UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO
DEPARTAMENTO DE COMUNICAÇÕES - DECOM

EQUIVALENTES DE REDE ESPARSOS E ROBUSTOS BASEADOS NA MODELAGEM PARAMÉTRICA NO DOMÍNIO DO TEMPO

Tese submetida à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da Universidade Estadual de Campinas, Departamento de Comunicações, como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica

Wallace do Couto Boaventura

Orientador: **Prof. Dr. Amauri Lopes**

Data da Defesa: 22 de fevereiro de 2002

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Amauri Lopes (UNICAMP – Presidente)
Prof. Dr. Washington Luiz Araújo Neves (UFPB)
Prof. Dr. Antônio Emílio Angueth de Araújo (UFMG)
Prof. Dr. José Pissolato Filho (UNICAMP)
Prof. Dr. Pedro Luis Dias Peres (UNICAMP)
Prof. Dr. Fábio Violaro (UNICAMP)

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

B63e

Boaventura, Wallace do Couto
Equivalentes de rede esparsos e robustos baseados na modelagem paramétrica no domínio do tempo / Wallace do Couto Boaventura. --Campinas, SP: [s.n.], 2002.

Orientador: Amauri Lopes
Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação.

1. Transitórias (Eletricidade). 2. Energia elétrica - Transmissão. 3. Redes elétricas. 4. Sistemas de tempo discreto. 5. Sistemas lineares invariantes no tempo. I. Lopes, Amauri. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. III. Título.

RESUMO

Em estudos de transitórios para aplicações em sistemas de energia, existe normalmente uma zona de estudo, uma porção restrita do sistema, para a qual buscamos informações detalhadas sobre suas tensões e correntes, e um sistema externo, o qual compreende o restante do sistema. Nestes casos utilizamos os equivalentes de rede, os quais provêem uma representação adequada para o sistema externo, de modo a reduzir o esforço computacional para o cálculo de transitórios do sistema completo. Este trabalho apresenta uma metodologia para o cálculo de equivalentes de rede, sejam de porta única ou de duas portas, baseada na modelagem paramétrica no domínio do tempo. O método apresentado força um certo grau de esparsidade do equivalente enquanto garante a sua robustez – estabilidade e passividade – e alta precisão em freqüências especiais como 0 Hz e 60 Hz. Isto é conseguido incluindo um conjunto de restrições na solução das equações de modelagem. Os dados necessários são obtidos a partir do cálculo da resposta transitória do sistema externo. Como estes são determinados no domínio do tempo discreto, os equivalentes *i*) podem ser diretamente interfaceados com a zona em estudo para simulação de transitórios eletromagnéticos e *ii*) condições iniciais não nulas para o sistema externo podem ser facilmente implementadas. Resultados relativos ao cálculo de transitórios utilizando equivalentes para sistemas externos compostos por 4, 12, 50 e 100 linhas de transmissão validam o método apresentado. A integração dos equivalentes em programas para cálculo de transitório é demonstrada utilizando-se um pacote comercial.

ABSTRACT

In transient studies for power systems applications, there is usually a study zone, a restricted portion of the system, for which we seek detailed information about its voltages and currents, and an external system, which comprises the rest of the system. Network equivalents are used in this situation to reduce the computational burden for the transient calculation of the whole system by providing a suitable representation for the external system. This work presents a methodology for deriving network equivalents, either single-port or two-port, based on time-domain parametric modeling. The presented method enforces some degree of sparsity while ensuring its robustness – stability and passivity – and its accuracy at specific frequencies like 0 Hz and 60 Hz. This is attained by imbedding a set of constraints in the solution of the fitting equations. The required data is obtained from the computed time-domain response of the network. As it is derived in the discrete-time domain, the equivalent *i*) can be directly interfaced with the study zone for the simulation of electromagnetic transients and *ii*) non-zero initial conditions for the external system can be readily implemented. Results regarding the transient calculation using equivalents for external systems composed by 4, 12, 50 and 100 transmission lines validate the presented method. The integration of the equivalent into transient calculation programs is demonstrated using a commercial software package.

AGRADECIMENTOS/ACKNOWLEDGEMENTS

Ao Prof. Amauri Lopes, pela orientação e apoio nas várias empreitadas deste trabalho.

To Prof. Adam Semlyen and Prof. M. Reza Iravani, for the guidance, inspiration and the nice time in Canada.

Aos colegas e funcionários do Departamento de Engenharia Elétrica da UFMG – em especial ao Prof. Ivan Lopes – e dos Laboratórios de Alta Tensão da UFMG e UNICAMP, pelo apoio e incentivo.

À UFMG, UNICAMP e CAPES pela minha licença e apoio financeiro.

À minha mulher, Regina, pelo carinho e apoio e por ter dedicado um ano e meio de seu tempo totalmente a mim. À Luísa, minha filha, que apesar de ter somente um ano e quatro meses, sempre insistiu em me ajudar no trabalho de digitação do presente texto.

A meus pais, Antônio e Abadia, que estão comigo a todo tempo.

SUMÁRIO

1

INTRODUÇÃO

Apresentaremos inicialmente considerações de caráter geral e em seguida a introdução ao trabalho técnico. As primeiras considerações procurarão transmitir ao leitor a idéia básica que permeou este trabalho ainda na escolha da área de pesquisa e de formato.

O primeiro posicionamento que se teve em relação ao curso de Doutorado, pensado como a etapa final da formação básica em capacitação para pesquisa, foi de que seria desejável que este se integrasse de algum modo aos demais cursos de pós-graduação, especificamente o curso de Mestrado. As disciplinas cursadas durante o Mestrado, nos propiciaram uma formação básica na área de sistemas de energia, voltada para as especialidades de engenharia de alta tensão e cálculo de transitórios eletromagnéticos. Os trabalhos desenvolvidos entre o término do Mestrado, 1990, e o início do Doutorado em 1997, a maioria relacionada com a área de sistemas de energia, fizeram uso, em vários momentos, de ferramentas típicas da área de processamento de sinais, tais como filtragem digital e transformada rápida de Fourier. Isto suscitou a busca de um aprofundamento teórico na área de processamento de sinais. Buscando conciliar a integração ao Mestrado e o aprofundamento na área de processamento de sinais, decidiu-se trabalhar durante o curso de Doutorado em tópicos de caráter multidisciplinar que relacionassem as áreas de sistemas de energia e processamento de sinais.

Desta maneira, buscando orientação e formação básica na área de processamento de sinais, nos vinculamos como aluno de Doutorado ao Departamento de Comunicações da FEEC - UNICAMP, sob orientação do Prof. Amauri Lopes. Com o objetivo de se potencializar a interação entre as duas áreas citadas acima, optamos pela realização do curso no formato Doutorado "Sanduíche", efetivado por meio do PDEE – Programa de Doutorado com Estágio no Exterior. A escolha da instituição no exterior para a realização do PDEE foi determinada pela existência de um grupo de pesquisa consolidado na área de sistemas de energia. Esta escolha recaiu sobre a Universidade de Toronto, no Canadá, onde tivemos a oportunidade de trabalhar sob a orientação do Prof. Adam Semlyen e do Prof. M. Reza Iravani, renomados pesquisadores na área de sistemas de energia. Buscamos portanto, uma estrutura que efetivamente permitisse o desenvolvimento de trabalhos na interface das áreas de processamento de sinais e sistemas de energia.

Diferentemente de textos tradicionais de Teses de Doutorado, este texto inclui transcrições de artigos técnicos/científicos produzidos durante o curso de Doutorado. Tais artigos foram submetidos para publicação em periódicos internacionais e até a data de conclusão deste texto não se recebeu nenhuma resposta relativa à revisão por parte dos editores dos periódicos. Acreditamos que os artigos incluídos se integram às demais partes do texto e as decorrentes redundâncias são, certamente, pequenas. Apresentamos a seguir a introdução ao trabalho técnico.

Com o objetivo de propiciar ao leitor uma visão de conjunto a respeito do trabalho desenvolvido, procuramos, através de 2 fluxogramas, (*i*) sintetizar o contexto no qual este se insere, (*ii*) estabelecer a relação entre as áreas de processamento de sinais e sistemas de energia e apresentar (*iii*) os seus objetivos, (*iv*) os problemas identificados e (*v*) as soluções propostas para estes últimos.

A interface entre as áreas de processamento de sinais e sistemas de energia, na qual se insere este trabalho, é apresentada no Fluxograma 1, Fig.1.1. Dentro da área de processamento de sinais [1-8], temos a sub-área de modelagem paramétrica [2,3,6,8], compreendendo as modelagens autoregressiva (AR), média móvel (MA, "moving average") e autoregressiva com média móvel (ARMA, "autoregressive moving average"). A modelagem paramétrica é utilizada tanto para a identificação de sistemas quanto para a modelagem de sinais. Os dados utilizados para a realização da modelagem podem ser classificados tanto como estocásticos quanto como determinísticos. No âmbito deste trabalho, consideramos os dados como estocásticos quando existe associada a estes alguma variável de caráter aleatório. No caso de dados determinísticos, os consideramos assim quando estes são descritos por meio de expressões matemáticas ou quando podem ser gerados repetidamente, com absoluta

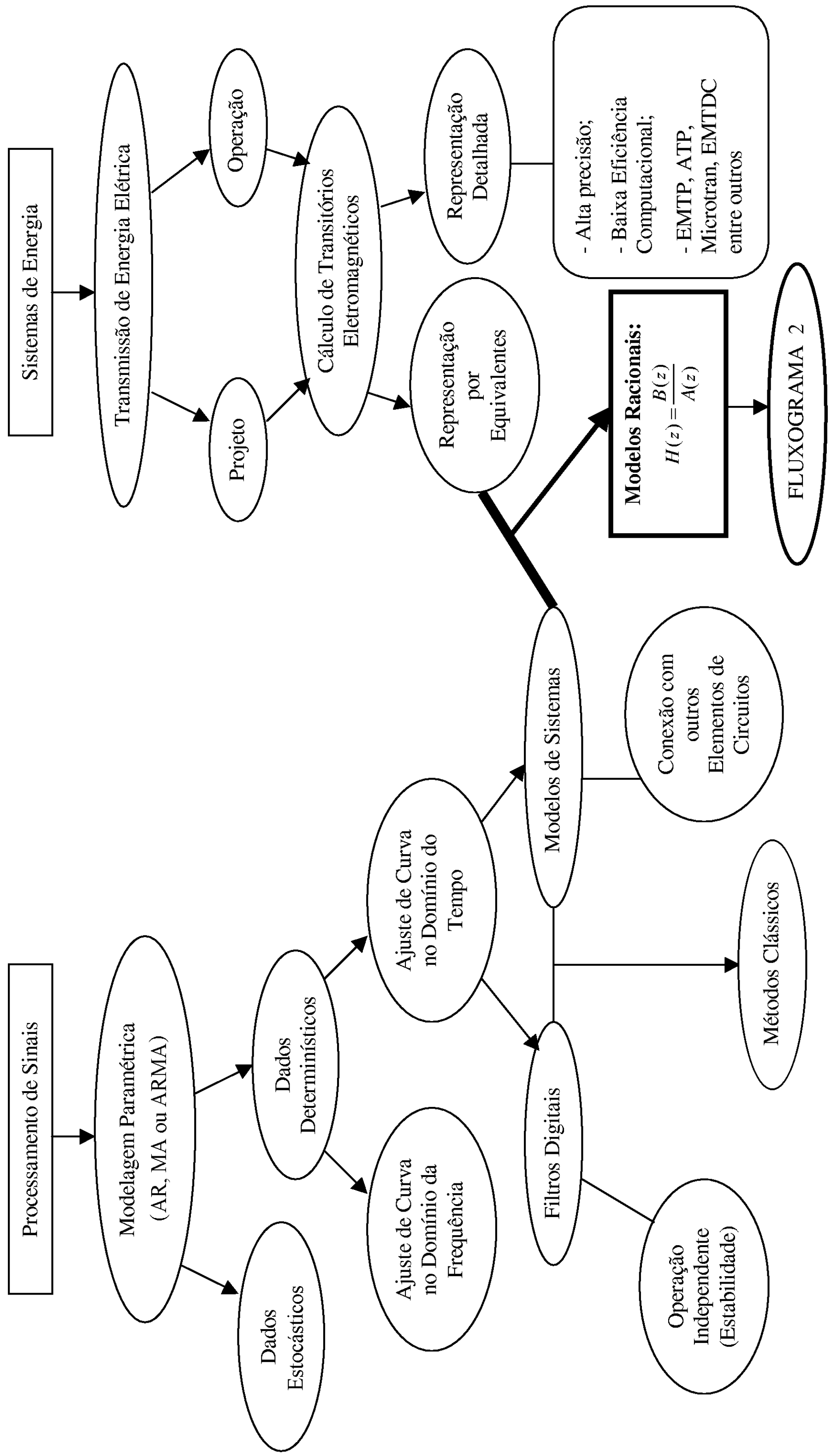


Fig.1.1 – Fluxograma 1: relação entre as áreas de Processamento de Sinais e de Sistemas de Energia

igualdade. Conjuntos de dados constituídos por sinais de telecomunicações ou sinais obtidos por meio de medições podem ser considerados como exemplos de dados estocásticos. Neste caso, a aleatoriedade associada a estes sinais vem da presença de ruído, oriundo das mais diversas fontes. No caso abordado neste trabalho, os dados a serem utilizados para a modelagem paramétrica são obtidos por meio de simulações numéricas, as quais não envolvem nenhuma variável aleatória. Portanto, consideramos tais dados como determinísticos. O procedimento de modelagem paramétrica é facilitado quando são utilizados dados determinísticos, uma vez que a "informação" contida nestes não é deteriorada, por exemplo, pela presença de ruído. A modelagem de sinais determinísticos ou de sinais estocásticos pode ser feita tanto no domínio da freqüência quanto no domínio do tempo. Os dados utilizados para a modelagem paramétrica normalmente são descritos por uma curva (ou conjuntos de curvas), seja no domínio da freqüência ou do tempo. Tais curvas podem ser, por exemplo, a descrição da admitância de um circuito em função da freqüência, a resposta temporal de um sistema à aplicação de um degrau unitário, ou dados de gravação de sinais de voz. A partir de tais curvas, os procedimentos de modelagem paramétrica calculam os parâmetros do modelo procurando minimizar o "erro" entre a curva original e a curva estimada por meio destes parâmetros. Estes procedimentos, para ambos os domínios e baseados em diversas metodologias, estão disponíveis em pacotes computacionais para cálculo numérico [28], com rotinas voltadas especificamente para este fim, como as encontradas em [29], no caso de modelagem no domínio da freqüência e [30], para o domínio do tempo. Em ambos os casos, as rotinas disponíveis não atendem a todos requisitos impostos pela modelagem realizada neste trabalho, como será discutido posteriormente, para o caso do domínio do tempo.

A aplicação da modelagem paramétrica por meio de ajuste de curva no domínio do tempo, seja para a obtenção de modelos de sinais ou de modelos de sistemas, é baseada nos mesmos princípios gerais. Entretanto, existem diferenças quanto aos requisitos destes modelos dependendo de sua aplicação. Podemos, por exemplo, empregar a modelagem paramétrica para a obtenção de filtros digitais, uma aplicação típica da área de processamento de sinais. Neste caso, utilizaríamos uma curva no tempo correspondente à resposta ao impulso unitário do filtro em questão. Sendo satisfeitos o critério de ajuste de curva adotado e o critério de estabilidade para o filtro, estaria concluída a determinação deste. Neste procedimento, não seria mandatório a verificação do comportamento na freqüência do filtro obtido. Entretanto, esta verificação é necessária, por exemplo, quando a modelagem é utilizada para modelar circuitos elétricos constituídos apenas por elementos passivos. Se este é o caso, é mandatório que a parte real da resposta em freqüência do modelo de sistema obtido seja positiva para qualquer freqüência. Esta é uma característica intrínseca aos circuitos passivos e define o critério de passividade a ser adotado. Como vimos, a aplicação da modelagem paramétrica para a determinação de modelos de sistemas pode implicar em requisitos adicionais àqueles necessários para a obtenção de filtros digitais.

Os sistemas de energia baseados em hidroeletricidade, como é o caso no Brasil, dependem de maneira crescente dos sistema de transmissão de energia. Como há uma tendência de concentração dos centros consumidores de energia, e, estando os centros de produção (no caso, as hidroelétricas) cada vez mais distantes daqueles, os sistemas de transmissão têm se tornado cada vez maiores em complexidade e dimensão. Isto visa, obviamente, permitir o transporte de grandes blocos de energia com confiabilidade e qualidade. É neste contexto que se insere o estudo dos sistemas de transmissão de energia elétrica [11,12] e suas diversas sub-áreas, tais como: o estudo de transitórios eletromagnéticos [10,13-18] e coordenação de isolamento[9,11,15]. Estas sub-áreas subsidiam tanto o projeto quanto a operação dos sistemas de transmissão de energia elétrica. Por exemplo, na etapa de projeto, são os estudos de transitórios eletromagnéticos que determinam as características de sobretensões resultantes de manobras (por exemplo, abertura e fechamento de disjuntores), que por sua vez são utilizadas nos estudos de coordenação de isolamento para a especificação do nível de isolamento dos equipamentos e linhas de transmissão. Já na operação dos sistemas de transmissão, a análise de contingências pode fazer uso dos estudos de transitórios eletromagnéticos para a determinação de seqüências preferenciais de chaveamentos, no caso, por exemplo, da recomposição do sistema seguindo uma condição de falta.

Até meados da década de 70, o estudo de transitórios eletromagnéticos era conduzido utilizando-se principalmente computadores analógicos, os famosos TNA ("transient network analyser"), os quais eram limitados em flexibilidade e precisão. A partir daí, os avanços na área de cálculo numérico de transitórios eletromagnéticos, liderados e motivados pelo surgimento do EMTP ("Electromagnetic Transients Program") [14], difundiram a utilização da simulação digital. Estes avanços ocorreram tanto na modelagem de componentes quanto nas metodologias de solução. Praticamente todos os estudos de transitórios eletromagnéticos realizados hoje em dia são feitos por meio de simulação digital. Nestes estudos, os componentes dos sistemas de transmissão podem ser representados de forma detalhada ou por meio de equivalentes. Na representação detalhada, cada componente (linha de transmissão, carga, transformadores, capacitâncias, etc) é representado individualmente. Isto garante uma alta precisão nos resultados, acompanhada, obviamente, de um considerável esforço computacional. Tais estudos são realizados utilizando-se pacotes computacionais para cálculo de transitórios (por exemplo: EMTP, ATP, MicroTran®, PSCAD®/EMTDC™, entre outros) os quais estão disponíveis em versões para máquinas de grande porte e computadores pessoais. Uma outra possibilidade é a representação dos elementos constituintes de um sistema de transmissão de energia (ou parte deste) por meio de equivalentes. Estes provêem uma representação do tipo "caixa preta" para o sistema em estudo. Neste caso, informações (tensões e correntes) somente estão disponíveis nos terminais de interface do equivalente, não sendo possível obter informações individuais sobre os elementos constituintes do sistema modelado pelo equivalente.

Neste ponto estabelecemos a interface entre as áreas de processamento de sinais e sistemas de energia. O nosso objetivo é utilizar técnicas de modelagem paramétrica no domínio do tempo para a obtenção de modelos para sistemas de transmissão de energia elétrica. Tais modelos serão então equivalentes de rede, os quais serão utilizados para o cálculo numérico de transitórios eletromagnéticos. Como utilizaremos a modelagem ARMA, estes modelos serão caracterizados por modelos racionais, os quais são funções de sistemas descritas por razões polinomiais. O cálculo de modelos racionais para a determinação de equivalentes de rede é discutido no Fluxograma 2, Fig.1.2. Os dados a serem utilizados para a determinação dos equivalentes serão curvas de tensão e corrente no tempo que caracterizem a admitância do sistema sob modelagem, obtidas a partir do cálculo da resposta transitória deste. Para este cálculo pode-se utilizar qualquer rotina de cálculo de transitórios baseada em metodologias que discretizem o tempo em intervalos fixos. Isto permite que as curvas, ou seqüências, de tensão e corrente possam ser diretamente utilizadas na modelagem paramétrica, já que esta é baseada no domínio do tempo discreto. Uma vez calculados os modelos, existirá uma correspondência, para cálculos no domínio do tempo, entre estes e os sistemas modelados somente para o intervalo de discretização do tempo utilizado para a geração das seqüências de tensão e corrente empregadas na modelagem. Isto, sem dúvida, é uma limitação inerente aos equivalentes derivados no domínio do tempo discreto. Entretanto, entre outras vantagens, veremos posteriormente que a descrição dos equivalentes de rede por modelos racionais no domínio do tempo discreto se mostra bastante adequada para a utilização em metodologias de cálculo de transitórios.

A modelagem paramétrica somente será bem sucedida na determinação de equivalentes de rede, se os modelos produzidos forem estáveis. Além disso, sendo os sistemas de transmissão de energia considerados neste trabalho constituídos somente por elementos passivos, a satisfação do critério de passividade será mandatória. Temos então duas características mandatórias para os modelos de sistemas a serem calculados: estabilidade e passividade. No âmbito deste trabalho, tais características definem a robustez dos equivalentes de rede calculados. Paralelamente à robustez, é interessante que os equivalentes de rede sejam esparsos. Esta esparsidade, a qual determina a eficiência computacional do equivalente, está relacionada com o número de coeficientes diferentes de zero nos

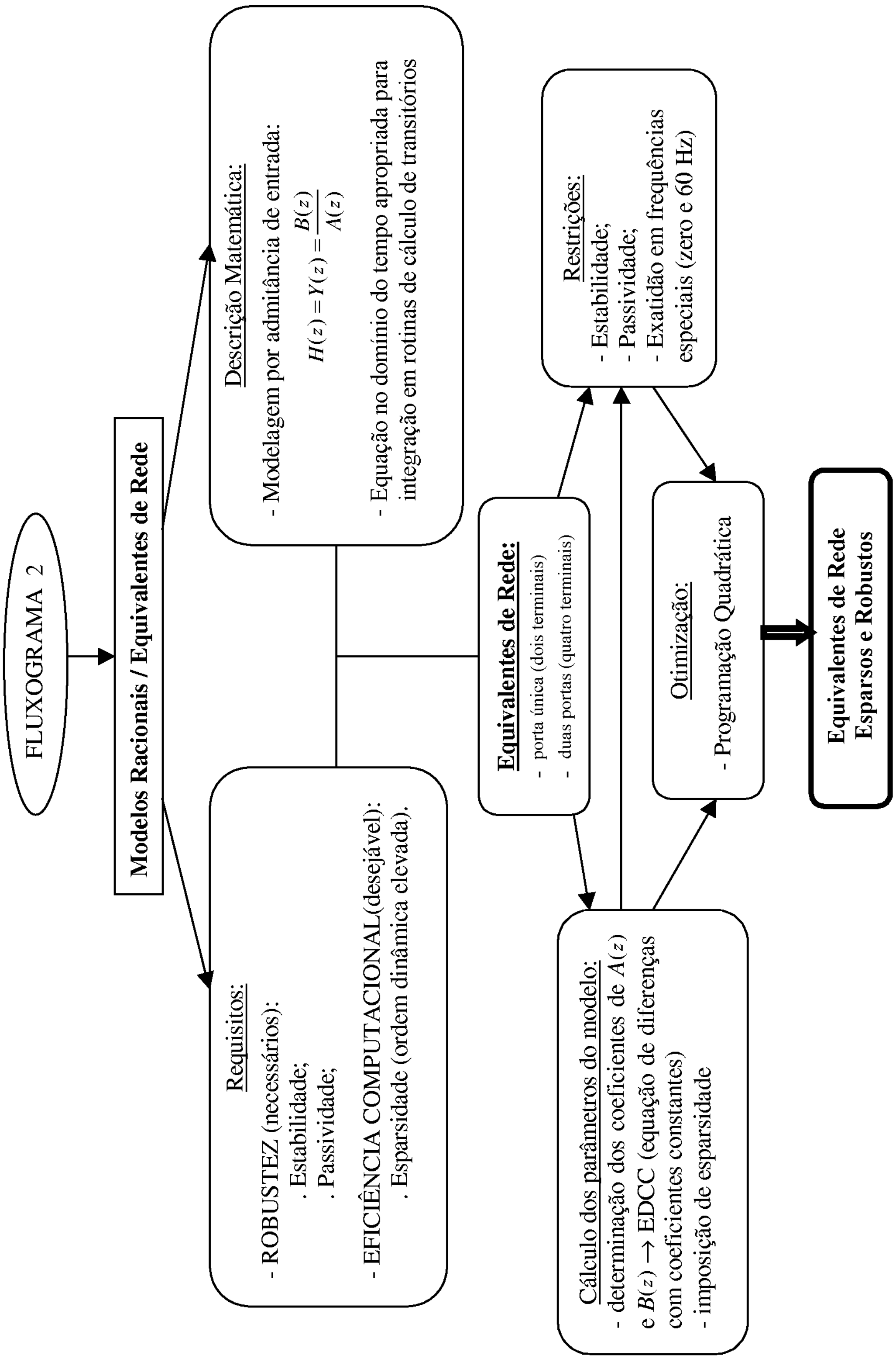


Fig.1.2 – Fluxograma 2: Cálculo de equivalentes de rede esparsos e robustos.

polinômios descritivos do modelo racional, $B(z)$ e $A(z)$. Quando analisados quanto à satisfação dos critérios de estabilidade, passividade e esparsidade, nenhum dos métodos clássicos de modelagem paramétrica, Prony, autocorrelação, covariância e pré-filtragem iterativa, pode ser aplicado diretamente. Em função destas limitações dos métodos clássicos, o objetivo básico deste trabalho é o desenvolvimento de uma metodologia de modelagem paramétrica por meio de ajuste de curva no domínio do tempo para o cálculo de modelos de sistemas (equivalentes de rede) que satisfaçam os critérios de robustez e esparsidade.

Os sistemas de transmissão de energia a serem modelados pelos equivalentes serão descritos em termos de suas admitâncias de entrada. Devido à descrição matemática possibilitada pela modelagem paramétrica, os equivalentes poderão ser representados no domínio do tempo por meio da conexão em paralelo de uma condutância e uma fonte de corrente, a qual representa a dinâmica do equivalente. Esta é a filosofia adotada para a modelagem da maioria dos componentes na metodologia empregada pelo EMTP. Portanto, os equivalentes calculados segundo a metodologia aqui apresentada poderão ser facilmente integrados em rotinas para cálculo de transitório que façam uso da mesma metodologia do EMTP. Esta discussão será aprofundada no capítulo 2. Veremos também que será possível controlar a precisão do valor da admitância do equivalente em freqüências especiais (como zero e 60 Hz).

Os requisitos acima são alcançados conjugando a solução das equações para o cálculo dos parâmetros do modelo racional com equações de restrição que representem os critérios de robustez, esparsidade e precisão em freqüências especiais. Como veremos, as equações para o cálculo dos parâmetros serão obtidas da equação de diferenças com coeficientes constantes que descreve o sistema sob modelagem. Já as equações de restrição vêm da linearização da relação entre os parâmetros do modelo racional e os critérios de estabilidade, passividade e precisão elevada em freqüências especiais, a serem desenvolvidos. Estes dois conjuntos de equações são então submetidos a um processo iterativo de otimização por meio de programação quadrática. A metodologia será desenvolvida para possibilitar o cálculo de equivalentes de rede de porta única (dois terminais) e de duas portas (quatro terminais), os quais guardam similaridades e diferenças.

Finalizamos a nossa exposição inicial a respeito do contexto, objetivos e soluções propostas para a aplicação da modelagem paramétrica no cálculo de equivalentes de rede. O restante do texto deste trabalho é composto por 6 capítulos, os quais são descritos a seguir.

O capítulo 2 aborda a relação entre as áreas de processamento de sinais e cálculo de transitórios. Inicialmente apresentamos a filosofia básica para cálculo de transitórios adotada pelo EMTP, envolvendo a modelagem de elementos descritos por parâmetros concentrados (resistências, capacitâncias e indutâncias) e parâmetros distribuídos (linhas de transmissão), incluindo uma formulação para parâmetros variáveis com a freqüência. Na seqüência, discutimos a utilização de equivalentes de rede no cálculo de transitórios, delineando os requisitos a serem satisfeitos e as possibilidades oferecidas pela sua aplicação. Em seguida apresentamos uma descrição mais detalhada a respeito da modelagem paramétrica e seus métodos clássicos, explicitando a sua utilização no cálculo de equivalentes de rede e o modelo adotado estes. Concluímos apresentando e discutindo os principais trabalhos publicados relacionados com o cálculo de equivalentes, buscando situar a contribuição do presente trabalho.

A metodologia para cálculo de equivalentes de rede robustos de porta única é apresentada no capítulo 3. Isto é feito por meio da transcrição de dois artigos técnicos submetidos para publicação, conforme dito anteriormente. Descrevemos as equações para cálculos dos parâmetros do equivalente, a imposição da esparsidade, a determinação da ordem dinâmica do equivalente, os critérios de robustez e as equações de restrição advindas destes. Apresentamos uma descrição passo a passo do procedimento iterativo por meio de programação quadrática para cálculo do equivalente. Para demonstrar as características de precisão e eficiência computacional dos equivalentes calculados a partir da metodologia proposta, apresentamos os resultados referentes à (*i*) obtenção de equivalentes e (*ii*) sua utilização no cálculo de transitórios, para quatro casos distintos, envolvendo sistemas de transmissão compostos por 12, 50 e 100 linhas de transmissão.

No capítulo 4 desenvolvemos a metodologia para o cálculo de equivalentes de rede robustos de duas portas. Estendendo os conceitos apresentados no capítulo 3, apresentamos o modelo para o equivalente de duas portas, as equações para o cálculo de seus parâmetros e as equações de restrição. Estas últimas, diferentemente do capítulo 3, são obtidas por meio da análise, no domínio da transformada **Z,** da equação descritiva do equivalente. Mostramos que, em função do modelo adotado, o critério de estabilidade é o mesmo do equivalente de porta única. Já o critério de passividade não pode ser o mesmo e a formulação correspondente ao equivalente de duas portas é derivada. Apresentamos um método para inicialização dos equivalentes, decorrente de condições iniciais referentes a regimes permanentes, o que aumenta ainda mais sua eficiência computacional. Demonstramos as características do equivalente de duas portas por meio de um exemplo relativo a um sistema composto por 4 linhas de transmissão.

Um exemplo da implementação dos equivalentes de rede em pacotes para o cálculo de transitórios é apresentado no capítulo 5. Os equivalentes de rede de porta única são implementados no PSCAD®/EMTDC™ [83] como um componente definido pelo usuário, podendo ser, portanto, utilizado como os demais componentes para a montagem de circuitos para a simulação de transitórios. Os detalhes da implementação são apresentados. A viabilidade da implementação é verificada comparando-se, para um determinado equivalente de rede, o cálculo de transitórios resultante de duas implementações distintas: no PSCAD®/EMTDC™ e no MATLAB® [28]. A comparação se restringe à verificação da correção da implementação, não tendo sido realizadas comparações de esforço computacional.

Finalizando, as conclusões são apresentadas no capítulo 6, acompanhadas de considerações sobre futuros trabalhos. No capítulo 7, apresentamos as referências.

2

CÁLCULO DE TRANSITÓRIOS, MODELAGEM PARAMÉTRICA E EQUIVALENTES DE REDE

A partir do final da década de 60, quando o Prof. Dommel publicou o artigo intitulado "Digital Computer Solution of Electromagnetic Transients in Single and Multiphase Networks" [61], uma parcela significativa dos pesquisadores na área de sistemas de energia teve o seu interesse voltado para o aprimoramento e avanço da então incipiente área de "cálculo de transitórios eletromagnéticos no domínio do tempo". Desde então inúmeros livros, artigos técnicos, teses e outras publicações especializadas têm relatado o progresso da área. Permeando o seu desenvolvimento, sempre estiveram presentes a busca tanto por precisão nos resultados de cálculos de transitórios quanto por eficiência computacional nos mesmos. Estão disponíveis atualmente modelos que apresentam um elevado grau de precisão para os mais diversos componentes de sistemas de energia. Na maioria dos casos, o ganho em precisão é acompanhado por um aumento do esforço computacional. Especificamente se tratando de sistemas de transmissão, nos quais o componente básico é a linha de transmissão, os atuais modelos reproduzem satisfatoriamente a dependência com a freqüência dos parâmetros básicos das linhas de transmissão. Estes modelos estão disponíveis tanto no domínio das fases quanto no domínio modal. O primeiro voltado para o modelamento de linhas de transmissão com assimetria acentuada e o segundo para linhas balanceadas (ou com suave assimetria). Paralelamente ao avanço das ferramentas para cálculo de transitórios, os sistemas de energia, que são os principais objetos de estudo desta área, também desenvolveram-se tanto em tamanho quanto em complexidade. Objetivando compatibilizar a modelagem de sistemas de energia de grandes dimensões com a utilização de modelos de alta precisão para os componentes destes, partiu-se para a representação de parte do sistema em estudo por meio de equivalentes de rede. Dentre as várias técnicas para a obtenção de equivalentes de sistemas dinâmicos, encontra-se a modelagem paramétrica, na qual o equivalente tem a forma de uma função de transferência. Baseados neste preâmbulo, explicitamos o objetivo deste capítulo: estabelecer as bases de relação entre os tópicos (i) cálculo de transitórios, (ii) modelagem paramétrica e (iii) equivalentes de rede, nos quais está fundamentado este trabalho.

Inicialmente apresentaremos uma breve descrição da metodologia para cálculo de transitórios prescrita por [61], a qual foi utilizada nas rotinas implementadas para a execução deste trabalho. Abordamos na seqüência o contexto geral da utilização de equivalentes de rede para a simulação de transitórios eletromagnéticos em sistemas de energia. Em seguida são descritas as técnicas básicas de modelagem paramétrica junto com uma discussão da aplicabilidade destas para a obtenção de equivalentes de rede. Neste ponto, são introduzidas a formulação adotada para os equivalentes de rede e sua integração em rotinas de cálculo de transitórios. Finalizando, apresentamos uma revisão de publicações relativas às metodologias para cálculo de equivalentes de rede.

2.1 – CÁLCULO DE TRANSITÓRIOS ELETROMAGNÉTICOS.

O primeiro programa para cálculo de transitórios eletromagnéticos a ser utilizado em escala mundial, o então chamado EMTP – Electromagnetic Transients Program, foi desenvolvido pelo Prof. Dommel, paralelamente à publicação de seu artigo de 1969. A partir daí, acompanhando o desenvolvimento da área de simulação digital de transitórios eletromagnéticos no domínio do tempo, vários outros pacotes computacionais foram produzidos. Os principais pacotes existentes atualmente, voltados para a simulação de transitórios em sistemas de energia são:

- MicroTran®, desenvolvido na UBC – University of British Columbia pelo Prof. Dommel;
- EMTP96, desenvolvido pelo DCG (Development Coordinating Group), com a participação do EPRI (Electrical Power Research Institute) nos E.U.A.;
- PSCAD®/EMTDC™, desenvolvido pela Universidade de Manitoba em conjunto com a Manitoba HVDC Research Centre;

- ATP - Alternative Transients Program, desenvolvido pela BPA (Bonneville Power Administration);
- NETOMAC, desenvolvido pela SIEMENS.

Em termos gerais, todos estes pacotes se baseiam nos princípios estabelecidos em [61]. Tais princípios podem ser resumidamente apresentados como:

- os componentes básicos (resistências, capacitâncias, indutâncias e linhas de transmissão) são modelados por meio de suas correspondentes equações diferenciais ordinárias, descrevendo suas relações de tensão e corrente;
- as equações diferenciais são integradas utilizando-se a regra de integração trapezoidal, sendo o tempo discretizado em intervalos de tempo constantes, Δt. Esta discretização resulta em um circuito equivalente de Norton para cada componente;
- os equivalentes de Norton de todos os componentes do sistema em estudo são combinados, de acordo com a topologia deste, resultando em um conjunto de equações nodais. Estas equações são resolvidas a cada intervalo de tempo produzindo as soluções de tensão e corrente no domínio do tempo.

A regra de integração trapezoidal é utilizada devido à sua simplicidade (baixo esforço computacional), sua estabilidade e pela precisão satisfatória. Uma ótima discussão a respeito de regras de integração aplicada ao cálculo de transitórios é apresentada em [64]. Partindo de uma indutância conectada entre nós k e m de uma rede, como mostrado na Fig.2.1, exemplificamos os princípios apresentados acima, para elementos de circuito modelados por parâmetros concentrados.

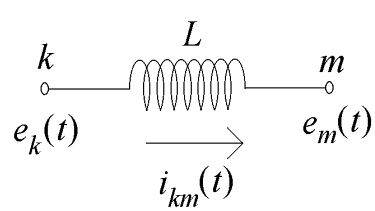


Fig.2.1 – Indutância conectada entre os nós k e m de uma rede.

A regra de integração trapezoidal é então aplicada à equação diferencial ordinária que descreve o comportamento dinâmico da indutância (2.1), como mostrado a seguir.

$$e_k(t) - e_m(t) = L \frac{\partial i_{km}(t)}{\partial t} \tag{2.1}$$

$$i_{km}(t) = i_{km}(t - \Delta t) + \frac{1}{L} \int_{t-\Delta t}^{t} \left(e_k(t) - e_m(t)\right) dt \tag{2.2}$$

$$i_{km}(t) = \frac{\Delta t}{2L}\left(e_k(t) - e_m(t)\right) + I_{km}(t - \Delta t) \tag{2.3}$$

$$I_{km}(t - \Delta t) = i_{km}(t - \Delta t) + \frac{\Delta t}{2L}\left(e_k(t - \Delta t) - e_m(t - \Delta t)\right) \tag{2.4}$$

Analisando (2.3), percebemos que a mesma também descreve um equivalente de Norton, conectado entre os nós k e m, quando substituímos $2L/\Delta t$ por uma resistência e consideramos o termo $I_{km}(t-\Delta t)$ como uma fonte de corrente. Observamos também que tal fonte de corrente é calculada baseada em valores passados da tensão e corrente na indutância, conforme (2.4). Isto permite que (2.1) seja resolvida através de um processo iterativo: calcula-se o valor da fonte de corrente (2.4); obtém-se o valor presente (correspondente ao tempo t) da corrente através da indutância, $i_{km}(t)$, (2.3); calcula-se novamente o valor da fonte de corrente, (2.4), e assim por diante. Esta é a estratégia básica para a solução de elementos modelados por parâmetros concentrados e regidos por equações diferenciais ordinárias: os elementos são substituídos por resistências equivalentes e a "dinâmica" do elemento é considerada por meio de um fonte de corrente "histórica", que é calculada a partir da solução obtida no passo de tempo anterior. As capacitâncias são tratadas da mesma maneira que as indutâncias, resultando em equações similares. Na Fig.2.2 são mostrados os equivalentes de Norton para indutâncias e capacitâncias resultantes da discretização do tempo em intervalos Δt.

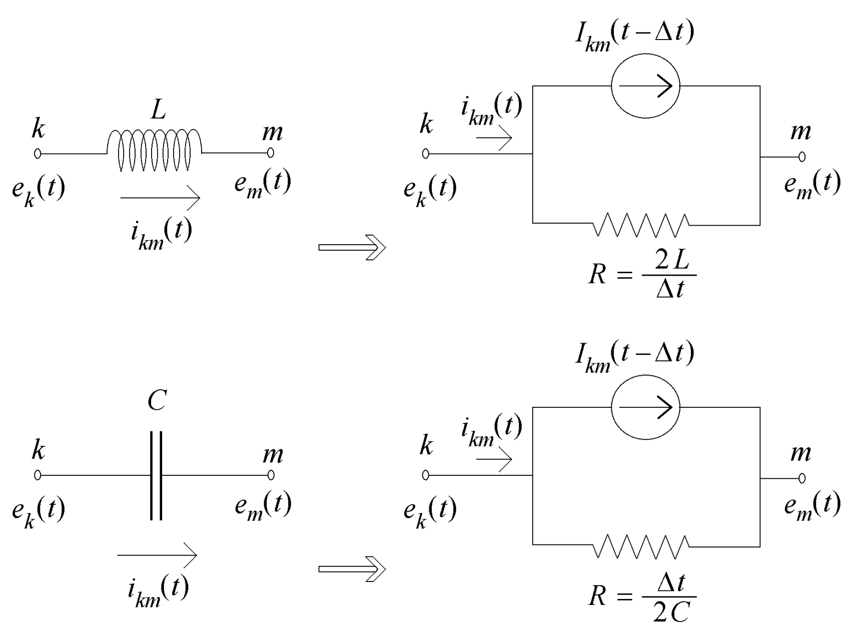


Fig.2.2 – Equivalentes de Norton para indutâncias e capacitâncias.

A título de exemplo, mostramos a solução para o cálculo de transitórios em um circuito simples envolvendo indutâncias e capacitâncias, a qual foi originalmente apresentada em [83]. Considerando o circuito constituído de resistências, indutâncias e capacitâncias e o circuito equivalente correspondente, ambos mostrados na Fig.2.3, obtemos as equações nodais que descrevem o circuito. Para o nó 1 temos

$$\frac{V_1 - e}{R_{L1}} + \frac{V_1}{R_{C1}} + \frac{V_1 - V_2}{R_{12}} = I_{L1} + I_{C1}, \tag{2.5}$$

e para o nó 2:

$$\frac{V_2 - V_1}{R_{12}} + \frac{V_2}{R_{L2}} = I_{L2}, \tag{2.6}$$

Equações (2.5) e (2.6) podem ser agrupadas na forma matricial como:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_{L1}} + \frac{1}{R_{C1}} + \frac{1}{R_{12}} & -\frac{1}{R_{12}} \\ -\frac{1}{R_{12}} & \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_{L2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{L1} + I_{C1} + \frac{e}{R_{L1}} \\ I_{L2} \end{bmatrix}, \tag{2.7a}$$

$$[G][V] = [I] \tag{2.7b}$$

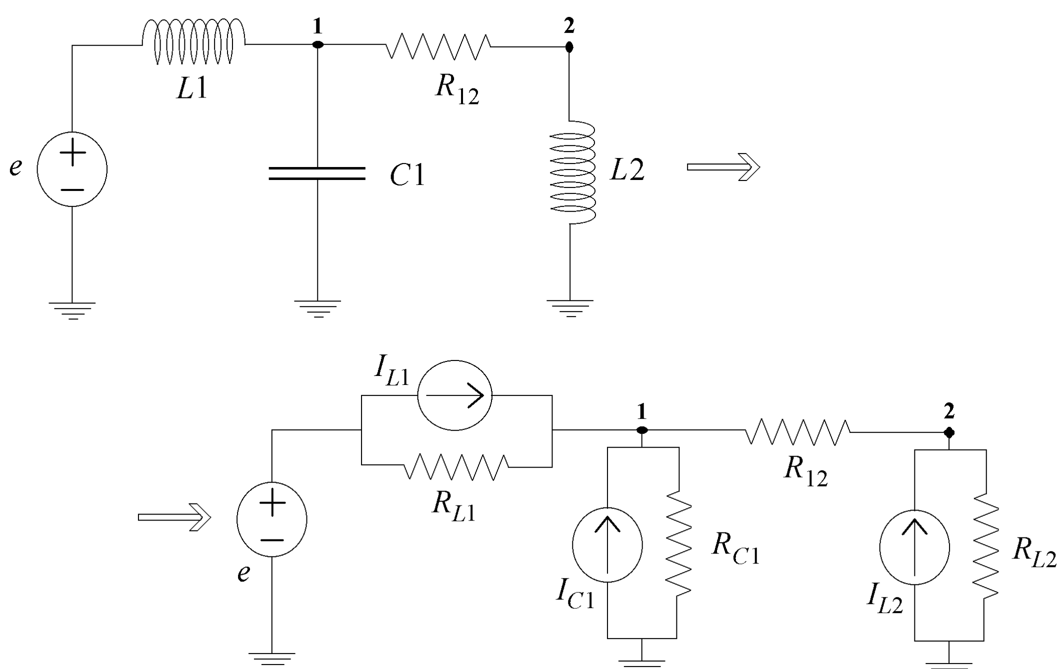


Fig. 2.3 – Circuito para exemplo da metodologia de cálculo de transitórios prescrita por Dommel.

