



Universidade Estadual de Campinas  
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação  
Departamento de Micro-ondas e Óptica



PROCESSAMENTO LARGAMENTE LINEAR EM  
ARRANJO DE ANTENAS:  
PROPOSTA, AVALIAÇÃO E IMPLEMENTAÇÃO  
PRÁTICA DE ALGORITMOS

**Autor: Adílson Walter Chinatto Júnior**

Orientador: Prof. Dr. João Marcos T. Romano

Co-Orientadora: Dra. Cynthia Cristina Martins Junqueira

**Tese de Mestrado** apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica. Área de concentração: **Telecomunicações e Telemática.**

Banca Examinadora

Prof. Dr. João Marcos T. Romano (presidente)	— DMO/FEEC/UNICAMP
Prof. Dr. Vítor Heloiz do Nascimento	— PSI/POLI/USP
Prof. Dr. Hugo Enrique Hernandez Figueroa	— DMO/FEEC/UNICAMP

Campinas – SP

11 de Fevereiro de 2011

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

Ch441p Chinatto Júnior, Adilson Walter  
Processamento largamente linear em arranjos de antenas: proposta, avaliação e implementação prática de algoritmos / Adilson Walter Chinatto Júnior. – Campinas, SP: [s.n.], 2011.

Orientadores: João Marcos Travassos Romano, Cynthia Cristina Martins Junqueira.

Dissertação de Mestrado - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação.

1. Antenas ajustáveis. 2. Processamento de sinais - Técnicas digitais. 3. Filtros adaptativos. 4. FPGA. I. Romano, João Marcos Travassos. II. Junqueira, Cynthia Cristina Martins. III. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. IV. Título.

Título em Inglês: Widely linear processing in antenna arrays: proposal, evaluation and practical implementation of algorithms

Palavras-chave em Inglês: Adjustable antennas, Signal processing - Digital techniques, Adaptive filters, FPGA

Área de concentração: Telecomunicações e Telemática

Titulação: Mestre em Engenharia Elétrica

Banca examinadora: Vítor Heloiz do Nascimento, Hugo Enrique Hernandez Figueroa

Data da defesa: 11/02/2011

Programa de Pós Graduação: Engenharia Elétrica

## COMISSÃO JULGADORA - TESE DE MESTRADO

**Candidato:** Adilson Walter Chinatto Júnior

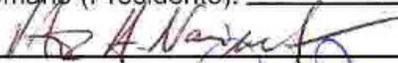
**Data da Defesa:** 11 de fevereiro de 2011

**Título da Tese:** "Processamento Largamente Linear em Arranjo de Antenas: Proposta, Avaliação e Implementação Prática de Algoritmos"

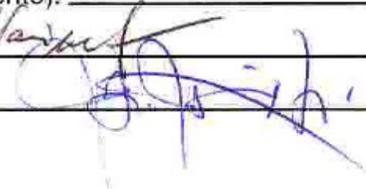
Prof. Dr. João Marcos Travassos Romano (Presidente):



Prof. Dr. Vitor Heloiz Nascimento:



Prof. Dr. Hugo Enrique Hernandez Figueroa:



## RESUMO

O Processamento Largamente Linear, desenvolvido durante a década de 1990, tem levado a uma melhoria no desempenho de algoritmos adaptativos para determinadas situações que empregam sinais impróprios. Quando aplicado a arranjos de antenas, esse tipo de processamento apresenta a potencialidade ser mais robusto e eficiente que as técnicas clássicas de filtragem. Dessa forma, este trabalho busca estender uma série de algoritmos adaptativos clássicos de conformação de feixe para a forma largamente linear, verificando através de simulações os eventuais ganhos em desempenho obtidos na tarefa de mitigação de interferentes através de arranjos de antenas. São avaliados algoritmos treinados, com restrições e cegos, cobrindo um leque relativamente amplo de cenários de utilização.

Visando o uso de arranjos de antenas em cenários em que os sinais incidentes possuam modulação real, são propostas otimizações para os algoritmos largamente lineares que levam a uma redução da complexidade computacional, mantendo o desempenho do algoritmo original. Essas otimizações são aplicadas para algoritmos treinados, com restrições e cegos, sendo seus desempenhos comparados através de simulações com os desempenhos obtidos através dos algoritmos largamente lineares originais e dos algoritmos estritamente lineares.

Por fim, uma plataforma para testes de arranjos de antenas é implementada em *hardware* provido de dispositivo de lógica programável (FPGA), permitindo que sejam realizados ensaios práticos envolvendo caracterização de antenas, conformação de feixe não adaptativa e mitigação de interferentes através de algoritmos adaptativos.

**Palavras-chave:** antenas adaptativas, processamento largamente linear, algoritmos adaptativos, conformação de feixe, FPGA

# ABSTRACT

Widely Linear Processing, developed during the 1990s, has led to an improved performance of adaptive algorithms under certain situations that involve improper signals. When applied to antenna arrays, this type of processing shows to be potentially more robust and efficient than the classical filtering techniques. The objective of this work is to extend several classic adaptive beamforming algorithms to the widely linear form, verifying by means of simulations the potential gains in performance when applied to the task of mitigating interference in antenna arrays. Trained, restricted and blind algorithms are considered, covering a relatively broad range of feasible scenarios.

Addressing the use of antenna arrays in scenarios in which the incident signals involved have real modulation, optimizations for the widely linear algorithms are proposed, thereby promoting reductions in the computational complexity, while maintaining the original algorithm performance. These optimizations are applied to trained, restricted and blind algorithms, and their performance is compared through simulations with the performances obtained using the original algorithms in their largely linear and strictly linear versions.

Finally, an antenna array test platform is implemented in the hardware, allowing practical tests to be carried out. A set of measures taken with the antenna array test platform is exhibited, which include characterization of antennas, non-adaptive beamforming and interference mitigation using adaptive algorithms.

**Keywords:** *smart antenna array, widely linear processing, adaptive algorithm, beamforming, FPGA*

## AGRADECIMENTOS

Esta é talvez a seção mais prazerosa de se escrever, mas ao mesmo tempo a mais temerária já que é bem possível que alguém não seja nominado por esquecimento não intencional. Desde já, porém, justifico-me e desculpo-me pelo eventual lapso simplesmente comentando que este trabalho envolveu um número expressivo de pessoas e instituições para sua consecução, isso sem falar do tempo e esforço dispendido do início até o resultado final. O correto talvez fosse deixar um agradecimento generalizado, mas isso também não seria justo com algumas pessoas que trabalharam mais proximamente para sua realização. Dessa forma, agradeço a todos que de forma direta ou indireta ajudaram para que o todo ou mesmo uma pequena parte desse trabalho fosse levado a cabo, mas especialmente a algumas pessoas e instituições que foram decisivas para sua realização.

Devo deixar um agradecimento especial ao Prof. Dr. Rege Scarabucci, que inicialmente trouxe o incentivo para que meus estudos e conhecimentos galgassem um degrau mais avançado, sendo, portanto, o disparador deste trabalho.

Agradeço também ao meu orientador, Prof. Dr. João Marcos Romano, pelo direcionamento claro, privilegiando a criatividade, pela paciência na correção dos manuscritos e principalmente pela confiança depositada em mim desde o início dos trabalhos.

À minha co-orientadora, Dra. Cynthia Junqueira, pelo apoio, incentivo e dedicação onipresente para o andamento do trabalho, através de sugestões, esclarecimentos e mesmo, por vezes, discussões acaloradas mas que sempre resultaram em aprofundamento de conhecimento, visualização de novas metas ou ao menos apoio moral e emocional.

Ao meu grande amigo Luiz Canettieri, que contribuiu de forma inequívoca para o trabalho, seja realizando os roteamentos, montagens e testes das placas de circuito impresso, seja contatando pessoas e empresas para a solução de percalços, ou ainda dando a mim a tranquilidade necessária para a realização dos ensaios e escrita da dissertação.

À direção do IAE/DCTA, que através da Divisão de Eletrônica (AEL) e da Divisão de Ensaios e Integração (AIE) permitiu o uso de equipamentos e laboratórios para testes e ensaios além de ter providenciado boa parte do *hardware* necessário à implementação prática. Estendo os meus agradecimentos aos técnicos Evaristo Touron e Cláudio Nogueira pelas montagens e testes das blindagens dos blocos de RF, cabos coaxiais e antenas de microlinha.

Ao IFI/DCTA, que gentilmente cedeu a câmara anecoica para a realização de parte dos ensaios, em especial à Eng. Rafaela Chagas Real e Eng. Mário Afonso Ribeiro do Canto.

À AsGa SA, que contribuiu através da AG – Indústria e Comércio de Placas Eletrônicas Ltda., gentilmente providenciando a montagem de componentes críticos como os dispositivos FPGA – e, nesse caso, um agradecimento especial ao sr. Cláudio Gouvêa – e através do empréstimo de ferramentas para depuração e montagem de placas – com um agradecimento especial ao sr. Perales.

À Beta Telecom Ltda., nas pessoas dos srs. Wilton Fleming, Carlos Nogueira e Allan Fidélis cuja contribuição na forma de sugestões e conselhos foi inestimável para a construção do *Módulo de Recepção* da

plataforma de testes.

À Radiall do Brasil Ltda., e especialmente ao sr. Hubert J. Marceul, que cedeu vários dos cabos de baixas perdas e conectores utilizados nos protótipos.

À Agilent Technologies Brasil Ltda, nas pessoas dos srs. Maurício Kobayashi e Cyro Hems, que proporcionou seções gratuitas de teste e utilização de equipamentos para análise dos protótipos geradores de sinais RF.

Aos meus amigos Gustavo Grigol, Fabiano Acorsi, Adriel Pereira, Lais Macedo e Wilson de Carvalho, cujas brincadeiras e conversas sempre serviram como incentivo, relaxamento e rejuvenescimento nos momentos mais e menos críticos durante o desenvolvimento deste trabalho.

À Celi, ao Edson, à Mazé, à Bruna, à Jeruza e demais funcionários da FEEC pela contribuição nos trâmites burocráticos, o que me permitiu poupar várias apoplexias e infartos do miocárdio.

Aos companheiros do DSPCom para os quais, mesmo sem um convívio mais próximo, devo gratidão pelo apoio e incentivo.

Ao seu Osmar, dona Célia, Adriano e Juliana pelo sem número de acolhidas e demonstrações de afeto e carinho que sempre restauraram as energias.

À toda minha família, especialmente ao meu pai, minha mãe, minhas irmãs e meus cunhados, que me deixaram o maior legado que alguém pode receber: a educação, a cultura e o entusiasmo pela ciência.

# SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO.....</b>	<b>1</b>
<b>1.1. MOTIVAÇÕES.....</b>	<b>1</b>
<b>1.2. OBJETIVOS.....</b>	<b>2</b>
<b>1.3. ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO.....</b>	<b>2</b>
<b>1.4. TRABALHOS PUBLICADOS.....</b>	<b>3</b>
<b>2. PROCESSAMENTO LARGAMENTE LINEAR DE SINAIS.....</b>	<b>5</b>
<b>2.1. CIRCULARIDADE.....</b>	<b>6</b>
<b>2.2. SINAIS PRÓPRIOS E IMPRÓPRIOS.....</b>	<b>11</b>
2.2.1. Sinal Transmitido Real.....	11
2.2.2. Sinal Complexo Conjuntamente Circular.....	11
2.2.3. Sinal com Modulação Tipo Staggered.....	12
<b>2.3. PROCESSAMENTO LARGAMENTE LINEAR.....</b>	<b>15</b>
2.3.1. Abordagem Clássica de Filtragem ou Processamento Estritamente Linear.....	15
2.3.2. Abordagem Largamente Linear.....	17
<b>2.4. RELAÇÃO ENTRE CIRCULARIDADE E PROCESSAMENTO LARGAMENTE LINEAR.....</b>	<b>19</b>
2.4.1. Caso Conjuntamente Circular.....	19
2.4.2. Caso de Observação Circular.....	20
2.4.3. Caso de Sinal Desejado Real.....	20
<b>2.5. APLICAÇÕES DO PROCESSAMENTO LARGAMENTE LINEAR.....</b>	<b>20</b>
2.5.1. Equalização Largamente Linear.....	21
2.5.2. Resposta de Mínima Variância Sem Distorção Largamente Linear.....	22
<b>2.6. CONCLUSÃO DO CAPÍTULO.....</b>	<b>23</b>
<b>3. ARRANJOS DE ANTENAS ADAPTATIVOS.....</b>	<b>25</b>
<b>3.1. PERSPECTIVA HISTÓRICA.....</b>	<b>26</b>
<b>3.2. MODELO DE SINAL.....</b>	<b>27</b>
<b>3.3. ARRANJOS DE ANTENAS E A CONFORMAÇÃO DE FEIXE.....</b>	<b>30</b>
3.3.1. Arranjos de Antenas como Filtro Espacial.....	30
3.3.2. Exemplo Matemático.....	31
<b>3.4. ALGORITMOS ADAPTATIVOS APLICADOS A ARRANJOS DE ANTENAS.....</b>	<b>34</b>
<b>3.5. CONFORMAÇÃO DE FEIXE ESTRITAMENTE LINEAR.....</b>	<b>35</b>
3.5.1. LMS Treinado.....	35
3.5.2. LMS com Restrições.....	36
3.5.3. RLS com Restrições.....	37
3.5.4. Algoritmos Autodidatas: CMA e NCMA.....	39

3.6. CONCLUSÃO DO CAPÍTULO.....	40
<b>4. ARRANJOS DE ANTENAS E O PROCESSAMENTO LARGAMENTE LINEAR.....</b>	<b>43</b>
4.1. O PROCESSAMENTO LARGAMENTE LINEAR APLICADO AOS ARRANJOS DE ANTENAS.....	44
4.2. CONFORMAÇÃO DE FEIXE LARGAMENTE LINEAR.....	46
4.2.1. LMS Treinado.....	46
4.2.2. LMS com Restrições.....	46
4.2.3. FLS com Restrições.....	47
4.2.4. Algoritmos Cegos: CMA e NCMA.....	48
4.2.4.1. CMA-WL.....	48
4.2.4.2. NCMA-WL.....	48
4.3. CUSTO COMPUTACIONAL.....	49
4.4. ALGORITMOS ADAPTATIVOS WL OTIMIZADOS: SINAL DESEJADO REAL.....	51
4.4.1. LMS Treinado.....	51
4.4.2. LMS com Restrições.....	53
4.4.3. Algoritmos Cegos: CMA e NCMA.....	55
4.4.3.1. CMA-WL-R.....	56
4.4.3.2. NCMA-WL-R.....	57
4.5. CONCLUSÃO DO CAPÍTULO.....	60
<b>5. SIMULAÇÕES E RESULTADOS.....</b>	<b>63</b>
5.1. FLUXO DE SINAIS.....	64
5.2. DEFINIÇÕES.....	64
5.2.1. Uso da SER.....	65
5.2.2. Coeficiente de Circularidade.....	66
5.3. CENÁRIOS DE SIMULAÇÕES.....	67
5.4. RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES.....	68
5.4.1. LMS Treinado.....	68
5.4.1.1. Cenário 1.....	69
5.4.1.2. Cenário 2.....	75
5.4.2. LMS com Restrições.....	78
5.4.2.1. Cenário 1.....	78
5.4.2.2. Cenário 2.....	85
5.4.3. Algoritmo CMA.....	90
5.4.3.1. Cenário 1.....	90
5.4.3.2. Cenário 2.....	96
5.4.4. Algoritmo NCMA.....	101

5.4.4.1. Cenário 1.....	101
5.4.4.2. Cenário 2.....	107
<b>5.5. CONCLUSÃO DO CAPÍTULO.....</b>	<b>111</b>
<b>6. IMPLEMENTAÇÃO PRÁTICA.....</b>	<b>113</b>
<b>6.1. DESCRIÇÃO DO SISTEMA.....</b>	<b>114</b>
6.1.1. Sistema de Transmissão.....	114
6.1.2. Sistema de Recepção.....	117
6.1.3. Dispositivo FPGA e Aritmética de Precisão Finita.....	121
<b>6.2. ENSAIOS EMPREGANDO SISTEMA SISO.....</b>	<b>122</b>
6.2.1. Câmara Anecoica.....	122
6.2.2. Configurações do Ensaio.....	122
6.2.3. Características das Antenas Utilizadas.....	123
6.2.4. Resultados para Antena Corneta.....	124
6.2.5. Resultados para Antena de Microlinha.....	125
6.2.6. Discussão.....	127
<b>6.3. ENSAIOS DE CONFORMAÇÃO DE FEIXE NÃO ADAPTATIVA.....</b>	<b>127</b>
6.3.1. Configurações do Ensaio.....	128
6.3.2. Resultados.....	129
<b>6.4. ENSAIOS DE CONFORMAÇÃO DE FEIXE ADAPTATIVA.....</b>	<b>131</b>
6.4.1. Configurações do Ensaio.....	131
6.4.2. Resultados para o Algoritmo CMA-SL.....	132
6.4.3. Resultados para o Algoritmo CMA-WL.....	134
<b>6.5. CONCLUSÃO DO CAPÍTULO.....</b>	<b>137</b>
<b>7. CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS.....</b>	<b>139</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>141</b>
<b>ANEXO A.....</b>	<b>145</b>
<b>A.1. INTRODUÇÃO.....</b>	<b>145</b>
<b>A.2. ESPECIFICAÇÕES E RESULTADOS DO PROJETO DA ANTENA GPS.....</b>	<b>146</b>
<b>A.3. ESPECIFICAÇÕES E RESULTADOS DO PROJETO DO ARRANJO DE ANTENAS.....</b>	<b>152</b>

# ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1: Estatísticas de segunda ordem para sinal circular e não-circular: Caso 1.....	9
Figura 2.2: Estatísticas de segunda ordem para sinal circular e não-circular: Caso 2.....	10
Figura 2.3: Mapeamento de símbolos formados por dois bits no plano complexo.....	12
Figura 2.4: Gráfico tipo treliça mostrando as variações de fase entre símbolos para modulação QPSK.....	13
Figura 2.5: Passos da modulação MSK.....	14
Figura 3.1: Arranjo de antenas receptoras considerado para o modelamento de sinal. ....	31
Figura 3.2: Fator de rede do arranjo de antenas receptoras para obtenção do sinal $s_1(t)$ .....	32
Figura 3.3: Sinais incidentes no arranjo e resultante após processamento.....	33
Figura 3.4: Fator de rede do arranjo de antenas receptoras para obtenção do sinal $s_4(t)$ .....	34
Figura 4.1: Arranjo de antenas receptoras considerado para o processamento largamente linear. ....	45
Figura 5.1: Fluxo de sinais utilizado nas simulações.....	64
Figura 5.2: Relação entre o coeficiente de circularidade $\gamma$ e os elementos diagonais da matriz de pseudocorrelação..	67
Figura 5.3: Posicionamento dos sinais incidentes no arranjo de antenas. ....	68
Figura 5.4: SER resultante para a família de algoritmos LMS.....	70
Figura 5.5: SNIR equivalente para a família de algoritmos LMS.....	72
Figura 5.6: Ganhos de desempenho da família de algoritmos LMS.....	73
Figura 5.7: Curvas de ASER para a família de algoritmos LMS.....	74
Figura 5.8: SER resultante para a família de algoritmos LMS.....	76
Figura 5.9: SNIR equivalente para a família de algoritmos LMS.....	77
Figura 5.10: Ganhos de desempenho da família de algoritmos LMS.....	80
Figura 5.11: SER resultante para a família de algoritmos de FROST.....	81
Figura 5.12: SNIR equivalente para a família de algoritmos de FROST.....	82
Figura 5.13: Ganhos de desempenho da família de algoritmos de FROST.....	84
Figura 5.14: Curvas de ASER para família de algoritmos de FROST. ....	85
Figura 5.15: SER resultante para a família de algoritmos de FROST.....	87
Figura 5.16: SNIR equivalente para a família de algoritmos de FROST.....	88
Figura 5.17: SNIR equivalente para a família de algoritmos de FROST. ....	89
Figura 5.18: SER resultante para a família de algoritmos CMA.....	92
Figura 5.19: SNIR equivalente para a família de algoritmos CMA.....	93
Figura 5.20: Ganhos de desempenho da família de algoritmos CMA.....	94
Figura 5.21: Curvas de ASER para a família de algoritmos CMA.....	95

Figura 5.22: SER resultante para a família de algoritmos CMA.....	98
Figura 5.23: SNIR equivalente para a família de algoritmos CMA.....	99
Figura 5.24: Ganhos de desempenho da família de algoritmos CMA.....	100
Figura 5.25: SER resultante para a família de algoritmos NCMA.....	103
Figura 5.26: SNIR equivalente para a família de algoritmos NCMA.....	104
Figura 5.27: Ganhos de desempenho da família de algoritmos NCMA.....	105
Figura 5.28: Curvas de ASER para os algoritmos NCMA.....	106
Figura 5.29: SER resultante para a família de algoritmos NCMA.....	108
Figura 5.30: SNIR equivalente para a família de algoritmos NCMA.....	109
Figura 5.31: Ganhos de desempenho da família de algoritmos NCMA.....	110
Figura 6.1: Diagrama de blocos do Sistema de Transmissão.....	114
Figura 6.2: Funcionalidades do componente FPGA do Sistema de Transmissão.....	116
Figura 6.3: Fotografia do Sistema de Transmissão.....	117
Figura 6.4: Diagrama de blocos do Sistema de Recepção.....	118
Figura 6.5: Funcionalidades do componente FPGA do Sistema de Recepção.....	119
Figura 6.6: Fotografia do Sistema de Recepção.....	120
Figura 6.7: Configuração do sistema de testes para o ensaio SISO.....	123
Figura 6.8: Ganho da antena corneta obtida no ensaio SISO e na medição tradicional.....	124
Figura 6.9: SNR obtida através da SER para antena corneta no ensaio SISO.....	125
Figura 6.10: Ganho da antena microlinha obtida no ensaio SISO e na medição tradicional.....	126
Figura 6.11: SNR obtida através da SER para antena de microlinha no ensaio SISO.....	127
Figura 6.12: Fator de rede teórico para arranjo de antenas com vetor de ponderações com precisão finita.....	129
Figura 6.13: Fator de rede medido para arranjo de antenas com vetor de ponderações com precisão finita.....	130
Figura 6.14: SNR obtida a partir da SER medida para arranjo de antenas.....	130
Figura 6.15: Dados de entrada e resultado após processamento para algoritmo CMA-SL (Parte 1).....	133
Figura 6.16: Dados de entrada e resultado após processamento para algoritmo CMA-SL (Parte 2).....	134
Figura 6.17: Dados de entrada e resultado após processamento para algoritmo CMA-WL (Parte 1).....	136
Figura 6.18: Dados de entrada e resultado após processamento para algoritmo CMA-WL (Parte 2).....	137
Figura A.1: Estrutura de uma antena de microlinha.....	147
Figura A.2: Desenho mecânico do elemento irradiador da ANT-GPS .....	148
Figura A.3: Antena projetada ANT-GPS .....	148
Figura A.4: Módulo do coeficiente de reflexão.....	149
Figura A.5: Diagrama de Smith.....	149

Figura A.6: Diagrama da razão axial.....	150
Figura A.7: Diagrama de Irradiação 3D.....	150
Figura A.8: Módulo do coeficiente de reflexão de entrada medido.....	151
Figura A.9: Diagrama de Smith medido.....	151
Figura A.10: Diagrama de Irradiação medido ( $\phi = 0^\circ$ ), frequência de 1,575 GHz.....	152
Figura A.11: Geometria do arranjo de antenas.....	153
Figura A.12: Módulo do coeficiente de transmissão – caso D2.....	154
Figura A.13: Módulo do coeficiente de transmissão – caso D3.....	155
Figura A.14: Módulo do coeficiente de transmissão – caso D1.....	156

# ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 4.1 : Comparação do custo computacional da família de algoritmos LMS.....	52
Tabela 4.2: Comparação do custo computacional da família de algoritmos de FROST. ....	55
Tabela 4.3: Comparação do custo computacional da família de algoritmos CMA.....	57
Tabela 4.4: Comparação do custo computacional da família de algoritmos NCMA.....	60
Tabela 5.1: Dados de entrada para conjunto de simulações do Cenário 1 para a família de algoritmos LMS.....	69
Tabela 5.2: Dados de entrada para conjunto de simulações do Cenário 2 para a família de algoritmos de FROST.....	75
Tabela 5.3: Dados de entrada para conjunto de simulações do Cenário 1 para a família de algoritmos de FROST.....	79
Tabela 5.4: Dados de entrada para conjunto de simulações do Cenário 2 para a família de algoritmos de FROST.....	85
Tabela 5.5: Dados de entrada para conjunto de simulações do Cenário 1 para a família de algoritmos CMA.....	90
Tabela 5.6: Dados de entrada para conjunto de simulações do Cenário 2 para a família de algoritmos CMA.....	96
Tabela 5.7: Dados de entrada para conjunto de simulações do Cenário 1 para a família de algoritmos NCMA.....	101
Tabela 5.8: Dados de entrada para conjunto de simulações do Cenário 2 para a família de algoritmos NCMA.....	107
Tabela 6.1: Especificações do dispositivo FPGA .....	121
Tabela 6.2: Características das antenas utilizadas nos ensaios SISO.....	123
Tabela 6.3: Número de interferentes usados e suas direções de chegada.....	131
Tabela 6.4: SER medida usando o algoritmo CMA-SL.....	132
Tabela 6.5: SER medida usando o algoritmo CMA-WL.....	135
Tabela A.1: Características do substrato e radome escolhidos.....	147
Tabela A.2: Separação do arranjo de antenas ANT-GPS.....	153

## LISTA DE ABREVIATURAS

AEL-D:	Subdivisão de Desenvolvimento da Divisão de Eletrônica
AIE:	Divisão de Integração e Ensaios
AM:	<i>Amplitude Modulation</i>
ASER:	<i>Average Symbol Error Rate</i> (Taxa de Erro de Símbolo Média)
BPSK:	<i>Binary Phase Shift Keying</i>
CFLS:	<i>Constrained Fast Least Squares</i>
CLMS:	<i>Constrained Least Mean Square</i>
CMA:	<i>Constant Modulus Algorithm</i>
CORDIC:	<i>Coordinate Rotation Digital Computer</i>
CW:	<i>Constant Wave</i> (Sinal de Frequência e Amplitude Constante)
DCTA:	Departamento de Ciência e Tecnologia Aeroespacial
DDC:	<i>Direct Downconversion</i> (Conversão Direta para Baixo)
DOA:	<i>Direction of Arrival</i> (Direção de Chegada)
DS-CDMA:	<i>Direct Sequence Code Division Multiple Access</i>
ESPRIT:	<i>Estimation of Signal Parameters Via Rotational Variance Techniques</i>
FLS:	<i>Fast Least Squares</i>
FPGA:	<i>Field Programmable Gate Array</i> (Arranjo de Portas Programável por Campo)
FM:	<i>Frequency Modulation</i>
GPR:	<i>Ground Penetrating Radar</i>
GPS:	<i>Global Positioning System</i> (Sistema de Posicionamento Global)
GSM:	<i>Global System for Mobile Communications</i>
IAE:	Instituto de Aeronáutica e Espaço
GMSK:	<i>Gaussian Minimum Shift Keying</i>
GSC:	<i>Generalized Sidelobe Canceller</i>
IFI:	Instituto de Fomento e Coordenação Industrial
INR:	<i>Interference to Noise Ratio</i> (Relação Interferente Ruído)
ISI:	<i>Inter Symbol Interference</i> (Interferência entre Símbolos)
JTAG:	<i>Joint Test Action Group</i>
LCMV:	<i>Linearly-Constrained Minimum Variance</i>
LMS:	<i>Least Mean Squares</i>
MIMO:	<i>Multiple-Input Multiple-Output</i> (Entrada Múltipla Saída Múltipla)
MMSE:	<i>Minimum Mean Square Error</i>
MSC:	<i>Multiple Sidelobe Canceller</i>
MSK:	<i>Minimum Shift Keying</i>
MUSIC:	<i>Multiple Signal Classification</i>

MVDR:	<i>Minimum Variance Distortionless Response</i> (Resposta de Mínima Variância sem Distorção)
NCMA:	<i>Normalized Constant Modulus Algorithm</i>
OQAM:	<i>Offset Quadrature Amplitude Modulation</i>
OQPSK:	<i>Offset Quadrature Phase Shift Keying</i>
PAM:	<i>Pulse Amplitude Modulation</i> (Modulação por Amplitude de Pulso)
PCD:	Polarização Circular Direita
PLL:	<i>Phase Locked Loop</i> (Lazo de Travamento de Fase)
PSK:	<i>Phase Shift Keying</i>
QAM:	<i>Quadrature Amplitude Modulation</i>
QPSK:	<i>Quadrature Phase Shift Keying</i>
RF:	Rádio-Frequência
RLS:	<i>Recursive Least Squares</i>
SER:	<i>Symbol Error Rate</i> (Taxa de Erro de Símbolo)
SISO:	<i>Single Input Single Output</i> (Entrada Simples – Saída Simples)
SL:	<i>Strictly Linear</i>
SMA:	<i>Subminiature Version A</i>
SNIR:	<i>Signal to Noise plus Interference Ratio</i> (Relação Sinal Ruído + Interferente)
SNR:	<i>Signal to Noise Ratio</i> (Relação Sinal Ruído)
ULA:	<i>Uniform Linear Array</i>
UWB:	<i>Ultra Wide Band</i>
VSWR:	<i>Voltage Standing Wave Ratio</i>
WL:	<i>Widely Linear</i>
WL-R:	<i>Rectilinear Widely Linear</i>

# 1. INTRODUÇÃO

Este capítulo introdutório trata em sua essência das motivações para o trabalho desenvolvido nesta dissertação. Além disso são mostrados os principais objetivos, a organização geral do trabalho e uma lista de publicações derivadas dos resultados alcançados.

## 1.1. MOTIVAÇÕES

Durante a década de 1990, uma série de trabalhos foram orientados à teoria de filtragem, mas no sentido de utilizar não apenas o fluxo de dados como entrada do filtro, como também seu complexo conjugado. Essa técnica, denominada *Processamento Largamente Linear*, foi inicialmente proposta por *Brown e Crane* [BROWN, 1969] no final da década de 1960 e posteriormente foi desenvolvida e aprofundada por *Chevalier* [CHEVALIER, 1995] com base nos trabalhos de *Picinbono* [PICINBONO, 1994], que estabelece o relacionamento entre a pseudocorrelação de um sinal e sua circularidade. A investigação do uso do processamento largamente linear em aplicações como separação cega de fontes [FERREOL, 2004], predição [PICINBONO, 1997], MIMO (*Multiple-Input Multiple-Output*) [GERSTACKER, 2004] entre outras [PIPON, 2006], apontam o potencial de melhoria de desempenho de um sistema através do uso do processamento largamente linear quando se respeitam determinadas condições.

Em um outro escopo, arranjos de antenas têm sido estudados desde a década de 1950 [ATTA, 1959] e desde então sua utilização tem sido constantemente ampliada. Quando as saídas das antenas são ponderadas por determinados pesos, os arranjos tornam-se ainda mais versáteis, permitindo a conformação do fator de rede. Com o desenvolvimento dos métodos e o aumento da capacidade computacional, os arranjos de antenas ganharam aplicações que abrangem desde localização de fontes de sinais até formação de imagens tomográficas [NAIDU, 2001] através do controle dos pesos de ponderação pelo uso de algoritmos adaptativos, dando origem à denominação de *Arranjos de Antenas Adaptativas*.

A união das técnicas de processamento largamente linear com os algoritmos utilizados para conformação de feixe em arranjos de antenas adaptativas faz com que, em determinadas situações, exista a possibilidade do arranjo de antenas desempenhar melhor a tarefa de mitigação de interferentes do que se as técnicas estritamente lineares forem empregadas. Contudo, o processamento largamente linear implica na utilização de dois fluxos de dados, sendo um deles o fluxo de dados original e outro o fluxo de dados complexo conjugado, o que pode causar um aumento da complexidade computacional para sua implementação. Daí a importância de se determinar quais situações são favoráveis ao emprego do processamento largamente linear e quais situações não justificam sua utilização. Finalmente, considerando as potencialidades teóricas do uso do processamento largamente linear em arranjos de antenas, a implementação e os ensaios práticos de tal sistema mostram-se essenciais para se determinar as reais vantagens e desvantagens de seu uso, bem como para apontar eventuais dificuldades, desafios e necessidades requeridas para sua implementação.

## 1.2. OBJETIVOS

Este trabalho propõe como objetivos principais os seguintes itens:

1. A extensão dos conceitos de processamento largamente linear a alguns algoritmos adaptativos destinados à conformação de feixe em arranjos de antenas;
2. Introduzir modificações nos algoritmos adaptativos largamente lineares propostos de forma a se reduzir sua complexidade computacional;
3. Verificar, através de simulações, a eficiência dos algoritmos propostos na tarefa de mitigação de interferentes, comparando-a com a eficiência dos algoritmos estritamente lineares destinados ao mesmo fim;
4. Implementar uma plataforma de testes em *hardware*, usando dispositivo de lógica programável para realizar os algoritmos de conformação de feixe, a partir do qual seja possível verificar as potencialidades, dificuldades de realização e desafios a serem suplantados e obter resultados comparativos reais entre o processamento clássico e o processamento largamente linear.

## 1.3. ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

Esta dissertação está organizada da seguinte forma:

- O Capítulo 2 trata da fundamentação matemática do processamento largamente linear, apresentando a definição do conceito de circularidade e de como esse conceito se aplica a diversos cenários das telecomunicações. São apresentados, ainda, alguns trabalhos recentes que fazem uso do processamento largamente linear, cobrindo o campo da equalização e da conformação de feixe.
- No Capítulo 3, apresenta-se o conceito de conformação de feixe clássico por arranjo de antenas. Além disso, são mostrados alguns algoritmos adaptativos utilizados para essa finalidade, englobando os algoritmos adaptativos treinados, sem treinamento e com restrições, e cegos ou autodidatas.
- A união do processamento largamente linear com a conformação de feixe em arranjo de antenas é mostrada no Capítulo 4 onde algoritmos adaptativos mostrados no Capítulo 3 são estendidos para o conceito largamente linear. Faz-se também uma discussão sobre a complexidade computacional envolvida no processamento largamente linear e, por fim, propõe-se alterações nos algoritmos adaptativos largamente lineares a fim de torná-los otimizados nos cenários de conformação de feixe envolvendo sinais incidentes reais. Com isso, esses algoritmos passam a ter custo computacional comparável às suas contrapartidas estritamente lineares, mantendo os ganhos em desempenho apresentados pelos algoritmos largamente lineares originais.
- Simulações dos algoritmos clássicos, largamente lineares e otimizados estão no Capítulo 5. São utilizados vários cenários de simulação para verificar o desempenho de cada algoritmo na tarefa de mitigação de interferentes, sendo os resultados apresentados como taxa de erro de símbolo, relação sinal-ruído mais interferente equivalente e ganho de desempenho dos algoritmos largamente lineares sobre suas

contrapartidas estritamente lineares.

- No Capítulo 6, uma plataforma real de testes para arranjos de antenas adaptativas é apresentada. São mostrados os resultados de medidas obtidos através dela, abrangendo caracterização de antenas, conformação de feixe não adaptativa e mitigação de interferentes utilizando algoritmo adaptativo cego, tanto na versão estritamente linear quanto na versão largamente linear.
- Finalmente, no Capítulo 7 são apresentadas conclusões e perspectivas futuras e, tendo em vista a importância de conceitos eletromagnéticos envolvidos em arranjos de antenas, algumas simulações e ensaios experimentais para determinação das características das antenas de microlinha utilizadas e os efeitos do acoplamento entre antenas do arranjo são apresentadas no Anexo A.

#### 1.4. TRABALHOS PUBLICADOS

Durante a execução desta dissertação, foram publicados artigos em congressos nacionais e internacionais mostrando alguns dos resultados relevantes alcançados.

A. Chinatto, C. C. M. Junqueira, J. M. T. Romano. “Optimized Blind Algorithms for Widely Linear Beamforming”, *International Telecommunications Symposium*, Manaus. Proceedings of ITS 2010.

A. Chinatto, C. C. M. Junqueira, J. M. T. Romano. “NCMA Otimizado para Mitigação de Interferentes Rectilineares Aplicado a Arranjos de Antenas”, *Simpósio de Aplicações Operacionais em Áreas de Defesa*, São José dos Campos, 2010.

A. Chinatto, C. C. M. Junqueira, J. M. T. Romano. “Interference Mitigation Using Widely Linear Arrays”, *17th European Signal Processing Conference*, Glasgow, 2009.

A. Chinatto, C. C. M. Junqueira, J. M. T. Romano. “Desempenho de Algoritmos de Antenas Adaptativas para Processamento Estritamente e Largamente Linear”, *XI Simpósio de aplicações Operacionais em Áreas de Defesa*, São José dos Campos, 2009.

## 2. PROCESSAMENTO LARGAMENTE LINEAR DE SINAIS

Um dos métodos mais utilizados para a determinação de filtros ótimos na abordagem clássica de filtragem é a minimização de uma determinada função de custo, como o erro quadrático médio, na qual são empregadas estatísticas de segunda ordem dos sinais envolvidos, como a função de autocorrelação e as funções de correlação cruzada. Embora ótimo para grande parte dos problemas, esse método mostra-se sub-ótimo para um conjunto de cenários em que um terceiro tipo de estatística de segunda ordem torna-se não nulo, a *circularidade*, caracterizada pela *pseudocorrelação* ou *função de relação*.

O estudo da *pseudocorrelação* permite classificar os sinais em dois grupos distintos, divididos entre os que apresentam *pseudocorrelação* nula (sinais *próprios*) e os que apresentam *pseudocorrelação* não-nula (sinais *impróprios*). A partir dos estudos iniciais de *Brown* e *Crane* [BROWN, 1969], pelo aprofundamento do trabalho de *Chevalier* e *Picinbono* [CHEVALIER, 1995] e finalmente pela conceituação final de *Chevalier* [CHEVALIER, 1996], mostra-se que, para cenários que contenham sinais *impróprios*, a utilização do sinal e de seu complexo conjugado na determinação do filtro ótimo leva a um desempenho superior ou no mínimo igual ao obtido através da abordagem clássica de filtragem. Essa nova metodologia foi chamada de *Processamento Largamente Linear*.

Se por um lado o desempenho do *Processamento Largamente Linear* é no pior caso igual ao desempenho fornecido pelo método clássico de filtragem, por outro o número de operações matemáticas envolvido é maior. Dessa forma, para que a utilização do *Processamento Largamente Linear* seja vantajosa é necessário que os sinais envolvidos satisfaçam determinadas condições relacionadas à *circularidade* e correlação cruzada, implicando na necessidade de se analisar o cenário ao qual o *Processamento Largamente Linear* será aplicado.

Este capítulo é iniciado com a apresentação do conceito de *circularidade* e suas implicações nas estatísticas de segunda ordem de um determinado sinal. Em seguida são analisadas as características de sinais *próprios* e *impróprios*, com exemplificação de cada caso. A fundamentação matemática do *Processamento Largamente Linear* é apresentada em seguida, sendo analisado o seu desempenho em comparação com a abordagem clássica de filtragem para vários casos. Finalizando o capítulo encontram-se aplicações do *Processamento Largamente Linear* em equalização e formação de feixe em arranjos de antenas.

## 2.1. CIRCULARIDADE

Seja  $\mathbf{z}$  um vetor aleatório do espaço  $\mathbf{C}^n$  tal que:

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_R + j \mathbf{x}_I \quad (2.1)$$

onde  $\mathbf{x}_R$  e  $\mathbf{x}_I$  são vetores de valores reais pertencentes ao espaço  $\mathbf{R}^n$ ,  $j \stackrel{\text{def}}{=} \sqrt{-1}$  e  $\mathbf{x}$  seja formado pelas amostras obtidas nos instantes  $t = 1, 2, \dots, N$ , ou seja:

$$\mathbf{x} = [x_1 x_2 x_3 \dots x_N]^T = [x_{R_1} x_{R_2} x_{R_3} \dots x_{R_N}]^T + j [x_{I_1} x_{I_2} x_{I_3} \dots x_{I_N}]^T, \quad (2.2)$$

onde  $(\cdot)^T$  denota a operação de transposição. Nessas condições, vetor  $\mathbf{x}$  é dito *normal* ou Gaussiano se  $\mathbf{x}_R$  e  $\mathbf{x}_I$  formam um par de vetores aleatórios conjuntamente *normais*. Sejam ainda as funções estatísticas de segunda ordem para as variáveis aleatórias  $\mathbf{x}_R$  e  $\mathbf{x}_I$ :

$$\mathbf{R}_{RR} = \mathbf{E} \left\{ \mathbf{x}_R \mathbf{x}_R^T \right\}, \quad (2.3)$$

$$\mathbf{R}_{II} = \mathbf{E} \left\{ \mathbf{x}_I \mathbf{x}_I^T \right\} \quad (2.4)$$

e,

$$\mathbf{R}_{RI} = \mathbf{E} \left\{ \mathbf{x}_R \mathbf{x}_I^T \right\} = \left\{ \mathbf{E} \left\{ \mathbf{x}_I \mathbf{x}_R^T \right\} \right\}^T = \mathbf{R}_{IR}^T, \quad (2.5)$$

onde  $\mathbf{R}_{RR}$  e  $\mathbf{R}_{II}$  correspondem às funções de autocorrelação das variáveis aleatórias  $\mathbf{x}_R$  e  $\mathbf{x}_I$ , respectivamente, e  $\mathbf{R}_{RI}$  e  $\mathbf{R}_{IR}$  correspondem às funções de correlação cruzada entre  $\mathbf{x}_R$  e  $\mathbf{x}_I$ . Caso as funções de correlação cruzada  $\mathbf{R}_{RI}$  e  $\mathbf{R}_{IR}$  sejam nulas, então os vetores  $\mathbf{x}_R$  e  $\mathbf{x}_I$  são ditos ortogonais. Além disso, se os vetores  $\mathbf{x}_R$  e  $\mathbf{x}_I$  possuírem médias nulas, então estes vetores também são ditos descorrelacionados.

Para um sinal desse tipo, com as *matrizes de correlação cruzada*  $\mathbf{R}_{RI}$  e  $\mathbf{R}_{IR}$  nulas e com as respectivas médias  $\mathbf{E} \left\{ \mathbf{x}_R \right\}$  e  $\mathbf{E} \left\{ \mathbf{x}_I \right\}$  também nulas, é fácil notar que a *função* ou *matriz de autocorrelação*  $\mathbf{R}_{xx}$ , definida por:

$$\mathbf{R}_{xx} = \mathbf{E} \left\{ \mathbf{x} \mathbf{x}^H \right\}, \quad (2.6)$$

onde  $(\cdot)^H$  indica operação conjunta de transposição e conjugação ou *transposição Hermitiana*, pode ser escrita como a soma das matrizes de autocorrelação das variáveis aleatórias componentes  $\mathbf{x}_R$  e  $\mathbf{x}_I$ , ou seja:

$$\mathbf{R}_{xx} = \mathbf{E} \left\{ \mathbf{x}_R \mathbf{x}_R^T \right\} + \mathbf{E} \left\{ \mathbf{x}_I \mathbf{x}_I^T \right\}. \quad (2.7)$$

Além disso, sob as mesmas condições estatísticas de  $\mathbf{x}_R$  e  $\mathbf{x}_I$ , a *função* ou *matriz de pseudocorrelação*, definida por:

$$\mathbf{C}_{xx} = \mathbf{E} \{ \mathbf{x} \mathbf{x}^T \}, \quad (2.8)$$

pode ser escrita como a subtração das matrizes de autocorrelação das variáveis aleatórias componentes  $\mathbf{x}_R$  e  $\mathbf{x}_I$ :

$$\mathbf{C}_{xx} = \mathbf{E} \{ \mathbf{x}_R \mathbf{x}_R^T \} - \mathbf{E} \{ \mathbf{x}_I \mathbf{x}_I^T \}. \quad (2.9)$$

caso  $\mathbf{x}_R$  e  $\mathbf{x}_I$  sejam estatisticamente independentes.

Uma das características importantes relacionadas à função de pseudocorrelação está associada ao conceito de *circularidade*. Um vetor aleatório complexo  $\mathbf{x}$  é dito *normal e circular* se, além de *normal*, sua função de pseudocorrelação for nula, ou seja,

$$\mathbf{C}_{xx} = \mathbf{E} \{ \mathbf{x} \mathbf{x}^T \} = \mathbf{0}. \quad (2.10)$$

Uma das consequências importantes que decorrem da equação (2.10) é a invariância à rotação. Assim, se a equação (2.10) se verifica, pode-se afirmar que o conjunto de estatísticas de segunda ordem do vetor aleatório complexo  $\mathbf{x}$  são idênticas às estatísticas de segunda ordem de um vetor aleatório  $\mathbf{y} = e^{j\alpha} \mathbf{x}$ , onde  $\alpha$  um escalar real. É fácil verificar que a função de *autocorrelação* de  $\mathbf{y}$  é igual à função de *autocorrelação* de  $\mathbf{x}$ , pois:

$$\mathbf{E} \{ \mathbf{y} \mathbf{y}^H \} = e^{j\alpha} e^{-j\alpha} \mathbf{E} \{ \mathbf{x} \mathbf{x}^H \} = \mathbf{E} \{ \mathbf{x} \mathbf{x}^H \}. \quad (2.11)$$

Também é de fácil verificação que a única forma de  $\mathbf{C}_{yy}$  ser igual à  $\mathbf{C}_{xx}$  é que  $\mathbf{C}_{xx}$  seja nula, já que:

$$\mathbf{E} \{ \mathbf{y} \mathbf{y}^T \} = e^{j\alpha} e^{j\alpha} \mathbf{E} \{ \mathbf{x} \mathbf{x}^T \} = e^{2j\alpha} \mathbf{E} \{ \mathbf{x} \mathbf{x}^T \} = e^{2j\alpha} \mathbf{C}_{xx}. \quad (2.12)$$

Uma segunda consequência importante do conceito de *circularidade* é que para a função de *pseudocorrelação* ser nula, necessariamente as variâncias das variáveis aleatórias real  $\mathbf{x}_R$  e imaginária  $\mathbf{x}_I$  devem ser iguais, uma vez que:

$$\mathbf{C}_{xx} = \mathbf{E} \{ \mathbf{x}_R \mathbf{x}_R^T \} - \mathbf{E} \{ \mathbf{x}_I \mathbf{x}_I^T \} = \mathbf{0} \Rightarrow \mathbf{E} \{ \mathbf{x}_R \mathbf{x}_R^T \} = \mathbf{E} \{ \mathbf{x}_I \mathbf{x}_I^T \}. \quad (2.13)$$

Assim, a equação (2.13) impõe que para um vetor aleatório  $\mathbf{x} = \mathbf{x}_R + j \mathbf{x}_I$  ser *normal circular*, uma condição necessária, mas não suficiente, é que as variâncias de seus componentes real  $\mathbf{x}_R$  e imaginário  $\mathbf{x}_I$  sejam iguais. Em termos físicos, pode-se dizer que isso significa que os valores RMS dos componentes real e imaginário de um sinal analítico qualquer devem ser iguais para que o sinal possa ser considerado *normal circular*.

A Figura 2.1 ilustra como o conceito de *circularidade* afeta as estatísticas de segunda ordem de variáveis aleatórias. Dois vetores aleatórios  $\mathbf{x} = \mathbf{x}_R + j \mathbf{x}_I$  e  $\mathbf{y} = \mathbf{y}_R + j \mathbf{y}_I$  foram criados. Para o vetor aleatório  $\mathbf{x}$ , os componentes real  $\mathbf{x}_R$  e imaginário  $\mathbf{x}_I$  são vetores reais aleatórios independentes entre si, com média nula e com variância unitária. Já para o vetor aleatório  $\mathbf{y}$ , os componentes real  $\mathbf{y}_R$  e imaginário  $\mathbf{y}_I$  também são vetores reais aleatórios independentes entre si e com média nula, porém, o componente real  $\mathbf{y}_R$  possui variância unitária e o componente imaginário  $\mathbf{y}_I$  possui um oitavo da variância de  $\mathbf{y}_R$ . Para os dois vetores  $\mathbf{x}$  e  $\mathbf{y}$ , foram criadas figuras representando seus espalhamentos no plano  $\mathbb{C}^2$  (Figura 2.1.a e 2.1.b), a parte real de suas funções de *autocorrelação* (Figura 2.1.c e 2.1.d), a parte real de suas funções de *pseudocorrelação* (Figuras 2.1.e e 2.1.f) e a parte real das funções de correlação cruzada entre os componentes real e imaginário (Figuras 2.1.g e 2.1.h). Com base no exposto nos parágrafos anteriores, pode-se afirmar que o vetor  $\mathbf{x}$  é *normal circular*, porém, o vetor  $\mathbf{y}$  é *normal* mas *não-circular*, uma vez que a variância dos componentes real e imaginário é diferente para esse caso. Pode-se confirmar esse fato através da análise das funções de *pseudocorrelação*, que para o caso  $\mathbf{x}$  é nula mas para o caso  $\mathbf{y}$  é não nula, fazendo com que o vetor  $\mathbf{y}$  não obedeça à equação (2.10). Além disso, também pode ser dito que o vetor  $\mathbf{y}$  também não obedece à equação (2.13), uma vez que as variâncias dos componentes real e imaginário são diferentes.

Para ilustrar a invariância à rotação de variáveis aleatórias *normais circulares*, os vetores de dados  $\mathbf{x}$  e  $\mathbf{y}$  utilizados para gerar a Figura 2.1 foram multiplicados por  $e^{j\pi/4}$ , ou seja, foram rotacionados de  $45^\circ$  em sentido anti-horário no plano  $\mathbb{C}^2$ . Com isso as estatísticas de segunda ordem de  $\mathbf{x}$  são mantidas, uma vez que este vetor é *normal circular*, e as estatísticas de segunda ordem de  $\mathbf{y}$  são alteradas, uma vez que este vetor é *não-circular*. Os resultados da rotação proposta são ilustrados pela Figura 2.2, nos mesmos moldes do realizado para a Figura 2.1. Como é possível visualizar através da comparação entre as Figuras 2.1.a, 2.1.c, 2.1.e e 2.1.g com as Figuras 2.2.a, 2.2.c, 2.2.e e 2.2.g, embora o vetor  $\mathbf{x}$  tenha sofrido rotação de  $45^\circ$  suas estatísticas de segunda ordem (*autocorrelação*, *pseudocorrelação* e *correlação cruzada* entre as partes imaginária e real) mantiveram-se inalteradas. Já o vetor  $\mathbf{y}$  não sofre da mesma sorte ao ser submetido a uma rotação idêntica à aplicada ao vetor  $\mathbf{x}$ . Embora a parte real da *pseudocorrelação* do vetor  $\mathbf{y}$  seja anulada quando este sofre uma rotação de  $45^\circ$ , os componentes real e imaginário deixam de ser estatisticamente independentes, e novamente este vetor não pode ser considerado *normal circular*, muito embora as equações (2.10) e (2.13) possam ser obedecidas para alguns valores de  $\alpha$ , mais precisamente para  $\alpha = (2k + 1)\pi/4$ , onde  $k$  corresponde a um número inteiro.

As variáveis aleatórias *normais circulares* podem também ser chamadas de *próprias*, ao passo que aquelas que não são *normais circulares* podem ser chamadas de *impróprias*. A análise das Figuras 2.1 e 2.2 permite dizer que os vetores *impróprios*, de modo geral, têm um espalhamento sobre o plano  $\mathbb{C}^2$  que tende a se achatar sobre uma linha reta, de onde pode se definir o termo *rectilinear* para aquelas variáveis aleatórias cujo achatamento do espalhamento é total. Deve-se atentar, porém, que a análise da constelação de símbolos no plano  $\mathbb{C}^2$  não é suficiente para se determinar se um vetor aleatório é *próprio* ou *impróprio*, uma vez que uma condição necessária à *circularidade* é que os componentes real e imaginário de um vetor aleatório devem ser independentes.

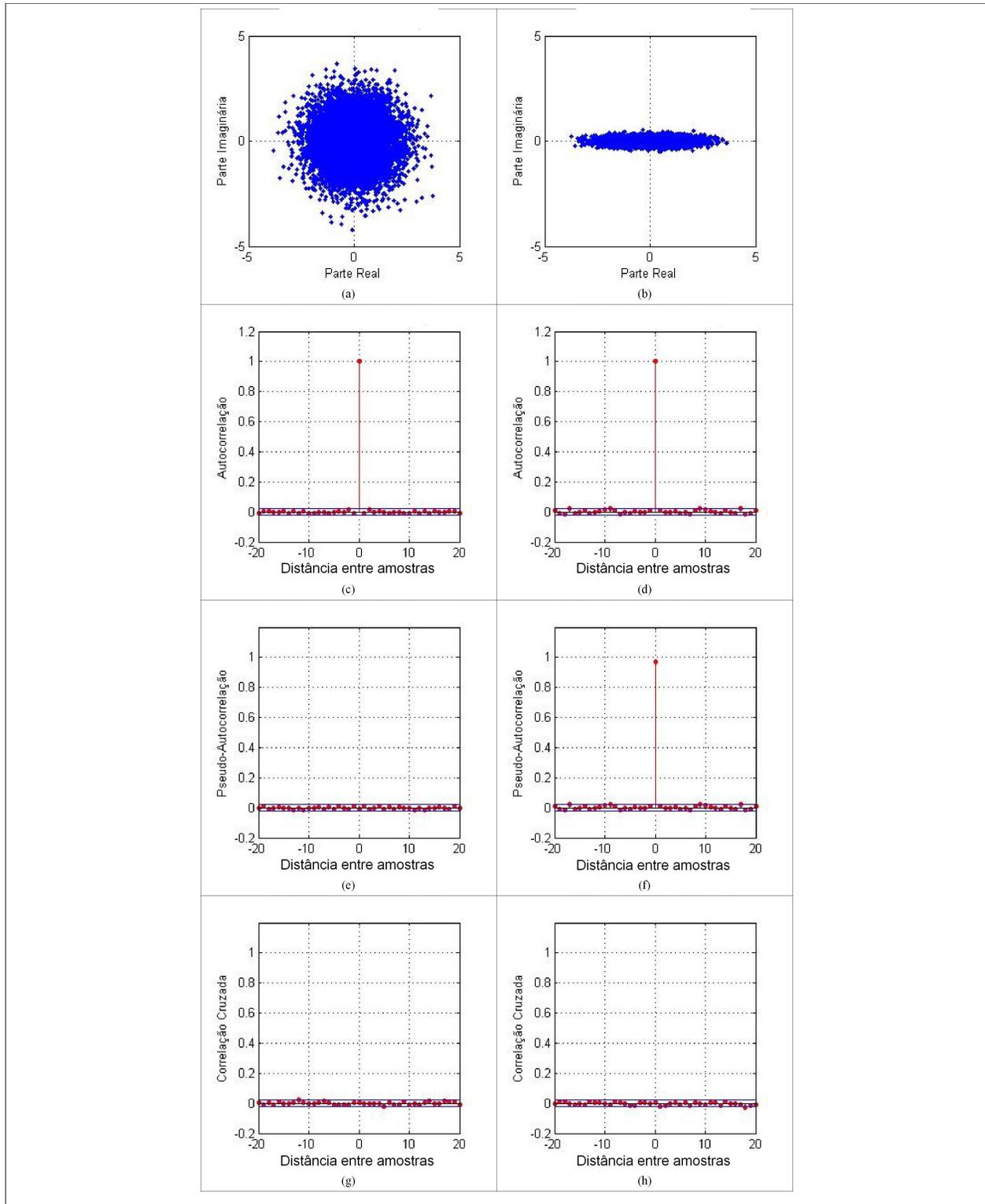


Figura 2.1: Estatísticas de segunda ordem para sinal circular e não-circular: Caso 1.

(a) Espalhamento de  $\mathbf{x}$  no plano  $\mathbb{C}^2$ ; (b) Espalhamento de  $\mathbf{y}$  no plano  $\mathbb{C}^2$ ; (c) Parte real da função de Autocorrelação de  $\mathbf{x}$ ; (d) Parte real da função de Autocorrelação de  $\mathbf{y}$ ; (e) Parte real da Pseudocorrelação de  $\mathbf{x}$ ; (f) Parte real da Pseudocorrelação de  $\mathbf{y}$ ; (g) Parte real da Correlação cruzada de  $\mathbf{x}_R$  e  $\mathbf{x}_I$ ; (h) Parte real da Correlação cruzada de  $\mathbf{y}_R$  e  $\mathbf{y}_I$ .

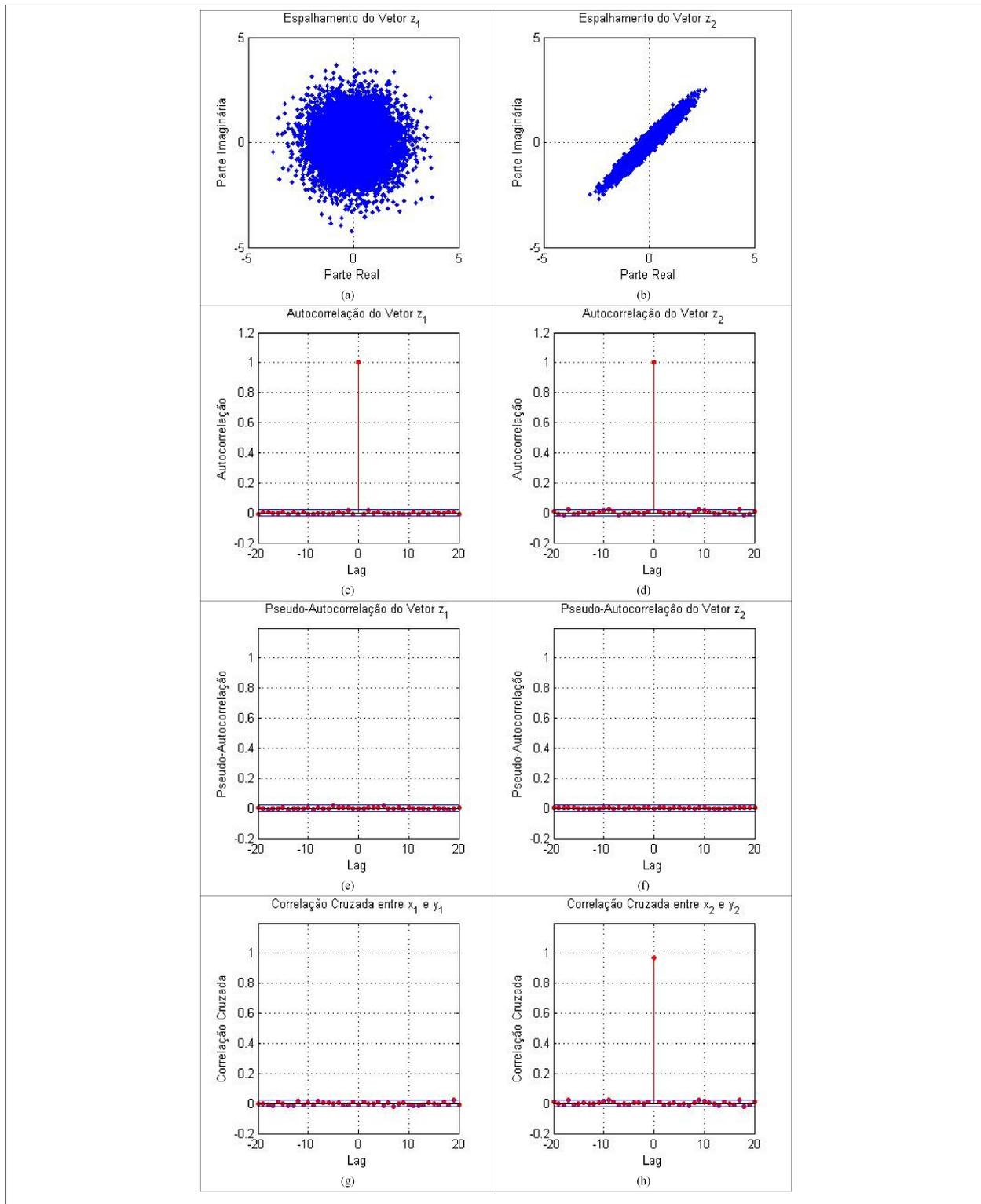


Figura 2.2: Estatísticas de segunda ordem para sinal circular e não-circular: Caso 2.

(a) *Espalhamento de  $\mathbf{x}$  no plano  $\mathbb{C}^2$* ; (b) *Espalhamento de  $\mathbf{y}$  no plano  $\mathbb{C}^2$* ; (c) *Parte real da função de Autocorrelação de  $\mathbf{x}$* ; (d) *Parte real da função de Autocorrelação de  $\mathbf{y}$* ; (e) *Parte real da Pseudocorrelação de  $\mathbf{x}$* ; (f) *Parte real da Pseudocorrelação de  $\mathbf{y}$* ; (g) *Parte real da Correlação cruzada de  $\mathbf{x}_R$  e  $\mathbf{x}_I$* ; (h) *Parte real da Correlação cruzada de  $\mathbf{y}_R$  e  $\mathbf{y}_I$* .

## 2.2. SINAIS PRÓPRIOS E IMPRÓPRIOS

Na seção anterior, introduziu-se o conceito de *circularidade* de variáveis aleatórias *complexas normais*, através da análise das estatísticas de segunda ordem de tais variáveis, como as funções de *autocorrelação*, *pseudocorrelação* e *correlação cruzada* entre as componentes real e imaginária da variável aleatória. Nesta seção são estudadas algumas situações que podem representar sinais cujas amostras temporais podem ou não serem consideradas como exemplos de vetores *complexos circulares*. Para todos os vetores  $\mathbf{x}$  propostos a seguir, é adotada a convenção  $\mathbf{x} = \mathbf{x}_R + j \mathbf{x}_I$ .

### 2.2.1. SINAL TRANSMITIDO REAL

Uma das situações mais simples que podem ocorrer em Telecomunicações corresponde à transmissão de um sinal real amostrado no tempo. Exemplos de tais sinais são as modulações do tipo PAM (*Pulse Amplitude Modulation*), nas quais uma amostra é convertida em símbolos posicionados sobre o eixo real do plano  $\mathbb{C}^2$ , estatisticamente igualmente distribuídos no que tange aos semiplanos positivo e negativo. O sinal resultante de uma modulação PAM apresenta as seguintes características:

$$\mathbf{R}_{xx} = \mathbf{E} \left\{ \mathbf{x}_R \mathbf{x}_R^T \right\} + \mathbf{E} \left\{ \mathbf{x}_I \mathbf{x}_I^T \right\} = \mathbf{E} \left\{ \mathbf{x}_R \mathbf{x}_R^T \right\}, \quad (2.14)$$

$$\mathbf{C}_{xx} = \mathbf{E} \left\{ \mathbf{x}_R \mathbf{x}_R^T \right\} - \mathbf{E} \left\{ \mathbf{x}_I \mathbf{x}_I^T \right\} > \mathbf{0}, \quad (2.15)$$

$$\mathbf{R}_{R_I} = \mathbf{R}_{I_R} = \mathbf{E} \left\{ \mathbf{x}_R \mathbf{x}_I^T \right\} = \mathbf{0}, \quad (2.16)$$

o que caracteriza o sinal  $\mathbf{x}$  como um sinal *rectilinear* e *impróprio*, uma vez que a *função de pseudocorrelação* não é nula.

### 2.2.2. SINAL COMPLEXO CONJUNTAMENTE CIRCULAR

Quando um sinal complexo é formado por componentes real e imaginário com média nula, mesma variância e estatisticamente independentes tem-se um caso conjuntamente *circular*. Um sinal desse tipo caracteriza-se por apresentar um conjunto de estatísticas de segunda ordem como:

$$\mathbf{R}_{xx} = \mathbf{E} \left\{ \mathbf{x}_R \mathbf{x}_R^T \right\} + \mathbf{E} \left\{ \mathbf{x}_I \mathbf{x}_I^T \right\} = 2 \mathbf{E} \left\{ \mathbf{x}_I \mathbf{x}_I^T \right\}, \quad (2.17)$$

$$\mathbf{C}_{xx} = \mathbf{E} \left\{ \mathbf{x}_R \mathbf{x}_R^T \right\} - \mathbf{E} \left\{ \mathbf{x}_I \mathbf{x}_I^T \right\} = \mathbf{0} \quad (2.18)$$

$$\mathbf{R}_{R_I} = \mathbf{R}_{I_R} = \mathbf{E} \left\{ \mathbf{x}_R \mathbf{x}_I^T \right\} = \mathbf{0}. \quad (2.19)$$

Um sinal complexo conjuntamente *circular* pode ser obtido através de modulações complexas como QPSK

(*Quadrature Phase Shift Keying*) ou QAM (*Quadrature Amplitude Modulation*), por exemplo, e também através da amostragem em fase e quadratura de uma fonte de sinal aleatória e estacionária.

### 2.2.3. SINAL COM MODULAÇÃO TIPO *STAGGERED*

Os esquemas de modulação digital complexa como QPSK e QAM, embora largamente utilizados como sinais práticos de telecomunicações, especialmente em comunicações sem fio, possuem um inconveniente que pode acarretar problemas nos receptores quando se utilizam amplificadores não-lineares, que via de regra são mais baratos que amplificadores lineares. Esses inconvenientes são causados por mudanças de  $180^\circ$  na fase do sinal recebido, com conseqüente cruzamento pelo zero. A título de ilustração, supondo-se uma modulação do tipo QPSK e convencionando-se que os pares de *bits* sejam distribuídos no plano  $\mathbb{C}^2$  conforme ilustrado na Figura 2.3, tem-se transições de  $180^\circ$  caso pares vizinhos sejam complementares (como por exemplo os pares de *bits* “10” e “01”) e transições de  $90^\circ$  caso pares vizinhos apresentem apenas um *bit* diferente (como por exemplo os pares de *bits* “10” e “00”).

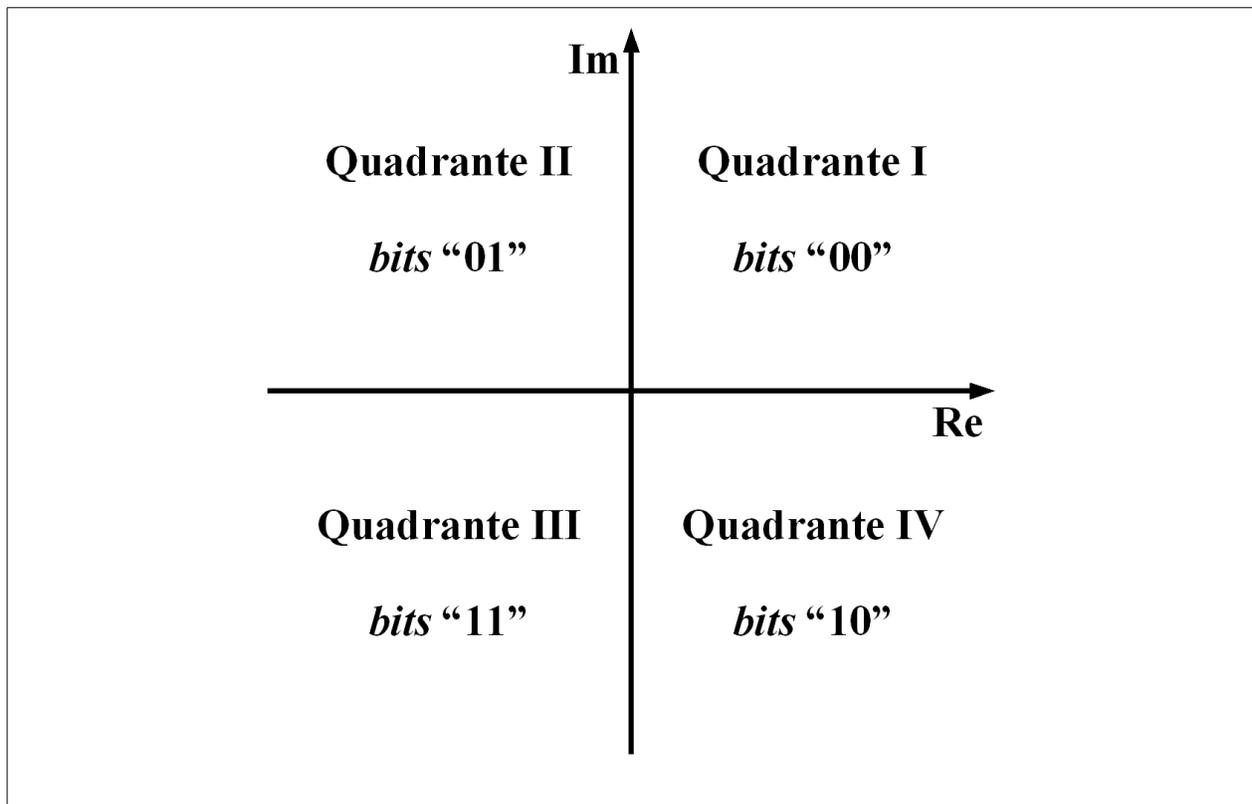


Figura 2.3: Mapeamento de símbolos formados por dois *bits* no plano complexo.

Obviamente, para se evitar as transições de  $180^\circ$  é necessário não permitir que haja variação simultânea de

todos os *bits* de uma modulação complexa, ou seja, que a parte imaginária seja mantida quando a parte real variar e vice-versa. Pode-se, por exemplo, implementar essa técnica limitando-se os ramos da treliça que gera a modulação, o que implica em se correlacionar símbolos adjacentes. A Figura 2.4 ilustra dois casos de treliça para a modulação QPSK. A Figura 2.4.a representa a treliça da modulação QPSK normal e Figura 2.4.b representa a treliça da modulação QPSK com transições limitadas a  $90^\circ$ . A consequência imediata da limitação dos ramos da treliça a variações de fase de no máximo  $90^\circ$  é a diminuição da taxa efetiva de *bits* transmitidos, uma vez que dois símbolos de uma modulação QPSK suporta 4 *bits* ao passo que dois símbolos de uma modulação QPSK limitada suporta apenas 3 *bits*. O mesmo raciocínio pode ser extrapolado para qualquer outro tipo de modulação que correlacione o símbolo a ser transmitido com o símbolo anterior já transmitido.

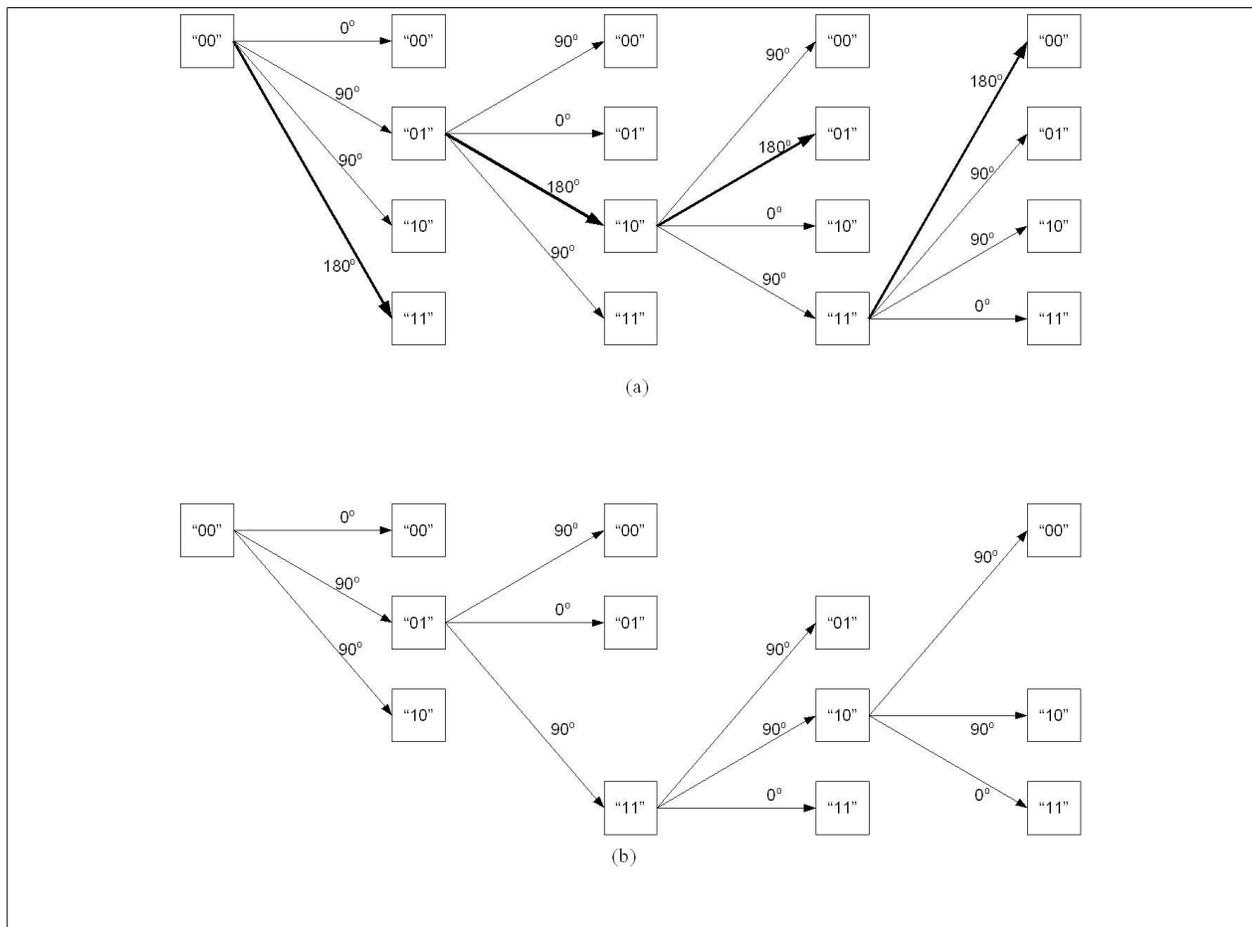


Figura 2.4: Gráfico tipo treliça mostrando as variações de fase entre símbolos para modulação QPSK.

