



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO
DEPARTAMENTO DE COMUNICAÇÕES – DECOM

ESTUDOS DE SEQÜÊNCIAS UNIPOLARES COM APLICAÇÕES EM SISTEMAS CDMA ÓPTICOS

Por

JOSÉ SANTO GUISCAFRÉ PANARO

Dissertação submetida à Faculdade de Engenharia Elétrica da UNICAMP
como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do Título de Mestre em
Engenharia Elétrica.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Celso de Almeida (Orientador) – FEEC/UNICAMP

Prof. Dr. Eduardo Nisenbaum – CEFET – PR

Prof. Dr. Hélio Waldman – FEEC/UNICAMP

Prof. Dr. Renato Baldini Filho – FEEC/UNICAMP

Campinas, 5 de janeiro de 2001

Resumo

Neste trabalho são analisadas técnicas de múltiplo acesso através de divisão por código, adequadas para redes de comunicação por meios ópticos como, por exemplo, fibras ópticas e redes infravermelho. Uma base teórica para o comportamento de sistemas CDMA em canais unipolares submetidos à interferência estritamente positiva é desenvolvida, considerando o caso de sinalização binária, e as suas implicações são previstas. Além disso, as propriedades e a construção de seqüências unipolares são estudadas, e o desempenho dos códigos PPM e OOC em um ambiente CDMA é analisado. Algumas contribuições para o cálculo de probabilidade de erro desses sistemas são também apresentadas.

Abstract

This work concerns optical fiber or infrared networks using code-division multiple access techniques. A theoretical basis for the behavior of the unipolar CDMA systems under strictly positive interference and binary signaling is developed, and their consequences are predicted. In addition, unipolar sequence properties and construction are studied, and the performance of the PPM and OOC codes in a CDMA environment is analyzed. Also, some contributions for error probability calculation for those systems are presented.

Agradecimentos

Eu gostaria de agradecer ao Prof. Celso de Almeida por sua orientação, estímulo e amizade. Este trabalho não se concretizaria sem a sua solidariedade nos momentos mais difíceis. Também agradeço ao INATEL pela confiança depositada e pelo apoio logístico e financeiro fornecido, sem o qual esta empreitada não seria possível. Finalmente, o mais profundo agradecimento à minha esposa Clarice e aos meus filhos Carolina e Bruno, a quem dedico este trabalho, pelo seu amor, encorajamento e paciência.

Índice

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Motivação	1
1.2	Objetivo do Trabalho	3
1.3	Estrutura da Tese	5
2	TÉCNICAS DE ESPALHAMENTO ESPECTRAL E CDMA	9
2.1	Introdução	9
2.2	Benefícios do Espalhamento Espectral	10
2.2.1	Supressão de Interferência	10
2.2.2	Privacidade	13
2.2.3	Posicionamento de Alta Resolução	14
2.2.4	Múltiplo Acesso	14
2.3	Modelo dos Sistemas de Espalhamento Espectral	15
2.4	Técnicas Básicas de Espalhamento Espectral	16
2.5	Espalhamento Espectral por Seqüência Direta	17
2.5.1	Seqüências Pseudo Aleatórias	20
2.5.2	Ganho de Processamento e Desempenho	23
2.6	Múltiplo Acesso por Divisão de Código	28
	Referências	31
3	MÚLTIPLO ACESSO ATRAVÉS DE DIVISÃO POR CÓDIGOS EM COMUNICAÇÕES ÓPTICAS	32
3.1	Introdução	32
3.2	Fundamentos	33

3.2.1	Filtro Casado	34
3.2.2	Ruído de Batimento Óptico	36
3.2.3	Porta de Recepção Temporizada	37
3.3	Detecção Não Coerente de Sinais Unipolares	38
3.3.1	Sinalização Binária Unipolar	39
3.3.2	Detecção Convencional	42
3.3.3	Probabilidade de Erro e Ganho de Processamento	46
3.4	Detecção Convencional em Sistemas CDMA	48
3.5	Detecção por Limitação Abrupta	50
	Referências	54
4	CÓDIGOS UNIPOLARES COM APLICAÇÕES EM SISTEMAS CDMA ÓPTICOS	55
4.1	Introdução	55
4.2	Códigos PPM	56
4.2.1	Desempenho dos Sistemas CDMA-PPM	57
4.2.2	Seqüências Primas	62
4.3	Códigos Ópticos Ortogonais	64
4.3.1	Propriedades Fundamentais das Seqüências OOC	65
4.3.2	Construção de Códigos Ópticos Ortogonais	68
4.3.3	Desempenho dos Sistemas CDMA - OOC ($\lambda = 1$)	72
4.3.4	Desempenho dos Sistemas CDMA - OOC ($\lambda = 2$)	76
4.3.4.1	Probabilidade de Erro com Detecção Convencional	78
4.3.4.2	Probabilidade de Erro com Limitação Abrupta	80
	Referências	85
5	CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA PESQUISA FUTURA	86
5.1	Conclusões	86
5.2	Sugestões para Pesquisa Futura	89

LISTA DE FIGURAS

1-1	Sistemas de múltiplo acesso	4
2-1	Efeito da interferência sobre um sinal espalhado espectralmente	12
2-2	Estrutura do transmissor e receptor para sistemas de espalhamento espectral ..	15
2-3	Sistema de espalhamento espectral por seqüência direta em banda-base	18
2-4	Processo de contração espectral e filtragem do sinal espalhado em freqüência e contaminado pela interferência	20
2-5	Gerador PN com $m = 4$ estágios	22
2-6	Sistema CDMA com 2 usuários	30
3-1	Rede óptica CDMA com acoplador em estrela	33
3-2	Receptor com porta de recepção óptica	38
3-3	Exemplo de seqüência unipolar normalizada	39
3-4	Estrutura de recepção convencional para sinalização unipolar	43
3-5	Funções densidade de probabilidade condicionais na saída do correlator	46
3-6	O canal Z	48
3-7	Esquema de recepção com limitação abrupta na saída de um banco de correlatores e decisão por unanimidade	53
4-1	Modelo de um sistema CDMA unipolar utilizando modulação PPM	57
4-2	Operação do sistema PPM-CDMA	57
4-3	Probabilidade de erro para um sistema PPM-CDMA em função do número de usuários para os casos chip-síncrono e assíncrono	61
4-4	Exemplo de um trecho de uma seqüência PPM	62
4-5	Função de correlação cruzada entre as seqüências primas	64
4-6	Funções de autocorrelação e correlação cruzada entre seqüências OOC ($\lambda=1$)	71
4-7	Funções de autocorrelação e correlação cruzada entre seqüências OOC ($\lambda=2$)	72

4-8	Probabilidade de erro para sistemas CDMA utilizando códigos OOC (501, K , 1) considerando detecção convencional e limitação abrupta	75
4-9	Evolução da probabilidade de erro com o número de usuários para um Sistema CDMA utilizando um código (501, 5, 1) para detecção conven- cional e por limitação abrupta	75
4-10	Probabilidade de erro ($\lambda =$) e limitante superior da probabilidade de erro ($\lambda = 2$) para detecção convencional em função do peso K	79
4-11	Limitantes superior e inferior da probabilidade de erro e resultados de simulação para um sistema CDMA com detecção por limitação abrupta, em função do peso K , para códigos com $\lambda = 2$, comparado a um sistema equivalente OOC-1	83
4-12	Probabilidade de erro aproximada para um sistema CDMA com detecção por limitação abrupta e $\lambda = 2$	84

LISTA DE TABELAS

4-1	Família de seqüências primas para $P = 7$	63
4-2	OOC (61, 5, 1)	70
4-3	OOC (63, 9, 2)	71

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

1.1 Motivação

Um sistema de comunicação de múltiplo acesso permite que diversos usuários compartilhem um meio de transmissão em comum para enviar dados a uma variedade de destinatários. Deve-se fazer a distinção entre *sistemas multiplex* e de *múltiplo acesso*: - Os sistemas multiplex alocam os recursos de comunicação de maneira fixa ou, no máximo, de forma restrita. Os recursos são alocados previamente, e a operação de compartilhamento é efetuada, geralmente, de forma concentrada dentro de um equipamento eletrônico. Os sistemas de múltiplo acesso, ao contrário, permitem o compartilhamento dinâmico de um recurso como, por exemplo, um satélite ou uma fibra ótica. Neste caso, as variações na demanda dos usuários podem ser melhor acomodadas estatisticamente, porém, com o tempo de transferência dos dados constituindo-se em um limitante na eficiência de utilização dos recursos.

Um dos pontos chave dos sistemas de múltiplo acesso é como compartilhar o meio de transmissão de forma eficiente entre todos os usuários. Basicamente, existem três métodos genéricos para realizar esta tarefa. Historicamente, o primeiro a ser utilizado foi o sistema de *múltiplo acesso por divisão em frequência* – FDMA, onde o canal é dividido em diversas sub-bandas de frequência, que são compartilhadas entre os usuários através de algum processo de gerência de acesso. Outro sistema é o de

múltiplo acesso por divisão no tempo – TDMA, em que o canal é dividido temporalmente em intervalos definidos e periódicos. Em alguns sistemas, os usuários são designados usando-se uma alocação fixa de tempo, enquanto que em outros, os mesmos podem acessar o recurso por períodos variáveis. Além disso, existe o sistema de *múltiplo acesso por divisão de código* – CDMA, onde os usuários compartilham o meio de transmissão através do uso de diferentes códigos de espalhamento espectral ortogonais ou quase ortogonais, com cada seqüência ocupando toda a largura de faixa disponível do canal. Os sistemas CDMA tiveram seu uso difundido mais recentemente, somente após o término da chamada Guerra Fria, devido às suas aplicações militares, quando essa tecnologia, enfim, foi liberada para aplicações civis. A Figura 1-1 ilustra pictoricamente os esquemas FDMA, TDMA e CDMA. Pode-se observar que a técnica de CDMA efetua o compartilhamento do canal entre os usuários, tanto no domínio do tempo, quanto no domínio da frequência, constituindo-se numa generalização dos dois métodos antecessores.

A discussão primordial sobre os diversos métodos de acesso consiste na aplicabilidade a cada sistema, considerando-se as suas vantagens e desvantagens individuais. Na realidade não existe uma resposta genérica para a questão: - *Qual esquema de múltiplo acesso é o melhor?* A resposta depende dos detalhes de configuração de cada sistema individual. O que pode se afirmar é que, geralmente, os esquemas FDMA e TDMA são bastante efetivos para situações em que o tráfego é relativamente constante e não excede um certo limite. No entanto, se o tráfego apresenta características esporádicas de grande concentração, a eficiência desses sistemas diminui sensivelmente. Além disso, o esquema TDMA geralmente exige que a rede de comunicação, como um todo, esteja perfeitamente sincronizada, conduzindo, normalmente, a uma implementação de alto grau de complexidade.

Tipicamente, o comportamento do tráfego das redes de comunicação de dados e das redes locais de comunicação (LANs) segue um padrão aleatório, com características de grande concentração no fluxo de dados em certos períodos. Por essa razão, as técnicas de múltiplo acesso aleatório são soluções largamente adotadas nessas redes. Por exemplo, a técnica de múltiplo acesso usada em redes locais do tipo Ethernet é denominada de CSMA/CD (*carrier sense multiple access / collision detection*). Nesse esquema, o problema de colisão, que ocorre quando vários usuários enviam mensagens simultaneamente, é contornado da seguinte forma: – Cada usuário ativo deve perscrutar inicialmente o meio de transmissão para determinar se alguma comunicação encontra-se em progresso antes de iniciar o envio da mensagem, de modo que o mesmo não interfira na transmissão em curso. Além disso, caso dois usuários comecem a transmitir simultaneamente, ambos serão capazes de detectar o evento de colisão, e interromperão a transmissão após um breve retardo. Após um atraso aleatório, cada usuário irá retransmitir a sua respectiva mensagem. Com isso, o esquema CSMA/CD pode aumentar a vazão do sistema e diminuir o atraso médio de envio das mensagens significativamente.

Uma forma alternativa às técnicas de acesso aleatório é o esquema de múltiplo acesso por divisão de código. O CDMA fornece uma capacidade de múltiplo acesso com a característica de atraso constante (o atraso é proporcional ao comprimento da palavra código da *seqüência de assinatura*). Além disso, a degradação no desempenho imposto pelo CDMA é gradual, isto é, o sistema é capaz de absorver um número crescente de usuários, ao custo de uma elevação paulatina na taxa de erro do sistema.

1.2 Objetivo do Trabalho

O presente trabalho investiga códigos adequados para esquemas CDMA em redes de comunicação por meios ópticos como, por exemplo, fibras ópticas e redes infravermelho. O objetivo é desenvolver uma base teórica do comportamento de

sistemas CDMA em *canais unipolares* submetidos à interferência estritamente positiva, considerando o caso de sinalização de linha binária, e antecipar as suas implicações. Além disso, deseja-se verificar o desempenho de códigos unipolares apropriados para comunicação óptica propostos anteriormente.

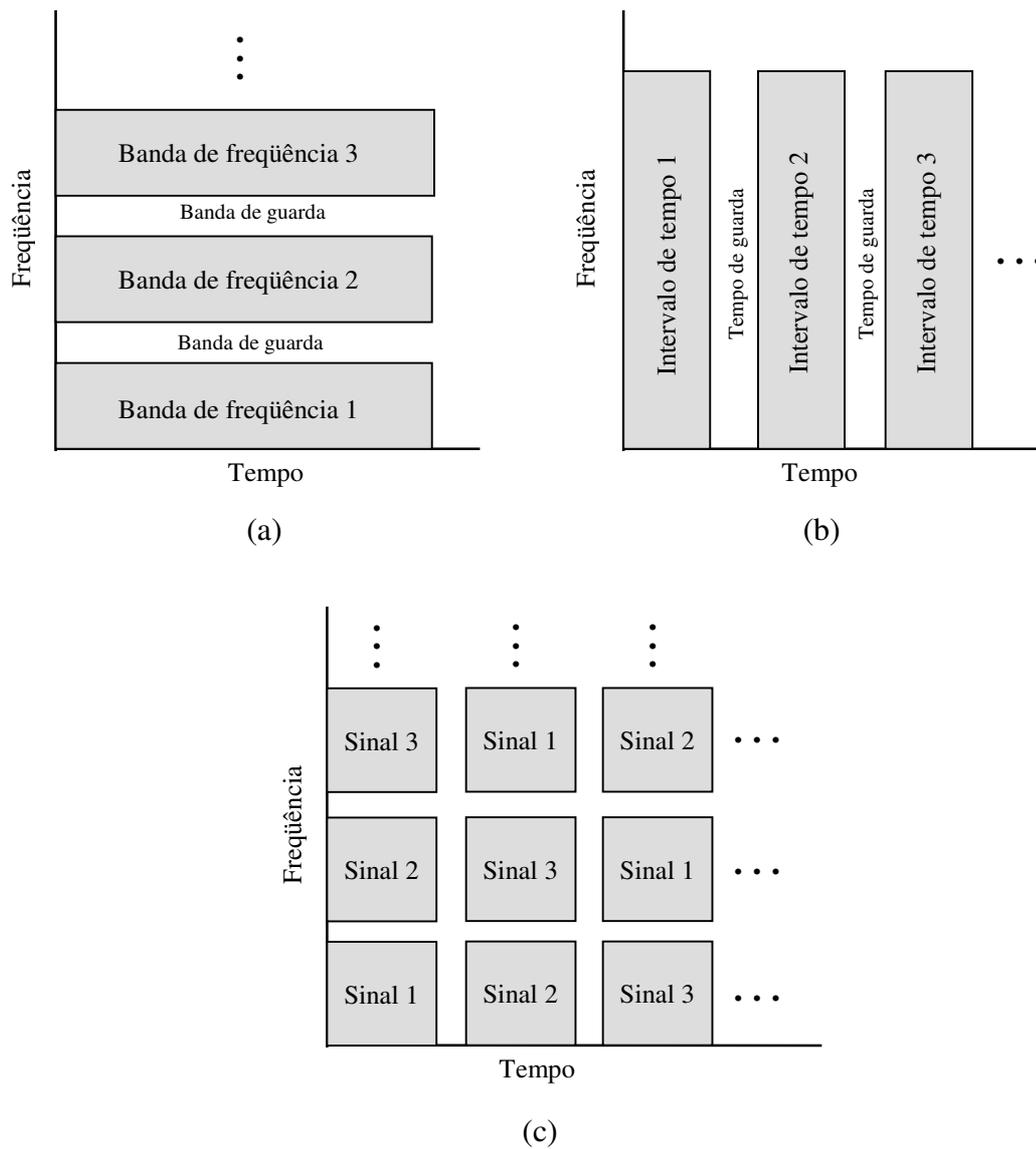


Figura 1-1: *Sistemas de múltiplo acesso: (a) FDMA, (b) TDMA e (c) CDMA*

1.3 Estrutura da Tese

O trabalho encontra-se dividido em cinco capítulos, estruturados da seguinte forma:

- **Capítulo 1: Introdução**
- **Capítulo 2: Técnicas de Espalhamento Espectral e CDMA**

Neste capítulo são apresentados os fundamentos sobre espalhamento espectral e, em especial, a técnica de espalhamento espectral por seqüência direta (DS-SS), incluindo uma breve descrição das propriedades necessárias para as seqüências pseudo-aleatórias.

Apresenta-se o modelo clássico de um sistema DS-SS na presença de interferência no canal de transmissão, equacionando-o no espaço de sinais N -dimensional e caracterizando o seu desempenho através da medida do ganho de processamento.

Finalmente, aborda-se a possibilidade de se explorar a robustez às interferências, inerente aos sistemas de espalhamento espectral, configurando-se um sistema de múltiplo acesso através da divisão por código. O desempenho de um sistema CDMA idealizado é, então, descrito em função do ganho de processamento e do número de usuários que compartilham o canal.

- **Capítulo 3: Múltiplo Acesso através de Divisão por Códigos em Comunicações Ópticas**

Inicialmente são enfocados os fundamentos operacionais de sistemas CDMA fotônicos. Considerando a existência de uma rede óptica com acoplamento em estrela em que a propagação da luz se faz de modo não-coerente, então, discute-se diversos aspectos operacionais do receptor, incluindo a estrutura adequada do

filtro casado, a ação do ruído de batimento óptico, a utilização de uma porta de recepção óptica temporizada e da adoção da técnica de limitação abrupta do sinal, objetivando a melhoria do desempenho.

Em seguida, desenvolve-se um estudo teórico das técnicas de detecção não-coerente de sinais unipolares. Para esse objetivo, estendendo-se os conceitos desenvolvidos no Capítulo 2, as seqüências unipolares são interpretadas no espaço de sinais N -dimensional. O estudo contempla o método de sinalização de linha binária usual que tem sido empregado para transmissão das informações em canais unipolares: - a sinalização podal. Essa designação surge em referência à sinalização antipodal no caso de canais bipolares, e pela necessidade de se introduzir a sua distinção em relação a sinalização bipolar antipodal.

As estruturas de detecção convencional, utilizando correladores ou filtros casados, são analisadas sob a perspectiva de interferência estritamente positiva no canal unipolar. Como medida de desempenho são obtidas as expressões correspondentes da relação sinal – interferência e discutidas suas conseqüências na probabilidade de erro no canal. Além disso, o efeito da interferência unipolar no caso de sistemas CDMA é abordado, modelando-se as características do sinal de recepção e determinando-se o ganho de processamento para o tipo de sinalização empregado.

Finalmente, o caso de detecção não convencional, utilizando-se a técnica de limitação abrupta sobre o sinal recebido, é discutida e a estrutura do seu receptor definida. De modo similar ao caso de detecção convencional, a relação sinal – interferência na saída do detetor é obtida e as possíveis conseqüências na probabilidade de erro são previstas. No entanto, a obtenção de resultados específicos é postergado para o Capítulo 4.

- **Capítulo 4: Códigos Unipolares com Aplicação em Sistemas CDMA Ópticos**

Neste capítulo enfoca-se o desempenho de códigos unipolares adequados para sistemas CDMA em canais ópticos não-coerentes, sob a perspectiva de detecção convencional e, também, de limitação abrupta no receptor.

Após uma breve descrição dos códigos baseados na técnica de modulação por posição de pulso (PPM), são obtidas as expressões de probabilidade de erro considerando os casos síncrono e assíncrono. Em seguida, a sua construção através de seqüências primas é descrita.

Na continuação do capítulo, os códigos ópticos ortogonais (OOC) são abordados. As propriedades fundamentais das seqüências OOC são discutidas com ênfase nas suas excelentes propriedades de correlação cíclica e, ainda, abordando a limitação no número de palavras-código disponíveis em função dos parâmetros de construção dos códigos. Em seguida, algumas técnicas de construção de códigos ópticos ortogonais são descritas, incluindo os casos com limites máximos de correlação $\lambda = 1$ e $\lambda = 2$.

No restante do capítulo é estudado o desempenho dos sistemas CDMA com a utilização de códigos OOC com $\lambda = 1$ e $\lambda = 2$. A caracterização da distribuição de probabilidade de interferência no ambiente de múltiplo acesso é feita para ambos os casos, e são mostradas expressões de probabilidade de erro, tanto para detecção convencional, quanto para o caso de limitação abrupta. Para os sistemas OOC com $\lambda = 2$, até a presente data, somente se dispunha de limitantes para a probabilidade de erro. A partir de resultados de simulação, uma fórmula empírica é obtida, resultando numa boa aproximação para a estimativa da taxa de erro desse caso. Além disso, o desempenho dos sistemas são comparados sob a ótica do tipo de detecção e dos códigos empregados.

- **Capítulo 5: Conclusões e Sugestões para Pesquisa Futura**

Diversas conclusões são tecidas com base nos resultados obtidos nos capítulos anteriores, onde os pontos mais relevantes são destacados e interpretados. Adicionalmente, uma série de sugestões para a pesquisa futura são apontadas e comentadas.