Observamos que o vetor de correntes em (2.7a) é calculado somente a partir das fontes de correntes "históricas" e da fonte de tensão presente no circuito. Portanto, a cada Δt podemos obter as tensões V_1 e V_2, por meio de (2.7b), como $[V]=[G]^{-1}[I]$. Este pequeno exemplo [83] demonstra a filosofia básica empregada para o cálculo de transitórios em circuitos constituídos de elementos modelados como parâmetros concentrados, da maneira prescrita por [61].

No caso de modelagem de linhas de transmissão, as equações diferenciais descrevem as relações entre tensão e corrente ao longo do comprimento destas, envolvendo portanto variáveis para o tempo e para o espaço, no caso t e x. Desta maneira, são levados em consideração a distribuição dos parâmetros das linhas de transmissão (indutância L, capacitância C, resistência R e condutância G por unidade de comprimento) ao longo do comprimento da linha. Tomando por base uma linha composta por um único condutor sobre um plano de terra (com condutividade infinita ou não) entre terminais k e m, como mostrado na figura 2.4, apresentaremos, resumidamente, a formulação para o cálculo de transitórios em linhas de transmissão.

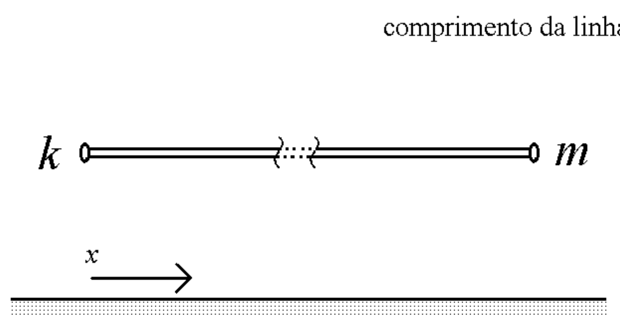


Fig.2.4 – Linha de transmissão monofásica de comprimento l.

Quando a variação com a freqüência dos parâmetros L, C, R e G é desprezada, ou seja, consideramos tais parâmetros constantes, as seguintes equações diferenciais descrevem as relações entre a tensão $e(x,t)$ e corrente $i(x,t)$ em uma linha de transmissão [12-17,61]:

$$-\frac{\partial e}{\partial x} = Ri + L\frac{\partial i}{\partial t} \ , \tag{2.8a}$$

$$-\frac{\partial i}{\partial x} = Ge + C\frac{\partial e}{\partial t} \ . \tag{2.8b}$$

As equações 2.8 são facilmente integráveis no caso de linhas sem perdas, $R = 0$ e $G = 0$ [13,14,16, 61]. A solução geral é dada por meio de funções arbitrárias nas variáveis x e t, como em (2.9).

$$i(x,t) = f(x - vt) + b(x + vt) \ , \tag{2.9a}$$

$$e(x,t) = Zf(x - vt) - Zb(x + vt) \ . \tag{2.9b}$$

Em (2.9), Z é a impedância de surto da linha de transmissão e v é a velocidade de propagação, expressas em função dos parâmetros da linha como:

$$Z = \sqrt{L/C} \ , \tag{2.10a}$$

$$v = 1/\sqrt{LC} \ . \tag{2.10b}$$

A interpretação física para $f(x-vt)$ é uma onda viajante de corrente na direção de crescimento de x e para $b(x+vt)$ uma onda viajante de corrente no sentido contrário ao crescimento de x. Para obtermos as relações de tensão e corrente no início e final da linha (terminais k e m), fazemos uso do tempo de trânsito da ondas viajantes, definido como $\tau=l/v$, onde l é o comprimento da linha. Desta maneira, referenciamos as tensões e correntes em um terminal em função das tensões e correntes no outro terminal em um intervalo de tempo passado, igual a τ. Usando este conceito e após manipulações algébricas envolvendo (2.9), segundo [61], obtemos:

$$i_{km}(t) = (1/Z)e_k(t) + I_k(t - \tau) \ , \tag{2.11a}$$

$$i_{mk}(t) = (1/Z)e_m(t) + I_m(t - \tau) \ , \tag{2.11b}$$

$$I_k(t - \tau) = -(1/Z)e_m(t - \tau) - i_{mk}(t - \tau) \ , \tag{2.12a}$$

$$I_m(t - \tau) = -(1/Z)e_k(t - \tau) - i_{km}(t - \tau) \ . \tag{2.12b}$$

Podemos observar que (2.11) representam equivalentes de Norton, sendo as correntes I_k e I_m, dadas por (2.12), calculadas apenas a partir de valores passados das tensões e correntes nos terminais k e m. Esta formulação é equivalente àquelas apresentadas para indutâncias e capacitâncias e permite a sua solução pelo mesmo procedimento iterativo, ou seja: indutâncias, capacitâncias e linhas de transmissão sem perdas podem ser integradas em uma mesma rotina para cálculo de transitórios. Aparentemente, a consideração da variação com a freqüência dos parâmetros das linhas de transmissão demandaria procedimentos bem mais complicados que os descritos acima. Entretanto, em 1982, Martí [63], apresentou uma elegante e simples solução para o problema, a qual é a mais difundida até hoje, em se tratando de linhas balanceadas. Para apresentarmos a formulação de Martí, usamos a descrição de uma linha de transmissão entre os terminais k e m, onde as grandezas envolvidas estão expressas em função da freqüência angular ω, conforme Fig. 2.5.

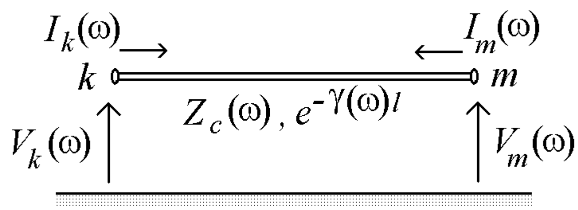


Fig.2.5 – Linha de transmissão monofásica de comprimento l; grandezas em função da freqüência.

Na figura 2.5, temos as grandezas nodais representadas por $V_k(\omega)$, $I_k(\omega)$, $V_m(\omega)$ e $I_m(\omega)$ e a linha de transmissão por sua impedância característica, $Z_c(\omega)$, e sua função de propagação, $A(\omega)$ (por definição igual a $e^{-\gamma(\omega)l}$), as quais são definidas em função dos parâmetros básicos desta (R, L, G e C), os quais, neste caso, exibem variação com a freqüência. As equações que descrevem $Z_c(\omega)$ e $\gamma(\omega)$, a constante de propagação da linha, são:

$$Z_c(\omega) = \sqrt{\left(R(\omega) + j\omega L(\omega)\right)\left(G(\omega) + j\omega C(\omega)\right)} \ , \tag{2.13a}$$

$$\gamma(\omega) = \sqrt{\frac{\left(R(\omega) + j\omega L(\omega)\right)}{\left(G(\omega) + j\omega C(\omega)\right)}} \ . \tag{2.13b}$$

De maneira similar a Dommel, Martí propõe um circuito equivalente no qual as grandezas relativas aos nós k e m são separadas utilizando-se do tempo de trânsito para a propagação de ondas viajantes entre estes dois nós. Tal circuito equivalente, obtido a partir da solução das equações diferenciais que descrevem o comportamento da linha de transmissão no domínio da freqüência e diversas manipulações algébricas [63], é apresentado na figura 2.6, onde temos as variáveis $E_{kh}(\omega)$ e $E_{mh}(\omega)$, as quais são termos históricos que farão uso do tempo de trânsito entre os nós k e m, quando do cálculo no domínio do tempo.

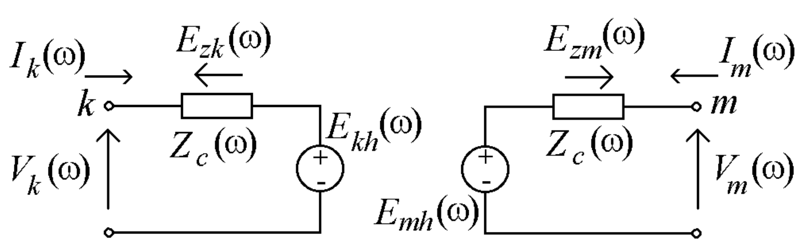


Fig.2.6 – Circuito equivalente para a LT da fig. 2.5 com grandezas em função da freqüência.

As equações que estabelecem as relações entre variáveis (tensões e correntes) e parâmetros (impedância característica e função de propagação) [63,65] para o circuito da figura 2.6 são:

$$\begin{aligned} &V_k(\omega) - E_{zk}(\omega) = E_{kh}(\omega), \qquad \text{onde:} \\ &\quad E_{zk}(\omega) = Z_c(\omega) I_k(\omega), \\ &\quad E_{kh}(\omega) = F_m(\omega) A(\omega) = F_m(\omega) e^{-\gamma(\omega) l}, \\ &\quad F_m(\omega) = V_m(\omega) + Z_c(\omega) I_m(\omega). \end{aligned} \tag{2.14a}$$

$$\begin{aligned} &V_m(\omega) - E_{zm}(\omega) = E_{mh}(\omega), \qquad \text{onde:} \\ &\quad E_{zm}(\omega) = Z_c(\omega) I_m(\omega), \\ &\quad E_{mh}(\omega) = F_k(\omega) A(\omega) = F_k(\omega) e^{-\gamma(\omega) l}, \\ &\quad F_k(\omega) = V_k(\omega) + Z_c(\omega) I_k(\omega). \end{aligned} \tag{2.14b}$$

Em (2.14), $F_k(\omega)$ e $F_m(\omega)$ são ondas viajantes propagando a partir dos nós k e m, respectivamente. A utilização de (2.14) para cálculos no domínio do tempo diretamente, envolveria a utilização de convoluções. A grande novidade proposta por Martí foi a maneira de se efetuar, no domínio do tempo, o cálculo dos termos (tomando como exemplo o nó k) $F_k(\omega)A(\omega)$ e $Z_c(\omega)I_k(\omega)$. Na proposição de Martí, $A(\omega)$ e $Z_c(\omega)$ são inicialmente modelados, no domínio da freqüência, por funções racionais em s ($s = j\omega$), as quais são então expandidas em um somatório de frações parciais de primeira ordem. Com relação à função de propagação, na realidade a modelagem por frações parciais é feita para $P(\omega)$, que é igual a $A(\omega)e^{j\omega\tau}$, onde τ é o tempo de trânsito da linha, usualmente calculado para ondas propagando à velocidade da luz. Portanto, o produto $F_k(\omega)A(\omega)$ é substituído por $F_k(\omega)P(\omega)e^{-j\omega\tau}$. O termo $e^{-j\omega\tau}$ é, entretanto, passado à $F_k(\omega)$, o que implica que as correspondentes variáveis de tensão e corrente, quando no domínio do tempo, terão os seus argumentos modificados de t para $t - \tau$, de acordo com o teorema do deslocamento no tempo da transformada de Laplace [1,4,5,22,24]. Temos, portanto, que, segundo (2.14), as grandezas temporais correspondentes a $E_{kh}(\omega)$ e $E_{mh}(\omega)$ serão termos históricos, conforme citado anteriormente.

Utilizando-se esta formulação, os termos em produto referidos acima, podem ser calculados através de somatórios, onde cada fração parcial relaciona as variáveis tensão e corrente com os parâmetros da linha de transmissão. Para o cálculo no domínio do tempo, cada fração parcial é descrita por sua correspondente equação diferencial ordinária de primeira ordem e esta é então integrada segundo a regra de integração trapezoidal. Maiores detalhes a respeito desta formulação podem ser encontrados em [63,65]. É importante notar que o circuito da Fig. 2.6 está na forma de equivalente de Thévenin, o qual pode ser convertido facilmente para o equivalente de Norton, típico da formulação utilizada para cálculo de transitórios prescrita por Dommel. Neste caso, toda a dinâmica envolvendo $A(\omega)$ e $Z_c(\omega)$ seria deixada a cargo do modelamento por frações parciais e na matriz de condutância equivalente do sistema seria adicionado, às posições correspondentes aos nós k e m, um valor de condutância igual ao recíproco do valor calculado para $Z_c(\omega)$, quando $\omega = \infty$.

A formulação apresentada aplica-se a linhas monofásicas e também a cada um dos modos de propagação de linhas polifásicas. Para este último caso, os parâmetros da linha de transmissão, calculados no domínio das fases, são convertidos para o domínio dos modos por meio de transformações modais, as quais são transformações de similaridade [14,22,24,27], que diagonalizam as matrizes de parâmetros da linha de transmissão. No caso geral, as matrizes que implementam as transformações modais são complexas e dependentes da freqüência. Entretanto, para linhas de transmissão perfeitamente transpostas (linhas balanceadas), o que implica em matrizes de parâmetros simétricas, as matrizes de transformação são reais e constantes com a freqüência. Portanto, baseado na aplicação de matrizes de transformação modal, a formulação de Martí é utilizada com sucesso para o cálculo de transitórios em linhas polifásicas balanceadas. Como estamos interessados em obter a solução para o cálculo de transitórios no domínio do tempo e domínio das fases (e não dos modos), o procedimento para solução envolve transformações de ida e volta entre o domínio das fases e domínio dos modos. De maneira resumida: as tensões e correntes no domínio das fases, relativas a cada linha de transmissão, são convertidas para o domínio modal, onde a dinâmica envolvendo os parâmetros da linha de transmissão é calculada, e então os valores resultantes são convertidos de volta para o domínio das fases para a solução conjunta de todas as equações nodais do sistema.

Para a execução do presente trabalho, foi implementada uma rotina para cálculo de transitórios no ambiente de programação MATLAB® [28,72]. Tal rotina permite o cálculo de transitórios em circuitos compostos por resistências, capacitâncias, indutâncias, linhas de transmissão trifásicas com parâmetros variáveis com a freqüência e fontes de tensão. A formulação utilizada para a implementação segue o que foi descrito acima, sendo totalmente baseada nos trabalhos de Dommel e Martí. Apesar da disponibilidade de diversos pacotes para cálculo de transitórios baseados nesta mesma formulação, tal implementação foi realizada com o objetivo de permitir que se façam comparações de esforço computacional entre simulações com representação completa e representação por equivalentes, dentro de um mesmo ambiente de programação. Além disso, o MATLAB® [28] possibilita a medição de esforço computacional em termos do número de operações de ponto flutuante (“flops”) necessários para a realização do cálculo de transitórios. Isto permite que os resultados obtidos possam ser aproximadamente convertidos para os diversos compiladores e plataformas de “hardware” atualmente disponíveis. A medição do esforço computacional por meio da contagem de flops é mais geral que a comparação de tempo de processamento, específicos da linguagem de programação, diretivas de compilação e plataforma de "hardware" utilizados.

Obviamente, o cálculo de transitórios em linhas de transmissão com parâmetros variáveis com a freqüência demanda o cálculo dos parâmetros básicos da linha de transmissão, os quais permitem a determinação de $A(\omega)$ e $Z_c(\omega)$, e também a modelagem destes últimos por meio de frações parciais, conforme exposto anteriormente. Com relação ao cálculo de $A(\omega)$ e $Z_c(\omega)$, foi implementada uma rotina, também no MATLAB® [28], para este fim. A variação dos parâmetros com a freqüência é calculada utilizando-se o conceito de profundidade de penetração complexa, apresentado por Deri et al [62]. Esta formulação foi escolhida por sua facilidade de implementação e pelos pequenos erros apresentados para o caso de linhas de transmissão com configuração típica de linhas aéreas, ou seja, a distância entre as fases é pequena se comparada à altura destas, o que corresponde às linhas estudadas neste trabalho. Já a modelagem de $A(\omega)$ e $Z_c(\omega)$ em frações parciais foi feita utilizando-se a rotina para obtenção de modelos racionais em s gentilmente fornecida por Gustavsen e Semlyen [43]. Tal rotina utiliza uma formulação vetorial para o ajuste de curvas no domínio da freqüência resultando em erros muito pequenos entre a curva original e a obtida por meio do conjunto de frações parciais (com pólos reais e /ou complexos) calculados pela rotina.

Para se verificar a correção da implementação realizada, utilizaram-se testes similares aos executados por Martí [63]. Partindo de (2.14), considerando uma fonte de tensão $E_s(\omega)$ aplicada ao terminal k, Martí obteve expressões analíticas para duas situações: *i*) a tensão em circuito aberto no terminal m, $V_{m,ca}(\omega)$, e *ii*) a corrente no terminal k, $I_{k,cc}(\omega)$, quando o terminal m é curto-circuitado. As expressões para $V_{m,ca}(\omega)$ e $I_{k,cc}(\omega)$ apresentadas por Martí são:

$$V_{m,ca}(\omega) = E_s(\omega)\frac{2A(\omega)}{1 + A(\omega)^2} \tag{2.15}$$

$$I_{k,cc}(\omega) = \frac{E_s(\omega)}{Z_c(\omega)}\left(\frac{1 + A(\omega)^2}{1 - A(\omega)^2}\right) \tag{2.16}$$

Em (2.15) e (2.16), $E_s(\omega) = 1$, sendo, portanto, $V_{m,ca}(\omega)$ e $I_{k,cc}(\omega)$ determinados unicamente por $A(\omega)$ e $Z_c(\omega)$. Martí apresenta comparações entre os valores de $V_{m,ca}(\omega)$ e $I_{k,cc}(\omega)$ calculados diretamente dos parâmetros da linha de transmissão e a partir dos conjuntos de frações parciais utilizados para a modelagem de $A(\omega)$ e $Z_c(\omega)$, e, separadamente, cálculos de transitórios no domínio do tempo para outras configurações. Neste trabalho, reunimos em um só teste a modelagem por frações parciais obtida pelo ajuste de curva vetorial e a implementação para o cálculo de transitórios no domínio do tempo. Para tal, realizamos o cálculo de transitório no domínio do tempo para as duas configurações descritas acima, sendo $E_s(\omega)$ substituído pelo seu equivalente no domínio do tempo, o impulso unitário (representado por um vetor de tensões com 1 na primeira posição e zero nas demais). Uma vez realizado o cálculo no domínio do tempo, os resultados são convertidos para o domínio da freqüência por meio da transformada rápida de Fourier (FFT) . Os resultados obtidos para $V_{m,ca}(\omega)$ e $I_{k,cc}(\omega)$ são então comparados com os valores calculados diretamente dos parâmetros da linha de transmissão. Para se conseguir boa precisão tanto nas altas, quanto nas baixas freqüências, foram utilizados, no cálculo no domínio do tempo, um intervalo de cálculo, Δt, e tempo total de cálculo (ou número total de amostras) adequados. Obviamente, um Δt pequeno garante a precisão nas altas freqüências e um tempo total de cálculo elevado, a precisão nas baixas freqüências. Os resultados desta comparação são apresentados a seguir.

Uma linha de transmissão trifásica de 120 km de comprimento, com condutores de 4 cm de diâmetro (um condutor por fase) dispostos horizontalmente a uma altura média do solo de 20 m e separação de 6 m, foi utilizada para teste. Os valores de condutividade adotados para o condutor e o solo foram iguais a 2.3×10^7 Sm^{-1} e 0.01 Sm^{-1}, respectivamente. Esta linha é considerada perfeitamente balanceada, ou, idealmente transposta. Os resultados relativos a $V_{m,ca}(\omega)$ e $I_{k,cc}(\omega)$ são comparados para dois modos de propagação: modo terra e modo linha, ou, seqüência zero e seqüência positiva (resultados válidos também para a seqüência negativa). Na figura 2.7 são apresentadas as comparações referentes aos valores absolutos de $V_{m,ca}(\omega)$, para a seqüência zero e para a seqüência positiva, sendo os correspondentes argumentos comparados na figura 2.8. As comparações relativas a $I_{k,cc}(\omega)$, seqüências zero e positiva, são apresentadas nas figuras 2.9 e 2.10, respectivamente para os valores absolutos e argumentos.

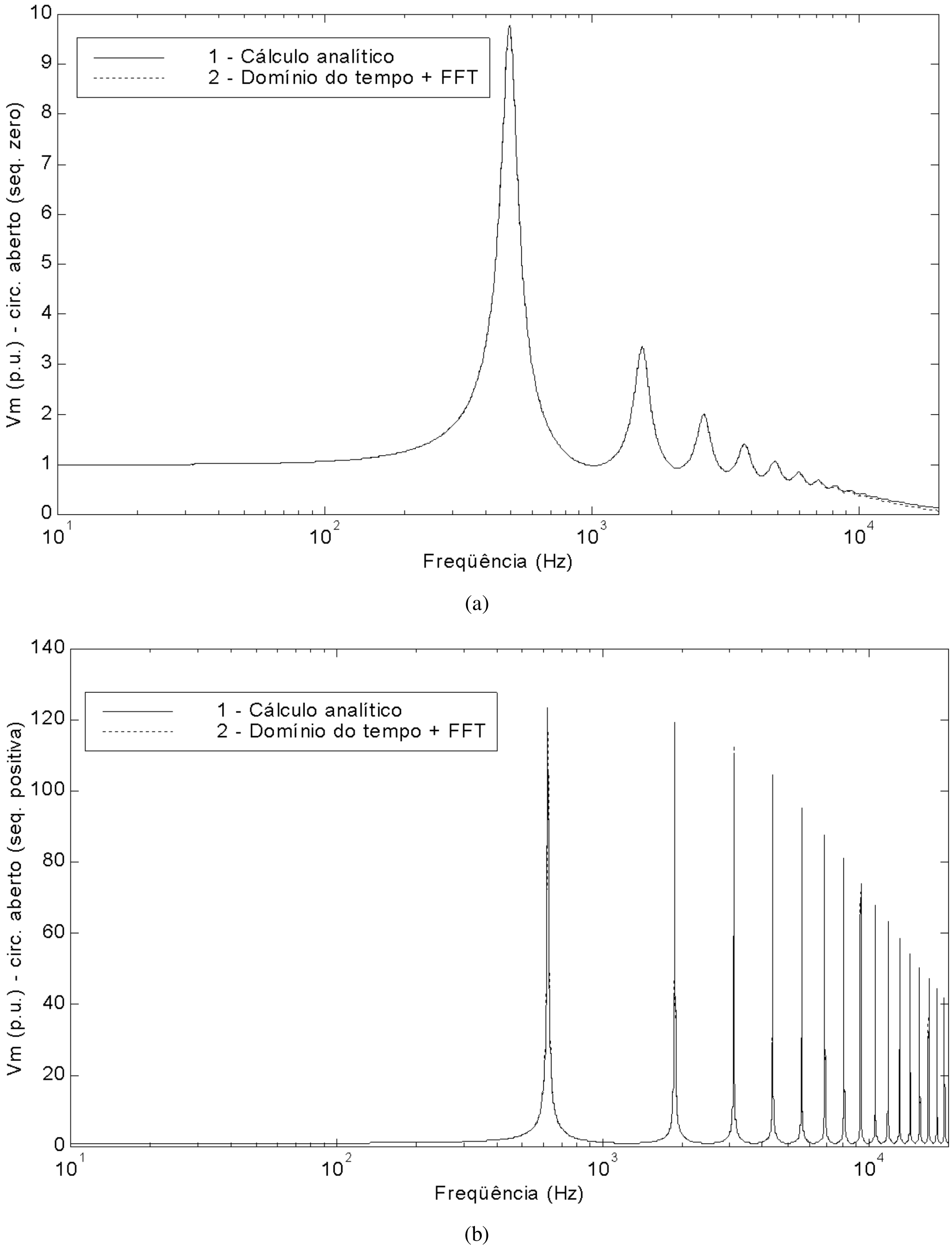
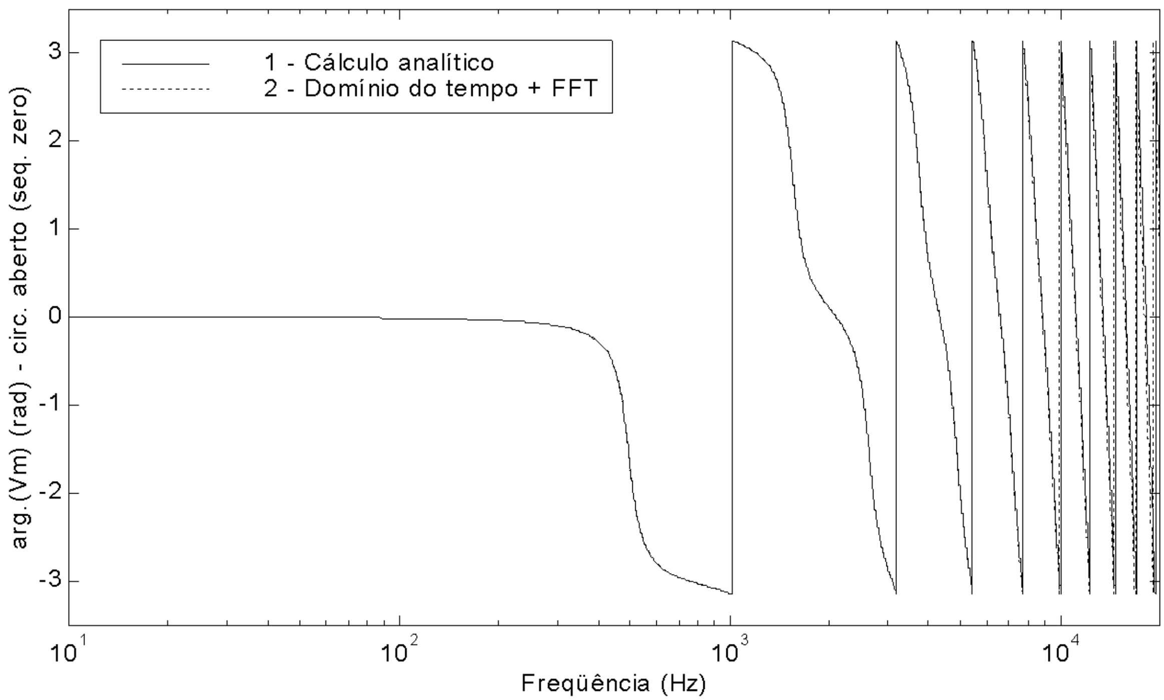
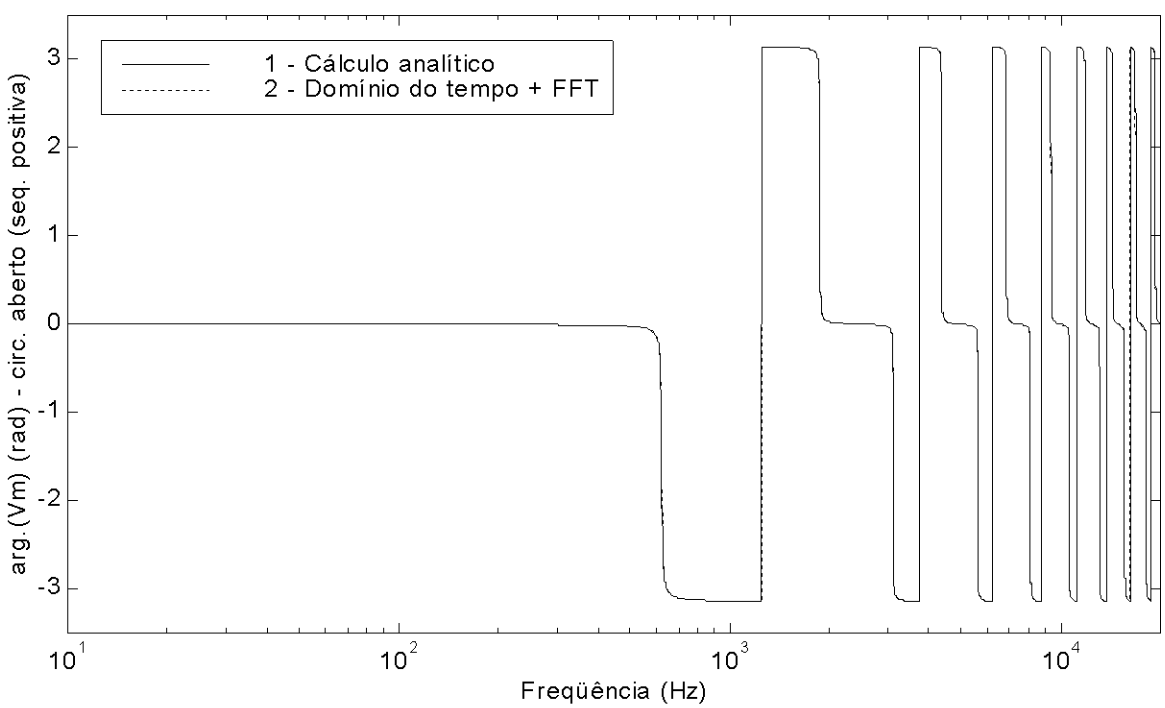


Fig. 2.7 – Comparações referentes ao cálculo de $V_{m,ca}(\omega)$, valores absolutos, para seqüência zero (a) e seqüência positiva (b).



(a)



(b)

Fig. 2.8 – Comparações referentes ao cálculo de $V_{m,ca}(\omega)$, argumentos, para seqüência zero (a) e seqüência positiva (b).

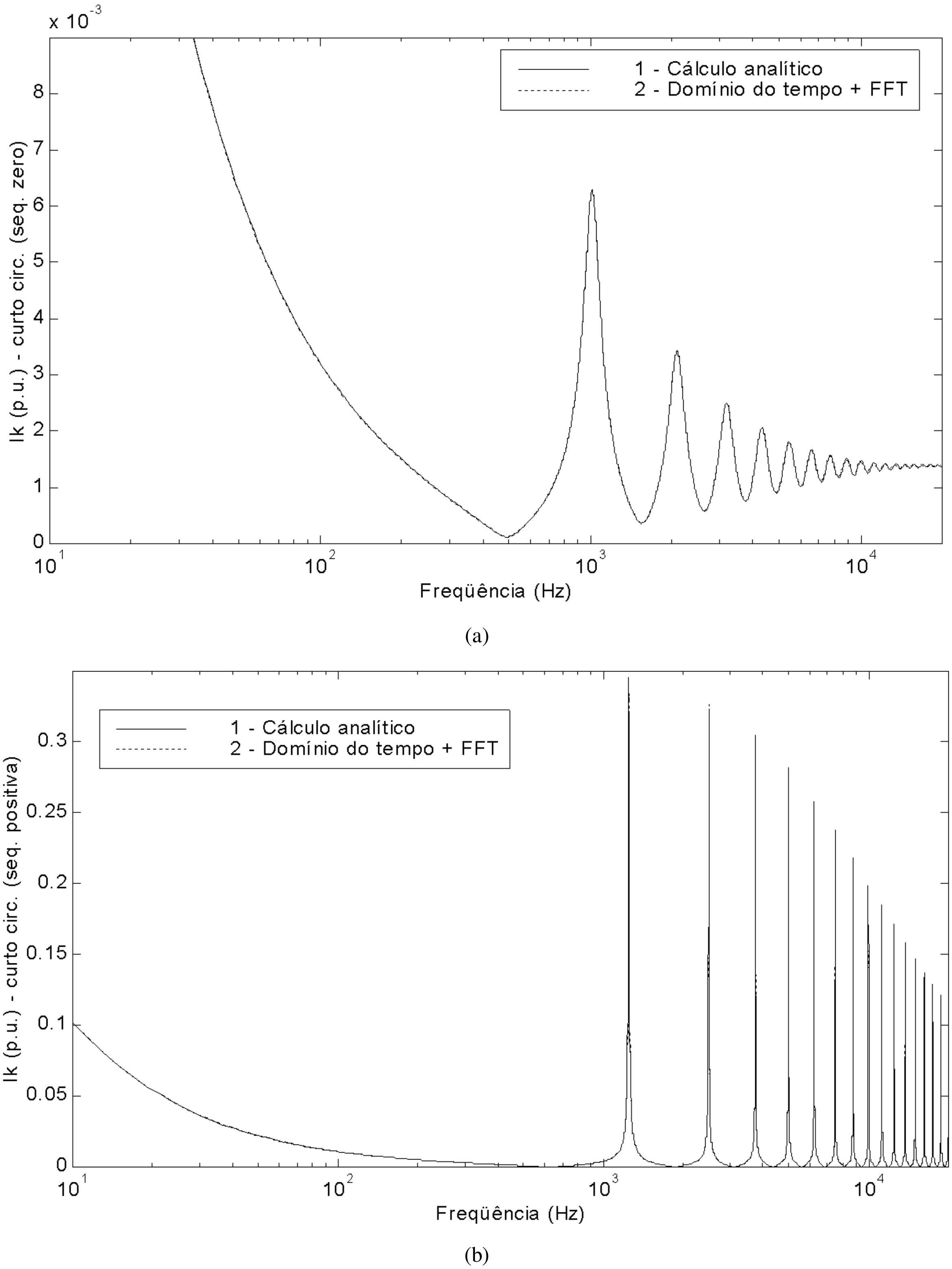
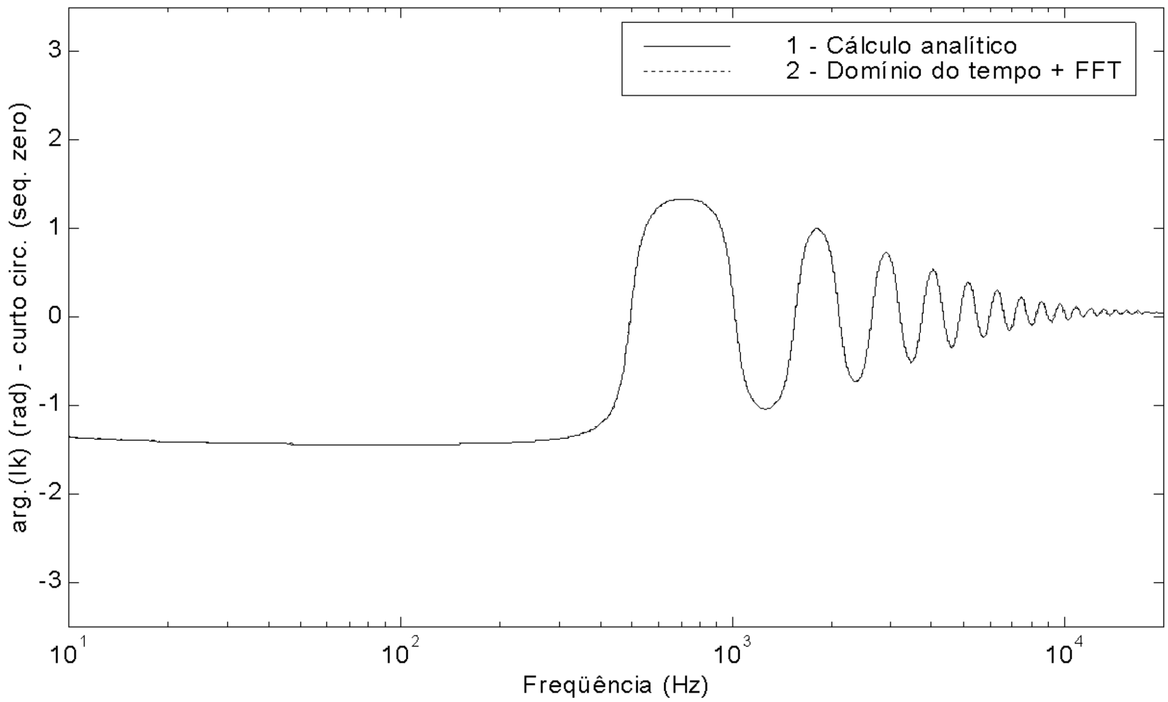
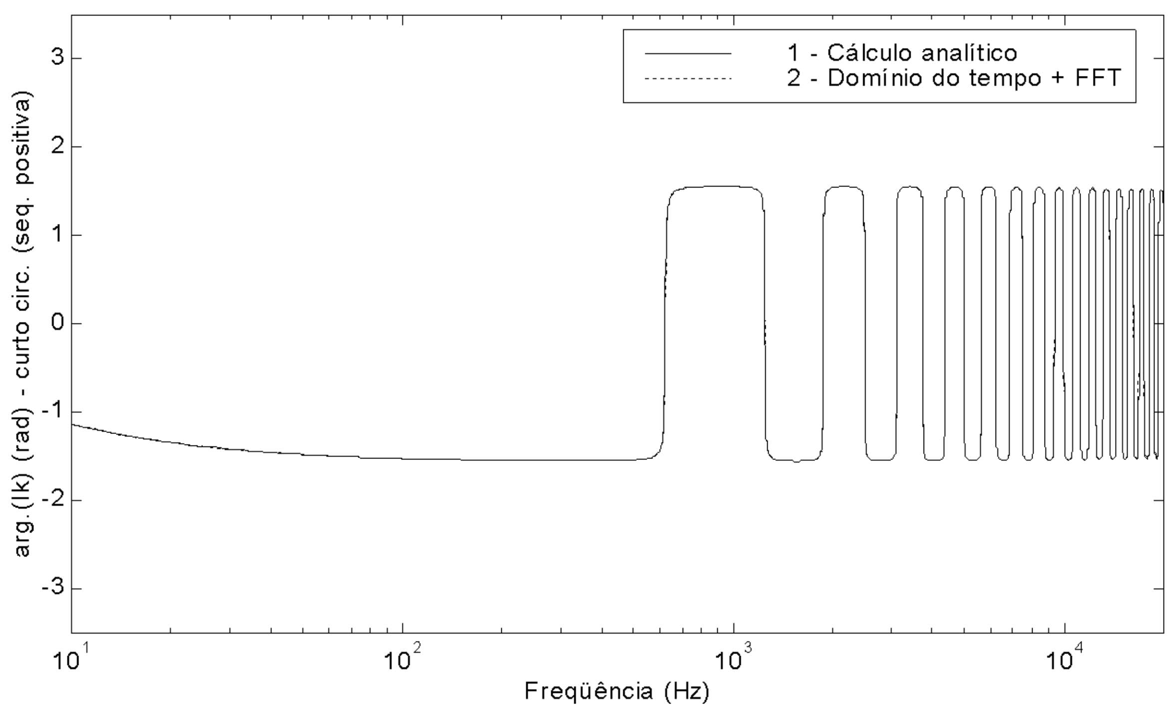


Fig. 2.9 – Comparações referentes ao cálculo de $I_{k,cc}(\omega)$, valores absolutos, para seqüência zero (a) e seqüência positiva (b).



(a)



(b)

Fig. 2.10 – Comparações referentes ao cálculo de $I_{k,cc}(\omega)$, argumentos, para seqüência zero (a) e seqüência positiva (b).

Como pode ser comprovado pela concordância entre as curvas apresentadas nas figuras 2.7 a 2.10, estão corretos os resultados produzidos pela rotina implementada no MATLAB® para cálculo de transitórios no domínio do tempo. A qualidade destes resultados é, obviamente, permitida pela ótima modelagem por frações parciais dos parâmetros da linha de transmissão, obtida por meio do ajuste de curva vetorial [43], e pelos valores adequados utilizados para o Δt e o tempo total de cálculo. O tempo total de cálculo e o Δt utilizados foram 1 s e 12,5 μs para os cálculos referentes à seqüência zero e 0,5 s e 10 μs para a seqüência positiva. O erro entre as curvas, medido pela norma da diferença entre estas dividida pela norma da curva referente ao cálculo analítico foram pequenos. Tomando como exemplo a curva da Fig. 2.7(a), temos que o erro entre as duas curvas é de 0,0346 quando calculado para as para freqüências entre 10 Hz e 20 kHz e $5{,}818 \times 10^{-4}$ se calculado para freqüências entre 10 Hz e 2 kHz. Este comportamento é, obviamente, devido à utilização da regra de integração trapezoidal, a qual apresenta erros crescentes à medida que as freqüências envolvidas se aproximam da freqüência máxima, definida pelo Δt utilizado. A rotina para cálculo de transitórios será utilizada em várias situações no decorrer deste trabalho. Primeiramente, ela será utilizada para gerar as curvas de tensão e corrente relativas à resposta transitória do sistema de transmissão do qual se deseja um equivalente. Por meio destas curvas será realizada a determinação dos parâmetros do equivalente. O cálculo de transitórios utilizando-se o equivalente terá a sua precisão avaliada por meio de comparações com o cálculo de transitórios utilizando-se a representação completa correspondente. Ambos os cálculos serão realizados por meio da rotina referida acima. No caso do cálculo utilizando-se o equivalente, este será integrado à rotina conforme descrito posteriormente, no item 2.2.

A exposição acima buscou apresentar as bases da metodologia de cálculo de transitórios utilizada nas rotinas implementadas neste trabalho. A formulação de Martí para a variação com a freqüência dos parâmetros de linhas de transmissão balanceadas é certamente uma das mais bem sucedidas e difundidas. A sua aplicação neste trabalho se justifica pelo fato de estarmos tratando de equivalentes de sistemas de transmissão compostos por várias linhas e, portanto, mesmo que haja assimetrias em algumas linhas, o sistema como um todo será aproximadamente balanceado. O caso de linhas de transmissão com acentuada assimetria é melhor modelado no domínio das fases, onde não é necessário a utilização de matrizes de transformação modal. Progressos na modelagem de linhas de transmissão no domínio das fases e no domínio dos modos têm sido relatados em [68,69,73,74] e [66,75,82], respectivamente. O desenvolvimento da área de cálculo de transitórios no domínio do tempo tem sido ininterrupto desde 1969 [61], tanto no que diz respeito à precisão dos cálculos quanto à sua eficiência computacional. Vários tópicos importantes para esta área de pesquisa como, por exemplo, oscilações numéricas [64,65], cálculo com múltiplos intervalos de tempo [67], simulação em tempo real [70,79,80,81], inicialização [77], entre outros, têm sido objeto de investigação recente. Além destes, metodologias para o cálculo de equivalentes de rede, sejam baseadas em técnicas de ajuste de curva no domínio da freqüência [46-49,51,56] ou no domínio do tempo [50,52-55] também têm recebido atenção. Conforme dito anteriormente, é neste tópico que este trabalho está inserido. A seguir, apresentamos algumas considerações gerais sobre a utilização de equivalentes de rede em cálculo de transitórios e sobre o cálculo de equivalentes de rede.

2.1.1 – EQUIVALENTES DE REDE E CÁLCULO DE TRANSITÓRIOS ELETROMAGNÉTICOS.

