

Universidade Estadual de Campinas  
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação  
Departamento de Sistemas e Controle de Energia

**ANÁLISE DA ESTABILIDADE DE ÂNGULO E DE  
TENSÃO DE SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA  
SUJEITOS A PEQUENAS PERTURBAÇÕES**

**Alexandre Brandão Nassif**

**Banca Examinadora:**

**Prof. Dr. Vivaldo Fernando da Costa (Orientador) - FEEC/UNICAMP**

Prof. Dr. Ricardo Bernardo Prada – DEE/PUC-RJ

Prof. Dr. Pedro Luis Dias Peres – FEEC/UNICAMP

Prof. Dr. Luiz Carlos Pereira da Silva – FEEC/UNICAMP

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, UNICAMP, como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Campinas, SP, 19 de Março de 2004.

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

N188a Nassif, Alexandre Brandão  
Análise da estabilidade de ângulo e de tensão de sistemas  
elétricos de potência sujeitos a pequenas perturbações /  
Alexandre Brandão Nassif. --Campinas, SP: [s.n.], 2004.

Orientador: Vivaldo Fernando da Costa.  
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de  
Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de  
Computação.

1. Sistemas de energia elétrica - Estabilidade. 2. Sistemas  
de energia elétrica - Controle. 3. Controle automático. 4.  
Controladores elétricos. 5. Teoria da bifurcação. I. Costa,  
Vivaldo Fernando da. II. Universidade Estadual de Campinas.  
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. III.  
Título.

## **Resumo**

Nessa dissertação são investigados os efeitos de dois controladores *FACTS* na estabilidade de ângulo e de tensão de sistemas elétricos de potência sob condições de pequenas perturbações: o *SVC* (*Static VAR Compensator*) e o *STATCOM* (*Static Synchronous Compensator*). Os resultados de simulações apresentados foram obtidos para sistemas isolados, aplicando-se técnicas de análise modal à luz da teoria das bifurcações. Para a análise da estabilidade de ângulo, é também apresentada uma metodologia desenvolvida para a coordenação dos parâmetros do *STATCOM*, bem como é utilizada uma metodologia de projeto de controle robusto descentralizado via otimização.

## **Abstract**

This dissertation investigates the effects of two *FACTS* controllers on power systems small signal angle and voltage stability: the *Static VAR Compensator* (*SVC*) and the *Static Synchronous Compensator* (*STATCOM*). The simulations results for two isolated systems were obtained by applying modal analysis in the framework of dynamic bifurcation theory. For small signal angle stability analysis, a methodology for coordination of the *STATCOM* parameters is proposed, as well as a decentralized robust control methodology via optimization is used.



"Once the mind has been stretched by a new idea, it will never again return to its original size."

Albert Einstein

La science consiste à oublier ce qu'on croit savoir, et la sagesse à ne pas s'en soucier.

Charles Nodier



## **Agradecimentos**

São inúmeras as pessoas a quem gostaria de, pessoalmente, dizer o quanto sou imensamente grato pela contribuição e pelo apoio na realização desse trabalho que consumiu cerca de dois anos de minha vida. Dois anos que, em minha opinião, foram muito proveitosos, se levadas em consideração todas as possibilidades de crescimento científico.

Primeiramente ao professor Vivaldo, pela orientação, ajuda, e, principalmente, pela amizade; todos os nossos trabalhos, desde nosso estudo de iniciação científica, nunca são finalizados sem sua aprovação com grande rigor científico. Ao professor Luiz Carlos, por toda a ajuda, apoio, contribuições, e também pela amizade. Ao professor Maurício, principalmente por toda a paciência despendida às incontáveis perguntas e pelas suas contribuições relacionadas ao projeto de controle e otimização desenvolvido nesse trabalho.

Aos meus pais, Antônio e Yêda, por todo o incentivo que me motivou a desistir de meu emprego, impulsionando enormemente minha dedicação à carreira acadêmica. Aos meus irmãos, também agradeço a amizade que nos unirá por toda a vida, Gustavo, Renata e Vinícius. Também à Patrícia, pela ajuda na superação de todos os momentos e decisões difíceis.

Aos meus grandes amigos do departamento, pelo companheirismo, amizade e contribuições técnicas: Adriana Domingues, André Ferreira, Carolina Afonso, Hugo Ayres, Igor Kopcak, Jesús Morán, Jim Naturesa, Leonardo Queiroz, Lísias Abreu, Márcio Alcântara, Marcelo Castro, Renato Borges, Taciana Menezes.

A Deus.

À CAPES e ao CNPq, pelo apoio financeiro.

Um grande abraço a todos.



# Sumário

<b>Resumo</b>	<b>i</b>
<b>Abstract</b>	<b>i</b>
<b>Agradecimentos</b>	<b>v</b>
<b>Lista de Figuras</b>	<b>xi</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>xv</b>
<b>1 Introdução.....</b>	<b>1</b>
<b>2 Estabilidade a Pequenas Perturbações de Sistemas Elétricos de Potência.....</b>	<b>3</b>
2.1 Introdução.....	3
2.2 Conceitos Fundamentais de Estabilidade de Sistemas Dinâmicos.....	3
2.3 Estabilidade de Sistemas Elétricos de Potência.....	8
2.4 Estabilidade a Pequenas Perturbações.....	9
2.4.1 Estabilidade de Ângulo de Sistemas Elétricos de Potência.....	9
2.4.1.1 Oscilações Eletromecânicas de Baixa Frequência.....	10
2.4.1.2 Oscilações de Modo Local.....	10
2.4.1.3 Sinais Estabilizantes Suplementares.....	15
2.4.1.4 Aplicação de Estabilizadores de Sistemas de Potência.....	17
2.4.2 Estabilidade de Tensão de Sistemas de Energia Elétrica.....	19
2.4.2.1 Mecanismos do Colapso de Tensão.....	19
2.4.2.2 Curvas PV.....	21
2.4.2.3 Métodos Estáticos de Análise da Estabilidade de Tensão.....	23
2.4.3 Metodologias de Análise.....	24
2.4.3.1 Análise Linear.....	24

---

	2.4.3.2 Análise Modal.....	26
	2.4.3.3 Teoria das Bifurcações.....	27
<b>3</b>	<b>Estabilidade de Pequenas Perturbações Modelagem do Sistema.....</b>	<b>29</b>
3.1	Introdução.....	29
3.2	Dispositivos <i>FACTS</i> .....	29
3.2.1	Tipos Básicos de Controladores <i>FACTS</i> .....	30
3.2.1.1	Controladores Série.....	31
3.2.1.2	Controladores <i>Shunt</i> .....	31
3.2.1.3	Controladores Combinados Série-Série.....	32
3.2.1.4	Controladores Combinados Série- <i>Shunt</i> .....	32
3.3	Modelo de Sensibilidade de Potência – MSP.....	33
3.4	O Compensador Estático de Reativos ( <i>SVC</i> ).....	40
3.4.1	Princípio de Operação do <i>SVC</i> .....	41
3.4.2	Aplicação do Modelo do <i>SVC</i> no MSP para a Análise da Estabilidade de Tensão.....	43
3.4.3	Aplicação do <i>SVC</i> para Amortecimento de Oscilações de Modo local.....	44
3.5	O Compensador Estático Síncrono ( <i>STATCOM</i> ).....	46
3.5.1	Geradores de Reativos Baseados em Chaveamento de Conversores.....	47
3.5.2	Performance dinâmica.....	56
3.5.3	Comparação entre <i>SVC</i> e <i>STATCOM</i> .....	57
3.5.4	Modelo Dinâmico do <i>STATCOM</i> .....	59
3.5.5	Aplicação do <i>STATCOM</i> na Estabilidade de Tensão.....	60

---

3.5.6	Aplicação do <i>STATCOM</i> para o Amortecimento de Oscilações de Modo local.....	64
3.5.7	Considerações sobre Controle Suplementar Utilizando Desvio de Velocidade.....	66
3.6	Sintonia de Parâmetros do <i>STATCOM</i> para Análise de Estabilidade de Ângulo.....	67
3.6.1	Configuração do Sistema.....	68
<b>4</b>	<b>Definição do Sistema e Projeto de Controladores Robustos.....</b>	<b>73</b>
4.1	Introdução.....	73
4.2	Definições.....	73
4.2.1	Positividade e Negatividade em $S^n$ .....	73
4.2.2	Funcional Afim.....	74
4.2.3	Estabilidade no Sentido de <i>Lyapunov</i> .....	74
4.2.4	Estabilidade Robusta – Incerteza Poliedral.....	75
4.2.5	Norma $H_2$ .....	76
4.3	Projeto de Controladores Robustos por Realimentação de Estados.....	77
4.3.1	Controle Robusto $H_2$ por Realimentação de Estados.....	78
4.4	Projeto de Controladores Robustos por Realimentação de Saída.....	81
4.4.1	Realimentação Dinâmica de Saída.....	82
4.4.2	Procedimento da Separação e Projeto do Controlador.....	86
<b>5</b>	<b>Simulações e Resultados.....</b>	<b>89</b>
5.1	Introdução.....	89
5.2	Análise da Estabilidade de Tensão.....	89

---

5.2.1	Simulações e Resultados.....	89
5.2.2	Carga Dinâmica – Modelo Polinomial.....	91
5.2.3	MSP com carga dinâmica e <i>SVC</i> .....	96
5.2.4	MSP com carga dinâmica e <i>STATCOM</i> .....	100
5.2.5	Comparação entre o <i>STATCOM</i> e o <i>SVC</i> .....	103
5.2.6	Análise Usando o <i>PTI – PSS/E</i> .....	104
5.3	Análise da Estabilidade de Ângulo.....	107
5.3.1	Simulações e Resultados.....	108
5.3.2	Otimização de Parâmetros do <i>STATCOM</i> .....	116
5.4	Aplicação de Controle Robusto para o Amortecimento de Oscilações Eletromecânicas de Baixa Frequência.....	120
5.4.1	Controle $H_2$ por Realimentação de Estados.....	121
5.4.2	Controle $H_2$ por Realimentação de Saída – Procedimento da Separação.....	121
<b>6</b>	<b>Conclusões.....</b>	<b>131</b>
6.1	Sugestões para Trabalhos Futuros.....	132
	<b>Referências Bibliográficas.....</b>	<b>133</b>
	<b>Apêndice A.....</b>	<b>143</b>

## Lista de Figuras

2.1 – Sistema equivalente Gerador – Barramento infinito.....	10
2.2 – Formas de instabilidade angular em sistemas de energia elétrica.....	14
2.3 – Diagrama de blocos do <i>PSS</i> .....	16
2.4 – Comportamento dinâmico típico de uma carga agregada.....	20
2.5 – Curva PV.....	22
2.6 – Pontos de bifurcação.....	28
3.1 – Sistema Gerador – Linha – Carga.....	33
3.2 – Característica Q x V do <i>SVC</i> .....	41
3.3 – Modelo Dinâmico do <i>SVC</i> .....	42
3.4 – Sistema gerador – linha – carga (com <i>SVC</i> ).....	43
3.5 – Sistema Gerador – Barramento Infinito incluindo o <i>SVC</i> .....	45
3.6 – Condensador síncrono rotativo e <i>STATCOM</i> gerando reativos.....	49
3.7 – Esquemas básicos de conversores usados na geração de reativos.....	51
3.8 – Formas de ondas típicas da tensão e corrente de saída geradas por um conversor de 48 pulsos gerando potência reativa.....	52
3.9 – Principais funções do controle do conversor.....	54
3.10 – Área operacional do condensador conversor de tensão.....	55
3.11 – Característica V x $I_{\text{statcom}}$ do sistema e do <i>STATCOM</i> .....	56
3.12 – Características V x I.....	58
3.13 – Características V x Q.....	58
3.14 – Modelo Dinâmico do <i>STATCOM</i> .....	60
3.15 – Sistema gerador – linha – carga (com <i>STATCOM</i> ).....	61

---

3.16 – Sistema Gerador-Barramento Infinito incluindo o <i>STATCOM</i> .....	65
4.1 – Diagrama de blocos da realimentação da estados.....	77
4.2 – Diagrama de blocos da realimentação de saída.....	82
5.1 – Diagrama unifilar do sistema teste.....	90
5.2 – Trajetória do autovalor crítico.....	92
5.3 – Trajetória da parte real do autovalor crítico.....	92
5.4 – Comportamento dos determinantes $J_{FC}$ e $J_4$ .....	93
5.5 – Trajetória da parte real dos autovalores críticos para diferentes valores de $K_e$ .....	94
5.6 – Curva PV.....	94
5.7 – Trajetória dos autovalores críticos.....	95
5.8 – Trajetória da parte real dos autovalores.....	96
5.9 – Trajetória dos autovalores críticos.....	97
5.10 – Trajetória da parte real dos autovalores críticos.....	97
5.11 – Comportamento dos determinantes das matrizes Jacobianas.....	98
5.12 – Tensão na barra de carga contra carregamento com e sem <i>SVC</i> .....	98
5.13 – $B_{svc}$ contra carregamento e $Q_{svc}$ contra carregamento.....	99
5.14 – Trajetória dos autovalores críticos.....	99
5.15 – Trajetória dos autovalores críticos.....	100
5.16 – Trajetória dos autovalores críticos.....	101
5.17 – Trajetória da parte real dos autovalores críticos.....	101
5.18 – Comportamento dos determinantes das matrizes Jacobianas.....	102
5.19 – $Q_{statcom}$ e $I_s$ versus carregamento.....	102
5.20 – Trajetória dos autovalores críticos.....	103
5.21 – Determinantes das matrizes Jacobianas.....	104

---

5.22 – Curvas PV do sistema com e sem compensação.....	104
5.23 – Sistema utilizado para simulação no <i>PTI – PSS/E</i> .....	105
5.24 – Perfil de tensão do sistema sem compensação.....	105
5.25 – Perfil de tensão com <i>STATCOM</i> de 50 MVA de capacidade.....	106
5.26 – Curvas P- $\delta$ de várias situações com e sem compensação.....	107
5.27 – Curvas PV de várias situações com e sem compensação.....	107
5.28 – Sistema Gerador – Barramento infinito incluindo <i>FACTS</i> .....	108
5.29 – Gráficos $\Delta\delta$ x tempo.....	110
5.30 – Gráficos $\Delta\delta$ x tempo.....	110
5.31 – Gráficos $\Delta\omega$ x tempo para $P_g = 1.5$ p.u.....	111
5.32 – Gráficos $\Delta\omega$ x tempo para $P_g = 1.5$ p.u.....	111
5.33 – Gráficos $\Delta\omega$ x tempo para $P_g = 1.5$ p.u.....	112
5.34 – Trajetória dos autovalores para o sistema original.....	113
5.35 – Trajetória dos autovalores para o sistema com <i>SVC</i> .....	113
5.36 – Trajetória dos autovalores para o sistema com <i>STATCOM</i> .....	114
5.37 – Trajetória dos autovalores para o sistema com <i>STATCOM</i> .....	114
5.38 – Trajetória dos autovalores com <i>STATCOM</i> e controle suplementar.....	115
5.39 – Parte real dos autovalores críticos.....	115
5.40 – Parte real dos autovalores críticos.....	116
5.41 – Variação da norma $H_2$ com a variação de $K_u$ .....	117
5.42 – Variação da norma $H_2$ com a variação de $K_u$ .....	117
5.43 – Variação da norma $H_2$ com a variação de $K_\omega$ .....	118
5.44 – Parte real dos autovalores críticos.....	119

5.45 – Parte real dos autovalores críticos.....	119
5.46 – Resposta ao degrau – <i>STATCOM</i> sintonizado.....	120
5.47 – Resposta ao degrau.....	123
5.48 – Parte real dos autovalores críticos – Efeitos do controlador.....	123
5.49 – Parte real dos autovalores críticos – <i>PSS</i> convencional x <i>PSS</i> robusto.....	124
5.50 – Parte real dos autovalores críticos.....	125
5.51 – Resposta ao degrau.....	126
5.52 – Resposta ao degrau.....	126
5.53 – Trajetória da parte real dos autovalores críticos.....	128
5.54 – Resposta ao degrau.....	129

## Lista de Tabelas

5.1 – Dados do Gerador.....	90
5.2 – Dados do regulador de tensão.....	90
5.3 – Dados do <i>SVC</i> .....	90
5.4 – Dados do <i>STATCOM</i> .....	91
5.5 – Dados do gerador.....	108
5.6 – Dados do regulador de tensão.....	109
5.7 – Dados do <i>SVC</i> .....	109
5.8 – Dados do <i>STATCOM</i> .....	109
5.9 – Dados do <i>PSS</i> Acoplado nos Dispositivos <i>FACTS</i> .....	109
5.10 – Limite de Estabilidade (em p.u.) – Dispositivos <i>FACTS</i> .....	116
5.11 – Limite de Estabilidade (em p.u.) – Sintonia do <i>STATCOM</i> .....	120
5.12 – Limite de Estabilidade (em p.u.) – Controladores <i>PSS</i> .....	127



# Capítulo 1    Introdução

Esse trabalho aborda o problema da estabilidade e controle de sistemas elétricos de potência, sob condições de pequenas perturbações. A estabilidade de sistemas de potência se refere à capacidade que estes sistemas possuem de se manter em equilíbrio sob condições normais de operação, bem como a de atingir um estado aceitável de equilíbrio após ser submetido a perturbações. A instabilidade pode se manifestar de muitas maneiras, dependendo da topologia do sistema e dos pontos de operação. Dois tipos de instabilidade que podem ocorrer nesses sistemas são a instabilidade de tensão e a instabilidade de ângulo. O primeiro caso se caracteriza por um declínio lento e progressivo das magnitudes das tensões das barras de carga, tendo como razão principal de sua ocorrência a incapacidade dos sistemas de atender a crescente demanda reativa. O segundo tipo de estabilidade, por sua vez, caracteriza-se pela presença de oscilações eletromecânicas de baixa frequência fracamente amortecidas, que resultam do fato dos rotores dos geradores síncronos, comportando-se como corpos rígidos, oscilarem uns contra os outros, trocando energia através da rede de transmissão. Essas oscilações são mais evidentes como oscilações de fluxos de potência sincronizante nas linhas de transmissão, e podem ser um reflexo das interações dinâmicas entre grupos de geradores ou entre um gerador e o resto do sistema.

Nesse trabalho, é realizado um estudo investigativo dos efeitos de dois dispositivos *FACTS (Flexible AC Transmission Systems)* no que se diz respeito ao aumento da margem de estabilidade de tensão e a um melhor amortecimento das oscilações eletromecânicas. Esses dispositivos são fruto de projetos utilizando eletrônica de potência visando um controle mais flexível da transmissão em corrente alternada. Os dois dispositivos *FACTS*

considerados foram o *SVC* (*Static Var Compensator*) e o *STATCOM* (*Static Synchronous Compensator*), sendo o segundo o principal foco de atenção durante o desenvolvimento desse trabalho de mestrado.

Para a instabilidade de ângulo, é também realizado um projeto de controladores robustos através da minimização da norma  $H_2$ . Dessa forma, são projetados controladores por realimentação de estados e saída que estabilizam o sistema original, utilizando a formulação de restrições na forma de Desigualdades Matriciais Lineares (*LMIs – Linear Matrix Inequalities*).

A organização desse trabalho é apresentada a seguir:

- Capítulo 2: São abordados conceitos básicos de estabilidade a pequenas perturbações de sistemas elétricos de potência, e também conceitos fundamentais em estabilidade de sistemas dinâmicos.
- Capítulo 3: É apresentada a modelagem desenvolvida nesse trabalho para um sistema de potência isolado, incluindo o *SVC* e o *STATCOM*, para a análise da estabilidade a pequenas perturbações. Uma técnica de otimização de parâmetros do *STATCOM* para estabilidade de ângulo é também investigada.
- Capítulo 4: Esse capítulo lida com o projeto de controladores robustos por realimentação de estados e saída.
- Capítulo 5: São apresentados os resultados das simulações realizadas com a implementação dos modelos desenvolvidos.
- Capítulo 6: Esse capítulo apresenta as conclusões gerais, bem como sugestões para possíveis trabalhos futuros a serem continuados na mesma linha de pesquisa.
- Apêndices: Os principais detalhes dos desenvolvimentos matemáticos são apresentados nos Apêndices.

# Capítulo 2 Estabilidade a Pequenas Perturbações de Sistemas Elétricos de Potência

## 2.1 Introdução

Neste capítulo é feita inicialmente uma abordagem dos conceitos fundamentais de sistemas dinâmicos e, em seguida, são apresentados os problemas da estabilidade de ângulo e de tensão sob condições de pequenas perturbações, bem como as principais metodologias de análise que têm sido utilizadas para abordá-los.

## 2.2 Conceitos Fundamentais de Estabilidade de Sistemas Dinâmicos

O comportamento de um sistema dinâmico, tal como um sistema de potência, pode ser descrito por um arranjo de ordem  $n$  de equações diferenciais não lineares da seguinte forma:

$$\dot{x}_i = f_i(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_r) \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.1)$$

sendo que  $n$  é a ordem do sistema e  $r$  é o número de entradas. Isso pode ser escrito da seguinte forma usando notação matricial:

$$\dot{x} = f(x, u) \quad (2.2)$$

na qual

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix} \quad f = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_n \end{bmatrix}$$

O vetor coluna  $x$  é o vetor de estados, os elementos  $x_i$  são as variáveis de estados do sistema e o vetor coluna  $u$  é o vetor de entradas do sistema. Esse vetor é composto por sinais externos que influenciam o desempenho do sistema, que é dito autônomo porque as variáveis de estado não são funções explícitas do tempo.

Esse conjunto de equações representa de forma aproximada os componentes do sistema de geração, transmissão e distribuição de energia. No entanto, os transitórios de origem eletromagnética são muito rápidos se comparados com os intervalos de tempo de interesse para estudos de estabilidade do sistema. Conseqüentemente, a rede de transmissão pode ser representada por um modelo de resposta instantânea, ou seja, por um conjunto de equações algébricas. Com isso, o conjunto de equações (2.2) se torna:

$$\dot{x} = f(x, y, u) \quad (2.3)$$

$$0 = g(x, y, u) \quad (2.4)$$

A equação (2.3) representa a relação dos componentes dinâmicos, enquanto que a equação (2.4) representa a rede de transmissão. O vetor  $y$  é o vetor de magnitudes e ângulos das tensões nas barras do sistema, ou seja, o vetor de variáveis algébricas.

É de muito interesse também a representação nas variáveis de saída que são observadas no sistema. Essas variáveis podem ser expressas em termos das variáveis de estados e variáveis de entrada na seguinte forma:

$$z = h(x, y, u) \quad (2.5)$$

com

$$z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_n \end{bmatrix} \quad h = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \vdots \\ h_n \end{bmatrix}$$

O vetor coluna  $z$  é o vetor de saídas, e  $h$  é um vetor de funções não lineares relacionando variáveis de estados e de entradas com variáveis de saída.

- **O conceito de Estado**

O conceito de estado é fundamental para a abordagem na forma de espaço de estados. O estado de um sistema representa a quantidade mínima de informações sobre o sistema em qualquer instante de tempo  $t_0$  que é necessária para que seu comportamento futuro possa ser determinado sem referência à entrada antes de  $t_0$ .

Qualquer conjunto de  $n$  variáveis de sistema linearmente independentes pode ser usado para descrever o estado do sistema. Essas são referidas como *variáveis de estado*, e formam um conjunto mínimo de variáveis dinâmicas que, através das entradas do sistema, fornecem uma descrição completa do comportamento do sistema. Quaisquer outras variáveis de sistema podem ser determinadas a partir do conhecimento do estado.

As variáveis de estado podem ser quantidades físicas em um sistema, como ângulo, velocidade, tensão, ou variáveis abstratas matemáticas associadas com equações diferenciais descrevendo a dinâmica do sistema. A escolha das variáveis de estados não é única, o que não significa que o estado do sistema em qualquer instante não seja único. Qualquer conjunto de variáveis de estado disponíveis para escolha fornecerá a mesma

informação a respeito do sistema, o que significa que se, por exemplo, o sistema for especificado de forma errônea, definindo um número muito grande de variáveis de estado, nem todas elas serão independentes.

O estado do sistema pode ser representado por um espaço Euclidiano  $n$ -dimensional, chamado *espaço de estados*. Quando um conjunto de variáveis de estados diferente é selecionado para descrever um sistema, o que está sendo feito é uma escolha de um sistema de coordenadas diferente. Sempre que o sistema não está em equilíbrio ou sempre que a entrada é diferente de zero, o sistema será variante no tempo, e o conjunto de pontos traçados pelo estado do sistema no espaço de estados nessa alteração do sistema é chamado *trajetória de estados* [Kundur, 1993].

- **Pontos de Equilíbrio (ou Pontos Singulares)**

Os pontos de equilíbrio são aqueles pontos nos quais todas as derivadas  $\dot{x}_1, \dot{x}_2, \dots, \dot{x}_n$  são ao mesmo tempo iguais a zero, e definem os pontos na trajetória com velocidade zero. O sistema está desta maneira em repouso desde que todas as variáveis sejam constantes e invariantes com o tempo [Kundur, 1993].

Portanto, um ponto de equilíbrio deve satisfazer a equação:

$$f(x_0) = 0 \quad (2.6)$$

na qual  $x_0$  é o vetor de estados  $x$  em um ponto de equilíbrio.

- **Estabilidade de um Sistema Dinâmico**

A estabilidade de um sistema linear é inteiramente independente da entrada, e é verificada se o estado de um sistema estável com entrada nula sempre retornar à origem do espaço de estados independentemente do estado inicial.

Em contrapartida, a estabilidade de um sistema não linear depende do tipo e magnitude da entrada, e também do estado inicial. Estes fatores devem ser levados em consideração ao se definir a estabilidade de um sistema não linear.

Na teoria de sistemas de controle, é uma prática comum classificar a estabilidade de um sistema não linear em uma das categorias abaixo, dependendo da região do espaço de estados nas quais o vetor de estados está contido [Kundur, 1993]:

- a) Estabilidade local: Um sistema é *localmente estável* em um ponto de equilíbrio se, quando sujeito a pequenas perturbações, permanece dentro de uma região pequena ao redor do ponto de equilíbrio. Se, com o passar do tempo, o sistema retorna ao ponto de equilíbrio, ele é dito *assintoticamente estável*, que normalmente é o caso de interesse. Esse tipo de estabilidade pode ser estudado linearizando-se as equações do sistema não linear ao redor do ponto de equilíbrio em questão.
- b) Estabilidade finita: Um sistema é assim categorizado se ele permanece em uma região finita  $R$ , e então ele será chamado estável dentro de  $R$ . No entanto, se o estado do sistema retorna ao ponto de equilíbrio de qualquer ponto interior a  $R$ , o sistema é assintoticamente estável dentro da região finita  $R$ .
- c) Estabilidade global: Um sistema é dito *globalmente estável* se  $R$  inclui inteiramente o espaço finito.

## 2.3 Estabilidade de Sistemas Elétricos de Potência

A estabilidade de sistemas elétricos de potência diz respeito à capacidade que estes sistemas possuem de se manter em equilíbrio sob condições normais de operação, bem como a de atingir um estado aceitável de equilíbrio após ser submetido a perturbações. A instabilidade pode se manifestar de muitas maneiras, dependendo da topologia do sistema e dos pontos de operação. Visto que um sistema de potência é totalmente dependente das máquinas síncronas para a geração de potência elétrica, uma condição necessária para a operação satisfatória do mesmo é que todas as máquinas permaneçam em sincronismo, isto é, operem em paralelo (mesma velocidade). Este aspecto da estabilidade é regido pela dinâmica dos ângulos dos rotores dos geradores síncronos e tem sido referido na literatura recente como estabilidade de ângulo [Sauer et al, 1998].

No entanto, a instabilidade também pode ocorrer sem que haja perda de sincronismo dos geradores. Neste caso, a instabilidade caracteriza-se por um declínio progressivo e incontrolável das magnitudes das tensões de certas barras do sistema. Este fenômeno, denominado instabilidade ou colapso de tensão, é regido essencialmente pelo comportamento dinâmico das cargas do sistema [Bergen et al, 2000].

A estabilidade de ângulo ou de tensão tem sido abordada segundo dois aspectos: pequenas e grandes perturbações. Pequenas perturbações, tais como flutuações normais de carga, ocorrem continuamente e o sistema deve ser capaz de ajustar-se para essas alterações e suprir adequadamente a nova demanda. O sistema também deve ser capaz de suportar perturbações de natureza severa, tais como a ocorrência de faltas nas linhas de transmissão, perda de um gerador ou carga de grande capacidade, ou perda de um ramo entre dois

subsistemas. No entanto, neste trabalho, somente a estabilidade sob condições de pequenas perturbações é abordada.

## **2.4 Estabilidade a Pequenas Perturbações**

Embora os problemas da estabilidade de ângulo e de tensão de sistemas elétricos de potência sob condições de pequenas perturbações possam ser tratados em conjunto, os mesmos têm sido, em geral, abordados separadamente. Isto é desejável para obter-se um melhor entendimento desses problemas, bem como para o desenvolvimento de procedimentos da operação para evitá-los.

### **2.4.1 Estabilidade de Ângulo de Sistemas Elétricos de Potência**

O aspecto fundamental da estabilidade de ângulo sob condições de pequenas perturbações é relacionado ao problema das oscilações eletromecânicas associadas com os desequilíbrios de torque eletromecânico nos geradores síncronos, resultando em trocas oscilatórias de potência através das interligações. Esse problema existe porque na faixa de frequências em que essas oscilações ocorrem (0.2 Hz a 2.0 Hz) os sistemas elétricos de potência apresentam baixo amortecimento natural. Desta maneira, flutuações normais de carga podem levar ao aparecimento de oscilações fracamente amortecidas. Estas oscilações, que são mais evidentes como oscilações dos fluxos de potência sincronizante nas linhas de transmissão, podem persistir por um longo período de tempo (minutos) e as amplitudes que podem ser toleradas dependem da capacidade das linhas de transmissão. Nas últimas quatro décadas, oscilações eletromecânicas de baixa frequência fracamente amortecidas têm sido um dos principais obstáculos à operação estável dos sistemas elétricos de potência

interligados, e as sua ocorrência tem sido observada em grande parte dos sistemas que se constituíram a partir da década de 60.

### 2.4.1.1 Oscilações Eletromecânicas de Baixa Frequência

As oscilações eletromecânicas de baixa frequência são decorrentes das interações dinâmicas que ocorrem entre os geradores síncronos do sistema e podem ser um reflexo das interações dinâmicas entre grupos de geradores (um grupo oscila coerentemente contra o outro) ou entre um gerador (ou grupo de geradores) e o resto do sistema. No primeiro caso elas são denominadas oscilações de modo interárea e no segundo de oscilações de modo local. A faixa de frequências em que essas oscilações ocorrem é de 0.2 a 0.8 Hz para o modo interárea e 1 a 2 Hz para o modo local. Neste trabalho, somente as oscilações de modo local são abordadas.

### 2.4.1.2 Oscilações de Modo Local

Os aspectos básicos (taxa de amortecimento e frequência) relacionados às oscilações de modo local podem ser visualizados considerando-se um gerador síncrono conectado a um barramento infinito através de uma linha de transmissão puramente reativa, conforme ilustrado na Figura 2.1.

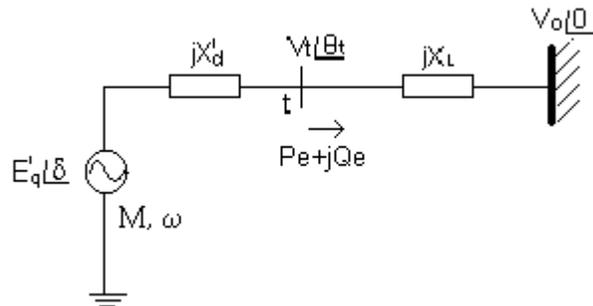


Figura 2.1 – Sistema equivalente Gerador – Barramento infinito

A equação de balanço de torques ou de oscilação (*swing*) linearizada do gerador pode ser expressa por:

$$\Delta T_M = \Delta T_E + \Delta T_d + \Delta T_{ac} \quad (2.7)$$

na qual  $\Delta T_M$ ,  $\Delta T_E$ ,  $\Delta T_d$  e  $\Delta T_{ac}$  são, respectivamente, as variações de torque mecânico, de torque elétrico, de torque de amortecimento e acelerante.

Supondo variações nulas de potência mecânica e considerando-se o modelo clássico para o gerador ( $E'_q = \text{cte}$ ), a equação (2.7) pode ser reescrita como [Saadat, 1999], [Kundur, 1993]:

$$s^2 \Delta \delta + s \frac{\omega_0}{M} D \Delta \delta + \frac{\omega_0}{M} K_1 \Delta \delta = 0 \quad (2.8)$$

Aqui,  $s$  é o operador de Laplace, todos os parâmetros da equação (2.8) estão em p.u. e o coeficiente sincronizante do gerador  $K_1$  é dado por:

$$K_1 = \left. \frac{\partial P_e}{\partial \delta} \right|_{E'_q = \text{cte.}} = \frac{E'_q V}{x'_d + X_L} \cos \delta_0 \quad (2.9)$$

sendo que  $\delta_0$  é o ângulo de regime permanente entre a tensão interna  $E'_q$  e a tensão  $V_o$  do barramento infinito.

A equação *swing* linearizada na forma de estado é:

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{\omega} \\ \Delta \dot{\delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{K_s}{M} \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \omega \\ \Delta \delta \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

a qual mostra que para a modelagem utilizada a resposta é oscilatória.

A equação (2.8) pode ser colocada na forma geral:

$$s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2 = 0 \quad (2.11)$$

na qual  $\omega_n$  e  $\xi$  são a frequência natural de oscilação e a taxa de amortecimento, dadas por:

$$\omega_n = \sqrt{K_1 \frac{\omega_0}{M}} \quad \text{e} \quad \xi = \frac{D}{2\sqrt{\omega_0 K_1 M}} \quad (2.12)$$

Para condições normais de operação,  $\xi < 1$ , e, portanto, as raízes ou autovalores dessa equação característica são complexos, ou seja:

$$\lambda_{1,2} = \sigma \pm j\omega_d = -\xi\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\xi^2} \quad (2.13)$$

sendo que  $\omega_d$  é a frequência de oscilação amortecida do modo eletromecânico.

Para os valores típicos de inércias, reatâncias e carregamento, as frequências das oscilações de modo local ( $\omega_d$ ) situam-se numa faixa de valores praticamente iguais às frequências de ressonância ( $\omega_n$ ), pois as taxas de amortecimento em condições normais de carga são muito baixas.

Os baixos valores dessas frequências se devem em essência ao próprio crescimento dos sistemas interligados. Pressões econômicas levam a instalações de usinas de grandes capacidades e, portanto, com grandes inércias, o que leva ao desenvolvimento, também por razões econômicas, de geradores com valores elevados de reatâncias. Como se pode notar na equação (2.9), altas reatâncias dos geradores e das linhas de transmissão, bem como a tendência existente da operação em condições fortemente carregadas (alto carregamento, isto é, valores elevados de  $\delta_o$ ), resultam em baixos coeficientes sincronizantes, ou seja, em uma baixa rigidez elétrica na conexão do gerador ao sistema, e, por conseguinte, conforme se pode notar na equação (2.12), em valores baixos da frequência de oscilação.

- **Análise via Torques Sincronizante e de Amortecimento**

Essa análise é muito útil para o entendimento da natureza das oscilações eletromecânicas em sistemas elétricos de potência. Uma dada frequência de oscilação do rotor é acompanhada de um torque elétrico de mesma frequência e proporcional à amplitude da oscilação. Este torque pode ser decomposto em duas componentes ortogonais, denominadas torques de amortecimento e sincronizante, obtidas a partir da seguinte equação de oscilação:

$$M\Delta\ddot{\delta} = \Delta T_M - \Delta T_E \quad (2.14)$$

na qual a variação do torque elétrico pode ser escrita como:

$$\Delta T_E = K_s \Delta\delta + K_d \Delta\omega \quad (2.15)$$

A componente de torque de amortecimento é proporcional e oscila em fase no tempo com a variação da velocidade, enquanto a componente de torque sincronizante é proporcional e varia em fase no tempo com a variação angular [De Mello,1968]. A estabilidade resultante da máquina síncrona, sob condições de pequenas perturbações, é determinada pelos valores destas duas componentes. Dessa maneira, a instabilidade pode ocorrer por falta de torque sincronizante (coeficiente sincronizante baixo ou negativo) ou por falta de torque de amortecimento (coeficiente sincronizante positivo, porém coeficiente de amortecimento negativo). No primeiro caso ocorre a chamada **instabilidade de regime permanente**, enquanto no segundo **instabilidade dinâmica** (oscilações de amplitudes crescentes), conforme ilustrado na Figura 2.2. Desta forma, o **limite de Estabilidade de Regime Permanente (estática)** e o **limite de Estabilidade Dinâmica** são caracterizados, respectivamente, pela anulação das componentes de torque sincronizante e de amortecimento.