Capítulo 2

TÉCNICAS DE ESPALHAMENTO ESPECTRAL E CDMA

2.1 Introdução

O esquema de múltiplo acesso através de divisão por código (*code division multiple access* – CDMA) é também conhecido pela designação de múltiplo acesso por espalhamento espectral (*spread spectrum multiple access* – SSMA), em razão desse método ter sido desenvolvido a partir das técnicas de espalhamento espectral destinadas, originalmente, para aplicações em sistemas militares. Ao término da Segunda Guerra Mundial, a idéia de usar o espalhamento espectral para a obtenção de sistemas resistentes às interferências intencionais (*jamming*) já havia sido concebida [1]. Durante os anos subsequentes, o desenvolvimento dessa técnica foi motivado, essencialmente, pela necessidade de se obter um alto grau de resistência às interferências. Como resultado dessas pesquisas, uma variedade de novas aplicações emergiram, abrangendo tópicos como privacidade, redução de densidade de energia, posicionamento de alta resolução, rejeição de desvanecimento devido a propagação de múltiplo percurso, e múltiplo acesso.

As técnicas empregadas são denominadas de *espalhamento espectral* porque a faixa de frequências utilizada na transmissão é muito maior que a largura de faixa mínima requerida para transmitir a informação. Um sistema de espalhamento espectral é definido como tal, se o mesmo apresenta as seguintes características:

- O sinal ocupa uma largura de faixa muito maior que a necessária para a transmissão das informações.
- O processo de espalhamento é realizado através de um *signal de espalhamento*, também denominado de seqüência de espalhamento ou seqüência de assinatura.
- Na recepção, o processo inverso (contração do espectro) é realizado através da correlação do sinal recebido com uma réplica sincronizada do sinal de espalhamento, de modo a recuperar os dados originais.

Alguns esquemas de modulação tradicionais, tais como modulação em frequência e modulação por código de pulso, também apresentam a característica de expansão do sinal no domínio da frequência, porém não podem ser considerados sistemas de espalhamento espectral, pois não satisfazem todas as características descritas anteriormente.

2.2 Benefícios do Espalhamento Espectral

A seguir são discutidas, brevemente, algumas aplicações que são viabilizadas por meio da utilização das técnicas de espalhamento espectral.

2.2.1 Supressão de Interferência

O ruído branco gaussiano é um modelo matemático que, por definição, tem potência infinita espalhada uniformemente por todo o espectro de frequências. A transmissão de um sinal de potência finita, na presença de um ruído branco gaussiano aditivo (AWGN), só é possível porque apenas uma parcela (finita) da potência do ruído interfere no espectro de frequências ocupado pelo sinal. Assim, desde que o receptor selecione apenas as componentes dentro da faixa de frequências do sinal transmitido, a potência de ruído interferente captado será limitada a um valor mínimo, e apenas as componentes de ruído presentes dentro da largura de faixa do sinal podem degradar o

desempenho do sistema. A idéia central de um sistema de espalhamento espectral resistente às interferências consiste no fato de que, no espaço de sinais, existe uma variedade de coordenadas ortogonais, ou dimensões, disponíveis para se efetuar a comunicação. Apenas um pequeno subconjunto dessas coordenadas são usadas para a transmissão das informações, e assume-se que o interferente desconhece qual o subconjunto que está sendo usado. Para sinais de largura de faixa W e duração T , o número de dimensões é da ordem de $2WT$ [2]. Outro fato conhecido é que, para um tipo específico de modulação selecionado, a probabilidade de erro em um sistema de transmissão digital depende exclusivamente da relação entre a energia de bit e a densidade espectral de ruído, E_b/N_o . Assim, contra a ação do ruído branco (de potência infinita) não há ganho em se promover o espalhamento do sinal (as $2WT$ dimensões encontram-se uniformemente ocupadas). Entretanto, como a interferência causada por um interferente possui uma potência limitada, e diante da incerteza em se determinar as coordenadas no espaço de sinais sendo usadas, as opções do interferente intencional se resumem a apenas duas, como descrito a seguir.

- 1) Interferir em todas as coordenadas do sistema, com potência uniforme em cada uma das dimensões, resultando em uma potência relativamente pequena por coordenada.
- 2) Interferir em poucas coordenadas, com potência mais elevada por dimensão interferida.

A Fig. 2-1 ilustra as opções do interferente intencional descritas acima. A densidade espectral de potência do sinal é denotado por $G(f)$ antes do espalhamento, e $G_{ss}(f)$ após o mesmo. Por simplicidade, apenas a dimensão da frequência está mostrada. A Fig. 2-1(a) mostra o caso em que o sinal de faixa estreita W é fortemente afetado por uma potência interferente J , de densidade espectral $J'_o = J/W$. A Fig. 2-1(b) ilustra a situação da opção 1, em que a densidade espectral de potência da interferência J_o é

reduzida, em relação ao caso de faixa estreita, por um fator dado por W/W_{ss} , de forma a manter a mesma potência de interferência do caso anterior. Finalmente, a Fig. 2-1(c) mostra uma possível situação de interferência parcial (opção 2), na qual a densidade espectral da interferência aumenta de um valor J_o para J_o/ρ ($0 < \rho \leq 1$), onde ρ representa a porção da banda total, escolhida para se efetuar a interferência. Caso o interferente eleja coordenadas inadequadas a serem afetadas, o efeito será menos efetivo do que no caso de uma boa escolha. Como quanto maior a dimensionalidade do sinal, maior é a incerteza do interferente, então, menor será a probabilidade que o mesmo faça uma escolha adequada e, portanto, melhor a proteção contra a interferência.

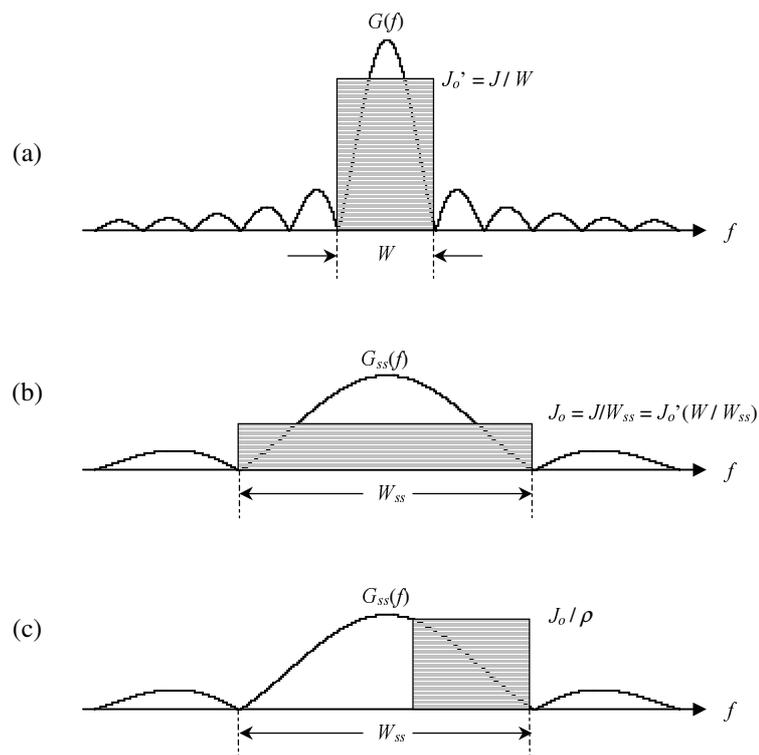


Figura 2-1: Efeito da interferência sobre um sinal espalhado espectralmente: (a) Antes do processo de espalhamento. (b) Interferência de faixa larga. (c) Interferência parcial.

As interferências nem sempre são decorrentes de atos intencionais. Às vezes, essas ocorrem devido a fenômenos naturais e, em outras, como resultado de *auto-interferência* causada pela propagação através de múltiplos percursos, na qual algumas versões atrasadas do sinal são recebidas através de caminhos alternativos, interferindo no sinal direto de recepção. De qualquer forma, o espalhamento espectral é capaz de aumentar a resistência do sistema contra esses efeitos.

2.2.2 Privacidade

A transmissão de um sinal espalhado em frequência pode garantir um alto grau de privacidade na comunicação. Este fato advém do mesmo argumento citado na Seção 2.2.1: o uso de um pequeno número de coordenadas para transmitir cada símbolo de informação num espaço de sinais de grande dimensão. Portanto, um elemento diferente do destinatário das mensagens, sem conhecimento prévio das coordenadas em uso, terá uma grande incerteza ao tentar interceptar a comunicação, sendo dificultada a recepção não autorizada das informações.

Uma outra propriedade do espalhamento espectral que pode ser explorada é a transmissão de sinais de baixa detectabilidade. Em situações em que se deseja que o enlace de comunicação opere sem ser percebido, exceto pelo destinatário, o fato de que a densidade espectral de potência do sinal espalhado na frequência é muito menor em comparação a um sinal de faixa estreita de mesma potência, permite que a existência da transmissão seja ocultada. Nessa aplicação, o sinal modulado é transmitido com uma densidade espectral de potência muito baixa em relação ao ruído de fundo e utiliza um código de correção de erro (ECC). Considerando uma densidade espectral de ruído N_o , a potência total de ruído no canal de faixa larga será de $P_N = N_o W_{ss}$. A potência média recebida pelo destinatário é P_R e, geralmente, $P_R < P_N$. O destinatário é capaz de recuperar a informação com o auxílio da sequência de espalhamento, enquanto que o interceptador, sem o conhecimento das

coordenadas no espaço do sinal não é capaz de descorrelacionar o sinal, nem de usufruir do ganho de codificação. Consequentemente, além da privacidade inerente, neste caso, a presença do sinal é de difícil detecção.

2.2.3 Posicionamento de Alta Resolução

O espalhamento espectral pode ser usado para a determinação da posição de objetos. A distância pode ser determinada por meio da medida do atraso com que um pulso percorre o canal. A incerteza na medida de atraso Δt é inversamente proporcional à largura de faixa do pulso, isto é, o tempo de subida do pulso recebido é expresso por $\Delta t \cong 1/W$. Então, quanto maior a largura de faixa, mais precisamente pode-se medir a distância do objeto. No entanto, em um canal AWGN, a medida obtida através de um único pulso não é muito confiável. Porém, ao se utilizar técnicas de espalhamento espectral, o sinal pode ser composto de uma longa seqüência de mudanças de polaridade (por exemplo, um sinal binário com modulação PSK) ao invés de um pulso único. No receptor, a seqüência recebida é correlacionada com uma réplica, gerada localmente, e o resultado da correlação é usado para efetuar a medida de atraso ou posicionamento.

2.2.4 Múltiplo Acesso

Os métodos de espalhamento espectral podem ser usados como uma técnica de múltiplo acesso, de modo a compartilhar um recurso de comunicação entre diversos usuários de uma forma organizada. A técnica é designada como múltiplo acesso através de divisão por código (CDMA), devido ao fato de que os usuários compartilham o mesmo canal de comunicação através de códigos de espalhamento espectral independentes. Assim, cada usuário é capaz de recuperar as informações a ele destinadas, correlacionando o sinal recebido com a sua seqüência individual. Os sinais dos demais usuários permanecem descorrelacionados, e se comportam como

uma certa interferência de faixa larga presente no canal. Porém, como já antecipado, os sistemas de espalhamento espectral são robustos à interferência, viabilizando a recepção dos dados com um grau de confiabilidade arbitrário. A técnica de CDMA é de grande importância neste trabalho e, por este motivo, será estudada em maiores detalhes em seções subsequentes.

2.3 Modelo dos Sistemas de Espalhamento Espectral

Os elementos básicos de um sistema de comunicação digital de espalhamento espectral encontram-se ilustrados na Fig. 2-2. Observa-se que o codificador e o decodificador de canal, e ainda, os blocos modulador e demodulador são componentes presentes em todos os sistemas de transmissão convencionais. Porém, além desses elementos, um sistema de espalhamento espectral emprega dois geradores de seqüência pseudo-aleatória idênticos, sendo o primeiro conectado ao bloco modulador no transmissor, e o outro ligado ao demodulador no receptor. Os geradores produzem uma seqüência binária pseudo-aleatória, que por imitarem as características de um sinal aleatório binário são também designados de geradores de pseudo-ruído (*pseudonoise – PN*). As seqüências PN são usadas para espalhar o espectro do sinal no modulador, e para concentrar o espectro do sinal na entrada demodulador.

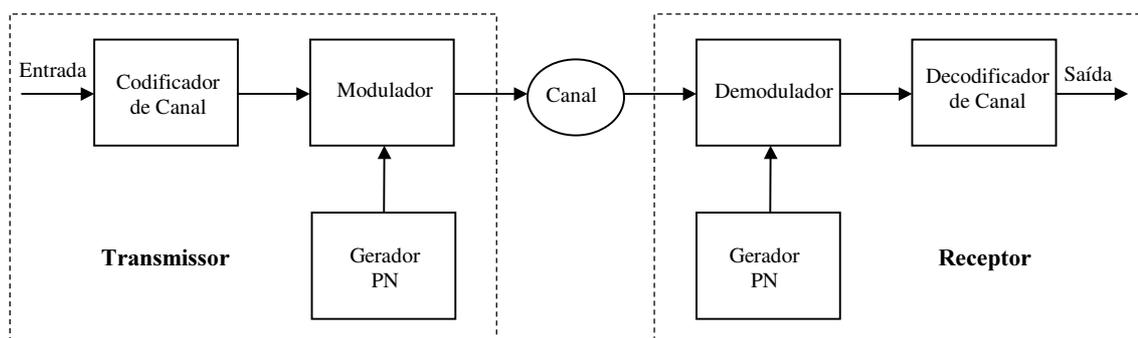


Figura 2-2: Estrutura básica do transmissor e receptor para sistemas de espalhamento espectral.

Um requisito necessário para o sucesso da comunicação é a sincronização entre a seqüência reproduzida localmente no receptor com aquela contida no sinal recebido. Na prática, o sincronismo é adquirido antes do início da transmissão dos dados, com o auxílio de uma seqüência predefinida que possui uma alta probabilidade de ser detectada na presença de ruído ou interferência. Após o processo de aquisição de sincronismo, a transmissão das informações é iniciada. Nesse modo de transferência de dados, o sistema deve acompanhar a temporização do sinal, de modo a manter o gerador local permanentemente sincronizado.

2.4 Técnicas Básicas de Espalhamento Espectral

Basicamente, existem três métodos para espalhar o sinal que transporta a informação por um grande número de dimensões:

- Seqüência Direta (*Direct Sequence – DS*)
- Salto em Frequência (*Frequency Hopping – FH*)
- Salto Temporal (*Time Hopping – TH*)

Como o número de dimensões do espaço de um sinal de largura de faixa W e duração T é de aproximadamente $2WT$, pode-se expandir a largura de faixa do sinal W , ou estender a sua duração T , de modo a aumentar a sua dimensionalidade. Ao se realizar o espalhamento espectral, o sinal é expandido no domínio da frequência. No caso do espalhamento temporal, para uma mensagem enviada com taxa de transferência R , reserva-se um período de transmissão maior do que seria necessário em um esquema de modulação convencional. Durante esse período estendido, os dados são enviados, agrupados em intervalos, de acordo com a regra estabelecida por um código PN. Em ambos os casos, sem o conhecimento prévio da seqüência utilizada, haverá uma grande incerteza sobre o subconjunto de coordenadas que está em uso.

Os métodos DS e FH promovem o espalhamento espectral do sinal, enquanto que a técnica TH realiza tanto o espalhamento no domínio do tempo quanto no da frequência (para manter-se a taxa de transmissão, os dados devem ser transmitidos em surtos). O método de espalhamento de maior importância para o presente trabalho é o na forma de seqüência direta e, por esta razão, a próxima seção é dedicada a esse tema.

2.5 Espalhamento Espectral por Seqüência Direta

A operação de espalhamento espectral por seqüência direta (DS-SS) é realizada, em banda-base, através da multiplicação da seqüência de bits de informação $b(t)$ pela seqüência de espalhamento pseudo-aleatória $c(t)$. Ambas as seqüências são consideradas bipolares, isto é, podem assumir apenas os valores +1 e -1. Admite-se, ainda, que $c(t)$ é uma seqüência de largura de faixa muito maior que o sinal $b(t)$, de modo que se a duração de um bit é T , as inversões de polaridade na seqüência $c(t)$ ocorrem em intervalos múltiplos de $T_c \ll T$. Portanto, o intervalo T_c define a menor unidade de tempo da seqüência $c(t)$, denominada *chip*. Assim, a operação efetuada no modulador em banda-base pode ser expressa por

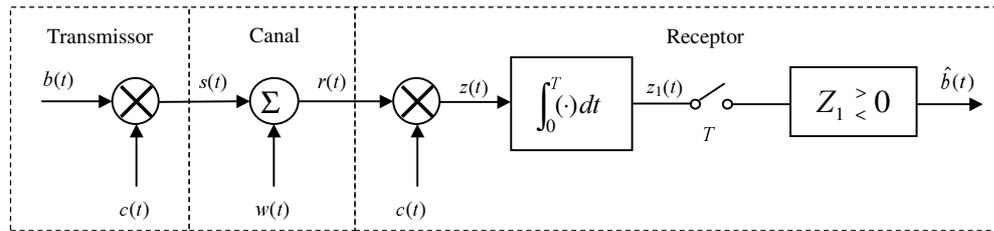
$$s(t) = b(t) \cdot c(t). \quad (2.1)$$

Em conseqüência, o espectro do sinal modulado, $S(\omega)$, pode ser calculado através da convolução dos espectros de cada seqüência, isto é,

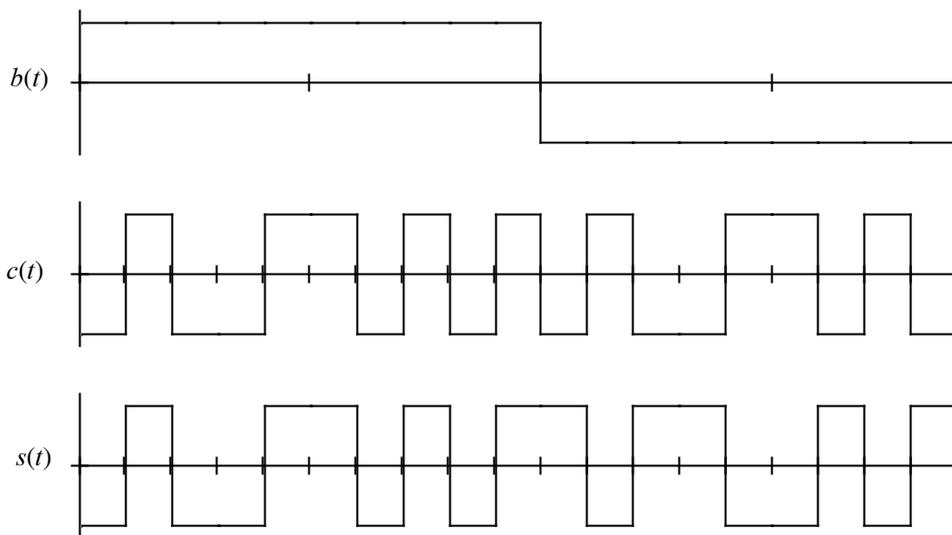
$$S(\omega) = B(\omega) * C(\omega), \quad (2.2)$$

onde $B(\omega)$ e $C(\omega)$ são as transformadas de Fourier de $b(t)$ e $c(t)$, respectivamente, e o operador “*” denota a operação de convolução. Então, como a seqüência de informação pode ser considerada de faixa estreita em relação à seqüência de

espalhamento, a operação em (2.2) mostra que o sinal $s(t)$ adquire uma largura de faixa aproximadamente igual à de $c(t)$, implicando que o sinal modulado encontra-se espalhado espectralmente como o requerido. A Fig. 2-3(a) ilustra o esquema de um sistema DS-SS em banda-base, enquanto que a Fig. 2-3(b) mostra as formas de onda típicas, resultantes da operação de espalhamento.



(a)



(b)

Figura 2-3: Sistema de espalhamento espectral por seqüência direta em banda-base. (a) Estrutura do transmissor e do receptor. (b) Exemplo de formas de onda do sinal binário $b(t)$, seqüência de espalhamento $c(t)$, e do sinal de transmissão $s(t)$.

A Fig. 2-3 mostra também o modelo do canal e do receptor em banda base, admitindo que o canal sofre a interferência aditiva, representada por $w(t)$. Assim o sinal recebido pode ser representado por

$$r(t) = s(t) + w(t) = b(t)c(t) + w(t) \quad (2.3)$$

O receptor consiste de um gerador PN e de um multiplicador, seguido de um filtro passa-baixa e de um detetor de polaridade. Em uma das entradas do multiplicador é aplicado o sinal recebido, enquanto que a outra recebe uma réplica da seqüência de espalhamento, sincronizada com o primeiro. Então, o sinal resultante é dado por

$$z(t) = r(t)c(t) = b(t)c^2(t) + w(t)c(t) \quad (2.4)$$

No entanto, como $c(t)$, por construção, só apresenta dois níveis distintos, $+1$ e -1 , então, conclui-se que

$$c^2(t) = 1, \quad \forall t. \quad (2.5)$$

Logo, o sinal na entrada do filtro, representado por (2.4) pode ser rescrito na seguinte forma:

$$z(t) = b(t) + j(t), \quad (2.6)$$

onde $j(t) = w(t)c(t)$ representa o sinal de interferência espalhado pela seqüência PN. Portanto, conclui-se que, exceto se a interferência do canal estiver fortemente correlacionada com a seqüência de espalhamento de transmissão, o sinal interferente na entrada do filtro será de faixa larga e de densidade espectral relativamente uniforme. Verifica-se, também, que a seqüência de informação original teve seu espectro contraído, porém, está adicionada à interferência de faixa larga. Entretanto, como o sinal $z(t)$ é filtrado em seguida, as componentes de alta freqüência serão removidas e, com isso, a maior parte da potência de interferência será eliminada, de modo que somente uma pequena parcela residual interferirá na decisão tomada na saída do filtro, conforme ilustrado na Fig. 2-4.

A discussão acima mostra que um sistema de espalhamento espectral pode ser robusto contra as interferências e também difícil de ser detectado. Porém, para que

isso se confirme, é necessário que se utilize uma faixa de frequências bastante ampla, e seqüências de espalhamento com características muito próximas de um sinal binário aleatório, para que o seu espectro de potência seja espalhado uniformemente na faixa de interesse. Assim, as subseções seguintes analisam, brevemente, as propriedades das seqüências pseudo-aleatórias e o grau de desempenho que pode ser alcançado com o espalhamento espectral por seqüência direta.