Conforme mencionado brevemente no capítulo 1, os equivalentes de rede são principalmente utilizados em situações em que se procura uma redução do esforço computacional para a realização do cálculo de transitórios eletromagnéticos em sistemas de energia. A obtenção de curvas de probabilidade de ocorrência de sobretensão devido a energização ou religamentos, entre outros eventos, são exemplos de estudos em que poderiam ser utilizados os equivalentes de rede. Nestes estudos, as tensões transitórias nos terminais de uma determinada linha de transmissão, devido a tais eventos, são analisadas em função parâmetros aleatórios como, por exemplo, o instante de fechamento/abertura de disjuntores, condições iniciais, entre outros. Tais tensões são influenciadas pelo sistema conectado à linha de transmissão em questão. Obtêm-se então curvas de probabilidade de ocorrência de sobretensões em função destes eventos, as quais subsidiarão os estudos de coordenação de isolamento, definindo o projeto de isolamento elétrico da tal linha de transmissão. Para que as curvas obtidas possuam consistência estatística, é necessário que o cálculo de transitórios seja feito para um número elevado de situações, implicando em um esforço computacional elevado. Este esforço pode ser reduzido se parte do sistema em estudo puder ser representado por equivalentes. Este é normalmente o caso, pois o que se deseja são as tensões nos terminais da linha de transmissão em estudo, não sendo necessárias as tensões em outros pontos do sistema. Entretanto, todo o sistema tem que ser representado no cálculo de transitórios, pois as tensões nos terminais sob análise são determinadas pelas múltiplas reflexões nas diversas linhas de transmissão do sistema. O sistema de energia em questão é então dividido em subsistema de estudo e sistema externo. No subsistema em estudo, o qual é representado detalhadamente, está incluída a linha de transmissão da qual se deseja as tensões em seus terminais. O sistema externo, o qual será representado por um ou mais equivalentes de rede, compreende o restante do sistema em questão, incorporando a porção deste do qual se deseja conhecer tensões e correntes apenas em sua fronteira. Esta é a premissa básica para utilização de equivalentes: tensões e correntes somente podem ser conhecidas na fronteira do sistema externo e subsistema de estudo.

Uma outra utilização para os equivalentes de rede, com grandes possibilidades, são as aplicações, atualmente em evidência, de cálculo de transitórios em tempo real, como as encontradas em [70,79,80,81]. Neste caso, não somente a eficiência computacional é importante como também o são a forma de implementação do equivalente e sua portabilidade. Obviamente, quanto mais simples a implementação, mais apropriada para a utilização em sistemas com arquitetura limitadas, como é o caso daqueles baseados em processadores digitais de sinais (DSP – "Digital Signal Processor"). Neste caso, o equivalente de rede seria implementado em sistemas baseados em DSP, os quais seriam interfaceados com dispositivos a serem testados, provendo informações (tensões e correntes) sobre o sistema de transmissão modelado. Entre as possíveis aplicações, podem-se citar os testes de dispositivos de proteção, como relés digitais, e testes de estratégias de controle para dispositivos baseados em semicondutores, como os TCR ("Thyristor Controlled Reactor") ou os TSC ("Thyristor Switching Capacitor") utilizados nos atuais Compensadores Estáticos de Reativos (SVC – "Static VAr Compesator"), parte integrante dos FACTS ("Flexible Alternating Current Transmission Systems"). Estes tipos de aplicações são citados aqui no campo da prospecção apenas. Acreditamos que, devido à simplicidade da formulação adotada para os equivalentes de rede neste trabalho, em breve veremos várias aplicações de tempo real baseadas neste tipo de equivalentes de rede. Além disso, a similaridade guardada entre a estrutura destes equivalentes de rede e os filtros digitais [4], fornece um subsídio importante para tais afirmações, uma vez que filtros digitais são largamente utilizados em sistemas de tempo real baseados em DSP. Um exemplo de aplicação, voltado mais para validação de metodologia do que para implementação, envolvendo DSP e filtros digitais para a realização de cálculo de transitórios em sistemas de energia, é encontrado em [81].

Além da premissa relativa à possibilidade de monitoração de tensões e correntes somente na fronteira do equivalente, existem outras condições necessárias, e/ou desejáveis, para a utilização de equivalentes tais como: precisão, eficiência computacional, facilidade de implementação/portabilidade, robustez (estabilidade e passividade), integração em programas de cálculo de transitórios, intervalo de cálculo variável e implementação de condições iniciais não nulas, as quais comentamos a seguir.

- A precisão e eficiência computacional são características de equivalentes de rede que normalmente não podem ser atendidas simultaneamente. Usualmente perde-se em precisão na representação do sistema externo em prol de uma maior eficiência computacional. A questão de busca por eficiência computacional em métodos numéricos para engenharia tem sido empalidecida nos últimos anos pelo constante aumento de capacidade e velocidade de cálculo dos computadores em geral e em especial dos computadores pessoais. Entretanto, em se tratando da simulação digital de sistemas de energia, esta tem demandado cada vez mais recursos computacionais, uma vez que tais sistemas estão cada vez mais complexos (utilização de SVC e outros dispositivos usados nos FACTS) e maiores devidos às múltiplas interligações, como é o caso do sistema brasileiro. Neste contexto, a representação de parte do sistema em estudo por equivalentes é justificada, como também o é o esforço no desenvolvimento de métodos para determinação de equivalentes. Obviamente, quanto mais preciso o equivalente, melhor, e, portanto, devemos buscar o equivalente mais preciso para um dado esforço computacional. Nos equivalentes de rede desenvolvidos neste trabalho, é possível se balancear precisão e esforço computacional controlando o nível de esparsidade do equivalente: quanto mais esparso maior é a eficiência computacional e menor é a precisão. Isto permite uma grande flexibilidade na determinação de equivalentes “sob medida” para certas aplicações, principalmente aquelas voltadas para simulação em tempo real.

• Quando a utilização dos equivalente de rede é voltada para as aplicações de tempo real, baseados, por exemplo, em processadores digitais de sinais, a facilidade de implementação e a portabilidade se tornam características importantes dos equivalentes. Conforme dito anteriormente, devido à grande similaridade com os filtros digitais, o modelo adotado para os equivalentes de rede neste trabalho, facilita a utilização destes em possíveis aplicações de tempo real.

• Uma outra característica importante de um equivalente de rede é a possibilidade e facilidade de sua integração nos programas de cálculo de transitórios atualmente disponíveis. Quando os equivalentes são utilizados para a representação do sistema externo, a representação da outra parte, o subsistema em estudo, é feita utilizando-se um dos diversos programas de cálculo de transitório disponíveis. Daí, a importância da facilidade e possibilidade de integração dos equivalentes de rede. O modelo aqui adotado para os equivalentes, sendo basicamente um equivalente de Norton (uma condutância em paralelo com uma fonte de corrente) se integra perfeitamente na metodologia para cálculo de transitórios prescrita por Dommel e seguida pela maioria dos pacotes para este fim. Um exemplo de integração será apresentado no capítulo 5, onde os equivalentes desenvolvidos neste trabalho serão integrados ao PSCAD®/EMTDC™ [83].

• Além das características apresentadas acima, a viabilidade de um equivalente de rede passa pela sua robustez. O contexto de robustez neste trabalho limita-se às condições de estabilidade e passividade do equivalente. Como todo método de cálculo de transitórios e os respectivos modelos de componentes, o equivalente de rede deve obrigatoriamente exibir estabilidade numérica. Sendo o sistema externo considerado passivo, a sua representação por um equivalente deve também apresentar esta característica. Não raro, a violação do critério de passividade, ou seja, valores negativos para condutâncias, leva à instabilidade. É importante que as metodologias de cálculo de equivalentes de rede garantam a robustez (estabilidade e passividade) do equivalente obtido. Neste trabalho é dada especial atenção à questão de robustez do equivalente, sendo garantida a estabilidade e passividade dos equivalentes calculados.

• Outras características, não fundamentais, mas que conferem grande flexibilidade aos equivalentes de rede são as possibilidades de variação do intervalo de cálculo e de implementação de condições iniciais. Os equivalentes calculados com a metodologia aqui apresentada não permitem a mudança do intervalo de cálculo, uma vez que esta é baseada em técnicas de identificação do domínio do tempo discreto. Isto implica que uma vez tendo sido determinado um equivalente de rede, este somente pode ser aplicado em cálculos de transitórios nos quais utiliza-se o mesmo intervalo de cálculo (Δt) empregado quando da geração das ondas de tensão e correntes utilizadas para a determinação do equivalente. Caso sejam necessários equivalentes para múltiplos intervalos de cálculo, deve-se proceder à determinação de um equivalente para cada intervalo de cálculo. Se por um lado a utilização de técnicas do domínio do tempo discreto limita a flexibilidade do ponto de vista de múltiplos intervalos de cálculo, por outro, o cálculo e implementação de condições iniciais se torna extremamente facilitada, conforme apresentado no capítulo 4.

As características apresentadas acima delineiam o contexto global do cálculo de equivalentes de rede. Cada uma delas, a menos da implementação em sistemas de tempo real, será explorada em maior profundidade nos capítulos seguintes.

Apresentamos a seguir uma breve discussão sobre modelagem paramétrica e seus métodos clássicos, analisados no que se refere à sua aplicabilidade para o cálculo de equivalentes de rede.

2.2 – MODELAGEM PARAMÉTRICA.

Conforme mencionado na introdução, a modelagem paramétrica será utilizada neste trabalho para a identificação de funções de sistema, as quais serão modelos para a admitância de sistemas de transmissão de energia. Os dados a serem utilizados para a modelagem serão obtidos por meio de cálculo da resposta transitória do sistema em questão e poderão ser considerados, portanto, como dados determinísticos. Os fundamentos para aplicação da modelagem paramétrica vêm da análise, no domínio do tempo discreto, de sistemas lineares invariantes no tempo [1-6,8,20,22,24]. Segundo esta análise, um sistema linear visto como uma rede de porta única (ou de múltiplas portas) pode ser completamente caracterizado no domínio do tempo discreto por uma equação de diferenças linear com coeficientes constantes, se são assumidas a invariância no tempo e condições iniciais nulas. Esta equação estabelece a relação entre as variáveis de entrada e saída do sistema em questão por meio dos parâmetros característicos deste, os quais buscamos determinar. A função de sistema a ser determinada é a admitância da rede de transmissão de energia, e as variáveis de entrada e saída serão, respectivamente, seqüências de tensão e corrente. No que se segue, nos limitaremos à análise de redes de porta única. O caso de redes de múltiplas portas (restrito ao caso de redes de duas portas) será abordado no capítulo 4.

Assumindo que estão disponíveis dados referentes à entrada $v(n)$, e saída, $i(n)$ - seqüências de comprimento N - a seguinte equação de diferenças de ordem p, caracteriza o sistema objeto da modelagem paramétrica:

$$\sum_{k=0}^{p} a_k i(n-k) = \sum_{k=0}^{q} b_k v(n-k) \qquad (n = 0, \ldots, N-1). \tag{2.17}$$

A função de sistema associada a (2.17), no domínio da transformada **Z**, é dada pela razão de dois polinômios, conforme (2.18), onde adotou-se $a_0 = 1$, sem perda de generalidade. Maiores detalhes da aplicação da transformada **Z** a (2.17) serão apresentados no capítulo 4.

$$Y(z) = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{\sum_{k=0}^{q} b_k z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^{p} a_k z^{-k}}. \tag{2.18}$$

Relembrando que (2.17) caracteriza completamente um sistema linear no domínio do tempo discreto, se são assumidas a invariância no tempo e estado inicial nulo, temos que esta equação apresenta a formulação adotada para os equivalentes de rede. Neste trabalho, modelaremos a admitância do sistema externo, do qual se deseja o equivalente, por meio de (2.17). Rearranjando os termos em (2.17), por meio da normalização $a_0 = 1$ e $q = p$, nos leva a

$$i(n) = b_0 v(n) + \sum_{k=1}^{p} \left(b_k v(n-k) - a_k i(n-k) \right) \qquad (n = 0, \ldots, N-1). \tag{2.19}$$

Analisando (2.19), podemos perceber que o termo em somatório somente depende de valores de tensão e corrente em intervalos de tempos passados, o que associamos à "história" do equivalente. Portanto, o valor atual da corrente, $i(n)$, é calculado em função do valor atual de tensão, $v(n)$, do valor de b_0 e da "história" do sistema linear representado pelo equivalente, que em última análise representa sua dinâmica. A equação básica de modelagem utilizada por Dommel, como, por exemplo, o caso de indutâncias e capacitâncias (equação (2.3) e Fig. 2.2), pressupõe um equivalente de Norton: uma condutância em paralelo com uma fonte de corrente. Comparando (2.19) com (2.3), concluímos que (2.19) corresponde exatamente a um equivalente de Norton onde a fonte de corrente é calculada em função de valores históricos de tensões e correntes (termo em somatório) e b_0 corresponde a uma condutância.

Esta é então a forma geral adotada para os equivalentes de rede neste trabalho. Percebe-se claramente a conveniência desta para a integração dos equivalentes em rotinas para cálculo de transitórios. A análise de (2.18), ou (2.19), permite a discussão do conceito de esparsidade adotado neste trabalho. Os equivalentes não esparsos são aqueles em que todos os coeficientes dos polinômios $B(z)$ e $A(z)$ poderão ter valores diferentes de zero. Já os equivalentes esparsos terão apenas uma parcela dos coeficientes de $B(z)$ e $A(z)$ diferentes de zero. Os demais coeficientes, a maioria destes, serão forçados a serem zero através dos procedimentos de determinação dos equivalentes, descritos nos capítulos 3 e 4. Os benefícios advindos da esparsidade são também percebidos através da análise de (2.18) e (2.19). Sendo (2.19) a equação a ser utilizada para o cálculo de transitórios por meio dos equivalentes, é claro que quanto menor o número de termos b_k e a_k não nulos, ou seja, quanto menor o número de coeficientes de $B(z)$ e $A(z)$ diferentes de zero, maior será a eficiência computacional dos equivalentes. Observamos ainda, por meio de (2.18), que a esparsidade não implica em limitação da ordem dinâmica, o valor de p, dos equivalentes. Esta não limitação permite a escolha de p de acordo com a ordem dinâmica do sistema sob modelagem, favorecendo, obviamente, a qualidade dos modelos obtidos. Maiores detalhes sobre a modelagem, incluindo sua extensão para o caso de sistemas trifásicos e sistemas de duas portas, serão fornecidos nos capítulos seguintes. Entretanto, embora ainda não tenha sido apresentada a metodologia desenvolvida para o cálculo de equivalentes, apresentaremos um pequeno exemplo para melhor elucidar os conceitos relativos à ordem e esparsidade dos equivalentes.

A rede de transmissão monofásica apresentada na Fig. 2.11 é o sistema externo para o qual calculamos o equivalente de rede. As linhas de transmissão deste sistema são linhas sem perdas e seus parâmetros básicos, impedância característica (Z) e tempo de trânsito (τ), são mostrados na Fig. 2.11. São também mostradas 2 resistências conectadas às barras 3 e 4.

O equivalente calculado representa a rede de transmissão vista a partir da barra 1 e será utilizado para cálculos de transitórios nos quais o intervalo de cálculo (Δt) será igual a 1 µs. A ordem p do equivalente é igual a 340. Não por coincidência, como será discutido no capítulo 3, o valor da ordem p é igual ao dobro do somatório dos tempos de trânsitos das três linhas de transmissão dividido pelo Δt utilizado. A ordem do equivalente é elevada devido ao fato do mesmo incorporar os efeitos de propagação das ondas de tensão e corrente entre as diversas barras do sistema externo. Entretanto, sendo o sistema composto por linhas sem perdas, tais ondas não sofrem alterações enquanto viajam de uma barra a outra. As modificações das ondas de tensão e corrente somente ocorrem quando estas chegam às barras do sistema. Concluímos, portanto, que as “informações” que o equivalente deve possuir são referentes às reflexões das ondas de tensão e corrente percebidas na barra 1. Isto implica que neste caso o equivalente calculado é bastante esparso, uma vez que as múltiplas reflexões na barra 1 estão relativamente separadas no tempo. De fato, os polinômios $B(z)$ e $A(z)$ para este equivalente possuem apenas 8 coeficientes diferentes de zero, de um total de 341 coeficientes para

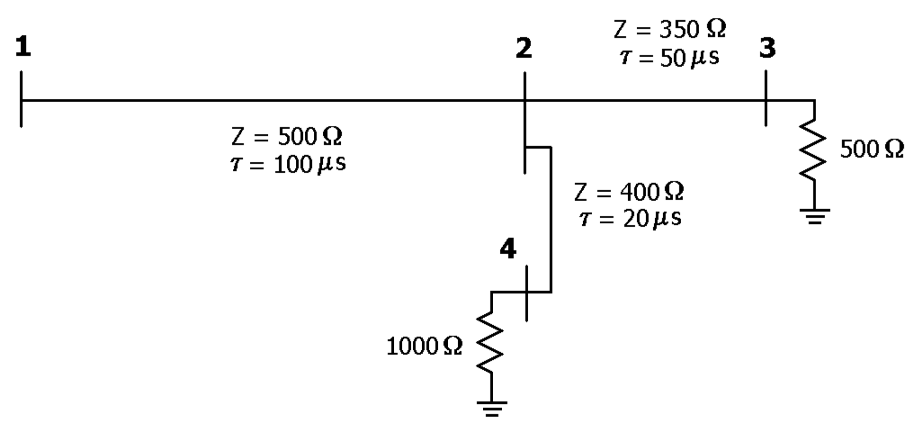


Fig. 2.11 – Rede de transmissão monofásica composta por linhas sem perdas.

cada polinômio. É importante ressaltar que estes polinômios representam a rede em questão sem nenhuma aproximação: as diferenças entre os cálculos de transitórios obtidos utilizando a representação completa e o equivalente são da ordem de 10^{-15}. Um aumento da esparsidade neste caso, por exemplo, utilizando-se apenas 7 coeficientes diferentes de zero para cada polinômio, aumentaria a eficiência computacional do equivalente mas, inevitavelmente, implicaria em uma menor precisão na representação do sistema externo. Nos capítulos 3 e 4 veremos que é possível se conciliar esparsidade (eficiência computacional) e precisão de maneira satisfatória.

Na Fig. 2.12 (a) e (b), apresentamos os polinômios $A(z)$ e $B(z)$, respectivamente. O resultado do cálculo de transitório referente à energização do equivalente por uma fonte de tensão (degrau de tensão de amplitude de 1 V) com impedância interna de 150 Ω é mostrada na Fig. 2.13, para o caso da corrente injetada na barra 1.

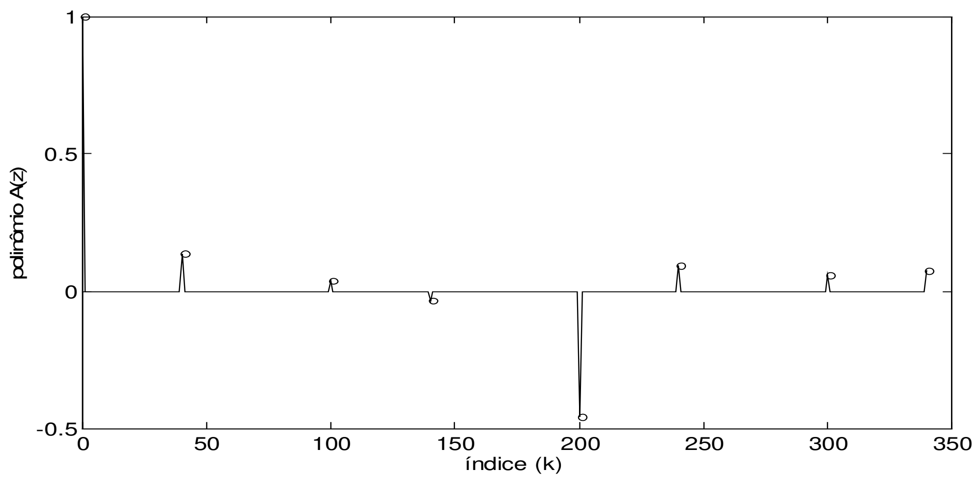


Fig. 2.12 (a) – Polinômio $A(z)$ referente ao equivalente calculado para a rede de transmissão monofásica.

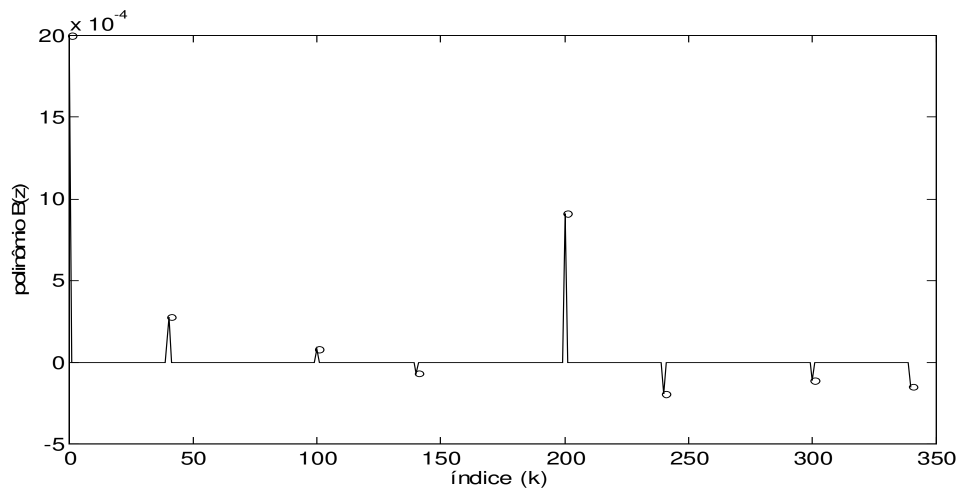


Fig. 2.12 (b) – Polinômio $B(z)$ referente ao equivalente calculado para a rede de transmissão monofásica.

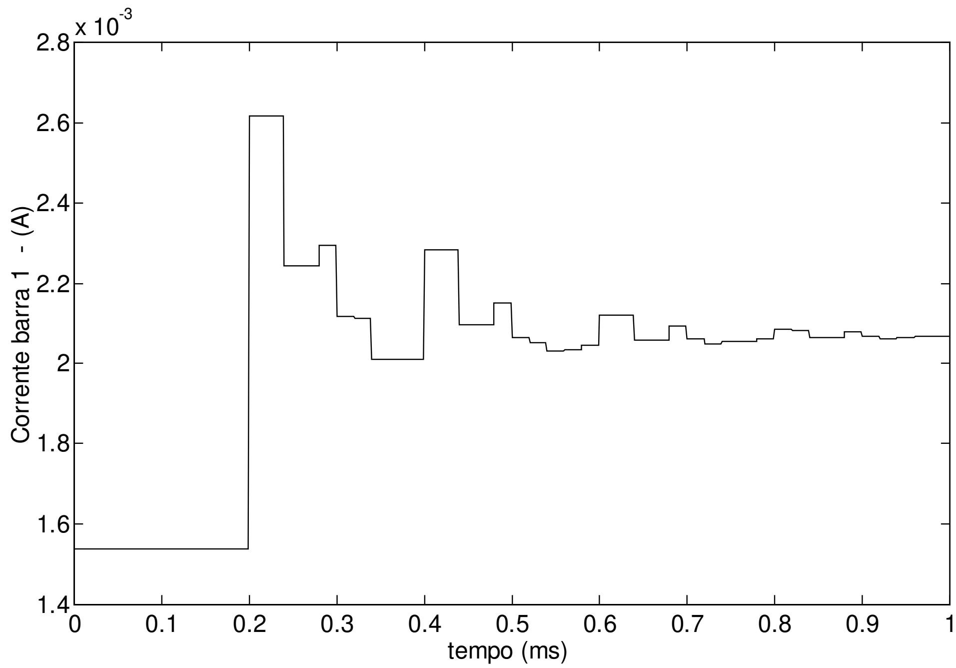


Fig. 2.13 – Corrente injetada na barra 1 devido à energização do equivalente.

Podemos perceber por meio deste exemplo que, apesar de possuírem necessariamente ordem elevada, os equivalentes de sistemas compostos por linhas de transmissão exibem uma forte característica de esparsidade. Tal característica será explorada em profundidade na metodologia para cálculo de equivalentes de rede desenvolvida neste trabalho.

Retomando a discussão geral sobre da modelagem paramétrica, temos que o objetivo desta é a determinação dos coeficientes dos polinômios $B(z)$ e $A(z)$, os conjuntos $\{a_k\} \equiv \{1, a_1, \ldots, a_p\}$ e $\{b_k\} \equiv \{b_0, \ldots, b_q\}$, os quais definem (2.17) e (2.18) e caracterizam o sistema sob modelagem. Faremos $q = p$ objetivando a consistência com o que será apresentado no capítulo 3, quando apresentaremos as razões para tal. Iremos analisar a seguir alguns métodos clássicos para a estimação do modelo paramétrico [2,3,6,8,32], tais como: Prony, autocorrelação, covariância e pré-filtragem iterativa, avaliando a sua aplicabilidade para o cálculo de equivalentes de rede.

Para que seja aplicado com sucesso na determinação de equivalentes de rede, um método de modelagem paramétrica deve dar origem, obrigatoriamente, a uma função de sistema que seja estável e passiva (parte real da resposta em freqüência positiva para qualquer freqüência). Em sua formulação original, nenhum dos métodos citados acima satisfaz o requisito de passividade. Isto se deve ao fato de estes métodos terem sido originalmente propostos para a modelagem de sinais apenas, não sendo de interesse as características do sistema representado pelo correspondente modelo racional. Um outro requisito é que o modelo racional identificado seja constituído por pólos e zeros, ou seja, que $q \geq 1$ e $p \geq 1$ em (2.18). Os métodos da autocorrelação e covariância produzem modelagens baseadas em pólos somente não sendo, portanto, diretamente aplicáveis à modelagem a ser realizada neste trabalho. O método da pré-filtragem iterativa, originalmente proposto por Steiglitz e McBride produz modelos baseados em pólos e zeros mas não satisfaz os requisitos de estabilidade e passividade. Devido a estas limitações não realizaremos uma análise aprofundada de cada um dos métodos clássicos citados. Entretanto, é interessante analisarmos a maneira com que os métodos de Prony e da autocorrelação podem garantir a estabilidade do modelo racional gerado, objetivando avaliar direções a serem seguidas na metodologia de cálculo de equivalentes a ser proposta. Para tal, utilizando as seqüências $v(n)$ e $i(n)$, definimos em (2.20) as matrizes de convolução I e V e o vetor i, de dimensões $(\mathrm{N} + p)\times p$, $(\mathrm{N} + p)\times(p + 1)$ e $(\mathrm{N} + p)\times 1$, respectivamente. As definições das partições de I, V e i discriminadas em (2.20) são dadas em (2.21).

$$I = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ i_0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ i_{p-1} & i_{p-2} & \cdots & i_0 \\ \hdashline i_p & i_{p-1} & \cdots & i_1 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ i_{N-2} & i_{N-3} & \cdots & i_{N-p-1} \\ \hdashline i_{N-1} & i_{N-2} & \cdots & i_{N-p} \\ 0 & i_{N-1} & \cdots & i_{N-p+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & i_{N-1} \end{bmatrix}, \quad V = \begin{bmatrix} v_0 & 0 & \cdots & 0 \\ v_1 & v_0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ v_p & v_{p-1} & \cdots & v_0 \\ \hdashline v_{p+1} & v_p & \cdots & v_1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ v_{N-1} & v_{N-2} & \cdots & v_{N-p-1} \\ \hdashline 0 & v_{N-1} & \cdots & v_{N-p} \\ 0 & 0 & \cdots & v_{N-p+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & v_{N-1} \end{bmatrix}, \quad i = \begin{bmatrix} i_0 \\ i_1 \\ \vdots \\ i_p \\ \hdashline i_{p+1} \\ \vdots \\ i_{N-1} \\ \hdashline 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{2.20}$$

$$I = \begin{bmatrix} I_U \\ \hdashline I_M \\ \hdashline I_L \end{bmatrix}, \quad V = \begin{bmatrix} V_U \\ \hdashline V_M \\ \hdashline V_L \end{bmatrix}, \quad i = \begin{bmatrix} i_U \\ \hdashline i_M \\ \hdashline i_L \end{bmatrix} \tag{2.21}$$

Antes de discutirmos os métodos de Prony e da autocorrelação, observamos que podemos obter um conjunto de equações apropriado para o cálculo de $\{a_k\}$ e $\{b_k\}$, diretamente de (2.17). Se escrevermos (2.17) para $n = 0,\ldots, N-1$, obteremos um conjunto de N equações lineares tendo como incógnitas os conjuntos de coeficientes $\{a_k\}$ e $\{b_k\}$. A forma matricial correspondente, com a normalização decorrente de $a_0 = 1$, pode ser expressa em termos de partições de (2.20) e (2.21) como:

$$\left[\begin{array}{c:c} I_U & -V_U \\ I_M & -V_M \end{array}\right]\begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_p \\ \hdashline b_0 \\ \vdots \\ b_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -i_U \\ -i_M \end{bmatrix}. \tag{2.22}$$

Se temos $N > 2p+1$, o conjunto de equações em (2.22) é sobredeterminado e permite a obtenção de uma solução simultânea para $\{a_k\}$ e $\{b_k\}$ no sentido de mínimos quadrados [25,26]. Obviamente, a solução de (2.22) não garante a satisfação dos requisitos de estabilidade e passividade.

Diferentemente de (2.22), o método de Prony [2,6,8,32] calcula o conjunto $\{a_k\}$ separadamente. Prony parte do princípio que a excitação $v(n)$ é o impulso unitário. Isto faz com que a partição superior de V, V_U, se reduza à matriz identidade e as partições V_M e V_L se tornem matrizes nulas. A solução para o conjunto $\{a_k\}$ é então obtida por

$$\left[I_M\right]\begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_p \end{bmatrix} = \left[-i_M\right]. \tag{2.23}$$

Na sua formulação original, o método de Prony [2,6,32] não calcula o conjunto $\{b_k\}$, apesar de poder ser facilmente modificado para tal, conforme [6,8,30]. A modelagem do sinal $i(n)$, objetivo básico do método, é feita por meio do somatório de exponenciais descrito em (2.24).

$$i(n) = \sum_{k=1}^{p} h_k z_k^n \, . \tag{2.24}$$

Os termos z_k em (2.24) são as raízes do polinômio $A(z)$, (2.18), originado do cálculo do conjunto $\{a_k\}$. Já os coeficientes h_k, são calculados a partir da solução do conjunto de equações obtido escrevendo-se (2.24) para $n = 0,\ldots, N-1$. A garantia de estabilidade para a modelagem de $i(n)$ por meio do método de Prony está na imposição de que todos os termos z_k em (2.24) tenham módulo menor que 1. Isto pode ser conseguido simplesmente desconsiderando as raízes de $A(z)$ com módulo maior que 1 ou refletindo-as para o interior da circunferência de raio unitário, e então procedendo-se ao cálculo dos termos h_k. Entretanto, este tratamento para as raízes "instáveis" de $A(z)$ pode comprometer a qualidade do ajuste de curva. Como o nosso objetivo é uma modelagem por meio de $B(z)$ e $A(z)$, e não um somatório de exponenciais, a formulação original de Prony não se aplica ao cálculo de equivalentes de rede, na forma descrita neste trabalho. Além disso, a tentativa de se impor a estabilidade, reconstituindo $A(z)$ a partir de raízes com módulo menor que 1, pode destruir por completo a esparsidade do polinômio original. Como a obtenção de polinômios $B(z)$ e $A(z)$ esparsos é um dos objetivos deste trabalho, esta abordagem para se garantir a estabilidade não se aplica aos nossos objetivos. A utilização do método de Prony no modelamento de sinais a partir de respostas transitórias no domínio do tempo é relatada em [33-38,40]. Uma variação deste método de modo a permitir iterações buscando melhorias no ajuste de curva é proposto em [39].

No método da autocorrelação, o qual propõe a modelagem de sinais somente por pólos, são calculados o conjunto $\{a_k\}$ e apenas o termo b_0 do conjunto $\{b_k\}$, o qual é escolhido igual a 1 ou calculado em função de restrições relacionadas à energia do sinal sob modelagem [2,3,8]. A garantia de estabilidade do polinômio $A(z)$ resultante, vem da estrutura Toeplitz do conjunto de equações utilizados para o cálculo do conjunto $\{a_k\}$ [2,3,8], cuja solução pode ser obtida por meio de

$$\begin{bmatrix} I_{Ue} \\ \hdashline I_M \\ \hdashline I_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -i_{Ue} \\ \hdashline -i_M \\ \hdashline -i_L \end{bmatrix}, \tag{2.25}$$

onde I_{Ue} e i_{Ue} são obtidas de I_U e i_U eliminando-se a primeira linha da matriz e do vetor, respectivamente. A inclusão de I_L, a qual possui a parte abaixo da diagonal principal preenchida por zeros, na equação para a solução do conjunto $\{a_k\}$, confere propriedades especiais à matriz principal de (2.25) [2,3,8]. Estas propriedades garantem a estabilidade do polinômio $A(z)$ resultante. A inclusão de I_L implica em que os valores de $i(n)$ para $n > N-1$ sejam iguais a zero, o que pode causar uma severa distorção na modelagem realizada. Por este motivo, a maneira de se impor a estabilidade prescrita pelo método da autocorrelação não será utilizada neste trabalho.

Com esta breve apresentação, procuramos estabelecer as bases da modelagem paramétrica e as razões pelas quais os métodos clássicos não se aplicam ao cálculo de equivalentes de rede objetivado neste trabalho. Partindo da equação básica, (2.17), será desenvolvida uma metodologia adequada a este fim. Na seqüência, apresentamos um resumo dos principais trabalhos relacionados com o cálculo de equivalentes de rede.

2.3 – REVISÃO DAS METODOLOGIAS PARA O CÁLCULO DE EQUIVALENTES DE REDE.

Metodologias para o cálculo de equivalentes de rede têm sido desenvolvidas tanto no domínio do tempo quanto no domínio da freqüência. Esta distinção diz respeito ao domínio em que estão descritos os dados relativos ao sistema sob modelagem, utilizados para se calcular o equivalente. O cálculo de equivalentes a partir de dados no domínio da freqüência é relatado em [46-49,51,56,59], e a partir de dados no domínio do tempo em [50,52-55].

Morched et al. em [46,51] calculam equivalentes de rede para a admitância do sistema externo a partir de dados referentes à descrição desta admitância na freqüência. A idéia inicialmente apresentada em [46] e validada para equivalentes de porta única é estendida ao caso geral de múltiplas portas em [51]. A resposta em freqüência do sistema sob modelagem é descrita a partir de matrizes de admitância, calculadas para cada freqüência na faixa de interesse. Partindo desses dados, para cada elemento destas matrizes, a correspondente curva de admitância na freqüência é modelada a partir de módulos compostos por combinações de elementos R, L e C, por uma metodologia de ajuste desenvolvida para tal. O tratamento de sistemas trifásicos é feito por meio de decomposição modal, sendo o ajuste de curva feito para cada um dos modos. Procura-se modelar apenas os picos principais da resposta em freqüência de modo a limitar o número de módulos necessários. A simulação do equivalente em pacotes baseados no EMTP é feita a partir da inclusão dos módulos por meio de modelos especialmente desenvolvidos.

Do e Gavrilovic [47,48] utilizam uma metodologia similar à de Morched: o equivalente de rede é obtido da descrição na freqüência das matrizes de admitância modais do sistema por meio de módulos compostos por combinações de elementos R, L e C. Porém, o processo de ajuste é baseado em uma metodologia iterativa de remoção de pólos onde, uma vez ajustado um módulo RLC, os pólos correspondentes são removidos da curva de resposta em freqüência e prossegue-se com o ajuste do próximo módulo. Para a simulação do equivalente, os módulos são incluídos diretamente no EMTP sendo as transformações modais implementadas por meio de transformadores ideais, recurso também utilizado em [82] para a modelagem modal de linhas de transmissão.

A metodologia utilizada por Semlyen e Iravani em [49] difere radicalmente dos trabalhos de Morched e Do. Não é feito nenhum ajuste de curva ou aproximação da resposta em freqüência do sistema sob modelagem. Entretanto, a metodologia exige que o sistema externo seja conectado ao sistema em estudo por meio de uma linha de transmissão. Dessa maneira, usando o "desacoplamento" permitido pelo tempo de trânsito da linha de conexão, Semlyen e Iravani interagem o modelo do sistema em estudo, descrito no domínio do tempo, com o modelo do sistema externo, descrito em sua formulação original (sem aproximações) no domínio da freqüência, por meio de transformações de ida e volta entre os domínios do tempo e da freqüência. Tais transformações são calculadas por meio de FFT, sendo realizadas somente em intervalos de tempo correspondentes ao dobro do tempo de trânsito da linha de conexão. Uma vantagem importante dos equivalentes obtidos a partir das metodologias propostas por Morched, Do e Semlyen et al. é a possibilidade da utilização destes em simulações de transitórios com diferentes intervalos de cálculo. Trabalhos correlatos à identificação de equivalentes no domínio da freqüência, nos quais metodologias de ajuste de curva são desenvolvidas para a modelagem de linhas de transmissão (com parâmetros variáveis na freqüência), são encontrados em [42], no caso de modelagem no domínio dos modos, [68,69,73,74] para a modelagem no domínio das fases e [57] onde é utilizada uma formulação de espaço de estados para os componentes de sistemas de energia. Além destes, uma metodologia para obtenção de modelos racionais genéricos na freqüência complexa s, a partir de curvas de resposta em freqüência, é apresentada em [43]

Diferentemente dos trabalhos citados até aqui, apesar de utilizar dados no domínio da freqüência, os equivalentes de rede calculados por Pereira et al., em [59], são descritos no domínio do tempo discreto. A forma adotada para os equivalentes é de filtros digitais constituídos apenas por zeros, correspondendo à modelagem paramétrica realizada apenas pelo polinômio $B(z)$, ou, ainda, por filtros de resposta impulsiva finita (FIR – "Finite Impulse Response"). A admitância, em função da freqüência, do sistema sob modelagem é calculada inicialmente considerando-se todas as suas barras e então a matriz resultante é reduzida apenas à admitância vista na barra de interface com o sistema externo. A partir desta curva de admitância na freqüência, obtém-se a correspondente resposta ao impulso unitário no tempo, por meio da transformada inversa de Fourier. Os componentes desta resposta impulsiva são então tomados como os componentes do filtro FIR que descreve o equivalente. É avaliada a influência do truncamento da resposta impulsiva (filtro de diferentes ordens) na qualidade da modelagem realizada. A metodologia proposta por Pereira et al. é avaliada apenas para redes de porta única. Pereira et al. pretendem utilizar os equivalentes calculados segundo sua metodologia em simulações de transitórios em tempo real

Os trabalhos de Abur e Singh [50,52] utilizam técnicas de modelagem no domínio do tempo discreto para a obtenção de equivalentes de rede. Em [50] é desenvolvida uma metodologia para obtenção de equivalentes de rede de porta única, a qual é estendida para o caso de múltiplas portas em [52]. Nestes trabalhos, a partir da resposta transitória no domínio do tempo do sistema sob modelagem, resultante da excitação deste por um sinal composto por múltiplas senóides, são calculados os parâmetros do equivalente, o qual será uma representação da admitância do sistema em questão. A decomposição modal é utilizada para o modelamento de sistemas trifásicos, sendo os equivalentes calculados para cada modo. No caso de sistemas de múltiplas portas, para cada modo, cada componente da matriz de admitância do equivalente é descrito por uma equação de diferenças igual a (2.17), ou seja, a cada componente da matriz de admitância corresponde um conjunto de coeficientes $\{a_k\}$ e $\{b_k\}$. Isto implica na utilização e cálculo de oito conjuntos de coeficientes distintos para a modelagem de cada um dos modos de um sistema de duas portas. Não é imposta a esparsidade na obtenção dos parâmetros do equivalente e nem são tratados explicitamente a questão da estabilidade e passividade deste. A equação utilizada para a determinação dos conjuntos $\{a_k\}$ e $\{b_k\}$ é similar a (2.22). Entretanto, não são utilizadas as partições superiores I_U, V_U e i_U. Sendo calculados no domínio do tempo discreto, os equivalentes obtidos por meio desta metodologia somente são válidos para simulação de transitórios utilizando o mesmo intervalo de cálculo para o qual foram determinados. Utilizando a mesma formulação para o equivalente que Abur e Singh, mas realizando a identificação do equivalente por meio de dados no domínio da freqüência, Watson et al apresentam uma metodologia para o cálculo de equivalentes em [56]. A questão da robustez do equivalente também não é abordada em [56]

Hong e Park [53] também realizam o cálculo de equivalentes de rede utilizando modelagem no domínio do tempo. Entretanto, diferentemente de Abur e Singh, eles utilizam o método de Prony para tal, modelando a impedância equivalente do sistema sob modelagem. Desta maneira, o sinal de excitação utilizado é um impulso unitário de corrente e a tensão resultante é utilizada para a determinação dos parâmetros do equivalente. Além disso, o equivalente resultante não é descrito em termos do modelo racional derivado dos conjuntos $\{a_k\}$ e $\{b_k\}$, e sim pela correspondente expansão de $B(z)/A(z)$ em frações parciais. Isto permite a redução da ordem do equivalente por meio da eliminação das frações parciais com resíduos muito pequenos, o que, de certa maneira, corresponde à esparsidade utilizada neste trabalho. Uma vez que é utilizada a formulação por frações parciais, o que implica no cálculo das raízes do correspondente polinômio $A(z)$, a estabilidade do equivalente pode ser alcançada eliminado-se as frações parciais correspondentes a raízes instáveis. A questão da passividade do equivalente, entretanto, não é abordada. Hokamoto et al [54,55] também utilizam o método de Prony para a obtenção de modelos de sistemas de energia. No entanto, os modelos são voltados para o estudo de oscilações eletromecânicas, sendo a faixa de freqüência e a ordem dos modelos envolvidas totalmente distintas das consideradas no trabalho de Hong e também neste trabalho. A identificação de modelos, voltados para aplicações em sistemas de energia, por meio de modelagem no domínio do tempo é abordada genericamente em [41], onde a modelagem por funções de transferência é discutida, e em [44], no qual diferentes métodos de modelagem são discutidos e comparados.

A modelagem realizada neste trabalho segue a filosofia apresentada por Abur e Singh e também Hong e Park: a resposta transitória no domínio do tempo do sistema externo é utilizada para a determinação de um modelo paramétrico para o mesmo. São diferentes, entretanto, as equações utilizadas para o cálculo dos parâmetros do equivalente, o sinal de excitação utilizado e, o mais importante, a questão da robustez e da esparsidade do equivalente são explicitamente abordadas. Estas restrições são incorporadas à metodologia de cálculo do equivalente, como veremos nos capítulos 3 e 4, respectivamente para equivalentes de redes de porta única e duas portas.

Procuramos com este capítulo estabelecer a relação entre as áreas de cálculo de transitórios, modelagem paramétrica e equivalentes de rede. Passamos, portanto, a descrever nos capítulos seguintes a metodologia de cálculo de equivalentes de rede para a utilização em simulação de transitórios, obtidos por meio de modelagem paramétrica no domínio do tempo.