(a) Modulação QPSK normal e (b) Modulação QPSK sem as transições de  $180^\circ$ .

Uma outra forma de se evitar as transições de  $180^\circ$  na fase, porém sem perda de eficiência de transmissão de *bits*, consiste em modular o sinal normalmente e então provocar um deslocamento temporal de  $90^\circ$  no componente em quadratura. Vale salientar que esse procedimento provoca um aumento efetivo na taxa de transmissão, que é efetivamente dobrada devido ao deslocamento temporal de  $90^\circ$ . Esse tipo de procedimento gera um tipo de

modulação denominado modulação *staggered* devido ao fato de as componentes em fase e em quadratura serem distribuídas em forma de zigue-zague. Vários tipos de modulação *staggered* existem na prática, destacando-se a modulação OQPSK (*Offset Quadrature Phase Shift Keying*), OQAM (*Offset Quadrature Amplitude Modulation*), MSK (*Minimum Shift Keying*) e GMSK (*Gaussian Minimum Shift Keying*).

No caso da modulação MSK, os *bits* em fase e em quadratura são substituídos por semiciclos senoidais, sendo que símbolos positivos (+1) são representados pelo semiciclo senoidal contido entre as fases 0 e  $\pi$ , e os símbolos negativos (-1) são representados pelo semiciclo senoidal contido entre as fases  $\pi$  e  $2\pi$ . Após os *bits* serem substituídos pelos semiciclos senoidais, o componente em quadratura sofre um atraso de  $90^\circ$  e então os componentes em fase e em quadratura são combinados formando o fluxo de símbolos modulados de acordo com o esquema MSK. A Figura 2.5 ilustra as fases desse processo.

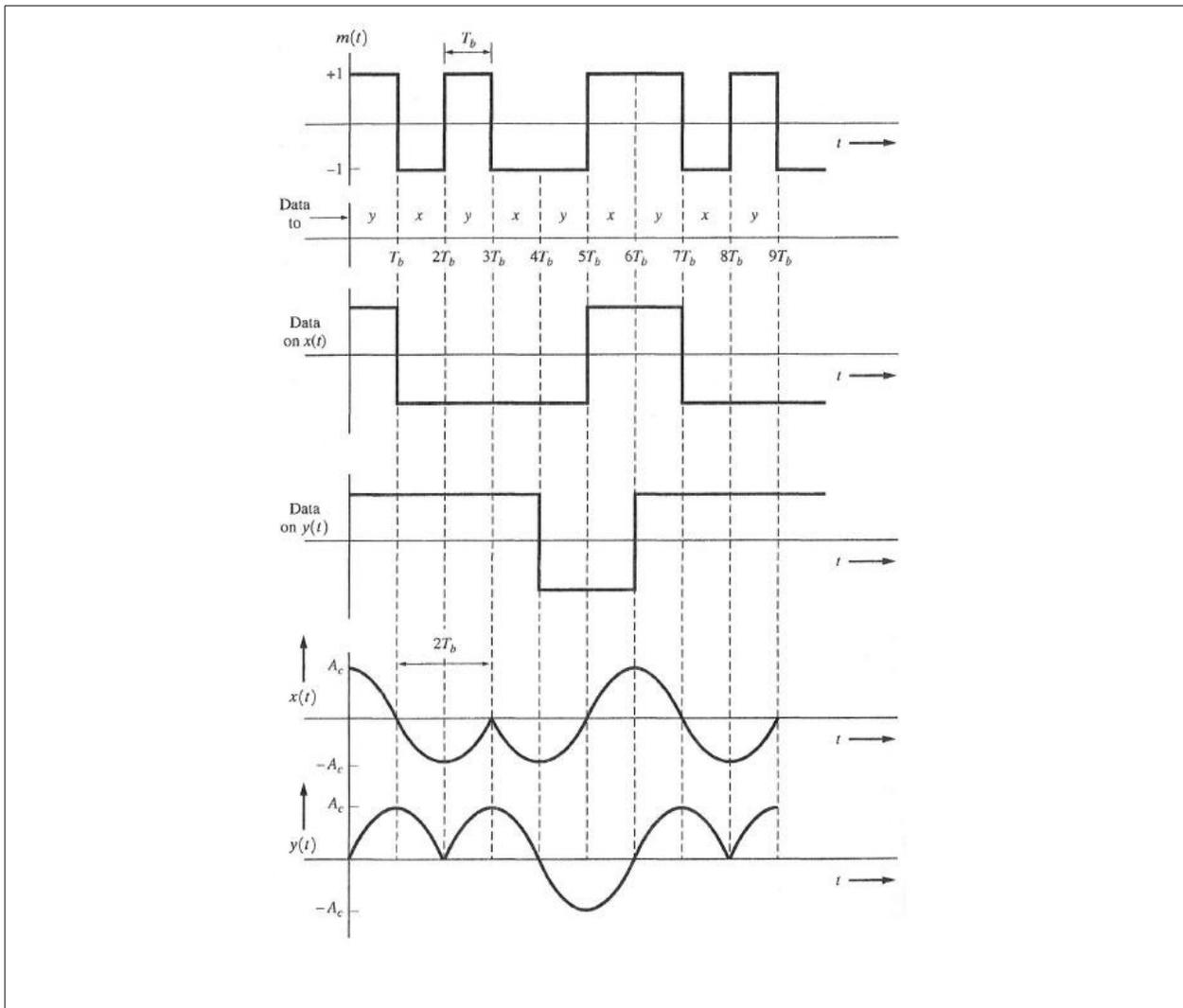


Figura 2.5: Passos da modulação MSK.

Quando uma sequência de símbolos é modulada segundo o procedimento definido pelo MSK e transmitida, caso o receptor tenha a capacidade de realizar exatamente o alinhamento de fase do sinal recebido de tal forma que as amostras sejam coletadas nos instantes  $nT_b$  ilustrados na Figura 2.5, tem-se que o sinal em fase é não nulo apenas para  $n$  par, ao passo que o sinal em quadratura é não nulo apenas para  $n$  ímpar. Dessa forma, a sequência de símbolos na recepção pode ser separada em duas sequências temporalmente independentes, uma para  $n$  par e uma para  $n$  ímpar. É imediato concluir então que um sinal sujeito à modulação MSK (assim como às demais modulações do tipo *staggered*) pode ser tratado como dois sinais temporalmente independentes e *rectilineares*, possuindo cada um deles as características das estatísticas de segunda ordem semelhantes às do sinal transmitido real abordado na sub-seção 2.2.1, sendo, portanto, *não-circulares*.

### 2.3. PROCESSAMENTO LARGAMENTE LINEAR

Conforme apresentado na seção 2.2, levando-se em consideração as estatísticas de segunda ordem torna-se possível atribuir o conceito de *circularidade* a um determinado sinal. Essa característica, não utilizada nos métodos clássicos de filtragem, levou *Chevalier e Picinbono* [CHEVALIER, 1995] a desenvolver a fundamentação matemática de um novo método de filtragem, no qual se utiliza tanto o sinal recebido quando seu complexo conjugado para a obtenção do filtro. Esse método foi denominado por *Chevalier* [CHEVALIER, 1996] como *Processamento Largamente Linear*. Nas sub-seções a seguir é apresentada a estrutura matemática do *Processamento Largamente Linear* e seu desempenho é comparado com o método clássico de filtragem.

#### 2.3.1. ABORDAGEM CLÁSSICA DE FILTRAGEM OU PROCESSAMENTO ESTRITAMENTE LINEAR

A abordagem clássica de filtragem, também denominada *Processamento Estritamente Linear*, tem sido aplicada aos mais diferentes tipos de problemas como equalização, estimação, modelagem, mitigação de interferentes, direcionamento de lóbulos de arranjos de antenas e determinação de tendências, por exemplo. O *Processamento Estritamente Linear* geralmente tem como objetivo a minimização de uma determinada grandeza estatística que pode ser, por exemplo, o erro quadrático médio determinado entre a amostra analisada e um sinal tomado como referência. Dessa forma, seja  $\mathbf{x}(k)$  um vetor amostra complexo recebido no instante  $k$  e seja  $d(k)$  o valor do sinal de referência no instante  $k$ . Caso o sinal recebido  $\mathbf{x}(k)$  seja passado por um filtro espacial  $\mathbf{w}$ , tem-se como resultado:

$$y(k) = \mathbf{w}^H \mathbf{x}(k). \quad (2.20)$$

Definindo-se a função erro estritamente linear  $e_{SL}(k)$  como:

$$e_{SL}(k) = d(k) - y(k) = d(k) - \mathbf{w}^H \mathbf{x}(k), \quad (2.21)$$

então o problema de filtragem clássica consiste em se determinar o filtro complexo ótimo  $\mathbf{w}=\mathbf{w}_o$  que minimiza a função custo correspondente ao erro quadrático médio, definida como:

$$\mathbf{J}_{SL}(\mathbf{w}_o)=\epsilon_{SL}^2=\mathbf{E}\{|d(k)-\mathbf{w}_o^H \mathbf{x}(k)|^2\}, \quad (2.22)$$

onde  $\epsilon_{SL}^2$  corresponde ao erro quadrático médio associado à filtragem estritamente linear.

Vale ressaltar que  $\mathbf{x}(k)$  pode pertencer a  $\mathbf{C}^m$ , ou seja, cada amostra de  $\mathbf{x}$  no instante  $k$  pode consistir de  $m$  elementos complexos, fazendo com que  $\mathbf{x}(k)$  corresponda a um vetor de  $m$  linhas e 1 coluna, representado por  $(m,1)$ . Esse caso é obtido quando se trabalha com arranjos de antenas com  $m$  receptores e sem filtragem temporal, por exemplo. Nesse caso, o filtro complexo ótimo  $\mathbf{w}_o$  também será composto por  $m$  linhas, constituindo-se por um vetor  $(m,1)$ .

É sabido que:

$$|e_{SL}(k)|^2=e_{SL}(k)e_{SL}^*(k), \quad (2.23)$$

onde o operador  $(\cdot)^*$  denota conjugação complexa. Dessa forma, (2.22) pode ser escrito na forma:

$$\mathbf{J}_{SL}(\mathbf{w}_o)=\mathbf{E}\{[d(k)-\mathbf{w}_o^H \mathbf{x}(k)][d^*(k)-\mathbf{w}_o^T \mathbf{x}^*(k)]\}, \quad (2.24)$$

de onde se chega a:

$$\mathbf{J}_{SL}(\mathbf{w}_o)=\mathbf{E}\{d(k)d^*(k)\}-\mathbf{w}_o^H \mathbf{E}\{\mathbf{x}(k)d^*(k)\}-\mathbf{w}_o^T \mathbf{E}\{\mathbf{x}^*(k)d(k)\}+\mathbf{w}_o^H \mathbf{E}\{\mathbf{x}(k)\mathbf{x}^*\} \mathbf{w}_o. \quad (2.25)$$

Utilizando-se das notações dos momentos de segunda-ordem, tem-se, então:

$$\mathbf{J}_{SL}(\mathbf{w}_o)=\sigma_d^2-\mathbf{w}_o^H \mathbf{R}_{xd}-\mathbf{w}_o^T \mathbf{R}_{dx}+\mathbf{w}_o^H \mathbf{R}_{xx} \mathbf{w}_o, \quad (2.26)$$

onde  $\sigma_d^2$  corresponde à potência do sinal desejado  $d$ .

A função custo  $\mathbf{J}_{SL}(\mathbf{w}_o)$  atinge seu valor mínimo no ponto em que seu gradiente iguala-se a zero, ou seja:

$$\nabla_{\mathbf{w}_o}\{\mathbf{J}_{SL}(\mathbf{w}_o)\}=0. \quad (2.27)$$

Dessa forma, aplicando-se a derivada em relação a  $\mathbf{w}_o$  na equação (2.26), igualando-se a zero e definindo-se a correlação cruzada entre  $\mathbf{x}$  e  $d$  como  $\mathbf{R}_{xd}=\mathbf{p}$ , tem-se:

$$2(\mathbf{p}-\mathbf{R}_{xx} \mathbf{w}_o)=0 \quad (2.28)$$

de onde se chega à solução ótima ou de Wiener para o problema, dada por:

$$\mathbf{w}_o = \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{p}. \quad (2.29)$$

### 2.3.2. ABORDAGEM LARGAMENTE LINEAR

Conforme mencionado, a idéia central defendida pelo Processamento Largamente Linear é utilizar tanto o sinal recebido quando seu complexo conjugado para a determinação do filtro ótimo. Dessa forma, a resposta obtida na saída do filtro espacial ao qual o sinal recebido  $\mathbf{x}(k)$  é submetido adquire a forma:

$$y = \mathbf{w}_1^H \mathbf{x} + \mathbf{w}_2^H \mathbf{x}^*, \quad (2.30)$$

onde, por motivos de simplicidade e clareza, a dependência temporal foi retirada. Definindo-se os vetores:

$$\tilde{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{x}^* \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

e:

$$\tilde{\mathbf{w}} = \begin{bmatrix} \mathbf{w}_1 \\ \mathbf{w}_2 \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

a equação (2.30) passa a ser escrita como:

$$y(k) = \tilde{\mathbf{w}}^H \tilde{\mathbf{x}} \quad (2.33)$$

Redefinido-se a equação (2.22) nos termos largamente lineares, a função custo passa a ser representada por:

$$\mathbf{J}_{WL}(\tilde{\mathbf{w}}) = \varepsilon_{WL}^2 = \mathbf{E} \left[ |d(k) - \tilde{\mathbf{w}}^H \tilde{\mathbf{x}}(k)|^2 \right]. \quad (2.34)$$

Assim, a estimação do erro quadrático médio largamente linear é dada por:

$$\mathbf{J}_{WL}(\mathbf{w}) = \sigma_d^2 - \tilde{\mathbf{w}}^H \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}d} - \tilde{\mathbf{w}}^T \mathbf{R}_{d\tilde{\mathbf{x}}} + \tilde{\mathbf{w}}^H \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}\tilde{\mathbf{x}}} \tilde{\mathbf{w}} \quad (2.35)$$

e utilizando-se o mesmo procedimento empregado nas equações (2.27) a (2.29), chega-se ao filtro ótimo largamente linear, que é dado pela solução do sistema de equações:

$$\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}\tilde{\mathbf{x}}} \tilde{\mathbf{w}} = \tilde{\mathbf{p}} \quad (2.36)$$

onde  $\tilde{\mathbf{p}} = \mathbf{E}\{\tilde{\mathbf{x}} d^*\}$ . Observando-se que:

$$\mathbf{R}_{xx} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{xx} & \mathbf{C}_{xx} \\ \mathbf{C}_{xx}^* & \mathbf{R}_{xx}^* \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

e:

$$\tilde{\mathbf{p}} = \begin{bmatrix} \mathbf{p} \\ \mathbf{q} \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

pode-se escrever o sistema de equações apresentado em (2.36) como:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{xx} \mathbf{w}_1 + \mathbf{C}_{xx} \mathbf{w}_2 &= \mathbf{p} \\ \mathbf{C}_{xx}^* \mathbf{w}_1 + \mathbf{R}_{xx}^* \mathbf{w}_2 &= \mathbf{q} \end{aligned} \quad (2.39)$$

cuja solução é:

$$\mathbf{w}_1 = [\mathbf{R}_{xx} - \mathbf{C}_{xx} (\mathbf{R}_{xx}^{-1})^* \mathbf{C}_{xx}^*]^{-1} [\mathbf{p} - \mathbf{C}_{xx} (\mathbf{R}_{xx}^{-1})^* \mathbf{q}], \quad (2.40)$$

e:

$$\mathbf{w}_2 = [\mathbf{R}_{xx}^* - \mathbf{C}_{xx}^* \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{C}_{xx}^*]^{-1} [\mathbf{q} - \mathbf{C}_{xx}^* \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{p}]. \quad (2.41)$$

A diferença entre os erros quadráticos médios estritamente linear ( $\varepsilon_{SL}^2$ ) e largamente linear ( $\varepsilon_{WL}^2$ ) pode ser representada, após algumas manipulações algébricas, por:

$$\delta \varepsilon^2 = \varepsilon_{SL}^2 - \varepsilon_{WL}^2 = [\mathbf{q} - \mathbf{C}_{xx}^* \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{p}]^H [\mathbf{R}_{xx}^* - \mathbf{C}_{xx}^* (\mathbf{R}_{xx}^{-1})^* \mathbf{C}_{xx}^*]^{-1} [\mathbf{q} - \mathbf{C}_{xx}^* \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{p}] \quad (2.42)$$

A expressão (2.42) é sempre não-negativa pois a matriz  $[\mathbf{R}_{xx}^* - \mathbf{C}_{xx}^* (\mathbf{R}_{xx}^{-1})^* \mathbf{C}_{xx}^*]$  é definida positiva e, consequentemente,  $\delta \varepsilon^2 = 0$  somente quando  $[\mathbf{q} - \mathbf{C}_{xx}^* \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{p}] = 0$ .

A análise da expressão (2.42) permite concluir que o *Processamento Largamente Linear* apresenta, na pior das hipóteses, um desempenho semelhante ao processamento estritamente linear clássico, englobando-o quando o filtro  $\mathbf{w}_2$  tem valor nulo. Também é de interesse notar que o desempenho do processamento largamente linear é dependente da condição de *circularidade* do sinal que está sendo processado, uma vez que a matriz  $\mathbf{C}_{xx}$  é um dos termos da equação (2.42). Tal dependência não é verificada no caso estritamente linear, cuja expressão de erro quadrático médio é:

$$\varepsilon_{SL}^2 = \mathbf{E}[|d|^2] - \mathbf{p}^H \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{p}. \quad (2.43)$$

Dessa forma, faz-se necessário analisar os tipos de sinais para os quais a determinação dos filtros complexos através do uso do *Processamento Largamente Linear* é vantajosa ou não, uma vez que o número de operações aritméticas para sua obtenção pode ser superior ao número de operações aritméticas requerido para o caso de determinação através de *Processamento Largamente Linear*.

## 2.4. RELAÇÃO ENTRE CIRCULARIDADE E PROCESSAMENTO LARGAMENTE LINEAR

Como mencionado na seção anterior, o desempenho do *Processamento Largamente Linear* é dependente da condição de *circularidade* do sinal que está sendo processado. Além disso, a análise das expressões matemáticas que se aplicam ao *Processamento Largamente Linear* mostram que sua complexidade computacional pode ser maior do que necessária na aplicação do *Processamento Estritamente Linear*. Nas sub-seções a seguir, alguns casos são analisados para verificar as situações em que se justifica o uso do processamento largamente linear.

### 2.4.1. CASO CONJUNTAMENTE CIRCULAR

O caso *conjuntamente circular* é caracterizado por sinais para os quais a matriz de *pseudocorrelação*  $\mathbf{C}_{xx}$  é nula e cujos componentes real e imaginário sejam independentes. Além disso, considerando-se o sinal desejado  $d$  e o sinal sob análise  $\mathbf{x}$ , pode-se dizer que se está sob um caso conjuntamente circular se a matriz de correlação cruzada  $\mathbf{q}$  é nula, ou seja,  $\mathbf{E}[d \mathbf{x} = \mathbf{0}]$ . Nesse caso, os sinais  $d$  e  $\mathbf{x}$  são conjuntamente circulares.

Substituindo-se os valores  $\mathbf{C}_{xx} = \mathbf{0}$  e  $\mathbf{q} = \mathbf{0}$  na equação (2.42) obtém-se  $\delta \varepsilon^2 = 0$ , indicando que não há ganho de desempenho do processamento largamente linear sobre o processamento estritamente linear para esse caso. De fato, os filtros largamente lineares expressados pelas equações (2.40) e (2.41) são reduzidos a:

$$\mathbf{w}_1 = \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{p} \quad (2.44)$$

e:

$$\mathbf{w}_2 = \mathbf{0}, \quad (2.45)$$

indicando que a solução corresponde àquela obtida pelo *Processamento Estritamente Linear*.

Um exemplo de caso conjuntamente circular é aquele obtido quando se submete um sinal  $d$  com modulação QPSK a um canal de comunicações cuja função de transferência pode ser expressa por um polinômio de raízes complexas. Para esse caso, a modulação QPSK garante  $\mathbf{C}_{xx} = \mathbf{0}$  e o canal complexo com raízes complexas faz com que a correlação cruzada entre  $d$  e  $\mathbf{x}$  seja nula.

### 2.4.2. CASO DE OBSERVAÇÃO CIRCULAR

No caso conjuntamente circular, os sinais desejado  $d$  e recebido  $\mathbf{x}$  são considerados conjuntamente independentes, levando à condição  $\mathbf{q}=\mathbf{0}$ . Porém, caso seja mantida a condição de circularidade  $\mathbf{C}_{\mathbf{x}\mathbf{x}}=\mathbf{0}$ , mas tenha-se  $\mathbf{q}\neq\mathbf{0}$ , resulta que o sinal desejado  $d$  e o sinal recebido  $\mathbf{x}$  são correlacionados, embora o sinal recebido  $\mathbf{x}$  seja ainda circular. Feitas essas suposições, tem-se que o ganho de desempenho do processamento largamente linear sobre o processamento estritamente linear passa a ser  $\delta \varepsilon^2=\mathbf{q}^H \mathbf{R}_{\mathbf{x}\mathbf{x}}^{-1} \mathbf{q}>0$ , justificando seu uso.

Substituindo-se a condição  $\mathbf{C}_{\mathbf{x}\mathbf{x}}=\mathbf{0}$  nas equações (2.40) e (2.41), tem-se que os filtros para este caso passam a ser:

$$\mathbf{w}_1=\mathbf{R}_{\mathbf{x}\mathbf{x}}^{-1} \mathbf{p} \quad (2.46)$$

$$\mathbf{w}_2^*=\mathbf{R}_{\mathbf{x}\mathbf{x}}^{-1} \mathbf{q}, \quad (2.47)$$

sendo que o filtro  $\mathbf{w}_1$  é exatamente aquele obtido através do processamento estritamente linear.

O caso de observação circular ocorre, por exemplo, quando sobre um sinal desejado  $d$  é aplicada modulação QPSK, o sinal resultante é transmitido por um canal de comunicação e, na recepção, o sinal recebido sofre a interferência de um sinal *rectilinear*, como por exemplo um sinal interferente BPSK (*Binary Phase Shift Keying*).

### 2.4.3. CASO DE SINAL DESEJADO REAL

Quando o sinal desejado  $d$  é real, como por exemplo quando proveniente de uma constelação BPSK ou PAM, independentemente da condição de circularidade de  $\mathbf{x}$  tem-se que  $\mathbf{p}=\mathbf{q}$ , uma vez que  $\mathbf{E}\{d^* \mathbf{x}\}=\mathbf{E}\{d \mathbf{x}\}$ . Consequentemente  $\mathbf{w}_1=\mathbf{w}_2^*$ , o que leva a  $y=2\Re\{\mathbf{w}_1^H \mathbf{x}\}$ , que é real, sendo  $\Re$  o operador real. Por outro lado, o processamento estritamente linear fornece, nesse caso,  $y=\mathbf{w}_1^H \mathbf{x}$ , que não é necessariamente real, indicando que potencialmente o *Processamento Largamente Linear* fornece resposta mais próxima ao sinal desejado do que o *Processamento Estritamente Linear*. Isso também é indicado pelo fato de o erro quadrático médio fornecido pelo *Processamento Largamente Linear* ser menor que o erro quadrático médio fornecido pelo *Processamento Estritamente Linear* ( $\delta \varepsilon^2=\mathbf{w}_1^H \mathbf{p}$ , que é um valor positivo por ser igual à  $\mathbf{w}_1^H \mathbf{R}_{\mathbf{x}\mathbf{x}} \mathbf{w}_1$ , que é positivo pois  $\mathbf{R}_{\mathbf{x}\mathbf{x}}$  é definida positiva).

## 2.5. APLICAÇÕES DO PROCESSAMENTO LARGAMENTE LINEAR

Nas seções anteriores o processamento largamente linear foi conceituado e mostrou-se que seu uso pode apresentar ganho de desempenho para alguns tipos de sinais, como por exemplo, para sinal desejado real. Nesta seção são ilustrados alguns exemplos de aplicações de processamento largamente linear que podem ser encontrados na literatura.

### 2.5.1. EQUALIZAÇÃO LARGAMENTE LINEAR

A equalização de canais complexos utilizando filtros transversais é amplamente abordada na literatura. Recentemente, uma contribuição à equalização de canais complexos utilizando-se processamento largamente linear foi abordada pelo trabalho de Aquino [AQUINO, 2008], em que parte do conteúdo deste sub-item se baseia.

A utilização de equalizadores em canais de transmissão se dá com o objetivo de mitigar a interferência entre símbolos (*Inter-Symbol Interference* – ISI) dada pelo espalhamento provocado pelo canal ao qual o sinal está submetido. Geralmente, na saída do equalizador é colocado um dispositivo de decisão que determina qual símbolo da constelação transmitida é o mais próximo do sinal obtido na saída do equalizador. Além disso, para canais variantes no tempo, o equalizador deve ser adaptativo e, para que ele possua a característica de adaptabilidade, deve haver um algoritmo de adaptação que ajuste os valores dos seus coeficientes.

Usando a notação apresentada anteriormente, pode-se expressar o erro na resposta do equalizador largamente linear por:

$$e(k) = d(k) - \tilde{a}(k) = a(k - k_o) - [\mathbf{w}_1^H \mathbf{x}(k) + \mathbf{w}_2^H \mathbf{x}^*(k)], \quad (2.48)$$

onde a dependência temporal dos filtros  $\mathbf{w}_1$  e  $\mathbf{w}_2$  foi omitida por questões de conveniência,  $\tilde{a}(k)$  é a resposta do equalizador e  $\mathbf{x}$  é o sinal a ser equalizado. O vetor  $\mathbf{x}(k)$  pode ser representado por:

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{H} \mathbf{a}(k) + \boldsymbol{\eta}(k), \quad (2.49)$$

onde  $\mathbf{H}$  é a matriz de convolução do canal com dimensão  $(P+1) \times (P+L+1)$  e representada por:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_0 & h_1 & \cdots & h_L & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & h_0 & h_1 & \cdots & h_L & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & h_0 & h_1 & \cdots & h_L \end{bmatrix}, \quad (2.50)$$

$\mathbf{a}(k) = [a(k) \ a(k-1) \ a(k-2) \ \cdots \ a(k-P-L)]^T$  é o vetor de dimensão  $(P+L+1) \times 1$  contendo os símbolos transmitidos e  $\boldsymbol{\eta}(k) = [\eta(k) \ \eta(k-1) \ \eta(k-2) \ \cdots \ \eta(k-P-L)]^T$  é o vetor de dimensão  $(P+L+1) \times 1$  contendo o ruído aditivo gaussiano.

A minimização de  $\mathbf{E} \{ |e(k)|^2 \}$ , através derivação complexa aplicada a vetores, leva à obtenção dos valores ótimos dos filtros  $\mathbf{w}_1$  e  $\mathbf{w}_2$  pelo critério MMSE (*Minimum Mean Square Error*). O sistema de equações resultante é descrito por:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}\mathbf{H}^H + \xi \mathbf{I}_P & \mathbf{H}\mathbf{H}^T \\ \mathbf{H}^* \mathbf{H}^H & \mathbf{H}^* \mathbf{H}^H + \xi \mathbf{I}_P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{w}_1 \\ \mathbf{w}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_\Delta \\ \mathbf{h}_\Delta^* \end{bmatrix}, \quad (2.51)$$

onde  $\mathbf{I}_p$  é a matriz identidade de dimensão  $(P + 1) \times (P + 1)$ ,  $\xi = \sigma_n^2 / \sigma_a^2$  é a razão entre a variância do ruído de do sinal, e  $\mathbf{h}_\Delta = [h_\Delta \ h_{\Delta-1} \ \dots \ h_{\Delta-P}]^T$ , com  $\Delta \geq 0$  e  $h_{\Delta-P} = 0$  para valores negativos de  $\Delta - P$ . A solução desse sistema de equações leva aos filtros ótimos:

$$\mathbf{w}_1 = (\mathbf{H}\mathbf{H}^H + \xi \mathbf{I}_p - \mathbf{H}\mathbf{H}^T (\mathbf{H}^* \mathbf{H}^T + \xi \mathbf{I}_p)^{-1} \mathbf{H}^* \mathbf{H}^H)^{-1} (\mathbf{h}_\Delta - \mathbf{H}\mathbf{H}^T (\mathbf{H}^* \mathbf{H}^T + \xi \mathbf{I}_p)^{-1} \mathbf{h}_\Delta^*) \quad (2.52)$$

e

$$\mathbf{w}_2 = \mathbf{w}_1^* \quad (2.53)$$

Como pode ser observado, o filtro ótimo  $\mathbf{w}_2$  corresponde ao complexo conjugado do filtro ótimo  $\mathbf{w}_1$ , sendo, portanto, necessário apenas o cálculo do último para se obter a solução largamente linear completa.

### 2.5.2. RESPOSTA DE MÍNIMA VARIÂNCIA SEM DISTORÇÃO LARGAMENTE LINEAR

O critério de Resposta de Mínima Variância sem Distorção (*Minimum Variance Distortionless Response – MVDR*) utilizando *Processamento Largamente Linear* foi profundamente estudado e desenvolvido por *Audrey Blin* [BLIN, 2007] e consiste em se maximizar a relação sinal para interferente mais ruído (*Signal to Noise Plus Interference Ratio – SNIR*) para um determinado sinal que incida em um arranjo de receptores sob um ângulo conhecido  $\theta_s$  através de processamento adaptativo. Isto leva o arranjo a direcionar o seu lóbulo principal de tal forma que maximize um sinal desejado que incida sob um determinado ângulo  $\theta_s$ , minimizando ruídos e interferentes que incidam sob outros ângulos que não  $\theta_s$ , com  $\theta_s$  tomado em relação à normal ao arranjo linear de receptores. A partir do ângulo  $\theta_s$  conhecido, obtém-se o vetor direcional  $\mathbf{S}$  tal que:

$$\mathbf{S} = [1 \ e^{j\phi} \ \dots \ e^{j(M-1)\phi}]^T, \quad (2.54)$$

com  $\phi = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin(\theta_s)$ , sendo  $M$  o número de receptores,  $d$  o espaçamento entre os receptores e  $\lambda$  o comprimento de onda associado ao sinal desejado. O filtro espacial  $\mathbf{w}$  deve então obedecer ao critério  $\mathbf{w}^H \mathbf{S} = 1$ , cuja solução, introduzida inicialmente por *Capon* [CAPON, 1969] a partir de um trabalho relacionado com arranjo de sensores sísmicos [CAPON, 1967] é:

$$\mathbf{w}_{\text{MVDR}} = \frac{\mathbf{R}_{\text{xx}}^{-1} \mathbf{S}}{\mathbf{S}^H \mathbf{R}_{\text{xx}}^{-1} \mathbf{S}}, \quad (2.55)$$

e o resultado obtido pela aplicação do filtro espacial  $\mathbf{w}_{\text{MVDR}}$  é  $y(t) = (\mathbf{w}_{\text{MVDR}})^H \mathbf{x}(t)$ .

Para o caso largamente linear, deseja-se obter os filtros espaciais  $\mathbf{w}_1$  e  $\mathbf{w}_2$  de tal forma que:

$$y(t) = \mathbf{w}_1^H \mathbf{x}(t) + \mathbf{w}_2^H \mathbf{x}^*(t) = \tilde{\mathbf{w}}^H \tilde{\mathbf{x}}(t), \quad (2.56)$$

Determinando-se os vetores de direção  $\tilde{\mathbf{s}}_1 \triangleq [\mathbf{S}^T \ \mathbf{0}_N^T]^T$  e  $\tilde{\mathbf{s}}_2 \triangleq [\mathbf{0}_N^T \ \mathbf{S}^H]^T$ , então os critérios impostos para o cálculo do MVDR largamente linear passam a ser  $\tilde{\mathbf{w}}^H \tilde{\mathbf{s}}_1 = 1$  e  $\tilde{\mathbf{w}}^H \tilde{\mathbf{s}}_2 = 0$ . Definindo a matriz direcional  $\tilde{\mathbf{S}} = [\tilde{\mathbf{s}}_1^T \ \tilde{\mathbf{s}}_2^T]^T$  e o vetor de restrições  $\mathbf{f} = [1 \ 0]^T$ , então, tem-se que  $\tilde{\mathbf{S}}^H \tilde{\mathbf{w}} = \mathbf{f}$  e a solução MVDR largamente linear torna-se:

$$\tilde{\mathbf{w}}_{\text{MVDR}} = \frac{\mathbf{R}_v^{-1} \tilde{\mathbf{S}}}{\tilde{\mathbf{S}}^H \mathbf{R}_v^{-1} \tilde{\mathbf{S}}}, \quad (2.57)$$

com:

$$\mathbf{R}_v = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{xx} & \mathbf{C}_{xx} \\ \mathbf{C}_{xx}^* & \mathbf{R}_{xx}^* \end{bmatrix}. \quad (2.58)$$

## 2.6. CONCLUSÃO DO CAPÍTULO

Neste capítulo abordou-se a fundamentação matemática do *Processamento Largamente Linear*. Verificou-se que, diferentemente da abordagem clássica de filtragem, a técnica empregada no *Processamento Largamente Linear* utiliza as características de *circularidade* do sinal recebido, implicando na utilização do sinal e de seu complexo conjugado para a determinação do filtro ótimo. Com isso, em cenários em que a *pseudocorrelação* é não nula o *Processamento Largamente Linear* traz um ganho de desempenho em relação ao *Processamento Estritamente Linear*.

Para efeito de comparação entre o *Processamento Largamente Linear* e o *Processamento Estritamente Linear*, verificou-se o comportamento da diferença entre as funções de erro quadrático médio para cenários em que os sinais eram conjuntamente circulares, para cenários em que apenas o sinal recebido era circular e para o caso em que o sinal desejado era real. Para os dois últimos casos verificou-se que o *Processamento Largamente Linear* deve apresentar ganho de desempenho em relação ao *Processamento Estritamente Linear*. Já para caso em que os sinais desejado e analisado são conjuntamente circulares os desempenhos de ambos os tipos de processamento equivalem.

Por fim foram apresentados exemplos de aplicação do *Processamento Largamente Linear*, em equalização e em direcionamento de lóbulo em arranjos de antenas, sendo apresentada a fundamentação matemática para cada caso e a determinação dos filtros ótimos largamente lineares.

### 3. ARRANJOS DE ANTENAS ADAPTATIVOS

Sistemas de antenas operando conjuntamente foram propostos no final da década de 1950 e, desde então, sua utilização tem sido largamente ampliada. Esses conjuntos de antenas, denominados de arranjos de antenas ou ainda redes de antenas, quando aliados a vetores de ponderação, tornam-se bastante poderosos na tarefa de direcionamento virtual de lóbulos primários, com o intuito de priorizar sinais em detrimento de outros ou ainda de se determinar a direção de chegada de sinais que incidem sobre o arranjo. Quando os vetores de ponderação aplicados às saídas das antenas constituintes do arranjo são variáveis e controlados através de algoritmos adaptativos, tem-se a denominação de arranjos de antenas adaptativos.

Com o desenvolvimento dos arranjos de antenas e dos métodos computacionais, vários algoritmos têm sido propostos para o controle da adaptação. Esses algoritmos, geralmente com o objetivo de minimizar um determinado critério, podem operar de forma supervisionada ou não e sua utilização é altamente dependente do cenário e do objetivo ao qual se aplicará o arranjo de antena adaptativo.

Neste capítulo, inicialmente é apresentada uma breve perspectiva histórica do desenvolvimento dos arranjos de antenas adaptativas. Em seguida é apresentado o modelo de sinal a ser utilizado no restante deste trabalho, a influência da geometria do arranjo em relação aos seus elementos e exemplificado o poder de um arranjo de antenas na tarefa da mitigação de sinais. Os algoritmos adaptativos mais comuns aplicados a arranjos de antenas são introduzidos em seguida, cobrindo exemplos de algoritmos treinados, algoritmos não treinados e com restrições e algoritmos autodidatas.

### 3.1. PERSPECTIVA HISTÓRICA

O termo *antena adaptativa* foi inicialmente utilizado por *Atta, V.* [ATTA, 1959] para descrever um sistema de antenas de auto-direcionamento que automaticamente emitia um sinal na direção em que havia sido recebido, sem conhecimento prévio de sua direção de chegada. Durante a década de 1960, *Howells*, [HOWELLS, 1965] reconheceu e desenvolveu a capacidade de um arranjo adaptativo de antenas anular sinais e, subsequentemente, *Applebaum* [APPLEBAUM, 1966] estabeleceu a lei de controle associada com o esquema proposto por *Howells* através da análise de um algoritmo que maximizava uma relação sinal-ruído (*Signal to Noise Ratio – SNR*). O algoritmo desenvolvido por *Applebaum* ficou conhecido por *Multiple Sidelobe Canceller (MSC)*.

Paralelamente aos trabalhos de *Howells* e *Applebaum*, a capacidade de auto-treinamento e auto-otimização foi estudada e desenvolvida por *Widrow, B.* (1969), desta vez baseando-se no algoritmo conhecido por *Least Mean Squares (LMS)*, desenvolvido anteriormente por *Widrow* e *Hoff* [WIDROW, 1960].

Os trabalhos de *Howells*, *Applebaum* e *Widrow* são similares e baseados na adaptação de coeficientes a partir da análise da correlação entre os sinais recebidos pelos elementos do arranjo. Um método alternativo foi proposto no final da década de 1960 por *Capon* [CAPON, 1967], [CAPON, 1969], baseando a conformação de feixe no conhecimento prévio da direção de chegada (*Direction Of Arrival – DOA*) do sinal desejado. Esse método, conhecido por *Resposta de Variância Mínima sem Distorção (MVDR)* deu origem a uma nova classe de conformadores de feixe que ficaram conhecidos como LCMV (*Linearly-Constrained Minimum Variance*), dos quais destacam-se os conformadores GSC (*Generalized Sidelobe Canceller*) e os conformadores CLMS (*Constrained Least Mean Square*), sendo que os conformadores GSC foram introduzidos por *Griffiths* e *Jim* (GRIFFITHS, 1982) e o CLMS foi proposto por *Frost* [FROST, 1972]. Um terceiro tipo de LCMV foi proposto por *Resende, Romano* e *Bellanger* [RESENDE, 1996], baseando-se no algoritmo adaptativo RLS (*Recursive Least Squares*).

No final da década de 1970 alguns trabalhos foram desenvolvidos no sentido de se determinar a direção de chegada (*Direction Of Arrival – DOA*) de um determinado sinal. *Schmidt* [SCHMIDT, 1979], desenvolveu a técnica denominada *Multiple Signal Classification (MUSIC)* a qual permitia, para um arranjo de sensores, estimar o número de sinais, o DOA de cada sinal, a polarização de cada sinal e a potência de cada sinal que chegava ao arranjo.

Embora as vantagens em desempenho da técnica MUSIC sejam consideráveis, sua complexidade computacional e necessidade de elementos de memória são substanciais. Devido a isso, *Roy* e *Kailath* [ROY, 1989] propuseram uma abordagem diferenciada para a estimação de DOA, baseada na invariância ao deslocamento, isto é, os sensores ocorrem em pares com vetores de distância idênticos. Esse novo algoritmo, chamado de *Estimation of Signal Parameters Via Rotational Invariance Techniques (ESPRIT)* reduziu drasticamente a complexidade computacional e o custo de memória requerida para a estimação de DOA em arranjos de sensores.

Mais recentemente, o uso de antenas adaptativas tem recebido atenção crescente tanto na indústria de sistemas de comunicação sem fio quanto nos meios acadêmicos, graças ao seu grande potencial em suplantarem eventuais problemas relacionados ao aumento de demanda, de cobertura e de taxa de transmissão que novos sistemas de comunicação sem fio requerem [ZOOGHBY, 2005]. Aplicações com múltiplos transmissores e múltiplos receptores têm sido substancialmente estudadas e vários avanços têm sido determinados na aplicação do Processamento Largamente Linear a arranjos de antenas que tratam de sinais retilíneos, tais como em sistemas GSM (*Global*

*System for Mobile Communications*).

Já a partir da década de 1990, a teoria já fundamentada de filtragem ótima clássica aplicada a arranjo de antenas vem paulatinamente sendo adaptada ao novo conceito de Processamento Largamente Linear, destacando-se nesse campo os trabalhos desenvolvidos por *Chevalier* e *Pipon* no campo dos problemas de demodulação BPSK [PIPON, 2006] e sincronização BPSK [PIPON, 2006-2] e o trabalho de A. Blin no campo da mitigação de interferentes através da aplicação de filtragem MVDR [BLIN, 2007]. Uma outra linha de trabalho diz respeito ao processamento adaptativo de arranjo de antenas, especialmente à adaptação ao Processamento Largamente Linear de canceladores de lóbulos laterais genéricos adaptativos (*Adaptive Generalized Sidelobe Cancelers*) ou à detecção aplicada a comunicações celulares baseadas em DS-CDMA (*Direct Sequence Code Division Multiple Access*) [LIMA, 2006].

### 3.2. MODELO DE SINAL

Considere-se um sistema composto por uma antena de transmissão e uma antena de recepção, constituindo-se, assim, um sistema SISO (*Single Input Single Output*). Assumindo-se que o modelo em banda base complexo do sinal a ser transmitido tenha como característica variações em sua amplitude  $A_i(t)$  e em sua fase  $\phi_i(t)$ , tem-se que esse sinal pode ser representado matematicamente por:

$$s_{bb_i}(t) = A_i(t) e^{j\phi_i(t)}. \quad (3.1)$$

Caso os valores de  $A_i(t)$  e  $\phi_i(t)$  sejam discretos e pertençam a alfabetos finitos, tem-se então que o sinal  $s_{bb_i}(t)$  é dito modulado digitalmente. Ao sinal modulado  $s_{bb_i}(t)$  é aplicado, através de elemento misturador ou *mixer*, uma portadora de frequência  $f_{ci}$  de forma a posicionar o sinal em banda base  $s_{bb_i}(t)$  em uma determinada faixa do espectro. Após essa operação, tem-se como resultado um sinal modulado  $s_{mod_i}(t)$ , definido por:

$$s_{mod_i}(t) = A_i(t) e^{j\phi_i(t)} e^{j2\pi f_{ci}t} = A_i(t) e^{j(2\pi f_{ci}t + \phi_i(t))}. \quad (3.2)$$

Uma grande parte dos sinais utilizados em comunicação sem fio apresentam também variações na frequência da portadora aplicada ao sinal em banda base  $s_{mod_i}(t)$ , resultando nos sinais modulados em frequência (*frequency modulation* – FM). Neste trabalho, porém, serão considerados apenas aquelas sinais que apresentam variações em sua amplitude e em sua fase, sendo mantida constante a sua frequência de portadora.

Considerando-se que a antena de transmissão esteja a uma distância da antena de recepção tal que o número de comprimentos de onda definidos pela frequência  $f_{ci}$  não seja um número inteiro, então à equação (3.2) adiciona-se um desvio de fase  $\beta_i$ , tal que:

$$s_{rx_i}(t) = A_i(t) e^{j(2\pi f_{ci}t + \phi_i(t) + \beta_i)} . \quad (3.3)$$

Finalmente, ao sinal representado pela equação (3.3) adiciona-se ruído branco gaussiano de média nula  $\eta_i(t)$ , resultando no sinal recebido pela antena de recepção, representado pela equação (3.4), onde considerou-se, sem perda de generalidade, que não houve atenuação do sinal e foram igualmente desconsiderados quaisquer efeitos de multipropagação:

$$x_{ant_i}(t) = A_i(t) e^{j(2\pi f_{ci}t + \phi_i(t) + \beta_i)} + \eta_i(t) . \quad (3.4)$$

Para a obtenção do sinal em banda base, o sinal recebido é então passado por um misturador que opera em uma determinada frequência  $f_{rx}$ , que é próxima à frequência  $f_{ci}$ , resultando no sinal em banda base recebido:

$$x(t) = A_i(t) e^{j(2\pi(f_{ci} - f_{rx})t + \phi_i(t) + \beta_i)} + \eta_i(t) , \quad (3.5)$$

e, se o circuito estimador de frequência utilizado no receptor for preciso o suficiente para determinar exatamente a frequência da portadora do sinal de recepção, então tem-se que:

$$x(t) = A_i(t) e^{j(\phi_i(t) + \beta_i)} + \eta_i(t) , \quad (3.6)$$

que é exatamente o sinal transmitido a menos de um desvio de fase representado por  $\beta_i$  e da adição de um ruído.

Considerando-se um sistema de recepção composto por mais de uma antena, para cada antena soma-se, ainda, um termo relacionado à direção de chegada (*Direction Of Arrival – DOA*) do sinal incidente, para representar o atraso em fase do sinal de uma antena para outra que ocorre nos casos em que a fonte de sinal não esteja perpendicular ao arranjo. Assim, em um arranjo linear composto por  $M$  antenas receptoras igualmente espaçadas, onde a antena número 1 é considerada como referência do arranjo, tem-se que a fase elétrica a ser somada para cada antena do arranjo pode ser representada por:

$$\theta_i = \frac{2\pi d}{\lambda} (m-1) \text{sen}(\varphi_i) , \quad (3.7)$$

onde  $d$  representa o espaçamento entre as antenas de recepção,  $\lambda$  o comprimento de onda das portadoras do sinal incidente,  $m$  o número da antena receptora em questão variando de 1 a  $M$ , e  $\varphi_i$  o ângulo de chegada do sinal medido a partir da normal ao arranjo de antenas receptoras. Assim, para as  $M$  antenas de recepção ter-se-ia:

$$x_I(t) = A_i(t) e^{j(\phi_i(t) + \beta_i)} + \eta_I(t) \quad (3.8)$$

$$\begin{aligned}
 x_2(t) &= A_i(t) e^{j(\phi_i(t) + \beta_i + \theta_i)} + \eta_2(t) \\
 x_3(t) &= A_i(t) e^{j(\phi_i(t) + \beta_i + 2\theta_i)} + \eta_3(t) \\
 &\vdots \\
 x_M(t) &= A_i(t) e^{j(\phi_i(t) + \beta_i + (M-1)\theta_i)} + \eta_M(t)
 \end{aligned}$$

Finalmente, se no arranjo linear igualmente espaçado estiverem incidindo  $N$  sinais independentes  $s_1(t)$ ,  $s_2(t)$ ,  $\dots$ ,  $s_N(t)$  provenientes de diferentes direções  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$ ,  $\dots$ ,  $\varphi_N$ , e gerados a diferentes distâncias do arranjo de tal forma a gerar as fases elétricas  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $\dots$ ,  $\beta_N$ , ao incidirem no arranjo, o conjunto de equações (3.8) torna-se:

$$\begin{aligned}
 x_1(t) &= \sum_{i=1}^N A_i(t) e^{j(\phi_i(t) + \beta_i)} + \eta_1(t) \\
 x_2(t) &= \sum_{i=1}^N A_i(t) e^{j(\phi_i(t) + \beta_i + \theta_i)} + \eta_2(t) \\
 x_3(t) &= \sum_{i=1}^N A_i(t) e^{j(\phi_i(t) + \beta_i + 2\theta_i)} + \eta_3(t) \\
 &\vdots \\
 x_M(t) &= \sum_{i=1}^N A_i(t) e^{j(\phi_i(t) + \beta_i + (M-1)\theta_i)} + \eta_M(t)
 \end{aligned} \tag{3.9}$$

Adotando-se a formulação matricial, tem-se que:

$$\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_M(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}^T(\varphi_1) \\ \mathbf{a}^T(\varphi_2) \\ \vdots \\ \mathbf{a}^T(\varphi_N) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} s_1(t) \\ s_2(t) \\ \vdots \\ s_N(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \eta_1(t) \\ \eta_2(t) \\ \vdots \\ \eta_M(t) \end{bmatrix}, \tag{3.10}$$

ou, em forma sintética:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}^T \mathbf{s}(t) + \boldsymbol{\eta}(t), \tag{3.11}$$

onde  $\mathbf{s}(t)$  denota o vetor contendo os sinais incidentes,  $\boldsymbol{\eta}(t)$  é o vetor de ruídos associados aos sensores, assumido ser complexo, branco, gaussiano e com média nula, e a matriz  $\mathbf{A}$  contém os vetores de direção de chegada associados a cada sinal  $\mathbf{s}_i(t)$ :

$$\mathbf{a}(\phi_k) = [1 \quad e^{j\phi_k} \quad e^{j2\phi_k} \quad \dots \quad e^{j(M-1)\phi_k}]^T. \tag{3.12}$$

### 3.3. ARRANJOS DE ANTENAS E A CONFORMAÇÃO DE FEIXE

A geometria de um arranjo de antenas depende de sua utilização prática e é determinada pela distribuição dos elementos que o compõe. Os arranjos de antenas podem ser classificados como lineares, planares ou volumétricos, sendo que cada classe pode ser dividida de acordo com o espaçamento dos elementos. Assim, tem-se arranjos cujos elementos são uniformemente espaçados, arranjos cujos elementos são não uniformemente espaçados e arranjos cujos elementos são randomicamente espaçados [TREES, 2002]. Arranjos lineares são aqueles cujas antenas estão distribuídas ao longo de uma linha reta. Nesse caso, os elementos pode estar uniformemente espaçados (*Uniform Linear Array* – ULA) ou desigualmente espaçados. Arranjos planares são aqueles cujos elementos estão distribuídos sobre um plano, adquirindo, neste caso, os mais diferentes formatos, sendo os mais comuns os arranjos circulares e os arranjos retangulares. Finalmente, arranjos espaciais têm seus elementos distribuídos sobre uma superfície tridimensional tal como uma esfera ou um cilindro.

Neste trabalho serão considerados os arranjos de antenas lineares e com os elementos uniformemente espaçados. O desempenho desse tipo de arranjo apresenta forte dependência do número de elementos que o compõe e do espaçamento entre os elementos, sendo que a resolução ou largura de feixe do arranjo é função da largura do arranjo [CHANDRAN, 2006].

#### 3.3.1. ARRANJOS DE ANTENAS COMO FILTRO ESPACIAL

A Figura 3.1 ilustra um arranjo linear com os elementos de recepção igualmente espaçados de uma distância  $d = \lambda/2$ , e  $M$  antenas. Se sobre esse arranjo de antenas incidem  $N$  sinais, o arranjo é dito superparametrizado quando  $M > N$ , ou seja, tenha-se mais antenas receptoras do que sinais incidentes. Da mesma forma, um arranjo de antenas é dito subparametrizado se  $M < N$ , ou seja, tenha-se mais sinais incidentes do que antenas receptoras.

É possível se adicionar elementos multiplicativos após cada receptor ilustrado na Figura 3.1 de forma a se ponderar o sinal resultante de cada antena receptora, com o objetivo de se filtrar determinados conjuntos de ângulos, fazendo com que o arranjo se transforme em um filtro espacial. Se isso for realizado e o resultado das ponderações for somado ao final, tem-se que a saída do arranjo de antenas receptoras pode ser representado matematicamente por:

$$y(t) = \mathbf{w}^H \mathbf{x}(t), \quad (3.13)$$

onde o vetor de ponderações é expresso como:

$$\mathbf{w} = [w_1 \ w_2 \ \cdots \ w_M]^T, \quad (3.14)$$

com  $w_i$  complexo.

Assim, uma característica importante dos arranjos de antenas é que, se  $M \geq N$  e conhecendo-se *a priori* o DOA de cada sinal incidente, é possível se estabelecer matematicamente  $\mathbf{w}$  de forma a se discriminar cada sinal incidente em detrimento dos outros sinais, uma vez que a partir da equação (3.10) pode se estabelecer um sistema

composto por  $M$  equações e  $N$  incógnitas.

Conforme mostrado na equação (3.7), em um arranjo linear com elementos uniformemente espaçados, o sinal recebido apresenta um atraso de fase dependente do espaçamento entre os elementos. Caso o atraso de fase entre um elemento e outro seja superior a  $2\pi$ , valores ambíguos passam a ocorrer já que  $e^{jk} = e^{j(k+2\pi)}$ . Por exemplo, com  $d = \lambda$ , tem-se que o atraso de fase entre um elemento e outro do arranjo é  $\theta = 2\pi \sin(\varphi)$  e consequentemente  $\theta$  adquire valores ambíguos para  $|\varphi| > 30^\circ$ . Considerando-se que os ângulos de incidência dos sinais variem de  $-90^\circ$  a  $+90^\circ$  e que se deve limitar os desvios de fase ao intervalo entre  $-\pi$  e  $+\pi$ , deve-se utilizar valores de espaçamentos menores ou iguais a  $d = \lambda/2$ .

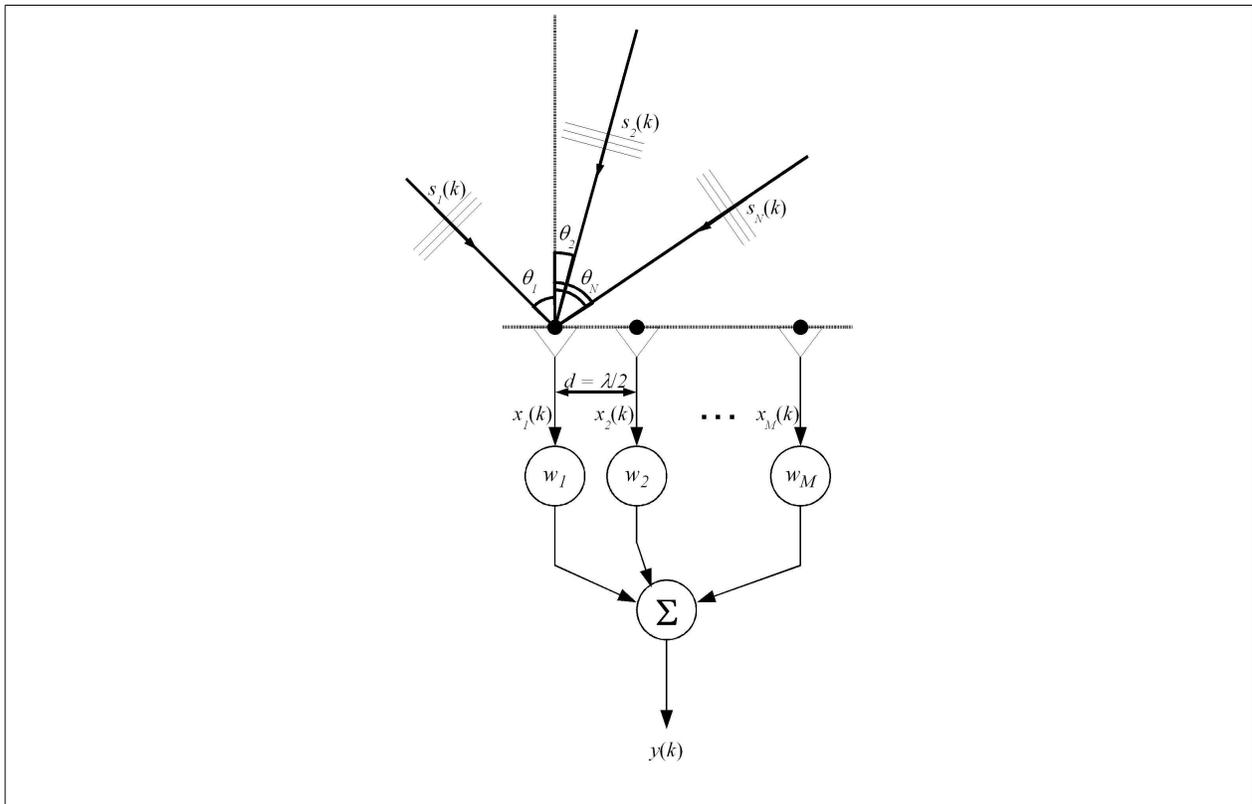


Figura 3.1: Arranjo de antenas receptoras considerado para o modelamento de sinal.

O arranjo é composto por  $M$  antenas linear e igualmente distribuídas e sobre ele incidem  $N$  sinais cujas origens estão situadas no campo distante.

### 3.3.2. EXEMPLO MATEMÁTICO

Para exemplificar a capacidade de conformação de feixe de um arranjo de antenas, considere-se um arranjo de antenas receptoras composto por  $M=4$  antenas isotrópicas de faixa estreita, linear, cujos elementos estão espaçados de uma distância  $d = \lambda/2$ . Considere-se ainda que sobre esse arranjo incidem  $N=4$  sinais com DOAs definidos por  $\varphi_1 = 15^\circ$ ,  $\varphi_2 = 45^\circ$ ,  $\varphi_3 = 60^\circ$ ,  $\varphi_4 = -45^\circ$  e  $\text{SNR} = 20\text{dB}$ . Deseja-se obter o vetor de ponderações  $\mathbf{w}$  tal que o sinal incidente  $s_1(t)$  seja recuperado em detrimento dos sinais  $s_2(t)$ ,  $s_3(t)$  e  $s_4(t)$ . Dessa forma, através da equação (3.10) e fazendo com que  $y(t) = s_1(t)$  na equação (3.13), chega-se ao seguinte sistema de equações:

$$\begin{bmatrix} 1 & e^{-j\pi \text{sen}(\varphi_1)} & e^{-j2\pi \text{sen}(\varphi_1)} & e^{-j3\pi \text{sen}(\varphi_1)} \\ 1 & e^{-j\pi \text{sen}(\varphi_2)} & e^{-j2\pi \text{sen}(\varphi_2)} & e^{-j3\pi \text{sen}(\varphi_2)} \\ 1 & e^{-j\pi \text{sen}(\varphi_3)} & e^{-j2\pi \text{sen}(\varphi_3)} & e^{-j3\pi \text{sen}(\varphi_3)} \\ 1 & e^{-j\pi \text{sen}(\varphi_4)} & e^{-j2\pi \text{sen}(\varphi_4)} & e^{-j3\pi \text{sen}(\varphi_4)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ w_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (3.15)$$

que representa um sistema composto por quatro equações e quatro incógnitas. A solução desse sistema de equações é dada por:

$$\begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ w_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,0332 + j0,2347 \\ 0,1665 + j0,4850 \\ 0,1862 + j0,4778 \\ 0,1262 + j0,2007 \end{bmatrix}. \quad (3.16)$$

A Figura 3.2 ilustra o fator de rede equivalente do arranjo de antenas receptoras quando pondera-se a saída de cada receptor de acordo com os valores definidos pela equação (3.16). Nota-se que, para DOA igual a  $15^\circ$ , a resposta dada pelo arranjo apresenta ganho de 0dB, ao passo que para os DOAs iguais a  $-45^\circ$ ,  $+45^\circ$  e  $+60^\circ$  o ganho equivalente do arranjo está abaixo de  $-50$ dB, sendo desprezível uma vez que tem valor inferior ao ruído presente no sistema.

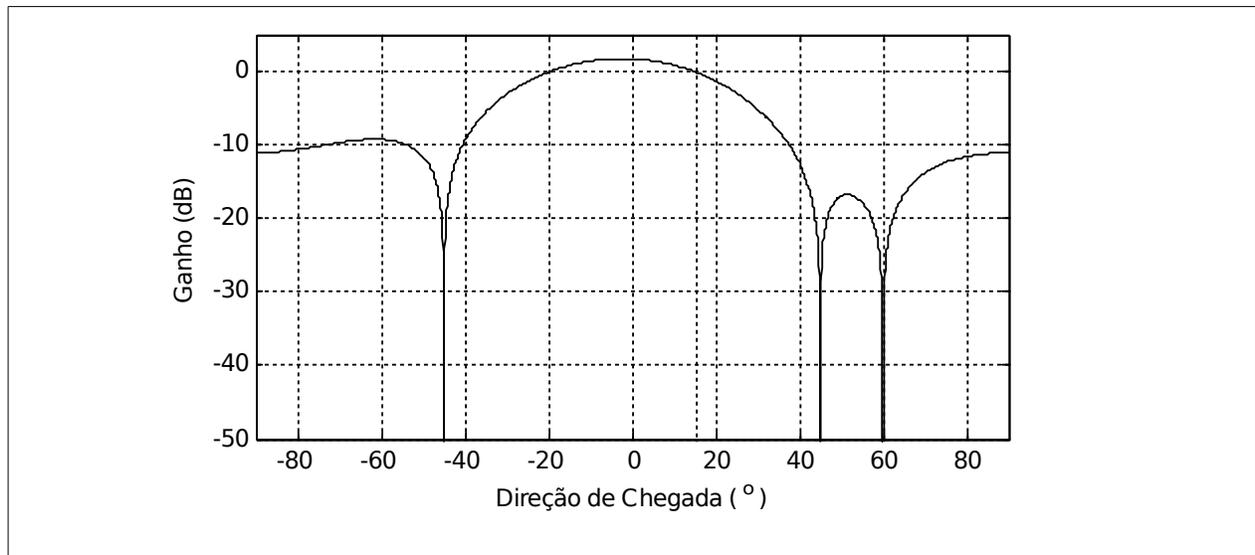


Figura 3.2: Fator de rede do arranjo de antenas receptoras para obtenção do sinal  $s_1(t)$ .

A Figura 3.3 ilustra os vários sinais considerados em uma simulação para este caso, separados em parte real e parte imaginária. O sinal  $s_1(t)$  corresponde a um sinal aleatório com modulação BPSK com fase elétrica 0, apresentando, como consequência, valores imaginários nulos. O sinal  $s_2(t)$  corresponde um um sinal aleatório com modulação 4-PAM e fase elétrica igual a  $45^\circ$ , o que implica que o valor esperado da parte imaginária é igual ao valor

esperado da parte real. O sinal  $s_3(t)$  é um sinal com modulação 8-PSK e fase elétrica igual a  $60^\circ$ . Finalmente, o sinal  $s_4(t)$  é um sinal com modulação 16-PAM e fase elétrica igual a  $75^\circ$ . Após atingirem o arranjo de antenas sob os respectivos DOA, tem-se na saída de cada antena os sinais representados por  $x_1(t)$  a  $x_4(t)$ , que são derivados do conjunto de equações (3.10). Resolvendo-se, então, a equação (3.13) através da utilização dos valores obtidos em (3.16), chega-se à saída  $y(t)$ . É possível observar que  $y(t)$  corresponde ao sinal desejado  $s_1(t)$  a menos do ruído aditivo gaussiano com variância 20dB menor que a variância dos sinais  $s_1(t)$  a  $s_4(t)$ .

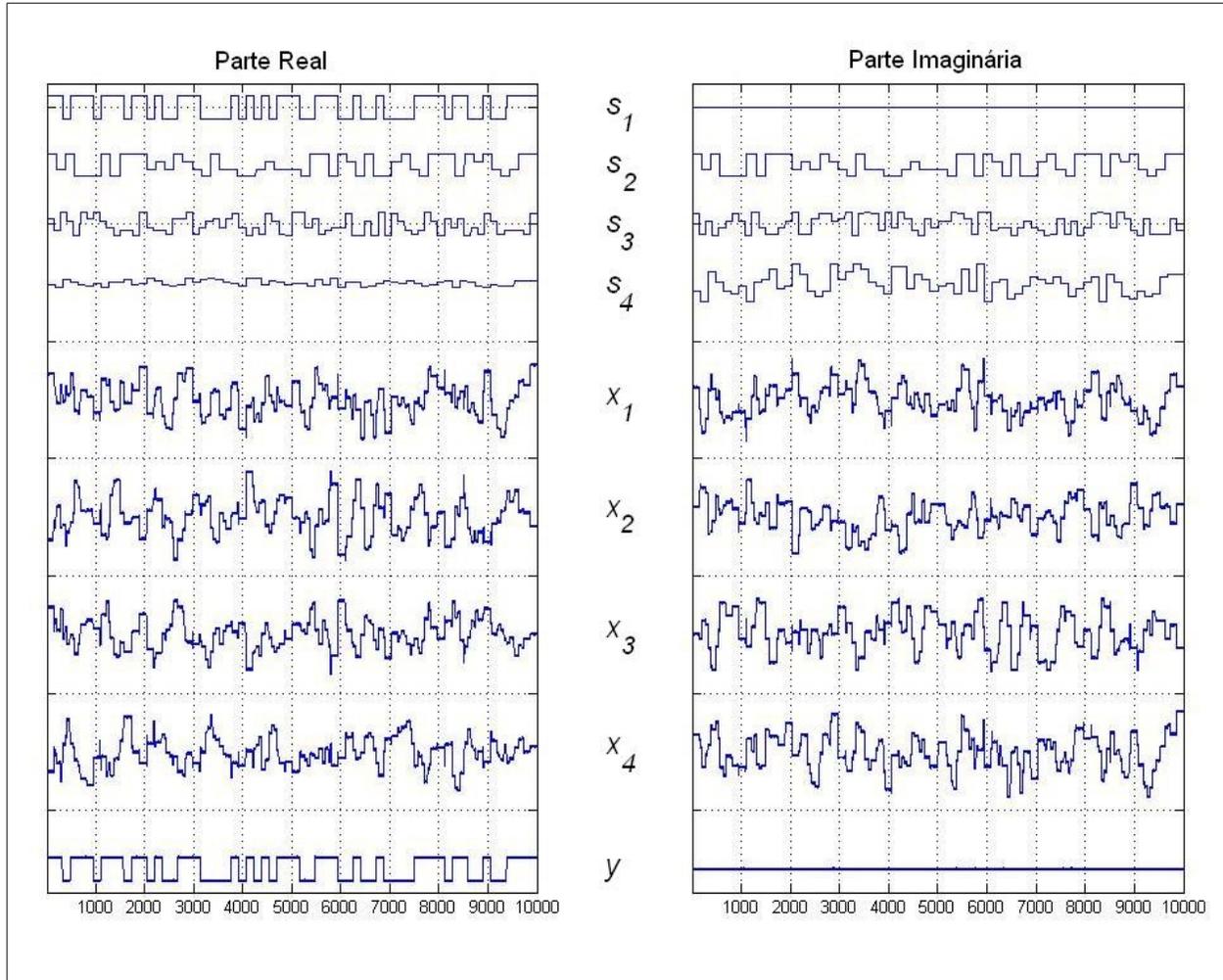


Figura 3.3: Sinais incidentes no arranjo e resultante após processamento.

Caso se queira, através do mesmo conjunto de antenas e sinais, obter-se o sinal  $s_4(t)$  e ao mesmo tempo eliminar-se os sinais  $s_1(t)$  a  $s_3(t)$ , pode-se modificar o vetor de ponderações  $w$  de tal forma que:

$$\begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ w_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +0,0186 - j0,2525 \\ -0,4721 - j0,2457 \\ -0,3468 + j0,4037 \\ +0,1112 + j0,2275 \end{bmatrix}. \quad (3.17)$$

A Figura 3.4 ilustra o fator de rede obtido para esse caso. Como era de se esperar, ocorre um ganho de 0dB na direção do sinal desejado  $s_d(t)$  ( $-45^\circ$ ) e nulos nas direções dos sinais interferentes  $s_1(t)$  a  $s_3(t)$  ( $15^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $60^\circ$ , respectivamente).

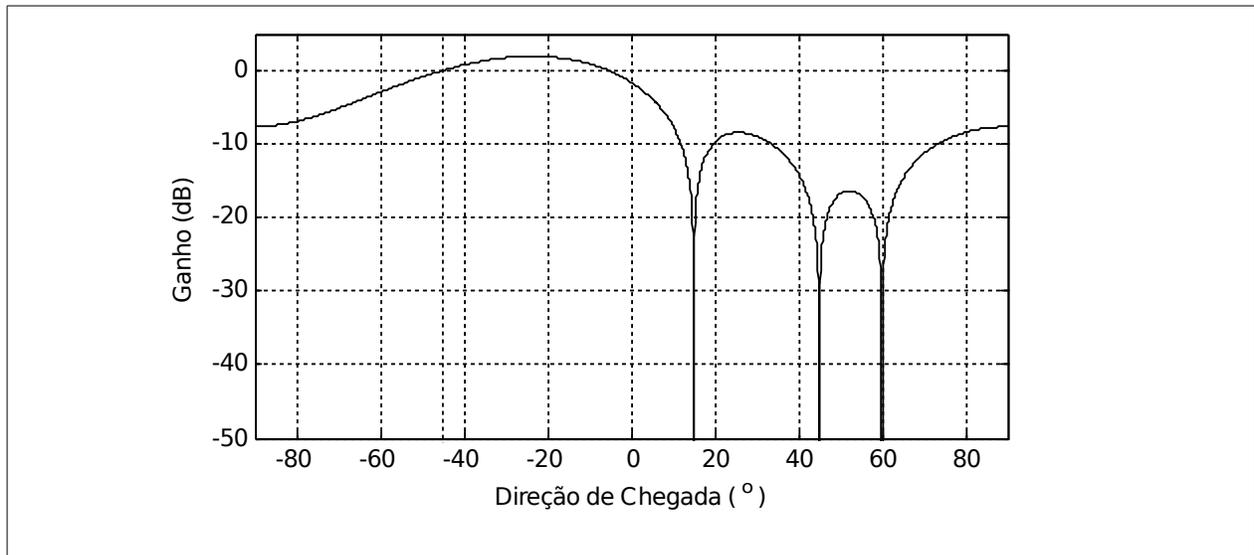


Figura 3.4: Fator de rede do arranjo de antenas receptoras para obtenção do sinal  $s_d(t)$ .

### 3.4. ALGORITMOS ADAPTATIVOS APLICADOS A ARRANJOS DE ANTENAS

Como mostrado nas seções anteriores, a aplicação de ganhos e defasagens nas saídas das antenas de um arranjo permite priorizar um sinal incidente em detrimento de outros, caso se conheça previamente o DOA de cada sinal. Porém, em diversas aplicações, como sistemas de comunicação celular ou RADAR, não se tem o conhecimento prévio das direções de chegada de um ou mais sinais. O desconhecimento do DOA dos sinais incidentes no arranjo inviabiliza a solução do sistema de equações (3.15), o que impossibilita a aplicação dos ganhos e defasagens corretos às saídas das antenas para se priorizar um determinado sinal.

Embora as equações (3.1) a (3.13) tenham sido escritas considerando-se funções contínuas no tempo, todas as conclusões anteriores são válidas caso se amostram os sinais em banda base  $s_{bb_i}(t)$  transmitidos, os sinais incidentes nas antenas  $s_i(t)$  e as saídas das antenas  $x_i(t)$  com uma taxa de amostragem  $1/T_s$ , obtendo-se seqüências de dados  $s_{bb_i}(k)$ ,  $s_i(k)$  e  $x_i(k)$ , além da saída resultante do arranjo  $y(k)$ , onde  $k = n/T_s$ . Pode-se então empregar as seqüências de dados obtidas através da amostragem das saídas das antenas e, através de suas funções estatísticas e

algum tipo de algoritmo adaptativo, obter-se os ganhos e defasagens a serem aplicados à saída de cada antena de forma a priorizar um determinado sinal.

Uma ampla gama de algoritmos adaptativos tem sido desenvolvida ao longo dos anos, como se pode verificar em [HAYKIN, 2002], [TREES, 2002] e [WIDROW, 1985]. Dada a abrangência do tema, neste trabalho serão abordados apenas os algoritmos baseados mínimos quadrados. Este tipo de algoritmo adaptativo possui como característica a obtenção do vetor de ponderações  $\mathbf{w}$  através da minimização de uma determinada função custo  $J(\mathbf{w})$ . Dado que o valor mínimo de uma função corresponde ao ponto em que seu gradiente é nulo, tem-se que o vetor de ponderações  $\mathbf{w}$  pode ser obtido através de aproximações sucessivas de acordo com:

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) - \mu \nabla_{\mathbf{w}} J(\mathbf{w}), \quad (3.18)$$

onde  $\mu$  é um passo de adaptação previamente determinado e  $\nabla_{\mathbf{w}} J(\mathbf{w})$  é a derivação vetorial com relação à  $\mathbf{w}$  ou gradiente.

Os algoritmos adaptativos baseados em gradiente estocástico podem ser treinados, com restrições ou autodidatas [HAYKIN, 2002]. Algoritmos adaptativos treinados são aqueles que dependem de uma determinada sequência de treinamento de tamanho definido para que se garanta a sua convergência. Nesses casos, o algoritmo adaptativo atua somente durante o intervalo de símbolos de treinamento, assumindo que tenha atingido a convergência ao final. Algoritmos com restrições, que podem ser ou não treinados, são aqueles em que se conhece previamente uma das características dos sinais incidentes e, baseado nesse conhecimento, restringe-se sua atuação através de determinados parâmetros. As características conhecidas podem ser, por exemplo, o DOA do sinal desejado em algoritmos adaptativos espaciais ou a frequência do sinal desejado em algoritmos adaptativos temporais. Finalmente, os algoritmos adaptativos autodidatas são aqueles que, baseados apenas em informações indiretas como o conjunto de estatísticas de um sinal, adaptam-se sem a utilização de restrições ou de sequências de treinamento.

### 3.5. CONFORMAÇÃO DE FEIXE ESTRITAMENTE LINEAR

Nesta seção são apresentadas algumas das técnicas de conformação de feixe através da análise estritamente linear das estatísticas de segunda ordem dos sinais incidentes no arranjo de antenas. São abordadas técnicas supervisionadas sem restrições, técnicas supervisionadas com restrições e técnicas autodidatas.

#### 3.5.1. LMS TREINADO

A utilização do algoritmo LMS treinado ou sem restrição em arranjo de antenas com o intuito de conformação de feixe em uma dada direção pressupõe a utilização de uma sequência de treinamento conhecida no receptor. Essa sequência de treinamento é utilizada para a determinação dos coeficientes do filtro espacial a ser utilizado.

Assim, dada a formulação geral do algoritmo LMS [HAYKIN, 2002], tem-se que a adaptação dos coeficientes do filtro espacial é dada por:

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) + \mu \mathbf{x}(k) e^*(k) \quad (3.19)$$

onde  $\mu$  corresponde ao passo de adaptação e  $e(k)$  corresponde ao erro medido na  $k$ -ésima amostra, dado por:

$$e(k) = d(k) - y(k), \quad (3.20)$$

sendo  $d(k)$  o  $k$ -ésimo valor da sequência de treinamento e  $y(k)$  o  $k$ -ésimo valor obtido pela filtragem, definido pela equação (3.13).

