

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA
OUTUBRO DE 1985

*Este exemplar corresponde a redação final da
tese defendida por Carlos Alberto de Oliveira
Fernandes e aprovada pela comissão julgadora
em 13/11/85.*



ANÁLISE E IMPLEMENTAÇÃO DE
MÉTODOS DE GERAÇÃO DE PROGRAMAS DE PRODUÇÃO
PARA SISTEMAS MODERNOS DE MANUFATURA

por: Carlos Alberto de Oliveira Fernandes
orientador: Prof. Dr. Fernando Antonio Campos Gomide

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia - FEC
UNICAMP como parte dos requisitos exigidos para
obtenção do título de MESTRE EM CIÊNCIAS.

UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL

A minha esposa Clara Regina
e ao meu filho Guilherme.

Meus sinceros agradecimentos:

.a Fernando pelo estímulo e preciosa orientação durante o desenvolvimento deste trabalho,
.a Washington pela excelente e valiosa colaboração na etapa de montagem deste trabalho,
.aos meus familiares pelo constante incentivo,
.aos meus amigos e companheiros, e à todos que contribuir para a realização deste trabalho.

Este trabalho contou com o apoio financeiro da entidade:
CNPq - CONSELHO NACIONAL DE DESENVOLVIMENTO CIENTÍFICO E
TECNOLÓGICO

RESUMO:

Neste trabalho são analisados e implementados uma família de modelos de programação matemática para a resolução de problemas de Planejamento da Produção, tais como: Carregamento ótimo de Máquina e Sequenciamento da Produção, aplicando-se os conceitos da Tecnologia de Grupo. As partes ótimas a serem produzidas e o sequenciamento ótimo são determinados pela utilização do algoritmo "branch-and-bound" com os objetivos de maximizar a taxa de produção e de minimizar o tempo total de fluxo, respectivamente. A seguir, as velocidades ótimas de máquinas são determinadas com o objetivo de minimizar os custos de produção tanto quanto possível. Por último, um modelo para a integração dos dois problemas acima é proposto com o objetivo de gerar uma metodologia de Planejamento Integrado de Produção.

Vários exemplos são utilizados para as experiências com os algoritmos desenvolvidos e os resultados são comparados e analisados.

NOMENCLATURAS E SÍMBOLOS:

- a - (min/pç) - tempo de posicionamento da peça na máquina
 a_{ijk} - (min/pç) - tempo de preparação da máquina para 0_{ijk}
 A - conjunto dos lotes que serão aceitos
 b - (min) - tempo de substituição da ferramenta
 b_{ijk} - (min) - tempo de substituição da ferramenta para 0_{ijk}
 C - (m/min) - velocidade de máquina para tempo de vida da ferramenta de 1 minuto
 C_{ijk} - (m/min) - velocidade de máquina para tempo de vida da ferramenta de 1 minuto para 0_{ijk}
 d_k - (min) - tempo disponível para o estágio k
 D_k - (min) - tempo de folga para o estágio k
 $F_{<n>k}$ - (min) - instante de tempo em que termina o processamento do "job" $J_{<n>}$ no estágio k
 $F'_{ns} k$ - (min) - tempo de processamento para grupos e "jobs" já sequenciados
 $F''_{ns} k$ - (min) - tempo de processamento para grupos e "jobs" ainda não sequenciados
 F_{ns} - (min) - limite inferior do tempo total de fluxo para o Nível_{ns}
 g - (\$/pç) - lucro bruto ou benefício unitário
 G_i - grupo i
 H_k - (min) - restrição de tempo para a função objetivo
 i - índice do grupo ($=1, 2, \dots, M$)
 j - índice do "job" ($=1, 2, \dots, N_i$)
 J_{ij} - lote j do grupo i
 k - índice do estágio ($=1, 2, \dots, K$)

K - número de estágios de máquina

K_d - (\$/min) - constante de custo de mão-de-obra

K_i - (\$/min) - constante de custo indireto

L - nível do nó na árvore de "branching"

$L(.)$ - função lagrangeano-aumentado

ℓ_{ij} - (pç) - tamanho do lote

$\ell_{n_{ij}}$ - (pç) - novo tamanho do lote J_{ij}

M - número de grupos ou famílias de peças J_{ij}

m_c - (\$/pç) - custo da matéria prima

n - inclinação da curva de Taylor de vida da ferramenta

n_{ijk} - inclinação da curva de Taylor de vida da ferramenta para 0_{ijk}

N - número de "jobs" a serem processados

N_i - número de lotes (ou "jobs") no grupo i

$N_{\text{nível } n}$ - é o nível para o qual n grupos já foram sequenciados

$N_{\text{nível } ns}$ - é o nível para o qual s "jobs" do nível n já foram sequenciados

0_{ijk} - operação (ou processamento) do lote j do grupo i no estágio k

p - (\$/min) - taxa de benefício

$p(v)$ - (\$/min) - taxa de benefício em função da velocidade de máquina

P_{ik} - (min) - tempo de produção do grupo G_i no estágio k

P_{ijk} - (min) - tempo de produção do lote J_{ij} no estágio k

q - (pç/min) - taxa de produção

R - conjunto dos lotes que ainda não foram aceitos

$r(v)$ - função de eficiência-sensibilidade

r_{ijk} - função de eficiência-sensibilidade para 0_{ijk}

r_n - (\$/pç) - rendimento líquido

r_u - (\$/pc) - preço de venda

S_{ik} - (min) - tempo de "set up" do grupo G_i no estágio k

δ_{ijk} - (min) - tempo de "set up" do lote J_{ij} no estágio k

t - (min/pc) - tempo de produção unitário

t_m - (min/pc) - tempo de maquinagem

t_t - (min/pc) - tempo relativo à troca de ferramenta

$t(v)$ - (min/pc) - tempo de produção unitário em função da velocidade de máquina

t_{ijk} - (min/pc) - tempo de produção unitário para θ_{ijk}

$t_{ijk}^{(t)}$ - (min/pc) - tempo de produção unitário para velocidade de mínimo tempo de produção

T - (min) - tempo de vida da ferramenta

T_k - (min) - tempo necessário para produzir todos os lotes no estágio k

u - (\$/pc) - custo de produção unitário

u_f - (\$/pc) - custo da ferramenta

u_i - (\$/pc) - custos de despesas gerais

u_m - (\$/pc) - custo de maquinagem

u_p - (\$/pc) - custo de preparação da máquina

u_t - (\$/pc) - custo relativo à troca de ferramenta

$u(v)$ - (\$/pc) - custo de produção unitário em função da velocidade de máquina

u_{ik} - (\$) - custo de produção do grupo G_i no estágio k

u_{ijk} - (\$/min) - custo de produção unitário para θ_{ijk}

v - (m/min) - velocidade da máquina ferramenta

$v^{(c)}$ - (m/min) - velocidade de máquina para mínimo custo de produção

$v^{(p)}$ - (m/min) - velocidade de máquina para máxima taxa de bene-

fício

$v(t)$ - (m/min) - velocidade de máquina para máxima taxa de produção ou mínimo tempo de produção

v_{ijk} - (m/min) - velocidade de máquina para 0_{ijk}

$\bar{v}_{ijk}$ - (m/min) - velocidade que minimiza a função lagrangeano-aumentado para 0_{ijk}

$v_{ijk}^{(t)}$ - (m/min) - velocidade de máquina para máxima taxa de produção ou mínimo tempo de produção para 0_{ijk}

$v_{ijk}^{(c)}$ - (m/min) - velocidade de máquina para mínimo custo de produção para 0_{ijk}

W - (\$) - custo total de produção (função objetivo)

W_k - (\$) - custo de produção no estágio k (função objetivo)

$[x]$ - representa uma notação Gaussiana, indicando o maior inteiro menor ou igual à x

x_i - (1/0) - variável de decisão sobre o grupo G_i

x_{ij} - (1/0) - variável de decisão sobre o lote J_{ij}

x_k - variável de folga associado à restrição $H_k(.)$ no estágio k

$\bar{x}_k$ - variável de folga para o estágio k que minimiza a função lagrangeano-aumentado

Z - (pç) - número de peças a serem processadas (função objetivo)

$\underline{Z}$ - (pç) - limite inferior das peças produzidas

$\bar{Z}_{ijL}$ - (pç) - limite superior das peças produzidas para o nó ij do nível L

Z_{max} - (pç) - número máximo de peças a serem processadas

α - (\$/min) - constante de custo indireto mais custo de mão-de-obra

α_k - (\$/min) - constante de custo indireto mais custo de mão-de-obra para a máquina k

β - (\$/min) - constante de custo de maquinagem

β_{ijk} - (\$/min) - constante de custo de maquinagem para 0_{ijk}

γ - (\$) - constante de custo da ferramenta

γ_{ijk} - (\$) - constante de custo da ferramenta para 0_{ijk}

λ - constante de máquina

λ_{ijk} - constante de máquina para 0_{ijk}

ϵ - precisão

σ_k - ponderação ao erro

μ_k - multiplicador de Lagrange para o estágio k

ρ_k - sequência de parâmetros de penalidade positivos para o estágio k

Δ - incremento

$\wedge$ - indica a melhor solução até o momento

$< >$ - indica a ordem de grupos e "jobs" na sequência ótima

$*$ - valores ótimos

ÍNDICE:

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO	1.1
CAPÍTULO 2 - SISTEMAS DE MANUFATURA	2.1
2.1 - Introdução	2.1
2.2 - Sistemas de Manufatura - Conceitos Básicos	2.1
2.3 - Definições: Produção e Produtividade	2.7
2.4 - Tecnologia de Grupo	2.10
2.5 - Programação da Produção	2.11
2.6 - Sequenciamento da Produção	2.13
2.7 - Análise de Otimização	2.14
2.8 - Resumo	2.15
CAPÍTULO 3 - MÉTODOS PARA GERAÇÃO DE PROGRAMAS DE PRODUÇÃO	3.1
3.1 - Introdução	3.1
3.2 - Modelos para Problemas de Programação da Produção	3.1
3.3 - Métodos para Determinação dos Lotes a Serem Produzidos	3.10
3.4 - Modelos para Problemas de Sequenciamento da Produção	3.38

3.5 - Métodos para Determinação da Sequência de Lançamento dos Lotes para Produção	3.41
3.6 - Integração dos Métodos	3.58
3.7 - Resumo	3.60
CAPÍTULO 4 - ASPECTOS COMPUTACIONAIS E SIMULAÇÃO	
DOS MÉTODOS	4.1
4.1 - Introdução	4.1
4.2 - Sistemas de Manufatura Simulados	4.2
4.3 - Resultados da Simulação	4.3
4.4 - Comparação dos Resultados	4.33
4.5 - Resumo	4.41
CAPÍTULO 5 - CONCLUSÃO	5.1
APÊNDICE A - O MÉTODO DO LAGRANGEANO-AUMENTADO	A.1
APÊNDICE B - O MÉTODO DE ENUMERAÇÃO POR FACTIBILIDADE ..	B.1
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	R.1

1 - INTRODUÇÃO

Um Sistema Moderno de Manufatura é um complexo integrado envolvendo máquinas ferramentas, sistemas de transporte de materiais, robôs, etc, que pode processar simultaneamente uma grande variedade de tipos de peças.

Este tipo de Sistema tem se tornado uma alternativa atrativa aos meios convencionais de produção devido principalmente a sua flexibilidade na adaptação às exigências e necessidades do mercado, à qualidade dos bens produzidos e, naturalmente, por ser economicamente atrativo devido a sua alta produtividade.

Com a introdução desta nova tecnologia, criou-se a necessidade de se desenvolver novos métodos que sejam apropriados para os procedimentos de Planejamento e Controle e que explorem as propriedades de produtividade e flexibilidade do Sistema.

Objetiva-se neste trabalho a análise e implementação de uma família de modelos e métodos de programação matemática com a finalidade de se obter ferramentas para a geração de programas de produção. Estes programas são elementos fundamentais no Planejamento e Controle de Sistemas Modernos de Manufatura.

Tais métodos visam a solução dos seguintes problemas:

- .determinação dos lotes a serem produzidos, e
- .determinação da sequência de lançamento dos lotes para produção,

de modo que objetivos econômicos e operacionais sejam atingidos.

O primeiro é um dos importantes problemas que envolve a Programação da Produção e o segundo é um caso clássico de Sequenciamento da Produção.

Giglio e Wagner [22] e Manne [23] já trataram de problemas deste tipo, no início dos anos 60, para modelos de "job-shop" onde a ordem tecnológica dos estágios de máquina difere para cada tipo de "job". Com o desenvolvimento da Tecnologia de Grupo, que reúne diferentes peças em grupos com similaridades de forma, tamanho e/ou processo de rota e operação, a solução destes problemas tornou-se relativamente mais simples. Os modelos agora são de "flow-shop", onde a ordem tecnológica das máquinas é sempre a mesma para todos os "jobs" a serem processados. Dessa forma, Hitomi e Ham [7,8,9] analisam os problemas de Carregamento ótimo e Sequenciamento da Produção.

A organização deste trabalho se resume ao seguinte esquema: no capítulo 2 são apresentados os principais conceitos, as funções básicas e os problemas de Programação e de Sequenciamento da Produção. No capítulo 3 são apresentados os modelos matemáticos básicos que compõem um Sistema de Manufatura e são importantes para os problemas de Planejamento da Produção. A seguir, uma classe de métodos e seus respectivos algoritmos são desenvolvidos para estes modelos. Por último é criada uma metodologia de Planejamento Integrado da Produção. No capítulo 4 são apresentados os Sistemas de Manufatura que serão utilizados como exemplos para as experiências com os algoritmos desenvolvidos no capítulo anterior. Os resultados da implementação são fornecidos e então é feita uma comparação com os resultados de Hitomi e Ham.

Os métodos e seus respectivos algoritmos foram desenvolvidos como uma extensão daqueles propostos por Hitomi e Ham. Como consequência, foi desenvolvido neste trabalho o seguinte:

- .um procedimento mais eficiente para a estimação dos limites superiores na aplicação do método "branch-and-bound" para a determinação dos lotes a serem produzidos,
- .a implementação de tres métodos para a minimização dos custos de produção, que é um dos objetivos dos problemas, e
- .a criação de um modelo de integração, com o objetivo de gerar alternativas que permitam uma análise global do problema de Planejamento de Produção.

CAPÍTULO 2 - SISTEMAS DE MANUFATURA

2.1 - Introdução	2.1
2.2 - Sistemas de Manufatura - Conceitos Básicos	2.2
2.2.1 - Aspecto Estrutural do Sistema de Manufatura	2.2
2.2.2 - Aspecto Funcional do Sistema de Manufatura	2.3
2.2.3 - Aspecto Gerencial do Sistema de Manufatura	2.4
2.3 - Definições: Produção e Produtividade	2.7
2.4 - Tecnologia de Grupo	2.10
2.5 - Programação da Produção	2.11
2.6 - Sequenciamento da Produção	2.13
2.7 - Análise de Otimização	2.14
2.8 - Resumo	2.15

2.1 - INTRODUÇÃO

Este capítulo apresenta um conjunto de conceitos associados a um Sistema de Manufatura.

Primeiramente, são discutidos os conceitos básicos relativos aos Sistemas de Manufatura.

Definições relativas à Produção e Produtividade são estabelecidas. A Produção é entendida como um sistema de entrada/saída convertendo fatores de produção em bens econômicos, ou seja, criando utilidades, enquanto que a Produtividade pode ser caracterizada, sob um ponto de vista de Sistemas, como uma relação entre a entrada e a saída.

A seguir são introduzidos os conceitos da Tecnologia de Grupo, uma técnica que visa aumentar a eficiência da produção.

As funções básicas e os problemas da Programação e Sequenciamento da Produção são discutidos.

Por último, são citados os Critérios Fundamentais de Otimização utilizados para o desenvolvimento dos modelos matemáticos para os problemas da Programação e Sequenciamento da Produção.

2.2 - SISTEMAS DE MANUFATURA - CONCEITOS BÁSICOS [1]

Como mencionado na introdução, a Produção pode ser caracterizada como um Sistema do tipo entrada/saída. Naturalmente, existem uma infinidade de definições para a palavra Sistema. No entanto, no contexto deste trabalho, as definições essenciais são

as seguintes:

.estrutural - 'um Sistema é uma coleção de unidades discerníveis e de relações entre estas unidades, objetivando-se um único ou vários objetivos sujeitos à restrições decorrentes do meio ambiente'.

.funcional - 'um Sistema recebe entradas do meio externo e as transforma em saídas, que são liberadas ao meio externo, buscando maximizar a Produtividade da transformação'.

.gerencial - 'um Sistema é um procedimento onde uma série de passos lógicos e cronológicos (tarefas repetitivas) são desempenhados'.

2.2.1 - Aspecto Estrutural do Sistema de Manufatura

Baseado na definição estrutural de Sistemas, um Sistema de Manufatura é uma reunião de Hardware, incluindo trabalhadores, facilidades de produção (máquinas, ferramentas), equipamento de manipulação de materiais, e outros elementos auxiliares, suportado por um Software, o qual contém informações de produção (métodos e tecnologia).

Este Sistema processa objetos de produção (matérias primas) de forma a gerar produtos com funções particulares, criando assim bens para atender as demandas do mercado.

Este aspecto estrutural implica em uma estrutura ("layout") estática espacial da planta, que determina a eficiência do processo de transformação da produção. O projeto do

"layout" ótimo é um grande problema decorrente do aspecto estrutural.

2.2.2 - Aspecto Funcional do Sistema de Manufatura

Baseado na definição funcional, um Sistema de Manufatura é definido como o processo de conversão dos fatores de produção (especialmente matéria prima) em produtos finais, permitindo uma máxima Produtividade. O Sistema é visto como um "Fluxo de Materiais", como na figura 2.1.

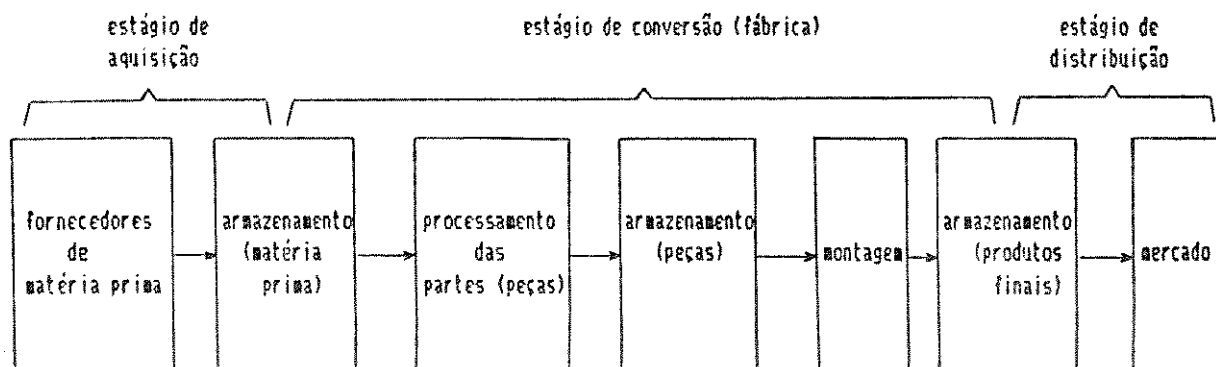


Figura 2.1 - Um Sistema de Manufatura como um "Fluxo de Materiais".

A matéria prima é adquirida no mercado e armazenada nos depósitos. No estágio de conversão tem-se o processamento das partes (peças) e a seguir são (frequentemente) armazenadas. Finalmente as partes são montadas e os produtos finais armazenados para serem distribuídos de acordo com as necessidades do mercado.

2.2.3 - Aspecto Gerencial do Sistema de Manufatura

Baseado na definição a nível gerencial, um Sistema de Manufatura é constituído de tres ciclos básicos: Planejamento, Implementação e Controle. Isto é, o Sistema de Manufatura planeja e implementa as atividades de produção para converter matéria prima em bens finais e controla este processo de acordo com o grau de erro, decorrente do desvio do desempenho real com relação ao planejado.

O procedimento de Planejamento compreende basicamente duas fases:

- .Planejamento Estratégico - trata dos problemas existentes entre o Sistema de Produção e o meio externo, e
- .Planejamento Operacional - trata dos problemas operacionais do Sistema de Produção.

No Planejamento Estratégico da Produção os principais problemas a serem resolvidos são:

- .estabelecer os Objetivos de Produção - trata principalmente das saídas a serem produzidas, isto é, decide que comodidade o Sistema de Produção deve produzir, e
- .planejar os Recursos de Produção - determina os recursos necessários à produção, e planeja sua aquisição no mercado.

O Planejamento Operacional da Produção trata as atividades efetivas de produção a serem desempenhadas com a política derivada dos resultados do Planejamento Estratégico. Este procedimento compreende cinco estágios:

1. Programação Agregada da Produção - determina os tipos e as quantidades dos produtos a serem produzidos em um determinado período de tempo.
2. Programação do Processo de Produção - determina o Processo de Produção (ou rotas) em que entradas (fatores de produção) são efetivamente transformadas em saídas (produtos finais).
3. Sequenciamento da Produção - determina uma implementação real para o tempo de Sequenciamento de todos os "jobs" contidos no processo de rota adotado.
4. Implementação da Produção - esta função executa as operações de produção de acordo com as informações do Processo e Sequenciamento da Produção.
5. Controle da Produção - este módulo controla em tempo real o desempenho da produção estabelecida nos estágios 1, 2, e 3.

O procedimento acima e suas inter-relações estão representadas no diagrama da figura 2.2.

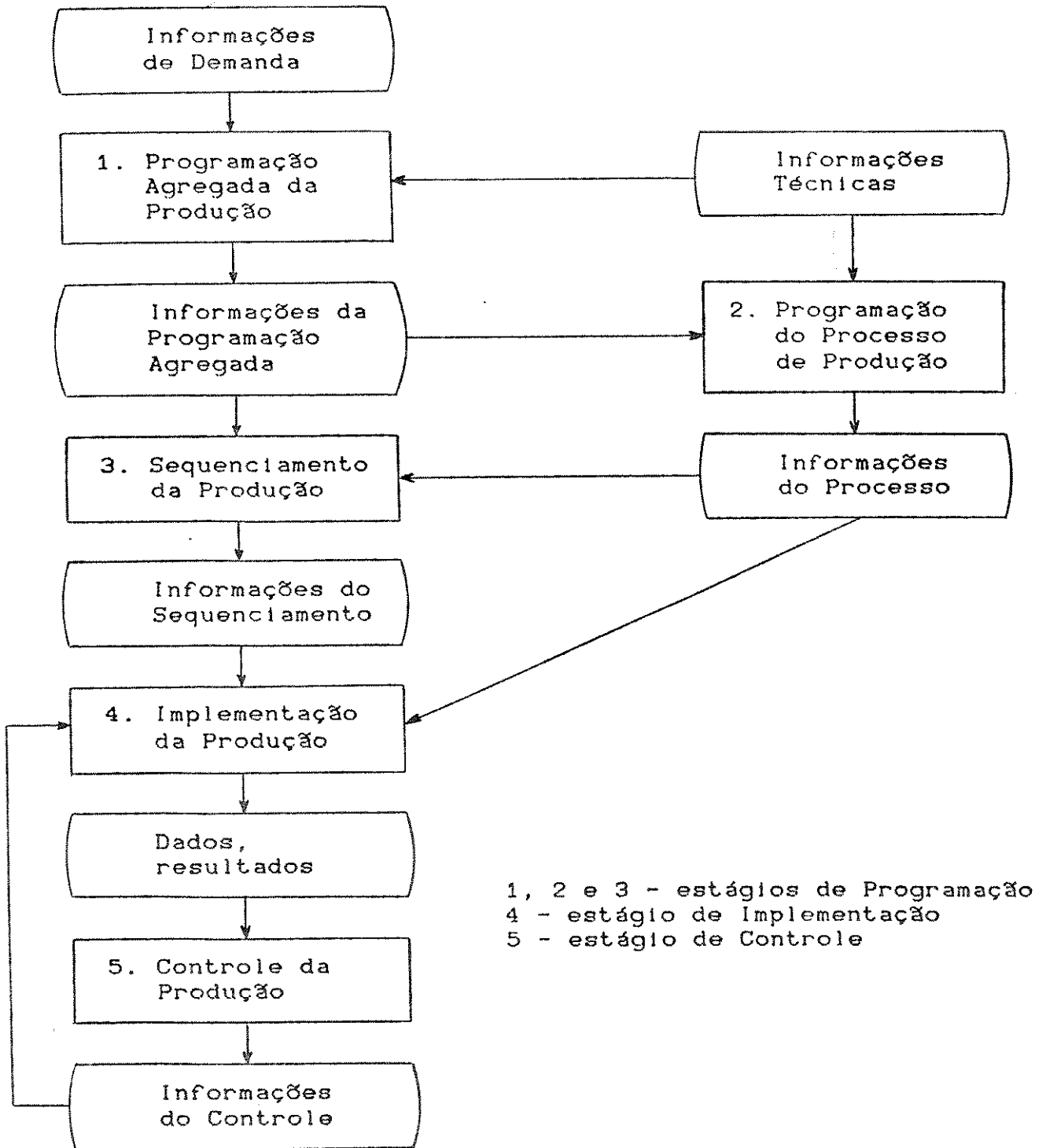


Figura 2.2 - Sistema de Gerenciamento da Produção.

2.3 - DEFINIÇÕES: PRODUÇÃO E PRODUTIVIDADE

Produzir significa criar utilidades ou bens econômicos (saídas) que são geradas através de atividades de conversão dos fatores de produção (entradas). Este processo de conversão, que é chamado de Processo de Produção, é geralmente composto de sucessivos estágios de produção, em que uma série de operações são desempenhadas sucessivamente em estações de trabalho (ou estágios de máquina) [1,9]. A figura 2.3 apresenta o significado básico de produção.

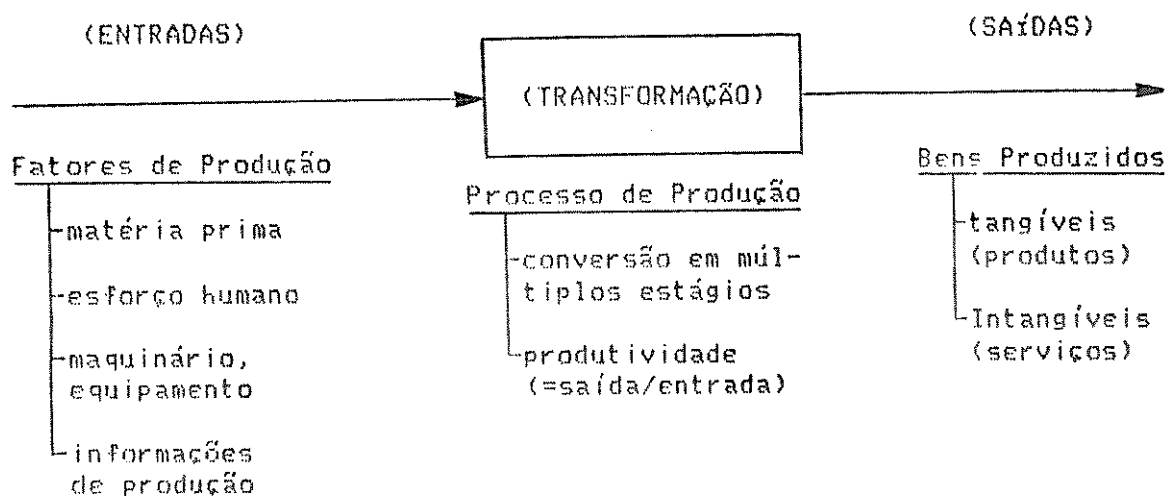


Figura 2.3 - A Produção como um Sistema de entrada/saída.

É importante converter eficientemente e economicamente fatores de produção em bens produtivos. Produtividade é definida

como a razão entre entrada e saída e interpretada como a relação entre os recursos físicos usados na produção e as unidades de saídas produzidas em um determinado intervalo de tempo [11]. O aumento da Produtividade é uma meta básica para o crescimento econômico de uma empresa.

Em [2], Mendes diz que: "... durante o século XX estabeleceram-se firmemente tecnologias de fabricação em massa de produtos, com alta qualidade e preços competitivos, nos diversos setores da indústria. Os sistemas de manufatura implementados caracterizavam-se pela sua rigidez e complexidade. Por serem complexos, os investimentos iniciais necessários eram altos. Além disso, devido à rigidez de sua concepção, a sua substituição no final do ciclo de vida do produto representa igualmente custos elevados. Contudo, durante este período da 'automação fixa' (inflexível), desenvolveram-se inúmeros processos e métodos de manufatura, que se tornaram padrões da indústria.

"A saturação do mercado pela produção em massa tem levado as preferências dos compradores para produtos projetados de forma mais individualizada. Desta tendência resultou a necessidade da introdução de Sistemas Flexíveis da Manufatura. Os processos básicos de produção continuam os mesmos, mas terão que ser adaptados para o processamento de produtos e modelos diversos".