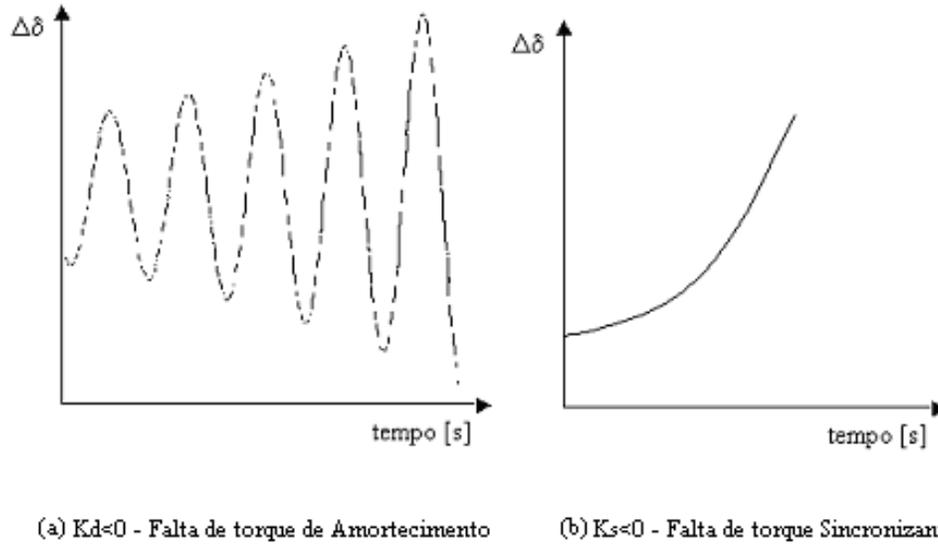


Figura 2.2 – Formas de instabilidade angular em sistemas de energia elétrica

Até 1950 – 1960, o problema da estabilidade angular sob condições de pequenas perturbações caracterizou-se somente pela falta de torque sincronizante. No entanto, com a entrada em operação dos reguladores automáticos de tensão de ação contínua em meados dessa década, esse problema passou a se caracterizar somente pela falta de torque de amortecimento. Em condições de carga pesada e sistema fraco, esses reguladores passaram a ter uma influência decisiva na estabilidade do sistema. Nestas condições, se por um lado, a ação desses reguladores aumenta os torques sincronizantes dos geradores, por outro, introduzem componentes de torques de amortecimento negativas que reduzem o amortecimento líquido do sistema e podem até mesmo torná-lo negativo, causando a instabilidade dinâmica ou oscilatória. Desde os anos 60 esse problema tem sido contornado através da introdução de sinais estabilizantes suplementares na excitação dos geradores síncronos [Da Costa, 1992].

### 2.4.1.3 Sinais Estabilizantes Suplementares

O objetivo básico a ser atingido com a utilização de sinais estabilizantes no sistema de excitação do gerador síncrono é introduzir uma componente extra de torque de amortecimento, de forma a fortalecer o amortecimento das oscilações do rotor. Para isso, a ação do sinal estabilizante deve produzir variações de potência ativa que estejam em fase com as variações de velocidade do eixo da máquina  $\Delta\omega$ .

Seja, por exemplo, um sinal suplementar dado por:

$$\Delta P = K_{\omega}\Delta\omega + K_{\delta}\Delta\delta \quad (2.16)$$

Desta maneira, a equação *swing* linearizada torna-se [Noorozian, 1996]:

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{\omega} \\ \Delta \dot{\delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{K_{\omega}}{M} & -\frac{(K_s + K_{\delta})}{M} \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\omega \\ \Delta\delta \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Se neste caso a resposta do sistema for oscilatória, os autovalores da matriz de estado são:

$$\lambda_{1,2} = -\frac{K_{\omega}}{2M} \pm j \left[ \frac{-(K_s + K_{\delta})}{M} + \frac{K_{\omega}^2}{4M^2} \right]^{1/2} \quad (2.18)$$

Essa equação mostra que somente a componente de  $\Delta\omega$  em (2.16) contribui para o amortecimento, e que a componente de  $\Delta\delta$  afeta somente a frequência de oscilação (torque sincronizante).

No entanto, benefícios consideráveis sobre o amortecimento podem ser obtidos caso o sinal estabilizante  $\Delta\omega$  seja processado através de um circuito de avanço de fase

(compensação em avanço), projetado para compensar os atrasos que ocorrem na malha de controle de tensão. Através desse circuito, denominado Estabilizador de Sistemas de Potência – (*PSS – Power System Stabilizer*), um amortecimento mais efetivo das oscilações do rotor pode ser obtido. O modelo de um *PSS* convencional baseado na velocidade é mostrado na Figura 2.3.

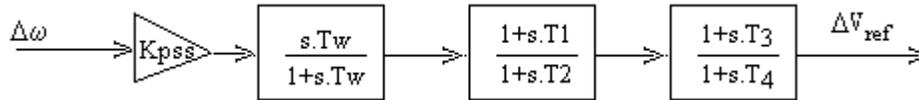


Figura 2.3 – Diagrama de blocos do *PSS*

A idéia básica é aplicar um sinal de modulação da tensão de referência do regulador de tensão de forma a introduzir uma componente extra de torque de amortecimento. Ou seja, a ação desse sinal deve produzir variações de potência ativa que estejam em fase no tempo com as variações de velocidade do eixo da máquina. Os sinais mais freqüentemente utilizados são os derivados da velocidade da máquina, da potência ou da freqüência elétrica [Kundur, 1989].

Esse modelo consiste de um bloco de ganho (estático)  $K_{PSS}$ , um bloco de filtragem (*washout*) e dois blocos de compensação avanço-atraso (constantes de tempo  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$  e  $T_4$ ). O sinal de “*washout*” funciona como um filtro passa-alta que tem por finalidade impedir que as variações de velocidade em regime permanente modifiquem a tensão terminal da máquina. Assim, sua saída é atenuada para freqüências de oscilação inferiores a um valor pré-fixado ( $\omega = 1/T_w$ ). O valor da constante de tempo  $T_w$  situa-se, em geral, na faixa de 1 a 20 segundos [Kundur, 1993].

Várias metodologias de análise têm sido propostas para o projeto e a implementação de *PSSs* em sistemas de potência. As mais utilizadas na prática são abordadas em seguida.

#### **2.4.1.4 Aplicação de Estabilizadores de Sistemas de Potência**

Na prática, os *PSSs* utilizados são basicamente estabilizadores descentralizados [Larsen, 1981], [Gomes, 1993]. O projeto desses controladores é baseado na modelagem de uma máquina síncrona conectada a um barramento infinito, ou seja, não levando em conta as interações dinâmicas entre os geradores síncronos do sistema. Desta forma, o objetivo da aplicação de *PSSs* é concentrado no fortalecimento das oscilações de modo local. Cabe ainda salientar que os modos locais são predominantes num sistema em que as usinas estão situadas distantes umas das outras e dos centros de carga. A abordagem via análise modal utilizando técnicas de autovalores é a que tem sido mais utilizada para essa aplicação [Mansour, 1989].

Várias técnicas modais têm sido propostas para o projeto de *PSSs*, bem como para a alocação e coordenação desses controladores em sistemas multimáquinas [Martins, 1986, 1989], [Lu, 1990]. Visto que os *PSSs* utilizados em sistemas de potência são em sua vasta maioria controladores convencionais, isto é, de estrutura e parâmetros fixos, e, portanto, apresentam um desempenho degenerado quando as condições de operação do sistema variam, técnicas de controle robusto, tais como otimização  $H_2$  e  $H_\infty$  [Chen, 1995], [Yang, 1997] e *LMI (Linear Matrix Inequalities)* [Snyder, 1999], [Taranto, 1998] têm sido propostas para o projeto desses controladores. O conceito de robustez implica operar o sistema com adequadas margens de estabilidade e graus de desempenho, apesar das várias incertezas inerentes ao sistema e das simplificações dos modelos. Ao contrário do controle

adaptativo, cujos parâmetros são variantes no tempo, o controle robusto é definido a parâmetros fixos. A idéia básica é determinar os parâmetros dos controladores de forma que estes consigam proporcionar um bom desempenho em várias condições de operação. Em face ao surgimento de novas tecnologias tais como os *FACTS*, e à tendência atual de transformar os sistemas de energia elétrica num mercado aberto proporcionam um aumento na complexidade da operação desses sistemas, torna-se imperativa a necessidade de robustez [Milanovic, 1998].

Técnicas de projeto de *PSSs* baseadas em lógica *fuzzy* estão sendo amplamente exploradas, sendo que o princípio básico de projeto é definir regras de controle baseadas em regras lingüísticas humanas, e pode ser modificada para se adaptar a um ambiente desconhecido e compensar os erros de modelamento e não-linearidades. O uso de associações com redes neurais tem se tornado usual, sendo que os controladores *neuro-fuzzy* desejados são selecionados usando lógica *fuzzy* baseado na saída da rede neural de classificação de ambiente [Hiyama, 1993]. De fato, são inúmeras as técnicas de controle passíveis de implementação quando se diz respeito ao projeto do *PSS*, de modo que esse campo de pesquisa tem sido amplamente explorado nos últimos anos.

A aplicação de *PSSs* requer estudos envolvendo a análise modal e/ou outros métodos lineares, bem como a simulação não linear no domínio do tempo. Essa última metodologia é necessária para a convalidação das abordagens lineares utilizadas no projeto desses controladores. O teste de convalidação é realizado submetendo o sistema às condições mais severas possíveis tais como uma falta na rede de transmissão.

## 2.4.2 Estabilidade de Tensão de Sistemas de Energia Elétrica

As restrições econômicas e ambientais que têm sido impostas à construção de novas linhas de transmissão e unidades geradoras e o contínuo aumento da demanda de carga têm levado os sistemas elétricos de potência a operarem muito próximos dos seus limites de estabilidade. Dentre esses, o limite de estabilidade tensão tem sido um dos mais restritivos à operação estável desses sistemas nas últimas duas décadas. A violação desse limite leva o sistema a um estado de instabilidade caracterizado por um rápido declínio das magnitudes das tensões de suas barras de carga. A causa essencial da ocorrência dessa instabilidade, referida na literatura como **colapso de tensão**, reside na incapacidade do sistema de atender a demanda de potência reativa. Este fenômeno é essencialmente local, mas sua ocorrência pode acarretar um blecaute parcial ou total do sistema. Vários exemplos de blecautes de significantes conseqüências, tais como os ocorridos na França em 1987 e no sul do Brasil em 1994, são relatados na literatura [Kundur,1993], [Lemos,1994], [Relatório da ONS, 1999].

### 2.4.2.1 Mecanismos do Colapso de Tensão

O colapso de tensão é um processo dinâmico regido pelo comportamento dinâmico das cargas do sistema. Sob condições de pequenas perturbações, esse processo pode ser ilustrado através da Figura 2.4, que mostra o comportamento dinâmico típico de uma carga agregada do sistema (obtido por testes de campo), isto é, o comportamento equivalente de todos os componentes individuais da carga (motores, cargas termostáticas, etc.) conectada a uma dada barra do sistema [Xu, 1993], em decorrência de uma variação em degrau na tensão dessa barra.

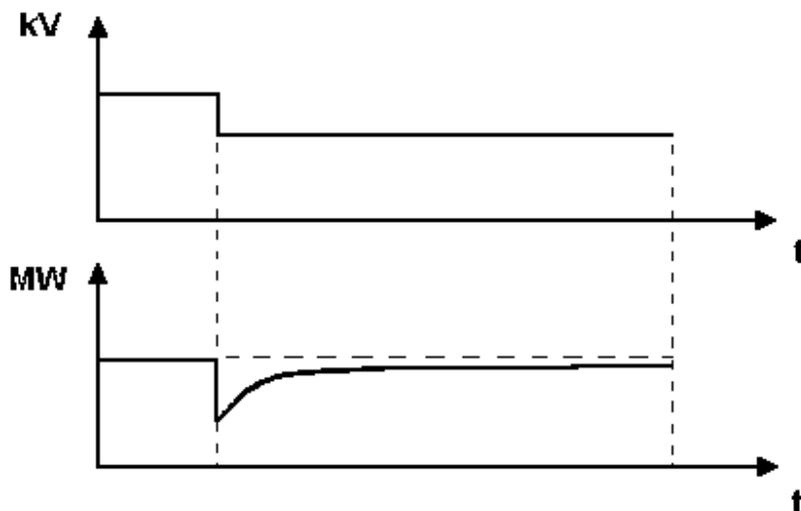


Figura 2.4 – Comportamento dinâmico típico de uma carga agregada.

Conforme se pode notar na Figura 2.4, após a ocorrência da perturbação a carga apresenta uma tendência de retornar ao valor de demanda pré-perturbação, exibindo uma recuperação de forma exponencial. Nota-se que a carga irá manter o nível de potência pré-perturbação com uma tensão menor. Para que isto ocorra, a corrente deve aumentar. Este aumento gradativo da corrente na linha de transmissão durante o processo de recuperação da carga exige reativos adicionais para suprir as perdas associadas a este aumento. Se esta exigência não puder ser atendida devido a um suporte inadequado de reativos do sistema, a ocorrência do colapso de tensão será inevitável se não forem tomadas medidas corretivas, tais como o chaveamento de capacitores, inserção de compensadores estáticos de reativos, etc. Esse processo de restauração da carga se dá de forma lenta (dezenas de minutos), e a sua característica monotônica é que traduz a forma monotônica do colapso de tensão.

### 2.4.2.2 Curvas PV [Taylor, 1993], [Mansour, 1993], [Gao, 1996]

O problema da estabilidade de tensão pode também ser visualizado através da curva PV de uma barra de carga do sistema, conforme mostrado na Figura 2.5. Essa curva mostra uma variação quadrática da tensão da barra de carga conforme a demanda (P) aumenta e é obtida através da realização de sucessivos fluxos de potência. Conforme se pode notar nessa figura, a intersecção da curva PV (característica do sistema) com a característica da carga (potência constante) resulta em dois pontos de equilíbrio **A** e **B**. A estabilidade destes pontos pode ser avaliada considerando que a curva PV expande-se para a direita com uma injeção adicional de reativos, conforme ilustrado na Figura 2.5. Como se pode notar, os novos pontos de equilíbrio **A'** e **B'** exibem em relação aos pontos **A** e **B**, uma maior e menor magnitude de tensão, respectivamente. Isso caracteriza os pontos **A** e **B** como sendo pontos de equilíbrio **estável** e **instável**, respectivamente. Nesse sentido, cabe salientar a seguinte definição dada em [Gao, 1992]: *um ponto de operação é instável no que diz respeito à estabilidade de tensão se a magnitude da tensão de uma dada barra do sistema diminui conforme uma injeção de potência reativa nessa mesma barra é aumentada*. Dessa maneira, a curva PV se caracteriza por pontos de operação estáveis na parte superior e instáveis na parte inferior. A fronteira entre essas duas regiões, isto é, o ponto de operação **C**, de tensão crítica  $V_{crit}$ , é definido como sendo o **limite (estático) de estabilidade de tensão** ou **ponto de colapso de tensão** [Kundur, 1993].

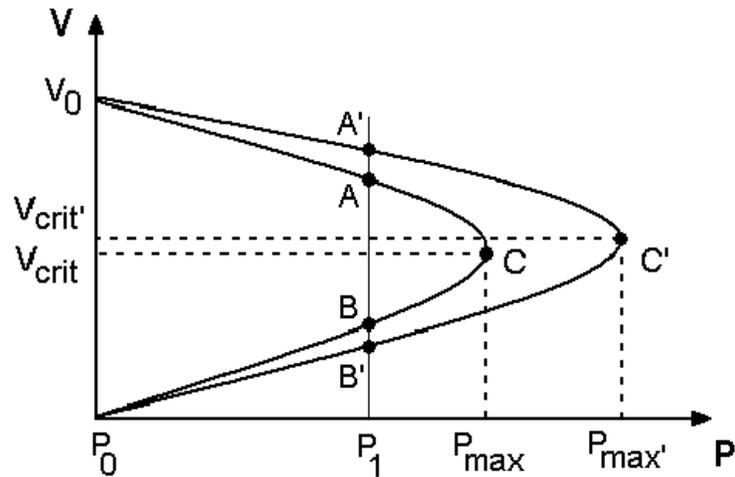


Figura 2.5 – Curva PV.

A curva PV tem sido extensivamente utilizada nos estudos da operação e do planejamento de sistemas de potência e tornou-se o principal instrumento de estudo até os dias atuais. O processo de geração dessa curva requer um conjunto de hipóteses acerca da estrutura do sistema, da estratégia utilizada para o despacho de potência ativa, das restrições do sistema e da direção do incremento de carga. Neste último caso, uma hipótese típica consiste em assumir uma variação de carga unidimensional, na qual um coeficiente escalar, denominado **fator de carregamento** ( $\lambda$ ), representa a quantidade de variação ao longo de uma dada direção do aumento de carga. Outros caminhos típicos para o incremento da carga incluem variações unidimensionais da carga ativa e/ou reativa em um único nó da rede, em uma área definida ou no sistema todo [Bompard, 1997].

Após a obtenção da curva PV para uma dada barra crítica do sistema, o ponto de máximo carregamento ou ponto de colapso de tensão (“nariz” da curva PV) pode ser identificado. A distância entre esse ponto e o ponto de operação do caso básico (distância entre  $P_1$  e  $P_{max}$  na Figura 2.5) indica a margem de estabilidade de tensão do sistema. O

conhecimento desta margem é crucial para o operador, o qual poderá avaliar, por exemplo, se para um dado distúrbio, tais como a saída de uma linha de transmissão ou uma variação súbita do carregamento do sistema, existirá um ponto de operação factível e seguro para as novas condições.

A utilização de métodos convencionais de fluxo de potência para a obtenção da curva PV é restrita à sua parte superior, visto que no ponto de máximo carregamento a matriz Jacobiana é singular, o que acarreta em dificuldades de convergência. Por esta razão, na prática o limite de estabilidade de tensão é associado à não convergência do fluxo de potência. No entanto, embora envolva um maior custo computacional, uma curva PV completa pode ser obtida através de **fluxos de potência da continuação** (*continuation power flow*), os quais contornam as dificuldades de convergência mencionadas anteriormente [Alves, 2000].

#### **2.4.2.3 Métodos Estáticos de Análise da Estabilidade de Tensão**

Métodos estáticos de análise da estabilidade de tensão são essencialmente baseados nas equações do fluxo de potência. Por envolverem somente equações algébricas, estes métodos são computacionalmente muito mais eficientes do que métodos dinâmicos, sendo ideais para a maioria dos estudos nos quais a determinação dos limites de estabilidade de tensão para vários casos pré e pós-contingência são necessários [Gao, 1996]. Métodos estáticos podem propiciar uma rápida e simples avaliação das condições críticas do sistema, associadas à singularidade da matriz Jacobiana do fluxo de potência, bem como a definição de índices para a comparação entre diferentes pontos de operação de modo a se obter uma seleção qualitativa das mais críticas condições de operação [Bompard, 1993]. Entre as abordagens estáticas para a análise da estabilidade de tensão podem-se destacar: métodos

de curvas PV e QV e a análise modal estática [Taylor, 1993], [Gao, 1992]. Esses métodos têm como objetivo identificar margens de estabilidade, bem como os mecanismos de colapso de tensão.

### 2.4.3 Metodologias de Análise

A estabilidade a pequenas perturbações de um sistema elétrico de potência se refere à capacidade que o sistema possui de permanecer próximo a um estado de equilíbrio após ser submetido a uma pequena perturbação. A magnitude da perturbação deve ser pequena o suficiente de forma a permitir a linearização das equações do sistema em torno do ponto de equilíbrio. Desta forma, a estabilidade a pequenas perturbações é considerada um fenômeno essencialmente linear, e, portanto, sua abordagem é realizada através de técnicas lineares de análise.

#### 2.4.3.1 Análise Linear

Este item descreve o procedimento de linearização das equações que descrevem o comportamento dinâmico do sistema sob condições de pequenas perturbações. Considerando  $x_0$  o vetor de estados inicial e  $u_0$  o vetor de entrada correspondente ao ponto de equilíbrio cuja performance quando sujeito a pequenas perturbações será investigada. Desde que ambos os vetores satisfaçam a equação (2.2), a seguinte equação é verdadeira:

$$\dot{x}_0 = f(x_0, u_0) = 0 \quad (2.19)$$

Perturbando o sistema a partir de seus estados, tem-se:

$$x = x_0 + \Delta x \quad u = u_0 + \Delta u \quad (2.20)$$

sendo que o símbolo  $\Delta$  denota um pequeno desvio.

O novo estado deve satisfazer a equação (2.2), o que então fornece:

$$\dot{x} = \dot{x}_0 + \Delta\dot{x} = f[(x_0 + \Delta x), (u_0 + \Delta u)] \quad (2.21)$$

Como a perturbação é assumida pequena, as funções não lineares  $f(x, u)$  podem ser expressas em termos da expansão em série de Taylor. Com os termos envolvendo segundas ou maiores ordens de  $\Delta x$  e  $\Delta u$  desprezados, pode-se escrever:

$$\dot{x}_i = \dot{x}_{i0} + \Delta\dot{x}_i = f_i(x_0, u_0) + \frac{\partial f_i}{\partial x_1} \Delta x_1 + \dots + \frac{\partial f_i}{\partial x_n} \Delta x_n + \frac{\partial f_i}{\partial u_1} \Delta u_1 + \dots + \frac{\partial f_i}{\partial u_r} \Delta u_r \quad (2.22)$$

Como  $\dot{x}_{i0} = f_i(x_0, u_0)$ , tem-se:

$$\Delta\dot{x}_i = \frac{\partial f_i}{\partial x_1} \Delta x_1 + \dots + \frac{\partial f_i}{\partial x_n} \Delta x_n + \frac{\partial f_i}{\partial u_1} \Delta u_1 + \dots + \frac{\partial f_i}{\partial u_r} \Delta u_r \quad (2.23)$$

com  $i=1, 2, \dots, n$ . Dessa maneira, a equação (2.5) pode ser expressa por:

$$\Delta z_j = \frac{\partial h_j}{\partial x_1} \Delta x_1 + \dots + \frac{\partial h_j}{\partial x_n} \Delta x_n + \frac{\partial h_j}{\partial u_1} \Delta u_1 + \dots + \frac{\partial h_j}{\partial u_r} \Delta u_r \quad (2.24)$$

com  $j=1, 2, \dots, m$ . Então, as formas linearizadas das equações (2.2) e (2.5) ficam:

$$\Delta\dot{x} = A\Delta x + B\Delta u \quad (2.25)$$

$$\Delta z = C\Delta x + D\Delta u \quad (2.26)$$

As matrizes  $A, B, C$  e  $D$  são as matrizes que contem as derivadas parciais avaliadas em torno do ponto de equilíbrio no qual a pequena perturbação está sendo analisada.

### 2.4.3.2 Análise Modal

A análise modal se baseia nas considerações feitas no item anterior, considerando a divisão do sistema em componentes instantâneos e dinâmicos.

Para pequenas variações em torno do ponto de operação  $(x_0, y_0, u_0)$ , a forma linearizada do sistema de equações (2.3) e (2.4) é expressa por :

$$\Delta\dot{x} = J_1.\Delta x + J_2.\Delta y + B_1.\Delta u \quad (2.27)$$

$$0 = J_3.\Delta x + J_4.\Delta y + B_2.\Delta u \quad (2.28)$$

sendo que  $J_1$ ,  $J_2$ ,  $J_3$  e  $J_4$  são as matrizes Jacobianas das funções  $f$  e  $g$  com relação às variáveis de estado e algébricas, respectivamente. As matrizes  $B_1$  e  $B_2$  são os Jacobianos relacionados às variáveis de entrada  $u_1$  e  $u_2$ , respectivamente.

Quando a matriz Jacobiana  $J_4$  é não singular, a equação algébrica (2.28) pode ser utilizada para se determinar as variáveis algébricas  $\Delta y$  da equação diferencial (2.27), obtendo-se desta maneira a equação de estado do sistema:

$$\Delta\dot{x} = A.\Delta x + B.\Delta u \quad (2.29)$$

sendo que a matriz de estado  $A$  do sistema é dada por:

$$A = J_1 - J_2.J_4^{-1}.J_3 \quad (2.30)$$

e a matriz  $B$  é a matriz de entradas:

$$B = B_1 - J_2.J_4^{-1}.B_2 \quad (2.31)$$

A essência da análise modal reside na determinação da estrutura modal da matriz  $A$ , isto é, no cálculo de seus autovalores (e autovetores associados), os quais caracterizam a estabilidade local do ponto de operação do sistema. As ferramentas computacionais existentes se baseiam em métodos modais que são fundamentados na análise dos autovalores da matriz  $A$ .

### 2.4.3.3 Teoria das Bifurcações [Seydel, 1994]

A estabilidade local do ponto de equilíbrio pode ser avaliada como uma função de um parâmetro escalar  $\mu$ . O parâmetro  $\mu$  pode ser a demanda ativa e reativa, ou uma das

duas. Variando continuamente este parâmetro, o sistema, partindo de um ponto de equilíbrio estável, pode perder a estabilidade. A instabilidade pode ser atingida de três modos diferentes, que correspondem a três diferentes trajetórias dos autovalores no plano complexo.

1. Um autovalor real move-se para o semiplano instável cruzando o eixo de estabilidade (imaginário). Para um valor crítico do parâmetro  $\mu$  haverá um autovalor nulo, o que indica a transição para a instabilidade monotônica (não oscilatória), constituindo assim uma **bifurcação sela-nó**. Este tipo de bifurcação é mostrado na Figura 2.6a.
2. Um par de autovalores complexo conjugado segue uma trajetória movendo-se para o semiplano direito cruzando o eixo imaginário. Para um valor crítico do parâmetro  $\mu$ , tem-se dois autovalores puramente imaginários, indicando transição para a instabilidade oscilatória, constituindo a **bifurcação de Hopf**. Este tipo de bifurcação é mostrado na Figura 2.6b.
3. Um autovalor se moverá para o semiplano instável cruzando o eixo imaginário através de pontos localizados no infinito negativo. Para um valor crítico do parâmetro  $\mu$  tem-se um autovalor tendendo para o infinito ( $\lambda \rightarrow \infty$ ), indicando uma transição para a instabilidade aperiódica. Esta **bifurcação é de singularidade induzida** e pode ser ilustrada pela Figura 2.6c. Esse último tipo de bifurcação não ocorre nos sistemas analisados nesse trabalho, e tem sido alvo de muita discussão

atualmente se realmente é possível observar esse tipo de bifurcação em sistemas reais, ou se há a possibilidade de sua ocorrência em simulações ser mera dissonância do modelo real.

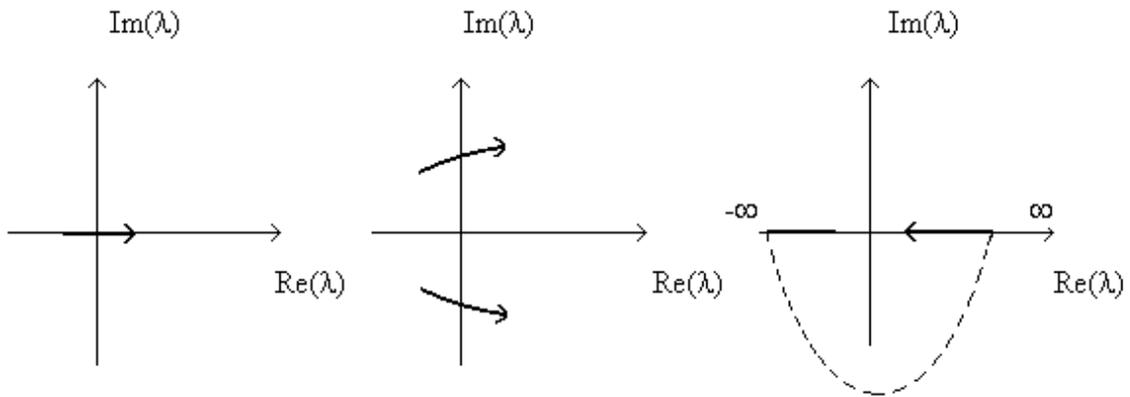


Figura 2.6 – Pontos de bifurcação: a) Sela nó      b) Hopf      c) Singularidade induzida

## Capítulo 3 Estabilidade de Pequenas Perturbações

### Modelagem do Sistema

#### 3.1 Introdução

Esse capítulo descreve o sistema estudado durante esse trabalho, fundamentando-se nos princípios de funcionamento dos dispositivos *FACTS* que foram acoplados ao modelo do sistema de potência. Os efeitos de dois dispositivos conectados em *shunt* são alvos de discussões sobre estabilidade e controle do sistema, visando um melhor aproveitamento da energia utilizada. Os modelos matemáticos utilizados foram configurados para favorecer uma análise abrangente de estabilidade e controle, o que representa o nosso objetivo primordial, em se tratando de sistemas dinâmicos linearizados na representação de espaço de estados.

#### 3.2 Dispositivos *FACTS*

As restrições econômicas e ambientais que têm sido impostas à construção de novas linhas e unidades geradoras têm levado as empresas de energia elétrica a operarem seus sistemas de forma a maximizar a utilização de suas instalações, com o objetivo de atender a crescente demanda de carga. Uma alternativa encontrada para tentar contornar, ou ao menos reduzir esse problema, é a utilização de dispositivos *FACTS* (*Flexible AC Transmission Systems*) conectados às linhas de transmissão ou às barras do sistema. Esses dispositivos possibilitam novas maneiras de controlar a potência e melhorar a capacidade utilizável dos sistemas existentes, os quais têm sido operados próximos ou em seus limites de estabilidade. Dessa maneira, a utilização dos dispositivos *FACTS* pode proporcionar, a

um custo razoável, uma grande melhoria nas capacidades de fornecimento de potência sob condições normais de carga ou de contingências.

Esses benefícios são devidos à capacidade dos dispositivos *FACTS* de controlar parâmetros do sistema de potência que regem a operação de sistemas de transmissão tais como a impedância série, a impedância shunt, corrente, tensão e ângulo de fase. Em muitos casos esses parâmetros não podem ser assegurados simplesmente pela configuração do sistema, e é justamente a flexibilidade dos dispositivos *FACTS* que permite auxiliar a solução desses problemas. A rápida velocidade de resposta desses dispositivos, devido aos avanços da eletrônica de potência, tem permitido sua utilização em substituição aos processos mecânicos de chaveamento ainda empregados. Um dispositivo *FACTS*, se bem escolhido para uma situação problemática, pode ajudar a superar limitações específicas do sistema de transmissão, possibilitando maior controle e direcionamento dos fluxos de potência. Com a sua utilização, é possível aproximar os limites de transmissão de potência aos limites térmicos, reduzindo a margem de reserva girante, auxiliando na prevenção de quedas em cascata do sistema, bem como aumentar o amortecimento das oscilações eletromecânicas de baixa frequência.

### **3.2.1 Tipos Básicos de Controladores *FACTS***

Em geral, os controladores *FACTS* podem ser divididos em quatro categorias [Hingorani, 2000]:

- Controladores série.
- Controladores *shunt*.
- Controladores que combinam elementos série-*shunt*.

- Controladores que combinam elementos série-série.

### 3.2.1.1 Controladores Série

O controlador série pode ser representado por uma impedância variável ou uma fonte variável baseada em eletrônica de potência que auxilia a variação de algum parâmetro de forma adequada. Em princípio, todos os controladores série impõem uma tensão em série na linha. Uma vez que a tensão está em quadratura com a corrente, o controlador série apenas fornece ou consome potência reativa. Podem ser citados nessa categoria o Compensador Série Controlado (*CSC – Controlled Series Compensator*), o Compensador Série Controlado a Tiristores (*TCSC – Thyristor Controlled Series Compensator*) e o Compensador Série Estático Síncrono (*SSSC – Static Synchronous Series Compensator*).

### 3.2.1.2 Controladores *Shunt*

Do mesmo modo que os controladores série, os controladores *shunt* podem ser representados por uma impedância variável, uma fonte de tensão ou corrente variável ou uma combinação destas. Em princípio, controladores *shunt* injetam corrente no sistema no ponto de conexão, e cada impedância *shunt* variável conectada a uma linha de transmissão causa um fluxo de potência variável, representando um fluxo de corrente para compensar oscilações. Como a corrente injetada está em quadratura com a tensão de linha, o controlador *shunt* apenas injeta ou consome potência reativa. Dois controladores *shunt*, o Compensador Estático de Reativos (*SVC – Static Var Compensator*) e o Compensador Estático Síncrono (*STATCOM – Static Synchronous Compensator*), são o principal foco do tratamento de estabilidade de sistemas de potência desenvolvido nesse trabalho.

### 3.2.1.3 Controladores Combinados Série-Série

Os controladores combinados série-série podem combinar dois dispositivos *FACTS* independentes, que são controlados de uma maneira coordenada em um sistema de transmissão com muitas linhas, ou podem ser controladores unificados, nos quais controladores conectados em série fornecem compensação reativa independentemente um do outro, e também transferem potência ativa entre linhas via uma conexão de potência entre eles. Essa categoria inclui o Controlador Interlinha de Fluxo de Potência (*IPFC – Interline Power Flow Controller*), que incorpora dois ou mais *SSSCs*, acoplados via um link de corrente contínua para facilitar fluxo bidirecional de potência ativa entre os terminais de corrente alternada dos *SSSCs*, e são controlados de maneira a realizar compensação reativa independente para o ajuste de fluxo de potência ativa em cada linha e manter a distribuição de reativos desejada entre as linhas.

### 3.2.1.4 Controladores Combinados Série-*Shunt*

Os controladores combinados série-*shunt* são uma combinação de dois dispositivos *FACTS* independentes, como os citados anteriormente, e são operados de forma coordenada ou unificada. Em princípio, essa combinação operada de forma coordenada injeta corrente no sistema através do elemento *shunt* e tensão em série através do elemento série. A combinação operada de forma unificada permite a transferência de potência ativa entre os elementos série e *shunt* através de um link de potência. Pode-se mencionar nessa categoria o Controlador de Fluxo de Potência Unificado (*UPFC – Unified Power Flow Controller*), que utiliza combinação unificada de um *STATCOM* e um *SSSC*, acoplados por um link de corrente contínua para permitir fluxo de potência ativa entre eles.

### 3.3 Modelo de Sensibilidade de Potência – MSP

O modelo de sensibilidade de potência foi desenvolvido por Deckmann e da Costa [Deckmann et al,1993] para o estudo das oscilações eletromecânicas de baixa frequência em sistemas de energia elétrica. O modelo baseia-se no princípio de que o balanço de potência ativa e reativa deve ser satisfeito continuamente em qualquer barra do sistema durante um processo dinâmico. Este modelo foi desenvolvido para problemas de estabilidade de ângulo, mas o seu princípio pode ser utilizado também para a obtenção de um modelo para a análise da estabilidade de tensão, como é mostrado em seguida: O sistema considerado é mostrado na Figura 3.1 (gerador síncrono conectado a uma carga assíncrona através de uma linha de transmissão sem perdas).

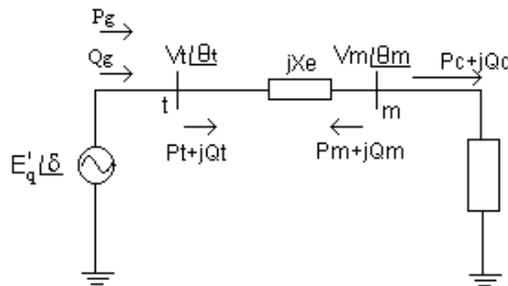


Figura 3.1 – Sistema Gerador – Linha – Carga.

Para o sistema representado na Figura 3.1 os balanços de potência ativa e reativa na barra terminal do gerador (barra t) e na barra de carga (barra m) podem ser expressos por:

#### Barra de geração (t)

$$P_g - P_t = 0 \tag{3.1}$$

$$Q_g - Q_t = 0$$

**Barra de carga (m)**

$$-P_c - P_m = 0 \quad (3.2)$$

$$-Q_c - Q_m = 0$$

Considerando as condições transitórias para este balanço de potência, e ignorando as perdas ativas, as expressões destas potências são dadas por [Taylor, 1993]:

$$P_g = \left( \frac{V_t E'_q \sin(\delta - \theta_t)}{x'_d} \right) - \left( \frac{V_t E'_d \cos(\delta - \theta_t)}{x'_q} \right) + \frac{V_t^2}{2} \sin 2(\delta - \theta_t) \left[ \frac{1}{x'_q} - \frac{1}{x'_d} \right] \quad (3.3)$$

$$Q_g = \left( \frac{V_t E'_q \cos(\delta - \theta_t)}{x'_d} \right) + \left( \frac{V_t E'_d \sin(\delta - \theta_t)}{x'_q} \right) - \frac{V_t^2}{x'_d} - \frac{V_t^2}{2} [1 - \cos 2(\delta - \theta_t)] \left[ \frac{1}{x'_q} - \frac{1}{x'_d} \right] \quad (3.4)$$

$$P_t = \frac{V_t V_m \sin(\theta_t - \theta_m)}{x_e} \quad (3.5)$$

$$Q_t = \frac{V_t^2}{x_e} - \frac{V_t V_m \cos(\theta_t - \theta_m)}{x_e} \quad (3.6)$$

**Barra de Carga**

$$P_m = \frac{V_m V_t}{x_e} \sin(\theta_m - \theta_t) \quad (3.7)$$

$$Q_m = \frac{V_m^2}{x_e} - \frac{V_m V_t}{x_e} \cos(\theta_m - \theta_t) \quad (3.8)$$

$$P_c = P = x_p (c_2 V^2 + c_1 V + c_0) \quad (3.9)$$

$$Q_c = Q = x_q (e_2 V^2 + e_1 V + e_0) \quad (3.10)$$

As variáveis internas  $\{E'_q, E'_d, \delta\}$  e os pares de variáveis externas  $\{V_t, \theta_t\}$ ,  $\{V_m, \theta_m\}$  possuem uma implícita dependência com o tempo. As expressões (3.9) e (3.10) representam as componentes transitórias (representação polinomial) do modelo dinâmico de carga agregada de Xu & Mansour [Xu et al, 1993], dado por:

$$\dot{x}_p = \frac{1}{T_p} [P_s(V) - P] \quad , \quad P = x_p P_{tr}(V) \quad (3.11)$$

$$\dot{x}_q = \frac{1}{T_q} [Q_s(V) - Q] \quad , \quad Q = x_q Q_{tr}(V) \quad (3.12)$$

sendo que  $x_p$  e  $x_q$  são variáveis de estado e  $T_p$  e  $T_q$  são constantes de tempo. Como se pode notar, neste modelo a carga (ativa e reativa) possui duas componentes: uma transitória ( $P_{tr}$ ,  $Q_{tr}$ ) e outra de regime permanente ( $P_s, Q_s$ ). Este modelo captura o comportamento dinâmico dos motores de indução para uma escala de tempo de poucos segundos, a dinâmica dos OLTC's para dezenas de segundos e a dinâmica das cargas para algumas horas.

