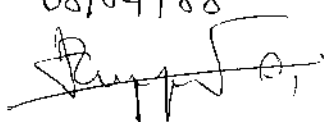


UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA
DEPARTAMENTO DE SISTEMAS E CONTROLE DE ENERGIA

Este exemplar corresponde à redação final da
tese defendida por Edwin Avólio e aprovada pela
Comissão Julgadora em Novembro/1987.

08/04/88


UM MODELO MATEMATICO DINAMICO PARA ESTUDO DA
PARTIDA DE MOTOR DE INDUÇÃO ALIMENTADO POR
GERADOR SÍNCRONO ISOLADO

EDWIN AVOLIO

Orientador

ERNESTO RUPPERT FILHO

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia
Elétrica da Universidade Estadual de
Campinas, UNICAMP, como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título
de MESTRE EM ENGENHARIA ELÉTRICA.

NOVEMBRO/87

U N I C A M P

AGRADECIMENTOS:

A Ernerto Ruppert Filho, amigo e orientador, pela transferência de conhecimentos, confiança e apoio;

aos amigos Ivo Reis Fontes, Paulo R. Tepedino, Milton de Freitas, Gilio Aluísio Simone, Gustavo P. A. Alves, que colaboraram para a realização deste trabalho;

a Edgar Miguel, pela amizade e dedicação no trabalho de datilografia;

à Universidade de Bauru, através do Departamento de Engenharia Elétrica;

à Lurdinha, pela compreensão, incentivo, paciência e amor.

Dedico este trabalho à minha
esposa Lurdinha, minhas fi-
lhas Lígia e Mariana e meus
pais Fulvio e Dirce.

INDICE

RESUMO	1
ABSTRACT	11
CAPÍTULO I - PARTIDA DE MOTOR DE INDUÇÃO ALIMENTADO POR GE- RADOR SÍNCRONO ISOLADO	1
1.1 INTRODUÇÃO	1
1.2 PARTIDA DE MOTOR DE INDUÇÃO	2
1.3 CONTEÚDO DA TESE	9
CAPÍTULO II - SISTEMA EXPERIMENTAL E ENSAIOS	11
11.1 DESCRIÇÃO DO SISTEMA EXPERIMENTAL	11
11.2 CORRENTE ELÉTRICA NO MOTOR DE INDUÇÃO DURANTE A PARTIDA	15
11.3 TENSÃO NOS TERMINAIS DO GERADOR DURANTE A PAR- TIDA DO MOTOR DE INDUÇÃO	18
11.4 DETERMINAÇÃO DOS PARAMETROS DAS MAQUINAS UTI- LIZADAS NO SISTEMA EXPERIMENTAL	21
CAPÍTULO III - MODELO MATEMATICO DINAMICO DO SISTEMA EXPERI- MENTAL	45
III.1 MODELO DA MAQUINA DE CORRENTE CONTÍNUA	45
III.2 MODELO DA MAQUINA SÍNCRONA	48
III.3 MODELO DA MAQUINA DE INDUÇÃO	59
III.4 MODELO MATEMATICO DINAMICO DO SISTEMA EXPERI- MENTAL	71
III.5 SIMULAÇÃO DIGITAL DA PARTIDA DO MOTOR DE IN- DUÇÃO ALIMENTADO PELO GERADOR SÍNCRONO ISOLA- DO	73

CAPÍTULO IV - PRECISÃO DO MODELO MATEMÁTICO DINÂMICO DO SISTEMA EXPERIMENTAL	77
IV.1 INTRODUÇÃO	77
IV.2 COMPARAÇÃO DE CURVAS	77
IV.3 MODELO MATEMÁTICO DINÂMICO DO SISTEMA	93
CAPÍTULO V - APLICAÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO DO SISTEMA	104
V.1 INTRODUÇÃO	104
V.2 ESTUDO DE SENSIBILIDADE DA TENSÃO TERMINAL DO GERADOR A VARIAÇÕES DE INDUTÂNCIAS	104
V.3 ESTUDO DE SENSIBILIDADE DO CONJUGADO ELETROMAGNÉTICO DO MOTOR A VARIAÇÕES DE INDUTÂNCIAS	125
V.4 ESTUDO DA PARTIDA DO MOTOR DE INDUÇÃO EM CARGA.	137
CAPÍTULO VI - CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA NOVOS TRABALHOS ..	142
APÊNDICE A	146
APÊNDICE B	148
APÊNDICE C	150
BIBLIOGRAFIA	153

Sumário

Apresenta-se um modelo matemático dinâmico de um sistema composto por um gerador síncrono, acionado por um motor de corrente contínua, alimentando um motor de indução de rotor em gaiola.

A precisão do modelo é avaliada utilizando resultados de experiências feitas em laboratório com as máquinas mencionadas.

Estuda-se a partida do motor de indução de rotor em gaiola alimentado por gerador síncrono isolado no sentido de procurar parâmetros adequados para as máquinas de modo a especificá-las convenientemente.

Abstract

A dynamic mathematical model of a system constituted by direct current motor driven synchronous generator supplying power to a squirrel cage rotor induction motor is presented.

The accuracy of the model is appraised using laboratory experiment results using above mentioned machines.

Squirrel cage rotor induction motor starting supplied by an isolated synchronous generator is studied aiming to find adequate parameters values that make possible to specify them conveniently.

CAPÍTULO I - PARTIDA DE MOTOR DE INDUÇÃO ALIMENTADO POR GERADOR SÍNCRONO ISOLADO

1.1 - Introdução

Algumas instalações elétricas de empresas que realizam atividades produtivas e sociais de grande importância apresentam geradores síncronos isolados ou pequenas usinas isoladas, compostas de geradores síncronos, alimentando cargas, entre as quais, as mais importantes e quase sempre maiores, são os motores de indução.

Dentre as mais comuns destacam-se as instalações elétricas de plataformas de extração de petróleo do mar, de campos de extração de petróleo do continente, de campos de extração de minérios, de usinas de açúcar e álcool, de usinas elétricas que alimentam pequenas cidades ou propriedades rurais de diversas espécies, bem como as instalações elétricas de emergência ou de segurança de natureza industrial, comercial e hospitalar.

Um problema comum na aplicação de geradores síncronos isolados, principalmente de pequeno e de médio porte, é a determinação da maior carga que pode a ele ser aplicada, por exemplo, o maior motor de indução que pode partir por ele alimentado.

Outro problema também comum é o inverso do anterior, ou seja, fixado o maior motor que pode partir alimentado pelo gerador qual deve ser a potência do gerador que permita a sua partida.

Tratam-se de problemas de especificação de gerador e motor adequados sob aspectos econômicos e técnicos. Para partir um

determinado motor pode-se ser levado a especificar um gerador de potência elevada se uma melhor análise do valor das reatâncias do motor e do gerador ou mesmo uma análise do sistema de excitação e de regulação de tensão não for feita.

Dois fatores são significativos na partida do motor, a queda de tensão terminal do gerador e o tempo de recuperação desta tensão.

1.2 - Partida do motor de indução

Durante a sua partida, um motor de indução solicita da fonte de energia que o alimenta, elevada corrente elétrica (da ordem de 3 a 8 vezes a corrente nominal para motores com rotor em gaiola), com baixo fator de potência (da ordem de 0,2 a 0,35 para os mesmos motores) causando queda de tensão nos terminais da fonte de energia que o alimenta. Como consequência, a tensão em seus terminais fica abaixo do valor nominal durante parte do tempo que o motor gasta para partir ou seja, para acelerar até a velocidade nominal (tempo de partida).

Se o motor estiver partindo alimentado por um grande sistema de potência a queda de tensão nos terminais da fonte bem como o tempo de recuperação da tensão terminal da fonte ou seja, o tempo que decorre desde o fechamento do disjuntor do motor até que a tensão nos terminais da fonte volte ao valor nominal, são pequenos.

Entretanto, nas instalações anteriormente mencionadas, alimentadas, em geral, por geradores síncronos isolados, a queda de tensão nos terminais do gerador, durante a partida do motor, bem como o tempo de recuperação da tensão podem ser grandes.

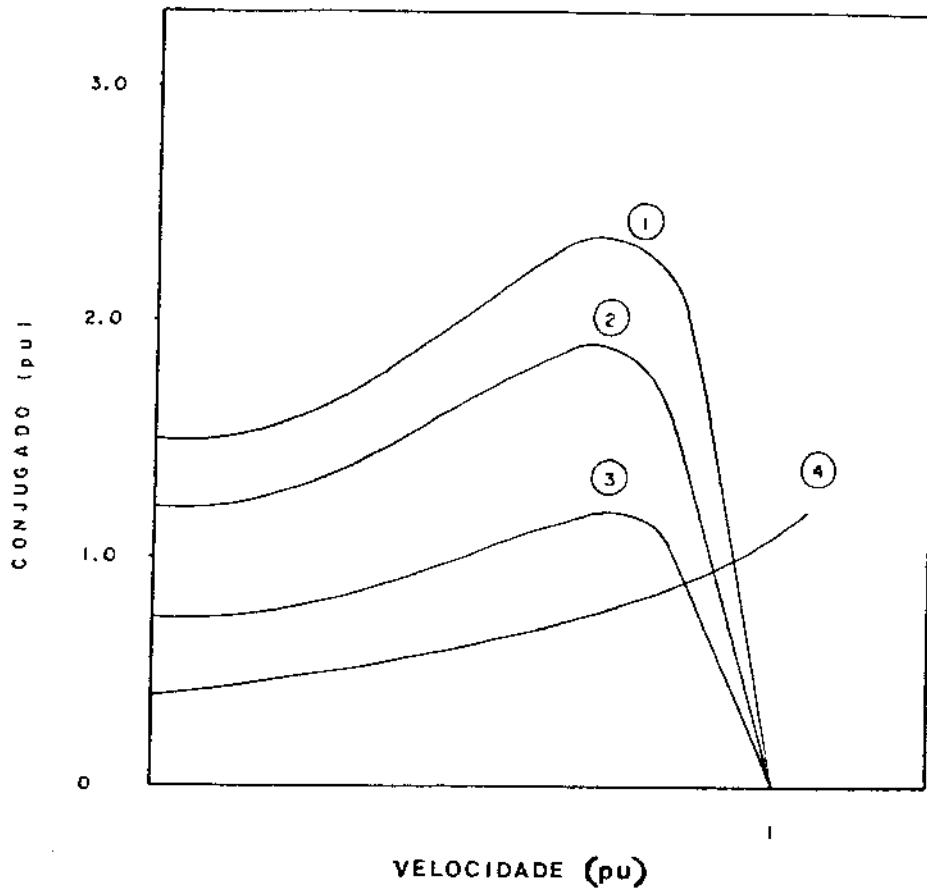
O conjugado eletromagnético de regime permanente, para cada velocidade do motor, é proporcional ao quadrado da tensão de alimentação [4]. Desta forma, durante a partida do motor, quando a tensão em seus terminais é inferior ao valor de sua tensão nominal este conjugado se reduz sensivelmente, para grandes quedas de tensão.

Em partidas críticas, onde a diferença entre o conjugado eletromagnético do motor a 100% de tensão em seus terminais e o conjugado resistente da carga é pequena durante a partida do motor e/ou quando a soma dos momentos de inércia do rotor do motor e da carga é grande, a redução de tensão nos terminais do motor prejudica ou mesmo impede a partida do motor (figura 1.1).

Cada motor pode suportar durante um certo intervalo de tempo, em geral pequeno, operação com rotor bloqueado (sem ventilação) ou com velocidade baixa (pouca ventilação). Toda vez que se estuda a partida de um motor deve-se obter um tempo de aceleração menor do que o tempo de rotor bloqueado da máquina (calculado no projeto da mesma) para que não haja possibilidade de ocorrer danos térmicos ao motor durante a partida.

O tempo de aceleração do motor é convencionalmente calculado usando-se as curvas conjugado x velocidade do motor e da carga fornecidas ao projetista pelos respectivos fabricantes (figura 1.2).

As curvas acima mencionadas, que apresentam conjugados de regime permanente, para cada velocidade da máquina, são usadas para estudo de um processo dinâmico. Apesar de fornecerem resultados conservativos podem não fornecerem resultados econômicos.



① - Conjugado do motor (C_M) a 100% da tensão nominal

② - Conjugado do motor a 90% da tensão nominal

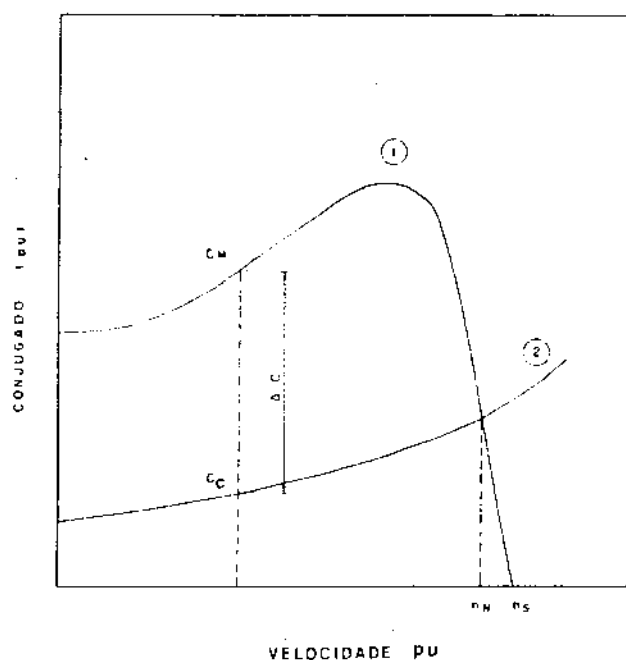
$$C = 0,81 C_M$$

③ - Conjugado do motor a 70% da tensão nominal

$$C = 0,49 C_M$$

④ - Conjugado resistente da carga

Figura 1.1 - Conjugado do motor em regime permanente em cada velocidade



$$\text{tempo de aceleração} = \frac{2 \pi}{60} \frac{n_{\text{base}}}{J_{MC} C_{M\text{base}}} \int_0^{n_N} \frac{dn}{\Delta C} \quad (\text{s})$$

n = velocidade angular do motor

$\Delta C = C_M - C_C$ = conjugado de aceleração (pu)

n_N = velocidade do motor à plena carga (pu)

J_{mc} = momento de inércia de massa (rotor do motor + carga) (kgm^2)

n_{base} = frequência base escolhida (normalmente a frequência síncrona) (rpm)

$C_{M\text{base}}$ = conjugado motor base (normalmente o conjugado nominal do motor - C_{MN}) (Nm)

$$C_{MN} = 7028 \frac{P_M}{\text{rpm}} \quad (\text{N m})$$

P_M = potência do motor (CV)

rpm = frequência do motor à plena carga = $n_N \cdot n_{\text{base}}$

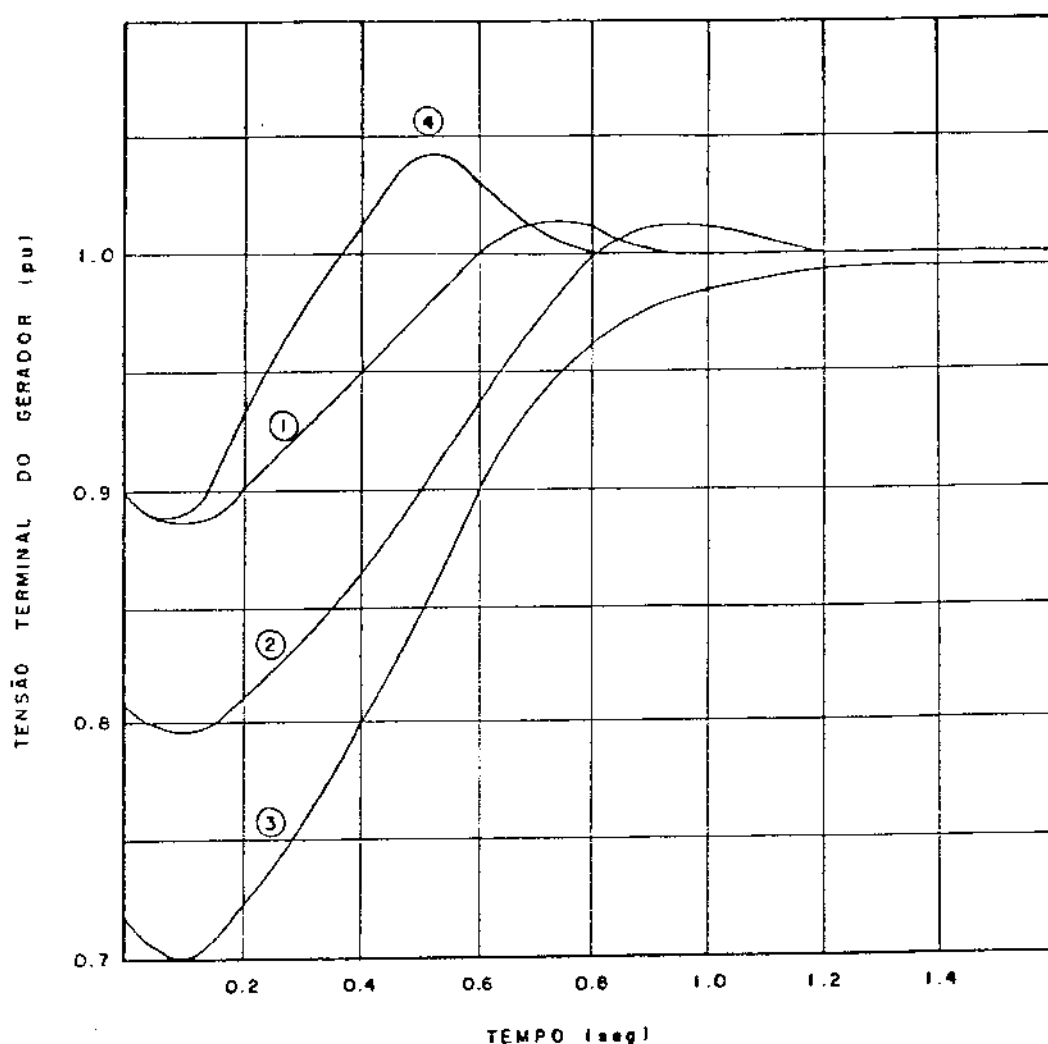
Figura 1.2 - Cálculo do tempo de aceleração do motor ① acionando a carga ②

Após a partida do motor a tensão do gerador não assume novamente o valor nominal a menos que a corrente de campo seja aumentada manual ou automaticamente. A queda de tensão bem como a sua recuperação demora um tempo que depende não só da excitatriz e do regulador de tensão como também dos parâmetros do gerador e do motor.

A figura 1.3 mostra a recuperação da tensão de um gerador com a mesma excitatriz e regulador de tensão sob várias condições de cargas aplicadas subitamente (curvas 1, 2 e 3). A curva 4 representa a mesma condição da curva 1 porém com gerador menor mas mais rápido e com sistema de excitação mais rápido [12].

Observa-se na figura 1.3 que quanto maior a potência do motor maior a queda de tensão na partida e maior o tempo de recuperação da tensão. O uso de um sistema de excitação e de regulação de tensão rápidos ajuda a diminuir um pouco o tempo de recuperação bem como pode diminuir também um pouco a queda de tensão instantânea máxima, porém não resolve o problema.

Para calcular o tempo de aceleração de um motor de indução alimentado por um gerador síncrono isolado é necessário ter-se a curva conjugado x velocidade do motor à plena tensão, fornecida pelo fabricante do motor, e a queda de tensão nos terminais do motor durante a partida do mesmo para corrigir-se a sua curva conjugado x velocidade para a tensão conveniente.



- ① - Carga igual à nominal do gerador, com fator de potência igual ao nominal do gerador de 700 kW - 1200 rpm - excitatriz sem escovas (brushless)
- ② - Motor de indução de rotor em gaiola - 150 CV - fator de potência na partida de 0,37, e mesmo gerador do item 1
- ③ - Motor de indução de rotor em gaiola - 230 CV - fator de potência na partida de 0,26, e mesmo gerador do item 1
- ④ - Carga igual a carga do gerador do item 1 porém com sistema de excitação mais rápido, gerador de 600 kW - reatâncias diferentes do de 700 kW

Figura 1.3 - Partidas de cargas alimentadas por gerador síncrono isolado

O método convencional de cálculo da tensão terminal do gerador na partida do motor, usado em projeto de instalações elétricas, é o apresentado na referência [14]. A tensão terminal do gerador é dada por:

$$V_G = \frac{X_m'}{X_d' + X_m'} \quad (\text{pu}) \quad (1.1)$$

Onde:

V_G = tensão terminal do gerador

X_m' = reatância transitória do motor

X_d' = reatância transitória de eixo direto do gerador

Esse valor de tensão corresponde ao ponto mínimo da curva da tensão terminal do gerador x tempo e serve para corrigir a curva conjugado x velocidade do motor para todas as velocidades (figura 1.1). Novamente uma operação bastante conservativa é feita nesse cálculo (apêndice C).

Tanto o gerador como o motor são representados simplesmente por uma reatância transitória e o modelo matemático de cálculo é um modelo estático para representar um processo dinâmico.

O objetivo desse trabalho foi o de estabelecer um modelo matemático dinâmico confiável para o sistema constituído de um gerador síncrono alimentando um motor de indução durante sua partida. Para isso construiu-se o sistema físico no laboratório, de-

terminou-se parâmetros adequados para as máquinas e com eles simulou-se o sistema em computador digital usando o modelo proposto.

1.3 - Conteúdo da tese

O capítulo II apresenta a descrição e a operação do sistema experimental em laboratório com a obtenção das curvas de tensão terminal do gerador síncrono em função do tempo e da corrente no motor de indução em função do tempo. Utilizou-se dois motores de potências diferentes ($1/3$ CV e 1 CV) representando respectivamente, durante suas partidas, cargas súbitas de natureza normal e pesada para um gerador síncrono de 2 kVA.

No capítulo II apresenta-se também, os procedimentos adotados para a determinação dos diversos parâmetros utilizados no modelo matemático.

O capítulo III apresenta os modelos matemáticos utilizados para cada máquina envolvida no sistema experimental. Apresenta também o modelo matemático do sistema experimental completo utilizado na simulação da operação do sistema, em computador digital, bem como o método numérico utilizado para resolver as equações que o constitui.

O capítulo IV apresenta as curvas de corrente de partida dos motores de indução em função do tempo, curvas de tensões terminais do gerador síncrono durante as partidas dos motores de indução, curvas de correntes de campo do gerador síncrono em função do tempo durante as partidas dos motores de indução bem como as

de velocidade angular do acionador mecânico do gerador (motor de corrente contínua) em função do tempo.

As curvas de corrente de partida e de tensão terminal do gerador obtidas neste capítulo, através de simulação digital do sistema experimental, usando o modelo proposto no capítulo III, foram comparadas com as respectivas curvas obtidas experimentalmente no capítulo II.

A observação da curva de velocidade angular em função do tempo do acionador mecânico do gerador produziu uma simplificação no modelo desenvolvido no capítulo III para gerar um novo modelo denominado de **modelo matemático dinâmico do sistema** que é o proposto como modelo final nesta tese.

O capítulo V apresenta uma aplicação do modelo acima mencionado num estudo de sensibilidade da tensão terminal do gerador e do conjugado eletromagnético a variações das indutâncias do gerador e do motor. Apresenta também curvas de conjugado do motor em função do tempo e em função da velocidade angular, e sugestão de como utilizar o modelo proposto para substituir os cálculos convencionais apresentados no item 1.2 deste capítulo.

O capítulo VI apresenta conclusões e sugestões para novos trabalhos.

A tese apresenta ainda 3 apêndices: o apêndice A mostra as fotografias da montagem experimental, o apêndice B mostra o tratamento algébrico dado ao modelo proposto no capítulo III e o apêndice C mostra o cálculo da tensão terminal do gerador síncrono durante a partida do motor de indução pelo método convencional, mencionado em 1.2, e compara os valores obtidos com os valores obtidos na simulação e no laboratório.

CAPÍTULO II - SISTEMA EXPERIMENTAL E ENSAIOS

II.1 - Descrição do sistema experimental e ensaios

O sistema experimental utilizado consiste de um motor de indução trifásico de rotor em gaiola que parte em vazio alimentado por um gerador síncrono trifásico, inicialmente em vazio, excitado com tensão constante. O gerador foi acionado por um motor de corrente contínua com excitação independente em tensão constante, girando na velocidade síncrona do gerador.

Realizaram-se partidas de motores de indução, alimentados pelo gerador convertendo energia na frequência de 60 Hz, na sua tensão nominal.

A figura 2.1 mostra a configuração das máquinas elétricas interligadas. As fotografias da montagem são mostradas no apêndice A.

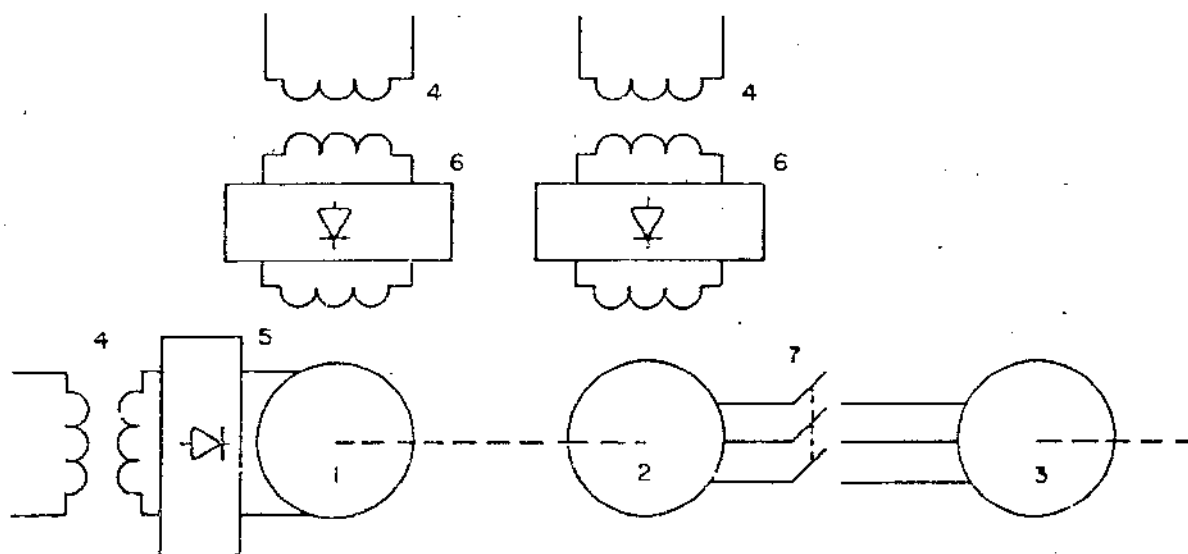


Figura 2.1 : Diagrama esquemático do sistema experimental

Além das partidas dos motores de indução, acima mencionadas, foram realizados todos os ensaios e medições necessários para determinação de todos os parâmetros das máquinas de corrente contínua, síncrona e de indução que foram utilizados na simulação digital para validar o modelo matemático proposto.

Os equipamentos utilizados, numerados na figura 2.1, com os respectivos valores nominais de suas principais grandezas foram os seguintes:

1. Máquina de corrente contínua

Fabricante	:	Eletro Máquinas Anel SA
Modelo	:	GC1-4-B3/4
Potência ativa	:	2 kW
Tensão de armadura	:	220 V (contínua)
Corrente de armadura	:	9,1 A (contínua)
Rotação	:	1800 rpm
Corrente de campo máxima	:	600 mA (contínua)

2. Máquina síncrona

Fabricante	:	Eletro Máquinas Anel SA
Modelo	:	GT2-6A-B3/4
Potência aparente	:	2 kVA
Tensão de armadura	:	220 V
Corrente de armadura	:	5 A
Rotação	:	1800 rpm
Frequência	:	60 Hz
Fator de potência	:	0,8
Corrente máxima de campo	:	600 mA(contínua)
Número de fases	:	3
Tipo de ligação	:	Y

3. Máquina de indução

Fabricante	:	Eletromotores WEG SA	
Modelo	:	63-283	56-B0181
Potência mecânica	:	1/3 CV	1 CV
Tensão de armadura	:	220 V	220 V
Corrente de armadura	:	1,4 A	3,8 A
Rotação	:	1710 rpm	1735 rpm
Frequência	:	60 Hz	60 Hz
Número de fases	:	3	3
Corrente de partida/Cor-			
rente nominal	:	4,8	5,6
Fator de potência	:	0,83	0,70
Tipo de ligação	:	triângulo	triângulo

4. Fonte de tensão trifásica variável

Fabricante	:	Eletro Máquinas Anel SA
Modelo	:	TR1-5B

Entrada	Saída
220 V (Y)	0 a 440 V (Y)
12,15 kVA	10 kVa
32 A	13,2 A
60 Hz	60 Hz

5. Ponte retificadora

Trifásica de onda completa : capacidade 30 A

6. Ponte retificadora

Monofásica de onda completa : capacidade 10 A

7. Chave tipo faca trifásica

Os instrumentos de medição utilizados em toda parte experimental foram os seguintes:

Wattímetros

Fabricante : Yokogawa Electric Works, LTD.

Modelo : 2041

Classe : 0,5

Tipo : Bobina móvel

Voltímetros e amperímetros de corrente alternada

Fabricante : Yokogawa Electric Works, LTD.

Modelo : 2041

Classe : 0,5

Tipo : Ferro móvel

Voltímetros e amperímetros de corrente contínua

Fabricante : Kaise Electric Works, LTD.

Modelo : SK-5000G

Classe : 1,5

Tipo : Bobina móvel

Frequencímetro

Fabricante : Yokogawa Electric Works, LTD.

Modelo : 2038

Classe : 0,2

Tipo : Eletrodinâmico

Osciloscópio

Fabricante : Hewlett-Packard

Modelo : 1741 A (100 MHz)

Estroboscópio

Fabricante : George Hill Electronics, LTD.

Modelo : Helios 5001

11.2 - Corrente elétrica no motor de indução durante a partida

Com o gerador em vazio acionado na velocidade síncrona e corrente de excitação ajustada de modo a se obter tensão em vazio igual à tensão nominal (220 V), registrou-se a corrente de partida dos motores de indução de 1/3 CV e de 1 CV.

As correntes dos motores de indução de 1/3 CV e 1 CV durante a partida na condição acima são mostradas nas figuras 2.2 e 2.3 respectivamente.

Observa-se na figura 2.2, para o motor de 1/3 CV, uma relação entre o pico de corrente de partida e o pico de corrente de regime permanente de 5,0 e um tempo de aceleração de 5 ciclos de corrente.

Na figura 2.3, para o motor de 1 CV, observa-se uma relação de correntes de 6,7 e um tempo de aceleração de 8 ciclos.

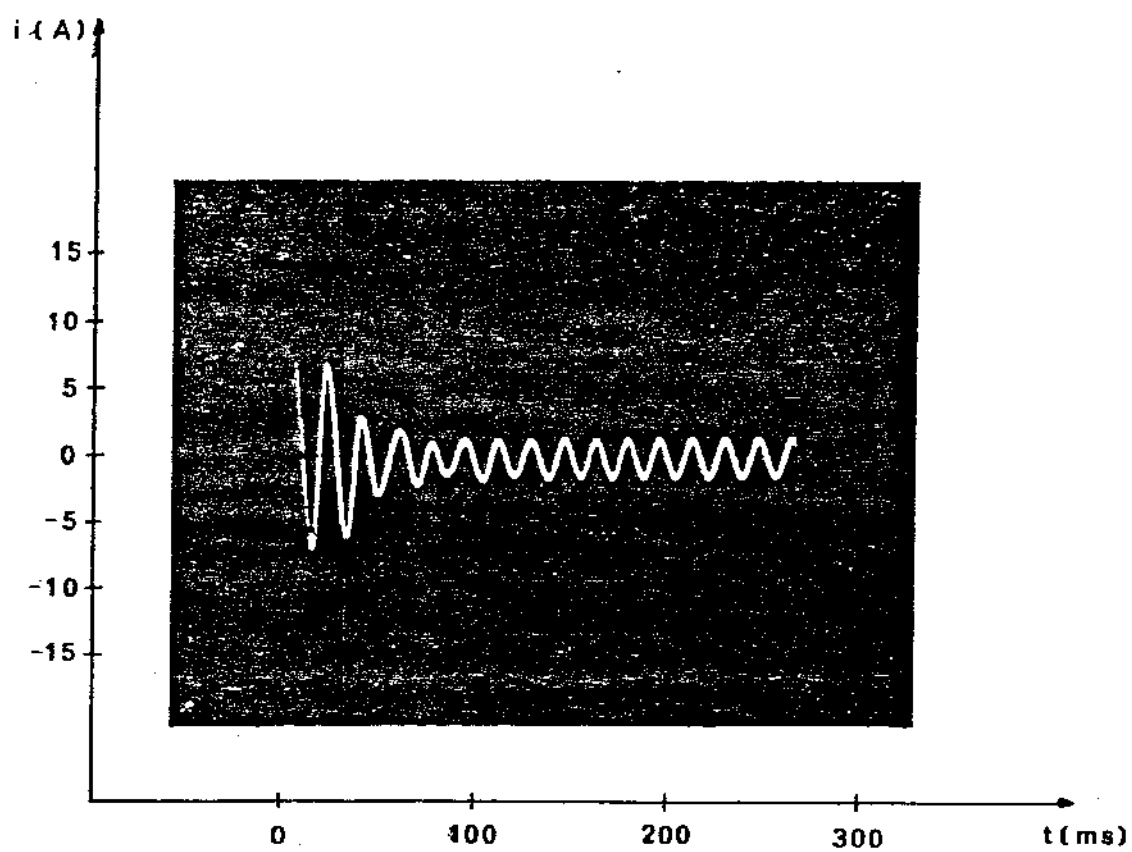


Figura 2.2 : Corrente do motor de indução de 1/3 CV alimentado com a tensão nominal do gerador (220 V)

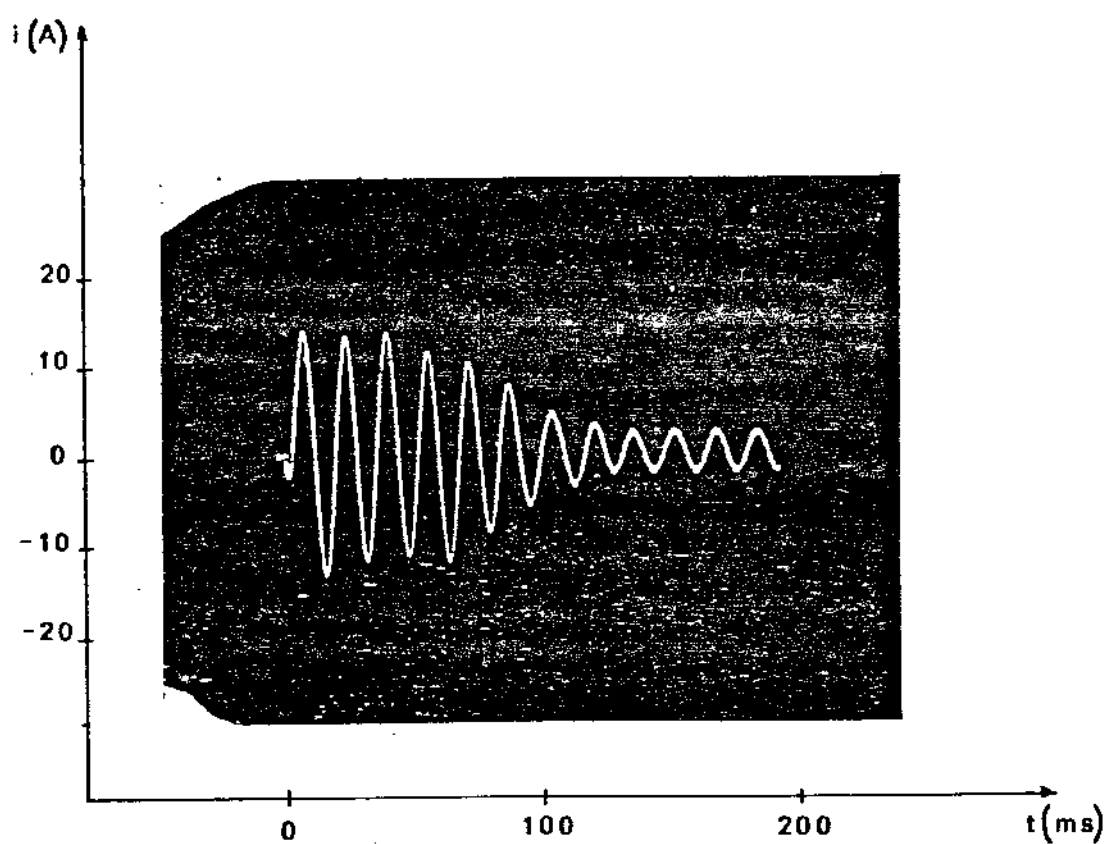


Figura 2.3 : Corrente do motor de indução de 1 CV alimentado com tensão nominal do gerador (220 V)

11.3 - Tensão nos terminais do gerador durante a partida do motor de indução

Nos casos anteriormente mencionados registrou-se também as tensões terminais do gerador durante a partida dos motores de indução de 1/3 CV e 1 CV. Na figura 2.4 apresenta-se a tensão terminal do gerador durante a partida do motor de indução de 1/3 CV, e na figura 2.5 a tensão terminal do gerador durante a partida do motor de indução de 1 CV.

Observa-se, na figura 2.4, uma queda de tensão máxima de 29,3%, um tempo de recuperação de 10 ciclos e um novo valor de tensão de pico em regime permanente nos terminais do motor de 258,0 V.

Na figura 2.5 observa-se uma queda de tensão máxima de 65,8%, um tempo de recuperação de 22 ciclos e um novo valor de tensão em regime permanente nos terminais do motor de 212,5 V.

Convém lembrar que durante a partida de cada motor de indução, a corrente de campo do motor de corrente contínua foi mantida constante.

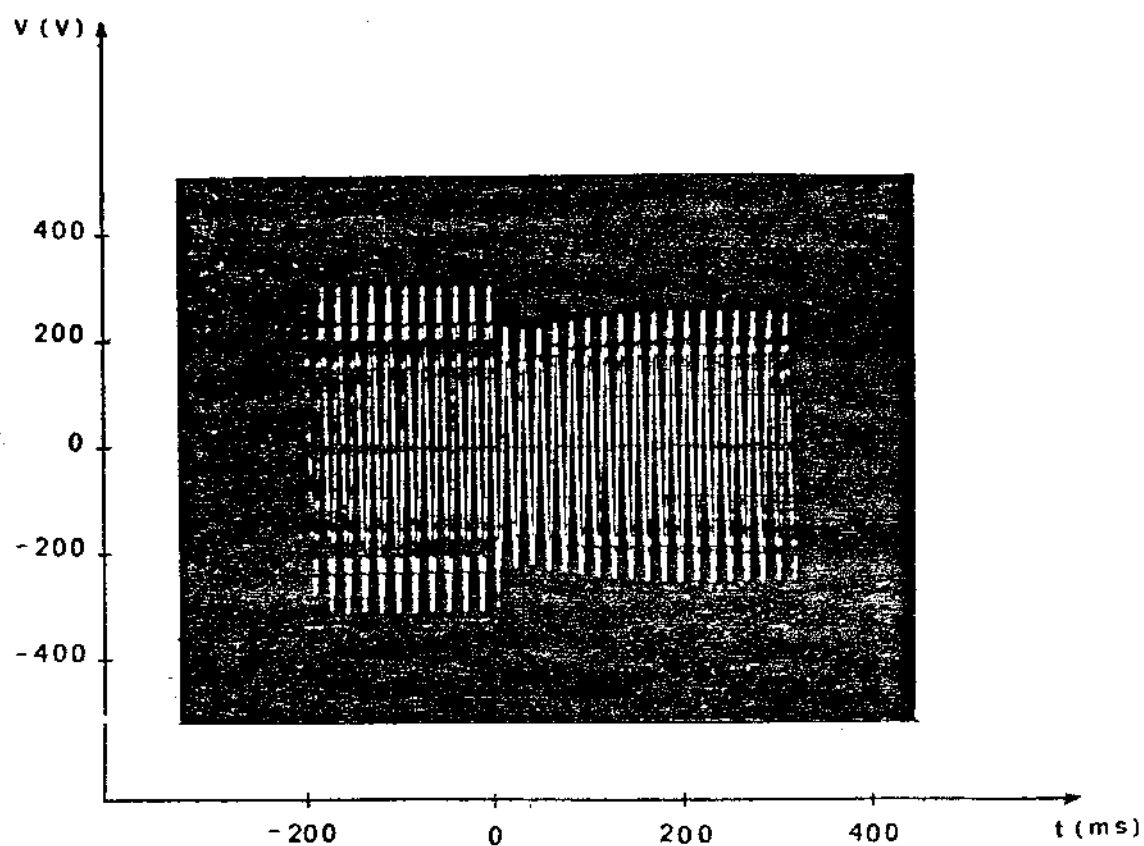


Figura 2.4 : Tensão terminal do gerador, durante a partida do motor de indução de 1/3 CV, alimentado com a tensão nominal do gerador (220 V)

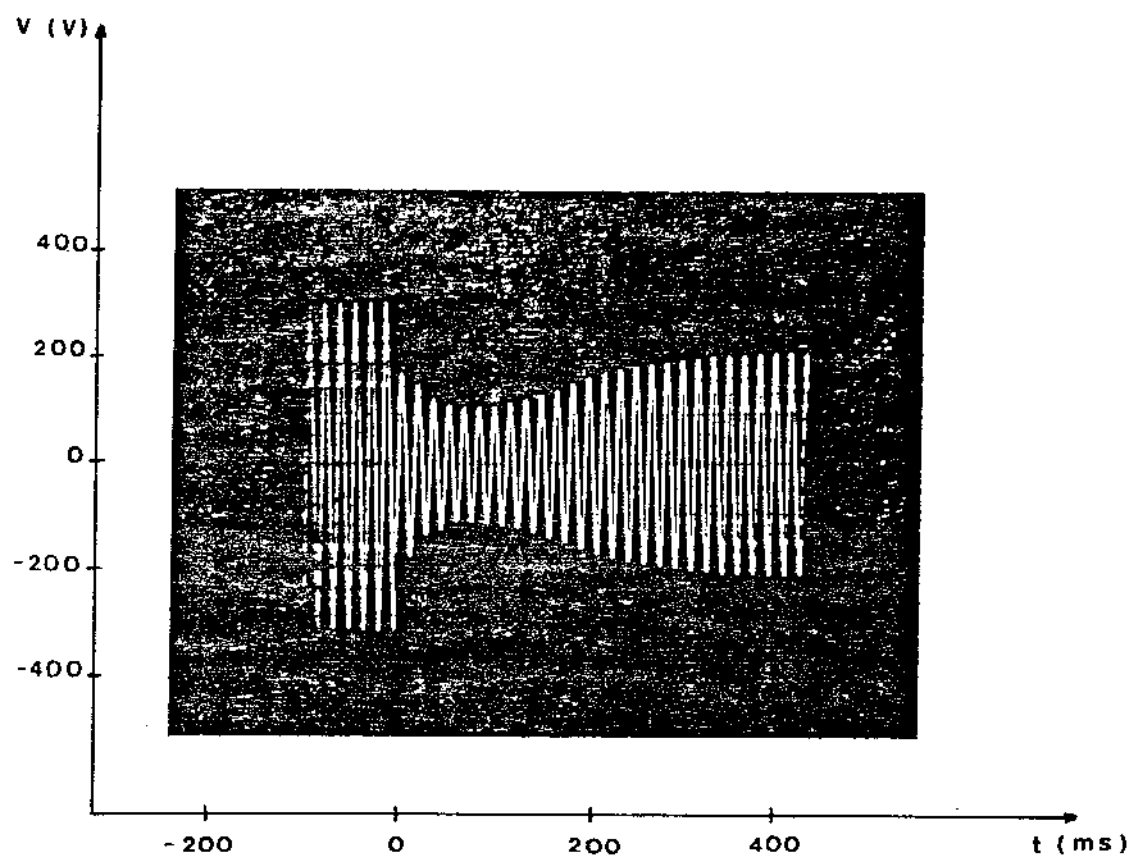


Figura 2.5 : Tensão terminal do gerador, durante a partida do motor de indução de 1 CV, alimentado com a tensão nominal do gerador (220 V)

II.4 - Determinação dos parâmetros das máquinas utilizadas no sistema experimental

II.4.1 - Introdução

Para construir um modelo matemático para o sistema experimental utilizado determinou-se os parâmetros das máquinas elétricas envolvidas.

Descreve-se a seguir os procedimentos adotados para determiná-los, bem como os resultados obtidos.

II.4.2 - Motor de corrente contínua com excitação independente

Para modelar o motor de corrente contínua com excitação independente são necessários os valores da resistência elétrica do enrolamento de armadura (r_a), da indutância própria do enrolamento de armadura (L_a), do termo $K_a \phi$ que relaciona a força contra eletromotriz (E_a) da máquina com a velocidade angular (ω) e do momento de inércia da máquina (J_{cc}). Todos esses parâmetros são mostrados no circuito equivalente da figura 2.6 e determinados a seguir.

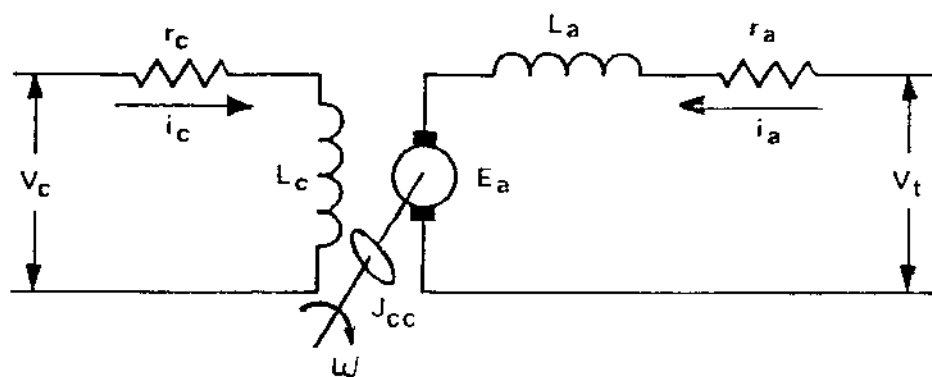


Figura 2.6 - Circuito equivalente do motor de corrente contínua

a. Resistência elétrica do enrolamento de armadura

A resistência total do enrolamento de armadura, incluindo a resistência do enrolamento de compensação, foi determinada aplicando-se uma tensão contínua nos terminais do enrolamento de armadura e medindo-se esta tensão e a corrente no circuito.