Como característica da 'automação flexível' [2,10,11] se tem a capacidade de mudanças da sequência de operação de forma a se adaptar à configurações relacionadas a diferentes produtos. A flexibilidade torna ainda o Sistema adequado para a produção de pequenos e médios lotes, chamada produção por lotes, onde uma grande variedade de produtos são manufaturados em um curto perío-

do de tempo e o volume de produção para cada produto é pequeno, contrário à produção em massa. Uma fábrica que trata com uma grande variedade de produção é chamada de "job-shop".

A seguir tem-se as principais características da produção por lotes ("jobbing") [1]:

- .variedade de produtos,
- .variedade de Processos de Produção - o processo de conversão de matéria prima em produtos é complicado,
- .complexidade da capacidade produtiva,
- .incertezas das condições externas - especificações de produtos, volumes, datas de vencimento, etc,
- .dificuldade de Programação e Sequenciamento da Produção - por causa da falta de informações precisas, devido à situação dinâmica dos pedidos, variedade de Processos de Produção, frequentes trocas de produtos, pedidos, etc, e
- .situação dinâmica de implementação e controle da Produção - por causa das incertezas na Programação e Sequenciamento da Produção.

Para superar as dificuldades envolvidas na produção por lotes, muitas técnicas estão sendo desenvolvidas, tais como: técnicas decorrentes de métodos de Engenharia Industrial, Tecnologia de Grupo, Sistema de Gerenciamento da Produção "On-Line", Manufatura Flexível, Produção Modular, e outras [1].

2.4 - TECNOLOGIA DE GRUPO

A Tecnologia de Grupo (TG) é uma técnica que visa aumentar a eficiência da produção pelo agrupamento de uma variedade de partes com similaridades de forma, tamanho, e/ou processo de rotas e operação [1,2,6,7,8,9,11]. São várias as vantagens do uso da TG:

- .efeito de produção em massa para a produção por lotes,
- .possibilidade de utilização de modelos de "flow-shop" - com a TG, o fluxo de "jobs" é tomado como um modelo de "flow-shop", e portanto, teorias e algoritmos do Sequenciamento de "flow-shop" em vez do complicado Sequenciamento de "job-shop" podem ser aplicados,
- .redução dos tempos de "set up" e custos - porque vários "jobs" são agrupados e processados em sequência,
- ."layout" de TG - desde que o modelo de "flow-shop" é esperado quando a TG é aplicada, é assumido que as máquinas ferramentas sejam planejadas como um grupo, e isto simplifica consideravelmente o fluxo e manipulações de materiais.

Um requisito fundamental no uso da TG é a determinação de um Sistema de Classificação e Codificação. Ele descreve as características das partes com suas formas geométricas e/ou rota de processamento ("set up", sequência de operações, processamento, montagem, etc). Pela reunião das partes com o mesmo número

de código, o Planejamento do Processo, Manufatura e a Estimação dos Custos podem ser feitos de uma forma mais sistemática. Como exemplos desses sistemas, tem-se: sistema OPTIZ(Alemanha), sistema VUOSO(Tchecoslováquia), sistema CODE(USA), sistema MICLASS(Holanda), sistema K - 1,2(Japão), e outros.

Mesmo sem usar um Sistema de Classificação e Codificação, a divisão das partes em grupos pelo significado da rota de processamento pode ser determinada examinando-se e rearranjando-se a sequência de tipos de máquinas para cada parte. Este procedimento é chamado de Análise do Fluxo de Produção [1,2,6].

A TG é uma técnica que agora está sendo aplicada não apenas nas áreas de projetos e manufatura, mas também em problemas de Planejamento de Produção, tais como Carregamento ótimo de Máquinas e Sequenciamento da Produção [1,6,8].

2.5 - PROGRAMAÇÃO DA PRODUÇÃO

A Programação Agregada da Produção ou simplesmente Programação da Produção é uma das funções essenciais do Planejamento Operacional da Produção. É um problema de decisão cuja solução determina os tipos de produtos e as quantidades a serem produzidas em um intervalo de tempo específico. Esta decisão é intimamente conectada com a previsão da demanda e épocas de vendas no mercado, e com o Planejamento do Produto, que é a função básica do Planejamento Estratégico da Produção.

Os importantes problemas envolvendo a Programação da Produção são os seguintes [1,6]:

- .Decisão de Mistura de Produtos ("Product-Mix") - determina uma combinação ótima de tipos de produtos a serem produzidos dentro da capacidade de produção existente. Se existe uma capacidade insuficiente de fatores de produção, tal demanda não pode ser totalmente satisfeita. Neste caso, deve-se ter uma decisão dos tipos e suas quantidades ótimas.
- .Análise dos Requisitos - determina a quantidade de todos os recursos necessários à produção em um período específico de tempo. Técnicas quantitativas como programação matemática, especialmente programação linear, são utilizadas nas resoluções deste problema.
- .Análise do Tamanho dos Lotes ("Lot-Size Analysis") - em produção intermitente, a taxa de demanda é pequena comparada com a taxa de produção. Portanto, o produto é manufaturado periodicamente em uma quantidade que deve satisfazer a demanda em qualquer tempo. Neste caso, quantidades ótimas de produção (tamanho econômico dos lotes) e ciclos ótimos de produção devem ser determinados.
- .Produção Uniforme ("Smoothing") - para igualar o nível de produção e para adaptar às flutuações da demanda do mercado, dessa forma resultando em uma alta utilização dos fatores de produção.

2.6 - SEQUENCIAMENTO DA PRODUÇÃO

Depois de determinar os itens e as quantidades ótimas a serem produzidas pela Programação Agregada da Produção e então decidir o Processo de Produção, uma implementação real para o tempo de sequenciamento para o processamento de todos os "jobs" em todos os estágios de máquina deve ser estabelecida. Isto é, quando, em que máquina (ou centro de trabalho), e quem faz tal operação.

A função essencial do Sequenciamento de Produção é determinar a ordem de lançamento dos "jobs" para produção. Esta função é chamada de Sequenciamento de "Jobs" ("Job Sequencing"). Uma sequência ótima de "jobs" será escolhida dentre um grupo de sequenciamentos possíveis tal que uma certa medida de desempenho (ou Critério de Sequenciamento) seja otimizada. Dentre as medidas de desempenho mais importantes tem-se: máximo tempo de fluxo ("makespan"), máximo "lateness" ou "tardiness", tempo médio de fluxo, etc [1,3,5].

Para um Sistema de Manufatura tal como o "flow-shop" onde a ordem das máquinas é completamente idêntica para todos os "jobs" a serem processados, a determinação do Sequenciamento ótimo é relativamente simples, e é chamado de Sequenciamento "Flow-Shop". Este tipo de modelo é típico de produção em massa. Por outro lado, é muito difícil determinar um Sequenciamento ótimo para Sistemas do tipo "job-shop", onde a ordem tecnológica das máquinas difere para cada tipo de "job" [1]. Isto é chamado Sequenciamento "Job-Shop".

Operações de Sequenciamento para processar N "jobs" em K máquinas é um problema combinatorial com $(N!)^K$ alternativas (assumindo que as operações possam ser desempenhadas em uma ordem arbitrária) [1,6,16], dentre as quais uma solução ótima de acordo com a medida de desempenho estabelecida pode ser achada em um número finito de iterações numa implementação por computador. Por exemplo, um pequeno problema de Sequenciamento com 5 "jobs" em 10 máquinas apresenta $(5!)^{10} = 6,2 \cdot 10^{20}$ alternativas. Mesmo com a utilização de um computador de grande porte, uma simples pesquisa de enumeração não é uma técnica prática para se encontrar a solução ótima. Assim, é aconselhável usar métodos, regras ou algoritmos (como por exemplo o método "branch-and-bound", que é um método de enumeração implícita) que efetivamente reduzem o número de iterações computacionais na pesquisa da solução ótima.

2.7 - ANÁLISE DE OTIMIZAÇÃO

Em um Sistema geralmente existem variáveis controláveis e parâmetros incontroláveis. Os materiais a serem processados (matéria prima), as ferramentas, os trabalhadores são considerados como parâmetros incontroláveis. Variáveis tipicamente controláveis são as condições de maquinagem, ou sejam, profundidade do corte, "feed-rate", e velocidade de máquina.

No próximo capítulo a "feed-rate" e a profundidade do corte são consideradas constantes. As velocidades ótimas de maquinagem são determinadas de acordo com um Critério de Otimização adotado para o problema.

A Análise de Otimização de atividades de produção para Sistemas de Manufatura é baseada principalmente em tres critérios, onde são avaliadas as velocidades ótimas de máquina para o desenvolvimento de modelos matemáticos. São os seguintes os Critérios Fundamentais de Otimização:

1. Critério de máxima taxa de produção (ou mínimo tempo de produção): este critério maximiza o número de peças produzidas em um intervalo de tempo, ou seja, minimiza o tempo de produção da peça. Este critério é adotado quando se deseja um aumento na Produtividade (ou eficiência da produção), desprezando-se o custo de produção e/ou o benefício obtido,
2. Critério de mínimo custo de produção: se refere à produção de uma peça pelo seu custo mínimo. Tal critério é recomendado quando se dispõe de um amplo tempo para produção, e
3. Critério de máxima taxa de benefício: taxa de benefício usualmente significa retorno de investimento no campo da engenharia econômica e neste trabalho será representada pelo 'benefício por unidade de tempo'. Este critério de maximizar o benefício em um intervalo de tempo é utilizado como um meio termo entre os outros dois critérios.

Cada um desses critérios é utilizado de acordo com o objetivo do problema, e uma escolha dentre eles é usualmente feita a um nível gerencial, embora uma série de outros critérios possam

ser também considerados [3]. No entanto, no desenvolvimento deste trabalho, foram considerados os critérios de máxima taxa de produção e de mínimo custo de produção, uma vez que estes são frequentemente solicitados em um ambiente industrial.

2.8 - RESUMO

Neste capítulo foram discutidos os conceitos básicos relacionados aos Sistemas de Manufatura.

Com as definições de Produção e Produtividade e os conceitos da Tecnologia de Grupo foram então apresentados os principais conceitos que serão utilizados no desenvolvimento do próximo capítulo, onde serão analisados e formulados os problemas de Programação e Sequenciamento da Produção, problemas estes já discutidos neste capítulo.

CAPÍTULO 3 - MÉTODOS PARA GERAÇÃO DE PROGRAMAS DE PRODUÇÃO

3.1 - Introdução	3.1
3.2 - Modelos para Problemas de Programação da Produção	3.1
3.2.1 - Modelos Matemáticos Básicos	3.1
3.2.2 - Modelos Matemáticos como Função da Velocidade de Máquina	3.5
3.2.3 - Geração dos Modelos de Produção	3.8
3.3 - Métodos para Determinação dos Lotes a Serem Produzidos	3.10
3.3.1 - Definição do Problema	3.10
3.3.2 - Modelamento Matemático	3.11
3.3.3 - Análise do Modelo	3.13
3.3.4 - Algoritmo para Determinação dos Lotes a Serem Produzidos	3.27
3.3.5 - Exemplo	3.30
3.4 - Modelos para Problemas de Sequenciamento da Produção	3.38
3.5 - Métodos para Determinação da Sequência de Lançamento dos Lotes para Produção	3.41
3.5.1 - Definição do Problema	3.41

3.5.2 - Análise do Modelo	3.42
3.5.3 - Algoritmo para Determinação da Sequência de "Jobs" e Grupos que Minimiza o TTF	3.44
3.5.4 - Exemplo	3.46
3.5.5 - Procedimento para Minimização dos Custos de Produção	3.52
3.6 - Integração dos Métodos	3.58
3.6.1 - Definição do Problema	3.58
3.6.2 - Algoritmo para Integração	3.59
3.7 - Resumo	3.60

3.1 - INTRODUÇÃO

Neste capítulo, modelos matemáticos básicos, incluindo aqueles que dependem das velocidades de máquinas que compõem um Sistema de Manufatura, são apresentados tendo em vista os aspectos da Tecnologia de Grupo. Estes modelos são essenciais para o Planejamento da Produção de um Sistema de Manufatura.

Nas seções seguintes, uma classe de métodos e seus respectivos algoritmos são desenvolvidos para os problemas de Programação e Sequenciamento da Produção como uma extensão daqueles propostos por Hitomi e Ham em [7,8,9].

Por último, é proposta uma metodologia para a integração dos problemas de Programação e Sequenciamento da Produção com a finalidade de prover ao elemento decisor do Plano de Produção, alternativas que permitam uma análise global do problema de Planejamento de Produção, uma vez que nem todos os Critérios de Otimização associados ao problema são quantificáveis ou mesmo representáveis matematicamente.

3.2 - MODELOS PARA PROBLEMAS DE PROGRAMAÇÃO DA PRODUÇÃO

3.2.1 - Modelos Matemáticos Básicos

Modelos matemáticos básicos tendo em vista os tres Critérios Fundamentais de Otimização mencionados no capítulo ante-

rior, são construídos considerando os seguintes fatores [1]:

1. Tempo de produção unitário: é o tempo necessário para processar uma peça. Quanto menor esse tempo, maior será a produtividade. As condições de maquinagem para o mínimo tempo de produção unitário são baseadas no critério de maximização da taxa de produção. Assume-se geralmente que o tempo de produção unitário seja composto dos seguintes tempos:

- . tempo de posicionamento da peça na máquina a (min/pç).
- . tempo de maquinagem t_m (min/pç).
- . tempo relativo à troca de ferramenta t_t (min/pç), que é função do tempo de substituição da ferramenta b (min) e do tempo de vida T (min) da ferramenta, ou seja:

$$t_t = b \cdot \frac{t_m}{T} \quad (3.1)$$

onde T/t_m é o número de peças processadas em média durante o tempo de vida da ferramenta.

Então, o tempo de produção unitário t (min/pç) é dado por:

$$t = a + t_m + b \cdot \frac{t_m}{T} \quad (3.2)$$

2. Taxa de produção: q (pç/min) é o número de peças produzidas por unidade de tempo, e é dada por:

$$q = \frac{1}{t} = 1 / (a + t_m + b \cdot \frac{t_m}{T}) \quad (3.3)$$

3. Custo de produção unitário: é o custo requerido para processar uma peça. As condições de maquinagem resultam do critério de mínimo custo de produção. É composto pelas seguintes parcelas:

.custo de material: m_c (\$/pc) é o custo da matéria prima por unidade de peças produzidas,

.custo de preparação ("set up") da máquina: u_p (\$/pc), função do tempo de preparação da máquina,

.custo de maquinagem: u_m (\$/pc), função do tempo de maquinagem,

.custo de troca de ferramenta: u_t (\$/pc), função do tempo relativo à troca de ferramenta,

.custo da ferramenta: u_f (\$/pc), e

.custo de despesas gerais: u_i (\$/pc), custo indireto necessário para se produzir uma peça.

Dessa forma, tem-se que:

$$u_p = K_d \cdot a \quad (3.4)$$

$$u_m = (K_d + \beta) t_m \quad (3.5)$$

$$u_t = K_d \cdot t_t = K_d \cdot b \cdot \frac{t_m}{T} \quad (3.6)$$

$$u_f = \gamma \cdot \frac{t_m}{T} \quad (3.7)$$

onde: K_d (\$/min) é a constante de custo de mão-de-obra, β (\$/min) é a constante de custo de maquinagem e γ (\$) é a constante de custo da ferramenta.

O custo de despesas gerais é simplesmente suposto ser o tempo de produção unitário t multiplicado por K_i (\$/min) que é a constante de custo indireto (como por exemplo, depreciação da máquina), ou seja:

$$u_i = K_i \cdot t = K_i \cdot (a + t_m + b \cdot \frac{t_m}{T}) \quad (3.8)$$

Então, o custo de produção unitário u (\$/pc) é:

$$\begin{aligned} u &= m_c + u_p + u_m + u_t + u_f + u_i \\ &= m_c + \alpha a + (\alpha + \beta) t_m + (\alpha b + \gamma) \frac{t_m}{T} \end{aligned} \quad (3.9)$$

onde: $\alpha = K_d + K_i \quad (3.10)$

4. Benefício unitário: é o lucro obtido na produção de uma peça. O lucro bruto por unidade de peças g (\$/pc) é o preço de venda π_u (\$/pc) menos o custo de produção unitário u , ou:

$$\begin{aligned} g &= \pi_u - u \\ &= \pi_n - \left[\alpha a + (\alpha + \beta) t_m + (\alpha b + \gamma) \frac{t_m}{T} \right] \end{aligned} \quad (3.11)$$

e: $\pi_n = \pi_u - m_c \quad (3.12)$

onde π_n é o rendimento líquido (\$/pc).

5. Taxa de benefício: de acordo com a definição do capítulo anterior, a taxa de benefício p (\$/min) é igual à taxa de produção q multiplicado pelo benefício unitário g :

$$p = q \cdot g = \frac{q}{t} = \frac{r_n - \beta t_m - \gamma (t_m/T)}{a + t_m + b (t_m/T)} - \alpha \quad (3.13)$$

As condições de maquinagem para a maximização desta taxa de lucro são baseadas no critério de maximização da taxa de benefício.

3.2.2 - Modelos Matemáticos como Função da Velocidade de Máquina

Decisões adequadas podem ser tomadas considerando as tres variáveis de máquina para o ajuste de seus valores ótimos. Conforme o capítulo anterior, a velocidade de máquina é aqui considerada como a variável de decisão. Uma análise é desenvolvida para se determinar seu valor ótimo que será utilizado pela máquina ferramenta. Os modelos matemáticos básicos como tempo de produção unitário, custo de produção unitário, e taxa de benefício, respectivamente equações (3.2), (3.9) e (3.13) serão então expressos como função da velocidade de máquina. O tempo de vida da ferramenta T e o tempo de máquina t_m são os fatores no modelo básico que variam com a velocidade de máquina [1].

O tempo de máquina é inversamente proporcional à velocidade de máquina v (m/min):

$$t_m = \lambda / v \quad (3.14)$$

onde λ é uma constante de máquina.

O tempo de vida da ferramenta e a velocidade de máquina são relacionados pela equação de Taylor de vida da ferramenta:

$$v \cdot T^n = C \quad (3.15)$$

onde n e C são parâmetros da equação de Taylor.

A equação (3.15) é utilizada para operações de processamento de metais, como tornos, furadeiras, fresas, etc, onde os parâmetros de Taylor são conhecidos.

Substituindo-se as equações (3.14) e (3.15) em (3.2), (3.9) e (3.13), tem-se:

$$t(v) = a + \frac{\lambda}{v} + \frac{\lambda b}{C^{1/n}} \cdot v^{\left(\frac{1}{n}-1\right)} \quad (3.16)$$

$$u(v) = m_c + \alpha a + (\alpha + \beta) \frac{\lambda}{v} + (\alpha b + \gamma) \frac{\lambda}{C^{1/n}} v^{\left(\frac{1}{n}-1\right)} \quad (3.17)$$

$$p(v) = \frac{r_n - \frac{\beta \lambda}{v} - \frac{\gamma \lambda}{C^{1/n}} v^{\left(\frac{1}{n}-1\right)}}{a + \frac{\lambda}{v} + \frac{\lambda b}{C^{1/n}} v^{\left(\frac{1}{n}-1\right)}} - \alpha \quad (3.18)$$

Na figura 3.1 tem-se um esboço para as curvas do tempo de produção unitário, custo de produção unitário e taxa de benefício como função da velocidade de máquina.

A velocidade de máxima taxa de produção (ou mínimo tempo de produção) é determinada derivando-se a equação (3.16) em relação à velocidade e igualando-se a zero, resultando:

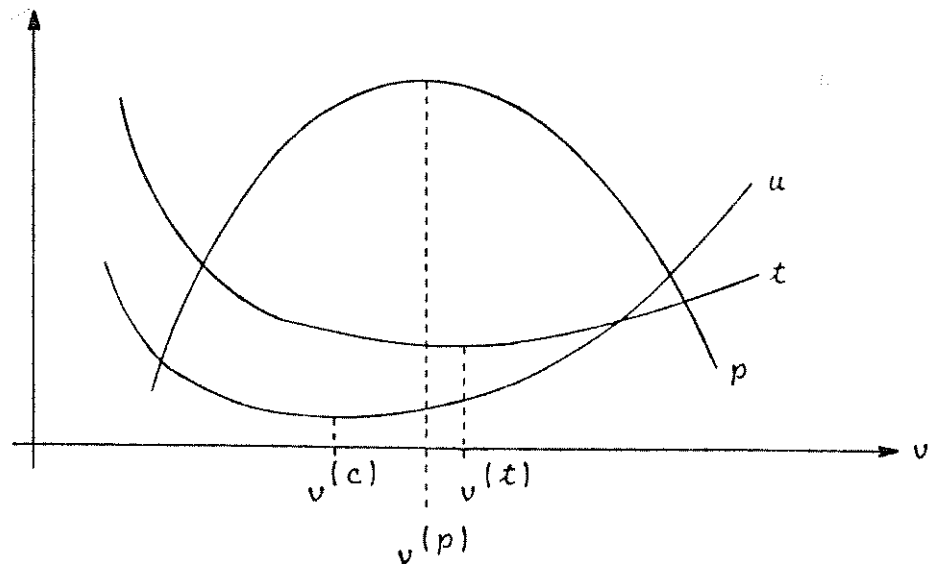


Figura 3.1 - Tempo de produção unitário t , custo de produção unitário u e taxa de benefício p versus velocidade de máquina.

$$v(t) = c / \left[\left(\frac{1}{n} - 1 \right) b \right]^n \quad (3.19)$$

Analogamente, para a velocidade de mínimo custo tem-se:

$$v(c) = c \left(\frac{1}{\frac{1}{n} - 1} \cdot \frac{\alpha + \beta}{\alpha b + \beta} \right)^n \quad (3.20)$$

Vê-se na figura 3.1 que a velocidade de máxima taxa de benefício está na faixa de velocidades chamada de 'região de alta-eficiência', entre as velocidades de mínimo custo e mínimo tempo de produção.

3.2.3 - Geração dos Modelos de Produção

Para a construção de modelos matemáticos para os problemas da Programação e Sequenciamento da Produção, algumas considerações são feitas [1,7,8,9,12]:

1. O Sistema de Manufatura de Multiestágios consiste de K estágios sequenciados em uma ordem tecnológica. O índice do estágio é k ($=1,2,\dots,K$) e o tempo limite (tempo disponível) para o estágio k é d_k .

2. Lotes (ou "jobs") a serem produzidos são classificados em M grupos. O índice do grupo é i ($=1,2,\dots,M$). O grupo G_i contém N_i lotes e cada um deles é denotado por j ($=1,2,\dots,N_i$), e:

$$\sum_{i=1}^M N_i = N$$

que é o número de lotes a serem processados no Sistema.

3. O tempo de produção do grupo G_i consiste do tempo de "set up" do grupo mais o tempo de produção dos N_i lotes contidos no grupo.

4. O tempo de produção do lote J_{ij} consiste do tempo de "set up" do lote mais o tempo de produção unitário multiplicado pelo tamanho do lote.

5. O tempo de produção unitário e custo de produção unitário são funções unimodais, duas vezes diferenciáveis e funções estritamente convexas da velocidade de máquina. A velocidade de mínimo tempo de produção (ou máxima taxa de produção) é maior do que a velocidade de mínimo custo de produção [veja figura 3.1].

6. O tempo de produção unitário t_{ijk} (min/pç) do lote J_{ij} no estágio de máquina k é expresso como função da velocidade

de máquina v_{ijk} (m/min) como [veja equação 3.16]:

$$t_{ijk}(v_{ijk}) = a_{ijk} + \frac{\lambda_{ijk}}{v_{ijk}} + \frac{\lambda_{ijk} b_{ijk}}{c_{ijk}^{1/n_{ijk}}} v_{ijk}^{(\frac{1}{n_{ijk}} - 1)}$$

$i = 1, 2, \dots, M; j = 1, 2, \dots, N_i; k = 1, 2, \dots, K.$ (3.21)

Então, o tempo de produção P_{ijk} (min) do lote J_{ij} no estágio k é:

$$P_{ijk} = s_{ijk} + \ell_{ij} \cdot t_{ijk}(v_{ijk})$$

$i = 1, 2, \dots, M; j = 1, 2, \dots, N_i; k = 1, 2, \dots, K$ (3.22)

onde s_{ijk} (min) é o tempo de "set up" do lote J_{ij} e ℓ_{ij} (pc) é o tamanho do lote.

O tempo de produção P_{ik} (min) do grupo G_i no estágio de máquina k é:

$$P_{ik} = S_{ik} + \sum_{j=1}^{N_i} P_{ijk}$$

$i = 1, 2, \dots, M; k = 1, 2, \dots, K$ (3.23)

onde S_{ik} (min) é o tempo de "set up" do grupo G_i .

O custo de produção unitário u_{ijk} (\$/pc) do lote J_{ij} no estágio de máquina k também é expresso como função da velocidade de máquina v_{ijk} (m/min) [veja equação 3.17]. Neste modelo não será levado em consideração o custo da matéria prima m_c . Logo:

$$u_{ijk}(v_{ijk}) = \alpha_k a_{ijk} + (\alpha_k + \beta_{ijk}) \frac{\lambda_{ijk}}{v_{ijk}} + \frac{\alpha_k b_{ijk} + \gamma_{ijk}}{c_{ijk}^{1/n_{ijk}}} v_{ijk}^{(\frac{1}{n_{ijk}} - 1)}$$

$i = 1, 2, \dots, M; j = 1, 2, \dots, N_i; k = 1, 2, \dots, K$ (3.24)

O custo de produção u_{ik} (\$) do grupo G_i no estágio de máquina k é:

$$u_{ik} = \alpha_k (S_{ik} + \sum_{j=1}^{N_i} s_{ijk}) + \sum_{j=1}^{N_i} \ell_{ij} \cdot u_{ijk} (v_{ijk})$$

$$i = 1, 2, \dots, M; k = 1, 2, \dots, K \quad (3.25)$$

onde a primeira parcela desta equação se refere aos custos de preparação ("set up") da máquina k .

7. As velocidades de mínimo custo de produção $v_{ijk}^{(c)}$ e de mínimo tempo de produção $v_{ijk}^{(t)}$ são [veja equações (3.20) e (3.19) respectivamente]:

$$v_{ijk}^{(c)} = c_{ijk} \left[\frac{1}{\frac{1}{n_{ijk}} - 1} \cdot \frac{\alpha_k + \beta_{ijk}}{\alpha_k \cdot b_{ijk} + \gamma_{ijk}} \right]^{n_{ijk}}$$

$$v_{ijk}^{(t)} = c_{ijk} / \left[\left(\frac{1}{n_{ijk}} - 1 \right) b_{ijk} \right]^{n_{ijk}}$$

$$i = 1, 2, \dots, M; j = 1, 2, \dots, N_i; k = 1, 2, \dots, K. \quad (3.26)$$

3.3 - MÉTODO PARA DETERMINAÇÃO DOS LOTES A SEREM PRODUZIDOS

3.3.1 - Definição do Problema

O problema [8,9] é: determinar os lotes a serem produzidos dentro das limitações do tempo (tempo disponível) para os es-

tágios e as respectivas velocidades ótimas de máquina para os lotes escolhidos.

Para este tipo de problema, dois critérios são empregados. O primeiro visa a maximização da taxa de produção (a produção em um dado intervalo de tempo), para garantir a satisfação da demanda tanto quanto possível. O segundo critério visa a minimização do custo total de produção dos lotes a serem processados (determinados anteriormente), para garantir um maior benefício possível (lucro) à empresa.

3.3.2 - Modelamento Matemático [8,9]

A primeira função pode ser formulada matematicamente por:

$$Z = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^{N_i} \ell_{ij} \cdot x_{ij} \quad (3.27)$$

onde x_{ij} é uma variável de decisão sobre o lote J_{ij} , ou seja:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se } J_{ij} \text{ é escolhido.} \\ 0, & \text{se } J_{ij} \text{ é rejeitado.} \end{cases}$$

A segunda função é, desprezando-se os custos de preparação da máquina por serem constantes, representada matematicamente por:

$$W = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^{N_i} \sum_{k=1}^K \ell_{ij} u_{ijk} (v_{ijk}) x_{ij} \quad (3.28)$$

A seguinte restrição deve ser satisfeita uma vez que o tempo disponível de cada estágio é limitado a d_k .

$$\sum_{i=1}^M \left\{ S_{ik} X_i + \sum_{j=1}^{N_i} \left[s_{ijk} + \ell_{ij} t_{ijk} (v_{ijk}) \right] X_{ij} \right\} \leq d_k \quad (3.29)$$

onde X_i é uma variável de decisão sobre o grupo G_i , ou seja:

$$X_i = \begin{cases} 0, & \text{se } \sum_{j=1}^{N_i} X_{ij} = 0 \text{ (} G_i \text{ é rejeitado).} \\ 1, & \text{se } \sum_{j=1}^{N_i} X_{ij} \geq 1 \text{ (} G_i \text{ não é rejeitado).} \end{cases}$$

Consequentemente, de acordo com a definição do problema, o intuito é o de maximizar a equação (3.27) e minimizar a equação (3.28), sujeito à restrição (3.29). Para tal formulação tem-se um problema de programação não-linear misto.

