



Universidade Estadual de Campinas  
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação  
Departamento de Sistemas de Energia Elétrica

# Estimação Rápida do Ponto de Máximo Carregamento para a Análise de Estabilidade de Tensão de Sistemas Elétricos de Potência

**Autor:** Luis Alberto Llacua Zarate  
**Orientador:** Prof. Dr. Carlos Alberto de Castro Jr.

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da UNICAMP como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.

## **Comissão Julgadora:**

Prof. Dr. Carlos Alberto de Castro Jr.	FEEC/UNICAMP
Prof. Dr. Antonio Padilha Feltrin	FEIS/UNESP
Prof. Dr. Flavio Antonio Becon Lemos	PUC/RS
Prof. Dr. Carlos Alberto Favarin Murari	FEEC/UNICAMP
Prof. Dr. Luiz Carlos Pereira da Silva	FEEC/UNICAMP
Prof. Dr. Walmir de Freitas Filho	FEEC/UNICAMP

Campinas, Novembro de 2004.

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

L77e Llacua Zarate, Luis Alberto  
Estimação rápida do ponto de máximo carregamento para a análise de estabilidade de tensão de sistemas elétricos de potência / Luis Alberto Llacua Zarate. --Campinas, SP: [s.n.], 2004.

Orientador: Carlos Alberto de Castro Junior.  
Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação.

1. Sistemas de energia elétrica - Estabilidade. 2. Sistemas de energia elétrica. 3. Colapso (Eletricidade). 4. Potência reativa (Engenharia elétrica). I. Castro Junior, Carlos Alberto de. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. III. Título.

## Agradecimentos

Sempre temos na vida momentos importantes, muitos deles de inesquecível valor pessoal. Nesses instantes valorizar cada passo percorrido a cada dia e com certeza a cada instante, torna possível lembrar a grandeza do imenso apoio de todos aqueles que de alguma forma contribuíram a desenvolver este trabalho de tese. Assim, aproveito a oportunidade para ressaltar o inestimável apoio para o êxito deste importante passo, porém gostaria de expressar meus sinceros agradecimentos:

- A Deus pelo princípio existencial e por ter-me acompanhado em cada momento.
- A minha mãe pela imensa e sacrificada dedicação para com seus filhos.
- A meu pai pela sua responsabilidade com a família e seus inestimáveis conselhos.
- A minha mulher, meu filho e minha filha pela motivação e compreensão em toda esta etapa.
- A meus irmãos e minha família toda pelo grande apoio e incentivo moral.
- Ao professor Carlos Alberto de Castro Jr. tenho muito que agradecer pois a sua confiança, amizade e estímulo fizeram sempre parte da sua excelente orientação.
- Aos colegas do DSEE, por terem me apoiado e me permitido compartilhar todos estes anos os esforços do trabalho de pesquisa.
- A FAPESP pelo apoio financeiro.

## Resumo

O objetivo deste trabalho de pesquisa é propor metodologias para a estimação do ponto de máximo carregamento (PMC) de sistemas elétricos de potência com vistas à análise de estabilidade de tensão. A principal característica dos métodos propostos é a extrema rapidez de cálculo com a manutenção da precisão dos resultados. São utilizadas ferramentas de análise apropriadas que, devidamente combinadas e integralizadas, produzem os resultados esperados. Dentre elas, pode-se citar a análise de sensibilidade, análise de sistemas de equações mal condicionadas e/ou sem solução, e técnicas de otimização. Os métodos essencialmente com enfoque estático, baseiam-se em realizar um certo número de cálculos de fluxo de carga para diferentes níveis de carga no espaço de parâmetros. Assim, o caminho com direção ao PMC é baseado em simples processos de incrementos de carga e cortes de carga, que serão detalhados nos capítulos respectivos. Ressalta-se que dois métodos são apresentados, com características bem diferentes em relação ao processo de incrementos de carga com direção ao PMC. A similaridade é apresentada apenas no processo de recuperação da factibilidade. Espera-se que as metodologias que resultem deste trabalho de pesquisa possam ser utilizadas de forma rotineira na análise de estabilidade de tensão de redes elétricas durante o planejamento da operação e, potencialmente, em ambientes cujas restrições de esforço computacional sejam ainda mais severas, como em ambientes de operação e análise em tempo real.

## Abstract

The goal of this research work is to propose methodologies for estimating the maximum loading point (MLP) of power systems for voltage stability analysis. The main feature of the proposed methods is the fast computation of MLP, while maintaining the precision of the results. Appropriate analysis tools are integrated to provide the expected results. Among them, are can mention sensitivity analysis, ill-conditioned and/or infeasible system analysis and optimization techniques. The proposed methods, with a static approach, is based on solving a certain number of load flow calculations for different load levels. Therefore, the path toward MLP is based on simple load increments or curtailments. It must be emphasized that two methods will be presented, with different characteristics with respect to the load increment process. Moreover, they are similar with respect to the feasibility restoration process. It is expected that the proposed methods can be routinely used in power systems voltage stability analysis in operation planning and potentially in environments with severe computational effort constraints, such as in real time operation.

# Sumário

Agradecimentos	i
Resumo	ii
Sumário	iii
Lista de Figuras	vii
Lista de Tabelas	ix
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2 Operação de sistemas elétricos de potência</b>	<b>4</b>
<b>3 Estabilidade de sistemas elétricos de potência</b>	<b>9</b>
3.1 Estabilidade de ângulo do rotor . . . . .	10
3.2 Estabilidade de tensão e colapso de tensão . . . . .	11
3.3 Estabilidade de médio e longo prazos . . . . .	13
3.4 Classificação dos problemas de estabilidade . . . . .	13
<b>4 Estabilidade de tensão</b>	<b>15</b>
4.1 Incidentes reais envolvendo colapso de tensão . . . . .	16
4.2 Ilustração do fenômeno . . . . .	18
4.3 Abordagens de análise da estabilidade de tensão . . . . .	21
4.3.1 Abordagem dinâmica . . . . .	22

4.3.2	Abordagem estática . . . . .	24
4.3.3	Detecção e prevenção do colapso de tensão . . . . .	24
<b>5</b>	<b>Método rápido de determinação do PMC baseado em técnicas de sensibilidade</b>	<b>27</b>
5.1	Introdução . . . . .	27
5.2	Discussão Preliminar . . . . .	28
5.3	Sensibilidade dos geradores em relação a alterações da carga . . . . .	30
5.4	Modelo e formulação matemática do método . . . . .	35
5.4.1	Incrementos de carga . . . . .	35
5.4.1.1	Função de Aproximação Quadrática . . . . .	36
5.4.1.2	Função de Aproximação Linear . . . . .	37
5.4.2	Corte de carga . . . . .	38
5.5	Método baseado na sensibilidade dos geradores (barras PV) . . . . .	41
5.5.1	Algoritmo básico . . . . .	41
5.5.2	Resultados das simulações . . . . .	42
5.5.2.1	Sistema IEEE - 14 barras . . . . .	43
5.5.2.2	Sistema IEEE - 30 barras . . . . .	45
5.5.2.3	Sistema IEEE - 57 barras . . . . .	47
5.5.2.4	Sistema IEEE - 300 barras . . . . .	50
5.6	Processo do método baseado na sensibilidade da barra <i>slack</i> . . . . .	52
5.6.1	Resultados das simulações . . . . .	56
5.6.1.1	Sistema IEEE - 14 barras . . . . .	56
5.6.1.2	Sistema IEEE - 30 barras . . . . .	58
5.6.1.3	Sistema IEEE - 57 barras . . . . .	60
5.6.1.4	Sistema IEEE - 300 barras . . . . .	62
5.7	Método modificado . . . . .	64
5.7.1	Mudança na restauração da factibilidade . . . . .	64
5.7.2	Alterações no algoritmo básico . . . . .	65

5.7.3	Resultados das simulações . . . . .	66
<b>6</b>	<b>Método rápido para determinar o PMC baseado em técnicas de otimização</b>	<b>68</b>
6.1	Introdução . . . . .	68
6.2	Ponto de máximo carregamento PMC . . . . .	69
6.2.1	Incrementos de carga . . . . .	69
6.2.2	Corte de carga . . . . .	71
6.2.3	Alternativa para restabelecimento da factibilidade . . . . .	72
6.2.4	Definição do tamanho de passo $\sigma$ . . . . .	72
6.2.5	Resultados das simulações . . . . .	76
6.2.5.1	Sistema IEEE - 14 barras . . . . .	76
6.2.5.2	Sistema IEEE - 30 barras . . . . .	77
6.2.5.3	Sistema IEEE - 57 barras . . . . .	78
6.2.5.4	Sistema IEEE - 300 barras . . . . .	79
6.2.6	Comparação com outros métodos . . . . .	81
6.2.7	Teste para Sistema Brasileiro Norte-Nordeste . . . . .	84
6.2.7.1	Carga leve . . . . .	85
6.2.7.2	Carga pesada . . . . .	86
<b>7</b>	<b>Análise comparativa dos métodos</b>	<b>90</b>
7.1	Apresentação resumida dos métodos . . . . .	90
7.1.1	Método descrito no Cap. 5 . . . . .	90
7.1.2	Método descrito no Cap. 6 . . . . .	91
7.2	Discussões . . . . .	91
<b>8</b>	<b>Conclusões</b>	<b>93</b>
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>96</b>
<b>A</b>	<b>Técnicas de Análise</b>	<b>102</b>
A.1	Análise de Sensibilidade . . . . .	102

A.2 Fluxo de Carga com otimização de passo (FCOP) . . . . .	103
A.3 Método de otimização . . . . .	104

# Lista de Figuras

2.1	Funções de supervisão e controle de rede. . . . .	8
4.1	Rede elétrica de potência. . . . .	18
4.2	Diagrama fasorial da rede da figura 4.1. . . . .	18
4.3	Curva $[PV]$ . . . . .	20
4.4	Espaço de soluções. . . . .	22
4.5	Margem de segurança. . . . .	25
5.1	Ilustração do sistema de 57 barras. . . . .	33
5.2	Trajectoria da carga incrementando o fator de carregamento $\lambda$ . . . . .	36
5.3	Situação infactível. . . . .	38
5.4	Ilustração do sistema de 14 barras (Formulação Linear). . . . .	44
5.5	Ilustração do sistema de 14 barras (Formulação Quadrática). . . . .	45
5.6	Ilustração do sistema de 30 barras (Formulação Linear). . . . .	46
5.7	Ilustração do sistema de 30 barras (Formulação Quadrática). . . . .	47
5.8	Ilustração do sistema de 57 barras (Formulação Linear). . . . .	49
5.9	Ilustração do sistema de 57 barras (Formulação Quadrática). . . . .	49
5.10	Ilustração do sistema de 300 barras (Formulação Linear). . . . .	51
5.11	Ilustração do sistema de 300 barras (Formulação Quadrática). . . . .	51
5.12	Ilustração do sistema de 14 barras. . . . .	53
5.13	Ilustração do sistema de 30 barras. . . . .	54
5.14	Ilustração do sistema de 57 barras. . . . .	55
5.15	Ilustração do sistema de 300 barras. . . . .	55

5.16	Ilustração do sistema de 14 barras (Formulação Linear). . . . .	57
5.17	Ilustração do sistema de 14 barras (Formulação Quadrática). . . . .	57
5.18	Ilustração do sistema de 30 barras (Formulação Linear). . . . .	59
5.19	Ilustração do sistema de 30 barras (Formulação Quadrática). . . . .	59
5.20	Ilustração do sistema de 57 barras (Formulação Linear). . . . .	61
5.21	Ilustração do sistema de 57 barras (Formulação Quadrática). . . . .	61
5.22	Ilustração do sistema de 300 barras (Formulação Linear). . . . .	63
5.23	Ilustração do sistema de 300 barras (Formulação Quadrática). . . . .	63
6.1	Trajetória da carga no espaço de parâmetros $\lambda$ . . . . .	69
6.2	Evolução dos resultados para o sistema IEEE 300-barras. . . . .	74
6.3	Desempenho para o sistema IEEE 14-barras. . . . .	76
6.4	Desempenho para o sistema IEEE 30-barras. . . . .	77
6.5	Desempenho para o sistema IEEE 57-barras. . . . .	78
6.6	Desempenho para o sistema IEEE 300-barras. . . . .	79
6.7	Processo de busca binária. . . . .	81
6.8	Ajustes de carga no cálculo do PMC para a rede de 14 barras. . . . .	83
6.9	Ajustes de carga no cálculo do PMC para a rede de 57 barras. . . . .	84
6.10	Desempenho para o sistema com carga leve. . . . .	87
6.11	Desempenho para o sistema com carga pesada. . . . .	89

# Lista de Tabelas

2.1	Estados de operação da rede [15]. . . . .	6
5.1	Evolução de $\lambda$ para a rede de 57 barras . . . . .	32
5.2	Rede de 14 barras . . . . .	34
5.3	Processo de cálculo do PMC para a rede de 14 barras . . . . .	43
5.4	Processo de cálculo do PMC para a rede de 30 barras . . . . .	45
5.5	Processo de cálculo do PMC para a rede de 57 barras . . . . .	48
5.6	Processo de cálculo do PMC para a rede de 300 barras . . . . .	50
5.7	Máximo carregamento para sistemas IEEE . . . . .	52
5.8	Processo de cálculo do PMC para a rede de 14 barras . . . . .	56
5.9	Processo de cálculo do PMC para a rede de 30 barras . . . . .	58
5.10	Processo de cálculo do PMC para a rede de 57 barras . . . . .	60
5.11	Processo de cálculo do PMC para a rede de 300 barras . . . . .	62
5.12	Máximo carregamento para os sistemas IEEE . . . . .	62
5.13	Máximo carregamento para os sistemas IEEE . . . . .	66
6.1	Fator de carregamento $\lambda$ para as simulações na rede de 300 barras . . . . .	75
6.2	PMC para os sistemas testados . . . . .	80
6.3	Evolução de $\lambda$ para os sistemas testados . . . . .	82
6.4	Evolução de $\lambda$ para o sistema com carga leve . . . . .	86
6.5	Evolução de $\lambda$ para o sistema com carga pesada . . . . .	88
6.6	Resumo dos resultados. . . . .	88

# Capítulo 1

## Introdução

O principal objetivo da operação dos sistemas elétricos de potência é atender a demanda, suprindo o mercado de forma contínua e com qualidade de fornecimento. No entanto, estes sistemas estão sujeitos a experimentarem distúrbios que podem ter diversas causas e graus diferentes de severidade. Além disso, mudanças nas decisões político-econômicas, interconexões massivas, incremento da demanda e investimentos insuficientes são outros fatores que contribuem para agravar a situação, fazendo com que os sistemas elétricos operem muito perto de sua capacidade máxima. Nesse quadro, problemas de estabilidade, eventualmente de instabilidade e colapso de tensão podem facilmente ocorrer. Conseqüentemente, impõe-se aos sistemas importantes limitações de operação.

A estabilidade de um sistema elétrico de potência pode ser definida como a habilidade do sistema de operar em um ponto de equilíbrio estável sob circunstâncias normais de operação e de mover-se para um outro ponto de equilíbrio estável após um distúrbio. A estabilidade de tensão corresponde à capacidade do sistema de energia elétrica de manter níveis de tensões aceitáveis para todas as barras do sistema sob condições normais de operação e após ocorrência de distúrbios. A instabilidade de tensão é um processo caracterizado pela diminuição monotônica dos níveis de tensão do sistema, lenta ao princípio e cada vez mais acelerada até ocorrer uma queda abrupta (colapso de tensão) em que o sistema não tem mais condições para atender a demanda.

Embora o processo de instabilidade de tensão seja um fenômeno tipicamente dinâmico, a análise baseada em métodos estáticos apresenta certas vantagens práticas sobre os métodos dinâmicos. Os métodos estáticos mostram-se eficientes e apropriados para calcular índices de proximidade e margens de segurança ao colapso de tensão. Suas principais vantagens são: rapidez, em alguns casos precisão aceitável e baixo esforço de cálculo computacional, tornando atraente sua utilização em ambientes de operação em tempo real onde as restrições de tempo computacional são muito severas. Em geral, diversos trabalhos são apresentados na literatura especializada para determinar índices de proximidade ao colapso de tensão, determinação do ponto de máximo carregamento (PMC), cálculo da margem de segurança,

identificação de áreas críticas em relação à estabilidade de tensão e outros afins.

Assim, tem-se uma vasta linha de trabalhos que tratam, analisam e discutem diversos índices de proximidade ao colapso de tensão [1], [2], [3], [4], [5]. Estes índices são variáveis escalares associados a cada ponto de operação do sistema, muitos deles para diferentes características das redes elétricas e condições de operação do sistema, indicam a proximidade ou afastamento do PMC frente a variações da demanda. Como na proximidade do limite de estabilidade o sistema de potência apresenta um comportamento altamente não linear, estes índices podem não ser eficazes para determinar com precisão o PMC.

Processos de cálculo baseados em fluxo de potência da continuação [6], [7], além de mostrarem-se apropriados para determinar eficientemente os diagramas de bifurcação da rede, também permitem um cálculo com excelente precisão do PMC. No entanto, estes métodos baseados em passos preditor-corretor apresentam como desvantagem um alto esforço computacional que resulta em maior tempo de cálculo principalmente para sistemas mais carregados.

Métodos iterativos que utilizam a análise de sensibilidade, como proposto em [8], [9] e depois em [10] constituem avanços importantes nesta linha de pesquisa. No entanto, devido à linearização das equações do fluxo de carga, ocorrem problemas de imprecisão nos cálculos perto da fronteira de factibilidade. Dessa forma, os incrementos de carga definidos pela análise de sensibilidade, nessa região, podem apresentar erros maiores e comprometer significativamente a eficiência do método.

Esta tese apresenta duas metodologias para a avaliação da distância entre o ponto de operação corrente e o ponto de máximo carregamento (PMC), que sob certas circunstâncias (ganho infinito do regulador automático de tensão, carga modelada como uma injeção de potência constante, etc.), corresponde ao ponto de colapso de tensão. O primeiro método aqui proposto discute e utiliza a análise de sensibilidade enquanto que o segundo baseia-se em técnicas de otimização. Em ambos casos, a essência dos métodos consiste em um processo simples de incrementos e ajustes de carga. Neste processo, além das técnicas indicadas, utiliza-se o Fluxo de Carga com Otimização de Passo (FCOP) nas situações em que uma solução infactível seja encontrada. O sistema é modelado por equações algébricas não lineares e define-se um fator de carregamento  $\lambda$  em função do qual são estabelecidas as variações da carga.

No capítulo 2, apresenta-se uma visão geral dos sistemas elétricos de potência e uma revisão sucinta da operação das redes elétricas; são incluídas as definições dos estados de operação da rede e ressaltados os critérios para se estabelecer as funções de supervisão e controle da operação.

No capítulo 3, é apresentada a definição e classificação do problema de estabilidade. Incluem-se os principais tipos de instabilidade, dentre eles a do ângulo do rotor e a de tensão.

No capítulo 4, é tratado com detalhe o tópico da estabilidade de tensão propriamente dita. São incluídos incidentes reais de problemas relacionados à estabilidade e colapso de tensão, descrição matemática do fenômeno, tipos de abordagem para análise de estabilidade

de tensão e finalmente ações de detecção e prevenção do colapso de tensão.

O capítulo 5 contém o primeiro método proposto neste trabalho. Este corresponde a um método rápido para determinar o ponto de máximo carregamento (PMC), baseado em análise de sensibilidade. Aqui a idéia central é a definição de acréscimos de carga, como parte das simulações, baseados em sensibilidade dos geradores do sistema (barras PV). Uma outra opção onde estes acréscimos de carga baseiam-se na sensibilidade da barra *slack* é também apresentada. São incluídos detalhes da formulação matemática, mudanças alternativas da formulação na sua aplicação, testes e resultados das simulações para diversos sistemas elétricos. Na parte final é mostrada uma breve comparação com métodos de busca binária (BB).

O capítulo 6 contém o segundo método proposto neste trabalho. No caso, trata-se de um método rápido para determinar o ponto de máximo carregamento (PMC) baseado em técnicas de otimização. Incluem-se detalhes da formulação matemática, mudanças alternativas da formulação na sua aplicação, testes e resultados das simulações para diversos sistemas elétricos. Ressalta-se nesta parte, também a inclusão de testes em sistemas reais. No caso, mostram-se resultados obtidos no sistema brasileiro norte-nordeste para duas situações de demanda, leve e pesada. São também mostradas comparações de resultados obtidos para alguns sistemas com aqueles obtidos implementando-se processos de busca binária (BB).

No capítulo 7, é apresentado um resumo das duas metodologias propostas, inclui-se uma breve discussão e análise comparativa entre os aspectos mais relevantes de cada método.

No capítulo 8, estão detalhados os comentários gerais e principais conclusões do trabalho de pesquisa. Futuras atividades de pesquisa a serem desenvolvidas visando dar continuidade ao projeto de pesquisa foram também incluídas.

No apêndice A, são apresentadas resumidamente revisões de ferramentas de análise que, devidamente integradas, constituem a base do trabalho desta tese. Entre elas estão a análise de sensibilidade, o fluxo de carga com otimização de passo (FCOP) e as técnicas de otimização.

## Capítulo 2

# Operação de sistemas elétricos de potência

Um sistema elétrico de potência é constituído basicamente por geradores, transformadores, cargas e linhas de transmissão. Os geradores transformam energia mecânica em energia elétrica e injetam a potência elétrica na rede de transmissão através de transformadores elevadores. O transformador é um importante elemento do sistema elétrico que possibilita a conexão de vários equipamentos com níveis de tensão distintos. As linhas de transmissão são os elementos do sistema elétrico que transportam toda a energia elétrica gerada nas usinas até os pontos de consumo. Inicialmente com características muito simples, os sistemas elétricos têm evoluído para imensos sistemas constituídos por múltiplos geradores e centros de consumo interligados por linhas de transporte de energia elétrica cada vez mais complexas.

O conceito de operação de redes elétricas tem evoluído ao longo do tempo. A idéia básica, e que era praticada pelas companhias concessionárias de energia, é de que a operação deveria cumprir os seguintes objetivos [11]:

- garantir o fornecimento de energia às cargas;
- garantir o despacho econômico da geração de energia;
- garantir uma reserva girante (*spinning reserve*) para cobrir possíveis aumentos de carga não previstos e perdas de unidades geradoras;
- verificar os efeitos potenciais da retirada de equipamentos de operação para manutenção.

Alguns fatores, no entanto, levaram a mudanças nessa idéia. Principalmente a partir dos anos 60, notou-se que:

- a demanda de energia sempre crescia, a despeito das variações econômicas e desenvolvimentos políticos;
- a manutenção de um sistema elétrico robusto que pudesse atender a carga crescente e ainda operar normalmente sob contingências tornou-se economicamente inviável;
- a massiva interligação de sistemas, que se por um lado aumentava a capacidade de despacho de geração e a confiabilidade da rede, por outro contribuía para um aumento dos níveis de insegurança da rede em situações de contingências, visto que uma contingência em uma área podia ter seus efeitos propagados para toda a rede;
- a falta de investimentos na expansão da rede elétrica, aliada ao crescimento da demanda, levou os equipamentos existentes a operarem mais próximos de seus limites físicos de operação.

Um fato marcante na área da operação de redes elétricas foi o *blecaute* da região Nordeste dos Estados Unidos da América em novembro de 1965. Em uma região densamente povoada e com alto índice de industrialização, os efeitos do *blecaute* foram significativos. Este evento foi o segundo maior em área atingida, em número de pessoas atingidas, sendo que algumas áreas ficaram desenergizadas por até 24 horas. O *blecaute* de 1965 só foi suplantado recentemente pelo *blecaute* de 14 de Agosto de 2003 na costa nordeste dos EUA e Canadá [27].

A partir daí, tomou força o conceito de *controle de segurança*, que já vinha sendo discutido há algum tempo na época, porém, em nível de pesquisa. A ampliação do conceito da operação de redes incluindo a *análise de segurança* foi inevitável [13, 14].

A idéia da operação automatizada de redes em tempo real também ganhou força, principalmente devido ao:

- aumento da complexidade da operação das redes, limitando a ação eficiente dos operadores;
- fato de que a inclusão do controle de segurança aumentava muito o volume de análises e cálculos a serem executados;
- rápido desenvolvimento da tecnologia de computação digital e à queda acelerada dos preços dos equipamentos, passando a permitir sua utilização na realização das tarefas exigidas na operação segura de redes.

De fato, a instalação de Centros de Operação do Sistema (COS) é uma tendência mundial. Como exemplos de COS no Brasil, pode-se citar os da Companhia Paulista de Força e Luz (CPFL), do Centro Regional de Operação Nordeste (COSR-NE), do Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS) e da Companhia Energética de Minas Gerais (CEMIG), alguns em operação outros em fase de implementação e desenvolvimento.

Como parte da incorporação do controle de segurança na operação em tempo real de sistemas elétricos, foi introduzida a definição dos chamados *estados de operação* da rede. Esses estados de operação são apresentados na tabela 2.1 da forma como são descritos em [15].

Tabela 2.1: Estados de operação da rede [15].

NÍVEL	ESTADO DE OPERAÇÃO	DESCRIÇÃO
1	Seguro	A carga é atendida. Não há violações de limites de operação. Possíveis contingências não causam violações.
2	Corretivamente seguro	A carga é atendida. Não há violações de limites de operação. Violações causadas por possíveis contingências podem ser eliminadas por ações de controle sem perda de carga.
3	Alerta	A carga é atendida. Não há violações de limites de operação. Algumas violações causadas por possíveis contingências não podem ser eliminadas sem que haja perda de carga.
4	Emergência corrigível	A carga é atendida. Há violações de limites de operação que podem ser eliminadas por ações de controle sem perda de carga.
5	Emergência não corrigível	A carga é atendida. Há violações de limites de operação que não podem ser eliminadas sem que haja perda de carga.
6	Restaurativo	Não há violações de limites de operação. Ocorreu perda de carga.

Pode-se definir uma contingência como sendo um evento em que um ou mais equipamentos saem de operação de forma não esperada. Como exemplo de uma contingência, pode-se citar a saída de operação de uma linha de transmissão devido à queda de um raio em uma de suas torres. Naturalmente, deseja-se operar a rede sempre no nível seguro. No entanto, hoje em dia isso é praticamente impossível, devido aos altos índices de carregamento dos equipamentos da rede. É comum a operação nos níveis corretivamente seguro e alerta, este último ocorrendo em horários de pico de demanda (carga pesada).

Nota-se na tabela 2.1 que há situações em que a rede opera com violações de alguns limites de operação, como por exemplo sobrecargas em linhas de transmissão e transformadores e sobretensões ou subtensões em barramentos. Tais violações podem ocorrer tanto em condições de operação sob carga pesada quanto em situações de contingências. Naturalmente surge a idéia de se eliminar tais violações. A eliminação das violações é conseguida através

da execução de ações de controle na rede. Por exemplo, pode-se:

- eliminar uma sobrecarga em uma linha de transmissão através de um redespacho da geração;
- eliminar uma violação de tensão através da mudança de *tap* de um transformador.

Essas ações de controle fazem parte de uma estratégia que pode ser de dois tipos:

- controle **corretivo**: ações de controle são executadas para eliminar uma violação após esta ter sido detectada, tanto em condições normais de operação como sob contingências;
- controle **preventivo**: ações de controle são executadas de forma a mudar o ponto de operação corrente da rede e evitar o surgimento de violações caso contingências venham a ocorrer.

As ações de controle corretivas e/ou preventivas têm seu lugar entre uma série de funções de supervisão e controle de rede que são executadas nos COS. A tendência mundial é que tais funções sejam executadas em tempo real. A figura 2.1 mostra uma visão geral das funções de supervisão e controle existentes em um COS [11].

A área sombreada e limitada pelo retângulo com linha tracejada na figura 2.1 corresponde ao processo de análise comumente denominado *análise de segurança*.

A execução das funções de supervisão e controle na operação de redes em tempo real está sujeita a uma restrição severa de tempo, ou seja, as funções devem ser executadas o mais rapidamente possível. Por exemplo, a análise de segurança deve ser executada ciclicamente a intervalos de 15 a 30 minutos. Já o monitoramento do estado de operação da rede (configurador, estimador de estado) é executado a cada 15 segundos em média.

Assim, torna-se necessário o desenvolvimento de funções de supervisão e controle cujas execuções sejam rápidas, sem no entanto perder a precisão necessária.

Com relação ao estado atual de desenvolvimento de tais funções, quatro delas em particular constituem desafios que requerem novas metodologias para suas utilizações em tempo real:

- 1 obtenção de estratégias de controle corretivo/preventivo (associada a processos de otimização);
- 2 obtenção de estratégias de análise eficientes para a detecção de situações em que a rede poderá operar segundo os estados 2 e 3 (tabela 2.1) principalmente, ou seja, estados em que ocorrem violações;

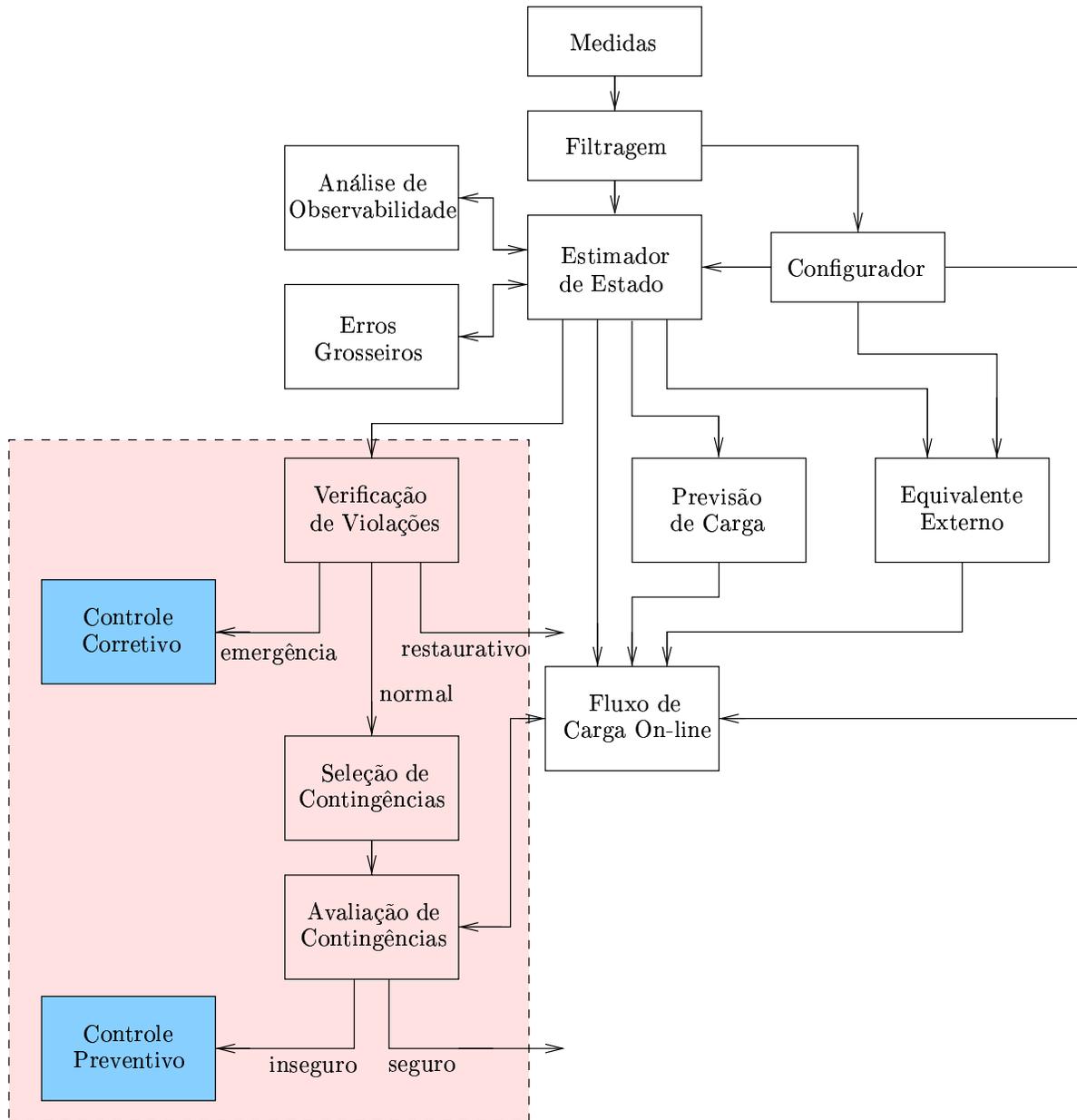


Figura 2.1: Funções de supervisão e controle de rede.

- 3 avaliação de segurança de redes com relação à estabilidade de tensão;
- 4 avaliação de segurança dinâmica de redes (associada à estabilidade transitória).

A dificuldade básica reside na complexidade dos modelos e métodos de solução disponíveis, que os tornam incompatíveis com as severas restrições de tempo da operação em tempo real. Neste trabalho procurou-se abordar o tema 3.

## Capítulo 3

# Estabilidade de sistemas elétricos de potência

A estabilidade de sistemas elétricos de potência pode ser definida em termos gerais como sendo a propriedade dos sistemas que permite que eles permaneçam em um estado de operação de equilíbrio sob condições normais de operação e atinjam um estado de equilíbrio aceitável após serem submetidos a um distúrbio [16]. Recentemente, visando-se uniformizar os critérios em relação a uma apropriada definição para a estabilidade do sistema de potência, foi apresentado um trabalho em [17]. A seguinte definição foi proposta: A estabilidade do sistema de potência é a capacidade do sistema de energia elétrica, para uma condição inicial de operação, de recuperar um estado de equilíbrio após da ocorrência de um distúrbio, com a maioria das variáveis dentro dos limites tal que o sistema permaneça praticamente intato.

A instabilidade em um sistema de potência pode manifestar-se de diversas formas, dependendo da sua configuração e do seu modo de operação. Tradicionalmente, o problema da estabilidade tem sido associado a manter o sistema operando em sincronismo. Como a geração de energia elétrica é baseada na utilização de geradores síncronos, uma condição necessária para a operação satisfatória do sistema é que todos os geradores síncronos operem em sincronismo. Este aspecto da estabilidade é influenciado pelo comportamento dinâmico dos ângulos dos rotores dos geradores e das relações entre as potências entregues e esses ângulos.

A instabilidade pode também ocorrer sem a perda de sincronismo. Por exemplo, um sistema composto por um gerador síncrono alimentando um motor de indução através de uma linha de transmissão pode tornar-se instável devido a um colapso na tensão da carga. Neste caso a manutenção do sincronismo não é o problema principal. A instabilidade deve-se ao controle de tensão.

A análise de estabilidade de um sistema relaciona-se com o seu comportamento quando sujeito a distúrbios. Esses distúrbios podem ser pequenos ou grandes. Pequenos distúrbios, na forma de alterações de carga, ocorrem de forma contínua, e o sistema deve ajustar-se a essas

alterações. O sistema deve ser capaz de operar satisfatoriamente sob essas condições. Deve também ser capaz de superar grandes distúrbios, como por exemplo um curto-circuito em uma linha de transmissão, a perda de um grande gerador ou carga ou a perda de uma conexão entre dois subsistemas. Por exemplo, um curto-circuito em um equipamento importante, seguido pela sua isolação através de relés de proteção, causará variações na transferência de potência, nas velocidades dos rotores dos geradores e nas tensões. As variações de tensão farão os reguladores de tensão de geradores atuarem. As variações de velocidade farão os reguladores dos acionamentos primários (turbina, por exemplo) atuarem, etc. Além disso, os equipamentos de proteção também podem atuar e afetar o desempenho do sistema. Em uma dada situação, no entanto, as atuações de um certo número de equipamentos poderão ser significativas. Assim, várias hipóteses simplificadoras são consideradas durante a análise, a fim de focar especificamente os fatores que influenciam aquele determinado tipo de problema de estabilidade. O entendimento dos problemas de estabilidade é muito facilitado com a classificação do problema de estabilidade em várias categorias, que serão descritas de forma resumida a seguir.

