do sinal de controle no GMV compensado é pouco sensível a variações no valor do atraso.
- (ii) o aumento da faixa de variação do atraso tende a aumentar a variância de um dos sinais (y ou u).
- (iii) as diferenças de desempenho entre os algoritmos de controle se acentuam quando o valor do atraso é máximo, ou seja, quando a diferença para o atraso mínimo é máxima, sendo o GMV com detecção do atraso o que apresenta melhor desempenho.

Portanto de (i) verifica-se que o GMV compensado pode ser adequado quando se deseja uma variância constante para o sinal de controle, a qual é dependente do processo em questão.

De (ii) verifica-se que para os algoritmos GMV-PP e GMV-C que utilizam o polinômio $\hat{B}$ estimado de ordem (nb + D) deve-se escolher D o menor possível de forma a não aumentar desnecessariamente a variância de um dos sinais de saída ou controle.

Finalmente de (iii) nota-se que o desempenho dos algoritmos GMV-PP e GMV-C é tanto pior quanto maior for a diferença entre o atraso real d e o atraso mínimo $d_{\min}$. Portanto verifica-se que o atraso mínimo deve ser escolhido o mais próximo possível do valor real do atraso do sistema.

Do exposto acima verifica-se que a melhor condição para o sistema em regime com atraso constante é a de se ter o atraso mínimo igual ao atraso real do processo e o acréscimo D no polinômio $\hat{B}'$ nulo. Entretanto esta condição não é factível para os algoritmos GMV-PP e GMV-C pois o atraso varia ao longo da operação do processo e conhece-se apenas a faixa de variação deste. Neste caso as estratégias de estimação do atraso satisfazem esta condição pois, uma vez estimado o valor do atraso, esta condição permanece até que uma nova variação ocorra.

CAPÍTULO 6

CONCLUSÃO

6.1 - SÍNTESE DO TRABALHO

A existência de processos industriais onde a presença de atraso de transporte no sistema e a variabilidade nas condições de operação apresentam-se como obstáculos à utilização de uma estratégia de controle clássica motivou a elaboração deste trabalho. Apresenta-se como alternativa a utilização de um controle adaptativo baseado no controlador de variância mínima generalizada (GMV) obtendo, como ponto principal do trabalho, um desempenho satisfatório frente ao desconhecimento ou variações no atraso de transporte do sistema.

Para tanto, três estratégias de controle são apresentadas :

- (i) o GMV com estimação "on-line" do valor do atraso.
- (ii) o GMV com compensação do atraso.
- (iii) o controlador por alocação de pólos com estrutura GMV.

O controlador GMV é obtido na sua forma padrão, ou seja, o atraso de transporte é assumido fixo e conhecido, obtendo-se ainda as características do sistema em malha fechada. A partir do GMV padrão obtém-se o controlador por alocação de pólos.

Para o caso onde o atraso de transporte é desconhecido propõe-se a utilização de um novo modelo do processo onde o polinômio do numerador é estendido de forma a representar os zeros do sistema e incluir parte do valor do atraso. Neste modelo conhece-se inicialmente a faixa de variação do atraso, ou seja, os valores mínimo e máximo que assume o atraso de transporte durante a operação do processo. As três estratégias de controle propostas estão baseadas neste novo modelo.

A estratégia de controle (iii) é obtida pela aplicação direta do novo modelo como o controlador por alocação de pólos. Esta estratégia é bem conhecida para a utilização em processos com atraso desconhecido ou variante tendo sido apresentada para efeito de comparação.

A estratégia de controle (ii) é a união de uma idéia clássica de realimentar o controlador com uma previsão da saída futura do sistema baseada num modelo explícito do processo, eliminando o atraso de transporte da malha de controle, como o controlador GMV obtido para um atraso fixo unitário. A característica mais atual desta estratégia é a utilização do novo modelo proposto para prever a saída do sistema utilizando a faixa de variação do atraso.

Finalmente, a estratégia (i) é a que apresenta as maiores inovações. A base desta estratégia é a estimação "on-line" do valor do atraso de transporte do sistema utilizando esta estimativa no cálculo do GMV padrão. Para tanto são propostas duas estratégias para a detecção do valor do atraso :

- (a) via avaliação da resposta impulsiva de modelos do processo.
- (b) via um novo "matching" entre modelos do processo.

A fim de evitar a contínua e desnecessária estimação do valor do atraso, esta estratégia inclui um algoritmo de detecção de ruptura no modelo estimado, identificando o instante de variação do atraso, e disparando uma das estratégias de estimação do atraso.

Neste trabalho as principais contribuições são :

- a elaboração de uma nova proposta de "matching" entre modelos do processo em substituição a uma proposta de menor abrangência que se mostrou inadequada.
- as provas teóricas da correta detecção do valor do atraso para as abordagens (a) e (b) quando não há erros de modelagem do processo.
- a utilização de uma estratégia para o estimador de parâmetros durante a fase de estimação do atraso capaz de alterar seletivamente a atualização dos parâmetros, garantindo uma convergência rápida do estimador e um período curto de estimação do valor do atraso.

6.2 - CONCLUSÕES E SUGESTÕES

As conclusões gerais sobre o desempenho das estratégias de controle propostas estão baseadas tanto nos resultados teóricos obtidos nos capítulos 2 e 3 quanto nos resultados experimentais obtidos de simulações.

As características transitórias e em regime apresentadas em cada estratégia são muito sensíveis ao tipo de processo controlado e ao ajuste dos parâmetros de projeto dos controladores. Por isso dá-se uma maior atenção ao comportamento dos algoritmos em relação à incerteza no valor do atraso de transporte do sistema que é o ponto principal do trabalho.

Para tanto, as conclusões são apresentadas em termos de vantagens e desvantagens de cada estratégia. Estas vantagens e desvantagens estão relacionadas, principalmente, à complexidade do controlador obtido, à carga computacional exigida, à aplicabilidade a diferentes tipos de processo e ao desempenho do estimador.