Os dois objetivos do problema acima, na região de alta-eficiência (veja figura 3.1) estão em conflito, ou seja, ao se decrescer as velocidades, o tempo de produção aumenta e o custo de produção diminui. Uma análise multi-objetiva para problemas deste tipo é muito onerosa e difícil.

Uma técnica para se analisar problemas com múltiplos objetivos é articular preferências aos objetivos. O tomador de decisões do Plano de Produção estabelece as preferências e os objetivos numa forma de prioridades, visando alcançá-los o tanto quanto possível [21].

Neste problema, o primeiro objetivo será a maximização da produção e o segundo será a minimização dos custos de produção.

3.3.3 - Análise do Modelo

Com a intenção de se obter a maior taxa de produção, as velocidades de máquina para todos os lotes em todos os estágios são inicialmente fixadas (ou ajustadas) como as velocidades de mínimo tempo de produção (ou máxima taxa de produção):

$$v_{ijk} = v_{ijk}^{(t)} ; i = 1, 2, \dots, M ; j = 1, 2, \dots, N_i ; k = 1, 2, \dots, K. \quad (3.30)$$

Assume-se também que todos os lotes sejam aceitos para serem processados, determinando assim uma produção máxima. Dessa maneira, tem-se que:

$$X_{ij}^* = 1 ; i = 1, 2, \dots, M ; j = 1, 2, \dots, N_i$$

$$Z^* = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^{N_i} l_{ij} = Z_{\max} \quad (3.31)$$

Com estas duas hipóteses, (3.30) e (3.31), o tempo de produção unitário é:

$$t_{ijk}^{(t)} = t_{ijk}(v_{ijk}^{(t)}) = a_{ijk} + \frac{\lambda_{ijk}}{(1 - n_{ijk})c_{ijk}} \left[\left(\frac{1}{n_{ijk}} - 1 \right) b_{ijk} \right]^{n_{ijk}} \quad (3.32)$$

e o tempo necessário para produzir todos os lotes é:

$$T_k = \sum_{i=1}^M \left[s_{ik} + \sum_{j=1}^{N_i} (s_{ijk} + l_{ij} t_{ijk}^{(t)}) \right] \quad (3.33)$$

De acordo com o tempo disponível d_k para o estágio k ,

tem-se tres casos a analisar [8,9]:

.CASO I: $\forall k \mid T_k = d_k$

.CASO II: $\forall k \mid T_k \leq d_k$

.CASO III: $\exists k \mid T_k > d_k$

.Caso I: Neste caso, todos os lotes são aceitos e as hipóteses (3.30) e (3.31) são válidas.

Portanto, o primeiro objetivo é completamente alcançado. Como não existe tempo de folga ($T_k - d_k = 0$), o segundo objetivo não é considerado.

.Caso II: Aqui, todos os lotes também são aceitos, e a hipótese (3.31) é válida, tendo-se uma produção máxima.

Como existe tempo de folga, o segundo objetivo pode ser alcançado, relaxando-se a hipótese (3.30), pois na região de alta-eficiência, o tempo de produção unitário aumenta e o custo de produção unitário diminui com o decréscimo da velocidade de máquina. Então pode-se diminuir as velocidades (e os custos) até que $T_k = d_k$ ou que $v_{ijk} = v_{ijk}^{(c)}$. Baseado nesta idéia, tem-se o seguinte algoritmo para a minimização dos custos de produção para o estágio de máquina k .

.método_das_velocidades:

PASSO 1: Faça: $k = 1$.

PASSO 2: Para todo lote J_{ij} , faça: $v_{ijk} = v_{ijk}^{(t)} - \Delta v$.

PASSO 3: Calcule $(d_k - T_k)$. Se: $d_k - T_k < \epsilon$, vá ao PASSO 6.

Se não, continue.

PASSO 4: Se: $v_{ijk} - v_{ijk}^{(c)} \leq \Delta v$ para todo lote J_{ij} , vá ao PASSO 6.

Se não, continue.

PASSO 5: Para todo lote J_{ij} tal que $v_{ijk} - v_{ijk}^{(c)} > \Delta v$, faça:

$v_{ijk} = v_{ijk} - \Delta v$. Retorne ao PASSO 3.

PASSO 6: Se $k < K$, faça: $k = k+1$ e volte ao PASSO 2.

Se $k = K$, fim.

Note que este é um método heurístico, onde nenhuma ferramenta desenvolvida no campo da otimização de problemas com restrições é utilizada. No entanto, o problema em questão pode ser matematicamente formulado como:

$$\begin{aligned}
 \text{P1} \left\{ \begin{array}{l}
 \text{minimizar: } w_k = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^{N_i} \ell_{ij} u_{ijk}(v_{ijk}) \quad (3.34) \\
 \text{sujeito a: } H_k(v_{ijk}) = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^{N_i} \ell_{ij} t_{ijk}(v_{ijk}) \leq d_{0k} \quad (3.35) \\
 v_{ijk}^{(c)} < v_{ijk} < v_{ijk}^{(t)} \\
 \text{com: } d_{0k} = d_k - \sum_{i=1}^M (S_{ik} + \sum_{j=1}^{N_i} s_{ijk}) \quad (3.36)
 \end{array} \right.
 \end{aligned}$$

P1 é um conjunto de problemas de programação não-linear. A solução ótima de cada problema para cada estágio k deve satisfazer as condições de Kuhn-Tucker [7,8,9,13,14]:

$$\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^{N_i} \ell_{ij} \frac{du_{ijk}(v_{ijk}^*)}{dv_{ijk}} + \mu_k^* \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^{N_i} \ell_{ij} \frac{dt_{ijk}(v_{ijk}^*)}{dv_{ijk}} = 0 \quad (3.37)$$

$$\mu_k^* \left[d_{0k} - \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^{N_i} \ell_{ij} t_{ijk}(v_{ijk}^*) \right] = 0 \quad (3.38)$$

$$\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^{N_i} \ell_{ij} t_{ijk}(v_{ijk}^*) \leq d_{0k} \quad (3.39)$$

$$\mu_k^* \geq 0 \quad (3.40)$$

Define-se agora a seguinte função, chamada função de eficiência-sensibilidade [7,8,9]:

$$\eta(v) = - \frac{du(v)}{dt(v)} \quad (3.41)$$

Das equações (3.21) e (3.24) resulta:

$$\eta_{ijk}(v_{ijk}) = \frac{\frac{B_{ijk}}{v_{ijk}^2} - \left(\frac{1}{n_{ijk}} - 1\right) \left(\gamma_{ijk}/c_{ijk}^{1/n_{ijk}}\right) v_{ijk}^{\left(\frac{1}{n_{ijk}} - 2\right)}}{\frac{-1}{v_{ijk}^2} + \left(\frac{1}{n_{ijk}} - 1\right) (b_{ijk}/c_{ijk}^{1/n_{ijk}}) v_{ijk}^{\left(\frac{1}{n_{ijk}} - 2\right)}} - \alpha_k \quad (3.42)$$

Esta equação indica a relação entre a redução dos custos e o aumento do tempo de produção através do decréscimo da velocidade de máquina.

Propriedades da função eficiência-sensibilidade (3.42):

$$1. \quad r_{ijk} \geq 0 \quad (3.43)$$

$$2. \quad r_{ijk}(v_{ijk}^{(t)}) = \infty \quad (3.44)$$

$$3. \quad r_{ijk}(v_{ijk}^{(c)}) = 0 \quad (3.45)$$

$$4. \quad \frac{dr_{ijk}(v_{ijk})}{dv_{ijk}} > 0 \quad (3.46)$$

Demonstrações:

1. A função r_{ijk} é não-negativa. Da equação (3.37), tem-se:

se:

$$\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^{N_i} \ell_{ij} \left[\frac{du_{ijk}(v_{ijk}^*)}{dv_{ijk}} + \mu_k^* \frac{dt_{ijk}(v_{ijk}^*)}{dv_{ijk}} \right] = 0$$

ou:

$$\frac{du_{ijk}(v_{ijk}^*)}{dv_{ijk}} + \mu_k^* \frac{dt_{ijk}(v_{ijk}^*)}{dv_{ijk}} = 0$$

ou ainda:

$$\mu_k^* = - \frac{\frac{du_{ijk}(v_{ijk}^*)}{dv_{ijk}}}{\frac{dt_{ijk}(v_{ijk}^*)}{dv_{ijk}}} = - \frac{du_{ijk}(v_{ijk}^*)}{dt_{ijk}(v_{ijk}^*)} = r_{ijk}(v_{ijk}^*) = r_{ijk}^*$$

e da equação (3.40) tem-se que: $\mu_k^* = \kappa_{ijk}^* \geq 0$

2. $\kappa_{ijk}(v_{ijk}^{(t)}) = \infty$. Da equação (3.42), desprezando-se os índices, tem-se:

$$\kappa(v) = \frac{\frac{\alpha+\beta}{v^2} - (\frac{1}{n} - 1)(\alpha b + \gamma) \frac{v^{\frac{1}{n}-2}}{c^{1/n}}}{\frac{-1}{v^2} + (\frac{1}{n} - 1)b \frac{v^{\frac{1}{n}-2}}{c^{1/n}}} \quad (3.47)$$

e da equação (3.19):

$$\frac{v^{\frac{1}{n}}}{c^{\frac{1}{n}}} = \frac{1}{(\frac{1}{n} - 1)b}$$

ou:

$$\frac{v^{\frac{1}{n}-2}}{c^{1/n}} = \frac{v^{-2}}{(\frac{1}{n} - 1)b} \quad (3.48)$$

Substituindo-s (3.48) em (3.47):

$$\kappa(v) = \frac{\frac{\alpha+\beta}{v^2} - (\frac{1}{n} - 1)(\alpha b + \gamma) \frac{v^{-2}}{(\frac{1}{n} - 1)b}}{\frac{-1}{v^2} + (\frac{1}{n} - 1)b \frac{v^{-2}}{(\frac{1}{n} - 1)b}}$$

Consequentemente:

$$\lim_{v \rightarrow v^{(t)}} \kappa(v) = \lim_{v \rightarrow v^{(t)}} \frac{(\beta - \frac{\gamma}{b})v^{-2}}{\frac{-1}{v^2} + \frac{1}{v^2}} = \infty$$

3. $\kappa_{ijk}(v_{ijk}^{(c)}) = 0$. Da equação (3.20):

$$\frac{v^{\frac{1}{n}-2}}{c^{\frac{1}{n}}} = \left(\frac{1}{\frac{1}{n} - 1} \cdot \frac{\alpha+\beta}{\alpha b + \gamma} \right) v^{-2} \quad (3.49)$$

Substituindo-se (3.49) em (3.47):

$$r(v) = \frac{\frac{\alpha+\beta}{v^2} - \left(\frac{1}{n} - 1\right)(\alpha b + \beta) \left(\frac{1}{\frac{1}{n} - 1}\right) \left(\frac{\alpha+\beta}{\alpha b + \beta}\right) v^{-2}}{\frac{-1}{v^2} + \left(\frac{1}{n} - 1\right) b \left(\frac{1}{\frac{1}{n} - 1}\right) \left(\frac{\alpha+\beta}{\alpha b + \beta}\right) v^{-2}}$$

Logo:

$$\lim_{v \rightarrow v(c)} r(v) = \lim_{v \rightarrow v(c)} \frac{\frac{\alpha+\beta}{v^2} - \frac{\alpha+\beta}{v^2}}{\frac{-1}{v^2} + \left(\frac{\alpha+\beta}{\alpha b + \beta}\right) b v^{-2}} = 0$$

4. $\frac{dr_{ijk}(v_{ijk})}{dv_{ijk}} > 0$. A derivada de (3.42) em relação

a v_{ijk} é:

$$\frac{dr_{ijk}(v_{ijk})}{dv_{ijk}} = \frac{\frac{1}{n_{ijk}} \left(\frac{1}{n_{ijk}} - 1\right) \left(\gamma_{ijk} - b_{ijk} \beta_{ijk}\right) \frac{v_{ijk}^{\left(\frac{1}{n_{ijk}} - 5\right)}}{c_{ijk}^{1/n_{ijk}}}}{\left[\frac{-1}{v_{ijk}^2} + \left(\frac{1}{n_{ijk}} - 1\right) b_{ijk} \frac{v_{ijk}^{\left(\frac{1}{n_{ijk}} - 2\right)}}{c_{ijk}^{1/n_{ijk}}} \right]^2} \quad (3.50)$$

Geralmente, em processamento de metais, o parâmetro n_{ijk} da equação de Taylor de vida da ferramenta (3.15) é:

$$0 < n_{ijk} < 1 \therefore \frac{1}{n_{ijk}} - 1 > 0 \quad (3.51)$$

Desde que foi assumido que $v_{ijk}^{(c)} < v_{ijk}^{(t)}$, tem-se:

$$\left(v_{ijk}^{(c)}\right)^{\frac{1}{n_{ijk}}} < \left(v_{ijk}^{(t)}\right)^{\frac{1}{n_{ijk}}} \quad (3.52)$$

pois:

$$\frac{1}{n_{ijk}} > 1$$

Substituindo-se (3.26) em (3.52)

$$C_{ijk}^{1/n_{ijk}} \cdot \frac{1}{\frac{1}{n_{ijk}} - 1} \cdot \frac{\alpha_k + \beta_{ijk}}{\alpha_k b_{ijk} + \gamma_{ijk}} < \frac{C_{ijk}^{1/n_{ijk}}}{(\frac{1}{n_{ijk}} - 1) b_{ijk}}$$

ou:

$$\frac{b_{ijk}(\alpha_k + \beta_{ijk})}{\alpha_k b_{ijk} + \gamma_{ijk}} < 1$$

$$\alpha_k b_{ijk} + b_{ijk} \beta_{ijk} < \alpha_k b_{ijk} + \gamma_{ijk}$$

$$\therefore \gamma_{ijk} - b_{ijk} \beta_{ijk} > 0 \quad (3.53)$$

De (3.51) e (3.53), ve-se que a equação (3.50) na região de alta-eficiência é sempre não-negativa, como se queria demonstrar.

Das propriedades acima, conclui-se que:

- . a função π_{ijk} é igual ao multiplicador de Lagrange μ_k ,
- . a função π_{ijk} é sempre não-negativa e monótona crescente de 0 até ∞ na região de alta-eficiência. Consequentemente, existe a função inversa de π_{ijk} para $\mu_k > 0$, denotada por $\pi_{ijk}^{-1}(\mu_k)$ e,
- . quanto maior a função π_{ijk} , maior será a redução dos custos.

Desta discussão surge outro método, denominado método dual, onde se procura atualizar o multiplicador de Lagrange μ_k e, através da inversão da função $\pi_{ijk}(\pi_{ijk})$, determinar os valores ótimos das velocidades:

.método_dual:

PASSO 1: Faça: $k = 1$.

PASSO 2: Faça: $\mu_k = 0$ e $\sigma_k = \sigma^0$. Calcule d_{0k} pela expressão (3.36).

PASSO 3: Calcule $v_{ijk} = \pi_{ijk}^{-1}(\mu_k)$ para todo lote J_{ij} .

PASSO 4: Calcule $H_k(v_{ijk})$ pela expressão (3.35).

Se: $d_{0k} - H_k(v_{ijk}) > \epsilon$, vá ao PASSO 6.

Se não, continue.

PASSO 5: Faça: $\mu_k = \mu_k + \sigma_k [H_k(v_{ijk}) - d_{0k}]$.

Incremente σ_k . Retorne ao PASSO 3.

PASSO 6: Se $k < K$, faça: $k = k + 1$ e volte ao PASSO 2.

Se $k = K$, fim.

Aqui, σ_k é a ponderação dada ao erro no estágio k e é determinada experimentalmente (variação exponencial).

Uma outra maneira de se resolver o problema P1 é a utilização do método do lagrangeano-aumentado [13,15], que reúne a idéia do método com função de penalidade com a filosofia dos métodos duais (dois métodos muito usados no contexto de otimização restrita), transformando assim o problema P1 em um problema de minimização irrestrita (veja apêndice A).

A função lagrangeano-aumentado é definida como:

$$\begin{aligned}
 L(v_{ijk}, \mu_k, \rho_k) = & \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^{N_i} \ell_{ij} u_{ijk}(v_{ijk}) + \\
 & \mu_k \left[\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^{N_i} \ell_{ij} t_{ijk}(v_{ijk}) + x_k - d_{0k} \right] + \\
 & \frac{1}{2} \rho_k \left[\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^{N_i} \ell_{ij} t_{ijk}(v_{ijk}) + x_k - d_{0k} \right]^2
 \end{aligned} \tag{3.54}$$

onde ρ_k é uma sequência de parâmetros de penalidade positivos e x_k é a variável de folga associada a restrição $H_k(v_{ijk})$ no estágio de máquina k .

Este método constitui-se de uma sequência de minimizações da função lagrangeano-aumentado com relação a v_{ijk} e a x_k , para um dado valor de μ_k e de maximizações do mínimo da função lagrangeano-aumentado com relação ao multiplicador μ_k . O multiplicador μ_k é atualizado de acordo com o seguinte:

$$\mu_k = \mu_k + \rho_k \left[\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^{N_i} \ell_{ij} t_{ijk}(\bar{v}_{ijk}) + \bar{x}_k - d_{0k} \right] \tag{3.55}$$

onde $\bar{v}_{ijk}$ e $\bar{x}_k$ são os valores que minimizam a função (3.54). O multiplicador inicial μ_k^0 é escolhido à priori e a sequência ρ_k pode ser ou pré-determinada ou gerada, de acordo com um esquema apropriado, durante cada iteração [13,15].

método do lagrangeano-aumentado:

PASSO 1: Faça: $k = 1$

PASSO 2: Faça: $\mu_k = 0$ e $\rho_k = \rho_k^0$. Calcule d_{0k} pela expressão (3.36).

PASSO 3: Minimize a expressão (3.54).

PASSO 4: Se: $\|H_k(\bar{v}_{ijk}) + \bar{x}_k - d_{0k}\| < \epsilon$
vá ao PASSO 6. Se não, continue.

PASSO 5: Faça: $\mu_k = \mu_k + \rho_k \cdot [H_k(\bar{v}_{ijk}) + \bar{x}_k - d_{0k}]$
Incremente ρ_k . Retorne ao PASSO 3.

PASSO 6: Se $k < K$, faça: $k = k+1$ e volte ao PASSO 2.
Se $k=K$, fim.

.Caso III: Neste caso, nem todos os lotes podem ser aceitos, pois a produção de todos os lotes ultrapassa o tempo disponível d_k . Então um algoritmo deve ser implementado para se determinar uma combinação de lotes que acarrete numa maior taxa de produção, que é o primeiro objetivo do problema.

Neste problema, as velocidades não são mais variáveis de decisão; são constantes iguais às velocidades de mínimo tempo de produção. O problema passa a ser:

$$\text{maximize:} \quad Z = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^{N_i} \ell_{ij} x_{ij} \quad (3.56)$$

$$\text{sujeito a:} \quad \sum_{i=1}^M \left[S_{ik} + \sum_{j=1}^{N_i} (s_{ijk} + \ell_{ij} t_{ijk}^{(t)}) x_{ij} \right] x_i \leq d_k \quad (3.57)$$

A atualmente existem muitas técnicas de otimização e dentre elas, o algoritmo "branch-and-bound" [16,17,18,19,20], que através da enumeração implícita (sem enumerar todas as soluções possíveis) procura iterativamente uma solução ótima para problemas discretos combinatoriais por repetidos passos de "branching" e "bounding", pois para problemas de grande porte, enumerar todas as soluções seria uma tarefa impossível. O objetivo deste método é enumerar explicitamente um número 'gerenciável' de soluções e enumerar implicitamente o restante delas. Esta técnica utiliza o diagrama chamado 'árvore de análise' que é formado de nós e ramificações onde cada caminho impõe uma restrição e cada nó representa um grupo de restrições que são adicionadas ao problema.

A inicialização do algoritmo é feita tomando-se o limite inferior $\underline{z}^0$ das peças produzidas e a solução inicial x_{ij}^0 do pro-

blema iguais a: $\underline{z}^0 = 0$

$$x_{ij}^0 = 0; i = 1, 2, \dots, M; j = 1, 2, \dots, N_i. \quad (3.58)$$

O procedimento "branching" é para particionar o grupo de soluções em vários subgrupos. Existem muitas regras para o "branching" e a mais comum é, por não exigir excessiva capacidade de memória na implementação por computadores [17], ramificar para um dos nós sucessores (nível $L+1$) do nó que estava sendo analisado (nível L). Dentre os nós vivos de nível $(L+1)$, o que apresentar o maior limite superior, que é calculado no procedimento "bounding", é escolhido para nova ramificação. Os limites superiores são estimados como segue:

$$\bar{z}_{ijL} = \sum_{ij \in A} l_{ij} + \min_k \left[\min_{ij \in R} \left\{ \frac{S_{ik}(1-x_i) + s_{ijk}}{l_{ij}} + t_{ijk}^{(t)} \right\} \right] \quad (3.59)$$

onde $k (=1, 2, \dots, K)$ são os estágios de máquina, A e R são conjuntos que indicam se o lote J_{ij} foi aceito ou rejeitado, respectivamente, L indica o nível do nó na árvore, $[x]$ significa o maior inteiro menor ou igual à x , e:

$$D_k = d_k - \sum_{i \in A} S_{ik} - \sum_{ij \in A} (s_{ijk} + l_{ij} t_{ijk}^{(t)}) \quad (3.60)$$

é o tempo de folga.

Ao se estimar o limite superior de um determinado Nó ij , supõe-se que o lote J_{ij} seja aceito (ou seja, $ij \in A$). Pode acontecer que o tempo de folga D_k seja menor do que zero, o que torna a suposição de aceitação falsa. Neste caso o lote J_{ij} só pode ser

produzido parcialmente. Então, retira-se o lote do grupo de aceitação calculando o novo tamanho do lote $\ell_{n_{ij}}$ pela expressão:

$$D_{1k} = d_k - \sum_{i_1 \in A} S_{i_1 k} - \sum_{i_1 j_1 \in A} (s_{i_1 j_1 k} + \ell_{i_1 j_1} t_{i_1 j_1 k}^{(t)})$$

$$\ell_{n_{ij}} = \min_k \left[\left[D_{1k} - S_{ik} \cdot (1 - X_i) - s_{ijk} \right] / t_{ijk}^{(t)} \right] \quad (3.61)$$

e o limite superior é:

$$\bar{z}_{ijL} = \ell_{n_{ij}} + \sum_{i_1 j_1 \in A} \ell_{i_1 j_1} \quad (3.62)$$

Para este nó nenhuma outra ramificação é possível e o nó é truncado (devido à limitação de tempo). A solução obtida para este nó é comparada com a solução anterior armazenada. Se $\bar{z}_{ijL} > \underline{z}$, a nova solução é melhor do que a anterior e deve ser armazenada:

$$\hat{i} = i; \hat{j} = j; \underline{z} = \bar{z}_{ijL}; \ell_{n_{\hat{i}\hat{j}}} = \ell_{n_{ij}}$$

$$\bar{x}_{ij} = \begin{cases} 1, & p / \hat{i}\hat{j} \\ 1, & p / ij \in A \\ 0, & p / ij \notin A \end{cases} \quad (3.63)$$

Sempre após a atualização da solução armazenada deve-se truncar por limites todo nó vivo cujo limite superior seja menor ou igual ao novo limite inferior $\underline{z}$ definido em (3.63), pois nenhuma solução à partir deste nó pode ser proveitosa.

Agora se tem outro procedimento chamado "backtracking", que é uma busca (retorno) na árvore até que se encontre um nó vivo. A partir desse nó, novo "branching" é efetuado. Se não houver mais nós vivos, a enumeração estará completa e a solução ar-

mazenada é a solução ótima do problema:

$$\begin{aligned} x^* &= \hat{x}_{ij} \\ \ell_{\hat{x}_{ij}} &= \ell^n_{\hat{x}_{ij}} \\ z^* &= \underline{z} = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^{N_i} \ell_{ij} \cdot x^*_{ij} \end{aligned} \quad (3.64)$$

Mais adiante será visto um exemplo objetivando um melhor entendimento dos procedimentos de "branching", "bounding", trun-car por limites, "backtracking", etc.

Num Sistema de Manufatura com Multiestágios, um deles é sempre crítico e usualmente norteia a solução ótima de problema; se os outros (K-1) estágios ainda apresentarem tempos de folga, então os custos podem ser reduzidos diminuindo-se as velocidades. O problema agora é do mesmo tipo do caso II, onde a hipótese (3.31) também é rejeitada, pois a solução do problema é dada por (3.64). As velocidades ótimas são determinadas da mesma maneira.

3.3.4 - Algoritmo para Determinação dos Lotes a Serem Produzidos.

O seguinte algoritmo é proposto para a determinação dos lotes a serem produzidos e suas velocidades ótimas:

PASSO 1: Calcule $v_{ijk}^{(c)}$ e $v_{ijk}^{(t)}$ para todos os lotes pelas equações (3.26) e então T_k pela expressão (3.33).

Se $T_k = d_k$ para $k=1, 2, \dots, K$, vá ao PASSO 2.

Se $T_k \leq d_k$ para $k=1, 2, \dots, K$, vá ao PASSO 3.

Se $T_k > d_k$ para algum $k=1, 2, \dots, K$, vá ao PASSO 4.

PASSO 2: A solução ótima é:

$$x_{ij}^* = 1; v_{ijk}^* = v_{ijk}^{(t)};$$

$$i=1, 2, \dots, M; j=1, 2, \dots, N_i; k=1, 2, \dots, K$$

$$Z^* = Z_{\max} = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^{N_i} \ell_{ij}$$

FIM.

PASSO 3: A solução ótima é:

$$x_{ij}^* = 1; i=1, 2, \dots, M; j=1, 2, \dots, N_i$$

$$Z^* = Z_{\max} = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^{N_i} \ell_{ij}$$

Vá ao PASSO 14.

PASSO 4: Faça: $\underline{i} = 1$; $\underline{j} = 0$; $A = \{ \}$;

$$R = \{ij | i=1, 2, \dots, M \text{ e } j=1, 2, \dots, N_i\}$$

PASSO 5: Faça: $i = 1$

PASSO 6: Faça: $j = 1$

PASSO 7: Se $ij \in A$, vá ao PASSO 8. Se não, faça: $A = A + \{ij\}$;

$R = R - \{ij\}$. Calcule D_k pela expressão (3.60),

para $k=1, 2, \dots, K$. Se $D_k < 0$ para algum k , vá

ao PASSO 11. Se não, calcule $\bar{z}_{ijL}$ pela expressão (3.59).

Faça: $A = A - \{ij\}$ e $R = R + \{ij\}$

PASSO 8: Faça: $j = j+1$.

Se $J \leq N_i$, retorne ao PASSO 7.

Se não, faça: $i = i+1$.

Se $i \leq M$, retorne ao PASSO 6.

Se não, continue.

PASSO 9: Ache $\max \bar{z}_{ijL}$; $ij \in R$.

Se $\text{EXP2}_{ijL} = 1$, vá ao PASSO 12 (obs: $\text{EXP2}_{ijL} = 1$ significa que o limite superior $\bar{z}_{ijL}$ para este nó foi calculado pela expressão (3.62)).

Se não, continue.

Se $\bar{z}_{ijL} = 0$ e $L = 1$, vá ao PASSO 13.

Se não, continue.

PASSO 10: Se $\bar{z}_{ijL} = 0$ e $L > 1$, faça: $L = L-1$; $ij = \text{PAI}(L)$;

$A = A - \{ij\}$; $R = R + \{ij\}$

Retorne ao PASSO 9.

Se $\bar{z}_{ijL} > 0$, faça: $\text{PAI}(L) = ij$; $\bar{z}_{ijL} = 0$; $L = L+1$

$A = A + \{ij\}$; $R = R - \{ij\}$

Retorne ao PASSO 5.

PASSO 11: Faça: $A = A - \{ij\}$; $R = R + \{ij\}$; $\text{EXP2}_{ijL} = 1$.

Calcule $\ln_{ij}$ pela expressão (3.61) e $\bar{z}_{ijL}$ pela expressão (3.62). Retorne ao PASSO 8.

PASSO 12: Faça: $\text{EXP2}_{ijL} = 0$. Se $\bar{z}_{ijL} > \underline{z}$, faça: $S = A + ij$; $\hat{z} = ij$;

$\underline{z} = \bar{z}_{ijL}$; $\bar{z}_{ijL} = 0$; $\ln_{\hat{z}} = \ln_{ij}$

Se não, continue.