### 3.1 Estabilidade de ângulo do rotor

A estabilidade de ângulo do rotor corresponde à habilidade das máquinas síncronas do sistema interconectado de permanecerem em sincronismo. O problema de estabilidade envolve o estudo das oscilações eletromecânicas inerentes ao sistema de potência. Um fator fundamental neste problema é a maneira pela qual as saídas de potência dos geradores síncronos variam enquanto os rotores oscilam.

A estabilidade corresponde a uma situação de equilíbrio entre forças opostas. Máquinas síncronas interconectadas mantêm o sincronismo umas com as outras através de um mecanismo de atuação de forças de restabelecimento do equilíbrio, que ocorre sempre que aparecem forças que tendem a acelerar ou desacelerar uma ou mais máquinas com relação às demais. Em uma situação de regime permanente, há um equilíbrio entre o conjugado mecânico de entrada e o conjugado elétrico de saída de cada máquina, e a velocidade permanece constante. Se o sistema é perturbado, os rotores das máquinas sofrerão aceleração ou desaceleração, que pode ser quantificada através da modelagem das máquinas através das leis de movimento de corpos em rotação. Se um gerador temporariamente acelera em relação aos demais, a posição angular do seu rotor em relação àquela das máquinas cuja aceleração é menor sofrerá um avanço. A diferença angular resultará em uma transferência de parte da carga das máquinas com menor aceleração para aquelas com maior aceleração. Isto tende a reduzir a diferença de velocidade e portanto a diferença angular. Porém, devido às não linearidades dos geradores, certos distúrbios podem levar a situações em que o aumento da diferença angular é acompanhado por uma diminuição na transferência de carga entre os geradores. Nestes casos, a diferença angular aumenta ainda mais, levando à instabilidade. Para as situações em que ocorrem distúrbios, a estabilidade do sistema depende da existência de forças de

restabelecimento suficientes para compensar os aumentos das diferenças angulares.

Por conveniência de análise, é usual classificar o fenômeno de estabilidade do ângulo do rotor segundo as seguintes categorias:

- (a) *Estabilidade de pequenos sinais* (ou *de pequenas perturbações*) – corresponde à habilidade do sistema de manter o sincronismo após pequenos distúrbios. Tais distúrbios ocorrem de forma contínua no sistema devido às pequenas variações de carga e geração, e são considerados pequenos o suficiente para que as equações do modelo da rede possam ser linearizadas para fim de análise.
- (b) *Estabilidade transitória* – corresponde à habilidade do sistema de manter o sincronismo após a ocorrência de um distúrbio transitório severo. Exemplos de distúrbios severos são os curto-circuitos (fase-terra, fase-fase-terra, trifásicos), que normalmente ocorrem em linhas de transmissão (ocasionalmente curto-circuitos em barramentos e transformadores são também considerados). Normalmente, considera-se também que a situação de curto-circuito seja eliminada através da abertura de disjuntores apropriados para isolar o equipamento que sofreu a falta.

## 3.2 Estabilidade de tensão e colapso de tensão

A estabilidade de tensão corresponde à habilidade do sistema de manter magnitudes de tensão de regime permanente em valores aceitáveis sob condições normais de operação e após a ocorrência de distúrbios. Um sistema entra em um estado de instabilidade de tensão quando um distúrbio, como por exemplo um aumento da carga ou uma mudança nas condições da rede, causa quedas de tensão progressivas e incontroláveis. O fator principal que causa a instabilidade de tensão é a falta de capacidade do sistema em atender a demanda de potência reativa necessária para manter os níveis de tensão necessários. O problema normalmente encontra-se nas quedas de tensão que ocorrem devido a fluxos de potência ativa e reativa por reatâncias indutivas associadas com o sistema de transmissão.

Quedas de tensão progressivas podem também estar associadas com a saída de sincronismo de geradores. Por exemplo, a perda de sincronismo gradual de geradores quando os ângulos dos rotores de duas máquinas se aproximam ou ultrapassam  $180^\circ$  pode resultar em tensões muito baixas em diferentes pontos da rede. No entanto, o tipo de queda de tensão relacionado com a instabilidade de tensão ocorre quando a estabilidade de ângulo não está em jogo.

A instabilidade de tensão é essencialmente um fenômeno localizado. No entanto, suas conseqüências podem resultar em um impacto generalizado sobre o sistema. O colapso de tensão é um fenômeno mais complexo que uma simples instabilidade de tensão e corresponde normalmente ao resultado de uma seqüência de eventos que levem à instabilidade de tensão e a um baixo perfil de tensões em uma parte significativa da rede.

Em sistemas de potência reais, complexos e de grande porte, vários fatores podem contribuir para uma situação de instabilidade de tensão: capacidade do sistema de transmissão, níveis de transferência de potência, características das cargas, capacidade de geração de potência reativa dos geradores, e características dos dispositivos de compensação reativa. Em alguns casos, a instabilidade de tensão é o resultado da falta de coordenação na atuação de equipamentos de controle e proteção.

Para fins de análise, o problema da estabilidade de tensão é normalmente classificado segundo as seguintes categorias:

- (a) *Estabilidade de tensão de grandes perturbações* – corresponde à habilidade do sistema de manter o controle das tensões após a ocorrência de grandes perturbações tais como faltas e perda de unidades geradoras. Esta habilidade é determinada pelas características da carga e pelas interações entre os dispositivos de controle e proteção. A avaliação das condições de estabilidade de tensão após uma grande perturbação requer que a rede seja vista como um sistema dinâmico não linear e modelada através de um sistema de equações algébrico-diferencial não linear. O comportamento da rede deve ser analisado por um período de tempo grande o suficiente para permitir a identificação das interações dos dispositivos de controle e proteção, tais como os transformadores com ajuste da posição do *tap* sob carga e dos limitadores da corrente de campo de geradores. O intervalo de tempo de análise pode ser de alguns segundos até dezenas de minutos. Portanto, métodos de simulação dinâmicos de longo prazo são necessários.

Um critério para determinar a estabilidade de tensão de grandes perturbações de um sistema pode ser baseado nos níveis de tensão atingidos após a ocorrência da perturbação e da atuação dos dispositivos de controle e proteção. Se tais níveis forem aceitáveis, o sistema é considerado estável.

- (b) *Estabilidade de tensão de pequenas perturbações* – corresponde à habilidade do sistema de manter o controle das tensões após a ocorrência de pequenas perturbações tais como pequenas variações de carga. Esta habilidade é determinada pelas características da carga e pelas interações entre os dispositivos de controle e proteção *em um certo instante de tempo*. Esta idéia é bastante útil para a determinação de como o sistema irá reagir a pequenas perturbações em qualquer instante de tempo.

Os fatores que contribuem para a instabilidade de tensão de pequenas perturbações são essencialmente do tipo de regime permanente. Assim, abordagens e modelos de regime permanente podem ser usados com sucesso para a determinação de margens de estabilidade, identificar fatores que influenciam a estabilidade, e examinar uma grande gama de condições de operação, incluindo cenários pós-contingência.

Um possível critério para se avaliar a estabilidade de tensão de pequenas perturbações em um sistema, pode ser baseado na sensibilidade entre a magnitude da tensão e a injeção de potência reativa nos seus barramentos. Um sistema é estável se as magnitudes de tensão de todas as suas barras aumentam caso as respectivas injeções de potência

reativa nelas aumentem. Um sistema é instável se, em pelo menos uma de suas barras, a magnitude da tensão diminui se a injeção de potência reativa aumenta.

A instabilidade de tensão nem sempre ocorre sozinha. É freqüente a ocorrência conjunta de instabilidades de ângulo e tensão. Uma pode levar à outra e a distinção entre elas pode não ser claramente identificada. No entanto, esta distinção é importante para o entendimento das causas primárias dos problemas de instabilidade e para o desenvolvimento de procedimentos de planejamento e operação apropriados.

### 3.3 Estabilidade de médio e longo prazos

Os conceitos de estabilidade de médio e longo prazos são relativamente novos. Eles foram criados a partir da necessidade de analisar problemas associados com a resposta dinâmica de sistemas a distúrbios severos. Estes levam a grandes variações de tensão, freqüência e fluxos de potência e, portanto, requerem a ação de dispositivos de ação lenta, que não são modelados em estudos de estabilidade transitória. Exemplos de equipamentos que são modelados nestes casos são: caldeiras de usinas térmicas, condutos de unidades hidrelétricas, controle automático da geração, controle e proteção de usinas e sistemas de transmissão, saturação de transformadores, e efeitos de variações da freqüência sobre as cargas e a rede.

Períodos de tempo típicos de análise, e que distinguem os diversos tipos de estabilidade, são:

- curto prazo ou transitório: 0 a 10 segundos;
- médio prazo: 10 segundos a alguns minutos;
- longo prazo: alguns minutos a dezenas de minutos.

Em geral, problemas de instabilidade de médio e longo prazos estão associados a respostas inadequadas de equipamentos de controle, coordenação inadequada entre os equipamentos de controle e proteção, ou insuficiência de reservas de potência ativa e/ou reativa.

### 3.4 Classificação dos problemas de estabilidade

A estabilidade de sistemas de potência é na verdade um problema único. No entanto, o seu estudo se torna inviável se for encarado desta forma, já que a instabilidade pode ocorrer em função de uma série de fatores diferentes, e pode resultar nos mais diversos tipos de comportamento da rede. Assim, a análise dos problemas de estabilidade, a identificação dos fatores principais e o desenvolvimento de métodos para melhorar as condições de operação de

redes do ponto de vista da estabilidade ficam mais fáceis com a classificação dos problemas de estabilidade em categorias. Os fatores que contribuem para essa classificação são:

- a natureza física da instabilidade resultante;
- a dimensão da perturbação;
- os dispositivos e os intervalos de tempo considerados para a determinação das condições de estabilidade;
- os métodos de análise mais apropriados para o cálculo e determinação das condições de estabilidade.

Baseado nesses fatores, e com relação à classificação da estabilidade de sistemas de potência, em [17] foram propostas as seguintes categorias de estabilidade:

- estabilidade de ângulo do rotor;
- estabilidade de frequência;
- estabilidade de tensão.

Embora a classificação da estabilidade de sistemas de potência seja uma forma conveniente e eficaz de tratar um problema tão complexo, deve-se manter sempre em mente a idéia geral da estabilidade. Soluções para problemas de estabilidade de um certo tipo não podem ser implementadas caso gerem instabilidade de outro tipo. Isto requer o desenvolvimento e uso apropriado de diferentes ferramentas de análise. Sob esse aspecto, a consideração das várias facetas do problema é altamente desejável.

Este projeto de pesquisa refere-se especificamente ao estudo e desenvolvimento de procedimentos de análise referentes à estabilidade de tensão de sistemas elétricos de potência.

# Capítulo 4

## Estabilidade de tensão

Alguns fatos importantes têm marcado o planejamento e a operação de sistemas elétricos de potência nas últimas décadas:

- O número de conexões entre companhias de eletricidade tem aumentado muito. Por exemplo, países como o Brasil e os Estados Unidos, entre outros, possuem praticamente um único sistema de potência, composto por um grande número de companhias de geração, transmissão e distribuição de energia elétrica. Por um lado, isto aumenta a confiabilidade de atendimento da demanda do sistema, já que energia pode ser exportada pelas companhias que a tem em excesso para aquelas que apresentam déficit. Em consequência, a necessidade de reserva girante (*spinning reserve*) de cada companhia diminui, diminuindo seus custos de geração. Por outro, os efeitos de perturbações na área de uma companhia podem se propagar e serem notados em todo o sistema. Logo, do ponto de vista de segurança da operação, o sistema pode ficar mais vulnerável;
- Os novos investimentos na expansão do sistema e instalação de novos equipamentos têm sido em sua maioria adiados e as causas são várias, incluindo desde as econômicas até as ambientais. Como a demanda tem aumentado consistentemente ao longo dos anos, os equipamentos já existentes passaram a operar cada vez mais próximos de seus limites. Em consequência, a habilidade do sistema em manter condições aceitáveis de operação após perturbações tem diminuído bastante.

Naturalmente, os fatos descritos anteriormente têm um impacto direto sobre a estabilidade do sistema, e em particular sobre a estabilidade de tensão. Tem-se verificado a ocorrência de perfis de tensão anormalmente altos ou baixos, e incidentes de instabilidade de tensão que levaram ao colapso de tensão [18]. O colapso de tensão, que é um processo pelo qual a instabilidade de tensão leva uma parte significativa da rede a um perfil de tensões baixas, tem ocorrido em sistemas com torque sincronizante e amortecimento suficientes, mas com problemas relacionados ao controle de potência reativa. Estas ocorrências têm sido mais

freqüentes em sistemas muito interconectados, altamente carregados e com falta de um suporte de reativos adequado. Eles operam, portanto, com pequenas margens de segurança, ou seja, com pouca capacidade de manter o sistema estável sob condições de variação de carga ou de topologia. Desta forma, uma vez que os problemas de estabilidade de tensão são identificados, a não ser que se tenha um estudo prévio de ações de controle eficientes, preventivas ou restaurativas, incluindo a alocação de reativos, a redução da potência transferida se faz necessária. Assim, a análise do problema de estabilidade de tensão ganhou maior destaque nas últimas décadas, já que ele tem se mostrado um fator de limitação na operação de redes.

Encontram-se na literatura várias abordagens para o estudo do problema de estabilidade de tensão [1, 4, 7, 8], incluindo várias teorias que procuram explicar o fenômeno do colapso de tensão e os mecanismos para a sua ocorrência. São também utilizados dados de incidentes reais e estudos da importância da representação adequada dos diversos elementos que compõem o sistema.

## 4.1 Incidentes reais envolvendo colapso de tensão

Várias publicações relatam incidentes reais envolvendo o colapso de tensão [19, 20, 21]. Relatórios foram publicados com a intenção de fornecer dados capazes de possibilitar a identificação e caracterização deste fenômeno. Esses relatórios, em geral, descrevem as características dos sistemas e suas condições de operação antes e depois do colapso de tensão. Eles mostram que eventos rápidos (como por exemplo o incidente ocorrido na Suécia em 1983), com duração de alguns segundos, como transitórios em linhas de transmissão e oscilação de freqüências, podem ocorrer após uma falha, se o sistema não for suficientemente forte para recuperar-se rapidamente. Essas constatações evidenciam a importância de se fazer análises com modelos detalhados dos equipamentos do sistema, incluindo equações referentes à dinâmica dos geradores. Entre as ocorrências publicadas estão os colapsos de 1978 [22] e 1987 [23] ocorridos na França, o do Japão também em 1987 [20], o *blecaute* de 1982 na Bélgica [23], os eventos ocorridos na Suécia em 1982 e 1983 [22, 24, 25], entre outros. Problemas de instabilidade de tensão já afetaram também o sistema interligado brasileiro, como por exemplo, nos episódios ocorridos em 1997 [26]. Recentemente, o grande *blecaute* ocorrido na costa nordeste dos EUA e Canadá [12, 27] suscitou discussões interessantes envolvendo causas e consequências do fenômeno, incluindo aspectos que vão desde detalhes físicos da rede até as características atuais da operação dos sistemas elétricos de forma desregulamentada [28, 29].

Alguns incidentes mostraram que o colapso de tensão está associado com as *bifurcações*, ou seja, pequenas alterações de parâmetros do sistema (por exemplo, cargas) podem resultar em comportamentos oscilatórios (*bifurcação de Hopf*) ou queda monotônica das tensões da rede (*bifurcação sela-nó*). De maneira geral, constatou-se que o colapso de tensão caracteriza-se por uma variação lenta do ponto de operação do sistema, que ocorre após um período de tempo determinado basicamente pela atuação do controle automático das posições dos *taps* dos transformadores e da redução dos níveis de excitação da geração, geralmente algumas

dezenas de segundos. As magnitudes das tensões em certas barras decrescem gradualmente por um período de tempo, freqüentemente minutos, até a ocorrência de uma queda abrupta. Por esta razão, o colapso de tensão pode ser considerado como quase estacionário, como um fenômeno dinâmico aperiódico não oscilatório, relativamente lento, com constantes de tempo que variam de alguns segundos a alguns minutos. Relatórios sobre instabilidades de tensão, causando ou não o colapso de tensão e *blecautes*, mostram que a freqüência e os ângulos de fase das tensões não se alteram apreciavelmente, mas que as magnitudes das tensões são sensivelmente afetadas, e que o fenômeno de instabilidade de tensão é inerentemente não linear.

Em geral, os problemas de colapso de tensão relatados estão intimamente ligados a redes com elevadas transferências de potência, e se manifestam freqüentemente como problemas ligados a uma área específica do sistema, ou seja, têm caráter geograficamente local. O colapso de tensão também pode ocorrer quando o sistema não apresenta capacidade para atender uma dada demanda de carga. Alguns incidentes envolvendo colapso de tensão foram causados por um inesperado aumento no nível de carga, às vezes combinado com condições anormais de operação do sistema, ou por um distúrbio da rede como a perda de uma linha de transmissão importante, de um gerador ou de um transformador. Da avaliação desses incidentes, conclui-se que o colapso de tensão é um fenômeno ligado ao comportamento das cargas. Também, que as contingências afetam controles de tensão, linhas e barramentos, e provocam o aumento da potência transmitida pela rede devido à atuação do controle primário de potência ativa.

Em uma situação pós-contingência, após a regulação primária ter-se acomodado em um nível de tensão mais baixo, dois fatores podem ainda colocar a estabilidade do sistema em risco: a recuperação da carga, que é uma tentativa natural, principalmente causada pela restauração de tensões secundárias de transformadores, e restrições de potência reativa dos geradores, impostas pelos limitadores de corrente do rotor ou pela ação dos operadores. A insuficiência de fontes de potência reativa e a utilização inadequada das fontes existentes são as principais responsáveis pela incapacidade do sistema manter seu balanço de reativos. Bancos de capacitores e compensadores síncronos devem gerar potência reativa em locais próximos dos pontos de consumo, sendo que a transmissão de reativos em condições de alto carregamento de potência ativa é inviável. Uma vez que a transmissão de reativos se mostra inviável, o déficit de reativos deve ser compensado localmente e, se isto não for possível, devido à atuação de limitadores de corrente de campo e de armadura de geradores, os dispositivos de controle de tensão do sistema serão ativados na tentativa de restaurar o nível das tensões. A atuação dos dispositivos de controle de tensão do sistema resulta no aumento da demanda de reativos, e não pode ser atendida devido às restrições da rede de transmissão e também de limites de reativos dos geradores, fazendo com que as tensões em certas barras da rede caiam ainda mais [30, 31, 32]. Este fenômeno é conhecido como ação reversa dos OLTC (*on-load tap changer*). Assim, caso o sistema não tenha sido planejado adequadamente e não possua suporte local de reativos e controle de emergência apropriados, um decréscimo monotônico de tensão acabará levando-o à perda de sua integridade.

## 4.2 Ilustração do fenômeno

Para melhor compreensão do fenômeno, é analisado um cenário básico, onde uma rede de potência elétrica é representada por uma barra de geração (barra 1), neste caso do tipo *slack*, e uma barra de carga (barra 2), neste caso do tipo PQ, conectadas por uma linha de transmissão modelada por uma impedância igual a  $(R + jX)$ . A Figura 4.1 mostra os detalhes.

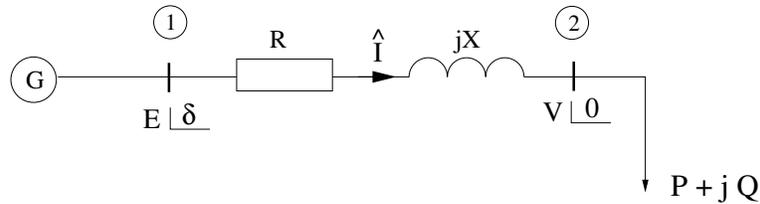


Figura 4.1: Rede elétrica de potência.

Embora o sistema seja de pequeno porte, pode representar um sistema maior, em que o restante da rede é representado por um circuito equivalente de Thévenin visto da carga. O diagrama fasorial das grandezas elétricas é mostrado na Figura 4.2.

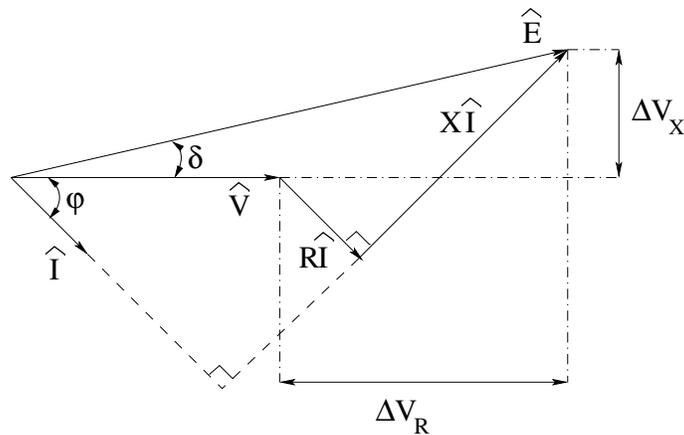


Figura 4.2: Diagrama fasorial da rede da figura 4.1.

A partir do diagrama fasorial tem-se:

$$E^2 = (V + \Delta V_R)^2 + (\Delta V_X)^2 \quad (4.1)$$

Os termos  $\Delta V_R$  e  $\Delta V_X$  mostrados no diagrama fasorial podem ser expressos da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\Delta V_R &= RI \cos \varphi + XI \sin \varphi \\ \Delta V_X &= XI \cos \varphi - RI \sin \varphi\end{aligned}\quad (4.2)$$

A potência complexa na barra de carga em termos da tensão, da corrente e do ângulo do fator de potência da carga é dado por:

$$P + jQ = VI \cos \varphi + jVI \sin \varphi \quad (4.3)$$

Substituindo (4.2) e (4.3) em (4.1), de forma a incluir termos da potência de carga ativa e reativa, resulta:

$$E^2 = \left( V + \frac{RP + XQ}{V} \right)^2 + \left( \frac{XP - RQ}{V} \right)^2 \quad (4.4)$$

Após uma manipulação apropriada da equação (4.4), chega-se a:

$$E^2 = V^2 + 2(RP + XQ) + (R^2 + X^2) \left( \frac{P^2 + Q^2}{V^2} \right) \quad (4.5)$$

que também pode ser expressa como:

$$V^4 + [2(RP + XQ) - E^2]V^2 + (R^2 + X^2)(P^2 + Q^2) = 0 \quad (4.6)$$

Definindo  $x = V^2$  e reordenando a equação (4.6), obtém-se uma expressão quadrática da seguinte forma:

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (4.7)$$

em que:

$$\begin{aligned}a &= 1 \\ b &= 2(RP + XQ) - E^2 \\ c &= (R^2 + X^2)(P^2 + Q^2)\end{aligned}$$

As soluções positivas de (4.6) correspondentes às magnitudes da tensão na barra, são chamadas de  $V^H$  e  $V^L$ . Estas representam a solução estável (*high voltage*) e instável (*low voltage*) respectivamente:

$$V^H = \left( \frac{-b + d^{1/2}}{2a} \right)^{1/2} \quad (4.8)$$

$$V^L = \left( \frac{-b - d^{1/2}}{2a} \right)^{1/2} \quad (4.9)$$

em que  $d$  representa o discriminante de (4.6) e é dado por:

$$\begin{aligned} d &= b^2 - 4ac \\ &= E^4 + 4 [2PQRX - E^2 (RP + XQ) - R^2Q^2 - X^2P^2] \end{aligned} \quad (4.10)$$

Para um dado fator de potência, conforme a carga é aumentada,  $V^H$  decresce enquanto que  $V^L$  aumenta. Este processo continua até que  $V^H = V^L$ , o que ocorre quando  $d = 0$ . A potência de carga neste caso é chamada de potência crítica e a tensão correspondente de tensão crítica. Na Figura 4.3, mostra-se o comportamento da magnitude da tensão na barra 2 em função da potência ativa consumida na própria barra. Considera-se para este caso que o fator de potência da barra permanece constante.

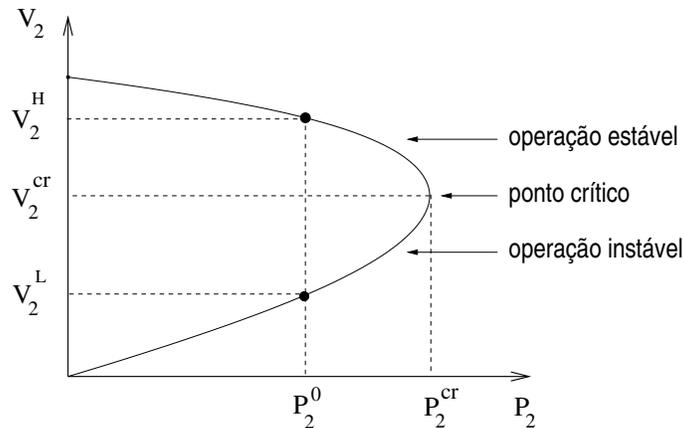


Figura 4.3: Curva [PV].

O ponto  $(P_2^{cr}, V_2^{cr})$  corresponde ao ponto crítico, que está localizado na fronteira entre as regiões factível (para a qual as equações de fluxo de carga apresentam solução) e infactível (para a qual as equações de fluxo de carga não apresentam solução). Este é o ponto de bifurcação sela-nó, que se caracteriza por apresentar o determinante da matriz Jacobiana nulo, ou seja, a partir de um consumo  $P_2^{cr}$  não há mais convergência do fluxo de carga. Neste caso, o valor da potência consumida na barra de carga  $P_2^{cr}$  representa também a máxima potência que pode ser entregue à carga, sendo, portanto, igual ao máximo carregamento.

À medida que crescem os níveis de transmissão a relação  $R/X$  diminui, de forma que  $X \gg R$ , portanto a resistência pode ser considerada desprezível ( $R = 0$ ). A condição para que se tenha pelo menos uma solução é que o discriminante  $d$  seja maior que zero. Neste caso obtém-se a seguinte equação:

$$-P^2 - \frac{E^2}{X}Q + \left(\frac{E^2}{2X}\right)^2 \geq 0 \quad (4.11)$$

Fazendo  $Q = 0$ , será obtida uma expressão do limite de potência ativa que pode ser entregue na barra de carga. Da mesma forma, fazendo  $P = 0$ , será obtida uma expressão similar para o caso da potência reativa. Estas duas expressões, mostram que os valores limites da potência ativa e reativa dependem da tensão na barra de referência e da reatância da linha:

$$P \leq \frac{E^2}{2X}$$

$$Q \leq \frac{E^2}{4X}$$

A equação (4.11) ordenada convenientemente pode ser expressa como:

$$-\frac{QX}{E^2} - \left(\frac{PX}{E^2}\right)^2 + \frac{1}{4} \geq 0 \quad (4.12)$$

Qualquer solução para esta equação poderá ser representada como um ponto que pertence a um espaço em duas dimensões, delimitado pela curva mostrada na Figura 4.4. Nota-se que abaixo da curva tem-se duas soluções, acima nenhuma solução e uma solução sobre a própria curva.

Desta forma, fica claro que a máxima carga reativa não pode exceder  $E^2/4X$ , enquanto que, qualquer potência ativa poderá ser atendida, desde que a reserva de reativos disponível seja suficiente. Deve-se salientar que, sendo o limite de potência ativa  $E^2/2X$ , esta simples diferença mostrada entre as duas expressões, resulta da natureza do sistema de transmissão e ilustra a dificuldade de transportar grandes quantidades de potência reativa.

### 4.3 Abordagens de análise da estabilidade de tensão

Existem hoje diversos métodos de análise de estabilidade de tensão propostos na literatura. Estes métodos permitem que se avalie as condições de operação do sistema e de seu nível de segurança em termos da estabilidade de tensão. Dois tipos de abordagens têm sido

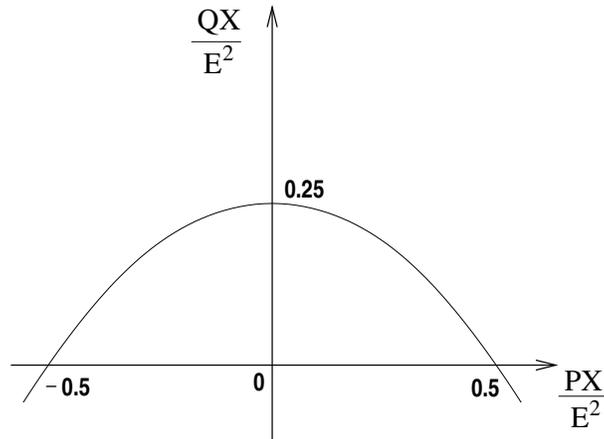


Figura 4.4: Espaço de soluções.

utilizados para o desenvolvimento dos métodos de análise: a dinâmica e a estática. Ambas serão descritas a seguir. Alguns estudos mostram que, sob certas condições, métodos desenvolvidos segundo as duas abordagens levam a resultados similares [33]. Há situações, porém, em que a consideração das características dinâmicas dos elementos que compõem o sistema é essencial.

### 4.3.1 Abordagem dinâmica

A abordagem dinâmica utiliza modelos detalhados dos componentes do sistema, resultando em um sistema de equações algébrico-diferencial não linear. Esta abordagem proporciona um melhor entendimento dos mecanismos que levam o sistema a apresentar problemas de instabilidade de tensão e eventualmente ao colapso de tensão. No entanto, o esforço computacional envolvido quando se utiliza este tipo de abordagem é elevado. Os primeiros estudos de estabilidade de tensão do ponto de vista dinâmico foram apresentados em 1975 por Venikov e outros [34], mostrando que sob certas condições, o sinal dos autovalores da matriz Jacobiana do sistema dinâmico pode dar informações sobre a estabilidade de regime permanente. É conveniente combinar análises de estabilidade de regime permanente com o cálculo de fluxo de carga e fazer essas análises com programas de fluxo de carga modificados, para melhorar a convergência, diminuir o número de iterações e obter resultados confiáveis.

As análises segundo a abordagem dinâmica são usualmente divididas segundo as seguintes categorias: análises de pequenas perturbações, análises não lineares e análise dos modelos dos equipamentos. As análises de pequenas perturbações avaliam as condições de estabilidade da rede utilizando a matriz Jacobiana resultante da linearização das suas equações dinâmicas. Em [33] é analisada a relação entre a estabilidade de pequenas perturbações e a singularidade da matriz Jacobiana do fluxo de carga. Constataram que para o colapso de tensão e análises de instabilidade de tensão, algumas conclusões baseadas na singularidade da matriz Jacobiana-

na do fluxo de carga padrão, devem ser somente aplicadas quando o sistema estiver próximo da máxima transferência de potência. Rajagopalan e outros [35] apresentaram a idéia de que as instabilidades dinâmicas impõem mais restrições à operação do sistema do que a máxima transferência de potência. Mostraram também que a instabilidade do sistema pode ocorrer sem singularidade da matriz Jacobiana do fluxo de carga.

A teoria de bifurcações assume que parâmetros do sistema variam lentamente e descrevem mudanças qualitativas tais como a perda de estabilidade. Uma bifurcação é uma mudança qualitativa no sistema, e corresponde ao ponto em que um autovalor do sistema dinâmico torna-se nulo, resultando no desaparecimento do ponto de equilíbrio do sistema (bifurcação de sela-nó). Também, quando o estado em regime permanente muda de um ponto de equilíbrio para uma oscilação (bifurcação de Hopf). Chiang e outros mostraram que o colapso de tensão pode ser estudado através de um modelo quase-estático antes da ocorrência da bifurcação, e como um modelo dinâmico após a sua ocorrência. Araposthathis e outros [37] apresentaram algumas propriedades assintóticas das trajetórias das funções de um sistema de potência interconectado, em que os geradores são descritos por suas equações *swing* e as cargas são tratadas como barras PV. Mostraram que um estudo completo de estabilidade pode levar à construção de um diagrama de bifurcação. Uma análise interessante foi apresentada por de Marco e outros [38], em que o sistema elétrico foi tratado como um sistema dinâmico sujeito a uma fonte de ruídos que representa uma evolução estocástica das cargas do sistema.

Uma série de estudos e simulações de incidentes de colapso de tensão evidenciaram a importância de se fazer um estudo mais profundo de modelos de transformadores reguladores, cargas e motores de indução. Esses trabalhos tentam obter critérios de estabilidade para sistemas em que a dinâmica mais relevante é a dos transformadores, que são modelados através de sistemas de equações diferenciais de primeira ordem. Analisando o comportamento de transformadores com mudança da posição do *tap*, Abe [39] propôs um modelo discreto de primeira ordem baseado em descrições dinâmicas das cargas. Ohtsuki e outros [32] analisaram o comportamento dos transformadores com base nas características transitórias das curvas  $P\delta$ , PV e similares.

Em relação ao tipo de carga, Pal [40] mostrou que cargas com características de impedâncias ou correntes constantes não causam instabilidade de tensão [40]. Cargas modeladas como injeções de potência constantes, mas com características dinâmicas (como motores de indução ou cargas controladas termostaticamente) são responsáveis pelas dinâmicas que resultam da tentativa do sistema manter, após contingências, o nível da demanda pré-contingência. Para se estudar o modelamento das cargas, é possível obter um modelo generalizado baseando-se em características transitórias. Sabe-se que os processos dinâmicos individuais dos diferentes tipos de carga são impostos ao sistema de forma agregada, estes aspectos foram tratados por Xu, Hill e outros [41, 42]. A importância dos motores de indução foi estudada por Sekine, El-Sadek e outros em [31, 43], em que foram realizadas simulações no domínio do tempo, mostrando instabilidades causadas por motores de indução.

### 4.3.2 Abordagem estática

As abordagens estáticas são de grande importância para os métodos propostos para detecção e prevenção do colapso de tensão e de maneira geral propõem-se a determinar margens de estabilidade de tensão e mecanismos de instabilidade. A análise estática da estabilidade de tensão pode ser realizada, em princípio, com as equações de fluxo de carga ou alguma generalização adequada destas. Estas análises relacionam a ocorrência do colapso de tensão com o problema conhecido das equações de fluxo de carga de apresentarem múltiplas soluções.

Dentre as abordagens estáticas têm-se os métodos baseados na obtenção das curvas PV e QV para barras de interesse do sistema. Essas curvas são obtidas através de cálculos de fluxo de carga convencional ou através de métodos da continuação [7, 44], e envolvem muito tempo computacional.

Sekine e outros [45] estudaram a natureza das soluções do fluxo de carga com métodos algébricos, baseados na natureza quadrática das equações de fluxo de carga com as tensões representadas em coordenadas retangulares. Galiana e Zeng [46] identificaram o colapso de tensão como um ponto em que, ao se variar a carga do sistema, deixa de haver solução para o fluxo de carga.

Gao e outros [47] propuseram um critério em que se considera o sistema instável quando a sensibilidade Q/V relacionada com as componentes modais da formulação de fluxo de carga reduzida e das equações de balanço de potência reativa torna-se positiva.