Para pequenas excursões em torno de um ponto de operação, definido como estado básico, pode-se expressar os pares de equações de balanço de potência pelos seguintes pares de equações incrementais:

#### **Barra de Geração(t)**

$$\Delta P_g - \Delta P_t = 0 \quad (3.13)$$

$$\Delta Q_g - \Delta Q_t = 0$$

#### **Barra de Carga (m)**

$$-\Delta P_c - \Delta P_m = 0 \quad (3.14)$$

$$-\Delta Q_c - \Delta Q_m = 0$$

Fazendo-se a expansão linear de Taylor nas equações (3.3) a (3.10) e substituindo-se nas equações (3.13) e (3.14), obtém-se o sistema de equações incrementais:

$$A_{1g}\Delta(-\theta_t) + A_{2g}\Delta E'_q + A_{3g}\Delta V_t + A_{4g}\Delta E'_d - A_{1t}\Delta(\theta_t - \theta_m) - A_{2t}\Delta V_m - A_{3t}\Delta V_t = 0 \quad (3.15)$$

$$R_{1g}\Delta(-\theta_t) + R_{2g}\Delta E'_q + R_{3g}\Delta V_t + R_{4g}\Delta E'_d - R_{1t}\Delta(\theta_t - \theta_m) - R_{2t}\Delta V_m - R_{3t}\Delta V_t = 0 \quad (3.16)$$

$$-A_{1m}\Delta(\theta_m - \theta_t) + (-A_{1c} - A_{2m})\Delta V_m - A_{3m}\Delta V_t - A_{cd}\Delta xp = 0 \quad (3.17)$$

$$-R_{1m}\Delta(\theta_m - \theta_t) + (-R_{1c} - R_{2m})\Delta V_m - R_{3m}\Delta V_t - R_{cd}\Delta xp = 0 \quad (3.18)$$

na qual os coeficientes  $\{A_g, A_t\}$  e  $\{R_g, R_t\}$ ,  $\{A_m, A_c\}$  e  $\{R_m, R_c\}$  representam as sensibilidades locais das funções de potência ativa e reativa relativas às variáveis de estado e algébricas. As expressões destes coeficientes são apresentadas no apêndice A.

As equações incrementais (3.15) a (3.18) representam as condições de balanço instantâneo de potência e devem ser satisfeitas a todo instante durante um processo dinâmico. Para satisfazer o balanço dinâmico é necessário adicionar as equações diferenciais que estão implícitas nas variáveis de estado  $\Delta\omega$ ,  $\Delta\delta$ ,  $\Delta E'_q$ ,  $\Delta E'_d$ . Estas equações são representadas no domínio da frequência como:

### Equação de balanço de fluxo de campo

$$\Delta E'_q = \frac{1}{\frac{x_d}{x'_d} + sT'_{do}} [\Delta E_{FD} + K_V \Delta V_t - K_a \Delta(\delta - \theta_t)] \quad (3.19)$$

### Equação do enrolamento amortecedor do eixo em quadratura

$$\Delta E'_d = \frac{1}{\frac{x_q}{x'_q} + sT'_{qo}} [K'_V \Delta V_t + K'_a \Delta(\delta - \theta_t)] \quad (3.20)$$

As derivações das expressões (3.19) e (3.20) são mostradas no apêndice A. Para se realizar a simulação dinâmica, essas duas equações precisam ser integradas passo a passo com as seguintes entradas:

$$\Delta P_g = A_{1g} \Delta(\delta - \theta_t) + A_{2g} \Delta E'_q + A_{3g} \Delta V_t + A_{4g} \Delta E'_d \quad (3.21)$$

$$\Delta E_{FD} = \frac{K_e}{1 + sT_e} [\Delta V_{ref} - \Delta V_t] \quad (3.22)$$

A equação (3.22) representa um sistema de excitação estático similar ao utilizado em [Deckmann et al, 1994] e  $\Delta V_{ref}$  representa as variações na tensão de referência na barra terminal do gerador.

### Equações da potência ativa e reativa da carga dinâmica

$$\Delta \dot{x}_p = -\frac{P_t}{T_p} \Delta x_p + K_{pd} \Delta V_m \quad (3.23)$$

$$\Delta \dot{x}_q = -\frac{Q_t}{T_q} \Delta x_q + K_{qd} \Delta V_m \quad (3.24)$$

As equações (3.15) a (3.24) representam o Modelo de Sensibilidade de Potência (MSP), e podem ser colocadas na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{E}'_q \\ \Delta \dot{E}'_d \\ \Delta \dot{E}_{FD} \\ \Delta \dot{x}_p \\ \Delta \dot{x}_q \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -x_d & 0 & 1 & 0 & 0 \\ x'_d T'_{do} & 0 & T'_{do} & 0 & 0 \\ 0 & -x_q & 0 & 0 & 0 \\ 0 & x'_q T'_{qo} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{P_t}{T_e} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{Q_t}{T_q} \end{bmatrix}}_{J_1} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{K_a}{T'_{do}} & \frac{K_V}{T'_{do}} & 0 & 0 \\ -\frac{K_a}{T'_{qo}} & \frac{K'_V}{T'_{qo}} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{K_e}{T_e} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_{pd} \\ 0 & 0 & 0 & K_{qd} \end{bmatrix}}_{J_2} \begin{bmatrix} \Delta \theta_t \\ \Delta V_t \\ \Delta \theta_m \\ \Delta V_m \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} A_{2g} & 0 & A_{4g} & 0 & 0 \\ R_{2g} & 0 & R_{4g} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -A_{cd} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -R_{cd} \end{bmatrix}}_{J_3} \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta E'_d \\ \Delta E_{FD} \\ \Delta x_p \\ \Delta x_q \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} -A_{1g} - A_{1t} & A_{3g} - A_{3t} & A_{1t} & -A_{2t} \\ -R_{1g} - R_{1t} & R_{3g} - R_{3t} & R_{1t} & -R_{2t} \\ A_{1m} & -A_{3m} & -A_{1m} & -A_{2m} - A_{1c} \\ R_{1m} & -R_{3m} & -R_{1m} & -R_{2m} - R_{1c} \end{bmatrix}}_{J_4} \begin{bmatrix} \Delta \theta_t \\ \Delta V_t \\ \Delta \theta_m \\ \Delta V_m \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

### Análise Modal

Considerando as variáveis de entrada  $\Delta P_m$  e  $\Delta V_{ref}$ , estas expressões podem ser reescritas como:

$$\Delta \dot{x} = J_1 \Delta x + J_2 \Delta y + B_1 \Delta u \quad (3.27)$$

$$0 = J_3 \Delta x + J_4 \Delta y$$

nas quais:

$$\begin{aligned}
\Delta x &= [\Delta \delta \quad \Delta \omega \quad \Delta E'_q \quad \Delta E'_d \quad \Delta E'_{FD} \quad \Delta x_p \quad \Delta x_q]^t \\
\Delta y &= [\Delta \theta_t \quad \Delta V_t \quad \Delta \theta_m \quad \Delta V_m]^t \\
\Delta u &= [\Delta P_m \quad \Delta V_{ref}]^t
\end{aligned} \quad (3.28)$$

são, respectivamente, o vetor de estado, o vetor de variáveis algébricas e o vetor de variáveis de entrada. As matrizes  $J_1$ ,  $J_2$ ,  $J_3$ , e  $J_4$  estão indicadas nas equações (3.25) e (3.26), e a matriz  $B$  é dada por:

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{M} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{K_e}{T_e} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

Eliminando o vetor de variáveis algébricas na equação (3.27), obtém-se a equação de estado do MSP:

$$\Delta \dot{x} = A \Delta x + B \Delta u \quad (3.30)$$

com a matriz de estado do sistema dada por:

$$A = J_1 - J_2 J_4^{-1} J_3, \quad J_4^{-1} \neq 0. \quad (3.31)$$

Uma característica importante exibida pelo MSP, no que diz respeito à estabilidade de tensão, reside na preservação da estrutura do sistema (conforme se pode notar na matriz Jacobiana  $J_4$ ),

$$J_4 = \begin{bmatrix} -A_{1g} - A_{1t} & A_{3g} - A_{3t} & A_{1t} & -A_{2t} \\ -R_{1g} - R_{1t} & R_{3g} - R_{3t} & R_{1t} & -R_{2t} \\ A_{1m} & -A_{3m} & -A_{1m} & -A_{2m} - A_{1c} \\ R_{1m} & -R_{3m} & -R_{1m} & -R_{2m} - R_{1c} \end{bmatrix} \rightarrow J_{FC} = \begin{bmatrix} -A_{1m} & -A_{1c} - A_{2m} \\ -R_{1m} & -R_{2m} - R_{1c} \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

definida como **Jacobiano algébrico**. O Jacobiano do fluxo de carga modificado pela inclusão das características estáticas das cargas, ( $J_{FC}$ ), é mantido como sub-matriz.

### 3.4 O Compensador Estático de Reativos (*SVC*)

Pode-se dizer que os compensadores estáticos de reativos (*SVC*) foram os primeiros dispositivos *FACTS* a serem utilizados em sistemas reais. Seus primeiros exemplares começaram a ser instalados na década de 70, inicialmente com a finalidade de compensar a potência reativa demandada por fornos a arco, mas depois foram adaptados para aumentar a capacidade e melhorar a transmissão de potência em sistemas elétricos de potência. Nesses sistemas, a sua função básica é o controle de tensão, o que é realizado através do ajuste contínuo da potência reativa que o dispositivo troca com o sistema. O *SVC* é denominado estático porque seu projeto físico não contém partes móveis, sendo composto por dispositivos de estado sólido baseados em eletrônica de potência, mais especificamente controladores tiristorizados, indutores e capacitores.

O compensador estático de reativos mais difundido atualmente emprega reatores controlados a tiristores (*TCR – Thyristor-Controlled Reactor*) e capacitores chaveados a tiristores (*TSC – Thyristor-Switched Capacitor*). O próximo item descreve o princípio desses mecanismos de controle.

#### 3.4.1 Princípio de Operação do *SVC*

Visto que o *SVC* altera a tensão da barra na qual está conectado, variando-se a corrente reativa drenada ou fornecida ao sistema, o mesmo pode ser visualizado como uma carga reativa variável, a qual é ajustada de forma a manter a tensão aproximadamente constante.

A potência reativa do *SVC* é diretamente proporcional ao valor da sua susceptância e ao quadrado da tensão da barra na qual o *SVC* está conectado, ou seja:

$$Q_{SVC} = B_{SVC} V^2 \quad (3.33)$$

Na Figura 3.2 é mostrada a característica  $V \times Q_{SVC}$ .

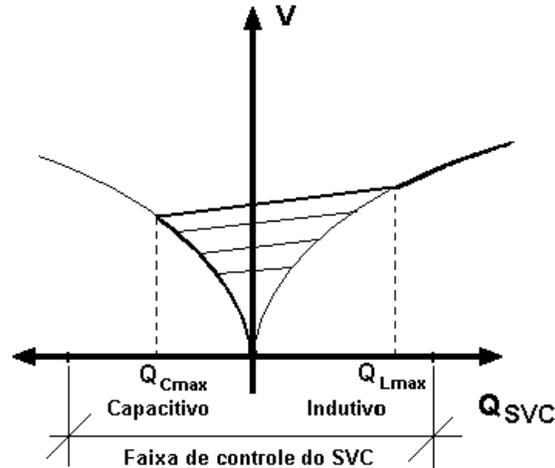


Figura 3.2 – Característica  $Q \times V$  do SVC

- **Modelo Dinâmico do SVC**

Modelos dinâmicos padrões que sejam capazes de representar em detalhes vários tipos de compensadores estáticos que têm sido utilizados em sistemas de energia elétrica ainda não foram desenvolvidos [Kundur, 1993]. Modelos básicos que têm sido utilizados para estudos preliminares relativos a instalações de compensadores estáticos são recomendados em [CIGRE, 1977], [CIGRE, 1986], bem como em [IEEE, 1994]. Um modelo típico para estudos de estabilidade, sob condições de pequenas perturbações, é apresentado em seguida.

Inicialmente, considerando a potência reativa trocada pelo SVC com o sistema expressa por (3.33), para pequenas variações em torno do ponto de equilíbrio, tem-se:

$$Q_{SVC} + \Delta Q_{SVC} = (B_{SVC} + \Delta B_{SVC})(V + \Delta V)^2 \quad (3.34)$$

$$Q_{SVC} + \Delta Q_{SVC} = (B_{SVC} + \Delta B_{SVC})(V^2 + 2V\Delta V + (\Delta V)^2) \quad (3.35)$$

Desprezando-se o termo  $(\Delta V)^2$ , tem-se:

$$Q_{SVC} + \Delta Q_{SVC} = B_{SVC}V^2 + 2B_{SVC}V\Delta V + \Delta B_{SVC}V^2 + 2V\Delta V\Delta B_{SVC} \quad (3.36)$$

O termo  $2V\Delta V\Delta B_{SVC}$  também pode ser ignorado e, portanto:

$$\Delta Q_{SVC} = 2B_{SVC}V\Delta V + V^2\Delta B_{SVC} \quad (3.37)$$

As variações de susceptância do *SVC* ( $\Delta B_{SVC}$ ) ocorrem devido às variações dos ângulos de disparo dos tiristores, cujas constantes de tempo podem ser desprezadas. Estas variações de  $\Delta B_{SVC}$ , em função das variações de tensões  $\Delta V$  e  $\Delta V_{ref}$ , podem ser representadas pelo diagrama de blocos mostrado na Figura 3.3:

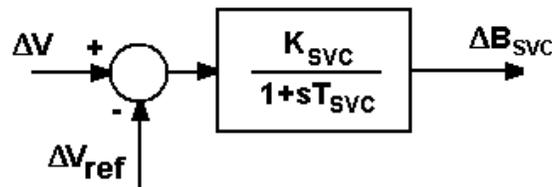


Figura 3.3 – Modelo Dinâmico do *SVC*

Embora o modelo de primeira ordem do *SVC* mostrado na Figura 3.3 seja muito simples, ele é similar aos modelos existentes na maioria dos programas de estabilidade em uso pelas empresas concessionárias de energia elétrica [IEEE, 1994]. Neste modelo, caracterizado por um regulador de tensão do tipo proporcional, o ganho estático  $K_{SVC}$  é o

inverso da reatância  $X_{SL}$ . Assim, um ganho de 100 pu  $\Delta B_{SVC}/pu \Delta V$  na base do *SVC* significa uma reatância  $X_{SL} = 1\%$ . Valores típicos da constante de tempo  $T_{SVC}$  situam-se na faixa de 50 ms a 100 ms [Kundur, 1993].

### 3.4.2 Aplicação do Modelo do *SVC* no MSP para a Análise da Estabilidade de Tensão

Conforme mostrado na Figura 3.4, o *SVC* é conectado na barra de carga.

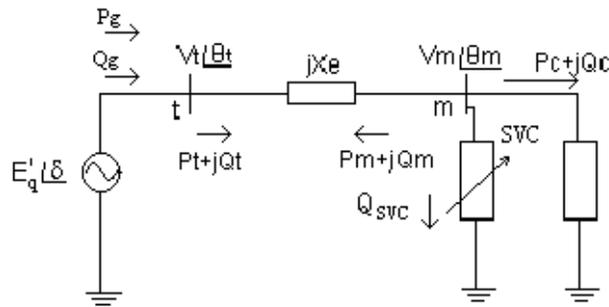


Figura 3.4 – Sistema gerador – linha – carga (com *SVC*)

Para esse sistema, são realizados os balanços incrementais de potência ativa e reativa na barra terminal do gerador (barra t) e na barra de carga (barra m), conforme já descrito no item anterior.

Adicionando-se as equações diferenciais que estão implícitas nas variáveis de estado  $\Delta\omega$ ,  $\Delta\delta$ ,  $\Delta E'_q$ ,  $\Delta E'_d$  (equações (3.19) a (3.26)) e a equação de susceptância do *SVC* dada por:

$$\Delta B_{SVC} = \frac{K_{SVC}}{1 + sT_{SVC}} (\Delta V_m - \Delta V_{m_{ref}}) \quad (3.38)$$

obtem-se o Modelo de Sensibilidade de Potência na forma matricial [Naturesa, 2001]:

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{E}'_q \\ \Delta \dot{E}'_d \\ \Delta \dot{E}_{FD} \\ \Delta \dot{x}_p \\ \Delta \dot{x}_q \\ \Delta \dot{B} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{x_d}{x'_d T'_{do}} & 0 & \frac{1}{T'_{do}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{x_q}{x'_q T'_{qo}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_e} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{P_t}{T_p} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{Q_t}{T_q} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_{SVC}} \end{bmatrix}}_{J_1} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{K_a}{T'_{do}} & \frac{K_v}{T'_{do}} & 0 & 0 \\ \frac{K'_a}{T'_{qo}} & \frac{K'_v}{T'_{qo}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{K_e}{T_e} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_{pd} \\ 0 & 0 & 0 & K_{qd} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{K_{SVC}}{T_{SVC}} \end{bmatrix}}_{J_2} \begin{bmatrix} \Delta \theta_t \\ \Delta V_t \\ \Delta \theta_m \\ \Delta V_m \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} A_{2g} & A_{4g} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ R_{2g} & 0 & R_{4g} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -A_{cd} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -R_{cd} - V_m^2 & 0 \end{bmatrix}}_{J_3} \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta E'_d \\ \Delta E_{FD} \\ \Delta x_p \\ \Delta x_q \\ \Delta B \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} -A_{1g} - A_{1t} & A_{3g} - A_{3t} & A_{1t} & -A_{2t} \\ -R_{1g} - R_{1t} & R_{3g} - R_{3t} & R_{1t} & -R_{2t} \\ A_{1m} & -A_{3m} & -A_{1m} & -A_{2m} - A_{1c} \\ R_{1m} & -R_{3m} & -R_{1m} & -R_{2m} - R_{1c} - 2BV_m \end{bmatrix}}_{J_4} \begin{bmatrix} \Delta \theta_t \\ \Delta V_t \\ \Delta \theta_m \\ \Delta V_m \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

Obtemos, então, a matriz de fluxo de carga, que permite realizar a análise estática:

$$J_4 = \begin{bmatrix} -A_{1g} - A_{1t} & A_{3g} - A_{3t} & A_{1t} & -A_{2t} \\ -R_{1g} - R_{1t} & R_{3g} - R_{3t} & R_{1t} & -R_{2t} \\ A_{1m} & -A_{3m} & -A_{1m} & -A_{2m} - A_{1c} \\ R_{1m} & -R_{3m} & -R_{1m} & -R_{2m} - R_{1c} - 2BV_m \end{bmatrix} \Rightarrow J_{FC} = \begin{bmatrix} -A_{1m} & A_{1c} - A_{2m} \\ -R_{1m} & -R_{1c} - R_{1c} - 2BV_m \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

### 3.4.3 Aplicação do SVC para Amortecimento de Oscilações de Modo

#### Local

Nesse item, a análise da influência do SVC no amortecimento das oscilações de modo local de sistemas de energia elétrica é realizada para o sistema mostrado na Figura 3.5, que consiste de um gerador síncrono conectado a um barramento infinito através de

uma linha de transmissão puramente reativa, com um barramento intermediário, no qual o *SVC* é conectado. Este barramento intermediário situa-se no ponto médio da linha de transmissão, visto que este é o melhor local para se realizar a compensação reativa. Isto se deve ao fato de que o afundamento da tensão (*voltage sag*) ao longo de uma linha não compensada é maior neste ponto [Hingorani, 2000].

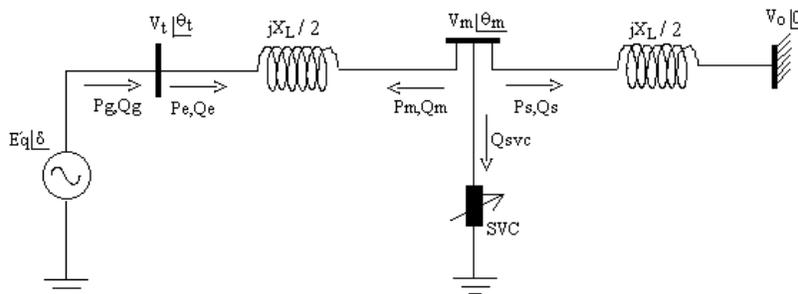


Figura 3.5 – Sistema Gerador – Barramento Infinito incluindo o *SVC*

Para o problema da Estabilidade de Ângulo, deve-se considerar a equação de oscilação do rotor (*Swing*):

$$\Delta\omega = \frac{1}{Ms + D_g} [\Delta P_M - \Delta P_g] \quad (3.42)$$

$$\Delta\delta = \frac{\omega_0}{s} [\Delta\omega] \quad (3.43)$$

nas quais  $\Delta P_M$  representa as variações de potência mecânica e  $\Delta P_g$  as variações de potência elétrica solicitada pela rede ao gerador.

Aplicando-se a metodologia do balanço nodal de potência nesse sistema, a forma de estado do MSP é dada por [Domingues, 2001]:

$$\begin{bmatrix} \Delta \omega \\ \Delta \delta \\ \Delta E'_q \\ \Delta E'_{FD} \\ \Delta B_{SVC} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -\frac{A_{1g}}{M} & -\frac{A_{2g}}{M} & 0 & 0 \\ \omega_0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{K_A}{T'_{d0}} & -\frac{x_d}{x'_d T'_{d0}} & \frac{1}{T'_{d0}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_e} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_{SVC}} \end{bmatrix}}_{J_1} \begin{bmatrix} \Delta \omega \\ \Delta \delta \\ \Delta E'_q \\ \Delta E'_{FD} \\ \Delta B_{SVC} \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{A_{1g}}{M} & 0 & -\frac{A_{3g}}{M} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{K_A}{T'_{d0}} & 0 & \frac{K_V}{T'_{d0}} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{K_e}{T_e} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{K_{SVC}}{T_{SVC}} \end{bmatrix}}_{J_2} \begin{bmatrix} \Delta \theta_t \\ \Delta \theta_m \\ \Delta V_t \\ \Delta V_m \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & A_{1g} & A_{2g} & 0 & 0 \\ 0 & R_{1g} & R_{2g} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -V_m^2 \end{bmatrix}}_{J_3} \begin{bmatrix} \Delta \omega \\ \Delta \delta \\ \Delta E'_q \\ \Delta E'_{FD} \\ \Delta B_{SVC} \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} -A_{1g} - A_{1e} & A_{1e} & A_{3g} - A_{2e} & -A_{3e} \\ -R_{1g} - R_{1e} & R_{1e} & R_{3g} - R_{2e} & -R_{3e} \\ A_{1m} & -A_{1m} - A_{1s} & -A_{2m} & -A_{3m} - A_{2s} \\ R_{1m} & -R_{1m} - R_{1s} & -R_{2m} & -R_{3m} - R_{2s} - 2B_{SVC}V_m \end{bmatrix}}_{J_4} \begin{bmatrix} \Delta \theta_t \\ \Delta \theta_m \\ \Delta V_t \\ \Delta V_m \end{bmatrix} \quad (3.45)$$

### 3.5 O Compensador Estático Síncrono (*STATCOM*)

Os compensadores estáticos de reativos geram ou absorvem potência reativa controlável por chaveamento sincronizado de capacitores ou reatores. Na prática, isto é visto como uma impedância *shunt* que pode ser ajustada de acordo com os requisitos de compensação da rede de transmissão. No entanto, com os avanços da eletrônica de potência, verificou-se a possibilidade da geração de reativos sem a necessidade de chaveamento desses bancos, utilizando conversores de potência chaveados [Gyugyi, 1994]. Esses conversores (*dc* para *ac* ou *ac* para *ac*) são operados como fontes de tensão e corrente e produzem reativos sem a necessidade de componentes de armazenamento de energia através da circulação de corrente alternada entre as fases do sistema elétrico.

Funcionalmente, a partir do ponto de vista da geração de potência reativa, a operação desses sistemas é similar a uma máquina síncrona ideal cuja saída de potência reativa é variada por um controle de excitação. Como essas máquinas, essa nova geração de dispositivos pode operar também com a troca de potência ativa, mas, para isso, deve-se acoplar uma fonte de energia *dc* apropriada. Em razão dessa similaridade com o gerador síncrono rotativo, esses dispositivos também são conhecidos como Geradores Estáticos Síncronos (*SSG – Static Synchronous Generators*). Quando esses geradores estáticos são operados sem uma fonte de energia e com controle apropriado para funcionar como um compensador *shunt* de reativos, ele é chamado, analogamente ao compensador (condensador) rotativo síncrono, de Compensador (ou Condensador) Estático Síncrono, (*STATCOM* ou *STATCON*) – *Static Synchronous Compensator (Condenser)* [Hingorani, 2000].

### **3.5.1 Geradores de Reativos Baseados em Chaveamento de Conversores**

A potência reativa controlada pode ser gerada por todos os tipos de conversores chaveados, *dc* para *ac* ou *ac* para *ac*. O primeiro grupo é chamado simplesmente conversores, enquanto que o segundo é chamado conversores de frequência ou cicloconversores. A função desses conversores é adaptar a potência para a forma desejada (*dc* ou *ac*) na frequência adequada. Esses conversores de potência são constituídos por chaves de estado sólido que conectam os terminais de entrada aos de saída, o que, por consequência, implica que não há armazenamento de energia interna, e então a potência instantânea de entrada é igual à potência instantânea de saída. Além disso, os terminais de entrada e saída devem ser complementares, isto é, se os terminais de entrada possuem uma

fonte de tensão (o que pode ser visto como uma fonte de tensão ativa, como uma bateria, ou passiva, como um capacitor), os terminais de saída devem possuir uma fonte de corrente (que na prática é uma fonte de tensão com uma fonte de impedância indutiva ou uma impedância indutiva passiva), ou vice-versa.

Conversores que hoje em dia são empregados nos dispositivos *FACTS* são do tipo fonte de tensão, por algumas razões que podem ser citadas a seguir [Hingorani, 2000]:

1. Conversores de fonte de corrente requerem semicondutores de potência com capacidade de bloqueio de tensão bidirecional, e os semicondutores de potência com capacidade de desligamento por pulso (*GTOs – Gate Turn-Off, IGBTs*) não são capazes de bloquear tensão reversa, normalmente não respeitando todos os parâmetros de restrição;
2. Utilizações práticas usando fontes de corrente nos terminais *dc* do conversor através de um reator de carga são muito menos efetivas no quesito de perdas do que uma conexão de fonte de tensão por um capacitor de carga de tensão;
3. O conversor de fonte de corrente requer uma terminação de fonte de tensão no terminal *ac*, usualmente na forma de filtro capacitivo. O conversor de fonte de tensão requer uma terminação de fonte de corrente no terminal *ac* que é naturalmente já fornecido pela indutância de dispersão do transformador de acoplamento;
4. A terminação da fonte de tensão (no caso um capacitor *dc* com enorme capacidade) tende a fornecer uma proteção automática dos semicondutores de potência contra os transitórios da linha de transmissão. Em contra partida, os conversores de fonte de tensão requerem proteção adicional contra sobre-tensão. No entanto, os conversores de fonte de corrente possuem uma

vantagem em relação aos de fonte de tensão, e esta é que eles são quase totalmente imunes aos curtos circuitos devidos à sua limitada corrente de saída fornecida pela fonte de corrente *dc*.

Pelo exposto acima, os *FACTS* dessa geração, em sua maioria, utilizam conversores de fonte de tensão, e este é o caso do *STATCOM*, principal enfoque desse trabalho.

- **Princípios Básicos de Operação**

O princípio básico de geração de potência reativa por um conversor de fonte de tensão é similar ao de uma máquina síncrona rotativa convencional, conforme mostrado na Figura 3.6.

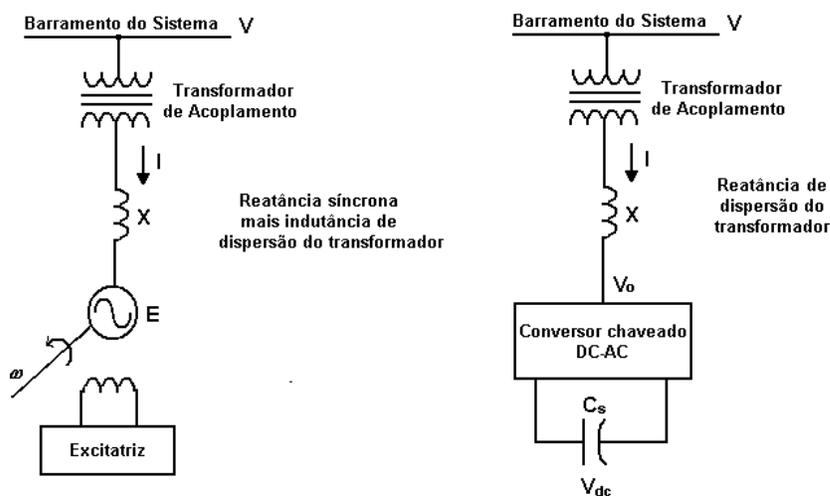


Figura 3.6 – Condensador síncrono rotativo e *STATCOM* gerando reativos

Para um fluxo de potência totalmente reativo, as forças eletromotrizes induzidas nas três fases da máquina síncrona estão em fase com as tensões do sistema, e a corrente gerada pelo compensador síncrono  $I$  é determinada pela magnitude da tensão do sistema, já que a tensão interna  $E$  e a reatância da máquina, bem como do transformador de acoplamento  $X$  são conhecidas:

$$I = \frac{V - E}{X} \quad (3.46)$$

Com a correspondente troca de potência reativa:

$$Q = V \cdot I = V \cdot \frac{V - E}{X} \quad (3.47)$$

Dessa maneira pode-se controlar a potência reativa.

O esquema do *STATCOM* é mostrado também na Figura 3.6, na forma unifilar. Da entrada *dc* da fonte de tensão, fornecida pelo capacitor  $C_S$ , o conversor fornece tensões trifásicas na frequência do sistema, e cada tensão está em fase e acoplada a cada tensão de fase do sistema por uma reatância pequena de acoplamento (que na prática é devida ao transformador de acoplamento). Variando a tensão de saída, pode-se controlar a potência reativa de maneira similar ao do condensador síncrono rotativo. Se a amplitude da tensão de saída for aumentada de forma a superar a tensão do sistema, o conversor gera potência reativa; se for diminuída abaixo da tensão do sistema, o conversor absorve potência reativa; se for igual, não haverá fluxo de potência reativa.

A tensão trifásica de saída é gerada pelo conversor de fonte de tensão *dc* para *ac* operado a partir do capacitor de armazenamento de energia. Todos os conversores práticos empregados em aplicações reais de transmissão de energia são compostos por um número de conversores elementares, isto é, pontes-H monofásicas, ou pontes de seis pulsos em dois níveis trifásicas, ou pontes de doze pulsos em três níveis trifásicas, como mostrado na Figura 3.7. As válvulas utilizadas nos conversores elementares usualmente compreendem um número (de 3 a 10) de semicondutores de potência conectados em série, como os *GTO* utilizados no *STATCOM* [Hingorani, 2000].

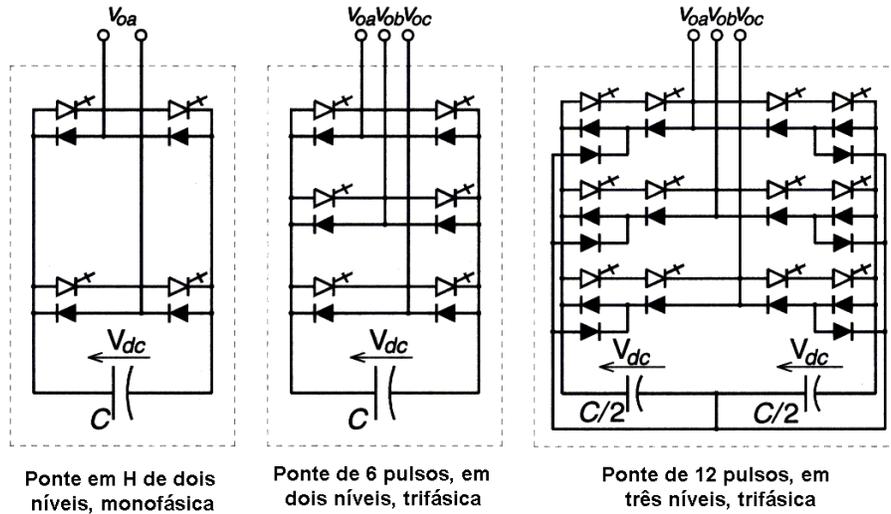


Figura 3.7 – Esquemas básicos de conversores usados na geração de reativos

Cada conversor elementar produz, em sua saída, uma forma de onda quadrada ou quase quadrada modulada em largura de pulso (*PWM – Pulse Width Modulation*). Essas formas de onda componentes da tensão são deslocadas em fase uma da outra e então combinadas, usualmente com o uso de componentes magnéticos apropriados, para produzir a tensão final de saída do conversor total, a qual pode ser obtida de forma aproximadamente senoidal, próxima o suficiente para que não seja necessária filtragem. Por exemplo, a Figura 3.8 mostra a forma de onda de tensão típica gerada por um conversor de 48 pulsos, pela combinação das saídas de oito conversores de dois níveis, seis pulsos, ou então de quatro conversores de três níveis, doze pulsos.

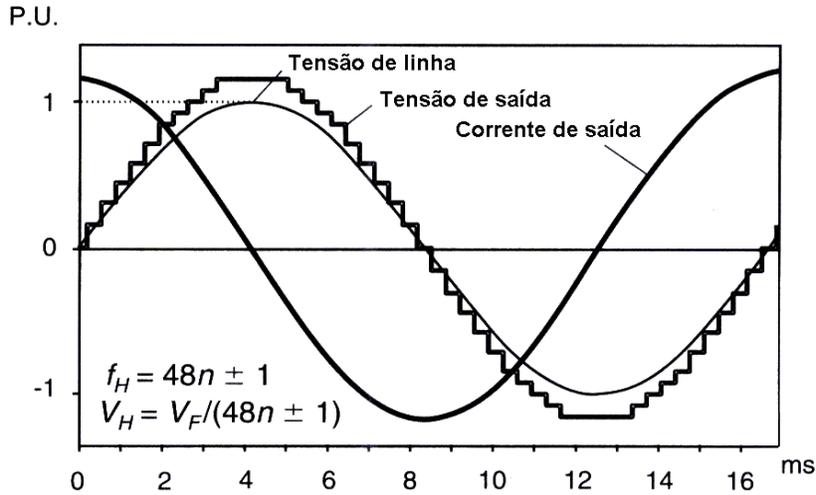


Figura 3.8 – Formas de ondas típicas da tensão e corrente de saída geradas por um conversor de 48 pulsos gerando potência reativa

A operação do conversor de fonte de tensão, utilizado como um gerador estático de reativos controlado, pode ser explicada sem considerar a operação detalhada das chaves conversoras por leis físicas básicas que governam a relação entre as potências de saída e entrada. O ponto chave dessa explicação reside no fato físico de que, como em todo conversor de potência chaveado, a potência instantânea da rede nos terminais de saída *ac* deve sempre ser igual à potência instantânea da rede nos terminais de entrada *dc* (desprezando as perdas nas chaves semicondutoras).

Desde que o conversor forneça apenas uma saída de potência reativa (suas tensões de saída são controladas para estar em fase com as tensões *ac* do sistema), a potência ativa fornecida pela fonte *dc* (carga no capacitor) deve ser zero (quando a potência instantânea no lado *ac* é também zero). Além disso, desde que a potência reativa na frequência igual a zero (no capacitor *dc*) seja, por definição, igual a zero, o capacitor *dc* não participa na geração de potência reativa. Em outras palavras, o conversor simplesmente interconecta os três

terminais *ac* de maneira que as correntes reativas de saída possam fluir livremente entre eles. Vendo isso a partir dos terminais do sistema *ac*, poderia ser dito que o conversor estabelece um fluxo de corrente circulante entre as fases com uma troca de potência instantânea da rede igual a zero.

A necessidade do capacitor de armazenamento *dc* é teoricamente devido à igualdade das potências instantâneas de entrada e saída, conforme estipulado acima. A forma de onda da tensão de saída do conversor *dc* para *ac* não é uma onda senoidal perfeita, e, por essa razão, a potência instantânea de saída da rede (VA) tem uma componente flutuante, fato que não aconteceria se a corrente de saída do conversor fosse uma onda senoidal pura (cuja condição é aproximadamente atingida em sistemas práticos). Dessa forma, para não violar a igualdade das potências instantâneas de entrada e saída, o conversor precisa “injetar” uma corrente flutuante (“*ripple*”) a partir do capacitor de armazenamento *dc* que forneça uma terminação constante na saída [Hingorani, 2000].

Em um conversor prático, as chaves semicondutoras perdem energia, e, portanto, a energia armazenada no capacitor *dc* seria utilizada para perdas internas. A solução encontrada para esse problema é suprir essas perdas com a energia do sistema, fazendo as tensões de saída do conversor atrasar em relação às do sistema por um ângulo pequeno. Dessa maneira, o conversor absorve uma pequena quantidade de potência ativa do sistema para suprir as perdas internas e manter a tensão do capacitor em um nível desejado. O mecanismo de ajuste de ângulo de fase pode também ser usado para controlar a geração ou absorção de reativos pelo aumento ou diminuição da tensão do capacitor, e dessa maneira a amplitude da tensão de saída do conversor.