Para todos os nós vivos em todos os níveis, se $\bar{z}_{ijL} \leq \underline{z}$,
 faça: $\bar{z}_{ijL} = 0$. Retorne ao PASSO 9.

PASSO 13: A solução ótima é:

$$x_{ij}^* = \begin{cases} 1, & \text{se } ij \in S \\ 0, & \text{se } ij \notin S \end{cases}$$

$$l_{\bar{z}} = \bar{z}_{\bar{z}} ; z^* = \underline{z}$$

Continue.

PASSO 14: (Minimização dos custos) - Escolha e utilize um dos métodos desenvolvidos na seção anterior:

- .método das velocidades,
- .método dual, e
- .método do lagrangeano-aumentado.

PASSO 15: As velocidades ótimas são: $v_{ijk}^* = v_{ijk}^{(e)} ;$

$$i = 1, 2, \dots, M; j = 1, 2, \dots, N_i; k = 1, 2, \dots, K,$$

onde $v_{ijk}^{(e)}$ são as velocidades determinadas no PASSO 14.

FIM.

3.3.5 - Exemplo:

Um Sistema de Manufatura é composto por apenas 1 estágio de máquina. Quatro "jobs" (lotes) foram reunidos em dois grupos. O tamanho, tempo de produção, e tempo de "set up" de cada lote e o tempo de "set up" de cada grupo são dados pela tabela 3.1. De-

seja-se determinar o número de peças (e os respectivos lotes) que podem ser produzidos, quando o tempo disponível é de 600 minutos.

		l_{ij}	t_{ij}	s_{ij1}	S_{i1}
		pcs	min/pc	min	min
G_1	J_1	50	7.5	40	50
	J_2	70	5.5	42	
G_2	J_1	55	6.5	45	45
	J_2	60	6.0	40	

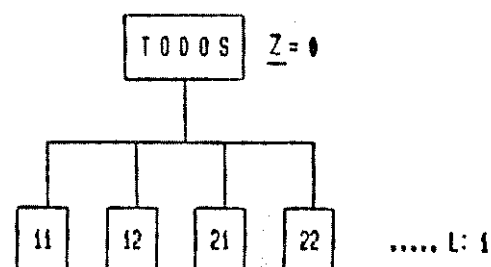


Tabela 3.1 - Dados do exemplo.

Figura 3.2 - Árvore de análise

Este exemplo corresponde ao caso III, pois:

$$T = 1739.50 > 600 = d$$

No início, o limite inferior $\underline{Z}$ é zero e tem-se a árvore da figura 3.2.

Para cada nó vivo de nível 1, tem-se o seguinte procedimento:

a. Nó 11. Se este lote fosse aceito, calcula-se o número máximo (limite superior) de peças que poderiam ser produzidas no tempo disponível d . O limite superior é então calculado [expressões (3.59) e (3.60)]:

A = (Nó 11) lotes aceitos

R = (Nó 12, Nó 21, Nó 22) lotes não-aceitos

O tempo de folga é :

$$D = 600 - 50 - 40 - 50 \times 7.5 = 135 \text{ min.}$$

O termo 'entre chaves' da expressão (3.59) é:

$$E = \frac{S_i(1-X_i) + s_{ij}}{l_{ij}} + t_{ij}^{(t)}$$

	12	21	22
E	6.10	8.14	7.42

o menor é: 6.10

Então, o limite superior $\bar{z}_{111}$ é:

$$\bar{z}_{111} = 50 + \left\lceil 135/6.10 \right\rceil = 72$$

b. Nó 12.

A = (Nó 12)

R = (Nó 11, Nó 21, Nó 22)

$$D = 600 - 50 - 42 - 70 \times 5.5 = 123 \text{ min.}$$

	11	21	22
E	8.30	8.14	7.42

$$\bar{z}_{121} = 70 + \left\lceil 123/7.42 \right\rceil = 86$$

c. Nó 21.

A = (Nó 21)

R = (Nó 11, Nó 12, Nó 22)

$$D = 600 - 45 - 45 - 55 \times 6.5 = 152.50 \text{ min.}$$

	11	12	22
E	9.30	6.81	6.67

$$\bar{Z}_{211} = 55 + \left\lceil 152.5/6.67 \right\rceil = 77$$

d. Nó 22.

A = (Nó 22)

R = (Nó 11, Nó 12, Nó 21)

$$D = 600 - 45 - 40 - 60 \times 6.0 = 155 \text{ min.}$$

	11	12	21
E	9.30	6.81	7.32

$$\bar{Z}_{221} = 60 + \left\lceil 155/6.81 \right\rceil = 82$$

O nó a ser escolhido é o que apresenta o maior limite superior. O Nó 12 é então escolhido e será ramificado.

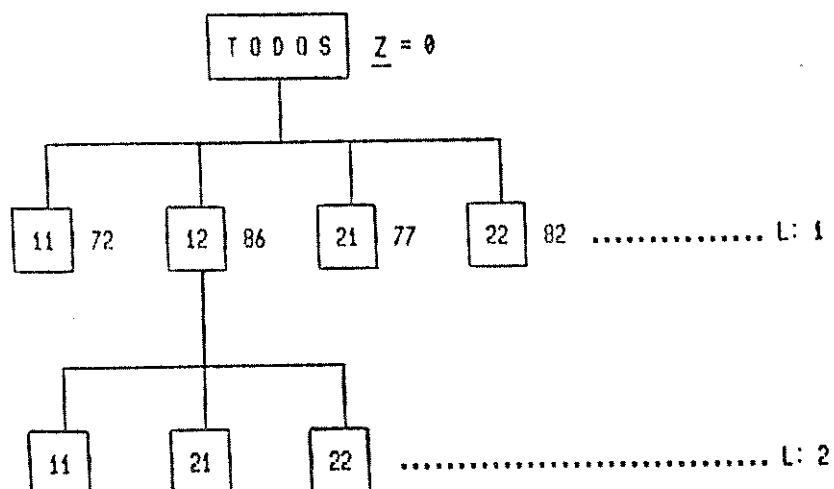


Figura 3.3

e $X_{12} = 1$ (e $X_1 = 1$). Para cada nó vivo de nível 2, tem-se:

a. Nó 11.

$$A = (\text{Nó 11, Nó 12})$$

$$R = (\text{Nó 21, Nó 22})$$

$$D = 600 - 50 - 42 - 70 \times 5.5 - 40 - 50 \times 7.5 = -292 < 0$$

Portanto, o lote J_{11} não pode ser totalmente produzido. Retira-se o Nó 11 do conjunto A. O número de peças de J_{11} a ser aceito é [expressão (3.61)e (3.62)]:

$$A = (\text{Nó 12}) ; R = (\text{Nó 11, Nó 21, Nó 22})$$

$$\ell_{n_{11}} = \lceil (600 - 50 - 42 - 70 \times 5.5 - 40) / 7.5 \rceil = 11$$

$$\bar{z}_{112} = 11 + 70 = 81$$

b. Nó 21.

$$A = (\text{Nó 12, Nó 21})$$

$$R = (\text{Nó 11, Nó 22})$$

$$D = 600 - 50 - 42 - 70 \times 5.5 - 45 - 45 - 55 \times 6.5 = -324.5 < 0$$

$$\therefore A = (\text{Nó 12}) ; R = (\text{Nó 11, Nó 21, Nó 22})$$

$$\ell_{n_{21}} = \lceil (600 - 50 - 42 - 70 \times 5.5 - 45 - 45) / 6.5 \rceil = 5$$

$$\bar{z}_{212} = 5 + 70 = 75$$

b. Nó 22.

$$A = (\text{Nó 12, Nó 22})$$

$$R = (\text{Nó 11, Nó 21})$$

$$D = 600 - 50 - 42 - 70 \times 5.5 - 45 - 40 - 60 \times 6.0 = -322 < 0$$

$$\therefore A = (\text{Nó } 12) ; R = (\text{Nó } 11, \text{Nó } 21, \text{Nó } 22)$$

$$\ell_{n_{22}} = \lceil (600 - 50 - 42 - 70 \times 5.5 - 45 - 40) / 6.0 \rceil = 6$$

$$\bar{z}_{222} = 6 + 70 = 76$$

O nó escolhido é o Nó 11. Como para este nó: $D < 0$, não é possível fazer ramificações e o nó é truncado. A melhor solução até agora é:

$$J_{11} - \text{aceito, com } \ell_{11} = 11$$

$$J_{12} - \text{aceito}$$

$$J_{21} - \text{rejeitado}$$

$$J_{22} - \text{rejeitado}$$

E o limite inferior passa a ser: $\underline{z} = \bar{z}_{112} = 81$.

Agora se tem o procedimento de truncar por limites. Se $\bar{z}_{ijL} \leq \underline{z}$, o Nó ij é truncado. Dessa forma, todos os nós do nível 2 são truncados.

Como não existe mais nós vivos no nível 2, um retorno é feito ("backtracking") até que se encontre algum nó vivo. No nível 1, o único nó vivo é o Nó 22. Então um novo "branching" é feito à partir deste nó e a árvore de análise resultante é vista na figura 3.4.

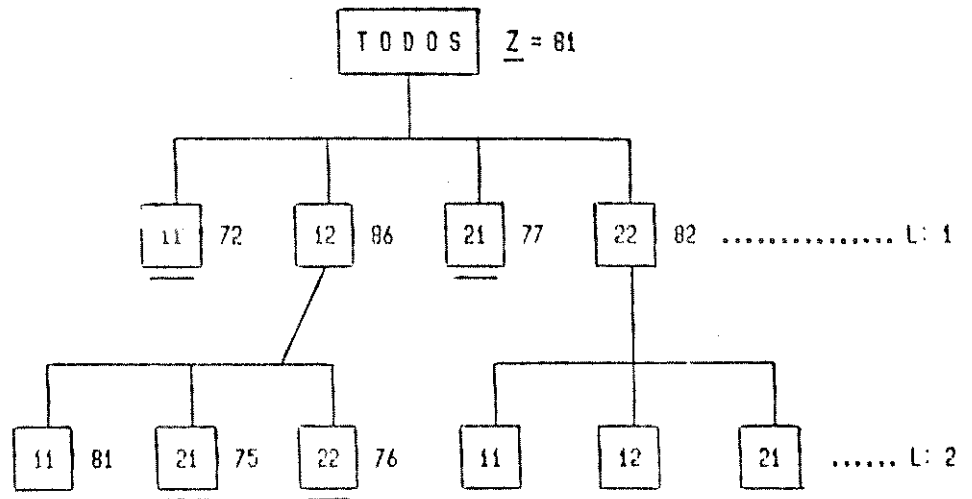


Figura 3.4

Para cada nó vivo, tem-se então:

a. Nó 11.

$$A = (\text{Nó 11, Nó 22})$$

$$R = (\text{Nó 12, Nó 21})$$

$$D = 600 - 45 - 40 - 60 \times 6.0 - 50 - 40 - 50 \times 7.5 = -310 < 0$$

$$\therefore A = (\text{Nó 22}) ; R = (\text{Nó 11, Nó 12, Nó 21})$$

$$\ell_{n_{11}} = \lceil (600 - 45 - 40 - 60 \times 6.0 - 50 - 40) / 7.5 \rceil = 8$$

$$\bar{Z}_{112} = 8 + 60 = 68$$

b. Nó 12.

$$A = (\text{Nó 12, Nó 22})$$

$$R = (\text{Nó 11, Nó 21})$$

$$D = 600 - 45 - 40 - 60 \times 6.0 - 50 - 42 - 70 \times 5.5 = -322 < 0$$

$$\therefore A = (\text{Nó } 22) ; R = (\text{Nó } 11, \text{Nó } 12, \text{Nó } 21)$$

$$\ell_{n_{12}} = \lceil (600 - 45 - 40 - 60 \times 6.0 - 50 - 42) / 5.5 \rceil = 11$$

$$\bar{z}_{122} = 11 + 60 = 71$$

c. Nó 21.

$$A = (\text{Nó } 21, \text{Nó } 22)$$

$$R = (\text{Nó } 11, \text{Nó } 12)$$

$$D = 600 - 45 - 40 - 60 \times 6.0 - 45 - 55 \times 6.5 = -247.5 < 0$$

$$\therefore A = (\text{Nó } 22) ; R = (\text{Nó } 11, \text{Nó } 12, \text{Nó } 21)$$

$$\ell_{n_{21}} = \lceil (600 - 45 - 40 - 60 \times 6.0 - 45) / 6.5 \rceil = 16$$

$$\bar{z}_{212} = 16 + 60 = 76$$

Todos estes nós são truncados. Como não existe nó vivo, a enumeração está completa e a solução armazenada é a solução ótima para o problema:

$$\begin{array}{ll} x_{11}^* = 1 & \ell_{11} = 11 - \text{aceito} \\ x_{12}^* = 1 & \ell_{12} = 70 - \text{aceito} \\ x_{21}^* = 0 & \ell_{21} = 55 - \text{rejeitado} \\ x_{22}^* = 0 & \ell_{22} = 60 - \text{rejeitado} \end{array}$$

$$\text{A produção máxima é: } Z = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \ell_{ij} x_{ij} = 81 \text{ peças.}$$

3.4 - MODELOS PARA PROBLEMAS DE SEQUENCIAMENTO DA PRODUÇÃO

Para simplicidade de análise, algumas hipóteses são consideradas [1,5,6,7,12]:

- .um grupo de N "jobs" estão prontos para serem processados em um tempo zero (origem dos tempos);
- .cada máquina está continuamente disponível;
- .cada operação é desempenhada por apenas uma máquina;
- .cada máquina pode desempenhar apenas uma operação em um instante de tempo;
- .a sequência ótima determinada é a mesma para todos os estágios de máquina.

O tempo total de fluxo (TTF) representa o tempo decorrido do começo da primeira operação do primeiro "job" (tempo zero) até o término da última operação do último "job". Minimizar o TTF é um problema clássico e básico no campo do Sequenciamento da Produção [1].

O símbolo $< >$ é usado para indicar a ordem do "job" no sequenciamento; $J_{<i>} = J_{\xi}$ significa que o "job" ξ é processado na i -ésima posição da sequência ótima. Na figura 3.5 vê-se dois modelos básicos de processamento dos "jobs" $<n-1>$ e $<n>$ nos estágios $k-1$ e k .

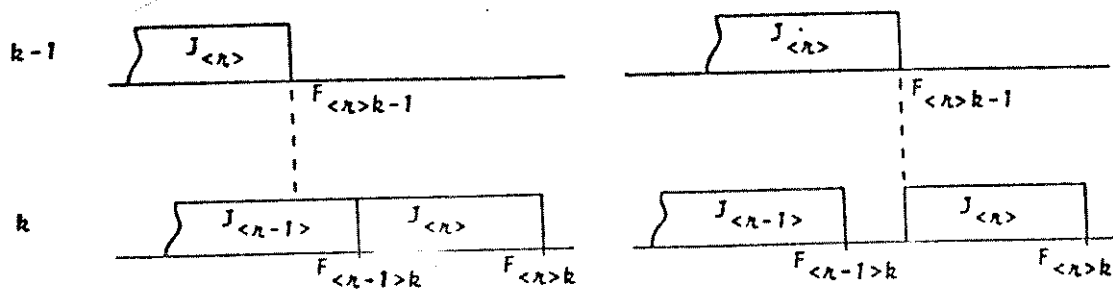


Figura 3.5 - Dois exemplos básicos no sequenciamento de "jobs".

O instante de tempo $F_{<n>k}$ (min) é o tempo (em relação à origem) em que se termina o processamento do "job" $J_{<n>}$ no estágio k , ou:

$$F_{<n>k} = \max \{ F_{<n-1>k} ; F_{<n>k-1} \} + t_{<n>k} \quad (3.65)$$

Seja o exemplo abaixo, onde são processados 3 "jobs" em um Sistema com 4 estágios de máquina. O tempo de produção (em horas) de cada "job" em cada estágio é dado pela tabela 3.2.

		estágio (máquina)			
		1	2	3	4
"jobs"	1	17	13	15	10
	2	8	6	21	7
	3	16	14	15	4

Tabela 3.2 - Dados do exemplo.

	1	2	3	4
$J_{<i>}$	t_{i1}	t_{i2}	t_{i3}	t_{i4}
	$F_{<i>1}$	$F_{<i>2}$	$F_{<i>3}$	$F_{<i>4}$
1	17	13	15	10
2	8	6	21	7
3	16	14	15	4
	41	55	81	85

TTF

Tabela 3.3 - Procedimento tabular para determinação do TTF.

Procura-se o mínimo tempo de fluxo para este Sistema. No caso de 3 jobs, tem-se $3! = 6$ sequenciamentos possíveis.

Seja $J_1 - J_2 - J_3$ o primeiro sequenciamento. O tempo total de fluxo é facilmente calculado utilizando-se o procedimento tabular visto na tabela 3.3.

Como exemplo, seja o "job" $J_{<2>}$ no estágio 3:

$$F_{<2>3} = \max (F_{<1>3} ; F_{<2>2}) + t_{<2>3}$$

$$= \max (45 ; 36) + 21 = 66$$

O tempo total de fluxo é 85 horas.

Para os outros sequenciamentos, tem-se:

$J_1-J_3-J_2$		90 horas,
$J_2-J_1-J_3$		74 horas,
$J_2-J_3-J_1$		79 horas,
$J_3-J_1-J_2$		89 horas, e
$J_3-J_2-J_1$		91 horas.

Então, o mínimo tempo de fluxo é 74 horas, a sequência ótima é $J_2-J_1-J_3$, e a diferença entre o maior e o menor tempo de fluxo é de 17 horas. O mapa de Gantt da figura 3.6 mostra o Sequenciamento ótimo:

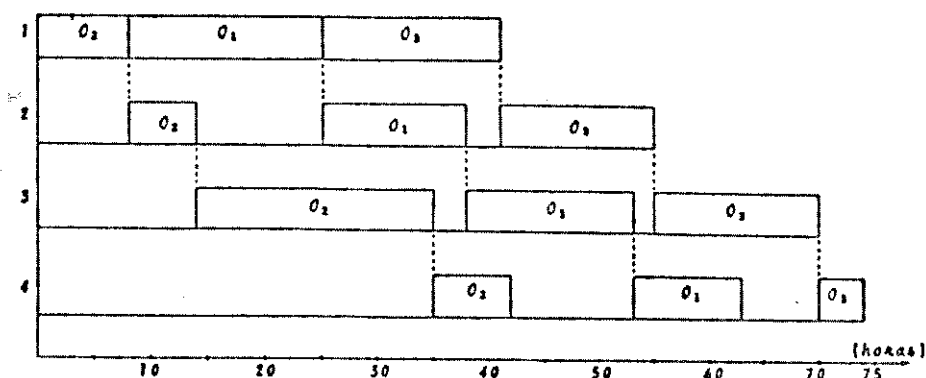


Figura 3.6 - Mapa de Gantt para o sequenciamento ótimo, onde O_i significa a operação do "job" i .

3.5 - MÉTODO PARA DETERMINAÇÃO DA SEQUÊNCIA DE LANCAMENTO DOS LOTES PARA PRODUÇÃO:

3.5.1 - Definição do Problema [6,7]:

O problema definido como Sequenciamento para um Sistema de Manufatura de Multiestágios é: primeiro - determinar a sequên-

cia ótima para grupos e "jobs" e segundo - as velocidades ótimas de máquina para todos os "jobs" em todos os estágios, com o objetivo de minimizar o tempo total de fluxo.

3.5.2 - Análise do Modelo:

Desde que o critério de otimização é minimizar o tempo total de fluxo, é razoável considerar as velocidades iniciais como sendo as velocidades de mínimo tempo de produção definidas por (3.30) e o tempo de produção unitário por (3.32).

Com o propósito de determinar a sequência ótima dos "jobs" para um problema de grande porte, o algoritmo "branch-and-bound" será utilizado, como foi visto no capítulo anterior.

procedimento "branching": para particionar o conjunto de soluções em vários subconjuntos. A sequência ótima de grupos e "jobs" é determinada simultaneamente, na solução deste problema. Portanto são necessários ramificações de grupos e "jobs", e os níveis são definidos como [1,6,7]:

- $Nível_n$ é um nível para o qual n grupos são escolhidos dentre M grupos e sequenciados:

$$Nível_n = \{G_{<1>}, G_{<2>}, \dots, G_{<n>}\}$$

Então, se um grupo é escolhido dentre os $(M-n)$ grupos restantes, tem-se:

$$Nível_{n+1} = \{G_{<1>} , G_{<2>} , \dots , G_{<n>} , G_{<n+1>}\}$$

Portanto, o $Nível_M$ indica uma solução para o sequenciamento de grupos.

- $Nível_{ns}$ é um nível para o qual s "jobs" do $Nível_n$ são escolhidos dentre $N_{<n>}$ "jobs" pertencentes ao grupo $G_{<n>}$ e sequenciados:

$$Nível_{ns} = \{J_{<n>1} , J_{<n>2} , \dots , J_{<n>s}\}$$

e se um "job" é escolhido dentre os $(N_{<n>} - s)$ "jobs" restantes, tem-se:

$$Nível_{ns+1} = \{J_{<n>1} , J_{<n>2} , \dots , J_{<n>s} , J_{<n>s+1}\}$$

procedimento "bounding": para o cálculo do limite inferior para os nós em cada nível, que é uma estimativa do tempo total de fluxo. Para o Nó ij do $Nível_{ns}$, s "jobs" já foram sequenciados do grupo $G_{<n>}$. Pela equação (3.65), o tempo de terminação é [1,6,7]:

$$F'_{ns} k = F_{<n><s>k} ; k = 1, 2, \dots, K. \quad (3.66)$$

Por outro lado, o tempo total de processamento, para os "jobs" restantes que ainda não foram sequenciados, são estimados como a soma dos tempos de produção para "jobs" que ainda não foram especificados no corrente grupo, mais a soma dos tempos de

produção de grupos que ainda não foram especificados, mais o mínimo da soma dos tempos de produção para cada "job" nos estágios restantes que ainda não foram especificados. A expressão é.

$$F''_{\lambda s}^k = \sum_{t=s+1}^{N_{<\lambda>}} P_{<\lambda><t>k} + \sum_{w=\lambda+1}^M P_{<w>k} + \min_{\{wt \in R_{\lambda}\}} \sum_{h=k+1}^K P_{<w><t>h} \quad (3.67)$$

onde R_{λ} é o conjunto de "jobs" restantes para o $Nível_{\lambda}$.

Finalmente, o limite inferior $F_{\lambda s}$ é:

$$F_{\lambda s} = \max_{1 < k < K} (F'_{\lambda s}^k + F''_{\lambda s}^k) \quad (3.68)$$

3.5.3 - Algoritmo para Determinação da Sequência de "Jobs" e Grupos que Minimiza o TTE:

PASSO 1: Faça: $\lambda=1$ e crie o $Nível_{\lambda}$.

PASSO 2: Faça: $s=1$ e crie o $Nível_{\lambda s}$.

Faça: $\bar{Z}=\infty$.

PASSO 3: Crie os nós ij para o $Nível_{\lambda s}$.

PASSO 4: Calcule os limites inferiores $F_{\lambda s}(ij)$ para os novos nós, pelas expressões (3.65), (3.66), (3.67), (3.68).

PASSO 5: Para todos os nós de $Nível_{\lambda}$, se $F_{\lambda s}(ij) \geq \bar{Z}$, o nó ij é truncado. Continue.

PASSO 6: Escolha um nó vivo de $Nível_{\kappa\delta}$ tendo o menor valor de $F_{\kappa\delta}(ij)$. Se houver mais do que um nó, escolha um arbitrariamente. Continue.

PASSO 7: Se não existem nós vivos, vá ao PASSO 9. Se existem, continue.

PASSO 8: Se $\delta < N_i$, vá ao PASSO 9.

Se $\delta = N_i$, faça $\bar{Z} = F_{\kappa\delta}(ij)$ e guarde o sequenciamento de "jobs" obtido para este grupo G_i , que é o melhor até o momento.

Para todos os nós de $Nível_{\kappa\delta}$, se $F_{\kappa\delta}(ij) \geq \bar{Z}$, o nó ij é truncado. Vá ao PASSO 10.

PASSO 9: Faça: $\delta = \delta + 1$ e crie o $Nível_{\kappa\delta}$. Retorne ao PASSO 3.

PASSO 10: Se $\delta = 1$, vá ao PASSO 11. Se não, faça: $\delta = \delta - 1$ e retorne ao PASSO 6.

PASSO 11: A solução G_i armazenada é o sequenciamento ótimo para os "jobs" deste grupo. Se $\kappa = M$, FIM.

Se não, faça: $\kappa = \kappa + 1$ e crie o novo $Nível_{\kappa}$. Retorne ao PASSO 2.

A seguir, tem-se um exemplo para a aplicação deste algoritmo e das expressões (3.65), (3.66), (3.67) e (3.68).

3.5.4 - Exemplo [6]:

Sejam 8 "jobs" agrupados em 3 famílias que serão processados em um Sistema de Manufatura com 3 estágios de máquina. Os dados para o tempo de "set up" dos grupos e tempo de processamento dos "jobs" estão na tabela 3.4. Deseja-se determinar o Sequenciamento ótimo e o respectivo tempo total de fluxo.

A árvore obtida pela aplicação do método "branch-and-bound" é vista na figura 3.7. Como ilustração, serão efetuados os cálculos dos limites inferiores para alguns dos nós gerados pelo método.

grupos	1			2			3				
"jobs"	---	11	12	---	21	22	23	---	31	32	33
"set up" e tempo de processamento	S_{1k}	P_{11k}	P_{12k}	S_{2k}	P_{21k}	P_{22k}	P_{23k}	S_{3k}	P_{31k}	P_{32k}	P_{33k}
estágio 1	5	5	7	3	2	4	3	7	2	1	9
estágio 2	5	5	1	6	3	2	8	3	2	8	2
estágio 3	4	3	8	4	1	6	5	1	4	4	5

Tabela 3.4 - Dados do exemplo.