GMV com estimação do valor do atraso

Vantagens :

- vantagens do GMV padrão, pois o controlador é sempre obtido para o valor exato do atraso de transporte do sistema.
- não apresenta restrições quanto ao tipo de processo que pode ser aplicado.
- não é necessária a estimação de um maior número de parâmetros (exceto na fase de estimação do valor do atraso de transporte por um curto período de tempo) melhorando a qualidade das estimativas.
- a carga de processamento não é excessiva em vista do item anterior.

Desvantagens :

- a complexidade do controlador aumenta como o aumento no valor do atraso pois este determina o grau dos polinômios G e H do controlador.
- as estratégias adotadas no estimador são mais complexas devido à necessidade de estimação do valor do atraso.

GMV compensado

Vantagens :

- a complexidade do controlador independe tanto da dimensão quanto da faixa de variação do atraso, pois o controlador é obtido para um modelo cuja estrutura independe destes valores. Por isso esta estratégia é atraente para processos com elevado atraso de transporte.
- o conhecimento explícito do valor do atraso é desnecessário, eliminando qualquer processamento adicional para a estimação do atraso.
- o estimador deve apenas ser capaz de rastrear variações lentas e rápidas nos parâmetros estimados.

Desvantagens :

- é aplicável somente a processos cujos pólos encontram-se estritamente dentro do círculo unitário.
- é necessária a estimação de um número maior de parâmetros que é tanto maior quanto maior for a faixa de variação do atraso, deteriorando a qualidade das estimativas.
- devido ao item anterior, a aplicação a processos com uma larga faixa de variação do atraso pode acarretar numa carga computacional maior.

Controlador por alocação de pólos com estrutura GMV

Vantagens :

- o conhecimento explícito do valor do atraso é desnecessário, eliminando qualquer processamento adicional para a estimação do atraso.
- o estimador deve apenas ser capaz de rastrear variações lentas e rápidas nos parâmetros estimados.
- não apresenta restrições quanto ao tipo de processo que pode ser aplicado.

Desvantagens :

- a complexidade do controlador aumenta não apenas com o aumento no valor do atraso mas também com o aumento da faixa de variação deste, pois o controlador é obtido a partir do modelo estendido do processo.

- é necessária a estimação de um número maior de parâmetros que é tanto maior quanto maior for a faixa de variação do atraso, deteriorando a qualidade das estimativas.

- pode apresentar problemas na solução da equação de alocação de pólos devido à presença de termos comuns que se cancelam.

- das três estratégias é a que apresenta a maior carga computacional devido ao estimador e à necessidade de solução da equação de alocação a cada instante.

Do exposto acima, a estratégia de estimação do valor do atraso apresenta-se como opção mais atraente visto que a estimação do atraso, embora exigindo um processamento razoável, não é executada a todo instante diluindo o tempo de processamento ao longo da operação do processo. Além disso, esta estratégia é especialmente interessante quando o valor do atraso ocupa uma larga faixa de variação.

Como sugestões para trabalhos futuros propõe-se uma maior investigação das estratégias de detecção do atraso, procurando estabelecer analiticamente resultados que comprovem as semelhanças de desempenho apresentadas. Além disso, outro ponto interessante de investigação é a pesquisa de implementações mais rápidas e eficientes das estratégias propostas, incluindo-se neste caso o particionamento do algoritmo original em sub-tarefas que possam ser executadas paralelamente.

Como o ajuste de um sistema adaptativo requer um conhecimento especializado do usuário, propõe-se ainda a utilização de um sistema de supervisão inteligente capaz de acompanhar o desempenho do estimador de parâmetros garantindo a correta identificação do processo. Este sistema supervisor pode ainda limitar sinais excessivos de controle ou mesmo determinar um controlador fixo convencional que garanta um estado de segurança ao processo em casos de emergência.

Sugere-se ainda para investigação futura a utilização de diferentes taxas de amostragem para o processo. Nos casos em que o sistema apresenta-se estável e sem variações pode-se utilizar uma amostragem mais lenta e atualizar o controle com uma frequência menor. Para os casos onde o sistema apresenta dinâmicas rápidas, como quando o atraso varia, aumenta-se a taxa de amostragem.

APÊNDICE A - SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DIOFANTINA

Neste apêndice são apresentadas as condições para a solução da equação diofantina cuja forma geral é dada por (A.1) a seguir - vide seção 2.4.1.

$$AX + BY = C$$

(A.1)

onde : A, B, C, X e Y - polinômios de ordens n_a , n_b , n_c , n_x e n_y , respectivamente.

Deseja-se investigar os seguintes fatos em relação a esta equação :

- (i) quando esta equação tem solução.
- (ii) havendo solução, quando esta solução é única.
- (iii) havendo solução única, qual a relação entre as ordens dos polinômios envolvidos.

obs : não se deve confundir solução da equação com solução para determinados valores de n_x e n_y . Para determinadas ordens de X e Y, a equação pode ter várias soluções, solução única ou pode não ter solução. Porém, afirmar que a equação não tem solução significa não ter solução para quaisquer valores de n_x e n_y .

Quanto à solução da equação (A.1), estabelece-se o seguinte teorema [22] :

Teorema A.1 : Dada a equação (A.1) com A, B e C polinômios com coeficientes reais, então esta equação tem solução se e somente se o maior fator comum de A e B divide C.

Além disso, se X_0 e Y_0 é uma solução, então :

$$X = X_0 + QB$$

$$Y = Y_0 - QA$$

também são soluções, onde Q é um polinômio arbitrário.