Alguns métodos estáticos buscam a definição de índices de proximidade ao colapso de tensão para a comparação entre diferentes pontos de operação, de modo a se obter uma seleção qualitativa das condições críticas.

### 4.3.3 Detecção e prevenção do colapso de tensão

Para se determinar o grau de segurança de um sistema com relação à estabilidade de tensão, é importante obter meios de calcular a distância de um certo ponto de operação do sistema ao *ponto crítico*, que sob certas condições (ganho infinito do regulador automático de tensão, carga modelada como uma injeção de potência constante, etc.), corresponde ao ponto de máximo carregamento e ao ponto de bifurcação sela-nó.

Métodos de cálculo de *índices de proximidade ao colapso de tensão* obtêm um escalar (índice) que é capaz de indicar a proximidade ao colapso de tensão e são métodos rápidos se comparados aos métodos de cálculos de margens de segurança. Em geral esses métodos baseiam-se na análise das soluções de fluxo de carga e utilizam a matriz Jacobiana, com a justificativa de que os resultados teóricos associam o colapso de tensão com a singularidade da matriz Jacobiana. Hill e outros [48] propuseram que o índice de proximidade ao colapso fosse dado pelo mínimo valor singular da matriz Jacobiana e outras matrizes reduzidas. Kessel

e Glavitsch [49] propuseram um índice baseado na factibilidade da solução das equações de fluxo de potência para cada barra da rede. Iba e outros [50] propuseram um método que permite, a partir de uma dada solução de fluxo de carga, determinar eficientemente dentre as outras a mais próxima, podendo então utilizá-la para definir um índice. Um índice baseado no grau de dominância da diagonal da matriz Jacobiana foi proposto por Schlueter e outros em [51].

As *margens de segurança ao colapso de tensão* são distâncias existentes entre o ponto de operação considerado e o ponto crítico, que corresponde ao máximo carregamento da rede. Esta distância é dada por grandezas físicas, como a potência consumida (MW, MVA<sub>r</sub> ou MVA) ou a admitância das cargas, por exemplo. De acordo com a Figura 4.5, a margem de segurança a ser obtida ( $\Delta P$ ) poderia ser:

$$\Delta P = P^{cr} - P^0$$

em que  $\Delta P$  representa o maior aumento de consumo possível de forma a manter a rede operando ainda na região estável.

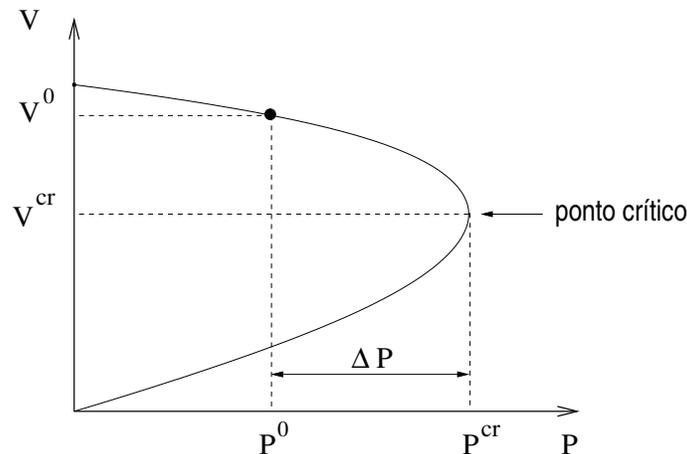


Figura 4.5: Margem de segurança.

Alvarado e Jung [52] propuseram um método direto para a obtenção do ponto de máximo carregamento. O método baseia-se na solução de um sistema de equações algébricas não lineares de grandes dimensões e de difícil solução. Os métodos iterativos de determinação das margens de segurança têm sido os preferidos. Dobson [53] propôs um método para estimar a margem de segurança no espaço de parâmetros através de vetores normais à superfície de bifurcação, baseado na geometria da bifurcação sela-nó.

Com base em [46], Zeng e Galiana [54] propuseram um método simples de obtenção do ponto de máximo carregamento, que é estimado através de uma extrapolação feita a partir de alguns pontos de operação conhecidos. Este método foi posteriormente melhorado por Zarate em [10, 55].

---

Flatabo e outros [8, 56] apresentou um algoritmo que baseia-se em linearizações sucessivas das equações de fluxo de carga, e métodos que propõem determinar o quanto pode-se aumentar a carga de um sistema, até que as equações de fluxo de carga deixem de apresentar solução.

Métodos de cálculo de margens de segurança ao colapso de tensão baseados em otimização também foram propostos na literatura, como por exemplo em [57, 58, 59]. Também foi proposta a utilização de métodos de pontos interiores [60].

# Capítulo 5

## Método rápido de determinação do PMC baseado em técnicas de sensibilidade

### 5.1 Introdução

Os sistemas elétricos em geral, são susceptíveis a distúrbios de diversas naturezas e distintos graus de severidade. A sua capacidade para permanecer no estado de equilíbrio sob condições de operação normal e recuperar-se para um estado de equilíbrio aceitável depois de uma contingência é entendida como estabilidade do sistema de potência. Estabilidade de tensão pode ser definida como a habilidade do sistema para manter níveis de tensão aceitáveis sob condições de operação normal e após a ocorrência de um distúrbio.

Limites de operação segura com relação ao colapso de tensão, principalmente no caso de sistemas fortemente estressados e sujeitos a determinadas condições de operação ou situações de contingência são de interesse tanto no planejamento quanto na operação em tempo real [66]. Deve-se observar que modelos da carga e componentes do sistema sob enfoque estático e dinâmico influenciam na análise de estabilidade de tensão, sendo que para certos propósitos a análise estática apresenta algumas vantagens práticas sobre a análise dinâmica [67].

Critérios de estabilidade de tensão como a distância ao colapso, a margem de segurança, reserva de reativos na capacidade de transmissão e outros podem ser analisados utilizando técnicas de sensibilidade. Muitos trabalhos têm nesse sentido aprimorado a sua utilização com sucesso, principalmente baseado na simplicidade dos cálculos e nas poucas iterações necessárias para encontrar a solução em cada caso. Assim, embora esta técnica seja uma grande contribuição para o enfoque e análise dos problemas citados, é importante também descobrir novas aplicações práticas e discutir as limitações ou restrições dos métodos já apresentados na literatura especializada.

## 5.2 Discussão Preliminar

Técnicas de sensibilidade podem ser utilizadas para determinar parâmetros de estabilidade de tensão, tais como a margem de carregamento, reserva de potência reativa e outros. Muitos trabalhos de pesquisa têm sido desenvolvidos com sucesso nesta direção, atraídos principalmente pela simplicidade da análise. No entanto, é importante analisar os diferentes métodos propostos disponíveis na literatura especializada com a finalidade de avaliar e discutir novas metodologias e aplicações práticas.

O ponto de máximo carregamento do sistema (PMC) e conseqüentemente a margem de segurança ao colapso de tensão podem ser obtidos através de sucessivos cálculos de fluxos de carga Newton Raphson, como proposto em [8, 56]. Este procedimento requer determinar apropriadamente o tamanho de passo (acréscimo de carga) em cada iteração. Análise de sensibilidade pode ser utilizada neste caso. Sabe-se que a definição dos aumentos graduais de carga em função da análise de sensibilidade, em redes carregadas pode indicar um novo aumento de carga tal que a rede ultrapasse o ponto crítico de colapso e caia na região de instabilidade [9]. Isto ocorre por imprecisões dos fatores de sensibilidade na vizinhança do PMC devido às linearizações das equações de fluxo de carga. O ideal seria obter passos grandes longe do limite de carregamento máximo e cada vez menores perto dele, de forma a não ultrapassar a fronteira de factibilidade. Embora seja previsível uma solução infactível, ou seja o estado mais próximo possível da região de operação factível [63], é importante obter critérios para, baseado nas informações do fluxo de carga com otimização de passo (FCOP), fazer os ajustes de carga necessários de forma a retornar à região factível. Esse processo de ajuste é iterativo e dependendo das não linearidades envolvidas além de certos valores de tolerância predefinidos, pode requerer um número considerável de iterações [68].

Observa-se também que, na definição do tamanho de passo dado pela Eq. (A.3) leva-se em consideração os limites de geração de potência reativa dos geradores. Esse fato constitui um critério base, porém de extrema importância para a aplicação desta técnica. Assim, alterações da potência reativa gerada por um certo gerador  $\Delta Q_j$  devido a uma alteração na carga  $\Delta S_i$  são relacionados por fatores de sensibilidade mostrado na Eq. (A.2), que por sua vez dependem das variáveis de estado e parâmetros da rede. Assim, dependendo das características próprias do sistema ou dependendo do estudo a ser desenvolvido, podem ocorrer situações em que a utilização da análise de sensibilidade resulte em processos ineficientes ou que inviabilizem a sua aplicação. Por exemplo, se para um dado ponto de operação do sistema todos os geradores tem já atingido seus limites de geração máxima, não haveria como estimar um novo acréscimo de carga; logo, o ponto de máximo carregamento seria inalcançável. No entanto, estes casos correspondem a pequenos sistemas padrões, acadêmicos, mas que podem ser úteis para analisar sistemas isolados ou determinadas áreas de um sistema maior. Uma outra situação aparece para sistemas com grande número de geradores, em cujo caso naturalmente não se prevê restrição alguma para definir o acréscimo de carga ao longo do processo iterativo, até que o limite máximo seja atingido, porém espera-se um grande número de cálculos que em geral prejudicam a eficiência e a rapidez do método.

Embora o enfoque da discussão até agora tenha-se concentrado principalmente na análise de sensibilidade, ressalta-se que outros procedimentos no intuito de estimar o PMC e em geral referidos a temas de estabilidade e colapso de tensão, têm sido desenvolvidos. Entre eles, o método da continuação, o método de pontos interiores baseados em técnicas de otimização, etc. No caso do primeiro pode-se afirmar que sua maior virtude está na precisão dos resultados obtidos, apesar de necessitar de mudanças na estrutura da matriz Jacobiana. A lentidão do processo de cálculo constitui um sério problema. Essa desvantagem faz com que não seja apropriada para aplicações onde o tempo constitui uma severa restrição. No caso dos métodos baseados em pontos interiores, a principal dificuldade introduzida além da quantidade de parâmetros e constantes que devem ser considerados no processo de cálculo, muitos deles estimados heurísticamente, é a realização de operações relativamente pesadas que envolvem cálculos de derivada segunda da matriz Jacobiana, o que também compromete a rapidez do método.

A partir da discussão acima, a necessidade de estabelecer procedimentos rápidos, simples e eficientes para determinar o PMC e que possa ser utilizado em pequenos e grandes sistemas está claramente justificado. Desta forma, prosseguindo a discussão, fica então relevante para o estudo realizar uma análise que leve em conta aspectos ainda não resolvidos, como por exemplo: a incapacidade para se definir um novo aumento de carga quando todos os geradores já atingiram seus limites máximos de geração de potência reativa, garantir um retorno rápido e seguro à região factível na direção do ponto de máximo carregamento quando o limite máximo seja ultrapassado, estabelecer processos de cálculo simples aplicáveis a sistemas de pequeno e grande porte. Todos eles constituem entre outras, sérias questões a serem resolvidas. Idéias simples para a sua abordagem e solução consideradas como parte deste trabalho são:

- Discutir e avaliar a utilização das técnicas de sensibilidade, ou seja utilizar a sensibilidade da potência reativa gerada pela barra *slack* e barras PV em relação às alterações da carga do sistema.
- Formular critérios para definir um procedimento que leve o sistema em direção ao PMC, onde a escolha do melhor tamanho de passo em função da análise de sensibilidade é de especial interesse.
- Utilizar a própria técnica de sensibilidade no intuito de minimizar o número de iterações necessárias para trazer o sistema à região factível em direção ao ponto de máximo carregamento quando o limite máximo foi ultrapassado.
- Fazer testes, avaliações e análises dos resultados para sistemas de pequeno e grande porte.

A formulação proposta nesta parte do trabalho faz uma abordagem detalhada de cada um destes casos.

### 5.3 Sensibilidade dos geradores em relação a alterações da carga

As equações de fluxo de carga, mostradas na Eq. (A.1), podem ser reformuladas em termos da variável de estado  $\mathbf{x}$  e de um parâmetro de carga  $\lambda$  como segue:

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}, \lambda) = \mathbf{0} \quad (5.1)$$

Neste caso,  $\lambda$  é chamado de fator de carregamento do sistema. A Eq. (5.1) pode ser escrita em detalhe como:

$$\lambda P_k^{esp} - P_k^{cal} = 0, \quad k = \{\text{barras PQ, PV}\} \quad (5.2)$$

$$\lambda Q_k^{esp} - Q_k^{cal} = 0, \quad k = \{\text{barras PQ}\} \quad (5.3)$$

onde *esp* e *cal* são os sobrescritos que correspondem à potência especificada e calculada respectivamente. Nota-se em consequência que o fator de carregamento afeta diretamente a potência especificada. As variáveis dependentes do sistema, como por exemplo a potência reativa gerada pela barra *slack* e barras PV, podem ser representadas por:

$$\mathbf{w} = \mathbf{h}(\mathbf{x}, \lambda) \quad (5.4)$$

Utilizando técnicas de análise de sensibilidade [63] e, além disso, considerando (5.1) e (5.4), facilmente pode-se obter as expressões:

$$\begin{cases} \Delta \mathbf{x} = -\mathbf{g}_x^{-1} \mathbf{g}_\lambda \Delta \lambda \\ \Delta \mathbf{w} = -\mathbf{h}_x \mathbf{g}_x^{-1} \mathbf{g}_\lambda \Delta \lambda \end{cases} \quad (5.5)$$

onde  $\mathbf{h}_x$  é o vetor de derivadas das variáveis dependentes em relação às variáveis de estado da rede,  $\mathbf{g}_x$  é a matriz Jacobiana e  $\mathbf{g}_\lambda$  é o vetor de derivadas das injeções de potência em relação ao parâmetro  $\lambda$ .

Dessa forma, as alterações nas variáveis dependentes  $w$  em relação às alterações do fator de carregamento  $\lambda$ , ou seja, a sensibilidade das variáveis dependentes  $w$  para alterações no parâmetro  $\lambda$ , é dada por:

$$\mathbf{S}_{w\lambda} = -\mathbf{h}_x \mathbf{g}_x^{-1} \mathbf{g}_\lambda \quad (5.6)$$

onde os elementos de  $\mathbf{S}_{w\lambda}$  correspondem às sensibilidades dos geradores (barras PV e barra *slack*) do sistema. Esses valores de sensibilidade são fatores que levam em conta as variações

da geração de potência reativa dos geradores conforme a demanda no sistema varia. O fato de que o sistema reage diretamente no comportamento dos geradores quando a carga é alterada, faz com que a utilização desses fatores de sensibilidade em novas formulações seja particularmente interessante. Na sequência serão examinados em detalhe as suas características. Em termos de sensibilidade,  $\mathbf{S}_{w\lambda}$  pode ser expressa por:

$$\mathbf{S}_{w\lambda} = \frac{\partial Q}{\partial \lambda} \quad (5.7)$$

Em concordância com a Eq.(A.3), os incrementos de carga em função do limite de geração de potência reativa para um dado gerador  $j$  e a sua sensibilidade em relação ao fator de carregamento  $\lambda$  são dados por:

$$\Delta\lambda = \min_j \left[ \frac{(Q_{Gj}^{\text{lim}} - Q_{Gj})}{s_j} \right], j = 1, \dots, \text{NG} \quad (5.8)$$

onde  $\Delta\lambda$  corresponde a pequenos incrementos de carga calculados de forma tal que um gerador atinja seu respectivo limite máximo de geração de potência reativa e  $s_j$  é um elemento da matriz  $\mathbf{S}_{w\lambda}$ . Deixa-se claro que do ponto de vista teórico do modelo estabelecido, no caso específico da barra *slack* a Eq.(5.8) não pode ser aplicável, devido à indefinição (limite aberto) de seu limite máximo de geração de potência reativa. Esse fato e principalmente cada um dos pontos colocados e resumidos na seção (5.2) faz com que seja necessário estabelecer formas alternativas para definir acréscimos de carga  $\Delta\lambda$  no intuito de levar o sistema à fronteira de factibilidade. Este caso envolve um dos aspectos base do método proposto.

Para fins de análise, a Tabela 5.1 mostra em detalhe, para o sistema de 57 barras [69], a evolução das sensibilidades  $s_j$  correspondentes a cada gerador. No caso, a barra *slack* é representada como gerador  $Ge = 1$ . Os incrementos de carga foram definidos arbitrariamente como acréscimos constantes. Suas magnitudes por sua vez são convenientemente pequenas para obter uma ampla gama de valores que permitam facilitar a análise. As simulações foram realizadas considerando uma tolerância para convergência do fluxo de carga de 0,01 MW/MVAr. Nota-se que à medida que o sistema vai sendo carregado os valores de sensibilidade de todos os geradores reagem de um modo ordenado e crescente. Para carga leve em geral esses valores são pequenos e em alguns casos podem apresentar valores negativos, mas a característica crescente é mantida sempre. Perto da fronteira de estabilidade e conforme o sistema fica mais estressado suas magnitudes aumentam significativamente. Esse fato constitui uma informação extremamente útil, de forma que, após testes rigorosos pode-se acreditar que a inversa de  $s_j$  é zero no limite de máximo carregamento.

Outro detalhe interessante relacionado com os fatores de sensibilidade é que eles não serão definidos quando o respectivo gerador atinge seu limite máximo de geração de potência reativa. No caso para  $\lambda = 1,6940$ , muito perto do PMC, todos os geradores com exceção da barra *slack* já atingiram seus respectivos limites máximos. Ressalta-se também que só 3

fatores de sensibilidade apresentaram sinal negativo, correspondendo ao gerador 8 para os 3 primeiros níveis de carregamento do sistema.

Tabela 5.1: Evolução de  $\lambda$  para a rede de 57 barras

$\lambda$	Ge = 1	Ge = 2	Ge = 3	Ge = 6	Ge = 8	Ge = 9	Ge = 12
1,0000	0,0022	0,0727	0,8915	0,5627	-0,0759	1,1974	1,2415
1,0250	0,0215	0,0767	0,9059	0,5677	-0,0661	1,2106	1,2574
1,0500	0,0412	0,0809	0,9207	0,5728	-0,0562	1,2240	1,2735
1,0750	0,1159	0,0853	1,0303	0,5972	0,6688	—	1,7177
1,1000	0,1369	0,0896	1,0469	0,6028	0,6865	—	1,7395
1,1250	0,1582	0,0939	1,0638	0,6085	0,7044	—	1,7619
1,1500	0,1799	0,0984	1,0810	0,6143	0,7226	—	1,7847
1,1750	1,0118	0,1061	1,4779	0,6555	1,3357	—	—
1,2000	1,0451	0,1110	1,5027	0,6626	1,3645	—	—
1,2250	1,0859	0,1166	1,5349	0,6710	1,4017	—	—
1,2500	1,1241	0,1221	1,5645	0,6790	1,4357	—	—
1,2750	1,1636	0,1277	1,5953	0,6873	1,4708	—	—
1,3000	1,2044	0,1334	1,6273	0,6960	1,5073	—	—
1,3250	1,2466	0,1394	1,6608	0,7049	1,5451	—	—
1,3500	1,2903	0,1455	1,6957	0,7143	1,5845	—	—
1,3750	1,3464	0,1524	2,0388	—	2,0542	—	—
1,4000	1,3942	0,1590	2,0823	—	2,1042	—	—
1,4250	1,4441	0,1659	2,1281	—	2,1568	—	—
1,4500	2,1763	1,1713	—	—	2,9826	—	—
1,4750	2,2519	1,2019	—	—	3,0648	—	—
1,5000	2,3652	1,2527	—	—	3,1902	—	—
1,5250	2,4662	1,2959	—	—	3,3028	—	—
1,5500	2,5776	1,3432	—	—	3,4283	—	—
1,5750	2,6799	1,3879	—	—	3,5449	—	—
1,6000	2,8116	1,4450	—	—	3,6961	—	—
1,6250	2,9609	1,5102	—	—	3,8698	—	—
1,6500	3,1340	1,5863	—	—	4,0743	—	—
1,6750	3,5014	1,7506	—	—	4,5310	—	—
1,6800	11,5183	5,8904	—	—	—	—	—
1,6850	13,5241	6,8947	—	—	—	—	—
1,6900	15,1519	7,7091	—	—	—	—	—
1,6940	65,2392	—	—	—	—	—	—
1,6943	162,5349	—	—	—	—	—	—

A figura 5.1 resume os dados mostrados na Tabela 5.1, neste caso, a evolução de  $\sigma_s$  (que

por sua vez corresponde ao inverso das sensibilidades  $s_j$ ) em relação ao fator de carregamento do sistema. Nota-se que o último ponto em cada trajetória corresponde à magnitude do carregamento para o qual o respectivo limite do gerador foi atingido. Nota-se também um comportamento relativamente mais ordenado no caso da sensibilidade da barra *slack*. Pode-se dizer que o limite de máximo carregamento acontece para  $\lambda = 1,6943$ .

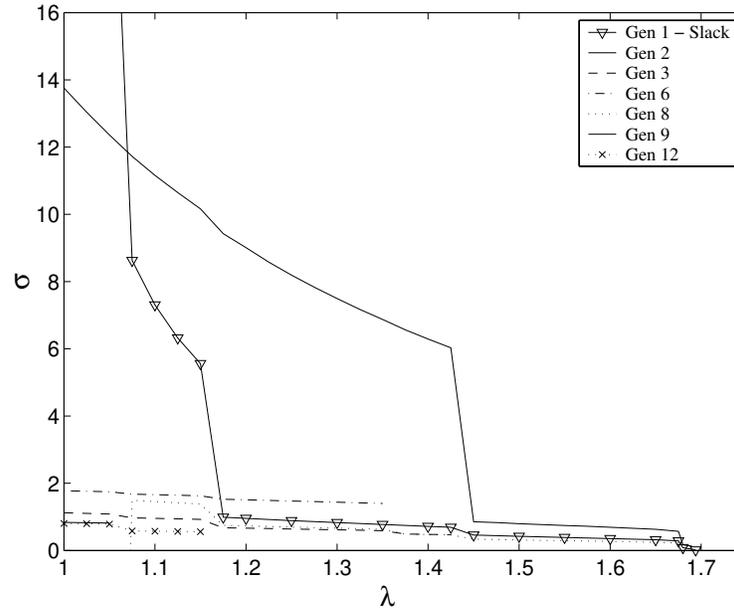


Figura 5.1: Ilustração do sistema de 57 barras.

Embora se constate um comportamento muito interessante dos elementos  $\sigma_s$  da matriz  $\mathbf{S}_{w\lambda}$ , de forma que estes possam ser utilizados como fatores de sensibilidade úteis para definir acréscimos de carga, fica evidente que os aumentos de carga acabam por depender do número de geradores da rede e principalmente de suas respectivas disponibilidades de geração de potência reativa. Assim, esta situação, vai necessariamente comprometer em maior ou menor grau a eficiência do processo de cálculo e eventualmente até a própria viabilidade de sua aplicação. Como exemplo, tem-se na sequência previsto obter resultados utilizando a equação (5.8) para definir os acréscimos de carga em cada passo do processo com vistas a determinar o PMC.

A Tabela 5.2 mostra, para a rede de 14 barras, a evolução em detalhe do processo de cálculo. Particularmente os fatores de sensibilidade da barra *slack* (gerador  $Ge = 1$ ) e dos demais geradores (barras PV), são indicados para cada estado de operação factível determinado pela Eq. (5.8). Nota-se que para o caso base, ou seja  $\lambda = 1$ , todos os geradores estão operando dentro de seus limites. Conforme o fator de carregamento aumenta, limites de geração máxima dos geradores serão atingidos ao longo do processo. Conseqüentemente a mudança de tipo de barra de PV para PQ, faz com que os próximos acréscimos sejam calculados exclusivamente para os geradores restantes ainda ativos. Assim, para o caso base

( $\lambda = 1,0000$ ) o menor acréscimo de carga que resulta de aplicar a Eq. (5.8) é  $\Delta\lambda = 0,1106$ , porém escolhido para determinar o fator de carregamento do estado de operação seguinte. Continuando esse critério, o último fator de carregamento que pode ser calculado é  $\lambda = 1,2700$ , sendo que o carregamento máximo para esta rede é  $\lambda = 1,8555$ , ou seja ainda muito longe deste último ponto. Desta forma, fica claro por um lado a simplicidade do processo mas por outro a dependência do número e da capacidade dos geradores do sistema.

Tabela 5.2: Rede de 14 barras

$\lambda = 1,0000$				
Ge	$Q^{lim}$	$Q^{op}$	$s_j$	$\Delta\lambda$
1	9999	-16,8889	-0,3358	—
2	50	42,3965	0,6875	0,1106
3	40	23,3936	0,5484	0,3028
6	24	12,2404	0,4154	0,2831
8	24	17,3566	0,1820	0,3650
$\lambda = 1,1106$				
1	9999	-20,8889	0,1823	—
2	50	50,0000	—	—
3	40	29,6923	0,7671	0,1344
6	24	16,9772	0,4970	0,1413
8	24	19,4243	0,2173	0,2105
$\lambda = 1,2450$				
1	9999	-16,7689	0,8664	—
2	50	50,0000	—	—
3	40	40,0000	—	—
6	24	23,9794	0,7116	0,0003
8	24	22,4863	0,3334	0,0454
$\lambda = 1,2453$				
1	9999	-16,7437	1,4178	—
2	50	50,0000	—	—
3	40	40,0000	—	—
6	24	24,0000	—	—
8	24	22,4960	0,6084	0,0247
$\lambda = 1,2700$				
1	9999	-13,1659	2,1532	—
2	50	50,0000	—	—
3	40	40,0000	—	—
6	24	24,0000	—	—
8	24	24,0000	—	—

Tendo em vista os resultados preliminares obtidos, que por sua vez confirmaram cada um dos pressupostos colocados nas discussões iniciais, resta então como tarefa definir um novo processo de cálculo para estimar o PMC que elimine as dificuldades e restrições anteriormente. Neste caso, privilegiar a utilização apropriada dos fatores de sensibilidade é um dos objetivos formalizados. Diante deste contexto, uma parcela importante do trabalho é orientada à formulação matemática do processo global do método e outro a estabelecer os critérios e procedimentos para sua melhor utilização. Um outro aspecto que merece atenção, na formulação do novo método, está relacionado com sua modelagem simples, evitando-se a inclusão de parâmetros e constantes, cujo cálculo muitas vezes heurístico, limita o desempenho do método durante sua aplicação.

## 5.4 Modelo e formulação matemática do método

### 5.4.1 Incrementos de carga

Do ponto de vista teórico, aumentos gradativos da carga fazem com que os valores da matriz  $\mathbf{S}_{w\lambda}$ , representados pelas sensibilidades dos geradores incluindo a barra *slack*, também aumentem em uma determinada proporção. Na medida em que se aproximam da fronteira de factibilidade, esses valores crescem de forma aproximadamente exponencial influenciados pela quase singularidade da matriz Jacobiana. Dessa forma, pelo que já foi mostrado, fica óbvio que as sensibilidades  $s_j$  correspondentes a  $\mathbf{S}_{w\lambda}$  apresentam um comportamento padrão. No entanto, a idéia de analisar a sensibilidade da potência reativa gerada pelos geradores em relação às alterações de carga no sistema, visa principalmente eliminar dos cálculos uma definição de tamanho de passo que guarde relação com os limites máximos dos geradores do sistema. Lembre-se que uma incapacidade para definir um novo passo poderá ocorrer uma vez que todos os geradores do sistema atingiram seus limites máximos de potência reativa. Além disso, busca-se principalmente fazer cálculos simples para estimar o máximo carregamento, eliminando processos complicados que muitas vezes envolvem cálculos iterativos pesados de seleção e escolha. Finalmente, cabe dizer que esta idéia parte da evidência de que qualquer alteração física na rede, incluindo comportamento de cargas e desempenho dos geradores, é acompanhada pela mudança nos fatores de sensibilidade.

Na seqüência, torna-se necessário determinar a metodologia de cálculo dos tamanhos de passo apropriados, ou seja, calcular incrementos de carga que levem o sistema à fronteira de estabilidade. Neste caso, a utilização de métodos matemáticos simples podem resultar em uma grande economia de tempo de processamento, e além disso, constituir uma relevante ajuda para facilitar os cálculos iterativos.

Duas alternativas simples são apresentadas em detalhe neste trabalho. Cada uma delas inclui na sua formulação a sensibilidade dos geradores em relação ao fator de carregamento  $\lambda$ . A figura 5.2 mostra a idéia dos incrementos da carga, com direção ao limite de máximo carregamento (PMC), utilizando qualquer das alternativas a serem apresentadas. No caso,

$\lambda_0$  corresponde ao fator de carregamento para a condição inicial de operação (caso base).

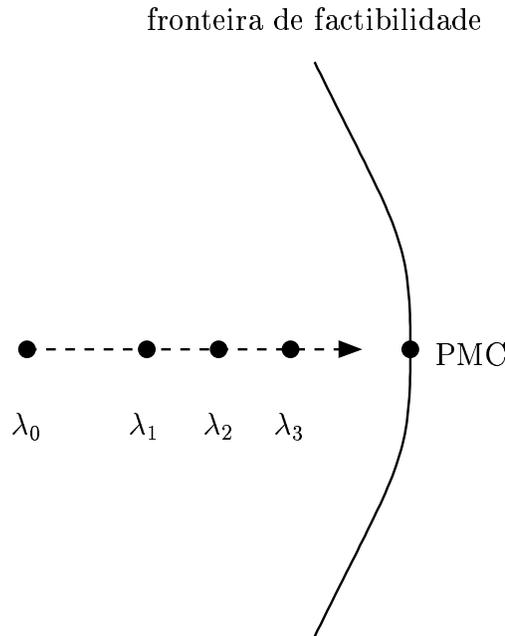


Figura 5.2: Trajetória da carga incrementando o fator de carregamento  $\lambda$ .

#### 5.4.1.1 Função de Aproximação Quadrática

A primeira alternativa para determinar o incremento de carga consiste em utilizar uma função de aproximação quadrática, que em termos da inversa da sensibilidade da barra slack  $\sigma_s$  é definida por :

$$\lambda = a (\sigma_s)^2 + c \quad (5.9)$$

em que para uma iteração  $j$  o novo fator de carregamento  $\lambda_{j+1}$ , correspondente ao limite de máximo carregamento, será dado por:

$$\lambda_{j+1} = c \quad (5.10)$$

onde por sua vez  $a$  e  $c$  são dois parâmetros que em cada passo deverão ser atualizados pelas equações:

$$a = \frac{\lambda_{j-1} - \lambda_j}{(\sigma_s)_{j-1}^2 - (\sigma_s)_j^2} \quad (5.11)$$

$$c = \lambda_{j-1} - a (\sigma_s)_{j-1}^2 \quad (5.12)$$

O fator de carregamento  $\lambda_{j+1}$  é calculado considerando  $(\sigma_s)_{j+1} = 0$ . Uma formulação similar foi utilizado em [70], relacionada ao cálculo do vetor tangente. Note que dois fatores de sensibilidade  $(\sigma_s)_{j-1}$  e  $(\sigma_s)_j$  (que a partir de agora por razões de simplicidade serão referidos como sensibilidades), correspondentes a dois fatores de carregamento  $\lambda_{j-1}$  e  $\lambda_j$  são necessários para estimar um novo incremento da carga.

#### 5.4.1.2 Função de Aproximação Linear

Uma segunda alternativa consiste em utilizar uma função de aproximação linear, secante à curva de sensibilidade. A expressão é semelhante à equação de Euler. Neste caso, o fator de carregamento, na iteração  $j$ , será dado por:

$$\lambda_{j+1} = \lambda_j + \frac{1}{m} [(\sigma_s)_{j+1} - (\sigma_s)_j] \quad (5.13)$$

onde  $m$  define a inclinação do crescimento da carga e é dado por:

$$m = \frac{(\sigma_s)_{j-1} - (\sigma_s)_j}{\lambda_{j-1} - \lambda_j} \quad (5.14)$$

Aqui novamente dois valores de sensibilidade  $(\sigma_s)_{j-1}$  e  $(\sigma_s)_j$  correspondentes a dois níveis de carregamento  $\lambda_{j-1}$  e  $\lambda_j$  serão necessários para estimar o novo incremento da carga. Um detalhe importante nesta formulação é definir apropriadamente na Eq. (5.13) a sensibilidade  $(\sigma_s)_{j+1}$ . Para o caso da primeira alternativa (função de aproximação quadrática), este valor é considerado igual a zero. Para esta segunda alternativa esse valor será expresso como:

$$(\sigma_s)_{j+1} = \alpha (\sigma_s)_j \quad (5.15)$$

onde  $\alpha$  é uma constante a ser determinada heurísticamente.

Pequenos valores de  $\alpha$  resultarão em grandes tamanhos de passo que podem ocasionalmente ser inapropriados, podendo levar a um ponto exageradamente fora da região factível. Por outro lado, grandes valores de  $\alpha$  podem resultar em tamanhos de passo pequenos e consequentemente fazer com que o processo seja conservador. Desta forma, a escolha de um valor adequado vai resultar em uma economia de operações de cálculo no processo total. A escolha de  $\alpha$  é simples, basta realizar simulações partindo de  $\alpha = 0,5$  e considerando incrementos de 0,1 em cada caso. No caso, seu valor limite deve ser menor que 1,00.

### 5.4.2 Corte de carga

O cálculo de um novo ponto de operação dado pelas Eq. (5.9) e (5.13) pode conduzir a uma situação como mostrada na Fig. (5.3). Devido à ultrapassagem do limite de carregamento, uma solução infactível será obtida pelo fluxo de carga com otimização de passo (FCOP).

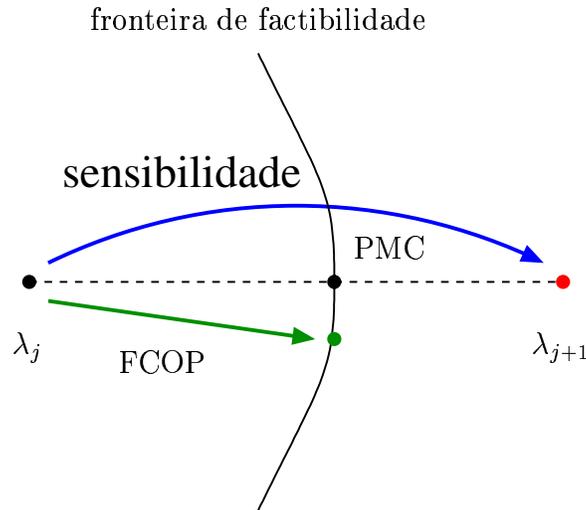


Figura 5.3: Situação infactível.