Embora amplamente utilizado na prática, o algoritmo LMS sem restrição possui algumas desvantagens quando empregado em sistemas que envolvem arranjos de antenas. Essas desvantagens estão relacionadas à necessidade da presença da sequência de treinamento utilizada para a determinação do filtro espacial. Primeiramente, a transmissão de sequências de treinamento provoca uma diminuição na taxa efetiva de símbolos que o enlace permite transmitir. Em segundo lugar, para que a sequência de treinamento possa ser devidamente utilizada para a determinação do filtro espacial, o receptor deve estar perfeitamente sincronizado, tanto em termos de símbolos transmitidos quanto em termos de palavras transmitidas, ou seja, o receptor deve ter conhecimento prévio sobre os momentos de início e final da sequência de treinamento.

### 3.5.2. LMS COM RESTRIÇÕES

Conforme mencionado na seção 3.1, um dos grandes avanços nos estudos sobre conformação de feixe aplicados a arranjos de antenas deveu-se ao trabalho de [FROST, 1972]. Nesse trabalho foi desenvolvida a teoria dos LCMV baseados no algoritmo LMS, ou seja, desenvolveu-se a teoria matemática para o LMS com restrições, resultando em conformação de feixe através de algoritmo adaptativo.

O algoritmo de Frost trabalha com a imposição de múltiplas restrições lineares, modeladas para se privilegiar o sinal recebido de uma determinada direção, e com o ajuste de alguns coeficientes do filtro espacial, de acordo com o algoritmo LMS, a fim de minimizar os efeitos de eventuais sinais interferentes e do ruído [HAYKIN, 2002]. A utilização de múltiplas restrições lineares faz com que o filtro obtido pelo algoritmo de Frost seja um filtro espacial-temporal, ou seja, além de conformar o feixe de um arranjo de antenas em uma determinada direção, permite ainda a filtragem em frequência do sinal recebido.

As múltiplas restrições lineares podem ser expressadas por uma matriz  $\mathbf{C}$  de dimensão  $L \times (ML)$ , onde  $M$  corresponde ao número de antenas receptoras que formam o arranjo e  $L$  corresponde ao número de atrasadores (*taps*) utilizados no filtro temporal. Assim, tem-se que:

$$\mathbf{C}^H \mathbf{w} = \mathbf{f}, \quad (3.21)$$

onde  $\mathbf{f}$  corresponde ao vetor de restrições temporais, de dimensão  $L \times 1$ . Dessa forma, o objetivo é minimizar a grandeza  $\mathbf{w}^H \mathbf{R}_{xx} \mathbf{w}$  com respeito às restrições dadas pela equação (3.21).

O filtro ótimo é encontrado através do método dos multiplicadores de Lagrange. Assim, define-se a função custo  $J(\mathbf{w})$ :

$$J(\mathbf{w}) = \frac{1}{2} \mathbf{w}^H \mathbf{R}_{xx} \mathbf{w} + \lambda^* (\mathbf{C}^H \mathbf{w} - \mathbf{f}), \quad (3.22)$$

e obtém-se o gradiente em relação a  $\mathbf{w}$ :

$$\nabla_{\mathbf{w}} J(\mathbf{w}) = \mathbf{R}_{xx} \mathbf{w} + \mathbf{C} \lambda^* \quad (3.23)$$

Na otimização de gradiente descendente com restrições, a cada iteração o vetor de ponderações é movido no sentido contrário do gradiente de restrições, e o passo de adaptação é proporcional à magnitude do gradiente de restrições multiplicado por uma constante  $\mu$ . Assim, tem-se que:

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) - \mu (\mathbf{R}_{xx} \mathbf{w} + \mathbf{C} \lambda^*) \quad (3.24)$$

Aplicando as restrições para a  $(k+1)$ -ésima amostra, pode-se escrever:

$$\mathbf{f} = \mathbf{C}^H \mathbf{w}(k+1) = \mathbf{C}^H \mathbf{w}(k) - \mu [\mathbf{C}^H \mathbf{R}_{xx} \mathbf{w}(k) + \mathbf{C}^H \mathbf{C} \lambda^*] \quad (3.25)$$

e, obtendo o valor de  $\lambda$  para as restrições para a  $(k+1)$ -ésima amostra, chega-se a:

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) - \mu [\mathbf{I} - \mathbf{C}(\mathbf{C}^H \mathbf{C})^{-1} \mathbf{C}^H] \mathbf{R}_{xx} \mathbf{w}(k) + \mathbf{C}(\mathbf{C}^H \mathbf{C})^{-1} [\mathbf{f} - \mathbf{C}^H \mathbf{w}(k)]. \quad (3.26)$$

Definindo-se as constantes:

$$\mathbf{F} = \mathbf{C}(\mathbf{C}^H \mathbf{C})^{-1} \mathbf{f} \quad (3.27)$$

e:

$$\mathbf{P} = \mathbf{I} - \mathbf{C}(\mathbf{C}^H \mathbf{C})^{-1} \mathbf{C}^H \quad (3.28)$$

e aproximando-se o termo  $\mathbf{R}_{xx}$  por  $\mathbf{x}^H(k)\mathbf{x}(k)$ , chega-se à equação de adaptação do filtro espacial-temporal do algoritmo de Frost, dado por:

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{P}[\mathbf{w}(k) - \mu y(k)\mathbf{x}(k)] + \mathbf{F} \quad (3.29)$$

Como pode se observar pela equação (3.29), o algoritmo de Frost é composto por um termo constante  $\mathbf{F}$  e por um termo adaptativo, sendo que o termo constante, também chamado de quiescente, é geralmente utilizado também como valor inicial do algoritmo.

### 3.5.3. RLS COM RESTRIÇÕES

O grande interesse da técnica proposta por Frost deve-se ao fato deste algoritmo ser simples, robusto e geralmente eficiente. Porém, uma vez que é baseado no algoritmo LMS, pode sofrer das mesmas limitações clássicas

desse algoritmo como, por exemplo, baixa eficiência de adaptação quando as amostras são bastante correlacionadas. A fim de se suplantar esse tipo de dificuldade, *Resende, Romano e Bellanger* propuseram em 1996 [RESENDE, 1996] um algoritmo adaptativo com restrições baseado na técnica conhecida como *Recursive Least Squares* (RLS), em particular no *Fast Least Squares* (FLS). Esse algoritmo ficou conhecido como *Constrained Fast Least Squares* (CFLS).

O objetivo do algoritmo CFLS é minimizar a função custo:

$$\mathbf{F}(k) = \sum_{i=1}^k W^{k-i} [d(i) - \mathbf{w}^H(k) \mathbf{x}(i)]^2 \quad (3.30)$$

onde  $W$  é uma constante positiva menor ou igual a 1 chamada de ponderação ou fator de esquecimento, em relação às restrições dadas por:

$$\mathbf{C}^H = \mathbf{f} \quad (3.31)$$

onde  $\mathbf{C}$  é a matriz de restrições de dimensão  $L \times M$  e  $\mathbf{f}$  é um vetor de resposta de  $M$  elementos. Após a aplicação do método dos multiplicadores de Lagrange e de algumas manipulações algébricas, chega-se ao valor do filtro ótimo:

$$\mathbf{w}(k) = \mathbf{R}_{xx}^{-1}(k) \mathbf{p}_{xd}(k) + \mathbf{R}_{xx}^{-1}(k) \mathbf{C} [\mathbf{C}^H \mathbf{R}_{xx}^{-1}(k) \mathbf{C}]^{-1} [\mathbf{f} - \mathbf{C}^H \mathbf{R}_{xx}^{-1}(k) \mathbf{p}_{xd}] \quad (3.32)$$

onde  $\mathbf{p}_{xd}(k)$  corresponde ao vetor de correlação cruzada entre o sinal desejado  $d(k)$  e o sinal de entrada  $\mathbf{x}(k)$ . A solução, após mais algumas manipulações algébricas é dada por:

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{K}(k+1) \mathbf{f} \quad (3.33)$$

onde:

$$\mathbf{K}(k+1) = \mathbf{K}_{cor}(k) - \mathbf{g}(k+1) \mathbf{x}^H(k+1) \mathbf{K}_{cor}(k) + \mathbf{K}_{cor}(k+1) \mathbf{C}^H \mathbf{g}(k+1) \mathbf{w}^H(k) \mathbf{x}(k+1) \mathbf{K}_{cor}(k), \quad (3.34)$$

sendo o termo  $\mathbf{K}_{cor}(k)$  definido por:

$$\mathbf{K}_{cor}(K) = \mathbf{K}(k) + \mathbf{C} [\mathbf{C}^H \mathbf{C}]^{-1} [\mathbf{I} - \mathbf{C}^H \mathbf{K}(k)]. \quad (3.35)$$

Como é observado pelas equações (3.33) e (3.34), o filtro para o instante  $(k+1)$  é dependente de um ganho de adaptação  $\mathbf{g}(k+1)$ , que é dado por:

$$\mathbf{g}(k+1) = \frac{\mathbf{R}_{xx}^{-1}(k) \mathbf{x}(k+1)}{W + \mathbf{x}^H(k+1) \mathbf{R}_{xx}^{-1}(k) \mathbf{x}(k+1)}, \quad (3.36)$$

onde a inversa da matriz de autocorrelação é calculada como no algoritmo *Recursive Least Squares* (RLS), ou seja:

$$\mathbf{R}_{\mathbf{xx}}^{-1}(k+1) = W^{-1}[\mathbf{R}_{\mathbf{xx}}^{-1}(k) - \mathbf{g}(k+1)\mathbf{x}^T(k+1)\mathbf{R}_{\mathbf{xx}}^{-1}(k)]. \quad (3.37)$$

Finalmente, o algoritmo CFLS é inicializado com os coeficientes:

$$\mathbf{w}(0) = \mathbf{R}_{\mathbf{xx}}^{-1}(0)\mathbf{C}[\mathbf{C}^H\mathbf{R}_{\mathbf{xx}}^{-1}(0)\mathbf{C}]^{-1}\mathbf{f} \quad (3.38)$$

e:

$$\mathbf{R}_{\mathbf{xx}}^{-1}(0) = E_0 \text{diag}[1 \ W^{-1} \ W^{-2} \ \dots \ W^{-(L-1)}], \quad (3.39)$$

onde  $E_0$  é uma constante positiva.

O algoritmo CFLS foi o precursor de uma série de algoritmos baseados no RLS com restrições. Embora apresente, para um grande número de casos, uma taxa de convergência maior que o algoritmo de Frost, o CFLS tem uma característica de ser susceptível à divergência para sequências longas, uma vez que as restrições são utilizadas apenas para a determinação dos valores iniciais.

### 3.5.4. ALGORITMOS AUTODIDATAS: CMA E NCMA

Como mencionado anteriormente, algoritmos autodidatas não necessitam de sequências de treinamento nem do conhecimento prévio da direção de chegada do sinal desejado, que é recuperado através da utilização do conhecimento de algum tipo de informação estatística do sinal que se deseja recuperar. O algoritmo de módulo constante (*Constant Modulus Algorithm* – CMA) foi desenvolvido independentemente por *Godard* [GODARD, 1980] e *Treichler e Agee* [TREICHLER, 1983] e é uma das técnicas autodidatas mais utilizadas em problemas de equalização e conformação de feixe. Sua característica principal, como sua denominação indica, é adaptar o vetor de ponderações de forma que a saída reproduza um sinal de modulo constante, mas não necessariamente de fase constante, sendo particularmente eficiente na recuperação de sinais com modulação  $N$ -PSK.

A função custo utilizada no algoritmo CMA é:

$$\mathbf{J}_{\text{CMA}} = \mathbf{E}\{(|y(k)|^2 - R^2)^2\} \quad (3.40)$$

onde  $R$  corresponde ao raio da circunferência a que se deseja posicionar os símbolos recuperados  $y(k)$ , assumido ser unitário nas equações a seguir. Utilizando-se o fato que:

$$|y(k)|^2 = y(k)y^*(k) = \mathbf{w}^H \mathbf{x}(k)\mathbf{x}^H(k)\mathbf{w} \quad (3.41)$$

tem-se que o gradiente em  $\mathbf{w}$  é expresso por:

$$\nabla_{\mathbf{w}} J_{\text{CMA}} = 2 \mathbf{E} \{ |y(k)|^2 - 1 \} \mathbf{x}(k) y^*(k) \quad (3.42)$$

onde o valor esperado pode ser substituído pelo valor instantâneo, chegando-se à equação de adaptação:

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) - \mu \mathbf{x}(k) (|y(k)|^2 - 1) y^*(k), \quad (3.43)$$

que é similar ao LMS mas com erro de adaptação dado por  $(1 - |y(k)|^2) y^*(k)$ .

O CMA apresenta como principais vantagens sua simplicidade e, sob certas condições, convergência para valores próximos aos esperados pela filtragem ótima de Wiener. Porém, apesar dessas vantagens, esse algoritmo é consideravelmente ruidoso e apresenta problemas de convergência para valores elevados de  $\mu$ . Isso ocorre especialmente devido ao fato da adaptação do vetor de ponderações  $\mathbf{w}(k)$  ser diretamente proporcional ao sinal de entrada  $\mathbf{x}(k)$  e, conseqüentemente, o CMA experimenta problemas relacionados à amplificação do ruído de gradiente quando a amplitude de  $\mathbf{x}(k)$  é grande. Para contornar esse problema pode ser realizada uma ponderação do passo de adaptação em relação à potência do sinal de entrada, levando ao algoritmo de módulo constante normalizado (*Normalized Constant Modulus Algorithm* – NCMA), proposto por vários autores, como por exemplo *Hilal* e *Duhamel* (HILAL, 1992). Para o NCMA, considera-se uma restrição para a determinação do algoritmo, dada por:

$$\mathbf{w}^H(k+1) \mathbf{x}(k) = C(k) \quad (3.44)$$

onde  $C(k)$  é o valor desejado. Solucionando o problema através do Método dos Multiplicadores de Lagrange, chega-se à equação de adaptação, dada por:

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) + \frac{\mu}{\|\mathbf{x}(k)\|^2} \mathbf{x}(k) \left[ 1 - \frac{1}{|y(k)|} \right] y^*(k) \quad (3.45)$$

Dessa forma, por apresentar menor amplificação de ruído de gradiente que o CMA, a versão normalizada apresenta convergência mais rápida e maior estabilidade.

### 3.6. CONCLUSÃO DO CAPÍTULO

Neste capítulo abordou-se o modelamento matemático aplicado aos arranjos de antenas lineares com elementos uniformemente espaçados. Mostrou-se que a utilização dos arranjos de antenas permite que sinais incidentes sejam tratados e filtrados espacialmente. Como mostrado ao longo do capítulo, um arranjo de antenas receptoras, quando operando em conjunto com vetores de ponderação, permite a manipulação por *software* do lóbulo principal do diagrama de irradiação. Mostrou-se que através desse procedimento é possível se discriminar sinais em detrimento de outros, especialmente quando se conhece *a priori* a direção de chegada de cada sinal incidente.

Embora teoricamente factível, esse processo é dependente de determinados fatores que nem sempre estão sob controle do operador. Ilustrou-se o fato que a discriminação correta de um determinado sinal depende não

somente do conhecimento prévio das direções de chegada como também da relação entre o número de sinais incidentes e o número de antenas receptoras, implicando que essa solução não é possível em sistemas sub-parametrizados. Além disso, por ser um filtro espacial, o espaçamento entre os elementos que compõe o arranjo tem forte influência sobre o intervalo de ângulos de chegada considerados.

Para se contornar as eventuais faltas de informações *a priori*, pode-se adotar o uso de algoritmos que não fornecem inicialmente a solução exata do problema, mas tendem a ela iterativamente, ajustando a cada iteração os valores dos vetores de ponderação, até se atingir uma solução próxima da solução ideal. Esse tipo de solução leva à introdução dos algoritmos adaptativos aplicados a arranjos de antenas. Embora a gama de algoritmos adaptativos seja bastante ampla, neste trabalho estarão sob foco os algoritmos adaptativos relacionados ao problema de mínimos quadrados. Vários algoritmos adaptativos aplicados aos arranjos de antenas foram mostrados, desde os algoritmos supervisionados com e sem restrição até os algoritmos autodidatas.

## 4. ARRANJOS DE ANTENAS E O PROCESSAMENTO LARGAMENTE LINEAR

O Capítulo 3 apresentou o conceito de conformação de feixe em arranjos de antenas e uma série de algoritmos adaptativos que podem ser utilizados para esse fim. Neste capítulo, o conceito de conformação de feixe é expandido para o contexto do Processamento Largamente Linear, que foi apresentado no Capítulo 2. Nesse caso, tanto a sequência de dados recebida quanto seu complexo conjugado são utilizados para a determinação do filtro a ser aplicado à saída do arranjo de antenas, que, conseqüentemente, possui uma dimensão duas vezes maior que sua contrapartida estritamente linear. Esse aumento na dimensão do filtro leva também a um aumento no número de operações computacionais necessárias para a execução do algoritmo adaptativo largamente linear utilizado.

Embora em algumas situações o Processamento Largamente Linear possa apresentar resultados melhores que o Processamento Estritamente Linear, compensando a maior necessidade de operações aritméticas para sua execução, em vários casos sua utilização resulta em um desempenho similar, o que pode tornar sua utilização menos atraente. Por outro lado, conforme mostrado no Capítulo 2, em um cenário em que o sinal desejado é rectilinear, o Processamento Largamente Linear apresenta resultados potencialmente melhores que o Processamento Estritamente Linear. Assim, a busca por algoritmos adaptativos largamente lineares otimizados para esse tipo de cenário é relevante, especialmente se esses algoritmos adaptativos apresentarem uma complexidade menor.

Neste capítulo faz-se inicialmente uma revisão da formulação do Processamento Largamente Linear para, em seguida, aplicar esse conceito aos algoritmos adaptativos. Com isso obtém-se as equações de adaptação dos algoritmos adaptativos abordados no Capítulo 3 no âmbito do Processamento Largamente Linear. Posteriormente discute-se a complexidade computacional de algoritmos em termos de operações matemáticas necessárias para sua implementação. Por fim, os algoritmos adaptativos largamente lineares obtidos são otimizados para o caso em que o sinal desejado é rectilinear e as complexidades computacionais destes são comparadas às de suas contrapartidas estritamente lineares e largamente lineares.

## 4.1. O PROCESSAMENTO LARGAMENTE LINEAR APLICADO AOS ARRANJOS DE ANTENAS

Como mencionado no Capítulo 2, o Processamento Largamente Linear pode apresentar, sob certas circunstâncias, desempenho superior ao Processamento Estritamente Linear ou Clássico. Notadamente, há um ganho de desempenho quando a matriz de *pseudocorrelação* do sinal resultante à saída do filtro é não nula. Nas comunicações sem fio, tais eventualidades ocorrem, por exemplo, quando se aplicam aos sinais em banda base modulações digitais que não espalham os símbolos de maneira igualitária entre os eixos real e imaginário. Um tal tipo de modulação é a BPSK, que distribui os símbolos apenas sobre o eixo real, ou as modulações do tipo *staggered*, como a GMSK.

Seja um arranjo de antenas receptoras formado por  $M$  elementos, dispostos de forma linear e igualmente espaçados de uma distância  $d = \lambda/2$  e sobre o qual incidem  $N$  sinais de fontes independentes e localizadas no campo distante. Os sinais resultantes nas saídas de cada antena receptora podem ser representados pelo sistema matricial apresentado em (3.10), (3.11) e (3.12), rerepresentados aqui por conveniência:

$$\begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ \vdots \\ x_M(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}^T(\phi_1) \\ \mathbf{a}^T(\phi_2) \\ \vdots \\ \mathbf{a}^T(\phi_N) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} s_1(k) \\ s_2(k) \\ \vdots \\ s_N(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \eta_1(k) \\ \eta_2(k) \\ \vdots \\ \eta_M(k) \end{bmatrix}, \quad (4.1)$$

ou:

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{A}^T \mathbf{s}(k) + \boldsymbol{\eta}(k), \quad (4.2)$$

onde  $\eta_n(k)$  corresponde ao ruído aditivo gaussiano à entrada de cada antena e:

$$\mathbf{a}(\phi_k) = [1 \quad e^{j\phi_k} \quad e^{j2\phi_k} \quad \dots \quad e^{j(M-1)\phi_k}]^T, \quad (4.3)$$

corresponde ao vetor de defasagens em cada antena devido ao DOA de cada sinal.

O Processamento Largamente Linear emprega tanto as saídas das antenas  $\mathbf{x}(k)$  quando seus complexos conjugados  $\mathbf{x}^*(k)$  para a determinação do filtro espacial. Dessa forma, tem-se que:

$$y_{WL}(k) = \mathbf{w}_1^H \mathbf{x}(k) + \mathbf{w}_2^H \mathbf{x}^*(k), \quad (4.4)$$

onde os vetores de ponderações são expressos como:

$$\mathbf{w}_1 = [w_{1,1} \quad w_{1,2} \cdots w_{1,M}]^T \quad (4.5)$$

e:

$$\mathbf{w}_2 = [w_{2,1} \ w_{2,2} \ \dots \ w_{2,M}]^T \quad (4.6)$$

com  $w_{i,j}$  complexo. A Figura 4.1 ilustra de forma esquemática o arranjo de antenas ao qual se aplica o Processamento Largamente Linear.

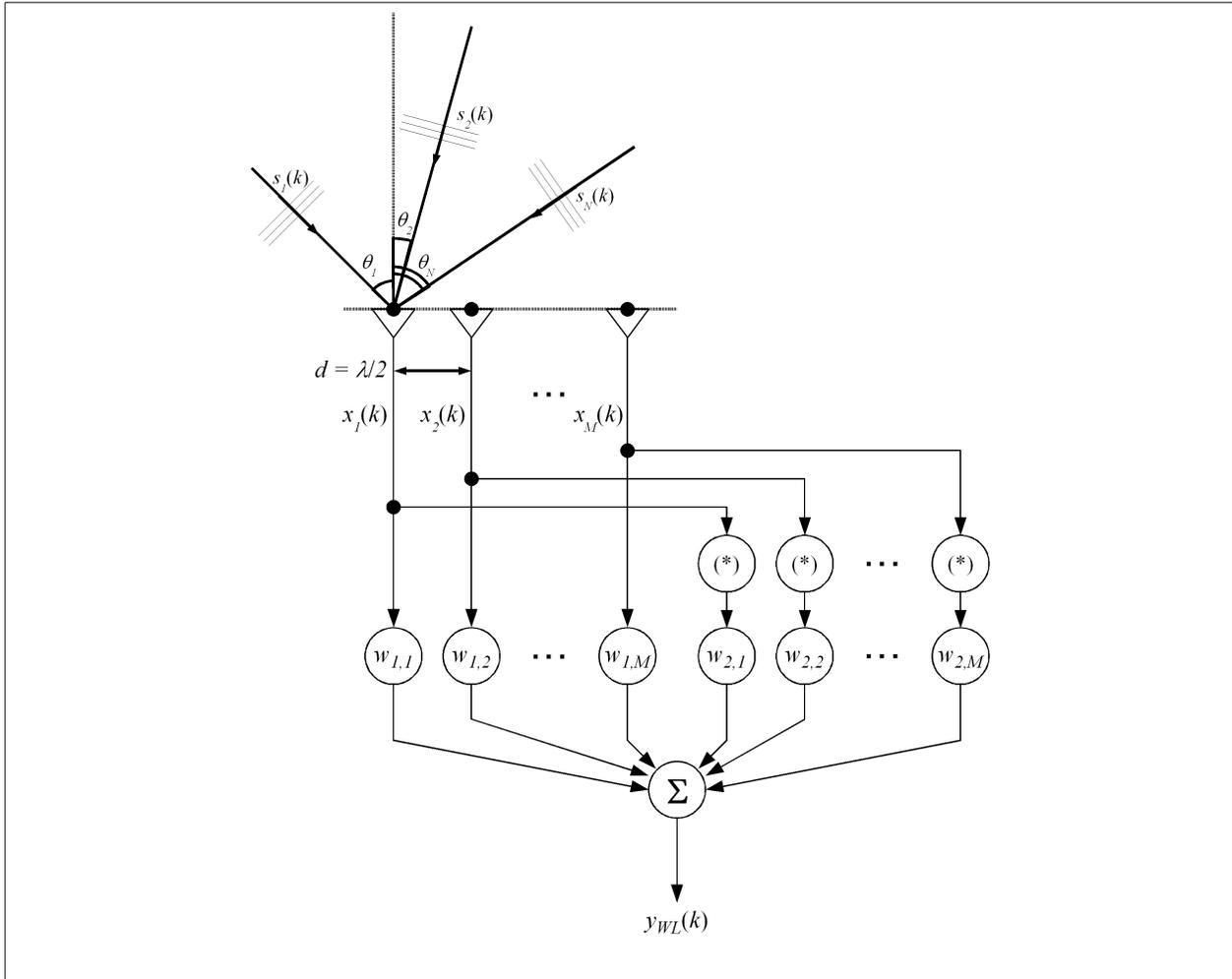


Figura 4.1: Arranjo de antenas receptoras considerado para o processamento largamente linear. O arranjo é composto por M antenas igualmente distribuídas e de forma linear e sobre ele incidem N sinais cujas origens estão situadas no campo distante. São utilizados o sinal proveniente de cada antena e seu complexo conjugado para a obtenção da saída do filtro.

Finalmente, para simplificação de notação, pode-se considerar o conjunto de sinais formados por  $\mathbf{x}(k)$  e  $\mathbf{x}^*(k)$  como um único vetor, assim como o conjunto de ponderações formados pelos vetores  $\mathbf{w}_1$  e  $\mathbf{w}_2$ , chegando-se às equações (2.31), (2.32) e (2.33), reproduzidas aqui por conveniência:

$$\tilde{\mathbf{x}}(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k) \\ \mathbf{x}^*(k) \end{bmatrix}, \quad (4.7)$$

$$\tilde{\mathbf{w}} = \begin{bmatrix} \mathbf{w}_1 \\ \mathbf{w}_2 \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

e:

$$y_{WL}(k) = \tilde{\mathbf{w}}^H \tilde{\mathbf{x}}(k) \quad (4.9)$$

## 4.2. CONFORMAÇÃO DE FEIXE LARGAMENTE LINEAR

Conforme ilustrado no Capítulo 3, uma série de algoritmos adaptativos foi desenvolvida visando a conformação de feixe em arranjo de antenas. Esses algoritmos podem ser classificados como supervisionados sem restrições ou treinados, supervisionados com restrições e autodidatas ou cegos. Há um interesse em se desenvolver as contrapartidas largamente lineares dos algoritmos estritamente lineares devido ao fato de que, para alguns cenários de aplicação, os algoritmos largamente lineares podem apresentar um ganho em desempenho sobre os algoritmos estritamente lineares. Desta forma, nesta seção são apresentados algoritmos adaptativos largamente lineares deduzidos a partir de suas contrapartidas estritamente lineares.

### 4.2.1. LMS TREINADO

Conforme mencionado no Capítulo 3, o algoritmo LMS baseia-se no conceito de gradiente estocástico e é um dos mais simples algoritmos adaptativos, sendo que a determinação dos coeficientes do filtro para o caso estritamente linear é dada por (3.19) e (3.20). Denominando-se a versão estritamente linear do algoritmo LMS por LMS-SL, pode-se obter sua contrapartida largamente linear considerando-se as equações largamente lineares (4.7), (4.8) e (4.9). Assim, o vetor de entradas passa a contemplar o vetor original  $\mathbf{x}(k)$  e seu complexo conjugado, ao passo que o vetor dos coeficientes de ponderação passa a ser composto por dois vetores  $\mathbf{w}_1$  e  $\mathbf{w}_2$ . Considerando-se as novas variáveis  $\tilde{\mathbf{x}}$  e  $\tilde{\mathbf{w}}$  e executando-se as mesmas manipulações algébricas realizadas para o caso estritamente linear, chega-se à equação de adaptação para o algoritmo LMS Treinado largamente linear (LMS-WL):

$$\tilde{\mathbf{w}}(k+1) = \tilde{\mathbf{w}}(k) + \mu \tilde{\mathbf{x}}(k) e^*(k), \quad (4.10)$$

sendo que o erro é dado por:

$$e(k) = d(k) - y_{WL}(k). \quad (4.11)$$

### 4.2.2. LMS COM RESTRIÇÕES

Da mesma forma que realizado para o algoritmo LMS Treinado, é possível obter a contrapartida largamente linear do algoritmo LMS com restrições, também conhecido como algoritmo de Frost. Por questões de conveniência, o algoritmo de Frost em sua versão estritamente linear será chamada de FROST-SL, ao passo que sua extensão para

o caso largamente linear será denominada de FROST-WL.

No caso largamente linear, a restrição passa a ser dada por

$$\tilde{\mathbf{C}} \tilde{\mathbf{w}} = \mathbf{f}, \quad (4.12)$$

onde:

$$\tilde{\mathbf{C}} = [\mathbf{C}^T \mathbf{C}^H]^T, \quad (4.13)$$

Nessas condições, a equação de adaptação (3.29) adquire a forma:

$$\tilde{\mathbf{w}}(k+1) = \tilde{\mathbf{P}} [\tilde{\mathbf{w}}(k) - \mu y(k) \tilde{\mathbf{x}}(k)] + \tilde{\mathbf{F}}, \quad (4.14)$$

onde:

$$\tilde{\mathbf{w}}(0) = \tilde{\mathbf{F}}, \quad (4.15)$$

$$\tilde{\mathbf{P}} = \mathbf{I} - \tilde{\mathbf{C}} (\tilde{\mathbf{C}}^H \tilde{\mathbf{C}})^{-1} \tilde{\mathbf{C}}^H \quad (4.16)$$

$$\tilde{\mathbf{F}} = \tilde{\mathbf{C}} (\tilde{\mathbf{C}}^H \tilde{\mathbf{C}})^{-1} \mathbf{f} \quad (4.17)$$

### 4.2.3. FLS COM RESTRIÇÕES

Para a obtenção do algoritmo FLS com restrições na forma largamente linear, substitui-se as equações originais do FLS com restrições (3.30) por:

$$\mathbf{F}(k) = \sum_{i=1}^k W^{k-i} [d(i) - \tilde{\mathbf{w}}^H(k) \tilde{\mathbf{x}}(i)]^2 \quad (4.18)$$

Nesse caso, as restrições são dadas por:

$$\tilde{\mathbf{C}}^H \tilde{\mathbf{w}} = \mathbf{f} \quad (4.19)$$

onde  $\tilde{\mathbf{C}}$  é definido conforme a equação (4.13). Aplicando-se os mesmos procedimentos para a determinação do algoritmo FLS com restrições estritamente linear, chega-se à sua forma largamente linear, com a adaptação do filtro espacial dada por:

$$\tilde{\mathbf{w}}(k+1) = \tilde{\mathbf{K}}(k+1) \mathbf{f} \quad (4.20)$$

onde  $\tilde{\mathbf{K}}(k+1)$  é definido pelo conjunto de equações (3.34) a (3.37) em sua forma estritamente linear e pelas equações (4.21) a (4.24) para sua forma largamente linear:

$$\tilde{\mathbf{K}}(k+1) = \tilde{\mathbf{K}}_{\text{cor}}(k) - \mathbf{g}(k+1) \mathbf{x}^H(k+1) \tilde{\mathbf{K}}_{\text{cor}}(k) + \tilde{\mathbf{K}}_{\text{cor}}(k+1) \tilde{\mathbf{C}}^H \mathbf{g}(k+1) \tilde{\mathbf{w}}^H(k) \tilde{\mathbf{x}}(k+1) \tilde{\mathbf{K}}_{\text{cor}}(k) \quad (4.21)$$

$$\tilde{\mathbf{K}}_{\text{cor}}(k) = \tilde{\mathbf{K}}(k) + \tilde{\mathbf{C}} [\tilde{\mathbf{C}}^H \tilde{\mathbf{C}}]^{-1} [\mathbf{I} - \tilde{\mathbf{C}}^H \tilde{\mathbf{K}}(k)] \quad (4.22)$$

$$\mathbf{g}(k+1) = \frac{\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}\tilde{\mathbf{x}}}^{-1}(k) \tilde{\mathbf{x}}(k+1)}{W + \tilde{\mathbf{x}}^H(k+1) \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}\tilde{\mathbf{x}}}^{-1}(k) \tilde{\mathbf{x}}(k+1)}, \quad (4.23)$$

$$\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}\tilde{\mathbf{x}}}^{-1}(k+1) = W^{-1} [\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}\tilde{\mathbf{x}}}^{-1}(k) - \mathbf{g}(k+1) \tilde{\mathbf{x}}^T(k+1) \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}\tilde{\mathbf{x}}}^{-1}(k)]. \quad (4.24)$$

#### 4.2.4. ALGORITMOS CEGOS: CMA E NCMA

Assim como realizado para os algoritmos de gradiente estocástico supervisionados e não supervisionados, também é possível se obter algoritmos cegos no contexto largamente linear a partir dos algoritmos estritamente lineares originais. Particularmente nesta seção serão considerados os algoritmos de módulo constante CMA e NCMA, cujas formulações estritamente lineares serão chamadas de CMA-SL e NCMA-SL por questões de clareza.

##### 4.2.4.1. CMA-WL

Conforme desenvolvido na seção 3.3.5, o algoritmo CMA-SL possui equação de adaptação dada por (3.43), reproduzida aqui por questões de clareza:

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) + \mu \mathbf{x}(k) \left( |y_{SL}(k)|^2 - 1 \right) y_{SL}^*(k) \quad (4.25)$$

Considerando-se os vetores de entrada e de ponderação largamente lineares  $\tilde{\mathbf{x}}$  e  $\tilde{\mathbf{w}}$  e reproduzindo-se as mesmas manipulações algébricas realizadas para a obtenção do algoritmo CMA-SL, chega-se à equação de adaptação para o algoritmo CMA-WL:

$$\tilde{\mathbf{w}}(k+1) = \tilde{\mathbf{w}}(k) + \mu \tilde{\mathbf{x}}(k) \left( |y_{WL}(k)|^2 - 1 \right) y_{WL}^*(k) \quad (4.26)$$

##### 4.2.4.2. NCMA-WL

No caso do algoritmo adaptativo CMA normalizado, tem-se como objetivo determinar o passo de adaptação ótimo  $\mu_{\text{OPT}}$  em função dos coeficientes de entrada do algoritmo. Usando-se as mesmas premissas apresentadas no Capítulo 3, a solução para o algoritmo NCMA-WL passa a ser:

$$\tilde{\mathbf{w}}(k+1) = \tilde{\mathbf{w}}(k) + \frac{\mu}{\|\tilde{\mathbf{x}}(k)\|^2} \tilde{\mathbf{x}}(k) \left[ 1 - \frac{1}{|y_{WL}(k)|} \right] y_{WL}^*(k). \quad (4.27)$$

### 4.3. CUSTO COMPUTACIONAL

Algoritmos utilizados em processamento de sinais discretos no tempo podem ser aplicados de forma *on-line* ou *off-line* [HAYKIN, 2002]. Aplicações *off-line* são aquelas cujas amostras são colhidas, armazenadas em algum tipo de dispositivo de memória e, quando necessário, processadas. Exemplos desse tipo de aplicação são as análises de imagens provenientes de rádio-telescópios, enriquecimento de imagens de equipamentos de diagnóstico médico, técnicas de mapeamento do sub-solo, entre outras. No tipo de aplicação *off-line*, pode não haver grande necessidade de rapidez computacional, uma vez que o resultado não é necessariamente aplicado de imediato. Isso faz com que os algoritmos utilizados possam ser bastante complexos e contar com um número de operações bastante generoso, ou seja, o custo computacional dos algoritmos não é relevante do ponto de vista do desempenho.

Por outro lado, o desempenho dos algoritmos cujo processamento é *on-line* é altamente dependente do custo computacional dos mesmos uma vez que, geralmente, tais algoritmos são implementados em componentes semicondutores dedicados ou dispositivos de lógica programável, e devem fornecer respostas praticamente instantâneas. Nesse caso, a complexidade computacional dos algoritmos é relevante, uma vez que ela é inversamente proporcional ao tempo necessário para a execução do algoritmo ou à área ocupada pelo algoritmo no dispositivo. Assim, em se tratando de processamento *on-line*, é importante que os algoritmos tenham a complexidade computacional mais baixa possível para que a velocidade de processamento seja a mais alta possível e a utilização do dispositivo seja a menor possível.

O termo “custo computacional” foi inicialmente proposto por *Hartmanis* e *Stearns* [HARTMANIS, 1965] e corresponde a uma parte da Teoria da Complexidade Computacional da Teoria da Computação, sendo altamente importante para o desenvolvimento de algoritmos eficientes. Desde meados da década de 1960 o estudo da complexidade computacional de algoritmos tem se posicionado de forma mais e mais importante na Teoria da Computação, com vários parâmetros de medição e diretrizes de confecção de algoritmos tendo surgido desde então [FORTNOW, 2002]. O custo computacional de um algoritmo é estimado de maneiras diferentes caso se esteja considerando que sua aplicação é voltada a *software* ou a *hardware*. No caso de aplicações voltadas a *software*, existem diversas formas de se medir a complexidade computacional de um algoritmo, indo desde a cronometragem do tempo necessário para sua execução em uma determinada máquina computadora até a contagem de linhas de código fonte empregadas. No caso de aplicações voltadas a *hardware*, uma possível forma de se estimar o custo computacional de um algoritmo é levar em consideração o número de operações aritméticas simultâneas necessárias para sua execução. Essas operações aritméticas podem ser classificadas como somas, como multiplicações ou como divisões, já que cada uma dessas operações demanda uma determinada área do componente ao qual será aplicado o algoritmo.

Tomando-se a equação do filtro espacial para o Processamento Estritamente Linear apresentada em (3.13) e reproduzida aqui por conveniência:

$$y_{SL} = \mathbf{w}^H \mathbf{x}, \quad (4.28)$$

pode-se expressar os vetores  $\mathbf{w}$  e  $\mathbf{x}$  em suas componentes real e imaginária de tal forma que:

$$\mathbf{w} = \mathbf{w}_R + j \mathbf{w}_I, \quad (4.29)$$

e:

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_R + j \mathbf{x}_I, \quad (4.30)$$

com  $\mathbf{w}_R$ ,  $\mathbf{w}_I$ ,  $\mathbf{x}_R$  e  $\mathbf{x}_I$  reais. Assim, tem-se que:

$$y_{SL} = \mathbf{w}_R^T \mathbf{x}_R + \mathbf{w}_I^T \mathbf{x}_I + j(\mathbf{w}_R^T \mathbf{x}_I - \mathbf{w}_I^T \mathbf{x}_R). \quad (4.31)$$

Caso  $\mathbf{w}$  e  $\mathbf{x}$  sejam vetores de uma coluna por  $M$  linhas, tem-se que  $y_{SL}$  é obtido através de  $4M$  multiplicações reais e  $4M - 2$  somas reais.

No caso do Processamento Largamente Linear, a saída do filtro é obtida através da aplicação de dois filtros complexos  $\mathbf{w}_1$  e  $\mathbf{w}_2$ , com  $\mathbf{w}_1$  ponderando a recepção  $\mathbf{x}$  e  $\mathbf{w}_2$  ponderando o complexo conjugado da recepção  $\mathbf{x}$ . Nesse caso, a expressão da saída do filtro, em termos das componentes real e imaginária de cada termo, pode ser escrita como:

$$y_{WL} = \mathbf{w}_{1R}^T \mathbf{x}_R + \mathbf{w}_{1I}^T \mathbf{x}_I + j(\mathbf{w}_{1R}^T \mathbf{x}_I - \mathbf{w}_{1I}^T \mathbf{x}_R) + \mathbf{w}_{2R}^T \mathbf{x}_R - \mathbf{w}_{2I}^T \mathbf{x}_I - j(\mathbf{w}_{2R}^T \mathbf{x}_I + \mathbf{w}_{2I}^T \mathbf{x}_R) \quad (4.32)$$

ou:

$$y_{WL} = \mathbf{w}_{1R}^T \mathbf{x}_R + \mathbf{w}_{1I}^T \mathbf{x}_I + \mathbf{w}_{2R}^T \mathbf{x}_R - \mathbf{w}_{2I}^T \mathbf{x}_I + j(\mathbf{w}_{1R}^T \mathbf{x}_I - \mathbf{w}_{1I}^T \mathbf{x}_R - \mathbf{w}_{2R}^T \mathbf{x}_I - \mathbf{w}_{2I}^T \mathbf{x}_R) \quad (4.33)$$

o que equivale, considerando que  $\mathbf{w}_1$ ,  $\mathbf{w}_2$  e  $\mathbf{x}$  sejam vetores de dimensão  $(M \times 1)$ , a  $8M$  multiplicações reais e  $8M - 2$  somas reais.

Assim, o Processamento Largamente Linear quando aplicado ao problema de filtragem espacial leva a um número de operações aritméticas bastante maior que aquele necessário à aplicação do Processamento Estritamente Linear, e, dessa forma, esse custo computacional deve ser levado em consideração quando da escolha de qual tipo de algoritmo será utilizado, especialmente se a sua aplicação for em tempo real.

Como mencionado do Capítulo 2, o desempenho apresentado por uma filtragem Largamente Linear sobre uma filtragem Estritamente Linear é dependente da matriz de *pseudocorrelação*  $\mathbf{C}_{xx}$  e das matrizes de correlação cruzada entre o sinal desejado e o sinal recebido. Quando se tem  $\mathbf{C}_{xx} = \mathbf{0}$ , tem-se um caso de observação circular e se o sinal desejado for estatisticamente independente do sinal recebido, tem-se que o vetor de ponderações  $\mathbf{w}_2$  do Processamento Largamente Linear é anulado, levando-se a uma igualdade entre o Processamento Largamente Linear e o Processamento Estritamente Linear. Como não há ganho nesse caso, a utilização do Processamento Largamente Linear não se justifica uma vez que sua complexidade computacional é consideravelmente maior.

Por outro lado, um caso relevante é aquele em que o sinal desejado é real. Como estabelecido no Capítulo 2,

para esse caso tem-se que  $\mathbf{w}_1 = \mathbf{w}_2^* = \mathbf{w}_{WL}$ . Com isso, o filtro espacial expresso na equação (4.4) toma a forma:

$$y_{WL} = \mathbf{w}_{WL}^H \mathbf{x} + \mathbf{x}^H \mathbf{w}_{WL}, \quad (4.34)$$

que corresponde a:

$$y_{WL} = 2 \Re \left\{ \mathbf{w}_{WL}^H \mathbf{x} \right\}, \quad (4.35)$$

ou, em termos das componentes real e imaginária:

$$y_{WL} = 2(\mathbf{w}_{WLR}^T \mathbf{x}_R + \mathbf{w}_{WLI}^T \mathbf{x}_I), \quad (4.36)$$

que apresenta custo computacional igual a  $2M$  multiplicações reais e  $2M - 1$  somas reais. Assim, quando aplicado a arranjos de antenas em um cenário em que o sinal desejado é retilinear, o custo computacional do algoritmo Largamente Linear é menor que o custo computacional do algoritmo Estritamente Linear, sendo que os resultados são potencialmente melhores. Esse fato apresenta um aspecto encorajador na busca da otimização dos algoritmos Largamente Lineares voltados à conformação de feixe em arranjos de antenas para os cenários em que o sinal desejado é retilinear.

#### 4.4. ALGORITMOS ADAPTATIVOS WL OTIMIZADOS: SINAL DESEJADO REAL

Nesta seção são apresentados algoritmos adaptativos baseados em gradiente estocástico em sua forma otimizada quando o sinal desejado é retilinear. São abordadas as otimizações para os algoritmos LMS, de Frost e de módulo constante (CMA e NCMA).

##### 4.4.1. LMS TREINADO

Conforme discutido na seção 4.3, um caso particular de aplicação do processamento largamente linear é aquele em que o sinal desejado é real, como ocorre no escopo do sistema GPS (*Global Positioning System*). Nesse caso, tem-se que  $\mathbf{w}_1 = \mathbf{w}_2^* = \mathbf{w}_{WL}$  e a resposta do filtro é dada por (4.34), sendo, portanto, real e como para esse caso o sinal desejado  $d(k)$  é real, o erro apresentado em (4.11) é também real e definido por:

$$e = d - \mathbf{w}_{WL}^H \mathbf{x} - \mathbf{w}_{WL}^T \mathbf{x}^*, \quad (4.37)$$

Com base nessas premissas, é possível obter a versão largamente linear do algoritmo LMS que é otimizada para os casos em que o sinal desejado é retilinear. Assim, considerando-se a função custo  $J_{LMS}$  definida por:

$$\mathbf{J}_{LMS} = \mathbf{E} \left\{ |e|^2 \right\}, \quad (4.38)$$

e sabendo-se que  $|e|^2 = e e^*$  tem-se que a função custo é definida por:

$$\mathbf{J}_{LMS} = \mathbf{E} \left\{ dd^* - \mathbf{w}_{WL}^H (\mathbf{x} d + \mathbf{x} d^*) - \mathbf{w}_{WL}^T (\mathbf{x}^* d + \mathbf{x}^* d^*) + 2 \mathbf{w}_{WL}^H \mathbf{x} \mathbf{x}^H \mathbf{w} + \mathbf{w}_{WL}^H \mathbf{x} \mathbf{x}^T \mathbf{w}^* + \mathbf{w}_{WL}^T \mathbf{x}^* \mathbf{x}^H \mathbf{w} \right\}, \quad (4.39)$$

cujo gradiente instantâneo é expresso por:

$$\nabla_{\mathbf{w}_{WL}} \left\{ \mathbf{J}_{LMS} \right\} = \mathbf{x} \left( -(d + d^*) + 2 \mathbf{x}^H \mathbf{w}_{WL} + 2 \mathbf{x}^T \mathbf{w}_{WL}^* \right). \quad (4.40)$$

Considerando-se que  $d$  é real e substituindo-se (4.40) na expressão de adaptação do gradiente estocástico, chega-se à equação de adaptação para o algoritmo LMS largamente linear otimizado para sinal desejado retilinear (LMS-WL-R):

$$\mathbf{w}_{WL}(k+1) = \mathbf{w}_{WL}(k) + 2 \mu \mathbf{x}(k) e(k) \quad (4.41)$$

com a saída  $y_{WL}(k)$  dada por (4.36).

Considerando-se a família de algoritmos LMS em suas versões estritamente linear (LMS-SL), largamente linear (LMS-WL) e largamente linear otimizada para sinal desejado retilinear (LMS-WL-R), é possível comparar seus custos computacionais, com base no número de operações aritméticas necessário para sua implementação. Esse resultado é apresentado na Tabela 4.1 levando-se em conta que o algoritmo é aplicado a um sistema composto por  $M$  taps no caso de uma implementação de filtro temporal, ou  $M$  antenas no caso de uma implementação de filtro espacial.

ALGORITMO	OPERAÇÃO	SAÍDA	ADAPTAÇÃO	ERRO	TOTAL
LMS-SL	SOMAS	$4M - 2$	$4M$	2	$8M$
	MULTIPLICAÇÕES	$4M$	$4M + 2$	0	$8M + 2$
LMS-WL	SOMAS	$8M - 2$	$8M$	2	$16M$
	MULTIPLICAÇÕES	$8M$	$8M + 2$	0	$16M + 2$
LMS-WL-R	SOMAS	$2M - 1$	$2M$	1	$4M$
	MULTIPLICAÇÕES	$2M$	$2M + 1$	0	$4M + 1$

Tabela 4.1 : Comparação do custo computacional da família de algoritmos LMS.

A Tabela 4.1 mostra claramente que o algoritmo LMS-WL é mais custoso computacionalmente que o algoritmo LMS-SL. Esse fato deve ser levado em consideração quando da escolha de qual algoritmo será utilizado

em uma determinada aplicação. Por outro lado, se o cenário de aplicação contempla um sinal desejado real, então pode-se aplicar o algoritmo LMS-WL-R, que apresenta apenas a metade da complexidade computacional exigida pelo LMS-SL. Dessa forma, nesse cenário, o LMS-WL-R apresentará resultados potencialmente melhores que o LMS-SL, consumindo apenas metade da área de um componente ou do tempo de processamento.

#### 4.4.2. LMS COM RESTRIÇÕES

A otimização para sinal desejado real do algoritmo LMS com restrições, ou algoritmo de Frost, leva em consideração, assim como realizado para o algoritmo LMS treinado, que  $\mathbf{w}_1 = \mathbf{w}_2^*$  e, assim, fornece como saída sinal real, conforme estabelecido na equações (4.35) e (4.36). Como mencionado no Capítulo 3, o algoritmo LMS com restrições apresenta como objetivo minimizar a potência média à saída do filtro, fazendo com que os coeficientes de ponderação do filtro obedeçam a determinadas restrições. Dessa forma, busca-se:

$$\min_{\mathbf{w}_{WL}} f(\mathbf{w}_{WL}) = \mathbb{E}\{|y_{WL}|^2\}, \quad (4.42)$$

obedecendo-se as restrições:

$$\mathbf{c}(\mathbf{w}_{WL}) = \mathbf{C}^H \mathbf{w}_{WL} - \mathbf{f} = \mathbf{0}, \quad (4.43)$$

onde a dependência temporal foi suprimida para efeitos de clareza, Considerando (4.34),  $f(\mathbf{w}_{WL})$  pode ser escrito como:

$$f(\mathbf{w}_{WL}) = \mathbb{E}\{2 \mathbf{w}_{WL}^H \mathbf{X} \mathbf{X}^H \mathbf{w}_{WL} + \mathbf{w}_{WL}^H \mathbf{X} \mathbf{X}^T \mathbf{w}_{WL}^* + \mathbf{w}_{WL}^T \mathbf{X}^* \mathbf{X}^H \mathbf{w}_{WL}\}, \quad (4.44)$$

ou ainda, avaliando o operador esperança:

$$f(\mathbf{w}_{WL}) = 2 \mathbf{w}_{WL}^H \mathbf{R}_{XX} \mathbf{w}_{WL} + \mathbf{w}_{WL}^H \mathbf{C}_{XX} \mathbf{w}_{WL}^* + \mathbf{w}_{WL}^T \mathbf{C}_{XX}^* \mathbf{w}_{WL}, \quad (4.45)$$

onde  $\mathbf{R}_{XX}$  e  $\mathbf{C}_{XX}$  correspondem às matrizes de autocorrelação e de pseudocorrelação de  $\mathbf{x}$ , conforme definido no Capítulo 2. O filtro ótimo para o caso em que o sinal desejado é real pode ser obtido através da aplicação do método dos multiplicadores de Lagrange. Assim, definindo-se a função custo a ser minimizada:

$$\mathbf{J}(\mathbf{w}_{WL}) = f(\mathbf{w}_{WL}) + \Re\{\lambda^* \mathbf{c}(\mathbf{w}_{WL})\} \quad (4.46)$$

a solução é encontrada igualando-se o gradiente da função custo a zero, ou seja:

$$\nabla_{\mathbf{w}_{WL}} \mathbf{J}(\mathbf{w}_{WL}) = \frac{\partial f(\mathbf{w}_{WL})}{\partial \mathbf{w}_{WL}^*} + \frac{\partial \Re\{\lambda^* \mathbf{c}(\mathbf{w}_{WL})\}}{\partial \mathbf{w}_{WL}^*} = \mathbf{0}. \quad (4.47)$$

Executando-se o operador gradiente em (4.47), chega-se a:

$$2 \mathbf{R}_{xx} \mathbf{w}_{WL} + 2 \mathbf{C}_{xx} \mathbf{w}_{WL}^* + \mathbf{C} \lambda^* = \mathbf{0}. \quad (4.48)$$

Substituindo a equação (4.48) em (3.18), que é a equação de adaptação para processos baseados na minimização do gradiente estocástico, tem-se:

$$\mathbf{w}_{WL}(k+1) = \mathbf{w}_{WL}(k) - \mu (2 \mathbf{R}_{xx} \mathbf{w}_{WL} + 2 \mathbf{C}_{xx} \mathbf{w}_{WL}^* + \mathbf{C} \lambda^*). \quad (4.49)$$

Aplicando as restrições para a  $(k+1)$ -ésima amostra, obtém-se:

$$\mathbf{f} = \mathbf{C}^H \mathbf{w}_{WL}(k+1). \quad (4.50)$$

Substituindo (4.50) em (4.49):

$$\mathbf{C}^H \mathbf{w}_{WL}(k+1) = \mathbf{C}^H \mathbf{w}_{WL}(k) - 2\mu \mathbf{C}^H \mathbf{R}_{xx} \mathbf{w}_{WL}(k) - 2\mu \mathbf{C}^H \mathbf{C}_{xx} \mathbf{w}_{WL}^*(k) - \mu \mathbf{C}^H \mathbf{C} \lambda^* \quad (4.51)$$

e, obtendo o valor de  $\lambda$  para as restrições para a  $(k+1)$ -ésima amostra, chega-se a:

$$\mathbf{w}_{WL}(k+1) = \mathbf{w}_{WL}(k) - 2\mu [\mathbf{I} - \mathbf{C}(\mathbf{C}^H \mathbf{C})^{-1} \mathbf{C}^H] [\mathbf{R}_{xx} \mathbf{w}_{WL}(k) + \mathbf{C}_{xx} \mathbf{w}_{WL}^*(k)] + \mathbf{C}(\mathbf{C}^H \mathbf{C})^{-1} [\mathbf{F} - \mathbf{C}^H \mathbf{w}_{WL}(k)] \quad (4.52)$$

Definindo-se as constantes:

$$\mathbf{F} = \mathbf{C}(\mathbf{C}^T \mathbf{C})^{-1} \mathbf{f} \quad (4.53)$$

e:

$$\mathbf{P} = \mathbf{I} - \mathbf{C}(\mathbf{C}^H \mathbf{C})^{-1} \mathbf{C}^H \quad (4.54)$$

e aproximando-se o termo  $\mathbf{R}_{xx}$  pelo valor instantâneo recebido  $\mathbf{x}^H(k)\mathbf{x}(k)$ , chega-se à equação de adaptação do filtro espacial-temporal do algoritmo de Frost otimizado para sinal desejado retilinear (FROST-WL-R), dado por:

$$\mathbf{w}_{WL}(k+1) = \mathbf{P} [\mathbf{w}_{WL}(k) - 2\mu y_{WL} \mathbf{x}(k)] + \mathbf{F}, \quad (4.55)$$

cujos elementos  $y_{WL}$  é real.

Assim como as variantes estritamente lineares e largamente lineares, o algoritmo FROST-WL-R é composto por um termo constante  $\mathbf{F}$  e por um termo adaptativo que é ponderado por um termo constante  $\mathbf{P}$ . Os termos  $\mathbf{F}$  e  $\mathbf{P}$

podem ser computados *a priori* e serem considerados como entradas constantes dos algoritmos.

Como mencionado anteriormente, o algoritmo de FROST resulta em um filtro espacial-temporal em que a característica temporal é dada pelo vetor de restrições  $\mathbf{F}$  composto pelas restrições  $f_1, f_2, \dots, f_L$  e pela matriz auxiliar  $\mathbf{C}$ , de dimensão  $ML \times L$ , cuja função é executar a soma dos coeficientes de ponderação de cada *tap* temporal. Neste trabalho, no entanto, o algoritmo de FROST será aplicado a cenários em que não há necessidade de filtragem temporal (ou seja, em frequência), de forma que  $L = 1$ , e conseqüentemente, a dimensão da matriz  $\mathbf{C}$  passa a ser  $M \times 1$ . Dessa forma, as matrizes  $\mathbf{P}$  e  $\mathbf{F}$  adquirem dimensões  $M \times M$  e  $M \times 1$ , respectivamente.

Considerando os termos constantes  $\mathbf{F}$  e  $\mathbf{P}$  como entradas, pode-se realizar uma comparação entre a complexidade computacional da família de algoritmos de FROST, composta pelos algoritmos FROST-SL, FROST-WL e FROST-WL-R. Obtém-se, assim, os resultados apresentados na Tabela 4.2, onde se considera que os algoritmos são aplicados à saída de um arranjo de antenas composto por  $M$  elementos e 1 *tap*.

ALGORITMO	OPERAÇÃO	SAÍDA	ADAPTAÇÃO	TOTAL
FROST-SL	SOMAS	$4M - 2$	$2M^2 + 3M$	$2M^2 + 7M - 2$
	MULTIPLICAÇÕES	$4M$	$2M^2 + 4M + 2$	$2M^2 + 8M + 2$
FROST-WL	SOMAS	$8M - 2$	$8M^2 + 6M$	$8M^2 + 14M - 2$
	MULTIPLICAÇÕES	$8M$	$8M^2 + 8M + 2$	$8M^2 + 16M + 2$
FROST-WL-R	SOMAS	$2M - 1$	$2M^2 + M$	$2M^2 + 3M - 1$
	MULTIPLICAÇÕES	$2M$	$2M^2 + 2M + 1$	$2M^2 + 4M + 1$

Tabela 4.2: Comparação do custo computacional da família de algoritmos de FROST.

A Tabela 4.2 permite observar que, devido ao termo  $\mathbf{P}$ , o número de operações aritméticas é proporcional ao quadrado do número de elementos presentes no arranjo de antenas. Devido ao caráter quadrático, o algoritmo FROST-WL necessita de um número consideravelmente maior de somas e multiplicações reais que o algoritmo original FROST-SL, ocupando uma área quase oito vezes maior. Por outro lado, o algoritmo otimizado para sinal desejado retilinear FROST-WL-R apresenta menos operações que o FROST-SL, embora, devido ao elemento  $\mathbf{P}$  presente na equação de adaptação, a redução seja pequena para valores de  $M$  grandes.

#### 4.4.3. ALGORITMOS CEGOS: CMA E NCMA

A seguir são derivados os algoritmos largamente lineares cegos otimizados para o caso em que o sinal desejado é retilinear. São considerados as famílias de algoritmos CMA e NCMA, dando origem, respectivamente, aos algoritmos otimizados CMA-WL-R e NCMA-WL-R.

4.4.3.1. CMA-WL-R

Usando a definição da função custo do algoritmo CMA apresentada na equação (3.40) e reproduzida aqui por conveniência, igualando-se  $R$  a 1:

$$\mathbf{J}_{CMA} = (|y_{WL}|^2 - 1)^2, \quad (4.56)$$

é possível determinar a expressão para o gradiente instantâneo de  $\mathbf{J}_{CMA}$  em relação ao vetor de ponderações  $\mathbf{w}_{WL}$ , que é dado por:

$$\nabla_{\mathbf{w}_{WL}} \mathbf{J}_{CMA} = 2(|y_{WL}|^2 - 1)(2 \mathbf{x} \mathbf{x}^H \mathbf{w}_{WL} + \mathbf{x} \mathbf{x}^T \mathbf{w}_{WL}^*). \quad (4.57)$$

ou

$$\nabla_{\mathbf{w}_{WL}} \mathbf{J}_{CMA} = 2(|y_{WL}|^2 - 1)(2 \mathbf{x} y_{WL}^* + \mathbf{x} y_{WL}). \quad (4.58)$$

Considerando-se que  $y_{WL}^*$  é real, a equação (4.58) pode ser simplificada como:

$$\nabla_{\mathbf{w}_{WL}} \mathbf{J}_{CMA} = 6(|y_{WL}|^2 - 1) \mathbf{x} y_{WL}, \quad (4.59)$$

que leva à equação de adaptação do vetor de ponderações  $\mathbf{w}_{WL}$  para o algoritmo CMA-WL-R, que corresponde ao algoritmo CMA largamente linear otimizado para o caso em que o sinal desejado é rectilinear:

$$\mathbf{w}_{WL}(k+1) = \mathbf{w}_{WL}(k) - \mu (|y_{WL}(k)|^2 - 1) \mathbf{x}(k) y_{WL}(k), \quad (4.60)$$

onde o fator multiplicativo 6 da equação (4.59) foi absorvido pela constante arbitrada  $\mu$ .

Realizando-se uma comparação entre a complexidade computacional da família de algoritmos CMA, composta pelos algoritmos CMA-SL, CMA-WL e CMA-WL-R, obtém-se os resultados apresentados na Tabela 4.3. Como pode ser observado, o algoritmo CMA-WL é consideravelmente mais complexo que o algoritmo CMA-SL, apresentando aproximadamente o dobro de operações aritméticas do tipo soma e aproximadamente uma vez e meia o número de operações aritméticas do tipo multiplicação. Assim como nos casos anteriores, deve-se considerar com cuidado as condições de desempenho para o emprego ou não do algoritmo CMA-WL em detrimento do algoritmo CMA-SL. Por outro lado, verifica-se que o número de operações aritméticas necessário para a implementação do algoritmo CMA-WL-R, que é otimizado para o caso em que o sinal desejado é rectilinear, é bastante menor que o número de operações demandando pelo algoritmo CMA-SL. Assim, para casos em que se tenha um sinal desejado rectilinear, é encorajadora a aplicação do algoritmo CMA-WL-R ao invés de seus pares CMA-SL ou CMA-WL, uma vez que há economia de operações aritméticas nesse caso.

ALGORITMO	OPERAÇÃO	SAÍDA	ADAPTAÇÃO	TOTAL
CMA-SL	SOMAS	$4M - 2$	$4M + 4$	$8M + 2$
	MULTIPLICAÇÕES	$4M$	$4M + 9$	$8M + 9$
CMA-WL	SOMAS	$8M - 2$	$8M + 4$	$16M + 2$
	MULTIPLICAÇÕES	$8M$	$8M + 9$	$16M + 9$
CMA-WL-R	SOMAS	$2M - 1$	$2M + 1$	$4M$
	MULTIPLICAÇÕES	$2M$	$2M + 3$	$4M + 3$

Tabela 4.3: Comparação do custo computacional da família de algoritmos CMA.

#### 4.4.3.2. NCMA-WL-R

Conforme demonstrado por Hilal e Duhamel [HILAL, 1992], é possível determinar o valor ótimo do passo de adaptação  $\mu$  no algoritmo CMA-WL-R. Esse procedimento leva a um novo algoritmo pertencente à família de algoritmos NCMA, que é otimizado para o caso em que o sinal desejado é retilinear. Para tanto, considerando (4.34), faz-se necessário definir dois tipos de erros [HILAL, 1992]:

a) O erro *a priori* fornecido pela aplicação do filtro atual  $\mathbf{w}_{WL}(k)$  no instante  $k$ , ou seja:

$$e_1(k) = |y_{WL}(k)|^2 - 1, \quad (4.61)$$

ou ainda:

$$e_1(k) = |\mathbf{w}_{WL}^H(k) \mathbf{x}(k) + \mathbf{x}^H(k) \mathbf{w}_{WL}(k)|^2 - 1. \quad (4.62)$$

b) O erro *a posteriori* fornecido pela aplicação do novo filtro  $\mathbf{w}_{WL}(k+1)$  no instante  $k$ , ou seja:

$$e_2(k) = |\mathbf{w}_{WL}^H(k+1) \mathbf{x}(k) + \mathbf{x}^H(k) \mathbf{w}_{WL}(k+1)|^2 - 1. \quad (4.63)$$

Dadas as definições de erro apresentadas em (4.62) e (4.63), busca-se determinar o valor ótimo  $\mu_{OPT}$  do passo de adaptação, para qualquer instante  $k$ . Considerando, por questões de clareza,  $\mathbf{w}_{WL}(k) = \mathbf{w}_k$ ,  $\mathbf{w}_{WL}(k+1) = \mathbf{w}_{k+1}$ ,  $\mathbf{x}(k) = \mathbf{x}_k$  e  $\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{x}_{k+1}$ , deve-se minimizar a função custo  $J_{NCMA-WL-R}$  dada por:

$$J_{NCMA-WL-R} = \mathbf{E} \left\{ \left( \left| \mathbf{w}_{k+1}^H \mathbf{x}_k + \mathbf{x}_k^H \mathbf{w}_{k+1} \right|^2 - 1 \right)^2 \right\}, \quad (4.64)$$

cujo valor instantâneo é dado por:

$$\mathbf{J}_{NCMA-WL-R} = \left( \left| \mathbf{w}_{k+1}^H \mathbf{x}_k + \mathbf{x}_k^H \mathbf{w}_{k+1} \right|^2 - 1 \right)^2, \quad (4.65)$$

ou:

$$\mathbf{J}_{NCMA-WL-R} = \left( \mathbf{w}_{k+1}^H \mathbf{x}_k \mathbf{x}_k^T \mathbf{w}_{k+1}^* + 2 \mathbf{w}_{k+1}^H \mathbf{x}_k \mathbf{x}_k^H \mathbf{w}_{k+1} + \mathbf{w}_{k+1}^T \mathbf{x}_k^* \mathbf{x}_k^H \mathbf{w}_{k+1} - 1 \right)^2, \quad (4.66)$$

Derivando-se em relação a  $\mathbf{w}_{k+1}$  e igualando-se a zero, chega-se a:

$$\mathbf{w}_{k+1}^H \mathbf{x}_k \mathbf{x}_k^T \mathbf{w}_{k+1}^* + 2 \mathbf{w}_{k+1}^H \mathbf{x}_k \mathbf{x}_k^H \mathbf{w}_{k+1} + \mathbf{w}_{k+1}^T \mathbf{x}_k^* \mathbf{x}_k^H \mathbf{w}_{k+1} - 1 = 0, \quad (4.67)$$

que pode ser escrito como a seguinte soma de fatores:

$$\kappa_1 + 2\kappa_2 + \kappa_3 - 1 = 0. \quad (4.68)$$

Considere-se então a equação de adaptação do vetor de ponderações do algoritmo CMA-WL-R apresentada em (4.60) e reproduzida aqui por conveniência:

$$\mathbf{w}_{k+1} = \mathbf{w}_k - \mu_o \left( |y_k|^2 - 1 \right) \mathbf{x}_k y_k, \quad (4.69)$$

onde substituiu-se  $y_{wl}(k)$  por  $y_k$  por simplicidade. Substituindo-se o valor de  $\mathbf{w}_{k+1}$  fornecido por (4.69) em (4.67) e realizando-se extensas manipulações algébricas, chega-se ao seguinte conjunto de equações:

$$\begin{aligned} \kappa_1 &= \mathbf{w}_k^H \mathbf{x}_k \mathbf{x}_k^T \mathbf{w}_k^* + \left( \mu_o \xi \zeta y_k^* \right)^2 - \mu_o \xi \zeta \left( y_k^* \mathbf{w}_k^H \mathbf{x}_k + y_k \mathbf{w}_k^H \mathbf{x}_k \right) \\ \kappa_2 &= \mathbf{w}_k^H \mathbf{x}_k \mathbf{x}_k^H \mathbf{w}_k + \left( \mu_o \xi \zeta |y_k| \right)^2 - \mu_o \xi \zeta \left( y_k^* \mathbf{x}_k^H \mathbf{w}_k + y_k \mathbf{w}_k^H \mathbf{x}_k \right) \\ \kappa_3 &= \mathbf{w}_k^T \mathbf{x}_k^* \mathbf{x}_k^H \mathbf{w}_k + \left( \mu_o \xi \zeta y_k \right)^2 - \mu_o \xi \zeta \left( y_k \mathbf{x}_k^H \mathbf{w}_k + y_k \mathbf{x}_k^H \mathbf{w}_k \right), \end{aligned} \quad (4.70)$$

onde  $\xi = \mathbf{x}_k^H \mathbf{x}_k$  e  $\zeta = |y_k| - 1$ . Considerando o conjunto de equações (4.70) em (4.68), após mais algumas manipulações algébricas chega-se à equação de segundo grau que determina o valor ótimo do passo de adaptação, dada por:

$$4 \mu_o^2 \xi^2 \zeta |y_k|^2 - 4 \mu_o \xi |y_k|^2 + 1 = 0. \quad (4.71)$$

A equação de segunda ordem (4.71) admite duas soluções para  $\mu_o$ , das quais a única solução praticável é:

$$\mu_o = \frac{|y_k| - 1}{2\|\mathbf{x}_k\|^2(|y_k|^2 - 1)|y_k|}, \quad (4.72)$$

onde o termo  $\xi = \mathbf{x}_k^H \mathbf{x}_k$  foi substituído pela norma Euclidiana de  $\mathbf{x}_k$ . Finalmente, substituindo-se o valor de  $\mu_o$  em (4.69), obtém-se a expressão de adaptação do vetor de ponderações para o algoritmo NCMA-WL-R, que é o membro da família de algoritmos NCMA otimizada para sinal desejado retilinear:

$$\mathbf{w}_{\text{WL}}(k+1) = \mathbf{w}_{\text{WL}}(k) - \frac{\mu}{2\|\mathbf{x}(k)\|^2} \mathbf{x}(k) y_{\text{WL}}(k) \left( 1 - \frac{1}{|y_{\text{WL}}(k)|} \right), \quad (4.73)$$

sendo que o valor de  $y_{\text{WL}}(k)$  é definido por (4.34) e o parâmetro  $\mu$  regula o compromisso entre satisfazer o dado no instante  $k$  e o conhecimento à posteriori [PAPADIAS, 1997] e admite valores no intervalo (0,2].

Da mesma forma que realizado para os outros algoritmos otimizados, pode-se calcular a complexidade computacional de cada algoritmo da família NCMA. A Tabela 4.4 apresenta os resultados para os algoritmos NCMA-SL, NCMA-WL e NCMA-WL-R.

Conforme se verifica na Tabela 4.4, os algoritmos da família NCMA requerem um número considerável de operações dos tipos multiplicação e soma. Além disso, necessitam também de implementações de divisões reais, o que, como discutido anteriormente, é relativamente custoso para implementação em *hardware*. Por outro lado, não há diferença no número de operações do tipo divisão, o que é um fato relevante, já que este tipo de operação geralmente demanda mais recursos de lógica ou de tempo para sua implementação, o que pode fazer com que o custo computacional de implementação dos algoritmos NCMA-SL e NCMA-WL em *hardware*, possam ser iguais. Por outro lado, tanto o NCMA-SL quanto o NCMA-WL requerem o uso de funções especiais, no caso função módulo de número complexo. O módulo de um número complexo pode ser obtido através da extração da raiz quadrada da soma do quadrado das componentes real e imaginária ou ainda através da aplicação da função arco-tangente em conjunto com uma série de divisões. Em qualquer dos casos, porém, demandam-se estruturas lógicas relativamente complexas para sua implementação, como por exemplo o uso de dispositivos CORDIC (*Coordinate Rotation Digital Computer*) [VOLDER, 1959] ou ainda mapeamento de funções em tabelas de alocação (*Look-up Tables*). Dispositivos CORDIC podem ser empregados quando não há a necessidade de obtenção do resultado em um único ciclo de relógio, uma vez que opera através de rotações e vetorizações recursivas. Assim, embora não ocupe uma área de componente demasiadamente grande, apresenta o inconveniente de fornecer respostas precisas apenas após vários ciclos de relógio. Por outro lado, o mapeamento de funções em memórias de alocação fornece o resultado de uma determinada operação em um único ciclo de relógio, mas apresenta o inconveniente de exigir uma área considerável do componente ao qual será aplicada.

<i>ALGORITMO</i>	<i>OPERAÇÃO</i>	<i>SAÍDA</i>	<i>ADAPTAÇÃO</i>	<i>TOTAL</i>
<b>NCMA-SL</b>	<i>SOMAS</i>	$4M - 2$	$6M + 1$	$10M - 1$
	<i>MULTIPLICAÇÕES</i>	$4M$	$6M + 5$	$10M + 5$
	<i>DIVISÕES</i>	0	2	2
	<i>FUNÇÕES ESPECIAIS</i>	0	1	1
<b>NCMA-WL</b>	<i>SOMAS</i>	$8M - 2$	$10M + 1$	$18M - 1$
	<i>MULTIPLICAÇÕES</i>	$8M$	$10M + 5$	$18M + 5$
	<i>DIVISÕES</i>	0	2	2
	<i>FUNÇÕES ESPECIAIS</i>	0	1	1
<b>NCMA-WL-R</b>	<i>SOMAS</i>	$2M - 1$	$4M$	$6M - 1$
	<i>MULTIPLICAÇÕES</i>	$2M$	$4M + 1$	$6M + 1$
	<i>DIVISÕES</i>	0	2	2
	<i>FUNÇÕES ESPECIAIS</i>	0	0	0

Tabela 4.4: Comparação do custo computacional da família de algoritmos NCMA.

A Tabela 4.4 permite observar, ainda, que o algoritmo otimizado NCMA-WL-R, além de demandar um número consideravelmente menor de operações dos tipos multiplicação e soma em relação aos seus pares na família de algoritmos NCMA, não requer o uso de funções especiais como módulo. Isso decorre do fato que os valores escalares usados e derivados do NCMA-WL-R são puramente reais e, dessa forma, a operação módulo resume-se a uma mera troca ou manutenção de sinal, que tende a apresentar custo computacional zero. Com isso, o NCMA-WL-R, além de ser otimizado para cenários em que o sinal desejado é retilinear, apresenta complexidade computacional muito mais baixa que suas contrapartidas NCMA-SL e NCMA-WL.

## 4.5. CONCLUSÃO DO CAPÍTULO

Neste capítulo, os conceitos do Processamento Largamente Linear foram aplicados aos métodos adaptativos de conformação de feixe em arranjos de antenas. Os algoritmos adaptativos apresentados no Capítulo 3 foram modificados para que considerassem a sequência de dados de entrada e também seu complexo conjugado para a determinação do filtro e como resultado, foi obtido um conjunto de algoritmos adaptativos largamente lineares.

Dependendo do cenário de aplicação, os algoritmos adaptativos largamente lineares podem oferecer resultados melhores ou, no pior caso, semelhantes àqueles obtidos pelo processamento estritamente linear, conforme pontuado no Capítulo 2. Porém, uma característica dos algoritmos largamente lineares é a necessidade de execução de um número maior de operações aritméticas por iteração, o que pode dificultar sua aplicação em dispositivos que operem sob condições de tempo real. Por exemplo, em cenários em que a sequência sob análise é circular e descorrelacionada da sequência desejada, o desempenho do algoritmo largamente linear iguala-se ao desempenho do

algoritmo estritamente linear, empregando, porém, um número maior de operações aritméticas. Um caso de interesse, porém, é aquele em que o sinal desejado é retilinear. Nesse caso o processamento largamente linear oferece resultados potencialmente maiores empregando um número menor de operações aritméticas a cada iteração.