Corolário : Há soluções únicas se :

$$\boxed{n_x < n_b} \quad \text{ou} \quad \boxed{n_y < n_a}$$

O teorema A.1 fornece uma boa base para a solução da equação diofantina. Deve ser notado que a solução da equação gera um sistema de equações lineares quando se igualam os coeficientes de mesma ordem em ambos os lados da equação. Portanto, a escolha das ordens de X e Y pode gerar sistemas com múltiplas soluções, com solução única ou sem solução. Assim, passa-se à discussão das relações entre as ordens dos polinômios X e Y, onde o que se procura é a obtenção de um sistema de equações que apresente solução única e, conseqüentemente, valores mínimos para n_x e n_y .

O corolário do teorema A.1 estabelece que se existe uma solução para a equação (A.1) tal que $n_x < n_b$ ou $n_y < n_a$, então esta solução é única para as ordens de X e Y dadas. Porém, existe um limitante inferior tanto para n_x quanto para n_y , abaixo do qual o sistema de equações não tem solução. Este resultado é apresentado a seguir.

Sejam n_{eq} e n_{in} o número de equações e o número de incógnitas, respectivamente, do sistema de equações gerado por (A.1). Tem-se que :

$$\boxed{n_{eq} = \max \left\{ \begin{array}{l} n_x + n_a \\ n_y + n_b \end{array} \right\} + 1} \quad (A.2)$$

$$\boxed{n_{in} = n_x + n_y + 2} \quad (A.3)$$

Para que exista solução única para o sistema deve-se ter :

$$\boxed{n_{in} = n_{eq}} \quad (A.4)$$

e

$$\boxed{n_{eq} \geq n_c + 1} \quad (A.5)$$

Podem-se representar as desigualdades referentes a n_x e n_y da seguinte forma :

$$nx = nb + k \quad (A.6)$$

$$ny = na + m \quad (A.7)$$

onde : k, m - inteiros.

Ou seja, se : $k \geq 0 \Rightarrow nx \geq nb$; $k < 0 \Rightarrow nx < nb$.

$m \geq 0 \Rightarrow ny \geq na$; $m < 0 \Rightarrow ny < na$.

Substituindo-se (A.6) e (A.7) em (A.2) e (A.3) tem-se :

$$neq = \max \left\{ \begin{matrix} k \\ m \end{matrix} \right\} + na + nb + 1$$

$$nin = na + nb + k + m + 2$$

E conclui-se que :

(i) se $k \geq m$: $neq = na + nb + k + 1$

$$nin = na + nb + k + 1 + m + 1 = neq + m + 1$$

Logo, para que a equação (A.4) seja satisfeita, deve-se ter :

$$m = -1 \text{ e } k \geq -1$$

Ou seja, $nx = nb + k$ ($k \geq -1$) e $ny = na - 1$.

Deve-se notar ainda, que o produto BY gera $na + nb$ equações e, portanto, as $k + 1$ últimas equações conterão somente coeficientes de X, assim escritos :

$$\begin{aligned} a_{na} x_{nb} + a_{na-1} x_{nb+1} + \dots + &= c_{na+nb} \\ a_{na} x_{nb+1} + a_{na-1} x_{nb+2} + \dots + &= c_{na+nb+1} \\ &\vdots \\ a_{na} x_{nb+k-1} + a_{na-1} x_{nb+k} &= c_{na+nb+k-1} \\ a_{na} x_{nb+k} &= c_{na+nb+k} \end{aligned} \quad (A.8)$$

Donde se conclui que se $c_{na+nb} = \dots = c_{na+nb+k} = 0$, ou seja, se $nc \leq na + nb - 1$, o sistema dado por (A.8) terá solução única trivial para os $k + 1$ coeficientes de maior ordem de X, ou seja,

$$x_{nb} = x_{nb+1} = \dots = x_{nb+k} = 0$$

Neste caso, não há perda de generalidade em se escolher $k = -1$, ou seja, $n_x = n_b - 1$.

(ii) se $m \geq k$: $neq = na + nb + m + 1$

$$nin = na + nb + m + 1 + k + 1 = neq + k + 1$$

Logo, para que a equação (A.4) seja satisfeita, deve-se ter :

$$k = -1 \text{ e } m \geq -1$$

Ou seja, $n_x = n_b - 1$ e $n_y = na + m$ ($m \geq -1$).

De forma análoga ao item (i) pode-se mostrar que se $n_c \leq na + nb - 1$ não há perda de generalidade em se adotar $m = -1$, ou seja, $n_y = na - 1$.

Os resultados dos itens (i) e (ii) são, agora, formalizados no seguinte teorema :

Teorema A.2 : Dada a equação (A.1) satisfazendo :

- (i) A, B e C são polinômios com coeficientes reais.
- (ii) o maior fator comum de A e B divide C.
- (iii) $n_c \leq na + nb - 1$.

Então, as ordens de X e Y que geram uma solução única para a respectiva equação são dadas por :

$$\begin{aligned} n_x &= n_b - 1 \\ n_y &= na - 1 \end{aligned}$$

(A.9)

Corolário : Neste caso, as seguintes equações são válidas :

$$nin = neq = na + nb$$

(A.10)

$$n_x + na = n_y + nb$$

(A.11)

APÊNDICE B - OBTENÇÃO DA FUNÇÃO DE ERRO $E(\alpha)$ RECURSIVAMENTE

Neste apêndice é apresentada a obtenção da função de erro $E(\alpha)$ para a estratégia de detecção do atraso baseada na resposta impulsiva - vide seção 3.3.1. Esta função é obtida recursivamente sem que seja necessária a obtenção explícita das respostas impulsivas dos modelos do sistema.