A resistência do enrolamento de armadura é determinada pela relação entre a tensão e a corrente medidas. Obteve-se :

$$r_a = \frac{V}{I} = \frac{4,1}{2,0} = 2,05 \quad \Omega$$

b. Indutância própria do enrolamento de armadura

A indutância própria do enrolamento de armadura foi determinada aplicando-se um degrau de tensão no circuito de armadura e registrando-se a corrente de armadura em função do tempo [1]. A figura 2.7 mostra esta curva da corrente de armadura em função do tempo e dela obtém-se :

$$\tau = 10 \text{ ms}$$

$$r_a = 2,05 \quad \Omega$$

$$L_a = \tau r_a = 0,01 \cdot 2,05$$

$$L_a = 20,5 \text{ mH}$$

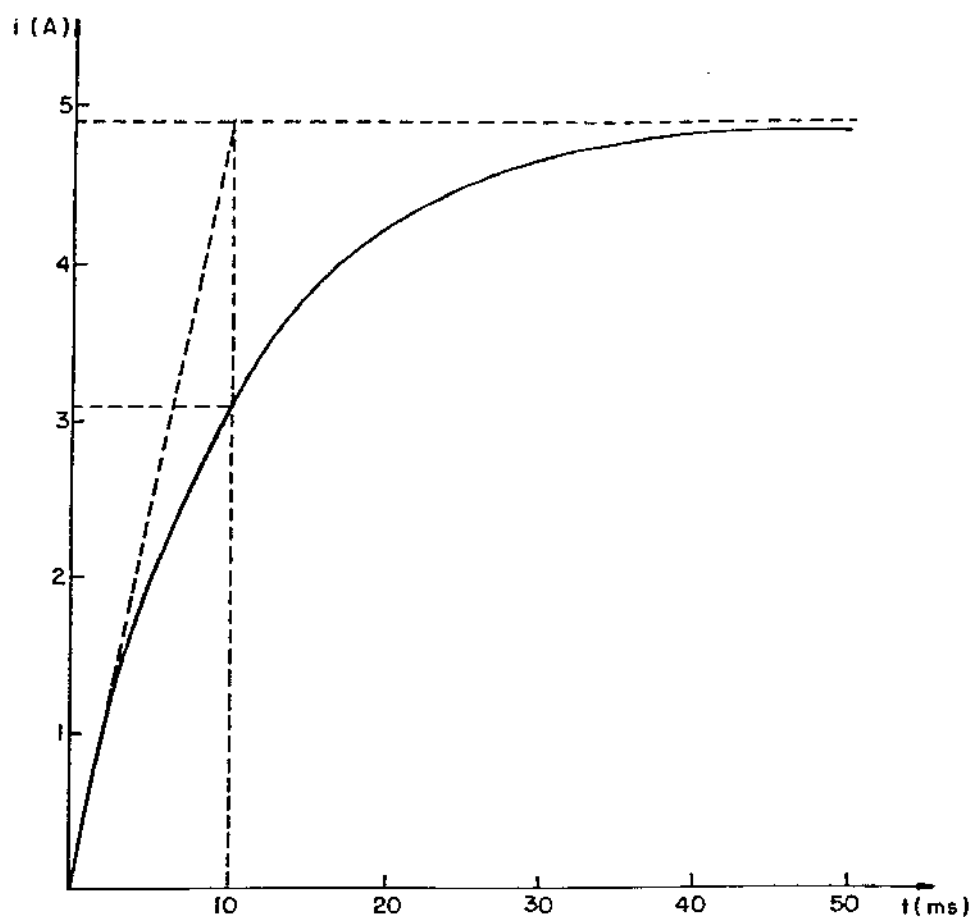


Figura 2.7 : Corrente de armadura da máquina de corrente contínua
(resposta a um degrau de tensão na armadura)

A figura 2.7 foi traçada a partir da tela do osciloscópio.

c. Característica em vazio da máquina de corrente contínua

Acionando-se a máquina de corrente contínua como gerador com excitação independente, constroi-se a curva $E_a = f(i_c)$ para uma determinada velocidade (figura 2.8). Esta curva é necessária para a determinação do valor da força contra eletromotriz E_a , que será utilizada no modelamento da máquina.

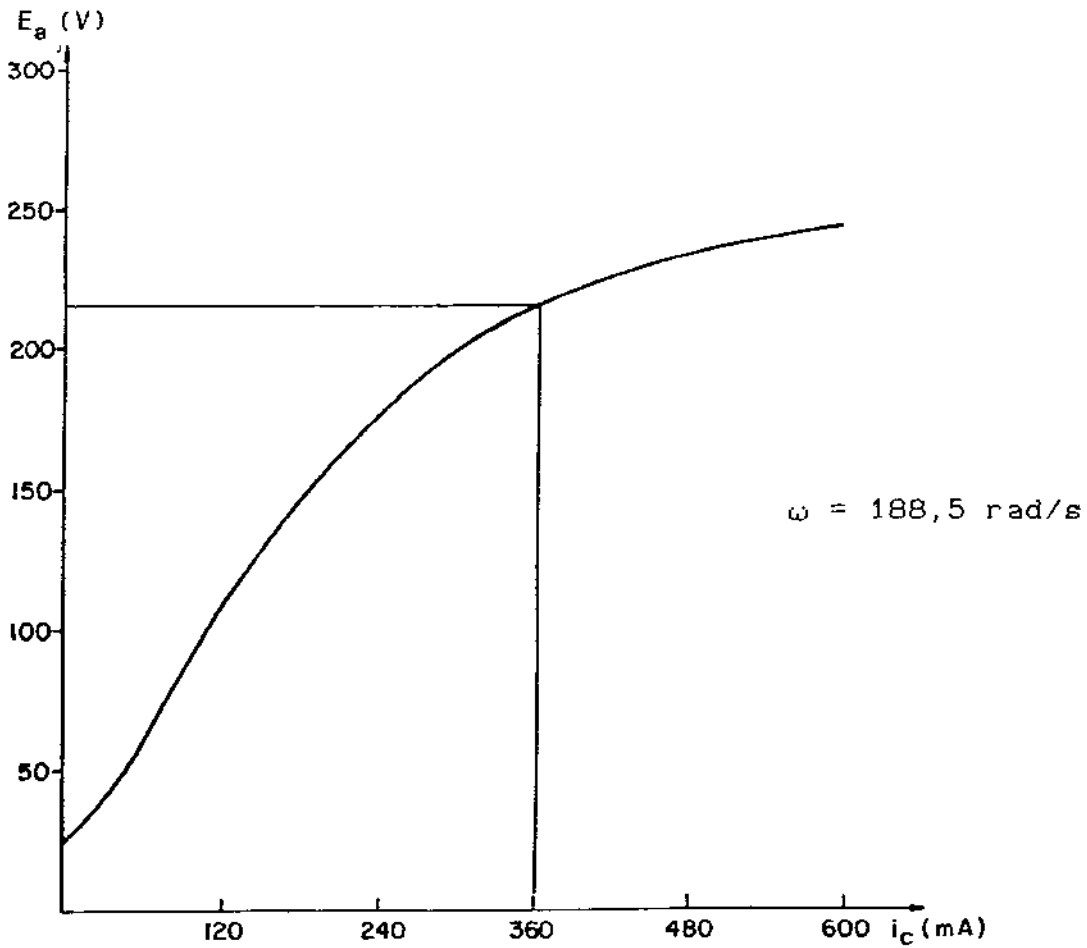


Figura 2.8 : Curva de magnetização da máquina de corrente contínua

Linearizando-se em torno da tensão nominal pode-se escrever:

$$E_a = K_a \phi \omega$$

$$E_a = K_a K_c i_c \omega = K_1 \omega$$

$$K_1 = \frac{E_a}{\omega} = \frac{215,0}{188,5} = 1,14 \text{ V/rad/s}$$

d. Momento de inércia da máquina de corrente contínua

O momento de inércia da máquina de corrente contínua foi obtido dos dados fornecidos pelo fabricante.

$$J_{cc} = 0,035 \text{ kg m}^2$$

e. Conjugado devido às perdas mecânicas do sistema motor de corrente contínua-gerador síncrono

Este conjugado é igual ao conjugado eletromagnético do motor de corrente contínua acionando a máquina síncrona em vazio.

$$T_{r1} = k_1 i_a$$

onde:

i_a = corrente de armadura do motor de corrente contínua em regime permanente

$$i_a = 1,2 \text{ A}$$

$$k_1 = 1,14 \text{ Nm/A}$$

$$T_{r1} = 1,14 \cdot 1,2 = 1,368 \text{ Nm}$$

II.4.3 - Motor de indução trifásico com rotor em gaiola

Para modelar o motor de indução são necessários os valores das resistências elétricas dos enrolamentos de estator e de rotor, das indutâncias próprias dos enrolamentos de estator e de rotor, das indutâncias mútuas entre os enrolamentos de estator e de rotor e do momento de inércia da máquina.

A determinação desses parâmetros exige a realização de ensaios em vazio e com rotor bloqueado do motor de indução [2]. Mostra-se a seguir a determinação detalhada dos parâmetros do motor de indução de 1/3 CV.

a. Circuito equivalente por fase do motor de indução

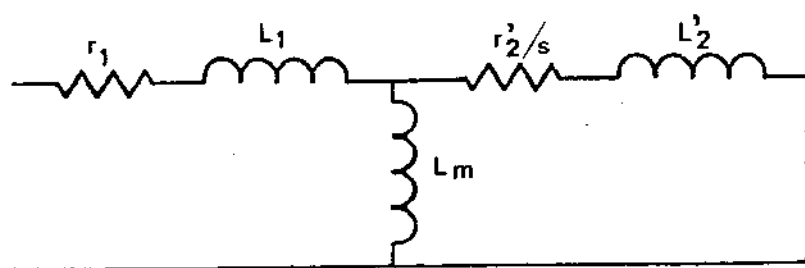


Figura 2.9 - Circuito equivalente por fase do motor de indução com parâmetros do rotor referidos ao estator

Na figura 2.9 tem-se:

r_1 = resistência elétrica do enrolamento do estator por fase

r_2' = resistência elétrica do enrolamento do rotor por fase referida ao estator

L_1 = indutância de dispersão do enrolamento do estator por fase

L_2' = indutância de dispersão do enrolamento do rotor por fase referida ao estator

L_m = indutância de magnetização por fase

s = escorregamento

b. Resistência elétrica por fase do enrolamento de estator

A resistência elétrica por fase do enrolamento de estator foi determinada aplicando-se uma tensão contínua entre dois terminais do estator. Mediu-se a tensão aplicada e a corrente no enrolamento do estator. O estator do motor em questão está ligado em triângulo (figura 2.10). Dessa forma obteve-se:

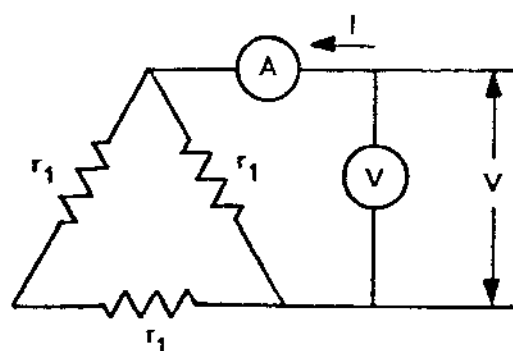


Figura 2.10 - Ligação dos enrolamentos de estator do motor de indução

$$V = 50,0 \text{ V}$$

$$I = 3,0 \text{ A}$$

$$r_1 = \frac{3}{2} \cdot \frac{V}{1} = \frac{3}{2} \cdot \frac{50,0}{3,0} = 25,0 \text{ } \Omega$$

c. Ensaio em vazio

Este ensaio é realizado com o motor sem carga, alimentado com tensão nominal. Mede-se a potência ativa absorvida, a corrente de linha e a tensão de linha aplicada.

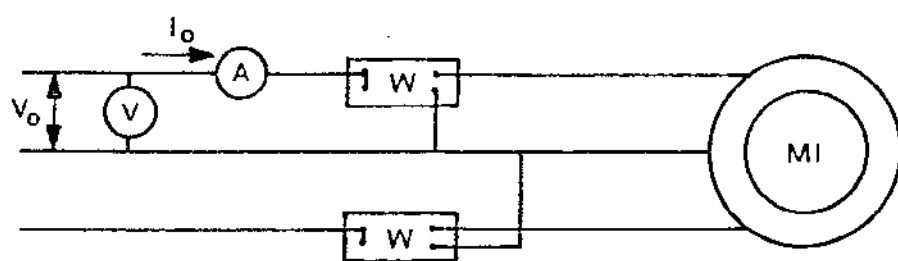


Figura 2.11 - Esquema de medição para ensaio em vazio de motor de indução

V_0 = tensão de linha nominal do motor (valor eficaz)

I_0 = corrente de linha no motor (valor eficaz)

P_0 = potência ativa total consumida

Em vazio, a corrente do rotor é muito pequena e seu valor é o necessário para produzir um conjugado suficiente para vencer as perdas rotacionais. Portanto, em vazio, as perdas no cobre do rotor podem ser desprezadas, e o circuito equivalente fica:

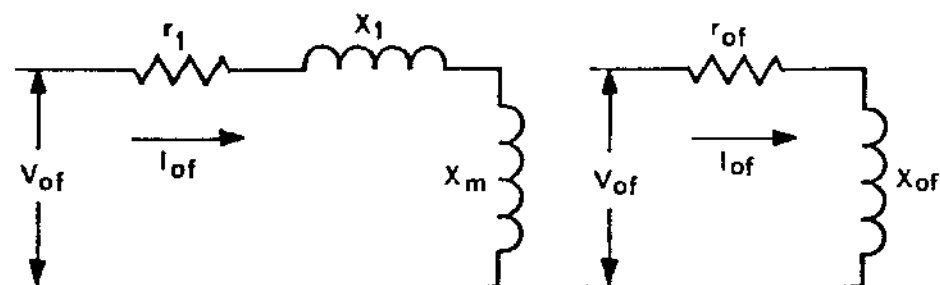


Figura 2.12 - Circuitos equivalentes por fase do motor de indução em vazio

V_{of} = tensão nominal por fase do motor em vazio

I_{of} = corrente por fase no motor em vazio

Dessa maneira pode-se escrever:

$$Z_{of} = \frac{V_{of}}{I_{of}}$$

$$R_{of} = \frac{P_o}{3 (I_{of})^2}$$

$$X_{of} = \sqrt{Z_{of}^2 - R_{of}^2}$$

No ensaio em vazio do motor de indução do sistema experimental obteve-se como valores de fase:

$$V_{of} = 218,0 \text{ V}$$

$$I_{of} = 0,728 \text{ A}$$

$$P_o = 130,0 \text{ W}$$

$$n_o = 1780,0 \text{ rpm}$$

$$\omega_o = 186,39 \text{ rad/s}$$

$$Z_{of} = \frac{218,0}{0,728} = 299,45 \text{ } \Omega$$

$$R_{of} = \frac{130,0}{3 (0,728)^2} = 81,76 \text{ } \Omega$$

$$X_{of} = \sqrt{299,45^2 - 81,76^2} = 288,07 \text{ } \Omega$$

d. Ensaio com rotor bloqueado

Este ensaio é realizado com o motor com o rotor travado alimentando-se o estator com tensão reduzida, de modo que a corrente de estator seja igual à corrente nominal do motor. Mede-se a potência ativa absorvida pelo motor, a corrente de linha e a tensão de linha aplicada.

Com o rotor bloqueado, a corrente de magnetização é desprezível e o circuito equivalente fica:

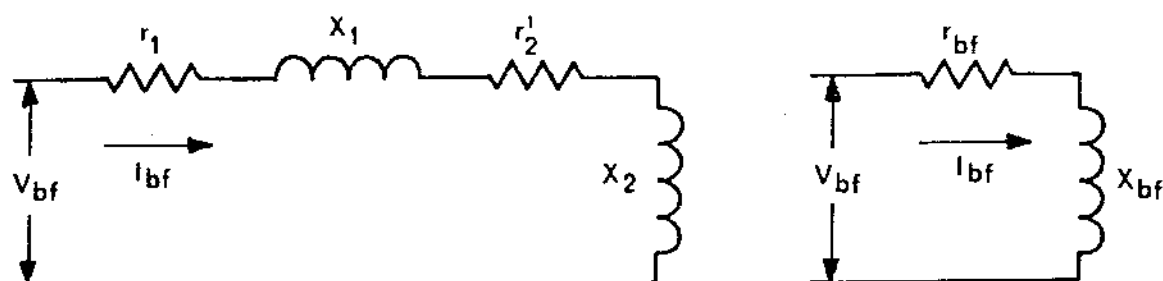


Figura 2.13 - Circuitos equivalentes por fase do motor de indução com rotor bloqueado

V_{bf} = tensão por fase no motor com rotor bloqueado

I_{bf} = corrente nominal por fase do motor com rotor bloqueado

Dessa maneira pode-se escrever:

$$X_{bf} = \frac{V_{bf}}{I_{bf}}$$

$$R_{bf} = \frac{P_b}{3 (I_{bf})^2}$$

$$X_{bf} = \sqrt{Z_{bf}^2 - R_{bf}^2}$$

No ensaio de rotor bloqueado do motor de indução do sistema experimental, obteve-se como valores por fase:

$$V_{bf} = 42,0 \text{ V}$$

$$I_{bf} = 0,809 \text{ A}$$

$$P_b = 90,0 \text{ W}$$

Da mesma forma que no ensaio em vazio, obteve-se:

$$Z_{bf} = \frac{42,0}{0,809} = 51,92 \text{ } \Omega$$

$$R_{bf} = \frac{90,0}{3 (0,809)^2} = 45,84 \text{ } \Omega$$

$$X_{bf} = \sqrt{51,92^2 - 45,84^2} = 24,38 \text{ } \Omega$$

e. Determinação dos parâmetros do motor de indução

Do circuito equivalente com rotor bloqueado tem-se:

$$r_2' = R_{bf} - r_1$$

$$r_2' = 45,84 - 25,0 = 20,84 \quad \Omega$$

O desempenho de um motor de indução é relativamente pouco afetado pelo modo com que a reatância de rotor bloqueado é distribuída entre estator e rotor. O AIEE Test Code [2] recomenda adotar-se $X_1 = X_2'$ para os motores de indução de classe A como é o do sistema experimental (conjugado de partida e corrente de partida normais e baixo escorregamento).

$$X_{bf} = X_1 + X_2'$$

$$X_1 = X_2' = \frac{X_{bf}}{2} = \frac{24,38}{2} = 12,19 \quad \Omega$$

Do circuito equivalente em vazio temos:

$$X_{of} = X_1 - X_m$$

$$X_m = 288,07 - 12,19 = 275,88 \quad \Omega$$

O estator do motor de indução está ligado em triângulo. Como este motor é alimentado por um gerador síncrono ligado em estrela, para facilidade de equacionamento, é conveniente utilizar um circuito equivalente em estrela do motor de indução.

Para se transformar os parâmetros de triângulo para estrela, tem-se:

$$r_1 = \frac{25,0}{3} = 8,33 \quad \Omega$$

$$r_2' = \frac{20,84}{3} = 6,97 \quad \Omega$$

$$X_1 = \frac{12,19}{3} = 4,06 \quad \Omega$$

$$X_m = \frac{275,88}{3} = 91,96 \quad \Omega$$

$$L_1 = L_2' = \frac{X_1}{\omega} = \frac{4,06}{377,0} = 10,76 \text{ mH}$$

$$L_m = \frac{X_m}{\omega} = \frac{91,96}{377,0} = 243,93 \text{ mH}$$

f. Momento de inércia da máquina de indução

O momento de inércia da máquina de indução foi obtido dos dados fornecidos pelo fabricante.

$$J_1 = 0,0006 \text{ kg m}^2$$

g. Conjugado devido às perdas mecânicas do motor de indução

O conjugado de perdas do motor de indução foi determinado através das perdas rotacionais.

Do circuito equivalente em vazio, tem-se:

$$P_o = 3 r_1 (I_{of})^2 + P_{rot}$$

$$P_{rot} = 130 - 3 \cdot 25,0 (0,728)^2 = 75,4 \text{ W}$$

O conjugado de perdas é:

$$T_{c2} = \frac{P_{rot}}{\omega_o} = \frac{75,4}{186,39} = 0,405 \text{ Nm}$$

h. Parâmetros do motor de indução de 1 CV

Da mesma forma que foram determinados os parâmetros do motor de indução de 1/3 CV, tem-se para o motor de 1 CV:

Ensaio em vazio

$$V_o = 220,0 \text{ V}$$

$$I_o = 2,65 \text{ A}$$

$$P_o = 160,0 \text{ W}$$

$$n_o = 1760 \text{ rpm}$$

$$\omega_o = 184,3 \text{ rad/s}$$

Ensaio com rotor bloqueado

$$V_b = 40,0 \text{ V}$$

$$I_b = 3,8 \text{ A}$$

$$P_b = 200,0 \text{ W}$$

Os parâmetros são:

$$r_1 = 2,44 \text{ } \Omega$$

$$r_2' = 2,17 \text{ } \Omega$$

$$L_1 = L_2' = 5,25 \text{ mH}$$

$$L_m = 121,9 \text{ mH}$$

$$J_1 = 0,0017 \text{ Kg m}^2$$

$$T_{c2} = 0,588 \text{ Nm}$$

11.4.4 - Máquina síncrona trifásica

Para modelar a máquina síncrona são necessários os valores da resistência elétrica dos enrolamentos de armadura e de campo, das indutâncias de eixo direto e de eixo em quadratura do enrolamento de armadura, da indutância própria do enrolamento de campo, da indutância mútua entre os enrolamentos de armadura e de campo e do momento de inércia da máquina.

a. Resistência elétrica do enrolamento de armadura

A resistência elétrica do enrolamento de armadura (r_E) foi determinada de maneira análoga à do motor de indução.

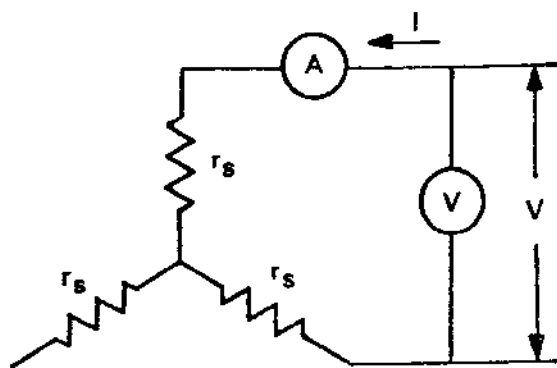


Figura 2.14 - Ligação dos enrolamentos de estator do gerador síncrono

$$V = 12,0 \text{ V}$$

$$I = 4,0 \text{ A}$$

$$r_s = \frac{V}{2 I} = \frac{12,0}{8,0} = 1,5 \text{ } \Omega$$

b. Reatância de regime permanente de eixo direto (X_d) e de eixo em quadratura (X_q) do enrolamento de estator

Utilizou-se o método do escorregamento que consiste no seguinte [3]:

1. Aciona-se a máquina síncrona em velocidade próxima de sua rotação nominal por intermédio de um motor de corrente contínua de rotação ajustável.

2. Alimenta-se a máquina síncrona com uma fonte de tensão alternada de sequência de fases tal que o campo girante do estator e o rotor girem num mesmo sentido. O enrolamento de campo da máquina síncrona deve permanecer aberto.
3. Como a frequência da fonte de alimentação é igual à frequência nominal da máquina síncrona, obriga-se a rotação desta máquina tornar-se ligeiramente diferente da rotação do campo girante que é imposto pela fonte de alimentação.

Uma vez conseguida esta condição observa-se a tensão e a corrente de entrada da máquina síncrona. Para uma máquina de pólos salientes, com a tensão da fonte de alimentação constante, a corrente absorvida terá intensidade variável com as variações do ângulo entre o eixo direto e o eixo do campo girante.

A corrente será máxima quando este ângulo for múltiplo ímpar de 90° e mínima quando o ângulo for nulo ou múltiplo de 180° , portanto a corrente de armadura apresenta-se modulada pela variação da reatância síncrona ao oscilar entre seus valores máximo (X_d) e mínimo (X_q). Os valores das reatâncias determinadas por este método serão valores de reatância não saturadas, pois a tensão aplicada ao estator é reduzida, para que a máquina não entre em sincronismo.

No ensaio de escorregamento para a máquina síncrona do sistema, obteve-se:

$$V = 40 \text{ V}$$

$$I_{\max} = 2,45 \text{ A}$$

$$I_{\min} = 1,81 \text{ A}$$

A reatância de eixo direto, em regime permanente é:

$$X_d = \frac{V}{I_{\min}} = \frac{40,0}{1,81} = 21,41 \quad \Omega$$

$$L_d = \frac{21,41}{377,0} = 56,79 \text{ mH}$$

A reatância de eixo em quadratura, em regime permanente é:

$$X_q = \frac{V}{I_{\max}} = \frac{40,0}{2,45} = 16,33 \quad \Omega$$

$$L_q = \frac{16,33}{377,0} = 43,32 \text{ mH}$$

c. Resistência do enrolamento de campo

A resistência do enrolamento de campo (r_f) é determinado da mesma forma que foram determinadas as resistências dos enrolamentos de armadura da máquina de corrente contínua, da máquina síncrona e da máquina de indução.

$$V = 80,0 \text{ V}$$

$$I = 0,30 \text{ A}$$

$$r_f' = \frac{V}{I} = \frac{80,0}{0,30} = 266,67 \text{ } \Omega$$

$$r_f = r_f' + r_f'' = 266,67 + 277,57 = 544,24 \text{ } \Omega$$

É conveniente observar, neste ponto, que a fonte de tensão contínua que alimentará o campo da máquina síncrona no sistema experimental apresenta resistência interna (r_f'') de 277,57 Ω .

d. Indutância própria do enrolamento de campo

Do mesmo modo que foi determinada a indutância do enrolamento de armadura da máquina de corrente contínua, pode-se determinar a indutância do enrolamento de campo da máquina síncrona, isto é, pela resposta, em corrente, a um degrau de tensão no circuito de campo [1]. A figura 2.15 mostra a característica corrente de campo em função do tempo para um degrau de tensão aplicado no campo, e dela obtém-se:

$$\tau = 320 \text{ ms}$$

$$L_{ff} = \tau r_f = 0,32 \cdot 544,24$$

$$L_{ff} = 85,33 \text{ H}$$

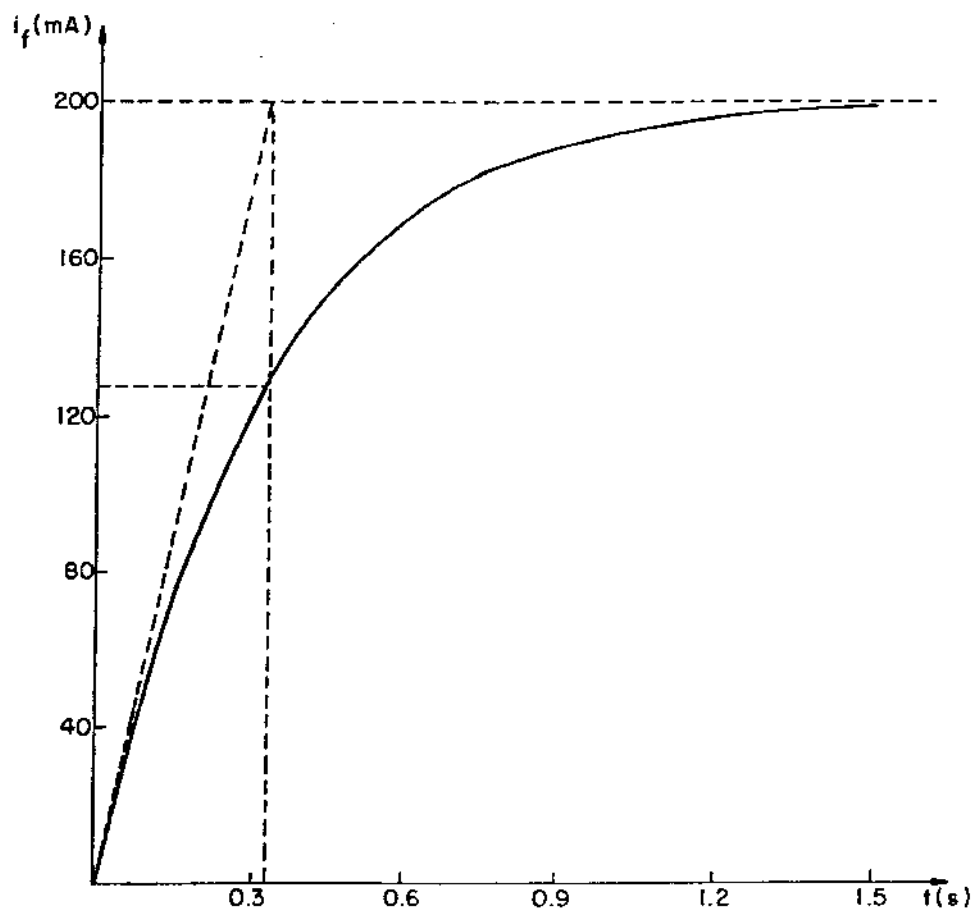


Figura 2.15 - Corrente de campo na máquina síncrona em função do tempo (resposta a um degrau de tensão)

A figura 2.15 foi traçada a partir da tela do osciloscópio.

e. Indutância mútua entre os enrolamentos de campo e de estator

A indutância mútua M_f pode ser determinada pela equação abaixo [4]:

$$M_f = \frac{\sqrt{2} E_f}{\omega I_f}$$

onde E_f é a tensão por fase lida na linha de entreferro da curva característica em vazio (figura 2.16) para um valor de corrente de campo i_f .

Esta tensão determina uma indutância mútua máxima não saturada. A curva de magnetização da máquina síncrona fornece $E_f = f(i_f)$, função não linear, devido à saturação do fluxo magnético da máquina. Dessa forma cada valor de E_f caracteriza uma indutância mútua saturada M_{fs} .

O procedimento usual no tratamento dado aos fenômenos de saturação consiste em se considerar a indutância mútua dada pelo valor não saturado dividido por um fator K_s , que é função de E_f , calculado como segue [4]:

$$M_{fs} = \frac{M_f}{K_s} \qquad K_s = \frac{AC}{AB}$$

onde:

AB = corrente de campo no gerador necessária para produzir a tensão nominal na linha de entreferro (máquina não saturada)

AC = corrente de campo no gerador necessária para produzir a tensão nominal na máquina (figura 2.16)

Para um dado valor de E_f , o valor de K_s é calculado à partir das curvas da figura 2.16.

$$E_f = \frac{250,0}{\sqrt{3}} = 144,34 \text{ V}$$

$$i_f = 330,0 \text{ mA}$$

$$\omega = 377,0 \text{ rad/s}$$

$$M_f = \frac{\sqrt{2} \cdot 144,34}{377,0 \cdot 0,33} = 1,64 \text{ H}$$

$$AC = 330,0 \text{ mA}$$

$$AB = 290,5 \text{ mA}$$

$$K_s = \frac{330,0}{290,5} = 1,136$$

$$M_{fs} = \frac{1,64}{1,136} = 144,38 \text{ mH}$$

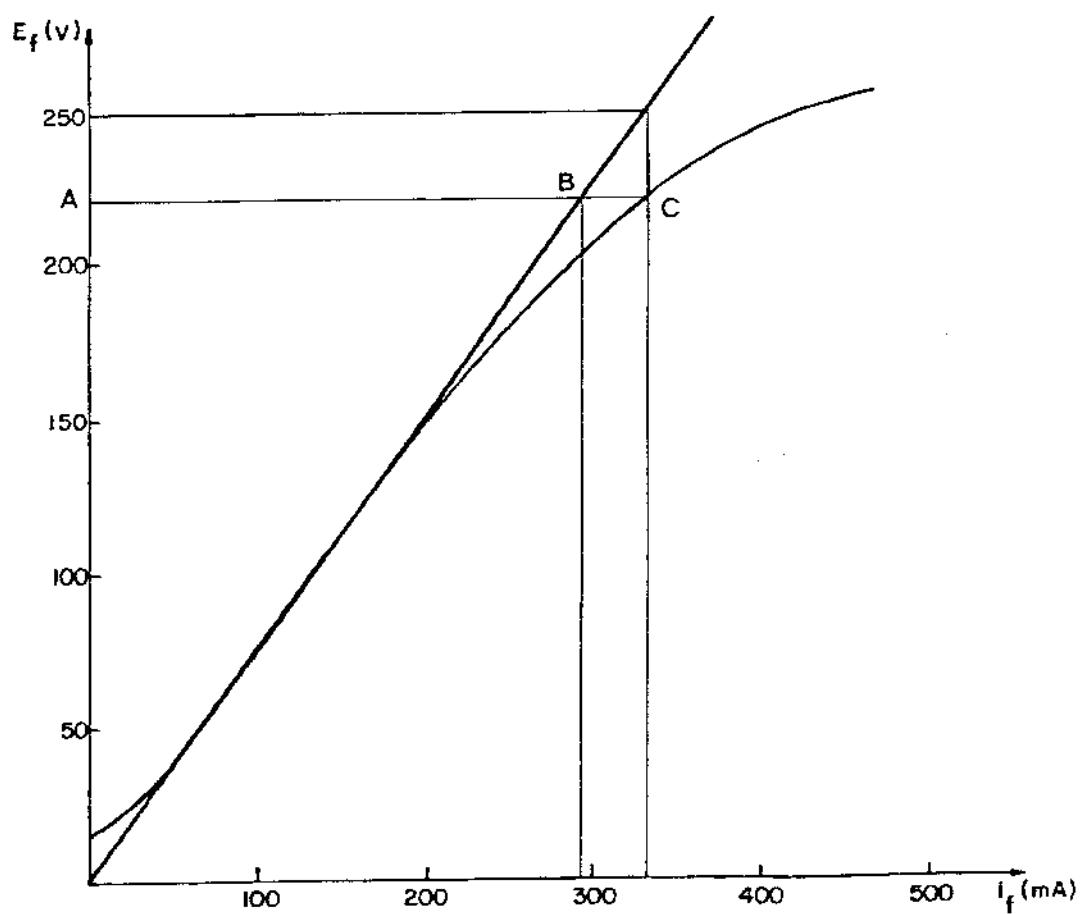


Figura 2.16 - Curva de magnetização da máquina síncrona

f. Momento de inércia da máquina síncrona

O momento de inércia da máquina síncrona foi obtido dos dados fornecidos pelo fabricante.

$$J_{\text{e}} = 0,025 \text{ Kg m}^2$$

CAPÍTULO III - MODELO MATEMÁTICO DINÂMICO DO SISTEMA EXPERIMENTAL

III.1 - Modelo da máquina de corrente contínua

O modelo matemático utilizado para a máquina de corrente contínua, funcionando como motor, com excitação independente, pode ser obtido do circuito equivalente abaixo [2]:

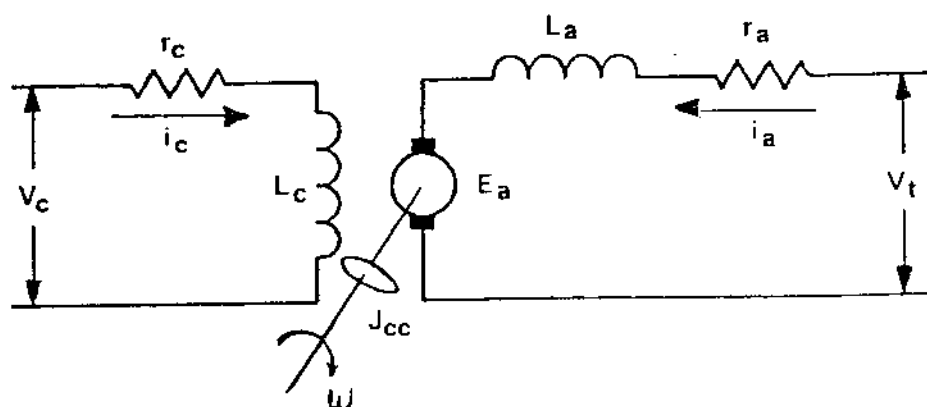


Figura 3.1 - Modelo idealizado da máquina de corrente contínua

Para o circuito pode-se escrever:

$$v_c = r_c i_c + L_c p i_c \quad (III.1)$$

$$v_t = r_a i_a + E_a + L_a p i_a \quad (III.2)$$

$$E_a = K_a \phi \omega \quad (III.3)$$

onde:

v_t = tensão terminal do enrolamento de armadura

r_a = resistência elétrica do enrolamento de armadura

i_a = corrente elétrica no enrolamento de armadura

k_a = constante de projeto da máquina

Φ = fluxo magnético da máquina

ω = velocidade angular do rotor

L_a = indutância própria do enrolamento de armadura

E_a = força contra eletromotriz do enrolamento de armadura

v_c = tensão terminal do enrolamento de campo

r_c = resistência elétrica do enrolamento de campo

L_c = indutância própria do enrolamento de campo

i_c = corrente elétrica no enrolamento de campo

Como a excitação é independente, a corrente de campo é constante, fixada a tensão de campo. Através da curva de magnetização da máquina obtém-se E_a , para um determinada velocidade angular do rotor, e também $K_1 = K_a \Phi$ que independe da velocidade.

A equação (III.2) pode ser escrita :

$$v_t = r_a i_a + K_1 \omega + L_a p i_a \quad (\text{III.4})$$

A equação de balanço de energia permite escrever :

$$T_{cc} - T_{c1} = J \cdot p \cdot \omega \quad (111.5)$$

T_{cc} = conjugado eletromagnético do motor de corrente contínua

T_{c1} = conjugado resistente imposto à máquina de corrente contínua

$$T_{cc} = K_a \cdot i_a = K_1 \cdot i_a \quad (111.6)$$

$$T_{c1} = T_g + T_{r1} \quad (111.7)$$

T_g = conjugado eletromagnético do gerador síncrono

T_{r1} = conjugado de perdas mecânicas do sistema motor de corrente contínua-gerador síncrono

J = momento de inércia total no eixo do motor de corrente contínua

$$J = J_{cc} + J_g \quad (111.8)$$

J_{cc} - momento de inércia do rotor do motor de corrente contínua

J_g - momento de inércia do rotor do gerador síncrono

Pode-se modelar a máquina de corrente contínua, funcionando como motor com excitação independente através de duas equações diferenciais :

$$V_t = r_a i_a + K_1 \omega + L_a p i_a \quad (III.9)$$

$$J p \omega = K_1 i_a - T_{c1} \quad (III.10)$$

Com os resultados obtidos nos ensaios tem-se :

$$220,0 = 2,05 i_a + 1,14 \omega + 0,0205 p i_a \quad (III.11)$$

$$0,035 p \omega = 1,14 i_a - T_{c1} \quad (III.12)$$

III.2 - Modelo da máquina síncrona

A máquina síncrona de pólos salientes utilizada na parte experimental, pode ser representada pelo modelo idealizado que é mostrado na figura 3.2, onde se ignora os enrolamentos amortecedores [3].

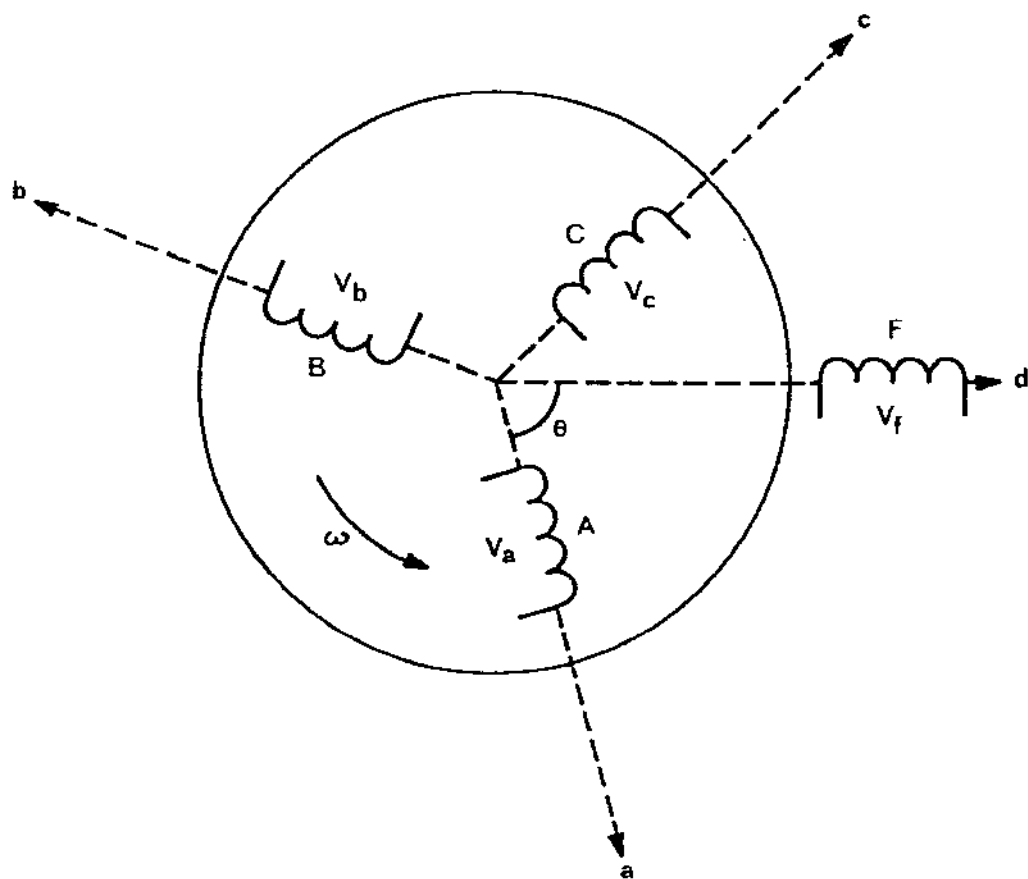


Figura 3.2 - Modelo idealizado da máquina síncrona

O enrolamento trifásico do estator é representado pelas bobinas A,B,C e o enrolamento de campo pela bobina F.

Para os enrolamentos do estator e de campo pode-se escrever as seguintes equações, para a máquina vista como um receptor de energia elétrica:

$$v_a = r_s i_a + p \lambda_a \quad (III.13)$$

$$v_b = r_s i_b + p \lambda_b \quad (III.14)$$

$$v_c = r_s i_c + p \lambda_c \quad (III.15)$$

$$v_f = r_f i_f + p \lambda_f \quad (III.16)$$

onde :

v_a, v_b, v_c = tensões nos enrolamentos de estator

i_a, i_b, i_c = correntes nos enrolamentos de estator

r_s = resistência elétrica dos enrolamentos de estator

$\lambda_a, \lambda_b, \lambda_c$ = fluxos concatenados com cada enrolamento de estator

v_f = tensão no enrolamento de campo

r_f = resistência elétrica do enrolamento de campo

i_f = corrente no enrolamento de campo

O fluxos concatenados com cada enrolamento são dado por :

$$\lambda_a = L_{aa} i_a + L_{ab} i_b + L_{ac} i_c + L_{af} i_f \quad (III.17)$$

$$\lambda_b = L_{ba} i_a + L_{bb} i_b + L_{bc} i_c + L_{bf} i_f \quad (III.18)$$

$$\lambda_c = L_{ca} i_a + L_{cb} i_b + L_{cc} i_c + L_{cf} i_f \quad (III.19)$$

$$\lambda_f = L_{fa} i_a + L_{fb} i_b + L_{fc} i_c + L_{ff} i_f \quad (III.20)$$

Todas as indutâncias próprias e mútuas das equações acima dependem da posição angular do rotor, exceto a indutância própria do enrolamento de campo (L_{ff}), como se vê abaixo [3]:

$$L_{aa} = L_s + L_m \cos 2\theta \quad (III.21)$$

$$L_{bb} = L_s + L_m \cos(2\theta + 120^\circ) \quad (III.22)$$

$$L_{cc} = L_s + L_m \cos(2\theta - 120^\circ) \quad (III.23)$$

$$L_{ab} = L_{ba} = -M_s + L_m \cos(2\theta - 120^\circ) \quad (III.24)$$

$$L_{bc} = L_{cb} = -M_s + L_m \cos 2\theta \quad (III.25)$$

$$L_{ca} = L_{ac} = -M_s + L_m \cos(\theta + 120^\circ) \quad (III.26)$$

$$L_{af} = L_{fa} = M_f \cos \theta \quad (III.27)$$

$$L_{bf} = L_{fb} = M_f \cos(\theta - 120^\circ) \quad (III.28)$$

$$L_{cf} = L_{fc} = M_f \cos(\theta + 120^\circ) \quad (III.29)$$

$$L_{ff} = L_{ff} \quad (III.30)$$

Substituindo-se as equações (III.21) a (III.30) em (III.17) a (III.20) e estas nas equações (III.13) a (III.16), obtém-se um sistema de equações diferenciais com coeficientes variáveis no tempo de solução trabalhosa. Esta dificuldade pode ser reduzida consideravelmente recorrendo-se a uma transformação de variáveis (Transformação de Park). Através dela obtém-se um sistema de equações diferenciais com coeficientes constantes e independentes da posição angular do rotor.

Com a transformação de Park pode-se representar a máquina síncrona da figura 3.2 na forma da figura 3.3 onde os eixos dos enrolamentos d e q estão fixos no rotor. Dessa maneira a máquina original com três enrolamentos reais de estator (A, B e C) passa a ser representada por uma máquina generalizada com dois enrolamentos de estator (D e Q) fictícios.