Com base nessas observações, foram desenvolvidos os algoritmos adaptativos largamente lineares otimizados para o caso em que o sinal desejado é real. Foram considerados, nesse caso, os algoritmos adaptativos baseados na minimização de gradiente estocástico, resultando em novos algoritmos pertencentes à família do LMS treinado, LMS com restrições e algoritmos cegos (CMA e NCMA). Após a obtenção dessas versões otimizadas para sinais desejados retilineares, realizou-se uma comparação em termos de complexidade computacional para cada versão de algoritmo pertencente a cada família, considerando-se que o algoritmo seria aplicado a um sistema de análise em tempo real. A comparação da complexidade computacional dos algoritmos demonstrou que as versões otimizadas são as menos custosas, mesmo quando comparadas às versões estritamente lineares, sendo esse resultado, pois, encorajador para sua implementação em dispositivos reais.

## 5. SIMULAÇÕES E RESULTADOS

Conforme discutido nos capítulos anteriores, os algoritmos adaptativos derivados do processamento largamente linear possuem a característica de apresentar desempenho melhor, ou em um pior caso igual, do que o obtido com a aplicação de algoritmos adaptativos estritamente lineares ou clássicos. Essa melhora de desempenho está intimamente relacionada ao coeficiente de circularidade dos sinais envolvidos no processo, sendo que espera-se que o processamento largamente linear apresente melhor desempenho quanto mais próximo de retilinear for o sinal em questão. Por outro lado, mostrou-se que algoritmos adaptativos largamente lineares possuem a desvantagem de utilizarem o dobro de operações aritméticas para sua implementação que os algoritmos estritamente lineares necessitam, implicando que seu uso pode não ser vantajoso em determinadas situações. Devido a esse fato, no Capítulo 4 foram introduzidos algoritmos adaptativos largamente lineares otimizados para sinais desejados retilineares que, além de apresentarem as vantagens de desempenho dos algoritmos largamente lineares, necessitam de aproximadamente o mesmo número de operações aritméticas demandadas pelos algoritmos estritamente lineares.

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos através da simulação de algumas das famílias de algoritmos adaptativos largamente lineares introduzidas no Capítulo 3 e no Capítulo 4. O objetivo principal do conjunto de simulações apresentado é verificar a capacidade dos algoritmos adaptativos na tarefa de mitigação de interferentes através da conformação de feixe. Para tanto, são considerados cenários de simulação envolvendo arranjos de antenas sobre os quais incidem um número variável de sinais, fazendo com que ora o arranjo opere em modo não subparametrizado, ora opere em modo subparametrizado. Os resultados obtidos com a aplicação da forma estritamente linear dos algoritmos são comparados com os resultados obtidos com a aplicação da forma largamente linear dos mesmos, utilizando-se, para tanto, a taxa de erro de símbolo alcançada em cada caso. Para facilitar a compreensão dos resultados, a partir da taxa de erro de símbolos obtida é derivada a relação sinal-ruído mais interferente para cada algoritmo, melhorando, assim, a visualização da potencialidade de mitigação de interferentes.

Este capítulo apresenta inicialmente o fluxo de sinais considerado nas simulações. Em seguida faz-se uma introdução a alguns conceitos utilizados para analisar os resultados obtidos como taxa de erro de símbolo, relação sinal-ruído mais interferente, ganho de desempenho e coeficiente de circularidade. Com base no fluxo de sinais e nas definições apresentadas, descreve-se então os cenários de simulações empregados e a forma de análise de resultados. Finalmente, são então apresentados e discutidos os resultados de simulações para quatro conjuntos de algoritmos adaptativos, a saber: LMS treinado, LMS com restrições, CMA e NCMA.

## 5.1. FLUXO DE SINAIS

Tendo-se em mente o modelo de sinal de comunicações sem fio apresentado no Capítulo 3, pode-se construir estruturas para simulação de resultados a fim de se avaliar o desempenho dos algoritmos largamente lineares propostos no Capítulo 4 quando comparados aos algoritmos adaptativos clássicos de filtragem espacial. A Figura 5.1 apresenta de forma simplificada o fluxo de sinal utilizado nas simulações. Inicialmente, são gerados  $N$  sinais independentes, dos quais  $N-1$  são considerados como interferentes e denominados  $s_1(k)$  a  $s_{N-1}(k)$ , e um sinal é considerado como desejado e denominado  $s_D(k)$ . Os sinais passam por processo de modulação digital resultando em  $N$  sinais modulados aos quais é aplicado ruído aditivo gaussiano e então são encaminhados para a transformação  $\mathbf{A}$ , que corresponde à composição dos sinais incidentes em cada antena do arranjo considerando as direções de chegada de cada sinal, conforme estabelecido nas equações (3.11) e (3.12). Como resultado desse processo, tem-se  $M$  sinais denominados  $x_1(k)$  a  $x_M(k)$ , que compõem o vetor de sinais recebidos  $\mathbf{x}(k)$ , onde  $M$  corresponde ao número de antenas que compõem o arranjo. Ao vetor  $\mathbf{x}(k)$  é aplicado o vetor de ponderações  $\mathbf{w}(k)$ , derivado de um algoritmo adaptativo cujo objetivo é minimizar um determinado critério. A multiplicação  $\mathbf{w}^H(k)\mathbf{x}(k)$  resulta na saída estimada  $y(k)$  que passa por processo de demodulação digital e por um decisor. O resultado obtido no decisor é comparado com o sinal original  $s_D(k)$  para efeitos do levantamento da taxa de erro de símbolo (*Symbol Error Rate – SER*).

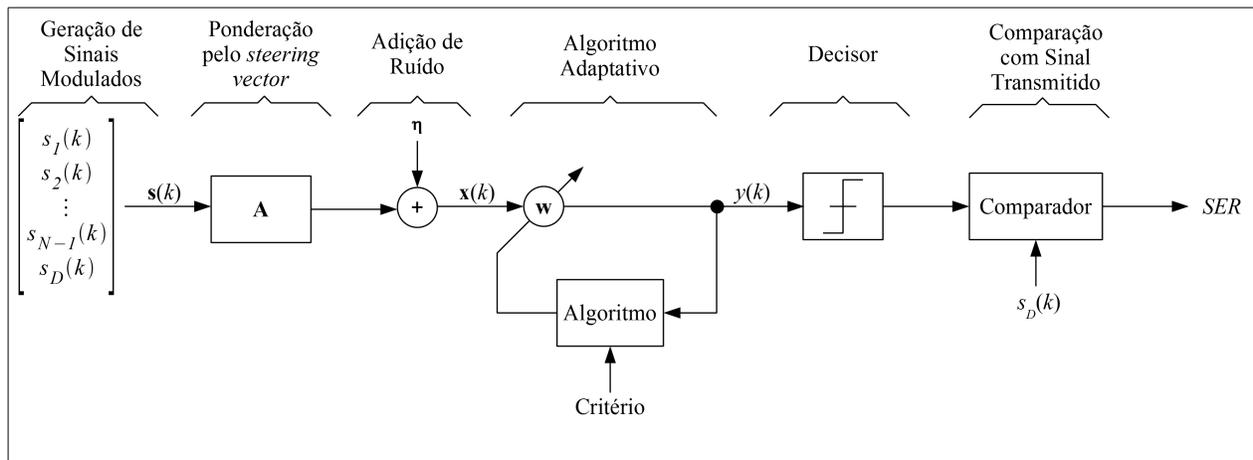


Figura 5.1: Fluxo de sinais utilizado nas simulações.

## 5.2. DEFINIÇÕES

Neste capítulo, a análise de desempenho dos algoritmos propostos ante os algoritmos clássicos originais é dada utilizando-se o conceito básico de taxa de erro de símbolo (SER) obtida no processo de mitigação de interferentes retilíneos e circulares, construídos através de um determinado coeficiente de circularidade  $\gamma$ . A seguir tem-se a descrição de como os dados de SER obtidos nas simulações foram manipulados de forma a se verificar o desempenho dos algoritmos propostos e também a definição do coeficiente de circularidade.

### 5.2.1. USO DA SER

O sinal desejado nas simulações é considerado sempre como sendo modulado com modulação BPSK, e consequentemente, a SER medida na saída do decisor corresponde à relação entre o número total de símbolos recebidos e o número de símbolos recebidos erroneamente, ou seja:

$$\text{SER} = \frac{N_e}{N_t}, \quad (5.1)$$

onde  $N_e$  corresponde ao número de símbolos errados e  $N_t$  corresponde ao número total de símbolos recebidos.

Os símbolos considerados na medição de SER são tomados após o fluxo de recepção ter passado por um decisor BPSK, conforme pode ser visualizado na Figura 5.1. O decisor BPSK mapeia o fluxo de recepção nos símbolos +1 e -1 baseando-se em qual semiplano complexo contém o sinal recebido, ou seja, o decisor ignora a parte imaginária do sinal recebido e verifica apenas o sinal da parte real para decidir se o sinal corresponde a um símbolo +1 ou a um símbolo -1.

Uma outra grandeza utilizada para análise dos resultados de simulação corresponde à taxa de erro de símbolo média (*Average Symbol Error Rate* – ASER). A ASER corresponde ao valor médio da SER medida entre um intervalo de ângulos de chegada  $\varphi_1$  e  $\varphi_2$ . Em cada simulação,  $\varphi$  varia de  $-90^\circ$  a  $+90^\circ$  em passos de  $1^\circ$  e, portanto, ASER corresponde à média aritmética dos 181 valores de SER obtidos.

Em uma situação limite, onde o número de símbolos recebidos seja muito grande, pode-se dizer que a SER medida tende à probabilidade de erro de símbolo. Dessa forma, é possível afirmar que quando a SER medida aproxima-se de 0,5 tem-se uma situação de máxima probabilidade de erro ao passo que quando a SER aproxima-se de zero tem-se uma situação de mínima probabilidade de erro. Assim, considerando a SER como uma probabilidade de erro, pode-se relacioná-la com a relação sinal ruído (*Signal to Noise Ratio* – SNR) do canal de comunicações através de [GOLDSMITH, 2005]:

$$\text{SER}_{\text{BPSK}} = \mathbf{Q}(\sqrt{2 \text{SNIR}}), \quad (5.2)$$

onde a função  $\mathbf{Q}(x)$  é o resultado de 1 menos a função de distribuição cumulativa de erro da variável aleatória normal  $x$ , dada por :

$$\mathbf{Q}(x) = \frac{1}{2\pi} \int_x^\infty e^{-t^2/2} dt, \quad (5.3)$$

e SNIR corresponde ao valor da relação sinal ruído mais interferente para um canal AWGN e um sinal modulado BPSK. Dessa forma, tendo-se o valor de SNIR, pode-se estimar a SER quando se aplica modulação BPSK ao sinal através de (5.2) e (5.3). Da mesma forma, tendo-se a SER pode-se estimar a SNIR equivalente aplicando-se o inverso das funções, ou seja:

$$\text{SNIR} = \frac{1}{2} \left( \mathbf{Q}_{\text{inv}} (\text{SER}_{\text{BPSK}}) \right)^2, \quad (5.4)$$

onde  $\mathbf{Q}_{\text{inv}}$  corresponde à inversa da função  $\mathbf{Q}$  estabelecida em (5.3).

Finalmente, estabelecendo-se as SNIR equivalentes para cada algoritmo utilizado, pode-se verificar o ganho de desempenho ( $G_D$ ) obtido quando se utiliza processamento largamente linear sobre o processamento estritamente linear em função da direção de chegada do sinal  $s_D$ , através de:

$$G_D = \frac{\text{SNIR}_{\text{WL}}}{\text{SNIR}_{\text{SL}}}, \quad (5.5)$$

onde  $\text{SNIR}_{\text{WL}}$  e  $\text{SNIR}_{\text{SL}}$  corresponde à SNIR equivalente obtida quando se utilizam algoritmos largamente e estritamente lineares, respectivamente.

### 5.2.2. COEFICIENTE DE CIRCULARIDADE

O coeficiente de circularidade  $\gamma$  dos sinais utilizados nas simulações corresponde a uma representação matemática para se mensurar quão circular um sinal é. Como definido no Capítulo 2, um sinal  $\mathbf{x}$  é dito circular se a matriz de pseudocorrelação  $\mathbf{C}_{\mathbf{xx}}$  é nula. Os elementos diagonais da matriz  $\mathbf{C}_{\mathbf{xx}}$  correspondem a:

$$\mathbf{C}_{\mathbf{xx}}(n, n) = \mathbf{E} \{ x(k)x(k) \}, \quad (5.6)$$

e, considerando que  $\mathbf{x}$  é uma sequência i.i.d.,  $\mathbf{C}_{\mathbf{xx}}$  é nula se  $\mathbf{C}_{\mathbf{xx}}(n, n)$  for nulo. Sendo  $x = x_R + jx_I$ , e assumindo que  $x = r_x e^{j\phi_x}$ , sendo  $r_x$  uma variável aleatória gaussiana com média nula e variância unitária e  $\phi_x$  uma variável aleatória uniforme entre 0 e  $2\pi$ , pode-se definir as variâncias das variáveis aleatórias  $x_R$  e  $x_I$  como:

$$\sigma_R^2 = 1 - \frac{1}{2} \cos\left(\frac{1}{2} \pi \gamma\right), \quad (5.7)$$

e:

$$\sigma_I^2 = 1 - \sigma_R^2. \quad (5.8)$$

Assim, a relação entre o coeficiente de circularidade  $\gamma$  e os elementos diagonais de  $\mathbf{C}_{\mathbf{xx}}$  podem ser expressados pela Figura 5.2, considerando que a variância  $\sigma_x^2$  de  $x$  seja unitária.

Como se observa pela Figura 5.2, quando  $\gamma = 0$  tem-se a situação em que  $\mathbf{C}_{\mathbf{xx}} = \mathbf{0}$ , ou seja,  $\mathbf{x}$  corresponde a uma sequência circular. Já se  $\gamma = 1$ , os elementos diagonais de  $\mathbf{C}_{\mathbf{xx}} \rightarrow 1$ , e o sinal  $\mathbf{x}$  é considerado retilinear, ou seja, todos seus elementos são colineares no plano  $\mathbb{C}^2$ .

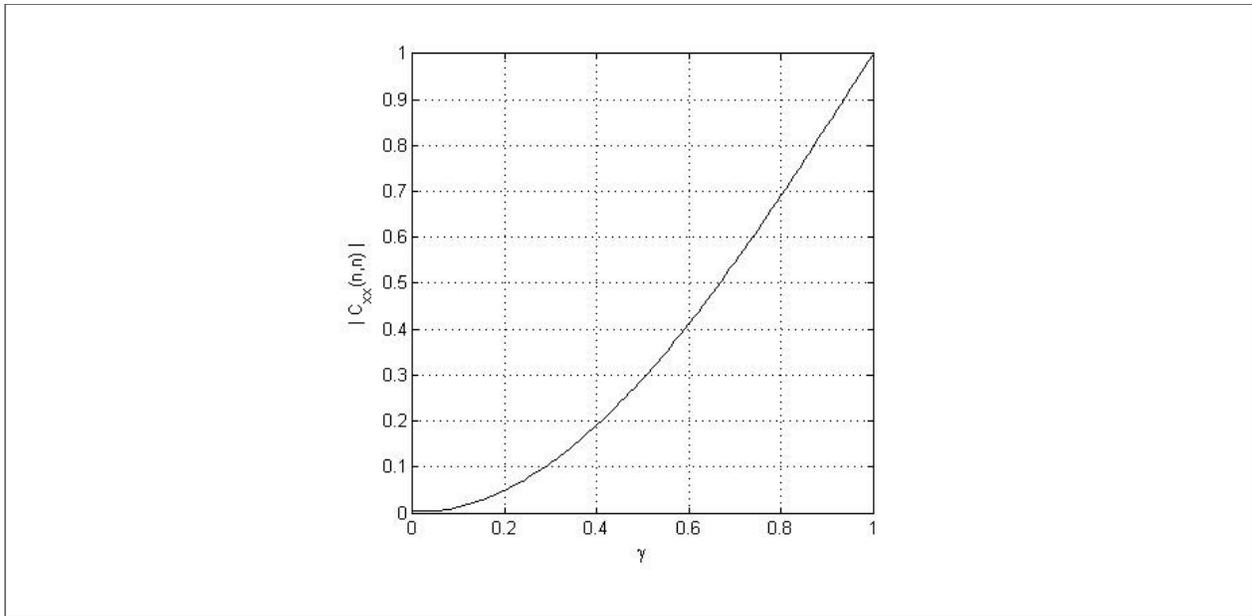


Figura 5.2: Relação entre o coeficiente de circularidade  $\gamma$  e os elementos diagonais da matriz de pseudocorrelação.

### 5.3. CENÁRIOS DE SIMULAÇÕES

Todas as simulações apresentadas neste capítulo foram realizadas tomando-se por base a estrutura apresentada na Figura 5.1, levando em conta um arranjo linear e uniformemente espaçado. Considerou-se que as fontes dos sinais utilizados estivessem suficientemente distantes do arranjo de antenas, de forma que as frentes de onda que o atingiam fossem planas. Os  $N - 1$  sinais interferentes permaneceram fixos em todas as simulações, ou seja, não tiveram suas direções de chegada modificadas. Já o sinal desejado  $s_D$  teve sua direção de chegada mudada de  $-90^\circ$  a  $+90^\circ$  em passos de  $1^\circ$ , sendo que para cada direção de chegada do sinal  $s_D$  foi avaliada a SER. A Figura 5.3 ilustra o posicionamento de cada sinal usado nas simulações.

Para se verificar o desempenho dos algoritmos largamente lineares propostos em comparação com suas contrapartidas estritamente lineares, foram considerados dois cenários de simulações. No primeiro cenário, considerou-se um arranjo composto por  $M = 4$  antenas e sobre o qual incidem  $N$  sinais, com  $4 \leq N \leq 8$ . Nesse caso, dependendo do algoritmo utilizado, foram consideradas de uma a quatro possibilidades de INR, variando de 10dB a 20dB.

No segundo cenário, foi usado um arranjo de antenas composto por  $M = 2$  elementos e iluminado pelos sinais  $s_D$ ,  $s_1$  e  $s_2$ , ou seja, iluminado por  $N = 3$  sinais. Nesse caso, o sinal  $s_2$  teve seu coeficiente de circularidade  $\gamma$  modificado entre 1 e 0 em passos de 0,25 para cada simulação, ou seja, a partir de um comportamento retilinear foi transformando-se paulatinamente em um sinal circular. O sinal interferente  $s_1$  foi mantido retilinear em todas as simulações.

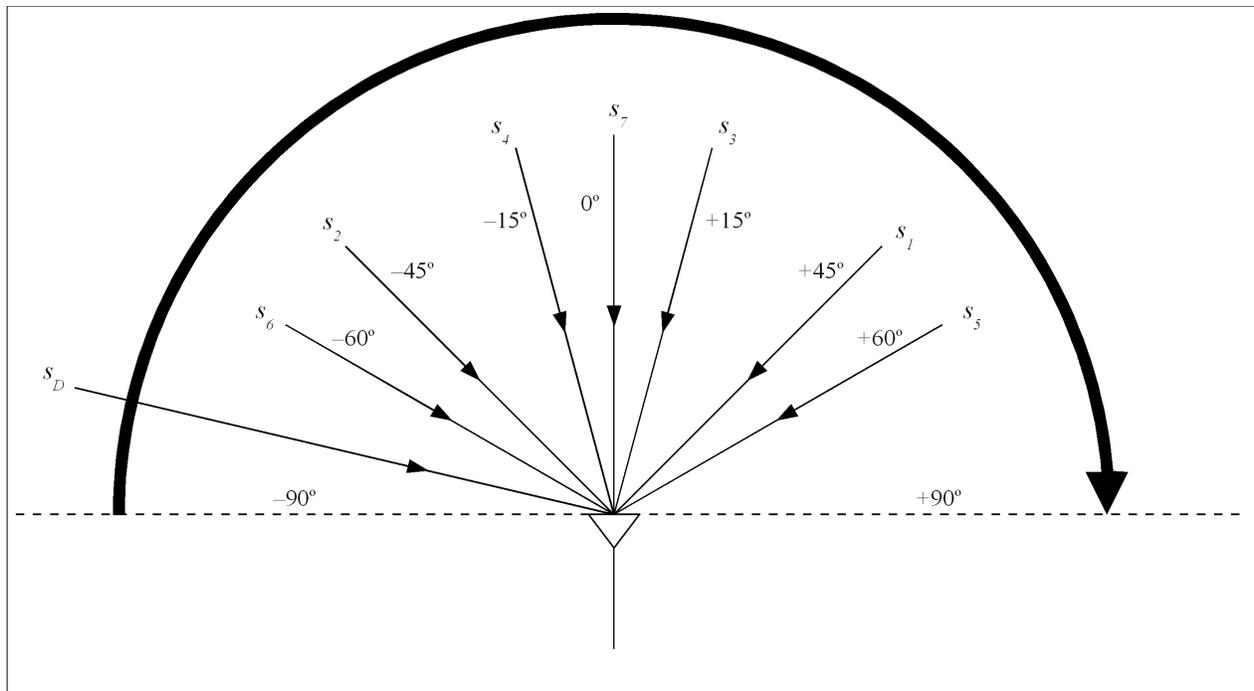


Figura 5.3: Posicionamento dos sinais incidentes no arranjo de antenas. Os sinais  $s_1$  a  $s_7$  têm direções de chegada fixas ao passo que o sinal desejado  $s_D$  incide no arranjo de  $-90^\circ$  a  $+90^\circ$ .

Para a análise dos resultados utilizou-se a SER obtida para cada simulação. Com isso, foram levantados quatro tipos de gráficos derivados da SER medida:

1. SER em função da direção de chegada do sinal desejado;
2. SER média (*Average SER – ASER*) em função do número de sinais incidentes e da INR (*Interference to Noise Ratio*);
3. SNIR equivalente em função da direção de chegada do sinal desejado;
4. Ganho de desempenho  $G_D$  do processamento largamente linear sobre o processamento estritamente linear, tomando-se como parâmetros os resultados de SNIR equivalente.

## 5.4. RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES

Nesta seção são apresentados os resultados obtidos nas simulações dos vários algoritmos considerados, considerando-se o fluxo de sinais estabelecido na seção 5.1, as definições apresentadas na seção 5.2 e os cenários de simulações descritos na seção 5.3.

### 5.4.1. LMS TREINADO

Para a simulação da família de algoritmos LMS com sequência de treinamento, considerou-se sequências de 10000 símbolos e sequências de treinamento de 5000 símbolos. Após a transmissão total da sequência de

treinamento passou-se a avaliar a taxa de erro de símbolo. O passo de adaptação utilizado foi  $\mu = 0,001$ , a relação sinal-ruído usada foi  $SNR = 10\text{dB}$ .

#### 5.4.1.1. CENÁRIO 1

O Cenário 1 corresponde àquele no qual varia-se o número de sinais incidentes sobre o arranjo e também a INR. O sinal desejado  $s_D$  tem modulação BPSK ao passo que os sinais interferentes têm modulação 8-PAM. A Tabela 5.1 resume as condições de simulação.

ALGORITMOS	NÚMERO DE SINAIS (N)	SINAIS UTILIZADOS	NÚMERO DE ANTENAS (M)	INR	SNR	$\mu$
LMS-SL LMS-WL LMS-WL-R	4	$s_D, s_1, s_2, s_3$	4	10dB 13dB 16dB 20dB	10dB	0,001
	5	$s_D, s_1, s_2, s_3, s_4$				
	6	$s_D, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5$				
	7	$s_D, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6$				
	8	$s_D, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, s_7$				

Tabela 5.1: Dados de entrada para conjunto de simulações do Cenário 1 para a família de algoritmos LMS.

A Figura 5.4 mostra a SER obtida quando sobre o arranjo incidem respectivamente 4, 6 e 8 sinais, com o sinal desejado  $s_D$  tendo sua direção de chegada variada de  $-90^\circ$  até  $+90^\circ$ . A Figura 5.4.a mostra o resultado obtido para 4 sinais incidentes sobre o arranjo de antenas e permite verificar que os algoritmos largamente lineares LMS-WL e LMS-WL-R são mais eficientes na mitigação de interferentes que o algoritmo estritamente linear LMS-SL já que apresentam sempre SER menor que o último, a não ser nas situações em que a direção de chegada do sinal desejado é coincidente com a direção de chegada de um dos interferentes. Observa-se ainda que a SER apresentada pelos algoritmos LMS-WL e LMS-WL-R são praticamente idênticas para todas as direções de chegada de  $s_D$ , implicando que o mesmo desempenho pode ser atingido com menos recursos computacionais, como previsto no Capítulo 4. Deve-se salientar ainda, que em vários pontos das curvas correspondentes aos algoritmos largamente lineares a SER resultante foi inferior a  $10^{-5}$ , não aparecendo na figura.

A Figura 5.4.b mostra a SER resultante para a situação em que 6 sinais incidem sobre o arranjo. Nesse caso, o arranjo opera em modo subparametrizado, ou seja, incidem mais sinais sobre ele do que o número de elementos que o compõe. Como esperado para casos de operação subparametrizada, o LMS-SL opera próximo de situação de erro total, ou seja, não apresenta mais capacidade de mitigação de interferentes, haja vista que a SER resultante do algoritmo estritamente linear adquire valores próximos à situação de erro total. Já os algoritmos largamente lineares ainda mostram-se eficientes no processo de mitigação de interferentes para a maior parte do intervalo de direções de chegada do sinal desejado. Apenas quando a direção de chegada de  $s_D$  posiciona-se entre dois interferentes distantes de  $15^\circ$  ( $+45^\circ$  e  $+60^\circ$ ) a aplicação dos algoritmos largamente lineares resulta em SER próxima da situação de erro total, mas ainda assim menor que a SER apresentada pelo algoritmo estritamente linear.

Finalmente, a Figura 5.4.c mostra a situação em que 8 sinais incidem sobre o arranjo. Nesse caso, tanto o LMS-SL quanto o LMS-WL e LMS-WL-R apresentam SER próximas à situação de erro total, embora os algoritmos

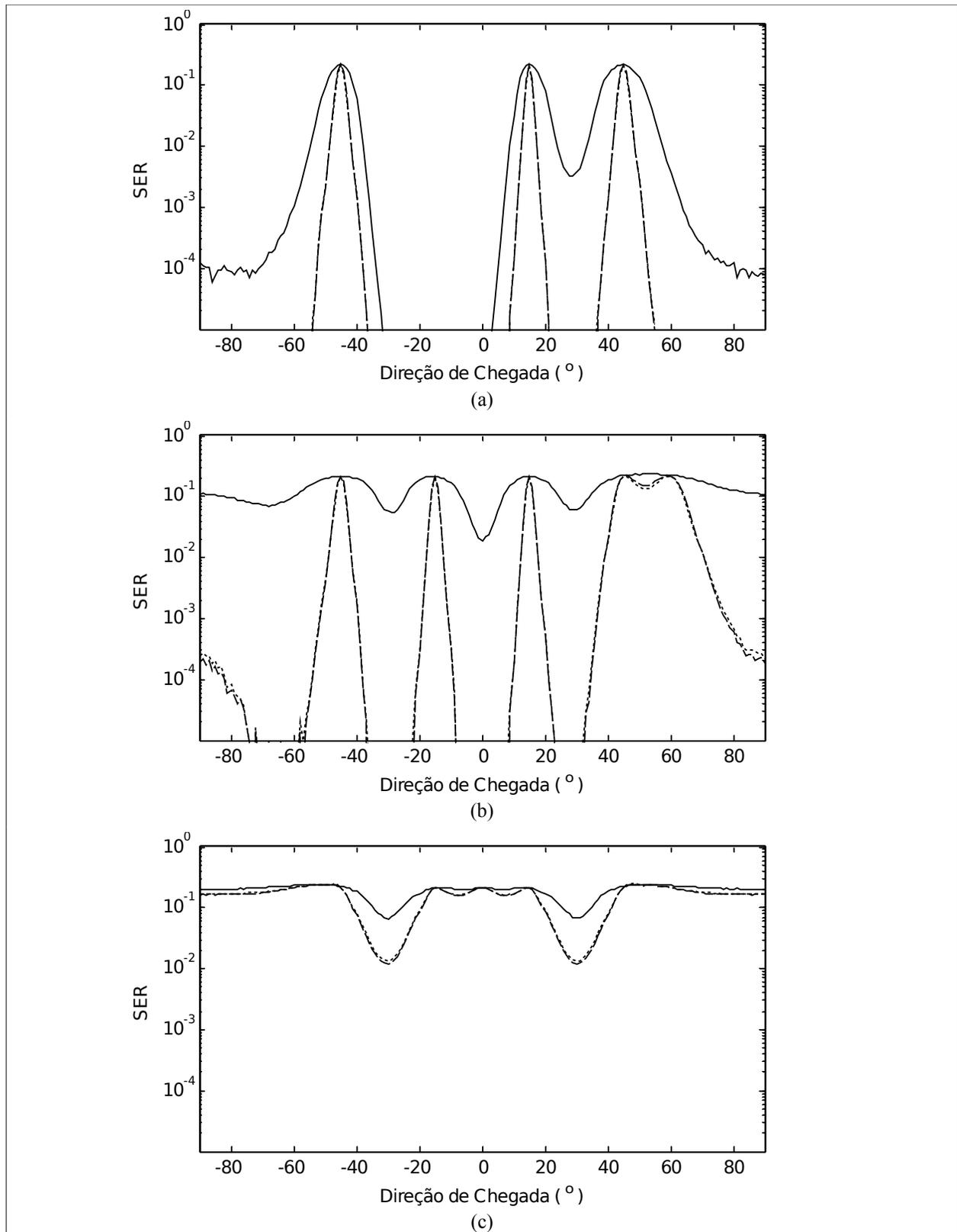


Figura 5.4: SER resultante para a família de algoritmos LMS. Considera-se os algoritmos LMS-SL (—), LMS-WL (---) e LMS-WL-R (···) para 4 sinais incidentes (a), 6 sinais incidentes (b) e 8 sinais incidentes (c).

largamente lineares mais uma vez apresentem desempenho superior por apresentarem SER menor que a obtida pelo método estritamente linear.

A Figura 5.5 mostra a SNIR equivalente obtida quando aplica-se a família de algoritmos LMS ao arranjo composto por 4 elementos, sendo a SNIR equivalente calculada através de (5.4). Pode-se considerar que a SNIR equivalente corresponde à soma, em dB, de SNR e INR. Como  $SNR = 10\text{dB}$ , tem-se eliminação de interferentes se  $SNIR = SNR$ . A Figura 5.5.a ilustra o caso em que 4 sinais incidem sobre o arranjo. Observa-se que para o intervalo de direção de chegada de  $s_D$  entre  $-30^\circ < \varphi_D < 0^\circ$  a SNIR resultante para o algoritmo estritamente linear apresenta valores menores ou iguais a 10dB. O mesmo ocorre em relação aos algoritmos largamente lineares para  $-35^\circ < \varphi_D < +10^\circ$ , para  $+20^\circ < \varphi_D < +35^\circ$ , para  $\varphi_D < -60^\circ$  e para  $\varphi_D < +60^\circ$ . Para os intervalos citados a SNIR equivalente apresenta valores menores ou iguais a 10dB, indicando que nessas regiões os algoritmos proveram mitigação completa de interferentes. Nota-se que a eficiência dos algoritmos largamente lineares é maior que a eficiência de sua contrapartida estritamente linear uma vez que os algoritmos LMS-WL e LMS-WL-R apresentam mitigação total de interferentes para 66,7% das direções de chegada de  $s_D$ , ao passo que o algoritmo LMS-SL apresenta mitigação total de interferentes para 16,7% das direções de chegada de  $s_D$ . Além disso, a SNIR para outras direções de chegada é sempre maior que aquela obtida com o algoritmo estritamente linear, a não ser nos pontos onde ocorre coincidência de direções de chegada de  $s_D$  e dos sinais interferentes.

A Figura 5.5.b ilustra a SNIR equivalente para o caso em que incidem seis sinais sobre o arranjo. Nesse caso, como mencionado anteriormente, o arranjo de antena opera em modo subparametrizado. Nota-se que os algoritmos largamente lineares LMS-WL e LMS-WL-R continuam a prover mitigação total de interferentes nos entornos das direções de chegada de  $s_D$  iguais a  $-30^\circ$ ,  $0^\circ$  e  $+30^\circ$ . Por outro lado, o algoritmo estritamente linear LMS-SL já não possui a habilidade mitigar os sinais interferentes dado que sua SNIR equivalente é inferior a 0dB para todos as direções de chegada de  $s_D$ . Observa-se também que a SNIR equivalente do algoritmo otimizado para sinais retilineares LMS-WL-R é praticamente idêntica à do algoritmo largamente linear completo.

Já a Figura 5.5.c mostra a SNIR equivalente para uma situação extrema, aquela na qual oito sinais incidem sobre o arranjo de quatro antenas. Nesse caso, o desempenho de todos os algoritmos é bastante degradado haja vista que todos apontam uma SNIR equivalente menor que 0dB. Porém, ainda assim nota-se que os algoritmos largamente lineares apresentam, embora de forma sutil, desempenhos superiores ao mostrado pelo algoritmo estritamente linear.

Os resultados obtidos no Cenário 1 para a família de algoritmos LMS pode ser visualizado de outra forma na Figura 5.6. Essa figura ilustra o ganho de desempenho  $G_D$  dos algoritmos largamente lineares sobre o algoritmo estritamente linear, tomando-se por base a SNIR equivalente de cada algoritmo e aplicando-se (5.5). Assim como realizado anteriormente, a Figura 5.6 está subdividida em (a), (b) e (c), representando os casos em que quatro, seis e oito sinais incidem sobre o arranjo respectivamente. Constata-se que, não importando a situação, os algoritmos largamente lineares apresentam desempenho sempre melhor, ou no pior caso igual, ao algoritmo estritamente linear, como esperado teoricamente. Também observa-se que os ganhos de desempenho são maiores em uma situação intermediária, correspondente àquela a qual o arranjo opera em modo subparametrizado porém com menos sinais incidentes que o dobro do número de antenas receptoras – Figura 5.6.b. Para esse caso, os ganhos de desempenho

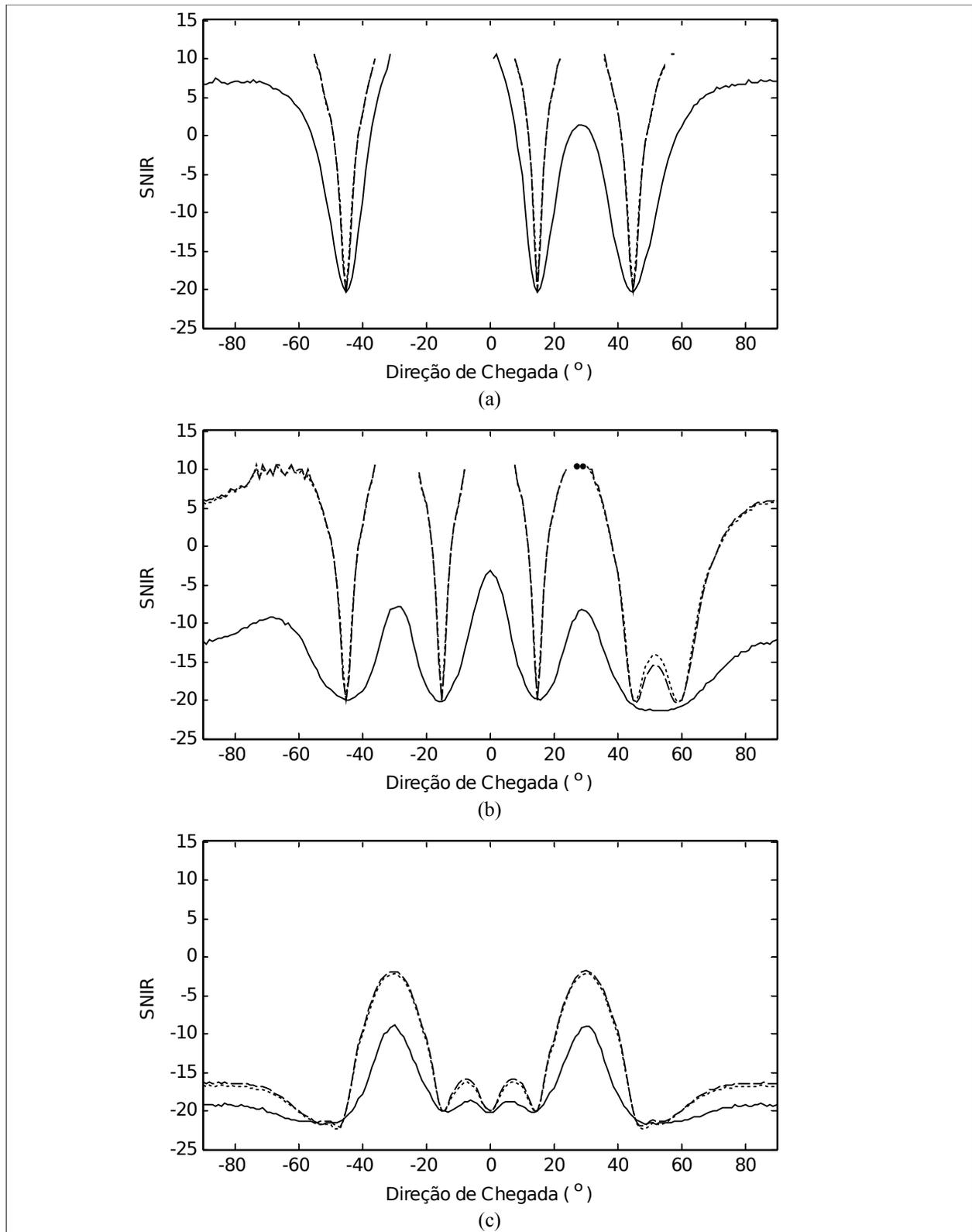


Figura 5.5: SNIR equivalente para a família de algoritmos LMS. Considera-se os algoritmos LMS-SL (—), LMS-WL (---) e LMS-WL-R (...) para 4 sinais incidentes (a), 6 sinais incidentes (b) e 8 sinais incidentes (c).

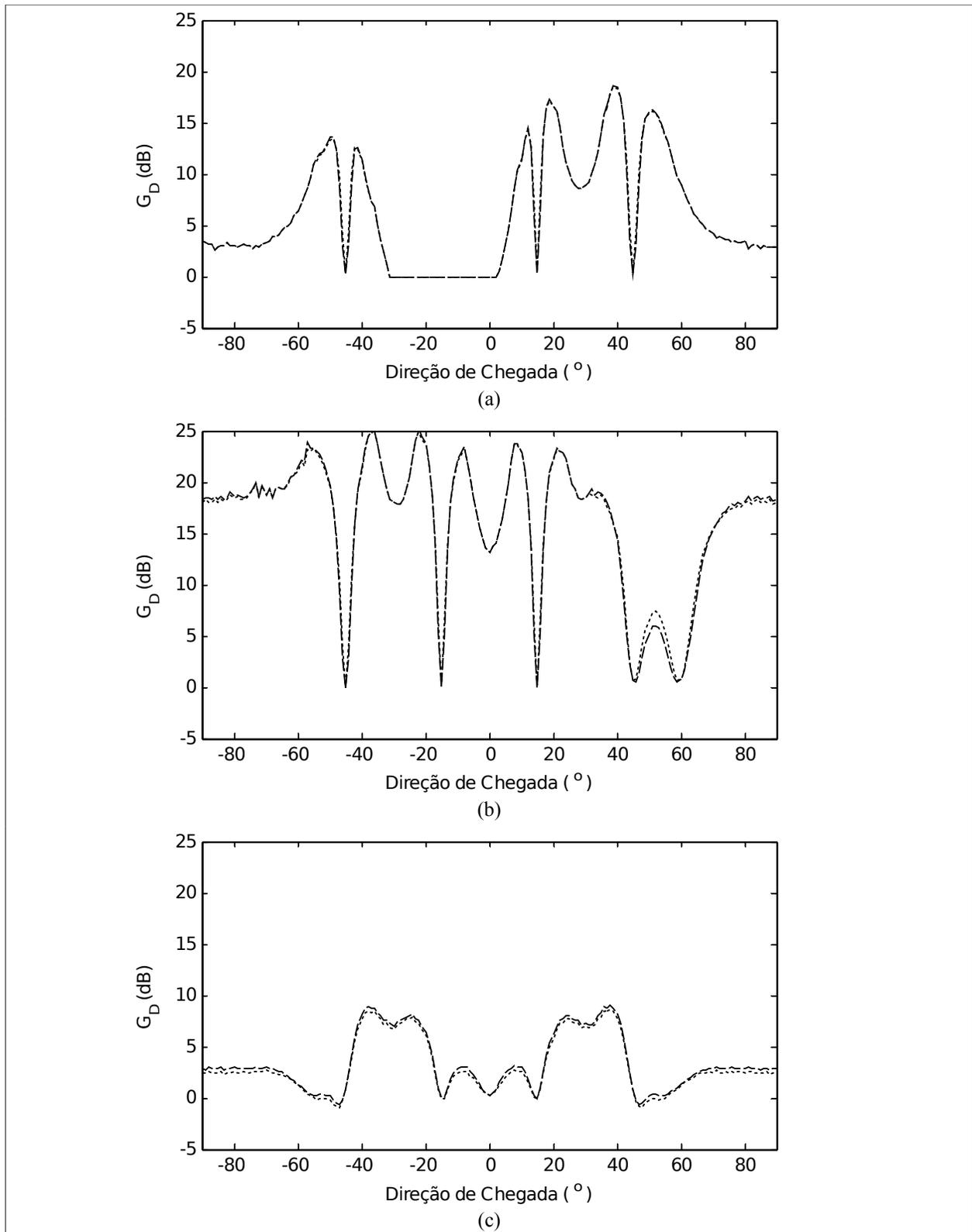


Figura 5.6: Ganhos de desempenho da família de algoritmos LMS. Considera-se os ganhos do LMS-WL sobre o LMS-SL (--) e do LMS-WL-R sobre o LMS-SL (...) para 4 sinais incidentes (a), 6 sinais incidentes (b) e 8 sinais incidentes (c).

dos algoritmos LMS-WL e LMS-WL-R estão acima de 15dB para a maior parte das direções de chegada de  $s_D$ , o que não ocorre para os casos em que quatro sinais – Figura 5.6.a – ou oito sinais – Figura 5.6.c incidem sobre o arranjo.

Uma outra forma de se avaliar o fenômeno exposto no parágrafo anterior é através do conceito de ASER, mostrada na Figura 5.7 para os algoritmos LMS-SL, LMS-WL e LMS-WL-R.

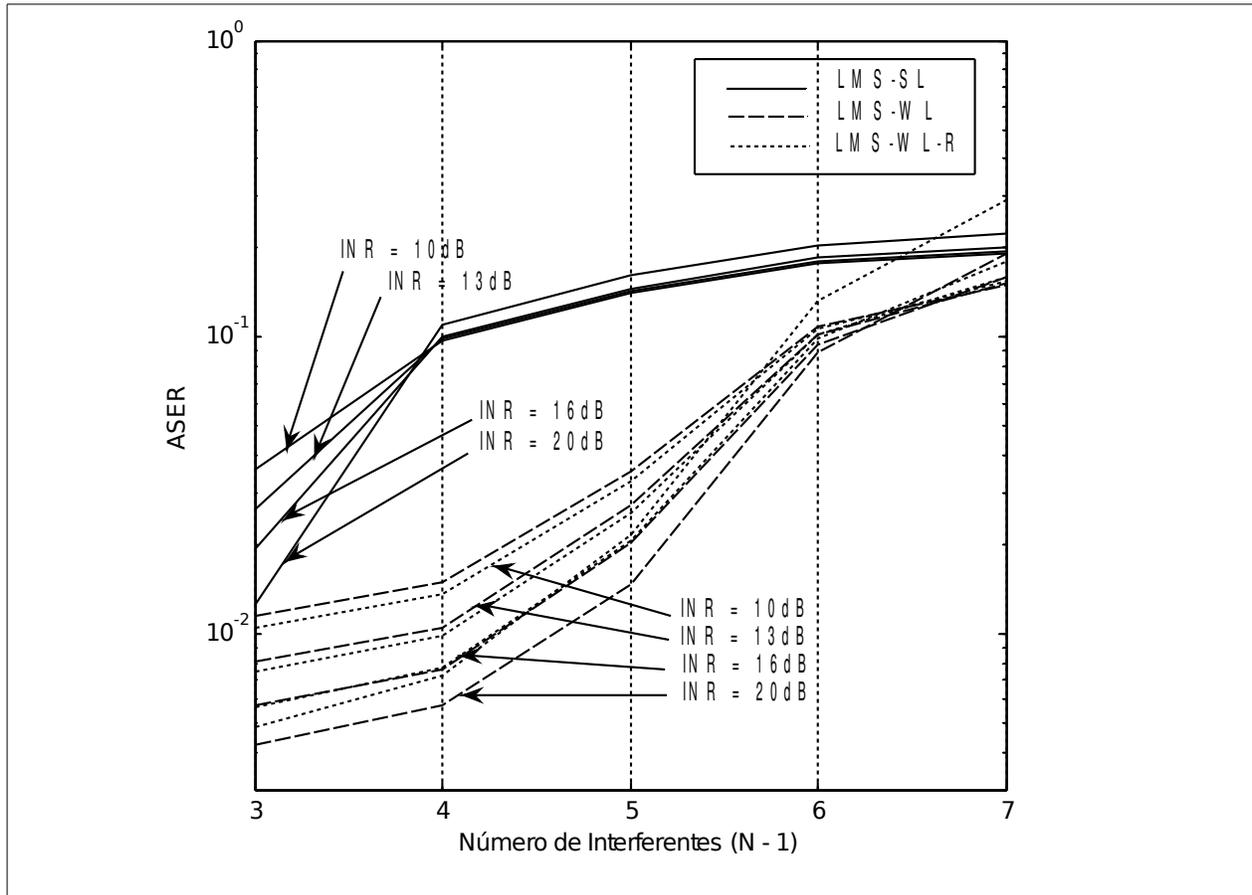


Figura 5.7: Curvas de ASER para a família de algoritmos LMS.

A figura considera variação no número de sinais incidentes e variação na INR dos sinais interferentes.

A Figura 5.7 mostra que a situação de melhor desempenho dos algoritmos largamente lineares em relação ao algoritmo estritamente linear ocorre quando incide um sinal a mais que o número de antenas que compõe o arranjo. Para esse caso, a distância das curvas de ASER dos algoritmos LMS-WL e LMS-WL-R para a algoritmo LMS-SL é máxima. Essa distância, e consequentemente o ganho de desempenho, cai progressivamente a medida que o número de interferentes aumenta, até ser desprezível para o caso em que se tem o dobro de sinais incidentes em relação ao número de antenas. Como esperado, o LMS-SL apresenta desempenho similar ao LMS-WL e LMS-WL-R quando o arranjo opera em modo não subparametrizado mas atinge situação de erro severa imediatamente após o arranjo tornar-se subparametrizado. Já o LMS-WL e LMS-WL-R tem seu desempenho degradado paulatinamente a medida que mais sinais passam a incidir sobre o arranjo, igualando o desempenho do LMS-SL quando oito sinais

passam a incidir. É importante salientar ainda que a INR tem papel determinante no desempenho de mitigação. Observa-se que quanto maior a INR, melhor operam os algoritmos.

#### 5.4.1.2. CENÁRIO 2

O Cenário 2 considera o caso em que, sobre um arranjo composto por  $M = 2$  antenas receptoras, incide um total de  $N = 3$  sinais, sendo um sinal desejado  $s_D$  com modulação BPSK e cuja direção de chegada varia entre  $-90^\circ$  e  $+90^\circ$ , e dois sinais interferentes,  $s_1$  e  $s_2$ . O interferente  $s_1$  foi gerado de forma a apresentar modulação 8-PAM ao passo que o interferente  $s_2$  foi gerado de forma a apresentar diferentes coeficientes de circularidade  $\gamma$  e modulação AM, ou seja, o alfabeto utilizado para o sinal  $s_2$  tem comprimento infinito. A Tabela 5.2 sumariza as condições de simulação para o Cenário 2 da família de algoritmos LMS com sequência de treinamento.

ALGORITMOS	NÚMERO DE SINAIS (N)	SINAIS UTILIZADOS	NÚMERO DE ANTENAS (M)	INR	SNR	$\mu$
FROST-SL FROST-WL FROST-WL-R	3	$s_D, s_1, s_2$	2	10dB	10dB	0,001

Tabela 5.2: Dados de entrada para conjunto de simulações do Cenário 2 para a família de algoritmos de FROST.

A Figuras 5.8 a 5.10 mostram os resultados de simulação obtidos para a família de algoritmos LMS quando se aplica o Cenário 2. A Figura 5.8 mostra a SER obtida para os algoritmos LMS-SL, LMS-WL e LMS-WL-R para as situações em que o sinal interferente  $s_2$  tem seu coeficiente de circularidade  $\gamma_2$  variado de retilinear ( $\gamma_2 = 1$ ) a circular ( $\gamma_2 = 0$ ). Observa-se que para os três casos de circularidade considerados, a SER obtida para os algoritmos largamente lineares é sempre menor que a obtida para o algoritmo estritamente linear, a não ser para as direções de chegada de  $s_D$  que são coincidentes com as direções de chegada de  $s_1$  e de  $s_2$ , caso em que as SER se igualam. Para a condição  $\gamma_2 = 1$ , ou seja, quando o sinal  $s_2$  é retilinear, todos os algoritmos alcançam os menores valores de SER, especialmente para as direções de chegada de  $s_D$  localizadas entre  $-20^\circ$  e  $+20^\circ$ . Nessa região de direções de chegada, o algoritmo LMS-SL alcança valores de SER inferiores a  $10^{-3}$ , ao passo que os algoritmos LMS-WL e LMS-WL-R fornecem resultados de SER inferiores a  $10^{-5}$ . Quando, porém, o coeficiente de circularidade de  $s_2$  diminui, implicando que  $s_2$  passa a ser circular, o desempenho apresentado por todos os algoritmos é degradado, especialmente para as direções de chegada de  $s_D$  no intervalo de  $-20^\circ$  a  $+20^\circ$ , como se pode notar pelas Figuras 5.8.b e 5.8.c. Nesses casos, o algoritmo estritamente linear apresenta valores de SER superiores a  $10^{-3}$  para qualquer ângulo de chegada de  $s_D$ , e os algoritmos largamente lineares apresentam SER com valor equivalente a  $10^{-5}$  quando a direção de chegada de  $s_D$  é  $0^\circ$ .

A Figura 5.9 ilustra a SNIR equivalente obtida considerando os resultados de SER para os algoritmos LMS-SL, LMS-WL e LMS-WL-R. Considerando o fato de que quando a SNIR iguala-se ou supera a SNR do sistema tem-se mitigação total de interferentes, nota-se que, com  $\gamma_2 = 1$ , os algoritmos largamente lineares mitigam

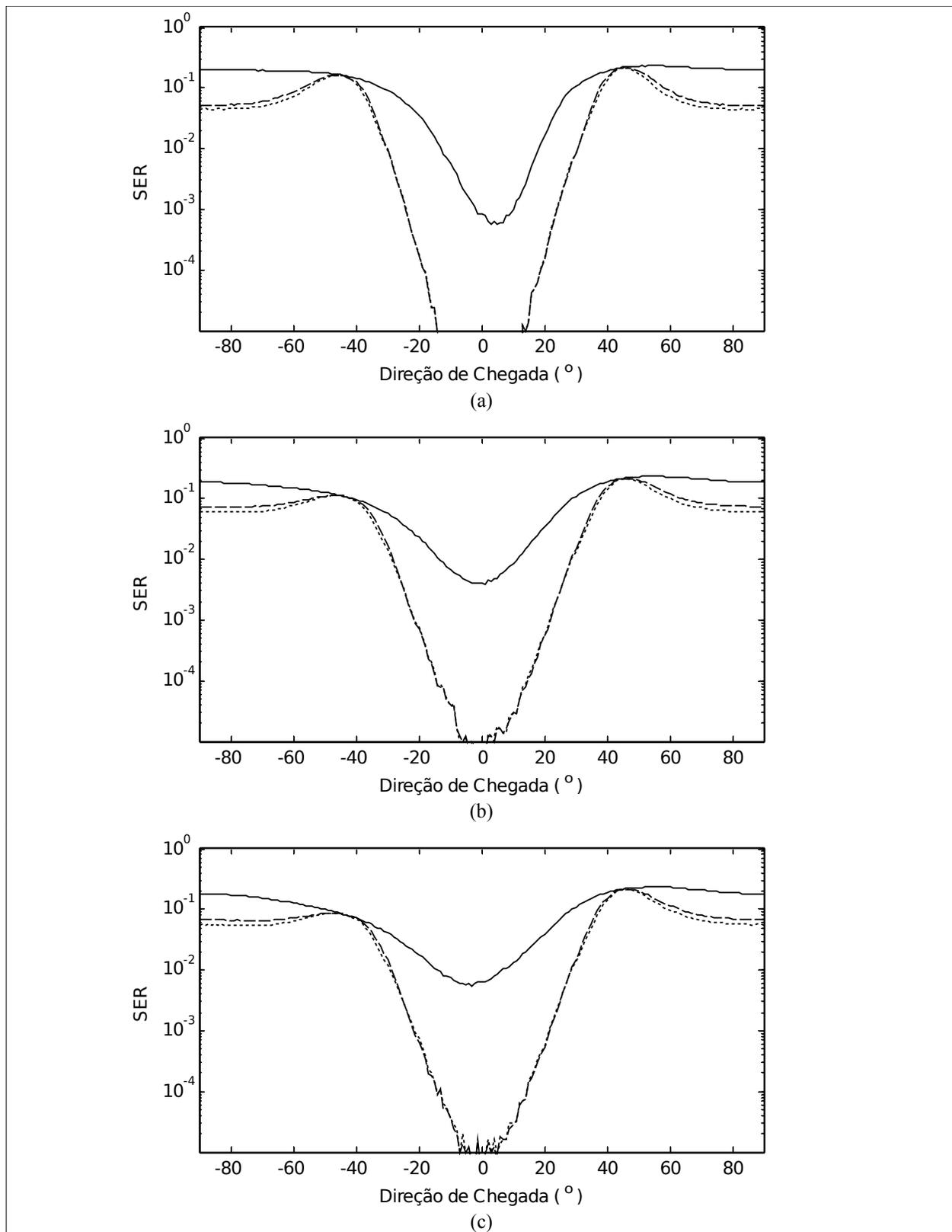


Figura 5.8: SER resultante para a família de algoritmos LMS. Considera-se os algoritmos LMS-SL (—), LMS-WL (---) e LMS-WL-R (...) para  $\gamma_2 = 1$  (a),  $\gamma_2 = 0,5$  (b) e  $\gamma_2 = 0$  (c).

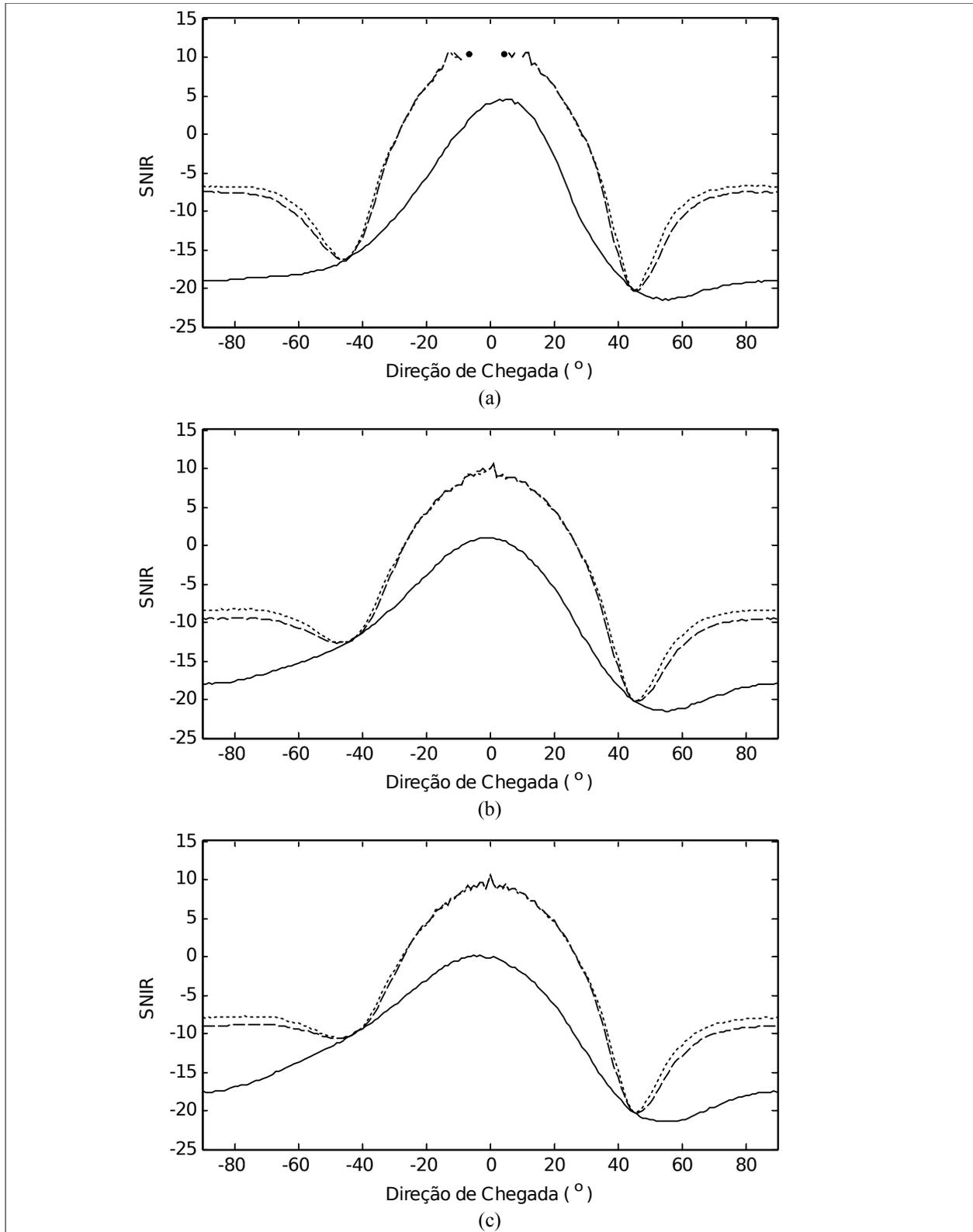


Figura 5.9: SNIR equivalente para a família de algoritmos LMS  
 Considera-se os algoritmos LMS-SL (—), LMS-WL (---) e LMS-WL-R (...) para  $\gamma_2 = 1$  (a),  $\gamma_2 = 0,5$  (b) e  $\gamma_2 = 0$  (c).

completamente os interferentes para direções de chegada de  $s_D$  no intervalo entre os ângulos  $-15^\circ$  e  $+15^\circ$ . Por outro lado, o algoritmo LMS-SL não atinge em nenhuma situação a condição de mitigação total de interferente, já que a SNIR equivalente associada a ele não se aproxima do valor de 10dB exigido para tal. Com a diminuição de  $\gamma_2$  em direção à situação de  $s_2$  circular, a capacidade de mitigação de interferentes diminui para os três algoritmos dado que as SNIR de cada um deles distancia-se do patamar de 10dB. Porém, essa capacidade continua maior no caso dos algoritmos largamente lineares, uma vez que a SNIR apresentada por esses algoritmos é sempre superior à apresentada pelo algoritmo estritamente linear, mesmo para  $\gamma_2 = 0$ .

O ganho de desempenho  $G_D$  dos algoritmos largamente lineares sobre o algoritmo estritamente linear para a família de algoritmos LMS, considerando o Cenário 2, pode ser visualizado na Figura 5.10. Nota-se que em qualquer situação de circularidade de  $s_2$  tem-se, tanto para o LMS-WL quanto para o LMS-WL-R, ganho positivo, ou seja, os dois algoritmos desempenham melhor do que o LMS-SL. Para  $s_2$  retilinear, o ganho dos dois algoritmos largamente lineares sobre o algoritmo estritamente linear atinge valores próximos de 13dB, zerando-se apenas para as direções de chegada que são coincidentes com as direções de chegada dos sinais interferentes. Com a diminuição de  $\gamma_2$ , tem-se uma ligeira diminuição do ganho apresentado, mas mesmo assim permanecendo em grande parte das direções de chegada próximo de 10dB.

Finalmente, a análise das Figuras 5.8, 5.9 e 5.10 mostra que o algoritmo otimizado LMS-WL-R apresenta resultados iguais ou mesmo superiores aos apresentados pelo algoritmo LMS-WL. Esse fato evidencia a importância do uso do algoritmo otimizado nos cenários em que o sinal desejado é retilinear, já que resultados semelhantes são obtidos com menor complexidade computacional.

### 5.4.2. LMS COM RESTRIÇÕES

A família de algoritmos LMS com Restrições ou algoritmos de FROST, composta pelo algoritmo estritamente linear FROST-SL e suas contrapartidas largamente lineares FROST-WL e FROST-WL-R, passou por processo de simulação com o objetivo de se comparar seus desempenhos na tarefa de mitigação de interferentes. Para tanto, foram considerados os dois cenários distintos descritos anteriormente, sendo que os três algoritmos foram aplicados a uma estrutura composta por um *tap* temporal. Como realizado para os outros algoritmos, considerou-se sequências de 10000 símbolos, sendo que apenas os últimos 5000 símbolos foram levados em conta para o cálculo da SER, assegurando que nesse intervalo os algoritmos já se encontrassem convergidos.

#### 5.4.2.1. CENÁRIO 1

Para o Cenário 1 variou-se o número de sinais incidentes sobre o arranjo e também a INR. O sinal desejado  $s_D$  foi gerado de forma a possuir modulação BPSK ao passo que os sinais interferentes foram gerados com modulação 8-PAM. A Tabela 5.3 sumariza as condições de simulação.

A SER resultante para a família de algoritmos de FROST pode ser visualizada na Figura 5.11, que ilustra o resultado obtido de SER quando 4 sinais (Figura 5.11.a), 6 sinais (Figura 5.11.b) e 8 sinais (Figura 5.11.c). Na situação em que o arranjo opera de forma não subparametrizada, o algoritmo FROST-SL provê SER baixa no

ALGORITMOS	NÚMERO DE SINAIS (N)	SINAIS UTILIZADOS	NÚMERO DE ANTENAS (M)	INR	SNR	$\mu$
FROST-SL FROST-WL FROST-WL-R	4	$s_D, s_1, s_2, s_3$	4	10dB 13dB 16dB 20dB	10dB	0,001
	5	$s_D, s_1, s_2, s_3, s_4$				
	6	$s_D, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5$				
	7	$s_D, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6$				
	8	$s_D, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, s_7$				

Tabela 5.3: Dados de entrada para conjunto de simulações do Cenário 1 para a família de algoritmos de FROST.

intervalo de direções de chegada do sinal  $s_D$  entre  $-30^\circ$  e  $+5^\circ$ . Porém, para outras direções de chegada, a SER apresentada pelo algoritmo estritamente linear nunca é mais baixa que  $10^{-4}$ . Já os algoritmos largamente lineares FROST-WL e FROST-WL-R, além de apresentarem SER baixa no mesmo intervalo que o FROST-SL apresentava, também alcançam bons resultados para outras direções de chegada, em especial para aquelas distantes das direções de chegada dos sinais interferentes. Nota-se ainda que, embora próximas, as SER fornecidas pelos algoritmos largamente lineares não são coincidentes, sendo que o FROST-WL-R apresenta desempenho ligeiramente inferior ao FROST-WL. Essa ligeira diferença de desempenho fica mais acentuada à medida que aumentam os interferentes incidindo sobre o arranjo, como ilustrado na Figura 5.11.b, situação em que 6 sinais atingem o arranjo. Para esse caso, o algoritmo FROST-WL ainda apresenta, para algumas direções de chegada, SER inferior a 10<sup>-5</sup>, taxa que não é atingida pelo FROST-WL-R. Por outro lado, o desempenho de ambos algoritmos largamente lineares continua a ser superior àquele apresentado pela contrapartida estritamente linear. Finalmente, quando 8 sinais incidem sobre o arranjo, o desempenho dos algoritmos tendem a se igualar, como se observa na Figura 5.11.c, sendo que ainda assim, os algoritmos FROST-WL e FROST-WL-R continuam melhores que o estritamente linear.

O resultado correspondente à SNIR equivalente, obtida a partir da SER resultante de cada algoritmo, está mostrado na Figura 5.12. Considerando o caso não subparametrizado ilustrado na Figura 5.12.a, em várias regiões de direção de chegada de  $s_D$  ocorre mitigação completa de interferentes quando se utiliza os algoritmos largamente lineares FROST-WL e FROST-WL-R. Essas regiões de abrandamento completo de interferentes correspondem àquelas em que a SNIR equivalente iguala-se a 10dB, que é a SNR do sistema. Assim como notado para outras famílias de algoritmos, o processamento largamente linear mostra-se sempre superior em desempenho ao processamento estritamente linear, uma vez que as SNIR equivalentes providas pelos algoritmos FROST-WL e FROST-WL-R estão sempre, ou no pior caso iguais, à SNIR provida pelo algoritmo FROST-SL. Para 5 interferentes recaindo sobre o arranjo, além do sinal desejado  $s_D$ , situação exemplificada na Figura 5.12.b, a diferença entre as SNIR equivalentes fornecidas pelos algoritmos largamente lineares e estritamente linear torna-se maior. Além disso, para esse caso o FROST-SL não apresenta mais SNIR positiva em nenhum ponto, ao contrário de suas contrapartidas largamente lineares. Finalmente, à medida que o número de sinais recaindo sobre o arranjo aumenta, diminui-se a diferença de desempenho entre os algoritmos, como observado na Figura 5.12.c, que ilustra uma situação para a qual

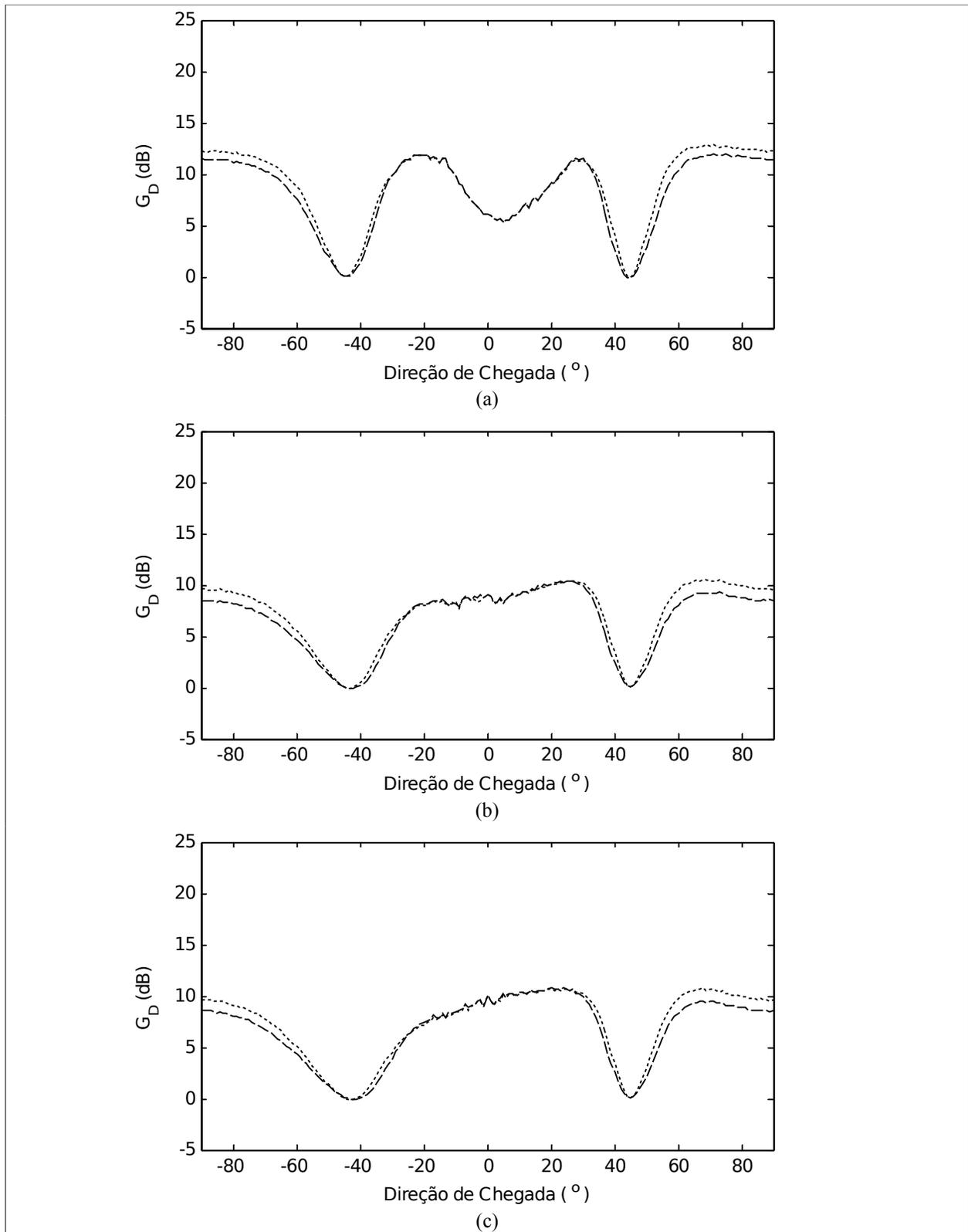


Figura 5.10: Ganhos de desempenho da família de algoritmos LMS. Considera-se os ganhos do LMS-WL sobre o LMS-SL (--) e do LMS-WL-R sobre o LMS-SL (...) para  $\gamma_2 = 1$  (a),  $\gamma_2 = 0,5$  (b) e  $\gamma_2 = 0$  (c).

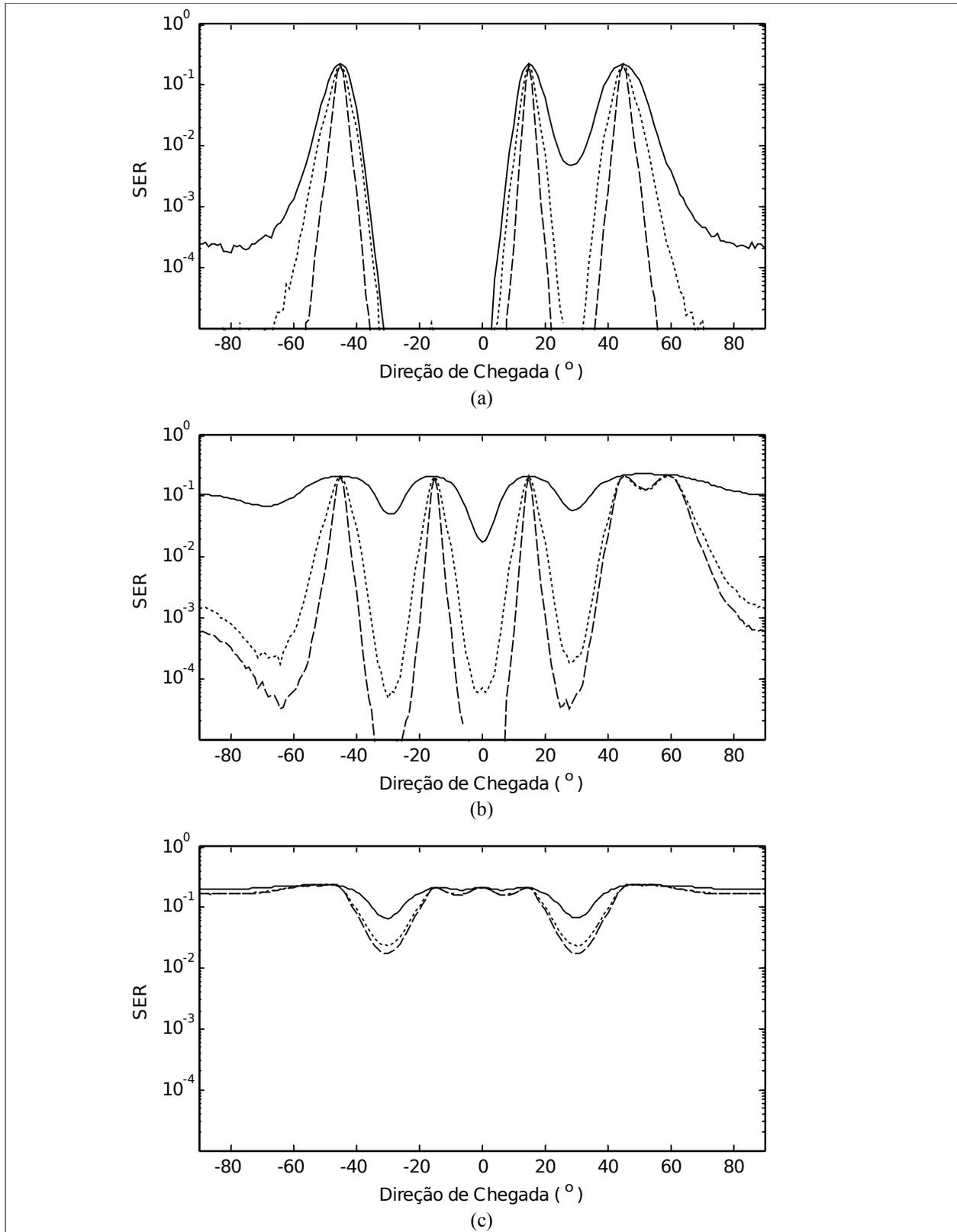


Figura 5.11: SER resultante para a família de algoritmos de FROST. Considera-se os algoritmos FROST-SL (—), FROST-WL (---) e FROST-WL-R (...) para 4 sinais incidentes (a), 6 sinais incidentes (b) e 8 sinais incidentes (c).