A função de erro é definida pela equação (B.1) a seguir.

$$E(\alpha) = \sum_{t=0}^M \Delta h_{\alpha}^2(t) \quad (\alpha = 0, \dots, \alpha_{\text{máx}}) \quad (\text{B.1})$$

com :

$$\Delta h_{\alpha}(t) = h'(t) - h'_{\alpha}(t) \quad (\text{B.2})$$

onde $h'(t)$ e $h'_{\alpha}(t)$ são as respostas impulsivas, respectivamente, de :

$$H'(z^{-1}) = \frac{B'(z^{-1})}{A(z^{-1})} = \frac{b'_0 + b'_1 z^{-1} + \dots + b'_{nb+D} z^{-(nb+D)}}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_{na} z^{-na}}$$

$$H'_{\alpha}(z^{-1}) = \frac{B'_{\alpha}(z^{-1})}{A(z^{-1})} z^{-\alpha} = \frac{(\alpha b'_{0''} + \alpha b'_{1''} z^{-1} + \dots + \alpha b'_{nb''} z^{-nb})}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_{na} z^{-na}} z^{-\alpha}$$

que, no tempo discreto, são dadas por :

$$h'(t) = \begin{cases} 0 & t = \dots, -1 \\ b'_t - \sum_{i=1}^{na} a_i h'(t-i) & t = 0, \dots, nb+D \\ - \sum_{i=1}^{na} a_i h'(t-i) & t = nb+D+1, \dots \end{cases} \quad (\text{B.3})$$

$$h'_{\alpha}(t) = \begin{cases} 0 & t = \dots, \alpha-1 \\ \alpha b'_{t-\alpha} - \sum_{i=1}^{na} a_i h'_{\alpha}(t-i) & t = \alpha, \dots, nb+\alpha \\ - \sum_{i=1}^{na} a_i h'_{\alpha}(t-i) & t = nb+\alpha+1, \dots \end{cases} \quad (\text{B.4})$$

Tem-se ainda que :

$$h''_{\alpha}(t) = h'(t) \quad \text{para } t = \alpha, \dots, nb+\alpha \quad (B.5)$$

que é a condição para o cálculo dos coeficientes de $B'_{\alpha}(z^{-1})$.

O valor de $\Delta h_{\alpha}(t)$ é obtido substituindo-se as equações (B.3) e (B.4) na equação (B.2), levando-se em consideração os intervalos de tempo t e a condição dada pela equação (B.5). Neste caso obtém-se :

$$(i) \quad t = \dots, -1 :$$

$$\Delta h_{\alpha}(t) = 0$$

$$(ii) \quad t = 0, \dots, \alpha-1 :$$

$$\begin{aligned} \Delta h_{\alpha}(t) &= \left[b'_t - \sum_{i=1}^{na} a_i h'(t-i) \right] - [0] = \\ &= \left[b'_t - \sum_{i=1}^{na} a_i h'(t-i) \right] + \sum_{i=1}^{na} a_i h''_{\alpha}(t-i) = b'_t - \sum_{i=1}^{na} a_i \Delta h_{\alpha}(t-i) \end{aligned}$$

$$(iii) \quad t = \alpha, \dots, nb+\alpha :$$

$$\Delta h_{\alpha}(t) = h'(t) - h''_{\alpha}(t) = h'(t) - h'(t) = 0$$

$$(iv) \quad t = nb+\alpha+1, \dots, nb+D :$$

$$\Delta h_{\alpha}(t) = \left[b'_t - \sum_{i=1}^{na} a_i h'(t-i) \right] + \sum_{i=1}^{na} a_i h''_{\alpha}(t-i) = b'_t - \sum_{i=1}^{na} a_i \Delta h_{\alpha}(t-i)$$

$$(v) \quad t = nb+D+1, \dots :$$

$$\Delta h_{\alpha}(t) = \left[- \sum_{i=1}^{na} a_i h'(t-i) \right] + \sum_{i=1}^{na} a_i h''_{\alpha}(t-i) = - \sum_{i=1}^{na} a_i \Delta h_{\alpha}(t-i)$$

Resumindo, os valores da função de erro calculados recursivamente apenas com os parâmetros do modelo (3.6) podem ser obtidos através da equação (B.6) a seguir :

$$\Delta h_{\alpha}(t) = \begin{cases} 0 & t = \dots, -1 \\ b'_t - \sum_{i=1}^{na} a_i \Delta h_{\alpha}(t-i) & t = 0, \dots, \alpha-1 \\ 0 & t = \alpha, \dots, nb+\alpha \\ b'_t - \sum_{i=1}^{na} a_i \Delta h_{\alpha}(t-i) & t = nb+\alpha+1, \dots, nb+D \\ - \sum_{i=1}^{na} a_i \Delta h_{\alpha}(t-i) & t = nb+D+1, \dots \end{cases} \quad (B.6)$$

Note que $0 \leq \alpha \leq D$ e, portanto, os casos que levarem a um limite inferior de t maior que o limite superior devem ser ignorados. Exemplo : $\alpha = 0$ ou $\alpha = D$.

APÊNDICE C - O ESTIMADOR DE MÍNIMOS QUADRADOS COM FATORIZAÇÃO U-D

Neste apêndice apresenta-se o algoritmo de mínimos quadrados com fatorização U-D seguindo o tratamento de Bierman [17]. As equações deste estimador são dadas por (4.4) - vide seção 4.2.

Seja a matriz P_t dada por :

$$P_t = U_t D_t U_t^T \quad (C.1)$$

Obter-se-á uma forma de calcular U_t , D_t e o ganho do estimador K_t como função dos valores anteriores U_{t-1} e D_{t-1} sem passar pela matriz P_t .