Esta situação já era prevista, e a partir deste momento o problema resume-se em como trazer o sistema de volta à região factível, mais no sentido de encontrar diretamente o PMC. Embora o FCOP seja uma ferramenta de cálculo muito útil e que fornece a melhor solução possível na região factível, não é suficiente por si mesmo para se conseguir uma solução razoável. Isto porque o problema, além de estar na região infactível, consiste em determinar um ajuste de carga apropriado que permita trazer o sistema de volta à região factível com o menor esforço computacional possível. A solução do problema é obtida partindo por analisar a sensibilidade dos *mismatches* de potência fornecidos pelo fluxo de carga com otimização de passo (FCOP). Estes contêm importante informação acerca da distância do ponto de operação infactível à fronteira de factibilidade. Esta informação é crucial para determinar um processo mais eficiente para recuperar a factibilidade. O interesse fica então em avaliar a evolução dessas sensibilidades em relação aos cortes de carga. Neste propósito uma função  $f$  será definida em termos dos *mismatches* de potência. Desta forma, alterações nos *mismatches* de potência devido às alterações de carga no sistema podem ser expressas como:

$$\Delta f = \frac{\partial f}{\partial \lambda} \cdot \Delta \lambda \quad (5.16)$$

onde  $f$  é dada como uma função das variáveis de estado  $\mathbf{x}$  e do parâmetro  $\lambda$ , no caso

representado por  $f(\mathbf{x}, \lambda)$ . A sensibilidade dos *mismatches* de potência em relação aos cortes de carga  $S_{f\lambda}$  será calculado por:

$$S_{f\lambda} = \frac{\partial f}{\partial \lambda} \quad (5.17)$$

Embora o objetivo principal seja encontrar uma solução que resulte em um menor número de ajustes de carga, necessários para a volta à região factível, deve-se evitar que cortes de carga arbitrários ou muito longos sejam definidos. No caso, o cálculo do corte de carga apropriado pode ser obtido após resolver um problema de minimização dado por:

$$\min f(\mathbf{x}, \lambda) \quad (5.18)$$

sujeito a:

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}, \lambda) = 0 \quad (5.19)$$

A função objetivo  $f$  em termos dos *mismatches* de potência ativa ( $\Delta P$ ) e reativa ( $\Delta Q$ ), pode ser definida como:

$$f(\mathbf{x}, \lambda) = \frac{1}{2} \mathbf{g}^T \mathbf{g} = \frac{1}{2} \|\mathbf{g}\|_2^2 \quad (5.20)$$

A solução das equações (5.18) e (5.19) pode ser obtida usando o teorema de Karush-Kuhn-Tucker (KKT). Neste caso precisa-se definir o Lagrangeano  $\mathcal{L}(\mathbf{x}, \lambda)$  como:

$$\mathcal{L} = f(\mathbf{x}, \lambda) + v^T \mathbf{g}(\mathbf{x}, \lambda) \quad (5.21)$$

As condições de otimalidade de KKT correspondem às derivadas do Lagrangeano em relação ao estado  $\mathbf{x}$ , em relação a  $v$  e em relação ao parâmetro de carga  $\lambda$ . Estes para serem satisfeitas devem igualar-se a zero. Desta forma são dadas respectivamente por:

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \mathcal{L} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} f + \left[ \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{g} \right]^T v = 0 \quad (5.22)$$

$$\frac{\partial}{\partial v} \mathcal{L} = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \lambda) = 0 \quad (5.23)$$

$$\frac{\partial}{\partial \lambda} \mathcal{L} = \frac{\partial}{\partial \lambda} f + \left[ \frac{\partial}{\partial \lambda} \mathbf{g} \right]^T v = 0 \quad (5.24)$$

Substituindo  $v$  da equação (5.22) na equação (5.24) e, conforme a equação (5.17), o resultado corresponde à sensibilidade dos *mismatches* de potência em relação aos cortes da carga  $f_\lambda$ . Assim, tem-se:

$$f_\lambda = \left( \frac{\partial}{\partial \lambda} g \right)^T \cdot \left[ \left( \frac{\partial}{\partial x} g \right)^T \right]^{-1} \cdot \left( \frac{\partial}{\partial x} f \right) \quad (5.25)$$

onde o primeiro termo do lado direito é uma matriz ( $1 \times 2NB$ ) em que NB é igual ao número de barras. O seguinte termo é uma matriz de dimensão ( $2NB \times 2NB$ ) e corresponde à inversa da transposta da matriz Jacobiana. Finalmente o último termo corresponde a uma matriz de dimensão ( $2NB \times 1$ ) que será calculado por:

$$\frac{\partial}{\partial x} f = \frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1}{2} \mathbf{g}^T \mathbf{g} \end{bmatrix} \quad (5.26)$$

resolvendo fica:

$$\frac{\partial}{\partial x} f = \left( \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{g} \right)^T \mathbf{g} \quad (5.27)$$

Substituindo (5.27) na equação (5.25) e fazendo cálculos simples, obtém-se:

$$f_\lambda = \left( \frac{\partial}{\partial \lambda} \mathbf{g} \right)^T \mathbf{g} \quad (5.28)$$

Dessa forma, o ajuste da carga em um passo  $n$  (ou seja em um dos pontos de operação inactíveis em que o sistema passa durante a volta à região factível), pode ser calculado por:

$$\lambda^n = \lambda^{n-1} - \frac{f(\mathbf{x}, \lambda)}{f_\lambda} \quad (5.29)$$

ou de forma explícita:

$$\lambda^n = \lambda^{n-1} - \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^n \left[ \frac{\Delta P_i^2 + \Delta Q_i^2}{P_i^{esp} \Delta P_i + Q_i^{esp} \Delta Q_i} \right] \quad (5.30)$$

Nota-se que a expressão obtida é muito simples e o corte de carga será calculado basicamente em função dos *mismatches* de potência proporcionados pelo FCOP e das potências especificadas.

Em seguida, serão estabelecidos os passos que envolvem o processo global de cálculo através do algoritmo básico. Além disso, deve-se ressaltar que dois processos de cálculo serão avaliados. Um deles visa utilizar a sensibilidade dos geradores (barras PV) o outro a sensibilidade da barra *slack*.

## 5.5 Método baseado na sensibilidade dos geradores (bar- ras PV)

### 5.5.1 Algoritmo básico

A distância ao colapso de tensão, como proposto e discutido nas seções anteriores, pode ser calculado de acordo com a seqüência de passos descritos a seguir.

- (1) Colocar  $i = 0$  e  $\alpha = \alpha_0$ .
- (2) Obter o estado de operação do sistema para o caso base (ponto 0, correspondente a  $\lambda_0$ ). Calcule  $(\sigma_s)_i$ , que corresponde à sensibilidade da potência reativa dos geradores com relação ao fator de carregamento  $\lambda$  para o ponto  $i$ .
- (3) Colocar  $i = i + 1$ .
- (4) Calcular o incremento de carga utilizando a Eq. (5.8), e obter um novo ponto de operação  $i$  correspondente ao fator de carregamento  $\lambda_i$ . Calcule  $(\sigma_s)_i$ .
- (5) Colocar  $i = i + 1$ . Determine o incremento de carga utilizando a Eq. (5.9) ou (5.13) e obtenha um novo ponto de operação  $i$ . Calcule  $(\sigma_s)_i$ .
- (6) Se o ponto de operação  $i$  se encontra dentro da região factível, ir para o passo (5). Caso contrário continuar.
- (7) Como o incremento de carga levou o sistema para fora da região factível, faça  $i = i + 1$  e determine o ajuste de carga pela Eq. (5.30) para recuperar a factibilidade.
- (8) Se o novo ponto  $i$  é ainda infactível, ir para o passo (7). Caso contrário (novo ponto de operação  $i$  está dentro da região factível), continue.
- (9) Calcule a variação percentual da carga  $\Delta = [(\lambda_{j-1} - \lambda_j) / \lambda_{j-1}] \cdot 100 \%$ .
  - Se  $\Delta < 0,35\%$  pare, e considere o ponto de operação factível como o PMC. O pequeno valor de  $\Delta$  garante que certamente o ponto infactível se encontra muito perto do limite de factibilidade. Para aplicações práticas, esta estimativa pode ser considerada aceitável.
  - Caso contrário, ir para o passo (5). Colocar  $\alpha = \alpha_0 + 0,1$  caso se queira uma evolução mas conservadora do processo. Em geral não é necessário.

Alguns comentários em relação ao algoritmo proposto, para aclarar a sua implementação, são apresentados a seguir.

- Se a Eq. (5.13) é utilizada no passo (5) para determinar os acréscimos de carga em cada iteração, então previamente o valor de  $\alpha$  deverá ser definido. Este valor de  $\alpha$  mencionado no algoritmo é mantido constante, mas pode ser facilmente ajustado para qualquer sistema, como será mostrado nas seções seguintes. Após rigorosos testes em múltiplos sistemas os resultados indicaram que bons valores ficam na faixa  $[0,5 - 0,8]$ .
- Deve-se enfatizar que a solução (PMC) será alcançada quando  $(\sigma_s)$  é igual a zero. De acordo com a discussão apresentada nas seções prévias, esta última informação será explicitamente considerada caso a Eq. (5.9) seja utilizada. Esta informação é também verdadeira quando a Eq. (5.13) é utilizada. No caso, lembre que opções conservadoras podem ser estabelecidas em função de  $\lambda$  adotado.
- Caso não haja geradores disponíveis no passo (4) do algoritmo, o incremento de carga deverá ser definido por um outro método. Por exemplo, como uma porcentagem da potência do caso base ou através de algum processo similar àqueles baseados no vetor tangente [7]. Naturalmente, deixa-se claro que uma rede elétrica nesta situação não é comum na realidade.
- O incremento de carga dado por (5.13) ou (5.9) no passo (5), será o menor dos valores fornecidos pelos geradores com exceção da barra *slack*. Este último só será considerado quando o sistema não tiver mais geradores disponíveis. Assim, o acréscimo de carga em cada passo será calculado, segundo a formulação utilizada, por:

$$\Delta\lambda = \min_i [c - \lambda], i = 1, \dots, N_g, \quad (5.31)$$

$$\Delta\lambda = \min_i \left[ \frac{(\sigma_s)_{j+1} - (\sigma_s)_j}{m} \right], i = 1, \dots, N_g. \quad (5.32)$$

### 5.5.2 Resultados das simulações

O método proposto nas seções prévias foi amplamente testado para quatro sistemas diferentes. No caso com 14, 30, 57 e 300 barras respectivamente. Os dados para estes sistemas foram obtidos de [69]. A tolerância de convergência do fluxo de carga adotada para todas as simulações foi de 0,01 MW/MVAR. Considera-se também, o controle de geração de reativos em barras PV, ou seja, no algoritmo de resolução do problema de Fluxo de Carga Newton, verificam-se os limites de geração de potência reativa. Quando algum deles for violado, realiza-se uma mudança no tipo de barra: de PV para PQ. No trabalho, testes foram feitos utilizando programas desenvolvidos em MatLab.

### 5.5.2.1 Sistema IEEE - 14 barras

A tabela 5.3 mostra em detalhe a evolução do fator de carregamento, para o método proposto correspondente ao sistema de 14 barras. Resultados considerando a formulação linear e formulação quadrática são apresentados. Para o caso da formulação linear, são incluídos resultados dos testes para três valores diferentes de  $\alpha$  com o propósito de fazer uma comparação. Os valores de  $\lambda$  colocados usando letra itálico correspondem ao processo de ajuste de carga (basicamente cortes de carga) após um ponto de operação fora da região factível (valor em negrito) ter sido obtido. Além disso, o último valor de  $\lambda$  em cada coluna é um ponto de solução dentro da região factível e corresponde ao valor do PMC estimado pelo método. Nota-se que diferentes valores de  $\alpha$  resultam em diferentes números de passos necessários para estimar o PMC. Assim, segundo os dados mostrados o valor de  $\alpha$  que determina um menor esforço de cálculo é  $\alpha = 0,6$ , conseguindo estimar o PMC em um total de nove passos, o que significa nove fluxos de carga. Para a formulação quadrática precisa-se também um total de nove passos. Ressalta-se a ótima precisão obtida pelo método, sendo que o PMC esperado é  $\lambda = 1,8555$ . Este foi determinado através de sucessivos fluxos de carga, considerando incrementos suficientemente pequenos, até que o processo não consiga mais convergir.

Tabela 5.3: Processo de cálculo do PMC para a rede de 14 barras

Passo	Função de aproximação			
	Linear			Quadrático
	$\alpha = 0,5$	$\alpha = 0,6$	$\alpha = 0,7$	
1	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
2	1,1106	1,1106	1,1106	1,1106
3	1,2493	1,2215	1,1938	1,2262
4	1,2877	<b>1,9568</b>	1,7486	<b>2,1163</b>
5	1,3229	<i>1,8406</i>	1,7553	<i>1,7605</i>
6	1,7285	<i>1,8445</i>	1,8124	<i>1,7613</i>
7	<b>1,8643</b>	<i>1,8549</i>	1,8444	<i>1,8502</i>
8	<i>1,8506</i>	<i>1,8565</i>	1,8546	<i>1,8563</i>
9	<i>1,8668</i>	<i>1,8551</i>	<b>1,8560</b>	<i>1,8550</i>
10	<i>1,8483</i>	—	<i>1,8552</i>	—
11	<i>1,8564</i>	—	—	—
12	<i>1,8549</i>	—	—	—

Embora tenha sido afirmado que para o caso da formulação linear, valores menores de  $\alpha$  fazem com que o tamanho de passo seja maior, os resultados para  $\alpha = 0,5$  na parte dos incrementos de carga mostra-se mais conservador. Isto parece contraditório, mas a razão é que a partir do passo quatro dessa coluna, os acréscimos de carga são definidos exclusivamente pela barra *slack*, pois todos os geradores já atingiram seus limites de geração máxima de

potência reativa. Situação similar mostra-se a partir do passo quatro da coluna com  $\alpha = 0,7$ . Apesar desta ocorrência estar prevista no próprio algoritmo básico, mostra que processos de incrementos de carga conservadores, como este último caso, não significam necessariamente um prejuízo, uma vez que a ultrapassagem da fronteira de factibilidade não seria mediante um valor drasticamente maior. Conseqüentemente, a outra parte referida à recuperação da factibilidade seria beneficiada através de um processo bem mais rápido. Assim, tal como mostrado na coluna  $\alpha = 0,7$  da tabela, em alguns casos, até só um passo poderia ser necessário para recuperar a factibilidade e determinar o PMC.

As figuras 5.4 e 5.5 mostram o processo completo do método. A primeira corresponde aos resultados obtidos seguindo a formulação linear com  $\alpha = 0,6$  e a segunda seguindo a formulação quadrática. Nota-se que em ambas figuras estão identificados na trajetória do fator de carregamento  $\lambda$ , o respectivo gerador do sistema que durante o processo de cálculo determina o menor acréscimo de carga  $\Delta\lambda$ .

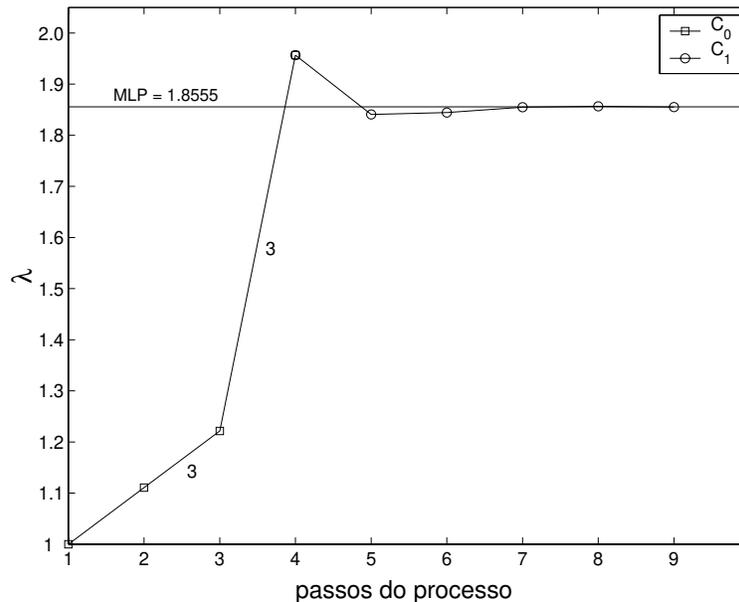


Figura 5.4: Ilustração do sistema de 14 barras (Formulação Linear).

Na legenda,  $C_0$  corresponde ao processo de incrementos da carga, ou seja, o resultado de utilizar a Eq. (5.9) ou Eq. (5.13) dependendo do tipo de formulação utilizada. Por sua vez,  $C_1$  corresponde ao processo de ajustes de carga (cortes de carga) que visa determinar o PMC. Embora o processo de ajuste de carga relaciona-se com a utilização da equação Eq. (5.30), eventualmente pode também considerar a utilização da Eq. (5.9) ou (5.13) para definir novos incrementos de carga. Os passos 6, 7 e 8 mostrados em detalhe em ambas figuras constituem exemplos deste fato. Ressata-se, que para o resto de sistemas a serem testados, cada uma destas considerações deverão ser tomadas em conta.

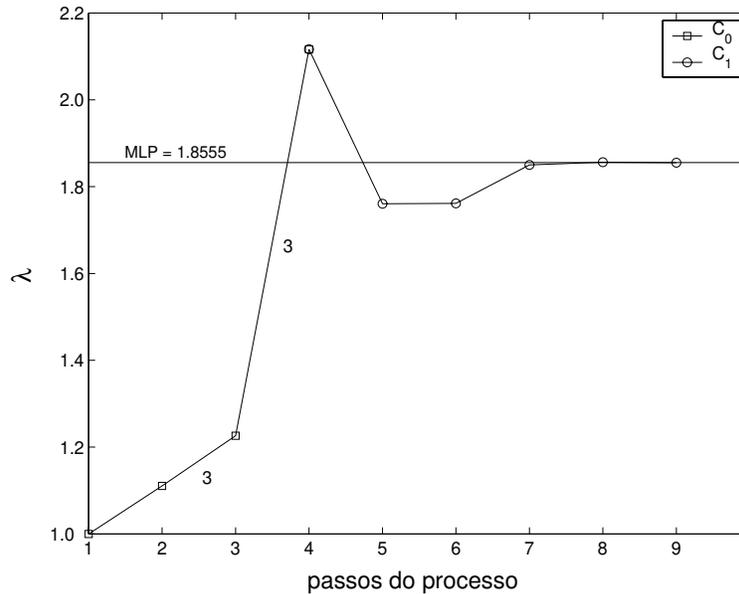


Figura 5.5: Ilustração do sistema de 14 barras (Formulação Quadrática).

### 5.5.2.2 Sistema IEEE - 30 barras

A tabela 5.4 mostra em detalhe a evolução do fator de carregamento, correspondente ao sistema de 30 barras. Igualmente são apresentados resultados considerando a formulação linear e formulação quadrática.

Tabela 5.4: Processo de cálculo do PMC para a rede de 30 barras

Passo	Função de aproximação			Quadrático
	Linear			
	$\alpha = 0,5$	$\alpha = 0,6$	$\alpha = 0,7$	
1	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
2	1,0289	1,0289	1,0289	1,0289
3	1,0500	1,0457	1,0415	1,0446
4	1,0729	1,0605	1,0499	1,0586
5	<b>1,7697</b>	<b>1,6081</b>	1,5747	<b>1,7419</b>
6	1,5272	1,5868	1,5901	1,5565
7	1,5613	1,5958	1,5943	1,5635
8	1,5952	1,5941	<b>1,5949</b>	1,5986
9	1,5941	—	1,5942	1,5935

Novamente, também para este sistema, utilizando a formulação linear com  $\alpha = 0,6$  consegue-se um menor número de passos necessários para estimar o PMC. No caso, precisa-

se de oito fluxos de carga para uma estimativa com boa precisão. O valor esperado do PMC é  $\lambda = 1,5945$ . Ressalta-se que os resultados obtidos pelos outros valores de  $\alpha$  não constituem uma drástica variação do número de fluxos de carga. Porém, acredita-se que a escolha de seu valor apropriado não representa maior problema. Outro detalhe similar ao mostrado para o sistema de 14 barras constitui os resultados obtidos para  $\alpha = 0,7$ , em que mais uma vez é comprovado que relaxar o valor dessa constante envolve uma relação inversa entre o número de passos do incremento de carga frente ao número de passos do processo de ajuste.

Aparentemente pequenos tamanhos de passo iniciais e logo depois grandes tamanhos de passo, precisamente no momento em que a região factível é ultrapassada, poderia colocar em risco a metodologia proposta. Após rigorosos testes, verificou-se que isto não ocorre, já que na formulação linear, por exemplo, a idéia de fazer  $(\sigma_s)_{j+1} = \alpha (\sigma_s)_j$  busca evitar qualquer incremento inapropriado do próximo tamanho de passo. Enquanto na formulação quadrática, a própria definição da equação dos incrementos de carga é suficiente.

A figura 5.6 e a figura 5.7 mostram as trajetórias seguidas pelo fator de carregamento  $\lambda$  durante o processo global do método. A primeira corresponde a resultados obtidos seguindo a formulação linear com  $\alpha = 0,6$  e a segunda seguindo a formulação quadrática.

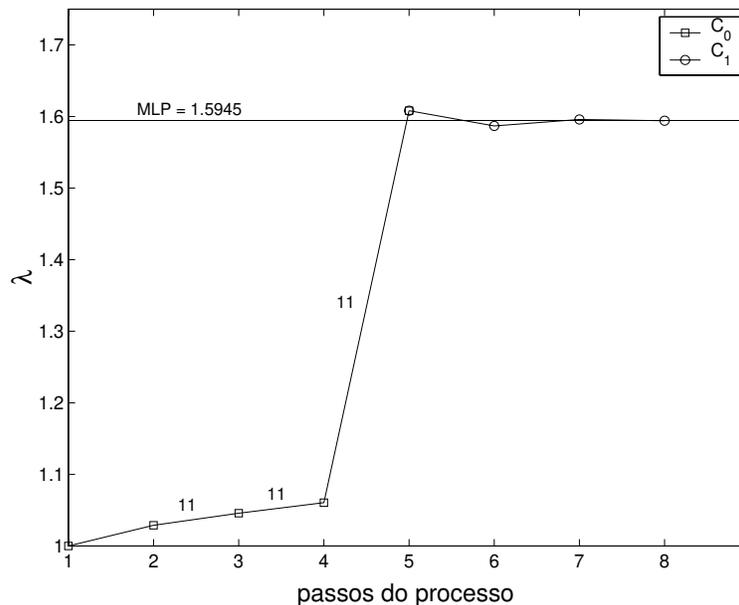


Figura 5.6: Ilustração do sistema de 30 barras (Formulação Linear).

Em ambas figuras estão indicados o gerador que em cada passo é responsável pelo acréscimo de carga correspondente. No caso, apesar de ter-se obtido um mesmo gerador para cada passo, deixa-se claro que esse fato não constitui uma regra geral para todos os sistemas. Finalmente, ressalta-se que um similar e eficiente desempenho é alcançado pelas duas formulações.

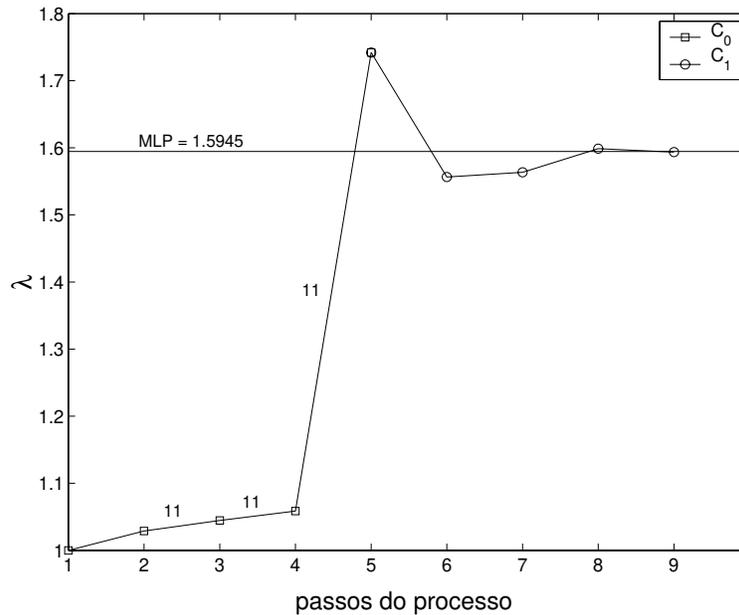


Figura 5.7: Ilustração do sistema de 30 barras (Formulação Quadrática).

### 5.5.2.3 Sistema IEEE - 57 barras

Este sistema em particular motivou a realização de muitas simulações e análises, devido ao fato que após a região factível ter sido ultrapassada o processo de retorno (recuperação da factibilidade) com vistas a obter o PMC ficou bem lento. Não obstante, o nível de precisão alcançado seja considerado ótimo ( $\lambda^{cr} = 1,69428$ ), o exagerado número de fluxos de carga necessários constitui uma severa desvantagem. Cabe mencionar que o problema reside na magnitude dos cortes de carga (particularmente muito pequenos para o caso deste sistema) obtidos pela equação (5.30). Apesar de ter sido um evento isolado, deve-se mencionar o fato de ter apresentado algumas dificuldades para a convergência em um ponto da região infactível. No caso, o Fluxo de Carga com Otimização de Passo (FCOP) não consegue obter a melhor solução após um determinado número máximo de iterações. O problema foi resolvido considerando neste caso um corte da carga de 0,001% de seu valor corrente. O corte suficientemente pequeno vai garantir a continuidade do processo, tendo-se a certeza de que o sistema encontra-se ainda na região infactível (parâmetro  $\mu > 0$ ). Em geral, sistemas que apresentam este tipo de situação são chamados de sistemas mal condicionados. Assim, nas próximas seções será proposta uma nova abordagem para resolvê-los.

A tabela 5.5 mostra em detalhe a evolução do fator de carregamento, correspondente ao sistema de 57 barras. O máximo carregamento (PMC) é dado pelo último valor de cada coluna e corresponde a uma solução dentro da região factível. Valores em itálico correspondem ao processo de ajustes de carga, após um ponto infactível (**negrito**) seja obtido. Nota-se que o número de fluxos de carga são curiosamente os mesmos para os três valores de  $\alpha$ , incluindo

também para a formulação quadrática. Finalmente, diferentemente dos sistemas mostrados anteriormente, para este caso não foi necessário que alguns acréscimos de carga sejam obtidos a partir da sensibilidade da barra *slack*. Isto, ainda quando o limite máximo de geração de reativos do último gerador (com exceção da barra *slack*) foi atingido um pouco antes de  $\lambda = 1,6940$ .

Tabela 5.5: Processo de cálculo do PMC para a rede de 57 barras

Passo	Função de aproximação			
	Linear			Quadrático
	$\alpha = 0,5$	$\alpha = 0,6$	$\alpha = 0,7$	
1	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
2	1,0561	1,0561	1,0561	1,0561
3	1,1317	1,1166	1,1014	1,0568
4	1,3699	1,3081	1,2459	1,3009
5	1,4629	1,3733	1,2860	1,3579
6	1,4697	1,5929	1,4477	1,6195
7	<b>1,9255</b>	1,6033	1,4537	1,6221
8	<i>1,847018</i>	<b>1,8319</b>	<b>1,7339</b>	<b>1,8837</b>
9	<i>1,797717</i>	<i>1,793011</i>	<i>1,720037</i>	<i>1,787459</i>
10	<i>1,767123</i>	<i>1,758833</i>	<i>1,713838</i>	<i>1,763739</i>
11	<i>1,706887</i>	<i>1,707051</i>	<i>1,708983</i>	<i>1,707176</i>
12	<i>1,703351</i>	<i>1,703649</i>	<i>1,705403</i>	<i>1,703727</i>
13	<i>1,701077</i>	<i>1,701300</i>	<i>1,702556</i>	<i>1,701359</i>
14	<i>1,699283</i>	<i>1,699462</i>	<i>1,700464</i>	<i>1,699508</i>
15	<i>1,697942</i>	<i>1,698067</i>	<i>1,698805</i>	<i>1,698100</i>
16	<i>1,697037</i>	<i>1,697119</i>	<i>1,697616</i>	<i>1,697140</i>
17	<i>1,696253</i>	<i>1,696302</i>	<i>1,696794</i>	<i>1,696315</i>
18	<i>1,695709</i>	<i>1,695735</i>	<i>1,696011</i>	<i>1,695741</i>
19	<i>1,695300</i>	<i>1,695321</i>	<i>1,695531</i>	<i>1,695326</i>
20	<i>1,694987</i>	<i>1,695001</i>	<i>1,695163</i>	<i>1,695005</i>
21	<i>1,694758</i>	<i>1,694768</i>	<i>1,694889</i>	<i>1,694771</i>
22	<i>1,694584</i>	<i>1,694592</i>	<i>1,694685</i>	<i>1,694594</i>
23	<i>1,694452</i>	<i>1,694459</i>	<i>1,694527</i>	<i>1,694460</i>
24	<i>1,694357</i>	<i>1,694362</i>	<i>1,694335</i>	<i>1,694363</i>
25	<i>1,694283</i>	<i>1,694286</i>	<i>1,694266</i>	<i>1,694287</i>

As figuras 5.8 e 5.9 mostram a evolução do fator de carregamento para a formulação linear e quadrática respectivamente. No caso da formulação linear  $\alpha = 0,6$  foi escolhido. Tem-se também indicado os geradores envolvidos na definição do acréscimo de carga para cada passo do processo de cálculo. No caso, observa-se que os geradores mostrados em cada passo coincidem nas duas formulações. Os dois processos apresentaram similares desempenhos.

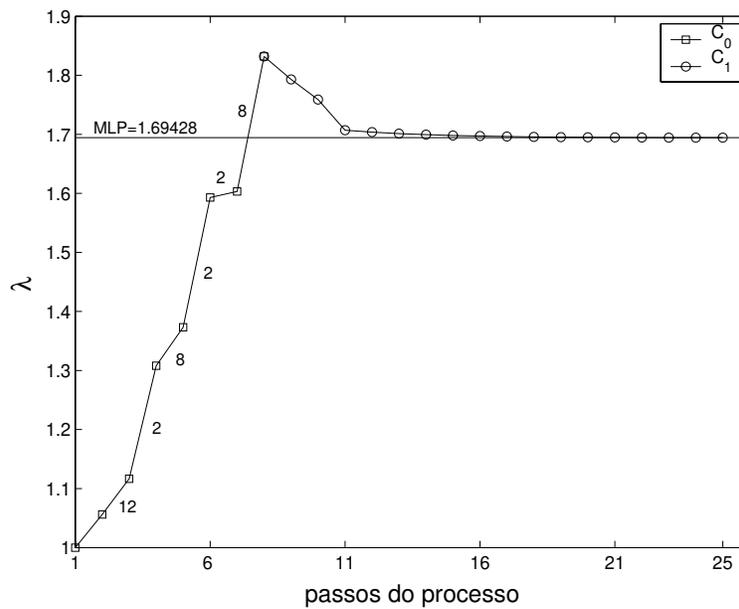


Figura 5.8: Ilustração do sistema de 57 barras (Formulação Linear).

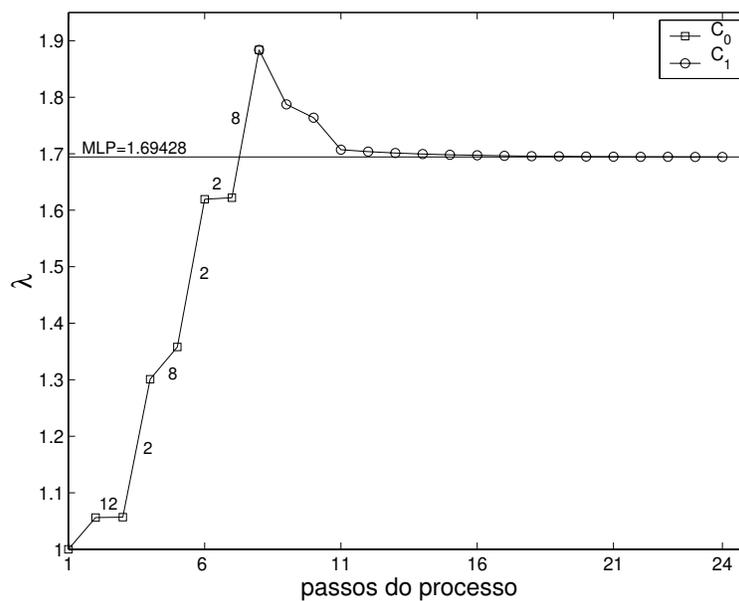


Figura 5.9: Ilustração do sistema de 57 barras (Formulação Quadrática).

### 5.5.2.4 Sistema IEEE - 300 barras

A tabela 5.6 mostra resultados que correspondem ao sistema de 300 barras. Ressalta-se que este sistema é particularmente carregado, com uma margem ao limite máximo em torno de 6%. Esse fato, como mostrado, não representa maior dificuldade para o desempenho do método proposto. Nota-se que os acréscimos de carga correspondentes a cada caso simulado são bem pequenos, mas com magnitudes suficientes para levar o sistema em direção do limite máximo com segurança. Também os cortes de carga obtidos para cada caso são perfeitamente coerentes, ou seja, com um tamanho de passo conservador e suficiente para não colocar em risco a metodologia. Para esta rede como para as anteriores, fica notório que a mudança de  $\alpha$  na formulação linear não resulta em uma alteração drástica do número de fluxos de carga, apesar de que o ponto correspondente à solução infactível após a ultrapassagem da fronteira é bem diferente em cada caso. Esses valores são mostrados em negrito.

Tabela 5.6: Processo de cálculo do PMC para a rede de 300 barras

Passo	Função de aproximação			
	Linear			Quadrático
	$\alpha = 0,6$	$\alpha = 0,7$	$\alpha = 0,8$	
1	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000
2	1,000011	1,000011	1,000011	1,000011
3	1,000012	1,000012	1,000011	1,000011
4	<b>1,192955</b>	<b>1,144719</b>	<b>1,096483</b>	<b>1,241191</b>
5	<i>1,1416</i>	<i>1,0988</i>	<i>1,0717</i>	<i>1,1730</i>
6	<i>1,0987</i>	<i>1,0707</i>	<i>1,0670</i>	<i>1,0926</i>
7	<i>1,0707</i>	<i>1,0665</i>	<i>1,0638</i>	<i>1,0713</i>
8	<i>1,0665</i>	<i>1,0638</i>	<i>1,0628</i>	<i>1,0668</i>
9	<i>1,0638</i>	<i>1,0628</i>	<i>1,0624</i>	<i>1,0638</i>
10	<i>1,0628</i>	<i>1,0624</i>	<i>1,0623</i>	<i>1,0628</i>
11	<i>1,0624</i>	<i>1,0623</i>	<i>1,06226</i>	<i>1,0624</i>
12	<i>1,0623</i>	<i>1,06226</i>	—	<i>1,0623</i>
13	<i>1,06226</i>	—	—	<i>1,06226</i>

As figuras 5.10 e 5.11 ilustram o desempenho do método. Como a rede apresenta um nível de carregamento muito próximo de seu limite máximo, considerou-se mostrar o resultado em que  $\alpha = 0,8$  foi utilizada para o caso da formulação linear. Embora seja obtida pela formulação quadrática uma solução infactível ( $\lambda = 1,241191$ ) mais afastada do limite máximo, em comparação àquela obtida pela formulação linear ( $\lambda = 1,096483$ ), o resultado mostra que este fato leva a acrescentar só dois passos a mais no processo global. Em cada caso, são também indicados os geradores escolhidos pelo algoritmo de cálculo para definir os respectivos acréscimos de carga.