É possível também equipar o conversor com uma fonte de potência *dc* apropriada (por exemplo, baterias, etc) ou com um dispositivo de armazenamento de capacidade

significativa (um grande capacitor  $dc$ , um ímã supercondutor, etc). Nesse caso, o conversor pode controlar a troca de potência ativa e reativa, e funcionar como um gerador estático síncrono. A capacidade de controlar potência ativa é uma característica importante que pode ser usada efetivamente em aplicações que requerem amortecimento de oscilações, nivelando a demanda de potência e gerando potência ininterrupta para cargas críticas. Esta capacidade é única para essa categoria de *FACTS* e a distingue das gerações anteriores [Hingorani, 2000].

- **Princípios de Controle**

O conversor do *STATCOM* compreende um grande número de tiristores tipo *GTO*, cujos comandos são gerados pelo controle interno dos conversores através de sinais de referência em resposta à demanda de potência ativa ou reativa. Os sinais de referência são fornecidos pelo sistema de controle, das instruções do operador e variáveis do sistema, que determinam o funcionamento operacional do *STATCOM*, e isso pode ser ilustrado pelo diagrama mostrado na Figura 3.9:

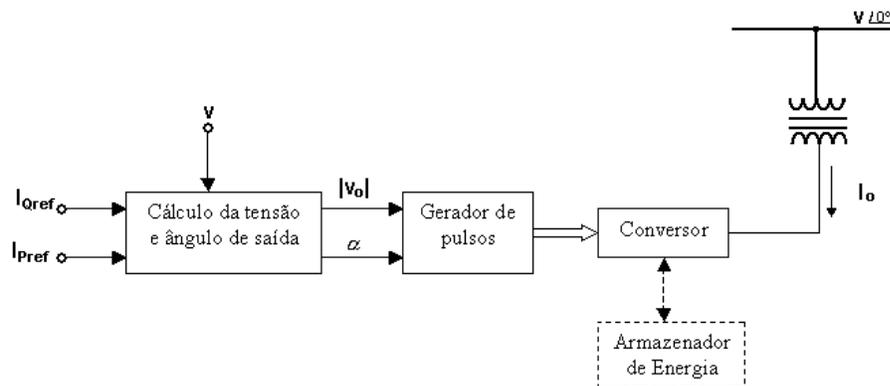


Figura 3.9 – Principais funções do controle do conversor

Tratando o condensador estático como uma “caixa preta”, ele pode ser visto como uma tensão síncrona que pode ser controlada para fornecer corrente capacitiva ou indutiva até um máximo valor determinado pela capacidade de potência complexa nominal. É também importante notar que a máxima corrente reativa pode ser mantida mesmo que a tensão do sistema esteja significativamente abaixo do valor nominal.

Para o caso de compensação puramente reativa, a configuração presente na Figura 3.9 estaria modificada de maneira que a corrente de referência fosse somente  $I_{Qref}$ , e a tensão de referência operaria como um fixador de malha em fase (*PLL – Phase Locked Loop*), fornecendo assim o sinal básico sincronizante, o ângulo de entrada. A área de operação no gráfico  $V \times I$  desse compensador é limitada apenas pela tensão e corrente máxima nominais do conversor, conforme ilustrado na Figura 3.10 [Hingorani, 2000].

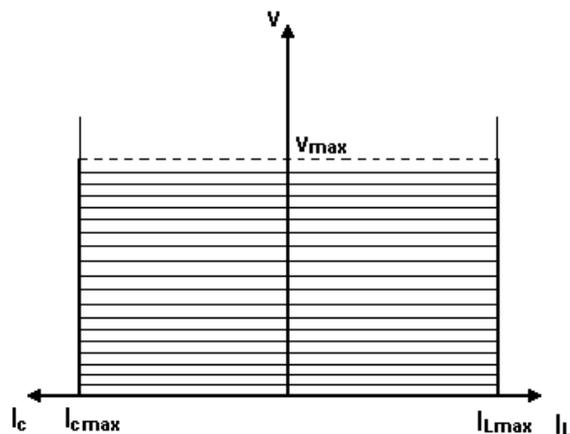


Figura 3.10 – Área operacional do condensador conversor de tensão

A resposta dinâmica desse tipo de compensador de reativos, devido ao seu atraso de transporte ser quase desprezível, é muito mais rápida (da ordem de uma casa decimal) do que a dos compensadores baseados em variação de susceptância, como o *SVC*, que foi apresentado anteriormente. Uma das razões para esse fato é o rápido chaveamento dos

semicondutores usados na confecção dos tiristores, que possuem essas características por usarem a tecnologia *GTO*, ou seja, ambos ligamento e desligamento podem ser controlados pelos pulsos de disparo, enquanto que na tecnologia anterior apenas o ligamento era possível, restringindo a apenas um gatilho em cada ciclo. A capacidade dos *GTOs* possibilita mais modos operacionais, como modulação *PWM*, e outras modulações em comprimento de pulso, grandes vantagens que não eram possíveis anteriormente. Outra vantagem é que o *STATCOM* possui uma capacidade singular de aumentar ou diminuir a tensão do capacitor *dc* através de um único disparo de curta duração, trocando potência com o sistema [Hingorani,2000].

### 3.5.2 Performance dinâmica

A característica  $V \times I$  do *STATCOM* está mostrada na figura 3.11.

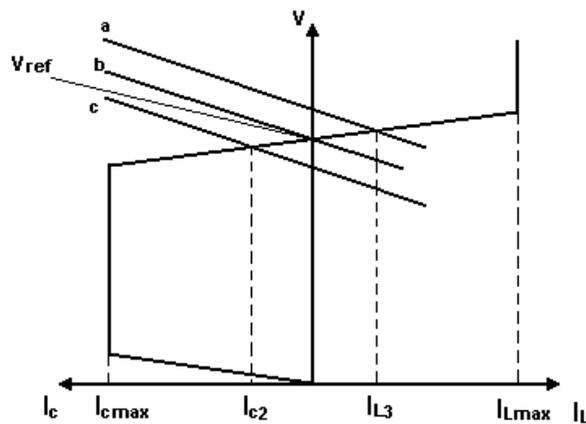


Figura 3.11 – Característica  $V \times I_{\text{statcom}}$  do sistema e do *STATCOM*

O princípio básico de funcionamento dessa compensação é similar ao do *SVC*, mas diferenças importantes serão salientadas nos próximos itens.

### 3.5.3 Comparação entre *SVC* e *STATCOM*

Com base no exposto nos itens anteriores, pode-se afirmar que por um determinado ponto de vista, o comportamento qualitativo da faixa operacional da característica  $V \times I$  do *SVC* e do *STATCOM* são similares. No entanto, os princípios básicos de operação do *STATCOM*, que utiliza um gerador de reativos baseado em conversor e funciona como uma fonte síncrona conectada em derivação, são fundamentalmente diferentes do que foi exposto sobre o *SVC*, que com seu reator controlado a tiristores e seus capacitores chaveados a tiristores, funciona como uma susceptância controlável conectada também em derivação. Esta diferença operacional básica dá ao *STATCOM* uma característica funcional superior, com melhor desempenho e maior flexibilidade para aplicação que o *SVC*.

- **Características  $V \times I$  e  $V \times Q$**

O *STATCOM* é essencialmente uma fonte de corrente conectada através de um transformador de acoplamento, e suas características  $V \times I$  e  $V \times Q$  são mostradas nas Figuras 3.12 (a) e 3.13 (a), respectivamente. Essas figuras mostram que o *STATCOM* pode ser operado com fornecimento de corrente nominal a um nível de tensão do sistema muito pequena (teoricamente zero), tipicamente em torno de 0.2 pu. Em outras palavras, a máxima corrente de saída, indutiva ou capacitiva, e a máxima absorção de reativos, mudam linearmente com a tensão do sistema. Em contraste ao *STATCOM*, o *SVC* se torna uma admitância fixa a plena carga do sistema. Então, a corrente máxima que o *SVC* pode atingir diminui linearmente com a tensão do sistema, e o máximo fornecimento de reativos diminui com o quadrado dessa tensão, como mostrado nas Figuras 3.12 (b) e 3.13 (b), respectivamente. O *STATCOM* é, dessa maneira, superior ao *SVC*, quando analisada a

capacidade de fornecer suporte de tensão quando o sistema está sujeito a grandes perturbações. A capacidade de fornecer a máxima corrente de compensação quando o sistema está sujeito a uma tensão reduzida possibilita uma grande quantidade de aplicações do *STATCOM* com superioridade em relação ao *SVC*.

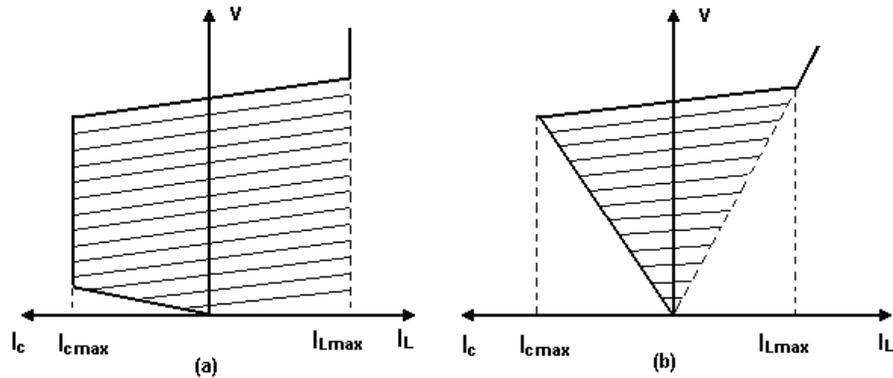


Figura 3.12 – Características V x I

(a) *STATCOM*; (b) *SVC*

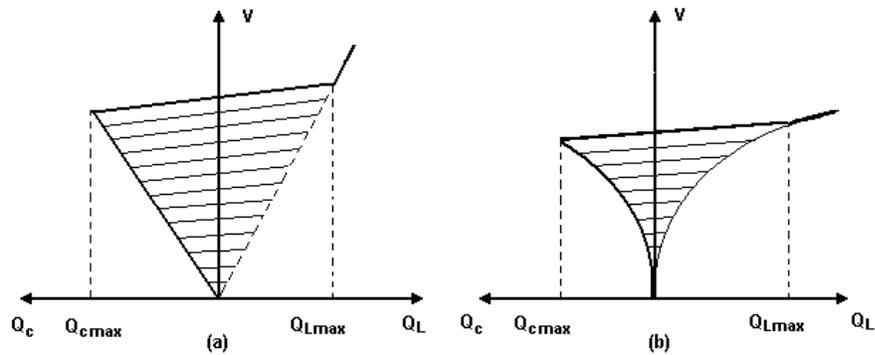


Figura 3.13 – Características V x Q

(a) *STATCOM*; (b) *SVC*

Como pode ser notado nessas Figuras, na região operacional indutiva, os condutores de potência de um conversor elementar, chaveados na frequência fundamental, são naturalmente comutados. Isso significa que a corrente nominal transiente do *STATCOM* na

região indutiva é, teoricamente, limitada apenas pela temperatura máxima suportada pela junção *GTO*, o que, a princípio, permitiria a realização de um nominal transiente maior do que seria atingível na faixa capacitiva [Hingorani, 2000].

### 3.5.4 Modelo Dinâmico do *STATCOM*

Nesse item é apresentado um modelo típico do *STATCOM* para estudos de estabilidade sob condições de pequenas perturbações.

Inicialmente, considere a potência reativa trocada pelo *STATCOM* com o sistema, expressa por:

$$Q_{STATCOM} = I_S \cdot V_m \quad (3.48)$$

Para pequenas variações em torno do ponto de equilíbrio, tem-se:

$$Q_{STATCOM} + \Delta Q_{STATCOM} = (I_S + \Delta I_S)(V_m + \Delta V_m) \quad (3.49)$$

$$Q_{STATCOM} + \Delta Q_{STATCOM} = I_S V_m + I_S \Delta V_m + \Delta I_S V_m + \Delta I_S \Delta V_m$$

O termo  $\Delta I_S \Delta V$  pode ser ignorado e, portanto:

$$\Delta Q_{STATCOM} = I_S \Delta V_m + V_m \Delta I_S \quad (3.50)$$

As variações de corrente fornecida pelo *STATCOM* ( $\Delta I_S$ ) ocorrem devido às variações dos ângulos de disparo dos tiristores, cujas constantes de tempo podem ser desprezadas. Estas variações de  $\Delta I_S$ , em função das variações de tensões  $\Delta V_m$  e  $\Delta V_{ref}$ , podem ser representadas pelo diagrama de blocos mostrado na Figura 3.14:

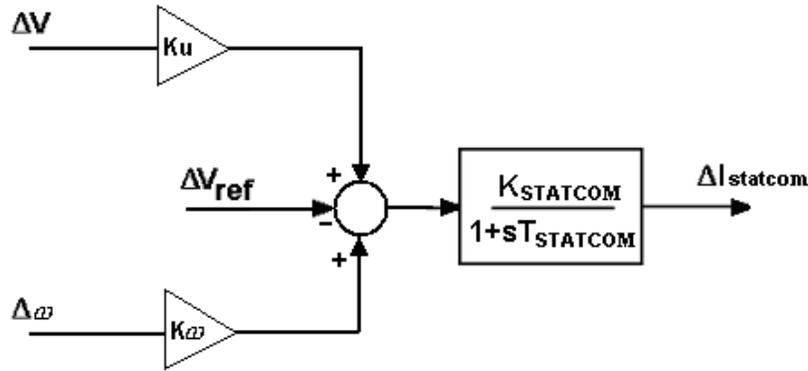


Figura 3.14 – Modelo Dinâmico do *STATCOM*

Embora o modelo de primeira ordem do *STATCOM* mostrado na Figura 3.14 seja muito simples, ele está sendo bastante utilizado em muitos trabalhos relacionados a esse assunto atualmente [Nassif et al, 2003], [Nassif et al, 2004], [Rahim et al, 2002], [Chun et al, 1998]. Neste modelo, caracterizado por um regulador de tensão do tipo proporcional, o ganho estático  $K_{STATCOM}$  é o ganho inicial da corrente injetada pelo *STATCOM*. Valores típicos da constante de tempo  $T_{STATCOM}$  situam-se na faixa de 1 ms a 10 ms [Hingorani, 2000]. Os ganhos  $K_u$  e  $K_\omega$  são, respectivamente, o ganho do canal da malha de realimentação de tensão e o ganho do canal da malha de realimentação de velocidade do rotor do gerador.

### 3.5.5 Aplicação do *STATCOM* na Estabilidade de Tensão

Neste trabalho, o estudo da influência do *STATCOM* na Estabilidade de Tensão é realizado para o sistema mostrado na Figura 3.15 (o modelo da carga dinâmica é o mesmo utilizado no caso do *SVC*).

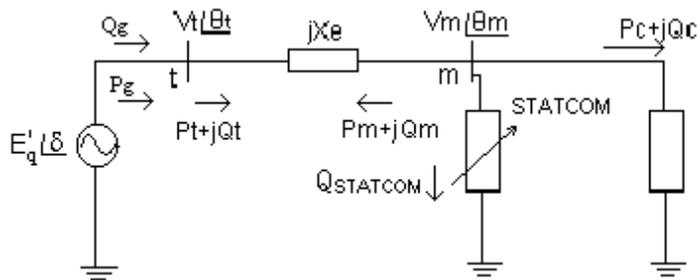


Figura 3.15 – Sistema gerador – linha – carga (com STATCOM).

Para esse sistema os balanços de potência ativa e reativa na barra terminal do gerador (barra t) e na barra de carga (barra m) podem ser expressos por:

#### Barra de geração (t)

$$P_g - P_t = 0 \quad (3.51)$$

$$Q_g - Q_t = 0$$

#### Barra de carga (m)

$$-P_c - P_m = 0 \quad (3.52)$$

$$-Q_c - Q_m - Q_{STATCOM} = 0$$

As expressões para cada uma dessas potências são idênticas às expressões (3.1) a (3.2), exceto pela inclusão de  $Q_{STATCOM}$ , que é dada por (3.48).

Para pequenas perturbações, esse balanço fica:

**Barra de Geração (t)**

$$\Delta P_g - \Delta P_t = 0 \quad (3.53)$$

$$\Delta Q_g - \Delta Q_t = 0$$

**Barra de Carga (m)**

$$-\Delta P_c - \Delta P_m = 0 \quad (3.54)$$

$$-\Delta Q_c - \Delta Q_m - \Delta Q_{STATCOM} = 0$$

Fazendo-se a expansão linear de Taylor nas equações (3.51) a (3.52) e substituindo-se nas equações (3.53) e (3.54) tem-se o sistema de equações incrementais indicado abaixo:

$$A_{1g}\Delta(-\theta_t) + A_{2g}\Delta E'_q + A_{3g}\Delta V_t + A_{4g}\Delta E'_d - A_{1t}\Delta(\theta_t - \theta_m) - A_{2t}\Delta V_m - A_{3t}\Delta V_t = 0 \quad (3.55)$$

$$R_{1g}\Delta(-\theta_t) + R_{2g}\Delta E'_q + R_{3g}\Delta V_t + R_{4g}\Delta E'_d - R_{1t}\Delta(\theta_t - \theta_m) - R_{2t}\Delta V_m - R_{3t}\Delta V_t = 0 \quad (3.56)$$

$$-A_{1m}\Delta(\theta_m - \theta_t) + (-A_{1c} - A_{2m})\Delta V_m - A_{3m}\Delta V_t - A_{cd}\Delta xp = 0 \quad (3.57)$$

$$-R_{1m}\Delta(\theta_m - \theta_t) + (-R_{1c} - R_{2m})\Delta V_m - R_{3m}\Delta V_t - R_{cd}\Delta xp - V_m\Delta I_s - I_s\Delta V_m = 0 \quad (3.58)$$

nas quais os coeficientes  $\{A_g, A_t\}$  e  $\{R_g, R_t\}$ ,  $\{A_m, A_c\}$  e  $\{R_m, R_c\}$  representam as sensibilidades locais das funções de potência ativa e reativa relativas às variáveis de estado e algébricas. As expressões destes coeficientes são apresentadas no apêndice A.

As equações incrementais (3.55) a (3.58) representam as condições de balanço instantâneo de potência e devem ser satisfeitas a todo instante durante um processo

dinâmico. Para satisfazer essa condição é necessário adicionar as equações diferenciais que estão implícitas nas variáveis de estado  $\Delta\omega$ ,  $\Delta\delta$ ,  $\Delta E'_q$ ,  $\Delta E'_d$ . Estas equações são as (3.19) a (3.26).

A equação de corrente do STATCOM é dada por:

$$\Delta \dot{I}_s = \frac{1}{T_{STATCOM}} (-\Delta I_s - K_{STATCOM} \Delta u) \quad (3.59)$$

sendo que a saída do controlador do STATCOM, para a análise da estabilidade de tensão realizada nesse trabalho é [Nassif et al, 2003]:

$$\Delta u = -K_u \Delta V_m \quad (3.60)$$

Dessa forma, de acordo com a Figura 3.14, obtém-se:

$$\Delta I_{STATCOM} = \frac{K_{STATCOM}}{1 + sT_{STATCOM}} K_u \Delta V_m \quad (3.61)$$

No entanto, para análise de estabilidade de tensão, o termo correspondente ao desvio de velocidade não é significativo, e só será utilizado na análise de estabilidade angular. Dessa maneira, o Modelo de Sensibilidade de Potência na forma matricial é dado por:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \Delta \dot{E}'_q \\ \Delta \dot{E}'_d \\ \Delta \dot{E}_{FD} \\ \Delta \dot{x}_p \\ \Delta \dot{x}_q \\ \Delta \dot{I}_s \end{bmatrix}}_{J_1} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{x_d}{x'_d T'_{do}} & 0 & \frac{1}{T'_{do}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{x_q}{x'_q T'_{qo}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_e} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{P_t}{T_p} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{Q_t}{T_q} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_{STATCOM}} \end{bmatrix}}_{J_1} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{K_a}{T'_{do}} & \frac{K_v}{T'_{do}} & 0 & 0 \\ \frac{K'_a}{T'_{qo}} & \frac{K'_v}{T'_{qo}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{K_e}{T_e} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_{pd} \\ 0 & 0 & 0 & K_{qd} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{K_u K_{STATCOM}}{T_{STATCOM}} \end{bmatrix}}_{J_2} \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta \theta_t \\ \Delta V_t \\ \Delta \theta_m \\ \Delta V_m \end{bmatrix}}_{J_2} \quad (3.62)$$

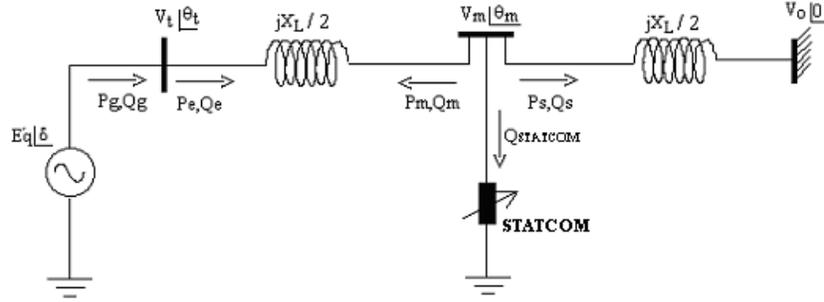
$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} A_{2g} & A_{4g} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ R_{2g} & 0 & R_{4g} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -A_{cd} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -R_{cd} & -V_m \end{bmatrix}}_{J_3} \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta E'_d \\ \Delta E_{FD} \\ \Delta x_p \\ \Delta x_q \\ \Delta I_S \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} -A_{1g} - A_{1t} & A_{3g} - A_{3t} & A_{1t} & -A_{2t} \\ -R_{1g} - R_{1t} & R_{3g} - R_{3t} & R_{1t} & -R_{2t} \\ A_{1m} & -A_{3m} & -A_{1m} & -A_{2m} - A_{1c} \\ R_{1m} & -R_{3m} & -R_{1m} & -R_{2m} - R_{1c} - I_S \end{bmatrix}}_{J_4} \begin{bmatrix} \Delta \theta_t \\ \Delta V_t \\ \Delta \theta_m \\ \Delta V_m \end{bmatrix} \quad (3.63)$$

Obtemos, então, a matriz de fluxo de carga, que permite a análise estática:

$$J_4 = \begin{bmatrix} -A_{1g} - A_{1t} & A_{3g} - A_{3t} & A_{1t} & -A_{2t} \\ -R_{1g} - R_{1t} & R_{3g} - R_{3t} & R_{1t} & -R_{2t} \\ A_{1m} & -A_{3m} & -A_{1m} & -A_{2m} - A_{1c} \\ R_{1m} & -R_{3m} & -R_{1m} & -R_{2m} - R_{1c} - I_S \end{bmatrix} \Rightarrow J_{FC} = \begin{bmatrix} -A_{1m} & A_{1c} - A_{2m} \\ -R_{1m} & -R_{2m} - R_{1c} - I_S \end{bmatrix} \quad (3.64)$$

### 3.5.6 Aplicação do *STATCOM* para o Amortecimento de Oscilações de Modo local

Neste item, a análise da influência do *STATCOM* no amortecimento das oscilações de modo local de sistemas de energia elétrica é realizada para o sistema mostrado na Figura 3.16, que consiste de um gerador síncrono conectado a um barramento infinito através de uma linha de transmissão puramente reativa, com um barramento intermediário, no qual o *STATCOM* é conectado. Este barramento intermediário situa-se no ponto médio da linha de transmissão, pelas mesmas razões já expostas no tratamento do *SVC*.

Figura 3.16 – Sistema Gerador-Barramento Infinito incluindo o *STATCOM*

As equações incrementais do MSP nesse caso são dadas por:

$$A_{1g} \Delta(\delta - \theta_t) + A_{2g} \Delta E'_q + A_{3g} \Delta V_T - A_{1e} \Delta(\theta_t - \theta_m) - A_{2e} \Delta V_t - A_{3e} \Delta V_m = 0 \quad (3.65)$$

$$R_{1g} \Delta(\delta - \theta_t) + R_{2g} \Delta E'_q + R_{3g} \Delta V_T - R_{1e} \Delta(\theta_t - \theta_m) - R_{2e} \Delta V_t - R_{3e} \Delta V_m = 0 \quad (3.66)$$

$$-A_{1m} \Delta(\theta_m - \theta_t) - A_{3m} \Delta V_m - A_{2m} \Delta V_t - A_{1s} \Delta \theta_m - A_{2s} \Delta V_m = 0 \quad (3.67)$$

$$-R_{1m} \Delta(\theta_m - \theta_t) - R_{3m} \Delta V_m - R_{2m} \Delta V_t - R_{1s} \Delta \theta_m - R_{2s} \Delta V_m - I_S \Delta V_m - V_m \Delta I_S = 0 \quad (3.68)$$

A saída do controlador do *STATCOM*, para a estabilidade de ângulo, é [Nassif et al, 2003]:

$$\Delta u = -K_u \Delta V_m + K_\omega \Delta \omega \quad (3.69)$$

Desta maneira, de acordo com a equação (3.59), obtém-se:

$$\Delta I_{STATCOM} = \frac{K_{STATCOM}}{1 + sT_{STATCOM}} (K_u \Delta V_m - K_\omega \Delta \omega) \quad (3.70)$$

Dessa maneira, a forma de estado do MSP é dada por:

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{\omega} \\ \Delta \dot{\delta} \\ \Delta \dot{E}_q \\ \Delta \dot{E}_{FD} \\ \Delta \dot{I}_S \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -\frac{A_{1g}}{M} & -\frac{A_{2g}}{M} & 0 & 0 \\ \omega_0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{K_A}{T_{d0}} & -\frac{x_d}{x_d' T_{d0}} & \frac{1}{T_{d0}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_e} & 0 \\ \frac{K_{STATCOM} \cdot K_\omega}{T_{STATCOM}} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_{STATCOM}} \end{bmatrix}}_{J_1} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{A_{1g}}{M} & 0 & -\frac{A_{3g}}{M} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{K_A}{T_{d0}} & 0 & \frac{K_V}{T_{d0}} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{K_e}{T_e} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{K_{STATCOM} \cdot K_u}{T_{STATCOM}} \end{bmatrix}}_{J_2} \begin{bmatrix} \Delta \omega \\ \Delta \delta \\ \Delta E_q \\ \Delta E_{FD} \\ \Delta I_S \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta \theta_t \\ \Delta \theta_m \\ \Delta V_t \\ \Delta V_m \end{bmatrix} \quad (3.71)$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & A_{1g} & A_{2g} & 0 & 0 \\ 0 & R_{1g} & R_{2g} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -V_m \end{bmatrix}}_{J_3} \begin{bmatrix} \Delta \omega \\ \Delta \delta \\ \Delta E_q \\ \Delta E_{FD} \\ \Delta I_S \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} -A_{1g} - A_{1e} & A_{1e} & A_{3g} - A_{2e} & -A_{3e} \\ -R_{1g} - R_{1e} & R_{1e} & R_{3g} - R_{2e} & -R_{3e} \\ A_{1m} & -A_{1m} - A_{1s} & -A_{2m} & -A_{3m} - A_{2s} \\ R_{1m} & -R_{1m} - R_{1s} & -R_{2m} & -R_{3m} - R_{2s} - I_S \end{bmatrix}}_{J_4} \begin{bmatrix} \Delta \theta_t \\ \Delta \theta_m \\ \Delta V_t \\ \Delta V_m \end{bmatrix} \quad (3.72)$$

### 3.5.7 Considerações sobre Controle Suplementar Utilizando Desvio de Velocidade

A estrutura do *STATCOM* utilizada nesse capítulo considerou, no último modelo, o recurso de sinais estabilizantes suplementares, o que permite maior amortecimento promovido por esse dispositivo *FACTS* para o sistema. No entanto, até agora, não foram detalhadas técnicas de projeto para os ganhos utilizados ( $K_u$  e  $K_\omega$ ). Suas principais características aqui discutidas restringem-se apenas em verificar qualitativamente a influência dessa capacidade no amortecimento das oscilações eletromecânicas de baixa frequência. No próximo item será apresentada uma forma de busca desses dois ganhos de forma a melhorar o amortecimento, através de uma metodologia associada à robustez.

No entanto, atualmente, existem diversas formas de se promover amortecimento suplementar através de armazenamento de energia para o *STATCOM*, como baterias, “*flywheel*”, ímãs supercondutores, grandes capacitores armazenadores *dc*, outros retificadores/inversores, etc. Uma interface eletrônica conhecida como “recortador”, ou “*chopper*” é, em geral, necessária entre a fonte de energia e o conversor. Para um conversor de fonte de corrente, a fonte de energia serve para compensar, com eficiência, a carga do capacitor através da interface eletrônica e manter a tensão necessária neste capacitor. Abaixo estão brevemente descritas duas formas de armazenamento de energia [Hingorani, 2000]:

- Sistema de Armazenamento de Energia por Baterias (*BESS – Battery Energy Storage System*) – Um sistema de armazenamento químico que utiliza conversores de fonte de tensão conectados em *shunt*, capazes de ajustar rapidamente a quantidade de energia que é fornecida ou absorvida do sistema *ac*.
- Armazenamento de Energia por Ímã Supercondutor (*SMES – Superconducting Magnetic Energy Storage*) – Um armazenador de energia eletromagnético supercondutor contendo conversores eletrônicos que injetam ou absorvem rapidamente potência ativa ou reativa, ou dinamicamente controlam o fluxo de potência em um sistema de transmissão *ac*.

### **3.6 Sintonia de Parâmetros do *STATCOM* para Análise de Estabilidade de Ângulo**

Para uma melhor performance no amortecimento das oscilações eletromecânicas de baixa frequência, pode-se sugerir um método de sintonia para os ganhos de realimentação

de tensão e velocidade do rotor do gerador. Esse trabalho propõe um método de busca otimizada de uma coordenação parâmetros, de modo que a norma  $H_2$  do sistema completo seja minimizada sem a modificação de qualquer componente da rede e nem a introdução de um controlador suplementar ao dispositivo *FACTS*. Esse método é simplesmente uma busca para sintonia dos parâmetros  $K_u$  e  $K_\omega$  do *STATCOM*, sendo que o sistema apresentado no item anterior difere apenas nesses valores selecionados.

### 3.6.1 Configuração do Sistema [Nassif et al, 2004]

O sistema apresentado anteriormente pode ser colocado na forma conveniente para análise:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_1 x + A_2 r + B_u u \\ 0 &= A_3 x + A_4 r \\ y &= C_1 x + C_2 r \end{aligned} \tag{3.73}$$

As matrizes são definidas como os Jacobianos dos itens anteriores e mais os componentes do *STATCOM*:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_c \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} J_1 & \Theta \\ \Theta & -\frac{1}{T_{STATCOM}} \end{bmatrix}}_{A_1} \begin{bmatrix} x \\ x_c \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} J_2 \\ \Theta \end{bmatrix}}_{A_2} r + \underbrace{\begin{bmatrix} \Theta \\ T_{STATCOM} \end{bmatrix}}_{B_u} \underbrace{\begin{bmatrix} K_\omega & K_u \end{bmatrix}}_K y \tag{3.74}$$

$$0 = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ J_3 \\ 0 \\ V_m \end{bmatrix}}_{A_3} \begin{bmatrix} x \\ x_c \end{bmatrix} + \underbrace{J_4}_{A_4} r \tag{3.75}$$

$$y = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{C_1} \begin{bmatrix} x \\ x_c \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{C_2} r \quad (3.76)$$

na qual a variável de estado  $x_c$  é a variável de estado do *STATCOM*, ou seja,  $I_s$ .

Pode-se utilizar a seguinte transformação de variáveis:

$$r = -A_4^{-1} A_3 x$$

$$\dot{x} = \underbrace{\left( A_1 - A_2 A_4^{-1} A_3 \right)}_{A_x} x + B_u u \quad (3.77)$$

$$y = \underbrace{\left( C_1 - C_2 A_4^{-1} A_3 \right)}_{C_y} x$$

Desse modo, considerando a lei de controle  $u = K.y$ , pode-se colocar o sistema na seguinte forma:

$$A_R = A_x + B_u K C_y$$

$$B_R = B_\omega + B_u K D_{y\omega} \quad (3.78)$$

$$C_R = C_z + D_{zu} K C_y$$

sendo que  $B_\omega$  é a matriz de perturbação, e  $C_z$  é definida por:

$$C_z = \begin{bmatrix} C_y \\ \Theta \end{bmatrix} \quad (3.79)$$

As matrizes  $D_{y\omega}$  e  $D_{zu}$  são:

$$D_{y\omega} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.80)$$

$$D_{zu} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.81)$$

Colocando nessa forma, pode-se calcular a norma  $H_2$  do sistema através de:

$$\|H(s)\|_2^2 = \text{tr}[C_R \cdot P \cdot C_R^T] \quad (3.82)$$

sendo que  $P$  é a função de *Lyapunov*, obtida por:

$$A_R P + P A_R^T + B_R \cdot B_R^T = \Theta \quad (3.83)$$

A sintonia pode ser realizada da seguinte maneira:

- Passo 1: Fixa-se um dos ganhos, por exemplo  $K_\omega = 0$ ; Para cada incremento no fator de carregamento, varia-se  $K_u$  de acordo com uma ampla faixa de possíveis valores, armazenando-se o máximo valor da norma  $H_2$  para cada ponto de operação. No fim desse processo, obtêm-se vários ganhos referentes aos valores mais reduzidos desse conjunto de valores de norma  $H_2$ .
- Passo 2: Repete-se todo esse procedimento para o outro ganho (desta vez fixando-se o primeiro de acordo com um dos valores selecionados no final do Passo 1).
- Passo 3: Pode-se refazer o Passo 1 utilizando-se o valor selecionado para  $K_\omega$ .
- Passo 4: Pode-se refazer o Passo 2 utilizando-se o valor selecionado para  $K_u$ .

Dessa forma, escolhe-se uma coordenação para os ganhos do *STATCOM* através da monitoração da norma  $H_2$ . Diversas combinações de valores coordenados desses ganhos podem ser analisadas, e vários cenários de estabilidade discutidos.

O próximo capítulo lida com definições matemáticas necessárias para o entendimento completo dos conceitos utilizados anteriormente. O projeto de controle robusto é também investigado para o desenvolvimento de um controlador funcionalmente equivalente ao *PSS*.



# Capítulo 4 Definição do Sistema e Projeto de Controladores Robustos

## 4.1 Introdução

Esse capítulo trata da síntese de controladores robustos para os sistemas descritos nos capítulos anteriores, tendo por objetivo o amortecimento das oscilações eletromecânicas de baixa frequência.

Inicialmente, são discutidos, na forma de definições, os princípios básicos relacionados ao comportamento e estabilidade de sistemas.

## 4.2 Definições

Embora as seguintes definições estejam amplamente divulgadas na literatura, decidimos enunciá-las para uma maior facilidade de compreensão da metodologia utilizada nesse capítulo [De Oliveira, 1999].

### 4.2.1 Positividade e Negatividade em $S^n$

Uma dada matriz  $P \in S^n$  é dita semidefinida positiva se seu autovalor mínimo for maior ou igual a zero ( $\lambda_{\min}(P) \geq 0$ ), ou equivalentemente, o autovalor máximo dessa matriz com sinal invertido for menor ou igual a zero ( $\lambda_{\max}(-P) \leq 0$ ). Podemos então escrever  $P \geq \Theta$ . Equivalentemente, pode-se dizer que uma matriz é definida positiva se  $P \succ \Theta$ , e também definida negativa, ou semidefinida negativa se  $P \prec \Theta$  e  $P \leq \Theta$ , respectivamente.

### 4.2.2 Funcional Afim

Um funcional afim é assim chamado se o funcional  $f : \mathfrak{S} \rightarrow \mathfrak{S}^n$  :

$$f(\alpha x + (1 - \alpha)y) = \alpha f(x) + (1 - \alpha)f(y), \quad \forall x, y \in \mathfrak{S}, \alpha \in \mathfrak{R} \quad (4.1)$$

Uma observação importante é que um funcional afim é simultaneamente convexo e côncavo. Se um funcional afim for semidefinido positivo ou semidefinido negativo, ele será conhecido como uma Desigualdade Matricial Linear (*LMI – Linear Matrix Inequality*), e caso seja definido positivo ou definido negativo, será estritamente uma *LMI*. Uma *LMI* pode possuir uma igualdade ao invés de uma desigualdade, sendo então denominada Igualdade Matricial Linear (*LME – Linear Matrix Equality*).

### 4.2.3 Estabilidade no Sentido de *Lyapunov*

Consideremos o seguinte sistema contínuo linear invariante no tempo:

$$\dot{x} = Ax(t), \quad x(0) = x_0, \quad x(t) \in \mathfrak{R}^n \quad (4.2)$$

- Este sistema é dito assintoticamente estável se  $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = \Theta, \forall x_0 \neq \Theta$ .
- Este sistema é dito estável no sentido de *Lyapunov* se existir uma função de *Lyapunov*  $V(x)$  tal que  $\dot{V}(x(t)) < 0, \forall x(t)$  satisfazendo (4.2) com  $x_0 \neq \Theta$ .

Unindo essas duas definições, pode-se dizer que o sistema é assintoticamente estável se existir uma função quadrática de *Lyapunov*  $V(x) := x^T P x > 0, P \in \mathfrak{R}^{n \times n}, \forall x \neq \Theta$  tal que o sistema representado pela equação (4.2) seja estável no sentido de *Lyapunov*, implicando que a parte real do máximo autovalor da matriz  $A$  seja menor que zero ( $\max_i \Re\{\lambda_i(A)\} < 0$ ).