Das equações (C.1) e (4.4c) tem-se :

$$U_t D_t U_t^T = \frac{1}{\lambda_t} \left[U_{t-1} D_{t-1} U_{t-1}^T - \frac{U_{t-1} g_t g_t^T U_{t-1}^T}{\beta_t} \right] \quad (C.2)$$

$$\text{onde : } g_t = D_{t-1} f_t \quad (C.3)$$

$$\beta_t = 1 + f_t^T P_{t-1} f_t = 1 + f_t^T g_t \quad (C.4)$$

$$f_t = U_{t-1}^T \varphi_t \quad (C.5)$$

Segue-se de (C.2) que :

$$U_t D_t U_t^T = \frac{1}{\lambda_t} U_{t-1} \left[D_{t-1} - \frac{g_t g_t^T}{\beta_t} \right] U_{t-1}^T$$

E, portanto, se a parte entre colchetes puder ser fatorada como :

$$D_{t-1} - \frac{g_t g_t^T}{\beta_t} = \bar{U}_t \bar{D}_t \bar{U}_t^T \quad (C.6)$$

Conclui-se que :

$$\boxed{U_t = U_{t-1} \bar{U}_t} \quad (C.7)$$

$$\boxed{D_t = \frac{1}{\lambda_t} \bar{D}_t} \quad (C.8)$$

Resta, portanto, obter a fatorização (C.6). A fim de simplificar a escrita omitir-se o argumento tempo, introduzindo-se a seguinte notação :

$$\bar{U}_t = [\bar{U}_1 \dots \bar{U}_n] = \begin{bmatrix} 1 & \bar{u}_{12} & \dots & \bar{u}_{1n} \\ & 1 & & \vdots \\ & & \ddots & \bar{u}_{n-1n} \\ & 0 & & 1 \end{bmatrix}$$

$$\bar{D} = \begin{bmatrix} \bar{d}_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \bar{d}_n \end{bmatrix} \quad D_{t-1} = \begin{bmatrix} d_1^* & & \\ & \ddots & \\ & & d_n^* \end{bmatrix}$$

onde : $n = \dim [\hat{\theta}_t]$.

Sendo $\underline{e}_i$ o vetor unitário na i-ésima componente, a equação (C.6) pode ser reescrita como :

$$\sum_{i=1}^n \bar{d}_i \bar{U}_i \bar{U}_i^T = \sum_{i=1}^n d_i^* \underline{e}_i \underline{e}_i^T - \frac{1}{\beta_t} \underline{g} \underline{g}^T \quad (C.9)$$

Tem-se, também, da equação (C.4) :

$$\beta_t = 1 + \sum_{i=1}^n f_i g_i$$

onde : f_i, g_i - i-ésimas componentes dos vetores $\underline{f}_t$ e $\underline{g}_t$, respectivamente.

E introduzindo-se a notação :

$$\beta_n = \beta_t$$

$$\underline{v}_n = \underline{g}_t$$

com : v_{ni} - i-ésima componente do vetor $\underline{v}_n$.

$$v_{ni} = g_i$$

Obtém-se para a equação (C.9) :

$$\sum_{i=1}^n \bar{d}_i \bar{U}_i \bar{U}_i^T = \sum_{i=1}^n d_i^* e_i e_i^T - \frac{1}{\beta_n} \underline{V}_n \underline{V}_n^T \quad (C.10)$$

Portanto, pode-se obter os valores de $\bar{d}_i$ e $\bar{U}_i$ (dados β_n , d_i^* e $\underline{V}_n$) a partir da equação (C.10) acima. Como d_i^* é determinado por D_{i-1} e $\underline{V}_n$ é determinado por D_{i-1} e U_{i-1} pode-se obter uma equação recursiva para D_i e U_i . Para isso, considere a forma da equação (C.10) como mostrado a seguir :

$$\begin{aligned} & \bar{d}_1 \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & 0 & 0 & \\ & & \ddots & \\ & 0 & & 0 \end{bmatrix} + \bar{d}_2 \begin{bmatrix} \bar{u}_{12}^2 & \bar{u}_{12} & & \\ \bar{u}_{12} & 1 & 0 & \\ & & 0 & \ddots \\ & 0 & & 0 \end{bmatrix} + \dots \\ & \dots + \bar{d}_{n-1} \begin{bmatrix} \bar{u}_{1n-1}^2 & \bar{u}_{1n-1} \bar{u}_{2n-1} & & & \bar{u}_{1n-1} & 0 \\ \bar{u}_{1n-1} \bar{u}_{2n-1} & \bar{u}_{2n-1}^2 & & & & \\ & & \ddots & & & \\ & & & \ddots & & \\ & & & & \bar{u}_{n-2n-1} & 0 \\ & \bar{u}_{1n-1} & & & \bar{u}_{n-2n-1} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & & & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \\ & + \bar{d}_n \begin{bmatrix} \bar{u}_{1n}^2 & \bar{u}_{1n} \bar{u}_{2n} & & & \bar{u}_{1n} \\ \bar{u}_{1n} \bar{u}_{2n} & \bar{u}_{2n}^2 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & \bar{u}_{n-1n} \\ \bar{u}_{1n} & & & & \bar{u}_{n-1n} & 1 \end{bmatrix} = \\ & = \begin{bmatrix} d_1^* & & & \\ & 0 & 0 & \\ & & \ddots & \\ & 0 & & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & & & \\ & d_2^* & 0 & \\ & & \ddots & \\ & 0 & & 0 \end{bmatrix} + \dots + \begin{bmatrix} 0 & & & \\ & 0 & 0 & \\ & & \ddots & \\ & 0 & & d_n^* \end{bmatrix} - \frac{1}{\beta_n} \underline{V}_n \underline{V}_n^T \end{aligned}$$

Portanto, pode-se notar que ambos os lados da equação (C.10) geram matrizes simétricas, pois $\underline{V}_n \underline{V}_n^T$ é uma matriz cheia simétrica. Além disso, os valores de $\bar{d}_n$ e $\bar{U}_n$ podem ser determinados apenas com a n-ésima coluna da n-ésima parcela de ambos os lados da equação, como mostrado a seguir :

$$\bar{d}_n \begin{bmatrix} \bar{u}_{1n} \\ \vdots \\ \bar{u}_{n-1n} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ d_n^* \end{bmatrix} - \frac{1}{\beta_n} \underline{v}_{nn} \begin{bmatrix} v_{n1} \\ \vdots \\ v_{nn} \end{bmatrix} \quad (C.11)$$

Considerando a seguinte matriz :

$$M_n = \bar{d}_n \bar{U}_n \bar{U}_n^T - d_n^* \underline{e}_n \underline{e}_n^T + \frac{1}{\beta_n} \underline{V}_n \underline{V}_n^T \quad (C.12)$$

verifica-se, simplesmente inspecionando a equação (C.11), que as escolhas :

$$\bar{d}_n = d_n^* - \frac{v_{nn}^2}{\beta_n} \quad (C.13)$$

$$\bar{u}_{in} = - \frac{v_{nn}}{\bar{d}_n \beta_n} v_{ni} \quad i = 1, \dots, n-1 \quad (C.14)$$

satisfazem a equação (C.11) e, portanto, fazem com que a n-ésima linha e coluna da matriz M_n sejam nulas.