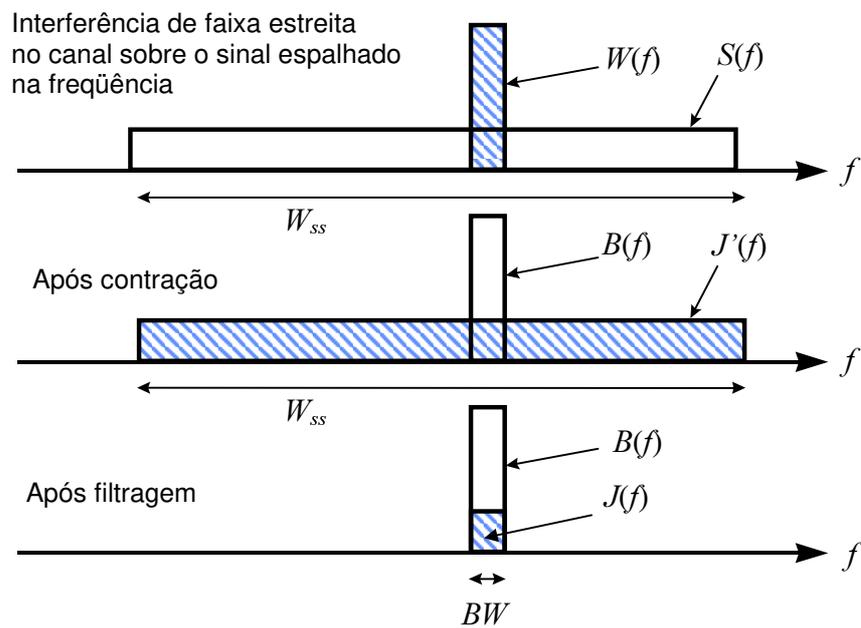


Figura 2-4: Processo de contração espectral e filtragem do sinal espalhado em frequência e contaminado pela interferência.

2.5.1 Seqüências Pseudo-Aleatórias

De modo a se obter um espalhamento espectral relativamente uniforme no esquema DS-SS, deve-se usar seqüências com características semelhantes ao ruído aleatório. A menos que se use um canal de comunicação distinto para a transmissão da seqüência de espalhamento, o receptor deve ser capaz de armazenar e gerar localmente uma réplica da seqüência usada na transmissão, de forma a demodular o sinal. Portanto, o uso de um código pseudo-aleatório (seqüência PN) é requerido.

Um sinal aleatório é imprevisível e as suas variações somente podem ser descritas em termos estatísticos. Contudo, uma seqüência PN não é de fato aleatória, mas um sinal determinístico (e periódico) que é conhecido tanto pelo transmissor quanto pelo receptor. Porém, apesar disso, esta apresenta propriedades semelhantes a uma seqüência binária aleatória, de modo que para um interceptador o mesmo aparenta ser, de fato, aleatório.

Existem três propriedades básicas, que podem ser aplicadas a uma seqüência binária, para verificar o quanto essa aparenta ser aleatória:

- *Propriedade do equilíbrio*: Uma seqüência binária é bem equilibrada, se o número de bits com nível lógico 1 diferir do número de bits com nível lógico 0 de, no máximo, uma unidade.
- *Propriedade das corridas*: Define-se como uma *corrida* a seqüência de bits repetidos e sucessivos dentro da seqüência principal. A ocorrência de um bit alternado na seqüência inicia uma nova corrida. O comprimento da corrida é o número de bits sucessivos de mesmo nível lógico. Considerando as corridas de uns e zeros da seqüência completa, é desejável que a metade de cada tipo seja de comprimento 1, um quarto de comprimento 2, um oitavo de comprimento 3, etc..
- *Propriedade da correlação*: As seqüências PN com as melhores propriedades de correlação são aquelas em que, para um deslocamento relativo diferente de zero, o número de concordâncias de bits uns e zeros, entre a seqüência original e a deslocada, não excede a uma unidade.

As seqüências PN derivam dos códigos cíclicos e podem ser implementadas por intermédio de m registros de deslocamento com realimentação linear como ilustrado na Fig. 2-5. É possível se obter códigos capazes de gerar seqüências de *comprimento*

máximo igual a $N = 2^m - 1$, dependendo do arranjo escolhido para os braços de realimentação, isto é, se o mesmo for obtido a partir de um polinômio primitivo em GF(2). Essas seqüências são conhecidas, também, como seqüências- m : cada período completo contém 2^{m-1} uns e $2^{m-1} - 1$ zeros. Nas aplicações DS-SS, usualmente, as seqüências binárias com elementos $\{0, 1\}$ são mapeadas em uma seqüência bipolar correspondente, com elementos $\{-1, 1\}$. Os sistemas ópticos constituem, geralmente, uma exceção à regra, pois, a amplitude dos pulsos fotônicos não-coerentes é sempre positiva. Este caso é tema central deste trabalho e será discutido em detalhes mais adiante.

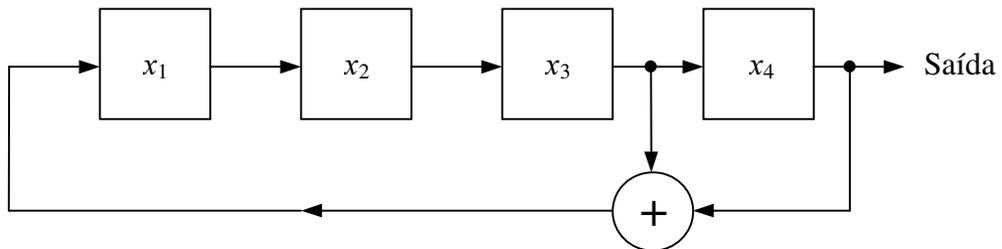


Figura 2-5: Gerador PN com $m = 4$ estágios. A seqüência pseudo-aleatória resultante é de comprimento máximo ($N = 15$).

Como mencionado anteriormente, uma característica importante das seqüências PN é a sua função de autocorrelação, sendo esta definida para uma seqüência $\{c_n\}$ como

$$R_c(m) = \sum_{n=1}^N c_n c_{n+m}, \quad 0 \leq m \leq N-1 \quad (2.7)$$

Como a seqüência $\{c_n\}$ é periódica, o mesmo ocorre para a seqüência de autocorrelação $\{R_c(m)\}$, apresentando periodicidade de comprimento N . Idealmente, uma seqüência PN deveria apresentar uma função de autocorrelação com propriedades similares ao ruído branco, isto é, a seqüência de autocorrelação ideal relativa a $\{c_n\}$ seria $R_c(0) = N$, e $R_c(m) = 0$ para $1 \leq m \leq N - 1$. No caso das seqüências- m , a seqüência de autocorrelação é dada por

$$R_c(m) = \begin{cases} N, & m = 0 \\ -1, & 1 \leq m \leq N - 1 \end{cases} \quad (2.8)$$

Assim, desde que o comprimento da seqüência seja grande, a razão $R_c(m)/R_c(0) = -1/N$ será pequena e, do ponto de vista prático, desprezível. Portanto, as seqüências- m se aproximam muito do ideal, em termos da função de autocorrelação.

Em algumas aplicações, as propriedades de correlação cruzada são tão importantes quanto a de autocorrelação. Por exemplo, no caso do CDMA cada usuário dispõe de uma seqüência PN particular. Idealmente, as seqüências dos usuários deveriam ser mutuamente descorrelacionadas. Entretanto, as seqüências utilizadas na prática exibem um certo grau de correlação cruzada, sendo que as seqüências- m , particularmente, são inadequadas nesse quesito. Diversos métodos alternativos têm sido desenvolvidos para a geração de seqüências com melhores propriedades de correlação cruzada cíclica. Constituem exemplos disso, no caso de seqüências bipolares, as seqüências Gold [3] e as de Kasami [4]; e para o caso unipolar, as seqüências primas e os códigos OOC, os quais são tratados com mais profundidade no Capítulo 4.

Finalmente, apesar da discussão acima ter ficado restrita à correlação cruzada entre pares de seqüências periódicas, em muitos sistemas CDMA o intervalo de símbolo engloba, apenas, uma parcela da seqüência total. Nestes casos, o que torna-se realmente importante é a correlação cruzada parcial, durante o período do símbolo.

2.5.2 Ganho de Processamento e Desempenho

Uma medida essencial nos sistemas de espalhamento espectral é o grau de proteção resultante contra os sinais interferentes de potência finita. A técnica de espalhamento

espectral distribui um sinal de faixa relativamente estreita em um espaço de sinais de dimensões muito maiores. Assim, pode-se considerar que o sinal encontra-se “escondido” dentro de um espaço multidimensional, desde que se assuma que o interferente desconhece quais as coordenadas em que as informações estão sendo transmitidas a cada instante de tempo. As possibilidades de interferência consistem na distribuição uniforme de uma certa potência em todo o espaço, causando um nível de interferência limitado em cada coordenada do sinal, ou a concentração da potência interferente em uma certa região do espaço de sinais e, portanto, deixando as coordenadas restantes livres de interferência.

Considerando um conjunto de D sinais ortogonais, $s_i(t)$, $1 \leq i \leq D$, em um espaço N -dimensional, tal que $D \ll N$, então, pode-se representar cada sinal através de uma base ortonormal da forma:

$$s_i(t) = \sum_{n=1}^N a_{in} \psi_n(t) \quad i = 1, 2, \dots, D; \quad 0 \leq t \leq T \quad (2.9)$$

onde

$$a_{in} = \int_0^T s_i(t) \psi_n(t) dt. \quad (2.10)$$

O conjunto $\{\psi_n(t)\}$ é composto de N funções linearmente independentes que se abrem em um único chip com amplitude unitária, caracterizando completamente o espaço N -dimensional, isto é, a formam a base do espaço de sinais e, portanto, tem-se que

$$\frac{1}{T_c} \int_0^T \psi_j(t) \psi_k(t) dt = \begin{cases} 1 & j = k \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.11)$$

A cada símbolo de informação transmitido, um conjunto de coeficientes $\{a_{in}\}$ é escolhido de modo independente, utilizando-se um código de espalhamento pseudo-aleatório. O conjunto de variáveis aleatórias $\{a_{in}\}$ pode assumir os valores $\pm A$, com

probabilidade igual a 1/2. Admite-se que o receptor tem conhecimento prévio do conjunto de coeficientes de cada símbolo, habilitando-o a realizar o processo inverso ao de espalhamento. Considerando-se, ainda, que a energia contida em cada forma de onda dos D sinais é idêntica, então pode-se escrever que a energia de cada sinal é representada por

$$E_s = \int_0^T s_i^2(t) dt = T_c \sum_{n=1}^N a_{in}^2 \quad i = 1, 2, \dots, D \quad (2.12)$$

Como os coeficientes da seqüência de espalhamento são independentes, então, os mesmos apresentam média e correlação dadas por

$$\overline{a_{in}} = 0 \quad (2.13a)$$

e

$$\overline{a_{ij} a_{ik}} = \begin{cases} \frac{E_s}{NT_c} & j = k \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.13b)$$

Considerando-se que a potência do sinal interferente encontra-se distribuída entre as N coordenadas do espaço do sinal, então, o sinal interferente pode ser representado através de

$$w(t) = \sum_{n=1}^N b_n \psi_n(t). \quad (2.14)$$

A distribuição da potência interferente pode ser qualquer, desde que a energia total seja constante, isto é

$$E_w = \int_0^T w^2(t) dt = T_c \sum_{n=1}^N b_n^2. \quad (2.15)$$

No receptor, o sinal detectado (desprezando-se o ruído), dado por

$$r(t) = s_m(t) + w(t), \quad (2.16)$$

é correlacionado com o conjunto de possíveis sinais transmitidos, de modo que a saída do i -ésimo correlator, z_i , pode ser escrita como

$$z = \int_0^T r(t) s(t) dt = T_c \sum_{n=1}^N (a_n a_{mn} + b_n a_n) \quad (2.17)$$

O segundo termo dentro do somatório da Eq. (2.17) apresenta média nula ao se considerar o conjunto de todas as seqüências pseudo-aleatórias possíveis, pois, o conjunto de variáveis aleatórias $\{a_{ij}\}$ pode assumir, apenas, os valores $\pm A$, com probabilidade igual a 1/2. Portanto, dado que o sinal $s_m(t)$ tenha sido transmitido, o valor esperado na saída do i -ésimo correlator, $E(z_i | s_m)$, pode ser expresso por [5, 6]

$$E(z_i | s_m) = T_c \sum_{n=1}^N \overline{a_{in} a_{mn}} = \begin{cases} E_s & i = m \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.18)$$

Similarmente, usando as Equações (2.12) a (2.18), pode-se computar a variância na saída do i -ésimo correlator, dado que o sinal s_i tenha sido transmitido, através de

$$\text{var}(z_i | s_i) = T_c^2 \sum_j \sum_k b_j b_k \overline{a_{ij} a_{ik}} = T_c^2 \sum_{n=1}^N b_n^2 \overline{a_{in}^2}, \quad (2.19)$$

e, portanto, resultando que

$$\text{var}(z_i | s_i) = T_c^2 \sum_{n=1}^N b_n^2 \frac{E_s}{NT_c} = \frac{E_w E_s}{N}. \quad (2.20)$$

Assim, a relação sinal-interferência na saída do i -ésimo correlator pode ser computada através da seguinte expressão:

$$S/J = \sum_{m=1}^D \frac{E^2(z_i | s_m)}{\text{var}(z_i | s_m)} P(s_m), \quad (2.21)$$

onde a probabilidade de ocorrência do m -ésimo sinal é dada por $P(s_m) = 1/D$, já que se considera que os símbolos são equiprováveis, e as energias dos sinais do usuário e de interferência, nas saídas dos correlatores, são dadas por $E(z_i)$ e $[\text{var}(z_i)]^{1/2}$, respectivamente. Devido ao resultado obtido em (2.18), somente o termo do somatório da Eq. (2.21) em que $i = m$ resulta em um valor diferente de zero. Logo, conclui-se que para um sistema de espalhamento espectral tem-se que

$$S/J = \frac{E_s^2/D}{E_w E_s/N} = \frac{E_s N}{E_w D}. \quad (2.22)$$

O resultado obtido acima é independente da maneira pela qual a energia interferente encontra-se distribuída. Assim, desde que cada sinal seja perturbado por uma energia constante E_w , a Eq. (2.22) indica que o espalhamento do sinal fornece um ganho na relação sinal-interferência, dado pela razão entre o número de dimensões do sinal espalhado e o número de dimensões que ele ocupa antes do espalhamento N/D . Este fator é denominado de *ganho de processamento* G_p . Logo, como a relação sinal-interferência na entrada do decodificador é dada por $(S/J)_i = E_s/E_w$, pode-se concluir,

então, que a relação sinal-interferência na saída do decodificador é ampliada em relação à entrada pelo ganho de processamento, isto é,

$$(S/J)_o = G_p (S/J)_i. \quad (2.23)$$

Considerando que a dimensionalidade de um sinal de largura de faixa W e de duração T é, aproximadamente $2WT$, então, o ganho de processamento pode ser estimado pela seguinte relação:

$$G_p = \frac{N}{D} \cong \frac{2W_{ss}T}{2W_{\min}T} = \frac{W_{ss}}{R} \quad (2.24)$$

onde W_{ss} é a faixa de freqüências total ocupada pela sinal espalhado e W_{\min} é a largura de faixa mínima requerida para a transmissão dos dados (equivalente a taxa de sinalização R). Para os sistema de espalhamento por seqüência direta, W_{ss} é aproximadamente igual a taxa de chip R_c , resultando que o ganho de processamento, neste caso, pode ser expresso por

$$G_p = \frac{R_c}{R}. \quad (2.25)$$

2.6 Múltiplo Acesso por Divisão de Código - CDMA

Em um esquema de múltiplo acesso através da divisão por código, diversos usuários compartilham o meio de transmissão simultaneamente, utilizando a mesma faixa de freqüências, porém separados por uma seqüência de espalhamento individual. Esta possibilidade pode ser entendida no espaço de sinais: - Considerando-se que todos os sinais ocupam um espaço N -dimensional de largura de faixa W_{ss} e que existam M usuários de mesma potência P , transmitindo a uma taxa de símbolo R , então, cada usuário sofre a interferência de $M - 1$ concorrentes. Desde que as seqüências de

espalhamento individuais sejam descorrelacionadas, a potência interferente percebida por um determinado usuário, após o sinal recebido ter sido correlacionado com a sua seqüência particular, será reduzida pelo ganho de processamento. A Fig. 2-6 ilustra esse fato, mostrando a forma dos espectros de freqüência presentes em um receptor DS/CDMA antes e depois do processo da contração. O processo de espalhamento espectral do usuário de referência está mostrado na Fig. 2-6a, enquanto que a Fig. 2-6b ilustra um processamento similar no sinal de um usuário concorrente. O espectro na entrada do receptor é composto pelo sinal desejado e o sinal de interferência, ambos de faixa larga, espalhados ao longo de W_{ss} , como mostrado na Fig. 2-6c. O sinal de entrada, após ser correlacionado com uma réplica da seqüência PN usada na transmissão, dá origem ao espectro do lado direito da Fig. 2-6c, mostrando que o sinal desejado sofre uma contração espectral e passa ocupar faixa de freqüências R , enquanto que o sinal interferente continua espalhado em toda a faixa W_{ss} . Assim, como o sinal de interesse pode ser filtrado em faixa estreita, a maior parte da potência de interferência de entrada será eliminada, isto é, a potência de interferência efetiva em um ambiente CDMA pode ser expressa por

$$J = (M - 1)P \frac{R}{W_{ss}} = \frac{(M - 1)P}{G_p}. \quad (2.26)$$

Conseqüentemente, a relação sinal-interferência efetiva, para um esquema CDMA com controle de potência perfeito, isto é, para $S = P$, é dada por

$$S/J = \frac{G_p}{M - 1}. \quad (2.27)$$

Desse modo, dimensionando-se a relação entre o ganho de processamento e o número de usuários adequadamente, a Eq. (2.27) mostra que é possível se obter um nível de desempenho satisfatório em um esquema CDMA. De fato, estabelecendo-se um valor mínimo para a relação sinal-interferência, $(S/J)_{\min}$, que resulte na taxa de erro máxima admissível para o sistema, o número de usuários que podem acessar o

recurso de comunicação simultaneamente, desprezando-se o ruído no receptor, pode ser estimado através de

$$M_{\max} = \frac{G_p}{(S/J)_{\min}} + 1. \quad (2.28)$$

Convém ressaltar que a análise efetuada é válida para condições otimizadas de operação, isto é, considerando-se que as seqüências de espalhamento sejam não correlacionadas, e que o sistema implemente um controle de potência perfeito. Na prática, ambas as condições não podem atendidas estritamente e, portanto, o desempenho previsto em (2.27) se constitui numa estimativa algo otimista para os sistemas CDMA.

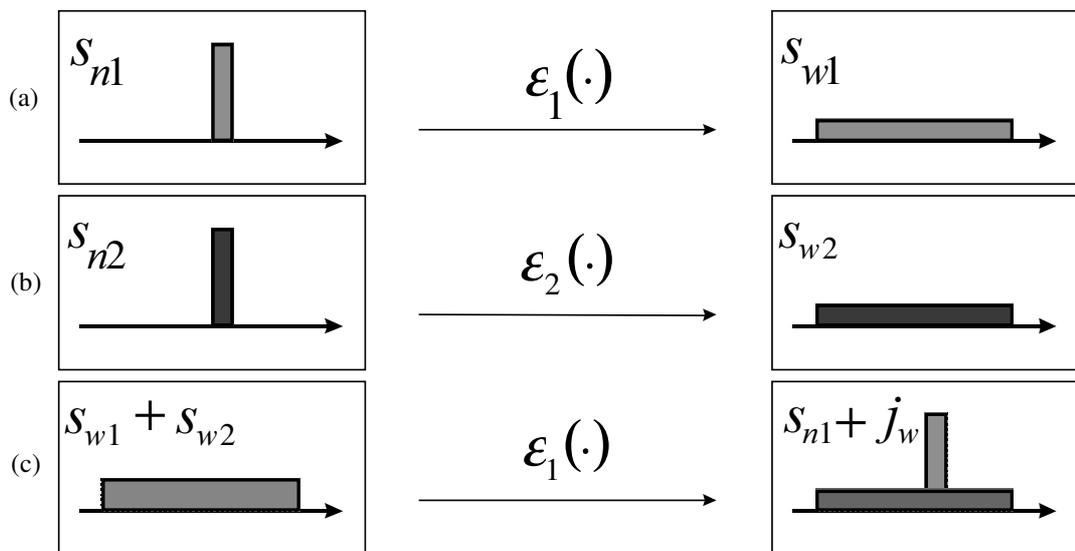


Figura 2-6: Sistema CDMA com 2 usuários:

- (a) Processo de espalhamento espectral do sinal do usuário de referência.
- (b) Processo de espalhamento espectral do sinal do usuário interferente.
- (c) Espectro de potência na entrada do receptor e espectro de potência resultante após correlação com a seqüência do usuário de referência.

Referências

- [1] Scholtz, R. A., “The Origins of Spread Spectrum Communications”, *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM30, 5:822-854, May 1982.
- [2] Shannon, C. E., “Communication in Presence of Noise”, *Proc. IRE*, 10-21, Jan. 1949.
- [3] Gold, R., “Maximal Recursive Sequences with 3-Valued Recursive Cross Correlation Functions”, *IEEE Trans. Inform. Theory*, IT-14:154-156, Jan. 1967.
- [4] Kasami, T., “Weight Distribution Formula for Some Class of Cyclic Codes”, Coordinated Science Laboratory, Univ. of Illinois, Tech. Report No. R-285, Apr. 1966.
- [5] Pickholtz, R. L., Schilling, D. L., and Milstein, L. B., “Theory of Spread-Spectrum Communications – A Tutorial”, *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM30, 5:855-884, May 1982.
- [6] Pickholtz, R. L., Schilling, D. L., and Milstein, L. B., Revisions to “Theory of Spread-Spectrum Communications – A Tutorial”, *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM32, 2:211-212, Feb. 1984.

Capítulo 3

MÚLTIPLO ACESSO ATRAVÉS DE DIVISÃO POR CÓDIGOS EM COMUNICAÇÕES ÓPTICAS

3.1 Introdução

Diversas técnicas de CDMA para comunicações ópticas foram propostas nas últimas duas décadas. Durante esse período vários enfoques foram abordados, diversas análises de desempenho foram desenvolvidas e, também, uma série de experimentos para a comprovação dos conceitos foram realizados. No entanto, apesar do grande sucesso do CDMA como uma ferramenta de comunicação em aplicações via rádio, existem, ainda, poucas aplicações comerciais dessa técnica em sistemas fotônicos.