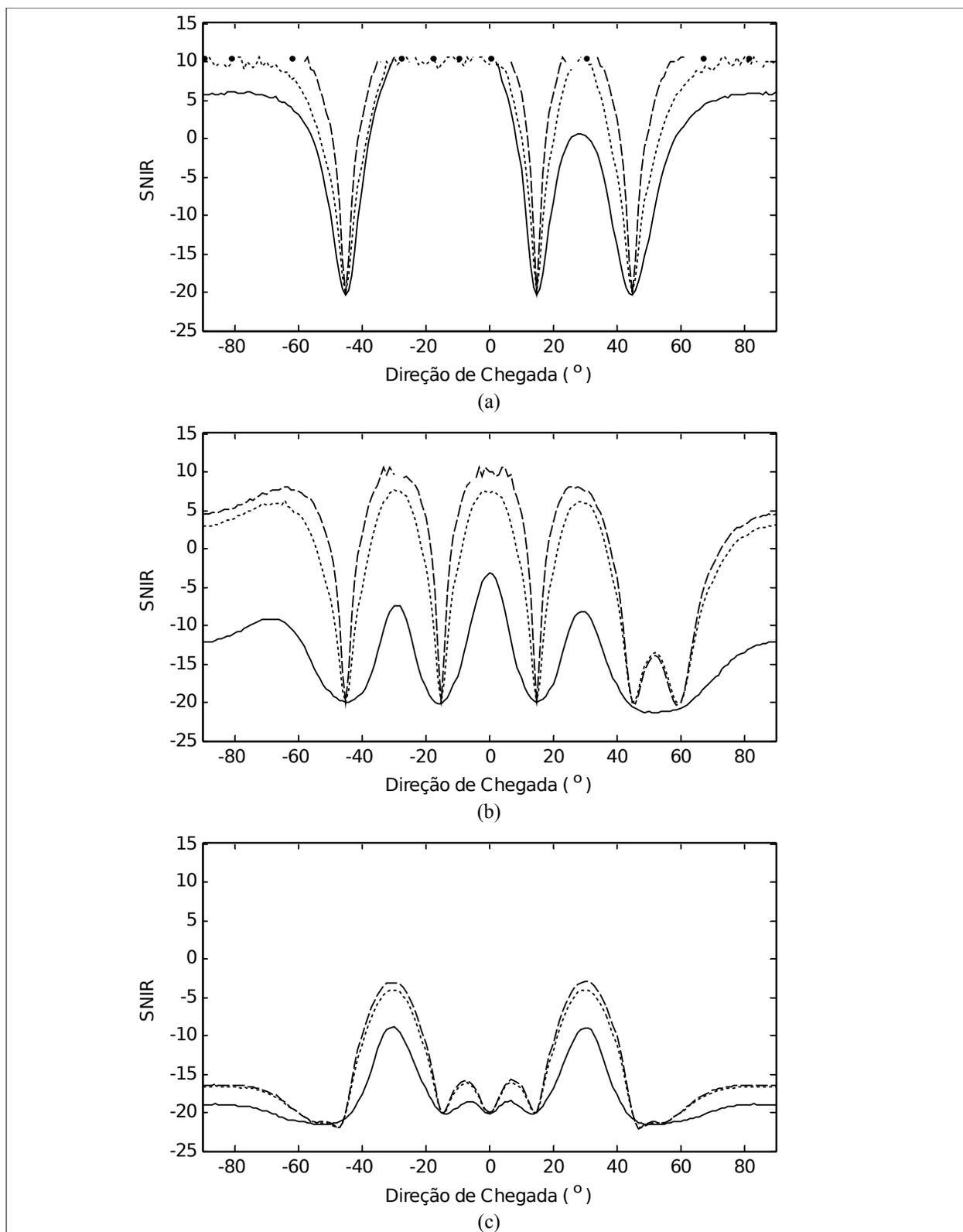


Figura 5.12: SNIR equivalente para a família de algoritmos de FROST. Considera-se os algoritmos FROST-SL (—), FROST-WL (---) e FROST-WL-R (...) para 4 sinais incidentes (a), 6 sinais incidentes (b) e 8 sinais incidentes (c).

a SNIR equivalente para todos os algoritmos da família FROST apresenta-se inferior a 0dB. Além disso, para esse caso é possível afirmar que a diferença de desempenho apresentada pelos algoritmos FROST-WL e FROST-WL-R é grandemente diminuída quando comparada à diferença aferida para os casos em que menos sinais atingem o arranjo.

A diferença entre as SNIR equivalentes dos algoritmos largamente lineares para o algoritmo estritamente linear está apresentada na Figura 5.13. Conforme esperado, o ganho de desempenho  $G_D$  dos algoritmos largamente lineares FROST-WL e FROST-WL-R sobre sua contrapartida estritamente linear FROST-SL é sempre maior ou igual a zero. Assim como observado para o caso da família de algoritmos LMS, o menor ganho de desempenho ocorre para a situação em que 8 sinais atingem o arranjo, ou seja, para a situação em que se tem o dobro de sinais em relação ao número de antenas que compõe o arranjo. Para esse caso, mostrado na Figura 5.13.c o ganho de desempenho, embora sempre maior ou igual a zero, nunca é superior a 10dB. Além disso, para esse caso os ganhos de desempenho dos algoritmos FROST-WL e FROST-WL-R praticamente igualam-se. Nota-se ainda que os maiores ganhos de desempenho ocorrem para número de sinais que incidem sobre o arranjo intermediários entre 4 e 8, como pode-se notar comparando-se a Figura 5.13.a, que mostra o ganho de desempenho para a situação em que 4 sinais atingem o arranjo, com a Figura 5.13.b, que ilustra o caso em que 6 sinais incidem sobre ele. O valores dos ganhos de desempenho para este último caso atingem valores superiores a 20dB, ao contrário do caso mostrado na Figura 5.13.a, em que os valores de ganho de desempenho raramente atingem 15dB.

Levando-se em conta os ganhos de desempenho dos algoritmos largamente lineares sobre o algoritmo estritamente linear, pode-se realizar a comparação da ASER para cada caso de incidência de sinais interferentes, variando o número destes entre 3 e 7 e também variando a INR em cada simulação. A comparação da ASER pode ser feita através da Figura 5.14. Observa-se, assim como realizado para a família de algoritmos LMS, que, no caso do algoritmo FROST-SL, quando o arranjo opera em modo não subparametrizado, o valor da SER média está na mesma ordem de grandeza que a ASER apresentada pelos algoritmos largamente lineares FROST-WL e FROST-WL-R. A partir do cenário em que o arranjo passa a operar em modo subparametrizado, a ASER do algoritmo FROST-SL atinge valor próximo da situação de máximo erro e assim permanece não importando a quantidade de sinais incidentes. Por outro lado, os algoritmos largamente lineares apresentam crescimento paulatino da ASER medida de acordo com o aumento do número de sinais que incidem sobre o arranjo. Apenas quando o número de sinais é equivalente ao dobro do número de antenas receptoras é que a ASER dos algoritmos largamente lineares indica valores correspondentes aos apresentados pelo algoritmo estritamente linear.

Convém notar que nos casos em que o arranjo opera em modo não subparametrizado, ou seja, com número de sinais incidentes igual ou menor que o número de elementos presentes no arranjo, os algoritmos pertencentes à família de algoritmos de FROST fornecem respostas melhores em relação à SER média quanto menor é a INR. Observa-se que, para quatro sinais incidentes, a SER média apresentada para o caso em que  $INR = 10\text{dB}$  é menor que a SER média apresentada para o caso em que  $INR = 20\text{dB}$ , por exemplo, sendo que esse comportamento ocorre tanto para o caso estritamente linear quanto para os casos largamente lineares. Quando o arranjo torna-se subparametrizado, esse fenômeno ainda ocorre, porém a diferença entre as SER médias para esses casos é substancialmente menor.

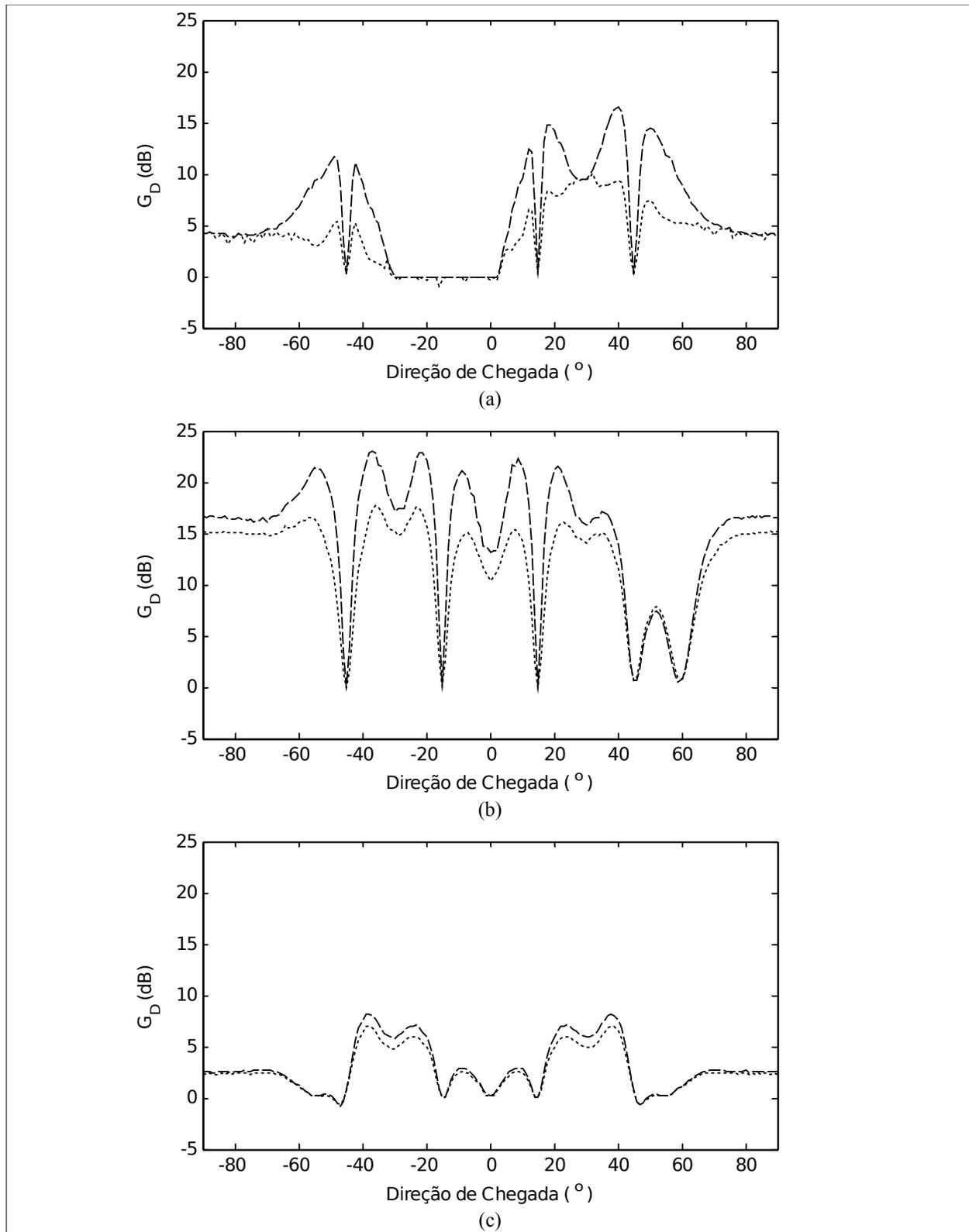


Figura 5.13: Ganhos de desempenho da família de algoritmos de FROST. Considera-se os ganhos do FROST-WL sobre o FROST-SL (--) e do FROST-WL-R sobre o FROST-SL (...) para 4 sinais incidentes (a), 6 sinais incidentes (b) e 8 sinais incidentes (c).

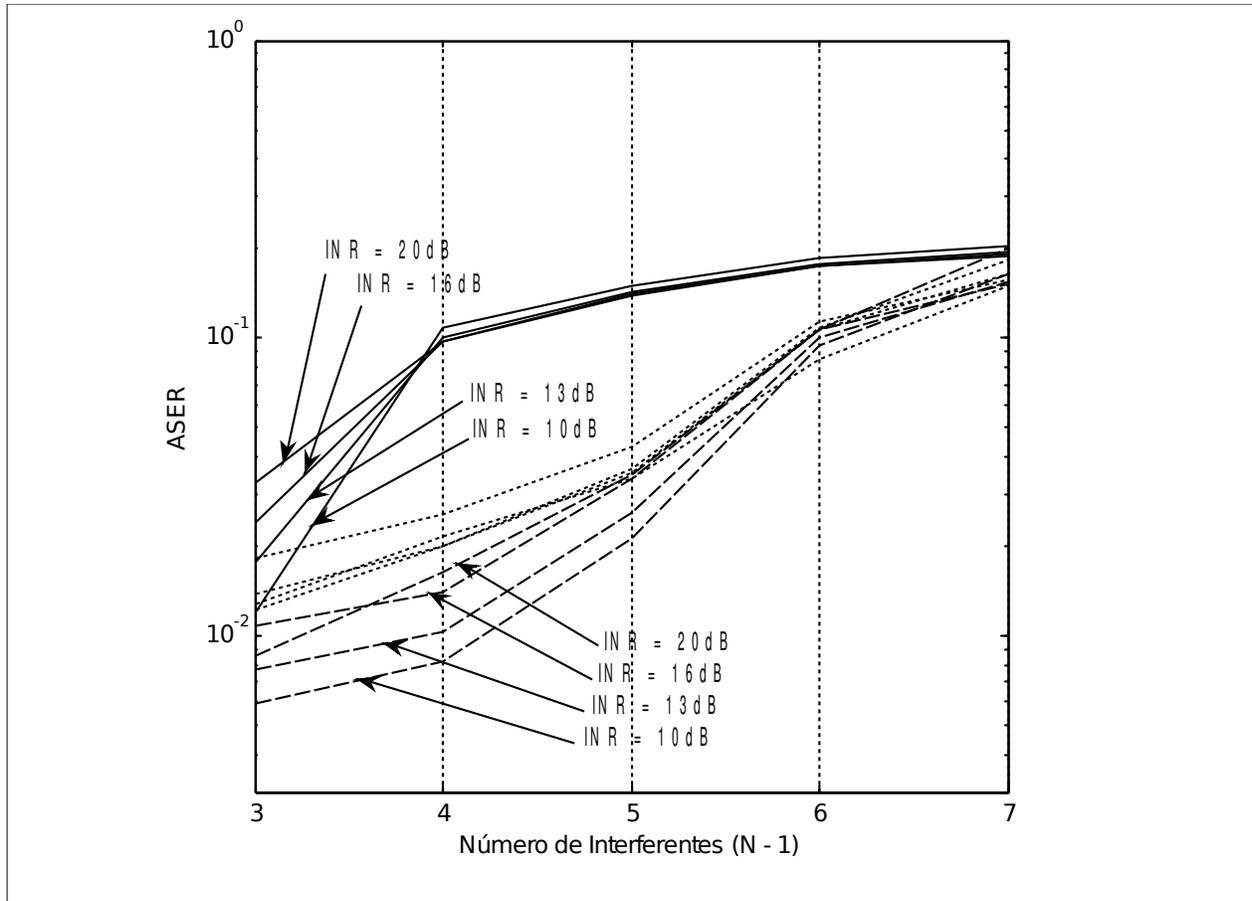


Figura 5.14: Curvas de ASER para família de algoritmos de FROST. São comparados os algoritmos FROST-SL (—), FROST-WL (---) e FROST-WL-R (....) considerando variação no número de sinais incidentes e variação na INR dos sinais interferentes.

#### 5.4.2.2. CENÁRIO 2

O Cenário 2 considera o caso em que, sobre um arranjo composto por  $M = 2$  antenas receptoras, incide um total de  $N = 3$  sinais, sendo um sinal desejado  $s_D$  com modulação BPSK e cuja direção de chegada varia entre  $-90^\circ$  e  $+90^\circ$ , e dois sinais interferentes,  $s_1$  e  $s_2$ . O interferente  $s_1$  foi gerado de forma a apresentar modulação 8-PAM ao passo que o interferente  $s_2$  foi gerado de forma a apresentar diferentes coeficientes de circularidade  $\gamma$  e modulação AM, ou seja, o alfabeto utilizado para o sinal  $s_2$  tem comprimento infinito. A Tabela 5.4 sumariza as condições de simulação para o Cenário 2 da família de algoritmos LMS com restrições.

ALGORITMOS	NÚMERO DE SINAIS (N)	SINAIS UTILIZADOS	NÚMERO DE ANTENAS (M)	INR	SNR	$\mu$
FROST-SL FROST-WL FROST-WL-R	3	$s_D, s_1, s_2$	2	10dB	10dB	0,001

Tabela 5.4: Dados de entrada para conjunto de simulações do Cenário 2 para a família de algoritmos de FROST.

As Figuras 5.15 a 5.17 mostram os resultados de simulação obtidos para a família de algoritmos de FROST quando se aplica o Cenário 2. A Figura 5.15 mostra a SER obtida para os algoritmos FROST-SL, FROST-WL e FROST-WL-R para as situações em que  $\gamma_2 = 1$  (Figura 5.15.a),  $\gamma_2 = 0,5$  (Figura 5.15.b) e  $\gamma_2 = 0$  (Figura 5.15.c). Nota-se que a SER apresentada pelo algoritmo estritamente linear é maior que a apresentada pelos algoritmos largamente lineares, a não ser para as direções de chegada em que ocorre sobreposição de constelações ( $-45^\circ$  e  $+45^\circ$ ), indicando um ganho de desempenho para esse caso quando se utiliza o processamento largamente linear. Devido ao fato de  $s_2$  apresentar modulação analógica, ou seja, seu alfabeto de símbolos ser infinito, os gráficos de SER mostrados na Figura 5.15 não são simétricos em torno da direção de chegada  $0^\circ$  de  $s_D$ . De fato, tanto para o algoritmo estritamente linear FROST-SL, quanto para os algoritmos largamente lineares FROST-WL e FROST-WL-R, a SER resultante para valores de direção de chegada de  $s_D$  menores que  $0^\circ$  é ligeiramente inferior à SER apresentada para valores positivos de direção de chegada de  $s_D$ . Outro fenômeno observado é que a variação do coeficiente de circularidade  $\gamma_2$  não influencia de maneira significativa a SER apresentada pelo algoritmo FROST-WL, ao passo que a diminuição de  $\gamma_2$  provoca um aumento na SER tanto do algoritmo FROST-SL quanto do algoritmo FROST-WL-R.

As SNIR equivalentes para os três algoritmos podem ser observadas na Figura 5.16. É possível observar que os algoritmos largamente lineares proveem atenuação completa dos sinais interferentes para direções de chegada de  $s_D$  no entorno de  $0^\circ$  quando  $\gamma_2 = 1$ , ou seja, quando  $s_2$  é retilinear. Essa capacidade de mitigação não ocorre para o algoritmo estritamente linear, dado que em nenhum valor de direção de chegada de  $s_D$  a SNIR equivalente do algoritmo FROST-SL atinge valores próximos a 10dB, que é a SNR em que o sistema opera. À medida que o coeficiente de circularidade  $\gamma_2$  diminui, ou seja  $s_2$  torna-se circular, o desempenho do algoritmo FROST-SL piora, dado que sua SNIR equivalente diminui, caindo para valores inferiores a 0dB. O desempenho do algoritmo FROST-WL-R também sofre piora, deixando de prover mitigação completa de interferentes. Por outro lado, o desempenho do algoritmo FROST-WL não sofre grandes alterações com a variação de  $\gamma_2$ .

A Figura 5.17 mostra o ganho de desempenho  $G_D$  dos algoritmos largamente lineares sobre o algoritmo estritamente linear para três valores distintos de  $\gamma_2$ . Conforme previsto no Capítulo 2, os algoritmos largamente lineares apresentam sempre desempenho superior, ou no pior caso igual, ao algoritmo estritamente linear. No caso dos algoritmos FROST-WL e FROST-WL-R para o caso em que o coeficiente de circularidade  $\gamma_2$  varia de retilinear para circular, verifica-se que o ganho de desempenho  $G_D$  decresce, ligeiramente no caso do FROST-WL e mais fortemente no caso do FROST-WL-R. Porém, os ganhos mantêm-se sempre acima de 0dB, especialmente para as direções de chegada de  $s_D$  que são não coincidentes com as direções de chegada de  $s_1$  e  $s_2$ . Finalmente, a sequência mostrada na Figura 5.17 permite ainda verificar que os desempenhos dos algoritmos FROST-WL e FROST-WL-R são similares quando o coeficiente de circularidade  $\gamma_2$  é unitário (Figura 5.17.a), ou seja, quando se tem uma situação em que todos os sinais incidentes são retilineares. À medida que um dos sinais tende a se tornar circular, o ganho de desempenho apresentado pelos algoritmos FROST-WL e FROST-WL-R torna-se diferente no sentido de que o algoritmo largamente linear original passa a fornecer ganho de desempenho maior que o algoritmo otimizado para sinais retilineares (Figura 5.17.b e 5.17.c).

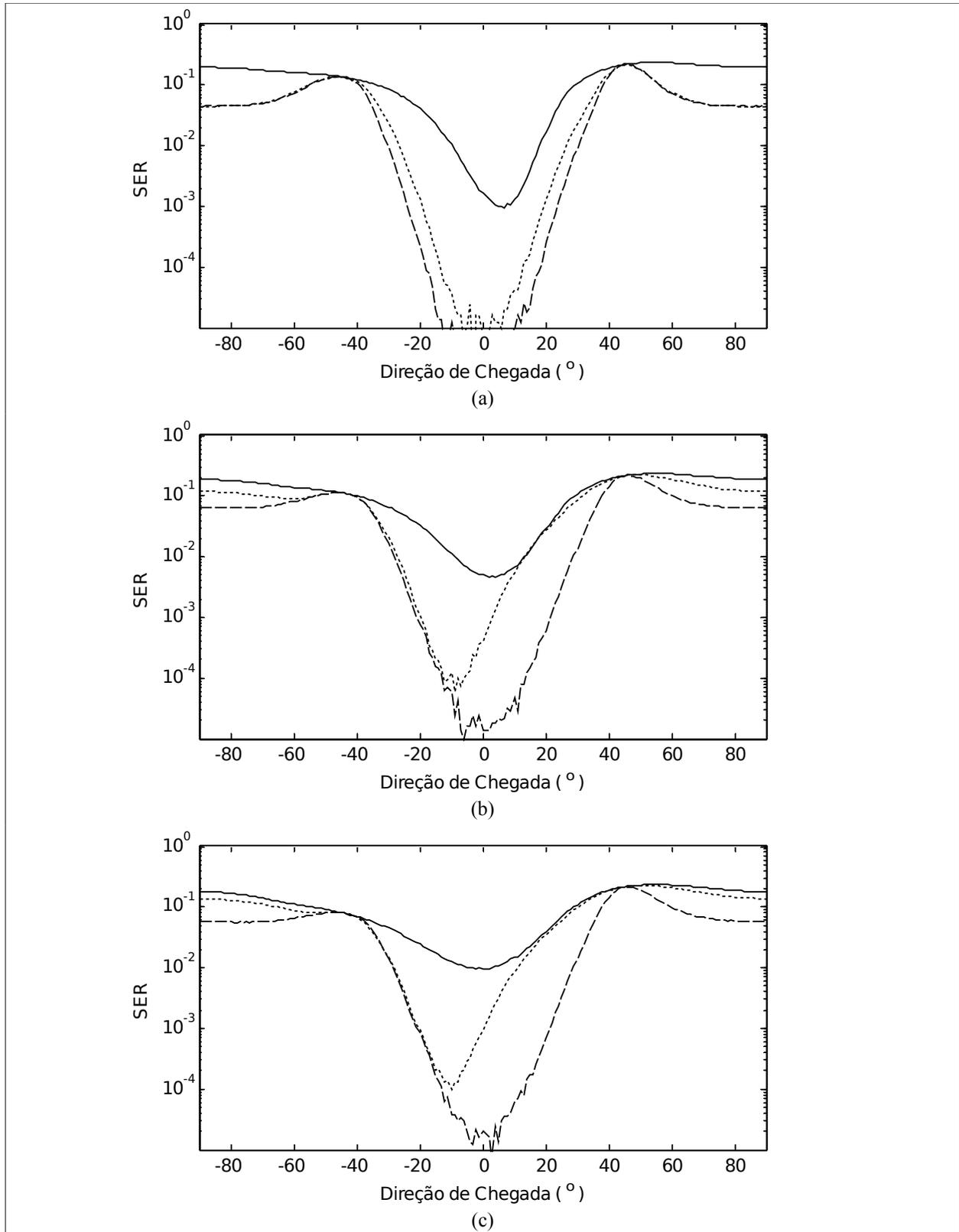


Figura 5.15: SER resultante para a família de algoritmos de FROST. Considera-se os algoritmos FROST-SL (—), FROST-WL (---) e FROST-WL-R (...) para  $\gamma_2 = 1$  (a),  $\gamma_2 = 0,5$  (b) e  $\gamma_2 = 0$  (c).

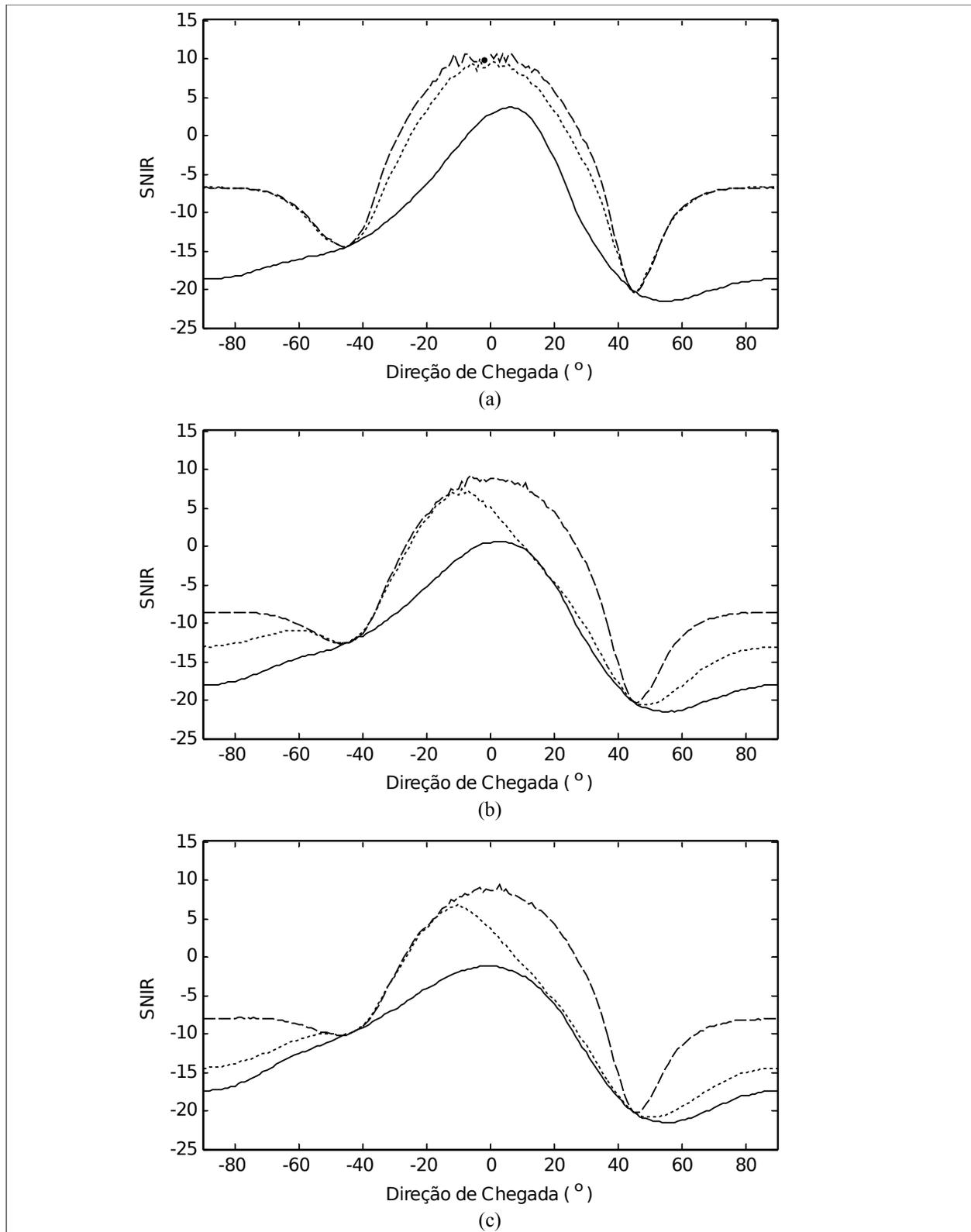


Figura 5.16: SNIR equivalente para a família de algoritmos de FROST. Considera-se os algoritmos FROST-SL (—), FROST-WL (---) e FROST-WL-R (...) para  $\gamma_2 = 1$  (a),  $\gamma_2 = 0,5$  (b) e  $\gamma_2 = 0$  (c).

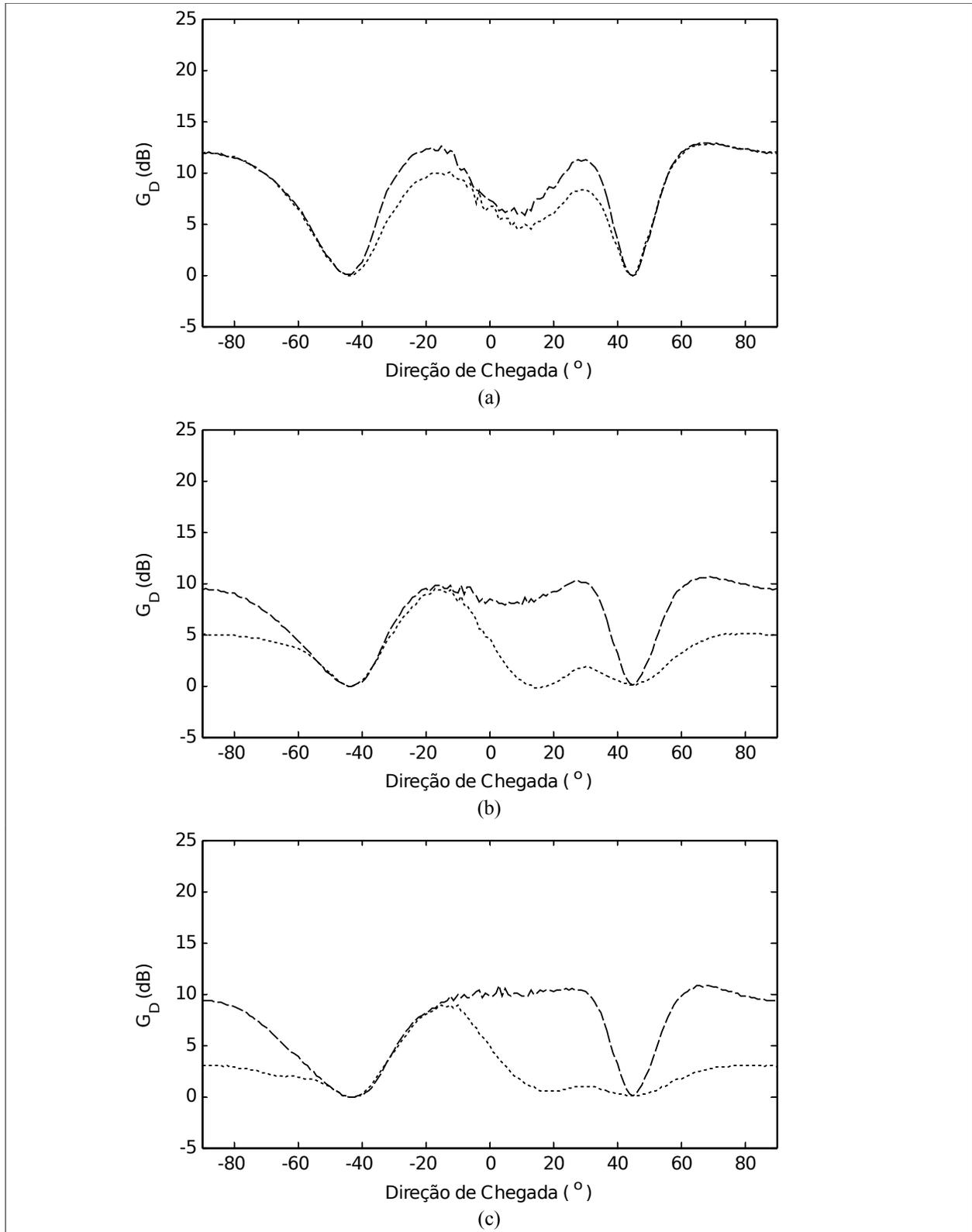


Figura 5.17: SNIR equivalente para a família de algoritmos de FROST. Considera-se os ganhos do FROST-WL sobre o FROST-SL (--) e do FROST-WL-R sobre o FROST-SL (...) para  $\gamma_2 = 1$  (a),  $\gamma_2 = 0,5$  (b) e  $\gamma_2 = 0$  (c).

### 5.4.3. ALGORITMO CMA

Nesta seção são apresentados os resultados de simulação para os algoritmo cegos ou autodidatas de módulo constante, ou algoritmo CMA. Essa família de algoritmos é formada pela versão clássica ou estritamente linear CMA-SL, e pelas versões largamente lineares completa, CMA-WL, e otimizada para sinais rectilineares CMA-WL-R. A metodologia de simulação utilizada foi a mesma realizada para os outros algoritmos, ou seja, a partir de 10000 símbolos gerados tomou-se os últimos 5000 símbolos para o cálculo da SER de forma a se considerar apenas os símbolos para os quais o algoritmo já se encontrasse na região convergida. Foram considerados dois cenários distintos, um representado por um arranjo composto por  $M = 4$  antenas receptoras e outro representado por  $M = 2$  antenas receptoras, sendo que no caso do Cenário 1 variou-se o número de sinais incidentes e no caso do Cenário 2 variou-se o coeficiente de circularidade de um dos sinais interferentes.

A inicialização de coeficientes usados nos algoritmos CMA-SL, CMA-WL e CMA-WL-R seguiu o método conhecido como "single spike", ou seja, um dos componentes do vetor de ponderações  $\mathbf{w}$  foi determinado com um valor diferente de zero ao passo que todos os outros componentes foram inicializados em zero. Dessa forma, quando  $M = 4$ , foram realizadas um total de quatro conjuntos de simulações, sendo um para cada valor inicial de  $\mathbf{w}$ . Ao final de todas as simulações, quando possível tomou-se para levantamento dos resultados aquelas que apresentaram convergência para o mínimo local correto. O mesmo procedimento foi adotado para o caso em que  $M = 2$ , sendo que neste caso foi realizado um conjunto de duas simulações de forma a cobrir a totalidade de possibilidades previstas no método "single spike". Porém, mesmo se considerando esse método de inicialização, em alguns casos apresentou-se problemas de convergência, resultando em descontinuidades nas taxas de erro verificadas entre ângulos adjacentes.

#### 5.4.3.1. CENÁRIO 1

No Cenário 1 variou-se o número de sinais incidentes sobre o arranjo e também a INR. Como feito para as outras famílias de algoritmos, o sinal desejado  $s_D$  foi gerado de forma a possuir modulação BPSK ao passo que os sinais interferentes foram gerados com modulação 8-PAM. A Tabela 5.5 sumariza as condições de simulação. Observar que o valor do passo de adaptação, para o caso da família de algoritmos CMA, foi  $\mu = 0,0005$ , ligeiramente menor, portanto, do valor que fora adotado para os outros algoritmos adaptativos. Isso foi feito para assegurar a convergência do algoritmo CMA uma vez que este é reconhecidamente mais ruidoso.

ALGORITMOS	NÚMERO DE SINAIS (N)	SINAIS UTILIZADOS	NÚMERO DE ANTENAS (M)	INR	SNR	$\mu$
CMA-SL CMA-WL CMA-WL-R	4	$s_D, s_1, s_2, s_3$	4	10dB 13dB 16dB 20dB	10dB	0,0005
	5	$s_D, s_1, s_2, s_3, s_4$				
	6	$s_D, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5$				
	7	$s_D, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6$				
	8	$s_D, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, s_7$				

Tabela 5.5: Dados de entrada para conjunto de simulações do Cenário 1 para a família de algoritmos CMA.

A Figura 5.18 ilustra o resultado de SER para a família de algoritmos CMA quando  $N = 4$ ,  $N = 6$  e  $N = 8$  sinais atingem o arranjo composto por  $M = 4$  antenas receptoras. Observa-se que o algoritmo estritamente linear CMA-SL tem seu desempenho grandemente comprometido a partir da situação em que o arranjo encontra-se em operação subparametrizada. Com isso, quando  $N = 4$  o CMA-SL ainda possui capacidade de mitigação de interferentes, especialmente para aquelas direções de chegada de  $s_D$  distantes das direções de chegada dos interferentes. Porém, a partir da situação em que o arranjo passa a operar de forma subparametrizada, o CMA-SL perde a capacidade de mitigação de interferentes, e essa perda é mais grave quanto mais sinais incidirem sobre o arranjo. Essa mudança de comportamento da SER do CMA-SL pode ser observado na sequência de casos mostrada nas Figuras 5.18.a, 5.18.b e 5.18.c. Essa mesma sequência de figuras mostra que os algoritmos largamente lineares CMA-WL e CMA-WL-R apresentam SER sempre inferiores ao CMA-SL. Como exemplo, quando  $N = 4$ , a SER apresentada pelo CMA-SL em torno do interferente  $s_2$  é superior a  $10^{-3}$  entre  $-60^\circ$  e  $-35^\circ$ , ao passo que a SER apresentada pelos algoritmos CMA-WL e CMA-WL-R é superior a  $10^{-3}$  entre  $-55^\circ$  e  $-45^\circ$ . Para esse mesmo caso, observa-se, ainda, que nas direções de chegada de  $s_D$  entre os interferentes  $s_1$  e  $s_3$ , o algoritmo CMA-SL provê SER maior que  $10^{-5}$  entre  $+5^\circ$  e  $+65^\circ$ , sendo que para a mesma situação, os algoritmos largamente lineares apresentam SER com valor de  $10^{-5}$  entre  $+10^\circ$  e  $+20^\circ$  e entre  $+35^\circ$  e  $+55^\circ$ , apenas. Com o aumento do número de sinais que incidem sobre o arranjo, a SER apresentada pelos algoritmos largamente lineares aumenta, porém de forma menos intensa que o aumento de SER verificado para o algoritmo estritamente linear. Apenas no caso em que  $N = 8$ , as SER dos três algoritmos em questão se assemelham, em níveis bastante elevados.

O desempenho quantitativo de cada algoritmo da família CMA na tarefa de mitigação de interferentes pode ser verificado utilizando-se o conceito de SNIR equivalente. Como observado anteriormente para os algoritmos LMS treinado e LMS com restrições, tem-se mitigação eficiente de interferentes quando a SNIR equivalente iguala-se ou supera a SNR geral do sistema. A Figura 5.19 apresenta as SNIR equivalente dos algoritmos CMA-SL, CMA-WL e CMA-WL-R para as condições de simulação do Cenário 1. A Figura 5.19.a mostra o caso em que o arranjo opera de forma não subparametrizada. Nesse caso, nota-se que, para os três algoritmos considerados, a SNIR equivalente é igual ou superior a 10dB para vários intervalos de direção de chegada de  $s_D$ , sendo que os algoritmos largamente lineares apresentam SNIR sempre superior ao algoritmo estritamente linear. A Figura 5.19.b mostra um caso em que o arranjo opera de forma subparametrizada, especificamente quando  $N = 6$ , ou seja, há dois sinais a mais do que o limite suportado teoricamente pelo sistema. Nesse caso, embora haja uma piora nos níveis de SNIR equivalente dos algoritmos largamente lineares CMA-SL e CMA-WL, ainda há vários intervalos de direção de chegada de  $s_D$  em que a SNIR equivalente iguala-se ou supera o nível de 10dB, indicando que nesses pontos o arrefecimento dos sinais interferentes é efetivo. Por outro lado, nesse caso o algoritmo CMA-SL já não provê mais mitigação eficiente de interferentes, dado que em nenhum ponto a sua SNIR equivalente chega ao nível de 10dB. Finalmente, quando o número de sinais incidentes é equivalente ao dobro do número de antenas receptoras, situação ilustrada na Figura 5.19.c, nenhum dos algoritmos provê mitigação eficiente de interferentes para quaisquer direções de chegada de  $s_D$ . A SNIR equivalente dos três algoritmos, nesse caso, é inferior a -5dB, indicando que o sistema opera, em qualquer caso, com taxa de erro de símbolo alta.

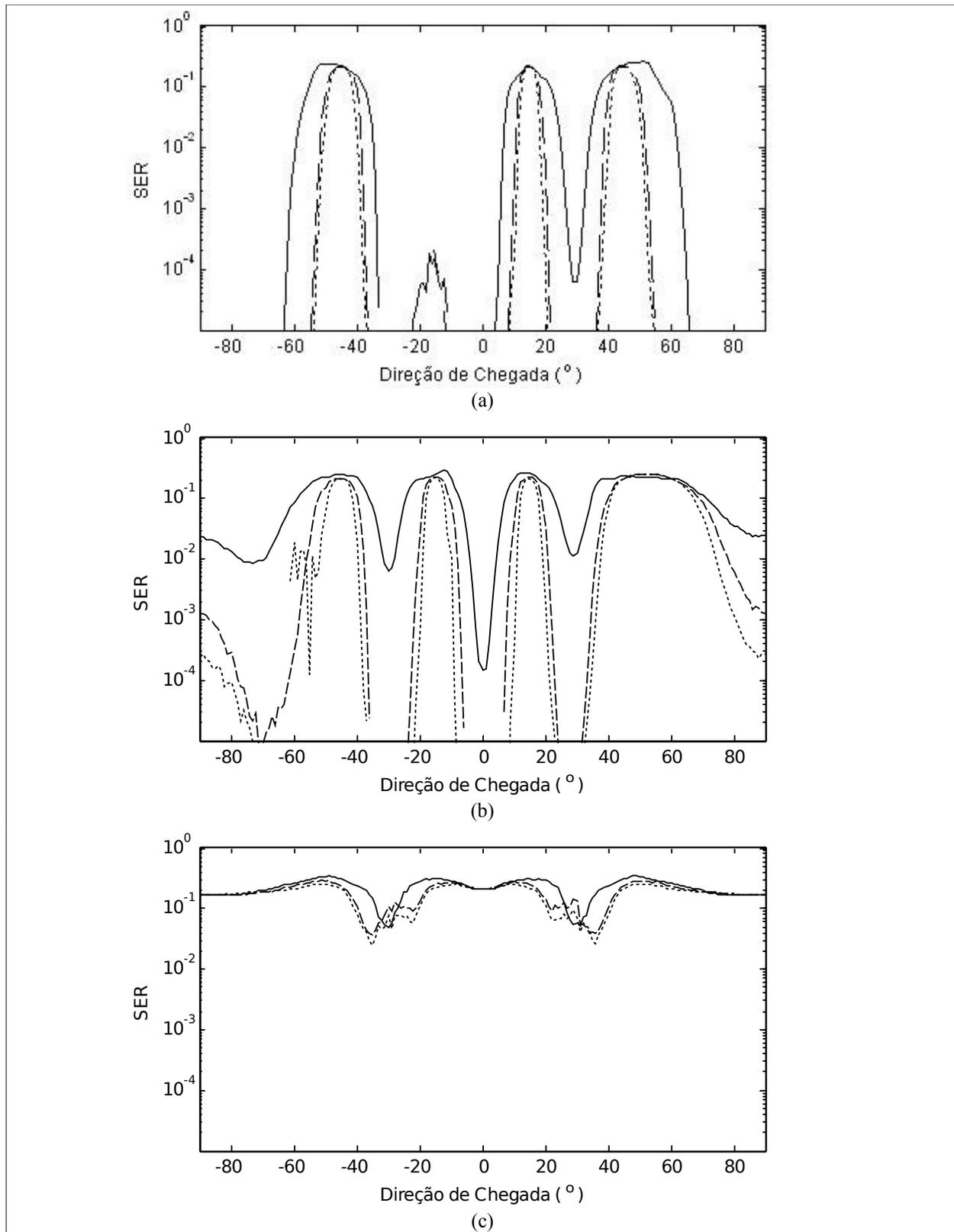


Figura 5.18: SER resultante para a família de algoritmos CMA. Considera-se os algoritmos CMA-SL (—), CMA-WL (---) e CMA-WL-R (...) para 4 sinais incidentes (a), 6 sinais incidentes (b) e 8 sinais incidentes (c).

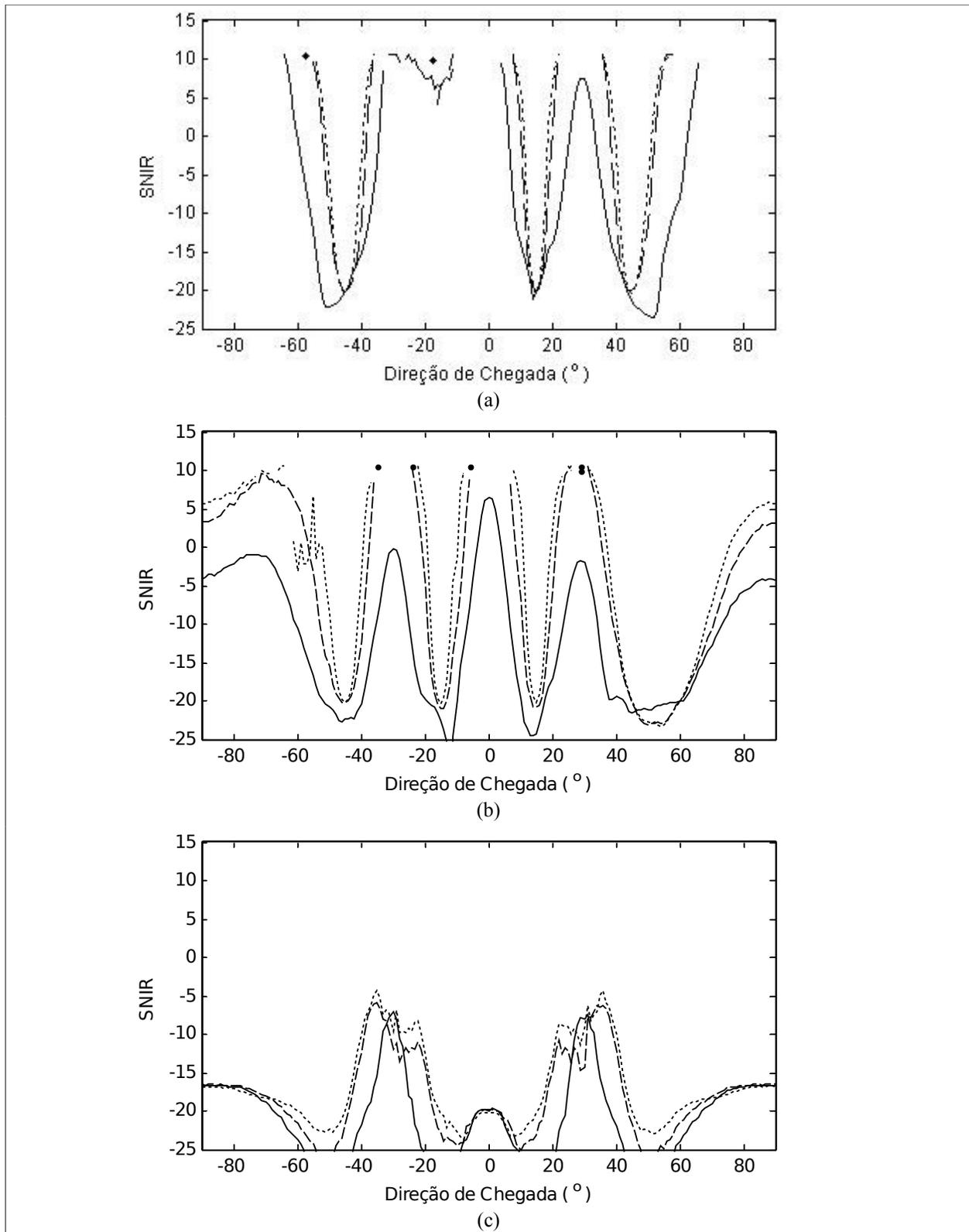


Figura 5.19: SNIR equivalente para a família de algoritmos CMA. Considera-se os algoritmos CMA-SL (—), CMA-WL (---) e CMA-WL-R (...) para 4 sinais incidentes (a), 6 sinais incidentes (b) e 8 sinais incidentes (c).

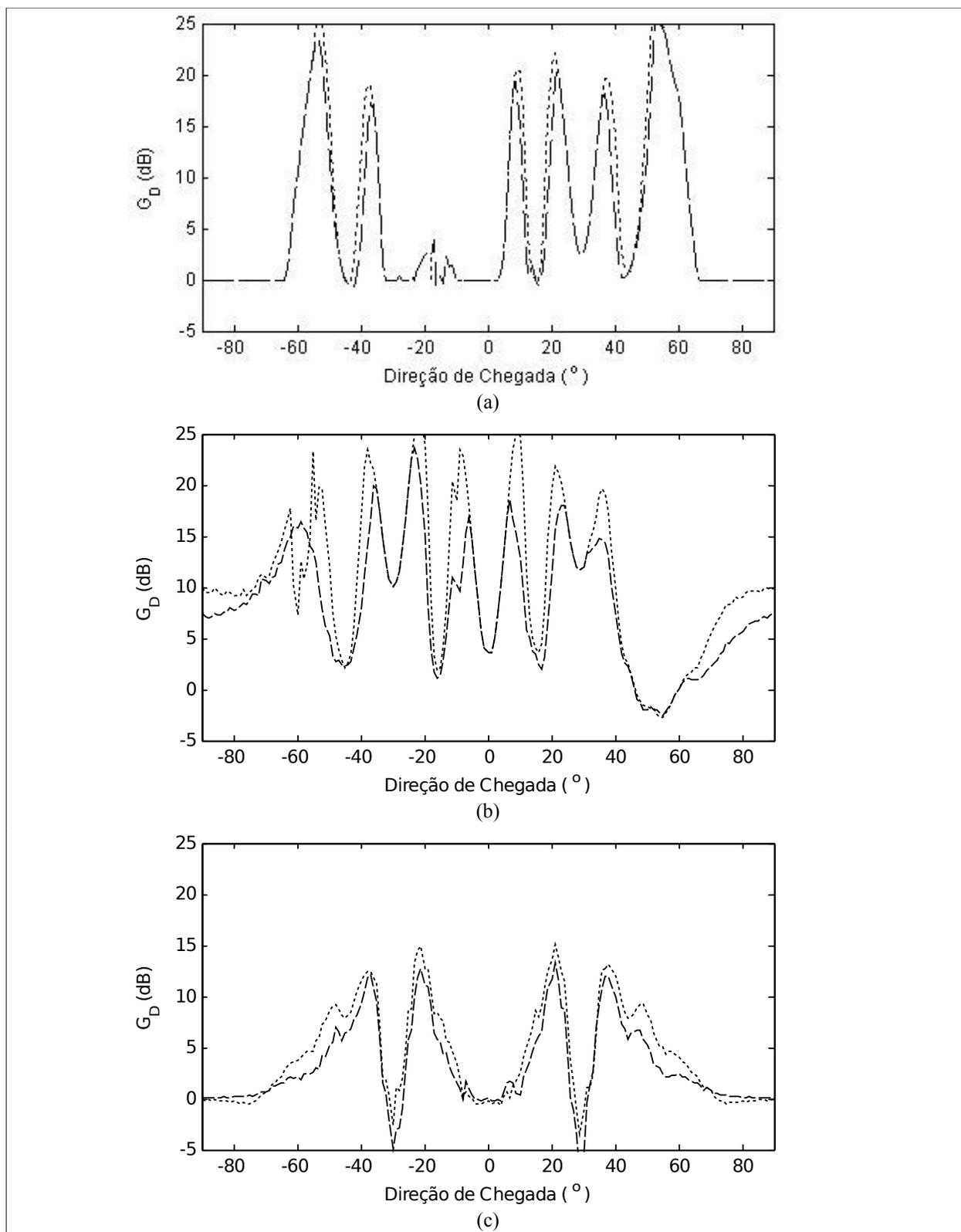


Figura 5.20: Ganhos de desempenho da família de algoritmos CMA. Considera-se os ganhos do CMA-WL sobre o CMA-SL (--) e do CMA-WL-R sobre o CMA-SL (...) para 4 sinais incidentes (a), 6 sinais incidentes (b) e 8 sinais incidentes (c).

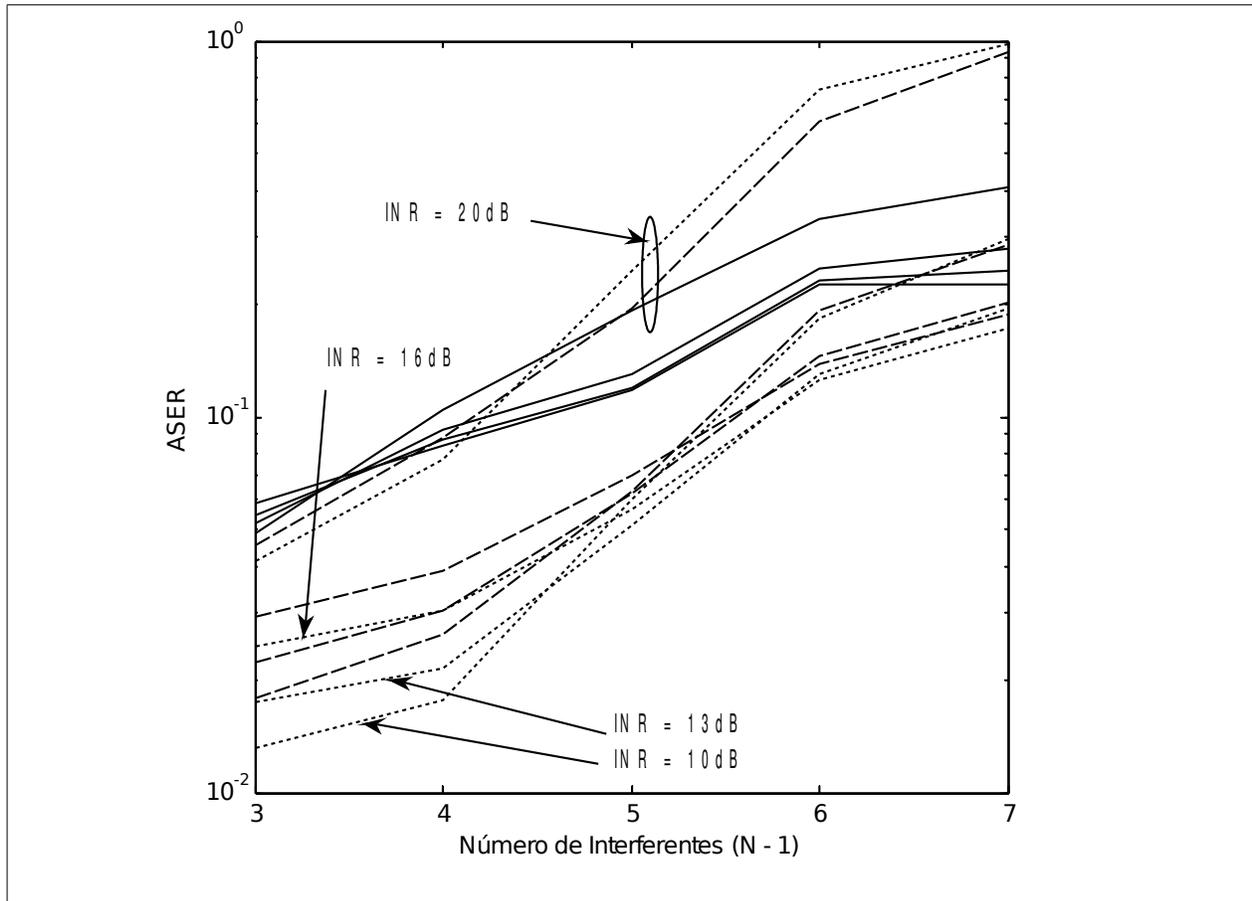


Figura 5.21: Curvas de ASER para a família de algoritmos CMA. São comparados os algoritmos CMA-SL (—), CMA-WL (---) e CMA-WL-R (....) considerando variação no número de sinais incidentes e variação na INR dos sinais interferentes.

Independentemente da situação ilustrada na Figura 5.19, a SNIR equivalente dos algoritmos largamente lineares mostra-se sempre superior à SNIR da contrapartida estritamente linear. Baseado nisso, a Figura 5.20 mostra o ganho de desempenho  $G_D$  dos algoritmos largamente lineares CMA-WL e CMA-WL-R sobre o algoritmo estritamente linear CMA-SL, considerando a SNIR equivalente de cada algoritmo. Quando o arranjo opera em modo não subparametrizado, situação ilustrada na Figura 5.20.a em que se considera que  $N = 4$  sinais atingem o arranjo, o ganho de desempenho dos algoritmos largamente lineares sobre o algoritmo estritamente linear é no pior dos casos 0dB, a não ser nos entornos das direções de chegada de  $s_D$  próximas às direções de chegada dos sinais interferentes, situações que implicam em ganho de desempenho bastante superior, chegando a 25dB. Ampliando-se o número de sinais incidentes no arranjo, o ganho de desempenho torna-se mais evidenciado, especialmente no caso do CMA-WL-R. Finalmente, quando  $N = 8$  sinais incidem sobre o arranjo, o ganho de desempenho dos algoritmos largamente lineares sobre o algoritmo estritamente linear toma valores próximos de 0dB, sendo, ainda assim, para a maior parte

das direções de chegada de  $s_D$ , positivo.

A Figura 5.21 mostra a ASER para a família de algoritmos CMA considerando o aumento do número de interferentes que incidem sobre o arranjo e também a variação da INR dos sinais interferentes. Quando o arranjo opera em modo não subparametrizado, a ASER apresentada pelos algoritmos largamente lineares é ligeiramente inferior àquela apresentada pelo algoritmo estritamente linear. No caso estritamente linear, para os casos em que  $\text{INR} = 10\text{dB}$ ,  $\text{INR} = 13\text{dB}$  e  $\text{INR} = 16\text{dB}$ , a amplitude dos sinais interferentes não influi sobre a capacidade do algoritmo na tarefa de mitigação dos mesmos, dado que a evolução da ASER para esses casos pode ser considerada como coincidente. Já no caso em que  $\text{INR} = 20\text{dB}$ , nota-se que a ASER resultante quando o sistema torna-se subparametrizado aumenta a uma taxa maior que para os outros valores de INR considerados, indicando que o algoritmo CMA-SL já não provê mitigação eficiente de interferentes quando estes possuem uma amplitude média 10 vezes maior que a amplitude do sinal desejado.

Como observado para o algoritmo CMA-SL, quando a INR possui valores inferiores a 20dB, os algoritmos largamente lineares CMA-WL e CMA-WL-R fornecem valores mais baixos de ASER que aqueles apresentados pelo algoritmo estritamente linear, exceção feita ao caso em que  $N = 2M$ , situação em que as ASER são semelhantes. Para o caso em que  $\text{INR} = 20\text{dB}$ , porém, os algoritmos CMA-WL e CMA-SL passam a apresentar ASER muito alta, superior, inclusive, àquela apresentada pelo algoritmo CMA-SL. Esse fenômeno indica que para valores suficientemente grandes de INR, os algoritmos da família CMA passam a apresentar resultados instáveis, ao menos para o valor do passo de adaptação  $\mu$  considerado.

#### 5.4.3.2. CENÁRIO 2

A Tabela 5.6 sumariza as condições de simulação para o Cenário 2 da família de algoritmos CMA, considerando-se que o sinal desejado  $s_D$  possui modulação BPSK, o interferente  $s_1$  possui modulação 8-PAM e o interferente  $s_2$  foi gerado como um sinal modulado em amplitude, podendo ser retilinear ou circular.

ALGORITMOS	NÚMERO DE SINAIS (N)	SINAIS UTILIZADOS	NÚMERO DE ANTENAS (M)	INR	SNR	$\mu$
CMA-SL CMA-WL CMA-WL-R	3	$s_D, s_1, s_2$	2	10dB	10dB	0,001

Tabela 5.6: Dados de entrada para conjunto de simulações do Cenário 2 para a família de algoritmos CMA.

Os resultados de simulação para a família de algoritmos CMA considerando as características contempladas no Cenário 2 podem ser visualizados nas Figuras 5.22 a 5.24, que mostram, respectivamente, os valores de SER, de SNIR equivalente e os ganhos dos algoritmos largamente lineares sobre o algoritmo estritamente linear para três valores distintos de  $\gamma_2$ , ou seja, considerando que o interferente  $s_2$  possui modulação retilinear ( $\gamma_2 = 1$ ), semicircular ( $\gamma_2 = 0,5$ ) ou circular ( $\gamma_2 = 0$ ).

Os resultados de simulação de SER obtidos para a família de algoritmos CMA estão mostrados na Figura 5.22. Observa-se que, independentemente do valor de  $\gamma_2$  empregado para a geração de modulação do interferente  $s_2$ , os valores de SER apresentados pelos algoritmos largamente lineares é inferior aos valores de SER apresentados pelo algoritmo estritamente linear. Nota-se, ainda, que o algoritmo CMA-SL apresenta diminuição dos valores de SER apenas para uma faixa estreita de valores de direção de chegada de  $s_D$ , no entorno de  $0^\circ$ , sendo que para todos os outros valores de direção de chegada de  $s_D$ , a SER observada para este algoritmo está sempre próxima do valor de erro máximo. Opostamente, os algoritmos largamente lineares apresentam uma faixa maior de direções de chegada de  $s_D$  em que a SER resultante é inferior a  $10^{-3}$ . A Figura 5.22 permite notar ainda que, devido ao alto ruído apresentado na convergência do algoritmo CMA, para o intervalo de direções de chegada de  $s_D$  entre  $-20^\circ$  e  $+20^\circ$  os três algoritmos da família apresentaram descontinuidades na medição de SER para ângulos adjacentes, sendo essas descontinuidades caracterizadas pelo comportamento em ziguezague assumido pelas curvas de SER nesse intervalo.

A Figura 5.23 exibe a SNIR equivalente para os algoritmos CMA-SL, CMA-WL e CMA-WL-R para os casos em que  $\gamma_2 = 1$ ,  $\gamma_2 = 0,5$  e  $\gamma_2 = 0$ . Quando  $s_2$  é retilinear, os algoritmos CMA-WL e CMA-WL-R provêm mitigação total de interferente para direções de chegada de  $s_D$  no entorno de  $0^\circ$ , já que para essas direções de chegada a SNIR resultante desses algoritmos é igual ou superior a 10dB, que é a SNR geral do sistema. Tornando-se circular, a capacidade dos algoritmos largamente lineares na mitigação de interferentes reduz-se ligeiramente, ainda assim apresentando resultados de SNIR equivalentes relativamente altas. O algoritmo estritamente linear, por outro lado, mesmo na condição de  $\gamma_2 = 1$  apresenta capacidade de mitigação de interferentes bastante inferior às suas contrapartidas largamente lineares, a não ser para direções de chegada de  $s_D$  bastante próximas de  $0^\circ$ . De fato, a SNIR equivalente auferida para o CMA-SL mostra-se inferior àquela verificada para os algoritmos CMA-WL e CMA-WL-R, a não ser para direções de chegada de  $s_D$  tangentes à linha formada pelas antenas que compõe o arranjo.

Os ganhos de desempenho  $G_D$  dos algoritmos CMA-WL e CMA-WL-R sobre o algoritmo CMA-SL, considerando os resultados de SNIR equivalente estão mostrados na Figura 5.24. Os maiores ganhos de desempenho ocorrem para valores de direção de chegada de  $s_D$  em torno de  $-20^\circ$  e  $+20^\circ$ . Para direções de chegada em torno desses ângulos, os ganhos de desempenho atingem valores superiores a 40dB quando  $\gamma_2 = 1$ , 30dB quando  $\gamma_2 = 0,5$  e 20 dB quando  $\gamma_2 = 0$ . Nesses pontos, o ganho de desempenho do CMA-WL-R apresenta-se superior ao ganho de desempenho do CMA-WL. Outra região de interesse ocorre em torno das direções de chegada iguais a  $0^\circ$ . Para esses ângulos os ganhos de desempenho são próximos de 0dB, ou seja, para essas direções de chegada de  $s_D$ , os três algoritmos CMA oferecem aproximadamente o mesmo desempenho na tarefa de mitigação de interferentes, não importando a situação de circularidade apresentada pelo interferente  $s_2$ .

A Figura 5.24 permite verificar ainda que para direções de chegada de  $s_D$  rasantes ao arranjo, ou seja, para aquelas direções de chegada próximas a  $+90^\circ$  e  $-90^\circ$ , não há grande distinção no desempenho dos algoritmos pertencentes à família CMA. Verifica-se ainda, pela Figura 5.22, que para essas direções de chegada nenhum dos algoritmos CMA apresentam capacidade de discernimento de sinais com o arranjo operando em modo subparametrizado.

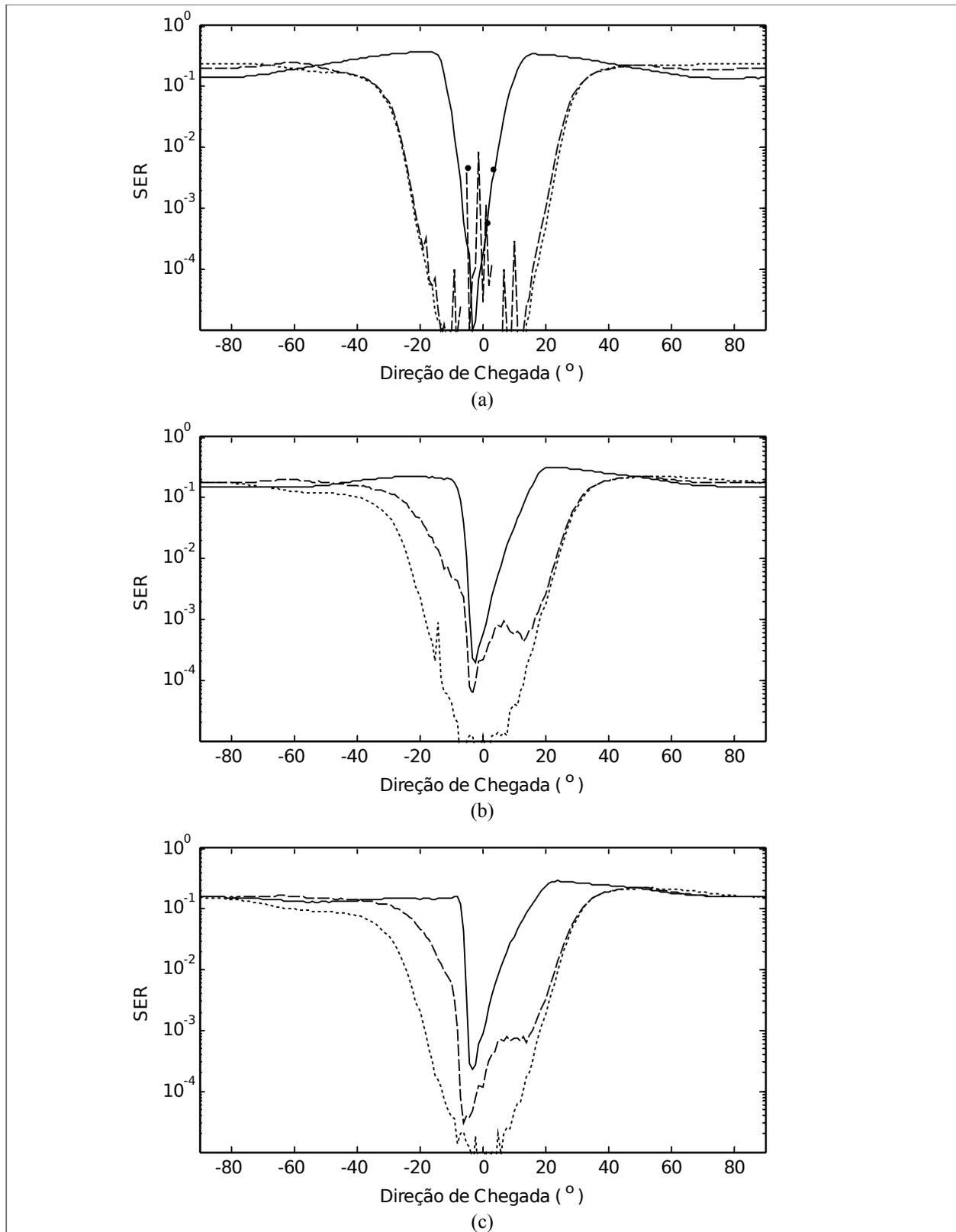


Figura 5.22: SER resultante para a família de algoritmos CMA. Considera-se os algoritmos CMA-SL (—), CMA-WL (---) e CMA-WL-R (...) para  $\gamma_2 = 1$  (a),  $\gamma_2 = 0,5$  (b) e  $\gamma_2 = 0$  (c).

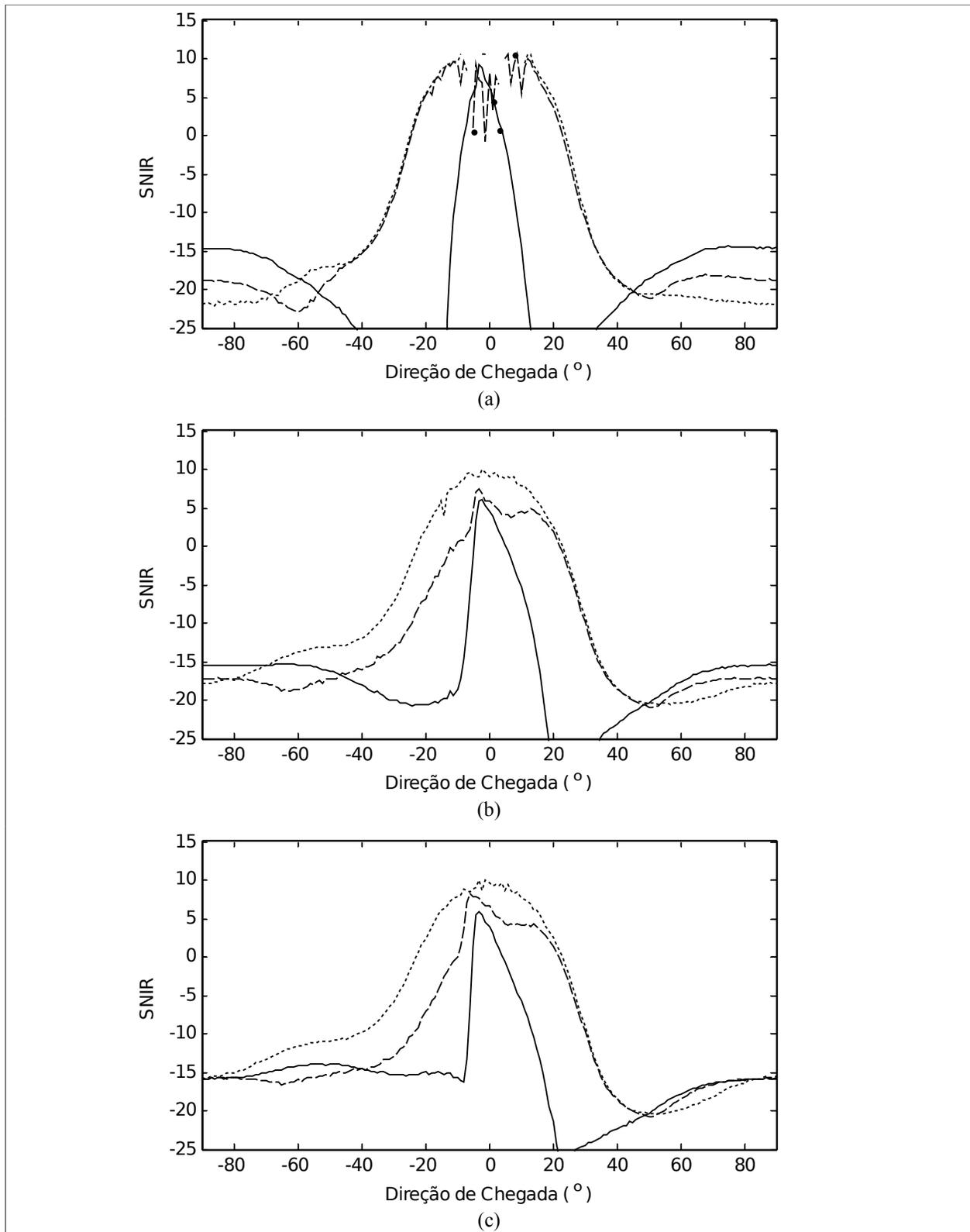


Figura 5.23: SNIR equivalente para a família de algoritmos CMA. Considera-se os algoritmos CMA-SL (—), CMA-WL (---) e CMA-WL-R (...) para  $\gamma_2 = 1$  (a),  $\gamma_2 = 0,5$  (b) e  $\gamma_2 = 0$  (c).