O eixo d tem a direção do eixo magnético do enrolamento de campo e o eixo q está 90° elétricos adiantado em relação ao eixo d .

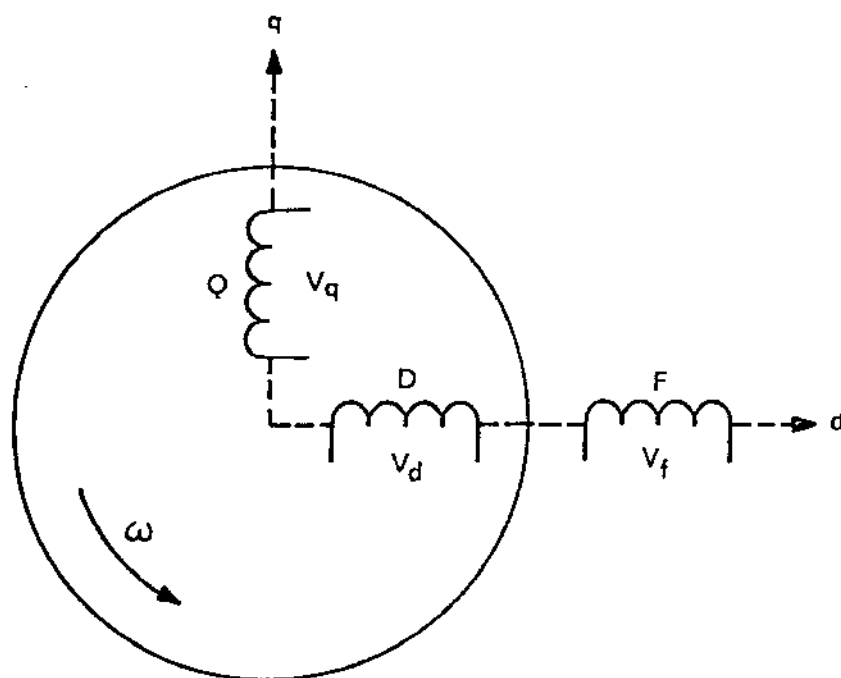


Figura 3.3 - Modelo da máquina síncrona com a transformação de variáveis A, B, C para D, Q

Conforme Park, os valores de tensões e correntes nos enrolamentos D e Q do modelo generalizado estão relacionados com os valores reais de tensões e correntes nos enrolamentos A, B e C da armadura da máquina síncrona pela transformação abaixo que se aplica a correntes, tensões e fluxos concatenados com os enrolamentos:

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_o \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos(\theta - 120^\circ) & \cos(\theta + 120^\circ) \\ -\sin \theta & -\sin(\theta - 120^\circ) & -\sin(\theta + 120^\circ) \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad (\text{III.31})$$

onde:

i_d = corrente do enrolamento de eixo direto

i_q = corrente do enrolamento de eixo em quadratura

i_o = corrente de sequência zero

A transformação inversa é:

$$\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 1 \\ \cos(\theta - 120^\circ) & -\sin(\theta - 120^\circ) & 1 \\ \cos(\theta + 120^\circ) & -\sin(\theta + 120^\circ) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_o \end{bmatrix} \quad (\text{III.32})$$

Para os fluxos concatenados pode-se escrever:

$$\begin{bmatrix} \lambda_d \\ \lambda_q \\ \lambda_o \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos(\theta - 120^\circ) & \cos(\theta + 120^\circ) \\ -\sin \theta & -\sin(\theta - 120^\circ) & -\sin(\theta + 120^\circ) \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_a \\ \lambda_b \\ \lambda_c \end{bmatrix} \quad (\text{III.33})$$

A transformação inversa é:

$$\begin{bmatrix} \lambda_a \\ \lambda_b \\ \lambda_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 1 \\ \cos(\theta - 120^\circ) & -\sin(\theta - 120^\circ) & 1 \\ \cos(\theta + 120^\circ) & -\sin(\theta + 120^\circ) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_d \\ \lambda_q \\ \lambda_o \end{bmatrix} \quad (\text{III.34})$$

Substituindo-se λ_a , λ_b e λ_c em (III.33) por suas respectivas equações (III.17), (III.18) e (III.19) com :

$$i_a = I_{\max} \cos \theta \quad (\text{III.35})$$

$$i_b = I_{\max} \cos(\theta - 120^\circ) \quad (\text{III.36})$$

$$i_c = I_{\max} \cos(\theta + 120^\circ) \quad (\text{III.37})$$

$$\theta = \omega t \quad (\text{III.38})$$

onde :

ω = velocidade angular do gerador

obtem-se:

$$\lambda_d = M_f i_f + (L_s + M_s + \frac{3}{2} L_m) i_d \quad (\text{III.39})$$

$$\lambda_q = (L_s + M_s - \frac{3}{2} L_m) i_q \quad (\text{III.40})$$

$$\lambda_o = (L_s - 2 M_s) i_o \quad (\text{III.41})$$

definindo

$$L_d = L_s + M_s + \frac{3}{2} L_m \quad (\text{III.42})$$

$$L_q = L_s + M_s - \frac{3}{2} L_m \quad (\text{III.43})$$

$$L_o = L_s - 2 M_s \quad (\text{III.44})$$

onde:

L_d = indutância de eixo direto do enrolamento do estator

L_q = indutância de eixo em quadratura do enrolamento do estator

L_o = indutância de sequência zero

obté-m-se:

$$\lambda_d = M_f i_f + L_d i_d \quad (III.45)$$

$$\lambda_q = L_q i_q \quad (III.46)$$

$$\lambda_o = L_o i_o \quad (III.47)$$

onde:

λ_d = fluxo concatenado com o enrolamento de eixo direto

λ_q = fluxo concatenado com o enrolamento de eixo em quadratura

M_f = indutância mútua entre o enrolamento de campo e os enrolamentos de estator

Substituindo-se na equação (III.20) as equações (III.27) a (III.30) e (III.35) a (III.37) obtém-se:

$$\lambda_f = L_{ff} i_f - \frac{3}{2} M_f i_d \quad (III.48)$$

onde :

λ_f = fluxo concatenado com o enrolamento de campo

L_{ff} = indutância própria do enrolamento de campo

As relações tensão-corrente em termos das novas variáveis são obtidas de (III.34).

$$\lambda_a = \lambda_d \cos \theta - \lambda_q \sin \theta + \lambda_o \quad (\text{III.49})$$

$$p \lambda_a = p \lambda_d \cos \theta - \lambda_d p\theta \sin \theta - (p \lambda_q \sin \theta + \lambda_q p\theta \cos \theta) + p \lambda_o \quad (\text{III.50})$$

$$p \lambda_a = (p \lambda_d - p\theta \lambda_q) \cos \theta - (p \lambda_q + p\theta \lambda_d) \sin \theta + p \lambda_o \quad (\text{III.51})$$

Desprezando-se as quedas de tensão na resistência da fase a do enrolamento de estator a tensão v_a é dada pela equação (III.51). Da equação (III.31) tem-se:

$$v_a = v_d \cos \theta - v_q \sin \theta + v_o$$

Comparando-se esta equação com a equação (III.51) e usando $p\theta = \omega$, tem-se:

$$v_d = p \lambda_d - \omega \lambda_q \quad (\text{III.52})$$

$$v_q = p \lambda_q + \omega \lambda_d \quad (\text{III.53})$$

$$v_o = p \lambda_o \quad (\text{III.54})$$

Introduzindo-se as quedas de tensão nas resistências para obter-se as equações de tensão em termos das novas variáveis, tem-se:

$$v_d = r_s i_d + p \lambda_d - \omega \lambda_q \quad (III.55)$$

$$v_q = r_s i_q + p \lambda_q + \omega \lambda_d \quad (III.56)$$

$$v_o = r_o i_o + p \lambda_o \quad (III.57)$$

Substituindo-se as equações (III.39), (III.40), (III.41) nas equações (III.55), (III.56), (III.57), tem-se:

$$v_d = r_s i_d + M_f p i_f + L_d p i_d - \omega L_q i_q \quad (III.58)$$

$$v_q = r_s i_q + \omega M_f i_f + L_q p i_q + \omega L_d i_d \quad (III.59)$$

$$v_o = r_o i_o + L_o p i_o \quad (III.60)$$

da mesma forma

$$v_f = r_f i_f + p \lambda_f \quad (III.61)$$

Substituindo-se λ_f por sua equação (III.48) tem-se:

$$v_f = r_f i_f + L_{ff} p i_f + \frac{3}{2} M_f p i_d \quad (III.62)$$

As equações de balanço de energia da máquina síncrona são completadas pela condição de equilíbrio entre potências mecânica e elétrica. Para isso é necessário calcular a potência instantânea nos terminais da máquina nas novas variáveis dqo [2].

A potência elétrica instantânea nos terminais da máquina é dada por:

$$p = v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c \quad (\text{III.63})$$

Substituindo-se a equação (III.32) para tensões e correntes na equação (III.63), obtém-se:

$$p = \frac{3}{2} (v_d i_d + v_q i_q + 2 v_o i_o) \quad (\text{III.64})$$

Substituindo-se as equações (III.55) e (III.56) na equação (III.64) obtém-se:

$$p = \frac{3}{2} [(i_d p \lambda_d + i_q p \lambda_q) + (i_q \lambda_d - i_d \lambda_q) \omega + r_s (i_d + i_q) + 2 v_o i_o] \quad (\text{III.65})$$

Os termos do lado direito da equação (III.65) representam respectivamente a taxa de variação de energia magnética, a potência transferida através do entreferro e as perdas nas resistências elétricas dos enrolamentos do estator.

O conjugado eletromagnético é obtido dividindo-se a potência transferida através do entreferro pela velocidade angular do rotor ω em radianos por segundo.

$$T_s = \frac{3}{2} \frac{(i_q \lambda_d - i_d \lambda_q) \omega}{\omega \frac{p}{2}} \quad (\text{III.66})$$

Substituindo-se as equações (III.45), (III.46) na equação (III.66), tem-se:

$$T_s = \frac{3}{2} \frac{p}{2} [M_f i_f i_q + (L_d - L_q) i_d i_q] \quad (\text{III.67})$$

A máquina síncrona funcionando como gerador pode ser representada por um modelo matemático descrito pelas seguintes equações :

$$v_d = -r_s i_d + M_f p i_f - L_d p i_d + \omega L_q i_q \quad (III.68)$$

$$v_q = -r_s i_q - L_q p i_q + \omega M_f i_f - \omega L_d i_d \quad (III.69)$$

$$v_f = r_f i_f + L_{ff} p i_f - \frac{3}{2} M_f p i_d \quad (III.70)$$

$$T_s = \frac{3}{2} \frac{P}{2} [M_f i_f i_q + (L_d - L_q) i_d i_q] \quad (III.71)$$

onde:

v_d = tensão terminal do enrolamento de eixo direto

v_q = tensão terminal do enrolamento de eixo em quadratura

T_s = conjugado eletromagnético do gerador síncrono

P = número de pólos

Com os valores obtidos nos ensaios, tem-se :

$$v_d = -1,50 i_d + 1,444 p i_f - 0,05679 p i_d + 0,0433 \omega i_q \quad (III.72)$$

$$v_q = -1,50 i_q - 0,0433 p i_q + 1,444 \omega i_f - 0,05679 \omega i_d \quad (III.73)$$

$$v_f = 544,24 i_f + 85,33 p i_f - 2,166 p i_d \quad (III.74)$$

$$T_s = 4,332 i_f i_q + 0,04047 i_d i_q \quad (III.75)$$

As relações de tensão e corrente para os seis enrolamentos da máquina como receptor de energia elétrica são:

$$v_A = r_1 i_A + p \lambda_A \quad (111.76)$$

$$v_B = r_1 i_B + p \lambda_B \quad (111.77)$$

$$v_C = r_1 i_C + p \lambda_C \quad (111.78)$$

$$v_a = r_2 i_a + p \lambda_a \quad (111.79)$$

$$v_b = r_2 i_b + p \lambda_b \quad (111.80)$$

$$v_c = r_2 i_c + p \lambda_c \quad (111.81)$$

onde:

v_A, v_B, v_C = tensões nos enrolamentos do estator

v_a, v_b, v_c = tensões nos enrolamentos do rotor

i_A, i_B, i_C = correntes nos enrolamentos do estator

i_a, i_b, i_c = correntes nos enrolamentos do rotor

$\lambda_A, \lambda_B, \lambda_C$ = fluxos concatenados com os enrolamentos do estator

$\lambda_a, \lambda_b, \lambda_c$ = fluxos concatenados com os enrolamentos do rotor

r_1 = resistência elétrica do enrolamento do estator

r_2 = resistência elétrica do enrolamento do rotor

Devido à variação das indutâncias mútuas em relação à posição angular θ_r do rotor em relação ao estator, aparecerão coeficientes variáveis com o tempo nas equações de tensão da mesma maneira que na máquina síncrona. Desse modo pode-se também usar uma transformação de variáveis (Transformada de Park) [5] como a utilizada para a máquina síncrona.

A figura 3.5 mostra a posição angular dos eixos do estator e do rotor de uma máquina trifásica e um terceiro sistema de eixos ortogonais (eixos D e Q) girando a uma velocidade angular elétrica igual a velocidade síncrona ω_s .

Os eixos A_s , B_s e C_s estão fixos no estator, enquanto que os eixos A_r , B_r e C_r estão fixos no rotor e giram a uma velocidade angular ω_r em relação ao estator.

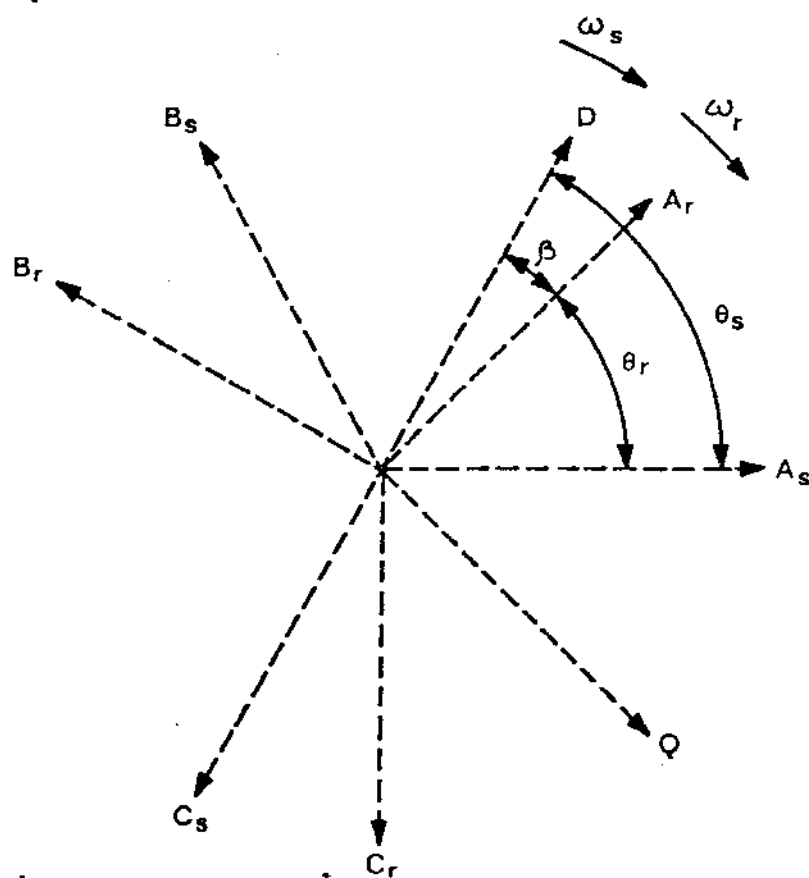


Figura 3.5 - Relação entre os sistemas de eixos do estator (A_s , B_s , C_s), rotor (A_r , B_r , C_r) e D, Q

As equações de fluxo concatenado com cada enrolamento da figura 3.4 são :

$$\begin{bmatrix} \lambda_A \\ \lambda_B \\ \lambda_C \\ \lambda_a \\ \lambda_b \\ \lambda_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{AA} & L_{AB} & L_{AC} & L_{Aa} & L_{Ab} & L_{Ac} \\ L_{BA} & L_{BB} & L_{BC} & L_{Ba} & L_{Bb} & L_{Bc} \\ L_{CA} & L_{CB} & L_{CC} & L_{Ca} & L_{Cb} & L_{Cc} \\ L_{aA} & L_{aB} & L_{aC} & L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} \\ L_{bA} & L_{bB} & L_{bC} & L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} \\ L_{cA} & L_{cB} & L_{cC} & L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \\ i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad (III.82)$$

onde :

L_{AA}, L_{BB}, L_{CC} = indutâncias próprias de cada fase do enrolamento do estator

L_{aa}, L_{bb}, L_{cc} = indutâncias próprias de cada fase do enrolamento do rotor

$L_{AB}, L_{AC}, L_{BA}, L_{BC}, L_{CA}, L_{CB}$ = indutâncias mútuas entre fases do enrolamento do estator

$L_{ab}, L_{ac}, L_{ba}, L_{bc}, L_{ca}, L_{cb}$ = indutâncias mútuas entre fases do enrolamento do rotor

$L_{Aa}, L_{Ab}, L_{Ac}, L_{Ba}, L_{Bb}, L_{Bc}, L_{Ca}, L_{Cb}, L_{Cc}, L_{aA}, L_{aB}, L_{aC}, L_{bA}, L_{bB}, L_{bC}, L_{cA}, L_{cB}, L_{cC}$ = indutâncias mútuas entre as fases do enrolamento do rotor e do enrolamento do estator

As indutâncias próprias e mútuas dos enrolamentos do estator e do rotor são [2]:

$$L_{AA}=L_{BB}=L_{CC}= L_s \quad (III.83)$$

$$L_{aa}=L_{bb}=L_{cc}= L_r \quad (III.84)$$

$$L_{AB}=L_{AC}=L_{BA}=L_{BC}=L_{CA}=L_{CB}= L_{ms} \quad (III.85)$$

$$L_{ab}=L_{ac}=L_{ba}=L_{bc}=L_{ca}=L_{cb}= L_{mr} \quad (III.86)$$

$$L_{Ac}=L_{Bb}=L_{Cc}=L_{aA}=L_{bB}=L_{cC}= M_{sr} \cos \theta_r \quad (III.87)$$

$$L_{Ab}=L_{Bc}=L_{Ca}=L_{bA}=L_{cB}=L_{aC}= M_{sr} \cos (\theta_r + 120^\circ) \quad (III.88)$$

$$L_{Ac}=L_{Ba}=L_{Cb}=L_{cA}=L_{aB}=L_{bC}= M_{sr} \cos (\theta_r - 120^\circ) \quad (III.89)$$

As correntes em cada enrolamento são :

$$i_A = I_{max1} \cos \theta_s \quad (III.90)$$

$$i_B = I_{max1} \cos(\theta_s - 120^\circ) \quad (III.91)$$

$$i_C = I_{max1} \cos(\theta_s + 120^\circ) \quad (III.92)$$

$$i_a = I_{max2} \cos \theta_r \quad (III.93)$$

$$i_b = I_{max2} \cos(\theta_r - 120^\circ) \quad (III.94)$$

$$i_c = I_{max2} \cos(\theta_r + 120^\circ) \quad (III.95)$$

onde:

$$\theta_r = \omega_r t \quad (III.96)$$

$$\theta_s = \omega_s t \quad (III.97)$$

As equações de transformação para tensão, corrente e fluxo concatenado são representadas pelas equações abaixo onde f é uma grandeza generalizada.

Para o estator tem-se:

$$\begin{bmatrix} f_A \\ f_B \\ f_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 1 \\ \cos(\theta - 120^\circ) & -\sin(\theta - 120^\circ) & 1 \\ \cos(\theta + 120^\circ) & -\sin(\theta + 120^\circ) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{ds} \\ f_{qs} \\ f_{os} \end{bmatrix} \quad (\text{III.98})$$

A transformação inversa é:

$$\begin{bmatrix} f_{ds} \\ f_{qs} \\ f_{os} \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos(\theta - 120^\circ) & \cos(\theta + 120^\circ) \\ -\sin \theta & -\sin(\theta - 120^\circ) & -\sin(\theta + 120^\circ) \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_A \\ f_B \\ f_C \end{bmatrix} \quad (\text{III.99})$$

Para o rotor tem-se:

$$\begin{bmatrix} f_a \\ f_b \\ f_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \beta & -\sin \beta & 1 \\ \cos(\beta - 120^\circ) & -\sin(\beta - 120^\circ) & 1 \\ \cos(\beta + 120^\circ) & -\sin(\beta + 120^\circ) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{dr} \\ f_{qr} \\ f_{or} \end{bmatrix} \quad (\text{III.100})$$

A transformação inversa é:

$$\begin{bmatrix} f_{dr} \\ f_{qr} \\ f_{or} \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \beta & \cos(\beta - 120^\circ) & \cos(\beta + 120^\circ) \\ -\sin \beta & -\sin(\beta - 120^\circ) & -\sin(\beta + 120^\circ) \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_a \\ f_b \\ f_c \end{bmatrix} \quad (\text{III.101})$$

onde:

$$\beta = \theta_s - \theta_r \quad (\text{III.102})$$

$$\beta = (\omega_s - \omega_r) t \quad (\text{III.103})$$

Substituindo-se as equações das indutâncias (III.83) a (III.89), das correntes (III.90) a (III.95) na equação (III.82) e utilizando-se as equações de transformação (III.99) e (III.101), obtem-se

$$\lambda_{d1} = L_{11} i_{d1} + M_{12} i_{d2} \quad (\text{III.104})$$

$$\lambda_{q1} = L_{11} i_{q1} + M_{12} i_{q2} \quad (\text{III.105})$$

$$\lambda_{d2} = L_{22} i_{d2} + M_{12} i_{d1} \quad (\text{III.106})$$

$$\lambda_{q2} = L_{22} i_{q2} + M_{12} i_{q1} \quad (\text{III.107})$$

$$M_{12} = \frac{3}{2} M_{sr}$$

$$L_{11} = L_s - L_{ms} \quad (\text{III.108})$$

$$L_{22} = L_r - L_{mr}$$

onde:

λ_{d1} = fluxo concatenado com o enrolamento de eixo direto do estator

λ_{d2} = fluxo concatenado com o enrolamento de eixo direto do rotor

λ_{q1} = fluxo concatenado com o enrolamento de eixo em quadratura do estator

λ_{q2} = fluxo concatenado com o enrolamento de eixo em quadratura do rotor

i_{d1} = corrente no enrolamento de eixo direto do estator

i_{d2} = corrente no enrolamento de eixo direto do rotor

i_{q1} = corrente no enrolamento de eixo em quadratura do estator

i_{q2} = corrente no enrolamento de eixo em quadratura do rotor

- L_s = indutância própria do enrolamento do estator
 L_r = indutância própria do enrolamento do rotor
 L_{ms} = indutância mútua entre os enrolamentos do estator
 L_{mr} = indutância mútua entre os enrolamentos do rotor
 M_{sr} = indutância mútua entre os enrolamentos do estator e do rotor
 L_{11} = indutância própria aparente do enrolamento do estator
 L_{22} = indutância própria aparente do enrolamento do rotor
 M_{12} = indutância mútua aparente entre os enrolamentos do estator e do rotor

As indutâncias próprias aparente do enrolamento do estator e do rotor podem ser separadas em duas componentes, uma de dispersão (L_1) e outra de magnetização (L_m), assim:

$$L_{11} = L_1 + \frac{3}{2} L_m$$

$$L_{22} = L_2 + \frac{3}{2} L_m$$

$$M_{12} = \frac{3}{2} L_m$$

onde:

- L_1 = indutância de dispersão do estator
 L_2 = indutância de dispersão do rotor
 L_m = indutância de magnetização

As equações de tensão transformadas do estator e do rotor são obtidas da mesma forma que para a máquina síncrona, através das equações (III.49) a (III.57).

$$v_{d1} = r_1 i_{d1} + p \lambda_{d1} - \lambda_{q1} p\theta \quad (\text{III.110})$$

$$v_{q1} = r_1 i_{q1} + p \lambda_{q1} + \lambda_{d1} p\theta \quad (\text{III.111})$$

$$v_{d2} = r_2 i_{d2} + p \lambda_{d2} - \lambda_{q2} p\beta \quad (\text{III.112})$$

$$v_{q2} = r_2 i_{q2} + p \lambda_{q2} + \lambda_{d2} p\beta \quad (\text{III.113})$$

onde:

$$p\theta = \omega_s \quad (\text{III.114})$$

$$p\beta = \omega_s - \omega_r \quad (\text{III.115})$$

ω_s = velocidade angular elétrica do sistema de eixo D Q

$(\omega_s - \omega_r)$ = velocidade angular relativa elétrica entre os sistemas de eixos D Q e do rotor.

Geralmente os parâmetros da máquina de indução são medidos em relação ao enrolamento do estator, portanto é conveniente referir todas as grandezas a este enrolamento.

As equações de tensão tornam-se :

$$v_{d1} = r_1 i_{d1} + p \lambda_{d1} - \omega_s \lambda_{q1} \quad (\text{III.116})$$

$$v_{q1} = r_1 i_{q1} + p \lambda_{q1} + \omega_s \lambda_{d1} \quad (\text{III.117})$$

$$v_{d2}' = r_2' i_{d2}' + p \lambda_{d2}' - (\omega_s - \omega_r) \lambda_{q2}' \quad (\text{III.118})$$

$$v_{q2}' = r_2' i_{q2}' + p \lambda_{q2}' + (\omega_s - \omega_r) \lambda_{d2}' \quad (\text{III.119})$$

Substituindo-se as equações dos fluxos concatenados de (III.104) a (III.107) nas equações de (III.116) a (III.119), tem-se:

$$\begin{aligned} v_{d1} = & r_1 i_{d1} + L_{11} p i_{d1} - \omega_s L_{11} i_{q1} + M_{12} p i_{d2'} + \\ & - \omega_s M_{12} i_{q2'} \end{aligned} \quad (\text{III.120})$$

$$\begin{aligned} v_{q1} = & r_1 i_{q1} + L_{11} p i_{q1} + \omega_s L_{11} i_{d1} + M_{12} p i_{q2'} + \\ & + \omega_s M_{12} i_{d2'} \end{aligned} \quad (\text{III.121})$$

$$\begin{aligned} v_{d2'} = & r_{2'} i_{d2'} + L_{22'} p i_{d2'} - (\omega_s - \omega_r) L_{22'} i_{q2'} + \\ & + M_{12} p i_{d1} - (\omega_s - \omega_r) M_{12} i_{q1} \end{aligned} \quad (\text{III.121})$$

$$\begin{aligned} v_{q2'} = & r_{2'} i_{q2'} + L_{22'} p i_{q2'} + (\omega_s - \omega_r) L_{22'} i_{d2'} + \\ & + M_{12} p i_{q1} + (\omega_s - \omega_r) M_{12} i_{d1} \end{aligned} \quad (\text{III.122})$$

A equação de balanço de energia é obtida através da potência de entrada no estator. Da mesma forma que para a máquina síncrona tem-se:

$$P_1 = v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c \quad (\text{III.123})$$

Utilizando-se as equações de transformação obtém-se:

$$P_1 = \frac{3}{2} (v_{d1} i_{d1} + v_{q1} i_{q1}) \quad (\text{III.124})$$

Uma expressão similar pode ser escrita para o rotor. O conjugado eletromagnético pode ser obtido da potência através do entreferro.

$$T_1 = \frac{P_e}{\omega_r} = \frac{3}{2} \frac{(\lambda_{q2} i_{d2} p\theta_r - \lambda_{d2} i_{q2} p\theta_r)}{p\theta_r \frac{2}{p}} \quad (\text{III.125})$$

onde:

P_e = potência através do entreferro

$\omega_r = p\theta_r$ = velocidade angular do rotor (rad/s)

$$T_1 = \frac{3}{2} \frac{P}{2} (\lambda_{q2} i_{d2} - \lambda_{d2} i_{q2}) \quad (\text{III.126})$$

Substituindo-se as equações (III.106) e (III.107) em (III.126), tem-se:

$$T_1 = \frac{3}{2} \frac{P}{2} M_{12} (i_{q1} i_{d2} - i_{d1} i_{q2}) \quad (\text{III.127})$$

A equação dinâmica que representa a parte mecânica da máquina é a seguinte:

$$J_1 p \omega_r = T_1 - T_{c2} \quad (\text{III.128})$$

onde:

J_1 = momento de inércia do rotor da máquina de indução

T_1 = conjugado eletromagnético desenvolvido pelo motor

T_{c2} = conjugado de perdas mecânicas da máquina de indução

Dessa forma as equações dinâmicas do motor de indução são as seguintes:

$$\begin{aligned} v_{d1} = & r_1 i_{d1} + L_{11} p i_{d1} - \omega_s L_{11} i_{q1} + M_{12} p i_{d2'} + \\ & - \omega_s M_{12} i_{q2'} \end{aligned} \quad (III.129)$$

$$\begin{aligned} v_{q1} = & r_1 i_{q1} + L_{11} p i_{q1} + \omega_s L_{11} i_{d1} + M_{12} p i_{q2'} + \\ & + \omega_s M_{12} i_{d2'} \end{aligned} \quad (III.130)$$

$$\begin{aligned} v_{d2'} = & r_{2'} i_{d2'} + L_{22'} p i_{d2'} - (\omega_s - \omega_r) L_{22'} i_{q2'} + \\ & + M_{12} p i_{d1} - (\omega_s - \omega_r) M_{12} i_{q1} \end{aligned} \quad (III.131)$$

$$\begin{aligned} v_{q2'} = & r_{2'} i_{q2'} + L_{22'} p i_{q2'} + (\omega_s - \omega_r) L_{22'} i_{d2'} + \\ & + M_{12} p i_{q1} + (\omega_s - \omega_r) M_{12} i_{d1} \end{aligned} \quad (III.132)$$

$$J_1 p \omega_r = \frac{3}{2} \frac{P}{2} M_{12} (i_{q1} i_{d2} - i_{d1} i_{q2}) - T_{c2} \quad (III.133)$$

Com os valores obtidos nos ensaios para o motor de indução de 1/3 CV, tem-se:

$$v_{d1} = 8,33 i_{d1} + 0,3766 p i_{d1} - 0,3766 \omega_s i_{q1} + \\ + 0,3659 p i_{d2'} - 0,3659 \omega_s i_{q2'} \quad (\text{III.134})$$

$$v_{q1} = 8,33 i_{q1} + 0,3766 p i_{q1} - 0,3766 \omega_s i_{d1} + \\ + 0,3659 p i_{q2'} - 0,3659 \omega_s i_{d2'} \quad (\text{III.135})$$

$$0 = 6,97 i_{d2'} + 0,3766 p i_{d2'} - 0,3766 (\omega_s - \omega_r) i_{q2'} + \\ + 0,3659 p i_{d1} - 0,3659 (\omega_s - \omega_r) i_{q1} \quad (\text{III.136})$$

$$0 = 6,97 i_{q2'} + 0,3766 p i_{q2'} - 0,3766 (\omega_s - \omega_r) i_{d2'} + \\ + 0,3659 p i_{q1} - 0,3659 (\omega_s - \omega_r) i_{d1} \quad (\text{III.137})$$

$$0,0006 p \omega_r = 1,0977 (i_{q1} i_{d2} - i_{d1} i_{q2}) - 0,405 \quad (\text{III.138})$$

III.4 - Modelo matemático dinâmico do sistema experimental

As equações (III.9) e (III.10) (máquina de corrente contínua), (III.68) a (III.71) (máquina síncrona) e (III.129) a (III.133) (máquina de indução) constituem o modelo matemático dinâmico do sistema experimental que se reescreve seguir:

$$v_t = K_1 \omega_s + r_a i_a + L_a p i_a \quad (\text{III.139})$$

$$v_d = -r_s i_{d1} + M_f p i_f - L_d p i_{d1} + \omega_s L_q i_{q1} \quad (\text{III.140})$$

$$v_q = -r_s i_{q1} - L_q p i_{q1} + \omega_s M_f i_f - \omega_s L_d i_{d1} \quad (\text{III.141})$$

$$v_f = r_f i_f + L_{ff} p i_f - \frac{3}{2} M_f p i_{d1} \quad (\text{III.142})$$

$$v_{d1} = r_1 i_{d1} + L_{11} p i_{d1} - \omega_s L_{11} i_{q1} + M_{12} p i_{d2'} + \omega_s M_{12} i_{q2'} \quad (\text{III.143})$$

$$v_{q1} = r_1 i_{q1} + L_{11} p i_{q1} + \omega_s L_{11} i_{d1} + M_{12} p i_{q2'} + \omega_s M_{12} i_{d2'} \quad (\text{III.144})$$

$$v_{d2'} = r_{2'} i_{d2'} + L_{22'} p i_{d2'} - (\omega_s - \omega_r) L_{22'} i_{q2'} + M_{12} p i_{d1} - (\omega_s - \omega_r) M_{12} i_{q1} \quad (\text{III.145})$$

$$v_{q2'} = r_{2'} i_{q2'} + L_{22'} p i_{q2'} + (\omega_s - \omega_r) L_{22'} i_{d2'} + M_{12} p i_{q1} + (\omega_s - \omega_r) M_{12} i_{d1} \quad (\text{III.146})$$

$$J p \omega_s = K_1 i_a - T_{r1} - \frac{3}{2} \frac{P}{2} [M_f i_f i_{q1} + (L_d - L_q) i_{d1} i_{q1}] \quad (\text{III.147})$$

$$J_1 p \omega_r = \frac{3}{2} \frac{P}{2} M_{12} (i_{d2'} i_{q1} - i_{d1} i_{q2'}) - T_{c2} \quad (\text{III.148})$$

III.5 - Simulação digital da partida do motor de indução alimentado pelo gerador síncrono isolado

A simulação digital da partida do motor de indução alimentado diretamente pelo gerador síncrono isolado consiste em resolver as equações diferenciais do modelo matemático dinâmico do sistema experimental, ou seja, as equações (III.139) a (III.148).

O sistema de equações diferenciais não lineares acima mencionado deve ser resolvido numericamente e para isso é conveniente colocá-lo na forma de variáveis de estado:

$$\frac{dy}{dt} = f(y) \quad (III.149)$$

onde:

t = tempo

$$\underline{y} = [i_a, i_{d1}, i_{q1}, i_{d2'}, i_{q2'}, i_f, \omega_r, \omega_s]^t$$

Nesta forma, pode-se usar o método de Runge-Kutta de 4ª ordem com passo variável cuja subrotina (RKGS) está contido no pacote "SSP" da IBM para resolver as equações diferenciais.

A seguir apresenta-se as equações (III.139) a (III.148) colocadas na forma (III.149). O tratamento algébrico é mostrado no apêndice B.

$$\begin{aligned}
 p_{d1}^i = & \left(\frac{1}{C_1} \right) [(r_s + r_1) L_{11} i_{d1} - (v_f - r_f i_f) L_{11} \frac{M_f}{L_{ff}} + \\
 & - \omega_s (L_{11} + L_q) L_{11} i_{q1} + (\omega_s - \omega_r) M_{12}^2 i_{q1} - \\
 & r_2' M_{12} i_{d2}' - \omega_r M_{12} L_{11} i_{q2}'] \quad (III.150)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 p_{q1}^i = & \left(\frac{1}{C_2} \right) [(r_s + r_1) L_{11} i_{q1} - \omega_s M_f L_{11} i_f + \\
 & \omega_s (L_{11} + L_d) L_{11} i_{d1} - (\omega_s - \omega_r) M_{12}^2 i_{d1} + \\
 & - r_2' M_{12} i_{q2}' + \omega_r M_{12} L_{11} i_{d2}'] \quad (III.151)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 p_{d2}^i = & \left(\frac{1}{C_1} \right) [-(r_s + r_1) M_{12} i_{d1} + (v_f - r_f i_f) M_{12} \frac{M_f}{L_{ff}} + \\
 & \omega_s (L_{11} + L_q) M_{12} i_{q1} + \omega_s M_{12}^2 i_{q2}' + \\
 & - \left[\frac{3}{2} \frac{M_f^2}{L_{ff}} - (L_{11} + L_d) \right] (\omega_r - \omega_s) M_{12} i_{q1} + \\
 & r_2' i_{d2}' - (\omega_s - \omega_r) L_{11} i_{q2}')] \quad (III.152)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 p_{q2}^i = & \left(\frac{1}{C_2} \right) [-(r_s + r_1) M_{12} i_{q1} - \omega_s (L_{11} + L_q) M_{12} i_{d1} + \\
 & \omega_s M_f M_{12} i_f - \omega_s M_{12}^2 i_{d2}' + r_2' i_{q2}' + \\
 & (L_{11} + L_q) (\omega_s - \omega_r) M_{12} i_{d1} + \\
 & (\omega_s - \omega_r) L_{11} i_{d2}'] \quad (III.153)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 p i_f = & \left(\frac{1}{C_4} \right) \{ C_3 (r_f i_f - v_f) - \frac{3}{2} M_f [(r_s + r_1) L_{11} i_{d1} + \\
 & - \omega_s (L_{11} + L_q) L_{11} i_{q1} + (\omega_s - \omega_r) M_{12}^2 i_{q2}' + \\
 & - r_2' M_{12} i_{d2}' - \omega_r M_{12} L_{11} i_{q2}'] \} \quad (III.154)
 \end{aligned}$$

$$p i_a = \left(\frac{1}{L_a} \right) (v_a - r_a i_a - K1 \omega_s) \quad (III.155)$$

$$p \omega_r = \left(\frac{1}{J_1} \right) \left[\frac{3}{2} \frac{P}{2} M_{12} (i_{q1} i_{d2}' - i_{d1} i_{q2}') - T_{c2} \right] \quad (III.156)$$

$$\begin{aligned}
 p \omega_s = & \left(\frac{1}{J} \right) [K1 i_a - \frac{3}{2} \frac{P}{2} (M_f i_f i_{q1} + \\
 & (L_d - L_q) i_{d1} i_{q1}) - T_{r1}] \quad (III.157)
 \end{aligned}$$

onde :

$$C_1 = \frac{3}{2} \frac{M_f^2}{L_{ff}} L_{11} + M_{12}^2 - (L_{11} + L_d) L_{11} \quad (III.158)$$

$$C_2 = M_{12}^2 - L_{11} (L_{11} + L_q) \quad (III.159)$$

$$C_3 = M_{12}^2 - L_{11} (L_{11} + L_d) \quad (III.160)$$

$$C_4 = - \left(\frac{3}{2} L_{11} M_f^2 + C_3 L_{ff} \right) \quad (III.161)$$

Com os valores obtidos nos ensaios para o motor de 1/3 CV, tem-se:

$$p_{i_{d1}} = -227,35 i_{d1} + 70,29 - 213,01 i_f - 1,4969 \omega_s i_{q1} + \\ + 8,2269 \omega_r i_{q1} + 156,59 i_{d2} + 8,4723 i_{q2} \quad (\text{III.162})$$

$$p_{i_{q1}} = -152,19 i_{q1} + 22,3567 \omega_s i_f - 1,2369 \omega_s i_{d1} + \\ - 5,507 \omega_r i_{d1} + 104,82 i_{q2} - 5,6713 \omega_r i_{d2} \quad (\text{III.163})$$

$$p_{i_{d2}} = 220,84 i_{d1} + 17,5027 - 53,038 i_f + 1,717 \omega_s i_{q1} + \\ + 2,1092 \omega_s i_{d2} - 1,594 (\omega_s - \omega_r) i_{q1} + \\ + 30,3396 i_{d2} - 1,1091 (\omega_s - \omega_r) i_{q2} \quad (\text{III.164})$$

$$p_{i_{q2}} = 147,83 i_{q1} - 21,716 \omega_s i_f - 1,0 \omega_s i_{d2} + \\ - 286,23 i_{q2} + 6,509 \omega_r i_{d2} + 6,32 \omega_r i_{d1} \quad (\text{III.165})$$

$$p_{i_f} = 11,785 i_f - 4,03 - 5,77 i_{d1} - 0,2467 \omega_s i_{q1} + \\ - 1,0188 i_{d2} - 0,63 i_{d2} + 0,033 \omega_s i_{q2} \quad (\text{III.166})$$

$$p_{i_a} = 10731,707 - 100,0 i_a - 55,61 \omega_s \quad (\text{III.167})$$

$$p_{\omega_r} = 1831,0 (i_{q1} i_{d2} - i_{d1} i_{q2}) - 675,0 \quad (\text{III.168})$$

$$p_{\omega_s} = 19,0 i_a - 72,19 i_f i_{q1} + 0,6735 i_{d1} i_{q1} - 22,8 \quad (\text{III.169})$$

CAPÍTULO IV - PRECISÃO DO MODELO MATEMÁTICO DINÂMICO DO SISTEMA EXPERIMENTAL

IV.1 - Introdução

Neste capítulo compara-se, curvas de corrente de partida dos motores em função do tempo, curvas de tensões terminais do gerador em função do tempo e curvas de corrente de campo do gerador em função do tempo durante a partida dos motores, obtidas experimentalmente e através de simulação digital, usando o modelo matemático do sistema experimental.

Como critérios de comparações foram escolhidos valores de pico (máximos ou mínimos) e tempos de aceleração do motor ou tempos de recuperação da tensão do terminal do gerador.

IV.2 - Comparação de curvas

IV.2.1 - Comparações entre as curvas de correntes de partida dos motores obtidas no sistema experimental e no modelo matemático dinâmico.

As tabelas 4.1 e 4.2 apresentam os valores da relação entre o valor de pico da corrente de partida do motor e o valor de pico da corrente de regime permanente do motor (I_p/I_{rp}) e os tempos de aceleração para os motores de 1/3 CV e de 1 CV no sistema experimental e no modelo matemático dinâmico, respectivamente obtidos das curvas das figuras 4.1, 4.2, 4.3 e 4.4.