Para $n=1$ e $k=1$, tem-se:

nós possíveis para grupos no Nível_n:

$$\{G_1, G_2, G_3\}$$

...nós possíveis para "jobs" no Nível_{hδ}:

$$\{J_{11}, J_{12}, J_{21}, J_{22}, J_{23}, J_{31}, J_{32}, J_{33}\}$$

Seja o nó 22 : $N_1 = \{G_2\}$; $N_{11} = \{J_{22}\}$

$$\therefore R_1 = \{J_{11}, J_{12}, J_{31}, J_{32}, J_{33}\}$$

$$F'_{11} \ 1(J_{22}) = F_{<1><1>1} = \max(F_{<1><0>1}; F_{<1><1>0}) + P_{<1><1>1}$$

$$= \max(S_{21}; 0) + P_{221}$$

$$= S_{21} + P_{221} = 3 + 4 = 7$$

$$F'_{11} \ 2(J_{22}) = F_{<1><1>2} = \max(F_{<1><0>2}; F_{<1><1>1}) + P_{<1><1>2}$$

$$= \max(S_{22}; F_{<1><1>1}) + P_{222}$$

$$= \max(6; 7) + 2 = 9$$

$$F'_{11} \ 3(J_{22}) = F_{<1><1>3} = \max(F_{<1><0>3}; F_{<1><1>2}) + P_{<1><1>3}$$

$$= \max(S_{23}; F_{<1><1>2}) + P_{223}$$

$$= \max(4, 9) + 6 = 15$$

$$F''_{11} k = \sum_{t=2}^3 P_{<1><t>k} + \sum_{\omega=2}^3 P_{<\omega>k} + \min_{\{\omega, t \in R_k\}} \sum_{h=k+1}^3 P_{<\omega><t>k}$$

$$k = 1, 2, 3.$$

$$\begin{aligned} F''_{11} 1(J_{22}) &= (P_{211} + P_{231}) + (S_{11} + P_{111} + P_{121} + S_{31} + P_{311} + P_{321} + P_{331}) + \\ &+ \min(P_{112} + P_{113}; P_{122} + P_{123}; P_{312} + P_{313}; P_{322} + P_{323}; P_{332} + P_{333}) \\ &= 5 + (17 + 19) + \min(8; 9; 9; 12; 7) = 48 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F''_{11} 2(J_{22}) &= (P_{212} + P_{232}) + (S_{12} + P_{112} + P_{122} + S_{32} + P_{312} + P_{322} + P_{332}) + \\ &+ \min(P_{113}; P_{123}; P_{313}; P_{323}; P_{333}) \\ &= 11 + (11 + 15) + \min(3; 8; 7; 4; 5) = 40 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F''_{11} 3(J_{22}) &= (P_{213} + P_{233}) + (S_{13} + P_{113} + P_{123} + S_{33} + P_{313} + P_{323} + P_{333}) \\ &= 6 + (15 + 17) = 38 \end{aligned}$$

$$\therefore F_{11}(J_{22}) = \max(7 + 48; 9 + 40; 15 + 38) = 55$$

Seja o nó 22-23:

$$\lambda = 1; \delta = 2; N_1 = \{G_2\}; N_{11} = \{J_{22} J_{23}\}$$

$$\begin{aligned} F'_{12} \ 1(J_{22} J_{23}) &= F_{<1><2>1} = \max(F_{<1><1>1}; F_{<1><2>0}) + P_{<1><2>1} \\ &= \max(7; 0) + P_{231} = 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F'_{12} \ 2(J_{22} J_{23}) &= F_{<1><2>2} = \max(F_{<1><1>2}; F_{<1><2>1}) + P_{<1><2>2} \\ &= \max(9; 10) + P_{232} = 18 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F'_{12} \ 3(J_{22} J_{23}) &= F_{<1><2>3} = \max(F_{<1><1>3}; F_{<1><2>2}) + P_{<1><2>3} \\ &= \max(15; 18) + P_{233} = 23 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F''_{12} \ 1(J_{22} J_{23}) &= P_{211} + (S_{11} + P_{111} + P_{121} + S_{31} + P_{311} + P_{321} + P_{331}) \\ &+ \min(P_{112} + P_{113}; P_{122} + P_{123}; P_{312} + P_{313}; P_{322} + P_{323}; P_{332} + P_{333}) \\ &= 2 + (17 + 19) + \min(8; 9; 9; 12; 7) = 45 \end{aligned}$$

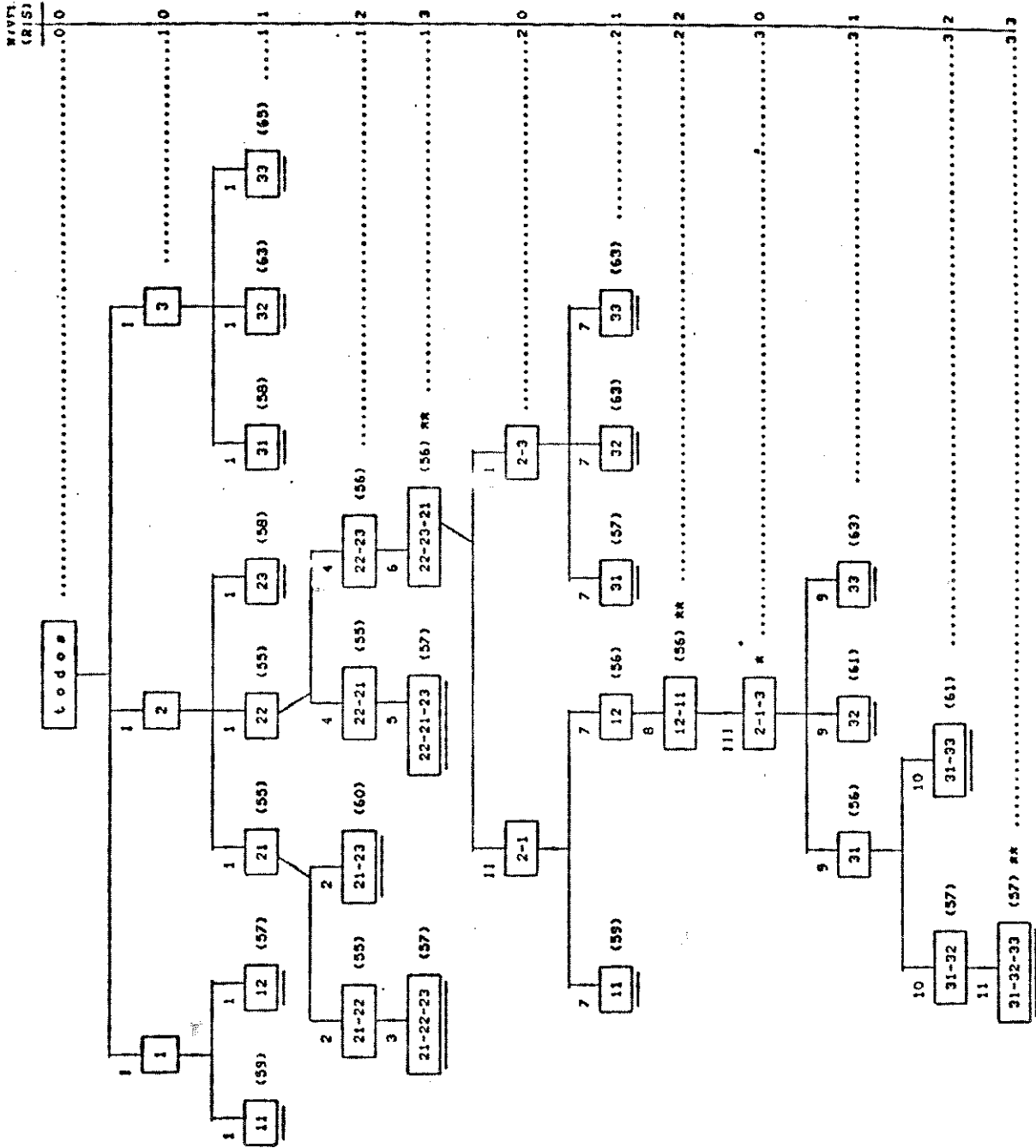


Figura 3.7 - Árvore de análise para o exemplo 3.5.4.

$$\begin{aligned}
 F''_{12} \quad 2(J_{22} \quad J_{23}) &= P_{212} + (S_{12} + P_{112} + P_{122} + S_{32} + P_{312} + P_{322} + P_{332}) + \\
 &+ \min(P_{113}; P_{123}; P_{313}; P_{323}; P_{333}) \\
 &= 3 + (11 + 15) + \min(3; 8; 7; 4; 5) = 32
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F''_{12} \quad 3(J_{22} \quad J_{23}) &= P_{213} + (S_{13} + P_{113} + P_{123} + S_{33} + P_{313} + P_{323} + P_{333}) \\
 &= 1 + (15 + 17) = 33
 \end{aligned}$$

$$\therefore F_{12}(J_{22} \quad J_{23}) = \max(10+45; 18+32; 23+33) = 56$$

A sequência ótima de grupos é $G_2-G_1-G_3$ (indicada por *). A sequência ótima de "jobs" é $J_{22}J_{23}J_{21}-J_{12}J_{11}-J_{31}J_{32}J_{33}$ (indicada por **). Número acima de cada nó indica o ordem de criação dos nós para "jobs" (e grupos com algarismos romanos). Em cada nó, o limite inferior é indicado por parenteses. Traços abaixo de cada nó indica que o nó foi truncado por limites. O mínimo tempo de fluxo é 57 horas. A figura 3.8 mostra o mapa de Gantt relativo à este sequenciamento.

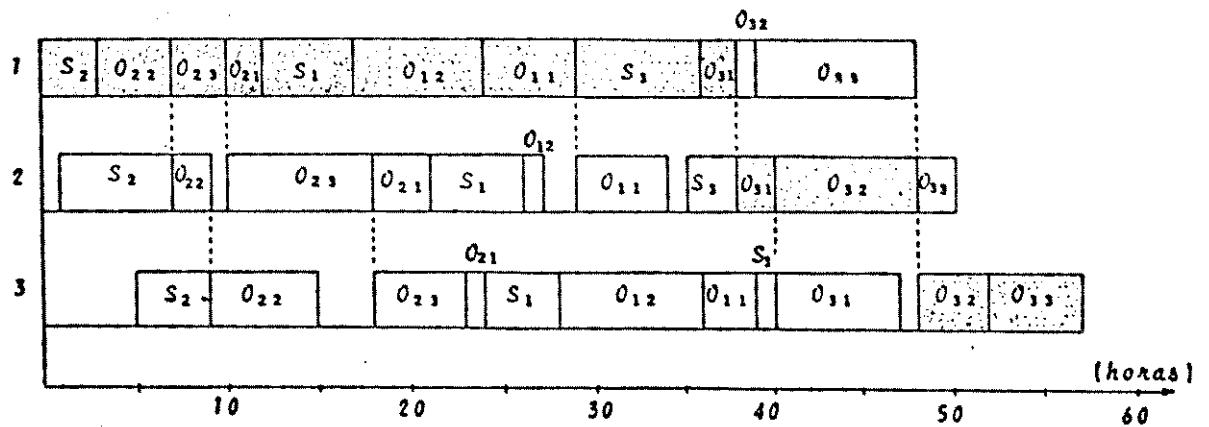


Figura 3.8 - Mapa de Gantt para o sequenciamento ótimo.

3.5.5 - Procedimento para Minimização dos Custos de Produção

As velocidades utilizadas neste modelo foram as velocidades de mínimo tempo de produção que certamente minimizam o tempo total de fluxo. Um problema ocorre com esta política. Como se poderia minimizar os custos (diminuindo-se as velocidades) sem alterar o tempo de fluxo? Os "jobs" em destaque no mapa de Gantt são aqueles que determinam um 'caminho crítico' (aqueles que fixam o TTF). Para tais "jobs", suas velocidades não podem ser alteradas, pois aumentam o tempo de fluxo. Todos os outros "jobs" são 'candidatos' a terem suas velocidades alteradas.

Uma maneira de se minimizar os custos seria utilizar os tempos de folga (tempos inúteis) que surgem quando se faz um se-

quenciamento. Estes tempos ocorrem quando um estágio de máquina k fica à espera do término do processamento de um "job" no estágio anterior $k-1$.

No mapa de Gantt da figura 3.8, o "job" J_{32} do estágio 2 cria no estágio de máquina 3 um tempo de folga. Então todos os "jobs" do 3º estágio que forem candidatos e que diretamente precedem o "job" J_{32} deste estágio, terão suas velocidades diminuídas. Se por exemplo o "job" J_{31} do estágio 3 não fosse candidato, as velocidades dos "jobs" precedentes não seriam alteradas.

Outro exemplo, o "job" J_{22} do estágio 2 terá sua velocidade alterada por dois motivos: primeiro porque o "job" J_{23} do estágio 1 cria um tempo de folga no estágio 2, o que implica que o "job" J_{22} do estágio 2 deva ser alterado. Segundo motivo, e muito importante, porque o "job" J_{22} do estágio 3 será alterado. Se o "job" J_{22} do 3º estágio não pudesse ter sua velocidade alterada, o "job" J_{22} do 2º estágio também não seria alterado, mesmo que apresentasse um tempo de folga, como é o seu caso.

Nota-se então que a determinação dos "jobs" que terão suas velocidades alteradas é viável, mas complexa.

Forma-se então um conjunto J_d dos "jobs" cujas velocidades serão decrescidas. O próximo passo é diminuir as velocidades minimizando-se assim os custos de produção.

O primeiro algoritmo de minimização dos custos tem o mesmo fundamento do método das velocidades no caso II da seção 3.3.3. Este método heurístico é apresentado a seguir:

método das velocidades:

PASSO 1: Determine o conjunto J_δ .

PASSO 2: Se J_δ é vazio, FIM.

Se não, continue.

PASSO 3: Faça: $v_{ijk} = v_{ijk} - \Delta v$ para $ijk \in J_\delta$.

PASSO 4: Calcule os novos tempos de terminação F para $ijk \in J_\delta$ pela expressão (3.65).

PASSO 5: Determine o novo conjunto J_δ .

PASSO 6: Se J_δ é vazio, FIM.

Se não, continue.

PASSO 7: Se: $v_{ijk} - v_{ijk}^{(c)} < \Delta v$ para todo $ijk \in J_\delta$, FIM.

Se não, retorne ao PASSO 3.

Como foi mencionado anteriormente, quanto maior a função de eficiência-sensibilidade (3.42), maior será a redução dos custos em relação à diminuição da velocidade de máquina. Então é razoável escolher, dentre os elementos de J_δ , o "job" que tenha o maior valor de μ_{ijk} para ter sua velocidade decrescida. Como as velocidades são inicialmente iguais às velocidades de mínimo tempo de produção, os valores de μ_{ijk} são todos infinitos [veja a

equação (3.44)1. A fim de escolher o "job" com o maior valor de π_{ijk} , os seguintes valores são empregados:

$$\pi_{ijk} = \pi_{ijk} (v_{ijk}^{(t)} - \Delta v); \quad i, j \in J_\Delta \quad (3.69)$$

onde $\Delta v > 0$ é um valor pequeno de velocidade.

Esta discussão sugere um outro método para minimização dos custos de produção, chamado método dual, que utiliza a função de eficiência-sensibilidade. A idéia deste método é decrementar π_{ijk} para o "job" escolhido e através da inversa de π_{ijk} se determinar a velocidade. O algoritmo para este método é mostrado a seguir. Note que este é também um método heurístico.

.método_dual:

PASSO 1: Faça: $\mu = \mu^0$; ($\mu^0 = \pi_{ijk} + \infty$)

PASSO 2: Determine o conjunto J_Δ .

PASSO 3: Se J_Δ é vazio, FIM.

Se não, continue.

PASSO 4: Faça: $\mu = \mu - \Delta\mu$

PASSO 5: Se $\mu \leq \epsilon$, FIM.

Se não, continue.

PASSO 6: Calcule: $v_{ijk} = \pi_{ijk}^{-1}(\mu)$ para $ijk \in J_\delta$.

Calcule os novos tempos de terminação

para $ijk \in J_\delta$ pela expressão (3.65).

Retorne ao PASSO 2.

Este problema de minimização dos custos de produção é matematicamente formulado como: minimizar a equação (3.28) com $x_{ij} = 1$, pois neste caso não se tem a rejeição de "jobs". O conjunto de restrições é determinado analisando-se o mapa de Gantt. Tem-se tantas restrições quantos forem os tempos de folga.

Para o exemplo 3.5.4, a formulação do problema é:

$$\text{minimizar: } W = \bar{U} + \sum_{ijk \in J_\delta} \ell_{ij} \cdot u_{ijk}(v_{ijk}) \quad (3.70)$$

$$H_1 = F_{221} + t_{222} - F_{231} \leq 0$$

$$H_2 = F_{221} + t_{222} + t_{223} - F_{231} - t_{232} \leq 0$$

$$H_3 = F_{231} + t_{232} + t_{212} + S_{12} + t_{112} - F_{111} \leq 0$$

$$\text{sujeito a: } H_4 = F_{111} + t_{112} + S_{32} - F_{311} \leq 0 \quad (3.71)$$

$$H_5 = F_{231} + t_{232} + t_{233} + t_{213} + S_{13} + t_{123} + \\ + t_{113} + S_{33} + t_{313} - F_{322} \leq 0$$

$$H_6 = F_{311} + t_{321} - F_{312} \leq 0$$

$$H_7 = F_{311} + t_{321} + t_{331} + t_{332} - F_{323} \leq 0$$

$$\text{onde: } t_{ijk} = t_{ijk}(v_{ijk}); \quad ijk \in J_\delta \quad (3.72)$$

$$\bar{U} = \sum_{ijk \in J_\delta} \ell_{ij} u_{ijk}(v_{ijk}) = \text{cte.}$$

F_{ijk} é o tempo de terminação dos "jobs" $ijk \in J_\delta$ (constantes), e

$$J_\delta = \{112, 113, 122, 123, 212, 213, 222, 223, 232, 233, 313, 321, 331, 332\}.$$

A função lagrangeano-aumentado é:

$$\begin{aligned} L(v_{ijk}, \mu_t, \rho) = & \sum_{ijk \in J_\delta} \ell_{ij} u_{ijk}(v_{ijk}) + \sum_{t=1}^7 \mu_t (H_t + x_t) + \\ & + \frac{1}{2} \rho \sum_{t=1}^7 (H_t + x_t)^2; \quad t = 1, 2, \dots, 7 \end{aligned} \quad (3.73)$$

onde x_t é o tempo de folga para a restrição H_t e $\bar{U}$ não é considerado por ser constante.

método do lagrangeano-aumentado:

PASSO 1: Faça: $\mu_t^0 = 0$; $\rho = \rho^0$.

PASSO 2: Minimizar a função lagrangeano-aumentado (expressão 3.73)

PASSO 3: Faça: $\text{ERRO} = \left[\sum_{t=1}^7 (H_t + x_t)^2 \right]^{1/2}$

Se: $\text{ERRO} \leq \epsilon$, FIM. Se não, continue.

PASSO 4: Faça. $\mu_t = \mu_t + \rho(H_t + x_t)$; $t = 1, 2, \dots, 7$.

Incrementa ρ . Retorne ao PASSO 2.

3.6 - INTEGRAÇÃO DOS MÉTODOS

O propósito deste modelo de integração é simular parte do aspecto gerencial de um Sistema de Manufatura [veja figura 2.2], com o intuito de se gerar uma metodologia de Planejamento Integrado de Produção, que forneça ao elemento decisor do Plano de Produção, alternativas que permitam uma análise global do problema de Planejamento da Produção.

3.6.1 - Definição do Problema:

O problema proposto é:

- .primeiro - determinar os lotes a serem produzidos dentro do tempo de limitação para os estágios,
- .segundo - determinar a sequência ótima para os lotes escolhidos em todos os estágios, e
- .terceiro - determinar as velocidades ótimas de máquina, ou seja, minimizar os custos de produção.

Nos dois primeiros problemas, o critério utilizado é o critério de maximização da taxa de produção (minimização dos tempos de produção), e no terceiro problema usa-se o critério de mi-

minimização dos custos de produção.

3.6.2 - Algoritmo para integração:

PASSO 1: A saída será em forma de curvas ?

SIM - faça: SAÍDA = 1

NXO - faça: SAÍDA = 0

PASSO 2: Faça: $d_k = D_0$; $k = 1, 2, \dots, K$.

PASSO 3: Resolva o problema dos tamanhos dos lotes.

PASSO 4: Resolva o problema de sequenciamento ótimo e o respectivo mínimo TTF.

PASSO 5: Minimizar os custos de produção. Se SAÍDA = 0, imprima a solução ótima para este caso. FIM.

Se SAÍDA = 1, continue.

PASSO 6: Se $d_k = D_{\max}$; $k = 1, 2, \dots, K$,

imprima as curvas de saída. FIM.

Se não, faça: $d_k = d_k + \Delta D$; $k = 1, 2, \dots, K$

e retorne ao PASSO 3.

A idéia deste algoritmo é fornecer as informações da determinação dos lotes para produção e de seu respectivo sequencia-

mento ótimo em função do tempo disponível d_k para os K estágios, na forma de uma planificação, a fim de que o tomador de decisão de nível superior possa ter uma visão global com todas as alternativas e assim determinar a melhor política para o funcionamento de seu Sistema. D_0 e $D_{m\bar{a}x}$ são os valores mínimo e máximo de d_k , respectivamente, e ΔD é o incremento de tempo.

Desta forma, são geradas curvas da forma: número de peças produzidas e tempo total de fluxo em função do tempo disponível d_k e custos de produção em função do tempo total de fluxo.

3.7 - RESUMO

Neste capítulo foram introduzidos os modelos matemáticos básicos, que são essenciais para os problemas do Planejamento da Produção. Com base nestes modelos, foram desenvolvidos os métodos e os respectivos algoritmos para os problemas de Programação e Sequenciamento da Produção, como uma extensão daqueles propostos por Hitomi e Ham, podendo-se ressaltar:

- .o desenvolvimento de um procedimento mais eficiente para a estimação dos limites superiores na aplicação do algoritmo "branch-and-bound" ao problema da determinação dos lotes a serem produzidos, pois Hitomi e Ham não implementaram eficientemente o procedimento de truncar um nó no referido algoritmo, não prevendo portanto as expressões (3.61) e (3.62).

- .o desenvolvimento de tres métodos para a minimização dos custos de produção (método das velocidades, método dual e mé-

todo do lagrangeano-aumentado).

.que o método dual proposto por Hitomi e Ham em seus trabalhos é um método heurístico pois trata o problema de minimização dos custos para cada lote separadamente. Neste capítulo concluiu-se que o multiplicador de Lagrange associado ao problema é igual à função de eficiência-sensibilidade, e portanto este problema pode ser tratado como um único problema, como foi realizado no método dual aqui desenvolvido.

.a criação de um modelo de integração com o intuito de se gerar uma metodologia de Planejamento Integrado da Produção, que forneça alternativas que permitam uma análise global do problema pelo elemento decisor do Plano de Produção.

CAPÍTULO 4 - ASPECTOS COMPUTACIONAIS E SIMULAÇÃO DOS MÉTODOS

4.1 - Introdução	4.1
4.2 - Sistemas de Manufatura Simulados	4.2
4.2.1 - Exemplos para a Determinação dos Lotes a Serem Produzidos	4.2
4.2.2 - Exemplo para a Determinação do Sequen- ciamento dos Lotes para Produção	4.3
4.2.3 - Exemplo para o Modelo de Integração	4.3
4.3 - Resultados da Simulação	4.3
4.3.1 - Exemplo 1	4.3
4.3.2 - Exemplo 2	4.10
4.3.3 - Exemplo 3	4.16
4.3.4 - Exemplo 4	4.22
4.3.5 - Outros Resultados	4.26
4.3.6 - Resultados de Hitomi e Ham	4.28
4.4 - Comparação dos Resultados	4.33
4.4.1 - Comparação dos Resultados da Determinação dos Lotes a Serem Produzidos	4.36
4.4.2 - Comparação dos Resultados da Determinação do Sequenciamento Ótimo	4.38
4.4.3 - Comparação dos Resultados para os Métodos de Minimização dos Custos de produção	4.39
4.5 - Resumo	4.41

4.1 - INTRODUÇÃO

Neste capítulo são apresentados os Sistemas de Manufatura que serão utilizados como exemplos para as experiências com os métodos desenvolvidos no capítulo anterior.

Estes exemplos foram implementados na linguagem FORTRAN-10 em um computador PDP-10 do Centro de Computação da UNICAMP.

A seguir são apresentados os resultados da implementação desses exemplos.

Por último, é feita uma comparação dos resultados obtidos na implementação desses exemplos e dos resultados fornecidos por Hitomi e Ham em [7,8,9].

4.2 - SISTEMAS DE MANUFATURA SIMULADOS

Neste capítulo, 4 exemplos numéricos foram utilizados para as experiências com os métodos desenvolvidos no capítulo anterior. Estes exemplos simulam um Sistema de Manufatura de Multiestágios, onde os "jobs" (ou lotes) são processados em 4 estágios de máquina.

4.2.1 - Exemplos para a Determinação dos Lotes a Serem Produzidos

Dois exemplos foram utilizados para a determinação dos lotes que serão aceitos de acordo com o tempo disponível d_k para cada estágio:

Exemplo 1: baseado no trabalho desenvolvido por Hitomi e Ham em [8]. É o caso de um Sistema de Manufatura com apenas 1 estágio de máquina, que deve processar 10 lotes agrupados em 4 famílias. Os dados de produção são fornecidos na tabela 4.1.

i	j	u_{ij}	λ_{ij1}	n_{ij1}	c_{ij1}	S_{i1}	δ_{ij1}	a_{ij1}	b_{ij1}	α_k	β_{ij1}	γ_{ij1}
Nº	Nº	pcs	---	---	m/min	min	min	min/pc	min	s/min	s/min	s
1	1	60	707	.25	350	20.00	19.00	2.50	2.00	.15	.10	4.00
	2	50	377	.25	350		8.00	3.00	3.50	.15	.25	7.50
2	1	100	1257	.33	400	22.00	10.00	3.00	3.00	.15	.15	6.00
	2	70	982	.25	250		9.00	4.00	2.50	.15	.20	8.00
	3	40	565	.20	240		15.00	2.50	2.50	.15	.15	4.50
3	1	30	565	.25	250	15.00	5.00	3.00	3.00	.15	.30	6.00
	2	90	626	.33	300		13.00	5.00	1.50	.15	.15	5.00
4	1	40	424	.20	350	25.00	6.00	4.00	3.50	.15	.20	4.50
	2	50	1257	.25	350		10.00	3.00	4.00	.15	.20	5.50
	3	80	524	.20	200		20.00	2.50	4.50	.15	.25	6.00

Tabela 4.1 - Dados de 10 lotes agrupados em 4 famílias para o exemplo 1.

Exemplo_2: baseado no trabalho de Hitomi e Ham em [9].
 é o caso de um Sistema de Manufatura de Multiestágios
 cujos dados de produção estão na tabela 4.2.

4.2.2 - Exemplo para a Determinação do Sequenciamento dos Lotes para Produção

Exemplo_3: baseado no trabalho desenvolvido por Hitomi e Ham em [7], para a determinação do sequenciamento ótimo de 10 lotes (em 4 grupos) que são processados em um Sistema de Manufatura de Multiestágios. Os dados de produção estão na tabela 4.3.

4.2.3 - Exemplo para o Modelo de Integração

Exemplo_4: é um Sistema de Manufatura de Multiestágios e que pode processar um máximo de 10 lotes (em 4 grupos). Os dados são os mesmos da tabela 4.2.

4.3 - RESULTADOS DA SIMULAÇÃO

4.3.1 - Exemplo_1: com os dados da tabela 4.1, o tempo necessário para produzir todos os lotes (equação 3.33) é:

$$T_1 = 5830.57 \text{ min}$$

i	j	k	l_{ij}	λ_{ijk}	n_{ijk}	c_{ijk}	s_{ik}	δ_{ijk}	a_{ijk}	b_{ijk}	α_k	β_{ijk}	γ_{ijk}
Nº	Nº	Nº	pçs	--	---	m/min	min	min	min/pç	min	s/min	s/min	ø
1	1	1	50	707	.25	350	26.00	8.00	2.50	2.00	.15	.10	8.00
		2		471	.20	200	20.00	10.00	3.00	3.50	.20	.25	15.00
		3		1257	.33	400	24.00	15.00	3.00	3.00	.17	.15	12.00
		4		660	.25	250	21.00	13.00	4.00	2.50	.22	.20	16.00
	2	1	40	293	.20	340	26.00	7.00	2.50	2.50	.15	.15	9.00
		2		550	.25	250	20.00	15.00	3.00	3.00	.20	.30	12.00
		3		589	.33	300	24.00	12.00	5.00	1.50	.17	.15	10.00
		4		424	.20	350	21.00	7.00	4.00	3.50	.22	.20	9.50
	3	1	80	1257	.25	350	28.00	12.00	3.00	4.00	.15	.20	9.50
		2		524	.20	200	19.00	7.00	2.50	4.50	.20	.10	12.00
		3		943	.33	320	23.00	7.00	3.50	3.50	.17	.10	13.00
		4		365	.22	250	22.00	6.00	4.00	2.00	.22	.15	11.50
2	2	1	50	1932	.20	400	28.00	10.00	3.00	5.00	.15	.40	11.50
		2		1178	.25	300	19.00	9.00	3.50	3.50	.20	.35	12.50
		3		330	.33	250	23.00	9.00	4.00	2.00	.17	.30	9.00
		4		905	.20	350	22.00	15.00	5.00	4.00	.22	.25	14.00
	3	1	30	1491	.20	400	28.00	7.00	4.00	4.00	.15	.25	9.00
		2		884	.33	380	19.00	6.00	3.00	4.50	.20	.30	12.50
		3		1571	.25	330	23.00	8.00	3.50	3.00	.17	.20	14.00
		4		777	.23	280	22.00	10.00	4.50	3.50	.22	.35	11.50
	1	1	60	550	.20	300	20.00	9.00	4.00	5.00	.15	.15	9.00
		2		1060	.33	250	18.00	11.00	3.50	2.00	.20	.10	14.00
		3		707	.25	340	19.00	6.00	2.50	5.50	.17	.10	13.50
		4		1089	.23	270	25.00	10.00	2.00	3.00	.22	.25	15.00
3	1	1	70	707	.20	350	18.00	14.00	3.50	5.00	.15	.20	12.00
		2		648	.25	200	25.00	9.00	4.00	3.00	.20	.25	13.50
		3		354	.20	200	21.00	7.00	2.00	3.00	.17	.25	14.50
		4		471	.22	250	24.00	9.00	3.00	4.00	.22	.10	9.00
	2	1	40	715	.25	400	18.00	8.00	4.00	3.50	.15	.12	6.50
		2		335	.20	250	25.00	7.00	3.00	4.00	.20	.30	13.50
		3		534	.33	500	21.00	15.00	3.50	2.00	.17	.20	12.50
		4		312	.20	320	24.00	12.00	2.50	3.00	.22	.25	14.00
	3	1	50	792	.25	500	18.00	9.00	5.00	2.50	.15	.15	7.50
		2		660	.20	400	25.00	13.00	4.50	4.00	.20	.25	12.50
		3		469	.25	350	21.00	12.00	3.00	3.00	.17	.30	10.50
		4		354	.33	280	24.00	7.00	5.00	2.00	.22	.40	13.00
4	4	1	70	1045	.20	300	18.00	13.00	5.00	2.50	.15	.15	7.50
		2		1021	.25	340	25.00	9.00	3.50	3.00	.20	.32	9.50
		3		1485	.33	250	21.00	10.00	4.50	4.00	.17	.20	12.00
		4		563	.20	400	24.00	9.00	3.00	3.50	.22	.35	10.00

Tabela 4.2 - Dados de 10 lotes (em 4 grupos) para os exemplos 2 e 4.

i	f	k	λ_{ijk}	n_{ijk}	C_{ijk}	S_{ik}	a_{ijk}	b_{ijk}	α_k	β_{ijk}	γ_{ijk}
Nº	Nº	Nº	---	--	m/min	min	min/pc	min	s/min	s/min	°
1	1	1	2827.43	.25	350	13.00	2.50	2.00	.35	.10	8.00
		2	1884.96	.20	200	10.00	3.00	3.50	.45	.25	15.00
		3	5026.55	.33	400	12.00	3.00	3.00	.35	.15	12.00
		4	2638.94	.25	250	11.00	4.00	2.50	.35	.20	16.00
	2	1	2199.11	.20	340	13.00	2.50	2.50	.35	.15	9.00
		2	1466.08	.25	250	10.00	3.00	3.00	.45	.30	12.00
		3	2356.19	.33	300	12.00	5.00	1.50	.35	.15	10.00
		4	1696.46	.20	350	11.00	4.00	3.50	.35	.20	9.50
	3	1	5026.55	.25	350	14.00	3.00	4.00	.35	.20	9.50
		2	2094.40	.20	200	9.00	2.50	4.50	.45	.25	12.00
		3	3769.91	.33	320	12.00	3.50	3.50	.35	.10	13.00
		4	1460.84	.22	250	11.00	4.00	2.00	.35	.15	11.50
2	2	1	7728.32	.20	400	14.00	3.00	5.00	.35	.40	11.50
		2	4712.39	.25	300	9.00	3.50	3.50	.45	.35	12.50
		3	1319.47	.33	250	12.00	4.00	2.00	.35	.30	9.00
		4	3619.11	.20	350	11.00	5.00	4.00	.35	.25	14.00
	3	1	5962.74	.20	400	14.00	4.00	4.00	.35	.25	9.00
		2	3534.29	.33	380	9.00	3.00	4.50	.45	.30	12.50
		3	6283.19	.25	330	12.00	3.50	3.00	.35	.20	14.00
		4	3108.08	.23	280	11.00	4.50	3.50	.35	.35	11.50
	4	1	2199.11	.20	300	10.00	4.00	5.00	.35	.15	9.00
		2	4241.15	.33	250	9.00	3.50	2.00	.45	.20	14.00
		3	2827.43	.25	340	12.00	2.50	5.50	.35	.10	13.50
		4	4356.34	.23	270	14.00	2.00	3.00	.35	.25	15.00
3	2	1	2827.43	.20	350	10.00	3.50	5.00	.35	.20	12.00
		2	2591.81	.25	200	9.00	4.00	3.00	.45	.25	13.50
		3	1413.72	.20	200	12.00	2.00	3.00	.35	.25	14.50
		4	1884.96	.22	250	14.00	3.00	4.00	.35	.10	9.00
	3	1	2858.85	.25	400	9.00	4.00	3.50	.35	.12	6.50
		2	1340.41	.20	250	13.00	3.00	4.00	.45	.30	13.50
		3	2136.28	.33	500	10.00	3.50	2.00	.35	.20	12.50
		4	1246.17	.20	320	12.00	2.50	3.00	.35	.25	14.00
	4	1	3166.73	.25	500	9.00	5.00	2.50	.35	.15	7.50
		2	2638.94	.20	400	13.00	4.50	4.00	.45	.25	12.50
		3	1876.58	.25	350	10.00	3.00	3.00	.35	.30	10.50
		4	1413.72	.33	280	12.00	5.00	2.00	.35	.40	13.00
4	3	1	4178.32	.20	300	9.00	5.00	2.50	.35	.15	7.50
		2	4084.07	.25	340	13.00	3.50	3.00	.45	.32	9.50
		3	5937.61	.33	250	10.00	4.50	4.00	.35	.20	12.00
		4	2251.47	.20	400	12.00	3.00	3.50	.35	.35	10.00

Tabela 4.3 - Dados de 10 lotes (em 4 grupos) para o exemplo 3.

e de acordo com o tempo disponível d_1 para o estágio de máquina, dois casos foram criados:

.Caso__I: $d_1 = 3000$ min, e

.Caso__II: $d_1 = 6000$ min.