O critério de estabilidade de *Lyapunov* consiste em determinar a existência de uma matriz  $P \in \mathfrak{R}^{n \times n}$  tal que:

$$\text{a) } V(x) := x^T P x > 0, \forall x \neq \Theta \quad (4.3)$$

$$\text{b) } \dot{V}(x) < 0, \forall \dot{x} = Ax, x \neq \Theta \quad (4.4)$$

Para toda matriz  $Q = Q^T > \Theta$ , deve existir uma solução única  $P = P^T > \Theta$  para a equação de Lyapunov:

$$A^T P + PA + Q = \Theta \quad (4.5)$$

#### 4.2.4 Estabilidade Robusta – Incerteza Poliedral

Nesse trabalho os sistemas analisados são incertos, ou seja, há variações conforme é incrementado o fator de carregamento, e, portanto, devemos definir novamente o sistema.

$$\dot{x} = Ax(t), x(0) = x_0, x(t) \in \mathfrak{R}^n, A \in \mathbf{A}, \quad (4.6)$$

sendo  $\mathbf{A}$  é um conjunto convexo fechado.

Analisando o sistema definido em (4.6), para ser possível definir o conceito de estabilidade quadrática deve-se entender o conceito de incerteza poliedral, que pode ser definido se considerada a caracterização de um sistema incerto:

$$\mathbf{A} := \text{co}[A_1, \dots, A_N] = \left\{ A(\xi) : A(\xi) = \sum_{i=1}^N \xi_i A_i, \forall \xi \in \Xi \right\}, \quad (4.7)$$

$$\text{com } \Xi := \left\{ \xi : \xi = (\xi_1, \dots, \xi_N) \succeq \Theta, \sum_{i=1}^N \xi_i = 1 \right\}$$

Esse sistema incerto será quadraticamente estável se existir  $P \in \mathbf{S}^n$  tal que as *LMIs*:

$$P \succ \Theta \quad (4.8)$$

$$A_i^T P + PA_i \prec \Theta, \forall i = 1, \dots, N$$

sejam factíveis. Se esse sistema for quadraticamente estável, então ele será robustamente estável. Em outras palavras, o sistema da equação (4.6) será robustamente estável se for assintoticamente estável para todo  $A \in \mathbf{A}$ .

#### 4.2.5 Norma $H_2$

O quadrado da norma  $H_2$  de um determinado sistema no espaço de estados ( $A$ ,  $B$ ,  $C$ ), cuja função de transferência é representada por  $H(s)$ , pode ser encontrado através da seguinte expressão:

$$\|H(s)\|_2^2 = \text{tr}(B^T P_o B) \quad (4.9)$$

sendo que  $\text{tr}$  indica o *traço* de uma determinada matriz, e a matriz simétrica  $P_o$  é conhecida por *Gramiano de observabilidade*, e pode ser obtida como solução da equação de *Lyapunov*:

$$A^T P_o + P_o A + C^T C = \Theta \quad (4.10)$$

A comutatividade do traço permite inverter a ordem dos termos do operando da integração utilizada para obter essas expressões, o que implica o procedimento *dual* de cálculo da norma  $H_2$ :

$$\|H(s)\|_2^2 = \text{tr}(C P_c C^T) \quad (4.11)$$

sendo que a matriz simétrica  $P_c$  é conhecida por *Gramiano de controlabilidade*, e pode ser obtida como solução da equação de *Lyapunov*:

$$A P_c + P_c A^T + B B^T = \Theta \quad (4.12)$$

### 4.3 Projeto de Controladores Robustos por Realimentação de Estados [Geromel et al, 1992], [de Oliveira et al, 2000]

Partindo-se das definições do item anterior, pode-se prosseguir na determinação e formulação do nosso problema. O sistema na forma de estados é:

$$\dot{x} = Ax + B_u u, \quad x(0) = x_0 \quad (4.13)$$

A lei de controle por realimentação de estados é feita através de um ganho,  $u = Kx$ .

Essa realimentação origina o seguinte sistema em malha fechada:

$$\dot{x} = \underbrace{(A + B_u K)}_{A_{cl}} x, \quad x(0) = x_0 \quad (4.14)$$

A Figura 4.1 ilustra a realimentação de estados.

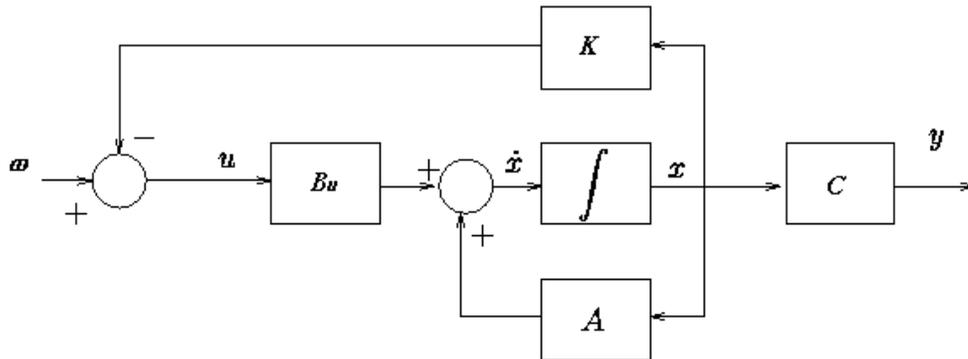


Figura 4.1 – Diagrama de blocos da realimentação de estados

Para este sistema, as condições de análise são a existência de um  $K \in \mathfrak{R}^{m \times n}$  e  $P \in \mathbf{S}^n$ , tal que as expressões sejam factíveis:

$$P \succ \Theta \quad \text{e} \quad \underbrace{(A^T + K^T B_u^T)}_{A_{cl}^T} P + P \underbrace{(A + B_u K)}_{A_{cl}} \prec \Theta \quad (4.15)$$

Como  $K$  e  $P$  são variáveis, a segunda desigualdade não é uma *LMI*. Para se tratar esse problema como uma *LMI*, pode-se aplicar diversos artifícios. Um deles é uma

transformação de congruência, seguida de uma mudança de variáveis. Isto pode ser feito da seguinte forma:

$$i) \quad P^{-1}(P)P^{-1} \succ \Theta \quad \Longleftrightarrow \quad P^{-1} \succ \Theta,$$

$$ii) \quad P^{-1} \left[ \begin{pmatrix} A^T + K^T B_u^T \\ P + P(A + B_u K) \end{pmatrix} \right] P^{-1} \prec \Theta \quad \Longleftrightarrow \quad (A + B_u K)P^{-1} + P^{-1} \begin{pmatrix} A^T + K^T B_u^T \\ \end{pmatrix} \prec \Theta$$

seguida pela seguinte mudança de variáveis  $X = P^{-1}$  e  $L = KP^{-1}$ .

Dessa maneira, o sistema proposto será estabilizável pelo controle de realimentação de estados se, e somente se, existir  $X \in \mathcal{S}^n$  e  $L \in \mathfrak{R}^{m \times n}$  tal que:

$$X \succ \Theta \text{ e } AX + XA^T + B_u L + L^T B_u^T \prec \Theta; \quad (4.16)$$

Se isso for satisfeito, o ganho do controle estabilizante é  $K = LX^{-1}$ .

### 4.3.1 Controle Robusto $H_2$ por Realimentação de Estados

A equação completa da planta é:

$$\dot{x} = Ax + B_\omega \omega + B_u u, \quad x(0) = x_0 \quad (4.17)$$

$$z = C_z x + D_{z\omega} \omega + D_{zu} u$$

O conjunto de estados de interesse do sistema é dado por:

$$\left[ \begin{array}{cc} A & B_\omega \\ C_z & D_{z\omega} \end{array} \right] \in \text{co} \left\{ \left[ \begin{array}{cc} A_1 & B_{\omega 1} \\ C_{z1} & D_{z\omega 1} \end{array} \right], \dots, \left[ \begin{array}{cc} A_N & B_{\omega N} \\ C_{zN} & D_{z\omega N} \end{array} \right] \right\} = \mathfrak{I} \quad (4.18)$$

sendo que  $\text{co}$  é a casca convexa, envolvendo todos os pontos de operação de interesse do sistema. A idéia é utilizar uma lei de controle de realimentação de estados  $u = Kx$  para ser possível a análise de controle. O problema torna-se, então, encontrar um  $K$  estabilizante para todo ponto de operação pertencente a  $\mathfrak{I}$ .

O sistema em malha fechada com a inserção do controlador será:

$$\dot{x} = \underbrace{(A + B_u K)}_{A_{cl}} x + \underbrace{B_\omega}_{B_{cl}} \omega, \quad x(0) = x_0 \quad (4.19)$$

$$z = \underbrace{(C_z + D_{zu} K)}_{C_{cl}} x + \underbrace{D_{z\omega}}_{D_{cl}} \omega$$

A condição de análise, utilizando a minimização da norma  $H_2$ , é que exista  $K \in \mathfrak{R}^{m \times n}$  tal que  $\|H_{cl}(K, s)\|_2^2 < \mu$  se, e somente se, existir  $K \in \mathfrak{R}^{m \times n}$  e  $X \in \mathbf{S}^n$  tal que

$$X \succ \Theta, \quad \underbrace{(A + B_u K)}_{A_{cl}} X + X \underbrace{(A^T + K^T B_u^T)}_{A_{cl}} + \underbrace{B_\omega}_{B_{cl}} \underbrace{B_\omega^T}_{B_{cl}^T} \prec \Theta$$

$$tr \left[ \underbrace{(C_z + D_{zu} K)}_{C_{cl}} X \underbrace{(C_z^T + K^T D_{zu}^T)}_{C_{cl}^T} \right] \prec \mu, \quad \underbrace{D_{z\omega}}_{D_{cl}} = \Theta \quad (4.20)$$

Com as condições satisfeitas, pode-se aplicar o método de congruência e mudança de variáveis, sendo que a desigualdade acima poderá ser escrita como:

$$X \succ \Theta, \quad AX + XA^T + B_u KX + XK^T B_u^T + B_\omega B_\omega^T \prec \Theta \quad (4.21)$$

que, pela mudança de variáveis  $L = KX$ , fornece a seguinte LMI:

$$X \succ \Theta, \quad AX + XA^T + B_u L + L^T B_u^T + B_\omega B_\omega^T \prec \Theta \quad (4.22)$$

A desigualdade do “custo” pode ser colocada em uma forma conveniente, introduzindo a matriz auxiliar  $W$ .

$W \succ (C_z + D_{zu} K)X(C_z^T + K^T D_{zu}^T)$ , tal que se  $tr[W] < \mu$ , então:

$$tr \left[ (C_z + D_{zu} K)X(C_z^T + K^T D_{zu}^T) \right] < tr[W] < \mu \quad (4.23)$$

Esta última expressão pode ser colocada na forma de complemento de *Schur*. Para isso, algumas transformações devem ser feitas.

$$W \succ (C_z + D_{zu}K)XX^{-1}X(C_z^T + K^T D_{zu}^T) \iff \begin{bmatrix} W & (C_z + D_{zu}K)X \\ X(C_z^T + K^T D_{zu}^T) & X \end{bmatrix} \succ \Theta$$

Com o artifício da mesma mudança de variáveis, tem-se:

$$\begin{bmatrix} W & C_z X + D_{zu} L \\ X C_z^T + L^T D_{zu}^T & X \end{bmatrix} \succ \Theta \quad (4.24)$$

e a função objetivo é a minimização do traço de  $W$ .

Analogamente, pode-se colocar esse sistema na chamada *forma primal*. Para tanto, a condição de análise, utilizando a minimização da norma  $H_2$ , é que exista  $K \in \mathfrak{R}^{m \times n}$  tal que

$\|H_{cl}(K, s)\|_2^2 < \mu$  se, e somente se, existir  $K \in \mathfrak{R}^{m \times n}$  e  $P \in \mathbf{S}^n$  tal que:

$$P \succ \Theta, \underbrace{(A^T + K B_u^T)}_{A_{cl}} P + P \underbrace{(A + B_u K)}_{A_{cl}} + \underbrace{(C_z^T + K^T D_{zu}^T)}_{C_{cl}^T} \underbrace{(C_z + D_{zu} K)}_{C_{cl}} \prec \Theta \quad (4.25)$$

$$\text{tr} \left[ \begin{array}{c} \underbrace{B_{\omega}^T}_{B_{cl}^T} P \underbrace{P B_{\omega}}_{B_{cl}} \\ \underbrace{D_{z\omega}}_{D_{cl}} \end{array} \right] \prec \mu, \underbrace{D_{z\omega}}_{D_{cl}} = \Theta$$

Com as condições satisfeitas, pode-se aplicar o método de congruência e mudança de variáveis à *forma primal*, para obter  $P^{-1} \succ \Theta$  e

$$A P^{-1} + P^{-1} A^T + B_u K P^{-1} + P^{-1} K^T B_u^T + (P^{-1} C_z^T + P^{-1} K^T D_{zu}^T) (C_z P^{-1} + D_{zu} K P^{-1}) \prec \Theta,$$

que, através da mudança de variáveis  $X = P^{-1}$ , e  $L = K P^{-1}$ , podem ser transformadas em:

$$X \succ \Theta, AX + X A^T + B_u L + L^T B_u^T + (X C_z^T + L^T D_{zu}^T) (C_z X + D_{zu} L) \prec \Theta$$

Essas desigualdades podem ser transformadas em *LMI* pelo complemento de *Schur*:

$$\begin{bmatrix} AX + X A^T + B_u L + L^T B_u^T & X C_z^T + L^T D_{zu}^T \\ C_z X + D_{zu} L & -I \end{bmatrix} \prec \Theta \quad (4.26)$$

A desigualdade *custo* pode ser manipulada com a introdução da matriz auxiliar  $W$ :

$W \succ B_\omega^T P B_\omega$  de modo que  $\text{tr}[W] < \mu$  :

$$\text{tr}[B_\omega^T P B_\omega] < \text{tr}[W] < \mu$$

Então, o complemento de Schur pode ser usado para converter essa desigualdade em uma LMI:

$$\begin{bmatrix} W & B_\omega^T \\ B_\omega & P^{-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W & B_\omega^T \\ B_\omega & X \end{bmatrix} \succ \ominus \quad (4.27)$$

## 4.4 Projeto de Controladores Robustos por Realimentação de Saída

O controle baseado na medição da saída é um método importante para todos os problemas práticos de controle. A intenção de realizar o estudo de controle que utiliza essa técnica é a de se conseguir resultados que não dependam de todos os estados do sistema, que, em geral, para sistemas de grande porte (como os sistemas de potência), não se tratam de grandezas facilmente acessíveis.

Nesse trabalho serão investigadas as propriedades da separação que surgem no projeto de controladores por realimentação de saída para o sistema de potência analisado. Os resultados obtidos em [de Oliveira et al, 2000], [De Oliveira, 1999] são utilizados para obtenção de um controlador pelo procedimento da separação no contexto de estabilidade e minimização da norma  $H_2$ . As transformações utilizadas para esse projeto estão enunciadas nos próximos itens, mas podem ser encontradas em [de Oliveira et al, 2000], bem como os dois teoremas enunciados nesse item e suas demonstrações, direcionando o projeto a um

problema de definição de *LMIs*. A Figura 4.2 ilustra através de um diagrama de blocos a realimentação de saída.

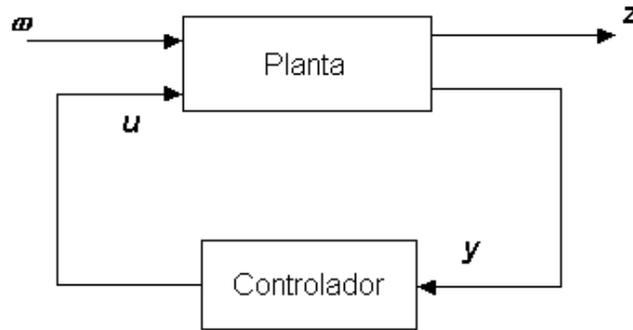


Figura 4.2 – Diagrama de blocos da realimentação de saída

#### 4.4.1 Realimentação Dinâmica de Saída

A planta adotada para essa análise é representada pela seguinte forma de equações no espaço de estados:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + B_\omega \omega + B_u u, \quad x(0) = x_0, \\ z &= C_z x + D_{z\omega} \omega + D_{zu} u, \\ y &= C_y x + D_{y\omega} \omega \end{aligned} \tag{4.28}$$

sendo que  $x \in \mathfrak{R}^n$ ,  $u \in \mathfrak{R}^m$ ,  $y \in \mathfrak{R}^r$  e  $z \in \mathfrak{R}^p$  são os vetores de estado, de controle, de saída medida e de saída controlada, respectivamente. Além disso,  $\omega \in \mathfrak{R}^q$  representa um sinal de perturbação. O problema de interesse é encontrar um controlador dinâmico que estabiliza esse sistema, da forma:

$$\begin{aligned} \dot{x}_c &= A_c x_c + B_c y, \quad x_c(0) = \Theta \\ u &= C_c x_c + D_c y \end{aligned} \tag{4.29}$$

com  $x_c \in \mathfrak{R}^n$ , que estabiliza a planta e minimiza a norma  $H_2$  como um índice de performance.

A estrutura desse controlador assume dois fatos implícitos. Primeiro, a função de transferência do controlador  $H_c(s)$  é sempre estritamente própria, e, portanto,  $D_c = 0$ , reduzindo a quantidade de cálculos. Segundo, a dimensão do controlador é a mesma do sistema controlado, o que é necessário para os próximos desenvolvimentos.

O sistema completo em malha fechada pode ser, então, analisado de maneira que os estados do sistema resultante sejam:

$$\tilde{x} = \begin{pmatrix} x \\ x_c \end{pmatrix}$$

E a saída do controlador pode ser expressa como função do sistema em malha fechada:

$$\dot{\tilde{x}} = \tilde{A}\tilde{x} + \tilde{B}\omega, \quad \tilde{x}(0) = \Theta \tag{4.30}$$

$$z = \tilde{C}\tilde{x} + \tilde{D}\omega,$$

com

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} A + B_u D_c C_y & B_u C_c \\ B_c C_y & A_c \end{bmatrix}, \quad \tilde{B} = \begin{bmatrix} B_\omega + B_u D_c D_{y\omega} \\ B_c D_{y\omega} \end{bmatrix} \tag{4.31}$$

$$\tilde{C} = [C_z + D_{zu} D_c C_y \quad D_{zu} C_c], \quad \tilde{D} = D_{z\omega} + D_{zu} D_c D_{y\omega}$$

Deve-se notar que  $\tilde{A}$ ,  $\tilde{B}$ ,  $\tilde{C}$  e  $\tilde{D}$  são afins em  $\mathbf{C} = (A_c, B_c, C_c, D_c)$ .

Para considerar as especificações de performance, considerando que a matriz  $\tilde{A}$  acima é *Hurwitz*, o quadrado da norma  $H_2$  da função de transferência  $H_{z\omega}(s)$  pode ser expresso em termos da solução simétrica e definida positiva da equação de *Lyapunov*, tal

que o problema de minimização da norma com relação às variáveis  $(A_c, B_c, C_c)$  seja dado na forma:

$$\min \{tr[\tilde{B}^T \tilde{P} \tilde{B}]: \tilde{A}^T \tilde{P} + \tilde{P} \tilde{A} + \tilde{C}^T \tilde{C} = \Theta\} \quad (4.32)$$

A restrição de igualdade no problema acima pode ser substituída por uma desigualdade, utilizando a propriedade não decrescente da solução da equação de *Lyapunov* indicada, e pela fórmula do complemento de *Schur*. A equação acima pode ser reescrita como:

$$\min(tr[W])$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{P} & \tilde{P} \tilde{B} \\ \tilde{B}^T & W \end{bmatrix} \succ \Theta \quad (4.33)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{A}^T \tilde{P} + \tilde{P} \tilde{A} & \tilde{C}^T \\ \tilde{C} & -I \end{bmatrix} \prec \Theta$$

**Teorema 1:** O sistema (4.28) pode ser estabilizado por uma realimentação dinâmica de saída na forma (4.29) se e somente se existirem matrizes simétricas  $X, Y \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ ,  $W \in \mathfrak{R}^{q \times q}$  e matrizes  $M \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ ,  $L \in \mathfrak{R}^{m \times n}$ , e  $F \in \mathfrak{R}^{n \times r}$  tal que as desigualdades não lineares

$$\begin{bmatrix} Y & Z(X, Y, F, L) + M & B_\omega \\ I & X & XB_\omega + FD_{y\omega} \\ B_\omega^T & B_\omega^T X + D_{y\omega} & W \end{bmatrix} \succ \Theta \quad (4.34)$$

$$\begin{bmatrix} H(Y, L) & Z + M & YC_z^T + L^T D_{zu} \\ Z^T + M^T & G(X, F) & C_z^T \\ C_z Y + D_{zu} L & C_z & -I \end{bmatrix} \prec \Theta \quad (4.35)$$

sejam factíveis. Além disso, se as desigualdades acima não definirem um conjunto vazio, o controlador que minimiza a norma  $H_2$  da função de transferência  $H_{z\omega}(s)$  pode ser obtido como solução da programação não convexa:

$$\min\{tr[W]: (4.34), (4.35)\}$$

As matrizes  $G$ ,  $H$  e  $Z$  são:

$$H(Y, L) = AY + YA^T + B_u L + L^T B_u^T \quad (4.36)$$

$$G(X, F) = A^T X + XA + FC_y + C_y^T F^T \quad (4.37)$$

$$Z(X, Y, F, L) = A + \begin{bmatrix} Y & L^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & B_u \\ C_y & \Theta \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} X \\ F^T \end{bmatrix} \quad (4.38)$$

Uma vez que as matrizes  $X$ ,  $Y$ ,  $M$ ,  $F$  e  $L$  satisfazem o teorema acima, a realização no espaço de estados do controlador  $(A_c, B_c, C_c)$  é encontrada pelo seguinte procedimento:

- Escolha uma matriz regular  $V$  a qual  $C_c = L(V^T)^{-1}$ ;
- Calcule uma matriz  $U$  de acordo com  $UV^T = I - XY$ , e, então,  $B_c = U^{-1}F$ ;
- A matriz  $A$  é dada por  $A_c = U^{-1}M^T(V^T)^{-1}$

Dessa forma, a parametrização do conjunto de controladores estabilizantes depende da escolha arbitrária de  $V$ . Com isso, a função de transferência do controlador dinâmico é:

$$H_c(s) = L[s(I - XY) - M^T]^{-1} F \quad (4.39)$$

No entanto, como pode ser notado a partir das equações anteriores, os resultados do Teorema 1 não podem se aplicados a sistemas sujeitos a incertezas. Isso pode ser demonstrado através da tentativa de se eliminar o termo não linear  $Z$ , fazendo  $M = -Z$ . De fato, admitindo essa condição, pode ser mostrado que o domínio de factibilidade não é

alterado [de Oliveira,2000]. No entanto, como  $Z$  depende diretamente de  $A$ ,  $B_u$  e  $C_y$ , essa escolha não é possível para múltiplos pontos de operação.

#### 4.4.2 Procedimento da Separação e Projeto do Controlador [de Oliveira, 1999]

Nessa seção é realizado o projeto do controlador linear por realimentação de saída. Com relação à existência de um controlador por realimentação de saída factível, está claro que a única condição a ser considerada é a existência de  $\tilde{P}$  simétrico tal que:

$$\tilde{A}^T \tilde{P} + \tilde{P} \tilde{A} \prec \Theta, \tilde{P} \succ \Theta$$

**Teorema 2:** Dado  $C_c = C_{ck}$  fixo, o sistema (4.28) pode ser estabilizado por uma realimentação dinâmica de saída na forma (4.29) se e somente se existirem matrizes simétricas  $X, P \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ ,  $W \in \mathfrak{R}^{q \times q}$  e as matrizes  $S \in \mathfrak{R}^{n \times n}$  e  $F \in \mathfrak{R}^{n \times r}$  tal que as desigualdades lineares

$$\begin{bmatrix} P & P & PB_\omega \\ P & X & XB_\omega + FD_{y\omega} \\ B_\omega^T P & B_\omega^T X + D_{y\omega}^T F^T & W \end{bmatrix} \succ \Theta \quad (4.40)$$

$$\begin{bmatrix} A_k^T P + PA_k & PA^T + A_k^T X + C_y^T F^T + S & C_k^T \\ A^T P + XA_k + FC_y + S^T & G & C_z^T \\ C_k & C_z & -I \end{bmatrix} \prec \Theta \quad (4.41)$$

com  $A_k = A + B_u C_{ck}$ ,  $C_k = C_z + D_{zu} C_{ck}$ ,  $P = Y^{-1}$ ,  $S = Y^{-1} M$ .

sejam factíveis. Além disso, se as desigualdades acima não definirem um conjunto vazio, o controlador que minimiza a norma  $H_2$  da função de transferência  $H_{z\omega}(s)$  pode ser obtido como solução da programação convexa:

$$\min\{tr[W]: (4.40), (4.41)\}$$

É possível, então, definir um procedimento para lidar com o problema de realimentação dinâmica de saída:

- Determinar a solução para o problema de realimentação de estados e definir  $C_{ck}$  igual ao ganho  $K$  de realimentação de estados;
- Tentar encontrar um controlador sub-ótimo de realimentação de saída resolvendo a equação  $\min\{tr[W]: (4.40), (4.41)\}$

As seguintes escolhas das matrizes podem ser definidas como  $V^T = Y$ ,  $U = Y^{-1} - X = -R$ . Essa escolha é interessante porque, trabalhando com essas matrizes, a estrutura do observador de estados pode ser facilmente recuperada a partir dos resultados obtidos [de Oliveira et al, 2000].

Embora esta relação estabeleça a necessidade das condições da *LMI*, a suficiência depende da capacidade de recuperar um controlador factível a partir das variáveis de síntese. Como  $V$  e  $U$  não aparecem nas condições de variáveis de síntese, eles devem ser calculados a posteriori a partir da seguinte relação:

$$YX + VU = I \quad (4.42)$$

Finalmente, é obtida a estrutura do controlador (4.23) através das seguintes equações:

$$B_c = U^{-1}F \quad (4.43)$$

$$A_c = U^{-1}S^T \quad (4.44)$$



## Capítulo 5 Simulações e Resultados

### 5.1 Introdução

Nesse capítulo são apresentados os resultados de simulações realizadas para os sistemas isolados gerador – barra de carga e gerador – barramento infinito para a análise da estabilidade de tensão e de ângulo, respectivamente, incluindo a representação do *SVC* e do *STATCOM*. A estabilidade é analisada monitorando-se a trajetória dos autovalores críticos da matriz de estado do sistema no plano complexo à luz da teoria das bifurcações.

### 5.2 Análise da Estabilidade de Tensão

Esse item apresenta os resultados e simulações obtidas através do MSP desenvolvido no Capítulo 3 para a análise da estabilidade de tensão, levando-se em conta a representação do *SVC* e do *STATCOM*. O programa do *PTI*, o *PSS/E*, também foi utilizado de modo a estender a análise ao perfil de tensão de uma linha fictícia e a obtenção das curvas P-V e P- $\delta$ .

#### 5.2.1 Simulações e Resultados

Os sistemas descritos nas Figuras 3.4 e 3.15, incluindo, respectivamente, o *SVC* e o *STATCOM*, são novamente visualizados na Figura 5.1. O valor considerado da reatância da linha de transmissão é  $x_c = 0,1$  p.u.

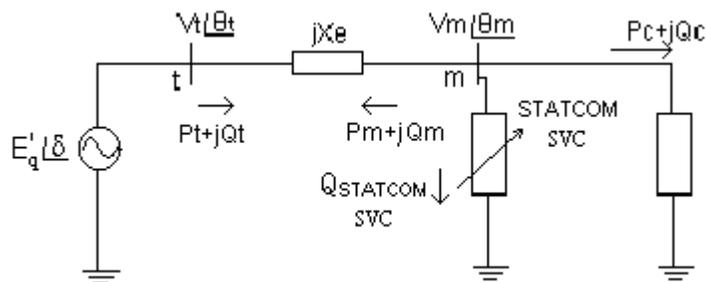


Figura 5.1 – Diagrama unifilar do sistema teste.

As Tabelas 5.1, 5.2 e 5.3 apresentam, respectivamente, os dados do gerador, do regulador automático de tensão (*AVR- Automatic Voltage Regulator*) e do *SVC*. Os dados do *STATCOM* são apresentados na Tabela 5.4.

Tabela 5.1 – Dados do Gerador.

H(s)	D	$R_e$ (pu)	$x_d$ (pu)	$x'_d$ (pu)	$x_q$ (pu)	$x'_q$ (pu)	$T'_{do}$ (s)	$T'_{qo}$ (s)
6.4	0.0	0.0	0.8958	0.1198	0.8645	0.1969	6.0	0.535

Tabela 5.2 – Dados do regulador de tensão.

$K_e$ (pu)	$T_e$ (s)
20.0	0.2

Tabela 5.3 – Dados do *SVC*.

$x_{svc}$ (pu)	$T_{svc}$ (s)	$B_{\text{mínimo}}$ (pu)	$B_{\text{máximo}}$ (pu)
0.05	0.05	-2.0	2.0

Tabela 5.4 – Dados do *STATCOM*.

$K_{statcom}$ (pu)	$K_u$ (pu)	$T_{statcom}$ (s)	$I_{smínimo}$ (pu)	$I_{smáximo}$ (pu)
1.0	100	0.005	-2.0	2.0

### 5.2.2 Carga Dinâmica – Modelo Polinomial

Neste item são apresentados resultados de simulações que mostram os efeitos da carga dinâmica (descrita pelas equações (3.11) e (3.12)), bem como de sua interação com o gerador. As componentes de regime permanente da carga ( $P_s$  e  $Q_s$  – ativa e reativa, respectivamente) são modeladas como potência constante. As componentes transitórias ( $P_{tr}$  e  $Q_{tr}$ ) são modeladas como impedância constante, ou seja, nas equações (3.9) e (3.10), as constantes são:  $c_2=1$ ,  $c_1=0$ ,  $c_0=0$ ,  $e_2=1$ ,  $e_1=0$  e  $e_0=0$ . São mostrados resultados obtidos para carga lenta ( $T_p=T_q=30s$ ) e rápida ( $T_p=T_q=0.05s$ ). Em todas as simulações realizadas a demanda utilizada como referência foi  $100+j48,7$  MVA.

- **Carga Lenta**

A Figura 5.2 mostra a ocorrência da bifurcação sela-nó nesse caso. A Figura 5.3 mostra a trajetória da parte real desse autovalor em função do carregamento. Conforme se deve notar nesta Figura, o sistema se torna instável para um carregamento de 3 pu.

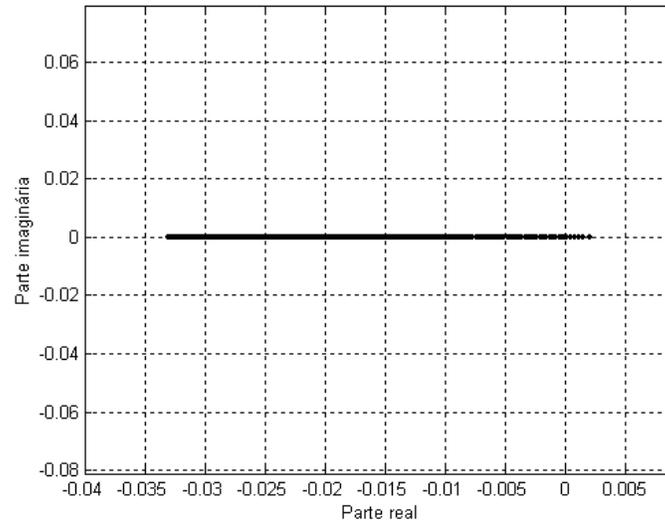


Figura 5.2 – Trajetória do autovalor crítico.

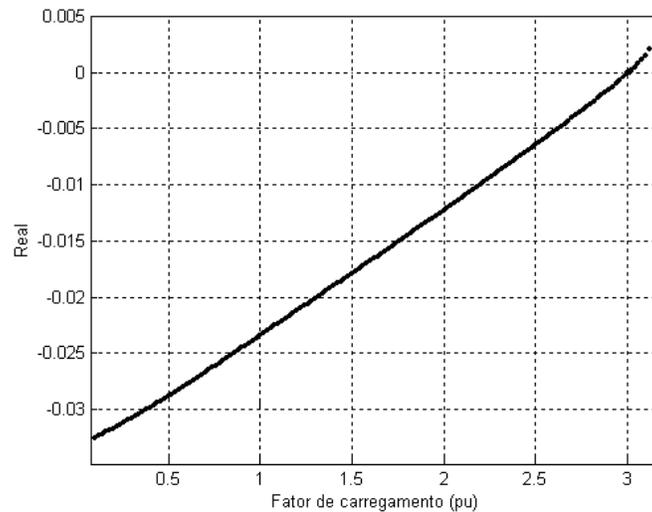


Figura 5.3 – Trajetória da parte real do autovalor crítico.

A Figura 5.4 mostra a variação do determinante do Jacobiano algébrico ( $J_4$ ) e do Jacobiano do fluxo de carga em função do carregamento. Concernente ao Jacobiano algébrico, pode-se notar que este é não singular, não ocorrendo, portanto, a bifurcação de singularidade induzida. A monitoração desses determinantes foi possível até o

carregamento de 3.128 p.u., para o qual ocorre a divergência do fluxo de carga. Mas pode-se inferir que o Jacobiano de fluxo de carga tende a zero, fato que ocorre no ponto de carregamento máximo ou “nariz” da curva PV.

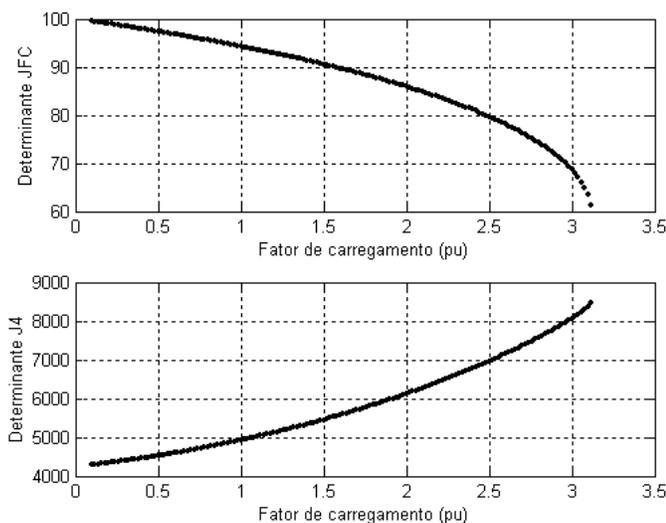


Figura 5.4 – Comportamento dos determinantes  $J_{FC}$  e  $J_4$ .

O fato de o autovalor crítico cruzar o eixo imaginário em um carregamento de 3.0 p.u., abaixo, portanto, do máximo carregamento, é passível de explicação se considerarmos a influência do regulador automático de tensão nas duas abordagens (estática e dinâmica). No fluxo de carga supõe-se que a barra terminal do gerador é perfeitamente controlada, ou seja, que o regulador de tensão possui ganho estático infinito ( $K_e = \infty$ ), sendo, portanto, um regulador ideal. No entanto, na abordagem dinâmica, esse ganho é definido como um valor finito. Essa diferença é ilustrada na Figura 5.5. Na Figura 5.6 é mostrada a variação da tensão da barra de carga em função do fator de carregamento.

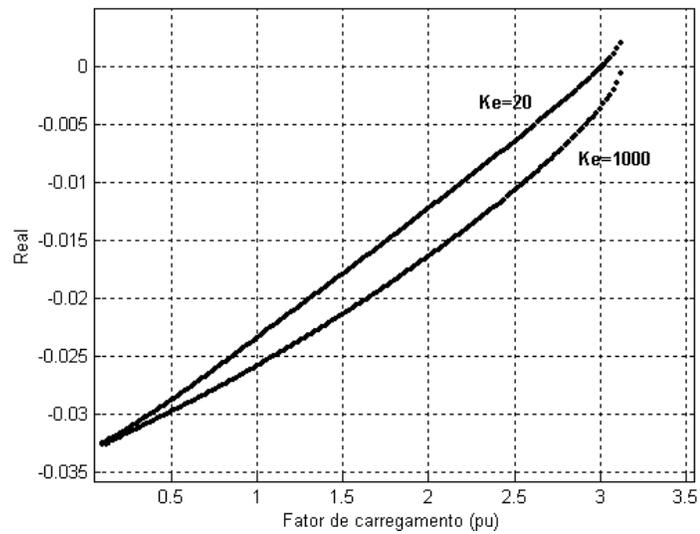


Figura 5.5 – Trajetória da parte real dos autovalores críticos para diferentes valores de  $K_e$ .

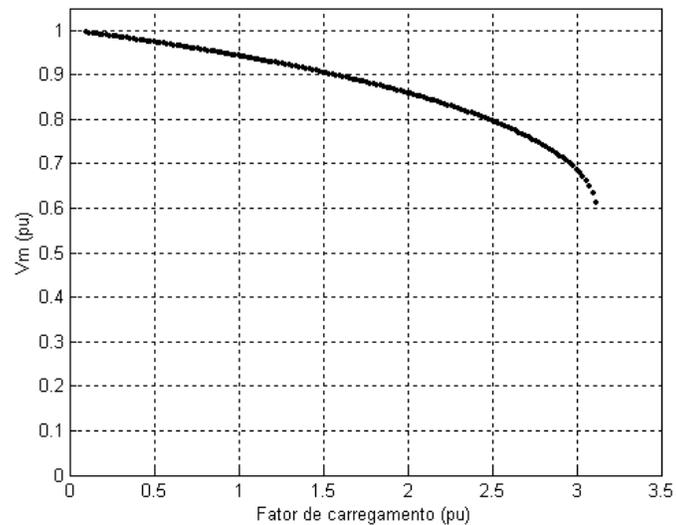


Figura 5.6 – Curva PV.

- **Carga Rápida**

A Figura 5.7 mostra a ocorrência da bifurcação de Hopf. Na medida em que se aumenta o carregamento, o par complexo conjugado se desloca em direção ao eixo imaginário, cruzando-o nos pontos A e A'. Com o aumento contínuo do fator de

carregamento, esses autovalores se unem no ponto B, chamado ponto de bifurcação *node focus*. A partir do ponto B, o par complexo conjugado se torna real, e um autovalor se move para a direita, e outro para a esquerda.