O CDMA é uma técnica que oferece a possibilidade de múltiplo acesso através da utilização de seqüências de espalhamento distintas para cada usuário. A codificação permite que os usuários compartilhem simultaneamente a mesma banda de frequências e que os mesmos operem assincronamente. A combinação dessas duas características atrativas distinguem o CDMA em relação ao TDMA e ao FDMA. Além disso, outras vantagens aparentes do CDMA nas comunicações ópticas são o atraso de acesso relativamente pequeno (característica essencial em redes locais de comunicação de dados), eficiência de largura de faixa, degradação suave com o aumento de tráfego, e segurança. Outra propriedade relevante dos sistemas CDMA fotônicos é a possibilidade de se efetuar os processos de codificação e decodificação inteiramente no domínio óptico. Neste capítulo, faz-se uma revisão de diversos

aspectos do CDMA óptico, com ênfase nos seus princípios fundamentais, e desenvolve-se uma base teórica para a análise de desempenho dos sistemas CDMA em canais unipolares.

3.2 Fundamentos

Esta seção apresenta uma revisão dos princípios de operação fundamentais utilizados nos esquemas de CDMA fotônicos. Para esse propósito, considera-se a existência de uma rede óptica de faixa larga, mostrada esquematicamente na Fig. 3-1. Os sinais de todos os transmissores são distribuídos entre todos os receptores através de um *acoplador óptico em estrela*. Cada usuário recebe a adição de todos sinais transmitidos, porém, cada um é capaz de distinguir um determinado sinal, dentre os demais sinais interferentes, por intermédio do conhecimento prévio da seqüência de espalhamento empregada no transmissor. A porção inferior da Fig. 3-1 ilustra um esquema de transmissão e recepção puramente fotônico. Nesse caso, os processos de codificação e decodificação são realizados opticamente, podendo resultar em capacidades de transmissão potencialmente superiores em relação aos esquemas de codificação eletrônicos [1].

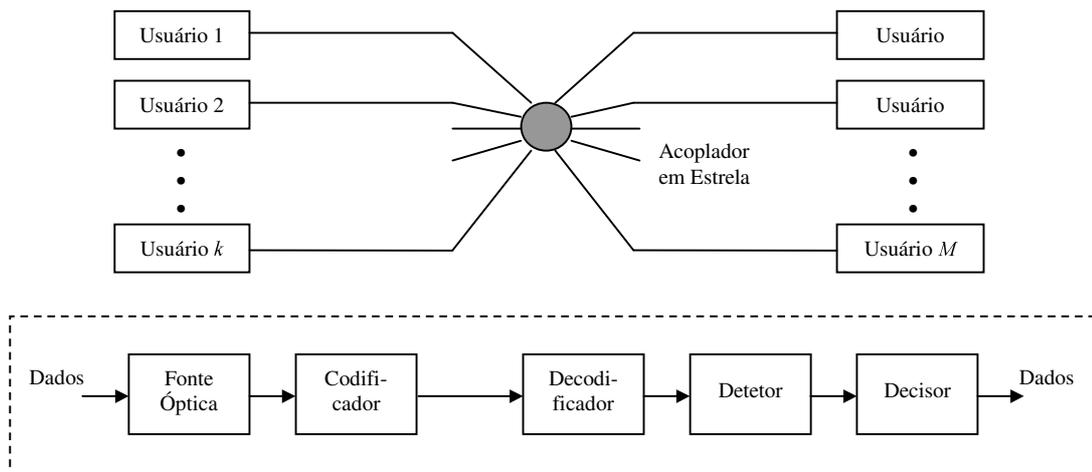


Figura 3-1: Rede óptica CDMA com acoplador em estrela. Detalhe: processo de transmissão de dados com codificação e decodificação puramente fotônicas.

Como detalhado no Capítulo 2, a razão entre as relações sinal-interferência na saída e na entrada do decodificador é definida como sendo o ganho de processamento do sistema, isto é,

$$(S/J)_o = G_p (S/J)_i. \quad (3.1)$$

Portanto, o ganho de processamento pode ser interpretado como uma medida da capacidade do sistema para suportar a interferência causada por múltiplos usuários concorrentes. No entanto, ao contrário dos sistemas convencionais de RF, o ganho de processamento dos sistemas CDMA ópticos pode não apresentar uma relação simples com a largura de faixa ocupada pelo sinal.

Em princípio, qualquer combinação de espalhamento espacial, temporal e em frequência pode ser usada na codificação dos dados em um esquema de CDMA óptico. Em consequência, existem diferentes enfoques possíveis para a construção de decodificadores fotônicos. Pode-se fazer a distinção entre as técnicas *não-coerentes*, em que ocorre a combinação aditiva da intensidade luminosa de cada usuário, e as técnicas *coerentes*, que utilizam o princípio da superposição coerente da luz. As técnicas coerentes requerem o ajuste e controle dos atrasos ópticos da ordem do comprimento de onda empregado, de modo a se obter as fases corretas para a superposição coerente dos campos eletromagnéticos. As dificuldades inerentes a esse último enfoque conduziram a uma ênfase nas técnicas não-coerentes. Todavia, trabalhos recentes têm mostrado que as técnicas coerentes apresentam vantagens distintas e têm potencial para aplicações práticas [1]. No entanto, o presente trabalho é baseado nas técnicas não-coerentes, e por essa razão a outra vertente não será abordada com profundidade.

3.2.1 Filtro Casado

Um receptor de um sistema CDMA deve recuperar o sinal desejado a partir de uma interferência de fundo causada pelos demais usuários, comportando-se como um

ruído aditivo. A maneira mais efetiva de alcançar esse objetivo é conseguida por intermédio de um decodificador que maximiza a relação sinal-ruído (SNR). Se o ruído de fundo é branco, tem-se o resultado bem conhecido que a SNR é maximizada através de um filtro casado com o sinal de entrada, cuja resposta ao impulso é igual ao complexo conjugado do sinal desejado $f(t)$, invertido no tempo e atrasado de um intervalo τ_m arbitrário [2], isto é,

$$h(t) = f^*(\tau_m - t). \quad (3.2)$$

Para se projetar um filtro de acordo com a Eq. (3.2), deve-se conhecer completamente as características do sinal a ser detectado. No entanto, geralmente, essa informação não é conhecida para os sinais usados em CDMA óptico. Por exemplo, o campo fotônico de um diodo emissor de luz é estocástico e, apenas, as suas estatísticas encontram-se disponíveis. Nesse caso, o melhor filtro é aquele que minimiza o erro quadrático médio da estimativa do sinal transmitido [3]. Conhecendo-se a resposta do codificador e considerando que o ruído aditivo seja branco, com uma densidade espectral de potência muito maior que o sinal a ser observado (condição que se aproxima do ambiente CDMA típico), então, pode-se mostrar que o melhor filtro é aquele casado com o codificador [3]. Portanto, sob essas condições, a resposta ao impulso do decodificador deve ser igual ao complexo conjugado da resposta do codificador revertida no tempo, ou seja,

$$h_{\text{dec}} = h_{\text{cod}}^*(\tau_m - t). \quad (3.3)$$

Os esquemas baseados na Eq. (3.3), que empregam interferômetros Mach-Zehnder não balanceados e fontes de onda contínua (CW), foram denominados de sistemas de multiplexagem coerente [4].

A maioria dos esquemas CDMA fotônicos, porém, são não-coerentes, onde a filtragem é realizada baseada na potência do sinal resultante da média temporal das fases ópticas. Assumindo-se que todos os sinais na saída do decodificador não mantêm coerência, o sinal total é produzido pela soma das intensidades individuais das componentes. Neste caso, a resposta ao impulso do decodificador pode ser especificada como a seguir:

$$|h_{\text{dec}}(t)|^2 \cong |h_{\text{cod}}(\tau_m - t)|^2, \quad (3.4)$$

isto é, a magnitude da resposta ao impulso do filtro é igual a do codificador revertida no tempo e independente da forma de onda do sinal. Para garantir que os sinais não interfiram coerentemente na saída do decodificador, deve-se assegurar que os atrasos relativos entre o codificador e o decodificador estejam descasados de um valor maior que o tempo de coerência do canal [1]; daí a “aproximação” denotada na Eq. (3.4).

3.2.2 Ruído de Batimento Óptico

A maioria dos esquemas CDMA em RF se baseia na detecção linear da envoltória dos sinais de entrada após a mixagem com uma réplica do código armazenado no receptor. O ganho de processamento fica limitado, em relação ao máximo teórico, tipicamente, pelo vazamento (*crosstalk*) causado pela ortogonalidade imperfeita entre as seqüências, representada matematicamente através de correlações cruzadas não nulas. De forma distinta, os esquemas fotônicos utilizam meios de detecção óptica com lei quadrática, nos quais todos os campos incidentes são misturados. Os produtos de mixagem (batimento) resultantes, ausentes nos sistemas de RF, geram um ruído elétrico em banda-base se os campos ocuparem, aproximadamente, a mesma largura de faixa óptica. Esse tipo de ruído pode limitar severamente o desempenho dos sistemas CDMA fotônicos porque o mesmo tende a crescer com o quadrado do número de usuários, enquanto que a correlação total entre os códigos aumenta linearmente com o mesmo fator. Assim, apesar da obtenção de códigos de

baixa correlação cruzada ser um pré-requisito em CDMA óptico, adicionalmente, o ruído de batimento deve ser mantido em níveis aceitáveis [1].

As estratégias para a redução do ruído de batimento incluem a utilização de fontes de luz com largura de faixa relativamente grandes, de modo a reduzir a incidência do batimento dentro da banda passante do receptor, o emprego de técnicas de detecção diferencial e, principalmente, o uso de portas de recepção óptica temporizadas. Essa última técnica é descrita, resumidamente, na próxima subseção.

3.2.3 Porta de Recepção Temporizada

Muitos esquemas CDMA fotônicos utilizam pulsos luminosos estreitos e são baseados no conceito de espalhamento temporal. Nessas configurações, os dados são transmitidos através de um pulso muito menor que o intervalo de bit e é convertido (espalhado) por um codificador em uma seqüência de chips de alta frequência e baixa intensidade. O processo de decodificação casada concentra o sinal, reconstruindo o pulso original, enquanto que os sinais descorrelacionados são mantidos espalhados temporalmente. Em um dado período de bit, a informação proveniente do transmissor selecionado estará concentrada, idealmente, em um único intervalo de chip T_c , contendo o pulso reconstruído, enquanto que o ruído de interferência de múltiplo acesso se encontrará espalhado aleatoriamente em todo o intervalo de bit T . A discriminação do sinal pode ser obtida por meio da comparação do pulso reconstituído com um nível de limiar de decisão adequado. O processo de detecção pode ser aprimorado através de uma porta óptica que é aberta, apenas, naqueles intervalos de chip ativos da seqüência de origem, codificada para cada bit e, assim, os sinais incidentes fora dos intervalos de transmissão serão rejeitados. Logo, a porta de recepção temporizada se comporta de forma análoga a um filtro passa-faixa sobre o sinal espalhado espectralmente [1], mas intensificando a supressão da interferência e ruído em relação ao filtro linear invariante no tempo.

A melhoria na relação sinal-ruído após a aplicação da técnica descrita acima é dada pela razão entre o período de bit e o intervalo total da janela T/KT_c , onde K é o número de chips em que a porta encontra-se aberta. Essa técnica é efetiva na redução de qualquer tipo de ruído ou interferência incidindo sobre o sinal recebido, incluindo os casos de ruído balístico, ruído de batimento e *crosstalk*. Em princípio, a porta pode ser posicionada antes ou depois do fotodetector, sem afetar o ganho de processamento. Entretanto, posicionando-a antes do detector, como ilustrado na Fig. 3-2, tem a vantagem de reduzir a largura de faixa mínima do detector de $1/2T_c$ para $1/2T$. Em contrapartida, a contenção da banda antes do detector dificulta a adoção da técnica de *detecção por limitação abrupta*, a menos que a mesma exerça, também, a função limitadora. Esse método alternativo de detecção não-coerente, descrito em detalhes na próxima seção, é capaz de fornecer um desempenho superior em relação à técnica de reconstrução direta dos pulsos de transmissão descrita anteriormente.

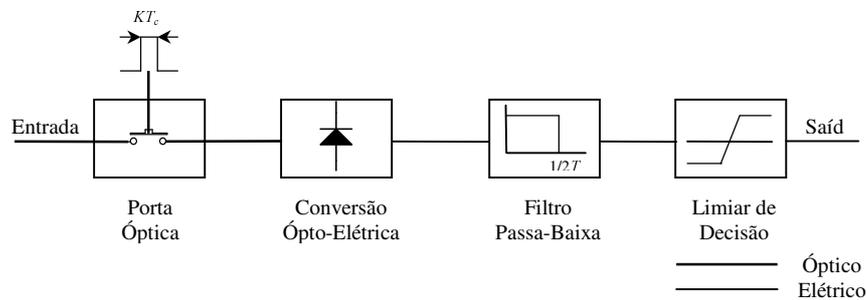


Figura 3-2: Receptor com porta de recepção óptica.

3.3 Detecção Não Coerente de Sinais Unipolares

Os esquemas de codificação para sistemas CDMA ópticos não coerentes apresentam uma característica diversa e essencial: - as seqüências devem ser adequadas para sinalização unipolar, pois, a amplitude dos pulsos fotônicos transmitidos pelos usuários é sempre positiva. Apesar da utilização de códigos bipolares ter sido

também proposta em sistemas utilizando dois canais ópticos simultaneamente [5] ou por meio da utilização de eliminadores de nível DC [6], o presente trabalho tem interesse apenas no caso exclusivamente unipolar.

3.3.1 Sinalização Binária Unipolar

Em um sistema de transmissão unipolar, as formas de onda dos sinais podem assumir apenas amplitudes positivas e, em decorrência, o nível médio dos sinais não é nulo. Considerando o caso de sinalização binária, admite-se que cada usuário disponha de dois símbolos distintos, representando os bits zero e um, tais que

$$s_0(t) = 0, \quad 0 \leq t < T \quad (3.5a)$$

e

$$s_1(t) = A\phi(t), \quad 0 \leq t < T \quad (3.5b)$$

onde T é o intervalo de bit. Assume-se, ainda, que os símbolos estão associados a uma seqüência unipolar normalizada $\phi(t)$, composta por um trem de K pulsos (chips) com amplitude unitária e duração T_c , conforme ilustrado na Fig. 3-3. Desse modo, cada período de bit encontra-se dividido em N intervalos (chips), dos quais apenas K chips podem ser ativados durante o símbolo e, portanto, tem-se que

$$N = T/T_c. \quad (3.6)$$

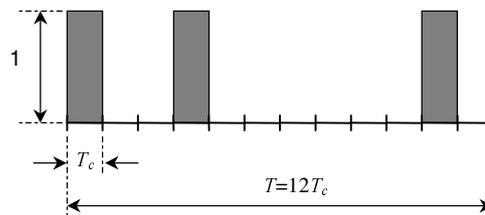


Figura 3-3: Exemplo de seqüência unipolar normalizada de comprimento $N = 12$ e $K = 3$ chips ativos.

Em conseqüência, o nível médio das formas de onda normalizadas será dado por

$$\mu = \overline{\phi(t)} = \frac{1}{T} \int_0^T \phi(t) dt = \frac{K}{N}. \quad (3.7)$$

Portanto, pode-se interpretar que o sinal $\phi(t)$ ocupa K dimensões de um espaço N -dimensional, cuja base ortonormal pode ser representada por N pulsos distintos $\psi_n(t)$ de amplitude unitária e duração T_c , isto é,

$$\psi_n(t) = \begin{cases} 1 & (n-1)T_c \leq t < nT_c \\ 0 & \text{fora} \end{cases} \quad (3.8)$$

e $n = 1, \dots, N$. Assim, os sinais podem ser representados como pontos em uma hipersfera, gerados por meio de uma combinação linear dos vetores da base do espaço, de modo que

$$\phi(t) = \sum_{n=1}^N a_n \psi_n(t) \quad (3.9a)$$

e

$$s_i(t) = Ai\phi(t) = Ai \sum_{n=1}^N a_n \psi_n(t), \quad (3.9b)$$

onde a seqüência de N coeficientes $\{a_n\}$ é escolhida de acordo com as regras de construção do código unipolar utilizado no sistema, porém, com a seguinte restrição em comum: - as seqüências possuem K coeficientes de amplitude unitária, enquanto que os demais $N - K$ coeficientes têm amplitude nula. Em decorrência, os sinais apresentam valor médio não negativos, isto é, de acordo com (3.7) e (3.9b) pode-se escrever que

$$\overline{s_i(t)} = \mu A i = \frac{KA}{N} i, \quad (3.10)$$

e potências dadas por

$$\overline{s_i^2(t)} = \frac{i}{T} \int_0^T s_i^2(t) dt = \mu A^2 i = \frac{KA^2}{N} i. \quad (3.11)$$

Logo, a energia contida no sinal não nulo, durante um intervalo de símbolo, é constante, e pode ser obtida através de (3.6) e (3.10):

$$E_s = \overline{s_i^2(t)} T = KA^2 T_c. \quad (3.12)$$

Além disso, observa-se que

$$s_0(t) s_1(t) = 0. \quad (3.13)$$

Como consequência das restrições impostas, as estatísticas dessas seqüências podem ser computadas independentemente do modo como as mesmas são geradas. Assim, tem-se que o valor médio e o valor médio quadrático dos coeficientes das seqüências não nulas são dadas, respectivamente, por

$$\overline{a_n} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N a_n = \frac{K}{N} \quad (3.14a)$$

e

$$\overline{a_n^2} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N a_n^2 = \frac{K}{N}. \quad (3.14b)$$

Entretanto, a autocorrelação dos coeficientes das seqüências não pode ser determinada previamente, pois a mesma depende das características intrínsecas do código gerador. Porém, para uma seqüência unipolar, o seu valor será diferente de

zero obrigatoriamente. Assim, na ausência dos detalhes de construção do código, apenas pode-se afirmar que

$$\overline{a_j a_k} = E(a_j a_k) = \begin{cases} \frac{K}{N} & j = k \\ \frac{\eta}{N} & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.15)$$

onde $\eta \leq K$ é o número médio de chips ativos coincidentes entre a seqüência original e a sua versão deslocada ciclicamente.

3.3.2 Detecção Convencional

Admite-se que devido à natureza unipolar do canal, o sinal transmitido sofre a ação de uma interferência estritamente positiva. A Fig. 3-4 mostra a estrutura do receptor para sinalização unipolar, no qual se utiliza apenas um correlator e a decisão é efetuada comparando-se a sua saída com um nível de limiar z_γ . O sinal de interferência pode ser representado no espaço N -dimensional através de

$$w(t) = \sum_{n=1}^N w_n \Psi_n(t), \quad (3.16)$$

notando que como $w_n > 0$, o nível médio de interferência não é nulo, ou seja, $\overline{w(t)} > 0$, e a energia total interferente é dada por

$$\begin{aligned} E_w &= \int_0^T w^2(t) dt = T_c \sum_{n=1}^N w_n^2 \\ &= E_{w_C} + E_{w_A}, \end{aligned} \quad (3.17)$$

onde E_{w_C} e E_{w_A} são respectivamente as parcelas da energia geradas pelas componentes *contínua* e *alternada* do sinal de interferência, isto é,

$$E_{w_C} = \overline{w^2} T \quad (3.18a)$$

e

$$E_{w_A} = \sigma_w^2 T, \quad (3.18b)$$

onde σ_w^2 representa a variância da interferência.

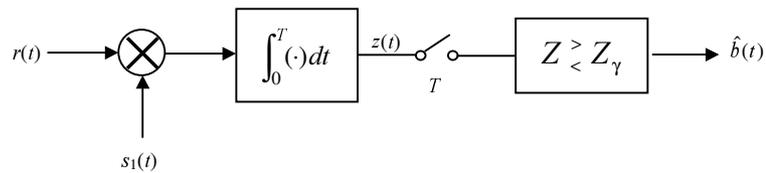


Figura 3-4: Estrutura de recepção convencional para sinalização unipolar.

Na entrada do receptor, o sinal de interesse encontra-se combinado à interferência causada pelos demais usuários que compartilham o canal de transmissão, isto é,

$$r(t) = s_j(t) + w(t) \quad (3.19)$$

e é correlacionado com uma réplica sincronizada do símbolo ativo $s_1(t)$. Então, ao final dos intervalos de bit, na saída do correlador obtém-se que

$$z = \int_0^T r(t) s_1(t) dt = T_c \sum_{n=1}^N (a_n^2 A^2 j + a_n w_n A), \quad (3.20)$$

em decorrência das equações (3.9b), (3.16) e (3.19).