.Caso__I: Aqui, deve-se ter inicialmente a determinação dos lotes que podem ser processados dentro do tempo d_1 e a seguir a determinação de suas respectivas velocidades ótimas.

Com a utilização do algoritmo desenvolvido na seção 3.3.4, uma árvore de análise para a determinação das partes ótimas a serem escolhidas é criada e parcialmente representada na figura 4.1. Uma barra abaixo de um nó significa ou que o nó já tenha sido sondado ou que nenhuma ramificação à partir deste nó pode ser proveitosa. O número máximo de peças aceitas é de 372 peças.

Da figura 4.1, os lotes a serem aceitos são:

$$J_{11} - J_{41} - J_{31} - J_{23} - J_{43} - J_{12} - J_{32}$$

onde o tamanho do último lote (J_{32}) é de 72 peças.

Para estes lotes, o tempo de produção e o tempo de folga são:

$$T_1 = 2996.87 \text{ min} \quad \therefore \quad (d_1 - T_1) = 3.13 \text{ min.}$$

Da equação 3.25, o custo de produção é:

$$u_1 = \sum_{i=1}^4 u_{i1} = 1541.05 \text{ \$}.$$

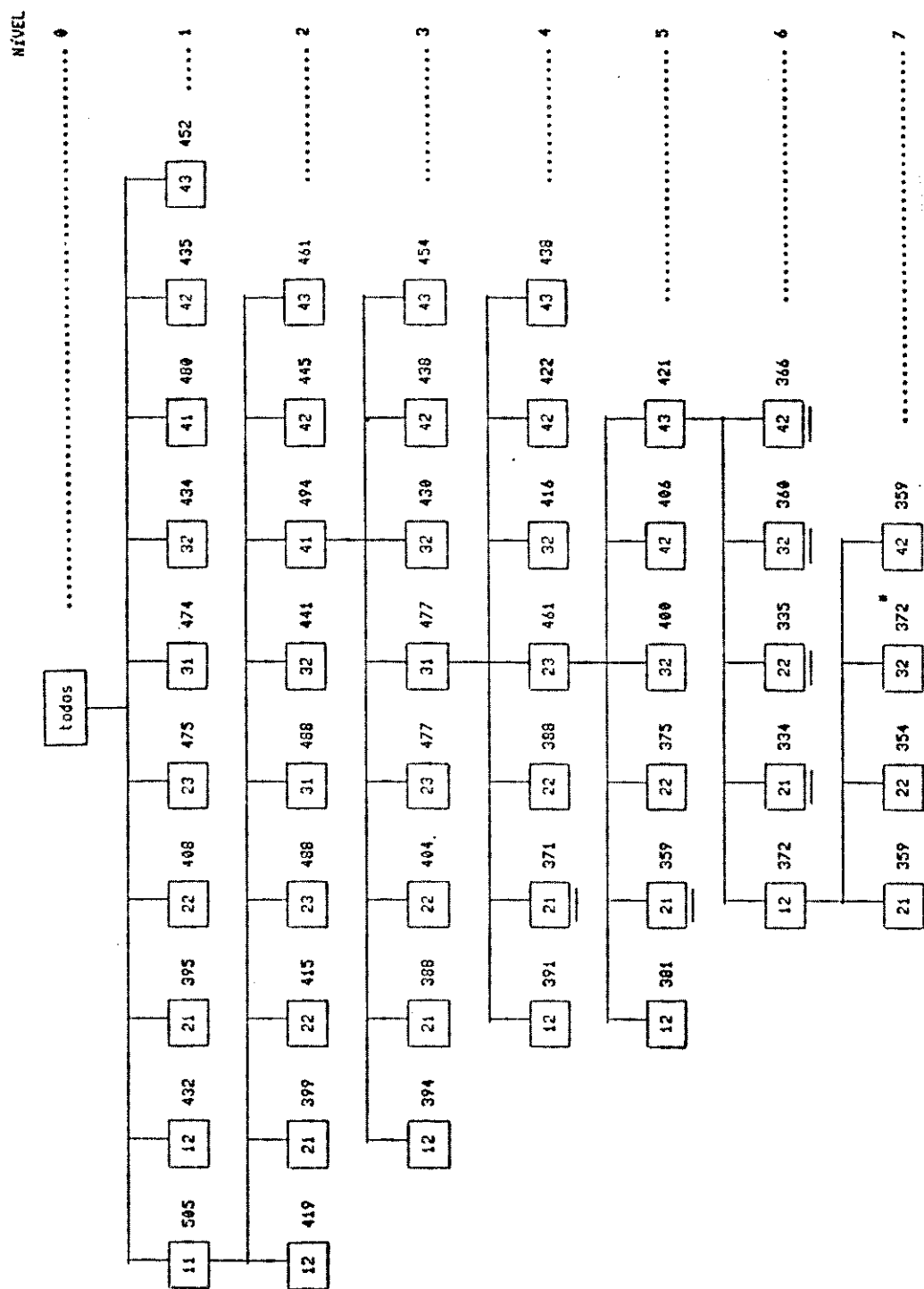


Figura 4.1 - Exemplo 1, caso 1. O Nô 42 do nível 5 é o próximo nó a ser sondado.

Com a utilização deste tempo de folga, a função custo pode ser minimizada e a tabela 4.4 apresenta o tempo total de produção, o custo total de produção, e redução dos custos e o tempo de processamento (tempo de CPU) em função de cada método de minimização desenvolvido no capítulo anterior, e a tabela 4.5 apresenta a solução ótima para lotes e velocidades.

	tempo total de produção	custo total de produção	redução dos custos	tempo de CPU
	min	\$	%	m:seg.cs
método das velocidades	3000.00	1480.44	3.93	5.80
método dual	3000.00	1457.68	5.41	7.42
método do lagrangeano aumentado	3000.00	1457.69	5.41	7.92

Tabela 4.4 - Tempo de produção, custo de produção, redução dos custos e tempo de CPU para o exemplo 1, caso 1.

.Caso_II: Neste caso, todos os lotes são aceitos e produzidos em um tempo de 5830.57 min, a um custo de 3507.20 \$ (com uma produção máxima de 610 peças). Este custo pode ser minimizado pela utilização do tempo de folga de 169.43 min. Na tabela 4.6 estão os dados do tempo de produção, custo de produção, redução dos custos e tempo de processamento e na tabela 4.7 estão os dados da solução ótima obtida para este caso.

	tempo total de produção	custo total de produção	redução dos custos	tempo de CPU
	min	\$	%	m:seg.cs
método das velocidades	6000.07	2852.12	18.68	27.03
método dual	6000.00	2733.07	22.07	1.85
método do lagrangeano aumentado	6000.01	2733.06	22.07	5.39

Tabela 4.6 - Tempo de produção, custo de produção, redução dos custos e tempo de CPU para o exemplo 1, caso II.

4.3.2 - Exemplo 2: com os dados da tabela 4.2, o tempo necessário para produzir todos os lotes em cada estágio é:

$$T_1 = 5355.55 \text{ min}$$

$$T_2 = 5508.54 \text{ min}$$

$$T_3 = 5855.88 \text{ min}$$

$$T_4 = 4517.16 \text{ min}$$

Como no exemplo anterior, dois casos são criados:

.Caso_I: $d_k = 3000 \text{ min}$, e

.Caso_II: $d_k = 6000 \text{ min}$.

grupo	i	Nº	1	2	1	2	3	1	2	3	1	
lote	j	Nº	1	2	1	2	3	1	2	3	1	
tamanho dos lotes	L_{ij}	pes	60	50	100	70	40	30	50	40	50	80
lote aceito (1) ou lote rejeitado (0)	x_{ij}	1/0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
tamanho do lote	L_{ij}	pes	60	50	100	70	40	30	90	40	50	80
velocidades de mínimo tempo de produção	$v_{ij}^{(t)}$	m/min	223.63	194.43	220.35	151.07	151.43	144.34	207.74	206.46	188.05	112.20
método das velocidades	v_{ij}	m/min	194.66	165.46	191.38	122.10	122.46	133.37	178.77	177.49	159.08	86.32
método dual	v_{ij}	m/min	186.98	164.27	175.55	119.36	133.41	123.87	149.56	188.74	166.86	102.77
método do lagrangeano aumentado	v_{ij}	m/min	186.94	164.07	175.49	119.40	133.47	123.91	149.59	188.43	166.88	102.77
velocidades de mínimo custo de produção	$v_{ij}^{(c)}$	m/min	130.59	125.66	115.04	85.69	104.14	97.63	92.49	155.68	130.16	66.33

Tabela 4.7 - Solução ótima para o exemplo 1, caso II.

.Caso_1: a árvore de análise para a determinação dos lotes a serem aceitos está representada na figura 4.2. O número máximo de peças aceitas é de 332 peças e os lotes a serem escolhidos são:

$$J_{43} - J_{11} - J_{41} - J_{12} - J_{42} - J_{21} - J_{22}$$

onde o tamanho do último lote (J_{22}) é de apenas 2 peças.

Dessa forma, os tempos de produção e os tempo de folga em cada estágio são:

$$\begin{array}{lll} T_1 = 2948.19 \text{ min} & \cdot \cdot & (d_1 - T_1) = 51.81 \text{ min} \\ T_2 = 2994.61 \text{ min} & \cdot \cdot & (d_2 - T_2) = 5.39 \text{ min} \\ T_3 = 2996.87 \text{ min} & \cdot \cdot & (d_3 - T_3) = 3.13 \text{ min} \\ T_4 = 2554.58 \text{ min} & \cdot \cdot & (d_4 - T_4) = 445.42 \text{ min.} \end{array}$$

Da equação 3.25, o custo de produção para cada estágio é:

$$u_1 = 1725.40 \$$$

$$u_2 = 2362.20 \$$$

$$u_3 = 3072.55 \$$$

$$u_4 = 2098.40 \$$$

e o custo total de produção é: $u = \sum_{k=1}^4 u_k = 9258.55 \$.$

Com a utilização destes tempos de folga, os custos serão minimizados. As tabelas 4.8 e 4.9 apresentam as soluções obtidas para este caso.

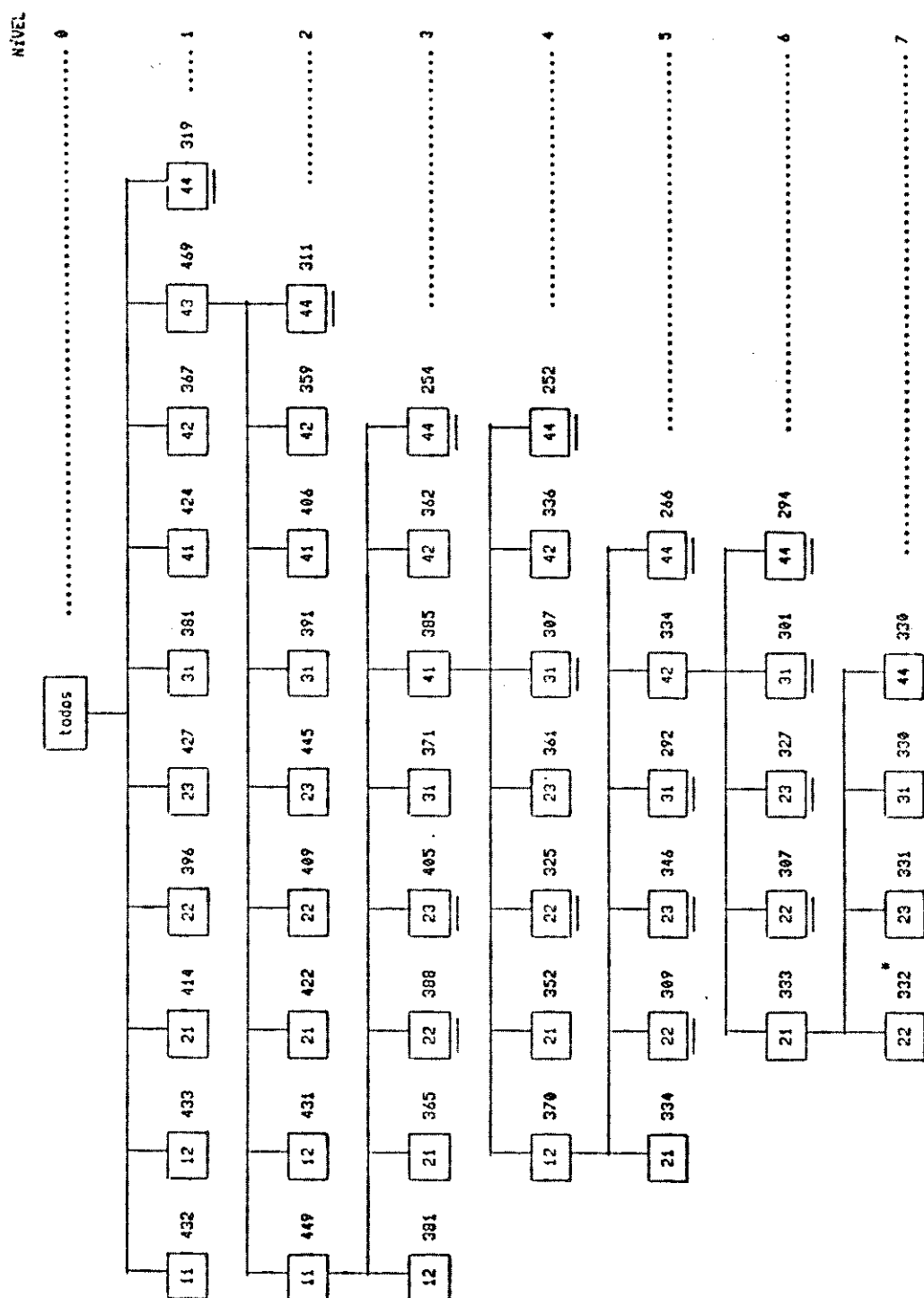


Figura 4.2 - Exemplo 2, caso 1. O Nó 21 do nível 5 é o próximo nó a ser sondado.

	Nº	tempo de produção min	custo de produção R	redução dos custos %	tempo de CPU m:seg.cs
método das velocidades	1	3000.00	1385.79	19.68	
	2	3000.00	2180.02	7.71	1:32.61
	3	2999.99	2896.73	5.72	
	4	3000.01	1198.28	42.90	
	t o t a l		7660.82	17.26 % de redução.	
método dual	1	3000.00	1366.16	20.82	
	2	3000.00	2171.53	8.07	56.82
	3	3000.00	2873.38	6.48	
	4	3000.00	1194.06	43.10	
	t o t a l		7605.13	17.86 % de redução.	
método do lagrangeano aumentado	1	3000.00	1366.16	20.82	
	2	3000.01	2171.40	8.08	26.89
	3	3000.00	2873.41	6.48	
	4	2999.99	1194.06	43.10	
	t o t a l		7605.03	17.86 % de redução.	

Tabela 4.8 - Tempo de produção, custo de produção, redução dos custos e tempo de CPU para o exemplo 2, caso 1.

Caso II: Neste caso, todos os lotes serão produzidos (produção máxima de 540 peças) a um custo em cada estágio de:

$$u_1 = 3124.18 \text{ R}$$

$$u_2 = 5563.25 \text{ R}$$

$$u_3 = 5869.27 \text{ R}$$

$$u_4 = 3863.52 \text{ R}$$

e o custo total de produção é: $u = \sum_{k=1}^4 u_k = 18420.22 \text{ R}.$

grupo	i	N _i	1	2	3	4						
lote	j	N _j	1	2	3	4						
tamanho dos lotes	ℓ_{ij} pcs	50	40	80	50	30	70	40	50	70		
lote aceito (1) ou lote rejeitado (0)	X_{ij} 1/0	1	1	1	1	0	0	1	1	0		
tamanho aceito dos lotes	ℓ_{ij} pcs	50	40	80	2	--	--	70	40	50		
velocidades de mínimo tempo de produção	v_{ijk} m/min	223.63	214.53	188.05	219.71	229.74	164.78	192.25	222.21	302.14	189.29	1
		117.98	144.34	112.20	166.66	183.12	157.44	115.47	143.59	229.74	196.30	2
		220.35	207.74	167.54	157.44	190.53	168.70	121.67	314.87	202.07	125.25	3
		151.07	206.46	162.47	201.02	158.97	158.83	139.50	194.68	176.33	235.96	4
velocidades												
		196.17	187.06	160.59	192.25	--	--	164.79	194.75	274.68	--	1
		112.84	139.20	107.06	161.52	--	--	110.33	138.45	224.60	--	2
		214.08	201.47	161.27	151.17	--	--	115.40	308.60	195.80	--	3
		75.82	139.95	88.11	132.90	--	--	88.97	121.87	92.99	--	4
método das velocidades	v_{ijk} m/min	180.47	183.57	163.93	200.03	--	--	172.09	197.56	254.87	--	1
		113.03	137.36	109.04	159.56	--	--	109.15	139.87	222.62	--	2
		211.91	194.93	161.48	150.93	--	--	118.34	296.73	197.08	--	3
		77.30	141.94	89.93	134.64	--	--	90.77	123.52	81.69	--	4
método dual	v_{ijk} m/min	180.51	183.68	163.95	199.14	--	--	172.04	197.57	254.86	--	1
		113.02	137.38	109.02	159.26	--	--	109.16	138.89	222.61	--	2
		211.93	194.91	161.49	150.13	--	--	118.35	296.66	197.12	--	3
		77.31	142.16	89.84	134.65	--	--	90.82	123.53	81.65	--	4
ótimas												
velocidades												
		110.79	129.45	114.74	162.96	160.55	113.33	129.23	134.57	167.84	118.27	1
		74.49	84.78	71.44	102.99	101.63	55.16	64.23	96.88	154.00	123.06	2
		94.44	75.63	69.50	73.79	100.20	95.54	74.13	122.79	120.88	61.65	3
		75.82	139.96	88.12	132.91	104.68	91.30	88.98	121.88	80.31	168.41	4
velocidades de mínimo custo de produção	v_{ijk} m/min											

Tabela 4.9 - Solução ótima para o exemplo 2, caso 1.

As tabelas 4.10 e 4.11 apresentam as soluções ótimas obtidas para este caso.

		tempo de produção	custo de produção	redução dos custos	tempo de CPU
	Nº	min	\$	%	m:seg.cs
método das velocidades	1	6000.01	2151.22	31.14	3:39.35
	2	6000.11	3724.70	33.05	
	3	5999.99	4568.26	22.17	
	4	5336.11	2321.00	39.93	
	t o t a l		12765.18	30.70 % de redução.	
método dual	1	6000.00	2115.39	32.29	9.55
	2	6000.00	3461.68	37.78	
	3	6000.00	4428.04	24.56	
	4	5336.16	2321.00	39.93	
	t o t a l		12326.11	33.08 % de redução.	
método do lagrangeano aumentado	1	6000.00	2115.40	32.29	17.65
	2	6000.00	3461.68	37.78	
	3	6000.00	4428.06	24.56	
	4	5335.95	2321.00	39.93	
	t o t a l		12326.14	33.08 % de redução.	

Tabela 4.10 - Tempo de produção, custo de produção, redução dos custos e tempo de CPU para o exemplo 2, caso II.

4.3.3 - Exemplo 3: neste exemplo é utilizado o algoritmo desenvolvido na seção 3.5.3 para a determinação do sequenciamento ótimo. Com base nos dados da tabela 4.3, a árvore de análise gerada está parcialmente representada na figura 4.3.

A solução ótima do sequenciamento de grupos e "jobs" é:

$$G_1(J_{12}-J_{11})-G_4(J_{43}-J_{41}-J_{42})-G_3(J_{31}-J_{32})-G_2(J_{23}-J_{22}-J_{21}).$$

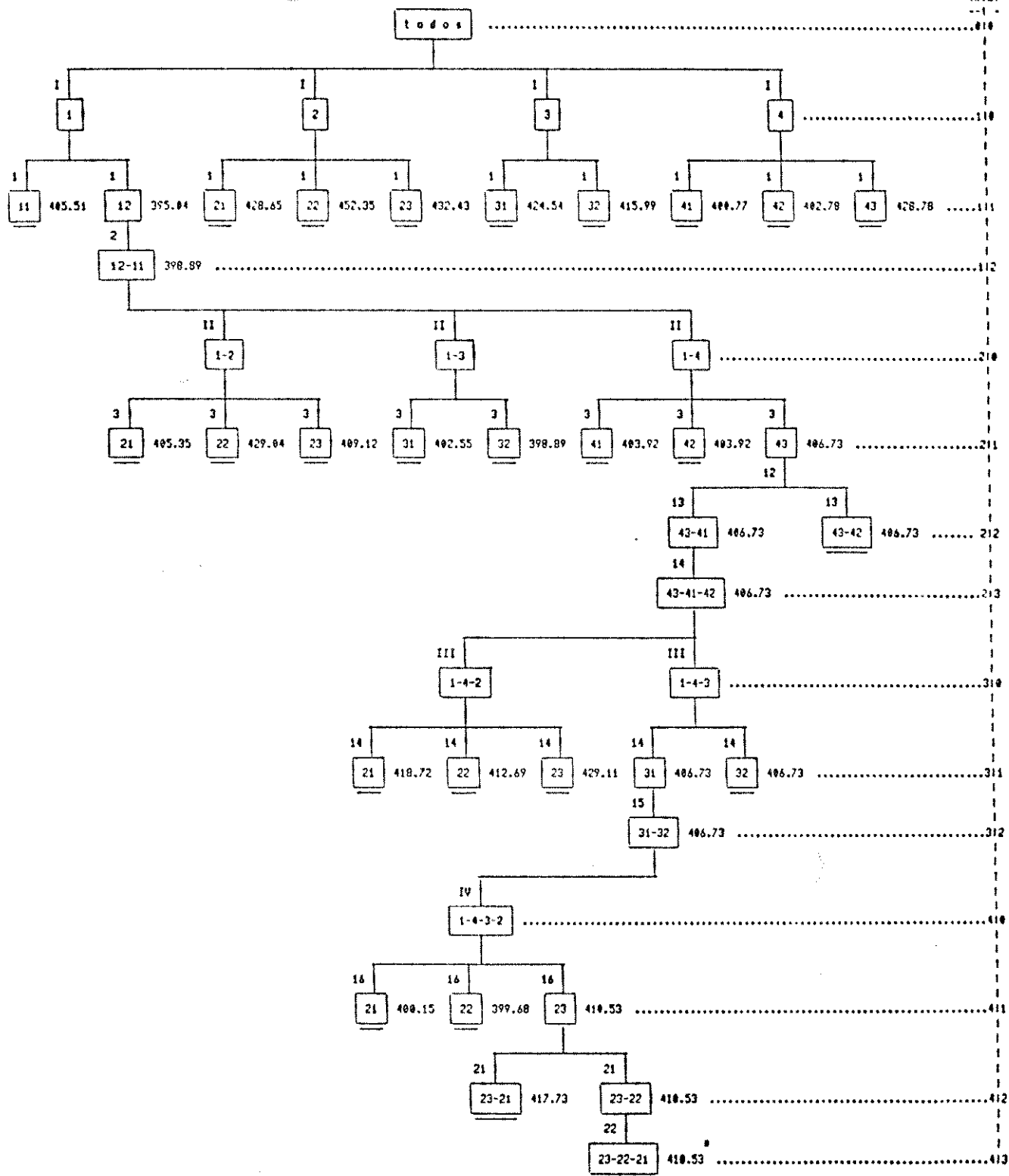
NIVEL
(RIS)

Figura 4.3 - Exemplo 3 - árvore de "branching".

A figura 4.4 (a) mostra o mapa de Gantt para este sequenciamento (com as velocidades de mínimo tempo de produção). O tempo total de fluxo (TTF) é de 410.53 min e o custo de produção é de 1468.43 \$.

Como existem tempos de folga, então o custo total de produção pode ser reduzido, pela utilização dos tres métodos desenvolvidos na seção 3.5.5. A figura 4.4(b) representa agora o mapa de Gantt para o sequenciamento ótimo onde o custo de produção foi minimizado. Note que ainda existem tempos de folga, mas suas velocidades não podem mais serem diminuídas. Os tempos de folga do 2º estágio não são mais utilizados para a redução dos custos porque o 3º estágio tornou-se crítico (sem nenhum tempo de folga); os "jobs" do último estágio já estão com suas velocidades ótimas. O TTF continua o mesmo e na tabela 4.12 estão representados o custo de produção, redução dos custos e o tempo de processamento em função de cada método. Na tabela 4.13 estão as velocidades ótimas em função de cada método.

	custo total de produção	redução dos custos	tempo de CPU
	\$	%	m:seg.cs
método das velocidades	1226.25	16.49	24.75
método dual	1207.24	17.79	48.28
método do lagrangeano aumentado	1205.92	17.88	1:0.53

Tabela 4.12 - Custo de produção, redução dos custos e tempo de CPU para o exemplo 3.