Substituindo-se os valores de $\bar{d}_n$ e $\bar{U}_n$ dados por (C.13) e (C.14), respectivamente, na equação (C.12) tem-se :

$$M_n = \left(d_n^* - \frac{v_{nn}^2}{\beta_n} \right) \left(- \frac{v_{nn}}{\bar{d}_n \beta_n} \right) \begin{bmatrix} v_{n1} \\ \vdots \\ v_{nn-1} \\ - \frac{\bar{d}_n \beta_n}{v_{nn}} \end{bmatrix} \left(- \frac{v_{nn}}{\bar{d}_n \beta_n} \right) \left[v_{n1} \dots v_{nn-1} - \frac{\bar{d}_n \beta_n}{v_{nn}} \right] - d_n^* \underline{e}_n \underline{e}_n^T + \frac{1}{\beta_n} \begin{bmatrix} v_{n1} \\ \vdots \\ v_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{n1} & \dots & v_{nn} \end{bmatrix}$$

Pode-se notar que, introduzindo-se o vetor $\underline{V}_{n-1}$ como :

$$\underline{V}_{n-1} = \begin{bmatrix} v_{n1} & \dots & v_{nn-1} & 0 \end{bmatrix}^T$$

a equação (C.12) pode ser escrita como :

$$M_n = \left(\frac{v_{nn}^2}{\bar{d}_n \beta_n^2} + \frac{1}{\beta_n} \right) \underline{V}_{n-1} \underline{V}_{n-1}^T \quad (C.15)$$

Seja β_k definido como :

$$\beta_k = 1 + \sum_{i=1}^k f_i g_i \quad (\beta_n = \beta_1) \quad (C.16)$$

Obtém-se :

$$\frac{v_{nn}^2}{\bar{d}_n \beta_n^2} + \frac{1}{\beta_n} = \frac{1}{\beta_{n-1}} \quad (C.17)$$

Prova : Das equações (C.3), (C.13) e (C.16) tem-se :

$$g_n = d_n^* f_n = v_{nn}$$

$$d_n^* = \bar{d}_n + \frac{v_{nn}^2}{\beta_n}$$

$$\beta_n = \beta_{n-1} + f_n g_n$$

Portanto,

$$\begin{aligned} \frac{1}{\beta_{n-1}} - \frac{1}{\beta_n} &= \frac{\beta_n - \beta_{n-1}}{\beta_n \beta_{n-1}} = \frac{f_n g_n}{\beta_n^2 - \beta_n f_n g_n} = \\ &= \frac{1}{\frac{\beta_n^2}{f_n g_n} - \beta_n} = \frac{1}{\beta_n \left[\beta_n \frac{d_n^*}{g_n^2} - 1 \right]} = \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{\frac{\beta_n}{v_{nn}^2} \left[\beta_n \bar{d}_n + v_{nn}^2 - v_{nn}^2 \right]} = \frac{v_{nn}^2}{\bar{d}_n \beta_n^2}$$

Logo,
$$\frac{v_{nn}^2}{\bar{d}_n \beta_n^2} + \frac{1}{\beta_n} = \frac{1}{\beta_{n-1}} \quad (\text{cqd})$$

Além disso,

$$\boxed{\bar{d}_n = d_n^* \frac{\beta_{n-1}}{\beta_n}} \quad (\text{C.18})$$

$$\boxed{\bar{u}_{in} = - \frac{f_n}{\beta_{n-1}} g_i} \quad i = 1, \dots, n-1 \quad (\text{C.19})$$

Prova : Da equação (C.13) tem-se :

$$1 = \frac{d_n^*}{\bar{d}_n} - \frac{v_{nn}^2}{\bar{d}_n \beta_n} \Rightarrow 1 + \frac{v_{nn}^2}{\bar{d}_n \beta_n} = \frac{d_n^*}{\bar{d}_n}$$

De (C.17) tem-se :

$$1 + \frac{v_{nn}^2}{\bar{d}_n \beta_n^2} = \frac{\beta_n}{\beta_{n-1}}$$

E, portanto,
$$\frac{\beta_n}{\beta_{n-1}} = \frac{d_n^*}{\bar{d}_n} \Rightarrow \bar{d}_n = d_n^* \frac{\beta_{n-1}}{\beta_n} \quad (\text{cqd})$$

Das equações (C.3), (C.14) e (C.18) tem-se :

$$\bar{u}_{in} = - \frac{v_{nn}}{d_n^* \frac{\beta_{n-1}}{\beta_n} \beta_n} v_{ni} = - \frac{f_n}{\beta_{n-1}} g_i \quad (\text{cqd})$$

Retornando-se à equação (C.10) e utilizando as equações (C.15) e (C.17) pode-se escrever :

$$\sum_{i=1}^{n-1} \bar{d}_i \bar{U}_i \bar{U}_i^T = \sum_{i=1}^{n-1} d_i^* \underline{e}_i \underline{e}_i^T - M_d = \sum_{i=1}^{n-1} d_i^* \underline{e}_i \underline{e}_i^T - \frac{1}{\beta_{n-1}} \underline{V}_{n-1} \underline{V}_{n-1}^T$$

com $\bar{d}_n$ e $\bar{U}_n$ dados pelas equações (C.18) e (C.19). Esta expressão é, contudo, exatamente da mesma forma da equação (C.10), com exceção de que n foi reduzido para $n-1$. Portanto, os valores de $\bar{d}_{n-1}$ e $\bar{U}_{n-1}$ podem ser encontrados da mesma forma, sucessivamente, até que as matrizes $\bar{U}_1$ e $\bar{D}_1$ estejam completamente determinadas.