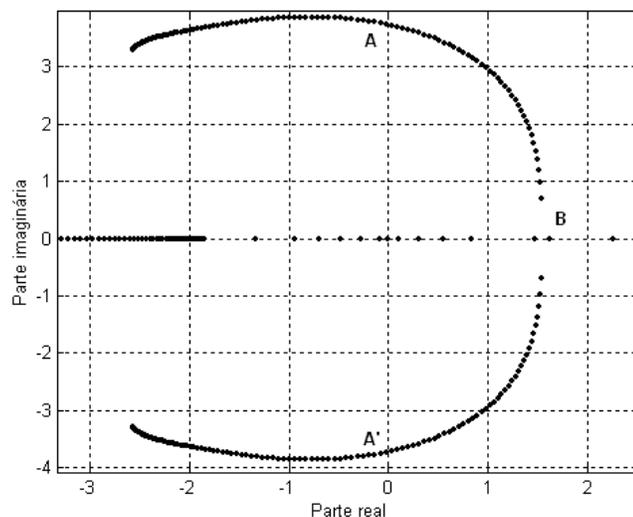


Figura 5.7 – Trajetória dos autovalores críticos.

A trajetória da parte real dos autovalores do sistema representado nessas condições pode ser vista na Figura 5.8, com os pontos correspondentes aos da Figura 5.7 indicados. Podemos observar que a parte real dos autovalores se torna positiva no carregamento de 2.106 pu (ponto A). No ponto B esse par se divide e cruza o eixo imaginário.

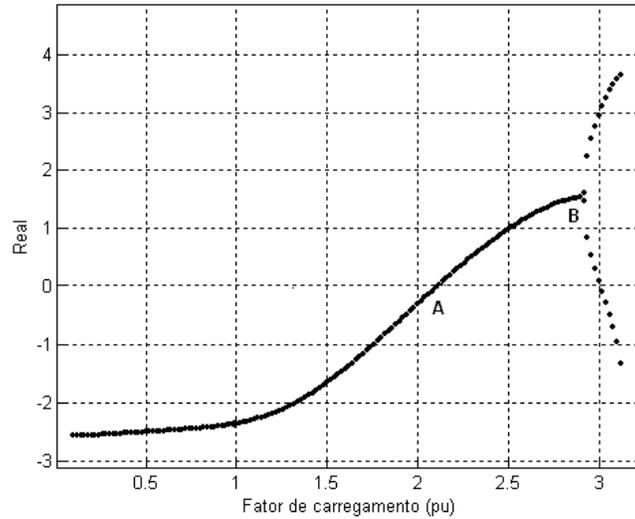


Figura 5.8 – Trajetória da parte real dos autovalores.

### 5.2.3 MSP com carga dinâmica e SVC

Esse item apresenta os resultados de simulação obtidos com a inclusão do SVC.

- **Carga Lenta**

A Figura 5.9 mostra que nesse caso, a instabilidade também é caracterizada pela ocorrência de uma bifurcação sela-nó. A Figura 5.10 mostra a trajetória da parte real dos autovalores críticos. Na Figura 5.11 são mostradas as variações dos determinantes do Jacobiano algébrico e do Fluxo de Carga. Deve-se notar nessa Figura que ocorre a divergência do fluxo de carga para um carregamento de 3,9 p.u. O determinante do Jacobiano algébrico da Figura 5.11 mostra que a bifurcação de singularidade induzida também não ocorre.

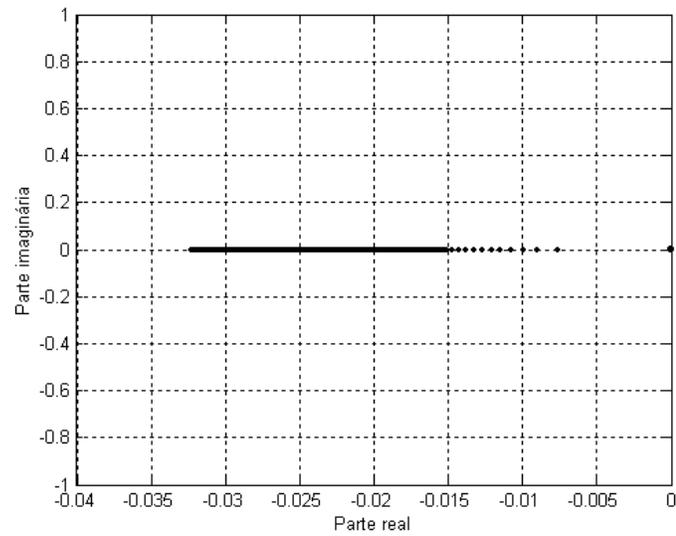


Figura 5.9 – Trajetória dos autovalores críticos.

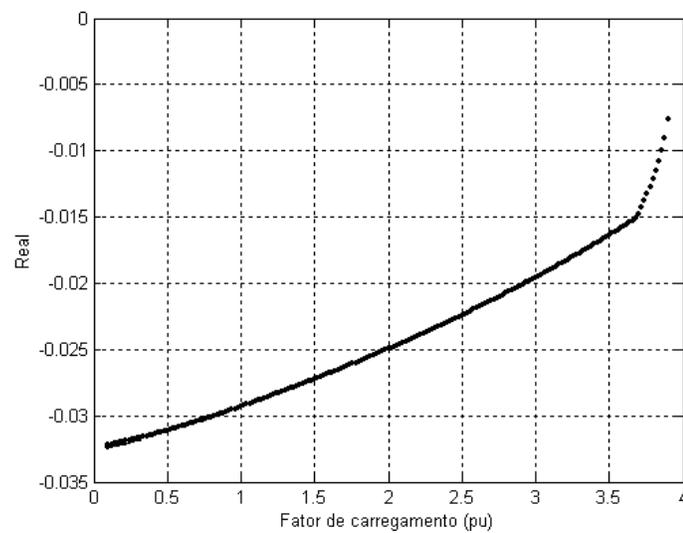


Figura 5.10 – Trajetória da parte real dos autovalores críticos.

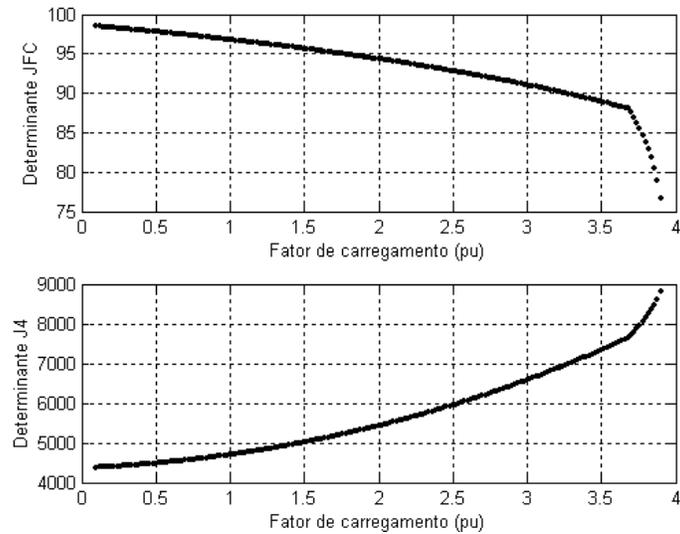


Figura 5.11 – Comportamento dos determinantes das matrizes Jacobianas.

As curvas PV para o sistema original e para o sistema incluindo o *SVC* mostradas na Figura 5.12, mostram que esse dispositivo propicia a obtenção de uma maior margem de estabilidade de tensão. Como se pode notar na Figura 5.13, o limite do *SVC* ( $B=-2.0$  p.u.) é atingido no carregamento de 3,7 p.u. A partir desse ponto o *SVC* se comporta como uma susceptância constante, e, portanto, aumentos no carregamento além desse ponto levam a uma queda gradativa da tensão da barra de carga.

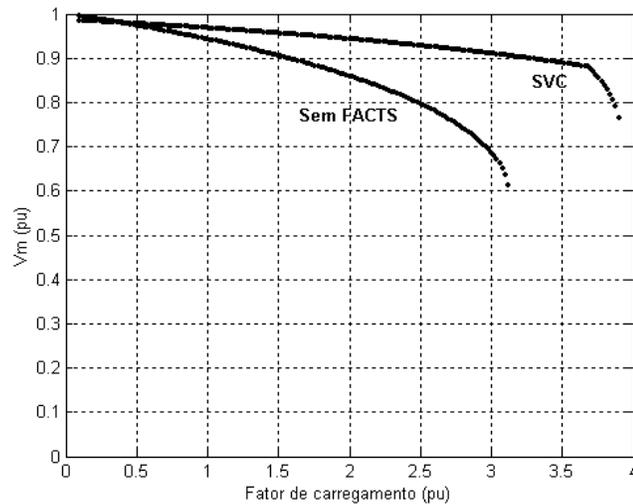


Figura 5.12 – Tensão na barra de carga contra carregamento com e sem *SVC*.

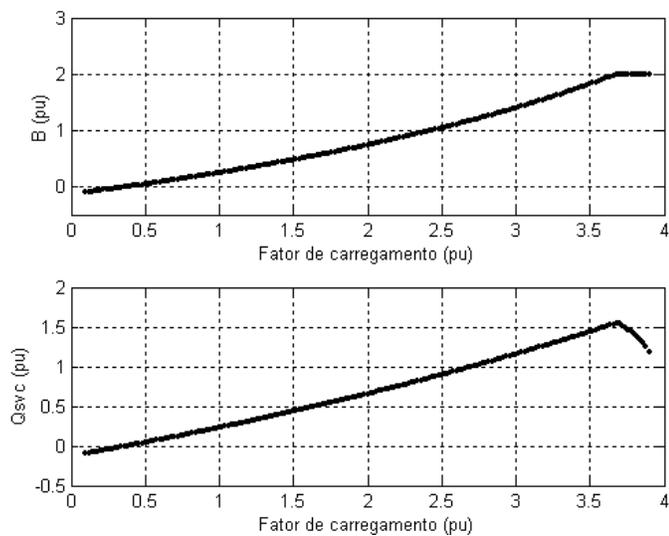


Figura 5.13 –  $B_{SVC}$  contra carregamento e  $Q_{SVC}$  contra carregamento.

- **Carga rápida**

Neste caso, para as mesmas constantes de tempo da carga dinâmica utilizadas para o caso sem *SVC*, não observamos o aparecimento da bifurcação de Hopf, e sim, o da bifurcação sela-nó, conforme mostrado na Figura 5.14.

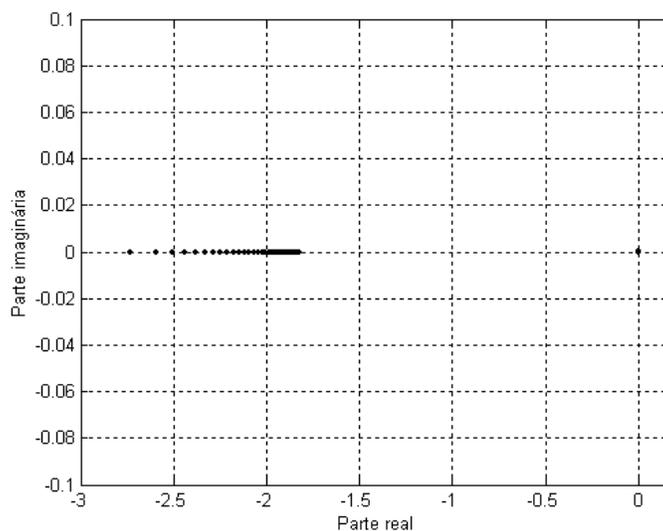


Figura 5.14 – Trajetória dos autovalores críticos.

Para podermos observar a ocorrência da bifurcação de Hopf foi necessária a diminuição das constantes de tempo da carga dinâmica, bem como do regulador de tensão. As constantes utilizadas foram  $T_p = T_q = 0.005s$ , e  $T_e = 0.02s$ . Pode-se observar esses resultados na Figura 5.15.

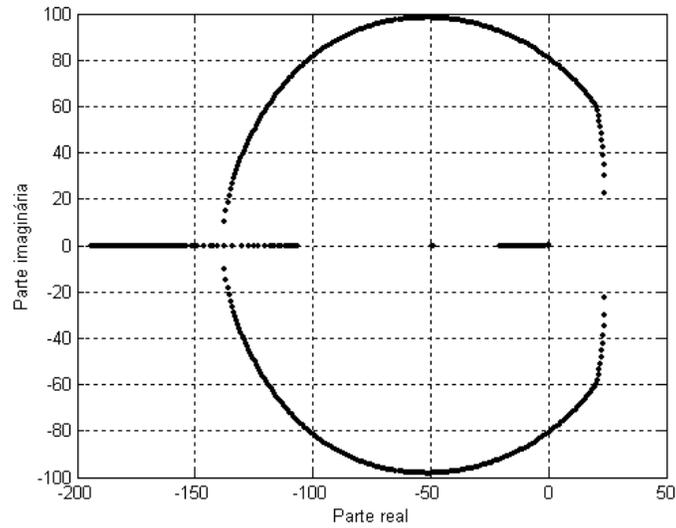


Figura 5.15 – Trajetória dos autovalores críticos.

#### 5.2.4 MSP com carga dinâmica e *STATCOM*

Esse item apresenta os resultados de simulação obtidos com a inclusão do *STATCOM*.

- **Carga Lenta**

Conforme se pode notar na Figura 5.16, há a ocorrência da bifurcação sela-nó. A Figura 5.17 mostra a trajetória da parte real dos autovalores críticos, e a Figura 5.18 mostra o comportamento dos determinantes das matrizes Jacobianas.

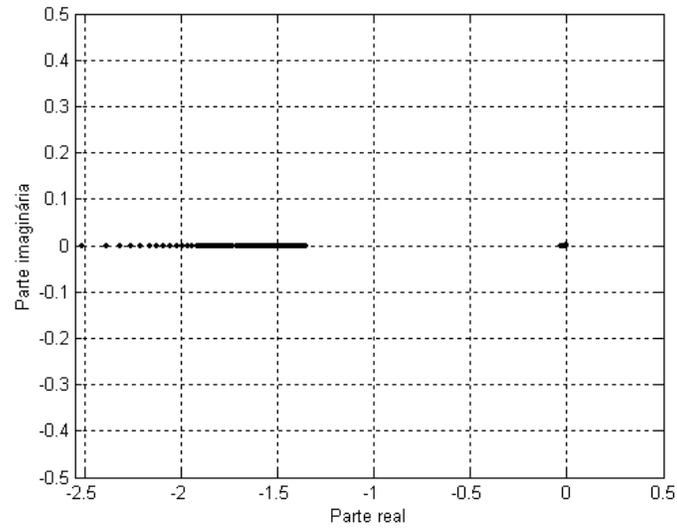


Figura 5.16 – Trajetória dos autovalores críticos.

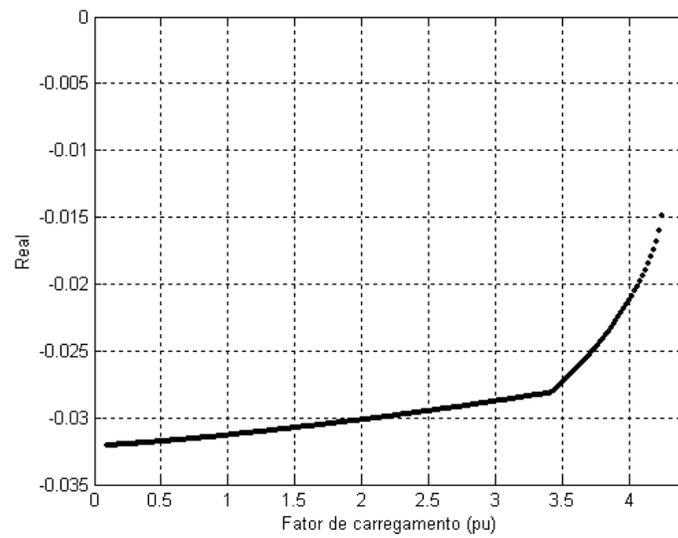


Figura 5.17 – Trajetória da parte real dos autovalores críticos.

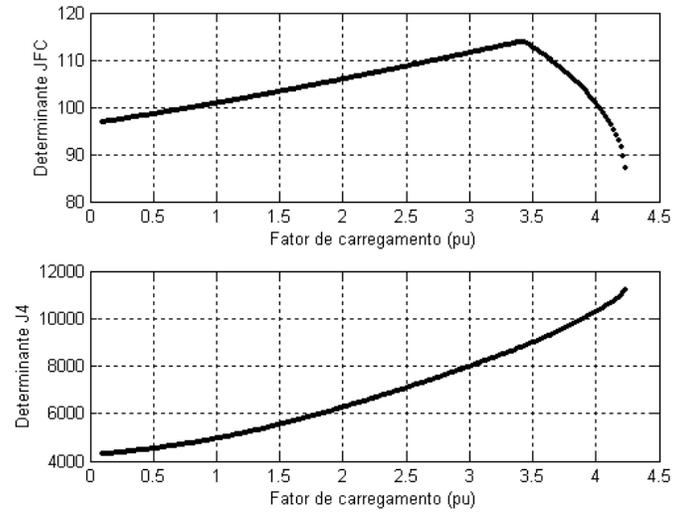


Figura 5.18 – Comportamento dos determinantes das matrizes Jacobianas.

As curvas de potência reativa e corrente injetada  $I_s$  em função do carregamento mostradas na Figura 5.19.

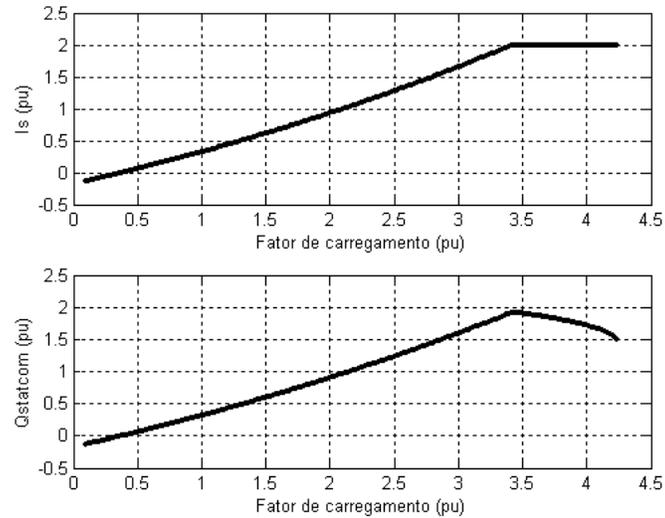


Figura 5.19 –  $Q_{statcom}$  e  $I_s$  versus carregamento.

- **Carga rápida**

Para se conseguir obter a bifurcação de Hopf com o sistema compensado com *STATCOM*, mostrado na Figura 5.20, foi necessário diminuir ainda mais as constantes de tempo, utilizando  $T_e=0.02s$  e  $T_p=T_q=0.0001s$ .

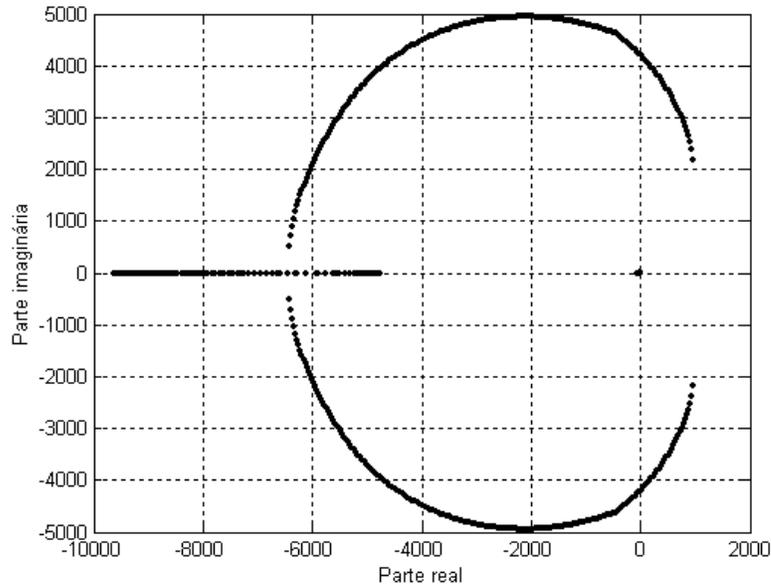


Figura 5.20 – Trajetória dos autovalores críticos.

### 5.2.5 Comparação entre o *STATCOM* e o *SVC*

Na Figuras 5.21 e 5.22 pode-se observar o aumento da margem de estabilidade promovido pela inclusão dos dois dispositivos *FACTS* considerados nesse trabalho. Conforme se pode notar nessas Figuras, a superioridade do *STATCOM* se torna mais evidente quando os limites de controle são atingidos.

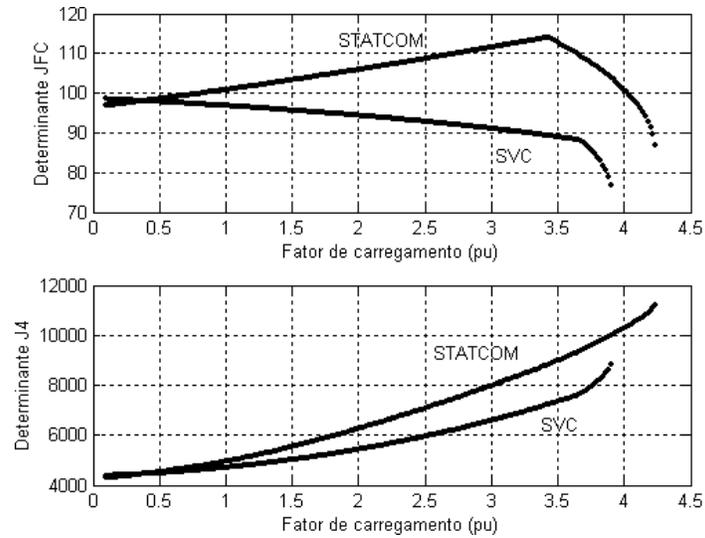


Figura 5.21 – Determinantes das matrizes Jacobianas.

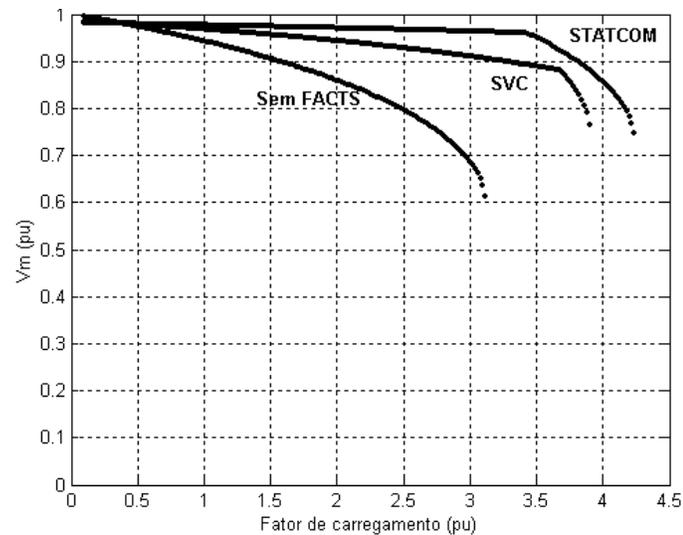


Figura 5.22 – Curvas PV do sistema com e sem compensação.

### 5.2.6 Análise Usando o *PTI – PSS/E*

Para efeito ilustrativo, alguns testes foram feitos utilizando o programa *PTI-PSS/E* para um sistema de 11 barras, inserindo-se um *STATCOM* na barra 6. A barra de geração

adotada foi a barra 1, enquanto que a barra 11 é a barra *slack*, ou seja, a barra de referência (Figura 5.23).

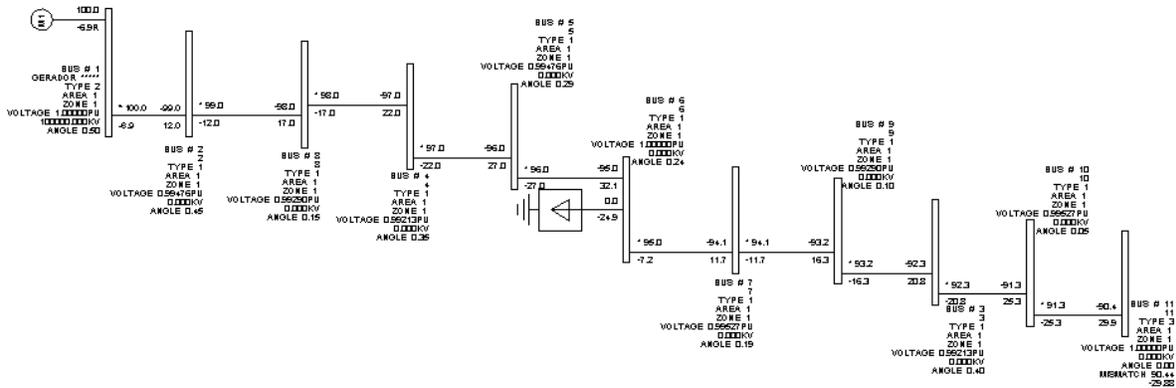


Figura 5.23 – Sistema utilizado para simulação no *PTI – PSS/E*.

Traçando o perfil de tensão dessas barras, sem considerar o efeito do *STATCOM*, obtemos as curvas da Figura 5.24 para os carregamentos 0 MW, 50MW, 100 MW, 150 MW, 180 MW, 200 MW, 220 MW, 230 MW, 232 MW, 234 MW e 235MW.

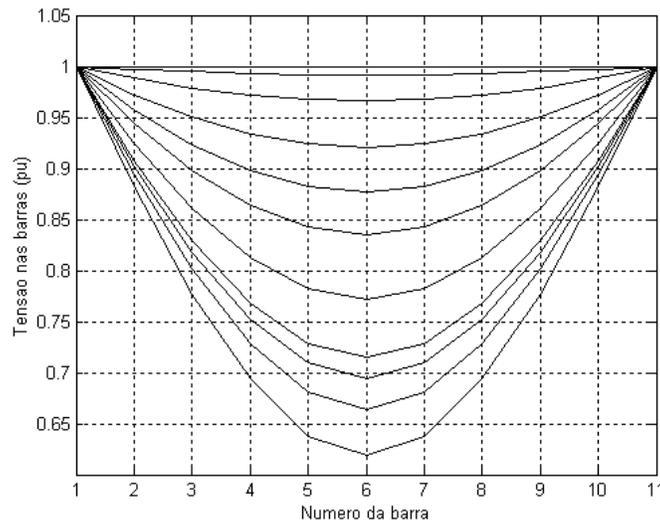


Figura 5.24 – Perfil de tensão do sistema sem compensação.

Ao incluir um *STATCOM* com capacidade de geração de 50 MVA, pode-se notar uma grande melhora no perfil de tensão, conforme pode ser visto na Figura 5.25. O limite de estabilidade aumentou para 255 MW, e as curvas correspondem aos carregamentos de 0 MW, 50 MW, 100 MW, 150 MW, 200 MW, 240 MW, 250 MW, 252 MW, 254 MW e 255 MW.

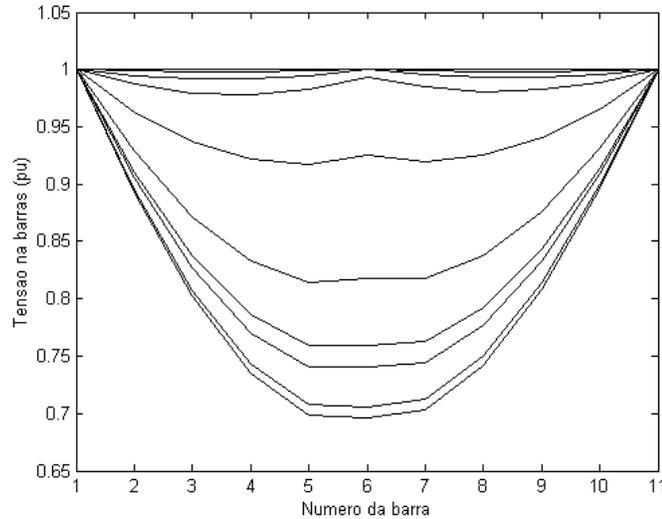


Figura 5.25 – Perfil de tensão com *STATCOM* de 50 MVA de capacidade.

Testes foram realizados para *STATCOMs* com capacidade de 100 MW e 200 MW, cujos limites de estabilidade foram 274 MW e 320 MW, respectivamente. Nota-se uma enorme melhoria quando esses dispositivos são utilizados, e isso pode ser visto nas curvas P- $\delta$  e PV, apresentadas nas Figuras 5.26 e 5.27.

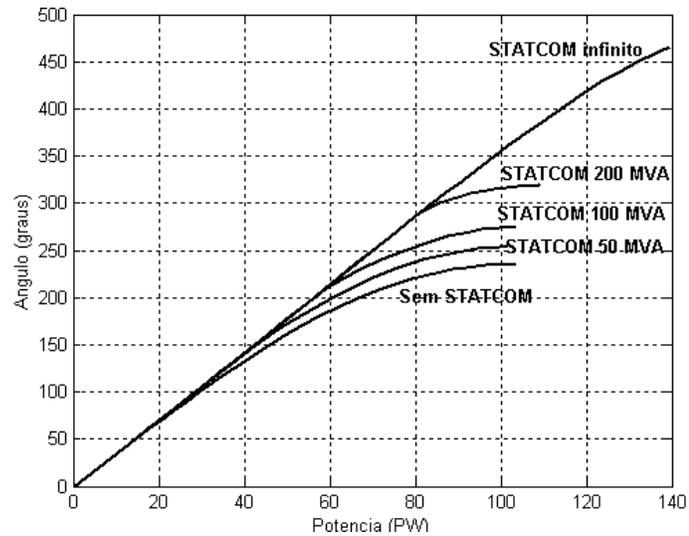


Figura 5.26 – Curvas P-δ de várias situações com e sem compensação.

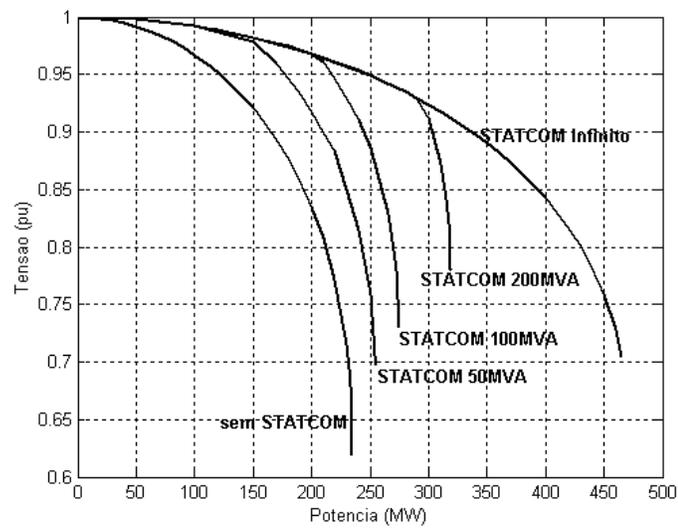


Figura 5.27 – Curvas PV de várias situações com e sem compensação.

### 5.3 Análise da Estabilidade de Ângulo

Nesse item, são apresentados os resultados das simulações realizadas através do MSP desenvolvido para a análise da estabilidade angular. Os resultados mostram o impacto no amortecimento das oscilações de baixa frequência de modo local provocado pela

inclusão dos dispositivos *FACTS* (do *SVC* e do *STATCOM*). Também é considerada a inclusão de sinais estabilizantes suplementares através do *PSS*, bem como são incluídos os resultados de simulações considerando-se os controladores robustos projetados no Capítulo 4.

### 5.3.1 Simulações e Resultados

A Figura 5.28 apresenta o sistema utilizado, constituído de um gerador síncrono conectado a um barramento infinito, através de uma linha de transmissão sem perdas, acrescidos de um *SVC* ou um *STATCOM*.

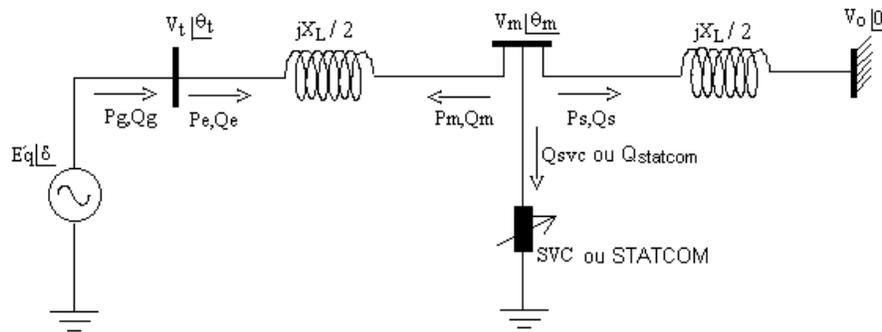


Figura 5.28 – Sistema Gerador – Barramento infinito incluindo *FACTS*.

As Tabelas 5.5 a 5.9 apresentam os dados do gerador, linha de transmissão, regulador automático de tensão, *SVC* e *STATCOM*, bem como os dados do *PSS* convencional.

Tabela 5.5 – Dados do gerador.

M	D	$R_e$ (pu)	$x_d$ (pu)	$x'_d$ (pu)	$x_q$ (pu)	$T_{d0}$ (s)
10.0	0.0	0.0	1.6	0.32	1.55	6.0

Tabela 5.6 – Dados do regulador de tensão.

$K_e$	$T_e$ (s)
12.5	0.05

Tabela 5.7 – Dados do *SVC*.

$x_{svc}$ (pu)	$T_{svc}$ (s)
0.05	0.05

Tabela 5.8 – Dados do *STATCOM*.

$K_{statcom}$	$K_u$	$K_\omega$	$T_{statcom}$ (s)
1.0	100	100	0.005

Tabela 5.9 – Dados do *PSS* Acoplado nos Dispositivos *FACTS*.

$K_{PSS}$	$T_{PSS}$ (s)
30	0.05

A Figura 5.29 apresenta os gráficos da variação angular do rotor em função do tempo, considerando o sistema original, com *SVC* e com *STATCOM*. A resposta é obtida através da introdução de uma perturbação em degrau na potência mecânica injetada pelo gerador. A simulação foi feita para o carregamento de  $P_g$  igual a 1.1 pu. Notamos o ganho de eficiência do *STATCOM* em relação ao *SVC*. A Figura 5.30 mostra a melhoria introduzida pela realimentação de velocidade no *STATCOM*, mostrando o comportamento

quando o ganho  $K_{\omega}$  assume os valores 0 (sem controle suplementar) ou 100 (com controle suplementar).

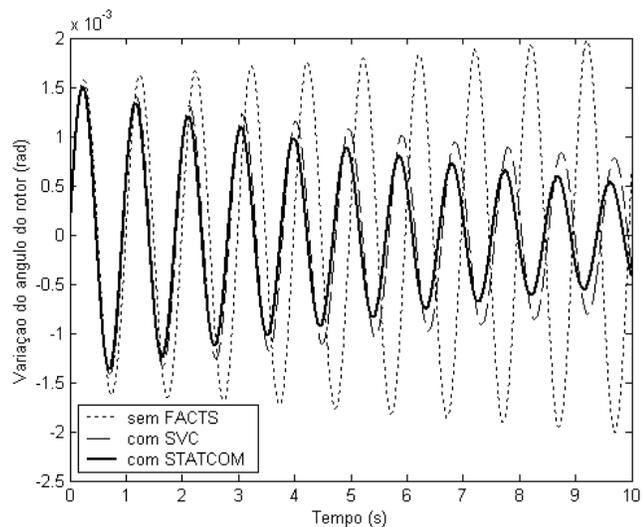


Figura 5.29 – Gráficos  $\Delta\delta$  x tempo.

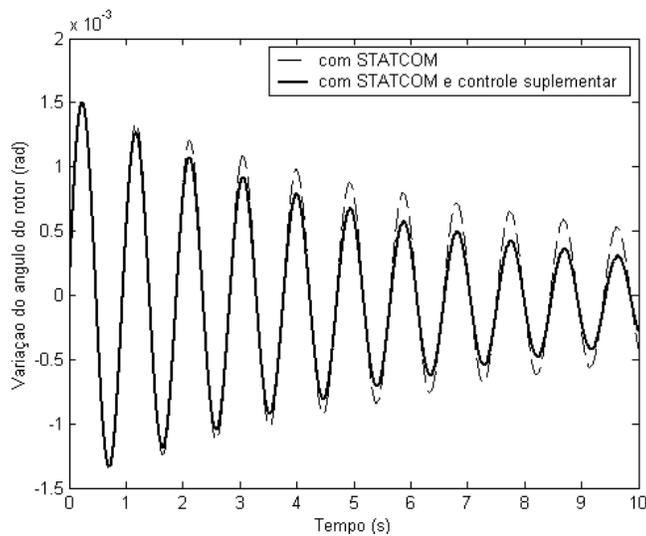


Figura 5.30 – Gráficos  $\Delta\delta$  x tempo.

As Figuras 5.31 e 5.32 mostram as variações da velocidade do rotor em função do tempo, para o sistema com *SVC* e com *STATCOM*, e com *STATCOM* com e sem controle suplementar, para um carregamento de  $P_g$  igual a 1.5 pu.