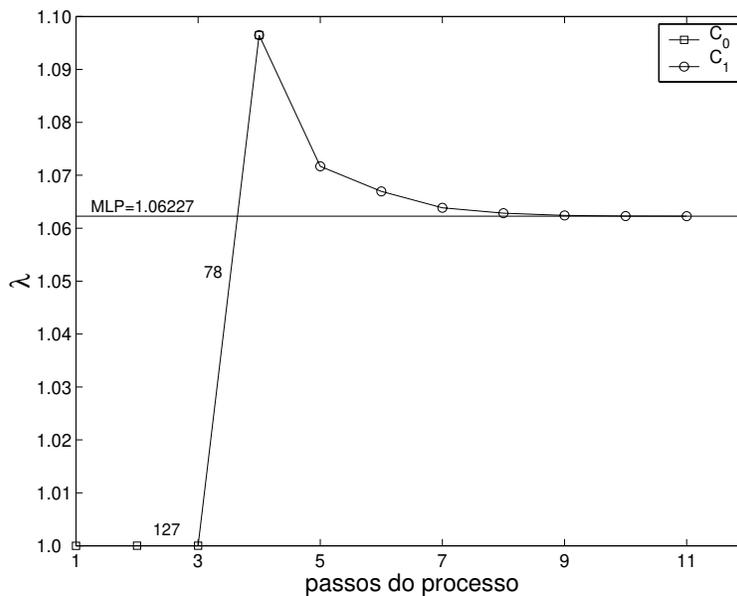


Figura 5.10: Ilustração do sistema de 300 barras (Formulação Linear).

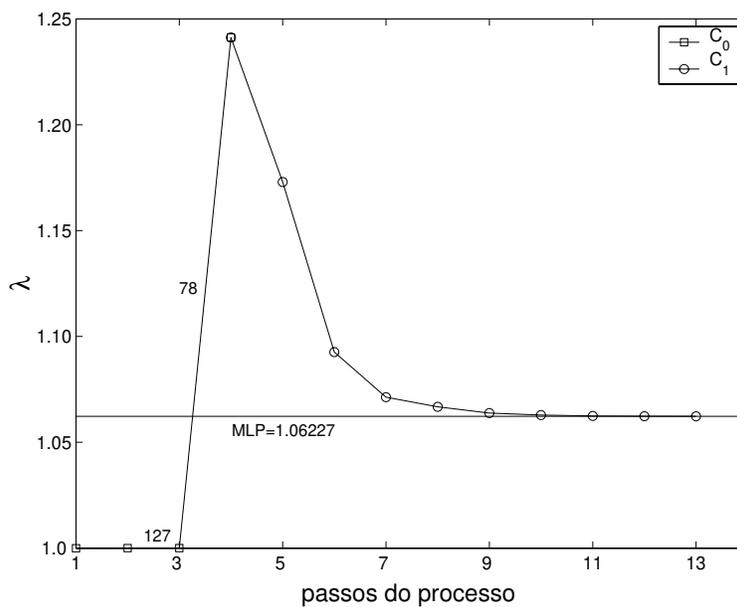


Figura 5.11: Ilustração do sistema de 300 barras (Formulação Quadrática).

A Tabela 5.7 resume os resultados obtidos para cada sistema testado. São incluídos resultados obtidos pela formulação quadrática (Eq. 5.9) e pela formulação linear (Eq. 5.13). No caso da formulação linear,  $\alpha = 0,6$  foi escolhido para os sistemas de 14, 30 e 57 barras, enquanto que  $\alpha = 0,8$  foi escolhido para o sistema de 300 barras. O máximo carregamento (PMC) esperado, para cada sistema, foi obtido através da resolução de sucessivos Fluxos de Carga considerando incrementos de carga suficientemente pequenos até que o Fluxo de Carga não apresente mais uma solução factível. Os valores entre parênteses representam o total de número de fluxos de carga necessários para calcular o PMC. Aqueles do lado esquerdo correspondem ao processo de incremento da carga e os do lado direito, ao processo de ajuste de carga. Em geral, a eficiência do método com exceção do sistema de 57 barras foi muito boa, enquanto que a precisão em geral foi ótima para todos os casos.

Tabela 5.7: Máximo carregamento para sistemas IEEE

Sistema IEEE	$\lambda^{cr}$ (5.9)	número de F. de Carga	$\lambda^{cr}$ (5.13)	número de F. de Carga	$\lambda^{cr}$ esperado
14	1,8550	9 (4-5)	1,8551	9 (4-5)	1,8555
30	1,5935	9 (5-4)	1,5941	8 (5-3)	1,5945
57	1,6943	25 (8-17)	1,6943	25 (8-17)	1,6943
300	1,0623	13 (4-9)	1,0623	11 (4-7)	1,0623

Embora tenha ocorrido, particularmente para o sistema de 57 barras, uma certa lentidão na parte do processo de ajustes de carga (o que será tratado mais à frente), cabe ressaltar que o método proposto mostrou-se rápido e eficiente para determinar o ponto de máximo carregamento PMC.

## 5.6 Processo do método baseado na sensibilidade da barra *slack*

Como já mencionado, alterações da carga em relação às variações típicas da demanda reagem no sistema particularmente na capacidade de geração de potência reativa dos geradores. Esta influência está relacionada diretamente com muitos aspectos que definitivamente determinam o respectivo grau de repercussão. Entre elas, a distância da carga com relação às unidades geradoras, a capacidade de geração destas unidades, a topologia da rede, etc. A barra *slack* pode ser um desses geradores, com a particularidade de, além ser considerada uma barra de referência, é também a barra que assume as variações da demanda. Assim, teoricamente é compreensível que valores de sensibilidade em relação da barra *slack* possam ser úteis seguindo a formulação do método proposto. Nesta parte do trabalho serão analisadas em detalhe estas suposições.

Para fins de análise preliminar, procedeu-se a realizar um conjunto de simulações para os sistemas de 14, 30, 57 e 300 barras. O processo consistiu em, a partir do caso base ( $\lambda = 1,00$ ), aumentar gradualmente o fator de carregamento  $\lambda$  até que o PMC fosse alcançado. Dessa forma, acredita-se que a demanda do sistema foi sistematicamente incrementada até seu limite de carregamento. Deve-se lembrar que o fator de carregamento multiplica tanto a carga quanto a geração, Eq. (5.2) e (5.3). Um estudo bem detalhado dos resultados possibilitou a constatação de que com  $\lambda = 1,2711$ , para o caso do sistema de 14 barras, e  $\lambda = 1,2211$  para o sistema de 30 barras, respectivamente, todos os geradores do sistema já atingiram seu limite máximo de geração de potência reativa. As figuras 5.12 e 5.13 mostram a evolução dos fatores de sensibilidade da barra *slack*, para alterações da carga e correspondentes às redes IEEE 14 barras e IEEE 30 barras.

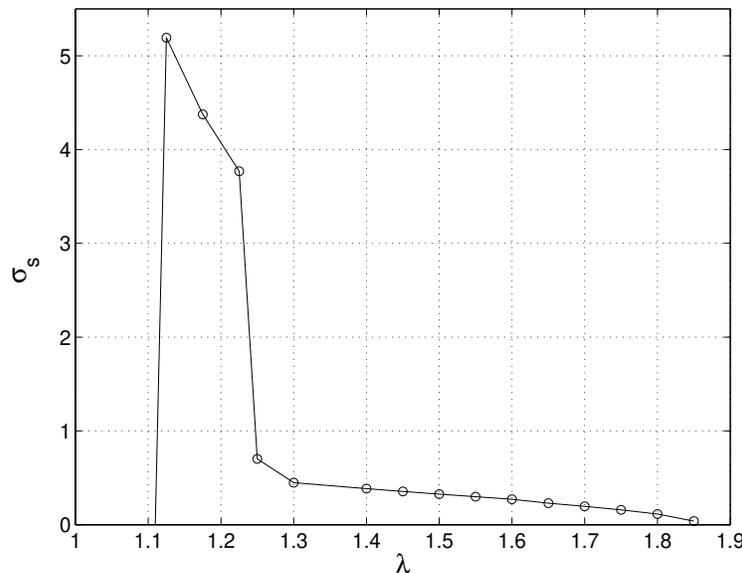


Figura 5.12: Ilustração do sistema de 14 barras.

Percebe-se que à medida que o sistema fica mais estressado o valor de  $\sigma_s$  vai diminuindo até chegar a zero no limite de máximo carregamento. No caso, esses limites correspondentes à fronteira de factibilidade foram determinados como sendo  $\lambda = 1,8555$  para a rede de 14 barras e  $\lambda = 1,5945$  para a rede de 30 barras respectivamente. Um outro detalhe interessante é que enquanto há geradores disponíveis no sistema, ou seja que ainda não apresentem seus limites de geração violados, a característica da curva apresenta marcadas discontinuidades. Após a ocorrência desse fato, nota-se um decréscimo lento, gradual e monotônico dos valores da sensibilidade. No caso, deve-se lembrar que a discontinuidade é uma característica bem particular observada nas curvas PV e que acontece precisamente no momento em que um dado gerador atinge seu limite máximo de geração de potência reativa [55]. Assim, comportamento similar é observado nas curvas  $[\lambda \times \sigma_s]$ .

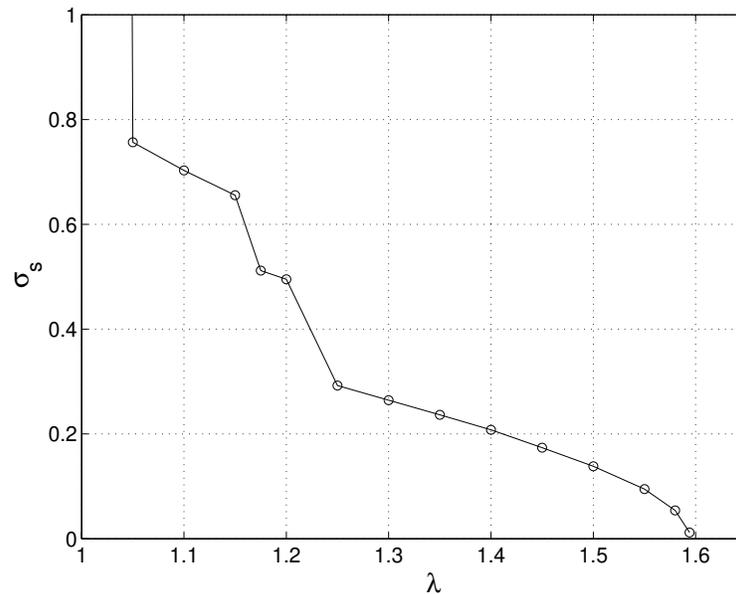


Figura 5.13: Ilustração do sistema de 30 barras.

Deve-se ressaltar que uma situação atípica poderia ocorrer quando o valor da sensibilidade  $\sigma_s$  for negativa. Isto pode acontecer para alguns sistemas, e de maneira particular, somente nos primeiros níveis de carregamento, a partir do caso base. Esta situação, estaria relacionada com um baixo nível do carregamento além da característica topológica da rede. Assim por exemplo, o sistema IEEE 14 barras é uma mostra deste caso. Para o nível de carregamento  $\lambda = 1,000$  (caso base), a sensibilidade é  $\sigma_s = -2,9781$  enquanto que para  $\lambda = 1,1106$ , que corresponde ao primeiro nível de carga dado pela Eq. (5.8), a sensibilidade foi  $\sigma_s = 5,4856$ . Apesar do fato de ter-se encontrado para alguns sistemas situações similares, acredita-se que tal evento não constitui uma restrição nem limitação à aplicação do método. Além disso, caso deseje-se implementar um processo de cálculo baseado na sensibilidade da barra *slack*, o algoritmo básico deve conter uma alternativa simples que faça sua abordagem através da verificação do tipo de sinal do fator de sensibilidade.

As figuras 5.14 e 5.15 mostram a evolução das sensibilidades da barra *slack* correspondentes aos sistemas 57 barras e 300 barras respectivamente. O processo de simulação foi similar aos dois sistemas anteriores. Para o caso do sistema de 57 barras, o limite de carregamento máximo PMC obtido foi ( $\lambda = 1,6943$ ). Isto acontece imediatamente depois que o último gerador disponível do sistema atinge seu limite máximo de geração de potência reativa, no caso, este valor corresponde a  $\lambda = 1,6900$ . Para o sistema de 300 barras, o carregamento máximo ( $\lambda = 1,0623$ ) é alcançado ainda quando varios geradores do sistema vem operando dentro da faixa de geração de potência reativa. Pelos resultados mostrados nestes gráficos, em relação à sensibilidade da barra *slack*, conclui-se o interesse de utilizá-la como barra de monitoramento na aplicação do método proposto.

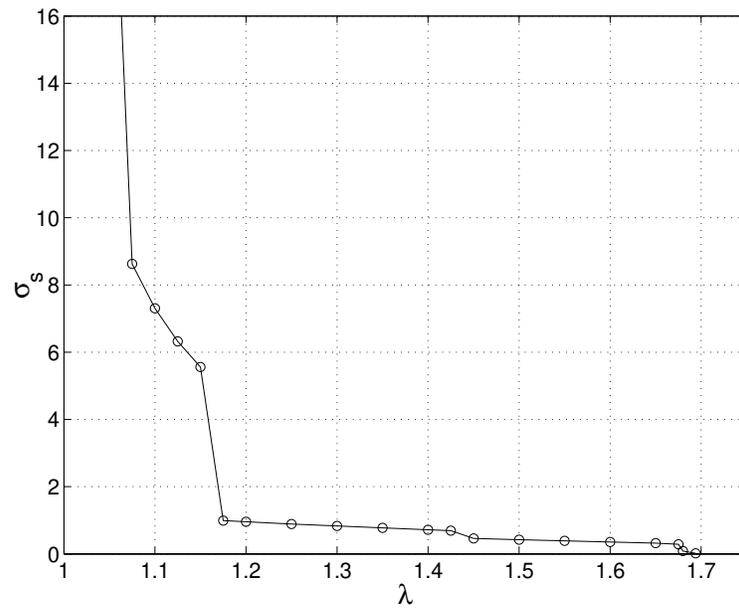


Figura 5.14: Ilustração do sistema de 57 barras.

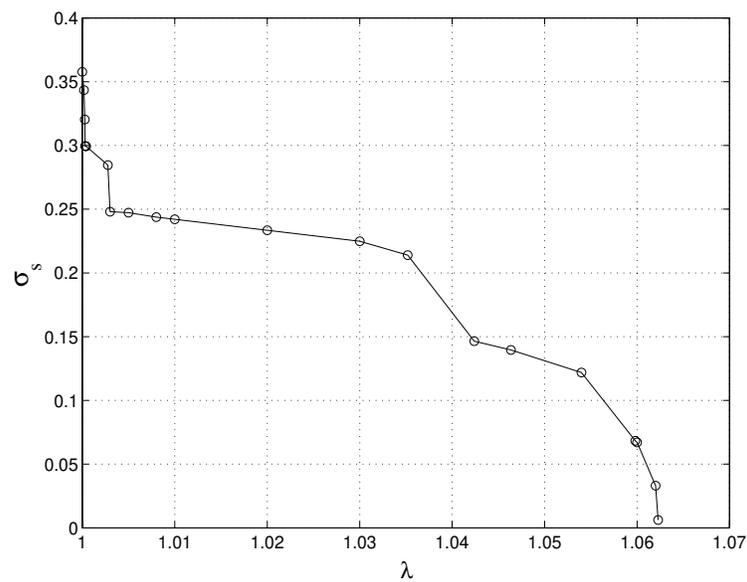


Figura 5.15: Ilustração do sistema de 300 barras.

Para realizar testes utilizando o algoritmo básico, precisa-se fazer uma alteração simples inserindo após o passo (4) do algoritmo o seguinte:

- (5) Se ambas sensibilidades  $(\sigma_s)_i$  e  $(\sigma_s)_{i-1}$  são positivas, continuar. Caso contrário, ir para o passo (3).

## 5.6.1 Resultados das simulações

### 5.6.1.1 Sistema IEEE - 14 barras

A Tabela 5.8 mostra os resultados obtidos para o sistema de 14 barras. Têm-se indicados resultados utilizando as funções de aproximação quadrática Eq. (5.9) e linear Eq. (5.13). Os fatores de carregamento obtidos em cada passo do processo são mostrados em detalhe. Alternativas de ajuste ( $\alpha$ ), na formulação linear, são dadas pelos valores numéricos 0,5, 0,6 e 0,7. Cada passo corresponde a executar um cálculo de Fluxo de Carga.

Tabela 5.8: Processo de cálculo do PMC para a rede de 14 barras

Passo	Função de aproximação			
	Linear			Quadrático
	$\alpha = 0,5$	$\alpha = 0,6$	$\alpha = 0,7$	
1	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
2	1,1106	1,1106	1,1106	1,1106
3	1,2450	1,2450	1,2450	1,2450
4	1,2629	1,2593	1,2557	1,2512
5	1,2763	1,2680	1,2606	1,2548
6	1,2897	1,5976	1,5587	1,7503
7	1,7062	1,6840	1,6242	1,7769
8	<b>1,8577</b>	1,7922	1,7251	1,8507
9	<i>1,8550</i>	1,8535	1,8034	<b>1,8564</b>
10	—	<b>1,8590</b>	1,8416	<i>1,8550</i>
11	—	<i>1,8544</i>	1,8541	—
12	—	—	<b>1,8560</b>	—
13	—	—	<i>1,8551</i>	—

Nota-se uma evolução de  $\lambda$  bem comportada e algo conservadora. Isto, como já foi indicado, traz consigo alguns passos a mais no processo de incremento da carga, pero logo se revertirá em benefício do processo de ajuste de carga. Assim, vê-se que, a recuperação da factibilidade e determinação do carregamento máximo é conseguido em apenas um passo após ultrapassar a região factível. As figuras 5.16 e 5.17 mostram resultados semelhantes para as duas formulações no processo global do método.

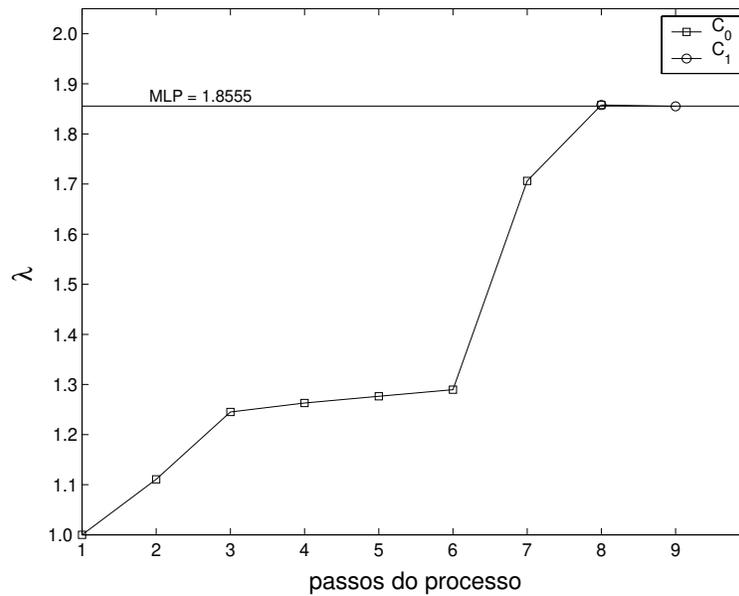


Figura 5.16: Ilustração do sistema de 14 barras (Formulação Linear).

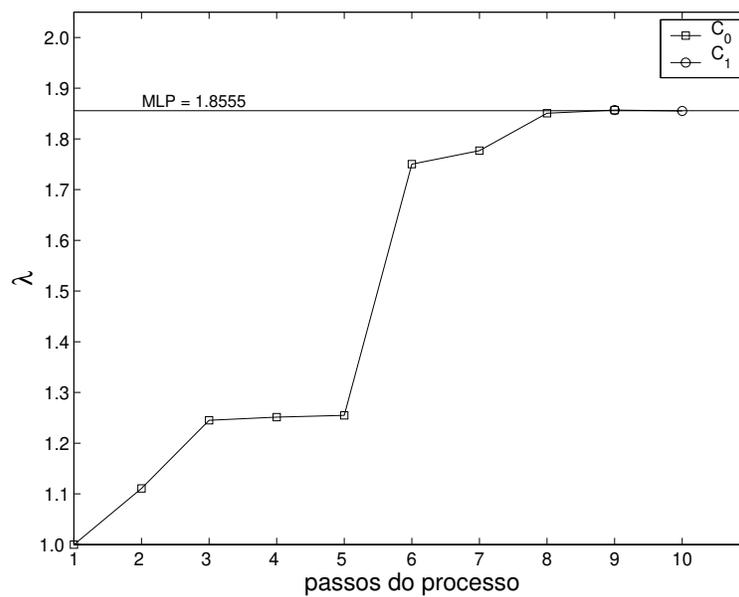


Figura 5.17: Ilustração do sistema de 14 barras (Formulação Quadrática).

### 5.6.1.2 Sistema IEEE - 30 barras

A Tabela 5.9 mostra os resultados obtidos para o sistema de 30 barras. De igual forma que para casos anteriores, são mostrados resultados para as formulações quadrática e linear. Com exceção da coluna em que  $\alpha = 0,5$ , o valor do fator de carregamento na região infactível (valor em negrito), apenas a fronteira de factibilidade é ultrapassada observa-se sempre próximo ao imediatamente anterior (o que é um ponto factível). Esta situação, também observada nos resultados para o sistema de 14 barras mostra a vantagem para uma rápida recuperação da factibilidade e cálculo do PMC. O resultado obtido pela formulação quadrática é bem similar à conseguida pela formulação linear considerando  $\alpha = 0,5$  e  $\alpha = 0,6$ , já com  $\alpha = 0,7$  tem-se uma maior diferença em relação ao número total de fluxos de carga.

Tabela 5.9: Processo de cálculo do PMC para a rede de 30 barras

Passo	Função de aproximação			
	Linear			Quadrático
	$\alpha = 0,5$	$\alpha = 0,6$	$\alpha = 0,7$	
1	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
2	1,0289	1,0289	1,0289	1,0289
3	1,0315	1,0310	1,0305	1,0296
4	1,2582	1,2124	1,1665	1,2563
5	1,2760	1,2340	1,1841	1,2605
6	1,5253	1,2486	1,2039	1,5165
7	<b>1,6170</b>	1,3798	1,4274	1,5769
8	<i>1,5852</i>	1,5363	1,4697	<b>1,5989</b>
9	<i>1,5959</i>	<b>1,5969</b>	1,5371	<i>1,5934</i>
10	<i>1,5941</i>	<i>1,5938</i>	1,5779	—
11	—	—	1,5921	—
12	—	—	<b>1,5956</b>	—
13	—	—	<i>1,5940</i>	—

No processo de recuperação da factibilidade mostrado na coluna com  $\alpha = 0,5$ , especificamente no passo nove, o cálculo do acréscimo de carga ( $\lambda = 1,5959$ ) foi realizado com  $\alpha = 0,7$ . O propósito, como indicado no passo (9) do algoritmo básico, é calcular um novo acréscimo de carga mais conservador. Destaca-se que esta mudança de  $\alpha$  é realizada apenas neste caso com o propósito de ressaltar sua vantagem. Em geral, não foi considerada para o total das simulações.

As figuras 5.18 e 5.19 mostram em detalhe a evolução do fator de carregamento  $\lambda$ , para as formulações linear e quadrática. Nota-se, em relação ao processo que leva em conta a sensibilidade das barras PV, uma trajetória da curva mais conservadora em termos de ultrapassagem da fronteira de factibilidade, o que é bom para o processo de cálculo.

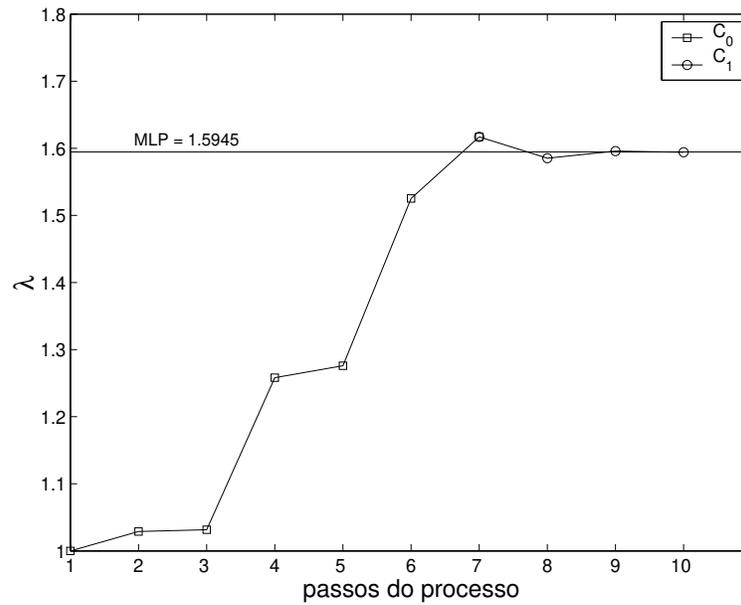


Figura 5.18: Ilustração do sistema de 30 barras (Formulação Linear).

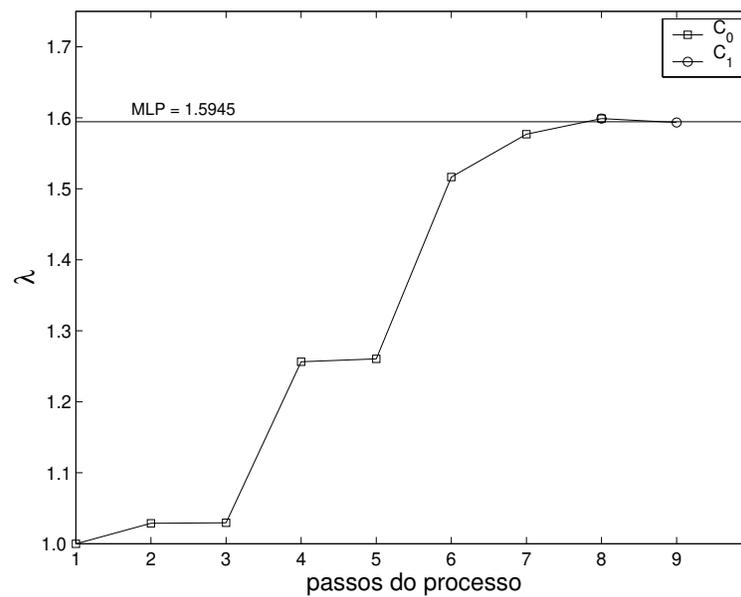


Figura 5.19: Ilustração do sistema de 30 barras (Formulação Quadrática).

## 5.6.1.3 Sistema IEEE - 57 barras

A Tabela 5.9 mostra os resultados obtidos para o sistema de 57 barras. Nota-se resultados similares aos obtidos considerando a sensibilidade dos geradores (barras PV).

Tabela 5.10: Processo de cálculo do PMC para a rede de 57 barras

Passo	Função de aproximação			Quadrático
	Linear			
	$\alpha = 0,5$	$\alpha = 0,6$	$\alpha = 0,7$	
1	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
2	1,0561	1,0561	1,0561	1,0561
3	1,0567	1,0566	1,0564	1,0561
4	1,1175	1,1052	1,0929	1,1169
5	1,1774	1,1533	1,1291	1,1644
6	1,1827	1,2188	1,1751	1,2410
7	1,5656	1,2242	1,1778	1,2434
8	1,6870	1,5111	1,4076	1,6035
9	<b>1,7005</b>	1,6051	1,5854	1,6694
10	<i>1,698823</i>	<b>1,8150</b>	1,6422	<b>1,8101</b>
11	<i>1,697628</i>	<i>1,783076</i>	<b>1,7775</b>	<i>1,779403</i>
12	<i>1,696803</i>	<i>1,735461</i>	<i>1,647512</i>	<i>1,711666</i>
13	<i>1,696703</i>	<i>1,720139</i>	<i>1,775494</i>	<i>1,707300</i>
14	<i>1,696016</i>	<i>1,713915</i>	<i>1,705403</i>	<i>1,703805</i>
15	<i>1,695534</i>	<i>1,709037</i>	<i>1,702556</i>	<i>1,701417</i>
16	<i>1,695166</i>	<i>1,705442</i>	<i>1,700464</i>	<i>1,699555</i>
17	<i>1,694891</i>	<i>1,702582</i>	<i>1,698805</i>	<i>1,698133</i>
18	<i>1,694687</i>	<i>1,700485</i>	<i>1,697616</i>	<i>1,697161</i>
19	<i>1,694530</i>	<i>1,698821</i>	<i>1,696794</i>	<i>1,696328</i>
20	<i>1,694430</i>	<i>1,697627</i>	<i>1,696011</i>	<i>1,695748</i>
21	<i>1,694330</i>	<i>1,696802</i>	<i>1,695531</i>	<i>1,695331</i>
22	<i>1,694262</i>	<i>1,696702</i>	<i>1,695163</i>	<i>1,695010</i>
23	—	<i>1,696015</i>	<i>1,694889</i>	<i>1,694775</i>
24	—	<i>1,695533</i>	<i>1,694685</i>	<i>1,694597</i>
25	—	<i>1,695165</i>	<i>1,694527</i>	<i>1,694462</i>
26	—	<i>1,694891</i>	<i>1,694335</i>	<i>1,694364</i>
27	—	<i>1,694687</i>	<i>1,694266</i>	<i>1,694288</i>
28	—	<i>1,694530</i>	<i>1,694527</i>	—
29	—	<i>1,694430</i>	<i>1,694335</i>	—
30	—	<i>1,694330</i>	<i>1,694266</i>	—
31	—	<i>1,694262</i>	<i>1,694266</i>	—

As figuras 5.20 e 5.21 mostram a evolução de  $\lambda$  para o método proposto.

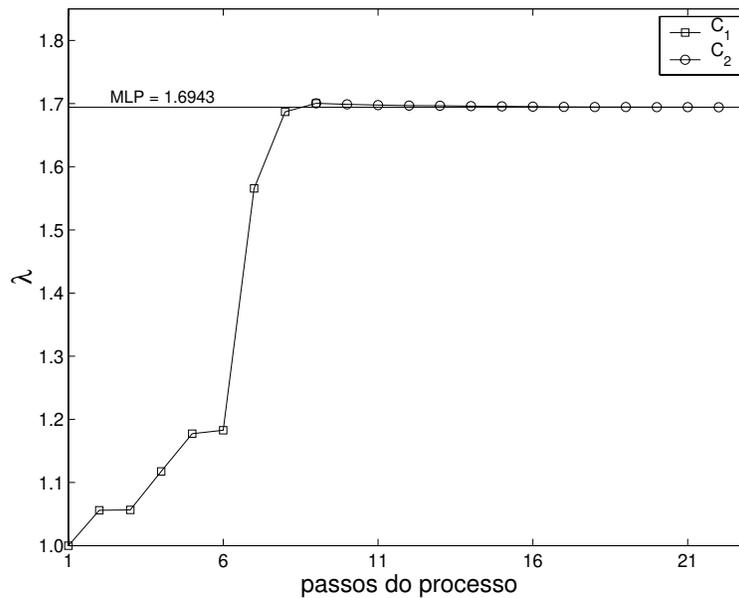


Figura 5.20: Ilustração do sistema de 57 barras (Formulação Linear).

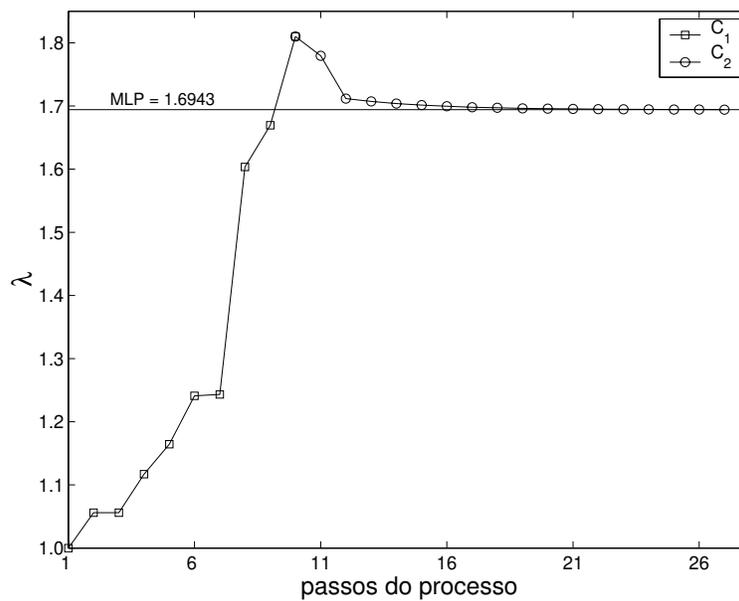


Figura 5.21: Ilustração do sistema de 57 barras (Formulação Quadrática).

### 5.6.1.4 Sistema IEEE - 300 barras

A Tabela 5.11 mostra resultados que correspondem ao sistema de 300 barras.

Tabela 5.11: Processo de cálculo do PMC para a rede de 300 barras

Passo	Função de aproximação			
	Linear			Quadrático
	$\alpha = 0,6$	$\alpha = 0,7$	$\alpha = 0,8$	
1	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000
2	1,000011	1,000011	1,000011	1,000011
3	1,044396	1,035172	1,026382	1,043960
4	1,058730	1,056115	1,040283	1,052427
5	<b>1,075174</b>	<b>1,065267</b>	<b>1,088359</b>	<b>1,083168</b>
6	<i>1,068468</i>	<i>1,063449</i>	<i>1,071811</i>	<i>1,071117</i>
7	<i>1,065411</i>	<i>1,062665</i>	<i>1,067001</i>	<i>1,066681</i>
8	<i>1,063499</i>	<i>1,062354</i>	<i>1,063854</i>	<i>1,063812</i>
9	<i>1,062687</i>	<i>1,062282</i>	<i>1,062849</i>	<i>1,062829</i>
10	<i>1,062362</i>	<i>1,062263</i>	<i>1,062420</i>	<i>1,062413</i>
11	<i>1,062284</i>	—	<i>1,062297</i>	<i>1,062296</i>
12	<i>1,062264</i>	—	<i>1,062268</i>	<i>1,062268</i>

As figuras 5.22 e 5.23 mostram a evolução de  $\lambda$  para o método proposto. A Tabela 5.12, resume os resultados para cada um dos sistemas analisados. Resultados utilizando a Eq. (5.9) e a Eq. (5.13) são apresentados. Para 30 e 300 barras, os resultados foram obtidos com  $\alpha = 0,5$ , enquanto que  $\alpha = 0,6$  foi escolhido para 14 e 57 barras. Os valores de carregamento máximo esperados, são obtidos da mesma forma que na seção anterior.

Tabela 5.12: Máximo carregamento para os sistemas IEEE

Sistema IEEE	$\lambda^{cr}$ (5.9)	número de F. de Carga	$\lambda^{cr}$ (5.13)	número de F. de Carga	$\lambda^{cr}$ esperado
14	1,8550	10 (9-1)	1,8550	9 (8-1)	1,8555
30	1,5934	9 (8-1)	1,5938	10 (9-1)	1,5945
57	1,6943	27 (10-17)	1,6943	22 (9-13)	1,6943
300	1,0623	12 (5-7)	1,0623	10 (5-5)	1,0623

Finalmente, a partir das simulações realizadas e dos resultados obtidos pode-se verificar a rapidez e precisão do método. A seguir serão discutidas opções e alternativas para mudar alguns detalhes do método proposto para fins de resolver o problema de lentidão do processo de recuperação da factibilidade, como é o caso do sistema de 57 barras.