3

CÁLCULO DE EQUIVALENTES DE REDE DE PORTA ÚNICA

Neste capítulo será apresentada a metodologia desenvolvida para o cálculo de equivalentes de rede de porta única. Conforme descrito na introdução, o núcleo do conteúdo deste capítulo será constituído por dois artigos técnicos submetidos para publicação no IEEE Transactions on Power Delivery da PES – Power Engineering Society do IEEE – Institute of Electrical and Electronic Engineers, os quais ainda se encontram sob análise. Foi feita uma opção por manter o conteúdo dos artigos em sua totalidade, mesmo que isto implique em alguma redundância, basicamente no que diz respeito às questões introdutórias. A opção pela totalidade não deixa dúvidas com relação ao conteúdo dos artigos, tanto nos aspectos de extensão quanto de profundidade dos temas abordados. A única modificação implementada foi de formatação, de modo a permitir uma melhor legibilidade. Após os artigos, serão apresentados comentários e discussões adicionais. Os títulos dos dois artigos a serem apresentados são:

. "Robust Sparse Network Equivalent for Large Systems: Methodology

. "Robust Sparse Network Equivalent for Large Systems: Performance Evaluation

A idéia básica de se utilizar esparsidade para obter uma maior eficiência computacional, foi apresentada em [60], onde se mostra que os equivalentes esparsos são mais eficientes que os equivalentes não esparsos por um fator de 5,12 e que a representação completa por um fator de 6,41. Entretanto, é mostrado também que as condições de estabilidade e passividade do equivalente são normalmente obtidas apenas quando os sistemas externos a serem modelados são constituídos por somente algumas linhas de transmissão (4 linhas de transmissão no exemplo apresentado em [60]). Para sistemas médios e grandes, normalmente, pelo menos uma das duas condições de robustez, estabilidade ou passividade, é violada, tornando o equivalente inviável. Partindo desta situação, buscou-se a solução do problema desenvolvendo-se uma metodologia na qual as restrições de robustez fizessem parte do cálculo do equivalente e que pudesse ser aplicada para o cálculo de equivalentes de sistemas compostos por várias linhas de transmissão. Estas são, em resumo, as questões tratadas nos artigos apresentados a seguir.

3.1 – ARTIGO 1.

Robust Sparse Network Equivalent for Large Systems: Methodology

W.C. Boaventura [*](M)

Department of Electrical Engineering
Federal University of Minas Gerais
Av. Antônio Carlos, 6627
31.270-010 - Belo Horizonte, MG, Brazil
boavenw@power.ele.utoronto.ca
*on leave at the University of Toronto

A. Semlyen (LF)   M.R. Iravani (M)

Department of Electrical and Computer Engineering
University of Toronto
10 King's College Road
Toronto, ON, Canada - M5S 3G4
semlyen@ecf.utoronto.ca   iravani@ecf.utoronto.ca

A. Lopes (M)

Department of Communications
University of Campinas
P.O. Box 6101
13.083-970 - Campinas, SP, Brazil
amauri@decom.fee.unicamp.br

Abstract: This paper deals with the calculation of a Sparse Network Equivalent (SNE) for the analysis of electromagnetic transients in large systems. The main feature of the new approach is the enforcement of sparsity, stability, passivity, and accuracy at specific frequencies of the equivalent. The procedure is based on time-domain fitting with quadratic programming to enforce the constraints. The SNE can be interfaced with transient calculation programs directly in time-domain. Results are presented in the companion paper.

Keywords: Network equivalent, Electromagnetic transients, Time-domain fitting, Discrete time, Quadratic programming.

I. INTRODUCTION

Transient studies play an important role in the design and operation of an electric power system. In such studies there is usually a study zone, a restricted portion of the system, and an external system, which comprises the rest of the system. If a complete representation is adopted for the external system, the computational effort required for the calculations may be excessive. This is particularly true for the case of large systems especially when frequency dependent models are used for transmission lines. Even if only a part of the external system is to be used in the calculation, it is difficult to establish which part should be neglected. Network equivalents are used in this situation to reduce the computational burden for the transient calculation of the whole system by providing a suitable representation for the external system. Several contributions about calculation of network equivalents using either frequency-domain or time-domain fitting techniques are reported in [1,2] and [3-7] respectively.

This paper presents a methodology for deriving a Sparse Network Equivalent (SNE) based on time-domain fitting procedures. The main feature of the new procedure is the imbedded enforcement of robustness and sparsity in the calculation of the equivalent. Robustness implies both stability and passivity. Also enforced is the accuracy of the equivalent at specific important frequencies like 0 Hz and 60 Hz. As it is derived in discrete-time domain, the SNE can be directly interfaced with the study zone for the simulation of electromagnetic transients. The computational efficiency of the equivalent is ensured by its sparsity. The results presented in the companion paper demonstrate the feasibility of the methodology in deriving equivalents for systems composed of up to 100 transmission lines. Computational efficiency and accuracy in the context of digital electromagnetic transient calculations have been examined in references [8-15].

In the remainder of this paper the methodology for the calculation of the equivalent is described. Section II presents the general formulation for the methodology followed by the fitting and constraint equations in sections III and IV. Details of implementation are given in Section V and conclusions in Section VI.

II. OUTLINE OF THE METHODOLOGY

The data required for computing the equivalent is obtained either from digital time-domain simulation of the external system or from measurements. For the latter, the errors due to digitization and noise can be significant but the methods to deal with this issue are not addressed in this paper. Fitting procedures usually require a solution of an overdetermined set of linear equations. This however does not ensure stability, passivity, sparsity and accuracy (at specific frequencies) of the equivalent. Therefore, in this work a set of linear constraints are added to the set of linear equations related to the fitting. In a general formulation we solve

$$\min_x \|Ax - c\|, \quad Dx \le e \tag{1}$$

where A and c correspond to the fitting equations and D and e to the constraint equations, to be detailed later. A solution for x is obtained when the fitting equations are overdetermined by using Quadratic Programming [16].

The fitting equations, presented in the next section, are deduced from the discrete nature of the equivalent and enforce its sparsity. In Section IV constraint equations for stability, passivity, and accuracy at specific frequencies are derived and combined to obtain D and e. For multiphase systems, the equivalents are calculated treating each mode separately via modal decomposition techniques.

III. FITTING EQUATIONS

A single port equivalent for an external system is derived in this section. Assuming time-invariance and zero initial conditions, a linear system, seen as a single port network, can be fully characterized in discrete-time domain by a linear constant-coefficient equation [17]. Two data sequences, a voltage/current pair, $v(n)$ and $i(n)$, considered as input and output respectively, are used to calculate the equivalent. These data sequences of length N are taken at the port of the external system. The data is assumed accurate, disregarding errors due to discretization which are inherent in digital simulations. The difference equation of order p (referring to the output) relates $v(n)$ and $i(n)$ and represents the equivalent as

$$\sum_{k=0}^{p} a_k i(n-k) = \sum_{k=0}^{q} b_k v(n-k) \qquad (n = 0,\ldots, N-1). \tag{2}$$

The coefficients a_k and b_k in (3), which describe the equivalent, are to be determined. q is the number of past terms related to the input and used to compute the present value of the output.

The input $v(n)$ must be such that the calculated coefficients a_k and b_k can characterize the external system in the desired frequency range, i.e. from zero to the maximum frequency allowed by the time step. A unit-step input voltage is generally used as it can be easily represented in transient calculation programs and meets the frequency requirements. The coefficient a_0 in (2) can be set to 1 without loss of generality. Setting $q = p$ (see Section A below) and rearranging the terms in (2), we build a set of N linear equations, assuming $N > 2p+1$. This results in (3), or (4), where the subscripts of the variables v and i indicate the corresponding time index in the sequences $v(n)$ and $i(n)$:

$$\left[\begin{array}{cccc:cccc} 0 & 0 & . & 0 & -v_0 & 0 & . & 0 \\ i_0 & 0 & . & 0 & -v_1 & -v_0 & . & 0 \\ . & . & . & 0 & . & . & . & 0 \\ i_{p-2} & i_{p-3} & . & 0 & -v_{p-1} & -v_{p-2} & . & 0 \\ \hdashline i_{p-1} & i_{p-2} & . & i_0 & -v_p & -v_{p-1} & . & -v_0 \\ . & . & . & . & . & . & . & . \\ i_{N-2} & i_{N-3} & . & i_{N-p-1} & -v_{N-1} & -v_{N-2} & . & -v_{N-p-1} \end{array}\right] \left[\begin{array}{c} a_1 \\ . \\ a_p \\ \hdashline b_0 \\ . \\ . \\ b_p \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c} -i_0 \\ -i_1 \\ . \\ -i_{p-1} \\ \hdashline -i_p \\ . \\ -i_{N-1} \end{array}\right] \tag{3}$$

or,

$$\begin{bmatrix} C & -V \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -i \end{bmatrix} \tag{4}$$

Note that if a unit-impulse voltage is used for $v(n)$, the first $p+1$ rows of submatrix V are reduced to the identity matrix. The coefficients b_k would then be just a linear combination of the coefficients a_k as in Prony's work [18]. This permits a separate solution for the unknowns a_k and b_k, reducing the size of the matrices and the corresponding computational effort. However, the constraints of stability, passivity, and accuracy at specific frequencies depend on both a_k and b_k. Therefore, we use a step response for simultaneous calculation of a_k and b_k. This also makes the extension of the procedure easier when the data for $v(n)$ and $i(n)$ is obtained from measurements. N is larger then $2p+1$ if (3) is overdetermined. Our studies indicate that a redundancy of about 2 results in a fairly accurate solution. The order p and the modification of (3) to enforce sparsity are discussed in the following subsections.

Rearranging the terms in (2) and substituting $q = p$ and $a_0 = 1$, we get the normalized equation:

$$i(n) = b_0 v(n) + \sum_{k=1}^{p} \left(b_k v(n-k) - a_k i(n-k) \right) \tag{5}$$

The coefficient b_0 in (5) has the dimension of an admittance and the summation is computed only from past values. This allows the integration of the equivalent into a transient calculation program. When dealing with multiphase systems, the equivalents for the line and ground modes (based on modal transformation matrices) are used to obtain the end results in phase-domain.

A. Determination of the order of the equivalent

Each transmission line in the external system requires an "infinite-order" model (with an infinitesimal time step) for exact representation. For transient simulations, sufficiently accurate results are achieved using a reasonably small time step. There is an intrinsical relation between the time step, the "length" of the external system and the order of the equivalent. Reducing the external system to a single, open-ended, transmission line and analyzing the current wave reflections due to energization by a unit step voltage, we obtain information about the order of the equivalent. The first reflected traveling wave arrives at the sending end bus from the far end at a time corresponding to twice the line travel time. Thus, an equivalent must have an order equal to this time divided by the time step. Also from this analysis, q in (2) must be equal to p to correctly account for multiple reflections. When the external system is composed of several transmission lines, the current-wave reflections due to all connections and terminations contribute to the response characteristic. It is thus difficult to assign a proper order for the equivalent only based on the configuration and length of the transmission lines of the external system.

To determine p, we define two limits for the "length" (in time steps) of the external system, which are usually the limits for p. The *minimum length* of a network is defined as the double of the time required for a signal to arrive from the sending bus to the farthest node in the network, through the shortest path, divided by the time step. By computing the double of all transmission line travel times divided by the time step we get the *maximum length* of a network. A radial network has p approaching the minimum length while a meshed network has p close to the maximum length. This analysis suggests that p increases indefinitely with the length of the network. However, our studies indicate that even a very large network can be accurately approximated by an equivalent of a comparatively small p. We attribute this to the presence of losses in the network and to its length. Losses make the traveling waves arriving from the farthest nodes relatively small in amplitude so that their influence is barely noticed in the waveforms taken at the sending bus. We can also establish a relation between the order for the line-mode and ground-mode equivalents. The ground mode has a lower velocity of propagation and correspondingly results in a larger "length" for the network. Accordingly, we use a larger order for the ground-mode equivalent compared to the line-mode equivalent. To further estimate the value of p, we perform a numerical rank analysis of the matrices of (3), as described below.

The data corresponding to $v(n)$ or $i(n)$, respectively used to build C or V in (4), is corrupted by round-off noise due to the limited number of significant digits used in transient calculations. Although the noise is very low, its effect is easily noticed using singular value decomposition (SVD) [19,20] of the matrices of (3). As shown by the dashed lines, we have four submatrices in (3): C_U, V_U and C_L, V_L (for upper and lower partitions respectively) and all correspond to matrix A of (1). When solving an ordinary set of linear equations, one would evaluate the rank of A. Due to the structure of C and V, we only use the lower partition C_L in this analysis. Partitions C_U and V_U contribute to the rank of A with p linearly independent rows, regardless of how large p is. This is due to the fact that the upper triangles are filled with zeros (accounting for the initial conditions). If p is overestimated, the upper partitions lead to erroneous information about the intrinsical order of the system. C_L, not V_L, is used because the sequences $v(n)$ and $i(n)$ are produced using a voltage source. Building C_L for a value of p much larger than the presumed order of the external system and calculating its SVD, one can notice that several singular values are negligible. These account for the round-off noise present in C_L. Thus, a suitable value for p is the index of the lowest significant singular value, i.e. the numerical rank of C_L. This choice for the value of p usually results in the well-conditioning of (3), allowing proper calculation of the $2p+1$ unknowns, the coefficients sets a_k and b_k.

Due to the high losses inherent in the ground mode, the traveling waves corresponding to the reflections at the farthest nodes are highly attenuated. This is reflected in the SVD analysis of C_L for the ground mode as a gradual decrease in its singular values. The SVD-based procedure for the determination of p would indicate a value much smaller than a suitable one in this case. As the losses are low in the line mode, the procedure reliably results in an appropriate value of p for this mode. Thus, p for the ground mode is determined by multiplying the corresponding value for the line mode by a factor greater than one which accounts for the differences in the travel times of the modes. Usually (3) is poorly conditioned when the ground mode is considered. An example is shown in Fig. 1, where the SVDs of C_L corresponding to both modes for systems composed of 12, 50 and 100 transmission lines are presented. The parameters for these calculations are N=4000, p=1800 and the time step is 50µs. The determined values for p (line mode) are 242, 916 and 1262 respectively for the 12, 50 and 100 transmission lines systems. These results show that even a very large system, of for instance 100 transmission lines, can be represented by an equivalent using a relatively small value for p.

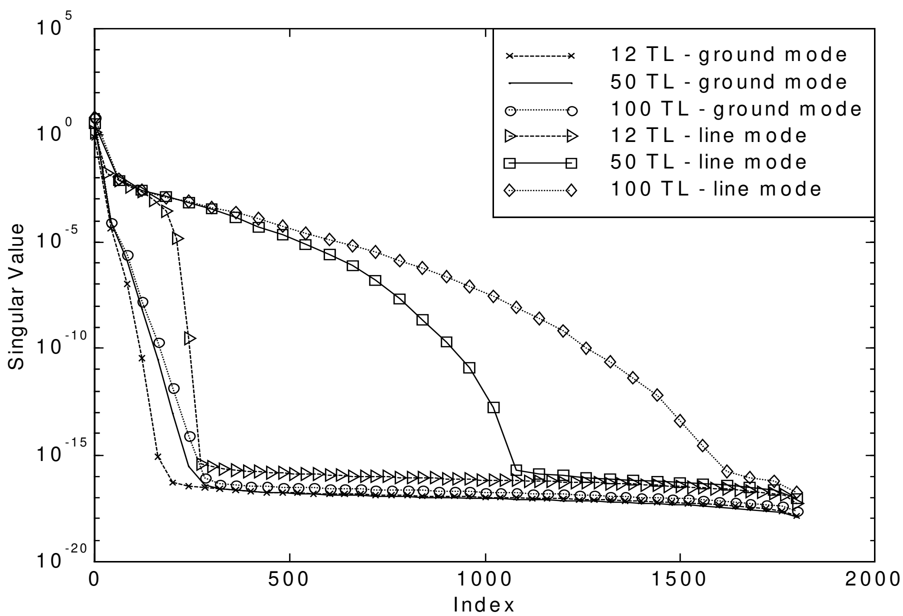


Fig. 1 - Singular value decomposition of C_L for networks composed of 12, 50 and 100 transmission lines.

B. Sparsity in the identification of a_k and b_k

Sparsity means zero values in the coefficients a_k, b_k. It has the beneficial effect of reducing the time needed for the calculation of the convolutions in (5) and correspondingly speeding up the computation of transients. Enforcing sparsity in the sets a_k and b_k implies to identify which coefficients will have non-zero values while the others will be set to zero. This is accomplished by obtaining a basic solution of (3) using methods based on QR factorization and searching the solution for the position of the N_S largest coefficients for each set a_k and b_k. These positions are saved and used in latter calculations as described in Section V. This approach is suitable for obtaining equivalents for both line and ground modes. The use of QR factorization (achieved by the "\" operator in Matlab [16]) allows to take advantage of the rank deficiency typical for the ground mode by automatically setting to zero a number of variables. This results in an initial sparsity in the basic solution of (3). The same could be obtained using SVD, but at a higher computational cost. The details of how this initial sparsity is obtained using SVD or QR factorization are presented in Appendix A. An alternative procedure for the line mode is presented in the following. It is based on the analysis of the current sequence $i(n)$.

When $i(n)$ is calculated for a small system, the reflected traveling waves arrive at the sending bus separated by relatively large time intervals. The comparison between the positions of the non-zero coefficients obtained from a basic solution of (3) and the instants at which traveling waves arrive at the sending bus, shows a great degree of coincidence. For a large system, such a characteristic is not prominent due to the increased number of traveling waves arriving at the sending bus. This causes the basic solution of (3) to be practically non-sparse, making the identification of the best positions for the non-zero coefficients difficult. It is however possible to obtain the positions for the non-zero coefficients which reflect the arriving waves by analyzing $i(n)$ as follows.

First, we calculate a pseudo impulse response, $i_{IR}(n)$, as the backward difference of $i(n)$, $i_{IR}(n)=i(n)-i(n-1)$. The largest values of $i_{IR}(n)$, in magnitude, correspond to the arrival instants of the traveling waves. A search for the N_S largest values of $i_{IR}(n)$, for $n=0,\ldots,p-1$, identifies the positions of the non-zero coefficients for the set a_k. For the set b_k, the positions are obtained from a basic solution of (3) with C built only for the non-zero unknowns already identified. The part of the basic solution corresponding to b_k is searched and the positions of the N_S largest elements are identified.

In calculations corresponding to enforcement of stability, passivity, and accuracy for specific frequencies, only the non-zero unknowns are used.

IV. CONSTRAINT EQUATIONS

The sparsity of the sets a_k and b_k results in significant computational efficiency for the equivalent. However, it *usually* produces an unstable, non-passive equivalent.

The constraint equations derived in this section are used to build D and e for (1). The stability and passivity of a linear system is related to the coefficients a_k and b_k through nonlinear equations. These constraints are enforced using a linearized form of such equations in an iterative procedure. Although transient calculations using the equivalents can provide a good overall fitting, the equivalent itself may lack accuracy at specific frequencies like 0 Hz and 60 Hz. Thus, single frequency constraints are used to improve the accuracy at such frequencies.

A. Stability constraint

The information regarding the stability of a linear system, described by a constant-coefficients difference equation, is assessed through the analysis of its natural modes. This is done by calculating its zero-input response, i.e. the sequence $i_h(n)$ that satisfies

$$\sum_{k=0}^{p} a_k i_h(n-k) = 0 \tag{6}$$

A solution for (6), referred to as the homogeneous equation [17], is a sequence $i_h(n)$ of the form

$$i_h(n) = \text{const.} z^n \tag{7}$$

From the substitution of (7) in (6), the complex numbers z in $i_h(n)$ must be the roots of the polynomial equation

$$\sum_{k=0}^{p} a_k z^{-k} = 0 \tag{8}$$

The absolute value for each root z must be less than 1 to result in a stable sequence. Suppose we have a basic solution for (1) that results in an unstable equivalent. Assuming linearity, to enforce stability we calculate a correction Δx to be added to x such that the absolute values of all roots z become less than 1. The stability constraint equation is then

$$J_S \Delta x < 1 - | z_U | \tag{9}$$

where J_S is the Jacobian matrix of the absolute values of z_U, the unstable (and potentially unstable) set of roots, with respect to the coefficients a_k. The elements of J_S can be calculated analytically using

$$\frac{\partial |z_j|}{\partial a_i} = -|z_j| \operatorname{Re} \frac{1}{\sum_{k=1}^{p} k a_k z_j^{-k+i}} \tag{10}$$

The details for deriving (10) are given in Appendix B. The constraint for stability is expressed as a function of the increment Δx and the corresponding incremental formulation of (1) is given in Section V.

B. Passivity constraint

The equivalent represents the admittance of the external system and, like every passive network, when represented as a complex valued function in the frequency domain, it must have its real part positive.

The external system is excited by a voltage source

$$v(n) = v(t_n) = v(n\Delta t) = v_0\, e^{j\omega n\Delta t} = v_0 (e^{j\omega \Delta t})^n \tag{11}$$

Using the auxiliary variable $z = e^{j\omega\Delta t}$, (11) is expressed as

$$v(n) = v_0 z^n \tag{12}$$

The corresponding current is

$$i(n) = i_0 z^n \tag{13}$$

Setting $v_0 = 1$, which implies $i_0 = Y_\omega$, and substituting (11) and (12) in (5), we obtain

$$Y_\omega = b_0 + \sum_{k=1}^{p} (b_k - Y_\omega a_k) z^{-k} \tag{14}$$

Equation (14) is a representation of the equivalent as an admittance and a function of ω. Rearranging (14) leads to

$$Y_\omega = \frac{\sum_{k=0}^{p} b_k z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^{p} a_k z^{-k}} = G_\omega + jB_\omega = \frac{N_\omega}{D_\omega} \tag{15}$$

From a basic solution of x we compute Y_ω for several frequencies resulting in the set Y_0 for which the real part is G_0. We need to calculate two corrections, Δx_a and Δx_b (for a_k and b_k respectively), to be added to x in order to enforce the value of G_0 to be positive for any ω. Thus, the passivity constraint equation is

$$\begin{bmatrix} -J_{Pa} & -J_{Pb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_a \\ \Delta x_b \end{bmatrix} < G_0 \quad , \tag{16}$$

where J_{Pa} and J_{Pb} are the Jacobian matrices of G_0 with respect to the coefficients a_k and b_k respectively. The components of J_{Pa} and J_{Pb} are calculated using (17) and (18) respectively, derived directly from (15):

$$\frac{\partial G_\omega}{\partial a_k} = -\mathrm{Re}\frac{N_\omega}{D_\omega^2} e^{-j\omega k} \tag{17}$$

$$\frac{\partial G_\omega}{\partial b_k} = \mathrm{Re}\frac{e^{-j\omega k}}{D_\omega} \tag{18}$$

C. Single frequency accuracy constraint

Once the complex value, $Y_{\omega_o} = G_{\omega_o} + jB_{\omega_o}$, of the admittance of the external system is known for a particular frequency ω_o, it can be used to enforce the required accuracy of the equivalent at this specific frequency. The equations for this constraint are similar to (16) but are equality constraints and also deal with the imaginary part of $Y_{\omega o}$

$$\begin{bmatrix} J_{rPa_o} & J_{rPb_o} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_a \\ \Delta x_b \end{bmatrix} = G_{\omega_o} - G_{oo} \tag{19}$$

$$\begin{bmatrix} J_{iPa_o} & J_{iPb_o} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_a \\ \Delta x_b \end{bmatrix} = B_{\omega_o} - B_{oo} \tag{20}$$

In (19) and (20), the right side represents mismatches. G_{oo} and B_{oo} are respectively the real and imaginary parts of Y_ω, calculated at ω_o, from the basic solution x and J_{iPa_o} (J_{rPa_o}) and J_{iPb_o} (J_{rPb_o}) are Jacobian obtained from the imaginary (real) counterpart of (17) and (18), computed only at ω_o. Each single frequency admittance value that is to be enforced needs a pair of equations like (19) and (20), except for 0 Hz where only (19) is used.

V. STEP-BY-STEP PROCEDURE FOR NETWORK EQUIVALENT CALCULATION

The fitting and constraint equations derived in Sections III and IV are combined in an iterative procedure that uses quadratic programming to obtain a solution for (1) in each iteration. The procedure must be iterative due to the intrinsically nonlinear relation between the constraints and the unknowns, the sets a_k and b_k. The equivalents for both line and ground modes are calculated separately using the procedure outlined in the following.

⇒ *Step 1:* Using SVD and the "length" of the network (based on the concepts in Section III.A), determine a suitable value for p.

⇒ *Step 2:* From (3) build matrices C and V from data sequences $i(n)$ and $v(n)$ using $q = p$.

⇒ *Step 3:* Following the procedure presented in Section III.B, identify positions of N_S non-zero coefficients for each set a_k and b_k. If the equivalent is calculated for the line mode, the pseudo impulse response procedure may be used. Our studies show that this procedure usually results in a better overall fitting for the same degree of sparsity.

⇒ <u>*Step* 4*:*</u> Modify matrices C and V keeping only the columns corresponding to the N_S non-zero coefficients for each set a_k and b_k. The corresponding sparse version of matrix A, in (1), is called A_{Sp}. Obtain a basic sparse solution x_{Sp} and split it in the corresponding sparse sets of coefficients a_k and b_k.

⇒ <u>*Step* 5*:*</u> Using (8), calculate the set of roots z_U. From (15), obtain G_0.

⇒ <u>*Step* 6*:*</u> The iterative procedure begins at this step. Calculate the Jacobians J_{rPa_o}, J_{rPb_o}, J_{iPa_o}, and J_{iPb_o}, at each single frequency ω_o using Y_{ω_o}.

⇒ <u>*Step* 7*:*</u> To reduce the computational effort in the quadratic programming procedure, only parts of the sets z_U and G_0 are used. From z_U, only the roots with absolute values larger or slightly less than 1 are used. Similarly, from G_0, we use only those frequencies at which G_ω is negative or slightly positive. Calculate Jacobians matrices J_S, J_{Pa} and J_{Pb} for the stability and passivity enforcement only for the roots and frequencies specified above.

⇒ <u>*Step* 8*:*</u> Combine the constraint equations to build D and e.

⇒ <u>*Step* 9*:*</u> As the constraint equations are expressed in terms of increments for the unknowns, the corresponding version of (1), shown in (21), is used in the quadratic programming procedure

$$\min_{\Delta x_{Sp}} \left\| A_{Sp}\Delta x_{Sp} - (c - A_{Sp}x_{Sp}) \right\|, \quad D\Delta x_{Sp} \le e \tag{21}$$

⇒ <u>*Step*10*:*</u> Using Δx_{Sp} from the last step, calculate the solution $x_{Sp} + \Delta x_{Sp}$. Split it in the sets a_k and b_k. Calculate z_U and G_0. Check if the single frequency accuracy, stability and passivity requirements are satisfied. If all the requirements are met, terminate the iterative procedure. If not, go back to step 6 and continue the iterations until all the requirements are met.

The speed of convergence of the iterative procedure can be of concern. From several calculations of equivalents, we observed that the procedure assures robustness in about 5 to 15 iterations.

VI. CONCLUSIONS

The paper presents a methodology for the calculation of a robust sparse network equivalent (SNE) based on time-domain fitting. The methodology allows obtaining equivalents for very large systems. The SNE can be directly integrated in an electromagnetic transient calculation program. Its sparsity assures computational efficiency.

The robustness of the SNE is accomplished by enforcing a set of linear constraints, accounting for stability, passivity, and accuracy at specific frequencies. The equivalent is calculated by an iterative procedure as a constrained least squares solution of the fitting equations using a quadratic programming procedure.

The results presented in the companion paper work demonstrate the accuracy and computational efficiency of the new network equivalent. It is shown that, due to its sparsity, the SNE is by an order of magnitude faster than a non-sparse equivalent.

VII. ACKNOWLEDGEMENTS

Financial support by the Natural Sciences and Engineering Research Council of Canada is gratefully acknowledged. The first author wishes to thank CAPES/Brazil and the Federal University of Minas Gerais for granting a study leave at the University of Toronto.

VIII. REFERENCES

[1] A.S. Morched and V. Brandwajn, "Transmission Network Equivalents for Electromagnetic Transient Studies," *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-102, no. 9, pp. 2984-2994, September 1983.

[2] A.S. Morched, J.H. Ottevangers, and L. Marti, "Multi-port Frequency Dependent Network Equivalents for the EMTP," *IEEE Trans. on Power Delivery*, vol. 8, no. 3, pp. 1402-1412, July 1993.

[3] J-H. Hong and J-K Park, "A Time-Domain Approach to Transmission Network Equivalents via Prony Analysis for Electromagnetic Transients Analysis," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 10, no. 4, pp. 1789-1797, November 1995.

[4] T. Noda, N. Nagaoka, and A. Ametani, "Phase Domain Modeling of Frequency-Dependent Transmission Lines be Means of an ARMA Model", *IEEE Trans. on Power Delivery*, vol. 11, no. 1, pp. 401-411, January 1996.

[5] H. Okamoto, A. Kurita, J.J. Sanchez-Gasca, K. Clark, N.W. Miller, and J.H. Chow, "Identification of Equivalent Linear Power System Models from Electromagnetic Transient Time Domain Simulations Using Prony's Method," *Proceedings of the 35th Conf. on Decision and Control,* Kobe, Japan, pp. 3857-3863, December 1996.

[6] H. Okamoto, A. Kurita, J.J. Sanchez-Gasca, K. Clark, N.W. Miller, and J.H. Chow, "Identification of Low Order Linear Power System Models from EMTP Simulations Using Steiglitz-McBride Algorithm", *IEEE Trans. on Power Ssytems*, vol. 13, no. 2, pp. 422-427, May 1998.

[7] J.R. Smith, J.F. Hauer, and D.J. Trudnowski, "Transfer Function Identification in Power System Applications," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 8, no. 3, pp. 1282-1290, May 1993.

[8] J.J Sanchez-Gasca and J.H. Chow, "Performance Comparison of Three Identification Methods for the Analysis of Electromechanical Oscillations" *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 14, no. 3, pp. 995-1002, August 1999.

[9] J.R. Marti, “Accurate Modelling of Frequency-Dependent Transmission Lines in Electromagnetic Transient Simulations,” *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-101, no. 1, pp. 147-155, January 1982.

[10] J. Lin and J.R. Marti , “Implementation of the CDA Procedure in the EMTP,” *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 5, no.2, pp. 394-402, May 1990.

[11] A. Semlyen and F. de Leon, “Computational of Electromagnetic Transients Using Dual or Multiple Time Steps,” *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 8, no. 3, pp. 1274-1281, August 1992.

[12] G. Angelidis and A. Semlyen, “Direct Phase-Domain Calculation of Transmission Line Transients Using Two-Sided Recursions,” *IEEE Trans. on Power Delivery*, vol. 10, no. 2, pp. 941-949, April 1995.

[13] T. Henriksen, “Including High Order Rational Functions in EMTP A Comparison Between Alternative Methods with Emphasis on Accuracy.” *IEEE Trans. on Power Delivery*, vol. 12, no. 1, pp. 372-379, January 1997.

[14] T. Noda, N. Nagaoka, and A. Ametani, “Further Improvements to a Phase-Domain ARMA Line Model in Terms of Convolution, Steady-State Initialization, and Stability,” *IEEE Trans. on PWRD*, vol. 12, no. 3, pp. 1327-1334, July 1997.

[15] H.V. Nguyen, H.W. Dommel, and J.R. Marti, “Direct Phase-Domain Modelling of Frequency-Dependent Overhead Transmission Lines,” *IEEE Trans. on Power Delivery*, vol. 12, no. 3, pp. 1335-1342, July 1997.

[16] *Matlab - Language Reference Manual - V. 5*, The MathWorks Inc., June 1997.

[17] A.V. Oppenheim and R.W. Schafer, *Discrete-Time Signal Processing*, Prentice-Hall, Englewood Clifs, NJ, 1989.

[18] R.Prony, “Essai expérimental et analytique sur les lois de la dilatabilité des fluides élastiques et sur celles de la force expansive de la vapeur d’alcool à différentes températures,” *J.l’Ecole Polytech.*, Paris, vol.1, pp.24-76, 1795.

[19] M.L.Van Blaricum and R. Mittra, “Problems and Solutions Associated with Prony’s Method for Processing Transient Data,” *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, vol. AP-16, no. 1, pp. 174-182, January 1978.

[20] G.H. Golub and C.F. Van Loan, *Matrix Computations*, 2nd ed. Baltimore, MD, John Hopkins University Press, 1989.

IX. APPENDICES

A. Sparsity in the basic solution of (3) *using SVD or QR factorization*

The matrix factorizations of SVD and QR can be used to obtain a basic solution for (3) which ab initio has some degree of sparsity. The sparsity corresponds to the rank deficiency of A, in (1), and is more pronounced in the case of the ground-mode equivalent. For more general derivations see [20]. We address the use of SVD first.

The basic solution of (3) is obtained solving, in a least squares sense,

$$Ax = c \tag{A1}$$

where $A = [C - V], A \in \mathbb{R}^{n \times m}$.

Taking the SVD of A we obtain

$$A = U \Sigma V^T \tag{A2}$$

If the rank of A is r, $r < m$, the diagonal matrix $\Sigma \in \mathbb{R}^{n \times m}$, can be partitioned as follows:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma_1 & 0 \\ 0 & \Sigma_2 \end{bmatrix} \tag{A3}$$

where the submatrix $\Sigma_1 \in \mathbb{R}^{r \times r}$ contains the significant singular values of A and $\Sigma_2 \in \mathbb{R}^{n-r \times m-r}$ the very small singular values. Substituting (A2) in (A1) we obtain

$$\Sigma\, y = g \tag{A4}$$

where

$$g = U^T c, \quad c = Ug \tag{A5}$$

$$y = V^T x, \quad x = Vy \tag{A6}$$

Neglecting Σ_2 and solving (A4) in the partitioned form

$$\begin{bmatrix} \Sigma_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \end{bmatrix} \tag{A7}$$

we observe that y_2 can be chosen arbitrarily and the lower part of (A7) is satisfied only if g_2 is zero, implying a final (small) error in the least squares solution. We get $y_1 = (\Sigma_1)^{-1} g_1$.

If we write $x = Vy$ of (A6) in the partitioned form

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{11} & V_{12} \\ V_{21} & V_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} \tag{A8}$$

we see that the arbitrary y_2 can be chosen so as to set part of x to zero, resulting in the desired sparsity. These restrictions to be imposed on x can be formulated as

$$Lx = h \tag{A9}$$

where $h \in \mathbb{R}^{m \times 1}$ is all zeros and $L \in \mathbb{R}^{m-r \times m}$ is all zeros except in the corresponding positions of the part of x to be set to zero. Premultiplying (A8) by L and taking (A9) and (A6) into account, results in

$$\begin{bmatrix} W_1 & W_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = h, \qquad W = LV \tag{A10}$$

Solving (A10), i.e.,

$$W_2 y_2 = h - W_1 y_1 \tag{A11}$$

for y_2 we can obtain, using (A6), the corresponding x, with $m-r$ variables equal to zero, resulting in the desired sparsity.

There is still the problem of which values of x are to be set to zero. Obviously these should be the smallest in a non-sparse solution. This information may come from the permutation matrix obtained in the QR factorization of A. Indeed, QR not only provides such information but also automatically results in the sparse solution for (A1). The difference between SVD and QR is mainly in the norm of the obtained solution, however, both approaches give similar residues for (A1). SVD results in the solution with the lower norm.

If the QR factorization with column pivoting is used in (A1), we have

$$A = QRP^T, \quad QRP^T x = c \tag{A12}$$

where $P \in \mathbb{R}^{m \times m}$ is a permutation matrix, $R \in \mathbb{R}^{n \times m}$ is upper triangular and is partitioned as

$$R = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} \\ 0 & R_{22} \end{bmatrix} \tag{A13}$$

In (A13), $R_{11} \in \mathbb{R}^{r \times r}$ is full rank and $R_{22} \in \mathbb{R}^{n-r \times m-r}$ has only negligible elements resulting from the ill-conditioning of A. Using a procedure similar to that for the SVD approach, we solve for y_1 as $R_{11}\, y_1 = g_1$, with $g = Q^T c$ and $y = P^T x$. Now, the sparse solution for x is obtained simply from

$$P \begin{bmatrix} y_1 \\ 0 \end{bmatrix} = x \tag{A14}$$

QR factorization with pivoting is known to be reliable in determining the most linearly independent set of columns of a rank deficient matrix A, and linking it to R_{11} by means of the permutation matrix P. SVD is less favored due to its high computational cost. Linear algebra packages usually provide operators for least squares solutions, like the "\" operator in Matlab [16], that automatically set to zero a number of variables equal to the rank deficiency of the A matrix.

B. Derivation of the analytical formula for $\partial |z_j| / \partial a_i$

From the polynomial equation (8), which governs the stability of the equivalent, we obtain a formula for derivatives of the absolute value of each root of (8), $|z_j|$, with respect to each coefficient of the set a_k. These derivatives could be calculated numerically but at a much higher computational cost and less accuracy. In a general formulation, the roots of (8) must satisfy the following multivariable function

$$f(z, a_0, a_1, a_2, \ldots, a_i, \ldots, a_p) = \sum_{k=1}^{p} a_k z^{-k} = 0 \tag{B1}$$

Taking the total differential of f, in the vicinity of the root $z=z_j$, and assuming that only a_i varies results in

$$\frac{\partial z_j}{\partial a_i} = -\frac{\left.\dfrac{\partial f}{\partial a_i}\right|_{z=z_j}}{\left.\dfrac{\partial f}{\partial z}\right|_{z=z_j}} = -\frac{z_j^{-i}}{\sum_{k=1}^{p} -ka_k z_j^{-k-1}} \tag{B2}$$

Therefore,

$$\frac{\partial |z_j|}{\partial a_i} = \lim_{\Delta a_i \to 0} \frac{\left| z_j + \dfrac{\partial z_j}{\partial a_i}\Delta a_i \right| - |z_j|}{\Delta a_i} = |z_j| \operatorname{Re} \frac{1}{z_j}\frac{\partial z_j}{\partial a_i} \tag{B3}$$

Taking (B2) and (B1) into account, we obtain (10) as

$$\frac{\partial |z_j|}{\partial a_i} = |z_j| \operatorname{Re} \frac{z_j^{-i-1}}{\sum_{k=1}^{p} ka_k z_j^{-k-1}} = |z_j| \operatorname{Re} \frac{1}{\sum_{k=1}^{p} ka_k z_j^{-k+i}} \tag{B4}$$

X. BIOGRAPHIES

Wallace do Couto Boaventura was born in 1965 in Brazil. He received his B.Sc. (1988) and M.Sc. (1990) from the Federal University of Minas Gerais, where he is an assistant professor since 1992. He is now doing his Ph.D. at the University of Campinas / University of Toronto dealing with signal processing applications in power systems.

Adam Semlyen was born in 1923 in Rumania where he obtained a Dipl. Ing. Degree and his Ph.D. In 1969 he joined the University of Toronto where he is a professor in the Department of Electrical and computer engineering, emeritus since 1988. His research interests include steady state and dynamic analysis as well as computation of electromagnetic transients in power systems.

M. Reza Iravani received his B.Sc. (1976) from Tehran Polytechnique University and M.A.Sc. (1981) and Ph.D. (1985) form University of Manitoba, Canada, all in electrical engineering. Currently he is a professor at the University of Toronto. His research interests include Power System Transients and Power Electronics.

Amauri Lopes received his B.Sc. (1972)., M.Sc. (1974) and Ph.D.(1982) degrees in electrical engineering from the University of Campinas, where, since 1973, he has been with the Electrical and Computer Engineering School, currently as an Associated Professor. His research interests include digital signal processing and wireless communications.

3.2 – ARTIGO 2.

Robust Sparse Network Equivalent for Large Systems: Performance Evaluation

W.C. Boaventura *(M)

Department of Electrical Engineering
Federal University of Minas Gerais
Av. Antônio Carlos, 6627
31.270-010 - Belo Horizonte, MG, Brazil
boavenw@power.ele.utoronto.ca
*on leave at the University of Toronto

A. Semlyen (LF) M.R. Iravani (M)

Department of Electrical and Computer Engineering
University of Toronto
10 King's College Road
Toronto, ON, Canada - M5S 3G4
semlyen@ecf.utoronto.ca iravani@ecf.utoronto.ca

A. Lopes (M)

Department of Communications
University of Campinas
P.O. Box 6101
13.083-970 - Campinas, SP, Brazil
amauri@decom.fee.unicamp.br

Abstract: This paper deals with the calculation of a Sparse Network Equivalent (SNE) for the analysis of electromagnetic transients in large systems. The methodology and the mathematical details are presented in the companion paper [1]. This sequel presents application examples to demonstrate the accuracy and computational efficiency of the SNE. Equivalents for networks composed of 12, 50 and 100 transmission lines are derived and the results are discussed.

Keywords: Network equivalent, Electromagnetic transients, Time-domain fitting, Discrete time, Quadratic programming.

I. INTRODUCTION

Our paper [1] described a methodology for deriving a Sparse Network Equivalent (SNE) based on time-domain fitting procedures. The issue of the robustness of the equivalent, which implies both its stability and passivity, is solved by adding a set of constraints to the fitting equations for calculating the equivalent. Quadratic programming [2] is used to calculate the solution for the set of linear equations resulting from the combined fitting and constraint equations.

This paper presents the results of derivation of SNEs and also their use in transient calculations. In such calculations, the network is divided into a study zone and an external system, to be respectively represented in full detail and by an equivalent. SNEs for external systems composed of up to 100 transmission lines are derived. The accuracy and computational efficiency of the SNEs in transient calculations are compared with those of the whole network with full representation. The computational efficiencies of the SNEs are also compared with the estimated performances of non-sparse equivalents.

The remainder of this paper is organized as follows. Section II presents a discussion of the motivation for developing the sparse time-domain fitting technique. The networks used for the transient calculations and SNE derivation are presented in Section III. The deduced SNEs and comparisons with respect to accuracy and computational efficiency are provided in Section IV along with the discussion of the results. The conclusions are given in Section V.

II. MOTIVATION FOR THE SPARSE TIME-DOMAIN FITTING TECHNIQUE.

Both frequency-domain and time-domain fitting techniques have been used to derive network equivalents [3,4]. Issues of sparsity and robustness in deriving time-domain based equivalents have been reported in [1]. The motivation for sparse time-domain fitting comes from the analysis of a network composed of lossless transmission lines. In this case, the SNE methodology provides an exact model at a fraction of the computational cost of a non-sparse equivalent and, as it is derived in time-domain, it can be interfaced with the study zone directly in time domain. This is possible because the external system is modeled by a constant-coefficient difference equation (of order p)

$$i(n) = b_0 v(n) + \sum_{k=1}^{p} (b_k v(n-k) - a_k i(n-k)), \qquad n=0,..,N-1. \tag{1}$$

Equation (1) is in the proper form to be integrated into a transient calculation program [1]. It relates the input voltage sequence $v(n)$ to the output current $i(n)$ by means of coefficients sets a_k and b_k which describe the admittance of the external system. If the external system is composed of lossless transmission lines, the sparsity comes from the fact that some of the coefficients of the sets a_k and b_k are actually zero. This effectively reduces the computational burden.

SNEs present clear advantage over frequency-domain fitting techniques in the case of lossless systems. For a frequency-domain model of such systems to be computationally as efficient as the SNE, the errors in the time-domain transient calculation would be unacceptable. As an example, we discuss the case of the 12 transmission line external system presented in Fig. 1 when it is modeled using lossless transmission lines with a time step of 20 μs.