Além disso, o algoritmo para se obter $\bar{U}_1$ e $\bar{D}_1$ pode ser executado conjuntamente com a multiplicação (C.7) e (C.8) para se determinar U_1 , D_1 e o vetor de ganho $\underline{K}_1$ dado a seguir – vide equações (4.4), (C.1), (C.3), (C.4) e (C.5) :

$$\underline{K}_1 = \frac{U_{1-1} D_{1-1} U_{1-1}^T \underline{\varphi}_1}{1 + \underline{\varphi}_1^T P_{1-1} \underline{\varphi}_1} = \frac{U_{1-1} \underline{g}_1}{\beta_1} \tag{C.20}$$

Em suma, as equações (C.7), (C.8), (C.18), (C.19) e (C.20) permitem que se calcule os valores de D_1 , U_1 e $\underline{K}_1$ a partir de valores anteriores, estabelecendo assim uma recursividade. Porém, algumas manipulações nestas equações ainda são necessárias para se estabelecer o algoritmo de Bierman.

Reescrevendo-se as equações por conveniência tem-se :

$$U_i = U_{i-1} \bar{U}_i \tag{C.7}$$

$$D_i = \frac{1}{\lambda_i} \bar{D}_i \tag{C.8}$$

$$\bar{d}_k = d_k^* \frac{\beta_{k-1}}{\beta_k} \qquad k = 1, \dots, n \tag{C.18}$$

$$\bar{u}_{ik} = - \frac{f_k}{\beta_{k-1}} g_i \qquad i = 1, \dots, k-1 \tag{C.19}$$

$$\underline{K}_i = \frac{U_{i-1} D_{i-1} U_{i-1}^T \underline{\varphi}_i}{1 + \underline{\varphi}_i^T P_{i-1} \underline{\varphi}_i} = \frac{U_{i-1} \underline{g}_i}{\beta_i} \tag{C.20}$$

Substituindo-se a equação (C.18) em (C.8) tem-se :

$$\boxed{d_k^t = \frac{\beta_{k-1}}{\lambda_t \beta_k} d_k^{t-1}} \quad k = 1, \dots, n \quad (C.21)$$

onde : d_k^t - k-ésimo elemento da diagonal de D_t .

$$d_k^{t-1} = d_k^*$$

Substituindo-se a equação (C.19) em (C.7) e lembrando-se que U_{t-1} e $\bar{U}_t$ são matrizes triangulares superiores pode-se escrever :

$$u_{ik}^t = \sum_{j=i}^k u_{ij}^{t-1} \bar{u}_{jk} = \sum_{j=i}^k u_{ij}^{t-1} \left(-\frac{f_k}{\beta_{k-1}} \right) g_j \quad \begin{matrix} k = 1, \dots, n \\ i = 1, \dots, k-1 \end{matrix} \quad (C.22)$$

onde : u_{ij}^t - elemento da linha i e coluna j da matriz U_t .

Tem-se ainda que :

$$u_{ii}^{t-1} = \bar{u}_{kk} = 1$$

Logo, a equação (C.22) pode ser escrita como :

$$\begin{aligned} u_{ik}^t &= \alpha_k g_i + \alpha_k \sum_{j=i+1}^{k-1} u_{ij}^{t-1} g_j + u_{ik}^{t-1} = \\ &= u_{ik}^{t-1} + \alpha_k \left[g_i + \sum_{j=i+1}^{k-1} u_{ij}^{t-1} g_j \right] \end{aligned} \quad (C.23)$$

$$\text{onde : } \alpha_k = \left(-\frac{f_k}{\beta_{k-1}} \right)$$

Definindo-se

$$\bar{k}_i^k = g_i + \sum_{j=i+1}^k u_{ij}^{t-1} g_j \quad (C.24)$$

pode-se escrever :

$$\bar{k}_i^k = g_i + \sum_{j=i+1}^{k-1} u_{ij}^{t-1} g_j + u_{ik}^{t-1} g_k = \bar{k}_i^{k-1} + u_{ik}^{t-1} g_k \quad (C.25)$$

$$\text{onde : } \bar{k}_i^{k-1} = g_i + \sum_{j=i+1}^{k-1} u_{ij}^{t-1} g_j$$

Logo, substituindo-se (C.24) em (C.23) tem-se :

$$\boxed{u_{ik}^t = u_{ik}^{t-1} + \alpha_k \bar{k}_i^{k-1}} \quad \begin{array}{l} k = 1, \dots, n \\ i = 1, \dots, k-1 \end{array} \quad (C.26)$$

Finalmente, da equação (C.20) pode-se escrever :

$$k_i = \frac{1}{\beta_i} \sum_{j=i}^n u_{ij}^{t-1} g_j$$

onde : k_i - i-ésima componente do vetor $\underline{K}_t$.

E como $u_{ii}^{t-1} = 1$ tem-se :

$$k_i = \frac{1}{\beta_i} \left[g_i + \sum_{j=i+1}^n u_{ij}^{t-1} g_j \right] \quad (C.27)$$

Logo, substituindo-se a equação (C.24) em (C.27) tem-se :

$$\boxed{\underline{K}_t = \frac{1}{\beta_t} \bar{\underline{K}}^n} \quad (C.28)$$

onde : $\bar{\underline{K}}^n = [\bar{k}_1^n \dots \bar{k}_n^n]^T$.

Portanto, as equações (C.21), (C.26) e (C.28) permitem obter os valores de D_t , U_t e $\underline{K}_t$ segundo o algoritmo a seguir.