Considerando que os bits são equiprováveis e assumindo que a_n e w_n são independentes, então, as esperanças condicionais na saída do correlator podem ser calculadas por

$$\begin{aligned} E(z | s_1) &= A^2 T_c \sum_{n=1}^N \overline{a_n^2} + AT_c \overline{w} \sum_{n=1}^N \overline{a_n} = KAT_c (A + \overline{w}) \\ &= E_s \left(1 + \frac{\overline{w}}{A} \right) \end{aligned} \quad (3.21a)$$

e

$$\begin{aligned} E(z | s_0) &= AT_c \overline{w} \sum_{n=1}^N \overline{a_n} = KAT_c \overline{w} \\ &= E_s \frac{\overline{w}}{A} \end{aligned} \quad (3.21b)$$

onde usou-se as equações (3.12), (3.14) e que $\overline{w} = \overline{w_n}$. Além disso, a variância na saída do correlator pode ser obtida, aplicando-se a definição de variância sobre cada um dos termos da Eq. (3.20):

$$\begin{aligned} \text{var}(z | s_j) &= \text{var} \left(A^2 T_c \sum_{n=1}^N a_n^2 j | s_j \right) + \text{var} \left(AT_c \sum_{n=1}^N a_n w_n \right) \\ &= \text{var}(X | s_j) + \text{var}(Y). \end{aligned} \quad (3.22)$$

Desenvolvendo a primeira parcela da Eq. (3.22) para cada símbolo de entrada, obtém-se que

$$\text{var}(X | s_1) = \text{var} \left(A^2 T_c \sum_{n=1}^N a_{1n}^2 \right) = \text{var}(KA^2 T_c) = 0, \quad (3.23a)$$

e

$$\text{var}(X | s_0) = 0. \quad (3.23b)$$

Assim, conclui-se que devido aos símbolos do usuário serem ortogonais, essas variâncias condicionais são nulas, não importando se o símbolo recebido corresponde à seqüência particular do correlator ou não. Em conseqüência, verifica-se que a potência AC de interferência, na saída do correlator, independe do símbolo sendo detectado e, portanto, tem-se que $\sigma_z^2 = \text{var}(z | s_j) = \text{var}(Y)$. Logo, desenvolvendo-se a segunda parcela de (3.22), utilizando as equações (3.14a) e (3.14b) e o fato que $\overline{w^2} = \overline{w_j^2}$, então, pode-se escrever que

$$\begin{aligned}
\sigma_z^2 &= \mathbb{E} \left(A^2 T_c^2 \sum_j \sum_k a_j a_k w_j w_k \right) - \mathbb{E}^2 \left(A T_c \sum_j a_j w_j \right) \\
&= A^2 T_c^2 \overline{w^2} \sum_j \overline{a_j^2} + A^2 T_c^2 \overline{w^2} \sum_{\substack{j,k \\ j \neq k}} \overline{a_j a_k} - \left(A T_c \overline{w} \sum_j \overline{a_j} \right)^2 \\
&= K A^2 T_c^2 \overline{w^2} + K(K-1) A^2 T_c^2 \overline{w^2} - K^2 A^2 T_c^2 \overline{w}^2 \\
&= K A^2 T_c^2 (\overline{w^2} - \overline{w}^2)
\end{aligned} \tag{3.24}$$

Reconhecendo na última igualdade de (3.24) que a variância da interferência no canal de transmissão é dada por $\sigma_w^2 = \overline{w^2} - \overline{w}^2$ e, ainda, com auxílio de (3.6), (3.12) e (3.18b), finalmente, obtém-se que

$$\sigma_z^2 = \frac{E_s E_{wA}}{N}, \tag{3.25}$$

Comparando-se o resultado em (3.25) para sinalização unipolar, com aquele obtido, anteriormente, em (2.20) para o caso bipolar, verifica-se que os mesmos são similares. A variância da interferência na saída do correlator é decorrente do produto entre a energia do símbolo e a parcela da energia de interferência gerada pela componente AC do sinal interferente, atenuado pelo número de dimensões N . No

caso unipolar, essa energia de interferência é dada por $E_{w_A} = \sigma_w^2 T$, enquanto que no caso bipolar, a componente DC é nula e, portanto, toda energia E_w é proveniente, também, da componente AC da interferência.

3.3.3 Probabilidade de Erro e Ganho de Processamento

A partir de (3.21), verifica-se que a variável aleatória na saída do correlator, apresenta média global, ao longo do tempo, não nula. A Fig. 3-5 ilustra as funções densidade de probabilidade condicionais $p(z|s_0)$ e $p(z|s_1)$ para sinalização unipolar. Observa-se que devido a natureza puramente aditiva da interferência no canal unipolar, essas funções são assimétricas, acarretando que

$$\int_{-\infty}^0 p(z|s_0) dz_1 = \int_{-\infty}^{E_s} p(z|s_1) dz = 0 \quad (3.26)$$

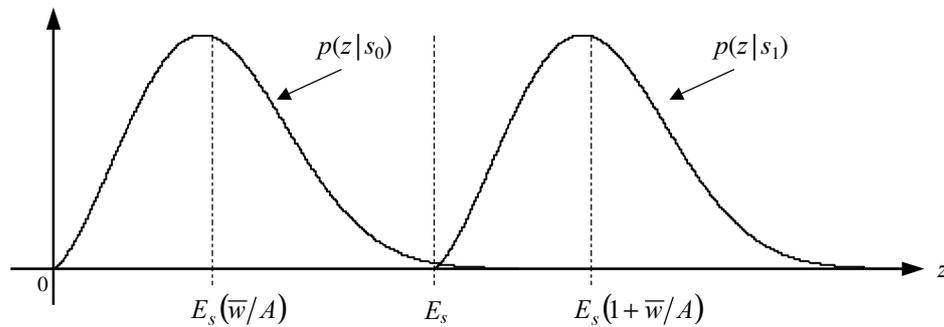


Figura 3-5: Funções densidade de probabilidade condicionais na saída do correlator para sinalização unipolar.

Logo, o limiar de decisão deve ser adotado de maneira que $z_\gamma \geq E_s$. No entanto, a obtenção de um valor de limiar ótimo requer, além do conhecimento completo da distribuição de probabilidade da interferência, que o receptor estime, também, o seu nível médio, de modo a minimizar a probabilidade de erro média, isto é, computando-se

$$\min_{z_\gamma} \left\{ p(s_0) \int_{z_\gamma}^{\infty} p(z | s_0) dz + p(s_1) \int_{-\infty}^{z_\gamma} p(z | s_1) dz \right\}. \quad (3.27)$$

Porém, uma regra de decisão sub-ótima pode ser prontamente estabelecida, fazendo-se $z_\gamma = E_s$. Nesse caso, a probabilidade de erro de bit resultante será dada por

$$P_b = P(z > E_s | s_0)p(s_0) + P(z < E_s | s_1)p(s_1), \quad (3.28)$$

porém, de acordo com (3.26), a última parcela da expressão anterior é nula, resultando, para uma fonte binária de dados equiprovável, que

$$P_b = \frac{1}{2} \int_{E_s}^{\infty} p(z | s_0) dz. \quad (3.29)$$

Portanto, essa configuração origina um canal binário totalmente assimétrico, denominado *canal Z*, pois não há possibilidade de erro na detecção de bits transmitidos através do canal com nível lógico igual a um, conforme mostrado na Fig. 3-6. Além disso, a relação sinal-interferência pode ser definida nesse caso, em similaridade a (2.21), como

$$S/J = \frac{E^2[(E_s - z) | s_0]}{\text{var}(z | s_0)} = \frac{NE_s}{E_A} \left(1 - \frac{\bar{w}}{A} \right)^2, \quad (3.30)$$

onde o resultado final foi obtido com auxílio as expressões (3.21b) e (3.25).

Assim, a partir do resultado anterior, pode-se interpretar que a operação de espalhamento fornece um ganho de processamento dado por

$$G_p = N \left(1 - \frac{\bar{w}}{A} \right)^2, \quad (3.31)$$

que apesar de ser proporcional ao número de dimensões que o sinal é espalhado, degrada-se quadraticamente com o nível médio da interferência. Logo, conclui-se que o desempenho de um sistema de espalhamento espectral unipolar com detecção convencional é inferior em relação a um sistema bipolar equivalente com sinalização antipodal.

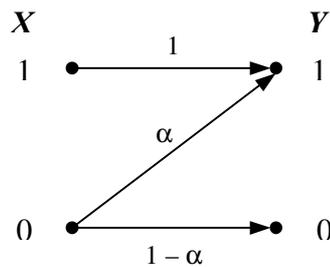


Figura 3-6: O canal Z.

3.4 Detecção Convencional em Sistemas CDMA

Considerando um sistema CDMA em um canal unipolar, compartilhado por M usuários no total, pode-se determinar a variância da interferência resultante para a detecção convencional. A variância do sinal transmitido devido a cada um dos usuários concorrentes é expressa por

$$\sigma_s^2 = \text{var}(s_0)p(s_0) + \text{var}(s_1)p(s_1). \quad (3.32)$$

Logo, assumindo que a fonte é equiprovável e utilizando-se as equações (3.10), (3.11) e (3.12) em (3.32), obtém-se que a variância do sinal de cada interferente é dada por

$$\sigma_s^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{KA^2}{N} - \frac{K^2 A^2}{N^2} \right) = \frac{E_s}{2T} \left(1 - \frac{K}{N} \right). \quad (3.33)$$

Assim, admitindo que os sinais interferentes são estatisticamente independentes, obtém-se que a energia decorrente da parcela AC da interferência, resultante da ação conjunta de $M - 1$ usuários concorrentes, é expressa por

$$E_{w_A} = (M - 1) \sigma_s^2 T = \frac{M - 1}{2} \left(1 - \frac{K}{N} \right) E_s. \quad (3.34)$$

Observa-se a partir da expressão anterior que a energia interferente AC diminui com o incremento do número de chips ativos. Em compensação, verifica-se que o nível médio da interferência é proporcional a K , observando-se que

$$\bar{w} = p(s_1)(M - 1) \overline{s_1(t)} = \frac{K(M - 1)A}{2N}, \quad (3.35)$$

onde assumiu-se que $p(s_1) = 1/2$. Então, em decorrência de (3.30) e (3.34), a relação sinal-interferência para esse sistema pode ser calculada por

$$\begin{aligned} S/J &= \frac{2N[1 - K(M - 1)/(2N)]^2}{(M - 1)(1 - K/N)} \\ &= \frac{[2N - K(M - 1)]^2}{2(M - 1)(N - K)}, \end{aligned} \quad (3.36)$$

sendo essa expressão válida desde que $K \leq 2N/(M-1)$. Assim, a partir de (3.31), o ganho de processamento para um sistema CDMA unipolar pode ser escrito como

$$G_p = N \left[1 - \frac{K(M-1)}{2N} \right]^2. \quad (3.37)$$

Analisando a expressão anterior, determina-se que o ganho de processamento atinge o valor máximo para $K = 1$, resultando que

$$G_p(\text{max}) = \frac{(2N - M + 1)^2}{4N}, \quad (3.38)$$

sendo, portanto, dependente do número de usuários que compartilham o canal. No entanto, caso $N \gg M$, então, $G_p(\text{max}) \approx N$.

3.5 Detecção por Limitação Abrupta

Na seção anterior verificou-se que um sistema CDMA utilizando sinalização podal sofre forte influência do nível médio de interferência presente no canal. Um artifício possível para reduzir esse efeito, consiste na utilização de um elemento limitador de intensidade, não linear, no caminho do sinal [7]. Um limitador ideal é definido como

$$g(x) = \begin{cases} A & x \geq A, \\ 0 & 0 \leq x < A. \end{cases} \quad (3.39)$$

Assim, se a intensidade do sinal for maior ou igual que a amplitude de um pulso isolado, o dispositivo limita a intensidade naquele valor, caso contrário, a saída obtida será nula. O processo de limitação abrupta melhora o desempenho dos sistemas com sinalização podal porque impede que diversos padrões de interferência, com chips excessivamente atingidos, causem erros na detecção. Por exemplo,

considerando uma amplitude normalizada $A = 1$, e um número de chips ativos por bit $K = 3$, todos os padrões de interferência $I_1 = \{1, 1, 1\}$, $I_2 = \{2, 1, 0\}$ e $I_3 = \{3, 0, 0\}$ resultariam em valor igual a 3 na saída do correlator (ou filtro casado) de um detetor convencional, causando um erro, caso o bit transmitido fosse igual a zero. Entretanto, ao utilizar-se limitação abrupta, os padrões seriam modificados pelo dispositivo para $I_1' = \{1, 1, 1\}$, $I_2' = \{1, 1, 0\}$ e $I_3' = \{1, 0, 0\}$. Portanto, as saídas correspondentes do correlator assumiriam os valores 3, 2 e 1, respectivamente. Assim, apenas o padrão I_1 poderia causar um erro de bit na detecção. Uma outra interpretação do benefício do limitador pode ser compreendida, notando-se que o nível médio da interferência entregue ao correlator torna-se menor, ampliando a excursão útil na saída do mesmo.

Outro aspecto pertinente dessa configuração é que a ação do limitador equivale a se efetuar a decisão abrupta do estado de cada chip no receptor, isto é, um modo alternativo de se implementar esta técnica consiste na utilização de um banco de K correlatores sincronizados com a seqüência do transmissor, e cada correlator detectando o estado de um determinado chip alocado na seqüência, conforme mostrado na Fig. 3-7. A saída de cada correlator é comparada com um nível de limiar igual à energia de chip, isto é, $z_\gamma = E_c = A^2 T_c$, e a decisão é por um bit 1 se, e somente se, todas as saídas dos correlatores atingirem esse patamar. Assim, essa técnica vale-se do ganho de codificação correspondente a um código de repetição, com regra de decisão por unanimidade.

Nesse caso, a relação sinal-interferência a que cada chip é submetido pode ser obtida a partir do desenvolvimento efetuado anteriormente, apenas considerando-se que a energia detectada corresponde a um intervalo de chip ativo e, portanto, tem-se que

$$E_c = \frac{E_s}{K}. \quad (3.40)$$

Logo,

$$\begin{aligned}
 (S/J)_L &= \frac{E^2[(E_c - z) | s_0]}{\text{var}(z | s_0)} = \frac{NE_c^2}{E_c E_{w_A}} \left(1 - \frac{\bar{w}}{A}\right)^2 \\
 &= \frac{NE_s}{KE_{w_A}} \left(1 - \frac{\bar{w}}{A}\right)^2.
 \end{aligned} \tag{3.41}$$

Assim, a relação sinal-interferência na saída de cada correlator é reduzida por um fator igual ao número de marcas do código em relação ao caso de detecção convencional, expressa em (3.30). No entanto, como um erro de bit só ocorre se o bit transmitido for zero e se a energia interferente em cada um dos K chips alocados na seqüência do usuário for maior ou igual a E_c , então, a probabilidade de erro em um detetor com limitação abrupta será dada por

$$P_{b_L} = \frac{1}{2} \left[\int_{E_c}^{\infty} p(z | s_0) dz \right]^K. \tag{3.42}$$

Portanto, apesar da degradação na relação sinal-interferência imposta pela técnica de limitação abrupta, é possível que o resultado da integral em (3.42) seja pequeno o suficiente para fornecer uma probabilidade de erro menor que no caso convencional, para algum valor de K . A investigação dessa possibilidade constitui o tema central do presente trabalho.

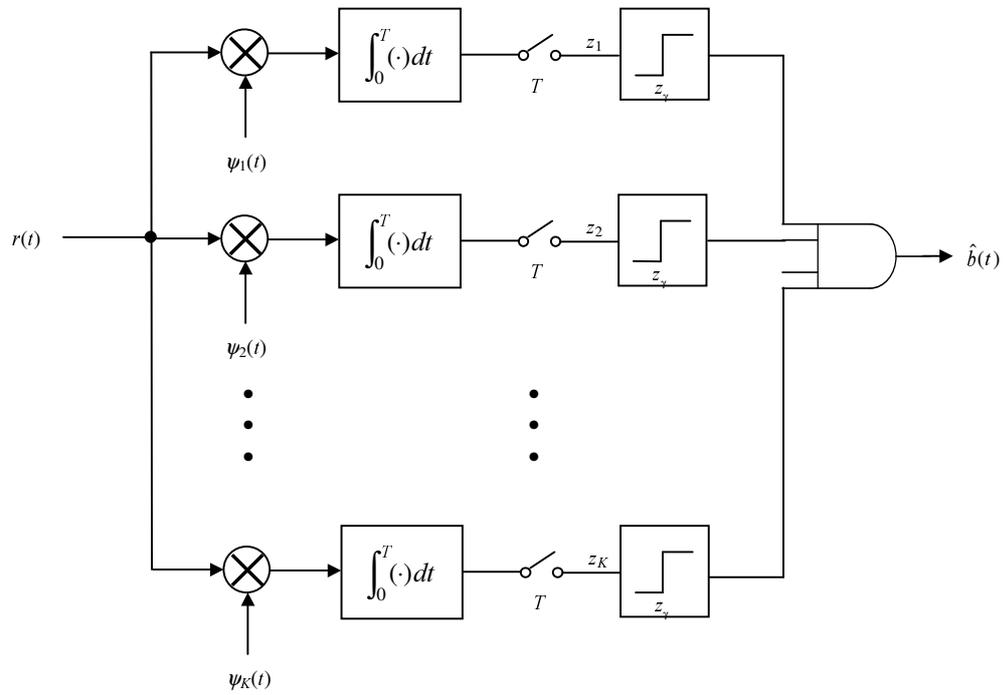


Figura 3-7: Esquema de recepção com limitação abrupta na saída de um banco de K correlatores e decisão por unanimidade.

Referências

- [1] Sampson, D. D., Pendock, G. J. and Griffin, R. A. “Photonic code-division multiple access communications.” *Fiber and Integr. Optics* 16:129-157, 1997.
- [2] North, D. O. “An analysis of the factors which determine signal/noise discrimination in pulsed-carrier systems.” *Proc. IEEE* 51:1016-1027, 1963.
- [3] Turin, G. L. “On the estimation in the presence of noise of the impulse response of a random, linear filter.” *IRE Trans. Inform. Theory* IT-3:5-10, 1957.
- [4] Cielo, P. and Delisle C. “Multiplexage em comunicacion optique par interférométrie à grande différence de marche en lumière blanche.” *Canad. J. Phys.* 54:2322-2331, 1976.
- [5] Nguyen, L., Aazhang, B. and Young J. F. “All-optical CDMA with bipolar codes.” *Electr. Letters* 31:469-470, 1995.
- [6] Carvalho, V. R., Tese de Mestrado: “Contribuições ao Cálculo Analítico do Desempenho de Redes Ópticas CDMA.” *FEEC-UNICAMP*, 2000.
- [7] Salehi, J. A. and Brackett, C. A. “Code division multiple-access techniques in optical fiber networks – Part II: Systems performance analysis.” *IEEE Trans. Comm.* 37:834-842, 1989.

Capítulo 4

CÓDIGOS UNIPOLARES COM APLICAÇÕES EM SISTEMAS CDMA ÓPTICOS

4.1 Introdução

Neste capítulo são estudados os principais códigos conhecidos para a geração de seqüências de espalhamento, adequadas para o emprego em sistemas CDMA ópticos unipolares. As características desejáveis para um código de espalhamento temporal são simplicidade de implementação, boas propriedades de autocorrelação e correlação cruzada para facilitar o processo de sincronização e fornecer taxas de erro pequenas, e diversidade de seqüências para acomodar o acesso de um grande número de usuários ao sistema.

Inicialmente são descritos os códigos baseados em *modulação por posição de pulso* (PPM) e o caso particular das *seqüências primas*, cuja característica principal é a simplicidade de implementação e, historicamente, foi o primeiro código proposto especificamente para a utilização em sistemas CDMA unipolares. Em seguida são enfocados os *códigos ópticos ortogonais* (OOC) que fornecem seqüências com as melhores propriedades de correlação cíclica, porém, ao custo de uma severa restrição no conjunto de seqüências disponíveis. Para cada um dos códigos é feita a análise de desempenho, em termos de probabilidade de erro, sob o efeito da interferência presente num ambiente de múltiplo acesso em que os diversos usuários concorrentes

compartilham um canal de comunicação comum, dividido por meio de suas respectivas seqüências de espalhamento.

4.2 Códigos PPM

Um sistema de modulação por posição de pulso é concebido ao definir-se um quadro composto por N intervalos distintos ou chips, dos quais apenas um pode ser ativado durante a transmissão de um símbolo. Assim, se a duração de cada chip é igual a T_c , o período do símbolo é dado por $T = NT_c$. Dependendo do objetivo do sistema, esse esquema de modulação pode ser empregado de diversas formas. Por exemplo, para um sistema composto por apenas um usuário, pode-se transmitir $M = \log_2 N$ bits de informação no intervalo de símbolo T , codificando-se a mensagem através da ativação de apenas um chip por símbolo.

O mesmo conceito pode ser aplicado a um sistema CDMA unipolar, ao se destinar para cada usuário que compartilha o canal uma seqüência distinta de estados de alocação de pulso, cada estado fornecendo a posição do pulso a ser enviado [1]. O usuário transmite um bit 1 ativando o chip alocado pela seqüência, e um bit 0 mantendo-o inativo. Uma forma de implementação desse esquema, mostrada na Fig. 4-1, consiste no mapeamento de cada um dos P estados de um gerador PN em palavras código de comprimento N , com apenas a posição do chip correspondente ao número do estado ativado, produzindo assim uma seqüência PPM pseudo-aleatória. Cada palavra código é combinada com um bit de informação (operação binária “E”), e o resultado é transmitido através do canal. O receptor, operando em sincronismo com o transmissor, realiza a operação inversa, decodificando o sinal recebido. Uma ilustração da operação do sistema está mostrada na Fig. 4-2.

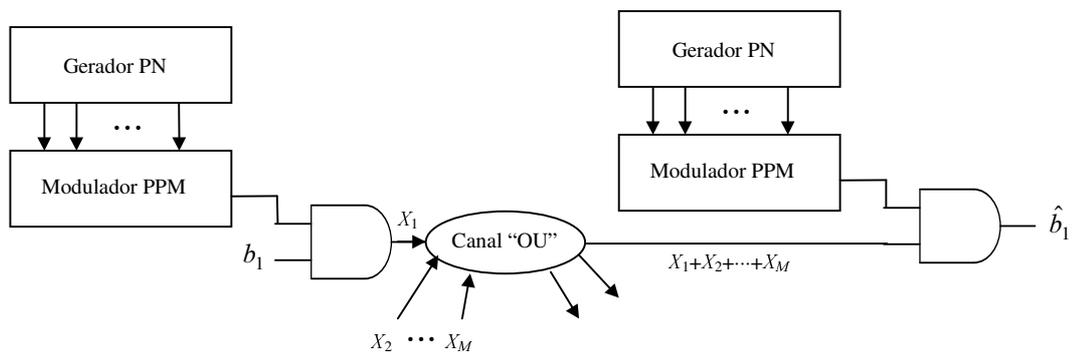


Figura 4-1: Modelo de um sistema CDMA unipolar utilizando modulação PPM.