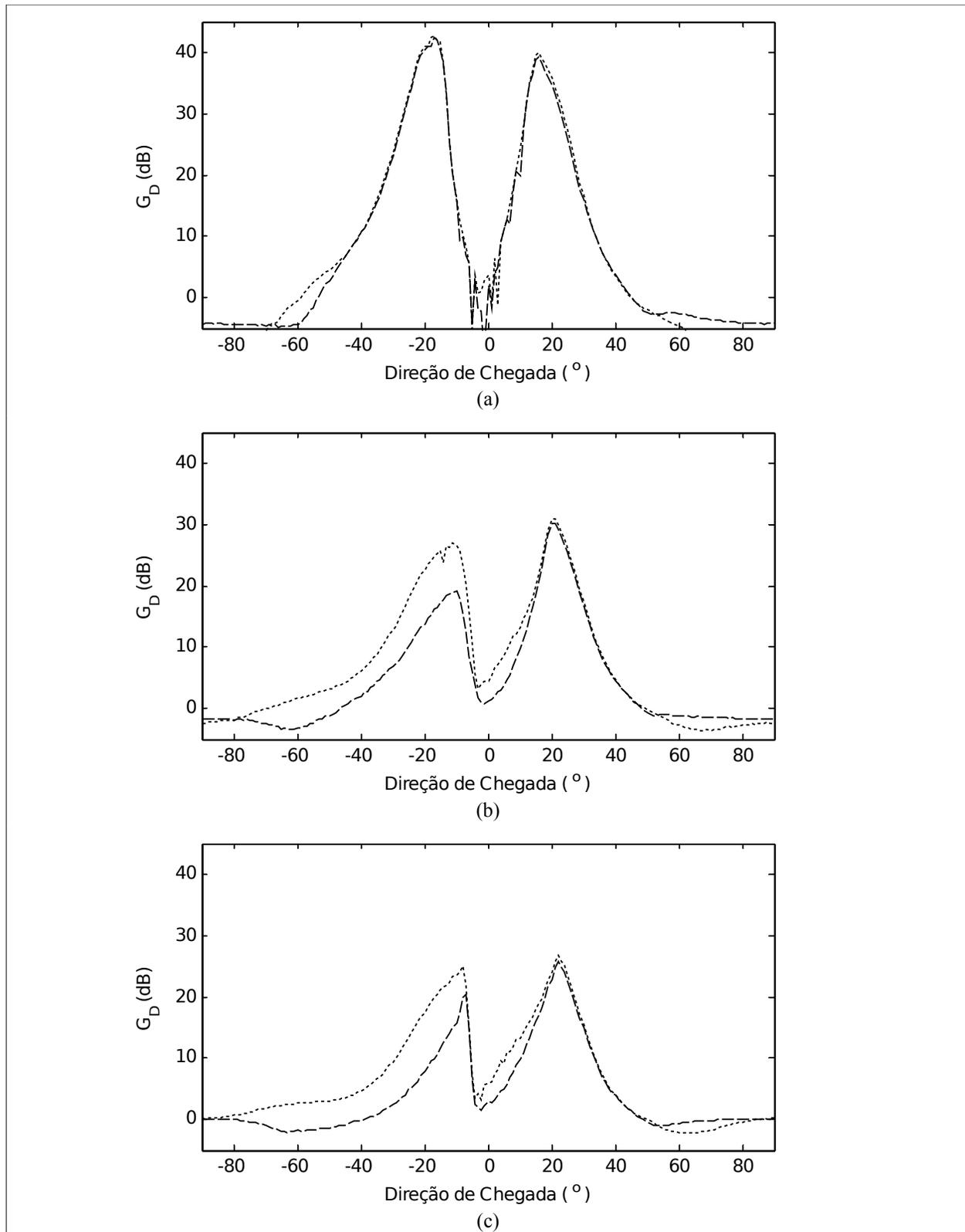


Figura 5.24: Ganhos de desempenho da família de algoritmos CMA. Considera-se os ganhos do CMA-WL sobre o CMA-SL (--) e do CMA-WL-R sobre o CMA-SL (...) para  $\gamma_2 = 1$  (a),  $\gamma_2 = 0,5$  (b) e  $\gamma_2 = 0$  (c).

#### 5.4.4. ALGORITMO NCMA

O NCMA tem seus resultados apresentados nesta seção, para os mesmos cenários de simulação considerados para os outros algoritmos. Como explorado nos outros casos, essa família de algoritmos é formada pela versão clássica ou estritamente linear NCMA-SL, e pelas versões largamente lineares completa, NCMA-WL, e otimizada para sinais reticulares NCMA-WL-R. A metodologia de simulação utilizada considerou 10000 símbolos gerados tomando-se os últimos 5000 símbolos para o cálculo da SER de forma a se considerar apenas os símbolos para os quais o algoritmo já se encontrasse na região convergida. A SER foi calculada sobre um total de 100 realizações. Dois cenários distintos foram considerados, um representado por um arranjo composto por  $M = 4$  antenas receptoras (Cenário 1) e outro representado por  $M = 2$  antenas receptoras (Cenário 2). No caso do Cenário 1 variou-se o número de sinais incidentes e no caso do Cenário 2 variou-se o coeficiente de circularidade de um dos sinais interferentes.

Da mesma forma que realizado para a inicialização de coeficientes usados nos algoritmos CMA-SL, CMA-WL e CMA-WL-R, seguiu-se o método conhecido como "*single spike*", em que um dos componentes do vetor de ponderações  $\mathbf{w}$  foi determinado com um valor diferente de zero ao passo que todos os outros componentes foram inicializados em zero. Ainda assim, apesar da utilização desse método de simulação, devido ao alto valor de  $\mu$ , podem apresentar problemas de convergência em vários casos, resultando em gráficos com descontinuidades nas curvas de SER.

##### 5.4.4.1. CENÁRIO 1

No Cenário 1 variou-se o número de sinais incidentes sobre o arranjo e a INR. O sinal desejado  $s_D$  foi gerado de forma a possuir modulação BPSK e os sinais interferentes foram gerados com modulação 8-PAM. A Tabela 5.7 sumariza as condições de simulação. Observar que o valor do passo de adaptação, para o caso da família de algoritmos NCMA, foi considerado unitário.

ALGORITMOS	NÚMERO DE SINAIS (N)	SINAIS UTILIZADOS	NÚMERO DE ANTENAS (M)	INR	SNR	$\mu$
NCMA-SL NCMA-WL NCMA-WL-R	4	$s_D, s_1, s_2, s_3$	4	10dB 13dB 16dB 20dB	10dB	1
	5	$s_D, s_1, s_2, s_3, s_4$				
	6	$s_D, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5$				
	7	$s_D, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6$				
	8	$s_D, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, s_7$				

Tabela 5.7: Dados de entrada para conjunto de simulações do Cenário 1 para a família de algoritmos NCMA.

A Figura 5.25 mostra as SER obtidas quando se aplicam os algoritmos NCMA-SL, NCMA-WL e NCMA-WL-R à saída do arranjo de antenas considerado no Cenário 1, quando incidem sobre o arranjo  $N = 4$  sinais (Figura 5.25.a),  $N = 6$  sinais (Figura 5.25.b) e  $N = 8$  sinais (Figura 5.25.c). Nota-se que, excetuando-se o caso em que se tem  $N = 8$ , em todos os outros casos a SER apresentada pelos algoritmos largamente lineares é menor que aquela

apresentada pelo algoritmo estritamente linear. Especificamente no caso do NCMA-SL, apenas tem-se mitigação de interferentes quando o arranjo opera em modo não subparametrizado, embora, mesmo nesse caso, a menor SER alcançada é superior a  $10^{-3}$ . Se o arranjo passa a operar em modo subparametrizado, a SER apresentada pelo algoritmo NCMA-SL atinge situação de erro total não importando a direção de chegada do sinal desejado  $s_D$ . Já em relação aos algoritmos largamente lineares NCMA-WL e NCMA-WL-R, nota-se que, para a situação não subparametrizada, a SER alcança valores inferiores a  $10^{-4}$  em vários intervalos de direções de chegada de  $s_D$ . Valores de SER relativamente baixos para direções de chegada de  $s_D$  não coincidentes com as direções de chegada dos sinais interferentes também ocorrem quando o arranjo opera em modo subparametrizado, como se observa pela Figura 5.25.b, que representa a situação em que  $N = 6$  sinais incidem sobre o arranjo. Porém, para  $N = 8$  sinais incidindo sobre o arranjo, todos os algoritmos atingem a situação de erro total.

A Figura 5.26 apresenta os resultados obtidos em termos de SNIR equivalente para os algoritmos NCMA-SL, NCMA-WL e NCMA-WL-R para as situações em  $N = 4$  sinais,  $N = 6$  sinais e  $N = 8$  sinais incidem no arranjo. Considerando que se a SNIR equivalente for igual ou superior à SNR geral do sistema pode-se dizer que ocorre mitigação total dos interferentes, para o caso em que  $N = 4$  sinais os algoritmos NCMA-WL e NCMA-WL-R mitigam completamente os interferentes para as direções de chegada de  $s_D$  não próximas às direções de chegada dos sinais interferentes. O mesmo desempenho não é mostrado pelo algoritmo NCMA-SL, cuja SNIR equivalente para o caso em que  $N = 4$  nunca se aproxima do valor 10dB. Quando  $N = 6$  sinais atingem o arranjo de antenas, nenhum dos algoritmos da família NCMA provê mitigação total de interferentes, embora o NCMA-WL-R esteja próximo disso para direções de chegada de  $s_D$  em torno de  $0^\circ$  e de  $-30^\circ$ . As SNIR equivalentes dos algoritmos largamente lineares são bastante próximas para todas as direções de chegada de  $s_D$ , demonstrando a capacidade do NCMA-WL-R prover praticamente o mesmo desempenho que o NCMA-WL utilizando apenas a metade da complexidade computacional. Nota-se também, para o caso em que  $N = 6$ , que a SNIR equivalente relacionada ao algoritmo NCMA-SL é suficientemente pequena para estar abaixo do limiar de  $-25$ dB utilizado no gráfico. Finalmente, quando  $N = 8$  nenhum dos algoritmos da família NCMA apresenta desempenho suficiente para mitigar quaisquer interferentes, dado que as SNIR equivalentes dos três algoritmos estão abaixo de  $-40$ dB não importando a direção de chegada de  $s_D$ .

A Figura 5.27 mostra os ganhos de desempenho  $G_D$  apresentados pelos algoritmos NCMA-WL e NCMA-WL-R sobre o algoritmo NCMA-SL para as condições de simulação do Cenário 1 e considerando as SNIR equivalentes obtidas anteriormente. Observa-se que o ganho de desempenho dos dois algoritmos largamente lineares é, para quase todos os valores de direção de chegada de  $s_D$ , superior a 0dB, não importando quantos sinais incidam sobre o arranjo. Assim como observado para as outras famílias de algoritmos, o ganho de desempenho é maior para situações em que o arranjo opera em modo subparametrizado, como pode se verificar na Figura 5.27.b, decaindo quando o arranjo atinge situação não subparametrizada (Figura 5.27.a) ou situação subparametrizada em que  $N = 2M$  (Figura 5.27.c). Nota-se, ainda, que os ganhos de desempenho dos algoritmos NCMA-WL e NCMA-WL-R são bastante próximos, como já apontado no comentário a respeito das curvas de SNIR, e que esses ganhos apresentam-se tão altos quanto 25dB mesmo na situação em  $N = 2M$ , ou seja, quando se tem o dobro de sinais incidentes em relação ao número de elementos do arranjo, situação em que os três algoritmos operam próximos do erro total.

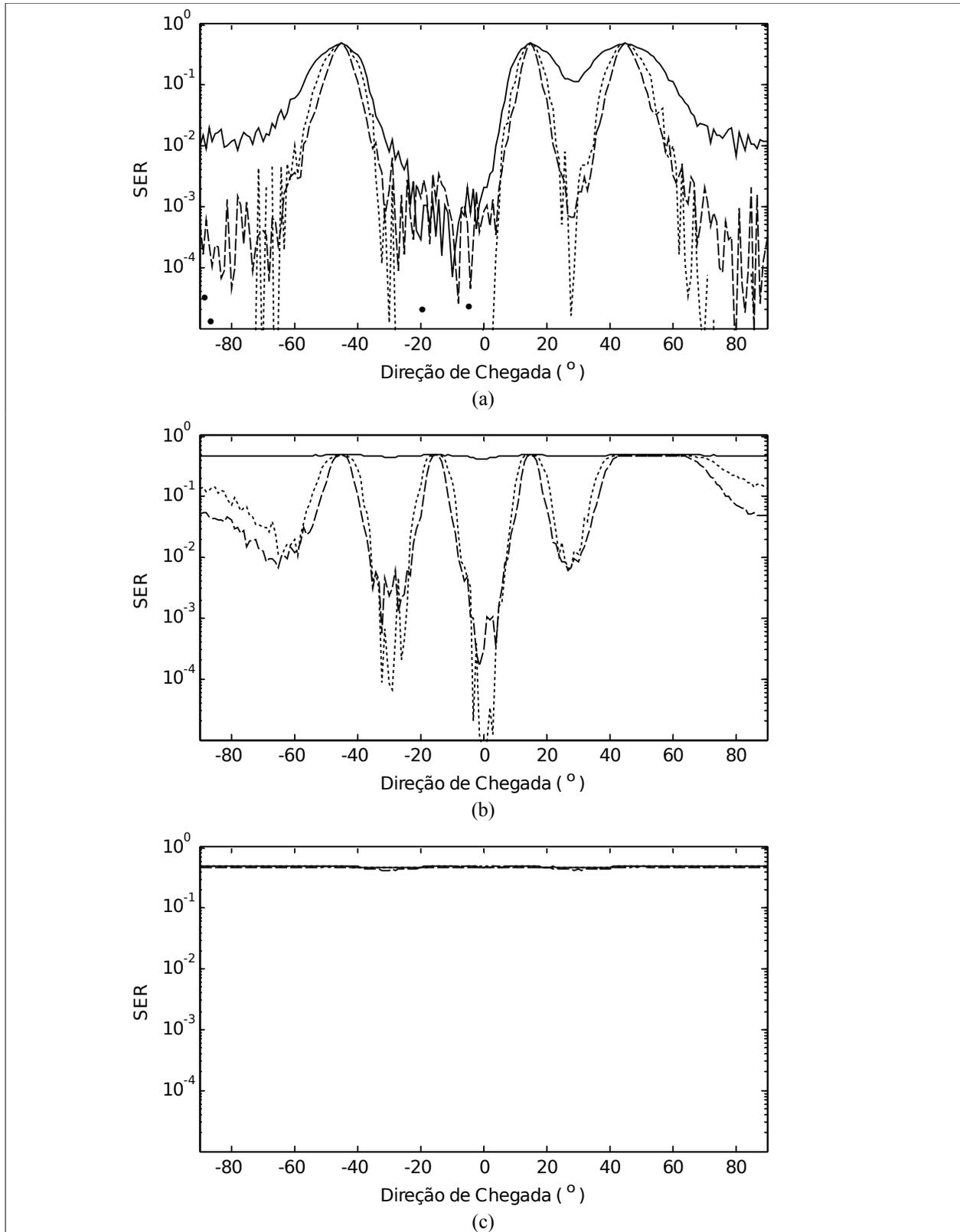


Figura 5.25: SER resultante para a família de algoritmos NCMA. Considera-se os algoritmos NCMA-SL (-), NCMA-WL (--) e NCMA-WL-R (...) para 4 sinais incidentes (a), 6 sinais incidentes (b) e 8 sinais incidentes (c).

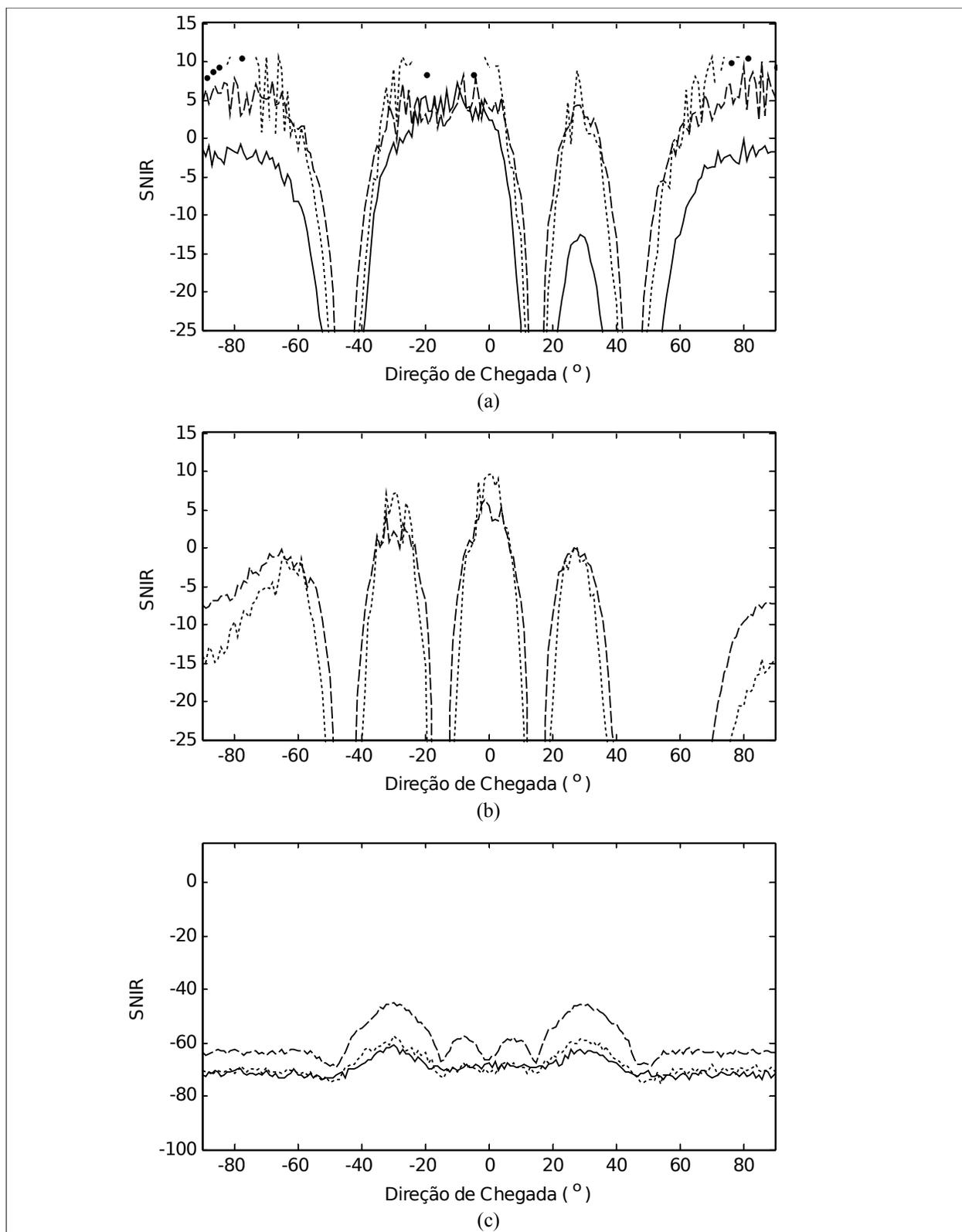


Figura 5.26: SNIR equivalente para a família de algoritmos NCMA. Considera-se os algoritmos NCMA-SL (—), NCMA-WL (---) e NCMA-WL-R (...) para 4 sinais incidentes (a), 6 sinais incidentes (b) e 8 sinais incidentes (c).

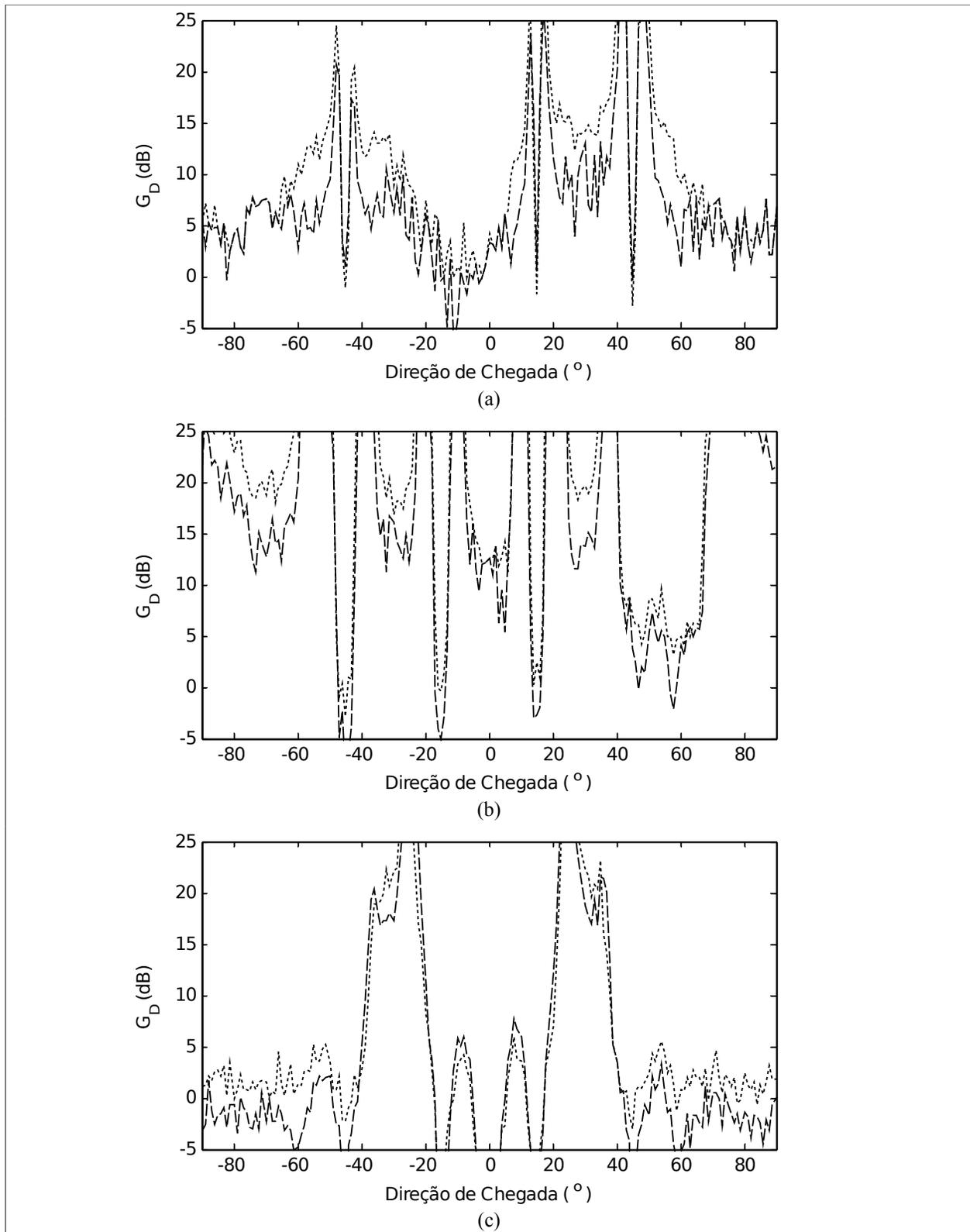


Figura 5.27: Ganhos de desempenho da família de algoritmos NCMA. Considera-se os ganhos do NCMA-WL sobre o NCMA-SL (--) e do NCMA-WL-R sobre o CMA-SL (...) para 4 sinais incidentes (a), 6 sinais incidentes (b) e 8 sinais incidentes (c).

Pode-se comparar o desempenho dos três algoritmos à medida que o número de sinais incidentes sobre o arranjo aumenta através do uso da ASER. Esses resultados estão ilustrados na Figura . Assim como observado para outras famílias de algoritmos, para o NCMA-SL verifica-se que a ASER quando  $N = 4$  possui valores pouco superiores aos verificados para o NCMA-WL e para o NCMA-WL-R. Porém, uma vez que o arranjo torna-se subparametrizado, ou seja,  $N > M$ , o NCMA-SL apresenta ASER próxima da situação de erro total, sendo que essa situação permanece para qualquer valor de  $N > M$ . Já em relação aos algoritmos largamente lineares, pode-se dizer que o aumento da ASER acompanha o aumento do número de sinais que incidem sobre o arranjo, mesmo quando este opera em modo subparametrizado. Observa-se inicialmente que, quando  $N = M$  tanto o NCMA-WL quanto o NCMA-WL-R apresentam ASER inferior à apresentada pelo NCMA-SL, sendo que os valores entre os dois algoritmos largamente lineares são bastante próximos. A partir da situação em que o arranjo opera em modo subparametrizado, o aumento da ASER dos algoritmos largamente lineares aumenta de forma aproximadamente linear com o aumento do número de sinais incidentes, até que se atinge a situação de erro máxima quando  $N = 8$ . Assim, observa-se que a situação de máximo ganho de desempenho dos algoritmos largamente lineares sobre o algoritmo estritamente linear ocorre quando  $N = 5$ , ou seja, quando se tem apenas um sinal a mais que o número

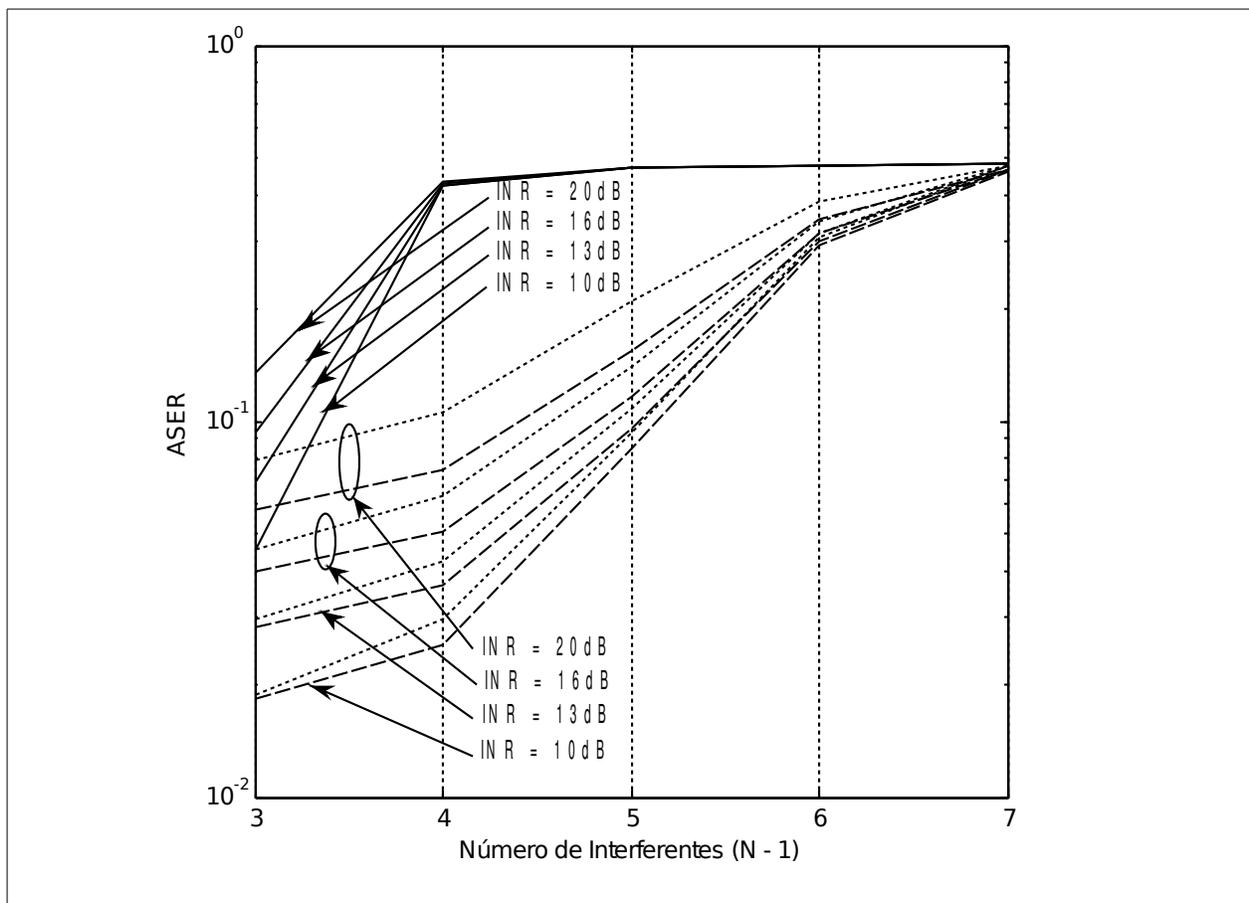


Figura 5.28: Curvas de ASER para os algoritmos NCMA.

São comparados os algoritmos NCMA-SL (—), NCMA-WL (--) e NCMA-WL-R (...) considerando variação no número de sinais incidentes e variação na INR dos sinais interferentes.

de antenas receptoras incidindo sobre o arranjo. Outro fato relevante, também verificado para outras famílias de algoritmos, é que os algoritmos NCMA-SL, NCMA-WL e NCMA-WL-R desempenham melhor a tarefa de mitigação de interferentes quanto maior for a INR, como observado na Figura 5.28 acompanhando-se as linhas de evolução relacionadas aos valores de INR utilizados.

#### 5.4.4.2. CENÁRIO 2

A Tabela 5.8 mostra as condições de simulação para o Cenário 2 da família de algoritmos NCMA. Nesse caso, considera-se que o sinal desejado  $s_D$  possui modulação BPSK, o interferente  $s_I$  possui modulação 8-PAM e o interferente  $s_2$  é gerado como um sinal modulado em amplitude, podendo ser retilinear ou circular. Como realizado para as outras famílias de algoritmos, a INR utilizada corresponde a 10dB, indicando que os sinais interferentes possuem a mesma potência média que o sinal desejado. Finalmente, neste caso, assim como no Cenário 1, o passo de adaptação  $\mu$  utilizado é unitário.

ALGORITMOS	NÚMERO DE SINAIS (N)	SINAIS UTILIZADOS	NÚMERO DE ANTENAS (M)	INR	SNR	$\mu$
NCMA-SL NCMA-WL NCMA-WL-R	3	$s_D, s_I, s_2$	2	10dB	10dB	1

Tabela 5.8: Dados de entrada para conjunto de simulações do Cenário 2 para a família de algoritmos NCMA.

A SER obtida para os algoritmos NCMA-SL, NCMA-WL e NCMA-WL-R está mostrada nos gráficos da Figura 5.29. Nota-se que os algoritmos da família NCMA proveem mitigação de interferentes quando a direção de chegada do sinal desejado  $s_D$  está próxima de  $0^\circ$ , não importando o coeficiente de circularidade de  $s_2$ . Assim, quando  $\gamma_2 = 1$  e  $s_2$ , conseqüentemente é retilinear, os algoritmos NCMA-SL e NCMA-WL apresentam desempenho semelhante, ao passo que o NCMA-WL-R apresenta resultados de SER ligeiramente melhores. Se  $\gamma_2$  diminui, tornando  $s_2$  circular, ocorre uma piora nos níveis de SER dos três algoritmos, sendo que para  $\gamma_2 = 0,5$  a SER em torno da direção de chegada  $0^\circ$  resulta em aproximadamente  $10^{-4}$ , permanecendo nesse patamar à medida que  $\gamma_2$  diminui.

A Figura 5.30 mostra as SNIR equivalentes para a família de algoritmos NCMA, considerando os resultados de SER obtidos nas simulações. Os três algoritmos alcançam mitigação total de interferentes para direções de chegada em torno de  $0^\circ$  quando  $\gamma_2 = 1$ . Particularmente, o algoritmo NCMA-WL-R apresenta uma região de mitigação total de interferentes ligeiramente maior que sua contrapartida estritamente linear ou que o NCMA-WL. Os piores conjuntos de direções de chegada de  $s_D$  quando  $\gamma_2 = 1$  situam-se nos intervalos entre  $-45^\circ$  e  $-25^\circ$  e entre  $+25^\circ$  e  $+45^\circ$ , onde a SNIR equivalente dos três algoritmos atinge valores inferiores a  $-20$ dB. Quando o sinal  $s_2$  torna-se circular, situações ilustradas para os casos em que  $\gamma_2 = 0,5$  e  $\gamma_2 = 0$ , nota-se uma piora na SNIR dos três algoritmos para direções de chegada de  $s_2$  próximas de  $0^\circ$ . Nesse caso, o valor máximo de SNIR passa a ser pouco superior a  $+5$ dB para direções de chegada de  $s_D$  próximas de  $0^\circ$ , ocorre uma deteriorização acentuada no desempenho do NCMA-SL para direções de chegada de  $s_D$  próximas a  $+45^\circ$  e uma ligeira melhora na SNIR dos três algoritmos para direções de chegada de  $s_D$  próximas a  $-45^\circ$ .

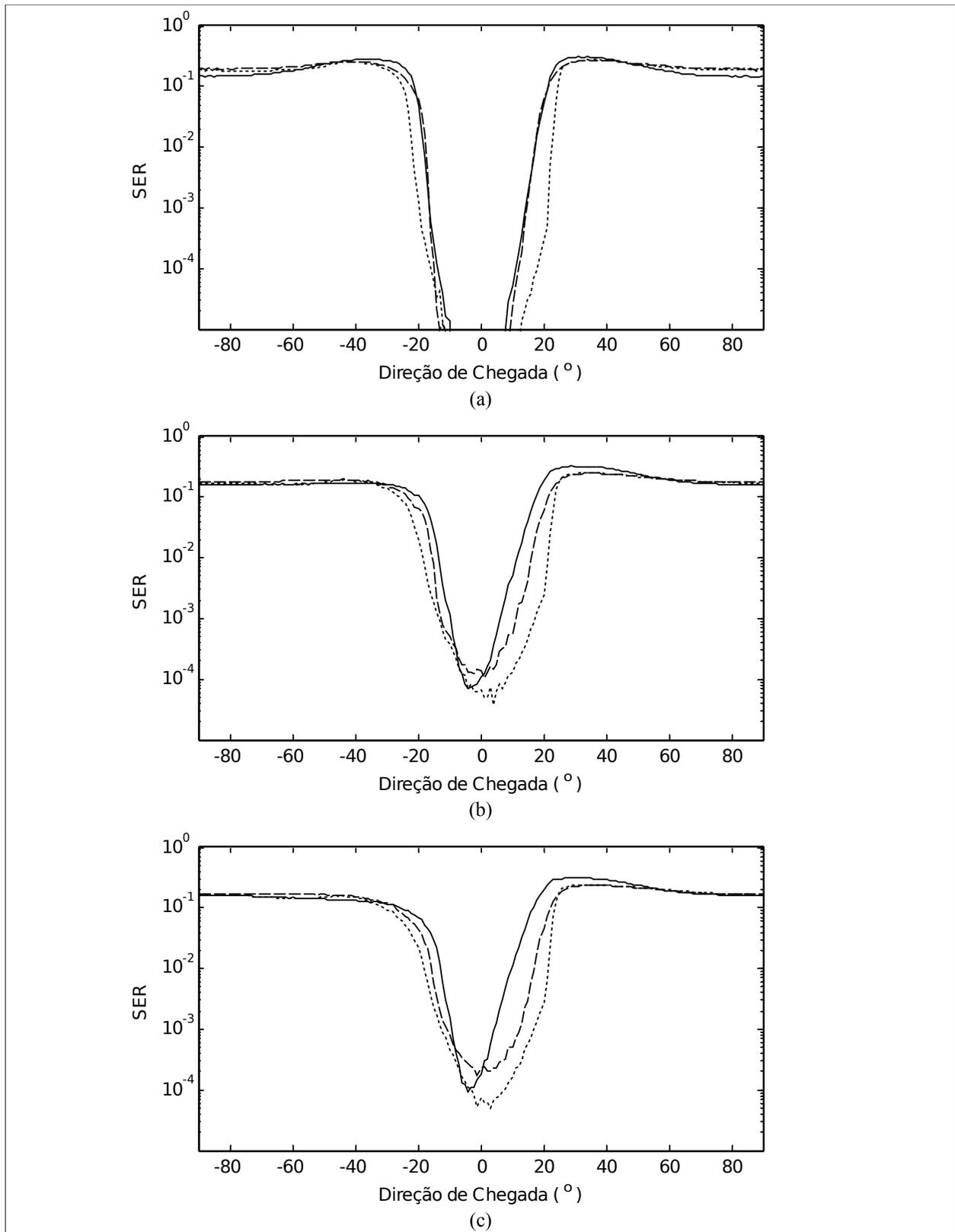


Figura 5.29: SER resultante para a família de algoritmos NCMA. Considera os algoritmos NCMA-SL (—), NCMA-WL (---) e NCMA-WL-R (...) para  $\gamma_2 = 1$  (a),  $\gamma_2 = 0,5$  (b) e  $\gamma_2 = 0$  (c).

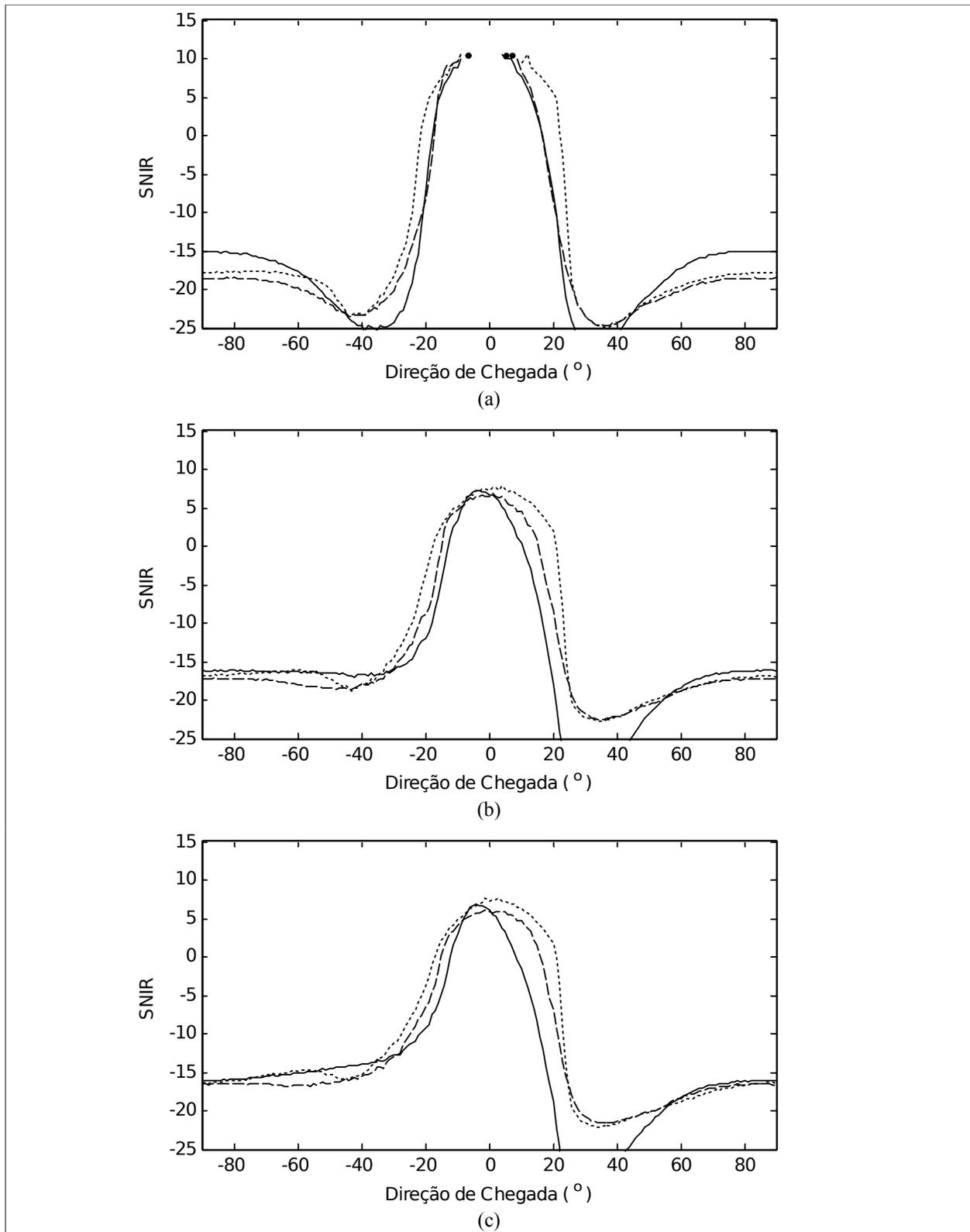


Figura 5.30: SNIR equivalente para a família de algoritmos NCMA. Considera os algoritmos NCMA-SL (—), NCMA-WL (---) e NCMA-WL-R (...) para  $\gamma_2 = 1$  (a),  $\gamma_2 = 0,5$  (b) e  $\gamma_2 = 0$  (c).

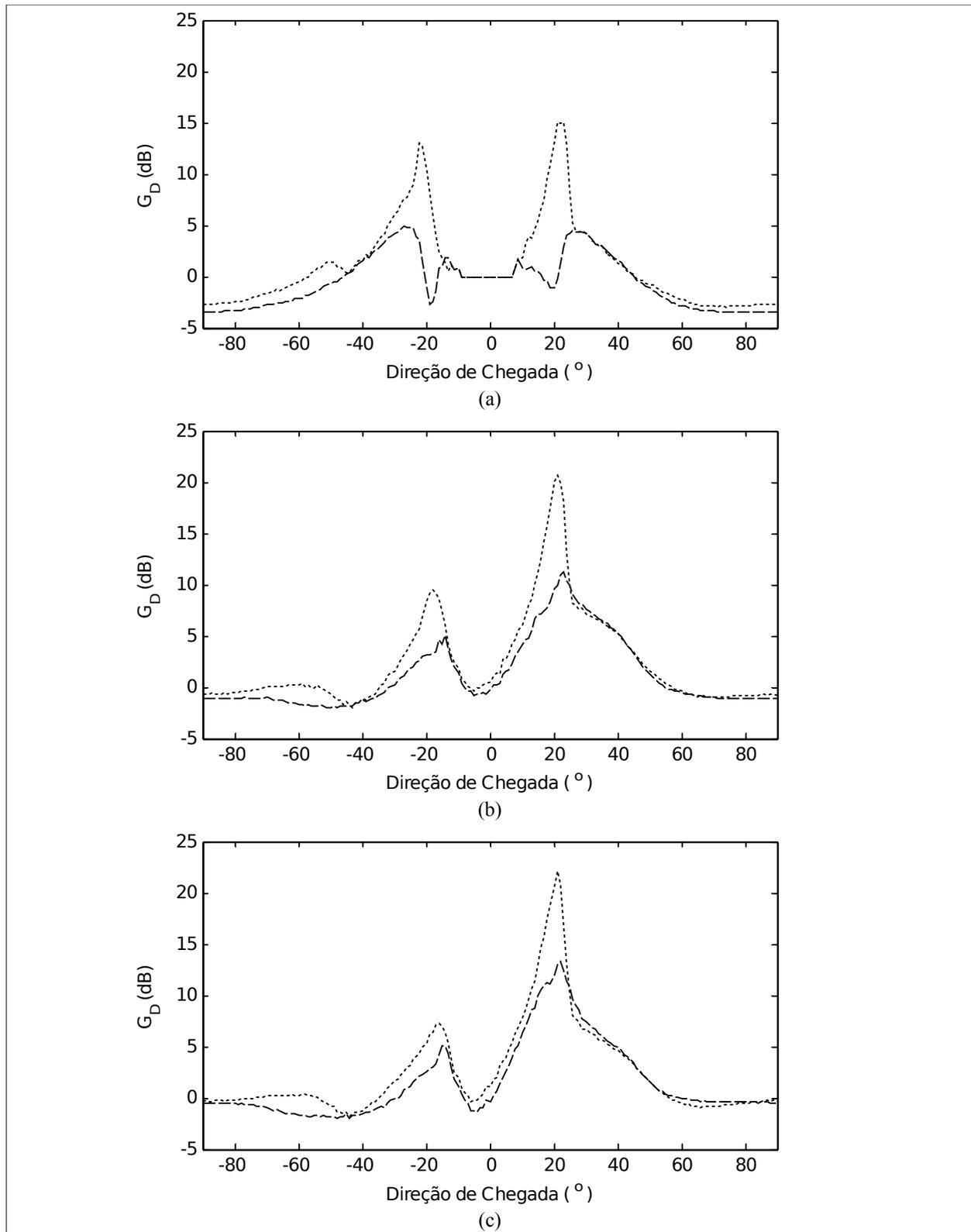


Figura 5.31: Ganhos de desempenho da família de algoritmos NCMA. Considera-se os ganhos do NCMA-WL sobre o NCMA-SL (--) e do NCMA-WL-R sobre o NCMA-SL (...) para  $\gamma_2 = 1$  (a),  $\gamma_2 = 0,5$  (b) e  $\gamma_2 = 0$  (c).

A avaliação dos ganhos de desempenho  $G_D$  dos algoritmos NCMA-WL e NCMA-WL-R sobre o algoritmo NCMA-SL pode ser feita através da análise dos gráficos mostrados na Figura 5.31. Para todos os valores de  $\gamma_2$ , o ganho de desempenho do NCMA-WL-R sobre o NCMA-SL é maior que o ganho de desempenho do NCMA-WL sobre o NCMA-SL, sendo máximo para direções de chegada de  $s_D$  próximas a  $-20^\circ$  e  $+20^\circ$ . Para essas direções de chegada, quando  $\gamma_2 = 1$ , o algoritmo otimizado NCMA-WL-R atinge ganho de desempenho próximo de 15dB. À medida que o interferente  $s_2$  torna-se circular, o ganho de desempenho do NCMA-WL-R em torno de  $-20^\circ$  cai paulatinamente ao passo que em torno de  $+20^\circ$  aumenta progressivamente. Assim, para  $\gamma_2 = 0,5$ , tem-se que o NCMA-WL desempenha 10dB melhor que o NCMA-SL em torno de  $-20^\circ$  e 20dB melhor em torno de  $+20^\circ$ , ao passo que para  $\gamma_2 = 0$ , o mesmo algoritmo desempenha 7dB melhor que o NCMA-SL em torno de  $-20^\circ$  e 23dB melhor em torno de  $+20^\circ$ . Analisando-se os ganhos de desempenho apresentados pelo algoritmo NCMA-WL sobre o algoritmo NCMA-SL, nota-se um comportamento parecido, porém com valores de ganho de desempenho menores, especialmente para direções de chegada de  $s_D$  próximas a  $+20^\circ$ .

## 5.5. CONCLUSÃO DO CAPÍTULO

Neste capítulo foram apresentados os resultados de simulação para quatro famílias de algoritmos adaptativos usados para conformação de feixe com o intuito de mitigar interferentes. Os algoritmos simulados foram aqueles pertencentes às famílias LMS treinado, LMS com restrições, CMA e NCMA, sendo cada família composta pela versão clássica ou estritamente linear do algoritmo e também por duas versões largamente lineares do algoritmo: uma versão completa do algoritmo largamente linear e uma versão otimizada para sinais retilineares do algoritmo largamente linear. A metodologia empregada para a avaliação dos algoritmos consistiu na determinação da taxa de erro de símbolo de um determinado sinal desejado rectilinear incidindo sobre um arranjo de antenas receptoras sobre o qual também incidia um número variável de sinais interferentes, rectilineares ou não, em número maior ou menor que o número de elementos componentes do arranjo. Dessa forma, as simulações abrangeram cenários em que o arranjo de antenas receptoras operava em modo subparametrizado ou não, com sinais incidentes circulares ou não e, a partir da aplicação dos algoritmos adaptativos à saída do arranjo, pode-se determinar a taxa de erro de símbolo do sinal desejado.

Verificou-se que para todas as famílias de algoritmos consideradas, as versões largamente lineares resultaram em taxas de erro de símbolos inferiores àquelas obtidas com o uso das versões estritamente lineares. Esse desempenho superior dos algoritmos largamente lineares foi observado principalmente nos casos em que o arranjo de antenas receptoras foi simulado em modo subparametrizado, ou seja, quando mais sinais que antenas incidiam sobre o arranjo. Esta constatação pode ser estimulante na busca de algoritmos mais eficientes para discriminação de sinais em sistemas que operem de forma subparametrizada, podendo-se, nesse caso, aumentar a eficiência das comunicações sem fio através de *software*, diminuindo a necessidade de instalação de mais antenas. Da mesma forma, constatou-se também que as versões dos algoritmos largamente lineares otimizadas para sinais desejados rectilineares apresentaram desempenho similar às versões completas desses algoritmos, levando a resultados semelhantes com o emprego de um custo computacional menor. Esse resultado é relevante para aplicações em tempo

real, situação em que os algoritmos passam a ser implementados através de recursos de *hardware* ou de *firmware*, como dispositivos DSP ou FPGA. Sabidamente, o custo desses dispositivos é altamente dependente da quantidade de processamento requerida, seja esse processamento distribuído em forma de área de silício ou em forma de requisitos de temporização. Dessa forma, a obtenção de algoritmos que apresentem desempenhos similares, mas com economia de recursos de processamento, torna-se atrativa na implementação de novos equipamentos, levando à redução de custos.

Os resultados apresentados neste Capítulo 5 servem como motivação para que os algoritmos largamente lineares sejam testados em uma plataforma de comunicações sem fio real. A implementação física dos algoritmos largamente lineares permite que se verifique a real complexidade computacional dos mesmos, o ganho em desempenho verdadeiro quando os algoritmos forem comparados entre si e sua potencialidade prática para uso em enlaces reais. A implementação física dos algoritmos largamente lineares em uma plataforma real de testes é discutida no Capítulo 6.

## 6. IMPLEMENTAÇÃO PRÁTICA

Os resultados de simulação obtidos no Capítulo 5 mostram-se animadores quanto às possibilidades da conformação de feixe estritamente linear e largamente linear com o intuito de mitigar os sinais interferentes. Embora esses resultados de simulação sejam por si só extremamente representativos para o estudo do comportamento de algoritmos na conformação de feixe, a execução em uma plataforma real é uma verificação importante de eficácia, indicando, ainda, eventuais dificuldades a serem suplantadas e considerações a serem assumidas para o seu correto funcionamento. Além disso, sabe-se de antemão que resultados de simulação podem se mostrar pouco confiáveis quando elementos práticos não são levados em consideração, tais como ruídos intrínsecos ao sistema, desvios de frequência, instabilidades de componentes e de circuitos analógicos, não linearidades, antenas com diagramas de radiação não isotrópicos, entre outros. Assim, a utilização de um sistema prático para ensaios com arranjo de antenas pode lançar luz sobre como melhorar os critérios e cenários utilizados em simulações para que se chegue a resultados mais realísticos.

Dada a necessidade de se conhecer a real potencialidade de um sistema de conformação de feixe prático e também de se conhecer as dificuldades e desafios a serem superados para sua implantação, este Capítulo 6 apresenta uma plataforma real para ensaios empregando arranjos de antenas, concebida principalmente para ensaios de algoritmos de conformação de feixes, sendo que através dessa plataforma podem ser realizados ensaios para caracterização de antenas receptoras, ensaios de conformação de feixe não adaptativa e ensaios de conformação de feixe empregando algoritmos adaptativos.

Neste capítulo, inicialmente descreve-se o sistema real de testes desenvolvido para ensaios com arranjos de antenas na seção 6.1, onde são apresentados o sistema utilizado para geração e transmissão dos sinais, o sistema utilizado para recepção dos sinais, o dispositivo de lógica programável usado para a implementação dos algoritmos e uma breve discussão sobre a aritmética de ponto fixo empregada. Em seguida, na seção 6.2, são apresentados os resultados obtidos através da plataforma de testes desenvolvida na caracterização de dois tipos de antenas receptoras. Na seção 6.3 são apresentados os resultados alcançados na conformação de feixe não adaptativa e na seção 6.4 dois algoritmos são testados e seus resultados em função de taxa de erro de símbolo apresentados, sendo um dos algoritmos a versão estritamente linear do CMA e outro sua versão largamente linear. Finalmente, a seção 6.5 traz as conclusões do capítulo.

## 6.1. DESCRIÇÃO DO SISTEMA

O objetivo principal da implementação prática apresentada neste capítulo é de ilustrar as potencialidades de um sistema composto por um arranjo de antenas e os principais desafios a serem superados para seu sucesso. Para tanto, foram construídos dois sistemas independentes, um para a transmissão de sinais modulados e um para a recepção, sendo neste empregado o conceito de arranjo de antenas. Tanto o sistema de transmissão quanto o sistema de recepção foram concebidos de forma a serem configuráveis por *software* no que tange ao tipo de modulação empregado nos vários sinais recebidos, taxa de *bits*, tipo de sequência de teste empregada e fonte de relógio de sincronização. Nas seções a seguir tem-se uma descrição detalhada dos sistemas de transmissão e de recepção enquanto as caracterizações das antenas e divisores utilizados estão no Anexo A.

### 6.1.1. SISTEMA DE TRANSMISSÃO

O sistema de transmissão empregado para as medições práticas do arranjo de antenas é formado por uma placa principal (*Placa Mãe Transmissora*), responsável pelo processamento em banda base dos sinais a serem transmitidos, e por dois conjuntos de placas de processamento de transmissão de rádio-frequência compostos por placa de modulação em rádio-frequência (*Modulador RF*) e placa de transmissão em rádio-frequência (*Transmissor RF*). O sistema de transmissão completo está ilustrado no diagrama de blocos apresentado na Figura 6.1.

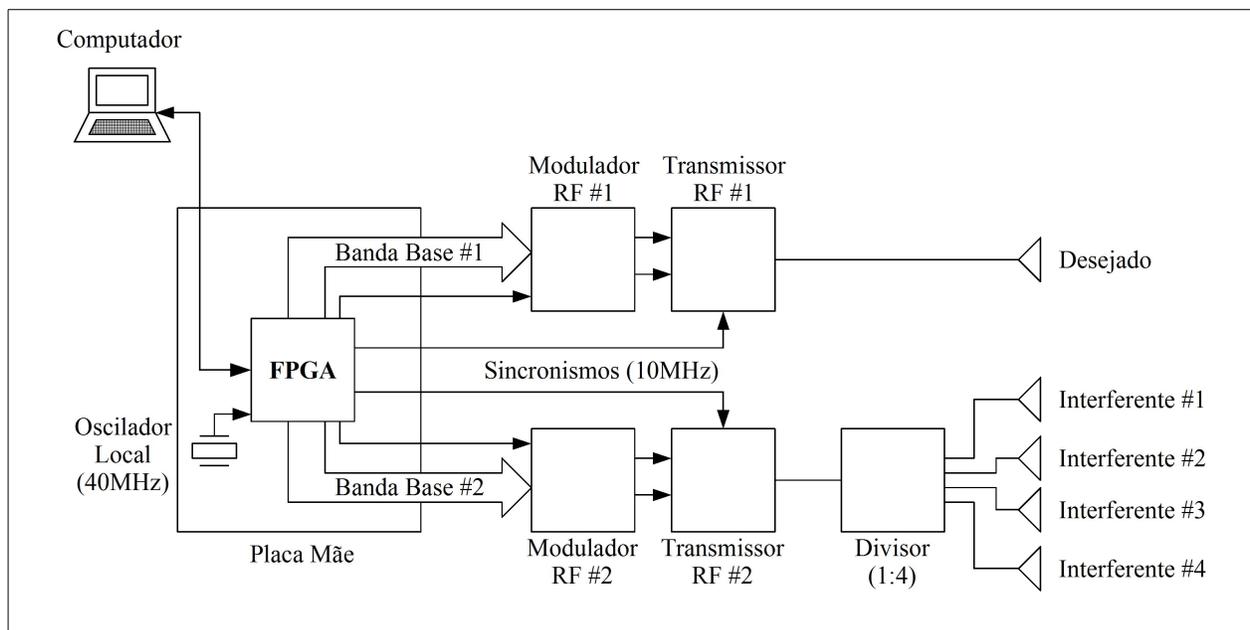


Figura 6.1: Diagrama de blocos do Sistema de Transmissão.

Os módulos *Modulador RF* correspondem a placas comerciais fabricadas pela empresa **Comblock**<sup>®</sup>

[COMBLOCK], e possuem como características a aquisição de dados digitais em barramentos paralelos independentes nas componentes em fase e em quadratura, cada uma composta por 10 *bits* e taxa máxima de aquisição de 125MHz. Essas placas têm como função adquirir os dados em banda base digitais fornecidos pela *Placa Mãe Transmissora* e realizar a conversão digital-analógica para alimentar a placa *Transmissor RF* com os dados em banda base analógicos a serem transmitidos. Os módulos *Transmissor RF* tomam os dados analógicos em banda base vindos das placas *Modulador RF*, divididos em fluxo de sinais em fase e fluxo de sinais em quadratura, realizam a mistura destes com a portadora do sinal RF na frequência a ser transmitida e o sinal resultante é enviado à antena para a transmissão. Paralelamente, cada placa *Modulador RF* é alimentada com um sinal de sincronismo de 10 MHz vindo da *Placa Mãe Transmissora* e, através de circuito do tipo *Phase Locked Loop* (PLL), gera o sinal de portadora, que é misturado aos sinais em banda base para a transmissão. Devido às antenas utilizadas no sistema de testes serem destinadas à operação relacionada ao sistema GPS, o circuito PLL da placa *Transmissor RF* é configurado para gerar uma portadora de 1,575 GHz.

Há dois conjuntos *Modulador RF / Transmissor RF* no sistema de transmissão. Um dos conjuntos é responsável pelo processamento e transmissão do sinal desejado e, nesse caso, é enviado, após a mistura com o sinal de portadora, diretamente à antena de transmissão. O segundo conjunto *Modulador RF / Transmissor RF* é responsável pelo tratamento e transmissão dos sinais interferentes. Nos casos em que apenas um sinal interferente é considerado no sistema de testes, o *Transmissor RF* é conectado diretamente à antena de transmissão. Quando o sistema opera com mais de um sinal interferente, porém, faz-se uso de um divisor de potência de RF de quatro saídas de tal forma que o sinal interferente é dividido por quatro e encaminhado para até quatro antenas independentes. Dessa forma, permite-se que o sistema de testes opere com até cinco sinais simultâneos, sendo um sinal desejado e até quatro sinais interferentes.

A *Placa Mãe Transmissora* é responsável pela geração dos sinais em banda base a serem transmitidos, sendo que realiza a geração tanto do sinal desejado quanto do sinal interferente. A *Placa Mãe Transmissora* foi concebida e fabricada pela empresa **Espectro Ltda.** [ESPECTRO], sendo seu principal componente um dispositivo de lógica programável do tipo *Field Programmable Gate Array* (FPGA) de baixo custo da família **Spartan-3A**<sup>®</sup>, fabricado pela empresa **Xilinx**<sup>®</sup> [XILINX]. A partir de um oscilador local de 40 MHz, o componente FPGA realiza as operações de geração de relógios de sincronismo para os módulos *Modulador RF* e *Transmissor RF*, gera os padrões a serem usados como carga útil tanto do sinal desejado quanto do sinal interferente, aplica as modulações em banda base para cada sinal e nivela as amplitudes de saída. A Figura 6.2 apresenta o diagrama de blocos das funcionalidades implementadas no componente FPGA.

O controle do sistema de transmissão é dado através de interface serial do tipo RS232, através da qual é possível configurar diversas características do sistema, entre elas:

1. Taxa de transmissão de símbolos. Esta configuração é a mesma tanto para o sinal desejado quanto para o sinal interferente, podendo assumir valores entre 1 kSímbolo/s e 10 MSímbolo/s.
2. Padrão da sequência de teste. A sequência de teste a ser transmitida no sinal desejado deve ser conhecida a fim de ser possível a contagem de taxa de erros na recepção. Deve-se prover, também, sequências de teste

diferentes para o sinal desejado e para sinal interferente. Dessa forma, o sistema de transmissão permite, de forma independente, que se configure a sequência de teste do sinal desejado e do sinal interferente para que estes carreguem sequências binárias pseudo-aleatórias (*Pseudo Random Binary Sequence – PRBS*) de comprimento  $2^{15}$  (PRBS15 ou PRBS15 invertida), sequências repetitivas (tudo “1”, tudo “0” ou tudo “10”), ou sequências totalmente aleatórias.

3. Modulação. A modulação aplicada ao sinal desejado pode ser ou não ser igual à modulação aplicada ao sinal interferente. O sistema de transmissão permite de forma independente a configuração da modulação aplicada a cada um dos sinais, sendo estas modulações configuráveis como BPSK, QPSK, 8-PSK, 16-PSK, 4-PAM, 8-PAM ou AM (*Amplitude Modulation*).
4. Nivelamento da amplitude de saída. Dado que pode-se usar um divisor de quatro saídas para gerar mais de um interferente e que o sinal passado pelo divisor apresenta-se na saída aproximadamente 6dB abaixo do nível de entrada, pode-se, através de configuração, fazer com que o sinal que não passa pelo divisor seja transmitido também cerca de 6dB abaixo do seu nível original.

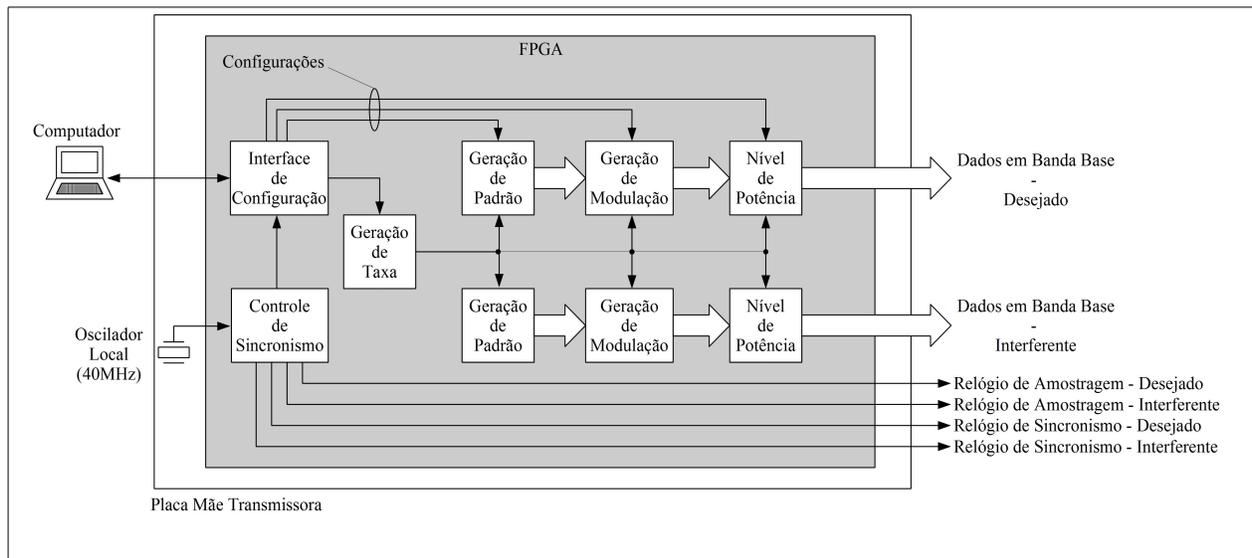


Figura 6.2: Funcionalidades do componente FPGA do Sistema de Transmissão.

A Figura 6.3 mostra uma fotografia do sistema de transmissão. Observam-se a *Placa Mãe Transmissora*, as duas placa *Modulador RF* e os dois módulos *Transmissor RF* e também outros dispositivos indispensáveis ao funcionamento do sistema tais como fonte de alimentação, conector serial para comunicação RS232 com o computador externo, cabos coaxiais semi rígidos ligando a *Placa Mãe Transmissora* às placas *Modulador RF*, o cabeamento de alimentação para os módulos *Transmissor RF* e *Modulador RF* e cabos coaxiais semi rígidos ligando as saídas das placas *Transmissor RF* à caixa. Vê-se, ainda, as conexões dos cabos que levam às antenas correspondentes ao sinal desejado (à esquerda) e aos sinais interferentes (à direita), bem como o cabo de alimentação tripolar conectado à fonte de alimentação. Na parte central da *Placa Mãe Transmissora* pode se observar o dispositivo FPGA, responsável pela geração de todos os sinais em banda base utilizados.

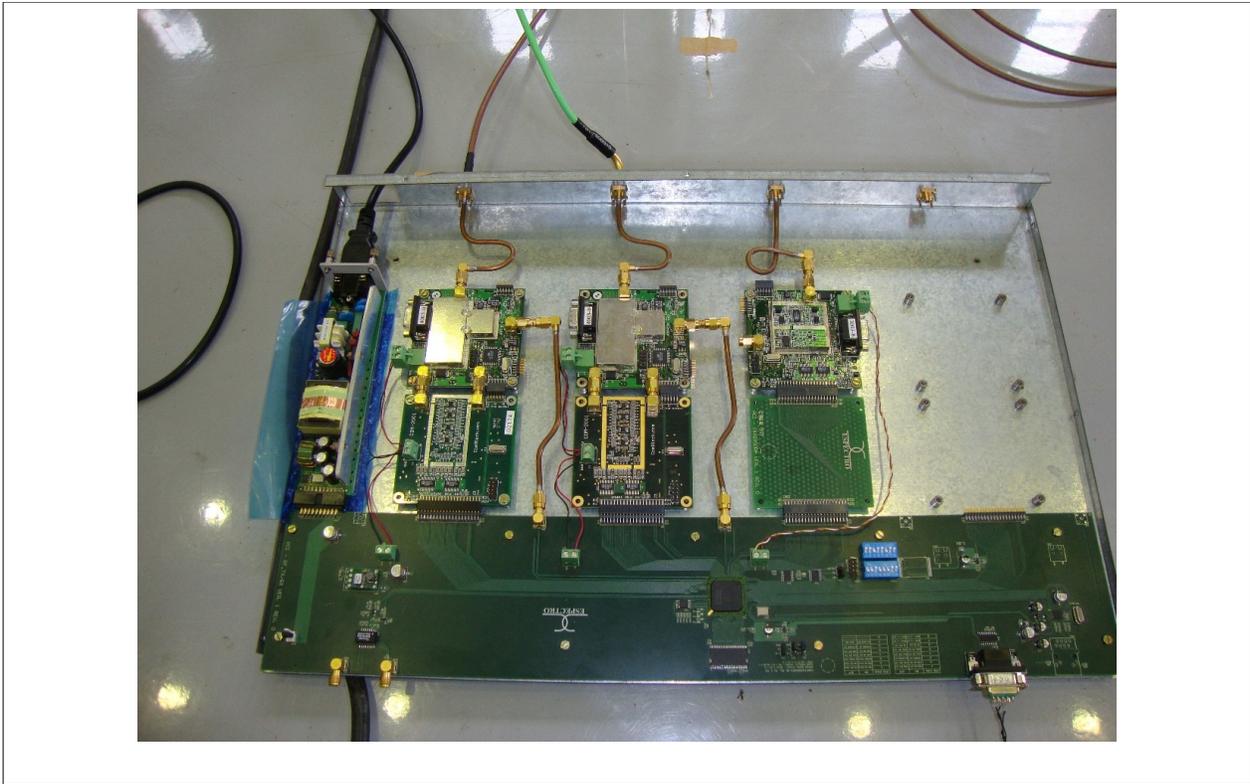


Figura 6.3: Fotografia do Sistema de Transmissão.

### 6.1.2. SISTEMA DE RECEPÇÃO

O *Sistema de Recepção* engloba uma placa *Módulo Receptor RF*, cuja função principal é receber os sinais na frequência estabelecida de operação, realizar sua conversão direta para frequência mais baixa (*Direct Downconversion* – DDC) e digitalizá-los, e uma *Placa Mãe Receptora*, responsável pela aplicação dos algoritmos de processamento de sinais e disponibilização de resultados. Tanto o *Módulo Receptor RF* quanto a *Placa Mãe Receptora* foram concebidas e fabricadas pela empresa **Espectro Ltda.** Ao contrário do Sistema de Transmissão, que conta com módulos separados para cada sinal gerado, o Sistema de Recepção tem implementados em uma única placa quatro blocos receptores, permitindo a concepção de um arranjo de antenas composto por até quatro elementos e agindo de forma independente um do outro. Devido às placas terem sido desenvolvidas pela mesma empresa, ao contrário do Sistema de Transmissão, no Sistema de Recepção não há a necessidade de implementar conexões através de cabos entre as placas. A Figura 6.4 apresenta o diagrama de blocos geral do Sistema de Recepção.

O *Módulo Receptor RF* consiste em quatro blocos independentes de recepção que tomam os sinais vindos das antenas receptoras e realizam a mistura destes com a frequência de operação provida pelo circuito PLL. Essa mistura, com posterior filtragem através de filtro passa baixas provê o *Direct Downconversion* para frequências próximas à frequência em banda base. Cada bloco independente de recepção é ligado diretamente a uma antena cujo sinal captado é misturado com uma senoide complexa com frequência nominal de 1,575 GHz, gerando dois fluxos de sinais que, após passagem por filtro passa baixas, resultam nos sinais em fase e em quadratura recebidos. Esses sinais

passam por processo de conversão analógica-digital com taxa de amostragem de 40 MHz e são encaminhados para a *Placa Mãe Receptora*. O circuito PLL recebe um sinal com frequência nominal de 10 MHz vindo da *Placa Mãe Receptora* e gera um sinal com frequência de 1,575 GHz que é distribuído para os quatro blocos de recepção.

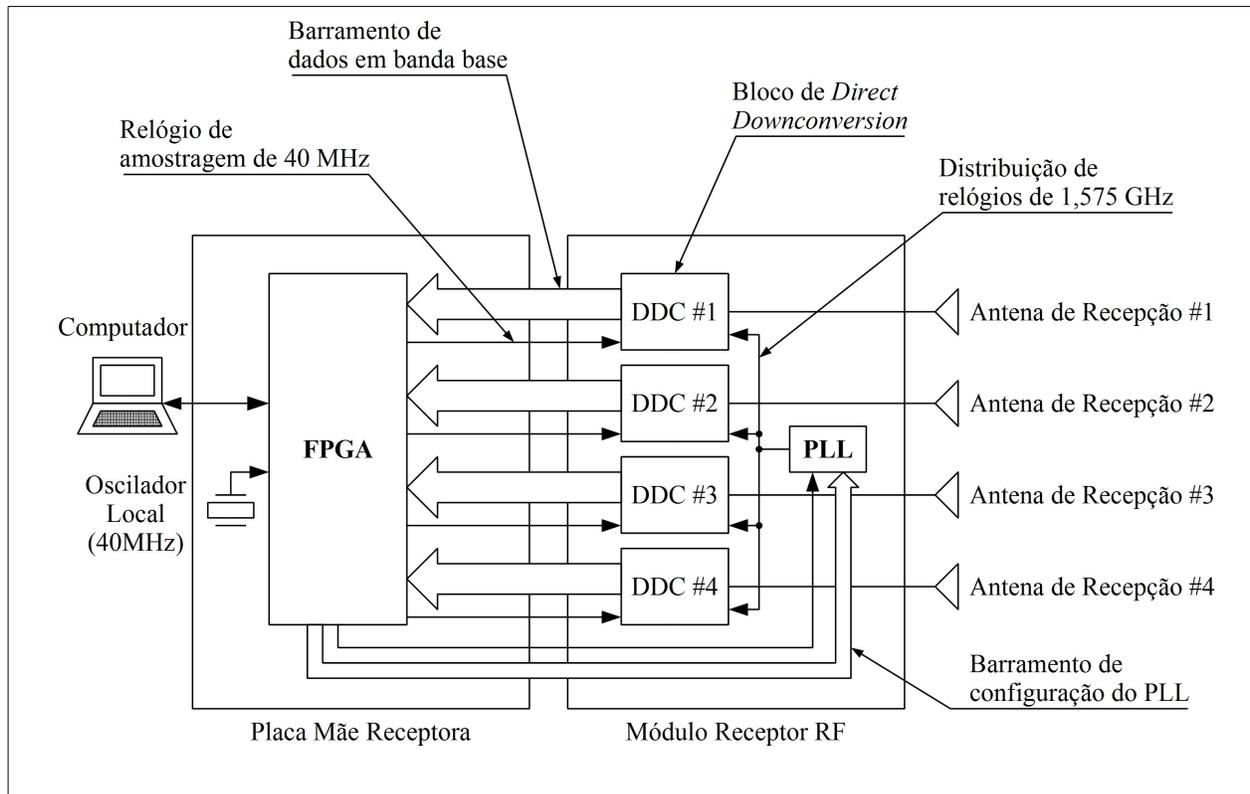


Figura 6.4: Diagrama de blocos do Sistema de Recepção.

A *Placa Mãe Receptora* dispõe de um dispositivo FPGA de baixo custo fabricado pela empresa **Xilinx**<sup>®</sup> e responsável pela geração dos vários sinais de sincronismo necessários à operação do Sistema de Recepção, recebimento dos barramentos de dados em fase e em quadratura dos quatro blocos de recepção presentes no *Módulo Receptor RF*, aplicação dos algoritmos de processamento de sinais e disponibilização dos resultados via comunicação serial com microcomputador. Todos os relógios de sincronismo gerados pelo dispositivo FPGA são derivados de um oscilador local de frequência nominal de 40 MHz, com desvio máximo de  $\pm 400$  Hz. Dessa forma, são gerados os relógios de amostragem de 40 MHz, o relógio de 10 MHz utilizado pelo PLL presente no *Módulo Receptor RF*, as bases de tempo internas para aplicação dos algoritmos de processamento de sinais e os fluxos de comunicação serial com o computador externo e de configuração do dispositivo PLL.