An SNE with p = 545 and only 84 non-zero coefficients is an exact model for the system. If a reduced order frequency-domain model is obtained, for instance using only 84 partial fractions, the error both in time and frequency domain is large. This is caused by the large number of peaks that the admittance of the system presents in the frequency domain, as shown in Fig. 2. In this case, only 42 out

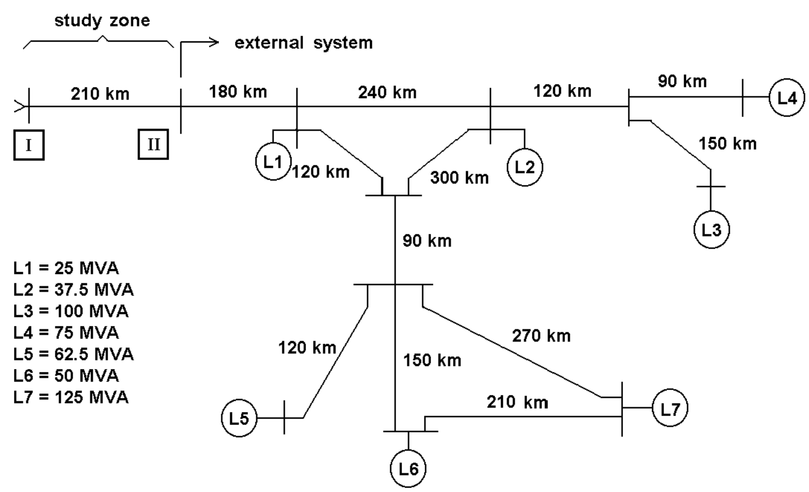


Fig. 1 - Single line diagram of the 12 transmission lines external system.

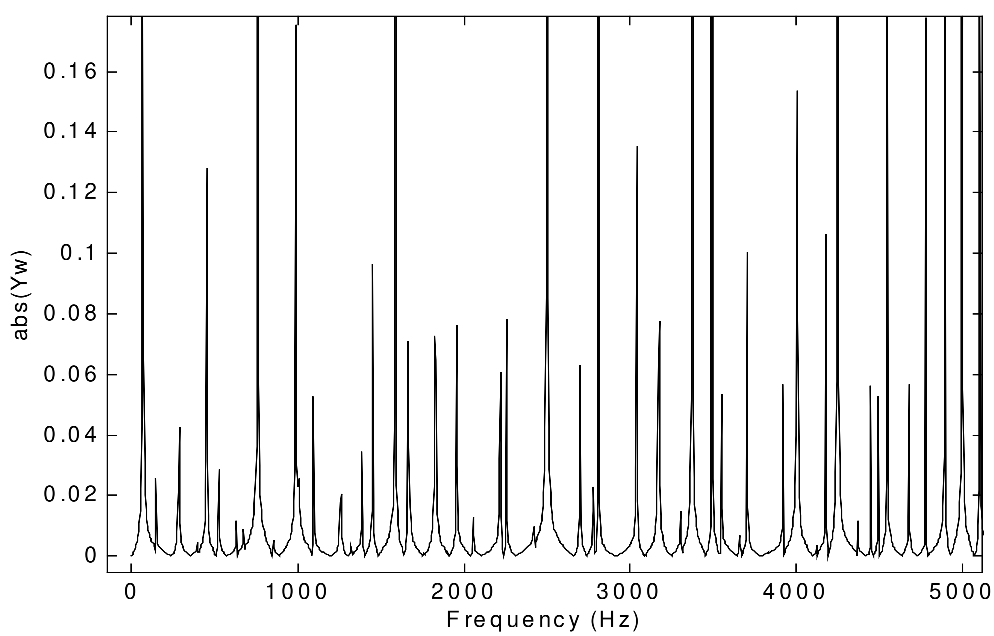


Fig. 2 - Absolute value of Y_ω for the 12-line external system of Fig. 1 (lossless lines). The figure is restricted in both axes to enhance readability (the maximum frequency is 25 kHz).

of about 270 peaks are accurately modeled and the smaller peaks are neglected causing a final, not small, error. Only high-order models in the frequency domain can represent the network accurately. Networks composed of transmission lines naturally possess high order due to the time delays imposed by the lines. SNEs provide a suitable solution for modeling these systems as they have a high dynamic order at a reduced computational burden permitted by sparsity.

A lossless transmission system approximates the line-mode behavior of a realistic system, however it cannot accurately represent the ground-mode behavior. When frequency dependent models are adopted for the transmission lines, the results presented in Section IV show that SNE provides considerable savings in the computational burden with only a small degree of inaccuracy. The comparison of the SNEs and reduced-order frequency-domain equivalents obtained using vector fitting [5], for the case of frequency dependent models, is favorable to SNEs. For the same degree of accuracy, the computational cost is comparable in the case of a ground-mode and fairly favorable to the SNEs in the case of a line-mode. The fact that in transient calculations for a three-phase system the line-mode accounts for about two thirds of the total computational burden, justifies our attempt for developing the sparse time-domain fitting technique used to derive the SNEs.

III. STUDY SYSTEMS

Four different external systems are used for derivation and comparison of the SNEs. They are composed of (*i*) 12 transmission lines, (*ii*) 12 transmission lines and loads, (*iii*) 50 transmission lines and (*iv*) 100 transmission lines. These systems are chosen to demonstrate the feasibility of the SNE calculation for a broad range of systems sizes. All systems are composed of 8 different transmission lines with lengths equal to 90, 120, 150, 180, 210, 240, 270 and 300 km. The lines are assumed to be fully transposed and frequency dependent models are used. The characteristic impedances and propagation functions of the transmission lines are represented by 10 partial fractions for both line and ground modes. The partial fractions are obtained using vector fitting [5]. The study zone for all cases consists of a 210 km transmission line represented by a frequency dependent model (also 10 partial fractions). A single line diagram of the 12-line external system, with and without load, is presented in Fig. 1. The loads are series RL branches at 0.8 power factor. The apparent power and location of each load is included in Fig. 1. Both the 50-line and 100-line external systems are represented by the single line diagram shown in Fig. 3. The 50-line system is restricted up to bus III, while the 100-line system comprises the whole external system presented in Fig. 3.

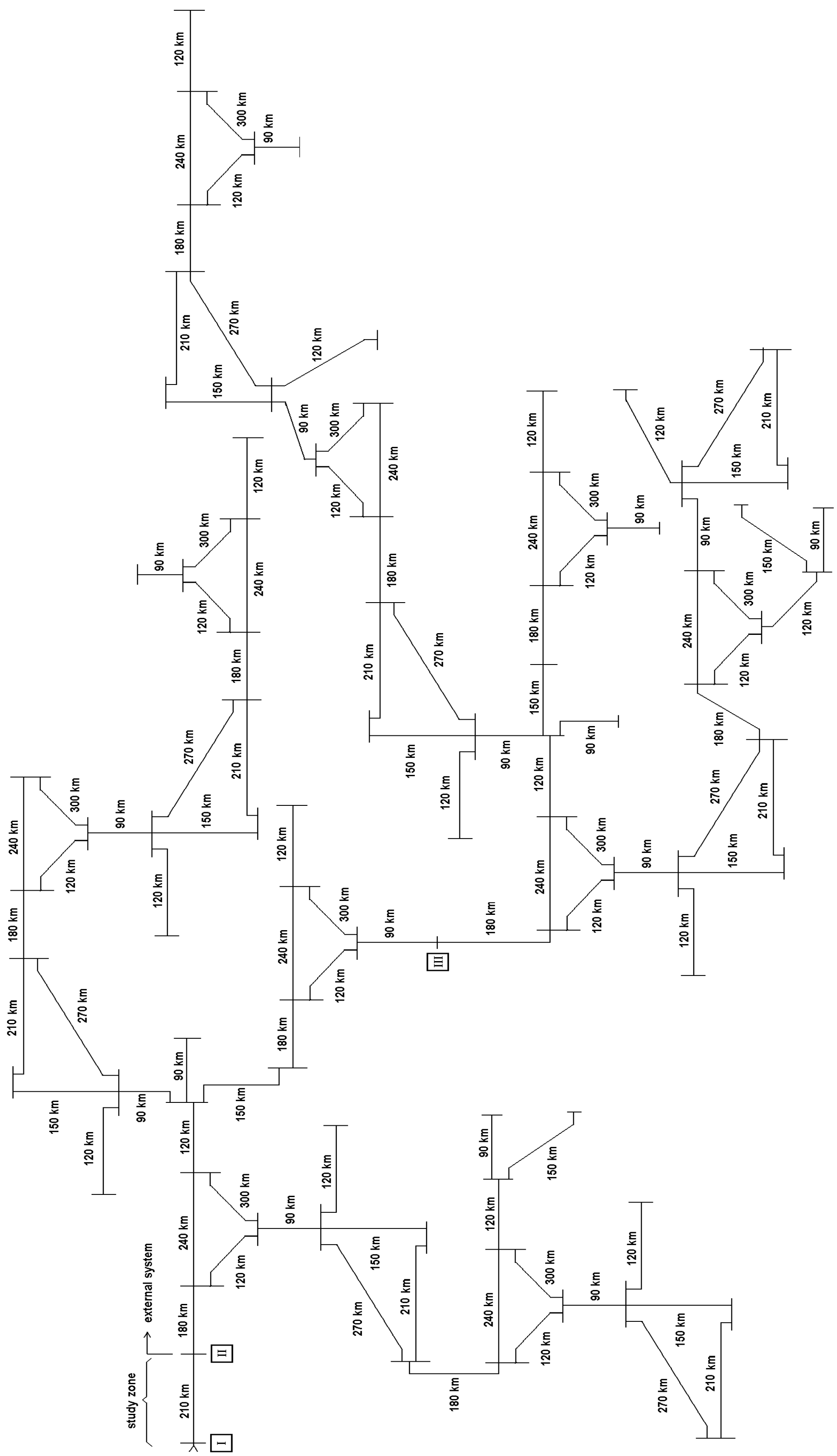


Fig. 3 - Single line diagram of the 50-line and the 100-line external systems.

IV. CALCULATION AND COMPARISON OF THE SNEs

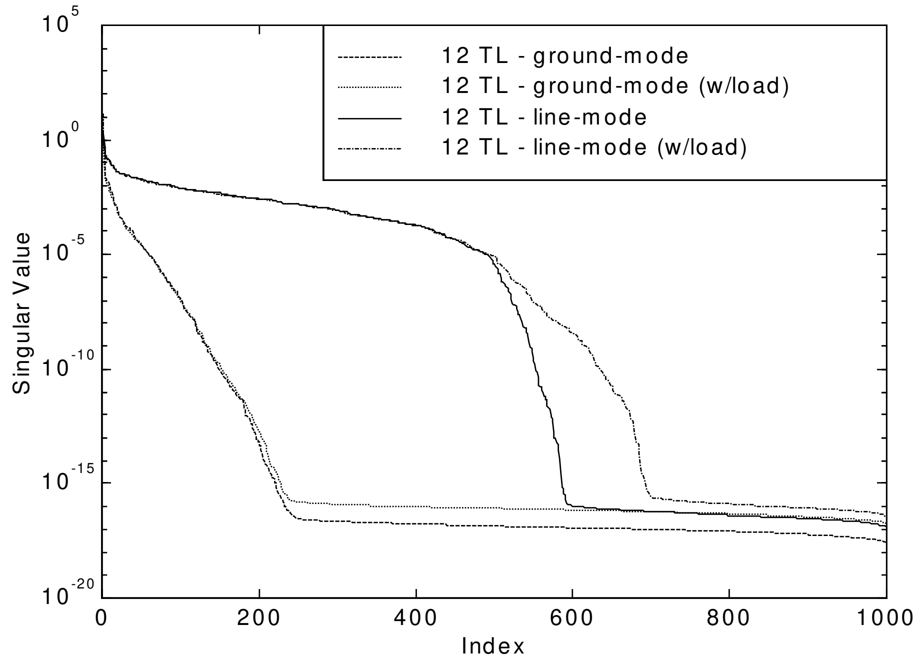
SNEs are to be calculated for an external system separately for the line and the ground modes via modal decomposition. The routines for (*i*) transient computations using either full representation or the SNE (integrated into a transient calculation routine) and (*ii*) calculation of the SNE were developed in Matlab [2]. Transient calculations for all the external systems, when excited by unit step voltages, are performed to generate the sequences $v(n)$ and $i(n)$ of (1) to be used for the SNEs calculation. For the two 12-line systems a 20 μs time step is used. A 50 μs time step is used for the 50-line and 100-line systems. These values limit the frequency range of the transient studies to 25 and 10 kHz respectively.

From the current sequence $i(n)$ for each system, the singular value decomposition (SVD) of the lower partition of the corresponding current matrix [1] is calculated as a guide to determine the order p for each system. The singular values for the 12-line systems are shown in Fig. 4(a) and for the 50-line and 100-line systems in Fig. 4(b) for both line and ground modes. The difference between the modes is easily noticed in Fig. 4. While for the line-mode case the singular values are significant up to the index related to the network length [1], the singular values for the ground-mode, due to the high losses, vanish at a much earlier index. Thus, p for each ground-mode SNE is chosen based on the corresponding value determined for the line-mode SNE. Usually, a factor about 1.25 is used. The guiding values of p obtained from the SVD analysis (singular values > 10^{-11}) are 570, 672, 916 and 1262 respectively for the 12-line system without load, 12-line system with load, 50-line system and 100-line system. The parameters for the SVD calculations are N=4000 and p=1800. The limits for p taken from the lengths of the networks [1] are 115, 280, 424 (minimum) and 680, 2900, 5800 (maximum), for the 12, 50 and 100-line systems, respectively. The maximum length is not meaningful for the 50-line and 100-line systems due to the effect of the losses [1]. In the following sections the SNEs of the external systems are detailed and compared.

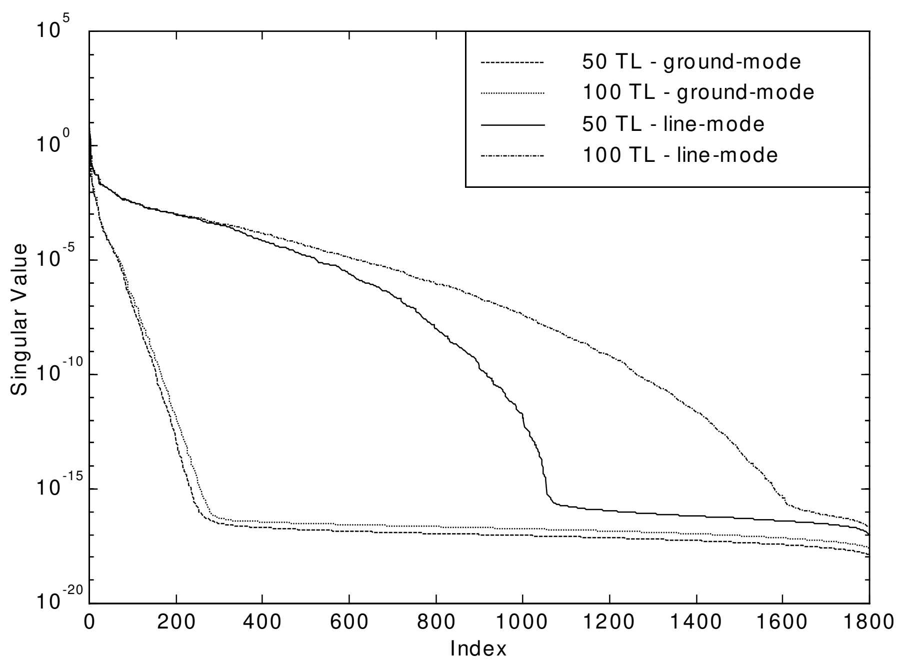
A. 12-line external system

The purpose is to demonstrate the feasibility of obtaining SNEs when a small time step is used. The calculated SNE is compared for accuracy and computational efficiency with the simulation results obtained based on full network representation. For accuracy, the overall fitting error, F_{err}, is calculated (using currents as an example) as

$$F_{err} = \|I_{fn} - I_{SNE}\| / \| I_{fn} \|, \tag{2}$$



(a)



(b)

Fig. 4 - Singular value decomposition of the 12-line (a), 50-line (b) and 100-line (b) external systems.

where the subscripts "*SNE*" and "*fn*" refer to the results from the SNE and full network representations, respectively. For each SNE the F_{err} resulting from the fitting procedure is presented. This value is obtained using the sequence $v(n)$ as input to the SNE and the resulting current is compared to $i(n)$ producing the corresponding F_{err}. The errors for the admittance values at 0 and 60 Hz are presented as percent deviations. The number of floating point operations (flops) required to compute a transient calculation is the main criterion for computational efficiency comparisons.

Starting with the values of p from the SVD analysis and using N=2500, the SNEs for the line and the ground modes are calculated. For the line mode, the parameters are p = 590 and N_S, the number of non-zero coefficients for each set a_k and b_k, is equal to 160. Before the constrained solution of the fitting equations, the SNE is both unstable, $F_{err} = 9.95\times10^4$, and non-passive, with errors of –0.49% and –0.09% (real part), 0.18% (imaginary part) for the admittance values at 0 and 60 Hz, respectively. The constrained solution makes the SNE stable, passive and with errors less than 0.25% for the admittance values at the specific frequencies. The final value for F_{err} is 0.0271. The basic parameters for the ground-mode SNE are p=850 and N_S = 50. The initial solution leads to a stable but non-passive equivalent while final solution gives an error less than 0.20% for the admittance values and a F_{err} = 0.0060. The current sequences used to compute these values of F_{err} for both modes are presented in Fig. 5(a) and Fig. 5(b) respectively for the line-mode and ground-mode SNEs.

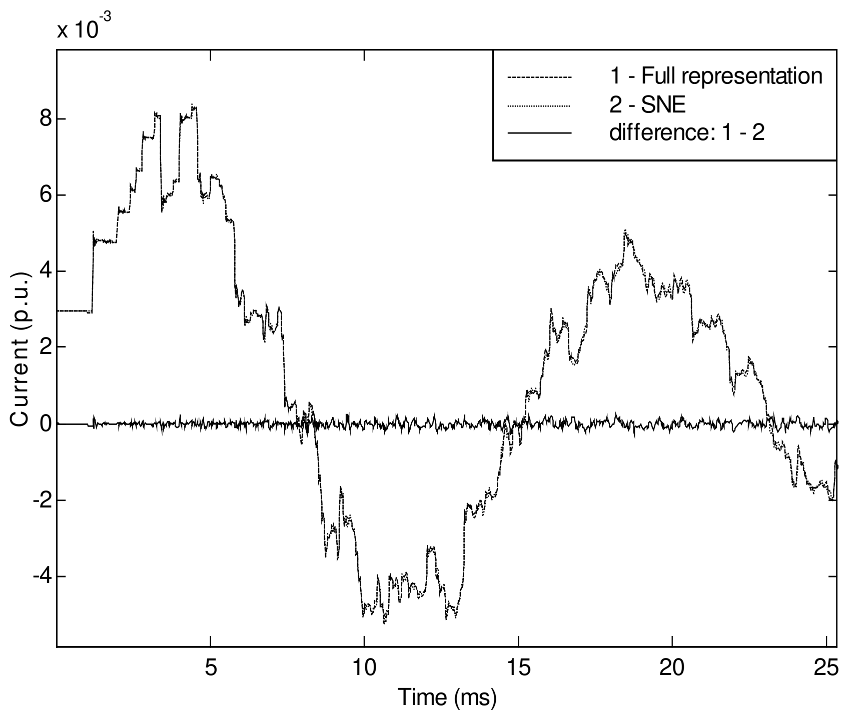


Fig. 5 (a) - Currents for the line mode obtained using full representation and SNE for the 12 transmission lines external system: line-mode.

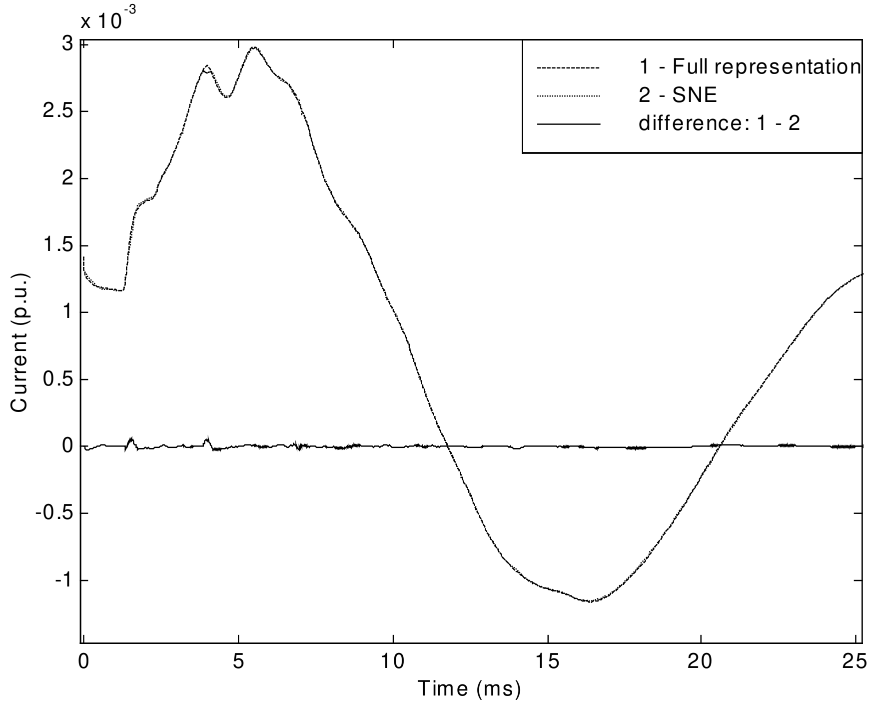


Fig. 5 (b) - Currents for the line mode obtained using full representation and SNE for the 12 transmission lines external system: ground-mode.

To demonstrate the importance of choosing a proper value for p, SNEs for both line and ground modes of the 12-line external system are calculated using lower values for p. Naturally, the fitting procedure makes the SNEs both stable and passive. However, the resulting fitting errors are larger for the same computational burden: N_S is the same for each case. The line-mode SNE based on p = 400 produces a fitting error of F_{err} = 0.0516, which is by 90% larger than the previous value. For the ground-mode SNE, two values of p are used. Using p = 560 leads to F_{err} = 0.0111, which is in excess of 86% compared with the previous one. The SVD analysis indicates p = 200 for the ground-mode SNE. Using this value, we obtain F_{err} = 0.1126. Thus, we choose for the ground-mode SNE a value of p larger than the corresponding line-mode SNE.

To further assess the accuracy provided by the SNE we compare the transient response of the network (study zone and external system) presented in Fig. 1 using full representation and the SNE. A frequency dependent (FD) line model is used for the study zone. The transient response is due to the energization at bus I by three unit steps with different amplitudes, corresponding to phases a, b and c. The amplitudes are chosen to excite both line and ground modes. Table 1 shows F_{err} corresponding to 2000 data points. Sending and receiving buses correspond to buses I and II of Fig. 1.

These transients calculations are also used to compare the computational efficiency of the SNEs. In addition to the results for the FD model of the study zone, we also present those obtained when a constant parameter (CP) line model is used for the study zone. This concentrates the computational burden on the external system allowing a better evaluation of the computational efficiency of the SNE. Table 2 presents the time and flops required to perform the transient calculation using (*i*) full representation, (*ii*) non-sparse equivalents and (*iii*) SNEs. The performance of the non-sparse equivalents is estimated based on the weighted ratio p/N_S for both line and ground mode SNEs. The discrepancies between time and flops comparisons are due to the inefficient way Matlab script-files handle "for" loops. Thus, we rely more on the flops comparisons.

From Tables 1 and 2 we conclude that the SNEs provide high computational efficiency at the cost of a minor loss in accuracy in transient calculations, when a small time step is needed. To the contrary, the non-sparse equivalent does not present any advantage in flops comparisons.

TABLE 1 - F_{err} - 12-LINE EXTERNAL SYSTEM SNE

Phase:	***A***	***b***	***c***
$V_{send.}$	0.0017	0.0071	0.0010
$V_{rec.}$	0.0085	0.0336	0.0053
I_{send}	0.0226	0.0370	0.0159

TABLE 2 - TIME AND FLOPS COMPARISONS, 12-LINE SYSTEM SNE

FD MODEL (study zone)	Time (s) (absolute)	Time (relative)	Mflops (absolute)	Mflops (relative)
Full representation	728.66	1.0	42.078	1.0
Non-sparse equiv.	153.56	0.2104	62.847	1.4934
SNE	18.90	0.0259	7.735	0.1838
CP MODEL (study zone)	Time (s) (absolute)	Time (s) (relative)	Mflops (absolute)	Mflops (relative)
Full representation	683.02	1.0	39.487	1.0
Non-sparse equiv.	40.056	0.0585	41.665	1.0554
SNE	4.93	0.0072	5.128	0.1299

To evaluate the SNE using 60 Hz voltage sources, the transient calculations due to a monopolar switching operation (at bus I of Fig. 1) are compared for the cases of full network representation and SNE. Frequency dependent model is used for the study zone. The energization is performed on phase *a*, while the sending end of phase *b* is left open and the sending end of phase *c* is short-circuited. Voltages at bus II (receiving end) are presented in Fig. 6. F_{err} for these curves is 0.0376. From the results, one concludes that the SNE also performs well for 60 Hz voltage energization in highly asymmetrical conditions.

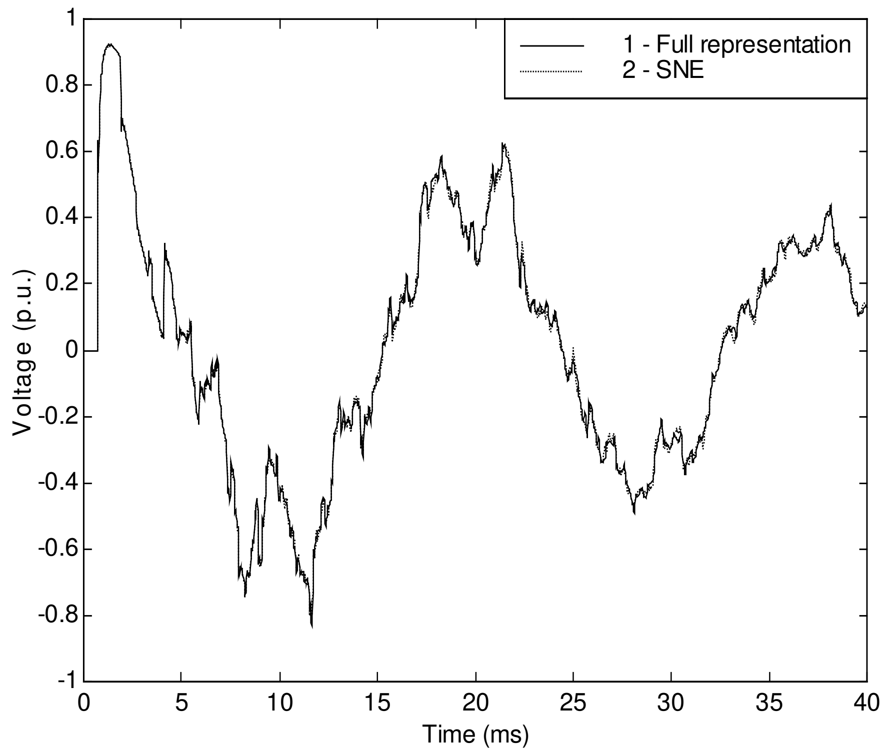


Fig. 6 - Voltages at bus II (phase *a*) due to monopolar energization of the 13-line network of Fig. 1. (without loads)

B. 12-line external system with loads

In this case we analyze the effect of loads on deriving SNEs. The procedure for deriving and testing the SNEs for this case is the same as the previous one. The basic parameters for the line-mode SNE are N=2500, p=690 and N_S=100. The initial solution is both unstable (F_{err} = 0.8536) and non-passive, while the final solution is stable and passive and the error is F_{err} = 0.0087. For the ground-mode SNE, the parameters are N=2500, p=900 and N_S=60, with the initial solution both stable and passive. The final value of F_{err} is 0.0008. The errors of the admittance values at 0 and 60 Hz are forced to be less than 1% for the line-mode SNE and 0.1% for the ground-mode SNE.

TABLE 3 - F_{err} - 12-LINE EXTERNAL SYSTEM (with LOADS) SNE

Phase:	***a***	***b***	***c***
$V_{send.}$	0.0032	0.0179	0.0018
$V_{rec.}$	0.0210	0.0866	0.0126
I_{send}	0.0084	0.0213	0.0054

TABLE 4 - TIME AND FLOPS, 12-LINE SYSTEM SNE (with LOADS)

FD MODEL (study zone)	Time (s) (absolute)	Time (relative)	Mflops (absolute)	Mflops (relative)
Full representation	728.81	1.0	50.772	1.0
Non-sparse equiv.	178.27	0.2448	61.968	1.2202
SNE	18.57	0.0255	6.455	0.1271
CP MODEL (study zone)	Time (s) (absolute)	Time (s) (relative)	Mflops (absolute)	Mflops (relative)
Full representation	678.56	1.0	48.180	1.0
Non-sparse equiv.	44.06	0.0653	36.941	0.7670
SNE	4.59	0.0068	3.848	0.0799

As in the previous case, the accuracy is also checked comparing the transients calculations for the full network (study zone and external system) presented in Fig. 1. The corresponding F_{err} values (2000 data points) are shown in Table 3. The computational efficiency is evaluated using FD and CP line models for the study zone. The results for time and flops requirements are presented in Table 4. The transient voltage responses of phase *a* at bus II due to a monopolar switching operation, with conditions similar to the previous case, are presented in Fig. 7. The curves in this figure exhibit an error of $F_{err} = 0.0463$.

We see from the results that the presence of loads in the network poses no difficulty in deriving SNEs. Compared to the case without loads, the calculated SNEs have similar accuracy and require less computational effort: 8% against 13 % of the flops required by the full representation when a CP line model is adopted for the study zone.

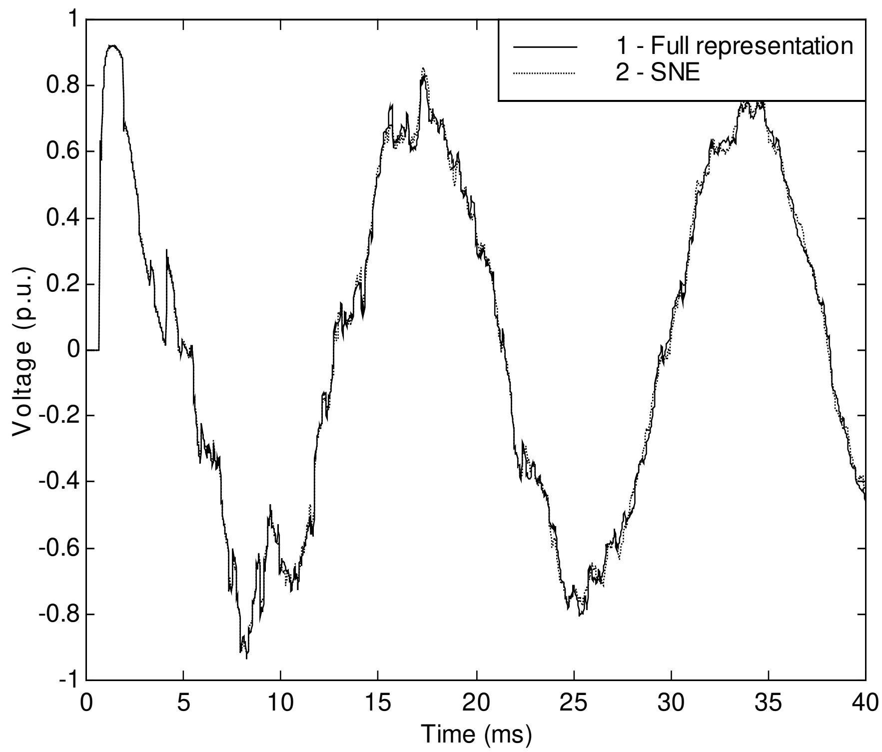


Fig. 7 - Voltages at bus II (phase *a*) due to monopolar energization of the 13-line network of Fig. 1 (with loads).

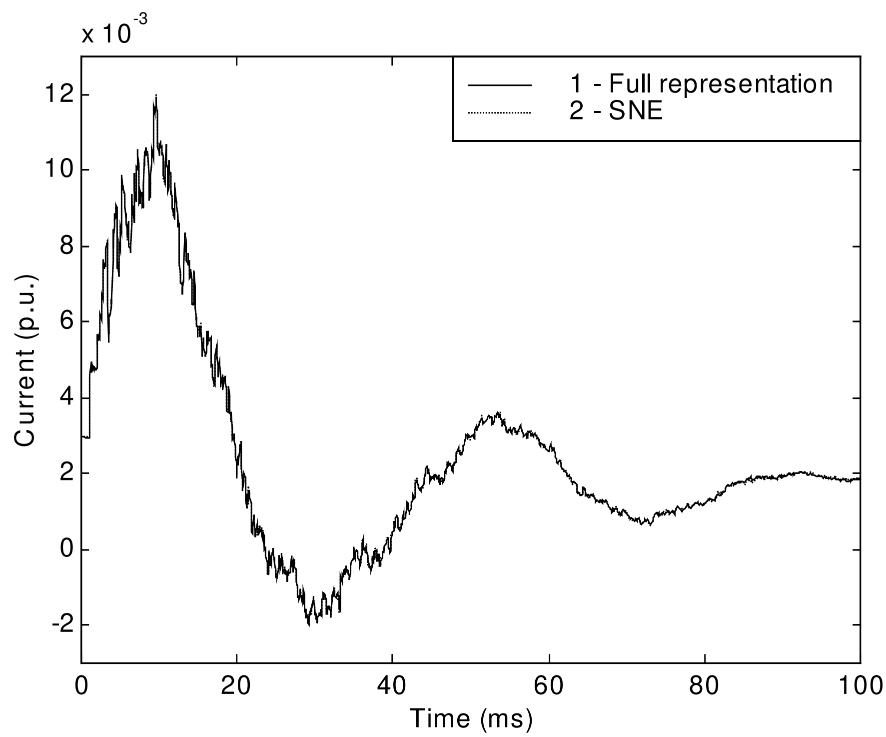
C. 50-line and 100-line external systems

The objective of these two cases is to evaluate the performance of the SNEs for large and very large systems. These results demonstrate that losses in the network result in the reflected traveling waves from the farthest nodes to be barely noticeable at the sending end. This permits obtaining SNEs for virtually any network size. The same procedure as used for the performance evaluation of the 12-line external systems SNEs is used for these cases.

For the 50-line external system, the basic parameters are as follows. The line-mode SNE has parameters N=3000, p=980 and N_S = 300; and for the ground-mode SNE N=3000, p=1000 and N_S = 120. The initial solution leads to SNEs to be (*i*) unstable and non-passive for the line-mode and (*ii*) unstable and passive for the ground-mode. The errors are F_{err} = 0.0105 and F_{err} = 0.0104 respectively for the line and ground modes SNEs. The admittance values at 0 and 60 Hz are forced to have errors less than 1% for both SNEs.

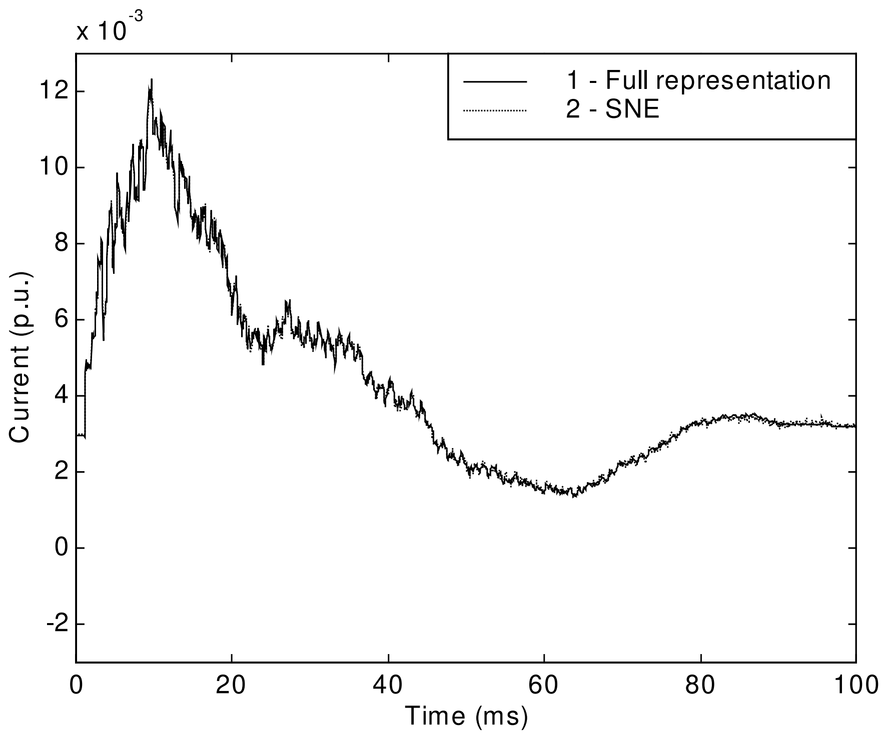
The corresponding basic parameters for the 100-line external system are (*i*) line-mode SNE: N=3000, p=1260, N_S=300, and F_{err} =0.0157, (*ii*) ground-mode SNE: N=3000, p=1300, N_S=100, and F_{err} =0.0060. Both equivalents are unstable at the first solution, while the line-mode is non-passive and the ground-mode is passive. The errors for the admittance values at 0 and 60 Hz are enforced to be within 1%. The current sequences for the line mode obtained using full representation and the SNEs are presented in Fig. 8(a) and Fig. 8(b) for the 50-line and 100-line external systems, respectively.

Regarding accuracy, the comparisons are made for the transient calculations of the complete network (study zone and external system) obtained using both SNEs and full representation. These calculations lead to F_{err} values presented in Tables 5 and 6 for the 51-line and 101-line networks, respectively. These networks are presented in Fig. 3. As in the previous cases, CP and FD models are used for the study zone for the sake of computational efficiency comparisons. The corresponding results are shown in Tables 7 and 8 for the 51-line and 101-line networks respectively.



(a)

Fig. 8 - Current for the line mode obtained using full representation and SNE: (a) 50-line and (b) 100-line external systems.



(b)

Fig. 8 - Currents for the line mode obtained using full representation and SNE: (a) 50-line and (b) 100-line external systems.

From the results presented in Tables 5 to 8 we conclude that the size of the network does not pose difficulty in deriving SNEs. Also, the computational efficiency of the SNEs becomes impressive: it takes only 4.61% and 1.72% of the computational burden required to perform calculations with full network representation. This is achieved at an acceptable loss in accuracy.

TABLE 5 - F_{err} - 50-LINE EXTERNAL SYSTEM SNE

Phase:	***A***	***b***	***c***
$V_{send.}$	0.0001	0.0043	0.000067
$V_{rec.}$	0.0055	0.0227	0.0037
I_{send}	0.0079	0.0182	0.0056

TABLE 6 - F_{err} - 100-LINE EXTERNAL SYSTEM SNE

Phase:	***a***	***b***	***c***
$V_{send.}$	0.0016	0.0007	0.000097
$V_{rec.}$	0.0085	0.0362	0.0052
I_{send}	0.0077	0.0201	0.0051

TABLE 7 - TIME AND FLOPS COMPARISONS, 50-LINE SNE

FD MODEL (study zone)	Time (s) (absolute)	Time (relative)	Mflops (absolute)	Mflops (relative)
Full representation	2911.80	1.0	210.948	1.0
Non-sparse equiv.	102.83	0.0352	60.548	0.2869
SNE	20.75	0.0071	12.218	0.0579
CP MODEL (study zone)	Time (s) (absolute)	Time (s) (relative)	Mflops (absolute)	Mflops (relative)
Full representation	2853.90	1.0	208.355	1.0
Non-sparse equiv.	28.69	0.0099	47.613	0.2285
SNE	5.79	0.0020	9.608	**0.0461**

TABLE 8 - TIME AND FLOPS COMPARISONS, 100-LINE SNE

FD MODEL (study zone)	Time (s) (absolute)	Time (relative)	Mflops (absolute)	Mflops (relative)
Full representation	5987.60	1.0	539.461	1.0
Non-sparse equiv.	145.95	0.0243	84.872	0.1576
SNE	20.46	0.0034	11.898	0.0221
CP MODEL (study zone)	Time (s) (absolute)	Time (s) (relative)	Mflops (absolute)	Mflops (relative)
Full representation	5913.20	1.0	536.866	1.0
Non-sparse equiv.	40.80	0.0071	66.254	0.1227
SNE	5.72	0.0010	9.288	**0.0172**

Finally, the comparisons regarding the monopolar switching operation performed at bus I of the 51-line and 101-line networks are shown in Figs. 9 and 10, respectively, for the phase a (bus II). The corresponding F_{err} for these curves are 0.0230 and 0.0373. These figures demonstrate that the SNEs for large and very large systems have good performance in simulating energizations in highly asymmetrical conditions.

V. CONCLUSIONS

The paper presents a performance analysis of sparse network equivalents (SNEs) for a broad range of cases. The SNEs are obtained using the methodology presented in [1] for external systems composed of 12 transmission lines (with and without loads), 50 and 100 transmission lines. All line-mode and ground-mode SNEs are made passive and stable with fitting errors around 2% or better. The admittance values at 0 Hz and 60 Hz are enforced to have errors within 0.1% to 1%, depending on the case.

Transient simulations using full and SNE network representations (the latter integrated into a transient calculation routine) are compared for accuracy and computational efficiency. The SNEs presented an acceptable loss in accuracy in simulations done using both unit steps and 60 Hz voltage sources. The computational efficiency provided by the SNEs is significant, taking only 13% (for a 12-line external system), or just 1.72% (for a 100-line external system) of the flops counting required by the full representation. Compared to the non-sparse equivalent, the SNEs are between 5 to 9.6 and times more efficient.

The authors are working on the extension of the SNE methodology to multi-port and active networks and expect to report their results in the near future.

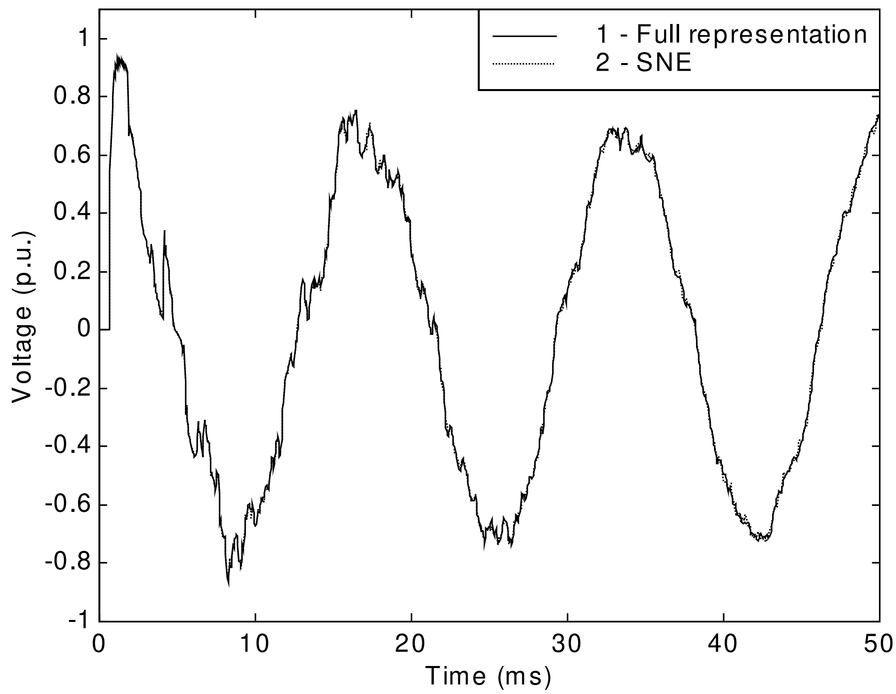


Fig. 9 - Voltages at bus II (phase *a*) due to monopolar energization of the 51-line network (up to bus III) of Fig. 3.