	Sistema Experimental (Figura 4.1)	Modelo Matemático (Figura 4.2)
I_p/I_{rp}	5,0	5,2
$t_{ac}(\text{ciclos})$	5	6

Tabela 4.1 - Características de partida do motor de indução de
1/3 CV

	Sistema Experimental (Figura 4.3)	Modelo Matemático (Figura 4.4)
I_p/I_{rp}	5,9	6,0
$t_{ac}(\text{ciclos})$	10	11

Tabela 4.2 - Características de partida do motor de indução de
1 CV

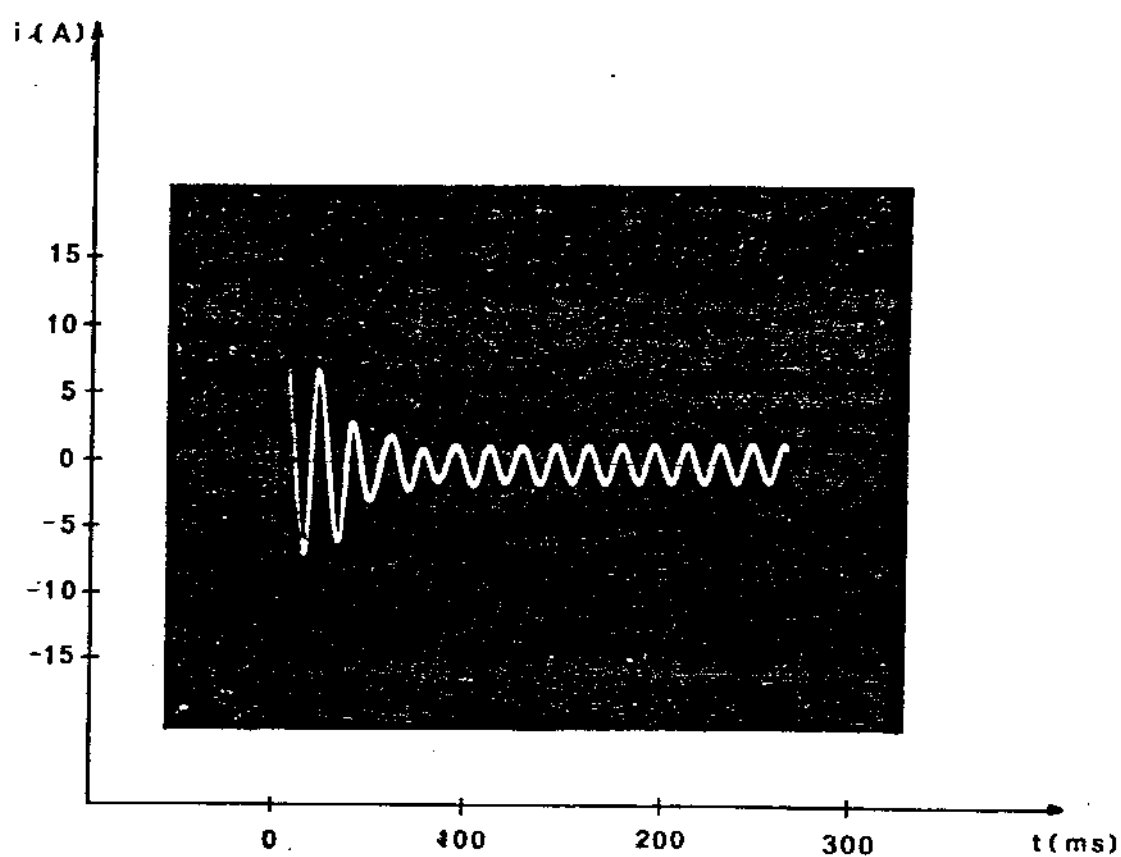


Figura 4.1 - Corrente de partida do motor de indução de 1/3 CV
(sistema experimental)

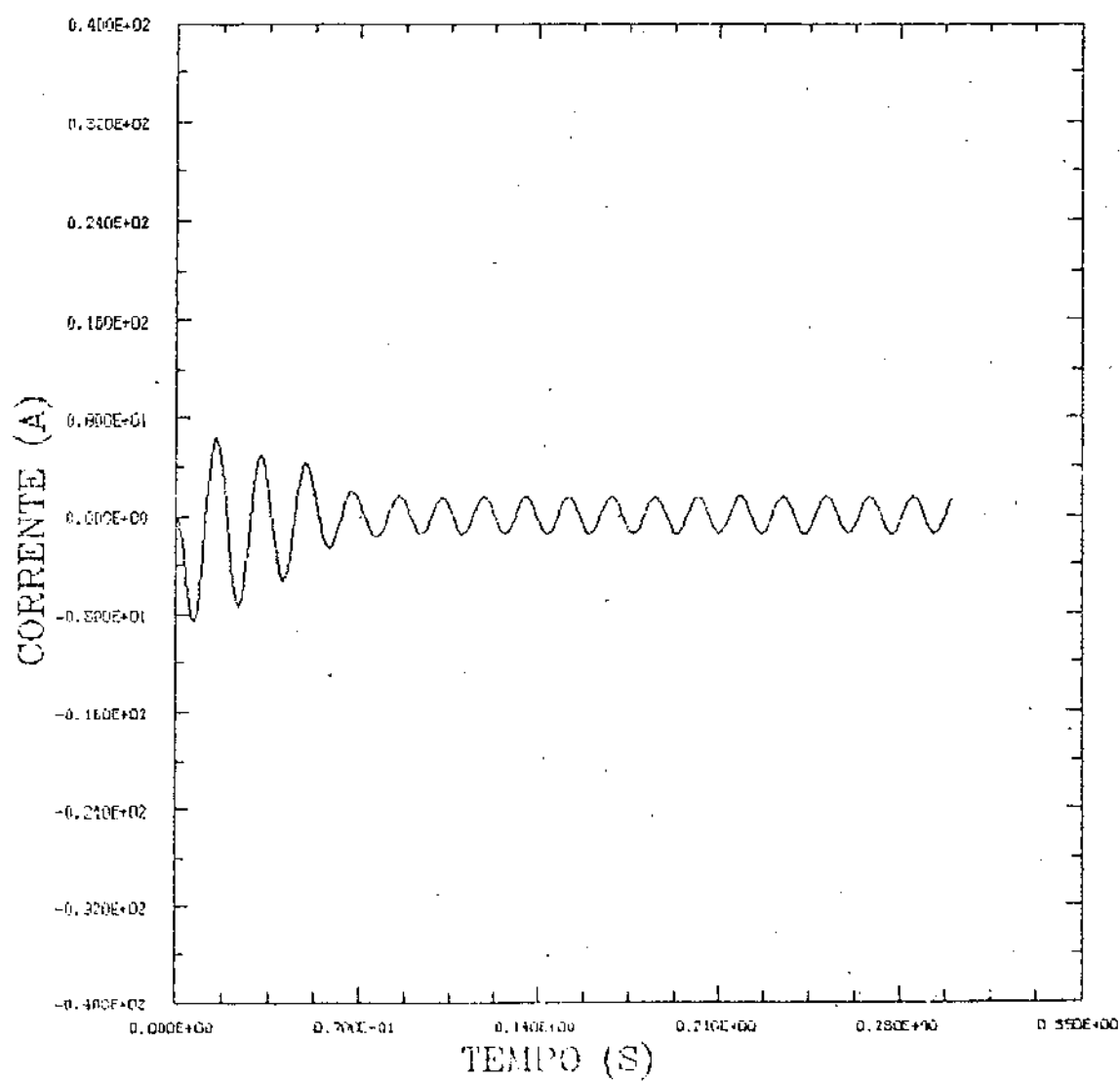


Figura 4.2 - Corrente de partida do motor de indução de 1/3 CV
(modelo matemático dinâmico)

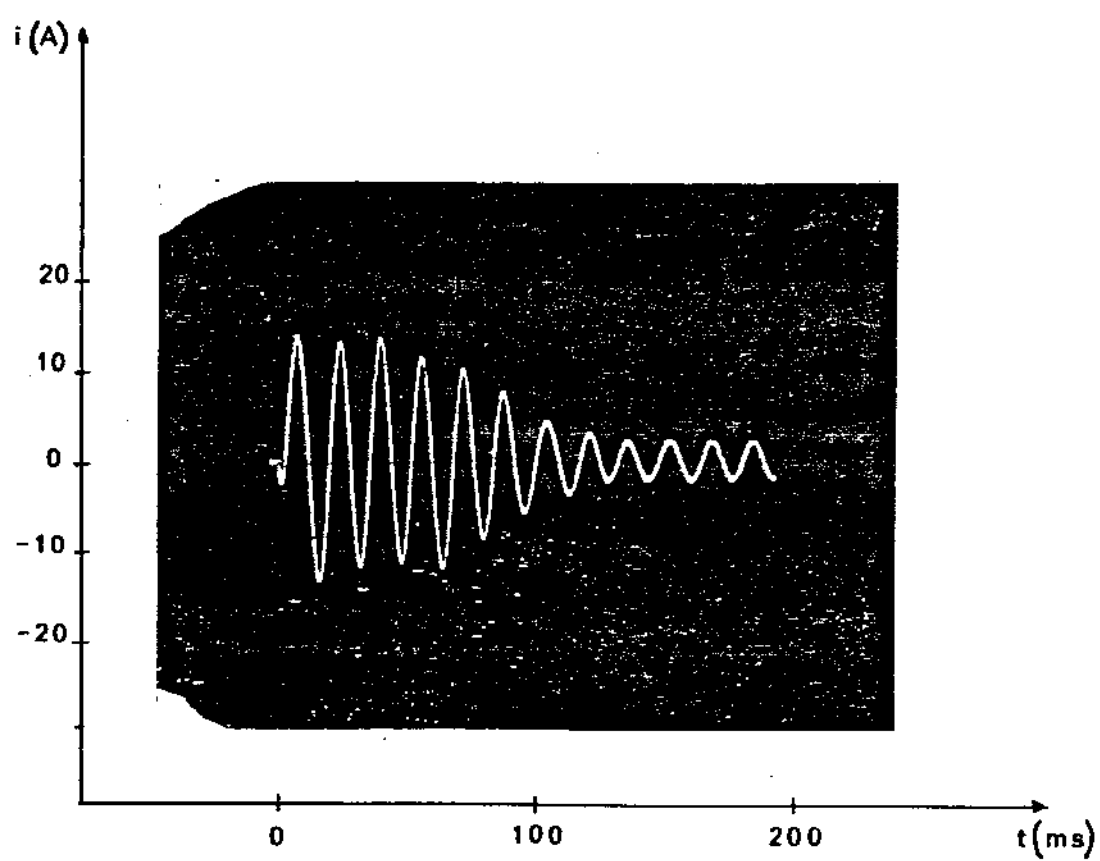


Figura 4.3 - Corrente de partida do motor de indução de 1 CV
(sistema experimental)

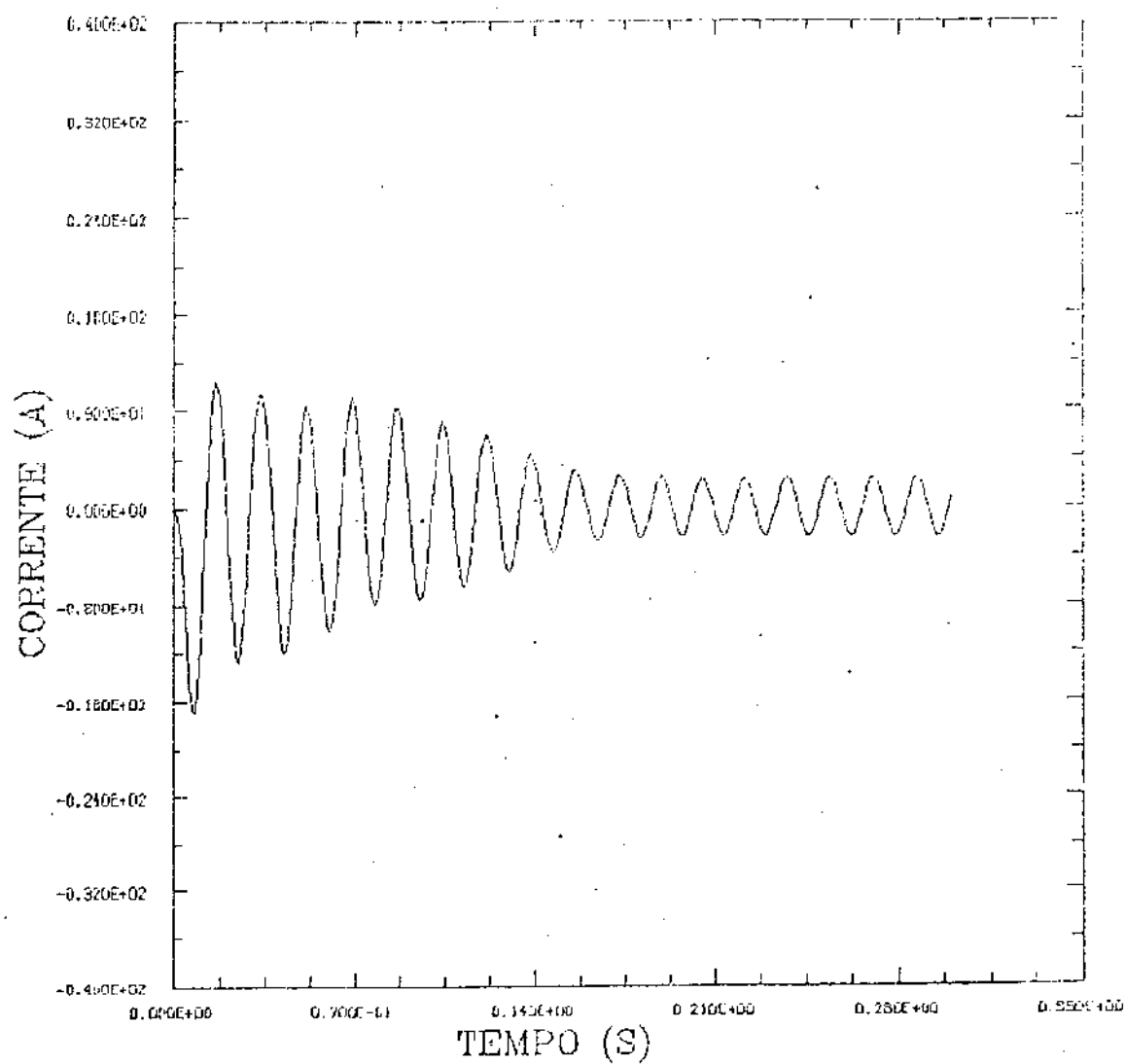


Figura 4.4 - Corrente de partida do motor de indução de 1 CV (modelo matemático dinâmico do sistema experimental)

IV.2.2 - Comparações entre as curvas de tensões nos terminais do gerador síncrono, durante as partidas dos motores, obtidas no sistema experimental e no modelo matemático dinâmico.

As tabelas 4.3 e 4.4 apresentam os valores da tensão terminal mínima do gerador e da tensão de regime permanente em percentagem da tensão nominal do gerador síncrono (220 V). Apresentam também os tempos de recuperação da tensão terminal do gerador, para a partida dos motores de indução de 1/3 CV e 1 CV no modelo experimental e no modelo matemático dinâmico do sistema experimental, respectivamente obtidos das curvas das figuras 4.5, 4.6, 4.7, 4.8.

	Sistema Experimental (Figura 4.5)	Modelo Matemático (Figura 4.6)
V_{min} (%)	70,7	68,7
V_{rp} (%)	82,9	85,9
t_{rec} (ciclos)	10	11

Tabela 4.3 - Tensão terminal do gerador síncrono durante a partida do motor de indução de 1/3 CV

	Sistema Experimental (Figura 4.7)	Modelo Matemático (Figura 4.8)
V_{min} (%)	34,2	34,3
V_{rp} (%)	68,3	72,7
t_{rec} (ciclos)	22	23

Tabela 4.4 - Tensão terminal do gerador síncrono durante a partida do motor de indução de 1 CV

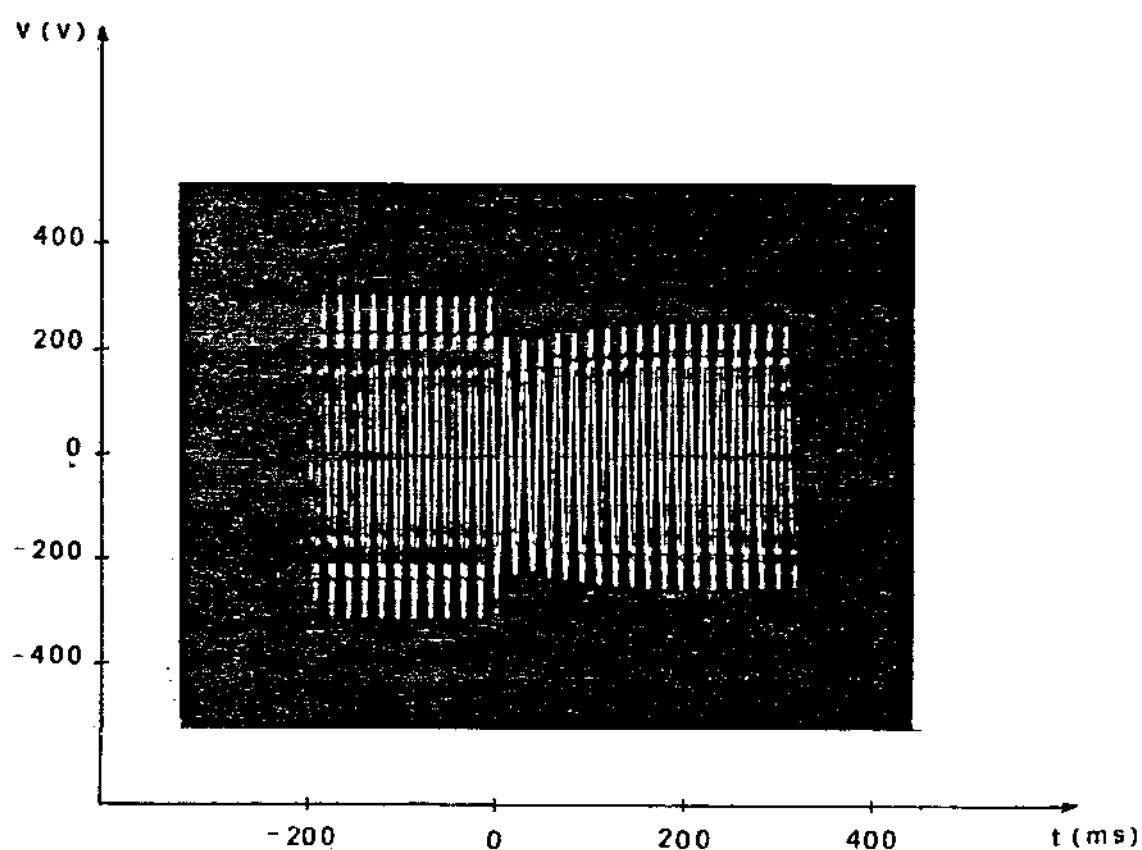


Figura 4.5 - Tensão terminal do gerador síncrono durante a partida do motor de indução de 1/3 CV (sistema experimental)

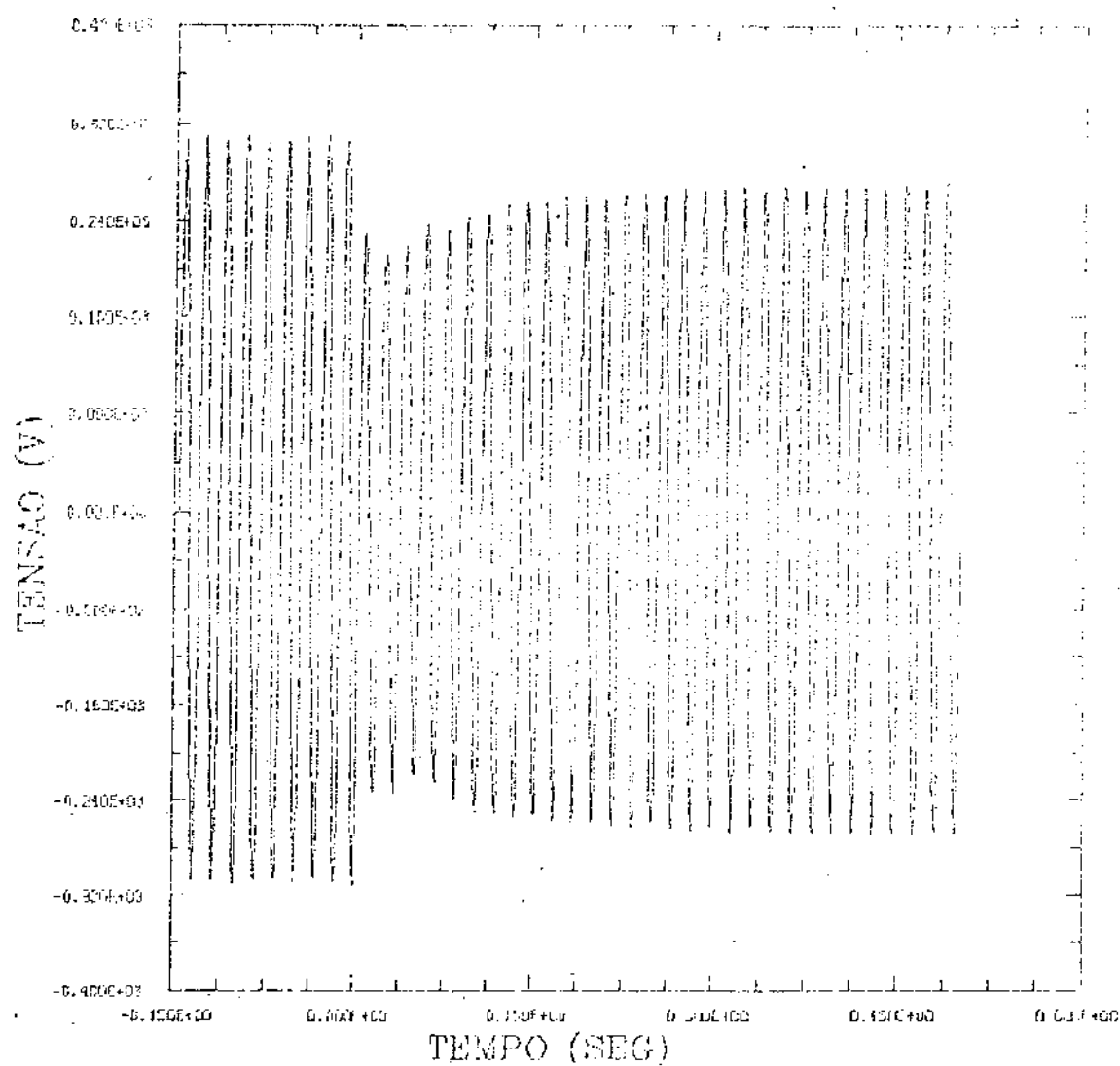


Figura 4.6 - Tensão terminal do gerador síncrono durante a partida do motor de indução de 1/3 CV (modelo matemático dinâmico do sistema experimental)

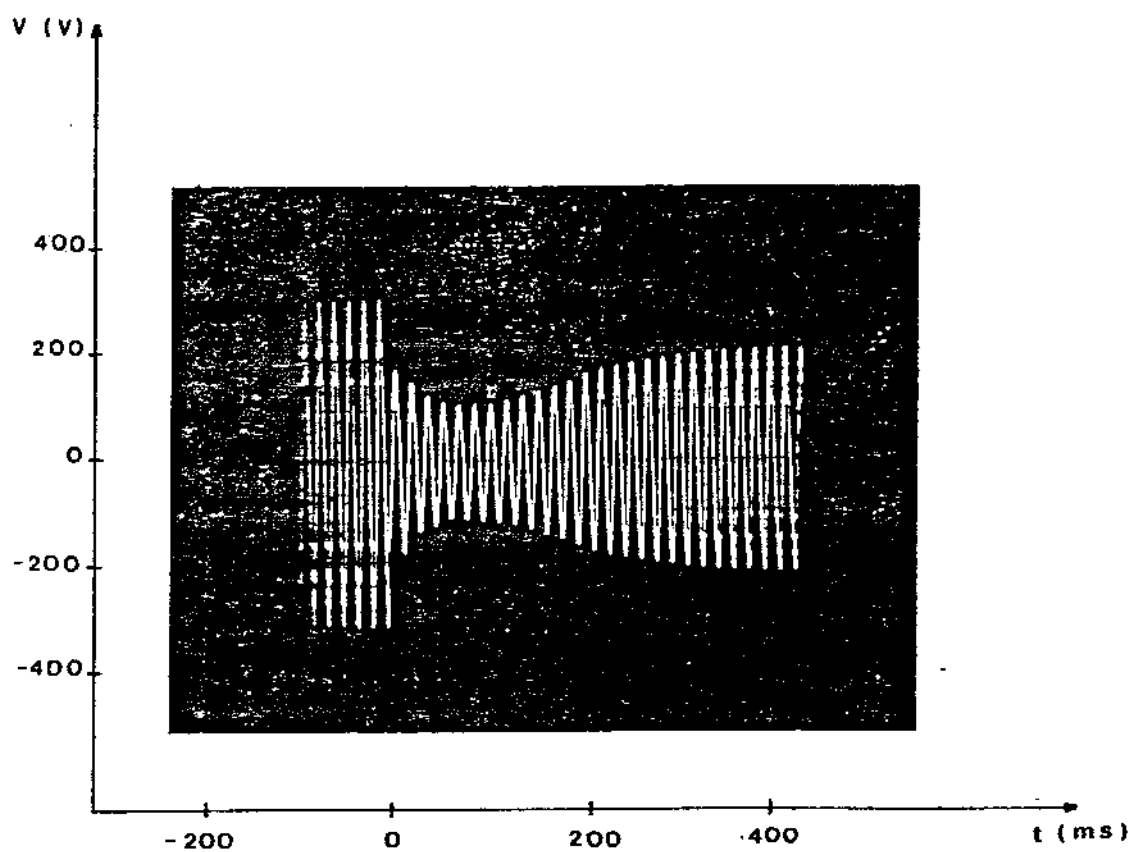


Figura 4.7 - Tensão terminal do gerador síncrono durante a partida do motor de indução de 1 CV (sistema experimental)

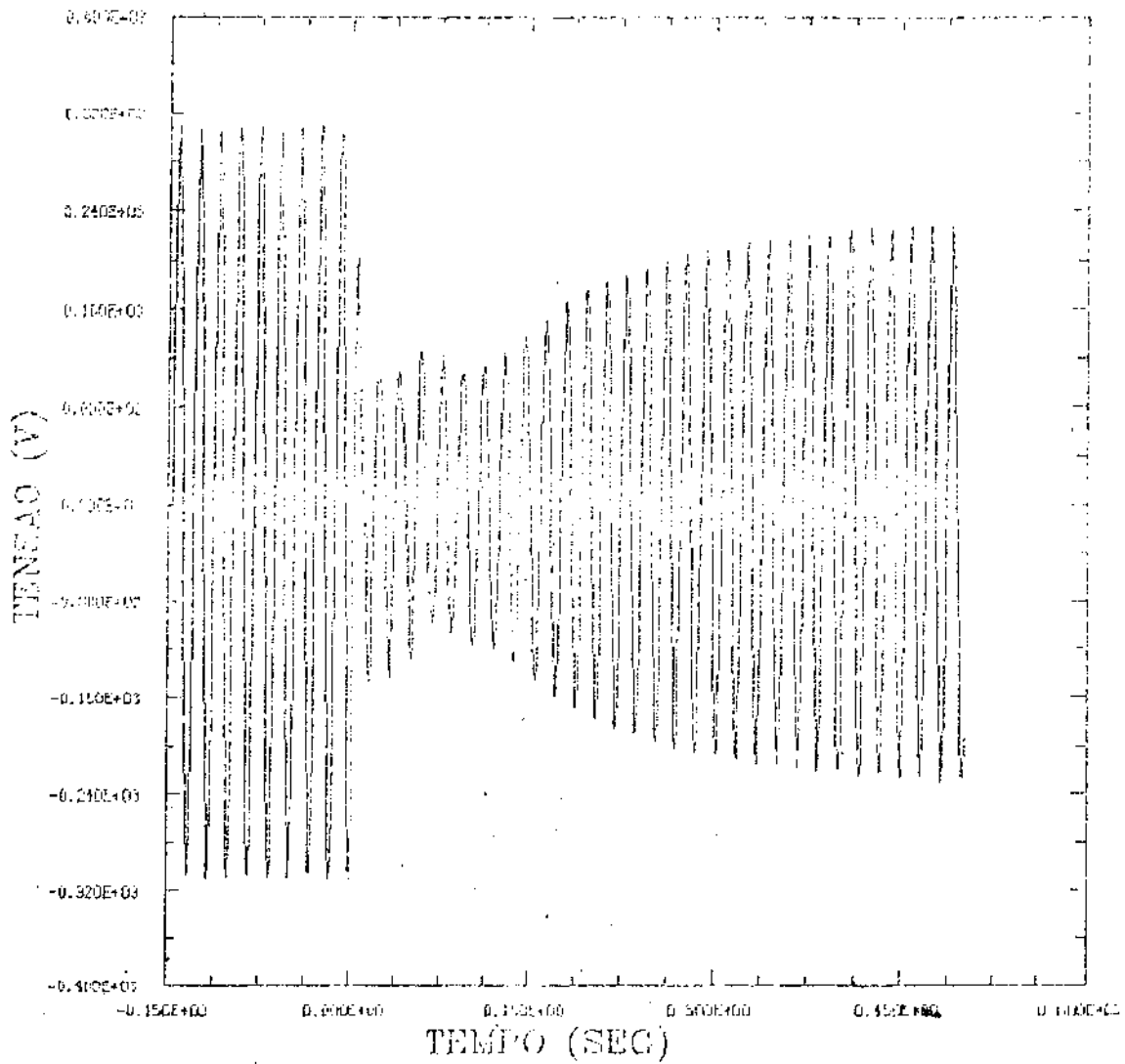


Figura 4.8 - Tensão terminal do gerador síncrono durante a partida do motor de indução de 1 CV (modelo matemático dinâmico do sistema experimental)

IV.2.3 - Comparações entre as curvas das correntes de campo do gerador síncrono, durante as partidas dos motores, obtidas no sistema experimental e no modelo matemático dinâmico.

As tabelas 4.5 e 4.6 apresentam os valores de pico da corrente de campo do gerador síncrono e o tempo de recuperação da corrente durante as partidas dos motores de indução de 1/3 CV e de 1 CV no sistema experimental e no modelo matemático dinâmico do sistema experimental, respectivamente obtidos das curvas das figuras 4.9, 4.10, 4.11 e 4.12.

	Sistema Experimental (Figura 4.9)	Modelo Matemático (Figura 4.10)
$I_{f_{max}}$ ()	510	500
t_{rec} (ms)	80,0	81,3

Tabela 4.5 - Corrente de campo do gerador síncrono durante a partida do motor de indução de 1/3 CV

	Sistema Experimental (Figura 4.11)	Modelo Matemático (Figura 4.12)
$I_{f_{max}}$ (mA)	670	720
t_{rec} (ciclos)	460	460

Tabela 4.6 - Corrente de campo do gerador síncrono durante a partida do motor de indução de 1 CV

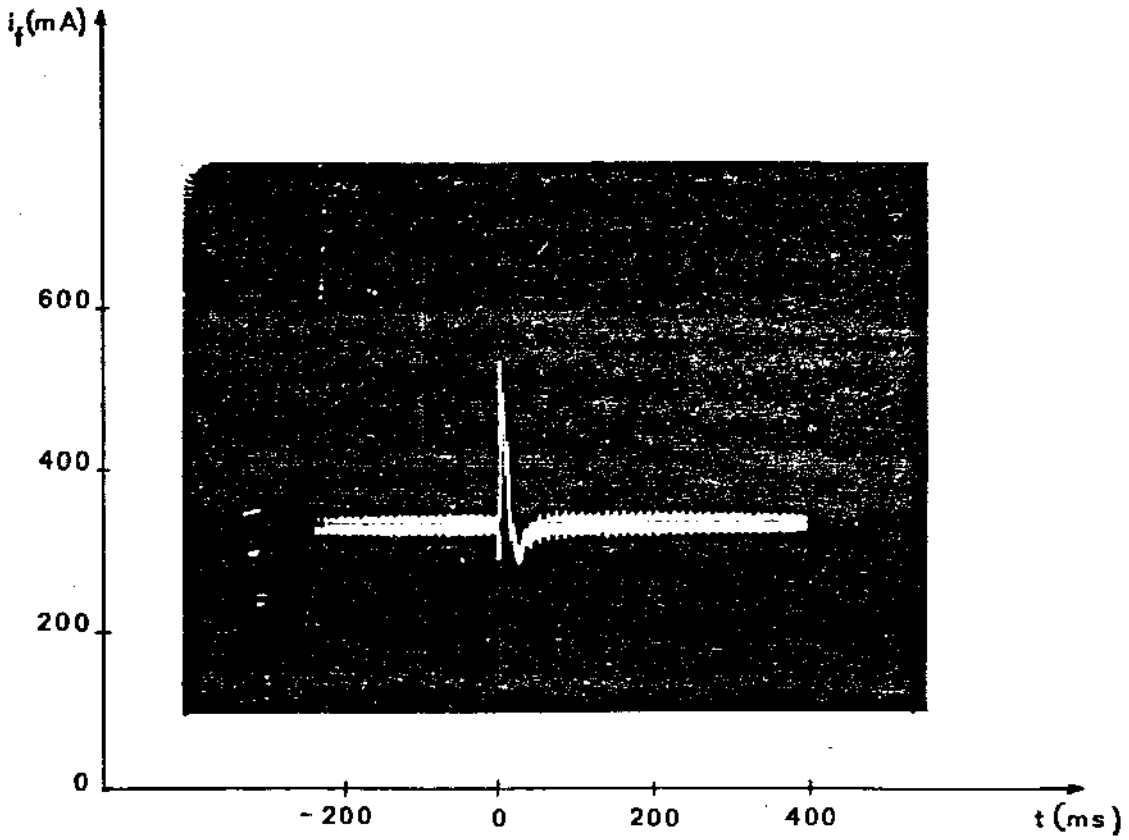


Figura 4.9 - Corrente de campo do gerador síncrono durante a partida do motor de indução de 1/3 CV (sistema experimental)

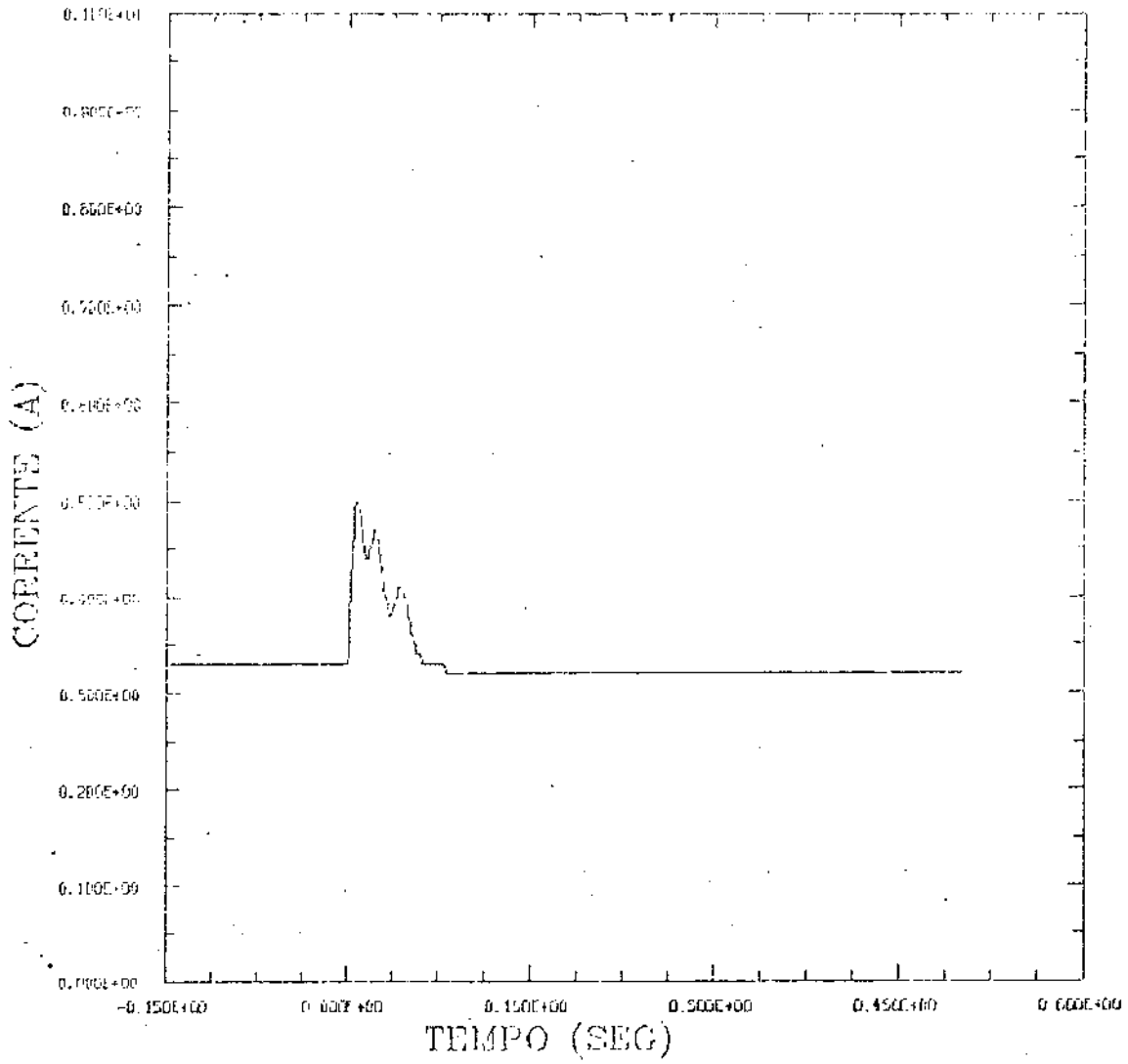


Figura 4.10 - Corrente de campo do gerador síncrono durante a partida do motor de indução de 1/3 CV (modelo matemático dinâmico)

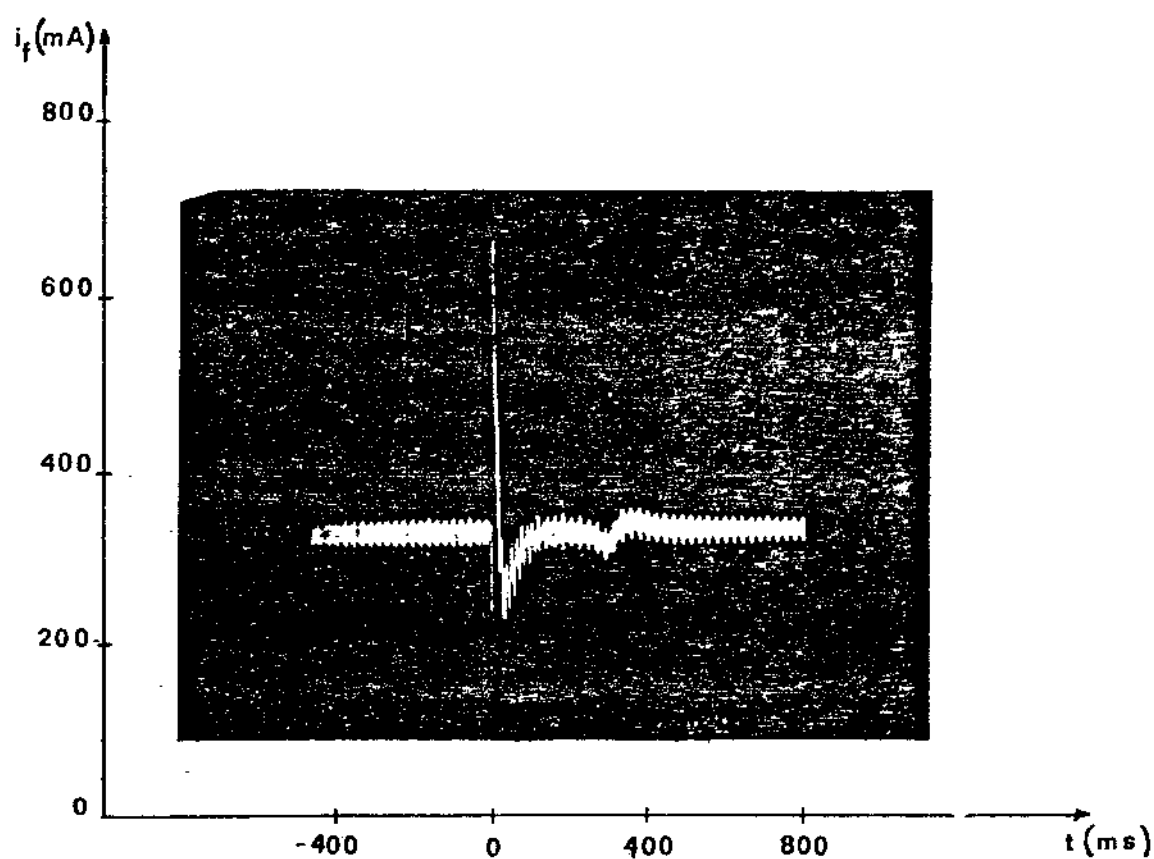


Figura 4.11 - Corrente de campo do gerador síncrono durante a partida do motor de indução de 1 CV (sistema experimental)

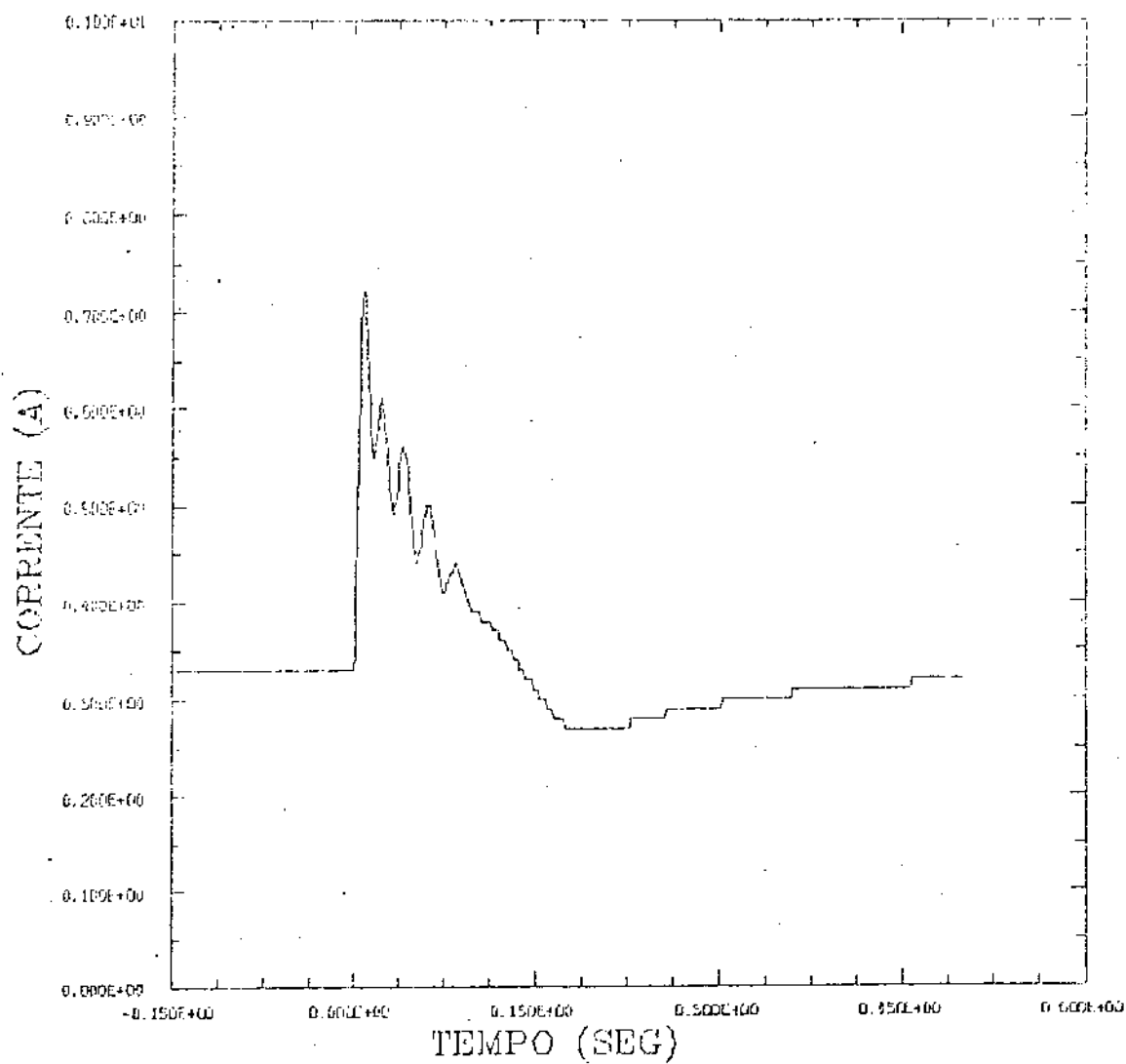


Figura 4.12 - Corrente de campo do gerador síncrono durante a partida do motor de indução de 1 CV (modelo matemático dinâmico)

Através das comparações feitas entre os valores obtidos no sistema experimental e no modelo matemático dinâmico pode-se observar a boa precisão do modelo apresentado tanto em situação de aplicação súbita de carga normal (partida do motor de indução de 1/3 CV com potência aparente de partida aproximadamente igual a 130% da potência aparente nominal do gerador) como diante de aplicação súbita de carga pesada (partida do motor de 1 CV com potência aparente de partida aproximadamente igual a 400% da potência aparente nominal do gerador).

IV.3 - Modelo matemático dinâmico do sistema

As figuras 4.13 e 4.14 mostram as curvas da rotação do motor de corrente contínua em função do tempo, obtidas do modelo matemático dinâmico do sistema experimental durante a partida dos motores de indução de 1/3 CV e 1 CV respectivamente.

Observa-se variações muito pequenas de rotação em relação à rotação síncrona; 3% para a partida do motor de 1/3 CV e 5% para o motor de 1 CV.

Dessa forma, pode-se ignorar, no modelo, o acionador do gerador e considerar a rotação ω_s constante e igual à rotação síncrona do gerador. Com isso pode-se eliminar as equações (III.139) e (III.147) do item III.4. Este novo modelo será chamado de **modelo matemático dinâmico do sistema**, e a solução numérica de suas equações produzem curvas muito próximas das obtidas no modelo anterior como se pode observar nas figuras 4.15 a 4.20 que correspondem às curvas das figuras 4.2, 4.4, 4.6, 4.8, 4.10 e 4.12 obtidas com o modelo matemático dinâmico do sistema experimental.