Como principal função do dispositivo FPGA presente no Sistema de Recepção está o tratamento dos sinais em banda base recebidos do *Módulo Receptor RF*. A Figura 6.5 ilustra o diagrama de blocos das funcionalidades presentes no dispositivo FPGA da *Placa Mãe Receptora*. A comunicação entre um computador externo e o Sistema de Recepção se dá através de conexão do tipo RS232 ligada diretamente ao bloco de “Configuração, Controle e

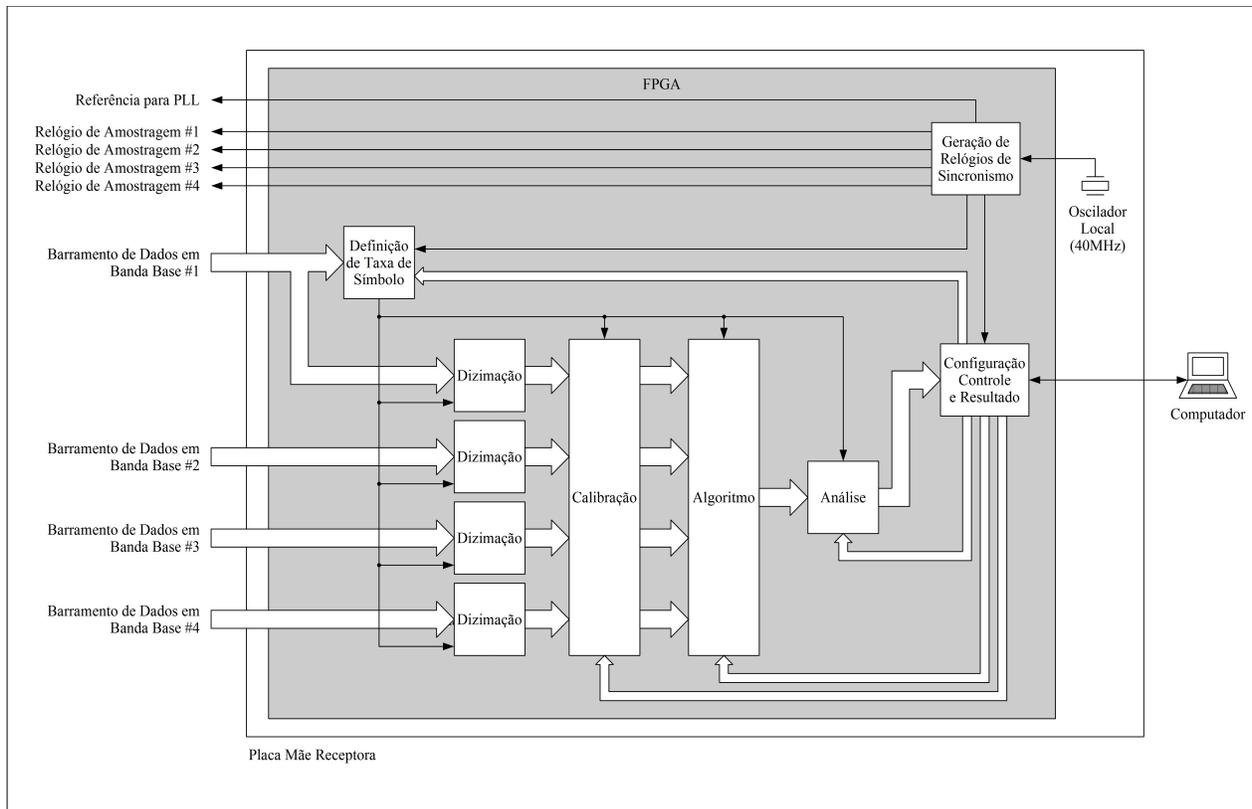


Figura 6.5: Funcionalidades do componente FPGA do Sistema de Recepção.

Resultado”, interno ao dispositivo FPGA. Através desse bloco é possível efetuar configurações e ler resultados dos algoritmos implementados no componente, efetuando-se escritas e leituras em um banco de registradores. Já no quesito temporização, um bloco de geração de relógios de sincronismo gera as várias sincronizações necessárias ao Sistema de Recepção, abrangendo sincronismos internos e externos, como referência para o PLL do *Módulo Receptor RF* e relógios de amostragem para os dispositivos de conversão analógico-digital.

Os dados recebidos da interface número 1 do *Módulo Receptor RF* são usados para a estimação da taxa de símbolo empregada. Através do bloco “Configuração, Controle e Resultado”, configura-se a taxa de símbolo esperada. Através dessa configuração tem-se um valor próximo ao valor real da taxa de símbolo que atinge o arranjo, sendo que esta taxa difere da taxa real pela diferença de frequência existente entre o oscilador local presente no Sistema de Transmissão e por aquele presente no Sistema de Recepção. Assim, recupera-se as transições dos símbolos recebidos para, com a informação da taxa de símbolo recebida, estimar-se a amostra que corresponde ao ponto mais próximo do centro do símbolo. Após a definição da amostra que corresponde ao ponto mais central do símbolo recebido, realiza-se a dizimação das amostras recebidas para a eliminação das amostras redundantes e para permitir que o sistema opere a uma taxa menor.

Os fluxos de dados dizimados são enviados ao bloco responsável pela calibração do sistema. A calibração do sistema, executada no início da operação do arranjo de antenas, se faz necessária para compensar eventuais defasagens existentes em cabos, conexões ou relógios de sincronismo e que façam com que os sinais fornecidos por

cada bloco receptor apresentem uma adição de fase não pertencente ao sinal incidente no arranjo. Após a calibração, que corresponde a um processo adaptativo para cancelamento da parte imaginária de cada sinal recebido, ela não mais se faz necessária, a não ser no caso de mudança de configuração de taxa de símbolos ou no caso de reinicialização do sistema. Após a calibração, os fluxos de dados calibrados são enviados para o bloco que implementa o algoritmo a ser empregado para conformação de feixe do arranjo de antenas. Como resultado, tem-se um fluxo de sinal em fase e em quadratura na taxa de símbolos requerida.

Finalmente, os dados oriundos do bloco de aplicação do algoritmo de conformação de feixe são enviados para o bloco de análise de resultados, que compara o sinal obtido pelo algoritmo com o sinal esperado. O bloco de análise implementado espera um sinal do tipo BPSK e, portanto, realiza inicialmente o travamento de fase do sinal resultante. Esse travamento de fase é necessário para compensar a diferença entre as frequências de geração do sinal no Sistema de Transmissão e de recepção do sinal no Sistema de Recepção, bem como para compensar eventuais desvios e correções de fase originados pela atuação independente entre os dispositivos PLL presentes no Sistema de Transmissão e no Sistema de Recepção. Após o travamento de fase é realizada a demodulação BPSK, que corresponde ao mapeamento dos símbolos recebidos em *bits* e finalmente a determinação da taxa de erro do sistema.

A Figura 6.6 mostra uma fotografia do Sistema de Recepção, com o cabeamento que leva às antenas já conectado. Nota-se, em primeiro plano, a *Placa Mãe Receptora* com o dispositivo FPGA em sua região central. Tanto a *Placa Mãe Transmissora* e a *Placa Mãe Receptora* correspondem à mesma plataforma de *hardware*, sendo que as diferenças de funcionalidades entre uma e outra são dadas pela programação do dispositivo FPGA.



Figura 6.6: Fotografia do Sistema de Recepção.

### 6.1.3. DISPOSITIVO FPGA E ARITMÉTICA DE PRECISÃO FINITA

O componente principal da *Placa Mãe Transmissora* e da *Placa Mãe Receptora* corresponde ao dispositivo FPGA, responsável pela geração de sinais em banda base no caso da *Placa Mãe Transmissora* e pelo processamento dos sinais em banda base no caso da *Placa Mãe Receptora*. O dispositivo FPGA empregado em ambas as placas corresponde ao componente **XC3S1400A-FG484C**, pertencente à família **Spartan-3A**<sup>®</sup> da **Xilinx**<sup>®</sup>. A Tabela 6.1 apresenta as especificações mais relevantes desse dispositivo, obtidas em [XILINX, 2010-2].

<i>SYSTEM GATES</i>	<i>EQUIVALENT LOGIC CELLS</i>	<i>CLBs</i>	<i>SLICES</i>	<i>BLOCK RAMS</i>	<i>DEDICATED MULTIPLIERS</i>	<i>DCMs</i>	<i>IOs</i>
1400K	25344	2816	11264	32	32	8	375

Tabela 6.1: Especificações do dispositivo FPGA .

O dispositivo FPGA pertence a uma família de dispositivos de lógica programável de baixo custo, apresentando, devido a isso, uma quantidade de recursos lógicos bastante limitada. Dessa forma, faz-se necessária economia de recursos através de aplicação de técnicas de reuso de estruturas, *pipeline*, uso de estruturas dedicadas internas e simplificações de funções. Uma das consequências imediatas da necessidade de economia de recursos é a utilização da aritmética de precisão finita, traduzida no presente caso através do uso de aritmética binária de ponto fixo ao invés de aritmética binária de ponto flutuante.

A utilização da aritmética binária de ponto fixo, embora apresente a vantagem de consumir menos recursos lógicos do dispositivo de lógica programável, apresenta uma série de inconveniências que devem ser levadas em conta na análise dos resultados obtidos por algoritmos implementados através dela. Os dois principais inconvenientes apresentados são a precisão finita e a saturação. Conforme *Avizienis* [AVIZIENIS, 1961], a precisão finita ocorre devido ao fato de que na representação binária em ponto fixo, um determinado número de *bits* é alocado para a parte decimal do número. Assim, sendo  $d$  o número de *bits* alocado para a parte decimal do número binário, pode-se dizer que a precisão da aritmética binária de ponto fixo é dada por  $p = 2^{-d}$ .

A saturação ocorre devido ao número representado pela aritmética de ponto fixo ser definido por um número finito de *bits*. Dessa forma, sendo  $n$  o número de *bits* que representa um determinado número, o menor e o maior número que podem ser representados na aritmética de ponto fixo equivalem, respectivamente a:

$$m_- = -2^{n-d-1}, \quad (6.1)$$

$$m_+ = (2^{n-1} - 1) 2^{-d}. \quad (6.2)$$

Embora os efeitos da saturação presente na aritmética binária de ponto fixo possam ser benéficos por impedir, por exemplo, que algoritmos adaptativos divirjam para o infinito, os efeitos da precisão podem se mostrar catastróficos nas operações que envolvem multiplicações uma vez que, efetuando-se multiplicação de dois números com precisão  $2^{-d}$  tem-se como resultado um número com precisão  $2^{-2d}$ . Como  $d$  é não negativo, tem-se que  $2^{-d} > 2^{-2d}$  e, assim, o

resultado é aproximado para a precisão  $2^{-d}$ , implicando em perda de informação.

Os algoritmos implementando no dispositivo FPGA utilizam aritmética binária de ponto fixo com  $n = 18$  bits e precisão  $p = 2^{-10}$ . Dessa forma, o dispositivo FPGA implementa os algoritmos com números variando dentro do intervalo entre  $-127,0000000000$  e  $+127,9990234375$ . A escolha realizada para  $n = 18$  bits e  $p = 2^{-10}$  deve-se a dois fatos. O comprimento de 18 bits foi selecionado devido ao fato de que algumas estruturas internas do dispositivo FPGA como *Block RAMs* e multiplicadores dedicados possuem esse comprimento. Já a precisão de foi selecionada devido ao fato de que os barramentos de dados digitalizados vindos do *Módulo Receptor RF* possuem um comprimento de 10 bits.

## 6.2. ENSAIOS EMPREGANDO SISTEMA SISO

Para a verificação da eficiência do Sistema de Transmissão e do Sistema de Recepção, realizou-se um ensaio considerando um sistema SISO, ou seja, composto por uma antena de transmissão e uma antena de recepção. Esse ensaio foi realizado em câmara anecoica, empregando diversos tipos de antenas de recepção, cujas características eram conhecidas, e uma antena de transmissão padrão do tipo corneta, também com características conhecidas. Dois tipos de medidas foram realizados, sendo um deles a medição da potência média recebida no sinal em banda base e outro a medição da taxa de erro de símbolo.

### 6.2.1. CÂMARA ANECOICA

O ensaio do Sistema SISO foi realizado na câmara anecoica do IFI (Instituto de Fomento e Coordenação Industrial) do DCTA (Departamento de Ciência e Tecnologia Aeroespacial). Essa câmara possui um comprimento total de 9,5m, uma largura de 4,5m e uma altura de 4,5m, sendo a zona quieta da câmara anecoica de  $3\text{m}^3$ . Para a realização dos ensaios, os posicionadores foram separados de uma distância de 6m e a uma altura de 2,4m do nível do solo.

### 6.2.2. CONFIGURAÇÕES DO ENSAIO

Utilizou-se o Sistema de Transmissão configurado para gerar apenas o sinal desejado, sendo este configurado com padrão PRBS15, modulação BPSK e taxa de símbolo de 1 MSímbolo/s. O Sistema de Transmissão foi conectado a uma antena de transmissão do tipo corneta através de cabo coaxial de baixas perdas. O Sistema de Recepção operou conectado apenas ao bloco de recepção número 1, sendo que o bloco contendo o algoritmo não foi usado por se tratar de um sistema SISO. A antena de transmissão utilizada permaneceu fixa durante o ensaio, ao passo que variou-se o ângulo da antena de recepção em passos de  $5^\circ$  de tal forma a simular direções de chegada no intervalo entre  $-90^\circ$  e  $+90^\circ$ . A Figura 6.7 ilustra a configuração utilizada no ensaio SISO.

São dois os resultados obtidos no ensaio SISO. O primeiro deles corresponde à potência média recebida pelo dispositivo FPGA, que é calculada através da média do produto da amostra recebida pelo seu complexo conjugado em um intervalo de tempo de 50 segundos. Para efeito de comparação, normalizou-se os valores de

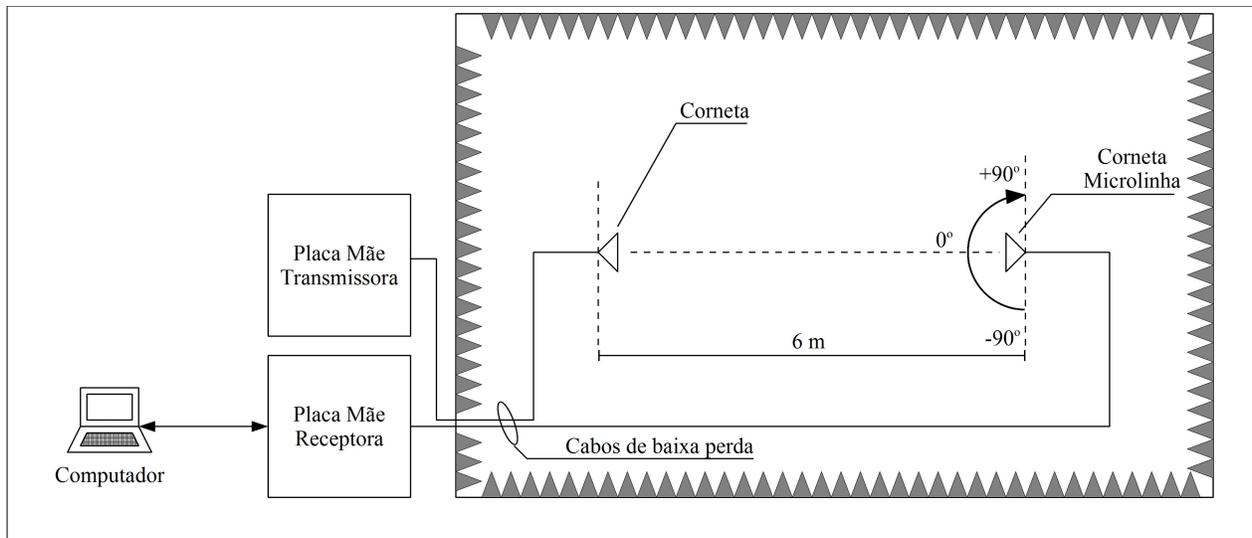


Figura 6.7: Configuração do sistema de testes para o ensaio SISO.

potência média recebida pelo ganho da antena corneta, que é de 8,36dBi para uma direção de chegada de  $0^\circ$ . A partir dessa normalização é possível obter os fatores de rede das antenas utilizadas no teste e se comparar a potência média de recebida para cada antena de recepção utilizada.

O segundo resultado obtido corresponde à taxa de erro medida no receptor considerando-se um intervalo de tempo de 50 segundos e uma taxa de símbolo de 1 MSímbolo/s. Através do resultado de taxa de erro de símbolo é obtida a SNR correspondente do sistema.

### 6.2.3. CARACTERÍSTICAS DAS ANTENAS UTILIZADAS

Como mencionado, foram utilizados dois tipos de antenas para a realização dos ensaios SISO, mantendo como antena transmissora uma antena corneta e variando-se as antenas receptoras entre antena de microlinha e antena corneta. A Tabela 6.2 apresenta uma breve descrição das características de cada antena utilizada.

O método para determinação do ganho da antena de microlinha foi medição foi medida por comparação com antena corneta padrão girante. Porém, no ensaio SISO as medições foram realizadas com a antena de transmissão parada e não girante. Devido a isso, é esperado que o ganho dessa antena situe-se aproximadamente 3dB abaixo do valor declarado na tabela de especificação de características. Além disso, para efeito de comparação dos resultados obtidos nos ensaios SISO com os valores especificados, normalizou-se todos os níveis de potências medidos pelo valor padrão esperado para a antena corneta padrão a  $0^\circ$  (8,36dBi, conforme tabela do fabricante).

ANTENA	MODELO	FABRICANTE	RAZÃO AXIAL	GANHO [1,575 GHz]	POLARIZAÇÃO
Microlinha	ANT-GPS	IAE/DCTA	3,11	5,25dBi(*)	Circular Direita
Corneta (ETS)	3115	ETS Lindgren/EMCO	–	8,36dBi	Linear

Tabela 6.2: Características das antenas utilizadas nos ensaios SISO.

(\*) Medida de ganho realizada por comparação, já contando 3dB a mais devido à diferença de polarização.

### 6.2.4. RESULTADOS PARA ANTENA CORNETA

A antena corneta corresponde à antena padrão utilizada para realizar o ensaio SISO, sendo sempre mantida como transmissora. Assim, os resultados obtidos para a antena corneta foram utilizados como parâmetro para os demais resultados apresentados. A Figura 6.8.a mostra os resultados de ganho obtidos através do uso do Sistema de Recepção, com cálculo através do nível de sinal digital recebido pelo dispositivo FPGA em passos de  $10^\circ$ . Já a Figura 6.8.b mostra os resultados de medição realizados através do método padrão, que corresponde ao envio de um sinal de frequência e amplitude constante (*Constant Wave – CW*) e a aquisição da potência recebida em analisador de espectro. Conforme mencionado, a amplitude do sinal recebido pelo Sistema de Recepção para direção de chegada igual a  $0^\circ$  foi normalizada pelo valor de ganho declarado pelo fabricante.

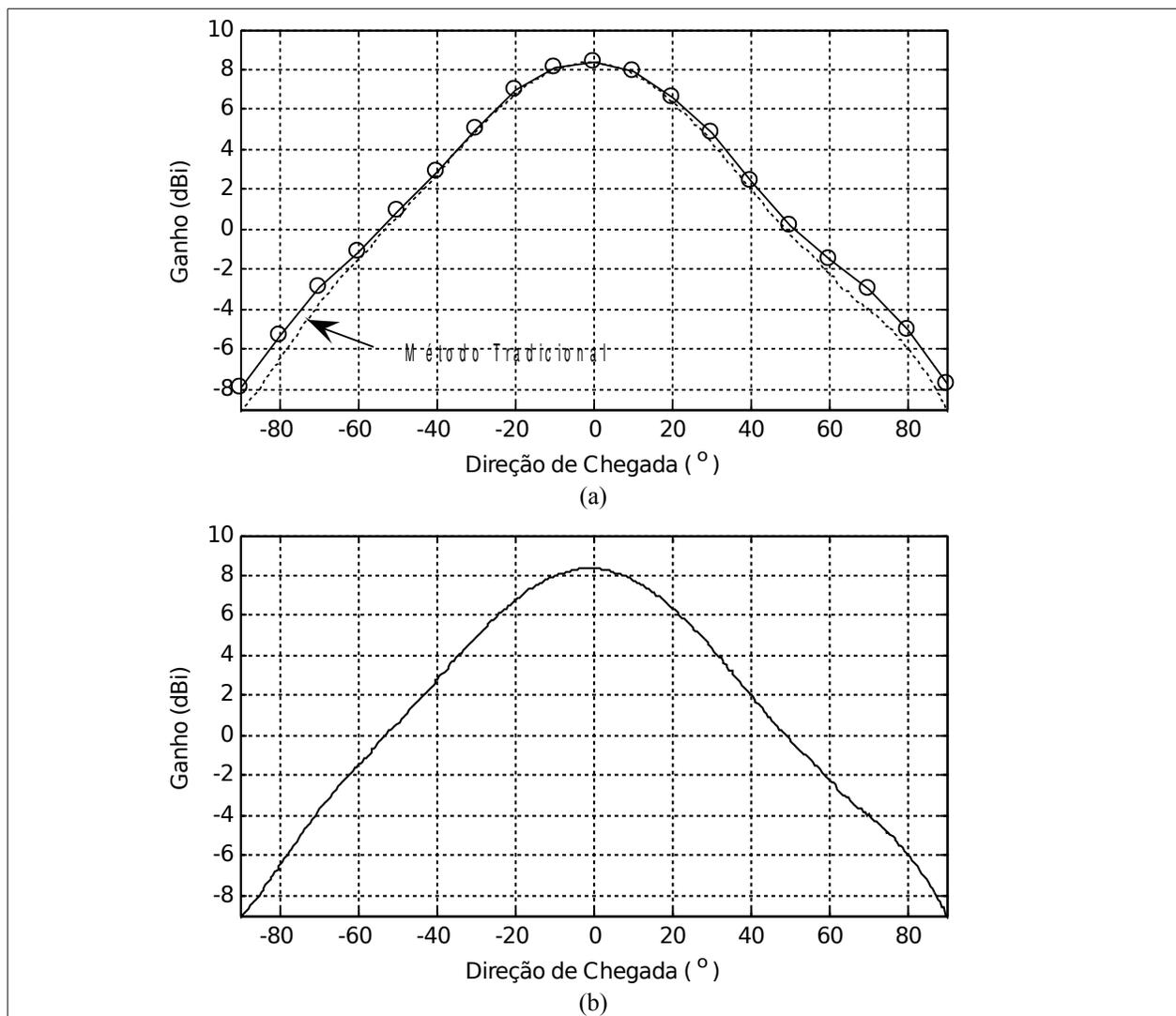


Figura 6.8: Ganho da antena corneta obtida no ensaio SISO e na medição tradicional. Ganho medido através do uso do Sistema de Transmissão e do Sistema de Recepção comparado com o ganho medido através do método tradicional (a) e ganho medido através do método tradicional (b).

Conforme pode ser observado pela Figura 6.8, o método de medição de potência empregado no Sistema de Recepção apresenta resultados confiáveis, haja vista que a diferença apresentada nas medições realizadas pelo método tradicional e pelo algoritmo de cálculo de potência implementado no dispositivo FPGA é inferior a 1dB em todo intervalo de medição.

Da mesma forma que foi medida a potência média de chegada no dispositivo FPGA, também foi medida a SER apresentada para cada direção de chegada para, a partir dela, ser calculada a SNR equivalente do sistema. Esses resultados podem ser visualizados na Figura 6.9. Pode ser observado que a SER foi nula para direções de chegada entre  $-50^\circ$  e  $+50^\circ$ , resultando em uma SNR equivalente imensurável mas intuitivamente superior a 12dB nesse intervalo. Para direções de chegada fora desse intervalo, a SNR equivalente cai progressivamente à medida que a direção de chegada aproxima-se de ângulos rasantes, até atingir o valor de aproximadamente  $-3$ dB para para direções de chegada iguais a  $-90^\circ$  e  $+90^\circ$ .

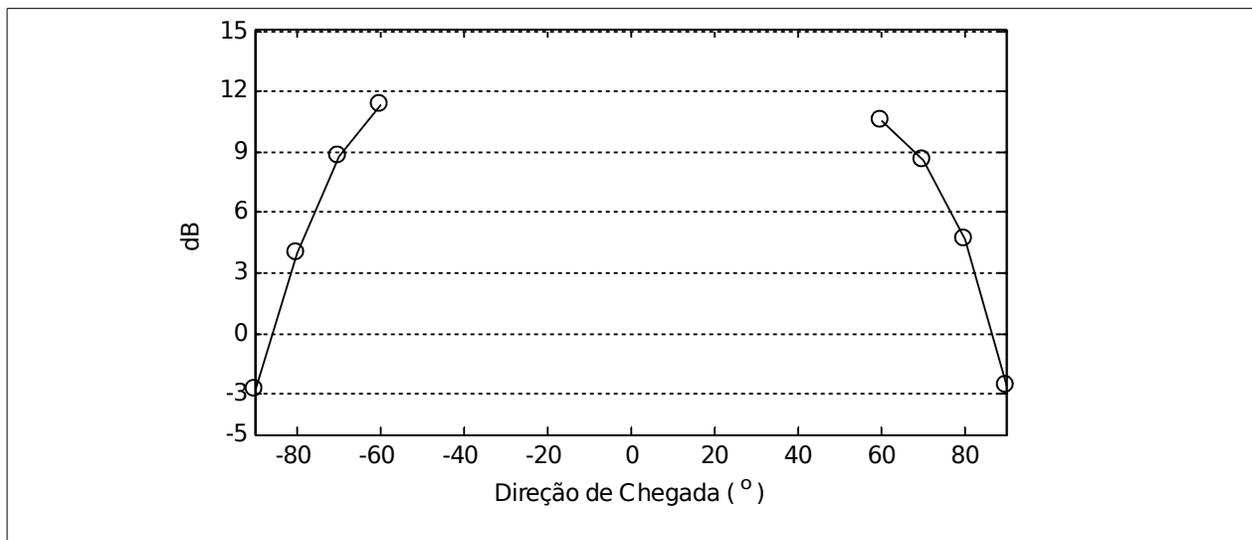


Figura 6.9: SNR obtida através da SER para antena corneta no ensaio SISO.

### 6.2.5. RESULTADOS PARA ANTENA DE MICROLINHA

A antena de microlinha utilizada possui polarização circular direita e, devido a ter polarização circular, deve apresentar resultados aproximadamente 3dB abaixo daqueles mostrados na Tabela 6.2, uma vez que a antena transmissora possui polarização linear. Os resultados apresentados na Figura 6.10 levam em consideração a normalização dos valores obtidos pelo ganho da antena corneta, que serviu de padrão para os testes. Conforme pode se observar na Figura 6.10.a e Figura 6.10.b, os níveis medidos através do cálculo de potência recebida na entrada do dispositivo FPGA são congruentes com os níveis medidos através do método tradicional. Além disso, o ganho apresentado por ambos os métodos de medida para uma direção de chegada de  $0^\circ$  situa-se em torno de 2,5dBi, que é 2,75dB abaixo do ganho fornecido pelo fabricante. Esse resultado também alinha-se com a expectativa de perda de 3dB devido ao descasamento de polarização da antena de transmissão (linear) e da antena de recepção (circular direita).

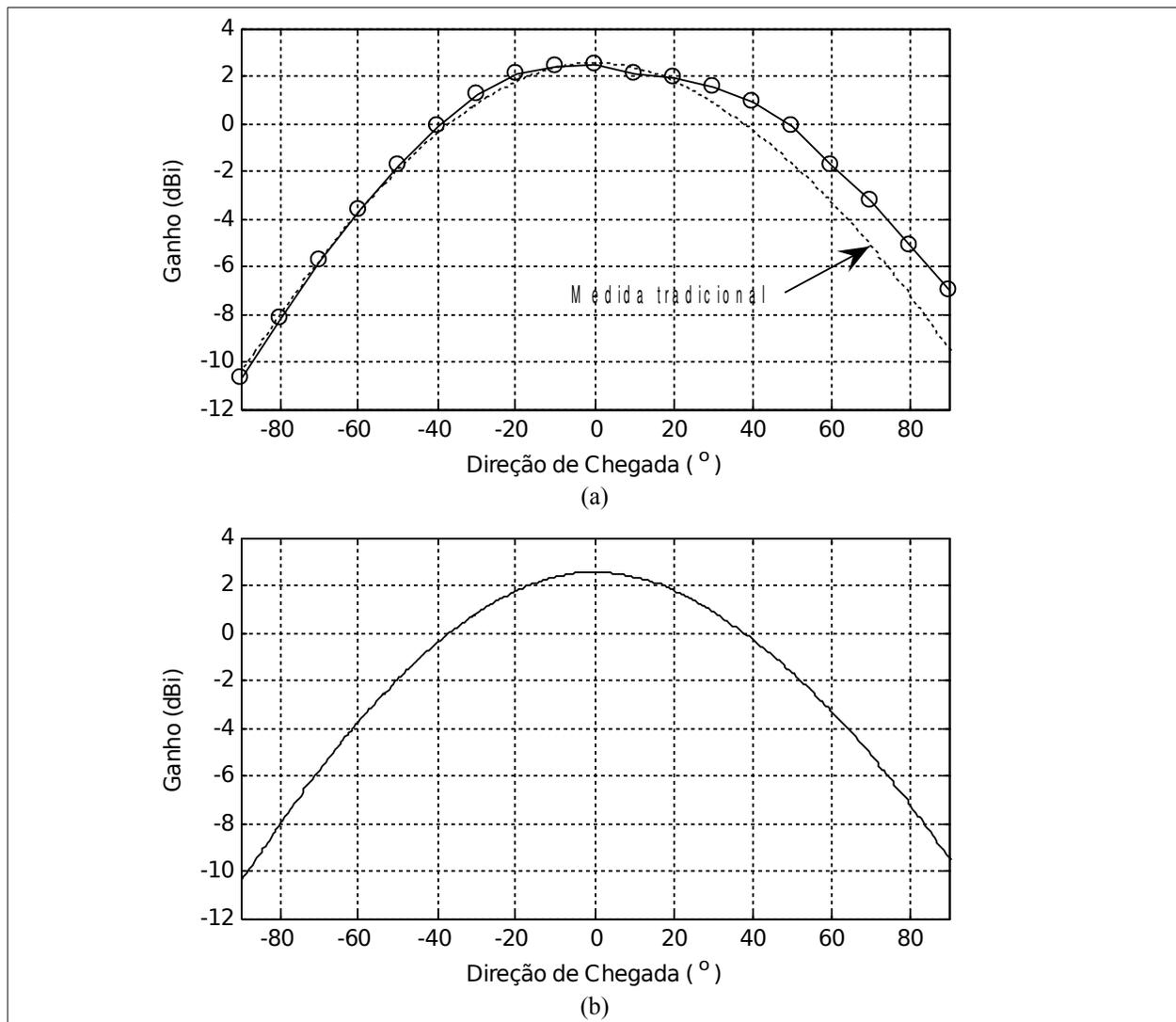


Figura 6.10: Ganho da antena microlinha obtido no ensaio SISO e na medição tradicional. Ganho medido através do uso do Sistema de Transmissão e do Sistema de Recepção comparado com o ganho medido através do método tradicional (a) e ganho medido através do método tradicional (b).

A Figura 6.11 fornece os resultados de SNR equivalente obtidos através do Sistema de Recepção considerando os valores de SER medidos. Nota-se que a relação entre a SNR equivalente com a direção de chegada é semelhante à do ganho obtido através de medição da potência do sinal na entrada do dispositivo FPGA. Assim como observado para o caso de antena receptora corneta, os valores de SNR acima de 12dB são imensuráveis para o período de tempo de medição utilizado. Como o ganho da antena de microlinha é menor do que o ganho da antena corneta, porém, o intervalo de medições onde a SER resultou diferente de zero é maior, permitindo obter-se SNR inferiores a 0dB, como ocorre para direções de chegada superiores a  $\pm 80^\circ$ . Por fim, pode se verificar através das Figuras 6.10 e 6.11 que para direções de chegada inferiores a  $-60^\circ$  e superiores a  $+60^\circ$  a SNR equivalente obtida apresenta inclinação maior que o ganho obtido, resultando em valores menores caso as curvas sejam normalizadas,

indicando que para níveis de potência inferiores a um determinado valor o ruído intrínseco ao sistema de testes passa a ser relevante.

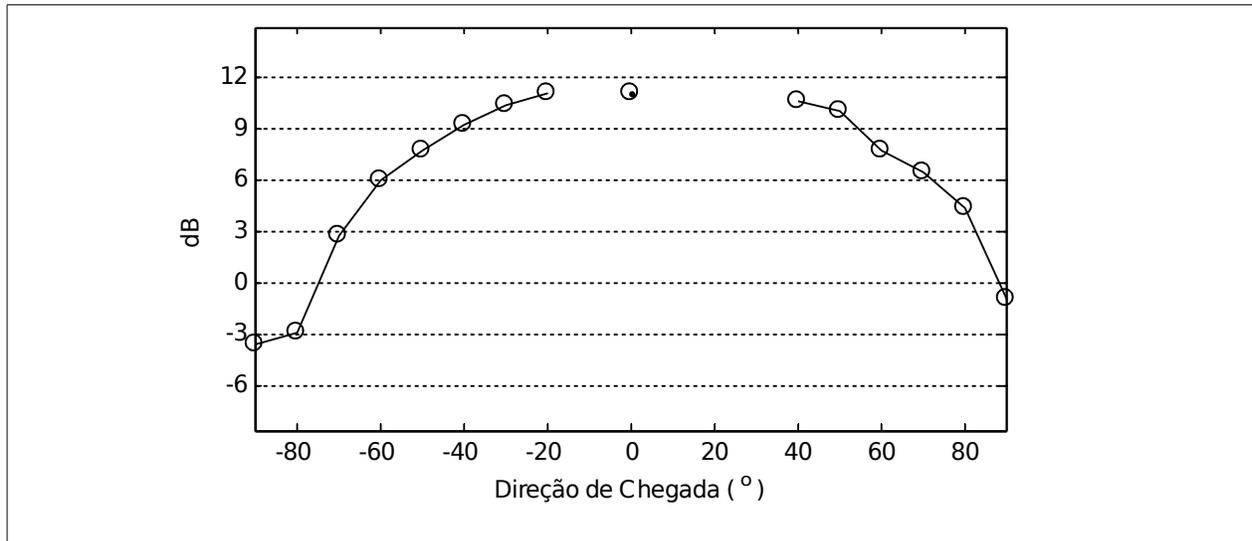


Figura 6.11: SNR obtida através da SER para antena de microlinha no ensaio SISO.

### 6.2.6. DISCUSSÃO

Os resultados mostrados nas seções anteriores possibilitam definir algumas características importantes em relação ao funcionamento do Sistema de Transmissão e do Sistema de Recepção. A primeira delas é que o procedimento de determinação da SNR equivalente a partir da medição da SER fornece resultados suficientemente precisos quando comparados aos métodos clássicos de medição, como pode ser verificado através da Figura 6.11. Essa constatação é de extrema importância uma vez que os algoritmos adaptativos considerados neste trabalho são avaliados através dos resultados de SER obtidos após o processamento.

Outro fator importante a se observar é que os ensaios envolvendo o arranjo de antenas foram feitos utilizando-se antenas de microlinha com características semelhantes à utilizada no ensaio SISO. Observa-se que essa antena apresenta um diagrama de radiação com perda inferior a 3dB dentro do intervalo de direções de chegada compreendido entre  $-40^\circ$  e  $+50^\circ$ . Fora desse intervalo tem-se uma atenuação do sinal de chegada superior a 3dB, o que deve impactar no desempenho dos algoritmos adaptativos considerados, especialmente para os casos em que o sinal desejado situar-se fora desse intervalo e eventuais interferentes dentro dele. Exemplificando esse efeito, nota-se que a SER obtida para direções de chegada dentro do intervalo mencionado apresenta valores bastante congruentes com os esperados, ao passo que para direções de chegada fora desse intervalo passa a apresentar valores superiores aos valores esperados. Assim, o efeito do diagrama de radiação da antena de microlinha deve ser considerado durante a execução dos ensaios envolvendo o arranjo de antenas a fim de se evitar interpretações errôneas de resultados.

## 6.3. ENSAIOS DE CONFORMAÇÃO DE FEIXE NÃO ADAPTATIVA

Os ensaios para verificação da capacidade do arranjo de antenas implementado no Sistema de Recepção na

conformação de feixe foram realizados na Divisão de Integração e Ensaios (AIE) do Instituto de Aeronáutica e Espaço (IAE) do DCTA.

### 6.3.1. CONFIGURAÇÕES DO ENSAIO

O Sistema de Recepção, composto por quatro antenas receptoras, foi posicionado no centro de uma semicircunferência de 6m de raio, a 1,5m sobre o nível do solo. O Sistema de Transmissão foi colocado em tripé móvel, posicionando-se a 1,5m acima do nível do solo, e foi configurado para gerar apenas o sinal desejado, com padrão PRBS15, modulação BPSK e taxa de símbolo de 1MSímbolo/s. Nestes ensaios foram utilizadas antenas de microlinha tanto no Sistema de Transmissão quanto no Sistema de Recepção.

Para a dinâmica do ensaio, o arranjo de antenas receptoras permaneceu fixo, no centro da semicircunferência, ao passo que a antena de transmissão teve sua posição variada sobre a semicircunferência, de tal forma a gerar direções de chegada em passos de 6°, cobrindo o intervalo de -90° a +90°. Devido à dificuldade de se efetuar marcações precisas para posicionamento do tripé móvel que continha a antena transmissora, ao final do ensaio os pontos foram medidos e matematicamente determinou-se que os ângulos usados para a medição iniciaram-se em -86°, finalizando em +86°.

Inicialmente, posicionando-se a antena de transmissão para posição de chegada 0°, realizou-se a calibração do arranjo de antenas receptoras, de tal forma a se compensar eventuais disparidades de fase entre os sinais recebidos por cada antena receptora. Em seguida realizaram-se as medições considerando a potência média recebida após a conformação de feixe e também a SER obtida sobre um intervalo de tempo de 10 segundos, ou seja, calculada sobre um total de  $10^7$  símbolos.

Todas as configurações e aquisições de resultados foram realizadas através de computador conectado via interface serial ao Sistema de Recepção. Através do computador foi possível efetuar o comando de calibração do arranjo de antenas, configurar o tempo de medidas para a elaboração da SER, coletar as medidas de número de símbolos errados, coletar as medidas de potência média obtida e configurar os pesos do vetor de ponderação, usado para a geração do fator de rede esperado na conformação de feixe. Para o ensaio de conformação de feixe não adaptativa, os pesos escolhidos foram aqueles utilizados na seção 3.3.2. como exemplos matemáticos, reproduzidos aqui por conveniência:

$$\begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ w_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0332 + j0.2347 \\ 0.1665 + j0.4850 \\ 0.1862 + j0.4778 \\ 0.1262 + j0.2007 \end{bmatrix}, \quad (6.3)$$

e que resultam em um fator de rede que recupera com ganho de 0dB o sinal incidente a 15° e mitiga sinais incidentes a +45°, +60° e -45°. Conforme mencionado na seção 6.1.3., porém, a implementação dos algoritmos no dispositivo FPGA obedeceu aos preceitos da aritmética binária de ponto fixo, sendo a precisão determinada em  $2^{-10}$ . Dessa forma, os pesos do vetor de ponderação considerados na equação (6.3) foram aproximados valores dentro da precisão

definida, resultando em:

$$\mathbf{w}_D = \begin{bmatrix} 0,0332031250 + j0,2343750000 \\ 0,1660156250 + j0,4853515625 \\ 0,1865234375 + j0,4775390625 \\ 0,1259765625 + j0,2011718750 \end{bmatrix} \quad (6.4)$$

A Figura 6.12 mostra o fator de rede teórico obtido com o uso do vetor de ponderação  $\mathbf{w}_D$ . Pode-se observar que o ganho de 0dB está posicionado para a direção de chegada correspondente a 15°, e que o ganho para as direções de chegada iguais a +45°, +60° e -45° estão próximos de -30dB. Confrontando a Figura 6.12 com a Figura 3.2, nota-se que houve uma pequena degradação na resposta do arranjo, uma vez que para o caso em que a precisão do vetor de ponderação é infinita, o ganho fornecido pelo arranjo de antenas para os casos +45°, +60° e -45° tende a ser nulo. Ainda assim, o uso da precisão finita no vetor de ponderações garante resultados satisfatórios.

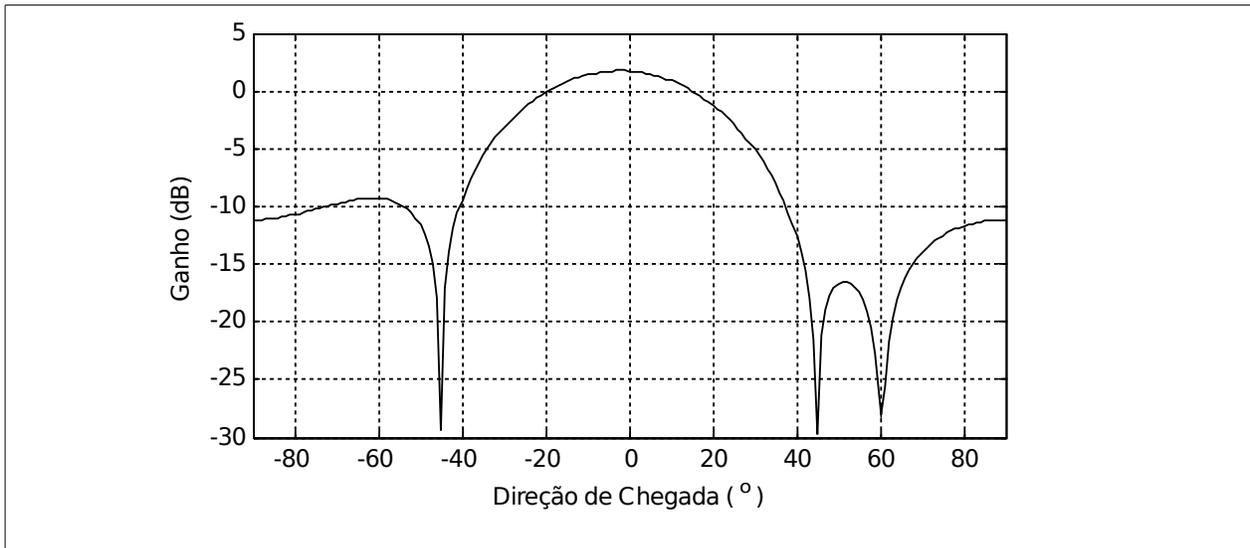


Figura 6.12: Fator de rede teórico para arranjo de antenas com vetor de ponderações com precisão finita.

### 6.3.2. RESULTADOS

O fator de rede obtido no ensaio através da aplicação dos vetor de ponderação  $\mathbf{w}_D$  pode ser visualizado na Figura 6.13, que mostra as medidas práticas juntamente com a curva correspondente ao fator de rede teórico para facilidade de análise. Observação atenta da Figura 6.13 permite concluir que o arranjo comporta-se de forma bastante próxima do esperado teoricamente para direções de chegada compreendidas entre -50° e +60°. Nesse intervalo, a diferença entre o resultado teórico e o resultado prático é menor que 3dB para a maioria das direções de chegada negativas, e menor que 1dB para as direções de chegada positivas. Para direções de chegada fora desse intervalo, contudo, as medições de potência para a determinação da curva de fator de rede tornam-se instáveis, embora o perfil obtido para direções de chegada positivas ainda lembrem o resultado teórico. Essa instabilidade é esperada uma vez que, conforme discutido na seção , a antena de microlinha passa a exibir atenuação significativa para essas direções

de chegada. Isso faz com que o sinal recebido pelo dispositivo FPGA esteja operando, nesse caso, próximo ao limiar de ruído intrínseco do sistema, fazendo com que as medições passem a apresentar preponderantemente ruído. Esse fato poderia não ser notado caso a antena transmissora fosse mais diretiva, ou se o Sistema de Transmissão despejasse mais potência sobre ela.

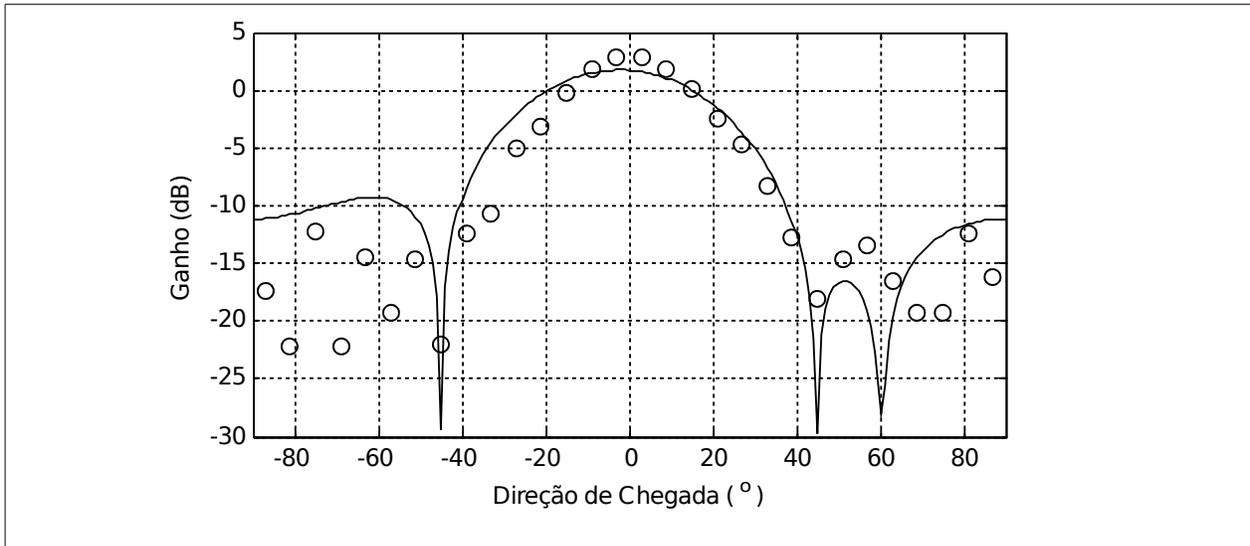


Figura 6.13: Fator de rede medido para arranjo de antenas com vetor de ponderações com precisão finita. Resultados práticos (o) e fator de rede teórico (-).

A Figura 6.14 apresenta a SNR obtida através da medida de SER. Os pontos localizados fora da área da figura correspondem a direções de chegada para as quais a SER resultou em zero. Como se observa, para direções de chegada menores que  $-45^\circ$  e maiores que  $+60^\circ$ , a SNR obtida através da medição de SER torna-se instável indicando que a SER para esses casos é alta e, portanto, o sistema está operando próximo ao limite de ruído intrínseco.

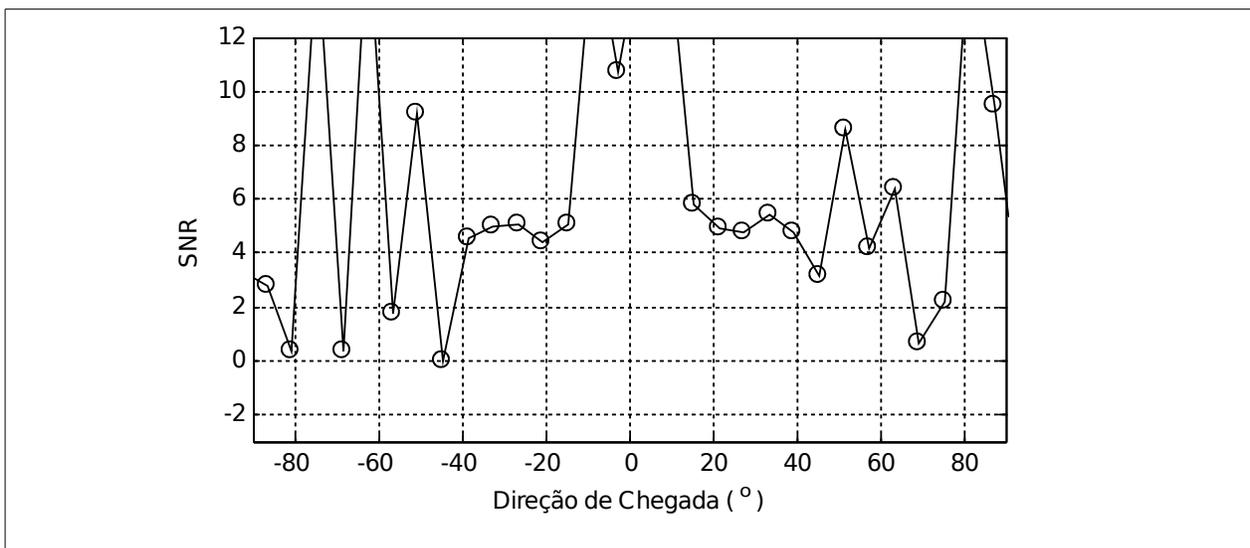


Figura 6.14: SNR obtida a partir da SER medida para arranjo de antenas.

## 6.4. ENSAIOS DE CONFORMAÇÃO DE FEIXE ADAPTATIVA

Nesta seção são apresentados os resultados obtidos para a conformação de feixe adaptativa utilizando o algoritmo CMA em sua versão estritamente linear (CMA-SL) e largamente linear (CMA-WL). O algoritmo CMA foi escolhido por dois motivos. Primeiro, o CMA é um algoritmo de simples implementação, uma vez que não faz uso de divisões ou de funções especiais, mas apenas de somas e multiplicações. Segundo, sabidamente o CMA apresenta uma convergência mais difícil para determinadas situações, o que leva a crer que os resultados obtidos para este algoritmo podem ser extrapolados para outros cuja convergência é mais fácil.

### 6.4.1. CONFIGURAÇÕES DO ENSAIO

O arranjo composto por  $M = 4$  antenas receptoras receptoras foi colocado no centro de uma semicircunferência de raio 6,6 m e elevado 1,4 m do nível do solo. Tanto o sinal desejado quanto os sinais interferentes foram posicionados também a 1,4 m sobre o nível do solo sobre a semicircunferência, sendo que o sinal desejado foi colocado perpendicular ao arranjo de antenas receptoras, ou seja, com direção de chegada igual a  $0^\circ$ . A modulação utilizada para o sinal desejado foi BPSK, sendo que foi transmitido um padrão PRBS15 a uma taxa de 1MSímbolo/s. Usou-se um número variável de sinais interferentes, entre 0 e 4, sendo que, para cada algoritmo, mediu-se a taxa de erro de símbolo após o processamento. Dessa forma, foram realizados 5 ensaios para cada algoritmo, cobrindo os casos de 0 a 4 interferentes.

As medições de SER obtidas para cada ensaio foram adquiridas através da interface serial do Sistema de Recepção, e calculadas sobre um total de 100 segundos, ou seja, sobre um total de  $10^8$  símbolos. Da mesma forma, para ilustrar o resultado do algoritmo, foram tomados, para cada caso, *snapshots* de 1024 amostras das ondas de entrada do algoritmo adaptativo e também da onda de saída. Os *snapshots* foram obtidos através do *software ChipScope Pro*® [XILINX, 2010-2], distribuído pela empresa Xilinx®. O *ChipScope Pro*® é uma ferramenta que permite a aquisição de dados digitais internos aos dispositivos FPGA produzidos pela Xilinx®, através de cabo especial com acesso à interface JTAG (*Joint Test Action Group*) do dispositivo.

Os sinais interferentes, quando utilizados durante os ensaios, foram gerados através do Sistema de Transmissão, possuindo modulação tipo AM, taxa de símbolos de 1 MSímbolo/s e sequência de teste aleatória. A Tabela 6.3 mostra quais interferentes foram utilizados em cada ensaio, e a posição de suas respectivas antenas.

ENSAIO	NÚMERO DE INTERFERENTES	DIREÇÃO DE CHEGADA DOS INTERFERENTES
1	0	–
2	1	$-30^\circ$
3	2	$-30^\circ, +35^\circ$
4	3	$-30^\circ, +35^\circ, +15^\circ$
5	4	$-30^\circ, +35^\circ, +15^\circ, -15^\circ$

Tabela 6.3: Número de interferentes usados e suas direções de chegada.

### 6.4.2. RESULTADOS PARA O ALGORITMO CMA-SL

A primeira bateria de ensaios foi realizada considerando-se o algoritmo CMA-SL. A Tabela 6.4 mostra os resultados obtidos em termos de SER para este algoritmo.

<i>ENSAIO</i>	<i>NÚMERO DE INTERFERENTES</i>	<i>SER MEDIDA</i>
1	0	$< 10^{-8}$
2	1	$< 10^{-8}$
3	2	$< 10^{-8}$
4	3	$< 10^{-8}$
5	4	$2 \times 10^{-8}$

Tabela 6.4: SER medida usando o algoritmo CMA-SL.

A Tabela 6.4 mostra que o algoritmo CMA-SL foi eficiente na tarefa de mitigação de interferentes quando o arranjo operava em modo não subparametrizado, ou seja, quando o número de sinais incidentes era menor ou igual ao número de antenas receptoras. Para estes casos, não foi constatado erro de símbolo no intervalo de  $10^8$  símbolos recebidos. Quando o arranjo torna-se subparametrizado, situação correspondente ao ensaio 5, foram detectados erros de símbolo na recepção, embora ainda assim o resultado tenha sido uma SER bastante baixa.

A Figura 6.15 e a Figura 6.16 apresentam os *snapshots* de 1024 amostras tomados em cada ensaio através do *software ChipScope Pro*<sup>®</sup> para o algoritmo CMA-SL. São apresentados os dados recebidos pela primeira antena do arranjo e os dados obtidos após a aplicação do algoritmo adaptativo. Observa-se que a complexidade das constelações de entrada aumenta à medida que aumenta-se o número de sinais atingindo o arranjo.

Pela Figura 6.15.a, nota-se que quando apenas um sinal atinge o arranjo, tem-se aproximadamente uma circunferência com ruído. Nesse caso, apenas o sinal BPSK proveniente da antena de transmissão instalada na direção de chegada de  $0^\circ$  atinge o arranjo e isso é traduzido como uma circunferência devido à existência de diferença de frequência entre o Sistema de Transmissão e o Sistema de Recepção. Essa diferença de frequência é dada pela utilização de osciladores locais independentes em cada sistema, e devido aos ajustes dos circuitos PLL presentes nas placas. Além disso, observa-se que a SNR nesse caso é pequena, uma vez que o nível de potência do sinal é baixo. Mesmo assim, nota-se pela Figura 6.15.b que o algoritmo CMA-SL foi bem sucedido na tarefa de recuperar o sinal desejado. Nesse caso, tem-se uma circunferência com raio de 1024 *bits*, o que significa valor 1 no sistema de ponto fixo empregado.

A Figura 6.15.c mostra o sinal recebido pela primeira antena do arranjo quando o sinal desejado com modulação BPSK e um sinal interferente com modulação AM atingem o arranjo. Nesse caso, ainda é possível intuir que a constelação forma uma circunferência, implicando no recebimento do sinal BPSK, porém essa constelação mostra um ruído ainda maior em relação ao caso em que nenhum interferente atinge o arranjo. A Figura 6.15.d mostra, entretanto, que a filtragem adaptativa foi eficiente na mitigação do interferente, uma vez que o sinal resultante corresponde a uma circunferência de raio 1024 *bits* com SNIR bastante maior que a observada na Figura 6.15.c.

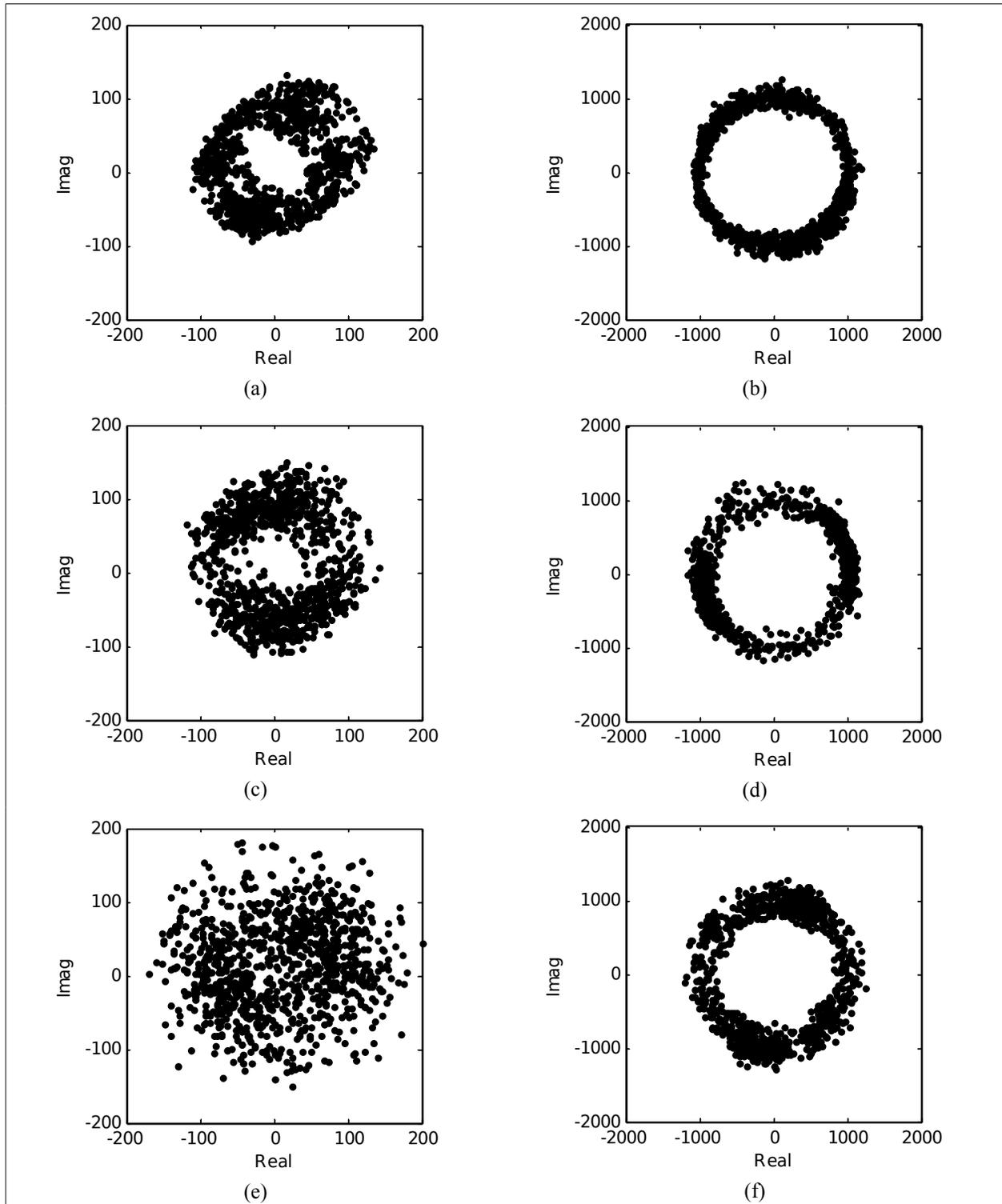


Figura 6.15: Dados de entrada e resultado após processamento para algoritmo CMA-SL (Parte 1). Dados recebidos na primeira antena e resultado após filtragem para os casos sem interferente (a e b), com um interferente (c e d) e com dois interferentes (e e f).

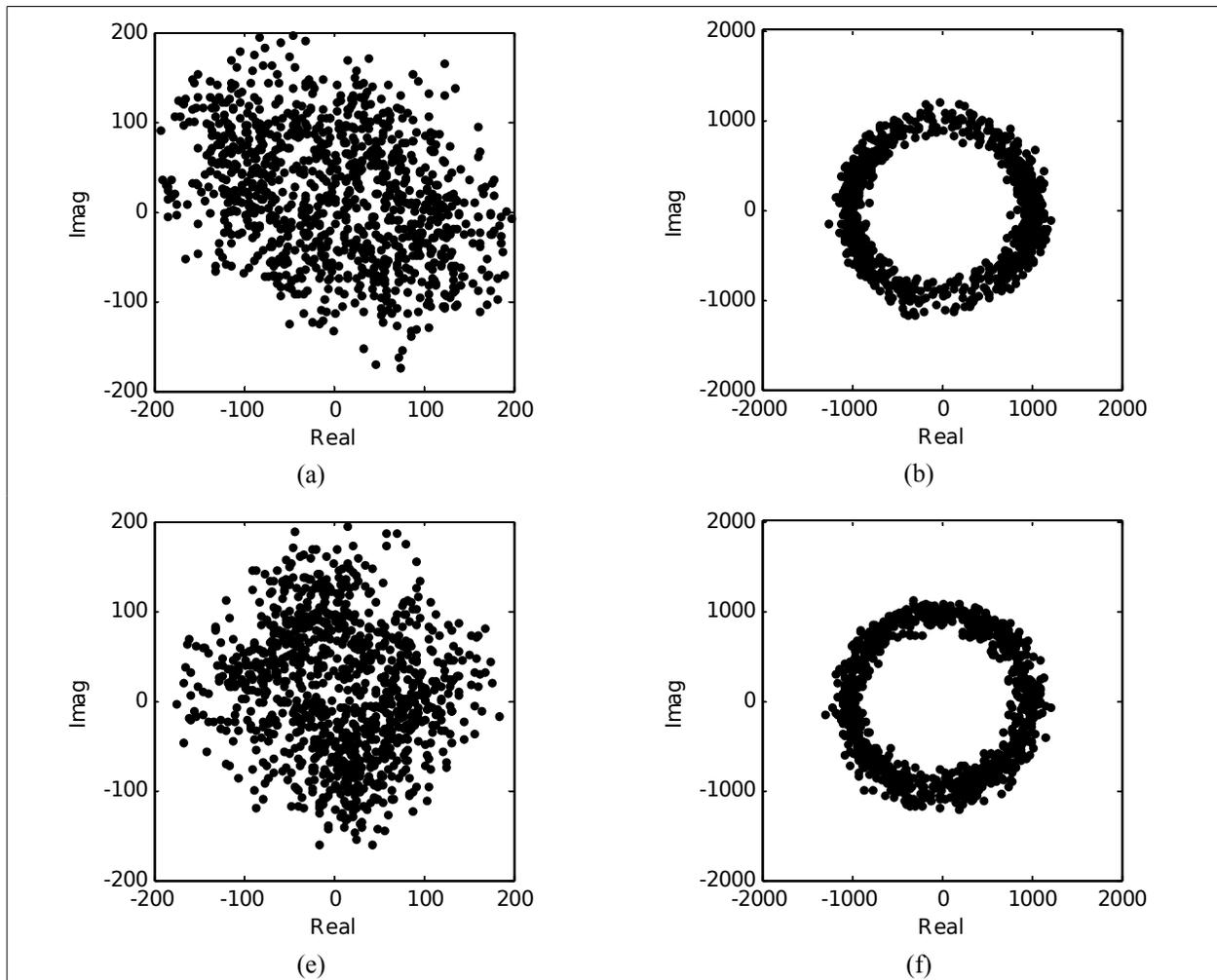


Figura 6.16: Dados de entrada e resultado após processamento para algoritmo CMA-SL (Parte 2). Dados recebidos na primeira antena e resultado após filtragem para os casos com três interferentes (a e b) e com quatro interferentes (c e d).

A partir do recebimento de dois interferentes torna-se impossível intuir que está sendo recebido um sinal BPSK com rotação. De fato, a Figura 6.15.e e as Figuras 6.16.a e 6.16.c mostram que o sinal incidente sobre a primeira antena do arranjo distribui-se de forma praticamente aleatória sobre os eixos real e imaginário. Porém, observando-se a Figura 6.15.f e as Figuras 6.16.b e 6.16.d, pode-se mais uma vez dizer que o algoritmo CMA-SL foi eficiente na mitigação de interferentes haja vista que percebe-se claramente que o resultado é uma circunferência, o que corresponde ao sinal BPSK com rotação de fase.

### 6.4.3. RESULTADOS PARA O ALGORITMO CMA-WL

Na segunda bateria de ensaios utilizou-se como conformador de feixe a versão largamente linear do

algoritmo CMA, ou seja, o CMA-WL. As condições empregadas nesta bateria de ensaios foram as mesmas usadas para o caso CMA-SL, ou seja, posicionando-se o sinal desejado com direção de chegada de  $0^\circ$  e dispondo-se os interferentes conforme descrito na Tabela 6.3. Os resultados de SER obtidos quando se utiliza o algoritmo CMA-WL com o objetivo de mitigação de interferentes estão representados na Tabela 6.5.

<i>ENSAIO</i>	<i>NÚMERO DE INTERFERENTES</i>	<i>SER MEDIDA</i>
1	0	$< 10^{-8}$
2	1	$< 10^{-8}$
3	2	$< 10^{-8}$
4	3	$< 10^{-8}$
5	4	$< 10^{-8}$

Tabela 6.5: SER medida usando o algoritmo CMA-WL.

Nos cinco ensaios realizados com o algoritmo CMA-WL, não se registraram erros de símbolo em nenhum dos cenários. Isso mostra que o CMA-WL implementado na prática apresenta um desempenho no mínimo igual ao do algoritmo CMA-SL, testado sob as mesmas condições. O fato de não se ter detectado erro de símbolo com o algoritmo CMA-WL quando o número de interferentes era quatro e, nas mesmas condições, ter-se detectado uma pequena SER com o algoritmo CMA-SL é um indício de que, para situações subparametrizadas, o CMA-WL tende a apresentar melhores resultados que a sua versão estritamente linear, conforme mostrado no Capítulo 5 para diversas simulações

A Figura 6.17 e a Figura 6.18 apresentam os *snapshots* de 1024 amostras obtidas através do *software ChipScope Pro*<sup>®</sup> da *Xilinx*<sup>®</sup> para o algoritmo CMA-WL. Conforme esperado, e já verificado para o caso do algoritmo CMA-SL, a complexidade do sinal de entrada aumenta com a medida que mais sinais incidem sobre o arranjo. Conforme observado anteriormente, nota-se que é possível discernir uma circunferência nos casos em que nenhum interferente (Figura 6.17.a) ou que um interferente (Figura 6.17.c) incidem sobre o arranjo, sendo que o nível de ruído é mais acentuado quando tem-se um interferente incidindo. Como mencionado na seção 6.4.2, a circunferência observada deve-se ao sinal desejado possuir modulação BPSK com um desvio de frequência dado pelo uso de diferentes osciladores locais no Sistema de Transmissão e no Sistema de Recepção. A percepção do recebimento de uma circunferência torna-se mais difícil quando se tem dois ou mais interferentes incidindo sobre o arranjo, conforme pode ser visualizado nas Figuras 6.17.e, 6.18.a e 6.18.c, que corresponde aos casos em que, além do sinal desejado, incidem sobre o arranjo dois, três e quatro sinais interferentes, respectivamente.

A observação dos dados na saída do conformador de feixe permite afirmar que o algoritmo CMA-WL mostra-se eficiente na tarefa de mitigação de interferentes, levando os pesos do vetor de ponderação a valores que, quando aplicados aos sinais de entrada, resultam sempre em um sinal com modulação BPSK com desvio de frequência. Esse resultado é observado nos cinco cenários utilizados, cujos resultados podem ser vistos nas Figuras 6.17.b, 6.17.d, 6.18.f, 6.18.b e 6.18.d. Em todos esses casos observa-se o recebimento de uma circunferência com raio médio de 1024 *bits*, o que significa valor unitário considerando o formato de ponto fixo utilizado pelo dispositivo FPGA, sendo que a ocorrência de uma circunferência de raio médio unitário à saída do algoritmo

adaptativo indica que o CMA-WL encontra-se convergido.

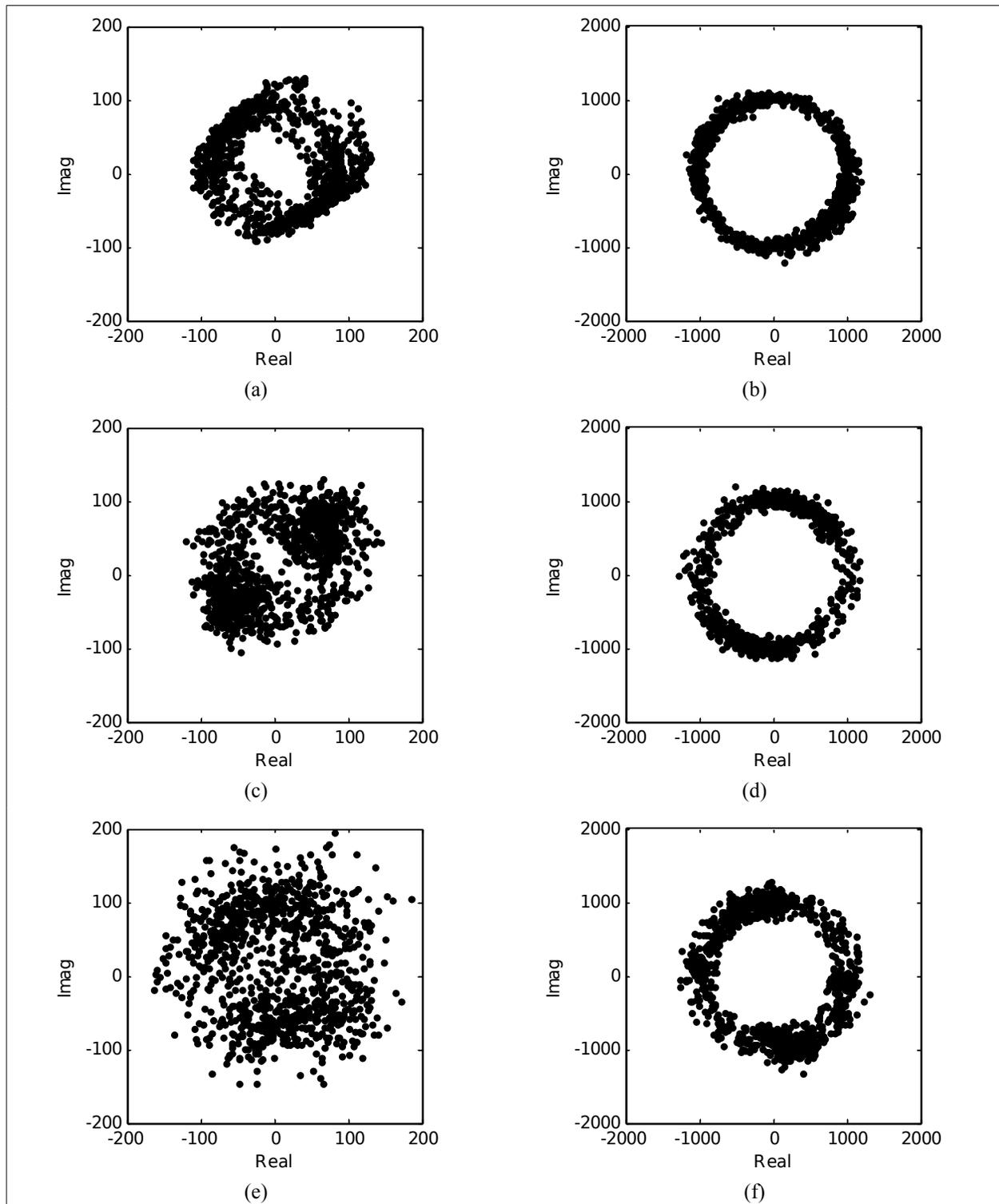


Figura 6.17: Dados de entrada e resultado após processamento para algoritmo CMA-WL (Parte 1).

Dados recebidos na primeira antena e resultado após filtragem para os casos sem interferente (a e b), com um interferente (c e d) e com dois interferentes (e e f).

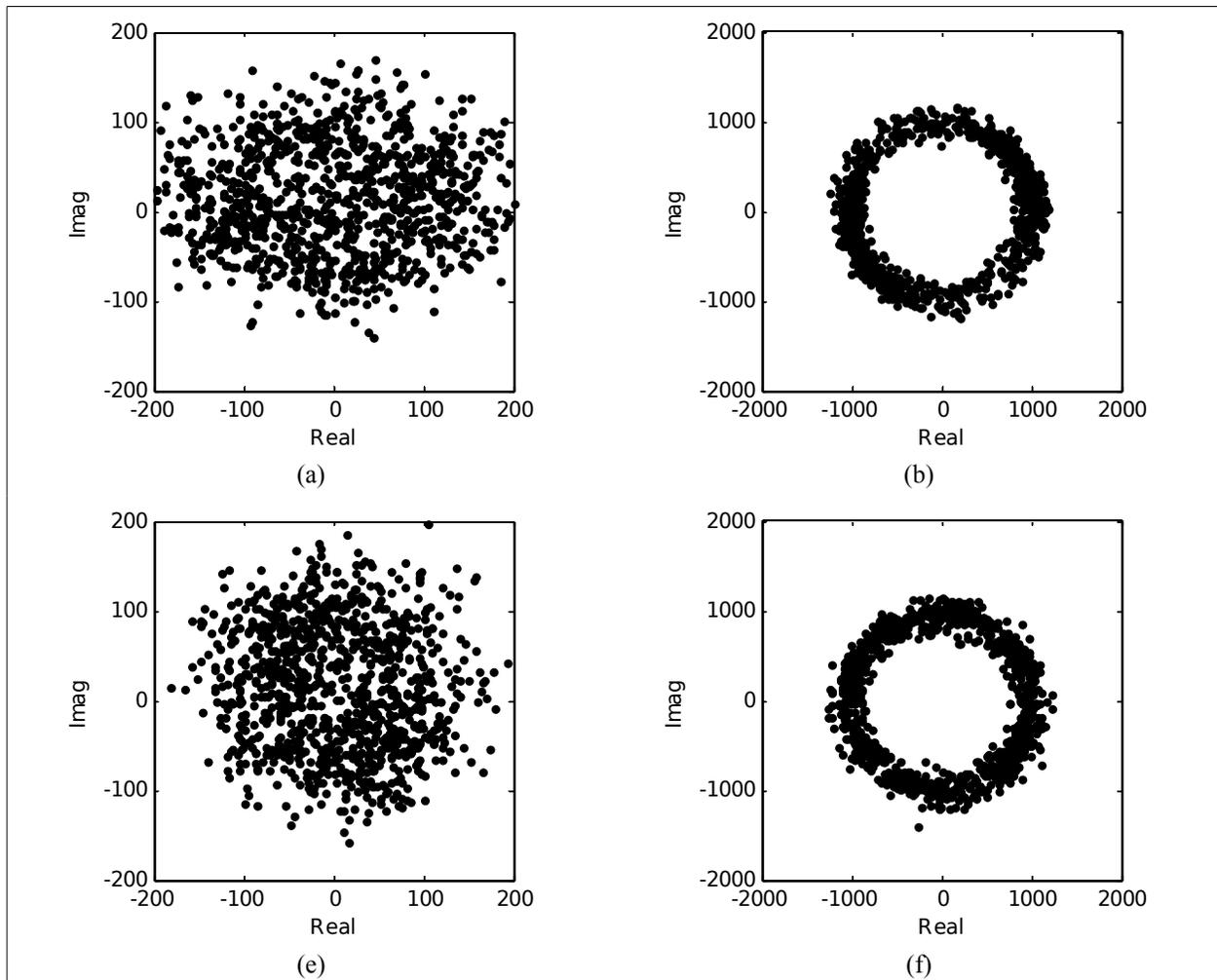


Figura 6.18: Dados de entrada e resultado após processamento para algoritmo CMA-WL (Parte 2). Dados recebidos na primeira antena e resultado após filtragem para os casos com três interferentes (a e b) e com quatro interferentes (c e d).