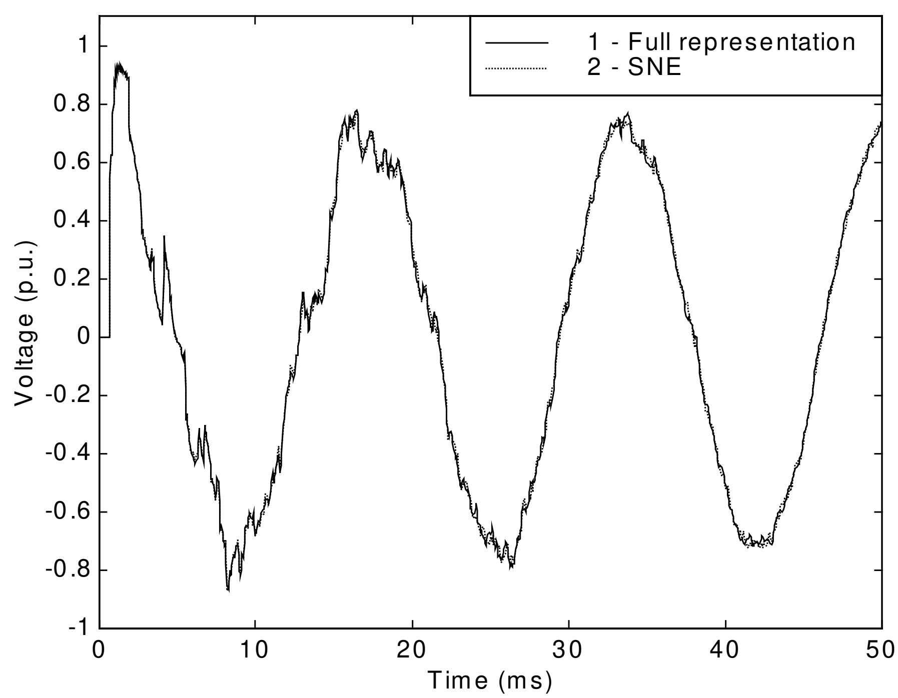


Fig. 10 - Voltages at bus II (phase *a*) due to monopolar energization of the 101-line network of Fig. 3.

VI. ACKNOWLEDGEMENTS

Financial support by the Natural Sciences and Engineering Research Council of Canada is gratefully acknowledged. The first author wishes to thank CAPES/Brazil and the Federal University of Minas Gerais for granting a study leave at the University of Toronto.

VII. REFERENCES

[1] W.C. Boaventura, A. Semlyen, M.R. Iravani and A. Lopes "Robust Sparse Network Equivalent for Large Systems: Methodology," *IEEE Trans. on Power Delivery*, this issue.

[2] *Matlab - Language Reference Manual - V. 5*, The MathWorks Inc., June 1997.

[3] A.S. Morched, J.H. Ottevangers, and L. Marti, "Multi-port Frequency Dependent Network Equivalents for the EMTP," *IEEE Trans. on Power Delivery*, vol. 8, no. 3, pp. 1402-1412, July 1993.

[4] J-H. Hong and J-K Park, "A Time-Domain Approach to Transmission Network Equivalents via Prony Analysis for Electromagnetic Transients Analysis," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 10, no. 4, pp. 1789-1797, November 1995.

[5] B. Gustavsen and A. Semlyen, "Rational Approximation of Frequency Domain Responses by Vector Fitting", *IEEE Trans. on Power Delivery,* vol. 5, no. 3, pp. 1052-1061, July 1999.

VIII. BIOGRAPHIES

Wallace do Couto Boaventura was born in 1965 in Brazil. He received his B.Sc. (1988) and M.Sc. (1990) from the Federal University of Minas Gerais, where he is an assistant professor since 1992.

Adam Semlyen was born in 1923 in Rumania where he obtained a Dipl. Ing. Degree and his Ph.D. In 1969 he joined the University of Toronto where he is a professor in the Department of Electrical and computer engineering, emeritus since 1988.

M. Reza Iravani received his B.Sc. (1976) from Tehran Polytechnique University and M.A.Sc. (1981) and Ph.D. (1985) form University of Manitoba, Canada, all in electrical engineering. Currently he is a professor at the University of Toronto.

Amauri Lopes received his B.Sc. (1972)., M.Sc. (1974) and Ph.D.(1982) degrees in electrical engineering from the University of Campinas, where, since 1973, he has been with the Electrical and Computer Engineering School, currently as an Associated Professor.

3.3 – CONSIDERAÇÕES ADICIONAIS.

Apresentaremos a seguir algumas considerações adicionais buscando complementar o conteúdo dos dois artigos apresentados.

As seções e equações apresentadas nos artigos 1 e 2 serão referenciadas em outras partes deste texto tendo um identificador relativo ao artigo em questão. Por exemplo, a seção III do primeiro artigo e a equação 5 do segundo artigo serão referenciadas respectivamente por 3.P1.III e (3.P2.5), onde o prefixo 3 se refere ao capítulo 3.

Na seção 3.P1.IV.C foram apresentadas as restrições para se controlar a precisão do valor da admitância do equivalente em certas freqüências. Para tal, obviamente, é necessário que se conheça o valor correto da admitância do sistema externo para cada uma das freqüências em que se deseja controlar a precisão. O método preferencial para se obter tais valores seria através da descrição do sistema externo na freqüência, obtida diretamente da descrição de cada um de seus componentes. Isto poderia ser feito, por exemplo, utilizando-se as opções de varredura em freqüência disponíveis nos principais pacotes para cálculo de transitórios. Entretanto, as rotinas desenvolvidas neste trabalho se prestam somente a cálculos no domínio do tempo. Portanto, os valores utilizados para controlar a precisão dos valores da admitância do equivalente para freqüências especiais foram obtidos a partir de cálculos no domínio do tempo, os quais foram então convertidos para o domínio da freqüência por meio de FFT. Esta solução também foi adotada nos testes apresentados em 2.1 para a validação das rotinas desenvolvidas neste trabalho para cálculo de transitórios. Para que se tivesse precisão satisfatória em baixas freqüências o tempo total de simulação foi ajustado de acordo.

As restrições de passividade e precisão em freqüências especiais fazem uso da resposta em freqüência do equivalente, a qual é descrita por (3.P1.15), sendo esta por sua vez obtida por meio de uma substituição de variáveis, conforme (3.P1.11) e (3.P1.12). Naturalmente, o mesmo resultado seria alcançado caso se tivesse feito a análise da equação descritiva do equivalente, (3.P1.2), por meio da transformada **Z** [1-5]. Procurando complementar a formulação já apresentada, na derivação dos critérios de passividade e precisão em freqüências especiais para os equivalentes de duas portas, a serem apresentados no capítulo 4, faremos uso da transformada **Z**.

Em 3.P2.III foram apresentados os sistemas externos utilizados para a validação da metodologia proposta para o de cálculo de equivalentes. Naquela seção, foram informados apenas os comprimentos das 8 linhas de transmissão a partir das quais os sistemas externos foram construídos. Os demais parâmetros relativos a estas linhas, os quais são comuns a todas elas, foram: condutividade dos condutores das fases, 1×10^{7} Sm^{-1}; condutividade do solo, 0.01 Sm^{-1}; altura das fases (um condutor por fase), 15 m; espaçamento horizontal das fases, 5 m; e diâmetros dos condutores das fases iguais a 0,05 m.

As curvas de tensão apresentadas em 3.2 se referem a equivalentes obtidos pelo procedimento descrito em 3.P1.V, o qual força a estabilidade e passividade do equivalente. Exemplos dos problemas causados pela violação dos critérios de estabilidade e passividade podem ser encontrados respectivamente em [60] e [58].

No capítulo seguinte, abordaremos o cálculo de equivalentes de rede de duas portas. Como veremos, o aumento de dimensão de uma para duas portas implicará, entre outras modificações, em um aumento do número de parâmetros a serem calculados, novas equações para o cálculo destes parâmetros e modificações nas equações de restrição relativas à passividade.

4

CÁLCULO DE EQUIVALENTES DE REDE DE DUAS PORTAS

Para a utilização de equivalentes de porta única na representação de um dado sistema externo é necessário que, obviamente, este e o correspondente sistema em estudo tenham apenas uma porta em comum. Apesar de isto ser possível em diversas situações, nem todos os casos podem ser simulados com a utilização de apenas equivalentes de porta única. Surge daí a necessidade de se estender os conceitos apresentados no capítulo 3 para o cálculo de equivalentes de múltiplas portas. Limitamo-nos neste trabalho ao tratamento de equivalentes de duas portas, acreditando que grande parte dos sistemas externos podem ser adequadamente representados por combinações de equivalentes de duas portas e equivalentes de porta única. No final deste capítulo será apresentada a nossa visão a respeito da extensão da metodologia aqui apresentada para equivalentes de mais de duas portas.

Em [58] apresentamos a metodologia básica para o cálculo de equivalentes de duas portas. Entretanto, a questão da robustez do equivalente não foi abordada, tendo sido mostrado um exemplo em que a violação do critério de passividade levou à instabilidade numérica. Neste capítulo apresentamos a metodologia completa para o cálculo de equivalentes de duas portas robustos e esparsos. A metodologia segue a mesma filosofia utilizada para os equivalentes de porta única. As equações para o cálculo dos parâmetros do modelo vêm da equação de diferenças a coeficientes constantes que descreve o sistema externo a ser modelado, sendo as primeiras resolvidas em conjunto com as equações de restrições de estabilidade, passividade e precisão elevada em freqüências específicas, por meio de técnicas de otimização baseadas em programação quadrática. Uma outra característica a ser apresentada, também aplicável para os equivalentes de porta única, é a maneira como os equivalentes calculados neste trabalho lidam com a implementação de condições iniciais não nulas e sua influência na eficiência computacional dos equivalentes.

A estrutura deste capítulo é descrita a seguir. Inicialmente apresentamos a metodologia para cálculo de equivalentes de duas portas, incluindo *i*) equações para cálculo dos parâmetros, *ii*) esparsidade, *iii*) ordem do equivalente, *iv*) equações de restrições de estabilidade, passividade e precisão elevada em freqüências especiais e *v*) descrição passo a passo da metodologia. Na seqüência é tratada a questão de simulação com condições iniciais diferentes de zero. Finalizando, é apresentado um exemplo de aplicação.

4.1 – CÁLCULO DE EQUIVALENTES DE REDE DE DUAS PORTAS

De maneira similar ao caso dos equivalentes de porta única tratados no capítulo anterior, as redes, ou os sistemas externos, a serem modeladas por meio de equivalentes de duas portas são também consideradas como redes lineares. Consideradas como sistemas lineares, tais redes, vistas como redes de duas portas, podem ser completamente caracterizadas no domínio do tempo discreto por equações de diferenças lineares com coeficientes constantes [2,4,22,24]. Ainda de maneira similar ao caso de porta única, consideraremos, a menos dos erros causados pela discretização, as curvas de tensão e corrente obtidas por meio de rotinas de cálculo de transitório (utilizando intervalo de cálculo fixo), como informações suficientemente precisas a serem usadas na obtenção do equivalente. Para tal, tomando as ondas, ou seqüências, de corrente $i(n)$ e tensão $v(n)$ calculadas nas portas do sistema externo, temos que a seguinte equação de diferenças linear com coeficientes constantes caracteriza não só o sistema externo como também o equivalente a ser obtido.

$$\sum_{k=0}^{p} A_k i(n-k) = \sum_{k=0}^{q} B_k v(n-k), \qquad (n = 0,\ldots,N-1). \tag{4.1}$$

Em 4.1, consideramos seqüências de comprimento N, a ordem da equação é p (relacionada com a variável de saída $i(n)$) e q é o número de termos passados relacionados com a variável de entrada, a tensão $v(n)$. Diferentemente do caso de porta única, $i(n)$ e $v(n)$ são agora vetores de dimensão 2×1 e os coeficientes de (4.1), A_k e B_k, a serem determinados, são matrizes 2×2. Pelas mesmas razões apresentadas para o caso de equivalentes de porta única, podemos fazer $q = p$, e, sem perda de generalidade, podemos fazer A_0 igual a uma matriz identidade 2×2, obtendo assim a equação normalizada para os equivalentes de duas portas:

$$i(n) = B_0 v(n) + \sum_{k=1}^{p} (B_k v(n-k) - A_k i(n-k)) \tag{4.2}$$

Ainda com similaridade ao caso de porta única, B_0 em (4.2) tem dimensão de admitância e o termo em somatório é calculado utilizando-se apenas valores históricos. Ou seja, temos novamente para o modelo do equivalente, uma condutância, B_0, em paralelo com uma fonte de corrente, o termo em somatório. Isto facilita a integração do equivalente em rotinas de cálculo de transitório, conforme mencionado anteriormente. O cálculo dos parâmetros A_k e B_k, que em última análise resume-se ao cálculo do equivalente propriamente dito, será feito para cada um dos modos no caso de redes trifásicas. Como anteriormente, a utilização de decomposição modal permite precisão somente para o caso de redes balanceadas. A seguir será apresentado o equacionamento para a obtenção de A_k e B_k, juntamente com as restrições de modo a garantir a esparsidade, precisão elevada em freqüências específicas e robustez do equivalente para redes de duas portas.

4.1.1 – EQUAÇÕES PARA IDENTIFICAÇÃO DOS PARÂMETROS A_K E B_K

Para a produção das seqüências $i(n)$ e $v(n)$ a serem utilizadas no cálculo do equivalente tomamos, preferencialmente, a resposta da rede ao degrau unitário, sendo que as duas portas são excitadas de maneira não simultânea. A escolha pelo degrau unitário como sinal de entrada procura excitar a rede de modo a possibilitar a sua caracterização tanto em altas quanto em baixas freqüências. A utilização da resposta ao impulso unitário é preterida pois esta poderia priorizar a caracterização em altas freqüências, conforme discutido anteriormente. Os parâmetros A_k e B_k a serem determinados são os conjuntos de matrizes 2×2: $A_1,\ldots, A_p$ e $B_0,\ldots, B_p$. No caso geral, os parâmetros A_k seriam matrizes 2×2 genéricas. Entretanto, escolhemos trabalhar com A_k construído a partir de um conjunto de coeficientes escalares, conforme detalhado mais adiante. Desse modo, A_k será constituído por matrizes diagonais com elementos iguais. Esta opção simplifica o critério de estabilidade, como veremos posteriormente, e favorece a reciprocidade do equivalente. Para a determinação de A_k e B_k utilizamos 5 seqüências, as quais são obtidas do cálculo de transitório referente à resposta ao degrau do sistema externo. Este é caracterizado a partir de suas duas portas denominadas porta I e porta II. Inicialmente, curto-circuitamos a porta II e aplicamos um degrau de tensão na porta I, dando origem às seguintes seqüências: $v_{\mathrm{I}}(n)$, a tensão na porta I; $i_{\mathrm{I}}(n)$, a corrente que flui pela porta I e $i_{\mathrm{I,II}}(n)$, a corrente que flui pelo curto-circuito na porta II. Em seguida, curto-circuitamos a porta I e aplicamos um degrau de tensão na porta II, tomamos então a tensão na porta II, $v_{\mathrm{II}}(n)$, e a corrente que flui pela porta II, $i_{\mathrm{II}}(n)$. Devido ao fato do sistema externo ser uma rede recíproca [19,23], não há a necessidade de se obter $i_{\mathrm{II,I}}(n)$, uma vez que esta é igual a $i_{\mathrm{I,II}}(n)$. Devido então à escolha relativa à construção de A_k e à reciprocidade do sistema externo, temos a seguinte estrutura para as matrizes A_k e B_k:

$$A_k = \begin{bmatrix} a_k & 0 \\ 0 & a_k \end{bmatrix},\ B_k = \begin{bmatrix} b_{\mathrm{I}k} & b_{\mathrm{I,II}k} \\ b_{\mathrm{I,II}k} & b_{\mathrm{II}k} \end{bmatrix}. \tag{4.3}$$

Apesar de parecer restritiva a escolha feita para a estrutura dos parâmetros A_k, esta é uma topologia normalmente utilizada para a caracterização de sistemas de múltiplas entradas e saídas por meio de funções de sistema [22,24]. Obviamente, a determinação de A_k e B_k se resume à determinação de seus elementos constituintes a_k, $b_{\mathrm{I}k}$, $b_{\mathrm{II}k}$ e $b_{\mathrm{I,II}k}$. Para tal, cada uma das seqüências $i_{\mathrm{I}}(n)$, $i_{\mathrm{I,II}}(n)$, $i_{\mathrm{II}}(n)$, $v_{\mathrm{I}}(n)$ e $v_{\mathrm{II}}(n)$ são arranjadas em matrizes de convolução com a seguinte estrutura, tomando como exemplo a corrente e tensão genéricas $i(n)$ e $v(n)$:

$$I = \begin{bmatrix} 0 & 0 & . & 0 \\ i_0 & 0 & . & 0 \\ . & . & . & . \\ i_{p-2} & i_{p-3} & . & 0 \\ \hdashline i_{p-1} & i_{p-2} & . & i_0 \\ . & . & . & . \\ i_{N-2} & i_{N-3} & . & i_{N-p-1} \end{bmatrix},\quad V = \begin{bmatrix} v_0 & 0 & . & 0 \\ v_1 & v_0 & . & 0 \\ . & . & . & . \\ v_{p-1} & v_{p-2} & . & 0 \\ \hdashline v_p & v_{p-1} & . & v_0 \\ . & . & . & . \\ v_{N-1} & v_{N-2} & . & v_{N-p-1} \end{bmatrix} \tag{4.4}$$

Em (4.4), os subscritos nas variáveis i e v correspondem aos índices de tempo nas seqüências. As matrizes de convolução geradas a partir das seqüências listadas acima são então arranjadas de modo a estabelecer um conjunto de equações lineares cuja solução leva à determinação dos elementos de A_k e B_k. Este conjunto de equações, que também corresponde à forma matricial de (4.2) (guardadas as restrições impostas por (4.3) e pela forma como foram obtidas as seqüências: excitação não simultânea), é então:

$$\begin{bmatrix} I_{\mathrm{I}} & -V_{\mathrm{I}} & 0 & 0 \\ I_{\mathrm{II}} & 0 & -V_{\mathrm{II}} & 0 \\ I_{\mathrm{I,II}} & 0 & 0 & -V_{\mathrm{I}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_k \\ b_{\mathrm{I}k} \\ b_{\mathrm{II}k} \\ b_{\mathrm{I,II}k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -i_{\mathrm{I}} \\ -i_{\mathrm{II}} \\ -i_{\mathrm{I\text{-}II}} \end{bmatrix}, \text{ onde} \tag{4.5a}$$

$$a_k = [a_1 \cdots a_p]', \tag{4.5b}$$

$$b_{\mathrm{I}k} = [b_{\mathrm{I}0} \cdots b_{\mathrm{I}p}]',\ b_{\mathrm{II}k} = [b_{\mathrm{II}0} \cdots b_{\mathrm{II}p}]',\ b_{\mathrm{I,II}k} = [b_{\mathrm{I,II}0} \cdots b_{\mathrm{I,II}p}]', \tag{4.5c}$$

$$i_{\mathrm{I}} = [i_{\mathrm{I}}(0) \cdots i_{\mathrm{I}}(N-1)]',\ i_{\mathrm{II}} = [i_{\mathrm{II}}(0) \cdots i_{\mathrm{II}}(N-1)]' \text{ e } i_{\mathrm{I\text{-}II}} = [i_{\mathrm{I\text{-}II}}(0) \cdots i_{\mathrm{I\text{-}II}}(N-1)]'. \tag{4.5d}$$

A estrutura de blocos por linha em (4.5a) mostra que buscamos três modelos racionais, um para cada uma das três admitâncias a saber: as duas admitâncias vistas a partir de cada uma das portas, com a outra em curto-circuito, e para a admitância entre as duas portas. Os três modelos racionais partilham o mesmo conjunto de pólos em função da escolha para A_k. O número total de incógnitas em (4.5a) é igual a $4p + 3$. Cada bloco por linha em (4.5a) demandaria $2p + 1$, entretanto, calculamos p (referentes a a_k), comum aos três blocos, e $3(p + 1)$, referentes a $b_{\mathrm{I}k}$, $b_{\mathrm{II}k}$ e $b_{\mathrm{I,II}k}$. Buscando garantir informação suficiente para a determinação de cada um dos três modelos racionais individualmente, utilizamos $N > 2p + 1$, como no caso dos equivalentes para redes de porta única. Isto faz com que (4.5a) seja sobredeterminado e a solução a ser obtida é preferencialmente no sentido dos mínimos quadrados (minimização da norma euclidiana do erro quadrático). Os estudos conduzidos neste trabalho indicam que uma redundância em torno de 2 ($N \approx 2(2p + 1)$) possibilita uma boa precisão no ajuste de curva. A solução de (4.5a) e a correspondente obtenção de A_k e B_k dá origem a equivalentes não esparsos e não garante que os mesmos sejam robustos. A seguir apresentamos o procedimento para, a partir de (4.5a), se obter equivalentes esparsos. Mais adiante apresentaremos as restrições para a garantia de estabilidade, passividade e precisão elevada em freqüências específicas, como 60 Hz e 0 Hz.

4.1.2 – OBTENÇÃO DE ESPARSIDADE NA IDENTIFICAÇÃO DE A_K E B_K

Como no capítulo anterior, o objetivo dos equivalentes esparsos é diminuir o esforço computacional para o cálculo de transitórios relativos ao sistema externo. O procedimento para se obter o equivalente esparso para redes de duas portas é similar ao utilizado para os equivalentes de porta única. A esparsidade do equivalente é controlada por N_S, o número de coeficientes diferentes de zero em cada um dos conjuntos a_k, $b_{\mathrm{I}k}$, $b_{\mathrm{II}k}$ e $b_{\mathrm{I,II}k}$, o qual, em primeira análise, pode ser igual para todos. A escolha de N_S segue os mesmos critérios usados para o equivalente de porta única. A seguir apresentamos o procedimento básico para o caso de rede de duas portas e na seqüência algumas considerações sobre possíveis variações.

⇒ Passo 1: Obtém-se uma solução inicial para os conjuntos de coeficientes a_k, $b_{\mathrm{I}k}$, $b_{\mathrm{II}k}$ e $b_{\mathrm{I,II}k}$, por meio de (4.5a).

⇒ Passo 2: Uma vez definido N_S, cada um dos conjuntos obtidos no passo 1 é analisado de modo a identificar a posição dos N_S maiores (em valor absoluto) coeficientes. Somente as posições dos coeficientes são identificadas neste passo, os seus valores finais serão recalculados.

⇒ Passo 3: Modifica-se cada uma das matrizes de convolução em (4.5a) mantendo apenas as colunas correspondentes aos N_S maiores coeficientes de cada conjunto. As demais colunas são, obviamente, eliminadas já que seus correspondentes valores de coeficientes serão iguais a zero.

⇒ Passo 4: Resolve-se novamente (4.5a), agora construída a partir das versões esparsas de cada matriz de convolução, e endereça-se cada elemento da solução à sua correspondente posição nos conjuntos de coeficientes, produzindo assim a solução esparsa básica para os componentes de A_k e B_k.

Este método para obtenção de esparsidade poderia ser denominado método direto contrapondo-se a uma possível variação, a qual denominamos método iterativo. No caso deste último, a esparsidade não é obtida de uma só vez e sim em vários refinamentos sucessivos. Partindo da solução básica não esparsa para (4.5a), a esparsidade é paulatinamente aumentada, utilizando-se o procedimento apresentado acima, até que se atinja o número desejado de coeficientes diferentes de zero, N_S, em cada um dos conjuntos de coeficientes. O método direto demanda um menor esforço computacional e é preferencialmente utilizado em redes de pequena dimensão. Já o método iterativo é apropriado para o caso de redes de média e grande dimensão, produzindo geralmente equivalentes com melhor ajuste de curva para o mesmo valor de N_S, se comparado com o método direto. Uma outra estratégia para a escolha da posição dos coeficientes diferentes de zero é a utilização da pseudo resposta ao impulso, de maneira similar ao exposto no capítulo anterior. Neste caso, seriam utilizadas as curvas de corrente $i_{\mathrm{I}}(n)$, $i_{\mathrm{I,II}}(n)$ e $i_{\mathrm{II}}(n)$, sendo feita uma combinação das posições indicadas por cada uma das curvas para a composição das posições dos elementos diferentes de zero no conjunto a_k. Como pode ser percebido, existem várias estratégias possíveis para a definição da esparsidade e, certamente, abordamos somente algumas delas. Consideramos esta questão por si só um tópico interessante para futuros desenvolvimentos.

Uma outra possível variação do procedimento apresentado acima diz respeito ao valor de N_S. Ao invés de se utilizar um mesmo valor de N_S para todos os conjuntos, é aconselhável que o valor de N_S para o conjunto a_k seja maior que o adotado para os demais conjuntos. Isto se justifica por que este conjunto participa do ajuste de três curvas. Pode-se também utilizar um valor de N_S menor para o conjunto $b_{\mathrm{I,II}k}$, uma vez que a curva $i_{\mathrm{I,II}}(n)$ possui em seu início vários valores iguais a zero devido ao atraso de tempo entre as duas portas.

Os mesmos comentários a respeito do posto da matriz principal em (4.5a), feitos para o caso dos equivalentes de porta única, são também válidos neste caso. Utilizamos métodos de solução baseados na decomposição QR [21,25,26,28] de modo a conseguir *ab initio* alguma esparsidade, especialmente no caso dos equivalentes para o modo terra (ou seqüência zero). Apesar do problema inicial (não esparso) apresentar problemas de deficiência de posto (no modo terra principalmente), o problema final relativo ao cálculo dos parâmetros A_k e B_k, após a implementação da esparsidade, é, na maioria dos casos, de posto completo.

Raramente os conjuntos A_k e B_k esparsos obtidos pelo procedimento acima – bem como suas variações, ou combinações delas – produzem equivalentes robustos, a não ser que o sistema externo seja de dimensão muito pequena (3 ou 4 linhas de transmissão apenas). O conjunto de restrições a ser imposto na solução de (4.5a) para garantir a robustez do equivalente é apresentado em seguida, após uma discussão sobre a determinação da ordem dos equivalentes para redes de duas portas.

4.1.3 – DETERMINAÇÃO DA ORDEM DE EQUIVALENTES DE REDE DE DUAS PORTAS

A forma de obtenção das curvas de tensão e corrente utilizadas para a determinação de A_k e B_k, permite também a caracterização em separado de cada um dos componentes da matriz de admitância do equivalente. A estrutura de blocos por linha de (4.5a) demonstra esta possibilidade. Podemos tratar a caracterização da admitância vista de cada uma das portas do equivalente e da admitância entre estas como três problemas de identificação distintos e separados. Neste caso a determinação de um valor para a ordem p para cada um destes modelos racionais (ou "equivalentes") pode ser feita através dos métodos descritos no capítulo anterior, já que cada um destes problemas demanda o cálculo de dois conjuntos de coeficientes "a_k" e "b_k" apenas. Utilizando-se da análise por decomposição em valores singulares (SVD) para a determinação de p, realizamos a SVD das partições inferiores das matrizes de convolução I_{I}, I_{II} e $I_{\mathrm{I,II}}$, correspondendo às seqüências $i_{\mathrm{I}}(n)$, $i_{\mathrm{II}}(n)$ e $i_{\mathrm{I,II}}(n)$, respectivamente. Devido à influência das perdas, como descrito no capítulo anterior, esta análise produz resultados confiáveis apenas para o modo linha. Portanto, procedemos com a análise acima para as seqüências relativas ao modo linha, o que resulta em três valores para p. Devido à nossa escolha para a estrutura de A_k, implicando no cálculo do conjunto a_k apenas, utilizaremos um único valor de p para a caracterização de todos os elementos constituintes da matriz de admitância do equivalente. Tomaremos, portanto, o maior dos três valores produzidos acima como o valor de p para o equivalente de duas portas, o qual será utilizado para a construção das matrizes de convolução constituintes de (4.5a). O valor de p para o modo terra é calculado a partir do valor obtido para o modo linha. Para as topologias de rede estudadas, esta escolha para p não incorre em erros, uma vez que os três valores são próximos e a imposição da esparsidade acomoda possíveis diferenças. Caso haja uma disparidade elevada entre os valores calculados para p, é aconselhável que se construa as matrizes de convolução I_{I}, I_{II} e $I_{\mathrm{I,II}}$ utilizando-se o maior valor de p e V_{I}, V_{II} e, neste caso, $V_{\mathrm{I,II}}$, com os valores indicados pelas respectivas análises por SVD de modo a minimizar o efeito de uma sobreestimativa para o valor de p, conforme discutido no capítulo 3, em 3.P1.III.*A*.

4.1.4 – Restrições de Estabilidade, Passividade e Precisão Elevada em Freqüências Específicas

As restrições de estabilidade, passividade e precisão elevada em freqüências específicas para os equivalentes de duas portas seguem a mesma filosofia utilizada para o equivalente de porta única. A partir do cálculo de Jacobianos referentes às restrições de robustez, é construído um conjunto de equações na forma de desigualdades, as quais são impostas como restrições à solução de (4.5a) por meio de programação quadrática. Na realidade, as restrições serão aplicadas à versão esparsa de (4.5a), mas como não há diferença, do ponto de vista das restrições, se o equivalente é esparso ou não, no que se segue nos referiremos a (4.5a) sem mencionar a questão da esparsidade, sendo esta tratada em 4.1.5. No caso das restrições para precisão elevada em freqüências específicas, o procedimento apresenta ligeiras diferenças com relação ao anterior, a serem discutidas posteriormente. Quando da derivação das equações de restrição para o equivalente de porta única, em 3.P1.IV, não fizemos uso explícito da transformada **Z**, conforme mencionado nos comentários finais do capítulo 3. Fundamentalmente, não existe diferença entre a formulação apresentada em 3.P1.IV e a que seria obtida utilizando-se a transformada **Z**. De modo a tornar mais completa a derivação das equações de restrição, as mesmas são obtidas para os equivalentes de duas portas fazendo uso da transformada **Z**, o que, como veremos, permite uma formulação mais concisa.

A base para a derivação das equações de restrição vem da aplicação da transformada **Z** à equação descritiva do sistema externo ou de seu equivalente, a equação (4.1), no caso de equivalentes de duas portas, ou a equação (3.P1.2), para o equivalente de porta única. O contexto geral desta derivação é o da análise de sistemas lineares invariantes no tempo por meio da transformada **Z**. Tomando inicialmente a transformada **Z** de ambos os termos da equação (3.P1.2) [2,3,4], a qual descreve o equivalente de porta única, temos:

$$\left(\sum_{k=0}^{p} a_k z^{-k}\right) I(z) = \left(\sum_{k=0}^{q} b_k z^{-k}\right) V(z) \Rightarrow$$

$$\frac{\left(\sum_{k=0}^{q} b_k z^{-k}\right)}{\left(\sum_{k=0}^{p} a_k z^{-k}\right)} = Y^{'}(z) \therefore I(z) = Y^{'}(z) V(z) \ . \qquad (4.6)$$

Obtemos, portanto, a função de sistema $Y^{'}(z)$, a qual descreve a admitância do sistema externo (e seu equivalente) e as seqüências transformadas $I(z)$ e $V(z)$, correspondendo, respectivamente, a $i(n)$ e $v(n)$. Definindo os polinômios em z, $A^{'}(z)$ e $B^{'}(z)$ como:

$$B^{'}(z) = b_0 + b_1 z^{-1} + \cdots + b_q z^{-q} = \sum_{k=0}^{q} b_k z^{-k} \ , \qquad (4.7a)$$

$$A^{'}(z) = a_0 + a_1 z^{-1} + \cdots + a_p z^{-p} = \sum_{k=0}^{p} a_k z^{-k} \ , \qquad (4.7b)$$

temos finalmente a função de sistema $Y^{'}(z)$ dada pela razão de dois polinômios, como em (4.8).

$$Y^{'}(z) = \frac{B^{'}(z)}{A^{'}(z)} \ . \qquad (4.8)$$

De maneira similar, podemos proceder com a aplicação da transformada **Z** à equação descritiva do equivalente de duas portas. Devemos ter em mente, entretanto, que $i(n)$ e $v(n)$ são agora vetores e A_k e B_k matrizes. Temos então:

$$\left(\sum_{k=0}^{p} A_k z^{-k}\right) I(z) = \left(\sum_{k=0}^{q} B_k z^{-k}\right) V(z) \Rightarrow$$

$$\left(\sum_{k=0}^{p} A_k z^{-k}\right)^{-1} \left(\sum_{k=0}^{q} B_k z^{-k}\right) = Y(z) \therefore I(z) = Y(z) V(z) \ . \qquad (4.9)$$

Como se trata de um sistema de duas portas (ou um equivalente de duas portas), a função de sistema, $Y(z)$, é, neste caso, descrita por um matriz racional, a qual pode ser decomposta conforme os termos entre parênteses em (4.9) denotam. Podemos ainda definir dois polinômios matriciais como

$$B(z) = B_0 + B_1 z^{-1} + \cdots + B_q z^{-q} = \sum_{k=0}^{q} B_k z^{-k} \quad \text{, e} \tag{4.10a}$$

$$A(z) = A_0 + A_1 z^{-1} + \cdots + A_p z^{-p} = \sum_{k=0}^{p} A_k z^{-k} \quad , \tag{4.10b}$$

os quais compõem a matriz racional descritiva de $Y(z)$:

$$Y(z) = A(z)^{-1} B(z) \ . \tag{4.11}$$

Obtivemos, portanto, as funções de sistema $Y^{'}(z)$ e $Y(z)$, para porta única e duas portas, respectivamente, as quais descrevem os sistemas externos e seus correspondentes equivalentes no domínio da transformada **Z**. Como todo estudo de sistemas lineares, é importante a caracterização de $Y^{'}(z)$ e $Y(z)$ em função da freqüência. Isto pode ser facilmente alcançado com uma simples mudança de variável em (4.8) e (4.9), feita segundo os preceitos da transformada **Z** e sua relação com a transformada de Fourier [2,3,4]. Substituindo $z = e^{j\omega}$, obtemos $Y^{'}(e^{j\omega})$ e $Y(e^{j\omega})$, as quais são a representação das admitâncias dos equivalentes de porta única e duas portas na freqüência. Tendo que $|e^{j\omega}| = 1, \ \forall\ \omega$, a substituição de variáveis acima implica em avaliar $Y^{'}(z)$ e $Y(z)$ na circunferência de raio unitário. Obviamente, ω neste caso é a freqüência normalizada, $0 \leq \omega < 2\pi$, correspondendo a freqüências no intervalo de 0 Hz a $(1/\Delta t)$ Hz.

Até agora tratamos a formulação da caracterização dos equivalentes de maneira genérica. Passamos então a incluir as simplificações decorrentes da escolha para a construção de A_k a partir de um conjunto de coeficientes escalares, a_k.

De acordo com a escolha feita para a estrutura de A_k, (4.3), temos que $A(z)$ é obtido a partir de (utilizando, por "empréstimo", o polinômio obtido para o caso de porta única) $A^{'}(z)$ segundo

$$A(z) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} A^{'}(z) = \begin{bmatrix} A^{'}(z) & 0 \\ 0 & A^{'}(z) \end{bmatrix} . \tag{4.12}$$

Usando (4.12) temos:

$$A^{-1}(z)=\begin{bmatrix}\dfrac{1}{A^{'}(z)} & 0\\ 0 & \dfrac{1}{A^{'}(z)}\end{bmatrix}. \tag{4.13}$$

Se utilizarmos $B(z)$ descrito em função dos constituintes de B_k, temos

$$B(z)=\begin{bmatrix}B_{\mathrm{I}}(z) & B_{\mathrm{I,II}}(z)\\ B_{\mathrm{I,II}}(z) & B_{\mathrm{II}}(z)\end{bmatrix}, \tag{4.14}$$

onde $B_{\mathrm{I}}(z)$, $B_{\mathrm{II}}(z)$ e $B_{\mathrm{I,II}}(z)$ são polinômios escalares correspondentes aos conjunto de coeficientes $b_{\mathrm{I}k}$, $b_{\mathrm{II}k}$, e $b_{\mathrm{I,II}k}$. De (4.11), (4.13) e (4.14) temos a representação não fatorada para matriz racional $Y(z)$:

$$Y(z)=\begin{bmatrix}\dfrac{B_{\mathrm{I}}(z)}{A^{'}(z)} & \dfrac{B_{\mathrm{I,II}}(z)}{A^{'}(z)}\\ \dfrac{B_{\mathrm{I,II}}(z)}{A^{'}(z)} & \dfrac{B_{\mathrm{II}}(z)}{A^{'}(z)}\end{bmatrix}. \tag{4.15}$$

Se desejarmos a expressão da admitância do equivalente em função da freqüência, procedemos novamente com a substituição de variáveis, $z = e^{j\omega}$, o que conduz a (4.17), sendo os elementos constituintes desta definidos em (4.16), segundo (4.15).

$$Y_{\mathrm{I}}(e^{j\omega})=\frac{B_{\mathrm{I}}(e^{j\omega})}{A^{'}(e^{j\omega})},\qquad Y_{\mathrm{II}}(e^{j\omega})=\frac{B_{\mathrm{II}}(e^{j\omega})}{A^{'}(e^{j\omega})},\qquad Y_{\mathrm{I,II}}(e^{j\omega})=\frac{B_{\mathrm{I,II}}(e^{j\omega})}{A^{'}(e^{j\omega})}. \tag{4.16}$$

$$Y(e^{j\omega})=\begin{bmatrix}Y_{\mathrm{I}}(e^{j\omega}) & Y_{\mathrm{I,II}}(e^{j\omega})\\ Y_{\mathrm{I,II}}(e^{j\omega}) & Y_{\mathrm{II}}(e^{j\omega})\end{bmatrix}=G(e^{j\omega})+jS(e^{j\omega}). \tag{4.17}$$

Uma vez desenvolvida a caracterização do equivalente de duas portas por meio da transformada **Z**, as condições para que se garanta a estabilidade e passividade deste surgem naturalmente. Com relação à estabilidade, a análise que, no caso geral dependeria do polinômio matricial $A(z)$, se restringe ao polinômio escalar $A^{'}(z)$. Portanto, basta que se garanta que todas as raízes de $A^{'}(z)$ estejam dentro da circunferência de raio unitário para que a estabilidade de $Y(z)$, e conseqüentemente do equivalente de duas portas, seja garantida. Obviamente, a escolha feita para a estrutura de $A(z)$ implica em que o critério de estabilidade para o caso dos equivalentes de duas portas seja o mesmo critério apresentado para o caso do equivalente de porta única. Também o são, as equações relativas às restrições de estabilidade impostas na solução de (4.5a), como veremos adiante.

No caso do equivalente de porta única, a restrição de passividade demandava que, sendo o equivalente descrito em função da freqüência, a parte real da admitância representada pelo equivalente fosse maior do que zero para qualquer freqüência, conforme (3.P1.15) e (3.P1.16). Utilizando a formulação derivada a partir da transformada **Z**, temos que a restrição de passividade para o caso do equivalente de porta única se resumiria a garantir que $\mathrm{Re}\{Y'(e^{j\omega})\} > 0,\ \forall\ \omega$. Para o equivalente de duas portas, entretanto, temos que a caracterização da admitância do equivalente em função da freqüência é dada por matrizes (de dimensão 2×2), conforme (4.17). Isto implica que a passividade somente é assegurada se $\mathrm{Re}\{Y(e^{j\omega})\}$, ou $G(e^{j\omega})$, possui ambos autovalores maiores que zero [2,24,45,73]. Este é, portanto, o critério para a passividade a ser imposto à solução de (4.5a).

Quanto à imposição de precisão elevada para o valor da admitância do equivalente em freqüências especiais como 0 Hz e 60 Hz, a análise por transformada **Z** feita acima facilita a sua formulação. As restrições para precisão elevada são similares ao caso do equivalente de porta única. Basta que tratemos cada um dos componentes de $Y(e^{j\omega})$: $Y_{\mathrm{I}}(e^{j\omega})$, $Y_{\mathrm{II}}(e^{j\omega})$ e $Y_{\mathrm{I,II}}(e^{j\omega})$, como “equivalentes” de porta única. Não há excesso de liberdade nesta abordagem, uma vez que tanto os equivalentes de porta única como cada um dos componentes da matriz da admitância do equivalente de duas portas, são modelados por razões polinomiais escalares.

Uma vez estabelecidos os critérios relativos à estabilidade, passividade do equivalente e as bases para a imposição de precisão elevada em freqüências especiais, obteremos a seguir as equações de restrições a serem utilizadas na solução de (4.5a), o que será feito por meio de programação quadrática [25,26,28,31]. A solução do conjunto de equações lineares estabelecido em (4.5a) se torna então:

$$\min_x \left\| Hx - h \right\|, \quad Cx \le c \tag{4.19}$$

com H e h construídos a partir das seqüências obtidas no cálculo de transitórios no domínio do tempo e correspondem à equação para cálculo dos parâmetros do modelo, (4.5a), x congrega os conjuntos de coeficientes a_k, $b_{\mathrm{I}k}$, $b_{\mathrm{II}k}$ e $b_{\mathrm{I,II}k}$ a serem determinados, referidos como x_a, $x_{b\mathrm{I}}$, $x_{b\mathrm{II}}$ e $x_{b\mathrm{I,II}}$, respectivamente e, finalmente, C e c são obtidos a partir da formulação para as restrições, conforme detalhado a seguir.

A relação entre as variáveis do problema (4.19) e as restrições a serem impostas por meio de C e c é intrinsecamente não linear. Entretanto, o conjunto de equações de restrição é imposto assumindo-se linearidade para o problema em torno de uma dada solução. Assim, utilizamos Jacobianos relativos às restrições para calcular um incremento Δx a ser somado à dada solução de modo a satisfazer as restrições. Isto deve ser implementado por meio de um procedimento iterativo devido à não-linearidade entre restrições e variáveis. Este procedimento é detalhado em 4.1.5. A seguir derivamos C e c.