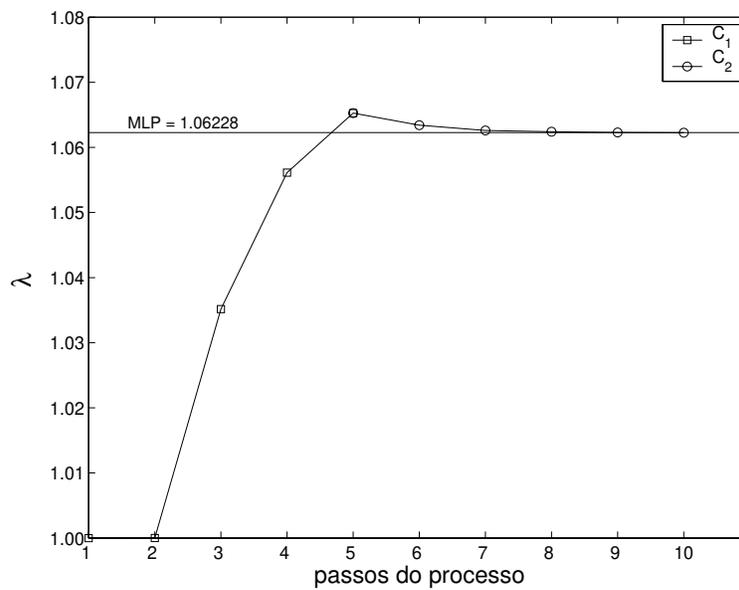


Figura 5.22: Ilustração do sistema de 300 barras (Formulação Linear).

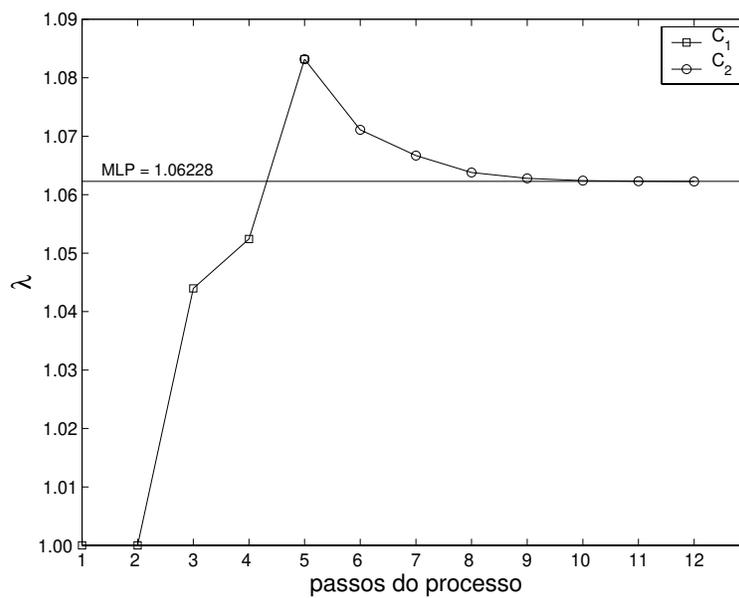


Figura 5.23: Ilustração do sistema de 300 barras (Formulação Quadrática).

## 5.7 Método modificado

Embora tenha-se conseguido bons resultados para todos os sistemas analisados, pequenas mudanças no processo de recuperação da factibilidade podem melhorar o desempenho global do método. Em particular, o sistema de 57 barras constitui um típico exemplo para orientar nossos interesses. Desta forma, na sequência propõe-se uma mudança simples. Acredita-se que em geral pode-se garantir um menor número de iterações necessárias para o cálculo do ponto de máximo carregamento PMC.

### 5.7.1 Mudança na restauração da factibilidade

A idéia de fazer cortes de carga a partir das informações dos *mismatches* de potência fornecidos pelo FCOP, uma vez que se tenha atingido uma solução infactível, surgiu no trabalho proposto em [71]. Naquele caso, considerava-se somente uma direção de incremento da carga ativa na barra  $k$  do sistema. Conseqüentemente, o problema de otimização formulado para determinar a quantidade de potência ativa a ser cortada na barra  $k$  foi dado por:

$$\min f(\mathbf{x}, P_k) = \frac{1}{2} \|\Delta \mathbf{s}\|_2^2 = \frac{1}{2} \Delta \mathbf{s}^T \Delta \mathbf{s} \quad (5.33)$$

sujeito a:

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}, P_k) = 0 \quad (5.34)$$

onde  $f$  é a função objetivo,  $\mathbf{x}$  é o vetor de tensões e ângulos,  $P_k$  é a injeção de potência na barra  $k$  e  $\mathbf{g}$  corresponde às equações do fluxo de carga.

Após determinar o Lagrangeano e aplicar as condições de otimalidade de Karush-Kuhn-Tucker (KKT), o corte de carga na barra  $k$  resultou:

$$P_k^{novo} = P_k^{atual} - \frac{f(\mathbf{x}, P_k)}{\Delta P_k} \quad (5.35)$$

onde  $\Delta P_k$  é uma componente de  $\Delta \mathbf{s}$  e corresponde ao *mismatch* de potência ativa da barra  $k$ . Considerando que esse *mismatch* de potência é muito maior que os demais componentes de  $\Delta \mathbf{s}$ , tem-se:

$$\frac{f(\mathbf{x}, P_k)}{\Delta P_k} \approx \frac{1}{2} \Delta P_k \quad (5.36)$$

o qual resulta em um corte de carga pequeno. De forma que, um fator de aceleração  $\varphi$  é proposto e logo (5.35) rescrito como:

$$P_k^{novo} = P_k^{atual} - \varphi \cdot \frac{f(\mathbf{x}, P_k)}{\Delta P_k} \quad (5.37)$$

onde por sua vez  $\varphi$  é dado por:

$$\varphi = 2 \frac{\Delta P_k}{\|\Delta s\|_2}. \quad (5.38)$$

A partir de (5.37) e (5.38) a nova carga na barra  $k$  é dado por:

$$P_k^{novo} = P_k^{atual} - \|\Delta s\|_2 \quad (5.39)$$

onde, considerando outra vez que o *mismatch* de potência ativa na barra  $k$  é muito maior que o resto de componentes de  $\Delta s$ , temos que:

$$\|\Delta s\|_2 \approx \Delta P_k \quad (5.40)$$

o que resulta igual ao corte de carga proposto em [9].

Apesar da metodologia apresentada não tem um caráter rigoroso demonstrável para incrementos de carga generalizados no sistema, como é o caso das formulações aqui utilizadas (equações 5.2 e 5.3), o fator de aceleração proposto em (5.38) foi considerado também para este caso. Dessa forma, a equação (5.29) é reescrita como:

$$\lambda^{\eta+1} = \lambda^\eta - \frac{1}{2} \frac{\|\mathbf{g}\|_2^2}{\mathbf{g}_\lambda^T \mathbf{g}} \cdot \beta \quad (5.41)$$

onde  $\beta$  é o fator de aceleração dado por:

$$\beta = 2 \frac{\mathbf{g}_\lambda^T \mathbf{g}}{\|\mathbf{g}\|_2}. \quad (5.42)$$

Então, o novo carregamento será calculado explicitamente por:

$$\lambda^{\eta+1} = \lambda^\eta - \|\mathbf{g}\|_2 = \lambda^\eta - \sum_{i=1}^n (\Delta P_i^2 + \Delta Q_i^2)^{1/2}. \quad (5.43)$$

### 5.7.2 Alterações no algoritmo básico

Como foi analisado, um ponto de operação ineficaz poderá ser obtido pela superestimativa do incremento da carga em uma dada iteração. Desta forma o ajuste de carga previsto

no algoritmo básico deverá ser redefinido pela Eq. (5.43). Assim, quando um ponto de operação inactível for atingido, os passos do processo de recuperação da factibilidade descrito abaixo substituem os passos (7) e (8) do algoritmo básico. Logo este fica modificado da seguinte forma:

- (8.a) Definir  $\Lambda_0$  como o fator de carregamento correspondente ao último ponto factível, isto é,  $\Lambda_0 = \lambda_{i-1}$ .
- (8.b) Calcular o ajuste da carga pela Eq. (5.30) (corte de carga 1) e Eq. (5.43) (corte de carga 2). Este último calculado pela Eq. (5.43) deve ser maior.
- (8.c) Se o ajuste de carga dado pela Eq. (5.43) (corte de carga 2) é menor que  $(\lambda_i - \Lambda_0)$ , escolha então o corte de carga 2. Se não, escolha o corte de carga 1.
- (8.d) Colocar  $i = i + 1$  e obtenha o novo ponto de operação, correspondente ao fator de carregamento  $\lambda_i$ .
- (8.e) Se o novo ponto de operação encontra-se ainda fora da região factível, ir para o passo (8.b). Se não, continue.

### 5.7.3 Resultados das simulações

A restauração da factibilidade proposta é tal que ajustes maiores da carga estão considerados caso um ponto de operação inactível mais afastado da fronteira de factibilidade seja encontrado. O processo torna-se mais conservador perto da fronteira de factibilidade.

Desta forma, integralizando estes critérios e mudanças no método base proposto, realizou-se testes nos mesmos sistemas IEEE indicados anteriormente. Os resultados obtidos mostraram um desempenho muito bom, particularmente para o sistema de 57 barras. Ressalta-se que durante as simulações não foram encontrados situações que limitem ou restrinjam a sua aplicação. A Tabela 5.13 mostra resultados obtidos para cada um dos sistemas analisados, em que a equação (5.9) corresponde à determinação do tamanho de passo usando a função quadrática, enquanto que a equação (5.13) refere-se à função linear.

Tabela 5.13: Máximo carregamento para os sistemas IEEE

Sistemas IEEE	$\lambda^{cr}$ (5.9)	número de F. de Carga	$\lambda^{cr}$ (5.13)	número de F. de Carga	$\lambda^{cr}$ esperado
14	1,8553	12 (10-2)	1,8548	9 (8-1)	1,8555
30	1,5941	10 (9-1)	1,5939	11 (9-2)	1,5945
57	1,6942	8 (6-2)	1,6941	8 (6-2)	1,6943
300	1,0621	12 (5-7)	1,0623	12 (5-7)	1,0623

---

Deixa-se claro que estes resultados foram obtidos a partir de simulações em que os fatores de sensibilidade  $\mathbf{S}_{wl}$  correspondem à barra *slack*. No caso em que os fatores de sensibilidade indicados correspondam às barras PV ter-se-ia resultados bem similares.

# Capítulo 6

## Método rápido para determinar o PMC baseado em técnicas de otimização

### 6.1 Introdução

A idéia de utilizar técnicas de otimização para determinar o PMC surge a partir da identificação de um comportamento ordenado de alguns elementos da matriz Jacobiana, frente a variações da demanda. Por exemplo, o elemento  $N_{kk}$  da matriz Jacobiana que representa a variação da potencia ativa ( $P_k$ ) em relação à tensão ( $V_k$ ), apresenta um comportamento ordenado e sempre em uma direção conforme a carga no sistema é incrementada. Crescente quando  $k$  trata-se da barra *slack* e decrescente quando  $k$  trata-se de qualquer barra PQ. As barras PV não necessariamente apresentam este comportamento, porém são inapropriadas neste caso. Assim, dispor deste tipo de informação pode ser relevante para uma formulação apropriada de um problema de otimização. Além disso, ressalta-se que a importância do comportamento referido a esses elementos da matriz Jacobiana reside em que cada um deles são magnitudes de sensibilidade que por sua vez representam a variação das grandezas P e Q em relação às variáveis de estado do sistema.

Uma vez definida a função a minimizar do problema de otimização, resta então colocar as restrições de operação que no caso podem ser dadas pelas próprias equações do fluxo de carga. Com tudo isso, ter-se-ia um processo em que, a partir de um ponto de operação factível, são definidos sucessivos acréscimos de carga que dirigem o sistema na direção do PMC. Neste ponto, considerar a introdução de um controle do tamanho de passo, na equação que define os acréscimos de carga, pode resultar em uma excelente vantagem deste processo fazendo que estes tamanhos de passo sejam relativamente longos ao princípio e cada vez menores conforme o sistema se aproxima da fronteira de factibilidade. Esta situação vai garantir uma rápida aproximação ao PMC.

Foi previsto na implementação do método que eventuais acréscimos de carga podem levar à ultrapassagem do limite de factibilidade. Nesse caso, cortes de carga utilizando a informação proporcionada pelo FCOP [72, 73] é uma alternativa para restaurar a factibilidade. Embora, esse processo mostra-se bom para muitos casos, ele pode ser ainda melhorado através da definição de apropriados cortes de carga que resultarem de um outro simples processo de otimização. Considera-se aqui como idéia relevante minimizar uma função quadrática definida em termos dos *mismatches* de potência. Em [71] foi apresentado um trabalho similar para o caso de aumento de carga em uma barra.

Nesta situação, o método de cálculo aqui proposto poderia ser resumido como somente resolver dois simples problemas de otimização. Na sequência, serão tratados os aspectos matemáticos e gerais desta proposta.

## 6.2 Ponto de máximo carregamento PMC

### 6.2.1 Incrementos de carga

Os incrementos de carga em direção ao PMC podem ser obtidos através da minimização de uma função objetivo. No caso a idéia é determinar um processo simples e rápido de cálculo, no espaço de parâmetros, que vise estimar apropriadamente o PMC. A figura 6.1 ilustra detalhes desse propósito.

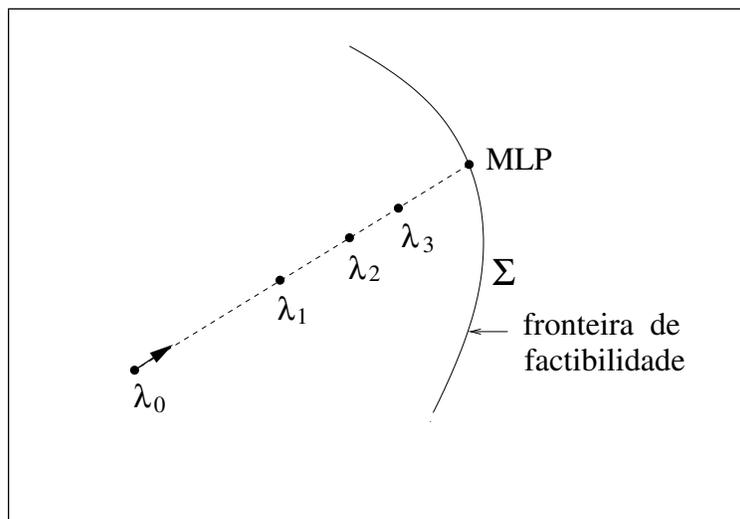


Figura 6.1: Trajetória da carga no espaço de parâmetros  $\lambda$ .

Devido às suas características próprias em função das variações de carga, definiu-se como função objetivo a ser minimizada o elemento  $N_{kk}$  da matriz Jacobiana. Dessa forma,

matematicamente o problema de otimização é formulado como:

$$\begin{cases} \min & f(\mathbf{x}) \\ \text{s.t.} & \mathbf{g}(\mathbf{x}, \lambda) = 0 \end{cases} \quad (6.1)$$

A função objetivo  $f(\mathbf{x})$  pode ser escrita em termos das variáveis de estado do sistema  $\mathbf{x}$  como:

$$f(\mathbf{x}) = 2G_{kk}V_k + \sum_{j \in \Omega_k} V_j (G_{kj} \cos \theta_{kj} + B_{kj} \sin \theta_{kj}), \quad (6.2)$$

onde  $k$  pode corresponder à barra *slack* ou alguma barra PQ e  $\Omega_k$  é o conjunto de barras vizinhas à barra  $k$ . A função Lagrangeana associada ao problema (6.1) é dada por:

$$\mathcal{L} = f(\mathbf{x}) + v^T \mathbf{g}(\mathbf{x}, \lambda). \quad (6.3)$$

Utilizando as condições de otimalidade de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) [65], tem-se:

$$\mathcal{L}_x = \mathbf{f}_x + \mathbf{g}_x^T v = 0, \quad (6.4)$$

$$\mathcal{L}_v = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \lambda) = 0, \text{ e} \quad (6.5)$$

$$\mathcal{L}_\lambda = f_\lambda + \mathbf{g}_\lambda^T v = 0. \quad (6.6)$$

A partir destas últimas equações (6.4 e 6.6), a sensibilidade da função objetivo  $f$  em relação ao fator de carregamento  $\lambda$  é dada por:

$$f_\lambda = \mathbf{g}_\lambda^T (\mathbf{g}_x^T)^{-1} \mathbf{f}_x. \quad (6.7)$$

De forma prática, uma relação para estimar um novo valor de  $\lambda$  pode ser escrita da forma:

$$f_\lambda \approx \frac{\Delta f}{\Delta \lambda} \quad (6.8)$$

Em consequência, os incrementos de carga para uma iteração  $\eta$ , de forma explícita e para um sistema de  $n$ -barras, são dados por:

$$\lambda^{\eta+1} = \lambda^\eta + \sigma \cdot \frac{f(\mathbf{x})}{\mathbf{g}_\lambda^T (\mathbf{g}_x^T)^{-1} \mathbf{f}_x} \quad (6.9)$$

onde  $\sigma$  representa um escalar positivo, comum em muitos problemas de otimização, proposto para efetuar um controle apropriado do tamanho de passo.

### 6.2.2 Corte de carga

Nesta parte é desenvolvido o processo de corte de carga. No entanto, como ele é idêntico ao tratado na seção 5.4.2, será feita uma rápida apresentação. Nesse sentido, considere que um acréscimo de carga dado por (6.9) leve o sistema à região infactível. Nesta situação será necessário efetuar cortes de carga a partir da informação proporcionada pelo FCOP. No caso o problema de otimização será formulado por:

$$\begin{cases} \min & f(\mathbf{x}, \lambda) \\ \text{s.t.} & \mathbf{g}(\mathbf{x}, \lambda) = 0 \end{cases} \quad (6.10)$$

A função objetivo  $f$  em termos dos *mismatches* de potência ativa e reativa  $\mathbf{g}$  é dado por:

$$f(\mathbf{x}, \lambda) = \frac{1}{2} \mathbf{g}^T \mathbf{g} = \frac{1}{2} \|\mathbf{g}\|_2^2 \quad (6.11)$$

A função Lagrangeana associada ao problema (6.10) é:

$$\mathcal{L} = f(\mathbf{x}, \lambda) + \mathbf{v}^T \mathbf{g}(\mathbf{x}, \lambda). \quad (6.12)$$

Aplicando as condições de otimalidade de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) [65] tem-se:

$$\mathcal{L}_x = \mathbf{f}_x + \mathbf{g}_x^T \mathbf{v} = 0, \quad (6.13)$$

$$\mathcal{L}_v = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \lambda) = 0, \text{ e} \quad (6.14)$$

$$\mathcal{L}_\lambda = f_\lambda + \mathbf{g}_\lambda^T \mathbf{v} = 0. \quad (6.15)$$

A sensibilidade da função objetivo com relação aos cortes de carga, após resolver as equações (6.13) ao (6.15), fica:

$$f_\lambda = \mathbf{g}_\lambda^T \left( \mathbf{g}_x^T \right)^{-1} \mathbf{f}_x. \quad (6.16)$$

onde o último termo do lado direito é:

$$\mathbf{f}_x = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{1}{2} \mathbf{g}^T \mathbf{g} \right] = \left( \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{g} \right)^T \mathbf{g} = \mathbf{g}_x^T \mathbf{g} \quad (6.17)$$

Substituindo (6.17) em (6.16) resulta:

$$f_\lambda = (\mathbf{g}_\lambda)^T \mathbf{g} \approx \frac{\Delta f}{\Delta \lambda} \quad (6.18)$$

Finalmente o ajuste de carga na iteração  $\eta$  é dado por:

$$\Delta \lambda = \lambda^{\eta+1} - \lambda^\eta = -\frac{f(\mathbf{x}, \lambda)}{f_\lambda} = -\frac{1}{2} \frac{\|\mathbf{g}\|_2^2}{\mathbf{g}_\lambda^T \mathbf{g}} \quad (6.19)$$

ou de forma explícita, para um sistema de  $n$ -barras, por:

$$\lambda^{\eta+1} = \lambda^\eta - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left[ \frac{\Delta P_i^2 + \Delta Q_i^2}{P_i^{esp} \Delta P_i + Q_i^{esp} \Delta Q_i} \right] \quad (6.20)$$

o que é igual à equação (5.30).

### 6.2.3 Alternativa para restabelecimento da factibilidade

Como tratado na seção 5, a Eq. (6.20) pode ser reescrita como:

$$\lambda^{\eta+1} = \lambda^\eta - \frac{1}{2} \frac{\|\mathbf{g}\|_2^2}{\mathbf{g}_\lambda^T \mathbf{g}} \cdot \beta, \quad (6.21)$$

O fator de aceleração  $\beta$  é definido como:

$$\beta = 2 \frac{\mathbf{g}_\lambda^T \mathbf{g}}{\|\mathbf{g}\|_2}. \quad (6.22)$$

o que resulta em:

$$\lambda^{\eta+1} = \lambda^\eta - \|\mathbf{g}\|_2 = \lambda^\eta - \sum_{i=1}^n (\Delta P_i^2 + \Delta Q_i^2)^{1/2}. \quad (6.23)$$

### 6.2.4 Definição do tamanho de passo $\sigma$

Na equação (6.9) o tamanho de passo (acréscimo de carga no espaço de parâmetros) em cada iteração é definido por:

$$\Delta \lambda = \sigma \cdot \frac{f(\mathbf{x})}{\mathbf{g}_\lambda^T (\mathbf{g}_x^T)^{-1} \mathbf{f}_x} \quad (6.24)$$

onde dois termos do denominador serão representados por:

$$S = \mathbf{g}_\lambda^T (\mathbf{g}_x^T)^{-1} \quad (6.25)$$

A transposta desta expressão resulta em:

$$S^T = \left[ \mathbf{g}_\lambda^T (\mathbf{g}_x^T)^{-1} \right]^T = (\mathbf{g}_x)^{-1} \mathbf{g}_\lambda \quad (6.26)$$

onde a expressão final obtida é bem conhecida como vetor tangente  $\mathbf{S}_{x,\lambda}$ , tratado amplamente em [6, 7]. Dessa forma, o tamanho de passo fica agora dado por:

$$\Delta\lambda = \sigma \cdot \frac{f(\mathbf{x})}{(\mathbf{S}_{x,\lambda})^T \mathbf{f}_x} \quad (6.27)$$

Conforme o sistema aproxima-se da fronteira de factibilidade, estes acréscimos de carga  $\Delta\lambda$  deverão resultar em valores cada vez menores. No limiar da fronteira de factibilidade, para evitar a ultrapassagem, esse valor corresponderia a zero ( $\Delta\lambda = 0$ ). Então, considerando um ponto de operação na vizinhança do PMC ter-se-ia:

$$\Delta\lambda \approx 0 \approx \sigma \cdot f(\mathbf{x}) \quad (6.28)$$

Para esse ponto de operação corrente acredita-se que  $f(\mathbf{x})$  é diferente de zero, pelo qual  $\sigma$  necessariamente deverá ser igual a zero. Dessa forma, uma expressão apropriada para o controle do tamanho de passo  $\sigma$ , que possa garantir (6.28) é proposto neste trabalho como dado por:

$$\sigma = \frac{t}{\|\mathbf{S}_{x\lambda}\|_2} \quad (6.29)$$

onde  $t$  é uma constante numérica ajustável heurísticamente e  $\|\mathbf{S}_{x\lambda}\|_2$  constitui a norma do vetor tangente. Este último vai garantir que o tamanho de passo seja suficientemente pequeno conforme o sistema aproxima-se do PMC.

Encontrar o valor mais apropriado de  $t$ , para cada sistema em particular, não constitui maior problema. Bastará, fazer simples simulações para um intervalo de valores  $[0, 1 - 0, 6]$  considerando variações de 0,1 em cada caso. Por exemplo, a Fig. 6.2 mostra detalhes da evolução do fator de carregamento  $\lambda$ , para o sistema de 300 barras, até que o limite de carregamento máximo ( $\lambda^{cr} = 1,0623$ ) seja calculado. Ressalta-se que o número de iterações, ou seja, o número de fluxos de carga necessários para determinar o PMC, é facilmente regulado pelo simples ajuste da constante numérica  $t$ .

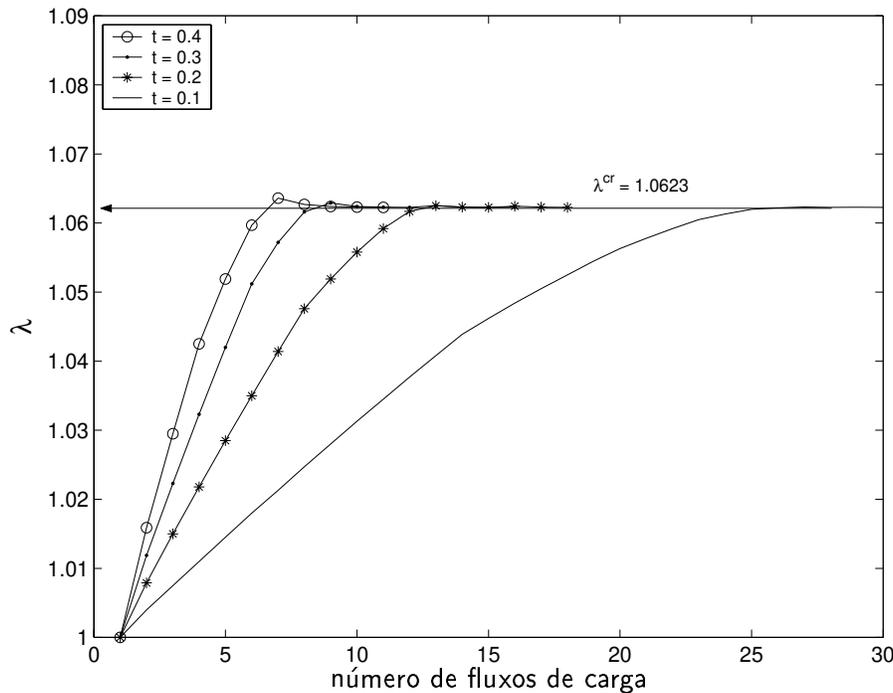


Figura 6.2: Evolução dos resultados para o sistema IEEE 300-barras.

Desta forma, acredita-se que um bom valor com vistas a determinar o PMC, escolhido para este sistema, seja  $t = 0,4$ . Ressalta-se que as simulações foram realizadas considerando  $k$ , na função objetivo (6.2), como sendo a barra *slack*. Testes diversos e rigorosos confirmaram a vantagem de sua escolha na aplicação do método aqui proposto. No entanto, deixa-se claro que qualquer barra PQ pode ser escolhida, em cujo caso a escolha de um valor apropriado de  $t$  poderia merecer uma maior atenção. Uma sugestão inicial é que ela seja uma barra de menor tensão correspondente ao sistema para o caso base. Esta sugestão é apenas um critério inicial ainda para ser aprofundado, onde a idéia é formular um critério mais amplo que vise evitar qualquer pequeno esforço adicional para sua determinação. Por outro lado, cabe destacar que embora o sistema de 300 barras seja uma rede bem carregada, porém muito sensível a erros na definição de tamanhos de passo, principalmente perto da fronteira de factibilidade, o desempenho do método proposto mostra-se eficiente para todas as alternativas testadas. Simulações realizadas nos sistemas de 14, 30 e 57 barras mostraram resultados similares.

Os dados apresentados na tabela 6.1 correspondem à evolução do fator de carregamento  $\lambda$  para cada um dos valores de  $t$ , que foram considerados nas simulações, mostradas na Fig. 6.2. Os valores em **negrito** correspondem a um ponto de operação na região infactível quando a fronteira de factibilidade é ultrapassada. O último valor de  $\lambda$  em cada coluna corresponde ao PMC calculado pelo método. Nota-se a extraordinária precisão alcançada em todos os casos, embora o número de fluxos de carga diminua drasticamente conforme o valor de  $t$  aumenta. No entanto, deixa-se claro também, que esse fato tem que ser observado no contexto em que

alguns passos a mais serão obtidos na parte da recuperação da factibilidade conforme  $t$  fica maior. Por exemplo, para  $t = 0,1$  somente um ajuste de carga é necessário para determinar o PMC, enquanto que para  $t = 0,4$  esse processo é maior. Contudo, deixa-se claro que  $0,4$  é mais apropriado para este sistema em particular. Acredita-se, que a escolha de um maior valor para  $t$  não acarretará melhoria, uma vez que é previsível um incremento ainda maior do número de passos de ajuste para determinar o PMC.

Tabela 6.1: Fator de carregamento  $\lambda$  para as simulações na rede de 300 barras

F.C	t = 0,1	t = 0,2	t = 0,3	t = 0,4
1	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
2	1,0040	1,0079	1,0119	1,0159
3	1,0075	1,0150	1,0223	1,0295
4	1,0110	1,0218	1,0323	1,0425
5	1,0145	1,0285	1,0420	1,0519
6	1,0180	1,0350	1,0512	1,0597
7	1,0213	1,0414	1,0572	<b>1,06362</b>
8	1,0247	1,0476	1,0616	1,0627
9	1,0280	1,0519	<b>1,06290</b>	1,0624
10	1,0313	1,0558	1,06242	1,0623
11	1,0345	1,0592	1,06230	1,06226
12	1,0377	1,0617	1,06227	—
13	1,0408	<b>1,06253</b>	—	—
14	1,0439	1,06230	—	—
15	1,0462	1,06226	—	—
16	1,0484	—	—	—
17	1,0505	—	—	—
18	1,0525	—	—	—
19	1,0545	—	—	—
20	1,0563	—	—	—
21	1,0578	—	—	—
22	1,0592	—	—	—
23	1,0605	—	—	—
24	1,0613	—	—	—
25	1,0620	—	—	—
26	1,0622	—	—	—
27	<b>1,06232</b>	—	—	—
28	1,06226	—	—	—

A seguir serão apresentados resultados em detalhe obtidos para cada um dos sistemas analisados. Cada um deles resultou de simulações considerando a barra *slack* como elemento

crucial da função objetivo.

## 6.2.5 Resultados das simulações

O método proposto foi testado nos sistemas IEEE de 14, 30, 57 e 300 barras. A tolerância de convergência do fluxo de carga adotada nas simulações foi de 0,01 MW/MVar. Considerou-se controle de geração de potência reativa em barras PV. Os testes foram feitos com ajuda de um programa desenvolvido em MatLab.

### 6.2.5.1 Sistema IEEE - 14 barras

A Fig. 6.3 mostra a evolução do método proposto para a rede de 14 barras. Foi adotado  $t = 0,1$  para as simulações.  $C_0$  corresponde aos níveis de carregamento obtidos durante o processo de incrementos da carga, enquanto que  $C_1$  corresponde à parte dos ajustes de carga. O ponto de máximo carregamento ( $\lambda = 1,8555$ ) é indicado após o cálculo de oito fluxos de carga Newton. Ressalta-se que o valor de  $\lambda$  após o primeiro ajuste de carga (passo 6) é já uma solução muito boa, foi considerado passos a mais só para ressaltar a extrema precisão que pode ser alcançada pelo método, porém pode-se dizer que a solução é obtida após seis fluxos de carga.

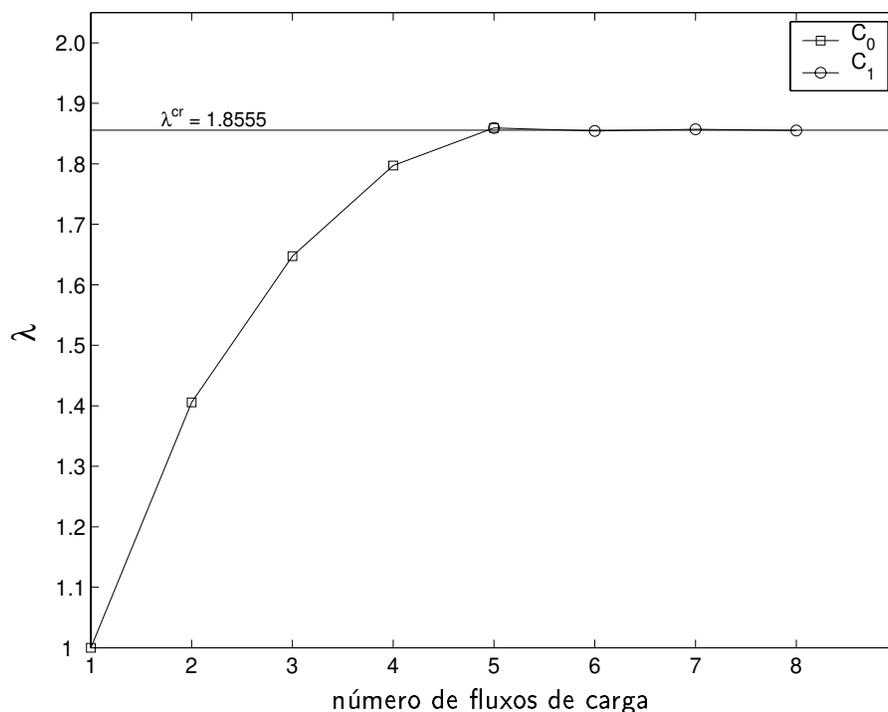


Figura 6.3: Desempenho para o sistema IEEE 14-barras.

Nota-se que os tamanhos dos acréscimos de carga obtidos, conforme o sistema se aproxima do limite de máximo de carregamento, resultaram cada vez menores. Além disso, a solução infactível após ultrapassagem da fronteira de factibilidade fica praticamente na vizinhança dela. Assim, a recuperação da factibilidade e cálculo do PMC resulta bem rápido.

### 6.2.5.2 Sistema IEEE - 30 barras

A Fig. 6.4 mostra a evolução do método proposto para a rede de 30 barras. Foi adotado  $t = 0,1$  para as simulações.  $C_0$  corresponde aos níveis de carregamento obtidos durante o processo de incrementos da carga, enquanto que  $C_1$  corresponde à parte dos ajustes de carga. O ponto de máximo carregamento ( $\lambda = 1,5945$ ) é indicado após o cálculo de doze fluxos de carga Newton. No entanto, ressalta-se da mesma forma que para o sistema de 14 barras, que após do passo nove a solução obtida já é muito boa. Os passos adicionais são meramente ilustrativos.

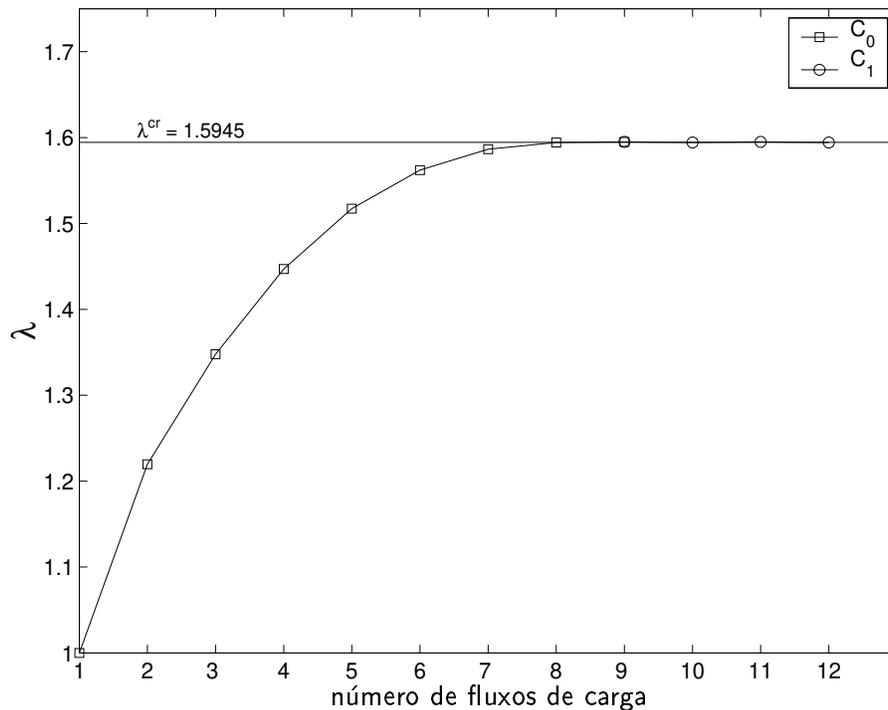


Figura 6.4: Desempenho para o sistema IEEE 30-barras.