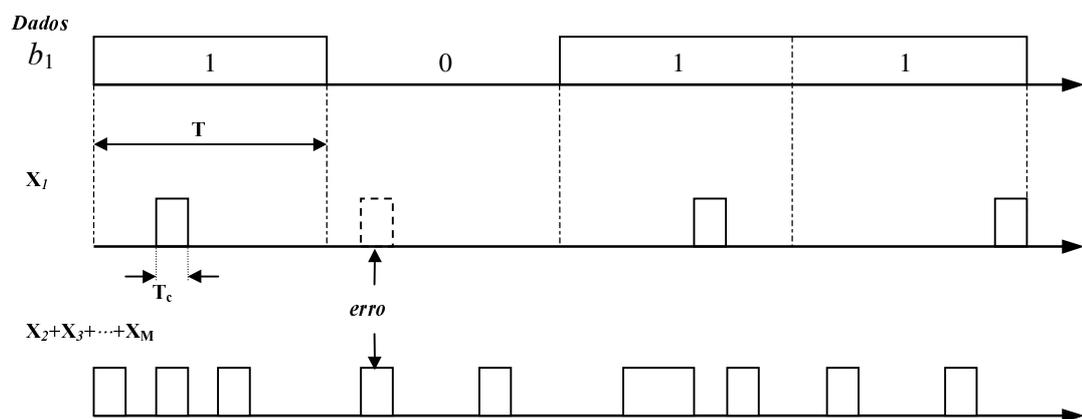


Figura 4-2: Operação do Sistema PPM-CDMA.

4.2.1 Desempenho dos Sistemas CDMA – PPM

Como pode ser observado na Fig. 4-2, os erros ocorrem quando o usuário de referência transmite um bit 0 e pelo menos um usuário interferente sinaliza um bit 1 por intermédio de um pulso cuja posição coincide com o chip alocado na sequência do usuário de interesse. Assumindo que as fontes binárias dos usuários são equiprováveis, isto é, $p_0 = p_1 = 1/2$, tem-se que a probabilidade de que um certo usuário interfira no usuário de referência é dada por

$$p = \frac{p_1}{N} = \frac{1}{2N}. \quad (4.1)$$

Assim, considerando a existência de M usuários compartilhando o sistema, a probabilidade de que o usuário de interesse não sofra interferência pode ser calculada por

$$\bar{P}_i = (1 - p)^{M-1}, \quad (4.2)$$

e, portanto, a probabilidade de erro resultante pode ser expressa através de

$$P_b = p_0(1 - \bar{P}_i) = \frac{1}{2} \left[1 - \left(1 - \frac{1}{2N} \right)^{M-1} \right]. \quad (4.3)$$

O resultado obtido na Eq. (4.3) considerou implicitamente que os usuários operam em sincronismo de chip. Naturalmente, essa condição não representa a operação típica dos sistemas CDMA, os quais apresentam o grande atrativo de permitir a inexistência de sincronismo entre os seus usuários. No entanto, para fins de avaliação de desempenho do sistema esta é uma hipótese simplificadora dos cálculos. Além disso, conjectura-se que a probabilidade de erro para o caso de sincronismo de chip seja um limitante superior para o caso mais geral de ausência de sincronismo, para todos os sistemas CDMA. Uma evidência desse fato pode ser constatada ao analisar-se o sistema PPM para apenas dois usuários compartilhando o sistema. Neste caso, considerando um controle de potência perfeito e um sistema de recepção convencional, como descrito no capítulo 3, com um limiar de decisão igual à energia do pulso, para que o interferente cause um erro no usuário de referência é necessário que o mesmo transmita o pulso coincidindo exatamente com a posição alocada na seqüência do mesmo. Se os usuários são independentes, a defasagem entre as

seqüências é uma variável aleatória com distribuição uniforme. Portanto, a probabilidade que o evento descrito ocorra tende a zero.

Uma questão adicional é a inferência do quão menor é a probabilidade de erro em relação ao caso chip-síncrono, pois, para o exemplo anterior a diferença entre os resultados é enorme. Para esse propósito, pode-se obter a expressão exata da probabilidade média de erro para o caso relativamente simples dos sistemas PPM-CDMA, de modo que as conclusões decorrentes sejam extrapoladas para outros sistemas mais complexos.

Considerando que a intensidade de interferência X_i , resultante entre duas seqüências PPM, é uma variável aleatória contínua que pode assumir valores entre 0 e 1, então, pode-se representar a sua função densidade de probabilidade (fdp) através da seguinte expressão:

$$f(x_i) = (1 - p)\delta(x_i) + p[u(x_i) - u(x_i - 1)], \quad (4.4)$$

onde $\delta(x)$ é a função impulso (delta de Dirac) e $u(x)$ representa a função degrau unitário. Definindo o evento de interferência efetiva I , quando a sua intensidade não é nula, isto é, para $X_i > 0$, cuja probabilidade é dada por $P(I) = p$, definida através de (4.1). Então, como a função densidade de probabilidade condicional $f(x_i | I)$ é uniforme entre 0 e 1, pode-se escrever que

$$f(x_i | I) = u(x_i) - u(x_i - 1). \quad (4.5)$$

Considerando a incidência aditiva de m interferentes efetivos, independentes e igualmente distribuídos sobre o usuário de referência, então, a fdp condicional da nova variável aleatória $X = X_1 + X_2 + \dots + X_m$ pode ser calculada através de operações de convolução sucessivas das fdps individuais, isto é,

$$f(x | I^m) = f(x_1 | I) * f(x_2 | I) * \dots * f(x_m | I), \quad (4.6)$$

onde I^m denota o evento de interferência com a contribuição efetiva de m usuários simultaneamente. Como todas as funções $f(x | I)$ são idênticas e descritas pela Eq. (4.5), pode-se mostrar que o resultado da operação em (4.6), no intervalo de interesse, entre 0 e 1, pode ser expresso por

$$f(x | I^m) = x^{m-1}, \quad 0 < x \leq 1. \quad (4.7)$$

Assim, a probabilidade condicional que o usuário de interesse sofra a interferência total ($X \geq 1$), sob a ação de m usuários ativos e interferentes, pode ser computada através de

$$P_e(I^m) = 1 - \int_0^1 f(x | I^m) dx = 1 - \int_0^1 x^{m-1} dx = 1 - \frac{1}{m}. \quad (4.8)$$

No entanto, a probabilidade que exatamente m usuários, dentre $M - 1$ concorrentes, interfiram simultaneamente no chip de referência pode ser expressa por

$$P(I^m) = \binom{M-1}{m} p^m (1-p)^{M-m-1}. \quad (4.9)$$

Levando-se em conta todas as possibilidades de eventos de erro e considerando que um erro de bit somente pode ocorrer quando o usuário de referência transmite um bit 0, então, finalmente obtém-se que a probabilidade de erro média para um sistema PPM-CDMA assíncrono é dado por

$$\begin{aligned}
P_e &= \frac{1}{2} \sum_{m=1}^{M-1} P(I^m) P_e(I^m) \\
&= \frac{1}{2} \sum_{m=1}^{M-1} \binom{M-1}{m} \left(1 - \frac{1}{m}\right) \left(\frac{1}{2N}\right)^m \left(1 - \frac{1}{2N}\right)^{M-m-1}.
\end{aligned} \tag{4.10}$$

A Fig. 4-3 mostra os gráficos de probabilidade de erro para os casos chip-síncrono e assíncrono em função do número de usuários para $N = 100$. Nota-se que, como previsto anteriormente, no caso de apenas dois usuários compartilhando o canal, a probabilidade de erro é nula para o caso assíncrono. No entanto, observa-se que a diferença de desempenho entre os dois casos é substancial, principalmente para um número de usuários pequeno ou moderado. A diferença se reduz lentamente à medida que o número de usuários cresce. Assim, pode-se concluir que a estimativa de desempenho de um sistema CDMA unipolar, ao se assumir a hipótese simplificadora da existência de sincronismo entre os chips das seqüências, reflete apenas a um limitante superior dos resultados reais para o caso assíncrono, e pode-se esperar um desempenho pelo menos uma ordem de grandeza melhor do que o estimado pelo limitante.

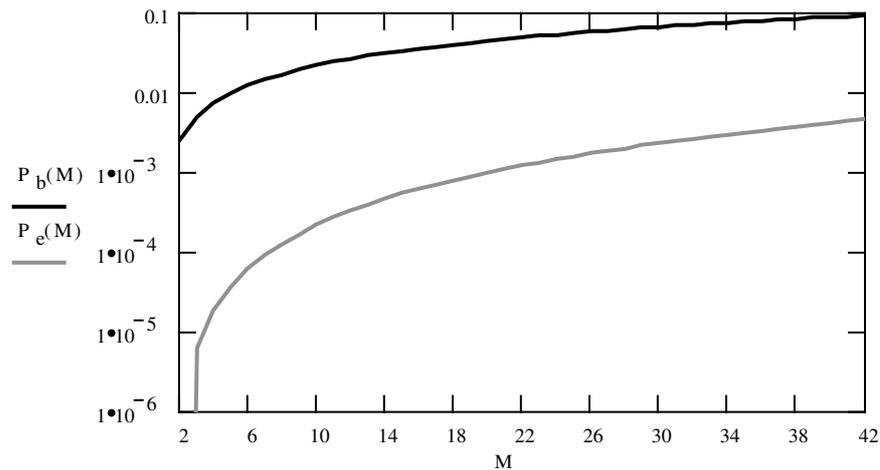


Figura 4-3: Probabilidade de erro para um sistema PPM-CDMA em função do número de usuários para os casos chip-síncrono e assíncrono ($N = 100$).

4.2.2 Seqüências Primas

As probabilidades de erro calculadas na subseção anterior são valores médios. De modo a minimizar os picos da probabilidade de erro para diferentes deslocamentos entre as seqüências, a correlação cruzada entre as mesmas deve ser pequena.

Deseja-se construir seqüências em que o valor do elemento das mesmas especifiquem a posição de um pulso dentro de um quadro composto por N intervalos, conforme mostrado na Fig. 4-4. As seqüências binárias obtidas resultam do mapeamento das seqüências originais de estados do gerador em posições temporais dos pulsos. De modo a se obter valores de correlação cíclica mínimos entre as seqüências, as distâncias entre pulsos devem ser diferentes para as diversas seqüências. Uma restrição adicional é que cada quadro deve conter apenas um pulso.

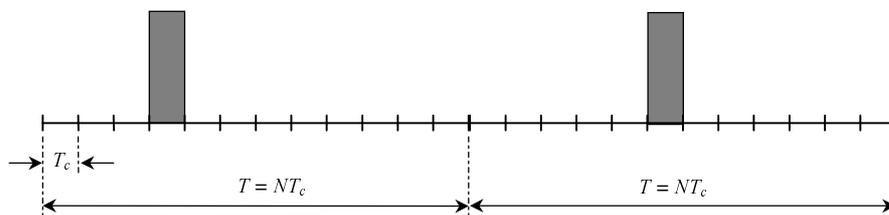


Figura 4-4: *Exemplo de um trecho de uma seqüência PPM.*

Shaar e Davies encontraram seqüências de mapeamento temporal quase ótimas que são produzidas a partir de uma tabela de multiplicação dos elementos de um corpo de Galois $GF(P)$, onde P é um número primo [2]. O conjunto de seqüências é construído da seguinte forma:

- (i) Seleciona-se um número primo P .
- (ii) Enumera-se os elementos de $GF(P)$ em ordem ascendente ou descendente.
- (iii) Multiplica-se essa linha por um elemento de $GF(P)$ módulo P .

Por razões óbvias, o conjunto de seqüências construídas por meio do algoritmo descrito acima são denominadas de *seqüências primas*. As seqüências resultantes para $P = 7$ estão mostradas na Tabela 4-1.

Tabela 4-1: Família de Seqüências Primas para $P = 7$.

Elementos de $GF(7)$							
em ordem ascendente	0	1	2	3	4	5	6
Seqüência S_0	0	0	0	0	0	0	0
Seqüência S_1	0	1	2	3	4	5	6
Seqüência S_2	0	2	4	6	1	3	5
Seqüência S_3	0	3	6	2	5	1	4
Seqüência S_4	0	4	1	5	2	6	3
Seqüência S_5	0	5	3	1	6	4	2
Seqüência S_6	0	6	5	4	3	2	1

A função de correlação de Hamming entre qualquer par de seqüências S_x e S_y é definida como

$$H_{S_x, S_y}(j) = \sum_{i=0}^{P-1} h(S_{x_i}, S_{y_{i+j}}) \quad 0 \leq j \leq P-1, \quad (4.11)$$

onde

$$h(S_x, S_y) = \begin{cases} 0 & \text{se } S_x \neq S_y \\ 1 & \text{se } S_x = S_y \end{cases}. \quad (4.12)$$

Para as seqüências primas, o valor de pico dessa função é igual a 1, isto é, apenas uma coincidência ocorre entre duas seqüências a cada deslocamento. Essa

propriedade é particularmente importante para certas aplicações como, por exemplo, sistemas de espalhamento espectral por salto em frequência. No caso de sistemas de espalhamento temporal é de maior relevância a função de correlação das seqüências mapeadas no tempo, definida como

$$\phi_{S'_x, S'_y}(\tau) = \sum_{n=0}^{P^2-1} S'_x(n) \cdot S'_y(n+\tau) \quad 0 \leq \tau \leq P^2 - 1. \quad (4.13)$$

Pode-se mostrar que para as seqüências primas essa função é igual a 1 para a seqüência S'_0 confrontada com qualquer outra seqüência do conjunto e apresenta um valor menor ou igual a 2 para qualquer outro par de seqüências [2]. Logo, existem no máximo duas coincidências entre as seqüências primas mapeadas temporalmente, conforme ilustrado na Fig. 4-5.

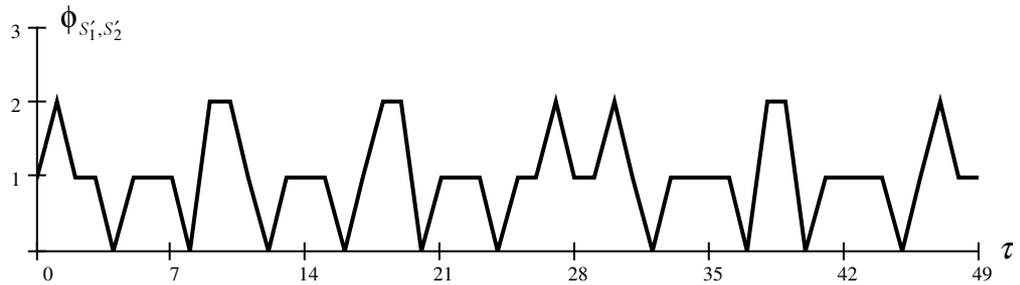


Figura 4-5: Função de correlação cruzada entre as seqüências S'_1 e S'_2 .

4.3 Códigos Ópticos Ortogonais

Um código óptico ortogonal (OOC) é uma família de seqüências binárias unipolares com boas propriedades de autocorrelação e correlação cruzada, isto é, a função de autocorrelação apresenta um valor máximo na origem e valores pequenos para deslocamentos diferentes de zero, enquanto que a função de correlação cruzada entre duas seqüências distintas permanece pequena para qualquer deslocamento relativo. O formato da função de autocorrelação facilita a detecção do sinal desejado, e o

pequeno valor da correlação cruzada reduz a interferência dos sinais indesejados no sistema. As seqüências OOC, em oposição às seqüências binárias bipolares (+1, -1), otimizam essas funções para a operação totalmente unipolar (0, 1). Essa importante distinção produz resultados bastante diferentes em relação ao caso bipolar.

4.3.1 Propriedades Fundamentais das Seqüências OOC

Um código óptico ortogonal C determinado pela quádrupla $(N, K, \lambda_a, \lambda_c)$ é uma família de seqüências (0, 1) de comprimento N e peso K que satisfazem as seguintes propriedades:

1) *Propriedade da Autocorrelação:*

$$\phi_{x,x}(\tau) = \sum_{n=0}^{N-1} x_n x_{n+\tau} \leq \lambda_a \quad (4.14)$$

para qualquer $x \in C$ e τ inteiro, $0 < \tau \leq N$.

2) *Propriedade da Correlação Cruzada:*

$$\phi_{x,y}(\tau) = \sum_{n=0}^{N-1} x_n y_{n+\tau} \leq \lambda_c \quad (4.15)$$

para $x \neq y \in C$ e qualquer inteiro τ .

As funções de correlação definidas em (4.14) e (4.15) são periódicas, o que equivale a tomar os índices subscritos dessas expressões reduzidos módulo N . Além disso, como cada seqüência tem um peso constante igual a K , então, tem-se que $\phi_{x,x}(0) = K$. Os números λ_a e λ_c são denominadas de restrições da autocorrelação e correlação cruzada, respectivamente. O tamanho de um código óptico ortogonal,

denotado por $|C|$, é o número de palavras-código, ou seqüências distintas pertencentes a C .

Os deslocamentos cíclicos das seqüências OOC não afetam as suas propriedades de correlação. Para um código C' obtido a partir de deslocamentos cíclicos arbitrários das palavras-código de C , tem-se que C' ainda é um código $(N, K, \lambda_a, \lambda_c)$. Portanto não se faz distinção entre C e C' .

Geralmente, deseja-se obter um código com boa diversidade de seqüências. Para um dado conjunto de valores N, K, λ_a e λ_c , o maior valor possível de palavras-código é denotado por $\Theta(N, K, \lambda_a, \lambda_c)$. Um código OOC que apresenta tamanho máximo é dito ótimo.

Os códigos OOC também podem ser interpretados sob a perspectiva da Teoria de Conjuntos. Um código $C: (N, K, \lambda_a, \lambda_c)$ pode ser considerado como uma família composta de conjuntos com K inteiros módulo N , cada conjunto correspondendo a uma palavra-código na qual os inteiros especificam os bits não nulos da mesma. Assim, as propriedades de correlação podem ser reformuladas como a seguir:

1') *Propriedade da Autocorrelação:*

$$|(a + X) \cap (b + X)| \leq \lambda_a, \quad (4.16)$$

onde $a + X = \{a + x : x \in X\}$ e todos os inteiros sob consideração são tomados módulo n , para qualquer $X \in C$ e $a \neq b \pmod n$.

2') *Propriedade da Correlação Cruzada:*

$$|(a + X) \cap (b + Y)| \leq \lambda_c, \quad (4.17)$$

para $X \neq Y \in C$ e a, b quaisquer. Para os códigos em que $\lambda = \lambda_a = \lambda_c$, adota-se notação simplificada (N, K, λ) .

Exemplos: $C = \{1011000100000\}$ é um código $(13,4,1)$ com apenas uma palavra-código. Na notação de conjuntos, tem-se que $C = \{0,2,3,7\} \bmod 13$.

$C = \{1100100000000, 1010000100000\}$ é um código $(13,3,1)$ com duas palavras-código. Logo, $C = \{0,1,4\}, \{0,2,7\} \bmod 13$.

Existe uma outra interpretação das propriedades de correlação. Verifica-se a partir da condição 1' que para cada $X \in C$, um inteiro $c \neq 0$ pode ser representado pela diferença $x - x'$, com $x, x' \in X$, de no máximo λ_a maneiras. Similarmente, a condição 2' implica que para cada par de conjuntos $X \neq Y \in C$, um inteiro $c \neq 0$ pode ser representado como a diferença $x - y$, com $x \in X$ e $y \in Y$, de no máximo λ_c maneiras. Então, um limitante superior para o tamanho máximo do código $(N, K, 1)$ pode ser obtido através do argumento das diferenças distintas. Seja C um código $(N, K, 1)$ e $\Delta(X) = \{x - x' : x, x' \in X \text{ e } x \neq x'\} \bmod N$ para $X \in C$. Como esse código não tem diferenças repetidas, $0 \notin \Delta(X)$. Portanto, $|\Delta(X)| = K(K-1)$ para qualquer $X \in C$, e $\Delta(X) \cap \Delta(Y) = \emptyset$ para quaisquer $X \neq Y \in C$. Logo, conclui-se imediatamente que

$$\Theta(N, K, 1) \leq \frac{N-1}{K(K-1)}. \quad (4.18)$$

Além disso, quando N é par, $N/2 \notin \Delta(X)$, e $|X \cap (n/2 + X)| \geq 2$. Portanto, nesse caso, o limitante é um pouco mais forte:

$$\Theta(N, K, 1) \leq \frac{N-2}{K(K-1)}, \quad n \text{ par}. \quad (4.19)$$

Um limitante superior para o número de seqüências distintas de um código OOC genérico, com $\lambda = \lambda_a = \lambda_c$, foi obtido em [3] e estabelece que

$$\Theta(N, K, \lambda) \leq \frac{(N-1) \cdots (N-\lambda)}{K(K-1) \cdots (K-\lambda)}. \quad (4.20)$$

Caso $\lambda_a \neq \lambda_c$ pode-se fazer $\lambda = \max\{\lambda_a, \lambda_c\}$ e aplicar o limitante anterior. Esse limitante é particularmente forte para valores pequenos de λ .

4.3.2 Construção de Códigos Ópticos Ortogonais

Os códigos ópticos ortogonais podem ser encarados como códigos de correção de erro com peso constante [4], nos quais cada uma das palavras-código são ciclicamente distintas. O problema de construção de tais códigos é complexo e diversos métodos foram desenvolvidos baseados em técnicas iterativas, análise combinatória, em geometria projetiva, na teoria de códigos de bloco e de corpos finitos.

Em seguida estão descritos três métodos para a construção de códigos OOC. O primeiro utiliza um algoritmo de força bruta [3] que é útil em muitos problemas combinatórios e computacionais, permitindo a obtenção de códigos $(N, K, \lambda_a, \lambda_c)$ genéricos, porém não necessariamente ótimos, isto é, o número de seqüências resultantes geralmente não é o máximo possível. O segundo método permite a construção de códigos com $\lambda_a = \lambda_c = 1$, e utiliza o projeto de blocos balanceados incompletos devido a Bose [5], cujos resultados foram generalizados por Wilson [6]. Os códigos resultantes, quando possíveis de serem obtidos por esse método, são ótimos no sentido que atingem os limites expressos em (4.18) e (4.19). Finalmente, apresenta-se um método para a construção de códigos ótimos com $\lambda_a = \lambda_c = 2$. O

algoritmo de construção é derivado da teoria de corpos finitos e foi obtido por Chung e Kumar [7].

Método 1 – Algoritmo Simples (Força Bruta) para a Construção de Códigos $(N, K, \lambda_a, \lambda_c)$:

Originalmente o código está vazio. Em $\binom{N}{K}$ passos, o algoritmo examina todas as palavras binárias de comprimento N e peso K , uma de cada vez. Se a palavra em teste satisfaz a propriedade de autocorrelação e correlação cruzada com todas as palavras já incluídas, então a mesma é adicionada ao código, senão a palavra é descartada.