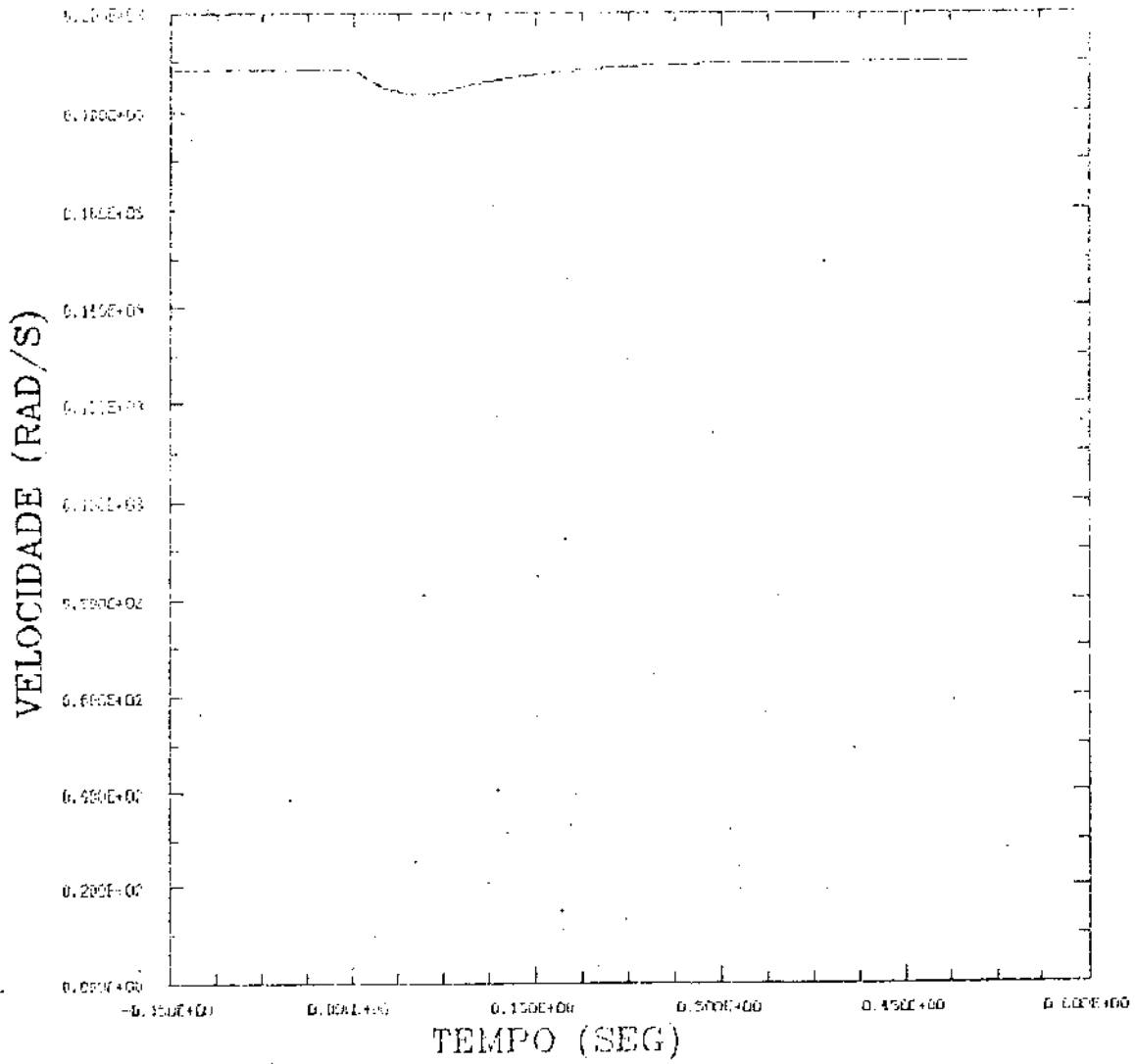


Figura 4.13 - Velocidade do motor de corrente contínua em função do tempo durante a partida do motor de indução de 1/3 CV

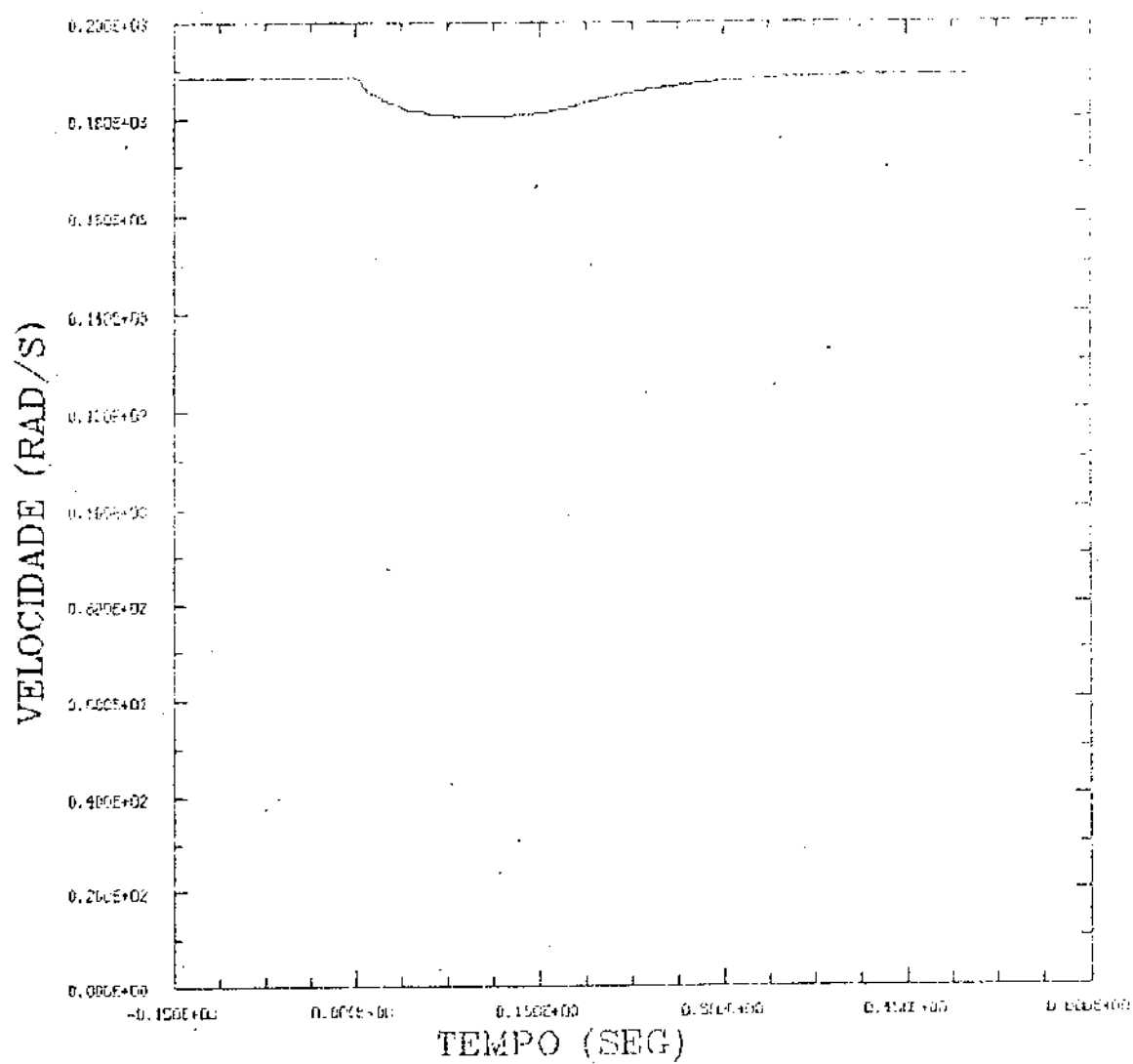


Figura 4.14 - Velocidade do motor de corrente contínua em função do tempo durante a partida do motor de indução de 1 CV

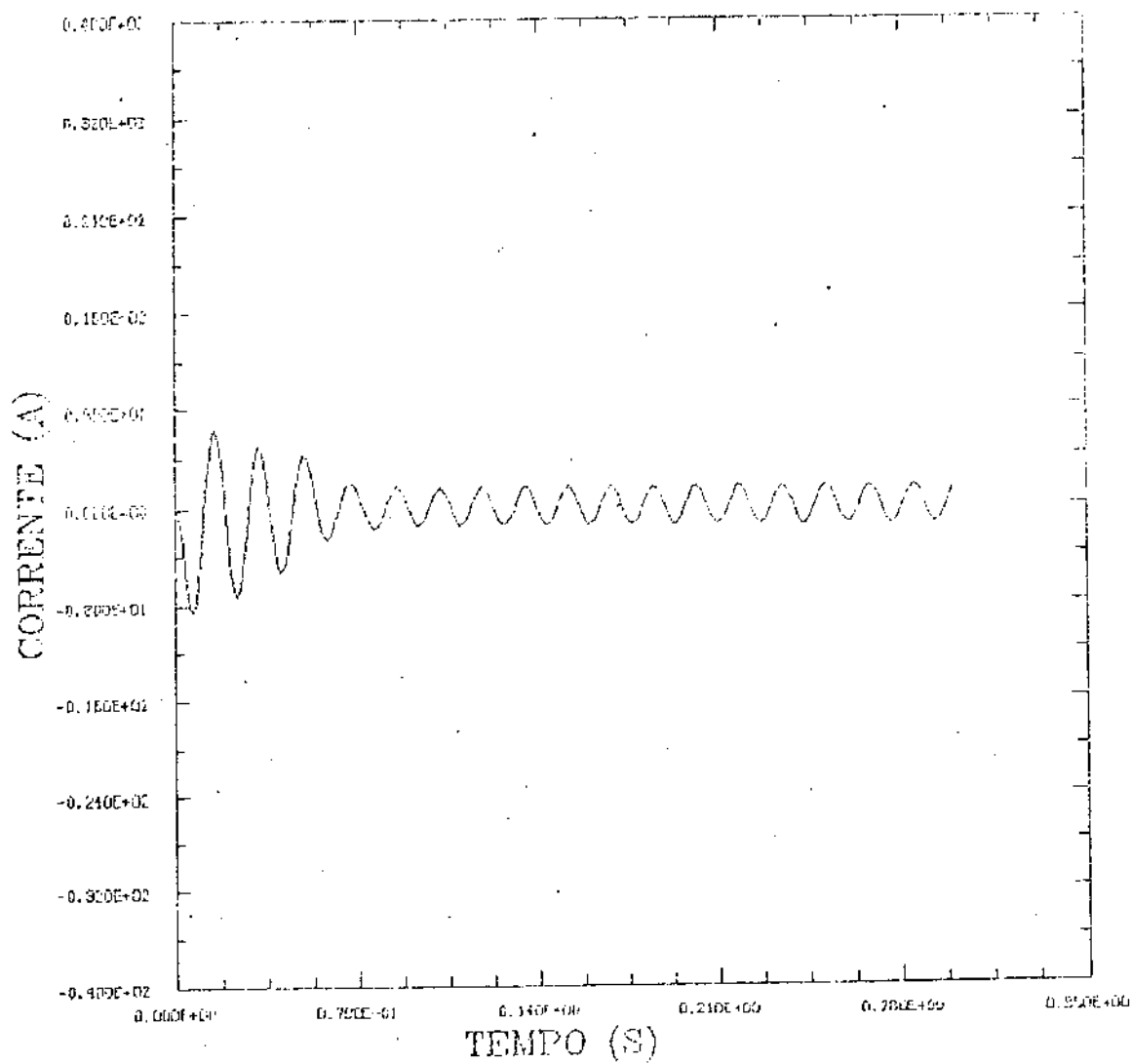


Figura 4.15 - Corrente de partida do motor de indução de 1/3 CV
(modelo matemático dinâmico do sistema)

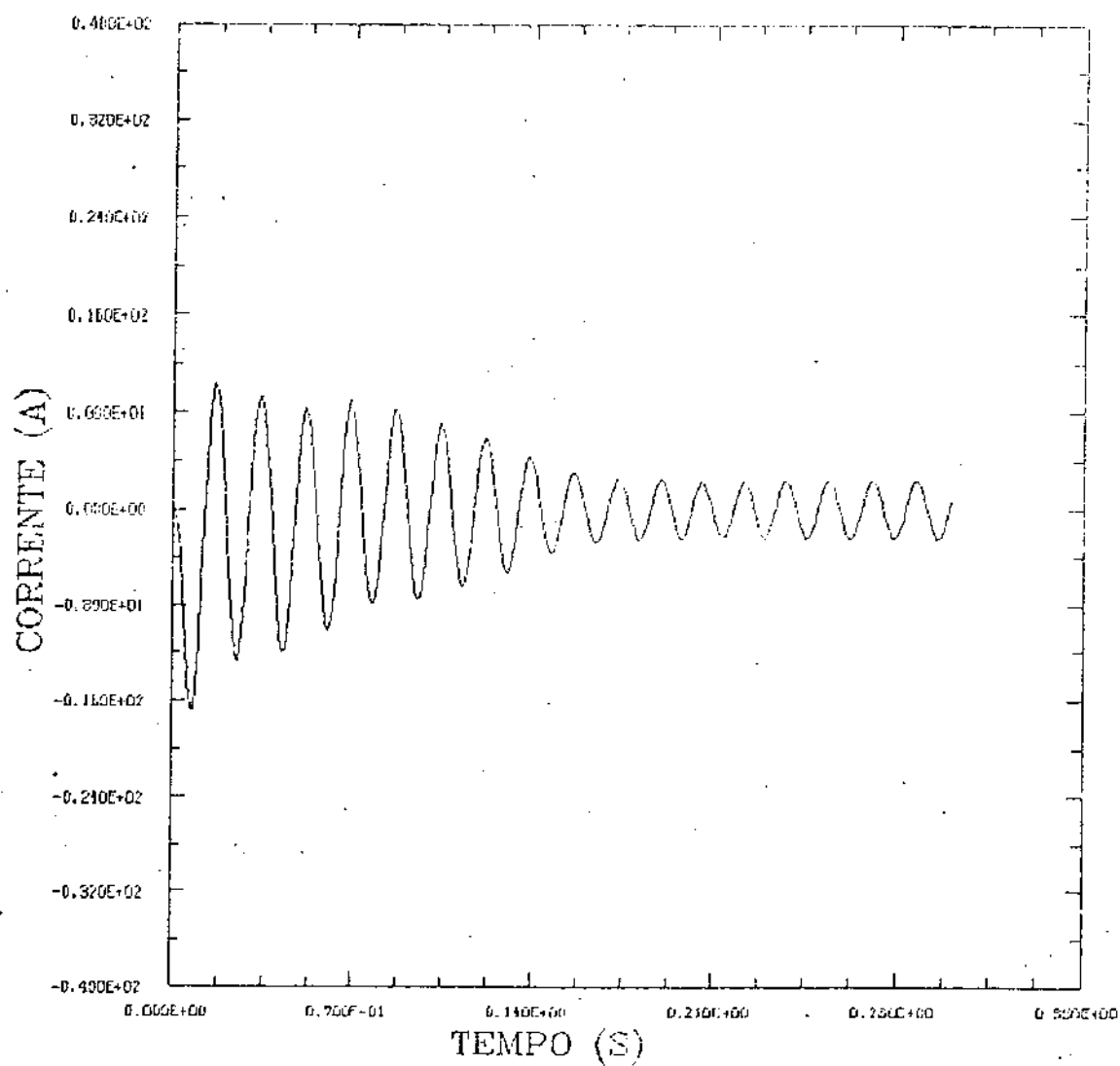


Figura 4.16 - Corrente de partida do motor de indução de 1 CV
(modelo matemático dinâmico do sistema)

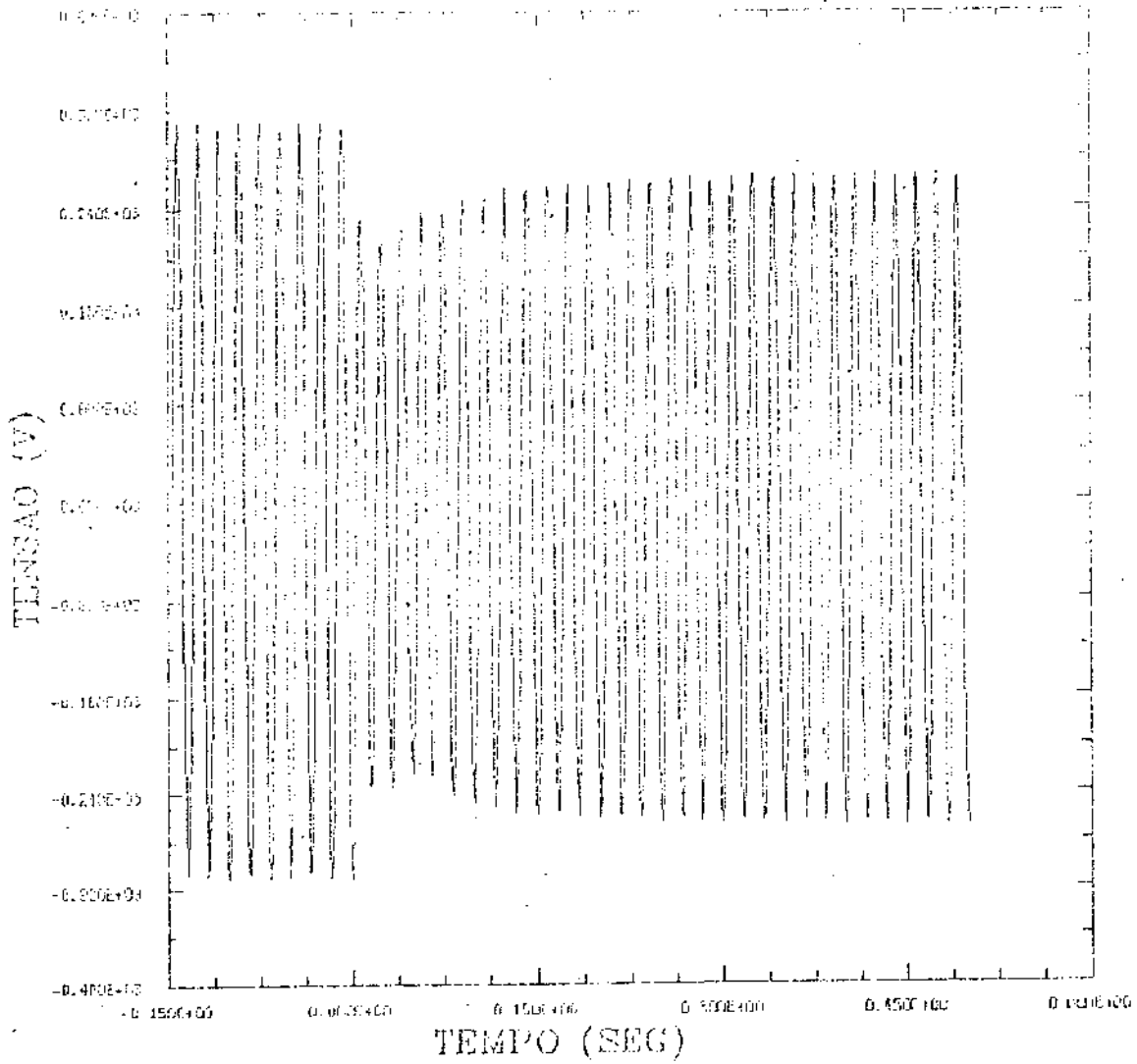


Figura 4.17 - Tensão terminal do gerador síncrono durante a partida do motor de indução de 1/3 CV (modelo matemático dinâmico do sistema)

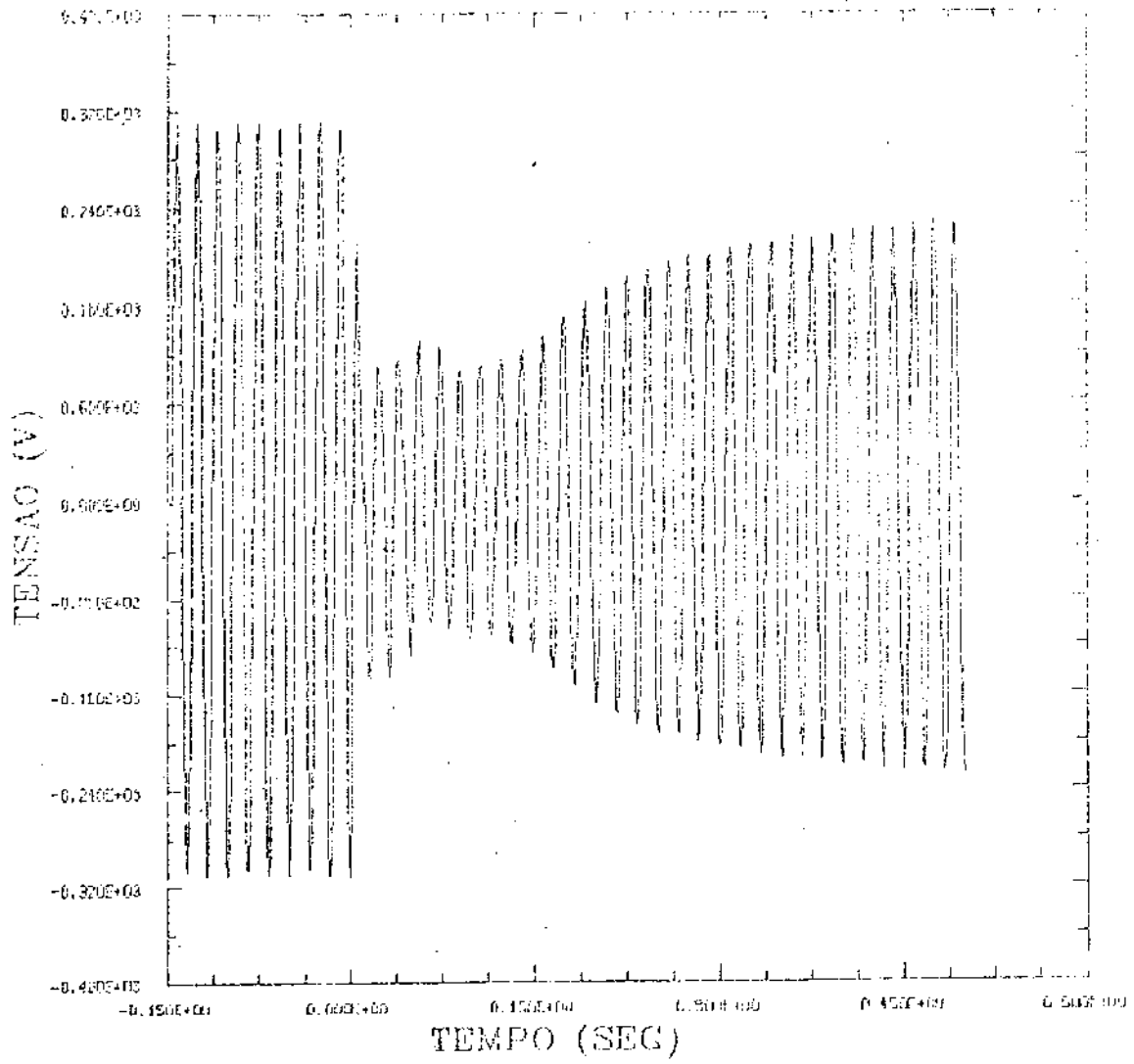


Figura 4.18 - Tensão terminal do gerador síncrono durante a partida do motor de indução de 1 CV (modelo matemático dinâmico do sistema)

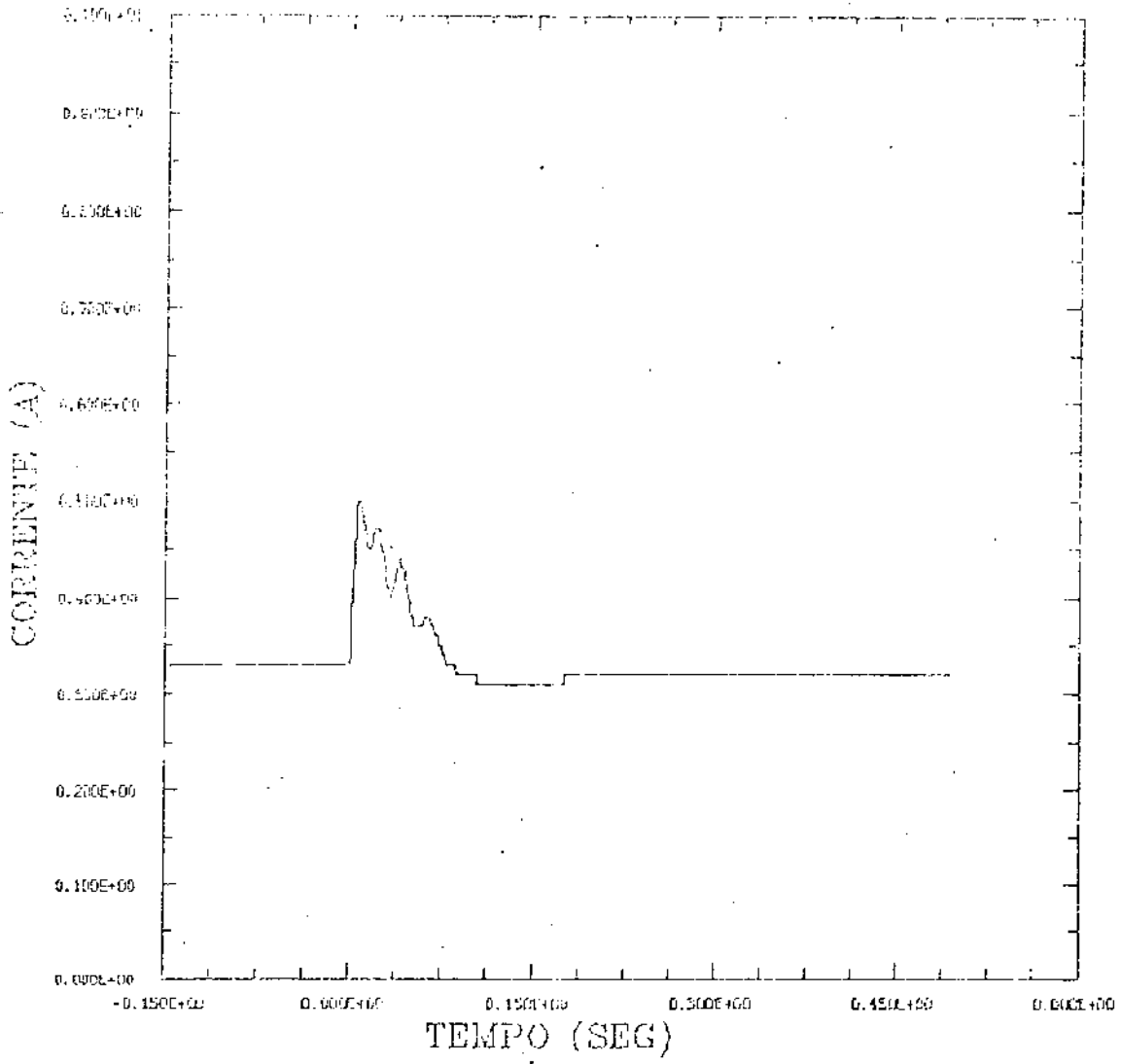


Figura 4.19 - Corrente de campo do gerador síncrono durante a partida do motor de indução de 1/3 CV (modelo matemático dinâmico do sistema)

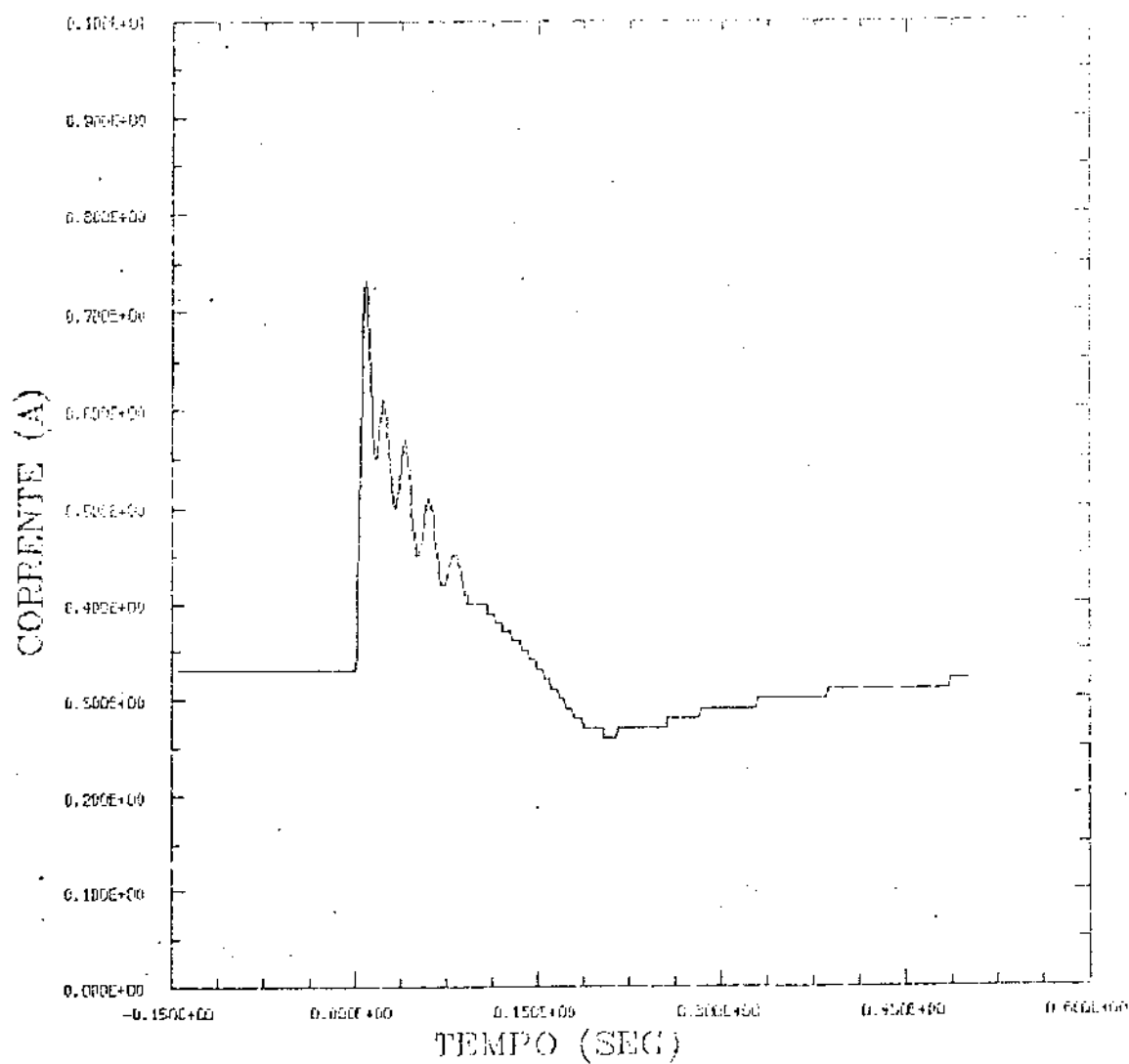


Figura 4.20 - Corrente de campo do gerador síncrono durante a partida do motor de indução de 1 CV (modelo matemático dinâmico do sistema)

Dessa maneira pode-se reescrever as equações do modelo matemático dinâmico do sistema como segue:

$$\begin{aligned}
 p i_{d1} = & \left(\frac{1}{C_1} \right) [(r_s + r_1) L_{11} i_{d1} - (v_f - r_f i_f) L_{11} \frac{M_f}{L_{ff}} + \\
 & - \omega_s (L_{11} + L_q) L_{11} i_{q1} + (\omega_s - \omega_r) M_{12}^2 i_{q1} - \\
 & r_2' M_{12} i_{d2}' - \omega_r M_{12} L_{11} i_{q2}'] \quad (IV.1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 p i_{q1} = & \left(\frac{1}{C_2} \right) [(r_s + r_1) L_{11} i_{q1} - \omega_s M_f L_{11} i_f + \\
 & \omega_s (L_{11} + L_d) L_{11} i_{d1} - (\omega_s - \omega_r) M_{12}^2 i_{d1} + \\
 & - r_2' M_{12} i_{q2}' + \omega_r M_{12} L_{11} i_{d2}'] \quad (IV.2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 p i_{d2}' = & \left(\frac{1}{C_1} \right) [-(r_s + r_1) M_{12} i_{d1} + (v_f - r_f i_f) M_{12} \frac{M_f}{L_{ff}} + \\
 & \omega_s (L_{11} + L_q) M_{12} i_{q1} + \omega_s M_{12}^2 i_{q2}' + \\
 & - \left[\frac{3}{2} \frac{M_f^2}{L_{ff}} - (L_{11} + L_d) \right] (\omega_r - \omega_s) M_{12} i_{q1} + \\
 & r_2' i_{d2}' - (\omega_s - \omega_r) L_{11} i_{q2}'] \quad (IV.3)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 p i_{q2}' = & \left(\frac{1}{C_2} \right) [-(r_s + r_1) M_{12} i_{q1} - \omega_s (L_{11} + L_q) M_{12} i_{d1} + \\
 & \omega_s M_f M_{12} i_f - \omega_s M_{12}^2 i_{d2}' + r_2' i_{q2}' + \\
 & (L_{11} + L_q) (\omega_s - \omega_r) M_{12} i_{d1} + \\
 & (\omega_s - \omega_r) L_{11} i_{d2}'] \quad (IV.4)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 p i_f = & \left(\frac{1}{C_4} \right) (C_3 (r_f i_f - v_f) - \frac{3}{2} M_f [(r_s + r_1) L_{11} i_{d1} + \\
 & - \omega_s (L_{11} + L_q) L_{11} i_{q1} + (\omega_s - \omega_r) M_{12}^2 i_{q2}' + \\
 & - r_2' M_{12} i_{d2}' - \omega_r M_{12} L_{11} i_{q2}']) \quad (IV.5)
 \end{aligned}$$

$$p \omega_r = \left(\frac{1}{J_1} \right) \left[\frac{3}{2} \frac{P}{2} M_{12} (i_{q1} i_{d2}' - i_{d1} i_{q2}') - T_{c2} \right] \quad (IV.6)$$

onde :

$$C_1 = \frac{3}{2} \frac{M_f^2}{L_{ff}} L_{11} + M_{12}^2 - (L_{11} + L_d) L_{11} \quad (IV.7)$$

$$C_2 = M_{12}^2 - L_{11} (L_{11} + L_q) \quad (IV.8)$$

$$C_3 = M_{12}^2 - L_{11} (L_{11} + L_d) \quad (IV.9)$$

$$C_4 = - \left(\frac{3}{2} L_{11} M_f^2 + C_3 L_{ff} \right) \quad (IV.10)$$

Capítulo V - Aplicação do modelo matemático dinâmico do sistema

V.1 - Introdução

Utilizando o modelo matemático dinâmico do sistema elaborou-se um estudo de sensibilidade da tensão terminal do gerador e do conjugado eletromagnético do motor de indução a variações das indutâncias do motor de indução (L_1 e L_m) e do gerador síncrono (L_d e L_{ff}).

Variações de $\pm 10\%$ foram feitas nestas indutâncias em relação aos valores medidos para as máquinas do sistema experimental.

As curvas das figuras 5.1 à 5.9 mostram a tensão terminal do gerador enquanto as das figuras 5.19 à 5.23 mostram o conjugado motor em função do tempo, durante a partida do motor de indução de 1/3 CV.

As curvas das figuras 5.10 à 5.18 e 5.24 à 5.28 mostram as mesmas grandezas anteriores durante a partida do motor de indução de 1 CV.

V.2 - Estudo de sensibilidade da tensão terminal do gerador a variações de indutância do gerador e do motor

As tabelas 5.1 e 5.2 mostram as quedas máximas de tensão terminal do gerador durante as partidas dos motores de 1/3 CV e de 1 CV respectivamente quando variações de $\pm 10\%$ são feitas em L_1 , L_m , L_d , L_{ff} , separadamente, mantendo-se os outros parâmetros constantes e iguais aos medidos para as máquinas.

Observa-se, nestas tabelas, que variações nas indutâncias do motor alteram muito pouco a tensão terminal do gerador durante a partida do motor. Por outro lado variações nas indutâncias do gerador afetam bastante a tensão terminal do gerador.

Variação nos Parâmetros	$\Delta V_{\max}$ (%)	t_{rec} (ciclos)	V_{final} (%)	Figura
Normal	30,6	12	85,7	5.1
$L_1 \times 1.1$	30,6	12	85,7	5.2
$L_1 / 1.1$	31,0	12	84,8	5.3
$L_m \times 1.1$	31,0	12	85,8	5.4
$L_m / 1.1$	31,0	12	84,8	5.5
$L_d \times 1.1$	37,0	12	83,8	5.6
$L_d / 1.1$	25,5	12	87,8	5.7
$L_{ff} \times 1.1$	33,7	12	84,8	5.8
$L_{ff} / 1.1$	27,6	12	85,7	5.9

Tabela 5.1 - Quedas máximas de tensão terminal do gerador e tempo de recuperação da tensão terminal durante a partida do motor de 1/3 CV em função da variação dos parâmetros

Variação nos Parâmetros	V_{max} (%)	t_{rec} (ciclos)	V_{final} (%)	Figura
Normal	65,3	24	72,7	5.10
$L_1 \times 1.1$	65,3	24	72,7	5.11
$L_1 / 1.1$	65,3	28	73,7	5.12
$L_m \times 1.1$	64,3	28	75,0	5.13
$L_m / 1.1$	64,3	28	73,4	5.14
$L_d \times 1.1$	73,7	30	71,4	5.15
$L_d / 1.1$	58,6	24	75,8	5.16
$L_{ff} \times 1.1$	66,4	28	73,4	5.17
$L_{ff} / 1.1$	61,2	28	74,5	5.18

Tabela 5.2 - Quedas máximas de tensão terminal do gerador e tempo de recuperação da tensão terminal durante a partida do motor de 1 CV em função da variação dos parâmetros

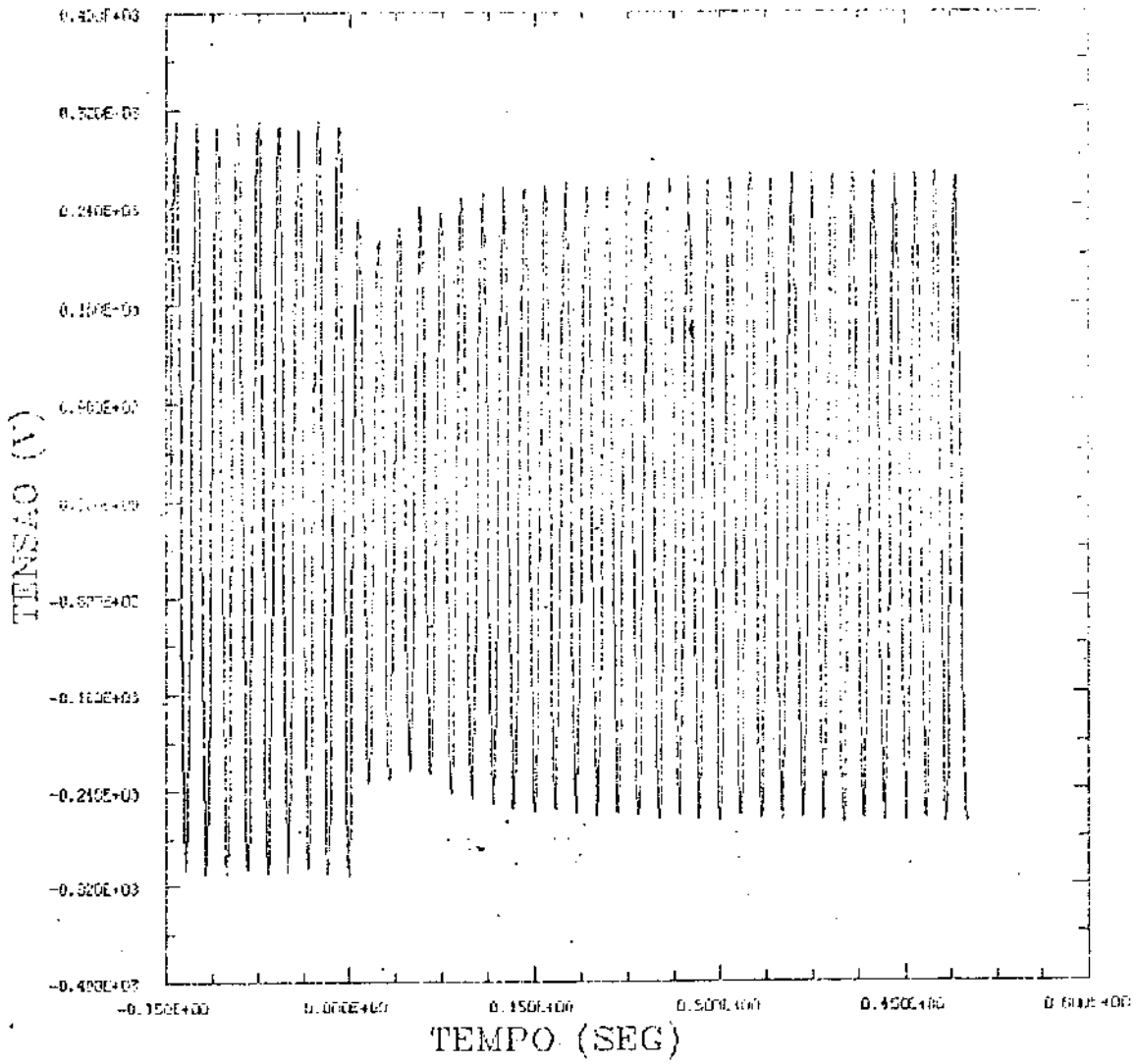


Figura 5.1 - Tensão terminal do gerador durante a partida do motor de indução de 1/3 CV

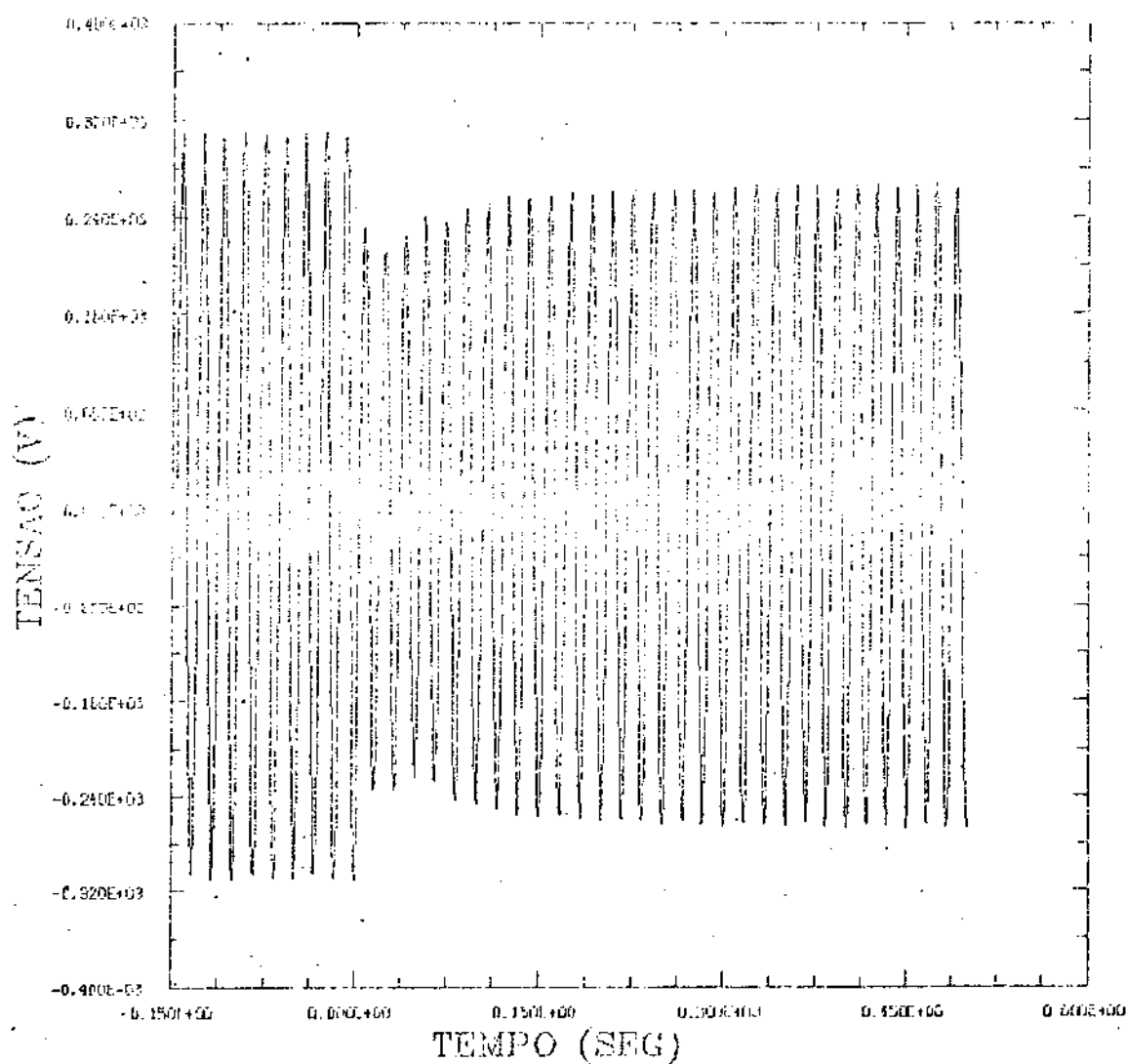


Figura 5.2 - Tensão terminal do gerador durante a partida do motor de indução de 1/3 CV (variação em L_1 de +10%)

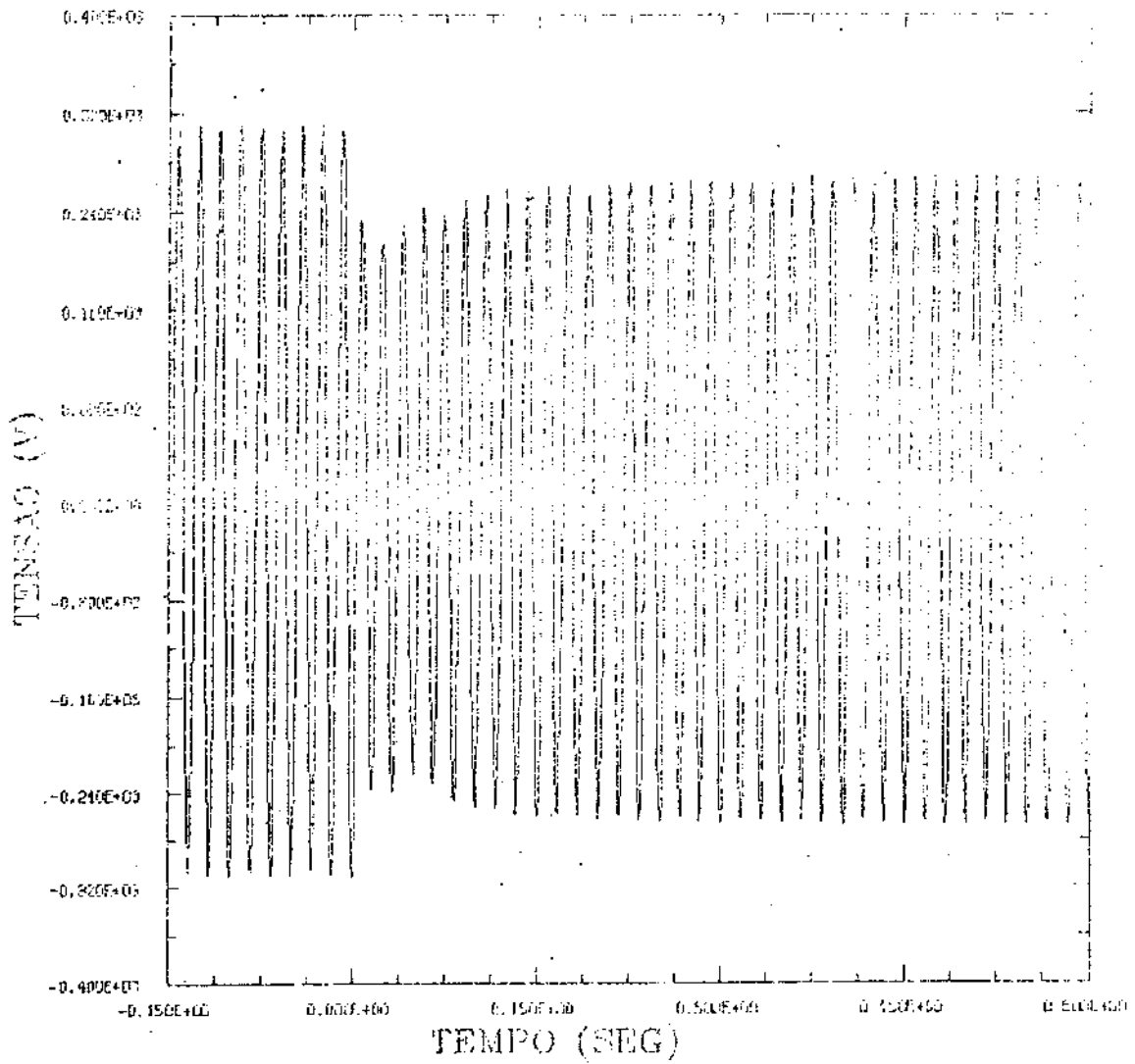


Figura 5.3 - Tensão terminal do gerador durante a partida do motor de indução de 1/3 CV (variação em L_1 de -10%)