Algoritmo de Bierman para fatorização U-D

(i) Inicializações em $t = 0$.

1. Inicialize U_0 e D_0 tal que : $U_0 D_0 U_0^T = P_0$.
2. Como P_0 é geralmente uma matriz diagonal tem-se :

$$D_0 = P_0 \quad \text{e} \quad U_0 = I$$

(ii) A cada instante de tempo t , calcule K_t , U_t e D_t executando os passos 1 a 6.

1. Das equações (C.5) e (C.3) calcule f_t e g_t e inicialize o valor de β_0 :- equação (C.16).

$$f_t = U_{t-1}^T \varphi_t \quad ; \quad g_t = D_{t-1} f_t \quad ; \quad \beta_0 = 1$$

2. Para $k = 1, \dots, n$ execute os passos 3 a 5.

3. Calcule :

Da equação (C.16) :

$$\beta_k = \beta_{k-1} + f_k g_k \quad (\beta_n = \beta_t)$$

Da equação (C.21) o k -ésimo elemento da diagonal de D_t :

$$d_k^t = \frac{\beta_{k-1}}{\lambda_t \beta_k} d_k^{t-1}$$

Da equação (C.24) inicializando :

$$\bar{k}_k^k = g_k$$

Da equação (C.23) :

$$\alpha_k = \left(- \frac{f_k}{\beta_{k-1}} \right)$$

4. Para $i = 1, \dots, k-1$ execute o passo 5.

(Se $k = 1$ ignore o passo 5).

5. Calcule :

Da equação (C.26) :

$$u_{ik}^t = u_{ik}^{t-1} + \alpha_k \bar{k}_i^{k-1}$$

Da equação (C.25) atualizando :

$$\bar{k}_j^k = \bar{k}_j^{k-1} + u_{ik}^{t-1} \bar{k}_k^k$$

6. Da equação (C.28) calcule $\underline{K}_t$.

$$\underline{K}_t = \frac{1}{\beta_n} \bar{K}^n$$

REFERÊNCIAS

- [1] D.E. Seborg, T.F. Edgar, S.L. Shah.
"Adaptive Control Strategies for Process Control : A Survey".
AIChE Journal, Vol.32, No.6, pp. 881-913, 1986.
- [2] K.J. Åström.
"Theory and Applications of Adaptive Control - A Survey".
Automatica, Vol.19, No.5, pp. 471-486, 1983.
- [3] K.J. Åström, B. Wittenmark.
Adaptive Control.
Addison-Wesley, 1989.
- [4] K.J. Åström, B. Wittenmark.
"On Self-tuning Regulators".
Automatica, Vol.9, pp. 185-199, 1973.
- [5] D.W. Clarke, P.J. Gawthrop.
"Self-tuning Controller".
Proc. IEE, Vol.122, No.9, pp. 929-934, 1975.
- [6] D.W. Clarke, P.J. Gawthrop.
"Self-tuning Control".
Proc. IEE, Vol.126, No.6, pp. 633-640, 1979.
- [7] P.J. Gawthrop.
"Some Interpretations of the Self-tuning Controller".
Proc. IEE, Vol.124, No.10, pp. 889-894, 1977.
- [8] I.-L. Chien, D.E. Seborg, D.A. Mellichamp.
"A Self-tuning Controller for Systems with Unknown or Varying Time Delays".
Int. J. Control, Vol.42, No.4, pp. 949-964, 1985.
- [9] H. Kurz, W. Goedecke.
"Digital Parameter-adaptative Control of Processes with Unknown Dead Time".
Automatica, Vol.17, No.1, pp. 245-252, 1981.

- [10] E.F. Vogel.
Adaptive Control of Chemical Processes with Variable Dead Time.
 Ph.D. Thesis, University of Texas at Austin, 1982.

- [11] P.E. Wellstead, D. Prager, P. Zanker.
 "Pole Assignment Self-tuning Regulator".
 Proc. IEE, Vol.126, No.8, pp. 781-787, 1979.

- [12] K.J. Åström.
Introduction to Stochastic Control Theory.
 Academic Press, New York, 1970.

- [13] R.S. Mendes.
Controlador Auto-ajustável para Alocação de Pólos e Minimização de uma Variância Generalizada.
 Tese de Mestrado, FEE/Unicamp, 1984.

- [14] A.Y. Allidina, F.M. Hughes, T. Tahmassebi.
 "An Implicit Self-tuning Technique for Processes with Variable Time-delay".
 Int. J. Control, Vol.44, No.5, pp. 1437-1457, 1986.

- [15] L. Keviczky, Cs. Bányász.
 "A Completely Adaptive PID Regulator".
 Prepr. 8th IFAC Symp. Ident. Syst. Parameter Est., pp. 91-97, Beijing, China, 1988.

- [16] O.J.M. Smith.
 "Closer Control of Loops with Dead Time".
 Chemical Engineering Progress, Vol.53, No.5, pp. 217-219, 1957.

- [17] L. Ljung, T. Söderström.
Theory and Practice of Recursive Identification.
 MIT Press, Cambridge, 1983.

- [18] P. Eykoff.
System Identification Parameter and State Estimation.
 Wiley, London, 1974.

- [19] L.V.R. Arruda.
Um Supervisor Baseado em Conhecimento para Modelagem de Processos.
Tese de Mestrado, FEE/Unicamp, 1988.
- [20] S.S. Bueno.
Controlador Auto-ajustável com Estrutura PID.
Tese de Mestrado, FEE/Unicamp, 1989.
- [21] R. Isermann
Digital Control Systems Vol.I - Fundamentals, Deterministic Control.
Springer-Verlag, second ed., Berlin, 1989.
- [22] K.J. Åström, B. Wittenmark.
Computer-Controlled Systems - Theory and Design.
Prentice Hall, second ed., New Jersey, 1990.