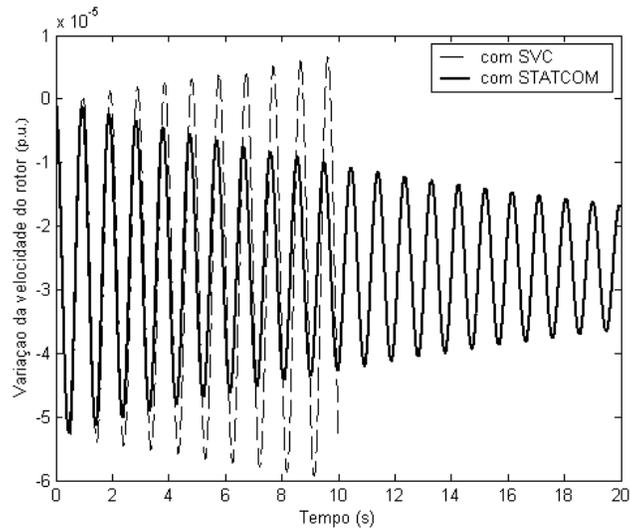


Figura 5.31 – Gráficos  $\Delta\omega$  x tempo para  $P_g = 1.5$  pu.

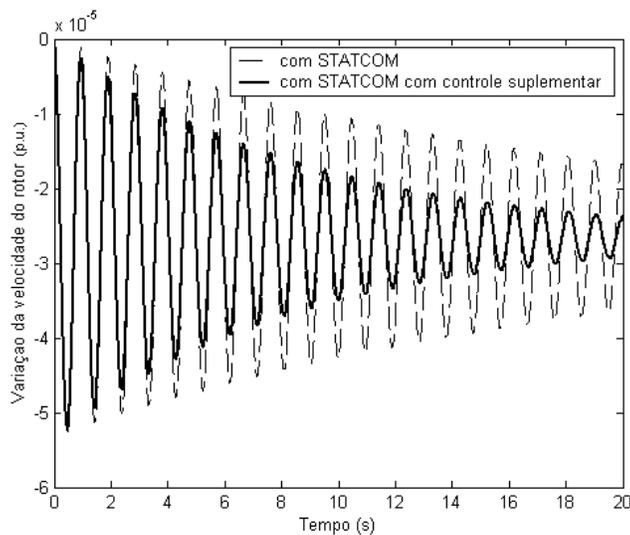


Figura 5.32 – Gráficos  $\Delta\omega$  x tempo para  $P_g = 1.5$  pu.

A Figura 5.33 mostra os resultados obtidos com a introdução do *PSS* convencional nas malhas de controle do *SVC* e do *STATCOM*.

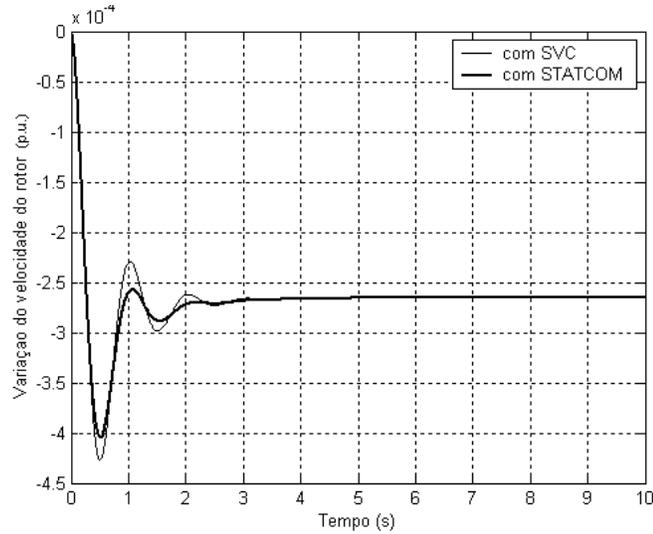


Figura 5.33 – Gráficos  $\Delta\omega$  x tempo para  $P_g = 1.5$  p.u.

A Figura 5.34 mostra a ocorrência da bifurcação de Hopf sem considerar a inclusão dos dispositivos *FACTS*. Neste caso, a instabilidade ocorre para um carregamento  $P_g = 1.06$  p.u. A Figura 5.35 mostra a ocorrência da mesma bifurcação considerando a inclusão do *SVC*. Nesse caso, a instabilidade ocorre para um carregamento  $P_g = 1.33$  p.u. Este valor demonstra o ganho de margem de estabilidade do sistema compensado.

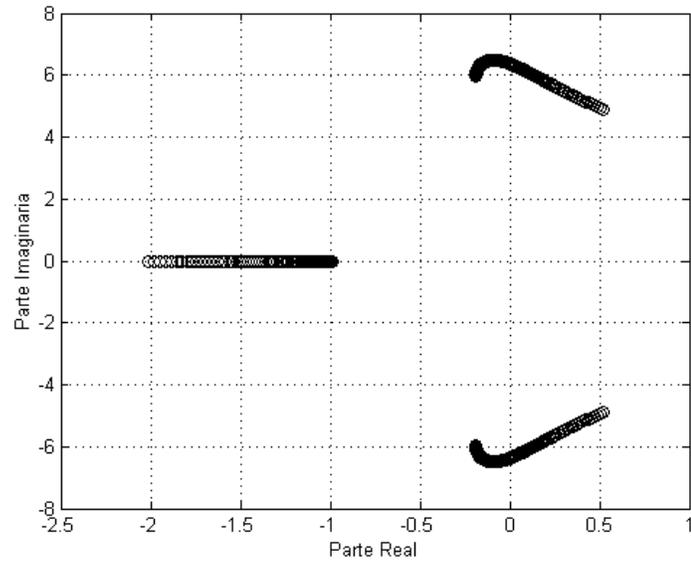
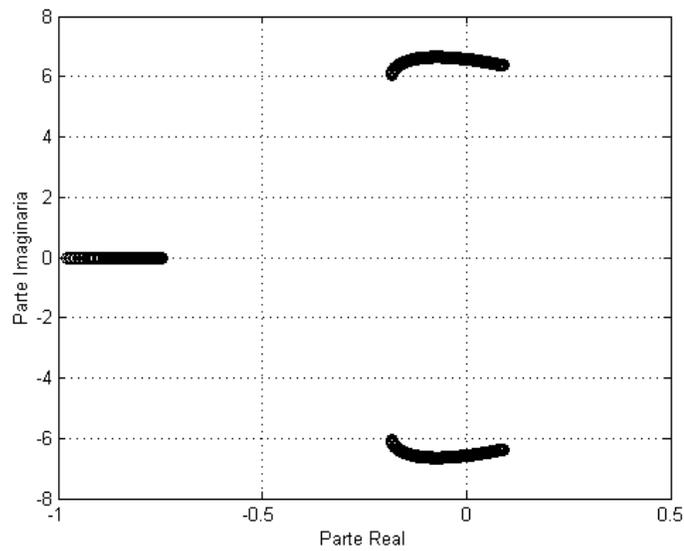


Figura 5.34 – Trajetória dos autovalores para o sistema original.

Figura 5.35 – Trajetória dos autovalores para o sistema com *SVC*.

As simulações anteriores foram feitas para um carregamento  $P_g = 1.6$  p.u. A Figura 5.36 mostra o resultado da simulação realizada para o sistema com *STATCOM* até este valor de carregamento. Como se pode notar, neste caso a instabilidade ainda não ocorreu.

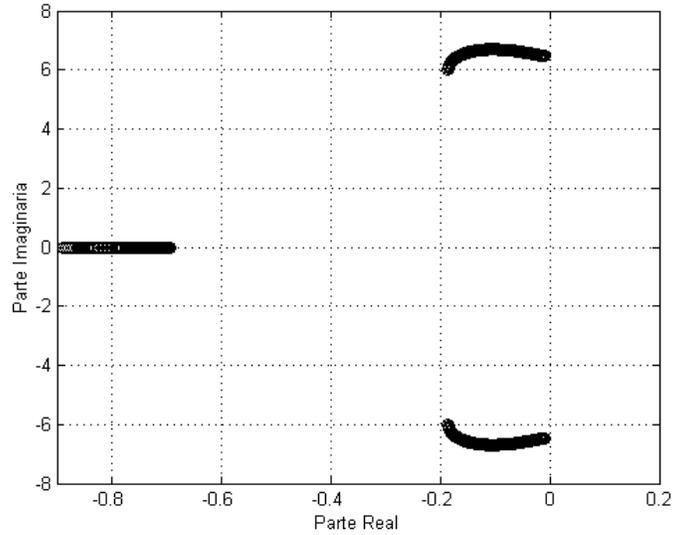


Figura 5.36 – Trajetória dos autovalores para o sistema com *STATCOM*.

Aumentando o carregamento até  $P_g = 1.8$  p.u., há a ocorrência da bifurcação de Hopf para o sistema com *STATCOM*, conforme mostrado na Figura 5.37. No entanto, se for introduzido o controle suplementar de velocidade ( $K_\omega=100$ ), esta bifurcação não ocorre para esse carregamento, conforme se pode notar na Figura 5.38.

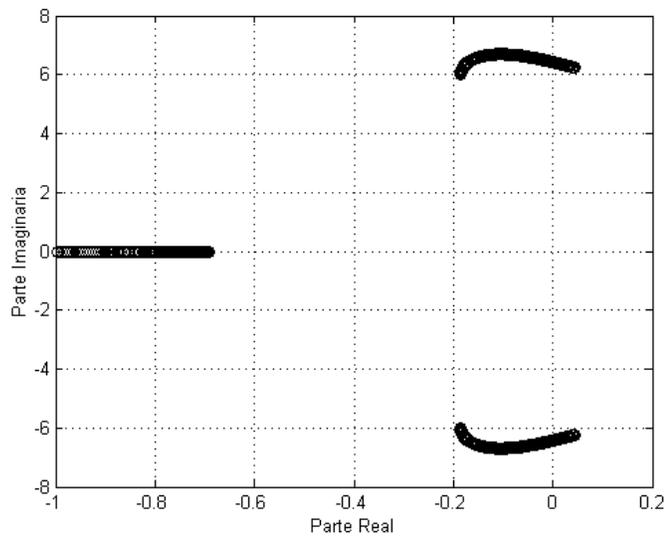


Figura 5.37 – Trajetória dos autovalores para o sistema com *STATCOM*.

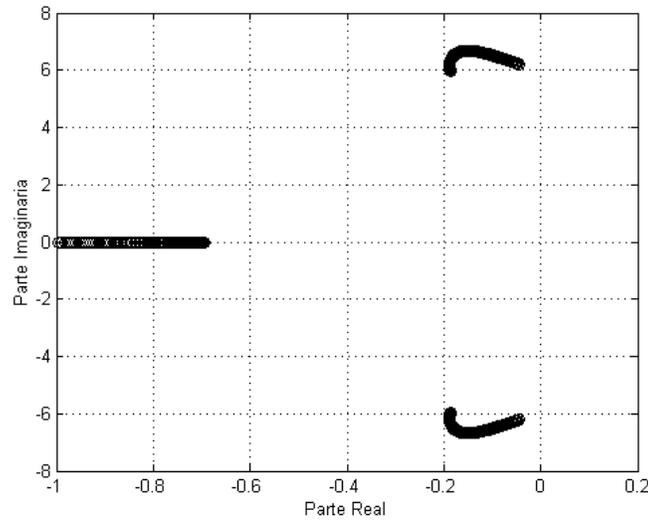


Figura 5.38 – Trajetória dos autovalores com *STATCOM* e controle suplementar.

As Figuras 5.39 e 5.40 mostram que com a realimentação de velocidade, o *STATCOM* pode aumentar ainda mais a margem de estabilidade do sistema. A Figura 5.39 mostra os resultados obtidos com o sistema sem compensação, com o *SVC*, com o *STATCOM* e com o *STATCOM* com realimentação de velocidade. A Figura 5.40 ilustra a diferença para o caso do *STATCOM*, com e sem controle suplementar.

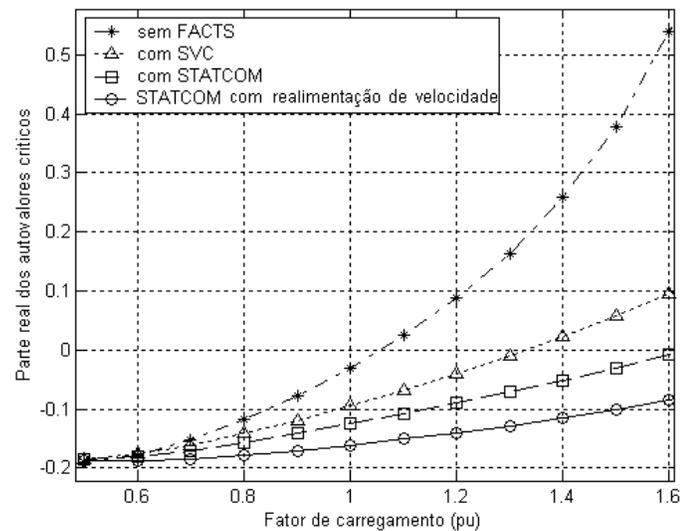


Figura 5.39 – Parte real dos autovalores críticos.

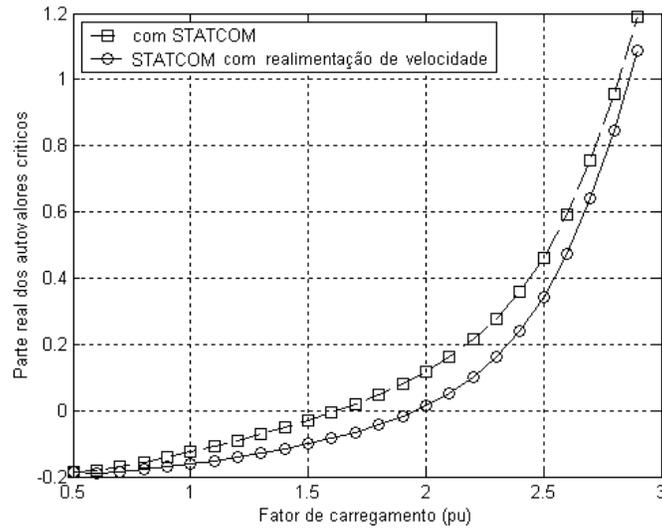


Figura 5.40 – Parte real dos autovalores críticos.

A Tabela 5.10 mostra os limites de instabilidade para as configurações do sistema descritas acima.

Tabela 5.10 – Limite de Estabilidade (em p.u.) – Dispositivos *FACTS*.

sem <i>FACTS</i>	com <i>SVC</i>	com <i>STATCOM</i>	com <i>STATCOM</i> *
1.06	1.33	1.62	1.95

\* com controle suplementar de realimentação do desvio de velocidade do gerador

### 5.3.2 Otimização de Parâmetros do *STATCOM*

Neste item são apresentados resultados de simulações para o sistema mostrado na Figura 5.29 obtidos através da metodologia desenvolvida no item 3.5 do Capítulo 3. As Figuras 5.41 e 5.42 mostram os gráficos da variação da norma  $H_2$  em função da variação do ganho  $K_u$ .

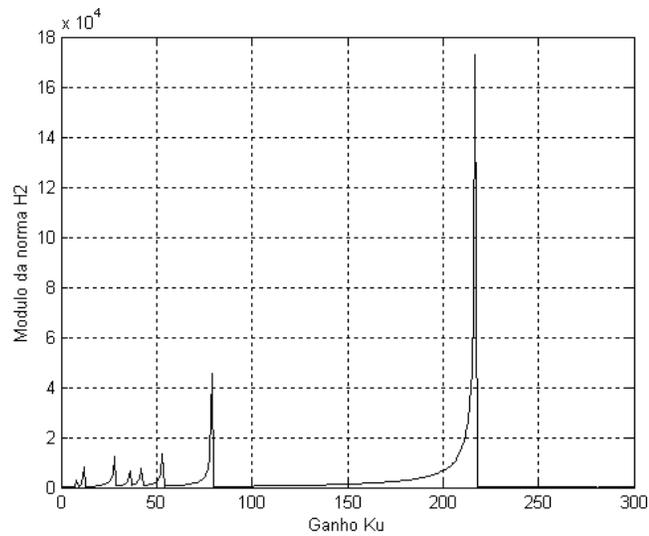


Figura 5.41 – Variação da norma  $H_2$  com a variação de  $K_u$ .

Como se pode notar na Figura 5.41, existem vários pontos nos quais a norma  $H_2$  é “pequena”. A Figura 5.42 mostra alguns deles. Esses são os pontos de interesse, visto que nesses pontos o sistema é mais amortecido.

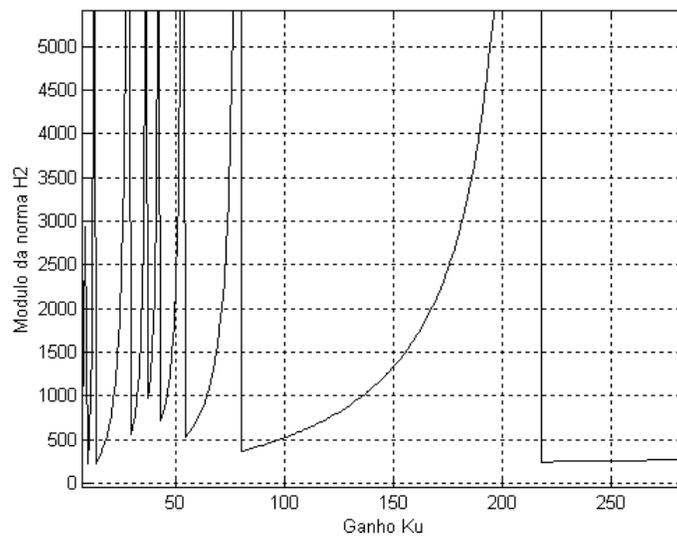


Figura 5.42 – Variação da norma  $H_2$  com a variação de  $K_u$ .

Escolhendo-se alguns pontos de interesse, pode-se repetir o processo, porém em função do ganho  $K_\omega$ . A Figura 5.43 ilustra esse caso. Após esse último passo, repetir a busca para o primeiro parâmetro, para maior precisão na escolha.

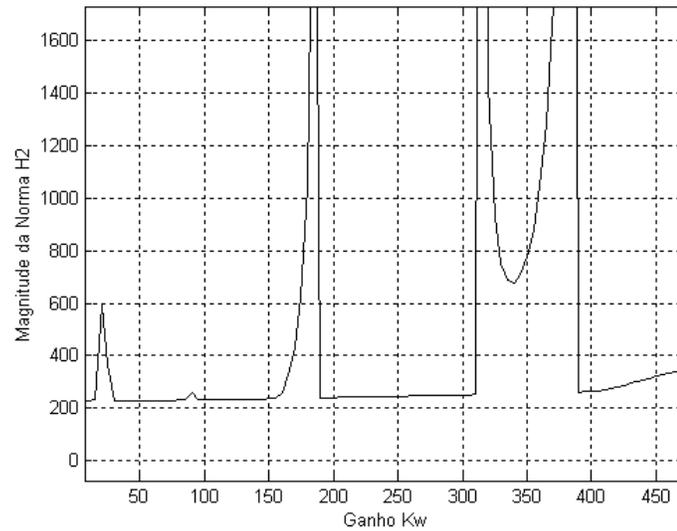


Figura 5.43 – Variação da norma  $H_2$  com a variação de  $K_\omega$ .

Se for de interesse escolher um valor reduzido para  $K_u$ , pode-se escolher o valor  $K_u = 13$ , pois é um dos pontos de menor valor da norma. Mas pode ser verificado que o menor valor absoluto ocorre para  $K_u = 220$ , e após fixar esse ganho pode-se encontrar o respectivo ganho  $K_\omega = 1060$  (caso 4). Para  $K_\omega = 13$ , o gráfico da norma  $H_2$  indica que uma possível escolha de  $K_\omega$  seria  $K_\omega = 95$  (caso 3). Outra boa escolha pode ser também  $K_u = 15$  e  $K_\omega = 80$  (caso 2). A Figura 5.44 mostra a trajetória da parte real dos autovalores críticos para essas três situações, comparadas com os valores utilizados nas simulações anteriores, sem projeto de sintonia dos parâmetros (caso 1).

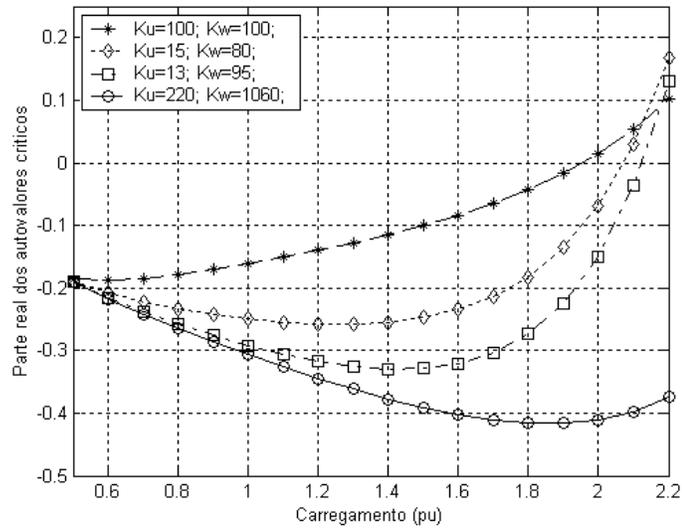


Figura 5.44 – Parte real dos autovalores críticos.

Na Figura 5.45, são mostradas as trajetórias da parte real dos autovalores críticos para uma situação de carregamento mais elevado ( $P_g = 2.6$  p.u.).

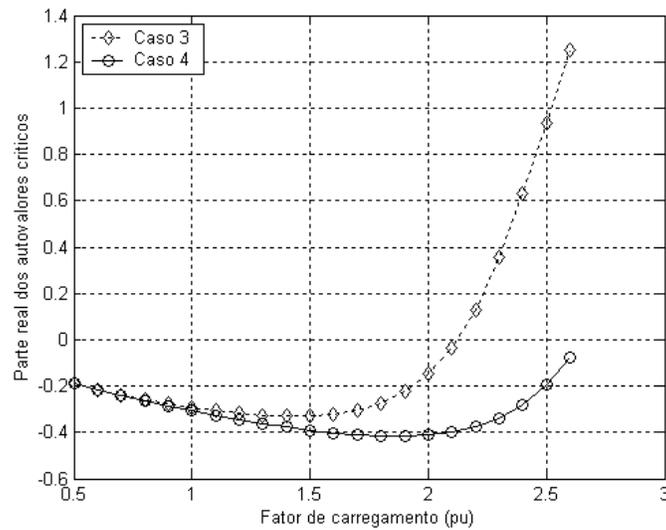


Figura 5.45 – Parte real dos autovalores críticos.

A Tabela 5.11 mostra os limites de instabilidade para os casos citados anteriormente.

Tabela 5.11 – Limite de Estabilidade (em p.u.) – Sintonia do *STATCOM*.

Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
1.954	2.070	2.122	2.646

A figura 5.46 mostra a resposta ao degrau para um carregamento de  $P_g = 2.2$  p.u., para os casos 3 e 4.

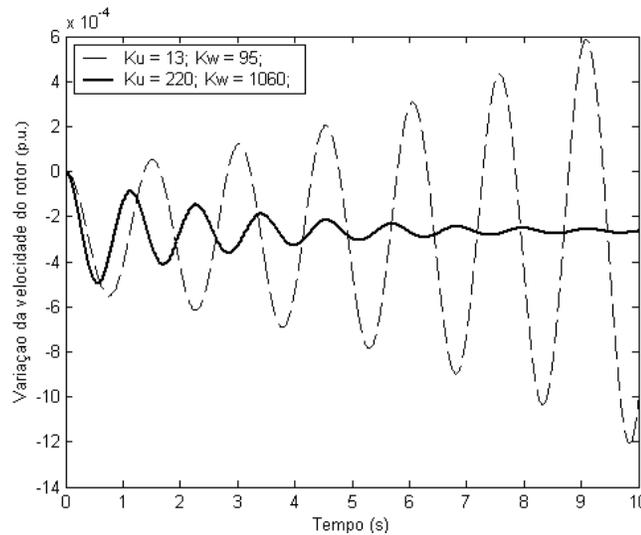


Figura 5.46 – Resposta ao degrau – *STATCOM* sintonizado.

## 5.4 Aplicação de Controle Robusto para o Amortecimento de Oscilações Eletromecânicas de Baixa Freqüência

Neste item são apresentados resultados de simulações através de metodologias de controle robusto que foram apresentadas no Capítulo 4.

### 5.4.1 Controle $H_2$ por Realimentação de Estados

O projeto do controlador robusto é realizado através da realimentação de estados, minimizando-se a norma  $H_2$ . O controlador é projetado para o MSP, e o resultado é um controlador estático a ser incluído no sistema, de modo a se investigar as melhorias propiciadas ao desempenho e à estabilidade do mesmo. Para o projeto desse controlador, todos os pontos de operação do sistema para sucessivos incrementos de  $P_g$  com um passo de 0.1 são armazenados, até um valor máximo de  $P_g = 2.5$ p.u.

As *LMIs* apresentadas no Capítulo 4 são resolvidas com a utilização de um *LMI solver* [LMISOLV, De Oliveira et al], pode-se obter o seguinte controlador estático ou algébrico, no qual a notação  $e^x$  designa  $10^x$ :

$$K = [9.9234e^4 \quad 2.2372e^3 \quad -2.87e^2 \quad -1]$$

### 5.4.2 Controle $H_2$ por Realimentação de Saída – Procedimento da Separação

Para o controlador projetado utilizando realimentação de saída, os resultados se mostraram bastantes inferiores ao projeto utilizando realimentação de estados, devido ao fato da saída para o controlador disponibilizar apenas o desvio da velocidade do rotor. Isso pode ser justificado pelo fato de a realimentação de estados disponibilizar todas as variáveis de estado para a ação de controle. Essa deficiência da metodologia de controle por realimentação de saída (que na verdade é necessária se forem consideradas as condições reais que impedem a utilização de todos os estados do sistema) resultou em uma resposta bastante inferior.

Esta limitação tornou possível que o projeto fosse factível apenas até o carregamento de  $P_g = 2.1$  p.u. O controlador obtido é dado na representação de espaço de estados por:

$$A_c = \begin{bmatrix} -1.6033e^4 & -1.422e^3 & -4.5976e^2 & -4.2638e^{-1} \\ -1.6218e^6 & -1.4396e^5 & -4.6523e^4 & -4.3158e^1 \\ -1.7668e^6 & -1.5688e^5 & -5.0698e^4 & -46864e^1 \\ 9.6330e^6 & -7.5378e^5 & -5.0720e^5 & -6.7385e^2 \end{bmatrix}$$

$$B_c = \begin{bmatrix} 1.8513e^1 \\ 7.3583e^2 \\ -8.8347e^1 \\ 4.6415e^3 \end{bmatrix}$$

$C_c$  é igual ao ganho de realimentação de estados  $K$  e  $D_c = 0$ , pois é um controlador estritamente próprio. Dessa maneira, pode ser obtida a seguinte função de transferência desse controlador:

$$H_c(s) = \frac{3.6032e^6.s^3 + 3.6055e^{11}.s^2 + 9.4595e^{12}.s + 4.9295e^{13}}{s^4 + 2.1137e^5.s^3 + 9.1927e^7.s^2 + 9.1256e^9.s + 1.40663e^{11}}$$

A Figura 5.47 mostra a resposta ao degrau para um carregamento de  $P_g = 2.1$  p.u., para os seguintes casos: (a) – Sem controlador; (b) – Realimentação de Estados; (c) – Realimentação de Saída.

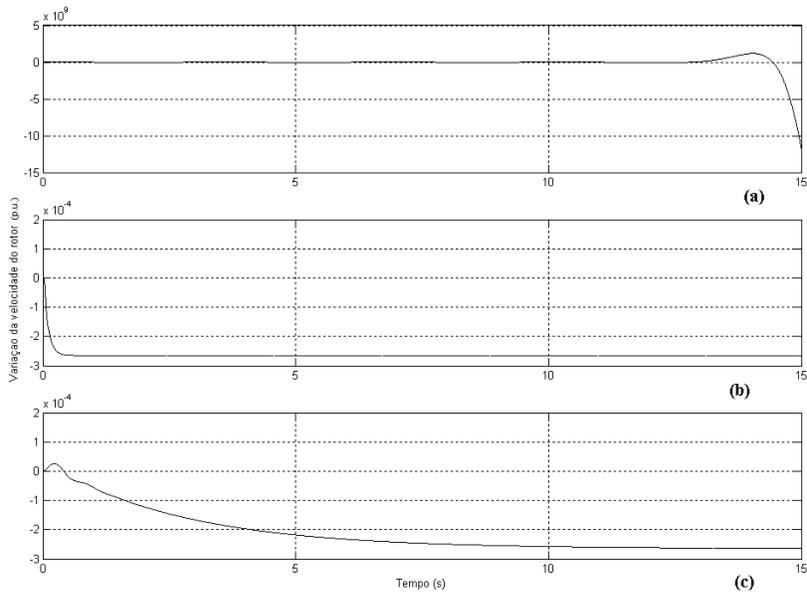


Figura 5.47 – Resposta ao degrau.

Conforme se pode notar na Figura 5.48, a trajetória do autovalor crítico do sistema com realimentação de saída praticamente não se altera com o carregamento.

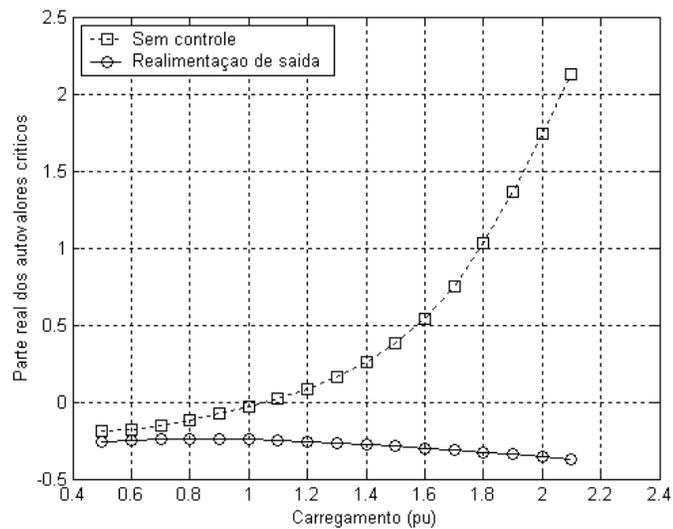


Figura 5.48 – Parte real dos autovalores críticos – efeito do controlador.

Para se avaliar os efeitos dos controladores robustos desenvolvidos, o desempenho dos mesmos são comparados com o de um *PSS* convencional *lead-lag*, cuidadosamente sintonizado com os resultados obtidos do projeto clássico de compensação de fase [De Mello et al], dado por:

$$H(s) = k_s \frac{(1+sT_1)(1+sT_3)}{(1+sT_2)(1+sT_4)}$$

na qual  $T_1 = T_3 = 0,447s$ ,  $T_2 = T_4 = 0,0503s$ , e  $k_s = 3,61$ .

A Figura 5.49 mostra a comparação do desempenho do controlador obtido pelo projeto de realimentação de saída com o do *PSS* convencional.

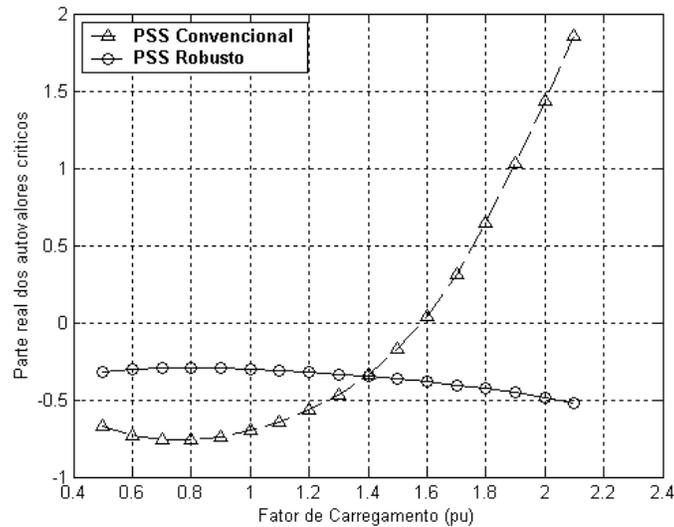


Figura 5.49 – Parte real dos autovalores críticos – *PSS* convencional x *PSS* robusto.

A Figura 5.50 mostra a comparação entre o desempenho dos controladores obtidos por realimentação de estados e saída.

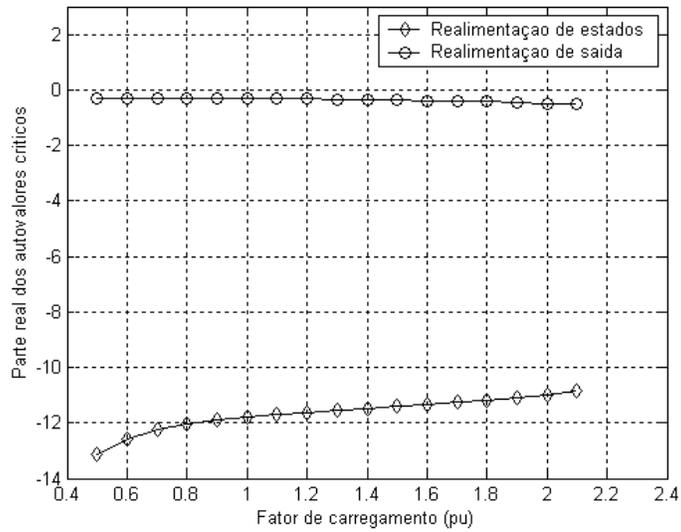


Figura 5.50 – Parte real dos autovalores críticos.

Como efeito ilustrativo adicional, a Figura 5.51 mostra, para a resposta a uma entrada em degrau, para um carregamento  $P_g = 1.2$  p.u., o comportamento de quatro diferentes configurações do sistema: o sistema sem *PSS*, o sistema com *PSS* convencional, e os sistemas com controlador robusto projetado utilizando realimentação de estados e de saída (*WPSS* significa sistema sem *PSS*, *CPSS* significa *PSS* convencional, *SPSS* significa *PSS* de realimentação de estados, e *OPSS* significa *PSS* de realimentação de saída).

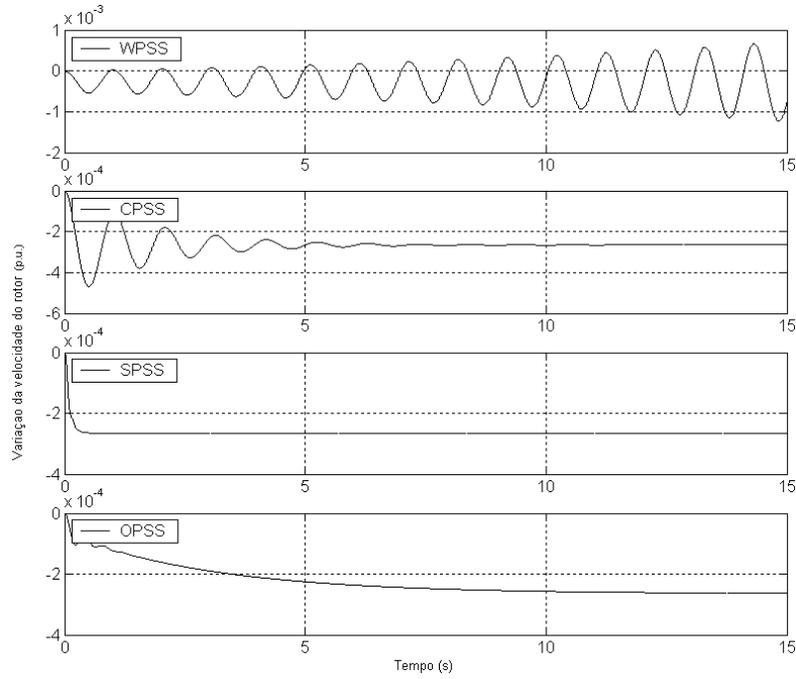


Figura 5.51 – Resposta ao degrau.

A Figura 5.52 mostra a resposta ao degrau para um fator de carregamento de  $P_g = 2.1$  p.u. para as quatro configurações anteriores.

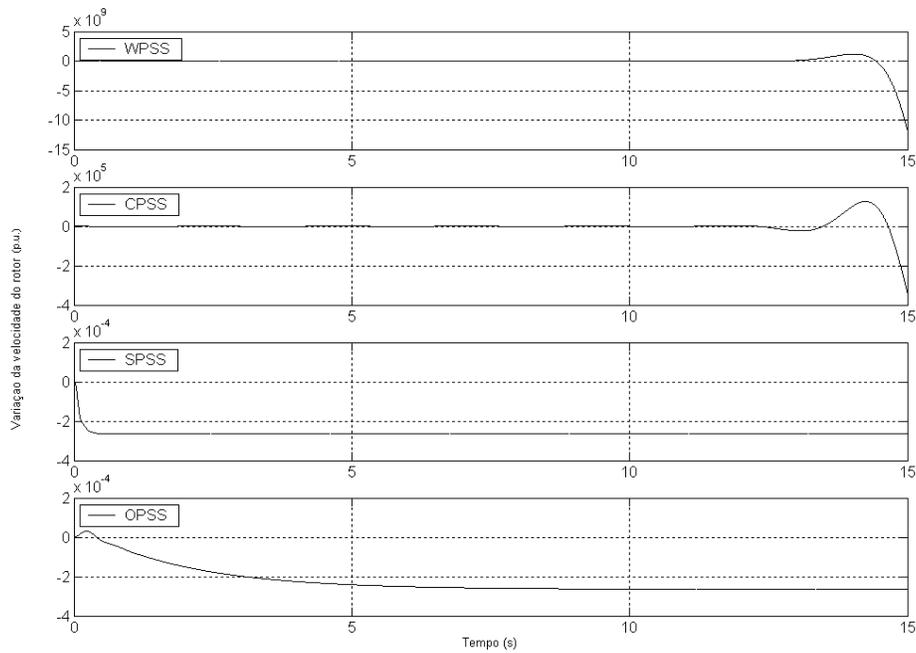


Figura 5.52 – Resposta ao degrau.

A Tabela 5.12 mostra o limite de instabilidade para as quatro situações apresentadas anteriormente.