A restrição de estabilidade impõe que o valor absoluto das raízes de $A'(z)$ seja menor do que 1. Suponha que tenhamos uma solução para (4.5a) que resulte em um equivalente instável. Como a estabilidade é função apenas do conjunto de coeficientes a_k, calculamos uma correção Δx_a a ser somada a x_a (referente ao conjunto a_k apenas) de modo que todas as raízes de $A'(z)$ se tornem menor do que 1. O conjunto de equações relativas às restrições de estabilidade podem então ser formuladas como:

$$J_S \Delta x_a < 1 - | z_U |, \tag{4.20}$$

sendo J_S a matriz Jacobiana dos valores absolutos de z_U, o conjunto de raízes de $A'(z)$ instáveis ou potencialmente instáveis, com respeito ao conjunto de coeficientes a_k. Como potencialmente instáveis, consideramos apenas as raízes com magnitude acima de um certo limite ($\cong$ 0.99) de modo a diminuir o esforço computacional na solução de (4.19). J_S, neste caso, é idêntico ao do caso do equivalente de porta única. Seus elementos são calculados utilizando-se (3.P1.10), reproduzida em (4.21). A equação (4.20) expressa as restrições de estabilidade em termos do incremento Δx_a.

$$\frac{\partial | z_j |}{\partial a_i} = -| z_j | \operatorname{Re} \frac{1}{\sum_{k=1}^{p} k a_k z_j^{-k+i}}. \tag{4.21}$$

A passividade do equivalente de duas portas depende de todos os conjuntos de coeficientes, a_k, $b_{\mathrm{I}k}$, $b_{\mathrm{II}k}$ e $b_{\mathrm{I,II}k}$, conforme explicitado por (4.16) e (4.17). Apesar disso, a passividade do equivalente será imposta ajustando-se apenas os conjuntos $b_{\mathrm{I}k}$, $b_{\mathrm{II}k}$ e $b_{\mathrm{I,II}k}$. A razão para isto é que as restrições de estabilidade e passividade serão impostas separadamente: primeiro calculamos um conjunto a_k estável e depois forçamos a passividade do equivalente (detalhes adicionais serão apresentados em 4.1.5. Sendo assim, a_k não participa das restrições de passividade. Novamente assumindo linearidade, estabelecemos a dependência dos autovalores de $G(e^{j\omega})$, (4.17), em relação aos conjuntos de coeficientes b_ks como o produto de duas derivadas parciais. A primeira apresenta a relação entre os autovalores de $G(e^{j\omega})$ e seus elementos. A segunda fornece a relação entre os elementos de $G(e^{j\omega})$ – as partes reais de $Y_{\mathrm{I}}(e^{j\omega})$, $Y_{\mathrm{II}}(e^{j\omega})$ e $Y_{\mathrm{I,II}}(e^{j\omega})$ – e os conjuntos $b_{\mathrm{I}k}$, $b_{\mathrm{II}k}$ e $b_{\mathrm{I,II}k}$.

Partindo de uma dada solução para (4.5a) calculamos $Y(e^{j\omega})$ para várias freqüências, $0 \leq \omega < \pi$. É necessário uma resolução fina ($\cong$10000 freqüências) devido aos vales (e picos) de banda estreita que compõem $Y(e^{j\omega})$, especialmente para o modo linha. Selecionamos então o conjunto ω_P , com as freqüências para as quais $G(e^{j\omega})$ possui autovalores negativos ou próximos de zero ($\cong 1\times10^{-4}$), resultando nos conjuntos $Y_P(e^{j\omega_P})$ e o correspondente $G_P(e^{j\omega_P})$. A estratégia aqui é a mesma usada para a imposição da estabilidade: calculamos correções $\Delta x_{b\mathrm{I}}$, $\Delta x_{b\mathrm{II}}$ e $\Delta x_{b\mathrm{I,II}}$ de modo tornar os autovalores de $G_P(e^{j\omega_P})$ positivos. Para simplificar a notação, definimos, para um dado ω_i pertencente a ω_P , $G(e^{j\omega_i})$ como

$$G(e^{j\omega_i}) = \begin{bmatrix} \alpha & \gamma \\ \gamma & \beta \end{bmatrix}, \tag{4.22}$$

sendo os autovalores de $G(e^{j\omega_i})$ calculados por meio de

$$\lambda_{1i}, \lambda_{2i} = \frac{(\alpha+\beta) \mp \sqrt{(\alpha+\beta)^2 - 4(\alpha\beta - \gamma^2)}}{2}. \tag{4.23}$$

Devido à sua simetria, $G(e^{j\omega_i})$ possui apenas autovalores reais e, de (4.23), $\lambda_{1i} \leq \lambda_{2i}$, $\forall\ \omega_i$. Portanto, forçando $\lambda_{1i} > 0$ é suficiente para garantir a passividade do equivalente. Isto é bastante conveniente, pois reduz para a metade o número de equações de restrição referente à passividade em C e c. Para a montagem da matriz Jacobiana a ser utilizada nestas equações de restrição, necessitamos da derivada de λ_{1i} com respeito a cada elemento dos conjuntos $b_{\mathrm{I}k}$, $b_{\mathrm{II}k}$ e $b_{\mathrm{I,II}k}$. As derivadas de λ_{1i} com relação a α, β e γ podem ser obtidas diretamente de (4.23). Já as derivadas de α com relação a $b_{\mathrm{I}k}$, de β com relação a $b_{\mathrm{II}k}$ e de γ com relação a $b_{\mathrm{I,II}k}$ são calculadas baseando-se em (3.P1.18) e (3.P1.15) ou (4.16). Implementando as modificações de notação utilizadas para o equivalente de duas portas, tomando α como exemplo e lembrando de (4.17), (4.16), (4.15) e (4.10a), temos:

$$\frac{\partial G_{\mathrm{I}}(e^{j\omega_i})}{\partial b_{\mathrm{I}k}} = \frac{\partial \alpha}{\partial b_{\mathrm{I}k}} = \mathrm{Re}\frac{e^{-j\omega_i k}}{A'(e^{j\omega_i})}. \tag{4.24}$$

Usando ainda α, e conseqüentemente $b_{\mathrm{I}k}$, como exemplo, podemos calcular a procurada relação entre o autovalor λ_{1i} e o conjunto de coeficientes $b_{\mathrm{I}k}$ por meio de:

$$\frac{\partial \lambda_{1i}}{\partial b_{\mathrm{I}k}} = \frac{\partial \lambda_{1i}}{\partial G_{\mathrm{I}}(e^{j\omega_i})}\frac{\partial G_{\mathrm{I}}(e^{j\omega_i})}{\partial b_{\mathrm{I}k}} = \frac{\partial \lambda_{1i}}{\partial \alpha}\frac{\partial \alpha}{\partial b_{\mathrm{I}k}},$$

$$\frac{\partial \lambda_{1i}}{\partial b_{\mathrm{I}k}} = \frac{1}{2}\left[1 - \frac{(\alpha-\beta)}{\sqrt{(\alpha-\beta)^2 + 4\gamma^2}}\right]\mathrm{Re}\frac{e^{-j\omega_i k}}{A'(e^{j\omega_i})}. \tag{4.25}$$

Baseando-se em (4.25), (4.24) e (4.22) podemos calcular as correspondentes expressões para $\partial\lambda_{1i} / \partial b_{\mathrm{II}k}$ e $\partial\lambda_{1i} / \partial b_{\mathrm{I,II}k}$. Uma vez obtidas as derivadas parciais do autovalor λ_{1i} com relação às variáveis que serão usadas para forçar a passividade do equivalente, $b_{\mathrm{I}k}$, $b_{\mathrm{II}k}$ e $b_{\mathrm{I,II}k}$, construímos as respectivas matrizes Jacobianas, $J_{Pb\mathrm{I}}$, $J_{Pb\mathrm{II}}$ e $J_{Pb\mathrm{I,II}}$. Utilizando então o conjunto de autovalores λ_{1P} originado de $G_P(e^{j\omega_P})$, que por sua vez veio de ω_P, obtemos finalmente as equações de restrição relativas à passividade a serem impostas à solução de (4.5a):

$$\begin{bmatrix} -J_{Pb\mathrm{I}} & -J_{Pb\mathrm{II}} & -J_{Pb\mathrm{I,II}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_{b\mathrm{I}} \\ \Delta x_{b\mathrm{II}} \\ \Delta x_{b\mathrm{I,II}} \end{bmatrix} < \lambda_{1P} \tag{4.26}$$

A imposição de precisão elevada em freqüências especiais segue a mesma filosofia utilizada no caso do equivalente de porta única. Entretanto, como no presente caso o conjunto de coeficientes a_k é calculado separadamente dos demais, as equações devem ser modificadas de acordo. Partindo de uma dada solução para (4.5a) e considerando uma freqüência especial ω_0, obtemos o valor de $Y(e^{j\omega_0})$ – ou seja: $Y_{\mathrm{I}}(e^{j\omega_0})$, $Y_{\mathrm{II}}(e^{j\omega_0})$ e $Y_{\mathrm{I,II}}(e^{j\omega_0})$ – por meio de (4.17), (4.16) e (4.10). Dado o valor correto para a admitância do sistema externo em ω_0, $Y_C = G_C + jS_C$, desejamos ajustar $b_{\mathrm{I}k}$, $b_{\mathrm{II}k}$ e $b_{\mathrm{I,II}k}$ (calculando $\Delta x_{b\mathrm{I}}$, $\Delta x_{b\mathrm{II}}$ e $\Delta x_{b\mathrm{I,II}}$) de modo a fazer $Y(e^{j\omega_0}) = Y_C \pm \mu$, onde μ é uma tolerância. Apesar de podermos forçar $Y(e^{j\omega_0}) = Y_C$, é conveniente trabalhar com uma tolerância para que o ajuste de curva não seja prejudicado pela imposição de precisão absoluta em algumas freqüências. Necessitamos, portanto, das derivadas de $Y(e^{j\omega_0})$, com relação aos coeficientes $b_{\mathrm{I}k}$, $b_{\mathrm{II}k}$ e $b_{\mathrm{I,II}k}$. Tomando $b_{\mathrm{I}k}$ como exemplo, temos na equação (4.24) a derivada da parte real de $Y(e^{j\omega_0})$ com relação a estes coeficientes. A derivada da parte imaginária também é obtida diretamente de (4.16). Temos então:

$$\frac{\partial G_{\mathrm{I}}(e^{j\omega_0})}{\partial b_{\mathrm{I}k}} = \mathrm{Re}\frac{e^{-j\omega_0 k}}{A'(e^{j\omega_0})}, \tag{4.27a}$$

$$\frac{\partial S_{\mathrm{I}}(e^{j\omega_0})}{\partial b_{\mathrm{I}k}} = \mathrm{Im}\frac{e^{-j\omega_0 k}}{A'(e^{j\omega_0})}. \tag{4.27b}$$

Usando (4.27) para $b_{\mathrm{I}k}$ e as correspondentes equações para $b_{\mathrm{II}k}$ e $b_{\mathrm{I,II}k}$, construímos os respectivos Jacobianos: $J_{Gb\mathrm{I}}$, $J_{Sb\mathrm{I}}$, $J_{Gb\mathrm{II}}$, $J_{Sb\mathrm{II}}$, $J_{Gb\mathrm{I,II}}$, e $J_{Sb\mathrm{I,II}}$. Definimos então, ainda usando $b_{\mathrm{I}k}$ como exemplo, as equações de restrição para a imposição de precisão elevada em freqüências especiais, como:

$$\begin{bmatrix} J_{Gb\mathrm{I}} \\ -J_{Gb\mathrm{I}} \\ J_{Sb\mathrm{I}} \\ -J_{Sb\mathrm{I}} \end{bmatrix} \left[\Delta x_{b\mathrm{I}}\right] < \begin{bmatrix} (G_{\mathrm{I}C} + \mu) - G_{\mathrm{I}}(e^{j\omega_0}) \\ -(G_{\mathrm{I}C} - \mu) + G_{\mathrm{I}}(e^{j\omega_0}) \\ (S_{\mathrm{I}C} + \mu) - S_{\mathrm{I}}(e^{j\omega_0}) \\ -(S_{\mathrm{I}C} - \mu) + S_{\mathrm{I}}(e^{j\omega_0}) \end{bmatrix} \Leftrightarrow \left[J_{Y_{\mathrm{I}}}\right]\left[\Delta x_{b\mathrm{I}}\right] < \left[\Delta Y_{\mathrm{I}\omega_0}\right], \tag{4.28}$$

Utilizando-se as equações correspondentes a (4.28), na forma sintética, para os coeficientes $b_{\mathrm{II}k}$ e $b_{\mathrm{I,II}k}$ temos a expressão final para as restrições de precisão elevada:

$$\begin{bmatrix} J_{Y_{\mathrm{I}}} & 0 & 0 \\ 0 & J_{Y_{\mathrm{II}}} & 0 \\ 0 & 0 & J_{Y_{\mathrm{I,II}}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_{b\mathrm{I}} \\ \Delta x_{b\mathrm{II}} \\ \Delta x_{b\mathrm{I,II}} \end{bmatrix} < \begin{bmatrix} \Delta Y_{\mathrm{I}\omega_0} \\ \Delta Y_{\mathrm{II}\omega_0} \\ \Delta Y_{\mathrm{I,II}\omega_0} \end{bmatrix}. \tag{4.29}$$

A equação (4.29) deve ser calculada para cada freqüência em que se desejar precisão elevada para o valor da admitância do equivalente.

4.1.5 – DESCRIÇÃO PASSO A PASSO DA METODOLOGIA PARA A DETERMINAÇÃO DOS EQUIVALENTES

Recordando a estrutura da apresentação da metodologia de cálculo de equivalentes de redes de duas portas até este ponto temos: vimos inicialmente *i*) a equação que caracteriza o equivalente – (4.1), em seguida *ii*) a equação para o cálculo dos parâmetros deste – (4.5a), *iii*) o procedimento para obtenção da esparsidade, *iv*) a determinação da ordem do equivalente e finalmente *v*) a formulação referente à restrições de estabilidade, passividade e precisão elevada em freqüências especiais. Procurando sintetizar o que foi apresentado, descrevemos a seguir um procedimento passo a passo para o cálculo de equivalentes de redes de duas portas.

O procedimento para a obtenção do equivalente é iterativo, sendo as equações de ajuste de curva e de restrições são conjugadas como em (4.19) e submetidas a uma rotina de programação quadrática [25,26,28,31], a qual produz, a cada iteração, uma solução para o equivalente. As iterações continuam até que todas as restrições sejam satisfeitas. Com relação às restrições, resolvemos primeiro para a estabilidade e em seguida para passividade e precisão elevada, estas duas últimas em conjunto. A solução em separado é obviamente uma solução sub-ótima mas satisfatória e foi adotada tendo em vista facilitar a convergência do procedimento de programação quadrática. O procedimento descrito a seguir é utilizado tanto para o cálculo de equivalentes para o modo linha (seqüência positiva) quanto para o modo terra (seqüência zero).

⇒ Passo 1: Utilizando o procedimento de decomposição em valores singulares, SVD, seção 4.1.3, determinamos um valor adequado para a ordem p.

⇒ Passo 2: Partindo das matrizes de convolução em (4.4), utilizando as seqüências correspondentes de tensão e corrente, com $q = p$, construímos (4.5a).

⇒ Passo 3: Seguindo o procedimento apresentado em 4.1.2 identificamos as posições dos N_S coeficientes diferentes de zero para cada um dos conjuntos a_k, $b_{\mathrm{I}k}$, $b_{\mathrm{II}k}$ e $b_{\mathrm{I,II}k}$ e modificamos as matrizes de convolução que compõem (4.5a) mantendo apenas as colunas correspondentes aos coeficientes não nulos de cada conjunto. A correspondente matriz H, em (4.19), é denominada H_{sp}. Resolvemos $H_{sp}x_{sp} = h$, e obtemos a solução básica esparsa x_{sp}, a qual é separada nos correspondentes conjuntos de coeficientes, a_k, $b_{\mathrm{I}k}$, $b_{\mathrm{II}k}$ e $b_{\mathrm{I,II}k}$, agora esparsos.

⇒ Passo 4: Calculamos as raízes de $A'(z)$ e identificamos o conjunto de raízes z_U, com módulo maior ou próximo de 1.

⇒ Passo 5: O procedimento iterativo para forçar a estabilidade inicia-se neste passo. Calculamos J_S baseado em (4.21). Como as equações referentes às restrições estão expressas em termos dos incrementos das variáveis, devemos modificar (4.19), resultando em (4.30). Nesta equação somente as restrições de estabilidade compõem C e c. Resolvemos portanto:

$$\min_{\Delta x_{sp}} \left\| H_{sp} \Delta x_{sp} - (h - H_{sp} x_{sp}) \right\|,$$

$$\text{sujeito a} \quad \begin{bmatrix} J_S & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_{a_{sp}} \\ \Delta x_{b_{sp}} \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} 1 - |z_U| \\ 0 \end{bmatrix}, \tag{4.30}$$

onde $\Delta x_{b_{sp}}$ é referente às versões esparsas de b_{Ik}, b_{IIk} e $b_{I,IIk}$. A equação (4.30) é satisfatoriamente resolvida utilizando-se a função "*qp*" do pacote de otimização do MATLAB® [28,31].

⇒ Passo 6: Com Δx_{sp} calculado no passo 5, obtemos a solução atual: $x_{sp} + \Delta x_{sp}$, a qual é separada nos conjuntos a_k, b_{Ik}, b_{IIk} e $b_{I,IIk}$. Calculamos então o conjunto de raízes do novo $A'(z)$. Caso o critério de estabilidade esteja satisfeito passamos para o passo 7, se não, identificamos z_U, voltamos ao passo 5 e continuamos as iterações até que a estabilidade do equivalente seja garantida.

⇒ Passo 7: Uma vez determinado o conjunto a_k, que satisfaça o critério de estabilidade, este, obviamente, não participará mais do ajuste dos parâmetros do equivalente e (4.30) deve ser modificada de acordo. Obtemos então H'_{sp}, eliminando de H_{sp} as colunas relativas a a_k e modificamos h de modo a obter $h' = h - H_{spa} x_{a_{sp}}$, onde H_{spa} é a parte de H_{sp} referente ao conjunto a_k.

⇒ Passo 8: Por meio de (4.17), (4.16) e (4.10), calculamos $Y(e^{j\omega})$ e conseqüentemente $G(e^{j\omega})$. Identificamos o conjunto ω_P e o correspondente λ_{1P}, o conjunto de autovalores negativos ou com valor muito próximo de zero.

⇒ Passo 9: O procedimento iterativo para imposição da passividade e precisão elevada em freqüências especiais se inicia neste passo. Usando (4.25) calculamos os Jacobianos relativos à passividade: J_{PbI}, J_{PbII} e $J_{PbI,II}$. Baseando-se em (4.27), obtemos os Jacobianos para a imposição de precisão elevada: J_{GbI}, J_{SbI}, J_{GbII}, J_{SbII}, $J_{GbI,II}$, e $J_{SbI,II}$ e os sintetizamos em: J_{YI}, J_{YII}, e $J_{YI,II}$. Calculamos os erros referentes às admitâncias nas freqüências especiais: ΔY_I, ΔY_{II} e $\Delta Y_{I,II}$. Resolvemos então:

$$\min_{\Delta x_{b_{sp}}} \left\| H'_{sp}\Delta x_{b_{sp}} - (h' - H'_{sp}x_{b_{sp}}) \right\|,$$

$$\text{sujeito a} \begin{bmatrix} -J_{Pb\text{I}} & -J_{Pb\text{II}} & -J_{Pb\text{I,II}} \\ J_{Y_\text{I}} & 0 & 0 \\ 0 & J_{Y_\text{II}} & 0 \\ 0 & 0 & J_{Y_\text{I,II}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_{b\text{I}} \\ \Delta x_{b\text{II}} \\ \Delta x_{b\text{I,II}} \end{bmatrix} < \begin{bmatrix} \lambda_{1P} \\ \Delta Y_\text{I} \\ \Delta Y_\text{II} \\ \Delta Y_\text{I,II} \end{bmatrix}. \tag{4.31}$$

⇒ Passo 10: Da solução $\Delta x_{b_{sp}}$, do passo 9, obtemos a solução atual, $x_{b_{sp}}$, + $\Delta x_{b_{sp}}$, a qual é separada nos conjuntos $b_{\text{I}k}$, $b_{\text{II}k}$ e $b_{\text{I,II}k}$. Calculamos $Y(e^{j\omega})$, para todas as freqüências em que se está verificando a passividade e forçando precisão elevada. Avaliamos os autovalores de $G(e^{j\omega})$ e verificamos os erros das admitâncias nas freqüências especiais. Se os critérios, tanto para a passividade quanto para a precisão elevada, forem satisfeitos, termina-se as iterações e o procedimento para o cálculo do equivalente. Se não, identificamos o novo conjunto ω_P, o correspondente λ_{1P}, e retornamos ao passo 9 procedendo com as iterações até que sejam satisfeitas as restrições de passividade e precisão elevada.

Como em todo processo de otimização, a convergência e sua velocidade são sempre motivo de atenção. Baseado em vários cálculos de equivalentes realizados, observamos que o procedimento acima assegura a estabilidade do equivalente em aproximadamente 3 a 8 iterações e garante a passividade, em conjunto com a precisão especificada para os valores de admitâncias nas freqüências especiais, em aproximadamente 5 a 15 iterações. A passividade é o critério mais difícil de ser atendido, uma vez que, não raro, quando calculado para 10000 freqüências, $G(e^{j\omega})$ possui em torno de 3000 autovalores negativos. Um outro aspecto importante, como mencionado no caso do equivalente para redes de porta única, a convergência do procedimento acima não é garantida, mas uma vez obtida, o equivalente calculado é robusto (estável e passivo) e atende aos requisitos de precisão para os valores da admitância em freqüências especiais. Se necessário, pequenos ajustes nos valores de p e N_S são normalmente suficientes para se conseguir a convergência do procedimento descrito acima.

4.2 – SIMULAÇÕES COM CONDIÇÕES INICIAIS DIFERENTES DE ZERO

Tendo sido modelados e determinados no domínio do tempo discreto, os equivalentes calculados neste trabalho podem ser facilmente inicializados. De (4.2) percebemos que a inclusão de condições iniciais para o equivalente se resume ao cálculo de um conjunto apropriado de valores passados de tensão e corrente. Isto é especialmente facilitado, se as condições iniciais se referem ao regime permanente para uma dada freqüência ω_0, correspondendo, por exemplo, a 60 Hz (ou 50 Hz). Nesta situação de regime permanente, as seqüências de tensão e corrente são relacionadas pelo valor da admitância do equivalente em ω_0, $Y(e^{j\omega_0})$, a qual pode ser obtida por meio de (4.17), (4.16) e (4.10). Esta análise não se restringe a estudos de freqüência única. Utilizando-se o princípio da superposição, podemos impor um conjunto de condições iniciais correspondente a várias freqüências (como em estudos de harmônicas), guardada a condição de que o regime permanente para cada freqüência tenha sido atingido. Neste trabalho, entretanto, nos limitamos a exemplificar a inicialização do equivalente para o regime permanente em freqüência única. Embora não mencionado no capítulo 3, o método de inicialização aqui apresentado pode ser diretamente aplicado ao equivalente de porta única. A inicialização do equivalente é feita de acordo com o procedimento apresentado a seguir.

Deseja-se realizar uma simulação a partir do regime permanente em ω_0, para o qual as tensões nas portas I e II são especificadas em termos dos fasores $v_{0,\mathrm{I}}e^{j\theta_{0,\mathrm{I}}}$ e $v_{0,\mathrm{II}}e^{j\theta_{0,\mathrm{II}}}$, respectivamente. Os correspondentes fasores para as correntes são calculados segundo:

$$\begin{bmatrix} i_{0,\mathrm{I}}e^{j\phi_{0,\mathrm{I}}} \\ i_{0,\mathrm{II}}e^{j\phi_{0,\mathrm{II}}} \end{bmatrix} = Y(e^{j\omega_0}) \begin{bmatrix} v_{0,\mathrm{I}}e^{j\theta_{0,\mathrm{I}}} \\ v_{0,\mathrm{II}}e^{j\theta_{0,\mathrm{II}}} \end{bmatrix}. \tag{4.32}$$

Usando a contrapartida de (4.32) no domínio do tempo, calculamos os valores para as condições iniciais de tensão e corrente por meio de (4.33) e (4.34), onde $n = -1, -2, -3, \ldots, -p$, respectivamente para as portas I e II.

$$v_{\mathrm{I}}(n)=v_{0,\mathrm{I}}\cos(\omega_0 n\Delta t + \theta_{0,\mathrm{I}}) \tag{4.33a}$$

$$i_{\mathrm{I}}(n)=i_{0,\mathrm{I}}\cos(\omega_0 n\Delta t + \phi_{0,\mathrm{I}}) \tag{4.33b}$$

$$v_{\mathrm{II}}(n)=v_{0,\mathrm{II}}\cos(\omega_0 n\Delta t + \theta_{0,\mathrm{II}}) \tag{4.34a}$$

$$i_{\mathrm{II}}(n)=i_{0,\mathrm{II}}\cos(\omega_0 n\Delta t + \phi_{0,\mathrm{II}}) \tag{4.34b}$$

Naturalmente, como os equivalentes são obtidos separadamente para cada modo, as tensões e correntes em (4.33) e (4.34) são grandezas modais. Portanto, para o sistema operando em condições normais (carga balanceada e sem a ocorrência de faltas) e em regime permanente somente o modo linha possui condições iniciais diferentes de zero. Na seção seguinte mostraremos o impacto da utilização do processo de inicialização descrito acima na eficiência computacional do equivalente de duas portas.

4.3 – EXEMPLO DE APLICAÇÃO

Em [58] apresentamos um exemplo de cálculo de equivalentes de rede de duas portas, onde o equivalente calculado violava o critério de passividade, já que o mesmo fora calculado sem a imposição de restrições de robustez. Retomamos então este exemplo e procedemos ao cálculo de equivalentes de rede com restrições de robustez e precisão elevada em freqüências especiais utilizando a metodologia desenvolvida neste capítulo.

A rede de transmissão trifásica apresentada na Fig. 4.1, em seu diagrama unifilar, será considerada como o sistema externo do qual se deseja calcular um equivalente visto das portas I e II. Os resultados referentes a cálculos de transitórios utilizando o equivalente serão usados para validação da metodologia aqui proposta no que diz respeito tanto à precisão quanto à eficiência computacional. Serão calculados equivalentes esparsos e não-esparsos para os modos linha (seqüência positiva) e terra (seqüência zero), os quais são válidos para um intervalo de cálculo igual a 20 μs. As linhas de transmissão que constituem o sistema externo possuem configuração horizontal (com os mesmos parâmetros usados no capítulo 3) e são consideradas perfeitamente transpostas, condição básica para a aplicação da análise modal. Tais linhas foram modeladas segundo a formulação de Martí [63] e, portanto, considerando a variação de seus parâmetros com a freqüência. A impedância característica e a função de propagação de cada linha foram ambas modeladas por 10 frações parciais, que foram obtidas pelo método de ajuste vetorial proposto em [43]. Os critérios de precisão e eficiência computacional serão os mesmos utilizados no capítulo 3: F_{err} (3.P2.2) e “flops” (contagem do número de operações de ponto flutuante). As rotinas utilizadas para cálculo de transitórios foram implementadas no MATLAB®, conforme descrito no capítulo 2.

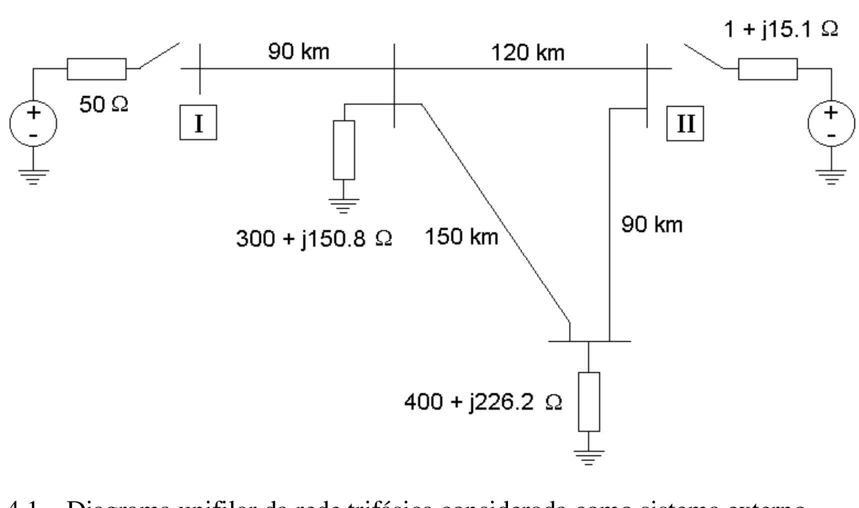


Fig. 4.1 – Diagrama unifilar da rede trifásica considerada como sistema externo.

As seqüências de tensão e corrente utilizadas para a determinação dos parâmetros dos equivalentes foram obtidas como descrito em 4.1.1. Os valores de p foram determinados a partir da análise por SVD descrita em 4.1.3. Na Fig. 4.2 apresentamos algumas curvas de valores singulares referentes à determinação de p.

Na Tabela 1, apresentamos as características dos equivalentes calculados no que diz respeito ao erro de ajuste de curva, ordem p, número de coeficientes diferentes de zero N_S, e percentual de ocupação dos equivalentes esparsos, tomando como referência os equivalentes não-esparsos. Os erros de ajuste para os equivalentes não-esparsos foram inferiores a $6{,}9\times10^{-6}$, que correspondente ao pior caso, e ambos os equivalentes, modo linha e modo terra, são passivos e estáveis. Já para o caso dos equivalentes esparsos, a solução esparsa básica para o modo linha (sem imposição de restrições) era instável e possuía 1289 autovalores negativos de um total de 10000 calculados. No caso do modo terra, a solução básica satisfazia os critérios de estabilidade e passividade. No entanto, o erro para o valor da admitância entre as porta I e II era elevado. Na Tabela 2, apresentamos os erros relativos aos valores da admitância em 60 Hz antes e depois do procedimento de otimização. A precisão em 0 Hz não foi controlada pelo fato do controle da mesma implicar em uma deterioração acentuada do ajuste de curva. Isto se deve ao fato de modelarmos a admitância vista de uma porta com a outra em curto-circuito, o que implica em um circuito com características de RL-série, com constante de tempo muito elevada,

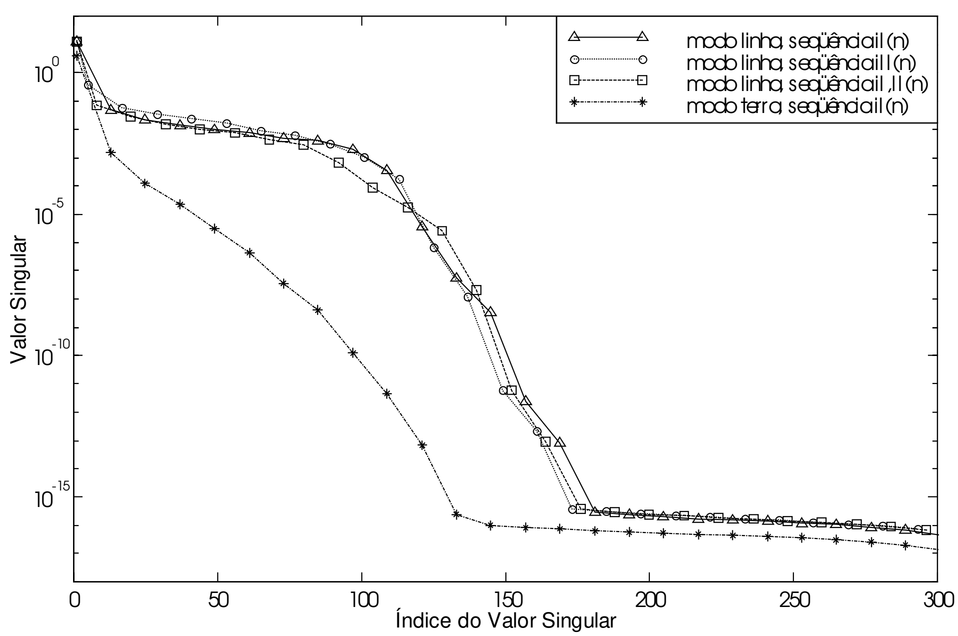


Fig. 4.2 – Valores singulares para a determinação de p.

dificultando o ajuste. Como podemos comprovar, a metodologia proposta produziu equivalentes esparsos, com ajuste de curva satisfatório, robustos e com precisão elevada para o valor da admitância em 60 Hz.

Tabela 1: Características do equivalente de duas portas.

Ordem p (equivalente NÃO-esparso):				
modo LINHA:	150		modo TERRA:	215
Erros de ajuste de curva (F_{err}) – Equivalente ESPARSO:				
Seq. de Corrente:	i_{I}		i_{II}	$I_{\mathrm{I,II}}$
Modo Linha:	0,00354		0,00227	0,00640
Modo Terra:	0,00188		0,00246	0,00360
Número de coef. diferentes de zero (N_S):				
Conj. de Coef. :	a_k	$b_{\mathrm{I}k}$	$b_{\mathrm{II}k}$	$b_{\mathrm{I,II}k}$
N_S (linha):	30	25	25	21
N_S (terra):	58	48	48	40
Ocupação (%)				
modo LINHA:	16,83%		modo TERRA:	22,56%

Tabela 2 – Erro % no valor das admitâncias em 60 Hz antes e depois da otimização.

	Modo LINHA			**Modo TERRA**		
Re{$Y(e^{j\omega})$}:	ΔY_{I}(%)	ΔY_{II}(%)	$\Delta Y_{\mathrm{I,II}}$(%)	ΔY_{I}(%)	ΔY_{II}(%)	$\Delta Y_{\mathrm{I,II}}$(%)
Antes	–0,956	–1,261	–9,613	–0,218	–0,619	–12,944
Depois	0,500	0,348	–0,500	–0,218	–0,500	–0,500
Im{$Y(e^{j\omega})$}:	ΔY_{I}(%)	ΔY_{II}(%)	$\Delta Y_{\mathrm{I,II}}$(%)	ΔY_{I}(%)	ΔY_{II}(%)	$\Delta Y_{\mathrm{I,II}}$(%)
Antes	–0.091	–0.095	0.247	–0,016	–0,397	–0,476
Depois	–0,177	–0.206	0,500	–0,016	–0,367	–0,500

Para testar o comportamento do equivalente em outras condições, e ainda avaliar o impacto da inicialização do equivalente em sua eficiência computacional, realizamos uma simulação de curto-circuito na porta I, precedido de regime permanente. A rede da Fig. 4.1 é excitada na porta II por uma fonte de tensão trifásica com impedância por fase de $1+j5{,}1\Omega$. O curto-circuito monofásico é realizado na porta I, fase B, quando a simulação atinge o tempo de 200 ms, e, após 10 ms, no tempo correspondente a 210 ms, o curto-circuito é desfeito. O cálculo de transitórios referente a esta operação é realizado utilizando-se a representação completa, o equivalente não-esparso e o equivalente esparso. Na Tabela 3 apresentamos os dados referentes à eficiência computacional para cada uma das situações. A análise desta tabela mostra que a utilização da inicialização aumenta significativamente a eficiência de ambos os equivalentes, por um fator de aproximadamente 8. Por outro lado, vemos que o equivalente não-esparso, no caso de simulações sem a imposição de condições iniciais, não apresenta vantagem frente à representação completa. Já o equivalente esparso ainda apresenta uma maior eficiência, por um fator em torno de 2,5. Com relação aos erros F_{err}, o equivalente não-esparso apresenta erros menores que 0,0017, valor correspondente ao pior caso. Já o equivalente esparso apresenta erros de 0,026, 0,047 e 0,026 para as tensões nas fases A, B e C, porta I e 0,014, 0,027, 0,015 para a porta II, mesma seqüência de fases. Os erros para a corrente na porta I são de 0,014, 0,027 e 0,015 e para a porta II de 0,041, 0,020, e 0,043, seqüência de fases A, B e C. Os erros apresentados pelo equivalente esparso são satisfatórios em vista da redução de esforço computacional propiciada.

Tabela 3:Comparações de eforço computacional.

Equivalente de duas portas: eficiência computacional:			
SEM Inicialização	Representação completa	Equivalente NÃO-esparso	Equivalente Esparso
flops(%):	100%	141.8%	**39.1%**
COM Inicialização	Representação completa	Equivalente NÃO-esparso	Equivalente Esparso
flops(%):	100%	**18.5%**	**5.1%**

Na Fig. 4.3 apresentamos a comparação entres as curvas de tensão na porta I, fase B, a partir do tempo igual a 200 ms, obtidas com a simulação do curto-circuito utilizando-se a representação completa e o equivalente esparso. O F_{err} para esta curvas é de 0,047. Percebemos uma boa concordância entre as curvas.

Através das comparações de esforço computacional pudemos perceber que os equivalentes de duas portas não são tão eficientes quanto os de porta única. Isto é devido ao fato dos equivalentes de duas portas necessitarem de 6 conjuntos de coeficientes para a sua descrição, enquanto que os de porta única necessitam apenas de 2 conjuntos. Esta relação permite uma vantagem de aproximadamente 3 vezes a favor dos equivalentes de porta única. Esta conclusão, de certa maneira, desestimula o desenvolvimento de uma metodologia para equivalentes de, por exemplo, 3 portas, já que estes demandariam 12 conjuntos de coeficientes e teriam sua eficiência computacional bastante desfavorecida.

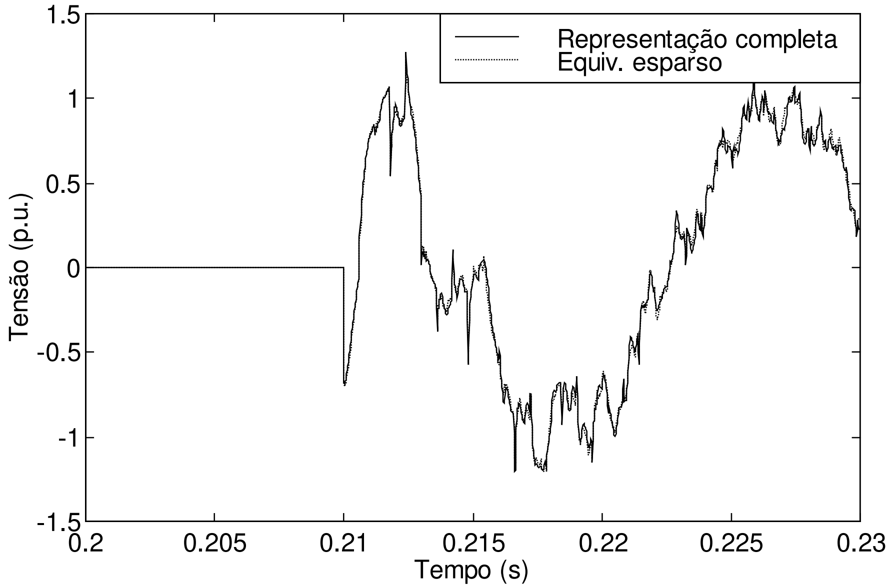


Fig. 4.3 – Comparação das curvas de tensão, porta I, fase B, referente à simulação do curto-circuito.

Finalizamos, portanto, o exemplo de aplicação referente ao cálculo de equivalentes de duas portas. As conclusões referentes a este capítulo estão incluídas na conclusão geral do trabalho, apresentadas no capítulo 6.

5

IMPLEMENTAÇÃO DOS EQUIVALENTES DE REDE EM PACOTES PARA CÁLCULO DE TRANSITÓRIOS

A difusão e a utilização dos equivalentes de rede é facilitada se estes puderem ser integrados em pacotes para o cálculo de transitórios. Objetivando explicitar a viabilidade da implementação dos equivalentes, obtidos a partir da metodologia desenvolvida neste trabalho, em pacotes para cálculo de transitórios, será apresentado neste capítulo a implementação daqueles no PSCAD®/EMTDC™ [83]. Esta implementação foi restrita aos equivalentes de porta única, apesar de não haver nenhum impedimento à implementação dos equivalentes de duas portas. Outros pacotes poderiam ser utilizados, como, por exemplo, o MicroTran® [17]. Este pacote também permite a integração de componentes (ou rotinas) desenvolvidas pelo usuário. Um exemplo disso é a implementação do cálculo de tensões induzidas por descargas atmosféricas, relatada em [76]. O PSCAD®/EMTDC™ apresenta características que facilitam a implementação de componentes desenvolvidos pelo usuário, como será descrito mais adiante. Uma vez implementados no PSCAD®/EMTDC™, os equivalentes de rede poderão ser utilizados como um outro componente qualquer para a realização de cálculo de transitórios. A única restrição é relativa ao intervalo de cálculo, que deve ser obrigatoriamente igual àquele para o qual o equivalente foi desenvolvido. Uma interessante discussão a respeito da utilização de funções racionais de ordem elevada (classe na qual se inserem os equivalentes de rede deste trabalho) em pacotes para o cálculo de transitórios é apresentada em [71].

Apresentaremos a seguir os detalhes da implementação dos equivalentes no PSCAD®/EMTDC™, a maneira como estes são utilizados para o cálculo de transitórios e uma comparação entre resultados de cálculos realizados no PSCAD®/EMTDC™ e no MATLAB®. Esta comparação apenas comprovará a correção da implementação e não será utilizada para medições de eficiência computacional. Esta avaliação será realizada em futuros desenvolvimentos deste trabalho.

5.1 – A IMPLEMENTAÇÃO NO PSCAD®/EMTDC™

Todas as informações necessárias para a implementação dos equivalentes de rede no PSCAD®/EMTDC™ foram obtidas em [83], o manual do usuário em formato HTML. A característica principal do PSCAD®/EMTDC™ que facilita a inclusão de componentes/rotinas desenvolvidas pelo usuário é o fato de a cada modificação no circuito de simulação, ser gerado um novo código executável específico para aquele caso. Portanto, o código utilizado para a simulação é gerado a posteriori, permitindo que sejam incluídas rotinas desenvolvidas pelo usuário. Tais rotinas podem realizar tarefas tanto fora do ciclo de tempo principal, relativo à resolução das equações nodais do sistema sob simulação, quanto dentro deste. De acordo com esta filosofia, existem dois momentos, em cada intervalo de cálculo do programa (dentro do ciclo de tempo principal), em que o componente desenvolvido pelo usuário pode interagir com o restante do código do PSCAD®/EMTDC™. O primeiro momento ocorre antes da solução das equações nodais do sistema, e pode ser utilizado, por exemplo, para atualizar os vetores de tensões e correntes que correspondam à dinâmica do componente. O outro momento ocorre após a solução das equações nodais e pode ser utilizado para fins de pós-processamento dos dados de tensão e corrente obtidos, como, por exemplo, no cálculo de potências instantâneas. Como veremos, esta filosofia se adequa perfeitamente ao caso dos equivalentes de rede. Os passos básicos para a implementação de um componente no PSCAD®/EMTDC™ são: (*i*) a definição da topologia e formato de entrada de dados, (*ii*) a definição dos parâmetros a serem passados à rotina do componente, (*iii*) a definição da rotina que realizará os cálculos referentes ao componente e (*iv*) a interligação do componente com os demais elementos de circuitos. Discutimos cada um destes passos a seguir.

5.1.1 – DEFINIÇÃO DA TOPOLOGIA E FORMATO DE ENTRADA DE DADOS DO COMPONENTE.

Com relação à topologia, o equivalente de rede, sendo um componente para ser utilizado na simulação de transitórios em sistemas trifásicos, deve possuir três conexões, uma para cada fase. A conexão para terra é feita internamente, na descrição do componente. O PSCAD®/EMTDC™ possui uma interface gráfica para a definição da topologia do componente. Na Fig. 5.1 apresentamos a topologia desenvolvida para o componente que representará os equivalentes de rede, o qual denominamos *SNE_3phase*. As conexões para as fases e para terra, também mostradas na Fig. 5.1, são denominadas *u_phA*, *u_phB*, *u_phC* e *u_gnd*, e serão referenciadas na rotina que descreverá a dinâmica do componente. Com relação à entrada de dados, é definida uma caixa de diálogo, Fig. 5.2, onde o usuário deve informar o nome do arquivo de texto contendo os dados relativos ao equivalente: a ordem para cada um dos polinômios $B(z)$ e $A(z)$, para os modos linha e terra, e os coeficientes propriamente ditos. Opcionalmente, a ordem dos polinômios pode ser informada na caixa de diálogo.