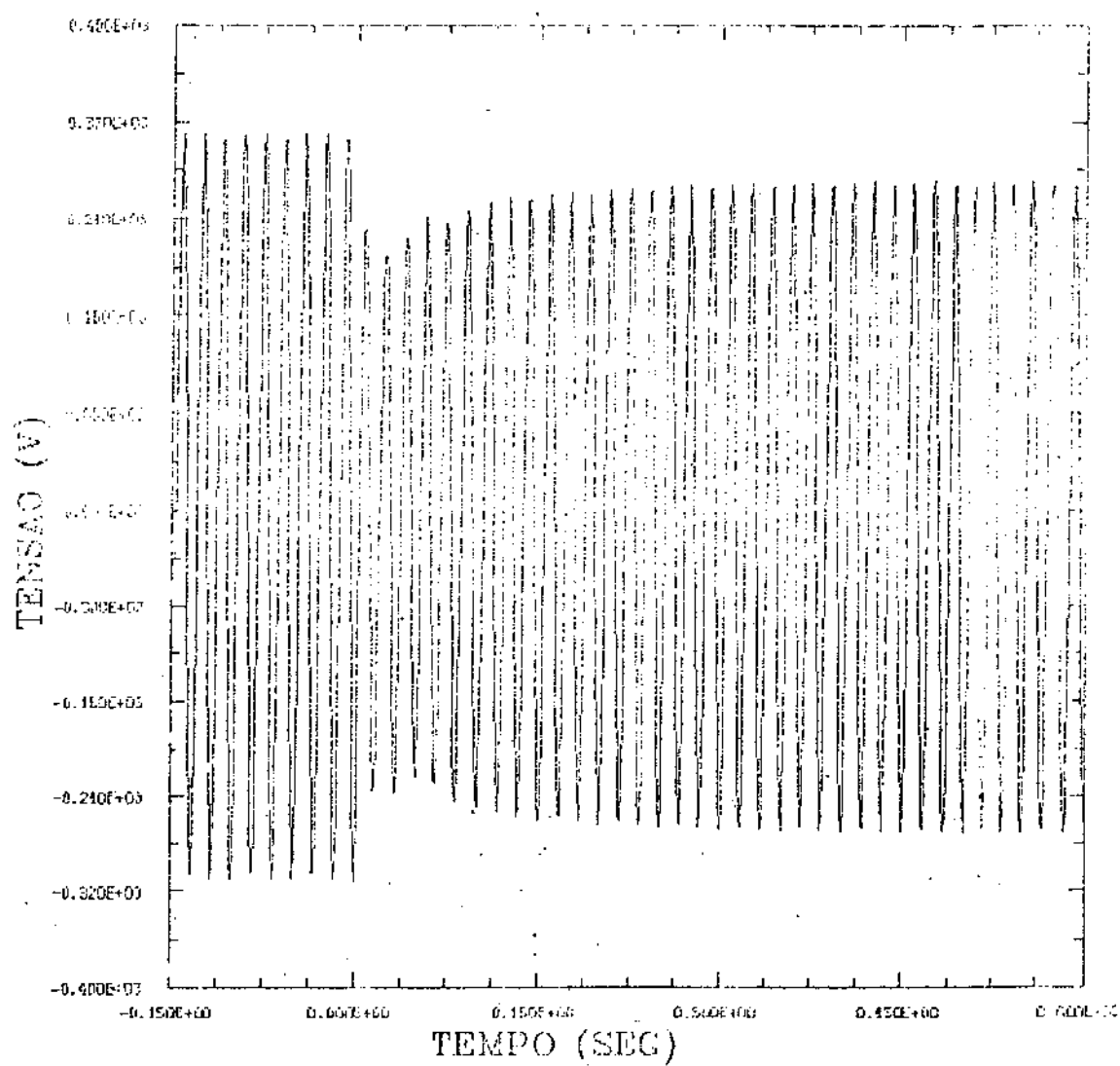


Figura 5.4 - Tensão terminal do gerador durante a partida do motor de indução de 1/3 CV (variação em L_m de +10%)

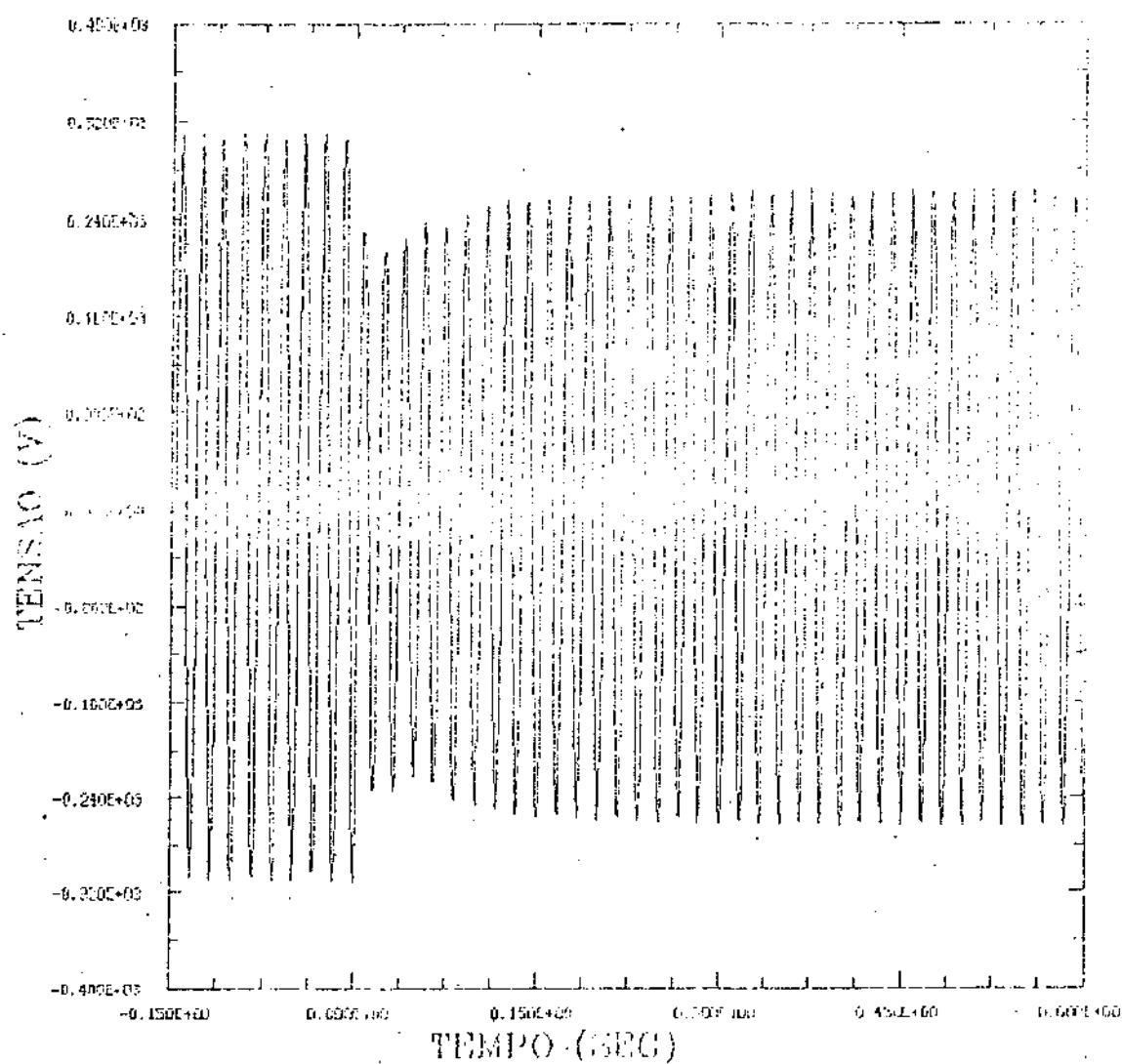


Figura 5.5 - Tensão terminal do gerador durante a partida do motor de indução de 1/3 CV (variação em L_m de -10%)

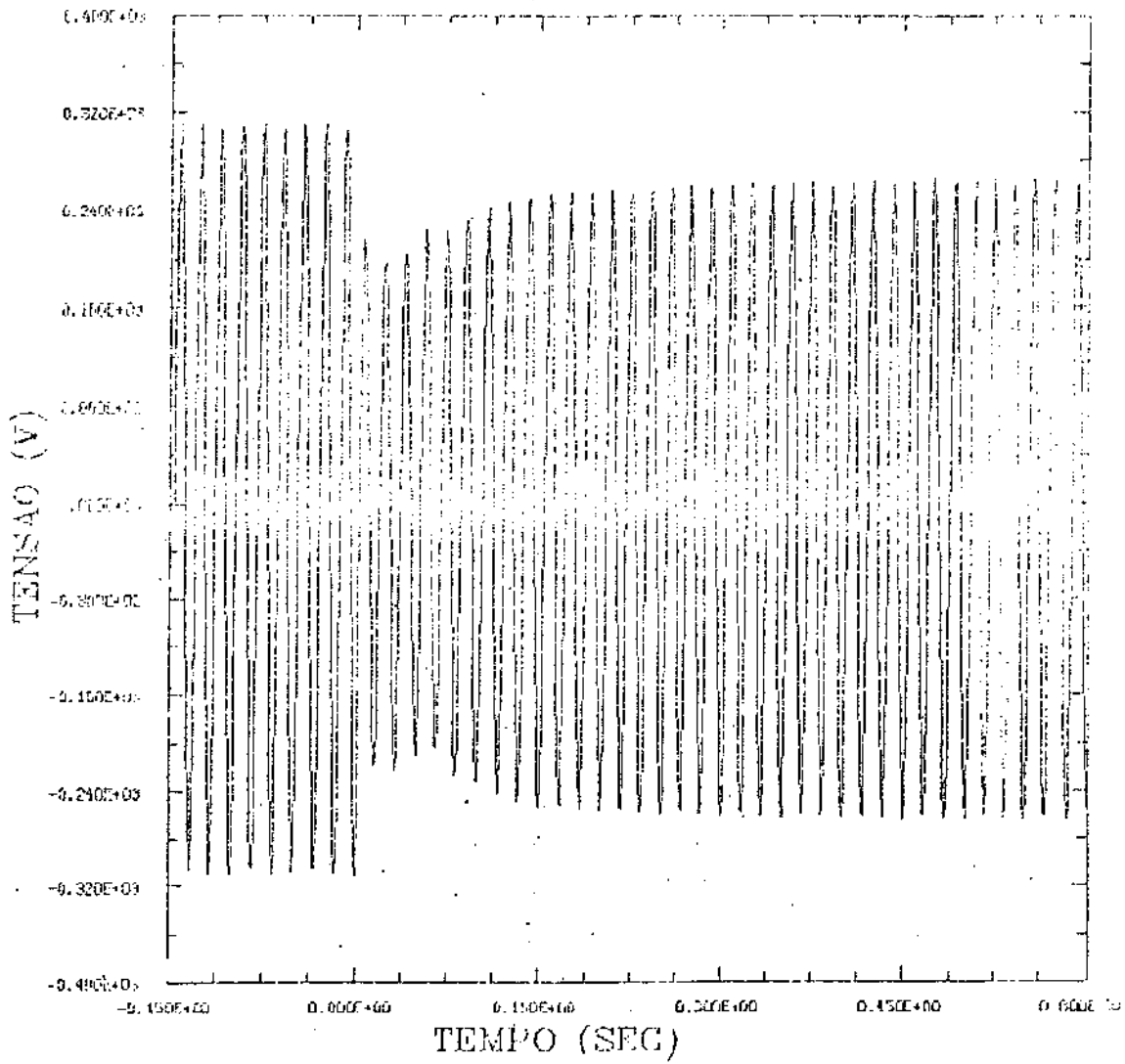


Figura 5.6 - Tensão terminal do gerador durante a partida do motor de indução de 1/3 CV (variação em L_d de +10%)

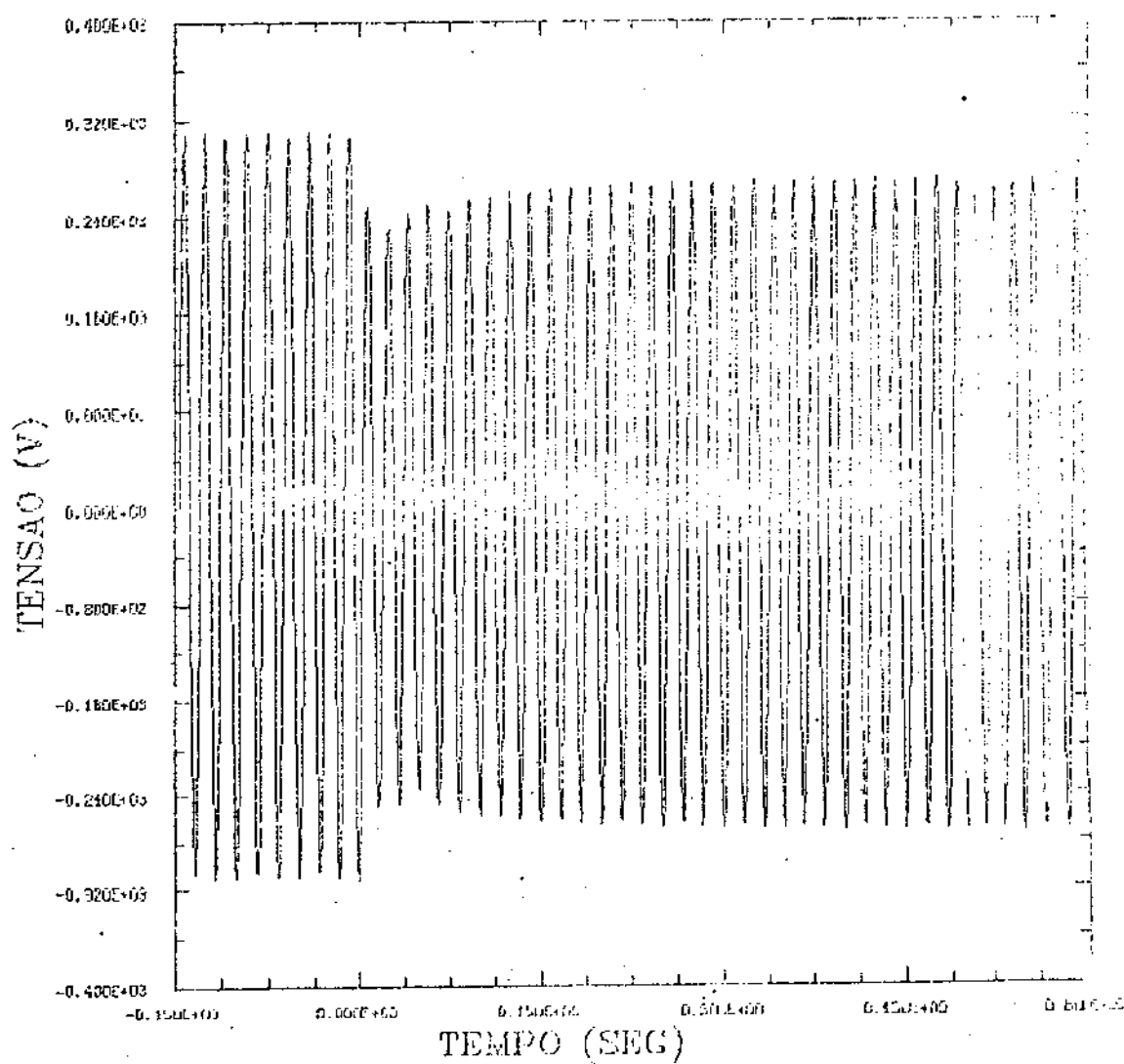


Figura 5.7 - Tensão terminal do gerador durante a partida do motor de indução de 1/3 CV (variação em L_d de -10%)

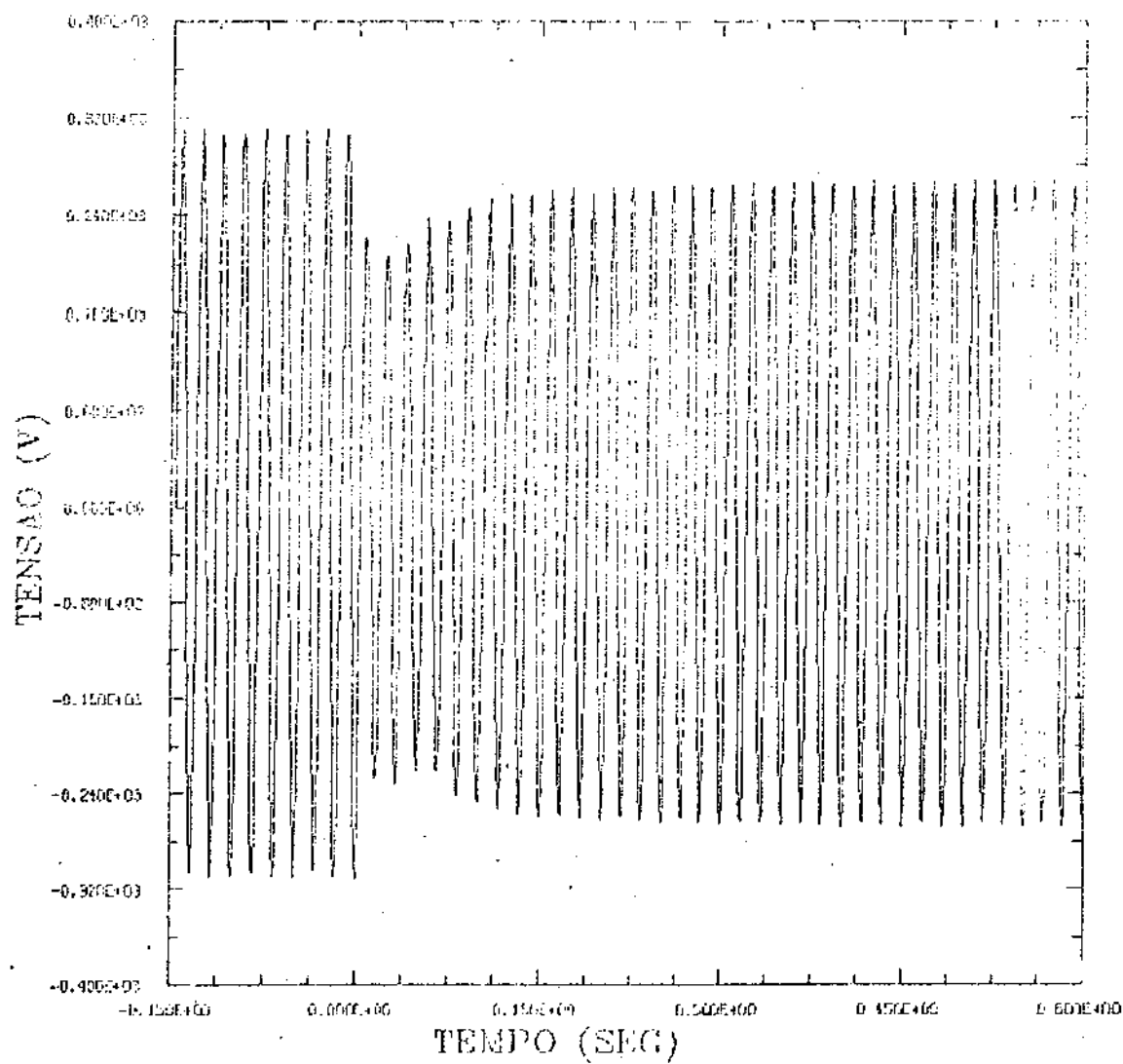


Figura 5.8 - Tensão terminal do gerador durante a partida do motor de indução de 1/3 CV (variação em L_{ff} de +10%)

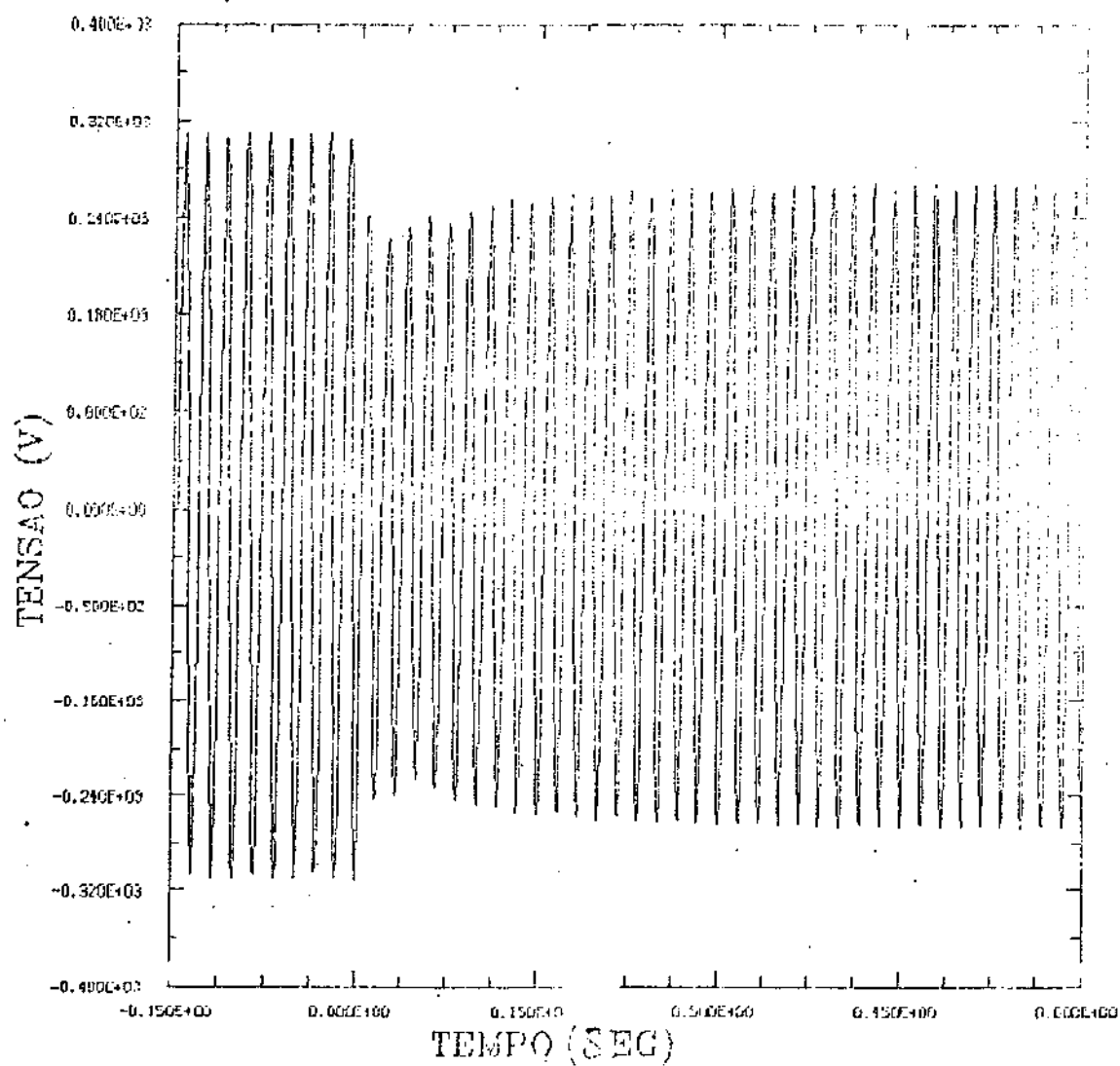


Figura 5.9 - Tensão terminal do gerador durante a partida do motor de indução de 1/3 CV (variação em L_{ff} de -10%)

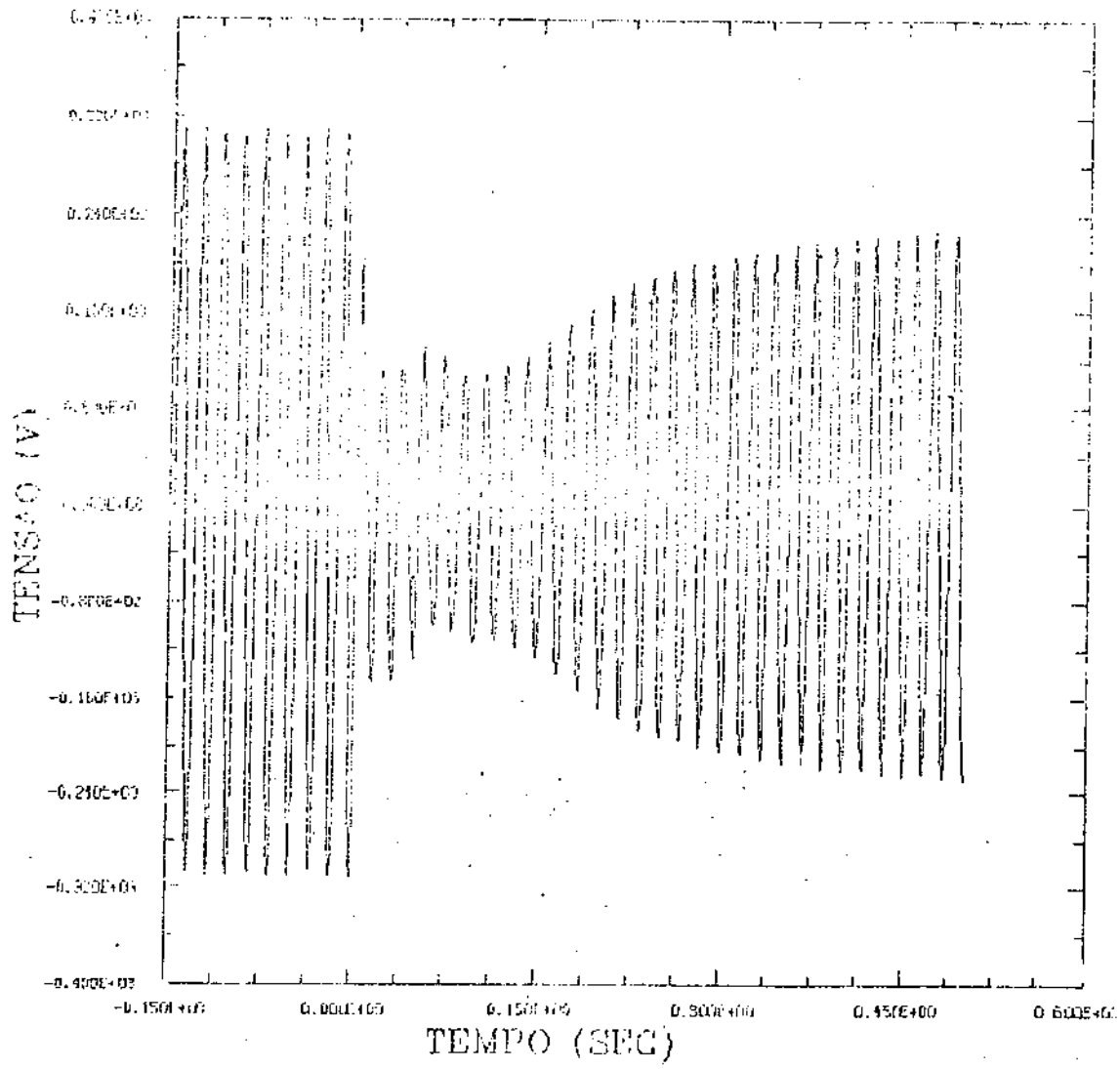


Figura 5.10 - Tensão terminal do gerador durante a partida do motor de indução de 1 CV

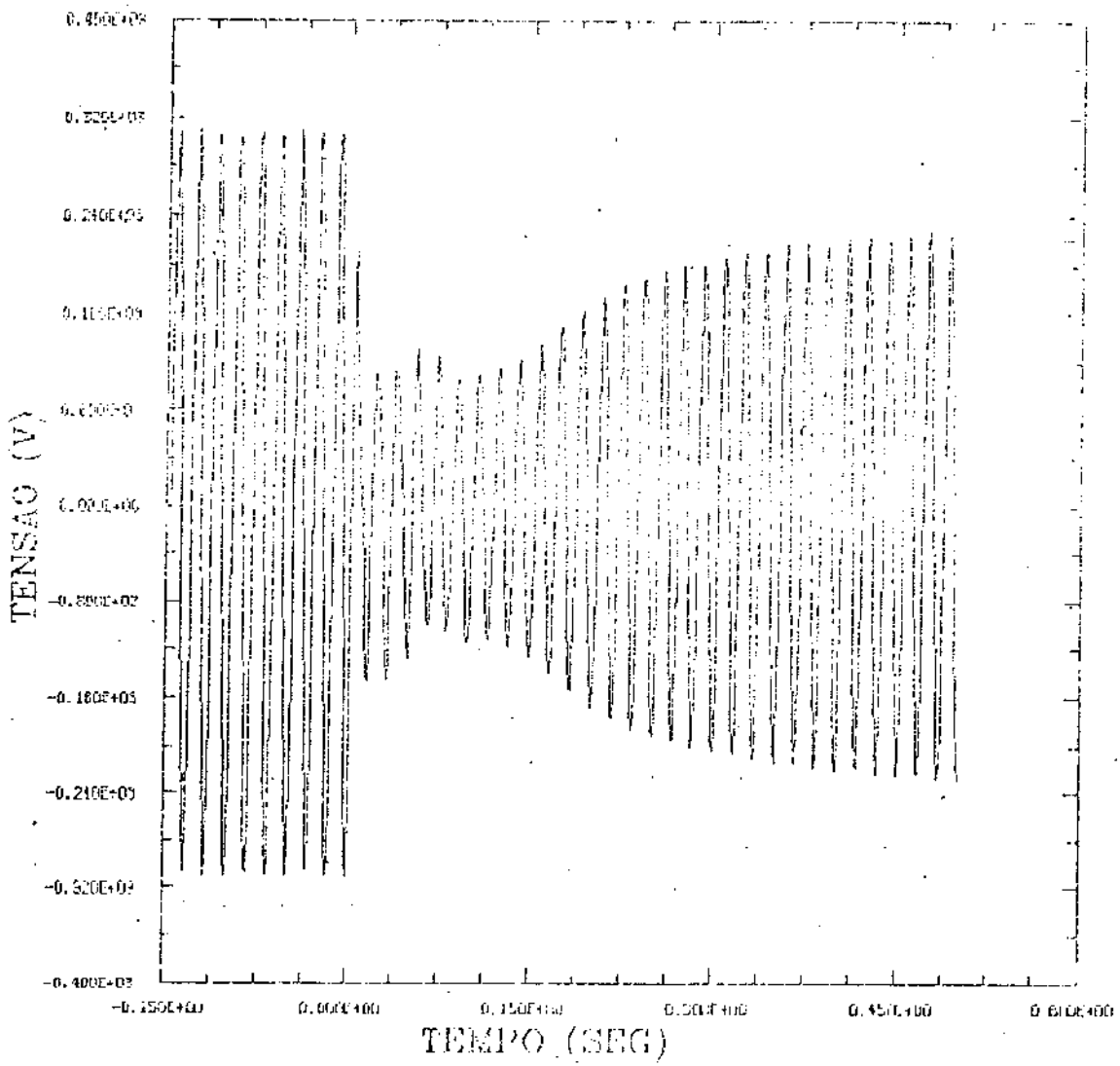


Figura 5.11 - Tensão terminal do gerador durante a partida do motor de indução de 1 CV (variação em L_1 de +10%)

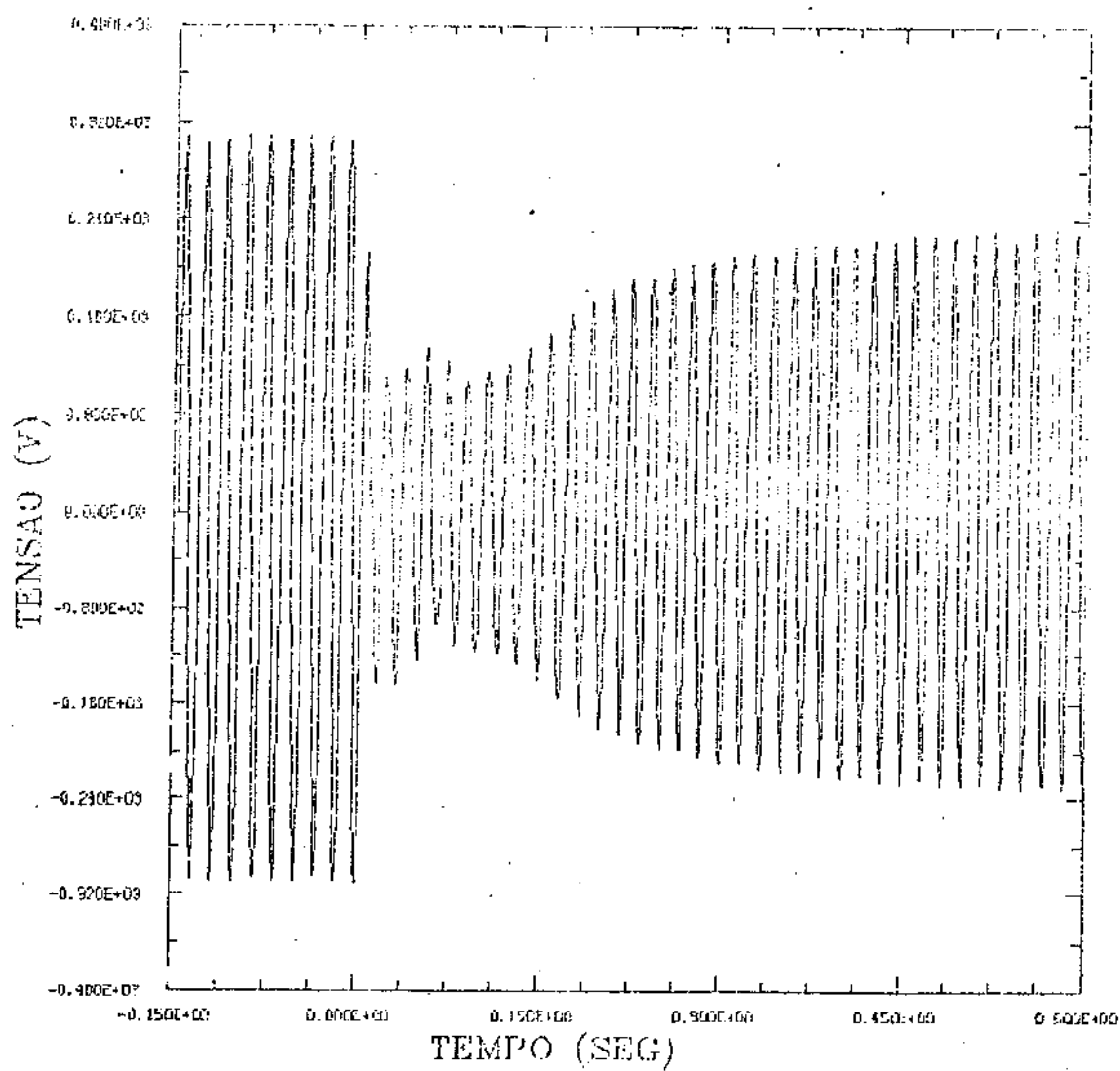


Figura 5.12 - Tensão terminal do gerador durante a partida do motor de indução de 1 CV (variação em L_1 de -10%)

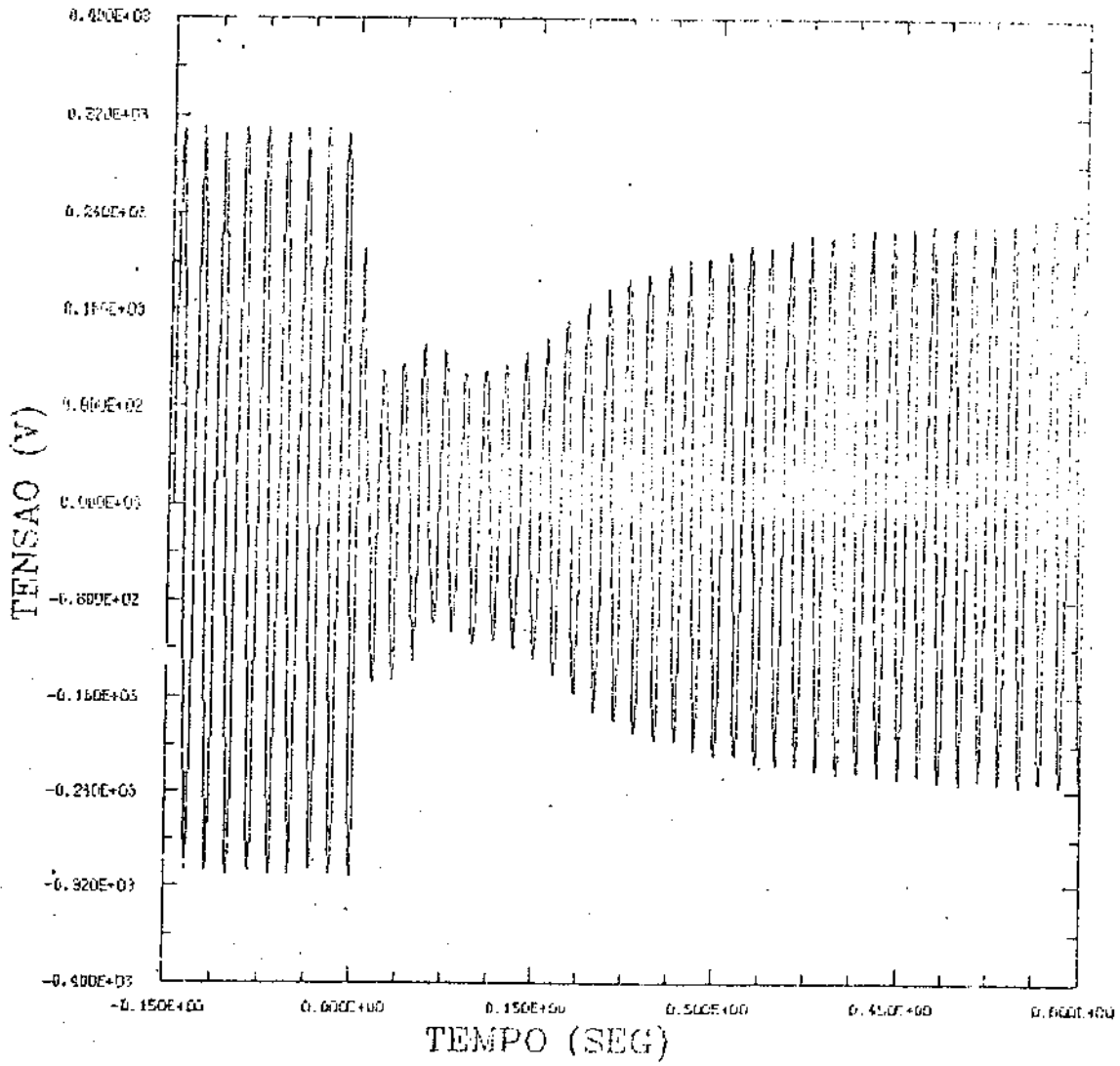


Figura 5.13 - Tensão terminal do gerador durante a partida do motor de indução de 1 CV (variação em L_m de +10%)

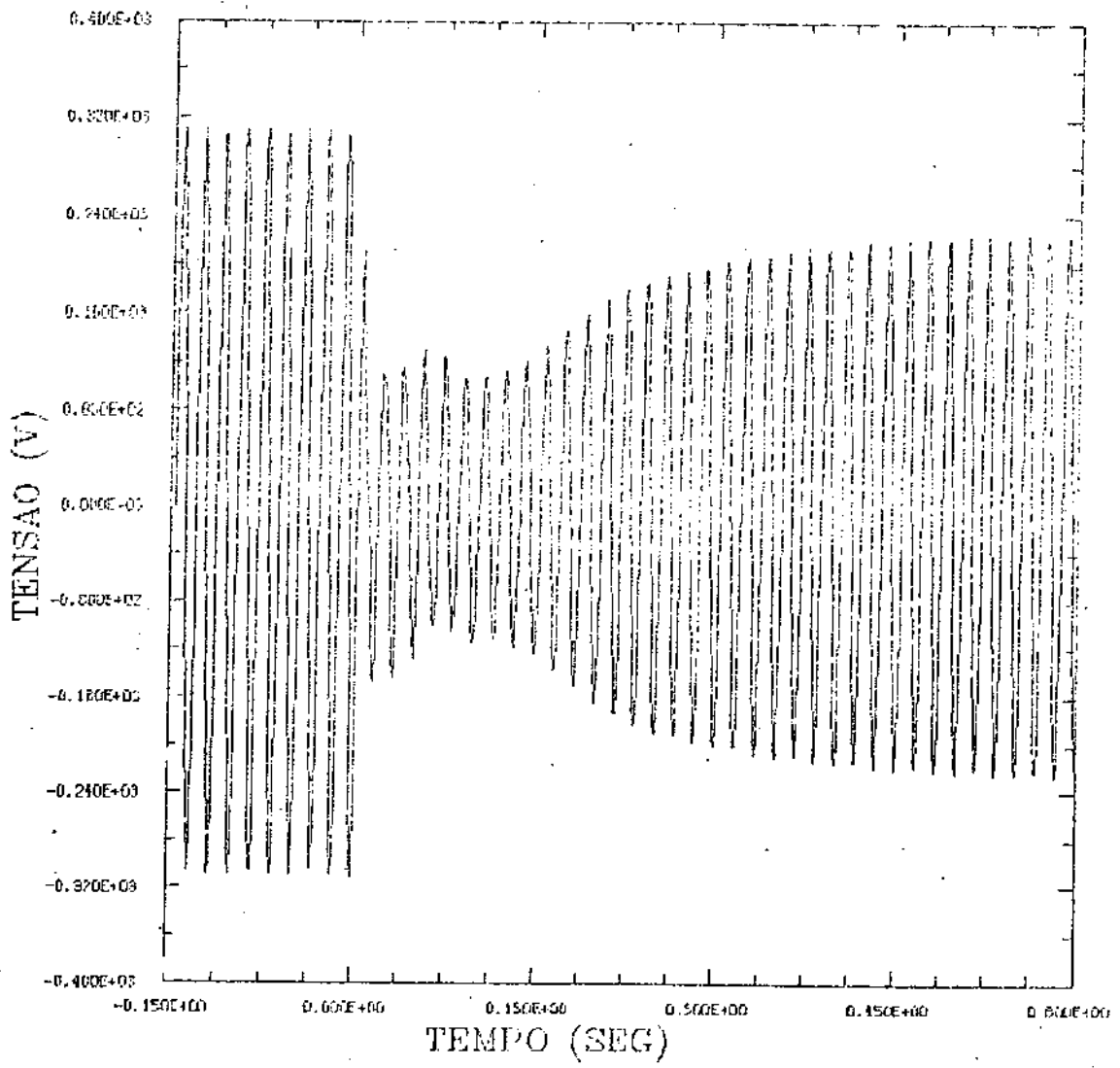


Figura 5.14 - Tensão terminal do gerador durante a partida do motor de indução de 1 CV (variação em L_m de -10%)

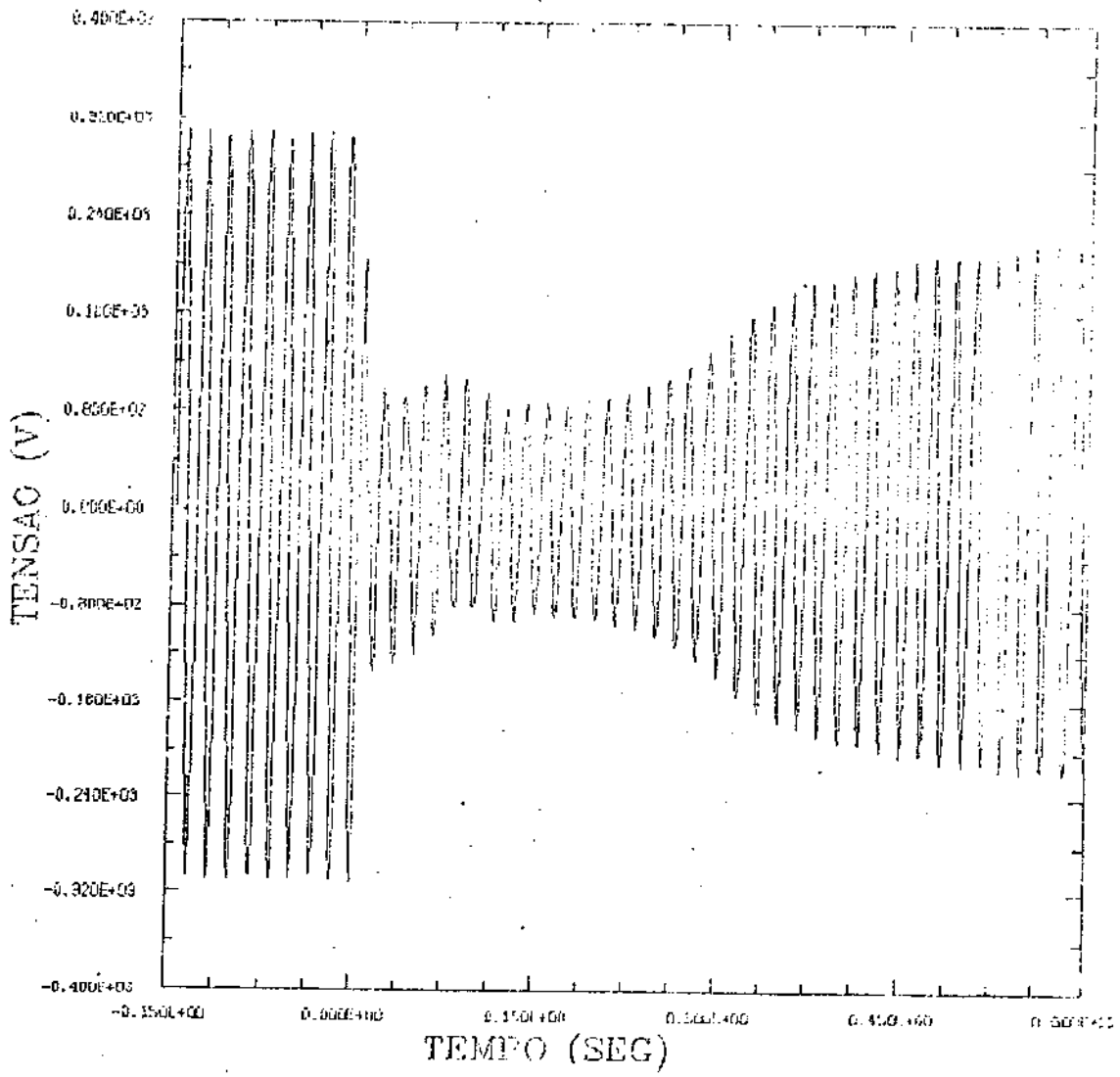


Figura 5.15 - Tensão terminal do gerador durante a partida do motor de indução de 1 CV (variação em L_d de +10%)