O algoritmo pode ser implementado com complexidade computacional da ordem de $\binom{N}{K} C |K|^2$ e num espaço de armazenamento de da ordem de $|C|N$. O limitante inferior para o tamanho do OOC gerado pelo algoritmo [3] é dado por

$$\Theta(N, K, \lambda_a, \lambda_c) \geq \frac{\binom{N}{K} - \frac{N-1}{2} \binom{K}{\lambda_a+1} \binom{N}{K-\lambda_a-1}}{N \cdot \sum_{i=\lambda_c+1}^{\min(N-K, K)} \binom{N-K}{K-i} \binom{K}{i}} \quad (4.21)$$

Método 2 – Algoritmo de Wilson para a Construção de Códigos $(N, K, 1, 1)$:

K ímpar: - Seja $K = 2m + 1$ e $N = K(K - 1)t + 1$. Escolha os inteiros m e t tais que N seja um número primo. Seja α um elemento primitivo de $\text{GF}(N)$ tal que $\{\log_\alpha[\alpha^{2mkt} - 1] : 1 \leq k \leq m\}$ são todos distintos módulo m . Então o código consistindo dos blocos

$$\{\alpha^{mi}, \alpha^{mi+2mt}, \alpha^{mi+4mt}, \dots, \alpha^{mi+4m^2t}\} : i = 0, 1, \dots, t-1\}$$

compõem um código OOC com $\lambda = 1$.

K par: - Seja $K = 2m$ e $N = K(K-1)t + 1$. Escolha os inteiros m e t tais que N seja um número primo. Seja α um elemento primitivo de $\text{GF}(N)$ tal que $\{\log_{\alpha}[\alpha^{2mkt} - 1] : 1 \leq k \leq m-1\}$ são todos distintos e não nulos módulo m . Então o código consistindo dos blocos

$$\{[0, \alpha^{mi}, \alpha^{mi+2mt}, \alpha^{mi+4mt}, \dots, \alpha^{mi+4m(m-1)t}] : i = 0, 1, \dots, t-1\}$$

compõem um código OOC com $\lambda = 1$.

Método 3 – Algoritmo de Chung e Kumar para a Construção de Códigos $(N, K, 2, 2)$:

Seja α um elemento primitivo de $\text{GF}(p^{2m})$, sendo p um número primo e $m \geq 1$ inteiro. Faça $q = p^m + 1$, e seja $\beta = \alpha^q$. Seja f o mapa logarítmico de $\text{GF}(p^{2m}) \setminus \{0\}$ para os inteiros mod $p^{2m} - 1$. Então as funções características dos conjuntos S_i , $1 \leq i \leq p-2$, expressas por

$$S_i = \{f(x) \mid (x-1)^{p^m+1} = \beta^i\}$$

podem ser tomadas como palavras-código de um código ótimo $(p^2 - 1, p + 1, 2, 2)$, isto é, um OOC com $\lambda = 2$, comprimento $N = p^{2m} - 1$ e peso $K = p^m + 1$.

As Tabelas 4-2 e 4-3 mostram exemplos de códigos OOC obtidos através dos métodos 2 e 3, respectivamente. As Figuras 4-6(a) e 4-7(a) ilustram as funções de autocorrelação das seqüências S_1 de cada código, enquanto que as Figuras 4-6(b) e 4-7(b) mostram a função de correlação cruzada entre as seqüências S_1 e S_2 de cada código.

Tabela 4-2: OOC (61, 5, 1)

Seqüência	Posições dos bits 1
S_1	{1, 9, 20, 34, 58}
S_2	{4, 14, 19, 36, 49}
S_3	{13, 15, 16, 22, 56}

Tabela 4-3: OOC (63, 9, 2)

Seqüência	Posições dos bits 1
S_1	{1, 5, 8, 18, 28, 31, 35, 40, 59}
S_2	{2, 7, 10, 16, 17, 36, 55, 56, 62}
S_3	{3, 11, 24, 25, 27, 29, 30, 43, 51}
S_4	{4, 9, 14, 20, 32, 34, 47, 49, 61}
S_5	{6, 22, 23, 39, 48, 50, 54, 58, 60}
S_6	{12, 15, 33, 37, 44, 45, 46, 53, 57}

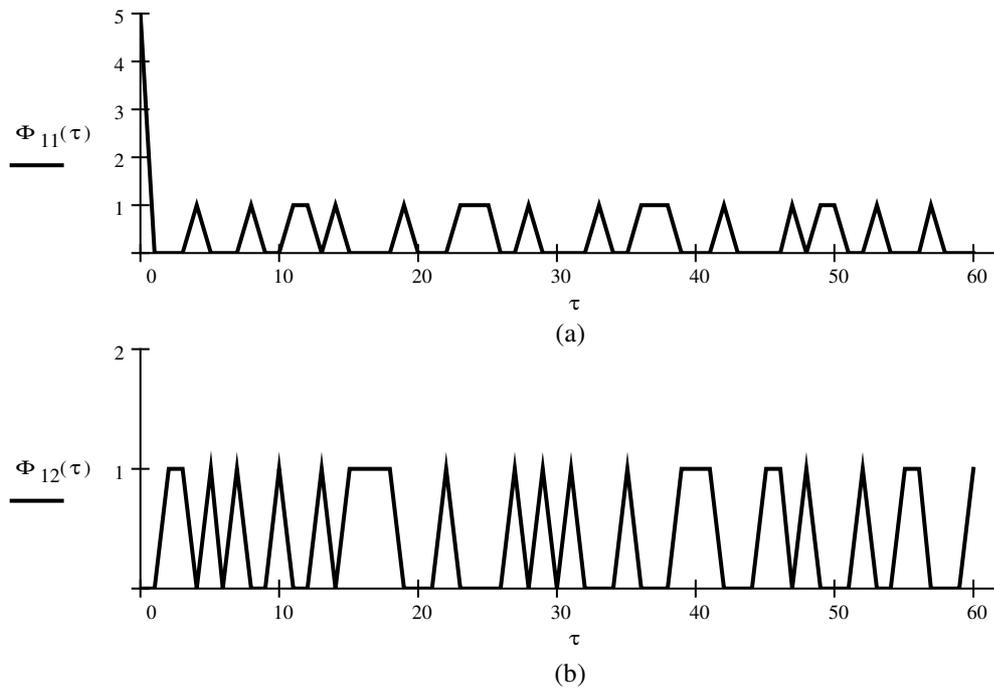


Figura 4-6: Funções de autocorrelação da seqüência S_1 (a) e correlação cruzada entre as seqüências S_1 e S_2 (b), para o código OOC ($\lambda = 1$) da Tabela 4-2.

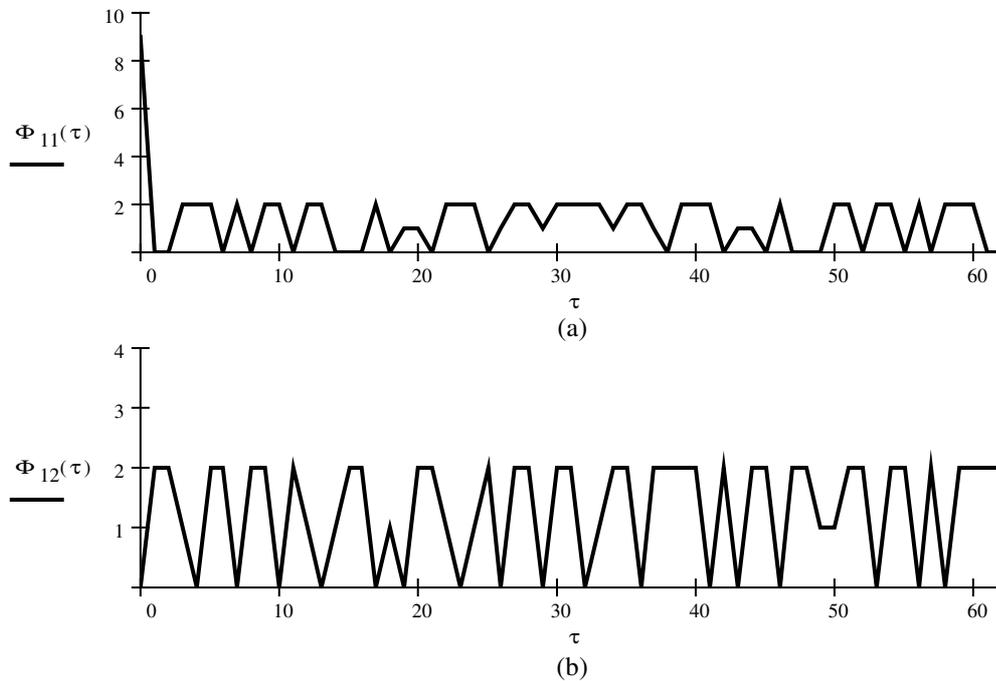


Figura 4-7: Funções de autocorrelação da seqüência S_1 (a) e correlação cruzada entre as seqüências S_1 e S_2 (b), para o código OOC ($\lambda = 2$) da Tabela 4-3.

4.3.3 Desempenho dos Sistemas CDMA – OOC ($\lambda = 1$)

Nesta seção deseja-se avaliar a probabilidade de se efetuar uma decisão errônea devido a interferência de múltiplo acesso para um sistema CDMA empregando seqüências OOC com $\lambda = 1$. O efeito negativo do ruído térmico e ruído balístico no processo de detecção fotônica é desprezada. Portanto, os resultados devem ser interpretados como o desempenho assintótico de uma rede de comunicação à medida que a relação sinal – ruído do sistema tende para infinito

A função densidade de probabilidade de interferência entre duas seqüências OOC com parâmetros $(N, K, 1)$ pode ser obtida a partir do seguinte raciocínio: - Fixando-se uma dentre as K marcas ativas de uma das seqüências, verifica-se que esta pode

sofrer a interferência para K deslocamentos relativos da outra seqüência. Como por hipótese $\lambda = 1$, então, cada uma das coincidências afeta apenas a marca selecionada. Assim, considerando a possibilidade de interferência em qualquer uma das marcas ativas, conclui-se que existem K^2 deslocamentos relativos que resultam em colisão entre as seqüências, afetando sempre apenas uma das marcas ativas das mesmas. Logo, como as seqüências têm comprimento N , a função densidade de probabilidade de interferência entre duas seqüências é dada por

$$p_I(i) = \left(1 - \frac{K^2}{N}\right) \delta(i) + \frac{K^2}{N} \delta(i-1), \quad (4.22)$$

onde a variável aleatória I representa o evento de interferência para $i = 1$ e ausência de colisão quando $i = 0$, e $\delta(\cdot)$ representa o impulso discreto (delta de Kronecker).

Considerando um sistema CDMA, com M usuários compartilhando simultaneamente o meio de comunicação, em que cada um sinaliza um bit 1 ativando a sua seqüência particular e transmitindo um bit 0 enviando a palavra toda nula, então, a probabilidade que um pulso pertencente a um certo usuário se sobreponha a uma das marcas reservadas do usuário de referência pode ser calculada por

$$q = \frac{K^2}{2N}, \quad (4.23)$$

onde o fator $\frac{1}{2}$ é devido a probabilidade de um usuário interferente transmitir um bit 1. Assim, o número de usuários que interferem na seqüência do usuário de referência segue uma distribuição binomial expressa por

$$\Pr(m) = \binom{M-1}{m} q^m (1-q)^{M-1-m}, \quad (4.24)$$

onde $\Pr(m)$ representa a probabilidade do evento de interferência por m usuários simultaneamente.

A probabilidade de erro depende do tipo de detecção utilizado. Para detecção convencional (vide capítulo 3), um erro ocorre se o usuário de referência transmite um bit 0 e um número maior ou igual a K usuários interferem na seqüência transmitida (toda nula). Logo, neste caso, a probabilidade de erro de bit média pode ser computada por

$$P_b = \frac{1}{2} \sum_{m=K}^{M-1} \binom{M-1}{m} q^m (1-q)^{M-1-m} . \quad (4.25)$$

Para o caso de detecção por limitação abrupta, o evento de erro ocorre apenas se o padrão de interferência atinge todas as marcas reservadas do usuário de referência. O cálculo exato dessa probabilidade é bastante complexo e foi obtido por Azizoglu, Salehi e Li [8]. A seguir encontra-se reproduzido o resultado final:

$$P_b = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^K (-1)^k \binom{K}{k} \left(1 - \frac{qk}{K}\right)^{M-1} \quad (4.26)$$

Como pode ser observado na Fig. 4-8, a técnica de limitação abrupta resulta numa probabilidade de erro sensivelmente menor em relação à detecção convencional.

Supondo um sistema CDMA - OOC que utilize um código (501, 5, 1), verifica-se a partir de (4.18) que o número máximo de seqüências disponíveis é igual a 25. Logo, esse número constitui o limite no número de usuários que poderiam compartilhar o sistema simultaneamente. A Fig. 4-9 mostra a evolução da taxa de erro para um número crescente de usuários compartilhando esse sistema, até o valor máximo, considerando os casos de detecção convencional e por limitação abrupta. Observa-se que a probabilidade de erro é nula quando $M \leq K$.

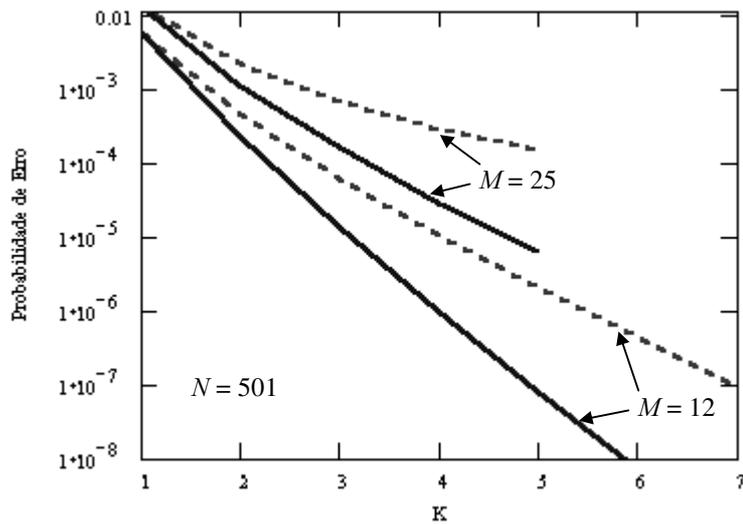


Figura 4-8: Probabilidade de erro para sistemas CDMA utilizando códigos OOC (501, K , 1), considerando detecção convencional (curvas tracejadas) e limitação abrupta (curvas contínuas), para $M = 12$ e $M = 25$.

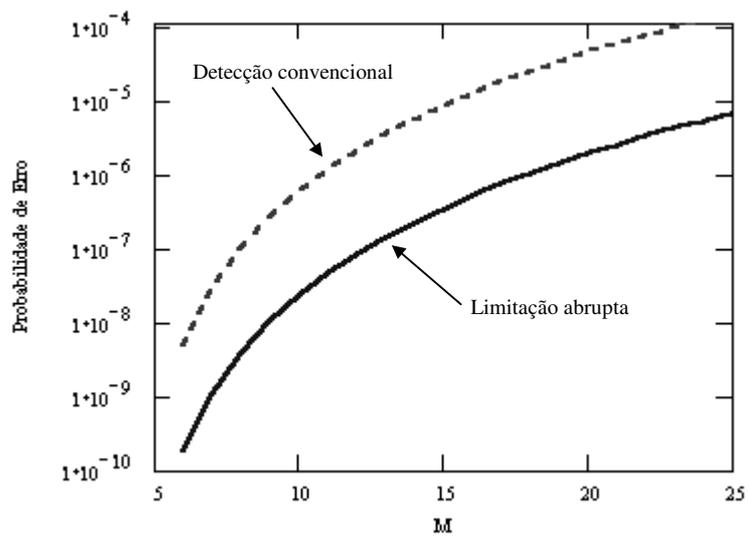


Figura 4-9: Evolução da probabilidade de erro com o número de usuários para um sistema CDMA utilizando um código (501, 5, 1) para detecção convencional e por limitação abrupta.

4.3.4 Desempenho de Sistemas CDMA – OOC ($\lambda = 2$)

Os códigos ópticos ortogonais com $\lambda = 1$ apresentam a propriedade interessante de correlação cruzada e autocorrelação mínimas no universo dos códigos unipolares. Em consequência, dado um código de peso K , a interferência causada pelos usuários de múltiplo acesso é minimizada quando comparada aos outros códigos de mesmo peso. A restrição, no entanto, é que o número de seqüências distintas, isto é, o número de usuários no sistema fica bastante limitado, em decorrência de (4.18). Este fato coloca um limite superior no número de pulsos K que pode ser usado para um certo número de usuários que se necessita acomodar. Portanto, existe um compromisso entre capacidade e desempenho em termos de taxa de erro no sistema. Assim, surge a necessidade de se investigar o desempenho de códigos menos estruturados, porém, que forneçam uma gama mais ampla de seqüências [8].

Para um código OOC com $\lambda = 2$, verifica-se a partir de (4.20) que o número de seqüências distintas fica limitado a

$$\Theta(N, K, 2) \leq \frac{(N-1)(N-2)}{K(K-1)(K-2)}, \quad (4.27)$$

que é consideravelmente maior que o fornecido por (4.18). Por exemplo, para um OOC (501, 5, 1) obtém-se que o número máximo de usuários é igual a 25. Já para um código (501, 5, 2) esse número pode atingir mais de 4000 seqüências.

De modo a se avaliar o desempenho dos códigos com $\lambda = 2$, é necessário obter a probabilidade que duas seqüências se sobreponham em uma posição e em duas posições de pulso. Considerando duas palavras código S_1 e S_2 , cada uma de comprimento N e peso K , então, denota-se que $S_k(j) = 1$ se a j -ésima posição da seqüência S_k contém uma marca ativa e $S_k(j) = 0$, caso contrário, $1 \leq j \leq N$ e $k = 1, 2$.

Seja $\phi_{12}(\tau)$ a correlação entre S_1 e S_2 com τ deslocamentos. Portanto, pode-se escrever que

$$\phi_{12}(\tau) = \sum_{j=1}^N S_1(j)S_2(j \oplus \tau), \quad (4.28)$$

onde \oplus representa a operação de adição módulo N . Assumindo que as fronteiras de bit dos usuários não estejam alinhadas, então, o deslocamento relativo entre S_1 e S_2 é uma variável aleatória discreta com distribuição uniforme entre 0 e $N - 1$. Logo, o valor esperado de $\phi_{12}(\tau)$ pode ser obtido através de

$$E[\phi_{12}(\tau)] = \sum_{\tau=0}^{N-1} \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N S_1(j)S_2(j \oplus \tau) = \frac{K^2}{N}. \quad (4.29)$$

A correlação média não depende da estrutura do código, apenas do seu peso e comprimento. Para um código com $\lambda = 2$, $\phi_{12}(\tau)$ é uma variável aleatória ternária que pode assumir os valores 0, 1 e 2. Se p_1 e p_2 são as probabilidades dessa variável assumir os valores 1 e 2 respectivamente, então, com auxílio de (4.29) obtém-se que

$$E[\phi_{12}(\tau)] = p_1 + 2p_2 = \frac{K^2}{N}. \quad (4.30)$$

Logo, de forma similar ao desenvolvido na subseção 4.3.3, pode-se expressar a função densidade de probabilidade de interferência entre duas seqüências $(N, K, 2)$ através de

$$p_I(i) = (1 - p_1 - p_2)\delta(i) + p_1\delta(i-1) + p_2\delta(i-2). \quad (4.31)$$

As probabilidades p_1 e p_2 dependem do código particular usado. No entanto, a partir da Fig. 4-7 verifica-se que para códigos moderadamente densos, a maioria dos padrões de interferência ocorrem em duas marcas simultaneamente. Portanto, ao se considerar que $p_1 \approx 0$, pode-se aproximar (4.31) para

$$p_l(i) \cong \left(1 - \frac{K^2}{2N}\right) \delta(i) + \frac{K^2}{2N} \delta(i-2). \quad (4.32)$$

Novamente, considerando-se um sistema CDMA com M usuários compartilhando simultaneamente o meio de comunicação, em que cada um sinaliza um bit 1 ativando a sua seqüência particular e transmitindo um bit 0 enviando a palavra toda nula, então, o limitante superior para a probabilidade de dois pulsos pertencentes a um certo usuário se sobreponham à duas marcas reservadas do usuário de referência pode ser calculada por

$$q_2 \leq \frac{1}{2} \cdot \frac{K^2}{2N} = \frac{K^2}{4N}, \quad (4.33)$$

onde o fator $\frac{1}{2}$ adicional é devido a probabilidade do interferente transmitir um bit 1.

4.3.4.1 Probabilidade de Erro com Detecção Convencional

Como, agora, cada evento de interferência corresponde a uma colisão em duas marcas reservadas do usuário de referência, então, para o caso de detecção convencional, a ocorrência de um erro de bit fica condicionado a incidência de pelo menos $\lceil K/2 \rceil$ eventos de interferência simultâneos sobre a seqüência de interesse, onde $\lceil x \rceil$ representa o inteiro maior ou igual a x . Logo, o limitante superior (e uma aproximação) da probabilidade de erro para um sistema CDMA unipolar, utilizando seqüências de espalhamento OOC $(N, K, 2)$ e detecção convencional, pode ser obtida por

$$P_b \leq \frac{1}{2} \sum_{m=\lceil K/2 \rceil}^{M-1} \binom{M-1}{m} q_2^m (1-q_2)^{M-1-m}, \quad K \text{ par} \quad (4.34a)$$

e

$$P_b \leq \frac{1}{2} \sum_{m=\frac{\lceil K+1 \rceil}{2}}^{M-1} \binom{M-1}{m} q_2^m (1-q_2)^{M-1-m}, \quad K \text{ ímpar}. \quad (4.34b)$$

A Fig. 4-10 mostra dois gráficos comparativos de desempenho para sistemas CDMA utilizando detecção convencional. Cada gráfico mostra a evolução da probabilidade de erro considerando-se a utilização de códigos com $\lambda = 1$ e $\lambda = 2$. Uma propriedade interessante é que, para esse último, os valores da probabilidade de erro oscilam quando se promove o incremento de uma unidade no peso do código, isto é, considerando um valor de K par, verifica-se que $P_b(K-1) < P_b(K)$. Portanto, ao se utilizar um código com $\lambda = 2$, deve-se adotar, preferencialmente, um valor para K ímpar. Um segundo aspecto relevante é que, apesar do OOC com $\lambda = 1$ fornecer menor probabilidade de erro para um valor de K fixo, o desempenho do código com $\lambda = 2$ pode ser superior, pois, dado um número de usuários, o peso máximo disponível para o primeiro se exaure em um valor bem inferior do que para aquele último. Esse fato pode ser observado na Fig. 4-10(a). Entretanto, essa característica não ocorre em todas as situações. Na realidade, como mostra a Fig. 4-10(b), para um sistema com maior número de usuários, o desempenho do código $\lambda = 1$ se mostra superior em toda a faixa de valores possíveis para K .