## 6.5. CONCLUSÃO DO CAPÍTULO

Este capítulo apresentou uma plataforma de testes real para ensaios com arranjos de antenas e mostrou alguns resultados obtidos através dela. A plataforma foi implementada em dois sistemas distintos, sendo um Sistema de Transmissão, responsável pela geração de sequências de teste, modulação e transmissão de até dois sinais independentes, e um Sistema de Recepção, responsável pela aquisição dos sinais incidentes, *downconversion*, conversão analógica-digital, processamento dos sinais e contagem de erros. A plataforma de testes foi utilizada em três tipos de ensaios, servindo para caracterização de antenas de recepção através do uso como sistema SISO, levantamento de fator de rede através do uso de algoritmo não adaptativo e mitigação de interferentes através do uso

de algoritmo CMA em sua versão estritamente linear e largamente linear.

A implantação da plataforma de testes real mostrou algumas dificuldades e condições que necessitaram ser contornadas para sua consecução. Uma das dificuldades enfrentadas diz respeito ao diagrama de radiação dos elementos receptores utilizados. Ao contrário do que é considerado em simulações, como as realizadas no Capítulo 5, as antenas de microlinha usadas como elementos receptores do arranjo não são isotrópicas, mas apresentam uma região de ganho aproximadamente constante em uma faixa de direções de chegada estreita. Esse fenômeno faz com que os sinais que atingem o arranjo sob direções de chegada próximas de  $0^\circ$  sejam privilegiados em relação aos sinais que o atingem sob direções de chegada rasantes, sendo que os fatores de rede obtidos através da aplicação de algoritmos não adaptativos sejam comprometidos para essas direções de chegada.

Uma segunda dificuldade enfrentada foi o fato de, em um sistema real, existir um desvio de frequência e de fase entre os osciladores locais do Sistema de Transmissão e do Sistema de Recepção, sendo que esses desvios não são constantes, uma vez que dependem da estabilidade dos osciladores locais empregados e dos circuitos PLL usados para a sintetização de frequências. Esse fato provoca a necessidade de implementação de algoritmos de recuperação de fase e frequência de forma a ser possível a detecção exata de símbolos, o que sempre é impactante no custo computacional de um algoritmo.

Finalmente, a terceira e importante condição imposta pelo sistema real e que geralmente não se verifica em simulações computacionais está relacionada à utilização de lógica binária de precisão finita nos algoritmos. Na aritmética de ponto flutuante usada em simulações computacionais, apesar de se representar grandezas através de um número finito de *bits*, o formato de representação emprega o método de separação em mantissa e expoente, geralmente usando um número considerável de *bits*. Como resultado, esse método permite a representação de números de módulo muito grande e com precisão bastante acurada. Por outro lado, ao contrário da aritmética de ponto flutuante usada nas simulações computacionais, a aritmética binária de ponto fixo empregada neste trabalho apresenta um número de *bits* finito e baixo, implicando em condições de saturação fáceis de serem atingidas, além de apresentar perda de informação em operações como multiplicações, onde os números são aproximados de acordo com a baixa precisão com que se está operando.

Mesmo com todas as condições de contorno apresentadas, a implementação dos algoritmos em dispositivo de lógica programável e os ensaios realizados mostraram o potencial de um arranjo de antenas real no processo de conformação de feixe e no processo de mitigação de interferentes. Além disso, verificou-se que há uma tendência do algoritmo largamente linear em apresentar resultados superiores aos obtidos com o uso do algoritmo estritamente linear quando tem-se como sinal desejado um sinal retilinear.

Por fim, os resultados obtidos através da aplicação prática de algoritmos em uma plataforma real de testes mostraram-se bastante satisfatórios, como pode se observar nas seções 6.2, 6.3 e 6.4. Esses resultados servem de iniciativa para que novas configurações e algoritmos sejam testados futuramente, seja através de novas implementações, seja através do aprofundamento dos testes realizados.

## 7. CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

Este trabalho apresentou, dando um enfoque prático, a utilização do processamento largamente linear em arranjos de antenas adaptativas salientando, principalmente, sua utilização em conformação de feixe com o objetivo de mitigar interferentes. Dessa forma, mostrou-se matematicamente, através de simulações e através de implementação prática de plataforma de testes em *hardware*, que o processamento largamente linear apresenta potencialidade de fazer com que a mitigação de interferentes através da conformação de feixe seja mais eficiente que aquela provida pelos métodos clássicos ou estritamente lineares.

Dessa forma, inicialmente apresentou-se a fundamentação matemática do processamento largamente linear, enfatizando a importância da matriz de pseudocorrelação para a determinação da eficiência desse tipo de filtragem através do conceito de circularidade. Apresentou-se, ainda, o conceito de conformação de feixe através de arranjos de antenas e alguns algoritmos adaptativos clássicos utilizados para esse fim. A partir desses conceitos fundamentais, propôs-se a extensão desses algoritmos adaptativos para o campo da filtragem largamente linear, levando a uma nova família de algoritmos adaptativos.

A utilização de ferramentas de simulação e a implementação prática do arranjo de antenas em *hardware*, com os algoritmos adaptativos sendo desenvolvidos em dispositivo de lógica programável, permitiu quantificar o ganho de eficiência que a utilização do processamento largamente linear nos algoritmos de conformação de feixe realmente tem a capacidade de produzir. O conjunto de simulações computacionais mostrou que, embora necessitando que o cenário de utilização comporte algumas condições pré-estabelecidas, o uso do processamento largamente linear é mais eficiente que o uso do processamento estritamente linear, especialmente naqueles cenários em que os sinais incidentes no arranjo são reais ou retilíneos, como é o caso de alguns tipos de comunicação sem fio ou ainda como ocorre no âmbito do sistema GPS. Essa melhoria de desempenho foi observada não somente para os algoritmos treinados ou sem treinamento e com restrições, mas também para algoritmos cegos ou autodidatas.

Se por um lado o emprego de algoritmos largamente lineares ao invés de algoritmos estritamente lineares mostrou uma potencial melhora no desempenho de mitigar interferentes, por outro os algoritmos largamente lineares sabidamente são computacionalmente mais custosos, o que pode inviabilizar sua utilização em casos em que os recursos de lógica programável ou de *software* são escassos. Porém, dadas certas condições, mostrou-se que é possível realizar otimizações nesses algoritmos de forma a reduzir sua complexidade computacional, nivelando-os ao patamar dos algoritmos estritamente lineares, e mantendo as benesses oferecidas pelo processamento largamente

linear.

Ganho de desempenho foi observado também quando se usa algoritmos largamente lineares em uma plataforma de testes implementada em *hardware*. Porém, nesse caso, pode-se dizer que os ganhos não se mostram tão evidentes quanto se observa no conjunto de simulações computacionais, principalmente pelas características dos elementos de *hardware* utilizados para a implementação prática. Conforme é mostrado no Capítulo 6, o diagrama de irradiação das antenas de recepção utilizadas no arranjo afetam de maneira determinante o resultado final da filtragem espacial, seja ela adaptativa ou não. Devido à diretividade das antenas usadas, sinais incidentes sob direções de chegada rasantes ao arranjo são sacrificadas, ao passo que aqueles próximos da normal à linha onde se situam os elementos receptores apresentem um ganho acima do esperado. A presença de diagramas de irradiação não isotrópicos faz com que o fator de rede prático medido apresente-se distorcido em relação ao teórico calculado com antenas isotrópicas no caso da conformação de feixe não adaptativa. Faz também com que os algoritmos adaptativos sejam menos eficientes para sinais desejados que incidem sobre o arranjo sob direções de chegada distantes da linha normal ao arranjo, quando os resultados obtidos com estes algoritmos são comparados aos resultados de simulação que considerem antenas isotrópicas.

Dadas as limitações impostas pela plataforma de testes em *hardware*, especialmente no que diz respeito à distorção do fator de rede de um arranjo, é deixada como sugestão para futuros trabalhos a consideração do diagrama de irradiação das antenas receptoras em simulações computacionais ao invés da utilização de elementos isotrópicos, sob pena de se atingir um conjunto de resultados que se distancie muito dos obtidos através uma configuração real. Da mesma forma, outros fatores importantes de serem levados em consideração são os desvios de frequência entre transmissor e receptor, as defasagens das ondas de entrada devido a diferenças em comprimento de cabos e circuitos de aquisição e efeitos de precisão numérica e saturação, que decorrem do uso de aritmética de ponto fixo.

Com base nos desenvolvimentos realizados e nos resultados obtidos, pode-se citar como perspectivas futuras a este trabalho:

- Compactação dos circuitos da plataforma de testes em *hardware* desenvolvida de forma a ser possível sua utilização em outros cenários;
- Ampliação do intervalo de frequências da plataforma de testes em *hardware* desenvolvida para que seja possível testar outros tipos de aplicação;
- Implementação em lógica programável e ensaio de outros tipos de algoritmos largamente lineares;
- Estudar o impacto da precisão finita e dos efeitos de saturação nos algoritmos largamente lineares;
- Verificar a validade dos algoritmos propostos em usos específicos tais como conformação de feixe em sistemas celulares e GPR (*Ground Penetrating Radar*) utilizando tecnologia UWB (*Ultra Wide Band*);
- Utilizar os algoritmos propostos no problema da mitigação de interferentes em recuperação GPS;
- Estudar a convergência dos algoritmos largamente lineares propostos;
- Verificar o comportamento dos algoritmos largamente lineares em outras topologias de arranjos de antenas, tais como em arranjos planares, cilíndricos e esféricos;
- Utilizar o processamento largamente linear em separação cega de fontes.

**REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- [AQUINO, 2008]: Aquino, J. A. A., “Processamento Largamente Linear Aplicado ao Problema de Equalização do Canal de Comunicação Digital”, Tese de Doutorado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Jun. 2008.
- [APPLEBAUM, 1966]: Applebaum, S. P., “Adaptive Arrays”, Syracuse University Research Corporation, Rep. SPL TR66, 1966.
- [ATTA, V.]: Atta, V., “Electromagnetic Reflection”, U. S. Patent 2908002, 1959.
- [AVIZIENIS, 1961]: Avizienis, A., “Signed-Digit Number Representations for Fast Parallel Arithmetic”, IRE Trans. on Electronic Computing, vol. 10, pp. 389-400, 1961.
- [BAHL, 1980]: Bahl, I. J. e Bhartia, P., “Microstrip Antennas”, Artech House, Dedham, MA, 1980.
- [BLIN, 2007]: Chevalier, P. e Blin, A., “Widely Linear MVDR Beamformers for the Reception of an Unknown Signal Corrupted by Noncircular Interferences”, IEEE Trans. on Signal Processing, vol. 55, no. 11, pp. 5323-5335, Nov. 2007.
- [BROWN, 1969]: Brown, W. M. e Crane, R. B., “Conjugate Linear Filtering”, IEEE Trans. on Information Theory, vol. 15, pp. 462–465, Jul. 1969.
- [CAPON, 1967]: Capon, J., Greenfield, R. J. e Kolker, R. J., “Multidimensional Maximum Likelihood Processing of a Large Aperture Seismic Array,” Proceedings of the IEEE, vol. 55, no. 2, pp. 191–211, Fev. 1967.
- [CAPON, 1969]: Capon, J., “High Resolution Frequency-Wavenumber Spectrum Analysis”, Proceedings of the IEEE, vol. 57, no. 8, pp. 1408–1418, Ago. 1969.
- [CHANDRAN, 2006]: Chandran, S., “Advances in Direction-Of-Arrival Estimation”, Artech House Inc..
- [CHEVALIER, 1995]: Chevalier, P. e Picinbono, B., “Widely Linear Estimation with Complex Data”, IEEE Trans on Signal Processing, vol. 43, n. 8, pp. 2030–2033, Ago. 1995.
- [CHEVALIER, 1996]: Chevalier, P., “Optimal Array Processing for non Stationary Signals”, Proc. ICCASP 1996, Atlanta, USA, 7-10, pp. 2868-2871, Mai. 1996.
- [COMBLOCK]: MSS (Mobile Satellite Services) Corporation, [www.comblock.com](http://www.comblock.com), 2010.
- [CST]: CST Computer Simulation Technology, [www.cst.com](http://www.cst.com), 2010.
- [DESCHAMPS, 1953]: Deschamps, G. A. “Microstrip Microwave Antennas”, 3rd USAF Symposium on Antennas, 1953.
- [ESPECTRO]: Espectro Ltda., [www.espectro-eng.com.br](http://www.espectro-eng.com.br), 2010.

- [FERREOL, 2004]: Ferréol, A., Chevalier, P. e Albera, A., “Second-Order Blind Separation of First- and Second-Order Cyclostationary Sources—Application to AM, FSK, CPFSK, and Deterministic Sources”, IEEE Trans. on Signal Processing, vol. 52, no. 4, Abr. 2004, pp. 845-861.
- [FORTNOW, 2002]: Fortnow, L. e Homer, S., “A Short History of Computational Complexity”, The Computational Complexity Column, NEC Laboratories America, [www.neci.nj.nec.com/homepages/fortnow/beatsc](http://www.neci.nj.nec.com/homepages/fortnow/beatsc), 2002.
- [FROST, 1972]: Frost, O. L., “An Algorithm for Linearly Constrained Adaptive Array Processing”, Proceedings of the IEEE, vol. 60, no. 8, pp. 926-935, Ago. 1972.
- [GARG, 2001]: Garg, R., Bhartia, P., Bahl, I. e Itpiboon, A., “Microstrip Antenna Design Handbook”, Artech House, Norwood, MA, 2001.
- [GERSTACKER, 2004]: Gerstacker, W. H., Obernosterer, F., Schober, R., Lehmann, A. T., Lampe, A. e Gunreben, P., “Equalization Concepts for Alamouti’s Space-Time Block Code”, IEEE Trans. on Communications, vol. 52, no. 7, Jul. 2004.
- [GODARD, 1980]: Godard, D. N., “Self-Recovering Equalization and Carrier Tracking in Two-Dimensional Data Communications System”, IEEE Trans. on Communications, vol. COM-28, no. 11, Nov. 1980.
- [GOLDSMITH, 2005]: Goldsmith, A. “Wireless Communications”, Cambridge University Press, 2005.
- [GRIFFITHS, 1982]: Griffiths, L. J. e Jim, C. W., “An Alternative Approach to Linearly Constrained Adaptive Beamforming”, IEEE Trans. on Antennas and Propagation, vol. AP-30, pp. 27-34, Jan. 1982.
- [HARTMANIS, 1965]: Hartmanis, J e Stearns, R. E., “ On the computational complexity of algorithms”, Trans. American Mathematical Society, vol. 117, pp. 285-306, 1965.
- [HAYKIN, 2001]: Haykin, S., “Adaptive Filter Theory”, Prentice Hall, 4ª. ed., 2001.
- [HFSS]: HFSS 3D full-wave electromagnetic field simulation , [www.ansoft.com](http://www.ansoft.com), 2010.
- [HILAL, 1992]: Hilal, K. e Duhamel, P., “A convergence study of the constant modulus algorithm leading to a normalized-CMA and a block-normalized-CMA” Signal Processing VI: Theories and Applications, pp. 135-138., 1992.
- [HOWELLS, 1965]: Howells, P. W., “Intermediate Frequency Sidelobe Canceller”, U. S. Patent 3202990, 1965.
- [JAMES, 1989]: James, J. R. e Hall, P. S., “Handbook of Microstrip Antennas”, Peter Peregrinus, London, UK, 1989.
- [LIMA, 2006]: de Lima, A. A. e de Lamare, R. C., “Adaptive Detection Using Widely Linear Processing With Data Reusing for DS-CDMA Systems”, 2006 International Telecommunications Symposium, pp. 187-192, 2006.
- [METZLER, 1981]: Metzler, T., “Microstrip Series Arrays”, IEEE Trans. on Antennas and Propagation, Vol. AP-29,

---

pp.174-178, 1981.

[NAIDU, 2001], “Sensor Array Signal Processing”, CRC Press, 2001.

[PAPADIAS, 1997]: Papadias, C. B. e Slock, D. T. M., “Normalized Sliding Window Constant Modulus and Decision-Directed Algorithms: a Link Between Blind Equalization and Classical Adaptive Filtering”, *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 45, pp. 231-235, 1997.

[PARKINSON, 1996]: Parkinson, B. W. e Spilker, J., “Global Positioning System: Theory and Applications”, vol. 1&2, AIAA, 1996.

[PICINBONO, 1994]: Picinbono, B., “On Circularity”, *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 42, no. 12, Dez. 1994, pp. 3473-3482.

[PICINBONO, 1997]: “Second Order Statistics of Complex Signals”, Picinbono, B. e Bondon, P., *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 45, no. 2, pp. 411-420, Fev. 1997.

[PIPON, 2006]: Chevalier, P. e Pison, F., “New Insights Into Optimal Widely Linear Array Receivers for Demodulation of BPSK, MSK, and GMSK Signals Corrupted by Noncircular Interferences – Application to SAIC”, *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 54, n. 3, pp. 11-25, Mar. 2006.

[PIPON, 2006-2]: Chevalier, P. e Pison, F. “Optimal Array Receiver for Synchronization of a BPSK Signal Corrupted by Non Circular Interferences”, *IEEE Int. Conf. on Acoustics, Speech and Signal Processing*, pp. IV1061-IV1064, Mai. 2006.

[POZAR, 1982]: Pozar, D. M., “Input Impedance and Mutual Coupling of Rectangular Microstrip Antennas”, *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, Vol. AP-30, pp. 1191-1196, 1982.

[RESENDE, 1996]: Resende, L. S., Romano, J. M. T. e Bellanger, M. G., “A Fast Least-Squares Algorithm for Linearly Constrained Adaptive Filtering”, *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 44, no. 5, Mai. 1996.

[ROY, 1989]: Roy, R. e Kailath, T., “ESPRIT – Estimation of Signal Parameters Via Rotational Invariance Techniques”, *IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, vol. 37, no. 7, Jul. 1989.

[SCHMIDT, 1979]: Schmidt, R. O., “Multiple Emitter Location and Signal Parameter Estimation”, *Proc. of the RADC Spectrum Estimation Workshop*, Griffiss Air Force Base, NY.

[TREES, 2002]: Trees, H. L. V., “Optimum Array Processing”, John Wiley & Sons, 2002.

[TREICHLER, 1983]: Treichler, J. R. e Agee, B. G., “New Approach to Multipath Correction of Constant Modulus Signals”, *IEEE Trans. on Acoustics, Speech and Signal Processing*, vol ASSP-31, pp. 459-471, no. 2, Abr. 1983.

[VOLDER, 1959]: Volder, J. E., “The CORDIC Trigonometric Computing Technique”, *IRE Trans. on Electronic Computing*, vol. EC-8, pp. 330-334, Set. 1959.

[WIDROW, 1960]: Widrow, B. e Hoff, M. E: “Adaptive Switching Circuits”, IRE WESCON Conv. Rec., pt. 4, pp. 96-104, 1960.

[WIDROW, 1985]: Widrow, B. e Stearns, S., “Adaptive Signal Processing”, Prentice-Hall Inc., Englewoods Cliffs, New Jersey, 1985.

[ZOOGHBY, 2005]: Zooghy, A. E., “Smart Antenna Engineering”, Artech House Inc., 2005.

[XILINX]: Xilinx Inc., [www.xilinx.com](http://www.xilinx.com), 2010.

[XILINX, 2010]: “Extended Spartan-3A Family Overview”, [www.xilinx.com/support/documentation/data\\_sheets/ds706.pdf](http://www.xilinx.com/support/documentation/data_sheets/ds706.pdf), 2010.

[XILINX, 2010-2]: ChipScope Pro 12.3 Software and Cores – User Guide, [http://www.xilinx.com/support/documentation/sw\\_manuals/xilinx12\\_4/chipscope\\_pro\\_sw\\_cores\\_ug029.pdf](http://www.xilinx.com/support/documentation/sw_manuals/xilinx12_4/chipscope_pro_sw_cores_ug029.pdf), 2010.

---

## ANEXO A

### ANTENAS DE MICROLINHA

#### A.1. INTRODUÇÃO

Antenas de microlinha, também conhecidas como antenas impressas, são dispositivos que foram propostos na década de 1950 por Deschamps [DESCHAMPS, 1953], sob um ponto de vista essencialmente experimental. O efetivo desenvolvimento destas antenas ocorreu na década de 1970, relacionado principalmente à evolução dos modelos teóricos [BAHL, 1980] e à fabricação de substratos dielétricos laminados em cobre na frequência de micro-ondas, aliando propriedades de baixas perdas e estabilidade térmica e mecânica. Na sua geometria original, como pode ser visualizado na Figura A.1, uma antena de microlinha é composta de um plano de terra metálico e de um substrato dielétrico que suporta uma linha de transmissão que funciona como um elemento irradiador. Várias são as geometrias que podem ser consideradas como elementos irradiadores e estão amplamente difundidas na literatura [GARG, 2001].

A engenharia aeroespacial tem se beneficiado muito com as possibilidades de utilização deste tipo de antena, relacionado ao baixo perfil aerodinâmico, massa e volume reduzidos, possibilidade de conformação, baixo custo, facilidade de reprodução e integração nos veículos e também a possibilidade de serem projetadas em polarização linear ou circular. Por outro lado, esta tecnologia apresenta algumas limitações que estão relacionadas com a baixa capacidade de potência, ganho típico em torno de 6dBi, e largura de faixa estreita embora já existam muitos estudos na literatura que podem minimizar os efeitos de algumas destas limitações [JAMES, 1989].

Na atualidade existe uma grande diversidade de modelos para a análise de antenas de microlinha que são conhecidos como modelos empíricos, semiempíricos e de onda completa. Os modelos de onda completa, embora mais complexos, permitem a implementação de ferramentas numéricas poderosas para análises de estruturas multicamadas planas ou não. Embora de alto custo financeiro, estas ferramentas são extremamente eficientes, apoiam a otimização e minimizam retrabalhos nos projetos. Entre outras podem ser citadas o CST® [CST] e HFSS® [HFSS].

Neste trabalho, antenas de microlinha foram escolhidas para compor a rede de antenas adaptativas visando a experiência prévia com este tipo de antenas no IAE/DCTA, cofinanciador da parte experimental do projeto, e a possibilidade de aplicação desse tipo de arranjo em veículos aeroespaciais. Dependente das resoluções tomadas no momento de concepção do trabalho, relacionadas com a possibilidade de aplicação futura nos veículos do IAE e o custo de receptores, definiu-se a frequência de operação, o tipo de polarização da antena, o número de canais receptores e o número de antenas na rede.

A frequência escolhida foi de 1,575 GHz, coincidente com a frequência GPS [PARKINSON, 1996], sistema de recepção que pode ser utilizado no apoio da recuperação dos veículos espaciais. Sabendo-se que o sistema GPS transmite sinais digitais em modulação BPSK nesta frequência central e em polarização circular direita, a antena a compor o sistema de recepção deve ter a mesma polarização, embora antenas com polarização linear possam ser utilizadas, em detrimento do ganho e conseqüente diminuição do alcance transmissor-receptor.

O projeto da antena circularmente polarizada exige que as componentes para os campos distantes  $E_\phi$  e  $E_\theta$

tenham o mesmo módulo, porém estejam defasadas de  $\pm 90^\circ$ . Em geral esta condição não é satisfeita por qualquer tipo de antena, mas, por exemplo, se uma antena de microlinha retangular quase quadrada for excitada simultaneamente nos modos  $TM_{10}$  e  $TM_{01}$  é possível a obtenção desta polarização [GARG, 2001]. Neste trabalho, já antevendo a aplicação em veículos espaciais e o espaço reduzido de fixação nesses veículos, optou-se por utilizar uma antena quadrada, alimentada por prova coaxial, com *radome*.

## A.2. ESPECIFICAÇÕES E RESULTADOS DO PROJETO DA ANTENA GPS

O projeto das antenas e do arranjo foi realizado no Instituto de Aeronáutica e Espaço, IAE e seguiu a seguinte metodologia:

1. Projeto do elemento irradiador isolado.
2. Análise eletromagnética com o software CST® dos parâmetros impedância de entrada, largura de faixa, razão axial, diagrama de irradiação e ganho.
3. Construção do protótipo.
4. Medidas experimentais no protótipo dos parâmetros de impedância de entrada, razão axial, diagrama de irradiação e ganho.
5. Comparação de resultados teóricos e experimentais.
6. Definição do número de elementos da rede de antenas.
7. Análise dos acoplamentos entre os elementos da rede antenas em função da distância entre elementos.

Os requisitos técnicos para a antena isolada foram:

1. Frequência central:  $1.575\text{GHz} \pm 2\text{MHz}$ .
2. Impedância de entrada:  $50\Omega$ .
3. VSWR (*Voltage Standing Wave Ratio*):  $\leq 2,0$ .
4. Polarização: Circular direita (PCD).
5. Ganho:  $\sim 5\text{dBi}$  (passiva).
6. Razão Axial:  $\leq 3$ .
7. Conector: SMA.
8. Antena com *Radome*.

As características dos materiais escolhidos para o substrato e *radome* encontram-se na Tabela A.1.

	<i>GX-1200-55-11/ARLON®</i>	<i>GX-0300-55-11/ARLON®</i>
	<b>Substrato</b>	<b>Radome</b>
Espessura (mm)	3,048	0,762
Permissividade ( $\epsilon_r$ )	2,55	2,55
Tangente de Perdas ( $\text{tg}\delta$ )	0,0022	0,0022
Espessura do Cobre (oz)	1	1

Tabela A.1: Características do substrato e radome escolhidos.

A estrutura da antena de microlinha é mostrada na Figura A.1, onde se observa o plano de terra e o substrato dielétrico com o elemento irradiador metálico coberto pelo *radome*, projetado com o mesmo material dielétrico do substrato e o conector fixado como prova coaxial.

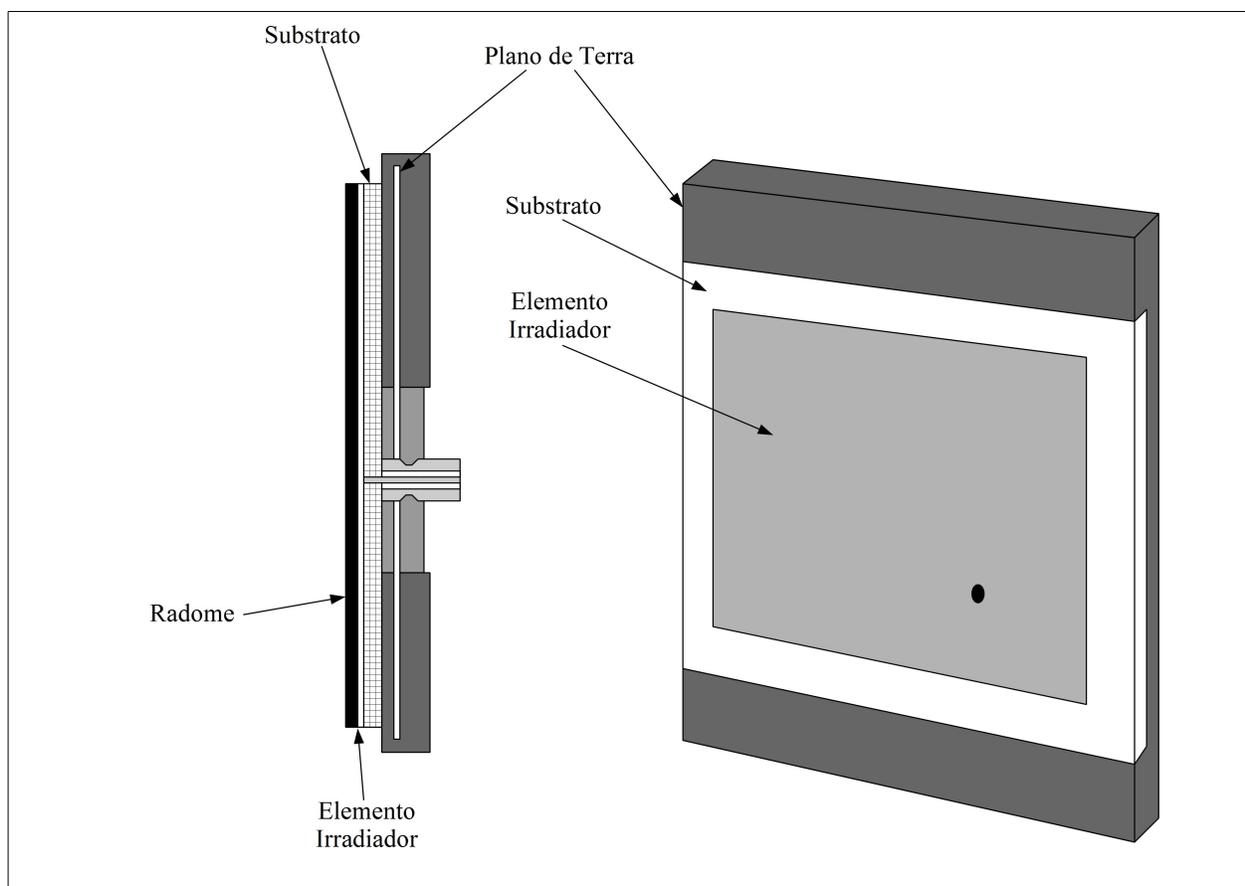


Figura A.1: Estrutura de uma antena de microlinha.

O desenho mecânico do elemento irradiador é mostrado na Figura A.2, onde as dimensões não são mostradas para salvaguardar a propriedade do IAE. Os desenhos, resultados de simulação e resultados experimentais completos encontram-se arquivados no IAE/AEL-D, Laboratório de Antenas.

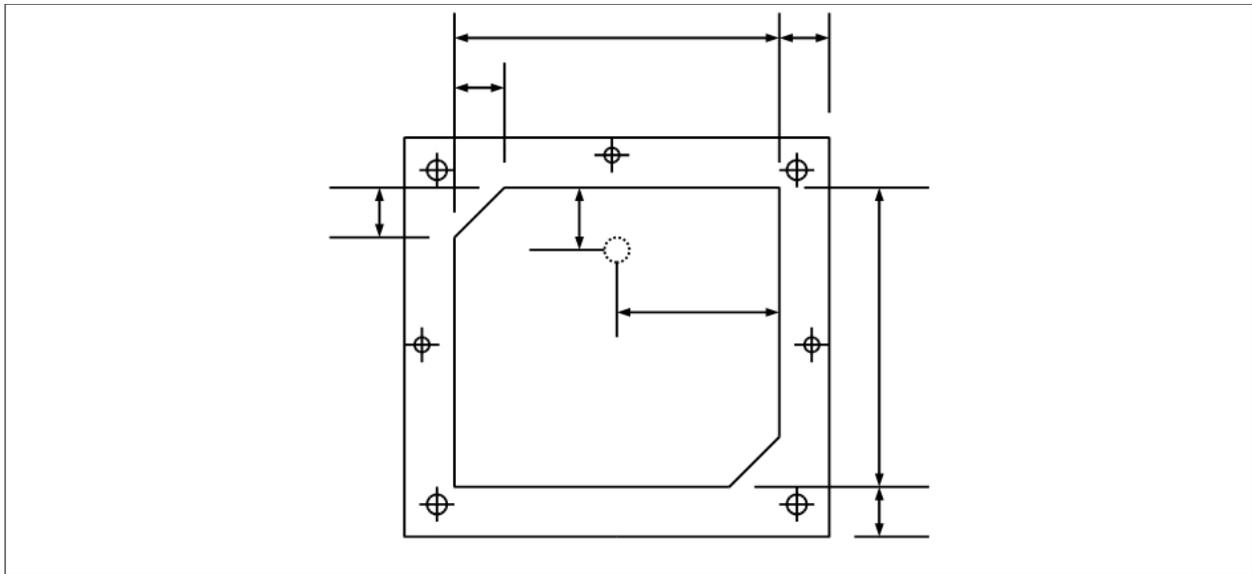


Figura A.2: Desenho mecânico do elemento irradiador da ANT-GPS .

A Figura A.3 mostra uma ilustração da antena projetada (ANT-GPS) no substrato escolhido numa vista frontal e traseira.

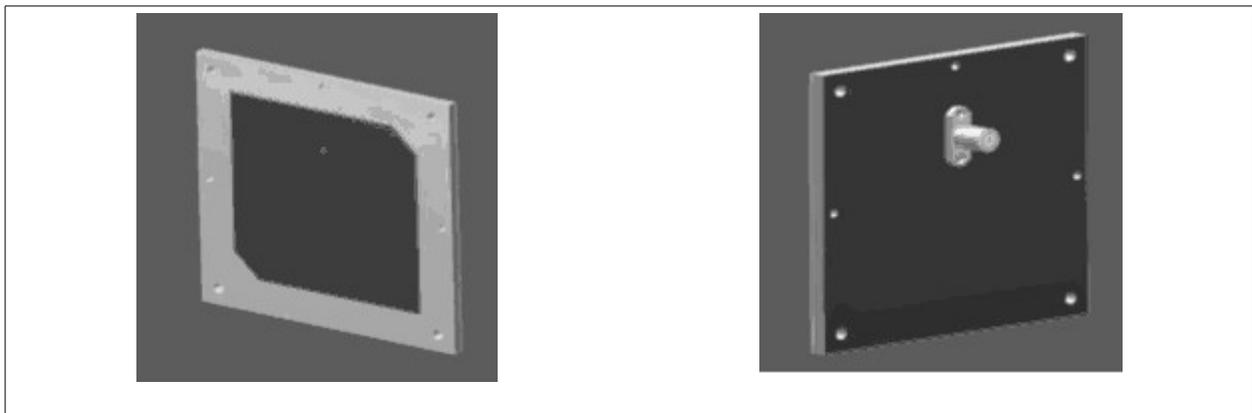


Figura A.3: Antena projetada ANT-GPS .  
Vista frontal (a) e vista traseira (b).

O resultado simulado da medida do módulo do coeficiente de reflexão de entrada é mostrada na Figura A.4, onde observa-se claramente os dois modos de excitação. O valor do módulo do coeficiente de reflexão de entrada,  $|S_{11}|$ , na frequência de projeto é de -15,9dB, com coeficiente de onda estacionária de  $\sim 1,4$ , conforme pode ser verificado no diagrama de *Smith* da Figura A.5.

A razão axial é apresentada na Figura A.6, com valor simulado de aproximadamente 2,97 dB ( $\theta = 0^\circ$ ), denotando uma isolação 15,4dB entre a polarização circular direita e esquerda.

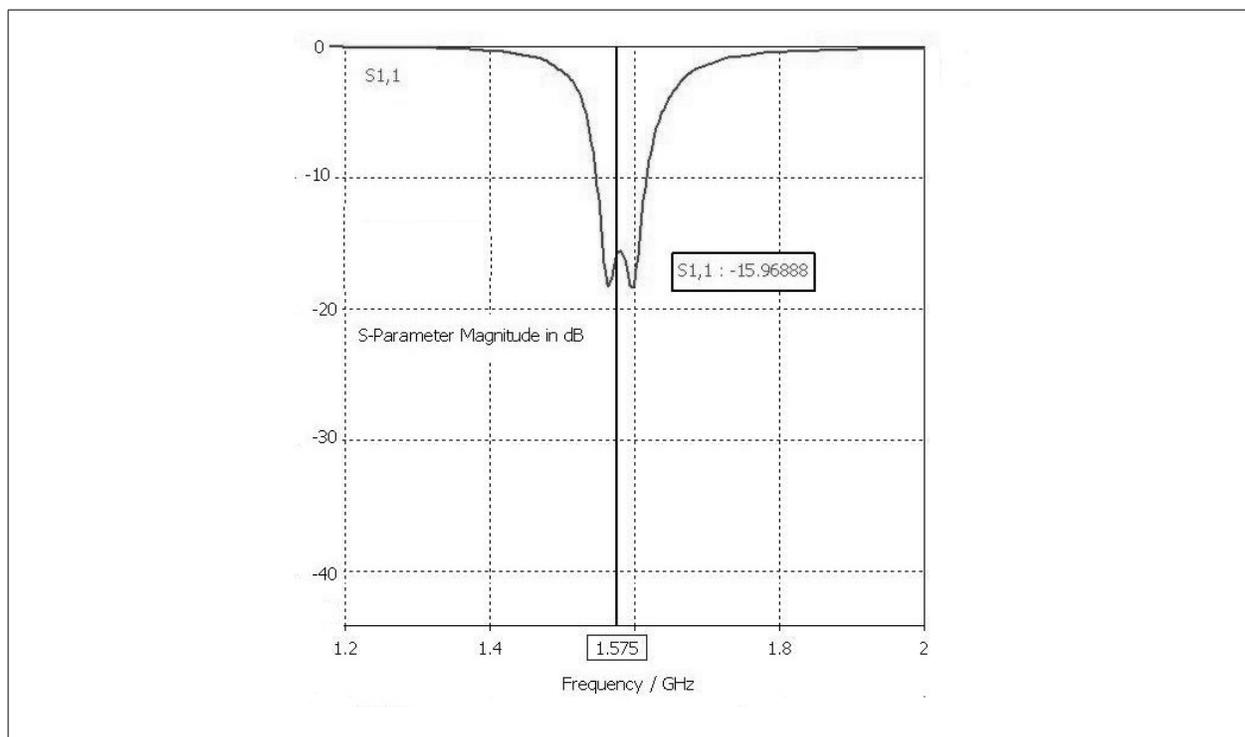


Figura A.4: Módulo do coeficiente de reflexão.

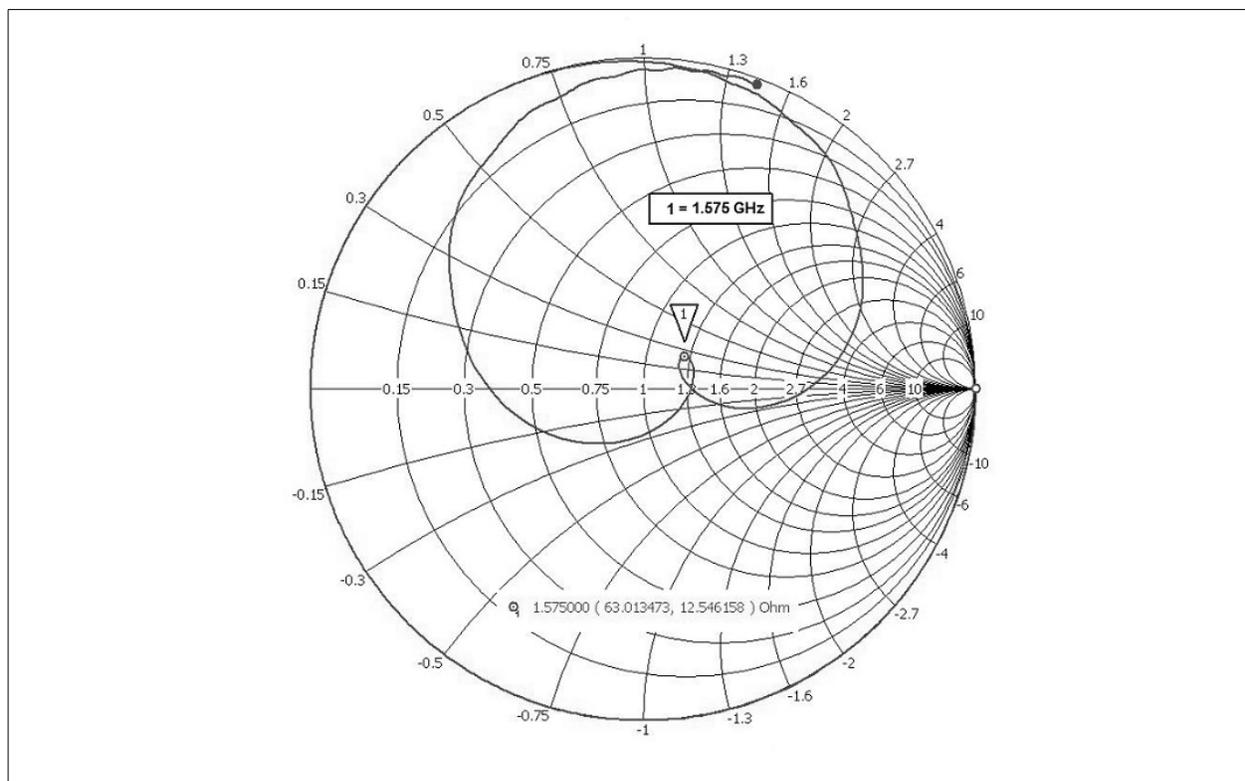


Figura A.5: Diagrama de Smith.

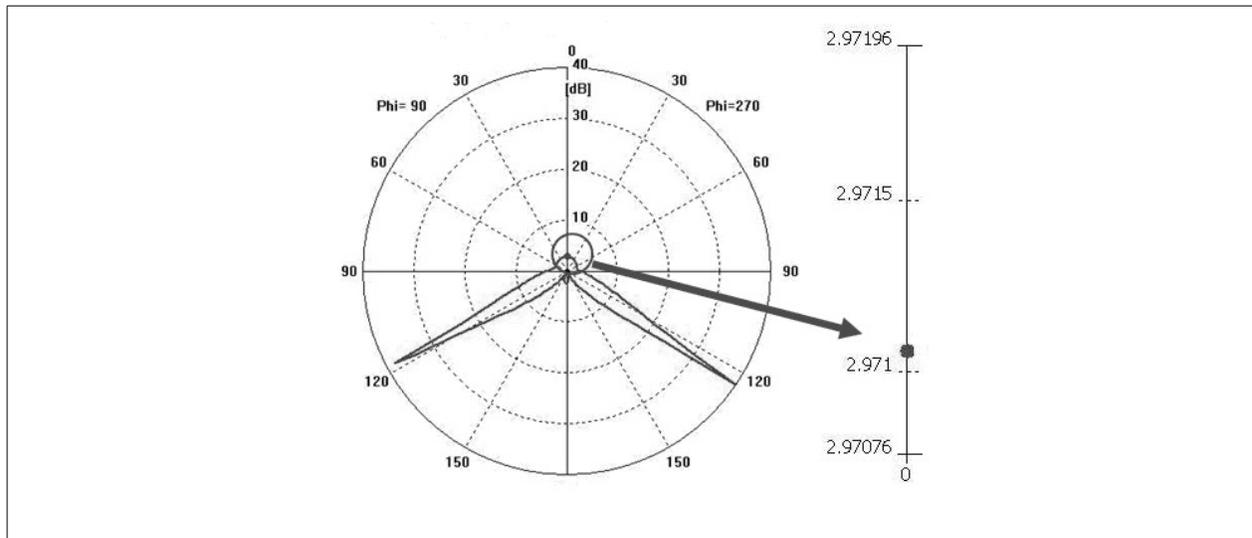


Figura A.6: Diagrama da razão axial.

O diagrama de irradiação da antena em 3D é mostrado na Figura A.7. O ganho calculado foi de 5,25dB.

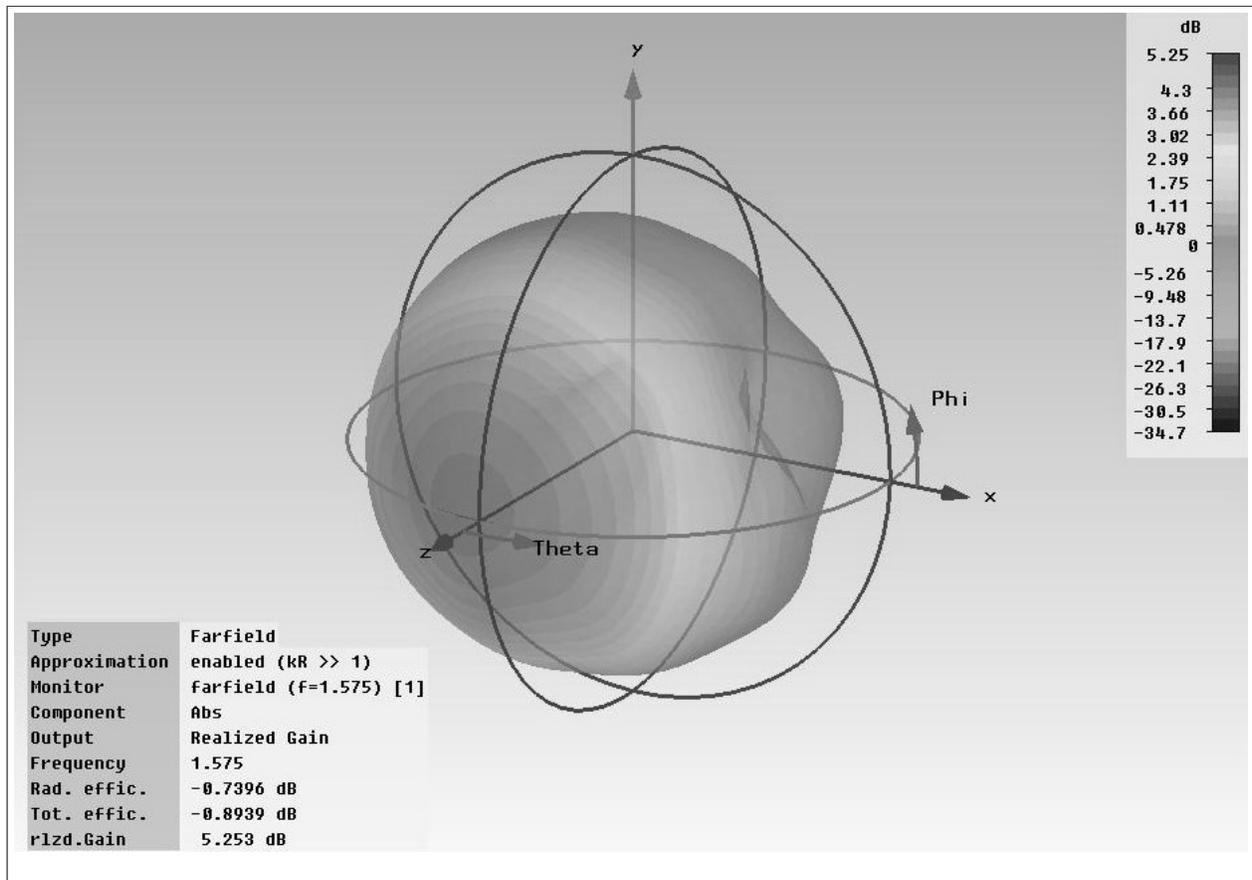


Figura A.7: Diagrama de Irradiação 3D.

Em ensaios realizados no Laboratório de Antenas da AEL e na Câmara Anecoica do IFI/DCTA foi caracterizada experimentalmente a antena GPS e os resultados podem ser vistos nas Figuras A8, A9 e A10. O diagrama de irradiação foi traçado usando antena transmissora corneta linear em modo girante. O resultado da medida de ganho realizado por comparação foi de 5,25dBi e apresentou razão axial no ponto de máxima irradiação de 3,11dB. Os resultados experimentais mostram boa concordância com os resultados teóricos e encontram-se dentro dos requisitos iniciais de projeto.

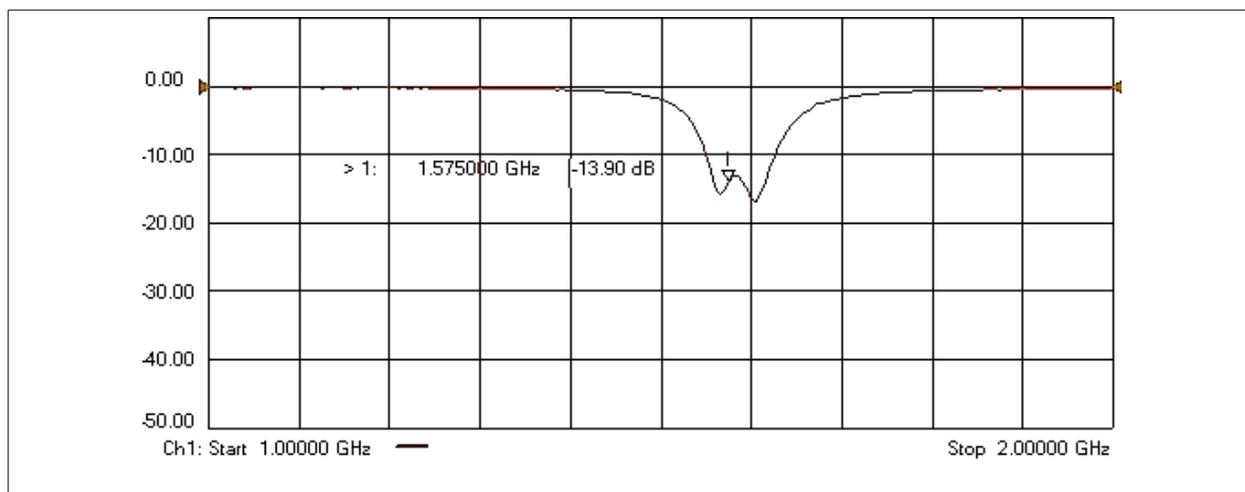


Figura A.8: Módulo do coeficiente de reflexão de entrada medido.

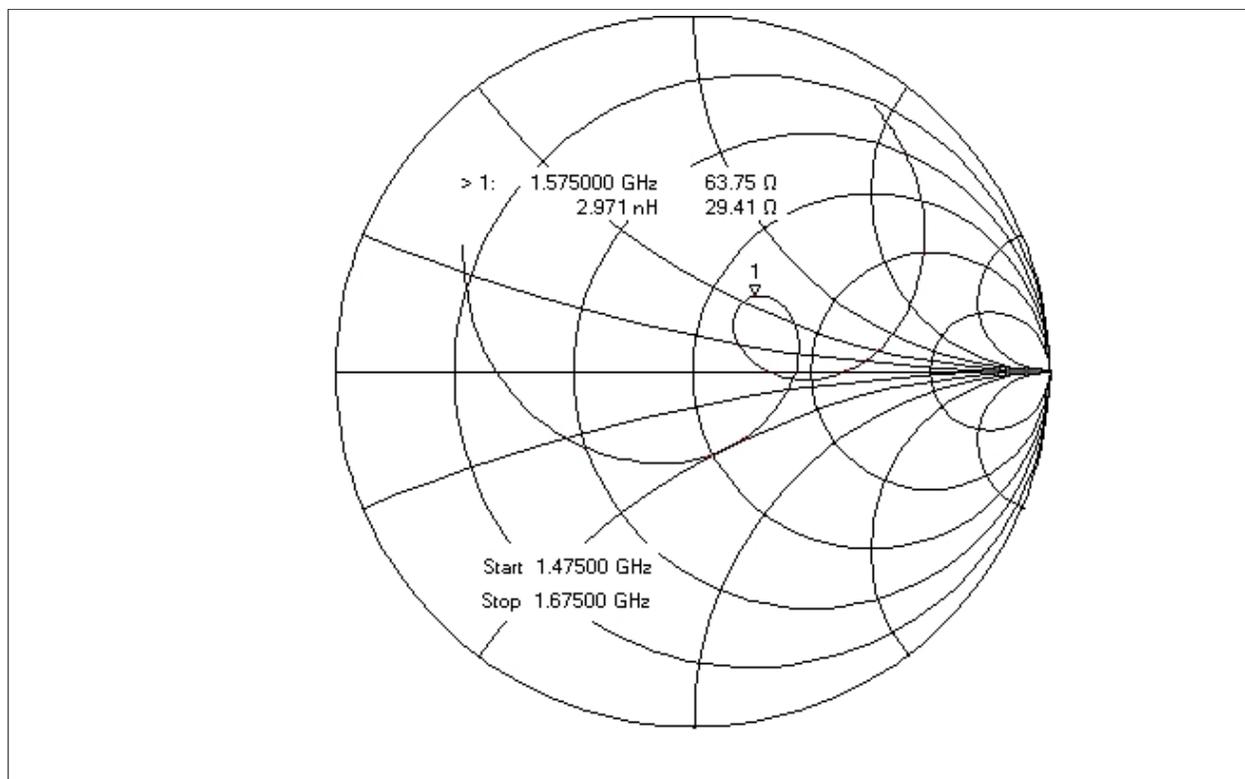


Figura A.9: Diagrama de Smith medido.

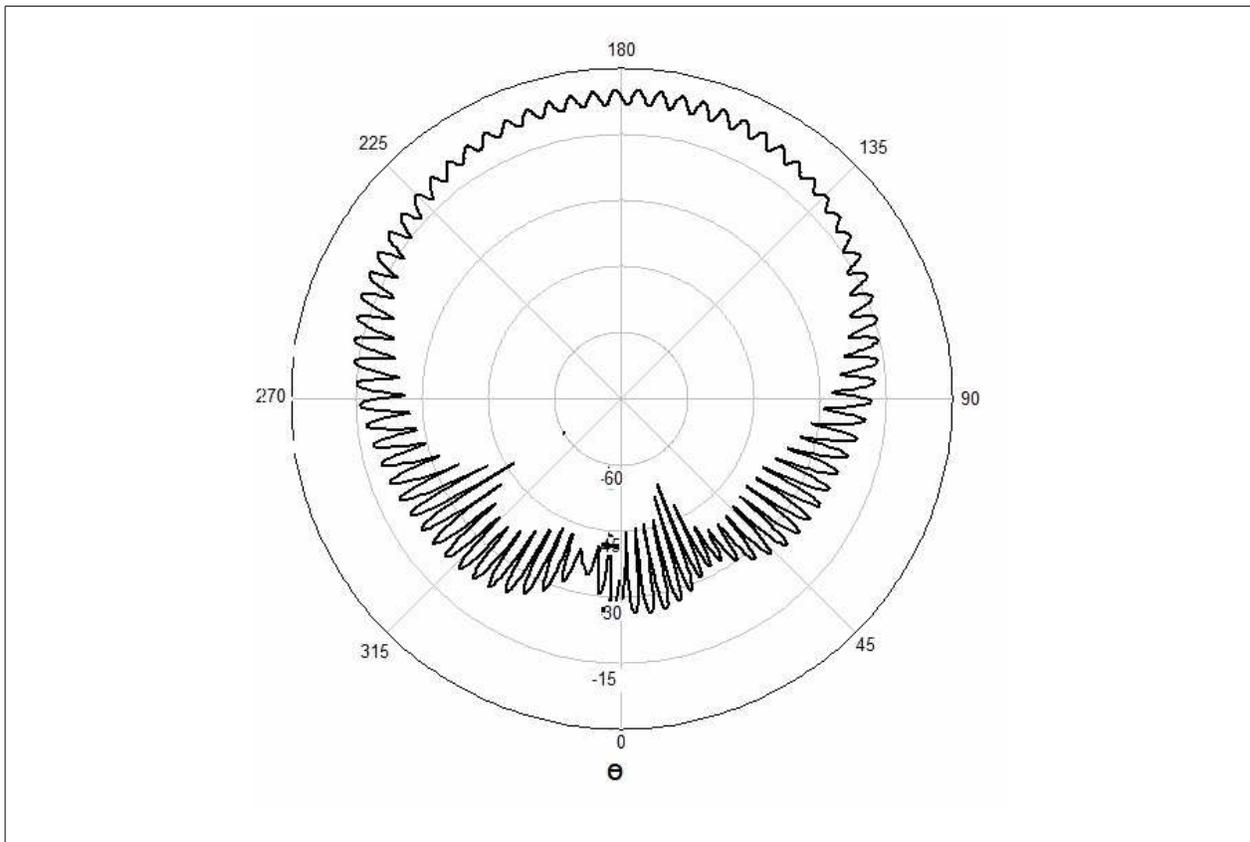


Figura A.10: Diagrama de Irradiação medido ( $\phi = 0^\circ$ ), frequência de 1,575 GHz.

### A.3. ESPECIFICAÇÕES E RESULTADOS DO PROJETO DO ARRANJO DE ANTENAS

O arranjo de antenas foi concebido conforme a metodologia comentada e implementado no IAE/DCTA. O arranjo contou com as seguintes características:

1. Frequência de projeto: 1,575 GHz.
2. Número de elementos na rede: 4.
3. Substrato dielétrico: os mesmos da Tabela A.1.
4. *Radome*: os mesmos da Tabela A.1.
5. Distância entre antenas adjacentes:  $\frac{1}{2}$  comprimento de onda.
6. Geometria da rede: linear.
7. Eixo da rede: x.

A geometria da rede é apresentada na Figura A.11.

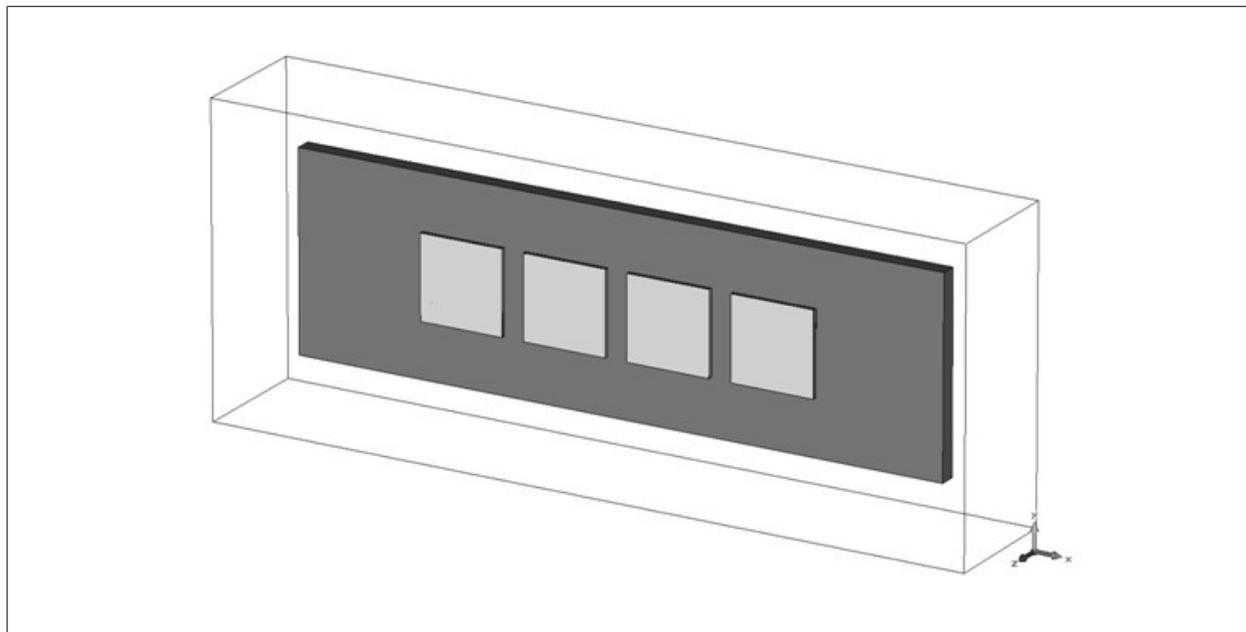


Figura A.11: Geometria do arranjo de antenas.

A análise dos acoplamentos entre os elementos do arranjo antenas foi realizada em função da distância entre elementos. Teoricamente se sabe que  $\frac{1}{2}$  do comprimento de onda é a distância definida para que os acoplamentos entre as antenas não atuem de maneira a degradar seu desempenho. Este tópico é estudado por vários autores e muitos métodos foram aplicados com sucesso para a determinação do acoplamento mútuo quando se utilizam antenas de microlinha [METZLER, 1981], [POZAR, 1982].

Utilizando-se as facilidades do CST<sup>®</sup>, foram simulados e posteriormente ensaiados experimentalmente os arranjos de antenas de quatro elementos escolhidos para diferentes separações entre antenas. Estas separações foram consideradas conforme mostra a Tabela A.2.

	$D_1$	$D_2$	$D_3$
Separação entre Elementos	$0,4\lambda$	$0,5\lambda$	$0,6\lambda$

Tabela A.2: Separação do arranjo de antenas ANT-GPS.

As Figuras A.12, A.13 e A.14 mostram os resultados do módulo do coeficiente de reflexão,  $S_{ii}$ , e o módulo do coeficiente de transmissão,  $S_{ij}$ , das quatro antenas idênticas formadoras do arranjo, nas três separações entre antenas descritas na Tabela A.2.

Primeiramente, analisando o caso denominado  $D_2$ , que corresponde a um distanciamento entre antenas de  $\lambda/2$  e mostrado na Figura A.12, verifica-se que o coeficiente de transmissão no pior caso, onde se mede entre antenas consecutivas,  $|S_{(21, 32, 43)}|$ , verifica-se acoplamentos da ordem de -23dB, que se pode considerar adequado ao problema proposto. Os acoplamentos entre antenas mais distantes,  $|S_{(31, 42)}|$  e  $|S_{(41)}|$  já são bastante fracos pois a medida que as antenas se afastam observam-se menores acoplamentos. As medidas experimentais confirmaram os valores simulados.

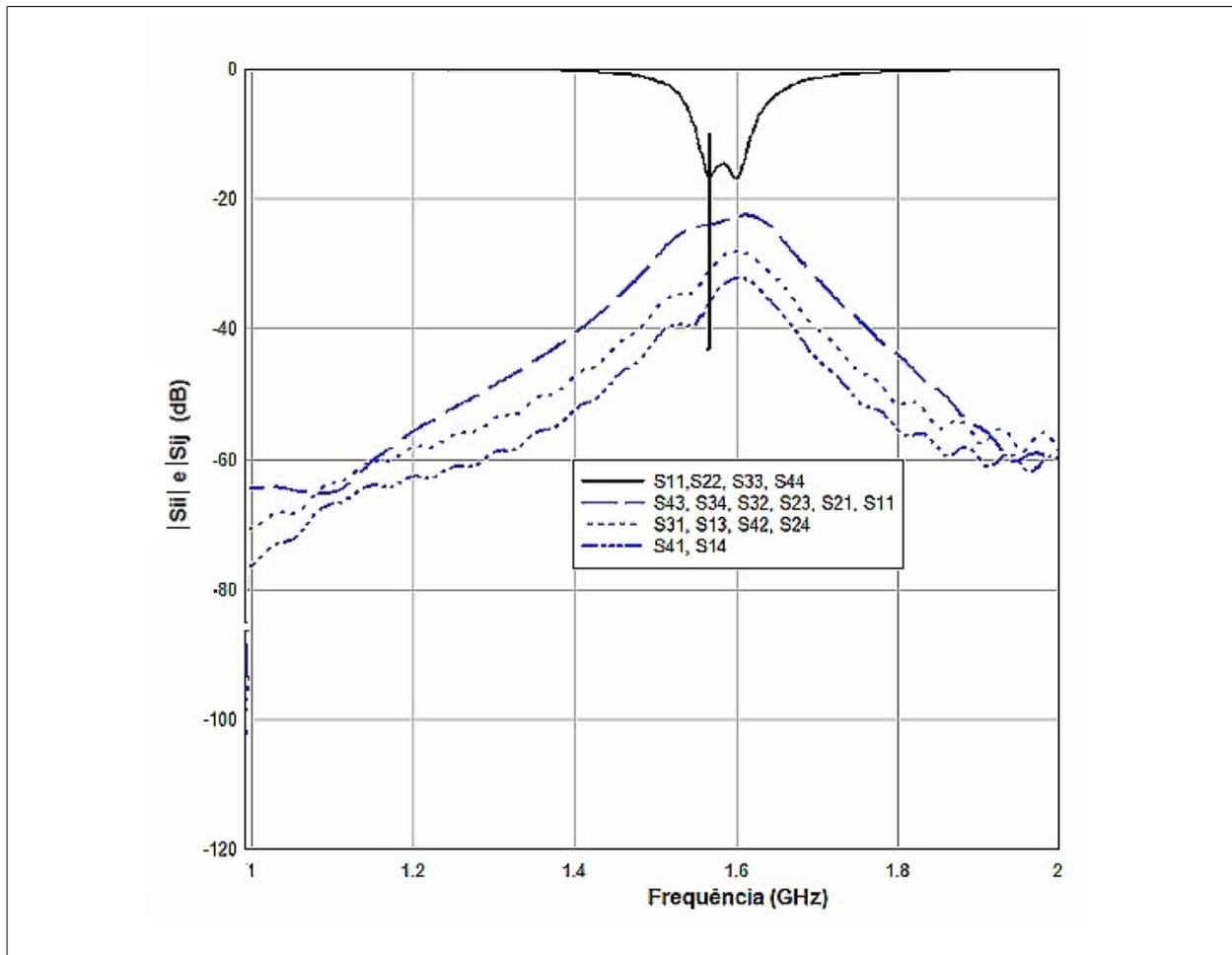


Figura A.12: Módulo do coeficiente de transmissão – caso  $D_2$ .

O segundo caso analisado corresponde ao caso  $D_3$ , que aplica um distanciamento de  $0,6\lambda$  entre os elementos constituintes do arranjo. Os resultados para este caso estão mostrados na Figura A.13. Nota-se acoplamentos mais fracos que no caso anterior, já que se verifica para  $|S_{(21, 32, 43)}|$  acoplamentos da ordem de -26dB na frequência de operação das antenas. Os outros coeficientes de transmissão apresentam-se ainda menores, com valores abaixo de -30dB.

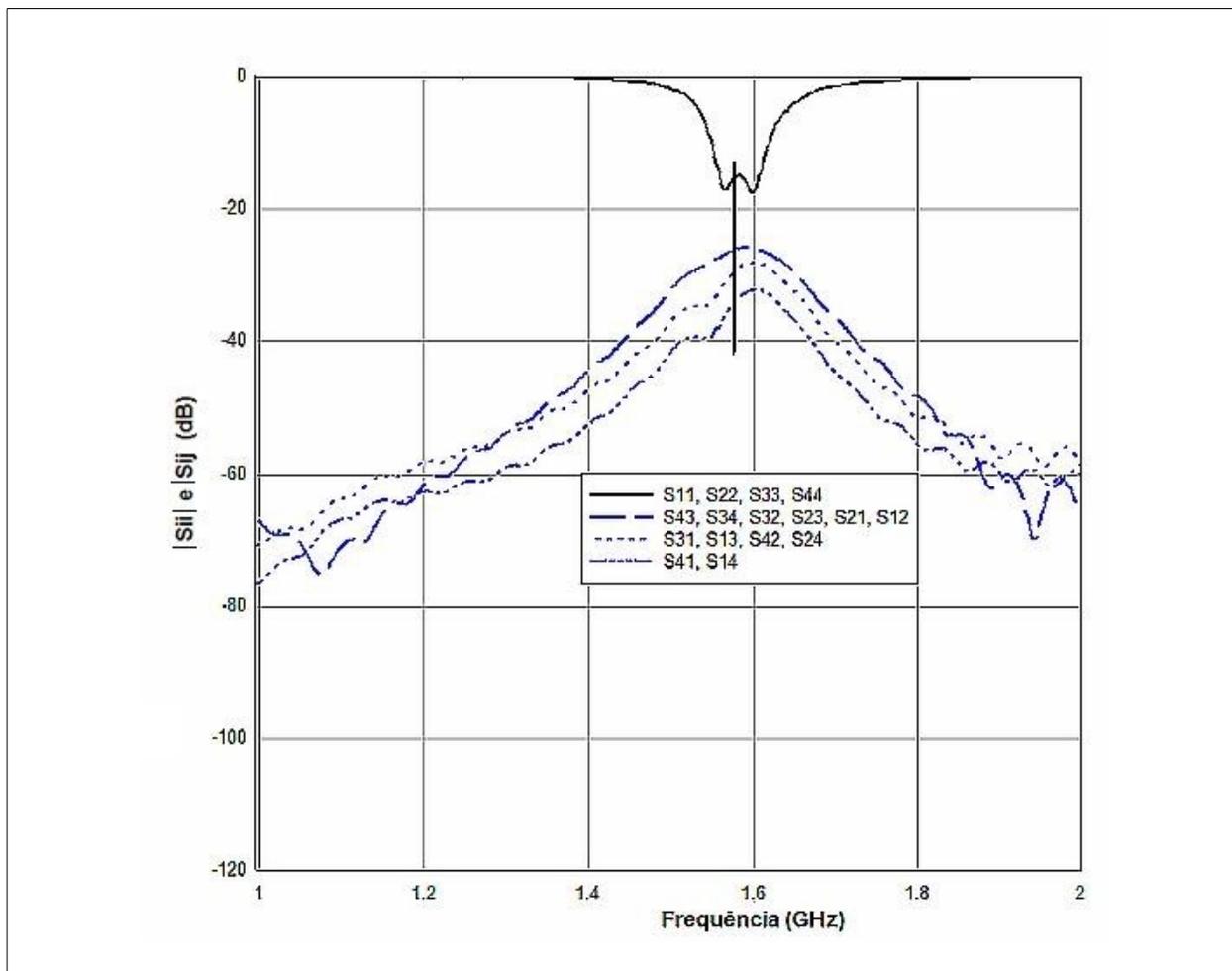


Figura A.13: Módulo do coeficiente de transmissão – caso  $D_3$ .

O último caso analisado,  $D_7$ , está representado na Figura A.14. Esse caso corresponde àquele em que as antenas estão afixadas na separação mínima permitida pela própria geometria da antena, que corresponde a um distanciamento de  $0,4\lambda$  entre centros. Neste caso observa-se diferenças no módulo do coeficiente de reflexão, já que, embora sejam antenas idênticas, passam a sofrer os efeitos da proximidade entre elas, sendo que as pequenas diferenças apresentadas para este caso não eram perceptíveis nos outros casos analisados. O módulo do coeficiente de transmissão para os acoplamentos  $|S_{(21, 32, 43)}|$  aponta valores da ordem de  $-14,9$  dB, que representam valores bastante altos e que podem prejudicar o desempenho do arranjo através da degradação do diagrama de irradiação. Os acoplamentos percebidos entre as antenas mais distantes do arranjo, embora menores, também mostram-se altos.

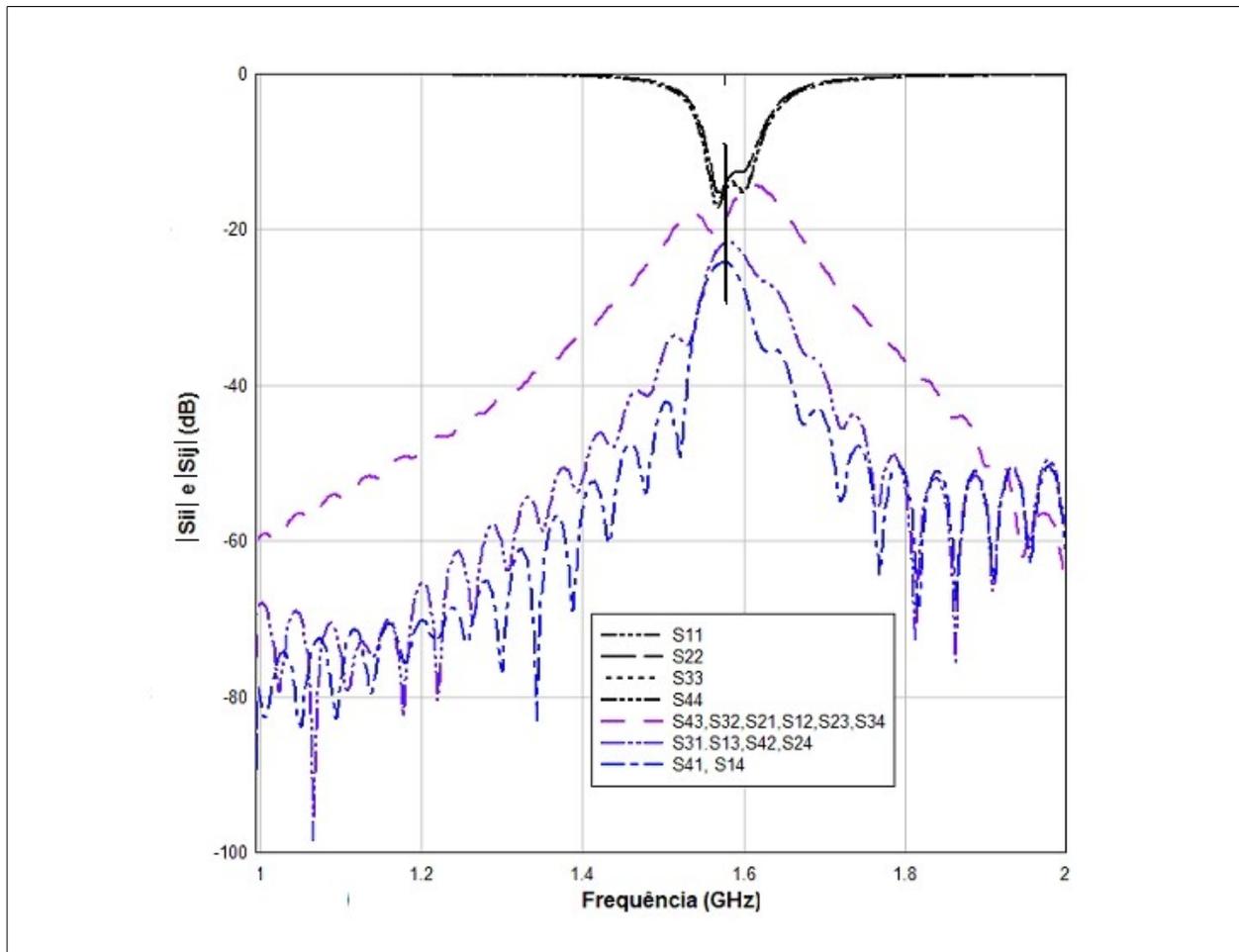


Figura A.14: Módulo do coeficiente de transmissão – caso  $D_1$ .

A conclusão observada é que o distanciamento entre antenas da rede de  $\lambda/2$  é adequado, e que os dados experimentais estão em concordância com os teóricos, levando à certeza de uma boa escolha em termos do acoplamento entre as antenas quando se opta por essa separação. Uma análise mais detalhada deve levar em conta a observação dos diagramas de irradiação e dos valores de ganho nos casos analisados.