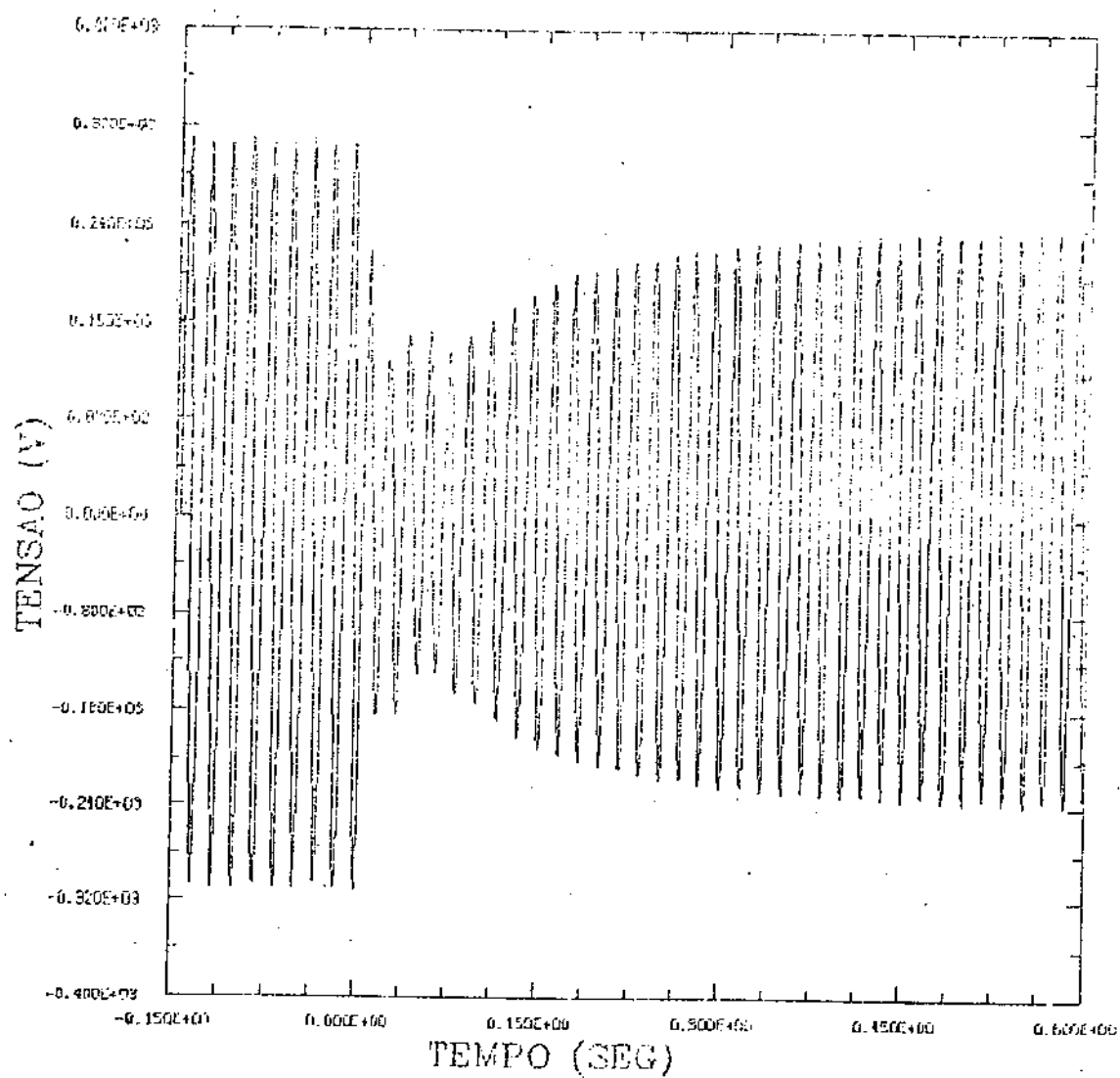


Figura 5.16 - Tensão terminal do gerador durante a partida do motor de indução de 1 CV (variação em L_d de -10%)

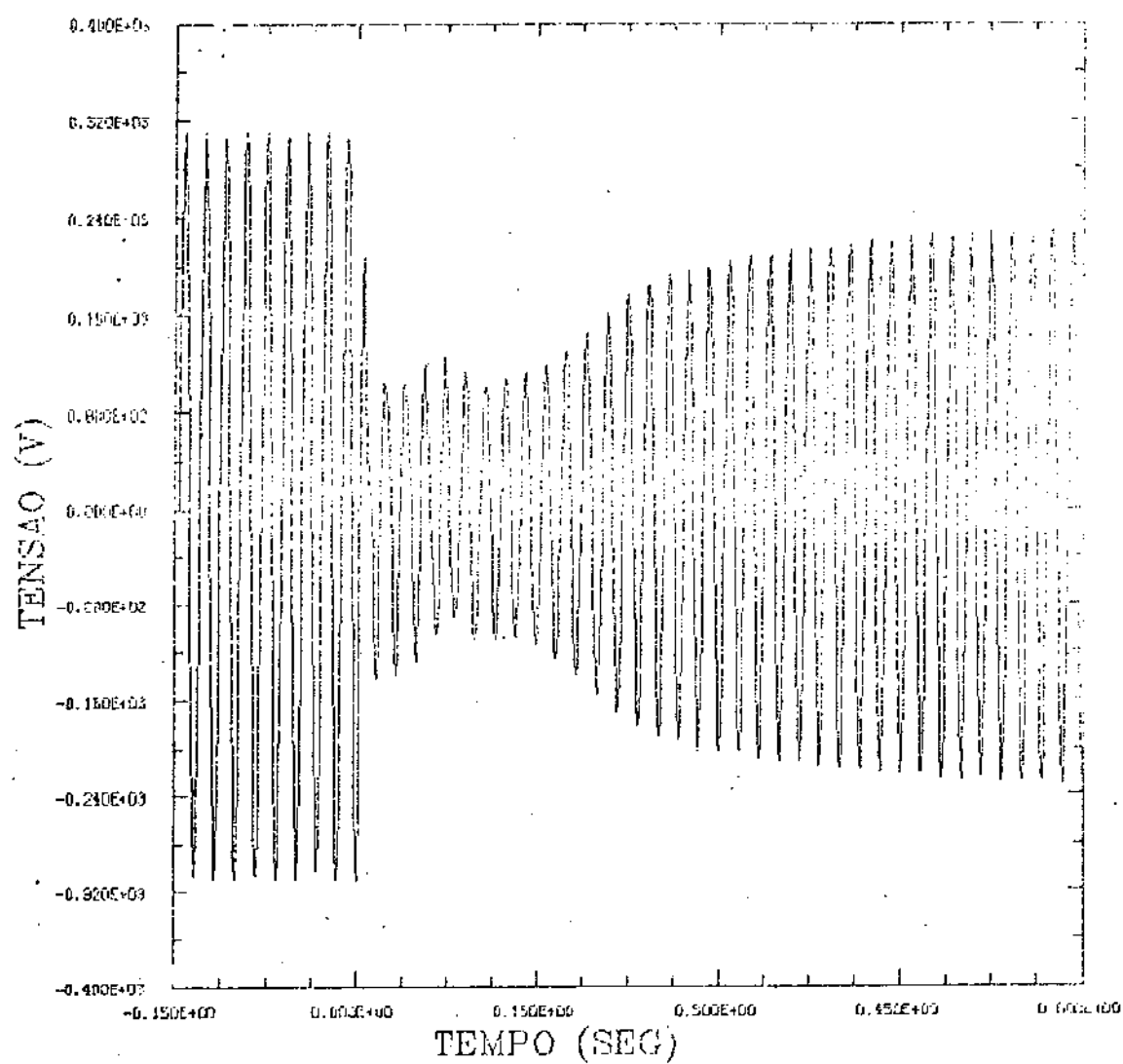


Figura 5.17 - Tensão terminal do gerador durante a partida do motor de indução de 1 CV (variação em L_{ff} de +10%)

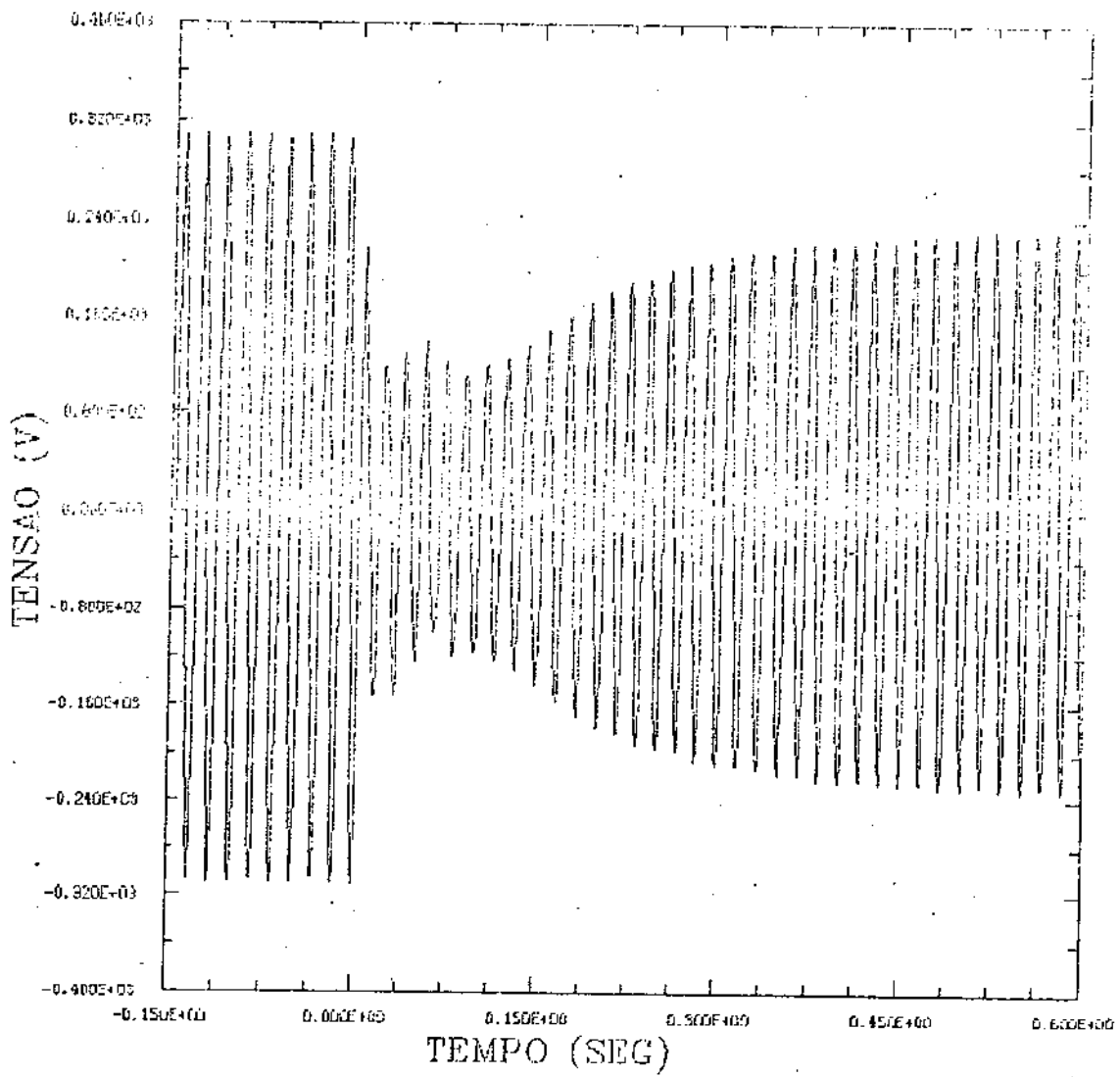


Figura 5.18 - Tensão terminal do gerador durante a partida do motor de indução de 1 CV (variação em L_{ff} de -10%)

V.3 - Estudo de sensibilidade do conjugado eletromagnético do motor a variações de indutâncias do gerador

As tabelas 5.3 e 5.4 mostram o conjugado máximo em relação ao de regime permanente do motor de indução de 1/3 CV e 1 CV, respectivamente, durante a sua partida, para as variações nos parâmetros do gerador mostradas.

Observa-se que valores menores para as indutâncias das máquinas conduzem a quedas de tensão menores e conjugados maiores. Entretanto, é difícil para um projetista de gerador conseguir valores muito pequenos de indutâncias.

Para consegui-las é necessário trabalhar com um número pequeno de espiras em série na armadura o que faz com que o fluxo magnético cresça saturando as diversas partes da máquina elevando a temperatura da mesma. Outra maneira de conseguir indutâncias pequenas é trabalhar com comprimento de pacote magnético pequeno que, em geral, leva à saturação de pólos. É necessário um compromisso entre valores de indutâncias e tensão terminal do gerador durante a partida de um dado motor.

Desta forma o modelo presente pode ser usado na especificação dos parâmetros do gerador para partir um dado motor com queda de tensão adequada.

Variação nos Parâmetros	C_{max}/C_{rp}	t_{ac} (s)	Figura
Normal	15,1	0,21	5.19
$L_d \times 1.1$	14,3	0,22	5.20
$L_d / 1.1$	17,5	0,19	5.21
$L_{ff} \times 1.1$	15,0	0,21	5.22
$L_{ff} / 1.1$	16,8	0,20	5,22

Tabela 5.3 - Relação entre o conjugado máximo e o conjugado de regime permanente e tempo de aceleração do motor de 1/3 CV

Variação nos Parâmetros	C_{max}/C_{rp}	t_{ac} (s)	Figura
Normal	13,8	0,37	5.24
$L_d \times 1.1$	10,3	0,53	5.25
$L_d / 1.1$	15,5	0,36	5.26
$L_{ff} \times 1.1$	11,3	0,48	5.27
$L_{ff} / 1.1$	14,5	0,43	5,28

Tabela 5.4 - Relação entre o conjugado máximo e o conjugado de regime permanente e tempo de aceleração do motor de 1 CV

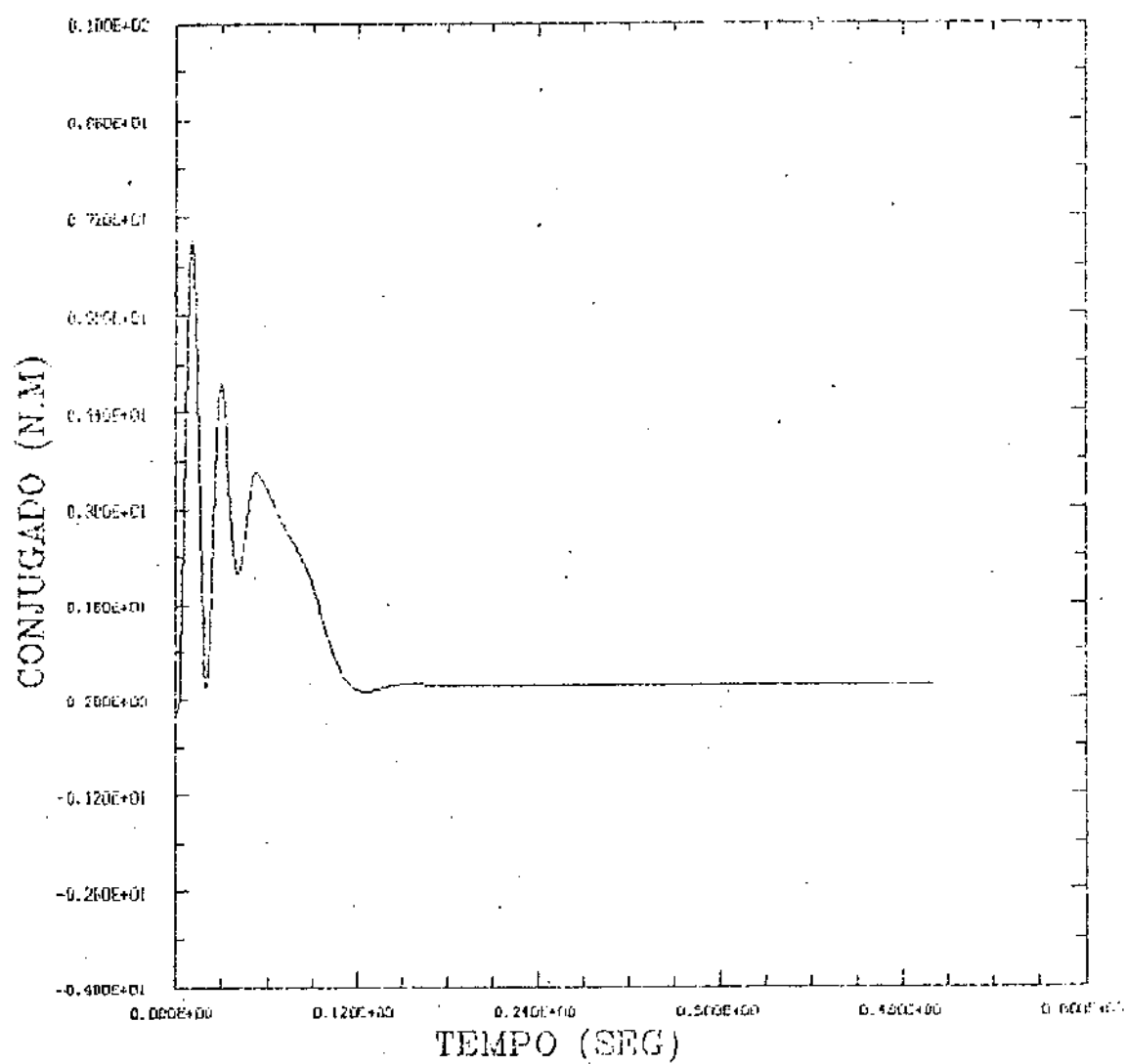


Figura 5.19 - Conjugado eletromagnético em função do tempo do motor de 1/3 CV

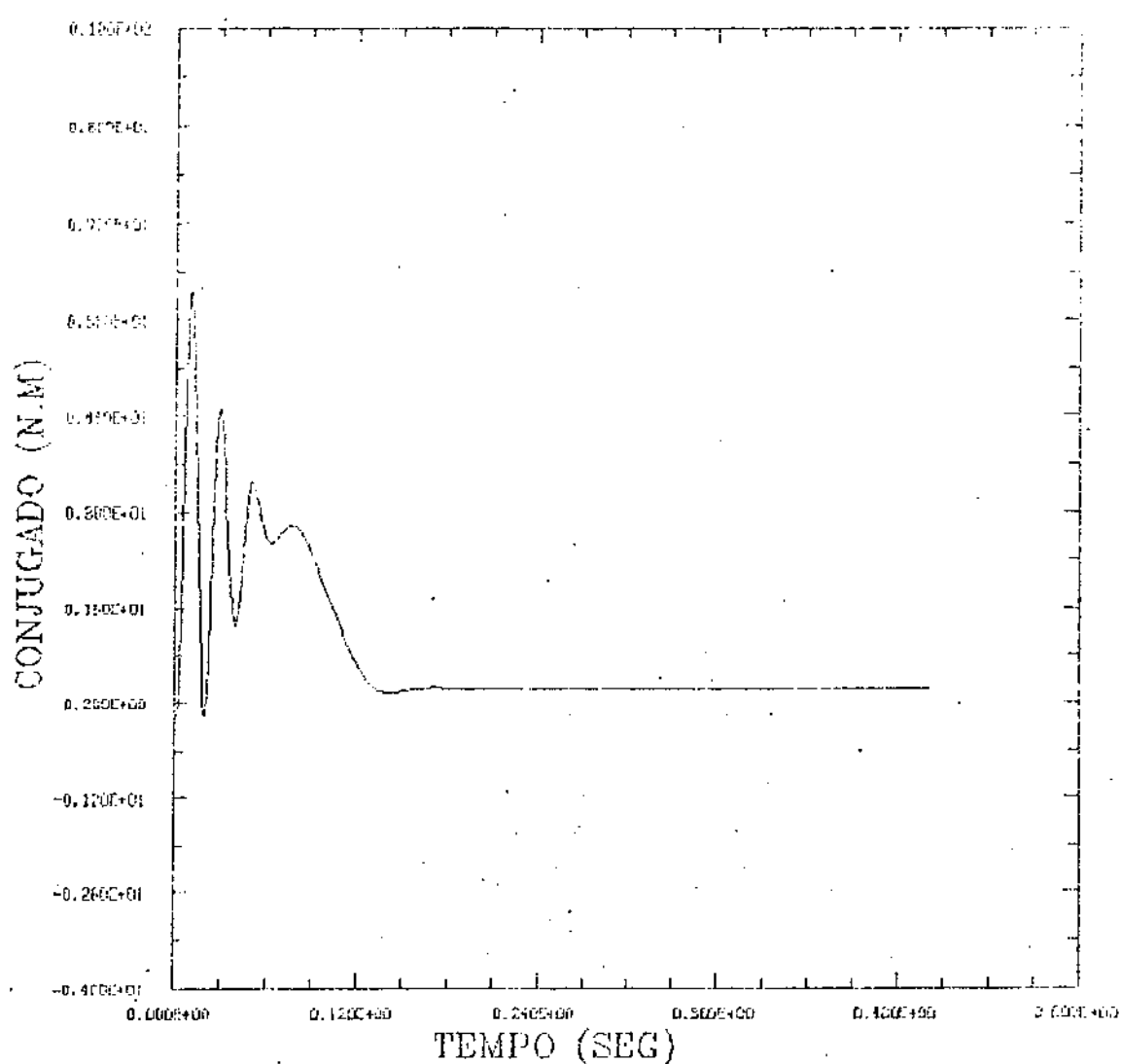


Figura 5.20 - Conjugado eletromagnético em função do tempo do motor de 1/3 CV (variação em L_d de +10%)

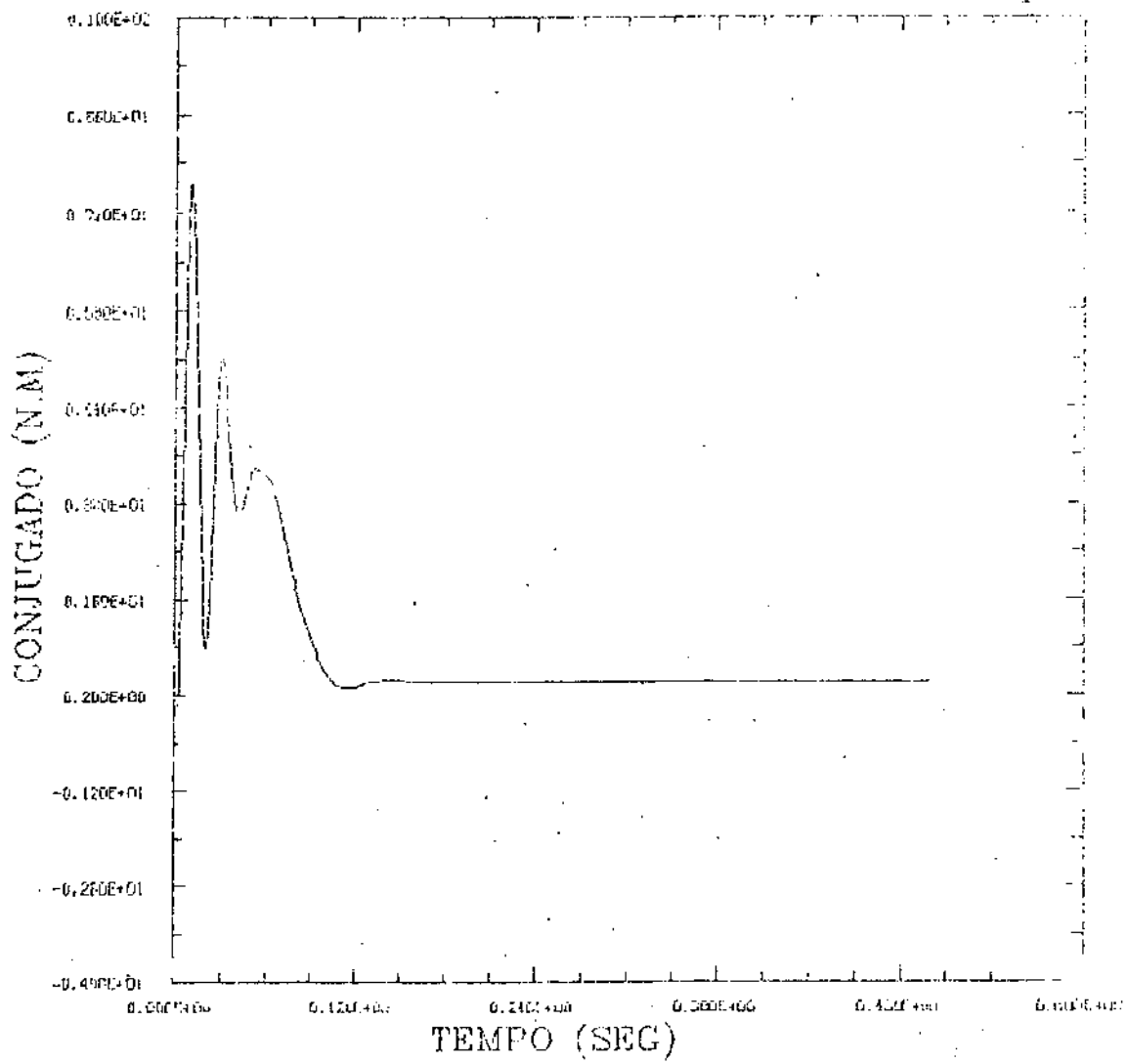


Figura 5.21 - Conjugado eletromagnético em função do tempo do motor de 1/3 CV (variação em L_d de -10%)

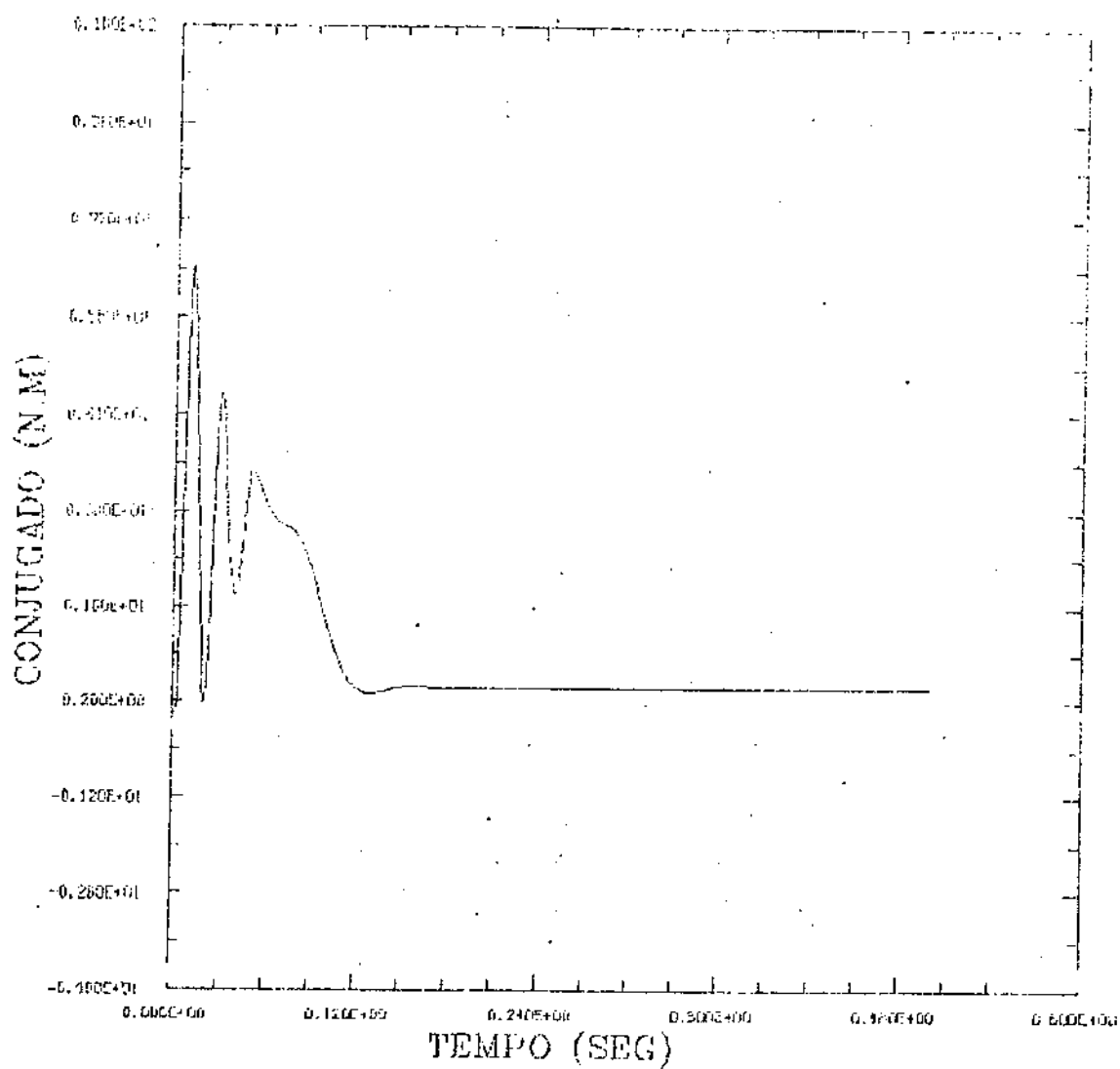


Figura 5.22 - Conjugado eletromagnético em função do tempo do motor de 1/3 CV (variação em L_{ff} de +10%)

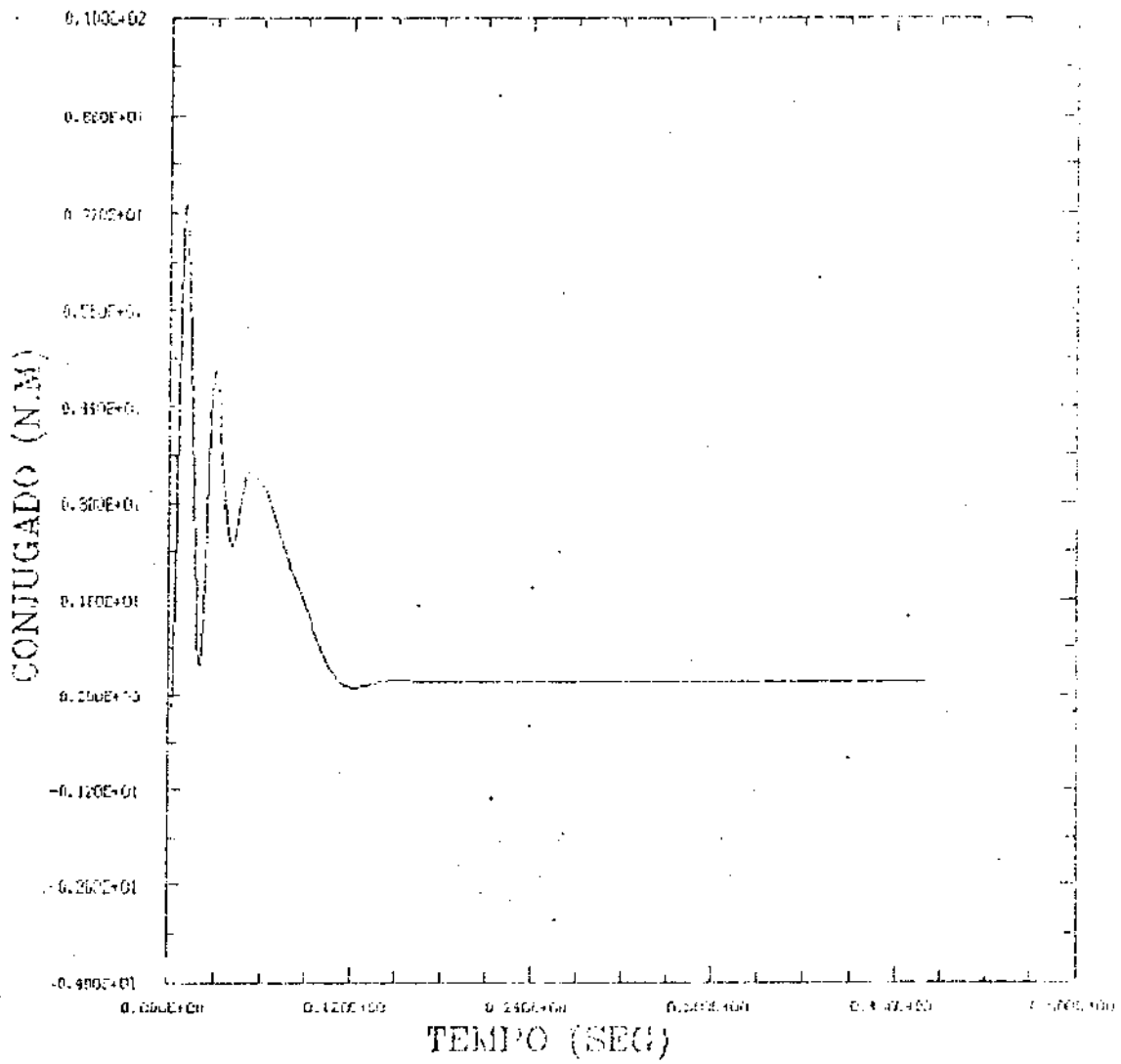


Figura 5.23 - Conjugado eletromagnético em função do tempo do motor de 1/3 CV (variação em L_{ff} de -10%)

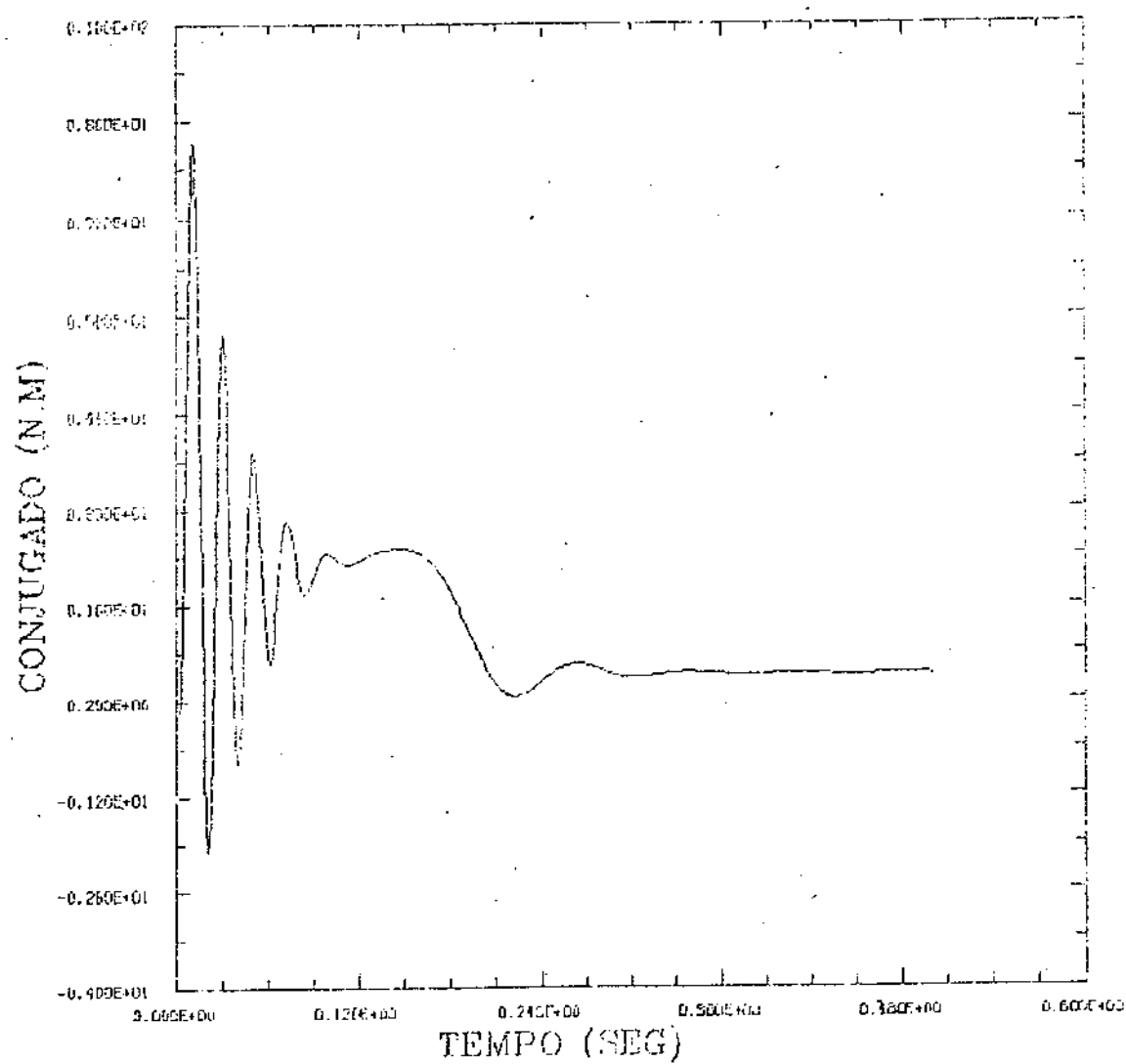


Figura 5.24 - Conjugado eletromagnético em função do tempo do motor de 1 CV

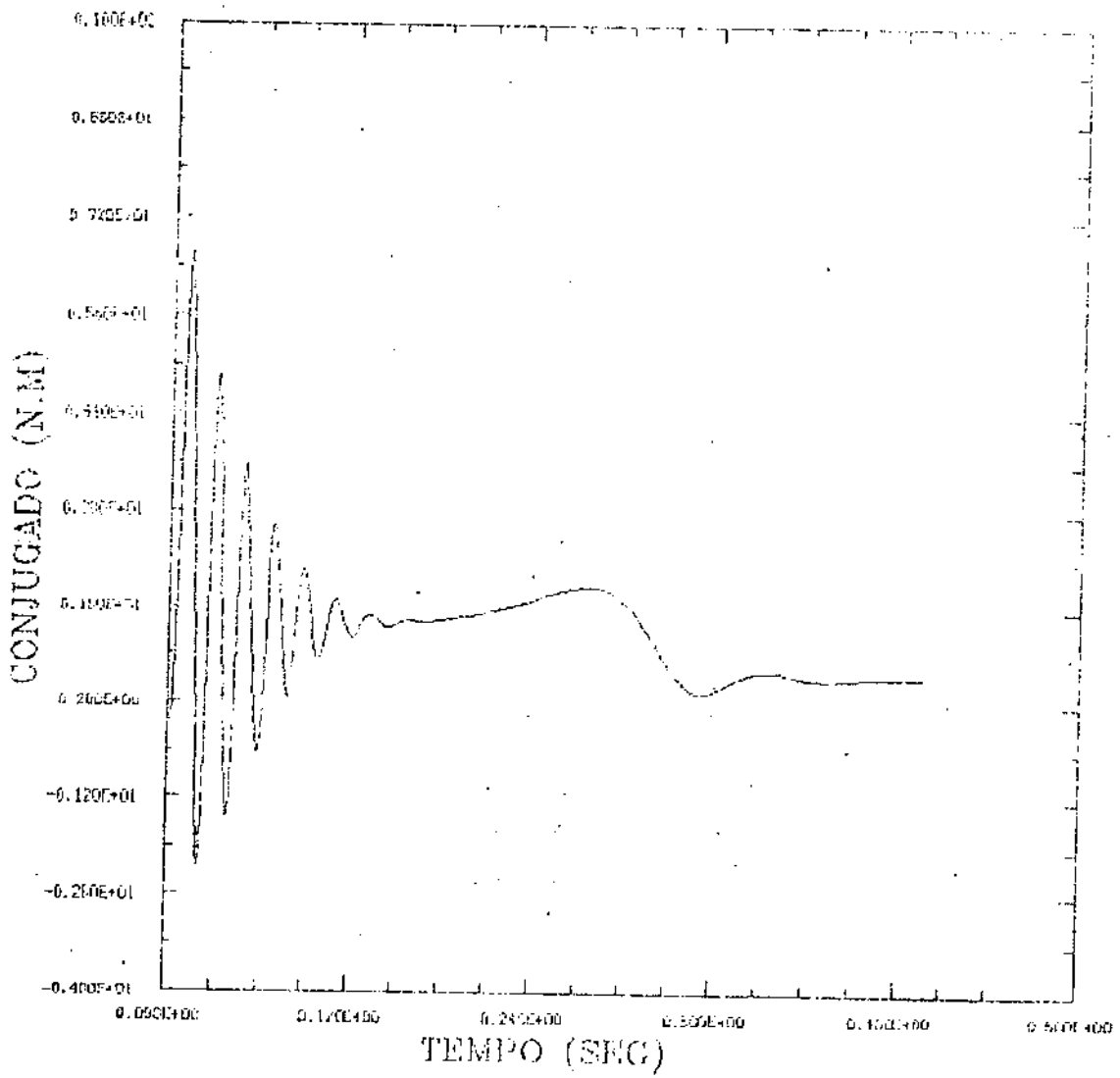


Figura 5.25 - Conjugado eletromagnético em função do tempo do motor de 1 CV (variação em L_d de +10%)

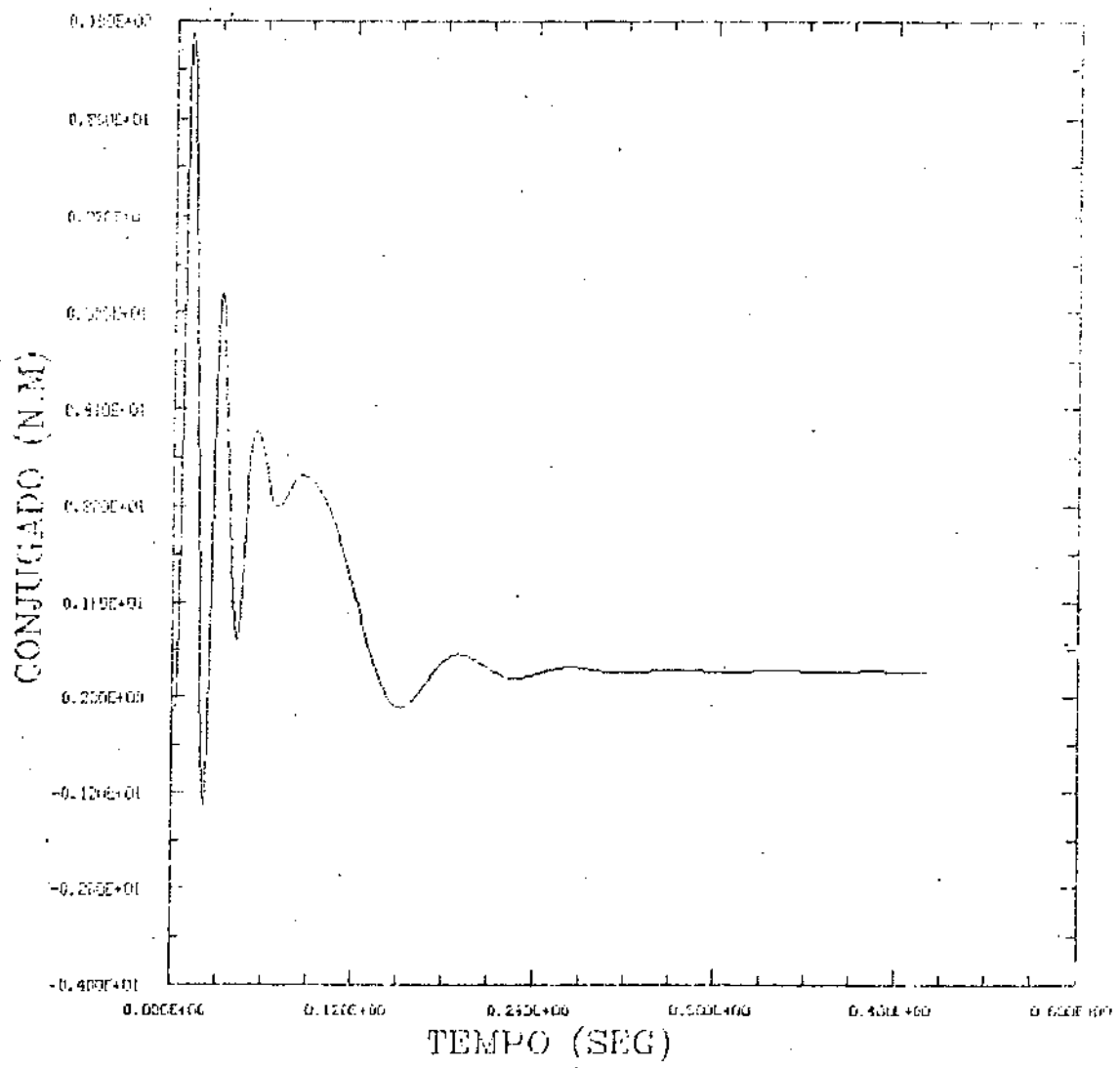


Figura 5.26 - Conjugado eletromagnético em função do tempo do motor de 1 CV (variação em L_d de -10%)