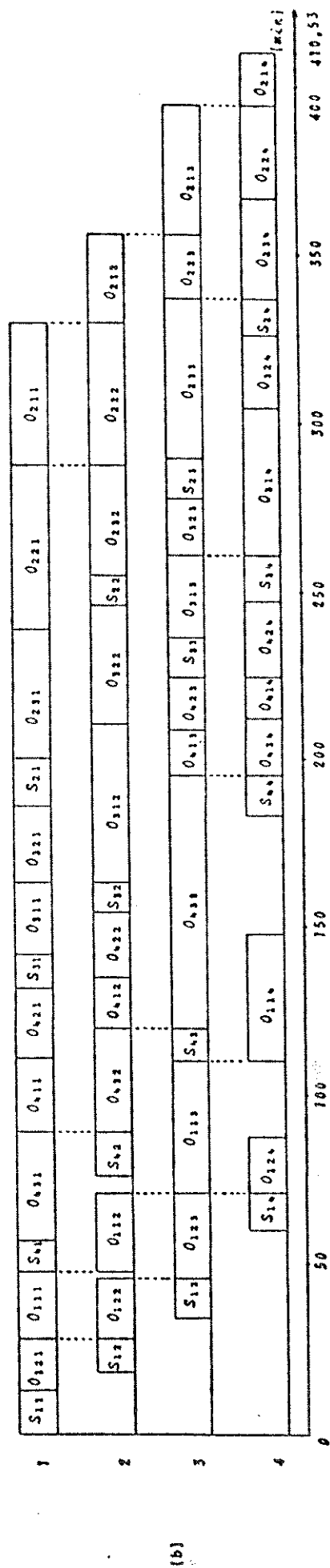
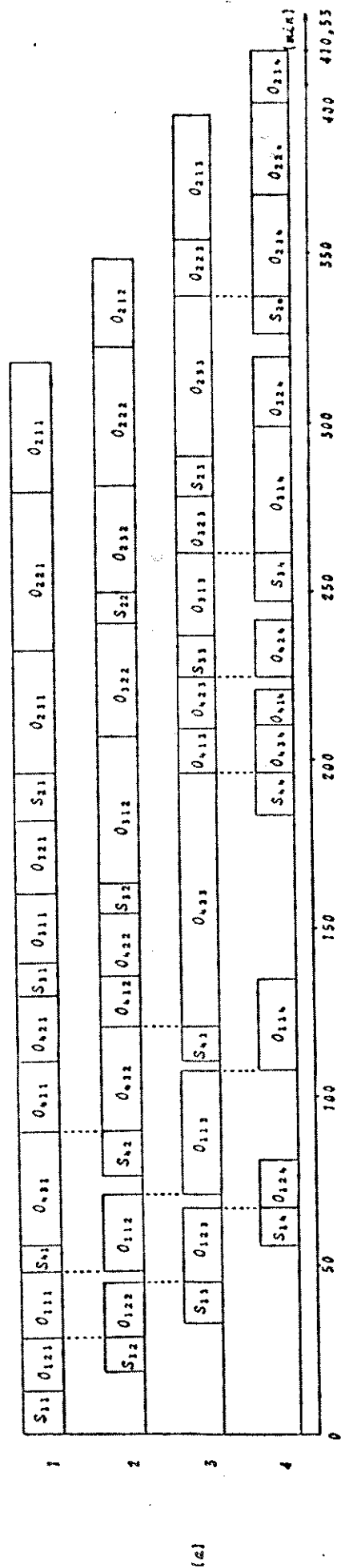


Figura 4.4 - Mapa de Gantt para o sequenciamento ótimo: (a) sem minimização e (b) com minimização dos custos.

			velocidades ótimas				
			velocidade de mínimo tempo de produção	método das velocidades	método dual	método do lagrangeano aumentado	velocidade de mínimo custo de produção
i	j	k	$v_{ijk}^{(t)}$	v_{ijk}	v_{ijk}	v_{ijk}	$v_{ijk}^{(c)}$
N_i	N_j	N_k	m/min	m/min	m/min	m/min	m/min
1	1	1	223.63	223.63	223.63	223.63	126.83
		2	117.98	90.98	101.62	98.50	80.49
		3	220.35	193.35	171.96	175.02	107.91
		4	151.07	80.67	80.80	80.91	80.71
	2	1	214.53	214.53	214.53	214.53	141.89
		2	144.34	96.04	113.14	111.87	92.48
		3	207.74	131.44	128.69	125.74	86.89
		4	206.46	146.36	146.51	146.44	146.44
2	1	1	188.05	140.55	142.04	141.97	126.04
		2	112.20	87.70	102.27	103.15	83.23
		3	167.54	143.04	134.67	139.13	81.04
		4	162.47	162.47	162.47	162.47	93.71
	2	1	219.71	186.11	186.60	184.60	170.69
		2	166.66	142.16	144.56	145.37	111.30
		3	157.44	95.44	101.92	96.62	81.11
		4	201.02	201.02	201.02	201.02	138.61
	3	1	229.74	196.14	191.63	189.94	171.35
		2	183.12	158.62	156.91	155.67	113.13
		3	190.53	190.53	190.53	190.53	109.63
		4	158.97	158.97	158.97	158.97	108.83
	4	1	164.78	131.18	139.50	138.61	123.09
		2	157.44	132.94	113.74	112.16	70.40
		3	168.70	168.70	168.70	168.70	106.77
		4	158.83	118.63	112.56	112.37	96.02
3	1	1	192.25	158.65	157.77	157.02	139.34
		2	115.47	90.97	96.66	95.87	70.81
		3	121.67	121.67	121.67	121.67	79.05
		4	139.50	99.29	111.65	111.30	94.84
	2	1	222.21	188.61	178.50	177.03	150.95
		2	143.59	119.09	128.52	127.86	103.66
		3	314.87	314.87	314.87	314.87	138.68
		4	194.68	127.28	127.41	127.33	127.31
	3	1	302.14	268.54	225.12	225.01	187.80
		2	229.74	205.24	206.59	204.73	165.81
		3	202.07	202.07	202.07	202.07	129.53
		4	176.33	34.93	85.10	85.29	84.98
4	1	1	189.29	189.29	189.29	189.29	129.39
		2	196.30	196.30	196.30	196.30	133.34
		3	125.25	125.25	125.25	125.25	69.00
		4	235.96	173.96	174.09	174.03	174.03
	2	1	189.29	189.29	189.29	189.29	129.39
		2	196.30	196.30	196.30	196.30	133.34
		3	125.25	125.25	125.25	125.25	69.00
		4	235.96	173.96	174.09	174.03	174.03

Tabela 4.13 - Velocidades ótimas para o exemplo 3.

4.3.4 - Exemplo_4: o objetivo deste exemplo é gerar 3 tipos de curvas, que são:

- .número de peças produzidas em função de d_k ,
- .tempo total de fluxo em função de d_k , e
- .custo de produção em função do tempo de fluxo.

O algoritmo desenvolvido na seção 3.6.2 tem esta finalidade. O valor do tempo disponível d_k é inicialmente igual a D_0 . Para este valor é realizada a determinação dos lotes a serem produzidos, do sequenciamento ótimo e das velocidades ótimas. O valor de d_k é então incrementado de ΔD e novamente se realiza o procedimento anterior até que d_k seja igual a $D_{\max}$. Os valores aqui considerados de D_0 , $D_{\max}$ e ΔD são:

$$D_0 = 0$$

$$D_{\max} = 8000 \text{ min}$$

$$\Delta D = 200 \text{ min}$$

e com isto, o número de pontos das curvas é:

$$N = \frac{D_{\max} - D_0}{\Delta D} = 40 \text{ pontos.}$$

As figuras 4.5 e 4.6 mostram respectivamente as curvas do número de peças produzidas e tempo total de fluxo em função de d_k e a figura 4.7 as curvas do custo de produção (sem e com minimização dos custos) em função do TTF.

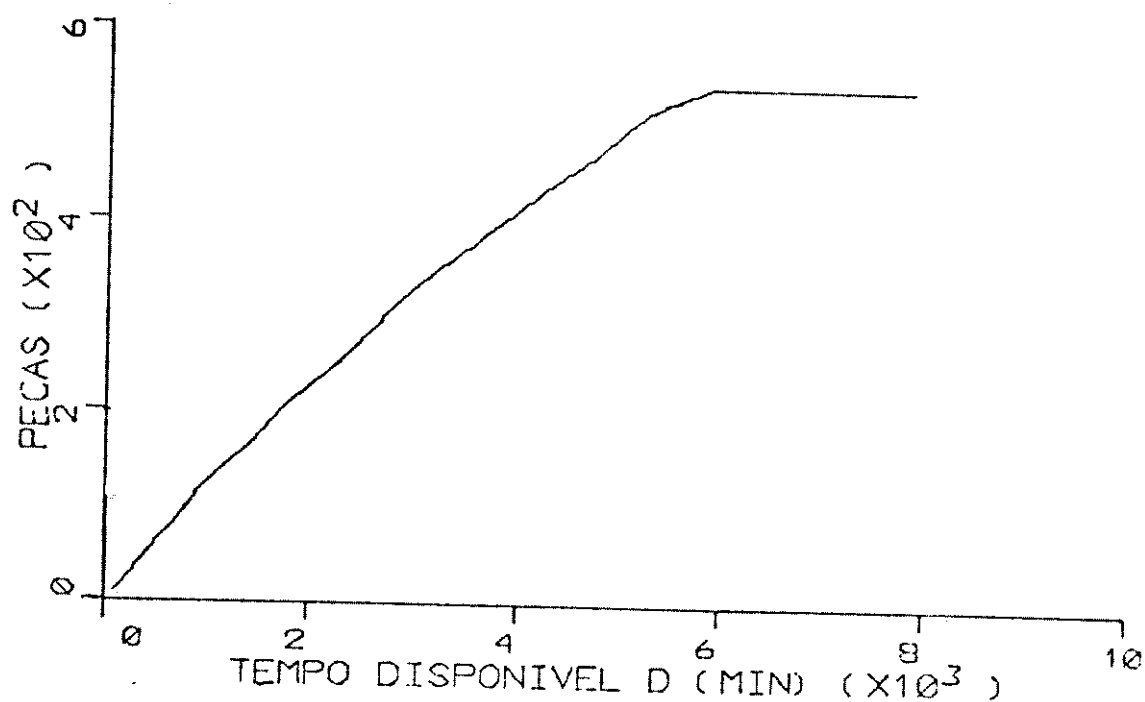


Figura 4.5 - Número de peças produzidas pelo tempo disponível d_k .

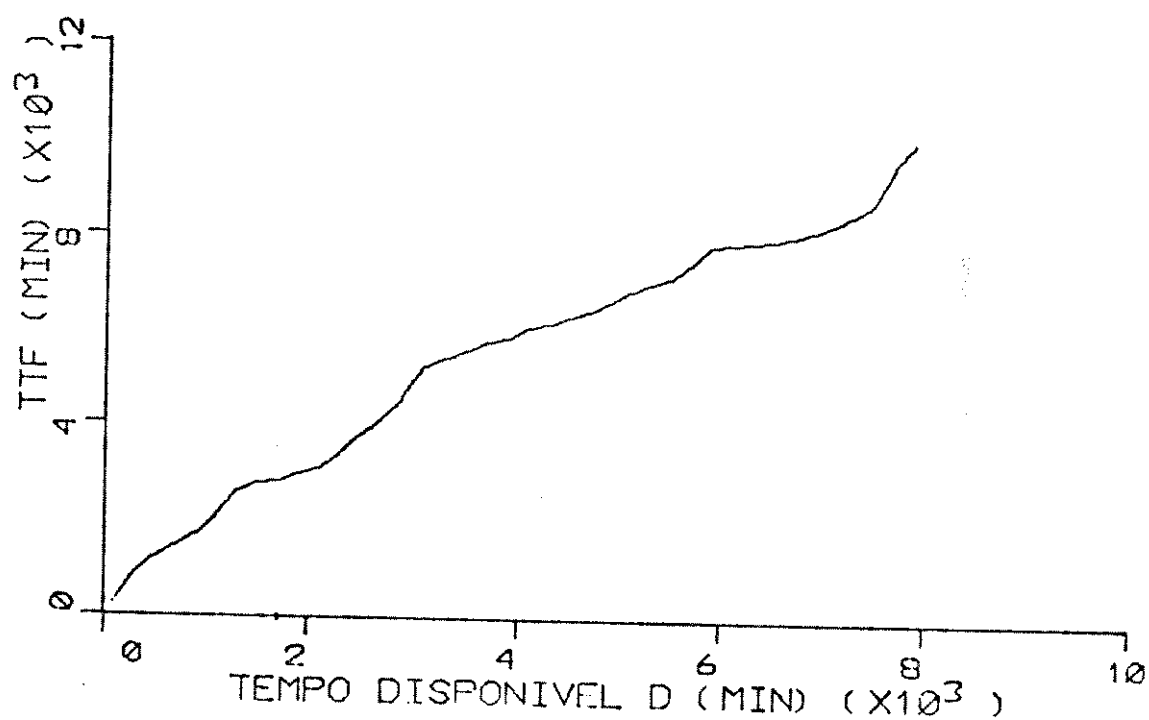


Figura 4.6 - Tempo total de fluxo pelo tempo disponível d_k .

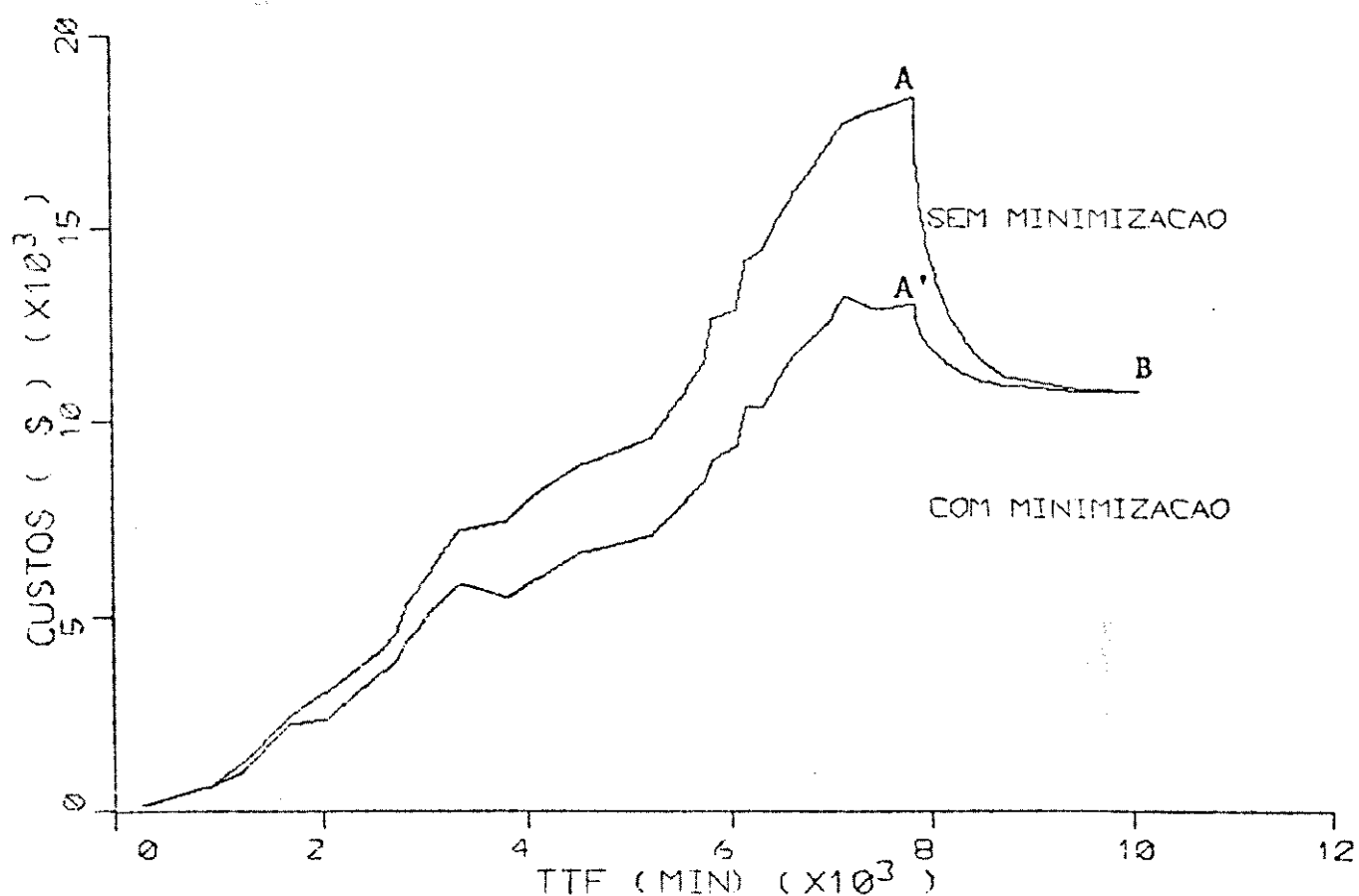


Figura 4.7 - Custo de produção pelo tempo total de fluxo.

Para $d_k < 6000$ min, o número de peças produzidas, o TTF e os custos crescem com o aumento de d_k ; a produção é constante e igual à produção máxima para $d_k > 6000$.

No ponto A da figura 4.7, todos os "jobs" são aceitos para produção e processados com as velocidades de mínimo tempo de produção, resultando em um custo maior e no ponto A' os custos foram minimizados tanto quanto possível (como foi estabelecido nos algoritmos do capítulo anterior). No ponto B, todos os "jobs" são produzidos e processados com as velocidades de mínimo custo de produção. As velocidades para os "jobs" que são críti-

cos (aqueles que fixam o TTF) também são diminuídas, aumentando-se assim os seus tempos de processamento e consequentemente aumentando-se o TTF. Isto é feito para criar a possibilidade de se produzir a um custo menor, mesmo sacrificando-se o mínimo TTF. Entre os pontos A e B tem-se uma visão do conflito existente entre os dois objetivos citada no capítulo anterior.

Como se pode ver, estas curvas dão ao tomador de decisões uma grande flexibilidade para que ele possa escolher a solução que lhe convém. Este tipo de escolha depende de muitos fatores, como: custos, demanda, datas de entregas, multas decorrentes de atrasos nas entregas, etc, e que só podem ser quantificadas pelo tomador de decisões. Ele é quem define situações como: se é preferível atrasar por algum tempo uma determinada entrega, mesmo pagando-se as multas, para que se tenha um processamento a custos mais baixos, e outras situações deste gênero.

Suponha, por exemplo, que seja conveniente a solução com d_k igual a 1700 minutos. O algoritmo é novamente utilizado para que se tenha os resultados dos lotes a serem produzidos, do sequenciamento ótimo e das velocidades ótimas de máquina para este caso. Os lotes escolhidos para serem produzidos são:

$$J_{11} - J_{12} - J_{41} - J_{42} - J_{43}$$

onde o tamanho do lote J_{41} é de apenas 18 peças, e a produção máxima é de 198 peças.

Para estes lotes, o sequenciamento ótimo para grupos e lotes é:

$$G_1(J_{12} - J_{11}) - G_4(J_{41} - J_{42} - J_{43})$$

com um tempo de fluxo de 2813.41 min e um custo total de produção de 5259.09 \$.

A minimização dos custos é realizada por um dos tres métodos desenvolvidos na seção 3.5.5. A tabela 4.14 apresenta o custo de produção, redução dos custos e tempo de processamento em função da cada método e a tabela 4.15 a solução ótima para este caso.

	custo total de produção	redução dos custos	tempo de CPU
	\$	%	m:seg.cs
método das velocidades	4368.64	16.93	27.52
método dual	4358.92	17.12	31.06
método do lagrangeano aumentado	4354.67	17.20	23.37

Tabela 4.14 - Custo de produção, redução dos custos e tempo de CPU para o exemplo 4, caso $d_k = 1700$ min.

4.3.5 - Outros Resultados

Foram anotados os tempos de processamento para que se tenha idéia do tempo necessário ao método "branch-and-bound" pesquisar e encontrar a solução ótima, em função do número de variáveis do problema.

grupo	i	N _i	1	2	3	4							
lote	j	N _j	1	2	3	4							
tamanho dos lotes	L _{ij}	pcs	50	40	80	50	70						
lote aceito (1) ou lote rejeitado (0)	X _{ij}	1/0	1	1	0	0	1	1	0				
tamanho aceito dos lotes	L _{ij}	pcs	50	40	--	--	18	40	50	--	k		
velocidades de mínimo tempo de produção	v _{ijk}	m/min	223.63	214.53	188.05	219.71	229.74	164.78	192.25	222.21	302.14	189.29	1
	v _{ijk}	m/min	117.98	144.34	112.20	166.66	183.12	157.44	115.47	143.59	229.74	196.30	2
	v _{ijk}	m/min	220.35	207.74	167.54	157.44	190.53	168.70	121.67	314.87	202.07	125.25	3
	v _{ijk}	m/min	151.07	206.46	162.47	201.02	158.97	158.83	139.50	194.68	176.33	235.96	4
velocidades	v _{ijk}	m/min	223.63	214.53	--	--	--	--	129.15	139.51	219.44	--	1
método das velocidades	v _{ijk}	m/min	117.98	127.04	--	--	--	--	64.17	96.79	153.94	--	2
	v _{ijk}	m/min	220.35	135.34	--	--	--	--	74.07	122.77	120.87	--	3
	v _{ijk}	m/min	151.07	139.66	--	--	--	--	139.50	194.68	176.33	--	4
método dual	v _{ijk}	m/min	223.63	214.53	--	--	--	--	136.60	146.64	162.28	--	1
	v _{ijk}	m/min	117.98	126.94	--	--	--	--	64.31	96.93	161.02	--	2
	v _{ijk}	m/min	220.35	135.31	--	--	--	--	74.24	122.98	127.61	--	3
	v _{ijk}	m/min	151.07	140.09	--	--	--	--	139.50	194.68	176.33	--	4
ótimas	v _{ijk}	m/min	223.63	214.53	--	--	--	--	136.09	145.75	182.74	--	1
método do lagrangeano aumentado	v _{ijk}	m/min	117.98	125.40	--	--	--	--	64.47	96.90	160.70	--	2
	v _{ijk}	m/min	220.35	135.32	--	--	--	--	74.13	123.32	127.89	--	3
	v _{ijk}	m/min	151.07	139.96	--	--	--	--	139.50	194.68	176.33	--	4
velocidades de mínimo custo de produção	v _{ijk}	m/min	110.79	129.45	114.74	162.96	160.55	113.33	129.23	134.57	167.84	118.27	1
	v _{ijk}	m/min	74.49	84.78	71.44	102.99	101.63	55.16	64.23	96.88	154.09	123.06	2
	v _{ijk}	m/min	94.44	75.63	69.50	73.79	100.20	95.54	74.13	122.79	120.88	61.65	3
	v _{ijk}	m/min	75.82	139.96	88.12	132.91	104.68	91.30	88.98	121.88	80.31	168.41	4

Tabela 4.15 - Solução ótima para o exemplo 4, caso $d_k = 1700$ min.

Para o modelo da determinação dos lotes, foi implementado também o método de enumeração por factibilidade, que encontra a solução ótima através da pesquisa de todas as possíveis soluções do problema simplesmente analisando-se a factibilidade das soluções [veja apêndice B]. Os tempos de processamento são dados na tabela 4.16 e a figura 4.8 apresenta as curvas relativas à estes tempos. Note que o método de enumeração por factibilidade é muito mais rápido que o método "branch-and-bound", e isto será discutido nas próximas seções.

Para o modelo de sequenciamento da produção, os dados do tempo de processamento para o método "branch-and-bound" são apresentados na tabela 4.17 e representados na figura 4.9. Neste caso o método "branch-and-bound" é bem rápido e pouco varia com o aumento do número de "jobs" a serem sequenciados.

4.3.6 - Resultados de Hitomi e Ham

Os resultados obtidos por Hitomi e Ham para estes exemplos são agora apresentados com o intuito de se comparar as soluções obtidas na seção seguinte.

Resultados do exemplo 1 [8]: apenas o caso $d_1 = 3000$ min é considerado. Os lotes aceitos para este caso são:

$$J_{11}-J_{12}-J_{21}-J_{23}-J_{31}-J_{41}-J_{42}-J_{43}$$

Nº de "jobs"	Tempo de CPU (m:seg.cs.)	
	enumeração por factibilidade	enumeração implícita
5	1.27	2.15
6	1.32	6.36
7	1.43	17.14
8	1.59	25.85
9	1.94	1:14.88
10	2.42	1:40.54
11	3.55	7:04.14
12	4.68	---
13	6.40	---
14	10.12	---
15	16.03	---
16	23.08	---

Tabela 4.16 - Tempos de CPU para os métodos de enumeração implícita ("branch-and-bound") e enumeração por factibilidade em função do número de "jobs".

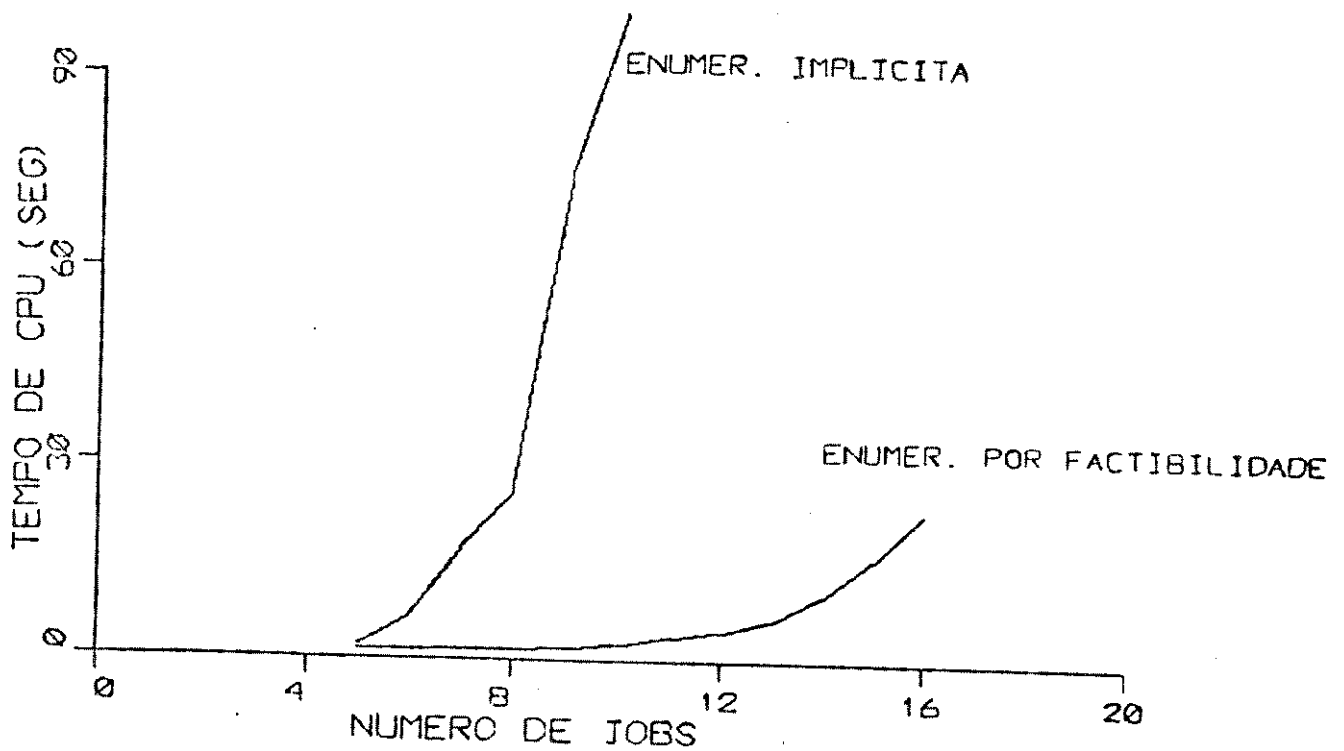


Figura 4.8 - Tempo de CPU em função do número de "jobs".

Nº de "jobs"	Tempo de CPU (m:seg.cs.)
4	1.53
5	1.67
6	1.82
7	1.93
8	2.03
9	2.25
10	2.53
11	2.73
12	3.01
13	3.70
14	3.91
15	4.00
16	5.29

Tabela 4.17 - Tempos de CPU para o método de enumeração implícita ("branch-and-bound") em função do número de "jobs".



Figura 4.9 - Tempo de CPU em função do número de "jobs".

onde o tamanho do lote J_{21} é de apenas 6 peças, e o número máximo de peças produzidas é 356 peças. Note que esta solução é diferente e inferior à solução apresentada anteriormente.

O tempo total de produção e o tempo de folga são:

$$T_1 = 2994.52 \text{ min} \quad \therefore \quad (d_1 - T_1) = 5.48 \text{ min.}$$

Neste caso, os autores não utilizaram a minimização dos custos de produção.