Para este sistema, também é observado que os tamanhos de passo diminuem sua magnitude conforme o sistema aproxima-se da fronteira de factibilidade. A recuperação da factibilidade e cálculo do PMC são obtidos também em poucos passos. Ressalta-se que para este sistema foram realizadas simulações considerando valores maiores para  $t$ . O resultado foi que o número de fluxos de carga na parte dos incrementos de carga resultaram menores,

enquanto que, um maior número de passos foram necessários na parte dos ajustes de carga. Ou seja, em geral o resultado fica praticamente igual.

### 6.2.5.3 Sistema IEEE - 57 barras

A Fig. 6.5 mostra a evolução do método proposto para a rede de 57 barras. Da mesma forma que para os sistemas anteriores, foi adotado  $t = 0,1$  para as simulações. Também  $C_0$  corresponde aos níveis de carregamento  $\lambda$ , obtidos durante o processo de incrementos da carga, enquanto que  $C_1$  corresponde à parte dos ajustes de carga. O ponto de máximo carregamento estimado pelo método é  $\lambda = 1,6943$  o qual é obtido após o cálculo de vinte fluxos de carga Newton. A diferença é que nos casos anteriores, não se pode dizer que após do passo nove a solução é praticamente obtida, porque nesse ponto ainda o fluxo de carga não convergiu para uma solução na região factível. A falta dessa informação faz com que qualquer pressuposição possa acarretar uma elevada dose de incerteza.

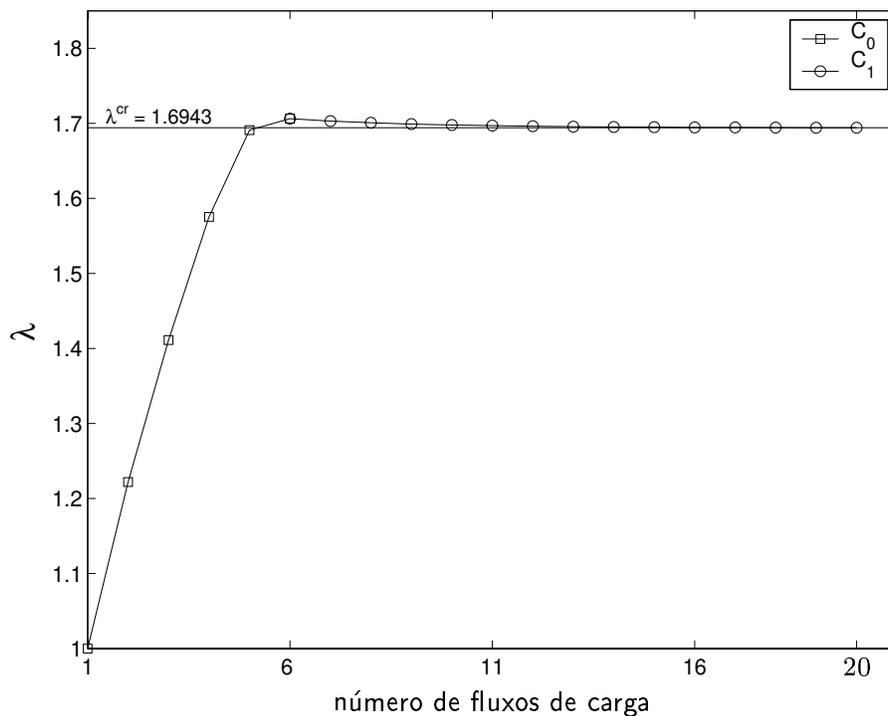


Figura 6.5: Desempenho para o sistema IEEE 57-barras.

Este sistema em particular apresenta resultados bem similares ao obtido com o método baseado em análise de sensibilidade. Aqui também a parte referida aos incrementos de carga é bem rápida. A ultrapassagem do limite máximo de carregamento não é dramática, ou seja, a solução infactível correspondente fica bem perto da fronteira de factibilidade. Apesar de ter-se apresentado esta situação, o problema, mais uma vez, reside na parte da recuperação

da factibilidade. Embora o nível de precisão obtido seja bem alto, este processo mostra-se seguro porém lento. De forma similar ao método anterior, tem-se previsto realizar simulações utilizando a alternativa para restabelecimento da factibilidade. Os resultados serão tratados e também mostrados adiante.

#### 6.2.5.4 Sistema IEEE - 300 barras

A Fig. 6.6 mostra a evolução do método proposto para a rede de 300 barras. A diferença que nos sistemas anteriores, neste caso foi adotado  $t = 0,4$  para as simulações.  $C_0$  corresponde aos níveis de carregamento obtidos durante o processo de incrementos da carga, enquanto que  $C_1$  corresponde à parte dos ajustes de carga. O ponto de máximo carregamento ( $\lambda = 1,0623$ ) é obtido após o cálculo de onze fluxos de carga Newton. Nota-se também, neste caso, que a ultrapassagem da fronteira de factibilidade é realizada conservadoramente, ou seja, o ponto de operação na região infactível fica perto do PMC.

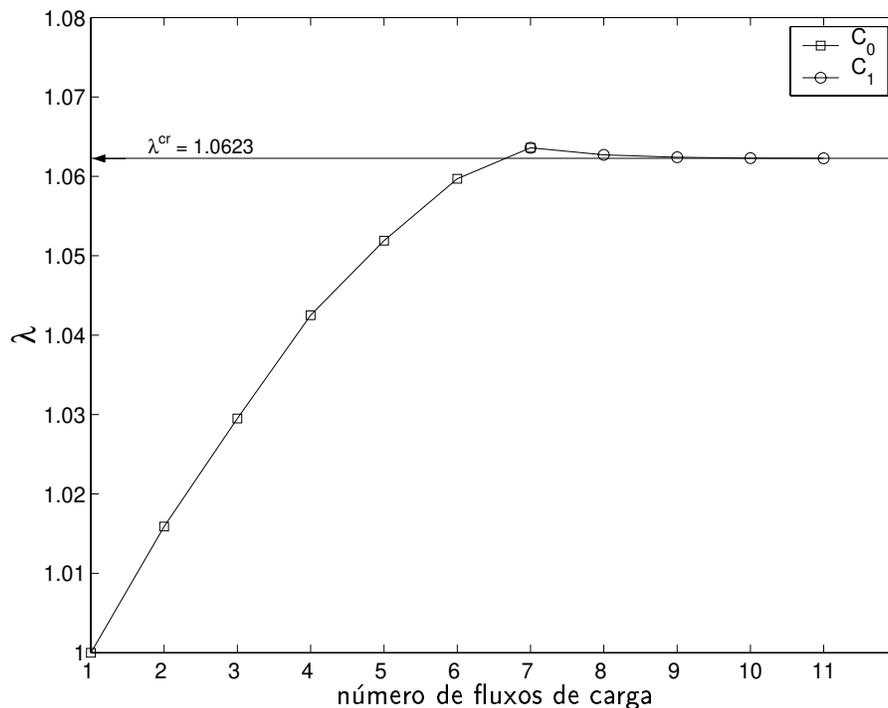


Figura 6.6: Desempenho para o sistema IEEE 300-barras.

Anteriormente foi comentado que esta rede é particularmente bem carregada. Dessa forma, existe o risco permanente de que tamanhos de passo muito grandes ou inapropriados possam prejudicar o processo iterativo de cálculo. Isto, como mostrado, não tem acontecido porém acredita-se na eficácia do método também para redes bem carregadas. Finalmente, ressalta-se que a magnitude de precisão alcançada para a estimativa do PMC foi altamente

satisfatória. O limite de carregamento máximo esperado é  $\lambda = 1,0623$ , aquele obtido pelo método após as simulações é precisamente esse mesmo valor. Finalmente, deixa-se claro que para todos os sistemas testados a precisão alcançada pelo método foi também muito boa.

A tabela 6.2 mostra em detalhe resultados obtidos para cada um dos sistemas analisados. Com vistas a propiciar uma comparação do desempenho do método, são também aqui mostrados os resultados obtidos utilizando a formulação inicial, no caso chama-se de processo ( $\Phi$ ) e aquela em que foi incluída uma mudança alternativa na parte da recuperação da factibilidade, que será denominada processo ( $\Psi$ ). O primeiro utiliza as equações (6.9),(6.20) enquanto a segunda utiliza as equações (6.9),(6.23). Nota-se que  $\lambda^{cr}$  corresponde ao valor do PMC estimado para cada sistema. O número de fluxos de carga utilizados para estimar o PMC é mostrado em duas colunas, representando aquele do lado esquerdo a parte dos incrementos de carga e aquele do lado direito a parte dos cortes de carga.  $\lambda^{es}$  corresponde ao valor esperado do PMC, que por sua vez foi obtido através de sucessivos fluxos de carga com tamanhos de passo suficientemente pequenos até que a divergência fosse atingida.

Tabela 6.2: PMC para os sistemas testados

Sistema	$\lambda^{cr}$ ( $\Phi$ )	número de FC	$\lambda^{cr}$ ( $\Psi$ )	número de FC	$\lambda^{es}$ esperado
14	1,8544	5 - 1	1,8544	5-1	1,8555
30	1,5943	9 - 0	1,5943	9-0	1,5945
57	1,6943	6 - 14	1,6943	6-2	1,6943
300	1,0623	7 - 4	1,0604	7-2	1,0623

Cabe enfatizar que tentar diminuir mais o número de passos, ou seja acrescentar o nível de rapidez já alcançado pelo método, pode trazer prejuízo com relação à precisão. Da mesma forma, dar uns passos a mais pode significar uma melhora na exatidão com que o PMC vai ser estimado. Esse fato pode ser ressaltado no sistema de 14 barras em que, se oito fluxos de carga foram considerados, o valor do PMC obtido pelo método seria  $\lambda^{cr} = 1,8551$ . Ou seja, um valor relativamente mais preciso que aquele mostrado na tabela 6.2 para as duas alternativas. Situação similar ocorre com o sistema de 30 barras, onde, levando em conta a magnitude do erro considerado como aceitável para interromper o processo de cálculo, fica irrelevante dar passos a mais após do passo nove. Nesse passo a diferença entre o ponto de operação na região factível e infactível é menor que 0,0006 o que é suficiente para uma situação prática. Porém, o zero que aparece na tabela indica que nenhum passo de recuperação da factibilidade foi realizado.

Finalmente, deve-se ressaltar a rapidez e precisão com que o PMC foi determinado para cada um dos sistemas. Em geral os dois processos mostram-se rápidos e eficientes. No entanto, pode-se dizer que a alternativa ( $\Psi$ ) aparece com alguma vantagem, particularmente óbvia para o sistema de 57 barras onde a recuperação da factibilidade em termos de número de fluxos de carga foi bem melhorada. Precisamente este sistema foi incluído na tabela

de resultados com a finalidade de mostrar que casos de difícil e/ou lenta recuperação da factibilidade podem ser facilmente resolvidos utilizando a alternativa ( $\Psi$ ).

### 6.2.6 Comparação com outros métodos

Outro aspecto importante a ser discutido é o referente a uma comparação do método aqui proposto com o desempenho de outros métodos. Por exemplo, com o método da continuação [7, 70]. Embora em termos de precisão essa comparação possa ser muito interessante, em termos de rapidez pode não ser atraente e razoável, uma vez que neste último, o alto número de passos e maior esforço de cálculo computacional poderiam ser considerados como sua principal desvantagem para ser utilizado como um método de cálculo rápido. Uma outra opção pode ser comparar com métodos de busca binária [66, 74] que visam determinar o PMC. A Fig. 6.7 ilustra detalhes do método de busca binária. No caso, o processo de cálculo consiste em avaliar o estado de operação para uma demanda igual à média entre a demanda base  $S_0$  e uma demanda máxima  $S_{max}$ . Se o estado de operação for infactível (I), esta demanda será substituída por  $S_{max}$ , caso contrário, será substituída por  $S_0$  indicando que uma solução factível (E) foi obtida. O processo deve ser repetido até que  $S_0$  e  $S_{max}$  fiquem o suficientemente próximas. Ressalta-se que  $S_{max}$  corresponde a uma demanda maior que a capacidade limite da rede e que deve ser previamente estimada.

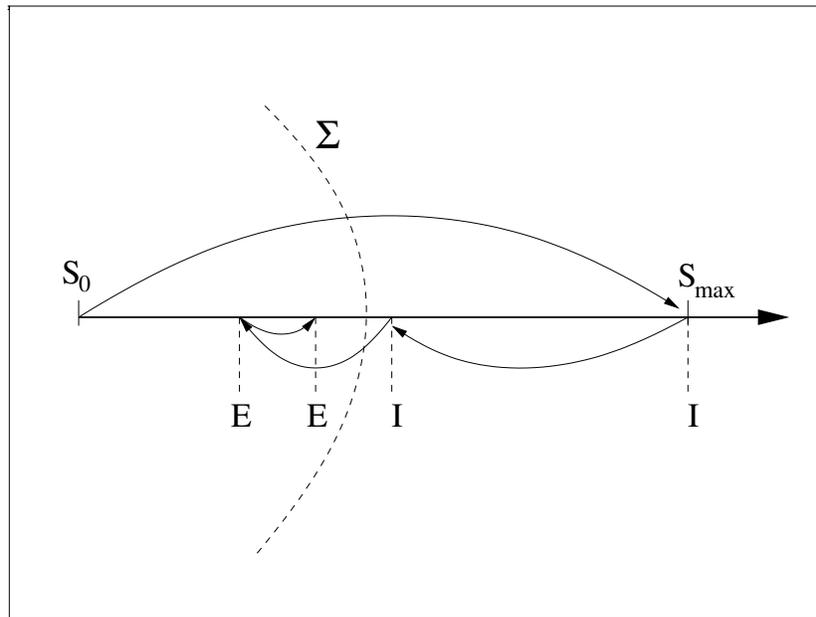


Figura 6.7: Processo de busca binária.

Uma limitação do método de busca binária consiste em descobrir, antes do processo de simulação, um valor apropriado do fator de carregamento fora da região factível. Quer

dizer, estimar uma demanda  $S_{max}$  maior que a capacidade limite da rede porém não muito afastada evitando comprometer sua eficiência. Esse desafio representa para este e muitos outros métodos uma demora que em geral se traduz em claro prejuízo para sua rapidez. Cientes, dessa situação, e embora seja uma medida arbitrária, a comparação sugerida com o desempenho do método aqui proposto será somente na parte da recuperação da factibilidade. Ou seja, quando, sob aplicação do método, ocorreu a primeira ultrapassagem da fronteira de factibilidade.

Para fins de implementar o processo de busca binária (BB), deve-se dispor de dois valores de  $\lambda$  que resultem da Eq. (6.9), antes e depois que a fronteira de factibilidade é ultrapassada. Esses valores correspondem a pontos de operação na região factível e infactível respectivamente. A Tabela 6.3 mostra os valores do fator de carregamento  $\lambda$ , que resultaram das simulações apenas utilizando a Eq. (6.9) para cada um dos sistemas analisados. O penúltimo valor de  $\lambda$  em cada coluna corresponde a um ponto de solução na região factível enquanto que o último corresponde a uma solução na região infactível. Ressalta-se que todos os valores indicados na tabela correspondem à maioria dos resultados mostrados em forma gráfica quando cada sistema por separado foi apresentado. A constante numérica  $t$  utilizada em cada caso é indicada no topo de cada coluna.

Tabela 6.3: Evolução de  $\lambda$  para os sistemas testados

IEEE 14-barras $t = 0, 1$	IEEE 30-barras $t = 0, 1$	IEEE 57-barras $t = 0, 1$	IEEE 300-barras $t = 0, 4$
1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
1,4055	1,2197	1,2219	1,0159
1,6473	1,3478	1,4113	1,0295
1,7972	1,4470	1,5753	1,0425
1,8594(*)	1,5173	1,6910	1,0519
—	1,5621	1,7063(*)	1,0597
—	1,5864	—	1,0636(*)
—	1,5943	—	—
—	1,5949(*)	—	—

Outro detalhe também importante e que deve ser ressaltado, é o referente ao papel desempenhado em todo este processo pela expressão correspondente a  $\sigma$ , Eq. (6.29). Neste caso, acredita-se que o forte incremento da norma  $\|S_{x\lambda}\|$  conforme o sistema aproxima-se da fronteira de estabilidade impede que os tamanhos de passo determinados pela Eq. (6.9) sejam longos. Melhor ainda, faz com que eles diminuam à medida que o sistema aproxima-se ao limite. Isto resulta em benefício do processo evitando que saltos exagerados e absurdos possam acontecer. À vista dos resultados obtidos, pode-se dizer que cada um das suposições foram devidamente confirmadas e o desempenho do método foi muito bom, principalmente na definição de incrementos de carga apropriados. Assim, em todos os casos a ultrapassagem do

limite máximo fica bem perto da última solução convergida. Dessa forma, um simples ajuste da constante numérica  $t$  pode ser suficiente para regular o desempenho global do método.

Em seguida são comparados os desempenhos das opções  $(\Phi)$ ,  $(\Psi)$  do método proposto com o processo de busca binária (BB) implementado da forma como foi indicado anteriormente. A Fig. 6.8 mostra os resultados obtidos para o sistema de 14 barras, a partir dos dados de  $\lambda$  que para este sistema são mostrados na Tabela 6.3. Observa-se que além de propiciar um cálculo rápido do PMC os processos  $(\Phi)$  e  $(\Psi)$  são praticamente iguais e muito eficientes. Além disso, atendendo à magnitude do erro definido previamente como aceitável para interromper o processo iterativo de cálculo, neste caso  $\epsilon = 0,0035$ , já após o primeiro corte de carga (passo 1) o resultado obtido pode ser considerado como solução do PMC. Neste caso o máximo carregamento estimado é  $\lambda=1,8544$  o que para casos práticos é aceitável. No entanto, deixa-se claro que fazer dois passos a mais, como mostrado na figura, resultará em  $\lambda=1,8551$ . Valor sem dúvida mais preciso porém pouco relevante para o nível de precisão já alcançado. Nota-se que o processo de busca binária (BB) se dirige com segurança ao PMC porém mostra-se relativamente mais conservador.

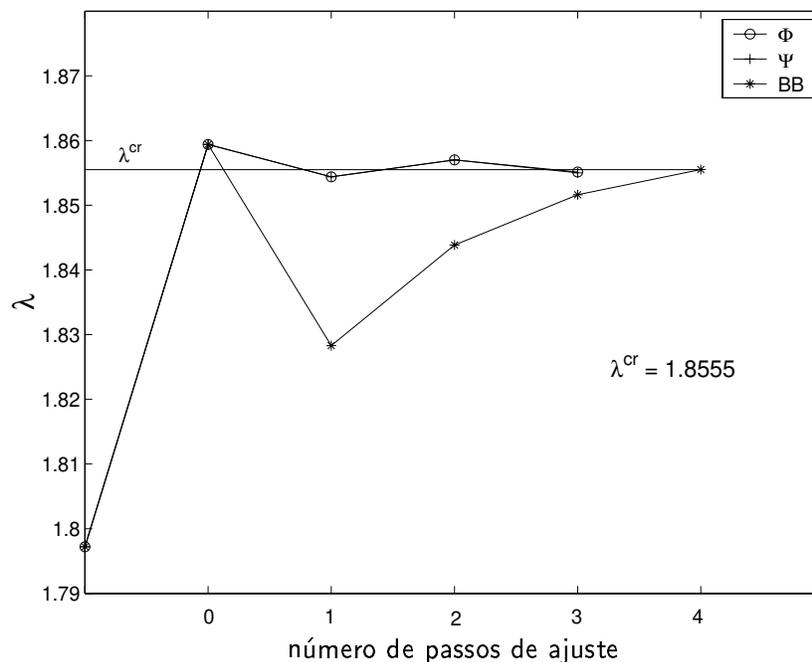


Figura 6.8: Ajustes de carga no cálculo do PMC para a rede de 14 barras.

Uma evolução mais diferenciada, da forma como cada processo se dirige ao PMC é observada para o caso do sistema de 57 barras. Aqui também os dados iniciais para a simulação do processo de busca binária (BB):  $[1,6910 - 1,7063(*)]$  foram tirados da Tabela 6.3. A Fig. 6.9 mostra em detalhe os passos de ajuste de carga seguidos em cada caso. Nota-se que o processo  $(\Phi)$  é muito preciso mas demasiado lento. Lembre mais uma vez que

precisamente esta situação motivou o desenvolvimento da alternativa ( $\Psi$ ), que para este caso e em geral para os demais sistemas analisados (Table 6.2), resultou em um processo rápido e suficientemente preciso. Novamente neste caso o processo de busca binária (BB) envolveu maior número de passos frente à alternativa ( $\Psi$ ).

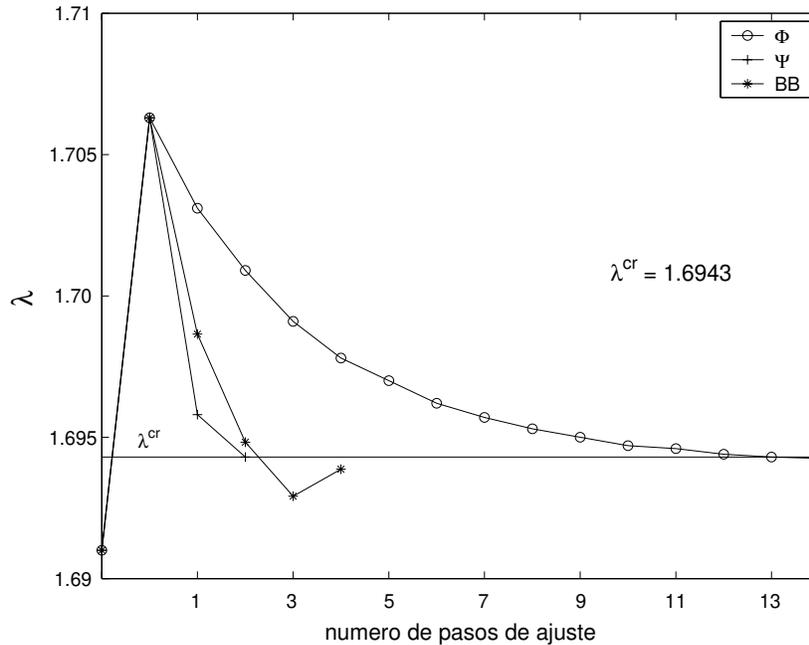


Figura 6.9: Ajustes de carga no cálculo do PMC para a rede de 57 barras.

Finalmente aproveita-se os dados mostrados na tabela 6.3, para ressaltar que para o caso do sistema de 30 barras, é utilizado  $t = 0,1$  substituindo a  $t = 0,2$ , isto só com a finalidade de mostrar que relaxar o valor de  $t$  não implicará necessariamente em prejuízo. Lógico que esta medida acarretará alguns passos a mais nesta parte do processo, quer dizer, um ligeiro aumento do número de fluxos de carga será percebido. No entanto, a vantagem imediata será que os valores de  $\lambda$  correspondentes ao último ponto factível e infactível apenas a fronteira de factibilidade é ultrapassada:  $[1,5943 - 1,5949(*)]$ , sejam bem próximos entre eles. O que com certeza vai resultar em um menor número de ajustes de carga (cortes de carga), logo mais rápido é o cálculo do PMC.

### 6.2.7 Teste para Sistema Brasileiro Norte-Nordeste

Embora o método tenha se mostrado eficiente para os sistemas testados (redes padrões do IEEE), é interessante avaliar o resultado para sistemas reais. É de notório conhecimento que os sistemas reais, além de apresentarem uma estrutura topológica da rede mais complexa,

muitas vezes carecem de dados atualizados ou simplesmente não correspondem a um ordenado planejamento da rede. Este conjunto de situações, em geral, leva a identificar este tipo de sistemas como redes mal condicionadas. A característica principal e comum neles é o mal comportamento, entendendo-se como dificuldade para encontrar convergência do fluxo de carga Newton para uma solução global do problema. Ou seja, notórias preponderâncias de soluções locais poderiam atrapalhar a solução principal. Existe na literatura especializada muitos trabalhos que analisam e propõem soluções para este tipo de situações que apresentam determinadas redes elétricas, entre elas pode-se citar os trabalhos propostos por Iba [50], Iwamoto [61], Overbye [62], Braz [64].

Neste contexto, o sistema brasileiro norte-nordeste pode ser um bom exemplo para realizar testes que visem uma avaliação rigorosa do método proposto. O sistema norte-nordeste corresponde a uma parte do sistema interligado nacional, representando aproximadamente 10% do sistema brasileiro.

Para apresentar uma melhor avaliação do método proposto, realizou-se testes e simulações para duas situações da demanda, correspondendo a carga leve e carga pesada. As simulações serão feitas através do programa computacional desenvolvido em Matlab. A tolerância de convergência adotada para o fluxo de carga Newton foi de 1 MW/MVAr. Serão considerados em todos os casos o controle do limite de geração de potência reativa dos geradores.

### 6.2.7.1 Carga leve

Para esta situação a rede elétrica é composta por 396 barras e 552 ramos, distribuídos da seguinte forma: uma barra *slack*, 342 barras PQ e 53 barras PV. Além disso, têm-se 52 *shunts* de barra e 357 transformadores. O sistema atende a uma demanda instalada de potência ativa de 4925,57 MW e potência reativa de 1964,97 MVAr. Cabe dizer que esta magnitude da carga corresponde a uma demanda típica entre as 06:00 e 08:00 horas da manhã.

A tabela 6.4 mostra os resultados obtidos para esta rede. A fim de ilustrar melhor o desempenho do método, duas simulações foram consideradas para três valores da constante numérica  $t$ . Ressalta-se uma evolução sempre crescente e ordenada do fator de carregamento  $\lambda$  em cada passo do processo, conforme o sistema se dirige ao PMC. Como já foi percebido nos sistemas IEEE, aqui também tamanhos de passo maiores são obtidos ao princípio e cada vez menores conforme o sistema fica mais estressado. O último valor de  $\lambda$  em cada coluna corresponde ao máximo carregamento estimado (PMC). Os valores de  $\lambda$  em negrito correspondem a pontos de operação na região inactivável quando a fronteira de factibilidade é ultrapassada.

A Fig. 6.10 mostra detalhes do processo completo a partir dos valores de  $\lambda$  que na tabela 6.4 estão indicadas. Pode-se dizer que  $t=0,6$  é um valor apropriado para a constante numérica, de forma que o máximo carregamento é calculado após dez fluxos de carga Newton.

Tabela 6.4: Evolução de  $\lambda$  para o sistema com carga leve

Iteração FC	$\lambda$ $t = 0,4$	$\lambda$ $t = 0,5$	$\lambda$ $t = 0,6$
1	1,0000	1,0000	1,0000
2	1,0204	1,0255	1,0306
3	1,0398	1,0495	1,0590
4	1,0574	1,0706	1,0833
5	1,0737	1,0898	1,1046
6	1,0888	1,1068	1,1176
7	1,1025	1,1171	<b>1,1240</b>
8	1,1116	<b>1,1226</b>	1.115057
9	1,1187	1,115509	1.118179
10	<b>1,1225</b>	1.118568	1.120180
11	1,115487	1.120492	—
12	1,118549	—	—
13	1,120477	—	—

Se for considerado  $t=0,4$  o número de fluxos de carga necessários sobe para treze. Ressalta-se que o critério de parada para deter o processo iterativo é o mesmo que para os casos anteriores.

Ressalta-se a particularidade, também já confirmada para os sistemas IEEE anteriormente testados, que simples ajustes da constante numérica  $t$  levam a uma mudança notória no número total de passos do processo. No caso, apesar de ter-se acrescentado a magnitude do tamanhos de passo, com o qual o processo fica mas rápido, o nível de precisão alcançado foi mantido. O limite de carregamento máximo esperado (PMC) para esta condição de operação do sistema é  $\lambda^{cr} = 1,12138$ .

### 6.2.7.2 Carga pesada

Para esta situação da demanda, a rede elétrica esta composta por 398 barras e 552 ramos. Apresenta uma barra *slack*, 331 barras PQ e 66 barras PV. No caso, também têm-se 57 *shunts* de barra e 357 transformadores. O sistema atende a uma demanda instalada de potência ativa de 6911,92 MW e potência reativa de 2517,79 MVar. A magnitude desta carga corresponde a uma demanda típica entre 22:00 e 23:00 horas, o que é considerada como uma hora de ponta na curva da demanda. Ou seja, trata-se de uma rede operando em condições de estresse, muito perto de seu limite de carregamento máximo. Diante deste contexto, calcular a margem de segurança ao colapso de tensão para avaliar a eficácia do método proposto, constitui um desafio interessante.

Deixa-se claro que em relação ao sistema com nível de carregamento leve, no caso, o

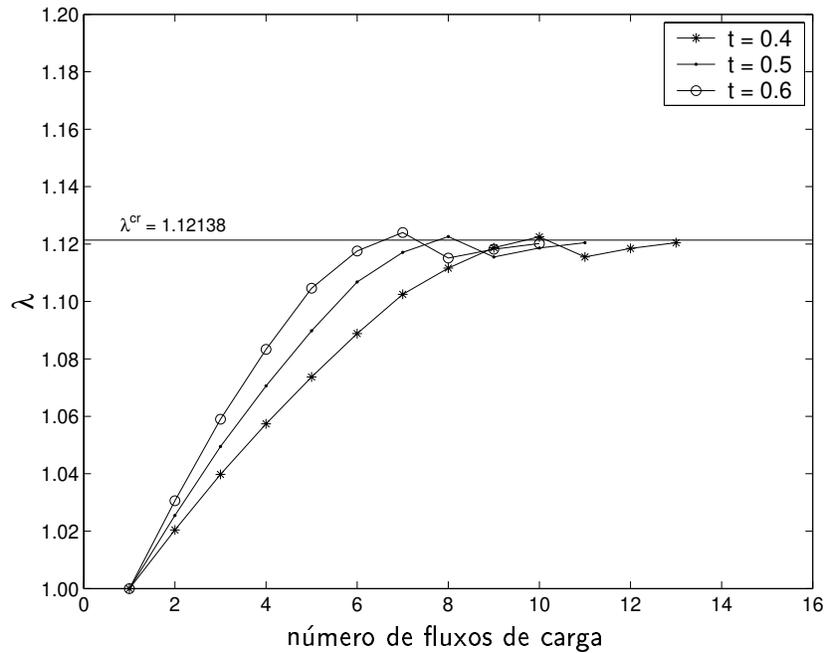


Figura 6.10: Desempenho para o sistema com carga leve.

sistema apresenta uma potência instalada consideravelmente maior enquanto o número total de barras somente apresenta uma diferença de duas unidades a mais. Cabe comentar que uma pequena variação na distribuição do número de barras PQ e PV foi observada. A tabela 6.5 mostra resultados obtidos para este nível de carregamento. Foram realizadas simulações para três valores da constante numérica  $t$ . A precisão alcançada para os três casos simulados é muito boa, apesar de ter-se observado uma significativa redução de número de passos em cada caso. Se bem que maiores acréscimos de carga resultaram durante o processo de cálculo pelo incremento da constante numérica  $t$ , estes foram apropriados e suficientes para uma evolução com segurança com direção ao PMC. Esse fato é uma das principais vantagens deste método. Ressalta-se que em todos os casos foi suficiente fazer apenas um corte de carga para estimar o PMC.

A Fig. 6.11 ilustra detalhes da evolução do fator de carregamento  $\lambda$ , a partir dos dados mostrados acima, para os três casos considerados. Tem-se a sensação que há uma diferença significativa entre os valores de  $\lambda$  correspondentes à região factível e infactível (uma vez que a fronteira de factibilidade foi ultrapassada). Deixa-se claro que essa percepção é apenas pela escala adotada. Na realidade a diferença é bem pequena e de magnitude suficiente para deter o processo de cálculo. Esse fato pode ser mas nitidamente apreciado nos dados mostrados na tabela 6.5.

A tabela 6.6, resume os resultados obtidos para a rede norte-nordeste, considerando os dois níveis de carregamento.

Tabela 6.5: Evolução de  $\lambda$  para o sistema com carga pesada

Iteração FC	$\lambda$ $t = 0, 1$	$\lambda$ $t = 0, 2$	$\lambda$ $t = 0, 3$
1	1,0000	1,0000	1,0000
2	1,0009	1,0018	1,0026
3	1,0018	1,0036	1,0055
4	1,0027	1,0049	1,0075
5	1,0036	1,0063	<b>1,0095</b>
6	1,0043	1,0076	1,008979
7	1,0050	1,0089	—
8	1,0057	<b>1,0100</b>	—
9	1,0064	1,008989	—
10	1,0070	—	—
11	1,0077	—	—
12	1,0084	—	—
13	1,0089	—	—
14	<b>1,0095</b>	—	—
15	1,008982	—	—

Tabela 6.6: Resumo dos resultados.

Demanda	$P_{BASE}$ [MW]	$Q_{BASE}$ [MVar]	$t$	No F.C.	$\lambda^{cr}$
LEVE	4925,57	1964,97	0,6	10	1,12138
PESADA	6911,92	2517,79	0,3	6	1,00940

Deixa-se claro que os dados da rede Norte-Nordeste Brasileira, são dados reais e correspondem à operação de Junho de 1992. Apesar de se tratar de uma informação relativamente antiga, este vêm sendo utilizado como modelo em diversos estudos de pesquisa [75], baseado na disponibilidade dos dados e na existência de referência para avaliar os resultados obtidos. Um esquema atualizado desta rede e outras informações complementares em relação ao sistema interligado nacional podem ser encontrados no site do ONS [76].

Finalmente, conclui-se que o método proposto é rápido, eficiente e apresenta um alto nível de precisão. Dessa forma, diante dos resultados apresentados considerou-se não oportuno comparar com outros métodos.