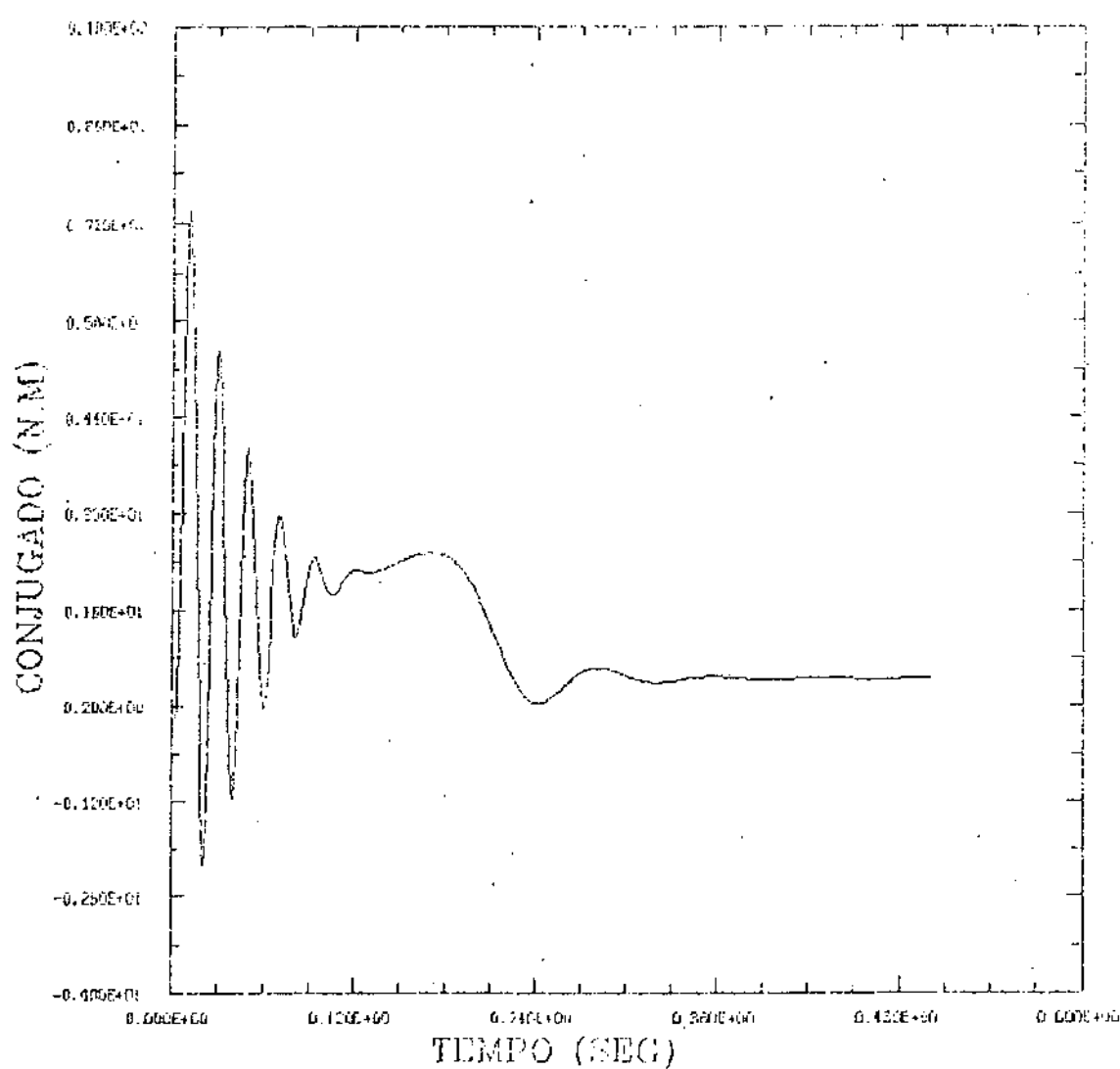


Figura 5.27 - Conjugado eletromagnético em função do tempo do motor de 1 CV (variação em L_{ff} de +10%)

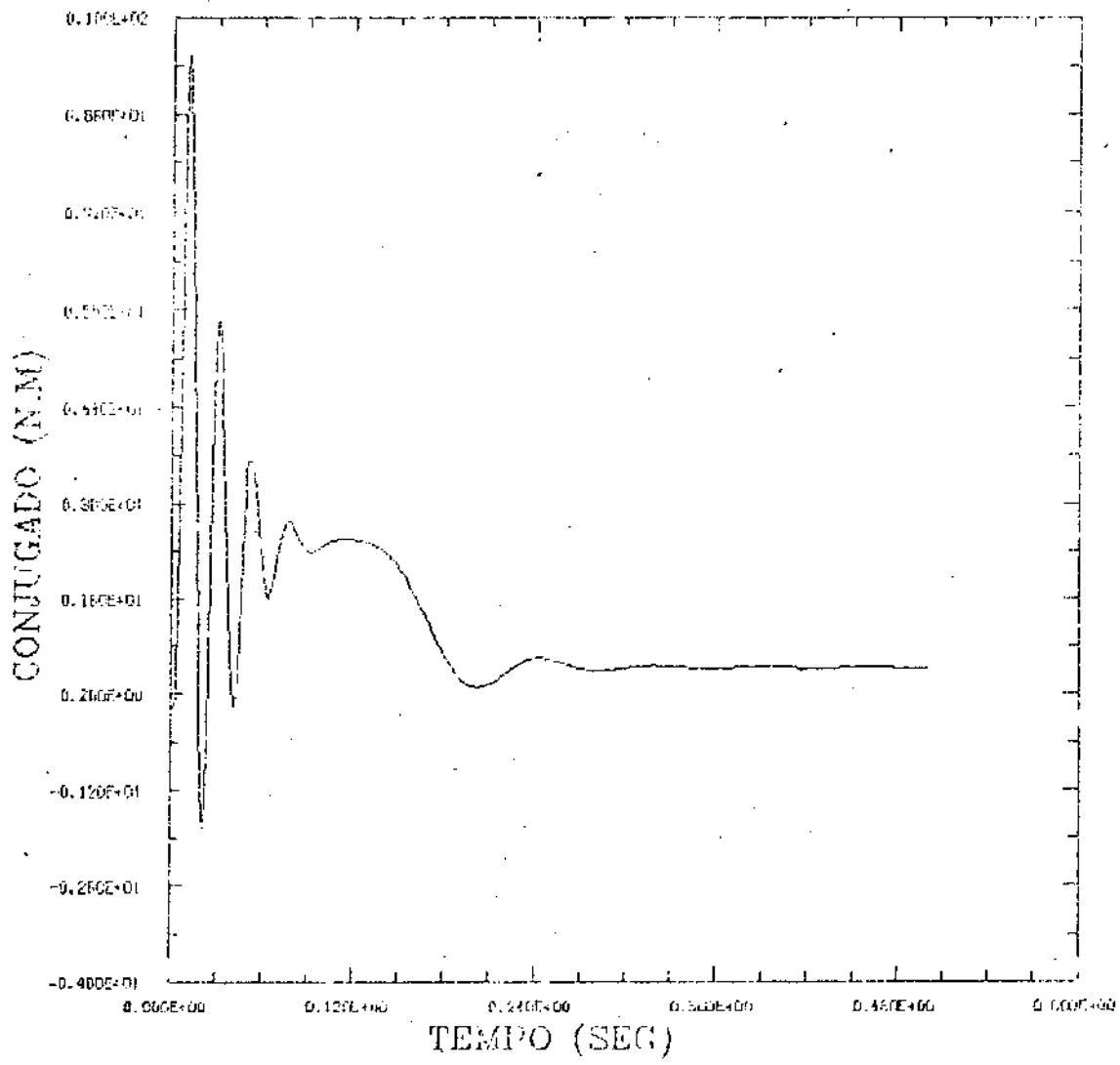


Figura 5.28 - Conjugado eletromagnético em função do tempo do motor de 1 CV (variação em L_{ff} de -10%)

V.4 - Estudo da partida do motor de indução em carga

Para o estudo adequado da partida do motor de indução em carga é necessário que se coloque na equação (III.148) do modelo matemático dinâmico do sistema, como conjugado T_{c2} , valores instantâneos de conjugado de carga. Pode-se também adicionar equações dinâmicas que representem a carga no modelo matemático e que produzam valores de T_{c2} a cada passo de integração das equações.

O fabricante da carga (bomba, compressor, ventilador, moinho, etc.) deve ser consultado a respeito da possibilidade de fornecer esses dados.

O tempo de aceleração do motor é obtido da curva do conjugado eletromagnético do motor em função do tempo da figura 5.19, por exemplo. Basta que se observe o instante em que ele se iguala ao conjugado da carga ou que ele atinja o regime permanente.

Pode-se também obtê-lo da curva corrente de armadura do motor em função do tempo figura 4.2, por exemplo observando o instante no qual ela se iguala à corrente de regime permanente.

As tabelas 4.3 e 4.4 mostram os tempos de aceleração para os motores utilizados no sistema experimental partindo em vazio e considerando-se como T_{c2} apenas o conjugado originado pelas perdas mecânicas do motor.

Caso não seja possível obter os dados acima mencionados do fabricante da carga pode-se utilizar como aproximação dos valores de T_{c2} os conjugados de regime permanente para cada velocidade, obtidos da curva conjugado em função da velocidade angular em regime permanente da carga que são sempre fornecidas pelos fabricantes.

O modelo tradicional de cálculo de tempo de aceleração pode também ser usado utilizando-se as curvas de conjugado instantâneo do motor para cada velocidade (figuras 5.29 e 5.30) juntamente com a curva que representa o conjugado de carga em função da velocidade angular (figura 5.31).

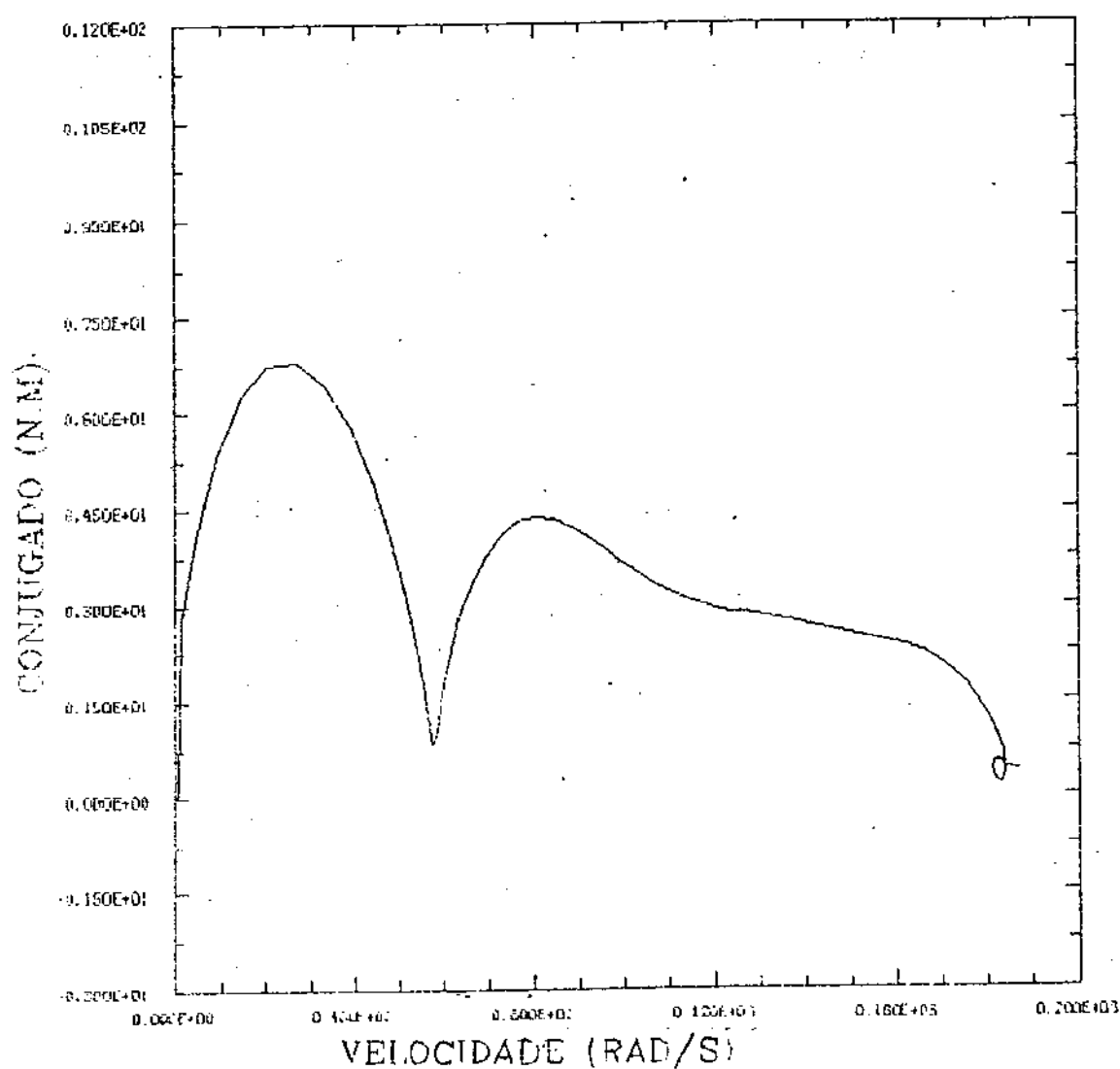


Figura 5.29 - Conjugado eletromagnético em função da velocidade do motor de indução de 1/3 CV

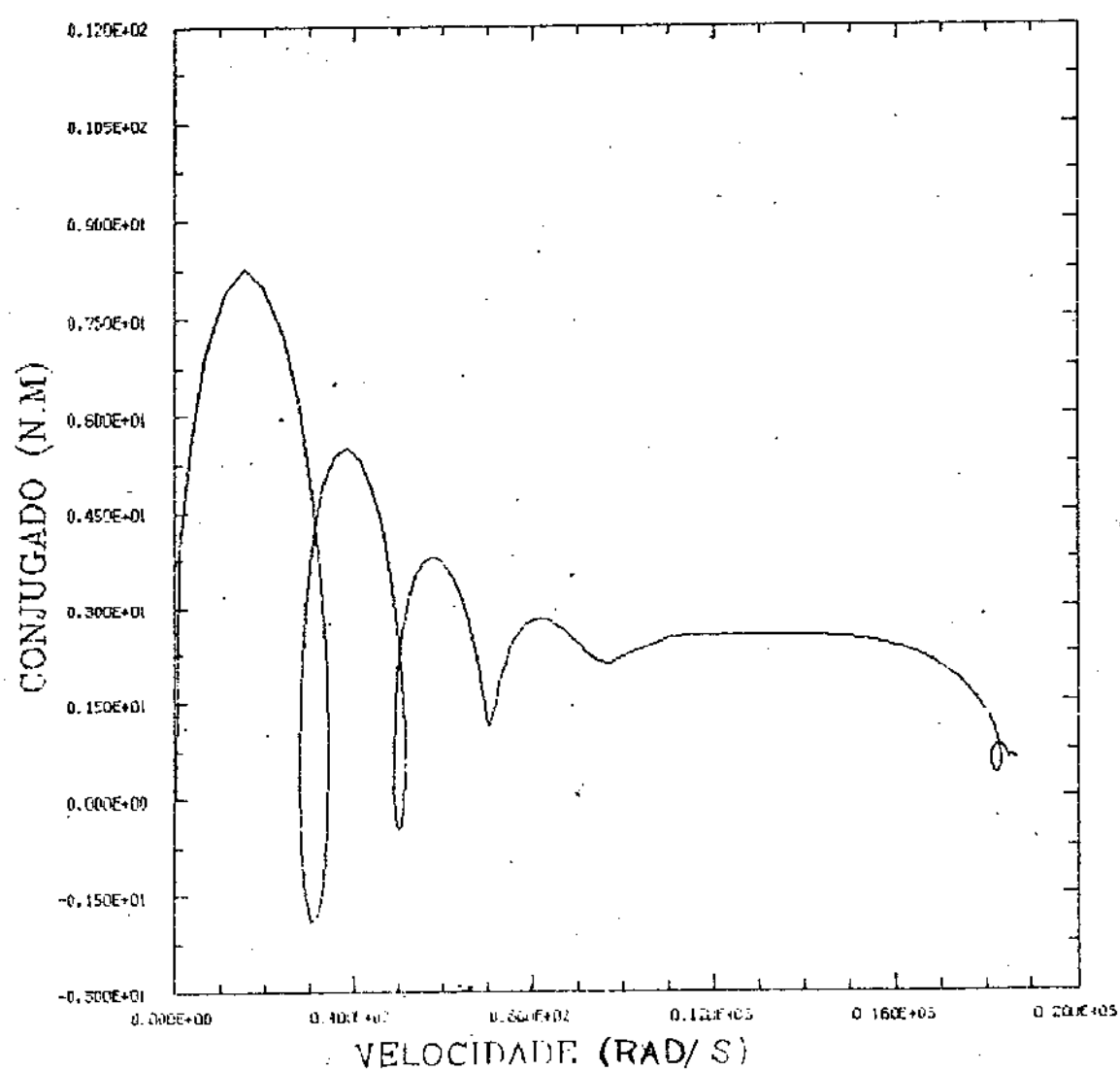


Figura 5.30 - Conjugado eletromagnético em função da velocidade do motor de indução de 1 CV

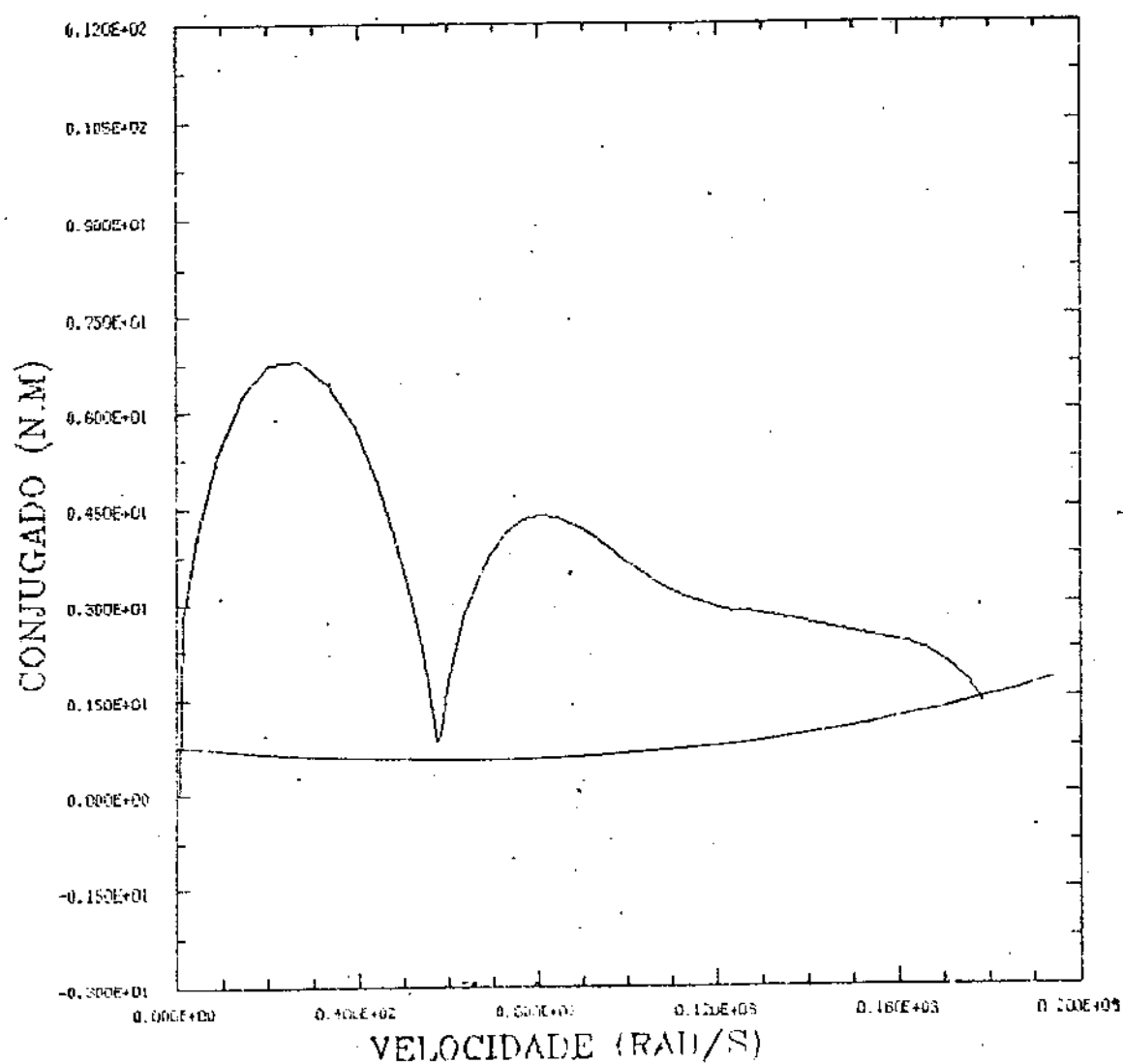


Figura 5.31 - Conjugado eletromagnético em função da velocidade do motor de indução de 1/3 CV e conjugado de carga em função da rotação

Cálculos estáticos mostrados no capítulo I tem permitido estimar a tensão nos terminais do motor durante a sua partida porém, são cálculos, em geral conservativos e pouco precisos que não mostram a dinâmica do processo.

Com a facilidade computacional que se tem atualmente não se pode admitir cálculos pouco precisos em engenharia. O computador deve ser mais bem explorado no sentido de tornar os métodos de cálculo menos conservativos porém seguros de modo a contribuir para se ter um projeto viável e econômico do ponto de vista energético, do custo inicial e de custo de manutenção.

O modelo dinâmico desenvolvido e testado, que se apresentou neste trabalho se aplica à determinação da tensão nos terminais de um motor de indução partindo alimentado por um gerador síncrono isolado, em função do tempo, com bastante precisão. O tempo de aceleração do motor é obtido através da solução das equações sem necessidade de se usar curvas de conjugado de regime permanente que sempre leva a soluções conservativas.

Neste trabalho não foi considerada a presença da excitatriz e do regulador de tensão porque a função primordial do mesmo foi a boa representação das máquinas elétricas para estudo deste problema particular. Entretanto, é absolutamente necessário ressaltar que o modelo de excitatriz e regulador de tensão deve ser incluído no estudo da partida do motor e esta discussão é feita no próximo capítulo.

CAPÍTULO VI - CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA NOVOS TRABALHOS

O modelo matemático dinâmico do sistema constituído por um gerador síncrono e por um motor de indução, com a finalidade de se estudar a dinâmica da partida do motor alimentado pelo gerador isolado, é formado pelas equações diferenciais que representam os enrolamentos das máquinas e pelas equações que representam o balanço de energia na máquina.

As equações diferenciais que representam os enrolamentos das máquinas são escritas em termos das indutâncias desses enrolamentos. Os valores dessas indutâncias foram determinados em laboratório e podem ser fornecidos pelos fabricantes das máquinas para cada máquina diferente pois, são parâmetros de projeto das mesmas, para os quais os fabricantes tem boa precisão de cálculo.

Parece que a literatura não registra qualquer trabalho desta natureza para estudar este problema. A referencia [10] é a que apresenta um modelo mais próximo de um modelo realmente dinâmico.

Naquele trabalho são apresentadas as equações diferenciais que representam a turbina que aciona o gerador, o regulador de velocidade da turbina e o sistema de excitação e de regulação de tensão. Entretanto, o gerador síncrono é representado por um modelo estático (vetorial) usando as reatâncias de eixo direto, de eixo em quadratura e transitória de eixo direto sendo a máquina de indução representada pela potência aparente de partida e pelo fator de potência de partida.

Obviamente não é um modelo matemático dinâmico com relação as máquinas elétricas como o modelo aqui apresentado.

Neste trabalho a grande ênfase foi dada à dinâmica das máquinas elétricas. O estudo da dinâmica deste sistema pode dispensar o modelamento da turbina e do regulador de velocidade pois, como se pode observar no capítulo IV a velocidade diminui muito pouco, mesmo durante a partida de motores grandes em relação ao gerador (caso do motor de 1 CV).

O sistema de excitação e regulação de tensão reduz a queda máxima de tensão e faz com que o gerador recupere a sua tensão terminal após a partida do motor de modo que a sua inclusão no modelo se faz necessária (figura 6.1).

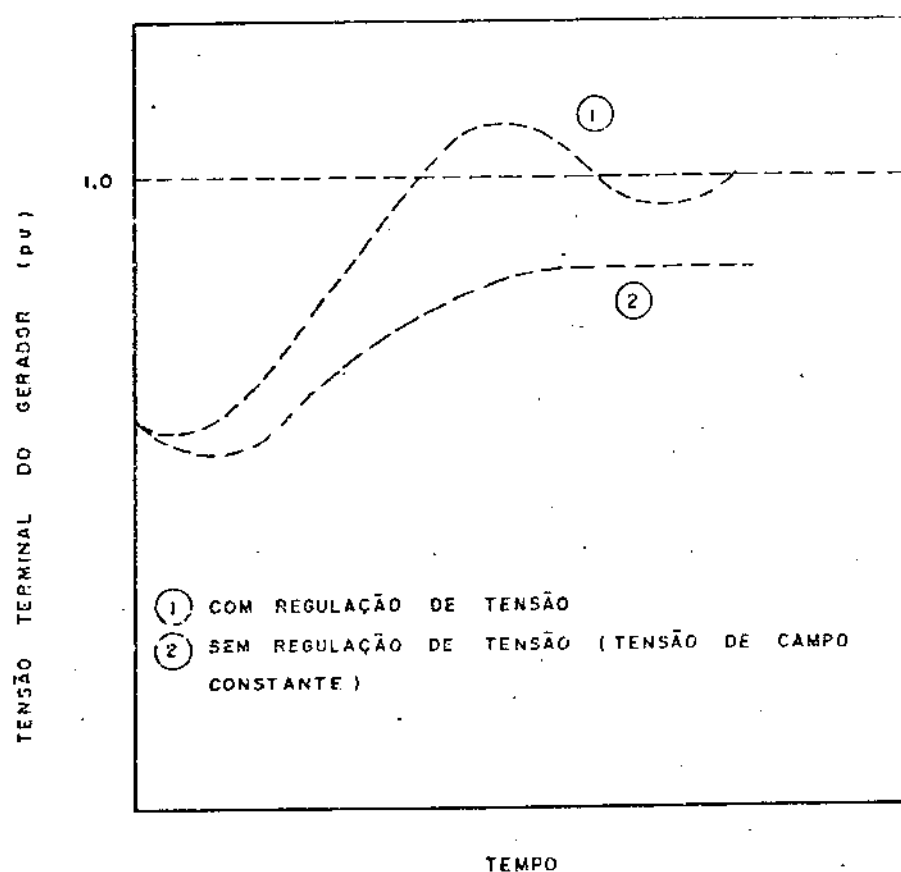


Figura 6.1 - Tensão terminal do gerador em função do tempo

É interessante ressaltar porém, que cada tipo de sistema de excitação e de regulação de tensão apresenta seu próprio modelo dinâmico.

O IEEE [11] apresenta modelos de excitatrizes estáticas com sistema de regulação de tensão sofisticados usados, em geral, em grandes hidrogeradores e turbogeradores, utilizados em [13]. Porém, para geradores menores, diversos tipos de sistemas de excitação e regulação de tensão estáticos mais simples bem como sistemas de excitação rotativos sem escovas são utilizados e uma pesquisa adequada se faz necessário para modelá-los convenientemente.

O fato do sistema de excitação e de regulação de tensão não ter sido incluído neste sistema não é prejudicial ao cálculo dos parâmetros das máquinas porque, o que ocorre é que o cálculo apenas se torna um pouco conservativo em virtude da tensão não se recuperar totalmente. Por outro lado, a curva de tensão terminal do gerador em função do tempo obtida pode colaborar para a especificação de um adequado sistema de excitação e de regulação de tensão.

Como sugestão para trabalhos futuros propõe-se a inclusão de modelos dinâmicos de excitatrizes, principalmente das fabricadas no mercado nacional, para as quais os fabricantes, em geral, não fornecem a função de transferência.

As eventuais saturações nas máquinas foram desprezadas no modelo matemático e a parte experimental, através da partida do motor de 1 CV, que é uma carga grande para o gerador, mostrou que não há necessidade de considerá-las. Entretanto, modelos como o apresentado em [9] e em suas referências podem ser usados para representar saturações magnéticas. Porém, é bom ressaltar que a

inclusão de saturações em representações dinâmicas de máquinas elétricas é assunto ainda em pesquisa no momento.

A presença de outras cargas alimentadas pelo gerador, durante a partida do motor de indução, é também um campo para pesquisas futuras.

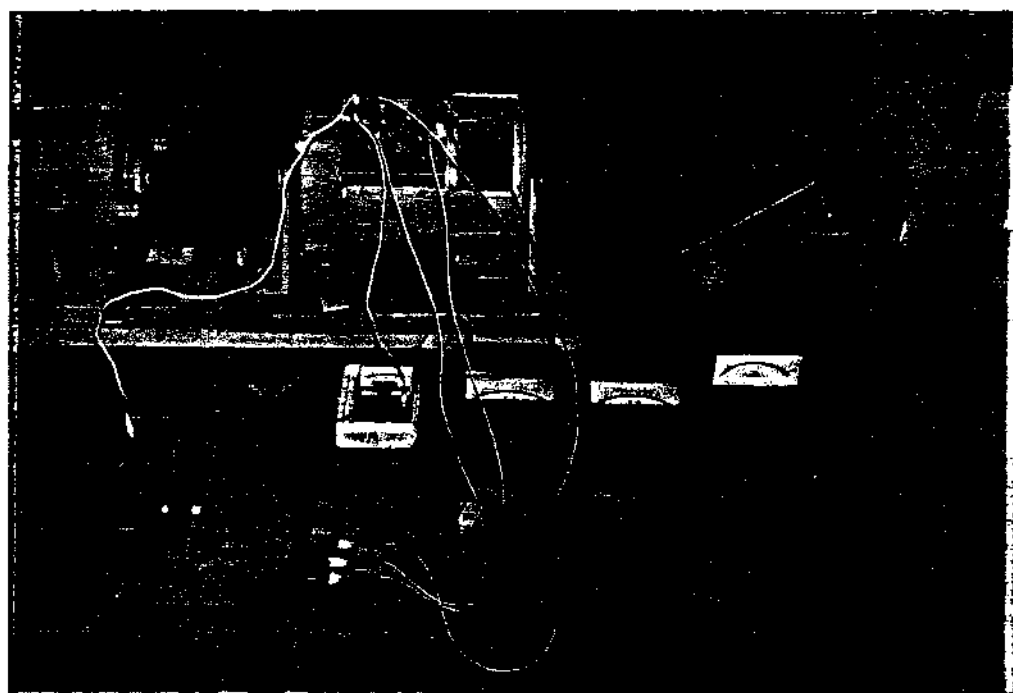
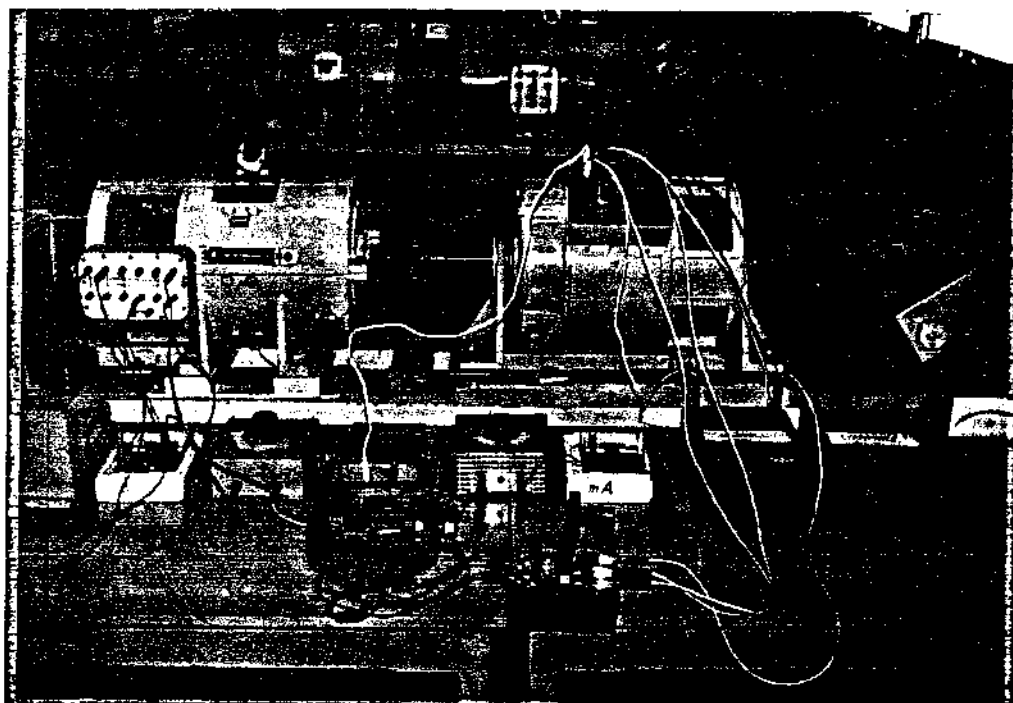
Cada tipo de carga admite um modelo matemático e uma das preocupações de hoje é como modelar diferentes cargas.

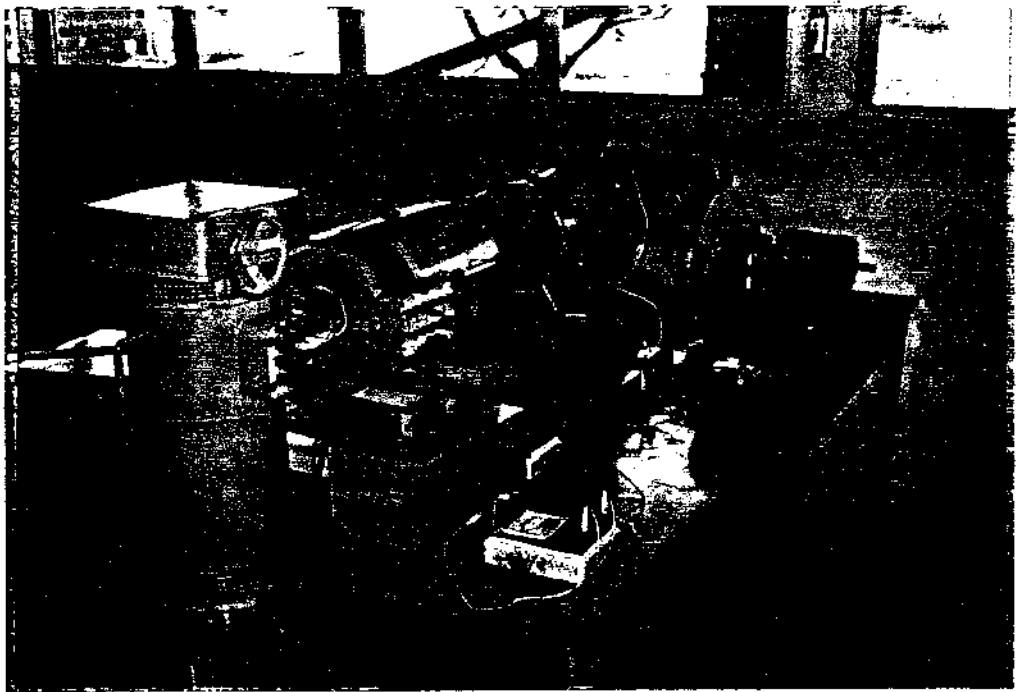
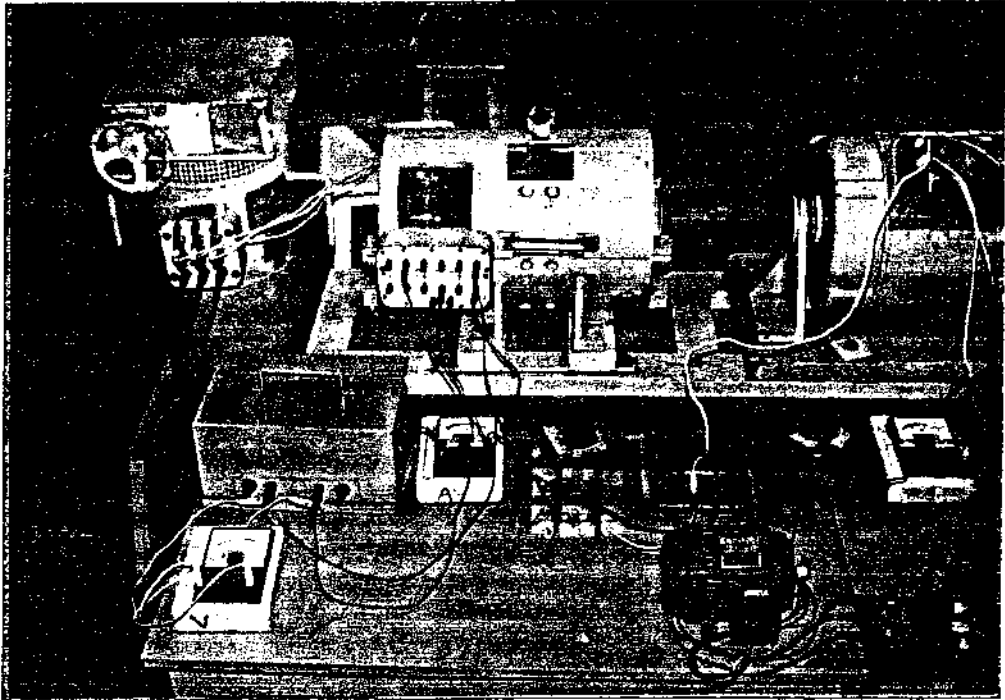
Trabalhos futuros podem considerar presenças de cargas como: acionadores de laminadores de aço e de papel, cargas eletrônicas, fornos em funcionamento durante a partida do motor.

O modelo matemático dinâmico do sistema, apresentado neste trabalho e comprovado experimentalmente, é útil para especificação de parâmetros do gerador e do motor e, conseqüentemente das potências do gerador e do motor para que se tenha queda de tensão terminal do gerador na partida do motor que não a atrapalhe. A partir das curvas de tensão terminal do gerador em função do tempo para diversos casos em estudo pode-se especificar o motor e o gerador bem como um sistema de excitação e de regulação de tensão capaz de excitar a máquina rapidamente, durante a partida do motor de modo a permitir a aceleração do mesmo.

Obviamente este tipo de estudo deve contar com a colaboração dos fabricantes do gerador, do motor e da carga no sentido de que forneçam os valores dos parâmetros das máquinas para diversas potências em torno daquelas que se supõe inicialmente envolvidas no problema.

APÊNDICE A - FOTOGRAFIAS DA MONTAGEM DO SISTEMA EXPERIMENTAL





APENDICE B - EQUAÇÕES NA FORMA DE VARIÁVEIS DE ESTADO

No item III.5 mencionou-se a necessidade de colocar as equações diferenciais que constituem o modelo matemático dinâmico do sistema na forma de variáveis de estado. Para isso é necessário isolar cada uma das derivadas dy/dt do sistema de equações de (III.139) a (III.148).

A variável pi_{d1} , equação (III.150) foi obtida, igualando-se as equações (III.140) e (III.143) que são as equações de tensão dos enrolamentos de eixo direto do estator das máquinas síncrona e de indução.

Nestas equações aparecem ainda as variáveis pi_f que deve ser obtida da equação (III.142) e pi_{d2}' da equação (III.145) com $v_{d2}' = 0$ que é a tensão no enrolamento de eixo direto do rotor da máquina de indução.

A variável pi_{q1} , equação (III.151) foi obtida, igualando-se as equações (III.141) e (III.144) que são as tensões dos enrolamentos de eixo em quadratura do estator das máquinas síncrona e de indução. Nesta equação aparece a variável pi_{q2}' que deve ser obtida da equação (III.146) com $v_{q2}' = 0$, que é a tensão do enrolamento de eixo em quadratura da máquina de indução.

A variável pi_{d2}' , equação (III.152) foi obtida, substituindo-se na equação (III.145) a variável pi_{d1} obtida da igualdade das equações (III.140) e (III.143) e a variável pi_f da equação (III.142).

A variável pi_{q2}' , equação (III.153) foi obtida, substituindo-se na equação (III.146) a variável pi_{q1} obtida da igualdade das equações (III.141) e (III.144).

A variável pi_f , equação (III.154) foi obtida, substituindo-se na equação (III.142) a variável pi_{d1} obtida da igualdade das equações (III.140) e (III.143) com pi_{d2}' obtida da equação (III.145).

A variável pi_a , equação (III.155) foi obtida da equação (III.139).

A variável $p \omega_r$, equação (III.156) foi obtida da equação (III.148).

A variável $p \omega_g$, equação (III.157) foi obtida da equação (III.147).

APÊNDICE C - MÉTODO CONVENCIONAL PARA CÁLCULO DA TENSÃO TERMINAL DO GERADOR SÍNCRONO NA PARTIDA DE MOTOR DE INDUÇÃO

A expressão a ser utilizada é a (1.1) que é reescrita abaixo como C.1 obtida em [13]. As reatâncias transitórias do gerador (X_d') e do motor (X_m') são calculadas pelas expressões (C.2) e (C.3) obtidas nas referências [3] e [14].

$$V_G = \frac{X_m'}{X_d' + X_m'} \quad (C.1)$$

$$L_d' = L_d - \frac{3}{2} \frac{M_f^2}{L_{ff}} \quad (C.2)$$

$$L_m' = L_1 + L_m - \frac{L_m^2}{L_2' + L_m} \quad (C.3)$$

$$X_d' = \omega L_d' \quad (C.4)$$

$$X_m' = \omega L_m' \quad (C.5)$$

Para o gerador tem-se:

$$L_d = 0,05679 \text{ H}$$

$$M_f = 1,4438 \text{ H}$$

$$L_{ff} = 85,33 \text{ H}$$

Resulta: $L_d' = 0,02015 \text{ H}$
 $X_d' = 7,597 \text{ } \Omega$

Para os motores tem-se:

Parâmetros	1/3 CV	1 CV
$L_1 \text{ (H)}$	0,01076	0,00525
$L_m \text{ (H)}$	0,24393	0,12190
$L_2' \text{ (H)}$	0,01076	0,00525
$L_m' \text{ (H)}$	0,02106	0,01028
$X_m' \text{ (} \Omega \text{)}$	7,940	3,876

Tabela C.1 - Parâmetros dos motores de indução de 1/3 CV e 1 CV

As tensões terminais do gerador calculadas para a partida de cada motor são:

Para um motor de 1/3 CV:

$$V_G = \frac{7,940}{7,597 + 7,940} = 0,511 \quad (51,1\%)$$

Para um motor de 1 CV:

$$V_G = \frac{3,876}{7,597 + 3,876} = 0,338 \quad (33,8\%)$$

É interessante observar que no sistema experimental e na simulação obteve-se como tensão terminal mínima os valores mostrados na tabela C.2 que são comparados com os calculados acima servindo para mostrar que, de fato, o cálculo convencional pode ser bastante conservativo.

	1/3 CV	1 CV
Experimental	70,7	34,2
Simulação	68,7	32,3
Convencional	51,1	33,8

Tabela C.2 - Tensões terminais mínimas do gerador síncrono durante a partida do motor de indução

BIBLIOGRAFIA

- [1] - SLEMON, G. R. "Equipamentos magnetelétricos", Edusp, 1975, São Paulo, Brasil
- [2] - FITZGERALD, A.E., e KINGSLEY, C. "Electric machinery". 2 ed., MacGraw Hill, 1961, USA
- [3] - JORDÃO, R.G. "Máquinas síncronas". Edusp, 1980, São Paulo
- [4] - BOFFI, L. V., SOBRAL Jr., M., e DANGELO, J. C. "Conversão eletromecânica de energia". Edusp, 1977, São Paulo, Brasil
- [5] - KRAUSE, P.C. "Simulation of simmetrical induction machinery", IEEE Trans. on PAS, Vol 84, n 11, november, 1965
- [6] - SARKAR, A.K. "Digital simulation of three-phase induction motors", IEEE Trans. on PAS, Vol 89, nº 6 july/august, 1970
- [7] - KRAUSE, P.C. "Method of multiple reference frames applied to the analysis of simmetrical induction machines" IEEE Trans. on PAS, Vol 87, nº 1, january, 1968
- [8] - JORDAN, H.E. "Digital computer analysis of induction machines in dynamic systems", IEEE Trans. on PAS, Vol 86, nº 6, june, 1967

- [9] - OLIVEIRA, S.E.M. "Starting transients of saturated induction motors with series capacitors on the supply", IEEE Trans. on Energy Conversion., vol. EC-1, nº 3, september, 1986

- [10] - ST. PIERRE, C.R. "Impact loading of isolated generator", IEEE Trans. on IA, vol. IA-17, nº 6, november/december, 1981

- [11] - IEEE Committee Rep. "Computer representation of excitation systems", IEEE Trans. on PAS, vol PAS-87, nº 6, june, 1968

- [12] - GENERAL ELETRIC. "Brushless generators - a proven excitation concept", General Eletric Large Generator and Motor Department, 5-66, USA

- [13] - CONCORDIA, C. "Synchronous Machines - Theory and Performance", General Eletric series, 1951, USA

- [14] - BARBI, I. "Teoria fundamental do motor de indução", Editora da UFSC, 1985, Florianópolis, Brasil