A solução obtida para lotes e velocidades são apresentados na tabela 4.18.

Resultados do exemplo 2 [19]: aqui também, apenas o caso $d_k = 3000 \text{ min}$ é considerado. Os lotes aceitos para produção são:

$$J_{11} - J_{12} - J_{21} - J_{22} - J_{41} - J_{42} - J_{43}$$

onde o tamanho do lote J_{22} é de apenas 2 peças, o que resulta em uma produção máxima de 332 peças.

A minimização dos custos de produção é realizada e o tempo de produção, o custo de produção e a redução dos custos estão na tabela 4.19. A tabela 4.20 apresenta a solução ótima para lotes e velocidades.

Resultados do exemplo 3 [7]: a solução para o sequenciamento de grupos e "jobs" é:

$$G_1(J_{12} - J_{11}) - G_4(J_{43} - J_{41} - J_{42}) - G_3(J_{31} - J_{32}) - G_2(J_{23} - J_{22} - J_{21}).$$

grupo	i	N _i	1	2	3	1	2	3	1	2	3
lote	j	N _j	1	2	3	1	2	3	1	2	3
tamanho dos lotes	L_{ij}	pçs	60	50	100	70	40	30	40	50	80
lote aceito (1) ou lote rejeitado (0)	X_{ij}	1/0	1	1	1	0	1	1	1	1	1
tamanho aceito dos lotes	L_{ij}	pçs	60	50	6	--	40	30	40	50	80
velocidades de mínimo tempo de produção	$v_{ij}^{(t)}$	m/min	223.63	194.43	220.35	151.07	151.43	144.34	207.74	188.05	112.20
velocidades ótimas	$v_{ij}^{(c)}$	m/min	223.00	194.00	220.00	--	151.00	144.00	--	188.00	112.00
velocidades de mínimo custo de produção	$v_{ij}^{(c)}$	m/min	130.59	125.59	125.66	115.04	104.14	97.63	92.49	130.16	86.33

Tabela 4.18 - Solução ótima de Hitomi e Ham [8] para o exemplo 1,

caso $d_j = 3000$ min.

	tempo de produção	custo de produção	redução dos custos
	min	\$	%
1	3007.40	1370.90	20.55
2	2999.00	2246.70	4.89
3	2997.00	3072.50	---
4	2999.00	1194.10	43.09

custo total de produção: 7884.20 \$			
redução dos custos : 14.84 %			

Tabela 4.19 - Resultados de Hitomi e Ham [9] para o tempo de produção, custo de produção e redução dos custos para o exemplo 2, caso $d_k = 3000$ min.

O tempo total de fluxo é de: 410.53 min e o custo de produção é de 1468.92 \$. Após a minimização, o custo de produção é de 1210.00 \$ com uma redução de 17.63 %. A tabela 4.21 apresenta as velocidades ótimas para este caso.

4.4 - COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS

Uma comparação dos resultados em função dos procedimentos desenvolvidos para a determinação dos lotes, do sequenciamento e das velocidades ótimas, é feito para os exemplos 1, 2 e 3. O exemplo 4 foi implementado apenas para a verificação da eficiência do Modelo de Integração proposto na seção 3.6 e nenhuma comparação é feita pelo fato de ser um modelo proposto neste trabalho, e de não ser levado em consideração por Hitomi, Ham e outros.

			velocidade de mínimo tempo de produção	velocidade ótima	velocidade de mínimo custo de produção
i	j	k	$v_{ijk}^{(t)}$	v_{ijk}	$v_{ijk}^{(c)}$
Nº	Nº	Nº	m/min	m/min	m/min
1	1	1	223.63	224.00	126.83
		2	117.98	92.00	80.49
		3	220.35	164.00	107.91
		4	151.07	81.00	80.71
	2	1	214.53	215.00	141.89
		2	144.34	116.00	92.48
		3	207.74	133.00	86.89
		4	206.46	146.00	146.44
	3	1	188.05	156.00	126.04
		2	112.20	102.00	83.23
		3	167.54	131.00	81.04
		4	162.47	162.00	93.71
2	2	1	219.71	194.00	170.69
		2	166.66	145.00	111.30
		3	157.44	105.00	81.11
		4	201.02	201.00	138.61
	3	1	229.74	201.00	171.35
		2	183.12	158.00	113.13
		3	190.53	191.00	109.63
		4	158.97	159.00	108.83
	1	1	164.78	136.00	123.09
		2	157.44	114.00	70.40
		3	168.70	167.00	106.77
		4	158.83	112.00	96.02
3	2	1	192.25	166.00	139.34
		2	115.47	97.00	70.81
		3	121.67	122.00	79.05
		4	139.50	111.00	94.84
	1	1	222.21	190.00	150.95
		2	143.59	129.00	103.66
		3	314.87	314.00	138.68
		4	194.68	127.00	127.31
	4	1	302.14	242.00	187.80
		2	229.74	208.00	165.81
		3	202.07	202.00	129.53
		4	176.33	85.00	84.98
	3	1	189.29	189.00	129.39
		2	196.30	196.00	133.34
		3	125.25	125.00	69.00
		4	235.96	174.00	174.03

Tabela 4.21 - Velocidades ótimas de Hitomi e Ham [7] para o exemplo 3.

4.4.1 - Comparação dos Resultados da Determinação dos Lotes a Serem Produzidos

O algoritmo da determinação dos lotes que serão produzidos é utilizado nos exemplos 1 e 2, caso 1 ($d_k = 3000$ min). A tabela 4.22 apresenta a produção máxima para estes exemplos.

		enumeração implícita [HITOMI e HAM]	enumeração implícita	enumeração por factibilidade
		pçs	pçs	pçs
* Z	exemplo 1	356	372	372
	exemplo 2	332	332	332

Tabela 4.22 - Soluções encontradas para a maximização da produção.

Esta tabela mostra que a solução obtida por Hitomi e Ham no exemplo 1 não é a solução ótima. Os autores não implementaram eficientemente o procedimento de truncar um nó no algoritmo "branch-and-bound", não prevendo a expressão (3.61), como foi feito no capítulo anterior. A figura 4.10 mostra parte da figura 4.1, do nível 6 em diante, onde a partir daí os limites são calculados pelo procedimento de Hitomi e Ham.

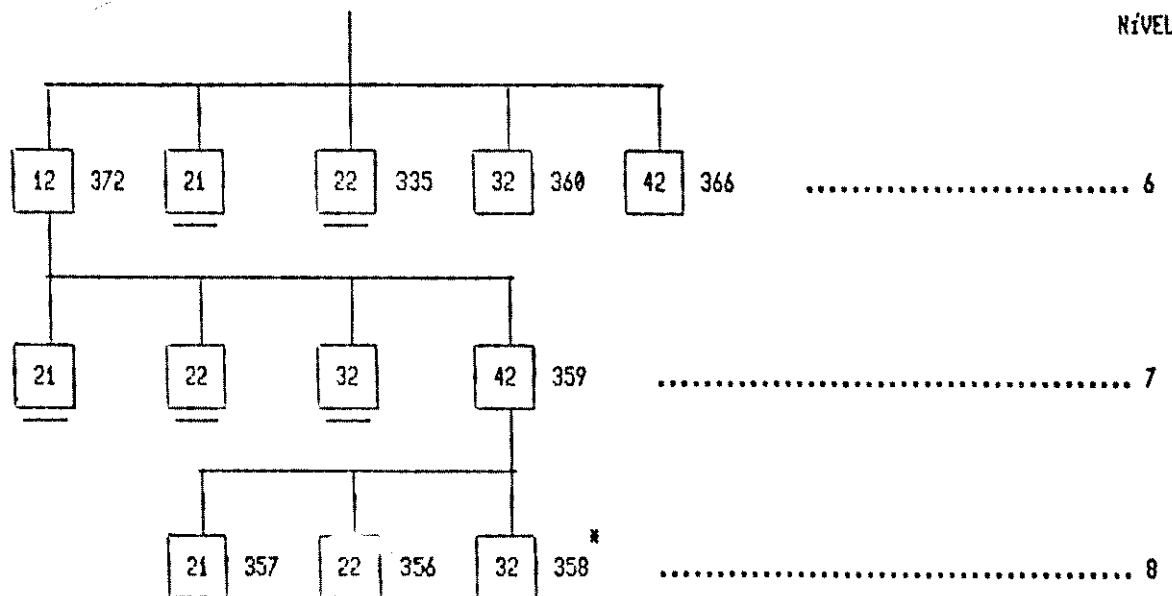


Figura 4.10 - Árvore de análise de Hitomi e Ham para o exemplo 1.

Em [8], os autores afirmam que no cálculo dos limites inferiores, a regra para o término do procedimento de "branching" para um nó é parar quando o tempo de folga $\mathcal{D}_k$ for negativo. Por este motivo, os limites não são calculados para o nó 21 do nível 6 e para os nós 21, 22 e 32 do nível 7. Esta falha impossibilita a escolha do nó 32 (do nível 7) para ser parcialmente aceito, como foi feito neste trabalho. Mesmo sem prever esta possibilidade, Hitomi e Ham ainda assim não escolheram o lote que proporciona a melhor solução. A escolha do lote 32 com 8 peças apresenta uma produção total de 358 peças, maior do que a solução com a escolha do lote 21 com 6 peças, com produção de 356 peças.

Para o exemplo 2, coincidentemente, a solução encontrada foi a solução ótima.

O método de enumeração por factibilidade foi implementado apenas para confirmar que o método "branch-and-bound" aqui desenvolvido encontra a solução ótima.

Para a classe de problemas considerados neste trabalho, o tempo de processamento necessário ao método "branch-and-bound" pesquisar e encontrar a solução ótima é muito maior (veja tabela 4.16) que o tempo gasto pelo método de enumeração por factibilidade. Das figuras 4.1 e 4.2, vê-se que praticamente todos os nós de nível menor ou igual à 5 ainda não foram truncados e portanto serão sondados. Isto então acarreta uma grande árvore de análise com muitos cálculos adicionais. Este método combinatorial de se determinar a solução ótima que maximiza a taxa de produção pode gerar a mesma solução à partir de outros nós. Esta redundância não é atrativa, uma vez que a ordem com que os "jobs" são escolhidos não é importante; apenas a determinação de aceitação ou rejeição de um lote é que interessa. Já o método de enumeração por factibilidade foi implementado pensando-se nesta possibilidade e portanto a pesquisa da solução ótima foi baseada em uma árvore binária de análise, onde os lotes são aceitos ou rejeitados; por este motivo a solução ótima é encontrada mais rapidamente do que o método "branch-and-bound" proposto por Hitomi e Ham.

4.4.2 - Comparação dos Resultados da Determinação do Sequenciamento Ótimo

A determinação do sequenciamento ótimo é feita de uma forma eficiente pela utilização do algoritmo "branch-and-bound" desenvolvido na seção 3.5.3. O sequenciamento ótimo da produção e o mínimo TTF aqui determinados são os mesmos encontrados por Hitomi e Ham em seu trabalho. Os tempos de processamento para este algoritmo (veja tabela 4.17) são razoavelmente pequenos,

mostrando que este procedimento para a determinação do sequenciamento ótimo é bem rápido.

4.4.3 - Comparação dos Resultados para os Métodos de Minimização dos Custos de Produção

A tabela 4.23 mostra os resultados da redução dos custos de produção e o tempo de processamento para os tres métodos implementados e para os resultados de Hitomi e Ham.

Em síntese, a tabela 4.23 mostra que:

- .o método das velocidades na maior parte dos exemplos é o pior dos tres, tanto em relação aos tempos de processamento como para a redução dos custos. Este método é mais lento pois quanto maior a região de alta-eficiência (veja figura 3.1), maior será a quantidade de cálculos para a obtenção das velocidades ótimas, e com menor precisão, pois uma pequena variação na velocidade pode significar uma grande variação no tempo de processamento dos "jobs" e uma pequena variação nos custos,
- .o método dual e o método do lagrangeano-aumentado são praticamente equivalentes na obtenção das velocidades ótimas e em relação aos tempos de processamento. O método dual é um método muito eficiente, levando-se em consideração a ausência da realização da busca unidimensional, o que certamente aumenta o tempo de processamento, e

Redução dos Custos (%)										Tempos de CPU (m:seg.cs)				
	M-V	M-D	M-LA	e	Hitomi		M-V	M-D	M-LA	e	Hitomi			
exemplo 1														
caso I	3.93	5.41	5.41	4.52	4.52		5.80	7.42	7.92		12.96			
caso II	18.68	22.07	22.07	22.03	22.03		27.03	1.85	5.39		1:03.09			
exemplo 2														
caso I	17.26	17.86	17.86	14.84	14.84		1:32.61	56.82	26.89		3:29.49			
caso II	30.70	33.08	33.08	33.03	33.03		3:39.35	9.55	17.65		7:23.06			
exemplo 3														
	16.49	17.79	17.88	17.63	17.63		24.75	48.28	1:0.53		8:32.82			
exemplo 4														
(d=1700 min)	16.93	17.12	17.20	--	--		27.52	31.06	23.37		--			

M-V : Método das Velocidades

M-D : Método Dual

M-LA : Método do Lagrangeano-aumentado.

Tabela 4.23 - Resultados da redução dos custos e tempos de processamento.

os resultados de Hitomi e Ham para a redução dos custos, apesar de inferiores, apresentam uma taxa de redução equivalente aos métodos dual e do lagrangeano-aumentado. Os tempos de processamento infelizmente não foram fornecidos pelos autores. Para efeito de comparação, seus métodos foram implementados para que se tenha idéia do tempo de CPU necessário à minimização dos custos. Estes métodos são mais lentos pois dependem da escolha 'apropriada' que se faz para a inicialização de λ_{ijk} e das velocidades através da inversa de (3.42). Esta escolha apropriada não é definida por Hitomi e Ham em seus trabalhos.

Em aplicações práticas, a escolha do método a ser utilizado para a minimização dos custos é feita de acordo com o tempo, as características e/ou a precisão que se dispõe para a resolução do problema.

4.5 - RESUMO

Neste capítulo foram apresentados os exemplos que simulam um Sistema de Manufatura de Multiestágios e a seguir utilizados para os testes dos métodos desenvolvidos no capítulo anterior.

Os resultados foram apresentados e comparados com os resultados da literatura, numa forma de se verificar a eficiência dos métodos.

O método "branch-and-bound" para a determinação dos lotes a serem produzidos encontra uma solução ótima, mas é muito lento comparado com o método de enumeração por factibilidade; isto se deve à maneira de se realizar o procedimento "branching", que é muito mais eficiente na forma de uma árvore binária. Para o caso de sequenciamento da produção, o algoritmo é muito eficiente e encontra com rapidez a solução ótima.

Com relação à minimização dos custos de produção, os métodos dual e do lagrangeano-aumentado foram os que apresentaram as melhores soluções.

O Modelo de Integração foi implementado, mostrando que alcança os objetivos para a qual foi proposto, ou seja, a geração de curvas e dados que permitam uma análise global do Sistema pelo elemento tomador de decisões.

5 - CONCLUSÃO

Neste trabalho foram analisados, implementados e testados uma família de modelos de programação matemática para a resolução dos problemas de Carregamento ótimo de Máquina e Sequenciamento da Produção, problemas típicos do Planejamento da Produção. Com a utilização dos conceitos da Tecnologia de Grupo, o algoritmo "branch-and-bound" foi implementado para a resolução destes problemas. Para o caso da determinação dos lotes que serão produzidos, cujo objetivo é a maximização da taxa de produção, o algoritmo encontra a solução ótima, mas é muito lento comparado com o método de enumeração por factibilidade, pois a mesma solução pode ser gerada à partir de outros nós da árvore e esta redundância não é interessante, o que resulta em uma árvore muito grande para a pesquisa da solução ótima. Por outro lado, a solução aqui encontrada é maior do que a solução apresentada pelos autores pois eles não implementaram eficientemente, no algoritmo "branch-and-bound", o processo de truncar um determinado nó. Para o caso da determinação do sequenciamento ótimo da produção, cujo objetivo é a minimização do TTF, o algoritmo encontra a solução ótima com certa rapidez, podendo-se concluir que o método é muito eficiente para a resolução deste tipo de problema.

Após a resolução destes problemas, as velocidades ótimas de máquinas foram determinados com o objetivo de minimizar os custos de produção tanto quanto possível. Tres algoritmos foram implementados; o método das velocidades é o mais lento e apresenta a menor taxa de redução dos custos. Os outros dois métodos, o dual e do lagrangeano-aumentado, são praticamente equivalentes na

determinação das velocidades ótimas e em relação aos tempos de processamento (CPU), apresentando resultados satisfatórios. Comparando-se estes resultados com os de Hitomi e Ham, pode-se dizer que as taxas de redução dos custos apresentada pelos autores, apesar de inferiores, são muito próximas das taxas aqui encontradas e os tempos de CPU são muito elevados.

O Modelo de Integração criado com o objetivo de se gerar uma metodologia de Planejamento Integrado da Produção, foi testado por um exemplo, mostrando que este modelo fornece alternativas para a análise global do problema de Planejamento da Produção pelo elemento tomador de decisões de nível hierárquico superior.

Como perspectivas para novos trabalhos, pode-se citar a investigação dos problemas de Planejamento da Produção dentro do escopo de otimização multicritério, e a análise e implementação de métodos para: a determinação de rotas principais e alternativas, que é um problema básico da Programação do Processo de Produção; a determinação das quantidades dos recursos necessários à produção, problema este de Programação dos Requisitos de Materiais (MRP); e outros, usando-se também os conceitos da Tecnologia de Grupo, que é uma tecnologia fundamental e que certamente expandirá muitas inovações em teorias e aplicações para o desenvolvimento e implementação de Sistemas CAM (Computer Aided Manufacturing), através do conceito de famílias de peças.

A experiência com os tipos de métodos e algoritmos aqui apresentados e estudados poderão ser também de grande valia para o desenvolvimento de métodos alternativos, incluindo outros métodos heurísticos, e a utilização de sistemas baseados em conhecimento para o tratamento de tais problemas.

APENDICE A - O MÉTODO DO LAGRANGEANO-AUMENTADO [13,15,24]

Seja o problema:

$$P \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{minimizar: } f(\underline{x}) \\ \text{sujeito a: } g(\underline{x}) - \underline{b} = 0 \\ \underline{x} \geq 0 \end{array} \right. \quad (A.1)$$

onde: $\underline{x} \in \mathbb{R}^n$; $g: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$; $\underline{b} \in \mathbb{R}^m$; $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$.

A função lagrangeano-aumentado é definida como:

$$L(\underline{x}, \underline{\mu}, \rho) = f(\underline{x}) + \underline{\mu}^T [g(\underline{x}) - \underline{b}] + \frac{1}{2} \rho \|g(\underline{x}) - \underline{b}\|^2 \quad (A.2)$$

onde $\|\cdot\|$ representa a norma Euclidiana.

O método do lagrangeano-aumentado (ou método dos multiplicadores) consiste em uma sequência de minimizações em relação a $\underline{x}$, para valores dados de $\underline{\mu}_k$, da forma:

$$\min L(\underline{x}, \underline{\mu}_k, \rho_k) = f(\underline{x}) + \underline{\mu}_k^T [g(\underline{x}) - \underline{b}] + \frac{1}{2} \rho_k \|g(\underline{x}) - \underline{b}\|^2 \quad (A.3)$$

onde ρ_k é uma sequência de parâmetros de penalidade positivos. Uma sequência de multiplicadores $\underline{\mu}_k$ é então gerada de acordo com a iteração:

$$\underline{\mu}_{k+1} = \underline{\mu}_k + \rho_k [g(\underline{x}_k) - \underline{b}] \quad (A.4)$$

onde $\underline{x}_k$ é o ponto que minimiza $L(\underline{x}, \underline{u}_k, \rho_k)$. O multiplicador $\underline{u}_0$ é inicializado apropriadamente e a sequência ρ_k pode ser ou pré-determinada ou gerada, de acordo com um esquema adequado [13], durante cada iteração.

Note que, da expressão (A.3) e das condições de Kuhn-Tucker, obtem-se que:

$$\nabla L_{\underline{x}} = \nabla f(\underline{x}_k) + \underline{u}_k^T \nabla g(\underline{x}_k) + \rho_k [g(\underline{x}_k) - \underline{b}] \nabla g(\underline{x}_k)$$

ou seja:

$$\nabla L_{\underline{x}} = \nabla f(\underline{x}_k) + \left\{ \underline{u}_k^T + \rho_k [g(\underline{x}_k) - \underline{b}] \right\} \nabla g(\underline{x}_k) \quad (\text{A.5})$$

Observe que o termo entre chaves em (A.5) sugere uma regra de escolha para a atualização do multiplicador, quando comparada com a mesma condição de Kuhn-Tucker para o caso dos métodos duais.

Este método reúne a idéia do método com função de penalidade com a filosofia dos métodos duais (dois métodos muito usados no contexto de otimização restrita), transformando assim o problema P em um problema de minimização irrestrita. Neste trabalho este método foi formulado, como neste anexo, considerando uma função de penalidade quadrática.

Um importante aspecto deste método é que a convergência pode ocorrer sem a necessidade de aumentar ρ_k até o infinito, pois a convergência é induzida não apenas pelo aumento do parâmetro de penalidade, mas também pela regra (A.4), conhecida como regra de Hestenes.

Para maiores detalhes sobre este método, por estar fora do escopo deste trabalho, veja [13,15,24].

APÊNDICE B - O MÉTODO DE ENUMERAÇÃO POR FACTIBILIDADE

O problema de se determinar os lotes que serão produzidos dentro da disponibilidade de tempo d para os estágios de máquina, pode se formulado como [veja pág. 3.24]:

$$\text{maximize: } Z = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^{N_i} l_{ij} \cdot x_{ij} \quad (\text{B.1})$$

$$\text{sujeito a: } \sum_{i=1}^M \left[s_{ik} + \sum_{j=1}^{N_i} (s_{ijk} + l_{ij} \cdot t_{ijk}^{(t)}) x_{ij} \right] x_i \leq d \quad (\text{B.2})$$

onde as velocidades são iguais às velocidades de mínimo tempo de produção e x_i e x_{ij} são as variáveis de decisão sobre grupos e lotes.

Para esta formulação tem-se um problema de programação não-linear inteiro. Este problema combinatorial para se determinar uma solução que acarrete numa produção máxima pode ser analisado com o auxílio de uma árvore binária, onde a decisão de aceitação ou rejeição de cada lote é feita simplesmente pela verificação da factibilidade da restrição (B.2) do problema. Dessa forma, é proposto o seguinte algoritmo:

PASSO 1: Faça: $LI = 0$.

PASSO 2: Faça: $i = 1$.

PASSO 3: Faça: $j = 1$.

PASSO 4: Faça: $X_{ij} = 1$ e calcule o tempo T pela expressão:

$$T = \sum_{i=1}^M \left[S_{ik} + \sum_{j=1}^{N_i} (s_{ijk} + l_{ij} \cdot t_{ijk}^{(t)}) X_{ij} \right] X_i$$

Se: $T \leq 0$, faça: $X_{ij} = 0$.

Se não, continue.

PASSO 5: Faça: $j = j+1$

Se: $j \leq N_i$, retorne ao PASSO 4.

Se não, faça: $i = i+1$

Se: $i \leq M$, retorne ao PASSO 3.

Se não, continue.

PASSO 6: Para todo lote J_{ij} tal que $X_{ij} = 0$, calcule $\ln_{ij}$

pela expressão (3.61). Ache: $\omega = \max_{ij} \ln_{ij}$

Calcule: $NP = \omega + \sum_{ij} l_{ij} \cdot X_{ij}$

Se: $NP > LI$, armazene esta solução e faça: $LI = NP$.

Se não, continue.

PASSO 7: Se $X_{ij} = 1$, faça $X_{ij} = 0$ e retorne ao PASSO 5.

Se não, continue.

PASSO 8: Se $j > 1$, faça: $j = j-1$ e retorne ao PASSO 7.

Se não, continue.

PASSO 9: Se $i > 1$, faça: $i = i-1$ e $j = N_i$

e retorne ao PASSO 7.

Se não, continue.

PASSO 10: A solução armazenada é a solução ótima para o problema.

STOP.

Comentários:

.no procedimento de sondagem, um determinado nó é truncado quando a restrição (B.2) do problema não é satisfeita.

.no procedimento "branching", as ramificações são realizadas sempre em uma ordem pré-determinada, ou seja, fixa-se um grupo i e toma-se os lotes desse grupo, e assim por diante. Este processo poderia ser melhorado escolhendo-se, tomando-se por base o conhecimento do problema, o lote cuja decisão de aceitação ou rejeição deva ser realizada, no sentido de se direccionar a busca da solução ótima do problema.

.este algoritmo é na realidade um "branch-and-bound" 'pobre', pois aqui não se realiza o procedimento "bounding", o que certamente possibilitaria que algumas soluções fossem implicitamente truncadas, acelerando portanto o processo de enumeração das soluções.

REFERENCIAS_BIBLIOGRAFICAS

- [1]. HITOMI, K., "Manufacturing Systems Engineering", Taylor & Francis, London 1979.
- [2]. MENDES, M.J., "Automação por Computadores de Sistemas da Manufatura - Notas de Aula", Faculdade de Engenharia de Campinas (UNICAMP), Campinas, novembro de 1980.
- [3]. KIRAN, A.S. and SMITH, M.L., "Simulation Studies in Job-Shop Scheduling - I : A Survey", Comput. & Indus. Engng, vol 8, nº 2, pp. 87-93, 1984.
- [4]. KIRAN, A.S. and SMITH, M.L., "Simulation Studies in Job-Shop Scheduling - II : Performance of Priority Rules", Comput. & Indus. Engng, vol 8, nº 2, pp. 95-105, 1984.
- [5]. BAKER, K.R., "Introduction to Sequencing and Scheduling", John Wiley, New York 1974.
- [6]. HAM, I., "Tecnologia de Grupo e Sistemas de Fabricação Relacionados com Fabricação Assistida por Computadores (CAM) ", Escola de Engenharia de São Paulo (USP), São Carlos, novembro de 1980.
- [7]. HITOMI, K. and HAM, I., "Group Scheduling Technique for Multiproduct, Multistage Manufacturing Systems", ASME - Journal of Engineering for Industry, vol 99, pp. 759-765, August 1977.
- [8]. HITOMI, K. and HAM, I., "Machine Loading and Product-Mix Analysis for Group Technology", ASME - Journal of Engineering for Industry, vol 100, pp. 370-374, August 1978.

- [9]. HITOMI, K. and HAM, I., "Product-Mix and Machine Loading Analysis of Multistage Production Systems for Group Technology", ASME - Journal of Engineering for Industry, vol 104, pp.363-368, November 1982.
- [10]. STECKE, K.E. and SOLBERG, J.J., "Loading and Control Policies for a Flexible Manufacturing Systems", Internat. J. Production Res., vol 19, n^o 5, pp. 481-490, September/October 1981.
- [11]. STECKE, K.E., "Formulation and Solution of Nonlinear Integer Production Planning Problems for Flexible Manufacturing Systems", Management Sci, vol 29, n^o 3, pp. 273-288, March 1983.
- [12]. IWATA, K.; MUROTSU, A.; OBA, F.; YASUDA, K. and OKAMURA, K., "Production Scheduling of Flexible Manufacturing Systems".
- [13]. GILL, P.E.; MURRAY, W. and WRIGHT, M.H., "Practical Optimization", Academic Press, London 1981.
- [14]. LUENBERGER, D.G., "Introduction to Linear and Nonlinear Programming", Addison Wesley, 1973.
- [15]. BERTSEKAS, D.P., "Multiplier Methods: A Survey", Automática, vol 12, pp. 133-145, Pergamon Press, 1976.
- [16]. WAGNER, H.M., "Principles of Operations Research", Prentice Hall, New Jersey 1975.
- [17]. SALKIN, H.M., "Integer Programming", Addison Wesley, 1975.
- [18]. GARFINKEL, R.S. and NEMHAUSER, G.L., "Integer Programming", John Wiley, 1972.
- [19]. PAPADIMITRIOU, C.H. and STEIGLITZ, K., "Combinatorial Optimization - Algorithms and Complexity", Prentice Hall - Inc., 1982.

- [20].BALINSKI, M.L., "Integer Programming: Methods, Uses and Computation", Management Sci, vol 12, n° 3, pp. 253-313, November 1965.
- [21].COHON, J.L., "Multiojective Programming and Planning", Academic Press, New York 1978.
- [22].GIGLIO, R.J. and WAGNER, H.M., "Approximate Solutions to the Three-Machine Scheduling Problem", Operations Research, vol 12, pp. 305-324, 1964.
- [23].MANNE, A.S., "On the Job-Shop Scheduling Problem", Operations Research, vol 8, pp. 219-223, 1960.
- [24].HESTENES, M.R., "Multiplier and Gradient Methods", Journal of Optimization Theory and Applications, vol 4, n° 5, pp. 33-320, 1969.