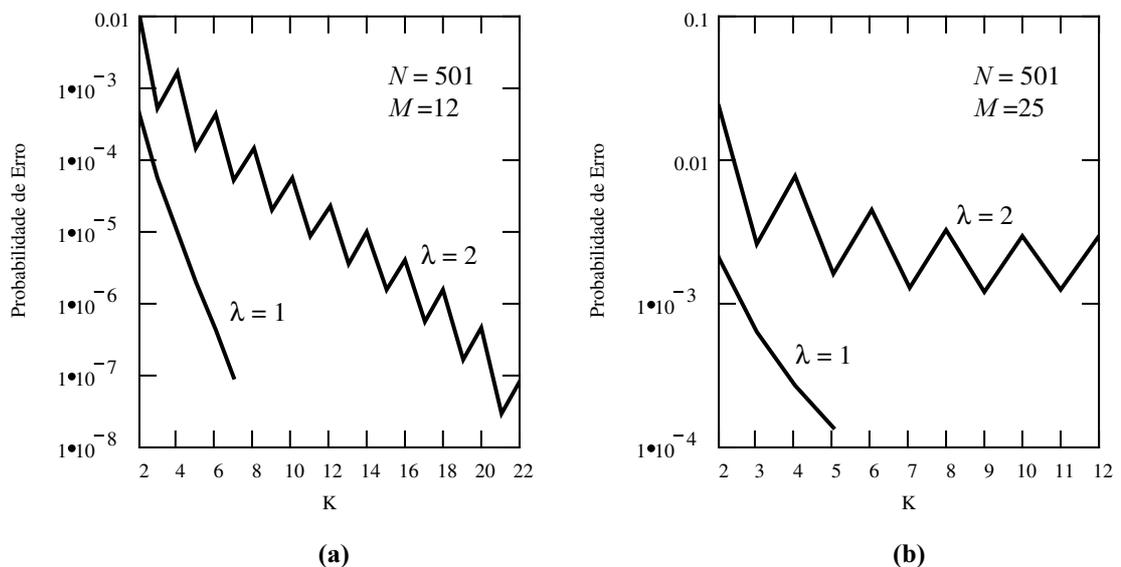


Figura 4-10: Probabilidade de erro ($\lambda = 1$) e limitante superior da probabilidade de erro ($\lambda = 2$) para detecção convencional em função do peso K .

4.3.4.2 Probabilidade de Erro com Limitação Abrupta

A seguir analisa-se o caso de detecção por limitação abrupta. A variação das estatísticas da interferência entre diferentes usuários utilizando seqüências $\lambda = 2$, novamente, acarreta grande complexidade para a análise geral de desempenho dos sistemas CDMA utilizando esses códigos e detecção abrupta. Deste modo, a análise a seguir considera a situação de pior caso, resultando numa estimativa de desempenho mínima que pode ser alcançado pelo sistema. Como já mencionado, a condição de pior caso ocorre quando todos os eventos de interferência causam uma sobreposição de duas marcas reservadas na seqüência de referência, isto é, para $p_1 = 0$ e $p_2 = K^2/2N$. Essa distribuição de probabilidade maximiza também a variância da correlação $\phi_{12}(\tau)$ sujeita à restrição expressa em (4.30). Este fato pode ser verificado porque $\sigma^2 = (p_1 + 4p_2) - (p_1 + 2p_2)^2$ e, de acordo com (4.30), pode se escrever que $\sigma^2 = 2p_2 + K^2/N - K^4/N^2$. Portanto, essa expressão é maximizada para p_2 o maior possível [8].

A probabilidade de erro no caso de detecção com limitação abrupta pode ser expressa na forma

$$P_b = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^{M-1} \binom{M-1}{m} q_2^m (1-q_2)^{M-1-m} P_b(m) \quad (4.35)$$

onde q_2 está expresso em (4.33) e $P_b(m)$ é a probabilidade de ocorrência de erro condicionada a presença de m usuários em estado ativo no canal, isto é, transmitindo bits iguais a 1 simultaneamente. Um erro ocorre somente quando o padrão de interferência $\bar{\alpha}(m)$ é tal que todos os chips reservados da seqüência do usuário de interesse são afetados, isto é, quando o padrão de interferência tem todas as suas

entradas não nulas. Logo, como cada interferente contribui com dois pulsos no total, o padrão de interferência pertence ao conjunto definido por

$$A_m = \left\{ \vec{\alpha} : \sum_{k=1}^K \alpha_k = 2m, \quad \alpha_k = 0, 1, \dots, m \right\}. \quad (4.36)$$

Portanto, $P_b(m)$ pode ser escrito como

$$P_b(m) = \sum_{\substack{\vec{\alpha} \in A_m \\ \vec{\alpha} > 0}} \Pr(\vec{\alpha}; A_m), \quad (4.37)$$

onde $\vec{\alpha} > 0$ indica que todas as entradas são estritamente positivas. O cálculo exato de $\Pr(\vec{\alpha}; A_m)$ requer a determinação de todas as soluções inteiras e não negativas de um sistema linear com $\binom{K}{2}$ incógnitas e K equações [8]. Este sistema tem solução única apenas para $K = 2$ e $K = 3$. Para esses casos a probabilidade de erro resultante são expressas por

$$P_b = \frac{1}{2} \left[1 - (1 - 1/N)^{M-1} \right], \quad K = 2 \quad (4.38a)$$

e

$$P_b = \frac{1}{2} - \frac{3}{2} \left(1 - \frac{3}{2N} \right)^{M-1} + \left(1 - \frac{9}{4N} \right)^{M-1}, \quad K = 3. \quad (4.38b)$$

Para $K \geq 4$, o cômputo exato torna-se impraticável, pois, a solução do sistema de equações não é única. Por esta razão, são fornecidos limitantes inferior e superior da probabilidade de erro como descrito a seguir.

Considerando um jogo de loteria em que m indivíduos são convidados a escolher aleatoriamente um par de números inteiros entre 1 e K (sem possibilidade de repetição), então, a probabilidade que a totalidade dos números sejam selecionados pelos participantes coincide exatamente com $P_b(m)$ para um código com $\lambda = 2$. Se o

jogo for modificado de tal forma que agora os jogadores sejam convidados a escolher dois números de modo independente, então, a probabilidade que todos os números sejam sorteados diminui devido a possibilidade que algum jogador escolha números idênticos. Esta probabilidade corresponde, também, com o caso em que $2m$ participantes escolhem apenas um número cada, o que equivale a $P_b(2m)$ para o OOC com $\lambda = 1$. Logo, um limitante inferior da probabilidade de erro para um sistema CDMA utilizando códigos $\lambda = 2$ e detecção por limitação detecção abrupta [8] pode ser expresso por

$$P_b \geq \frac{1}{2} \sum_{k=0}^K (-1)^k \binom{K}{k} \left[1 - \frac{q_2 k}{K} \left(2 - \frac{k}{K} \right) \right]^{M-1}. \quad (4.39)$$

Para se obter um limitante superior, o jogo de loteria pode ser modificado de modo que cada participante deve sortear um número entre 1 e $K/2$, e escolher o segundo número igual ao primeiro mais $K/2$. Com essa modificação, a probabilidade que todos os números sejam sorteados aumenta em relação ao jogo original, onde cada participante sorteava um par de números. Logo, a nova loteria guarda correspondência com o caso de um sistema CDMA utilizando um OOC $(N, K/2, 1)$ e, portanto, para valores pares de K , obtém-se que

$$P_b \leq \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{K/2} (-1)^k \binom{K/2}{k} \left(1 - \frac{qk}{K} \right)^{M-1}, \quad (4.40)$$

onde $q = 2q_2$, em conformidade com (4.23) e (4.33).

A Fig. 4.11 ilustra a dependência do desempenho de um sistema CDMA compartilhado por $M = 25$ usuários, utilizando um código com comprimento $N = 501$ e $\lambda = 2$, com o peso do código K . Estão mostrados os limitantes superior e inferior da probabilidade de erro, bem como os resultados de simulação do sistema. Como referência, também foi incluído o gráfico de probabilidade de erro de um sistema OOC-1 equivalente. Observa-se que no domínio de existência deste último, o mesmo

fornece um desempenho bastante superior em relação ao sistema com $\lambda = 2$. No entanto, como o OOC-2 admite valores para K bem maiores para um dado número de usuários, verifica-se que o seu desempenho pode exceder o do sistema OOC-1, desde que o peso do código seja suficientemente grande.

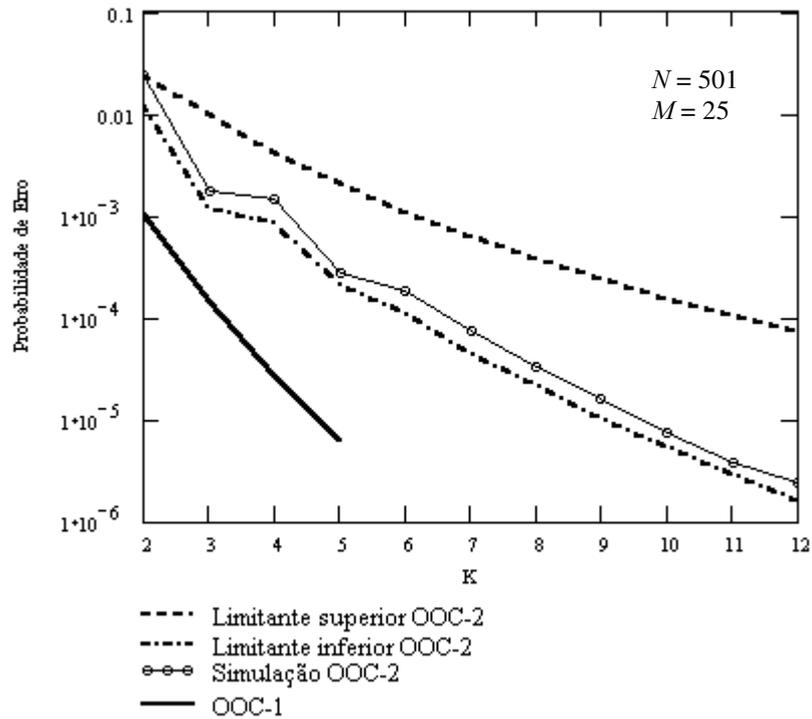


Figura 4-11: Limitantes superior e inferior da probabilidade de erro e resultados de simulação para um sistema CDMA com detecção por limitação abrupta, em função do peso K , para códigos com $\lambda = 2$, comparado a um sistema similar utilizando OOC-1.

Uma outra constatação é que os resultados de simulação mostram de forma consistente que, para valores crescentes de K , a taxa de erro aparente difere de um fator constante em relação ao limitante inferior. Após exaustivos ensaios estatísticos, concluiu-se que o valor médio desse fator converge para $\ln(2)$. Assim, como mostrado na Fig. 4-11, uma boa aproximação para a probabilidade de erro de um

sistema CDMA utilizando códigos OOC com $\lambda = 2$ e limitação abrupta no receptor, pode ser obtida pela seguinte fórmula:

$$P_b \cong \frac{1}{2 \ln 2} \sum_{k=0}^K (-1)^k \binom{K}{k} \left[1 - \frac{Kk}{4N} \left(2 - \frac{k}{K} \right) \right]^{M-1}. \quad (4.41)$$

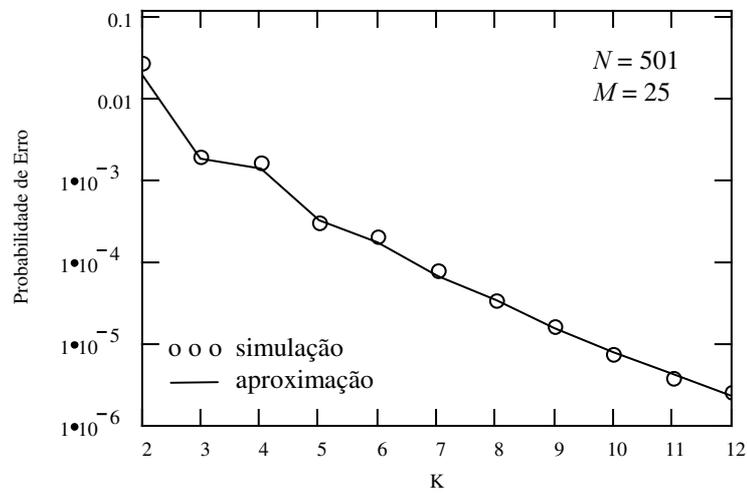


Figura 4-12: Probabilidade de erro aproximada para um sistema CDMA com detecção por limitação abrupta e $\lambda = 2$.

Referências

- [1] P. A. Davies and A. A. Shaar, “Asynchronous multiplexing for an optical-fibre local area network”, *Electron. Lett.*, vol. 19, no. 10, pp. 390-392, May 1983.
- [2] A. A. Shaar and P. A. Davies, “Prime sequences: Quasi-optimal sequences for OR channel code division multiplexing”, *Electron. Lett.*, vol. 19, no. 21, pp. 888-889, Oct. 1983.
- [3] F. R. K. Chung, J. A. Salehi and V. K. Wei, “Optical orthogonal codes: Design, analysis, and applications”, *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. IT-35, pp. 595-604, May 1989.
- [4] F. J. MacWilliams and N. J. A. Sloane, “The theory of error-correcting codes”, Amsterdam: North-Holland, 1977.
- [5] R. C. Bose, “On the construction of balanced incomplete block design”, *Ann. Eugenics*, vol. 9, pp. 353-399, 1939.
- [6] R. M. Wilson, “Cyclotomy and difference families in elementary abelian groups”, *J. Number Theory*, vol. 4, pp. 17-47, 1972.
- [7] H. Chung and P. V. Kumar, “Optical Orthogonal Codes – New bounds and an optimal construction”, *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 36, no. 4, pp. 866-873, July 1990.
- [8] M. Azizoglu, J. A. Salehi and Y. Li, “Optical CDMA via temporal codes”, *IEEE Trans. on Communications*, vol. 40, no. 7, pp. 1162-1170, July 1992.

Capítulo 5

CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA PESQUISA FUTURA

No presente trabalho foi feita uma abordagem dos sistemas CDMA com sinalização unipolar, adequados para redes de comunicação por meios óticos como, por exemplo, fibras óticas e redes infravermelho. Analisou-se o comportamento desses sistemas em canais unipolares submetidos à interferência estritamente positiva, e verificou-se o seu desempenho para diversos códigos de espalhamento apropriados para essa aplicação. A seguir são apresentadas diversas conclusões sobre o assunto e alguns temas para pesquisa futura são apontados.

5.1 Conclusões

Inicialmente foram apresentados os fundamentos sobre espalhamento espectral e, em especial, a técnica de espalhamento espectral por seqüência direta. O modelo clássico de um sistema DS-SS, equacionado no espaço de sinais N -dimensional, foi estendido para o caso de sinalização unipolar e interferência no canal de transmissão estritamente positiva. As estruturas de detecção convencional, utilizando correladores ou filtros casados, foram analisadas sob essa perspectiva. Como resultado, as expressões correspondentes para a relação sinal - interferência e o ganho de processamento foram obtidas.

Verificou-se que, apesar do espalhamento espectral ser efetivo, diminuindo o nível de interferência na saída do detetor por um fator equivalente à dimensão do espaço do sinal, o ganho de processamento sofre uma redução com o nível médio da interferência. Este fato, permite prever que os sistemas CDMA unipolares utilizando detecção convencional podem apresentar uma característica incomum na curva de probabilidade de erro: - a inversão no seu comportamento para códigos de peso maiores. Essa característica pode ser observada na Fig. 4-10(b) para o OOC com $\lambda=2$. Logo, dependendo do tipo de código empregado, pode existir um valor de K ótimo, fornecendo uma probabilidade de erro mínima.

Na análise de desempenho dos sistemas CDMA tratados no presente e em outros trabalhos, assume-se a hipótese simplificadora que os diversos usuários operam em sincronismo de chip. Sabe-se que ao aplicar-se essa restrição, então, o resultado decorrente para a probabilidade de erro corresponde a um limitante superior. No entanto, uma estimativa da distância entre o limitante e a taxa de erro para sistemas assíncronos era, em grande parte, desconhecida. Com essa motivação, foi possível obter uma expressão exata para a probabilidade de erro para o caso de sistemas CDMA – PPM assíncronos. Os resultados mostram que a diferença de desempenho é significativa e, portanto, esse resultado constitui um forte indício que para sistemas CDMA unipolares com tráfego não extremamente intenso, o desempenho real seja pelo menos uma ordem de grandeza melhor do que resultado previsto pelo limitante superior da probabilidade de erro.

Os códigos ópticos ortogonais foram estudados. As propriedades fundamentais das seqüências OOC foram discutidas, mostrando as suas excelentes propriedades de correlação cíclica. No entanto, como decorrência da forte limitação no número de seqüências disponíveis para os códigos com $\lambda =1$, também foram considerados os

códigos com $\lambda = 2$. Algumas técnicas de construção de códigos ópticos ortogonais são descritas, incluindo os casos com limites máximos de correlação $\lambda = 1$ e $\lambda = 2$.

O desempenho dos sistemas CDMA usando códigos OOC foi caracterizado a partir da distribuição de probabilidade de interferência num ambiente de múltiplo acesso para ambos os casos. Foram mostradas expressões e gráficos de probabilidade de erro tanto para detecção convencional quanto para o caso de limitação abrupta. Para os sistemas OOC com $\lambda = 2$, até a presente data, somente se dispunha de limitantes para a probabilidade de erro. A partir de resultados de simulação, uma fórmula empírica foi obtida, resultando numa boa aproximação para a taxa de erro nesse caso. Além disso, o desempenho dos sistemas foram comparados sob a ótica do tipo de detecção e dos códigos empregados. Como resultado geral, obteve-se que a técnica de limitação abrupta, apesar da relação sinal - interferência para a detecção de cada marca individual sofrer uma redução equivalente ao número de chips ativos da seqüência em relação ao outro caso, faz com que o processo de decisão se beneficie do ganho de codificação corresponde a um código de repetição por decisão por unanimidade. Verificou-se que para os sistemas CDMA utilizando códigos OOC, o efeito global dessas duas tendências conflitantes é favorável, com os sistemas com limitação abrupta fornecendo uma taxa de erro menor para um dado valor de K . Além disso, constatou-se que os códigos unipolares com propriedades ótimas de correlação ($\lambda = 1$) nem sempre conduzem a um desempenho global, em termos de taxa de erro, superior. Essa conclusão decorre do fato que códigos com restrição mais branda em λ , podem fornecer, sob certas condições, seqüências de peso maior e cardinalidade equivalente ou superior aos códigos com $\lambda = 1$.

5.2 Sugestões para Pesquisa Futura

A partir do presente trabalho, diversos pontos de interesse para pesquisa futura foram observados. O primeiro deles diz respeito quanto ao tipo de sinalização de linha unipolar empregada. Em todos os trabalhos de conhecimento do autor, considera-se apenas a possibilidade de sinalização *podal*, isto é, os símbolos binários transmitidos correspondem à ativação da seqüência de espalhamento para a transmissão de um bit 1, enquanto que a palavra toda nula é enviada para sinalizar um bit 0. Uma forma alternativa seria a utilização de sinalização ortogonal. Neste caso, todos os símbolos seriam ativos, porém, cada um correspondendo a uma seqüência distinta (ou a um deslocamento cíclico da mesma seqüência), de modo que não ocorresse sobreposição entre as marcas ativas de cada uma delas. No caso de sistemas CDMA, apesar do nível médio de interferência ser maior, pode-se prever que o processo de detecção apresentará média nula. Além disso, a sinalização ortogonal possibilitaria a implementação de esquemas de sinalização não exclusivamente binários, isto é, cada usuário poderia utilizar um conjunto de 2^k seqüências ortogonais, possibilitando a transmissão de k bits por símbolo. Conforme a conveniência de cada usuário, os mesmos poderiam adotar valores de k diferentes. Isso permitiria que cada conexão fosse configurada de modo independente, realizando um compromisso entre confiabilidade e velocidade de transmissão.

Outro aspecto interessante para futuras investigações é a grande diferença de desempenho entre os sistemas CDMA utilizando códigos OOC com $\lambda = 1$ e $\lambda = 2$ para um mesmo peso do código. Aparentemente, essa enorme lacuna poderia ser reduzida por algum tipo de código não tão ordenado como o OOC, que ao invés de garantir uma correlação máxima entre as seqüências fixa, fornecesse um valor médio ($\bar{\lambda}$) intermediário. Assim, um tema de pesquisa consiste em se encontrar outros esquemas, mais flexíveis, para a geração de seqüências unipolares que, ao invés de

otimizar as propriedades de correlação, minimizem a probabilidade de erro do sistema.

Finalmente, verificou-se que um sistema CDMA unipolar apresenta características diversas em relação ao seu equivalente bipolar. No primeiro caso, cada usuário é submetido ao comportamento de um canal totalmente assimétrico (canal Z), enquanto que o sistema bipolar dá origem a um canal binário simétrico (BSC), o qual é muito bem estudado. Constituem questões abertas a determinação da capacidade dos sistemas CDMA unipolares e, sob essa perspectiva, a investigação de códigos de correção de erro mais adequados para esse tipo de canal. Apesar de existirem alguns trabalhos propondo a aplicação de códigos de bloco bem conhecidos para esses sistemas, até onde o autor tem conhecimento, as características peculiares do canal Z não são consideradas na decodificação. Além disso, a utilização de códigos convolucionais e o estudo das implicações da assimetria do canal na sua decodificação são outras questões de grande interesse.