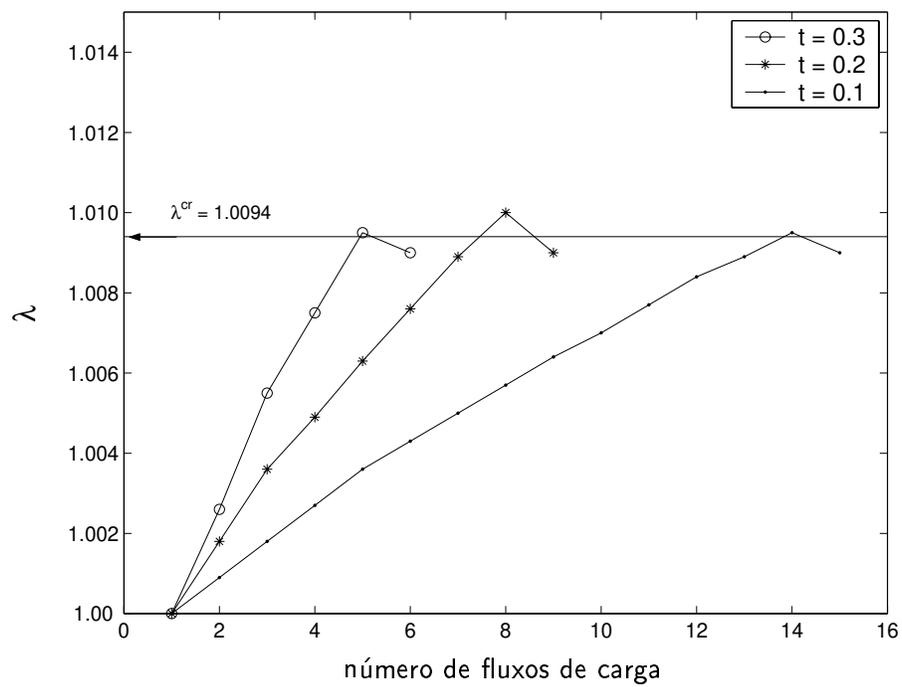


Figura 6.11: Desempenho para o sistema com carga pesada.

# Capítulo 7

## Análise comparativa dos métodos

### 7.1 Apresentação resumida dos métodos

#### 7.1.1 Método descrito no Cap. 5

- Baseia-se em um processo que embute dois importantes passos. Um deles, mediante o qual a partir de um ponto de operação estável (dentro da região factível) o carregamento do sistema é progressivamente incrementado em direção ao limite de sua capacidade. Um outro, onde após a ocorrência de uma ultrapassagem do limite máximo, ajustes de carga são estabelecidos na tentativa de restabelecer a factibilidade. Estas duas etapas são denominadas *incrementos de carga* e *cortes de carga* respectivamente. Por sua vez, para a parte correspondente aos incrementos de carga será executada a prévia escolha do tipo de formulação a utilizar, neste caso linear ou quadrática.
- Se na parte dos incrementos de carga for escolhida a formulação linear, então será necessário estabelecer a magnitude da constante de ajuste de carga  $\alpha$ . Caso contrário, se for escolhida a formulação quadrática, este ponto não é necessário.
- Outro detalhe importante é que o processo de cálculo completo pode ser levado a cabo considerando somente a sensibilidade da barra *slack*, ou considerando a sensibilidade de qualquer outro gerador. Se for escolhida esta última opção o gerador cuja sensibilidade vai ser considerada em um dado passo é determinado pela mesma sequência de cálculo conforme o processo iterativo é desenvolvido.
- A parte do restabelecimento da factibilidade baseia-se em sucessivos ajustes de carga, determinados como resultado de minimizar os *mismatches* de potência proporcionados pelo fluxo de potência com otimização de passo (FCOP). Aqui, alternativamente, tem-se também apresentado um processo de restabelecimento da factibilidade, em que os ajustes de carga ficam agora como resultado de introduzir uma constante de ajuste de passo  $\beta$  na equação original.

- Os resultados obtidos mostraram um excelente desempenho para todos os sistemas testados. O processo considerando a sensibilidade da barra *slack*, mostra-se ligeiramente mais conservador na definição dos tamanhos de passo. A formulação linear e a formulação quadrática tiveram desempenhos bem similares. A diferença mais notória é aquela onde o restabelecimento da factibilidade foi bem melhor pela formulação alternativa, principalmente para sistemas onde este processo é bem conservador.

### 7.1.2 Método descrito no Cap. 6

- É baseado integralmente no contexto de um problema de otimização. No entanto, sua estrutura de cálculo é completamente similar ao método anterior. Ou seja, tem-se também aqui definido dois passos. O primeiro corresponde ao processo de incrementos de carga e o segundo corresponde ao processo de ajuste de carga. Da mesma forma, a sequência de cálculo é iniciada partindo de um ponto de operação estável.
- Os incrementos de carga são resultados da formulação de um problema de otimização, onde a função objetivo definida em termos do estado do sistema e parâmetros da rede, corresponde a um elemento da matriz Jacobiana. No caso, foi escolhido como barra de monitoramento a barra *slack*. Ressalta-se que uma barra distinta pode também ser escolhida.
- Considerou-se na expressão que define os incrementos de carga, uma constante de ajuste de passo. Esta, por sua vez foi definida em termos da norma do vetor tangente e de uma outra constante  $t$ , cuja definição é muito simples.
- A parte correspondente ao restabelecimento da factibilidade é a mesma do método anterior.
- O desempenho obtido pelo método foi muito eficiente e bem rápido para os sistemas testados. Ressalta-se excelentes resultados obtidos para um sistema real. A alternativa para restabelecimento da factibilidade apresentou o mesmo desempenho que no método anterior.

## 7.2 Discussões

Após uma revisão rápida da formulação e dos resultados obtidos pode-se dizer que:

- O método baseado em técnicas de sensibilidade apresenta uma formulação bem mais estruturada. O processo de cálculo depende em cada instante de valores de sensibilidade correspondentes ao estado de operação anterior. Conforme o sistema aproxima-se do PMC, esses valores de sensibilidade mais erros do tipo numéricos serão responsáveis

pelo incremento da incerteza. Nota-se que a fronteira de factibilidade em alguns casos é ultrapassada através de tamanhos de passo mais longos (comparativamente com o segundo método) dando lugar a pontos de operação na região infactível relativamente mais afastados do PMC.

- O método baseado em técnicas de otimização mostra-se mais simples na sua formulação. Os níveis de carregamento obtidos, na parte dos incrementos de carga, é tal que maiores tamanhos de passo são definidos longe da fronteira de factibilidade e cada vez menores conforme o sistema aproxima-se do ponto de colapso. Dessa forma, quando uma solução infactível fosse obtida, apenas a fronteira de factibilidade é ultrapassada, acredita-se que dita solução não vai ficar muito afastada dessa fronteira. Esse fato é muito bom por que faz com que o número de passos do processo de ajuste de carga fique reduzido.
- Apesar da determinação da constante de ajuste de carga não ter seguido uma demonstração com rigor matemático, ela mostrou-se muito eficiente para os dois métodos apresentados.
- Tomando por base as suas vantagens e desvantagens, acredita-se que o método baseado em técnicas de otimização parece mais atraente. Essa determinação baseia-se na rapidez, eficiência e altíssima precisão mostrada em todos os casos. Além disso, pela sua formulação simples, pela inexistência (com exceção de  $t$ ) de parâmetros e constantes que como acontece em muitos outros métodos requerem de particular atenção durante o processo de cálculo.

# Capítulo 8

## Conclusões

Este trabalho de pesquisa contém a formulação, análise e resultados de dois métodos de cálculo que visam determinar o limite de carregamento máximo e conseqüentemente a margem de segurança ao colapso de tensão. Com base nos resultados obtidos acredita-se ter contribuído com a proposta de métodos rápidos e eficientes para determinar a distância ao colapso de tensão.

Uma maior compreensão do fenômeno de estabilidade de tensão, a formulação de novos critérios para a sua análise e o desenvolvimento de modelos e ferramentas computacionais robustas, possibilitarão a expansão e operação mais segura dos sistemas elétricos. Assim, o propósito deste trabalho é constituir-se em mais um passo em busca de modelos rápidos e eficientes para determinar o limite de carregamento máximo e conseqüentemente aprofundar os estudos de estabilidade de tensão em redes de energia elétrica.

Na busca por métodos rápidos e eficientes para determinar a margem de segurança ao colapso de tensão PMC, conclui-se que, embora o problema esteja bem difundido na literatura técnica especializada, não há ainda um consenso consolidado em torno de uma metodologia eficaz. Acredita-se que o problema principal, além do comportamento dinâmico do sistema, reside nas cada vez mais complexas e massivas interligações que caracterizam os sistemas modernos. Os sistemas interligados são vantajosos na medida que permitem melhor aproveitamento das reservas energéticas, no entanto, o incremento delas associado ao crescimento da demanda trazem também consigo problemas na operação do sistema elétrico.

Seria muito útil na operação do sistema elétrico, particularmente para o operador do sistema, se existisse uma metodologia através da qual se pudesse ter informação da margem de segurança com relação ao limite máximo da demanda durante qualquer momento da operação. Assim, um monitoramento da margem de segurança em tempo real pode contribuir para fornecer medidas apropriadas que possam garantir que o sistema permaneça dentro da região factível após um distúrbio. No entanto, deixa-se claro que sua vantagem alcança também o âmbito do planejamento da expansão dos sistemas elétricos. Nesse contexto, esta área tem-se constituído em um dos principais temas dos atuais projetos de pesquisa. Acredita-se que os

dois métodos aqui desenvolvidos constituem uma melhoria e avanço.

O primeiro método proposto foi intitulado: Método rápido para determinar o PMC baseado em técnicas de sensibilidade. Ele mostra que uma abordagem simples, baseada no comportamento dos geradores em termos de fornecimento de energia reativa ao sistema, constitui uma boa alternativa para estimar a margem de segurança ao colapso de tensão. Neste trabalho, aspectos importantes como a definição apropriada dos acréscimos de carga, retorno rápido e seguro à região factível (na direção do ponto de máximo carregamento) após uma ultrapassagem da fronteira de factibilidade, incapacidade para definir um novo aumento de carga quando todos os geradores do sistema já atingiram seus respectivos limites máximos de geração de potência reativa, sistemas com grande número de geradores, entre outros, são enfocados amplamente pelo método aqui proposto. Nesse contexto, confirma-se que simples valores numéricos de sensibilidade em relação à barra *slack* ou a qualquer gerador do sistema, associados a modelos matemáticos de aproximação podem ser muito úteis para a formulação de um método rápido e eficiente. No caso, duas funções de aproximação, uma quadrática e outra linear, foram definidas em termos das sensibilidades dos geradores. Estas mostraram-se eficientes na definição dos acréscimos de carga de forma a atingir o limite de carregamento máximo PMC com tamanhos de passo razoáveis. Deixa-se claro que a formulação quadrática não precisa de nenhuma constante de ajuste de tamanho de passo, porém ela pode apresentar em alguns casos um ponto de operação na região infactível um pouco mais afastado da fronteira de factibilidade. Isto pode resultar em alguns passos a mais, não sendo suficiente para resultar em um processo significativamente conservador nem prejudicar a eficiência global de cálculo. Se na simulação for considerada a sensibilidade da barra *slack* como informação relevante, o processo de cálculo resultará idêntico se for considerada a sensibilidade dos geradores. Ressalta-se também que a recuperação da factibilidade baseada na minimização dos *mismatches* de potência, uma vez que a fronteira de factibilidade tenha sido ultrapassada, apresentou um bom desempenho. Com tudo isso, o método mostrou-se eficiente e rápido.

O segundo método proposto foi intitulado: Método rápido para determinar o PMC baseado em técnicas de otimização. Aqui também é apresentada uma abordagem completa do processo de cálculo proposto que inclui a formulação, análise, testes e resultados das simulações. O estudo comprova a grande dificuldade que enfrentam a maioria dos métodos propostos na parte da definição do incremento da demanda. Ou seja, de como os acréscimos de carga deverão ser definidos tal que levem ao sistema em direção ao PMC de forma rápida e segura. Independente de qualquer metodologia a implementar, a idéia é que o processo a desenvolver seja o mais autônomo possível e sumamente flexível para que seu desempenho seja satisfatório com qualquer sistema elétrico. Assim, no método aqui proposto, mostra-se que definir uma função objetivo apropriada em termos de algumas grandezas do sistema, pode trazer grandes vantagens para estudos da margem de segurança ao colapso de tensão. No caso, foi verificado que apesar da função objetivo formulada neste método, não representar por si mesmo uma informação direta do grau de estresse do sistema, nem alguma outra informação referida à distância ao colapso, tem importante contribuição no direcionamento do sistema ao PMC. Sua própria estrutura matemática, de ser um elemento de sensibilidade

da matriz jacobiana, permite acompanhar as mudanças que ocorrem no sistema frente a qualquer variação da carga. Dessa forma, os acréscimos de carga são obtidos após resolver um problema de otimização simples. A parte referente à recuperação da factibilidade uma vez a fronteira é ultrapassada, é similar ao proposto no método anterior, pelo qual não será feito maior comentário. Deixa-se claro que aqui também a aplicação desse processo mostra-se eficiente. Outro importante aspecto a ser ressaltado relaciona-se ao desempenho da constante de ajuste de tamanho de passo  $\sigma$ . Mostra-se que a norma do vetor tangente contribui com a determinação apropriada dos tamanhos de passo conforme o sistema se aproxima do PMC.

Uma das principais características dos métodos propostos é a sua formulação simples, de forma alguma não inclui cálculo complexos de parâmetros adicionais ou complementares. Por sua vez, não requer a simulação de processos de cálculo muito pesados nem incluem complexas rotinas de seleção e escolha de alguma variável prévia. Ressalta-se que toda a formulação é baseada em conceitos básicos de análise de sensibilidade, fluxo de carga com otimização de passo (FCOP) e técnicas de otimização muito conhecidas nos estudos de energia elétrica em geral. O fato de serem métodos rápidos, pode significar uma vantagem de extrema importância para ser indicados para sua utilização em ambientes restritos, tais como operação em tempo real.

Finalmente, diante dos resultados obtidos, acredita-se que os métodos propostos podem ser de grande utilidade para desenvolver uma metodologia completa de análise de segurança em tempo real. Assim, como tarefas e pesquisas futuras a serem realizadas têm-se:

- Avaliação da segurança da rede em relação à estabilidade de tensão em tempo real.
- Monitoramento da margem de segurança em tempo real, a partir da identificação de barras e regiões críticas em relação à estabilidade de tensão.
- Análise de contingências *on line*, visando desenvolver etapas de seleção e classificação do ponto de vista da estabilidade de tensão.

# Referências Bibliográficas

- [1] H. Young-Huei, P. Ching-Tsai, L. Wen-Wei, “Fast calculation of a voltage instability index of power systems”, *IEEE Transactions on Power Systems*, vol.12, n.4, 1997.
- [2] P.-A. Löf, G. Andersson, D.J. Hill, “Voltage stability indices for stressed power systems”, *IEEE Transactions on Power Systems*, vol.8, n.1, 1993.
- [3] C. Cañizares, A.C.Z. Souza, V. Quintana, “Comparison of performance indices for detection of proximity to voltage collapse”, *IEEE Transactions on Power Systems*, vol.11, n.3, 1996.
- [4] M. Moghavvemi, G.B. Jasmon, “New method for indicating voltage stability condition in power system”, *Proceedings IEE International Power Engineering Conference (IPEC)*, Singapore, 1997.
- [5] O.M. Nema, C.A. Castro, “Índice de proximidade ao colapso de tensão baseado nas perdas de potência ativa - potencial de utilização na operação em tempo real”, *III SIMPASE*, Set. 1996.
- [6] Y. Mansour, (Ed.), Suggested techniques for voltage stability analysis, 93TH0620-5PWR, IEEE, 1993.
- [7] V. Ajarapu, C. Christy, “The continuation power flow: a tool for steady state voltage stability analysis”, *IEEE Transactions on Power Systems*, vol.7, n.1, 1992.
- [8] N. Flatabø, R. Ognedal, T. Carlsen, “Voltage stability condition in a power transmission system calculated by sensitivity methods”, *IEEE Transactions on Power Systems*, vol.5, n.4, 1990.
- [9] A.L. Tognete, C.A. Castro, “An efficient method for calculating load margins to voltage collapse”, 29th North American Power Symposium, Laramie, WY, USA, 1997.
- [10] L.A.Ll. Zarate, “Método eficiente de cálculo de margem de segurança ao colapso de tensão”, Tese de Mestrado, DSEE/FEEC, Universidade Estadual de Campinas, Set 2001.

- 
- [11] N. Balu, "On-line power system security analysis", *Proceedings of the IEEE*, vol.80, n.2, Feb 1992.
- [12] U.S.-Canada Power system outage task force, Final report on the August 14, 2003 Blackout in the United States and Canada: Causes and recommendations, April 5, 2004 (<http://www.nerc.com/filez/blackout.html>)
- [13] T.E. Dy Liacco, "The adaptive reliability control system", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol.PAS-86, May 1967.
- [14] T.E. Dy Liacco, "The emerging concept of security control", in *1970 Symposium on Power Systems*, Purdue University, Lafayette, May 1970.
- [15] B. Stott, O. Alsac, A.J. Monticelli, "Security analysis and optimization", *Proceedings of the IEEE*, vol.75, n.12, Dec 1987.
- [16] P. Kundur, *Power system stability and control*, McGraw-Hill, 1994.
- [17] P. Kundur, J. Paserba, V. Ajjarapu, G. Andersson, A. Bose, C. Canizares, N. Hatziargyriou, D. Hill, A. Stankovic, C. Taylor, T. Van Cutsem and V. Vittal, "Definition and classification of power system stability", IEEE/CIGRE Joint Task Force on Stability Terms and Definitions, *IEEE Transactions on Power Systems*, vol.19, n.3, Aug 2004.
- [18] Adriana L. Tognete, "Um novo método de cálculo de margem de segurança ao colapso de tensão utilizando análise de sensibilidade", Tese de Mestrado, DSEE/FEEC, Universidade Estadual de Campinas, Ago 1997.
- [19] B.F.A. Lemos, A.A.P. Lerm, A.S. Silva, "Estabilidade de tensão: uma abordagem através da teoria de bifurcações", in *XI Congresso Brasileiro de Automática*, São Paulo, SP, 1996.
- [20] R.B. Prada, X. Vieira Filho, "Voltage stability system critical area identification based on the existence of maximum power flow transmission", in *Power Systems Computation Conference*, vol.1, 1993.
- [21] C.W. Taylor, *Power system voltage stability*, McGraw-Hill, 1993.
- [22] "Voltage stability of power systems: concepts, analytical tools, and industrial experience", IEEE 90TH0358-2-PWR, 1990.
- [23] Y. Harmand, M. Trotignon, J.F. Lesigne, J.M. Tesson, C. Lemaitre, F. Bourgin, "Analysis of a voltage collapse incident and proposal for a time-based hierarchical containment scheme", CIGRÉ Report 38/39-02, 1990.
- [24] A.J. Calvaer, E. Van Geert, "Quasi steady state synchronous machine linearization around an operating point and applications", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol.PAS-103, n.6, 1984.

- [25] K. Walve, “Modelling of power system components at severe disturbances”, CIGRÉ Report 38-18, 1986.
- [26] R.B. Prada, L.J. Souza, “Voltage stability and thermal limit constraints on the maximum loading of electrical energy distribution feeders”, *IEEE Proceedings – Generation, Transmission and Distribution*, vol.145, n.5, 1998.
- [27] Electrotek concepts, Inc., “The anatomy of thursday’s blackout”, 2003. (<http://www.electrotek.com/pressrel/blackout.htm>)
- [28] B.F. Wollenberg., “From blackout to blackout”, *IEEE Power & Energy Magazine*, 2004.
- [29] A. Bose., “Of squirrels and reliability”, *IEEE Power & Energy Magazine*, 2004.
- [30] J.F. Christensen, A.W. Grainger, G. Santagostino, M. Stube, J. Verseille, “Planning against voltage collapse”, *Electra*, n.111, Mar 1987.
- [31] Y. Sekine, H. Ohtsuki, “Cascaded voltage collapse”, *IEEE Transactions on Power Systems*, vol.5, n.1, 1990.
- [32] H. Ohtsuki, A. Yokoyama, Y. Sekine, “ Reserve action of on-load tap changer in association with voltage collapse”, *IEEE Transactions on Power Systems*, vol.6, n.1, 1991.
- [33] M.A. Pai, P.W. Sauer, “Power systems steady-state stability and the load-flow Jacobian”, *IEEE Transactions on Power Systems*, vol.5, n.4, 1990.
- [34] V.A. Venikov, V.A. Stroeve, V.I. Idelchick, V.I. Tarasov, “Estimation of electric power system steady-state stability in load-flow calculation”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol.PAS-94, n.12, 1975.
- [35] C. Rajagopalan, B. Lesieutre, P.W. Sauer, M.A. Pai, “Dynamic aspects of voltage/power characteristics”, *IEEE Transactions on Power Systems*, vol.7, n.3, 1992.
- [36] H.D. Chiang, I. Dobson, R.J. Thomas, J.S. Thorp, “On voltage collapse in electric power systems”, *IEEE Transactions on Power Systems*, vol.5, n.2, 1990.
- [37] A. Araposthathis, S.S. Sastry, P. Varaya, “Global analysis of swing dynamics”, *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, vol.CAS-29, n.10, 1982.
- [38] C.L. de Marco, A.R. Bergen, “ A security measure for random load disturbances in non-linear power systems models”, *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, vol.CAS-34, n.12, 1987.
- [39] S. Abe, Y. Fukunaga, A. Isono, B. Kondo, “Power system voltage stability”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol.PAS-101, n.10, 1982.
- [40] M.K. Pal, “Voltage stability conditions considering load characteristics”, *IEEE Transactions on Power Systems*, vol.7, n.1, 1992.

- [41] W. Xu, Y. Mansour, "Voltage stability analysis using generic dynamic load models", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol.9, n.1, 1994.
- [42] D.J. Hill, "Nonlinear dynamic load models with recovery for voltage stability studies", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol.8, n.1, 1993.
- [43] M.Z. El-Sadek, "Voltage instabilities subsequent to short-circuit recoveries", *Electric Power System Research*, vol.21, n.1, 1991.
- [44] D.A. Alves, L.C.P. da Silva, C.A. Castro, V.F. da Costa, "Parameterized fast decoupled load flow for tracing the power system bifurcation diagrams", *IEEE Power Engineering Society Summer Meeting*, 1999.
- [45] Y. Sekine, A. Yokoyama, K. Takenaka, T. Kumano, "Mode transition of multiple load flow solution", *Bulk Power System Voltage Phenomena – Voltage Stability and Security*, " EPRI-EL 6183, Project 2473-21, 1989.
- [46] F.D. Galiana, Z.C. Zeng, "Analysis of the load flow behavior near a Jacobian singularity", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol.7, n.3, 1992.
- [47] B. Gao, G.R. Morison, P. Kundur, "Voltage stability evaluation using modal analysis", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol.7, n.4, 1992.
- [48] D.J. Hill, P.-A. Löf, T. Smed, G. Andersson, "Fast calculation of a voltage stability index", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol.7, n.1, 1992.
- [49] J. Kessel, H. Glavitsch, "Estimating the voltage stability of a power system", *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol.1, n.3, 1986.
- [50] K. Iba, H. Suzuki, M. Egawa, T. Watanabe, "A method for finding a pair of multiple load flow solutions in bulk power systems", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol.5, n.2, 1990.
- [51] R.A. Schlueter, I. Hu, M.W. Chang, J.C. Lo, A. Costi, "Methods for determining proximity to voltage collapse", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol.6, n.1, 1991.
- [52] F.L. Alvarado, T.H. Jung, "Direct detection of voltage collapse conditions", *Bulk Power System Voltage Phenomena – Voltage Stability and Security*, EPRI-EL 6183, Project 2473-21, 1989.
- [53] I. Dobson, "Observations on the geometry of saddle node bifurcations and voltage collapse in electrical power systems", *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, vol.CAS-39, n.3, 1992.
- [54] Zeng, Z.C., Galiana, F.D., Ooi, B.T., Yorino, N., "A simplified approach to estimate maximum loading conditions", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol.8, n.2, 1993.

- [55] L.A. Zarate, C.A. Castro, “A critical evaluation of a maximum loading point estimation method for voltage stability analysis”, *ELSEVIER Electric Power System Research*, vol.70, 2004.
- [56] N. Flatabø, O.B. Fosso, R. Ognedal, T. Carlsen, K.R. Heggland, “A method for the calculation of margins to voltage instability applied on the norwegian system for maintaining required security level”, *IEEE Transactions on Power Systems*, vol.8, n.3, 1993.
- [57] J. Jarjis, F.D. Galiana, “Quantitative analysis of steady state stability in power networks”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol.PAS-100, n.1, 1981.
- [58] O.O. Obadina, G.J. Berg, “Determination of voltage stability limit in multimachine power systems”, *IEEE Transactions on Power Systems*, vol.3, n.4, 1988.
- [59] T. van Cutsem, “A method to compute reactive power margins with respect to voltage collapse”, *IEEE Transactions on Power Systems*, vol.6, n.1, 1991.
- [60] G.D. Irissari, X. Wang, J. Tong, S. Mokhtari, “Maximum loadability of power systems using interior point non-linear optimization method”, *IEEE Transactions on Power Systems*, vol.12, n.1, 1997.
- [61] S. Iwamoto, Y. Tamura, “A fast load flow calculation method for ill-conditioned power systems”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol.PAS-100, n.1, 1981.
- [62] T.J. Overbye, “A power flow measure for unsolvable cases”, *IEEE Transactions on Power Systems*, vol.9, n.3, 1994.
- [63] L.M.C. Braz, “Um novo método de solução para o fluxo de carga com otimização de passo”, Tese de Mestrado, FEEC/UNICAMP, 1997.
- [64] L.M.C. Braz, C.A. Castro, C.A.F. Murari, “A critical evaluation of step size optimization based load flow methods”, *IEEE Transactions on Power Systems*, vol.15, no.1, 2000.
- [65] D.G. Luenberger, *Linear and Nonlinear Programming*, Addison-Wesley, 1984.
- [66] T. Van Cutsen, C. Moisse, R. Mailhot, “Determination of secure operating limits with respect to voltage collapse”, *IEEE Transactions on Power Systems*, vol.14, n.1, 1999.
- [67] G.K. Morison, B. Gao, P. Kundur, “Voltage stability analysis using static and dynamic approaches”, *IEEE Transactions on Power Systems*, vol.8, n.3, 1993.
- [68] L.A. Zarate, C.A. Castro, “An efficient method for the calculation of power system security margins to voltage collapse”, *IEEE T&D2002 Transmission and Distribution*, São Paulo, Brazil, 2002.

- [69] <http://www.ee.washington.edu/research/pstca/>.
- [70] A.C.Z. Souza, C.A. Cañizares, V.H. Quintana, “Critical bus and point of collapse determination using tangent vectors”, *Proc. of the North American Power Symposium*, 1996.
- [71] L.A. Zarate, C.A. Castro, “Fast method for computing power systems security margins to voltage collapse”, *IEE Proceedings – Generation, Transmission and Distribution*, vol.151, n.1, 2004.
- [72] C.A. Castro, L.M.C. Braz, “Uma nova abordagem para a solução do problema de fluxo de carga pelo método de Newton com otimização de passo”, *Revista Controle & Automação (SBA)*, vol.8, no.3, 1997.
- [73] C.A. Castro, L.M.C. Braz, “A new approach to the polar Newton power flow using step size optimization”, *29th North American Power Symposium*, 1997.
- [74] T. Van Cutsen, C. Moisse, R. Mailhot, “Voltage instability: phenomena, countermeasures, and analysis methods”, *IEEE Proceedings*, vol.88, n.2, 2000.
- [75] C.M. Affonso, “Planejamento de curto prazo da operação incluindo critérios de estabilidade de tensão”, Dissertação de Doutorado, DSCE/FEEC, Universidade Estadual de Campinas, Set 2004.
- [76] <http://www.ons.org.br/ons/operacao>.

# Apêndice A

## Técnicas de Análise

Neste capítulo serão apresentadas algumas ferramentas a serem utilizadas pelo método proposto.

### A.1 Análise de Sensibilidade

O estado de operação de um sistema elétrico pode ser definido em termos de variáveis que caracterizam seu comportamento em um dado momento. Este constitui um dos aspectos de maior interesse durante a operação do sistema. O estado de operação é obtido resolvendo o seguinte conjunto de equações algébricas não lineares:

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{p}) = \mathbf{0} \quad (\text{A.1})$$

onde  $\mathbf{x}$  é o vetor de estado do sistema (tensões e ângulos),  $\mathbf{u}$  é o vetor das variáveis de controle e  $\mathbf{p}$  representa os parâmetros da rede (cargas).

Dado um sentido predefinido de aumento da carga, um método baseado em análise de sensibilidade com vistas ao cálculo do ponto de máximo carregamento e da margem de segurança ao colapso de tensão, foi proposto em [8, 9]. Mostra-se que alterações na potência reativa geradas pelas unidades de geração  $\Delta\mathbf{Q}_G$  podem ser expressas como uma função das alterações das variáveis de controle e parâmetros por:

$$\Delta\mathbf{Q}_G = \mathbf{S}_{wu}\Delta\mathbf{u} + \mathbf{S}_{wp}\Delta\mathbf{p} \quad (\text{A.2})$$

onde  $\mathbf{S}_{wu}$  e  $\mathbf{S}_{wp}$  são matrizes que representam a sensibilidade de variáveis dependentes  $w$  para alterações na variável de controle  $u$  e parâmetro  $p$  respectivamente.

Sabe-se que uma alteração de carga atribuída ao sistema ou barra analisada pode levar

uma unidade geradora a atingir seu limite máximo. A idéia é aumentar a carga em uma barra  $i$  até que um gerador atinja seu limite de geração de potência reativa. Para uma rede com NG unidades de geração disponíveis, o aumento de carga pode ser definido por:

$$\Delta S_i = \min_j \left[ \frac{(Q_{Gj}^{\text{lim}} - Q_{Gj})}{\sigma} \right], j = 1, \dots, \text{NG} \quad (\text{A.3})$$

onde  $\Delta S_i$  pode representar um aumento da potência ativa, da potência reativa ou ambas,  $Q_{Gj}$  e  $Q_{Gj}^{\text{lim}}$  são respectivamente a potência reativa gerada pela barra  $j$  e seu respectivo limite de potência reativa.  $\sigma$  é um fator de sensibilidade obtido da matriz  $\mathbf{S}_{wp}$ . Neste caso a idéia básica é calcular os aumentos de carga de maneira iterativa até que o ponto de máximo carregamento seja atingido.

## A.2 Fluxo de Carga com otimização de passo (FCOP)

FCOP foi desenvolvido primeiramente para ser usado na resolução das equações de fluxo da carga de sistemas mal condicionados [61], ou seja, para aqueles em que os métodos convencionais de fluxo da carga exibem um desempenho pobre, ou simplesmente divergem, embora o sistema esteja certamente na região factível. O processo iterativo do FCOP consiste em atualizar o vetor de estado  $\mathbf{x}$  em uma iteração  $k$  por:

$$\mathbf{x}^{k+1} = \mathbf{x}^k + \mu \mathbf{J}(\mathbf{x}^k)^{-1} \Delta \mathbf{S}^k \quad (\text{A.4})$$

onde  $\Delta \mathbf{S}^k$  é o vetor *mismatches* de potência,  $\mathbf{J}(\mathbf{x}^k)$  é a matriz Jacobiana e  $\mu$  é o multiplicador ótimo, calculado de forma a minimizar uma função quadrática baseada nas combinações dos *mismatches* de potência. Desta forma, rigorosamente é formulada a seguinte expressão:

$$F(\mathbf{x}^k) = \frac{1}{2} [\Delta \mathbf{S}^k]^T [\Delta \mathbf{S}^k] \quad (\text{A.5})$$

onde  $F(\mathbf{x}^k)$  é a função quadrática aqui denominada função objetivo do modelo de otimização e  $\partial F / \partial \mu = 0$  é a condição de otimalidade.

As características principais do FCOP são: **(a)** o desempenho para sistemas bem condicionados é idêntico ao do fluxo de carga convencional ( $\mu \approx 1$ ); **(b)** o desempenho para sistemas mal condicionados é melhorado significativamente; **(c)** os resultados (variáveis de estado do sistema e *mismatches* de potência) obtidos para uma condição de operação in-factível fornecem informação útil sobre a condição de operação do sistema, e ajustes da carga

podem ser definidos para levar o sistema à região factível. Neste caso o multiplicador ótimo  $\mu$  tende a zero ao longo do processo iterativo, que converge a um ponto de operação na fronteira de factibilidade [62].

FCOP é aplicado aos métodos baseados em fluxo de carga, discutido em [63, 64], e é uma boa alternativa para ser utilizado em estudos de estabilidade e colapso de tensão.

### A.3 Método de otimização

Por otimização entende-se o processo pelo qual se obtém a *melhor solução* em algum sentido frente a um determinado problema. Dentro da classe dos problemas de otimização assume particular relevância a *Programação Matemática*, que trata do estudo da minimização ou maximização de funções restritas ou não a um determinado conjunto. Em geral estes problemas de programação matemática são formulados partindo pela definição de uma hipótese de otimização chamada de *função objetivo* ( $f$ ). Assim, uma solução que satisfaz simultaneamente as condições do problema e do objetivo denomina-se *solução ótima*.

A versão mais simples do problema de otimização acontece quando a função objetivo e as restrições são funções lineares das variáveis. No caso, este constitui uma subclasse de problemas de programação matemática denominada *Programação Linear*. A formulação clássica do problema é dada por:

$$\begin{array}{ll} \text{Minimizar ou Maximizar} & f(\mathbf{x}) \\ \text{Sujeito a :} & A\mathbf{x} \geq b \end{array} \quad (\text{A.6})$$

A otimização de uma função não linear com restrições lineares e não lineares, chama-se de *Programação Não Linear*. Este tipo de formulação constitui um problema mais complexo no campo da otimização. A formulação matemática genérica para um problema de otimização não linear é expressa por:

$$\begin{array}{ll} \min & \text{ou} \quad \max \quad f(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{p}) \\ \text{s.a.} & \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{p}) = 0 \\ & \mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{p}) \geq 0 \end{array} \quad (\text{A.7})$$

onde  $f$  é a função objetivo,  $\mathbf{x}$  representa as variáveis dependentes,  $\mathbf{u}$  as variáveis de controle e  $\mathbf{p}$  os parâmetros fixos.  $\mathbf{g}$  e  $\mathbf{h}$  representam as restrições de igualdade e desigualdade respectivamente.

Mais propriamente no campo de estudos relacionados à engenharia elétrica e particularmente a sistemas de geração, transmissão e distribuição elétrica; a função objetivo pode representar critérios de desempenho da operação dos sistemas como custo de geração, perdas nas linhas de transmissão, desvios mínimos de tensão em relação a uma tensão de referência,

desvio mínimo de potência ativa em relação a um despacho de referência, etc. As restrições de igualdade representam as equações de balanço de potência nas barras de carga. As restrições de desigualdade podem representar restrições funcionais, tais como limites de potência ativa e reativa em barras de geração, limites dos fluxos de potência ativa nas linhas, etc.

Para a solução do problema não linear modelado pelas equações (A.7), no caso considerando apenas a restrição de igualdade, define-se uma função Lagrangeana que, associada ao problema de otimização, é dada por:

$$\mathcal{L} = f(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{p}) + \vartheta^T \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{p}) \quad (\text{A.8})$$

onde  $\vartheta$  é o multiplicador de Lagrange associado à restrição de igualdade do problema de otimização.

O problema de otimização é resolvido quando satisfizer as condições de otimalidade de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) [65], que a seguir são indicadas:

$$\mathcal{L}_x = \mathbf{f}_x + \mathbf{g}_x^T \vartheta = 0, \quad (\text{A.9})$$

$$\mathcal{L}_u = \mathbf{f}_u + \mathbf{g}_u^T \vartheta = 0, \text{ e} \quad (\text{A.10})$$

$$\mathcal{L}_\vartheta = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{p}) = 0. \quad (\text{A.11})$$