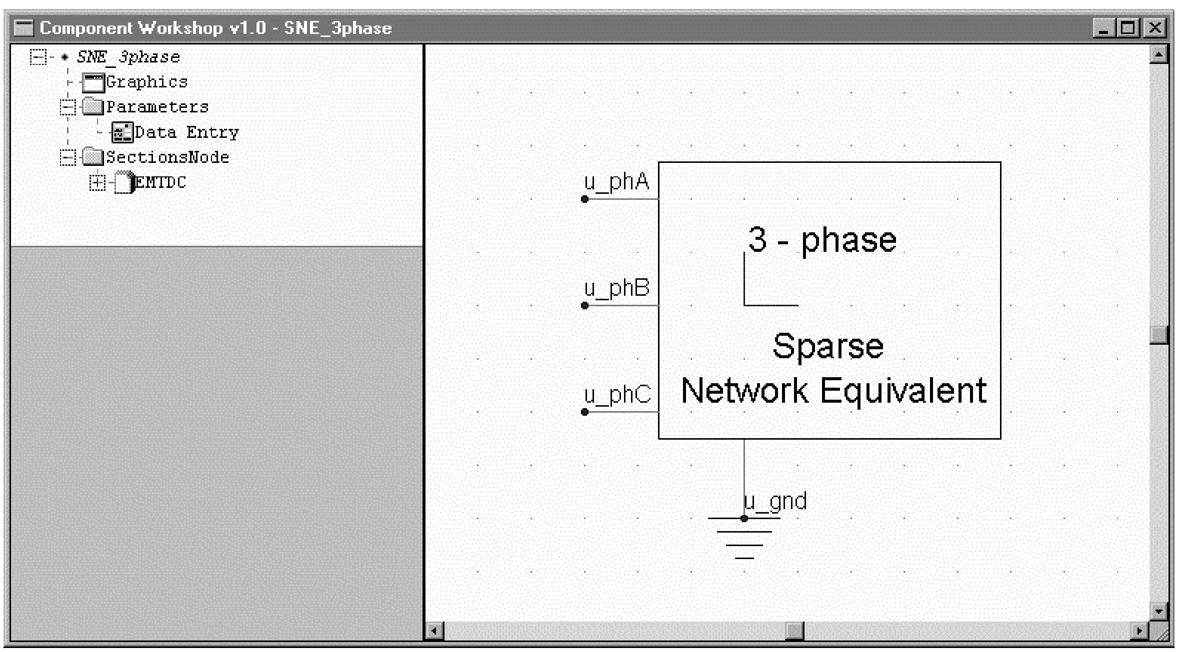


Fig. 5.1 – Topologia do componente *SNE_3phase*, o qual representará os equivalentes de rede.

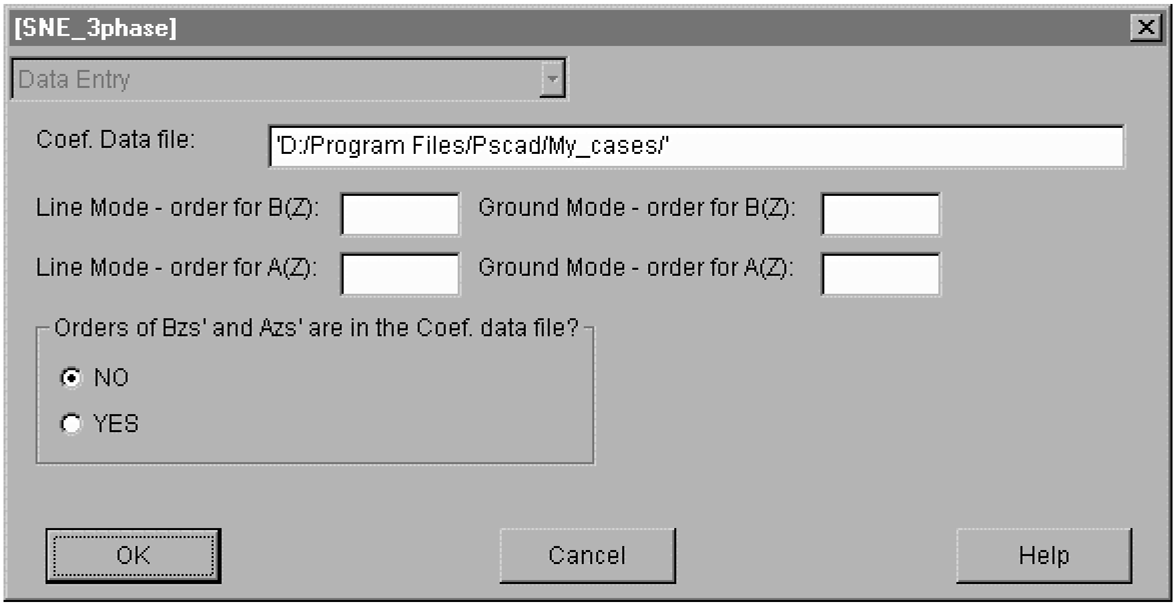


Fig. 5.2 – Caixa de diálogo referente ao componente desenvolvido, *SNE_3phase*.

5.1.2 – DEFINIÇÃO DOS PARÂMETROS A SEREM PASSADOS À ROTINA DO COMPONENTE.

Os parâmetros a serem passados à rotina de cálculo do equivalente são referentes a este e à conexão deste com os demais elementos do circuito de simulação. Os dados referentes ao equivalente são as ordens dos polinômios e o nome do arquivo texto contendo os valores dos coeficientes ou somente o nome do arquivo, caso este contenha a informação referente à ordem dos polinômios. Com relação à conexão do equivalente com os demais componentes, ou seja, a quais nós do circuito de simulação o equivalente está conectado, isto é deixado a cargo do programa principal do PSCAD®/EMTDC™. Na chamada da subrotina, o programa principal substituirá as variáveis *u_phA*, *u_phB* e *u_phC* pelos números dos correspondentes nós. A referência a estes nós é feita na rotina do equivalente por meio das variáveis *u_phA*, *u_phB* e *u_phC*, tornando transparente para o usuário a conexão do equivalente com os demais elementos de circuito.

5.1.3 – A ROTINA DE CÁLCULO DO EQUIVALENTE DE REDE.

A integração efetiva do equivalente de rede ao circuito de simulação é feita pela rotina de cálculo do equivalente. Esta rotina desempenha tarefas antes de se iniciar a seqüência de cálculos realizados a cada intervalo de cálculo Δt e também durante cada um destes intervalos. As tarefas principais realizadas pela rotina de cálculo do equivalente, a qual foi escrita em FORTRAN e é denominada *SBREQ5.f,* são as seguintes:

• Antes do início o cálculo de transitórios propriamente dito (antes do primeiro Δt), ou seja, fora do ciclo de tempo principal, a rotina realiza as seguintes tarefas:

⇒ procede a leitura do arquivo de dados contendo os valores dos coeficientes;
⇒ verifica a consistência destes dados;
⇒ gera um vetor de índices para a posição dos elementos não nulos em cada um dos conjunto de coeficientes;
⇒ inclui na matriz de condutâncias equivalentes do circuito principal a matriz de condutância referente ao equivalente. Isto é permitido por meio da função $GEQ(br)$, a qual é uma função definida pelo programa principal mas acessível à rotina do usuário. Esta função permite que se altere a condutância equivalente do ramo identificado por br. Desta maneira, com os valores do primeiro coeficiente dos polinômios $B(z)$ (o coeficiente b_0), referentes aos modos terra e linha do equivalente, calculamos a correspondente matriz de condutância no domínio das fases e modificamos a condutância equivalente dos ramos aos quais o equivalente está conectado.

• Durante o cálculo de transitórios (a cada Δt), ou seja, dentro do "loop" de tempo principal, a rotina realiza as seguintes tarefas:

⇒ a partir das tensões nos nós do equivalente no último intervalo de tempo, obtidas da solução das equações nodais do sistema principal, e disponíveis por meio da função $VDC(nn)$, a rotina calcula e armazena os correspondentes valores das tensões e correntes do equivalente, no domínio dos modos. A função $VDC(nn)$, definida pelo programa principal, fornece a tensão no nó nn, no domínio das fases;
⇒ calcula o valor atual das fontes de correntes correspondentes aos equivalentes para os modos linha e terra, utilizando-se os vetores de coeficientes e os valores passados de tensões e corrente modais dos equivalentes. Em suma, calcula-se a dinâmica do equivalente (o termo em somatório em (2.19)) para cada um dos modos, linha e terra;
⇒ calcula o valor das fontes de corrente, no domínio das fases, a serem injetadas nos nós aos quais o equivalente está conectado. Realiza esta injeção por meio da função $CCIN(nn)$ (também do programa principal), a qual permite modificar o valor da fonte de corrente conectada entre o nó nn e terra;
⇒ retorna ao programa principal.

Após esta última tarefa, o programa principal calcula a solução das equações nodais e passa ao próximo passo de cálculo. Portanto, através da rotina *SBREQ5.f*, definida pelo usuário, e das funções *GEQ*(*br*), *VDC*(*nn*), e *CCIN*(*nn*), definidas pelo programa principal, é feita a integração do equivalente de rede ao PSCAD®/EMTDC™. Não é necessário a interação com o programa principal para fins de pós-processamento.

5.1.4 – INTERLIGAÇÃO DO COMPONENTE COM OS DEMAIS ELEMENTOS DE CIRCUITOS.

A interligação do componente *SNE_3phase*, o qual representa o equivalente de rede, é feita de maneira similar aos demais componentes presentes no circuito principal. Três terminais estão disponíveis para conexão, correspondendo às três fases do equivalente. No exemplo a seguir é mostrado o equivalente interligado a outros componentes.

5.2 – VALIDAÇÃO DA IMPLEMENTAÇÃO NO PSCAD®/EMTDC™

Para se testar a implementação realizada, utilizou-se o equivalente calculado para o circuito composto por 50 linhas de transmissão, apresentado em 3.P2.IV.C. Foi preparado no PSCAD®/EMTDC™ o mesmo circuito utilizado em 3.P2.IV.C para a realização da operação de chaveamento monopolar, na fase A, da linha de transmissão referente ao sistema em estudo. A modelagem desta linha foi feita por meio da formulação de parâmetros constantes com a freqüência. Apresentamos na Fig. 5.3 uma captura de tela referente à simulação de transitórios, realizada no PSCAD®/EMTDC™, envolvendo o equivalente para o sistema composto por 50 linhas de transmissão, a linha de transmissão relativa ao sistema em estudo e a fonte de tensão utilizada para a operação de chaveamento. São mostrados também na Fig. 5.3, as curvas resultantes para a corrente na fase A, terminal emissor, e tensão na fase A, terminal receptor (o qual está conectado ao equivalente), sendo estes terminais referentes à linha de transmissão que representa o sistema em estudo.

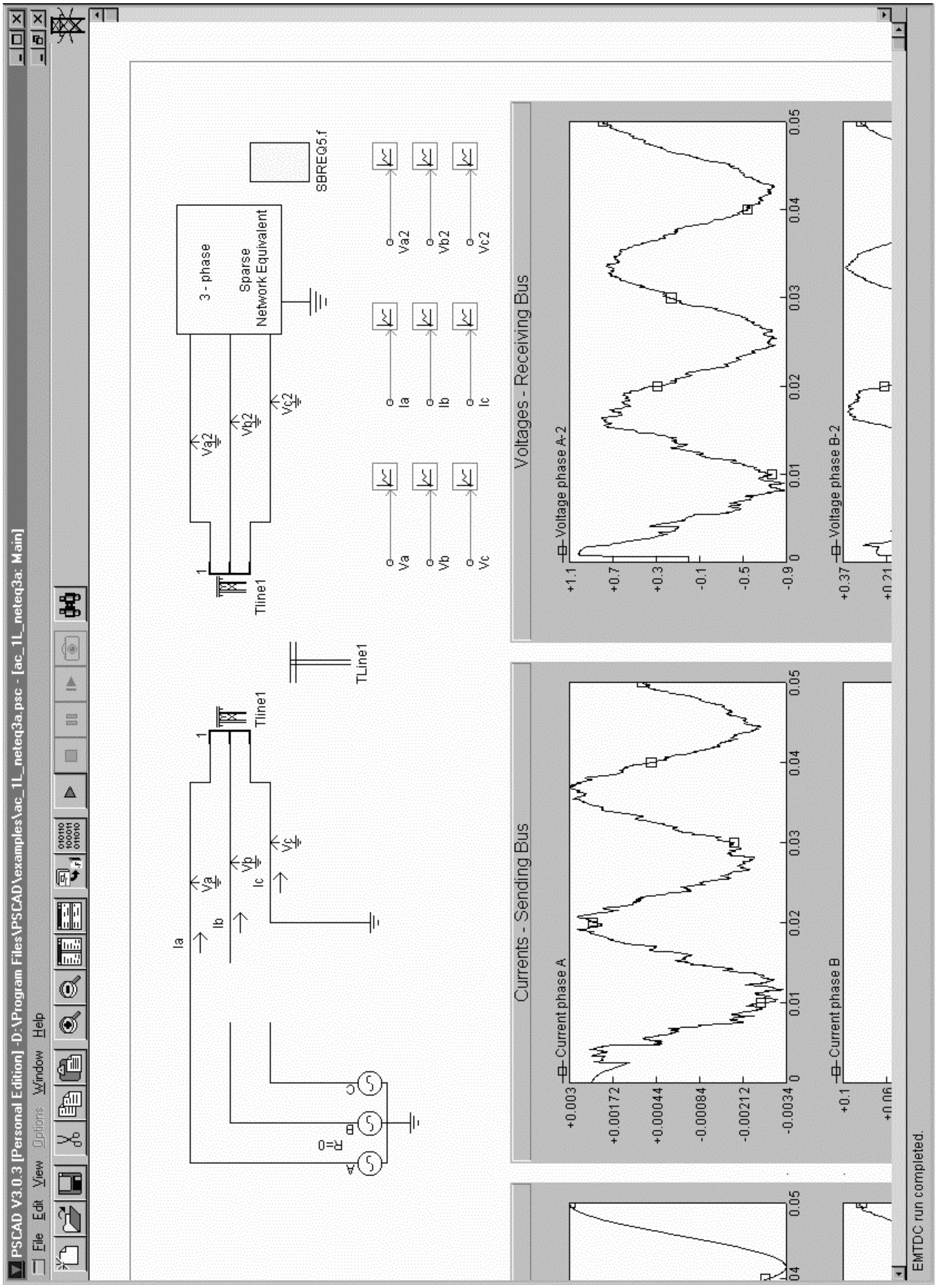


Fig. 5.3 – Captura de tela referente à simulação de transitórios realizada no PSCAD®/EMTDC™ utilizando-se equivalentes de rede.

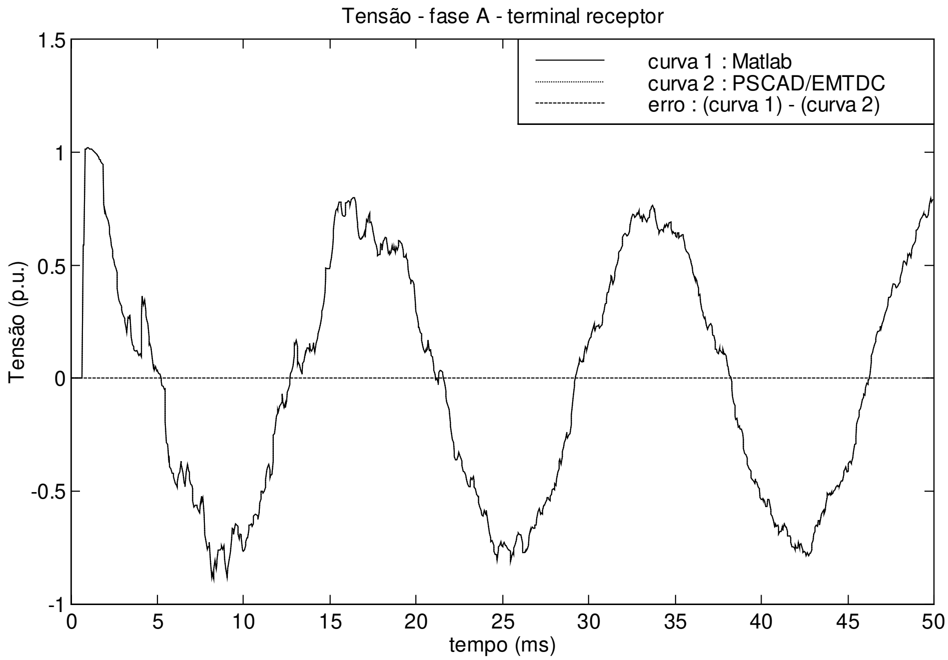


Fig. 5.4 – Curvas de tensão referentes às simulações no MATLAB® e no PSCAD®/EMTDC™.

A validação da implementação é feita comparando-se os resultados obtidos no PSCAD®/EMTDC™ com aqueles obtidos utilizando-se o MATLAB® Na Fig. 5.4, mostramos a comparação das tensões na fase A do equivalente resultantes das simulações de transitório realizadas por meio das duas implementações. Como pode ser comprovado pela concordância das curvas na Fig. 5.4, a implementação do cálculo de equivalentes de rede realizada no PSCAD®/EMTDC™ foi bem sucedida. Conforme mencionado anteriormente, não realizaremos nesta etapa do trabalho as comparações referentes a eficiência computacional. Na seqüência, apresentamos a conclusão geral do presente trabalho.

6

CONCLUSÃO

A primeira conclusão deste trabalho se refere à, também primeira, proposição do mesmo. Acreditamos que o objetivo de se trabalhar na interface das áreas de processamento de sinais e energia tenha sido alcançado. A aplicação de técnicas de modelagem paramétrica, típicas da área de processamento de sinais, ao cálculo de equivalentes de rede para cálculo de transitórios em sistemas de energia, típico da área de sistemas de energia, pôde ser levada a contento.

As rotinas para o cálculo de transitórios eletromagnéticos, incluindo a representação da variação com a freqüência dos parâmetros de linhas de transmissão, implementadas neste trabalho no MATLAB®, atenderam completamente os seus objetivos. Estas foram utilizadas para *i*) obtenção de curvas de tensão e corrente relativas à resposta transitória dos sistemas estudados, as quais correspondem aos dados básicos necessários para a modelagem paramétrica desenvolvida, e também para *ii*) obter resultados de simulações de transitórios em diversas situações, utilizados para comprovar a eficiência computacional e precisão dos equivalentes calculados.

A principal contribuição deste trabalho foi a proposição de uma metodologia para cálculo de equivalentes de rede, baseada na modelagem paramétrica no domínio do tempo, a qual traz, embutida em sua formulação, restrições que garantam a robustez – explicitada pela satisfação aos critérios de estabilidade e passividade, a esparsidade e a precisão elevada em freqüências especiais. A metodologia desenvolvida se aplica ao caso de equivalentes de porta única e de duas portas. Tal metodologia foi aplicada com sucesso ao cálculo de equivalentes para redes trifásicas tanto de pequena quanto grande dimensão. Os sistemas trifásicos e os respectivos equivalentes foram modelados no domínio dos modos, por meio de matrizes de decomposição modal. Portanto, a metodologia se aplica ao caso de redes balanceadas. A função de sistema representada pelos equivalentes calculados é a admitância dos sistemas trifásicos modelados.

Foram desenvolvidos dois conjuntos de equações para o cálculo dos equivalentes. O primeiro conjunto, relativo às equações da modelagem paramétrica no domínio do tempo, permite o cálculo dos parâmetros dos equivalentes impondo a estes um determinado grau de esparsidade. O segundo conjunto estabelece as relações entre estes parâmetros e as restrições a serem satisfeitas. Foram desenvolvidas equações de restrição referentes à robustez e precisão elevada em freqüências específicas para a admitância do equivalente. Com relação à estabilidade, as equações de restrição foram as mesmas para os equivalentes de porta única ou de duas portas. Já as equações de restrição relativas à passividade e precisão elevada foram desenvolvidas separadamente para os casos dos equivalentes de uma e duas portas. As equações para cálculo dos parâmetros dos equivalentes, as quais permitem a esparsidade destes, foram resolvidas em conjunto com as equações de restrição, as quais garantem a robustez e precisão elevada em freqüências especiais, segundo um processo de otimização iterativo baseado em programação quadrática. Enquanto a imposição da esparsidade confere ao equivalente uma elevada eficiência computacional, as restrições de robustez garantem a sua viabilidade.

Os resultados relativos aos cálculos de equivalentes demonstraram a aplicabilidade da metodologia desenvolvida. No caso de equivalentes de porta única, sistemas compostos por 12, 50 e 100 linhas de transmissão tiveram seus equivalentes calculados. Os equivalentes tanto para o modo linha, quanto para o modo terra, foram tornados robustos pela metodologia proposta e apresentaram erros de ajuste de curva menores que 0,02, valor correspondente ao pior caso. Os erros da admitância do equivalente em freqüências específicas (como 0 Hz e 60 Hz) foram controlados em 0,1 % ou 1 %, dependendo do caso. A eficiência computacional dos equivalentes de porta única é notável: o cálculo de transitórios utilizando-se os equivalentes necessitaram de apenas 13 % (para o sistema de 12 linhas) e 1.72 % (para o sistema de 100 linhas) do esforço computacional requerido pelo cálculo utilizando a representação completa dos sistemas em questão. Comparados com os equivalentes não-esparsos, os primeiros foram mais eficientes por um fator entre 5 e 9,6, dependendo do caso. Os equivalentes de duas portas foram testados apenas em um sistema pequeno, composto por 4 linhas de transmissão. A metodologia de cálculo foi aplicada com sucesso e os equivalentes obtidos, para ambos os modos, foram tornados robustos e apresentaram baixos erros de ajuste de curva. O erro da admitância em 60 Hz foi limitado a 0,5 %. Foi implementada para o caso do equivalente de duas portas, uma metodologia que permite a inicialização do equivalente, possibilitada pelo fato de este ter sido desenvolvido no domínio do tempo discreto. Apesar de não ter sido demonstrado, a inicialização descrita se aplica também ao caso dos equivalentes de porta única. A simulação de transitórios empregando esta metodologia de inicialização aumentou consideravelmente a eficiência computacional dos equivalentes de duas portas. Comparando-se com o esforço computacional requerido pelo cálculo com a representação completa, o equivalente esparso (não esparso) de duas portas necessitou de 39,1 % (141,8%), quando não se utilizou a inicialização, e apenas 5,1 % (18,5%), quando esta foi utilizada. Em suma, a inicialização possibilita um ganho de aproximadamente 8 vezes em termos da eficiência computacional do equivalente de duas portas. O equivalente esparso foi 3,6 vezes mais eficiente que o equivalente não-esparso para o caso de duas portas, sendo que este último não apresenta vantagem frente à representação completa quando a inicialização não é utilizada.

Para facilitar a difusão do uso dos equivalentes baseados na metodologia desenvolvida e demonstrar a sua aplicabilidade para a integração em pacotes para o cálculo de transitórios, foi feita a implementação dos mesmos no pacote PSCAD®/EMTDC™. Esta implementação foi testada, no que diz respeito à sua precisão, por meio da simulação de transitórios envolvendo o equivalente calculado para o sistema de 50 linhas de transmissão. Tais simulações foram realizadas no MATLAB® e no PSCAD®/EMTDC™, produzindo os mesmos resultados. Os testes relativos à eficiência computacional não foram realizados nesta etapa do trabalho.

Podemos concluir, baseado no exposto acima, que os objetivos deste trabalho foram cumpridos. A metodologia para cálculo de equivalentes de rede esparsos e robustos, baseada na modelagem paramétrica no domínio do tempo, foi desenvolvida com sucesso e sua aplicação ao cálculo de equivalentes de baixo esforço computacional de sistemas trifásicos balanceados, também foi bem sucedida. Apresentamos a seguir algumas idéias relativas à continuidade deste trabalho.

Acreditamos que este trabalho apresenta possibilidades para continuidade tanto no que diz respeito ao desenvolvimento de metodologias para cálculo de equivalente de rede, quanto na implementação destes para a realização de cálculos de transitórios.

No aspecto do desenvolvimento de metodologias para o cálculo de equivalentes, utilizaremos as equações de restrição desenvolvidas neste trabalho, para a proposição de uma metodologia que utilizará dados tanto do domínio do tempo quanto do domínio da freqüência. Isto é permitido pelo fato dos parâmetros que descrevem o equivalente, serem os mesmos tanto em sua representação no domínio do tempo, (4.1), quanto no domínio da freqüência (4.16) e (4.17), tomando como exemplo os equivalentes de duas portas. Acreditamos existir benefícios a serem obtidos com a aplicação desta metodologia mista, tempo e freqüência. Uma outra questão que pretendemos abordar é a limitação dos equivalentes, calculados segundo a metodologia proposta, à utilização em simulação de transitórios empregando um único intervalo de cálculo. Trabalharemos no sentido de desenvolver uma metodologia que, uma vez obtido um determinado equivalente, possibilite a "conversão" deste equivalente para a utilização em diferentes intervalos de cálculo. Acreditamos que isto virá a potencializar ainda mais utilização dos equivalentes baseados no domínio do tempo discreto.

Com relação à implementação dos equivalentes calculados para a simulação de transitórios, abordaremos dois caminhos: implementação em pacotes disponíveis e implementação em tempo real. Para o caso da implementação em pacotes para o cálculo de transitórios, procederemos com os testes de eficiência computacional relativos à implementação feita no PSCAD®/EMTDC™ e realizaremos implementação e testes semelhantes utilizando-se o MicroTran®. Isto facilitará a difusão do uso dos equivalentes. Uma outra área, bastante promissora, é a implementação dos equivalentes em DSP para a simulação de transitórios em tempo real. Devido à grande similaridade entre os filtros digitais e os equivalentes desenvolvidos neste trabalho, procuraremos fazer uso da vasta disponibilidade de informações e experiências relativas à implementação de filtros digitais em DSP para realizar a implementação dos equivalentes.

Tendo sido apresentadas as conclusões e as propostas de continuidade, as quais esperamos abordar em breve, encerramos este trabalho.

7

REFERÊNCIAS

As referências estão organizadas por temas, sendo listadas, em ordem cronológica crescente, primeiramente os livros e em seguida artigos em periódicos/congressos e outros.

Livros:

Sinais e Sistemas/Processamento de Sinais

[1] A. V. Oppenheim, A. S. Willsky and I. T. Young, *Signal and Systems*, Prentice-Hall Signal Processing Series, Englewood Cliffs, New Jersey, 1983.

[2] S.L. Marple Jr., *Digital Spectral Analysis – with applications*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1987

[3] S. M. Kay, *Modern Spectral Estimation: Theory and Application*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1988.

[4] A.V. Oppenheim and R.W. Schafer, *Discrete-Time Signal Processing*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1989.

[5] B. P. Lathi, *Linear Systems and Signals*, Berkeley-Cambridge Press, Carmichael, CA, 1992.

[6] J.G. Proakis, C.M.Rader, F. Ling and C. L. Nikias, *Advanced Digital Signal Processing*, Macmillan Publishing Company, New York, 1992.

[7] E. O. Brigham, *The Fast Fourier Transform and its Applications*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1997.

[8] M.H. Hayes, *Statistical Digital Signal Processing and Modeling*, John Wiley & Sons, New York, 1996.

Sistemas de Energia/Cálculo de Transitórios Eletromagnéticos

[9] W. Diesendorf, *Insulation Co-ordination in High Voltage Electric Power Systems*, Butterworth & Co Ltd., London - UK, 1974.

[10] K. Ragaller (Editor). *Surges in High-Voltage Networks*, Plenum Press, New York, 1980.

[11] *Transmission Line Reference Book, 345 kV and Above*, EPRI – Electric Power Research Institute, Palo Alto, CA, 1982

[12] William D. Stevenson Jr., *Elementos de Análise de Sistemas de Potência*, McGraw-Hill, São Paulo, 2ª. edição, 1983.

[13] S.R. Naidu. *Transitórios Eletromagnéticos em Sistemas de Potência.* Eletrobrás/UFPb, Campina Grande - Brasil, 1985.

[14] H. W. Dommel, *Electromagnetic Transients Program Reference Manual - EMTP Theory Book*, Department of Electrical Engineering-The University of British Columbia, Vancouver, 1986.

[15] Ary D'Ajuz et al, *Transitórios Elétricos e Coordenação de Isolamento – Aplicação de Sistemas de Potência em Alta Tensão*, FURNAS – Universidade Federal Fluminense/EDUFF, Rio de Janeiro, 1987.

[16] Allan Greenwood, *Electrical Transients in Power Systems - Second Edition*, John Wiley & Sons, New York, 1991.

[17] MicroTran® Power System Analysis Corporation, *Transient Analysis Program Reference Manual*, Vancouver, Canada, 1992.

[18] Juan A. Martinez-Velasco (editor), *Computer Analysis of Electric Power System Transients: Selected Readings*, IEEE, Piscataway, NJ, 1997.

Teoria de Sistemas Lineares/Álgebra Linear

[19] Norman Balabanian and Theodore A. Bickart, *Electrical Network Theory*, John Wiley & Sons, New York, 1969.

[20] James A. Cadzow , *Discrete-Time Systems - An Introduction with Interdisciplinary Applications*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1973.

[21] Charles L. Lawson and Richard J. Hanson, *Solving least squares problems*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1974.

[22] T. Kailath, *Linear Systems*, Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1980.

[23] Norman Balabanian and Theodore A. Bickart, *Linear Network Theory: Analysis, Properties, Design and Synthesis*, Matrix Publishers, Beaverton, OR, 1981.

[24] Chi-Tsong Chen, *Linear System Theory and Design*, Holt, Rinehart and Winston, Inc., New York, 1984.

[25] G.H. Golub and C.F. Van Loan, *Matrix Computations*, 2nd ed. Baltimore, MD, John Hopkins University Press, 1989.

[26] Björck, Åke, *Numerical methods for least squares problems*, Philadelphia, SIAM, 1996.

Matemática/Matemática Computacional

[27] Erwin Kreyszig, *Advanced Engineering Mathematics*, John Wiley & Sons, New York, seventh edition, 1993.

[28] *MATLAB® - Language Reference Manual - V. 5*, The MathWorks, Inc., June 1997.

[29] I. Kollár, *Frequency Domain System Identification Toolbox - For Use with MATLAB®*, The MathWorks, Inc., 1997.

[30] *MATLAB® – Signal Processing Toolbox User's Guide Version 4.0*, The MathWorks, Inc., December 1996.

[31] *MATLAB® - Optimization Toolbox User's Guide Version 5*, The MathWorks, Inc., May 1997.

Artigos em periódicos/congressos:

Modelamento de Sinais/Modelagem Paramétrica

[32] R.Prony, "Essai expérimental et analytique sur les lois de la dilatabilité des fluides élastiques et sur celles de la force expansive de la vapeur d'alcool à différentes températures," *J.l'Ecole Polytech.*, Paris, vol.1, pp.24-76, 1795.

[33] M.L.Van Blaricum and R. Mittra, "A Technique for Extracting the Poles and Residues of a System Directly from Its Transient Response," *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, vol. AP-23, no. 6, pp. 777-781, November 1975.

[34] A.J. Poggio, M.L.Van Blaricum, E.K. Millerand R. Mittra, "Evaluation of a Processing Technique for Transient Data," *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, vol. AP-26, no. 1, pp. 165-173, January 1978.

[35] M.L.Van Blaricum and R. Mittra, "Problems and Solutions Associated with Prony's Method for Processing Transient Data," *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, vol. AP-26, no. 1, pp. 174-182, January 1978.

[36] G. Majda, W.A. Strauss and M. Wei, "Computation of Exponentials in Transient Data," *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, vol. 37, no. 10, pp. 1284-1290, October 1989.

[37] N. Gharsallah, E.J. Rothwell, KM Chen and D.P. Nyquist, "Identification of the Natural Resonance Frequencies of a Conducting Sphere from a Measured Transient Response," *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, vol. 38, no. 1, pp. 141-143, January 1990.

[38] E.M. Dowling, R.D. DeGrat and D.A. Linebarger, "Exponential Parameter Estimation in the Presence of Known Components and Noise," *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, vol. 42, no. 5, pp. 590-599, May 1994.

[39] C.W. Therrien and C.H. Velasco, "An Iterative Prony Method for ARMA Signal Modeling," *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 43, no. 1, pp. 358-361, January 1995.

[40] M.A. Ismaili and A. Xémard, "Representation of Electrical Signals by a Series of Exponential Terms", *Proceedings of the IPST'99 – International Conference on Power Systems Transients*, pp. 93-98, June 20-24, 1999, Budapest, Hungary.

<u>*Identificação de Sistemas/Ajuste de Curva em aplicações de Sistemas de Energia*</u>

[41] J.R. Smith, J.F. Hauer, and D.J. Trudnowski, "Transfer Function Identification in Power System Applications," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 8, no. 3, pp. 1282-1290, May 1993.

[42] A.B. Fernandes and W.L.A. Neves, "Frequency-Dependent Low Order Approximation of Transmission Line Parameters", *Proceedings of the IPST'99 – International Conference on Power Systems Transients*, pp. 43-48, June 20-24, 1999, Budapest, Hungary.

[43] B. Gustavsen and A. Semlyen, "Rational Approximation of Frequency Domain Responses by Vector Fitting", *IEEE Trans. on Power Delivery,* vol. 5, no. 3, pp. 1052-1061, July 1999.

[44] J.J Sanchez-Gasca and J.H. Chow, "Performance Comparison of Three Identification Methods for the Analysis of Electromechanical Oscillations" *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 14, no. 3, pp. 995-1002, August 1999.

[45] B. Gustavsen and A. Semlyen, "Enforcing Passivity for Admittance Matrices Approximated by Rational Functions", *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 16, no. 1, pp. 97-104, February 2001.

<u>*Equivalentes de Rede*</u>

[46] A.S. Morched and V. Brandwajn, "Transmission Network Equivalents for Electromagnetic Transient Studies," *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-102, no. 9, pp. 2984-2994, September 1983.

[47] V.Q. Do and M. M. Gavrilovic, "An Iterative Pole-Removal Method for Synthesis of Power System Equivalent Networks", *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-103, no.8, pp. 2065-2070, August 1984.

[48] V.Q. Do and M. M. Gavrilovic, "A Synthesis Method for One-Port and Multi-Port Equivalents Network for Analysis of Power System Transients", *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. PWRD-1, no.2, pp. 103-113, April 1986.

[49] A. Semlyen and M.R. Iravani, "Frequency Domain Modeling of External Systems in an Electromagnetic Transients Program," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 8, no.2, pp. 527-533, May 1993.

[50] A. Abur and H. Singh, "Time Domain Modeling of External Systems for Electromagnetic Transients Programs," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 8, no.3, pp.671-679, May 1993.

[51] A.S. Morched, J.H. Ottevangers, and L. Marti, "Multi-port Frequency Dependent Network Equivalents for the EMTP," *IEEE Trans. on Power Delivery*, vol. 8, no. 3, pp. 1402-1412, July 1993.

[52] H. Singh and A. Abur, "Multi-port Equivalencing of External Systems for Simulation of Switching Transients," *IEEE Trans. on Power Delivery*, vol. 10, no.1, pp.374-382, January 1995.

[53] J-H. Hong and J-K Park, "A Time-Domain Approach to Transmission Network Equivalents via Prony Analysis for Electromagnetic Transients Analysis," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 10, no. 4, pp. 1789-1797, November 1995.

[54] H. Okamoto, A. Kurita, J.J. Sanchez-Gasca, K. Clark, N.W. Miller, and J.H. Chow, "Identification of Equivalent Linear Power System Models from Electromagnetic Transient Time Domain Simulations Using Prony's Method," *Proceedings of the 35th Conf. on Decision and Control,* Kobe, Japan, pp. 3857-3863, December 1996.

[55] H. Okamoto, A. Kurita, J.J. Sanchez-Gasca, K. Clark, N.W. Miller, and J.H. Chow, "Identification of Low Order Linear Power System Models from EMTP Simulations Using Steiglitz-McBride Algorithm", *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 13, no. 2, pp. 422-427, May 1998.

[56] N.R. Watson, A.M. Gole, G.D. Irwin and O. Nayak, "Z-Domain Frequency-Dependent Network Equivalent for Electromagnetic Transients Studies", *Proceedings of the IPST'99 – International Conference on Power Systems Transients*, pp. 37-42, June 20-24, 1999, Budapest, Hungary.

[57] L.T.G. Lima, N. Martins and S. Carneiro Jr., "Augmented State-Space Formulation for the Study of Electric Networks Including Distributed-Parameters Transmission Line Models", *Proceedings of the IPST'99 – International Conference on Power Systems Transients*, pp. 87-92, June 20-24, 1999, Budapest, Hungary.

[58] W.C. Boaventura, A. Semlyen, M.R. Iravani and A. Lopes, "Sparse Network Equivalent Based on Time-Domain Fitting: Single-port and Two-port Cases", *Proceedings of the IPST'01 – International Conference on Power Systems Transients*, pp. 356-362, June 24-28, 2001, Rio de Janeiro, Brazil.

[59] C. Pereira, S. Carneiro Jr. e J. Szczupak, "Equivalentes Elétricos a Filtros Digitais para a Simulação de Transitórios em Tempo Real em Redes Elétricas de Grande Porte", *Anais do XVI SNPTEE – Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica*. Artigo GAT-013, 21 a 26 de Outubro de 2001, Campinas, São Paulo, Brasil.

[60] W.C. Boaventura, A. Semlyen, M.R. Iravani and A. Lopes, “Sparse Network Equivalent Based on Time-Domain Fitting”, *IEEE Trans. on Power Delivery*, vol. 17, no. 1, pp. 182-189, January 2002.

Cálculo de Transitórios Eletromagnéticos

[61] H.W. Dommel, “Digital Computer Solution of Electromagnetic Transients in Single and Multiphase Networks,” *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-88, pp. 388-399, April 1969.

[62] A. Deri, G. Tevan, A. Semlyen and A. Castanheira, “The Complex Ground Return Plane, a Simplified Model for Homogeneous and Multi-Layer Earth Return”, *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-100, No. 8, pp. 3686-3693, August, 1981.

[63] J.R. Marti, “Accurate Modelling of Frequency-Dependent Transmission Lines in Electromagnetic Transient Simulations,” *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-101, no. 1, pp. 147-155, January 1982.

[64] J.R. Marti and J. Lin, “Suppression of Numerical Oscillations in the EMTP,” *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 4, no.2, pp. 739-747, May 1989.

[65] J. Lin and J.R. Marti, “Implementation of the CDA Procedure in the EMTP,” *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 5, no.2, pp. 394-402, May 1990.

[66] G.C. Miranda, A.E.A. Araújo, A.F.L. Fonseca, I.J.S. Lopes, P.H.N. Ferreira, W.C. Boaventura, “Cálculo de Transitórios Eletromagnéticos em Sistemas de Potência”, *Anais do I Seminário Internacional de Distribuição de Energia Elétrica*, Belo Horizonte - M.G., 1990.

[67] A. Semlyen and F. de Leon, “Computational of Electromagnetic Transients Using Dual or Multiple Time Steps,” *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 8, no. 3, pp. 1274-1281, August 1992.

[68] G. Angelidis and A. Semlyen, “Direct Phase-Domain Calculation of Transmission Line Transients Using Two-Sided Recursions,” *IEEE Trans. on Power Delivery*, vol. 10, no. 2, pp. 941-949, April 1995.

[69] T. Noda, N. Nagaoka, and A. Ametani, “Phase Domain Modeling of Frequency-Dependent Transmission Lines by Means of an ARMA Model”, *IEEE Trans. on Power Delivery*, vol. 11, no. 1, pp. 401-411, January 1996.

[70] C. Dufour, H. Le-Huy, JC Soumagne and A. E. Hakimi, "Real-time simulation of power transmission lines using Marti model with optimal fitting on dual-DSP card," *IEEE Trans. on Power Delivery*, vol. 11, no.1, pp. 412-419, January 1996.

[71] T. Henriksen, "Including High Order Rational Functions in EMTP A Comparison Between Alternative Methods with Emphasis on Accuracy." *IEEE Trans. on Power Delivery*, vol. 12, no.1, pp. 372-379, January 1997.

[72] J. Mahseredjian and F. Alvarado, "Creating an Electromagnetic Transient Program in MATLAB®: MatEMTP," *IEEE Trans. on Power Delivery*, vol. 12, no.1, pp. 389-387, January 1997.

[73] T. Noda, N. Nagaoka, and A. Ametani, "Further Improvements to a Phase-Domain ARMA Line Model in Terms of Convolution, Steady-State Initialization, and Stability," *IEEE Trans. on PWRD*, vol. 12, no. 3, pp. 1327-1334, July 1997.

[74] H.V. Nguyen, H.W. Dommel, and J.R. Marti, "Direct Phase-Domain Modelling of Frequency-Dependent Overhead Transmission Lines," *IEEE Trans. on Power Delivery*, vol. 12, no. 3, pp. 1335-1342, July 1997.

[75] B. Gustavsen and A. Semlyen, "Simulation of Transmission Line Transients using Vector Fitting and Modal Decomposition", *IEEE Trans. on Power Delivery*, vol. 13, no.2, pp. 605-613, April 1998.

[76] J.O.S. Paulino, A.E.A. Araújo and G.C. Miranda, "Lightning Induced Voltage Calculation in Lossy Transmission Lines", *IEEE Trans. on Magnetic*, vol. 34, no.5, pp. 2807-2810, September 1998.

[77] J.A. Martinez-Velasco, "Computational Methods for EMTP Steady-State Initialization", *Proceedings of the IPST'99 – International Conference on Power Systems Transients*, pp. 69-74, June 20-24, 1999, Budapest, Hungary.

[78] B.R. Oswald and M.A. Pöller, "Modelling Power Systems with General Difference Equations – A Systematic Formulation", *Proceedings of the IPST'99 – International Conference on Power Systems Transients*, pp. 81-86, June 20-24, 1999, Budapest, Hungary.

[79] E. Lerch, O. Ruhle, W. Winter, B. Kulicke and H.D. Pannhorst, "Real-Time Simulator ARTEMAC for Enhanced Automated Interactive Testing of Digital Relays", *Proceedings of the IPST'99 – International Conference on Power Systems Transients*, pp. 665-670, June 20-24, 1999, Budapest, Hungary.

[80] Y. Fujimoto, Y. Bin, H. Taoka, H. Tezuka, S. Sumimoto an Y. Ishikawa, "Real-Time Power System Simulator on a PC Cluster", *Proceedings of the IPST'99 – International Conference on Power Systems Transients*, pp. 671-676, June 20-24, 1999, Budapest, Hungary.

[81] J. Szczupak and C.A. Duque, "Real-Time, Oscillation Free Network Digital Simulation", *Proceedings of the IPST'99 – International Conference on Power Systems Transients*, pp. 677-681, June 20-24, 1999, Budapest, Hungary.

[82] M.C. Tavares, J. Pissolato and C.M. Portela, "Mode Domain Multiphase Transmission Line Model – Use in Transient Studies", *IEEE Trans. on Power Delivery*, vol. 14, no.4, pp. 1533-1544, October 1999.

[83] PSCAD®/EMTDC™ version 3, *PSCAD®/EMTDC™ User's Guide*, Manitoba HVDC Research Centre, Jan 2000.