Tabela 5.12 – Limite de estabilidade (em p.u.) – Controladores *PSS*.

MSP	MSP+CPSS	MSP+SPSS	MSP+OPSS
1,06	1,57	-	-

Como pode ser verificado na Tabela 5.12, os dois últimos controladores permanecem estáveis para toda a faixa de operação analisada. Os resultados apresentados nas Figuras 5.47-5.52 e na Tabela 5.12 ilustram a superioridade do projeto de controladores robustos em relação às abordagens convencionais no que diz respeito ao amortecimento de oscilações eletromecânicas de baixa frequência em sistemas de elétricos de potência.

No entanto, se considerarmos o fator custo, análises adicionais podem ser consideradas. O projeto do controlador robusto foi baseado na estrutura do controle de realimentação de estados até o máximo de  $P_g = 2.5$  p.u. No entanto, como o projeto por realimentação de saída foi factível apenas até  $P_g = 2.1$  p.u., pode-se impor esse valor de carregamento como limite superior para o projeto de realimentação de estados.

Dessa maneira, para um carregamento aumentado até  $P_g = 2.1$  p.u., o novo valor encontrado para  $K$  é:

$$K = [9.023e^2 + 5.986 - 1.57944e^1 - 8.2938e^{-2}]$$

O novo controlador dinâmico encontrado para esse ganho é:

$$A_c = \begin{bmatrix} -5.1261 & 1.0611e^{-1} & -3.7611e^{-1} & -1.6678e^{-3} \\ 5.5971e^2 & 1.4220 & -2.8507 & -2.3723e^{-2} \\ 2.9136e^2 & -1.1144 & 1.2878 & 1.8130e^{-1} \\ 2.2841e^5 & 1.6659e^3 & -4.1165e^3 & -4.6415e^3 \end{bmatrix}$$

$$B_c = \begin{bmatrix} 2.2189e^1 \\ 1.2286e^{-1} \\ -4.0243e^2 \\ 3.3717e^3 \end{bmatrix}$$

A nova função de transferência é:

$$H_c(s) = \frac{2.6098e^4 \cdot s^3 + 5.9363e^5 \cdot s^2 + 1.9395e^6 \cdot s + 4.3395e^5}{s^4 + 4.3445 \cdot s^3 + 1.3008e^3 \cdot s^2 + 1.9759e^4 \cdot s + 4.5014e^3}$$

A Figura 5.53 ilustra a comparação de dois controladores projetados utilizando a realimentação de saída. O “Caso 1” designa o controlador projetado anteriormente, enquanto o “Caso 2” designa o novo.

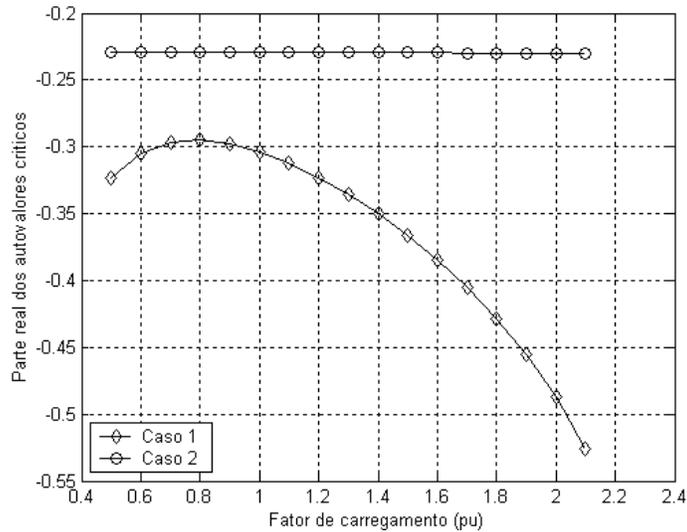


Figura 5.53 – Trajetória da parte real dos autovalores críticos.

Como pode ser observado nessa Figura, o novo controlador exibe uma característica menos amortecida, mas continua garantindo robustez. Porém seu custo é muito menor, característica essa que pode ser facilmente percebida se comparadas as ordens dos ganhos de realimentação de estados das duas configurações, bem como das funções de transferência. Para um fator de carregamento de  $P_g = 2.1$  p.u., a resposta ao degrau para ambos os casos é mostrada na Figura 5.54.

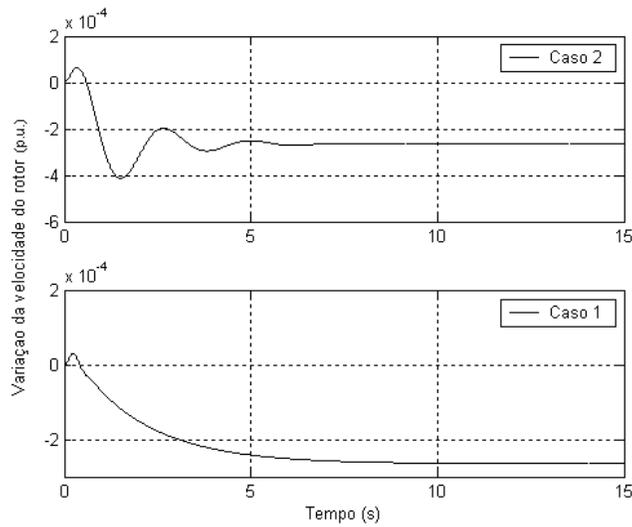


Figura 5.54 – Resposta ao degrau.



## Capítulo 6 Conclusões

Esse trabalho abordou o problema da estabilidade de sistemas elétricos de potência sob condições de pequenas perturbações para dois sistemas isolados: gerador conectado a um barramento infinito ou a uma carga assíncrona via uma linha de transmissão puramente reativa para a análise da estabilidade de ângulo e de tensão, respectivamente. A análise da estabilidade foi realizada através da análise modal à luz da teoria de bifurcações. A consideração dos dispositivos *FACTS* nessa análise, em especial quando se tratando do *STATCOM*, representa a essência dessa dissertação. No caso da estabilidade de ângulo, foram investigados os efeitos de controladores robustos projetados para o MSP, por realimentação de estados e de saída.

As simulações apresentadas no Capítulo 5 mostram que o *STATCOM* exibe um melhor desempenho que o *SVC* tanto no caso da estabilidade de tensão quanto na de ângulo. Um estudo teórico de sintonia dos parâmetros do *STATCOM* ilustra uma técnica de otimização que pode ser utilizada para melhorar o amortecimento das oscilações eletromecânicas, através da minimização da norma  $H_2$ . Essa melhoria também foi obtida através dos controladores robustos obtidos pela solução das *LMIs* impostas como restrições para a análise da estabilidade, conforme mostram os resultados de simulações apresentados no final do Capítulo 5, nos quais a norma  $H_2$  foi utilizada como função objetivo para o processo de minimização.

## 6.1 Sugestões para Trabalhos Futuros

- Projeto dos controladores do *SVC* e do *STATCOM*, utilizando técnicas de Controle Robusto e Adaptativo;
- Análise da influência de outros dispositivos *FACTS* para a estabilidade de sistemas elétricos de potência, tais como o *SSSC* e o *UPFC*;
- Análise da influência destes e de outros dispositivos *FACTS* para o amortecimento das oscilações eletromecânicas de baixa frequência de modo interárea;
- Projeto de controladores utilizando técnicas não lineares e de controle nebuloso.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Alves D. A., da Silva L. C. P. and da Costa V. F., 1999, “A Power Sensitivity Model Including Generator Damper Windings for Electromechanical Oscillation Studies”, *Proceedings of the IEEE Power Tech' 99 Conference*, Budapest, Hungary.

Alves, D. A., 2000, “Obtenção do Ponto de Máximo Carregamento em Sistemas Elétricos de Potência Utilizando Novas Técnicas de Parametrização para o Método da Continuação”, Tese de Doutorado, FEEC-UNICAMP.

Bergen, A. R., Vittal, V., 2000, “Power Systems Analysis”, 2<sup>a</sup> ed., Prentice Hall.

Bompard, E., Carpaneto, E., Chico, G. & Napoli, R., 1993, “A Practical Application of Bifurcation Theory to Dynamic Voltage Stability”, *Electrical Power & Energy Systems*, 0142-0615/96.

Cañizares, C. A. & Faur, Z. T., 1999, “Analysis of SVC and TCSC Controllers in Voltage Collapse”, *IEEE Transactions on Power Systems*; Vol. 14; No. 1; pp.158-165.

Cañizares, C. A., Pozzi, M., Corsi, S., Uzunovic, E., 2003, “STATCOM Modeling for Voltage and Angle Stability Studies”, *Electrical Power & Energy Systems* 25, pp. 1-20.

Chen, S. & Malik, O. P., 1995, “H $\infty$  Optimization – Based Power System Stabilizer Design”, *IEE Proc. – Generation, Transmission and Distribution*; Vol. 142, No. 2.

Chun, L., Qirong, J., Xiarong, X., Zhonghong, W., 1998, “Rule-Based Control for STATCOM to Increase Power System Stability”, *Proceedings International Conference on POWERCON '98*, Volume 1, 18-21. Page(s): 372-376.

Chun, L., Qirong, J., Wang, Z., Retzmann, D., 1998, “Design of a Rule-based Controller for STATCOM”, *IECON'98, Proceedings of the 24th Annual Conference of the IEEE, Industrial Electronics Society*, vol. 1, pp. 467-472.

CIGRÉ Working Group 31-01, 1977, “Modeling of Static Var Systems (SVC) for System Analysis”, *Electra*, No. 51.

CIGRÉ Task Force 38-01-02, “Static Var Compensators”, 1986.

Da Costa, V. F., 1992, “Modelo de Sensibilidade de Potência para Análise de Oscilações de Baixa Frequência em Sistemas de Energia Elétrica”, Tese de Doutorado, FEEC-UNICAMP.

Da Silva, L. C. P., 1997, “Uma Formulação Analítica Alternativa para a Análise Modal de Estabilidade de Tensão em Sistemas de Energia Elétrica”, Dissertação de Mestrado, FEEC-UNICAMP.

Da Silva, L. C. P., 2001, “Uma Expansão dos Métodos de Curva-PV e de Análise Modal Estática para o Estudo da Estabilidade de Tensão em Sistemas de Energia Elétrica”, Tese de Doutorado, FEEC-UNICAMP.

Deckmann, S. M. & da Costa, V. F., 1994, “A Power Sensitivity Model for Electromechanical Oscillation Studies”, *IEEE Transactions on Power Systems*; Vol. 9, No. 2, pp. 965-971.

De Mello, F. P., Concordia, C., 1969, “Concepts of Synchronous Machine Stability as Affected by Excitation Control”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. 71, pp. 316-329.

De Oliveira, M. C., 1999, “Controle de Sistemas Lineares baseado nas Desigualdades Matriciais Lineares”, Tese de Doutorado, FEEC-UNICAMP.

De Oliveira, M. C., Geromel, J. C., Bernussou, J., 2000, “Design of Decentralized Dynamic Output Feedback Controllers Via a Separation Procedure”, *International Journal of Control.* , v.73, n.5, p.371 - 381.

De Oliveira, M. C., Skelton, R. E., 2000, “Stability Tests for Constrained Linear Systems” In: *Perspectives on Robust Control*, ed. Londres, Inglaterra : Springer-Verlag, p. 241-257.

De Oliveira, M. C., De Farias, D. P., Geromel, J. C., 1997, LMISol, <http://www.dt.fee.unicamp.br/~mauricio/software.html>

De Oliveira, M. C., 2002, Notas de aula da disciplina “IA360 - Tópicos em Controle I: Controle de Sistemas Lineares e Desigualdades Matriciais Lineares”, <http://www.dt.fee.unicamp.br/~mauricio/courses/ia360.html>

De Mello, F. P. & Concordia, C., 1969, “Concepts of Synchronous Machine Stability as Affected by Excitation Control”, IEEE Transactions, Vol. PAS-88, pp. 316-329.

Domingues, A. F., 2001, “Aplicação de Dispositivos FACTS para o Amortecimento de Oscilações Eletromecânicas de Baixa Frequência em Sistemas de Energia Elétrica”, Tese de Mestrado, FEEC-UNICAMP.

Farsangi, M. M., Song, Y. H., Sun, Y. Z, 2000, “Supplementary Control Design of SVC and STATCOM Using  $H_{\infty}$  Optimal Robust Control”, IEEE International Conference on Electric Utility Deregulation and Restructuring and Power Technologies, City University, London, pp.355-360.

Gama, C., Leoni, R. L., Fraga, R., Cavalcanti, J. & Ping, W., 1997, “Interligação Norte/Sul - Aplicação de Compensação Série Controlada a Tiristores (TCSC) para Amortecimento de Modo de Oscilação Interárea”, XIV SNPTEE, Belém, PA, Brasil, FL/GAT/12.

Gao, B., Morison, G. K., Kundur, P., 1992, “Voltage Stability Evaluation Using Modal Analysis”, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 7, nº 14, pp. 1529-1542.

Geromel, J. C., Peres, P. L. D., Souza, S. R., 1992, “H2 Guaranteed Cost Control for Uncertain Continuous-time Linear Systems”, Systems and Control Letters, Elsevier Science BV, ISSN: 0167-6911.

Gomes, P., Groetaers, M., Zeni, N., Valgas, H. & Carvalho, J. S., 1993, “Aplicação de uma Nova Estrutura de Sinal Adicional Estabilizante (PSS) no Controle das Oscilações Eletromecânicas do

Sistema Interligado Brasileiro”, V Encontro Regional Latino-Americano da CIGRÉ, Ciudad Del Este, Paraguay.

Gyugyi, L., 1998, “Converter-Based FACTS Controlers”, IEE Colloquium, pp. 1-11

Gyugyi, L., 1994, “Dynamic compensation of AC transmission lines by solid-state synchronous voltage sources”, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol.9, Is. 2, pp. 904 – 911.

Gyugyi, L., “Solid-State Synchronous Voltage Sources for Dynamic Compensation and Real-Time Control of AC Transmission Lines”, IEEE Emerging Practices in Technology, pp. 1-28.

Hanson, O. W., Goodwin, C. J. & Dandeno, P. L., 1968, “Influence of Excitation and Speed Control Parameters in Stabilizing Intersystems Oscillations”, IEEE Transactions, Vol. PAS-87, pp. 1306-1313.

Heffron, W. G. & Phillips, R. A., 1952, “Effect of a Modern Amplidyne Voltage Regulator on Underexcited Operation of Large Turbine Generators”, AIEE Transactions, Vol. 71, pp. 692-697.

Hingorani, N. G. & Gyugyi, L. 2000, “Understanding FACTS: Concepts and Technology of Flexible AC Transmission Systems”, Jon Wiley & Sons.

Hinskens, I. A., McLean, C. B., 1992, “SVC Behaviour Under Voltage Collapse Conditions”, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 7, nº 3, pp. 1078-7087.

Hiyama, T, 1993, “Application of Neural Network to Real Time Tuning of Fuzzy Logic PSS”, Proceedings of the Second International Forum on Applications of Neural Networks to Power Systems, pp. 421-426

IEEE Special Stability Controls Working Group, 1994, “Static Var Compensator Model for Power Flow and Dynamic Performance Simulation”, IEEE Transactions on Power Systems; Vol. 9; No.1; pp.229-240.

Ilic, M., Zaborszky, J., 2000, “Dynamics and Control of Large Electric Power Systems”, Wiley-Interscience.

Khalil, H., 1996, “Nonlinear Systems”, Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey.

Kimbark, E. W., 1956, “Power System Stability”, John Wiley & Sons.

Kundur, P., Klein, M., Rogers, G. J. & Zywno, M. S., 1989, “Application of Power System Stabilizers for Enhancement of Overall System Stability”, IEEE Transactions, Vol. 4, No.2, pp.614-626.

Kundur, P., 1993, “Power System Stability and Control”, Mc Graw – Hill.

Kwatny, H. G., Fischl, R. F. & Nwankpa, C. O., 1995, “Local Bifurcation in Power Systems: Theory, Computation and Application”, Proceedings of the IEEE, Vol. 83, No.11, pp.1456-1481.

Larsen, E. V. & Swann, D. A., 1981, “Applying Power System Stabilizers”, IEEE Transactions, Part I, II and III, Vol. PAS-100: 3017-3046.

Larsen, E. V. & Chow, J. H., 1987, “SVC Control Design Concepts for System Dynamic Performance”, IEEE Special Publication: Application of Static Var Systems for System Dynamic Performance, 87TH0187-5 PWR, pp. 36-53.

Lee, S. & Liu, C. C., 1994, “An Output Feedback Static Var Controller for the Damping of Generator Oscillations”, Electric Power System Research, Vol. 25, No. 1, pp. 9-16.

Lemos, B. F. A., Lerm, A. A. P., Silva, A. S., 1996, “Estabilidade de Tensão: Uma Abordagem Através da Teoria de Bifurcações”, XI Congresso Brasileiro de Automática, São Paulo, pp. 1649-1654.

Lu, J., Chiang, H. D. & Thorp, J. S., 1990, “Identification of Optimum Sites for Power System Stabilizer Applications”, IEEE Transactions on Power Systems; Vol. 5, No. 4; pp.1302-1308.

Martins, N., 1986, “Efficient Eigenvalue and Frequency Response Methods Applied to Power System Small – Signal Stability Studies”, IEEE Transactions on Power Systems; Vol. PWRS-1, No. 1; pp.217-226.

Martins, N. & Lima, L. T. G., 1989, “Eigenvalue and Frequency Domain Analysis of Small-Signal Electromechanical Stability Problems”, IEEE Special Publication on Eigenanalysis and Frequency Domain Methods for System Dynamic Performance; pp.17-33.

Martins, N. & Lima, L. T. G., 1990, “Determination of Suitable Location for Power System Stabilizers and Static Var Compensators for Damping Electromechanical Oscillations in Large Power Systems”, IEEE Transactions on Power Systems; Vol. 5, No. 4; pp.1455-1469.

Mansour, Y., 1989, “Application of Eigenanalysis to the Western North American power System”, IEEE Special Publication on Eigenanalysis and Frequency Domain Methods for System Dynamic Performance; pp.97-104.

Milanovic, J. V. & Hiskens, I. A., 1998, “Damping Enhancement by Robust Tuning of SVC Controllers in the Presence of Load Parameters Uncertainty”, IEEE Transactions on Power Systems; Vol. 13, No. 4; pp.1298-1303.

Mithulananthan, N., Canizares, C. A., Reeve, J., Rogers, G. J., 2003, “Comparison of PSS, SVC, and STATCOM Controllers for Damping Power System Oscillations”, IEEE Transactions on Power Systems; Vol. 18, Issue 2, pp. 786-792.

Moreira, C. M., 1997, “Modelo de Sensibilidade de Potência para Análise da Estabilidade de Tensão em Sistemas de Energia Elétrica”, dissertação de mestrado, FEEC-UNICAMP.

Nassif, A. B., 2001, “Análise da Estabilidade de Tensão em Sistemas de Energia Elétrica”, 1º Relatório de Iniciação Científica, enviado à FAPESP.

Nassif, A. B., 2001, “Análise da Estabilidade de Tensão em Sistemas de Energia Elétrica”, 2º Relatório de Iniciação Científica, enviado à FAPESP.

Nassif, A. B., Kopcak, I, da Costa, V. F., da Silva, L. C. P, 2003, “Comparative Analysis of SVC and STATCOM for Damping Power System Low Frequency Electromechanical Oscillations”, 7th Brazilian Power Electronics Congress, pp. 646- 650.

Nassif, A. B., da Costa, V. F., da Silva, L. C. P, 2003, “Análise Comparativa dos Efeitos do SVC e do STATCOM para a Estabilidade de Tensão a Pequenas Perturbações”, 5th Latin-American Congress: Electricity Generation and Transmission.

Nassif, A. B., de Oliveira, M. C, da Costa, V. F., da Silva, L. C. P, 2004, “Local Mode Oscillations Damping Using STATCOM with Parameters Tuning Miminizing H2 Norm”, IX Symposium of Specialists in Electric Operational and Expansion Planning (Artigo aceito para apresentação).

Nassif, A. B., Domingues, A. F., de Oliveira, M. C, da Costa, V. F., da Silva, L. C. P, 2004, “Comparison of PSS, SVC and STATCOM for Damping Power System Local Mode Oscillations”. 15th IASTED International Conference on Modelling and Simulation – MS 2004, Marina del Rey, California, USA (Artigo aceito para apresentação).

Nassif, A. B., de Oliveira, M. C, da Costa, V. F., da Silva, L. C. P, 2004, “Fine-Tuning of STATCOM Parameters for Damping Power System Electromechanical Oscillations”, 15th IASTED International Conference on Modelling and Simulation – MS 2004, Marina del Rey, California, USA (Artigo aceito para apresentação).

Nassif, A. B., Domingues, A. F., de Oliveira, M. C, da Costa, V. F., da Silva, L. C. P, 2004, “Design of Robust Controllers Via a Separation Procedure for Small-Signal Angle Stability”, 6th IASTED International Conference on Control and Applications – CA 2004, Marina del Rey, California, USA (Artigo aceito para apresentação).

Nassif, A. B., de Oliveira, M. C, da Costa, V. F., da Silva, L. C. P, 2004, “A Comparison of a Robust PSS and a Fine – Tuned STATCOM for Damping Local Mode Oscillations”, 17th Annual Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering, CCECE 2004, IEEE CANADA, Niagara Falls, Ontario, Canada (Artigo aceito para apresentação).

Nassif, A. B., Domingues, A. F., de Oliveira, M. C, da Costa, V. F., da Silva, L. C. P, 2004, “Design of Robust Controllers Via a Separation Procedure for Damping Power System Oscillations”, 17th Annual Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering, CCECE 2004, IEEE CANADA, Niagara Falls, Ontario, Canada (Artigo aceito para apresentação).

Nassif, A. B., da Costa, V. F., da Silva, L. C. P, “Efeitos do SVC e do STATCOM NO Amortecimento de Oscilações Eletromecânicas de Baixa Freqüência em Sistemas de Potência”, IEEE Latin America Magazine (Aceitação final condicional a modificações).

Nassif, A. B., da Costa, V. F., da Silva, L. C. P, “A Comparative Study of SVC and STATCOM Controllers on Small-Signal Voltage Stability. IEEE Power Engineering Society Letters (Letter submetida em Outubro de 2003).

Naturesa, J. S., 2001, “A Influência de Compensadores Estáticos de Reativos na Estabilidade de Tensão de Sistemas de Energia Elétrica”, Tese de Mestrado, FEEC-UNICAMP.

Ngamroo, I., 2001, “Design of Robust  $H_{\infty}$  PSS via Normalized Coprime Factorization Approach”, IEEE International Symposium on, volume. 3, pp. 129-132 vol.2.

Noorozian, M., Halvarsson. P & Othman, H., 1996, “Applications of Controllable Series Capacitors for Damping of Power Swings”, V SEPOPE, Recife, PE, Brasil, pp.221-225.

Operador Nacional do Sistema Elétrico, 1999, “Sumário Executivo da Ocorrência do dia 11/03/99 – Anexo 3”, <http://www.ons.org.br>

Operador Nacional do Sistema Elétrico, 1999, “Dados Relevantes de 1999”, <http://www.ons.org.br>

Peres, P. L. D., 1997, Notas de aula da disciplina “IA 536 - Teoria de Sistemas Lineares”, <http://www.dt.fee.unicamp.br/~sala225/ia536.html>

- Pourbeik, P. & Gibbard, M. J., 1996, "Damping and Synchronizing Torques Induced on Generators by FACTS Stabilizers in Multimachine Power Systems", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 11, No. 4, pp. 1920-1925.
- Rahim, A. H. M. A., Al-Baiyat, S. A., Kandlawala, F. M., 2001, "A robust STATCOM controller for power system dynamic performance enhancement", IEEE Power Engineering Society Summer Meeting, pp. 887 - 892 vol.2.
- Rahim, A. H. M. A., Al-Baiyat, S. A., Al-Maghrabi, H. M., 2002, "Robust Damping Controller Design for a Static Compensator", IEE Proc. Gener. Transm. Distrib., vol. 149, n. 4, pp. 491-496.
- Sauer, P. W., Pai, M. A., 1998, "Power System Dynamics and Stability", Prentice Hall.
- Saadat, H., 1999, "Power System Analysis", Mc Graw – Hill.
- Seydel, R., 1994, "Practical Bifurcation and Stability Analysis", Second edition, Springer-Verlag.
- Snyder, A. F. et al, 1999, "A Robust Controller for Power System using Linear Matrix Inequalities", Proceedings of the IEEE Summer Meeting, Edmonton, Canada.
- Taranto, G. N., Wang, S., Chow, J. H. & Martins, N., 1998, "The Centralized Design of Power System Damping Controllers Using a Linear Matrix Inequality Algorithm", Proceedings of VI SEPOPE.
- Taylor, C. W., 1993, "Power System Voltage Stability", Mc Graw – Hill.
- Wang, H. F., 1999, "Modelling STATCOM into power systems", PowerTech Budapest 99. International Conference on Electric Power Engineering, pp. 302.
- Wang, H. F., 1999, "Phillips-Heffron Model of Power Systems installed with STATCOM and Applications", IEE Proc. Gener. Transm. Distrib., vol. 146, n° 5, pp. 521-527.

Wang, H. F., 1997, "A Unified Model for the Analysis of FACTS Devices in Damping Power System Oscillations Part I: Single-machine Infinite-bus Power Systems", IEEE Transactions on Power Delivery; Vol. 12, No. 2; pp.941-946.

Yang, T. C., 1997, "Applying  $H_{\infty}$  Optimization Methods to Power System Stabilizer Design Part I: Single Machine Infinite Bus System", Electrical Power & Energy Systems, Vol. 19, No. 1, pp.29-35.

Yu, Y., Jianye, C., Yingduo, H., 2000, "STATCOM Modeling and Analysis in Damping Power System Oscillations", IEEE Energy Conversion Engineering Conference and Exhibit, vol.2, pp. 756-762.

Xu, W. & Mansour, Y., 1993, "Voltage Stability Analysis Using Generic Dynamic Load Models", IEEE Trans. on Power Systems, 93WM185-9PWRS, pp. 1-8.

# APÊNDICE A

## A.1 COEFICIENTES DE SENSIBILIDADE DE POTÊNCIA

Esse apêndice contém as sensibilidades de potência ativa e reativa utilizadas na modelagem dos sistemas estudados no Capítulo 3.

### A.1.1 Coeficientes para Análise de Estabilidade de Tensão

- Gerador

Coeficientes de sensibilidade de potência ativa.

$$A_{1g} = \frac{\partial P_g}{\partial(\delta - \theta_t)} = \frac{V_t E'_q}{x'_d} \cos(\delta - \theta_t) + \frac{V_t E'_d}{x'_q} \sin(\delta - \theta_t) + \frac{V_t^2}{2} \cos 2(\delta - \theta_t) \left( \frac{1}{x'_q} - \frac{1}{x'_d} \right) \quad (\text{A.1})$$

$$A_{2g} = \frac{\partial P_g}{\partial E'_q} = \frac{V_t}{x'_d} \sin(\delta - \theta_t) \quad (\text{A.2})$$

$$A_{3g} = \frac{\partial P_g}{\partial V_t} = \frac{E'_q}{x'_d} \sin(\delta - \theta_t) - \frac{E'_d}{X'_q} \cos(\delta - \theta_t) + V_t \sin 2(\delta - \theta_t) \left( \frac{1}{x_q} - \frac{1}{x_d} \right) \quad (\text{A.3})$$

$$A_{4g} = \frac{\partial P_g}{\partial E'_d} = -\frac{V_t}{x'_q} \cos(\delta - \theta_t) \quad (\text{A.4})$$

Coeficientes de sensibilidade de potência reativa

$$R_{1g} = \frac{\partial Q_g}{\partial(\delta - \theta_t)} = -\frac{V_t E'_q}{x'_d} \sin(\delta - \theta_t) + \frac{V_t E'_d}{x'_q} \cos(\delta - \theta_t) - V_t^2 \sin 2(\delta - \theta_t) \left( \frac{1}{x'_q} - \frac{1}{x'_d} \right) \quad (\text{A.5})$$

$$R_{2g} = \frac{\partial Q_g}{\partial E'_q} = \frac{V_t}{x'_d} \cos(\delta - \theta_t) \quad (\text{A.6})$$

$$R_{3g} = \frac{\partial Q_g}{\partial V_t} = \frac{E'_q}{x'_d} \cos(\delta - \theta_t) + \frac{E'_d}{x'_q} \sin(\delta - \theta_t) - V_t [1 - \cos 2(\delta - \theta_t)] \left( \frac{1}{x'_q} - \frac{1}{x'_d} \right) - 2 \frac{V_t}{x'_d} \quad (\text{A.7})$$

$$R_{4g} = \frac{\partial Q_g}{\partial E'_d} = \frac{V_t}{x'_q} \cos(\delta - \theta_t) \quad (\text{A.8})$$

- Carga

Coefficientes de sensibilidade de potência ativa.

$$A_{cd} = P_{tr} = c_2 V_m^2 + c_1 V_m + c_0 \quad (\text{A.9})$$

$$A_{1c} = x_p (2c_2 V_m + c_1) \quad (\text{A.10})$$

$$K_{pd} = \frac{1}{T_p} [P_0 (2d_2 V + d_1) - x_p (2c_2 V + c_1)] \quad (\text{A.11})$$

Coefficientes de sensibilidade de potência reativa.

$$R_{cd} = Q_{tr} = e_2 V_m^2 + e_1 V_m + e_0 \quad (\text{A.12})$$

$$R_{1c} = x_q (2e_2 V_m + e_1) \quad (\text{A.13})$$

$$K_{qd} = \frac{1}{T_q} [Q_0 (2f_2 V + f_1) - x_q (2e_2 V + e_1)] \quad (\text{A.14})$$

- Rede

Coefficientes de sensibilidade de potência ativa

$$A_{1t} = \frac{\partial P_t}{\partial(\theta_t - \theta_m)} = \frac{V_t V_m}{x_e} \cos(\theta_t - \theta_m) \quad (\text{A.15})$$

$$A_{2t} = \frac{\partial P_e}{\partial V_m} = \frac{V_t}{x_e} \text{sen}(\theta_t - \theta_m) \quad (\text{A.16})$$

$$A_{3t} = \frac{\partial P_t}{\partial V_t} = \frac{V_m}{x_e} \text{sen}(\theta_t - \theta_m) \quad (\text{A.17})$$

$$A_{1m} = \frac{\partial P_m}{\partial(\theta_m - \theta_t)} = \frac{V_m V_t}{x_e} \cos(\theta_m - \theta_t) \quad (\text{A.18})$$

$$A_{2m} = \frac{\partial P_m}{\partial V_m} = \frac{V_t}{x_e} \text{sen}(\theta_m - \theta_t) \quad (\text{A.19})$$

$$A_{3m} = \frac{\partial P_m}{\partial V_t} = \frac{V_m}{x_e} \text{sen}(\theta_m - \theta_t) \quad (\text{A.20})$$

Coefficientes de sensibilidade de potência reativa

$$R_{1t} = \frac{\partial Q_t}{\partial(\theta_t - \theta_m)} = \frac{V_t V_m}{x_e} \text{sen}(\theta_t - \theta_m) \quad (\text{A.21})$$

$$R_{2t} = \frac{\partial Q_t}{\partial V_m} = -\frac{V_t}{x_e} \cos(\theta_t - \theta_m) \quad (\text{A.22})$$

$$R_{3t} = \frac{\partial Q_t}{\partial V_t} = 2 \frac{V_t}{x_e} - \frac{V_m}{x_e} \cos(\theta_t - \theta_m) \quad (\text{A.23})$$

$$R_{1m} = \frac{\partial Q_m}{\partial(\theta_m - \theta_t)} = \frac{V_m V_t}{x_e} \text{sen}(\theta_m - \theta_t) \quad (\text{A.24})$$

$$R_{2m} = \frac{\partial Q_m}{\partial V_m} = 2 \frac{V_m}{x_e} - \frac{V_t}{x_e} \cos(\theta_m - \theta_t) \quad (\text{A.25})$$

$$R_{3m} = \frac{\partial Q_m}{\partial V_t} = -\frac{V_m}{x_e} \cos(\theta_m - \theta_t) \quad (\text{A.26})$$

- Coeficientes de reação de armadura

$$K_V = \frac{x_d - x'_d}{x'_d} \cos(\delta - \theta_t) \quad K_A = \frac{x_d - x'_d}{x'_d} V_t \sin(\delta - \theta_t) \quad (\text{A.27})$$

$$K'_V = \frac{x_q x'_q}{x'_q} \sin(\delta - \theta_t) \quad K'_A = \frac{x_q - x'_q}{x'_q} \cos(\delta - \theta_t) \quad (\text{A.28})$$

### A.1.2 Coeficientes para Análise de Estabilidade de Ângulo

- Gerador

Coeficientes de sensibilidade de potência ativa

$$A_{1g} = \frac{\partial P_g}{\partial(\delta - \theta_t)} = \frac{V_t E'_q}{x'_d} \cos(\delta - \theta_t) + V_t^2 \cos 2(\delta - \theta_t) \left( \frac{1}{x_q} - \frac{1}{x'_d} \right) \quad (\text{A.29})$$

$$A_{2g} = \frac{\partial P_g}{\partial E'_q} = \frac{V_t}{x'_d} \sin(\delta - \theta_t) \quad (\text{A.30})$$

$$A_{3g} = \frac{\partial P_g}{\partial V_t} = \frac{E'_q}{x'_d} \sin(\delta - \theta_t) + V_t \sin 2(\delta - \theta_t) \left( \frac{1}{x_q} - \frac{1}{x'_d} \right) \quad (\text{A.31})$$

Coeficientes de sensibilidade de potência reativa

$$R_{1g} = \frac{\partial Q_g}{\partial(\delta - \theta_t)} = -\frac{V_t E'_q}{x'_d} \text{sen}(\delta - \theta_t) - V_t^2 \text{sen} 2(\delta - \theta_t) \left( \frac{1}{x_q} - \frac{1}{x'_d} \right) \quad (\text{A.32})$$

$$R_{2g} = \frac{\partial Q_g}{\partial E'_q} = \frac{V_t}{x'_d} \cos(\delta - \theta_t) \quad (\text{A.33})$$

$$R_{3g} = \frac{\partial Q_g}{\partial V_t} = \frac{E'_q}{x'_d} \cos(\delta - \theta_t) - V_t [1 - \cos 2(\delta - \theta_t)] \left( \frac{1}{x_q} - \frac{1}{x'_d} \right) - 2 \frac{V_t}{x'_d} \quad (\text{A.34})$$

- Rede

Coefficientes de sensibilidade de potência ativa

$$A_{1e} = \frac{\partial P_e}{\partial(\theta_t - \theta_m)} = \frac{V_t V_m}{x_L / 2} \cos(\theta_t - \theta_m) \quad (\text{A.35})$$

$$A_{2e} = \frac{\partial P_e}{\partial V_t} = \frac{V_m}{x_L / 2} \text{sen}(\theta_t - \theta_m) \quad (\text{A.36})$$

$$A_{3e} = \frac{\partial P_e}{\partial V_m} = \frac{V_t}{x_L / 2} \text{sen}(\theta_t - \theta_m) \quad (\text{A.37})$$

$$A_{1m} = \frac{\partial P_m}{\partial(\theta_m - \theta_t)} = \frac{V_m V_t}{x_L / 2} \cos(\theta_m - \theta_t) \quad (\text{A.38})$$

$$A_{2m} = \frac{\partial P_m}{\partial V_t} = \frac{V_m}{x_L / 2} \text{sen}(\theta_m - \theta_t) \quad (\text{A.39})$$

$$A_{3m} = \frac{\partial P_m}{\partial V_m} = \frac{V_t}{x_L / 2} \text{sen}(\theta_m - \theta_t) \quad (\text{A.40})$$

$$A_{1s} = \frac{\partial P_s}{\partial \theta_m} = \frac{V_m V_0}{x_L / 2} \cos \theta_m \quad (\text{A.41})$$

$$A_{2s} = \frac{\partial P_s}{\partial V_m} = \frac{V_0}{x_L / 2} \text{sen} \theta_m \quad (\text{A.42})$$

Coefficientes de sensibilidade de potência reativa

$$R_{1e} = \frac{\partial Q_e}{\partial(\theta_t - \theta_m)} = \frac{V_t V_m}{x_L / 2} \text{sen}(\theta_t - \theta_m) \quad (\text{A.43})$$

$$R_{2e} = \frac{\partial Q_e}{\partial V_t} = 2 \frac{V_t}{x_e} - \frac{V_m}{x_L / 2} \cos(\theta_t - \theta_m) \quad (\text{A.44})$$

$$R_{3e} = \frac{\partial Q_e}{\partial V_m} = -\frac{V_t}{x_L / 2} \cos(\theta_t - \theta_m) \quad (\text{A.45})$$

$$R_{1m} = \frac{\partial Q_m}{\partial(\theta_m - \theta_t)} = \frac{V_m V_t}{x_L / 2} \text{sen}(\theta_m - \theta_t) \quad (\text{A.46})$$

$$R_{2m} = \frac{\partial Q_m}{\partial V_t} = -\frac{V_m}{x_L / 2} \cos(\theta_m - \theta_t) \quad (\text{A.47})$$

$$R_{3m} = \frac{\partial Q_m}{\partial V_m} = 2 \frac{V_m}{x_L / 2} - \frac{V_t}{x_L / 2} \cos(\theta_m - \theta_t) \quad (\text{A.48})$$

$$R_{1s} = \frac{\partial Q_s}{\partial \theta_m} = \frac{V_m V_0}{x_L / 2} \text{sen} \theta_m \quad (\text{A.49})$$

$$R_{2s} = \frac{\partial Q_s}{\partial V_m} = 2 \frac{V_m}{x_L / 2} - \frac{V_0}{x_L / 2} \cos \theta_m \quad (\text{A.50})$$